

---

# Arbor

---

55

## En memoria de Paul Dirac

*Antonio F. Rañada*

---

*Con ocasión del reciente fallecimiento del gran físico inglés, se describen, como homenaje a su memoria, sus importantes descubrimientos, así como su estilo científico y metodología personal.*

---

La reciente muerte del inglés Paul Dirac (1902-1984) ha pasado casi totalmente inadvertida en España, a pesar de que se trata de una de las figuras más destacadas de la ciencia del siglo xx, pues era sin duda, hasta el día 20 de octubre, el más grande de los físicos teóricos vivos. No sólo fue uno de los creadores de la teoría cuántica, por lo que recibió en 1933, junto con el austriaco Erwin Schrödinger, el Premio Nobel de Física, sino que le cabe el alto honor y mérito de haber dado su nombre a una de las ecuaciones básicas en la descripción matemática de la naturaleza, con lo que forma parte de un reducido club, entre cuyos miembros están Newton, Maxwell, Einstein, Schrödinger y pocos más.

A pesar de estas impresionantes credenciales, su nombre es mucho menos conocido fuera de los círculos científicos que los de algunos de sus compañeros de la revolución cuántica como Bohr o Heisenberg. Sin duda, ello se debe a que éstos tuvieron una personalidad más volcada hacia la interpretación filosófica de la ciencia, su historia o sus implicaciones culturales. Dirac fue, en cambio, un físico teórico más bien situado

dentro de los límites de lo estrictamente científico. Mientras que aquéllos, lo mismo que Schrödinger o Max Born, fundaban su motivación científica en una profunda solidaridad con la cultura, el pensamiento y el arte occidentales, considerados como el producto de un desarrollo histórico iniciado por los griegos, éste era impulsado sobre todo por su extraordinaria sensibilidad a la belleza y elegancia matemáticas, que fueron sus guías, antes incluso que el examen de los datos empíricos, el papel social de la ciencia o cualquier análisis filosófico más o menos explícito. Fue capaz de combinar de una forma muy personal el rigor con la intuición, desarrollando así nuevos esquemas, sin atarse a procedimientos ya probados. Se suele citar a este respecto su uso de la hoy llamada delta de Dirac, que empleó con gran éxito en sus trabajos sobre mecánica cuántica, a pesar de ser plenamente consciente de lo contradictorio de su definición, y que pudo ser fundamentada con todo rigor veinte años más tarde en la teoría de distribuciones de L. Schwartz, a quien ofreció así una motivación preciosa. Muchos han querido ver en ello el resultado de la combinación de sus primeros estudios como ingeniero eléctrico con su experiencia posterior como profesor de matemáticas en Cambridge.

El estilo científico de Dirac es muy característico. Aunque todos sus trabajos tienen una impronta personal muy marcada, el de 1931, «Quantized singularities in the electromagnetic field»<sup>1</sup>, en el que propone su importante y original idea del monopolo magnético, es especialmente significativo, pues tiene una larga introducción de carácter metodológico. En ella discute las relaciones entre la física y las matemáticas y propone la estrategia más conveniente para un físico teórico. Su idea esencial es la prioridad del desarrollo matemático sobre el razonamiento empírico y el entendimiento intuitivo de los problemas. Porque «está más allá del poder de la inteligencia humana encontrar las necesarias nuevas ideas intentando expresar directamente los datos experimentales en términos matemáticos». Para Dirac, «el método de avance más potente que se puede sugerir» es «emplear todos los recursos de las matemáticas puras en el intento de perfeccionar y generalizar el formalismo matemático en que se basa la física teórica y, después de cada éxito en esa dirección, esforzarse en interpretar los nuevos desarrollos matemáticos en términos de entidades físicas».

Las frases anteriores fueron escritas por Dirac a los veintinueve años. Cerca del final de su vida, cuando al cumplir los ochenta se dirigió al simposio internacional organizado en Nueva Orleans en 1982 en su honor<sup>2</sup> escogió un título bien significativo para su conferencia: «Pretty mathematics». En ella resume su quehacer diciendo: «Una buena parte de mi trabajo ha consistido no en resolver algún problema particular, sino simplemente en examinar cantidades matemáticas de las usadas por los físicos y ensamblarlas entre sí de un modo interesante, independientemente de cualquier aplicación. Lo que no es más que una búsqueda de matemática bella. Puede ocurrir más tarde que se encuentre alguna aplicación. Entonces se ha tenido buena suerte.»

Esta primacía de las matemáticas sobre la física opera en Dirac solamente en el terreno metodológico. Porque su obra está ciertamente orientada hacia los problemas más relevantes de la física de su momento, a la que contribuyó de manera decisiva. Ello explica que en varias ocasiones, por ejemplo en el caso de su idea de antipartícula o en sus estudios sobre lagrangianos singulares, además de en su teoría del monopolo, Dirac abrió la puerta a un capítulo nuevo de la física sin ninguna base experimental.

