

Autor: **Juan Mascareñas**

Título: **Los instrumentos de financiación de la empresa analizados como opciones**

Resumen: *Trabajo que analiza los principales componentes de la estructura de capital de la empresa a través de la metodología de las opciones. Algunos de ellos son una opción en sí mismos como los warrants (o certificados de opción), otros llevan incorporadas opciones como son los denominados títulos híbridos entre los que destacaremos las obligaciones convertibles y las obligaciones amortizables anticipadamente; por último analizaremos a las propias acciones ordinarias y a las obligaciones a través de la metodología de la teoría de valoración de opciones.*

Versión inicial: agosto'97 Última revisión: mayo'98

1. Los warrants o certificados de opción

Un *warrant* proporciona a su propietario el derecho a adquirir un número fijo de acciones ordinarias de una compañía determinada a un precio prefijado (el *precio de ejercicio*) y durante un plazo de tiempo especificado. Aunque está menos extendido, también existe el *warrant* que da el derecho a vender una acción ordinaria a un precio prefijado.

Este tipo de activo financiero suele ser emitido junto a las obligaciones, acciones preferentes y acciones ordinarias a modo de *endulzante* que facilite su colocación en el mercado pagando unos cupones o dividendos inferiores a los normales, pero buscando hacer más atractiva la emisión (también es posible emitir *warrants* autónomos). Así, por ejemplo, una empresa en lugar de realizar una emisión de obligaciones a diez años, que pagan un cupón anual del 8%, podría realizar una emisión de obligaciones con *warrants* que pagasen un cupón anual del 6%. Con esta operación los inversores renuncian a ganar un tipo fijo del 8% a cambio de obtener un tipo fijo inferior (el 6%) más la posibilidad de aumentar sus ganancias si llegado el momento el valor de las acciones ordinarias del emisor es superior al precio de ejercicio del *warrant*.

La mayoría de los *warrants* están protegidos contra desdobles del valor nominal de las acciones (*splits*) y contra dividendos en forma de acciones ordinarias. Así, que si se produjese alguna de estas dos circunstancias el precio de ejercicio del *warrant* se vería alterado para no perjudicar ni beneficiar a su propietario. Por ejemplo, si el valor nominal de las acciones se dividiese por dos implicaría dividir por dos el precio de ejercicio del *warrant*.

Recientemente, han surgido los *warrants sobre índices bursátiles* como, por ejemplo, los emitidos por Citibank España y la Société Générale sobre el Ibex-35. Al igual que en el caso de una opción de compra sobre un índice, el propietario de este tipo de *warrant* tiene el derecho a adquirir el índice bursátil subyacente. Estos activos financieros suelen ser emitidos por las

empresas como parte de una oferta de títulos y están garantizados por una institución de compensación de opciones.

1.1 Características de los *warrants*

- *El precio de ejercicio*. Es el precio que tiene que pagar el propietario del *warrant* para adquirir las acciones ordinarias de la empresa.

Normalmente, cuando se emite el *warrant* el precio de ejercicio se establece por encima del precio de mercado de la acción ordinaria (normalmente entre un 10-30% por encima). Es corriente diseñar un sistema escalonado de precios de ejercicio a lo largo del período de vigencia del *warrant*. Por ejemplo, el precio de ejercicio puede ser de 50 euros durante el primer año, de 55 euros durante el segundo, de 60 euros durante el tercero, etcétera.

- *La fecha de expiración*. Indica el instante en el que decae el derecho de opción; de tal forma que, una vez transcurrida dicha fecha, el propietario del *warrant* ya no podrá ejercer su derecho de opción de compra de las acciones ordinarias. La mayoría de los *warrants* expiran entre los 3 y los 10 años (hay algunos sin fecha de expiración).

- *La separabilidad*. La mayoría de los *warrants* son separables del activo financiero con el que se emiten (las obligaciones, por lo general). De esta forma, el inversor puede vender separadamente la obligación, el *warrant*, o ambos conjuntamente. Por ello, los *warrants* tienen un mercado secundario propio y un precio de mercado (suelen cotizar en el mismo mercado de valores en el que lo hacen las acciones ordinarias a las que su posesión da el derecho de opción de compra). Evidentemente, hay excepciones y existen *warrants* no separables del activo financiero con el que se emitieron, siendo su ejercicio la única forma de romper dicha unión (un ejemplo de éstos últimos es la obligación convertible que analizaremos con más detenimiento en el epígrafe siguiente).

- *El ratio de ejercicio*. Muestra el número de acciones al que da derecho cada *warrant*. Así, un ratio de 2 significa que un *warrant* da derecho a adquirir dos acciones ordinarias.

1.2 Razones para emitir *warrants*

1ª. *Como endulzante*. Como ya hemos comentado, los *warrants* unidos a la deuda o a las acciones recién emitidas proporcionan a los

inversores la posibilidad de aprovecharse de las futuras ganancias de capital al mismo tiempo que se es acreedor o propietario de la compañía. Además, la empresa emisora puede aumentar la demanda de sus activos financieros, aumentar sus ingresos, y reducir sus costes financieros (al reducir los cupones o dividendos). En realidad, una obligación que lleva incorporada un *warrant* cumple la misma función que una *obligación convertible* (ver epígrafe siguiente) aunque de forma distinta, de hecho las principales diferencias entre ambos tipos de obligaciones son:

- Cuando las obligaciones convertibles se cambian por acciones ordinarias, la deuda se elimina y los costes financieros fijos se reducen. Cuando los *warrants* son ejercidos la deuda no desaparece ni se reducen los costes financieros fijos.

- Cuando las obligaciones son convertidas en acciones ordinarias no entra dinero en la empresa (sólo se intercambia un activo financiero por otro), pero cuando los *warrants* se ejercen la empresa recibe un precio (el precio de ejercicio) por las acciones ordinarias adquiridas.

2ª *Como captación adicional de fondos.* Cuando se ejerce el *warrant* la empresa recibe un dinero a cambio de las acciones ordinarias a las que se tiene derecho.

1.3 Diferencias entre una opción de compra y un *warrant*

Es evidente, que el parecido entre el *warrant* y la *opción de compra* (*call option*) es muy grande por ello vamos a destacar las sutiles diferencias que hay entre ellos.

Las *opciones de compra*, en su forma más conocida, son emitidas por un mercado secundario de productos financieros derivados (por ejemplo, el MEFF, el MATIF, el LIFFE, el CBOT, etcétera) o, también se pueden emitir de forma individual (usted puede realizar un contrato mercantil con otra persona por el que le da el derecho a adquirir unas acciones de Telefónica a un precio prefijado durante un plazo de tiempo). Los *warrants*, por el contrario, son emitidos principalmente por la empresa que proporciona el derecho a adquirir sus propias acciones ordinarias. Esto implica, además, que la empresa recibe el precio de emisión de los *warrants* lo que incrementa su activo, mientras que no recibe el precio de emisión -la prima- de las opciones de compra o de venta clásicas.

Cuando se emite un *warrant*, la empresa emisora deberá aprobar la ampliación de capital

correspondiente por si los propietarios de los certificados de opción deciden ejercerlos. Esto no ocurre con las *opciones de compra* clásicas, que no son más que apuestas sobre el valor futuro de una acción ordinaria determinada, por tanto, su propietario en la gran mayoría de las veces (más del 95%) querrá el dinero que refleje su ganancia, no la acción en concreto. Esta diferencia es importante porque al aumentar el número de acciones ordinarias en circulación, al ejercerse los *warrants*, se reducen los beneficios por acción, se reduce el valor de mercado de las acciones (porque el precio pagado por las nuevas acciones -el precio de ejercicio del *warrant*- será inferior al precio de mercado de las acciones viejas) y se produce una dilución de los derechos de voto de los accionistas antiguos.

El plazo de los *warrants* suele ser mucho mayor que el de las opciones de compra. Los *warrants* suelen extenderse más allá de los dos años, mientras que las opciones de compra de acciones típicas no llegan al año (aunque hay mercados en las que cotizan algunos tipos de opciones de compra a largo plazo).

1.4 La valoración de los *warrants*

El valor del *warrant* es una función directa del precio de mercado de la acción ordinaria a la que da derecho a adquirir. Para comprender mejor la valoración de los *warrants* es preciso definir dos términos importantes: el valor intrínseco y la prima (véase la figura 1, donde E es el precio de ejercicio).

El *valor intrínseco* (o precio mínimo) de un *warrant* viene definido por el producto de multiplicar la diferencia entre el precio de mercado de la acción y el de ejercicio del *warrant* (S - E) por el ratio de ejercicio (H). El valor intrínseco nunca puede ser negativo sino positivo o nulo, puesto que al ser un derecho de compra para su propietario o tiene valor o no lo tiene.

$$\text{valor intrínseco} = \text{Máx} [(S - E) \times H ; 0]$$

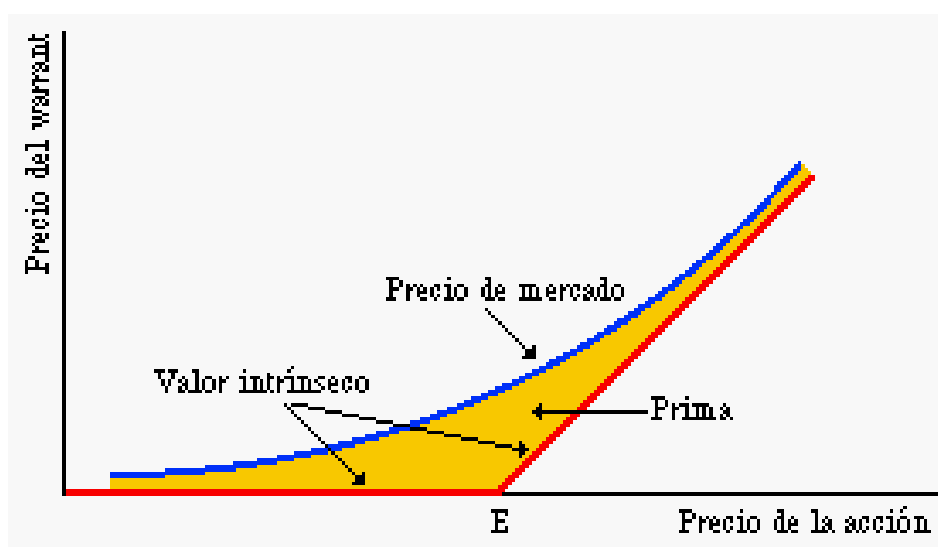


Fig.1 La valoración de los *warrants*

Así, por ejemplo, si la acción ordinaria de una empresa vale 30 euros, el precio de ejercicio es igual a 28 euros y el ratio de ejercicio es igual a 2, su valor intrínseco es de 4 euros. Obsérvese que si el precio de mercado del *warrant* fuese de 2,5 euros, los arbitrajistas podrían adquirirlo por este precio e inmediatamente ejercer la opción de compra de las dos acciones pagando 56 euros para, seguidamente, revenderlas en el mercado a 60 euros, con ello ganarían un beneficio sin riesgo de 1,5 euros. Con esta operación, los arbitrajistas empujarían el precio de mercado del *warrant* al alza hasta situarlo en su valor intrínseco.

La *prima* es la diferencia entre el precio de mercado del *warrant* y su valor intrínseco. Equivale, por tanto, al valor temporal de las opciones de compra. Así, si el precio de mercado del *warrant* del ejemplo anterior es igual a 5 euros, su prima será de un euro.

