Una formulación axiomática de la noción de antagonismo semántico

J. Tinguaro Rodríguez, Begoña Vitoriano, Javier Montero
Departamento de Estadística e Investigación Operativa I
Facultad de Ciencias Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid
28040 Madrid
{jtrodrig, bvitoriano, javier_montero}@mat.ucm.es

Resumen

El objetivo de esta comunicación es proponer una formulación axiomática del concepto de *antagonismo semántico*, relacionando dicha formulación con la de *antónimo*. Particularmente, la noción de antónimo está estrechamente ligada a polaridades lingüísticas entre adjetivos o adverbios, como en el caso de los predicados *alto*/*bajo* o *mucho*/*poco*. Sin embargo, en ciertos contextos dentro de la toma de decisiones aparecen dificultades en la aplicación de esta noción, en parte debido a la ausencia de términos lingüísticos apropiados, o también porque los predicados de interés pueden ser sustantivos, como en el caso *bosque*/*ciudad*. En dicho contexto, la bipolaridad más básica con la que se encuentra el decisor es con frecuencia la asociada a algún tipo de disimilaridad o antagonismo, más que la asociada a un antónimo. La noción de oposición semántica puede ser una herramienta útil, además, siempre que sea necesario caracterizar aquellos objetos del universo de discurso significativamente diferentes a un concepto dado. Como consecuencia del tratamiento axiomático que proponemos en este trabajo será posible definir una medida de similaridad entre conjuntos borrosos desde un enfoque bipolar e introducir la idea de relación y estructura semántica en un conjunto de términos lingüísticos.

1. Introducción

En este trabajo entenderemos por *disimilar* a un concepto o predicado P dado todo aquel objeto del universo de discurso considerado que pueda ser entendido como *sustancialmente opuesto*, *significativamente diferente* o *antagónico* al significado de tal concepto P. En este sentido, supondremos que el uso (y por tanto la semántica) del predicado P sobre el universo de discurso X es especificado a través de una función de pertenencia $\mu_P : X \rightarrow [0,1]$, que ordena los objetos de X respecto a su apropiación al significado de P.

Es importante recalcar que, en este artículo, no se aplica el concepto de disimilaridad borrosa directamente sobre los objetos en X sino sobre un predicado que actúa sobre tales objetos. Es decir, la noción de disimilaridad que tratamos en este trabajo no atiende a diferencias *esenciales* entre los objetos de cierto universo de discurso, sino a diferencias *relativas* entre predicados que se usan sobre ellos, esto es, respecto a determinadas características de esos objetos señaladas por esos predicados. En este sentido, es necesario recordar que los seres humanos no percibimos las diferencias entre un par objetos de manera espontánea y esencial sino que, más bien, comenzamos a percibir tales diferencias a medida que aprendemos a categorizar tales objetos respecto a determinadas características, labor para la que a veces contamos con significantes lingüísticos apropiados [3].

Las polaridades psico-lingüísticas (pares del tipo *alto*/*bajo* o *negro*/*blanco*) son simultáneamente causa y consecuencia en estos procesos de aprendizaje, ya que constituyen el molde que permite el aprendizaje y, a la vez, el resultado del mismo. Por este motivo, el concepto de polaridad está recibiendo cada vez más atención en la literatura psicológica y también por parte de la comunidad dedicada a la inteligencia artificial. En este trabajo perseguimos una generalización del modelo de la noción de antonimia propuesto en [13]. Esta generalización es necesaria en tanto que el concepto de antonimia solo es aplicable a contextos en que exista una colección apropiada de términos lingüísticos. Sin embargo, los humanos son capaces de trabajar con polaridades aún sin disponer de términos antónimos claramente explicitados, como sucede en diversos contextos de aplicación de la lógica borrosa como, entre otros, la modelización borrosa de preferencias [9], la computación con colores [8] o la clasificación de imágenes por satélite [1], donde por ejemplo podemos trabajar en términos de *bosque* y *ciudad* sin que estos términos estén relacionados a través de la antonimia. Esta capacidad se atribuye a que, intuitivamente, tenemos la habilidad de manejar el concepto de disimilaridad respecto a una referencia semántica aún sin palabras que atribuir a aquello que percibimos como disimilar o antagónico a esa referencia dada.

En este artículo proponemos una metodología axiomática que permita sentar las bases de un tratamiento riguroso de la noción de disimilaridad semántica, esto es, capaz de recoger la esencia de este concepto de disimilaridad.