Dirac se graduó en Bristol en 1921 a los diecinueve años, y debido a la crisis económica no pudo encontrar trabajo, por lo que pidió una beca para ampliar estudios de matemáticas. Afortunadamente le fue concedida y hoy se puede ver su solitud enmarcada en la biblioteca de su Universidad de Cambridge, junto con el diploma de la Fundación Nobel. De su enorme obra se pueden destacar cuatro contribuciones clásicas y ya consagradas desde hace mucho tiempo: su formalización de la mecánica cuántica, su contribución a la llamada mecánica estadística de Fermi-Dirac, la ecuación del electrón cuántico y relativista que lleva su nombre, cuya consecuencia más notable es la existencia de antipartículas (que forman lo que se llama popularmente antimateria) y el método de la segunda cuantización. Se pueden citar también la ecuación de Lorentz-Dirac, que se aplica a partículas clásicas cargadas, y su teoría de lagrangianos singulares, que está cobrando importancia creciente ante los nuevos desarrollos de la física de partículas elementales. Tuvo además dos originales ideas, cuya validez definitiva está aún sin determinar, que han estimulado grandemente la reflexión sobre cosmología y partículas elementales:

la hipótesis de los números grandes o cósmicos y la posible existencia de monopolos magnéticos.

### **Dirac y el nacimiento de la mecánica cuántica**

Ante los grandes éxitos de la física del siglo XIX en la predicción del comportamiento de la materia, se llegó a pensar que se trataba de una ciencia ya terminada, a la que sólo quedaban algunos detalles por perfilar. Pero en el primer cuarto del XX se desarrollaron dos grandes revoluciones conceptuales que conmovieron profundamente los cimientos del edificio: la relatividad y la teoría cuántica. Dirac fue uno de los protagonistas más destacados de la segunda y el artífice básico de la única síntesis de las dos que se haya conseguido hasta ahora.

La teoría cuántica se inició con tres ideas nuevas. La hipótesis de Max Planck, enunciada diecisiete días antes de que se iniciase el siglo XX, de que el intercambio de energía entre la materia y la radiación se realiza de manera discontinua, la de Einstein de 1905, que supone una radicalización de la anterior, de que la radiación electromagnética consta de cuantos de energía, llamados más tarde fotones, y el modelo atómico de Bohr de 1913. En la década que sigue se intenta sin éxito extender esas prometedoras ideas a átomos con varios electrones o a sistemas más complejos en general. Pero para lograrlo iba a ser necesaria una desviación aún más radical de las concepciones clásicas, de modo especial del mecanicismo determinista del siglo XIX. La profunda crisis se resolvió entre 1924 y 1927, en un breve período de tres años, uno de los más densos de la historia de la ciencia, gracias a la conjunción de un grupo de personalidades extraordinarias —Bohr en Copenhague, De Broglie en París, Born, Hisenberg y Jordan en Gotinga, Dirac en Cambridge y Schödinger en Zurich—, quienes fueron elaborando nuevas ideas a un ritmo frenético que tuvo su clímax en el famoso Congreso Solvay de octubre de 1927 en Bruselas, del que salió una concepción totalmente nueva del mundo atómico<sup>3, 4</sup>

Las consecuencias de las nuevas ideas trascendieron ampliamente el ámbito de lo estrictamente científico, para incidir en la filosofía y en la teoría del conocimiento. Fueron in-

terpretadas en seguida desde una perspectiva positivista en el marco de un operacionismo estricto, desde que Heisenberg propuso como principio básico que una teoría sólo debe contener magnitudes directamente observables. Muy preocupado por la fundamentación filosófica de su quehacer desde muy joven, le gustaba recordar que su primer contacto con la física atómica se llevó a cabo a través del *Timeo* de Platón, antes de llegar a la Universidad. Más tarde se sintió muy impresionado por los escritos de Wittgenstein, aunque el antecedente directo de su propuesta hay que situarlo en el rechazo por Einstein del concepto de tiempo absoluto de Newton, que implicaba una definición operacional de la simultaneidad, y su sustitución por el de tiempo relativo a través de las operaciones necesarias para su observación, lo que le causó una gran impresión.

Esta primera posición filosófica se extendió rápidamente y se vio reforzada tras la propuesta por el mismo Heisenberg de su llamado principio de incertidumbre que afirma que no se puede conocer simultáneamente ciertos pares de variables dinámicas, tales como la posición y la velocidad de un electrón. Pues él mismo intentó explicarlo como debido a la inevitable interacción entre el observador y el objeto observado, y así fue recogido por la teoría oficial ortodoxa, tal como aparece en una buena parte de los libros de texto. De ahí a decir que la ciencia no trata del mundo real, sino de nuestra interacción con él, e incluso que el propio concepto de mundo real objetivo independiente del observador no tiene sentido, no hay más que un paso que se apresuraron a dar los más notables de los creadores de la nueva teoría, impulsando así una filosofía operacionalista que, aunque en evidente reflujó, sigue siendo la de uso personal de muchos físicos. Aunque Dirac no gustaba de manifestarse sobre estas cuestiones, no hay duda de que estaba de acuerdo con la posición oficial, con un mayor énfasis en el papel de la estructura matemática de la teoría. Max Born<sup>5</sup> dice de él que, como otros físicos, contestaría a la pregunta sobre la existencia de una naturaleza objetiva: «la existencia de una teoría matemática consistente es todo lo que necesitamos. Representa todo lo que puede decirse sobre el mundo empírico; podemos gracias a ella predecir fenómenos inobservados, y eso es todo lo que deseamos. Lo que sea el mundo objetivo ni lo sabemos ni nos importa».

