UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

TESIS DOCTORAL

Aportaciones a la teoría del precio límite

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Félix Marcos Alvarez

DIRECTOR:

Luis Corchón Díaz

Madrid, 2015

Félix Marcos Alvarez

APORTACIONES A LA TEORIA DEL PRECIO LIMITE

Departamento de Teoría Económica
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad Complutense de Madrid
1983

Colección Tesis Doctorales. Nº 145/83

Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía
Noviciado, 3 Madrid-8
Madrid, 1983
Xerox 9200 XB 480
Depósito Legal: M-19631-1983

U N I V E R S I D A D   C O M P L U T E N S E   D E   M A D R I D

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES

T E S I S   D O C T O R A L

APORTACIONES A LA TEORIA DEL PRECIO LIMITE

Autor: FELIX MARCOS ALVAREZ.

Director: LUIS CORCHON DIAZ.

I N D I C E

página

INTRODUCCION

La noción de precio límite está ligada al estudio de estructuras de mercado distintas de los competitivas, y, más concretamente, a aquellas que responden al nombre genérico, no exento de ambigüedad, de oligopolísticas.

Con este propósito fue introducido por Bain en 1949 en su intento de explicar por qué un monopolio, o varios oligopolistas que hubiesen colusionado, no colocaban el precio de monopolio y sí, en cambio, otro inferior; en otras palabras, por qué el monopolista no se situaba en la parte elástica de su curva de demanda, tal como predecía la teoría tradicional.

El problema fue abordado por Bain y, casi simultaneamente, por Sylos-Labini (1956), desarrollando su análisis en términos de la incorporación de nuevos competidores y, por tanto, con una óptica diferente de la utilizada hasta entonces, ya que implicaba que el corto número de empresas, característa fundamental de este tipo de mercado, pasaba, de ser un dato exógeno para el análisis, a ser una variable endógena determinada por la acción de fuerzas económicas.

Los supuestos de comportamiento en ambos trabajos sobre la incorporación de nuevas empresas y el correspondiente establecimiento de un precio inferior al de monopolio, eran similares y estaban basados en que, puesto que la maximización del beneficio a largo plazo no tiene por qué coincidir con la maximización en cada uno de los períodos en que se puede dividir la vida de la empresa, puede ocurrir que un alto beneficio en el periodo considerado conlleve beneficios más bajos en el futuro. Más concretamente, si las empresas existentes en el mercado están obteniendo grandes beneficios (por ejemplo, los correspondientes al precio de monopolio), esto puede originar la entrada de nuevas empresas que mermarán notablemente los beneficios futuros de los establecidos. Si estos pueden anticipar tales eventos, pueden llevar a cabo una política alternativa: colocar precios más bajos a fin de no inducir la entrada y conservar,así, los beneficios (más bajos que los correspondientes al precio de monopolio) durante largo tiempo. La adopción de una u otra política, o de otras intermedias, dependerá de cual proporcione mayores beneficios, y su evaluación ha proporcionado, como veremos en el capítulo 8º, importantes desarrollos analíticos, pero, por ahora, nos interesa solamente resaltar el hecho de que, la introducción en el análisis del fenómeno de la entrada, puede dar lugar a un precio en el mercado sensiblemente inferior al precio de monopolio.

Conviene hacer notar que, en este contexto de equilibrio parcial y con empresas maximizadoras de beneficio en que se desarrolla todo el análisis, el precio límite es el único firme candidato a precio de equilibrio para el mercado considerado, puesto que, a precios superiores, se producirán entradas de nuevos competidores y a precios menores, se obtendrán beneficios inferiores a los correspondientes al precio límite siempre que este sea inferior al precio de monopolio.(*).

Abundando en la cuestión, el equilibrio a largo plazo de la industria competitiva, explicado en el marco del análisisi parcial, no es sino un caso particular del equilibrio de precio límite, en el que la producción de cada empresa es una fracción muy pequeña del output de mercado y donde las empresas producen con costes medios crecientes, de tal modo que el precio límite iguala al mínimo de los costes medios.

Pero el precio límite no explicaba solamente la existencia de un precio inferior al precio de monopolio; desde al ángulo opuesto, explicaba

---

(*). A propósito de esta cuestión de que el precio límite sea inferior al precio de monopolio: es importante desde un punto de vista analítico y la condición se hace explicita siempre que es necesario; por el contrario, desde el lado práctico la dificultad es irrelevante, pues precisamente el concepto de precio límite, y todo el aparato teórico que lo circunda, se introdujo precisamente como un intento de explicar precios de equilibrio más bajos que el precio de monopolio.

también por qué podía prevalecer en el mercado un precio superior al competitivo, es decir la existencia de beneficios extraordinarios a largo plazo. Para explicar esto se introdujo el importante concepto de barreras a la entrada que fueron clasificadas por Bain en cuatro grupos según se deban a : prohibiciones extraeconómicas, diferenciación del producto, ventaja absoluta de costes o economías de escala. En este trabajo sólo nos interesará este último tipo de barreras, ya que no habrá impedimentos extraeconómicos y estudiaremos el mercado de un bien homógeneo donde las técnicas salvo que se explicite lo contrario estarán libremente disponibles.

Pasemos ahora a hacer un breve esbozo del marco analitico en que se desenvuelve la teoría del precio límite (*).

Se considera un contexto de equlibrio parcial donde todos los agentes tienen información perfecta sobre las acciones de los otros, y donde las empresas tratan de maximizar beneficos, enfrentándose, las ya establecidas a la posibilidad de que entren nuevos competidores: pues bien, allí donde el precio límite, es relevante éste será el precio que maximice beneficios y por tanto el que colocarán las empresas establecidas (véase capítulo 2º).

Aunque intuitivamente tanto el concepto de empresa o empresas establecidas como el de entrante potencial estén claros, este conocimiento no es suficiente para fines analíticos y, por tanto, debemos de precisar los conceptos y, para ello, preguntarnos ¿en qué se diferencia, en el análisis, una empresa calificada como establecida de una empresa calificada como entrante?.

(*). En el capítulo 1º definimos el concepto con todo precisión. Este concepto es el usual en la literatura; pero, sin embargo, por conveniencias analíticas, en este trabajo utilizamos preferentemente el concepto de cantidad límite, indisolublemente ligado al primero.

Ciñéndonos a la teoría del precio límite en sentido estricto (en el capítulo 1º veremos que es posible llevar a cabo una generalización), lo que va a caracterizar a la empresa establecida es que ésta toma su decisión sobre la cantidad a producir y la lleva a cabo independientemente de que la entrada se produzca o no. Un entrante potencial conoce el output del establecido y toma su decisión con este dato, tratando de maximizar beneficios. La descripción se completa diciendo que si la situación que resultara de estas acciones permitiera nuevas entradas, estas se producirían.

....

El trabajo que aquí se presenta pretende abordar la problemática relativa al precio límite, tanto desde el punto de vista de la profundización en el propio concepto (y en línea con esto se demuestran teoremas de existencia y unicidad y se proponen algoritmos de cálculo), como de la relevancia del mismo para responder a problemas que se le plantean a la ciencia económica (y así se estudian las condiciones en que el precio límite prevalecerá como precio de equilibrio en un mercado, implicaciones macroeconómicas de que los empresarios sigan una estrategia de precio límite, etc.). En síntesis, el contenido del trabajo es el siguiente:

En el capítulo 1º se presenta un teorema de existencia y unicidad, así como un algoritmo de cálculo del precio límite, que, pese a su sencillez, es de una gran generalidad; esta parte del capítulo, que es, a mi entender, lo más importante de la tesis, sería la expresión analítica rigurosa del problema que Modigliani resuelve gráficamente en su artículo de 1.958; se presentan también los resultados de estática comparativa que, básicamente, coinciden con los de dicho artículo. El capítulo se completa con dos generalizaciones: en primer lugar se hace un teorema similar de existencia y unicidad (y un algoritmo de cálculo) para el caso en que el establecido modifique su output al producirse la entrada; en segundo lugar se extienden los resultados encontrados al caso en que el producto sea diferenciado.

En el capítulo 2º se estudian las condiciones bajo las cuales el precio límite es de equilibrio para empresas maximizadoras de beneficio. En forma similar al capítulo anterior, se estudian tanto el caso en que las empresas establecidas no modifican su output, como el caso en que lo modifican de una manera precisa.

En el capítulo 3º se aborda el caso en que las empresa establecidas producen con diferentes técnicas y no hay colusión salvo para las empresas que producen con la misma técnica. Aquí los supuestos son mucho más restrictivos que en capítulos anteriores y por tanto, los resultados que se obtienen son mucho menos generales. Así se encuentra una configuración (número de empresas, producción de cada empresa, precio del producto) de equilibrio donde el precio es el precio límite y todas las empresas excepto las de menor tamaño producen a plena capacidad.

En el capítulo 4º se aplica la teoría desarrollada en los tres primeros capítulos a dos casos particulares: 1) función de costes lineal y función de demanda hipérbola equilátera, y 2) función de demanda y costes lineales.

El capítulo 5º estudia, a la luz de los resultados anteriores, el método de cálculo del precio propuesto por Sylos-Labini en oligopolio y progreso técnico. Se muestra que el cálculo realizado por Sylos-Labini no es sino un caso particular del aquí desarrollado, cuando los costes son lineales, la función de demanda una hipérbola equilátera y las empresas producen a plena capacidad. Naturalmente, realizar esta comprobación, pues a esto y a algunos comentarios al respecto se reduce el capítulo, parece más adecuado de un apartado o un apéndice del capítulo anterior; sin embargo, he querido realzar su importancia debido a que este problema constituyó el inicio de la investigación: la búsqueda de un método general de cálculo que englobara a los ejemplos numéricos de Sylos.

En el capítulo 6º se presentan las aplicaciones de los resultados de la teoria a algunos hechos de la vida económica, entre las que cabría destacar una fundamentación microeconómica del mark-up, aunque de escasa generalidad.

En el capítulo 7º se construye un modelo macroeconómico en el que a los supuesto habituales sobre la demanda se añade una función de costes lineal y una estrategia de precio límite como regla de comportamiento de los empresarios, obteniéndose resultados de estática comparativa que, en algunos casos, difieren de los clásicos y Keynesianos.

Por último en el capítulo 8º se recogen aquellas aportaciones, que, o bien estudian aspectos del problema que aquí no han sido abordadas y por tanto ambas teorías se complementan mutuamente, o bien presentan aportaciones alternativas a la muestra.

De todos modos, en ambos casos se discute la relevancia de la teoría aquí expuesta frente a estas otras aportaciones.

Numerosos compañeros del Departamento de Teoría Económica de la Universidad Complutense me hicieron sugerencias útiles durante el largo tiempo que ha durado la elaboración de la tesis. Valga para todos este agradecimiento colectivo que evite cualquier olvido injusto.

Sin embargo, quiero hacer explícita mi gratitud a Carlos Sebastian cuya ayuda para la terminación del trabajo ha sido decisiva, y, sobre todo, a Luis Corchón, Director de la Tesis, que leyó y criticó, infinidad de veces, los numerosos manuscritos que, por fin, desembocaron en este trabajo.

Y finalmente, a Rosa Barbolla, de cuya generosidad he abusado frecuentemente, debo una sensible mejora en la presentación de las demostraciones.

A todos ellos, gracias.

CAPITULO 1

CANTIDAD Y PRECIO LIMITE

I. DESCRIPCION DEL MERCADO.

Se considera el mercado de un bien perfectamente divisible, homogéneo y producido por una o varias empresas, cuya actividad no afecta a la demanda del producto que viene descrita por los siguientes supuestos (supuesto 1, de demanda).

1.a. Tanto el precio como la cantidad vendida del producto son números reales no negativos.

$$p \in P \subset R^{+} \cup \{0\}$$

$$z \in Z \subset R^{+} \cup \{0\}$$

1.b. Para todo precio positivo, existe y está definida una función continua y estrictamente decreciente.

$$f: P \longrightarrow Z$$
$$p \longrightarrow f(p) = z \quad \forall\, p > 0$$

Consideremos ahora el conjunto $P' = \{p' / f(p') > 0\}$ y sea $g = f/P'$ la restricción de la función f al conjunto P'.

Corolario 1.b. La función g es estrictamente decreciente y continua. Por lo tanto existe la función $g^{-1} : f(P') \longrightarrow P'$ que es continua y estrictamente decreciente (*).

(*). BARBOLLA y otros: Introducción al análisis real. Ed. Alhambra.

1.c.

$$\text{Si } p=0 \begin{cases} \text{o bien} & \lim\limits_{p \to 0} f(p) = +\infty \\ \text{o bien} & f(p) = [H, \to) \subset R^+ \end{cases}$$

1.d.

$$g^{-1}\left[f(p)/p \neq p'\right] = g^{-1}(0) \qquad \begin{cases} \text{o bien} & \lim\limits_{f(p) \to 0} g^{-1}\left[f(p)\right] = +\infty \\ \text{o bien} & g^{-1}\left[f(p)\right] = H', \to) \subset R^+ \end{cases}$$

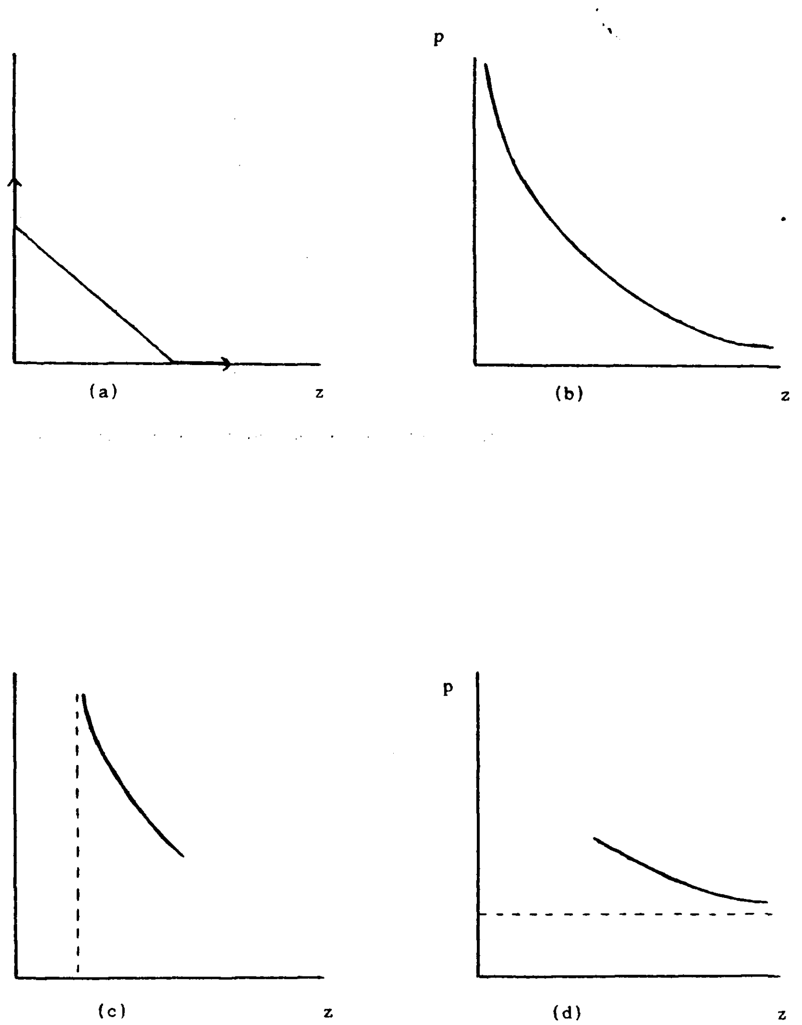
Con esta extensión de g^{-1}, $f^{-1} = g^{-1}$

1.e. $f^{-1}(z)$ está definida para todo $z' > 0$

La justificación de estos supuestos desde el punto de vista económico es clara: la restricción a cantidades y precios no negativos no necesita mayor comentario; tampoco el que, con el supuesto 1.b. y su corolario hayamos eliminado demandas que son insensibles a las variaciones del precio (*) (curva de demanda vertical) y aquellas otras para las cuales no varía el precio al variar la cantidad demandada (**) (curva de demanda horizontal). Los supuestos 1.b y 1.e, que exigen que f y f^{-1} estén definidas para valores positivos del argumento, eliminan aquellas demandas tales que a un precio positivo se demanda una cantidad infinita y aquellas que harían corresponder una cantidad estrictamente positiva a un precio infinito; en otras palabras, nos quedamos con curvas de demanda que, o bien solapan a los ejes, o bien son asintóticas a ellos, eliminando aquellas que sean asintóticas a una paralela a uno de los ejes o a ambos; gráficamente son factibles (a) y (b) y no lo son (c) y (d).

(*). Salvo cuando la entidad demandada a ese precio es nula, siendo entonces perfectamente lógico que dicha demanda no varíe al aumentar el precio. Supuesto 1.d.

(**). Salvo cuando el precio es nulo que se permite que se demande cualquier cantidad. 1.c.


p
(a)
z
(b)
z
p
(c)
z
(d)
z

Para producir el bien existen n técnicas perfectamente conocidas, que caracterizamos por los siguientes supuestos:

Supuesto 2. Para cada técnica existe una función de costes $C(z)$ que es continua, pudiendo la correspondiente función de costes medios expresarse en la forma:

$$C(z) = \frac{K}{z} + V(z), \quad K > 0; \quad v(0) = 0 \ ; \quad v(z) > 0 \ \forall z > 0$$

Esto es, existe un intervalo $(0, z^1)$ para el cual dicha función de costes medios es decreciente.

Supuesto 3. Cada técnica posee un máximo (límite) de capacidad que describiremos por el output correspondiente $z°$.

Como consecuencia de estos supuestos, una técnica está totalmente especificada por la tripleta $(K, v(z), z°)$.

II. NOTACION Y DEFINICIONES.

En lo que sigue utilizaremos los siguientes símbolos:

y representa el output agregado de las empresas establecidas.
x representa el output del entrante potencial.
i, subindice, representa la técnica.
j, superíndice, especifica una cantidad del output.

Así por ejemplo, x_i^j indica que la entrada se producirá con la técnica i y el output x^j. El superíndice cero, como ya hicimos al final del apartado anterior, se reserva para el límite de capacidad: $x_i^°$ es el límite de capacidad para la técnica i.

Como para el problema que vamos a estudiar en este capítulo (existencia, unicidad y cálculo de la cantidad y el precio límite) es irrelevante la técnica que utilicen las empresas establecidas no hace falta especificar esta. Por tanto el subíndice se refiere siempre a la técnica que utilice el entrante. Así y_h representa el output del establecido cuando la entrada se produce con la técnica h; no quiere decir, insistimos, que el establecido la utilice.

Cuando utilicemos las funciones de costes escribiremos $C_i^*(x)$ y no $C^*(x_i)$ para indicar que se utiliza la técnica i. Por último prescindiremos del subíndice cuando no haya lugar a confusión.

Hagamos, ahora, las siguientes definiciones:

Definición 1. Un estado del mercado viene especificado por el par (y,p) siendo p el precio del producto. Esto quiere decir que los estados del mercado son independientes de como se distribuyen el output las empresas establecidas. La definición es útil al nivel de estudio en que nos encontramos (existencia, unicidad y cálculo del precio límite), pero mas adelante hemos, obviamente, de distinguir entre las diferentes posibilidades de producción de la empresa o empresas establecidas.

Definición 2. La industria es viable si existen una técnica h y un output z que proporcionan beneficios positivos, esto es

$$\exists h \;\; y \;\; \exists z \in (0, z_h^o] \;\; | \;\; C_h^*(z) < p = f^{-1}(z)$$

Diremos por analogía que la técnica h es viable para la industria, y al conjunto $Z = \left\{ z / C_h^*(z) < f^{-1}(z), \;\; z \in (0, z_h^o) \right\}$ lo llamaremos el conjunto de outputs viables con la técnica h.

Definición 3. Un output, y, de las empresas establecidas, previene la entrada, si, fijado dicho output, ninguna empresa puede establecerse con beneficios positivos; esto es, si

$$f^{-1}(y+x) \leq C_h^*(x) \qquad \forall\, x \in [0,x^o_h] \ , \ \forall\, h$$

El precio $p = f^{-1}(y)$ es el precio que previene la entrada.

Definición 4. La cantidad límite $\bar{y}$ es la menor de las cantidades que previenen la entrada. El precio asociado a esta cantidad mediante la función de demanda es el precio límite $\bar{p} = f^{-1}(\bar{y})$ que, por ser f^{-1} decreciente, es el mayor de los precios que previenen la entrada.

III. EXISTENCIA Y UNICIDAD.

Teorema 1.III Si la industria que produce el bien es viable (definición 2), existe cantidad (y precio) límite bajo los supuestos 1 - 3, y es única.

Demostración. La haremos en tres pasos: 1) demostraremos que para una técnica viable dada, h, y fijado un output para la entrante x_h^i, existen un conjunto de outputs que previenen la entrada, dicho conjunto tiene un mínimo $\bar{y}_h^j$ que llamaremos cantidad límite asociada a la técnica h y al output x_h^j ; 2) variando este último obtendremos la cantidad límite asociada a cada valor de x_h con $x_h \in (0,x_h^o]$; la mayor de ellas $\bar{y}_h$, prevendría la entrada para cualquier output del entrante, y ninguna menor que ella la previene para su output asociado, es, por tanto, la cantidad límite para la técnica h; 3) haciendo lo mismo para cada técnica obtendremos las cantidades límites asociadas a cada técnica $\bar{y}_1 \ldots \bar{y}_n$, siendo la mayor de ellas la cantidad límite buscada.

1) Consideremos la técnica h y el output $x_h^j \in (0,x_h^o]$ para el entrante. Por la definición 3, de prevención de entrada todos los outputs y_h^j pertenecientes al conjunto

$$\left\{ y_h^j \mid f^{-1}\,(y_h^j + x_h^j) \leq C_h^*\,(x_h^j) \right\} \qquad \text{previenen la entrada}$$

y por ser f^{-1} decreciente el menor de ellos $\bar{y}_h^j$ vendrá definido por la relación

$$f^{-1}(\bar{y}_h^j + x_h^j) = C_h^*(x_h^j)$$

o bien

$$\bar{y}_h^j = f\left[C_h^*(x_h^j)\right] - x_h^j$$

que tal cantidad exista está garantizado por los supuestos 1.b (f esta definida para todo número positivo) y 2 (C_h^* es estrictamente positiva para todo x_h^j positivo).

(fijémonos, no obstante, que esta cantidad no será positiva a menos que x_h^j sea un output viable; pero esto no va a tener importancia).

2). Si ahora hacemos variar x_h^j en su campo de definición tendremos una función $y_h : (0, x_h^o] \longrightarrow R$

definida por $y_h = f\left[C_h^*(x)\right] - x \Longleftrightarrow y_h = y_h(x)$

Para poder demostrar que esta función tiene un máximo debemos extenderla al punto cero.

$$y_h(0) = \lim_{x \to 0} f\left[\frac{K_h}{x} + v_h(x)\right] - x = 0$$

ya que

$$\lim_{x \to 0}\left[\frac{K_h}{x} + v_h(x)\right] = \infty$$

Tenemos así la función definida en un intervalo compacto y no vacio, y puesto que tanto f como C_h^* son continuas tambien lo será y_h; entonces, por el teorema de Weirstrass (*), y_h tiene un máximo, $\bar{y}_h$, en $\left[0, x_h^o\right]$. Ahora bien, por ser h una técnica viable

(*)."Toda función continua que va de un subconjunto compacto y no vacio $S \subset R^n$ a R^n tiene un máximo en dicho subconjunto".

$$\exists\, x \in (0,\ x_h^o] \mid c_h^{*}(x) < f^{-1}(x) \implies$$

$$\exists\, x \in (0,\ x_h^o] \mid \bar{y}_h(x) = f\left[c_h^{*}(x)\right] - x > 0 = y_h(0)$$

y por tanto la función tiene un máximo en su intervalo de definición $(0, x_h^o]$ que es positivo. Por tanto, existe la cantidad límite para la técnica h

$$\bar{y}_h = \max \left\{ f\left[c_h^{*}(x)\right] - x \right\}$$

3). Haciendo, lo mismo, para todas las técnicas viables encontraremos un conjunto de cantidades límite

$$\left\{ \bar{y}_1 \cdots \bar{y}_h \cdots \bar{y}_n \right\}$$

la mayor de las cuales

$$\bar{y} = \max \left\{ \bar{y}_1 \cdots \bar{y}_h \cdots \bar{y}_n \right\}$$

previene la entrada para cualquier output con cualquier técnica y ninguna de las otras la previene para su output asociado $\bar{x}$. Como cualquier cantidad positiva previene la entrada para las técnicas no viables, $\bar{y}$ la previene obviamente y, por tanto, la existencia de dichas técnicas es irrelevante; por otra parte la viabilidad de la industria exige que haya al menos una técnica viable lo que garantiza la existencia de $\bar{y}$, que, además, por ser el máximo de un conjunto, es único.

Por último, puesto que $\bar{y}$ es positivo, existe y es único

$$\bar{p} = f^{-1}(\bar{y}) \quad \text{que es el precio límite.}$$

Queda así demostrado el teorema (*).