El precio de mercado de un *warrant* depende de las mismas variables que cualquier opción de compra, destacando en especial las siguientes:

- a) *El precio de mercado de la acción subyacente.* Cuanto más suba el precio de la acción mayor será el valor de mercado del *warrant* y lo contrario.
- b) *El precio de ejercicio del warrant.* Cuanto más alto sea el precio de ejercicio del *warrant* menor será su valor de mercado y lo contrario.
- c) *El tiempo hasta la expiración del derecho.* Cuanto más tiempo quede para que expire el derecho de opción mayor será el valor del *warrant* puesto que aún habrá bastantes posibilidades de que el valor de la acción suba aún más.
- d) *La volatilidad de la acción subyacente.* Cuanto mayor sea la volatilidad del precio de la acción subyacente mayor será la probabilidad de que éste supere al precio de ejercicio del *warrant* y, por tanto, mayor será su prima.

1.4.1 La valoración a través de la fórmula de Black y Scholes

Al ser el *warrant* un tipo de opción de compra de acciones puede valorarse a través de la expresión de Black y Scholes para la valoración de opciones sobre acciones de tipo europeo. Ahora bien, es necesario realizar algunos ajustes, principalmente, de cara a tener en cuenta el impacto de la dilución en el valor de las acciones provocado al ejercerse los *warrants*. Con objeto de clarificar estos ajustes completaremos la explicación simultáneamente con un ejemplo.

Suponga una empresa que tiene emitidas N acciones ordinarias y, además, M *warrants* de tipo europeo (sólo se pueden ejercer en la fecha de expiración pero no antes), que dan el derecho a su propietario a adquirir H acciones ordinarias de la empresa emisora en el momento t al precio de ejercicio E . Si V_t es el valor de todas las acciones ordinarias de la empresa en el momento t , momento en el que los propietarios de los *warrants* deciden ejercerlos, la empresa recibirá un dinero de éstos últimos igual a MHE , con lo que el valor de las acciones de la compañía será igual a $V_t + MHE$. Dicho valor deberá ser distribuido entre las $N + MH$ acciones ordinarias

existentes en dicho instante, con lo que el precio de cada acción ordinaria después del ejercicio de los *warrants* será igual a:

$$[1] \quad S = \frac{V_t + MHE}{N + MH}$$

Supongamos, por ejemplo, que una empresa, que tiene 1.000 acciones ordinarias emitidas (N) valoradas a 5 euros por acción, emite 200 *warrants* (M), cuyo ratio de ejercicio es de cinco acciones ordinarias (H = 5) y con un precio de ejercicio de 4,7 euros por acción. El precio de la acción ordinaria después del ejercicio de los *warrants* en la fecha de expiración descenderá debido al efecto dilución y será igual a:

$$S = \frac{V_t + MHE}{N + MH} = \frac{1.000 \times 5 + 200 \times 5 \times 4,7}{1.000 + 200 \times 5} = 4,85 \text{ euros por acción}$$

Los resultados obtenidos por el propietario del *warrant* serán iguales a la diferencia entre este último valor que acabamos de calcular menos el precio de ejercicio, y el resultado se multiplicará por el ratio de ejercicio. Deberemos tener en cuenta que el *warrant* sólo puede tener valores positivos o nulos, por tanto, su valor mínimo es cero:

$$[2] \quad W = \text{Máx} \left[\frac{V_t + MHE}{N + MH} - E; 0 \right] \times H = \frac{NH}{N + MH} \text{Máx} \left[\frac{V_t}{N} - E; 0 \right]$$

Aplicando nuestro ejemplo a las expresiones anteriores obtendremos un valor del *warrant* igual a:

$$W = \frac{NH}{N + MH} \text{Máx} \left[\frac{V_t}{N} - E; 0 \right] = \frac{1.000 \times 5}{1.000 + 200 \times 5} \text{Máx} \left[\frac{5.000}{1.000} - 4,7; 0 \right] = 0,75$$

Esta expresión nos indica que el valor del *warrant* es realmente el valor de $\frac{NH}{N + MH}$ (2,5 en nuestro ejemplo) opciones de compra clásicas. Ahora podemos aplicar la fórmula de Black y Scholes con las siguientes modificaciones (las dos últimas son importantes pero no tienen que ver con el problema de la dilución):

1ª. La fórmula de la valoración de una opción de compra europea se

multiplicará por $\frac{NH}{N + MH}$. Esto sólo se realizará cuando se quiere obtener el valor del *warrant* en el momento de su emisión, pues una vez realizada ésta, si el mercado es eficiente, tendrá en cuenta el efecto dilución en el valor de mercado de las acciones ordinarias (S).

2ª. Los dividendos repartidos a cada acción ordinaria se deducirán, por lo que en la fórmula original de Black y Scholes se sustituirá S por

Se-dt, donde d es el rendimiento sobre dividendos, que se aplica al valor de las acciones (es decir, se aplica la reformulación de Merton al modelo B-S). Otra forma de resolver este problema sería calcular el valor del *warrant* a través del modelo binomial.

3ª. Se utilizará una volatilidad a largo plazo más bien que una a corto. Así, para un *warrant* de cinco años de plazo, deberemos calcular la volatilidad media esperada para los próximos cinco años.

Con todas estas modificaciones la fórmula de Black y Scholes para valorar un *warrant* queda de la siguiente forma:

$$[3] \quad W = \frac{NH}{N + MH} [Se^{-dt} N(d_1) - E e^{-rt} N(d_2)]$$

donde N(d1) y N(d2) representan la función de distribución de la variable aleatoria normal de media nula y desviación típica unitaria (probabilidad de que dicha variable sea menor o igual a di).

$$[4] \quad d_1 = \frac{\ln(Se^{-t\delta}/E) + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Si en el ejemplo que estamos manejando utilizamos como rendimiento sobre dividendos el 5% (d), como tipo de interés sin riesgo el 6% (r), como plazo cinco años (t) y como volatilidad una desviación típica del 25%, obtendremos un valor para la opción de compra clásica igual a 1,034 euros. Este valor debería coincidir con el del *warrant* si éste ya estuviese emitido y H fuera igual a uno; pero si se fuese a emitir ahora mismo y al ser H igual a 5 deberíamos incluirle el efecto

dilución multiplicándole por $\frac{NH}{N + MH} = 2,5$ lo que daría un valor de 2,585 euros (que no se olvide es el valor de un *warrant* que da derecho a adquirir cinco acciones ordinarias). Si H fuese igual a la unidad siendo N = 1.000 acciones y M = 200 *warrants*, el factor por el que habría que multiplicar el valor de la opción de compra sería 0,8333. Aquí se aprecia mucho mejor el efecto dilución al ser el valor del *warrant* un 83,33% del valor de la opción de compra equivalente.

Un modelo parecido al anterior y que da los mismos resultados es el de Galai y Schneller que multiplica el valor de la opción de compra europea obtenido a través de la expresión de Black y

Scholes por el ratio $\frac{1}{1 + q}$, donde q representa el incremento proporcional en el número de acciones ordinarias que resultaría si se ejerciesen todos los *warrants* emitidos. Así, por ejemplo, en el caso anterior había emitidos 200 *warrants* que daban derecho a adquirir un total de 1.000 acciones nuevas, lo que representaría un incremento del 100% en el número de acciones ordinarias, es decir, q = 1. El ratio tomaría un valor de 0,5 por cada opción de compra sobre una única acción, y como cada *warrant* da derecho a adquirir cinco acciones su valor sería igual a cinco veces el valor del ratio, esto es, 2,5 que es el mismo valor que nos daba la fórmula comentada anteriormente.

2. Las obligaciones convertibles

Una *obligación convertible*, es una obligación clásica que permite a su propietario cambiarla por un número determinado de acciones ordinarias durante un plazo de tiempo determinado y a un precio prefijado. Es un tipo de *título híbrido* porque se compone de dos activos financieros como son: una obligación normal (que proporciona unos flujos de caja fijos) y una opción que permite adquirir un número determinado de acciones ordinarias (que proporcionan unos flujos de caja variables incluidas las ganancias de capital esperadas), es decir, un *warrant*.

En el momento de la emisión de las obligaciones convertibles, la compañía emisora cobrará el precio de emisión menos los costes implicados en ésta. Estos últimos se denominan *costes de emisión (flotation costs)* que engloban tanto las comisiones a los bancos de inversión que actúan como intermediarios -costes explícitos-, como el descenso del precio de mercado de los otros activos financieros que la empresa haya emitido anteriormente y que se ven perjudicados de alguna manera al realizarse esta nueva emisión -costes implícitos-. Es importante resaltar que éste es el único instante en el que la empresa recibe dinero de los inversores, puesto que si éstos se deciden a convertir sus títulos de deuda por títulos de propiedad no pagarán nada a la empresa emisora al tratarse de una simple permuta de activos financieros.

Los términos de la conversión figuran en la *escritura de emisión* de las obligaciones. Además, es conveniente saber que, en España, este tipo de obligaciones no se pueden emitir bajo la par, ni su valor nominal ser inferior al de las acciones ordinarias de la compañía emisora (art. 292 LSA). Por otra parte, en el momento de su emisión hay que tener en cuenta que los accionistas actuales y los propietarios de obligaciones convertibles antiguas, tendrán derecho preferente de suscripción de las mismas (art. 293 LSA).

2.1 Características de las obligaciones convertibles

- *El ratio de conversión*. Es el número de acciones ordinarias por las que se puede intercambiar la obligación (figurará en la escritura de emisión). Puede ser indicado explícitamente (un ratio de 5 indicará la posibilidad de cambiar una obligación por cinco acciones ordinarias), o implícitamente, a través *del precio de conversión*, sin más que dividir el valor nominal de la obligación convertible entre el precio de conversión:

$$\text{ratio de conversión} = \frac{\text{valor nominal de la obligación convertible}}{\text{precio de conversión}}$$

Si, por ejemplo, disponemos de una obligación convertible cuyo valor nominal es de 100 euros y que tiene un precio de conversión de 10 euros por acción, podemos calcular fácilmente su ratio de conversión: 10 acciones ordinarias. Otras veces el precio de conversión puede estar en función del valor de cotización de las acciones ordinarias más un descuento que actúa como endulzante para el inversor, por ejemplo: "cotización media de las acciones ordinarias del último trimestre menos un 15%". Si dicha cotización fuese, por ejemplo, de 10 euros el ratio de conversión de las obligaciones convertibles sería igual a:

$$100 \div (10 \times 0,85) = 11,76 \text{ acciones.}$$

- *El valor de conversión.* Es el valor de mercado de las acciones ordinarias por las que se tiene derecho a convertir la obligación. Se puede calcular multiplicando el ratio de conversión por el valor de mercado de la acción. Así, por ejemplo, si el ratio de conversión es igual a 11,76 acciones y el precio de mercado de cada una de éstas es de 10 euros, el valor de conversión será igual a 117,6 euros (compárese con el valor nominal de la obligación que es de 100 euros).

- *Valor de la obligación ordinaria.* Es el precio al que se vendería la obligación convertible si careciese de ésta última característica. Se calcula determinando el valor actualizado de los cupones y el principal de una emisión de obligaciones ordinarias utilizando como tasa de actualización el rendimiento mínimo requerido por el mercado para una emisión de obligaciones ordinarias del mismo plazo y riesgo.

- *El período de conversión.* Es el plazo a lo largo del cual es posible ejercer el derecho de conversión (figurará en la escritura de emisión).

- *La prima de conversión.* Es la diferencia entre el precio de mercado de la obligación convertible y el mayor de los dos precios siguientes: a) el valor de mercado de la obligación ordinaria, y b) el valor de conversión.

En muchos casos, el precio de conversión se sitúa entre un 10% y un 30% por encima del precio de mercado de las acciones ordinarias en el momento de la emisión de las obligaciones convertibles. Además, en ocasiones, el precio de conversión es escalonado de tal manera que conforme transcurra la vida de la obligación convertible, dicho precio va aumentando progresivamente.