La teoría cuántica parece, pues, según el punto de vista or-

todo lo llamado también doctrina de Copenhague, incompatible con el realismo. Este enfrentamiento está en la base del histórico debate Bohr-Einstein<sup>6</sup> y explica las dificultades que la entonces no ya tan nueva teoría tuvo en la Unión Soviética en los años 40<sup>7</sup>. No es este el lugar de tratar esta interesante cuestión, pero debemos señalar que hoy está claro que el principio de Heisenberg se deduce de los axiomas de la teoría, por lo que no es principio, sino teorema, no necesitando de las explicaciones intuitivas que abundan en los libros de texto. La impresión de que la mecánica cuántica no descubre la realidad se debe a la gran lejanía entre el mundo atómico y el de nuestra intuición, lo que hace que las construcciones teóricas parezcan más alejadas del exterior que las de la física clásica. Por ello no se puede hoy mantener la primitiva postura «oficial», debiendo admitirse una interpretación realista de la teoría<sup>8</sup>.

En cualquier caso, las nuevas ideas resultaron extraordinariamente fecundas, pues, gracias a ellas, los átomos, moléculas y núcleos empezaron a ser accesibles al hombre. Y en ese proceso la participación de Dirac fue esencial. En septiembre de 1925, siendo un estudiante graduado de veintitrés años en Cambridge, conoció por N. Bohr las pruebas de imprenta del primer trabajo de Heisenberg sobre la mecánica de matrices, escrito en junio, en el que se proponía un esquema algebraico para operar con unos elementos matemáticos, que representaban las frecuencias e intensidades de la radiación emitida por los átomos. Su primera reacción fue adversa, porque la nueva teoría no estaba expuesta de modo relativista, pero pronto se sintió atraído por las propiedades de los objetos matemáticos de Heisenberg, en especial porque su producto no era conmutativo. Ninguno de los dos sabía que se trataba de matrices, herramienta matemática estudiada hoy día en enseñanza media, pero muy poco conocida entonces. Fueron Born y Jordan quienes se dieron cuenta de ello un mes más tarde.

Dirac conocía a fondo la mecánica teórica del siglo XIX, por lo que, en un rasgo muy característico de su manera de pensar, comprendió que la diferencia  $UV-VU$ , a la que bautizó como conmutador de  $U$  y  $V$ , de los productos de Heisenberg de dos variables tiene propiedades muy análogas a las de los paréntesis de Poisson, que permiten formular la teoría clásica de una forma compacta y elegante<sup>9</sup>. Ello le permitió la construcción de una versión muy profunda de la nueva mecánica,

en la que ésta aparece como una estructura análoga y paralela a la de la antigua. Su formalismo, muy general y de gran poder unificador, hizo comprender que las mecánicas de matrices de Heisenberg y ondulatoria de Schrödinger son equivalentes, pues son simplemente dos posibles presentaciones de la misma estructura subyacente.

En la teoría de las transformaciones de Dirac (a la que también contribuyeron London y Jordan) las variables dinámicas vienen representadas por matrices continuas, siendo las funciones de onda de Schrödinger elementos de la que transforma entre sí dos representaciones.

La motivación de Dirac fue la búsqueda del lenguaje natural de la teoría cuántica, que debería jugar el papel del cálculo diferencial e integral en la física clásica o el del cálculo de tensores en la relatividad. Pues, según nos dice, «la teoría de las transformaciones es la esencia del nuevo método de la física teórica». Actualmente se suele presentar esa teoría en la versión elaborada por Von Neumann, en la que las matrices continuas representan operadores en un espacio de Hilbert. Con ello queda claro que el medio de expresión de la mecánica cuántica debe ser la teoría de espacios lineales o, más generalmente, el análisis funcional. Sobre la importancia del paso así dado nos dice Max Jammer<sup>3</sup>: «La teoría cuántica aites de la teoría de las transformaciones puede compararse con la mecánica clásica antes de la introducción por Poisson de la idea de momento generalizado. De la misma forma que el desarrollo del formalismo canónico permitió comprender en profundidad la estructura de la mecánica clásica, así la teoría de transformaciones, debida a Dirac y Von Neumann, permite que la mecánica cuántica no relativista llegue a ser un sistema de pensamiento consistente, compacto y unificado».

Su contribución a la mecánica estadística cuántica de electrones también es importante<sup>9</sup>. Poco después de que Schrödinger publicase su famosa ecuación, Dirac la aplicó al caso de átomos polielectrónicos, observando que la función de onda debería ser bien simétrica, bien antisimétrica en el intercambio de dos electrones. La primera posibilidad conduce a la estadística desarrollada ya entonces por Bose y Einstein, que describe correctamente el comportamiento de sistemas de muchos fotones, pero la segunda lleva a una diferente, con principio de exclusión, que fue desarrollada y publicada por Dirac. A las

pocas semanas de aparecer su trabajo, éste recibió una carta de Fermi, quien le informaba que ya había publicado antes la misma teoría y se extrañaba de no haber sido citado por Dirac. Así era, en efecto, aunque los dos enfoques son tan distintos que hoy se habla con justicia de estadística de Fermi-Dirac. El italiano la había propuesto sin otra conexión con la teoría cuántica que el principio de exclusión, mientras que el inglés la había obtenido desde la ecuación de onda de Schrödinger. Dirac cuenta más tarde que escribió a Fermi excusándose por el descuido en conocer y citar su obra y que temió una reacción airada, pero que sus relaciones fueron posteriormente muy cordiales y amistosas.

