Полиномиальная непрерывность

ХОСЕ ЛЛАВОНА
Департамент математического анализа
Мадридский университет (Испания)

УДК 517.98

Ключевые слова: полиномиальная непрерывность, компактный оператор.

Аннотация

Отображение $f\colon X \to Y$, где X, Y — банаховы пространства, называется полиномиально непрерывным (P-непрерывным), если его сужение на любое ограниченное множество является равномерно непрерывным для слабой полиномиальной топологии, т. е. если для любых $\varepsilon > 0$ и ограниченного $B \subset X$ существует конечный набор $\{p_1, \dots, p_n\}$ полиномов на X и $\delta > 0$, такие что $\|f(x) - f(y)\| < \varepsilon$ для любых $x, y \in B$, таких что $|p_j(x-y)| < \delta$ $(1 \leqslant j \leqslant n)$. Каждый компактный (линейный) оператор является P-непрерывным. Пространства $L^\infty[0,1]$, $L^1[0,1]$ и $C[0,1]$, например, содержат полиномы, не являющиеся P-непрерывными.

В работе показано, что любой P-непрерывный оператор является слабо компактным и что для любого $k \in \mathbb{N}$ $(k \geqslant 2)$ существует k-однородный полином, принимающий скалярные значения на ℓ_1, который не является P-непрерывным.

Показано, что для пространств, содержащих разделяющий полином, однородная непрерывность и P-непрерывность совпадают. Исследованы также некоторые другие свойства P-непрерывных полиномов.

Abstract

José G. Llavona, Polynomial continuity, Fundamentalnaya i prikladnaya matematika vol. 3(1997), № 1, p. 37–45.

A mapping $f\colon X \to Y$ between Banach spaces X and Y is said to be polynomially continuous (P-continuous, for short) if its restriction to any bounded set is uniformly continuous for the weak polynomial topology, i.e., for every $\varepsilon > 0$ and bounded $B \subset X$, there are a finite set $\{p_1, \dots, p_n\}$ of polynomials on X and $\delta > 0$ so that $\|f(x) - f(y)\| < \varepsilon$ whenever $x, y \in B$ satisfy $|p_j(x-y)| < \delta$ $(1 \leqslant j \leqslant n)$. Every compact (linear) operator is P-continuous. The spaces $L^\infty[0,1]$, $L^1[0,1]$ and $C[0,1]$, for example, admit polynomials which are not P-continuous.

We prove that every P-continuous operator is weakly compact and that for every $k \in \mathbb{N}$ $(k \geqslant 2)$ there is a k-homogeneous scalar valued polynomial on ℓ_1 which is not P-continuous.

We also characterize the spaces for which uniform continuity and P-continuity coincide, as those spaces admitting a separating polynomial. Other properties of P-continuous polynomials are investigated.

Фундаментальная и прикладная математика 1997, том 3, № 1, с. 37–45.

1 Введение в теорию полиномов

Здесь и далее приняты обозначения: X, Y — банаховы пространства над полем K (действительных чисел $\mathbb{R}$ или комплексных $\mathbb{C}$), X^* — двойственное (сопряженное) к X, B_X — замкнутый единичный шар. Обозначим $\mathcal{L}(^mX,Y)$ — пространство всех непрерывных, m-линейных отображений из $X^m := X\times \overset{(m)}{\cdots} \times X$ в Y. Если $m=1$, мы просто имеем непрерывные линейные отображения (часто для краткости называемые операторами), и соответствующее пространство обозначается через $\mathcal{L}(X,Y)$. Определим $\mathcal{L}(^0X,Y)$ как множество всех постоянных отображений из X в Y, это пространство тождественно Y в обычном смысле. Когда $F=K$, будем писать $\mathcal{L}(^mX)$ вместо $\mathcal{L}(^mX,K)$. Множество натуральных чисел обозначается $\mathbb{N}$ (из контекста будет ясно, включает оно в себя 0 или нет).

