

W

28
(9032)

Documento de Trabajo

9 0 3 2

**MARKOWITZ, SHARPE Y MILLER
O EL RECONOCIMIENTO DE FINANZAS
COMO DISCIPLINA ECONOMICA**



Ramón Febrero

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES.- UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
Campus de Somosaguas. 28023 - MADRID

Esta publicación de Documentos de Trabajo pretende ser cauce de expresión y comunicación de los resultados de los proyectos de investigación que se llevan a cabo en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Complutense de Madrid. No obstante, la publicación está abierta a investigadores de otras instituciones que deseen difundir sus trabajos en ella.

Los Documentos de Trabajo se distribuyen gratuitamente a las Universidades e Instituciones de Investigación que lo solicitan. Asimismo, las peticiones personales pueden ser atendidas en la medida en que se disponga de ejemplares en existencia.

Se ruega a las personas e instituciones interesadas en solicitar ejemplares que utilicen el boletín de pedido que figura seguidamente.

DOCUMENTOS DE TRABAJO

Boletín de Pedido.
Nombre de la persona o institución:
.....
Calle: nº
Ciudad:Distrito Postal:.....País:
Solicita una suscripción permanente <input type="checkbox"/>
(sólo Universidades e Instituciones de Investigación) <input type="checkbox"/>
Solicita los Documentos de Trabajo cuyos números se relacionan a continuación: _____

Enviar a:
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad Complutense de Madrid
Vicedecano
Campus de Somosaguas. 28023 MADRID, ESPAÑA.

MARKOWITZ, SHARPE Y MILLER O EL
RECONOCIMIENTO DE FINANZAS COMO DISCIPLINA
ECONOMICA (*) (**)

Ramón Febrero

Departamento de Política Económica

FF. CC. EE. y EE.

U. Complutense

Noviembre 1990

(*)En la preparación de este trabajo me he beneficiado de los útiles comentarios y críticas de Tomás Esteve (Universidad Complutense). Para la elaboración del apéndice bibliográfico he contado con la inestimable ayuda de Ruby Ramirez (Loyola University) y de Marta Torres (Biblioteca de la Facultad de CC. Económicas de Somosaguas). Innecesario es señalar que cualquier error es responsabilidad solamente del autor.

(**)La idea de redactar este trabajo surgió a raíz de la preparación de una nota divulgativa que será publicada en el número de diciembre de la revista España Económica.

Resumen

El propósito de este trabajo es introducir al lector en las contribuciones más representativas de Markowitz, Sharpe y Miller, economistas galardonados este año con el premio Nobel. En particular, se resaltarán el enfoque dado por Markowitz a la demanda de activos con riesgo y las caracterizaciones del equilibrio del mercado de capitales de Sharpe y Miller (y Modigliani). A lo largo de la exposición el lector podrá comprobar que la moderna teoría financiera, nacida precisamente de las contribuciones de estos autores junto con Tobin y Modigliani, constituye una aplicación del enfoque económico al estudio de los mercados de capitales, y de ahí, su naturaleza adquirida de teoría microeconómica aplicada. El trabajo incorpora, asimismo, un apéndice bibliográfico que esperamos sea de utilidad para quienes deseen profundizar en la obra de los tres profesores premiados.

Nota sobre el Autor

Graduado por la Universidad Complutense de Madrid, London School of Economics y Universidad de Chicago, el autor es miembro del Departamento de Política Económica y Profesor de la asignatura Política Monetaria y Financiera en esta Facultad.

1. Sobre el significado de los Nobel 1990

No es ésta la primera vez que el premio Nobel de Economía recae en autores cuyo trabajo es ubicable en el área denominada Finanzas (Finance). Sin embargo, sí puede ser ésta la esperada ocasión para el merecido reconocimiento del status que a la literatura financiera le corresponde como parte del acervo cultural común del economista.

Los nuevos Nobel vienen a significar la consolidación de una nueva zona científica dentro de la Economía en la que el concepto clave es el estudio *económico* de los *mercados* de capitales. A Markowitz le corresponde el mérito de desarrollar el modelo de media-varianza que constituye un intento pionero, y alternativo al de Arrow y Debreu, de enfocar la demanda de activos con riesgo a la manera del economista. A Sharpe y a Miller (y Modigliani) se debe, entre otras contribuciones, sendas proposiciones caracterizadoras del equilibrio de los mercados de capitales; la primera, desde el lado de la demanda de activos (el "CAPM") ; la segunda, desde el lado de la oferta (el Teorema Modigliani-Miller).

Desde el punto de vista del economista académico, podríamos decir que los Nobel 1990 suponen un respaldo y, en cierto modo, una llamada de atención. Representan un respaldo formal al enfoque que desde la década de los 50 domina en la literatura financiera. Desde entonces, y especialmente en los Departamentos de Economía y Finanzas anglosajones, Finanzas es

considerada un área de aplicación de la teoría microeconómica¹ (algunos prefieren añadir el adjetivo "neoclásica").

En cierta medida constituyen una llamada de atención dirigida al grueso de los macroeconomistas pertenecientes a la tradición agregativa². Estos han tendido a prestar escasa atención al análisis del mercado de capitales, quizá porque pertrechados tras la ley de Walras han visto este mercado como un mercado residual.

Las dos líneas de investigación en que tradicionalmente se subdivide Finanzas en los libros de texto, financiación de empresas (corporate finance) e inversiones (investments), tienen como contribuciones seminales las de Modigliani y Miller (1958, 1963) en el primer caso, y las de Markowitz (1952, 1959), Tobin (1958) y Sharpe (1964) en el segundo. De ellos, Tobin y Modigliani

¹Quizá sea oportuno recordar las palabras de los autores de uno de los textos de Finanzas más populares en la actualidad (Copeland y Weston, 1988) :

"A lo largo de los últimos 30 años se ha desarrollado una rama de la microeconomía aplicada conocida como teoría financiera moderna. El punto de demarcación histórica fue aproximadamente 1958, cuando Markowitz y Tobin estaban trabajando en la teoría de selección de cartera y Modigliani y Miller trabajaban en estructura del capital y valoración. Con anterioridad a 1958 finanzas era, en gran parte, un campo descriptivo. Desde entonces, como resultado de importantes avances teóricos, este campo se ha transformado en una ciencia positiva. Como evidencia de los cambios que han tenido lugar nos basta tan sólo con observar el tipo de personas que enseñan en las escuelas de "business". Hace 50 años el profesorado provenía del mundo de los negocios y del gobierno. Eran figuras que gozaban de respeto y experiencia en sus respectivos campos. Hoy, los profesores de finanzas son predominantemente académicos en el tradicional sentido del término. La mayoría de ellos no tienen experiencia empresarial, excepto por lo que a consultoría se refiere. Su interés y formación consiste en desarrollar teorías que expliquen el comportamiento económico y en evaluarlas con los instrumentos proporcionados por la estadística y la econometría. La evidencia anecdótica y la experiencia empresarial han sido desbancadas por el enfoque analítico de la moderna teoría financiera."

²Por macroeconomía agregativa entendemos el análisis macroeconómico convencional, tanto de carácter keynesiano como monetarista, que ha dominado en la economía académica hasta los años 70, y que se caracteriza por la ausencia de microfundamentación en sus formulaciones. Nos referimos, en suma, a la macroeconomía condensada en los manuales de economía en las curvas IS-LM.

ya habían sido galardonados por la academia sueca. Los tres restantes son los receptores del premio Nobel de Economía 1990.

En lo que sigue destacaremos tan sólo lo más representativo de la producción científica de estos últimos. Las secciones 2, 3 y 4 cubrirán, por este orden, las contribuciones de Markowitz, Sharpe y Miller, y en la sección 5 se recogerán las conclusiones.

El objetivo de este trabajo no es ofrecer un análisis pormenorizado del conjunto de las contribuciones de estos tres economistas, sino presentar al lector no especialista en Finanzas, pero conocedor de los conceptos habitualmente empleados en teoría económica, una introducción elemental a las ideas más popularmente asociadas con cada uno de ellos. Aquellas precisiones que encierren quizá un mayor grado de dificultad técnica serán relegadas a notas a pie de página. Este trabajo incorpora un apéndice bibliográfico que esperamos sea de utilidad para quienes deseen profundizar en las obras respectivas de Markowitz, Sharpe y Miller.

2. El modelo de selección de cartera de Markowitz

A Markowitz se le asocia fundamentalmente con el modelo de media-varianza de demanda de activos bajo incertidumbre³. Se trata de un intento pionero, y alternativo al de Arrow (1964) y Debreu (1959), de enfocar la demanda de activos con riesgo a la manera del economista, esto es, como actos de racionalidad en los que los consumidores-inversores actúan como si maximizaran sus funciones de utilidad sometidas a las pertinentes restricciones presupuestarias ^{4,5}. Ahí consideramos que radica el núcleo innovador de la obra de Markowitz.

³Los términos incertidumbre y riesgo son utilizados en este trabajo de forma intercambiable.

⁴Es cierto que a Markowitz le corresponde la paternidad del desarrollo de un enfoque económico sobre el que apoyar la demanda de activos con riesgo, la selección óptima de carteras constituidas por ellos y la valoración -en el sentido que quedará claro en la sección 3- de los mismos, y que tal enfoque es, además, operativo. Pero no es menos cierto que las contribuciones de Arrow (1964) y Debreu (1959) con su enfoque de preferencias definidas sobre momentos del tiempo y estados de la naturaleza, ofrecen, asimismo, un enfoque económico sobre el que fundamentar la demanda y valoración de activos. Ambos son enfoques reduccionistas en la medida en que para Markowitz los objetos de elección son los parámetros media y varianza de las distribuciones de probabilidad de los rendimientos de las carteras, y para Arrow-Debreu son derechos tiempo-estado contingentes. En ninguno de ambos enfoques son los activos mismos, esto es, su número y tipo, variables endógenas. Al igual que Hirshleifer (1970), entendemos que el listado mismo de los activos en existencia debería ser tratado como resultado de elecciones racionales por parte de los agentes económicos.

Una diferencia importante entre el enfoque de media-varianza de Markowitz y el de preferencias de tiempo-estado de Arrow-Debreu está en que el primero es aplicable directamente a la demanda de activos "complejos", es decir, a los activos de efectiva transacción en los mercados, y el segundo a la de activos "elementales" o derechos tiempo-estado contingentes (véase sección 4). Resultado de ello es el tradicionalmente reconocido dominio del enfoque de Markowitz sobre el de Arrow-Debreu en cuanto a operatividad y aplicabilidad empírica, si bien el enfoque de Markowitz, como quedará claro más adelante, es insatisfactorio por su incompatibilidad con la forma en que el

El problema del inversor según Markowitz es un problema de determinación racional de la demanda de activos con riesgo, en un horizonte temporal de un sólo período⁶, de suerte que la cartera constituida por ellos proporcione la combinación rendimiento⁷ - riesgo⁸ más favorable de todas las carteras disponibles; en concreto, la combinación de tipo de rendimiento esperado, $E(R_C)$, y de varianza del tipo de rendimiento, $\sigma^2(R_C)$, o de su desviación típica, $\sigma(R_C)$.

Que el análisis se centre en estas dos variables es consecuencia de la forma en que Markowitz aproxima las preferencias de los inversores haciendo que

economista generalmente entiende la racionalidad bajo incertidumbre, esto es, el enfoque de utilidad esperada de von Neumann-Morgenstern (1947).

Esto no significa que los modelos de equilibrio general intertemporal, y en particular el enfoque de preferencias tiempo-estado, no puedan ser evaluados empíricamente. Remitimos al lector a la estrategia econométrica encabezada por Hansen (1982) y Hansen y Singleton (1982, 1984), y centrada en la estimación y evaluación del modelo mediante el estudio de las ecuaciones de Euler de los programas que resuelven los agentes. Véase también Townsend (1987) para una defensa en favor de la modelización Arrow-Debreu.