(*). La demostración es similar si la función de demanda viene definida implícitamente por la ecuación $F(\bar{p},z)=0$ para lo que basta que se cumplan las condiciones exigidas por el teorema de existencia de la función implícita. La cantidad límite será el máximo de la función $y=y(x)$ definida implicitamente por $F\left[C^{*}(x) \ \ldots \right] \ 0$

IV. DETERMINACION DE LA CANTIDAD (PRECIO) LIMITE

Añadamos los supuestos

1.g. La función de demanda es derivable salvo en un número finito de puntos.

2'. La función de costes es derivable salvo en un número finito de puntos.

Proposición.- La función $y_h = f\left[C_h^{*}(x)\right] - x$, $x \in (0, x_h^o]$ es derivable salvo en un número finito de puntos.

En efecto, para todo $x^i \in (0, x_h^o]$ en que $f'(x^i)$ y $C'^{*}(x^i)$ están definidos, existirá y estará definida $y_h'(x^i)$. Por el contrario y_h' no estará definida en todos los j puntos, x^j, en que no lo está f', ni en aquellos K, x^k, en que no lo esté C^*, pero puesto que tanto j como K son finitos también lo será j+K, y por tanto la función y_h es derivable salvo en un número finito de puntos.

$\bar{y}_h$, máximo de y_h, puede corresponder a un punto interior o al extremo superior del intervalo $y_h^o = y_h(x_h^o)$. Si es un punto interior puede ser o bien un punto donde se hace cero la derivada

$$\frac{d\ y_h}{d\ x} = f'\left[C_h^{*}(x)\right] \frac{d\ C_h^{*}(x)}{d\ x} - 1 = 0$$

siendo $x_h^1 \ldots x_h^p$ las soluciones de esta ecuación, o bien un punto de no derivabilidad; sean estos

$$x_h^{p+1} \ldots x_h^{y} \quad \text{tal que} \quad x_h^i \in (0, x_h^o] \quad i = 1 \ldots r$$

El máximo absoluto de la función, es decir la cantidad límite correspondiente a la técnica h vendrá dada por

$$\bar{y}_h = \max \left\{ y_h \, (x_h^o) \; , \; y_h \, (x_h^i) \;\middle|\; i = 1 \dots r \right\}$$

y la cantidad límite buscada

$$\bar{y} = \max \left\{ \bar{y}_h \;\middle|\; h = 1 \dots . n \right\}$$

Por último el precio límite vendrá dado por la expresión

$$\bar{p} = f^{-1} \, (\bar{y})$$

V. ESTATIVA COMPARATIVA

Estudiamos en este apartado como varian la cantidad y el precio límite cuando cambian los costes y la demanda.

Proposición V.1. Un aumento de los costes fijos para el entrante potencial origina una disminución de la cantidad límite y, por tanto, un aumento del precio.

Hemos visto que la cantidad límite es el máximo de la expresión $y = f\left[\frac{K}{x} + v(x)\right] - x$ que suponemos corresponde al punto $(\bar{y}, \bar{x})$ para un K dado. Como nos interesa estudiar la variación de $\bar{y}$ respecto de K definiremos una función g que nos relacione a ambas variables.

Sea H, el dominio de la función g, el conjunto definido por:

$$H = \left\{ K > 0 \;\middle|\; \exists \, \bar{x} \text{ tal que } \bar{y} = f\left[\frac{K}{\bar{x}} + v\,(\bar{x})\right] - \bar{x} \text{ es máximo} \right\}$$

o, lo que es equivalente

$$H = \left\{ K > 0 \;\middle|\; \exists \, \bar{x} \text{ tal que } (\bar{x}, \bar{y}) \text{ es máximo de } y = f\left[\frac{K}{x} + v(x)\right] - x \right\}$$

y sea g la función definida de la siguiente forma:

$$g : H \longrightarrow R$$
$$K \longrightarrow g(K) = \bar{y} = f\left[\frac{K}{\bar{x}} + v(\bar{x})\right] - \bar{x}$$

Es claro que g(K) es una función continua y derivable salvo en un número finito de puntos. Además g es una función decreciente. En efecto, sea $\bar{K}$ un elemento del conjunto H.

a) Si g es derivable en $\bar{K}$ el valor de la derivada de g con respecto a K es

$$\frac{d\,g}{d\,K} = f' \frac{1}{\bar{x}} < 0$$

ya que f' es la derivada de la función de demanda que es decreciente

b) Si g no es derivable en $\bar{K}$, existe un entorno $V^{\bar{k}}$ tal que, para todo $K', K'' \in V^{\bar{k}}$ con $K' < \bar{K} < K''$, se verifica que $g(K') > g(K'')$. En efecto, como g es derivable salvo en un número finito de puntos, existe un entorno de $\bar{K}$ tal que, para todo $K', K'' \in V^{\bar{k}}$ con $K'\ \ K''$, se verifica que g es derivable en $[K', \bar{K})$ y $(\bar{K}, K'']$. Sean $\{K'_n / n \in N \text{ y } K'_1 = K'\}$ y $\{K''_n / n \in N$ y $K''_1 = K''\}$ sucesiones contenidas en $[K', \bar{K})$ y $(\bar{K}, K'']$ respectivamente, ambas convergentes a $\bar{K}$, verificando que, para todo $n \in N$, $K'_n < K'_{n+1}$ y $K''_{n+1} < K''_h$. Como g es continua en $[K', \bar{K})$ y $(\bar{K}, K'']$ se verifica que

$$\lim \left\{ g(K'_n) \ /\ n \in N \right\} = g(\bar{K}) = \lim \left\{ g(K''_n) \ /\ n \in N \right\}$$

Ahora bien como hemos visto en a) $g(K') > g\ (k'_n\ /\ n \in N)$ y

$g(K'') < g(K''_n\ /\ n \in N)\ \ \forall\ \ n > 1$ y por tanto

$g(K'') < g(\bar{K}) < g(K')$

y por tanto g es decreciente.

Queda así demostrada la proposición.

Proposición V.2. Un aumento de los costes variables para el entrante potencial origina una disminución de la cantidad límite y, por tanto, un aumento del precio.

Para demostrar esta proposición consideraremos que la función de costes variables medios puede expresarse en función de un parámetro $v = v(x,q)$, $q \in R^+$ respecto del cual tiene derivada positiva; la proposición V.2. puede entonces reenunciarse diciendo que un aumento de q originará una disminución (aumento) de la cantidad (precio) límite.

Al igual que hicimos en la proposición anterior construiremos una función h que liga $\bar{y}$ con q.

Sea M, el dominio de la función h, el conjunto definido por

$$M = \left\{ q > 0 \;/\; \exists\; \bar{x} \text{ tal que } \bar{y} = f\left[\frac{K}{\bar{x}} + v\,(\bar{x},\, q)\right] - \bar{x} \quad \text{es máximo} \right\}$$

y h la función definida de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} h:\; & M \longrightarrow R \\ & q \longrightarrow h(q) = \bar{y} = f\left[\frac{K}{\bar{x}} + v\,(\bar{x},\, q)\right] - \bar{x} \end{aligned}$$

Por las mismas razones que hemos visto en el apartado IV h(q) es una función continua y derivable salvo en un número finito de puntos. Además h es una función decreciente. En efecto, sea $\bar{q}$ un elemento del conjunto M.

a) Si h es derivable en $\bar{q}$, el valor de la derivada de h con respecto a q es

$$\frac{d\,k}{d\,q} = f'\left[\frac{K}{\bar{x}} + v\,(\bar{x},\, q)\right] \cdot \frac{\partial v}{\partial q} < 0$$

ya que f' es la derivada de la función de demanda que es decreciente.

b) Si h no es derivable en $\bar{q}$ existe un entorno $V^{\bar{q}}$ tal que, para todo $q', q'' \in V^{\bar{q}}$ con $q' < \bar{q} < q''$, se verifica que $h(q'') < h(\bar{q}) < h(q')$. En efecto, com h es derivable salvo en un número finito de puntos, existe un entorno de $\bar{q}$, tal que para todo $q', q'' \in V^{\bar{q}}$, con $q' < q''$, se verifica que h es derivable en $[q',\bar{q})$ y $(\bar{q},q'']$. Sean $\{q'_n \ / \ n \in N \ \text{ y } q'_1 = q'\}$ y $\{q''_n \ / \ n \in N \ \text{ y } q''_1 = q''\}$ sucesiones construidas en $[q',\bar{q})$ y $(\bar{q},q'']$ respectivamente, ambas convergentes a $\bar{q}$, verificando que, para todo $n \in N$, $q'_n < q'_{n+1}$ y $q''_{n+1} < q''_n$. Como h es continua en $[q',\bar{q})$ y $(\bar{q},q'']$ se verifica que

$$\lim \{h(q'_n) \ / \ n \in N\} = h(\bar{q}) = \lim \{h(q''_n) \ / n \in N\}$$

Ahora bien como, para puntos distintos de $\bar{q}$, h es derivable sabemos por a) que $\forall \ n > 1$

$$h(q') > h(q'_n) \quad \text{y que} \quad h(q'') < h(q''_n)$$

y por tanto $\qquad h(q'') < h(\bar{q}) < h(q')$

y por tanto h es decreciente en $\bar{q}$.

Queda así demostrada la proposición.

Proposición V.3. Un desplazamiento de la curva de demanda hacia la derecha (un aumento de la demanda) origina un aumento de la cantidad límite.

Para demostrarla seguiremos el mismo camino que en la proposición anterior introduciendo en la función de demanda un parámetro t que al variar desplace la función, esto es, escribimos $y = F(p,t)$ con $\frac{\partial F}{\partial p} = f' < 0$ y $\frac{\partial F}{\partial t} > 0, \ \forall \ t > 0$.

Como en los dos casos anteriores construiremos una función l que ligue y con t.

Sea L, el dominio de la función l, el conjunto definido por

$$L = \left\{ t > 0 \ / \ \exists \ \bar{x} \ \text{ tal que } \ \bar{y} = F\left[\frac{K}{\bar{x}} + v(\bar{x}) \ , \ t\right] - \bar{x} \ \text{ es máximo} \right\}$$

y l la función definida de la siguiente forma

$$l: \ L \longrightarrow R$$
$$t \longrightarrow l(t) = \bar{y} = F\left[\frac{K}{\bar{x}} + v(\bar{x}) \ , \ t\right] - \bar{x}$$

función que es continua y derivable salvo en un número finito de puntos. Veamos que l es una función creciente.

Sea $\bar{t}$ un elemento del conjunto L

a) Si l es derivable en $\bar{t}$, el valor de la derivada de l con respecto a t es:

$$\frac{d\,l}{d\,t} = \frac{\partial F}{\partial t} > 0$$

y por tanto la función es creciente.

b) Si l no es derivable en $\bar{t}$ existe un entorno $V^{\bar{t}}$, tal que, para todo $t', t'' \in V^{\bar{t}}$ con $t' < \bar{t} < t''$, se verifica que $l(t') < l(\bar{t}) < l(t'')$. En efecto, como l es derivable salvo en un número finito de puntos, existe un entorno de $\bar{t}$, tal que, para todo $t', t'' \in V^{\bar{t}}$, con $t' < t''$, se verifica que l es derivable en $[t', \bar{t})$ y $(\bar{t}, t'']$. Sean $\left\{ t'_n \ / \ n \in N \ \text{ y } \ t'_1 = t' \right\}$ y $\left\{ t''_n \ / \ n \in N \ \text{ y } \ t''_1 = t'' \right\}$ sucesiones construidas en $[t',\bar{t})$ y $(\bar{t},t'']$ respectivamente, ambas covergentes a $\bar{t}$, verificando que, para todo $n \in N$, $t'_n < t'_{n+1}$ y $t''_{n+1} < t''_n$. Como l es continua en $[t',\bar{t})$ y $(\bar{t},t'']$ se verifica que

$$\lim \left\{ l(t'_n) \ n \in N \right\} = l(\bar{t}) = \lim \left\{ l(t''_n) \ / \ n \in N \right\}$$

Ahora bien, como para puntos distintos de $\bar{t}$ 1 es derivable sabemos por a) que, para todo $n > 1$

$$l(t') < l(t'_n) \quad \text{y que} \quad l(t'') > l(t''_n)$$

y por tanto $$l(t') < l(\bar{t}) < l(t'')$$

y que, por tanto, l es creciente en $\bar{t}$, quedando así demostrada la proposición.

....

Contrariamente a lo que ocurría en las proposiciones V.1 y V.2, en las que no variaba la curva de demanda y, por tanto, el precio siempre disminuye al aumentar la cantidad y viceversa, ahora no se puede asegurar tal cosa. En efecto, diferenciando la función de demanda

$$y = F(p,t) \Longrightarrow dy = \frac{\partial F}{\partial p}\, dp + \frac{\partial F}{\partial t}\, dt \Longrightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{\frac{\partial F}{\partial p}} > 0$$

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} \cdot \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{t}} \lesseqgtr 0$$

ya que el primer término es positivo y el segundo negativo.

VI. GENERALIZACION DEL CONCEPTO DE CANTIDAD (PRECIO) LIMITE

La definición 3 de prevención de entrada (véase apartado II) puede ser generalizada de la siguiente forma:

Sea x el output con que se produce la entrada; sea $\alpha(x)$ la modificación que se induce en el output del establecido por el hecho de producirse la entrada con el output x; α es una función continua

$$\alpha : \left[0, x^{o} \right] \longrightarrow R, \qquad \alpha(0) = 0$$

acotada inferior y superiormente

Definición 3'. Un output y del establecido previene la entrada sí:

$$f^{-1} \left[y + x + \alpha(x) \right] \leqslant C_h^{*}(x), \quad \forall\, x \in (0, x_h^{o}), \quad \forall\, h$$

La cantidad límite generalizada será la menor de estas cantidades; analogamente el precio límite genralizado será el mayor de los precios que previenen la entrada, que, por ser la curva de demanda estrictamente decreciente será el asociado por dicha curva a la cantidad límite.

La demostración de la existencia de la cantidad (precio) límite generalizada, así como su cálculo, se hace de forma análoga a la realizada en el apartado II pero como veremos requerirá una restricción adicional sobre la función α.

Procediendo tal como hicimos en el apartado II, supondremos en primer lugar que la entrada se produce con una determinada técnica h. Entonces para un output x_h^g dado del entrante, el conjunto de los outpus

$$\left\{ y_h^g \;/\; f^{-1} \left[y_h^g + x_h^g + \alpha(x_h^g) \right] \leqslant C_h^{*}\ (x_h^g) \right\}$$

previene la entrada, y por ser f^{-1} estrictamente decreciente el menor de ellos (esto es la cantidad límite generalizada asociada al output del entrante x_h^g) vendrá definido por la relación

$$f^{-1} \left[\bar{y}_h^{\,g} + x_h^g + \alpha(x_h^g) \right] = C_h^{*}\ (x_h^g)$$

esto es

$$\bar{y}_h^{\,g} = \left[C_h^{*}\ (x_h^g) \right] - x_h^g - \alpha(x_h^g)$$

Cantidad que existe en virtud de los supuestos 1.b y 2.

Si ahora hacemos variar x_h en su campo de definición $(0,x_h^o]$ obtenemos una función

$$y_h = f\left[C_h^*(x_h)\right] - x_h - \alpha(x_h)$$

cuyo máximo $\bar{y}_h$ prevendrá la entrada para todo $x \in \left[0, x_h^o\right]$; además ninguna $y_h < \bar{y}_h$ prevendrá la entrada para $\bar{x}_h$ siendo

$$\bar{y}_h = f\left[C_h^*(\bar{x}_h)\right] - \bar{x}_h - \alpha(\bar{x}_h) \quad ,$$

y por tanto $\bar{y}_h$, si existe, es la cantidad límite para la técnica h.

Para probar la existencia de dicho máximo, comenzaremos igual que hicimos en el apartado II, extendiendo la función y_h al punto cero.

$$y_h(0) = \lim_{x_h \to 0} f\left[\frac{K_h}{x_n} + v_h(x_h)\right] - x_h - \alpha(x_h) = 0$$

La función está entonces definida en un intervalo compacto, y, por el teorema de Weierstrass, tiene una máximo en él.

La diferencia con el resultado obtenido en el apartado II estriba en que, entonces, la condición de viabilidad de la industria nos garantizaba la existencia de un $\bar{y}_h$ positivo, mientras que ahora no hay tal, ya que la función α puede ser tal que haga negativa la expresión $f\left[C_h^*(x_h)\right] - x^h - \alpha(x^h)$ para todo x^h positivo. En estas condiciones la entrada no se produciría aunque el establecido no produjera y el precio no estaría definido.

Para salvar esta dificultad, hay que añadir el supuesto ad-hoc de que tal situación no puede producirse; lo enunciamos como sigue:

Dado α, $\exists\, x \in \left[0,\ x_h^o\right] \mid C_h^{*}(x) < f^{-1}\left[x + \alpha(x)\right]$ para algun h y esto implica que

$$\bar{y}_h(x) = f\left[C_h^{*}(x)\right] - x - \alpha(x) > 0 = y_h(0) = 0$$

y por tanto la función tiene un máximo en su intervalo de definición $(0,\ x_h^{o}]$ que es positivo.

Este supuesto ad-hoc tiene una estructura formal similar al de viabilidad de la industria dado por la definición 2; por ello uno podría verse tentado a hablar de una generalización del concepto de industria viable; sin embargo este último tiene un significado económico preciso distinto del que pueda tener el supuesto ad-hoc y por ello no parece legítimo relacionar ambos.

Lo que el supuesto ad-hoc prohibe es que, independientemente de cual sea la cantidad del establecido, la entrada genere en él una reacción que la haga no provechosa: si se supusiera en el establecido una reacción tal el precio límite no estará definido (*).

Nos queda únicamente repetir el proceso para las diferentes técnicas: para cada una de ellas encontraremos una cantidad límite y la mayor de ellas

$$\bar{y} = \max\left\{ \bar{y}_1 \ \cdots \ \bar{y}_n \right\}$$

será la cantidad límite buscada.

(*). En el capítulo siguiente veremos además que tal comportamiento unido a un comportamiento maximizador de los empresarios hace irrelevante el concepto de precio límite.

VII. DIFERENCIACION DEL PRODUCTO.

Un resultado similar al obtenido para el producto homogéneo puede conseguirse cuando el producto es diferenciado: esto es, si la entrada se produjera con un producto distinto, pero en cierto grado sustitutivo, del que fabrica la empresa establecida.

La función de demanda a que se enfrenta el entrante será una función decreciente tanto de su precio como del output del establecido (intuitivamente aparece más clara la dependencia respecto del precio del establecido que de su output; sin embargo, utilizaremos esta última variable por conveniencias analíticas).

$$x = f\ (p_x\ ,\ y)$$

Si admitimos que esta función es separable aditivamente

$$x = f_1\ (p_x) - f_2\ (y) \geqslant 0 \qquad f_1,\ f_2:\ S \subset R^+ \longrightarrow R^+$$

$$x = 0 \text{ si } f_1(p_x) \leqslant f_2\ (y)$$

Supondremos además que existen y están bien definidas f^{-1} y f^{-2}, que f_1 es decreciente y que f_2 es creciente y no acotada con $f_2\ (0) = 0$. Esta no acotación de f_2 implica que, dado el precio del entrante, el establecido puede siempre reducir la demanda del entrante disminuyendo su precio (con lo que aumenta su cantidad).

Para demostrar la existencia del precio límite procederemos de manera análoga a como hicimos con el del producto homogéneo. La entrada no se producirá si:

$$p_x \leqslant c_x^*$$

Para precisar esto despejamos p_x de la ecuación de demanda para el entrante

$$p_x = f_1^{-1}\left[x + f_2(y)\right]$$

Entonces un output del establecido y previene la entra si

$$f_1^{-1}\left[x + f_2(y)\right] \leq C_x^*(x) \qquad \forall\ x \in (0, x^o]$$

y el menor de los outputs que previenen la entrada para todo x será la cantidad límite $\bar{y}$.

Para probar su existencia (*) empezaremos considerando un output fijo para el entrante x^h, entonces el conjunto de outputs del establecido

$$\left\{ y^h \,\middle|\, f_1^{-1}\left[x^h + f_2(y^h)\right] \leq C_x^*(x^h) \right\}$$

previene la entrada, y por ser f_2 creciente y f_1^{-1} decreciente el output límite $\bar{y}^h$ asociado a x^h, esto es el menor de los y^h, vendrá definido por la igualdad

$$f_1^{-1}\left[x^h + f_2(\bar{y}^h)\right] = C_x^*(x^h) \qquad (**)$$

Haciendo ahora variar la x en su campo de definición obtenemos una función que asocia a cada valor de x el output límite correspondiente. El mayor de todos estos outputs límite $\bar{y}$ impedirá la entrada para todo x y ningún otro la impedirá para su output asociado $\bar{x}$: es por tanto la cantidad límite buscada.

Para demostrar la existencia de tal máximo escribimos la función en la forma:

$$y = f_2^{-1}\left[f_1\left[C_x^*(x)\right] - x\right]$$

(*). Dada la semejanza con el caso de producto homogéneo nos excusamos de considerar la posibilidad de varias técnicas a disposición del entrante.

(**) $\bar{y}_h$ existe por ser f_2 no acotada y h una técnica viable.

Extendiendo la función al punto x = 0

$$y(0) = \lim_{x \to 0} f_2^{-1}\left[f_1 \left[C_x^* (x) \right] - x \right] = 0$$

Con lo cual tenemos una función continua en un intervalo compacto y por el teorema de Weierstrass existe

$$\bar{y} = \max \; f_2^{-1}\left[f_1 \left[C_x^* (x) \right] - x \right]$$

que es único. (*).

(*). El algoritmo de cálculo es idéntico al caso del producto homogéneo.

CAPITULO 2

EQUILIBRIO DEL MERCADO

I. INTRODUCCION.

Desde que Bain introdujo el concepto de precio límite ha existido la polémica sobre si el precio límite tiene interes como un fin en sí mismo, o, por el contrario, es el resultado que se obtiene en ciertos contextos cuando las empresas tratan de alcanzar otros objetivos, y concretamente maximizar el beneficio.

Aunque estudiar el precio límite como un fin en sí mismo no es irrelevante, resulta mucho más fuctifero, desde el punto de vista del análisis económico, suponer que las empresas poseen un objetivo más comunmente aceptado, la maximización del beneficio, y ver en que condiciones se alcanza el precio límite. Este es el enfoque comunmente adoptado en la literatura y será el que aquí seguiremos.

En este capítulo trataremos, por tanto, de ver en que condiciones el precio límite, cuya existencia, unicidad y método de cálculo han sido estudiadas en el capítulo anterior, prevalece de hecho en el mercado una vez caracterizado éste y definido el comportamiento de las empresas que actuan en él.

II. DESCRIPCION DEL MERCADO.

Se mantiene el supuesto sobre la demanda del capítulo anterior. A los supuestos sobre costes se añade el siguiente:

Supuesto 2''. Las curvas de costes medios son decrecientes.

Se supone además que no se considera ningún impedimento de tipo extraeconómico para que una empresa se establezca en el mercado; esto es, una empresa se establecerá en el mercado si, según sus reglas de comportamiento, previamente definidas, le es conveniente hacerlo; en nuestro caso concreto en que supondremos que las empresas tratan de maximizar beneficios, éstas se establecerán o no según que los beneficios esperados sean o no positivos. Enunciamos formalmente este supuesto.

Supuesto 4. Una empresa se establecerá en el mercado si, y sólo si, espera obtener beneficios positivos.

Por otra parte, cuando en el capítulo anterior introdujimos la noción de estado de la economía dijimos que era indiferente, al nivel de análisis en que nos encontrábamos, si el output $\bar{y}$ era producido por una o varias empresas; sin embargo, los resultados que se obtiene en este capítulo requieren, que se trate de una única empresa establecida (*). Enunciamos formalmente el supuesto.

Supuesto 5. Existe una única empresa establecida.

Naturalmente este supuesto es muy restrictivo y será relajado posteriormente; su introducción se justifica por los resultados que se obtienen, mucho más precisos que en los demás casos. Pero además, dado que queremos investigar lo que ocurre cuando la empresa establecida coloca el precio límite, necesita de un supuesto complementario.

Supuesto 6. La empresa establecida tiene capacidad suficiente para colocar el precio límite.

(*). También serán válidos los resultados, si las empresas existentes colusionaran perfectamente y trabajaran todas con una misma tecnología caracterizada porque sus costes medios directos fueran constantes.

III. EQUILIBRIO.

Antes de pasar a definir lo que entendemos por un estado de equilibrio (definición que debe reflejar el comportamiento maximizador de las empresas) digamos que vamos a considerar dos casos según que el establecido altere o no su output al producirse la entrada (y, naturalmente, en un mundo de información perfecta, el entrante conoce cual es la actitud del establecido).

III.1. LA EMPRESA ESTABLECIDA NO MODIFICARA SU OUTPUT.

Este caso equivale a admitir lo que Modigliani llama el postulado de Sylos "El entrante supone que el establecido no va a modificar su output".

Definición 5. Un estado del mercado $(y^* \; x^* \; p^*)$ es de equilibrio si los agentes están realizando sus planes, esto es si tanto el establecido como los entrantes potenciales están maximizando beneficios.