Для определения непрерывных m-однородных полиномов используется естественное расширение, называемое диагональным отображением $\Delta_m\colon X\to X^m$, заданным в виде

$$\Delta_m(x) := x^m := (x, \overset{(m)}{\ldots}, x).$$

Определение 1.1. Отображение $P\colon X \to Y$ называется (*непрерывно*) *m-однородным полиномом*, если оно может быть представлено в виде $P = L\circ\Delta_m$, где $L\in\mathcal{L}(^mX,Y)$, m называется *степенью* P.

Пусть $\mathcal{P}(^mX,Y)$ — векторное пространство всех непрерывных m-однородных полиномов из X в Y. Если $P\in\mathcal{P}(^mX,Y)$, то найдется $L\in\mathcal{L}(^mX,Y)$, такое что $P(x)=L(x,\ldots,x)$. Понятно, что $P(\lambda x)=\lambda^m P(x)$ для всех $\lambda\in K$ и $x\in X$. Любая конечная сумма непрерывных однородных полиномов из X в Y также является *непрерывным полиномом* P из X в Y. Пространство всех непрерывных полиномов из X в Y обозначим $\mathcal{P}(X,Y)$. Современные представления о симметричных m-линейных формах и однородных полиномах изложены в [10] и [19].

Через $\mathcal{L}_s(^mX,Y)$ обозначим линейное подпространство в $\mathcal{L}(^mX,Y)$, образованное всеми непрерывными симметричными m-линейными отображениями. В качестве следствия из обратной формулы мы покажем, что отображение $\Lambda\colon \mathcal{L}_s(^mX,Y)\to\mathcal{P}(^mX,Y)$, задаваемое $\Lambda(L)=\hat{L}:=L\circ\Delta_m$, является изоморфизмом векторного пространства. Таким образом, каждому $P\in\mathcal{P}(^mX,Y)$ ставится в соответствие единственное симметричное m-линейное отображение $\check{P}\in\mathcal{L}_s(^mX,Y)$, такое что $P(x)=\check{P}(x,\ldots,x)=\check{P}(x^m)$ для всех $x\in X$, и линейный ограниченный оператор $T_P\colon X\to\mathcal{L}_s(^{m-1}X,Y)$, заданный в виде $T_P(x)(x_1,\ldots,x_{m-1})=\check{P}(x,x_1,\ldots,x_{m-1})$.

Если $P\in\mathcal{P}(^mX,Y)$ и $L\in\mathcal{L}_s(^mX,Y)$ таковы, что $\hat{L}=P$, то получается обратная формула:

$$L(x_1,\ldots,x_m)=\frac{1}{2^m m!}\sum_{\varepsilon_i=\pm1}\varepsilon_1\cdot\ldots\cdot\varepsilon_m\, P\Bigl(\sum_{i=1}^m\varepsilon_i x_i\Bigr)$$

(см. [19, теорема 1.10]).

Введя норму

$$\|P\| := \sup_{x\neq 0} \frac{\|P(x)\|}{\|x\|^m} = \sup\{\|P(x)\|\colon\ \|x\| \leqslant 1\}\ ,$$

получаем, что пространство $\mathcal{P}(^m X, Y)$ является банаховым.

Утверждение 1.1. *Для любого* $L \in \mathcal{L}_s(^m X, Y)$ *имеем*

$$\|\hat{L}\| \leqslant \|L\| \leqslant \frac{m^m}{m!}\|\hat{L}\|.$$

Доказательство проведено Мартином [18] с использованием обратной формулы. Таким образом, $\mathcal{L}_s(^m X, Y)$ и $\mathcal{P}(^m X, Y)$ — изоморфные банаховы пространства. Нэшбин показал [20, § 3, замеч. 1], что наилучшей возможной константой является $m^m/m!$, так как если $X = \ell_1$, то существует $L \in \mathcal{L}_s(^m X)$, такое что

$$\|L\| = \frac{m^m}{m!}\|\hat{L}\|,$$

т. е. L — *экстремальная* непрерывная симметричная m-линейная форма на ℓ_1.