### **La ecuación de Dirac y la idea de las antipartículas**

Hoy sabemos que la materia está constituida por partículas elementales y que una simetría fundamental las asocia entre sí de modo que cada una tiene su antipartícula, con la misma masa y carga opuesta, no habiéndose encontrado ninguna excepción a esta regla. Las antipartículas forman lo que se conoce popularmente como antimateria, y como vivimos en un universo dominado por la materia, no existen en condiciones normales en nuestro entorno, porque cualquiera de ella se aniquilaría con una conjugada transformando su masa en energía radiante. Por ejemplo, un positrón se uniría a cualquiera de los electrones a su alrededor para transformarse en dos o en tres fotones. Aunque no había entonces ningún indicio experimental a favor de esta idea, Dirac sorprendió a todos proponiéndola en 1931.

Su predicción del positrón o antielectrón y del antiprotón y el descubrimiento por Anderson del primero constituye un ejemplo muy expresivo de la génesis de una teoría científica, pues ilustra muy claramente la oposición que suelen encontrar las nuevas ideas, cómo éstas se deben reajustar trabajosamente mientras sus creadores andan aún a tientas en un terreno desconocido y hasta qué punto los protagonistas principales pueden llegar a no entenderse entre sí. Los libros de texto dicen generalmente sin más comentario que el positrón fue predicho por Dirac en 1928 y descubierto por Anderson en

1932. Pero, como veremos, la historia fue mucho más complejo <sup>10</sup>.

En 1927 <sup>2</sup> estaban estudiando las llamadas matrices de Pauli, usadas para describir el spin del electrón, que son matrices  $2 \times 2$ , cuyos cuadrados valen la unidad y que anticonmutan entre sí. Llamémoslas  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ . Observó que si se multiplican por las tres componentes del momento lineal para formar  $\sigma_1 p_1 + \sigma_2 p_2 + \sigma_3 p_3$  y se halla su cuadrado se obtiene  $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$ ; es decir, que el cuadrado de la suma es en este caso la suma de los cuadrados. Esta observación hubiera parecido a cualquiera nada más que un pasatiempo matemático, pero a Dirac le sugirió la ecuación de onda adecuada para construir una teoría a la vez cuántica y relativista del electrón.

Ya se dijo más arriba que su reacción ante las nuevas ideas de Heisenberg fue adversa en un principio, porque no estaban formuladas de manera relativista. La aspiración de lograr una teoría cuántica concordante con los postulados de Einstein estaba, pues, desde un principio en su mente. Existía ya una ecuación de este tipo, propuesta por el mismo Schrödinger, quien la rechazó en seguida por varios motivos. Por esa razón no lleva su nombre y se conoce como de Klein-Gordon, siendo considerada desde entonces interesante, pero no adecuada para el electrón.

Dirac empieza su trabajo <sup>11</sup> diciendo que la ecuación del electrón debe ser lineal en las derivadas y no debe contener soluciones de energía negativa, que en el caso de la de Klein-Gordon eran de difícil interpretación. Pero sólo se ocupa del primer problema al obtener la ecuación que hoy lleva su nombre y que acomoda de manera simple el spin.

Poco después comprendió que su ecuación tiene también soluciones de energía negativa. El problema no podía eliminarse postulando simplemente que no se realizan en la naturaleza, pues todo electrón de energía positiva podría saltar a un estado de energía negativa, sin más que emitir un fotón. Ante la resistencia de esas molestas soluciones a desaparecer, Dirac buscó una interpretación que hiciese posible convivir con ellas y la encontró gracias al principio de exclusión de Pauli, suponiendo que todos los estados de energía negativa están ya ocupados, por lo que un electrón normal no puede caer a ninguno. Si un fotón es absorbido por alguno de los de energía negati-

va, de manera que ésta pasa a un valor positivo, deja un hueco, que se comporta como una partícula con la carga opuesta, es decir, como un antielectrón. Este proceso se manifestaría como la transformación de un fotón en un par electrón-antielectrón, pudiéndose dar el proceso inverso de aniquilación de un par en un fotón. Si la ecuación de Dirac es correcta se siguen dos conclusiones: debe haber una partícula que merece el nombre de antielectrón y el vacío no es algo inerte, sino que tiene un carácter dinámico. Se solía presentar esta última idea diciendo que el espacio vacío es un mar de agujeros relleno con electrones.