2. Caso nítido

En esta sección formalizaremos la noción de disimilaridad sobre predicados nítidos S (es decir, dado un objeto, un predicado que o bien se aplica totalmente a ese objeto o bien no se verifica en absoluto sobre ese objeto).

Sea X el universo del discurso conteniendo los objetos en consideración y sea $D:\wp(X)\to\wp(X)$ ($\wp(X)=\{S\,/\,S\subseteq X\}$ denota el conjunto de partes de X) un operador verificando:

A1: $D(X)=\varnothing$ y $D(\varnothing)=X$.

A2: $D(S)\subseteq S^c\ \forall S\subseteq X$

A3: $S\subseteq D^2(S)\ \forall S\subseteq X$

A4: $S\subseteq T\Rightarrow D(T)\subseteq D(S)\quad \forall S,T\in\wp(X)$

De este modo, A1 especifica las condiciones de contorno del operador de disimilaridad D. El axioma A2 impone una condición de separación entre el conjunto de objetos determinados por el predicado nítido S y su conjunto de objetos disimilares (este último ha de estar contenido en el complementario del conjunto de partida) y A3 caracteriza el comportamiento sobre-simétrico de D (i.e. $D^2\supseteq id_{\wp(X)}$). Este comportamiento sobre-simétrico refleja el hecho de que si $T=D(S)$ es el conjunto de objetos disimilares a S, entonces es obvio que se ha de cumplir $S\subseteq D(T)=D^2(S)$, esto es, S ha de estar contenido en el conjunto de objetos disimilares a T. Sin embargo, S no ha de contener necesariamente todos los objetos disimilares a T, como se puede observar esquemáticamente en la Figura 1 y como se muestra en el siguiente ejemplo:

Supongamos que $X=\{1,2,3,...,10\}$ y que $S=\{2\}$. Podemos imaginar que, en este contexto, el conjunto de elementos claramente diferentes o disimilares al predicado o conjunto S viene dado por $T=D(S)=\{7,8,9,10\}$. Sin embargo, ahora es lógico considerar que el conjunto disimilar a T viene dado por $D(T)=D^2(S)=\{1,2\}\supset S$, lo que muestra el comportamiento sobre-simétrico ya referido.

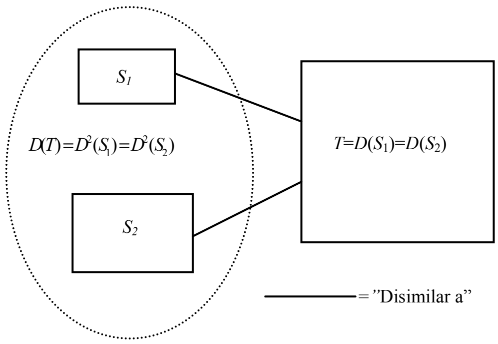

Figura 1. Esquema del comportamiento sobre-simétrico del operador de disimilaridad

Es importante señalar que los axiomas A1-A3 suponen una generalización de la noción de antonimia nítida tal y como ésta está recogida en [12], que exige A1 y A2 pero impone la condición de simetría $A3'{:}D^2=id_{\wp(X)}$. Por otro lado, es necesario señalar que los axiomas A1-A3 permiten la formación de cadenas crecientes del tipo (ver Figura 2):

$$S\subseteq D^2(S)\subseteq D^4(S)\subseteq ...$$
$$D(S)\subseteq D^3(S)\subseteq D^5(S)\subseteq ...$$

Este tipo de cadenas pueden resultar poco intuitivas, por lo que en algunos contextos podría ser necesario introducir una condición añadida que impida su formación. Como veremos, esto se logra mediante la introducción de A4.

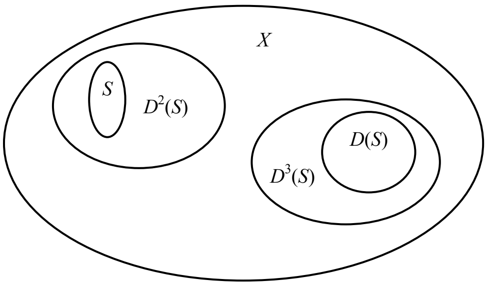

Figura 2. Cadenas crecientes de conjuntos disimilares.