Интересно отметить, что из существования экстремали $L \in \mathcal{L}_s(^m X)$ следует конечная представимость ℓ_1^m в X [23]. Напомним, что Y называется *конечно представимым в* X (будем писать Y f.r. X), если для любого $\varepsilon > 0$ и любого конечномерного подпространства Y_0 из Y найдутся конечномерное подпространство X_0 из X и сюръективный изоморфизм $T\colon\ Y_0 \to X_0$, такие что

$$\|T\| \cdot \|T^{-1}\| \leqslant 1 + \varepsilon.$$

Легко показать, что ℓ_1 конечно представимо в рефлексивном пространстве

$$\left(\bigoplus_{n=1}^{\infty} \ell_1^{(n)}\right)_2$$

всех последовательностей $x = (x_n)$, где $x_n \in \ell_1^{(n)}$ и $\sum \|x_n\|_1^2 < \infty$ с нормой $\|x\| := \left(\sum \|x_n\|_1^2\right)^{1/2}$. Таким образом, рефлексивность не сохраняется под конечной представимостью.

Пространство X называется *сверхрефлексивным*, если

$$Y \text{ f.r. } X \Longrightarrow Y \text{ является рефлексивным.}$$

Отсюда следует, что определенное выше пространство $\left(\bigoplus_n \ell_1^{(n)}\right)_2$ рефлексивно, но не сверхрефлексивно.

Мы будем интересоваться подпространством $\mathcal{P}_f(^m X, Y)$ из $\mathcal{P}(^m X, Y)$, образованным совокупностью функций

$$\phi^m \otimes y = \phi^m \cdot y \quad (m \in N,\ \phi \in X^*,\ y \in Y),$$

где $(\phi^n \otimes y)(x) := \phi^n(x) \cdot y$ для всех $x \in X$. Пусть $\mathcal{P}_f(X,Y) = \sum_{m=0}^{\infty} \mathcal{P}_f({}^mX,Y)$ — пространство всех непрерывных полиномов *конечного типа* из X в Y. Дополнение $\mathcal{P}_f({}^mX,Y)$ соответствующей нормой из $\mathcal{P}({}^mX,Y)$ обозначим $\mathcal{P}_c({}^mX,Y)$, оно в общем точно содержится в $\mathcal{P}({}^mX,Y)$. Пусть K — компактное пространство Хаусдорфа, $C(K)$ — пространство всех непрерывных скалярных функций на K. Если K является *разреженным* (каждое замкнутое подмножество K содержит изолированную точку) и $X = C(K)$ с нормой супремума, то для любого $m \in \mathbb{N}$ $\mathcal{P}({}^mX) = \mathcal{P}_c({}^mX)$ [1, с. 215].

При изучении пространства $\mathcal{P}_c({}^mX,Y)$ в эту теорию вводится, в частности, важный класс полиномов, а именно полиномы, сужения которых на ограниченные подмножества являются слабо (соответственно слабо равномерно) непрерывными.

Для $A \subseteq X$ функция $f\colon A \to Y$ называется *слабо непрерывной*, если для любых $x \in A$ и $\varepsilon > 0$ существуют $\phi_1, \dots, \phi_n \in X^*$ и $\delta > 0$, такие что $\|f(x)-f(y)\| < \varepsilon$, если только $|\phi_i(x-y)| < \delta$ для $y \in A$ и $i = 1, \dots, n$. Обозначим $\mathcal{P}_{wb}({}^mX,Y)$ пространство всех m-однородных полиномов из X в Y, сужения которых на ограниченные подмножества в X слабо непрерывны. Функция $f\colon A \to Y$ называется *слабо равномерно непрерывной*, если для любого $\varepsilon > 0$ существуют $\phi_1, \dots, \phi_n \in X^*$ и $\delta > 0$, такие что $\|f(x) - f(y)\| < \varepsilon$, если только $|\phi_i(x-y)| < \delta$ для $x, y \in A$ и $i = 1, \dots, n$. Обозначим $\mathcal{P}_{wbu}({}^mX,Y)$ пространство m-непрерывных полиномов, сужения которых на ограниченные подмножества в X слабо равномерно непрерывны.