En ese momento sólo se conocían dos partículas elementales: el electrón, con carga negativa  $-e$ , y el protón, con carga  $+e$ . Una tercera, el neutrón, había sido postulada por Rutherford en 1920, pero su existencia no estaba comprobada. Como la masa del protón es mucho mayor, cerca de 2.000 veces, que la del electrón, nada indicaba que una simetría partícula-antipartícula se realizase en la naturaleza. Pero Dirac, forzado por su ecuación, cometió un error excusable y supuso que los agujeros deberían representar protones, las únicas partículas de carga positiva conocidas, que serían así antielectrones, con lo que su ecuación describiría de manera unificada toda la materia conocida. Por eso titula un nuevo trabajo: «Una teoría del electrón y del protón»<sup>12</sup>.

Pronto quedó claro que no podía ser así por dos razones. Pues la masa de los agujeros debe ser la misma que la de los electrones, y además, de ser correcto el esquema, los electrones y los protones de los átomos se aniquilarían entre sí, con lo que la materia sería inestable. Por ello las ideas de Dirac fueron muy mal recibidas. Por ejemplo, W. Pauli dice en su «Mecánica de Ondas» de 1933 que la ecuación de Dirac debe ser falsa, a pesar de su belleza. Según cuenta G. Gamow<sup>13</sup>, fue sometido también a chanzas y bromas, como la de N. Bohr, que propuso, sin salirse de la cordialidad que caracterizó sus relaciones, un nuevo método para cazar elefantes vivos, basado en el asombro causado a estos inteligentes animales al explicarles la teoría de los agujeros, lo que les impediría notar que el cazador los ata con gruesas cuerdas.

En 1931, corrige su error al comprender que los agujeros deberían corresponder a un nuevo tipo de partícula aún no detectada, a la que denomina antielectrón, y, extendiendo su análisis, propone también la existencia de antiprotones. Aun-

que no había ningún indicio experimental para ello, esta predicción estaba muy dentro de su estilo, basado en su confianza en la belleza matemática y en su preferencia por la deducción sobre la inducción y el examen de los datos empíricos.

El año siguiente, en 1932, Anderson descubrió el antielectrón en Estados Unidos al fotografiar trazas de rayos cósmicos en una cámara de Wilson. Su descubrimiento fue mal recibido incluso por físicos eminentes, entre los que parece estaban Rutherford y Bohr<sup>10</sup>, porque el positrón no encajaba en sus esquemas. Pero poco después Blackett y Occhialini, trabajando en Cambridge en 1933, lo observaron de nuevo de manera inobjetable. Además mostraron que era la partícula prevista por Dirac, pues Anderson no sabía nada de la teoría de agujeros y cuando se le explicó dijo que no la entendía y que su descubrimiento era puramente experimental, sin conexión con la teoría. No debe extrañar que así fuese, pues la ecuación de Dirac parecía entonces un refinamiento matemático con poca conexión con la fenomenología. El antiprotón fue descubierto en 1956 por Chamberlain y Segré en Estados Unidos.

### **Dirac, la segunda cuantización y la electrodinámica cuántica**

Si hay algún aspecto de la teoría cuántica que suscita a la vez el orgullo y la admiración de los físicos, se trata sin duda de la electrodinámica cuántica, que describe de manera relativista las interacciones entre electrones y fotones, incluyendo procesos en los que se crean o destruyen partículas. Por una parte ha habido que desarrollar métodos sumamente ingeniosos y complejos para poder resolver las ecuaciones básicas. Por otra, los resultados obtenidos están en un acuerdo sorprendentemente bueno con los datos de la experiencia.

De nuevo, la participación de Dirac fue esencial. En primer lugar, porque la teoría utiliza como herramientas básicas campos electromagnéticos y spinores de Dirac y, además, porque está basada en el método de la segunda cuantización, usada por primera vez por él mismo<sup>9, 10</sup>.

Este método consiste en someter a los campos electromagnéticos de Dirac, etc., al mismo proceso de cuantización que se

debe aplicar previamente a las variables clásicas, por lo que las funciones continuas se transforman en operadores en un espacio funcional. Dirac lo usó por primera vez en el caso electromagnético al tratar en 1927 la emisión y absorción de la radiación por los átomos<sup>14</sup>, tema sobre el que habló en el congreso Solvay antes mencionado. Su idea fue pronto extendida a los fermiones por Jordan y Wigner.

En estos momentos el gran reto de la física teórica es la solución del problema de las partículas elementales en interacción fuerte\*, para lo que fundan grandes esperanzas en la llamada cromodinámica cuántica. Como su nombre sugiere, esta teoría está construida tomando como modelo la electrodinámica cuántica, siendo dos de sus elementos esenciales la ecuación de Dirac y la segunda cuantización. La obra de nuestro físico se aplica así a un ámbito mucho más amplio que el que la motivó, lo que sólo ocurre con las teorías realmente grandes.

