



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE MADRID

Proyecto de innovación

Convocatoria 2023/2024

Nº de proyecto: 136

Mejora del logro de resultados de aprendizaje en matemáticas de los estudiantes del Diploma Liceo a través del diseño de procesos de enseñanza-aprendizaje basados en el andamiaje de técnicas y formación matemático-didáctica de los docentes

Responsable del proyecto: Mercedes Hidalgo Herrero

Facultad de Educación – Centro de Formación del Profesorado

Departamento de Didáctica de Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas

1. **Objetivos propuestos en la presentación del proyecto**

Objetivos generales:

G1.- Diseñar andamiajes de técnicas de resolución de actividades matemáticas en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario que se adapten a las técnicas de base empleadas en la resolución de dichas actividades por el estudiantado con discapacidad intelectual y que se desarrollarán en el momento del trabajo de la técnica del proceso de estudio.

G2.- Desarrollar una propuesta de formación matemático-didáctica de docentes que les permita diseñar e implementar Actividades de Estudio e Investigación (AEI) en Matemáticas para personas con discapacidad intelectual que aborde de manera globalizada los contenidos lógico-matemáticos necesarios para su autonomía basadas en andamiajes de técnicas de resolución de actividades matemáticas.

Objetivos específicos:

E1.- Analizar el planteamiento matemático-didáctico actual en el Programa Liceo (Diploma de formación permanente para jóvenes con discapacidad intelectual).

E2.- Analizar las técnicas de base empleadas por el alumnado del Programa Liceo en la resolución de actividades matemáticas en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario como resolución de caso práctico en la asignatura Matemáticas y su Didáctica I (MDI) de grados y dobles grados de Maestro en Educación Primaria (EP) y de Pedagogía.

E3.- Diseñar andamiajes de técnicas de resolución de actividades matemáticas en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario que puedan hacer evolucionar las técnicas de base empleadas por los y las estudiantes de Liceo para resolver dichas actividades como resolución de caso práctico en la asignatura MDI de grados y dobles grados de Maestro en EP y de Pedagogía.

E4.- Estudiar la viabilidad de la metodología de AEI en la docencia dirigida a personas con discapacidad intelectual.

E5.- Diseñar y experimentar AEI en torno a los conocimientos numéricos necesarios para la autonomía de personas con discapacidad intelectual.

E6.- Diseñar AEI para Formación de Profesores en torno a los conocimientos numéricos necesarios para la autonomía de personas con discapacidad intelectual.

2. Objetivos alcanzados

Objetivos generales:

G1.- Diseñar andamiajes de técnicas de resolución de actividades matemáticas en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario que se adapten a las técnicas de base empleadas en la resolución de dichas actividades por el estudiantado con discapacidad intelectual y que se desarrollarán en el momento del trabajo de la técnica del proceso de estudio.

A partir de los resultados obtenidos en la evaluación inicial del alumnado del Diploma Liceo, se ha planteado al estudiantado de la asignatura MDI del Grado de Maestro en EP que elaborara una propuesta de intervención. Esta debía partir del nivel académico detectado en el alumnado de Liceo y debía permitir a éste hacer evolucionar sus técnicas en la resolución de actividades matemáticas en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario.

G2.- Desarrollar una propuesta de formación matemático-didáctica de docentes que les permita diseñar e implementar Actividades de Estudio e Investigación (AEI) en Matemáticas para personas con discapacidad intelectual que aborde de manera globalizada los contenidos lógico-matemáticos necesarios para su autonomía basadas en andamiajes de técnicas de resolución de actividades matemáticas.

