



UNIVERSIDAD  
**COMPLUTENSE**  
MADRID

Proyecto de innovación

Convocatoria 2022/2023

Número del proyecto: 146

Título del proyecto. Visualización y ejemplificación a través de las TIC.

Responsable del proyecto: Luis Hernández Corbato

Facultad de Ciencias Matemáticas

Departamento de Álgebra, Geometría y Topología

- **Objetivos propuestos en la presentación del proyecto**

- a) Fomentar el uso de recursos informáticos y TICs en el aula que ayuden a la comprensión de conceptos teóricos por parte del alumnado.
- b) Digitalizar los tradicionales ejercicios utilizados por el profesorado para que sean empleados tanto en el aula como integrados en plataformas como el Campus Virtual.
- c) Crear recursos digitales en abierto para su uso en las clases con el propósito de que el alumnado interiorice los conceptos teóricos, apoyándose en una adecuada visualización de ejemplos.
- d) Generar un repositorio abierto que suponga una ayuda dinámica directa, de forma que el alumnado pueda tener acceso para su trabajo propio.
- e) Ayudar a mejorar la visualización de una variada gama de conceptos matemáticos, para paliar los problemas de abstracción que ocurren en el primer curso de Matemáticas y otras titulaciones relacionadas.
- f) Formar al profesorado, singularmente el de nueva incorporación, en herramientas y competencias digitales relacionadas con la visualización matemática.
- g) Generar prácticas autocorregibles para que el alumnado pueda trabajar de forma autónoma los conceptos abordados en las sesiones de clase.
- h) Fortalecer el uso de herramientas digitales dentro y fuera del aula para ayudar al avance correcto en la abstracción y contenidos del primer curso de los Grados y Dobles Grados de la Facultad de Matemáticas y otras titulaciones relacionadas.

- **Objetivos alcanzados**

El grado de consecución de los objetivos no ha sido el esperado al inicio del proyecto por los motivos que se recogerán en el apartado de Desarrollo de las actividades. De todas maneras, conviene recordar que buena parte de los objetivos centrados en la práctica docente se habían planteado en el largo plazo, sólo alcanzables en un trabajo continuado en el transcurso de varios años. En especial, nos referimos a la digitalización de los ejercicios de algunas asignaturas (b), la generación de un repositorio de recursos digitales (d) y de prácticas autocorregibles (g). En el proyecto se ha trabajado en estos objetivos y en los otros arriba recogidos, componiendo un equipo y estableciendo metodologías adecuadas pero sin lograr avanzar tanto como sería deseable.

- **Metodología empleada en el proyecto**

La metodología seguida se puede resumir en:

- Reuniones iniciales. Se hicieron dos en formato presencial y también hubo varios intercambios de correos electrónicos.
- Formación de equipos de trabajo en función de los intereses docentes y de la disponibilidad temporal de cada integrante del proyecto.
- Fase de elaboración de contenido. Cada equipo trabajó de forma autónoma, manteniendo reuniones breves de planificación y ejecutando las tareas asignadas de forma individual o en grupo según la situación.
- Recopilación de contenidos y evaluación. Al final del proyecto se reunieron los

recursos generados en una carpeta de Drive compartida por todos los integrantes y se hizo una reunión para reflexionar sobre el trabajo realizado.

- **Recursos humanos**

Luis Hernández Corbato - luiherna@ucm.es

Adrián Bacelo Polo - abacelo@ucm.es

Raquel Díaz Sánchez - radiaz@mat.ucm.es

Teresa Elvira Luque Martínez - t.luque@estumail.ucm.es

Francisco Javier Martínez Aguinaga - frmart02@ucm.es

María Pe Pereira - maria.pe@mat.ucm.es

Álvaro Sánchez González - alsanc03@ucm.es

Guillermo Sánchez Arellano - gusanc01@ucm.es

Laura Sánchez Pascuala Donés - lsanch12@ucm.es

## **Desarrollo de las actividades**

Hay dos cuestiones que han dificultado el correcto desarrollo del proyecto, y sin las cuales no se entienden las actividades realizadas en vista de la planificación diseñada. La primera de ellas es la docencia asignada a los integrantes. A pesar de que el proyecto se había concebido en un marco general, la ejecución del mismo requiere familiaridad con las asignaturas sobre las que elaborar los recursos y también estar impartiendo las mismas para probarlos en el aula.. Por ello, se había pensado en “Álgebra Lineal” y “Elementos de Matemáticas y aplicaciones”, materias que en cursos anteriores gran parte de los integrantes del proyecto habían impartido. Sin embargo, en la asignación docente del curso 22-23 solo a uno de los miembros del proyecto le correspondió impartir “Álgebra Lineal”, y ni siquiera la asignatura completa, y solo a dos “Elementos de Matemáticas y Aplicaciones”, y, de nuevo, únicamente media asignatura. La segunda cuestión que ha alterado la ejecución del proyecto han sido las circunstancias personales de algunos miembros del proyecto, en concreto de las personas responsables de las cuatro fases en que se había dividido su ejecución. En dos casos han permanecido varios meses de permiso, alejados de la actividad docente e investigadora.

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones, pasamos a describir las actividades llevadas a cabo en el proyecto. Empleamos en la descripción el guión de la propuesta aunque no sea el que mejor responde al desarrollo final.

Fase 1: Estudio de material y formación en herramientas informáticas.

En otoño se mantuvo una reunión general cuyo objetivo básico consistió en analizar en qué materias orientar el trabajo. Se decidió que fueran:

- Geometría Lineal: es una asignatura obligatoria de 2º curso de los grados de la Facultad de Matemáticas, en cierto modo continuadora de “Álgebra Lineal” y en la que una gran parte de los integrantes del proyecto tenían experiencia docente, y varios de ellos serían profesores de la asignatura el curso 22/23.