Pero es preciso decir que siempre mantuvo una actitud crítica ante el desarrollo de la electrodinámica cuántica, como paradigma de la física de partículas, a la que acusaba de no ser más que un conjunto de reglas prácticas. Ocurre que la aplicación directa de la teoría da valores infinitos para muchas cantidades medibles. Este problema se superó mediante la técnica llamada de la renormalización, que permite extraer resultados finitos, pero para Dirac eso no era completamente satisfactorio, pues la estructura matemática de la teoría no tiene por ello la simplicidad y elegancia que él tanto apreciaba. En un trabajo publicado tres meses antes de su muerte<sup>15</sup>, aunque correspondiente a una conferencia dada dos años antes, resume su actitud acusando a la mecánica cuántica que hacen hoy la mayoría de los físicos de no ser una teoría dinámica completa en modo alguno. En su opinión, son necesarias mayores desviaciones de las ideas clásicas, pero manteniéndose dentro del espíritu de las ecuaciones de Heisenberg. Confiesa que ha pasado muchos años intentando hallar una solución en esa línea, buscando para ello un nuevo hamiltoniano, pero sin resultado.

---

\* Protones, neutrones, mesones, etc.

## La hipótesis de los grandes números

Es esta una curiosa idea que propuso Dirac en 1927, según la cual la constante de la gravitación universal de Newton no sería tal, sino variable, pues no habría dejado de decrecer desde el origen del universo.

Si combinamos constantes de la física para formar números puros, esto es, sin dimensiones, se obtienen cantidades que en general difieren poco de la unidad. Un ejemplo es la constante de estructura fina, igual al cuadrado de la carga del electrón dividido por la constante de Planck y por la velocidad de la luz, que vale  $1/137$  aproximadamente. Pero hay algunos que son enormemente grandes. Uno de estos casos es la inversa de la constante de la gravitación de Newton, expresada en unidades atómicas, que vale  $\sim 10^{40}$ . Curiosamente, la edad del universo  $t$  vale más o menos lo mismo, si se expresa en el mismo tipo de unidades. Para Dirac esa coincidencia no podía ser fortuita, sino que por alguna razón esos números deberían ser iguales. Más aún, según su hipótesis de los números grandes o cósmicos, todos ellos deben ser función de la edad del universo. La consecuencia es sorprendente, pues si  $t = 1/G$ , se sigue que  $G$  está disminuyendo. Más concretamente: su variación debería ser de 55 billonésimas cada año. Esto tendría dos tipos de consecuencias. A nivel astronómico, el debilitamiento de la gravitación haría que los planetas estarían alejándose lentamente del sol, lo mismo que la luna de la tierra. Por otra parte, la tierra, así como los demás planetas, estarían en expansión, ya que su tamaño se obtiene como un compromiso entre la presión de las capas inferiores que tiende a hacerlos estallar y la gravedad que los comprime, y esto permitiría dar una explicación al vulcanismo. El primer efecto se puede usar para someter a prueba experimental la hipótesis de Dirac, ya que mediante señales de radar y pulsos de láseres que se reflejan es posible medir la distancia Tierra-Marte con una precisión de metros y la Tierra-Luna de centímetros. Los últimos datos de que se dispone parecen refutar la hipótesis de los grandes números, ya que dan cotas superiores de la variación de  $G$ , inferiores a la necesaria.

Digamos para terminar este apartado que la hipótesis de Dirac tiene consecuencias muy importantes en la evolución seguida por el universo.

## **El monopolio magnético**

En 1931, sin ninguna razón experimental, Dirac propuso la existencia de cargas magnéticas, más conocidas como monopolos<sup>1</sup>. Mostró que no se violaría con ello ninguno de los principios de la mecánica cuántica y que se explicaría así una de las propiedades más sorprendentes de las partículas elementales: el que todas las cargas sean múltiplos enteros de la del protón.

Se dice a menudo que Dirac propuso su monopolio sin ningún antecedente. Aunque ciertamente su proceso fue muy personal, se debe matizar esa afirmación. Pues el hecho de que no haya cargas magnéticas en correspondencia con las eléctricas ha sorprendido a muchos científicos desde principios del siglo XIX. Lo más parecido que existe son los polos de los imanes, pero si se corta uno en dos para aislar sus polos, cada parte genera uno nuevo, transformándose en otro imán dipolar. No obstante, si un imán es muy largo, cada polo se comporta, aunque sólo aproximadamente, como una carga magnética.

Maxwell consiguió en la década de 1860 unificar la electricidad y el magnetismo, de manera que los dos aparecen como distintas manifestaciones de la misma realidad. Su bellísima teoría, uno de los hitos de la historia de la Ciencia, es asimétrica, pues contiene cargas eléctricas, pero no magnéticas, de acuerdo con el hecho que se observan las primeras, pero no las segundas.

Hendry<sup>17</sup> ha señalado que algunos autores ingleses habían utilizado en el primer cuarto de siglo cargas magnéticas al desarrollar modelos de naturaleza cuántica, como McLaren, que las llamaba magnetones y las hacía jugar un papel dual al de los electrones. Pero en todos esos casos se trataba de propuestas vagas o imprecisas. Mayor importancia, como paso previo a Dirac, pudo tener Heaviside, quien aunque no parecía creer en cargas magnéticas, consideraba conveniente escribir las ecuaciones de Maxwell en forma simétrica, como si las hubiera. Así lo hizo desde 1885 hasta su muerte en 1925, siguiendo lo que llamaba método duplex, que le permitía resolver algunos problemas de manera simple. Como se le consideraba un clásico y algunos de sus libros eran usados normalmente como texto de Electromagnetismo, parece difícil

que Dirac no los conociera, ya que sus primeros estudios fueron de ingeniería eléctrica. Tanto más cuanto que sabemos que conocía el cálculo operacional de Heaviside, al que su famosa delta está muy próxima.