Las emisiones de obligaciones convertibles deberán incorporar en la escritura de emisión un mecanismo de protección para el inversor en caso de que el ratio de conversión o el precio de conversión se vean perjudicados por desdoblamientos del nominal de las acciones ordinarias (*splits*), dividendos en forma de acciones, ampliaciones de capital, etcétera. Este mecanismo

consiste en alterar el ratio de conversión (o el precio de conversión) de tal manera que la riqueza del inversor se mantenga inalterada.

2.2 Razones para emitir obligaciones convertibles

Uno de los motivos básicos por los que se emiten las obligaciones convertibles es que los tipos de interés que pagan son independientes del nivel de riesgo de la institución emisora. Efectivamente, un aumento del nivel de riesgo de la empresa provoca un incremento en el rendimiento exigido por los inversores a la obligación normal que forma parte del título convertible. Pero, por otro lado, este aumento del riesgo beneficia a la volatilidad del precio de la acción ordinaria y, por tanto, a la opción de conversión; cuanto mayor sea el riesgo y la volatilidad del precio de la acción ordinaria, mayor será la probabilidad de que la característica de conversión tenga un valor positivo antes de su fecha de expiración. Este aumento del riesgo y de la volatilidad hacen aumentar el valor de la opción de compra de acciones que forma parte del título convertible y, por tanto, contrarresta el perjuicio que causa a la parte formada por la obligación ordinaria.

La emisión de obligaciones convertibles permite a la empresa endeudarse con unos costes financieros más bajos que en el caso de las obligaciones normales (además, las convertibles suelen tener menores cláusulas de protección que éstas), claro que esta ventaja se pierde al efectuarse la conversión por ser el coste de las acciones ordinarias el más caro para la compañía.

Este tipo de obligaciones suele estar subordinado a las emisiones de deuda clásicas como los préstamos bancarios, los préstamos hipotecarios y las obligaciones normales. La entidad emisora, al utilizar obligaciones convertibles para financiarse, puede dejar espacio libre para recurrir a la deuda clásica cuando le haga falta.

Por otro lado, este tipo de emisiones hace las veces de una venta anticipada de acciones ordinarias a un precio superior al que rige en el mercado en el momento de producirse la emisión de las obligaciones convertibles. Aunque esta ventaja puede jugar en contra del emisor si el precio de sus acciones aumenta demasiado, porque las estará colocando en el mercado a un precio mucho menor del que conseguiría si realizase una ampliación de capital en este momento. Por otro lado, si el precio de las acciones no asciende y la conversión no interesa, la empresa emisora tendrá que hacer frente a una deuda cuyo plazo real es mayor que el previsto inicialmente.

Es normal que las obligaciones convertibles lleven incorporada una cláusula de amortización anticipada a favor del emisor (ésta característica, en especial, será analizada en el epígrafe siguiente). Esta cláusula permite forzar a los obligacionistas a convertir sus títulos en acciones ordinarias cuando el precio de conversión sea inferior al precio de mercado. Si esto último se produce, los inversores tendrán miedo de que sus obligaciones sean rescatadas antes de su vencimiento, con lo que perderán la posibilidad de hacerse con las acciones a buen precio; por ello, cuando se aproxime la fecha de amortización anticipada (que figurará en la escritura de emisión), si creen que es conveniente para la empresa proceder a la misma, se lanzarán a

convertir sus obligaciones por acciones ordinarias.

Con todo lo anterior en mente podemos establecer una serie de características de las empresas y de las circunstancias bajo las que pueden emitir deuda convertible o *warrants*.

- Empresas con alto riesgo financiero o de crédito. Estas compañías deberían pagar un interés más alto del que proporciona realmente la emisión, pero lo compensan con el mayor valor que tendrá la opción de compra de acciones. Un ejemplo típico son los bonos de alto rendimiento (los famosos *bonos basura*) que suelen ser convertibles o llevar incorporado un *warrant*.
- En caso de existir problemas de agencia (ver capítulo 2º) como la incertidumbre asociada a programas de inversión, y las divergencias entre accionistas y obligacionistas.
- Períodos en que la economía sea inestable. Estos períodos juegan en contra de los obligacionistas por ello, con objeto de contrarrestar el mayor riesgo asociado, se puede añadir un *warrant* o una característica de convertibilidad a la deuda clásica.
- Empresas con proyectos de inversión en mercados internacionales u otros escenarios de alto riesgo. Con la incorporación de una opción de compra de acciones se contrarresta de alguna manera el mayor riesgo existente.
- Empresas que no tengan mucha necesidad de desgravaciones fiscales. Pues el cupón a pagar de la deuda convertible es menor que el de la deuda clásica, por tanto, la desgravación fiscal también lo será.

2.3 El anuncio de los beneficios por acción

Cuando una empresa ha emitido *warrants* u obligaciones convertibles, en el momento de anunciar los beneficios por acción puede hacerlo de tres formas distintas:

- a) *BPA simple*: Los beneficios disponibles para los accionistas ordinarios divididos por el número de acciones emitidas hasta la fecha.
- b) *BPA primario*: Los beneficios disponibles se dividen por el número medio de acciones que existiría si los *warrants* y las obligaciones convertibles, que probablemente se ejercerán o convertirán en un futuro próximo, lo hubieran sido en este último período.
- c) *BPA diluido*: Similar al anterior salvo porque se supone que todos

los *warrants* y todas las obligaciones convertibles se transforman en acciones ordinarias sin importar la probabilidad de que lo hagan o no.

2.4 La valoración de las obligaciones convertibles.

Ya ha quedado claro que la obligación convertible se compone de una obligación normal y una opción de compra de acciones, por ello su valor teórico es superior o igual al de una obligación normal. Esto se puede comprobar al observar como tanto los cupones como el rendimiento hasta el vencimiento de las obligaciones convertibles suelen ser inferiores a los de las obligaciones ordinarias. Como se aprecia en la figura 2 el mínimo valor del bono u obligación convertible (en inglés se le denomina *floor value*) viene dado por el mayor de los dos valores siguientes: el valor de conversión o el valor de la obligación normal. Si, por ejemplo, el valor de conversión es el mayor de los dos y el precio de mercado de la obligación convertible fuese inferior a éste usted podría adquirir el título, convertirlo inmediatamente y conseguir un beneficio sin riesgo.

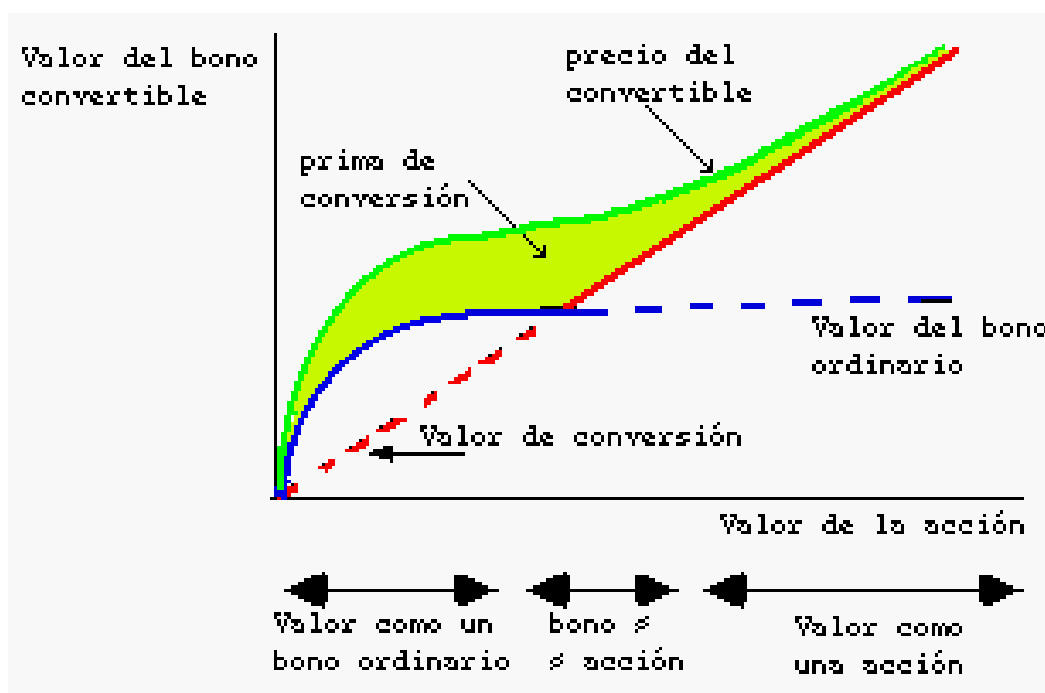


Fig.2 La relación entre los precios de mercado de la obligación convertible y de la acción ordinaria

El modelo de valoración de una obligación convertible combina el valor teórico de una obligación normal, con el valor teórico de las acciones a entregar a cambio de dicha obligación en el momento de la conversión. Como sabemos, el valor teórico de la obligación ordinaria viene dado por la expresión (C es el valor del cupón; P_n es el precio de reembolso; y k es la tasa de rendimiento mínima requerida):

$$P_0 = \sum_{j=1}^n \frac{C}{(1+k)^j} + \frac{P_n}{(1+k)^n}$$

[5]

mientras que el *valor de conversión* en la fecha de la misma (VC_t) dependerá del precio de mercado actual de las acciones de la compañía (S_0), de la tasa esperada de crecimiento anual y acumulativo de las mismas (g) y del ratio de conversión (RC):

$$[6] VC_t = S_0 \times (1+g)^t \times RC$$

Así que combinando ambas expresiones y sustituyendo, en la fecha de conversión, los cupones que restan por pagar más el precio de reembolso por el mayor de los dos siguientes valores: el valor de conversión (VC_t) y el valor del bono ordinario en la fecha de conversión (P_t), obtendremos el valor teórico de la obligación convertible en el momento actual:

$$[7] P_0 = \sum_{j=1}^t \frac{C}{(1+k)^j} + \frac{\text{Máx}[VC_t; P_t]}{(1+k)^t}$$

Ejemplo: Una compañía ha emitido hace un año unas obligaciones convertibles con un plazo de diez años, su valor nominal es de 100 euros y paga un cupón de 10 euros anuales. La obligación puede convertirse por tres acciones ordinarias una vez transcurridos cinco años desde el comienzo de la emisión. El precio actual de las acciones de la compañía es de 34 euros por acción y se espera que crezca a una tasa media anual y acumulativa del 7%. La tasa de descuento apropiada es del 9%. La tasa de rendimiento para una obligación del mismo riesgo que el aquí presente y para un plazo de cinco años a partir del cuarto año (contando desde ahora mismo) se espera que sea del 8%. Calcularemos el precio teórico de la obligación convertible suponiendo que su propietario toma la decisión de convertirla, o no, en acciones en la primera fecha posible.

El precio actual de la obligación normal (no se olvide que ha transcurrido un año desde la emisión, luego a la obligación le quedan nueve años de vida) es igual a:

$$[8] P_0 = \sum_{j=1}^9 \frac{10}{(1,09)^j} + \frac{100}{(1,09)^9} = 106 \text{ euros}$$

El precio de la obligación normal a partir del cuarto año (P_4) será igual a:

$$[9] P_4 = \frac{10}{(1,08)} + \frac{10}{(1,08)^2} + \frac{10}{(1,08)^3} + \frac{10}{(1,08)^4} + \frac{110}{(1,08)^5} = 108 \text{ euros}$$

Ahora procederemos a calcular el valor de conversión de la emisión dentro de cuatro años, que es la primera de las fechas posibles para convertir la emisión:

$$[10] VC_4 = S_0 \times (1+g)^t \times RC = 34 \times (1,07)^4 \times 3 = 133,7 \text{ euros}$$

Luego el precio intrínseco de la obligación convertible será:

$$[11] \quad P_0 = \sum_{j=1}^4 \frac{10}{(1,09)^j} + \frac{\text{Máx}[133,7; 108]}{(1,09)^4} = 127,11 \text{ euros}$$

y, como se aprecia, el valor de la opción de conversión es igual a 21,11 euros, es decir, la diferencia entre el precio del convertible (127,11) menos el precio del bono ordinario (106).