El axioma A4 recoge la intuición de que al eliminar elementos de un conjunto (o equivalentemente, al utilizar un predicado más restrictivo) aumenta la cantidad de objetos potencialmente disimilares (ver Figura 3). En los términos del ejemplo anterior, si suponemos que $D(\{1,2\}) = \{7,8,9,10\}$, entonces si retiramos un elemento del primer conjunto, por ejemplo el 2, podemos obtener un conjunto disimilar mayor, digamos $D(\{1\}) = \{6,7,8,9,10\}$. O, por ejemplo, si tomamos el conjunto $S = \{coche, casa\}$, es evidente que el conjunto de objetos $D(S)$ ha de estar contenido en el conjunto $D(S')$, donde ahora $S' = \{casa\}$, ya que en particular ahora es posible que $coche \in D(S')$ (y notemos que A2 implica $coche \notin D(S)$).

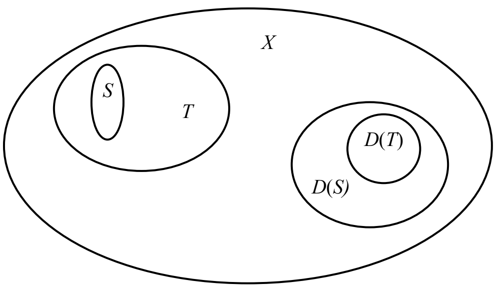

Figura 3. Acción del axioma A4: inversión del orden parcial $\subseteq$ en el retículo $(\wp(X), \subseteq, \cap, \cup)$.

Es importante señalar que A4 es equivalente a afirmar que el operador D ha de invertir el orden del retículo completo $(\wp(X), \subseteq, \cap, \cup)$, al igual que hace el operador de complementación (de hecho el operador de complementación es un caso particular de operador de disimilitud). Esto propicia el afirmar que D se comporta como una negación *débil* en ese retículo, potencialmente diferente (y menor, por A2) a la complementación, lo cual es una interesante propiedad lógica que remite a la noción de intuicionismo y de bipolaridad (ver [4], [9] y [14] para una discusión sobre la importancia de la negación débil en las lógicas no clásicas).

Así pues, A4 añade una condición restrictiva sobre el operador D que, ahora sí, supone una separación clara respecto a la noción de antónimo. Recordemos que en el modelo propuesto en [13] no se especifica una condición que relacione, por ejemplo, el antónimo del predicado *alto* con el del predicado *muy alto*. Si, como es habitual, modelizamos el uso del modificador (hedge) *muy* a través de la aplicación de la función $f(x) = x^2$ sobre la función de pertenencia del predicado *alto*, obviamente obtendremos que $\mu_{muy\ alto} = (\mu_{alto})^2 \leq \mu_{alto}$ y del mismo modo $\mu_{muy\ bajo} = (\mu_{bajo})^2 \leq \mu_{bajo}$. Por tanto, en cierto modo parecería que implícitamente se está asumiendo que el antónimo de *muy alto* ha de estar contenido en el de *alto*. Esta asunción se ve respaldada por la idea de simetría sobre el universo de discurso que subyace a la formulación propuesta en [13]. Sin embargo, es preciso señalar que una condición del tipo $S \subseteq T \Rightarrow A(S) \subseteq A(T)$, explicitando esa intuición, donde A es el operador de antonimia, no se encuentra recogida en tal formulación. Por tanto, para que la noción de dismilaridad o antagonismo semántico propuesta aquí generalice la de antónimo, el axioma A4 debe ser considerado posteriormente como distinguiendo una clase específica de operadores de disimilaridad D (que llamaremos *normales*).

Esta *normalidad* se debe a que con la introducción de A4 es entonces posible probar una serie de propiedades intuitivamente correctas en el caso nítido. En lo subsiguiente se supondrá que se verifican los axiomas A1-A4.

Proposición 1: $D^3 = D$

Demostración: Por A3 se tiene que $S \subseteq D^2(S)$ luego, usando A4, se tendrá que $D^3(S) \subseteq D(S)$. Como A3 implica a su vez $D(S) \subseteq D^3(S) = D^2(D(S))$, se tiene $D(S) = D^3(S)$ $\forall S \in \wp(X)$ ■

Por lo tanto, la introducción del axioma A4 permite detener la formación de cadenas crecientes, como habíamos adelantado.