⁵Entre los precursores del análisis media-varianza de selección de cartera se encuentran Hicks (1935), Leavens (1945) y Roy (1952). Véase la nota histórica del capítulo 2 de Markowitz (1987).

⁶Sobre este punto remitimos al lector a lo dicho en la sección siguiente.

⁷El tipo, tanto o tasa (bruto) de rendimiento o rentabilidad de un activo en t , R_t , se define como el cociente entre el "pago" ("payoff") correspondiente a $t + 1$ y el precio del activo en t , p_t . En el caso de una acción el pago puede expresarse como la suma del precio ex-dividendo en $t + 1$, p_{t+1} , y del dividendo en $t + 1$, d_{t+1} . El tipo de rendimiento neto viene dado por $R_t - 1$. Naturalmente, en el momento t , R_t tiene carácter estocástico al ser tanto p_{t+1} como d_{t+1} variables aleatorias.

⁸Para evitar confusiones, y a riesgo de adelantar algunas de las conclusiones de ésta y de la siguiente sección, será conveniente recordar al lector que el concepto de riesgo en Finanzas tiene varias dimensiones. Aun entendido en su sentido más frecuente de variabilidad o dispersión del tipo de rendimiento, admite varias medidas según hablemos del riesgo de un activo individualmente considerado, en cuyo caso emplearemos en este trabajo la varianza o desviación típica de la distribución de probabilidad de su rendimiento, o del riesgo de un activo en una determinada cartera, caso en el que se verá reflejado mejor por las covarianzas con los rendimientos de los otros activos. En la sección 3 veremos que la medida apropiada del riesgo de un activo, en una situación de equilibrio de mercado, vendrá dada por la covarianza entre su rendimiento y el de la cartera de mercado, o bien por su coeficiente "beta".

éstas dependen sólo de dos parámetros, $E(R_C)$ y $\sigma^2(R_C)$, donde $E(R_C)$ será considerado un bien y $\sigma^2(R_C)$ un mal. Dado que el enfoque de utilidad esperada de von Neumann- Morgenstern es habitualmente utilizado por el economista para modelizar la toma de decisiones bajo incertidumbre, es natural preguntarse por el grado de compatibilidad entre éste y el enfoque de media-varianza, así como las razones que llevaron a Markowitz a justificar este último.

En relación al primer punto la respuesta no puede ser más desalentadora. La compatibilidad entre ambos enfoques sólo se logra postulando en el consumidor-inversor una función de utilidad cuadrática en la riqueza de final de período o en el rendimiento de la cartera, o bien una distribución biparamétrica⁹ - como es el caso de la distribución normal - en los rendimientos de los activos. Lamentablemente, las propiedades de una función cuadrática no son satisfactorias por diversas razones. Piénsese que además de la existencia de punto de saciedad, las funciones de utilidad cuadráticas implican aversión (absoluta y relativa) creciente al riesgo¹⁰. La propiedad de aversión absoluta creciente significa, en términos de decisiones

⁹En puridad deberíamos hablar de distribuciones de probabilidad elípticas. El carácter biparamétrico de las distribuciones de probabilidad de los rendimientos individuales no es suficiente para la compatibilidad entre los enfoques media-varianza y utilidad esperada. Se requiere, adicionalmente, que la distribución del rendimiento de la cartera (combinación lineal de los rendimientos individuales) sea, asimismo, biparamétrica. En otras palabras, precisamos de distribuciones de probabilidad elípticas. Entre éstas, la más conocida es la distribución normal multivariante. Otras distribuciones elípticas son la distribución Cauchy multivariante, la exponencial multivariante y la t multivariante. Como demuestran Owen y Rabinovitch (1983) - véase las referencias allí contenidas - las distribuciones elípticas generalizan el análisis media-varianza a distribuciones no normales.

¹⁰Dada una función de utilidad $u = u(w)$, donde w es la riqueza de final de período del inversor, se define el coeficiente de aversión absoluta al riesgo en el sentido de Arrow-Pratt como $A(w) = -u''(w) / u'(w)$, y el coeficiente de aversión relativa como $R(w) = w A(w)$ -los símbolos (") y (') representan la segunda y primera derivada respectivamente. Para las funciones de utilidad cuadráticas, $A'(w)$ y $R'(w)$ son ambos positivos. Véase Arrow (1970) y Pratt (1964).

de cartera, que los activos con riesgo son considerados "bienes inferiores", es decir, que los inversores reducen la demanda de los activos con riesgo (número de unidades de cuenta invertidos en ellos) a medida que su riqueza se eleva. Por otra parte, la aversión relativa creciente implica que la proporción de la riqueza inicial invertida en activos con riesgo se revisa a la baja a medida que la riqueza de los inversores se incrementa.

El supuesto de familias de distribuciones de probabilidad de dos parámetros tampoco está exento de problemas. La distribución normal, en particular, no parece ofrecer una adecuada representación del comportamiento probabilístico de los rendimientos. Una obvia objeción se refiere a que la distribución normal no está acotada inferiormente; esto la hace incompatible con la existencia de responsabilidad limitada, en el ámbito institucional, y con el supuesto de consumo no negativo, en el ámbito económico.

Respecto al segundo punto, el propio Markowitz (1987, cap. 3) nos da respuesta rechazando de paso algunas interpretaciones recogidas habitualmente en los libros de texto. Markowitz rechaza como propia la justificación atribuida a él, pero debida a Tobin (1958), de suponer distribuciones de probabilidad biparamétricas en los rendimientos de los activos o funciones de utilidad cuadráticas en los inversores. Señala, especialmente, que en lugar alguno de los capítulos 10 al 13, donde justifica su enfoque media-varianza, se mencionan los términos "normal", "gausiano" o "familias de dos parámetros". En su trabajo de 1959, Markowitz nos presenta su enfoque media-varianza como una (adecuada) aproximación del enfoque de utilidad esperada, no como una alternativa a la modelización de la racionalidad bajo incertidumbre en términos del enfoque de utilidad

esperada. Se trata, por tanto, de un criterio de elección racional derivado, y no independiente, del criterio de utilidad esperada. Para Markowitz, a partir del conocimiento de la media y de la varianza es posible lograr una satisfactoria aproximación de la utilidad esperada del inversor, y esta aproximación es llevada a cabo mediante una función cuadrática¹¹.

Gráficamente, la solución al problema de selección de cartera vendrá representado por el punto O del gráfico I, donde O es la cartera óptima. Como puede apreciarse, este enfoque es análogo al de la demanda de cualesquiera bienes por parte del consumidor en la teoría microeconómica. El inversor elegirá la cartera más favorable (curva de indiferencia U más desplazada hacia la izquierda y/o hacia arriba) entre todas las carteras factibles (área sombreada), donde la pendiente positiva de las curvas de indiferencia denota la utilidad marginal negativa asociada con la varianza del rendimiento de la cartera.

¹¹Véase Levy y Markowitz (1979) y Kroll, Levy, y Markowitz (1984) para una discusión de la relevancia de la crítica de Arrow y Pratt en función del tipo de aproximación cuadrática aplicada a la función de utilidad von Neumann-Morgenstern.

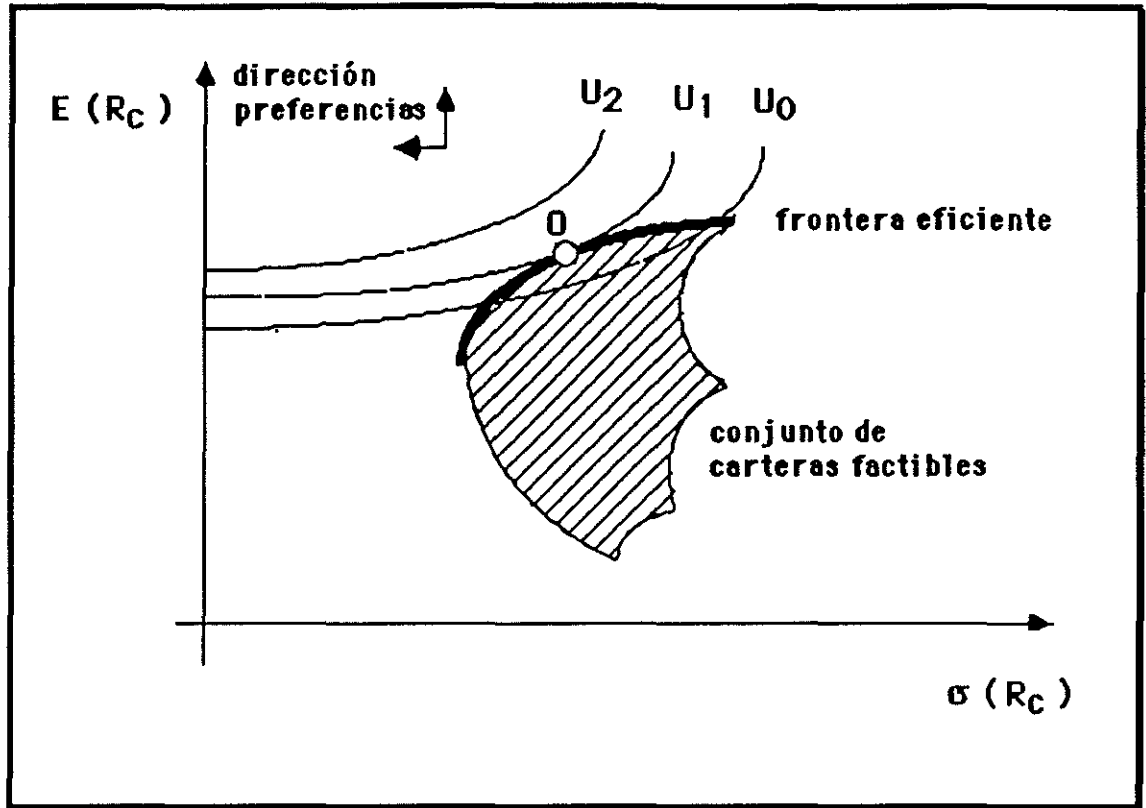


GRAFICO I: MARKOWITZ

Una simple inspección del conjunto de carteras factibles del gráfico I nos lleva a concluir que la restricción relevante para el inversor viene dada por el tramo de trazo grueso de la frontera izquierda del conjunto factible¹², es decir, el conjunto de carteras eficientes en el sentido media-varianza o frontera eficiente, en la terminología de Markowitz. En otras palabras, la cartera óptima habrá de ser una cartera eficiente, esto es, una cartera que para un específico nivel de $\sigma(R_C)$ ninguna otra ofrezca un $E(R_C)$ más elevado y para un $E(R_C)$ dado no haya otra con una $\sigma(R_C)$ menor.

La determinación de cada una de las carteras eficientes vendrá dada por la solución del programa paramétrico

¹²Si suponemos, claro está, que el inversor siempre prefiere más a menos.

$$\begin{array}{ll} \min. & \sigma^2 (R_C) = \sum_i c_i^2 \sigma^2 (R_i) \\ c_i & + \sum_i \sum_{j \neq i} c_i c_j \text{cov} (R_i, R_j) \end{array} \quad (1. a)$$

$$\text{s. t.} \quad E (R_C) = \sum_i c_i E (R_i) = \overline{E (R_C)} \quad (1. b)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_i c_i = 1 \quad (1. c)$$

$$\text{s. t.} \quad \text{restricciones adicionales} \quad (1. d)$$

donde c_j son los pesos de ponderación de cada activo.

