

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE FILOSOFÍA
Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia



**REALISMO E INTERPRETACIÓN EN MECÁNICA
BOHMIANA.**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Albert Solé Bellet

Bajo la dirección del doctor

Mauricio Suárez Aller

Madrid, 2010

- ISBN: 978-84-693-3350-1

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE FILOSOFÍA

Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia



**REALISMO E INTERPRETACIÓN
EN MECÁNICA BOHMIANA**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR PRESENTADA POR:

Albert Solé Bellet

BAJO LA DIRECCIÓN DEL DOCTOR:

Mauricio Suárez Aller

Madrid, Junio 2009

A mis padres y mi abuela

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi agradecimiento a Mauricio Suárez, mi director de tesis. Recuerdo nuestro primer encuentro, en el que Mauricio me propuso desarrollar mi investigación doctoral en torno a la mecánica bohmiana. En aquel entonces, yo sabía poco acerca de esta teoría de variables ocultas; sin embargo, desde años atrás, yacía en mi estantería un libro en el que David Bohm y Jiddu Krishnamurti nos invitan a ir *Más allá del tiempo*. Salí de aquella primera reunión entusiasmado por la *sincronicidad* y, hasta ahora, mi trabajo no se ha apartado del proyecto inicial de escudriñar la teoría de los fenómenos cuánticos propuesta por Bohm en 1952.

A Mauricio no sólo debo agradecerle su riguroso asesoramiento filosófico y científico, sino también su paciencia, atención y apoyo personal. Ha sabido dirigirme por los vericuetos de la investigación y, en los momentos críticos, ha tomado decisiones que siempre me han ayudado a seguir adelante con mi labor. Muchas gracias, Mauricio.

En segundo lugar, quiero expresar mi agradecimiento a Basil Hiley. Su acogida durante mi estancia en el Birkbeck College entre Junio y Septiembre del 2008 superó todas mis expectativas. Mi deuda con él es evidente a lo largo de esta tesis. Pero, de nuevo, no sólo debo agradecerle el conocimiento adquirido sino, sobretodo, la pasión que logró transmitirme. Recordaré siempre nuestras acaloradas discusiones, sus idas y venidas y aquellas pizarras rebosantes de símbolos y fórmulas que quedaban como testigos de la batalla. En relación con mi estancia en Birkbeck, también quiero agradecer a Bob Callaghan su consejo y la atención prestada.

A Ana Rioja quisiera agradecerle sus estupendas clases, así como el interés que siempre ha mostrado por mi trabajo. También quiero agradecer a Andrés Rivadulla su disponibilidad y la inestimable colaboración prestada.

En un ya lejano Congreso de la Sociedad Española de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia, Mari Cruz Boscá me dio a conocer la problemática de las trayectorias surrealistas que ha acabado por convertirse en una parte fundamental de mi investigación doctoral y de esta tesis. Muchas gracias, Mari Cruz, por tan valioso hallazgo.

Desde el momento en que empecé mi doctorado, me incorporé en el Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Facultad de Filosofía de la Universidad Complutense. Debo agradecer a todos sus miembros su complicidad y cercanía. Gracias al Departamento, he disfrutado de un fantástico lugar donde trabajar. Y, gracias al Departamento, he podido colaborar durante tres años en parte de las tareas docentes que

éste tiene asignadas, lo que ha constituido, sin lugar a dudas, una de las experiencias más gratas de mi doctorado. A Mari Cruz Pinardo quiero agradecerle su solicitud y la ayuda administrativa prestada a lo largo de estos años. También quiero agradecer al Director del Departamento, Luís Fernández Moreno, su apoyo y disponibilidad.

Quiero dar las gracias a los miembros de la red de investigación “Conceptos Clásicos y Causales en Física” y, en particular, a los miembros del grupo MCSIR de la Universidad Complutense, por el apoyo prestado así como por haber hecho posibles un conjunto de actividades –seminarios, congresos, grupos de lectura, etc.– que han sido el complemento perfecto de mi investigación.

También quiero agradecer al Ministerio de Educación del Gobierno de España por haber financiado toda mi investigación doctoral a través de una beca/contrato F.P.U.

El primer año de mi doctorado en la Complutense fue fundamental porque conocí a dos seres maravillosos, Ana Fleisner y Juan Alberto Lecaros. Sin ellos, esta aventura académica y existencial difícilmente hubiese llegado a buen puerto. Muchas gracias por todos y cada uno de nuestros encuentros, por todas y cada una de nuestras llamadas. Muchas gracias, Ana, por haber vivido conmigo aquel Agosto del 2006.

Siento una enorme gratitud hacia Chavi Guerra y toda su familia por su cariño y comprensión. Chavi, gracias por haber sabido estar ahí, por las excursiones a la Sierra, los paseos por la Plaza Real, por Ciudad Universitaria y por cualquier otra parte. Guardo un recuerdo muy especial, también, de Iñaki San Pedro y de sus palabras siempre balsámicas. De Fernanda Samaniego, quien me ha acompañado en esta recta final. Y, como no, de Guillermo Villaverde y del resto de compañeros de la facultad con los que hemos compartido tantas comidas y tantos cafés.

Finalmente, quiero expresar mi más sincero y profundo agradecimiento a mi padre, mi madre y mi abuela. Sin su amor y su apoyo incondicionales, esta tesis no hubiese sido posible. Se la debo, pues.

Albert Solé, Junio 2009.

TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS	v
CAPÍTULO 1. Introducción.....	1
1.1 Mecánica bohmiana, mecánica cuántica e interpretación	1
1.2 Mecánica bohmiana, mecánica cuántica y realismo	2
1.3 Propósito y plan de la tesis	7
CAPÍTULO 2. El formalismo de la mecánica bohmiana	11
2.1 Caracterización y evolución dinámica de un sistema físico	12
2.2 Introducción de la probabilidad	17
2.3 Teoría de la medida en mecánica bohmiana.....	20
2.4 Caso de estudio: la medida del espín.....	28
CAPÍTULO 3. Mecánica bohmiana, entidades y tridimensionalismo	33
3.1 Enfoque de guía vs. enfoque del potencial cuántico	34
3.2 El enfoque del potencial cuántico	37
3.2.1 Consistencia del enfoque del potencial cuántico.....	37
3.2.2 Enfoque del potencial cuántico y explicación.....	40
3.3 Enfoque de guía y explicación	45
3.4 «Fuerzas aristotélicas», invariancia galileana y mecánica bohmiana	52
3.5 Mecánica bohmiana y tridimensionalismo	60
3.5.1 La interpretación monista de partículas.....	60
3.5.2 La interpretación de Belousek (2003).....	62
3.5.3 Una propuesta tridimensionalista alternativa.....	65
3.6 Conclusiones: mecánica bohmiana, tridimensionalismo y explicación	67
CAPÍTULO 4. Realismo y atribución de propiedades en mecánica bohmiana	71
4.1 Atribución de propiedades en mecánica bohmiana.....	73
4.1.1 Tratamiento operacional de los observables	73
4.1.2 Propiedades dinámicas.....	75
4.2 La teoría de atribución de propiedades de Holland (1993)	77
4.3 Propiedades dinámicas y medición	81
4.3.1 Discusión técnica.....	81
4.3.2 Consecuencias filosóficas	83

4.4 La prioridad de la posición	84
4.5 La interpretación minimalista de la mecánica bohmiana	86
4.5.1 El espín: modelos realistas vs. modelos eliminativistas	86
4.5.2 Interpretaciones minimalistas de la mecánica bohmiana.....	88
4.6 Maximalismo, minimalismo y principio de fiabilidad de la medida	91
4.7 Conclusiones: maximalismo, minimalismo y realismo.....	94
CAPÍTULO 5. El problema de las trayectorias surrealistas.....	97
5.1 El argumento de las trayectorias surrealistas.....	98
5.2 Detectores de camino	112
5.2.1 Bell (1980) y el detector macroscópico con puntero.....	112
5.2.2 La cavidad micromáser de Englert <i>et al.</i> (1992)	115
5.2.3 La cámara de burbujas retardada de Aharonov y Vaidman (1996).....	122
5.2.4 Detectores de camino no realistas	124
5.3 Condiciones de ocurrencia de las trayectorias surrealistas.....	126
5.3.1 Condiciones necesarias para la ocurrencia de las trayectorias surrealistas .	130
5.3.2 Condiciones suficientes para la ocurrencia de las trayectorias surrealistas.	132
5.3.3 Estados estacionarios, espín y condiciones suficientes para la ocurrencia de las trayectorias surrealistas	135
5.4 Aplicación de las condiciones para la ocurrencia de las trayectorias surrealistas a las propuestas de la literatura.....	139
5.4.1 La cámara de burbujas retardada de Aharonov y Vaidman (1996).....	139
5.4.2 La propuesta de Dewdney <i>et al.</i> (1993).....	141
5.4.3 La propuesta de Barrett (2000) y los detectores de un bit	143
5.4.4 Trayectorias surrealistas y campos electromagnéticos cuantizados. Las propuestas de Brown <i>et al.</i> (1995) y Englert <i>et al.</i> (1992)	144
5.5 Conclusiones	148
CAPÍTULO 6. Consecuencias filosóficas del problema de las trayectorias surrealistas	151
6.1 Preludio: trayectorias surrealistas y energía	152
6.2 Trayectorias surrealistas, adecuación empírica, posicionismo y medición.....	159
6.3 Trayectorias surrealistas y carga teórica de la medición.....	166
6.3.1 Excurso filosófico: la carga teórica de los hechos	167
6.3.2 Trayectorias surrealistas, mecánica bohmiana y detectores de camino.....	170
6.3.3 Trayectorias surrealistas, mecánica cuántica y detectores de camino.....	173
6.3.4 ¿Qué miden realmente los detectores de camino?.....	177
6.4 Trayectorias surrealistas y no localidad	179
6.4.1 Trayectorias surrealistas, invariancia Lorentz y transmisiones de señales superlumínicas	181
6.4.2 Trayectorias surrealistas, EPR y transferencia de propiedades.....	185
6.5 En respuesta a Hiley y Callaghan (2006)	188

6.5.1 La atribución de trayectorias de Hiley (2006).....	191
6.5.2 Energía, posición y la interpretación de HC	196
6.5.3 Una interpretación alternativa de las trayectorias postuladas por HC.....	199
6.6 Conclusiones: mecánica bohmiana, interpretación y trayectorias surrealistas..	202
CAPÍTULO 7. Conclusiones: realismo e interpretación en mecánica bohmiana	207
APÉNDICE A. El formalismo de la mecánica cuántica	215
APÉNDICE B. Mecánica bohmiana y campo en una cavidad.....	219
APÉNDICE C. Mecánica bohmiana, espacio físico y espacio de configuración.....	223
C1. Mecánica bohmiana y espacio físico	223
C2. Mecánica bohmiana, colectividades de ondas y la matriz densidad	225
BIBLIOGRAFÍA	229

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1 Mecánica bohmiana, mecánica cuántica e interpretación

En este capítulo, nos proponemos introducir algunas de las cuestiones fundamentales que se abordan en el conjunto de la tesis, así como plantear el propósito, la motivación y estructura de la misma. Debido a su concisión y carácter preliminar, la presentación que sigue está inevitablemente sujeta a algunas simplificaciones.

En la literatura, la mecánica bohmiana aparece comúnmente caracterizada como una más de las múltiples interpretaciones de la mecánica cuántica. Sin embargo, cuando se profundiza en los estudios bohmianos se encuentran rápidamente motivos que ponen este tópico bajo sospecha.

Gran parte de la estructura matemática y formal de la mecánica bohmiana es completamente ajena a la mecánica cuántica. Estamos pensando, por ejemplo, en la ecuación que suministra las trayectorias de las partículas bohmianas en función del campo cuántico y en la teoría de atribución de propiedades de dichas partículas, siempre bien definidas. Por tanto, atendiendo a tan profundas diferencias en lo formal, parece más adecuado sostener que la mecánica bohmiana es una teoría distinta pero empíricamente equivalente a la mecánica cuántica, en lugar de decir que constituye una interpretación de esta última. En este sentido, pues, cabe tratar a la mecánica bohmiana y a la mecánica cuántica a la par, considerando a ambas como teorías o interpretaciones de los fenómenos cuánticos.

Por otro lado, el conjunto de propuestas que pueden encontrarse bajo la etiqueta de «mecánica bohmiana» son tan dispares que la consideración de que todas ellas constituyen *una* misma interpretación de los fenómenos cuánticos parece a todas luces una simplificación excesiva. Así, si se compara la teoría tal y como fue originalmente formulada por Bohm (1952a y b) con las exposiciones de Bell (1976; 1980; 1981; 1982) que tanto ayudaron a divulgarla, se constatarán notorias diferencias tanto en las ecuaciones del movimiento consideradas fundamentales, como en las entidades y propiedades postuladas y en la filosofía subyacente. Por citar un ejemplo más contemporáneo, discrepancias similares pueden ser reconocidas si se contrastan los

manuales de Bohm y Hiley (1993) o Holland (1993), por un lado, y el excelente trabajo doctoral de Valentini (1992) o los desarrollos de Dürr, Goldstein y Zanghì (1992; 2004), por otro.¹

Fine (1996) defiende que la mecánica bohmiana ha alcanzado el grado suficiente de madurez y sofisticación para ser considerada como una teoría por derecho propio, diferenciándola de las ideas y propuestas originales de Bohm, del mismo modo que cabe distinguir la mecánica newtoniana de los planteamientos de Newton. O, podríamos añadir, del mismo modo que tiene sentido referirse a la mecánica cuántica haciendo abstracción de las propuestas y filosofías particulares de cada uno de los intérpretes de la teoría. Así pues, parece de nuevo más adecuado situar a la mecánica bohmiana y la mecánica cuántica completamente a la par, reconociendo que *ambas* teorías pueden recibir y, de hecho, han recibido muy diferentes interpretaciones.² Uno de los objetivos principales de esta tesis es poner de manifiesto este hecho, tan frecuentemente ignorado, explorando con cierto detalle parte de las posibilidades interpretativas que ofrece la mecánica bohmiana.

Quizás una de las primeras cuestiones que se plantean al constatar las divergencias entre bohmianos a las que acabamos de aludir es si dichas discrepancias constituyen, por así decirlo, mero asunto de gusto personal o si, por el contrario, tienen implicaciones relevantes en relación con cuestiones filosóficas de interés, tal y como efectivamente sucede con las diferentes interpretaciones de la mecánica cuántica. Aquí argumentaremos a favor de esta última tesis, mostrando que el hecho de considerar una interpretación u otra de la mecánica bohmiana conlleva notables consecuencias respecto de la cuestión del *realismo*. Antes de explicar y motivar por qué deseamos ocuparnos del realismo, consideramos necesario introducir unas breves consideraciones para caracterizar, de un modo más específico, qué entendemos por dicha posición filosófica.

1.2 Mecánica bohmiana, mecánica cuántica y realismo

Es un lugar común en filosofía de la ciencia considerar que el *realismo científico* comprende, al menos, dos tesis fundamentales. La primera de ellas es de carácter ontológico y establece que el mundo existe con independencia del observador. Esta tesis se contrapone al idealismo y, en adelante, nos referiremos a la misma como la *condición de independencia*. La segunda tesis es de carácter epistemológico y establece que,

¹ Las obras que acabamos de citar se encuentran entre las más originales y representativas dentro del panorama de la mecánica bohmiana. Vale la pena mencionar, también, el libro de Cushing (1994) y la compilación de artículos editada por Cushing *et al.* (1996). Para una introducción poco técnica y sumamente intuitiva a la mecánica bohmiana, véase Albert (1992, Cap. 7).

² Este punto también ha sido destacado, por ejemplo, por Suárez (2007).

mediante nuestras teorías y observaciones, podemos acceder al mundo y representarlo tal como es. Esta tesis se contrapone al escepticismo y, en adelante, nos referiremos a la misma como la *condición de accesibilidad*.³

Tal como ha sido formulada, la condición de accesibilidad es muy general y cabe pensar en diferentes concreciones de la misma en función del contexto considerado. Así por ejemplo, en el contexto de una discusión sobre una teoría mecánica que, en última instancia, versa acerca de ciertas propiedades mensurables de las partículas, es plausible identificar la condición de accesibilidad con la tesis de que la medición de una propiedad real revela fiablemente el valor preexistente de la misma. Esta última tesis es comúnmente considerada como un ingrediente del realismo y ha sido objeto frecuente de discusión en la literatura sobre los fundamentos filosóficos de la mecánica cuántica.⁴ En adelante, nos referiremos a la misma como el *principio de fiabilidad de la medida*.

Muchos realistas no consideran suficientes las condiciones de independencia y accesibilidad y elevan otros requisitos adicionales para considerar algo como real. La naturaleza de estos requisitos adicionales puede depender, entre otros factores, del sentido común, de la educación recibida y del conjunto de teorías en las que el realista en cuestión haya depositado su confianza con anterioridad.

Así, por ejemplo, un físico suficientemente comprometido con la física clásica o el sentido común sostendrá que no puede aceptarse la existencia de entidades con un número arbitrariamente grande de dimensiones y que debe restringirse lo real a lo tridimensional (o a lo cuadrimensional, si se adopta una perspectiva espacio-temporal). En adelante, nos referiremos a dicho requisito como *tridimensionalismo o realismo tridimensional*. De modo análogo, es plausible considerar que un físico familiarizado con la mecánica clásica exija que, para que un conjunto de propiedades pueda ser tomado como real, éstas deban definir un álgebra de Boole, como sucede con las propiedades clásicas.⁵

En esta tesis queremos examinar si la mecánica bohmiana puede satisfacer éstos y otros requisitos realistas que serán elucidados con posterioridad, analizando en qué medida las posibilidades de acomodo de dichos requisitos dependen de la interpretación de la teoría considerada. Hemos escogido el asunto del realismo como hilo conductor de

³ Nótese que estas dos tesis se corresponden, respectivamente, con lo que Wright (1992) denomina «*modestia*» [modesty] y «*presunción*» [presumption]. Estas tesis u otras muy similares pueden encontrarse, por ejemplo, en las caracterizaciones del realismo científico de Van Fraassen (1980) o Psillos (1999). Podrían ofrecerse muchas otras referencias al respecto, pero valgan las ya suministradas para mostrar que hay un acuerdo general en considerar las condiciones de independencia y accesibilidad como ingredientes fundamentales del realismo científico.

⁴ Por citar sólo dos ejemplos relevantes, puede verse a este respecto la discusión de Healey (1979) y Redhead (1987).

⁵ Para una caracterización de una álgebra de Boole y una demostración de que las propiedades clásicas definen dicho tipo de álgebra, véase Bub (1997, 13 ss.).

nuestro trabajo con el objetivo de cuestionar otro tópico, a saber, el que sanciona que la mecánica bohmiana constituye la interpretación realista por excelencia de los fenómenos cuánticos. Veamos, sucintamente, cuál es el fundamento de dicho tópico.

La mecánica cuántica establece que la especificación de la función de onda de un sistema no determina el resultado de todas las mediciones que pueden realizarse sobre el mismo.⁶ Sin embargo, la misma teoría postula que la función de onda suministra una caracterización *completa* de un sistema físico. Se sigue entonces que el indeterminismo asociado con la medición es ontológico puesto que, de acuerdo con la teoría, no puede haber nada *real* que dé cuenta de la posibilidad de obtener resultados distintos en una medición de un mismo observable realizada sobre dos sistemas caracterizados por una misma función de onda.

Según otra de las reglas fundamentales de la interpretación estándar de la mecánica cuántica, un sistema posee una propiedad si y sólo si la función de onda del sistema es una función propia del operador que representa dicha propiedad.^{7,8} Se sigue de esta regla que ningún sistema puede tener todas sus propiedades bien definidas a la vez puesto que, por ejemplo, no hay una función de onda que sea una función propia simultánea de los operadores que representan la posición y el momento.

En general, la función de onda de un sistema sujeto a una medición no es una función propia del operador que representa la propiedad medida. Según el enfoque mecánico-cuántico estándar, sin embargo, la función de onda del sistema tras la medición sí es siempre una función propia del observable medido. De este modo se garantiza que una medición sucesiva del mismo observable arrojará con certeza el mismo resultado que la anterior. Ahora bien, este mismo hecho en combinación con la regla interpretativa que hemos citado en el párrafo anterior, implica que, de acuerdo con la interpretación estándar de la mecánica cuántica, la propiedad medida se *crea* en el proceso mismo de su medición. No resulta difícil advertir el desafío que una interpretación como ésta supone para el realismo.

Sin embargo, es *prima facie* posible asumir un planteamiento alternativo, según el cual un sistema cuántico tiene siempre todas sus propiedades bien definidas, si bien no nos es posible conocerlas simultáneamente puesto que la medición de algunas de ellas perturba de modo incontrolable el valor de otras. De acuerdo con esta alternativa, la función de onda *no* caracteriza por completo un sistema físico individual y representa, más bien, una colectividad estadística de dichos sistemas. La información restante está

⁶ En el Apéndice A presentamos muy brevemente el formalismo y los postulados de la mecánica cuántica.

⁷ Nos estamos refiriendo a la regla conocida en la literatura como el vínculo vector propio-valor propio [eigenvector-eigenvalue link]. Véase, por ejemplo, Fine (1973, 20).

⁸ En esta tesis denominamos interpretación estándar de la mecánica cuántica o enfoque mecánico-cuántico estándar a la interpretación de la teoría que suscribe la regla que acabamos de enunciar junto con la dinámica del colapso o la reducción de la función de onda (véase Apéndice A).

contenida en un conjunto de variables adicionales. Puesto que dichas variables permanecen *ocultas* a la consideración de la mecánica cuántica, las teorías que intentan reproducir los resultados probabilísticos de la mecánica cuántica siguiendo los principios que acabamos de esbozar se conocen tradicionalmente como *teorías de variables ocultas*.⁹

Puesto que la especificación de las variables ocultas de un sistema determina por completo el resultado de cualquier medición realizada sobre el mismo, desde la perspectiva de una teoría de variables ocultas el indeterminismo cuántico es sólo un reflejo de nuestra ignorancia de dichas variables. Debemos insistir en que esta lectura epistemológica no sólo afecta a la cuestión de la dispersión estadística de los resultados de una medición sino también a la cuestión, más fundamental, de la determinación simultánea de las propiedades del sistema.

Siendo la mecánica bohmiana la primera teoría de variables ocultas exitosa y ampliamente conocida, no resulta entonces extraño que fuese recibida como la solución realista a los dilemas cuánticos. Ésta es la razón fundamental por la que se ha convertido casi en un tópico considerar dicha teoría como un salvavidas para el realismo.¹⁰

Sin embargo, la mecánica bohmiana plantea algunas dificultades al realista que no son difíciles de advertir. Consideremos, por ejemplo, el estatuto de la función de onda. Como ya hemos comentado, las partículas bohmianas describen trayectorias bien definidas cuya forma depende de la función de onda o campo cuántico. A este respecto, el papel desempeñado por la función de onda en la teoría es completamente análogo al desempeñado por un campo en mecánica clásica. Por tanto, en mecánica bohmiana resulta natural interpretar la función de onda como un campo real que guía a las partículas.

Ahora bien, para sistemas de N partículas, la función de onda *no* puede generalmente definirse en el espacio físico tridimensional, sino en un espacio $3N$ -dimensional que se conoce con el nombre de «espacio de configuración». Es evidente, pues, que una interpretación de la función de onda como un campo físico real, tan natural en el contexto de la mecánica bohmiana, entra en conflicto con el realismo tridimensional.¹¹

⁹ En Jammer (1974, Cap.7) puede encontrarse una discusión detallada acerca de la historia y significación de las teorías de variables ocultas. Con diferencia, el estudio más prolijo sobre las teorías de variables ocultas es el de Belinfante (1973).

¹⁰ Debe notarse que el propio Bohm ha contribuido a alimentar dicho tópico. Así, en un primer momento, este autor denominó a su teoría como «la interpretación *causal* de la teoría cuántica» (Bohm 1952a y b) y, más tarde, se refirió a la misma como la «interpretación *ontológica*» (Bohm y Hiley 1993). Claramente, ambas denominaciones sugieren que una comprensión realista de la teoría es posible y sirve como fundamento para establecer una ontología consistente.

¹¹ No está de más comentar que el hecho de que la función de onda no pueda definirse con generalidad en el espacio tridimensional fue uno de los principales motivos por los que autores como Einstein y De Broglie criticaron la propuesta original de Schrödinger de interpretar la función de onda como una vibración física real. Para una interesantísima historia de dichas críticas y de la incidencia del

Si, en lugar de considerar las entidades postuladas, pensamos en sus propiedades no es complicado anticipar algunas dificultades para el realista. Aunque la mecánica bohmiana sanciona que las partículas tienen siempre todas sus propiedades (posición, momento, etc.) bien definidas, la misma teoría establece que no podemos conocer simultáneamente dichas propiedades. Nótese que, en caso contrario, la teoría violaría las relaciones de incertidumbre de Heisenberg y, en consecuencia, no sería empíricamente adecuada. Ahora bien, el hecho de que las propiedades bohmianas permanezcan de algún modo ocultas a su determinación experimental, parece anunciar alguna forma de conflicto con la condición de accesibilidad y, más concretamente, con el principio de fiabilidad de la medida.

En la literatura reciente, se ha planteado otra interesantísima objeción a una interpretación realista de la mecánica bohmiana que, en este caso, afecta a las trayectorias postuladas por la teoría. Nos estamos refiriendo al argumento de Englert *et al.* (1992) de acuerdo con el cual, en el contexto de ciertos experimentos de interferometría en los que una partícula puede escoger uno entre varios caminos, la trayectoria que la mecánica bohmiana atribuye a la partícula *no* se corresponde siempre con lo indicado por los detectores de camino. Los autores concluyen que las trayectorias bohmianas *no* son reales, sino surrealistas y su argumento, conocido precisamente como «el argumento de las trayectorias surrealistas», ha sido objeto de una gran controversia que hoy día sigue generando aportaciones en la literatura.¹²

El origen de dicha controversia es doble. En primer lugar, algunos autores como Hiley y Callaghan (2006) han argumentado que es falso que, en las circunstancias señaladas por Englert *et al.*, las trayectorias bohmianas difieran de lo indicado por los detectores de camino. Para Hiley y Callaghan, pues, el efecto de las trayectorias surrealistas sencillamente no ocurre. En segundo lugar, hay autores que, si bien están de acuerdo con Englert *et al.* en que pueden haber discrepancias entre las trayectorias postuladas por la teoría y lo indicado por los detectores de camino, no consideran que de ello se siga que una interpretación realista de las trayectorias bohmianas es insostenible.

tridimensionalismo en las primeras discusiones sobre la naturaleza de la función de onda, véase Belousek (2003, 120 ss.) y las referencias allí incluidas.

¹² En adelante, denominaremos «surrealista» a la trayectoria bohmiana de una partícula si ésta no coincide con lo indicado por un detector de camino. Sin embargo, con esta terminología no queremos implicar que una interpretación realista de una trayectoria surrealista sea insostenible. A su vez, diremos que se produce el *efecto* de las trayectorias surrealistas cuando la trayectoria bohmiana de una partícula es surrealista en el sentido que acabamos de indicar. Debe notarse que utilizamos el término «efecto» meramente para facilitar la expresión, pero con ello no queremos implicar que el efecto de las trayectorias surrealistas sea un efecto físico (como lo son, por ejemplo, el efecto Compton o el efecto Stark) en el sentido de ser susceptible de determinación experimental.

1.3 Propósito y plan de la tesis

En las páginas que siguen examinaremos con detalle las objeciones que acabamos de apuntar, con el objetivo de elucidar la validez del tópico según el cual la mecánica bohmiana constituye, por así decirlo, el salvavidas para el realista tras el advenimiento de la revolución cuántica.

Ahora bien, dada la variedad de interpretaciones de la teoría, consideramos inviable una evaluación de la mecánica bohmiana como un todo, frente a cada uno de los requisitos planteados por el realista. En este sentido, defendemos que el principio metodológico a aplicar debe consistir en la comparación de unas interpretaciones de la teoría con otras, evaluando el distinto desempeño de cada una de ellas respecto del realismo.

Si conseguimos demostrar que, en efecto, la consideración de una u otra interpretación tiene implicaciones distintas en relación con la posibilidad de una lectura realista de la teoría, habremos contribuido a mostrar que, en el contexto de la mecánica bohmiana, la cuestión de la interpretación debe ser considerada tan en serio como en el contexto de la mecánica cuántica. Esta reivindicación de la relevancia de la elección de interpretación en mecánica bohmiana, que emergerá como corolario de nuestro estudio acerca del realismo, constituye para nosotros una de las lecciones más importantes que suscita esta investigación.

En concreto, la estructura y el plan de la tesis es el siguiente.

El Capítulo 2 constituye una introducción al formalismo de la teoría mediante la discusión de un conjunto de postulados que pueden en cierto modo considerarse como el común denominador de todas las interpretaciones de la mecánica bohmiana. Tras dicha discusión, se expone detalladamente la teoría bohmiana de la medida, fundamental para demostrar la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y la mecánica cuántica y muy relevante para la comprensión de ciertas cuestiones que se discutirán más adelante.

En el Capítulo 3 se inicia propiamente nuestra indagación acerca del realismo y la interpretación en mecánica bohmiana, abordando la cuestión de las entidades postuladas en la teoría y la compatibilidad de las diferentes interpretaciones de la misma con los requisitos del realismo tridimensional. Nuestro objetivo en dicho capítulo será encontrar una interpretación tridimensionalista de la mecánica bohmiana que, a su vez, sea satisfactoria desde el punto de vista de la explicación.

El Capítulo 4 desplaza el foco de interés de la cuestión de las entidades postuladas por la teoría a la cuestión de las propiedades ostentadas por dichas entidades. Más concretamente, discutiremos la teoría de atribución de propiedades de las partículas bohmanas, elucidando y motivando dos interpretaciones radicalmente distintas al

respecto. Nuestro objetivo en el capítulo será comparar el desempeño de estas dos interpretaciones en relación con el principio de fiabilidad de la medida.

Los Capítulos 5 y 6 están dedicados, ambos, al problema de las trayectorias surrealistas. Como ya hemos señalado, de los temas abordados en esta tesis, éste es sin lugar a dudas el más controvertido y el de mayor actualidad. A pesar de ello, no ha aparecido ningún estudio detallado que se haga eco de todas las contribuciones en la literatura relacionadas con el asunto, siendo particularmente notoria la ausencia de reacción a los trabajos de Hiley y Callaghan anteriormente mencionados. Nuestro objetivo aquí es subsanar esta falta y ofrecer, en la medida de lo posible, un tratamiento monográfico y exhaustivo de la cuestión. Por este motivo, los dos capítulos dedicados al problema de las trayectorias surrealistas son, con diferencia, los más largos de esta tesis.

En el Capítulo 5 se derivan unas condiciones generales para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas con el objetivo de resolver la polémica entre aquellos que creen que dicho efecto se produce y aquellos que no. Para lograr dicho objetivo, necesitaremos realizar un estudio previo de los principios experimentales involucrados, analizando distintos tipos de interferómetros y de detectores de camino y sus modos de operación. En base a dicho estudio demostraremos, en primer lugar, un conjunto de condiciones necesarias para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas y, más adelante, un conjunto de condiciones suficientes para el mismo. Utilizaremos dichas condiciones para evaluar las distintas propuestas disponibles en la literatura y concluiremos que, al menos como cuestión de principio, el efecto de las trayectorias surrealistas es posible.

En el Capítulo 6 se discuten las consecuencias filosóficas del argumento de las trayectorias surrealistas. Defenderemos que del hecho de que las trayectorias bohmianas puedan discrepar de lo indicado por los detectores de camino, no se sigue que una interpretación realista de las mismas sea insostenible. Sin embargo, el efecto de las trayectorias surrealistas tiene un coste filosófico que evaluaremos con detalle. Finalmente, mostraremos que Hiley y Callaghan (2006) y Hiley (2006) discrepan de Englert *et al.* (1992) respecto de la posibilidad de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas porque, en su derivación, utilizan principios que violan algunos de los postulados fundamentales de la mecánica bohmiana discutidos en el Capítulo 2. Argumentaremos, a este respecto, que la propuesta de Hiley y Callaghan puede considerarse como una reformulación de la teoría y concluiremos con algunos apuntes motivando el planteamiento de estos autores y comparándolo con el resto de interpretaciones, sin duda más ortodoxas, que satisfacen los postulados discutidos en el Capítulo 2.

Hemos indicado ya que nuestro propósito en esta tesis no es comparar la mecánica bohmiana con la mecánica cuántica sino, más bien, contrastar distintas interpretaciones

de la mecánica bohmiana entre sí. No obstante, en el Capítulo 6 hacemos una excepción al respecto y son abundantes las referencias a la mecánica cuántica. Esto es así porque Englert *et al.* plantean su argumento como un experimento crucial entre ambas teorías. Por tanto, una adecuada evaluación de dicho argumento exige una comparación de las implicaciones del mismo para el realista bohmiano y para el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar, defendido por Englert *et al.*

Finalmente, en el Capítulo 7 se recapitulan las conclusiones obtenidas.

Si bien nuestra intención es discutir las posibilidades que ofrecen las distintas interpretaciones de la mecánica bohmiana para acomodar ciertos requisitos que, tradicionalmente, se han asociado con el realismo, con ello no queremos implicar que nosotros defendamos dichos requisitos o que consideremos que el realista no disponga de otras alternativas. Esta labor de evaluación la dejamos abierta. Así, por ejemplo, el hecho de que en el Capítulo 3 investiguemos la posibilidad de una interpretación de la mecánica bohmiana compatible con el tridimensionalismo, no significa que nosotros consideremos que no sea posible declararse realista acerca del espacio de configuración. O, por poner otro ejemplo, el hecho de que en el Capítulo 4 discutamos la satisfacción del principio de fiabilidad de la medida en las diferentes interpretaciones de la teoría, no implica que consideremos que no pueda mantenerse una lectura realista de una interpretación como la de Bohm, que no satisface dicha condición.

Tampoco pretendemos en esta tesis tomar partido por una u otra de las interpretaciones de la mecánica bohmiana elucidadas. Lo que sí hacemos es evaluar el distinto desempeño de cada una de dichas interpretaciones en relación con los criterios realistas especificados, analizando las ventajas y desventajas de las alternativas interpretativas consideradas. Pero, precisamente porque no abogamos por ninguna de las variantes del realismo manejadas, no abogamos tampoco por ninguna de las interpretaciones de la mecánica bohmiana discutidas. De nuevo, esta tarea queda abierta al juicio del lector.

Un último apunte acerca de una cuestión de estilo. A lo largo de esta tesis haremos uso abundante de citas cuyo idioma original es el inglés. Para no afejar el estilo y entorpecer la lectura, introduciremos dichas citas en el cuerpo del texto siempre en español. Si la traducción es propia, incluiremos la cita en su idioma original para su cotejo en una nota al pie de página. Si, por el contrario, hacemos uso de alguna traducción española disponible en la literatura, mencionaremos la fuente de la traducción y omitiremos la citación original en inglés.

CAPÍTULO 2

El formalismo de la mecánica bohmiana

El objetivo de este capítulo es presentar el formalismo de la mecánica bohmiana, sentando las bases e introduciendo algunos desarrollos técnicos que serán necesarios ulteriormente.

En un principio, realizar una presentación *neutra* de la teoría puede parecer una quimera puesto que, como hemos insistido en la Introducción, la mecánica bohmiana es susceptible de diferentes y muy variadas interpretaciones. Así, tal y como hemos mencionado ya, el modo original de D. Bohm de exponer, interpretar y justificar la teoría, no es equivalente al de J.S. Bell. Como tampoco pueden confundirse las propuestas interpretativas de bohmianos como D. Dürr, S. Goldstein y N. Zanghì con las de P. Holland, ni los enfoques de éstos con los de A. Valentini.

Sin embargo, a pesar de las diferencias, existe un sentido claro según el cual autores como los que acabamos de mencionar defienden, todos ellos, una misma teoría. Las propuestas de estos autores tienen un denominador común que incluye, fundamentalmente, la caracterización precisa del movimiento de las partículas y las herramientas que permiten derivar un conjunto predicciones estadísticas coincidentes con las del enfoque mecánico-cuántico estándar.

Este denominador común –necesariamente compartido por todos los intérpretes de la teoría– puede articularse en virtud de un conjunto de postulados, que configuran lo que aquí denominaremos la «*versión mínima*» de la mecánica bohmiana y constituyen el conjunto mínimo de postulados para una teoría consistente y empíricamente equivalente con la mecánica cuántica.¹³ A continuación, describiremos dichos postulados y enunciaremos algunas de sus consecuencias más significativas.¹⁴

En la primera sección (§2.1), identificaremos los elementos que, en mecánica bohmiana, caracterizan por completo un sistema físico y analizaremos algunos aspectos

¹³ La única excepción puede constituirla, quizás, la propuesta de Hiley y Callaghan (2006) y Hiley (2006). En el Capítulo 6 argumentaremos que la solución de estos autores al denominado problema de las trayectorias surrealistas implica la violación de alguno de los postulados de la versión mínima de la mecánica bohmiana.

¹⁴ La exposición que sigue pretende ser suficiente para la comprensión del resto de capítulos de la tesis. Para una exposición alternativa del conjunto de postulados que siguen, véase Belousek (2003). También recomendamos la exposición del formalismo de la mecánica bohmiana de Dürr *et al.* (1992).

relevantes de la evolución dinámica de dichos elementos. En la segunda sección (§2.2), discutiremos los componentes probabilísticos de la mecánica bohmiana, introducidos con el fin de garantizar la equivalencia empírica con la mecánica cuántica. Dicha equivalencia no puede ser propiamente demostrada sin el concurso de la teoría bohmiana de la medida, que expondremos en la tercera sección (§2.3). Finalmente, en la cuarta sección (§2.4), concluiremos el capítulo con un breve análisis de un caso concreto de medición desde una perspectiva bohmiana, a saber, la medición del espín de una partícula de espín $\frac{1}{2}$.

2.1 Caracterización y evolución dinámica de un sistema físico

De acuerdo con el primer postulado de la versión mínima de la mecánica bohmiana, el estado de un sistema físico cerrado de N partículas (el universo) se caracteriza suministrando (i) la posición de cada una de las partículas y (ii) una función matemática que denominaremos función de onda universal o campo cuántico. El conjunto de las posiciones de cada una de las partículas $Q \equiv (Q_1, \dots, Q_N)$, $Q_k \in \mathbb{R}^3$, define el punto representativo del sistema en un espacio $3N$ dimensional que se denomina el *espacio de configuración*.¹⁵ La función de onda Ψ es, también, una función definida en el espacio de configuración, esto es, puede escribirse como $\Psi(q, t)$, donde $q \equiv (q_1, \dots, q_N) \in \mathbb{R}^{3N}$.

Como veremos inmediatamente, muchas de las características de la mecánica bohmiana pueden deducirse con mayor facilidad analizando la evolución del punto representativo del sistema en el espacio de configuración. Sin embargo, toda referencia acerca del punto representativo del sistema puede considerarse, en principio, como un modo abreviado de referirse a las posiciones de las partículas en el espacio tridimensional. En este sentido, la exposición que aquí hacemos es completamente neutral en relación con la disputa interpretativa, abordada en el próximo capítulo, sobre la existencia de entidades en el espacio de configuración.

La teoría provee, naturalmente, una dinámica para cada uno de los dos elementos que caracterizan a un sistema físico. Así, el segundo postulado de la versión mínima de la mecánica bohmiana establece que la evolución temporal de función de onda universal viene dictada por la ecuación de Schrödinger,

$$(2.1) \quad i\hbar \frac{\partial \Psi(q, t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(q, t)$$

donde \hbar es la constante de Planck dividida por 2π y \hat{H} es el operador hamiltoniano del sistema en la representación de posición.

¹⁵ Aquí y en el resto de este trabajo utilizamos letras minúsculas para representar variables y las correspondientes letras mayúsculas para representar los valores concretos de dichas variables.

La velocidad de la k -ésima partícula viene dada por la siguiente expresión que suele denominarse *ecuación guía* [guiding equation] y constituye el tercer postulado de la versión mínima de la mecánica bohmiana:

$$(2.2) \quad \vec{v}_k \equiv \frac{dq_k}{dt} = \frac{\hbar}{m_k} \text{Im} \left(\frac{\Psi^*(q,t) \cdot \vec{\nabla}_k \Psi(q,t)}{\Psi^*(q,t) \cdot \Psi(q,t)} \right)$$

En esta expresión, m_k es la masa de la k -ésima partícula y $\vec{\nabla}_k$ es el gradiente respecto de la variable q_k . Si se consideran campos magnéticos externos, $\vec{\nabla}_k$ debe ser entendido como una derivada covariante. Si Ψ tiene la forma de espinor, el producto en el numerador y el denominador de (2.2) debe entenderse como el correspondiente producto escalar. En caso contrario, esto es, si se considera un sistema de partículas sin espín, la ecuación guía puede escribirse de forma más simple como:

$$(2.3) \quad \vec{v}_k \equiv \frac{dq_k}{dt} = \frac{\hbar}{m_k} \text{Im} \left(\frac{\vec{\nabla}_k \Psi(q,t)}{\Psi(q,t)} \right)$$

Haciendo uso de la descomposición de la función de onda en forma polar,

$$(2.4) \quad \Psi(q,t) = R(q,t) \exp \left(\frac{iS(q,t)}{\hbar} \right)$$

donde R y S son dos funciones reales, la velocidad de la k -ésima partícula puede escribirse sencillamente como el gradiente de la función S dividido por la masa de la partícula:

$$(2.5) \quad \vec{v}_k = \frac{1}{m_k} \vec{\nabla}_k S(q,t)$$

Si se observa la forma funcional de (2.2) o (2.3), podrá advertirse que la velocidad de las partículas diverge cuando es evaluada en un punto del espacio de configuración tal que $\Psi = 0$. Por tanto, *el punto representativo del sistema no puede hallarse nunca en una región del espacio de configuración en la que el campo cuántico tenga un valor nulo*. Como veremos en la próxima sección, este hecho es también una consecuencia directa del postulado estadístico.

De acuerdo con la ecuación guía, la velocidad de una partícula bohmiana es una función del espacio de configuración del sistema. En consecuencia, *la velocidad de la partícula en un instante dado depende tanto de su posición como de la posición que ocupen el resto de partículas en ese mismo instante, sin importar cuán alejadas estén*. Este hecho pone de manifiesto el carácter explícitamente no local de la mecánica bohmiana, siendo esta característica la que permite a la teoría escapar de la carga

impugnadora del teorema de Bell y de otras pruebas de imposibilidad derivadas del mismo.¹⁶

A pesar del carácter explícitamente no local de la teoría, hay algunas situaciones en las que el movimiento de un conjunto de partículas bohmianas es completamente independiente de la evolución dinámica del resto de partículas del universo. El análisis de dichas situaciones es fundamental para la discusión de la teoría bohmiana de la medida y de muchas de las cuestiones que nos ocuparán más adelante.

Supóngase que la función de onda universal puede escribirse como el producto de dos funciones de coordenadas distintas, del siguiente modo:

$$(2.6) \quad \Psi(q_1, \dots, q_M, q_{M+1}, \dots, q_N) = \phi(q_1, \dots, q_M) \varphi(q_{M+1}, \dots, q_N)$$

En tal caso, puede verificarse mediante una sustitución en la ecuación guía (2.2) que la evolución dinámica de las partículas $1, \dots, M$ no se ve influenciada por el componente $\varphi(q_{M+1}, \dots, q_N)$ de la función de onda universal y que, por tanto, es independiente del movimiento de las partículas $M+1, \dots, N$. A su vez, la evolución dinámica de las partículas $M+1, \dots, N$ es independiente del componente $\phi(q_1, \dots, q_M)$ de la función de onda universal y de la evolución de las partículas $1, \dots, M$.¹⁷ En el caso límite en que la función de onda universal puede escribirse como un producto de N factores de coordenadas independientes,

$$(2.7) \quad \Psi(q_1, \dots, q_N) = \prod_{i=1}^N \psi_i(q_i)$$

cada partícula es guiada por un campo que depende sólo de su propia posición, restituyéndose, por tanto, la localidad. Nótese que si la función de onda del universo tiene la forma (2.6), ésta seguirá manteniendo esta forma siempre y cuando el hamiltoniano del sistema no incluya ningún término de interacción entre las partículas $1, \dots, M$ y las partículas $M+1, \dots, N$.

Supongamos, a continuación, que la función de onda universal puede descomponerse en dos términos del siguiente modo,

¹⁶ Bell (1964; 1971; 1985) establece que una teoría de variables ocultas empíricamente equivalente a la mecánica cuántica no puede ser local en un sentido determinado de localidad. Para ello deriva, a partir de una serie de asunciones que constriñen la teoría de variables ocultas, unas desigualdades que son incompatibles con las predicciones de la mecánica cuántica. Para una sucinta discusión de las desigualdades de Bell, su demostración y las asunciones implicadas, véase Shimony (2004).

¹⁷ Nótese que meramente afirmamos que, *dado el campo cuántico* (2.6), el movimiento del grupo de partículas $1, \dots, M$ es completamente independiente del movimiento del grupo de partículas $M+1, \dots, N$, y viceversa. Ahora bien, puesto que los paquetes φ y ϕ no son completamente independientes el uno del otro (están relacionados, al menos, por la condición de normalización $\int \varphi \phi \, d^{3N}q = 1$), lo anterior no implica que el movimiento de uno de los grupos de partículas sea independiente del movimiento del otro grupo *en términos absolutos*. Por tanto, lo que aquí estamos sosteniendo no compromete las tesis de autores que, como Suárez (2000), cuestionan el hecho de que la factorizabilidad de la función de onda implique independencia física completa.

$$(2.8) \quad \Psi(q_1, \dots, q_N) = \phi(q_1, \dots, q_N) + \varphi(q_1, \dots, q_N)$$

donde $\phi(q_1, \dots, q_N)$ y $\varphi(q_1, \dots, q_N)$ tienen soportes disjuntos en el espacio de configuración.¹⁸ Puesto que el punto representativo del sistema sólo puede estar en aquellas regiones del espacio de configuración en donde el valor de Ψ no es nulo, entonces o bien $Q \in \text{sop}\phi$ o bien $Q \in \text{sop}\varphi$. En el primer caso, $\Psi(Q) = \phi(Q)$ y, por tanto, el componente φ no tiene ninguna incidencia sobre la dinámica de las partículas del sistema. Diremos, en tal caso, que ϕ es el *paquete activo* de la función de onda y que φ es un *paquete vacío*. Si, por el contrario, el punto representativo del sistema se encuentra bajo el soporte de φ , entonces $\Psi(Q) = \varphi(Q)$ y, por tanto, el componente ϕ es un paquete vacío que no tiene ninguna incidencia sobre la dinámica de las partículas del sistema.

En general, un paquete activo puede convertirse en vacío, y viceversa. Sin embargo, si los soportes de φ y ϕ se mantienen disjuntos todo el tiempo, el punto representativo del sistema deberá encontrarse bajo el soporte del mismo paquete todo el tiempo, puesto que no puede abandonar dicho soporte sin adentrarse en una región tal que $\Psi = 0$, lo cual, como sabemos, está prohibido.

Todo lo que acabamos de establecer aquí en relación con una función de onda que, como (2.8), se descompone en dos paquetes disjuntos, puede generalizarse de modo trivial al caso de una función de onda que se descomponga en un número arbitrario de dichos paquetes.

Es muy habitual representar un paquete de ondas mediante una gaussiana o algún tipo de función similar que, si bien es significativamente distinta de cero sólo en una región pequeña, no es estrictamente cero en ningún punto. Así, en rigor, el soporte de una función de este tipo se corresponde con la totalidad de su dominio y, por tanto, dos de tales funciones nunca pueden tener soportes disjuntos. En este sentido, diremos que dos funciones (o sus soportes) son *aproximadamente disjuntas* si las regiones del espacio de configuración en que cada una de dichas funciones tiene un valor *significativamente* distinto de cero son disjuntas.¹⁹ Las definiciones de «paquete activo» y «paquete vacío» que acabamos de formular pueden hacerse extensivas al caso en que los soportes de los paquetes considerados no son disjuntos sino aproximadamente disjuntos. Dicha extensión no altera las consecuencias dinámicas que se siguen de tales definiciones salvo eventos cuya probabilidad es prácticamente cero. Puesto que ninguna de las

¹⁸ El soporte de una función $f(x)$ es el conjunto de valores del dominio de la misma cuyas imágenes no son cero. Formalmente, $\text{sop } f \equiv \{x: f(x) \neq 0\}$.

¹⁹ Esta definición es obviamente vaga. Esta ambigüedad puede resolverse suministrando una medida matemática precisa de la disyunción entre dos funciones, como, por ejemplo, la que proponen Dürr *et al.* (1992, 862n11). De acuerdo con dichos autores, las métricas más simples d que cabe definir en un espacio de rayos proyectivos $\{c\Psi\}$ tienen la forma $d(\Psi, \Psi') = \|\nabla\Psi/\Psi - \nabla\Psi'/\Psi'\|$ donde $\|\cdot\|$ es una norma del espacio de los campos vectoriales complejos en el espacio de configuración.

cuestiones abordadas en este trabajo es particularmente sensible a dicha excepción, en adelante, no problematizaremos la distinción entre disyunción y disyunción aproximada y trataremos de modo indistinto ambos casos.²⁰

Dürr *et al.* (1992, 863) combinan las condiciones (2.6) y (2.8) para introducir la noción de *función de onda efectiva* [*effective wave function*] de un sistema, de la que haremos uso con profusión a lo largo de este trabajo.

Sea Ω un subsistema arbitrario del universo y sea x la variable que representa la configuración de dicho subsistema. Sea $\bar{\Omega}$ el subsistema complementario de Ω y sea y la variable que representa la configuración de $\bar{\Omega}$. Representaremos con el símbolo X_t el valor de las coordenadas de las partículas de Ω en el instante t y con el símbolo Y_t el valor de las coordenadas de las partículas de $\bar{\Omega}$ en ese mismo instante. Diremos que el sistema Ω tiene una función de onda efectiva $\psi_t(x)$ en un instante dado t si la función de onda universal $\Psi_t(x, y)$ y la configuración universal $Q_t=(X_t, Y_t)$ en ese mismo instante son tales que (i) la función de onda universal puede descomponerse como

$$(2.9) \quad \Psi_t(x, y) = \psi_t(x)\theta_t(y) + \Psi_t^\perp(x, y)$$

donde $\theta_t(y)$ y $\Psi_t^\perp(x, y)$ son funciones con soportes macroscópicamente disjuntos (en relación con las coordenadas y) y (ii) Y_t se encuentra en el interior del soporte de $\theta_t(y)$, esto es:

$$(2.10) \quad Y_t \in \text{sop}(\theta_t(y))$$

Cuando se verifican las dos condiciones anteriores, se obtiene que

$$(2.11) \quad \Psi_t(x, Y_t) = \psi_t(x)\theta_t(Y_t)$$

y, en tal caso, una sustitución en la ecuación guía

$$(2.12) \quad \left. \frac{dx_k}{dt} \right|_{y=Y_t} = \frac{\hbar}{m_k} \text{Im} \left(\frac{\bar{\nabla}_{x_k} \Psi(x, Y_t)}{\Psi(x, Y_t)} \right) = \frac{\hbar}{m_k} \text{Im} \left(\frac{\bar{\nabla}_{x_k} \psi_t(x)\theta_t(Y_t)}{\psi_t(x)\theta_t(Y_t)} \right) = \frac{\hbar}{m_k} \text{Im} \left(\frac{\bar{\nabla}_{x_k} \psi_t(x)}{\psi_t(x)} \right)$$

permite comprobar que la evolución dinámica de las partículas de Ω depende *exclusivamente* de la función de onda efectiva $\psi_t(x)$ de dicho subsistema.

La idea que subyace a la definición de la función de onda efectiva es que, siempre que un subsistema del universo tiene una función de onda bien definida de acuerdo con el enfoque mecánico-cuántico estándar, éste tiene una función de onda efectiva bien definida de acuerdo con el enfoque bohmiano y ambas funciones coinciden. En rigor, este punto sólo puede mostrarse mediante el concurso de la teoría bohmiana de la medida y será convenientemente ilustrado en la Sección §2.3.

²⁰ Los problemas relativos a la posibilidad de eventos cuya medida de probabilidad es cero o prácticamente cero no son exclusivos de la mecánica bohmiana, sino que aparecen también en el contexto de la mecánica cuántica y en cualquier teoría que contemple medidas probabilistas sobre un espacio muestral continuo.

La ecuación de Schrödinger es una ecuación diferencial de primer orden respecto del tiempo. Así, una solución de la misma queda completamente determinada suministrando el valor de la función de onda en un tiempo inicial, Ψ_0 . Por otro lado, la ecuación guía especifica directamente la velocidad de las partículas (esto, es la derivada primera de la posición respecto del tiempo) como una función univaluada de la función de onda. Por tanto, dada la función de onda o campo cuántico, las trayectorias de las partículas quedan completamente determinadas si se especifica su configuración inicial. Cabe concluir, pues, que la mecánica bohmiana es una teoría *determinista*, en el sentido de que la especificación del estado del universo en un tiempo dado t_0 , ($Q_0 \equiv Q(t_0)$, $\Psi_0 \equiv \Psi(t_0)$), sólo es compatible con un *único* estado ($Q(t)$, $\Psi(t)$), para cualquier otro instante $t \neq t_0$.

Una consecuencia muy relevante de lo anterior es que, dado el campo cuántico, dos trayectorias del punto representativo del sistema asociadas con coordenadas iniciales distintas no pueden encontrarse al mismo tiempo en un mismo punto del espacio de configuración. En caso contrario, para ese punto y ese instante de tiempo, la teoría postularía dos velocidades distintas, lo cual es incompatible con el determinismo de la teoría y el carácter univaluado de la ecuación guía en el espacio de configuración. Este principio de «no cruce» constituye una herramienta muy útil para hacer un análisis heurístico de las trayectorias bohmianas y, en adelante, haremos uso del mismo con profusión.

2.2 Introducción de la probabilidad

Puesto que la mecánica bohmiana es una teoría determinista, cualquier elemento probabilista que forme parte de la teoría debe tener un origen epistémico, esto es, debe constituir de algún modo una representación de nuestra ignorancia. Sin embargo, dicho elemento probabilista es necesario si se pretende que las predicciones bohmianas sean equivalentes a los asertos estadísticos del enfoque mecánico-cuántico estándar.

El cuarto postulado de la versión mínima de la mecánica bohmiana establece que, en un instante t_0 , la densidad de probabilidad epistémica de la configuración universal ρ viene dada por el módulo al cuadrado del campo cuántico universal en dicho instante, esto es:

$$(2.13) \quad \rho(q, t_0) = |\Psi(q, t_0)|^2$$

Esta última prescripción suele conocerse como el *postulado estadístico* o *la hipótesis del equilibrio cuántico* y tanto su estatuto en la teoría como su justificación han sido objeto de discusión.²¹

De la ecuación de Schrödinger y de su complejo conjugado, se deriva la siguiente relación,²²

$$(2.14) \quad \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial t} + \sum_k \vec{\nabla}_k \cdot (\vec{J}_k) = 0$$

donde

$$(2.15) \quad \vec{J}_k = \frac{\hbar}{2im_k} (\Psi^* \vec{\nabla}_k \Psi - \Psi \vec{\nabla}_k \Psi^*) = \frac{\hbar}{m_k} \text{Im}(\Psi^* \vec{\nabla}_k \Psi)$$

es la denominada corriente de probabilidad [probability current]. Ahora bien, basta un sencillo cálculo para comprobar que la velocidad bohmiana (2.2) no es más que el cociente entre la corriente de probabilidad y el módulo al cuadrado de la función de onda, esto es,

$$(2.16) \quad \vec{v}_k = \frac{\vec{J}_k}{|\Psi|^2}$$

de modo que (2.14) puede escribirse como:

$$(2.17) \quad \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial t} + \sum_k \vec{\nabla}_k \cdot (|\Psi|^2 \vec{v}_k) = 0$$

Esta última relación es una ecuación de continuidad que expresa que la evolución dinámica de la configuración universal suministrada por la ecuación guía conserva la cantidad $|\Psi|^2$. Por tanto, si dicha configuración está distribuida de acuerdo con la hipótesis del equilibrio cuántico (2.13) en el instante t_0 , se sigue de (2.17) que en un instante posterior cualquiera $t > t_0$, la densidad de probabilidad epistémica de la configuración universal es:

$$(2.18) \quad \rho(q, t) = |\Psi(q, t)|^2$$

A primera vista, podríamos considerar que esta última expresión es idéntica a la regla de Born²³ del enfoque mecánico-cuántico estándar, lo que nos llevaría a la conclusión

²¹ Acerca de la justificación del postulado estadístico, destaca el trabajo seminal de Bohm (1953) y las propuestas, más recientes, de Dürr *et al.* (1992), Barrett (1995) y Subramanyam (1998). Para una discusión actualizada acerca de la naturaleza de la probabilidad en mecánica bohmiana, véase Callender (2007).

²² Para una demostración véase, por ejemplo, Cohen-Tannoudji *et al.* (1977, 238 ss.) o Landau *et al.* (1977, 56 ss.)

²³ La regla de Born establece que si la función de onda (mecánico-cuántica) de un sistema es $\Psi_{QM}(q, t)$ entonces, la probabilidad de hallar dicho sistema en un hiper-volumen alrededor de la configuración Q es

de que el postulado estadístico (2.13) y su corolario (2.18) son suficientes para asegurar la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y la mecánica cuántica.²⁴ Sin embargo, la identificación entre (2.18) y la regla de Born es apresurada y no puede ser establecida con generalidad, puesto que la función de onda universal cuyo módulo al cuadrado aparece en (2.18) no puede identificarse siempre con la función de onda del enfoque mecánico-cuántico estándar.

En primer lugar, la función de onda universal hace referencia a todo el universo mientras que la función de onda del enfoque mecánico-cuántico estándar suele referirse usualmente a una parte del universo, a saber, el sistema bajo estudio.²⁵ En segundo lugar, en mecánica bohmiana, la función de onda universal evoluciona sin excepción de acuerdo con el dictado determinista de la ecuación de Schrödinger mientras que, de acuerdo con el enfoque mecánico-cuántico estándar, la función de onda sufre un proceso estocástico de colapso cada vez que se produce una medición.²⁶ Así, tras una medición, las funciones de onda de la mecánica bohmiana y del enfoque mecánico-cuántico estándar no pueden generalmente ser el mismo objeto.

El postulado estadístico (2.13) y su corolario (2.18) son, en sí mismos, insuficientes para garantizar la adecuación empírica de la mecánica bohmiana. Por un lado, no tenemos acceso empírico a la función de onda universal sino que, a lo sumo, sabemos que un conjunto de subsistemas del universo han sido preparados de un modo específico, esto es, han sido sometidos a un conjunto de mediciones obteniéndose unos resultados determinados. En virtud de dichos resultados, podemos inferir la forma de las funciones de onda *efectivas* de tales subsistemas, pero *no* la de la función de onda universal.

Por otro lado, hay casos en los que tenemos más información acerca de algún aspecto del universo que la que provee la función de onda universal. Así, tras un proceso de medición, sabemos que el puntero del aparato apunta en una determinada dirección mientras que, típicamente, la función de onda universal es una superposición de estados

igual a $|\psi_{\text{ow}}(Q, t)|^2 dq$. Nótese que en virtud de esta regla se derivan, en el marco del enfoque mecánico-cuántico estándar, todas las predicciones relativas a la configuración.

²⁴ El argumento es sencillo. Si (2.18) fuese equivalente a la regla de Born, entonces la mecánica bohmiana y la mecánica cuántica harían exactamente las mismas predicciones en lo que respecta a la configuración. Pero una predicción acerca de una propiedad física cualquiera puede traducirse, en última instancia, en una predicción acerca de la configuración de algún elemento del equipo instrumental utilizado para medir dicha propiedad (p.ej., la posición del puntero del aparato o de unas manchas de tinta en un papel impreso). Por tanto, si las teorías manejadas son consistentes, la equivalencia empírica en relación con la configuración garantiza la equivalencia empírica *tout court*.

²⁵ De hecho, algunas interpretaciones de la mecánica cuántica son incluso incompatibles con la idea misma de una función de onda universal. Nos estamos refiriendo a aquellas interpretaciones que presuponen la existencia de un aparato de medida *externo* al sistema caracterizado por la función de onda y cuya operación debe de ser considerada clásicamente.

²⁶ En la siguiente sección, discutiremos con algo más de detalle la hipótesis del colapso de la función de onda.

cada uno de los cuáles representa al aparato con el puntero señalando en una dirección diferente.

Estas dos consideraciones pueden tenerse en cuenta estableciendo que, cuando sabemos que la función de onda efectiva de un determinado subsistema del universo Ω es ψ_t , entonces debemos asumir que la densidad de probabilidad epistémica de su configuración viene dada por:

$$(2.19) \quad \rho(x, t) = |\psi_t(x)|^2$$

Ya hemos indicado que la función de onda efectiva de un subsistema se corresponde siempre con la función de onda que el enfoque mecánico-cuántico estándar adscribe a dicho subsistema. Así, al contrario de lo que sucede con (2.18), (2.19) *sí* puede identificarse con la regla de Born y garantiza, por tanto, la equivalencia empírica de la mecánica bohmiana con el enfoque estándar.

A primera vista, (2.19) puede parecer una prescripción introducida *ad hoc*, con el objeto de asegurar la adecuación empírica de la mecánica bohmiana. Sin embargo, mediante un análisis del proceso de medida desde una perspectiva bohmiana, puede mostrarse que la probabilidad epistémica (2.19) se sigue naturalmente del postulado estadístico y del resto de asunciones de la teoría cuando se tiene en cuenta la información adquirida en el proceso de una medición. Veamos, pues, cómo cabe analizar una medición en mecánica bohmiana y cuáles son las consecuencias filosóficas de dicho análisis.

2.3 Teoría de la medida en mecánica bohmiana

La mecánica bohmiana y la teoría bohmiana de la medida nacieron a la par puesto que uno de los dos artículos seminales de la mecánica bohmiana (Bohm 1952b) está dedicado en su práctica totalidad a la teoría bohmiana de la medida.²⁷ Esta atención no es desproporcionada puesto que la teoría bohmiana de la medida es una parte fundamental de la mecánica bohmiana. Como acabamos de señalar, sólo con el concurso de la teoría bohmiana de la medida puede demostrarse, propiamente, la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y la mecánica cuántica. La teoría bohmiana de la medida constituye, además, la base para la elucidación de algunos de los

²⁷ Debido a su relevancia, Bohm aborda la teoría bohmiana de la medida en numerosas ocasiones. Destacan, en particular, la discusión introducida en su artículo seminal (Bohm 1952b, Sección §2 ss.) y en la última de sus exposiciones de la teoría (Bohm y Hiley 1993, Cap. 6). También cabe resaltar un artículo monográfico dedicado a la cuestión (Bohm y Hiley 1984). Pueden encontrarse, además, detallados análisis de la teoría bohmiana de la medida en los principales estudios sobre mecánica bohmiana. Destacan al respecto Belinfante (1973, §2.11) y Holland (1993, Cap. 8).

aspectos filosóficos más acuciantes de la teoría. Así, en virtud de la misma, puede aclararse el estatuto de las relaciones de incertidumbre, determinar el papel que juega la posición como variable oculta y elucidar la naturaleza del resto de propiedades de las partículas bohmianas.

En lo que sigue, consideraremos que el universo puede dividirse en tres sistemas: el objeto cuyas propiedades físicas deseamos medir, el aparato con que se realiza la medida y el resto del universo. A este último sistema lo denominaremos «entorno». Por simplicidad, asumiremos que el objeto está constituido por una sola partícula cuya configuración representaremos mediante la variable (unidimensional) x . Asumiremos que, en relación con el aparato, basta con considerar la evolución de una de las partículas del puntero. Utilizaremos la variable y para representar la configuración de dicha partícula. Finalmente, utilizaremos la variable z para representar la configuración de las partículas del entorno.

En este sencillo modelo, consideraremos la medida de un observable O del objeto cuyo operador asociado \hat{O} tiene un espectro discreto y no degenerado. Denominaremos ψ_n a la función propia de \hat{O} que satisface:

$$(2.20) \quad \hat{O}(x)\psi_n(x) = o_n\psi_n(x)$$

donde o_n es el valor propio de \hat{O} asociado con ψ_n y se corresponde con uno de los posibles resultados de la medición.²⁸ Asumiremos que, al inicio de la medición ($t_0=0$), la función de onda universal tiene la siguiente forma:

$$(2.21) \quad \Psi_0(x, y, z) = \psi_0(x)\phi_0(y)\xi_0(z)$$

donde ψ_0 , ϕ_0 y ξ_0 son las funciones de onda iniciales del objeto, el aparato y el entorno, respectivamente.

La función de onda inicial del objeto, ψ_0 , puede expresarse siempre como una combinación lineal de los estados propios de \hat{O} ,

$$(2.22) \quad \psi_0(x) = \sum_n c_{n0}\psi_n(x)$$

donde

$$(2.23) \quad c_{n0} = \int \psi_0(x)\psi_n(x)dx$$

La función de onda inicial del aparato, ϕ_0 , es un paquete de ondas picudo y concentrado alrededor de la posición del puntero cuando éste indica que el aparato está preparado para la medición. Convencionalmente, supondremos que esta posición es igual a cero ($Y_0=0$). Finalmente, supondremos que, durante el proceso de medición, el

²⁸ Para una muy sucinta discusión acerca de la naturaleza de los operadores, funciones propias y valores propios, así como de su relación con los resultados de una medición, véase el Apéndice A.

objeto y el aparato constituyen un sistema cerrado, de modo que el hamiltoniano que suministra la evolución temporal del universo puede escribirse como:

$$(2.24) \quad \hat{H}(x, y, z) = \hat{H}_{xy}(x, y) + \hat{H}_z(z)$$

donde \hat{H}_{xy} se descompone, a su vez, en los siguientes términos:

$$(2.25) \quad \hat{H}_{xy}(x, y) \equiv \hat{H}_x(x) + \hat{H}_y(y) + \hat{H}_{int}(x, y)$$

En esta última expresión, \hat{H}_x y \hat{H}_y son los términos del hamiltoniano que suministran la evolución libre del objeto y el aparato, respectivamente, y \hat{H}_{int} es el término responsable de su interacción.

El hamiltoniano (2.24) transforma la función de onda inicial (2.21) en

$$(2.26) \quad \Psi(x, y, z, t) = \Xi(x, y, t)\xi(z, t)$$

donde Ξ es una solución a la ecuación de Schrödinger que se obtiene al considerar como hamiltoniano el operador $\hat{H}_{xy}(x, y)$ y ξ es una solución de la ecuación de Schrödinger que se obtiene al considerar como hamiltoniano el operador $\hat{H}_z(z)$. Puesto que en (2.26) la parte relativa al entorno factoriza, la evolución dinámica de las variables x y y es completamente independiente de la evolución dinámica de la variable z y, en consecuencia, es lícito proseguir el análisis del proceso de medida omitiendo el entorno y considerando únicamente el objeto y el aparato.

En relación con estos dos sistemas, supondremos que el término del hamiltoniano que caracteriza su interacción tiene la forma:

$$(2.27) \quad \hat{H}_{int} = \lambda \hat{O}(x) \hat{P}_y = i\hbar \lambda \hat{O}(x) \frac{\partial}{\partial y}$$

donde λ es una constante y $\hat{P}_y = i\hbar \partial / \partial y$ es el operador del momento de la partícula del aparato en la representación de posición. Intuitivamente, la acción del hamiltoniano (2.27) consiste en producir un cambio en la posición de la partícula del aparato cuya magnitud depende de cuál sea el valor de la propiedad O . Por último, consideraremos que la energía debida a la interacción entre el objeto y el aparato es mucho mayor que la energía libre de cada uno de dichos subsistemas, de modo que pueden despreciarse los términos \hat{H}_x y \hat{H}_y del hamiltoniano (2.25) y escribirse:

$$(2.28) \quad \hat{H}_{xy} \approx \hat{H}_{int}$$

Introduciendo (2.28) en la ecuación de Schrödinger, se obtiene:

$$(2.29) \quad i\hbar \frac{\partial \Xi(x, y, t)}{\partial t} = -i\hbar \lambda \hat{O}(x) \frac{\partial \Xi(x, y, t)}{\partial y}$$

Nótese que $\Xi(x, y, t)$ siempre puede escribirse como una combinación de las funciones propias de \hat{O} , del siguiente modo:

$$(2.30) \quad \Xi(x, y, t) = \sum_n f_n(y, t) \psi_n(x)$$

Si se sustituye esta última expresión en (2.29), se llega a la siguiente ecuación para cada uno de los coeficientes f_n :

$$(2.31) \quad \frac{\partial f_n(y, t)}{\partial t} = -\lambda o_n \frac{\partial f_n(y, t)}{\partial y}$$

Mediante un cálculo sencillo, puede verificarse que la solución general de esta última ecuación tiene la forma:

$$(2.32) \quad f_n(y, t) = g_n(y - \lambda o_n t)$$

donde g_n es una función arbitraria. Sustituyendo (2.32) en (2.30), se obtiene:

$$(2.33) \quad \Xi(x, y, t) = \sum_n g_n(y - \lambda o_n t) \psi_n(x)$$

Evaluando esta última expresión en el instante inicial

$$(2.34) \quad \Xi(x, y, 0) = \sum_n g_n(y) \psi_n(x)$$

y, comparándola con

$$(2.35) \quad \Xi_0(x, y) \equiv \psi_0(x) \phi_0(y) = \sum_n c_{n0} \phi_0(y) \psi_n(x),$$

se llega a la siguiente igualdad:

$$(2.36) \quad g_n(y) = c_{n0} \phi_0(y)$$

Finalmente, sustituyendo (2.36) en (2.33) se obtiene la expresión de la función de onda del objeto y el aparato durante su interacción:

$$(2.37) \quad \Xi(x, y, t) = \sum_n c_{n0} \psi_n(x) \phi_0(y - \lambda o_n t)$$

Si dicha interacción dura un lapso de tiempo T , al final de la misma, la función de onda del objeto y del aparato será:

$$(2.38) \quad \Xi(x, y, T) = \sum_n c_{n0} \psi_n(x) \phi_0(y - \lambda o_n T)$$

Es interesante analizar la evolución de función de onda del sistema conjunto (2.37). Inicialmente, ésta tiene la forma $\Xi(x, y, 0) = \psi_0(x) \phi_0(y)$ y se encuentra concentrada alrededor de la posición $Y_0 = 0$.²⁹ Como resultado de la interacción entre el objeto y el aparato, empiezan a formarse un conjunto de paquetes que van separándose a medida que transcurre el tiempo. Al término de la interacción, la función de onda del sistema conjunto se ha convertido en (2.38), una superposición cuyo término n -ésimo es proporcional al paquete $\phi_n \equiv \phi_0(y - \lambda o_n T)$. Este paquete tiene exactamente la misma

²⁹ Recuérdese que hemos supuesto que $\phi_0(y)$ es un paquete de ondas picudo con centro en la coordenada $Y_0 \equiv 0$

forma que el paquete de ondas original $\phi_0(y)$, con la única diferencia que su centro se ha desplazado y se encuentra en la coordenada $Y_n \equiv \lambda o_n T$. Por tanto, ϕ_n es una función concentrada alrededor de la coordenada $Y_n \equiv \lambda o_n T$. La constante de la interacción λ y el tiempo de duración de la misma T pueden escogerse de modo que la distancia entre las diferentes Y_n sea macroscópica y que, por tanto, los soportes de los paquetes ϕ_n sean aproximadamente disjuntos. En tal caso, los soportes de las funciones $c_{n0}\psi_n\phi_n$ también son aproximadamente disjuntos. En adelante, denominaremos R_n a la región del espacio de configuración en que la función $c_{n0}\psi_n\phi_n$ es significativamente distinta de cero. Como mostramos de modo esquemático en la Figura 2.1, dichas regiones conforman al término de la medición una serie de ‘brazos’ o ‘canales’ en el espacio de configuración.

Hemos llegado a la conclusión, pues, que (2.38) es una superposición de estados que se caracterizan, cada uno de ellos, por una ubicación macroscópicamente distinta del puntero del aparato. Debe notarse, sin embargo, que no hay nada en dicha expresión que permita privilegiar uno de los términos de la superposición (esta situación puede ponerse particularmente de relieve si se considera el caso simétrico en que todos los coeficientes c_{n0} son iguales). Si, como sucede en el caso del enfoque mecánico-cuántico estándar, se asume que la función de onda suministra una descripción completa de un sistema físico y que ésta determina todas sus propiedades, una función como (2.38) es difícilmente compatible con el hecho obvio que el puntero del aparato se encuentra tras la medición ocupando una posición bien definida y no varias a la vez.

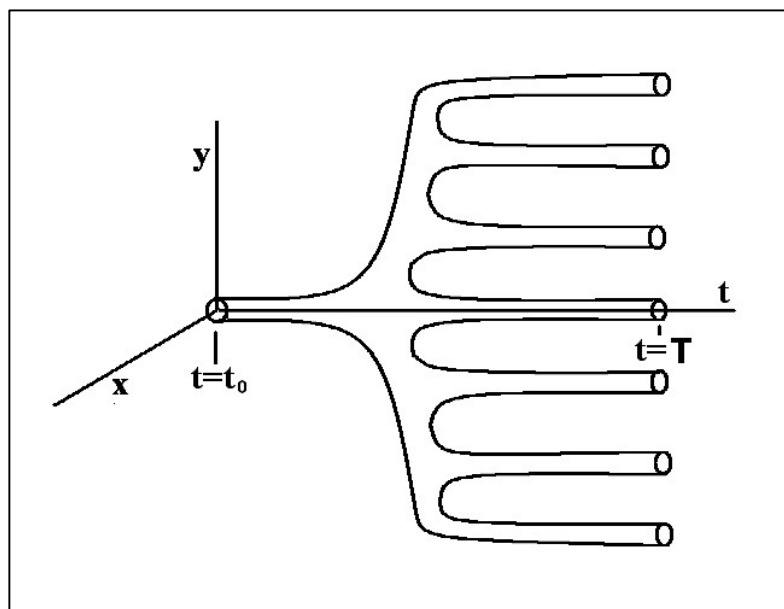


Figura 2.1. Representación esquemática de la evolución de la función (2.37) en el espacio de configuración.

La dificultad que acabamos de mencionar constituye el célebre *problema de la medida*. Dicho problema emerge debido a la incompatibilidad entre las siguientes tesis:³⁰

- (PM1) la función de onda suministra una caracterización completa de un sistema físico,
- (PM2) la función de onda evoluciona siempre de acuerdo con la evolución unitaria dictada por la ecuación de Schrödinger, y
- (PM3) toda medición tiene siempre un resultado bien determinado.

Para resolver el problema de la medida, los partidarios de la interpretación estándar de la mecánica cuántica rechazan (PM2), considerando que la función de onda puede evolucionar de acuerdo con una dinámica distinta a la evolución unitaria dictada por la ecuación de Schrödinger. Dicha dinámica se conoce comúnmente con el nombre de *reducción o colapso* de la función de onda.

El colapso de la función de onda es un proceso discontinuo e irreduciblemente estocástico que ocurre al término del proceso de medición y que consiste en una transformación súbita de la función de onda, que se convierte en una función propia del observable que caracteriza la medición.

La hipótesis del colapso de la función de onda fue introducida originalmente por Von Neumann en 1932. Este autor caracteriza matemáticamente el proceso de colapso, refiriéndose al mismo con el anodino nombre de «proceso 1» y destacando su incompatibilidad con la evolución unitaria dictada por la ecuación de Schrödinger, a la que se refiere como «proceso 2».³¹

Aplicada al caso concreto que estamos analizando, la hipótesis del colapso implica que, al término de la medición, la función de onda del sistema conjunto se convierte súbitamente en una función proporcional a uno de los sumandos de (2.38), de modo que hay una probabilidad igual a $|c_{i0}|^2$ de que se produzca la transición:

$$(2.39) \quad \sum_n c_{n0} \psi_n \phi_n \rightarrow \psi_i \phi_i$$

De (2.39) se sigue que, tras la medición, la función de onda del aparato está bien definida y es igual a ϕ_i . En consecuencia, el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar concluirá que el puntero del aparato debe encontrarse invariablemente alrededor de la posición $Y_i \equiv \lambda o_i T$, indicando que el objeto tiene la propiedad $O = o_i$. Por otro lado, se sigue también de (2.39) que, tras la medición, la función de onda del objeto está bien definida y es igual a ψ_i . Puesto que dicha función es una función propia del operador \hat{O} con valor propio o_i , el enfoque mecánico-cuántico estándar establece que una segunda medición del observable O , arrojará con certeza el resultado

³⁰ Véase, por ejemplo, Maudlin (1995).

³¹ Véase Von Neumann (1955, 351 ss.).

o_i . Así pues, la hipótesis del colapso permite al partidario de la interpretación estándar de la mecánica cuántica dar cuenta tanto de la determinación del resultado de la medida como de la repetibilidad del mismo.

A pesar del importantísimo papel que desempeña en el enfoque mecánico-cuántico estándar, la hipótesis del colapso de la función de onda resulta difícil de admitir. En primer lugar, el colapso está injustificado desde un punto de vista físico en tanto que no se especifiquen las causas que lo provocan. A este respecto, Von Neumann se limita a insistir en que la reducción del vector de estado es un cambio estocástico *introducido por una medición*:

“Pues bien, la Mecánica cuántica describe por medio del proceso 2 los sucesos que tienen lugar en la parte observada del mundo en tanto que no esté en interacción con la parte que observa; pero tan pronto existe una tal interacción, es decir, una medición, prescribe la aplicación del proceso 1.” (Von Neumann 1955, 420; cita extraída de la traducción española de 1991, 299)

En segundo lugar, puesto que el proceso de colapso es incompatible con la evolución unitaria dictada por la ecuación de Schrödinger, la consideración de dicho proceso arriesga la consistencia de la teoría a no ser que se especifique de modo no ambiguo cuándo debe aplicarse una u otra dinámica.

Recordemos que, de acuerdo con el primer postulado de la versión mínima de la mecánica bohmiana, la función de onda *no* caracteriza completamente el estado de un sistema físico sino que hay que considerar, adicionalmente, la configuración de las partículas del sistema. Por tanto, esta teoría viola patentemente la asunción (PM1). Así pues, desde una perspectiva bohmiana no es necesario introducir la hipótesis del colapso de la función de onda para resolver el problema de la medida.

El modo en que se da cuenta de la determinación del resultado de la medida en mecánica bohmiana es tan sencillo que casi resulta trivial: de acuerdo con la teoría, toda medición tiene siempre un resultado bien definido porque las partículas del puntero del aparato tienen siempre una posición bien definida que indica, precisamente, dicho resultado. La teoría bohmiana de la medida que estamos exponiendo debe completarse, pues, con el análisis de la evolución de la posición de las partículas del objeto y el aparato durante su interacción.

El postulado estadístico establece que, inicialmente, el punto representativo del sistema debe encontrarse en una región del espacio de configuración en la que el campo cuántico $\Xi_0(x, y)$ tenga un valor no nulo. Dada la forma del paquete ϕ_0 , esto significa que el puntero del aparato se encuentra inicialmente alrededor de la coordenada $Y=0$, indicando que el aparato está preparado para la medición.

Hemos visto que, en el transcurso de la interacción, el campo cuántico se convierte en una complicada superposición de estados que se solapan. Durante dicho período, el

movimiento de las partículas involucradas será imposible de determinar si no se conocen los detalles de la función de onda involucrada.

Al término de la interacción, sin embargo, los paquetes $c_{n0}\psi_n\phi_n$ se han separado completamente, definiendo una serie de canales disjuntos en el espacio de configuración. De acuerdo con el postulado estadístico, el punto representativo del sistema debe encontrarse en el interior de uno de dichos canales y no lo podrá abandonar si los paquetes $c_{n0}\psi_n\phi_n$ no vuelven a solaparse en el futuro.

Imaginemos que, tras la medición, observamos el aparato y encontramos el puntero alrededor de la posición $Y_i \equiv \lambda o_i T$, indicando que el objeto tiene la propiedad $O=o_i$. En términos del punto representativo del sistema, lo anterior implica que éste se ha adentrado en el canal R_i . En tal caso, $c_{i0}\psi_i\phi_i$ se ha convertido en el paquete activo y es, por tanto, el único componente del campo cuántico (2.38) que tiene incidencia en la determinación del movimiento subsiguiente de las partículas. A su vez, ψ_i se ha convertido en la *función de onda efectiva* del objeto y la evolución dinámica ulterior de dicho subsistema estará completamente determinada por esta función.