- Matemáticas Básicas: es una asignatura inicial en los grados de la facultad, que se imparte durante las primeras cinco semanas del primer cuatrimestre a los alumnos de primer curso.
- Elementos de Matemáticas y Aplicaciones: se mantuvo entre las asignaturas de las que realizar contenidos respecto al plan inicial, a pesar de que solo había un profesor entre nosotros que impartiera sus clases en la materia durante el 2º cuatrimestre.

La decisión conllevó esencialmente descartar la fase 3 prevista, al menos durante la vigencia del proyecto.

Por otra parte, en la reunión se discutió brevemente sobre software y se compartieron enlaces con recursos útiles de Geogebra para iniciar a los integrantes del proyecto menos familiarizados con ello. Asimismo, se habló de los cursos de Geogebra que oferta el Instituto GeoGebra Madrid, pero por desgracia no hubo ninguno abierto de nivel principiante en las fechas que hubieran sido adecuadas.

## Fase 2: Creación de contenidos

Se conformaron tres equipos de trabajo, uno para cada asignatura, que actuaron de forma autónoma. Se mantuvo una comunicación fluida con ellos durante todo el proyecto. Cada equipo decidió sobre qué contenidos concretos de la materia actuar. En todos los casos, se eligió elaborar applets de GeoGebra para ilustrar contenidos teóricos o ejemplos. Se trata de una herramienta visual muy potente que tiene un fácil manejo tanto para el profesor como para el estudiante. No obstante, una de las limitaciones de GeoGebra es la dificultad de programar bucles sin ser un experto en el software, y esta carencia ha marcado en cierta medida esta fase de creación de contenidos.

Damos ahora un breve apunte sobre los contenidos escogidos en cada asignatura. En Geometría Lineal se han elaborado recursos que permiten visualizar proyectividades tanto entre rectas proyectivas como en el plano proyectivo, así como otros destinados a visualizar algunos teoremas clásicos como el de Desargues y el de Pappus. En Matemáticas Básicas los esfuerzos se han centrado en el tema de números complejos, de especial dificultad para los estudiantes y en el que desarrollar intuición geométrica es fundamental para su aprendizaje. En este caso se han creado applets que ilustran la ficha que se trabaja en clase. Por último, en Elementos de Matemáticas y Aplicaciones se enfocó el trabajo en la geometría de la esfera tridimensional, para generar recursos destinados a servir de apoyo en las clases teóricas, y también al tema de recurrencias, en particular al cálculo de cuota mensual e intereses en una hipoteca.

Debido al desigual reparto de carga docente en los integrantes del proyecto, los tres equipos decidieron posponer al segundo cuatrimestre toda la creación de contenido.

## Fase 3: Puesta en práctica de los contenidos

Esta fase ha sido la más perjudicada por los inconvenientes que se tuvieron que afrontar al poner en marcha el proyecto. Tanto “Matemáticas Básicas” como “Geometría Lineal” son impartidas durante el primer cuatrimestre. Por otro lado, en “Elementos de Matemáticas” se decidió trabajar especialmente sobre la geometría esférica y las ecuaciones de recurrencia, contenido que se trata durante los dos

primeros meses del segundo cuatrimestre. Por ello, los recursos digitales que generaron los tres equipos no han podido ponerse en práctica en el aula durante el curso 22/23, pero se utilizarán durante el curso 23/24 y posteriores (en función de las asignaciones docentes).

#### Fase 4: Recopilación de recursos y evaluación

Se han creado un total de 32 applets de Geogebra, repartidos de la siguiente manera: 16 applets para Geometría Lineal, 11 para Matemáticas Básicas y 5 para Elementos de Matemáticas y Aplicaciones. Se incluye una lista detallada en el anexo. Todos los applets se han recopilado en una carpeta compartida por los miembros del proyecto y su existencia será publicitada entre los profesores de las asignaturas para que consideren su uso en el aula.

La evaluación final prevista en el proyecto ha quedado descafeinada al no haberse empleado los recursos creados en el aula. Será su uso durante el curso 23/24 y posteriores el que permitirá una correcta evaluación del trabajo realizado durante el proyecto. Discutiendo ahora en términos generales, este proyecto fue concebido como un primer paso en el objetivo de disponer de un repositorio de recursos digitales de visualización en el aula en algunas asignaturas. En este sentido, el proyecto ha concluido satisfactoriamente, pues se han iniciado estos repositorios en tres asignaturas.

#### ● Anexos

Lista de recursos creados, todos son applets de GeoGebra:

- Geometría Lineal: 16 applets sobre
  - Graduación de rectas afines y proyectivas (4 applets).
  - Proyectividades entre rectas proyectivas (5 applets).
  - Proyectividades en el plano proyectivo (2 applets).
  - Cuadrilátero en el plano proyectivo.
  - Cónicas reales (2 applets).
  - Teorema de Desargues.
  - Teorema de Pappus.
  
- Matemáticas Básicas: 11 applets sobre la hoja correspondiente al tema 4 (Números complejos): ejercicios 1g, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14. (La hoja puede consultarse en: <http://blogs.mat.ucm.es/matbasicas/wp-content/uploads/sites/64/2023/07/complejos2324.pdf>)
  
- Elementos de Matemáticas y Aplicaciones: 5 applets:
  - Triángulo esférico: suma de ángulos  $> 180^\circ$
  - Cálculo de punto polar.
  - Cálculo de triángulo polar de un triángulo esférico.
  - Soluciones de recurrencias lineales de orden 2: crecimiento en función de las raíces del polinomio característico.
  - Hipoteca: cálculo de cuota mensual y cantidad satisfecha de intereses en cada mes del préstamo.