2.4.1 La valoración a través de la fórmula de Black y Scholes

A estas alturas ha quedado claro que el valor teórico de la obligación convertible es igual a la suma del valor teórico de la obligación equivalente más la opción de compra de acciones que le acompaña.

Precio de la obligación convertible =

Precio de la obligación normal + Valor neto de la opción de compra

Esta expresión en la práctica es difícil de aplicar debido a las siguientes razones:

- a) El precio de conversión suele aumentar con el tiempo lo que quiere decir que el precio de ejercicio de la opción cambia. Además, puede haber diferentes fechas de conversión, es decir, varias fechas de vencimiento de la opción.
- b) Las acciones pueden pagar diversos dividendos a lo largo de la vida de la obligación convertible lo que complica aún más el análisis de la valoración de la opción.
- c) Muchas obligaciones convertibles son también amortizables anticipadamente a gusto del emisor de las mismas.

Sin embargo, vamos a aplicar el modelo de Black y Scholes de valoración de opciones, con la modificación de Merton para el caso de reparto de dividendos, a un ejemplo para ver un método aproximado (por defecto) de valoración de la opción de compra implícita en las obligaciones convertibles. Para ello utilizaremos los datos del ejemplo anterior a los que añadiremos alguno más como: la tasa de rendimiento sin riesgo para cuatro años de plazo es del 7%, la volatilidad anual media de la acción ordinaria es del 25% y la tasa de rendimiento sobre dividendos en forma continua es del 3%.

Ya sabemos que el valor teórico de la obligación normal (nueve años de vida y un rendimiento hasta el vencimiento del 9%) es de 106 euros y también sabemos que el valor esperado de la obligación ordinaria en la fecha de conversión es de 108 euros (cinco años de vida y un rendimiento esperado del 8%). Por tanto, convertir las obligaciones dentro de cuatro años implicaría sacrificar unos flujos de caja valorados en 108 euros a cambio de tres acciones, o lo

que es lo mismo, sacrificar 36 euros por acción. Este último es el precio de ejercicio de la opción de compra. Aplicando ahora el modelo de Merton:

$$[12] c = Se^{-dt} N(d_1) - E e^{-rt} N(d_2) = 34 e^{-0,03(4)} N(d_1) - 36 e^{-0,07(4)} N(d_2)$$

donde d_1 y d_2 son iguales a:

[13]

$$d_1 = \frac{\ln(Se^{-t\delta}/E) + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}} = \frac{\ln(34e^{-(4)0,03}/36) + (0,07 + 0,25^2/2)4}{0,25\sqrt{4}} = 0,45568$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} = 0,45568 - 0,25\sqrt{4} = -0,04432$$

Calculando $N(d_1)$ y $N(d_2)$ y aplicándolas en la fórmula principal de la valoración de la opción de compra europea obtendremos un valor de 7,25225 euros por acción, o 21,75675 euros por obligación convertible (recuerde, cada obligación convertible da derecho a tres acciones ordinarias). Luego el precio del título convertible será igual a $106 + 21,75675 = 127,75675$ euros. Es conveniente resaltar, que en este tipo de valoración es muy importante la elección de la volatilidad de la acción ordinaria, el rendimiento con riesgo esperado a partir de la fecha de la conversión, y el rendimiento sobre dividendos.

Es muy posible que este valor sea algo inferior al real debido a que sólo hemos tenido en cuenta la posibilidad de convertir la obligación en la primera fecha de conversión y no en las restantes. Para resolver este problema de una forma más exacta se podría aplicar un proceso binomial, con las correspondientes modificaciones, semejante al que veremos en el epígrafe siguiente y, en todo caso, no hay que olvidar que el valor de la obligación convertible dependerá, fundamentalmente, de la salud de la empresa emisora, de las expectativas que el mercado tenga sobre los beneficios futuros de la empresa y de la volatilidad de los tipos de interés.

3. Las obligaciones amortizables anticipadamente

Una *obligación amortizable anticipadamente* es aquélla en la que el emisor tiene el derecho de recomprarla, a un precio prefijado, antes de su vencimiento. En este tipo de emisiones el vencimiento de las obligaciones no suele ser conocido con absoluta certeza, debido a que tienen la posibilidad de ser amortizadas anticipadamente por parte de la empresa emisora a un precio determinado (o a una serie de precios que varían con el tiempo).

La posibilidad de amortizar anticipadamente una emisión de obligaciones concede una gran flexibilidad al equipo directivo de la compañía emisora. Ello es así, porque si los tipos de interés

descendiesen, les vendría muy bien lanzar una nueva emisión con cupones inferiores y, seguidamente, amortizar la actual, que tenía unos cupones superiores (a esto se le denomina *refinanciación*), con lo que se reduciría el coste del endeudamiento.

Obviamente, los inversores no opinan igual. Cuando los tipos de interés descienden, los propietarios de las obligaciones ya emitidas están recibiendo unos cupones superiores a los de las que se emiten actualmente, lo que hace aumentar el precio de aquéllas. Pero, si en ese momento, la empresa decide amortizar la emisión antigua, les está quitando la posibilidad de obtener una ganancia de capital. Este nuevo elemento de incertidumbre se refleja en un menor precio de mercado para este tipo de títulos (y un mayor rendimiento, por tanto).

En resumen, desde el punto de vista del inversor la posibilidad de amortizar anticipadamente una emisión de obligaciones tiene las siguientes desventajas:

- a) Los flujos de caja de este tipo de obligación no se conocen con certeza porque su plazo de vida es incierto.
- b) Como el emisor procederá a amortizar las obligaciones cuando los tipos de interés hayan descendido, el inversor se encontrará expuesto a un alto *riesgo de reinversión*.
- c) El potencial de apreciación del valor de la obligación amortizable se verá reducido, puesto que el precio de mercado de una obligación de estas características no asciende tanto como el de una normal, cuando los tipos de interés caen, puesto que el precio de mercado de aquéllas se mantendrá en las cercanías del precio de reembolso anticipado (a este fenómeno se le denomina *compresión del precio*).

3.1 Características de las obligaciones amortizables anticipadamente

A pesar del coste de obtener el tipo de flexibilidad, que comentamos en el apartado anterior, cada vez son más las empresas que incluyen *provisiones de amortización anticipada* en sus escrituras de emisión, que proporcionan al emisor la opción a amortizar parte o la totalidad de las obligaciones emitidas durante un período especificado previo a la fecha de vencimiento de la misma.

Esta operación es, en realidad, una *opción de compra* sobre el empréstito, que se encuentra en poder del emisor, cuyo *precio de ejercicio* (el precio al que se adquiere el activo subyacente -la obligación- al que se opta) es el precio de reembolso anticipado pagadero en caso de que el emisor decida ejercer su opción.

La *prima* de la opción vendrá incorporada en la propia emisión a través de un mayor cupón (en relación con las emisiones de obligaciones normales).

El *precio de reembolso anticipado*, que figurará en la escritura de emisión, suele ser superior al

valor nominal de la obligación con objeto de endulzarle algo al inversor la anticipación de la amortización de su activo financiero. Aunque la diferencia entre ambos se irá reduciendo hasta anularse conforme se aproxime la fecha de amortización anticipada a la fecha de vencimiento de la obligación (véase la tabla 1). A modo de protección de los inversores, durante los primeros años de la emisión de las obligaciones, éstas no pueden ser amortizadas anticipadamente.

Emisor:	Empresa ABC
Cantidad:	100 millones de euros
Plazo:	10 años (vencimiento 15 Junio 2.0X8)
Cupón:	8% (pagable por anualidades vencidas)
Cláusula de amortización anticipada:	<p>Amortizable, sujeto a un preaviso de 30 días</p> <p>Cinco años (15 Junio 2.0X3) 103% del valor nominal</p> <p>Seis años (15 Junio 2.0X4) 102% del valor nominal</p> <p>Siete años (15 Junio 2.0X5) 101% del valor nominal</p> <p>Ocho años (15 Junio 2.0X6) 100% del valor nominal</p> <p>y en adelante, cada fecha de pago del cupón</p>

Tabla 1. Estructura de una emisión de obligaciones amortizable anticipadamente

También existen obligaciones que pueden ser amortizadas anticipadamente cuando así lo desee el inversor. Este procederá a ello cuando los tipos de interés asciendan y desee entrar en otras obligaciones que le paguen más. En este caso estaríamos hablando de la venta simultánea de una obligación y de una opción de venta sobre la misma, desde el punto de vista de la sociedad. Lo que hace que el precio de este tipo de título sea superior al de una obligación normal (además de porque tiene menor riesgo).

3.2 La valoración de las obligaciones amortizables anticipadamente

En la figura 3 se observan las curvas precio/rendimiento de una obligación normal y de una que será amortizada anticipadamente en cuanto su precio de mercado alcance los 102 euros. La curva precio/rendimiento de la obligación normal tiene forma convexa y refleja la relación inversa entre el precio de una obligación y su rendimiento hasta el vencimiento.

Como se observa, mientras los tipos de interés del mercado se mantengan altos no le interesará al emisor retirar anticipadamente las obligaciones, por lo que ambas gráficas se

asemejan mucho. Pero si los tipos de interés comienzan a descender el máximo precio de mercado que puede alcanzar el bono amortizable es su precio de amortización: 102 euros. Precisamente, cuando los tipos de interés son inferiores a un rendimiento determinado r^* (que aunque puede ser desconocido sabemos que existe) el precio de mercado de la obligación amortizable se separa de la otra curva y tiende hacia el precio de reembolso anticipado; esta parte del gráfico tiene una forma que se denomina *convexidad negativa* y es indicativa de la *compresión del precio* de este tipo de obligaciones. En conclusión, si los tipos de interés ascienden el comportamiento de ambos tipos de bonos es el mismo, difiriendo si aquéllos descendiesen.

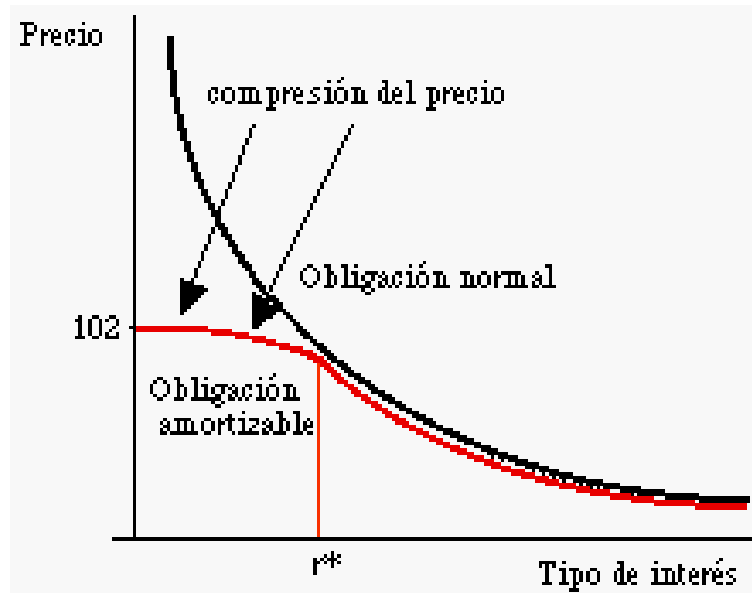


Fig.3 Curvas precio/rendimiento según que la obligación sea normal o amortizable con anticipación en cuanto su precio alcance las 102 euros

El enfoque tradicional a la hora de valorar una obligación amortizable anticipadamente consiste en calcular su rendimiento hasta el vencimiento y compararlo con su rendimiento hasta la primera fecha de amortización; eligiendo como rendimiento de aquélla el más pequeño de ambos valores. Una extensión a este procedimiento consiste en calcular el rendimiento hasta cada fecha de amortización (o hasta cada fecha de pago de los cupones que quedan por recibir), todos ellos se compararán entre sí y con el rendimiento hasta el vencimiento, siendo el más bajo de todos ellos el denominado *rendimiento en lo peor* (*yield at worse*), que sería el elegido para realizar el análisis.