Este definición, como a continuación demostramos, implica las siguientes condiciones:

a) $x^* = 0$, esto es no hay ningún posible output para el entrante que le produzca beneficios positivos.

$$\pi_x(y^*, x) \leq 0 \quad \forall\, x \in [0, x^o] \Longleftrightarrow f^{-1}\,(y^* + x) \leq C^*(x) \qquad \forall\, x \in [0,\, x^o]$$

b) Cuando la entrada no se produce el establecido obtiene beneficios positivos

$$\pi_y\,(y^*,\, 0) > 0$$

c) Cualquier otro output del establecido, que impida la entrada, le proporcionará beneficios menores

$$\forall\, y' \mid \pi_x(y', x) \leq 0 \quad \forall\, x \in [0, x^o] \quad , \quad \pi_y\,(y', 0) < \pi_y(y^*, 0)$$

Lema 2.III.1. Cualquier output $\hat{y}$ que no cumpla estas tres condiciones no será de equilibrio según la definición 5.

Demostración. Las condiciones b) y c) son obvias ya que en caso contrario el establecido o bien abandonaría el mercado o produciría la cantidad y'.

Veamos, por último, que cualquier otro estado del mercado $(\hat{y}, \hat{x}, \hat{p})$ con $\hat{x}>0$, y por tanto, con $\hat{y}<y^*$ implica que alguna empresa no está maximizando beneficios.

Pueden ocurrir dos casos: 1) Si el output $\hat{y}+\hat{x}$ no impide la entrada hay un entrante potencial que no está maximizando beneficios, ya que si se estableciera en este mercado obtendría beneficios positivos. 2) Si el output $\hat{y}+\hat{x}$ impide la entrada, comparemos los beneficios $\pi_y(y^*) = \pi_y(y^*,0)$ con $\pi_y(\hat{y}) = \pi_y(\hat{y}, \hat{x})$.

$$\pi_y(\hat{y}) = \hat{y}\left[f^{-1}(\hat{y}+\hat{x}) - c^*(\hat{y})\right] \lessgtr y^*\left[f^{-1}(y^*) - c^*(y^*)\right] = \pi_y(y^*)$$

Si $\pi_y(\hat{y})<\pi_y(y^*)$ el establecido no estaría maximiando en $\hat{y}$. Lo contrario sólo puede ocurrir si $\hat{y} + \hat{x} < y^*$, pero entonces el establecido podría colocar el output $\check{y} = \hat{y} + \hat{x}$ y como

$$\pi(\check{y}) = \check{y}\left[f^{-1}(\check{y}) - c^*(\check{y})\right] > \hat{y}\left[f^{-1}(\hat{y} + \hat{x}) - c^*(\hat{y})\right] = \pi(\hat{y})$$

el establecido no está maximizando beneficios en $\hat{y}$.

Por lo tanto, para que un output sea de equilibrio ha de cumplir las condiciones a), b) y c).

El paso siguiente es dilucidar las condiciones para las que el precio límite es de equilibrio según esta definición; y para ello enunciamos el siguiente teorema:

Teorema 2.III.1.: Si

1) Se cumplen los supuestos 1-6.

2) La cantidad límite es superior a la cantidad correspondiente a todos los óptimos locales de la función de beneficios (*).

3) El coste medio para la empresa establecida es igual o inferior al del entrante potencial para toda cantidad igual o mayor a la cantidad límite (**).

Entonces el output límite cumple las condiciones a), b), c).

Demostración:

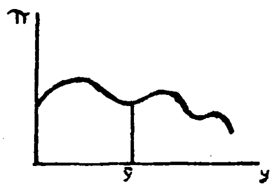
a) $x^* = 0$, esto es, ninguna nueva empresa puede establecerse con beneficios positivos.

Por definición de cantidad límite

$$C_x^* (x) \geqslant f^{-1} (\bar{y} + x) \qquad \forall\, x \in (0,\, x^o] \implies$$

$$\pi_x (\bar{y},\, x) \leqslant 0 \qquad \forall\, x \in (0,\, x^o] \implies x^* = 0$$

(*). Si la función de beneficios tiene un único óptimo local, lo que ocurre con las funciones de demanda y costes habitualmente utilizadas, entonces esta condición se expresa diciendo que el precio límite es inferior al precio de monopolio, y resulta bastante evidente que en caso contrario el precio límite no jugará ningún papel ya que, entonces, en el punto de monopolio es donde se maximizan beneficios y además se impide la entrada. Sin embargo, los supuestos hechos sobre las funciones de demanda y costes no nos garantizan que este sea el caso y puede ocurrir, como en el caso de la figura, que, aunque la cantidad límite sea superior a la cantidad de monopolio, la función de beneficios tenga un óptimo local a su derecha, con lo que la empresa aumenta sus beneficios aumentando su output y por lo tnato el punto límite no es de equilibrio. La imposición de la condición 1) salva esta dificultad.



Funciones de beneficios como la de la figura pueden generarse cuando las funciones de costes medios y de demanda tienen pendientes variables, de tal modo que al variar el output ambas curvas se acercan y se alejan entre si suficientemente.

(**). En el caso de que la técnica del entrante sea tal que $x^o < \bar{y}$, no está definido el coste $C_x^* (\bar{y})$ y la condición se sustituye por

$$C_x^* (x^o) \geqslant C_y^* (x^o).$$

b) La empresa establecida obtiene beneficios positivos; por definición de precio límite existe un $\bar{x}$ para el entrante tal que

$$f^{-1}(\bar{y} + \bar{x}) = c^{*}_{x}(\bar{x})$$

Consideremos los tres casos posibles:

I). $\bar{y} = \bar{x} \Longrightarrow \bar{p} = f^{-1}(\bar{y}) > f^{-1}(\bar{y} + \bar{x}) = c^{*}_{x}(\bar{x}) = c^{*}_{x}(\bar{y}) \geqslant c^{*}_{y}(\bar{y})$

esto es $\pi_{y}(\bar{y}) = \bar{y}\left[f^{-1}(\bar{y}) - c^{*}_{y}(\bar{y})\right] > 0$

II) $\bar{y} > \bar{x} \Longrightarrow \bar{p} = f^{-1}(\bar{y}) > f^{-1}(\bar{y} + \bar{x}) = c^{*}_{x}(\bar{x}) \begin{cases} \geqslant c^{*}_{x}(\bar{y}) \geqslant c^{*}_{y}(\bar{y}) \\ \geqslant c^{*}_{x}(x^{o}) \geqslant c^{*}_{y}(x^{o}) \geqslant c^{*}_{y}(\bar{y}) \end{cases}$

esto es $\pi_{y}(\bar{y}) = \bar{y}\left[f^{-1}(\bar{y}) - c^{*}_{y}(\bar{y})\right] > 0$

III). $\bar{y} < \bar{x} \Longrightarrow \bar{p} = f^{-1}(\bar{y}) > f^{-1}(\bar{y} + \bar{x}) = c^{*}_{x}(\bar{x}) \equiv c^{*}_{x}(\bar{y} + z) \geqslant c^{*}_{y}(\bar{y} + z)$

Pero por ser el output $\bar{y}$ superior al output correspondiente a todos los óptimos locales

$\pi_{y}(\bar{y}) > \pi_{y}(\bar{y} + z)$ y puesto que

$$\pi_{y}(\bar{y} + z) = (\bar{y} + z)\left[f^{-1}(\bar{y} + z) - c^{*}_{y}(\bar{y} + z)\right] > (\bar{y} + z)$$

$$\left[f^{-1}(\bar{y} + \bar{x}) - c^{*}_{y}(\bar{y} + z)\right] \geqslant 0$$

lo cual implica $\pi_{y}(\bar{y}) > 0$

c) Para todo output $y' \neq \bar{y}$ que prevenga la entrada $\pi_{y}(y')\ \pi_{y}(\bar{y})$.

c.1. $y' > \bar{y}$. Por ser la cantidad límite superior a la cantidad correspondiente a todos los óptimos locales, la función π_y (y) es estrictamente decreciente en el intervalo $[\bar{y}, y^o]$ y por tanto

$$\pi_y(\bar{y}) > \pi_y(y') \qquad \forall \; y' \in (\bar{y}, y^o]$$

c.2. $y' < \bar{y}$. Entonces para el output $\bar{x}$ asociado a $\bar{y}$ esto es $f^{-1}(\bar{y} + \bar{x}) = C^*(\bar{x})$ el entrante obtiene beneficios positivos y no se verifica la condición de no entrada.

$$\pi_x(y' \; \bar{x}) = \bar{x}\left[f^{-1}(y'+\bar{x}) - C^*(\bar{x})\right] > \bar{x}\left[f^{-1}(\bar{y} + \bar{x}) - C^*(\bar{x})\right] = 0$$

Probado el teorema queda por demostrár que ningún otro output distinto de $\bar{y}$ cumple las condiciones a), b) y c).

Corolario 2.III.1. No existe $\bar{\bar{y}} \neq \bar{y}$ tal que cumpla condiciones a), b) y c).

Demostración.

La misma que para la condición c).

Por lo tanto el precio limite maximiza beneficios, y es el único equilibrio posible.

Como hemos señalado en la página 32 la condición de no entrada impide al establecido la posibilidad de acomodar al entrante aumentando sus beneficios. Sin embargo, en nuestro contexto, con libertad de entrada y técnicas disponibles, esto no es una buena objeción ya que tal acomodo nunca puede aumentar los beneficios del establecido ya que si el precio postentrada es igual o inferior al precio límite el establecido habrá, obviamente, obtenido menos beneficios que si directamente hubiera colocado el precio límite y si el precio postentrada es superior se producirán nuevas entradas hasta que, por lo menos, se alcance el precio límite con lo que estamos en el caso anterior.

Por último , hay que señalar que la condición 2) es suficiente pero no necesaria. En el capítulo 5º ponemos un ejemplo en el que la entrada puede ser impedida sin que tal condición se cúmpla. Por último, digamos de pasada, que un caso particular importante del teorema es aquel en que el entrante tiene a su disposición la técnica del establecido pero no una mejor.

III.2. LA EMPRESA ESTABLECIDA MODIFICA SU OUTPUT.

Veamos ahora el caso en que el establecido, al producirse la entrada, varía su output de forma determinada. El papel central que en el caso anterior jugaba el precio límite pasa ahora al precio límite generalizado, y consecuentemente con ello modificamos la definición de equilibrio, que queda como sigue:

Definición 5'. Un estado de la economía (y^*, x^*, p^*) es de equilibrio si(*):

a) $x^* = 0$, esto es no hay ningún posible output para el entrante que le produzca beneficios positivos

$$\pi_x (y^*, x) \leq 0 \quad \forall \; x \in (0, x^0) \Longleftrightarrow f^{-1}\left[\bar{y}+x+\alpha(x)\right] \leq C^*(x) \quad \forall \; x \in (0, X^0)$$

b) $\pi_y (y^*, 0) > 0$ esto es en ausencia de entrada el establecido obtiene beneficios positivos

c) $\forall \; y' > 0 \quad \pi_x (y',x) \leq 0 \quad \forall \quad x \in (0, x^0] \; , \pi_y (y') \leq \pi_y (y^*)$

Y el teorema se formula de la siguiente manera:

Teorema 2.III.2.: Si

1) La cantidad límite generalizada es superior a la cantidad correspondiente a todos los óptimos locales de la función de beneficios.

(*). En este apartado definimos directamente el equilibrio por las condiciones a), b) y c), que según vimos en el apartado anterior suponen maximización del beneficio.

2) El coste medio para la empresa establecida es igual o inferior al del entrante para toda cantidad igual o mayor que la cantidad límite y

3) $\alpha(x) \geqslant -x$, $\alpha(x) \geqslant -\bar{y}$ (*) entonces el precio (cantidad) límite generalizado es un precio de equilibrio bajo los supuesto 1-6.

Demostración.

a) $x^* = 0$, esto es ninguna nueva empresa puede establecerse con beneficios positivos. Por definición de cantidad límite generalizada

$$c_x^*(x) \geqslant f^{-1}\left[\bar{y} + x + \alpha(x)\right] \quad \forall\ x \in (0, x^0] \Longrightarrow$$

$$\pi_x(\bar{y}, x) \leqslant 0 \qquad \forall\ x \in (0, x^0] \Longrightarrow x^* = 0$$

b) $\pi_y(\bar{y}, 0) > 0$, esto es en ausencia de entrada el establecido al colocar el precio límite obtiene beneficios positivos. Por definición de cantidad límite generalizada existe un output para el entrante $\bar{x}$ tal que

$$f^{-1}\left[\bar{y} + \bar{x} + \alpha(\bar{x})\right] = c_x^*(\bar{x}) \quad ;$$

Consideremos los tres casos posibles

i) $\bar{y} = \bar{x} \Longrightarrow \bar{p} = f^{-1}(\bar{y}) > f^{-1}\left[\bar{y} + \bar{x} + \alpha(\bar{x})\right] = c_x^*(\bar{x}) = c_x^*(\bar{y}) \geqslant c_y^*(\bar{y})$

esto es $\pi_y(\bar{y}, 0) = \bar{y}\left[\bar{p} - c_y^*(\bar{y})\right] > 0$

ii) $\bar{y} > \bar{x} \Longrightarrow \bar{p} = f^{-1}(\bar{y}) > f^{-1}\left[\bar{y}+\bar{x}+\alpha(\bar{x})\right] = c_x^*(\bar{x}) > c_x^*(\bar{y}) \geqslant c_y^*(\bar{y})$

esto es $\pi_y(\bar{y}, 0) = \bar{y}\left[\bar{p} - c_y^*(\bar{y})\right] > 0$

(*). En realidad $\alpha(x) < 0$, es una posibilidad muy poco razonable; sin embargo desde el punto de vista formal, la condición $\alpha(x) \geqslant 0$ es una condición excesiva y enunciamos la condición en los términos en que nos es necesaria.

iii) $\bar{y} < \bar{x} \Longrightarrow \bar{p} = f^{-1}(\bar{y}) > f^{-1}\left[\bar{y}+\bar{x}+\alpha(\bar{x})\right] = C^*_x(\bar{x}) = C^*_x(\bar{y}+z)$

$$C^*_x(\bar{y}+z) \geqslant C^*_y(\bar{y}+z)$$

Por ser la cantidad límite generalizada superior a la cantidad correspondiente a todos los óptimos locales

$\Pi_y(\bar{y}, 0) > \Pi_y(\bar{y}+z, 0)$ y puesto que

$$\Pi_y(\bar{y}+z, 0) = (\bar{y}+z)\left[f^{-1}(\bar{y}+z) - C^*_y(\bar{y}+z)\right] \geqslant (\bar{y}+z)\left[f^{-1}(\bar{y}+z) - C^*_x(\bar{x})\right] \geqslant$$

$$\geqslant (\bar{y}+z)\left[f^{-1}(\bar{y}+\bar{x}+\alpha(\bar{x})) - C^*_x(\bar{x})\right] = 0$$

Por lo tanto $\Pi_y(\bar{y}, 0) > 0$

C) Para todo output $y' \neq \bar{y}$ que prevenga la entrada

$$\Pi_y(y'_1\, 0) < \Pi_y(\bar{y}, 0)$$

c.1) $y' > \bar{y}$. Por ser la cantidad límite generalizada superior a la cantidad de monopolio, la función $\Pi_y(y, 0)$ es estrictamente decreciente en el intervalo $\left[\bar{y}, y^o\right]$ y por tanto

$$\Pi_y(\bar{y},0) > \Pi_y(y',0) \qquad \forall\; y' \in (\bar{y}, y^o]$$

c.2) $y' < \bar{y}$. Entonces para el output $\bar{x}$, asociado al output $\bar{y}$, definido por $f^{-1}(\bar{y}+\bar{x}+\alpha(\bar{x})) = C^*_x(\bar{x})$, el entrante obtiene beneficios positivos

$$\Pi_x(y', \bar{x}) = \bar{x}\left[f^{-1}(y'+\bar{x}+\alpha(\bar{x})) - C^*(\bar{x})\right] > \bar{x}\left[f^{-1}(\bar{y}+\bar{x}+\alpha(\bar{x})) - C^*_x(\bar{x})\right] = 0$$

y por tanto no se verifica la condición de no entrada.

Demostrado el teorema hagamos el comentario prometido en el capítulo anterior acerca de la irrelevancia económica de aquellos casos en que la cantidad límite no está definida.

Recordemos que en la demostración del teorema 2.III.1. impusimos la condición de que el precio (cantidad) límite fuera inferior (superior) al precio (cantidad) de monopolio; esto es lógico pues en caso contrario la empresa obtendría unos beneficios superiores colocando el precio (cantidad) de monopolio a la vez que impide la entrada. Con ello vemos que para que la cantidad (precio) límite sea relevante ha de ser superior (inferior) a la cantidad (precio) de monopolio; en otras palabras los casos en que la cantidad (precio) límite no está definida no tiene relevancia ya que entonces la magnitud relevante es el precio (cantidad) de monopolio.

C A P I T U L O   3

PRODUCCION CON DIFERENTES TECNICAS Y PLENA CAPACIDAD

I. INTRODUCCION Y SUPUESTOS.

Dada la importancia que el exceso de capacidad juega en la teoria de las estructuras de mercado distintas de la competitiva, resultaría justificado un estudio del precio límite en el que las empresas produzcan a plena capacidad a fin de identificar los resultados que se deban a este supuesto y cuales son independientes de él. Sin embargo no adoptaremos el método de añadir este supuesto a los anteriores viendo su compatibilidad, sino que, siguiendo el camino emprendido en el capítulo anterior, trataremos de buscar las condiciones en que un mercado, en el que producen empresas con diferentes tecnologías, alcanza una situación de equilibrio, para ello tendremos que hacer supuestos bastante restrictivos que, como veremos, implican plena capacidad.

Seguiremos con los supuestos de capítulos anteriores excepto el de colusión perfecta y supondremos también que el precio límite es inferior al precio de monopolio.

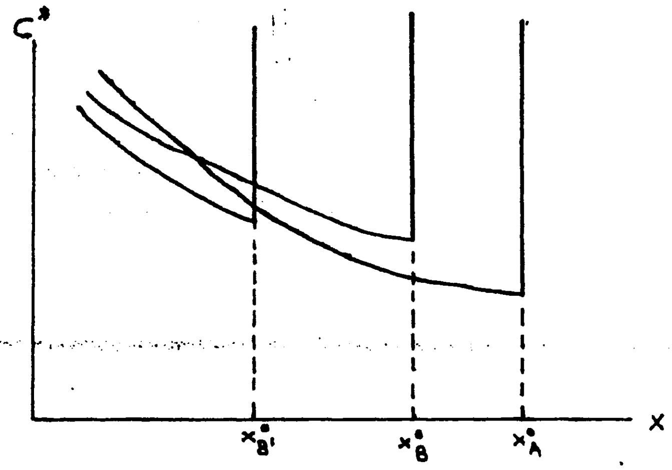
Añadimos los siguientes supuestos y definiciones.

Definición.- Dadas dos técnicas A y B diremos que A es más eficiente que B si $c^*_A(x^o_A) < c^*_B(x^o_B)$

Supuesto 7. Las empresas que utilizan técnicas más eficientes tienen una mayor capacidad de producción, esto es

$$c^o_A(x^o_A) < c^*_B(x^o_B) \iff x^o_A > x^o_B$$

Este supuesto es razonable ya que, en general, las economías de escala provienen de una mayor utilización del capital fijo; en consecuencia con esto, las empresas menores tendrán unos costes medios inferiores a los de las grandes hasta un cierto valor del output



Como se ve en la figura lo relevante es el valor del coste medio en el límite de capacidad, siendo indiferente el hecho de que en el límite de capacidad de la empresa péqueña el coste medio para la grande sea inferior o superior al de aquella.

Supuesto 8. Las empresas de igual tamaño ya establecidas en el mercado colusionan perfectamente. Esto implica que en el mercado nunca existiran más empresas de las necesarias para producir el output requerido, ya que, por ser los costes medios decrecientes, sería mas rentable aumentar la producción de unas empresas y cerrar las otras. Naturalmente este supuesto es muy restrictivo ya que nos ceñimos a una sola de las infinitas formas de interacción que pueden existir entre las empresas de una mercado; de todas formas este supuesto es tanto más razonable cuanto más perfecta sea la comunicación en el mercado y menor sea el número de empresas.

Supuesto 9. Siempre que haya espacio económico para una determinada empres (es decir que pueda producir con beneficios positivos) ésta se establecerá y nunca lo harán una o varias empresas de tamaño inferior. Hay que resaltar dos hechos que aparentemente dotan a este supuesto de una fuerte dosis de arbitrariedad: 1) para las empresas más grandes podría ser mas beneficioso el establecimiento de empresas más pequeñas; sin embargo esto es irrelevante por el supuesto 10; 2) podría resultar más rentable establecerse con una empresa (planta) más pequeña: como veremos a continuación bajo los supuestos anunciados todas las empresas, salvo las de menor tamaño produciran a plena capacidad y por tanto será más beneficioso establecerse con una planta de tamaño mayor.

Supuesto 10. Al establecer su nivel de producción, las empresas toman como dado el output de las empresas de mayor tamaño. Esto es, cada empresa es un lider respecto de las de tamaño inferior y un satelite respecto de las de tamaño superior.

II. PRODUCCIÓN A PLENA CAPACIDAD.

En este apartado demostraremos que bajo los supuestos 1-10 las empresas salvo las de menor tamaño estarán produciendo a plena capacidad; esto nos servirá para enoontrar, en el apartado siguiente, una situación de equilibrio.

Dada la función de demanda, sean $\bar{p}_1 \ldots\ldots \bar{p}_n$ los precios límite asociados a cada una de las técnicas que pueden establecerse en el mercado con beneficios positivos, correspondiendo $\bar{p}_1$ a la técnica más eficiente (mayor x^o)

$$\text{Sea} \quad \bar{p}_k = \text{mín.} \left\{ \bar{p}_1 \ \ldots\ldots \ \bar{p}_n \right\}$$

En virtud del supuesto 9 , habrá al menos una empresa de tamaño x_1^o establecida en el mercado. Demostramos el

Lema 1. Bajos los supuesto 1-D esta empresa o bien colocará el precio límite $\bar{p}_k$ o bien producirá a plena capacidad.

En efecto, no colocará ningún $p < p_k \leq p_1$ ya que p_1, y por tanto p_k y p, es inferior al precio de monopolio y por tanto $\Pi(p_k) > \Pi(p)$ (en el capítulo II demostramos esto con todo rigor). Si se coloca un precio $p > p_k$ se producirá la entrada y el precio acabará de nuevo en p_k y los beneficios serán

$$\Pi(p) = f(p)\left[p_k - \left[c^*(f(p)\right]\right] < f(p_k)\left[p_k - c^*\left[f(p_k)\right]\right] = \Pi(p_k)$$

Análogamente se demuestra que si no es posible producir la cantidad límite $f(p_k)$ producirá a plena capacidad. En efecto, en cualquier caso se produciría la entrada y el precio tendería a $\bar{p}_k$, por lo tanto para cualquier nivel de producción $x_1 < x_1^o$

$$\Pi(x_1) = x_1\left[p_k - c^*(x_1)\right] < x_1^o\left[p_k - c^*(x_1^o)\right] = \Pi(x_1^o)$$

Puesto que según el supuesto 8 las empresas establecidas colusionan perfectamente la demostración anterior es independiente de cual sea el número de empresas de mayor tamaño existentes en el mercado.

Como una extensión lógica del lema 1 y refiriéndonos a la definición de equilibrio del capítulo anterior, demostramos el

Lema 2. Bajo los supuestos anteriores en el equilibrio, si existe, todas las empresas estarán produciendo a plena capacidad salvo las de menor tamaño.

Razonaremos, por simplicidad, considerando una única empresa de cada tamaño.

Existen dos posibilidades, a) que la gran empresa pueda colocar el precio límite con lo cual el lema se cumple trivialmente, y b) que no tenga capacidad para ello, con lo cual estará produciendo a plena capacidad y tendrá lugar la entrada. En este caso el entrante, al tomar el output del establecido como dado se enfrenta a una curva de demanda residual perfectamente definida y por tanto se conservan los resultados del lema 1, con lo cual o bien colocará el precio límite, y hemos acabado la demostración o bien producirá a plena capacidad. El razonamiento lo continuaremos de forma análoga para empresas de tamaños sucesivamente menores. Así o bien alguna de ellas podrá colocar el precio límite y esta será la única empresa que no estará produciendo a plena capacidad, o bien llegamos a la de menor tamaño que siempre puede colocar el precio límite (fijemonos que la imposibilidad de una empresa para colocar el precio límite no proviene de su falta de capacidad para "rellenar" el mercado ya que dentro de un tamaño se establecerán todas las empresas de su tamaño que quepan en el mercado, la imposibilidad proviene del hecho de que el precio límite para empresas pequeñas puede ser inferior al precio límite para las grandes empresas, esto es una empresa produciendo a plena capacidad puede impedir la entrada a empresas de su tamaño y mayores pero no a otras de tamaño inferior. Veremos que esto ocurre, por ejemplo, en los casos concretos que propone Sylos Labini). Queda con esto demostrado el lema.