Теорема 1.1 ([6, утверждение 2.7]). *Если X^* обладает свойством аппроксимации, то $\mathcal{P}_{wbu}({}^mX,Y) = \mathcal{P}_c({}^mX,Y)$ для всех m.*

Легко показать, что если отображение (не обязательно линейное) $f\colon X \to Y$ является слабо однородно непрерывным на ограниченных подмножествах в X, то f переводит ограниченные множества в компактные [6, лемма 2.2]. Вальдивия показал [24], что банахово пространство X является рефлексивным тогда и только тогда, когда любая слабо непрерывная скалярная функция на X ограничена на ограниченных множествах. Таким образом, X рефлексивно тогда и только тогда, когда любое слабо непрерывное на ограниченных множествах отображение из X в любое банахово пространство фактически является слабо равномерно непрерывным на ограниченных множествах. Итак, для полиномов имеется следующая примечательная теорема:

Теорема 1.2 ([4, теорема 2.9]). *Пусть заданы $P \in \mathcal{P}({}^mX,Y)$ и соответствующее линейное отображение $T_P\colon X \to \mathcal{L}_s({}^{m-1}X,Y)$. $P \in \mathcal{P}_{wb}({}^mX,Y)$ тогда и только тогда, когда T_P — компакт. Следовательно, $\mathcal{P}_{wbu}({}^mX,Y) = \mathcal{P}_{wb}({}^mX,Y)$.*

Обозначим через $\mathcal{P}_{wsc}({}^mX,Y)$ пространство тех $P \in \mathcal{P}({}^mX,Y)$, которые являются *слабо последовательно непрерывными* (сокращенно w.s.c.), т. е. таких, что для каждой последовательности $(x_n) \subset X$, слабо сходящейся к x, последовательность $(P(x_n))$ стремится к $P(x)$ по норме. Понятно, что

$$\mathcal{P}_{wbu}(^mX,Y)=\mathcal{P}_{wb}(^mX,Y)\subseteq\mathcal{P}_{wsc}(^mX,Y)\,.$$

Пример. Пусть $P(x):=\sum\limits_{n=1}^{\infty}x_n^2$ действует или в ℓ_1, или в ℓ_2. Значит, $P\notin\mathcal{P}_{wsc}(^2\ell_2)$, тогда единичный вектор базиса (e_i) в ℓ_2 является слабым нулем, но $P(e_n)=1$ для всех n. С другой стороны, $P\in\mathcal{P}_{wsc}(^2\ell_1)$, так как слабая сходимость и сходимость по норме совпадают в ℓ_1. Тем не менее, $P\notin\mathcal{P}_{wbu}(^2\ell_1)$.

В 1940 г. в ставшей классической работе о трансакциях [11] М. Данфорд и Б. Петти отметили, что для конечного измерения μ и сепарабельного банахова пространства X из слабой компактности линейного оператора $T\colon\ L^1(\mu)\to X$ следует, что T *полностью непрерывный*, т. е. T переводит слабо компактные подмножества из $L^1(\mu)$ в нормированные компактные подмножества в X. В начале 50-х Грозендейком канонизированы банаховы пространства, разделяющие с $L^1(\mu)$ свойство: слабо компактные операторы являются полностью непрерывными.

Определение 1.2 ([14]). Банахово пространство X обладает *свойством Данфорда – Петти* (короче DPP), если для любого банахова пространства Y каждый слабо компактный линейный оператор $X\to Y$ является полностью непрерывным.

За основными сведениями о DPP отсылаем читателя к [9].

Проще говоря, DPP является наследством полных подпространств. Рассматривая тождественное отображение, мы видим, что небесконечномерное рефлексивное банахово пространство может иметь DPP. Все $C(K)$ и $L^1(\mu)$ пространства обладают DPP [14]. Хорошо известно [21], что если X обладает DPP, то $\mathcal{P}(^mX)=\mathcal{P}_{wsc}(^mX)$ для всех m. Это свойство было основной целью введения слабой полиномиальной топологии в [7]. Говорят, что последовательность $(x_\alpha)\subset X$ сходится к x в *слабой полиномиальной топологии* (wp-топологии), если для любого $P\in\mathcal{P}(X)$ следует $P(x_\alpha)\to P(x)$.