Ejemplo: Supongamos que una empresa ha emitido un empréstito compuesto por obligaciones de 100 euros que promete pagar un 10% anual, por anualidades vencidas, y al que le restan cinco años de vida. La emisión lleva aparejada la posibilidad de ser amortizada anticipadamente dentro de dos años, por un precio de reembolso de 102 euros. Su precio de mercado es actualmente de 104,50 euros.

El rendimiento hasta el vencimiento de dicha obligación se calculará despejando r_v de la siguiente ecuación:

$$[14] \quad 104,5 = \sum_{j=1}^5 \frac{10}{(1+r_v)^j} + \frac{100}{(1+r_v)^5} \Rightarrow r_v = 8,8476\%$$

Por otro lado, el rendimiento hasta la primera fecha de vencimiento (r_a) se calculará de la siguiente forma:

$$[15] \quad 104,5 = \frac{10}{(1+r_a)} + \frac{112}{(1+r_a)^2} \Rightarrow r_a = 8,4215\%$$

Como $r_a < r_v$ tomaremos como rendimiento de la obligación 8,4215%. Otra forma de comprobarlo consiste en igualar ambas ecuaciones, despejar r , y calcular cuál es el precio de la obligación para dicha r , con lo que obtendremos el denominado *precio de cruce*:

$$[16] \quad \sum_{j=1}^5 \frac{10}{(1+r)^j} + \frac{100}{(1+r)^5} = \frac{10}{(1+r)} + \frac{112}{(1+r)^2} \Rightarrow r = 9,207\%$$

el valor de la obligación para un rendimiento del 9,207% es igual a 103,068 euros que es el *precio de cruce*. Como quiera que éste último es inferior al precio de mercado (104,5 euros) representa que hay grandes probabilidades de que la empresa proceda a amortizar la emisión dentro de un par de años.

3.3 El enfoque de la teoría de valoración de opciones

Otra forma de enfocar la valoración de una emisión de obligaciones que pudiese ser amortizada prematuramente a discreción de la entidad emisora, consiste en contemplar a dicha inversión en renta fija como una cartera compuesta de dos títulos: uno de ellos será la propia emisión sin tener en cuenta la posible amortización anticipada, mientras que el otro será una opción de compra por parte de la empresa emisora sobre dicho empréstito. Es decir, el inversor posee una *posición larga* en obligaciones y una *posición corta* en opciones de compra. El valor neto de ambas posiciones viene dado por el precio de mercado de la obligación amortizable anticipadamente, que aparecerá publicado en la lista de cotizaciones del mercado de valores. El precio de mercado de la emisión será igual a la diferencia entre el precio de la obligación normal y el valor neto de su posición corta en opciones de compra:

Precio de la obligación amortizable anticipadamente =

= Precio de la obligación normal - Valor neto de la opción de compra

El primer componente (el precio de la obligación normal) aumentará de valor cuando los tipos de interés descieran pero dicho aumento será contrarrestado y superado por el aumento del valor del segundo componente (la opción de compra) indicativo de la posibilidad real de

amortizar anticipadamente la emisión por parte de la compañía al poder refinanciarla con tipos de interés más bajos. Mientras que si los tipos de interés ascienden, el primer componente descenderá de valor más lentamente que el segundo con lo que el precio del bono se aproximará al de un bono ordinario.

El precio teórico de la obligación normal se calculará descontando los flujos de caja que promete generar a la tasa de rendimiento exigida por el mercado, mientras que el valor de la posición en opciones de compra se puede calcular según el procedimiento que veremos a continuación. Una vez que tengamos ambos valores podremos calcular el precio teórico de la emisión de renta fija con posibilidad de amortización anticipada. Con ello podremos ver si está sobrevalorada o infravalorada.

Las principales diferencias de la valoración de la opción de compra de los bonos por parte de la empresa con relación a la valoración de las opciones sobre acciones ordinarias son:

- a) El precio de ejercicio de la opción puede ser variable
- b) La opción puede tener varias fechas de ejercicio y si no se ejerce en una de ellas bien podría hacerse en la siguiente (es, pues, una opción *bermuda*).
- c) La volatilidad del activo subyacente es decreciente con el tiempo. El precio de las obligaciones oscila cada vez menos conforme se aproxime a su fecha de vencimiento.
- d) El precio no puede exceder del valor de los flujos de caja sin descontar, porque se conseguiría un rendimiento negativo.
- e) El activo subyacente tiene una vida variable (menor si los tipos de interés caen, o igual al plazo de la emisión si ascienden o se mantienen constantes) y no ilimitada como en el caso de las acciones
- f) La prima a pagar por el emisor al vender la opción se encuentra incorporada en el mayor cupón que estas emisiones reparten en comparación con las que no tienen la opción de compra.

Con objeto de dar una idea de cómo se puede valorar dicha opción vamos a mostrar el método binomial tal y como lo hace Augros. La hipótesis básica de este tipo de modelos es que los precios del activo subyacente siguen un proceso binomial multiplicativo. En el caso de las opciones sobre obligaciones asumiremos que el rendimiento durante un período sigue este proceso. Así, pues, el rendimiento (**R**) puede tomar un valor superior **Ru** (dónde **u** es un coeficiente indicativo del crecimiento multiplicativo al alza del rendimiento; $u > 1$) con una probabilidad **p**; mientras que podría tomar un valor inferior **Rd** (dónde **d** es un coeficiente indicativo del decrecimiento multiplicativo a la baja del rendimiento; $d < 1$) con una probabilidad **1-p**. Por otro lado, para cada valor de **R** le corresponderá un valor de la obligación (**B**), que seguirá un proceso binomial idéntico. Ambos diagramas binomiales se pueden representar del modo mostrado en la figura 4:

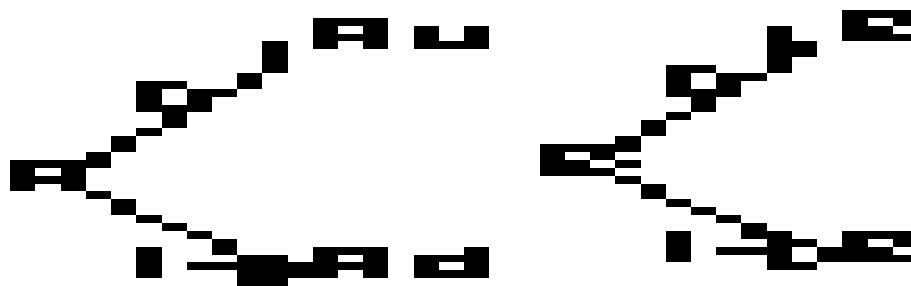


Fig.4

En la figura 4 representativa del precio de la obligación podríamos haber incorporado el pago del cupón (**c**), sin más que poner **Bu + c** en el caso del ascenso del precio o **Bd + c** en el caso su descenso. Si tenemos que calcular la opción de compra de esta obligación a un precio de ejercicio (precio de reembolso anticipado) y para un único período, el valor de la opción de compra (**C**) vendrá dado en función de los valores **Cu** y **Cd** representativos del valor de la opción en el período siguiente:



Fig.5

Se podría construir una cartera de arbitraje a través de la compra de **H** obligaciones y la venta de una opción de compra sobre ellas. El valor de **H** deberá ser tal que el valor de la cartera sea el mismo, tanto si asciende de valor: $H (B_u + c) - C_u$; como si desciende: $H (B_d + c) - C_d$. Así, pues el número de obligaciones necesarias para construir dicha cartera será:

$$H (B_u + c) - C_u = H (B_d + c) - C_d$$

[17]
$$H = \frac{C_u - C_d}{B_u - B_d}$$

Como la cartera de arbitraje no tiene riesgo su rentabilidad deberá coincidir con el tipo de interés libre de riesgo (**rf**):

[18]
$$H(B_u + c) - C_u = \frac{H(B_u + c) - C_u}{1 + r_f}$$

o también,

$$[19] \quad HB - C = \frac{H(Bd + c) - Cd}{1 + r_f}$$

Si, ahora, despejamos **C** en cualquiera de estas dos últimas ecuaciones y sustituimos **H** por su valor, obtendremos el valor de la opción de compra.

Vamos a calcular el valor de la opción de compra del ejemplo mostrado en el subepígrafe anterior a través del método binomial. Recordemos, que se trataba de una obligación de 100 euros de valor nominal que promete pagar un 10% anual, por anualidades vencidas, y a la que le restan cinco años de vida. La emisión lleva aparejada la posibilidad de ser amortizada anticipadamente dentro de dos años, por un precio de reembolso de 102 euros, siendo el tipo de interés actual del 8%.

Si suponemos que la desviación típica de la variación de los tipos de interés es del 10%, el valor del coeficiente **u** según el método binomial es igual a $e^{0,10} = 1,105$; y, por tanto, el coeficiente **d** = $1/u = 0,905$. Por otra parte el tipo de interés sin riesgo que utilizaremos como valor del rendimiento de la cartera de arbitraje será el tipo de interés continuo que corresponde al 7,5%, es decir, $e^{0,075} - 1 = 0,07788$. Con arreglo a estos valores primero obtendremos el árbol de los tipos de interés desde ahora hasta dentro de dos años, para posteriormente calcular el valor equivalente del precio teórico de la obligación normal utilizando dichos tipos de interés y teniendo en cuenta que cada año transcurrido es uno menos en la vida de la obligación.

En la figura 6 se muestra en su parte izquierda el árbol correspondiente a dos períodos de los tipos de interés. Mientras que en la parte de la derecha se observa el precio teórico correspondiente a los tipos anteriormente calculados y teniendo en cuenta que la vida de la obligación se va acortando (por ejemplo, el precio 100,57 euros, se ha obtenido calculando el precio teórico de una obligación a la que le quedan tres años de vida y tiene una tasa de rendimiento hasta el vencimiento del 9,77%).