Puede entonces concluirse que cuando el resultado de la medición es $O=o_i$, aunque el campo cuántico sigue siendo la superposición (2.38), *a efectos prácticos y con vistas a la predicción de la ulterior evolución del movimiento de las partículas*, puede practicarse la sustitución (2.39). Así, desde la perspectiva de la mecánica bohmiana, el colapso de la función de onda es una mera apariencia. Las partículas se mueven *como si* el campo cuántico sufriese la transición (2.39) aunque, de hecho, esta transición no se produce.

Mostraremos, finalmente, que la mecánica bohmiana reproduce las predicciones estadísticas del enfoque mecánico-cuántico estándar, lo cual se desprende del análisis anterior y de la aplicación del postulado estadístico.

Si en el instante T tras la medición, observamos el puntero del aparato y lo encontramos alrededor de la posición Y_i , inferiremos que el resultado de la medida es que la propiedad O del objeto tiene el valor o_i . La probabilidad de que el puntero del aparato se encuentre alrededor de la posición Y_i puede calcularse trivialmente haciendo uso del postulado estadístico y es igual a $|c_{i0}|^2$:

$$(2.40) \text{ Prob}(O=o_i) = \text{Prob}(y \approx Y_i) = \iint_{y \approx Y_i} \Xi^*(x, y, T) \Xi(x, y, T) dx dy =$$

$$= \iint_{y \approx Y_i} \left(\sum_{n,m} c_{n0}^* c_{m0} \psi_n^* \psi_m \phi_n^* \phi_m \right) dx dy = |c_{i0}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi_i(x)|^2 dx \int_{y \approx Y_i} |\phi_0(y - \lambda o_i T)|^2 dy = |c_{i0}|^2$$

De este modo, podemos concluir que, de acuerdo con la teoría bohmiana de la medida:

- (i) El resultado de la medición de un observable arbitrario O siempre es alguno de los autovalores de \hat{O} .

- (ii) La probabilidad de obtener como resultado el autovalor i -ésimo, o_i , es igual a $|c_{i0}|^2 = |\langle \Xi | \psi_i \rangle|^2$.
- (iii) Si en una medición de O se obtiene el valor o_i como resultado, a efectos prácticos, puede considerarse que la función de onda (efectiva) del objeto es $\psi_i(x)$.

Nótese que (iii) da cuenta de la repetibilidad de la medida y que (i), (ii) y (iii), consideradas conjuntamente, garantizan la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y la mecánica cuántica.

Debemos destacar, por último, que estas conclusiones dependen del hecho fundamental que las funciones de onda de los distintos estados del aparato tras la interacción tienen soportes aproximadamente disjuntos, de modo que se satisface la siguiente relación,

$$(2.41) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_n \phi_m dy \approx 0 \quad (\text{para todo } m \neq n)$$

que ha sido implícitamente utilizada en el penúltimo paso de la derivación (2.40).

En adelante, nos referiremos como «posicionismo de la medición» a la asunción según la cual las funciones de onda que representan los distintos estados del aparato tras una medición tienen soportes aproximadamente disjuntos en el espacio de configuración. Intuitivamente, dicha asunción significa que el resultado de una medición se registra siempre en términos de la posición de algún elemento del equipo instrumental. Siguiendo la terminología utilizada por Basil Hiley,³² denominaremos «argumento de la super-ortogonalidad en el espacio de configuración» al argumento mediante el cual se deriva la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y el enfoque mecánico-cuántico estándar tomando como premisa el posicionismo de la medición.

2.4 Caso de estudio: la medida del espín

En esta sección, queremos completar nuestro análisis de la teoría bohmiana de la medida considerando un ejemplo sencillo de aplicación de la misma consistente en la medición del espín de una partícula de espín $1/2$.

Este caso de estudio involucra ciertas novedades, tanto formales como conceptuales, respecto de lo discutido en la sección anterior. Formalmente, introducimos aquí el espín y sus correspondientes operadores cuya consideración ha sido, sin embargo, deliberadamente omitida en la Sección §2.3. Conceptualmente, nos encontramos con

³² En conversación privada durante el verano del 2008.

que la medida del espín de una partícula involucra la interacción de dicha partícula con un campo externo que modifica su trayectoria, de modo que es la propia posición de la partícula la que desempeña el papel de puntero. La interacción con un campo externo no quedó cubierta por el análisis de la sección anterior.

Así pues, mediante la discusión de este caso de estudio, no sólo presentamos una aplicación paradigmática de la teoría bohmiana de la medida, sino que complementamos y ampliamos lo expuesto en la sección anterior. Además, en algunas de las discusiones de los capítulos que siguen, haremos referencia explícita a la medición del espín, de modo que un análisis detallado de dicho proceso contribuirá sin lugar a dudas a una mejor comprensión de los argumentos allí expuestos.

Formalmente, el espín se introduce en mecánica cuántica a través de la consideración de un espacio de Hilbert adicional. En el caso de una partícula de espín $\frac{1}{2}$ el espacio adicional considerado es \mathcal{C}^2 , de modo que la función onda tiene la forma de un espinor de dos componentes,

$$(2.42) \quad |\psi(\vec{x})\rangle = \begin{pmatrix} \psi_+(\vec{x}) \\ \psi_-(\vec{x}) \end{pmatrix} = \psi_+(\vec{x}) \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \psi_-(\vec{x}) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

donde $\vec{x} \equiv (x, y, z)$ representa la variable de posición de la partícula considerada. Dicha función de onda está sujeta a la siguiente condición de normalización:

$$(2.43) \quad |\psi(\vec{x})|^2 = |\psi_+(\vec{x})|^2 + |\psi_-(\vec{x})|^2 = 1$$

Como cualquier otra propiedad mensurable de un sistema, la componente del espín de una partícula en una dirección dada se representa en mecánica cuántica mediante un operador autoadjunto. Denominaremos $\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z$ a los operadores que representan las componentes del espín de una partícula de espín $\frac{1}{2}$ en las direcciones x, y y z , respectivamente. Sean $|+\rangle$ y $|-\rangle$ los vectores de \mathcal{C}^2 tales que:

$$(2.44) \quad \begin{cases} \hat{S}_z |+\rangle = +\frac{\hbar}{2} |+\rangle \\ \hat{S}_z |-\rangle = -\frac{\hbar}{2} |-\rangle \end{cases}$$

Entonces, en la base definida por dichos vectores, los operadores $\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z$ se escriben como:

$$(2.45) \quad \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De acuerdo con las reglas del enfoque mecánico-cuántico estándar, si la función de onda de una partícula es proporcional a $|+\rangle$, entonces el espín en la dirección z de la partícula es igual a $+\hbar/2$. En tal caso, suele decirse que la partícula tiene el espín en la dirección z positivo (o espín «arriba»). Si la función de onda de una partícula es proporcional a $|-\rangle$, entonces el espín en la dirección z de la partícula es igual a $-\hbar/2$.

En tal caso, suele decirse que la partícula tiene el espín en la dirección z negativo (o espín «abajo»).

En mecánica bohmiana, el espín puede incorporarse de un modo casi trivial. En el caso de la función de onda de tipo espinor (2.42), la ecuación guía (2.2) toma la forma:

$$(2.46) \quad \vec{v} = \frac{\hbar}{m} \text{Im} \left(\frac{\psi_+^* \nabla \psi_+ + \psi_-^* \nabla \psi_-}{\psi_+^* \psi_+ + \psi_-^* \psi_-} \right)$$

A su vez, el campo cuántico se obtiene como solución de la ecuación de Schrödinger con un hamiltoniano que, además de los términos habituales, contiene un término específico de espín. Éstas son las dos únicas consideraciones que deben tenerse en cuenta para implementar el espín en mecánica bohmiana.

La componente del espín de una partícula en una dirección dada puede medirse aplicando un campo magnético no homogéneo orientado en dicha dirección. Un aparato Stern-Gerlach es un dispositivo experimental que genera un campo magnético del tipo deseado. En lo que sigue, analizaremos la medida de la componente en la dirección z del espín de la partícula y, por consiguiente, consideraremos un aparato Stern-Gerlach orientado de modo tal que genera un campo magnético $\vec{B} = (0, 0, B_z(z))$. Supondremos que el campo aumenta en el sentido positivo del eje z (por tanto, $\partial B_z / \partial z > 0$) y que la función de onda inicial de la partícula es:

$$(2.47) \quad |\psi(\vec{x}, 0)\rangle = \phi_0(\vec{x}) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \phi_0(\vec{x}) \otimes (\alpha |+\rangle + \beta |-\rangle)$$

donde $\phi_0(\vec{x})$ es una función simétrica respecto del plano $z=0$ y α y β son dos constantes tales que $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

El hamiltoniano de interacción de la partícula con el campo del aparato, \hat{H}_{int} , es proporcional al producto escalar del campo magnético y el vector $\vec{S} \equiv (\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$. Así, en el caso considerado tenemos que:

$$(2.48) \quad \hat{H}_{\text{int}} \propto B_z(z) \hat{S}_z$$

Si se asume que $B_z(z)$ es una función suficientemente sencilla, la ecuación de Schrödinger asociada con el hamiltoniano (2.48) puede resolverse de modo analítico.³³ Sin embargo, en los manuales de mecánica cuántica, es común ilustrar de un modo intuitivo el funcionamiento de un aparato Stern-Gerlach, considerando que la acción de un hamiltoniano como (2.48) es equivalente a la presencia de una fuerza semiclassical cuya forma es:³⁴

³³ Véase Dürr *et al.* (2004, 971 ss.).

³⁴ Véase, por ejemplo, Sakurai (1994, 3).

$$(2.49) \quad \vec{f} \propto \frac{\partial B_z}{\partial z} S_z^{(\pm)} \hat{z}$$

donde $S_z^{(\pm)}$ es valor de la componente del espín de la partícula en la dirección z y \hat{z} es un vector unitario paralelo al eje z . Si la partícula tiene espín positivo ($S_z^{(+)} = +\hbar/2$), se desprende de (2.49) que ésta sufre una desviación en el sentido en que el campo magnético aumenta. Si, por el contrario, la partícula tiene espín negativo ($S_z^{(-)} = -\hbar/2$), entonces es desviada en la misma dirección pero en sentido opuesto, esto es, en el sentido en que el campo magnético disminuye. Por tanto, como consecuencia de la interacción con el campo magnético, la posición de la partícula (concretamente, el valor de la coordenada z de la misma) se correlaciona con el valor de la componente en la dirección z del espín. En consecuencia, para conocer cuál es el valor de esta componente basta con complementar el dispositivo experimental con una pantalla que permita detectar la partícula después de su interacción con el campo magnético.

La acción de un hamiltoniano como (2.48) sobre la función de onda (2.47) consiste en dividir la parte espacial de dicha función en dos piezas, cada una de las cuales tiene una forma idéntica a $\phi_0(\vec{x})$: una de estas piezas, proporcional a $|+\rangle$, se desvía hacia arriba, mientras que la otra, proporcional a $|-\rangle$, se desvía hacia abajo. Así, en el instante $t=T$ al término de la interacción, el campo cuántico tiene la forma:

$$(2.50) \quad |\psi(\vec{x}, T)\rangle = (\alpha\phi_+(\vec{x})|+\rangle + \beta\phi_-(\vec{x})|-\rangle)$$

donde $\phi_+(\vec{x})$ y $\phi_-(\vec{x})$ son funciones con soportes disjuntos en el espacio de configuración (que, en este caso, coincide con el espacio físico tridimensional puesto que estamos considerando un sistema de una sola partícula). R_+ , el soporte de $\phi_+(\vec{x})$, se encuentra por encima del plano de simetría del aparato, mientras que R_- , el soporte de $\phi_-(\vec{x})$, se encuentra por debajo (véase la Figura 2.2 en la página siguiente para una representación esquemática de la evolución de la función de onda de la partícula en el caso considerado).

De la aplicación del postulado estadístico a la función de onda (2.50) se deriva que la probabilidad de que la partícula se haya desviado hacia arriba y esté en la región R_+ después de la interacción con el campo magnético es:

$$(2.51) \quad \int_{R_+} |\psi(\vec{x}, T)|^2 d\vec{x} = \int_{R_+} (|\alpha\phi_+(\vec{x})|^2 + |\beta\phi_-(\vec{x})|^2) d\vec{x} = |\alpha|^2$$

Por tanto, hay una probabilidad igual a $|\alpha|^2$ de que la partícula sea detectada en una región de la pantalla de coordenada $z \gg 0$ considerándose, en tal caso, que el resultado de la medición es que la componente del espín de la partícula en la dirección z tiene el valor $+\hbar/2$. El postulado estadístico sanciona, a su vez, que la probabilidad de que la

partícula se haya desviado hacia abajo y esté en la región R_- después de la interacción es:

$$(2.52) \int_{R_-} |\psi(\bar{x}, T)|^2 d\bar{x} = \int_{R_-} (|\alpha\phi_+(\bar{x})|^2 + |\beta\phi_-(\bar{x})|^2) d\bar{x} = |\beta|^2$$

En consecuencia, hay una probabilidad igual a $|\beta|^2$ de que la partícula sea detectada en una región de la pantalla de coordenada $z \ll 0$ considerándose, en tal caso, que el resultado de la medición es que la componente del espín de la partícula en la dirección z tiene el valor $-\hbar/2$.

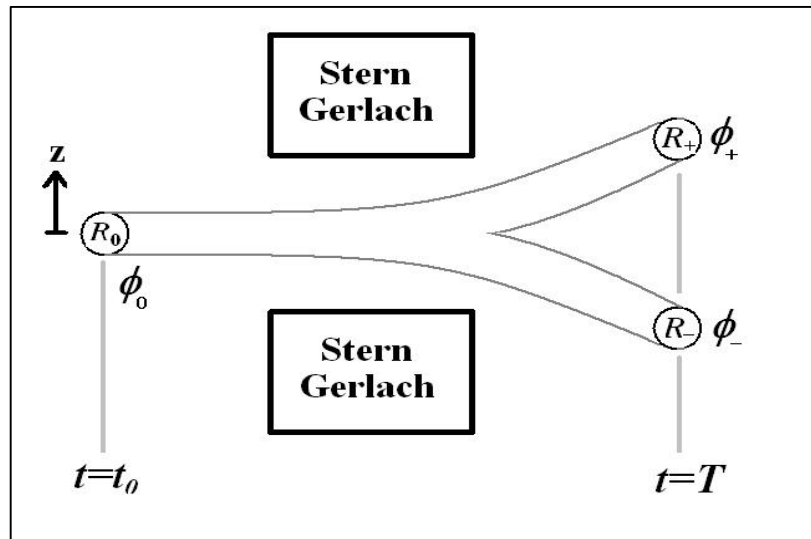


Figura 2.2. Evolución de la parte espacial de $|\psi(\bar{x}, t)\rangle$ en una medición con un aparato Stern-Gerlach tal que $B_z > 0$ y $\partial B_z / \partial z > 0$.

Nótese, además, que si la partícula se adentra en la región R_+ [R_-], el término de la función de onda proporcional a $|-\rangle$ [$|+\rangle$] se convierte en un paquete vacío y la dinámica ulterior de la partícula estará determinada únicamente por el término $\alpha\phi_+(\bar{x})|+\rangle$ [$\beta\phi_-(\bar{x})|-\rangle$].

Estas conclusiones garantizan el acuerdo entre las predicciones de la mecánica cuántica y la mecánica bohmiana acerca del valor de la componente en la dirección z del espín de una partícula. Pueden derivarse conclusiones equivalentes en relación con cualquier otra componente del espín, considerando en el análisis el campo magnético y los operadores adecuados.

CAPÍTULO 3

Mecánica bohmiana, entidades y tridimensionalismo

De acuerdo con los postulados de la versión mínima de la mecánica bohmiana elucidados en el capítulo anterior, la caracterización completa de un sistema físico se obtiene especificando la posición de todas sus partículas y una función matemática denominada campo cuántico o función de onda. El campo cuántico evoluciona según lo prescrito por la ecuación de Schrödinger y las trayectorias de las partículas dependen del campo cuántico en virtud de la relación funcional sancionada por la ecuación guía. Así, el papel desempeñado por el campo cuántico en mecánica bohmiana presenta claras analogías con el papel que desempeñado por el campo gravitatorio o el campo electromagnético en el contexto de la mecánica clásica. En consecuencia, resulta natural interpretar el campo cuántico (o su fase S , o alguna función adecuada del mismo) como representando un campo *real* que dirige el movimiento de las partículas.

Sin embargo, el campo cuántico es muy peculiar. Los campos clásicos se representan matemáticamente como funciones de las tres coordenadas espaciales x , y y z puesto que toman un determinado valor en cada punto del espacio físico tridimensional. Por el contrario, tal y como hemos visto en el Capítulo 2, las soluciones de la ecuación de Schrödinger son funciones que dependen de las coordenadas de cada una de las partículas del sistema, de modo que el campo cuántico de un sistema de N partículas habita en el espacio $3N$ -dimensional que hemos denominado espacio de configuración.³⁵

El espacio de configuración se corresponde con el espacio físico de nuestra experiencia sólo en el caso que se considere un universo de una partícula. Ahora bien, se cree que la parte observable de nuestro universo —una pequeñísima fracción del total— contiene alrededor de 10^{80} partículas.³⁶ Por tanto, caso de existir, la función de onda universal sería un desconcertante objeto que habitaría un espacio cuyo número de dimensiones excedería en mucho la cifra de $3 \cdot 10^{80}$.

³⁵ En general, la información contenida por una función de onda $3N$ -dimensional no puede expresarse en términos de N funciones de onda tridimensionales asociadas, cada una de ellas, con una de las partículas. Para una ilustración de este hecho, véase Lewis (2004, 715 ss.).

³⁶ Véase Lewis (2004, 713).

En la Introducción hemos denominado *tridimensionalismo* o *realismo tridimensional* a la tesis de acuerdo con la cual las únicas entidades físicas existentes son tridimensionales (o cuatridimensionales, si se adopta una perspectiva espacio-temporal). Puesto que ningún tridimensionalista puede aceptar la realidad de criaturas del espacio de configuración tales como el campo cuántico, de lo anterior parece desprenderse que la mecánica bohmiana es incompatible con el realismo tridimensional. En este capítulo exploraremos parte de las posibilidades interpretativas de la teoría y mostraremos que, en contra del tópico comúnmente aceptado, la mecánica bohmiana puede acomodar el desiderátum del realista tridimensional.

En la primera sección (§3.1), introduciremos la divisoria interpretativa entre el enfoque de guía y el enfoque del potencial cuántico. Dichos enfoques difieren en la ecuación del movimiento de las partículas que es considerada fundamental. Así, de acuerdo con el enfoque de guía, la ecuación que suministra la dinámica de las partículas bohmianas es la ecuación guía, mientras que los partidarios del enfoque del potencial cuántico defienden que la dinámica de las partículas bohmianas viene dada por una ecuación diferencial de segundo orden análoga en muchos aspectos a la segunda ley de Newton y que denominaremos «segunda ley de Newton generalizada».

Dedicaremos las secciones segunda, tercera y cuarta (§3.2, §3.3 y §3.4) a caracterizar ambos enfoques y a analizar las implicaciones de cada uno de ellos respecto de la ontología y la explicación.

En la quinta sección (§3.5) abordaremos, finalmente, la cuestión de la mecánica bohmiana y el tridimensionalismo, orientando nuestra investigación a elucidar una interpretación de la mecánica bohmiana compatible con los criterios del realista tridimensional y que sea satisfactoria desde el punto de vista de la explicación. En esta sección discutiremos, en primer lugar, la interpretación monista de partículas de Dürr *et al.* (1992); a continuación analizaremos la propuesta interpretativa de Belousek (2003) y, finalmente, introduciremos una propuesta tridimensionalista alternativa a las dos anteriores. Concluiremos, en la sexta sección (§3.6), con un análisis comparativo de dichas propuestas.

3.1 Enfoque de guía vs. enfoque del potencial cuántico

En el capítulo anterior, hemos introducido la versión mínima de la mecánica bohmiana cuyos postulados conforman el conjunto *mínimo* de postulados para una teoría consistente y equivalente desde el punto de vista empírico con la mecánica cuántica. Podría pensarse, entonces, que dicha discusión agota todo lo que cabe decir respecto del formalismo y las ecuaciones constitutivas de la teoría. Sin embargo,

nuestro relato del capítulo anterior no constituye el fin de la historia. De hecho, ni siquiera constituye su principio.

Bohm presentó su teoría en dos artículos aparecidos en 1952. En un artículo publicado un año después, en el que el autor da respuesta a algunas de las primeras objeciones que se formularon, éste procede a resumir su propuesta del siguiente modo:

“El autor [D.Bohm] ha propuesto una interpretación causal de la teoría cuántica basada en las siguientes hipótesis:

(A) Un sistema mecánico-cuántico como un electrón consta básicamente de una partícula que tiene una posición definida de forma precisa y que varía de modo continuo en función del tiempo.

(B) Sobre esta partícula actúan no sólo el potencial clásico $V(\mathbf{x},t)$ sino un potencial cuántico adicional $U(\mathbf{x},t)$ que es importante a nivel atómico pero despreciable a nivel macroscópico.

(C) Si escribimos $\psi = \text{Re}^{iS(\mathbf{x},t)/\hbar}$, donde ψ es la función de onda y R y S son [funciones] reales, entonces el potencial cuántico viene dado por la expresión

$$(C1) \quad U(\mathbf{x},t) = -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) \frac{\nabla^2 R(\mathbf{x},t)}{R(\mathbf{x},t)}$$

La ecuación del movimiento de la partícula toma entonces la forma

$$(C2) \quad m \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = -\nabla(U(\mathbf{x},t) + V(\mathbf{x},t))$$

Para obtener las mismas predicciones experimentales que se obtienen de la interpretación usual de la teoría cuántica es necesario, no obstante, hacer las tres asunciones especiales adicionales que siguen...: (1) El campo ψ satisface la ecuación de Schrödinger. (2) La velocidad de la partícula se restringe a $\mathbf{v} = \nabla S(\mathbf{x})/m$. (3) No podemos predecir o controlar la ubicación precisa de una partícula, sino que tenemos una colectividad estadística de partículas cuya densidad de probabilidad es $P(\mathbf{x}) = |\psi(\mathbf{x})|^2$.³⁷ (Bohm 1953, 458–459; también citado en Baublitz y Shimony 1996, 252)

³⁷ “The author [D. Bohm] has proposed a causal reinterpretation of the quantum theory, based on the following hypotheses:

(A) A quantum-mechanical system, such as an electron, consists basically of a particle having a precisely defined position, which varies continuously as a function of the time.

(B) This particle is acted on not only by the classical potential $V(\mathbf{x}, t)$ but also by an additional quantum-potential $U(\mathbf{x}, t)$, which is important at the atomic level but negligible at the macroscopic level.

(C) If we write $\psi = \text{Re}^{iS(\mathbf{x},t)/\hbar}$, where ψ is the wavefunction and R and S are real, then the quantum potential is given by

$$(C1) \quad U(\mathbf{x},t) = -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) \frac{\nabla^2 R(\mathbf{x},t)}{R(\mathbf{x},t)}$$

The equation of motion of the particle then takes the form

$$(C2) \quad \frac{m d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = -\nabla(U(\mathbf{x},t) + V(\mathbf{x},t))$$

To obtain the same predictions for all experimental results as are obtained from the usual interpretation of the quantum theory it is necessary, however, to make the following additional special assumptions . . . :

(1) The ψ field satisfies Schrödinger’s equation. (2) The particle velocity is restricted to $\mathbf{v} = \nabla S(\mathbf{x})/m$.

A la luz de esta cita, cabe preguntarse si la teoría original de Bohm tiene algo que ver con la mecánica bohmiana tal y como la hemos introducido en el capítulo anterior. Porque, de acuerdo con la formulación original de Bohm y para un sistema de N partículas, la ecuación fundamental del movimiento es:

$$(3.1) \quad m_k \frac{d^2 q_k}{dt^2} = -\vec{\nabla}_k (U(q,t) + V(q,t))$$

que, en adelante, denominaremos *segunda ley de Newton generalizada* y que incluye una referencia explícita al *potencial cuántico*:

$$(3.2) \quad U(q,t) \equiv -\sum_k \left(\frac{\hbar^2}{2m_k} \right) \frac{\vec{\nabla}_k^2 R(q,t)}{R(q,t)}$$

Sin embargo, ni la primera ni el segundo aparecen entre los postulados de la versión mínima de la mecánica bohmiana. Además, ciertos asertos que constituyen postulados en la versión mínima (la ecuación de Schrödinger, la ecuación guía y el postulado estadístico) son considerados por Bohm como “asunciones especiales adicionales”.

En la medida en que estas asunciones especiales adicionales se satisfagan, el enfoque de Bohm y la versión mínima de la mecánica bohmiana determinan una misma evolución para el campo y las partículas del sistema. La diferencia entre ambos enfoques opera, pues, solamente en el plano de la interpretación de la teoría. Nos encontramos, por tanto, ante un interesantísimo ejemplo de las posibilidades interpretativas a las que nos hemos referido en la Introducción de este trabajo.

Casi todos los más prominentes intérpretes de la mecánica bohmiana se han posicionado de modo explícito a favor o en contra de utilizar el potencial cuántico y la segunda ley de Newton generalizada. Baublitz y Shimony (1996) analizan la tensión entre ambas posturas, denominando «enfoque causal» [causal view] a la versión de la teoría que incorpora el potencial cuántico y «enfoque de guía» [guidance view] a la versión de la teoría que rechaza su uso y que contempla como postulados sólo los elucidados en el capítulo anterior.

La terminología empleada por estos autores ha tenido cierto éxito y hoy en día se ha convertido casi en estándar. Su justificación cabe encontrarla en el hecho de que el propio Bohm se ha referido en alguna ocasión a su enfoque como «la interpretación *causal* de la mecánica cuántica» y a que uno de los elementos de contraste entre ambas posturas es el rol de la ecuación guía, aparentemente subsidiario en el enfoque de Bohm pero claramente central en el enfoque alternativo. Sin embargo, puesto que ambos enfoques pueden ser interpretados como postulando mecanismos *causales* deterministas, consideramos que el uso del término «causal» como clase de contraste

(3) We do not predict or control the precise location of a particle, but have a statistical ensemble of particles with a probability density, $P(\mathbf{x}) = |\psi(\mathbf{x})|^2$.” (Bohm 1953, 458–459)

puede inducir a error. Así pues, en adelante, denominaremos «enfoque de guía» al enfoque que sólo admite los postulados discutidos en el capítulo anterior y «enfoque *del potencial cuántico*» al enfoque que, además, considera como postulado la segunda ley de Newton generalizada (3.1) con el potencial cuántico.³⁸

3.2 El enfoque del potencial cuántico

3.2.1 Consistencia del enfoque del potencial cuántico

En su artículo seminal de 1952, Bohm explicita el camino que le llevó de la teoría cuántica a su propia teoría de variables ocultas. Si la función de onda se escribe en la forma polar (2.4) (pág.13) y se introduce en la ecuación de Schrödinger, mediante manipulaciones algebraicas elementales puede llegarse al siguiente par de ecuaciones diferenciales que involucran las funciones R y S (el módulo y \hbar veces la fase de la función de onda respectivamente):

$$(3.3) \quad -\frac{\partial S}{\partial t} = \sum_k \frac{(\vec{\nabla}_k S)^2}{2m_k} + V - \sum_k \left(\frac{\hbar^2}{2m_k} \right) \frac{\vec{\nabla}_k^2 R}{R}$$

$$(3.4) \quad \frac{\partial R^2}{\partial t} + \sum_k \vec{\nabla}_k \cdot \left(R^2 \frac{\vec{\nabla}_k S}{m_k} \right) = 0$$

La primera de estas ecuaciones es formalmente idéntica a la ecuación de Hamilton-Jacobi de la mecánica clásica excepto por un nuevo término que no es otro que el potencial cuántico (3.2).³⁹ Es por este motivo que la ecuación (3.3) es denominada por algunos como la «ecuación de Hamilton-Jacobi *cuántica*» [QHJ en sus siglas en inglés]. Puesto que la ecuación de Hamilton-Jacobi constituye un balance energético, la analogía con la mecánica clásica llevó a Bohm a interpretar (3.2) como un término de energía potencial y a postular la segunda ley de Newton generalizada (3.1) como la ecuación del movimiento de las partículas.

De acuerdo con la teoría de Hamilton-Jacobi, el gradiente de la función principal de Hamilton S es igual al momento de la partícula. Así pues, la analogía formal entre (3.3) y ecuación de Hamilton-Jacobi también condujo a Bohm a asumir como hipótesis que el momento de las partículas viene dado por el gradiente de la fase de función de onda,

³⁸ Debemos notar que el uso que sugerimos es, además, perfectamente consistente con el de Bohm y muchos de sus seguidores quienes, en numerosas ocasiones, se refieren a su propuesta como el enfoque del potencial cuántico. A este respecto puede verse, por ejemplo, los títulos de Bohm y Hiley (1984), Bohm *et al.* (1985) y Philippidis *et al.* (1979).

³⁹ Para una discusión de la teoría de Hamilton-Jacobi, véase Goldstein (1950, Cap. 10) o Holland (1993, Cap.2).

obteniendo la ecuación guía (2.5) o la “asunción especial” (2) de la cita de la pág. 35. Nótese, además, que una vez admitida la relación $\vec{v}_k = \vec{\nabla}_k S / m_k$, la ecuación (3.4) se convierte en una ecuación de continuidad para el módulo al cuadrado de la función de onda garantizando, por tanto, que R^2 es una cantidad conservada y que, en consecuencia, es consistente interpretar dicha cantidad como una densidad de probabilidad.

Puesto que el enfoque del potencial cuántico postula la segunda ley de Newton generalizada como la ecuación del movimiento de las partículas pero incorpora también la ecuación guía como “asunción adicional especial”, pudiera en principio parecer que dicho enfoque dispone de dos ecuaciones diferentes para realizar exactamente el mismo trabajo –esto es, suministrar las trayectorias de las partículas. Si esto fuera cierto, no sólo se estaría violentando el más elemental sentido de la economía postulacional sino que, además, se arriesgaría la propia consistencia del enfoque. A continuación mostraremos que no existe conflicto lógico entre la ecuación guía y la segunda ley de Newton generalizada, para luego elucidar el distinto desempeño de ambas hipótesis dentro del enfoque del potencial cuántico.

La segunda ley de Newton generalizada puede ser derivada si se toman como premisas la ecuación de Schrödinger y la ecuación guía.⁴⁰ Así pues, la relación lógica entre la ecuación guía y la segunda ley de Newton generalizada es análoga a la que se da entre las premisas y la conclusión de un argumento deductivo. Ahora bien, en un argumento deductivo las premisas siempre son más restrictivas (o, si se quiere, más informativas) que la conclusión. En consecuencia, la ecuación guía es más restrictiva que la segunda ley de Newton generalizada. Y, en efecto, puede comprobarse a este respecto que todas las soluciones de la ecuación guía son, a su vez, soluciones de la segunda ley de Newton generalizada, pero *no* todas las soluciones de la segunda ley de Newton generalizada son soluciones de la ecuación guía. Esto significa que el conjunto de movimientos permitidos por la ecuación guía es un conjunto propio del conjunto (más extenso) de movimientos permitidos por la segunda ley de Newton generalizada.

Esta situación puede ser apreciada intuitivamente si se considera la forma de las dos ecuaciones en juego. Por simplicidad, supondremos que estamos manejando un sistema de una sola partícula. La segunda ley de Newton generalizada suministra la *aceleración* de dicha partícula en términos de los potenciales clásico y cuántico. Puesto que la aceleración es la derivada segunda de la posición respecto del tiempo, nos encontramos ante una ecuación diferencial de segundo orden. En consecuencia, para hallar la trayectoria de la partícula tenemos que suministrar *dos* condiciones de contorno –típicamente, la posición y la velocidad de la partícula en un tiempo inicial.

⁴⁰ Para esta derivación, véase, por ejemplo, Holland (1993, 278–280).

Por el contrario, la ecuación guía suministra directamente la *velocidad* de la partícula en términos de la función de onda. Puesto que la velocidad es la derivada primera de la posición respecto del tiempo, para hallar la trayectoria de la partícula basta con suministrar un solo parámetro –típicamente, la posición en algún instante inicial.

Así, dados la posición inicial de la partícula y el campo cuántico, la ecuación guía determina completamente la velocidad de la partícula y su trayectoria. Sin embargo, la posición inicial de la partícula, el campo cuántico y la segunda ley de Newton generalizada no permiten fijar la velocidad inicial de la partícula ni, por consiguiente, su trayectoria. Puede concluirse, pues, que la velocidad de la partícula es contingente desde la perspectiva de la segunda ley de Newton generalizada mientras que no lo es desde la perspectiva de la ecuación guía.

Supongamos que, al abordar un problema concreto, resolvemos la ecuación de Schrödinger y obtenemos que la función de onda de la partícula es $\psi(t)$. Supongamos que, para averiguar su trayectoria, decidimos integrar la ecuación guía y obtenemos que si la posición inicial de la partícula es X_0 , entonces su velocidad inicial es V_0 y su trayectoria T .

Ahora imaginemos que consideramos la segunda ley de Newton generalizada –y no la ecuación guía– como la ecuación fundamental del movimiento. Dado el mismo campo cuántico $\psi(t)$, si escogemos X_0 y V_0 como la posición y la velocidad iniciales de la partícula, respectivamente, entonces la segunda ley de Newton generalizada sanciona que la trayectoria de la partícula es T . Así pues, *ambas ecuaciones son consistentes*. Sin embargo, la segunda ley de Newton generalizada permite escoger otros muchos pares de condiciones iniciales que también contienen X_0 como, por ejemplo, (X_0, V_0') , (X_0, V_0'') , (X_0, V_0''') , etc. Dicha ecuación asociará, en general, una trayectoria diferente a cada uno de dichos pares –digamos T' , T'' , T''' , etc. Nótese que ninguna de estas trayectorias está permitida por la ecuación guía.

A la vista de esta situación, se ve claramente que si se considera la segunda ley de Newton generalizada como la ley fundamental que suministra la trayectoria de la partícula, la ecuación guía no debe interpretarse, a su vez, como una ecuación dinámica sino más bien como una *regla de selección* que restringe y descarta como imposibles algunas de las trayectorias permitidas por la primera. Es precisamente por este motivo que Bohm se refiere a $\mathbf{v} = \nabla S(\mathbf{x})/m$ como una *restricción* al final de la cita que hemos reproducido en la pág. 35. (Bohm es aún más explícito a este respecto en la cita que reproducimos más adelante, en la pág.45)

La ecuación guía interpretada como regla de selección es absolutamente necesaria para la adecuación empírica y la consistencia de la teoría, puesto que *las trayectorias seleccionadas por dicha ecuación son las únicas compatibles con el postulado estadístico*. Sin embargo, una vez que la ecuación guía se incluye entre los postulados

de la teoría, la segunda ley de Newton generalizada no añade nada en relación con los movimientos accesibles al sistema.

Llegamos, por tanto, a la siguiente conclusión. En primer lugar, la segunda ley de Newton generalizada no permite prescindir de la ecuación guía, que sigue siendo necesaria para obtener predicciones empíricamente adecuadas. En segundo lugar, la ecuación guía interpretada propiamente como una ecuación dinámica es suficiente para generar dichas predicciones. ¿Por qué entonces no deshacerse de la segunda ley de Newton generalizada desde el principio, como abogan los partidarios del enfoque de guía? ¿Y por qué Bohm y tantos otros autores no sólo utilizan dicha ecuación sino que, además, declaran que ésta es la ley fundamental de la teoría?

3.2.2 Enfoque del potencial cuántico y explicación

Los partidarios del enfoque del potencial cuántico pueden sostener que, aunque el recurso a las nociones de *fuerza* (la segunda ley de Newton generalizada suministra la fuerza que actúa sobre cada una de las partículas del sistema) y *energía* (el potencial cuántico es, como el potencial clásico, una forma de energía) es superfluo desde el punto de vista del contenido empírico de la teoría, *no lo es desde el punto de vista de la ontología y la explicación*. Así, según este argumento, el poder explicativo de la mecánica bohmiana se ve claramente aumentado si permitimos que magnitudes de segundo orden como la fuerza y la energía formen parte de la teoría. Sería, pues, el mayor poder explicativo del potencial cuántico y de la segunda ley de Newton generalizada el que justificaría, no sólo su introducción en la teoría, sino su privilegiada posición en la jerarquía conceptual de la misma. A continuación, ilustraremos el poder explicativo del potencial cuántico recurriendo a un ejemplo particularmente perspicuo.

Consideremos el célebre experimento de la doble rendija.⁴¹ Dicho experimento consiste en una fuente que lanza partículas (i.e., electrones) contra una pantalla en la que se han practicado sendos orificios. Detrás de esta pantalla se encuentra una segunda pantalla con detectores (véase la Figura 3.1). Supondremos, como es habitual, que la fuente tiene una tasa de emisión tan débil que en todo momento hay a lo sumo una sola partícula moviéndose a través del aparato.

⁴¹ Para un análisis detallado de dicho experimento desde la perspectiva del enfoque mecánico-cuántico estándar, recomendamos la celebrada exposición de Feynman (1963, Cap. 37). Para un análisis del mismo desde una perspectiva bohmiana, véase Philippidis *et al.* (1979) o Holland (1993, 173 ss.).

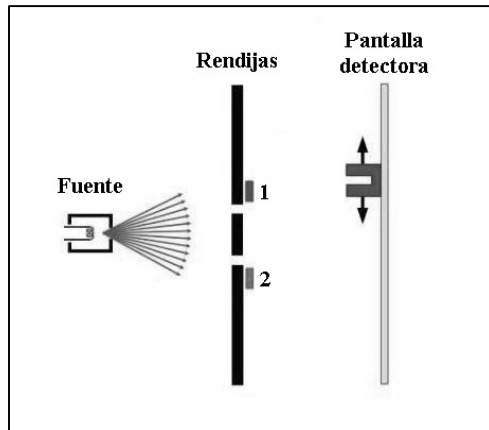
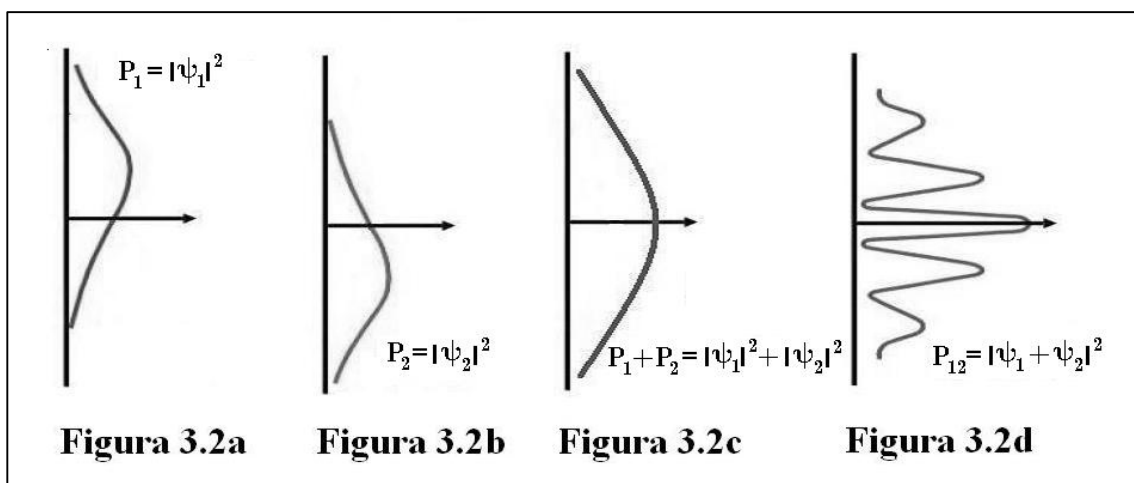


Figura 3.1. Experimento de la doble rendija.

En el caso de que sólo esté abierta la rendija superior [inferior], tras varias repeticiones del experimento se obtiene un patrón como el representado en la Figura 3.2a [3.2b]. Si ambas rendijas están abiertas, cabe esperar que el patrón obtenido sea el representado en la Figura 3.2c, esto es, la suma de las dos distribuciones anteriores. Sin embargo, sucede que los electrones sólo se detectan en ciertas franjas de la pantalla mientras que otras franjas apenas reciben partículas, de modo que la distribución obtenida se corresponde con el patrón de interferencia típico de los fenómenos ondulatorios y que representamos en la Figura 3.2d. Si detrás de la primera pantalla se coloca algún dispositivo capaz de detectar de modo concluyente a través de qué rendija pasa el electrón, el patrón de interferencia desaparece por completo y se obtiene, ahora sí, el patrón clásico de la Figura 3.2c. Si, por el contrario, la información acerca de la rendija atravesada por el electrón no es concluyente se obtiene un patrón mixto que es combinación de los anteriores.



Estos resultados han sido utilizados, en el marco de la interpretación mecánico-cuántica estándar, para justificar la célebre tesis de la dualidad onda-corpúsculo, puesto

que el electrón parece comportarse ora como partícula ora como onda en función de si se mide, o no, a través de qué rendija ha pasado. Los mismos resultados también han sido utilizados para argumentar que, cuando ambas rendijas están abiertas, no cabe sostener que el electrón se haya propagado ni por una sola de ellas, ni por ambas a la vez.⁴² Ante dichas conclusiones, no sorprende que muchos consideren que el experimento de la doble rendija contiene la quintaesencia de los misterios cuánticos.

Sin embargo, un análisis bohmiano del experimento provee una explicación pasmosamente sencilla de tales misterios. Así, desde la perspectiva de la mecánica bohmiana, es natural interpretar que por el aparato se propagan tanto una partícula como una onda –el campo cuántico. La forma del campo cuántico depende de modo instantáneo y no local del entorno, de manera que dicho campo tiene un aspecto muy distinto cuando sólo una rendija está abierta que cuando lo están ambas. Por consiguiente, la forma de las trayectorias de las partículas también dependerá notablemente de la circunstancia considerada. Si ambas rendijas están abiertas, la onda manifiesta el característico patrón de interferencia y las trayectorias del electrón que se encuentra bajo la guía de dicha onda son, en función de la posición inicial del electrón en el plano de las rendijas, como las representadas en la Figura 3.3.

Nótese que dichas trayectorias tienden a concentrarse alrededor de ciertas franjas de la pantalla, mientras que otras franjas apenas reciben trayectorias. Esto explica la distribución mecánico-cuántica de la Figura 3.2d. Si se introduce un dispositivo para medir por qué rendija pasa el electrón, el campo cuántico se ve afectado instantáneamente y, en consecuencia, también el movimiento ulterior del electrón.

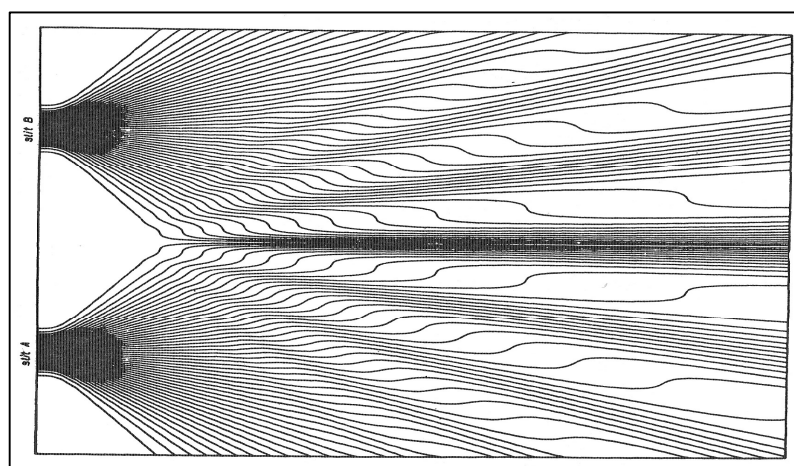


Figura 3.3. Trayectorias bohmianas del experimento de la doble rendija en el caso en que ambas rendijas están abiertas. (Extraída de Philippidis *et al.* (1979))

⁴² Véase Barrett (1999, 5).

Ahora bien, cabe preguntarse por qué cuando ambas rendijas están abiertas el electrón se mueve describiendo la suerte de curvas representadas en la Figura 3.3 y no de cualquier otro modo. Puede responderse que dichas trayectorias son como son porque así lo sanciona la ecuación guía cuando se considera la función de onda adecuada. Sin embargo, el recurso al potencial cuántico permite ofrecer una explicación más profunda o, cuando menos, más familiar.

Entre las dos pantallas, el potencial clásico es cero y, por tanto, las fuerzas que, de acuerdo con la segunda ley de Newton generalizada, determinan el movimiento de la partícula derivan únicamente del potencial cuántico. Si se calcula el potencial cuántico cuando las dos rendijas están abiertas, se obtiene la función representada en la Figura 3.4. Puede comprobarse que dicho potencial es una función oscilante que tiene una serie de picos distribuidos a lo largo del plano de la pantalla detectora. Así, el electrón es repelido al aproximarse a las zonas en donde se producen dichos picos de potencial mientras que es atraído hacia las regiones intermedias en las que el potencial es mucho menor. Esto explica por qué se obtiene el patrón de trayectorias representado en la Figura 3.3. Vemos, por tanto, que el potencial cuántico constituye un recurso heurístico de indudable valor para figurar y comprender el movimiento del electrón: en virtud de dicho potencial y de las fuerzas sancionadas por la segunda ley de Newton generalizada podemos interpretar el comportamiento de las partículas en términos de los mecanismos clásicos de atracción y repulsión.

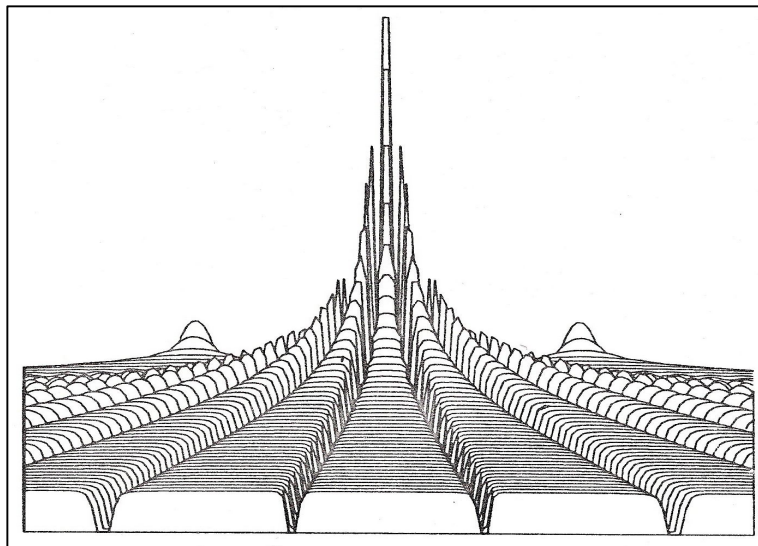


Figura 3.4. El potencial cuántico en el experimento de la doble rendija visto desde la pantalla detectora. (Extraída de Philippidis *et al.* (1979))

Así, cabe concluir de nuestra discusión del experimento de la doble rendija que mediante la introducción del potencial cuántico y de la segunda ley de Newton

generalizada estamos permitiendo que todos los recursos explicativos propios de la mecánica clásica estén disponibles para dar cuenta de los fenómenos cuánticos. Sin embargo –y como tendremos ocasión de ver más adelante– este parecido entre la mecánica clásica y el enfoque del potencial cuántico no complace a todo el mundo y, de hecho, ha sido utilizado como argumento a favor del enfoque de guía.

El potencial cuántico no sólo ayuda a explicar determinados fenómenos físicos, sino también la transición entre el dominio clásico y cuántico. De acuerdo con la segunda ley de Newton generalizada, si sobre una partícula se aplica una fuerza, la partícula experimenta una aceleración proporcional a dicha fuerza e inversamente proporcional a su masa. En este sentido, pues, esta ley no difiere de la segunda ley de Newton sin generalizar. Lo que la segunda ley de Newton generalizada añade a su contraparte clásica es, sencillamente, un nuevo tipo de fuerza que afecta a las partículas, a saber, la fuerza cuántica que emerge del potencial cuántico. Desde esta perspectiva, es fácil ver que una partícula bohmiana se comportará clásicamente siempre que el potencial cuántico sea cero porque, en tal caso, las únicas fuerzas que experimentará son las fuerzas clásicas que emergen de los potenciales clásicos. Así, la cuestión de cómo obtener el límite clásico de la mecánica bohmiana tiene una respuesta sencilla dentro del enfoque del potencial cuántico.

Por el contrario, desde la perspectiva del enfoque de guía esta cuestión no puede ser respondida de un modo tan simple. Porque, para encontrar una respuesta, debería de elucidarse bajo qué condiciones la ecuación guía prescribe movimientos clásicos y éste es, sin duda, un asunto complicado dada la disparidad formal entre dicha ecuación y la segunda ley de Newton. En consecuencia, la funcionalidad del potencial cuántico para dar cuenta del límite clásico puede aducirse como una segunda razón para su introducción en la teoría.

Una tercera razón a favor del enfoque del potencial cuántico radica en que éste ofrece mejores perspectivas en relación con una hipotética extensión del mismo a dominios en donde no se ha probado la adecuación de la mecánica cuántica estándar. Obviamente, el requisito de equivalencia empírica con el enfoque mecánico-cuántico estándar deja de tener sentido en dichos dominios, pudiéndose desechar la restricción $\vec{v}_k = \vec{\nabla}_k S / m_k$ y explorar con plena libertad las mayores posibilidades dinámicas entrañadas por la segunda ley de Newton generalizada. Desde esta perspectiva, no sólo la ecuación guía sino el resto de postulados introducidos con el único propósito de garantizar la equivalencia empírica con el enfoque mecánico-cuántico estándar (esto es, la ecuación de Schrödinger y el postulado estadístico) pueden ser considerados como provisiones fenomenológicas más o menos subsidiarias que cabe aplicar sólo en un dominio restringido.

Bohm, preocupado siempre por la extensión de sus propuestas para cubrir nuevos dominios de fenómenos, consideraba este argumento como fundamental e insistió en el mismo con particular énfasis en sus trabajos más tempranos. Así, por ejemplo, en el artículo seminal de la mecánica bohmiana podemos leer el siguiente comentario respecto de la ecuación guía:

“Para obtener resultados equivalentes a los de la interpretación usual de la teoría cuántica, debemos restringir los valores del momento inicial de la partícula a $\mathbf{p} = \nabla S(\mathbf{x})$. [...] La nueva interpretación de la teoría cuántica que aquí sugerimos implica, no obstante, que *esta restricción no es parte inherente de la estructura conceptual*. Así, veremos que es consistente con nuestra interpretación contemplar modificaciones en la teoría que permitan una relación arbitraria entre \mathbf{p} y $\nabla S(\mathbf{x})$. La ley de fuerza de la partícula puede escogerse de modo que, en el dominio atómico, \mathbf{p} sea casi igual a $\nabla S(\mathbf{x})$, pero que, en procesos que involucren distancias mucho menores, estas dos cantidades sean muy diferentes.”⁴³ (Bohm 1952a, 170-171; cursivas en el original)

Esta cita pone claramente de manifiesto la opinión de Bohm respecto de la provisionalidad de la teoría en su forma estándar, así como su interpretación de la ecuación guía no como una ecuación dinámica sino como una restricción o regla de selección.

3.3 Enfoque de guía y explicación

Goldstein (1996, 158) crítica el uso del potencial cuántico sosteniendo que este término no es “ni simple ni natural” y es “bastante *ad hoc*.”⁴⁴ Sin embargo, hemos visto que el potencial cuántico aparece en la ecuación de Hamilton-Jacobi cuántica (3.3), siendo ésta una consecuencia inmediata de la ecuación de Schrödinger cuando la función de onda se escribe en forma polar. En este sentido, puede decirse que “el potencial cuántico ya está en la ecuación de Schrödinger”⁴⁵ y el sencillo paso que lleva

⁴³ “For in order to obtain results that are equivalent to those of the usual interpretation of the quantum theory, we are required to restrict the value of the initial particle momentum to $\mathbf{p} = \nabla S(\mathbf{x})$ [...] Our suggested new interpretation of the quantum theory implies, however, that this restriction is not inherent in the conceptual structure. We shall see in Sec.9, for example, that it is quite consistent in our interpretation to contemplate modifications in the theory which permit an arbitrary relation between \mathbf{p} and $\nabla S(\mathbf{x})$. The law of force on the particle can, however, be so chosen that in the atomic domain, \mathbf{p} turns out to be very nearly equal to $\nabla S(\mathbf{x})$, while in processes involving very small distances, these two quantities may be very different.” (Bohm 1952a, 170–171)

⁴⁴ “The quantum potential itself is neither simple nor natural and it is not very satisfying to think of the quantum revolution as amounting to the insight that nature is classical after all, except that there is in nature what appears to be a rather *ad hoc* additional force term, the one arising from the quantum potential.” (Goldstein 1996, 158)

⁴⁵ Esta expresión fue formulada por B. Hiley quien, en una conversación personal, expresaba su perplejidad ante la crítica de S. Goldstein y su equipo al uso del potencial cuántico.

de esta última ecuación a la ecuación de Hamilton-Jacobi cuántica no parece ni *ad hoc* ni antinatural.⁴⁶

Los partidarios del enfoque de guía disponen de mejores estrategias que la anterior para defender su posición. Así, por ejemplo, éstos pueden tratar de argumentar que, cuando se elige una interpretación, la economía debe prevalecer siempre sobre el poder explicativo. Puesto que el potencial cuántico y la segunda ley de Newton generalizada no son ni necesarios ni suficientes para la adecuación empírica de la teoría, la navaja de Ockham debe de ser aplicada sin piedad, recuperándose el enfoque de guía en su austeridad postulacional.

Si bien no cabe cuestionar la legitimidad de esta estrategia, consideramos que, en el contexto de nuestra discusión, ésta constituye una suerte de petición de principio, puesto que el punto de partida del proponente del enfoque del potencial cuántico es, precisamente, la convicción que lo relativo a la ontología y la explicación constituye un elemento prioritario en la evaluación de las teorías. Por tanto, el partidario del enfoque de guía lograría una mejor defensa si mostrase que su enfoque es, al menos, tan satisfactorio desde el punto de vista de la explicación como lo es el enfoque del potencial cuántico. Entonces, puesto que el primero es más económico, sin duda sería preferible.

En esta sección analizaremos algunos de los argumentos disponibles en la literatura para motivar la asunción de la ecuación guía como la ecuación fundamental del movimiento de las partículas bohmianas y para mostrar que el enfoque de guía no es deficitario desde el punto de la explicación. Puesto que en esta tesis nos interesa comparar las distintas interpretaciones de la mecánica bohmiana en función de su desempeño para dar cuenta de los fenómenos propios del dominio cuántico, en adelante nos centraremos en la cuestión de la ontología y la explicación dentro de dicho dominio de fenómenos, dejando de lado los argumentos relativos al límite clásico de la teoría y a una posible extensión de la misma para dar cuenta de fenómenos sub-cuánticos.

En la sección anterior, hemos visto que Bohm se sirve de la analogía entre la mecánica bohmiana y la mecánica clásica sugerida por la similitud de (3.3) con la ecuación de Hamilton-Jacobi para motivar la interpretación de $\sum_k (\hbar^2 / 2m_k)(\vec{V}_k^2 R / R)$ como una forma de energía potencial. A su vez, el autor se sirve^k de la misma analogía para postular la segunda ley de Newton generalizada y para motivar la “asunción especial” $\vec{v}_k = \vec{V}_k / m_k$. Así pues, desde la perspectiva de Bohm, la ecuación guía aparece como inextricablemente ligada al potencial cuántico, a la ecuación de Hamilton-Jacobi cuántica y a la segunda ley de Newton generalizada. Sin embargo, algunos

⁴⁶ Para una réplica más detallada a los comentarios de Goldstein acerca del carácter antinatural o *ad hoc* del potencial cuántico, véase Belousek (2003, 132 ss.).

proponentes del enfoque de guía han puesto de manifiesto la autonomía de la ecuación guía mostrando que ésta puede ser motivada sin hacer referencia alguna a aquéllas.

Así, por ejemplo, Dürr *et al.* (1992, 852 ss.) derivan la ecuación guía como la expresión más *simple* que es consistente con los requerimientos de invariancia galileana y reversibilidad temporal. Sin embargo, algunos autores han arrojado dudas acerca de los criterios de simplicidad utilizados por Dürr *et al.* cuestionando, en consecuencia, la plausibilidad de la ‘derivación’ que se fundamenta en dichos criterios.⁴⁷

Un intento más iluminador de justificar la ecuación guía se debe a J.S.Bell.⁴⁸ Sin lugar a dudas, éste es el autor más influyente entre los primeros partidarios de la mecánica bohmiana pero, a pesar de su ferviente entusiasmo por la teoría de Bohm, Bell nunca introduce el potencial cuántico o la segunda ley de Newton generalizada en ninguna de sus numerosas exposiciones de la teoría.⁴⁹

Para motivar su enfoque, Bell recuerda que la corriente de probabilidad mecánico-cuántica \vec{J}_k se define como:

$$(3.5) \quad \vec{J}_k = \frac{\hbar}{m_k} \text{Im}(\psi^*(q,t) \vec{\nabla}_k \psi(q,t))$$

mientras que la densidad de probabilidad mecánico-cuántica viene dada por la regla de Born, $\rho = |\psi(q,t)|^2$. Ahora bien, en dinámica de medios continuos, el cociente entre la corriente y la densidad no es más que la velocidad, esto es, $\vec{v} = \vec{J}/\rho$. Si se calcula este cociente para el caso de la corriente y la densidad de probabilidad mecánico-cuánticas se obtiene la siguiente expresión para la correspondiente «velocidad» cuántica:

$$(3.6) \quad \vec{v}_k = \frac{\vec{J}_k}{\rho} = \frac{\hbar}{m_k} \frac{\text{Im}(\psi^*(q,t) \vec{\nabla}_k \psi(q,t))}{\psi^*(q,t) \psi(q,t)} = \frac{\hbar}{m_k} \text{Im} \left(\frac{\vec{\nabla}_k \psi(q,t)}{\psi(q,t)} \right)$$

Nótese que (3.6) no es nada más y nada menos que la ecuación guía. Puede comprenderse, entonces, por qué algunos autores denominan «enfoque hidrodinámico» al particular modo de Bell de presentar la mecánica bohmiana.

Valentini (1992; 1996; 1997) desarrolla otra sugerente e original interpretación de la mecánica bohmiana dentro del marco del enfoque de guía. Su propuesta consiste en tomar la fase S del campo cuántico (que Valentini denomina, siguiendo a De Broglie, «onda piloto») como la entidad primitiva, tanto desde el punto de vista ontológico como desde el punto de vista de la explicación. De este modo, en lugar de explicar las

⁴⁷ A este respecto, véase Brown *et al.* (1996, 310) y Belousek (2003, 116).

⁴⁸ Véase, por ejemplo, Bell (1971).

⁴⁹ B. Hiley sostiene que las discrepancias entre los enfoques de Bohm y Bell son tan grandes que lo que hace este último debería ser denominado «mecánica belliana» y no «mecánica bohmiana» (Conversación personal, Agosto 2008). En el siguiente capítulo ahondaremos aún más en las discrepancias entre Bohm y Bell al considerar la atribución de propiedades desde la perspectiva de ambos autores.

correlaciones no locales «à la Bohm», como resultado de la acción del potencial cuántico, Valentini explica dichas correlaciones y la emergencia misma del potencial cuántico como una consecuencia del hecho, *más fundamental*, de que la onda piloto se encuentra en un estado entrelazado. [entangled state]

Valentini considera, además, que este modo de explicación «no mecánico» puede ser extendido también al dominio clásico, si se toma la teoría de Hamilton-Jacobi como la teoría fundamental de este último dominio, *desvinculándola completamente de la teoría de segundo orden newtoniana*. De acuerdo con la propuesta de dicho autor, tanto la emergencia de las fuerzas en el contexto mecánico-clásico como en el cuántico se explica como resultado del estado de entrelazamiento de la función principal de Hamilton, interpretada como una onda piloto real en ambos dominios:

“Aunque en 1952 Bohm adopta un punto de vista mecánico en términos de un «potencial cuántico» no local, la teoría de la onda piloto es radicalmente diferente de la mecánica newtoniana basada en la fuerza y la aceleración. La teoría de la onda piloto se deja interpretar mejor en términos de un «campo guía» abstracto (la onda piloto) en el espacio de configuración, cuyo gradiente determina las *velocidades* de las variables del sistema, siendo este campo de la misma naturaleza que la función *S* (o la acción) de la teoría de Hamilton-Jacobi clásica. De hecho, puede obtenerse un punto de vista natural si uno toma como punto de partida a la teoría de Hamilton-Jacobi clásica, considerada *per se* como una teoría *física* de la física clásica completamente independiente de la mecánica newtoniana. Si se atribuye a la función *S* un estatuto fundamental e irreducible, la física clásica se vuelve idéntica desde el punto de vista conceptual a la teoría de la onda piloto y ésta no se encuentra sino a un paso matemático de aquella. Desde este punto de vista, todas las interacciones pueden interpretarse como efectos de la no separabilidad [de la función *S*] incluso clásicamente: *las «fuerzas» clásicas y el acoplamiento entre elementos del campo en la teoría clásica de campos son de hecho manifestaciones de un entrelazamiento de tipo EPR en la función S*. Así, en lugar de explicar los efectos no locales de entrelazamiento EPR en términos de un «potencial cuántico» mecánico, adoptamos la perspectiva contraria: incluso las «fuerzas» clásicas son manifestaciones de dicho entrelazamiento.”⁵⁰ (Valentini, 1992, 4; cursivas en el original)

⁵⁰ “Although Bohm in 1952 took a mechanical view, in terms of a nonlocal «quantum potential», the pilot-wave theory is radically different from Newtonian mechanics based on force and acceleration. The pilot-wave theory is much better regarded in terms of an abstract «guiding field» (pilot-wave) in configuration space, whose gradient determines the *velocities* of the system variables, this field being of the same nature as the phase function (or action) *S* of classical Hamilton-Jacobi theory. Indeed, as we shall see below a very natural viewpoint is obtained if one begins with classical Hamilton-Jacobi theory, regarding this *per se* as *physical* theory of classical physics, completely independent of Newtonian mechanics. By elevating the function *S* to a fundamental and irreducible status, classical physics becomes conceptually identical to the pilot-wave theory and the latter is mathematically but a small step from the former. From this point of view all interactions are regarded as effects of nonseparability, even classically: *Classical «forces», and coupling between neighbouring field elements in classical field theory, are actually manifestations of EPR-entanglement in S*. Thus, rather than explaining nonlocal EPR-entanglement effects in terms of a mechanical «quantum potential», we take the opposite view: Even classical «forces» are actually manifestations of such entanglement.” (Valentini 1992, 4)

Muchos autores consideran que los recursos explicativos que se desprenden del enfoque de guía suponen la recuperación en la física moderna de algunos componentes característicos de la «física» aristotélica. Así, por ejemplo, cuando Goldstein (1996) trata de aclarar qué es la revolución cuántica, responde del siguiente modo:

“Creo que [la revolución cuántica] involucra una transición entre una física newtoniana, de segundo orden, en donde la aceleración y las fuerzas desempeñan un papel fundamental, a una física de primer orden, donde son las velocidades, las tasas de cambio de posición, las que son fundamentales [...] Nótese que la misma posibilidad de una teoría así, de una dinámica aristotélica relativista (relatividad galileana para el caso no relativista), por decirlo de algún modo, es bastante sorprendente.”⁵¹ (Goldstein 1996, 163)

Sin embargo, es Valentini quien pone un mayor énfasis en el reconocimiento de ingredientes aristotélicos en el seno de la teoría de la onda piloto. Así, este autor finaliza una interesantísima digresión acerca de la naturaleza de la onda piloto o campo guía (Valentini 1992, §2.1.2) concluyendo que la mejor interpretación que cabe hacer de dicho campo es en términos de una *causa formal* aristotélica:

“La interpretación más sucinta de ψ , libre de complicaciones pero que hace justicia a su significación física, es con seguridad la de un campo de causa formal en el sentido aristotélico. De este modo, es justificado referirse a ψ como una campo de información que ‘informa’ la evolución temporal $X(t)$.”⁵² (Valentini 1992, 17)

Nótese que estas conclusiones son prácticamente idénticas a las de Bohm y Hiley (1993), quienes abogan por una interpretación de la función de onda como un campo de «información activa».⁵³ Sin embargo, Bohm y Hiley vinculan dicho campo de información activa con el potencial cuántico y en ningún caso establecen explícitamente una semejanza entre sus planteamientos y la doctrina aristotélica.⁵⁴

⁵¹ “I believe that this involves a transition from Newtonian physics, second-order physics, in which acceleration and forces play a fundamental role, to first-order physics, in which it is the velocities, the rates of change of position, that are fundamental. [...] Note that the very possibility of such a theory, a relativistic (Galilean relativity for the non-relativistic case) Aristotelian dynamics as it were, is quite surprising.” (Goldstein 1996, p.163)

⁵² “The most succinct interpretation of ψ , free of complications while still doing justice to its physical significance, is then surely as a field of formal cause in the Aristotelian sense. Thus one would be justified in referring to ψ as an informative field, which ‘informs’ the time evolution $X(t)$ ” (Valentini 1992, 17)

⁵³ Véase Bohm y Hiley (1993, §3.2). Para una discusión en mayor profundidad acerca de la noción de información activa, su relación con el potencial cuántico y sus repercusiones filosóficas, véase Hiley (2002).

⁵⁴ En la interpretación de Bohm y Hiley (1993) se produce, pues, una tensión entre elementos mecánicos y no mecánicos. Al considerar la ecuación de Hamilton Jacobi cuántica y la segunda ley de Newton generalizada como las ecuaciones fundamentales del movimiento y al atribuir a las partículas toda la plétora de propiedades clásicas (véase nuestras consideraciones al respecto en el próximo capítulo), Bohm y Hiley parecen circunscribirse a una racionalidad de tipo mecánico. Precisamente por este motivo, como ya hemos tenido ocasión de señalar, reciben las críticas de Goldstein y Valentini, entre otros. Sin

En clara sintonía con el comentario de Goldstein que acabamos de reproducir, Valentini considera que la acción del campo cuántico sobre las partículas mediada por ecuación guía puede interpretarse como involucrando la operación de agentes o causas del movimiento de tipo aristotélico:

“El hecho de que la velocidad se obtenga en todo instante como el gradiente de la fase de la función de onda es suficiente para determinar el movimiento de cualquier sistema. *El razonamiento sobre las causas no tiene porque basarse en ‘fuerzas’ proporcionales a la aceleración; el agente que ‘causa el movimiento’ bien puede ser una ‘fuerza aristotélica’ proporcional a la velocidad.*”⁵⁵ (Valentini 1996, 47; cursivas en el original)

Más concretamente, la propuesta de Valentini consiste en interpretar el lado derecho de la ecuación guía $\vec{\nabla}_k S$ como una «fuerza aristotélica» que, teniendo su origen en el campo cuántico, actúa sobre la k-ésima partícula del sistema y es proporcional a su velocidad.

Las proclamas de afinidad entre la mecánica bohmiana y la doctrina aristotélica sobre el movimiento y sus causas deben ser consideradas con cautela. A este respecto, hay que recordar que Aristóteles nunca desarrolló una teoría *matemática* sobre el movimiento y que muchos aspectos fundamentales de la doctrina aristotélica son incompatibles con la mecánica bohmiana. Piénsese, por ejemplo, en su teoría del lugar natural o en su principio del contacto entre motor y móvil y el consiguiente rechazo a la acción a distancia.

Ahora bien, es cierto que en la obra de Aristóteles pueden encontrarse fragmentos donde éste considera explícitamente que la fuerza es proporcional a la velocidad.⁵⁶ Y es harto conocido que la idea de que todo estado de movimiento diferente del reposo necesita de un agente fue creencia común antes de Galileo. Así pues, en la medida en

embargo, al interpretar el campo cuántico como un campo de información activa, Bohm y Hiley incluyen en su propuesta ingredientes completamente ajenos a la mecánica clásica. En este sentido, hay que destacar que el propio Bohm sostuvo en una fecha tan temprana como 1951 que la mecánica cuántica debería denominarse “no-mecánica” [nonmechanics] (Bohm 1951, §8.26: “The need for a nonmechanical description”). La opinión del autor respecto de la presencia de elementos no mecánicos en la física no moderna se afianzó con el desarrollo de su teoría de variables ocultas un año después y constituyó en adelante uno de los rasgos más característicos de su filosofía de la física, como lo atestiguan Bohm (1957, Cap. 5; 1980) y Bohm y Hiley (1993).

⁵⁵ “That the velocity is at all times given by the gradient of the phase of the wave function is quite sufficient to determine the motion of any system. *Causal thinking need not to be based on ‘forces’ proportional to acceleration; the agency ‘causing the motion’ may just as well be an ‘Aristotelian force’ proportional to the velocity.*” (Valentini 1996, 47)

⁵⁶ En (*Phys.* 249b26-250a20), Aristóteles introduce una ley del movimiento forzado, que puede ser resumida a través de la fórmula $A.D/B.C=\text{constante}$, donde A es la fuerza que causa el movimiento, B la resistencia del cuerpo considerado, C la distancia cubierta y D el tiempo empleado en recorrer dicha distancia. Así pues, la fuerza A es considerada por Aristóteles como proporcional a C/D, esto es, la velocidad. Para una caracterización de la noción de «fuerza» en Aristóteles, véase Jammer (1999, Cap.3). Para una discusión más detallada, véase Wardy (1990).

que las alusiones al carácter aristotélico de la mecánica bohmiana sirvan para poner de relieve la plausibilidad de considerar agentes del movimiento proporcionales a la velocidad en el seno de esta teoría, entendemos que ésta es una sugerencia valiosa cuyas consecuencias merecen ser exploradas.⁵⁷

¿Cuáles serían, pues, dichas consecuencias? Para evaluar mejor el desplazamiento explicativo que implicaría la consideración de «fuerzas aristotélicas» en el seno del enfoque de guía de la mecánica bohmiana resulta instructivo examinar la teoría de Newton como clase de contraste.

La teoría de Newton es una teoría de partículas en movimiento. De acuerdo con ésta, además de las partículas hay fuerzas newtonianas que son interpretadas, precisamente, como las *causas* del (cambio) de movimiento de las partículas.⁵⁸ Una fuerza newtoniana es proporcional a la aceleración, pero las fuerzas newtonianas deben distinguirse de las aceleraciones que provocan del mismo modo que las causas se distinguen de sus efectos. Cuando se tienen en cuenta todas las fuerzas newtonianas se obtiene una imagen causal completa de la situación y, por tanto, una explicación completa de la misma.

Si se postulan «fuerzas aristotélicas» en el marco de la mecánica bohmiana, entonces cabe interpretar que, además de las partículas y sus movimientos, hay un conjunto de «fuerzas» proporcionales a la velocidad que causan dichos movimientos. En completa analogía con el caso newtoniano, dichas «fuerzas» deben distinguirse de las velocidades que provocan del mismo modo que las causas se distinguen de sus efectos.

Desde esta perspectiva, si se conocen todas las «fuerzas aristotélicas» —o el campo cuántico en el que éstas tienen su origen—, se dispone de una imagen causal completa de la situación y, por tanto, se ha logrado suministrar una explicación completa de la misma. Ahora bien, la ecuación guía provee precisamente todas las «fuerzas aristotélicas» que determinan el movimiento de las partículas. Por tanto, si el enfoque de guía se interpreta de esta guisa mediante la consideración de «fuerzas» proporcionales a la velocidad, cabe concluir que éste suministra una explicación completa de la situación. Más allá de la preferencia por los recursos explicativos propios de la mecánica clásica derivada de la costumbre, esta forma de explicación no tiene *prima facie* por qué ser considerada como inferior a la explicación suministrada por el enfoque del potencial cuántico.

⁵⁷ La analogía establecida por Valentini entre el campo cuántico y la causa formal aristotélica nos parece sugestiva pero resulta, sin ningún género de dudas, mucho más controvertida. Entrar en una discusión acerca de la plausibilidad de dicha analogía nos alejaría demasiado del propósito de este trabajo, de modo que aquí omitiremos dicha cuestión. Para una crítica sucinta de la analogía, véase Belousek (2003, 146).

⁵⁸ El estatuto de existencia de las fuerzas newtonianas y su desempeño como causas del movimiento es materia de controversia filosófica. Para una discusión actualizada, véase Wilson (2007).

La postulación de agentes del movimiento proporcionales a la velocidad en el seno de la mecánica bohmiana puede ser problematizada aludiendo al carácter invariante de las ecuaciones de la teoría bajo una transformación galileana de las coordenadas. Sin lugar a dudas, ésta constituye una objeción a tener en cuenta y dedicaremos la siguiente sección a discutir una posible solución de la misma.

Sin embargo, hay que destacar que el enfoque de guía no está necesariamente comprometido con la existencia de «fuerzas aristotélicas», puesto que cabe sostener que es el campo ψ (o su fase S) el agente que directamente causa el movimiento de las partículas sin mediación de ninguna «fuerza» proporcional a la velocidad. (Nótese, a este respecto, que ni ψ ni S son, ellos mismos, proporcionales a la velocidad de las partículas).

3.4 «Fuerzas aristotélicas», invariancia galileana y mecánica bohmiana

El requisito de que la ecuación de Schrödinger sea invariante ante una transformación galileana de las coordenadas,⁵⁹

$$(3.7) \quad \begin{cases} q'_{ik} = q_{ik} - v_i t \\ t' = t \end{cases}$$

exige que las funciones de onda en los sistemas de referencia inerciales Σ' y Σ estén relacionadas mediante la transformación unitaria

$$(3.8) \quad \Psi'(q', t') = e^{if(q,t)/\hbar} \Psi(q, t)$$

donde

$$(3.9) \quad f(q, t) \equiv \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N m_k \left(\sum_{i=1}^3 v_i^2 \right) t - \sum_{k=1}^N m_k \left(\sum_{i=1}^3 v_i q_{ik} \right)$$

y $\vec{v} \equiv (v_1, v_2, v_3)$ es la velocidad (constante) a la que se aleja un sistema inercial del otro. Es fácil comprobar que, en tal caso, los módulos y las fases de Ψ' y Ψ verifican las relaciones siguientes

⁵⁹ Por simplicidad, consideramos aquí una transformación de coordenadas entre dos sistemas de referencia Σ' y Σ que difieren, solamente, en que uno se aleja a una velocidad constante del otro. Para una transformación de Galileo más general (que incluye la rotación de los ejes coordenados así como una traslación tanto espacial como temporal del origen de coordenadas), véase Holland (1993, 122 ss.). En adelante, utilizamos el símbolo q'_{ik} [q_{ik}] para denotar la i -ésima coordenada ($i=1,2,3$) de la k -ésima partícula ($k=1, \dots, N$) en el sistema de referencia Σ' [Σ]. Siguiendo el uso establecido en el capítulo anterior, utilizamos el símbolo q_k para denotar, colectivamente, los tres componentes de la posición de la k -ésima partícula y el símbolo q para denotar colectivamente las posiciones de todas las partículas del sistema.

$$(3.10) \quad \begin{cases} \mathbf{R}'(q', t') = \mathbf{R}(q, t) \\ \mathbf{S}'(q', t') = \mathbf{S}(q, t) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N m_k \left(\sum_{i=1}^3 v_i^2 \right) t - \sum_{k=1}^N m_k \left(\sum_{i=1}^3 v_i q_{ik} \right) \end{cases}$$

de modo que se obtiene:

$$(3.11) \quad \vec{\nabla}'_k \mathbf{S}' = \vec{\nabla}_k \mathbf{S} - m_k \vec{v}$$

Esta última igualdad garantiza que si la ecuación guía es verdadera en el sistema de referencia Σ , entonces también lo es en el sistema de referencia Σ' , y viceversa. Puesto que, como acabamos de señalar, lo mismo sucede con la ecuación de Schrödinger, cabe concluir que *la mecánica bohmiana es invariante bajo la transformación galileana de coordenadas* (3.7).

Si las «fuerzas» o agentes que causan el movimiento son proporcionales a la velocidad, el estado de reposo *absoluto* es el estado natural de una partícula cuando no está sujeta a la acción de ninguna «fuerza» (aristotélica). En consecuencia, el postulado de este tipo de agentes es *aparentemente* incompatible con el principio galileano de relatividad de la velocidad que –recordemos– niega la posibilidad de distinguir entre el movimiento uniforme y el reposo absoluto al sancionar que cualesquiera dos sistemas de referencia que se alejen a velocidad constante el uno del otro son completamente equivalentes desde el punto de vista físico. Así, bien pudiera parecer que la interpretación de los vectores $\vec{\nabla}_k \mathbf{S}$ como «fuerzas aristotélicas» proporcionales a la velocidad difícilmente puede acomodarse en el marco de una teoría como la mecánica bohmiana, cuyas ecuaciones dinámicas son todas ellas invariantes galileanas y que satisface, por tanto, el principio de relatividad de la velocidad.

La dificultad que entraña la consideración de «fuerzas aristotélicas» en el marco del enfoque de guía de la mecánica bohmiana puede ponerse de relieve con facilidad. Una transformación como (3.11) implica que estas «fuerzas», caso de existir, dependen fundamentalmente del sistema de referencia inercial considerado⁶⁰. Si interpretamos que los vectores $\vec{\nabla}_k \mathbf{S}$ representan las verdaderas causas o agentes del movimiento, cabe concluir, entonces, que la teoría así interpretada sanciona que la elección de sistema de referencia inercial *no* es en modo alguno indiferente desde el punto de vista ontológico. Sin embargo, la misma teoría nos dice que todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes desde el punto de vista físico puesto que las leyes de la teoría rigen por igual en cualquiera de ellos. El hecho de que lo físicamente indiferente no sea

⁶⁰ Imaginemos, por ejemplo, que $\mathbf{S}(q, t) = 0$. Entonces, la ecuación guía sanciona que, respecto del sistema de referencia Σ , todas las partículas se encuentran en reposo. En consecuencia, un observador situado en dicho sistema de referencia estimará que no hay ninguna «fuerza» aristotélica actuando sobre las partículas. Ahora bien, de acuerdo con la transformación (3.11), la ecuación guía sanciona que, respecto del sistema de referencia Σ' , todas las partículas se mueven a velocidad constante e igual a $-\vec{v}$. Por tanto, un observador situado en dicho sistema de referencia juzgará que existen un conjunto de «fuerzas» aristotélicas que provocan el movimiento de las partículas.

ontológicamente indiferente no supone, en rigor, una contradicción; pero sin duda plantea una dificultad que debe de ser esclarecida, máxime cuando se pretende fundamentar la ontología en base a una interpretación de una teoría física.

La tensión entre los supuestos elementos aristotélicos de la mecánica bohmiana y las propiedades de invariancia de la teoría ha sido advertida por diversos autores. Así, en la cita que hemos reproducido en la pág. 49, Goldstein califica de “bastante sorprendente” el hecho de que pueda existir una teoría como la mecánica bohmiana que sancione una dinámica de primer orden para el movimiento de las partículas y que sea, a su vez, invariante galileana. Dürr *et al.* (1992, 852) insisten en el mismo punto al señalar que “una teoría del movimiento de partículas de primer orden (aristotélica) e invariante galileana puede parecer un oxímoron.”⁶¹ Brown *et al.* (1996, 317) son más contundentes y sostienen que una interpretación de los vectores $\vec{\nabla}_k S$ como «fuerzas aristotélicas» es insostenible *a no ser que se reconsidere el carácter invariante de la mecánica bohmiana respecto de una transformación galileana de las coordenadas.*

Valentini (1997) está de acuerdo con estos últimos autores en que no cabe postular «fuerzas» o causas proporcionales a la velocidad en el seno de una teoría que cuente con la invariancia galileana entre sus simetrías fundamentales. Pero, lejos de retractarse de su posición, este autor insiste en el carácter «aristotélico» del enfoque de guía y argumenta que, en el marco de dicho enfoque, la invariancia galileana demostrada en (3.7)–(3.11) constituye una “simetría ficticia”. A continuación reproducimos en detalle el argumento mediante el que Valentini llega a dicha conclusión.⁶²

Es lugar común considerar que la cinemática se encarga de definir la estructura del espacio-tiempo mientras que la dinámica da cuenta del movimiento en el interior de dicha estructura. Ahora bien, la experiencia *no* selecciona de modo unívoco la estructura del espacio, puesto que, en principio, cualquier estructura cinemática es compatible con un conjunto de fenómenos siempre y cuando se postulen los factores dinámicos de compensación adecuados. Así, por ejemplo, en el contexto de la relatividad general cabe dar cuenta de los fenómenos considerando un espacio curvo o, alternativamente, un espacio plano con un campo métrico [metric field] que distorsione las reglas y los relojes generando la apariencia de un espacio curvo.