Proposición 2: $D(\bigcup_{i\in I} S_i) \subseteq \bigcap_{i\in I} D(S_i)$

Demostración:

$$S_j \subseteq \bigcup_{i\in I} S_i \ \forall j \in I \overset{\text{A4}}{\Rightarrow} D(\bigcup_{i\in I} S_i) \subseteq D(S_j) \ \forall j \in I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D(\bigcup_{i\in I} S_i) \subseteq \bigcap_{i\in I} D(S_i) \quad ■$$

Una interesante propiedad que permite caracterizar los conjuntos $S \in \wp(X)$ para los que D es involutiva es la siguiente:

Proposición 3: $S \in \mathrm{Im}(D) \Rightarrow S = D^2(S)$

Demostración: Supongamos que $\exists T \in \wp(X)$ / $S = D(T)$. Entonces, por A2, se tiene que $D(T) = S \subseteq D^2(S) = D^3(T) \overset{\text{Prop. 1}}{=} D(T)$, luego ha de ser $S = D^2(S)$ ■

Además, exigir ciertas condiciones a D también restringe su carácter sobre-simétrico:

Proposición 4: Si D es sobre o inyectiva entonces $D^2 = id_{\wp(X)}$.

Demostración: Si D es sobreyectiva la conclusión se obtiene directamente de la proposición anterior. Si D es inyectiva, usando A4 se tiene $D(S) = D^3(S) = D(D^2(S))$ $\forall S \in \wp(X)$ y aplicando la inyectividad ha de ser $D^2(S) = S$ $\forall S \in \wp(X)$ ■

3. Caso borroso

En esta sección trasladaremos la formulación anterior al caso continuo o borroso. Es importante resaltar que esto permitirá al operador de similitud D operar sobre predicados lingüísticos en un sentido amplio del término debido a la capacidad de la lógica y los conjuntos borrosos para modelizar el uso de predicados imprecisos del lenguaje natural.

Para ello, consideremos ahora que el operador D está definido sobre el conjunto $F(X) = [0,1]^X$ de todos los conjuntos borrosos sobre X (recordemos que todo conjunto borroso se puede identificar con su función de pertenencia $\mu : X \to [0,1]$). Formalmente, sea $D : F(X) \to F(X)$ verificando las siguientes propiedades:

A1: $D(\mu_X) = \mu_\varnothing$ y $D(\mu_\varnothing) = \mu_X$

A2: $D(\mu) \le n \circ \mu$ $\forall \mu \in F(X)$ (n es una negación *fuerte*)

A3: $\mu \le D^2(\mu)$ $\forall \mu \in F(X)$ (i.e. $D^2 \ge id_{F(X)}$).

A4: $\mu \le \mu' \Rightarrow D(\mu') \le D(\mu)$ $\forall \mu, \mu' \in F(X)$

De nuevo, los axiomas A1-A3 constituyen una generalización del modelo borroso para la noción de antonimia propuesto en [13]. Asimismo, cabe realizar las mismas consideraciones que antes respecto al axioma A4, que distingue a la clase *normal* de operadores de disimilaridad. Por otro lado, las propiedades demostradas anteriormente admiten una traducción casi directa al caso borroso:

Proposición 5: $D^3 = D$

Demostración: Idéntica al caso nítido ■

Proposición 6: Si T es una t-norma idempotente (esto es, $T(x,x) = x$ $\forall x \in X$) y S es una t-conorma entonces $D(S(\mu_1,\mu_2)) \le$ $\le T(D(\mu_1), D(\mu_2))$ $\forall \mu_1, \mu_2 \in F(X)$

Demostración: Para cualquier t-conorma S se tiene $\mu_k \le S(\mu_1,\mu_2), k = 1,2$. Luego, por A4, ha de ser $D(S(\mu_1,\mu_2)) \le D(\mu_k)$, $k = 1,2$. Denotando $\mu = D(S(\mu_1,\mu_2))$, se tiene, por la idempotencia y la monotonía de T, $\mu = D(S(\mu_1,\mu_2)) =$ $= T(\mu,\mu) \le T(D(\mu_1), D(\mu_2))$ ■

Nótese que si T no es idempotente, la propiedad podría no cumplirse. Por ejemplo, si T es la t-norma producto y $\mu = D(S(\mu_1,\mu_2)) =$ $= D(\mu_1) = D(\mu_2)$, entonces es posible que $\exists x \in X$ de manera que $D(S(\mu_1,\mu_2))(x) = \mu(x) >$

$> T(D(\mu_1)(x), D(\mu_2)(x)) = T(\mu(x), \mu(x)) = (\mu(x))^2$.