III. CONFIGURACIÓN DE EQUILIBRIO.

El propio método de demostración del lema 2 nos ayudará a encontrar un estado del mercado que cumpla la definición de equilibrio dada en el capítulo anterior. Construiremos una configuración (estado de la economía) que llamaremos configuración bien ordenada de la siguiente manera.

Procedamos a "rellenar" el mercado primero con empresas de mayor tamaño y así en orden decreciente. Esta configuración bien ordenada se puede definir como la formada por el mayor número de empresas del mayor tamaño posible siguiendo un orden lexicográfico.

Sea $f(p)$ la función de demanda, el número de empresas de mayor tamaño, a_1, que caben en el mercado será

$$a_1 = \max \ a_1 \mid a_1 x_1^o = f(p) \mid p \geqslant C_1^* (x_1^o)$$

por ser f una función decreciente $a_1 x_1^o \leqslant f\left[C_1^* (x_1^o)\right]$

$$\bar{a}_1 = E\left[\frac{f(C_1^*)}{x_1^o}\right]$$

donde la función $E\left[\quad\right]$ representa la parte entera (positiva) del argumento.

Las empresas de tamaño x_2^o se enfrentan a un función de demanda residual perfectamente definida

$$f(p) - \bar{a}_1 x_1^o$$

y el número de empresas de dicho tamaño que caben en el mercado será

$$\bar{a}_2 = \max a_2 \mid a_2 x_2^o = f(p) - \bar{a}_1 x_1^o \mid p \geqslant C_2^* (x_2^o)$$

esto es, $a_2 x_2^o \leq f(C_2^*) - \bar{a}_1 x_1^o$ de donde

$$\bar{a}_2 = E\left[\frac{f(C_2^*)}{x_2^o} - \frac{x_1^o}{x_2^o} \quad \bar{a}_1\right]$$

procediendo de análoga manera para los tamaños x_2^o ..... x_{n-1}^o

tendremos

$$\bar{a}_{n-1} = E\left[\frac{f(C^*_{n-1})}{x^o_{n-1}} - \frac{1}{x^o_{n-1}} \sum_{i-1}^{n-2} \bar{a}_i \, x_i^o\right]$$

con lo cual las empresas de tamaño x_n^o tendrán una demanda residual

$$f(p) - \sum_{i-1}^{n-1} \bar{a}_i \; x_i^o$$

estas empresas colocarán el precio límite $\bar{p}_k$ y por lo tanto la cantidad ofrecida será

$$a_n x_n = f(\bar{p}_k) - \sum_{i-1}^{n-1} \bar{a}_i \, x_i^o \quad , \qquad x_n = \max.\ x_n \backslash x_n \leq x_n^o$$

$$a_n = E\left[\frac{f(\bar{p}_k) - \sum_{i-1}^{n-1} \bar{a}_i \, x_i^o}{x_n^o}\right] + 1$$

$$\bar{x}_n = \frac{f(p_k) - \sum_{i-1}^{n-1} \bar{a}_i \; x_i^o}{\bar{a}_n}$$

y el precio vendrá dado por $\bar{p} = \bar{p}_k$

Esta configuración vendrá definida por la (n+ 2) upla

$$(\bar{a}_1, \bar{a}_2 \ldots\ldots \bar{a}_n \; ; \; \bar{x}_n, \bar{p}) \quad \text{donde } \bar{a}_i \geq 0$$

Podemos enunciar, ahora, formalemnte, el siguiente

Teorema 3.III. Bajo los supuestos 1-10y siempre que el precio límite sea inferior al precio de monopolio y la industria viable existe un estado de equilibrio para la economía que es único.

En efecto, tal como ha sido construida la configuración bien ordenada $(\bar{a}_1, \bar{a}_2 \; \ldots\ldots \; a_n; \bar{x}_n; \bar{p})$ cumple las condiciones exigidas para el equilibrio y además es única.

C A P I T U L O 4

DOS CASOS PARTICULARES

En este capítulo ilustraremos la teoría desarrollada en los capítulos anteriores suponiendo que las curvas de costes son lineales, es decir las funciones de costes medios serán de la forma $C^*(z) = \frac{k}{z} + v$, k y v constantes.

Por el lado de la demanda consideraremos dos casos: en el primero la curva de demanda será una hipérbola equilátera $z.p = A$, y en el segundo una recta $z = a - b.p$.

I. CURVA DE DEMANDA $zp = A$.

I.1. CALCULO DEL PRECIO LIMITE

Recordemos del capítulo 1º que la cantidad límite venía dada por el máximo de la expresión

$$y = f\left[C^*(x)\right] - x \qquad\qquad x \leq x^0$$

donde y representaba el output de las empresas establecidas y x el del entrante.

Como en nuestro caso $f(p) \equiv \frac{A}{p}$; $C^*(x) = \frac{k}{x} + v$

tendremos $\qquad y = \dfrac{A}{\frac{k}{x} + r} - x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{AK}{x^2}}{\left(\frac{k}{x} + v\right)^2} - 1 = 0 \quad ; \quad \frac{Ak}{x^2} = \left(\frac{k}{x} + v\right)^2$$

$$\sqrt{Ak} = x\left(\frac{k}{x} + v\right) = k + vx$$

$$x = \frac{\sqrt{Ak} - k}{v} \qquad , \quad x \leqslant x^{o}$$

La condición de segundo orden nos dice que este valos de x corresponde efectivamente a un máximo

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-\dfrac{2Ak}{x^3}\left(\dfrac{k}{x} + v\right)^2 + 2\left(\dfrac{k}{x} + v\right)\dfrac{k}{x^2} \cdot \dfrac{Ak}{x^2}}{\left(\dfrac{k}{x} + v\right)^4} =$$

$$= \frac{-2A\,K\,X\left(\dfrac{k}{x} + v\right) + 2\,AK^2}{x^4\left(\dfrac{k}{x} + v\right)^3} = \frac{2\,A\,K\,\left[K - K - vx\right]}{x\,(K + vx)^{3}} = \frac{-2\,A\,k\,v}{(A\,K)^{3/2}} =$$

$$= -\frac{2\,v}{\sqrt{A\,K}} < 0$$

la cantidad límite

$$\bar{y} = \frac{A}{\dfrac{k}{\dfrac{\sqrt{Ak} - k}{v}} + v} - \frac{\sqrt{A\,k} - k}{v} = \frac{A(\sqrt{Ak} - k)}{kv + v\sqrt{Ak} - kv} - \frac{\sqrt{Ak} - k}{v} =$$

$$= \frac{A\sqrt{Ak} - kA}{v\sqrt{Ak}} - \frac{Ak - k\sqrt{Ak}}{v\sqrt{Ak}} = \frac{\sqrt{Ak}\,(A + k) - 2Ak}{v\sqrt{Ak}} =$$

$$= \frac{A + k - 2\sqrt{Ak}}{v} = \frac{(\sqrt{A} - \sqrt{k})^2}{v}$$

$$\bar{y} = \frac{(\sqrt{A} - \sqrt{K})^2}{v} \qquad \text{si} \qquad \frac{\sqrt{Ak} - k}{v} \leq x^{o}$$

en caso contrario

$$\bar{y}' = \frac{A}{\dfrac{k}{x^{o}} + v} - x^{o}$$

y el precio limite

$$\bar{p} = \frac{A}{\bar{y}} = \frac{A\,v}{(\sqrt{A} - \sqrt{K})^2} = \frac{1}{\left(1-\sqrt{\frac{k}{A}}\right)^2} \cdot v$$

o bien

$$\bar{p}' = \frac{A}{\bar{y}'} = \frac{A}{x^o} \; \frac{C\,(x^o)}{A - C\,(x^o)} = \frac{A}{x^o} \cdot \frac{k + vx^o}{A - k - vx^o}$$

La interpretación económica de $\bar{p}'$ es clara: si este prevalece indica que la cantidad $x = \frac{\sqrt{Ak} - k}{v}$ que permitirá la entrada al precio $\bar{p}$ no se puede producir con la tecnología disponible y la empresa establecida podrá aumentar el precio, disminuyendo el output, hasta alcanzar $(\bar{y}', \bar{p}')$ sin que se produzca la entrada. Veamos que, efectivamente $\bar{y} > \bar{y}'$ y por tanto $\bar{p}' > \bar{p}$

si $x = \frac{\sqrt{Ak} - k}{v} > x^o$

$$\bar{y}' = \frac{}{\frac{k}{x^o} + v} - x^o = x^o \; \frac{A - k - vx^o}{k + vx^o} <$$

$$< \frac{\sqrt{Ak} - k}{v} \cdot \frac{A - k - (\sqrt{Ak} - k)}{k + \sqrt{Ak} - k} = \frac{(\sqrt{A} - \sqrt{k})^2}{v} = \bar{y}$$

I.2. ESTATICA COMPARATIVA.

Veamos que le ocurre a la cantidad y al precio límite cuando varían K y v

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial k} = - \frac{\sqrt{A} - \sqrt{k}}{2v\sqrt{k}} < 0$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial k} = \frac{v\left(1 - \sqrt{\frac{k}{A}}\right)\frac{1}{2\sqrt{Ak}}}{\left(1 - \sqrt{\frac{k}{A}}\right)^4} > 0$$

$$\frac{\partial \bar{y}'}{\partial k} = - \frac{A/x^o}{\left(\frac{k}{x^o} + v\right)^2} < 0$$

$$\frac{\partial \bar{p}'}{\partial k} = \frac{A}{x^o} \quad \frac{A - k - vx_o + k + vx_o}{(A - k - vx^o)^2} = \frac{A^2}{x^o(A - k - vx^o)^2} > 0$$

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial v} = - \left(\frac{\sqrt{A} - \sqrt{k}}{v} \right)^2 < 0$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial v} = \frac{1}{\left(1 - \sqrt{\frac{k}{A}}\right)^2} > 0$$

$$\frac{\partial \bar{y}'}{\partial v} = - \frac{A}{\left(\frac{k}{x^o} + v\right)^2} < 0$$

$$\frac{d\bar{p}'}{dv} = \frac{A}{x^o} \cdot \frac{x^o (A - k - vx^o) + x^o(k + vx^o)}{(A - k - vx^o)^2} = \frac{A^2}{(A - k - vx^o)^2} > 0$$

Resultados que, lógicamente, coinciden todos ellos con los encontrados en el capítulo 1 .

Podemos también ver lo que ocurre cuando varía el tamaño del mercado.

$$\frac{d\bar{y}}{dA} = \frac{2(\sqrt{A} - \sqrt{k})}{2\sqrt{A}.v} > 0$$

$$\frac{d\bar{p}}{dA} = \frac{v (\sqrt{A} - \sqrt{k})^2 - 2Av (\sqrt{A} - \sqrt{k}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{A}}}{(\sqrt{A} - \sqrt{K})^4} =$$

$$= \frac{v\sqrt{A} - v\sqrt{k} - v\sqrt{A}}{(\sqrt{A} - \sqrt{k})^3} = - \frac{v\sqrt{k}}{(\sqrt{A} - \sqrt{k})^3} < 0$$

$$\frac{d\bar{y}'}{dA} = \frac{1}{\frac{k}{x^o} + v} > 0$$

$$\frac{d\bar{p}'}{dA} = \frac{(k + vx^o)\ (A - K - vx^o)\ x^o - x^o\ A(k + vx^o)}{\left[x^o\ (A - k - vx^o)\right]^2} =$$

$$= \frac{-\ (k + vx^o)^2}{x^o(A - k - vx^o)^2} < 0$$

Aquí pues en ambos casos la cantidad aumenta y el precio límite disminuye al aumentar al tamaño del mercado.

I.3. EQUILIBRIO.

Sean ahora k' y v' los costes fijos y marginales (= medios variables) para la empresa establecida. Si k y v representan dichos costes para el entrante veamos que condiciones deben cumplir k', v' para que el precio límite sea un precio de equilibrio.

El precio límite es

$$\bar{p} = \frac{1}{\left(1 - \sqrt{\frac{K}{A}}\right)^2} \cdot v$$

Sabemos que por definición de precio límite el entrante no se establecerá, y que por ser dicho precio $\bar{p}$ inferior al precio de monopolio (en este caso $p_n \rightarrow \infty$) la empresa establecida disminuirá sus beneficios si aumenta su output; asímismo si lo disminuye, puesto que las técnicas están disponibles, el precio que prevalecerá nunca estará por encima de $\bar{p}$ y por tanto también disminuira sus beneficios. Queda por ver que relación debe haber entre los costes de ambas empresas para que la establecida obtenga beneficios positivos en el precio límite

$$\Pi = \bar{p}\ \bar{y} - k' - v'\ \bar{y} = A - k' - \frac{v'}{v}\ (\sqrt{A} - \sqrt{k})^2 \qquad \text{esto es}$$

$$\Pi = A - k' - \frac{v'}{v}\ A - \frac{v'}{v}\ k + 2\sqrt{Ak}\ \frac{v'}{v}$$

$$\Pi = A\left(1 - \frac{v'}{v}\right) + \frac{v'}{v} \; (\sqrt{Ak} - k) + \frac{v'}{v} \sqrt{Ak} - k'$$

pero la condición 2) del teorema del capítulo II nos dice

$$k' + v'\bar{y} \lessgtr k + v\,\bar{y} \implies k' + \frac{v'}{v} \; (\sqrt{A} - \sqrt{k})^2 \lessgtr k + (\sqrt{A} - \sqrt{k})^2 \implies$$

$$k' + \frac{v'}{v} \; A + \frac{v'}{v} k - 2 \frac{v'}{v} \sqrt{Ak} \lessgtr k + A + k - 2\sqrt{Ak} \implies$$

$$A + 2k - 2\sqrt{Ak} - k' - \frac{v'}{v} A - \frac{v'}{v} k + 2 \frac{v'}{v} \sqrt{Ak} \gtrless 0 \implies$$

$$A\left(1 - \frac{v'}{v}\right) + \frac{v'}{v} \; (\sqrt{Ak} - k) + \frac{v'}{v} \sqrt{Ak} - k' - 2(\sqrt{Ak} - k) \gtrless 0 \implies$$

$$\Pi - 2\;(\sqrt{Ak} - k) \gtrless 0$$

y por la condición de viabilidad de la industria $A > k$ por lo tanto $\Pi > 0$.

Si el precio límite viniera dado por la solución esquina:

$$\Pi = A - C^{*\prime} \; \left(\frac{A}{C^*} - x^o\right) = A\left(1 - \frac{C^{*\prime}}{C^*}\right) + C^{*\prime} \; x^o$$

y como $C^{*\prime} \lessgtr C^* \implies \Pi > 0$

I.4. VARIACIONES EN LOS BENEFICIOS

Veamos que le ocurre a los beneficios cuando varían los distintos parámetros

$$\Pi = A - k' - \frac{v'}{v} \; (\sqrt{A} - \sqrt{k})^2$$

Veamos en primer lugar los costes

$$\frac{d\pi}{dk} = \frac{v'}{2v\sqrt{k}} > 0$$

$$\frac{d\pi}{dv} = \frac{v'}{v^2} (\sqrt{A} - \sqrt{k})^2 > 0$$

$$\frac{d\pi}{dk'} = -1 < 0$$

$$\frac{d\pi}{dv'} = -\frac{1}{v} (\sqrt{A} - \sqrt{k})^2 < 0$$

Si tuvierámos la solución esquina

$$\pi = A \left(1 - \frac{c^{*\prime}}{c^*} \right) + c^{*\prime} \quad x^o$$

$$\frac{d\pi}{dc^*} = A \frac{c^{*\prime}}{c^{*2}} > 0$$

$$\frac{d\pi}{dc^{*\prime}} = -\frac{A}{c^*} + x^o < 0$$

Aquí pues tanto en uno como en otro caso, los beneficios aumentan al aumentar los costes del rival y disminuyen al aumentar los propios.

Consideremos el caso que ambas empresas tienen los mismos costes

$$\pi = A - k - A - k + 2\sqrt{Ak} = 2 (\sqrt{Ak} - k)$$

$$\frac{d\pi}{dk} = \sqrt{\frac{A}{k}} - 2 \lesseqgtr 0$$

El resultado varía según $A \lesseqgtr 4k$. Si $A > 4k$ los beneficios aumentan al aumentar los costes fijos, mientras si es menor disminuye. Esto se debe a que k influye de dos maneras sobre los beneficios; de una parte se mueven en la misma dirección ya que eleva, cuando aumenta, el precio límite; de otra tiene un efecto contrario ya que eleva los costes; si $A > 4k$ el primer efecto es más importante que el segundo.

$$\frac{d\pi}{dv} = 0$$

Los beneficios no varían al variar el coste medio directo este se debe a que los dos efectos antes descritos se compensan siempre.

Si tenemos la solución esquina

$$\pi = A\left(1 - \frac{C^{*\prime}}{C^{*}}\right) + C^{*} x^{o} = C^{*} x^{o} = k + vx^{o}$$

ya que $C^{*\prime} = C^{*}$

$$\frac{d\,\pi}{dC^{*}} = x^{o} > 0$$

En este caso los beneficios siempre aumentan al aumentar los costes.

Consideremos, ahora, el lado de la demanda.

$$\frac{d\pi}{dA} = 1 - 2\,\frac{v'}{v}\,(\sqrt{A} - \sqrt{k})\,.\,\frac{1}{2\sqrt{A}} = 1 - \frac{v'}{v}\left(1 - \frac{k}{A}\right) \lesseqgtr 0$$

y si tenemos la solución esquina

$$\frac{d\pi}{dA} = 1 - \frac{C^{*\prime}}{C^{*}} \lesseqgtr 0$$

Aunque el signo no está definido en ninguno de los dos casos, en el primero será positivo salvo que los costes variables del establecido sean notablemente superiores a los del entrante. En el segundo caso el signo depende de que los costes medios en el límite de capacidad sean mayores para el entrante o para el establecido.

Si ambas empresas tuvieran los mismos costes

$$\Pi = 2\ (\sqrt{Ak} - k)$$

$$\frac{d\Pi}{dA} = \sqrt{\frac{k}{A}} > 0$$

y si es la solución esquina

$$\frac{d\Pi}{dA} = 0$$

Resultados que eran de preveer.

I.5. VARIACION CONJETURAL $\alpha \neq 0$

Supongamos ahora que si la entrada se produjera con una cantidad x, el establecido aumenta su output en α x. La condición de no entrada se escribe ahora

$$\frac{A}{y + x + \alpha x} = \frac{k}{x} + v \quad ; \quad y + x + \alpha x = \frac{A}{\frac{k}{x} + v}$$

$$y = \frac{A}{\frac{K}{x} + v} - x - \alpha x$$

y el y que impide la entrada para cualquier x se obtendrá hallando el máximo de esta expresión

$$\frac{dy}{dx} = \frac{A\ \frac{k}{x^2}}{\left(\frac{k}{x} + v\right)^2} - \alpha - 1 = 0$$

$$\frac{A\,k}{(k+vx)^2} = \alpha + 1 \qquad ; \qquad k + vx = \frac{A\,K}{\alpha + 1}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{A\,K}{\alpha+1}} - k}{v}$$

$$\bar{\bar{y}} = \frac{\left(\sqrt{\frac{A}{\alpha+1}} - \sqrt{k}\right)^2}{v} \qquad ; \qquad \bar{\bar{p}} = \frac{1}{\left(1 - \sqrt{\frac{(\alpha+1)k}{A}}\right)^2}\; v$$

Así pues la cantidad es menor y el precio mayor que para el precio límite.

Análogo resultado se obtiene si tenemos la solución esquina

$$\bar{y} = \frac{A}{\frac{k}{x^o} + v} - x^o > \frac{A}{\frac{k}{x^o} + v} - x^o - \alpha\, x^o = \bar{\bar{y}}$$

I.6. PLENA CAPACIDAD

La configuración de equilibrio encontrada en el capítulo anterior se escribirá ahora

$$\bar{a}_1 = E\left[\frac{A}{C_1^* \; x_1^o}\right]$$

$$\bar{a}_2 = E\left[\frac{A}{C_2^* \; x_2^o} - \frac{x_1^o}{x_2^o}\; \bar{a}_1\right]$$

....

$$\bar{a}_n = E\left[\frac{A}{C_n^* \; x_n^o} - \frac{1}{x_n^o} \sum_{i=1}^{n=1} X_i^o \; \bar{a}_i\right]$$

El precio de equilibrio será

$$\bar{p} = \frac{A}{\sum_{i=1}^{n} \bar{a}_i \, x_i^o}$$

Si, ceteris paribus , aumentan (disminuyen) los costes para un tamaño determinado el número de empresas de ese tamaño disminuirá (aumentará) o al menos no aumentará (disminuirá); entonces, aumentará (disminuirá) el número de empresas de algún tamaño inferior, pero nada se puede asegurar acerca del nuevo precio de equilibrio.

Tampoco si varia el tamaño del mercado podemos obtener resultados precisos. Obtendremos resultados aproximados considerando que todas las empresas tienen una capacidad que es un múltiplo entero de la de las empresas más pequeñas (*). Entonces la expresión del precio puede escribirse

$$\bar{p} = \frac{A}{a_n \cdot x_n^o} \qquad \text{donde} \qquad a_n = E\left[\frac{A}{C_n^* \, x_n^o}\right]$$

Calculemos las cotas, inferior y superior

La cota inferior se obtiene cuando A es un múltiplo N de $C_n^* \; X_n^*$, entonces

$$\bar{p} = \frac{A}{x_n^o \; E\left[\frac{A}{C_n^* \, x_n^o}\right]} = \frac{N . C_n^* \, x_n^o}{x_n^o \; N} = C_n^*$$

Para hallar la cota superior

$$\bar{p} = \frac{A}{x_n^o \; E\left[\frac{A}{C_n^* \, x_n^o}\right]} < \left\{ \frac{A}{C_n^* \, x_n^o} < A_n + 1 \right\} < \frac{(a_n + 1) \, C_n^* \; x_n^o}{a_n \; x_n^o} =$$

(*). En realidad basta que lo sea la suma $\sum_{i=1}^{n+1} \bar{a}_i \; x_i^o$

$$= c_n^* \left(1 + \frac{1}{a_n}\right) \quad \text{que es próximo a} \quad c_n^*$$

Así pues $\bar{p}$ es tal que $c_n^* \leq p < c_n^* \left(1 + \frac{1}{a_n}\right)$ y por tanto está intimamente ligado a los costes de la empresa mas pequeña existente en el mercado; pero como no tenemos nada que nos de una relación directa entre el tamaño del mercado y el tamaño de la nueva empresa existente, tampoco tenemos ningún relación entre el tamaño del mercado y el precio, el cual podrá variar en la mismo o en distinta dirección cuando varie el tamaño del mercado.

II. FUNCION DE DEMANDA $z = a - bp$

II.1. CALCULO DEL PRECIO LIMITE

$$y = f\left[c^*(x)\right] - x \;, \qquad x \leq x^o \;,$$

$$y = a - b\left(\frac{k}{x} + v\right) - x = a - \frac{bk}{x} - x - bv$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{bk}{x^2} - 1 = 0 \;; \quad x = \sqrt{bk} \quad \text{si} \quad \sqrt{bk} \leq x^o \qquad (*)$$

$$\bar{y} = a - 2\sqrt{bk} - bv \;, \quad \sqrt{bk} \leq x^o$$

y el precio límite

$$\bar{p} = \frac{a - \bar{y}}{b} = \frac{a - a + 2\sqrt{bk} + bv}{b} = v + 2\sqrt{\frac{k}{b}}$$

$$\bar{p} = v + 2\sqrt{\frac{k}{b}} \qquad \text{si} \quad \sqrt{bk} \leq x^o$$

(*). $x = \sqrt{bk}$ corresponde efectivamente a un máximo; calculamos la derivada segunda

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2\,bk}{x^3} = -\frac{2}{\sqrt{bk}} < 0 \qquad \text{máximo}$$

En el caso de que $\sqrt{bk} > x^o$ tendremos la solución esquina

$$\bar{y}' = a - \frac{b\,k}{x^o} - x^o - b\,v$$

$$\bar{p}' = \frac{a - \bar{y}'}{b} = \frac{a - a + \frac{bk}{x^o} + x^o + bv}{b} = v + \frac{k}{x^o} + \frac{x^o}{b}$$

Al igual que en el caso anterior que $x = \sqrt{bk} > x^o$ indica que la cantidad con que tendría lugar la entrada no pueda producirse con la técnica disponible y el establecido puede reducir su output y, consiguientemente, aumentar el precio hasta que alcance $(\bar{y}', \bar{p}')$. En efecto, se comprueba que si $\sqrt{bk} > x^o \Longrightarrow \bar{p}' = v + \frac{k}{x^o} + \frac{x^o}{b} > \bar{p} = v + 2\sqrt{\frac{k}{b}}$.

