

Investigación en Educación Matemática.
Comunicaciones de los
Grupos de Investigación de la SEIEM
XVI Simposio de la SEIEM

Antonio Estepa
Nuria Climent
(Eds.)

Baeza 2013

Edita: © Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática
(SEIEM)

© Antonio Estepa y Nuria Climent

ISBN-13: 978-84-616-5648-6

ISBN-10:84-616-5648-2

Presentación.....	7
-------------------	---

Aprendizaje de la Geometría (AG)

<i>AG1- Resultados de una evaluación sobre habilidades de visualización y razonamiento espacial en futuros profesores de Educación Primaria.</i> (Teresa Fernández Blanco).....	11
---	----

Conocimiento y Desarrollo Profesional del profesor (CDPP)

<i>CDPP1- Relaciones entre la evaluación de la resolución de problemas y las creencias sobre evaluación.</i> (Janeth A. Cárdenas, Lorenzo J. Blanco, Eloísa Guerrero y Rosa Gómez).....	31
---	----

<i>CDPP2- Diálogo entre praxeologías. Estudio experimental de una metodología para la formación de docentes en servicio.</i> (Irma Fuenlabrada).....	41
--	----

<i>CDPP3- El papel de las conexiones en el conocimiento matemático para enseñar: análisis de un episodio.</i> (Genaro de Gamboa y Lourdes Figueiras).....	53
---	----

<i>CDPP4- El conocimiento del infinito para la enseñanza de las matemáticas.</i> (Miguel Ángel Montes y José Carrillo).....	59
---	----

<i>CDPP5- Estudio sobre el desarrollo de formadores noveles de maestros en Educación Infantil.</i> (Laura Sabater, M. Carmen Penalva y Germán Torregrosa).....	65
--	----

<i>CDPP6- Una categoría del conocimiento de contenido y enseñanza de una profesora de matemáticas de Bachillerato al impartir álgebra.</i> (Leticia Sosa y José Carrillo).....	71
--	----

<i>CDPP7- Conectando la investigación y la práctica en la educación de las matemáticas.</i> (Raquel Vallines).....	77
--	----

<i>CDPP8- La competencia “mirar con sentido” de estudiantes para maestro (EPM) analizando el proceso de generalización en alumnos de Educación Primaria.</i> (Alberto Zapatera y María Luz Callejo).....	81
--	----

Didáctica del Análisis (DA)

<i>DA1- Diseño de una trayectoria hipotética de aprendizaje para la construcción del concepto de integral definida en estudiantes de Bachillerato.</i> (Carmen Aranda y María Luz Callejo).....	85
---	----

<i>DA2- Fase inicial de un proyecto de investigación sobre los cuadernos de matemáticas de alumnos de 1º de Bachillerato.</i> (Matías Arce y Tomás Ortega).....	93
---	----

<i>DA3- La Resolución de Problemas y la Tecnología en la formación y desarrollo profesional del profesor de matemáticas.</i> (Matías Camacho, M. Mar Moreno, Carmen Azcárate y M ^a Teresa González Astudillo).....	105
---	-----

DA4- La demostración matemática en los libros de texto de 2º de B.U.P. y 1º de Bachillerato de LGE, LOGSE y LOE para el concepto de límite. Fase inicial. (Laura Conejo y Tomás Ortega).....121

DA5- Estudio de funciones con Geogebra. (Clara Benedicto y Adela Jaime)133

Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria (DEPC)

DEPC1- La dispersión: breve análisis del concepto, su historia y estado de la investigación didáctica. (Jesús Del Pino y Antonio Estepa)149

DEPC2- El lenguaje matemático en el tema de correlación y regresión en textos de Bachillerato. (M. Magdalena Gea, Pedro Arteaga, Gustavo R. Cañadas y J. Miguel Contreras)161

DEPC3- Un análisis sobre las interpretaciones de la aleatoriedad en los estudiantes del profesorado de biología. (Amable Moreno, José M^a Cardeñoso y Francisco González).....177

Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica (DMDC)

DMDC1- Apuntes sobre la noción de "Epistemología dominante". (Pedro Nicolás Zaragoza)193

DMDC2- Cómo enseñar la división en la escuela primaria. Un ejemplo de utilización de los recursos del CRDM-GB para la investigación y la formación del profesorado. (Pilar Orús y Dilma Fregona)197

DMDC3- Presentación del Centro de Recursos de Didáctica de las Matemáticas, "CRDM-Guy Brousseau". (Pilar Orús y Laura Peydró)213

Investigación en Educación Matemática Infantil (IEMI)

IEMI1- Dos aspectos de la enseñanza de la aritmética mediante la resolución de problemas en la transición de Educación Infantil a Primaria. (Mónica Ramírez y Carlos de Castro)225

IEMI2- Repartir en Educación Infantil. (María Salgado y M. Jesús Salinas)237

Pensamiento numérico y algebraico (PNA)

PNA1- Influencia del formato de la tarea en la aparición del error de inversión en comparaciones multiplicativas: un estudio piloto. (David Arnau, José Antonio González-Calero y Belén Laserna-Belenguer)247

**DOS ASPECTOS DE LA ENSEÑANZA DE LA ARITMÉTICA MEDIANTE LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA TRANSICIÓN DE EDUCACIÓN
INFANTIL A PRIMARIA**

**TWO ASPECTS OF ARITHMETIC TEACHING THROUGH PROBLEM SOLVING
IN THE TRANSITION FROM KINDERGARTEN TO PRIMARY EDUCATION**

Mónica Ramírez García
Universidad Complutense de Madrid, España
Carlos de Castro Hernández
Universidad Complutense de Madrid, España

Resumen

En este trabajo presentamos dos aspectos a tener en cuenta en la enseñanza de la aritmética en la transición de Educación Infantil a Educación Primaria utilizando talleres de resolución de problemas aritméticos verbales. El primer aspecto plantea la resolución de problemas como proceso para desarrollar la competencia matemática, que implica resolver problemas, pensar, razonar y argumentar, comunicarse utilizando el lenguaje matemático, utilizar las representaciones y símbolos propios de las matemáticas, elaborar e interpretar modelos, y aplicar los conocimientos y procesos matemáticos a situaciones prácticas.. El segundo aboga por introducir, además de los conocimientos formales marcados curricularmente, aspectos informales de los contenidos en las programaciones de aula o unidades didácticas que los niños son capaces de resolver sin conocimiento formales sobre el contenido en cuestión.

Palabras clave: Resolución de problemas, competencias, conocimientos informales, educación primaria.

Abstract

In this paper, we present two aspects to consider in the teaching of arithmetic in the transition from kindergarten to primary education using arithmetic word problem-solving workshops. The first issue arises as problem solving process to develop mathematical literacy, which involves solving problems, thinking, reasoning and argumentation, communicate using mathematical language, using representations and symbols of mathematics, develop and interpret models, and apply mathematical processes and knowledge to practical situations. The second calls for entering, further than marked formal curricular knowledge, informal aspects of the content in the classroom programs or units of learning that children are able to solve without formal knowledge about the content in question.

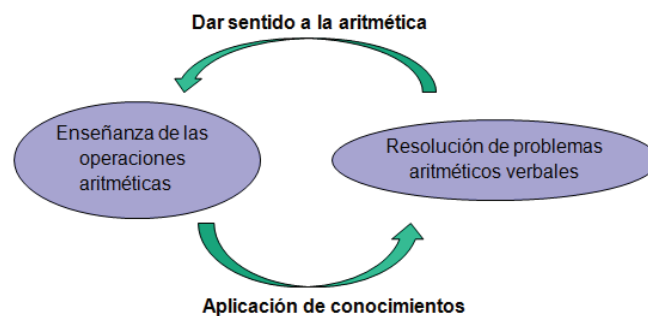
Keywords: Problems solving, mathematical literacy, knowledge informal, primary education.