2 Полиномиальная непрерывность

Отображение $f\colon\ X\to Y$ называется *полиномиально непрерывным* (P-*непрерывным*), если его сужение на любое ограниченное множество является равномерно непрерывным для слабой полиномиальной топологии, т. е. если для любого $\varepsilon>0$ и ограниченного $B\subset X$ существуют конечное множество $\{P_1,\dots,P_n\}\subset\mathcal{P}(X)$ и $\delta>0$, такие что $\|f(x)-f(y)\|<\varepsilon$ для любых $x,y\in B$, удовлетворяющих $|P_j(x-y)|<\delta$ $(1\leqslant j\leqslant n)$. В [2] построены полиномы на $L_\infty[0,1]$, $L^1[0,1]$ и $C[0,1]$, которые не являются P-непрерывными. Для некоторых пространств, таких как c_0, любое P-непрерывное отображение слабо равномерно непрерывно на ограниченных множествах, но это верно не для всех пространств. Например, ясно, что $\|x\|^2$ P-непрерывно на действительном пространстве ℓ_2, хотя оно не является слабо равномерно непрерывным на шаре. С другой стороны, любое P-непрерывное отображение равномерно непрерывно на ограниченных множествах. Легко видеть, что норма не является P-непрерывной на c_0, и поэтому для некоторых банаховых пространств, таких как ℓ_2, равномерная непрерывность на ограниченных множествах и P-непрерывность совпадают.

Выделить пространства, для которых равномерная непрерывность и P-непрерывность совпадают, можно с помощью следующей теоремы.

Теорема 2.1 ([15]). *Пусть X — действительное банахово пространство. Тогда эквивалентны следующие утверждения:*

(а) *X содержит разделяющий полином;*

(б) *любая равномерно непрерывная функция на X, принимающая действительные значения, является P-непрерывной;*

(в) *норма P-непрерывна на X.*

Напомним, что полином $P \in \mathcal{P}(X)$ называется разделяющим, если $P(0) = 0$ и $P(x) \geqslant 1$ для любого $x \in X$ с $\|x\| = 1$. Пространство $L^p(\mu)$ с целыми четными p, а также произведения таких пространств удовлетворяют условиям приведенной выше теоремы.

Геометрические условия существования разделяющего полинома даны в [12] и [8]. Если действительное банахово пространство X допускает разделяющий полином, то оно сверхрефлексивно (см. [8, теорема 2] и [13, теорема 3.3]).

Перейдем к изучению некоторых свойств P-непрерывных операторов. Так как оператор является компактным тогда и только тогда, когда он слабо (равномерно) непрерывен на ограниченных множествах [6, утверждение 2.5], то любой компактный оператор P-непрерывен.

Можно доказать, что любой P-непрерывный оператор слабо компактен. Для доказательства необходимо описание полиномов на ℓ_1, использующее замечание из [22]. Обозначим $N_k^{(N)}$ множество мультииндексов степени k, т. е. множество последовательностей $m = (m_j)_{j=1}^{\infty}$, где $m_j \in \mathbb{N}$ и $\sum\limits_{j=1}^{\infty} m_j = k$. Будем считать $m! = \prod\limits_{j=1}^{\infty} m_j!$, где используется обычное соглашение $0! = 1$. Если $a = (a_j)$ — последовательность скалярных величин, то $a^m := \prod\limits_{j=1}^{\infty} a_j^{m_j}$, где по определению $0^0 = 1$.