Aunque los fenómenos no permitan seleccionar una estructura cinemática como la única posible, Valentini considera que sí cabe establecer qué estructura cinemática es la más apropiada o natural desde la perspectiva de una *teoría* dada de dichos fenómenos. Para ello, debe investigarse qué aspectos del movimiento son, de acuerdo con la teoría

⁶¹ “Note that a first-order (Aristotelian) Galilean invariant theory of particle motion may appear to be an oxymoron.” (Dürr *et al.* 1992, 852)

⁶² En lo que resta de sección nos basaremos, fundamentalmente, en las secciones §4, §5 y §6 de Valentini (1997).

en cuestión, independientes de la naturaleza particular de los cuerpos materiales involucrados. Según el autor, dichos aspectos definen la estructura cinemática que naturalmente se desprende de la teoría puesto que “el único objetivo de la cinemática es dar cuenta de las características universales de la dinámica.”⁶³

Para encontrar las propiedades universales del movimiento a las que nos acabamos de referir, basta con considerar cuál es, de acuerdo con la teoría examinada, el estado de movimiento libre de fuerzas. Así, por ejemplo, en la mecánica newtoniana dicho estado se obtiene cuando el lado derecho de la segunda ley de Newton

$$(3.12) \quad m_k \frac{d^2 Q_k}{dt^2} = -\vec{\nabla}_k V(Q, t)$$

es cero. En tal caso las trayectorias obtenidas tienen la forma

$$(3.13) \quad Q_k(t) = \alpha_k t + Q_k(0)$$

donde α_k y $Q_k(0)$ son constantes arbitrarias. Nótese que dichas trayectorias son efectivamente independientes de las masas de las partículas. De acuerdo con la propuesta de Valentini, cabe interpretarlas, por tanto, como las geodésicas que definen el espacio-tiempo o la estructura afín apropiada en mecánica newtoniana. Dicha estructura tiene como simetría fundamental la invariancia galileana.

En el caso del enfoque de guía de la mecánica bohmiana, se obtienen trayectorias independientes de los parámetros dinámicos de las partículas cuando el lado derecho de la ecuación guía es cero, esto es, cuando sobre las partículas no se aplica ninguna «fuerza aristotélica». Dichas trayectorias son simples constantes:

$$(3.14) \quad Q_k(t) = Q_k(0)$$

De acuerdo con el método de Valentini, pues, las trayectorias (3.14) definen las geodésicas del espacio-tiempo naturalmente seleccionado por el enfoque de guía de la mecánica bohmiana. Dicho espacio-tiempo puede caracterizarse como el producto cartesiano $E \times E^3$ de una línea temporal euclidiana con un espacio tridimensional euclídeo y las simetrías asociadas con el mismo se corresponden con el grupo de traslaciones y rotaciones en el espacio tridimensional. Esta estructura cinemática constituye un espacio «aristotélico» en el sentido que las simetrías definidas en el mismo permiten distinguir el estado de reposo absoluto. Adicionalmente, puede notarse que, respecto de este grupo de transformaciones considerado, la función de onda Ψ es un escalar.

Habiendo mostrado que la estructura espacio-temporal que subyace a la versión mínima de la mecánica bohmiana es aristotélica, Valentini argumenta que la invariancia

⁶³ “The whole purpose of kinematics is to embrace *universal* features of the dynamics. Any effects that are found to be independent of the particular material bodies involved are best assumed to be part of the kinematics.” (Valentini 1997, 217)

galileana de la teoría es una simetría ficticia. Para ello se vale, como en el caso anterior, de una analogía con la mecánica newtoniana.

Suele decirse que, de acuerdo con la física clásica, cabe distinguir un sistema de referencia inercial de uno no inercial porque en el primero son válidas las leyes de Newton mientras que en el segundo no. Sin embargo, la cuestión de la distinción entre sistemas de referencia inerciales y no inerciales es compleja y merece ser discutida con un poco más de detalle.

Consideremos, por ejemplo, la situación representada en la Figura 3.5. Tanto el hombre que se encuentra en el suelo (*A*) como el que se encuentra en el carrito (*B*) ven que el péndulo está inclinado un ángulo de magnitud α . Sin embargo, *A* ve alejarse la masa del péndulo con un movimiento uniformemente acelerado mientras que, desde la perspectiva de *B*, dicha masa está en reposo. *A* analizará la situación aplicando las leyes de Newton y considerará que la componente horizontal de la tensión de la cuerda es una fuerza descompensada responsable, precisamente, de la aceleración de la partícula. *B* también analizará la situación aplicando las leyes de Newton y dará cuenta del estado de reposo de la partícula mediante la suposición de que existe una fuerza adicional F_{FIC} de igual magnitud pero de signo opuesto que la componente horizontal de la tensión.

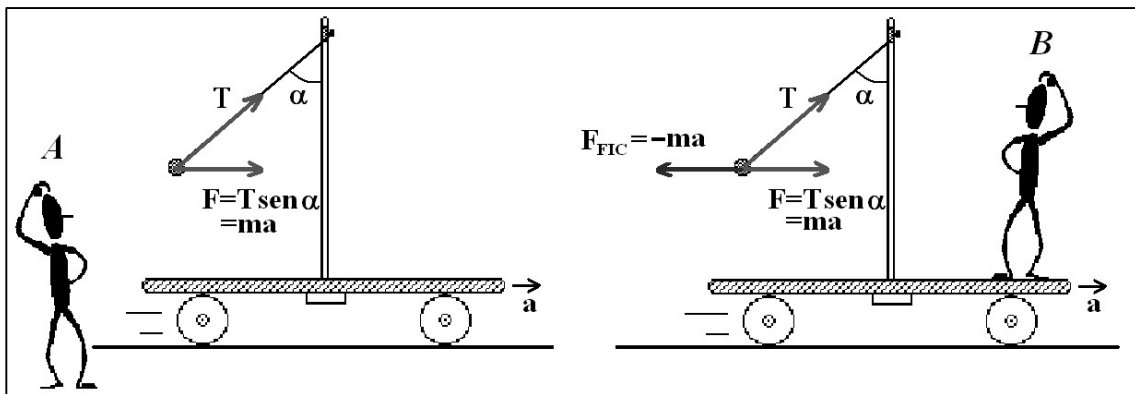


Figura 3.5. Análisis de fuerzas desde la perspectiva un sistema de referencia inercial (izquierda) y un sistema de referencia no inercial (derecha).

Esta sencilla situación sirve para ejemplificar el hecho de que las leyes de Newton son aplicables en un sistema de referencia no inercial siempre y cuando se consideren las pertinentes *fuerzas ficticias*.⁶⁴ Imaginemos, más generalmente, dos sistemas de referencia Σ y Σ' tales que Σ' se aleja de Σ con un movimiento uniformemente

⁶⁴ Fuerzas ficticias como la *fuerza centrífuga* o la *fuerza de Coriolis* se utilizan muy comúnmente para resolver problemas mecánicos que involucran sistemas de referencia no inerciales. Para una discusión detallada sobre el movimiento de una partícula desde el punto de vista de un sistema de referencia no inercial y la aparición de las consiguientes fuerzas ficticias, véase, por ejemplo, Arya (1997, Cap.11).

acelerado. Entonces, las coordenadas de ambos sistemas de referencia se relacionan mediante la transformación:

$$(3.15) \quad \begin{cases} q'_{ik} = q_{ik} - \frac{1}{2} a_i t^2 \\ t' = t \end{cases}$$

donde $\vec{a} \equiv (a_1, a_2, a_3)$ es la aceleración (constante) de Σ' . Si, en tal caso, asumimos que el potencial se transforma de acuerdo con la siguiente expresión:

$$(3.16) \quad V' = V - \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 a_i \right) \sum_{k=1}^M m_k t^2 + \sum_{k=1}^M m_k \sum_{i=1}^3 a_i q_{ik}$$

entonces se obtiene que

$$(3.17) \quad -\vec{\nabla}'_k V' = -\vec{\nabla}_k V - m_k \vec{a}$$

y la ecuación de Newton (3.12) toma la misma forma tanto en Σ como en Σ' .

Así, lo que propiamente caracteriza al sistema de referencia acelerado Σ' *no* es el hecho de que las ecuaciones de Newton *no* puedan ser efectivamente aplicadas en dicho sistema, sino el hecho de que, para aplicar dichas ecuaciones, deben considerarse el conjunto de fuerzas *ficticias* $-m_k \vec{a}$. Cabe concluir, pues, que es la presencia de fuerzas ficticias lo que, en última instancia, permite distinguir a un sistema de referencia no inercial de un sistema de referencia inercial. Y estas fuerzas ficticias se distinguen de las fuerzas reales meramente porque desconocemos su origen y porque no satisfacen ciertas características que, en mecánica clásica, se asume de modo implícito que toda fuerza *real* debe de satisfacer. Entre dichas características se cuentan, principalmente, la asunción de que las fuerzas (reales) tienen siempre su origen en otras partículas y que su intensidad disminuye siempre con la distancia al origen.

La similitud formal entre (3.17) y (3.11) es manifiesta, pero también cabe destacar afinidades notables entre las implicaciones físicas de ambas transformaciones. Nótese, por ejemplo, que las fuerzas ficticias newtonianas $-m_k \vec{a}$ que aparecen en el lado derecho de (3.17) son proporcionales a la masa, de modo que el efecto de dichas fuerzas sobre las partículas en el sistema de referencia acelerado es independiente de la masa de las mismas. Lo mismo sucede en el caso de las «fuerzas aristotélicas» $-m_k \vec{v}$ que aparecen en el lado derecho de (3.11): al ser proporcionales a la masa, su efecto sobre las partículas en el sistema de referencia con movimiento uniforme es independiente de la masa de las mismas. Valentini se sirve de estas similitudes para concluir que «la supuesta «invariancia galileana» de la teoría de la onda piloto es una analogía de primer orden de la invariancia ficticia (de segundo orden) de la mecánica clásica [implicada por las transformaciones (3.16) y (3.17)]. Del mismo modo que el verdadero grupo de simetría físico de la mecánica clásica deja la aceleración y la fuerza (newtoniana)

invariantes, asimismo el verdadero grupo de invariancia de la dinámica de la onda piloto deja la velocidad y la fuerza (aristotélica) invariantes.”⁶⁵

Así pues, el modo en que Valentini resuelve la tensión entre los elementos aristotélicos y galileanos del enfoque de guía consiste en sancionar que la mecánica bohmiana es una teoría plenamente aristotélica y que las «fuerzas aristotélicas» $-m_k \vec{v}$ que aparecen en (3.11) al considerar un sistema de referencia en movimiento uniforme \vec{v} son «fuerzas» ficticias, tal y como son fuerzas ficticias las fuerzas newtonianas $-m_k \vec{a}$ que aparecen en (3.17) al considerar un sistema de referencia en movimiento uniformemente acelerado \vec{a} .

Es un hecho *matemático* que la mecánica bohmiana es invariante respecto del grupo de transformaciones galileano de las coordenadas (siempre y cuando se asuma que la función de onda transformada tenga la forma (3.8)). Sin embargo, Valentini interpreta como *físicamente* relevante sólo un subgrupo de estas invariancias, a saber, la invariancia ante traslaciones y rotaciones en el espacio euclídeo tridimensional (y el tiempo). Así, la estrategia de Valentini consiste en considerar que sólo parte de las simetrías matemáticas de la mecánica bohmiana deben ser interpretadas como auténticas simetrías físicas.

Podría argüirse, entonces, que la maniobra de Valentini es ilícita puesto que toda simetría matemática o formal de una teoría ha de interpretarse en términos físicos. El propio autor advierte que esto no es así y menciona, a modo de ejemplo, el caso de las ecuaciones de Maxwell. Dichas ecuaciones son invariantes ante un grupo de Lie de 15 parámetros que incluye no sólo las transformaciones de Lorentz, sino transformaciones de escala y otras transformaciones no lineales que, sin embargo, no se interpretan usualmente como auténticas simetrías físicas.⁶⁶

De acuerdo con la propuesta de Valentini, pues, el espacio-tiempo bohmiano es aristotélico y, por tanto, el estado natural (no forzado) de las partículas bohmanas es el reposo absoluto. Para que dicha propuesta pueda ser aceptada, debe de explicarse por qué no podemos, en realidad, detectar ese estado natural de reposo. La respuesta a esta cuestión cabe encontrarla en la transformación (3.11) y, en este caso, no en una analogía sino más bien en una falta de analogía con la transformación (3.17).

Ya hemos comentado que lo que permite detectar el estado natural de velocidad uniforme es el hecho de que somos capaces de identificar las fuerzas $-m_k \vec{a}$ que aparecen en el lado derecho de (3.17) como *ficticias*. Y esto es así porque dichas fuerzas

⁶⁵ “Thus the supposed “Galilean invariance” of the pilot-wave theory is, in our view, a first-order analogue of the above fictitious invariance of (second order) classical mechanics. Just as the true, physical invariance group of classical mechanics leaves acceleration and (Newtonian) force invariant, so the true, physical invariance group of pilot-wave dynamics leaves velocity and (Aristotelian) force invariant.” (Valentini 1997, 219)

⁶⁶ Véase Valentini (1997, 219n5) y la referencia allí incluida.

afectan a todas las partículas del sistema por igual (con independencia de su masa) y porque no satisfacen ciertos requisitos que, en mecánica clásica, se asume que deben ser satisfechos por cualquier fuerza *real*. Hemos indicado ya que dichos requisitos son: (i) toda fuerza real tiene su origen en una partícula y (ii) la intensidad de toda fuerza real decae de algún modo con la distancia respecto de dicho origen. Es sólo gracias a estas dos *asunciones* que cabe concluir que una partícula muy alejada de otros cuerpos suministra un estándar de movimiento no acelerado y que identificamos las fuerzas $-m_k \vec{a}$ que aparecen en el lado derecho de (3.17) como *ficticias*.

En mecánica bohmiana, sin embargo, tanto las fuerzas newtonianas que aparecen en el lado derecho de la segunda ley de Newton generalizada como las «fuerzas aristotélicas» que aparecen en el lado derecho de la ecuación guía *no* satisfacen los requisitos que acabamos de mencionar. En primer lugar, no cabe sostener que dichas fuerzas tengan su origen en otra partícula puesto que dependen del campo cuántico y, por tanto, son fuerzas multiparticulares y no fuerzas interparticulares dos a dos. En segundo lugar, dichas fuerzas no decaen generalmente con la distancia de modo que, en mecánica bohmiana, una partícula muy alejada del resto de partículas puede estar sujeta a fuerzas (newtonianas o aristotélicas) en absoluto despreciables.

Así pues, los criterios que nos permiten distinguir las fuerzas ficticias de las reales en el contexto mecánico-clásico no son aplicables en el contexto bohmiano. En este último contexto, no disponemos de ninguna guía para distinguir las «fuerzas aristotélicas» *ficticias* que deben tomarse en consideración para hacer aplicables las ecuaciones de la teoría en un sistema de referencia en movimiento uniforme de las «fuerzas aristotélicas» *reales* que seguirían apareciendo si se considerase la situación desde un sistema de referencia en el estado natural de reposo absoluto. De acuerdo con Valentini, es por este motivo que el estado de reposo absoluto no puede ser efectivamente detectado.

Consideramos que los argumentos de Valentini que acabamos de exponer son suficientes para mostrar que el hecho de que las ecuaciones de la mecánica bohmiana sean invariantes ante una transformación galileana de las coordenadas no impide que puedan considerarse agentes del movimiento proporcionales a la velocidad en el marco de dicha teoría. Así pues, cabe concluir que la interpretación de los vectores $\vec{\nabla}_k S$ como «fuerzas aristotélicas» proporcionales a la velocidad y del espacio-tiempo bohmiano como un espacio-tiempo aristotélico es, cuando menos, plausible.

No queremos terminar esta discusión sin advertir una notable consecuencia del método propuesto por Valentini para discernir cuál es la estructura espacio-temporal que naturalmente se desprende de una determinada teoría. Nótese que si este mismo método se aplicase al enfoque del potencial cuántico, considerando la segunda ley de Newton generalizada como la ley que suministra la dinámica de las partículas bohmanas, entonces se llegaría a la conclusión que el espacio-tiempo bohmiano es

newtoniano y que la invariancia galileana es una simetría fundamental de la teoría. Por tanto, cabe concluir que, a la luz del método de Valentini, las diferencias entre el enfoque de guía y el enfoque del potencial cuántico son radicales, puesto que cada uno de estos enfoques implica la existencia de una estructura cinemática distinta.

3.5 Mecánica bohmiana y tridimensionalismo

3.5.1 La interpretación monista de partículas

Hasta aquí hemos presentado el enfoque del potencial cuántico y el enfoque de guía y hemos discutido las diferencias entre ambos. Hemos mostrado que dichas diferencias operan, fundamentalmente, al nivel de la explicación y hemos argumentado que el poder explicativo del enfoque de guía no tiene por qué ser considerado menor, si se admiten modos de explicación ajenos a los de la física clásica. Hemos visto, además, que las diferencias en el nivel de la explicación pueden implicar diferencias sustanciales en el nivel ontológico: así, el postulado de diferentes recursos explicativos no sólo entraña el postulado de diferentes entidades sino que puede implicar, además, el postulado de simetrías físicas y estructuras espacio-temporales diferentes.

En esta sección discutiremos, finalmente, si la mecánica bohmiana puede acomodar el requisito de que todas las entidades existentes deben ser tridimensionales. Más concretamente, nuestro objetivo es elucidar una interpretación de la mecánica bohmiana que maximice el poder explicativo manteniendo satisfecho al realista tridimensional.

En el enfoque del potencial cuántico, el potencial cuántico desempeña un papel fundamental, tanto desde el punto de vista ontológico como desde el punto de vista de la explicación. El campo cuántico (o su fase S) también desempeña un papel esencial en el enfoque de guía, puesto que puede interpretarse que éste dirige el movimiento de las partículas de acuerdo con lo prescrito por la ecuación guía. Así pues, cabe concluir que una interpretación *completamente literal* tanto del enfoque del potencial cuántico como del enfoque de guía viola patentemente el desiderátum del realista tridimensional. Este hecho ha llevado a muchos a considerar que entre las interpretaciones de la mecánica bohmiana no hay lugar para el realista tridimensional. A continuación argumentaremos que éste no es el caso.

A pesar de que la mecánica bohmiana incluye postulados que atribuyen un rol dinámico al campo cuántico, *sugiriendo* que éste existe a la par con las partículas, no estamos sin embargo obligados a aceptar este enunciado existencial. Así, es posible interpretar la mecánica bohmiana como una teoría acerca del movimiento de partículas en el espacio tridimensional y *nada más*. De acuerdo con dicha interpretación, la función de onda no representa, pues, ninguna entidad física existente y es contemplada

como una mera herramienta matemática que compendia información acerca de las trayectorias de las partículas, consideradas como lo único real. Siguiendo a Belousek (2003), nos referiremos a esta propuesta interpretativa como la interpretación *monista* (o monista de partículas) de la mecánica bohmiana.

Ahora bien, si no hay nada en el mundo que se corresponda con la función de onda ni con el potencial cuántico, ni la primera ni el segundo pueden ser utilizados para explicar nada. Entonces, en la medida en que la introducción del potencial cuántico se justifica *sólo* por su poder explicativo, es evidente que la interpretación monista es completamente afín al enfoque de guía. En la literatura, dicha interpretación ha sido explícitamente defendida por Dürr *et al.* (1992).⁶⁷

En este punto, es pertinente introducir dos comentarios. Puesto que la interpretación monista aboga por una lectura instrumental de la función de onda, cabe preguntarse si asumir dicha interpretación no supone renunciar por completo a una perspectiva realista y abrazar alguna suerte de empirismo como, por ejemplo, el empirismo constructivo de Van Fraassen (1980). Sin embargo esto no es así porque, de acuerdo con interpretación monista, las trayectorias bohmianas son reales y éstas exceden en mucho lo que es estrictamente observable.⁶⁸ Así pues, aunque una interpretación como el monismo de partículas niegue explícitamente la existencia de *alguna* entidad teórica, no cabe confundirla por ello con una forma de empirismo o instrumentalismo.

El segundo apunte que queremos introducir en relación con la interpretación monista tiene que ver con el poder explicativo de la misma. Puesto que el proponente de dicha interpretación considera que no hay nada más allá de las partículas y de sus trayectorias, no dispone de ningún recurso para explicar por qué, en cada caso, estas trayectorias son como son. Dicho de otro modo: esta interpretación hace de las trayectorias entes *primitivos* tanto desde el punto de vista de la ontología como desde el punto de vista de la explicación.

Si, por ejemplo, consideramos el experimento de la doble rendija analizado en la Sección §3.2, el partidario de una interpretación monista no puede explicar por qué las trayectorias electrónicas cuando ambas rendijas están abiertas son como las representadas en la Figura 3.3, mientras que cuando sólo una de las rendijas está abierta, dichas trayectorias tienen una forma completamente diferente. A este respecto, el monista únicamente puede decir que, puesto que los dispositivos experimentales difieren, también difieren las trayectorias electrónicas correspondientes.

⁶⁷ Valentini (1992, 17) considera la posibilidad de una interpretación monista de partículas, pero acaba abogando por una interpretación dualista en la que la función de onda recibe algún tipo de significación física. Véase, a este respecto, la cita que hemos reproducido en la pág.49.

⁶⁸ Nótese que, en caso contrario, el principio de incertidumbre de Heisenberg podría considerarse como empíricamente refutado.

En una interpretación completamente literal del enfoque de guía, sin embargo, las trayectorias de las partículas *no* son primitivas desde el punto de vista de la explicación, sino que se explican como el resultado de la acción del campo cuántico sobre las partículas. Otro tanto sucede con el enfoque del potencial cuántico, que da cuenta de las trayectorias de las partículas en virtud de las atracciones y repulsiones provocadas por el potencial cuántico y las fuerzas newtonianas que tienen su origen en éste. Así pues, cabe concluir que, comparado con una interpretación completamente literal tanto del enfoque de guía como del enfoque del potencial cuántico, el monismo de partículas aparece como explicativamente carencial.

La pregunta que emerge naturalmente en este contexto es si es posible una interpretación de la mecánica bohmiana que sea explicativamente superior al monismo de partículas sin que por ello comprometa el *desideratum* del realista tridimensional. Como veremos a continuación, la respuesta a esta cuestión es afirmativa.

3.5.2 La interpretación de Belousek (2003)

Belousek (2003) realiza una lúcida investigación de las posibilidades interpretativas de la mecánica bohmiana, con el propósito –que aquí compartimos– de elucidar una interpretación de la teoría máximamente satisfactoria desde el punto de vista de la explicación y, a su vez, compatible con el tridimensionalismo.

Al analizar el enfoque del potencial cuántico y sus posibilidades interpretativas, el autor repara en que el lado derecho de la segunda ley de Newton generalizada $\vec{\nabla}_k(V + U)$ se interpreta de modo natural como una fuerza (newtoniana) *tridimensional* que actúa sobre la *k*-ésima partícula del sistema. Puesto que la acción de los potenciales clásico y cuántico sobre las partículas está completamente mediada por el conjunto de fuerzas tridimensionales que acabamos de mencionar, Belousek propone una interpretación de la mecánica bohmiana que sanciona sólo la existencia de las partículas y de dichas fuerzas, denegando, sin embargo, cualquier estatuto de realidad al campo y al potencial:

“De acuerdo con esta interpretación, las fuerzas cuánticas no tendrían su origen en el estado cuántico, puesto que es precisamente la interpretación del estado cuántico como una entidad subsistente en sí misma la que está siendo negada aquí. En su lugar, las fuerzas existirían por su cuenta junto con las partículas, y entidades reales de estos dos tipos existirían en el espacio físico tridimensional. Uno tendría, entonces, una ontología genuinamente dualista –fuerzas y partículas equiprimordiales. Por supuesto, no hay aquí explicación alguna acerca

del origen de dichas fuerzas; y, por supuesto, la noción de «fuerza primitiva» sigue siendo tan misteriosa como lo era para Newton y sus contemporáneos.”⁶⁹ (Belousek 2003, 163)

Puesto que la teoría newtoniana de la gravitación universal da cuenta de los fenómenos recurriendo a partículas puntuales y fuerzas proporcionales a la aceleración que actúan a distancia, la propuesta de Belousek de interpretar la mecánica bohmiana como una teoría de partículas y fuerzas proporcionales a la aceleración podría considerarse como un reconfortante retorno al marco ontológico y explicativo de la teoría de Newton. Sin embargo, es pertinente aquí un importante matiz.

Un rasgo constitutivo de las fuerzas clásicas –y, en particular, de las fuerzas de la teoría newtoniana de la gravitación universal– es que son funciones preasignadas de la posición de las partículas. En consecuencia, dichas fuerzas pueden ser interpretadas de un modo natural como el resultado de una interacción entre partículas de dos a dos. Además, tal y como hemos advertido en la Sección §3.4, las fuerzas clásicas decaen siempre con la distancia interparticular. Sin embargo, las fuerzas derivadas de la segunda ley de Newton generalizada no comparten dichos rasgos. En primer lugar, al depender del campo cuántico, éstas *no* son una función preasignada de la posición de las partículas y, en consecuencia, no pueden ser interpretadas como fuerzas interparticulares de dos a dos sino, más bien, como fuerzas multiparticulares. En segundo lugar, las fuerzas derivadas de la segunda ley de Newton generalizada no decaen generalmente con la distancia. Debemos concluir, entonces, que la ontología que subyace a la interpretación de Belousek no es equivalente a la que subyace a la teoría de Newton de la gravitación universal y que, por tanto, con dicha interpretación no se logra un retorno completo al newtonianismo.

Hay que notar, sin embargo, que Belousek no defiende su interpretación por su mayor o menor parecido con la mecánica newtoniana, sino porque ésta tiene un poder explicativo superior a la interpretación monista de la mecánica bohmiana siendo igualmente compatible con el tridimensionalismo. El argumento a tal efecto parece ser inapelable: mientras que, de acuerdo con el monismo, las trayectorias de las partículas son primitivas desde el punto de vista de la explicación, en la interpretación dualista de Belousek dichas trayectorias se explican en términos de las fuerzas que aparecen en el lado derecho de la segunda ley de Newton generalizada. Por decirlo de algún modo, la

⁶⁹ “On this view, quantum forces would not even have their origin in the quantum state itself, for it is just the interpretation of the quantum state as representing an entity subsisting in its own right that is being denied here. Instead, forces would simply exist on their own in addition to particles, and actual entities of both sorts would exist in 3-dimensional physical space. One would have, then, a genuine dualistic ontology – equiprimordial particles and forces. Of course, one is left here without an account of the origin of such forces; and, of course, the notion of «primitive force» remains as mysterious as it was to Newton and his contemporaries.” (Belousek 2003, 163)

interpretación de Belousek consigue llevar la explicación un paso más allá sin incomodar al realista tridimensional.

Consideramos, sin embargo, que la propuesta de Belousek adolece de una dificultad fundamental relacionada, precisamente, con su poder explicativo. Porque si asumimos que el mobiliario ontológico del mundo consta *sólo* de partículas y fuerzas cuyo efecto sobre las partículas está *únicamente* mediado por la segunda ley de Newton generalizada, entonces este marco ontológico y nomológico permite la existencia de trayectorias cuya ocurrencia está denegada por la propia teoría. En adelante nos referiremos a esta cuestión como «*el problema de las trayectorias imposibles*».

El problema de las trayectorias imposibles es una simple consecuencia del hecho, discutido en la Sección §3.2.1, de que la segunda ley de Newton generalizada admite muchas más soluciones que la ecuación guía. El modo más perspicuo de ilustrar el problema de las trayectorias imposibles es a través de la discusión de un caso particular.

Así, por ejemplo, considérese un electrón de un átomo de hidrógeno en un estado s .⁷⁰ Puesto que el campo cuántico asociado con dichos estados es una función real, la ecuación guía sanciona que el electrón está en todo momento en reposo respecto del núcleo atómico. Nótese que este resultado no sólo da cuenta de la estabilidad de los estados s sino que garantiza, además, la compatibilidad con el postulado estadístico que prescribe una distribución de probabilidad estacionaria para la posición del electrón.

Sin embargo, las consecuencias que cabe derivar de la aplicación de la segunda ley de Newton generalizada a esta misma situación física son bien diferentes. Así, puede mostrarse que cuando un electrón se encuentra en un estado s , la fuerza que se deriva del potencial cuántico es de igual magnitud pero de signo opuesto a la fuerza de Coulomb, de modo que la fuerza neta que actúa sobre el electrón es cero. Lo único que, en tal caso, se sigue de la segunda ley de Newton generalizada es que el electrón no está acelerado y que, por tanto, su velocidad es constante.

La trayectoria efectiva del electrón dependerá de su velocidad inicial que, desde la perspectiva de segunda ley de Newton generalizada, es completamente contingente. Por tanto, dicha ley es compatible con cualquier trayectoria caracterizada por una velocidad finita constante. Todas estas trayectorias –excepto la que se corresponde con una velocidad inicial igual a cero– implican que el electrón se aleja indefinidamente del núcleo, lo cual no sólo haría imposible la estabilidad atómica sino que, como acabamos de señalar, está prohibido por la misma teoría. La cuestión que se nos plantea es, entonces, cómo pueden descartarse las trayectorias imposibles si consideramos –como propone Belousek– que los *únicos* agentes que actúan sobre las partículas y determinan

⁷⁰ Para un análisis detallado de los estados atómicos estacionarios desde una perspectiva bohmiana, véase Bohm y Hiley (1993, 42 ss.) o Holland (1993, 153 ss.).

su movimiento son las fuerzas newtonianas derivadas de la segunda ley de Newton generalizada.

La estabilidad atómica podría explicarse apelando a algún mecanismo adicional que de algún modo limite la acción de las fuerzas derivadas de la segunda ley de Newton generalizada, restringiendo la velocidad de las partículas según lo dictado por la ecuación guía. Ahora bien, una explicación de este tipo desborda la interpretación dualista de Belousek puesto que implica el postulado de mecanismos causalmente eficaces diferentes de las fuerzas $\vec{\nabla}_k(V + U)$.

El único modo de dar cuenta de la estabilidad atómica plenamente compatible con la interpretación de Belousek consiste en sostener que las condiciones iniciales del universo fueron tales que siempre que un electrón se encuentra libre de fuerzas en el interior de un átomo de hidrógeno de tipo *s* está en reposo puesto que ya se encontraba en reposo en el momento de producirse el equilibrio entre las fuerzas cuántica y de Coulomb.

Más generalmente, cabe concluir que el único modo de resolver el problema de las trayectorias imposibles al que puede recurrir un defensor de la interpretación dualista de Belousek consiste en asumir que el universo estuvo configurado inicialmente de tal modo que, *de hecho*, sólo ocurren aquellas trayectorias que la ecuación guía sanciona *de derecho*. En definitiva, el partidario de la interpretación de Belousek no puede sino invocar una tremenda casualidad —una conspiración cósmica— en las condiciones iniciales.

El problema de las trayectorias imposibles no constituye un motivo suficiente para rechazar la interpretación de Belousek puesto que, al fin y al cabo, no puede descartarse que efectivamente nos encontremos en un universo tal que, de hecho, sólo ocurren aquellas trayectorias que la ecuación guía sanciona de derecho. Sin embargo, la existencia de dicha dificultad alienta a seguir explorando las posibilidades interpretativas de la mecánica bohmiana en pos de una interpretación de la teoría más explicativa que el monismo de partículas y plenamente compatible con el tridimensionalismo que, sin embargo, no incurra en el problema de las trayectorias imposibles. En la siguiente sección propondremos una interpretación de la mecánica bohmiana que satisface estos tres requisitos.

3.5.3 Una propuesta tridimensionalista alternativa

Acabamos de mostrar que Belousek se fundamenta en las fuerzas newtonianas suministradas por la segunda ley de Newton generalizada para articular una interpretación tridimensionalista de la mecánica bohmiana con mayor poder explicativo que el monismo de partículas. Puesto que la segunda ley de Newton generalizada y las

fuerzas newtonianas sólo están disponibles en el enfoque del potencial cuántico, pudiera pensarse que dicho enfoque provee un mejor marco que el enfoque de guía para acomodar el *desideratum* del realista tridimensional. A continuación, mostraremos que éste no es el caso, elucidando una interpretación de la mecánica bohmiana explicativamente superior al monismo de partículas y compatible con el realismo tridimensional que, sin embargo, opera en el marco del enfoque de guía. Como veremos, dicha interpretación tiene la virtud adicional de no incurrir en el problema de las trayectorias imposibles.⁷¹

La interpretación de la mecánica bohmiana en la que estamos pensando consiste, simplemente, en asumir una ontología dualista de partículas y de «fuerzas aristotélicas» $\vec{V}_k S$ que actúan sobre las partículas de acuerdo con lo prescrito por la ecuación guía. Estas «fuerzas» son consideradas como *primitivas* tanto desde el punto de vista de la ontología como del punto de vista de la explicación puesto que en esta interpretación se deniega la existencia del campo cuántico, de su fase S y de cualquier otra entidad en el espacio de configuración. Así pues, la propuesta interpretativa que aquí planteamos es completamente análoga a la de Belousek, pero allí donde éste alude a las fuerzas newtonianas que aparecen en el lado derecho de la segunda ley de Newton generalizada, nosotros aludimos a las «fuerzas aristotélicas» que aparecen en el lado derecho de la ecuación guía.

Merece la pena señalar que utilizamos la etiqueta «aristotélica» para referirnos a las «fuerzas» $\vec{V}_k S$ *meramente* con el objeto de destacar que interpretamos dichos vectores como agentes o causas del movimiento proporcionales a la velocidad de las partículas e inversamente proporcionales a sus masas. Pero, tal y como hemos advertido en la Sección §3.3, dichas «fuerzas» presentan rasgos completamente incompatibles con la doctrina aristotélica como, por ejemplo, su capacidad de actuar a distancia.

La aceptación de esta propuesta interpretativa implica, obviamente, asumir el desplazamiento explicativo discutido con anterioridad que sustituye agentes de tipo newtoniano por agentes de tipo aristotélico. En este sentido, consideramos que si dicho desplazamiento es admitido en todas sus consecuencias hay que aceptar, de acuerdo con el argumento de Valentini que hemos desarrollado en la Sección §3.4, que el espacio-tiempo seleccionado por la teoría es genuinamente aristotélico y que la invariancia galileana de sus ecuaciones es una simetría matemática que, sin embargo, no representa una auténtica simetría física.⁷²

⁷¹ Hemos presentado y discutido esta interpretación en Solé (2009).

⁷² La interpretación tridimensionalista que aquí proponemos no debe confundirse con la interpretación (no tridimensionalista) de Valentini. Así, mientras que éste último sostiene que las «fuerzas aristotélicas» tienen su origen en la onda piloto S, nosotros interpretamos dichas fuerzas como entidades primitivas, subsistentes *per se*.

En otras palabras, asumir la propuesta tridimensionalista que aquí planteamos implica considerar que el espacio bohmiano es equivalente a un espacio relleno de un éter que permite definir un estado natural de reposo absoluto. Si la k -ésima partícula se desplaza respecto de dicho éter es porque sobre ella actúa una «fuerza aristotélica» que la empuja. Sin embargo, no detectamos el estado natural de reposo absoluto puesto que no hemos desarrollado criterios que nos permitan distinguir, de entre el conjunto de «fuerzas aristotélicas» que necesitamos considerar para que las ecuaciones de la teoría sean aplicables en cada caso concreto, cuáles de ellas son reales y cuáles de ellas son ficticias.

Nótese que, de acuerdo con esta propuesta interpretativa, las trayectorias de las partículas no son tomadas como primitivas, sino que se explican en virtud de la acción de las «fuerzas» $\vec{V}_k S$ sobre las partículas. Así pues, en la medida en que se acepte el desplazamiento explicativo implicado por el postulado de agencias aristotélicas, cabe concluir que dicha interpretación consigue, como la de Belousek, llevar la explicación un paso más allá que la interpretación monista de partículas sin violar el *desideratum* del realista tridimensional. Pero, al contrario de lo que sucede con la interpretación de Belousek, la interpretación que aquí proponemos no incurre en el problema de las trayectorias imposibles puesto que las «fuerzas» $\vec{V}_k S$ determinan directamente la velocidad de las partículas de acuerdo con lo sancionado por la ecuación guía. Así, si se considera el ejemplo del electrón en el estado s discutido al final de la subsección anterior, nos encontramos con que no hay «fuerzas aristotélicas» actuando sobre dicho electrón y que, por lo tanto, éste está en reposo.

3.6 Conclusiones: mecánica bohmiana, tridimensionalismo y explicación

A lo largo de este capítulo hemos explorado parte de las posibilidades interpretativas de la mecánica bohmiana, elucidando las similitudes y las diferencias entre el enfoque de guía y el enfoque del potencial cuántico en lo que respecta al poder heurístico y al tipo de entidades postuladas. Cada uno de dichos enfoques suministra un marco que puede acomodar, a su vez, diversas interpretaciones de la teoría que sancionan ontologías discrepantes. Nuestro principal objetivo ha sido elucidar en qué medida dichas ontologías son compatibles con el realismo tridimensional y, a este respecto, hemos discutido tres interpretaciones de la teoría que satisfacen el requisito de que todas las entidades postuladas son tridimensionales.

Hemos analizado, en primer lugar, el monismo de partículas defendido por Dürr *et al.* (1992) y que sanciona únicamente la existencia de las partículas bohmianas y sus trayectorias en el espacio tridimensional. Hemos mostrado que esta interpretación es manifiestamente inferior, desde el punto de vista de la explicación, a una interpretación

completamente literal tanto del enfoque de guía como del enfoque del potencial cuántico. Así, hemos orientado nuestra investigación hacia la elucidación de una interpretación de la mecánica bohmiana que maximice el poder explicativo manteniendo satisfecho al realista tridimensional.

A continuación, hemos examinado la propuesta de Belousek (2003) según la cual el universo bohmiano contiene partículas y las fuerzas newtonianas $\vec{\nabla}_k(V+U)$ que, de acuerdo con la segunda ley de Newton generalizada, son proporcionales a la aceleración. Hemos mostrado que, si bien dicha propuesta lleva la explicación un paso más allá que el monismo de partículas, ésta presenta una dificultad que menoscaba su poder explicativo. Así, hemos argumentado que el marco ontológico postulado por Belousek no permite, en principio, descartar la existencia de trayectorias que, de acuerdo con la teoría, son imposibles. Nos hemos referido a esta dificultad como «el problema de las trayectorias imposibles» y hemos concluido que el único modo de resolver dicha dificultad compatible con el dualismo de Belousek consiste en asumir que las condiciones iniciales del universo fueron tales que las trayectorias «imposibles», sencillamente, no ocurren.

Finalmente, hemos propuesto una interpretación tridimensionalista de la mecánica bohmiana que es superior desde el punto de vista de la explicación al monismo de partículas y que, sin embargo, no incurre en el problema de las trayectorias imposibles. Dicha interpretación postula la existencia de partículas bohmanas y del conjunto de «fuerzas aristotélicas» $\vec{\nabla}_k S$ que, de acuerdo con la ecuación guía, son proporcionales a la velocidad. Esta interpretación opera en el marco del enfoque de guía y su toma en consideración conlleva asumir que el espacio-tiempo bohmiano es esencialmente aristotélico y que la invariancia galileana puesta de manifiesto por las ecuaciones de la teoría es una simetría matemática que no representa una simetría física real.

El hecho de que el realista se decante por la propuesta de Belousek (2003) o por nuestra propuesta tridimensionalista alternativa dependerá, fundamentalmente, de los criterios axiológicos que éste mantenga respecto de la evaluación de teorías y de lo que constituya una buena explicación. Así, si el realista expresa una preferencia por los recursos explicativos usuales en mecánica clásica y no se amedrenta ante la postulación de cósmicas conspiraciones en las condiciones iniciales del universo, preferirá sin lugar a dudas una propuesta como la de Belousek. Por el contrario, un realista que exprese una preferencia por recursos explicativos ajenos a los de la mecánica clásica y que no se amedrente ante la posibilidad de un espacio-tiempo eminentemente aristotélico a pesar de ciertas apariencias galileanas, preferirá sin lugar a dudas nuestra propuesta tridimensionalista alternativa.

Vale la pena destacar, finalmente, otra consecuencia de la investigación llevada a cabo a lo largo de este capítulo. Nótese que tanto en la interpretación de Belousek (2003)

como en la interpretación tridimensionalista alternativa aquí esbozada, las fuerzas (newtonianas o aristotélicas) son consideradas como primitivas desde el punto de vista de la ontología y de la explicación. Sin embargo, de acuerdo con una interpretación completamente literal de los enfoques del potencial cuántico o de guía, dichas fuerzas *no* son primitivas puesto que pueden interpretarse como emergiendo de los correspondientes campos o potenciales en el espacio de configuración.

Así pues, una interpretación completamente literal del enfoque del potencial cuántico o del enfoque de guía consigue llevar la explicación un paso más allá que la interpretación de Belousek o la interpretación tridimensionalista aquí esbozada. Sin embargo, estas interpretaciones completamente literales no satisfacen los criterios del realista tridimensional. Por tanto, cabe concluir que, en mecánica bohmiana, se produce un conflicto entre tridimensionalismo y explicación, en el sentido que las interpretaciones de la teoría que maximizan el poder explicativo son, precisamente, aquellas que *no* satisfacen los requisitos del realista tridimensional.

CAPÍTULO 4

Realismo y atribución de propiedades en mecánica bohmiana

En el capítulo anterior, hemos discutido las diferencias entre el enfoque del potencial cuántico y el enfoque de guía, poniendo el énfasis en las entidades postuladas y contrastando las posibilidades que ambos enfoques ofrecen para acomodar el requisito de que todas las entidades reales deben ser tridimensionales. En este capítulo, desplazamos nuestro foco de interés de las entidades postuladas a sus propiedades y estudiaremos distintas interpretaciones de la mecánica bohmiana en relación con la atribución de propiedades de las partículas.

En la Introducción, hemos argumentado que el realismo científico comprende, al menos, dos tesis fundamentales. La primera de ellas, de carácter ontológico, establece que el mundo existe con independencia del observador y nos hemos referido a la misma como la *condición de independencia*. La segunda de ellas, de carácter epistemológico, establece que podemos acceder a dicho mundo tal cual es y nos hemos referido a la misma como la *condición de accesibilidad*.

Tal y como la acabamos de formular, la condición de accesibilidad es muy general y difícilmente podrá analizarse su satisfacción. Así pues, cabe pensar que, en diferentes contextos, el realista eleve requisitos más específicos que constituyan concreciones de la condición de accesibilidad en el dominio considerado. En este sentido, hemos argumentado que, en el contexto de una discusión sobre las propiedades mensurables de las partículas, es plausible identificar la condición de accesibilidad con la tesis de que *la medición de una propiedad real debe revelar fiablemente el valor preexistente de la misma*. Nos hemos referido a este criterio realista como el *principio de fiabilidad de la medida* (en adelante, [PFM]).

Puede mostrarse que, de acuerdo con la mecánica clásica, la medición de cualquier propiedad revela fiablemente el valor preexistente de la misma.⁷³ Así pues, la mecánica clásica satisface [PFM]. En la literatura sobre los fundamentos filosóficos de la mecánica cuántica, el principio de fiabilidad de la medida o algún criterio similar ha

⁷³ Véase, por ejemplo, Holland (1993, 325–326).

sido discutido, entre otros, por Healey (1979), Redhead (1987) y Fine (1996). En este capítulo, analizaremos distintas interpretaciones de la mecánica bohmiana en relación con la atribución de propiedades de las partículas y discutiremos si el principio de fiabilidad de la medida puede acomodarse en la teoría.

En la Introducción hemos argumentado que, de acuerdo con una teoría de variables ocultas, un sistema cuántico tiene siempre bien definidas todas sus propiedades, que quedan determinadas mediante la especificación de las variables ocultas del sistema en cuestión. En el caso de la mecánica bohmiana, las variables ocultas son las posiciones de las partículas y el campo cuántico y, en efecto, hemos visto en el Capítulo 2 que el primero de los postulados de la versión mínima de la teoría establece que un sistema físico queda completamente caracterizado mediante la especificación de estos dos parámetros.

A pesar de estipular que todas las propiedades de un sistema están siempre bien definidas, una teoría de variables ocultas empíricamente equivalente con la mecánica cuántica debe sancionar como imposible la determinación experimental simultánea de dichas propiedades. En el caso de la mecánica bohmiana, por ejemplo, las partículas describen trayectorias y, por tanto, sus posiciones y sus velocidades están bien definidas en todo momento. Sin embargo, la teoría establece que nuestro conocimiento de estas propiedades está fundamentalmente limitado por el postulado estadístico. Esta situación parece presagiar un conflicto de la teoría con [PFM]. Sin embargo, en este capítulo mostraremos que hay interpretaciones de la mecánica bohmiana que satisfacen este criterio realista.

En la primera sección (§4.1), mostraremos que, en mecánica bohmiana, los observables o propiedades son introducidos de dos modos muy distintos, a saber, (Pr1) operacionalmente o (Pr2) como variables dinámicas que son función del espacio de estados. Nos referiremos a las propiedades tratadas según (Pr2) como propiedades dinámicas. Este segundo modo de representación es completamente análogo al mecánico-clásico y denominaremos interpretación *maximalista* de la mecánica bohmiana a la interpretación literal de la teoría de acuerdo con la cual todas las variables dinámicas representan propiedades reales y actuales de las partículas.

En la segunda sección (§4.2), introduciremos la teoría de atribución de propiedades de Holland (1993) que permite asociar a cada operador observable una propiedad dinámica. Utilizaremos dicha teoría para, en la tercera sección (§4.3), analizar de qué modo se comporta una propiedad dinámica bohmiana durante el proceso de medición de la misma.

En la cuarta sección (§4.4), mostraremos en qué sentidos la posición desempeña un papel completamente distinto al del resto de propiedades en mecánica bohmiana. Apoyándonos en las conclusiones obtenidas acerca del estatuto privilegiado de la

posición, en la quinta sección (§4.5) motivaremos y discutiremos la interpretación *minimalista* de la mecánica bohmiana, de acuerdo con la cual la única propiedad con importe ontológico de las partículas bohmianas es la posición.

En la sexta sesión (§4.6), discutiremos el distinto desempeño de las interpretaciones maximalista y minimalista de la mecánica bohmiana en relación con el principio de fiabilidad de la medida. Finalmente, en la séptima sección (§4.7), concluiremos con un breve apunte sobre la relación entre maximalismo, minimalismo y realismo científico.

4.1 Atribución de propiedades en mecánica bohmiana

4.1.1 Tratamiento operacional de los observables

Si asumimos que el resultado de cualquier medición se infiere siempre a partir de la disposición espacial de algún elemento relevante del equipo experimental (p.ej., del puntero del aparato) entonces basta para la completitud predictiva de una teoría con que ésta disponga de un algoritmo que permita generar predicciones acerca de la posición. Las predicciones acerca del resto de observables pueden ser obtenidas indirectamente considerando el aparato de medida como parte del sistema analizado y aplicando el algoritmo para predecir la posición del puntero del aparato tras la medición.

De hecho, si una teoría ya dispone de un mecanismo para predecir la posición, el postulado de algoritmos *independientes* para predecir los resultados de la medición de cualquier otro observable puede arruinar su consistencia. Este punto ha sido lúcidamente observado por Bell:

“En física, las únicas observaciones que debemos considerar son observaciones de la posición y, de hecho, sólo de la posición de los punteros de nuestros instrumentos. [...] Si se hacen axiomas, en lugar de definiciones y teoremas, sobre la ‘medición’ de algo más, entonces se comete redundancia y se arriesga la consistencia.”⁷⁴ (Bell 1982, 996)

En el Capítulo 2, hemos demostrado la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y el enfoque mecánico-cuántico estándar haciendo uso de la anterior asunción, a la que hemos denominado, recordemos, «*posicionismo de la medición*». La estrategia que hemos seguido para obtener la distribución experimental de resultados relativa a la medición de un observable arbitrario O , puede resumirse en los siguientes pasos:⁷⁵

⁷⁴ “In physics the only observations we must consider are position observations, if only the positions of instrument pointers. [...] If you make axioms, rather than definitions and theorems, about the ‘measurement’ of anything else, then you commit redundancy and risk inconsistency” (Bell 1982, 996)

⁷⁵ Véase la Sección §2.3, pág. 20 y ss.

(TBM1) Hemos tomado en consideración tanto el sistema objeto de la medición como el aparato, de modo que hemos incluido en la descripción las variables de posición de las partículas (relevantes) de ambos sistemas, así como la función de onda del sistema conjunto. Como variable relevante del aparato hemos considerado la configuración y de una de las partículas del puntero, que interactúa con la variable de posición x del objeto de acuerdo con el siguiente hamiltoniano,

$$(4.1) \quad \hat{H}_{\text{int}} = \lambda \hat{O}(x) \hat{P}_y = i\hbar \lambda \hat{O}(x) \frac{\partial}{\partial y}$$

donde \hat{O} es el operador autoadjunto asociado con el observable O y λ una constante que caracteriza la intensidad de la interacción entre el objeto y el aparato.

(TBM2) Hemos aplicado la ecuación de Schrödinger para calcular la forma de la función de onda o campo cuántico del sistema conjunto tras la interacción.

(TBM3) Haciendo uso del postulado estadístico, hemos calculado la distribución de probabilidad de que, tras la interacción, la partícula relevante del aparato se halle en el interior de un conjunto determinado de regiones (del espacio) que se corresponden, cada una de ellas, con un resultado de la medición de O .

(TBM4) Identificando la distribución de probabilidad mencionada en el punto anterior con la distribución experimental de resultados de una medida de O , hemos concluido que si el campo cuántico inicial del objeto es $\psi(x) = \sum_n c_n \psi_n(x)$, donde $\psi_n(x)$ son funciones propias del operador \hat{O} , entonces:

- (i) El resultado de la medición del observable O siempre es alguno de los autovalores de \hat{O} .
- (ii) La probabilidad de obtener como resultado el autovalor i -ésimo, o_i , es igual a $|c_i|^2$.
- (iii) Si en una medición de O se obtiene el valor o_i como resultado, a efectos prácticos y para cualquier cálculo subsiguiente, puede considerarse que la función de onda del objeto es $\psi_i(x)$.

Nótese que el *único* algoritmo predictivo aplicado en los pasos anteriores es el postulado estadístico, utilizado en (TBM3) para calcular la probabilidad de que el puntero del aparato ocupe una *posición* u otra tras la medición. El operador \hat{O} aparece sólo en el hamiltoniano de interacción (4.1), cuyo cometido es caracterizar la interacción entre el objeto y el aparato, esto es, el proceso de medición. En (TBM1)-(TBM4) no se apela a mecanismo teórico alguno que proporcione directamente los valores del observable O interpretados como propiedades del objeto. De hecho, del

observable O sólo se mencionan los valores obtenidos como resultado de su medición, que se infieren a partir de la posición del puntero del aparato aplicando una regla de calibrado implícita.

Cabe concluir, pues, que la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y el enfoque mecánico-cuántico estándar se obtiene observando estrictamente el consejo de Bell, esto es, haciendo uso de un único algoritmo predictivo para la posición (el postulado estadístico) y reformulando las predicciones acerca del resto de observables en términos de predicciones acerca de la posición.

Diremos que una propiedad es tratada *operacionalmente* en una teoría, si ésta se introduce señalando el modo en que puede ser inferida a partir de una consideración del estado del equipo instrumental tras una medición de la misma. De (TBM1)–(TBM4) se desprende que, para demostrar la adecuación empírica de la mecánica bohmiana, todos los observables excepto la posición son tratados de modo operacional.⁷⁶

4.1.2 Propiedades dinámicas

A la luz de los puntos (TBM1)–(TBM4), puede parecer que, en mecánica bohmiana, únicamente la posición es tratada como una propiedad genuina de la partícula. Sin embargo, esta conclusión es precipitada y debe de ser matizada.

Para darse cuenta de ello, basta con advertir que, interpretada literalmente, la ecuación guía (2.5) sanciona que la k -ésima partícula posee una velocidad cuyo valor en el instante t es $\vec{\nabla}_k S(Q(t), t) / m_k$, con independencia de que se proceda a una medición de la misma y con independencia de los medios instrumentales que este proceso de medición pueda requerir. Dicha ecuación expresa la velocidad de las partículas como una función del campo cuántico y del punto representativo del sistema en el espacio de configuración, esto es, como una variable dinámica o función del *espacio de estados* de la teoría, siendo éste un modo de representación completamente análogo al utilizado en mecánica clásica.⁷⁷

A este respecto hay que señalar que, en mecánica bohmiana, no sólo la velocidad encuentra su representación en forma de variable dinámica o función en el espacio de estados de la teoría. Así, hemos visto en el capítulo anterior que la analogía con la mecánica clásica suscitada por la consideración de la ecuación de Hamilton-Jacobi cuántica (3.3) permite interpretar la variable dinámica $\sum (\hbar^2 / 2m_k)(\vec{\nabla}_k^2 R(q, t) / R(q, t))$ como una contribución cuántica a la energía potencial^k de las partículas. La misma

⁷⁶ Fine (1996, 238) llega a la misma conclusión, pero prefiere utilizar el término «casi-operacional» [quasi-operational] para referirse a las propiedades introducidas de este modo.

⁷⁷ Para un breve pero esclarecedor estudio acerca de cómo son representadas las propiedades en mecánica clásica, véase Hughes (1989, §2.1 y §2.2).

analogía sirve para determinar el valor de otras muchas propiedades físicamente relevantes, como la energía total de un sistema, que se representa mediante la variable $-(\partial S(q,t)/\partial t)$.

Cabe concluir, pues, que en mecánica bohmiana una propiedad puede introducirse de dos modos muy distintos:

- (Pr1) Operacionalmente, para determinar los valores medidos de la propiedad.
- (Pr2) Como una función del espacio de estados (esto es, de las coordenadas del punto representativo del sistema en el espacio de configuración y de la función de onda).

Son muchos los intérpretes de la mecánica bohmiana que han reparado en la anterior distinción, calificando ambos tipos de cantidades (Pr1) y (Pr2) según sea su gusto filosófico. Así, por ejemplo, Jammer (1974, 284) dice de las cantidades (Pr1) que son “los valores *medidos* de los observables, sujetos a las relaciones de indeterminación y solamente predecibles estadísticamente” mientras que considera las cantidades (Pr2) como “las *verdaderas* variables del sistema en el sentido clásico, no sujetas a las relaciones de indeterminación pero, a la luz de los métodos experimentales actualmente disponibles, no mensurables y, por consiguiente, ocultas”⁷⁸ (nuestra cursiva). De modo similar, Bohm y Hiley (1993, 111) se refieren, por ejemplo, a la función $\vec{V}_k S(q,t)$ como el momento *real* [“actual momentum”] de la k -ésima partícula reconociendo, además, que éste guarda una relación definida con el operador cuántico \hat{P} sólo en ciertas circunstancias especiales.⁷⁹ Con otra sensibilidad filosófica, Belinfante (1973, 90) identifica las cantidades (Pr1) con los operadores cuánticos denominándolas cantidades *observables*, mientras que tilda a las propiedades tratadas según (Pr2) de cantidades *imaginadas*.

De acuerdo con una lectura literal de las ecuaciones de la teoría, las cantidades (Pr2) deben interpretarse tal y como se interpretan las variables dinámicas en mecánica clásica, esto es, representando propiedades genuinamente poseídas por las partículas. En adelante, nos referiremos a la interpretación que así procede y que atribuye a las partículas bohmianas toda la plétora de propiedades clásicas como la *interpretación maximalista* de la mecánica bohmiana.

⁷⁸ “In Bohm’s theory of measurement [...], dynamical variables appear with three distinct meanings: (1.) As the true variables of the system in the classical sense, not subject to the indeterminacy relations, but with presently available experimental methods not measurable and hence hidden. (2.) As the measured values of observables, subject to the indeterminacy relations and only statistically predictable. (3.) As the quantum mechanical expectation values of the former.” (Jammer 1974, 284).

⁷⁹ “In our interpretation, the momentum operator is definitely related to the particle momentum only when the wave function is an eigenfunction of this operator. More generally, the actual particle momentum and the corresponding operator are not necessarily so closely connected” (Bohm y Hiley 1993, 111)

Sin embargo, hemos visto en el capítulo anterior que una interpretación completamente literal de las ecuaciones de la teoría no es la única posible y que, de hecho, la satisfacción de ciertos requerimientos de tipo realista pueden incluso hacer desaconsejable este tipo de interpretación. Antes de discutir las diferentes alternativas al respecto y con objeto de una mejor evaluación de dichas alternativas y de sus implicaciones en relación con el realismo, hay que investigar el comportamiento de las cantidades (Pr2). En adelante, nos referiremos a dichas cantidades como las *propiedades dinámicas* del sistema. Con esta terminología, queremos meramente indicar que las cantidades (Pr2) son funciones del espacio de estados de la teoría y desempeñan el mismo rol que las variables dinámicas en mecánica clásica. Sin embargo, no queremos con ello implicar que dichas propiedades representen propiedades reales de las partículas ni forzar, por tanto, una interpretación maximalista de la mecánica bohmiana.

4.2 La teoría de atribución de propiedades de Holland (1993)

En la sección anterior hemos señalado que Bohm y Hiley utilizan la analogía con la mecánica clásica suscitada por la ecuación de Hamilton-Jacobi cuántica para hallar las variables dinámicas que, en mecánica bohmiana, se corresponden con las propiedades más relevantes desde el punto de vista físico. Holland (1993, 92 ss.) desarrolla un método alternativo para obtener la variable dinámica asociada con un observable cuántico arbitrario. El método de Holland tiene la virtud de ser mucho más general y coincide con el de Bohm y Hiley en todos aquellos casos considerados por estos últimos. A continuación, presentamos con cierto detalle la teoría de atribución de propiedades de Holland, pues haremos un uso profuso de la misma a lo largo de esta tesis.

Por sencillez, consideraremos un sistema de una sola partícula en un espacio unidimensional. Sea \hat{X} el operador cuántico de posición de la partícula y sea $|x\rangle$ el vector tal que $\hat{X}|x\rangle = x|x\rangle$. Sea O un observable arbitrario del sistema y sea \hat{O} el operador hermítico asociado con dicho observable. De acuerdo con reglas elementales de la mecánica cuántica, el valor esperado del operador \hat{O} en el estado $\psi(x,t) \equiv \langle x|\psi(t)\rangle$ es:

$$(4.2) \quad \langle \hat{O} \rangle_{\psi(t)} \equiv \langle \psi(t) | \hat{O} \psi(t) \rangle = \int \psi^*(x,t) (\hat{O} \psi)(x,t) dx$$

donde

$$(4.3) \quad (\hat{O} \psi)(x,t) = \int O(x,x') \psi(x',t) dx'$$

y $O(x, x') \equiv \langle x | \hat{O} | x' \rangle$. Puesto que \hat{O} es un operador hermítico, (4.2) puede escribirse, sin pérdida de generalidad, como:

$$(4.4) \quad \langle \hat{O} \rangle_{\psi(t)} = \int \text{Re} \left(\psi^*(x, t) (\hat{O} \psi)(x, t) \right) dx$$

A su vez, una simple transformación algebraica permite expresar (4.4) como:

$$(4.5) \quad \langle \hat{O} \rangle_{\psi(t)} = \int \tilde{O}(x, \psi, t) |\psi(x, t)|^2 dx$$

donde

$$(4.6) \quad \tilde{O}(x, \psi, t) \equiv \frac{\text{Re} \left(\psi^*(x, t) (\hat{O} \psi)(x, t) \right)}{\psi^*(x, t) \psi(x, t)}$$

Nótese que (4.6) es una función real del campo cuántico y del punto representativo del sistema que contiene información acerca del operador \hat{O} y que tiene sus mismas dimensiones. Además, si se atiende a (4.5), puede constatararse que el valor esperado del operador \hat{O} se obtiene integrando en cada punto del espacio la función $\tilde{O}(x, \psi, t)$ convenientemente pesada por la función $|\psi(x, t)|^2$ que, de acuerdo con el postulado estadístico, es la densidad de probabilidad de presencia de la partícula. Es por todo ello que $\tilde{O}(x, \psi, t)$ constituye un firme candidato a ser la variable dinámica que representa la propiedad O en mecánica bohmiana. Holland se refiere a $\tilde{O}(x, \psi, t)$ como el *valor esperado local* [local expectation value] del operador \hat{O} en el campo $|\psi\rangle$ y aquí seguiremos este uso.⁸⁰

Mediante un cálculo sencillo, puede comprobarse que los valores esperados locales de los operadores de posición ($\hat{X}(x, x') = x\delta(x - x')$) y momento ($\hat{P} = -i\hbar\partial_x\delta(x - x')$) tienen, respectivamente, la siguiente forma:

$$(4.7) \quad \tilde{X}(x, \psi, t) = \frac{\text{Re} \left(\psi^*(x, t) x \psi(x, t) \right)}{\psi^*(x, t) \psi(x, t)} = x$$

$$(4.8) \quad \tilde{P}(x, \psi, t) = \frac{\text{Re} \left(\psi^*(x, t) (-i\hbar\partial_x \psi(x, t)) \right)}{\psi^*(x, t) \psi(x, t)} = \hbar \text{Im} \frac{\partial_x \psi(x, t)}{\psi(x, t)} = \partial_x S(x, t)$$

El valor esperado local del operador cuántico de posición no es otro que la variable de posición de la partícula y el valor esperado local del operador momento es, también, el momento de la partícula según lo prescrito por la ecuación guía. Si, alternativamente, se considera el operador hamiltoniano $\hat{H} = (-\hbar^2 / 2m) \partial_x^2 + \hat{V}(x) \delta(x - x')$, se obtiene la siguiente expresión para su valor esperado local:

⁸⁰ En adelante, denotaremos el valor esperado local de un operador mediante la misma letra que denota el operador y el símbolo ‘~’ encima. Así, por ejemplo, \tilde{A} es el valor esperado local del operador \hat{A} .

$$(4.9) \quad \tilde{H}(x, \psi, t) = \frac{\left(\hbar \operatorname{Im} \frac{\partial_x \psi(x, t)}{\psi(x, t)} \right)^2}{2m} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial_x^2 \sqrt{\psi(x, t) \psi^*(x, t)}}{\sqrt{\psi(x, t) \psi^*(x, t)}} + V(x) = \frac{(\partial_x S)^2}{2m} + U + V$$

Nótese que (4.9) se corresponde, según lo dictado por la ecuación de Hamilton-Jacobi cuántica, con la energía total de la partícula –incluido el término correspondiente a la energía potencial cuántica, U .

A la vista de estos resultados parece totalmente justificado considerar, como hace Holland, que *el valor esperado local del operador \hat{O} definido en (4.6) es la variable dinámica que representa la propiedad O en mecánica bohmiana*. Así, en lo que sigue, nos referiremos indistintamente a (4.6) como el valor esperado local del operador \hat{O} o como la propiedad (dinámica) O .

Tal y como se refleja explícitamente en (4.6), el valor esperado local de un operador depende, en general, del campo cuántico y de la posición. Así pues, para saber cuál es el valor de una propiedad dinámica de la partícula, debemos conocer su posición. Ahora bien, puesto que nuestro conocimiento de la posición está fundamentalmente limitado por el postulado estadístico, este postulado limitará también nuestro conocimiento de los valores del resto de propiedades dinámicas de la partícula –que, en este sentido, constituyen, como la posición, variables ocultas.

Sin embargo, esta situación admite una notable excepción. Si el campo cuántico es una función propia del operador hermítico \hat{O} con autovalor o_i , esto es, si el campo cuántico $\psi_i(x)$ es tal que:

$$(4.10) \quad \hat{O} \psi_i(x) = o_i \psi_i(x),$$

entonces, el valor esperado local del operador \hat{O} es completamente independiente de la posición de la partícula e igual a o_i . Este último resultado puede ser comprobado de manera sencilla, sustituyendo (4.10) en (4.6).

En términos de las propiedades de la partícula, lo anterior significa que, cuando el campo cuántico es una función propia de un operador, podemos saber con certeza cuál es el valor de la propiedad dinámica de la partícula asociada con dicho operador. En definitiva, tal y como sostiene Holland (1993, 343) “las funciones propias desempeñan el rol de especificar únicamente la propiedad relevante con independencia del emplazamiento de la partícula.”⁸¹

En el caso de un sistema de N partículas, el valor esperado local de un operador \hat{O} tiene la forma:

⁸¹ “Eigenfunctions thus play the special role of uniquely specifying the relevant particle property independently of the particle location.” (Holland 1993, 343)

$$(4.11) \quad \tilde{O}(q, \Psi, t) \equiv \frac{\text{Re}(\Psi^*(q, t)(\hat{O}\Psi)(q, t))}{\Psi^*(q, t)\Psi(q, t)}$$

donde q es la variable de posición del punto representativo del sistema en el espacio de configuración y Ψ el campo cuántico universal. Esta expresión constituye una generalización trivial de (4.6) y puede ser motivada mediante un razonamiento completamente análogo al que hemos desarrollado para el caso de una partícula.⁸²

Nótese que, de acuerdo con (4.11), el valor esperado local de un operador depende del campo cuántico y de la posición de todas las partículas del sistema, *incluso si el operador en cuestión es una función de la configuración de una sola de dichas partículas*. Este hecho no debería de sorprendernos puesto que ya hemos visto en el Capítulo 2 que, en general, la velocidad de una partícula bohmiana depende no sólo de su posición sino también de la posición del resto de partículas. Así pues, lo discutido en dicho capítulo acerca del carácter no local de la velocidad de las partículas bohmanas, debe ser generalizado ahora al resto de sus propiedades dinámicas.

Sin embargo, hemos argumentado que cuando el campo cuántico y la configuración universal satisfacen ciertos requisitos, la localidad es restaurada. Así, hemos demostrado en la Sección §2.1 (pág.12 y ss.) que, si la función de onda efectiva de un subsistema del universo está bien definida, entonces la velocidad de las partículas de dicho subsistema es independiente de la evolución dinámica del resto de partículas del universo. No es difícil mostrar que este resultado no sólo es aplicable al caso de la velocidad sino también al caso de las demás propiedades dinámicas del sistema.

Para ello, basta con recordar que, si en un instante t un subsistema Ω tiene una función de onda efectiva bien definida $\psi_t(x)$, entonces la configuración del resto de partículas del universo en dicho instante Y_t y la función de onda universal son tales que se verifica la relación:⁸³

$$(4.12) \quad \Psi_t(x, Y_t) = \psi_t(x)\theta_t(Y_t)$$

Imaginemos, pues, un operador autoadjunto $\hat{O}_\Omega(x)$ que es función de la configuración x de las partículas de Ω . Si se evalúa el valor esperado local de dicho operador en las condiciones especificadas por (4.12), se obtiene:

⁸² Para una extensión de la teoría de Holland al caso de un sistema de N partículas, véase Holland (1993, 294).

⁸³ Asumimos aquí la notación utilizada en la Sección §2.1 al introducir la noción de función de onda efectiva (pág.16 y ss.).

$$(4.13) \left\{ \begin{array}{l} \tilde{O}_\Omega(x, y, \Psi, t) \Big|_{y=Y_t} = \frac{\operatorname{Re}(\Psi^*(x, y, t)(\hat{O}_\Omega(x)\Psi)(x, y, t))}{\Psi^*(x, y, t)\Psi(x, y, t)} \Big|_{y=Y_t} \\ = \frac{\operatorname{Re}(\psi_t^*(x)\theta_t^*(Y_t)(\hat{O}_\Omega(x))\psi_t(x)\theta_t(Y_t))}{|\psi_t(x)\theta_t(Y_t)|^2} = \frac{\operatorname{Re}(\psi_t^*(x)(\hat{O}_\Omega\psi_t)(x))}{|\psi_t(x)|^2} \end{array} \right.$$

Cabe concluir, pues, que *cuando la función de onda efectiva de un subsistema está bien definida, el valor esperado local de cualquier operador del subsistema es una función que depende exclusivamente de la configuración de las partículas del subsistema.*

Si, además, la función de onda efectiva del subsistema es una función propia del operador considerado, una simple sustitución en (4.13) permite mostrar que el valor esperado local del operador es constante, independiente de la configuración del subsistema e igual al autovalor correspondiente.

4.3 Propiedades dinámicas y medición

4.3.1 Discusión técnica

En esta sección queremos analizar cómo evoluciona una propiedad dinámica durante el proceso de medición de la misma. Acabamos de concluir que, excepto en el caso en que un subsistema tiene una función de onda efectiva bien definida, las propiedades dinámicas de dicho subsistema no dependen sólo de la configuración de las partículas que lo constituyen sino que pueden depender, también, de la configuración del resto de partículas. Ahora bien, durante una medición, el objeto y el aparato interactúan de tal modo que el campo cuántico conjunto es una complicada superposición de funciones que se solapan y, por tanto, ninguno de estos dos subsistemas tiene una función de onda efectiva bien definida. En consecuencia, para analizar la evolución de una propiedad dinámica del objeto durante el proceso de su medición debe de tenerse en cuenta, también, la configuración del aparato.

En lo que sigue, vamos a discutir la medición de la propiedad O asociada con el operador \hat{O} de un objeto, asumiendo el análisis de la teoría bohmiana de la medida desarrollado en la Sección §2.3 (pág.20 y ss.) y adoptando la notación utilizada entonces. Así, consideraremos que del aparato nos interesa sólo una de sus partículas que hace las veces de puntero y utilizaremos los símbolos x e y para referirnos, respectivamente, a las variables de posición del objeto y de la partícula relevante del aparato. La función de onda del sistema conjunto antes de su interacción es:

$$(4.14) \quad \Xi_0(x, y) = \psi_0(x)\phi_0(y)$$

donde $\psi_0(x)$ es la función de onda inicial del objeto, que admite la descomposición

$$(4.15) \quad \psi_0(x) = \sum_n c_{n0}\psi_n(x)$$

siendo ψ_n la función propia de $\hat{O}(x)$ con valor propio o_n . Respecto de la función de onda inicial del aparato $\phi_0(y)$, asumimos que ésta es una función picuda y centrada alrededor de la posición Y_0 .

Para calcular el valor de la propiedad dinámica O al inicio de la medición, insertamos (4.14) en (4.11) obteniendo:

$$(4.16) \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{O} \equiv \frac{\operatorname{Re}\left(\Xi_0^*(x, y)(\hat{O}(x)\Xi_0)(x, y)\right)}{\Xi_0^*(x, y)\Xi_0(x, y)} \Bigg|_{x=X_0, y=Y_0} = \frac{\operatorname{Re}\left(\psi_0^*(x)(\hat{O}\psi_0)(x)\right)}{\psi_0^*(x)\psi_0(x)} \Bigg|_{x=X_0} \\ = \frac{\operatorname{Re}\left(\sum_{m,n} c_{m0}^* c_{n0} o_n \psi_m^*(x)\psi_n(x)\right)}{\psi_0^*(x)\psi_0(x)} \Bigg|_{x=X_0} \end{array} \right.$$

donde X_0 es la posición inicial del objeto. Puesto que, inicialmente, la función de onda del objeto y la función de onda del aparato factorizan, el valor de la variable dinámica O depende sólo de la posición del objeto y de su función de onda efectiva.

Recordemos que la interacción entre el objeto y el aparato viene regida por el hamiltoniano (2.27) (o (4.1)) $\hat{H}_{\text{int}} = i\hbar\lambda\hat{O}(x)\partial_y$ y que, durante la misma, el campo cuántico se transforma en una complicada superposición de estados del objeto y del aparato. En consecuencia, durante el proceso de medida, el valor de la propiedad dinámica O del objeto fluctuará de un modo imposible de determinar si no se conoce la forma precisa del campo cuántico y de las trayectorias del objeto y de la partícula relevante del aparato.

Sin embargo, en el instante $t=T$ al término de la interacción, el campo cuántico se ha convertido en

$$(4.17) \quad \Xi(x, y, T) = \sum_n c_{n0}\psi_n(x)\phi_n(y)$$

que, recordemos, es una superposición cuyos términos son funciones con soportes disjuntos. Si la partícula del aparato se encuentra en el interior del soporte de $\phi_i \equiv \phi_0(y - \lambda o_i T)$, esto es, alrededor de la posición $Y_i \equiv \lambda o_i T$, entonces, inferiremos que el resultado de la medición es que el observable O tiene el valor *medido* o_i . En tal caso, la función de onda efectiva del objeto es $\psi_i(x)$ y un cálculo sencillo muestra que el valor de la propiedad dinámica O del objeto es o_i con independencia de su posición:

$$(4.18) \left\{ \begin{array}{l} \tilde{O}(x, y, \Xi, T) \Big|_{y \approx \lambda o_i T} = \frac{\operatorname{Re}(\Xi(x, y, T)(\hat{O}\Xi)(x, y, T))}{\Xi^*(x, y, T)\Xi(x, y, T)} \Big|_{y \approx \lambda o_i T} = \\ = \frac{\operatorname{Re}(c_{i0}^* \psi_i^*(x) \phi_i^*(y) (\hat{O}(c_{i0} \psi_i(x) \phi_i(y))))}{|c_{i0} \psi_i(x) \phi_i(y)|^2} = \frac{\operatorname{Re}(\psi_i^*(x) (\hat{O}\psi_i)(x))}{\psi_i^*(x) \psi_i(x)} = o_i \end{array} \right.$$

Nótese que esta cadena de igualdades meramente refleja el hecho, demostrado en la sección anterior, de que, si la función de onda (efectiva) de un sistema es una función propia de un operador, entonces el valor esperado local del operador es constante e igual al autovalor correspondiente.

4.3.2 Consecuencias filosóficas

El análisis que acabamos de presentar tiene notabilísimas consecuencias filosóficas y merece una breve recapitulación.

Hemos mostrado, en primer lugar, que antes de la interacción con el aparato, el valor de la propiedad dinámica O del objeto viene dado por (4.16). Este valor depende fundamentalmente de la posición inicial del objeto, a no ser que el campo cuántico inicial del mismo sea una función propia de \hat{O} (esto es, a no ser que todos los coeficientes c_{n0} excepto uno sean cero). Puesto que el postulado estadístico limita nuestro conocimiento de la posición inicial del objeto de acuerdo con la densidad de probabilidad $|\psi_0(x)|^2$, no podemos conocer tampoco cuál es el valor inicial de la propiedad dinámica O .

A continuación, hemos mostrado que, durante el transcurso de la medición, el valor de la propiedad O del objeto varía de un modo errático e incontrolable, dependiendo de la configuración tanto del objeto como del aparato de medida.

Finalmente, hemos mostrado que, al término de la interacción con el aparato, el valor de la propiedad dinámica O del objeto se convierte en uno de los autovalores del operador \hat{O} , de modo que si el puntero del aparato se encuentra alrededor de la posición $Y_i \equiv \lambda o_i T$, el valor de la propiedad dinámica O es o_i . Nótese que dicho valor *poseído* (en el instante $t=T$) coincide con el valor *medido* de la propiedad, puesto que cuando observamos el puntero del aparato alrededor de la posición $Y = \lambda o_i T$ inferimos que el resultado de la medición es o_i . Ahora bien, debemos recordar que, generalmente, el valor inicial de la propiedad dinámica O del objeto *no* era o_i . Por tanto, cabe concluir que, de acuerdo con la mecánica bohmiana:

- En una medición de la propiedad dinámica O , generalmente, el valor preexistente de la propiedad *no* coincide con valor de la misma tras la medición.

- Una medición de la propiedad dinámica *O* *no* revela el valor preexistente de la misma, sino su valor al término de la interacción.

4.4 La prioridad de la posición

En mecánica bohmiana, la posición tiene un estatuto privilegiado entre el conjunto de propiedades dinámicas de las partículas. A nuestro juicio, esto es así por tres motivos fundamentales que discutimos a continuación.

De acuerdo con la teoría de atribución de propiedades de Holland analizada en la Sección §4.2, todas las propiedades dinámicas de una partícula —excepto la posición y cualquier función de la posición— dependen del campo cuántico. Puesto que el campo cuántico depende, a su vez, de la configuración de todas de las partículas del sistema, cabe concluir que la posición es la única entre las propiedades dinámicas de una partícula que no depende de la configuración del resto de partículas. Considérese el siguiente criterio:

(INT) Una propiedad *P* de una partícula *Q* es intrínseca si no depende de la existencia y de las propiedades de ninguna otra partícula aparte de *Q*.

Puede decirse entonces que, en mecánica bohmiana, *la posición es la única propiedad intrínseca de las partículas*. La intrinsecidad es, pues, el primero de los tres rasgos aludidos que distingue a la posición del resto de propiedades dinámicas en mecánica bohmiana.

En la Sección §4.1 hemos visto que, de acuerdo con el tratamiento operacional de un observable, el valor medido de dicho observable se infiere a partir de la *posición* del puntero del aparato tras una medición del mismo. En consecuencia, para que un observable pueda ser abordado de modo operacional, necesitamos un algoritmo (el postulado estadístico) que permita predecir la posición *directamente*, esto es, de un modo *no* operacional. Por tanto cabe concluir que, en mecánica bohmiana, *la posición es la única propiedad que no puede ser abordada solamente de modo operacional*, siendo éste el segundo de los rasgos que distinguen a la posición del resto de observables en la teoría.

En la Sección §4.3 hemos visto que, en mecánica bohmiana, la medición de una propiedad dinámica no revela generalmente el valor preexistente de dicha propiedad. A continuación, mostraremos que la posición constituye una notabilísima excepción, puesto que una medición de la posición siempre revela el valor preexistente de la misma.

De acuerdo con la teoría bohmiana de la medida, una medición de la posición se caracteriza por el hamiltoniano de interacción:⁸⁴

$$(4.19) \quad \hat{H}_{\text{int}} = \lambda \hat{O}(x) \hat{P}_y = i\hbar \lambda x \frac{\partial}{\partial y}$$

que resulta de practicar la sustitución $\hat{O}=\hat{X}$ en (2.27) (o (4.1)). Si, inicialmente, la función de onda del sistema compuesto por el objeto y el aparato es:

$$(4.20) \quad \Xi_0(x, y, 0) = \psi_0(x) \phi_0(y)$$

entonces la función de onda en el instante $t=T$ una vez finalizada la interacción entre ambos sistemas tiene la forma:

$$(4.21) \quad \Xi(x, y, T) = \int dx' \psi_0(x') \delta(x-x') \phi_0(y-\lambda x'T) = \psi_0(x) \phi_0(y-\lambda xT)$$

Nótese que esta última expresión constituye una generalización de (2.38) (pág.23), para el caso de un operador que, como el de posición, tiene un espectro continuo.

Si se compara (4.21) con (4.20), se observará que el único efecto que tiene la medición de la posición del objeto sobre el campo cuántico radica en la transformación del paquete ϕ_0 del aparato, cuyo centro se desplaza una distancia igual a λxT . Este hecho no es, sin embargo, suficiente para asegurar que la posición del objeto no ha variado en el transcurso de su medición y como resultado de dicho proceso. Para averiguar este último extremo, hay que analizar la ecuación guía que, como sabemos, suministra la variación de la posición respecto del tiempo y que, en el caso considerado, toma la forma:

$$(4.22) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{\hbar}{m} \text{Im} \frac{\partial_x \Xi(x, y, t)}{\Xi(x, y, t)} = \frac{\partial_x (S_{\psi_0(x)} + S_{\phi_0(y-\lambda xt)})}{m}$$

donde $S_{\psi_0(x)}$ y $S_{\phi_0(y-\lambda xt)}$ son \hbar veces la fase de las funciones $\psi_0(x)$ y $\phi_0(y-\lambda xt)$, respectivamente, y m es la masa del objeto.