Proposición 7: $\mu \in \mathrm{Im}(D) \Rightarrow \mu = D^2(\mu)$
Demostración: Idéntica a la del caso nítido ■

Proposición 8: Si D es sobre o inyectiva entonces $D^2 = id_{F(X)}$.
Demostración: Idéntica al caso nítido ■

4. Medidas de similitud e indistinguibilidades desde un enfoque bipolar

Una vez expuesta la noción de antagonismo semántico, veremos en esta sección que su aplicación a la construcción de medidas de similitud y T-indistinguibilidades [15] desde un enfoque bipolar es inmediata. Recordemos que, dada una t-norma T, una relación borrosa $I:[0,1]^X \times [0,1]^X \to [0,1]$ es una T-indistinguibilidad si es *reflexiva* (i.e. $I(\mu,\sigma)=1$), *simétrica* (i.e. $I(\mu,\sigma)=I(\sigma,\mu)$) y también *T-transitiva* ($T(I(\mu,\sigma), I(\sigma,\lambda)) \le I(\mu,\lambda)$ $\forall \mu,\sigma,\lambda \in [0,1]^X$. En particular, al ser las medidas de similitud un caso particular de T-indistinguibilidades con $T = \min$, nos centraremos en proponer el enfoque bipolar exclusivamente para estas últimas.

La introducción de este enfoque bipolar viene justificada, en nuestra opinión, por el hecho de que al especificar el uso de dos palabras P y Q por medio de funciones de pertenencia se obtiene de hecho una descripción de tal uso, pero no una descripción adecuada de las relaciones semánticas que operan entre tales palabras. Para expresar esas relaciones, no solo es necesaria una descripción positiva de P y Q, sino también una descripción negativa que permita modelar hasta qué punto P y Q son diferentes o, incluso, opuestos, esto es, cómo tal polaridad positiva-negativa clasifica la realidad.

Discutiremos aquí dos casos: en el primero se asume que contamos con una polaridad $P/\partial P$, respecto a la cual queremos comparar otro predicado Q. En el segundo caso, compararemos entre sí dos polaridades $P/\partial P$ y $Q/\partial Q$ (∂P denota al predicado especificado por $D(\mu_P)$).

En el primer caso, dada una T-indistinguibilidad I, proponemos el uso del vector $I_{bip}(P/\partial P, Q) = (I(\mu_P,\mu_Q), I(\mu_{\partial P},\mu_Q)) \in [0,1]^2$ para valorar la relación que se establece entre el predicado Q y la polaridad $P/\partial P$. De este modo, suponiendo que $I(P,\partial P) \equiv I(\mu_P,\mu_{\partial P}) = 0$, se tiene, por ejemplo, que si $P = Q$ entonces $I_{bip}(P,Q) = (1,0)$, o recíprocamente si $\partial P = Q$ entonces $I_{bip}(P/\partial P, Q) = (0,1)$. De igual modo, son posibles los casos extremos en que $I_{bip}(P/\partial P, Q) = (0,0)$ o $I_{bip}(P/\partial P, Q) = (1,1)$. El primero reflejaría una situación en la que la polaridad $P/\partial P$ no aporta información acerca de Q, mientras que el segundo apuntaría a una situación en que Q es en cierto modo contradictorio respecto a esa polaridad (es a la vez P y ∂P). Notemos que, en principio, se tiene que $I_{bip}(P/\partial P, Q) \ne I_{bip}(Q/\partial Q, P)$.

En el segundo caso, para comparar entre si dos polaridades $P/\partial P$ y $Q/\partial Q$, proponemos computar la matriz

$$I_{bip}(P/\partial P, Q/\partial Q) = \begin{pmatrix} I(P,Q) & I(P,\partial Q) \\ I(\partial P,Q) & I(\partial P,\partial Q) \end{pmatrix}.$$

Ahora es inmediato comprobar que $I_{bip}(P/\partial P, Q/\partial Q) = (I_{bip}(Q/\partial Q, P/\partial P))^t$, e igualmente se tiene que $I_{bip}(P/\partial P, Q/\partial Q) = ((I_{bip}(P/\partial P, Q))^t\ (I_{bip}(P/\partial P, \partial Q))^t)$. También es claro que el rango de posibilidades es mucho mayor. Por ejemplo, cuando $P = Q$ y $\partial P = \partial Q$ se obtiene $I_{bip}(P/\partial P, Q/\partial Q) = Id$, y cuando $P = \partial Q$ y $\partial P = Q$ se tiene $I_{bip}(P/\partial P, Q/\partial Q) = Id^\sigma$, donde Id^σ es la matriz identidad con sus filas permutadas.