Para una cartera de N activos, la resolución del programa requerirá la estimación de N esperanzas, N varianzas y $N(N - 1) / 2$ covarianzas distintas debido al carácter simétrico de la matriz de varianzas y covarianzas.

La forma del conjunto de carteras factibles dependerá de las restricciones introducidas en el programa¹³. Si, por ejemplo, suponemos la imposibilidad de prestar y tomar a préstamo a un tipo de rendimiento sin riesgo y de realizar ventas en corto o en descubierto ("short sales")¹⁴, entonces la forma del conjunto de carteras factibles podría ser como la recogida por el gráfico I.

¹³Sobre la discusión de la forma del conjunto de carteras factibles y de la forma de la frontera eficiente el lector puede consultar cualquier texto de Finanzas. Véase, por ejemplo, Fama (1976).

¹⁴Venta de títulos tomados a préstamo. Implica que el coeficiente de ponderación de dicho título en la cartera del inversor será negativo.

En el caso de ausencia de ambas restricciones, la forma sería la representada por el gráfico II.

A partir de la contribución de Markowitz es posible derivar dos resultados de importancia. Uno se relaciona con la forma de medir la contribución de un activo al riesgo de la cartera de la que forma parte. El otro se refiere a las condiciones bajo las cuales una política de diversificación conlleva de modo efectivo una reducción en el riesgo de la cartera.

Básicamente, la contribución de un activo al riesgo de una cartera - $\sigma^2(R_C)$ - de tamaño suficiente y bien diversificada viene dada por sus covarianzas con los rendimientos de los otros activos. Esta afirmación se basa en el hecho de que aunque la varianza del rendimiento de una cartera depende tanto de las varianzas individuales (riesgo aparente de un activo en una cartera) como de las covarianzas, en la forma

$$\sigma^2(R_C) = \sum_i c_i^2 \sigma^2(R_i) + \sum_i \sum_{j \neq i} c_i c_j \text{cov}(R_i, R_j) \quad (2)$$

sin embargo, a medida que el número de títulos se incrementa, $\sigma^2(R_C)$ tenderá a tomar el valor de la covarianza media¹⁵, es decir,

$$\sum_i \sum_{j \neq i} \text{cov}(R_i, R_j) / N(N-1). \text{ De este modo el papel de las varianzas}$$

individuales llegará a ser despreciable a partir de un cierto nivel de diversificación.

¹⁵El lector pueda comprobar este resultado tomando una cartera equiponderada de N títulos, es decir, con $c_i = 1/N, \forall i$ y calculando a continuación el límite para $N \rightarrow \infty$ de $\sigma^2(R_C)$, siempre y cuando las varianzas individuales tengan una cota superior finita. Véase Markowitz (1959).

Esto explica que un activo de aparente alto riesgo - alto $\sigma^2 (R_i)$ - pueda, no obstante, contribuir a reducir el riesgo de la cartera - $\sigma^2 (R_C)$ - si se dan las condiciones apropiadas en términos de las covarianzas. También arroja luz sobre la posibilidad de que dos activos, uno con alta desviación típica de su rendimiento, pero bajo coeficiente de correlación con los rendimientos de los demás títulos, contribuya al riesgo de la cartera en igual medida que otro con baja desviación típica pero elevadas correlaciones¹⁶. En suma, el riesgo de un activo es preciso evaluarlo en el marco de una específica cartera.

Las condiciones bajo las cuales una política de diversificación conllevará una reducción en el riesgo de la cartera han quedado delineadas implícitamente en los dos párrafos anteriores. Obsérvese que discutir acerca de la reducción del riesgo de cartera via diversificación es equivalente a señalar las condiciones que nos aseguren la verificación de la desigualdad

$$\sigma (R_C) < \sum_i c_i \sigma (R_i) \quad (3)$$

es decir, que la desviación típica de la cartera sea menor que la suma ponderada de las desviaciones típicas individuales.

Una condición básica será que los rendimientos de los títulos carezcan de correlación perfecta positiva¹⁷. Habrá adicionalmente una condición de grado

¹⁶Esto se debe al conocido resultado de que la covarianza entre dos variables aleatorias es el producto de sus correspondientes desviaciones típicas y el coeficiente de correlación entre ellas. esto es, $cov (R_i, R_j) = \rho (R_i, R_j) \sigma (R_i) \sigma (R_j)$, donde ρ es el coeficiente de correlación.

¹⁷No hay más que sustituir las covarianzas en (2) por la expresión dada en la nota 16 y comprobar que sólo cuando $\rho (R_i, R_j) = 1, \forall i, j, i \neq j$ se verifica que

referida al valor algebraico de de las covarianzas de los rendimientos . A menor covariación entre rendimientos, mayores serán las reducciones logradas en el riesgo de una cartera via diversificación¹⁸.

La principal conclusión del modelo de selección de carteras de Markowitz es que la política óptima de cartera habrá de consistir, en general, en una política de diversificación que, además, tenga en cuenta apropiadamente el signo e intensidad de los niveles de correlación entre los rendimientos de los distintos activos. En palabras de Markowitz (1952) : la hipótesis de media-varianza no sólo implica diversificación, implica el "tipo correcto" de diversificación debido a la "razón correcta".

$$\sigma (R_C) = \sum_i c_i \sigma (R_i).$$

Este sería un caso extremo en el que la diversificación no reduciría la dispersión del rendimiento de la cartera.

¹⁸En el caso más simple de una cartera compuesta por sólo dos activos es inmediato comprobar que el riesgo de cartera se anulará para un coeficiente de correlación igual a (-1). También se logrará el mismo resultado cuando exista correlación perfecta positiva y se proceda a la venta en corto de uno de los dos activos.

3. Sharpe y el modelo de valoración de activos de capital

El principal mérito de Sharpe ha sido el de extender el análisis de Markowitz y Tobin de selección óptima de cartera a un modelo de equilibrio del mercado de capitales y como resultado de ello ofrecernos una caracterización desde el lado de la demanda del equilibrio de dicho mercado. Tal caracterización viene recogida por la ecuación (4) que resume su modelo de valoración de activos de capital, conocido abreviadamente como CAPM (siglas de su denominación en inglés: "capital asset pricing model").

El CAPM¹⁹ es un modelo de valoración de activos, es decir, un modelo de determinación de sus precios y rendimientos de equilibrio de mercado, donde los inversores tienen preferencias biparamétricas media-varianza, al igual que los inversores de Markowitz, y donde el análisis de equilibrio que se lleva a cabo es de carácter parcial y estático.

Partiendo de los supuestos de mercado de capitales perfecto, posibilidad de prestar y tomar a préstamo en cantidad ilimitada a un tipo de interés libre de riesgo común para todos los agentes y homogeneidad en las expectativas del público, el CAPM nos proporciona fundamentalmente dos conclusiones. La primera se refiere al grado de diversificación de la cartera óptima en

¹⁹En la génesis del CAPM están las contribuciones de Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) y Treynor (1961). A su desarrollo han contribuido también Black (1972) y Fama (1968).

equilibrio de mercado, la segunda trata sobre la apropiada medida del riesgo de un activo.

La primera conclusión se sigue inmediatamente de los supuestos del modelo y es posible desglosarla en tres puntos. En primer lugar que la política óptima de diversificación de cartera en activos con riesgo es común para todos los inversores con independencia de sus preferencias (teorema de separabilidad de Tobin). En segundo lugar que la política óptima de diversificación de cartera viene determinada por la diversificación misma de la cartera de mercado²⁰. Y en tercer término que la cartera total óptima será una combinación lineal, con coeficientes dependientes de las preferencias de cada inversor, del activo sin riesgo y de la cartera de mercado (teorema del "doble fondo") . Ello puede verse fácilmente en el gráfico II.

²⁰Esto es, de la cartera constituida por todos los activos objeto de transacción en el mercado y ponderada con arreglo al valor de mercado (capitalización bursátil) de cada uno de ellos.

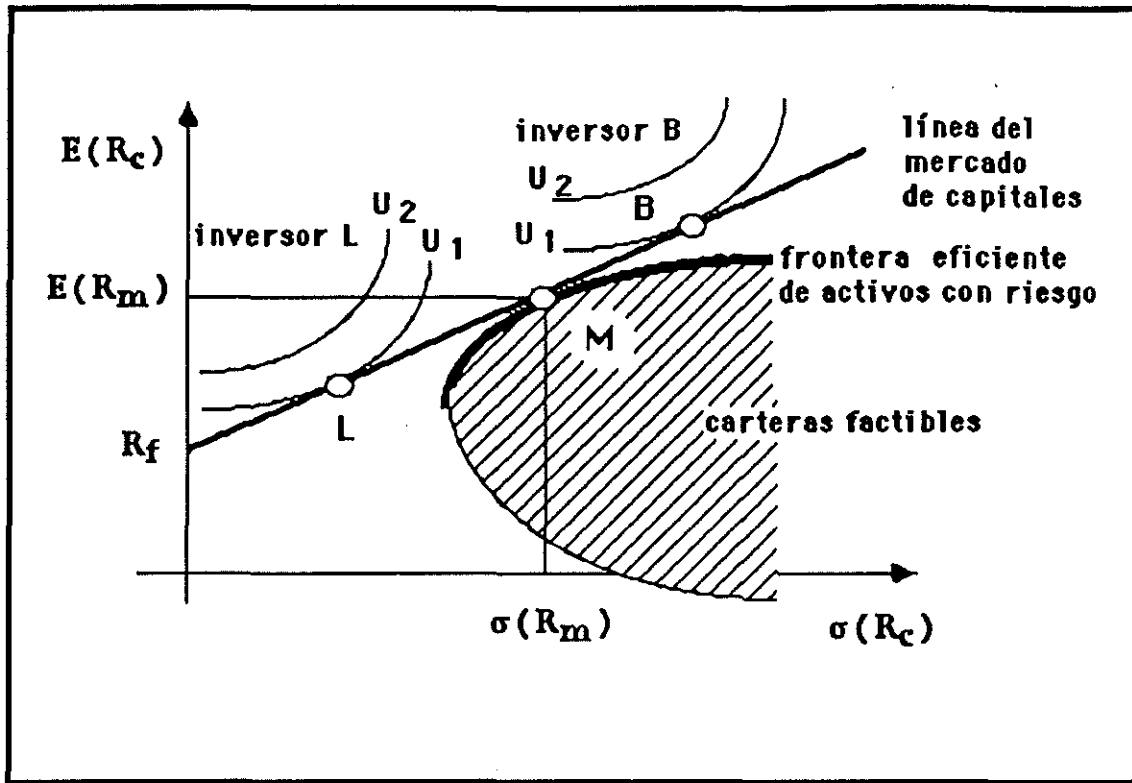


GRAFICO II : SHARPE

Obsérvese que del supuesto de existencia de un activo sin riesgo (nula varianza de su tipo de rendimiento) en el mercado de capitales se deriva una ampliación del conjunto de oportunidades abierto al inversor y convierte a la línea que pasa por R_f y M , denominada línea del mercado de capitales, en la restricción con la que efectivamente se enfrenta, es decir, en su nueva frontera eficiente. Consecuencia de ello será que la cartera individualmente óptima habrá de estar situada sobre la nueva frontera y, por tanto, ser una combinación lineal del activo sin riesgo y de la cartera de tangencia M . Al ser los mercados perfectos y las expectativas homogéneas, tal frontera eficiente será común para todos los inversores, de modo que las carteras individualmente óptimas diferirán sólo en la proporción del activo sin riesgo en la cartera total, pero no en la diversificación de la cartera de tangencia. En función de sus preferencias habrá agentes que optarán por prestar (caso del

punto L), mientras que otros encontrarán óptimo pedir prestado para financiar su cartera de activos con riesgo (caso del punto B). Sin embargo, independientemente de sus preferencias, todos los inversores mantendrán en sus respectivas carteras las mismas proporciones en los activos con riesgo, por lo que en una situación de equilibrio de mercado, M habrá de ser necesariamente la cartera de mercado.