Puesto que el factor $\psi_0(x)$ no se transforma como resultado de la interacción entre el objeto y el aparato, sólo el término

$$(4.23) \quad \frac{\partial_x S_{\phi_0(y-\lambda xt)}}{m}$$

de (4.22) expresa una contribución a la velocidad del objeto debida a la interacción con el aparato. Ahora bien, puede asumirse sin pérdida de generalidad que la función de onda inicial del aparato $\phi_0(y)$ es una función real, de modo que $\phi_0(y-\lambda xT)$ también lo es y, por tanto, (4.23) es cero. En consecuencia, la posición del objeto no se modifica como resultado del proceso de interacción con el aparato, lo que implica que el valor de

⁸⁴ A continuación, nos basamos en el desarrollo de Bohm y Hiley (1993, 109 ss.).

la posición arrojado como resultado de la medición se corresponde con el valor preexistente de dicha posición.

Acabamos de mostrar pues, que, al contrario de lo que sucede con cualquier otra propiedad dinámica, *una medición bohmiana de la posición revela invariablemente el valor de la misma*. Ésta es la tercera característica que, en mecánica bohmiana, distingue la posición del resto de observables.

4.5 La interpretación minimalista de la mecánica bohmiana

4.5.1 El espín: modelos realistas vs. modelos eliminativistas

Tres años después de presentar su teoría, Bohm desarrolló junto con Schiller y Tiomno (1955) [en adelante, BST] un modelo realista del espín en que éste es interpretado como el estado de rotación interno de la partícula. De acuerdo con dicho modelo, pues, la partícula ya no es concebida como un punto masa, sino como una diminuta esfera giratoria. En consecuencia, no basta con especificar la posición de la partícula para determinar completamente el estado de la misma puesto que ésta tiene grados de libertad adicionales asociados con el momento angular interno.

El modelo BST establece una correspondencia funcional específica entre los dos componentes del espinor que se obtiene como solución de la ecuación de Schrödinger con el término del espín y los tres ángulos de Euler que clásicamente especifican el estado de rotación de un objeto. Sin embargo, dicho modelo incurre en dificultades cuando se desea extenderlo al caso general de N partículas y se han propuesto diversas modificaciones del mismo. Así, Bohm y Hiley (1993, Cap.10) revisan el modelo BST y proponen un nuevo modelo que corrige algunas deficiencias del anterior. Holland (1993, Cap.9) discute a fondo el modelo BST para, a continuación, plantear su propia propuesta (Cap.10). Aquí no nos interesa valorar las virtudes y los defectos de tales modelos realistas sino el hecho de que *la mecánica bohmiana puede predecir todo lo relativo al espín de una partícula sin hacer uso de ninguno de ellos*.

Así, en la Sección §2.4 (pág.28 y ss.), hemos mostrado que la mecánica bohmiana da cuenta de todas las predicciones acerca del espín de una partícula de espín $\frac{1}{2}$ tratando los observables correspondientes de modo operacional, esto es, según los pasos (TBM1)–(TBM4) y *sin* asumir que la partícula posee otros grados de libertad aparte de la posición. La generalización de lo allí expuesto al caso de N partículas y para otros valores del espín es trivial.

De acuerdo con la discusión de dicha sección, decir que el valor de la componente en la dirección z del espín de una partícula es positivo (o «arriba») es del todo punto equivalente a decir que, si la partícula es introducida en el seno de una región con un

campo magnético no homogéneo $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ tal que $\partial B_z / \partial z > 0$, entonces ésta se desviará invariablemente hacia arriba (en el sentido positivo del eje z). A su vez, decir que el valor de la componente en la dirección z del espín de la partícula es negativo (o «abajo») es del todo punto equivalente a decir que, si la partícula se encuentra en el contexto experimental que acabamos de describir, ésta se desviará invariablemente hacia abajo (en el sentido negativo del eje z).

Cabe concluir, entonces, que el requisito de la equivalencia empírica con la mecánica cuántica no nos fuerza a considerar que el espín de una partícula constituye una determinación ontológica intrínseca de la partícula, una propiedad, por así decirlo, tan real como la posición. Bien al contrario, el método utilizado para demostrar dicha equivalencia sugiere que el espín de una partícula no es más que la *disposición* de la misma a moverse de un modo determinado cuando se la hace interactuar con un campo magnético adecuado. Puesto que la trayectoria de la partícula queda completamente determinada una vez se especifican la posición y el campo cuántico inicial, cabe interpretar que el espín es una disposición de la partícula completamente reducible a la base categórica formada por el campo cuántico y la posición.⁸⁵

Pagonis y Clifton (1995) son los primeros en utilizar la distinción entre propiedades categóricas y propiedades disposicionales para establecer una clasificación de las propiedades bohmianas. Respecto del espín, dichos autores concluyen en completo acuerdo con la interpretación sugerida en el párrafo anterior:

“Un modo natural de interpretar las cantidades de espín es concebir éstas como disposiciones del tipo reducible; disposiciones de la partícula considerada a comportarse de ciertos modos en ciertos contextos. Estas disposiciones tienen una base categórica, la posición de la partícula que, junto con el campo ψ (cuya forma es dependiente del contexto), las define de modo unívoco.”⁸⁶ (Pagonis y Clifton 1995, 286)

Daumer *et al.* (1996) (véase también Dürr *et al.* 2004) llegan a conclusiones similares y, como Pagonis y Clifton, rechazan que el espín constituya una propiedad actual (no disposicional) de la partícula:

“Al contrario de lo que sucede con la posición, [en mecánica bohmiana] el espín no es *primitivo*, i.e, no existe ningún grado de libertad discreto *real* análogo a las posiciones *reales* de las partículas que se añada a la descripción del estado para dar cuenta de «partículas con espín.» Por decirlo de otro modo, el espín está meramente en la función de onda. Al mismo

⁸⁵ Para una teoría general de las disposiciones y una discusión acerca de la distinción entre propiedades disposicionales y propiedades categóricas, véase Mumford (1998) y las referencias que pueden encontrarse en el interior.

⁸⁶ “On a natural reading, spin quantities are dispositions of the reductionist view; dispositions for the particle under consideration to behave in certain ways in certain contexts. They have a categorical basis, the position of the particle, which together with the (context-dependent) ψ -field uniquely define them.” (Pagonis y Clifton 1995, 286)

tiempo, qué sean las «mediciones del espín» es completamente claro y éstas meramente reflejan el modo en que las funciones de onda de tipo espinor son incorporadas en la descripción del movimiento de las configuraciones.”⁸⁷ (Daumer *et al.* 1996, 389; también citado en Dürr *et al.* 2004, 974–975)

4.5.2 Interpretaciones minimalistas de la mecánica bohmiana

De acuerdo con lo que acabamos de discutir, en mecánica bohmiana es plausible interpretar que el espín no es una propiedad actual de la partícula, sino una disposición de la misma a moverse de un modo determinado en un contexto determinado. Dicha interpretación no viene motivada porque no haya modelos del espín en los que éste sea tratado como una variable dinámica, sino por el hecho de que puede prescindirse de dichos modelos y dar cuenta de todo lo relativo al espín meramente mediante el tratamiento operacional (TBM1)–(TBM4).

Ahora bien, en la Sección §4.4 hemos señalado que también en el caso del resto de propiedades dinámicas, *excepto la posición*, se puede dar cuenta de todo lo relativo a su medición mediante el tratamiento operacional (TBM1)–(TBM4) y prescindiendo completamente de la representación de dichas propiedades como variables dinámicas. Por tanto, en la medida en que se considere razonable privar al espín de cualquier importe ontológico en virtud del argumento anterior, no parece haber motivo alguno para no proceder del mismo modo en relación con las propiedades clásicas de la partícula que, excepto la posición, también son introducidas en la teoría de modo operacional. Obviamente, este ejercicio interpretativo tiene como consecuencia que las partículas bohmianas quedan desprovistas de toda propiedad que no sea su posición. Daumer *et al.* (1996, 390) suscriben este planteamiento y concluyen una digresión acerca de la naturaleza de las propiedades bohmianas mediante la siguiente tabla:

POSICIÓN	OTROS OBSERVABLES
Real	No real
Primitiva	No primitiva
(Género) Natural	(Género) No natural
No contextual	Contextual

⁸⁷ “Unlike position, spin is not *primitive*, i.e., no *actual* discrete degrees of freedom, analogous to the *actual* positions of the particles, are added to the state description in order to deal with «particles with spin.» Roughly speaking, spin is *merely* in the wave function. At the same time, as explained in Section 2.5, «spin measurements» are completely clear, and merely reflect the way spinor wave functions are incorporated into a description of the motion of configurations.” (Daumer *et al.* 1996, 389)

Puede verse, pues, que Daumer *et al.* sostienen explícitamente que la posición es la única propiedad real de las partículas bohmianas. Si bien ésta puede parecer una propuesta arriesgada, estos autores no incurren en ninguna herejía interpretativa. Así, el influyente Bell ya había declarado años antes que, de acuerdo con su interpretación de la mecánica bohmiana, “a las partículas *no* se les atribuye momento angular, energías, etc., sino *sólo* posiciones como funciones del tiempo. Los resultados peculiares de «mediciones» del momento angular, energías y demás, emergen como posiciones del puntero en los dispositivos experimentales apropiados.”⁸⁸ (Bell 1990, 39)

Siguiendo un uso estándar en la literatura, denominaremos *minimalistas* a aquellas interpretaciones de la mecánica bohmiana que sancionan que la única propiedad real de las partículas es la posición. En adelante, nos referiremos como *posicionismo ontológico* o *posicionismo*, a secas, a la tesis de que las partículas sólo poseen posición.

El minimalismo consiste, pues, en hacer una interpretación realista *parcial* de la teoría, puesto que de las cantidades de tipo (Pr2) (véase pág.76) sólo se considera real la posición. Recordemos que hemos denominado *maximalista* a la interpretación completamente literal de la teoría que, al contrario que la interpretación minimalista, atribuye a la partícula no sólo posición sino momento, energía y toda la plétora de propiedades clásicas (además de, posiblemente, el espín entendido como una suerte de momento angular interno⁸⁹).

En el Capítulo 3 hemos visto que, de acuerdo con el enfoque del potencial cuántico, la aceleración, la energía, etc., desempeñan un rol fundamental en la provisión de una explicación causal de los fenómenos. Así pues, resulta evidente que todos los partidarios de este enfoque consideran estas propiedades como reales, suscribiendo, por tanto, una interpretación maximalista de la mecánica bohmiana. Por otro lado, en la medida en que el enfoque de guía se caracteriza por obviar cualquier recurso a las cantidades de segundo orden, dicho enfoque es claramente afín a una interpretación minimalista. Es un hecho, además, que los proponentes más destacados del enfoque de guía se han significado explícitamente a favor del minimalismo, siendo Bell (1990) y Dürr *et al.* (2004) los casos más destacados.

A la vista de lo anterior, podría concluirse que la divisoria interpretativa entre maximalismo y minimalismo aquí discutida coincide con la divisoria interpretativa entre el enfoque del potencial cuántico y el enfoque de guía analizada en el Capítulo 3. Sin embargo, preferimos seguir utilizando una terminología diferente porque cada una

⁸⁸ “Particles are *not* attributed angular momenta, energies, etc, but only positions as functions of time. Peculiar «measurement» results for angular momenta, energies, and so on, emerge as pointer positions in appropriate experimental setups.” (Bell 1990, 39)

⁸⁹ Cabe la posibilidad de que haya quien abogue por una interpretación maximalista de las propiedades clásicas de la partículas pero que, sin embargo, defienda una interpretación minimalista en relación con el espín. Éste es el caso, por ejemplo, de Pagonis y Clifton (1995).

de las divisorias interpretativas mencionadas pone el énfasis en una cuestión diferente. Así, cuando la cuestión en lid es si cabe tomar como ecuación fundamental del movimiento de las partículas bohmianas una ecuación diferencial de primer grado (la ecuación guía) o una de segundo grado (la segunda ley de Newton generalizada), entonces es pertinente hablar de partidarios del enfoque de guía, por un lado, y de partidarios del enfoque del potencial cuántico, por otro. Si, en cambio, la disputa interpretativa está relacionada con el hecho de que las partículas tengan o no otras propiedades aparte de la posición, entonces es pertinente hablar de maximalismo versus minimalismo.

En el Capítulo 2, hemos denominado «posicionismo de la medida» a la asunción de que el resultado de cualquier medición se registra siempre en términos de la posición de algún elemento del dispositivo experimental. Si bien dicha asunción, fundamental para garantizar la adecuación empírica de la mecánica bohmiana, constituye una motivación para una interpretación minimalista de la teoría, hay que señalar que el posicionismo ontológico *no* está en modo alguno implicado por el posicionismo de la medida.

De hecho, la naturaleza de ambas tesis es completamente diferente. Mientras que el posicionismo ontológico es una tesis ontológica acerca de lo que hay, el posicionismo de la medida es una tesis epistemológica que nos habla de nuestros manejos para adquirir conocimiento de lo empírico. Y, tal y como hemos mostrado al discutir la evolución de una propiedad dinámica arbitraria en el contexto de una medición de la misma, la tesis de que toda medición se registra en términos de la posición es perfectamente compatible con el hecho de que las partículas bohmianas estén dotadas de otras muchas propiedades además de la posición.

En realidad, la relación de implicación entre el posicionismo ontológico y el posicionismo de la medida es, precisamente, la inversa. Así, es fácil advertir que el posicionismo de la medida es un simple corolario del posicionismo ontológico puesto que si admitimos, como hace el minimalista, que la única propiedad de las partículas es la posición, estaremos forzados a admitir que los resultados de una medición deben registrarse en términos de la única propiedad disponible, esto es, la posición.

La austeridad ontológica del minimalista plantea ciertas dificultades en relación con la explicación. Si lo único real son las posiciones, cabe preguntarse por qué emerge la tan ubicua charla acerca del resto de propiedades y cuál es el significado y función de los operadores y variables dinámicas que representan dichas propiedades en la teoría. Son varias las respuestas que pueden darse a estos interrogantes, evidenciando que el minimalismo no constituye una interpretación unívoca sino más bien un marco en el que cabe acomodar diferentes propuestas interpretativas que no tienen por qué ser equivalentes en todos los aspectos.

Como ya hemos apuntado en la subsección anterior al discutir la naturaleza del espín, una posible respuesta consiste en asumir que todas las propiedades distintas de la posición son *disposiciones* de las partículas a ocupar determinadas posiciones en un contexto experimental específico. Dichas disposiciones no tienen importe ontológico puesto que se interpretan como completamente reducibles a la única propiedad categórica, esto es, la posición (y al campo cuántico). De acuerdo con esta interpretación, la ubicuidad de las referencias a las propiedades disposicionales se justifica de modo pragmático por su particular utilidad en relación con la predicción –predicción de las configuraciones futuras. Dorato (2006) defiende una interpretación minimalista de la mecánica bohmiana precisamente en estos términos.

Daumer *et al.* (1996) y Dürr *et al.* (2004) ofrecen una respuesta distinta a la cuestión de cómo interpretar los operadores observables y las propiedades supuestamente representadas por éstos en el seno del enfoque minimalista. Estos autores argumentan que el operador observable \hat{O} es un dispositivo teórico que sirve para codificar información acerca del proceso de interacción típicamente denominado como «medición» de O , pero que ellos prefieren denominar «*experimento*». De acuerdo con su propuesta interpretativa, el operador \hat{O} *no* denota una propiedad (disposicional o no) del objeto sino que caracteriza una *interacción* y hace referencia a todo el dispositivo experimental. Desde la perspectiva de dichos autores, por tanto, la tan manida tesis según la cual los operadores cuánticos representan propiedades del objeto que son reveladas (fiablemente o no) mediante los correspondientes procesos de medición es completamente falsa y la mecánica bohmiana en su interpretación minimalista tiene la virtud de ayudarnos a reparar en ello.

4.6 Maximalismo, minimalismo y principio de fiabilidad de la medida

En esta sección queremos analizar, finalmente, el desempeño de las dos interpretaciones de la mecánica bohmiana elucidadas en este capítulo en relación con el principio de fiabilidad de la medida [PFM].

En la Sección §4.3 hemos demostrado aplicando la teoría de atribución de propiedades de Holland (1993) que, en mecánica bohmiana, el valor arrojado por una medición de una propiedad dinámica no se corresponde generalmente con el valor preexistente de dicha propiedad. No cabe la menor duda, pues, que *la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana, que considera todas las propiedades dinámicas como propiedades reales de las partículas, no satisface* [PFM].

A continuación, ilustraremos mediante un sencillo ejemplo la notoria discrepancia que, de acuerdo con la mecánica bohmiana, media entre el valor preexistente de una propiedad dinámica y el valor arrojado en una medición de la misma. Nos serviremos de

dicho ejemplo para examinar de qué modo puede dar cuenta de tal discrepancia el proponente de una interpretación maximalista de la teoría.

Considérese una partícula unidimensional confinada entre dos paredes perfectamente reflectantes separadas por una distancia igual a L y que se encuentra en su estado fundamental. La función de onda de la partícula es:⁹⁰

$$(4.24) \quad \psi(x) = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \exp(-iEt)$$

donde

$$(4.25) \quad E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

es la energía de la partícula, m su masa y x la variable que representa su posición. La mecánica cuántica predice que, si se realiza una medición de la velocidad de la partícula, se obtendrá uno de los dos resultados siguientes con un 50% de probabilidad:

$$(4.26) \quad v_{\pm} = \pm \frac{\pi \hbar}{mL}$$

Así pues, de acuerdo con la mecánica cuántica, una medición de la velocidad de la partícula revela que ésta posee una velocidad constante no nula. En principio, dicha predicción puede constatar experimentalmente y, si en mecánica bohmiana se procede a un tratamiento operacional del observable velocidad según los pasos (TBM1)–(TBM4), se deriva la misma distribución de probabilidad para los valores medidos de la velocidad.

Sin embargo, puesto que la parte imaginaria de la función de onda (4.24) no depende de la variable x , el gradiente de su fase es igual a cero y la ecuación guía dictamina que velocidad de la partícula es cero, con independencia de su posición. Así pues, si interpretamos la variable dinámica $\partial_x S(x,t)/m$ como la velocidad real de la partícula, concluiremos que la mecánica bohmiana establece que lo que hay en el interior del pozo de potencial es una partícula en reposo. Podemos constatar, entonces, que la distribución de valores medidos de la velocidad no se corresponde en este caso con el valor de la velocidad de la partícula con anterioridad a la medición.

Un partidario de la interpretación maximalista puede dar cuenta de esta situación en los siguientes términos. Cuando la partícula está en el interior de la caja, ciertamente, se encuentra en reposo. Si evaluamos su energía calculando el valor esperado local del operador hamiltoniano, obtendremos que dicha energía es constante (independiente de la posición) e igual a (4.25). La partícula no se mueve porque la totalidad de esa energía tiene forma de energía potencial cuántica.

⁹⁰ Véase, por ejemplo, Cohen-Tannoudji *et al.* (1997, 78).

Si se desea medir la velocidad de la partícula deben retirarse las paredes que la confinan. Este hecho acarrea, no obstante, una profunda transformación del campo cuántico de la partícula, que deja de estar confinado en el interior del pozo de potencial y se transforma en dos ondas viajeras simétricas que se alejan de la región. Esta transformación de la función de onda debida al acto de medición implica, a su vez, una transformación de la velocidad de la partícula, que pasa de tener un valor nulo a adquirir uno de los valores (4.26). Es este último valor el que es revelado por la medición.⁹¹

Este ejemplo pone de manifiesto de un modo particularmente perspicuo el carácter perturbativo de las mediciones bohmianas que, recordemos, ha sido mostrado con generalidad en la Sección §4.3. Debe notarse, a este respecto, que las mediciones bohmianas no son fiables precisamente porque son perturbativas y el resultado de las mismas se corresponde con el valor perturbado y no con el valor preexistente de la propiedad medida. Sin embargo, en los casos en los que no hay perturbación (i.e., cuando el campo cuántico inicial es una función propia del operador medido), el resultado de la medición sí se corresponde con el valor preexistente de la propiedad medida.

Todos los proponentes de la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana son conscientes de que esta interpretación implica una tan notoria divergencia entre los valores preexistentes de una propiedad y los valores obtenidos en una medición de la misma. Sin embargo, ninguno de ellos estima que este vicio epistemológico sea un motivo suficiente para rechazar la interpretación. Bien al contrario, algunos consideran que una de las mayores virtudes de la mecánica bohmiana es, precisamente, habernos revelado tal inadecuación. Así, por ejemplo, Bohm y Hiley (1993) entienden que la lección a extraer de casos como el que acabamos de discutir es que las «mediciones» son, en realidad, «participaciones», esto es, procesos en los que objeto y aparato participan el uno en el otro y se modifican mutuamente de un modo irreducible.

En este sentido, la estrategia de los partidarios de la interpretación maximalista consiste en argumentar que si realmente vivimos en un mundo holístico en el que las mediciones son esencialmente participativas y perturbativas, entonces debe ser considerado como un mérito –y no un demérito– de una teoría el poner de manifiesto esta situación y dar estricta cuenta de la misma.

A continuación, analizaremos el desempeño de la interpretación minimalista de la mecánica bohmiana en relación con [PFM]. Recordemos que, de acuerdo con dicha interpretación, las partículas bohmianas sólo poseen posición. Pero en la Sección §4.4 hemos mostrado que las mediciones bohmianas de la posición son, precisamente, las únicas que revelan el valor preexistente sin excepción. Por tanto, al declarar como real

⁹¹ Para otros ejemplos de situaciones en las que la distribución de probabilidad de valores medidos difiere de la distribución de probabilidad de valores poseídos, véase Belinfante (1973, 193 ss.).

únicamente aquella propiedad de las partículas cuyo valor preexistente es invariablemente revelado en una medición, *la interpretación minimalista de la mecánica bohmiana satisface* [PFM].

4.7 Conclusiones: maximalismo, minimalismo y realismo

En la sección anterior hemos concluido que la interpretación minimalista satisface [PFM] mientras que la interpretación maximalista *no* satisface esta condición. Entonces, podría considerarse que, en lo tocante al realismo, la interpretación minimalista de la mecánica bohmiana es claramente preferible a la interpretación maximalista.

Sin lugar a dudas, la anterior conclusión sería inobjetable si la posición realista se identificase, meramente, con [PFM]. Pero sabemos que el realismo no es sólo cuestión de epistemología sino que constituye una mezcla de tesis epistemológicas y ontológicas. En este sentido, hemos argumentado que uno de los ingredientes fundamentales del realismo científico es la tesis ontológica de acuerdo con la cual lo real existe con independencia del observador (condición de independencia).

En el capítulo anterior, hemos visto que, en mecánica bohmiana, cabe postular ontologías muy variopintas en función de la interpretación de la teoría adoptada. Así, un partidario del enfoque del potencial cuántico defenderá la existencia del potencial cuántico y/o de fuerzas newtonianas, además de las partículas. Un partidario del enfoque de guía, por el contrario, defenderá la existencia de la onda piloto y/o de «fuerzas aristotélicas», además de las partículas. A pesar de su diversidad, estas ontologías comparten el rasgo notorio de que todas las entidades postuladas existen independientemente de la presencia del observador.

En relación con las propiedades de las partículas bohmianas, hemos visto en este capítulo que algunas pueden ser alteradas durante el proceso de su medición, mientras que otras no. Sin embargo, su existencia no depende en ningún caso de la presencia de un observador. Es razonable concluir pues, que *todas las interpretaciones de la mecánica bohmiana satisfacen la condición de independencia* y que, en esta teoría, no hay lugar para el idealista.⁹²

La satisfacción de la condición de independencia no permite, pues, distinguir entre la interpretación minimalista y la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana.

⁹² Para aquellos que consideren que la condición de independencia es el ingrediente fundamental del realismo científico, el hecho de que la mecánica bohmiana en cualquiera de sus interpretaciones postule una ontología consistente e independiente del observador puede ser considerado como una razón suficiente para concluir que la mecánica bohmiana es la interpretación realista por excelencia de los fenómenos cuánticos. Máxime cuando muchas de las interpretaciones de la mecánica cuántica violan la condición de independencia, al sancionar que el observador es el responsable de que ciertas propiedades se actualicen (esto es, que vengan a la existencia) durante el proceso de su medición.

Puesto que hemos establecido que la segunda no satisface [PFM] mientras que la primera sí, la conclusión de que un realista debe decantarse por la interpretación minimalista parece seguir en pie.

Sin embargo, hemos argumentado en la Introducción que no todos los realistas consideran que la condición de independencia y [PFM] sean los únicos criterios que constriñan la naturaleza de lo que cabe aceptar como real.⁹³ Mientras que, en relación con lo epistemológico, es difícil concebir que un realista exija un requisito más fuerte que [PFM], sí cabe pensar que se planteen ulteriores requisitos de carácter ontológico, más allá de lo sancionado por la condición de independencia. Así, por ejemplo, un realista clásico puede considerar como aceptables sólo aquellas propiedades que, tal y como sucede con las propiedades clásicas, definen un álgebra booleana.⁹⁴

Este último requisito es plenamente satisfecho por la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana que, en este sentido, replica fielmente la estructura representacionista clásica. Obviamente, la interpretación minimalista *también* satisface dicho requisito, puesto que, de acuerdo con la misma, las partículas bohmianas tienen una sola propiedad, a saber, la posición. Pero, sin duda, al satisfacer dicho requisito de un modo tan trivial se aleja radicalmente de la ontología clásica que atribuye a las partículas muchas otras propiedades, además de la posición.

Así pues, si el realista clásico pone el énfasis en la dimensión ontológica de su posición, puede sentirse reticente ante la ruptura que supone el posicionismo ontológico asumido por el minimalista bohmiano y preferir, por tanto, la interpretación maximalista, a pesar de que ésta viola patentemente [PFM]. Por el contrario, si el realista clásico pone el énfasis en la dimensión epistemológica de su posición, éste preferirá la interpretación minimalista de la mecánica bohmiana a pesar de la ruptura que dicha interpretación implica con la rica ontología de las partículas clásicas.

Cabe concluir, por tanto, que no es posible establecer con generalidad una evaluación comparativa del distinto desempeño de las interpretaciones maximalista y minimalista de la mecánica bohmiana en relación con el realismo pues el resultado de dicha evaluación dependerá fundamentalmente de las preferencias expresadas por el realista en cuestión. Si éste apuesta por una continuidad ontológica con el mundo de propiedades clásicas apostará, sin duda, por la interpretación maximalista. Sin embargo, si prefiere una continuidad epistemológica con el ideal clásico de la medición como revelación, preferirá, sin duda, la austeridad del minimalismo bohmiano.

⁹³ Éste es, por ejemplo, el caso de Fine (1996) quien considera explícitamente que la conjunción de la condición de independencia y del principio de fiabilidad de la medida constituye un criterio necesario pero no suficiente de realidad.

⁹⁴ Para una caracterización de una álgebra de Boole y una demostración que las propiedades clásicas definen dicho tipo de álgebra, véase Bub (1997, 13 ss.).

A este respecto, puede sostenerse que la auténtica lección que cabe derivar de la mecánica bohmiana es que un cierto grado de distanciamiento respecto del ideal del realista clásico es siempre necesario. Así, cuánto más intentamos acercarnos a dicho ideal por el lado de la epistemología, más nos alejamos del mismo por el lado de la ontología y, por el contrario, si aspiramos a rozar dicho ideal en lo ontológico, nos alejamos irremisiblemente del mismo por el lado epistemológico.

CAPÍTULO 5

El problema de las trayectorias surrealistas

En el Capítulo 3, al analizar la compatibilidad entre la mecánica bohmiana y el tridimensionalismo, hemos dado por supuesto que las partículas bohmianas y sus trayectorias constituyen elementos de realidad no problemáticos, de modo que la discusión ha radicado en elucidar si, más allá de éstas, cabe considerar otros elementos de realidad como «fuerzas aristotélicas», fuerzas newtonianas o el propio campo cuántico. La noción de trayectoria bohmiana, entendida como una sucesión de posiciones, tampoco se ha problematizado de modo explícito en el Capítulo 4. En los dos capítulos siguientes analizaremos si dicha noción puede suponer algún problema para el realista.

Tal y como hemos indicado en la Introducción, Englert, Scully, Süssmann y Walther (en adelante, ESSW) publicaron en 1992 un artículo defendiendo que una interpretación realista de las trayectorias bohmianas es insostenible. En su trabajo, los autores consideran una partícula que viaja a través de un interferómetro de dos brazos complementado con detectores de camino. En breve, el argumento de ESSW consiste en mostrar que, en algunas circunstancias, la trayectoria que la mecánica bohmiana atribuye a la partícula no se corresponde con lo indicado por los detectores de camino. Los autores concluyen que las trayectorias bohmianas no son reales, sino *surrealistas*. Este argumento, conocido desde entonces como el «argumento de las trayectorias surrealistas», ha generado un intenso debate que, quince años después, sigue todavía abierto.

La importancia del debate sobre las trayectorias surrealistas es difícil de sobreestimar. Si ESSW estuvieran en lo cierto y una interpretación realista de las trayectorias bohmianas condujese a dificultades insostenibles, la única alternativa interpretativa disponible sería declararse instrumentalista respecto de dichas trayectorias. Sin embargo, abandonar el realismo acerca de las trayectorias bohmianas implicaría renunciar a una de las características esenciales de la mecánica bohmiana y a una de las consideraciones fundamentales a favor de la superioridad filosófica de esta teoría frente a la mecánica cuántica.

En un primer momento, no se disputó si ESSW estaban en lo cierto al considerar que, en algunas circunstancias, las trayectorias bohmianas difieren de lo indicado por los detectores de camino. La discusión se centró, más bien, en las consecuencias que de este hecho se derivan en relación con la plausibilidad de una interpretación realista de las trayectorias bohmianas. Sin embargo, el debate ha sufrido recientemente un giro inesperado gracias a los trabajos de Hiley y Callaghan (2006) (en adelante, HC) y Hiley (2006). Dichos autores sostienen que ESSW utilizan principios inadecuados para la derivación de las trayectorias y que, si la interpretación de Bohm es aplicada correctamente, no se desprende de ésta ningún desacuerdo entre las trayectorias postuladas y lo indicado por los detectores de camino.

Es patente, pues, la necesidad de clarificar el debate derivando, a partir de los primeros principios de la teoría, las condiciones de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas. Éste es el objetivo que nos hemos propuesto en este capítulo.

Nuestra discusión de la cuestión se estructurará como sigue. En la primera sección (§5.1) presentaremos en detalle el argumento de las trayectorias surrealistas. En la segunda sección (§5.2) ofreceremos una breve historia de dicho argumento, poniendo especial énfasis en las distintas propuestas de ejemplificación del mismo que se pueden encontrar en la literatura y analizando con cuidado los principios experimentales involucrados en las mismas. A continuación, en la tercera sección (§5.3) elucidaremos las condiciones que debe satisfacer un dispositivo experimental para constituir una ejemplificación válida del argumento de las trayectorias surrealistas. En la cuarta sección (§5.4) aplicaremos las condiciones anteriormente elucidadas a las distintas propuestas disponibles en la literatura. Finalmente, en la quinta sección (§5.5) concluiremos, a la luz de los análisis anteriores, que si bien el efecto de las trayectorias surrealistas puede ser descartado a efectos prácticos, no puede ser descartado como cuestión de principio.

En el Capítulo 6 nos ocuparemos, propiamente, del análisis de las consecuencias del argumento de las trayectorias surrealistas en relación con la plausibilidad de una interpretación realista de la mecánica bohmiana. Dicho capítulo también constituirá una reacción a los trabajos de Hiley y Callaghan (2006) y Hiley (2006) y en él discutiremos si las conclusiones alcanzadas en el presente capítulo pueden depender, como defienden estos autores, de la interpretación de la mecánica bohmiana utilizada.

5.1 El argumento de las trayectorias surrealistas

Puesto que el problema de las trayectorias surrealistas surge cuando se analiza desde una perspectiva bohmiana el movimiento de una partícula a través de un interferómetro,

antes de proseguir con la discusión, es menester aclarar en qué consiste un interferómetro y cuál es su modo de operación.

Como su propio nombre indica, el cometido de un interferómetro es observar las propiedades de interferencia de los sistemas cuánticos. Para ello, debe disponerse, en primer lugar, de una fuente capaz de emitir un solo pulso (partícula) a la vez, de modo que quepa atribuir las propiedades de interferencia observadas a un sistema individual y no al efecto de la interacción entre varios sistemas que se propaguen por el interferómetro al mismo tiempo. El sistema que viaja a través del interferómetro suele denominarse «partícula prueba» [test particle] y aquí seguiremos este uso, con independencia de si dicho sistema es efectivamente una partícula, o un átomo, o un sistema de cualquier otra naturaleza.

Ya dentro del interferómetro, el pulso incidente es dividido en dos o más haces que se propagan por caminos distintos. Dichos caminos convergen en la denominada región de interferencia. Finalmente, pantallas detectoras convenientemente dispuestas permiten inferir si se produce o no la recombinación de los haces (interferencia).

La Figura 5.1 representa esquemáticamente un interferómetro de tipo Mach-Zender, en donde BS_1 es un divisor de haz que, idealmente, divide el haz incidente en dos haces de igual intensidad, M_1 y M_2 son un par de espejos perfectamente reflectantes y D_1 y D_2 son dos pantallas detectoras, cuya eficiencia supondremos del cien por cien.

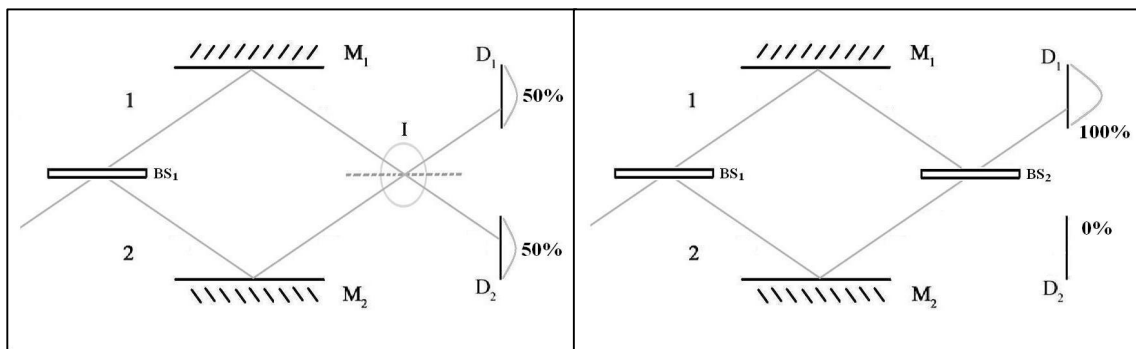


Figura 5.1. Interferómetro Mach-Zender con un divisor de haz.

Figura 5.2. Interferómetro Mach-Zender con dos divisores de haz.

Si ambos brazos del interferómetro están abiertos, cada una de las pantallas detectoras tiene la misma probabilidad de dispararse. Desde el punto de vista del enfoque mecánico-cuántico estándar, este resultado suele considerarse como una manifestación de la naturaleza corpuscular del sistema bajo estudio, pues es compatible con el hecho de que la partícula discurre o bien por el camino 1 o bien por el camino 2, con idéntica probabilidad. Sin embargo, si se coloca una pantalla detectora en la región de interferencia I, tras muchas repeticiones del experimento, se obtiene el patrón de franjas característico de los fenómenos de interferencia, lo que se interpreta como una

evidencia de que el sistema se ha propagado por ambos caminos a la vez y, en consecuencia, de que su naturaleza es ondulatoria.

Otro modo de revelar las propiedades de interferencia del sistema, consiste en colocar un segundo divisor de haz en la región de interferencia I (véase Figura 5.2). En tal caso, se comprueba experimentalmente que todas las partículas van a parar al detector superior D_1 , lo que sugiere que el sistema es una onda que se propaga por los caminos 1 y 2, cuyos dos frentes se recombinan constructivamente [deconstructivamente] en el trecho que conduce a la pantalla superior [inferior].

Así pues, desde la perspectiva del enfoque mecánico-cuántico estándar, el hecho de que el sistema se comporte como una partícula (atravesando uno sólo de los caminos) o como una onda (atravesando ambos caminos a la vez), parece depender de la presencia o ausencia del segundo divisor de haz en la región de interferencia.⁹⁵ De esta circunstancia se derivan toda suerte de paradojas, como la puesta de relieve por Wheeler (1978) en su célebre artículo sobre el experimento de elección retardada [delayed choice experiment].⁹⁶

En dicho artículo, Wheeler analiza un dispositivo experimental análogo al que acabamos de discutir pero con la particularidad de que la decisión de colocar o no el segundo divisor de haz se toma cuando la partícula prueba ya se ha adentrado en el interferómetro. De lo que parece seguirse que un evento posterior –la decisión de colocar o no el segundo divisor de haz– es causante de un evento anterior –el hecho de que el sistema se propague por uno o por ambos caminos a la vez. Wheeler propone resolver la paradoja planteada por los experimentos de elección retardada argumentando que “ningún fenómeno elemental es un fenómeno hasta que es un fenómeno observado”⁹⁷ o que “el pasado no existe excepto cuando es registrado en el presente.”⁹⁸

Aunque el autor no hace ninguna mención al respecto, dicha dificultad ni siquiera puede llegar a plantearse desde la perspectiva de la mecánica bohmiana. Como hemos discutido ya, esta teoría puede interpretarse como postulando que el sistema bajo estudio está compuesto por una onda y una partícula. La onda siempre se propaga por ambos caminos y es responsable del movimiento de la partícula, que siempre se propaga por sólo uno de ellos. De acuerdo con otras interpretaciones de la teoría no hay ondas,

⁹⁵ Nos encontramos, pues, ante un ejemplo de lo que suele denominarse como complementariedad o dualidad onda-corpúsculo.

⁹⁶ Otras discusiones del autor sobre el experimento de elección retardada pueden encontrarse en Wheeler (1982; 1983) y Miller y Wheeler (1983).

⁹⁷ “No elementary phenomenon is a phenomenon until it is a registered (observed) phenomenon.” (Wheeler 1980; citado en Wheeler 1982, 560)

⁹⁸ “The «past» is theory. The past has no existence except as it is recorded in the present. By deciding what questions our quantum registering equipment shall put in the present we have an undeniable choice in what we have the right to say about the past.” (Wheeler 1983, 194)

sino fuerzas primitivas que determinan el movimiento de la partícula y que dependen instantáneamente y de modo no local de la configuración del entorno.⁹⁹

La realización práctica de los experimentos de interferometría cuántica enfrenta dos retos fundamentales: en primer lugar, debe conseguirse una fuente capaz de emitir pulsos lo suficientemente débiles como para asegurar que, en cada momento, hay una sola partícula en el interferómetro. En segundo lugar, hay que evitar que los haces pierdan la coherencia durante el proceso de su división y propagación a través del interferómetro.

En relación con este último punto, el desarrollo del interferómetro de neutrones a finales de los años setenta del siglo XX supuso una auténtica revolución a nivel experimental.¹⁰⁰ Un interferómetro de neutrones se construye a partir de único cristal de silicio monolítico y suele tener un tamaño de alrededor de unos 10 centímetros. El cristal se talla de modo que resultan tres placas [plates] con una base común (véase la Figura 5.3 en la página siguiente). Puesto que las tres placas pertenecen a un mismo cristal, sus planos atómicos están perfectamente alineados y el neutrón que las atraviesa sufre sucesivas difracciones sin perder la coherencia.

Muy brevemente, el mecanismo de funcionamiento del interferómetro de neutrones es el siguiente. Sobre la primera de las láminas se hace incidir un haz de neutrones exactamente en el ángulo de Bragg. El efecto del complicado proceso de interacción entre el neutrón y los núcleos atómicos del silicio es equivalente, en tal circunstancia, al que se produciría si el neutrón encontrase a su paso un potencial clásico periódico. Así, como resultado de la interacción, emergen dos haces de idéntica amplitud, uno en la dirección del haz incidente original y el otro desviado respecto de la normal en un ángulo que se corresponde, de nuevo, con el ángulo de Bragg. Ambos haces sufren una nueva difracción en la segunda placa y se recombinan en la tercera. Como resultado de dicha recombinación, sólo emergen neutrones en el haz cuya dirección es la del haz incidente original. La operación de este dispositivo permite corroborar las propiedades ondulatorias del neutrón y es conceptualmente equivalente a la del interferómetro Mach-Zender hemos descrito anteriormente, cuando se coloca el segundo divisor de haz BS_2 .

Si se retira la tercera placa del interferómetro de neutrones, los dos haces difractados en la segunda placa interfieren en la región de interferencia I (véase la Figura 5.4). En tal caso, el neutrón tiene la misma probabilidad de ser detectado en ambas pantallas, lo

⁹⁹ Para una discusión de los experimentos de elección retardada desde la perspectiva del enfoque del potencial cuántico de la mecánica bohmiana, véase Bohm *et al.* (1985).

¹⁰⁰ La literatura actual sobre interferometría de neutrones es ingente, pero cabe seguir destacando el clásico artículo de Greenberger (1983), en el que puede encontrarse un detalladísimo análisis de un interferómetro de neutrones, tanto desde el punto de vista experimental como del de la teoría y los principios que subyacen a su operación. Otro trabajo particularmente recomendable y mucho más actualizado es el monográfico de Rauch y Werner (2000).

que suele interpretarse como una manifestación del aspecto corpuscular de su naturaleza. Sin embargo, como sucede con el dispositivo experimental análogo de la Figura 5.1, si se optara por colocar una pantalla detectora en la región I, ésta revelaría el característico patrón de bandas de los fenómenos de interferencia, poniendo de manifiesto el aspecto ondulatorio del sistema.

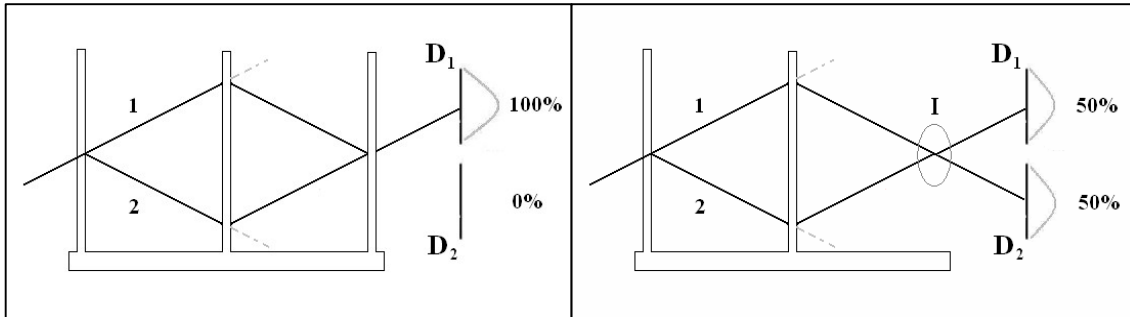


Figura 5.3. Interferómetro de neutrones de tres placas.

Figura 5.4. Interferómetro de neutrones de dos placas.

Otro tipo de interferómetro susceptible de realización experimental es el interferómetro de Stern-Gerlach [Stern-Gerlach interferometer].¹⁰¹ Como su propio nombre indica, este dispositivo incluye un imán de tipo Stern-Gerlach como divisor de haz.¹⁰² En tal caso, la partícula prueba debe tener un momento magnético (espín) diferente de cero polarizado en una determinada dirección. Un primer aparato Stern-Gerlach genera un campo magnético no homogéneo en una dirección perpendicular a la dirección de polarización del espín de la partícula, de modo que el haz incidente se divide en dos o más haces de la misma intensidad. Un segundo Stern-Gerlach genera un campo magnético de signo opuesto al anterior, obligando a los distintos haces a converger en la región de interferencia antes de terminar, cada uno de ellos, en la vecindad de un detector (véase la Figura 5.5).

La operación del interferómetro de Stern-Gerlach es completamente análoga a la del dispositivo experimental representado en la Figura 5.1. La única diferencia radica en que, cuando el interferómetro utilizado es del tipo Stern-Gerlach, si se coloca una pantalla detectora en la región I, *no* aparece el típico patrón de interferencia. Esto es así porque los paquetes de onda que discurren por los diferentes caminos del interferómetro están asociados con estados ortogonales del espín de la partícula prueba. En consecuencia, los términos cruzados del módulo al cuadrado de la función de onda

¹⁰¹ En el artículo original sobre el argumento de las trayectorias surrealistas (Englert *et al.* 1992) puede encontrarse una descripción pormenorizada de este tipo de interferómetros.

¹⁰² En la Sección §2.4, pág.30 y ss., hemos caracterizado brevemente la acción de un aparato Stern-Gerlach sobre una partícula de espín $\frac{1}{2}$.

tienen siempre un valor nulo y, por tanto, no se predice patrón de bandas alguno. Sin embargo, puede verificarse que se está produciendo un fenómeno de interferencia, colocando un aparato Stern-Gerlach adicional en la región I que mida el espín del átomo en la dirección de polarización original: en tal caso, todos los átomos emergen en el haz que se corresponde con el valor original del momento magnético de la partícula en dicha dirección.

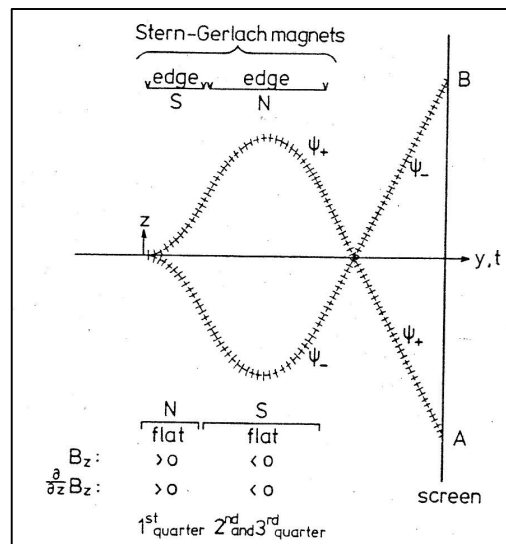


Figura 5.5. Interferómetro Stern-Gerlach con una partícula de espín $\frac{1}{2}$ inicialmente polarizada en la dirección x . (Extraída de Englert *et al.* 1992)

En la Sección §5.4 mostraremos que el hecho de que los haces que viajan por cada uno de los brazos del interferómetro estén asociados con estados ortogonales del espín no es completamente irrelevante en una discusión pormenorizada de las condiciones de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas, como tampoco lo es el hecho de que la partícula prueba sea, efectivamente, una partícula (i.e., un neutrón) o un átomo compuesto de muchas partículas. Sin embargo, los modos de operación de un interferómetro de neutrones y de un interferómetro Stern-Gerlach son conceptualmente análogos al modo de operación de un interferómetro Mach-Zender como el esquematizado en la Figura 5.1, donde no queda especificada la naturaleza del divisor de haz. A continuación, vamos a proceder a un análisis más detallado de las trayectorias bohmianas de la partícula y del comportamiento de las pantallas detectoras, tomando como base dicho dispositivo experimental.¹⁰³

En adelante, denominaremos P a la partícula prueba que viaja por el interferómetro y supondremos que su función de onda es un paquete de ondas cuyo soporte es pequeño

¹⁰³ En la literatura, Englert *et al.* (1992) y Barrett (2000) ejemplifican el argumento de las trayectorias surrealistas basándose en un interferómetro Stern-Gerlach. Brown *et al.* (1995) se basan en un interferómetro de neutrones de dos placas y Hiley y Callaghan (2006) y Hiley (2006) recurren a un interferómetro Mach-Zender, sin especificar la naturaleza del divisor de haz.

en comparación con las dimensiones del interferómetro y cuya dispersión durante el tiempo de paso de la partícula por el interferómetro puede despreciarse.

Inicialmente, la partícula P se halla dentro de la zona sombreada A y es dirigida hacia el divisor de haz BS (véase la Figura 5.6). Como sabemos, el paquete de ondas se divide en dos paquetes de idéntica intensidad que sólo vuelven a encontrarse en la región de interferencia I. Utilizaremos el símbolo $|\psi_1\rangle$ [$|\psi_2\rangle$] para denotar el paquete que viaja a través del camino 1 [2], es reflejado en el espejo M_1 [M_2], cruza la región I y, finalmente, termina en la vecindad de la pantalla D_2 [D_1]. Sean ψ_1 y ψ_2 las partes espaciales de $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$, respectivamente. Escogemos el origen de coordenadas de modo que el plano de simetría del interferómetro L se corresponde con el plano $z=0$. Entonces, dada la simetría del dispositivo, podemos suponer, salvo fases independientes de la posición, que:

$$(5.1) \quad \psi_1(x, y, z, t) = \psi_2(x, y, -z, t).$$

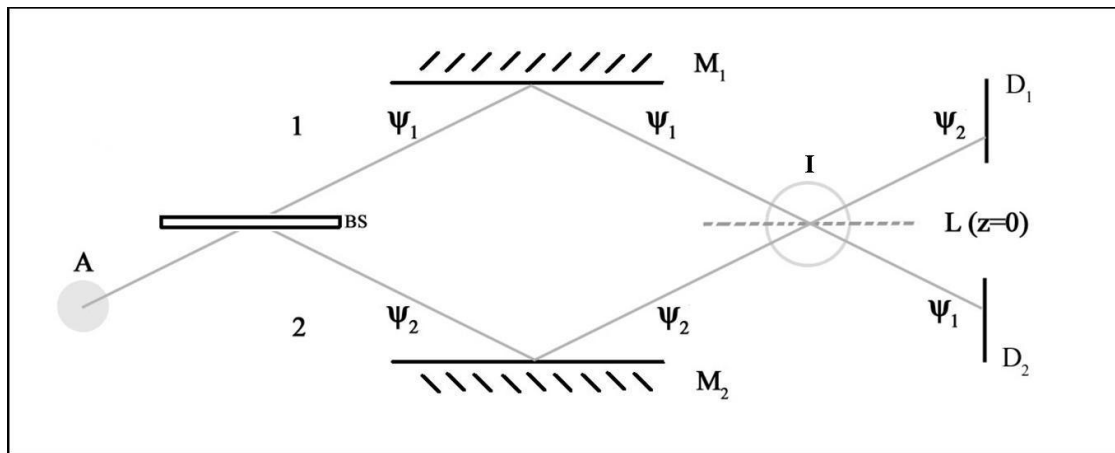


Figura 5.6. Interferómetro Mach-Zender con elementos.

Generalmente, para calcular las trayectorias de P debe integrarse la ecuación guía. Sin embargo, en el caso que nos ocupa, no es necesario realizar ningún cálculo explícito y basta con aplicar los siguientes principios para elucidar las características generales de dichas trayectorias:

- (Tr1). El punto representativo del sistema debe hallarse en cada instante en una región del espacio de configuración en donde el valor de la función de onda (en dicho instante) es distinto de cero.
- (Tr2). Las trayectorias del punto representativo del sistema asociadas con dos coordenadas iniciales diferentes no pueden cruzarse (en el espacio de configuración) en un mismo instante de tiempo.

(Tr1) es una consecuencia inmediata del postulado estadístico. A su vez, (Tr2) se sigue del carácter univaluado de la ecuación guía en el espacio de configuración del sistema cuya evolución dinámica estamos considerando.¹⁰⁴ Puesto que, por el momento, sólo estamos interesados en la evolución de la partícula P, el espacio de configuración del sistema es, simplemente, el espacio físico tridimensional en el que tiene lugar el experimento y, por tanto, (Tr2) prohíbe que dos trayectorias de P asociadas con diferentes posiciones iniciales de la partícula se crucen en un mismo instante de tiempo.

Supongamos, en primer lugar, que uno de los brazos del interferómetro se encuentra bloqueado, de modo que hay un único paquete de ondas propagándose por el aparato. Si es el camino 1 [2] el que se encuentra bloqueado, tanto la mecánica cuántica como la mecánica bohmiana predicen que el paquete de ondas viajará a través del brazo inferior [superior], cruzará el plano de simetría del interferómetro y alcanzará la vecindad de la pantalla detectora D₁ [D₂], la cual se disparará con certeza. En tal caso, las trayectorias bohmianas de la partícula P pueden obtenerse de un modo trivial aplicando (Tr1): puesto que sólo hay un paquete ondas viajando por el interferómetro, la partícula debe encontrarse en todo momento bajo su soporte y, por tanto, dichas trayectorias deben ser congruentes con la trayectoria del centro del paquete (véanse las Figuras 5.7 y 5.8 para una representación esquemática de las trayectorias de P en las dos situaciones consideradas).

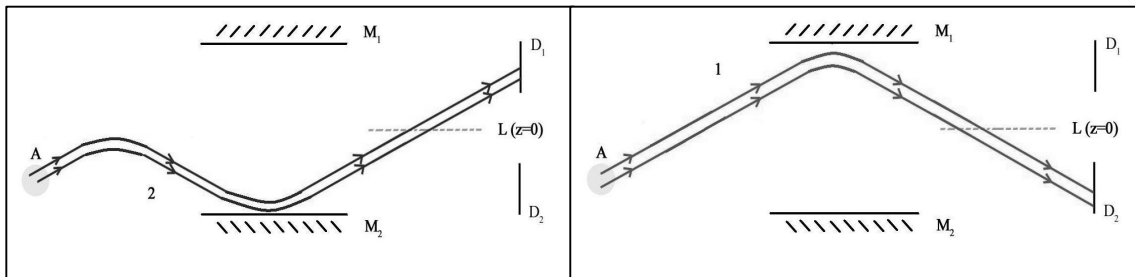


Figura 5.7. Trayectorias de la partícula prueba con el camino 1 bloqueado.

Figura 5.8. Trayectorias de la partícula prueba con el camino 2 bloqueado.

Si ambos brazos del interferómetro están abiertos, la función de onda de la partícula P al acercarse a la región de interferencia es:¹⁰⁵

$$(5.2) \quad |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle)$$

¹⁰⁴ En el Capítulo 2, pág.17, hemos discutido este principio de «no cruce».

¹⁰⁵ A lo largo de este trabajo, vamos a omitir los factores de fase debidos a las reflexiones sufridas por los paquetes de onda en el interferómetro. Dichos factores son irrelevantes para nuestra discusión y puede considerarse que están incluidos en las funciones $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$.

La probabilidad de disparo de las pantallas detectoras puede calcularse haciendo uso de (5.2). Puesto que el paquete de ondas $|\psi_1\rangle$ termina en la vecindad del detector D_2 , la probabilidad de que P sea detectada en dicha pantalla es igual a $\|\langle\psi|\psi_1\rangle\|^2 = 0.5$. A su vez, la probabilidad de que P sea detectada en D_1 es igual a $\|\langle\psi|\psi_2\rangle\|^2 = 0.5$. Este resultado implica que, de las posibles trayectorias de P, una mitad termina en la pantalla D_1 , mientras que la otra mitad termina en la pantalla D_2 .

¿Cuál es la forma de dichas trayectorias? Podría aventurarse que la partícula P permanece bajo el soporte del mismo paquete de onda durante todo su recorrido a través del interferómetro –como sucede cuando sólo uno de los brazos del interferómetro está abierto. Sin embargo, si tal fuera el caso, cualesquiera dos posibles trayectorias de P simétricas respecto del plano L se cruzarían, violándose (Tr2). Así pues, se sigue de (Tr2) y de las condiciones de simetría del problema que las posibles trayectorias de P deben doblarse al acercarse a la región de interferencia I, de modo que ninguna de ellas llega a rebasar el plano de simetría del interferómetro, $z = 0$. En consecuencia, hay dos tipos de trayectorias accesibles para la partícula P, dependiendo de su posición inicial: si la partícula se acerca a la región de interferencia por el brazo superior del interferómetro, ésta rebota y va a parar a la pantalla D_1 ; si, por el contrario, la partícula P se acerca a la región de interferencia por el brazo inferior, ésta rebota también, yendo a parar a la pantalla D_2 (véase la Figura 5.9 para una representación esquemática de dichas trayectorias).

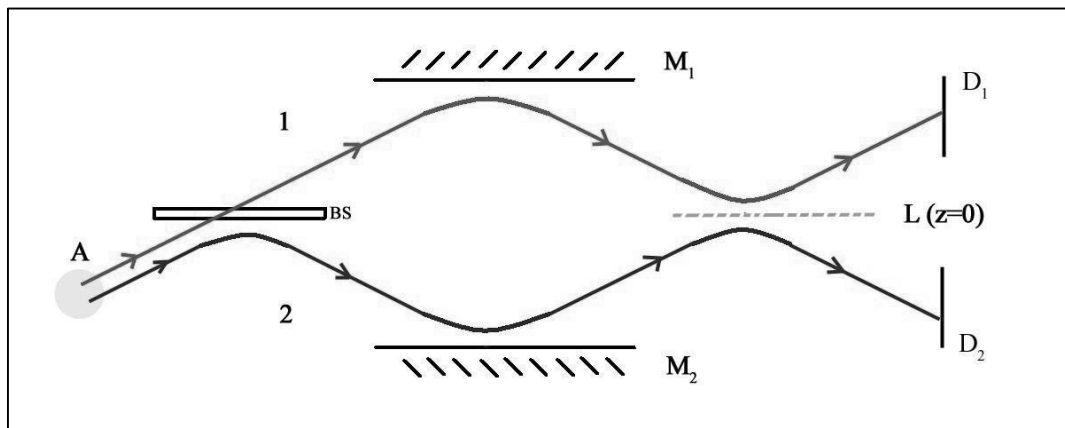


Figura 5.9. Trayectorias de la partícula prueba con los dos brazos del interferómetro abiertos

Este desconcertante comportamiento de la partícula bohmiana puede demostrarse sin recurrir a (Tr2). Recordemos que, de acuerdo con la ecuación guía, la expresión de la componente en la dirección z de la velocidad de la partícula prueba es:

$$(5.3) \quad v_z(x, y, z, t) = \frac{\hbar}{m_p} \operatorname{Im} \left(\frac{\langle\psi|\partial_z|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle} \right)$$

donde m_p es la masa de P. Puesto que los paquetes ψ_1 y ψ_2 son simétricos respecto del eje z , entonces v_z es una función antisimétrica respecto del eje z , esto es,¹⁰⁶

$$(5.4) v_z(x, y, z, t) = -v_z(x, y, -z, t)$$

y, por tanto:

$$(5.5) v_z(x, y, 0, t) = 0$$

Ahora bien, si la componente en la dirección z de la velocidad de la partícula prueba es nula en todo el plano $z = 0$, ninguna de las posibles trayectorias de P cruza el plano de simetría del interferómetro.

Es interesante hacer un análisis de la situación en términos de los paquetes de onda, que, en cada momento, dirigen el movimiento de la partícula prueba. A este respecto, debemos notar que $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$ tienen soportes disjuntos, excepto cuando la partícula P se encuentra en la región de interferencia. Si la partícula discurre por el camino superior [inferior], $|\psi_1\rangle$ [$|\psi_2\rangle$] es el paquete inicialmente activo que determina por completo su movimiento. Sin embargo, cuando la partícula se adentra en la región de interferencia, los soportes de ambos paquetes pasan a solaparse, de modo que cada uno de ellos tiene una incidencia neta en la velocidad de la partícula. Esto explica el cambio de dirección de su trayectoria. De acuerdo con las trayectorias representadas en la Figura 5.9, la partícula abandona la región de interferencia por la parte superior [inferior] del interferómetro, de modo que $|\psi_2\rangle$ [$|\psi_1\rangle$] se ha convertido en el paquete activo que, en adelante, determina su movimiento. Así pues, cabe concluir que *lo que subyace al rebote de la partícula bohmiana es que, cuando ésta se encuentra en la región de interferencia, el paquete inicialmente activo se convierte en inactivo, y viceversa.*

El rebote de la partícula bohmiana puede parecer físicamente inaceptable, pues se produce en una región del espacio aparentemente vacía de campos. Sin embargo, desde la perspectiva de muchas de las interpretaciones de la mecánica bohmiana, la región de interferencia I no es una región vacía en absoluto. Así, Hiley y Callaghan (2006, 339) explican el rebote de la partícula como un efecto de la presencia del potencial cuántico en la región I. Aquí, pues, tenemos un nuevo ejemplo del poder explicativo de dicha noción. Pero no es necesario recurrir al potencial cuántico: para dar cuenta del rebote de la partícula basta con interpretar de modo realista el campo $|\psi\rangle$, o bien postular las correspondientes fuerzas newtonianas o aristotélicas. Sea cual sea la alternativa interpretativa que uno prefiera, cabe aplicar la máxima de Bell según la cual en

¹⁰⁶ Aquí hemos hecho uso del conocido teorema del cálculo diferencial que establece que la derivada de una función simétrica es una función antisimétrica. Este teorema se sigue de modo trivial de las definiciones de derivada, función simétrica y función antisimétrica.

mecánica bohiana “es vital deshacerse del prejuicio clásico de que una partícula se mueve en línea recta en un espacio «libre de campos».”¹⁰⁷

A continuación imaginemos que deseamos verificar si las trayectorias de P se corresponden, o no, con las representadas en la Figura 5.9 y, por tanto, si el rebote de P se produce, o no. En principio, esto puede hacerse complementando nuestro dispositivo experimental mediante *detectores de caminos*, esto es, aparatos que en principio son capaces de registrar la información relativa al camino que ha tomado la partícula prueba en su paso a través del interferómetro. Un ejemplo paradigmático de tales aparatos lo constituye una cámara de burbujas. Así, si se coloca una cámara de burbujas en cada uno de los brazos del interferómetro, se inferirá, en principio, que la partícula prueba ha pasado por el brazo donde aparece el rastro de burbujas.

Imaginemos que cuando la partícula prueba es detectada en la pantalla D_1 [D_2], el rastro de burbujas aparece en la cámara situada en el brazo inferior [superior] del interferómetro. En tal caso –y si se considera dicho rastro como una indicación fiable del camino seguido por la partícula prueba– se concluirá que P alcanza la pantalla detectora habiendo atravesado invariablemente el plano de simetría del interferómetro y que, por tanto, el rebote de la partícula no ha tenido lugar. En caso contrario, si cuando la partícula es detectada en la pantalla D_1 [D_2], las burbujas aparecen en el camino superior [inferior], se concluirá que el rebote de P ha tenido lugar.

Además de las cámaras de burbujas, existen otros muchos aparatos que también pueden desempeñar la función de detector de camino, tal y como se pondrá de manifiesto en la siguiente sección al discutir en profundidad aquellos dispositivos detectores de camino que han sido objeto de atención en la literatura sobre las trayectorias surrealistas. Sin embargo, aquí no queremos que nuestra argumentación dependa del tipo específico de detector de camino considerado y, por consiguiente, recurriremos a un modelo abstracto de detector, susceptible de representar cualquiera de los dispositivos analizados en la literatura.

Sean, pues, G_1 y G_2 dos aparatos iguales, colocados en los brazos superior (camino 1) e inferior (camino 2) del interferómetro, respectivamente. Asumiremos que cada uno de dichos aparatos puede encontrarse en dos estados, el estado inicial «no disparado» $|No\rangle$ y el estado «disparado» $|Sí\rangle$. (En adelante utilizaremos el subíndice ‘1’ para referirnos a las funciones de onda de G_1 y el subíndice ‘2’ para referirnos a las funciones de onda de G_2). Supondremos que la interacción de G_1 y G_2 con la partícula prueba es tal que se induce la siguiente evolución temporal:

¹⁰⁷ “It is vital here to put away the classical prejudice that a particle move on a straight path in a field-free space.” Bell (1987, 113).

$$(5.6) \quad \begin{aligned} |\psi_1\rangle|\text{No}\rangle_1|\text{No}\rangle_2 &\rightarrow |\psi_1\rangle|\text{Sí}\rangle_1|\text{No}\rangle_2 \\ |\psi_2\rangle|\text{No}\rangle_1|\text{No}\rangle_2 &\rightarrow |\psi_2\rangle|\text{No}\rangle_1|\text{Sí}\rangle_2 \end{aligned}$$

Inicialmente, G_1 y G_2 se encuentran sin disparar. De (5.6) se desprende que el estado de la partícula prueba no se ve alterado por su interacción con los aparatos; se sigue, además, que el estado final de los aparatos está correlacionado con el de la partícula, de modo que, al término de la interacción, G_1 [G_2] se encuentra en el estado disparado si y sólo si se ha producido una interacción con el paquete $|\psi_1\rangle$ [$|\psi_2\rangle$] que se propaga por el camino 1 [2]. Estas condiciones se suelen considerar como suficientes para interpretar que una observación del estado final de G_1 y G_2 constituye una medición del camino seguido por la partícula prueba y que, por tanto, dichos aparatos operan como detectores de camino.

Todos los detectores de camino que analizaremos en la próxima sesión pueden representarse aproximadamente mediante (5.6). Si, por ejemplo, los detectores de camino considerados fuesen cámaras de burbujas, $|\text{No}\rangle$ representaría el estado inicial de la cámara sin burbujas y $|\text{Sí}\rangle$ representaría la cámara con las burbujas formadas.

Veamos, a continuación, cuáles son las predicciones de la mecánica cuántica y de la mecánica bohmiana cuando los aparatos G_1 y G_2 están en su lugar. Antes de la interacción entre la partícula P y dichos aparatos, la función de onda del sistema compuesto es:

$$(5.7) \quad |\Psi\rangle_{\text{antes interacción}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle)|\text{No}\rangle_1|\text{No}\rangle_2$$

De (5.6) y de la linealidad de la ecuación Schrödinger se desprende que la función de onda del sistema conjunto tras la interacción entre la partícula prueba y los detectores de camino es la siguiente:

$$(5.8) \quad |\Psi\rangle_{\text{después interacción}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle|\text{Sí}\rangle_1|\text{No}\rangle_2 + |\psi_2\rangle|\text{No}\rangle_1|\text{Sí}\rangle_2)$$

Puesto que $\|\langle\Psi|\psi_1\rangle\|^2 = \|\langle\Psi|\psi_2\rangle\|^2 = 0.5$, debe notarse, en primer lugar, que cada una de las pantallas detectoras tiene una probabilidad igual 0.5 de disparar, justo como cuando los detectores de camino no están presentes. Según el enfoque mecánico-cuántico estándar, siempre que P es detectada en D_1 , la función de onda del sistema conjunto colapsa y se convierte en $|\psi_2\rangle|\text{No}\rangle_1|\text{Sí}\rangle_2$. Entonces, la teoría predice que, si se observan los detectores de camino, hay un cien por cien de probabilidad de hallar a G_1 en el estado inicial no disparado y a G_2 en el estado disparado. De igual modo, según el enfoque mecánico-cuántico estándar, siempre que la partícula P es detectada en D_2 , la función de onda del sistema conjunto colapsa y se convierte en $|\psi_1\rangle|\text{Sí}\rangle_1|\text{No}\rangle_2$. Entonces, la teoría predice que, si se observan los detectores de camino, se encontrará

con un cien por cien de probabilidad el aparato G_1 en el estado disparado y el aparato G_2 en el estado no disparado.

La mecánica bohmiana genera las mismas predicciones en relación con los estados de los detectores de camino y las pantallas D_1 y D_2 , aunque sin recurrir al colapso de la función de onda. Así, si P es detectada en D_1 [D_2], esto implica que $|\psi_2\rangle|No\rangle_1|Sí\rangle_2$ [$|\psi_1\rangle|Sí\rangle_1|No\rangle_2$] es el paquete activo. Como consecuencia, la función de onda *efectiva* de los detectores de camino es $|No\rangle_1|Sí\rangle_2$ [$|Sí\rangle_1|No\rangle_2$] y, por tanto, la teoría predice que G_1 se encuentra en el estado no disparado y G_2 se encuentra en el estado disparado [G_1 se encuentra en el estado disparado y G_2 se encuentra en el estado no disparado].

Así pues, tanto la mecánica cuántica como la mecánica bohmiana concuerdan en sus predicciones respecto del estado de los detectores de camino y de las pantallas detectoras siendo éstos, en rigor, los únicos parámetros susceptibles de comprobación empírica. En definitiva, ambas teorías sancionan que si la partícula prueba es detectada en la pantalla superior [inferior], el aparato G_2 [G_1] aparece disparado, indicando que la partícula ha discurrido por el camino inferior [superior]. En consecuencia, siempre y cuando los reportes de G_1 y G_2 se consideren como indicaciones fiables del camino que realmente ha seguido la partícula prueba, cabe concluir que el rebote de P no se produce. Por supuesto, los experimentos en el laboratorio confirman estas predicciones.

Ahora bien, como sabemos, la mecánica bohmiana provee un algoritmo adicional que nos permite determinar la trayectoria de la partícula prueba a través del interferómetro. Así pues, en el caso de esta última teoría, lo que procede es averiguar qué sucede con las trayectorias de P cuando los aparatos G_1 y G_2 están presentes.

Si la presencia de los aparatos G_1 y G_2 no rompe las condiciones de simetría que impiden que las trayectorias bohmianas de P crucen el plano de simetría del interferómetro, entonces, dichas trayectorias deben ser, de nuevo, como las esbozadas en la Figura 5.9. En tal caso, la teoría sancionaría que, siempre que P alcanza la pantalla D_1 [D_2], ésta ha viajado a través del camino 1 [2]. Pero, como acabamos de mostrar, la misma teoría predice *correctamente* que, si la partícula alcanza la pantalla D_1 [D_2], el aparato G_2 [G_1] se encuentra disparado, indicando que ésta ha seguido el camino 2 [1] pero *no* el 1 [2].

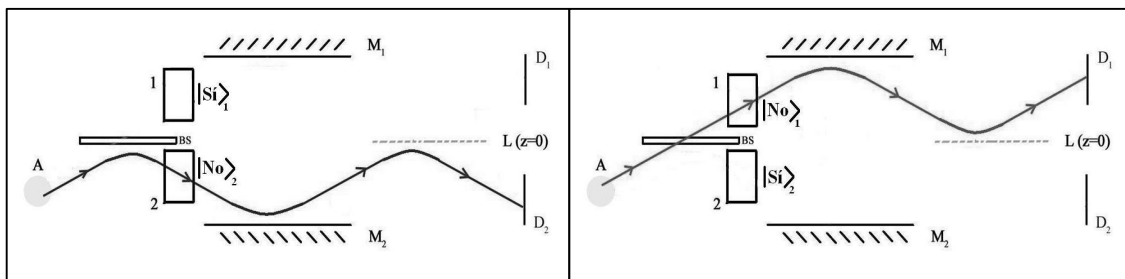


Figura 5.10. Trayectorias bohmianas ¿surrealistas?

En definitiva, si la presencia de los aparatos G_1 y G_2 no rompe las condiciones de simetría que impiden que las trayectorias bohmianas de la partícula prueba crucen el plano de simetría del interferómetro, cabe concluir que, si bien la mecánica bohmiana predice correctamente las indicaciones de dichos aparatos en relación con el camino tomado por la partícula prueba, esta teoría atribuye a la partícula prueba una trayectoria que es incompatible con tales indicaciones. Dicho de otro modo, *las trayectorias bohmianas de la partícula prueba no se corresponden con las indicaciones de los detectores de camino* (véase Figura 5.10).

Éste es, en suma, el argumento presentado por ESSW en su artículo de 1992. Los autores dedican la mayor parte de su trabajo a defender que existe un tipo de detector de camino cuya operación no rompe la simetría en el espacio de configuración que previene el paso de la partícula prueba por el plano de simetría del interferómetro. Puesto que, en tal caso, las trayectorias bohmianas no se corresponden con las indicaciones del detector, ESSW concluyen que estas trayectorias no son aceptables desde un punto de vista físico. Los autores sentencian que las trayectorias bohmianas “no son reales, sino surrealistas” (Englert *et al.* 1992, 1175), lo que da nombre a esta aparente dificultad para la mecánica bohmiana.

Tal y como ya hemos señalado en la Introducción, utilizaremos el término «surrealista» para calificar una trayectoria bohmiana si ésta no se corresponde con lo indicado por los detectores de camino. Diremos asimismo que el efecto de las trayectorias surrealistas se produce si la mecánica bohmiana postula trayectorias que no se corresponden con las indicaciones de los detectores de camino. Sin embargo, a pesar de adoptar esta terminología, no queremos implicar –como hacen ESSW– que una interpretación realista de las trayectorias «surrealistas» sea insostenible.

Hemos visto que en el argumento de las trayectorias surrealistas intervienen dos asunciones cruciales, a saber: (i) los aparatos «detectores de camino» G_1 y G_2 deben ser tales que su presencia no rompa las condiciones de simetría que impiden a la partícula prueba cruzar el plano de simetría del interferómetro, y (ii) el estado final de un aparato que interactúa con la partícula prueba de acuerdo con (5.6) suministra una indicación fiable del camino seguido por dicha partícula en su paso a través del interferómetro.

En este capítulo nos dedicaremos a analizar si, como sostienen ESSW, existen detectores de camino que satisfacen (i). La cuestión (ii) sobre la fiabilidad de los detectores de camino no será abordada hasta el próximo capítulo, donde exploraremos en detalle las consecuencias filosóficas del argumento de las trayectorias surrealistas.

5.2 Detectores de camino

En la sección anterior, hemos descrito los distintos tipos de interferómetro realizables experimentalmente que se citan en la literatura de las trayectorias surrealistas. Sin embargo, en vistas al argumento de las trayectorias surrealistas, el interferómetro juega un papel meramente pasivo, cuya única función es hacer plausible la hipótesis de que la partícula prueba está guiada por dos paquetes de onda simétricos respecto de un plano dado del espacio físico tridimensional. Hemos demostrado que esta condición es suficiente para garantizar el rebote de la partícula y el *quid* de la cuestión radica en esclarecer si dicho rebote sigue produciéndose cuando los detectores de camino están presentes. Queda claro, pues, que la parte fundamental de la discusión debe concernir el análisis de los detectores de camino y que las condiciones de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas que tratamos de elucidar a lo largo de este capítulo han de ser condiciones que, principalmente, constriñan la naturaleza y modo de operación de tales dispositivos.

A diferencia de lo que sucede con el interferómetro y sus distintos componentes (divisor de haz, espejos, etc.), los detectores de camino *no* pueden considerarse como elementos pasivos, pues estamos interesados en su evolución dinámica del mismo modo en que estamos interesados en la evolución dinámica de la partícula prueba. Nótese, sin embargo, que cuando el sistema de interés incluye tanto la partícula prueba como los detectores de camino, el espacio de configuración del sistema ya no se corresponde con el espacio físico tridimensional. En tal caso, el principio (Tr2) no se traduce en una prohibición del cruce de las trayectorias de la partícula prueba en el espacio físico, sino en una prohibición del cruce de las trayectorias del punto representativo del sistema en un espacio de configuración mucho más complejo que el espacio tridimensional.

En esta sección, analizaremos las distintas propuestas que se encuentran en la literatura de las trayectorias surrealistas en relación con los detectores de camino. El recorrido será prácticamente cronológico y, obviamente, habremos de encontrar muchas pistas que nos serán de utilidad en la sección siguiente, cuando tratemos de elucidar del modo más general posible las condiciones de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas.

5.2.1 Bell (1980) y el detector macroscópico con puntero

El primero en abordar un experimento de interferometría con detectores de camino desde una perspectiva bohmiana es Bell (1980). En dicho artículo, el autor considera un experimento de doble rendija en el que dos lentes colimadoras enfocan los haces procedentes de cada una de la rendijas en direcciones distintas (véase Figura 5.11). De

este modo, el pulso ondulatorio que atraviesa la rendija superior (ψ_1) llega a la vecindad de la pantalla inferior D_2 , mientras que el pulso que atraviesa la rendija inferior (ψ_2) llega a la vecindad de la pantalla superior D_1 .¹⁰⁸ En su camino hacia las pantallas ambos pulsos se cruzan en la región de interferencia I , que se corresponde con el plano de simetría del aparato. La partícula prueba debe pasar a través de una de las dos rendijas, del mismo modo que, en los dispositivos experimentales analizados en la sección anterior, la partícula prueba debe discurrir por uno de los dos brazos del interferómetro. Así pues, el dispositivo discutido por Bell puede considerarse como conceptualmente equivalente a los interferómetros discutidos en la sección anterior.

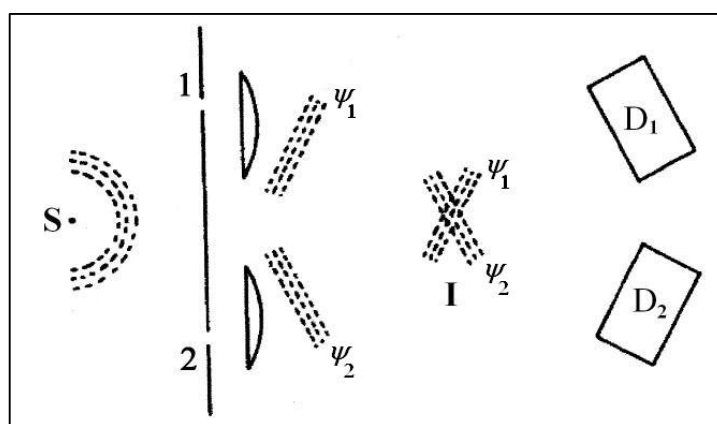


Figura 5.11. Interferómetro de doble rendija.
(Adaptada de Bell (1980))

Dadas las condiciones de simetría del problema, Bell llega a la conclusión de que las trayectorias bohmianas de la partícula prueba no rebasan en ningún caso el plano de simetría del interferómetro, de modo que la partícula que atraviesa la rendija superior llega a la vecindad de D_1 y la partícula que atraviesa la rendija inferior llega a la vecindad de D_2 . En la región de interferencia se produce, pues, un cambio en el paquete activo que dirige el movimiento de la partícula. No hay sorpresa aquí, pues las conclusiones de Bell coinciden en este punto con las alcanzadas en la sección anterior.

A continuación, Bell se pregunta qué sucede si detrás de cada una de las rendijas se coloca un dispositivo detector de camino capaz de registrar el paso de la partícula prueba. Denominaremos G_1 al detector situado detrás de la rendija superior y G_2 al detector situado detrás de la rendija inferior. El autor asume que los estados no disparado y disparado de dichos detectores son macroscópicamente distinguibles. Para enfatizar dicha asunción, Bell supone que cuando la partícula prueba pasa por una de las

¹⁰⁸ Estamos utilizando una notación ligeramente distinta a la de Bell, para facilitar la comparación del ejemplo discutido por dicho autor con nuestros análisis de la sección anterior.

rendijas se dispara de modo inmediato el detector correspondiente, apareciendo una banderita con la inscripción “s \bar{r} ”.

Sean $\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n$ [$\vec{r}_{n+1}, \dots, \vec{r}_m$] las variables de posición de las partículas de G_1 [G_2] y sea \vec{r} la variable de posición de la partícula prueba. Sea $G_1^0(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n, t)$ [$G_2^0(\vec{r}_{n+1}, \dots, \vec{r}_m, t)$] la función de onda del detector G_1 [G_2] en su estado inicial no disparado y sea $G_1^1(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n, t)$ [$G_2^1(\vec{r}_{n+1}, \dots, \vec{r}_m, t)$] la función de onda del detector G_1 [G_2] en su estado disparado. Entonces, la función de onda del sistema conjunto una vez que la partícula prueba se ha adentrado en el interferómetro es:

$$(5.9) \quad \Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_1 + \Psi_2)$$

donde

$$(5.10) \quad \begin{cases} \Psi_1 \equiv \psi_1(\vec{r}, t) G_1^1(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n, t) G_2^0(\vec{r}_{n+1}, \dots, \vec{r}_m, t) \\ \Psi_2 \equiv \psi_2(\vec{r}, t) G_1^0(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n, t) G_2^1(\vec{r}_{n+1}, \dots, \vec{r}_m, t) \end{cases}$$

y ψ_1 y ψ_2 son los paquetes de onda que emergen de la rendija superior e inferior, respectivamente.

En este caso, no sólo estamos interesados en la evolución dinámica de la partícula prueba sino también en la evolución dinámica de las partículas que componen los detectores de camino (y, muy especialmente, en la evolución dinámica de sus punteros). Por tanto, el espacio de configuración del sistema no se corresponde ya con el espacio físico tridimensional, sino con un espacio de mucha mayor dimensión.