El aprendizaje de las operaciones aritméticas y la resolución de problemas

Este trabajo está enmarcado en el aprendizaje de la resolución de problemas y en sus posibles relaciones con el de las operaciones aritméticas, centrándonos en la transición de la Educación Infantil a la Educación Primaria.

Las relaciones entre el aprendizaje de la aritmética y la resolución de problemas se pueden producir en dos sentidos diferentes (Figura 1). En un enfoque tradicional, se parte de la enseñanza formal de las operaciones aritméticas, proseguida de problemas de aplicación de estas operaciones. En otros casos (Carpenter, Fennema, Franke, Levi, y Empson, 1999), se parte de la resolución de problemas, en que los niños usan sus conocimientos informales y representan con objetos acciones y relaciones que aparecen en los enunciados de los problemas, para después hacer una transición al aprendizaje formal de las operaciones aritméticas, a las que los problemas dotan de sentido.

Figura 1. La enseñanza de las operaciones aritméticas



Cuando se introduce la enseñanza formal de las operaciones aritméticas primero, se espera que el alumno resuelva problemas aritméticos identificando palabras clave en el enunciado del problema y poder concluir qué operación aritmética debe ejecutar con las cantidades dadas. Así aparece en la LOGSE, en la distribución de los contenidos curriculares por ciclo, en la que uno de los criterios de evaluación del primer ciclo es:

Resolver problemas... para comprobar que el alumnado sabe identificar cuál de las operaciones indicadas (suma o resta) es la adecuada para solucionar el problema y que sabe resolverla mediante el algoritmo aplicando correctamente todos sus pasos (MEC, 1992, p. 9615).

Siguiendo el modelo de la *Instrucción Guiada Cognitivamente* (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999) se ha comprobado que comenzar con el aprendizaje basado en la

resolución de problemas aritméticos verbales, los niños llegan a dotar a las operaciones aritméticas de sentido cuando se introducen, más tarde, de manera formal.

Resolución de problemas en el currículo

La resolución de problemas ha ido tomando importancia en los diseños curriculares como práctica fundamental para el aprendizaje de las matemáticas a nivel internacional, pudiendo ser las propuestas realizadas por el NCTM sobre los estándares de procesos, o por la *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico* (OCDE), la causa de que la resolución de problemas se incluya en los currículos de mucho países (Santos-Trigo, 2007 y 2008; Castro, 2008; Schoenfeld, 2007; Puig, 2008).

Con las recomendaciones curriculares de los *Principios y Estándares para la Educación Matemática*, el NCTM introduce los Estándares de *procesos*, que describen las formas de adquisición y uso de los contenidos que son resolución de problemas, razonamiento y demostración, conexiones, comunicación y representación (NCTM, 2003). Considera la *Resolución de Problemas* como objetivo y como método para aprender matemáticas y más tratándose de los niños más pequeños que tienen una gran curiosidad ante situaciones nuevas. Según el NCTM, los profesores deberían retar a sus alumnos a resolver problemas utilizando sus estrategias y reflexionando sobre ellas, utilizando contextos que pueden ir desde situaciones de su rutina diaria hasta situaciones extraídas de los cuentos. La resolución de problemas da oportunidad a todos para utilizar y ampliar sus conocimientos y destrezas en todos los estándares de contenido. Se debe animar a los niños a *comunicar* sus estrategias para descubrir por ellos mismos posibles errores y les ayuda a articular su pensamiento. “La *comunicación* de ideas es una manera de que los niños articulen, aclaren, organicen y consoliden su pensamiento” (NCTM, 2003, p. 132). Los niños expresan sus ideas con ayuda de dibujos y materiales, intentar organizar y esclarecer sus ideas para poder expresar lo más claramente posible su pensamiento. Además escuchan las ideas de otros compañeros que pueden darles otra perspectiva que no habían contemplado, y reflexionan sobre ello. Utilizar el lenguaje oral y/o escrito permite el desarrollo del pensamiento matemático pues articulan lo que quieren expresar y reflexionan sobre lo escuchado, por lo que gradualmente mejorará el lenguaje y el razonamiento. Explicar razonadamente lo que piensa es una destreza importante en el *razonamiento formal* y en estas edades se debería proporcionar a los alumnos materiales