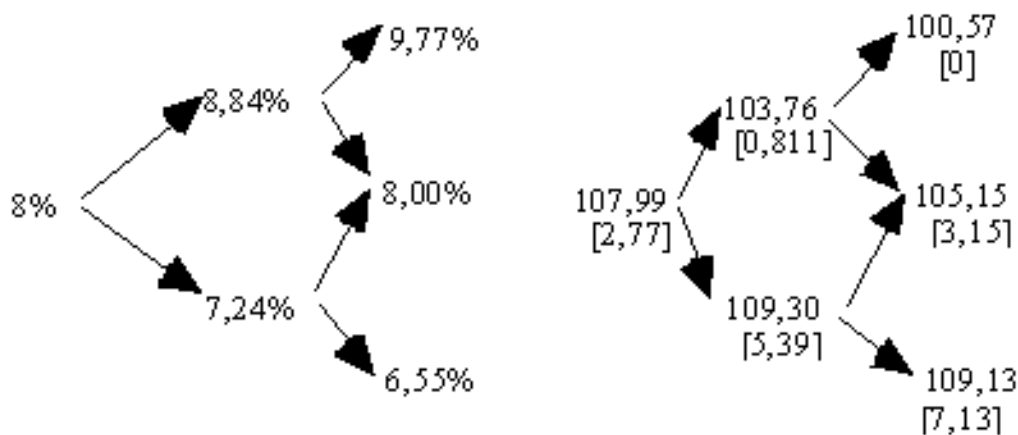


Fig.6 Arbol binomial para el tipo de interés y para su correspondiente precio teórico de la obligación

Los precios teóricos que aparecen a la derecha del árbol correspondiente se utilizan para calcular el valor de la opción en ese instante (dentro de dos años). Para ello restaremos al valor teórico de la obligación su precio de reembolso anticipado (102 euros) teniendo en cuenta que

el valor de la opción no puede ser negativo. De esta forma obtendremos el valor intrínseco de la opción de compra correspondiente a cada uno de los tres precios de la obligación en la fecha de amortización anticipada: 0; 3,15; 7,13.

Seguidamente avanzaremos hacia la izquierda del árbol calculando previamente el ratio de cobertura **H** de cada pareja de valores. Así, para los precios teóricos de 100,57 y de 105,15 su ratio de cobertura se calcula:

$$[20] \quad H = \frac{0 - 3,15}{100,57 - 105,15} = 0,6878$$

luego se despeja **C** de la expresión siguiente, obteniéndose un valor de 0,811 euros.

$$[21] \quad 0,6878 \times 103,76 - C = \frac{0,6878 \times (100,57 + 10) - 0}{1 + 0,07788}$$

A continuación se repetiría la misma operación con el segundo par de valores teóricos: 105,15 y 109,13 de donde obtendríamos un ratio de cobertura **H** = 1 (lo cual es lógico, puesto que en ambos casos se produciría la amortización anticipada). Sustituyendo este valor en la ecuación que calcula **C** obtendríamos un valor de la opción de compra el año precedente de 5,39 euros:

$$[22] \quad 1 \times 109,3 - C = \frac{1 \times (109,13 + 10) - 7,13}{1 + 0,07788}$$

Para calcular el valor de la opción de compra en la actualidad, primero calcularemos el valor de **H** para el primer año:

$$[23] \quad H = \frac{0,811 - 5,39}{103,76 - 109,30} = 0,8265$$

sustituyendo **H** por su valor y despejando **C** obtendremos un valor de 2,777 euros:

$$[24] \quad 0,8265 \times 107,99 - C = \frac{0,8265 \times (103,76 + 10) - 0,811}{1 + 0,07788}$$

Resumiendo, con el método binomial hemos obtenido un valor aproximado de la opción de compra de 2,777 euros, que puede dar una idea de por dónde se encuentra el valor real de dicha opción. Este valor se habría obtenido de una forma más exacta si en lugar de trabajar con dos períodos hubiéramos dividido los dos años que transcurren hasta la fecha de la amortización anticipada en 24 subperíodos mensuales.

Por tanto, el valor de la obligación sería igual a su precio en el caso de no incorporar la opción de amortización (107,99 euros para un tipo de interés del 8%) menos el valor de la opción

(2,777 euros), es decir, 105,213 euros.

También es posible encontrarse con bonos amortizables a gusto de su propietario, es decir, llevan incorporadas unas opciones de venta que permiten que el inversor los venda a un precio determinado a la empresa emisora durante un período de tiempo prefijado. De esta manera si el tipo de interés del cupón supera al del mercado el obligacionista no amortizará anticipadamente su título; mientras que si ocurriese lo contrario ejercerá su opción de venta sobre el mismo y reinvertirá el dinero recibido a los tipos de interés de mercado. El precio de estas obligaciones será igual a la suma del valor teórico de la obligación normal más el valor neto de la opción de venta:

Precio de la obligación amortizable anticipadamente por su propietario =

= Precio de la obligación normal + Valor neto de la opción de venta

Como resultado de todo esto, el precio teórico de este tipo de título será mayor o igual que el de uno que no tenga incorporada dicha opción de venta y, por lo tanto, su rendimiento será igual o menor que el de éste último.

4. Las acciones ordinarias como opciones

Es evidente que los activos financieros mostrados en los tres epígrafes anteriores incorporan opciones en parte, o en su totalidad, pero lo que no parece tan evidente es que podamos referirnos a las acciones ordinarias como una opción de compra sobre los activos de la compañía. Efectivamente, una vez que el inversor ha adquirido una acción ordinaria pagando su precio de mercado (que equivale a la prima de la opción) puede ganar una cantidad, teóricamente, ilimitada de dinero o perder, como máximo, el precio pagado por la acción (debido a que su responsabilidad es limitada), exactamente igual que ocurre con las opciones de compra. Por tanto, podemos contemplar a la acción ordinaria como una opción de compra sobre el activo de la compañía que ha sido emitida por los acreedores (obligacionistas, prestamistas, etcétera) siendo su precio de ejercicio el valor nominal de la deuda (su valor contractual) más el cupón a pagar en la fecha de amortización, y siendo ésta última fecha la de ejercicio.

La idea es que mientras en la fecha de ejercicio, el activo valga más que el endeudamiento las acciones tomarán un valor positivo pero, si ocurriese lo contrario, la empresa se encontraría en suspensión de pagos y posiblemente en quiebra, es decir, el activo pasaría a manos de los acreedores que es lo mismo que decir que los accionistas no ejercerían su opción de compra de aquél (en este caso las acciones tomarían un valor nulo).

Veamos un ejemplo, suponga que un grupo de alumnos del último año de la carrera de Administración y Dirección de Empresas decide poner un negocio en el campus de la Universidad consistente en vender todo tipo de artículos relativos a ésta última (camisetas,

llaveros, encendedores, etc.). Para llevar a cabo su proyecto se endeudan en una cantidad cifrada en 1.000 euros durante un año (horizonte temporal del negocio) pagando un interés del 10%. En la tabla 2 se muestran los flujos de caja esperados antes de impuestos en cuatro posibles escenarios.

	Éxito	Bien	Regular	Fracaso
Flujos de caja	3.000	2.000	1.000	500
Intereses + Principal	<u>1.100</u>	<u>1.100</u>	<u>1.000</u>	<u>500</u>
Flujo de caja para los propietarios	1.900	900	0	0

Tabla 2

Es evidente, que en caso de que el negocio tenga éxito o resulte bien, sus propietarios obtendrán unos flujos de caja positivos puesto que les sobra dinero para devolver las deudas junto con sus intereses. Sin embargo, en los otros dos escenarios la cosa cambia. Si el negocio sale regular apenas hay dinero para amortizar el principal de la deuda dejando sin pagar los intereses y, por tanto, los propietarios se quedan sin nada. Si el negocio resulta ser un fracaso los acreedores sólo recuperarán la mitad de lo que pusieron inicialmente.

Este ejemplo puede ser contemplado como una opción de compra del negocio emitida por los acreedores con un precio de ejercicio de 1.100 euros, que expira dentro de un año y cuyo comprador es el grupo de alumnos que desea llevarlo a cabo. Si transcurrido un año, el valor de dicho negocio supera al precio de ejercicio los alumnos ejercerán su opción y se quedarán con él después de pagarles a los acreedores el precio de ejercicio. Si al expirar la opción su valor es nulo, porque el precio de ejercicio es mayor que el del negocio, los alumnos renunciarán a adquirirlo y lo poco o mucho que valga aquél se lo quedarán los acreedores.

En la figura 7 se muestran los resultados obtenidos por los accionistas y por los acreedores. La gráfica representativa de los flujos de caja de los primeros es la típica de las opciones de compra en la fecha de vencimiento del contrato, mientras que en el caso de los acreedores la gráfica es la de la venta de una opción de compra en dicho instante. En conclusión, los acreedores han emitido una opción de compra sobre el negocio que ha sido adquirida por los propietarios del mismo; opción que sólo ejercerán si sus flujos de caja son positivos.

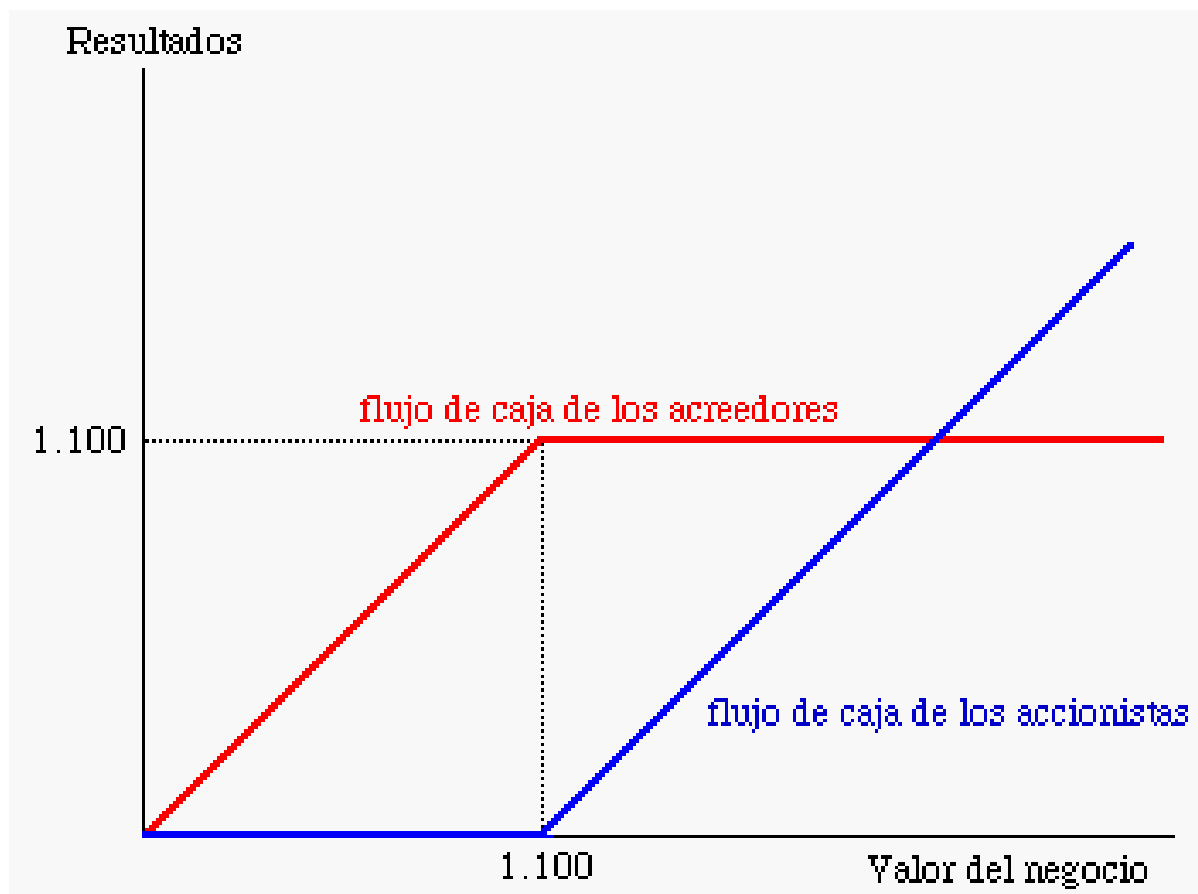


Fig.7 Resultados obtenidos por los acreedores y los propietarios

También podríamos contemplar a los propietarios de este negocio como si poseyesen una opción de venta sobre él con un precio de ejercicio de 1.100 euros, sin más que pensar que ellos poseen el activo de la empresa y que deben dicha cantidad a los acreedores (que son los emisores de una opción de venta sobre el negocio). Si el valor del negocio, transcurrido un año, fuese inferior a 1.100 euros los alumnos ejercerían su opción de venta entregando a los acreedores el activo de la empresa a cambio del precio de ejercicio, dinero que, por otra parte, ya han cobrado previamente (de ahí la deuda contraída). Si el negocio valiese más que los 1.100 euros procederían a pagar dicha cantidad a los acreedores y no ejercerían su opción.