La segunda conclusión nos señala que la fuerza determinante de la prima de riesgo de equilibrio de un activo es la covarianza entre el tipo de rendimiento²¹ del activo bajo consideración y el rendimiento de la cartera de mercado y que, en consecuencia, es dicha covarianza y no la varianza del rendimiento, la apropiada medida del riesgo del activo.

En su modelo, Sharpe demuestra que en equilibrio la prima de riesgo o exceso de rendimiento de cualquier activo i , es decir, $E(R_i) - R_f$, se puede expresar como el producto de dos factores:

$$E(R_i) - R_f = \lambda \beta_i \quad (4)$$

donde λ es el exceso de rendimiento (esperado) de la cartera de mercado sobre el activo sin riesgo, es decir, $E(R_M) - R_f$, y β_i es el cociente entre $\text{cov}(R_i, R_M)$ y $\sigma^2(R_M)$.

$E(R_i)$ puede interpretarse como el tipo de rendimiento (esperado) requerido en equilibrio sobre el activo i dados λ , R_f ²² y β_i . Al ser los valores de λ y de $\sigma^2(R_M)$ comunes para todo activo i , se sigue que la fuerza determinante de la prima de riesgo de i es el numerador de β_i , esto es,

²¹El tipo de rendimiento a que hace referencia el CAPM es el tipo de rendimiento real.

²² R_f es considerado el nivel de equilibrio, determinado fuera del modelo, del rendimiento del activo carente de riesgo.

$\text{cov}(R_i, R_M)$. Ello nos permite ver en la covarianza la apropiada medida del riesgo del activo i y, dado que el lado izquierdo de (4) representa la prima total de riesgo, dar a $E(R_M) - R_f / \sigma^2(R_M)$ el significado de precio del riesgo²³. Consecuentemente, podríamos reescribir (4) como

²³En la literatura financiera a los términos "precio" y "medida" del riesgo se le asignan distintos contenidos, aunque todos ellos estrechamente relacionados entre sí. En el enfoque media-varianza, lo equivalente a lo que en la teoría convencional del consumidor denominaríamos restricción presupuestaria es la frontera eficiente, al ser ésta la curva de transformación riesgo-rendimiento relevante para el inversor. En el caso de una economía del tipo de la considerada en el CAPM, tal frontera es la línea del mercado de capitales. Es natural pensar en la pendiente de esta línea como el precio o coste relativo de la unidad de riesgo. Si el riesgo de la cartera lo medimos mediante la desviación típica de su rendimiento, tal como hacemos en los gráficos I y II, la pendiente o precio del riesgo será $E(R_M) - R_f / \sigma(R_M)$ y la medida del riesgo, a partir de (4), será $\text{cov}(R_i, R_M) / \sigma(R_M)$. Si, por el contrario, el riesgo de cartera es medido por la varianza, entonces el precio del riesgo vendrá dado por $E(R_M) - R_f / \sigma^2(R_M)$, y su medida por la covarianza con el mercado, $\text{cov}(R_i, R_M)$. Alternativamente, tenemos una tercera opción, seguida normalmente en el marco de análisis del CAPM, en virtud de la cual se ve en β_i , en tanto función de la covarianza con el mercado, la expresión de la medida del riesgo y en $E(R_M) - R_f$, la del precio del riesgo. La variable clave en cada una de estas tres medidas alternativas del riesgo de i es la covarianza con la cartera de mercado, $\text{cov}(R_i, R_M)$, es decir, la contribución de i al riesgo de la cartera m medido por $\sigma^2(R_M)$ -en términos más precisos y para un peso de ponderación c_i , el activo i contribuye al riesgo de m en la cuantía $c_i \text{cov}(R_i, R_M)$; ello se desprende de la ecuación (2). La covarianza de i con el mercado determina el riesgo no diversificable, no reducible via diversificación, del activo i -el único componente diversificable en $\text{cov}(R_i, R_M)$ viene dado por $c_i \sigma^2(R_i)$.

En referencia al coeficiente beta, hemos de señalar que además de la interpretación dada como aproximación de la contribución total de i al riesgo de la cartera de mercado, admite la interpretación de contribución marginal de i al riesgo (su logaritmo) de m medido por $\sigma(R_M)$, es decir, $\beta_i = \frac{\partial \sigma(R_M)}{\partial c_i} \frac{1}{\sigma(R_M)}$.

Una tercera interpretación de beta se obtiene invirtiendo el sentido de la causalidad presente en las dos anteriores, esto es, pasando de la causalidad desde i hacia m a la causalidad desde m hacia i . A partir de (4) es inmediato ver al coeficiente beta como un coeficiente de regresión de R_i sobre R_M . En tal caso, el coeficiente beta representa una medida de la sensibilidad de i a las fluctuaciones del rendimiento del mercado. Desde esta tercera óptica los activos se clasifican en agresivos o defensivos según su beta sea mayor o menor que la unidad. A menor beta, mayor inmunidad ante las fluctuaciones del mercado y menor compensación para el inversor poseedor del correspondiente activo. En el caso de activos con una beta negativa, más que de inmunidad habría que hablar de cobertura de

$$E(R_i) - R_f = \text{precio de mercado del riesgo} \\ \times \text{medida del riesgo del activo } i \quad (5)$$

La ecuación (4) nos indica que en el equilibrio de un mercado de capitales donde los inversores mantienen carteras óptimas en el sentido media-varianza, la retribución de los activos, o su prima de riesgo, será directamente proporcional a sus respectivos "betas" o sus respectivas covarianzas con el mercado. En equilibrio, todos los activos habrán de estar situados sobre la línea SML ("security market line") que es la representación gráfica de (4). En el gráfico III comprobamos cómo la línea SML nos permite visualizar fácilmente aquellos casos de rendimientos anormales, es decir, de activos sobrevalorados (punto S) o infravalorados (punto I).

Por razones obvias, la cartera de mercado (punto M) tendrá un beta igual a la unidad. Para activos con riesgo, pero no correlacionados con la cartera de mercado, no habrá prima de riesgo (punto 0, R_f). Obsérvese que para activos con riesgo inversamente correlacionados con el mercado, el rendimiento esperado será inferior al de un activo carente de riesgo; la correlación negativa les otorga naturaleza de instrumentos de cobertura o seguro frente a las fluctuaciones del mercado.

La intuición de (4) reside en el significado de $\text{cov}(R_i, R_m)$ o de β_i como expresión del riesgo no diversificable de i (véase nota 23). La ecuación (4) nos está diciendo que el mercado sólo retribuye o compensa a los inversores por la asunción del riesgo no diversificable asociado con la

riesgo o seguro frente a las oscilaciones del mercado, y de ahí que tales títulos lleven asociados rendimientos de equilibrio inferiores al de un activo libre de riesgo.

tenencia de i , y que la compensación de equilibrio es proporcional a dicho riesgo.

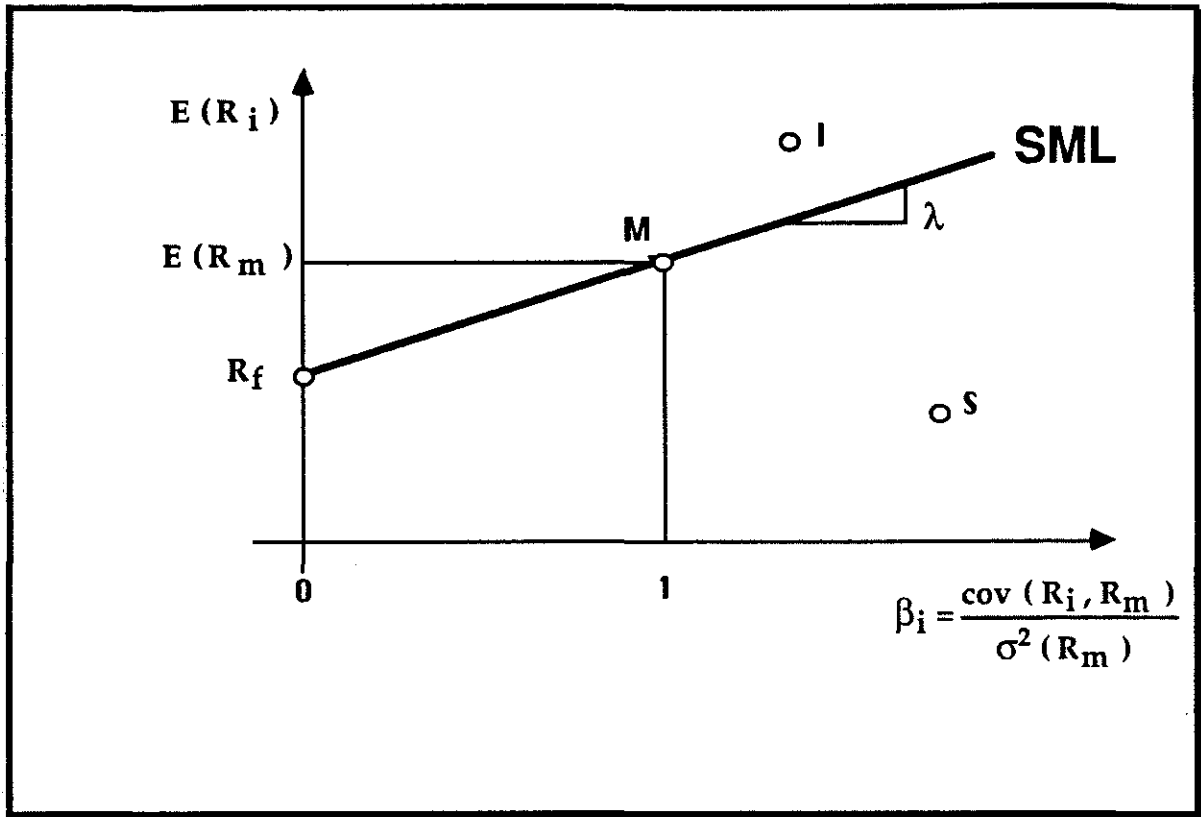


GRAFICO III : SML

Un rasgo llamativo del CAPM es el referido al tipo de valoración de activos que encontramos en su seno. Se podría decir que se trata de un modelo de valoración *relativa* de activos. Con la expresión "valoración relativa" queremos enfatizar el hecho de que el CAPM, a pesar de denominarse de valoración ("pricing") de activos, no permite la determinación en su seno de los *niveles* de equilibrio de precios y rendimientos, pero sí la de la *prima de riesgo* o exceso de rendimiento de cada activo sobre el activo libre de riesgo.

Tal limitación no debería sorprender si tenemos presente que nos encontramos ante un modelo de equilibrio parcial²⁴ y de "un sólo período"²⁵. Desde la obra de Irving Fisher (1930) es claro que precisamos de un marco de equilibrio general e intertemporal para poder endogeneizar los precios de activos y sus rendimientos.

Con anterioridad comentamos que R_f es considerado el nivel de equilibrio, determinado fuera del modelo, del rendimiento del activo carente

²⁴En el modelo que nos ocupa no hay conexión explícita entre lo que ocurre en el mercado de capitales y el resto de la economía.