físicos para que puedan manipular objetos, identificar lo que tienen de igual o distinto y poder generalizar sobre ellos (NCTM, 2003). Se debe animar a los niños a conjeturar y justificar su pensamiento empíricamente, fomentando maneras de justificar que esté al alcance de los niños y que incorporen gradualmente propiedades y relaciones matemáticas como fundamento del argumento (NCTM, 2003).

En la etapa de Educación Infantil y primer ciclo de Primaria las *Conexiones* más importantes que se deben trabajar son los conocimientos matemáticos intuitivos y adquiridos de manera informal que los niños han aprendido a través de sus experiencias y los conocimientos matemáticos que se aprenden en la escuela, de esta manera el aprendizaje de las matemáticas se consigue de forma significativa, dando sentido de la función de éstas como medio para observar, representar e interpretar lo que ocurre a su alrededor (NCTM, 2003). Los niños utilizan *representaciones* para expresar sus ideas matemáticas, por lo que muestran su comprensión hacia éstas, y es papel del profesor analizar estas representaciones y escuchar las explicaciones de los niños para evaluar el desarrollo del pensamiento matemático, y además poder formular preguntas para guiar el aprendizaje. Este estándar es complementario al de la Comunicación, ya que los niños se sirven del lenguaje y las representaciones para explicar su pensamiento. “Los profesores pueden hacerse mejor idea de lo que piensan sus alumnos y de su dominio de los conceptos matemáticos, examinando e interpretando sus representaciones y haciendo preguntas acerca de ellas (NCTM, 2003, p. 140)”. Los niños van construyendo imágenes mentales a base de representar sus ideas con objetos físicos, con el lenguaje natural o incluso con diagramas, símbolos o gestos que intercambian con sus compañeros y el profesor. Además, se debería ayudar a los alumnos a comprender que las representaciones modelizan fenómenos de naturaleza matemática de diferentes contextos. Cuando los alumnos son capaces de utilizar varias representaciones para traducir la misma idea se desarrolla la comprensión y facilita el uso de conceptos y procedimientos matemáticos. Con todo esto, los profesores deben crear ambientes de aprendizaje donde se proporcione variedad de material y se acepten diversas formas de representación para que los niños puedan desarrollar sus percepciones y compartirlas con los demás (NCTM, 2003).

Santos-Trigo (2007) afirma que *Principios y Estándares de la Educación Matemática* es “el documento que mejor promueve el desarrollo de los estudiantes de experiencias matemáticas basada en la resolución de problemas (p. 527)”.

PISA 2003 se centró en el estudio de la competencia matemática entendida como “la capacidad de los alumnos de analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones, incluyendo conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales, probabilísticos o de otro tipo (OCDE, 2005, pp.37)”.

PISA distingue varias competencias para evaluar “la matematización” (OCDE, 2005; Rico y Lupiáñez, 2008):

- *Pensamiento y razonamiento*, que incluye plantear cuestiones propias de las matemáticas, conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a estas cuestiones, distinguir entre definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos...), entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.
- *Argumentación*, que incluye crear y expresar argumentos matemáticos, seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos
- *Comunicación*, incluye expresarse de varias formas sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita y entender enunciados de otras personas sobre estas materias en forma oral y escrita.
- *Construcción de modelos*, incluye estructurar la situación del problema, traducir la realidad a una estructura matemática, interpretar y trabajar los modelos matemáticos, ser capaz de reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados y comunicar acerca de un modelo y de sus resultados.
- *Planteamiento y solución del problema*, que incluye plantear, formular, definir y resolver diferentes tipos de problemas matemáticos
- *Representación*, incluye decodificar, interpretar, distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones y relacionarlas.
- *Utilización de operaciones y lenguaje técnico, simbólico y formal*, que incluye interpretar y traducir el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural así como manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas.