Nótese que sólo cuando la partícula prueba se halla en la región de interferencia, los paquetes de onda ψ_1 y ψ_2 se solapan en el espacio físico. Sin embargo, no se produce solapamiento alguno de los soportes de Ψ_1 y Ψ_2 en el espacio de configuración, puesto que cada uno de dichos términos está asociado con una posición macroscópicamente distinta de los punteros de los detectores. Por tanto, las funciones Ψ_1 y Ψ_2 son siempre disjuntas y, en consecuencia, el punto representativo del sistema no puede pasar de encontrarse en el interior del soporte de una de ellas a encontrarse en el interior del soporte de la otra sin que se viole (Tr1) (el postulado estadístico). Entonces, si Ψ_1 [Ψ_2] es el paquete inicialmente activo que dirige el movimiento del sistema conjunto, Ψ_1 [Ψ_2] seguirá siendo el paquete activo hasta el momento de la llegada de la partícula prueba a las pantallas detectoras.

En términos de las trayectorias de las partículas involucradas, lo anterior implica que si la partícula prueba atraviesa la rendija superior, la teoría predice que ésta sigue guiada por el paquete ψ_1 hasta llegar a la vecindad de la pantalla situada en la mitad inferior, D_2 . En tal caso, se habrá disparado el detector de camino G_1 , indicando que la partícula ha pasado por la rendija superior. Por el contrario, si la partícula prueba atraviesa la rendija inferior, la teoría predice que ésta sigue guiada por el paquete ψ_2 hasta alcanzar

la vecindad del detector situado en la mitad superior, D_1 . En tal caso, se habrá disparado el detector G_2 , indicando que dicha partícula ha pasado por la rendija inferior. Nótese que, en ambos casos, las indicaciones de los detectores están en perfecta conformidad con las trayectorias bohmianas de la partícula prueba.

Así pues, la lección que cabe extraer del análisis de Bell es que *una asunción tan plausible como que el detector de camino tiene un puntero macroscópico que indica el resultado de la medición antes de que la partícula prueba alcance la región de interferencia es suficiente para exorcizar todo fantasma de surrealismo de la mecánica bohmiana.*

A la luz de estas conclusiones, bien podría parecer que el argumento de las trayectorias surrealistas fue descartado por Bell antes incluso de que ESSW lo plantearan. Sin embargo, en su artículo de 1992, ESSW se hacen eco del análisis de Bell y construyen su argumento en clara dialéctica con dicho análisis. De hecho, no sólo ESSW sino todos los proponentes del argumento de las trayectorias surrealistas son conscientes de que basta con que el detector de camino experimente una transformación macroscópica antes de que la partícula prueba alcance la región de interferencia para que el efecto de las trayectorias surrealistas no se produzca.

En consecuencia, como veremos a continuación, la estrategia de todos estos autores consistirá en tratar de ejemplificar el efecto de las trayectorias surrealistas considerando un detector de camino que, al contrario de lo que sucede con aparato discutido por Bell, no experimente ningún cambio apreciable antes de que la partícula prueba alcance la región de interferencia del interferómetro. En tal caso, si los dos términos de la función de onda del sistema conjunto se solapan en el espacio de configuración cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia, no puede descartarse la posibilidad de que se produzca el cambio de paquete activo que subyace al efecto de las trayectorias surrealistas.

5.2.2 La cavidad micromáser de Englert *et al.* (1992)

La propuesta de ESSW involucra lo que estos autores denominan «detectores de un bit» [one-bit detectors], unos dispositivos que –en claro contraste con el detector con puntero de Bell– registran la información referente al camino seguido por la partícula prueba *sin que medie desplazamiento macroscópico alguno.* Veamos cuáles son, de acuerdo con ESSW, las principales características de este tipo de dispositivos.

Mientras que un detector con puntero registra la información del camino seguido por la partícula prueba en términos de variables continuas (la posición del puntero), un detector de un bit lo hace en términos de una variable discreta binaria, esto es, una variable que puede tomar sólo dos valores discontinuos (i.e., “0” o “1”, “sí” o “no”). Puesto que el grado de libertad asociado con el espín de una partícula de espín $\frac{1}{2}$ es discreto y puede tomar dos valores, ESSW asumen que un detector de un bit puede modelarse como un grado de libertad de espín $\frac{1}{2}$ adicional.

En el Capítulo 4, hemos visto que, de acuerdo con la interpretación minimalista de la mecánica bohmiana, el espín no es concebido como una propiedad dinámica real sino como el efecto que tiene sobre el movimiento de la partícula el hecho de que el campo cuántico no es un escalar y tiene la forma de un espinor. ESSW suscriben esta interpretación y, llevando la analogía entre el detector de un bit y el espín hasta sus últimas consecuencias, consideran que no se puede ofrecer un tratamiento dinámico del grado de libertad del detector de un bit en cuyos términos se registra la información referente al camino seguido por la partícula prueba:

“El grado de libertad sí/no de los detectores de un bit aparece sólo como una etiqueta [...] Uno no puede asociar variables de posición continuas con dichos grados de libertad discretos y, por tanto, éstos no son dinámicos en mecánica bohmiana.”¹⁰⁹ (Englert *et al.* 1992, 1178)

Otra propiedad que distingue a los detectores de un bit de los detectores macroscópicos es que la operación de los primeros no conlleva irreversibilidad alguna, al menos, hasta que la información sobre el camino seguido por la partícula prueba contenida en el detector es convenientemente «leída» y amplificada en términos de una variable macroscópica.

ESSW no pretenden, sin embargo, ejemplificar el argumento de las trayectorias surrealistas a través de una propuesta de carácter meramente abstracto. Bien al contrario, el objetivo explícito de dichos autores es proponer como ejemplificación de su argumento un dispositivo susceptible de realización experimental que pueda ser interpretado como una suerte de *experimento crucial* que distinga entre el enfoque bohmiano y el enfoque mecánico-cuántico estándar.¹¹⁰ Para ello, consideran un interferómetro de Stern-Gerlach complementado con una cavidad micromáser en cada uno de sus brazos (véase Figura 5.12).

¹⁰⁹ “The yes/no degree of freedom of the one-bit detectors appears just as a label [...]. One cannot associate continuous position variables with such discrete degrees of freedom and, therefore, they are not dynamical in Bohmian mechanics.” (Englert *et al.* 1992, 1178)

¹¹⁰ “We are thus proposing an experimentum crucis which, according to our quantum theoretical prediction, will clearly demonstrate that the reality attributed to Bohm trajectories is rather metaphysical than physical.” (Englert *et al.* 1992, 1175)

Muy brevemente, una cavidad micromáser es una cámara resonante con paredes superconductoras diseñada de modo tal que, si un átomo convenientemente excitado pasa por su interior, se induce con práctica certeza una transición entre dos estados de Rydberg del mismo.¹¹¹ La diferencia energética entre estos estados se libera en la cavidad en forma de un «fotón chivato» [tell-tale photon]. Así, la presencia de dicho fotón puede considerarse como indicativa del paso de la partícula prueba a través de la cavidad. De acuerdo con los autores, la presencia o ausencia del fotón chivato es un parámetro binario que puede considerarse en completa analogía con el espín, de modo que una cámara micromáser constituye un detector de un bit susceptible de realización experimental.

En el experimento propuesto por ESSW, la partícula prueba es un átomo de rubidio. La fuente emisora prepara este tipo de átomos en el estado $5s_{1/2}$. Puesto que la cavidad está diseñada para inducir la transición $63p_{3/2} \rightarrow 61d_{5/2}$, en la entrada de la misma debe colocarse un láser capaz de excitar el átomo hasta el estado $63p_{3/2}$. Ya en el interior de la cavidad, se produce una interacción entre el átomo y el campo de la cavidad que redundará en la pérdida de la energía de excitación del átomo y en la consiguiente aparición del fotón chivato.

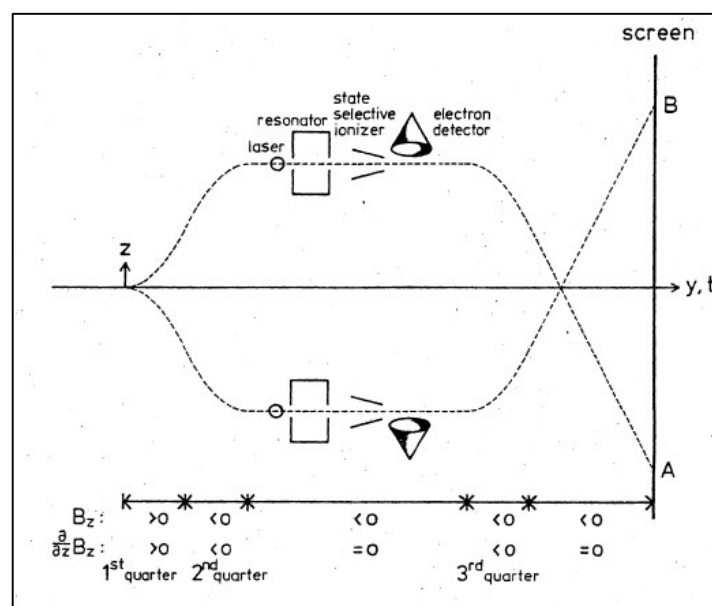


Figura 5.12. Interferómetro Stern-Gerlach con sendas cavidades micromáser (extraída de Englert *et al.* (1992)).

¹¹¹ A continuación en el texto vamos a describir de modo sucinto el funcionamiento de una cavidad micromáser. ESSW discuten con cierto detalle el funcionamiento de este tipo de dispositivos en el Apéndice A de su trabajo (Englert *et al.* 1992, 1182 ss.). Una discusión más prolija puede encontrarse en Meschede *et al.* (1985) y Rempe *et al.* (1991).

La presencia del fotón chivato no es inmediatamente accesible al experimentador. Así, para averiguar si éste se halla o no en la cavidad, debe realizarse un proceso de «lectura», esto es, una amplificación a escala macroscópica de la información contenida en la cavidad. Dado que la vida media del fotón es del orden de las décimas de segundo, los autores consideran que la lectura de la cavidad puede hacerse mucho después de que la partícula prueba haya abandonado la región de interferencia del interferómetro. Puesto que hasta el momento de dicha lectura no se produce ningún cambio macroscópico, con esta asunción ESSW pretenden sortear la carga impugnadora de los análisis de Bell.

Para leer la información guardada en la cavidad, se manda un segundo átomo de Rubidio, que suele denominarse «átomo lector». Dicho átomo debe encontrarse en el estado de Rydberg $61d_{5/2}$, lo que puede conseguirse modificando oportunamente la frecuencia del láser que se encuentra en la entrada de la cavidad. Si el fotón chivato está en la cavidad, el átomo lector lo absorberá y emergerá de la misma en el estado de mayor excitación $63p_{1/2}$. Si, por el contrario, no hay ningún fotón en la cavidad, no se producirá interacción alguna y el átomo lector abandonará la cavidad en su estado inicial de excitación.

Tras la cavidad se aplica un campo ionizador selectivo, esto es, un campo electrostático no homogéneo cuya intensidad es suficiente para ionizar uno de los electrones del átomo lector *sólo si* éste se encuentra en el estado de mayor excitación, $63p_{1/2}$. Luego, el electrón ionizado es detectado en virtud de los medios de amplificación habituales. Nótese que este proceso de ionización y posterior detección del electrón ionizado es el único proceso considerado que tiene un carácter irreversible y que produce una transformación de carácter macroscópico en el aparato.

La cadena de inferencias que permite relacionar la descarga del detector de electrones y el paso de la partícula prueba por la cavidad es la siguiente. Si el detector de electrones se descarga, debe concluirse que el campo ionizador ha logrado arrancar uno de los electrones del átomo lector. Esto sólo puede suceder si dicho átomo ha abandonado la cavidad en el estado de mayor excitación $63p_{1/2}$. A su vez, este último hecho se explica considerando que, al atravesar la cavidad, el átomo lector absorbió un fotón cuya presencia se debe al paso de la partícula prueba. Si, por el contrario, el detector de electrones no se descarga, se concluirá que el campo ionizador no pudo arrancar ninguno de los electrones del átomo lector. Esto significa, a su vez, que el átomo lector abandonó la cavidad en el estado de menor excitación $61d_{5/2}$ y que, por tanto, no había en la cavidad ningún fotón chivato. En tal caso, se inferirá que la partícula prueba no pasó por el interior de la misma.

Habiendo descrito con cierto detalle el modo de operación de una cavidad micromáser, veamos a continuación cómo proceden ESSW para dar cuenta de las

trayectorias bohmianas de la partícula prueba (el átomo de rubidio) en las diferentes circunstancias relevantes.

En primer lugar, los autores analizan el movimiento centro de masa del átomo cuando los detectores de camino *no* están en su lugar. Mediante una serie de simplificaciones que aquí no problematizaremos, ESSW plantean una ecuación de Schrödinger para la evolución temporal de la función de onda del centro de masas del átomo de rubidio que es resoluble analíticamente. Los autores hallan que ψ_1 y ψ_2 –los paquetes de onda que viajan a través del brazo superior e inferior del interferómetro, respectivamente– son simétricos. Introduciendo la función de onda obtenida en la ecuación guía, los autores calculan la expresión de la componente en la dirección z de la velocidad del centro de masa del átomo. Puesto que dicha componente resulta ser antisimétrica respecto del eje \hat{z} , ESSW concluyen que ninguna de las posibles trayectorias de la partícula prueba rebasa el plano de simetría del interferómetro $z = 0$.

Puede verse, pues, que ESSW coinciden con el análisis de Bell y nuestro propio análisis de la sección anterior: dadas las condiciones de simetría de los interferómetros considerados, cuando no hay ningún detector que registre el camino seguido por la partícula prueba, la teoría predice que ésta rebota invariablemente al acercarse al plano de simetría del dispositivo.

A continuación, los autores analizan la evolución del átomo cuando las cavidades micromáser están en su lugar. Para ello, dichos autores asumen que, como consecuencia de la interacción con estos aparatos, solamente se produce un cambio del estado electrónico interno del átomo, de modo que la función de onda de su centro de masa “no es alterada de modo perceptible [noticeable] en el proceso” (Englert *et al.* 1992, 1178). Esta asunción permite a los autores considerar que los paquetes de onda del centro de masas del átomo cuando las cavidades están presentes siguen siendo las funciones anteriormente derivadas, ψ_1 y ψ_2 .

Para el cálculo de las trayectorias bohmianas de la partícula prueba, ESSW suponen que la lectura de las cavidades se realiza mucho después de que el átomo de rubidio haya abandonado la región de interferencia. Esto implica que, cuando el átomo se encuentra en dicha región, el único cambio que se ha producido en las cavidades es la aparición del fotón chivato.

En este punto, los autores se limitan a considerar que las cavidades constituyen detectores de un bit y que, por tanto, son aplicables las asunciones que hemos descrito al inicio de esta subsección respecto de este tipo de dispositivos. Más concretamente, ESSW consideran que cada una de las cavidades puede ser modelada como si su presencia fuera completamente equivalente a la adición de un grado de libertad de espín $\frac{1}{2}$, de modo que la cavidad con el fotón chivato en su interior puede representarse mediante un vector de C^2 que se corresponde con el valor positivo del espín en una

dirección dada ($|\uparrow\rangle$) y la cavidad sin el fotón chivato puede representarse mediante un vector ortogonal al anterior ($|\downarrow\rangle$).

En consecuencia, los autores consideran que la función de onda del sistema conjunto cuando el átomo se encuentra en la región de interferencia tras haber interactuado con las cavidades es:

$$(5.11) \quad \Psi = \psi_1 |\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 + \psi_2 |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2$$

donde los subíndices ‘1’ y ‘2’ hacen referencia a la cavidad situada en el camino superior e inferior, respectivamente.

Insertando la función de onda (5.11) en la ecuación guía, se obtiene la siguiente expresión para la componente en la dirección z de la velocidad del centro de masa del átomo:

$$(5.12) \quad v_z = \frac{\hbar}{m_p} \frac{1}{(|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2)} \text{Im} \left(\psi_1^* \frac{\partial \psi_1}{\partial z} + \psi_2^* \frac{\partial \psi_2}{\partial z} \right)$$

Si, como asumen ESSW, los paquetes ψ_1 y ψ_2 son simétricos respecto del eje \hat{z} , entonces v_z es una función antisimétrica respecto de este mismo eje \hat{z} y, por consiguiente, ninguna de las trayectorias del centro de masa del átomo cruza el plano $z=0$. Los autores concluyen, pues, que el átomo rebota al acercarse a la región de interferencia también en el caso en que las cámaras micromáser están en operación, produciéndose, en consecuencia, el efecto de las trayectorias surrealistas.

Una vez se ha aceptado que (5.11) es la función de onda que caracteriza al sistema conjunto cuando el átomo se encuentra en la región de interferencia, este resultado es incontestable. Sin embargo, dista de ser evidente que una función de onda como (5.11) sea adecuada para modelar una situación experimental tan compleja como la que acabamos de discutir y que los propios autores se afanan en describir tan minuciosamente.

Sin embargo debe notarse, en primer lugar, que los autores omiten de su análisis cualquier consideración acerca de la evolución dinámica de los grados de libertad que caracterizan el estado electrónico interno del átomo de rubidio. Ahora bien, dado el carácter holista de la teoría, no debe descartarse en principio la posibilidad de que la evolución dinámica del centro de masa del átomo dependa del estado electrónico interno del mismo. A este respecto, en la Sección §5.3 mostraremos que, cuando el dispositivo experimental considerado es completamente simétrico, esto es, cuando incluye un detector de camino en cada uno de los brazos, el estado interno de la partícula prueba resulta irrelevante para la determinación del movimiento de su centro de masa. Así, de nuestras propias conclusiones se desprende que la omisión de ESSW es inocua pero, sin embargo, es destacable que dichos autores no mencionen la cuestión.

En segundo lugar, cabe plantearse hasta qué punto resulta adecuado modelar una cavidad micromáser como si su presencia fuese equivalente a la mera adición de un grado de libertad de espín $\frac{1}{2}$. Puesto que la operación de dicha cavidad involucra la creación de un fotón, una caracterización adecuada del dispositivo y de su interacción con la partícula prueba excede el dominio de la mecánica bohmiana no relativista y es competencia de la mecánica bohmiana de campos. En este sentido, una discusión detallada al respecto desborda el ámbito y el propósito de este trabajo, que no es otro que elucidar los problemas que ofrecen al realista las distintas interpretaciones de la versión no relativista de la mecánica bohmiana. Sin embargo –y dada la importancia histórica de la propuesta de ESSW– nos parece pertinente ofrecer un comentario al respecto.

Desde la perspectiva de la mecánica bohmiana de campos, un fotón no es más que una forma de excitación de un campo electromagnético.¹¹² Dicho campo puede representarse en la teoría como una suma de modos normales cada uno de los cuales tiene asociado una variable dinámica. En consecuencia, un cálculo realista de las trayectorias de la partícula prueba cuando las cavidades micromáser están presentes debe partir de una consideración de un espacio de configuración que incluya, además de las coordenadas de posición del centro de masa de la partícula prueba, las coordenadas asociadas con los modos normales del campo que son susceptibles de ser alterados durante la interacción.

Por tanto, cabe concluir que, desde la perspectiva de la mecánica bohmiana de campos, la omisión de cualquier tipo de tratamiento dinámico de las variables del campo en el interior de la cavidad resulta del todo punto injustificado. Brown *et al.* (1995) critican el trabajo de ESSW por dicha omisión:

“Recientemente, Englert *et al.* han propuesto un ejemplo en esta línea que involucra cavidades micromáser en el contexto de un experimento de doble rendija atómico, donde los estados de los detectores son tratados como etiquetas relacionadas con los estados atómicos. Sin embargo, *la simplicidad del argumento que permite derivar un comportamiento anómalo de los detectores se debe solamente a que se omite el análisis en términos de variables bohmanas del campo electromagnético cuantizado.*”¹¹³ (Brown *et al.* 1995, 343; nuestra cursiva)

¹¹² Para un análisis de un campo desde la perspectiva de la mecánica bohmiana de campos, véase el Apéndice B y las referencias allí incluidas.

¹¹³ “An example along these lines involving micromaser cavities in the context of an atomic two-slit experiment has recently been suggested by Englert *et al.*, where the states of the detectors are treated as labels related to the atomic states. The simplicity of this particular argument leading to anomalous behaviour on the part of the detectors obtains, however, only because the Bohm hidden-variable analysis of the quantized electromagnetic field is omitted.” (Brown *et al.* 1995, 343)

Estos últimos autores proponen una ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas basada en un interferómetro de neutrones y una bobina de radiofrecuencia que actúa como detector de camino. A diferencia de ESSW, Brown *et al.* sí presentan una discusión del caso en términos de las variables relevantes del campo cuantizado en el interior de la bobina. El análisis de Brown *et al.* puede extenderse sin ninguna dificultad para dar cuenta de la propuesta de ESSW y en la Sección §5.4 ofreceremos un escrutinio de dicho análisis, aprovechando la circunstancia de que las condiciones generales de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas derivadas en el marco de la versión no relativista de la mecánica bohmiana pueden reformularse fácilmente para dar cuenta de la interacción entre la partícula prueba y un campo.

5.2.3 La cámara de burbujas retardada de Aharonov y Vaidman (1996)

Hasta la fecha, la única propuesta de ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas que involucra un dispositivo realista y cuyo análisis puede ser abordado en el marco de la versión no relativista de la mecánica bohmiana, es la realizada por Aharonov y Vaidman (1996) (en adelante, AV).

Dichos autores consideran un modelo completamente abstracto de una partícula cuya función de onda está formada por dos paquetes simétricos que se dirigen el uno al encuentro del otro. En virtud del principio de no cruce (Tr2), AV llegan a la conclusión que las trayectorias de la partícula nunca rebasan el plano de simetría del dispositivo.

A continuación, los autores complementan su discusión considerando un detector de camino, que caracterizan también en términos abstractos mediante el siguiente hamiltoniano que rige la interacción entre éste y la partícula prueba:

$$(5.13) \quad H_{\text{int}} = g(t)\hat{Q}\hat{\Pi}_V$$

En esta expresión, \hat{Q} es el operador autoadjunto que representa la posición de una de las partículas del puntero del detector de camino, $\hat{\Pi}_V$ es un operador que proyecta en el volumen V donde se produce la interacción entre el detector y la partícula prueba y g es una constante de acoplamiento adecuada (véase Figura 5.13).

Un hamiltoniano como (5.13) induce un cambio (instantáneo) en el momento de la partícula del detector que, con el paso del tiempo, redundará en un cambio de su posición. Sin embargo, si la constante de acoplamiento g se elige de modo adecuado, no se produce ningún cambio significativo en la parte espacial de la función de onda del detector hasta mucho después de que la partícula prueba haya abandonado la región de interferencia. Ésta es, precisamente, la estrategia mediante la cual los autores pretenden eludir las consecuencias refutatorias de los análisis de Bell y concluir que el detector de camino se dispara si y sólo si la partícula prueba no pasa por su vecindad.

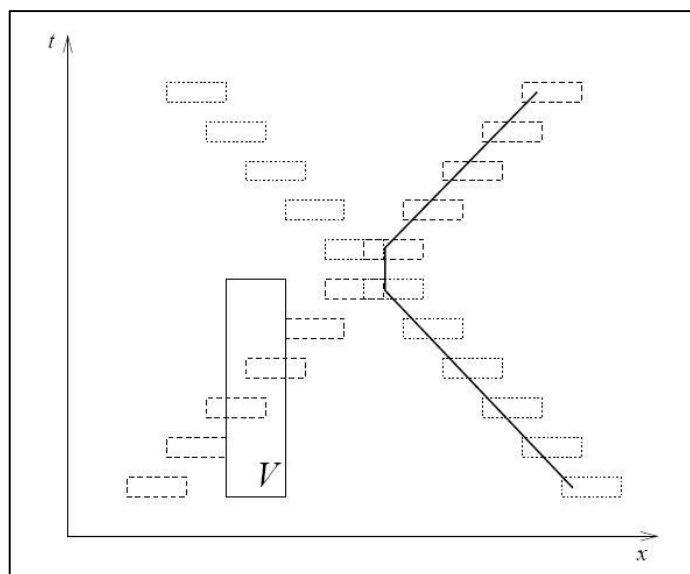


Figura 5.13. Diagrama esquemático del *gedankenexperiment* de AV. Los rectángulos de líneas discontinuas representan los dos paquetes de onda de la partícula prueba que salen al encuentro. En la región V se produce la interacción con el detector de camino, eventualmente, una cámara de burbujas retardada. (Figura extraída de Aharonov y Vaidman 1996).

AV no se limitan a ofrecer una discusión en términos abstractos y consideran que un modelo como el que acabamos de discutir representa adecuadamente a una cámara de burbujas, siempre que se suponga que el proceso químico que induce la formación de las burbujas es tan lento que éstas no aparecen hasta mucho después de que la partícula prueba haya abandonado la zona de interferencia:

“[La dificultad] es aún más dramática cuando nuestra partícula se mueve dentro de una cámara de burbujas un tanto especial. Las burbujas creadas debido al paso de la partícula se desarrollan con la lentitud suficiente como para que la densidad de la función de onda de cada una de las partículas no cambie de modo significativo durante el tiempo en que la partícula se mueve [por el interior del interferómetro]. Entonces, lo que el rastro de burbujas nos indicará es la partícula moviéndose de la izquierda a la derecha mientras que la partícula bohmiana, en realidad, se moverá desde el lado derecho, frenará y regresará hacia la derecha.”¹¹⁴ (Aharonov y Vaidman 1996, 153; las referencias al movimiento de la partícula prueba pueden comprenderse observando la Figura 5.13 y la trayectoria indicada en dicha figura)

¹¹⁴ “[The difficulty] is even more dramatic when our particle moves inside a special bubble chamber. The bubbles created due to the passage of the particle are developed slowly enough such that during the time of the motion of the particle the density of the spatial wave function of each bubble does not change significantly. Then, what we will see as a trace of bubbles is the particle moving from the left to the right, while the Bohmian particle, in fact, will move from the right side, stop, and come back to the right.” (Aharonov y Vaidman 1996, 153)

En adelante, nos referiremos al detector de camino caracterizado por AV como una cámara de burbujas *retardada*. Si el análisis de estos autores fuese correcto, las consecuencias para la mecánica bohmiana serían sin duda sorprendentes. Así, en un interferómetro equipado con dos cámaras de burbujas retardadas, la teoría postularía que las burbujas se forman en la cámara por cuyo interior la partícula prueba *no* ha pasado.

5.2.4 Detectores de camino no realistas

Una cavidad micromáser, una bobina de radiofrecuencia o una cámara de burbujas constituyen ejemplos *realistas* de detectores de camino, en el sentido de que dichos dispositivos son susceptibles de realización experimental y, de hecho, se utilizan comúnmente en los laboratorios.

En la literatura, sin embargo, no todas las propuestas de ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas involucran dispositivos realistas, en el sentido que acabamos de indicar. Muchas de dichas propuestas hacen referencia a detectores de camino modelados como sistemas de una sola partícula cuya realización experimental es técnicamente imposible. Estos modelos tan simples tienen una función eminentemente heurística, hacen factible un cálculo numérico de las trayectorias bohmianas e incluso, en algunos casos, permiten derivar una solución analítica.

En esta línea de propuestas, Dewdney *et al.* (1993) consideran como detector de camino una sola partícula M que se encuentra en un pozo infinito de potencial (unidimensional). Los estados estacionarios de dicho sistema tienen la forma: (véase Cohen-Tannoudji *et al.*, 1997, 78)

$$(5.14) \quad \phi_n(x_M) = \sqrt{\frac{2}{a}} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x_M}{a}\right), \text{ si } x_M \in [0, a]; \quad 0, \text{ si } x_M \notin [0, a]$$

donde x_M representa la coordenada de la partícula del detector, a es la longitud del pozo de potencial y

$$(5.15) \quad E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$$

es el valor de la energía de la partícula.

Los autores suponen que la partícula detectora M, situada en el brazo inferior de un interferómetro de tipo Mach-Zender, se encuentra inicialmente en el estado fundamental ϕ_0 y que, como resultado de la interacción con la partícula prueba, se excita en el estado ϕ_1 .

Una inspección de las funciones (5.14), permite comprobar que, en general, una posición concreta de la partícula M es compatible con cualquiera de sus estados

estacionarios. Así pues, una transición entre dos cualesquiera de dichos estados no sólo no implica cambio macroscópico alguno, sino tampoco microscópico.

Mientras la partícula se encuentra en el interior del pozo, nada puede saberse acerca de su estado. Si se quiere conocer cuál es el grado de excitación de la partícula, deben de retirarse súbitamente las paredes que la confinan. Entonces, la partícula escapará a velocidad constante, siendo dicha velocidad tanto mayor cuanto mayor fuese el grado de excitación de la partícula en el interior del pozo. En consecuencia, un reloj y unas pantallas detectoras convenientemente colocadas, permitirán determinar la velocidad de escape de la partícula y, conociendo ésta, se podrá inferir cuál era el estado de la partícula en el interior del pozo de potencial.

La estrategia de Dewdney *et al.* consiste en asumir que el proceso de medición de la energía de M no se produce hasta mucho después de que la partícula prueba haya abandonado la región de interferencia del interferómetro. Así, al contrario de lo que sucede con los detectores de camino de Bell, las funciones ϕ_1 y ϕ_0 que representan los estados disparado y no disparado de M tienen soportes que se solapan. Los autores concluyen que, en tal caso, se mantienen las condiciones de simetría que impiden que la partícula prueba atraviese el plano de simetría del interferómetro y que, en consecuencia, las trayectorias bohmianas de la partícula prueba no se corresponden con lo indicado por el detector.

Barrett (2000) propone otro *gedankenexperiment* como ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas que también involucra un modelo no realista de detector. De acuerdo con la propuesta de dicho autor, el detector de camino consta de una sola partícula M, situada en el brazo inferior de un interferómetro Stern-Gerlach y cuya interacción con la partícula prueba es tal que se induce la siguiente evolución temporal,

$$(5.16) \quad \begin{aligned} |\psi_1\rangle(\phi(x_M) \otimes |\uparrow\rangle_M) &\rightarrow |\psi_1\rangle(\phi(x_M) \otimes |\uparrow\rangle_M) \\ |\psi_2\rangle(\phi(x_M) \otimes |\uparrow\rangle_M) &\rightarrow |\psi_2\rangle(\phi(x_M) \otimes |\downarrow\rangle_M) \end{aligned}$$

donde, como es habitual, $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$ representan los paquetes de onda de la partícula prueba que viajan a través del camino superior e inferior del interferómetro respectivamente, $\phi(x_M)$ es la parte espacial de la función de onda de M y $|\uparrow\rangle_M$ y $|\downarrow\rangle_M$ representan dos estados ortogonales del espín de M.

Nótese que, de acuerdo con (5.16), la parte espacial de la función de onda de M no se modifica como resultado de su interacción con la partícula prueba. Además, el espín de M se invierte si y sólo si se produce una interacción con el paquete que viaja por el brazo inferior del interferómetro. En consecuencia, una medición del espín de M puede considerarse como una medición del camino seguido por la partícula prueba a través del interferómetro.

Como hemos explicado ya, dicha medición requiere la aplicación de un campo magnético no homogéneo que desvíe a la partícula M en un sentido u otro dependiendo del cuál es el valor de su espín (véase Sección §2.4, pág.28 y ss.). De nuevo, la asunción crucial de Barrett es que la medición del espín de M no se efectúa hasta mucho después de que la partícula prueba ha abandonado la región de interferencia. Así, cuando la partícula prueba se halla en el interior de dicha región las funciones de onda de los estados disparado y no disparado del detector tienen soportes coincidentes. El autor llega a la conclusión que, en tal caso, las trayectorias bohmianas no se corresponden con lo indicado por el detector.

5.3 Condiciones de ocurrencia de las trayectorias surrealistas

Hemos visto que, con anterioridad a que ESSW plantearan el argumento de las trayectorias surrealistas, Bell ya había establecido que el hecho de que el detector de camino tenga un puntero macroscópico que indique el resultado de la medición antes de que la partícula prueba abandone la región de interferencia es suficiente para que todas las trayectorias bohmianas de dicha partícula crucen el plano de simetría del interferómetro, de modo que no quepa imputarles ningún cargo de surrealismo. Hemos visto también que, dado el consenso en este punto, todas las propuestas de ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas tienen como denominador común el basarse en detectores que logran almacenar la información acerca del camino seguido por la partícula prueba sin que se produzca cambio macroscópico alguno antes de que la partícula prueba abandone la región de interferencia. Desafortunadamente, el consenso en el debate se termina aquí.

Hiley *et al.* (2000) admiten que cabe pensar en ejemplificaciones válidas del argumento de las trayectorias surrealistas pero, sin embargo, consideran que la propuesta de la cámara de burbujas retardada de AV no constituye una de ellas. Según Hiley *et al.*, de un análisis adecuado del funcionamiento de una cámara de burbujas retardada, se desprende que, en presencia de dicho dispositivo, todas las trayectorias de la partícula prueba cruzan el plano de simetría del interferómetro. Si estos autores estuvieran en lo cierto, la condición de que no se produzcan cambios macroscópicos en el detector de camino antes de que la partícula prueba abandone la región de interferencia no constituiría una condición suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas.

Hiley y Callaghan (2006) dan un vuelco aún más radical al debate. En este trabajo, los autores vuelven a incidir en su análisis del 2000 en relación con la cámara de burbujas retardada pero añaden que tampoco la cavidad micromáser de ESSW ni cualquiera de

las otras propuestas planteadas hasta la fecha constituyen una ejemplificación válida del argumento de las trayectorias surrealistas. Así, en abierta contradicción con su propio planteamiento del año 2000, HC consideran que toda la polémica sobre las trayectorias surrealistas surge de una aplicación incorrecta de la interpretación de Bohm. Hiley (2006) insiste en solitario en esta misma tesis y es replicado por Erez y Scully (2006), quienes defienden la validez de la propuesta original de ESSW como ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas.

Resulta evidente, pues, que el debate de las trayectorias surrealistas precisa de una clarificación. Para ello hay que establecer bajo qué condiciones se garantiza o proscriben el cruce de las trayectorias bohmianas de la partícula prueba y qué requisitos debe satisfacer un detector de camino (esto es, las funciones de onda que representan sus estados disparado y no disparado) para garantizar la vigencia de dichas condiciones. Estos puntos no han sido clarificados en la literatura con la debida generalidad y el objetivo de esta sección es, precisamente, subsanar esta falta.

Para ello derivaremos, en primer lugar, unas condiciones necesarias para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas (§5.3.1). En segundo lugar, derivaremos unas condiciones suficientes para la ocurrencia del efecto (§5.3.2). Finalmente, discutiremos el contenido intuitivo de dichas condiciones (§5.3.3). Antes de proceder a ambas derivaciones es menester introducir algunas precisiones preliminares respecto del dispositivo experimental que tomaremos como base para nuestro análisis y la notación utilizada.

En lo que sigue, consideraremos el dispositivo experimental discutido en la Sección §5.1, consistente en un interferómetro de tipo Mach-Zender (Figura 5.6, pág.104) complementado con dos aparatos detectores de camino, G_1 y G_2 . Hemos visto ya que, en muchas situaciones realistas, el sistema P que viaja a través del interferómetro no es, propiamente, una partícula, sino un átomo constituido por muchas partículas. De todos modos, aquí seguiremos utilizando con frecuencia la expresión «partícula prueba» para referirnos a dicho sistema, con independencia de cuál sea su naturaleza.

Puesto que, en principio, los grados de libertad internos de P pueden afectar a la dinámica de todo el sistema, para que nuestro tratamiento sea lo más general posible debemos de tener en cuenta dichos grados de libertad. Así pues, asumiremos que la parte espacial de la función de onda de P tiene dos componentes:

$$(5.17) \quad \psi_P = \psi(\vec{r})\phi(\vec{r}_1^e, \dots, \vec{r}_N^e)$$

donde $\vec{r} \equiv (x, y, z)$ son las variables de posición del centro de masa y $\vec{r}_i^e \equiv (x_i^e, y_i^e, z_i^e)$ son las variables de posición del electrón i -ésimo de P relativas al centro de masa del sistema. El caso en que P es una única partícula (por ejemplo, un neutrón) puede recuperarse de modo sencillo, estableciendo $\phi(\vec{r}_1^e, \dots, \vec{r}_N^e) = 1$ en (5.17).

La trayectoria de P a través del interferómetro viene definida por el valor de las coordenadas de posición de su centro de masa, $\vec{R}(t) \equiv (X(t), Y(t), X(t))$.¹¹⁵ Dada la simetría del interferómetro, puede asumirse que el estado interno de la partícula prueba es el mismo tanto si ésta discurre por el camino superior como por el camino inferior del interferómetro. Así, la función de onda de P una vez la partícula está dentro del aparato tiene la forma:

$$(5.18) \quad \psi_P = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1(\vec{r})\phi(\vec{r}_1^e, \dots, \vec{r}_N^e) + \psi_2(\vec{r})\phi(\vec{r}_1^e, \dots, \vec{r}_N^e)) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 + \psi_2)\phi$$

donde, recordemos, $\psi_1(\vec{r})$ y $\psi_2(\vec{r})$ representan los paquetes simétricos que se propagan por el brazo superior e inferior del interferómetro, respectivamente.

En la sección anterior, hemos visto que los detectores de camino que se analizan en la literatura pueden ser de tipo macroscópico e involucrar un gran número de grados de libertad, o de tipo de microscópico e involucrar uno o unos pocos grados de libertad. En lo que sigue, asumiremos sin pérdida de generalidad que cada uno de los detectores de camino G_1 y G_2 está formado por M partículas, siendo $\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_M^D$ las variables de posición de las partículas del aparato situado en el brazo superior del interferómetro (G_1) y $\vec{r}_{M+1}^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D$ las variables de posición de las partículas del aparato situado en el brazo inferior (G_2). Sean, entonces, $\phi_1^{No}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_M^D)$ y $\phi_1^{Sí}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_M^D)$ las partes espaciales de $|No\rangle_1$ y $|Sí\rangle_1$, respectivamente, y $\phi_2^{No}(\vec{r}_{M+1}^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D)$ y $\phi_2^{Sí}(\vec{r}_{M+1}^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D)$ las partes espaciales de $|No\rangle_2$ y $|Sí\rangle_2$, respectivamente. (Recuérdese que las funciones $|No\rangle_1$ y $|Sí\rangle_1$ [$|No\rangle_2$ y $|Sí\rangle_2$] son las funciones de onda de los estados no disparado y disparado del detector G_1 [G_2], respectivamente.)

La interacción de la partícula prueba y el interferómetro redunda en un intercambio energético entre ambos sistemas. Puesto que asumimos que la evolución de los paquetes de onda del centro de masas de la partícula prueba no se ve modificada como resultado de dicha interacción (véase (5.6), pág.109), el intercambio energético entre la partícula y el aparato debe cifrarse únicamente en una modificación del estado interno de P. Así pues, en lo que sigue, utilizaremos el símbolo ϕ_e para referirnos al estado electrónico inicial (excitado) de P y el símbolo ϕ_{ue} para referirnos al estado electrónico de P una vez el sistema ya ha interactuado con el detector de camino y ha cedido parte de su energía interna de excitación. La parte espacial de la función de onda del sistema conjunto cuando la partícula prueba se encuentra en el interior del interferómetro pero aún no se ha producido la interacción con los detectores es:

$$(5.19) \quad \Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1(\vec{r}) + \psi_2(\vec{r}))\phi_e(\vec{r}_1^e, \dots, \vec{r}_N^e)\phi_1^{No}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_M^D)\phi_2^{No}(\vec{r}_{M+1}^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D)$$

¹¹⁵ Recuérdese que utilizamos letras minúsculas para referirnos a variables y las correspondientes mayúsculas para referirnos a los valores de dichas variables.

Tras la interacción con los detectores, la función de onda (5.19) se convierte en:

$$(5.20) \quad \Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 \phi_{ue} \varphi_1^{Si} \varphi_2^{No} + \psi_2 \phi_{ue} \varphi_1^{No} \varphi_2^{Si}) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 \varphi_{No}^{Si} + \psi_2 \varphi_{Si}^{No}) \phi_{ue}$$

donde hemos introducido las definiciones:

$$(5.21) \quad \begin{cases} \varphi_{No}^{Si} \equiv \varphi_1^{Si} \varphi_2^{No} \\ \varphi_{Si}^{No} \equiv \varphi_1^{No} \varphi_2^{Si} \end{cases}$$

En lo que sigue denominaremos «espacio de configuración del aparato» al espacio $6M$ dimensional en el que están definidas las funciones φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} . A su vez, denominaremos «punto representativo del aparato» al punto del espacio de configuración del aparato que se obtiene especificando las coordenadas de todas las partículas de los detectores de camino. Nótese que el espacio de configuración del aparato es un subespacio del espacio de configuración del sistema total y el punto representativo del aparato es la proyección del punto representativo del sistema en el espacio de configuración del aparato.

En la función de onda (5.20), la parte de la función de onda relativa al estado interno de la partícula prueba factoriza. Así pues, el movimiento del centro de masas de la partícula prueba y de las partículas de los detectores es completamente independiente de la evolución de los grados de libertad internos de P. De esta manera, podemos ver que queda justificado el modo de operación de ESSW, quienes omiten de su tratamiento los grados de libertad internos de la partícula prueba (véase, a este respecto, nuestro comentario de la pág.120).

Sin embargo, dicha omisión *no* está justificada si el dispositivo experimental analizado contiene un solo detector de camino situado en uno de sus brazos. En tal caso, la función de onda del sistema conjunto cuando la partícula prueba se ha adentrado en el interferómetro y antes de su interacción con el detector es:

$$(5.22) \quad \Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1(\vec{r}) + \psi_2(\vec{r})) \phi_e(\vec{r}_1^e, \dots, \vec{r}_N^e) \varphi_1^{No}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_M^D)$$

donde, sin pérdida de generalidad, hemos supuesto que el único aparato detector se encuentra en el brazo superior. Tras la interacción de la partícula prueba con el aparato, la función de onda del sistema conjunto se convierte en:

$$(5.23) \quad \Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 \phi_{ue} \varphi_1^{Si} + \psi_2 \phi_e \varphi_1^{No})$$

Nótese que, en esta última expresión, la parte de la función de onda de P relativa a su estado interno *no* factoriza. Entonces, si se atiende a la expresión de la velocidad del centro de masas de la partícula prueba suministrada por la ecuación guía,

$$(5.24) \quad \vec{v}_P(\vec{r}, \vec{r}_1^e, \dots, \vec{r}_N^e, \vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_M^D) = \frac{\hbar}{m_P} \text{Im} \left(\frac{\varphi_1^{Si} \phi_{ue} \nabla_{\vec{r}} \Psi_1 + \varphi_1^{No} \phi_e \nabla_{\vec{r}} \Psi_2}{\psi_1 \phi_{ue} \varphi_1^{Si} + \psi_2 \phi_e \varphi_1^{No}} \right)$$

puede observarse que dicha velocidad –y, por ende, la trayectoria de P a lo largo del interferómetro– depende, en general, del estado interno. Así pues, cabe concluir que, *en vistas a la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas, no es completamente indiferente el considerar un dispositivo experimental completamente simétrico (esto es, con dos detectores de camino, cada uno de ellos colocado en un brazo del interferómetro) que el considerar un dispositivo experimental que cuente con un solo detector de camino.*

En la literatura, la mayor parte de los autores analizan dispositivos con un solo detector de camino y, sin embargo, no reparan en el hecho que acabamos de mencionar, omitiendo toda consideración del estado interno de la partícula prueba cuando analizan sus trayectorias.¹¹⁶ Esta simplificación injustificada debe de ponernos en guardia, puesto que las conclusiones que se derivan a partir de la misma pueden ser erróneas.

En adelante, denominaremos Ψ_1 y Ψ_2 a los sumandos de Ψ (la función de onda del sistema conjunto) proporcionales a ψ_1 y ψ_2 , respectivamente. Así, por ejemplo, cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia tenemos:

$$(5.25) \quad \begin{cases} \Psi_1 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_1 \phi_{ue} \varphi_{No}^{Si} \\ \Psi_2 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_2 \phi_{ue} \varphi_{Si}^{No} \end{cases}$$

5.3.1 Condiciones necesarias para la ocurrencia de las trayectorias surrealistas

LEMA 1. Si Ψ_1 y Ψ_2 tienen soportes disjuntos cuando la partícula P se encuentra en la región de interferencia, entonces todas las trayectorias posibles de P cruzan el plano de simetría del interferómetro (y, por tanto, *no* se produce el efecto de las trayectorias surrealistas.)

Demostración. El módulo al cuadrado de la función de onda del sistema conjunto es:

$$(5.26) \quad |\Psi|^2 = \Psi^* \Psi = |\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 + \Psi_1^* \Psi_2 + \Psi_1 \Psi_2^*$$

Si Ψ_1 y Ψ_2 tienen soportes disjuntos cuando la partícula P se encuentra en la región de interferencia, entonces los términos cruzados de (5.26) tienen siempre un valor nulo

¹¹⁶ Tal es el caso, por ejemplo, de Dewdney *et al.* (1993), Aharonov y Vaidman (1996), Barrett (2000), Hiley *et al.* (2000) y Hiley y Callaghan (2006).

en todo el espacio de configuración.¹¹⁷ A su vez, los términos $|\Psi_1|^2$ y $|\Psi_2|^2$ de (5.26) tienen siempre soportes disjuntos en el espacio de configuración. Como consecuencia, el punto representativo del sistema debe encontrarse en todo momento o bien bajo el soporte de $|\Psi_1|^2$ o bien bajo el soporte de $|\Psi_2|^2$, no pudiendo cambiar de soporte sin atravesar una región del espacio de configuración tal que $|\Psi|^2 = 0$, lo cual está prohibido por (Tr1) (el postulado estadístico).

Por tanto, si el punto representativo del sistema se encuentra inicialmente bajo el soporte de Ψ_1 , la teoría sanciona que Ψ_1 es la función de onda efectiva del sistema hasta que la partícula prueba es detectada en las pantallas detectoras. En consecuencia, la trayectoria bohmiana de P es congruente con la del paquete ψ_1 , de modo que la teoría establece que P se acerca al área de interferencia siguiendo el camino 1 y cruza el plano de simetría del interferómetro hasta llegar a la vecindad de la pantalla D_2 , que se dispara. Si entonces se observan los detectores de camino, se encontrará que el detector G_1 está disparado (indicando que la partícula prueba ha pasado por el camino 1) y que el detector G_2 está en el estado inicial sin disparar (indicando que la partícula prueba no ha pasado por el camino 2). Los reportes de ambos detectores de camino son, pues, perfectamente consistentes con la trayectoria que la mecánica bohmiana atribuye a P.

Si, por el contrario, el punto representativo del sistema se encuentra inicialmente bajo el soporte de Ψ_2 , la teoría sanciona que Ψ_2 será la función de onda efectiva del sistema conjunto hasta que la partícula prueba es detectada en las pantallas detectoras. Así, la trayectoria bohmiana de P es congruente con la del paquete ψ_2 y, en tal caso, la teoría establece que P se acerca al área de interferencia siguiendo el camino 2 y cruza el plano de simetría del interferómetro hasta llegar a la vecindad de la pantalla D_1 , que se dispara. Si entonces se observan los detectores de camino, se encontrará que el detector G_1 está en su estado inicial no disparado (indicando que la partícula prueba no ha pasado por el camino 1) y que el detector G_2 está disparado (indicando que la partícula prueba ha pasado por el camino 2). Los reportes de ambos detectores de camino son, de nuevo, perfectamente consistentes con la trayectoria que la mecánica bohmiana atribuye a P.

Así pues, si Ψ_1 y Ψ_2 tienen soportes disjuntos cuando la partícula P se encuentra en la región de interferencia, entonces todas las trayectorias posibles de P cruzan el plano de simetría del interferómetro y el fantasma del surrealismo queda definitivamente exorcizado de la teoría.

□

¹¹⁷ Los términos cruzados de (5.26) son $\Psi_1^* \Psi_2$ y $\Psi_1 \Psi_2^*$.

Puesto que Ψ_1 y Ψ_2 son proporcionales a φ_{No}^{Si} y φ_{Si}^{No} , si φ_{No}^{Si} y φ_{Si}^{No} tienen soportes disjuntos, entonces Ψ_1 y Ψ_2 tienen soportes disjuntos. De este modo, del LEMA 1 se sigue el siguiente corolario:

COROLARIO 1. Si las funciones de onda que representan los estados disparado y no disparado de los detectores de camino tienen soportes disjuntos, entonces todas las trayectorias posibles de P cruzan el plano de simetría del interferómetro (y, por tanto, no se produce el efecto de las trayectorias surrealistas).

De acuerdo con este corolario, el hecho de que las funciones de onda que representan los estados disparado y no disparado del detector no se solapan es una condición *suficiente* para que *no* se produzca el efecto de las trayectorias surrealistas. Ahora bien, según el principio de contraposición, el condicional $(A \rightarrow B)$ implica a su vez el condicional $(\neg B \rightarrow \neg A)$. Por tanto, del COROLARIO 1 se sigue que:

COLORARIO 2. Si alguna de las posibles trayectorias de P no cruza el plano de simetría del interferómetro (y, por tanto, se produce el efecto de las trayectorias surrealistas), entonces los soportes de las funciones de onda que representan los estados disparado y no disparado se solapan.

Sea $(SURRE_1)$ la siguiente condición:

$(SURRE_1)$ Los soportes de φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} se solapan mientras la partícula P se encuentra en la región de interferencia.

Entonces, de acuerdo con el COROLARIO 2, $(SURRE_1)$ es una condición *necesaria* para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas.

5.3.2 Condiciones suficientes para la ocurrencia de las trayectorias surrealistas

LEMA 2. Si las funciones de onda que representan los estados disparado y no disparado de los detectores de camino tienen soportes que se solapan y las coordenadas del punto representativo del aparato, $S(t)$, son tales que $\varphi_{Si}^{No}(S(t)) = \varphi_{No}^{Si}(S(t)) \neq 0$ para todo instante de tiempo t en que la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia, entonces ninguna trayectoria de P cruza el plano de simetría del interferómetro y se produce, por tanto, el efecto de las trayectorias surrealistas.

Demostración. De acuerdo con la ecuación guía, la velocidad de P después de su interacción con el detector de camino es:

$$(5.27) \quad \bar{v}_P(\vec{r}, \vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D) = \frac{\hbar}{m_P} \operatorname{Im} \left(\frac{\varphi_{No}^{Si} \nabla_{\vec{r}} \psi_1 + \varphi_{Si}^{No} \nabla_{\vec{r}} \psi_2}{\psi_1 \varphi_{No}^{Si} + \psi_2 \varphi_{Si}^{No}} \right)$$

Sea Ω el conjunto de soluciones del sistema definido por la ecuación y la inecuación siguientes:

$$(5.28) \quad \begin{cases} \varphi_{No}^{Si}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D) = \varphi_{Si}^{No}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D) \\ \varphi_{Si}^{No}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D) \neq 0 \end{cases}$$

Si los soportes de φ_{No}^{Si} y φ_{Si}^{No} no se solapan, entonces $\Omega = \emptyset$. Por el contrario, si los soportes de φ_{No}^{Si} y φ_{Si}^{No} se solapan, puesto que ambas son funciones acotadas, (5.28) tiene un conjunto de soluciones que definen una hipersuperficie en el espacio de configuración de los aparatos.¹¹⁸ Entonces, si la expresión (5.27) se evalúa en la región del espacio de configuración definida por Ω , las funciones de onda relativas al estado de los detectores factorizan tanto en el numerador como en el denominador, obteniéndose:

$$(5.29) \quad \bar{v}_P(\vec{r}, \gamma) = \frac{\hbar}{m_P} \operatorname{Im} \left(\frac{\nabla_{\vec{r}} \psi_1 + \nabla_{\vec{r}} \psi_2}{\psi_1 + \psi_2} \right)$$

donde $\gamma \in \mathbb{R}^{6M}$ es un elemento cualquiera de Ω .

Nótese que la parte derecha de (5.29) es formalmente idéntica a la expresión de la velocidad de la partícula prueba cuando no hay ningún detector de camino. Pero hemos demostrado ya que, cuando no hay ningún detector de camino, ninguna de las posibles trayectorias de P cruza el plano de simetría del interferómetro (véase Figura 5.9, pág.106). Así pues, cabe concluir que si el punto representativo del aparato se encuentra en la región definida por Ω mientras la partícula P se halla en la región de interferencia, entonces dicha partícula experimentará un rebote y ninguna de sus trayectorias rebasará el plano de simetría del interferómetro, produciéndose el efecto de las trayectorias surrealistas.

□

El lema que acaba de demostrarse contiene las dos cláusulas siguientes *cuya conjunción* constituye una condición suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas:

(SURRE₁) Los soportes de φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} se solapan en el espacio de configuración mientras la partícula P se encuentra en la región de interferencia, y

¹¹⁸ Esto es, si el espacio de configuración del aparato tiene dimensión α , las soluciones de (5.28) definen una hipersuperficie de dimensión $(\alpha - 1)$.

(SURR₂) las coordenadas de las partículas de los detectores de camino, S(t), son tales que $\varphi_{S_i}^{No}(S_t) = \varphi_{No}^{S_i}(S_t) \neq 0$, para todo instante t en que la partícula prueba se halla en la región de interferencia.

En la subsección anterior, hemos demostrado que (SURR₁) es una condición necesaria para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas. Ahora hemos demostrado que (SURR₁) es *parte* de una condición suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas. Esto no implica, obviamente, que (SURR₁) sea, por sí misma, suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas. Sin embargo, encontramos en la literatura autores que parecen implicar que (SURR₁) sí es una condición suficiente.

Así, por ejemplo, en su discusión sobre el efecto de las trayectorias surrealistas, Dewdney *et al.* (1993, 8) presentan un argumento que constituye una versión incompleta de la demostración anterior y del que cabe inferir que dichos autores consideran el solapamiento de las funciones de onda del aparato detector de camino como un requisito suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas. Recordemos que dichos autores discuten un *gedankenexperiment* en el que el detector de camino es una sola partícula en un pozo de potencial, de modo que el estado inicial no disparado del detector coincide con el estado fundamental de la partícula y el estado disparado es uno de los estados excitados (véase pág.124). Respecto del movimiento de la partícula prueba, Dewdney *et al.* declaran:

“De hecho, el carácter general del movimiento puede ser elucidado sin necesidad de hacer cálculos detallados. Hemos asumido que los dos estados del detector son estados ligados, de modo que es claramente posible escoger un valor de y_0 [la coordenada del detector de camino] tal que $\phi_0(y_0) = \phi_E(y_0)$ [ϕ_0 y ϕ_E representan los estados no disparado y disparado del detector de camino, en la nomenclatura de los autores]. En tal caso podemos cancelar los estados ϕ en la ecuación (5) [nuestra (5.27)] mostrando que el electrón se mueve como si el detector no estuviese presente.”¹¹⁹ (Dewdney *et al.* 1993, 8)

Debe quedar claro, no obstante, que (SURR₁) *no* es, por sí sola, una condición suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas. Aunque los soportes de $\varphi_{S_i}^{No}$ y $\varphi_{No}^{S_i}$ se solapen y, por tanto, Ω defina una región no vacía del espacio de configuración, el punto representativo del sistema puede no hallarse en el interior de dicha región mientras la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia. En tal caso, no hay identidad entre las expresiones de la velocidad de P en presencia y

¹¹⁹ “In fact the general character of the motion can be seen without detailed calculation. Both detector states are assumed to be bound so it is clearly possible to choose a value of y_0 such that $\phi_0(y_0) = \phi_E(y_0)$. In this case we can cancel the ϕ states in eq. (5) showing that the electron moves as if the detector was not present.” (Dewdney *et al.* 1993, 8)

ausencia de los detectores y, en consecuencia, el rebote de la partícula prueba no está asegurado.

De acuerdo con las reglas de la mecánica bohmiana, podemos fijar libremente la posición inicial del punto representativo del sistema –y, por ende, la del punto representativo del aparato– en cualquier lugar en el interior del soporte de Ψ . Sin embargo, la evolución subsiguiente del punto representativo del sistema no está sujeta a nuestra elección, sino que queda fijada de modo determinista por la ecuación guía y nuestra elección de las coordenadas iniciales. Así, el requisito dinámico expresado por (SURR₂) de que el punto representativo del aparato se halle en la región definida por Ω mientras P está en la región de interferencia, constituye una restricción adicional que constriñe la naturaleza de la interacción entre la partícula prueba y los detectores de camino, más allá de la condición de que los soportes de φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} se solapen. En este sentido, debe destacarse que *en la literatura no se ha formalizado explícitamente* (SURR₂), si bien, como veremos más adelante, sí se han planteado modelos de detector de camino que satisfacen dicha condición.

5.3.3 Estados estacionarios, espín y condiciones suficientes para la ocurrencia de las trayectorias surrealistas¹²⁰

La condición suficiente (SURR₁) \wedge (SURR₂) es poco intuitiva. En principio, para saber si se satisface, deben conocerse con precisión las trayectorias del punto representativo del aparato. Esto exige, a su vez, conocer detalladamente la función de onda del sistema conjunto y hallar las correspondientes soluciones de la ecuación guía. A continuación, queremos elucidar si cabe establecer algunas condiciones intuitivas que constriñan la naturaleza del aparato y que aseguren la satisfacción de (SURR₁) \wedge (SURR₂).

De acuerdo con la ecuación guía, la velocidad de la *i*-ésima partícula de los detectores, viene dada por la siguiente expresión:

$$(5.30) \quad \vec{v}_i(\vec{r}, \vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D) = \frac{\hbar}{m_i} \text{Im} \left(\frac{\psi_1 \nabla_{\vec{r}_i^D} \varphi_{No}^{Si} + \psi_2 \nabla_{\vec{r}_i^D} \varphi_{Si}^{No}}{\psi_1 \varphi_{No}^{Si} + \psi_2 \varphi_{Si}^{No}} \right)$$

donde m_i es la masa de dicha partícula.

¹²⁰ Esta sección contiene desarrollos técnicos que pueden resultar un tanto complejos. En ella mostramos que si el interferómetro considerado es tal que la funciones de onda que se propagan por cada uno de los caminos están asociadas con estados ortogonales del espín [\equiv (SURR₅)], entonces basta con exigir que los estados disparado y no disparado del detector sean estacionarios [\equiv (SURR₄)] para garantizar la satisfacción de (SURR₂). El lector que no esté interesado en la demostración y la discusión de este resultado, puede retomar la lectura en la Sección §5.4.

Supóngase, por un momento, que ninguna de las partículas de los detectores se mueve mientras P se encuentra en la región de interferencia, esto es, que se verifica la siguiente condición:

$$(SURRE_3) \vec{v}_i = 0, \forall i = 1, \dots, 2M, \forall t \in T_I$$

donde T_I es el intervalo de tiempo en el que la partícula prueba está en la región de interferencia. Entonces, si el punto representativo del aparato se encuentra inicialmente dentro de la región definida por Ω , éste seguirá en el interior de dicha región durante el intervalo T_I , puesto que su velocidad es cero durante el intervalo. Ahora bien, siempre que las funciones de onda φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} se solapan [(SURRE₁)], el postulado estadístico sanciona que hay una probabilidad no nula de que, efectivamente, el punto representativo del aparato se halle inicialmente en el interior de la región definida por Ω . Por tanto, si el detector de camino es tal que satisface (SURRE₁) y las partículas que lo constituyen están en reposo mientras la partícula prueba se halla en la región de interferencia, entonces dicho detector verifica las condiciones suficientes de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas.

Dicho de otro modo, la conjunción (SURRE₁) \wedge (SURRE₃) implica la conjunción (SURRE₁) \wedge (SURRE₂). Puesto que esta última es una condición suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias, la primera es también otra condición suficiente –más restrictiva– para el efecto.

Si la función de onda efectiva de una partícula es un estado estacionario, de acuerdo con la mecánica bohmiana su velocidad es cero.¹²¹ Así, podría pensarse que para satisfacer (SURRE₃) basta con exigir que los estados no disparado y disparado del aparato sean estados estacionarios. En adelante, nos referiremos a esta última asunción como (SURRE₄). Dada la naturaleza de un detector de camino, esta asunción es harto plausible y, de hecho, es satisfecha por la mayor parte de propuestas que se encuentran en la literatura.¹²²

Ahora bien, debemos notar que, si se satisface (SURRE₁), la función de onda efectiva de los detectores de camino *no* está bien definida cuando P se halla en la región de interferencia. En tal caso, durante el intervalo T_I , la función de onda efectiva de los detectores *no* se puede identificar ni con φ_{Si}^{No} ni con φ_{No}^{Si} . En consecuencia, el hecho de que φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} sean estados estacionarios no garantiza *en general* la satisfacción de (SURRE₃) y no puede ser considerado, junto con (SURRE₁), como una condición

¹²¹ Recuérdese que, de acuerdo con la ecuación guía, la velocidad de una partícula es proporcional al gradiente de la fase de la función de onda efectiva de dicha partícula. Ahora bien, en un estado estacionario la fase de la función de onda es constante y, por tanto, su gradiente es nulo.

¹²² Así, por ejemplo, los estados disparado y no disparado de la cavidad micromáser de ESSW son estados estacionarios, como lo son los estados disparado y no disparado de la partícula en un pozo de potencial propuesta por Dewdney *et al.* (1993).

suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas. En otras palabras, $(\text{SURRE}_1) \wedge (\text{SURRE}_4)$ no implica generalmente $(\text{SURRE}_1) \wedge (\text{SURRE}_3)$.

Este punto puede mostrarse matemáticamente del siguiente modo. Si el numerador y el denominador de (5.30) se multiplican por $\Psi^* = \psi_1^* \varphi_{No}^{Si^*} + \psi_2^* \varphi_{Si}^{No^*}$, se obtiene:

$$(5.31) \quad \bar{v}_i = \frac{\hbar}{m_i} \frac{\text{Im} \left(|\psi_1|^2 \varphi_{No}^{Si^*} \nabla_{\vec{r}_i^A} \varphi_{No}^{Si} + |\psi_2|^2 \varphi_{Si}^{No^*} \nabla_{\vec{r}_i^A} \varphi_{Si}^{No} + \psi_1 \psi_2^* \varphi_{Si}^{No^*} \nabla_{\vec{r}_i^A} \varphi_{No}^{Si} + \psi_1^* \psi_2 \varphi_{No}^{Si^*} \nabla_{\vec{r}_i^A} \varphi_{Si}^{No} \right)}{|\psi_1|^2 |\varphi_{No}^{Si}|^2 + |\psi_2|^2 |\varphi_{Si}^{No}|^2 + 2 \text{Re} \left(\psi_1 \psi_2^* \varphi_{No}^{Si} \varphi_{Si}^{No^*} \right)}$$

Por otro lado, si las funciones φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} representan estados estacionarios de los detectores, entonces éstas pueden escribirse de la siguiente forma:

$$(5.32) \quad \begin{cases} \varphi_{No}^{Si}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D) = \eta_{No}^{Si}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D) \exp(iE_{No}^{Si} t) \\ \varphi_{Si}^{No}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D) = \eta_{Si}^{No}(\vec{r}_1^D, \dots, \vec{r}_{2M}^D) \exp(iE_{Si}^{No} t) \end{cases}$$

donde η_{No}^{Si} y η_{Si}^{No} son dos funciones reales y E_{No}^{Si} y E_{Si}^{No} dos constantes, también reales. Entonces, si se sustituye (5.32) en (5.31), se obtiene:

$$(5.33) \quad \bar{v}_i = \frac{\hbar}{m_i} \frac{\text{Im} \left(|\psi_1|^2 \eta_{No}^{Si} \nabla_{\vec{r}_i^A} \eta_{No}^{Si} + |\psi_2|^2 \eta_{Si}^{No} \nabla_{\vec{r}_i^A} \eta_{Si}^{No} + \psi_1 \psi_2^* \eta_{Si}^{No} \nabla_{\vec{r}_i^A} \eta_{No}^{Si} + \psi_1^* \psi_2 \eta_{No}^{Si} \nabla_{\vec{r}_i^A} \eta_{Si}^{No} \right)}{|\psi_1|^2 |\varphi_{No}^{Si}|^2 + |\psi_2|^2 |\varphi_{Si}^{No}|^2 + 2 \text{Re} \left(\psi_1 \psi_2^* \varphi_{No}^{Si} \varphi_{Si}^{No^*} \right)}$$

Los dos primeros términos del numerador de (5.33) son funciones reales y, por tanto, al aparecer como argumentos de una función que selecciona solamente la parte imaginaria, no contribuyen en modo alguno a \bar{v}_i . Si los soportes de las funciones η_{No}^{Si} y η_{Si}^{No} no se solapan, los dos términos restantes del numerador de (5.33) tienen un valor nulo en todo el espacio de configuración y, por tanto, tampoco contribuyen a \bar{v}_i . En tal caso, cabe concluir que ninguna de las partículas del detector se mueve, pues todas las \bar{v}_i son cero.

Sin embargo, aquí estamos asumiendo la hipótesis contraria, a saber, que los soportes de las funciones de onda de los estados disparado y no disparado de los aparatos sí se solapan [esto es, estamos asumiendo que se da la condición necesaria para el efecto de las trayectorias surrealistas (SURRE₁)]. En tal caso, los términos cruzados del numerador de (5.33) no son cero. Y, puesto que las funciones ψ_1 y ψ_2 representan estados no estacionarios del centro de masas de la partícula prueba, cada uno de dichos términos tiene un componente imaginario que contribuye a la velocidad de la i -ésima partícula de los detectores. Puede darse el caso que las contribuciones de cada uno de dichos términos tengan signos opuestos y su suma sea cero, pero, en general, no hay motivos para esperar este resultado. Por tanto, hemos de concluir que el requisito de que los estados disparado y no disparado de los detectores sean estacionarios no garantiza generalmente que sus partículas constitutivas estén en reposo cuando la partícula prueba se halla en la región de interferencia.

Supóngase, a continuación, que los dos paquetes de ondas que se propagan por el interferómetro están asociados con estados ortogonales del espín. En adelante, nos referiremos a esta asunción como (SURRE₅). Esto sucede, por ejemplo, cuando el interferómetro considerado es de tipo Stern-Gerlach (véase pág.102 y ss.) o cuando se coloca algún dispositivo inversor de espín en uno de los brazos del interferómetro. En tal caso, la función de onda del sistema conjunto es:

$$(5.34) \quad \Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_1 \phi_{ue} \varphi_{No}^{Si} \left| \uparrow \right\rangle_i + \psi_2 \phi_{ue} \varphi_{Si}^{No} \left| \downarrow \right\rangle_i \right)$$

donde $\left| \uparrow \right\rangle_i$ y $\left| \downarrow \right\rangle_i$ representan estados ortogonales del espín en una dirección dada, \hat{i} . De acuerdo con la ecuación guía, la expresión de la velocidad de las partículas de los detectores es, entonces:

$$(5.35) \quad \bar{v}_i = \frac{\hbar}{m_i} \frac{\text{Im} \left(|\psi_1|^2 \varphi_{No}^{Si*} \nabla_{\vec{r}_i^A} \varphi_{No}^{Si} + |\psi_2|^2 \varphi_{Si}^{No*} \nabla_{\vec{r}_i^A} \varphi_{Si}^{No} \right)}{|\psi_1|^2 |\varphi_{No}^{Si}|^2 + |\psi_2|^2 |\varphi_{Si}^{No}|^2}$$

Si, adicionalmente, se considera que las funciones φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} son estacionarias (SURRE₄), puede practicarse la sustitución (5.32) en (5.35), obteniéndose:

$$(5.36) \quad \bar{v}_i = \frac{\hbar}{m_i} \frac{\text{Im} \left(|\psi_1|^2 \eta_{No}^{Si} \nabla_{\vec{r}_i^A} \eta_{No}^{Si} + |\psi_2|^2 \eta_{Si}^{No} \nabla_{\vec{r}_i^A} \eta_{Si}^{No} \right)}{|\psi_1|^2 |\varphi_{No}^{Si}|^2 + |\psi_2|^2 |\varphi_{Si}^{No}|^2}$$

Nótese que, al contrario de lo que sucedía en (5.33), los términos cruzados han desaparecido de (5.36) debido a la ortogonalidad de los estados de espín. Pero, puesto que los dos únicos términos del numerador de (5.36) son funciones reales, se obtiene que todas las \bar{v}_i son cero, con independencia de cuál sea la forma explícita de los paquetes ψ_1 , ψ_2 , η_{No}^{Si} y η_{Si}^{No} . Por tanto, al contrario de lo que sucede con (SURRE₁) \wedge (SURRE₄), la conjunción (SURRE₁) \wedge (SURRE₄) \wedge (SURRE₅) sí implica (SURRE₁) \wedge (SURRE₃). Puesto que (SURRE₁) \wedge (SURRE₃) implica (SURRE₁) \wedge (SURRE₂), entonces (SURRE₁) \wedge (SURRE₄) \wedge (SURRE₅) también implica (SURRE₁) \wedge (SURRE₂).

Cabe concluir, pues, que *si el dispositivo experimental considerado es tal que los paquetes que viajan por el interferómetro están asociados con estados ortogonales del espín, entonces puede tomarse como condición suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas el requisito de que las funciones de onda de los estados disparado y no disparado de los detectores tengan soportes que se solapen y que dichos estados sean estacionarios.*

En general, puede saberse si un dispositivo experimental satisface estas últimas condiciones sin necesidad de conocer los detalles de las funciones de onda y de las trayectorias de las partículas involucradas. Hemos conseguido, pues, lograr nuestro propósito y formular unas condiciones intuitivas que constriñen la naturaleza del

dispositivo experimental considerado y que garantizan la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas.

Por otro lado, hemos demostrado que $(SURRE_1) \wedge (SURRE_4) \wedge (SURRE_5)$ constituye una condición suficiente para el efecto de las trayectorias surrealistas mientras que éste no ha sido el caso de la condición $(SURRE_1) \wedge (SURRE_4)$. La única diferencia entre estas dos condiciones es $(SURRE_5)$. Por tanto, cabe concluir que *el hecho de considerar, o no, un dispositivo experimental tal que los paquetes que viajan por el interferómetro están asociados con estados ortogonales del espín no es irrelevante en relación con la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas*. Es destacable que este hecho no ha sido apuntado en la literatura con anterioridad.

5.4 Aplicación de las condiciones para la ocurrencia de las trayectorias surrealistas a las propuestas de la literatura

5.4.1 La cámara de burbujas retardada de Aharonov y Vaidman (1996)

Siempre que existe una diferencia macroscópica entre los estados disparado y no disparado del detector de camino, las funciones de onda que representan dichos estados tienen soportes que no se solapan. Por tanto, el detector con puntero de Bell, cuyos estados disparado y no disparado son macroscópicamente discernibles, no satisface la condición necesaria para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas $(SURRE_1)$, confirmándose de este modo el resultado discutido en la Sección §5.2.1. Sin embargo, la implicación en sentido inverso no se sigue, puesto que la condición $(SURRE_1)$ puede violarse aunque los estados disparado y no disparado del detector *no* sean macroscópicamente discernibles.

Así, por ejemplo, puede mostrarse que la cámara de burbujas retardada de AV no satisface $(SURRE_1)$ a pesar de no mediar diferencia macroscópica alguna entre sus estados disparado y no disparado.¹²³

Para poder realizar un análisis adecuado de una cámara de burbujas, debe tenerse en cuenta que el funcionamiento de este tipo de dispositivos comprende dos procesos diferenciados. En primer lugar, cuando una partícula ionizante penetra en la cámara, ésta colisiona con electrones inicialmente ligados a las moléculas de la cámara, expulsándolos de la vecindad de dichas moléculas. Luego, en virtud de un complicado proceso de amplificación, se forman burbujas allí donde quedó una molécula ionizada.

¹²³ El argumento que ofrecemos a continuación fue propuesto, en primer lugar, por Hiley *et al.* (2000). Sin embargo, en Hiley y Callaghan (2006, 342 ss.) puede encontrarse un análisis más detallado de dicho argumento. A continuación, nos basaremos fundamentalmente en este último análisis.

El resultado final es un rastro de burbujas macroscópicamente discernible que indica, aparentemente, el recorrido que ha seguido la partícula ionizante en el interior de la cámara.

La ionización de una molécula se produce en virtud de una colisión y, por tanto, se trata de un proceso prácticamente instantáneo. Por el contrario, el proceso de formación de las burbujas puede demorarse en mayor o menor medida, en función del mecanismo electroquímico aplicado en la cámara para inducir dicho proceso. Es precisamente en este punto en el que interviene la asunción de AV, según la cual las burbujas se forman tan lentamente que éstas no aparecen hasta mucho después de que la partícula prueba haya abandonado la región de interferencia. Puede mostrarse, sin embargo, que el proceso previo de ionización ya implica una violación de (SURR₁), de modo que la propuesta de AV no satisface las condiciones necesarias para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas con independencia de cómo se desarrollen las burbujas. Como sostienen HC, “la tasa de formación de las burbujas es completamente irrelevante” (Hiley y Callaghan 2006, 343).

El punto clave radica en advertir que, en virtud del proceso de ionización, el electrón ionizado es expulsado lejos de la molécula a la que se encontraba inicialmente ligado, de modo que la probabilidad de hallarlo en la vecindad de dicha molécula tras la colisión con la partícula prueba es cero. Así pues, los soportes de la función de onda del electrón ionizado y del electrón sin ionizar no se solapan, violándose (SURR₁).

Este argumento puede ilustrarse mediante un modelo matemático simple. Así, supongamos que la partícula prueba ioniza una sola molécula de líquido al penetrar en la cámara y que hay un 100% de probabilidad de que dicho proceso de ionización ocurra. Sea $\xi^{No}(\vec{r}_{CM}, \vec{r}_e)$ el estado inicial de la molécula *no* ionizada, en donde \vec{r}_{CM} es la coordenada del centro de masas de la molécula y \vec{r}_e es la coordenada del electrón que será eyectado. Sean $\xi^{Sí}(\vec{r}_{CM})$ y $\phi(\vec{r}_e)$ las funciones de onda de la molécula ionizada y del electrón eyectado, respectivamente. Entonces, la función de onda del sistema conjunto cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia es,

$$(5.37) \quad \Psi(\vec{r}, \vec{r}_{CM}, \vec{r}_e) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_1(\vec{r}) \xi^{Sí}(\vec{r}_{CM}) \phi(\vec{r}_e) + \psi_2(\vec{r}) \xi^{No}(\vec{r}_{CM}, \vec{r}_e) \right)$$

donde, por simplicidad, hemos supuesto que en el interferómetro hay una sola cámara de burbujas situada en el brazo superior y, como es habitual, ψ_1 y ψ_2 representan los paquetes de onda de la partícula prueba que se propagan por el brazo superior e inferior del aparato, respectivamente.

Cuando la molécula no está ionizada, el electrón debe encontrarse en su interior, de modo que $|\xi^{No}(\vec{R}_{CM}, \vec{R}_e)|^2 = 0$ si $|\vec{R}_{CM} - \vec{R}_e| > R'$, donde R' es el radio de la molécula en cuestión. Puesto que la probabilidad de hallar al electrón en la vecindad de la molécula tras la colisión con la partícula prueba es cero, se obtiene que si $|\vec{R}_{CM} - \vec{R}_e| \leq R'$,

entonces $|\phi(\vec{R}_e)| = 0$. Así pues, las funciones de onda que representan los estados no disparado y disparado del detector ($\varphi^{No} \equiv \xi^{No}(\vec{r}_{CM}, \vec{r}_e)$ y $\varphi^{Sí} \equiv \xi^{Sí}(\vec{r}_{CM})\phi(\vec{r}_e)$, respectivamente) tienen soportes disjuntos en el espacio de configuración del aparato a pesar de que ambos estados del detector *no* son macroscópicamente discernibles.

Acabamos de demostrar, pues, que la propuesta de AV no es válida como ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas.¹²⁴ Este resultado es en sí mismo relevante, pero aún lo es más la moraleja que se desprende del mismo. Puesto que, en definitiva, lo que nos muestra el ejemplo de la cámara de burbujas retardada es que *basta con un pequeño cambio a nivel microscópico para que el efecto de las trayectorias surrealistas no se produzca*.

Por tanto, hay que ser extremadamente cauto cuando, en la literatura, se encuentran cláusulas tales como que, en virtud de la interacción entre la partícula prueba y los detectores de camino, no se producen cambios “macroscópicos”, “apreciables” o “significativos”. Ahora sabemos que cambios “microscópicos”, “despreciables” o “poco significativos” pueden, sin embargo, ser suficientes para romper la simetría del espacio de configuración que impide a la partícula prueba cruzar el plano de simetría del interferómetro.

5.4.2 La propuesta de Dewdney *et al.* (1993)

Dewdney *et al.* (1993) consideran un interferómetro con un único detector de camino que consta de una sola partícula M en un pozo de potencial (véase pág.124 y ss.). Las funciones de onda que representan los estados no disparado y disparado del detector son:

$$(5.38) \quad \begin{cases} \varphi^{No} = \sqrt{\frac{2}{a}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x_M}{a}\right) & \text{si } x_M \in [0, a]; \quad 0 \text{ si } x_M \notin [0, a] \\ \varphi^{Sí} = \sqrt{\frac{2}{a}} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x_M}{a}\right) & \text{si } x_M \in [0, a]; \quad 0 \text{ si } x_M \notin [0, a] \end{cases}$$

siendo a la anchura del pozo de potencial. Estas funciones satisfacen la condición necesaria para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas (SURRE₁) puesto que sus soportes se solapan. Sin embargo, como mostraremos a continuación, la propuesta de Dewdney *et al.* (1993) *no* satisface la condición suficiente para la ocurrencia de las trayectorias surrealistas (SURRE₁) \wedge (SURRE₂).

¹²⁴ Conocedor de la crítica de HC que acabamos de reproducir, Vaidman (2005) no vuelve a hacer mención de la cámara de burbujas retardada y presenta como propuesta de ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas un dispositivo experimental análogo al discutido por Barrett (2000), en donde la partícula prueba invierte el espín de las partículas que actúan como detectores de camino.

Nótese que, si se consideran las funciones de onda (5.38), el sistema (5.28) se convierte en la ecuación:

$$(5.39) \quad \sqrt{\frac{2}{a}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x_M}{a}\right) = \sqrt{\frac{2}{a}} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x_M}{a}\right)$$

que tiene una *única* solución en el intervalo $[0, a]$, a saber:

$$(5.40) \quad X_M = \frac{a}{\pi} \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{3}$$

Así, la satisfacción de (SURR₂) requiere que la partícula del detector ocupe la posición $X_M = a/3$ durante todo el intervalo de tiempo en que la partícula prueba se halla en la región de interferencia. En consecuencia, durante dicho intervalo de tiempo la partícula del aparato debe de estar en reposo. Sin embargo, si se observan los gráficos de las trayectorias del punto representativo del sistema suministradas por los mismos autores (Dewdney *et al.* 1993, 9), se comprobará que dicha partícula se mueve.

Estos mismos gráficos muestran, no obstante, que algunas de las trayectorias de la partícula prueba no cruzan el plano de simetría del interferómetro. Este resultado, obtenido mediante técnicas de cálculo numérico, no es incompatible con el lema aquí derivado puesto que (SURR₁) \wedge (SURR₂) es una condición suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas –pero *no* una condición necesaria para el mismo.

Puesto que los estados (5.38) son estacionarios, si dichos autores hubiesen considerado un interferómetro de Stern-Gerlach (en vez de uno de tipo Mach-Zender) con dos dispositivos detectores (en vez de uno sólo), entonces, su propuesta hubiese constituido una ejemplificación válida del argumento de las trayectorias surrealistas, al satisfacer la condición (SURR₁) \wedge (SURR₄) \wedge (SURR₅) que, como hemos mostrado en la Sección §5.3.3, implica la satisfacción de (SURR₁) \wedge (SURR₂).

Sin embargo, debe señalarse que la propuesta de Dewdney *et al.* resulta problemática por la poca plausibilidad física de alguna de sus asunciones. Nótese que la operación de un detector de camino se fundamenta siempre en una interacción local entre el aparato y la partícula prueba. Sin embargo, es difícil imaginar cómo puede producirse un intercambio energético local entre la partícula prueba y la partícula del detector en el modelo de Dewdney *et al.* cuando, de acuerdo con dicho modelo, ambas partículas están separadas por una barrera *infinita* de potencial. Esta incongruencia podría resolverse, por ejemplo, utilizando un oscilador armónico –en lugar de una partícula en un pozo infinito de potencial– para modelar el detector de camino.¹²⁵

¹²⁵ Como sucede en el caso de una partícula en un pozo de potencial, los estados estacionarios de un oscilador armónico tienen soportes que se solapan (véase Cohen-Tannoudji *et al.* 1997, 500 ss.).