A lo largo del curso 23-24 se han mantenido reuniones semanales o quincenales del equipo del proyecto. Este incluía a la docente de Matemáticas de primer curso del Diploma Liceo y a un segundo docente del Diploma Liceo. Ellos planteaban las dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje que surgían en el aula de Liceo. Para dar respuesta a estas, se ha desarrollado una formación matemático-didáctica para docentes de estudiantes con discapacidad intelectual configurada en tres partes, a saber, una primera dedicada a la formación sobre Recorridos de Estudio e Investigación (REI), dispositivo didáctico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) empleado en la clase de Matemáticas de Liceo en este curso, una segunda basada en la asociación de las dificultades surgidas en el aula con las soluciones matemático-didácticas encontradas en las reuniones de planificación y puestas en marcha en las clases del programa Liceo posteriores, y una tercera en la que se llevó a cabo una sesión de formación sobre una situación problemática en torno al sistema de numeración y la adición para adaptar al alumnado de Liceo y a la que asistieron, además de miembros del equipo del proyecto, estudiantes de la asignatura MDI.

Objetivos específicos:

E1.- Analizar el planteamiento matemático-didáctico actual en el Programa Liceo (Diploma de formación permanente para jóvenes con discapacidad intelectual).

Liceo proporcionó al equipo del proyecto el programa que se había impartido en cursos anteriores. Este fue analizado y modificado de manera que fuera la actividad matemática la que guiara el desarrollo del mismo, y no el monumentalismo que se intuía a partir del orden de epígrafes. De este modo, la metodología de las AEI y de los REI, la del cuestionamiento del mundo, sería la que condujera el desarrollo del programa. Así, la actividad matemática no apareció ligada a la operación abordada en cada epígrafe del programa y fue el estudiantado quien tuvo que discriminar la operación u operaciones matemáticas que resolvían la cuestión planteada.

E2.- Analizar las técnicas de base empleadas por el alumnado del Programa Liceo en la resolución de actividades matemáticas en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario como resolución de caso práctico en la asignatura MDI de grados y dobles grados de Maestro en EP y de Pedagogía.

En la fase 1 del proyecto se diseñó un instrumento de evaluación inicial para aplicar al alumnado de Liceo que hiciera emerger las técnicas de base que dichos individuos emplean

en la resolución de actividades matemáticas en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario. Los miembros del equipo del proyecto analizaron las técnicas empleadas por el alumnado de Liceo para cada tipo de tarea de dicha evaluación inicial. Posteriormente, se presentó al estudiantado de la asignatura MDI como caso práctico una selección de técnicas erróneas para las tareas planteadas con un primer objetivo de analizar cuál era el error cometido en las mismas.

E3.- Diseñar andamiajes de técnicas de resolución de actividades matemáticas en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario que puedan hacer evolucionar las técnicas de base empleadas por los y las estudiantes de Liceo para resolver dichas actividades como resolución de caso práctico en la asignatura MDI de grados y dobles grados de Maestro en EP y de Pedagogía.

En la propuesta de caso práctico al estudiantado de MDI, el segundo objetivo era el diseño de un andamiaje de técnicas de resolución para superar los errores que se habían detectado en la primera parte del caso. Así, cada grupo de estudiantes propuso una secuencia de actividades basada en el andamiaje de técnicas diseñado.

E4.- Estudiar la viabilidad de la metodología de AEI en la docencia dirigida a personas con discapacidad intelectual.

El perfil del alumnado de Liceo del curso 23-24 ha sido muy variado. Con dos grupos se ha podido extender la metodología de AEI y seguir la metodología de los REI. Se ha llevado al aula un REI que ha sido puesto en práctica con el estudiantado de dos grupos de la asignatura de Matemáticas de primer curso de Liceo. A partir de las cuestiones iniciales, el estudiantado de Liceo decidió celebrar una fiesta y desarrolló todo el REI mediante el cual se organizó la celebración de dicha fiesta a final de curso. El desarrollo del REI conllevó la construcción de todos los conocimientos matemáticos planificados en el programa de la asignatura Matemáticas de primer curso del Diploma Liceo. En el caso del otro de los grupos no se ha considerado viable desarrollar el REI completo. Sin embargo, sí que se ha realizado la AEI de realización de una compra que constituye la actividad final del mismo.

E5.- Diseñar y experimentar AEI en torno a los conocimientos numéricos necesarios para la autonomía de personas con discapacidad intelectual.