En todo caso, volviendo a contemplar a las acciones ordinarias como opciones de compra sobre el activo, podemos definir su valor actual a través de dichas opciones:

$$\text{Opción de compra} = \text{Valor actual de la empresa} - \text{Valor actual de la deuda con riesgo}$$

Por otra parte, el valor de la deuda con riesgo es igual a:

$$\text{Valor actual de la deuda con riesgo} = \text{Valor actual de la deuda libre de riesgo} - \text{Opción de venta}$$

esto es así porque si no existiera riesgo de insolvencia los acreedores cobrarían con total seguridad el valor nominal de su deuda y todo los intereses (y la opción de venta tendría un valor nulo al ser el valor del activo siempre superior al precio de ejercicio), pero desde el

instante en que hay un cierto nivel de riesgo la posibilidad de cobrar menos (o de no cobrar nada) existe, por tanto, el valor de mercado de la deuda tenderá a descender (con lo que aumenta su rendimiento esperado) para corregir ese riesgo. La diferencia, pues, entre la deuda sin riesgo y la con riesgo viene dada por la opción de venta de la empresa. Teniendo esto último en cuenta y gracias a la *paridad put-call* podemos reelaborar nuestra fórmula de la opción de compra:

$$\text{Opción de compra} = \text{Valor actual de la empresa} + \text{Opción de venta} - \text{Valor actual de la deuda libre de riesgo}$$

efectivamente, podríamos decir que los accionistas poseen una cartera compuesta de una opción de venta sobre el activo más el valor actual del propio activo y deben el valor actual de la deuda sin riesgo, es decir, la suma de todos estos conceptos proporciona el valor de las acciones. Como quiera que, como ya dijimos al comienzo del epígrafe, las acciones pueden ser contempladas como opciones de compra del activo, se puede deducir la igualdad anterior.

Si quisiéramos calcular el valor actual de la opción de venta no tendríamos más que despejar ésta última de la ecuación anterior:

$$\text{Opción de venta} = \text{Opción de compra} - \text{Valor actual de la empresa} + \text{Valor actual de la deuda libre de riesgo}$$

O, también, reordenando los términos podríamos ver que:

$$\text{Valor actual de la empresa} - \text{Opción de compra} = \text{Valor actual de la deuda libre de riesgo} - \text{Opción de venta}$$

Veamos estas ecuaciones con el ejemplo del negocio anterior. Supongamos que el valor medio del negocio dentro de un año es igual a 1.625 euros (considerando los cuatro escenarios equiprobables) y que su valor actual es de 1.354 euros suponiendo que la tasa de descuento acorde al riesgo del negocio es el 20%. Por otra parte, la desviación típica de sus rendimientos se supone igual al 71%, el tipo de interés continuo sin riesgo a un año de plazo es el 5,13% y el precio de ejercicio de la opción de compra es igual a 1.100 euros. Aplicando el modelo B-S para estos datos se obtiene el valor actual de la opción de compra, es decir de las acciones ordinarias, que es igual a 507,4 euros. El valor actual de la opción de venta es igual a restarle a la opción de compra el valor actual de la empresa y sumarle el valor actual de la deuda sin riesgo (ésta se calcula actualizando el precio de ejercicio al tipo de interés sin riesgo):

$$[25] P = 507,4 - 1.354 + \frac{1.100}{1,0513} = 199,7 \text{ euros}$$

el valor actual de la deuda es igual a $1.354 - 507,4 = 846,6$ euros. Al conocer este dato podemos calcular cuál es la tasa de descuento que el mercado le está aplicando a dicha deuda: $846,6 \times (1 + i) = 1.100$ de donde obtendremos que $i = 30\%$. Por tanto, la prima de riesgo será del 25% (30% - 5%).

Así pues, volviendo a nuestra definición inicial podemos decir que

una acción ordinaria es un contrato de opción que da derecho a comprar los activos de la empresa a los acreedores en la fecha de amortización de las deudas a un precio que coincide con el valor nominal de éstas.

Esta forma de contemplar a las acciones ordinarias como opciones de compra tiene una implicación realmente interesante, que consiste en que sí se produjese un aumento del riesgo específico de la empresa sin alterar sus expectativas de rendimiento beneficiaría a los accionistas perjudicando, al mismo tiempo, a los acreedores incluso en el caso de que no cambie el valor de la empresa. Este riesgo es diversificable y, por tanto, no afecta al riesgo sistemático de la empresa y a su rendimiento esperado según el modelo CAPM pero sí se producirá una redistribución de la riqueza que partirá de los acreedores hacia los accionistas. Esto último se produce porque al aumentar la varianza del rendimiento esperado de la empresa aumenta el valor de las opciones, tanto de las de compra como de las de venta, lo que hace aumentar el valor de las acciones (en el primer caso) y descender el valor de la deuda (en el segundo caso).

Para ver un ejemplo de esto último bastará con volver a nuestros amigos y a su negocio universitario suponiendo que el riesgo del negocio es aún mayor, por ejemplo, un 80%. El valor de las opciones de compra, es decir, de las acciones ordinarias a través del modelo B-S es igual a 545 euros por acción. El valor de las opciones de venta es de 237,3 euros. Ambas han aumentado, beneficiando a los accionistas y perjudicando a los acreedores (cuya deuda valdrá ahora 809 euros y su tasa de descuento habrá ascendido hasta el 36%, lo que quiere decir que la prima de riesgo será ahora del 31%).

El lector estará pensando que la mayoría de los casos reales son mucho más complicados que el ejemplo aquí mostrado y, por tanto, se preguntará si el modelo mostrado resulta operativo en esos casos. La respuesta es afirmativa, aunque es necesario hacer la salvedad de que si se quiere obtener una valoración precisa de las opciones de compra (las acciones ordinarias) de empresas reales, el modelo binomial, que es el más adecuado, resultará enormemente complejo; por lo que si se hacen algunas suposiciones lógicas ganará en sencillez aunque se pierda algo en exactitud.

Bibliografía

ADAM, Tim: "Derivatives and Debt in Dynamic Corporate Finance". *Working Paper* University of Virginia. Oct. 1996. Disponible en internet: <http://paperhost.ssrn.com/papers/9701/9701104.pdf>

AUGROS, J.C.: *Les Options sur Taux d'Interêt*. Economica. París. 1989

BODIE, Zvie y MERTON, Robert: *Finance*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). 1998. Pp.: 359-385

CACHON, José E.: *Derecho del Mercado de Valores I*. Dykinson. Madrid. 1992.

DAS, Satyajit: *Structured Notes and Derivative Embedded Securities*. Euromoney. Londres. 1996

EMERY, Douglas y FINNERTY, John: *Principles of Finance*. West. St.Paul (Mn). 1991

ERICSSON, Jan y RENEBY, Joel: "A Framework for Valuing Corporate Securities". *Working Paper*. Nov. 1995. Disponible en internet: <http://paperhost.ssrn.com/papers/9612/9612097.pdf>

FABOZZI, Frank: *Bond Markets. Analysis and Strategies*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). 1996 (3ª ed.)

GALAI, Dan y SCHNELLER, Mier: "Pricing Warrants and the Value of Firm". *Journal of Finance* 33. Dic. 1978. Págs.: 1333-1342

GEMMILL, Gordon: *Options Pricing*. McGraw Hill. Londres. 1993.

HULL, John: *Options, Futures and Others Derivative Securities*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ) 1993.

KEOWN, Arthur; SCOTT, David; MARTIN, John y PETTY, Jay: *Basic Financial Management*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). 1996. (7ª de.)

KESTER, Carl W.: "An Options Approach to Corporate Finance"., en ALTMAN, Edward: *Handbook of Corporate Finance*. John Wiley. Nueva York. 1986. Cap.5º

MASCAREÑAS, Juan: *La Gestión de Carteras de Renta Fija*. Master en Gestión Financiera. Universidad Complutense. 1997. Caps. 3º y 4º. Disponible en internet <http://www.ucm.es/info/jmas>

ROSS, Stephen; WESTERFIELD, Randolph y JAFFE, Jeffrey: *Finanzas Corporativas*. McGrawHill. Madrid. 1997 (3ª ed.)

SUAREZ, Andrés: *Decisiones Optimas de Inversión y Financiación en la Empresa*. Pirámide. Madrid. 1997 (18ª de.).

VILA, Anne y SCHARY, Martha: "Default Risk in the Contingent Claims Model of Debt". En TRIGEORGIS, Lenos (ed.): *Real Options in Capital Investment*. Praeger. Westport (Con.). 1995. Pgs.: 303-321

WESTON, J., y BRIGHAM, Eugene: *Essentials of Managerial Finance*. The

Dryden Press. Nueva York. 1993. (10ª ed.)

WESTON, J. y COPELAND, Thomas: *Managerial Finance*. The Dryden Press. Fort Worth. 1992 (9ª ed.)

Apéndice A: La relación entre el modelo de valoración de opciones y el CAPM

El modelo de valoración de opciones implica que un aumento de la varianza del activo subyacente produce un incremento del valor de la opción, reflejando con ello que es un derecho contingente sobre dicho activo y que cuanto más oscile el valor de aquél mayor es el valor del derecho de hacerse con él (o de desprenderse del mismo). Por tanto, éste modelo valora el derecho contingente sobre el activo subyacente mientras que para valorar dicho activo se puede utilizar un modelo de equilibrio como el CAPM.

En la figura A.1 se muestra de forma intuitiva lo indicado en el párrafo anterior. En el eje de abscisas se muestra la distribución logonormal del precio del activo subyacente en el momento del vencimiento de la opción de tipo europeo. El CAPM utiliza la covarianza entre el rendimiento del activo y el de la cartera de mercado con objeto de estimar el riesgo sistemático y la beta del activo subyacente lo que permitirá obtener su rendimiento esperado. Por tanto, el CAPM utiliza la totalidad de la distribución.