Por otro lado, Dewdney *et al.* asumen que la partícula prueba no es un átomo sino un electrón. Por tanto, el intercambio energético entre dicha partícula y el detector sólo puede redundar en un cambio del momento del electrón, de modo que –en contra de lo asumido por los autores– los paquetes de onda ψ_1 y ψ_2 del electrón tras la interacción no pueden ser completamente simétricos. Dicha dificultad podría resolverse considerando una partícula prueba con estructura interna, de modo que el intercambio energético entre la partícula y el detector redunde en una modificación del estado interno de la partícula, pero no en una alteración del movimiento de su centro de masas. En tal caso, hemos visto en la Sección §5.3 que, para asegurar que un cambio en los grados de libertad internos no afecta a la evolución del centro de masas de la partícula prueba, debería considerarse un dispositivo experimental completamente simétrico equipado con dos detectores de camino.

5.4.3 La propuesta de Barrett (2000) y los detectores de un bit

De acuerdo con la propuesta de Barrett de ejemplificación del efecto de las trayectorias surrealistas (véase (5.16), pág.125), los estados disparado y no disparado del detector, que consta de una única partícula M, difieren únicamente en la parte del espín. Así pues, la parte espacial de la función de onda que representa los estados no disparado y disparado del detector coincide:

$$(5.41) \quad \varphi^{No} = \varphi^{Sí} = \phi(x_M)$$

Puesto que φ^{No} y $\varphi^{Sí}$ son la misma función, tienen un soporte idéntico y todos los puntos que se encuentran en el interior de dicho soporte constituyen una solución del sistema (5.28). De este modo, dicha propuesta satisface trivialmente $(SURRE_1) \wedge (SURRE_2)$ y constituye, por tanto, una ejemplificación válida del argumento de las trayectorias surrealistas.

Sin embargo, tal y como sucede con la propuesta de Dewdney *et al.* (1993), la propuesta de Barrett resulta problemática debido a la falta de plausibilidad física de algunas de las asunciones que involucra. Nótese, por ejemplo, que una evolución temporal como (5.16) no conserva el espín. Así pues, Barrett debería incluir otras partículas en el dispositivo experimental para que la interacción resultante respetara los principios de conservación del espín.

Recuérdese que ESSW caracterizan una cavidad micromáser como si la diferencia entre el estado disparado y no disparado de la misma fuese equivalente a la inversión de un grado de libertad de espín (véase (5.11), pág.120). De acuerdo con dicha caracterización, la parte espacial de los estados disparado y no disparado de las cavidades es idéntica,

$$(5.42) \quad \varphi_{S\bar{i}}^{No} = \varphi_{No}^{S\bar{i}}$$

y se produce, por tanto, una situación equivalente a la suscitada por la propuesta de Barrett que acabamos de discutir. Resulta obvio, pues, que en la medida en que una cavidad micromáser pueda modelarse adecuadamente como un detector de un bit, dicho dispositivo satisface la condición $(SURR_1) \wedge (SURR_2)$ y, en consecuencia, el *gedankenexperiment* de ESSW constituye una ejemplificación válida del efecto de las trayectorias surrealistas.

Sin embargo, hemos advertido ya que modelar una cavidad micromáser como un detector de un bit es una simplificación injustificada y que un tratamiento más realista exige del concurso de la mecánica bohmiana de campos. En la próxima subsección abordaremos, precisamente, un análisis pormenorizado de las propuestas de ejemplificación del efecto de las trayectorias surrealistas que involucran una interacción de la partícula prueba con un campo cuantizado. Es en el marco de dicho análisis que una propuesta como la de ESSW debe ser adecuadamente evaluada.

5.4.4 Trayectorias surrealistas y campos electromagnéticos cuantizados. Las propuestas de Brown *et al.* (1995) y Englert *et al.* (1992)

En esta sección, discutiremos las propuestas de ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas en las que la detección de camino se produce en virtud de una interacción entre la partícula prueba y algún campo electromagnético.¹²⁶ Las propuestas más relevantes al respecto son la de Englert *et al.* (1992) y la de Brown *et al.* (1995). Puesto que sólo estos últimos autores presentan un análisis explícito en términos de las variables bohmanas asociadas con el campo, empezaremos analizando con detalle su propuesta para luego extender la discusión al caso análogo de la cavidad micromáser de ESSW.

Brown *et al.* consideran un interferómetro de neutrones con dos placas (véase la Figura 5.4, pág.102) y un dispositivo detector de camino consistente en una bobina de radiofrecuencia capaz de invertir el espín de la partícula prueba. Más concretamente, dichos autores suponen que la bobina genera un campo magnético variable en el plano x - y , que denominaremos $B_{xy}(t)$. Además de este campo, existe un campo magnético estático paralelo al eje \hat{z} , que denominaremos B_z . El neutrón tiene el espín inicialmente polarizado en la dirección z . La asunción clave es que el campo $B_{xy}(t)$ rota a una frecuencia resonante con la diferencia entre la energía de acoplamiento de los estados de

¹²⁶ En el Apéndice B puede encontrarse una muy breve introducción al tratamiento de la interacción entre una partícula y un campo cuantizado desde la perspectiva de la mecánica bohmiana de campos. El análisis provisto en dicho Apéndice es suficiente para entender los desarrollos de esta subsección. Si se precisa una discusión más detallada de la cuestión, véanse las referencias incluidas en el apéndice.

espín $|\uparrow_z\rangle$ y $|\downarrow_z\rangle$ del neutrón en el campo B_z . De este modo, cuando el neutrón pasa por el interior de la bobina, su espín se invierte y la energía liberada se transfiere al campo de la bobina en forma de fotón chivato.

Brown *et al.* asumen que el campo en el interior de la cavidad está preparado en un estado de ocupación definido, de manera que todos los modos normales del campo se hallan en el estado fundamental excepto uno, que se encuentra en el estado n -ésimo de excitación y que representaremos con la variable q_a . El paso del neutrón por la bobina redundará en la alteración del número de estado [number state] de dicho modo en una unidad. Desde una perspectiva bohmiana, el denominado fotón chivato no es más que un reflejo de esta forma de excitación que, en principio, puede ser detectada experimentalmente, si se aplican los mecanismos de amplificación debidos.

Si suponemos que la bobina se coloca en el camino superior del interferómetro, la función de onda del neutrón y el campo magnético tras su interacción Ψ es proporcional a:

$$(5.43) \quad \Psi \propto \psi_1 \otimes |\downarrow_z\rangle \otimes h_{n+1}(q_a) + \psi_2 \otimes |\uparrow_z\rangle \otimes h_n(q_a)$$

donde h_n es el n -ésimo polinomio de Hermite¹²⁷ y ψ_1 y ψ_2 representan, como es habitual, los paquetes de onda del neutrón que viajan por el camino 1 y 2, respectivamente. Nótese que todos los modos normales del campo excepto q_a son comunes a ambos términos de la función de onda Ψ ; por tanto, éstos factorizan y han sido desechados de (5.43).

Coincidiendo con el análisis de ESSW de la cámara micromáser, los autores consideran que si el estado de la bobina campo se lee [read-out] antes de que el neutrón se adentre en la región de interferencia, se produce una amplificación macroscópica y sólo uno de los componentes de (5.43) es relevante para la evolución futura del sistema. En tal caso, se viola la condición necesaria (SURR₁) y no se produce el efecto de las trayectorias surrealistas.

Si, por el contrario, el estado de la bobina se lee después de que el neutrón haya abandonado la región de interferencia, puede considerarse que mientras éste se halla en dicha región la función de onda del sistema conjunto sigue siendo (5.43). En tal caso, los autores sostienen que algunas trayectorias del neutrón no rebasan el plano de simetría del interferómetro, «engañando» al detector.

Para llegar a este resultado, Brown *et al.* (1995, 345) reproducen en esencia el argumento de Dewdney *et al.* (1993, 8) y presuponen que el solapamiento de los soportes de h_n y h_{n+1} es una condición suficiente para el rebote de la partícula prueba:

¹²⁷ Para una definición de los polinomios de Hermite y una discusión de la relación de dichos polinomios con las soluciones del oscilador armónico cuántico, véase Cohen-Tannoudji *et al.* (1977, 530 ss.).

“Por otro lado, si el estado del campo electromagnético [EM] no se registra antes de que los haces interfieran, entonces ambos componentes de la función de onda (14) [nuestra (5.43)] siguen siendo relevantes para el cálculo de la trayectoria del neutrón. Dentro del conjunto de casos posibles, estarán aquellos para los que el valor de la coordenada del (incontrolable) modo normal q_a es tal que la amplitud de la función de onda del campo EM $h_n(q_a)$ del n -ésimo estado excitado es igual a la amplitud de la función de onda del campo $h_{n+1}(q)$ del $(n+1)$ -ésimo estado de excitación. En tal caso, el estado del campo EM factoriza fuera de la superposición, cada uno de cuyos términos tiene ahora la misma amplitud. En consecuencia, la trayectoria del neutrón es desviada en la región de interferencia sea cual sea la posición original del neutrón.”¹²⁸ (Brown *et al.* 1995, 345)

El hecho de que los autores dan por bueno el análisis de Dewdney *et al.* (1993) se confirma cuando los primeros remiten al trabajo de los segundos si se desea examinar un caso análogo al de la bobina de radiofrecuencia pero que, en lugar de un campo electromagnético, involucre un detector de camino material (véase Brown *et al.* 1993, 345).

En la Sección §5.3.2 hemos argumentado, no obstante, que no hay garantía de que el solapamiento de las funciones que representan los estados disparado y no disparado del detector sea en sí mismo una condición suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas. Sin embargo, puede mostrarse fácilmente que la propuesta de Brown *et al.* satisface no sólo (SURRE₁) sino también (SURRE₂) constituyendo, por tanto, una ejemplificación adecuada del efecto de las trayectorias surrealistas.

Mostraremos, en primer lugar, que la propuesta de Brown *et al.* satisface (SURRE₁). Puesto que el campo excitado y el campo sin excitar difieren solo en el estado de uno de sus modos normales, las funciones de onda que representan ambos estados del campo difieren en un único factor. Para el campo sin excitar, dicho factor tiene la forma del polinomio de Hermite de grado n (h_n), mientras que para el campo excitado, dicho factor tiene la forma del polinomio de Hermite de grado $n+1$ (h_{n+1}). Puesto que, para cualesquiera m y n , los soportes de h_m y h_n se solapan, cabe concluir que los soportes de la función de onda del campo excitado y sin excitar se solapan, verificándose (SURRE₁).

Por otro lado, tal y como mostramos en el Apéndice B, los dos estados del campo considerados por Brown *et al.* son formalmente equivalentes a una colección infinita de

¹²⁸ “On the other hand, if the EM field state is not «read out» before the beams overlap, then both components of the wavefunction (14) remain relevant for the calculation of the neutron trajectory. Within the ensemble of cases will be those for which the actual value of the (uncontrollable) field mode coordinate q_a is such that the amplitude of the EM field wavefunction $h_n(q_a)$ of the n th excited state is equal to the amplitude of the field wavefunction $h_{n+1}(q)$ of the $(n+1)$ th excited state. In this case the state of the EM field factors out of the superposition, each of whose terms now have equal amplitude. This has the implication that the neutron trajectory is deflected in the region of overlap regardless of the original neutron position.” (Brown *et al.* 1995, 345)

osciladores armónicos que se encuentran, todos ellos, en un estado estacionario. Puesto que un producto de estados estacionarios es también estacionario, los dos estados del campo considerados por Brown *et al.* también lo son. Además, el dispositivo considerado por los autores es tal que cada uno de los paquetes que viajan por el interferómetro está asociado con estados ortogonales de espín. Ahora bien, en la Sección §5.3.3 hemos mostrado que, si los términos de la función de onda del sistema conjunto están asociados con estados ortogonales en el espacio del espín, del carácter estacionario de los estados del aparato detector se sigue la satisfacción de (SURR₂). Por tanto, la propuesta de Brown *et al.* satisface las condiciones suficientes para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas y, en consecuencia, constituye una ejemplificación adecuada del mismo.

La única objeción que cabe plantear al dispositivo experimental discutido por Brown *et al.* es que éste no es completamente simétrico, puesto que hay una sola bobina de radiofrecuencia colocada en el brazo superior del interferómetro. En este sentido, tal y como los propios autores advierten, es poco plausible pensar que el momento del neutrón no se vea ligeramente afectado por la interacción con la bobina y que los paquetes ψ_1 y ψ_2 sean perfectamente simétricos. Obviamente, esta dificultad no surgiría si los autores hubiesen contemplado un dispositivo experimental con una bobina en cada uno de los brazos.

Veamos, finalmente, qué sucede con la cavidad micromáser del *gedankenexperiment* de ESSW. El campo en el interior de la cavidad puede ser modelado exactamente en los mismos términos que Brown *et al.* modelan el campo en el interior de su bobina de radiofrecuencia. Además, puesto que el dispositivo experimental considerado por ESSW es un interferómetro de Stern-Gerlach se satisface, también, la condición de que los paquetes que viajan por el interferómetro están asociados con estados ortogonales del espín. La única diferencia entre ambas propuestas radica en que ESSW contemplan un dispositivo experimental completamente simétrico, al considerar dos detectores de camino, en vez de uno sólo. Por tanto, la función de onda (5.43) debe ser sustituida por:

$$(5.44) \quad \Psi \propto \psi_1 \otimes \left| \downarrow_z \right\rangle \otimes h_{n+1}(q_{a1})h_n(q_{a2}) + \psi_2 \otimes \left| \uparrow_z \right\rangle \otimes h_n(q_{a1})h_{n+1}(q_{a2})$$

donde q_{a1} es la coordenada de uno de los modos normales del campo de la cavidad situada en el camino superior y q_{a2} la coordenada de uno de los modos normales de la cavidad situada en el camino inferior. (Extendiendo el análisis de Brown *et al.* al caso de las cavidades micromáser, hemos asumido aquí que la interacción de la partícula prueba con el campo de la cavidad es tal que sólo uno de los modos normales del campo se ve alterado como resultado de la misma.)

El paso de (5.43) a (5.44) no implica ningún cambio sustancial en relación con el efecto de las trayectorias surrealistas y los mismos argumentos que sirven para mostrar que un dispositivo experimental caracterizado por (5.43) satisface la condición

$(\text{SURRE}_1) \wedge (\text{SURRE}_2)$ pueden aplicarse para mostrar que un dispositivo experimental caracterizado por (5.44) satisface también dicha condición. Así, las funciones $h_{n+1}(q_{a1})h_n(q_{a2})$ y $h_n(q_{a1})h_{n+1}(q_{a2})$ tienen soportes que se solapan en el espacio de configuración. Dado que los estados de las cavidades contemplados son estacionarios y que los paquetes que viajan por el interferómetro están asociados con estados ortogonales del espín de la partícula prueba, se sigue de lo anterior la satisfacción de (SURRE_2) .

Cabe concluir, entonces, que el *gedankenexperiment* originalmente planteado por ESSW constituye una ejemplificación adecuada del efecto de las trayectorias surrealistas incluso cuando las cavidades micromáser se analizan de un modo realista, asumiendo los modelos de la mecánica bohmiana de campos y teniendo en cuenta la evolución dinámica de las variables del campo electromagnético de la cavidad involucradas.

5.5 Conclusiones

Aplicando estrictamente los postulados de la versión mínima de la mecánica bohmiana, en la Sección §5.3.1 hemos demostrado que una condición necesaria para el efecto de las trayectorias surrealistas es:¹²⁹

(CNTS) CONDICIÓN NECESARIA PARA EL EFECTO DE LAS TRAYECTORIAS SURREALISTAS: Las funciones de onda de los estados disparado y no disparado del detector de camino φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} se solapan en el espacio de configuración cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia.

Si el detector de camino tiene un puntero macroscópico que indica el resultado de la medición antes de que la partícula prueba se adentre en la región de interferencia, (CNTS) se viola y no se produce el efecto de las trayectorias surrealistas, tal y como Bell mostró en 1980. Sin embargo, hemos visto que un desplazamiento microscópico de una sola partícula del detector puede ser suficiente para garantizar la violación de (CNTS). Esto es, precisamente, lo que sucede en el caso de la cámara de burbujas retardada de Aharonov y Vaidman (1996). De este modo, la propuesta de AV –la única en la literatura que involucra un detector realista cuyo análisis puede circunscribirse por completo en el marco de la mecánica bohmiana estándar– no constituye una ejemplificación válida del efecto de las trayectorias surrealistas, como argumentan Hiley *et al.* (2000) y Hiley y Callaghan (2006).

¹²⁹ Ésta es, obviamente, la condición que anteriormente hemos denominado (SURRE_1) .

La lección que cabe derivar de (CNTS) es, pues, que *para que ocurra el efecto de las trayectorias surrealistas la información del camino seguido por la partícula prueba no puede almacenarse en términos de la posición de ninguna otra partícula antes de que la partícula prueba haya abandonado la región de interferencia.*

Debe destacarse, en este sentido, cuán difícil es dar satisfacción a esta condición. Aún los dispositivos más pequeños que hoy en día pueden construirse contienen multitud de partículas que, en muchos casos, interactúan de modo que su evolución escapa completamente del control experimental. Basta con que sólo una de dichas partículas vea modificada su posición como resultado del encuentro con la partícula prueba para que (CNTS) pueda ser violada. Además, en un análisis exhaustivo de la situación, también habría que tener en cuenta las partículas del entorno que frecuentemente se acoplan con el sistema pudiendo producir la pérdida de coherencia entre los dos haces que viajan por el interferómetro.¹³⁰ Así, bastaría con que la partícula prueba golpease una sola molécula de aire, desviándola del que de otro modo hubiese sido su curso, para que no se produjese el efecto de las trayectorias surrealistas.

Hemos defendido, además, que (CNTS) no garantiza por sí misma la ocurrencia del efecto y que, para obtener una condición suficiente para el mismo, deben exigirse requisitos adicionales. Más concretamente, en la Sección §5.3.2 hemos mostrado que la siguiente condición es suficiente para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas:¹³¹

(CSTS) CONDICIÓN SUFICIENTE PARA EL EFECTO DE LAS TRAYECTORIAS SURREALISTAS: Mientras la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia, las funciones de onda de los estados disparado y no disparado del detector tienen soportes que se solapan en el espacio de configuración y el punto representativo del aparato, $S(t)$, es tal que $\varphi_{Si}^{No}(S(t)) = \varphi_{No}^{Si}(S(t)) \neq 0$.

En la Sección §5.3.3 hemos mostrado, además, que si el dispositivo experimental es tal que los paquetes que se propagan por cada uno de los caminos están asociados con estados ortogonales del espín y los estados disparado y no disparado del detector son estacionarios, entonces (CNTS) implica (CSTS).

Sin duda, la consideración de (CSTS) viene a menguar aún más la probabilidad de que, en una situación realista en la que se tengan en cuenta el gran número de grados de libertad implicados, las trayectorias bohmianas no concuerden con lo indicado por los

¹³⁰ Para un interesantísimo y muy completo estudio acerca de la decoherencia, véase Schlosshauer (2007). En las pp. 354–357 de dicho volumen se aborda explícitamente la cuestión de la decoherencia desde una perspectiva bohmiana. Para un estudio más breve, pero que también aborda la cuestión de la decoherencia en las distintas interpretaciones de la mecánica bohmiana, recomendamos Bacciagaluppi (2007).

¹³¹ Ésta es, obviamente, la condición $(SURRE_1) \wedge (SURRE_2)$.

detectores de camino. Así pues, cabe concluir de todo lo anterior que, *a efectos prácticos, las trayectorias bohmianas están exentas de surrealismo.*

En la literatura pueden encontrarse, no obstante, sencillos modelos de detectores de camino constituidos por una sola partícula que satisfacen las condiciones suficientes para el efecto de las trayectorias surrealistas. Tal es el caso de la propuesta de Barrett (2000) y, con alguna pequeña modificación, de la de Dewdney *et al.* (1993). Sin embargo, hemos mostrado que estas dos propuestas, además de involucrar detectores de camino que no son realizables experimentalmente, se fundamentan en asunciones muy poco plausibles desde el punto de vista físico que, por tanto, comprometen su viabilidad.

Las propuestas de Englert *et al.* (1992) y Brown *et al.* (1995) desbordan el marco de la mecánica bohmiana estándar. Sin embargo, hemos mostrado que satisfacen las condiciones suficientes de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas si dichas condiciones se extienden para cubrir el análisis de las variables dinámicas bohmianas asociados con un campo electromagnético cuantizado.

Sin duda, estas propuestas son más realistas que las de Barrett o Dewdney *et al.* en el sentido que hacen referencia a aparatos tales como una cavidad micromáser o una bobina de radiofrecuencia que pueden ser realizados experimentalmente y utilizados en el laboratorio. Sin embargo, el análisis que se hace del campo electromagnético en el interior de dichos dispositivos es igualmente simplificado, pues es poco plausible pensar que, en una interacción real, la creación de un fotón chivato redunde en la alteración de uno sólo de los modos normales del campo, tal y como estos autores presumen.

Así pues, la existencia de estos modelos altamente simplificados que satisfacen (CSTS) no menoscaba en modo alguno nuestra conclusión de que, a efectos prácticos, las trayectorias bohmianas están exentas de surrealismo. Sin embargo, la satisfacción de (CSTS) por parte de los *gedankenexperiments* de Brown *et al.* o ESSW pone de manifiesto que, *al menos en principio, el efecto de las trayectorias surrealistas es posible.* Por tanto, consideramos que un análisis de las implicaciones filosóficas de dicho efecto es pertinente. Ahora bien, este análisis –que será abordado en el siguiente capítulo– debe hacerse siempre teniendo en mente que estamos especulando acerca de un fenómeno que puede ser descartado a efectos prácticos.

CAPÍTULO 6

Consecuencias filosóficas del problema de las trayectorias surrealistas

Las conclusiones alcanzadas en el capítulo anterior nos llevan a aceptar la premisa del argumento de ESSW esto es, a conceder que, *en principio*, las trayectorias bohmianas pueden diferir de lo indicado por los detectores de camino. En este capítulo analizaremos si de ello se sigue, como pretenden estos autores, que el realismo bohmiano es insostenible.

Nuestra respuesta a esta cuestión será negativa: es posible aceptar el efecto de las trayectorias surrealistas y, a su vez, mantener una interpretación realista de las trayectorias bohmianas. Ahora bien, esta maniobra tiene un coste filosófico que, precisamente, queremos evaluar en las páginas que siguen.

En la primera sección (§6.1) elucidaremos las consecuencias del efecto de las trayectorias surrealistas en relación con la energía que, de acuerdo con la versión maximalista de la mecánica bohmiana, cabe atribuir a la partícula prueba y al detector de camino. Mostraremos que lo que subyace al efecto es la transmisión no local de un cuanto de energía y este análisis nos servirá como punto de partida para la discusión de las secciones ulteriores.

En la segunda sección (§6.2) discutiremos si el problema de las trayectorias surrealistas compromete la adecuación empírica de la mecánica bohmiana, como algunos de los pasajes de ESSW parecen sugerir.

Si se acepta el efecto de las trayectorias surrealistas y, a su vez, se mantiene el realismo de trayectorias, es evidente que no puede seguir considerándose que los detectores «de camino» registran de modo fiable el camino seguido por la partícula prueba. Así pues, en la tercera sección (§6.3) discutiremos las consecuencias filosóficas que se derivan de este hecho y analizaremos qué están registrando los detectores desde una perspectiva bohmiana.

En la cuarta sección (§6.4) abordaremos la cuestión de la no localidad en el contexto del *gedankenexperiment* de ESSW. Argumentaremos, en contra de lo sostenido por Hilley y Callaghan (2006), que la transferencia no local de un cuanto de energía que

subyace al efecto de las trayectorias surrealistas no supone la consideración de una forma radicalmente nueva de no localidad.

En la quinta sección (§6.5) discutiremos la solución de Hiley y Callaghan (2006) y Hiley (2006) al problema de las trayectorias surrealistas y mostraremos que la divergencia entre las conclusiones de estos autores y las que hemos alcanzado en el capítulo anterior respecto de la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas se debe a que, en su análisis, HC violan algunos de los postulados mínimos de la mecánica bohmiana.

Concluiremos este capítulo comparando la alternativa propuesta por HC con las anteriormente elucidadas.

6.1 Preludio: trayectorias surrealistas y energía¹³²

Para discutir con propiedad las consecuencias filosóficas que se derivan del efecto de las trayectorias surrealistas debemos investigar, en primer lugar, qué implicaciones tiene dicho efecto en relación con las propiedades físicas de los sistemas involucrados. A este respecto, debe notarse que la interacción entre la partícula prueba y el detector de camino redunda siempre en un intercambio energético entre ambos subsistemas. Es interesante, pues, estudiar qué valores de la energía atribuye la mecánica bohmiana a cada uno de los subsistemas cuando se produce dicho efecto.

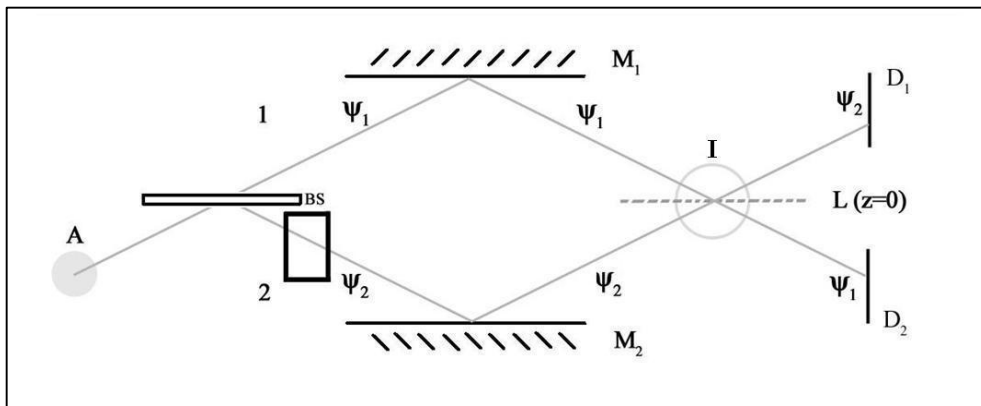


Figura 6.1. Interferómetro Mach-Zender con una cavidad.

Basaremos nuestra discusión en un dispositivo experimental consistente en un interferómetro de tipo Mach-Zender. Las asunciones respecto de los elementos del interferómetro coinciden con las realizadas en el capítulo anterior al analizar este tipo de

¹³² El análisis de esta sección no es complejo, pero involucra un cierto número de desarrollos técnicos que lo hacen un tanto farragoso. El lector que no esté particularmente interesado en los detalles técnicos de la derivación, puede retomar la lectura en la pág.158 donde enunciamos las consecuencias fundamentales de la misma.

de dispositivos (véase Sección §5.1, pág.103 y ss.). Por simplicidad, asumiremos que hay un solo aparato detector de camino situado en el camino inferior (véase la Figura 6.1). No obstante, al final de esta sección, extenderemos las conclusiones de nuestro análisis al caso simétrico en el que hay un detector de camino en cada uno de los brazos.

La naturaleza específica del detector de camino no nos concierne pero supondremos que los estados no disparado y disparado del mismo son estados estacionarios. Asumiremos, además, que la partícula prueba es un átomo y que el intercambio energético con el aparato durante la interacción redonda en un cambio en el estado electrónico del átomo sin afectar al movimiento de su centro de masas. Sea, pues, E_A^e la energía del átomo excitado y E_A^u la energía del átomo tras haber cedido parte de su energía de excitación al detector. Sea, además, E_D^u la energía inicial del detector en su estado fundamental y E_D^e la energía del aparato excitado. Del principio de conservación de la energía, se sigue que dichos valores deben satisfacer la siguiente relación:

$$(6.1) \quad E_D^e = E_D^u + (E_A^e - E_A^u)$$

Para facilitar la discusión, nos será de utilidad definir ciertos instantes de tiempo. Así, sea t_0 el instante en que da comienzo el experimento y los paquetes de onda se adentran en el interferómetro. Sea t_1 el instante en que se inicia la interacción (local) entre el átomo y el detector de camino y sea t_2 el instante en que ésta finaliza. Si, por ejemplo, el detector es algún tipo de cavidad, podríamos considerar que t_1 se corresponde con el primer instante en que el soporte de la función de onda del centro de masas del átomo ocupa alguna región en el interior de la cavidad y que t_2 es el primer instante posterior a t_1 en que la totalidad del soporte de la función de onda del centro de masas del átomo se encuentra completamente en el exterior de la cavidad. Sea t_3 el instante en que el soporte de la función de onda del centro de masas del átomo alcanza la región de interferencia I y t_4 el primer instante posterior a t_3 en que la totalidad del soporte de la función de onda del centro de masas del átomo se encuentra fuera de la región de interferencia I. Finalmente, sea t_5 el instante en que alguna de las pantallas detectoras se dispara.

En general, el operador hamiltoniano del sistema conjunto tiene la forma:

$$(6.2) \quad \hat{H}(r_A, r_D) = \hat{H}_A(r_A) + \hat{H}_D(r_D) + \hat{H}_I(r_A, r_D)$$

donde r_A es una variable que representa colectivamente las coordenadas de las partículas constituyentes del átomo y r_D es una variable que representa la configuración de las partículas del detector de camino. El término \hat{H}_I en (6.2) es el responsable de la interacción *local* entre el detector y el átomo. Podemos imaginar que dicho término es una función adecuada de la distancia entre el centro de masa del átomo y las partículas del detector de modo que su valor sólo es significativamente distinto de cero cuando el átomo se encuentra en el interior del detector. Así, para todo instante anterior a t_1 o

posterior a t_2 , podemos suponer que el hamiltoniano del sistema conjunto es, simplemente:

$$(6.3) \quad \hat{H}(r_A, r_D) = \hat{H}_A(r_A) + \hat{H}_D(r_D)$$

En lo que sigue, utilizaremos el símbolo $\psi_\alpha^u [\psi_\alpha^c]$ para representar la función de onda del átomo con energía $E_A^u [E_A^c]$, donde α es una etiqueta cuyo valor puede ser '1' o '2' denotando, como es habitual, si el paquete considerado es el que viaja por el camino 1 o por el camino 2. A su vez, utilizaremos el símbolo $\varphi^u [\varphi^c]$ para representar la función de onda del detector de camino con energía $E_D^u [E_D^c]$.¹³³ Puesto que los estados estacionarios son estados propios del operador hamiltoniano, siendo la energía asociada con dichos estados el valor propio correspondiente, las funciones que acabamos de definir satisfacen las relaciones siguientes:

$$(6.4) \quad \begin{cases} \hat{H}_A(r_A)\psi_\alpha^u(r_A) = E_A^u\psi_\alpha^u(r_A) \\ \hat{H}_A(r_A)\psi_\alpha^c(r_A) = E_A^c\psi_\alpha^c(r_A) \\ \hat{H}_D(r_D)\varphi^u(r_D) = E_D^u\varphi^u(r_D) \\ \hat{H}_D(r_D)\varphi^c(r_D) = E_D^c\varphi^c(r_D) \end{cases}$$

De acuerdo con la teoría de atribución de propiedades de Holland discutida en el Capítulo 4, para cada operador observable \hat{A} se define «valor esperado local» \tilde{A} de dicho operador:

$$(6.5) \quad \tilde{A} \equiv \text{Re}(\Psi^* \hat{A} \Psi) / |\Psi|^2$$

donde Ψ es la función de onda universal. Recordemos que el valor esperado local \tilde{A} es una variable dinámica que, según la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana, representa una propiedad actual del sistema. En el caso de la energía, ésta viene dada por el valor esperado local del operador hamiltoniano.

Sólo tiene sentido atribuir separadamente una energía al átomo y al detector una vez ha cesado su interacción, esto es, cuando el término \hat{H}_I de (6.2) tiene un valor despreciable. En tal caso, el valor esperado local del operador \hat{H}_A :

$$(6.6) \quad \tilde{H}_A \equiv \text{Re}(\Psi^* \hat{H}_A \Psi) / |\Psi|^2$$

puede interpretarse de modo no ambiguo como la energía del átomo, mientras que el valor esperado local del operador \hat{H}_D :

$$(6.7) \quad \tilde{H}_D \equiv \text{Re}(\Psi^* \hat{H}_D \Psi) / |\Psi|^2$$

puede interpretarse de modo no ambiguo como la energía del detector de camino.

¹³³ Así pues, φ^u representa el estado no disparado del detector y φ^c el estado disparado.

Veamos, a continuación, cuáles son las atribuciones de energía que se derivan de estas expresiones si suponemos que el detector de camino satisface las condiciones de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas elucidadas en el capítulo anterior y que, por tanto, las trayectorias del centro de masas del átomo son como las representadas en las Figuras 6.2a y b.

Antes de la interacción entre el átomo y el aparato (antes de t_1), la función de onda del sistema conjunto es:

$$(6.8) \quad \Psi_{<t_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1^e(r_A) + \psi_2^e(r_A)) \varphi^u(r_D)$$

Sustituyendo esta expresión en (6.6) y (6.7) y aplicando las relaciones (6.4) encontramos que, con anterioridad a la interacción, el átomo se encuentra excitado con energía E_A^e mientras que el detector se encuentra en su estado fundamental de energía E_D^u . Éste es el resultado que cabe esperar y muestra la consistencia del análisis con nuestras asunciones de partida.

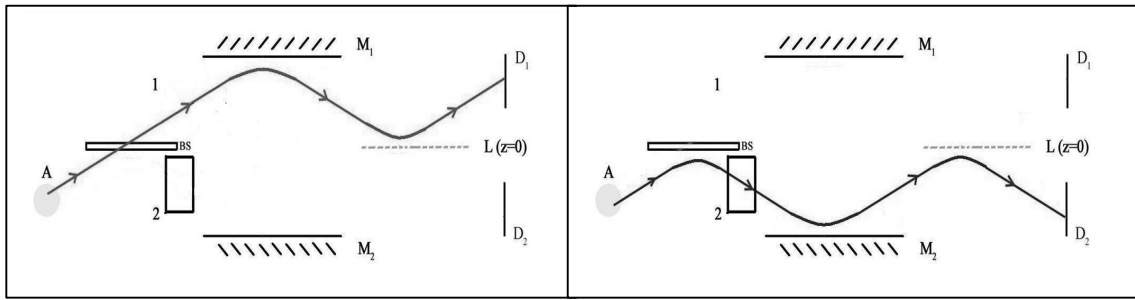


Figura 6.2a. Trayectoria surrealista con un detector de camino en el brazo inferior.

Figura 6.2b. Trayectoria surrealista con un detector de camino en el brazo inferior.

Tras la interacción entre ambos sistemas (después de t_2), la función de onda (6.8) se ha convertido en:

$$(6.9) \quad \Psi_{>t_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1^e(r_A) \varphi^u(r_D) + \psi_2^u(r_A) \varphi^e(r_D))$$

En tal caso, sustituyendo (6.9) en (6.6) y (6.7) se obtienen las siguientes expresiones para las energías del átomo y del detector de camino, respectivamente:

$$(6.10) \quad \tilde{H}_A(t > t_2) = \frac{\text{Re} \left(E_A^e |\psi_1^e \varphi^u|^2 + E_A^u |\psi_2^u \varphi^e|^2 + E_A^e (\psi_1^u \varphi^e)^* \psi_1^e \varphi^u + E_A^u (\psi_2^e \varphi^u)^* \psi_2^u \varphi^e \right)}{|\psi_1^e \varphi^u|^2 + |\psi_2^u \varphi^e|^2 + (\psi_1^e \varphi^u)^* \psi_2^u \varphi^e + (\psi_2^u \varphi^e)^* \psi_1^e \varphi^u}$$

$$(6.11) \quad \tilde{H}_D(t > t_2) = \frac{\text{Re} \left(E_D^u |\psi_1^e \varphi^u|^2 + E_D^e |\psi_2^u \varphi^e|^2 + E_D^u (\psi_A^u \varphi^e)^* \psi_A^e \varphi^u + E_D^e (\psi_A^e \varphi^u)^* \psi_A^u \varphi^e \right)}{|\psi_1^e \varphi^u|^2 + |\psi_2^u \varphi^e|^2 + (\psi_A^e \varphi^u)^* \psi_A^u \varphi^e + (\psi_A^u \varphi^e)^* \psi_A^e \varphi^u}$$

En general, \tilde{H}_A y \tilde{H}_D son complicadas funciones del espacio de configuración y su valor no puede ser calculado si no se conoce la forma precisa de las funciones de onda involucradas y la configuración de las partículas del átomo y del detector. Sin embargo, cuando los soportes de las funciones ψ_1 y ψ_2 no se solapan (lo que sucede en todo momento excepto cuando la partícula prueba se halla en la región de interferencia), el punto representativo del sistema debe de encontrarse o bien en el interior del soporte de ψ_1 o bien en el interior del soporte de ψ_2 . En tal caso, los términos cruzados que aparecen tanto en el numerador como en el denominador de (6.10) y (6.11) son cero. Este hecho se traduce en una enorme simplificación de dichas expresiones, que quedan como sigue en función de las regiones del espacio de configuración en que son evaluadas:

$$(6.12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{H}_A(R_A, R_D) \Big|_{R_A \in \text{Sop}(\psi_1^e); R_D \text{ arbitrario}} = E_A^e \\ \tilde{H}_A(R_A, R_D) \Big|_{R_A \in \text{Sop}(\psi_2^u); R_D \text{ arbitrario}} = E_A^u \\ \tilde{H}_D(R_A, R_D) \Big|_{R_A \in \text{Sop}(\psi_1^e); R_D \text{ arbitrario}} = E_D^u \\ \tilde{H}_D(R_A, R_D) \Big|_{R_A \in \text{Sop}(\psi_2^u); R_D \text{ arbitrario}} = E_D^e \end{array} \right.$$

Las relaciones (6.12), junto con las anteriormente discutidas, permiten hacer un seguimiento preciso de las energías del átomo y del detector en función de las trayectorias del primero.

Supongamos, en primer lugar, que el átomo viaja por el brazo superior del interferómetro, de modo que su trayectoria es como la representada en la Figura 6.2a. Dicho átomo se encuentra bajo el soporte del paquete ψ_1 hasta que alcanza la región de interferencia, esto es, $R_A(t) \in \text{Sop}(\psi_1^e)$ para todo $t \in (t_0, t_3)$. En consecuencia, durante este intervalo, el átomo conserva su energía original de excitación ($\tilde{H}_A = E_A^e$). A su vez, la energía del detector permanece en el estado fundamental E_D^u . Esta atribución de energías es, por supuesto, la que cabe esperar: puesto que el átomo no pasa por el interior del detector, no hay intercambio energético entre ambos y éste último no se excita.

Cuando el átomo se adentra en el área de interferencia, los soportes de los dos términos de la función de onda (6.9) pasan a solaparse y, por tanto, los términos cruzados de las expresiones (6.10) y (6.11) ya *no* son cero. En consecuencia, durante el intervalo (t_3, t_4) , los valores de las energías *tanto del átomo como del detector* sufren

complicados cambios que no pueden conocerse si no se conoce en detalle la forma de las funciones de onda y de las trayectorias de cada una de las partículas involucradas.

De acuerdo con la trayectoria que estamos analizando, el átomo no llega nunca a rebasar el plano de simetría y emerge de la región de interferencia por la parte superior del interferómetro, siendo guiado por el paquete ψ_2 hasta alcanzar la vecindad de la pantalla detectora D_1 . Por tanto, $R_A(t) \in \text{Sop}(\psi_2^u)$ para todo $t \in (t_4, t_5)$. En consecuencia, cuando el átomo abandona la región de interferencia, éste se encuentra en el estado fundamental de energía $\tilde{H}_A = E_A^u$ mientras que el detector tiene una energía igual a $\tilde{H}_D = E_D^e$. Puesto que cuando el átomo entró en la región de interferencia estaba excitado y el detector se encontraba en su estado fundamental, hay que concluir que *la energía de excitación del átomo se transfiere de modo no local al detector cuando el primero se halla en la región de interferencia*. Esta transferencia no local de un cuanto de energía puede resultar sorprendente pero es sin embargo necesaria para que la atribución final de energías sea consistente con el hecho empírico de que, siempre que el átomo es detectado en D_1 , el detector de camino se encuentra en su estado disparado (de energía E_D^e).

Supongamos, a continuación, que el átomo discurre por el camino inferior siguiendo una trayectoria como la esbozada en la Figura 6.2b. Inicialmente, éste se encuentra excitado y el detector de camino se encuentra en el estado fundamental. El átomo se adentra en el detector y, tras interactuar con el aparato, emerge del mismo en el estado fundamental ($\tilde{H}_A = E_A^u$), dejando el detector excitado ($\tilde{H}_D = E_D^e$). Así pues, tal y como es de esperar, los dos sistemas han intercambiado un cuanto de energía en virtud de la interacción local representada en la teoría mediante el término \hat{H}_1 del hamiltoniano (6.2).

Cuando el átomo se adentra en el área de interferencia, los valores de las energías *tanto del átomo como del detector* sufren complicados cambios que no pueden conocerse si no se conoce en detalle la forma de las funciones de onda y de las trayectorias de cada una de las partículas involucradas. Ahora bien, de acuerdo con la trayectoria que estamos analizando, cuando el átomo emerge de la región de interferencia por la parte inferior del interferómetro, se sigue de (6.12) que dicho átomo ha recuperado la energía que dejó en el aparato y que el detector se encuentra de nuevo en el estado fundamental.

Así pues, el tránsito del átomo por la región de interferencia se salda también en este caso con la transferencia de un cuanto de energía entre el átomo y el detector. Dicha transferencia energética elimina todo rastro de la interacción local previa entre ambos sistemas y es necesaria para que la atribución final de energías sea consistente con el hecho empírico de que, siempre que el átomo es detectado en la vecindad de D_2 , el detector de camino se encuentra en su estado fundamental. (En la Figura 6.3 mostramos

de manera gráfica la evolución de las energías del átomo y del detector que se corresponden con los dos tipos de trayectoria analizado.)

Por tanto, con independencia de que la trayectoria del átomo sea como la representada en la Figura 6.2a o como la representada en la Figura 6.2b, cuando éste se adentra en la región de interferencia se produce siempre una transferencia de energía entre el átomo y el detector. Puesto que el detector puede encontrarse arbitrariamente alejado de la región de interferencia, dicha transferencia de energía es claramente no local.

Si se considera un dispositivo experimental completamente simétrico que incluya un detector de camino en cada brazo del interferómetro, un análisis completamente análogo al que acabamos de realizar revela que el paso del átomo por la región de interferencia no redonda en ninguna modificación del estado energético del mismo pero sí en la transferencia de un cuanto de energía de un detector al otro. De este modo, el detector que se encuentra excitado cuando el átomo entra en la región de interferencia, se encuentra en el estado fundamental a su salida, y viceversa.

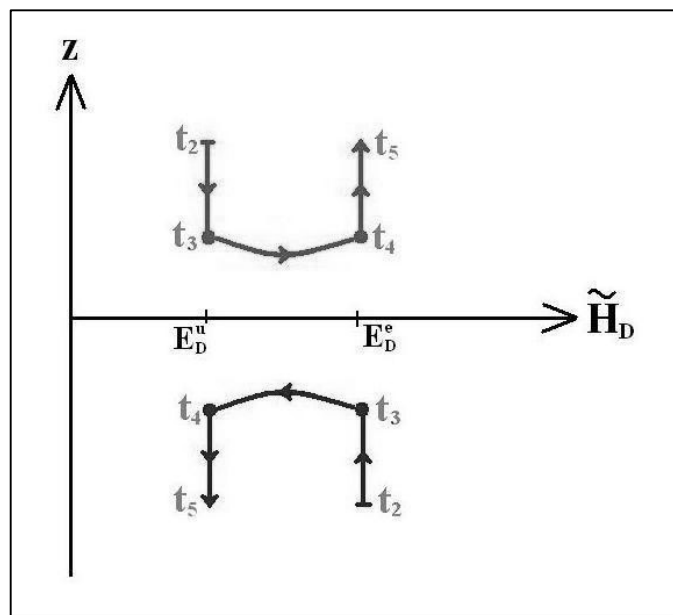


Figura 6.3. Energía del detector de camino vs. posición (en el eje z) de la partícula prueba para las trayectorias representadas en las Figuras 6.2a (trayectoria superior) y 6.2b (trayectoria inferior)

Cabe concluir, por tanto, que, *de acuerdo con la teoría de atribución de propiedades propia de la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana, el efecto de las trayectorias surrealistas implica siempre la transferencia no local de un cuanto de energía, bien entre la partícula prueba y el detector cuando hay uno solo de estos aparatos, o bien entre los detectores cuando hay dos.*

6.2 Trayectorias surrealistas, adecuación empírica, posicionismo y medición

En la introducción del artículo original de ESSW encontramos el siguiente comentario:

“¿Coincide siempre la trayectoria retrodicha de la mecánica bohmiana con el rastro observado? Nuestra respuesta es: No. Porque nuestras consideraciones muestran que puede haber una discrepancia macroscópica entre la trayectoria bohmiana y el rastro registrado.”¹³⁴ (Englert *et al.* 1992, 1175)

Más adelante, los autores insisten:

“Hay trayectorias bohmianas del átomo que no pertenecen a la clase de las trayectorias observadas.”¹³⁵ (Englert *et al.* 1992, 1175)

En la medida en que ESSW afirman que hay una discrepancia macroscópica entre lo *observado* y lo postulado por la teoría, están implicando que la mecánica bohmiana no es empíricamente adecuada. Sin embargo, cuando introducen el formalismo de la teoría, los mismos autores aseguran que en el marco de la mecánica bohmiana “las predicciones probabilísticas de la mecánica cuántica permanecen inalteradas” puesto que “los promedios realizados sobre las correspondientes trayectorias bohmianas se corresponderán con las predicciones de la mecánica cuántica.”¹³⁶ (Englert *et al.* 1992, 1176).

Son varios los autores que han criticado la tensión –si no abierta contradicción– entre las afirmaciones de ESSW que acabamos de contraponer. Así, por ejemplo, Dürr *et al.* analizan el trabajo de ESSW en los siguientes términos:

“La introducción [del trabajo de ESSW] concluye con la propuesta de «un experimentum crucis que, de acuerdo con nuestras predicciones mecánico-cuánticas, demostrará claramente que la realidad atribuida a las trayectorias bohmianas es más metafísica que física». Según el principio de que las sugerencias de científicos que proponen experimentos sin sentido no pueden ser consideradas con credibilidad, con esta propuesta el artículo [de ESSW] se auto-destruye: Los autores están de acuerdo en que «las predicciones de la mecánica cuántica» son también las predicciones de la mecánica bohmiana. Entonces, deben reconocer que el

¹³⁴ “Does the retrodicted Bohm trajectory always agree with the observed track? Our answer is: No. For, our considerations show that the Bohm trajectory may be macroscopically at variance with the recorded track.” (Englert *et al.* 1992, 1175)

¹³⁵ “It turns out that the atom’s Bohm trajectory may not belong to the observed class of tracks.” (Englert *et al.* 1992, 1175)

¹³⁶ “[In Bohmian mechanics] the probabilistic predictions of ordinary quantum theory remain unaltered. [...] So with the understanding that in repeated experiments initial positions are realized according to the probabilities implied by ρ , an ensemble average over the corresponding trajectories will agree with the quantum theoretical predictions.” (Englert *et al.* 1992, 1176)

resultado en el que se apoyan para desacreditar la mecánica bohmiana es, precisamente, el resultado que la mecánica bohmiana predice. En estas circunstancias, ¡parece prudente que las agencias de financiación ahorren su dinero!”¹³⁷ (Dürr *et al.* 1993, 1261)

Hiley *et al.* inciden en el mismo punto y declaran:

“O bien las predicciones [de la interpretación de Bohm y del enfoque mecánico-cuántico estándar] son las mismas, en cuyo caso no hay razones más allá de la preferencia personal para favorecer un enfoque por encima del otro, o bien las predicciones son diferentes, en cuyo caso podemos dejar que decida el experimento. Veremos que ningún experimento puede decidir entre la interpretación mecánico-cuántica estándar y la de Bohm.”¹³⁸ (Hiley *et al.* 2000, 2)

A pesar de la contundencia de estas réplicas, la tesis de que el problema de las trayectorias surrealistas no problematiza en modo alguno la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y el enfoque mecánico-cuántico no es trivial y merece una discusión más detallada.

A este respecto, conviene recordar que la equivalencia empírica de ambos enfoques se demuestra mediante la teoría bohmiana de la medida, *asumiendo que las funciones de onda que representan los distintos estados del aparato tras la medición no se solapan en el espacio de configuración*. En la Sección §2.3, pág.28, hemos denominado «posicionismo de la medición» a esta crucial asunción que implica que el resultado de toda medición se registra siempre en términos de la posición de alguna pieza del equipo instrumental. Asimismo, hemos denominado «argumento de la super-ortogonalidad en el espacio de configuración» al argumento mediante el cual se deriva la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y la mecánica cuántica tomando como premisa el posicionismo de la medición.

Ahora bien, en el capítulo anterior, hemos demostrado que una condición necesaria para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas es que las funciones de onda que representan los estados disparado y no disparado del detector de camino se solapan en el espacio de configuración cuando la partícula prueba se halla en la región de interferencia. Hemos concluido, además, que la cavidad micromáser de ESSW y otros

¹³⁷ “The introduction concludes with the proposal of «an experimentum crucis which, according to our quantum theoretical prediction, will clearly demonstrate that the reality attributed to Bohm trajectories is rather metaphysical than physical.» On the principle that suggestions from scientists who propose pointless experiments cannot be relied with absolute confidence, with this proposal the paper self-destructs: The authors already agree that the «quantum theoretical predictions» are also the predictions of BM. Thus they should recognize that the outcome on the basis which they hope to discredit BM is precisely the outcome predicted by BM. Under the circumstances it would appear prudent for the funding agencies to save their money!” (Dürr *et al.* 1993, 1261)

¹³⁸ “Either the predictions are the same, in which case there is no reason to favour one approach over the other except for personal preferences, or the predictions are different in which case we can allow experiment to decide. We will see that no experiment can decide between the standard interpretation and the Bohm interpretation.” (Hiley *et al.* 2000, 2)

detectores de camino satisfacen, en principio, esta condición. Entonces, podría interpretarse que lo que el argumento de las trayectorias surrealistas pone de manifiesto es que hay procesos de medición (del camino seguido por la partícula prueba) que violan la asunción posicionista que garantiza la equivalencia entre las predicciones bohmianas y cuánticas. Si esto fuese así, cabría dudar –al menos, en principio– de que las predicciones de ambos enfoques relativas a dichos procesos de medición sean efectivamente equivalentes.

Debe subrayarse que, tal y como hemos advertido en el capítulo anterior, en el contexto de los experimentos de interferometría que nos ocupan se producen dos procesos que deben ser distinguidos cuidadosamente. Está, por un lado, el proceso de excitación del detector que resulta de la interacción del aparato con la partícula prueba y, por otro, el proceso de amplificación a escala macroscópica de la información contenida en el detector (en el capítulo anterior hemos denominado «lectura» a este último proceso).

Si, por ejemplo, el detector de camino considerado es una cavidad micromáser, debe distinguirse el proceso de formación del fotón chivato en el interior de la cavidad del proceso de lectura de la cavidad. Mientras que el primer proceso es reversible, el segundo –que involucra el lanzamiento de un átomo «lector», la aplicación de un campo electromagnético ionizante y, en última instancia, la aparición de una mancha en una emulsión fotográfica– no lo es. Si, por ejemplo, el detector considerado es una partícula en un pozo de potencial, hay que distinguir el proceso de excitación de la partícula del detector del proceso de medida de la energía de dicha partícula. De nuevo, mientras que el primer proceso es reversible, el segundo proceso –que implica retirar las paredes de potencial y la detección de la partícula en una pantalla– no lo es.

Los procesos de lectura o de amplificación a escala macroscópica de la información contenida en el detector de camino satisfacen el credo posicionista sin excepción. Por tanto, cabe dudar de la equivalencia empírica de la mecánica bohmiana y la mecánica cuántica sólo si se considera que (M1) *el proceso de interacción entre la partícula prueba y el detector constituye en sí mismo una medición antes de que se produzca la lectura del detector y con independencia de este último proceso*. Si, por el contrario, se considera que (M2) *sólo cabe hablar de medición cuando se produce la lectura de los detectores de camino y/o la detección de la partícula prueba en las pantallas detectoras*, entonces no se plantea tensión alguna entre ambas teorías.

La naturaleza de este hipotético conflicto puede aclararse mediante una discusión en términos más técnicos. De acuerdo con la mecánica bohmiana, la función de onda del

sistema conjunto cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia es.¹³⁹

$$(6.13) \quad \Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1^e \varphi^u + \psi_2^u \varphi^e)$$

Si se produce el efecto de las trayectorias surrealistas, los soportes de $\psi_1^e \varphi^u$ y $\psi_2^u \varphi^e$ se solapan en el espacio de configuración y, por tanto, ni la partícula prueba ni el detector de camino tienen una función de onda efectiva bien definida cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia. Puesto que, en mecánica bohmiana, la función de onda evoluciona siempre de acuerdo con la ecuación de Schrödinger, no cabe ambigüedad alguna respecto de estas conclusiones.

Según la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica, si un sistema permanece aislado, la función de onda que caracteriza el estado de dicho sistema también evoluciona de acuerdo con la ecuación de Schrödinger. Sin embargo, si se realiza una medición sobre el sistema, la función de onda se transforma de acuerdo con el postulado del colapso.¹⁴⁰ Por tanto, para saber cuándo hay que aplicar la receta del colapso, debemos saber qué cuenta como una medición y, en consecuencia, cualquier ambigüedad que exista en relación con la noción de medición, se traslada automáticamente a la teoría, volviéndola imprecisa.¹⁴¹

Si el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar asume que sólo cabe hablar de medición cuando se produce la lectura de los detectores de camino (esto es (M2)), entonces aplicará la receta del colapso mucho después de t_4 (el instante en el que la partícula prueba abandona la región de interferencia). Por tanto, éste coincidirá con el partidario de la mecánica bohmiana en que la función de onda del sistema conjunto cuando la partícula prueba está en la región de interferencia es (6.13) y, en consecuencia, no se producirá ninguna discrepancia entre ambos a nivel de las predicciones.

Por el contrario, si el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar asume que el mero proceso de excitación del detector constituye en sí mismo una medición (esto es (M1)), entonces deberá haber aplicado ya la receta del colapso en el instante t_2 , una vez ha terminado la interacción local entre la partícula y el aparato. En tal caso, el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar considerará que el estado del sistema conjunto

¹³⁹ Aquí y en lo que resta de capítulo, utilizaremos la nomenclatura introducida en la Sección §6.1, pág. 153 y ss., tanto en lo que se refiere a la funciones de onda como a los instantes de tiempo involucrados.

¹⁴⁰ Para una muy breve caracterización del postulado del colapso, véase el Apéndice A y nuestros comentarios de la Sección §2.3, pág.25 y ss.

¹⁴¹ Este punto es denunciado lúcidamente por Bell (1990). De acuerdo con este autor, no sólo la noción de «medida» sino otras nociones afines como las de «sistema», «aparato», «macroscópico», «microscópico», «irreversible», etc., son irremediamente ambiguas y no deberían aparecer en los axiomas de ninguna teoría física fundamental.

cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia viene caracterizado por la matriz densidad:

$$(6.14) \quad \rho = \frac{1}{2} \left(|\psi_1^e\rangle\langle\psi_1^e| \langle\varphi^u| + |\psi_2^u\rangle\langle\psi_2^u| \langle\varphi^e| \right)$$

lo que significa que el estado del sistema es o bien $\Psi = \psi_1^e \varphi^u$ o bien $\Psi = \psi_2^u \varphi^e$, con idéntica probabilidad.

Por tanto, si el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar considera que (M1), atribuirá una función de onda bien definida tanto al aparato como a la partícula prueba cuando esta última se encuentra en la región de interferencia y derivará sus predicciones relativas al intervalo (t_3, t_4) a partir de la matriz densidad (6.14). Sin embargo, acabamos de señalar que, de acuerdo con la mecánica bohmiana, la partícula prueba y el detector *no* tienen una función de onda efectiva bien definida en el intervalo (t_3, t_4) y las predicciones relativas al sistema durante dicho intervalo deben derivarse a partir del estado puro (6.13). Puesto que las predicciones generadas por (6.13) y (6.14) pueden en principio diferir, debemos concluir que, si el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar asume (M1), la equivalencia empírica de dicho enfoque y la mecánica bohmiana *no* está garantizada.

Acabamos de mostrar que el *gedankenexperiment* de las trayectorias surrealistas pone de manifiesto de un modo particularmente perspicuo que la adopción de un criterio u otro respecto de qué constituye una medición redundante en la atribución por parte del enfoque mecánico-cuántico estándar de evoluciones dinámicas incompatibles para un mismo sistema en una misma situación experimental. Se hace evidente, pues, la necesidad de disponer de un criterio preciso de medición en el marco de la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica que pueda utilizarse para establecer cuándo debe aplicarse la hipótesis del colapso de la función de onda. A continuación, argumentaremos que es casi un lugar común resolver la cuestión a favor de la opción posicionista, identificando medición con registro en términos de la posición e irreversibilidad.

En primer lugar, merece la pena mencionar la doctrina al respecto de Von Neumann. Al desarrollar la teoría cuántica de la medición (1955, Caps. 5 y 6), el autor caracteriza dicha teoría del siguiente modo: (de acuerdo con la terminología de Von Neumann, ‘**S**’ denota el sistema objeto de la medida y ‘**M**’ denota el aparato)

“La teoría de la medida se refiere al sistema **S+M** y debe describir cómo se relaciona el estado de **S** con ciertas propiedades del estado de **M** (a saber, *las posiciones de ciertos*

punteros, puesto que son éstas lo que el observador lee.”¹⁴² (Von Neumann 1955, 352; nuestras cursivas)

Nótese, pues, como Von Neumann suscribe el credo posicionista y considera que el proceso de medición implica un registro del resultado en términos de la *posición* del puntero del aparato. Adicionalmente, Von Neumann muestra (1955, Cap. 5) que el colapso de la función de onda es un proceso irreversible desde el punto de vista termodinámico, mientras que la evolución temporal unitaria dictada por la ecuación de Schrödinger es completamente reversible. Puesto que este autor establece que medición y colapso son concomitantes (véase la cita de la pág.26), hay que concluir que Von Neumann considera que toda medición lleva aparejado un principio de irreversibilidad.

Ahora bien, hemos señalado ya que la interacción entre la partícula prueba y la cavidad micromáser no sólo no supone registro alguno en términos de la posición sino que se trata de un proceso en principio reversible. Así pues, de acuerdo con los criterios de Von Neumann, en el contexto de los experimentos de interferometría de los que nos estamos ocupando, sólo cabe hablar de medición cuando se produce la lectura de los detectores de camino y/o la detección de la partícula prueba en las pantallas detectoras, pues éstos son los únicos procesos irreversibles que involucran un registro en términos de la posición.

Aunque la interpretación de Von Neumann de la mecánica cuántica difiere en muchos puntos fundamentales de la de Bohr, debe destacarse que este último también mantiene un criterio claramente posicionista en relación con la medición. De acuerdo con Bohr, los resultados de una medición en el dominio cuántico no pueden interpretarse como revelando propiedades poseídas por el objeto con independencia del dispositivo experimental utilizado, puesto que, durante su interacción, objeto y aparato configuran una unidad indivisible. Para evitar los equívocos que genera el uso de la terminología habitual, Bohr prefiere utilizar el término «fenómeno»:

“Como forma más adecuada de expresión abogaba por que la palabra fenómeno se aplicase exclusivamente para referirse a observaciones obtenidas en circunstancias bien determinadas, incluida la descripción de todo el dispositivo experimental. Con tal terminología, el problema de la observación no presenta ninguna complejidad particular, ya que *en los argumentos reales todas las observaciones se expresan mediante proposiciones inequívocas que se refieren, p.ej., al registro del punto de impacto de un electrón sobre una placa fotográfica.*” (Bohr 1958, 64; cita extraída de la traducción española de 1964, 78–79; nuestras cursivas)

¹⁴² “The theory of the measurement is a statement concerning **S+M**, and should describe how the state of **S** is related to certain properties of the state of **M** (namely, the positions of a certain pointer, since the observer reads these).” (Von Neumann 1955, 352)

Así pues, para Bohr, el dispositivo experimental considerado en su totalidad debe incluir siempre los aparatos macroscópicos en los que se fundamentan las observaciones de los físicos en el laboratorio. Y el autor insiste reiteradamente en que no hay observación (i.e., medición) si no hay amplificación a nivel macroscópico e irreversibilidad:

“Todo fenómeno atómico está definitivamente cerrado, en el sentido de que su observación se basa en registros obtenidos por medio de dispositivos de amplificación en funcionamiento irreversible, tales como las señales permanentes producidas sobre una placa fotográfica por la penetración de electrones dentro de la emulsión.” (Bohr 1958, 73; cita extraída de la traducción española de 1964, 90; nuestras cursivas)

A la luz de estos párrafos es evidente que Bohr consideraría que el fenómeno no está completo y que, por tanto, no podemos hablar de modo no ambiguo de lo que ocurre en el interferómetro hasta que la partícula prueba ha sido detectada en alguna de las pantallas detectoras y/o a hasta que se produce la lectura del detector de camino. Su doctrina es, pues, claramente afín a la asunción (M2) que vincula medición con amplificación microscópica y que garantiza la identidad de predicciones entre la mecánica bohiana y el enfoque mecánico-cuántico estándar.

El manual de mecánica cuántica de Landau y Lifshitz (1977) es sin lugar a dudas uno de los textos que mayor influencia ha ejercido en la formación de muchos físicos profesionales. En dicho texto, puede encontrarse un análisis del proceso de medición coincidente en lo fundamental con el de Von Neumann y que incluye abundantes referencias al «aparato clásico» de medición y a sus funciones de onda «casi-clásicas».¹⁴³ Estos autores consideran, también, que “la propia naturaleza del proceso de medida involucra un importante principio de irreversibilidad”¹⁴⁴ (Landau y Lifshitz 1977, 24). Así pues, si se aplican los criterios de Landau y Lifshitz respecto de qué constituye una medición, concluiremos de nuevo que, en los experimentos de interferometría discutidos, sólo cabe hablar de medición cuando se produce la lectura de los detectores de camino y/o la detección de la partícula prueba en las pantallas detectoras.

Queremos destacar, finalmente, cuál es el criterio al respecto utilizado por ESSW, los propios proponentes del argumento de las trayectorias surrealistas. Estos autores consideran que cuando la partícula prueba se halla en la región de interferencia el estado del sistema conjunto es el estado puro (6.13) y *no* el estado mixto (6.14).¹⁴⁵ Así, si ESSW se atienden a las reglas del enfoque mecánico-cuántico ortodoxo que tanto dicen

¹⁴³ Véase, por ejemplo, Landau y Lifshitz (1977, 21).

¹⁴⁴ “The very nature of the process of measurement involves a far-reaching principle of irreversibility. This irreversibility is of fundamental significance.” (Landau y Lifshitz 1977, 24)

¹⁴⁵ Véase la ecuación (9) en Englert *et al.* (1992, 1178).

defender, no pueden en ningún modo considerar que el mero proceso de excitación de la cavidad micromáser constituye una medición, puesto que, de acuerdo con dicho enfoque, colapso y medición son concomitantes.

Los ejemplos discutidos son suficientes para establecer que, de acuerdo con el enfoque mecánico-cuántico estándar, no cabe hablar de medición hasta que la información contenida en el detector de camino es convenientemente leída y amplificada a nivel macroscópico. Así pues, cabe concluir que no puede darse una discrepancia entre las predicciones de dicho enfoque y las predicciones de la mecánica bohmiana y que, *al asumir el posicionismo de la medida, el realista bohmiano no adquiere ningún compromiso que no haya adquirido ya el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar.*

6.3 Trayectorias surrealistas y carga teórica de la medición

La mecánica bohmiana y el enfoque mecánico-cuántico estándar hacen exactamente las mismas predicciones en relación con el estado de las pantallas detectoras D_1 y D_2 y los resultados de la lectura del detector de camino. Estas últimas predicciones conciernen, no obstante, las posiciones de punteros, la aparición de una mancha en una placa fotográfica u otros fenómenos de índole macroscópica que se suponen indicativos del estado de excitación del detector y, en última instancia, de la trayectoria seguida por la partícula prueba. Ahora bien, los hechos (observables y macroscópicos) acerca de la posición de un puntero o la aparición de una mancha en una placa fotográfica *no* son hechos acerca de la trayectoria (inobservable y microscópica) seguida por la partícula prueba y sólo pueden interpretarse como tales si se tiene una confianza absoluta en la teoría –frecuentemente muy sofisticada– que subyace al funcionamiento del detector.

Así pues, el argumento planteado por ESSW tiene una premisa oculta. Del conflicto entre las indicaciones de los detectores de camino y las trayectorias postuladas por la mecánica bohmiana sólo se puede concluir que estas últimas son “metafísicas”, “surrealistas”, “falsas” e, incluso, “empíricamente inadecuadas”, si se asume que los detectores de camino son aparatos completamente fiables. El realista bohmiano puede, entonces, invertir el argumento y sostener que, precisamente porque las trayectorias bohmanas son “reales”, lo que cabe concluir es que los detectores de camino *no* ofrecen una indicación fiable de la trayectoria seguida por la partícula prueba. Dicho de otro modo, el efecto de las trayectorias surrealistas es compatible con el realismo bohmiano siempre y cuando se esté dispuesto a aceptar que los «detectores de camino» *no* detectan el camino seguido por la partícula prueba. En esta sección analizaremos la plausibilidad de esta asunción y sus consecuencias filosóficas.

De acuerdo con el argumento que acabamos de apuntar, las indicaciones de los detectores de camino están cargadas de teoría. Puesto que la idea de la ineludible carga teórica de los hechos es central y ha tenido un gran ascendente en la filosofía de la ciencia contemporánea, dedicaremos la Sección §6.3.1 a introducir un breve excursus sobre la cuestión. Habiéndonos provisto las herramientas de análisis adecuadas, en la Sección §6.3.2, discutiremos con mayor especificidad la naturaleza del conflicto entre la mecánica bohmiana y las teorías auxiliares implicadas en el funcionamiento de los detectores de camino a la luz del efecto de las trayectorias surrealistas. A continuación, en la Sección §6.3.3, argumentaremos que la retrodicción del camino seguido por la partícula prueba es tan problemática en el contexto del enfoque mecánico-cuántico estándar como lo es en el contexto de la mecánica bohmiana. Finalmente, en la Sección §6.3.4, introduciremos unos breves comentarios acerca de qué miden los detectores de camino de acuerdo con la mecánica bohmiana.

6.3.1 Excursus filosófico: la carga teórica de los hechos

La filosofía de la ciencia del siglo XX ha problematizado el esquema ingenuo según el cual podemos arrancar a la naturaleza un conjunto de hechos desprovistos de todo compromiso teórico que nos permitan establecer de modo concluyente o bien la verdad de una teoría o bien su falsedad o bien su carácter más o menos probable.

La idea de que no existe una base empírica de enunciados puramente observacionales que pueda utilizarse como fundamento para la refutación de nuestras teorías ha sido ampliamente discutida por Popper (1959, Cap. 5). De acuerdo con este autor, no cabe establecer una distinción tajante entre enunciados teóricos y enunciados observacionales puesto que hasta la enunciación de los hechos más simples incluye siempre conceptos de carácter universal que rebasan lo inmediatamente dado en la experiencia. Así, por ejemplo, respecto del enunciado «aquí hay un vaso de agua», Popper declara:

“No es posible verificar el enunciado «aquí hay un vaso de agua» por ninguna experiencia con carácter de observación, por la mera razón que los universales que aparecen en aquél no pueden ser coordinados a ninguna experiencia sensorial concreta [...]. Con la palabra «vaso», por ejemplo, denotamos los cuerpos físicos que presentan cierto comportamiento legal, y lo mismo ocurre con la palabra «agua». Los universales no pueden ser reducidos a clases de experiencias, no pueden ser constituidos.” (Popper 1959, 76; cita extraída de la traducción española de 2004, 90)

Haciendo uso de algunos resultados de la psicología de la forma [Gestalt], Hanson (1958) muestra que no sólo los enunciados sino las percepciones mismas dependen de toda suerte de expectativas teóricas, condicionantes y hábitos previamente adquiridos. El hecho desnudo es, por tanto, una quimera filosófica. En completo acuerdo con el

planteamiento de este autor, Kuhn (1970, Cap.X) considera que los hechos disponibles dependen del paradigma suscrito por una comunidad científica y llega a sostener, incluso, que científicos que trabajan en paradigmas diferentes viven en mundos diferentes. Feyerabend (1975) advierte del carácter «histórico-fisiológico» de la evidencia y defiende la tesis de que toda observación encierra ideologías e interpretaciones naturales que sólo pueden ser desenmascaradas mediante la confrontación con una observación que implique una ideología diferente.

Si queremos contrastar o poner a prueba una teoría, necesitamos un conjunto de hechos. Puesto que –de acuerdo con los análisis que acabamos de mencionar– todo hecho lo es a la luz de alguna teoría, lo que en realidad estamos haciendo es confrontar dos teorías: una teoría cuyo estatuto se considera como no problemático y que suministra los «hechos» y otra teoría que constituye, propiamente, el objeto de la contrastación. La decisión acerca de qué teoría se somete a prueba y qué teoría es considerada como no problemática o auxiliar es convencional y depende del contexto particular de cada investigación. Lakatos (1978) caracteriza admirablemente esta situación y considera que darse cuenta de la misma supone sustituir un modelo monoteórico de deducción y falsación por un modelo pluralista:

“Depende de nuestra decisión metodológica el que una proposición constituya un «hecho» o una teoría en el contexto de una contrastación. La «base empírica» de una teoría es una noción monoteórica; está *relacionada* con una estructura deductiva monoteórica. Podemos utilizarla como una primera aproximación, pero en caso de «apelación» del teórico, deberemos utilizar un *modelo pluralista*. En este modelo pluralista el conflicto no sucede «entre teorías y hechos», sino entre dos teorías de nivel elevado; entre una *teoría interpretativa* que suministra los hechos, y una *teoría explicativa* que los explica.; y puede suceder que la teoría interpretativa sea de un nivel tan elevado como la explicativa.” (Lakatos 1978, 44; cita extraída de la traducción española de 2002, 61–62)

Si hay un conflicto entre una teoría y un «hecho» refutador, lo que se está produciendo, pues, es una inconsistencia entre la teoría explicativa sometida a contraste y la teoría observacional a la luz de la cual se establece el «hecho» refutador. Y, en tal caso, dicha inconsistencia puede repararse rechazando *cualquiera* de las dos teorías involucradas. Ciertamente, lo habitual es que sea la teoría que está siendo sometida a prueba la que reciba el dardo de la refutación. Pero el teórico puede cuestionar el veredicto del experimentador y considerar que son las teorías interpretativas presupuestas por este último las que precisan una revisión.

Lakatos (1978, 43 ss. y 53 ss.) presenta un interesantísimo ejemplo histórico en el que la apelación del teórico triunfó. Este ejemplo consiste en la lucha que mantuvieron los partidarios de la teoría química de Prout contra la «evidencia» experimental contraria

entre 1815 y 1911. A continuación, queremos glosar brevemente este episodio para ilustrar los puntos que acabamos de introducir.¹⁴⁶

De acuerdo con la teoría de Prout (P), todos los átomos son compuestos de átomos de hidrógeno y, por tanto, el peso atómico de todos los elementos químicos debe de ser un múltiplo del peso atómico del hidrógeno. Si se considera que el peso atómico del hidrógeno es igual a uno, entonces, de acuerdo con dicha teoría, todos los pesos atómicos de sustancias puras deben ser números enteros. Esta predicción se contraponía, no obstante, con el veredicto de químicos experimentales como Stas que, por ejemplo, habían establecido que el peso atómico del cloro es 35,5 (H).

Ahora bien, debe notarse que (H) dista de ser una hipótesis que pueda establecerse sin que medie compromiso teórico alguno. Así, para fundamentar (H), un químico experimental debe disponer de una muestra de material X, cerciorarse de que dicha muestra es de cloro puro y determinar que el peso atómico de la misma es 35,5. Ahora bien, las técnicas utilizadas por los experimentadores para asegurarse de que una muestra concreta es pura implican, a su vez, mucha teoría.

Por tanto, ante el conflicto entre (P) y (H) caben dos posibilidades. Si existe una gran confianza en las técnicas de purificación empleadas por el químico experimental se estimará que (H) es una hipótesis muy bien corroborada y (P) se considerará refutada. Sin embargo, puede producirse también la situación inversa. Si es la teoría de Prout la que suscita mayor confianza se considerará que es esta teoría la que suministra los «hechos sólidos». Entonces se argumentará que, puesto que el peso atómico de la muestra X no es entero, dicha muestra no puede ser de ningún modo una muestra de una misma sustancia pura; en consecuencia, se concluirá que las teorías presupuestas por las técnicas experimentales de purificación aplicadas son falsas.

De acuerdo con Lakatos, en este caso triunfó la apelación de los proutianos, aunque este triunfo tardó prácticamente cien años en llegar. Así, el programa de Prout progresó durante casi un siglo “a través un océano de anomalías”, “derrotando a las teorías que se aplicaban previamente para la purificación de sustancias químicas, una después de otra.” (Lakatos 1978, 53; citamos de la traducción española de 2002, 72–73). Finalmente, a principios del siglo XX, la escuela de Rutherford comprendió que puede haber dos sustancias puras diferentes, a pesar de que su comportamiento sea idéntico en todas las reacciones químicas y que dichas sustancias sólo pueden ser separadas por métodos físicos.

¹⁴⁶ Para más detalles en relación con este ejemplo, véase la exposición que hace el propio Lakatos del mismo. Aquí ofrecemos un breve resumen de dicha exposición, sin entrar a criticar o discutir la precisión histórica y científica de la narración de Lakatos.

6.3.2 Trayectorias surrealistas, mecánica bohmiana y detectores de camino

A la luz de las tesis que acabamos de exponer, las afirmaciones de ESSW acerca de la divergencia entre las trayectorias bohmianas y las trayectorias observadas que hemos reproducido al inicio de la Sección §6.2 no son tan descabelladas como se ha querido suponer. En la medida en que la teoría sobre el modo de operación de los detectores de camino se considere como suficientemente corroborada y sea relegada al contexto del conocimiento fundamental no problemático, las trayectorias indicadas por dichos detectores se convierten automáticamente en «hechos sólidos» u «observaciones». Así, la afirmación de que hay trayectorias «observadas» no hace más que expresar los compromisos teóricos de quien la sostiene. Sólo cuando emerge una duda respecto de la fiabilidad de los detectores y el científico escéptico inicia un proceso de apelación, se hace manifiesto que no se está observando trayectoria alguna sino, meramente, la posición de un puntero o una mancha en una placa fotográfica.

Ahora bien, ¿por qué se cree que los detectores de camino son aparatos fiables? Esta pregunta exige una respuesta caso por caso. Así, por ejemplo, se cree que las cavidades micromáser son fiables porque se considera que cierta teoría acerca de la interacción de corto alcance [short range] entre fotones y electrones está bien corroborada. Y de dicha teoría se sigue que, siempre que un átomo en un determinado estado de excitación se adentra en una cavidad con un campo electromagnético de determinadas características, se produce una interacción que redundará en la excitación del campo de la cavidad (esto es, en la aparición de un fotón) y en la pérdida de energía por parte de los electrones del átomo. Por otro lado, en el proceso de lectura de la cavidad están implicadas muchas otras teorías auxiliares acerca de la ionización electrónica y de determinados efectos cascada de amplificación. Todas estas teorías se dan por supuestas al considerar que las indicaciones del detector de camino son fiables.¹⁴⁷

Si se toman como premisas unas mismas condiciones finales acerca del estado de los detectores de camino y de las pantallas D_1 y D_2 , de la mecánica bohmiana se sigue una atribución de trayectorias incompatible con las indicaciones del detector. El efecto de las trayectorias surrealistas puede interpretarse, entonces, como encubriendo un conflicto entre la mecánica bohmiana y las teorías auxiliares involucradas en el funcionamiento del detector. Y, del mismo modo en que el conflicto entre la teoría de Prout y la «evidencia» de los químicos experimentales se saldó a favor de la primera considerando como falsas las teorías instrumentales aplicadas por los segundos, el realismo bohmiano puede ser mantenido a costa de considerar falsas las teorías

¹⁴⁷ En la Sección §5.2.2, pág.117 y ss., describimos con cierto detalle el funcionamiento de una cavidad micromáser, así como el proceso de su lectura y la cadena de inferencias teóricas involucrada en dicho proceso.

auxiliares en las que se fundamenta el funcionamiento de aquellos detectores de camino susceptibles de producir el efecto de las trayectorias surrealistas.

Si de nuevo nos centramos en el caso de la cavidad micromáser, de acuerdo con el argumento precedente, el realismo bohmiano podría seguir manteniéndose a costa de asumir la falsedad de nuestras teorías acerca de la interacción fotón-electrón en las que se basa la operación de la cavidad. Sin lugar a dudas, esta maniobra supone un alto coste para el realista bohmiano: la teoría fotón-electrón ha sido bien corroborada en multitud de circunstancias que involucran fenómenos independientes de los aquí considerados y de los que, en principio, no cabe dudar. A continuación mostraremos que, por fortuna para el realista bohmiano, el peaje que el efecto de las trayectorias surrealistas obliga a pagar no es tan elevado.

Debemos notar que si se admite que existen mecanismos de excitación de la cavidad que *no* involucran el paso de la partícula prueba por su interior, entonces, del hecho de hallar la cavidad excitada no se puede establecer ninguna inferencia concluyente respecto del recorrido de la partícula prueba. Por tanto, para poder llegar a la conclusión de que cuando la cavidad está excitada la partícula ha pasado por su interior, no sólo hay que tomar como premisas las teorías auxiliares que acabamos de referir acerca del funcionamiento de la cavidad sino que, además, hay que aceptar una cláusula *ceteris-paribus* adicional que establece que la cavidad sólo puede excitarse (o perder su estado de excitación) en virtud de las interacciones fotón-electrón contempladas por dichas teorías.

La situación considerada no se reduce, pues, a una confrontación entre la mecánica bohmiana y las teorías auxiliares involucradas en el funcionamiento de los detectores de camino puesto que la fiabilidad de las indicaciones suministradas por estos aparatos depende también de la cláusula *ceteris-paribus* que establece que no hay ningún otro factor que interfiera y modifique su estado de excitación.

Así, el esquema deductivo en juego es el que sigue. Dadas las condiciones finales sobre el estado del detector de camino y las pantallas D_1 y D_2 que se especifican a continuación, de la cláusula *ceteris-paribus* y de las teorías auxiliares involucradas en el funcionamiento del detector puede deducirse lo siguiente:

<p>[Condiciones finales: el detector de camino situado en el camino 2 está excitado; la partícula prueba es detectada en la pantalla D_1]</p> <p>[Cláusula <i>ceteris-paribus</i>]</p> <p>[Teorías auxiliares involucradas en el funcionamiento del detector]</p> <p>_____ (deducción)</p> <p>La partícula prueba ha pasado por el camino 2</p>	<p>[Condiciones finales: el detector de camino situado en el camino 2 no está excitado; la partícula prueba es detectada en la pantalla D_2]</p> <p>[Cláusula <i>ceteris-paribus</i>]</p> <p>[Teorías auxiliares involucradas en el funcionamiento del detector]</p> <p>_____ (deducción)</p> <p>La partícula prueba ha pasado por el camino 1</p>
---	---

Por otro lado, si el detector de camino es tal que se produce el efecto de las trayectorias surrealistas, dadas las mismas condiciones finales y la mecánica bohmiana puede deducirse:

<p>[Condiciones finales: el detector de camino situado en el camino 2 está excitado; la partícula prueba es detectada en la pantalla D_1]</p> <p>[Mecánica bohmiana]</p> <p>_____ (deducción)</p> <p>La partícula prueba ha pasado por el camino 1</p>	<p>[Condiciones finales: el detector de camino situado en el camino 2 no está excitado; la partícula prueba es detectada en la pantalla D_2]</p> <p>[Mecánica bohmiana]</p> <p>_____ (deducción)</p> <p>La partícula prueba ha pasado por el camino 2</p>
---	--

Se sigue de los anteriores esquemas que *es posible defender, a la vez, la atribución de trayectorias que se desprende de la mecánica bohmiana y la verdad de las teorías auxiliares involucradas en el funcionamiento del detector*. Para ello, basta con negar la cláusula *ceteris-paribus* de acuerdo con la cual el detector sólo puede excitarse (o regresar a su estado fundamental) cuando están en operación los mecanismos prescritos por dichas teorías auxiliares. De nuestro análisis de la Sección §6.1 se desprende que es precisamente la violación de esta cláusula *ceteris-paribus* lo que subyace al efecto de las trayectorias surrealistas.