Tanto para que el estudiantado de Liceo diera respuestas a las cuestiones surgidas en el desarrollo del REI como para que evolucionara en las técnicas detectadas en la evaluación inicial, ha sido necesario introducir AEI que el alumnado de Liceo ha resuelto con el uso de materiales manipulativos tangibles y materiales manipulativos gráfico-textuales-verbales. La resolución de estas AEI ha permitido construir, profundizar y hacer evolucionar las técnicas necesarias para poder dar respuesta a las cuestiones planteadas.

E6.- Diseñar AEI para Formación de Profesores en torno a los conocimientos numéricos necesarios para la autonomía de personas con discapacidad intelectual.

El trabajo semanal ha dado como fruto un plan de formación de profesores surgido a partir de las dificultades encontradas por el alumnado en el desarrollo de las clases de Matemáticas del Diploma Liceo en torno a los conocimientos numéricos y las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división y las actividades planteadas para dar respuesta a dichas dificultades. Esta formación es susceptible de ser empleada con profesorado de Matemáticas de alumnado con discapacidad intelectual tanto en formación inicial como en formación permanente. De hecho, a la sesión de formación en la que se analizaba una AEI en torno al sistema de numeración posicional decimal, la adición y el inicio de la sustracción acudieron estudiantes de la asignatura MDI del Grado de Maestro en EP, del Doble Grado de Maestro en EP y Pedagogía, y del Doble Grado de Maestro en Educación Infantil (EI) y Maestro en EP.

3. Metodología empleada en el proyecto

La metodología que ha guiado el desarrollo del proyecto ha empleado herramientas de los enfoques de Didáctica de las Matemáticas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico y la Teoría de Situaciones Didáctico-Matemáticas: AEI, REI, REI para la formación del profesorado, cuestiones generatrices y cruciales, dialéctica cuestiones-respuestas, dialéctica medios-media, dialéctica individuo-colectivo, niveles de codeterminación didáctica, organizaciones matemático-didácticas de complejidad creciente, contrato didáctico, variables didácticas y situaciones didácticas y a-didácticas. El plan de trabajo se desarrolló en cuatro fases con reuniones de los miembros del equipo en cada actividad.

Fase 1. Coordinadora: A.M. Lerma.

1. Búsqueda y análisis de documentación relacionada con la formación en Matemáticas de alumnado con discapacidad intelectual.
2. Análisis de los procesos de estudio relacionados con los conocimientos en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario desarrollados en el proyecto Liceo durante los cursos anteriores en la documentación generada por dicha institución tanto en la impartición de las clases como en la evaluación de los procesos.
3. Comparación de los análisis producto de la actividad 2 con los procesos de estudio desarrollados en aulas ordinarias para una posible adaptación a las aulas de Liceo.
4. Diseño y aplicación de una evaluación inicial para aplicar al alumnado de Liceo que hiciera emerger las técnicas de base que empleaban en la resolución de actividades matemáticas en torno al número, numeración, cálculo de operaciones y sistema monetario.

Fase 2. Coordinadora: M. Hidalgo

5. Análisis de los resultados de la evaluación inicial en relación a las técnicas de resolución de actividades en torno a número, numeración, cálculo y sistema monetario, y diseño de andamiajes de técnicas matemáticas individualizados para cada estudiante de Liceo como estudio de caso con el alumnado de un grupo de la asignatura MDI del Grado de Maestro en EP.
6. Diseño de AEI individualizadas acordes con los productos de la fase 5 para alumnado con diversidad funcional asociada a discapacidad intelectual que abordaba de manera globalizada número, numeración, cálculo y sistema monetario.
7. Vivencia y análisis de las AEI producto de las actividades 5 y 6 por parte de los docentes de Liceo y consideración de adaptaciones a partir de su experiencia en el trabajo con alumnado con diversidad funcional asociada a la discapacidad intelectual.
8. Experimentación de las AEI producto de las actividades 5, 6 y 7 en la institución Liceo y recogida de información del proceso, aprovechando el uso de TIC.