Лемма 2.1 ([15]). *Любой $P \in \mathcal{P}(^k\ell_1)$ может быть записан в виде $P(t) = \sum\limits_{m \in N_k^{(N)}} a_n t^n$, где $t \in \ell_1$, при этом для скалярных коэффициентов a_m*

верна оценка

$$|a_m| \frac{m^m}{k^k} \leqslant C_k \|P\|$$

с некоторой константой $C_k > 0$, зависящей от k. Если ℓ_1 комплексное, можно принять $C_k = 1$, если действительное, то $C_k = (2k)^k/k!$.

Используя эту лемму и теорему Рамсея [16, лемма 29.1], можно доказать следующую лемму.

Лемма 2.2 ([15]). *Пусть дано $P \in \mathcal{P}(^k\ell_1)$, k четное, $\varepsilon > 0$, тогда существуют $n \in \mathbb{N}$ и $t \in \ell_1$, $\|t\| = 1$, такие что $|P(t)| < \varepsilon$ и*

$$t = \frac{1}{2N}\left(e_{p_1} + \cdots + e_{p_N} - e_{p_{N+1}} - \cdots - e_{p_{2N}}\right),$$

где $p_1 < \cdots < p_{2N}$.

Подготовлено доказательство следующей теоремы.

Теорема 2.2 ([15]). *Любой P-непрерывный оператор является слабо компактным.*

Доказательство. Пусть $T\colon X \to Y$ — P-непрерывный оператор. Допустим, что он не является слабо компактным. Можно найти операторы $U\colon \ell_1 \to X$, $S\colon \ell_1 \to \ell_\infty$ и $V\colon Y \to \ell_\infty$, $S((t_n)) = \left(\sum\limits_{i=1}^{n} t_i\right)_n$, такие что $VTU = S$ [17, теорема 8.1]. Тогда S P-непрерывный.

На единичной сфере в ℓ_1 существует wp-ноль последовательность с элементами в форме

$$t = \frac{1}{2N}\left(e_{p_1} + \cdots + e_{p_N} - e_{p_{N+1}} - \cdots - e_{p_{2N}}\right). \tag{1}$$

В самом деле, задавая конечное множество однородных полиномов $\{P_1, \ldots, P_n\} \subset \mathcal{P}(\ell_1)$, если ℓ_1 построено над полем действительных чисел, полагаем $P := P_1^{\alpha_1} + \cdots + P_n^{\alpha_n}$, так что P — однородный полином четной степени. По лемме 2.2 для $\epsilon > 0$ существует $t \in S_{\ell_1}$ в виде (1), такое что $|P(t)| < \epsilon$.

Тогда $\|S(t)\| = 1/2$, S не является wp-непрерывным на единичном шаре, т. е. получено противоречие.

Если ℓ_1 комплексное, необходимо немного изменить лемму 2.2 для конечного набора полиномов четной степени. □

Итак, не любой P-непрерывный полином является слабо компактным; в качестве примера можно привести полином $P \in \mathcal{P}(^k\ell_2, \ell_1)$, где $P((t_n)) = \left(t_n^k\right)_n$.

Легко показать, что полином P P-непрерывен тогда и только тогда, когда существует присоединенный оператор T_P. Пусть $P \in \mathcal{P}(^2\ell_1)$ задан в виде

$$P(t) = \sum \{t_j t_k\colon\ j \text{ четное},\ 1 \leqslant k < j\},$$

$t = (t_i) \in \ell_1$. Тогда присоединенный оператор T_P не является слабо компактным [3, с. 83], это пример полинома на ℓ_1, не являющегося P-непрерывным. Используя теорему 2.2, легко показать, что для любого $k \in \mathbb{N}$ $(k \geqslant 2)$ существует k-однородный скалярный полином на ℓ_1, не являющийся P-непрерывным [15].

Наконец, из теоремы 2.2 следует

Теорема 2.3 ([15]). *Любой скалярный* 2*-однородный полином на действительном пространстве* $C(K)$ *является* P*-непрерывным.*

Литература

[1] R. M. Aron. Compact polynomials and compact differentiable mappings between Banach spaces // Sém. P. Lélong (Analyse), Lecture Notes in Math., 524. — Berlin: Springer, 1976. — P. 213–222.