Así, si se atiende a la evolución de las energías de la partícula prueba y del detector derivadas en dicha sección, se comprobará que *siempre* que la partícula prueba pasa a través del detector (esto es, cuando la trayectoria de la partícula es como la representada en la Figura 6.2b), el detector se excita, tal y como preconiza la teoría auxiliar en la que se fundamenta la operación del detector. Por tanto, no cabe establecer que dicha teoría sea inconsistente con el análisis bohmiano de la situación.

Este es un resultado esperable si se tiene en cuenta que la teoría auxiliar sobre la interacción entre la partícula prueba y el detector de camino en la que se basa el funcionamiento de este último está incorporada en el modelo bohmiano mediante el término \hat{H}_1 del hamiltoniano (6.2) (así por ejemplo, en el caso de una cavidad micromáser, \hat{H}_1 daría cuenta de la interacción fotón-electrón en virtud de la cual se excita la cámara). Sería enormemente sorprendente, pues, que del análisis bohmiano se siguiera la falsedad de un mecanismo teórico incorporado en dicho análisis.

Ahora bien, de acuerdo con nuestro análisis, la mecánica bohmiana sanciona que, cuando la partícula se adentra en la región de interferencia, su energía y la del detector se ven modificadas, restituyéndose el estado de excitación original de ambos sistemas. Este segundo intercambio energético *no* se debe a la interacción local entre el detector y la partícula prueba puesto que, en el momento que se produce, el término de interacción \hat{H}_1 es cero. Este segundo intercambio energético es no local y es una consecuencia del

carácter entrelazado [entangled] de la función de onda universal (6.13) que guía a la partícula prueba y al detector cuando la primera se encuentra en la región de interferencia.

Por tanto, del análisis del efecto de las trayectorias surrealistas desde la perspectiva de la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana no se desprende en ningún caso la falsedad de las teorías auxiliares en las que se basa el funcionamiento de los detectores de camino. Se desprende, más bien, la existencia de un mecanismo alternativo mediante el cual dichos aparatos se pueden excitar (o perder su estado de excitación). En consecuencia, es la cláusula *ceteris-paribus* anteriormente mencionada la que resulta ser falsa a la luz del análisis bohmiano. En adelante, nos referiremos a este mecanismo no local alternativo de excitación como «mecanismo 2» mientras que hablaremos de «mecanismo 1» para referirnos al mecanismo local de excitación del detector que se sigue de la evolución temporal generada por \hat{H}_1 . Haciendo uso de esta terminología puede concluirse que, desde una perspectiva maximalista bohmiana, los detectores de camino no son fiables porque la correlación esperada entre su estado de excitación y el camino seguido por la partícula prueba se ve desbaratada cuando el mecanismo 2 está en operación.

6.3.3 Trayectorias surrealistas, mecánica cuántica y detectores de camino

Acabamos de mostrar que el realismo bohmiano es compatible con el efecto de las trayectorias surrealistas siempre y cuando se *niegue* que:

(DC1) Los detectores de camino detectan el camino seguido por la partícula prueba.

A su vez, hemos argumentado que, desde una perspectiva bohmiana, los detectores de camino no son fiables porque existe un mecanismo (mecanismo 2) que modifica de forma no local el estado de excitación de los aparatos. De acuerdo con la mecánica bohmiana, pues, la siguiente asunción también es *violada*:

(DC2) El estado de excitación de los detectores sólo puede modificarse en virtud de una interacción *local* entre éstos y la partícula prueba.

A continuación, queremos analizar el estatuto de las asunciones (DC1) y (DC2) en el contexto del enfoque mecánico-cuántico estándar. Mostraremos que estos supuestos son prácticamente tan problemáticos desde la perspectiva de dicho enfoque como lo son desde la perspectiva bohmiana. Por tanto, sea cual sea el coste filosófico que el realista bohmiano debe asumir por el hecho de renunciar a (DC1) y (DC2), cabe concluir que dicho coste ya está implícito en la interpretación mecánico-cuántica estándar.

Como es bien sabido, de acuerdo con la interpretación mecánico-cuántica estándar, no tiene sentido hablar de la trayectoria de una partícula. Esto es así porque decir que una

partícula sigue una trayectoria es decir que ésta tiene, en todo instante, una posición y un momento bien definidos. Sin embargo, esta atribución de propiedades es incompatible con el hecho de que no existe ninguna función de onda que sea función propia simultánea de los operadores de posición y momento y con la regla (el vínculo vector propio-valor propio) que establece que un sistema tiene una propiedad bien determinada si y sólo si se encuentra en un estado propio del operador que representa dicha propiedad. Ahora bien, si la noción de trayectoria o camino no forma parte de la semántica de la interpretación mecánico-cuántica estándar, parece imposible que de una aplicación consistente de dicha interpretación se desprenda que ciertos aparatos son capaces de detectar el camino o trayectoria seguido por una partícula. En este sentido, puede concluirse que cuando los más acérrimos partidarios de la ortodoxia mecánico-cuántica hablan de detectores «which way» o «welcher Weg», éstos incurren en una práctica conceptual inconsistente con la propia ortodoxia que tanto dicen defender.¹⁴⁸

Un defensor de la interpretación mecánico-cuántica estándar puede replicar que su afirmación de que los detectores de camino detectan la trayectoria seguida por la partícula prueba no es literal. En realidad, lo que los detectores hacen es detectar la posición de la partícula. Y, en virtud de dicha detección, podemos inferir sin riesgo sentencias como “la partícula pasó por tal rendija” o “la partícula discurrió por tal brazo del interferómetro”.

Sin embargo, debe notarse que, considerados como aparatos que detectan la posición, los detectores de camino involucrados en el experimento de las trayectorias surrealistas son unos dispositivos muy singulares. De acuerdo con las propias reglas de la interpretación mecánico-cuántica estándar, la medición de la posición de una partícula implica que su función de onda, generalmente extendida sobre un volumen considerable, colapse y se concentre en la región mucho menor en que la partícula ha sido detectada. Así, dicha medición comporta siempre una alteración muy significativa de la parte espacial de la función de onda de la partícula. Sin embargo, para que ocurra el efecto de las trayectorias surrealistas, hay que suponer que la parte espacial de la función de onda de la partícula prueba no se altera significativamente en virtud de su interacción con el detector de camino. Por tanto, cabe concluir que, cuanto más plausible es considerar que se satisfacen las condiciones de ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas, menos plausible es asumir que la interacción entre la partícula prueba y el detector de camino constituye una medición de la posición de la primera.

Esta situación puede ilustrarse de un modo perspicuo considerando el *gedankenexperiment* propuesto por ESSW y el propio análisis que los autores hacen del mismo. Como ya hemos indicado, ESSW sostienen que la interacción con las cavidades micromáser no produce ningún efecto “perceptible” sobre el movimiento de la partícula

¹⁴⁸ Éste es uno de los puntos principales de la breve réplica de Dürr *et al.* (1993) a ESSW.

prueba (Englert *et al.* 1992, 1181). Esta asunción permite a los autores considerar que los paquetes del centro de masa de la partícula prueba que se propagan por el interferómetro tienen la misma forma cuando hay cavidades operando que cuando no las hay. Por otro lado, hemos visto ya que ESSW consideran que el estado del sistema conjunto cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia sigue siendo un estado puro. Por tanto, los autores están asumiendo que el proceso de excitación de la cavidad en virtud de la interacción local con la partícula prueba no es seguido de modo inmediato por un proceso de colapso de la función de onda. En estas circunstancias, se desprende de las propias reglas de la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica que los detectores de camino no miden (antes de que la partícula prueba abandone la región de interferencia) ni el camino de la partícula prueba, ni su posición ni ninguna otra cosa.¹⁴⁹

ESSW pueden replicar que, efectivamente, no hay medición hasta que se produce la lectura del estado de excitación del detector pero que dicha lectura constituye una medición *retardada* de la posición de la partícula prueba. Esto es, mediante la lectura de la información contenida en la cavidad realizada una vez la partícula prueba ha abandonado la región de interferencia se está detectando fiablemente la posición que la partícula ocupó mucho tiempo atrás. Y es en virtud de esta *retrodicción* de la posición que, ahora sí, podemos inferir sin riesgo sentencias como “la partícula pasó por tal rendija” o “la partícula discurrió por tal brazo del interferómetro”.

Sin embargo, esta estrategia es también problemática. De acuerdo con las reglas del enfoque mecánico-cuántico estándar *no* puede decirse que la partícula prueba tenga posición alguna antes de su detección en las pantallas puesto que su función de onda no es un paquete de ondas localizado. Por tanto, el único modo de compatibilizar la ortodoxia mecánico-cuántica con la idea de que la lectura de la cavidad constituye una medición retardada de la posición de la partícula prueba pasa por considerar que *en el momento de la lectura se está creando la posición que la partícula prueba ocupó mucho antes de dicha lectura*. Barrett se hace eco de esta desconcertante consecuencia de la aplicación de las reglas del enfoque mecánico-cuántico estándar a la situación experimental caracterizada por ESSW con el siguiente comentario:

“De acuerdo con el vínculo vector propio-valor propio (un sistema tiene una propiedad determinada si y sólo si se encuentra en un estado propio de tener la propiedad) uno no puede decir nada en absoluto sobre qué trayectoria ha seguido una partícula puesto que típicamente ésta no tendrá una posición determinada hasta que su posición sea observada. Si no cabe preocuparse por la poca fiabilidad de la retrodicción en el contexto de la teoría estándar del colapso (¡y ESSW no parecen muy preocupados por ello!), entonces no puedo

¹⁴⁹ Ésta es, de hecho, una de las conclusiones alcanzadas en la Sección §6.2.

encontrar ninguna razón para preocuparse por lo mismo en el contexto de la teoría de Bohm.”¹⁵⁰ (Barrett 2000, 698)

Cabe concluir, por tanto, que si (DC1) se interpreta literalmente como significando que el detector de camino detecta la trayectoria seguida por la partícula prueba, (DC1) es patentemente falso a la luz de la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica. Si (DC1) se interpreta como significando que una medición del estado del detector de camino constituye una medición retardada de la posición de la partícula prueba, entonces debe de asumirse que, de acuerdo con la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica, la posición retrodicha es creada en el momento de la retrodicción.

Cuestionados por Durr *et al.* (1993) sobre la viabilidad de la detección del camino en el marco de la interpretación mecánico-cuántica estándar, ESSW responden del siguiente modo:

“Pues sí, tenemos un marco para hablar de una detección de camino; está basado en la *interacción local* del átomo con los fotones en el interior del resonador, descrita por la mecánica cuántica con sus interacciones de corto alcance solamente.”¹⁵¹ (Englert *et al.* 1993, 1263; nuestras cursivas)

Así pues, al margen de las consecuencias de considerar la medición del estado del detector de camino como una retrodicción de la posición de la partícula prueba, cabe concluir que lo que permite a ESSW establecer que una medición de la energía de la cavidad revela de modo fiable por qué brazo discurrió la partícula prueba es la asunción (DC2) de acuerdo con la cual el estado de los detectores sólo puede modificarse en virtud de su interacción *local* con la partícula prueba. Ya hemos visto que, en mecánica bohmiana, dicha asunción no se satisface. A continuación, mostraremos que dicha asunción también es violada dentro del marco del enfoque mecánico-cuántico estándar.¹⁵²

Si se atiende a la expresión (5.33), pág.137, puede comprobarse que, si los estados disparado y no disparado del detector de camino son estacionarios, sus partículas constituyentes tienen una velocidad nula una vez ha cesado la interacción con la partícula prueba. Sin embargo, si las funciones de onda que representan dichos estados

¹⁵⁰ “On the standard eigenvalue-eigenstate link (where a system determinately has a property if and only if it is in an eigenstate of having the property) one can say nothing whatsoever about which trajectory a particle followed since it would typically fail to have any determinate position until it was observed. If one does not worry about the unreliability of retrodiction in the context of the standard collapse theory (and ESSW do not seem to be worried about this!), then I can see no reason at all to worry about it in the context of Bohm’s theory.” (Barrett 2000, 698)

¹⁵¹ “And yes, we do have a framework to talk about path detection; it is based upon the local interaction of the atom with the photons inside a resonator, described by standard quantum theory with its short range interactions only” (Englert *et al.* 1993, 1263)

¹⁵² En lo que sigue presentamos una versión simplificada del argumento desarrollado por Hiley *et al.* (2000, Sección §3).

tienen soportes que se solapan en el espacio de configuración, cuando la partícula prueba se adentra en la región de interferencia, en general, las partículas del detector empiezan a moverse de nuevo. Puesto que la velocidad bohmiana y la corriente de probabilidad mecánico-cuántica son proporcionales (véase (2.16), pág.18), el cambio en la velocidad de las partículas del detector que acabamos de referir implica un cambio en la corriente de probabilidad mecánico-cuántica asociada con dicho aparato.

Ahora bien, de acuerdo con el enfoque mecánico-cuántico estándar, cambios en la corriente de probabilidad implican cambios en las probabilidades. Por tanto, si la corriente de probabilidad del aparato se modifica cuando la partícula prueba está en la región de interferencia, la probabilidad de encontrar el aparato en un determinado estado se modifica igualmente en dicho momento. En consecuencia, no hay garantía alguna de que el hecho de encontrar el detector excitado (después de que la partícula prueba haya abandonado la región de interferencia) implique necesariamente que dicho detector estuviese ya excitado con anterioridad al ingreso de la partícula prueba en la región de interferencia.

Acabamos de mostrar que, de acuerdo con un análisis del experimento de las trayectorias surrealistas desde la perspectiva del enfoque mecánico-cuántico estándar, la probabilidad de encontrar el detector en el estado excitado puede modificarse cuando la partícula prueba se adentra en la región de interferencia. Por tanto, cabe concluir que la asunción (DC2) de acuerdo la cual el estado de excitación de los detectores sólo puede modificarse en virtud de una interacción *local* entre éstos y la partícula prueba también es violada en el marco del enfoque mecánico-cuántico estándar. En este sentido, no parece que el realista bohmiano deba renunciar a mucho más de lo que debe renunciar el partidario de la interpretación mecánico-cuántica estándar.

6.3.4 ¿Qué miden realmente los detectores de camino?

Hemos mostrado que, de acuerdo con el análisis bohmiano, los detectores de camino en un contexto como el del *gedankenexperiment* de ESSW no detectan el camino seguido por la partícula prueba. Cabe plantearse, entonces, qué es lo que realmente están detectando dichos dispositivos.

Desde la perspectiva bohmiana esta cuestión *no* es especialmente interesante. Al fin y al cabo, la idea de que los detectores «de camino» detectan el camino –y, en consecuencia, la de que éstos detectan *algo*– es una paradójica herencia del enfoque mecánico-cuántico estándar. ‘Paradójica’ porque, como acabamos de argumentar, la misma noción de «trayectoria» o «camino» no tiene cabida en el marco conceptual suministrado por dicho enfoque. Podría suceder, entonces, que cuando la operación de los detectores «de camino» se analizara dentro de un marco –como el bohmiano– en el

que la noción de trayectoria tiene pleno sentido, se revelara que las intuiciones forjadas al albur del enfoque mecánico-cuántico estándar están torcidas y que los detectores de camino no detectan absolutamente nada.

Sin embargo, puesto que en la literatura algunos autores han tratado de averiguar qué es lo que realmente están detectando los detectores de camino de acuerdo con una perspectiva bohmiana, consideramos pertinente hacer algunas puntualizaciones al respecto.

A la luz de los resultados obtenidos en el capítulo anterior, la respuesta más obvia a esta cuestión quizás sea declarar que, de acuerdo con la mecánica bohmiana, los detectores miden la trayectoria seguida por la partícula prueba, aunque la correlación entre las trayectorias y los estados del detector es precisamente la inversa de la esperada: esto es, cuando encontramos el detector disparado hemos de inferir que la partícula pasó por el otro lado, mientras que si encontramos el detector sin disparar hemos de inferir que la partícula pasó por su interior.

Si los detectores satisfacen las condiciones suficientes para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas elucidadas en el capítulo anterior, las trayectorias de la partícula prueba cuando los detectores de camino están en operación coinciden con las trayectorias de la partícula prueba en ausencia de los aparatos. En tal caso, *todas* las posibles trayectorias de la partícula prueba rebotan al acercarse al plano de simetría del interferómetro. En consecuencia, puede aplicarse sin excepción la regla de la correlación inversa de acuerdo con la cual el detector está excitado (al término del experimento) si y sólo si la partícula no pasó por su interior.

Sin embargo, existen propuestas de ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas tales que algunas de las trayectorias de la partícula prueba cruzan el plano de simetría del interferómetro mientras que otras no. Éste es, por ejemplo, el caso del *gedankenexperiment* discutido por Dewdney *et al.* (1993). Recordemos que, de acuerdo con la propuesta de estos autores, el detector de camino es una partícula en un pozo infinito de potencial ubicado en uno de los brazos del interferómetro. En un modelo de este tipo, la correlación entre el estado del detector y el camino seguido por la partícula prueba *no* es tal que el detector está excitado (al término del experimento) si y sólo si la partícula no pasó por su interior puesto que, como acabamos de indicar, algunas de las trayectorias de la partícula prueba cruzan el plano de simetría del interferómetro. Por tanto, la hipótesis de que, de acuerdo con la mecánica bohmiana, los detectores de camino miden la trayectoria de la partícula prueba, pero lo hacen según una correlación inversa a la esperada, no puede dar cuenta del funcionamiento de todos los dispositivos (por supuesto tampoco puede dar cuenta de la operación de aquellos dispositivos como el detector con puntero de Bell que detectan fiablemente el camino seguido por la partícula prueba).

Barrett (2000, 697 ss.) plantea una propuesta respecto de qué están midiendo los detectores de acuerdo con una perspectiva bohmiana que, al contrario de la que acabamos de discutir, sí es completamente general. Convenientemente adaptada al modelo que hemos analizado en la Sección §6.1, dicha propuesta se puede describir de la siguiente manera. Si cuando procedemos a la lectura del detector, encontramos que éste está excitado (esto es que su energía tiene el valor E_D^c), de acuerdo con la teoría, la partícula prueba se halla *en ese momento* bajo el soporte del paquete ψ_2^u . Por el contrario, si al realizar la lectura del detector, lo encontramos en el estado fundamental de energía E_D^u , de acuerdo con la teoría, la partícula prueba se halla *en ese momento* bajo el soporte del paquete ψ_1^c . Nótese que esta correlación es válida tanto si la lectura del detector se hace antes de que la partícula prueba ingrese en la región de interferencia, como si se hace mientras la partícula está en dicha región o una vez ya la ha abandonado. Así pues, cabe concluir que, *mediante la lectura del estado energético del detector, se está midiendo de un modo perfectamente fiable y no local la posición de la partícula prueba en el momento de dicha lectura.*

Sean cuales sean las conclusiones alcanzadas respecto del modo correcto de interpretar el funcionamiento de los detectores de camino de acuerdo con el enfoque bohmiano y el enfoque mecánico-cuántico estándar, se desprende claramente de la discusión precedente que ambos enfoques ofrecen una perspectiva muy distinta acerca de dichos aparatos. Así pues, *un análisis del efecto de las trayectorias surrealistas permite poner de relieve con particular claridad de qué modo nuestras consideraciones sobre los detectores de camino están cargadas de teoría.*

6.4 Trayectorias surrealistas y no localidad

En la Sección §6.1 hemos demostrado que, de acuerdo con la versión maximalista de la mecánica bohmiana, el experimento de las trayectorias surrealistas involucra la transferencia no local de un cuanto de energía. Hiley, Callaghan y Maroney (2000) no se muestran particularmente sorprendidos por ello y sostienen que la hipótesis de que el estado de los detectores de camino sólo se modifica en virtud de una interacción *local* con la partícula prueba es tan insostenible desde la perspectiva del enfoque mecánico-cuántico estándar como lo es desde la perspectiva del enfoque bohmiano.¹⁵³

Sin embargo, Hiley y Callaghan [HC] cambian radicalmente de opinión y, en su artículo del 2006, califican el efecto de las trayectorias surrealistas de “verdaderamente extraño” por considerar que éste “sólo podría ser explicado en virtud una transferencia extremadamente no local de energía que sería incluso más fuerte que la requerida por un

¹⁵³ Los argumentos de estos autores son, en esencia, los que hemos reproducido en la Sección §6.3.3.

proceso de tipo Einstein, Podolsky y Rosen (EPR)”. Estos autores concluyen que “si la interpretación de Bohm es usada correctamente, ésta provee una explicación *local* que, de hecho, se corresponde con la explicación de la mecánica cuántica estándar.”¹⁵⁴ (Hiley y Callaghan 2006, 336)

Dejaremos para la siguiente sección la discusión acerca de las implicaciones y los supuestos que subyacen a la explicación «local» alternativa que proponen HC. Aquí queremos analizar si, como dichos autores afirman, el análisis bohmiano del experimento de las trayectorias surrealistas elucidado en la Sección §6.1 involucra alguna forma *novedosa* de no localidad, diferente de la que pueda ponerse de manifiesto en virtud de un análisis bohmiano de un experimento de tipo EPR y cuya consideración pueda suponer una dificultad (adicional) para el realista bohmiano.

En adelante, denominaremos NLB(ESSW) a la forma de no localidad implicada por el experimento de las trayectorias surrealistas de acuerdo con un análisis del mismo desde la perspectiva de la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana. A su vez, denominaremos NLB(EPR) a la forma de no localidad implicada por un experimento de tipo EPR de acuerdo con un análisis del mismo desde la perspectiva de la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana.¹⁵⁵ Utilizamos esta nomenclatura con el único objeto de facilitar el discurso, pero con ella no queremos dar a entender ni que NLB(ESSW) y NLB(EPR) sean efectivamente formas de no localidad distintas, ni que los modelos bohmanos de cada uno de los experimentos mencionados implique una sola forma de no localidad.

Barrett (2000) se sirve de un análisis del *gedankenexperiment* de ESSW para ilustrar que las trayectorias bohmanas dependen fundamentalmente del sistema de referencia lorentziano considerado. En la Sección §6.4.1 analizaremos esta situación y discutiremos si NLB(ESSW) introduce algún componente novedoso en relación con las fricción entre la mecánica bohmiana y la teoría de la relatividad. Concluiremos que, a este respecto, NLB(ESSW) y NLB(EPR) son completamente equivalentes.

De acuerdo con la cita que hemos introducido, HC parecen preocupados por las repercusiones a nivel físico y ontológico de la transferencia no local de un cuanto de energía implicada por NLB(ESSW). En la Sección §6.4.2 mostraremos que, de una consideración de experimentos de tipo EPR desde la perspectiva de la interpretación

¹⁵⁴ “If this analysis is correct, this behaviour would be truly bizarre and could only be explained by an extreme non-local transfer of energy that is even stronger than that required in an Einstein, Podolsky and Rosen (EPR)-type process.[...] In this paper, we show that this conclusion is not correct and that if the BI is used correctly, it gives a *local* explanation, which actually corresponds exactly to the standard quantum mechanics explanation.” (Hiley y Callaghan 2006, 336)

¹⁵⁵ Aquí suscribimos el *deflacionismo* de Suárez (2000). Según este autor, no se puede hablar de la forma de no localidad implicada por un determinado fenómeno o experimento con independencia de la teoría utilizada para interpretar y modelar dicho fenómeno. En esencia ésta es, también, la posición mantenida por Dickson (1998).

maximalista de la mecánica bohmiana, se desprenden fenómenos de transferencia de propiedades muy similares, de modo que tampoco cabe encontrar diferencias fundamentales entre NLB(ESSW) y NLB(EPR) a este respecto.

6.4.1 Trayectorias surrealistas, invariancia Lorentz y transmisiones de señales superlumínicas

La mecánica bohmiana no es una teoría invariante bajo una transformación de Lorentz de las coordenadas porque ninguna de sus ecuaciones fundamentales –la ecuación de Schrödinger y la ecuación guía– lo es. Puesto que la ecuación de Schrödinger aparece también como uno de los postulados del enfoque mecánico-cuántico estándar, cabe concluir que, en este respecto, ambos enfoques están en pie de igualdad.¹⁵⁶

La violación de la invariancia bajo transformaciones de Lorentz tiene como consecuencia que la mecánica bohmiana puede atribuir propiedades físicas distintas si se consideran distintos sistemas de referencia lorentzianos. Así pues, para que las consecuencias de la teoría no sean ambiguas, debe privilegiarse un sistema de referencia lorentziano y tomarlo como absoluto. El efecto de las trayectorias surrealistas pone drásticamente de manifiesto esta situación.¹⁵⁷

Recordemos que el hecho de que las trayectorias bohmianas de la partícula prueba crucen o no el plano de simetría del interferómetro depende de modo fundamental de si, cuando la partícula prueba se adentra en la región de interferencia, se ha realizado o no la lectura del detector. Ahora bien, el evento consistente en la lectura de la cavidad y el evento consistente en la entrada de la partícula prueba en la región de interferencia pueden estar separados por un intervalo de tipo espacial.¹⁵⁸ Por tanto, el orden de sucesión de dichos eventos depende del sistema de referencia considerado. Un observador que esté situado en un sistema de referencia en el que la lectura del detector ocurre *antes* del ingreso de la partícula prueba en la región de interferencia concluirá, aplicando las reglas de la mecánica bohmiana, que dicha partícula cruza el plano de simetría del interferómetro con independencia de cuál sea su posición inicial. Sin

¹⁵⁶ Para un discusión acerca de las dificultades derivadas de la incompatibilidad entre la mecánica bohmiana y la teoría de la relatividad así como de diferentes propuestas para su resolución, puede verse Holland (1993, Cap.12), Bohm y Hiley (1993, Cap.12) y Berndl *et al.* (1996) y las referencias incluidas en estos trabajos.

¹⁵⁷ El argumento que presentamos a continuación se debe a Barrett (2000, 699 ss.).

¹⁵⁸ Dos eventos están separados por un intervalo de tipo espacial cuando el uno está fuera del cono de luz del otro. En caso contrario, diremos que los eventos están separados por un intervalo de tipo temporal. (Con estas expresiones traducimos las expresiones en inglés «spatial-like separated» y «time-like separated») Recuérdese que, de acuerdo con la teoría de la relatividad, cuando dos eventos están separados por un intervalo de tipo espacial no puede haber ninguna influencia causal entre ambos y su orden temporal es relativo al sistema de referencia lorentziano considerado.

embargo, un observador situado en un sistema de referencia en el que la lectura del detector ocurre *después* del ingreso de la partícula prueba en la región de interferencia concluirá, de acuerdo con las mismas reglas, que ésta rebota y no llega a rebasar nunca el plano de simetría del interferómetro. Cabe concluir, entonces, que la trayectoria que la mecánica bohmiana atribuye a la partícula prueba depende fundamentalmente del sistema de referencia lorentziano escogido.

El experimento de las trayectorias surrealistas nos sirve, pues, para ilustrar de una forma particularmente perspicua la incompatibilidad entre la mecánica bohmiana y la teoría de la relatividad. Podría suponerse que dicha incompatibilidad no puede ser puesta de manifiesto mediante la consideración de un experimento de tipo EPR, de modo que ésta sea una de las diferencias entre NLB(ESSW) y NLB(EPR). A continuación demostraremos que esto no es así y que también pueden utilizarse experimentos de tipo EPR para mostrar que la atribución de trayectorias bohmianas puede depender de un modo fundamental del sistema de referencia lorentziano considerado.

Considérese, por ejemplo, el conocido *gedankenexperiment* de EPR-Bohm¹⁵⁹. Dicho experimento consiste en dos partículas A y B de espín $\frac{1}{2}$ que se alejan la una de la otra en sentidos opuestos, dirigiéndose hacia sendos aparatos Stern-Gerlach que pueden ser orientados según convenga para medir la componente del espín deseada (véase Figura 6.4).

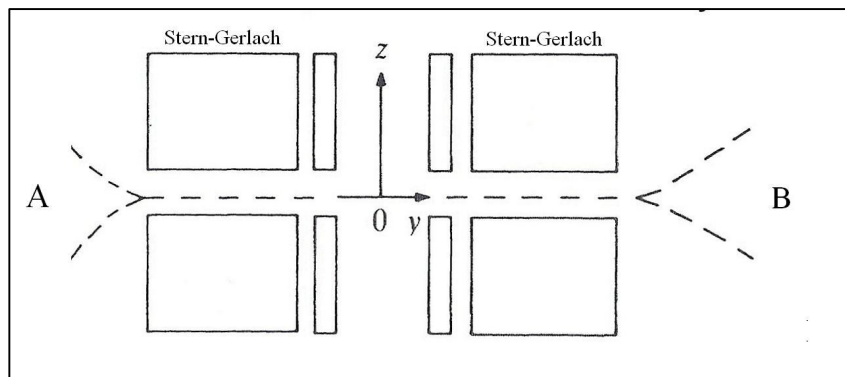


Figura 6.4. Medición de la componente z del espín de un par de partículas.
(Extraída de Dewdney *et al.* (1987))

Las partículas han sido preparadas de modo que, inicialmente, la parte espacial de su campo cuántico está formada por dos paquetes simétricos respecto del plano $z = 0$ y la

¹⁵⁹ En la literatura, es habitual denominar experimento «EPR-Bohm» (o EPRB) al *gedankenexperiment* discutido por Bohm (1951, 611 ss.) y Bohm y Aharonov (1957) para ilustrar el argumento originalmente planteado por Einstein, Podolsky y Rosen (1935) [EPR]. Para un análisis de éste y otros experimentos de tipo EPR desde la perspectiva de la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana, pueden consultarse los trabajos de Dewdney *et al.* (1987), Holland y Vigier (1988), Bohm y Hiley (1993, Cap. 7) y Holland (1993, Cap. 11).

parte del espín está entrelazada en el estado de singlete. Así pues, la función de onda del sistema conjunto puede escribirse como:

$$(6.15) \Psi(\vec{r}_A, \vec{r}_B) = \psi_A(\vec{r}_A) \psi_B(\vec{r}_B) \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow_z\rangle_A |\downarrow_z\rangle_B - |\downarrow_z\rangle_A |\uparrow_z\rangle_B \right)$$

donde \vec{r}_A [\vec{r}_B] son las variables de posición de A [B] y $|\uparrow_z\rangle_A$ y $|\downarrow_z\rangle_A$ [$|\uparrow_z\rangle_B$ y $|\downarrow_z\rangle_B$] son los vectores propios del operador de espín en la dirección z de A [B] con valores propios $+\hbar/2$ y $-\hbar/2$, respectivamente.

Asumiremos que los dos detectores miden la componente en la dirección z del espín y que ambos aparatos se encuentran suficientemente alejados, de modo que las mediciones en cada una de las alas del experimento constituyen eventos separados por un intervalo de tipo espacial. Entonces, existen sistemas de referencia lorentzianos en los que la medición del espín de A ocurre en primer lugar y otros en los que es la medición del espín de B la que ocurre en primer lugar. Denominaremos SL_A a un sistema de referencia lorentziano tal que la medición del espín de A ocurre en primer lugar y SL_B a un sistema de referencia lorentziano cualquiera tal que la medición del espín de B ocurre en primer lugar.

En primer lugar, analizaremos cuál es la atribución de trayectorias derivada por un observador cuyo sistema de referencia es SL_A . Dada la simetría del problema y haciendo uso del teorema que prohíbe el cruce de las trayectorias bohmianas en el espacio de configuración, este observador concluirá que si el valor inicial de la coordenada en el eje z de la partícula A (que denominaremos Z_{A0}) es positivo [negativo], la partícula emergerá del correspondiente aparato Stern-Gerlach por encima [debajo] del plano $z=0$, obteniéndose como resultado de la medición que la componente en la dirección z del espín de A es igual a $+\hbar/2$ [$-\hbar/2$]. El resultado de la medición (posterior) del espín de B será de signo opuesto al resultado que se haya obtenido en la medición (anterior) del espín de A, con independencia de cuál sea la coordenada inicial de B en el eje z (que denominaremos Z_{B0}). Así pues, si las coordenadas iniciales de las partículas A y B satisfacen la condición:

$$(6.16) Z_{A0} > 0, Z_{B0} > 0,$$

un observador situado en SL_A asociará, aplicando las reglas de la mecánica bohmiana, un valor positivo para la componente en la dirección z del espín de A y un valor negativo para la componente en la dirección z del espín de B y atribuirá a dichas partículas una trayectoria como la representada en la Figura 6.5a (página siguiente).

Ahora bien, puede comprobarse mediante un razonamiento completamente análogo al que acabamos de realizar que *un observador para el que la medición en el ala B ocurre en primer lugar, asociará con las mismas coordenadas (6.16) una atribución de los valores del espín y una trayectoria de las partículas A y B incompatible con la anterior.*

Más concretamente, un observador cuyo sistema de referencia sea SL_B y que aplique las reglas de la mecánica bohmiana establecerá que, si las coordenadas iniciales de A y B son (6.16), entonces la partícula A emerge de su aparato Stern-Gerlach por debajo del plano $z = 0$ mientras que la partícula B lo hace por encima de dicho plano, de acuerdo con la trayectoria representada esquemáticamente en la Figura 6.5b.

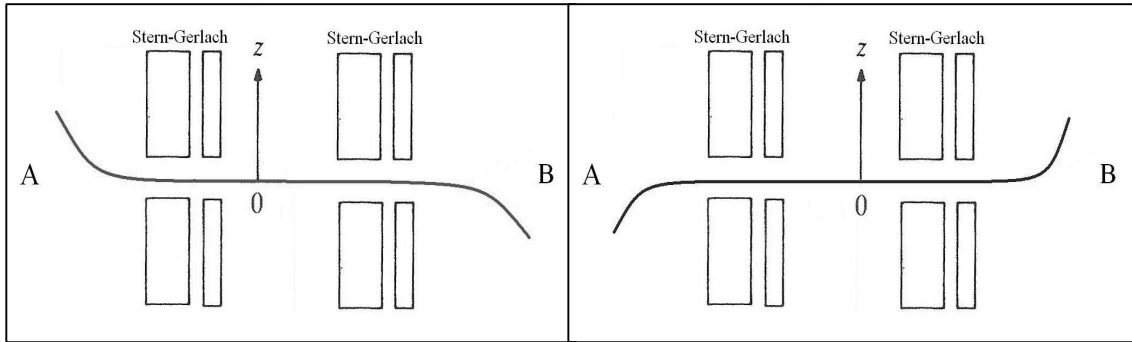


Figura 6.5a. Trayectorias asociadas con las coordenadas iniciales (6.16), para el sistema de referencia SL_A en el que la medición de A ocurre primero.

Figura 6.5b. Trayectorias asociadas con las coordenadas iniciales (6.16) para un sistema de referencia SL_B en el que la medición de B ocurre primero.

Así pues, acabamos de mostrar que el hecho de que las trayectorias bohmianas dependen fundamentalmente del sistema de referencia lorentziano considerado también puede ilustrarse recurriendo al análisis bohmiano de un dispositivo experimental de tipo EPR. Por tanto, en lo que respecta a este punto, es infundado decir que NLB(ESSW) sea más fuerte que NLB(EPR).

Si un observador O_A situado en el ala derecha conociese cuál es la posición inicial de ambas partículas, entonces podría aprovechar dicha información para transmitir de modo superlumínica una señal a otro observador O_B que se encuentre en el ala opuesta. Esto es así porque O_A podría determinar de modo inequívoco el resultado obtenido en el ala opuesta reorientando adecuadamente el aparato situado en su propia ala. Si, de acuerdo con la mecánica bohmiana, el envío de una señal de este tipo fuese posible, nos encontraríamos ante una violación flagrante del principio relativista de acuerdo con el cual no puede transmitirse información alguna a una velocidad mayor que la de la luz.

En el marco del enfoque mecánico-cuántico estándar, se ha demostrado que no se puede realizar ninguna intervención en el ala derecha que redunde en una modificación de los resultados estadísticos obtenidos en el ala izquierda.¹⁶⁰ Así pues, cabe concluir que si bien la teoría de la relatividad es incompatible con la mecánica cuántica, los efectos prácticos de dicha incompatibilidad quedan enmascarados por la naturaleza inherentemente estadística de las predicciones de esta última. Ahora bien, en la medida en que la mecánica bohmiana genera exactamente las mismas predicciones estadísticas

¹⁶⁰ Véase, por ejemplo, Bussey (1982), Jordan (1983) o Shimony (1984).

que la mecánica cuántica, los mismos resultados que acabamos de mencionar garantizan que, de acuerdo con la mecánica bohmiana, la posibilidad de transmitir una señal superlumínica de un ala a la otra también queda descartada.¹⁶¹

En el caso que estamos discutiendo dicha imposibilidad se traduce en que el observador O_A no puede saber si las partículas A y B se encuentran inicialmente por encima o por debajo del plano $z=0$, debido a las limitaciones establecidas por el postulado estadístico. Ahora bien, sin esa información, O_A *no* puede alterar los resultados estadísticos obtenidos por O_B mediante una manipulación adecuada de los aparatos en su propia ala.

El experimento de las trayectorias surrealistas plantea una situación completamente análoga a la que acabamos de caracterizar. En efecto, si un observador situado en la región de interferencia conociese por qué camino se aproxima la partícula prueba, podría controlar de modo instantáneo el resultado de una eventual lectura de la cavidad mediante su decisión de dejar interferir o no los paquetes de ondas incidentes. Pero aquí, de nuevo, el postulado estadístico impide –siempre que rijan las condiciones de simetría necesarias para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas– que ningún observador en la región de interferencia pueda tener conocimiento del camino por el cual se aproxima la partícula. Por tanto, tampoco en relación con la posibilidad de mandar una señal superlumínica cabe sostener que NLB(ESSW) sea diferente o más fuerte que NLB(EPR).

6.4.2 Trayectorias surrealistas, EPR y transferencia de propiedades

De acuerdo con la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana, la energía es una propiedad real y actual (no disposicional) de las partículas. Desde esta perspectiva, la transferencia no local de un cuanto de energía implica, claramente, la transferencia no local de una propiedad real. Tal vez sea este hecho el que inquieta a autores como HC que, sin lugar a dudas, suscriben una interpretación maximalista de las propiedades bohmianas. Ahora bien, en relación con este punto no estamos en modo alguno ante una novedad y puede mostrarse fácilmente que un análisis de un experimento de tipo EPR de acuerdo con la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana también involucra la transferencia no local de una determinación ontológica de las partículas.

Considérese, por ejemplo, un dispositivo experimental como el discutido en la subsección anterior, con la única diferencia de que se retira el aparato Stern-Gerlach situado en el ala derecha, de modo que sólo se realiza una medición de la componente

¹⁶¹ Para una discusión acerca de la posibilidad de una transmisión superlumínica desde una perspectiva bohmiana, véase Holland y Vigier (1988).

en la dirección z del espín de A. Si se hace un análisis de la evolución del valor del espín desde una perspectiva bohmiana maximalista,¹⁶² puede comprobarse que el vector de espín de ambas partículas es cero hasta el momento en que la partícula A se adentra en el campo magnético de su aparato Stern-Gerlach. Si en dicho instante la partícula A se encuentra por encima del plano $z=0$, ésta empieza a desviarse hacia arriba, al tiempo que va adquiriendo un espín cada vez mayor paralelo al campo magnético del aparato. A su vez, la partícula B, cuya trayectoria no sufre deflexión ninguna, adquiere un espín en la misma dirección pero en sentido opuesto, de modo que la suma de los espines de ambas partículas es siempre cero. Si, por el contrario, la partícula A se adentra en el campo magnético del aparato por debajo del plano $z=0$, ésta se desvía hacia abajo y adquiere un espín en sentido contrario que en el caso anterior. De nuevo, el espín de B es igual y de signo opuesto al de A, de modo que la suma de ambos espines sigue siendo siempre cero (véase la Figura 6.6).

La generación del espín de A puede atribuirse a la interacción local de dicha partícula con el campo magnético que encuentra a su paso. Sin embargo, la partícula B no encuentra ningún campo magnético a su paso y su espín se ve igualmente modificado. No cabe, pues, comprender dicho fenómeno si no es como una transferencia no local del espín de una partícula a la otra.¹⁶³ Así pues, nos encontramos aquí –tal y como sucede en el *gedankenexperiment* de las trayectorias surrealistas interpretado desde una perspectiva maximalista bohmiana– con la transferencia no local de una propiedad real y actual de las partículas.

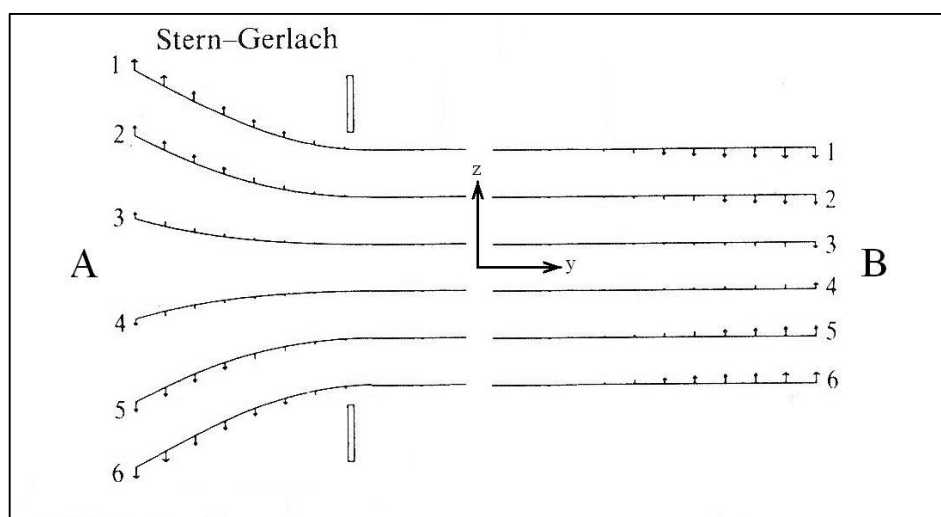


Figura 6.6. Trayectorias de las partículas A y B cuando se mide solamente el espín de A. Las flechas verticales indican el espín de las partículas. (Adaptada de Dewdney *et al.* (1987))

¹⁶² Véase, por ejemplo, Dewdney *et al.* (1987).

¹⁶³ Desde la perspectiva del enfoque del potencial cuántico, la fuerza derivada de dicho potencial en el espacio de configuración produce un momento de fuerza o «torque cuántico» [quantum torque] que genera el espín de ambas partículas.

Este análisis podría objetarse aludiendo al hecho que, incluso en el marco de una interpretación maximalista de la mecánica bohmiana, el estatuto ontológico del espín es controvertido.¹⁶⁴ Sin embargo, la paradoja EPR puede modelarse considerando, por ejemplo, un par de electrones entrelazados, no respecto de su espín, sino de su momento angular orbital. De hecho, los propios Bohm y Hiley (1993, 147 ss.) discuten las correlaciones EPR basándose en un ejemplo de este tipo y de su análisis se desprende la transferencia no local de momento angular orbital de un electrón al otro del par. Puesto que Bohm y Hiley consideran el momento angular como una propiedad real de la partícula, en pie de igualdad con el momento lineal, la energía, etc., cabe preguntarse por qué Hiley no se incomoda ante la transferencia no local de momento angular pero luego tilda de «verdaderamente extraña» la transferencia no local de la energía.

En este contexto, el único modo de justificar el desagrado de HC en relación con NLB(ESSW) es considerar que pueda haber algo en la naturaleza de la energía que haga que la transferencia no local de un cuanto de esta magnitud sea más difícil de aceptar, desde un punto de vista físico que, por ejemplo, la transferencia no local de momento angular. Desafortunadamente, no encontramos nada en Hiley y Callaghan (2006) ni en Hiley (2006) que justifique esta tesis.

Sin embargo, Hiley ha dejado claro que considera inaceptable la transferencia no local de un cuanto de energía mediante una ilustración muy vistosa. Preguntado acerca del experimento de las trayectorias surrealistas, éste replicó que estima la transferencia no local de un cuanto de energía como completamente implausible desde un punto de vista físico porque “con ella se podría, en principio, hacer estallar el Parlamento mientras se está tomando una taza de té en Bengala.”¹⁶⁵

Caso de producirse, ésta sería sin duda una asombrosa consecuencia del efecto de las trayectorias surrealistas. Sin embargo, debemos recordar la lección que el propio Hiley deriva de su análisis de la cámara de burbujas de AV: un desplazamiento microscópico de una sola partícula puede bastar para romper la simetría en el espacio de configuración que previene el paso de la partícula prueba por el plano de simetría del interferómetro. Así, cabe concluir que, en el contexto del experimento de las trayectorias surrealistas, *la mecánica bohmiana sanciona una transferencia no local de un cuanto de energía siempre y cuando dicha transferencia sea incapaz de forzar el desplazamiento*

¹⁶⁴ Así, por ejemplo, hemos visto en el Capítulo 4 que Pagonis y Clifton (1995) defienden una interpretación de la mecánica bohmiana de acuerdo con la cual las propiedades clásicas de las partículas bohmianas son consideradas reales y actuales, pero el espín es interpretado de modo reduccionista como una disposición de las partículas a moverse de una manera determinada en un contexto experimental específico.

¹⁶⁵ “This exchange of energy is just the thing that worried me. With it I can, in principle, blow up Parliament while I am having a cup of tea in Bengal!” (B.Hiley en comunicación personal con el autor, 28 de Agosto de 2008)

de una sola partícula. En estas circunstancias, parece que los Lores y los Comunes no tienen mucho que temer.

Hiley podría replicar que la transferencia de un cuanto de energía podría ser el detonante o causa de un proceso que terminara desembocando en estallido del Parlamento, del mismo modo que la desintegración de un solo átomo es el detonante de la muerte del gato de Schrödinger. Y tal vez sea así pero, en cualquier caso, la energía necesaria para volar por los aires el Parlamento debería ser suministrada localmente por la fuente que alimente el correspondiente proceso de amplificación.

Por otro lado, no parece descabellado imaginar algún proceso similar que desembocase en la voladura del Parlamento a partir de la transferencia no local de momento angular implicada por el propio análisis que hace Hiley del experimento EPR en Bohm y Hiley (1993, 147 ss.). Así pues, las razones que puedan aducirse en contra de la transferencia no local de un cuanto de energía, pueden aducirse, también, en contra de la transferencia no local de momento angular que está en la base de los fenómenos EPR y que, sin embargo, HC no han problematizado jamás.

En conclusión, consideramos que es injustificado sostener –como hacen HC– que NLB(ESSW) es “más fuerte” que NLB(EPR). Por tanto, el realista bohmiano que se sienta cómodo con la no localidad implicada en los modelos maximalistas del experimento EPR no tiene por qué temer a las trayectorias surrealistas.

6.5 En respuesta a Hiley y Callaghan (2006)

Prácticamente todos los autores que participan en el debate de las trayectorias surrealistas admiten que la mecánica bohmiana sanciona el efecto denunciado por ESSW en alguna circunstancia. La diferencia entre ellos radica en las consecuencias que derivan de este hecho. Englert *et al.* (1992), Scully (1998) y Erez y Scully (2006) concluyen que una interpretación realista de las trayectorias bohmianas es insostenible y que la mecánica bohmiana debe ser rechazada. Aharonov y Vaidman (1996, 153) apuntan que “las dificultades [puestas de manifiesto por el efecto de las trayectorias surrealistas] pueden ser consideradas positivamente como mostrando la dirección para construir una teoría mejor”¹⁶⁶, implicando que la teoría, en su forma presente, no es satisfactoria. Dürr *et al.* (1993), Dewdney *et al.* (1993), Brown *et al.* (1995), Barrett (2000) y Hiley *et al.* (2000) consideran que el efecto de las trayectorias surrealistas ilumina de un modo particularmente perspicuo características de la mecánica bohmiana

¹⁶⁶ “If we follow David Bohm, viewing his theory as an alternative formalism which should lead us to fruitful generalizations and modifications, the difficulties we have considered can be considered on the positive side as showing a direction for constructing a better theory.” (Aharonov y Vaidman 1996, 153)

ya conocidas como su no localidad y su contextualidad pero que, en ningún caso, constituye un motivo para abandonar la teoría.

Sin embargo, Hiley y Callaghan (2006) modifican su propio planteamiento expresado en Hiley *et al.* (2000) y rompen el consenso reinante acerca de la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas. Tal y como hemos visto en la sección anterior, estos autores consideran que el efecto de las trayectorias surrealistas, caso de producirse, sería “verdaderamente extraño” pero concluyen tranquilizando al realista bohmiano puesto que “si la interpretación de Bohm es usada correctamente, ésta provee una explicación *local* que, de hecho, se corresponde con la explicación de la mecánica cuántica estándar.”¹⁶⁷ En definitiva, lo que dichos autores sostienen es que de la «interpretación de Bohm» se sigue que, cuando un detector de camino está en operación, la partícula prueba cruza el plano de simetría del interferómetro *sin excepción*, de modo que las trayectorias de dicha partícula coinciden siempre con lo indicado por el detector.

Resulta sorprendente el viraje de ciento ochenta grados sufrido por el planteamiento de estos autores en el debate de las trayectorias surrealistas. Viraje que, por cierto, éstos reconocen abiertamente como lo atestiguan las siguientes palabras de Hiley:

“Algunos intentos previos para explicar este resultado [el efecto de las trayectorias surrealistas] consistieron en afirmar que sólo se trataba de una ejemplificación más de la paradoja EPR. [...] Incluso Hiley, Callaghan y Maroney (2000) procedieron de este modo, justificando su conclusión argumentando que ésta es la verdadera naturaleza de la mecánica cuántica. [...] A pesar de ello, yo no me sentía satisfecho de que un tipo tan extremo de no localidad fuera requerido, máxime cuando estaba involucrada la transferencia no local de un cuanto de energía. Intuitivamente sentía que esto estaba mal, pero no se me ocurrió ningún argumento convincente para mostrar que esto *debe* estar mal. Fue cuando me encontraba revisando la situación con Bob Callaghan que, de repente, caí en la cuenta de por qué esto no podía ser correcto.”¹⁶⁸ (Hiley 2006, 158)

HC consideran que sus novedosas conclusiones se deben a una correcta aplicación de la «interpretación de Bohm». Éstos identifican explícitamente dicha interpretación con la exposición de Bohm y Hiley (1993) [en adelante nos referiremos con las siglas UU al libro *The Undivided Universe*], aunque también hacen referencia a Bohm y Hiley

¹⁶⁷ “If this analysis is correct, this behaviour would be truly bizarre and could only be explained by an extreme non-local transfer of energy that is even stronger than that required in an Einstein, Podolsky and Rosen (EPR)-type process.[...] In this paper, we show that this conclusion is not correct and that if the BI is used correctly, it gives a *local* explanation, which actually corresponds exactly to the standard quantum mechanics explanation.” (Hiley y Callaghan 2006, 336)

¹⁶⁸ “Earlier attempts to explain this result was to claim that this was just another example of the EPR paradox. [...] Even Hiley, Callaghan and Maroney (2000) argued in this manner, justifying their conclusion by arguing this is just the true nature of quantum mechanics. [...] In spite of such sentiments I was unhappy that such an extreme form of non-locality was required particularly as it involved a non-local transfer of a quantum of energy. Intuitively that felt very wrong, but I could not come up with a convincing argument showing that it *must* be wrong. It was when I was reviewing the situation with Bob Callaghan that it suddenly dawned on me why this could not be correct.” (Hiley 2006, 158)

(1987) y Holland (1993) como paradigmas de la interpretación.¹⁶⁹ Sin embargo, HC no especifican con claridad qué rasgos específicos de «la interpretación de Bohm» les permiten llegar a una atribución de trayectorias incompatible con la deducida por Englert *et al.* (1992), Dewdney *et al.* (1993), Aharonov y Vaidman (1996), Barrett (2000), Hiley *et al.* (2000) y nosotros mismos en este trabajo.

En un punto crucial de su análisis, el propio Hiley (2006, 158) enfatiza que “en la interpretación de Bohm cualquier sistema *posee* valores para todas sus propiedades”. Esta precisión podría hacernos pensar que la diferencia interpretativa fundamental que separa a HC de ESSW es la que –de acuerdo con la terminología introducida en el Capítulo 4– distingue a los partidarios de un enfoque minimalista de la mecánica bohmiana de los partidarios de un enfoque maximalista. Como venimos insistiendo reiteradamente a lo largo de este trabajo, estos últimos sostienen que propiedades clásicas como la energía o el momento son propiedades reales y actuales de las partículas, en pie de igualdad con la posición. Por el contrario, de acuerdo con el enfoque minimalista, las partículas bohmianas sólo tienen posición.

Ahora bien, en la Sección §6.1 hemos utilizado precisamente la teoría de atribución de propiedades propia del enfoque maximalista de la mecánica bohmiana para mostrar que lo que subyace al efecto de las trayectorias surrealistas es la transferencia no local de un cuanto de energía, un fenómeno cuya existencia niegan vehementemente HC. Y autores como Dewdney *et al.* (1993) y los propios Hiley y Callaghan en su artículo del año 2000 suscriben el mismo enfoque maximalista, para llegar a conclusiones opuestas a las alcanzadas por Hiley y Callaghan (2006).

Este estado de cosas puede hacernos sospechar, desde un principio, que la discrepancia interpretativa entre bohmianos maximalistas y minimalistas tal y como ha sido caracterizada en esta tesis no es suficiente para dar cuenta de la discrepancia entre las conclusiones de HC, por un lado, y las de ESSW, Barrett, Brown, Dewdney o nosotros mismos, por otro. Debe de haber otros principios involucrados en dicha discrepancia y el objetivo de esta sección es, precisamente, elucidarlos. Así, en la Sección §6.5.1 mostraremos que los análisis de Hiley y Callaghan (2006) o de Hiley (2006) son incompatibles con los postuladas de la mecánica bohmiana elucidados en el Capítulo 2 y que, por tanto, la propuesta teórica que defienden estos autores es fundamentalmente novedosa. En la Sección §6.5.2 discutiremos la motivación que subyace al planteamiento de HC y ahondaremos en sus consecuencias revisionistas.

¹⁶⁹ “El propósito de este artículo es clarificar el enfoque de Bohm tal y como está definido en Bohm *et al.* (1993) y mostrar qué tienen de incorrecto los argumentos anteriormente mencionados [los autores se refieren a los argumentos de ESSW]” (Hiley y Callaghan 2006, 337) [“The purpose of this paper is to clarify the Bohm approach as defined in Bohm *et al.* (1993) and to show what is wrong with the above arguments.”]

Finalmente, en la Sección §6.5.3 introduciremos un modo alternativo de interpretar las trayectorias postuladas por HC.

6.5.1 La atribución de trayectorias de Hiley (2006)

En un congreso sobre fundamentos de la mecánica cuántica que tuvo lugar en 2005 en la ciudad sueca de Växjö, Hiley tuvo la ocasión de comunicar sus ideas más recientes sobre el efecto de las trayectorias surrealistas ante una audiencia que incluía, entre otros, a Marlan Scully, uno de los proponentes originales del efecto. El contenido de dicha comunicación se recoge en Hiley (2006), siendo éste un trabajo conciso donde el autor pone especial énfasis en clarificar su propuesta. A continuación, basaremos nuestra discusión, fundamentalmente, en este texto.

Hiley (2006, 158 ss.) toma como modelo para su análisis el mismo dispositivo experimental que hemos analizado en la Sección §6.1 y que consta de un interferómetro de tipo Mach-Zender complementado con una cavidad en su brazo inferior (véase la Figura 6.1, pág.152). Aquí mantendremos nuestra propia nomenclatura, fácilmente asimilable a la empleada por Hiley. A este respecto, conviene recordar que la función de onda del sistema conjunto cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia es:¹⁷⁰

$$(6.17) \quad \Psi = \psi_1^e(r_A)\varphi^u(r_D) + \psi_2^u(r_A)\varphi^e(r_D)$$

Hiley reescribe la función de onda (6.17) en forma polar:

$$(6.18) \quad \Psi = R \exp(iS) = (R_1 \exp(iS_1) R_{ue} \exp(iS_{ue})) + (R_2 \exp(iS_2) R_e \exp(iS_e))$$

donde las funciones $R_{1[2]}, S_{1[2]}, R_{ue[e]}$ y $S_{ue[e]}$ se definen a partir de las igualdades:

$$(6.19) \quad \begin{cases} \psi_1^e = R_1 \exp(iS_1); \psi_2^u = R_2 \exp(iS_2) \\ \varphi^u = R_{ue} \exp(iS_{ue}); \varphi^e = R_e \exp(iS_e) \end{cases}$$

El módulo al cuadrado de (6.18) es:

$$(6.20) \quad R^2 = (R_1 R_{ue})^2 + (R_2 R_e)^2 + 2R_1 R_2 R_{ue} R_e \cos(\Delta S)$$

donde $\Delta S \equiv (S_1 + S_{ue}) - (S_2 + S_e)$.

Dado el campo cuántico (6.18), Hiley llega a la conclusión de que las trayectorias de la partícula prueba cruzan siempre el plano de simetría del interferómetro. A continuación, reproducimos *in extenso* su argumentación para poder discutir apropiadamente las consecuencias de la misma:

¹⁷⁰ Tal y como hace Hiley, omitiremos los factores de normalización a lo largo de esta discusión y supondremos que $\hbar = 1$.

“Ahora llegamos al punto crucial de la discusión. Tenemos que evaluar R para la trayectoria *realmente* seguida por cada átomo. Entonces, el potencial cuántico es calculado, en cada caso, en la posición *real* del átomo y en el estado *real* de la cavidad. Considérese un átomo cuya trayectoria discurre por el Camino 1. Puesto que la interacción con la cavidad es local, el átomo no perderá su energía interna en la cavidad. Por tanto, la probabilidad de que la cavidad *esté* excitada debe ser cero. Recuérdese que en BI [la interpretación de Bohm] cualquier sistema *posee* valores para todas sus propiedades. Esto significa que R_e tiene que ser cero para ese átomo específico. Entonces todos y cada uno de los átomos en el camino 1 sufren la acción de un potencial cuántico calculado a partir de $R=R_1R_{ue}$. [...] En consecuencia, el átomo cruza la región I sin desviarse y llega al detector D_2 de modo que los átomos que llegan a dicho detector no han perdido su energía interna.

Por otro lado, cuando el átomo pasa a través de la cavidad, éste deja su energía interna en la misma con un 100% de eficiencia. Entonces, la probabilidad de que la cavidad no *esté* excitada es cero para dicho átomo, de modo que R_{ue} debe ser cero para este átomo. Así el potencial cuántico que actúa en cada átomo del camino 2 se calcula a partir de $R=R_2R_e$. De nuevo, no hay interferencia y los átomos van otra vez rectos hacia el detector D_1 habiendo perdido su energía interna de excitación. No hay, por tanto, ningún comportamiento extraño.”¹⁷¹ (Hiley 2006, 159)

Vemos, pues, que Hiley sostiene explícitamente que los argumentos que se necesitan para evaluar la función R (el módulo al cuadrado del campo cuántico) no son las posiciones de las partículas implicadas, sino la posición de la partícula prueba y la energía (el estado de excitación) de la cavidad. Por tanto, el autor parece implicar que la función de onda del sistema conjunto no habita en el espacio de configuración sino en un espacio de mayor dimensión, uno de cuyos ejes representa el estado energético de la cavidad.¹⁷² Este punto es efectivamente corroborado por el autor en la parte conclusiva de su trabajo:

¹⁷¹ “Now we come to the crucial part of the discussion. We need to evaluate R for the *actual* trajectory each atom takes. The quantum potential is then calculated at the *actual* position of the atom and the *actual* state of the cavity in each case. Consider an atom following a trajectory in channel #1. Since the interaction with the cavity is local, the atom will not lose its internal energy to the cavity. Thus the probability of the cavity *being* excited must be zero. Remember in BI any system *possesses* values for all its properties. This means that R_e must be zero for this specific atom. Thus each and every atom in channel #1 is acted on by a quantum potential calculated from $R=R_1R_{ue}$ so there is no phase difference in the region I and no possibility of interference. Thus the atom passes straight through the region I and arrives at the detector D_2 so that the atoms arriving at D_2 will not have lost their energy.

On the other hand when the atom passes through the cavity, it gives up its internal energy to the cavity with 100% efficiency. Thus the probability of the cavity *being* unexcited is zero for this atom, so that R_{ue} must be zero for this atom. Now the quantum potential acting on each atom in channel #2 is calculated from $R=R_2R_e$. Again there is no interference present and the atoms again go straight through reaching D_1 having lost their internal energy. Thus there is no bizarre behaviour.” (Hiley 2006, 159)

¹⁷² La nomenclatura escogida por el autor también respalda esta interpretación. Así, si atendemos a su caracterización formal de la función de onda del sistema conjunto [fórmula (5), pág.159 de su 2006] podemos ver que Hiley escribe $\Psi(r, \phi)$ sugiriendo que el campo cuántico es una función del posición de la partícula prueba y de otra variable, ϕ , que denota el estado energético de la cavidad.

“De nuevo, el problema es que hemos escogido un espacio de configuración que tiene demasiadas pocas dimensiones [el autor está haciendo referencia a los análisis convencionales del experimento de las trayectorias surrealistas]. Esto genera la apariencia de que las trayectorias se cruzan mientras que éstas no se cruzan en el espacio apropiado. Lo que distingue los dos conjuntos de trayectorias es la energía interna de los átomos que las siguen. Para tener en cuenta esta diferencia, debemos doblar la dimensionalidad del espacio de configuración. Entonces, el principio de no cruce de las trayectorias en el que ESSW basaron su argumento no es incorrecto *per se*. Lo que resulta incorrecto es que ESSW no consideraron un espacio de configuración suficientemente grande en el que discutir las trayectorias. Cuando este hecho es reconocido, entonces la interpretación de Bohm da cuenta del experimento de un modo completamente aceptable.”¹⁷³ (Hiley 2006, 160)

El argumento de Hiley puede resumirse, pues, del siguiente modo. En primer lugar, éste acepta que los estados disparado y no disparado del detector de camino no pueden distinguirse en virtud de la posición de sus partículas constituyentes. Sin embargo, ambos estados *sí* pueden distinguirse en virtud de su energía, que tiene siempre un valor bien definido y que, en la interpretación de Bohm, es considerada como una propiedad real. Hiley aprovecha este hecho y nos insta a considerar un «espacio de configuración» con una dimensión adicional que se corresponde con la energía del aparato. Denominaremos espacio de configuración* a dicho espacio ampliado y punto representativo del sistema* al punto representativo del sistema en el espacio de configuración*. De acuerdo con el autor, los paquetes $\psi_1^e \phi^u$ y $\psi_2^u \phi^e$ son en todo momento disjuntos en el espacio de configuración* y el punto representativo del sistema* debe hallarse siempre en el interior del mismo paquete.

La atribución de trayectorias resultante, que representamos en la Figura 6.7a de la página siguiente, tiene dos consecuencias. En primer lugar, las trayectorias del centro de masas de la partícula prueba son congruentes con las de los paquetes ψ_1 y ψ_2 , de modo que dicha partícula cruza siempre el plano de simetría del interferómetro. En segundo lugar, el detector conserva hasta el momento de su lectura el estado de excitación que resulta de su interacción *local* con la partícula prueba, sin que se produzca ninguna transferencia no local de energía. En tal caso, las trayectorias de la partícula prueba se corresponden sin excepción con las indicaciones del detector de camino.

¹⁷³ “Again the problem is that we have chosen a configuration space that has too few dimensions. This gives the appearance that the trajectories cross whereas they do not cross in the appropriate space. What distinguishes the two sets of trajectories is the internal energy of the atoms that follow the trajectories. In order to take this difference into account, we must double the dimensionality of the configuration space. In this bigger configuration space the trajectories do not cross. Thus the principle of non-crossing trajectories upon which ESSW based their argument is not wrong *per se*. What was wrong was that ESSW did not consider a big enough configuration space in which to discuss the trajectories. When this fact is recognised then BI gives a completely acceptable account of the experiment.” (Hiley 2006, 160)

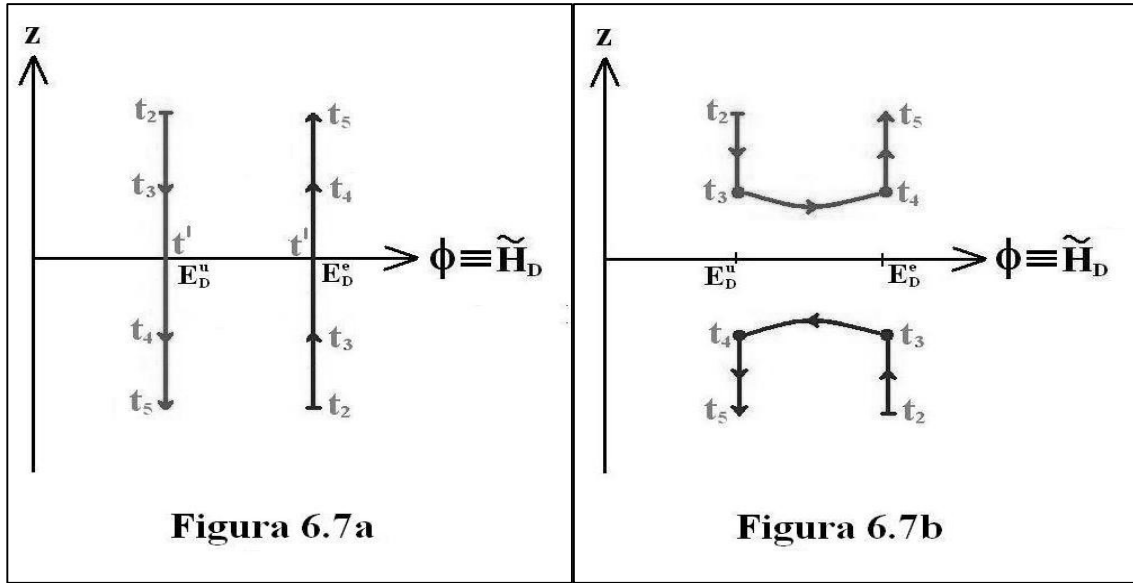


Figura 6.7a. Trayectorias en el espacio de configuración* según el análisis de Hiley y Callaghan (2006) y Hiley (2006). En la figura, hemos omitido las variables que representan la coordenada del centro de masas de la partícula prueba en los ejes x e y y la variable ϕ representa la energía del detector (denotada con el símbolo \tilde{H}_D en la Sección §6.1). **Figura 6.7b.** Trayectorias en el espacio de configuración* según nuestro análisis de la Sección §6.1.

Ahora bien, puede mostrarse que esta atribución de trayectorias es incompatible con algunas de las reglas fundamentales de la mecánica bohmiana. Así, considérense dos trayectorias de la partícula prueba simétricas respecto del plano $z=0$ como las representadas en la Figura 6.7a. De acuerdo con la propuesta de Hiley, a cada una de dichas trayectorias le corresponde un valor distinto de la energía de la cavidad, puesto que en un caso la partícula prueba ha pasado por el interior de la cavidad, excitándola, y en el otro caso no. De este modo, en el instante t' en que ambas trayectorias cruzan el plano $z=0$ por un mismo punto, de acuerdo con dicho análisis hay *dos* energías distintas accesibles al sistema. Se sigue de ello que, en el instante t' , el campo cuántico y la posición de las partículas *no* determinan de modo unívoco el valor de la energía de la cavidad. En consecuencia, *la atribución de trayectorias postulada por Hiley viola el primer postulado de la versión mínima de la mecánica bohmiana de acuerdo con el cual la posición y la función de onda caracterizan completamente un sistema físico.*

Aparentemente, el argumento de Hiley se fundamenta en cambiar el espacio en que se representa la dinámica del sistema bohmiano. En el Apéndice C hemos visto que la evolución dinámica de un sistema bohmiano puede representarse en espacios de mayor dimensión que el espacio de configuración, si así se desea.¹⁷⁴ Dichas representaciones se

¹⁷⁴ Más concretamente, en el Apéndice C discutimos la representación de la evolución dinámica de un sistema bohmiano en el espacio físico y en el «espacio de configuración^E», que es el espacio de configuración complementado con un eje que representa la energía total del sistema. La única diferencia entre el espacio de configuración^E y el espacio de configuración* es que, en el primero, se considera la

obtienen trivialmente haciendo uso de la teoría de atribución de propiedades propia de las versiones maximalistas de la teoría. En el caso del espacio de configuración*, la variable a añadir es la energía del detector, de modo que el punto representativo del sistema* está definido por la tupla:

$$(6.21) \quad (Q, \phi \equiv \tilde{H}_D)$$

donde Q son las coordenadas del punto representativo del sistema en el espacio de configuración y ϕ es el valor esperado local del operador \hat{H}_D que, recordemos, es el término del hamiltoniano del sistema que representa la energía del detector:

$$(6.22) \quad \phi \equiv \text{Re} \left(\Psi^*(q,t) \hat{H}_D \Psi(q,t) \right) / |\Psi(q,t)|^2 \equiv \tilde{H}_D$$

La densidad de probabilidad del punto representativo del sistema* en el espacio de configuración* viene dada por:¹⁷⁵

$$(6.23) \quad f(q, \phi, t) = R^2(q,t) \delta \left[\phi - \text{Re} \left(\Psi^*(q,t) \hat{H}_D \Psi(q,t) \right) / |\Psi(q,t)|^2 \right]$$

Ahora bien, las trayectorias del punto representativo del sistema* (6.21) que se siguen de considerar la función de onda (6.17) son, precisamente, las que hemos obtenido como resultado de nuestro análisis de la Sección §6.1 y que hemos representamos esquemáticamente en la Figura 6.3, pág.158 (reproducida aquí como Figura 6.7b). Puede verse claramente que dichas trayectorias *no* coinciden con las postuladas por Hiley.

Nótese que, pese a operar en el espacio de configuración*, nuestro análisis es totalmente consistente con los postulados de la mecánica bohmiana elucidados en el Capítulo 2. Puesto que, de acuerdo con (6.22), la energía de la cavidad es una función unívoca del campo cuántico y de las posiciones de las partículas del sistema, no puede darse el caso que para un mismo campo y una misma configuración de las partículas haya dos energías diferentes accesibles al sistema. Este hecho puede apreciarse, también, si se consideran las trayectorias representadas esquemáticamente en la Figura 6.7b: no hay dos trayectorias que en el gráfico crucen por puntos distintos un mismo plano $z=\text{constante}$ en un mismo instante.

Cabe concluir, por tanto, que lo relevante no es qué espacio se utiliza para representar la dinámica del sistema sino qué trayectorias se consideran en dicho espacio. Y las trayectorias que se desprenden del análisis de Hiley y Callaghan violan principios venerables de la mecánica bohmiana. En este sentido, su «interpretación» supone una

energía total del sistema y, en el segundo, se considera la energía del detector de camino. Por lo demás, ambos espacios son completamente análogos.

¹⁷⁵ Véanse los ejemplos análogos discutidos en el Apéndice C.

notable revisión de la teoría y no la mera aplicación, como estos autores afirman, de lo que está supuesto, de modo implícito o explícito, en UU.¹⁷⁶

6.5.2 Energía, posición y la interpretación de HC

HC consideran que las cavidades micromáser son aparatos de medición fiables a pesar de que el proceso de adquisición de la información acerca del camino seguido por la partícula prueba involucra un solo grado de libertad y no supone irreversibilidad alguna. Apoyándose en la autoridad de Feynman (1961, 3), HC defienden que el proceso de excitación de la cavidad micromáser en virtud de su interacción local con la partícula prueba constituye una *medición en potencia*.¹⁷⁷ Desde su perspectiva, pues, el estado de excitación de la cavidad hace las veces de «puntero», en completa analogía con un puntero macroscópico.

Ahora bien, si HC consideran que el proceso de excitación de la cavidad constituye, en sí mismo, una medición, dichos autores están implicando que hay mediciones que *no* satisfacen el requisito posicionista según el cual los estados del aparato tras la medición deben tener soportes disjuntos en el espacio de configuración. En consecuencia, desde la perspectiva de HC este requisito posicionista no puede considerarse como una condición necesaria para la medición. Así lo asumen estos autores de un modo explícito:

“Parece que una característica necesaria del proceso de medida es que tenemos que producir canales separados espacialmente y macroscópicamente distintos. Si queremos expresar esto en el lenguaje familiar de la mecánica cuántica estándar, diremos que hay que encontrar procesos cuánticos que produzcan paquetes de onda separados, que no se solapen en el espacio, cada uno de los cuales esté asociado con un único valor de la variable que está siendo medida [...] Claramente, este argumento no puede funcionar para el caso de la cavidad [...] puesto que tanto el modo excitado como el modo fundamental del campo tienen su soporte en la misma cavidad. Este es uno de los factores por los que Dewdney *et al.* (1993) y Hiley *et al.* (2000) se contentaron con introducir transferencias de energía no locales como solución al desafío de ESSW. Lo que todos estos autores asumieron era que el hecho de que los ‘paquetes de onda’ no se solapen [en el espacio de configuración] es *una*

¹⁷⁶ En UU no se dice de modo explícito que el campo cuántico ψ (o, equivalentemente, los campos R y S) junto con las posiciones de las partículas constituyan una caracterización completa de un sistema físico. Sin embargo, Bohm y Hiley consideran que en cada momento hay un solo campo cuántico que es solución a la ecuación de Schrödinger y que las soluciones a la ecuación de Schrödinger son siempre funciones unívocas del espacio de configuración del sistema (y del tiempo), esto es, funciones cuyos argumentos son la posición de cada una de las partículas y el tiempo. A su vez, éstos consideran que las variables dinámicas del sistema son siempre funciones del campo cuántico. Se sigue de todo ello, que dada la configuración y el campo cuántico todas las variables dinámicas del sistema (que representan propiedades reales del mismo) están determinadas de modo unívoco.

¹⁷⁷ Véase Hiley y Callaghan (2006, 346).

condición necesaria y suficiente [para la medición]. Lo que nosotros hemos argumentado es que no se trata de una condición necesaria sino, meramente, una condición *suficiente*.”¹⁷⁸ (Hiley y Callaghan 2006, 346)

En la Sección §6.2, hemos argumentado que si se considera que el proceso de excitación de la cavidad constituye en sí mismo una medición (y, por tanto, se viola el posicionismo de la medición), entonces la equivalencia empírica entre la mecánica bohmiana y la mecánica cuántica no está garantizada. Hemos mostrado, sin embargo, que el posicionismo de la medición no sólo se asume implícita o explícitamente en mecánica bohmiana sino que también forma parte de los supuestos fundamentales de la interpretación mecánico-cuántica estándar. Ahora bien, puesto que HC interpretan que, efectivamente, el proceso de excitación de la cavidad constituye una medición, podemos entender su propuesta como un intento de enmendar la teoría para poder dar cuenta del proceso de excitación de la cavidad como un proceso de medición más.

El planteamiento de HC puede interpretarse, entonces, como la propuesta de un argumento de la super-ortogonalidad* de acuerdo con el cual, tras la medición, deben producirse siempre una serie de canales disjuntos en el espacio de configuración* (pero *no* necesariamente en el espacio de configuración) y el punto representativo del sistema* debe permanecer siempre en el interior de uno de estos canales. La probabilidad de que dichos canales se vuelvan a unir es prácticamente cero a no ser que el dispositivo experimental haya sido expresamente diseñado para ello.

La intuición que bulle detrás de este argumento es que el *gedankenexperiment* de ESSW pone de manifiesto que *el rol desempeñado por la energía y posición es completamente idéntico en todos los aspectos, incluido el epistémico*.¹⁷⁹ Así, puede entenderse la solución de HC al problema de las trayectorias surrealistas como un intento de reformular la mecánica bohmiana para dar acomodo a esta intuición. En adelante, nos referiremos a la propuesta de dichos autores entendida en este sentido como «la interpretación de HC».

Hay que notar, sin embargo, que plantear una analogía completa entre energía y posición tiene como consecuencia una reformulación de la mecánica bohmiana en

¹⁷⁸ “Thus it appears from this argument that a necessary feature of a measurement process is that we must produce spatially separate and macroscopically distinct channels. To put this in the familiar language of SQM, we must find a quantum process that produces separate, non-overlapping wave packets in space, each wave packet corresponding to a unique value of the variable being measured. [...] Clearly this argument cannot work for the case of the cavity [...] since both the excited and unexcited fields are supported in the same cavity. This was one of the main factors why Dewdney *et al.* (1993) and Hiley *et al.* (2000) were content to introduce non-local exchanges of energy as a solution to the ESSW challenge. What these authors all assumed was that the nonoverlapping of ‘wave packets’ was a *necessary and sufficient* condition. What we have argued above is that it is not a necessary condition but it is merely a *sufficient* condition.” (Hiley y Callaghan 2006, 346)

¹⁷⁹ Esto lo confirma el mismo Hiley al autor de este trabajo en numerosas discusiones mantenidas a lo largo del verano del 2008.

muchos de sus aspectos más fundamentales. En la subsección anterior, ya hemos visto que las trayectorias postuladas por HC son incompatibles con la regla que establece que, en mecánica bohmiana, la posición y campo cuántico determinan por completo las propiedades físicas de un sistema. Ahora bien, si la posición y la energía desempeñan el mismo rol, esta incompatibilidad es perfectamente natural puesto que, para obtener una caracterización completa de un sistema habrá que especificar –junto con la posición– también la energía. Desafortunadamente, el revisionismo implicado por la interpretación de HC no termina aquí.

Si la energía y la posición desempeñan un papel completamente análogo, el campo cuántico debe tener como argumentos la energía y la posición de las partículas (y el tiempo), esto es, debe ser una función del tipo:

$$(6.24) \quad \psi : (q, \phi) \rightarrow \mathbb{C}$$

donde ϕ representa la energía. Hiley (2006, 159) confirma este extremo al escribir en su ecuación (5) que las variables del campo cuántico son la posición y la energía, y al sostener explícitamente que para *evaluar* el potencial cuántico debe de tenerse en cuenta la posición de la partícula prueba y el estado energético de la cavidad (véase la cita de la pág.192). Sin embargo, una función como (6.24) no puede ser nunca una solución de la ecuación de Schrödinger porque los operadores de posición y de energía no conmutan generalmente y, por tanto, no cabe encontrar una representación conjunta de ambos. Así pues, exigir que la posición y la energía desempeñen un papel completamente análogo en la teoría, requeriría también una modificación de la ecuación de Schrödinger.

Por último, si la energía y la posición desempeñan el mismo rol en la interpretación de HC, para que su propuesta pueda ser considerada como una teoría cerrada y completa, estos autores deberían de plantear una ecuación que suministre la evolución temporal de la energía, en completa analogía con la ecuación guía que suministra la evolución temporal de la configuración. Desafortunadamente, HC no hacen ninguna propuesta específica al respecto.

Un partidario de la interpretación de HC podría replicar que, en realidad, la ecuación que suministra la evolución dinámica de la energía en dicha interpretación es exactamente la misma que suministra la evolución dinámica de la energía de acuerdo con la teoría de atribución de propiedades dinámicas discutida en el Capítulo 4 y que, el caso que nos ocupa, se corresponde con (6.7) (o (6.22)). Sin embargo, esta defensa fracasa. En primer lugar, el campo cuántico que aparece en (6.7) es una función del espacio de configuración y *no* del espacio de configuración*. En segundo lugar, de la aplicación de (6.7) se desprenden las trayectorias representadas en la Figura 6.3 (o la en Figura 6.7b) y *no* las que HC postulan.

HC consideran que la evolución de la energía de la cavidad es tal que, si la partícula prueba pasa por su interior, dicha energía es igual a E_D^c en cualquier instante posterior

a la salida de la partícula del interior de la cavidad. Si, por el contrario, la partícula prueba no pasa por su interior, la energía de la cavidad tiene el valor E_D^u en cualquier instante. Ahora bien –insistimos– para que esta atribución energética no aparezca como una mera receta *ad hoc* para resolver el problema de las trayectorias surrealistas, HC deberían de ofrecer un algoritmo completamente general para el movimiento del punto representativo del sistema* en el espacio de configuración* tal que las trayectorias representadas en la Figura 6.7a puedan ser deducidas como consecuencias lógicas del mismo.