Se recomienda que las tareas matemáticas se deben proponer en contextos de la vida cotidiana como situaciones personales o de su entorno más próximo o de ámbito un poco mayor, o

pueden ser científicos como un problema explícitamente matemático. La resolución del problema dependerá de lo cercano que sea el contexto al alumno y de lo explícito que esté el contenido matemático en la situación (OCDE, 2005).

La Ley Orgánica de la Educación aprobada en 2006, se esfuerza por adaptarse al marco europeo y las recomendaciones de las entidades que pertenecen a la Unión Europea. Uno de los objetivos para Educación Primaria, según indican las Enseñanzas Mínimas del Ministerio de Educación y Ciencia, es:

La capacidad de desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo... así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana (MEC, 2006, p. 43054).

Este mismo documento señala que la competencia matemática:

Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas,... para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. ... Implica el conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana, y la puesta en práctica de procesos de razonamiento que llevan a la solución de los problemas... (MEC, 2006, p. 43059).

Según la legislación vigente en España, parece que la competencia matemática básica incluye la adquisición de las operaciones aritméticas y su aplicación en situaciones cotidianas de los estudiantes. En el mismo decreto se habla de alcanzar una *alfabetización numérica* que permite a los alumnos enfrentarse a situaciones familiares y cercanas al alumno en las que intervengan números y sus relaciones, no conformándose que el dominio de los algoritmos de cálculo escrito. Además se propone los procesos de resolución de problemas como *eje principal* de la actividad matemática (MEC, 2006).

Nuestra línea de investigación en resolución de problemas verbales

En los últimos años hemos llevado a cabo talleres de resolución de problemas en Educación Infantil y primer curso de Educación Primaria para el aprendizaje de la aritmética y aspectos del sistema de numeración (De Castro y Escorial, 2007; De Castro, Walsh, Del Coso, Salvador, González, y Escorial, 2009; De Castro, Molina, Gutiérrez, Martínez, y Escorial, 2012; Ramírez y De Castro, 2012), en los que comenzamos utilizando la *Instrucción Guiada Cognitivamente*. En los talleres que realizamos hemos utilizado la literatura como soporte, o

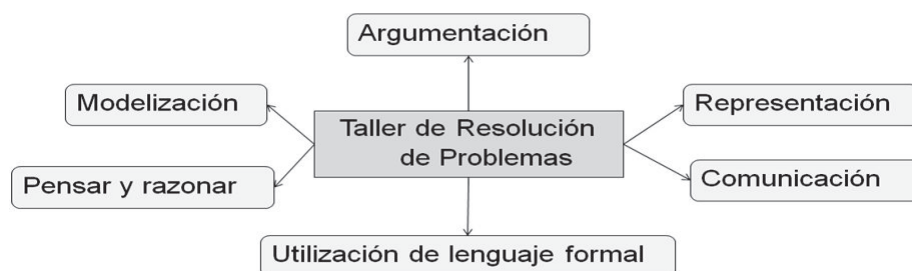
situación (según utiliza el término PISA) para que sea un contexto conocido y cercano al niño. Planteamos problemas aritméticos verbales tanto de estructura aditiva como multiplicativa. Ofrecemos espacio y material concreto para que los niños puedan resolver los problemas utilizando representaciones con distintos materiales, y posteriormente, realizamos una puesta en común para que expliquen sus estrategias a los compañeros. Finalmente, deben decidir la estrategia que más adecuada les parezca, y enviarla por escrito a una persona externa al aula.