²⁵Comentario aparte requiere lo que en la literatura financiera se entiende por "modelo de un sólo período". En los textos de finanzas esta es la forma utilizada para describir el modo en que el tiempo es introducido en modelos como el de cartera de Markowitz o el de valoración de Sharpe. Es evidente que si estos modelos fueran en sentido estricto de un único período nos ofrecerían un entorno de escaso interés para el economista financiero. En una economía de un sólo período no es razonable hablar de incertidumbre ni de distribuciones de probabilidad de los rendimientos; es más, no sería posible definir el propio concepto de rendimiento entendido como razón entre magnitudes referidas a dos momentos distintos del tiempo. Por otra parte, en tal economía no habría lugar para comportamientos de ahorro ni para su materialización en activos alternativos si se supone, como es habitual en la teoría del consumidor, que los consumidores prefieren más a menos, es decir, que no alcanzan puntos de saciedad.

Lo que se suele entender por modelo de un sólo período es en realidad un modelo de dos períodos ciertamente peculiar. En él se distingue entre una fecha inicial y una fecha final que es simultáneamente el inicio del siguiente período. En ambas fechas se consume, pero sólo en la fecha inicial se invierte (o ahorra) y se toman decisiones de cartera. La cartera, cuyo tamaño vendrá dado por la diferencia entre la riqueza inicial y el consumo inicial, generará un nivel de riqueza de final de período dependiente del tipo de rendimiento de la cartera misma. La riqueza de final de período será consumida íntegramente al principio del segundo período, y de ahí la identificación del nuevo consumo con la riqueza de final del período inicial. La riqueza de final de período será una variable aleatoria por serlo el tipo de rendimiento de la cartera. De este modo, el problema del consumidor consistirá en maximizar la utilidad del consumo presente y de la riqueza de final de período.

Aunque el modelo de un sólo período se pueda concebir como una etapa de un modelo multiperíodo resuelto recursivamente mediante programación dinámica (véase Markowitz (1959) y Fama (1970)), su tratamiento de la elección óptima de consumo y de inversión bajo incertidumbre es insatisfactorio. Precisamos de modelos en los que simultáneamente se determinen las decisiones de consumo e inversión, las de cartera y los niveles de equilibrio de precios y rendimientos de los activos, y ello sólo es posible con modelos de valoración de activos de equilibrio general dinámico (véase Febrero, 1990).

tenencia de i , y que la compensación de equilibrio es proporcional a dicho riesgo.

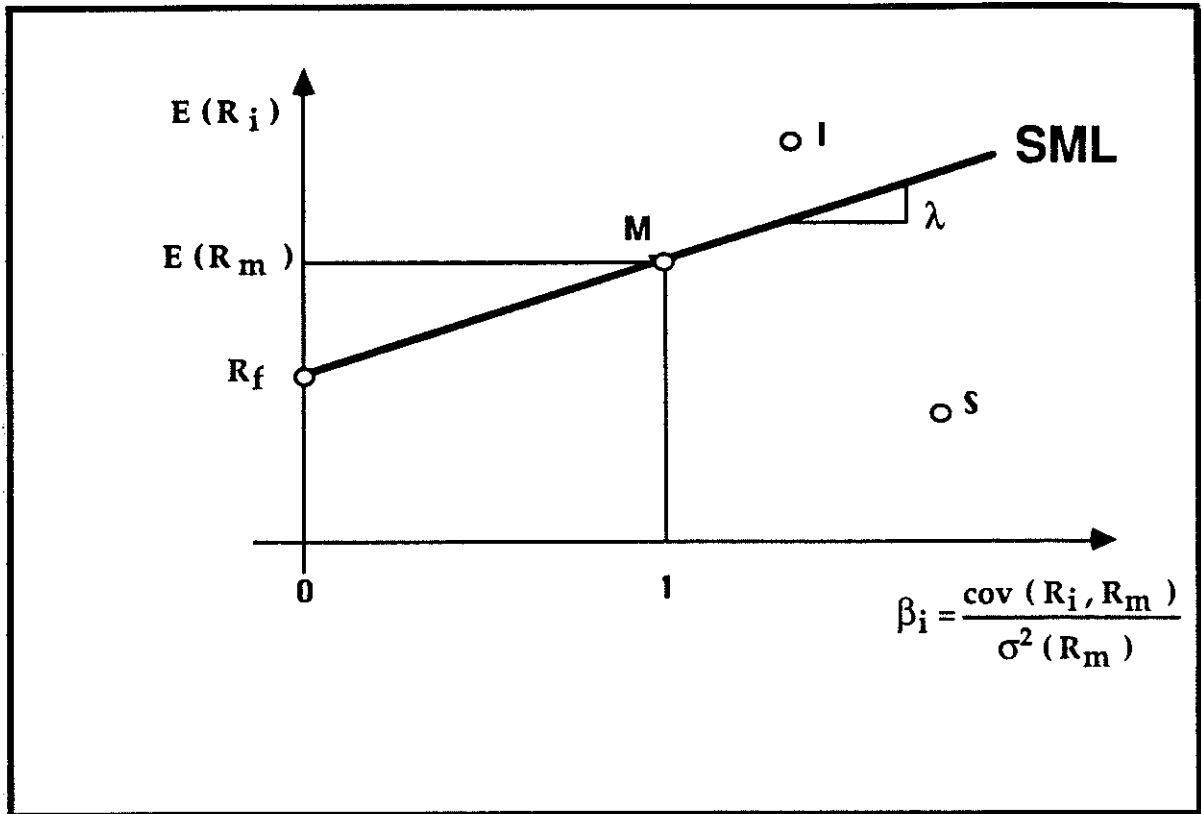


GRAFICO III: SML

Un rasgo llamativo del CAPM es el referido al tipo de valoración de activos que encontramos en su seno. Se podría decir que se trata de un modelo de valoración *relativa* de activos. Con la expresión "valoración relativa" queremos enfatizar el hecho de que el CAPM, a pesar de denominarse de valoración ("pricing") de activos, no permite la determinación en su seno de los *niveles* de equilibrio de precios y rendimientos, pero sí la de la *prima de riesgo* o exceso de rendimiento de cada activo sobre el activo libre de riesgo.

Son precisamente estos modelos los que permiten entender los resultados aportados en su momento por Markowitz y Sharpe como casos particulares tributarios de condiciones ciertamente restrictivas²⁹, pero sin los que hoy no contaríamos con una literatura financiera reconocida con rango de disciplina económica.

²⁹Como indicábamos en la nota 26 es posible interpretar el CAPM como la especialización para un sólo período de un modelo de valoración de activos de equilibrio dinámico del tipo de Lucas (1978). El modelo de Lucas constituye, a su vez, el prototipo de generalización del modelo de Fisher para una economía bajo incertidumbre via análisis de equilibrio recursivo. Partiendo de la ecuación fundamental de valoración del modelo de Lucas, es posible derivar la ecuación del CAPM tras imponer como condición suficiente la normalidad de los rendimientos y aplicar el lema de Stein (Constantinides, 1989). Otra condición suficiente igualmente válida sería la consistente en partir de una función de utilidad cuadrática. Véase también Blanchard y Fischer (1989) para una derivación del CAPM mediante la imposición de la condición de correlación perfecta negativa entre el rendimiento de la cartera de mercado y la utilidad marginal del consumo del consumidor-inversor representativo.

4. La proposición de irrelevancia de Modigliani y Miller

La aportación más popular de Miller consiste en el famoso teorema de Modigliani y Miller de 1958 y su corrección de 1963³⁰, y en particular, en la llamada por sus autores proposición I, ampliamente glosada en la prensa con ocasión de la concesión del Nobel al primero de ellos. La proposición I del teorema MM nos indica que, bajo ciertas condiciones³¹, las decisiones relativas a la estructura financiera de la empresa son irrelevantes a los efectos de determinar el valor de la misma. El valor de mercado de una empresa es independiente de su estructura de capital o de modo equivalente, no existe una estructura de capital óptima.

Lo que quizá suele ser pasado por alto en relación a esta proposición de irrelevancia es que tras ella hay un argumento de arbitraje, un argumento de mercado. El teorema MM es en realidad una caracterización desde el lado de la oferta del equilibrio de un mercado de capitales competitivo y perfecto. Su sustentación radica en la condición de ausencia de arbitraje que toda situación

³⁰No es éste el único teorema Modigliani-Miller (véase Miller y Modigliani (1961)) ni tampoco la única contribución relevante de Miller a la literatura de financiación de empresas (véase el apéndice bibliográfico y en particular Miller (1977)). El teorema MM de 1958 hace referencia también a la independencia entre la estructura del capital y el coste del mismo. El teorema MM de 1961 establece la irrelevancia a efectos valorativos de la política de dividendos practicada por la empresa. Para un tratamiento panorámico con la perspectiva que dan más de tres décadas de literatura financiera, véase Kim (1988) y Miller (1987).

³¹Estas condiciones son básicamente mercados competitivos y perfectos con ausencia de costes de bancarrota, impuestos personales, información asimétrica y costes de agencia.

de equilibrio de mercado precisa para ser calificada como tal. De hecho, el teorema incorpora posiblemente el primer ejercicio de valoración de activos por arbitraje en la literatura financiera. El argumento básico tras la proposición de irrelevancia es bien simple. Si en equilibrio los consumidores-inversores no pueden realizar operaciones de arbitraje (conseguir algo por nada) mediante reasignaciones en sus carteras, tampoco las empresas pueden disfrutar de oportunidades de arbitraje (incrementos de valor de mercado) mediante la simple reestructuración de su pasivo (ratio capital-deudas o acciones-bonos).

Aunque Modigliani y Miller plantean sus argumentos en términos de preferencias media-varianza³² y de análisis de equilibrio parcial, la intuición de la proposición I es fácil de alcanzar mediante el principio de aditividad del valor al que nos lleva la aplicación del enfoque de preferencias tiempo-estado de Arrow-Debreu a un mercado de capitales completo y perfecto³³.

El enfoque de preferencias tiempo-estado³⁴ es un enfoque de equilibrio general donde los agentes maximizan su utilidad esperada y donde los objetos básicos de elección se reducen a derechos sobre una unidad del bien de consumo contingentes a la realización de un determinado estado de la naturaleza y momento específico del tiempo (derechos tiempo-estado contingentes, títulos de Arrow-Debreu o activos elementales suelen ser las denominaciones que reciben). De esta forma se quiere expresar la idea de que los índices de utilidad de los agentes que viven en un mundo de múltiples

³²Hirshleifer (1966) nos llama la atención sobre este punto.

³³A Hirshleifer (1966) se debe esta reinterpretación de la proposición de irrelevancia de Modigliani y Miller en términos del enfoque de Arrow-Debreu.

³⁴Son innumerables los textos y artículos a los que el lector no familiarizado con este enfoque puede acudir. Un punto de partida por su sencillez expositiva podría ser el capítulo 5 de Copeland y Weston (1988), escrito por R. W. Masulis.

períodos e incertidumbre depende de los niveles de consumo esperados a lo largo de su vida, del momento de realización de tales consumos y de la probabilidad de realización de los mismos.

Un derecho contingente ofrece una unidad del bien numerario para una determinada combinación (t, s) y nada en los demás casos, donde s indica un determinado estado de la naturaleza para el momento del tiempo t . Supondremos que estos derechos se negocian únicamente en un momento inicial $t = 0$ y en un mercado competitivo, perfecto y completo³⁵ a los precios descontados o presentes $\phi(t, s)$. En aras de la máxima sencillez expositiva supondremos que en esta economía hay sólo dos períodos $t = 0$ y $t = 1$, por lo que sólo habrá incertidumbre respecto a $t = 1$. Estos activos elementales tendrán, por tanto, un tipo de rendimiento $1/\phi(t = 1, s)$ si se verifica el par $(t = 1, s)$ y cero para los demás pares.

Los precios de equilibrio de los derechos contingentes serán aquéllos para los que los mercados se vacían, y los consumidores-inversores y las empresas resuelven sus programas de optimización. Naturalmente, estos dos últimos problemas estarán conectados entre sí dado que el máximo beneficio π generado por la empresa representativa entrará en la restricción presupuestaria del consumidor-inversor representativo como una fuente de recursos.