Cabe concluir, pues, que la interpretación de HC entendida como un modo de reformular la mecánica bohmiana para acomodar la intuición que posición y energía desempeñan un rol completamente análogo es altamente revisionista puesto que supone modificar la práctica totalidad de los postulados de la versión mínima de la mecánica bohmiana discutidos en el Capítulo 2. Por otro lado, tal y como estos autores presentan su interpretación, dichas modificaciones no aparecen elaboradas con suficiente generalidad y, en muchos casos, siquiera son insinuadas.

6.5.3 Una interpretación alternativa de las trayectorias postuladas por HC

La atribución de trayectorias de HC supone una violación del primer postulado de la versión mínima de la mecánica bohmiana puesto que se sigue de dichas trayectorias que, en un instante dado, la configuración de las partículas y el campo cuántico en ese instante *no* determinan de modo unívoco la energía del sistema. En la subsección anterior hemos visto, además, que el marco interpretativo a partir del cual HC derivan sus trayectorias, fundamentado en una analogía completa entre energía y posición, supone también la violación de algunos otros postulados discutidos en el Capítulo 2. En esta subsección mostraremos un modo alternativo de interpretar la atribución de trayectorias que plantean HC.

Si en lugar de considerar que el campo cuántico del sistema tras la interacción de la partícula prueba con el detector es el *estado puro* (6.17) considerásemos que éste viene caracterizado por el *estado mixto*:

$$(6.25) \quad \rho = \left(|\psi_1^e\rangle\langle\psi_1^e| |\varphi^u\rangle\langle\varphi^u| + |\psi_2^u\rangle\langle\psi_2^u| |\varphi^e\rangle\langle\varphi^e| \right)$$

entonces las trayectorias del punto representativo del sistema* en el espacio de configuración* que se obtienen aplicando los postulados de la mecánica bohmiana son, precisamente, las representadas esquemáticamente en la Figura 6.7a.¹⁸⁰

¹⁸⁰ Para una breve discusión sobre el manejo de los estados mixtos y de las matrices densidad en mecánica bohmiana, véase la Sección §C.2 del Apéndice C.

De acuerdo con (6.25), no conocemos con certidumbre el componente ondulatorio del sistema pero sabemos que hay un 50% de probabilidad de que el campo cuántico sea $\psi_1^e \varphi^u$ y un 50% de probabilidad de que sea $\psi_2^u \varphi^e$. Así, si (6.25) caracterizase nuestro conocimiento del componente ondulatorio del sistema, cada una de las trayectorias representadas en la Figura 6.7a se correspondería con un campo cuántico diferente, de modo que el hecho de que para un mismo instante y una misma configuración de las partículas del sistema haya dos valores accesibles de la energía no supondría una violación del primer postulado de la versión mínima de la mecánica bohmiana.

Ahora bien, asumir en el contexto de la mecánica bohmiana la transición del estado puro (6.17) al estado mezcla (6.25) supone introducir una dinámica de «colapso» en esta teoría y, por tanto, implica la violación de otra de sus asunciones más venerables, a saber, la que sanciona que el campo cuántico evoluciona universalmente de acuerdo con la ecuación de Schrödinger.

La idea que subyacería al «colapso bohmiano» en el contexto del *gedankenexperiment* discutido en la Sección §6.1 es la siguiente. Si la partícula prueba pasa por el interior del detector, entonces el campo cuántico sufre la transición:

$$(6.26) \quad \Psi_{a.col.} = \psi_1^e \varphi^u + \psi_2^u \varphi^e \rightarrow \Psi_{d.col.} = \psi_2^u \varphi^e$$

Por el contrario, si la partícula prueba discurre por el camino en el que no está el detector, entonces el campo cuántico sufre la transición:

$$(6.27) \quad \Psi_{a.col.} = \psi_1^e \varphi^u + \psi_2^u \varphi^e \rightarrow \Psi_{d.col.} = \psi_1^e \varphi^u$$

De este esquema se desprende que el acomodo de una dinámica de «colapso» en el marco bohmiano entrañaría novedades sustanciales respecto de su acomodo en el marco del enfoque mecánico-cuántico estándar.

Así, al contrario de lo que sucede con el colapso cuántico, el «colapso bohmiano» *no* sería un proceso inherentemente estocástico. Para darse cuenta de ello basta con advertir que el hecho de que se produzca la transición (6.26) o la transición (6.27) depende de un modo completamente determinista de la trayectoria seguida por la partícula prueba y, en última instancia, de su posición inicial. Por tanto, el elemento probabilista presente en el estado mixto (6.25) aparece debido a nuestra ignorancia respecto de la posición inicial de la partícula prueba sancionada por el postulado estadístico.

Recordemos que uno de los motivos que hacen del colapso de la función de onda una asunción difícil de admitir es la falta de concreción respecto de las causas físicas que lo producen. Además, puesto que en el enfoque mecánico-cuántico estándar la función de onda suministra una caracterización completa del sistema físico, para dar cuenta del proceso del colapso debe recurrirse a elementos que quedan fuera del dominio de la teoría, como la operación de un aparato «clásico» de medida, la presencia de un observador, etc. Estas objeciones no serían sin embargo aplicables en el caso del

«colapso bohmiano» puesto que en mecánica bohmiana se podría considerar que son las distintas propiedades de los sistemas involucrados las causantes de la reducción de la función de onda. Así, por ejemplo, en el *gedankenexperiment* discutido en la Sección §6.1, podría sostenerse que la transición (6.26) ocurre como consecuencia de que el detector adquiere una energía determinada como resultado del proceso de interacción con la partícula prueba.

Ahora bien, esto no significa que el hipotético acomodo de una dinámica de «colapso» dentro del marco de la mecánica bohmiana no estuviese exento por completo de dificultades. De hecho, si consideramos de nuevo el *gedankenexperiment* discutido en la Sección §6.1, podemos observar que cuando la partícula prueba pasa por el camino donde no está el detector debería postularse la transición (6.27) sin que medie interacción alguna entre dicha partícula y el detector ni tampoco un cambio *local* en las propiedades de estos sistemas que pueda dar cuenta de la referida transición.

Por otro lado, la cuestión de cuándo aplicar la receta del hipotético «colapso bohmiano» no parece tener tampoco una fácil solución en el marco de la mecánica bohmiana. Así, ¿debería aplicarse dicha receta siempre que se produce un intercambio energético entre dos subsistemas cualesquiera previamente entrelazados, como es el caso de la partícula prueba y la cavidad micromáser en el experimento de ESSW? ¿O, por el contrario, la aplicación del «colapso bohmiano» precisaría de la ocurrencia de alguna condición adicional, como que se produzca una medición? Mientras que en la primera de las alternativas se correría el riesgo de no poder dar cuenta de la coherencia entre dos haces en situaciones en las que dichos haces hayan intercambiado energía con algún sistema, en la segunda de las alternativas se correría el riesgo –como sucede en el enfoque mecánico-cuántico estándar– de volver imprecisa la teoría a no ser que se disponga de un criterio unívoco y perfectamente claro de lo que constituye una medición.

En cualquier caso, consideramos que la hipótesis de un «colapso bohmiano» en las líneas que acabamos de esbozar puede constituir una interesante vía de investigación para aquellos que juzguen que el desafío de ESSW deja a la mecánica bohmiana en una situación insostenible. Una de las objeciones que usualmente se hace a la teoría es que ésta postula una acción del campo cuántico sobre las partículas pero que, sin embargo, no postula la consiguiente reacción de las partículas sobre el campo.¹⁸¹ El «colapso bohmiano» bien podría interpretarse, precisamente, como dicha reacción.

Otra interesante línea de investigación abierta por la hipótesis del «colapso bohmiano» radicaría, precisamente, en tratar de elucidar las similitudes y las diferencias

¹⁸¹ Ésta es una crítica recurrente en la literatura. A este respecto, puede verse, por ejemplo, Anandan y Brown (1995). Para una respuesta a dicha crítica diferente a la que aventuramos aquí, véase Dürr *et al.* (1997).

entre el «colapso bohmiano» y el proceso de colapso tal y como se postula en la interpretación mecánica-cuántica estándar. Posiblemente, mediante este análisis comparativo podría alcanzarse una mejor comprensión de ambos postulados y de los enfoques en los que están insertos.

6.6 Conclusiones: mecánica bohmiana, interpretación y trayectorias surrealistas.

A lo largo de este capítulo hemos analizado las consecuencias del efecto de las trayectorias surrealistas en relación con una interpretación realista de la mecánica bohmiana. Tal y como hemos argumentado en la Sección §6.3, el efecto de las trayectorias surrealistas es compatible con una interpretación realista de las trayectorias bohmanas siempre y cuando se acepte que, de acuerdo con la mecánica bohmiana, los detectores «de camino» *no* detectan de modo fiable el camino seguido por la partícula prueba.

Sin embargo, la idea de que los detectores «de camino» detectan el camino es una equívoca herencia del enfoque mecánico-cuántico estándar. Por un lado, en el marco de dicho enfoque no cabe propiamente hablar de la trayectoria seguida por una partícula. Por otro lado, si la interpretación estándar de la mecánica cuántica se aplica consistentemente, la retrodicción del camino o de la posición conduce a perplejidades filosóficas aún mayores que las entrañadas por el efecto de las trayectorias surrealistas. Así, en la Sección §6.3.3 hemos mostrado que, si se considera que la lectura del detector constituye una suerte de medición retardada de la posición de la partícula prueba, cabe concluir, de acuerdo con el enfoque mecánico-cuántico estándar, que en el futuro se crea la posición que la partícula ocupó en el pasado.

En este contexto, para formar nuestro juicio acerca de la operación de un detector de camino parece más prudente recurrir a una teoría como la mecánica bohmiana en la que la noción de trayectoria o camino tiene pleno sentido. Y si esta teoría sanciona que lo que creíamos detectores fiables no lo son, cabe aceptar este dictamen no como una renuncia, sino como una valiosa lección acerca de la naturaleza de las cosas.

En la Sección §6.3.2 hemos argumentado, además, que la asunción de que los detectores de camino no son fiables *no* implica que el realista bohmiano deba considerar que las teorías auxiliares en las que se fundamenta el funcionamiento de dichos detectores son falsas. La mecánica bohmiana no sólo es compatible con los mecanismos prescritos por dichas teorías sino que los sanciona. Sin embargo, la mecánica bohmiana establece que existen mecanismos adicionales que interfieren y que, por así decirlo, desbaratan la correlación entre los estados del detector y el camino seguido por la

partícula prueba que cabe esperar de acuerdo con una concepción ingenua forjada al abrigo del enfoque mecánico-cuántico estándar.

Tal y como hemos mostrado en la Sección §6.1, este mecanismo adicional consiste en una transferencia no local de un cuanto de energía entre el detector y la partícula prueba (o entre ambos detectores, en el caso de que haya dos). En virtud de dicha transferencia se elimina, por así decirlo, todo rastro del paso de la partícula por el interior del detector.

Esta alteración no local del detector puede parecer poco plausible desde un punto de vista físico. A este respecto, hemos señalado, en primer lugar, que el enfoque mecánico-cuántico estándar sanciona un efecto muy similar: así, de un análisis del *gedankenexperiment* de ESSW desde la perspectiva de dicho enfoque se sigue que la corriente de probabilidad asociada con el detector se altera (de modo no local) cuando la partícula prueba está en la región de interferencia (véase la Sección §6.3.3). En segundo lugar, hemos argumentado en la Sección §6.4 que el tipo de no localidad implicado por un análisis bohmiano del efecto de las trayectorias surrealistas no difiere en lo fundamental del que cabe derivar de la descripción bohmiana de los célebres experimentos de tipo EPR. Y nunca éstos últimos han sido utilizados para poner en duda la plausibilidad de una interpretación realista de la mecánica bohmiana.

Las consideraciones anteriores nos llevan a concluir que *el desafío planteado por ESSW es perfectamente asumible para el realista bohmiano y que el coste filosófico que éste debe pagar no es en ningún caso mayor que el que debe asumir el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar*. A continuación, cabe preguntarse si el modo en que las distintas interpretaciones de la mecánica bohmiana dan cuenta del efecto de las trayectorias surrealistas permite fundamentar una preferencia por alguna de dichas interpretaciones.

A lo largo de este capítulo nos hemos basado, principalmente, en un análisis del experimento de las trayectorias surrealistas desde la perspectiva del enfoque maximalista de la mecánica bohmiana. Al interpretar que todas las propiedades clásicas son propiedades reales y actuales de las partículas bohmanas, es precisamente dicho enfoque el que permite el estudio de la evolución de las energías de la partícula prueba y el detector, central en nuestra discusión.

Por el contrario, según una interpretación minimalista de la mecánica bohmiana, la única propiedad actual y con importe ontológico de las partículas es la posición. Así, en el contexto del *gedankenexperiment* de ESSW y de acuerdo con esta última interpretación, nada relevante ocurre hasta que se procede a la lectura del detector, esto es, hasta que el estado del detector se correlaciona con la *posición* de algún elemento del dispositivo experimental. Entonces –tal y como hemos mostrado en la Sección §6.3.4–

cabe interpretar dicha lectura como una medición *no local* de la posición ocupada por la partícula prueba en ese momento.

Para el realista bohmiano partidario de un enfoque minimalista, la energía puede interpretarse como una disposición de la partícula a moverse de un determinado modo en un contexto experimental específico. Por tanto, desde su perspectiva, el efecto de las trayectorias surrealistas *no* entraña una transferencia no local de una propiedad real y actual de la partícula. En este sentido, el planteamiento del realista minimalista puede considerarse ventajoso respecto del planteamiento del realista partidario de una interpretación maximalista de la mecánica bohmiana.

Sin embargo, puede considerarse que lo que el minimalista gana en términos de una mayor plausibilidad de sus asunciones, lo pierde en términos del poder explicativo de las mismas. Así, en el caso del experimento de las trayectorias surrealistas, el déficit heurístico del enfoque minimalista se traduce en que dicho enfoque carece de los recursos que permiten discernir entre el mecanismo local en el que se fundamenta el funcionamiento del aparato *como detector de camino* y el mecanismo no local que, por así decirlo, desbarata dicho funcionamiento. En consecuencia, desde una perspectiva minimalista es difícil explicar por qué el detector es «confundido» por la partícula bohmiana más allá de establecer tal «confusión» como un *fiat* postulado por la teoría.

Por tanto, *consideramos que el análisis del experimento de las trayectorias surrealistas y las consecuencias que de éste se desprenden no pueden constituirse como un argumento definitivo a favor o en contra de los enfoques minimalista o maximalista de la mecánica bohmiana*. La preferencia por uno u otro enfoque dependerá, por un lado, de si nuestros criterios axiológicos para la elección de teorías favorecen la economía ontológica o la fertilidad explicativa y, por otro, de cuáles sean nuestros criterios acerca de lo que constituye una buena explicación.

Finalmente, hemos mostrado en la Sección §6.5.1 que la atribución de trayectorias postulada por HC como respuesta al desafío de ESSW es incompatible con la versión mínima de la mecánica bohmiana presentada en el Capítulo 2 y, por ende, con las diferentes variantes interpretativas de la teoría discutidas a lo largo de los Capítulos 3 y 4. En este sentido, *cabe sostener que HC proponen, no tanto una interpretación de la teoría, sino una reformulación de la misma, esto es, una nueva teoría*.

Si se considera que el proceso de excitación de un dispositivo como una cavidad micromáser constituye en sí mismo una medición, los resultados de dicha medición no se corresponden necesariamente con la ocupación, por parte del punto representativo del sistema, de regiones disjuntas en el espacio de configuración. En consecuencia, cabe dudar de la adecuación del argumento de la super-ortogonalidad en el espacio de configuración para dar cuenta de tales resultados. En la Sección §6.5.2 hemos argumentado que, mediante su propuesta, HC pretenden enmendar esta situación,

asumiendo que en mecánica bohmiana la energía desempeña *exactamente* el mismo papel desempeñado por la posición. Sin embargo, hemos mostrado que una implementación adecuada y suficientemente general de esta intuición en la teoría exigiría profundos cambios en el formalismo de la misma que afectarían a todos sus postulados sin excepción. Puesto que HC no elaboran dichos cambios, entendemos que *no cabe aceptar su propuesta sino como una indicación heurística acerca de una posible línea de investigación.*

Por otro lado, hemos mostrado en la Sección §6.5.3 que puede obtenerse la atribución de trayectorias defendida por HC si la mecánica bohmiana se complementa con un postulado adicional, análogo en ciertos aspectos al postulado del colapso del enfoque mecánico-cuántico estándar. De acuerdo con este modo alternativo de interpretar la atribución de trayectorias de HC, el campo cuántico sufre una transición abrupta, pasando de ser una superposición de diferentes estados de excitación de la cavidad a corresponderse con uno sólo de los términos de dicha superposición. Este postulado de «colapso bohmiano» podría interpretarse, además, como una suerte de reacción de las partículas sobre el campo cuántico, puesto que el estado del campo tras la transición depende de modo unívoco de la trayectoria de las partículas y de sus propiedades.

La toma en consideración de una atribución de trayectorias como la propuesta por HC plantea la cuestión de si es preferible optar por una atribución de trayectorias (como la de HC) no surrealista pero incompatible con los postulados elucidados en el Capítulo 2 o por una atribución de trayectorias (como la que hemos representado en la Figura 6.3) surrealista pero compatible con dichos postulados.

Para responder a dicha cuestión deben evaluarse comparativamente las alternativas en lid y, obviamente, el sentido de la respuesta dependerá de cuáles sean los criterios axiológicos utilizados en dicha evaluación. Antes de introducir unos comentarios finales al respecto queremos señalar, no obstante, que *el objetivo fundamental de nuestra discusión del efecto de las trayectorias surrealistas no es ofrecer una respuesta concluyente a este interrogante sino mostrar que la disyuntiva planteadas es real y tiene sentido.*

Recuérdese que HC no reconocen estar introduciendo una modificación sustancial sino que consideran que su propuesta constituye, meramente, una “correcta aplicación” de la interpretación de Bohm ya disponible. Así pues, la tesis aquí defendida acerca del carácter revisionista de la propuesta de HC contradice el desiderátum de dichos autores. Además, debe señalarse a este respecto que en la literatura no se había demostrado con anterioridad que la atribución de trayectorias postulada por HC supone una violación de los postulados de la versión mínima de la mecánica bohmiana –tal y como nosotros hacemos en la Sección §6.5.1.

Puesto que hemos concluido que el efecto de las trayectorias surrealistas no supone una refutación de la teoría que lo predice ni es de ningún modo incompatible con el realismo de trayectorias, cabe establecer que *el realista bohmiano no tiene por qué optar por una propuesta tan revisionista como la de HC* (esto es, no tiene por qué optar por abandonar la mecánica bohmiana tal y como ha sido formulada y discutida a lo largo de los Capítulos 2, 3 y 4).

Ya hemos indicado que la principal motivación de la alternativa planteada por HC se cifra en la convicción de que el proceso de excitación de la cavidad debido a la interacción local con la partícula prueba constituye, en sí mismo, una medición. Por tanto, sólo aquellos que tengan intuiciones contrarias al posicionismo de la medición y que, como HC, consideren como totalmente inaceptable desde el punto de vista físico la transmisión no local de un cuanto de energía estimarán que merece la pena asumir una propuesta tan revisionista que socava en parte los cimientos de la mecánica bohmiana.

CAPÍTULO 7

Conclusiones: realismo e interpretación en mecánica bohmiana

En esta tesis hemos explorado las posibilidades interpretativas de la mecánica bohmiana analizando el desempeño de las distintas interpretaciones de la teoría en relación con el realismo. Nuestro objetivo ha sido someter a un escrutinio filosófico concienzudo el tópico de que la mecánica bohmiana constituye la interpretación realista por excelencia de los fenómenos cuánticos. Mediante dicho escrutinio nos hemos propuesto demostrar que, tal y como sucede con la mecánica cuántica, la mecánica bohmiana es una teoría que puede recibir muy diversas interpretaciones y que la elección de interpretación es un asunto filosóficamente relevante que conlleva múltiples consecuencias.

En el Capítulo 2, hemos caracterizado el formalismo de la teoría mediante un conjunto de postulados que conforman lo que hemos denominado la *versión mínima de la mecánica bohmiana*. Hemos discutido, también, la teoría bohmiana de la medida, esencial para mostrar la equivalencia empírica con la mecánica cuántica y de particular interés para muchos de los análisis posteriores.

En el Capítulo 3 nos hemos ocupado del requisito del realista tridimensional que establece que toda entidad real existe en el espacio físico tridimensional. Hemos discutido la divisoria interpretativa entre el enfoque del potencial cuántico y el enfoque de guía y hemos mostrado que una interpretación completamente literal de ambos enfoques *no* satisface dicho requisito. Sin embargo, hemos discutido tres interpretaciones de la teoría de acuerdo con las cuales todas las entidades reales son tridimensionales mostrando, en consecuencia, que *en mecánica bohmiana puede acomodarse el realismo tridimensional*.

A este respecto hemos analizado, en primer lugar, el monismo de partículas de Dürr *et al.* (1992) que sanciona únicamente la existencia de las partículas bohmanas y sus trayectorias en el espacio tridimensional. Hemos argumentado que esta interpretación es manifiestamente inferior, desde el punto de vista de la explicación, a una interpretación completamente literal tanto del enfoque de guía como del enfoque del potencial cuántico. Así, hemos orientado nuestra investigación hacia la elucidación de una

interpretación de la mecánica bohmiana que maximice el poder explicativo manteniendo la compatibilidad con el realismo tridimensional.

A continuación, hemos examinado la propuesta de Belousek (2003) que postula la existencia de las partículas y de las fuerzas $\vec{V}_k(V + U)$ que, de acuerdo con la segunda ley de Newton generalizada, son proporcionales a la aceleración de la partícula sobre la que se aplican. Hemos argumentado que el marco ontológico y nomológico postulado por Belousek no permite, en principio, descartar la existencia de trayectorias que, de acuerdo con la teoría, son imposibles. Nos hemos referido a esta dificultad como «el problema de las trayectorias imposibles» y hemos concluido que el único modo de resolver dicha dificultad compatible con el dualismo de Belousek consiste en asumir que las condiciones iniciales del universo fueron tales que las trayectorias «imposibles», sencillamente, no ocurren.

Finalmente, hemos propuesto una interpretación tridimensionalista de la mecánica bohmiana superior desde el punto de vista de la explicación al monismo de partículas y que, sin embargo, no incurre en el problema de las trayectorias imposibles. Dicha interpretación postula la existencia de partículas y del conjunto de «fuerzas aristotélicas» $\vec{V}_k S$ que, de acuerdo con la ecuación guía, son proporcionales a la velocidad de la partícula sobre la que se aplican. Esta interpretación opera en el marco del enfoque de guía y su toma en consideración conlleva asumir, en la línea de los argumentos ofrecidos por Valentini (1997), que el espacio-tiempo bohmiano es esencialmente aristotélico y que la invariancia galileana puesta de manifiesto por las ecuaciones de la teoría es una simetría matemática que no representa una simetría física real.

En el Capítulo 4 hemos explorado las posibilidades interpretativas de la mecánica bohmiana en relación con la atribución de propiedades de las partículas. En este contexto, hemos motivado y discutido la divisoria interpretativa entre los enfoques maximalistas de la teoría (Bohm 1952a y b; Bohm y Hiley 1993; Holland 1993) y los enfoques minimalistas (Bell 1990; Daumer *et al.* 1996; Dürr *et al.* 2004). De acuerdo con los primeros, las partículas bohmianas poseen toda la plétora de propiedades clásicas (i.e., posición, momento, energía, etc.). De acuerdo con los segundos, las partículas bohmianas sólo poseen posición.

Nuestro principal objetivo en dicho capítulo ha sido evaluar el distinto desempeño de estas interpretaciones en relación con el principio de fiabilidad de la medida [PFM] que establece que la medición de una propiedad real de un sistema revela siempre el valor preexistente de la misma. Haciendo uso de la teoría de atribución de propiedades de Holland (1993) hemos mostrado que, en mecánica bohmiana, el valor de una propiedad dinámica se modifica generalmente durante el transcurso de su medición y que el resultado de dicha medición se corresponde con el valor perturbado de la propiedad

pero *no* con el valor preexistente de la misma. Hemos mostrado, además, que la única excepción a la regla anterior la constituyen las mediciones bohmianas de la posición. Puesto que, de acuerdo con la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana, todas las propiedades dinámicas de las partículas son reales, hemos concluido que dicha interpretación no satisface [PFM]. Sin embargo, puesto que la interpretación minimalista de la mecánica bohmiana sanciona que las partículas bohmianas sólo tienen posición, hemos concluido que dicha interpretación sí satisface [PFM].

Los dos últimos capítulos de esta tesis han estado dedicados al análisis del argumento de las trayectorias surrealistas desarrollado por Englert *et al.* (1992) y a la elucidación de sus consecuencias filosóficas. Recordemos que estos autores consideran que hay situaciones experimentales en las que las trayectorias bohmianas de las partículas no se corresponden con lo indicado por los detectores de camino y concluyen que una interpretación realista de dichas trayectorias es insostenible.

En el Capítulo 5 hemos discutido en detalle los principios teóricos y experimentales involucrados en las diferentes propuestas de ejemplificación del argumento de las trayectorias surrealistas disponibles en la literatura, con el objetivo de elucidar unas condiciones precisas de ocurrencia de las trayectorias surrealistas. A este respecto, hemos derivado, aplicando estrictamente los postulados de la versión mínima de la mecánica bohmiana, las dos condiciones siguientes:

(CNTS) CONDICIÓN NECESARIA PARA EL EFECTO DE LAS TRAYECTORIAS

SURREALISTAS: Para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas es *necesario* que φ_{Si}^{No} y φ_{No}^{Si} , las funciones de onda que representan los estados disparado y no disparado de los detectores de camino, tengan soportes que se solapen en el espacio de configuración cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia del interferómetro.

(CSTS) CONDICIÓN SUFICIENTE PARA EL EFECTO DE LAS TRAYECTORIAS

SURREALISTAS: Para la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas es *suficiente* con que las funciones de onda que representan los estados disparado y no disparado de los detectores de camino tengan soportes que se solapen en el espacio de configuración y las coordenadas del punto representativo del aparato, $S(t)$, sean tales que $\varphi_{Si}^{No}(S(t)) = \varphi_{No}^{Si}(S(t)) \neq 0$ para todo instante de tiempo t en el que la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia del interferómetro.

A la luz de estas condiciones hemos concluido que, tal y como sanciona Bell (1980), los detectores de camino con un puntero macroscópico que indica el resultado de la medición del camino antes de que la partícula prueba se adentre en la región de interferencia *no* satisfacen (CNTS). Por tanto, ningún dispositivo experimental que

involucre este tipo de detectores constituye una ejemplificación adecuada del argumento de las trayectorias surrealistas. Hemos mostrado, además, que la cámara de burbujas retardada propuesta por Aharonov y Vaidman (1996) tampoco satisface (CNTS) a pesar de que no se produce ningún cambio macroscópico en el aparato antes de que la partícula prueba se adentre en la región de interferencia.

Sin embargo, hemos mostrado que tanto el modelo altamente idealizado de detector propuesto por Barrett (2000) como, con alguna pequeña modificación, el propuesto por Dewdney *et al.* (1993) satisfacen (CSTS). Hemos mostrado, además, que si las condiciones anteriores se generalizan para aplicarse al análisis bohmiano de un campo electromagnético cuantizado, los dispositivos experimentales considerados por Englert *et al.* (1992) y Brown *et al.* (1995) también satisfacen (CSTS).

La lección que, en definitiva, cabe extraer de (CNTS) y (CSTS) es que, para que ocurra el efecto de las trayectorias surrealistas, la información del camino seguido por la partícula prueba no puede registrarse en términos de la posición de ninguna otra partícula. Hemos destacado cuán difícil es dar satisfacción a dicha condición, puesto que cualquier dispositivo real, por pequeño que sea, involucra un gran número de partículas, muchas de ellas fuera del control experimental. Además, un tratamiento realista de la situación, también obligaría a tener en cuenta las partículas del entorno que frecuentemente se acoplan con el sistema analizado pudiendo provocar la pérdida de coherencia entre los dos haces que viajan por el interferómetro. Así, el hecho de que la partícula prueba golpee una sola molécula de aire, desviándola del que de otro modo hubiese sido su curso, puede ser suficiente para que no se produzca el efecto de las trayectorias surrealistas. En virtud de estas consideraciones, hemos concluido que si bien *en principio, el efecto de las trayectorias surrealistas es posible, a efectos prácticos, las trayectorias bohmianas están exentas de «surrealismo».*

Puesto que, al menos en principio, el efecto de las trayectorias surrealistas es posible, hemos dedicado el Capítulo 6 a discutir las consecuencias filosóficas de dicho efecto. Hemos concluido que, en contra de lo defendido por Englert *et al.* (1992), *la aceptación del efecto de las trayectorias surrealistas no hace insostenible una interpretación realista de las trayectorias bohmianas.* Sin embargo, el efecto de las trayectorias surrealistas supone un coste filosófico para el realista bohmiano que hemos evaluado con detalle a lo largo del mencionado capítulo.

La consecuencia fundamental del efecto de las trayectorias surrealistas es que el realista bohmiano debe aceptar que los detectores «de camino» *no* detectan de modo fiable el camino seguido por la partícula prueba. Esto no implica, sin embargo, que el realista bohmiano tenga necesariamente que considerar como falsas las teorías auxiliares en las que se basa el funcionamiento de dichos detectores. Así, hemos argumentado que la mecánica bohmiana es compatible con dichas teorías pero que

sanciona la existencia de un mecanismo adicional que desbarata la correlación entre los estados del detector y el camino seguido por la partícula prueba que cabría esperar de acuerdo con una concepción ingenua forjada al abrigo del enfoque mecánico-cuántico estándar. Haciendo uso de la teoría de atribución de propiedades de Holland (1993), hemos mostrado que este mecanismo adicional consiste en la transferencia no local de un cuanto de energía entre la partícula prueba y el detector.

Hiley y Callaghan (2006) consideran que la transferencia no local de un cuanto de energía no es plausible desde un punto de vista físico. Sin embargo, hemos argumentado que la forma de no localidad implicada por un análisis maximalista del efecto de las trayectorias surrealistas no difiere en lo fundamental de la forma de no localidad que puede derivarse de un modelo bohmiano maximalista de un experimento de tipo EPR. Además, hemos mostrado que el análisis del *gedankenexperiment* de Englert *et al.* (1992) desde la perspectiva del enfoque mecánico-cuántico estándar también sanciona un efecto similar, puesto que la corriente mecánico-cuántica de probabilidad asociada con el detector de camino se modifica de modo no local cuando la partícula prueba se encuentra en la región de interferencia.

Por otro lado, la idea de que los detectores «de camino» detectan fiablemente el camino tampoco resiste un análisis riguroso de acuerdo con las reglas del enfoque mecánico-cuántico estándar. En primer lugar, la noción de trayectoria no tiene cabida en el marco conceptual suministrado por dicho enfoque. En segundo lugar, si la interpretación estándar de la mecánica cuántica se aplica consistentemente, la retrodicción del camino o de la posición conduce a perplejidades filosóficas aún mayores que las entrañadas por el efecto de las trayectorias surrealistas. A este respecto hemos mostrado que si se considera que la lectura del detector constituye una suerte de medición retardada de la posición de la partícula prueba, de una aplicación consistente de las reglas del enfoque mecánico-cuántico estándar se sigue que en el futuro se crea la posición que la partícula ocupó en el pasado.

Todas estas consideraciones nos han llevado a concluir que *el desafío planteado por Englert et al. (1992) es perfectamente admisible para el realista bohmiano y que el coste filosófico que éste debe asumir no es en ningún caso mayor que el que debe asumir el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar.*

Hiley y Callaghan (2006) consideran que, si la interpretación de Bohm es aplicada correctamente, las trayectorias bohmianas de la partícula prueba se corresponden siempre con lo indicado por los detectores de camino, de modo que éstas están exentas de surrealismo. Hemos mostrado, sin embargo, que la discrepancia entre las conclusiones de estos autores y las de ESSW respecto de la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas se debe a que HC utilizan en su derivación principios incompatibles con los postulados de la versión mínima de la mecánica bohmiana

caracterizados en el Capítulo 2. En este sentido, hemos concluido *que la propuesta de HC debe ser considerada, no tanto como una interpretación más de la teoría, sino como una reformulación de la misma.*

A lo largo de esta tesis hemos mostrado, pues, que cabe encontrar interpretaciones de la mecánica bohmiana que satisfacen cada uno de los requisitos realistas considerados. Hemos argumentado además que, del hecho de que el efecto de las trayectorias surrealistas denunciado por ESSW sea en principio posible, no se sigue que una interpretación realista de las trayectorias bohmanas sea insostenible ni que el realista bohmiano esté en una posición filosófica más incómoda que el partidario del enfoque mecánico-cuántico estándar. En este sentido, cabe concluir que –al menos en relación con las dificultades discutidas en esta tesis– *la mecánica bohmiana puede acomodar una lectura realista y que, por tanto, el tópico discutido en la Introducción de acuerdo con el cual la teoría constituye una interpretación realista de los fenómenos cuánticos resiste el escrutinio filosófico.*

Obviamente, el hecho de que hayamos mostrado que algunas de las interpretaciones de la mecánica bohmiana puedan acomodar criterios como el tridimensionalismo y el principio de fiabilidad de la medida no significa que aquí consideremos que el realismo deba asociarse necesariamente con dichos requisitos. Así, por ejemplo, no descartamos la plausibilidad del realismo acerca del espacio de configuración –una tesis que ha sido explícitamente defendida, entre otros, por Valentini (1992), Holland (1993) o Albert (1996). Tampoco consideramos insostenible el realismo acerca de propiedades que no son reveladas fiablemente por una medición, realismo explícitamente defendido, entre otros, por Bohm y Hiley (1993) y Holland (1993). Sin embargo, puesto que criterios como el realismo tridimensional y el principio de fiabilidad de la medida están entre los más comúnmente discutidos, consideramos que haber mostrado que todos estos criterios son satisfechos por alguna de las interpretaciones de la mecánica bohmiana refuerza el vigor realista de la teoría.

En el Capítulo 3, hemos mostrado que una interpretación completamente literal tanto del enfoque del potencial cuántico como del enfoque de guía no satisface el requisito de que todas las entidades postuladas deben ser tridimensionales. Hemos mostrado, sin embargo, que la interpretación de Belousek (2003) y nuestra propuesta interpretativa alternativa sí satisfacen dicho requisito aunque implican, cada una de ellas, dificultades y supuestos metafísicos completamente distintos. En este sentido, es evidente que, para el tridimensionalista, la elección de una interpretación u otra de la mecánica bohmiana no es en modo alguno irrelevante. De acuerdo con lo discutido en el Capítulo 4, tampoco le puede resultar indiferente al realista el hecho de suscribir una interpretación maximalista de la teoría (que viola [PFM] pero mantiene una continuidad con la ontología de propiedades clásica) o suscribir una interpretación minimalista (que no

viola [PFM] pero supone una ruptura con la ontología clásica). Finalmente, hemos visto en el Capítulo 6 que la consideración de una propuesta interpretativa heterodoxa como la de Hiley y Callaghan (2006) tiene consecuencias completamente diferentes respecto de la ocurrencia del efecto de las trayectorias surrealistas que la consideración de cualquier interpretación de la mecánica bohmiana compatible con el conjunto de postulados discutidos en el Capítulo 2.

Cabe concluir, por tanto, que la investigación llevada a cabo a lo largo de esta tesis pone claramente de manifiesto la necesidad, expresada por Fine (1996), de tomarse en serio las distintas posibilidades interpretativas de la mecánica bohmiana. Esperamos, con ello, que esta investigación haya alcanzado su objetivo, expresado en la Introducción, de mostrar que *la mecánica bohmiana es una teoría susceptible de ser interpretada de modos muy diversos y que la elección de interpretación en mecánica bohmiana es tan determinante filosóficamente como lo es en el caso de la mecánica cuántica.*

APÉNDICE A

El formalismo de la mecánica cuántica

A continuación, presentamos de modo muy sucinto el formalismo de la mecánica cuántica, que puede articularse en cinco principios o postulados. Si se desea una discusión a fondo de los principios de la teoría, remitimos a las presentaciones originales de Dirac (1930) y Von Neumann (1955). Para una presentación más moderna del formalismo y los principios de la teoría que, además, adopta una forma postulacional similar a la que sigue, véase Cohen-Tannoudji *et al.* (1977, Caps. II y III).

QM1. Para cada sistema cuántico S se define un espacio de Hilbert, \mathcal{H}_S , tal que el estado físico de S se representa a través de un vector normalizado¹⁸² $|\psi\rangle$ de \mathcal{H}_S y cada vector normalizado de \mathcal{H}_S representa un estado físicamente posible de S .

QM2. Mientras el sistema permanece aislado, la evolución temporal de su vector de estado $|\psi(t)\rangle$ viene dada por la ecuación de Schrödinger:

$$(A.1) \quad i\hbar \frac{d|\psi(t)\rangle}{dt} = \hat{H}|\psi(t)\rangle$$

donde \hat{H} es el operador¹⁸³ hamiltoniano y depende de la naturaleza del sistema considerado.

De los postulados QM1 y QM2 no puede derivarse ninguna consecuencia empírica si no se indica de qué modo cabe relacionar la caracterización formal del estado de un sistema físico con las propiedades mensurables de dicho sistema. El resto de postulados de la mecánica cuántica se ocupan de esta cuestión. En esta tesis seguimos el uso habitual, aunque un tanto desafortunado, de denominar «observables» a las propiedades susceptibles de medición, como la posición, el momento, la energía, el espín, etc.

¹⁸² Un vector normalizado es aquel cuyo módulo o norma es igual a 1. La norma de un vector $|\varphi\rangle \in \mathcal{H}_S$ se define como $\sqrt{\langle\varphi|\varphi\rangle}$, donde $\langle \cdot | \cdot \rangle$ es el producto escalar definido en \mathcal{H}_S .

¹⁸³ Un operador \hat{O} del espacio de Hilbert \mathcal{H}_S , es un mapa $f_{\hat{O}} : \mathcal{H}_S \rightarrow \mathcal{H}_S$. Es habitual denotar a los operadores mediante letras mayúsculas coronadas por el símbolo $\hat{}$ y en esta tesis seguimos este uso.

QM3. Los observables de un sistema cuántico S se representan mediante operadores hermíticos¹⁸⁴ definidos en el espacio de Hilbert \mathcal{H}_S .

Dada una propiedad observable A , denotaremos al operador hermítico que la representa como \hat{A} . Un vector $|a_i\rangle$ es un *vector propio* (o *autovector*) del operador \hat{A} si se cumple la siguiente relación:

$$(A.2) \quad \hat{A}|a_i\rangle = a_i|a_i\rangle$$

En tal caso, a_i es un *valor propio* (o *autovalor*) de \hat{A} asociado con el vector propio $|a_i\rangle$.

Sea $\{a_i\}$ el conjunto de valores propios del operador \hat{A} . El conjunto de vectores propios asociados con un mismo valor propio a_i forman un subespacio del espacio de Hilbert que denotaremos con el símbolo \mathcal{H}_{a_i} . Si la dimensión de al menos uno de los subespacios \mathcal{H}_{a_i} es mayor que 1, se dice que el operador \hat{A} es *degenerado*. Puede demostrarse que si \hat{A} es un operador hermítico, sus valores propios siempre son números reales, los subespacios \mathcal{H}_{a_i} son mutuamente ortogonales y la suma directa de dichos subespacios es igual a \mathcal{H}_S .^{185,186}

En cada uno de los subespacios \mathcal{H}_{a_i} puede definirse una base de vectores ortonormales $\{|a_{ij}\rangle: j=1,2,\dots,r_i\}$, donde r_i es la dimensión del espacio \mathcal{H}_{a_i} , también denominada «grado de degeneración» del vector propio $|a_i\rangle$. De la ortogonalidad de los espacios \mathcal{H}_{a_i} y del hecho de que $\bigoplus \mathcal{H}_{a_i} = \mathcal{H}_S$, se sigue que el conjunto de los vectores $\{|a_{ij}\rangle\}$ forma una base de \mathcal{H}_S . Por tanto, un vector arbitrario $|\varphi\rangle \in \mathcal{H}_S$ puede descomponerse en forma de la siguiente combinación lineal:

$$(A.4) \quad |\varphi\rangle = \sum_i \sum_{j=1,\dots,r_i} \gamma_{ij} |a_{ij}\rangle$$

Si el operador \hat{A} no es degenerado (esto es, si cada uno de los subespacios \mathcal{H}_{a_i} es un espacio unidimensional) puede omitirse en la anterior expresión el subíndice relativo al grado de degeneración, resultando:

$$(A.5) \quad |\varphi\rangle = \sum_i \gamma_i |a_i\rangle$$

El cuarto postulado de la mecánica cuántica suministra la probabilidad de obtener un determinado resultado en la medición de un observable arbitrario:

¹⁸⁴ La hermiticidad es un tipo simetría. Un operador \hat{O} es *hermítico* si y sólo si para todo $|\varphi\rangle$ y $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_S$, $\langle \varphi | \hat{O} | \psi \rangle = \langle \psi | \hat{O} | \varphi \rangle^*$. Un operador hermítico también se denomina *autoadjunto*.

¹⁸⁵ Dos subespacios \mathcal{H}_a y \mathcal{H}_b son mutuamente ortogonales si cualquier vector de \mathcal{H}_a es ortogonal a cualquier vector de \mathcal{H}_b .

¹⁸⁶ Para una demostración de los resultados que acabamos de enunciar, véase Cohen-Tannoudji *et al.* (1977, 136 ss.).

QM4. El resultado de una medida del observable A es siempre alguno de los autovalores de \hat{A} . La probabilidad de obtener el autovalor a_i en una medida de A realizada sobre un sistema que se encuentra en el estado $|\psi\rangle$ es:

$$(A.6) \quad \text{Prob}(A=a_i) = \langle \psi | P[\mathcal{H}_{a_i}] | \psi \rangle$$

donde $P[\mathcal{H}_{a_i}]$ es el operador «proyector» en el subespacio \mathcal{H}_{a_i} y se define como:

$$(A.7) \quad P[\mathcal{H}_{a_i}] = \sum_{j=1}^{r_i} |a_{ij}\rangle \langle a_{ij}|$$

Si \hat{A} es un operador no degenerado, la expresión (A.6) puede reescribirse del siguiente modo:

$$(A.8) \quad \text{Prob}(A=a_i) = |\langle \psi | a_i \rangle|^2$$

El último de los postulados de la mecánica cuántica concierne la modificación *efectiva* sufrida por el estado de un sistema tras una medición del mismo. Si se quiere formular el contenido de la teoría de modo que pueda ser aceptado por los partidarios de cualquiera de las variantes interpretativas de la misma, hay que ser cauteloso y dar a este principio una forma condicional.

QM5. Si en un sistema cuyo estado es $|\psi\rangle$ se mide el observable A y se encuentra como resultado el autovalor a_i entonces, las probabilidades de los resultados de cualquier medición posterior deben calcularse como si el estado del sistema tras la medición $|\psi\rangle_{d.med.}$ fuese:

$$(A.9) \quad |\psi\rangle_{d.med.} = \frac{P[\mathcal{H}_{a_i}]|\psi\rangle}{\|P[\mathcal{H}_{a_i}]|\psi\rangle\|}$$

De nuevo, si el operador considerado es no degenerado la expresión (A.9) se simplifica enormemente convirtiéndose en:

$$(A.10) \quad |\psi\rangle_{d.med.} = |a_i\rangle$$

La consecuencia más notoria de QM5 es la *repetibilidad* del resultado de una medida. Esto es, si sobre un sistema se mide el observable A y se encuentra como resultado el valor a_i , una segunda medición del observable A sobre el mismo sistema arrojará con certeza (con probabilidad igual a 1) el mismo resultado.

Nótese que, tal y como lo hemos expresado, QM5 no prescribe una transformación real del vector de estado sino que, meramente, indica que se debe proceder como si tal transformación se hubiese producido *a efectos del cálculo de probabilidades subsiguiente*. La explicación más natural de que deba procederse de este modo consiste

en afirmar que la transformación (A.9) realmente tiene lugar. La interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica, basada en el trabajo fundacional de Von Neumann (1955), así lo asume. La transformación $|\psi\rangle \rightarrow |\psi\rangle_{d.med.}$, entendida como un cambio real y, por tanto, como una prescripción de una dinámica adicional para el vector de estado, suele denominarse con el nombre de «colapso» o «reducción» del vector de estado.

A lo largo de esta tesis, nos referimos como «la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica» o «el enfoque mecánico-cuántico estándar» a la interpretación de la mecánica cuántica que sanciona como real la dinámica del colapso de la función de onda y que admite la regla interpretativa, conocida como el vínculo valor propio-vector propio [eigenvalue-eigenstate link],¹⁸⁷ de acuerdo con la cual un sistema cuántico posee una propiedad si y sólo si su función de onda es un vector propio del operador que representa dicha propiedad.

¹⁸⁷ Véase, por ejemplo, Fine (1973, 20).

APÉNDICE B

Mecánica bohmiana y campo en una cavidad

El objetivo de este breve apéndice es elucidar, del modo más sencillo posible, los principios generales de la mecánica bohmiana de campos aplicada al análisis de un campo en el interior de una cavidad.¹⁸⁸ Por simplicidad, nos limitaremos a considerar el caso de un campo escalar unidimensional $\phi(x,t)$. En la exposición que sigue, nos basaremos fundamentalmente en los trabajos de Lam y Dewdney (1994a,b), a los que remitimos para un desarrollo de la cuestión más detallado y en mayor profundidad. Antes de abordar la cuestión de la mecánica bohmiana de campos es pertinente un breve comentario acerca de la mecánica cuántica de campos.

Así como en mecánica cuántica un sistema material (una partícula) se representa mediante una función de onda, esto es, una aplicación $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ del campo de los reales al campo complejo, en mecánica cuántica de campos un campo se representa mediante un «funcional de onda», esto es, una aplicación $\Psi : \mathbb{C}^{\mathbb{R}} \rightarrow \mathbb{C}$ del conjunto de todas las funciones complejas de variable real al campo de los complejos. Entonces, si el estado del sistema viene representado por el funcional $\Psi(\phi,t)$, $|\Psi(\phi,t)|^2$ nos da la probabilidad de que, en el instante t , una medición arroje como resultado que el campo tiene la forma ϕ .

Un campo escalar arbitrario en el interior de una cavidad de longitud L siempre puede descomponerse como la siguiente suma de infinitos términos:

$$(B.1) \quad \phi(x,t) = \sum_n^{\infty} q_n(t) \phi_n(x)$$

en donde¹⁸⁹

$$(B.2) \quad \phi_n(x) \equiv \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$

¹⁸⁸ Para una discusión más general sobre la mecánica bohmiana de campos véase Bohm y Hiley (1993, Cap. 11) y Holland (1993, Cap. 12).

¹⁸⁹ A lo largo de este apéndice supondremos que $\hbar = c = 1$.

son los denominados «modos normales» del campo y q_n el peso o la coordenada normal asociada con el modo normal ϕ_n . Nótese que, dados (B.1) y (B.2), especificar un conjunto de valores para las coordenadas (\dots, q_n, \dots) es equivalente a especificar la forma del campo ϕ . Este hecho permite reformular la mecánica bohmiana de campos en términos de una función de onda con un número infinito de variables $\Psi(\dots, q_n, \dots, t)$, en lugar de un funcional de onda $\Psi(\phi, t)$, evitando con ello las dificultades matemáticas asociadas con el tratamiento de los funcionales.

Clásicamente, cada una de las coordenadas normales q_n se comporta como un oscilador armónico. Desde una perspectiva cuántica, este conjunto infinito de osciladores se cuantifica mediante la introducción de la ecuación de Schrödinger:

$$(B.3) \quad i \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\dots, q_n, \dots, t) = \frac{1}{2} \sum_n \left(-\frac{\partial^2}{\partial q_n^2} + k_n^2 q_n^2 \right) \Psi(\dots, q_n, \dots, t)$$

que gobierna el comportamiento de los osciladores y, en última instancia, del campo escalar $\phi(x, t)$.

En mecánica bohmiana de campos, $|\Psi(\dots, Q_n, \dots, t)|^2$ suministra la probabilidad de que, en el instante de tiempo t , el valor de las coordenadas modales sea (\dots, Q_n, \dots) –y no meramente que éste sea el resultado obtenido tras un proceso de medición. Desde la perspectiva de dicha teoría, pues, las coordenadas normales son consideradas como propiedades reales del sistema que tienen siempre un valor bien definido y su evolución dinámica viene dada por una «ecuación guía» que se formula en completa analogía con la ecuación guía de la mecánica bohmiana estándar:

$$(B.4) \quad \frac{dq_n}{dt} = \text{Im} \left(\frac{\partial_{q_n} \Psi(\dots, q_n, \dots, t)}{\Psi(\dots, q_n, \dots, t)} \right)$$

El estado fundamental o de «vacío» Ψ_0 , emerge cuando cada una de las coordenadas normales de oscilación representa a un oscilador que, a su vez, se encuentra en su estado fundamental. Así pues, tenemos que:

$$(B.5) \quad \Psi_0(\dots, q_n, \dots) = N_0 \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_n k_n q_n^2 \right)$$

donde N_0 es una constante de normalización adecuada. Sustituyendo (B.5) en la ecuación guía (B.4), puede comprobarse fácilmente que en el estado de vacío la velocidad asociada con cada una de las coordenadas normales es cero.

Desde la perspectiva de la mecánica bohmiana de campos, un fotón no es una partícula sino una excitación del campo. Si un campo se encuentra inicialmente en el estado de vacío Ψ_0 , la creación de un fotón puede traducirse, por ejemplo, en que el modo normal q_a sufre una transición del estado fundamental al estado m -ésimo de excitación. En tal caso, puede mostrarse que la expresión del campo excitado $\Psi_{m,a}$ es:

$$(B.6) \quad \Psi_{m,a}(\dots, q_n, \dots) = h_m(q_a) \Psi_0(\dots, q_n, \dots)$$

donde h_m es el m -ésimo polinomio de Hermite.¹⁹⁰

Estas breves consideraciones son suficientes para el propósito de esta tesis. Nótese que el enfoque que seguimos consiste en caracterizar el campo en el interior de una cavidad mediante una colección infinita de variables (los modos normales) que, en última instancia, evolucionan de acuerdo con los postulados y leyes de la versión estándar de la mecánica bohmiana. Así pues, considerar un campo escalar es, desde esta perspectiva, formalmente equivalente a considerar un sistema de infinitos osciladores armónicos unidimensionales.

¹⁹⁰ Para una definición de los polinomios de Hermite y una discusión de la relación de dichos polinomios con las soluciones del oscilador armónico cuántico, véase Cohen-Tannoudji *et al.* (1977, 530 ss.).

APÉNDICE C

Mecánica bohmiana, espacio fásico y espacio de configuración¹⁹¹

C1. Mecánica bohmiana y espacio fásico

En mecánica clásica, la caracterización completa de un sistema físico de N partículas se obtiene especificando las posiciones de las partículas del sistema, así como sus momentos (el producto de su masa por su velocidad). Por tanto, para representar la evolución dinámica de un sistema clásico de N partículas se suele recurrir al *espacio fásico*, un espacio $6N$ -dimensional cuyos ejes se corresponden con cada una de las variables de posición y de momento de las partículas del sistema. El punto representativo del sistema en el espacio fásico es, por tanto, la $6N$ -tupla:

$$(C.1) \quad (Q, P)$$

donde $Q \in \mathbb{R}^{3N}$ son las posiciones de las partículas del sistema y $P \in \mathbb{R}^{3N}$ sus momentos.

En mecánica bohmiana, la situación difiere considerablemente. De acuerdo con el primer postulado de la versión mínima de la teoría, el estado de un sistema físico queda completamente caracterizado mediante la especificación de la función de onda universal y la posición de todas sus partículas. En otras palabras, *todas* las propiedades físicas de un sistema quedan determinadas cuando se especifica su función de onda y la configuración de las partículas que lo constituyen. En consecuencia, dada la función de onda universal, el espacio de configuración es suficiente para representar la dinámica de un sistema bohmiano. Esto último no implica, sin embargo, que no se pueda usar el espacio fásico u otros espacios de mayor dimensión para representar la evolución dinámica de un sistema bohmiano, si así se desea.

Recordemos que, de acuerdo con la ecuación guía, el momento de la k -ésima partícula del sistema es igual a:

¹⁹¹ Para un desarrollo en mayor detalle de esta cuestión, véase la presentación de Holland (1993, 97 ss.), que aquí seguimos.

$$(C.2) \quad \vec{p}_k(q,t) = \vec{\nabla}_k S(q,t)$$

donde S es \hbar veces la fase de la función de onda si ésta se escribe en la forma polar:

$$(C.3) \quad \psi(q,t) = R(q,t) \exp\left(\frac{iS(q,t)}{\hbar}\right)$$

Por otro lado, el postulado estadístico sanciona que la probabilidad de que en el instante t la configuración de las partículas del sistema sea Q es igual a

$$(C.4) \quad |\psi(Q,t)|^2 dQ = R^2(Q,t) dQ$$

De las condiciones (C.2) y (C.4) se sigue de modo inmediato que la densidad de probabilidad del punto representativo de un sistema bohmiano en el espacio fásico viene dada por la expresión:

$$(C.5) \quad f(q,p,t) = R^2(q,t) \delta[p - \nabla S(q,t)]$$

que, obviamente, satisface la condición de normalización:

$$(C.6) \quad \int f(q,p,t) d^{3N}q d^{3N}p = 1$$

De acuerdo con la ecuación de Schrödinger y la propia ecuación guía se sigue que (C.5) obedece la siguiente ley de continuidad:

$$(C.7) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \left(\sum_k \frac{p_k}{m_k} \cdot \nabla_{q_k} f \right) + \nabla_q (V + U) \cdot \nabla_p f = 0$$

donde U es el potencial cuántico:

$$(C.8) \quad U(q,t) = - \sum_k \left(\frac{\hbar^2}{2m_k} \right) \frac{\nabla_k^2 R(q,t)}{R(q,t)}$$

Nótese que, de acuerdo con (C.5), una vez se ha especificado que el valor de las posiciones de las partículas es Q, la probabilidad de presencia del punto representativo del sistema en el espacio fásico es cero para cualquier valor de la variable $3N$ -dimensional p , excepto para $p = \nabla S(Q,t)$.

Así pues, si bien puede utilizarse el espacio fásico para representar la evolución dinámica de un sistema bohmiano, la dinámica del sistema no agota ninguna de las posibilidades expresivas adicionales que ofrece el espacio fásico respecto del espacio de configuración. Obviamente, esta situación no hace más que reflejar el hecho que, en mecánica bohmiana, el momento de las partículas queda determinado de modo unívoco por su posición en virtud de la ecuación (C.2).

La evolución dinámica de un sistema bohmiano puede representarse en otros muchos espacios. Así, por ejemplo, puede considerarse el espacio $(3N+1)$ dimensional cuyos ejes se corresponden con la posición de cada una de las partículas y la energía total del sistema. En adelante, nos referiremos a dicho espacio como el espacio de

configuración^E. El punto representativo del sistema en el espacio de configuración^E viene caracterizado, pues, por la $(3N+1)$ -tupla:

$$(C.9) \quad (Q, E)$$

donde $Q \in \mathbb{R}^{3N}$ son las posiciones de las partículas del sistema y $E \in \mathbb{R}$ la energía total del sistema.

De acuerdo con la teoría de atribución de propiedades propia de la interpretación maximalista de la mecánica bohmiana,¹⁹² si la función de onda se escribe en la forma polar (C.3), la energía (total) del sistema viene dada por la sencilla expresión:

$$(C.10) \quad e(q, t) = -\frac{\partial S(q, t)}{\partial t}$$

En consecuencia, la densidad de probabilidad de presencia del punto representativo del sistema en el espacio de configuración^E es:

$$(C.11) \quad f(q, e, t) = R^2(q, t) \delta[e + \partial_t S(q, t)]$$

De acuerdo con esta última expresión, una vez se ha especificado que el valor de las posiciones de las partículas es Q , la probabilidad de presencia del punto representativo del sistema en el espacio de configuración^E es cero para cualquier valor de la variable e , excepto $e = -\partial_t S(Q, t)$. Así pues, tal y como sucede en el caso del espacio fásico, un sistema bohmiano no agota todas las posibilidades dinámicas adicionales que ofrece el espacio de configuración^E en relación con el espacio de configuración.

C2. Mecánica bohmiana, colectividades de ondas y la matriz densidad

En mecánica bohmiana, el estatuto epistemológico de la función de onda y de las posiciones de las partículas es desigual. Así, mientras que generalmente se da por supuesto que la función de onda es conocida, se da igualmente por supuesto que la posición de las partículas *no* es conocida más allá de los límites impuestos por el postulado estadístico.

En muchos casos prácticos, sin embargo, la asunción de que se conoce la función de onda del sistema es demasiado estricta. Así, por ejemplo, puede suceder que ignoremos algunos detalles relevantes del proceso de preparación a que ha sido sometido un sistema, de modo que no sepamos cuál es su campo cuántico pero sí que existe una probabilidad p_i de que éste sea ψ_i (obviamente, debe requerirse que $\sum_i p_i = 1$). En tal caso, estamos manejando una colectividad estadística de ondas y de partículas.

¹⁹² En esta tesis, discutimos a fondo dicha teoría en el Capítulo 4, Sección §4.2.

Desde la perspectiva de la mecánica cuántica, una colectividad de ondas como la que acabamos de caracterizar se conoce como un «estado mixto» y se maneja matemáticamente mediante un operador denominado «matriz densidad» que, en la representación de la posición, adquiere la siguiente forma:

$$(C.12) \hat{\rho}(q, q') = \sum_i p_i \psi_i(q) \psi_i^*(q')$$

La matriz densidad permite calcular el promedio o valor esperado de un determinado observable O mediante la relación:

$$(C.13) \langle \hat{O} \rangle = \sum_i p_i \int \psi_i^*(q) \hat{O}(q, q') \psi_i(q') d^{3N} q d^{3N} q' = Tr(\hat{\rho} \hat{O})$$

La mecánica bohmiana puede manejar también colectividades de ondas. Si el componente ondulatorio de un sistema viene dado por la matriz densidad (C.12) (esto es, si sabemos que hay una probabilidad p_i de que el campo cuántico del sistema sea ψ_i), entonces la densidad de probabilidad de presencia de las partículas del sistema vendrá dada por:

$$(C.14) \sum_i p_i |\psi_i(q)|^2 = \sum_i p_i R_i^2(q)$$

Esta expresión constituye la extensión natural del postulado estadístico para el caso de una colectividad de ondas y refleja el hecho de que la trayectoria del punto representativo del sistema está sujeta a una doble incertidumbre: en primer lugar, la debida a nuestro desconocimiento de su posición inicial y, en segundo lugar, la debida a nuestro desconocimiento de cuál es el campo cuántico que lo guía.

Cuando un sistema está caracterizado por una matriz densidad, la posición de las partículas no determina de modo unívoco su momento (o su energía, etc.) puesto que no conocemos cuál es la fase de la función de onda más allá de lo indicado por el conjunto de probabilidades $\{p_i\}$. Así, si sabemos que la posición del punto representativo del sistema es Q , hay una probabilidad p_i de que la velocidad del mismo sea $\nabla S_i(Q)$, donde S_i es \hbar veces la fase de ψ_i de acuerdo con la descomposición polar (C.3).

Debemos notar que, en tal caso, el principio que proscribe el cruce de las trayectorias del punto representativo del sistema en el espacio de configuración no es válido en general y sólo rige para aquellas trayectorias asociadas con un mismo elemento ψ_i de la colectividad de ondas. Si se utiliza el espacio fásico para representar el conjunto de trayectorias accesibles al sistema, la densidad de probabilidad en dicho espacio ya no es (C.5) sino,

$$(C.15) f(q, p, t) = \sum_i p_i R_i^2(q, t) \delta[p - \nabla S_i(q, t)]$$

El manejo de colectividades de ondas puede hacer deseable el recurso a espacios distintos del espacio de configuración para representar la evolución dinámica de los sistemas considerados.

Imaginemos, por ejemplo, que ψ_i en (C.12) es un estado propio del operador hamiltoniano con valor propio E_i . De acuerdo con la teoría de atribución de propiedades discutida en el Capítulo 4, la energía de un sistema asociado con dicho campo es constante e igual a E_i . En tal caso, puede ser útil representar la evolución dinámica de la colectividad definida por (C.12) recurriendo a un espacio como el espacio de configuración^E puesto que las trayectorias asociadas con los distintos ψ_i 's yacerán en hiperplanos distintos de dicho espacio.

BIBLIOGRAFÍA

Aharonov, Y., y Vaidman, L., (1996): “About Position Measurements which do not show the Bohmian Particle Position,” en Cushing *et al.* (Eds.) (1996, 141–154).

Albert, D. Z., (1992): *Quantum Mechanics and Experience*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

_____ (1996): “Elementary Quantum Metaphysics,” en Cushing *et al.* (Eds.) (1996, 277–84).

Anandan, J., y Brown, H.R., (1995): “On the Reality of Space-Time Geometry and the Wavefunction,” *Foundations of Physics* **25**, Vol. 2, 349–360.

Arya, A.P., (1998): *Introduction to Classical Mechanics (2nd Ed.)*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.

Bacciagaluppi, G., (2007): “The Role of Decoherence in Quantum Mechanics”, entrada de la *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, disponible online en: <http://plato.stanford.edu/entries/qm-decoherence/>

Barrett, J. A., (1995): “The Distribution Postulate in Bohm’s Theory,” *Topoi* **14**, 45–54.

_____ (1999): *The Quantum Mechanics of Minds and Worlds*. Oxford: Oxford University Press.

_____ (2000): “The persistence of Memory: Surreal Trajectories in Bohm’s Theory,” *Philosophy of Science* **67**(4), 680–703. Disponible también en quant-ph/0002046

Baublitz, M., y Shimony, A., (1996): “Tension in Bohm’s Interpretation of Quantum Mechanics” en Cushing *et al.* (Eds.) (1996, 251–264).

Belinfante, F.J., (1973): *A Survey of Hidden-Variable Theories*. Oxford: Pergamon Press.

Bell, J.S., (1964): “On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox,” *Physics* **1**, 195–200. Reimpreso en Bell (1987, 14–21).

- _____ (1971): “Introduction to the Hidden-Variable Question,” en D’Espagnat (Ed.) (1971, 171–181). Reimpreso en Bell (1987, 29–39).
- _____ (1976): “The Measurement *Theory* of Everett and De Broglie’s Pilot Wave” en Flato *et al.* (Eds.) (1976, 11–17). Reimpreso en Bell (1987, 93–99).
- _____ (1980): “De Broglie-Bohm, Delayed-Choice Double-Slit Experiments and the Density Matrix” en *International Journal of Quantum Chemistry: Quantum Chemistry Symposium* **14**, 155–159. Reimpreso en Bell (1987, 111–116).
- _____ (1981): “Quantum Mechanics for Cosmologists” en Isham *et al.* (Eds.) (1981, 611–637). Reimpreso en Bell (1987, 117–138).
- _____ (1982): “On the Impossible Pilot-Wave,” *Foundations of Physics* **12**, 989–999. Reimpreso en Bell (1987, 159–168).
- _____ (1985): “The Theory of Local Beables,” *Dialectica* **39**, 97–102. Reimpreso en Bell (1987, 52–62).
- _____ (1987): *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge: Cambridge University Press [Trad. esp.: *Lo Decible y lo Indecible en Mecánica Cuántica*. Madrid: Alianza Editorial, 1990]
- _____ (1990): “Against Measurement,” *Physics World* **3**, 33–40.
- Belousek, D.W., (2003): “Formalism, Ontology and Methodology in Bohmian Mechanics”, *Foundations of Science* **8**(2), 109–172.
- Berndl, K., Dürr, D., Goldstein, S., and Zanghì, N., (1996): “Nonlocality, Lorentz Invariance, and Bohmian Quantum Theory,” *Physical Review A* **53**, 2062–2073.
- Bohm, D., (1951): *Quantum Theory*. New York: Prentice-Hall.
- _____ (1952a): “A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of ‘Hidden’ Variables I,” *Physical Review* **85**, 166–179.
- _____ (1952b): “A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of ‘Hidden’ Variables II,” *Physical Review* **85**, 180–193.
- _____ (1953): “Proof that Probability Density Approaches $|\psi|^2$ in Causal Interpretation of the Quantum Theory,” *Physical Review* **89**, 458–466.

_____ (1957): *Causality and Chance in Modern Physics*. London: Routledge and Kegan Paul.

_____ (1980): *Wholeness and the Implicate Order*. London: Routledge.

Bohm, D., y Aharonov, Y., (1957): "Discussion of the Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen and Podolsky," *Physical Review* **108**, 1070–1076.

Bohm, D., Dewdney, C., y Hiley, B.J., (1985): "A Quantum Potential Approach to the Wheeler Delayed-Choice Experiments," *Nature* **315**, 294–297.

Bohm, D., y Hiley, B.J., (1984): "Measurement Understood through the Quantum Potential Approach," *Foundations of Physics* **14**(3), 255–274.

_____ (1993): *The Undivided Universe: An Ontological Interpretation of Quantum Theory*, London: Routledge & Kegan Paul.

Bohm, D., Schiller, R. y Tiomno, J., (1955): "A Causal Interpretation of the Pauli Equation", *Nuovo Cim. Supp.* **1**, 48–66.

Bohr, N., (1958): *Atomic Physics and Human Knowledge*. New York: John Wiley and Sons. [Trad. esp: *Física Atómica y Conocimiento Humano*, Madrid, Aguilar, 1964]

Brown, H.R., Dewdney, C., y Horton, G., (1995): "Bohm Particles and their Detection in the Light of Neutron Interferometry," *Foundations of Physics* **25**(2), 329–347.

Brown, H.R., Elby, A. y Weingard, R., (1996): "Cause and Effect in the Pilot-wave Interpretation of Quantum Mechanics" en Cushing *et al.* (Eds.) (1996, 309–319).

Bub, J., (1997): *Interpreting the Quantum World*. Cambridge: Cambridge University Press.

Bussey, P.J., (1982): "«Super-Luminal Communication» in Einstein-Podolsky-Rosen experiments," *Physics Letters A*, Vol. **90**, 9–12.

Callender, C., (2007): "The Emergence and Interpretation of Probability in Bohmian mechanics," *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics* **38**(2), 351–370.

Cohen, R. S., Horne, M., y Stachel, J., (Eds.) (1997): *Experimental Metaphysics — Quantum Mechanical Studies for Abner Shimony, Volume One; Boston Studies in the Philosophy of Science* **193**, Boston: Kluwer Academic Publishers.

Cohen-Tannoudji, C., Diu, B., Lalö, F. y Crasemann, B., (1977): *Quantum Mechanics, Vols. 1 and 2*. New York: J. Wiley & Sons.

Cushing, J.T., (1994): *Quantum Mechanics Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony*. Chicago: Chicago University Press.

Cushing, J. T., A. Fine, y Goldstein, S., (Eds.) (1996): *Bohmian Mechanics and Quantum Theory: An Appraisal*, Boston Studies in the Philosophy of Science, Vol. 184. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

D’Espagnat, B., (Ed.) (1971): *Foundations of Quantum Mechanics. Proceedings of the International School of Physics ‘Enrico Fermi’. Course IL*. New York: New York.

Daumer, M., Dürr, D., Goldstein, S., y N. Zanghì, (1996): “Naïve Realism About Operators,” *Erkenntnis* **45**, 379–397.

Dewdney, C., Hardy, L., y Squieres, E.J., (1993): “How Late Measurements of Quantum Trajectories Can Fool a Detector,” *Physics Letters A* **184**, 6–11.

Dewdney, C., Holland, P.R., y Kyprianidis, A., (1987): “A quantum potential approach to spin superposition in neutron interferometry”, *Physics Letters A* **121**, 105–110.

Dickson, M. (1998): *Quantum Chance and Non-Locality: Probability and Non-Locality in the Interpretations of Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Dirac, P.A.M., (1930): *The Principles of Quantum Mechanics*, Oxford: Oxford University Press.

Dorato, M. (2006): “Properties and Dispositions: Some Metaphysical Remarks on Quantum Ontology,” *American Institute of Physics Conference Proceedings*, Vol. **844**, 139–157.

Dürr, D., Füssender, W., Goldstein, S., y Zanghì, N., (1993): “Comment on ‘Surrealistic Bohm Trajectories’,” *Zeitschrift für Naturforschung* **48a**, 1261–1262.

Dürr, D., Goldstein, S., y Zanghì, N., (1992): “Quantum Equilibrium and the Origin of Absolute Uncertainty,” *Journal of Statistical Physics* **67**, 843–907.

_____ (1997): “Bohmian Mechanics and the Meaning of the Wave Function” en Cohen *et al.* (Eds.) (1997, 25–38)

_____ (2004): “Quantum Equilibrium and the Role of Operators in Quantum Theory,” *Journal of Statistical Physics* **116**, 959–1055.

- Einstein, A., Podolsky, B., y N. Rosen (1935): “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?,” *Physical Review* **47**, 777–780.
- Englert, B.G., Scully, M.O., Süßmann, G., y Walther, H., (1992): “Surrealistic Bohm Trajectories,” *Zeitschrift für Naturforschung* **47a**, 1175–1186.
- _____ (1993): “Reply to Comment on «Surrealistic Bohm Trajectories»”, *Zeitschrift für Naturforschung* **48a**, 1263–1264.
- Englert, B.G., Scully, M.O., y Walther, H., (1999): “Quantum Erasure in Double-Slit Interferometers with Which-Way Detectors,” *American Journal of Physics*, Vol. **67** (4), 325–329.
- Erez, N., y Scully, M.O., (2006): “Reply to Hiley and Callaghan on the Reality/Surrealism of the Bohm Trajectories,” *American Institute of Physics Conference Proceedings*, Vol. **810**, 259–262.
- Feyerabend, P., (1975): *Against Method*. London: Verso. (Trad. esp.: *Tratado contra el método*, Madrid, Tecnos, 2006)
- Feynman, R.P., (1963): *The Feynman Lectures in Physics: Volume I*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- _____ (1971): *The Theory of Fundamental Processes*. New York: Benjamin.
- Fine, A. (1973): “Probability and the Interpretation of Quantum Mechanics,” *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. **24**, No. 1, 1–37.
- _____ (1996): “On the Interpretation of Bohmian Mechanics” en Cushing *et al.* (Eds.) (1996, 231–250).
- Flato, M., Maric, Z., Milojevic, A., Sternheimer, D., y J.P. Vigiér (Eds.) (1976): *Quantum Mechanics, Determinism, Causality and Particles. An International Collection of Contributions in Honor of Louis de Broglie on the Occasion of the Jubilee of His Celebrated Thesis*. Dordrecht: D. Reidel.
- Goldstein, H., (1950): *Classical Mechanics*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- Goldstein, S., (1996): “Review essay: Bohmian mechanics and the quantum revolution”, *Synthese* **107**: 145-165.
- González Recio, J.L., (Ed.) (2009): *Philosophical Essays on Physics and Biology*. Hildesheim: Georg Olms Verlagsbuchhandlung.

Greenberger, D.M., (1983): “The Neutron Interferometer as a Device for Illustrating the Strange Behavior of Quantum Systems,” *Review of Modern Physics* **55**, 875–905.

Hanson, N.R., (1958): *Patterns of Discovery: An Inquiry into the Conceptual Foundations of Science*. Cambridge: Cambridge University Press. [Trad. esp.: *Patrones de descubrimiento. Observación y explicación*. Madrid: Alianza Editorial, 1985]

Healey, R., (1979): “Quantum Realism: Naïveté is no Excuse,” *Synthese* **42**, 121–144.

Hiley, B.J., (2002): “From the Heisenberg Picture to Bohm: a New Perspective on Active Information and its Relation to Shannon Information,” en Khrennikov (Ed.) (2002, 141–162).

_____ (2006): “Welcher Weg Experiments from the Bohm Perspective,” *American Institute of Physics Conference Proceedings*, Vol. **810**, 154–160.

Hiley, B. J., y Callaghan, R. E., (2006): “Delayed Choice Experiments and the Bohm Approach,” *Physica Scripta* **74**, 336–348.

Hiley, B. J., Callaghan, R. E., y Maroney, O., (2000): “Quantum Trajectories, Real, Surreal, or an Approximation to a Deeper Process,” disponible en quantph/0010020.

Holland, P. R., (1993): *The Quantum Theory of Motion: An Account of the De Broglie-Bohm Causal Interpretation of Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Holland, P.R, y Vigier, J.P., (1988): “The Quantum Potential and Signaling in the Einstein-Podolsky-Rosen Experiment,” *Foundations of Physics* **18**, 741–750.

Hughes, R.I.G., (1989): *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Isham, C.J., Penrose, R., y Sciama, D.W., (Eds.) (1981): *Quantum Gravity 2: A Second Oxford Symposium*. Oxford: Oxford University Press/Clarendon.

Jammer, M., (1974): *The Philosophy of Quantum Mechanics*. New York: Wiley.

_____ (1999): *Concepts of Force: a Study in the Foundations of Dynamics*. Mineola, New York: Dover Publications.

Jordan, T.F, (1983): “Quantum Correlations do not Transmit Signals,” *Physics Letters A* Vol. **94**, 264.

Kamefuchi, S., Ezawa, H., Murayama, Y., Namiki, M., Nombra, S., Ohnuki, Y. y Yajima, T., (Eds.) (1984): *Proceedings of the International Symposium on Foundations of Quantum Mechanics in Light of the New Technology*, Tokyo: Physical Society of Japan.

Khrennikov, A.Y., (Ed.) (2002): *Quantum Theory: Reconsideration of Foundations*. Växjö: Växjö University Press.

Kuhn, T., (1970): *The Structure of Scientific Revolutions (2nd edition with postscript)*. Chicago: University of Chicago Press. [Trad. esp.: *La estructura de las revoluciones científicas*. México, etc.: F. C. E., 1981]

Lakatos, I., (1978): *The methodology of Scientific Research Programmes. Philosophical Papers Volume I*. Cambridge: Cambridge University Press [Trad. esp.: *Escritos filosóficos I. La metodología de los programas de investigación científica*, Madrid, Alianza, 2002.]

Lam, M.M., y Dewdney, C., (1994a): “The Bohm Approach to Cavity Quantum Scalar Field Dynamics. Part I: The Free Field,” *Foundations of Physics* **24**, 3–27.

Lam, M.M., y Dewdney, C., (1994b): “The Bohm Approach to Cavity Quantum Scalar Field Dynamics. Part II: The Interaction of the Field with Matter,” *Foundations of Physics* **24**, 29–60.

Landau, L.D., y Lifshitz, E.M., (1977): *A course of Theoretical Physics. Volume 3. Quantum Mechanics - Non Relativistic Theory*. Oxford: Pergamon Press.

Lewis P.J., (2004): “Life in Configuration Space,” *British Journal of Philosophy of Science* **55**, 713–729.

Marlow, A.R., (1978): *Mathematical Foundations of Quantum Theory*, New York: Academic.

Maudlin, T., (1995): “Three measurement problems,” *Topoi* **14**, 7–15.

Meschede, D., Walther, H. y Müller, G., (1985): “One Atom Maser,” *Physical Review Letters* **54**, 551–554.

Miller, W. A., y Wheeler, J.A., (1983): “Delayed-choice experiments and Bohr’s elementary quantum phenomenon” en Kamefuchi *et al.* (Eds.) (1984, 140–151)

Mumford, S., (1998): *Dispositions*. Oxford: Oxford University Press.

Pagonis, C. y Clifton, R., (1995): “Unremarkable Contextualism: Dispositions in the Bohm Theory,” *Foundations of Physics* **25** (2), 281–296.

Philippidis, C., Dewdney, C., y Hiley, B.J. (1979): “Quantum Interference and the Quantum Potential,” *Il Nuovo Cimento B*, Vol **52B**, no.1, 15–28.

Popper, K.R., (1959): *The Logic of Scientific Discovery*. London: Hutchinson. [Trad. revisada por el autor del original alemán: *Logik der Forschung*, Viena, Julius Springer Verlag, 1934. Hay también trad. esp.: *La lógica de la investigación científica*, Madrid: Tecnos, 2004]

Psillos, S., (1999): *Scientific realism: How Science Tracks Truth*. London: Routledge.

Rauch, H., y Werner, S., (2000): *Neutron Interferometry: Lessons in Experimental Metaphysics*. Oxford: Oxford University Press.

Redhead, M., (1987): *Incompleteness, Nonlocality, and Realism*. Oxford: Clarendon.

Rempe, G., Scully, M.O. y Walther, H. (1991): “The One-Atom Maser and the Generation of Nonclassical Light,” *Physica Scripta* **T34**, 5–13.

Sakurai, J.J., (1994): *Modern Quantum Mechanics. Revised Edition*. Reading, MA.: Addison-Wesley.

Schlosshauer, M., (2007): *Decoherence and the Quantum-to-Classical Transition*. Berlin: Springer-Verlag.

Scully, M. O., (1998): “Do Bohm trajectories always provide a trustworthy physical picture of particle motion,” *Physica Scripta*, **T76**, 41–46.

Scully, M. O., Englert, B.G., y Walther, H., (1991): “Quantum Optical Tests of Complementarity,” *Nature* **351**, 111–116.

Shimony, A. (1984): “Controllable and Uncontrollable Non-Localities” en S. Kamefuchi *et al.* (Eds.) (1984, 225–230).

_____ (2004): “Bell’s Theorem,” entrada de la *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, disponible online en: <http://plato.stanford.edu/entries/bell-theorem/>

Solé, A. (2009): “3D-Realism, Bohmian Mechanics and the Quest for Explanation,” en González-Recio (Ed.) (2009, 251–275).

Suárez, M., (2000): “The Many Faces of Non-Locality: Dickson on the Quantum Correlations,” *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. **51**, no.4, 882–892.

_____ (2007): “Quantum Propensities,” *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics* **38**, 418–438.

Subramanyam, J., (1998): “Measurement and the Justification of the Statistical Postulate in Bohm’s Causal Interpretation of Bohmian Mechanics,” *Synthese* **113**, 423–444.

Vaidman, L., (2005): “The Reality in Bohmian Quantum Mechanics or Can You Kill with an Empty Wave Bullet,” *Foundations of Physics* **35**, 299–312.

Valentini, A. (1992): *On the Pilot-Wave Theory of Classical, Quantum and Subquantum Physics* Ph.D. Dissertation, ISAS – International School for Advanced Studies, Trieste.

_____ (1996): “Pilot-Wave Theory of Fields, Gravitation and Cosmology” en Cushing *et al.* (Eds.) (1996, 45–66).

_____ (1997): “On Galilean and Lorentz Invariance in Pilot-Wave dynamics,” *Physics Letters A* **228**, 215–222.

Van Fraassen, B. (1980): *The Scientific Image*. New York: Oxford University Press.

Von Neumann, J., (1955): *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton, N.J.: Princeton University Press. [Trad. revisada por el autor del original alemán: *Mathematische Grundlagen der Quantentheorie*, Berlin, Springer, 1932. Hay también trad. esp: *Fundamentos Matemáticos de la Mecánica Cuántica*, Madrid, Publicaciones del C.S.I.C., 1991.]

Wardy, R. (1990): *The Chain of Change: A Study of Aristotle's Physics VII*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wheeler, J.A., (1978): “The Past and the Delayed-Choice Double-Slit Experiment,” en Marlow (1978, 9–47).

_____ (1982): “The Computer and the Universe”, *International Journal of Theoretical Physics* **21**, 557–572.

_____ (1983): “Law Without Law” en Wheeler y Zurek (Eds.) (1983, 182–213).

Wheeler, J.A. y Zurek, W.H. (Eds.) (1983): *Quantum Theory and Measurement*. Princeton: Princeton University Press.

Wilson, J., (2007): “Newtonian Forces,” *British Journal for the Philosophy of Science* **58**, 173–205.

Wright, C., (1992): *Truth and Objectivity*. Cambridge, MA.: Harvard University Press.