En efecto la función $\bar{p}' = F(x^o)$ es decreciente (*) para $x^o < \sqrt{bk}$ y puesto que para $x^o = \sqrt{bk}$, $\bar{p}' = \bar{p}$, para valores nuevas de x^o será $\bar{p}' > \bar{p}$

II. 2. ESTATICA COMPARATIVA: a) VARIACIONES EN LOS COSTES

$$\frac{d\bar{y}}{dk} = -\sqrt{\frac{b}{k}} < 0$$

$$\frac{d\bar{p}}{dk} = \frac{1}{\sqrt{kb}} > 0$$

$$\frac{d\bar{y}'}{dk} = -\frac{b}{x^o} < 0$$

$$\frac{d\bar{p}'}{dk} = \frac{1}{x^o} > 0$$

$$\frac{d\bar{y}}{dv} = -b < 0$$

$$\frac{d\bar{p}}{dv} = 1 > 0$$

(*). $\frac{d}{dx^o}\left(v + \frac{k}{x^o} + \frac{x^o}{b}\right) = -\frac{k}{x^{o2}} + \frac{1}{b} < 0 \quad \text{si } x^o < \sqrt{bk}$

$$\frac{d\,\bar{y}'}{d\,v} = -\,b < 0$$

$$\frac{d\bar{p}'}{dv} = 1 > 0$$

Resultados lógicamente coincidentes con los del apartado anterior y con los del capítulo I.

b) Variaciones de la demanda

$$\frac{d\bar{y}}{da} = 1 \qquad \frac{d\bar{y}'}{da} = 1$$

$$\frac{dp}{da} = 0 \qquad \frac{d\bar{p}'}{da} = 0$$

En ambos casos la cantidad aumenta (disminuye) y el precio no varía cuando aumenta (disminuye) la abscisa en el origen.

$$\frac{d\bar{y}}{db} = -\sqrt{\frac{k}{b}} - v < 0$$

$$\frac{d\bar{p}}{db} = -\frac{\sqrt{bk}}{b^2} < 0$$

$$\frac{d\bar{y}'}{db} = -\frac{k}{x^o} - v < 0$$

$$\frac{d\bar{p}'}{db} = -\frac{x^o}{b^2} < 0$$

En todos los casos disminuyen (aumentan) tanto el precio, como la cantidad límite al aumentar (disminuir) la pendiente en valor absoluto.

Una variación más interesante es aquella que consiste en un giro alrededor del punto límite, esto es la recta despues de la variación sigue pasando por el punto límite. Entonces

$$\frac{da}{db} = \bar{p}$$

$$\frac{d\bar{y}}{db} = \frac{\partial \bar{y}}{\partial b} + \frac{\partial \bar{y}}{\partial a} \cdot \frac{da}{db} = -\sqrt{\frac{k}{b}} - v + v + 2\sqrt{\frac{k}{b}} = \sqrt{\frac{k}{b}} > 0$$

$$\frac{d\bar{p}}{db} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial b} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial a} \cdot \frac{da}{db} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial b} = -\frac{\sqrt{bk}}{b^2} < 0$$

$$\frac{d\bar{y}'}{db} = \frac{\partial \bar{y}'}{\partial b} + \frac{\partial \bar{y}'}{\partial a} \cdot \frac{da}{db} = -\frac{k}{x^o} - v + v + \frac{k}{x^o} + \frac{x^o}{b} = \frac{x^o}{b} > 0$$

$$\frac{d\bar{p}'}{db} = \frac{\partial \bar{p}'}{\partial b} = -\frac{x^o}{b^2} < 0$$

Al disminuir b (esto es al hacer más empinada la curva) aumenta el precio y disminuye la cantidad y viceversa.

II.3. EQUILIBRIO

Una primera condición que debe verificarse ahora es que el precio límite sea inferior al precio de monopolio; esto, que en el apartado anterior siempre ocurría, no dará una condición entre los costes de las empresas.

Si k' y v' son los costes de la empresa establecida el precio de monopolio se obtiene haciendo $I' = v'$

Como $p = \frac{a}{b} - \frac{x}{b}$; $I = \frac{a}{b}x - \frac{x^2}{b}$; $I' = \frac{a}{b} - \frac{2x}{b} = v'$

$$a - 2x = bv' \quad ; \quad x = \frac{a - bv'}{2}$$

$$p_m = \frac{a}{b} - \frac{a - bv'}{2b} = \frac{a + bv'}{2b} = \frac{v'}{2} + \frac{a}{2b}$$

Al igual que en el apartado anterior busquemos las condiciones que deben darse para que la empresa establecida obtenga beneficios positivos.

$$\Pi = \bar{p}\,\bar{y} - k' - v'\,\bar{y}$$

$$\Pi = \left(v + 2\sqrt{\frac{k}{b}}\right) \quad (a - 2\sqrt{kb} - bv) - k' - v'\ (a - 2\sqrt{kb} - bv) \quad =$$

$$= \quad av - 2v\sqrt{kb} - bv^2 + 2a\sqrt{\frac{k}{b}} - 4k - 2bv\sqrt{\frac{k}{b}} - k' - av' + 2v'\sqrt{kb} +$$

$$+ bvv' = av - 4v\sqrt{kb} - \underline{bv}^2 + 2a\sqrt{\frac{k}{b}} - 4k - k' - av' + 2v'\sqrt{kb} + bvv'$$

Por la condición 2) del teorema 2.III.1

$$k' + v'\bar{y} < k + v\bar{y} \qquad \text{esto es}$$

$$k' + av' - 2v'\sqrt{kb} - bv'v < k + av - 2v\sqrt{kb} - bv^2 \Longrightarrow$$

$$H \equiv av - bv^2 + bv\,v' - k' - av' + 2v'\sqrt{kb} + k - 2v\sqrt{kb} > 0$$

Combinando esta relación con los beneficios tendremos:

$$\Pi = H + \left(2a\sqrt{\frac{k}{b}} - 4v\sqrt{kb} - 4k - k + 2v\sqrt{kb}\right)$$

puesto que $H > 0$ hay que demostrar

$$2a\sqrt{\frac{k}{b}} - 2v\sqrt{kb} - 5k > 0 \qquad \text{o lo que es lo mismo}$$

$$\frac{a}{b} - v - \frac{5}{2}\sqrt{\frac{k}{b}} > 0$$

Introduciendo ahora la condición de que el precio de monopolio ha de ser mayor que el precio límite

$$\frac{v'}{2} + \frac{a}{2b} > v + 2\sqrt{\frac{k}{b}} \qquad \text{que se puede escribir}$$

$$\frac{a}{b} - v - \frac{5}{2}\sqrt{\frac{k}{b}} > v - v' + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{k}{b}} > 0$$

En efecto por ser $\frac{k}{x^o} + v > \frac{k'}{x^o} + v'$, $x^o > \sqrt{bk}$

$$v - v' + \frac{k}{x^o} > \frac{k'}{x^o} \quad ; \quad v - v' + \frac{k}{\sqrt{bk}} > v - v' + \frac{k}{x^o} > \frac{k'}{x^o} > 0 \Longrightarrow$$

$$v - v' + \sqrt{\frac{k}{b}} > 0 \Longrightarrow v - v' + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{k}{b}} > 0$$

Veamos ahora el caso de solución esquina

$$\Pi = \bar{p}'\,\bar{y}' - k' - v'\,\bar{y}'$$

$$\Pi = av + \frac{ak}{x^o} + \frac{ax^o}{b} - \frac{bkv}{x^o} - \frac{bk^2}{x^{o2}} - k - vx^o - k - \frac{x^{o2}}{b} - bv^2 - \frac{bvk}{x^o} -$$

$$- vx^o - k' - av' + \frac{bv'k}{x^o} + x^o v' + bvv'$$

La condición 2) del teorema 2.III.1 nos dá:

$$H' = av - \frac{bvk}{x^o} - vx^o + k - bv^2 - k' - av' + \frac{bkv'}{x^o} + v'x^o + bvv' > 0$$

$$\Pi = H' + \frac{ak}{x^o} + \frac{ax^o}{b} - \frac{bkv}{x^o} - \frac{bk}{x^{o2}} - 3k - vx^o - \frac{x^{o2}}{b}$$

Puesto que $H' > 0$ bastará que se verifique

$$\frac{ak}{x^o} > \frac{bkv}{x^o} + \frac{bk}{x^{o2}} + 2k \qquad y$$

$$\frac{ax^o}{b} > vx^o + \frac{x^{o2}}{b} + k \qquad \text{que pueden escribirse}$$

$$\frac{a}{b} > v + \frac{1}{x^o} + \frac{2x^o}{b} \qquad y \qquad \frac{a}{b} > v + \frac{x^o}{b} + \frac{k}{x^o}$$

La condición de que el precio de monopolio sea mayor que el precio límite se escribe en este caso

$$\frac{v'}{2} + \frac{a}{2b} > v + \frac{k}{x^o} + \frac{x^o}{b} \qquad \text{o también}$$

$$\frac{a}{b} > v + \frac{2x^o}{b} + \frac{2k}{x^o} + v - v' = v + \frac{2x^o}{b} + \frac{k}{x^o} + \frac{k}{x^o} + v - v'$$

Lo que implica las dos desigualdades anteriores. En efecto por ser

$$\frac{k}{x^o} + v > \frac{k'}{x^o} + v' \Longrightarrow \frac{k}{x^o} + v - v' > \frac{k'}{x^o} > 0$$

II.4. VARIACIONES EN LOS BENEFICIOS

a) Variaciones en los costes

$$\pi = av - bv^2 + bvv' - 4v\sqrt{kb} - av' + 2v'\sqrt{kb} + 2a\sqrt{\frac{k}{b}} + 2a\sqrt{\frac{k}{b}} - 4k - k'$$

$$\frac{d\pi}{dk} = -2v\sqrt{\frac{b}{k}} + v'\sqrt{\frac{b}{k}} + \frac{a}{\sqrt{bk}} - 4; \left\{\text{multiplicando por } \sqrt{bk}\right\}$$

$a - 2vb + v'b - 4\sqrt{bk}$ o lo que es lo mismo

$$\frac{a}{2b} + \frac{v'}{2} - v - 2\sqrt{\frac{k}{b}} > 0 \qquad \text{por ser } P_n > \bar{P}$$

$$\frac{d\pi}{dk'} = -1 < 0$$

$$\frac{d\pi}{dv} = a - 2bv + bv' - 4\sqrt{bk} > 0 \qquad \text{como acabamos de ver}$$

$$\frac{d\pi}{dv'} = bv - a + 2\sqrt{kb} < 0 \qquad \text{por ser } \bar{y} > 0$$

por la condición de viabilidad

Si tuviéramos la solución esquina

$$\Pi = av + \frac{ak}{x^o} + \frac{ax^o}{b} - \frac{2bkv}{x^o} - \frac{bk^2}{x^{o2}} - 2k - 2vx^o - \frac{x^{o2}}{b} - bv^2 - k' -$$

$$- av' + \frac{bkv'}{x^o} + x^o v' + bvv'$$

$\frac{d\Pi}{dk} = \frac{a}{x^o} - \frac{2bv}{x^o} - \frac{2bk}{x^{o2}} - 2 + \frac{bv'}{x^o} > 0$. En efecto multiplicando por $\frac{x^o}{b}$ nos queda la condición $p_n > \bar{p}$

$$\frac{d\Pi}{dk'} = -1 < 0$$

$\frac{d\Pi}{dv} = a - \frac{2bk}{x^o} - 2x^o - 2bv + bv' > 0$. En efecto dividiendo por b obtenemos nuevamente la condición $p_n > \bar{p}$.

$\frac{d\Pi}{dv'} = - a + \frac{bk}{x^o} + v^o + bv < 0$ por ser $\bar{y}' > 0$

Como era de esperar los beneficios siempre aumentan cuando aumentan los costes del rival y disminuyen los propios.

Veamos el caso en que las empresas tienen los mismos costes.

$$\Pi = 2a\sqrt{\frac{k}{b}} - 5k - 2v\sqrt{kb}$$

$$\frac{d\Pi}{dk} = \frac{a}{\sqrt{kb}} - 5 - v\sqrt{\frac{b}{k}} = 2\sqrt{\frac{b}{k}}\left(\frac{a}{2b} - 2\sqrt{\frac{k}{b}} - \frac{v}{2}\right) - 1 \gtrless 0$$

El paréntesis es positivo por $p_m > \bar{p}$. Sin embargo dado que el orden de magnitud de $\sqrt{\frac{b}{k}}$ será en general muy pequeño el signo de la derivada será por lo general negativo.

$$\frac{d\Pi}{dv} = -2\sqrt{kb} < 0$$

Si tuvieramos la solución esquina

$$\Pi = \frac{ak}{x^o} + \frac{ax^o}{b} - \frac{bkv}{x^o} - \frac{bk^2}{x^{o2}} - 3k - vx^o - \frac{x^{o2}}{b}$$

$$\frac{d\Pi}{dk} = \frac{a}{x^o} - \frac{bv}{x^o} - \frac{2bk}{x^{o2}} - 3 = \frac{2b}{x^o}\left[\frac{a}{2b} - \frac{v}{2} - \frac{k}{x^o} - \frac{x^o}{b}\right] - 1 \lesseqgtr 0$$

Resultado análogo al encontrado en el caso de la solución interior

$$\frac{d\Pi}{dv} = - \frac{bk}{x^o} - x^o < 0$$

En ambos casos los beneficios disminuyen si aumentan los costes variables. Este resultado difiere, y es importante, del encontrado cuando la curva de demanda era una hipérbola.

b) Variaciones en la demanda.

$$\Pi = av - bv^2 + bvv' - 4v\sqrt{kb} - av' + 2v'\sqrt{kb} + 2a\sqrt{\frac{k}{b}} - 4k - k'$$

$$\frac{d\Pi}{da} = v - v' + 2\sqrt{\frac{k}{b}} > 0 \quad \text{por ser} \quad \frac{k}{x^o} + v > \frac{k'}{x^o} + v', \quad x^o > \sqrt{bk}$$

$$\frac{d\Pi}{db} = v^2 + vv' - 2v\sqrt{\frac{k}{b}} + v'\sqrt{\frac{k}{b}} - \frac{a}{b}\sqrt{\frac{k}{b}} < 0$$

En efecto podemos escribir: $-v\left(v - v' + 2\sqrt{\frac{k}{b}}\right) - \sqrt{\frac{k}{b}}\left(\frac{a}{b} - v'\right)$

donde ambos términos son negativos.

Consideremos ahora una variación, similar a la estudiada en el apartado II.2., simultánea de a y b tal que la recta sigue pasando por el punto $(\bar{y}, \bar{p})$ (esto es un giro alrededor de dicho punto. Recordemos que $\frac{da}{db} = \bar{p}$

$$\frac{d\pi}{db} = \frac{\partial \pi}{\partial b} + \frac{\partial \pi}{\partial a} \cdot \frac{da}{db} = -v\left(v - v' + 2\sqrt{\frac{k}{b}}\right) - \sqrt{\frac{k}{b}}\left(\frac{a}{b} - v'\right) +$$

$$+ v\left(v - v' + 2\sqrt{\frac{k}{b}}\right) + 2v\sqrt{\frac{k}{b}} - 2v'\sqrt{\frac{k}{b}} + 4\frac{k}{b} =$$

$$= \sqrt{\frac{k}{b}}\left(2v - \frac{a}{b} - v' + 4\sqrt{\frac{k}{b}}\right) < 0$$

ya que el paréntesis es negativo por ser el precio límite inferior al precio de monopolio.

Así pues los beneficios aumetan (disminuyen) si la función de demanda se hace más vertical (horizontal), esto es si b disminuye (aumenta).

Si tenemos la solución esquina

$$\pi = av + \frac{ak}{x^o} + \frac{ax^o}{b} - \frac{2bkv}{x^o} - \frac{bk^2}{x^{o2}} - 2k - 2vx^o - \frac{x^{o2}}{b} - bv^2 - k' -$$

$$- av' + \frac{bkv'}{x^o} + x^o v' + bvv'$$

$$\frac{d\pi}{da} = v + \frac{k}{x^o} + \frac{x^o}{b} - v' > 0 \qquad \text{por ser } \frac{k}{x^o} + v > \frac{k'}{x^o} + v'$$

$$\frac{d\pi}{db} = -\frac{ax^o}{b^2} - \frac{2kv}{x^o} - \frac{k^2}{x^{o2}} + \frac{x^{o2}}{b^2} - v^2 + \frac{kv'}{x^o} + vv' =$$

$$= \frac{x^o}{b^2}(x^o - a) - \left(\frac{k}{x^o} + v\right)^2 + v'\left(\frac{k}{x^o} + v\right) = \frac{x^o}{b^2}(x^o - a) - \left(\frac{k}{x^o} + v\right)\left(\frac{k}{x^o} + v - v'\right) < 0$$

El primer término es obviamente negativo por la condición de factibilidad. El 2º es positivo por $\frac{k}{x^o} + v > \frac{k'}{x^o} + v'$.

Veamos por último el caso en que varían a y b simultaneamente

$$\frac{d\pi}{db} = \frac{\partial \pi}{\partial b} + \frac{\partial \pi}{\partial a} \cdot \frac{da}{db} = - \frac{ax^o}{b^2} - \left(\frac{k}{x^o} + v\right)^2 + \frac{x^{o2}}{b^2} + v'\left(\frac{k}{x^o} + v\right) +$$

$$+\left(v + \frac{k}{x^o} + \frac{x^o}{b}\right)^2 - v'\left(v + \frac{k}{x^o} + \frac{x^o}{b}\right) =$$

$$= \frac{2x^o}{b}\left(v + \frac{k}{x^o}\right) - \frac{v'x^o}{b} - \frac{ax^o}{b^2} + \frac{2x^{o2}}{b^2} = \frac{2x^o}{b}\left[v + \frac{k}{x^o} - \frac{v'}{2} - \frac{a}{2b} + \frac{x^o}{b}\right] =$$

$$= \frac{2x^o}{b} \quad (-p_m + \bar{p}') < 0$$

II.5. PLENA CAPACIDAD

La configuración de equilibrio se escribe

$$\bar{a}_1 = E\left[\frac{a - b\,\frac{k_1}{x_1^o} - bv_1}{x_1^o}\right] = E\left[\frac{a\,x_1^o - b\,k_1 - b\,v_1\,x_1^o}{x_1^{o2}}\right]$$

$$\bar{a}_2 = E\left[\frac{ax_2^o - bk_2 - bv_2x_2^o}{x_2^{o2}} - \frac{x_1^o}{x_2^o}\;\bar{a}\right]$$

....

$$\bar{a}_n = E\left[\frac{ax_n^o - bk_n - bv_nx_n^o}{x_n^{o2}} - \frac{1}{x_n^o}\sum_{i=1}^{n-1}\bar{a}_i\,x_i^o\right]$$

Al igual que sucedía en la configuración descrita en I. 6 nada podemos asegurar sobre que le ocurrirá al precio de equilibrio si varian los costes de algunas empresas; como dijimos entonces, podrá variar el número de empresas del grupo o grupos que haya sufrido la variación, pero, como esta variación va a afectar a la distribución en su conjunto, no se puede decir en términos generales y por tanto nada se puede decir sobre si el nuevo precio será más alto o más bajo que el primitivo.

Tampoco las variaciones en a y b tienen un resultado inequívoco sobre el precio. Sólamente si la variación en a es suficientemente pequeña para que no varie el número de empresas, el precio se moverá en la misma dirección. Lo mismo ocurre con b, si bien el precio se movería en dirección contraria.

Si al igual que hicimos en I.6 suponemos que todas las empresas tienen una capacidad que es múltiplo de la de las empresas más pequeñas, entonces la expresión del precio puede escribirse:

$$p = \frac{1}{b} \; (a - a_n \, x_n^o) \quad \text{donde} \quad a_n = E\left[\frac{a - bC_n^*}{x_n^o}\right]$$

$$\text{Si} \quad a - bC_n^* = \overline{x_n^o} \Longrightarrow E\left[\frac{a - bC_n^*}{x_n^o}\right] = \frac{a - bC_n^*}{x_n^o} \Longrightarrow$$

$$p = \frac{1}{b} \left[a - (a - bC_n^*)\right] = C_n^*$$

que es un valor mínimo para el precio.

Obtenemos una cota superior para el precio teniendo en cuenta que

$$\frac{a - bC_n^*}{x_n^o} < a_n + 1 \Longrightarrow a < a_n x_n^o + x_n^o + bC_n^*$$

de donde

$$p < \frac{1}{b} \; (a_n x_n^o + x_n^o + bC_n^* - a_n x_n^o) = \frac{x_n^o}{b} + C_n^*$$

Precio que, contrariamente a lo que sucedía en I.6, puede ser considerablemente más alto que el coste medio de las empresas más pequeñas.

C A P I T U L O 5

EL MODELO DE SYLOS LABINI

En el apartado 5 del capitulo II de su libro Oligipolio y progreso tecnico, Sylos Labini proporciona un método del cálculo del precio en situaciones de mercado oligopoliticas con posibilidad de entrada.

Sylos Labini acomete este problema de cálculo del precio a partir de un ejemplo numérico, suponiendo funciones de costes lineales, función de demanda hipérbola equilátera y producción a plena capacidad (*).

Lo que vamos a hacer en este capitulo es obtener los resultados que obtiene Sylos Labini mediante el algoritmo desarrollado en el capítulo 3, viendo como sus resultados corresponden a algunas de las configuraciones de equilibrio alli (y más concretamente en el capítulo 4.I.5) obtenidos, y discutiendo porqué elige estas configuraciones y no las otras posibles. Más interés, tiene en nuestra opinión, comparar estos resultados con los que se obtienen en el supuesto de exceso de capacidad, para lo cual utilizamos nuestro algoritmo del capitulo 1. Abordamos simultáneamente ambas cuestiones analizando los dos ejemplos que propone Sylos Labini. Al final presentamos unas conclusiones en las que se matiza la validez de los resultados obtenidos por Sylos.

I. ANALISIS DEL PRIMER EJEMPLO

En el ejemplo hay tres técnicas disponibles que, siguiendo nuestra nomenclatura, vendrían descritas por las ternas (100, 17'5, 100),(2.000, 16,1.000) y 24.000, 14, 8.000) (**). Ahora bien dado que estas cifras no representan -

(*) Esto último ha sembrado gran confusión ya que la plena capacidad no parece estar en el espiritu de la obra de Sylos Labini, sin embargo, como veremos en el análisis de sus ejemplos, los resultados cuantitativos los obtiene bajo este supuesto.

(**) Esto es, la técnica más eficiente tiene un coste fijo de 24.000, un coste variable medio de 14 y una capacidad de producción de 8.000 unidades. La segunda un coste fijo de 2.000, un coste variable medio de 16 y una capacidad de producción de 1.000. Por último las empresas menos eficientes tienen, cada una, un coste fijo de 100, un coste variable medio de 17,5 y una capacidad de producción de 100.

costes de oportunidad ya que no contienen el mínimo exigible del 5% debemos calcular dichos costes de oportunidad, que para nosotros son los relevantes en el límite de capacidad.

$$C_1^* = \left(\frac{24.000}{8.000} + 14\right)(1 + 0{,}05) = 17{,}85$$

$$C_2^* = \left(\frac{2.000}{1.000} + 16\right)(1 + 0{,}05) = 18{,}9$$

$$C_3^* = \left(\frac{100}{100} + 17{,}5\right)(1 + 0{,}05) = 19{,}425$$

La curva de demanda que utiliza es una hipérbola equilátera $zp = A$.

En el primer ejemplo (pag. 56-57) considera que el tamaño del mercado es $A = 240.000$.

Según nuestro algoritmo la configuración de equilibrio será

$$\bar{a}_1 = E\left[\frac{240.000}{17{,}85 \times 8.000}\right] = 1$$

$$\bar{a}_1 = E\left[\frac{240.000}{18{,}9 \times 1.000} - \frac{8.000}{1.000} \times 1\right] = 4$$

$$\bar{a}_3 = E\left[\frac{240.000}{19{,}425 \times 100} - \frac{8.000}{100} - \frac{1.000}{100} \times 4\right] = 3$$

$$\bar{p} = \frac{240.000}{8.000 + 4 \times 1.000 + 3 \times 100} = 19{,}512$$

Aunque el precio de equilibrio coincide con el de Sylos no ocurre lo mismo con el número de empresas de los diferentes grupos. Esto es debido a que nosotros demos hecho un supuesto de prioridad a favor de las grandes empresas; si eliminamos este supuesto la solución no es única. Al precio de 19,512 habria las siguientes

$a_1 = 1$	$a_2 = 4$	$a_3 = 3$
$a_1 = 1$	$a_2 = 3$	$a_3 = 13$
$a_1 = 1$	$a_2 = 2$	$a_3 = 23$
$a_1 = 1$	$a_2 = 1$	$a_3 = 33$

$a_1 = 1$ $\quad a_2 = 0$ $\quad a_3 = 43$

$a_1 = 0$ $\quad a_2 = 4$ $\quad a_3 = 83$

. . . .

$a_1 = 0$ $\quad a_2 = 0$ $\quad a_3 = 123$

Si Sylos alcanza precisamente la solución $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 23$, es porque parte de una situación inicial $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 20$ y no permite que disminuya el número de empresas de ningún grupo. Aunque estudia la posibilidad de que empresas pequeñas sean expulsadas lo hace por un camino equivocado: encuentra que ninguna gran empresa a plena capacidad pueda establecerse, pero no analiza lo que ocurriria si lo hace una empresa media. Veamos.