³⁵En una economía con mercados completos existe un derecho contingente para cada par (t, s) . Para el caso de una economía multiperíodo cualquier historia de sucesos hasta t incluido puede ser factible, es decir, cualquier $s^t = (s_1, s_2, \dots, s_t)$, donde s_t es el estado de la naturaleza verificado en t . De la propiedad de completitud se deriva la posibilidad de constituir una cartera de derechos contingentes, esto es, un activo complejo, con vector de pagos $(1, \dots, 1, \dots, 1)$ para todo t , es decir, un activo libre de riesgo.

Supongamos ahora que además de derechos contingentes es posible emitir y adquirir activos complejos³⁶. Un activo complejo es interpretable como una cartera o combinación lineal de derechos contingentes. En esta economía un activo complejo A_i se caracteriza por un vector de pagos $(A_{i,1}, A_{i,2}, \dots, A_{i,s}, \dots, A_{i,S})$ para $t = 1$, donde A_s es el pago si de los S posibles estados de la naturaleza es s el que se verifica. Es evidente que en equilibrio los precios (descontados) P de los activos complejos deberán guardar una determinada relación con los precios ϕ de los derechos contingentes de tal forma que sea imposible las operaciones de arbitraje entre ellos por parte de los inversores. En concreto se habrá de cumplir³⁷ que

$$P(A_i) = \phi_1 A_{i,1} + \phi_2 A_{i,2} + \dots + \phi_s A_{i,s} + \dots + \phi_S A_{i,S} \quad (6)$$

ya que tanto la tenencia del activo complejo A_i como la de la cartera de activos elementales a que equivale su vector de pagos, $(A_{i,1}, A_{i,2}, \dots, A_{i,s}, \dots, A_{i,S})$, ofrecen los mismos pagos contingentes.

En caso de que el signo "=" de (6) se viera sustituido por el de ">" o "<", ello significaría la existencia de oportunidades abiertas de arbitraje incompatibles con la situación de equilibrio de mercado. Obsérvese que (6) nos está indicando que si los pagos de un activo A_i constituyen una combinación lineal de los pagos de otros dos activos A_j y A_h , por ejemplo una simple suma,

³⁶En economías con activos complejos la condición de completitud consiste en que el número de activos linealmente independientes sea igual al número de posibles estados de la naturaleza.

³⁷La condición necesaria y suficiente para que (6) represente ausencia de oportunidades de arbitraje es que los precios ϕ sean no negativos. Una fuente con abundantes resultados y pruebas desde la óptica del enfoque de preferencias tiempo-estado es Ohlson (1987).

$$A_{i, s} = (A_{j, s}) + (A_{h, s}), \quad \forall s, \quad s = 1, \dots, S \quad (7)$$

entonces el precio de A_i será

$$P(A_i) = P(A_j) + P(A_h) \quad (8)$$

Las ecuaciones (6) y (8) son expresiones alternativas de lo que se denomina principio de aditividad del valor (de los derechos o de los activos). Es este el principio que nos permite asegurar que en equilibrio y para unas decisiones de producción dadas, una empresa no puede alterar su valor de mercado cambiando la estructura de su pasivo. O dicho en otros términos, una misma asignación de recursos reales en esta economía será compatible con estructuras alternativas del pasivo de la empresa representativa. Para ello volvamos a la ecuación (8) pero interpretada ahora como la representación de la estructura inversión-financiación de la empresa representativa.

Piénsese en $A_{i, s}$ como el rendimiento productivo, neto de costes de producción, de la empresa representativa, si la incertidumbre de la economía se resuelve en el estado s ; en $A_{j, s}$ como el pago a los accionistas contingente al estado s , y en $A_{h, s}$ como el pago dirigido a los poseedores de bonos en el estado s . En palabras, (8) nos dice que el valor de mercado de la empresa es igual al valor de su capital en acciones y al valor de los bonos emitidos para su financiación. En tal caso, sólo si alteramos el vector de pagos productivos $(A_{i, 1}, A_{i, 2}, \dots, A_{i, s}, \dots, A_{i, S})$ se verá modificado $P(A_i)$, es decir, el valor de mercado de la empresa. $P(A_i)$ no dependerá de la estructura del pasivo de la empresa si tomamos como dadas las variables reales que la afectan. $P(A_i)$ sólo dependerá de la suma total del valor de las acciones y bonos emitidos.

Es importante señalar que tras la proposición 1 se encuentra un resultado ya contenido en el modelo de Fisher (1930). La proposición de irrelevancia de Modigliani-Miller, en tanto proposición de separación, bajo ciertas condiciones, entre variables financieras y reales, es un caso especial del Teorema de Separación de Fisher (Hirshleifer, 1966). La separación entre decisiones de financiación e inversión-producción en Modigliani-Miller es equivalente a la separación entre decisiones de producción y consumo en Fisher. En ambos casos, las decisiones de financiación, para aquéllos, y las decisiones de consumo, para éste, se toman "dentro" de una restricción de riqueza, no cambian el nivel de riqueza determinado por la solución productiva.

Esto se puede observar en el gráfico IV³⁸ donde representamos una economía muy simple. Supongamos una economía de dos períodos en la que los posibles futuros estados de la naturaleza se reducen a dos, $s = 1, 2$. En esta economía hay un sólo bien físico c cuyo nivel para el período cero suponemos fijado. Consideremos el caso de una empresa propiedad de un sólo individuo, maximizador de su utilidad esperada en una economía con mercados competitivos, perfectos y completos.

³⁸Adaptado de Krouse (1986).

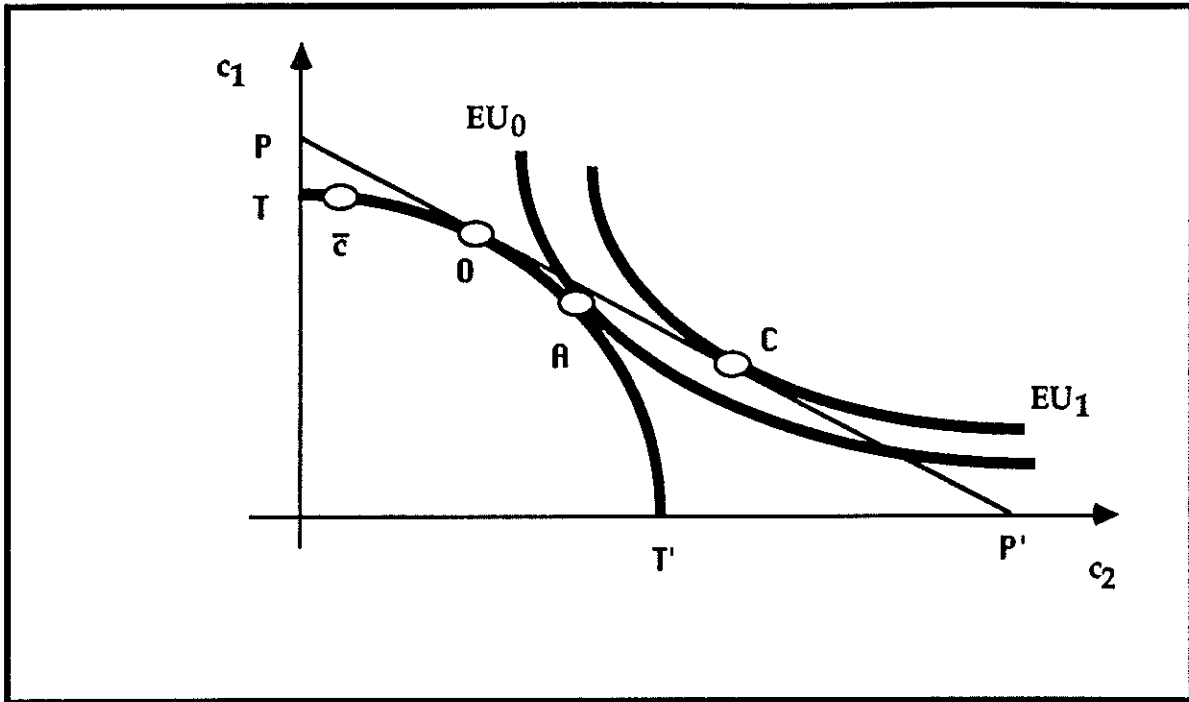


GRAFICO IV

Dado el punto de dotación $\bar{c} = (\bar{c}_1, \bar{c}_2)$ y las posibilidades tecnológicas representadas por la curva de transformación TT' , el individuo elige como solución productiva el punto O para la línea de precios PP' establecida por el mercado y tomada como dada por el agente decisor. De esta forma se habrá maximizado el valor de mercado del plan de producción a los precios existentes. Veamos a continuación cómo la existencia del mercado permitirá la separación entre producción y consumo. En efecto, nuestro consumidor haciendo uso del mercado de capitales -moviéndose a lo largo de PP' - se ubicará en el punto C donde logra maximizar su utilidad esperada, EU , dadas las restricciones. De no haber existido un mercado de derechos contingentes las soluciones consuntiva y productiva habrían coincidido en el punto A , donde la relación marginal de sustitución entre derechos contingentes y la relación marginal de transformación entre derechos contingentes se igualan. Vemos, por tanto, que las operaciones de financiación, de préstamo y

endeudamiento, no afectan al nivel de riqueza determinada por la solución productiva, sólo sirven para alcanzar una distinta distribución de la riqueza entre derechos contingentes.

Antes de concluir esta sección queremos recordar que la idea de la irrelevancia de las variables financieras para la determinación de los niveles de equilibrio de las variables reales, no es exclusiva del análisis económico de la empresa³⁹; también ha hecho acto de presencia en la literatura macroeconómica. La traslación al campo de la política fiscal bajo la denominación de Teorema de la Equivalencia Ricardiana o Teorema MM de la Hacienda Pública, y aplicada a la relación deuda pública-impuestos, es la extensión macroeconómica más conocida. En su versión más estricta la proposición ricardiana nos señala que la financiación via impuestos o via deuda de una corriente dada de gasto público son equivalentes, o en otras palabras, la elección por parte del gobierno de la senda temporal de impuestos y emisiones de bonos gubernamentales no lleva asociado efecto alguno sobre ninguna variable (precio o cantidad) relevante en equilibrio⁴⁰.

³⁹En Miller (1987) el lector puede encontrar una relación de aplicaciones de la proposición MM de irrelevancia.

⁴⁰Véase Sargent (1987) para una discusión de la proposición ricardiana en diversos modelos de equilibrio de expectativas racionales.

5. Conclusiones

Los Nobel de Economía de 1990 suponen un reconocimiento del carácter de disciplina económica de la moderna teoría financiera. La diferencia esencial entre la moderna teoría financiera, surgida de las contribuciones de Markowitz, Tobin, Modigliani, Miller y Sharpe, y la que le precedió hasta los años 50 reside en que aquélla constituye una aplicación del *enfoque económico* al estudio de los *mercados de capitales*, y de ahí, su naturaleza adquirida de teoría microeconómica aplicada.

Por enfoque económico entendemos el descrito por Becker (1976, cap. 1), es decir, el consistente en abordar el estudio del comportamiento humano desde la base constituida especialmente por tres supuestos: optimización individual, equilibrio de mercado y estabilidad de preferencias.

En sus contribuciones seminales los tres galardonados este año se plantean la toma de decisiones bajo incertidumbre como actos de racionalidad individual en los que la utilidad esperada de los agentes se ve aproximada mediante preferencias biparamétricas media-varianza en la línea establecida por Markowitz.