[2] R. M. Aron, Y. S. Choi and J. G. Llavona. Estimates by polynomials // Bull. Austral. Math. Soc. — 1995. — V. 52, № 3. — To appear.

[3] R. M. Aron, B. J. Cole and T. W. Gamelin. Spectra of algebras of analytic functions on a Banach space // J. Reine Angew. Math. — 1991. — V. 415. — P. 51–93.

[4] R. M. Aron, C. Hervés and M. Valdivia. Weakly continuous mappings on Banach spaces // J. Funct. Anal. — 1983. — V. 52. — P. 189–204.

[5] R. M. Aron, M. Lacruz, R. A. Ryan and A. M. Tonge. The generalized Rademacher functions // Note Mat. — 1992. — V. 12. — P. 15–25.

[6] R. M. Aron and J. B. Prolla. Polynomial approximation of differentiable functions on Banach spaces // J. Reine Angew. Math. — 1980. — V. 313. — P. 195–216.

[7] T. K. Carne, B. Cole and T. W. Gamelin. A uniform algebra of analytic functions on a Banach space // Trans. Amer. Math. Soc. — 1989. — V. 314. — P. 639–659.

[8] R. Deville. A characterization of C^∞-smooth Banach spaces // Bull. London Math. Soc. — 1990. — V. 22. — P. 13–17.

[9] J. Diestel. A survey of results related to the Dunford – Pettis property // Proc. Conf. on Integr. Topol. and Geom. in Linear Spaces. Contemp. Math. V. 2. — Providence RI: American Mathematical Society, 1980. — P. 15–60.

[10] S. Dineen. Complex Analysis in Locally Convex Spaces // Math. Studies. V. 57. — Amsterdam: North-Holland, 1981.

[11] N. Dunford and B. J. Pettis. Linear operations on summable functions // Trans. Amer. Math. Soc. — 1940. — V. 47. — P. 323–392.

[12] M. Fabián, D. Preiss, J. H. M. Whitfield and V. E. Zizler. Separating polynomials on Banach spaces // Quart. J. Math. Oxford (2). — 1989. — V. 40. — P. 409–422.

[13] M. Fabián, J. H. M. Whitfield and V. E. Zizler. Norms with locally lipschitzian derivatives // Israel J. Math. — 1983. — V. 44. — P. 262–276.

[14] A. Grothendieck. Sur les applications linéaires faiblement compactes d'espaces du type $C(K)$ // Canad. J. Math. — 1953. — V. 5. — P. 129–173.

[15] J. M. Gutiérrez and J. G. Llavona. Polynomial continuity on Banach spaces, preprint.

[16] T. Jech. Set Theory. Monographs Textbooks Pure Appl. Math. V. 79. — New York: Academic Press, 1978.

[17] J. Lindenstrauss and A. Pełczyński. Absolutely summing operators in $\mathcal{L}_p$-spaces and their applications // Studia Math. — 1968. — V. 29. — P. 275–326.

[18] R. S. Martin. Contributions to the theory of functionals, Ph. D. Thesis. — California Institute of Technology, 1932.

[19] J. Mujica. Complex Analysis in Banach Spaces // Math. Studies. V. 120. — Amsterdam: North-Holland, 1986.

[20] L. Nachbin. Topology on Spaces of Holomorphic Mappings. Ergeb. Math. Grenzgeb. V. 47. — Berlin: Springer, 1969.

[21] R. A. Ryan, Dunford – Pettis properties // Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math. — 1979. — V. 27. — P. 373–379.

[22] R. A. Ryan. Holomorphic mappings on ℓ_1 // Trans. Amer. Math. Soc. — 1987. — V. 302. — P. 797–811.

[23] I. Sarantopoulos. Polynomials and multilinear mappings in Banach spaces, Ph. D. Thesis. — Brunel University, England, 1987.

[24] M. Valdivia. Some new results on weak compactness // J. Funct. Anal. — 1977. — V. 24. — P. 1–10.

Статья поступила в редакцию в апреле 1996 г.