Si entra una empresa media la producción pasaria de $1 \times 8.000 + 2 \times 1.000 + 20 \times 100 = 12.000$ a $1 \times 8.000 + 3 \times 1.000 + 20 \times 100 = 13.000$ y el precio pasará de $\frac{240.000}{12.000} = 20$ a $\frac{240.000}{13.000} = 18{,}46$

Precio que no proporciona el beneficio mínimo exigible a dicha empresa media, pero con él las pequeñas empresas ni siquiera cubren costes por lo que a largo plazo abandonarian el mercado, con lo cual la empresa que ha entrado pasaria a obtener cuantiosos beneficios ¿compensa esta guerra de precios?. No hay nada en el modelo de Sylos que diga que no (*). Más claro se puede ver todo esto si consideramos que entran dos empresas medias (aunque no cubran todos sus costes) ; entonces el precio bajará a 17,14 y las pequeñas empresas no cubririan ni siquiera sus costes directos con lo que abandonarian inmediatamente, el precio subiria y las empresas entrantes obtendrían beneficios.

La conclusión es que si no se añade algún supuesto la solución sería indeterminada, Sylos llega a su solución a partir de una situación inicial y la aceptación tácita del postulado que, creo, muy a pesar suyo, lleva su nombre,

---

(*) El razonamiento que hace en la pagina 59 para justificar que no entren empresas grandes ni medias parece subyacer lo que Modigliani llamó (con bastante éxito) el postulado de Sylos. Sin embargo ya en la página siguiente, y, creo está en el espíritu de todo el libro, se deja ver que dicho postulado no estaba en la mente de Sylos.

mientras que la solución que nosotros proponemos deriva de un supuesto explícito de prioridad a las empresas más grandes.

Pero aun hay más, Sylos estudia la posibilidad de que la gran empresa existente construya una nueva planta pero la rechaza alegando que no es rentable. Veamoslo desde nuestro punto de vista.

Supongamos que la gran empresa instala una nueva planta. Puesto que la producción inicial es 12.000 si la empresa se establece con una cantidad X el precio postentrado será

$$p = \frac{240.000}{12.000 + x}$$

que ha de ser superior al coste medio para que la entrada sea rentable, esto es:

$$\frac{240.000}{12.000 + x} \geqslant \left(\frac{24.000}{x} + 14 \right) \times 1{,}05$$

transformando la expresión llegamos a

$$14{,}7 \; x^2 - 38.400 \; x + 302.400.000 \lesssim 0$$

Puesto que no existe ningun valor real positivo de x que verifique esta relacion una nueva gran empresa no podrá establecerse con beneficios positivos.

Pero contemplemos la posibilidad de guerra de precios. La gran empresa puede instalar una nueva planta y producir una cantidad tal que el nuevo precio sea de eliminación para las empresas medias; entonces dispondrá de todo el mercado y podrá obtener beneficios. Veamoslo cuantitativamente.

El precio de eliminación para las empresas medias es cualquiera inferior a 16 x 1,05 = 16,8.

La cantidad que debe producir la nueva planta será X tal que:

$$\frac{240.000}{8.000 + x + 2 \times 1.000 + 20 \times 100} \leqslant 16{,}8$$

$$240.000 \leqslant 201.600 + 16{,}8x$$

$$x \geqslant \frac{240.000 - 201.600}{16{,}8} \quad ; \quad x = 2.300$$

El precio será entonces $p = \dfrac{240.000}{14.300} = 16{,}78$

Es obvio que a este precio la gran empresa también sufre pérdidas $\pi_1 = 16{,}78 \times 10.300 - (48.000 + 14 \times 10.300) \,.\, 1{,}05 = 28.616$ pero esto es irrelevante ya que inmediatamente al expulsar a los demás va a cambiar la situación.

El precio límite tanto para las empresas medias como para las pequeñas vendrá dado por la solución esquina ya que

$$x_2^o \leqslant \frac{\sqrt{A\,K_2} - K_2}{N_2} \quad \text{y} \quad x_3^o < \frac{\sqrt{A\,k_3} - K_3}{N_3}$$

$$\bar{p}_2 = \frac{A}{X_2} \; \frac{C\,(X_2)}{A - C\,(X_2)} = \frac{240.000}{1.000} \; \frac{18{,}9 \times 1000}{240.000 - 18.900} = 20{,}51$$

$$\bar{p}_3 = \frac{A}{x_3^o} \; \frac{C\,(x_3^o)}{A - C\,(x_3^o)} = \frac{240.000}{100} \cdot \frac{19{,}425 \times 100}{240.000 - 1942{,}5} = 19{,}52$$

Este precio de 19,52 será el que coloque la gran empresa impidiendo la entrada a cualquiera otra. La cantidad que se vende a este precio será

$$\bar{y} = \frac{240.000}{19{,}58} = 12.258$$

Como el coste marginal es constante esta cantidad puede producirse, ya a partes iguales por ambas plantas, ya con una planta a plena capacidad, ya con cualquier solución intermedia.

Los beneficios serán

$$\pi = 240.000 - 48.000 - 14 \times 12.258 = 20.388$$

La tasa de beneficio es del 9 % , superior al exigible, y los beneficios superiores a los que obtendria sin guerra de precios que serian 20.096.

II. EL SEGUNDO EJEMPLO.

Con las mismas tecnicas disponibles Sylos supone ahora que el mercado se expande hasta que

$$A = 480.000$$

Según nuestro algoritmo del capitulo III podriamos buscar todas las configuraciones de posible equilibrio, tal como hicimos en el ejemplo anterior pero como no se añade nada a lo dicho allí(salvo el hecho de que aumentan notablemente el número de configuraciones y que aparecen dos precios distintos,pero a esto me referiré de todas maneras)entraremos directamente a estudiar el análisis de Sylos.

Considera una situación inicial en la que hay 40 empresas pequeñas, 4 medias y 2 grandes la producción es, por tanto, 24.000 y el precio 20.

Este precio no es de equilibrio y se producirán entradas. Entonces distingue dos casos según que entren empresas medias o pequeñas.

En el primer caso se produce la expulsión de las pequeñas y quedarán 9 medias y 2 grandes ; por tanto la producción es de 25.000 y el precio de 19,2.

En el 2º caso entrarán 7 empresas pequeñas no se produce ninguna expulsión la cantidad es 24.700 y el precio 19,4 (*).

Pero ninguno de estos casos es de equilibrio a largo plazo si la grandes empresas adoptan una politica agresiva (aqui se rechaza explicitamente el mal llamado postulado de Sylos).

(*) Que el precio resulte mayor cuando hay pequeñas empresas. es puramente aleatorio y muy acertadamente Sylos no le da ninguna importancia.En particular si x_2^o es un múltiplo entero de x_3^o el precio cuando no hay pequeñas empresas siempre será igual o menor que si los hay.

En efecto la entrada de una nueva gran empresa es perfectamente factible expulsando a medias y pequeñas y el final se plantean dos posibles situaciones de equilibrio: 3 grandes empresas y 1 medio con un precio de 19,2, o - bien 3 grandes y 7 pequeñas a un precio de 19,4. Cualquiera de estas dos situaciones proporciona a las grandes empresas mayores beneficios que en las anteriores situaciones y por tanto, puesto que la diferencia de beneficios es lo suficientemente grande para compensar el coste de la lucha, Sylos aduce que estas son las posibles situaciones de equilibrio final. Sin embargo desde nuestro punto de vista esto no es asi: a partir de estas situaciones las grandes empresas pueden aumentar sus beneficios, sin ningún costo de lucha, simplemente disminuyendo su output. Esto se ve mas claro en el caso en que el precio es 19,2.

En efecto el precio limite en este caso es:

$$\bar{p} = \frac{480.000}{100} \cdot \frac{19{,}425 \times 100}{480.000 - 1.942{,}5} = 19{,}46$$

Las grandes empresas reducirán su output hasta que se alcance dicho precio. El output final será

$$\bar{y} = \frac{480.000}{19{,}46} = 24.662$$

del cual, en el peor de los casos 23.662 es producido por las grandes empresas, los beneficios de estas serán, por tanto,

$$\pi = 460.461{,}52 - 72.000 - 331.268 = 57.193{,}52$$

mientras que los beneficios que obtendrian sino redujeran el output serian

$$\pi = 24.000 \times 19{,}2 - 72.000 - 24.000 \times 14 = 52.000$$

Beneficios que aumentarian en el caso de que la empresa media también participara en la reducción del autput.

III. CONCLUSIONES.

El procedimiento de cálculo del precio propuesto por Sylos-Labini no es satisfactorio pues ignora la posibilidad de que las empresas trabajen con exceso de capacidad, a pesar de que reconoce explicitamente que esto puede tener lugar.

En el análisis del primer ejemplo vimos que si las empresas actuan con capacidad inutilizada varia la estructura del mercado y en el análisis del 2º vimos que aunque permanezca la misma estructura el precio y la cantidad producida varian.

El hecho de que el precio sea prácticamente el mismo tanto si hay exceso de capacidad como si no, se debe a los valores particulares dados a los parámetros; por ello en el apartado siguiente haremos un ejemplo sencillo que nos lo aclare.

Los resultados que obtiene Sylos-Labini se obtienen en su forma más general aplicando nuestro algoritmo del capítulo III en el que se supone plena capacidad.

Sin embargo, la conclusión principal a que llega Sylos labini, esto es, que las economias de escala producen beneficios extraordinarios no eliminables por la competencia, se mantiene, y, en este sentido, la teoria desarrollada en capítulos anteriores supone un refuerzo de dicha tesis al hacer el esquema analítico menos vulnerable.

Otras conclusiones de menor importancia, como la de que el precio de equilibrio disminuye al aumentar el tamaño del mercado que no era totalmente cierta (*) en el esquema de Sylos, se ratifica totalmente si la teoria permite exceso de capacidad (vease capitulo 4. I. 2. Naturalmente esta conclusión se circunscribe al caso en que el tamaño del mercado, es decir el gasto total, está bien definido cual es el caso de la curva de demanda utilizada).

(*) Puede buscarse facilmente un contraejemplo: si A = 450.000 entonces por el método de Sylos sale p = 18,75

Por último la validez del principio del coste pleno se acrecienta con la nueva teoria. En el capítulo siguiente nos referimos a ello.

APENDICE

Un ejemplo sencillo.

Supongamos ahora que hay dos técnicas disponibles y es A = 600.000 y que la estructura de costes de las empresas (medidas en términos de costes de oportunidad) viene dada por el siguiente cuadro

$$K_1 = 24.000 \; ; \; v_1 = 14 \; ; \; X_1^o = 10.000$$

$$K_2 = 1.000 \; ; \; v_2 = 20 \; ; \; X_2^o = 1.000$$

Si las empresas trabajan a plena capacidad

$$\bar{a}_1 = E\left[\frac{A}{K_1 + X_1^o\, v}\right] = E\left[\frac{600.000}{24.000 + 140.000}\right] = 3$$

$$\bar{a}_2 = E\left[\frac{A}{K_2 + v\, x_2^o} - \frac{X_1^o}{X_2^o}\,\bar{a}_1\right] = E\left[\frac{600.000}{1.000 + 20.000} - 30\right] = 0$$

$$p = \frac{A}{a_1\, x_1^o} = \frac{600.000}{30.000} = 20$$

Si por el contrario las empresas pueden tener capacidad inutilizada, el precio límite, que es interior, será:

$$\bar{p} = \min \left\{ \bar{p}_1 \quad \bar{p}_2 \right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} \bar{p}_1 = \dfrac{14}{\left(1 - \sqrt{\dfrac{24.000}{600.000}}\right)^2} = 21,87 \\[4ex] \bar{p}_2 = \dfrac{20}{\left(1 - \sqrt{\dfrac{1.000}{600.000}}\right)^2} = 21,7 \end{array}\right\} \quad \bar{p} = 21,7$$

El precio será inferior si las empresas trabajan a plena capacidad

Podemos encontrar un ejemplo en el que ocurra lo contrario. Sea A =600.000 y los costes

$$K_1 = 24.000 \,, \quad V_1 = 14; \quad X_1^o = 10.000$$

$$K_2 = 100 \quad V_2 = 18 \,; \quad X_2^o = 4.000$$

Si las empresas trabajan a plena capacidad

$$\bar{a}_1 = E\left[\frac{A}{K_1 + V_1 X_1^o}\right] = E\left[\frac{600.000}{24.000 + 140.000}\right] = 3$$

$$\bar{a}_2 = E\left[\frac{A}{K_2 + V_2 X_2^o} - \frac{X_1^o}{X_2^o}\bar{a}_1\right] = E\left[\frac{600.000}{100 + 72.000} - \frac{30.000}{4.000}\right] = 0$$

$$p = \frac{600.000}{30.000} = 20$$

Si hay exceso de capacidad el precio límite viene dado por (*)

$$\bar{p} = \frac{18}{\left(1 - \sqrt{\frac{100}{600.000}}\right)^2} = 18{,}48$$

En el mercado habrá tres empresas grandes produciendo a plena capacidad entonces una pequeña no puede entrar a plena capacidad con beneficios positivos peri si puede hacerlo con capacidad inutilizada. La cantidad producida será $X_2 = \frac{600.000}{18{,}48} - 30.000 = 2.468$.

(*) $\bar{p}_1$ no ha variado y por tanto $\bar{p}_1 > \bar{p}_2 = \bar{p}$, $\bar{p}_2$ sigue siendo interior por ser $\frac{\sqrt{AK} - K}{V} < X_1^o$

Si la empresa intentara maximizar a lo Cournot tendría que producir una cantidad más pequeña con lo cual entrarian nuevas empresas hasta que el precio fuera el límite y sus planes se verian frustrados.

C A P I T U L O 6

APLICACIONES

En este capítulo utilizaremos la teoria anteriormente desarrollada para abordar algunos problemas sobre los que arrojar nueva luz.

I. EL BAJO PRECIO DE LAS INDUSTRIAS OLIGOPOLISTICAS.

Como ya indicabamos en la introducción, una de las causas que motivó la aparición del concepto de precio límite fué el intento de explicar porqué las industrias que estaban abastecidas por unas pocas Empresas, y por tanto podian colusionar facilmente, colocaban un precio notablemente inferior al que predecia la teoria economica para un monopolio que abasteciera dicha industria, Bain abordó el problema introduciendo en el análisis la posibilidad de que si el precio era excesivamente alto nuevas empresas entrarian en el mercado con lo que el precio bajaria; por lo tanto las empresas establecidas deberían guardar un cierto equilibrio evitando que un precio alto hoy redujera los beneficios de mañana. Los trabajos de Sylos y Modigliani se centran en calcular cual será el precio que deben colocar las empresas existentes en un mercado para maximizar el beneficio a la vez que se impide la entrada a nuevos competidores. Los trabajos posteriores que se analizan en el capítulo octavo estudian la conveniencia, con vistas a la maximización del beneficio, de colocar precios superiores al precio límite durante un cierto tiempo.

La teoria que hemos expuesto enlaza con Bain-Sylos-Modigliani y propone un método general de calculo del precio límite, proporcionando resultados cuantitativos y dando asi cuenta completa del fenómeno. Pero además la teoria explica no solo el bajo precio existente a causa de la prevención de entrada, sino también la tendencia a la baja de dicho precio como consecuencia del progreso técnico. En efecto, si, gracias al progreso técnico, se reducen los costes para los entrantes potenciales el precio límite bajará y las empresas establecidas deberán reducir su precio si quieren seguir impidiendo la entrada.

II. COEXISTENCIA DE EMPRESAS DE DIFERENTES TAMAÑOS.

Otro fenómeno que llama la atención es el hecho de que para producir un bien se emplean determinadas técnicas cuando existen a libre disposición - técnicas más eficientes. Esto también es explicable por la teoria del precio límite dentro de la lógica de maximización del beneficio.

En efecto, ya dijimos en el capítulo III, y hemos visto ejemplos en el capítulo V, que un precio puede ser disuasor de entrada para una gran empresa y no serlo para otras de tamaño menor. Entonces para este precio, y para precios algo inferiores no se producirá la entrada de las grandes empresas pero sí de empresas más pequeñas que subsisten en el mercado con beneficios positivos. Los ejemplos estudiados al analizar el modelo de Sylos-Labini son una buena ilustración de este fenómeno.

III. LA HIPOTESIS DEL MARK-UP.

La hipótesis del mark-up sustenta una teoria del precio según la cual - este se forma colocando un margen sobre el corte variable medio (que por - tanto se supone no varia con el output, esto es las curvas de costes son lineales) para cubrir los costes fijos y el beneficio exigido, margen que no se altera cuando varia el coste unitario directo. Esto es

$$p = m \cdot v$$

donde,m, el margen o mark-up es una función del coste fijo y de los parámetros de la demanda y se considera estable en el tiempo; entonces si varian los costes directos el nuevo precio se obtiene inmediatamente.

La teoria del precio límite proporciona una fundamentación microeconómica a la hipótesis del mark-up aunque, desgraciadamente, de escasa generalidad.

Consideremos la función de demanda $A = z \cdot p$. que estudiamos en el capítulo IV. El precio límite, si la solución era interior, venia dado por

$$\bar{p} = \frac{1}{\left(1 - \sqrt{\frac{K}{A}}\right)^2} V$$

Este resultado concuerda perfectamente con la hipótesis mark-up donde el margen viene dado por:

$$m = \frac{1}{\left(1 - \sqrt{\frac{K}{A}}\right)^2}$$

Dicho margen aumenta, logicamente, al aumentar los costes fijos y disminuye cuando aumenta el tamaño del mercado, como vemos inmediatamente calculando las derivadas parciales

$$\frac{\partial m}{\partial K} = \frac{A}{\sqrt{K}\left(\sqrt{A} - \sqrt{K}\right)^3} > 0$$

$$\frac{\partial m}{\partial A} = \frac{K - \sqrt{AK}}{\left(\sqrt{A} - \sqrt{K}\right)^4} < 0$$

Este resultado se debe a la rigidez de la tecnologia; se obtendria un - mark-up invariable si se supone que la tecnologia es más flexible y que las empresas pueden variar sus plantas (sus costes fijos) al variar la demanda, suponiendo asimismo que existe una relación óptima output-costes fijos que las empresas pueden alcanzar en todo momento. En efecto, fijándonos en la expresión de m vemos que este no depende propiamente de A sino de $\frac{K}{A}$, y si, como es razonable suponer, para producir un mayor output se necesita una planta más grande, el margen no va a depender de las variaciones de la demanda. En el corto plazo, por el contrario, con la planta fija el margen se reduce al aumentar la demanda.

Lo incómodo de este resultado es que ha sido hallado para una curva de - elasticidad unitaria y no se mantiene en el caso general. Tratemos de hacer algunas extensiones.

La primera generalización es que si la función de demanda es de la forma $f(p) = \frac{A}{p} \pm a$, se obtienen, a este respecto, los mismos resultados que con la función de demanda de elasticidad unitaria.

En efecto, la función a maximizar

$$y = \frac{A}{\frac{K}{x} + v} \pm a - x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{AK}{(K + Vx)^2} - 1 = 0 \; ; \; \sqrt{AK} = K + Vx \; , \; \bar{x} = \frac{\sqrt{AK} - K}{v}$$

$$\bar{y} = \frac{A}{\frac{Kv}{\sqrt{AK}-K} + v} \pm a - \frac{\sqrt{AK} - K}{v} = \frac{A\sqrt{AK} - AK}{v\sqrt{AK}} - \frac{\sqrt{AK} - K}{v} \pm a$$

$$\bar{y} = \frac{\left(\sqrt{A} - \sqrt{K}\right)^2}{v} \pm a$$

$$\bar{p} = \frac{A}{\left(\sqrt{A} - \sqrt{K}\right)^2} \cdot v = \frac{v}{\left(1 - \sqrt{\frac{K}{A}}\right)^2}$$

Esta extensión es importante ya que elimina toda servidembre respecto de la elasticidad (esta puede tomar cualquier valor). Por otra parte, podemos aproximar la demanda por una función de este tipo .

Otra manera de buscar soluciones que tengan un mayor campo de aplicabilidad consiste en utilizar un concepto de mark-up generalizado.

El mérito fundamental de la hipótesis del mark-up es que los empresarios disponen de criterio muy sencillo para hacer variar el precio: si el coste medio directo se duplica, basta duplicar el precio, si se reduce a la mitad se hace lo propio con el precio; en general, y como ya sabemos si crece en un t % p lo hará en ese mismo t % ; el criterio práctico es simplemente multiplicar el precio por el mismo factor que quedó multiplicado el coste variable unitario.

Pero se pueden definir otras rutinas. Por ejemplo se puede obtener el precio sumando al coste variable medio una cantidad fija (que como en el caso del mark-up cubrirá los costes fijos y el beneficio exigido y será función del citado coste fijo y de los parámetros de la demanda) cual es el caso del precio límite cuando la función de demanda es lineal. Los empresarios también tienen aqui un criterio sencillo de determinación del precio: si aumenta el coste variable medio se aumenta el precio en la misma cuantia.

En mi opinión este caso también responde a la hipótesis del mark-up con la diferencia, no relevante, de que el margen es aditivo y no multiplicativo. Con esta generalización de la hipótesis del mark-up, la teoria del precio limite concuerda con ella tanto para curvas de demanda lineales como en todos aquellos casos en que la demanda es bien aproximada por una función lineal (ésta juega aqui el mismo papel que jugaba la hipérbola $p(x + a)=A$ en páginas anteriores).

. . . .

Una nueva referencia al modelo de Sylos Labini. El método de cálculo del precio empleado por Sylos y el principio del coste total no resultan compatibles(basta comprobarlo en los ejemplos)pues Sylos no calcula correctamente el precio límite al no tener en cuenta el exceso de capacidad.Haciendo el cálculo correcto el precio resultante es acorde con el principio del coste total. Sin embargo, como ya hemos visto en el apartado III de este capítulo este resultado se debe a que la curva de demanda es una hipérbola equilátera y no es generalizable.

IV. EL PRECIO LIMITE Y PUBLICIDAD.

Veremos en este apartado como las empresas establecidas pueden incrementar sus beneficios elevando las barreras a la entrada. Aunque la publicidad sea el procedimiento más socorrido para elevar las barreras no es el único: mejoras en la comercialización, regalos a los compradores, etc son ejemplos de gastos a los que de alguna manera la competencia obliga, elevándose asi los costes para las empresas. Aunque en lo que sigue hagamos unicamente referencia a la publicidad es obvio que este otro tipo de gastos podrian desempeñar el mismo papel.

Supondremos que la demanda del producto está dada y no es sensible a la publicidad (+) , y que, por lo tanto, el único fin de esta es elevar las barreras de entrada aumentando los costes fijos; esto es, la empresa establecida realiza un determinado gasto en publicidad (o ninguno) a fin de maximizar los beneficios con la condición de impedir la entrada.

El precio limite, dadas las funciones de demanda y costes será una función del gasto en publicidad.

El objetivo del establecido es maximizar

$$\Pi = y\, f^{-1}(y) - K - K' - V(y) \qquad \text{sujeto a}$$

$$y \geq \bar{y}(K')$$

$$K' \geq 0$$

El problema se resuelve aplicando el teorema de Kunhn-Tucker

La expresión del lagrangiano es:

$$L(y, K') = y\, f^{-1}(y) - K_1 - K_2 - V(y) + \lambda(y - \bar{y}) + \mu K'$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = f'(y) + \frac{y}{f'(y)} - V'(y) + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial K'} = -1 - \lambda \frac{\bar{y}}{K'} + \mu = 0$$

(+)Sin embargo, las empresas comprarán el producto a la empresa que más lo anuncie; esto es, si una empresa quiere entrar en el mercado deberá gastar en publicidad tanto con la establecida.

Pueden ocurrir tres casos:

1) $y > \bar{y} \Rightarrow \lambda = 0 \Rightarrow \mu = 1$; $K' = 0$

La primera ecuación $\frac{\partial L}{\partial y} = 0$ nos proporciona una ecuación en y que nos permite determinar y^*. Fijemonos que este valor es el mismo que encontrariamos si la empresa maximizara sin estar sujeta a ninguna restricción, por lo que y^* es la cantidad de monopolio: estamos en el caso en que el precio de monopolio es menor que el precio límite; la empresa maximiza en aquel y obviamente no hace ningún gasto en publicidad ya que aumentarian sus costes sin elevar sus ingresos.

2) $y = \bar{y}$, $K' > 0 \Rightarrow \lambda > 0$, $\mu = 0$

Sustituyendo en la ecuación $\frac{\partial L}{\partial y} = 0$, $y = \bar{y}$ nos queda una ecuación en λ, K que junto con la ecuación $1 = \lambda \frac{\partial y}{\partial K'}$ nos permite hallar el valor de K' que es la publicidad óptima que a la empresa le interesa hacer.

3) $y = \bar{y}$, $K' = 0$; $\lambda, \mu > 0$

Puesto que $K' = 0$, la cantidad que maximiza beneficios es la límite sin publicidad. En este caso aunque el precio límite sea inferior al precio de monopolio tampoco le interesa al establecido hacer publicidad, pues aunque con ella aumente sus ingresos (podrá aumentar el precio y puesto que estamos en un punto de la curva de demanda más bajo que el del monopolio los ingresos suben) este aumento es inferior al aumento de los costes.