Es evidente que, tanto en el primer como en el segundo caso, se obtiene una descripción de las relaciones que se establecen entre los predicados P y Q cualitativamente más rica y con más capacidad expresiva que en el caso no bipolar. En particular, es posible detectar situaciones en que los predicados no son en absoluto similares pero tampoco claramente disimilares y, en general, permite evaluar simultáneamente tanto la similitud como la disimilitud (que no tienen por que ser conceptos necesariamente complementarios) que guardan entre si los conceptos en estudio.

5. Primeras ideas para una formulación de la noción de estructura semántica

Utilizando la noción de antagonismo o disimilaridad semántica y la extensión bipolar del concepto de *T*-indistinguibilidad [15] es posible proponer unas primeras ideas dirigidas a formular rigurosamente las nociones de relación y estructura semántica.

Para introducir esta discusión, es preciso observar que la descripción *positiva* de un conjunto de predicados mediante sus respectivas funciones de pertenencia (esto es, especificando qué objetos y en qué grado verifican esos predicados) no permite establecer las relaciones que guardan entre si esos predicados a nivel semántico. Comprobémoslo: supongamos que tomamos tres predicados *P*, *Q* y *R* definidos sobre el mismo universo de discurso *X* y que damos su descripción en términos de soporte (ver Figura 4). ¿Qué permite afirmar esta descripción acerca de las relaciones entre, por ejemplo, *P* y *R*? Realmente nada. Podemos insinuar que *P* está más lejos de *R* de lo que lo está *Q*, pero este tipo de “proximidad” puede llevar a engaño en la práctica.

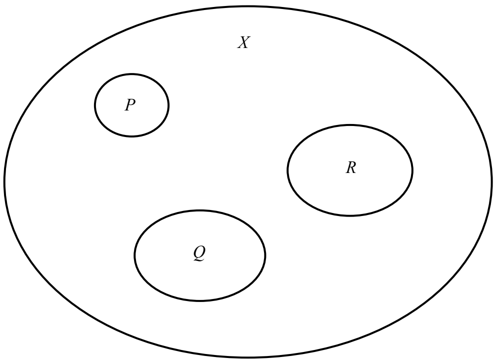

Figura 4. Descripción positiva de *P*, *Q* y *R*

Sin embargo, si especificamos también una descripción *negativa* de esos predicados mediante las respectivas funciones de pertenencia o soportes de sus conjuntos disimilares, como se representa en la Figura 5, es posible entonces comprender mejor esas relaciones. Atendiendo a las descripciones positivas y negativas representadas en esa figura, *R* y *Q* son predicados disimilares, a pesar de su aparente cercanía, mientras que *P* y *R* no lo son. Esto permite afirmar, por ejemplo, que estos dos últimos predicados comparten la relación de oposición respecto a *Q* y que no son semánticamente disimilares o antagónicos (lo cual obviamente no equivale a decir que son similares).

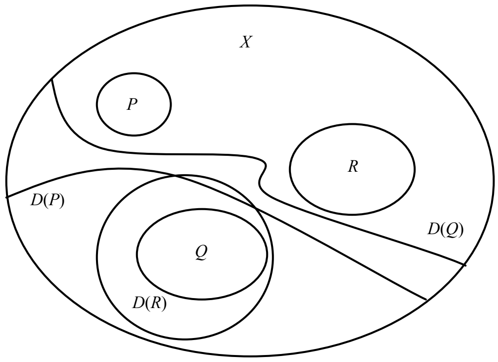

Figura 5. Descripciones positiva y negativa de *P*, *Q* y *R*

Aunque para nosotros el significado y las relaciones semánticas que se establecen entre los predicados *amarillo*, *naranja* y *marrón* o *bajo*, *moderadamente alto* y *extremadamente alto* es evidente, pues incluso si somos incapaces de formalizarlos adecuadamente conocemos perfectamente el significado y la estructura semántica que forman esos predicados, es importante entender que ese no es el caso en absoluto para un ordenador, para el cual esos predicados tienen el mismo significado que el que tienen para nosotros *P*, *Q* y *R*. Si solo está disponible una descripción positiva de *bajo*, *moderadamente alto* y *extremadamente alto*, en ese modelo es imposible establecer las relaciones semánticas que suceden entre ellos, en particular no es posible interpretar la información positiva sobre *bajo* como muy negativa para *extremadamente alto*, o de concluir que *amarillo* y *naranja* son más parecidos que *amarillo* y *marrón*. Este tipo de consideraciones es muy relevante cuando, por ejemplo, se intenta diseñar procedimientos automáticos capaces de distinguir meras excepciones lógicas (por ejemplo, “algo que es *P* no es *R*”) carentes de valor práctico de excepciones muy significativas desde el punto de vista del aprendizaje o el razonamiento (“si es *P* seguro que no es *Q*”). Recordemos a este respecto el impacto que ha tenido (y está teniendo) la introducción de la noción de *bipolaridad* en los métodos de representación de la incertidumbre y el conocimiento, a partir de la distinción básica entre información positiva y negativa. En particular, el concepto de antagonismo o disimilaridad semántica que hemos introducido permite llevar esta distinción a un nivel más básico, lo cual posibilita, entre otras cosas, dar una definición más clara, legitimada y precisa de esa información positiva y negativa.