En cualquier caso, el trabajo de Dirac es profundamente original, especialmente por su motivación, que era explicar la cuantización de la carga eléctrica. En su primer trabajo<sup>1</sup> se ocupa sobre todo de mostrar que nada hay en el monopolo incompatible con la mecánica cuántica, es decir, que nada impide su existencia. Así tranquilizado, puede dedicarse a su finalidad principal y obtener la relación  $g.e = n/2$ , donde  $g$  es la carga magnética del monopolo y  $n$  un número entero cualquiera. Esto implica que la carga eléctrica  $e$  no puede tomar cualquier valor, sino que estará cuantizada con tal que exista al menos un monopolo en el universo. Aunque esperaba encontrar un valor definido para  $g$ , por lo que la relación anterior le pareció «bastante decepcionante», tuvo durante el resto de su vida una inclinación especial por su monopolo, cuya teoría perfeccionó en 1948<sup>18</sup>.

La génesis de la teoría del monopolo recuerda algo a la del antielectrón. Pero hay una importante diferencia, pues la ecuación relativista de Dirac *obliga* a incluir en la teoría alguna interpretación de las soluciones de energía negativa, mientras que la teoría simplemente *permite* la existencia de cargas magnéticas.

Además de la búsqueda de una explicación de la atomicidad de la carga, hay dos motivos de naturaleza estética, por lo que muchos físicos se sienten atraídos por el monopolo<sup>19</sup>.

En primer lugar, un principio de simetría. Parece claro que las ecuaciones de Maxwell, que describen el electromagnetismo, tendrían una forma más simétrica, que muchos consideran tan atractiva, que se sienten inclinados a admitir el monopolo. Un famoso físico de partículas, A. Goldhaber, expresó muy bien esta postura diciendo: «Los monopolos son compatibles con la mecánica cuántica de una forma tan hermosa, que se puede decir que deben existir»<sup>19</sup>. Sin embargo, no parece que este argumento haya sido importante en la génesis del concepto, aunque en el trabajo de 1948 Dirac se refiere a él. Lo que verdaderamente le preocupaba era la cuantización de la carga.

En segundo lugar, un principio de plenitud, que se puede explicar *grosso modo* como el convencimiento de que hay una

relación entre la posibilidad teórica de una cosa y su existencia real. En la física de estos días se usa frecuentemente de un modo impreciso, pero expresable como «lo que no está prohibido por alguna ley es obligatorio», precepto conocido de forma jocosa como principio totalitario de Gell-Mann. Quizá el primer uso de esta norma lo hayan hecho los pitagóricos, cuando, según parece, decidieron ocultar el quinto poliedro regular, ante la imposibilidad de identificar a qué podría corresponder, ya que los otros se habían relacionado con los cuatro elementos.

Hay otro aspecto del monopolio que merece un comentario. Su existencia puede verificarse, pero nunca refutarse. Pues para que se cuantice la carga es suficiente con que exista uno en todo el universo. Además, en la forma de Dirac, la teoría no predice ni un valor de la masa ni determina una forma particular de comportamiento. Aunque no se detecte ninguno, no se puede asegurar que no haya alguno en algún lugar inaccesible. La afirmación de que existen monopolos es, pues, una de las que Popper califica como afirmaciones existenciales, con lo que, aplicando de manera estricta el punto de vista popperiano, la teoría de Dirac no sería científica. Pero esto es algo inaceptable para la mayoría de los físicos. En primer lugar porque el monopolio ha sugerido muchos caminos, por lo que es una idea fértil que ha ayudado a comprender la estructura del electromagnetismo. Además, es posible una teoría refutable basada en esta idea, como es el caso de algunos modelos recientes.

En un principio, la teoría del monopolio atrajo poca atención<sup>19</sup>. Pero a partir de 1975 el número de trabajos a ella dedicados aumentó de manera espectacular y las cargas magnéticas son hoy un elemento común en muchos modelos cosmológicos o de partículas. A pesar de ello, nunca se ha detectado ninguna, aunque en 1975 B. Price conmovió al mundo científico con un precipitado artículo en el que aseguraba haber visto uno, aunque tuvo que retractarse a los pocos meses tras un análisis más detallado de su experimento, realizado en Berkeley, pues se trataba en realidad de la traza de un núcleo pesado. Recientemente, en 1982 Blas Cabrera, nieto del famoso físico español del mismo nombre, trabajando en la Universidad de Stanford observó un suceso que parecía ser un monopolio. Con gran honradez científica y con más prudencia que Price, se limitó en su comunicación a describirlo,

sin siquiera usar la palabra monopolio, en espera de una confirmación que todavía no ha llegado. Pero su trabajo ha levantado una gran expectativa por su prestigio y por el interesante diseño del método experimental.

Parece que el mismo Dirac estaba perdiendo las esperanzas de detectar alguna vez su monopolio. Pero siguen siendo muchos los físicos que, impresionados por la elegancia matemática de la idea, siguen confiando en su existencia y construyendo modelos con cargas magnéticas. El problema sigue, pues, abierto.