Para entender mejor en que condiciones aparece uno u otro caso utilizaremos un ejemplo en el que tanto la curva de demanda como la de costes son lineales, esto es

$$y = a - bp, \qquad C = K + K' + v \cdot y$$

En este caso la cantidad límite viene dada por

$$\bar{y} = a - 2\sqrt{b\,(K+K')} - bv$$

El lagrangiano se escribe ahora.

$$L(y\,K') = \frac{a\,y - y^2}{b} - K - K' - v\,y + \lambda(y - a + 2\sqrt{b(K+K')} + bv) + \mu K'$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{a - 2y}{b} - v + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial K'} = -1 + \frac{b}{b(K+K')} + \mu = 0$$

Analicemos los diferentes casos posibles.

1) $y > \bar{y} \Rightarrow \lambda = 0, \; \mu = 1, \quad K' = 0$

$$\frac{a - 2y}{b} = V \quad ; \quad y^* = \frac{a}{2} - \frac{v\,b}{2}$$

Este es el mismo resultado que se obtendría si la empresa maximizara sin restricciones; logicamente lo que obtiene es el punto de monopolio. Seria el caso en que la cantidad de monopolio es mayor que la cantidad límite (se comprueba que $y^* > \bar{y} \Leftrightarrow a < 4\sqrt{bK} + Vb$), por tanto la empresa coloca aquella y no tiene sentido realizar ninguna publicidad ya que aumentaria los costes sin aumentar los ingresos

2) $y = \bar{y}, \; K' > 0 \Rightarrow \lambda > 0, \; \mu = 0$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{a - 2a + 4\sqrt{b(K+K')} + 2bv}{b} - V + \lambda = 0$$

$$\lambda b = Vb + a - 4\sqrt{b(K+K')} - 2bV$$

$$\frac{\partial L}{\partial K'} = 0 \Rightarrow \lambda b = \sqrt{b(K+K')} = Vb + a - 4\sqrt{b(K+K')} - 2bV$$

$$5\sqrt{b(K+K')} = a - bV \; ; \quad b(K+K') = \frac{(a - bV)^2}{25}$$

$$K' = \frac{(a - bV)^2}{25\,b} - K$$

$$b = \frac{a - bV}{5} \quad ; \qquad = \frac{a - bV}{5\,b}$$

$$y^{*} = a - \frac{2}{5}\,(a - bV) - bV = \frac{3}{5}\,(a - bV)$$

Asi, en este caso la empresa realizará un gasto en publicidad, disminuyendo la cantidad límite hasta llegar a $\frac{3}{5} \cdot (a - bV) > \frac{1}{2}\,(a - bV)$ que es la cantidad de monopolio.

3) $y = \bar{y}$; $K_2' = 0 \Rightarrow \lambda \geqslant 0, \ \mu \geqslant 0$

$$y^{*} = a - 2\sqrt{bK} - bV$$

Las condiciones de no negatividad para λ y μ

$$\lambda \geqslant 0 \Rightarrow a \geqslant 4\sqrt{bK} + Vb$$

$$\mu \geqslant 0 \Rightarrow a \leq 5\sqrt{bk} + Vb = 4\sqrt{bk} + Vb + \sqrt{bk}$$

En este caso tampoco se realiza publicidad siendo la cantidad vendida superior a la cantidad de monopolio pero inferior a la Y^{*} del caso anterior.

Podemos compendiar los diferentes casos:

a) Si $a < 4\sqrt{bK} + b$, el precio límite es superior al precio de monopolio, se coloca este y no se realiza ningún tipo de publicidad.

b) Si $4\sqrt{bK} + bV \leq a \leq 5\sqrt{bK} + bV$, el precio límite es inferior al precio de monopolio (o igual en el extremo) pero no se aumentan los beneficios si se trata de aumentar el precio límite aumentando la publicidad

c) Si $a > 5\sqrt{bK} + bV$, el precio límite es inferior al precio de monopolio. La empresa aumentará sus beneficios elevando el precio límite mediante gastos en publicidad en la cuantia

$$K' = \frac{(a - bV)^2}{25\,b} - K$$

esto es hasta que

$$a = 5 \sqrt{b\ (K + K')} + b\,V$$

C A P I T U L O   7

MODELOS MACROECONOMICOS CON PRECIO LIMITE

En este capítulo utlizaremos el concepto de precio límite para construir modelos macroeconómicos en los que los empresarios maximizan beneficios sujetos a la restricción de impedir la entrada.

I. DESCRIPCION DEL MODELO.

Por el lado de la demanda hacemos los mismos supuestos que en los modelos habituales, añadiendo la separabilidad aditiva de la demanda de dinero, con lo que tendremos las siguientes ecuaciones

$$C = C(z - T) \qquad 0 < C' < 1$$

$$I = I\ (i) \qquad I' < 0$$

$$G = \bar{G}$$

$$Z = C + I + G$$

$$\frac{\bar{M}}{p} = \varkappa(z) + h(i) \qquad \varkappa' > 0, \quad h' < 0$$

La condición de equilibrio en el mercado de bienes

$$z = C(z - T) + I(i) + \bar{G}$$

despejando el tipo de interés

$$i = I^{-1}\left[z - C(z - T) - G\right]$$

nos proporciona una expresión de i en función de z que sutituida en la condición de equilibrio en el mercado monetario, obtenemos:

$$\frac{\bar{M}}{p} = \varkappa(z) + h\left\{I^{-1}\left[z - C(z - T) - G\right]\right\}$$

que es la función de demanda agregada implícita.

Por el lado de la oferta supondremos que los empresarios deben hacer frente a un coste fijo inicial (que puede interpretarse como un tamaño mínimo de planta, o como una patente, cuota de entrada, etc.) que se abona al principio del periodo y por tanto irá afectado por el tipo de interés correspondiente; por otro lado, la cantidad producida será proporcional al nivel de empleo: $z = \alpha \cdot N$, con lo que la función de costes puede escribirse:

$$k(i + \delta) + \frac{w}{\alpha} z$$

siendo δ la cuota de amortización y w el salario monetario.

II. CALCULO DE LA CANTIDAD Y PRECIO LIMITE

Designando por y el output agregado de las empresas establecidas, y por x el de los entrantes potenciales, la cantidad límite es el máximo de la expresión $y = y(x)$ definida implicitamente por

$$F \equiv \frac{M}{\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}} - \varkappa(y + x) - h \left\{ I^{-1}\left[y+x - c(y+x-T) - G\right] \right\} = 0$$

La condición necesaria de máximo es $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$, esto es

$$\frac{\frac{Mk(i+\delta)}{x^2}}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2} - \varkappa' - \frac{h'}{I'}(1 - c') = 0$$

$$M\,K(i + \delta) = x^2 \left(\frac{K(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2 \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]$$

$$\sqrt{\frac{M\,K(i+\delta)}{\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')}} = K\,(i+\delta) + \frac{w}{\alpha}\;x$$

$$X = \frac{\sqrt{\frac{M\,K(i+\delta)}{\varkappa' + \frac{h'}{I'}\,(1-c')}} - K(i+\delta)}{\frac{w}{\alpha}}$$

Sustituyendo este valor de x en F obtenemos una relación entre renta y tipo de interés que junto con la condición de equilbrio en el mercado de bienes nos permite determinar la cantidad límite $\bar{y}$. Sustituyendo este valor en la función de demanda obtenemos el precio límite $\bar{P}$.

III. ESTATICA COMPARATIVA

Para determinar los resultados de estática comparativa impondremos la condición de que la curva L M sea creciente que es condición suficiente de estabilidad (las expresiones que se obtiene al buscar las condiciones necesarias y suficientes de estabilidad son inmanejables).

Diferenciando la expresión F, teniendo en cuenta que $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$

$$\frac{\partial F}{\partial y}\,dy + \frac{\partial F}{\partial i}\,di = 0$$

$$-\frac{M\,\frac{K}{x}}{\left(\frac{K(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2}\,di - \varkappa' dy - \frac{h'}{I'}\,(1-c')\,dy = 0$$

como $$\frac{M\,\frac{k}{x}}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2} = \frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}\,(1-c')\right]$$

$$-\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]\frac{x}{i+\delta}\,di - \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]dy = 0$$

$$dy = -(i+\delta)^{-1}\,x\,di = -\frac{x}{i+\delta}\,di$$

Sustituyendo el valor de $\bar{y}(i)$ en la ecuación de demanda diferenciada

$$-\frac{M}{p^2}\,dp = \varkappa'\,dy + \frac{h'}{I'}(1-c)\,dy = \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c)\right]\left(-\frac{x}{i+\delta}\right)di$$

Combinando este resultado con la condición de equilibrio en el mercado de dinero

$$-\frac{M}{p^2}\,dp = \varkappa' dy + h' di$$

$$\varkappa' dy + h' di = -\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c)\right]\frac{x}{1+\delta}\,di$$

$$dy = \frac{1}{\varkappa'}\left\{-h' - \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c)\right]\frac{x}{1+\delta}\right\}di$$

y como h' es negativa la condición para que la L M sea creciente es que

$$|h'| > \left[x' + \frac{h'}{I'}(1-c)\right]\frac{x}{i+\delta}$$

Para obtener los resultados de estática comparativa diferenciamos la ecuación implícita de la cantidad límite $F(y,i,x,G,M,W) = 0$, teniendo en cuenta que $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$, la función de demanda, y la condición de equilibrio en el mercado monetario.

$$-\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]dy - x\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]\frac{1}{i+\delta}\,di + \frac{h'}{I'}\,dG + \frac{dM}{\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}} - \frac{\frac{M}{\alpha}\,dw}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2} = 0$$

$$\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]dy + \frac{M}{p^2}\,dp - \frac{h'}{I'}\,dG - \frac{dM}{p} = 0$$

$$\varkappa'\,dy + h'\,di + \frac{M}{p^2}\,dp - \frac{dM}{p} = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] & -\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] & 0 \\ +\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] & 0 & \frac{M}{p^2} \\ \varkappa' & h' & \frac{M}{p^2} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{M}{p^2}\left\{ -\frac{\varkappa' x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] + h'\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c)\right]^2 \right\} < 0$$

ya que el primer término es estrictamente negativo y el segundo es negativo y mayor en valor absoluto que el tercero, que es positivo, si la pendiente de la L M es positiva. Si la L M es vertical, los términos 2º y 3º se anulan y el determinante sigue siendo negativo.

$$dy = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} \dfrac{\frac{M}{\alpha}\,dw}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2} - \frac{h'}{I'}\,dG - \dfrac{dM}{\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}} & -\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] & 0 \\ \frac{h'}{I'}\,dG + \frac{dM}{p} & 0 & \frac{M}{p^2} \\ \frac{dM}{p} & h' & \frac{M}{p^2} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial y}{\partial G} = \frac{\frac{M}{p^2}\frac{h'^2}{I'} + \frac{M}{p^2}\frac{h'}{I'}\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] < 0}{\Delta} > 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial M} = \left\{ -\frac{M}{p^3}\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \frac{M}{p^2}\,h'\,\frac{1}{\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}} + \frac{M}{p^3}\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]\right\}\frac{1}{\Delta} > 0$$

$$\frac{\partial y}{\ } = -\frac{h'\,M^2}{\ } \cdot 1$$

$$di = \frac{M}{p^2}\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} -\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] & \dfrac{\frac{M}{\alpha}\,dw}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}\right)^2} - \frac{h'}{I'}\,dG - \dfrac{d\,M}{\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}} & 0 \\ \varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c') & \frac{h'}{I'}\,dG + \frac{dM}{p} & 1 \\ \varkappa' & \frac{d\,M}{p} & 1 \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial i}{\partial G} = \frac{-\frac{h'}{I'}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \frac{h'}{I'}\varkappa' + \frac{h'}{I'}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] < 0}{\frac{\Delta}{M/p^2}} > 0$$

$$\frac{\partial i}{\partial M} = \frac{-\dfrac{\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')}{p} - \dfrac{\varkappa'}{\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}} + \dfrac{\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')}{p} + \dfrac{\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')}{\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}} > 0}{\frac{\Delta}{M/p^2}} < 0$$

$$\frac{\partial i}{\partial w} = \frac{\frac{\varkappa' M}{\alpha}\;\dfrac{1}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}\right)^2} - \dfrac{\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]\frac{M}{\alpha}}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}\right)^2} < 0}{\frac{\Delta}{M/p^2}} > 0$$

$$dp = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} -\left[\varkappa' \frac{h'}{I'}(1-c')\right] & -\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right] & \frac{\frac{M}{\alpha}\,dw}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}\right)^2} - \frac{h'}{I'}\,dG - \frac{d\,M}{\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}} \\ \varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c') & 0 & \frac{h'}{I'}\,dG + \frac{dM}{p} \\ \varkappa' & h' & \frac{dM}{p} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial p}{\partial G} = \frac{-\frac{\varkappa' h'}{I'} \cdot \frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right] - \frac{h'}{I'}^{2}\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \frac{h'}{I'}^{2}\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right]}{\Delta} > 0$$

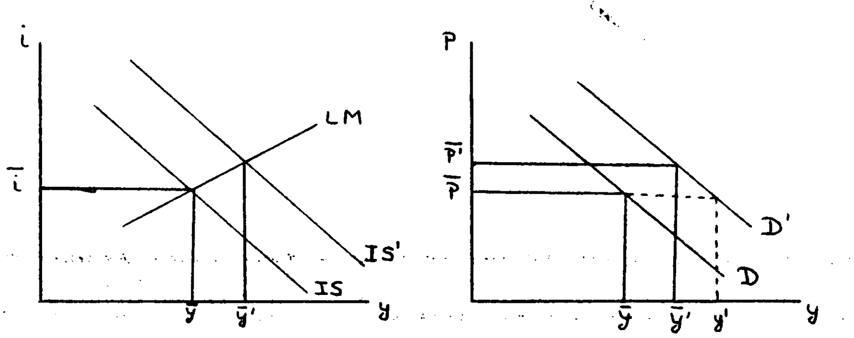
$$\frac{\partial p}{\partial M} = \frac{\frac{-\varkappa' x}{p(i+\delta)}\left[x'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right] - \frac{h'\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right]}{\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}} + \frac{h'}{p}\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \frac{x}{p(i+\delta)}}{\Delta}$$

$$\frac{\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right]^2 > 0}{\Delta} < 0$$

El primer término es menor que el cuarto y el segundo mayor que el tercero ya que el denominador de este último iguala al precio postentrada menor que el precio límite.

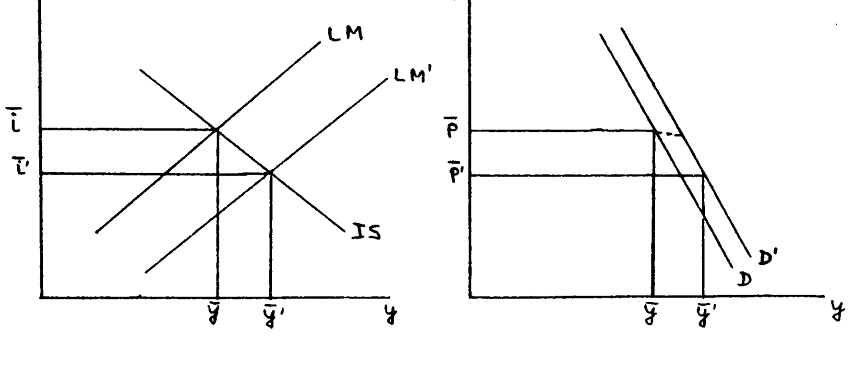
$$\frac{\partial p}{\partial w} = \frac{\frac{M}{\alpha}\,h'\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right]}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}\right)^2\Delta} > 0 \quad ;$$

Estos resultados pueden interpretarse de forma sencilla utilizando un gráfico I S- LM, combinado con otro oferta-demanda.



Un aumento del gasto público aumentará la renta y el tipo de interés que mantienen en equilibrio el mercado de bienes para cada nivel de precios, esto es trasladará la curva IS hasta IS'. Similarmente la curva de demanda se desplazará hacia la derecha hasta D'. Al nivel de precio. $\bar{P}$ la cantidad demandada ahora es $y' > \bar{y}$, pero la subida del tipo de interés hace que aumenten los costes para el entrante con lo que se eleva el precio límite, lo que reduce la oferta monetaria en términos reales elevando de nuevo el tipo de interés y el precio a la vez que se reduce la renta. El efecto sobre la renta se anula cuando la L M es vertical; no así el efecto sobre el precio y el tipo de interés.

Análogamente un incremento de la oferta monetaria, como se ve en la figura,



desplaza la curva L M hasta L M' y consiguientemente la curva de demanda hasta D'. Por haber descendido el tipo de interés bajará también el precio reforzándose estos efectos mutuamente, y aumentando la renta más que si el precio no hubiese variado.

El descenso del precio contradice el resultado habitual según el cual un aumento de la oferta monetaria eleva el nivel de precios. Sin embargo, la explicación es bastante sencilla: un aumento de la oferta monetaria al reducir el tipo de interés hace más fácil la financiación de nuevas empresas, con lo que se produciría la entrada, y si las empresas establecidas quieren impedirla tendrán que reducir el precio. Por otra parte, la disparidad con el resultado habitual no es tan seria como parece. En efecto, este resultado se encuentra bajo los supuestos de que la productividad media del trabajo es constante y el salario no aumenta al aumentar el nivel de empleo;si en un modelo convencional introdujéramos estos dos supuestos, el nivel de precios tampoco aumentaría (permanecería constante) al incrementarse la oferta monetaria.

Si eliminamos, en nuestro modelo, cualquiera de estos dos supuestos ya no obtenemos el resultado de que el precio disminuya al aumentar la oferta monetaria. Empecemos suponiendo que el salario monetario se eleva al elevarse el nivel de empleo: esto implica $w = w(y)$ con $w' > 0$. ¿Como se modifican nuestras ecuaciones? Unicamente al diferenciar la función implícita de la cantidad límite aparecerá un nuevo término en dy, y desaparecerá el término en dw, esto es el primer elemento del determinante del sistema se transforma en

$$\frac{-M\frac{w'}{\alpha}}{\left[\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}\right]^2}-\left[x'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right] \text{, y el último desaparece.}$$

Puesto que este término sigue siendo negativo no varia el signo de Δ (determinante del sistema) pero hace indeterminado el signo del numerador en la expresión $\frac{\partial p}{\partial M}$, (véase apartado siguiente).

Por otra parte si en lugar de hacer $w = w(y)$ con $w' > 0$ hacemos $\alpha = \alpha(y)$ con $\alpha' < 0$ obtenemos resultados similares y lógicamente ambos supuestos refuerzan estos resultados.

Para terminar con el análisis de los resultados de estática comparativa encontrados, digamos que una disminución del salario monetario reduce los costes para el entrante y el precio límite baja; consiguientemente la renta crece y ambos efectos se refuerzan por la reducción del tipo de interés.

IV. EL MODELO CON $w = w(p,y)$

Consideremos ahora el caso mas general en el que no sólo el salario es función creciente del nivel de empleo y por tanto de la renta (*) sino también un cierto grado de indiciación salarial, de tal modo que existe una elasticidad salario-precio que es positiva

$$\varepsilon = \frac{\partial w}{\partial p} \cdot \frac{p}{w} \qquad\qquad w = w(y,p)$$

La función F cuya maximización nos da la cantidad límite se escribe ahora

$$F \equiv \frac{M}{\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w(y,p)}{\alpha}} - \bar{\varkappa}(y+x) - h\left\{ I^{-1}\left[y+x - c(y+x-T) - G\right]\right\} = 0$$

Para hallar las condiciones que hacen que la L M sea creciente diferenciamos esta ecuación, teniendo en cuenta que $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$ y llamando $w' = \frac{\partial w}{\partial y}$ por seguir la notación de páginas anteriores.

$$-\frac{M\frac{k}{x}}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2} di - \frac{\frac{M}{\alpha} w'}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w(y,p)}{\alpha}\right)^2} dy - \varkappa' dy - \frac{h'}{I'}(1-c')dy - \frac{\frac{M}{\alpha}\frac{w}{p}}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2} dp = 0$$

(*). Sin embargo seguiremos considerando la productividad media del trabajo constante ya que el efecto que produce el considerarla una función decreciente de la renta es similar a esta consideración sobre el sala como $$\frac{M}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}\right)^{2}} = \frac{x^{2}}{k(i+\delta)}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]$$

$$-\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right]\frac{x}{i+\delta}di-\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right]1+\frac{x^{2}w'y}{\alpha k(i+\delta)}\,dy-\left[\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')\right]\frac{x^{2}\frac{\partial w}{\partial p}}{2k(i+\delta)}dy=0$$

$$\frac{x}{i+\delta}di+\left(1+\frac{x^{2}w'y}{\alpha k(i+\delta)}\right)dy+\frac{x^{2}\frac{\partial w}{\partial p}}{\alpha\, k(i+\delta)}\,dp = 0$$

$$dy = -\frac{1}{1+\frac{x^{2}w'}{\alpha k(i+\delta)}}\left[\frac{x}{i+\delta}\,di+\frac{x^{2}\mathcal{E}\,w}{p\alpha k(i+\delta)}\,dp\right]$$

Sustituyendo este valor en la ecuación de demanda diferenciada:

$$-\frac{M}{p^{2}}\,dp = \varkappa' dy + \frac{h'}{I'}(1-c')\,dy = \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]dy$$

nos queda

$$-\frac{M}{p^{2}}\,dp = -\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]\frac{1}{1+\frac{x^{2}\,w'}{k(i+\delta)}}\left[\frac{x}{i+\delta}\,di+\frac{x^{2}\mathcal{E}w}{p\alpha k(i+\delta)}\,dp\right]$$

que considerada con la condición de equilibrio en el mercado monetario:

$$-\frac{M}{p^{2}}\,dp = \varkappa' dy + h'di \quad ; \quad dp = -\frac{p^{3}\varkappa'}{M}\,dy - \frac{p^{2}h'}{M}\,di$$

$$\varkappa' dy + h'di = -\frac{x'+\frac{h'}{I'}(1-c')}{1+\frac{x^{2}w'}{\alpha k(i+\delta)}}\;\frac{x}{i+\delta}\,di + \frac{\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')}{1+\frac{x^{2}\,w'}{\alpha k(i+\delta)}}\cdot\frac{x^{2}\mathcal{E}w}{p\alpha k(i+\delta)}\,\frac{p^{2}h'}{M}di\;+$$

$$+\frac{\varkappa'+\frac{h'}{I'}(1-c')}{1+\frac{x^{2}\,w'}{\alpha k(i+\delta)}}\;\frac{x^{2}\mathcal{E}\,w}{p\alpha k(i+\delta)}\cdot\frac{p^{2}\varkappa'}{M}\,dy$$

$$dy \left[\varkappa' - \frac{\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')}{1 + \frac{x^2 w'}{\alpha k(i+\delta)}} \quad \frac{x^2 \mathcal{E} w}{p\alpha k(i+\delta)} \quad \frac{p^2 \varkappa'}{M} \right] =$$

$$= di \left[|h'| - \frac{\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')}{1 + \frac{x^2 w'}{\alpha k(i+\delta)}} \quad \frac{x}{1+\delta} - |h'| \frac{\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')}{1 + \frac{x^2 w'}{\alpha k(i+\delta)}} \quad \frac{x^2 \mathcal{E} w}{p\alpha k(i+\delta)} \quad \frac{p^2}{M} \right]$$

y las condiciones para que la L M sea creciente es que los dos corchetes tengan el mismo signo. Consideraremos sólo el caso en que ambos son positivos (*).