Primer aspecto: El desarrollo de la competencia matemática como finalidad de la resolución de problemas

Con la realización de estos talleres hemos observado que tal como planteamos las sesiones en el aula se desarrolla la competencia matemática en varios aspectos. Tal como define PISA (OCDE, 2005) la competencia matemática, que podemos relacionar con los estándares de procesos del NCTM y con aspectos del currículo estatal español (ver De Castro, Molina, Gutiérrez, Martínez, y Escorial, 2012), observamos que, a través de estos talleres, los niños resuelven problemas, realizan razonamientos y representaciones, para poder articular su argumentación y comunicarla a los compañeros. Así, la resolución de problemas, tal como lo planteamos, favorece el desarrollo de estrategias basadas en modelos que representan las relaciones y acciones de estos problemas basados en la adición, sustracción, multiplicación y división. Los niños utilizan la modelización directa de los problemas para pensar y razonar en la fase de resolución individual. Los niños desarrollan estrategias para resolver los problemas y articulan sus ideas para poder explicarlas ya que son conscientes que van a tener que comunicarlas a los demás y deben argumentar bien sus explicaciones. Mediante la comunicación organizan y consolidan su pensamiento matemático, analizan y evalúan el pensamiento matemático y las estrategias de los demás. Se dan cuenta de que utilizar un lenguaje adecuado para expresar ideas matemáticas de forma precisa es importante para los demás le comprendan. Además, usan conexiones entre las ideas matemáticas y comprenden cómo se relacionan y se organizan de forma coherente, aplicándolas en contextos no matemáticos. Los niños deben crear y usar representaciones para organizar, registrar, y comunicar ideas matemáticas. Seleccionan, aplican y traducen representaciones matemáticas para resolver problemas que modelizan fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

La enseñanza de la aritmética basada en talleres de resolución de problemas, tal como la estamos llevando a cabo, donde hay una situación de comunicación en el que una persona externa al aula necesita saber cómo solucionar un problema, donde los niños resuelven de forma individual con material diverso proporcionado para poder realizar sus modelizaciones, para después tener que comunicar a sus compañeros su estrategia y llegar a consenso de que estrategia explicar a la persona que pide ayuda, muestra un desarrollo en la competencia de resolución de problemas sino en todas las demás competencias PISA.

Figura 2: Relación de las competencias PISA en los talleres de Resolución de Problemas



Segundo Aspecto: La inclusión de los aprendizajes informales en la planificación de los procesos de enseñanza-aprendizaje

En las sesiones de talleres, los problemas aritméticos que planteamos son de estructura aditiva y multiplicativa, el nivel en el que hemos trabajado es Educación Infantil y primero de Educación Primaria multiplicativa (De Castro y Escorial, 2007; De Castro, Walsh, Del Coso, Salvador, González, y Escorial, 2009; De Castro, Molina, Gutiérrez, Martínez, y Escorial, 2012; Ramírez y De Castro, 2012). En el currículo actual, la introducción formal de la multiplicación se incluye a partir de tercer curso de Educación Primaria aunque en segundo curso se comience con alguna práctica (Castro y Ruiz, 2011).

A través de los talleres hemos observado que incluso niños de 4 -5 años son capaces de resolver problemas de estructura multiplicativa, tanto de multiplicación, como de división medida o partitiva, simplemente representando las acciones y relaciones que se dan entre las cantidades en la estructura multiplicativa. Hemos observado estrategias de resolución de problemas aritméticos de estructura multiplicativa en primero de primaria cuando el currículo para el primer ciclo solo habla de iniciación a la multiplicación, dejando para segundo ciclo la multiplicación y división (Ramírez y De Castro, 2012). Pero también hemos observado

estrategias de resolución de problemas aritméticos de estructura multiplicativa en Educación Infantil, cuando el currículo de infantil habla de una iniciación a la suma y resta. (De Castro, Molina, Gutiérrez, Martínez, y Escorial, 2012).