Por otra parte, hemos intentado mostrar en este trabajo que tras el CAPM y el teorema MM se encuentran sendas caracterizaciones, la primera desde el lado de la demanda y la segunda desde la oferta, del equilibrio del mercado de

capitales, fundamentadas ambas en el análisis de la valoración de los activos objeto de transacción en los mismos.

A continuación, tras las referencias bibliográficas, el lector dispone de una aproximación a la bibliografía de Markowitz, Sharpe y Miller.

REFERENCIAS

Arrow, K. J. (1964). "The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-Bearing", *Review of Economic Studies*, 31 (abril): 91-96.

Arrow, K. J. (1970). *Essays in the Theory of Risk Bearing*, (Amsterdam: North-Holland).

Becker, G. S. (1976). *The Economic Approach to Human Behavior*, (Chicago: University of Chicago Press).

Black, F. (1972). "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", *Journal of Business*, 45 (julio): 444-455.

Blanchard, O. J. y S. Fischer. (1989). *Lectures on Macroeconomics*, (Boston: MIT Press).

Breeden, D. T. (1979). "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities", *Journal of Financial Economics*, 7 : 265-296.

Brock, W. (1982). "Asset Prices in a Production Economy." En (Ed.) J. McCall, *The Economics of Information and Uncertainty*, (Chicago: University of Chicago Press).

Constantinides, G. M. (1989). En (Ed.) S. Bhattacharya y G. M. Constantinides, *Theory of Valuation*, (Rowman & Littlefield): 1-23.

Copeland, T. E. y J. F. Weston. (1988). *Financial Theory and Corporate Policy*, (Addison-Wesley).

Cox, J. C., J. E. Ingersoll y S. A. Ross. (1985). "An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices", *Econometrica*, 53 : 363-384.

Debreu, G. (1959). *Theory of Value: an Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*, Cowles Foundation Monograph 17, (New Haven y Londres: Yale University Press).

Fama, E. F. (1968). "Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments", *Journal of Finance*, 23 (marzo): 29-40.

Fama, E. F. (1970). "Multiperiod Consumption-Investment Decisions", *American Economic Review*, 60 (marzo): 163-174.

Fama, E. F. (1976). *Foundations of Finance*, (Basic Books).

Febrero, R. (1990, septiembre). "La Economía de los Precios de Activos: un Enfoque de Equilibrio Dinámico", Universidad Complutense, manuscrito.

Fisher, I. (1930). *The Theory of Interest*, (MacMillan).

Hansen, L. P. (1982). "Large Sample Properties of Generalized Methods of Moments Estimators". *Econometrica*, 50 (julio): 1029-1054.

Hansen, L. P. y K. J. Singleton. (1982). "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models", *Econometrica*, 50 (septiembre): 1269-1286.

Hansen, L. P. y K. J. Singleton. (1984), "Errata", *Econometrica*, 52 (enero): 267-268.

Hicks, J. (1935). "A Suggestion for Simplifying the Theory of Money", *Economica*, (February): 1-19.

Hirshleifer, J. (1966). "Investment Decision under Uncertainty: Applications of the State-Preference Approach", *Quarterly Journal of Economics*, 80 (Mayo): 252-277.

Hirshleifer, J. (1970). *Investment, Interest, and Capital*, (Prentice-Hall).

Kim, E. H. (1989). "Optimal Capital Structure in Miller's Equilibrium." En (Ed.) S. Bhattacharya y G. M. Constantinides, *Financial Markets and Incomplete Information*, (Rowman & Littlefield): 36-48.

Kroll, Y., H. Levy y H. M. Markowitz. (1984). "Mean Variance versus Direct Utility Maximization", *Journal of Finance* , 39 (marzo): 47-61.

Krouse, C. G. (1986). *Capital Markets and Prices* , (Amsterdam: North-Holland).

Leavens, D. H. (1945). "Diversification of Planning", *Trusts and States* , 80 (mayo): 469-473.

Levy, H. y H. M. Markowitz. (1979). "Approximating Expected Utility by a Function of Mean and Variance", *American Economic Review* , (junio): 308-317.

Lintner, J. (1965). "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics* , 47 (febrero): 13-37.

Lucas, R. E. J. (1978). "Asset prices in an exchange economy", *Econometrica* , 46 : 1429-1445.

Markowitz, H. M. (1952). "Portfolio Selection", *Journal of Finance* , 7 (1): 77-91.

Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments* , (New Haven: Yale University Press).

Markowitz, H. M. (1987). *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets* , (New York: Basil Blackwell).

Merton, R. C. (1973). "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model", *Econometrica* , 41 (septiembre): 867-887.

Miller, M. H. (1977). "Debt and Taxes", *Journal of Finance* , 32 (mayo): 261-275.

Miller, M. H. (1987, Septiembre). "The Modigliani-Miller Propositions." Graduate School of Business, University of Chicago, working paper.

Miller, M. H. y F. Modigliani. (1961). "Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares", *Journal of Business* , (octubre): 411-433.

Modigliani, F. y M. H. Miller. (1958). "The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment", *American Economic Review*, 48 (junio): 267-297.

Modigliani, F. y M. H. Miller. (1963). "Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: a Correction", *American Economic Review*, 53 (junio): 433-443.

Mossin, J. (1966). "Equilibrium in a Capital Asset Market", *Econometrica*, 34 (octubre): 768-783.

Muth, J. F. (1961). "Rational expectations and the theory of price movements". *Econometrica*, 29 (July): 315-35.

Ohlson, J. A. (1987). *The Theory of Financial Markets and Information*, (New York: North-Holland).

Owen, J. y R. Rabinovitch. (1983). "On the Class of Elliptical Distributions and their Applications to the Theory of Portfolio Choice", *Journal of Finance*, 38 (3): 745-752.

Pratt, J. W. (1964). "Risk Aversion in the Small and in the Large", *Econometrica*, 32 (enero-abril): 122-136.

Ross, S. A. (1976). "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", *Journal of Economic Theory*, 13 (mayo): 341-360.

Roy, A. D. (1952). "Safety First and the Holding of Assets", *Econometrica*, 20: 431-449.

Sargent, T. J. (1987). *Dynamic Macroeconomic Theory*, (Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press).

Sharpe, W. F. (1964). "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, 19 (septiembre):

Tobin, J. (1958). "Liquidity Preference as Behavior Towards Risk", *Review of Economic Studies*, 25 (febrero): 65-86.

Townsend, R. M. (1987). "Arrow-Debreu Programs as Microfoundations of Macroeconomics." En (Ed.) T. F. Bewley, *Advances in Economic Theory*, (Cambridge University Press).

Treynor, J. (1961). "Toward a Theory of Market Value of Risky Assets", manuscrito.

von Neumann, J. y O. Morgenstern. (1947). *Theory of Games and Economic Behavior* . (Princeton: Princeton University Press).

Apéndice bibliográfico: HARRY M. MARKOWITZ

Archer, S. H. y C. A. D'Ambrosia. (1967, 1983). *The Theory of Business Finance: A Book of Readings*, (New York: MacMillan y Londres: Collier MacMillan).

Elton, E. J. y M. J. Gruber (Ed.). (1979). *Portfolio Theory, 25 Years After. Essays in Honor of Harry Markowitz*, (Amsterdam y Oxford: North-Holland).

Geisler, M. A. y H. M. Markowitz. (1963). *A Brief Review of Simscript as a Simulating Technique*, Rand Corporation Memorandum, RM-3778-PR

Kim, G.-r. y H. M. Markowitz. (1989). "Investment Rules, Margin, and Market Volatility", *Journal of Portfolio Management*, 16 (1): 45-52.

Kiviat, P. J., R. Villanueva y H. M. Markowitz. (1969). *The Simscript II Programming Language*, (Prentice-Hall).

Kroll, Y., H. Levy y H. M. Markowitz. (1984). "Mean Variance versus Direct Utility Maximization", *Journal of Finance*, 39 (1): 47-61.

Manne, A. S. y H. M. Markowitz (Ed.). (1963). *Studies in Process Analysis: Economy-wide Production Capabilities*, (New York: Wiley).

Markowitz, H. M. (1952). "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, 7 (1): 77-91. Reproducido en Archer y D'Ambrosia (1983), pp. 88-101.

Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, (New Haven: Yale University Press y New York: Wiley).

Markowitz, H. M. (1976). "Investment for the Long Run: New Evidence for an Old Rule", *Journal of Finance*, 31 (5): 1273-1286.

Markowitz, H. M. (1983). "Nonnegative or Not Nonnegative: A Question about CAPMs", *Journal of Finance*, 38 (2): 283-295.

Markowitz, H. M. (1984). "The "Two Beta" Trap". *Journal of Portfolio Management*, 11 (1): 12-20.

Markowitz, H. M. (1987). *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*, (New York y Oxford: Basil Blackwell).

Markowitz, H. M. y A. S. Manne. (1956). "On the Solution of Discrete Programming Problems", Rand Corporation Paper, P-711.

Markowitz, H. M. y A. F. Perold. (1979). "Reducing Models of Covariance to Weighted Sums of Squares: A Procedure for the Fast Determination of Efficient Portfolios", Graduate School of Business Administration, Harvard University, working paper.

Markowitz, H. M. y A. F. Perold. (1981). "Portfolio Analysis with Factors and Scenarios", *Journal of Finance*, 36 (4): 871-877.

Markowitz, H. M. y R. C. Steorts. (1965). "Modify and Restart Routines for SIMSCRIPT Games and Simulation Experiments", Rand Corporation Memorandum, RM-4242-PR.

Oldfather, P. M., A. S. Ginsberg y H. M. Markowitz. (1966). "Programming by Questionnaire: How to Construct a Program Generator", Rand Corporation Memorandum, RM-5129-PR.

Apéndice bibliográfico: WILLIAM F. SHARPE
--

Archer, S. H. y C. A. D'Ambrosia. (1983, 1967). *The Theory of Business Finance: A Book of Readings*, (New York: MacMillan y Londres: Collier MacMillan).

Archer, S. H. y C. A. D'Ambrosia. (1966). *Business Finance: Theory and Management*, con la colaboración de W. F. Sharpe, (New York: MacMillan).

Alexander, G. J. y W. F. Sharpe. (1989). *Fundamentals of Investments*, (Prentice-Hall).

Barbour, A. A., D. M. Fisk y W. F. Sharpe (1966). "The NATO Force Planning Cost Model", Rand Corporation Memorandum, RM-5066-PR.

Goodman, L. S. y W. F. Sharpe. (1979). "Comparative Measures of Bank Capital Adequacy", Graduate School of Business Administration, New York University, Salomon Brothers working paper no. 174.

Harrison, M. J. y W. F. Sharpe. (1983). "Optimal Funding and Allocation Rules for Defined-Benefit Pension." En (Ed.) Z. Bodie y J. R. Shoven, *Financial Aspects of the United States Pension System*, (Chicago y Londres: University of Chicago Press): 91-103, 105.

Lanstein, R. y W. F. Sharpe. (1978). "Duration and Security Risk", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13 (4): 653-668.

Sharpe, W. F. (1961). *Portfolio Analyses Based on a Simplified Model of the Relationships among Securities*, Tesis, University of California at los Angeles.

Sharpe, W. F. (1964). "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, 19 (3): 425-442. Reproducido en Archer y D'Ambrosia (1983): 126-143.

Sharpe, W. F. (1964b). "Estimating the Productivity of Large Transport Aircraft in Army Deployments: A Simplified Method", Rand Corporation Memorandum, RM-4312-PR.

Sharpe, W. F. (1965). "Mutual Fund Performance: Measurement and Prediction", Rand Corporation Paper P-3096.

Sharpe, W. F. (1966). "A Model for Selecting, Routing, and Loading Aircraft", Rand Corporation Memorandum, RM-4509-PR.