Por lo tanto, todo esto nos lleva a la conclusión de que sin formalizar la noción de antagonismo semántico (o al menos algún tipo de descripción negativa que pueda resultar equivalente), es imposible modelar adecuadamente los significados opuestos o contradictorios y, por ende, tampoco la estructura semántica que forman esos predicados. En concreto, las estructuras de orden solo permiten una idea vaga e intuitiva, pero no una formulación precisa, de las relaciones semánticas que se cumplen entre las diferentes etiquetas lingüísticas.

Terminaremos esta sección dando unas breves consideraciones más formales sobre cómo introducir y formalizar adecuadamente la noción de estructura y relación semántica.

Sea $L=\{l_1,...,l_n\}$ un conjunto de etiquetas lingüísticas relacionadas con la evaluación de una misma característica *K* de los objetos de un universo de discurso *X*. Nuestro objetivo es proporcionar una visión de cómo se relacionan entre sí, y de la estructura semántica que forman, las diversas etiquetas de *L*, para lo cual acabamos de considerar la necesidad de contar con descripciones tanto positivas como negativas del uso de esas etiquetas. Ello lleva a considerar el conjunto $\partial L=\{\partial l_1,...,\partial l_n\}$ de predicados antagónicos a los contenidos en *L*. Una primera propuesta para caracterizar la estructura semántica que conforman puede venir de la comparación y la explotación de los valores pertinentes de las siguientes matrices E^1,E^2 y E^3, definidas a través de $E^1_{ij}=I(l_i,l_j)$, $E^2_{ij}=I(l_i,\partial l_j)$ y $E^3_{ij}=I(\partial l_i,\partial l_j)$, para todo $i,j=1,...,n$, y donde I es una indistinguibilidad bipolar como las presentadas en la sección anterior o una relación de similitud como las estudiadas en [5] convenientemente extendida al caso bipolar.Por supuesto, también es posible una formulación equivalente en términos de las matrices $I_{bip}(l_i/\partial l_i,l_j/\partial l_j)$.

Las cantidades obtenidas en esas matrices permiten una primera descripción acerca de cómo las distintas polaridades así definidas clasifican la realidad bajo estudio (los objetos del universo de discurso) y de las relaciones que guardan esas descripciones entre si. En particular, es posible plasmar esas relaciones en uno o varios grafos borrosos similares al presentado en la Figura 1. Así pues, nuestra propuesta para dar cuenta de la estructura semántica que forman las etiquetas y términos en *L* va en la dirección indicada en [7], donde se insistía en la necesidad de tener en cuenta la estructura subyacente entre los diversos términos lingüísticos que usualmente dan forma a un problema de clasificación o de decisión, en la medida que el contenido, la expresividad y la eficacia de dichos modelos dependen crucialmente de esas estructura y relaciones subyacentes. En particular, es posible dar un método para construir los meta-conjuntos borrosos propuestos en [7] a partir de esos grafos valorados o borrosos.

6. Conclusiones

La formulación rigurosa de la noción de disimilaridad o antagonismo semántico permite introducir un concepto relevante y con profundas implicaciones en el tratamiento de la información y en la toma de decisiones, en tanto que las alternativas y los objetos de un universo de discurso son a menudo separados en conjuntos (quizás borrosos) que cumplen propiedades o predicados ya no antónimos sino, en cierto modo, antagónicos, es decir, donde el criterio fundamental de separación ya no es la antonimia sino la oposición significativa o la diferencia sustancial entre la semántica de tales predicados. En particular, la formulación axiomática de la noción de antagonismo semántico presentada en este artículo constituye una generalización de la de antonimia propuesta en [13], lo que permite extender el uso de polaridades a contextos donde no existen términos antónimos adecuados (o de hecho, incluso, ningún término) que permitan la representación lingüística de la intuición de disimilaridad o antagonismo que, sin embargo, sí conservamos. En particular, los autores están desarrollando su uso en el marco del aprendizaje basado en reglas [11], donde permite introducir un tratamiento bipolar de los consecuentes en consonancia con las propuestas en [2] o [14]. Este modelo de aprendizaje e inferencia [11] está siendo implementado a su vez en un sistema de ayuda a la decisión para la gestión de desastres y emergencias, centrado en el diagnóstico precoz de las consecuencias de esos desastres y enfocado a su uso por parte de ONGs humanitarias [10].