Por lo tanto, proponemos que, a la hora de diseñar la programación del aula, una unidad didáctica, el objetivo no solo sea contemplar contenidos formales que indica el currículo y documentos oficiales, sino que también deberían contemplarse aspectos informales, conocimientos que desarrollan los niños como ocurre con la estructura multiplicativa, ya que hemos observado que tanto niños de Educación Infantil como niños de primer curso de Educación Primaria son capaces de resolver.

Por lo tanto, parece que no sólo se debería incluir en la planificación docente los contenidos formales indicados para el curso en cuestión, sino introducir también aspectos informales, conocimientos informales que pueden desarrollarse utilizando contextos cercanos a los niños y situaciones que tienen sentido para ellos.

Conclusiones

Queremos enfatizar dos aspectos importantes a destacar en la relación entre el aprendizaje de la aritmética y la resolución de problemas que desarrollamos en nuestra propuesta de talleres de resolución de problemas aritméticos verbales:

- El primero de ellos, es que las sesiones de los talleres de resolución de problemas están dirigidas al desarrollo de la competencia matemática, desglosada en competencias como razonamiento y demostración, conexiones, representación, comunicación, argumentación y utilización de lenguaje formal.
- En los documentos de desarrollo del currículo relativos a la programación del trabajo en el aula, deberían tenerse en cuenta la planificación de los aspectos informales de la enseñanza, además de los contenidos formales indicados por el currículo.

Referencias bibliográficas

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., y Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth: Heinemann.

- Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, y L. Blanco (Eds.), *Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Badajoz, España: Universidad de Extremadura.
- Castro, E., y Ruiz, J. F. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura multiplicativa. En I. Segovia, y L. Rico (coords.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.
- De Castro, C., y Escorial, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación (Monografía IX)*, 23-48.
- De Castro, C., Walsh, J., Del Coso, E., Salvador, C., González, V., y Escorial, B. (2009). "Dos de todo": El cuento chino de los problemas de comparación multiplicativa en la Educación Infantil. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, 73(3), 33-42.
- De Castro, C., Molina, E., Gutiérrez, M. L., Martínez, S., y Escorial, B. (2012). Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en Educación Infantil. *Números*, 80, 53-70.
- Ministerio de Educación y Ciencia (24 marzo 1992). Resolución de 5 de Marzo de 1992, de la Secretaría de Estado de Educación, por la que se regula la elaboración de proyectos curriculares para la Educación Primaria y se establecen orientaciones para la distribución de objetivos, contenidos y criterios de evaluación para cada uno de los ciclos. *BOE*, 72, 9594-9667. Recuperado de <http://www.boe.es/boe/dias/1992/03/24/pdfs/A09594-09667.pdf>
- Ministerio de Educación y Ciencia (8 diciembre 2006). Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. *BOE*, 293, 43053-43102. Recuperado de <http://www.boe.es/boe/dias/2006/12/08/pdfs/A43053-43102.pdf>
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

- OCDE (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana*. Madrid: Santillana.
- Puig, L. (2008). *Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación y el currículo*. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, y L. Blanco (Eds.), *Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Badajoz, España: Universidad de Extremadura.
- Ramírez, M., y De Castro, C. (2012). *El aprendizaje de algunos aspectos del sistema de numeración decimal a través de problemas aritméticos verbales al inicio de Educación primaria*. En D. Arnau, J. L. Lupiáñez, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - 2012* (pp. 97-110). Valencia: Departamento de Didáctica de la Matemática de Universitat de Valencia y SEIEM.
- Rico, L., y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: An evolving research and practice domain. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39, 5-6, 523-536.
- Santos-Trigo, M. (2008). La Resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, y L. Blanco (Eds.), *Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Badajoz, España: Universidad de Extremadura.
- Schoenfeld, A. H. (2007). Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39, 537-551.