Para concluir esta revisión de las aportaciones de Dirac, mencionaré brevemente dos obras, que, aunque de gran interés, son, comparativamente al resto, menores.

### **La ecuación de Lorentz-Dirac**

A principios de siglo, Lorentz y Abraham desarrollaron un modelo de partícula extensa cargada, basado en la interesante idea de que la masa tiene su origen en la energía del campo electromagnético asociado. Su ecuación de movimiento es complicada, pues contiene infinitos términos que dependen de la estructura de la partícula. Tomando el límite de radio nulo se simplifica, pero, en cambio, la masa se hace infinita. Dirac obtuvo en 1938<sup>20</sup> la misma ecuación y con la masa correcta mediante hipótesis simples. Es muy interesante, porque contiene el efecto de la reacción a la radiación emitida, pero tiene algunos problemas, que siguen siendo objeto de investigación.

### **Los lagrangianos singulares**

Al estudiar la mecánica clásica por el método de Lagrange se debe imponer una condición de regularidad a la función lagrangiana, para asegurar que las ecuaciones de movimiento tengan sentido. El estudio de los sistemas en que no se cumple dicha condición, cuyos lagrangianos se llaman singulares

o degenerados, parecía una cuestión puramente académica, sin interés práctico alguno. Pero a Dirac le parecieron interesantes precisamente esos casos <sup>21</sup>, en los que ocurre que hay un número excesivo de variables, pero no se puede eliminar ninguna. Aunque en un principio parecía poco más que un capricho, su idea resultó enormemente iluminadora treinta años más tarde con el desarrollo de las teorías gauge de partículas elementales en las que encuentra aplicación. De nuevo su inclinación por las estructuras matemáticas interesantes le hizo adelantarse a su momento.

Acaba de morir, pues, uno de los científicos que más ha contribuido al conocimiento del mundo atómico y subatómico, tanto que es difícil abrir un número al azar de cualquiera de las grandes revistas de física fundamental y encontrar un artículo en el que no se pueda trazar el influjo más o menos próximo de su obra. Creo que el elogio que más habría apreciado es decir que persiguió toda su vida entender las leyes básicas de la naturaleza a través de la simplicidad, elegancia y belleza de las matemáticas.

## Notas

- <sup>1</sup> P. A. M. DIRAC: *Proc. Roy. Soc. A* 133, 60 (1931).
- <sup>2</sup> P. A. M. DIRAC: *Int. J. Theor. Phys.* 21, 603 (1982).
- <sup>3</sup> Para un estudio detallada del nacimiento de la teoría cuántica, véase MAX JAMMER: «The conceptual developments of Quantum Mechanics», Mc Graw-Hill (1966).
- <sup>4</sup> MAX JAMMER: «The philosophy of Quantum Mechanics», J. Wiley (1974).
- <sup>5</sup> MAX BORN: *Proc. Roy. Soc. Edinb.* 57, 1 (1936-37).
- <sup>6</sup> M. BUNGE en «Einstein Symposion», editado por H. Nelkowski et al., *Lecture Notes in Physics*, Springer Verlag (1980).
- <sup>7</sup> Referencia 4, capítulo 10.
- <sup>8</sup> M. BUNGE: «Filosofía de la Física», Ariel (1978). El original inglés es de 1973.
- <sup>9</sup> P. A. M. DIRAC: «Recollections of an exciting era», en «Storia della Fisica del XX secolo», editado por C. Weiner. Academic Press, Nueva York (1977). Contiene muchos recuerdos personales de gran interés de DIRAC sobre la génesis de sus descubrimientos.
- <sup>10</sup> M. GARCÍA DONCEL: «Partículas, campos y simetrías: Historia de la Física de Altas Energías de los años 30 a los 60». Universidad Autónoma de Barcelona (1982).
- <sup>11</sup> P. A. M. DIRAC: *Proc. Roy. Soc. A* 117, 610 y A 118, 351 (1928).
- <sup>12</sup> P. A. M. DIRAC: *Proc. Roy. Soc. A* 126, 360 (1930).
- <sup>13</sup> G. GAMOW: «Thirty years that shook Physics», Double Day, Nueva York (1965).
- <sup>14</sup> P. A. M. DIRAC: *Proc. Roy. Soc. A* 114, 243 (1927).
- <sup>15</sup> P. A. M. DIRAC: *Eur. J. Phys.* 5, 65 (1984).
- <sup>16</sup> P. A. M. DIRAC: *Nature* 139, 323 (1937); *Proc. Roy. Soc. A* 333, 403 (1973).
- <sup>17</sup> J. HENDRY: *Stud. Hist. Phil. Sci.* 14, 81 (1983).
- <sup>18</sup> P. A. M. DIRAC: *Phys. Rev.* 74, 817 (1948).
- <sup>19</sup> H. KRAGH: *Stud. Hist. Phil. Sci.* 12, 141 (1981).
- <sup>20</sup> P. A. M. DIRAC: *Proc. Roy. Soc. A* 167, 148 (1938).
- <sup>21</sup> P. A. M. DIRAC: «Lectures on Quantum Mechanics». J. Wiley, Nueva York (1964).