Asimismo, la noción de antagonismo permite una generalización casi inmediata de algunos conceptos y objetos habituales en el tratamiento borroso de la información, como son las indistinguibilidades [15], las medidas de similitud [5] o las medidas de información, en particular las medidas de coherencia [12]. Estas generalizaciones son posibles en tanto que los conjuntos disimilares (nítidos y borrosos) aquí presentados constituyen una descripción negativa de los predicados que complementa a la positiva habitualmente proporcionada en forma de funciones de pertenencia. Una línea de investigación futura consistirá en proponer un modelo para las nociones de relación y estructura semántica en la dirección apuntada en este trabajo en relación a lo expuesto en [7], lo cual puede ser de utilidad, por ejemplo, en el campo de la computación con palabras [16] o del aprendizaje automático [6].

Agradecimientos

Esta investigación se ha financiado parcialmente con ayuda de los proyectos TIN2009-07901 e I-Math Consolider Ingenio 2010 CONS-C5-0281.

Referencias

[1] A. Amo, J. Montero, A. Fernández, M. López, J. Tordesillas, G. Biging, Spectral fuzzy Classification: An application, IEEE Transactions Systems Man and Cybernautics 32 (2002) 42–48.

[2] J. Beringer, E. Hüllermeier, Case-based learning in a bipolar possibilistic framework. International Journal of Intelligent Systems 2008, 23(10):1119-1134

[3] J.M. Chamorro, Lenguaje, mente y sociedad: hacia una perspectiva materialista del sujeto, La Laguna, 2007, Editorial Universitaria

[4] D. Dubois, H. Prade, An introduction to bipolar representations of information and preference. International Journal of Intelligent Systems (2008), 23: 866-877

[5] D. Dubois , H. Prade, Fuzzy Sets and Systems-Theory and Applications. New York: Academic Press, 1980.

[6] E. Hüllermeier, Fuzzy methods in machine learning and data mining: Status and prospects, Fuzzy Sets and Systems 156 (2005) 387–406

[7] J. Montero, D. Gómez, H. Bustince, On the relevance of some families of fuzzy sets, Fuzzy sets and systems 2007, 158: 2439-2442

[8] D. Özdemir, L. Akarun, A fuzzy algorithm for color quantization of images, Pattern Recognition Volume 35, Issue 8, August 2002, Pages 1785-1791

[9] M. Öztürk, A. Tsoukiàs, Modelling uncertain positive and negative reasons in decision aiding, Decision Support Systems 2007, 43 (4): 1512-1526

[10] J.T. Rodriguez, B. Vitoriano, J. Montero, A general methodology for data-based rule building and its application to natural disaster management. To be published in Computers and Operations Research (2010) doi:10.1016/j.cor.2009.11.014

[11] J.T. Rodriguez, J. Montero, B. Vitoriano, V. Lopez, An Inductive Methodology for Data-Based Rules Building. In: Rossi F and Tsoukiàs A (eds.) Algorithmic Decision Theory, LNAI 5783, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg pp. 424–433 (2009)

[12] Sancho-Royo, A., Verdegay, J.: Fuzzy coherence measures. International Journal of Intelligent Systems 20, 1-11 (2005)

[13] E. Trillas, C. Moraga, S. Guadarrama, S. Cubillo, E. Castiñeira, Computing with Antonyms. In: Forging New Frontiers: Fuzzy Pioneers I, volume 217 of Studies in fuzziness and soft computing, pags 133–153. Springer, Berlin, 2007.

[14] E. Turunen, Interpreting GUHA Data Mining Logic in Paraconsistent Fuzzy Logic Framework. In: Rossi F and Tsoukiàs A (eds.) Algorithmic Decision Theory, LNAI 5783, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg pp. 284–293 (2009)

[15] L. Valverde E. Trillas. An inquiry into indistinguishability operators. Aspects of Vagueness. In: H.J. Skala, S. Termini, E. Trillas (Eds.). Reidel, pags.231-256, 1984.

[16] Zadeh, L.A. Fuzzy logic = computing with words, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 4, 103-111 1996