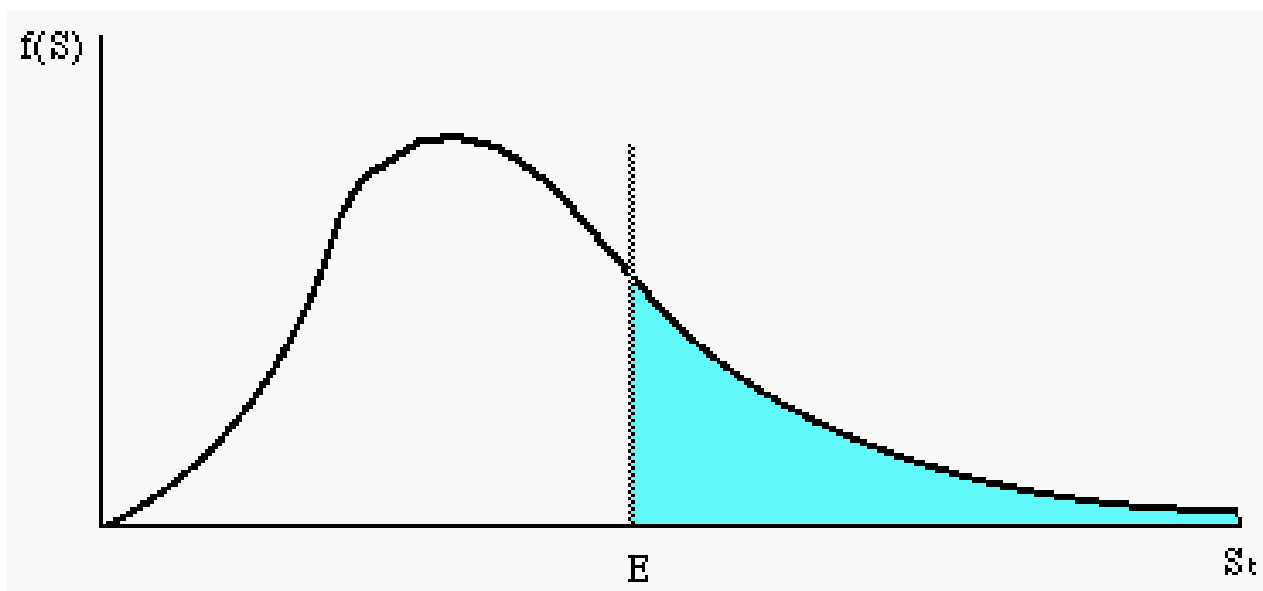


Fig.A1 Distribución logonormal de los valores del activo subyacente

El modelo de valoración de opciones sólo utiliza una parte de dicha distribución, precisamente la que implica que el precio del activo subyacente (S_t) sea superior al precio de ejercicio (E), en el caso de las opciones de compra. Es lógico, pues al tratarse de un derecho contingente o

tiene valor, o no lo tiene, pero nunca puede tener un valor negativo al no ser obligatorio ejercer dicho derecho. En conclusión, el modelo de valoración de opciones valora sólo la parte sombreada a la derecha del precio de ejercicio.

La relación entre el coeficiente de volatilidad del activo subyacente (β_S) y el de la opción de compra europea sobre dicho activo (β_C) es la siguiente:

$$[26] \quad \beta_C = N(d_1) \frac{S}{C} \beta_S$$

Como se puede observar la *beta* de la opción es función de la *beta* del activo subyacente, del ratio entre el precio del activo y el de la opción, y del ratio de cobertura o *delta* de la opción. Es preciso hacer constar que mientras las *betas* de las acciones ordinarias suelen ser bastante estables a lo largo del tiempo, no ocurre lo mismo con las *betas* de las opciones que varían con gran rapidez. Por ejemplo, una opción de compra fuera de dinero (*out of the money*) tendrá una *beta* y un rendimiento esperado altos, pero basta que el precio del subyacente aumente para que la *beta* de la opción descienda rápidamente con lo que arrastrará a la baja al rendimiento esperado.

Las *betas* de las opciones tienden a ascender (o la opción de compra es más arriesgada) cuando desciende el precio del subyacente, cuanto mayor sea el precio de ejercicio, cuando descienda el tipo de interés sin riesgo, cuando se reduzca la varianza de los rendimientos del activo subyacente y conforme se acorte el tiempo hasta el vencimiento (efectivamente, cada día que transcurre queda menos para la fecha de vencimiento de la opción por tanto, el riesgo sistemático y el rendimiento esperado de la opción varían diariamente).

El rendimiento de equilibrio, E_C , que se espera obtener con una opción de compra puede obtenerse a través del CAPM de la siguiente forma:

$$[27] \quad E_C = r_f + [E_M - r_f] \beta_C$$

Apéndice B: El Análisis de los Derechos Contingentes (CCA)

El análisis de los derechos contingentes es un procedimiento de valoración de activos, cuya metodología consiste en utilizar los precios y las volatilidades de uno o más activos relacionados con aquél que se pretende valorar. Para ello, el CCA busca replicar los flujos de caja proporcionados por dicho activo mediante la utilización de los precios de mercado de otros similares a él.

Así, por ejemplo, para replicar los flujos de caja de una compañía de cara a obtener su valor actual es condición necesaria el conocer la distribución de los valores futuros que pueden tomar sus activos. Teniendo en cuenta que la exactitud de la valoración dependerá de la precisión con

la que se conozca dicha distribución. A esta forma de valorar los activos de una compañía se la denomina *modelo de arbitraje condicional*.

Supongamos que el valor actual del activo de una compañía es $V = 100$ um y que dentro de un año dicho valor puede crecer hasta alcanzar un valor optimista $V_u = 140$ um o bien puede descender hasta un valor pesimista $V_d = 70$ um. Nuestro objetivo es hallar el valor actual de las acciones ordinarias de dicha empresa, sabiendo, además, que el tipo de interés sin riesgo es del 4% y que el endeudamiento de la compañía valorado dentro de un año es de 80 um.

Obsérvese como, si transcurrido un año, el valor de la empresa es de $V_u = 140$ um el valor de las acciones es igual a $C_u = 60$ um y el de la deuda a $D_u = 80$ um. Por otro lado, si el valor de la compañía fuese de $V_d = 70$ um, las acciones valdrían $C_d = 0$ um y la deuda sólo $D_d = 70$ um.

Imaginemos el siguiente juego. Usted quiere adquirir una parte del activo de la compañía anterior a la que denominaremos X y para ello contrae una deuda de Y um, de tal manera que el valor de esta cartera dentro de un año sea igual a $C_u = 60$ um si el valor de la empresa aumenta o igual a $C_d = 0$ um, si dicho valor descende:

$$V_u X - (1+r_f) Y = C_u \rightarrow 140 X - 1,04Y = 60$$

$$V_d X - (1+r_f) Y = C_d \rightarrow 70 X - 1,04Y = 0$$

despejando obtendremos un valor de $X = 6/7$ e $Y = 57,6923$ um. Esto nos dice que si adquirimos las $6/7$ partes del activo y nos endeudamos en $57,6923$ um al tipo de interés sin riesgo replicaremos exactamente el valor de las acciones ordinarias dentro de un año. Por tanto, el valor actual de dicha cartera (es decir, el valor actual de las acciones ordinarias) será igual a:

$$[28] V X - Y = C \rightarrow 100 \times 6/7 - 57,6923 = 28,022 \text{ um}$$

Como se puede observar, para conseguir el valor actual de las acciones ordinarias de una empresa no es necesario conocer las probabilidades asociadas con las diferentes ramas del árbol, ni tampoco la tasa de descuento ajustada al riesgo, sino que sólo hace falta conocer los posibles valores que la empresa podría tomar en el futuro y el valor del tipo de interés sin riesgo.

Por otra parte, el valor actual de la deuda se obtiene por diferencias:

$$[29] D = 100 - 28,022 = 71,978 \text{ um}$$

Una vez que disponemos del valor actual de la deuda podemos obtener el valor de su rendimiento hasta el vencimiento:

$$[30] 71,978 (1 + r) = 80 \rightarrow r = 11,145\%$$

lo que implica que si la tasa de interés sin riesgo es del 4%, la prima de riesgo que el mercado está aplicando al endeudamiento de la compañía es igual al 7,145%.

La valoración de los títulos contingentes en estado puro

Se denomina título contingente en estado puro a aquél que en la fecha de vencimiento puede tomar uno de los dos valores siguientes: 1 ó 0. Es conveniente saber que si conocemos el precio de dos posibles títulos contingentes en estado puro, es posible valorar cualquier activo emitido por una empresa: acciones, bonos, convertibles, etc.

Supongamos que el valor de mercado de una empresa es $V = 100$ um y que disponemos de los valores de dos títulos contingentes puros, a través, de la técnica del CCA comenzaremos buscando los valores de X e Y que hacen que los pagos de la cartera réplica coinciden con los de cada uno de los títulos anteriores.

Título	Posibles pagos el año 1	
Activos de la empresa	140	70
Título contingente puro 1	1	0
Título contingente puro 2	0	1

Tabla B1. Pagos de los títulos contingentes puros

Posición	Flujo de caja inmediato	Flujo de caja en la	fecha de vencimiento
		$V_{1+} = 140$	$V_{1-} = 70$
Título contingente puro 1		1	0
	Cartera réplica		
Adquirir $X\%$ del activo	$-VX$	$140X$	$70X$
Prestar Y a $r_f = 4\%$	$-Y$	$1,04Y$	$1,04Y$
Total de la cartera réplica	$-(VX + Y)$	$140X + 1,04Y = 1$	$70X + 1,04Y = 0$

Tabla B2. Réplica del título contingente puro 1

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$140X + 1,04Y = 1$$

$$70X + 1,04Y = 0$$

obtendremos que $X = 1/70$ y que $Y = -0,9615$ um (al ser este valor negativo, significa que en lugar de prestar estamos endeudándonos). Así que el primer título contingente puro se compone de la compra de $1/70$ del activo de la empresa y de pedir prestado $0,9615$ um al tipo de interés sin riesgo. Por tanto, como el valor del activo de la empresa es de 100 um, el precio del primer título contingente es igual a:

$$[31] P_1 = 100/70 - 0,9615 = 0,467 \text{ um}$$

Vamos a valorar ahora el segundo título contingente puro.

Posición	Flujo de caja inmediato	Flujo de caja en la	fecha de vencimiento
		$V_{1+} = 140$	$V_{1-} = 70$
Título contingente puro 2		0	1
	Cartera réplica		
Adquirir X% del activo	$-VX$	$140X$	$70X$
Prestar Y a $r_f = 4\%$	$-Y$	$1,04Y$	$1,04Y$
Total de la cartera réplica	$-(VX + Y)$	$140X + 1,04Y = 0$	$70X + 1,04Y = 1$

Tabla B3. Réplica del título contingente puro 2

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$140X + 1,04Y = 0$$

$$70X + 1,04Y = 1$$

obtendremos que $X = -1/70$ y que $Y = 1,923$ um. Así que el segundo título contingente puro se compone de la venta de $1/70$ del activo de la empresa y de prestar $1,923$ um al tipo de interés sin riesgo. Por tanto, como el valor del activo de la empresa es de 100 um, el precio del primer título contingente es igual a:

$$[32] P_2 = -100/70 + 1,923 = 0,4945$$

Observe que si una persona adquiere ambos títulos contingentes puros tiene un valor actual conjunto igual a $0,467 + 0,4945 = 0,9615$ um, que es el valor actual de 1 unidad monetaria. De tal forma que una serie completa de títulos contingentes puros equivale a un bono cupón cero libre de riesgo que paga un euro dentro de un año. Efectivamente

$$[33] \frac{1}{1,04} = P_1 + P_2 = 0,467 + 0,4945 = 0,9615$$

Seguidamente mostraremos como puede valorarse cualquier activo financiero emitido por la empresa a través de dos títulos contingentes puros. En la tabla siguiente se muestran los pagos para una acción ordinaria y para un bono emitidos por la misma empresa.

Título	Posibles pagos el año 1	
Activos de la empresa	140	70
Acción	6	0
Bono	10	8,75

Tabla B4. Pagos de las acciones y bonos

Una acción es igual a 6 títulos contingentes puros del tipo 1, por tanto, su precio será igual a:

$$\text{Precio de la acción} = 6 \times 0,467 = 2,802 \text{ um}$$

Un bono es igual a 10 títulos contingentes puros del tipo 1 más 8,75 del tipo 2:

$$\text{Precio del bono} = 10 \times 0,467 + 8,75 \times 0,4945 = 8,997 \text{ um}$$

En conclusión, la principal ventaja de los títulos contingentes en estado puro es que posibilitan la valoración de cualquier tipo de activo financiero cuyos pagos son contingentes con respecto al valor de la empresa. Lo que incluye activos que pueden ser inexistentes en el momento actual. Los títulos contingentes puros no sólo dicen como valorar esos nuevos activos sino, también, cómo replicarlos utilizando las dos piezas de construcción básicas: el valor del activo de la empresa y el rendimiento libre de riesgo.