Sharpe, W. F. (1967). "University of Washington BASIC Interpretative Compiler UWBIC", Graduate School of Business Administration, University of Washington.

Sharpe, W. F. (1969). *The Economics of Computers*, (New York: Columbia University Press).

Sharpe, W. F. (1970). "Basic Data for Policy and Public Decision: Technical Aspects: Discussion", *American Economic Review*, (2): 166-167.

Sharpe, W. F. (1970). "Computer-Assisted Economics", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 5 (3): 353-366.

Sharpe, W. F. (1970). *Portfolio Theory and Capital Markets*, (New York: McGraw-Hill).

Sharpe, W. F. (1970). "Stock Market Price Behavior. A Discussion", *Journal of Finance*, 25 (2): 418-420.

Sharpe, W. F. (1971). "A Linear Programming Approximation for the General Portfolio Analysis Problem", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 6 (5): 1263-1275.

Sharpe, W. F. (1971b). "Risk, Market Sensitivity and Diversification", Graduate School of Business, Stanford University, Research Paper no. 50.

Sharpe, W. F. (1971c). "Risk-return Classes of New York Stock Exchange: Common Stocks", Graduate School of Business, Stanford University, Technical Report no. 3.

Sharpe, W. F. (1972a). "Portfolio Theory and Security Analysis: Discussion", *Journal of Finance*, 27 (2): 456-458.

Sharpe, W. F. (1972b). "Simple Strategies for Portfolio Diversification: Comment", *Journal of Finance*, 27 (1): 127-129.

Sharpe, W. F. (1972c). "Efficient Capital Markets with Risk", Graduate School of Business, Stanford University, Research Paper no. 71.

Sharpe, W. F. (1973). *Introduction to Managerial Economics*. (New York: Columbia University Press).

Sharpe, W. F. (1974). "Imputing Expected Security Returns from Portfolio Composition", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 9 (3): 463-472.

Sharpe, W. F. (1975). *Is Financial Analysis Useless? The Proceedings of a Seminar of the Efficient Capital Market and Random Walk Hypotheses*, (Charlottesville. Va: Financial Analysts Research Foundation).

Sharpe, W. F. (1976). "Corporate Pension Funding Policy", *Journal of Financial Economics*, 3 (3): 183-193.

Sharpe, W. F. (1978). "Bank Capital Adequacy, Deposit Insurance, and Security Values", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13 (4): 701-718.

Sharpe, W. F. (1978). "Capital Asset Pricing Theory: Discussion", *Journal of Finance*, 33 (3): 917-920.

Sharpe, W. F. (1978). "Major Investment Styles", *Journal of Portfolio Management*, 4 (2): 68-74.

Sharpe, W. F. (1979). *BASIC: an Introduction to Computer Programming Using the Basic Language*, (New York: Free Press).

Sharpe, W. F. (1981). "Decentralized Investment Management", *Journal of Finance*, 36 (2): 217-234.

Sharpe, W. F. (1982). "Combining Financial and Actuarial Risk: Simulation Analysis: Discussion", *Journal of Finance*, 37 (2): 604-606.

Sharpe, W. F. (1982). "Factors in New York Stock Exchange Security Returns, 1931-1979", *Journal of Portfolio Management*, 8 (4): 5-19.

Sharpe, W. F. (1982). "Security Codings: Measuring Relative Attractiveness in Perfect and Imperfect Markets." En (Ed.) W. F. Sharpe y C. M. Cootner, *Financial Economics: Essays in Honor of Paul Cootner*, (New Jersey: Prentice-Hall): 216-229.

Sharpe, W. F. (1983). "Erratum: Factors in NYSE Security Returns, 1931: 1979", *Journal of Portfolio Management*, 9 (2): 79.

Sharpe, W. F. (1983). "Recent Developments in Bond Portfolio Immunization Strategies: Comments." En (Ed.) G. G. Kaufman, G. D. Bierwag y A. Toevs, *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization*, Contemporary Studies in Economic and Financial Analysis, vol. 41 (Greenwich, Conn. y Londres: JAI Press): 159-162.

Sharpe, W. F. (1984). "Factor Models, CPAMs, and the ABT", *Journal of Portfolio Management*, 11 (1): 21-25.

Sharpe, W. F. (1985). "Keeping Track of your Stamp Collection the Easy Way (Evaluation)", *Creative Computing*, 11 (marzo).

Sharpe, W. F. (1985b, 1981, 1978). *Investments*, (Prentice-Hall).

Sharpe, W. F. (1987). *AAT: Asset Allocation Tools*, (Redwood, CA: Scientific Press).

Sharpe, W. F. (1987). "Corporate Pension Policy and the Value of PBGC Insurance: Comment." En (Ed.) Z. Bodie, J. B. Shoven y D. A. Wise, *Issues in Pension Economics*, (Chicago y Londres: University of Chicago Press).

Sharpe, W. F. y G. J. Alexander. (1990). *Investments*. (Prentice Hall).

Sharpe, W. F. y C. M. Cootner, (Ed.). (1982). *Financial Economics: Essays in Honor of Paul Cootner*, (New Jersey: Prentice-Hall).

Sharpe, W. F. y A. Silver. (1976). "'Sideways Betas': Further Comments", *Journal of Portfolio Management*, 2 (4): 67-68.

Sharpe, W. F. y L. G. Tint. (1990). "Liabilities -a New Approach (Pension Fund Asset Allocation Strategies)", *Journal of Portfolio Management*, 16 (5).

Apéndice bibliográfico: MERTON H. MILLER

Archer, S. H. y C. A. D'Ambrosia. (1983, 1976, 1967). *The Theory of Business Finance: A Book of Readings*, (New York: MacMillan y Londres: Collier MacMillan).

J. C. Francis, C. Lee y D. E. Farrar (Ed.). (1980). *Readings in Investments*, (New York, London, Montreal y Tokyo: McGraw-Hill).

Banz, R. W. y M. H. Miller. (1978). "Prices for State-contingent Claims: Some Estimates and Applications". *Journal of Business*, 51 (4): 653-672.

Black, F., M. H. Miller y R. A. Posner. (1978). "An Approach to the Regulation of Bank Holding Companies". *Journal of Business*, 51 (3): 379-412.

Coase, R. H. y M. H. Miller, (Ed.). (1980). *Essays in Applied Theory by Reuben, A. Kessel*, (Chicago: University of Chicago Press).

Fama, E. F. y M. H. Miller. (1972). *The Theory of Finance*. (New York: Holt, Rinehart and Winston).

Grossman, S. J. y M. H. Miller. (1986). "Economic Costs and Benefits of the Proposed One-Minute Time Bracketing Regulation". *Journal of Futures Markets*, 6 (1): 141-166.

Grossman, S. J. y M. H. Miller. (1988). "Liquidity and Market Structure". *Journal of Finance*, 43 (3): 617-637.

Hsieh, D. A. y M. H. Miller. (1990). "Margin Regulation and Stock Market Volatility". *Journal of Finance*, 45 (marzo).

Miller, M. H. (1952). *Price Discrimination in the Railway Industry*, Tesis, Johns Hopkins University.

Miller, M. H. (1972). "Money and Stock Prices: The Channels of Influence: Discussion". *Journal of Finance*, 2 (294-298).

Miller, M. H. (1977). "Debt and Taxes". *Journal of Finance*, 32 (mayo): 261-275.

Miller, M. H. (1977). "The Wealth Transfers of Bankruptcy: Some Illustrative Examples". *Law and Contemporary Problems*, 41 (4): 39-46.

Miller, M. H. (1982). "Do Dividends Really Matter?", Graduate School of Business, University of Chicago, selected paper no. 57.

Miller, M. H. (1986). "Behavioral Rationality in Finance: the Case of Dividends." En (Ed.) R. M. Hogarth y M. W. Reder, *Rational Choice: the Contrast between Economics and Psychology*, (Chicago y Londres: University of Chicago Press): 267-284.

Miller, M. H. (1986). "Financial Innovation: The Last Twenty Years and the Next", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 21 (4): 459-471.

Miller, M. H. (1987). "The Informational Content of Dividends." En (Ed.) R. Dornbusch, S. Fischer y J. Bossons, *Macroeconomics and Finance: Essays in Honor of Franco Modigliani*, (Cambridge, Massachusetts y Londres: MIT Press): 37-58.

Miller, M. H. (1988). "The Modigliani-Miller Propositions after Thirty Years", *Journal of Economic Perspectives*, 2 (otoño): 99-120.

Miller, M. H. (1988b). *Financial Innovations and Market Volatility*, Mid America Institute for Public Policy Research.

Miller, M. H. "Keynes's dry wit concerning liquidity", *Wall Street Journal*, 10 noviembre:

Miller, M. H. et alia. (1988). *Findings of the Committee of Inquiry Examining the Events Surrounding October 19, 1987*, Chicago Mercantile Exchange.

Miller, M. H. y F. Modigliani. (1961). "Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares", *Journal of Business*, (octubre): 411-433.

Miller, M. H. y D. Orr. (1966). "A Model of the Demand for Money by Firms", *Quarterly Journal of Economics*, 80 (3).

Miller, M. H. y D. Orr. (1968). "The Demand for Money by Firms: Extensions of Analytic Results", *Journal of Finance*, 23 (5).

Miller, M. H. y K. Rock. (1985). "Dividend Policy under Asymmetric Information", *Journal of Finance*, (septiembre): 1031-1051.

Miller, M. H. y M. S. Scholes. (1978). "Dividends and Taxes", *Journal of Financial Economics*, 6 (4): 333-364.

Miller, M. H. y M. S. Scholes. (1982). "Dividends and Taxes: Some Empirical Evidence", *Journal of Political Economy*, (6): 1118-1.

Miller, M. H. y M. S. Scholes. (1982). "Executive Compensation, Taxes, and Incentives." En (Ed.) W. F. Sharpe y C. M. Cootner, *Financial Economics: Essays in Honor of Paul Cootner*, (Prentice-Hall): 179-201.

Miller, M. H. y C. W. Upton. (1976). "Leasing, Buying, and the Cost of Capital Services", *Journal of Finance*, 31 (3): 761-786.

Miller, M. H. y C. W. Upton. (1985). "The Pricing of Oil and Gas: Some Further Results", *Journal of Finance*, (julio): 1009-1018.

Miller, M. H. y C. W. Upton. (1985). "A Test of the Hotelling Valuation Principle", *Journal of Political Economy*, 93 (febrero):

Miller, M. H. y C. W. Upton. (1986, 1974). *Macroeconomics: A Neoclassical Introduction*, (Chicago: University of Chicago Press).

Modigliani, F. y M. H. Miller. (1958). "The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment", *American Economic Review*, 48 (junio): 267-297. Reproducido en Archer y d'Ambrosia (1983): 351-385. Reproducido en Francis, Lee y Farrar (1980): 377-413.

Modigliani, F. y M. H. Miller. (1963). "Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: a Correction", *American Economic Review*, 53 (junio): 433-443. Reproducido en Archer y d'Ambrosia (1983): 418-428. Reproducido en Francis, Lee y Farrar (1980): 437-447.

Modigliani, F. y M. H. Miller. (1969). "A Comment on the Modigliani-Miller Cost of Capital Thesis: Reply", *American Economic Review*, 59 (4): 592-595.

Modigliani, F. y M. H. Miller. (1983). "The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment: Reply". En Archer y D'Ambrosia (1983): 403-417.

Musgrave, R. A. y M. H. Miller. (1986). "Built-in Flexibility". En (Ed.) R. A. Musgrave, *Public Finance in a Democratic Society. Volume 1. Social Goods, Taxation and Fiscal Policy. Collected Papers of Richard A. Musgrave*, (New York: New York University Press u columbia University Press).