El determinante del sistema se escribe ahora:

$$\Delta' = \begin{vmatrix} -\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] - \frac{\frac{M}{\alpha} w'}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2} & -\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] & -\frac{\frac{M}{\alpha} \mathcal{E} \frac{w}{p}}{\left(\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \\ \varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c') & 0 & \frac{M}{p^2} \\ \varkappa' & h' & \frac{M}{p^2} \end{vmatrix} =$$

$$= -\frac{h' M}{\alpha\left(\frac{k(i+\ )}{x} + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \left[\mathcal{E} \frac{w}{p} \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] - \frac{w' M}{p^2}\right] =$$

$$= -\frac{M}{p^2} \frac{\varkappa' x}{i+\delta} \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \frac{h' M}{p^2}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \frac{M}{p^2} \frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]^2 -$$

$$- \frac{h' x^2}{\alpha k(i+\delta)} \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]^2 . \mathcal{E} \frac{w}{p} + \frac{h' x^2}{\alpha k(i+\delta)}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] . \frac{w' M}{p^2}$$ para ver

el dividimos todo por $\frac{M}{p^2} \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'} (1-c')\right]$

$$- \frac{\varkappa' x}{i+\delta} + h' + \frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] - \frac{h' x^2 \mathcal{E} w p}{\alpha M K(i+\delta)} \left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \frac{h' x^2 w'}{k(i+\delta)} < 0$$

si la L M es creciente

(*). Si los dos son negativos el equilibrio no será estable, piénsese en el caso lineal con p exógeno: si $\varkappa$ es negativa y h positiva la LM es creciente pero el equilibrio no es estable.

$$dy=\frac{1}{\Delta'}\begin{vmatrix} -h'\,dG-\dfrac{d\,M}{\dfrac{k(i+\delta)}{x}+\dfrac{w}{\alpha}} & -\dfrac{x}{i+\delta}\left[\varkappa'+\dfrac{h'}{I'}(1-c')\right] & -\dfrac{M\,\varepsilon\,w}{\alpha\,p\left(\dfrac{k(i+\delta)}{x}+\dfrac{w}{\alpha}\right)^{2}} \\ \dfrac{h'}{I'}\,dG+\dfrac{dM}{p} & 0 & \dfrac{M}{p^{2}} \\ \dfrac{dM}{p} & h' & \dfrac{M}{p^{2}} \end{vmatrix}.$$

$$\frac{\partial y}{\partial G}=\frac{-\dfrac{h'^{2}}{I'}\dfrac{\varepsilon\,w\,x^{2}}{p\alpha k(i+\delta)}\left[\varkappa'+\dfrac{h'}{I'}(1-c')\right]+\dfrac{h'^{2}}{I'}\dfrac{M}{p^{2}}+\dfrac{h'}{I'}\dfrac{M}{p^{2}}\dfrac{x}{i+\delta}\left[\varkappa'+\dfrac{h'}{I'}(1-c')\right]\lesseqgtr 0}{\Delta'}$$

$$\frac{\partial y}{\partial M}=\frac{-\dfrac{h'M}{p^{2}}\dfrac{1}{\dfrac{k(i+\delta)}{x}+\dfrac{w}{\alpha}}+\dfrac{M\,x}{p^{3}(i+\delta)}\left[\varkappa'+\dfrac{h'}{I'}(1-c')\right]-\dfrac{M\,x}{p^{3}(i+\delta)}\left[\varkappa'+\dfrac{h'}{I'}(1-c')\right]-}{\Delta'}$$

$$\frac{-\dfrac{h'\,\varepsilon\,w\,M}{\alpha p^{2}\left(\dfrac{k(i+\delta)}{x}+\dfrac{w}{\alpha}\right)^{2}}}{\Delta'}$$

$$\frac{\partial y}{\partial M}=\frac{1}{\Delta'}\left[\frac{h'M}{p^{2}}\;\frac{1}{\dfrac{k(i+\delta)}{x}+\dfrac{w}{\alpha}}-\frac{h'\,\varepsilon\,w\,M}{\alpha\,p^{2}\left(\dfrac{k(i+\delta)}{x}+\dfrac{w}{\alpha}\right)^{2}}\right]>0 \quad \forall\,\varepsilon\leqslant 1$$

Por ser $\quad 1>\dfrac{\varepsilon\,w/\alpha}{\dfrac{k(i+\delta)}{x}+\dfrac{w}{\alpha}}\quad$ si $\quad \varepsilon\leqslant 1$

Aunque el signo de la derivada $\frac{\partial y}{\partial G}$ no está determinado, el numerador será negativo (y por tanto $\frac{\partial y}{\partial G} > 0$) si lo es la expresión

$$h' + \frac{x}{i+\delta}\left[x' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] - \frac{h'p^2}{M} \quad \frac{\mathcal{E}\,wx^2}{p\alpha k(i+\delta)}$$

que es la condición de que la L M sea creciente si $w' \longrightarrow 0$. Podemos decir entonces que la probabilidad de que un incremento del gasto público aumente la renta, será mayor cuanto menores sean w' y $\mathcal{E}$.

En cuanto al multiplicador $\frac{\partial y}{\partial M}$ es interesante señalar que es positivo independientemente de lo que valgan $\mathcal{E} \leqslant 1$ y $\frac{\partial p}{\partial M}$.

$$dp = \frac{1}{\Delta'}\begin{vmatrix} -\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] - \frac{x^2 w'}{\alpha k(i+\delta)}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] & -\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] & -\frac{h'}{I'}dG - \frac{dM}{\frac{k(i+\delta)}{x}+\frac{w}{\alpha}} \\ \varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c') & 0 & \frac{h'}{I'}dG + \frac{dM}{p} \\ \varkappa' & h' & \frac{dM}{p} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial p}{\partial M} = \frac{\dfrac{-h'\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]}{\frac{k(i+\delta)}{x} + \frac{w}{\alpha}} - \dfrac{\varkappa' x}{p(i+\delta)}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \dfrac{h'}{p}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]}{\Delta'} \cdot$$

$$\cdot \frac{\left[1 + \frac{x^2 w'}{k(i+\delta)}\right] + \frac{x}{p(i+\delta)}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]^2}{\Delta'} \lessgtr 0$$

Los más notable de este último resultado es que el signo del multiplicador es independiente de la indiciación y puesto que el numerador de la expresión sólo se diferencia del encontrado en la pág. 101 en el término

$$\frac{h'}{p}\,\frac{x^2 w'}{\alpha k(i+\delta)}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]$$

que es negativo, dependerá de como se modifique el salario al aumentar la renta el que encontremos un signo u otro. Así si w' es muy pequeño (situaciones de recesión con muy poca presión sobre el mercado de trabajo) los precios disminuirán al aumentar la oferta monetaria, mientras que en situaciones en que la presión sobre el mercado de trabajo es fuerte los precios subirán.

$$\frac{\partial p}{\partial G} = \frac{-\frac{h'\varkappa'}{I'}\,\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] - \frac{h'^2}{I'}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] + \frac{h'^2}{I'}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right] +}{\Delta'}$$

$$\frac{+\frac{h'^2}{I'}\,\frac{x^2 w'}{\alpha k(i+\delta)}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]}{\Delta'} = \frac{-\frac{h'}{I'}\,\frac{x}{i+\delta}\left[\varkappa' + \frac{h'}{I'}(1-c')\right]\left[\varkappa' - \frac{h'xw'}{\alpha k}\right]}{\Delta'} > 0$$

La conclusión que se puede sacar es que la introducción de la indiciación salarial reduce los valores de los multiplicadores ya que en todos los casos aumenta el valor del denominador y en el caso de la renta disminuye además el numerador. Sin embargo, no parece jugar un papel determinante respecto al signo de los multiplicadores. La introducción de la dependencia del salario respecto de la renta, por el contrario, si parece tener importancia para modificar el signo de $\frac{\partial y}{\partial G}$ y $\frac{\partial p}{\partial M}$; los multiplicadores $\frac{\partial y}{\partial M}$ y $\frac{\partial p}{\partial G}$ se mantienen positivos en cualquier caso (se exceptuan los habituales casos de pleno empleo $w' \to \infty$, trampa de liquidez $h' \to \infty$ e insensibilidad de la inversión al tipo de interés $I' = 0$, en los que el denominador de la fracción tiende a infinito y por tanto el multiplicador a cero o está indeterminado).

A P E N D I C E

CONDICIONES DE ESTABILIDAD

Consideremos un modelo más sencillo de tal modo que las condiciones de estabilidad conduzcan a expresiones manejables. Por el lado de la demanda supondremos funciones lineales y por el lado de los costes supondremos que el tamaño de la planta es función del output y por tanto los costes para el entrante pueden expresarse por

$$C(x) = x\left[k\,(i+\delta) + \frac{w}{\alpha}\right]$$

La cantidad y el precio límite vienen dadas por las expresiones

$$\bar{y} = A + \frac{B}{k(i+\delta)+\frac{w}{\alpha}}$$

$$\bar{p} = k(i+\delta) + \frac{w}{\alpha}$$

donde $A = \dfrac{\bar{C} + \bar{I} + \bar{G} - c\bar{T} - \frac{ab}{h}}{1-c+\frac{\varkappa b}{h}}$; $B = \dfrac{M\frac{b}{h}}{1-c+\frac{\varkappa b}{h}}$

donde a es la demanda de dinero autónoma, b la sensibilidad de la inversión al tipo de interés, y $\varkappa$ y h las sensibilidad de la demanda de dinero a la renta y al tipo de interés respectivamente.

En este modelo cuando el precio correspondiente a la cantidad ofrecida sea mayor que el precio límite, las empresas establecidas aumentarán la producción y viceversa. Analíticamente

$$\frac{dy}{dt} = \gamma\left[\frac{B}{y-A} - k(i+\delta) - \frac{w}{\alpha}\right]$$

Analogamente el tipo de interés subirá si la demanda de dinero es mayor que la oferta

$$\frac{di}{dt} = \varepsilon \left[a + \alpha Y - hi - \frac{M}{k(i+\delta) + \frac{w}{\alpha}} \right]$$

donde γ y ε son constantes que nos miden la velocidad de respuesta.

Aproximando las funciones por los correspondientes desarrollos en se rie

$$\frac{dy}{dt} = -\gamma \frac{B}{A^2} (y - y_o) - \gamma k \delta (i - i_o) + R_2$$

$$\frac{di}{dt} = \varepsilon \alpha (y - y_o) - \varepsilon \left[h - \frac{M K}{\left(k\delta + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \right] (i - i_o) + R_2'$$

que podemos escribir en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma \frac{B}{A^2} & -\gamma k \delta \\ \varepsilon \alpha & -\varepsilon \left[h - \frac{M K}{\left(k\delta + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ i \end{pmatrix} + R$$

donde prescindimos de los términos de orden superior al primero y R es una constante.

Para encontrar la matriz de soluciones igualamos a cero el determi- nante.

$$\begin{vmatrix} +\gamma \frac{B}{A^2} + \lambda & +\gamma K \delta \\ -\varepsilon \varkappa & +\varepsilon \left[h - \frac{MK}{\left(K\delta + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \right] 7 \end{vmatrix} = 0$$

$$\varepsilon \gamma \frac{B}{A^2} \left[h - \frac{MK}{\left(K\delta + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \right] + \lambda \left\{ \gamma \frac{B}{A^2} + \varepsilon \left[h - \frac{MK}{\left(K\delta + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \right] \right\} + \lambda^2 + \gamma K \delta \varepsilon \varkappa = 0$$

$$\lambda = \frac{-\gamma \frac{B}{A^2} - \varepsilon h + \varepsilon \frac{MK}{\left(K\delta + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \pm \sqrt{\left[\frac{B}{A^2}\gamma + \varepsilon \left[h - \frac{MK}{\left(K\delta + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \right] \right]^2 - 4 \left[\gamma K \delta \varepsilon \varkappa - \right]}}{2}$$

Es condición de estabilidad

$$-\gamma \frac{B}{A^2} - \varepsilon \left[h - \frac{MK}{\left(K\delta + \frac{w}{\alpha}\right)^2} \right] < 0$$

y puesto que γ puede ser arbitrariamente pequeño

$$h > \frac{MK}{\left(K\delta + \frac{w}{\alpha}\right)^2} > \frac{MK}{p^2}$$

Se comprueba que la condición de crecimiento de la LM es $h > \frac{MK}{p^2}$ y que es una buena aproximación a la condición de estabilidad.

CAPITULO 8

RELACION CON OTRAS TEORIAS AFINES

La literatura más importante sobre precio límite en los últimos 15 años aborda el problema desde dos ángulos que apenas han sido tratados en el presente trabajo y son la conveniencia o no de colocar el precio límite para empresas maximizadoras de beneficio y la posibilidad de impedir la entrada con precios superiores al límite. A estos dos problemas dedicamos el presente capítulo.

I. TRAYECTORIA OPTIMA DE PRECIOS.

En el capítulo 2 nos planteamos el problema de cual era el precio que maximizaba el beneficio para la empresa establecida y obtuvimos como resultado que dicho precio era el precio límite.

Sin embargo, si las técnicas no estuvieran disponibles, el establecido podrí en algunos casos, aumentar sus beneficios acomodando a aquellos entrantes potenciales que poseyeran las mejores técnicas, evitando el paso a otras técnicas menos eficientes. Pero aunque todas las técnicas estuvieran disponibles el establecido puede aumentar sus beneficios acomodando entrantes, si dejamos de circunscribirnos, como hacíamos en el citado capítulo 2, a comparar distintos estados del mercado y nos interesamos por lo que ocurre en el paso de un estado a otro. En otras palabras, si introducimos el factor tiempo en el análisis y consideramos los beneficios no sólo en el estado final de equilibrio estático, sino como una corriente a lo largo de un periodo de tiempo del que el estado final es sólo una parte.

El problema se plantea en análogos términos a como lo planteamos en la introducción: si los precios altos en el periodo inducen la entrada, con la consiguiente pérdida de beneficios en periodos futuros, ¿cuál debe ser la política de precios de la empresa? En otras palabras ¿es posible encontrar un precio para cada periodo tal que se maximice el beneficio a lo largo de todo el horizonte temporal contemplado?

Una respuesta afirmativa a esta pregunta ha sido dada desde diferentes supuestos por Pasighian (1.968), Gaskins (1.970), Kamien and Swartz (1.971) y otros.

En esencia todos ellos utilizan la teoría del control óptimo para maximizar el total de beneficios a lo largo de la vida de la empresa. La solución, en la que hay amplia coincidencia, nos dice que las empresas establecidas colocarán, en general y durante algún tiempo, precios superiores al precio límite permitiendo la entrada para, a partir de un cierto momento colocar el precio límite. Esta conclusión está solidamente basada y dá respuesta a una de las preguntas más importantes en el estudio de mercados no competitivos. Las diferencias entre los distintos modelos son puramente de grado y derivan de los supuestos sobre la naturaleza de las entradas (la técnica de que disponen), de la relación que se supone entre el precio existente y el volumen de la entrada, etc.

Para ver la relación entre estos modelos y el aqui presentado me referiré al modelo de Gaskins (como digo más arriba todos llegan a conclusiones similares utilizando técnicas similares).

El problema que se plantea es el de una empresa maximizadora de beneficios que abastece un mercado en el que intentan entrar otros competidores. Si la empresa coloca el precio de monopolio obtendrá altos beneficios al principio y bajos despues, mientras que si coloca el precio límite obtendrá un beneficio al principio más bajo pero que se mantendrá; puede, en fin, adoptar cualquier otra estrategia intermedia. En cualquier caso se trata de maximizar los beneficios a lo largo del horizonte temporal contemplada, esto es maximizar

$$V = \int_0^{\infty} \Big[p(t) - c\Big] \cdot q \Big[p(t), t\Big] \; e^{-it} dt$$

donde se supone que el coste unitario va a ser el mismo a lo largo del tiempo. Lo que diferencia a unos modelos de otros es la cantidad $q\Big[p(t), t\Big]$ vendida por la empresa en cada instante, y que será igual a la demanda total para ese precio menos lo que venden los entrantes $f\left[p(t),\ t\right] - x(t)$.

Gaskins supone que las empresas que entran son competitivas y que la velocidad de entrada es tanto mayor cuanto mayor es la diferencia entre el precio del período y el precio límite esto es

$$\dot{x}(t) = K\left[p(t) - \bar{p}\right], \quad K > 0 \quad x(o) = 0$$

El problema consiste pues en maximizar

$$V = \int_{0}^{\infty} \left[p(t) - c\right]\left[f(p) - x(t)\right] e^{-it}dt \qquad \text{sujeto a}$$

$$\dot{x}(t) = K\left[p(t) - \bar{p}\right], \quad K > 0, \quad x(o) = o$$

La teoria del control óptimo nos proporciona un método para resolver este problema, encontrándose que la trayectoria de precios que lo soluciona

1) Se encuentra siempre por debajo del precio que maximiza a corto plazo (precio de monopolio)

2) En un momento dado se alcanza el precio limite manteniéndose a partir de entonces. Cuando se alcanza dicho precio límite depende de los parámetros de la demanda y los costes de los entrantes, pudiendo ocurrir - que el precio límite prevalezca desde el principio o que unicamente se alcance asintoticamente.

Lo importante en relación con nuestro trabajo es que el precio límite es una pieza analítica fundamental en la elaboración de estos modelos y que el trabajo que aqui se presenta es por tanto un complemento indispensable al proporcionar las condiciones de existencia unicidad, así como el método de cálculo de dicho precio límite. Por otra parte, al ser el precio límite el precio de equilibrio estacionario de estos modelos(*),

(+) En el caso de Gaskins con demanda lineal la trayectoria es asintotica al precio límite; con empresas de otro tipo parece que el precio límite podria alcanzarse en un tiempo finito.

su estudio es parte fundamental para la comprensión del problema estudiado aunque no jugara ningún otro papel.

II. LA TEORIA DE LA CAPACIDAD.

La teoría del precio límite, en cuanto a su utilidad práctica, necesita del supuesto de que el entrante crea que el establecido no modificará su output pues en caso de cualquier otra conjetura no será el precio límite el que maximice beneficios. Aunque ya hemos hecho una generalización del precio límite a otras posibles conjeturas, en este capítulo nos referimos fundamentalmente al lado práctico de la cuestión, esto es si la empresa puede efectivamente impedir la entrada con precios superiores al límite y, por tanto, obtener unos beneficios mayores. La respuesta que se ha dado a esta cuestión, es, en esencia, la siguiente: si el establecido tiene capacidad suficiente para colocar el precio límite puede estar trabajando a una capacidad menor (¿por qué no al precio de monopolio?) si el entrante es consciente de que, en el momento que intente establecerse, la empresa de dentro aumentará su output hasta el precio límite.

Este tema ha sido estudiado, principalmente, por Spence (1.978) y Dixit (1.980).

Siguiendo el trabajo de Spence la nota esencial es que la variable estratégica principal es la capacidad, que actúa como disuasora de entrada, utilizando después el output para maximizar beneficios.

Aunque Spence describe dos modelos las conclusiones son similares y por ello me referiré únicamente al más sencillo.

Se considera una empresa maximizadora de beneficios que se supone obtiene beneficios positivos y con capacidad suficiente para prevenir la entrada. El problema que se le plantea es maximizar los beneficios a condición de impedir la entrada.

En este modelo sencillo se supone que el coste marginal no depende de la capacidad K que viene medida en unidades de output. Se supone que existe una capacidad $\bar{K}$ que es la correspondiente al precio límite y tal que si la empresa posee esta capacidad o superior la entrada no se produce; esto es colocar esta capacidad significa un aviso para parte de la empresa establecida de que, si la entrada se produjera, produciría el output correspondiente a $\bar{K}$ con lo cual el entrante no obtendría beneficios positivos; como éste lo sabe la entrada no se producirá.

El problema consiste entonces en maximizar:

$$\Pi(y,K) = I(y) - C(y,K) - rK \text{ sujeto a } \quad \begin{array}{l} K \geq \bar{K} \\ K \geq y \end{array}$$

Existen tres casos posibles; para dos de ellos (precio límite mayor o igual que el precio de monopolio) (*) la teoría de la capacidad no tiene nada nuevo que decir. El caso que plantea como diferente es aquel en que el precio límite es inferior al precio de monopolio a corto plazo: la solución para esta teoría no es el punto límite (precio y cantidad) sino la capacidad $\bar{K}$ correspondiente al precio límite así como el precio y la cantidad de monopolio. Según esta teoría el criterio marginal recuperaría la mayoría de su relevancia a la hora de fijar el precio en los mercados oligopolísticos.

La cuestión es interesante pero en mi opinión no resta ni un ápice de importancia a la teoría del precio límite, y no porque la discrepancia se reduzca a uno de los tres casos posibles ya que también es precisamente este caso el relevante para la teoría del precio límite. La cuestión está en que el problema analítico más interesante de la teoría del precio límite, su existencia, unicidad, y método de cálculo, debe también resolverlo

---

(+) Este segundo caso es más interesante de lo que en el texto parece; ocurre siempre que el precio límite se encuentra entre el precio de monopolio a largo y el precio de monopolio a corto y la solución no coincide con la marginal salvo que el precio límite coincida con el precio de monopolio a largo.

esta teoría como paso previo: en efecto, $\bar{K}$ no es sino la cantidad correspondiente al precio límite que en el artículo da por supuesto que existe, es única y calculable. Una vez determinado $\bar{K}$ lo demás es un simple supuesto de credibilidad de la amenaza. El problema es el de siempre: ¿Por qué si se produce la entrada el establecido va a mantener su output, tal como predice la teoría del precio límite o va a aumentarlo, tal como predice la teoría de la capacidad, en lugar de "acomodar" al entrante?. Evidentemente no hay una respuesta totalmente satisfactoria a esta pregunta. La teoría del precio límite estudia el caso en que la empresa establecida considere que es más provechoso para ella que no se produzcan entradas y cree que la colocación del precio límite va a disuadir la entrada y aunque esta se produzca está dispuesta a mantener la cantidad preentrada a fin de echar al intruso; puesto que éste lo sabe la entrada no se produce. La teoría de la capacidad arguye que si el presunto entrante se cree esta amenaza también puede creerse que el establecido aumentará su capacidad si intenta entrar y puesto que esta segunda amenaza es menos costosa será lo que lleve a efecto. Amenaza por amenaza lo más provechoso para la empresa establecida sería operar como un monopolio y advertir que si alguien intenta entrar aumentará su capacidad hasta el precio límite. Como no tenemos ningún criterio que nos permita calcular el coste de hacer creible la amenaza, no podemos decir que una política sea más beneficiosa que la otra.

Lo que la teoría del precio límite aporta es un esquema analítico simple para maximizar beneficios a la vez que se impide la entrada. Su ventaja no está en la credibilidad o no de la amenaza sino en el método de análisis, método que además utiliza unicamente variables, precio y cantidad, directamente observables en el mercado: el entrante puede así hacer previsiones exactas, por el contrario la teoría de la capacidad utiliza una variable, la capacidad, qu el entrante sólo conoce por aproximación o por la información de su rival.

Otro argumento a favor de la relevancia del precio límite es que cuando el número de empresas establecidas es suficientemente grande para que la colusión no sea perfecta, la teoria del precio límite sigue dándonos un precio y una cantidad que impiden la entrada y maximizan los beneficios de los establecidos en su conjunto (aunque no nos dice como se reparten entre las empresas establecidas); la teoria de la capacidad no aporta nada en este caso.

Por último cabe señalar que la teoría de la capacidad, puede considerarse un caso particular del precio límite generalizado, que exponemos en los capítulos 1 y 2, cuando la reacción del establecido a la entrada consiste en aumentar el output en una cantidad constante (precisamente la que le lleve al output límite). Así pues desde un punto de vista teórico no es la teoría de la capacidad el caso general y la teoría del precio límite el caso particular sino precisamente todo lo contrario. Otra cuestión que ya he discutido en páginas anteriores es la relevancia de este caso y los interesantes instrumentos analíticos que desarrolla.

BIBLIOGRAFIA

(1) BAIN, J.: Pricing in monopoly and oligopoly. American Economic review, 39, Marzo 1.949.

(2) BAIN, J.: Barriers to new Competition, Harvard University Press, 1.956.

(3) BARON, D.: Limit pricing and models of potencial entry. West economie journal, 10, 1.972.

(4) BARON, D.: Limit pricing, potencial entry and barriers to entry, American economic review, 1.973.

(5) BHAGWATI, J.: Oligopoly theory, entry-prevention and growth. Osford economic papers 1.970.

(6) DIXIT, A.: A model of duopoly suggesting a theory of entry barriers. The Bell journal of económics. Primavera 1.979. Vol. 10, nº 1.

(7) DIXIT, A.: The role of investment in entry-deterrence. The economic journal, 90. Marzo 1.980.

(8) FELLNER, W.: Teoria de las estructuras de mercado. Fondo de cultura económica. Mexico 1.953.

(9) FISHER, : New Developments on the Oligopoly front: Cournot and the Bain-Sylos analysis. Journal of political economy 1.959.

(10) FLAHERTI, M.T.: Dynamic limit pricing, Barriens to entry and Rational firmes. Journal of economic theory 23. 1.980.

(11) GASKINS, D.: Dynamic limit pricing: optimal pricing under threat of entry Journal of economic theory, 3. 1.971.

(12) KAMIEN and SCHWARTZ : Limit pricing and uncertain entry. Econometrica. Mayo 1.971.

(13) KAMIEN and SCHWARTZ: Uncertain entry and excess capactity. American economic review. Diciembre 1.972.

(14) LEE, W.J.: Oligopoly and entry. Journal of economic theory 11. 1.975.

(15) MODIGLIANI, F.: New developments on the oligopoly front. Journal of political economy Vol. LXVI. Junio 1.958.

(16) NEEDHAM, D.: The economics of industrial structure.Holt, Rinehart and Winston Ltd. London. 1.978.

(17) NEEDHAM, D.: Entry barriers and non-price aspects of firms behavior. The journal of industrial economics. Vol XXV nº 1. septiembre 1.976.

(18) OSBORNE, D.: The role of entry in oligopoly theory. Journal of political economic LXXII, 1.964.

(19) OSBORNE, D.: On the rationality of limit pricing. Journal of industrial economics. Septiembre 1.973.

(20) PASHIGIAN, P. Limit price and the market share of the leading firm. Journal of industrial economics 16. 1.968.

(21) PYATT: Profit maximization and the threat of new entry. Economic journal. Junio 1.971.

(22) SALOP, G.: Strategie entry deterrence.American economic review. Mayo 1.979.

(23) SEADE, J.: On the effects of entry: Económetrica. Marzo 1.970.

(24) SCHERER, F.M.: Industrial market structure and economic performance. Chicago 1.970.

(25) SPENCE, M.: Entry, capacity investment and oligopolistic pricing. The Bell journal of economics. 1.977.

(26) SYLOS LABINI, P.: Oligopolio y progreso técnico. Oiskos-Tau. Barcelona 1.966.

(27) WENDERS, T.: Collusion and entry. Journal of political economic, 79 1.971.