Fase 3. Coordinador: T.Á. Sierra

9. Análisis de los resultados de la evaluación inicial en relación a las técnicas de resolución de actividades en torno a número, numeración, cálculo y sistema monetario, y diseño de un andamiaje de técnicas matemáticas personalizado para cada estudiante de Liceo como estudio de caso con alumnado de la asignatura MDI del Doble Grado de Maestro en EP y Pedagogía y del Doble Grado de Maestro en EI y Maestro en EP.
10. Diseño de AEI individualizadas acordes con los productos de la fase 8 para alumnado con diversidad funcional asociada a discapacidad intelectual que abordaba de manera globalizada número, numeración, cálculo y sistema monetario, aprovechando el uso de TIC.
11. Vivencia y análisis de las AEI producto de las actividades 9 y 10 por parte de los docentes de Liceo y alumnas de MDI y consideración de adaptaciones a partir de su experiencia en el trabajo con alumnado con diversidad funcional asociada a la discapacidad intelectual.
12. Experimentación de las AEI diseñadas en las actividades 9, 10 y 11 en la institución Liceo y recogida de información del proceso, aprovechando el uso de TIC.

Fase 4. Coordinadores: M. Hidalgo y T.Á. Sierra

13. Análisis de las AEI diseñadas y experimentadas en las fases 2 y 3 a través de la información recogida.
14. Análisis de la ecología en la implementación de las AEI y diseño de un REI-FP para docentes de alumnado con diversidad funcional intelectual.

4. Recursos humanos

En primer lugar, señalar que en el desarrollo del proyecto Innova, además de los miembros del equipo, han intervenido tres grupos de estudiantes del Proyecto Liceo. Asimismo, destacamos también la participación de la Directora del Diploma Liceo, la profesora Esther Rodríguez Quintana, que ha colaborado en el diseño y análisis de la evaluación inicial aplicada al estudiantado del Diploma Liceo y en el diseño de las AEI, así como en la formación del profesorado de Liceo, en el análisis de las sesiones de docencia desarrolladas en el Programa y en el desarrollo del REI haciendo viable la actividad matemática del estudiantado de Liceo en un entorno real de planificación de una celebración.

En segundo lugar, merece la pena indicar la colaboración de cinco estudiantes de la asignatura MDI: dos del Doble Grado Maestro en EP y Pedagogía, dos del Doble Grado de Maestro en EI y Maestro en EP y una del Grado de Maestro en EP.

El resto del equipo del proyecto figuraba en la solicitud del mismo y estaba compuesto por los profesores especialistas en Didáctica de las Matemáticas Mercedes Hidalgo Herrero (Responsable del proyecto), Ana M^a Lerma Fernández (UJA), M^a Isabel Rodríguez Cartagena (UCM), Enrique Sánchez Freire (UCM) y Tomás Ángel Sierra Delgado (UCM); por el profesor especialista en Sistemas Informáticos Fernando Rubio Diez (UCM); por los estudiantes del Programa de Doctorado en Educación Carlos Rojas Suárez y Pedro Vivas Caballero; por la docente del equipo del Proyecto Liceo Elena Bañuelos Herrán y por el miembro del PAS Julio Enrique Rueda Becerra, enlace con el Decanato de la Facultad de Educación-CFP.

5. Desarrollo de las actividades

En la primera fase del proyecto se llevaron a cabo cuatro actividades, a saber, búsqueda y análisis de documentación relacionada con la formación en Matemáticas de alumnado con discapacidad intelectual; análisis de los procesos de estudio relacionados con los conocimientos en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario desarrollados en el proyecto Liceo durante los cursos anteriores en la documentación generada por dicha institución, tanto en la impartición de las clases como en la evaluación de los procesos; comparación de los análisis producto de la actividad anterior con los procesos de estudio desarrollados en aulas ordinarias para una posible adaptación a las aulas de Liceo; y diseño y aplicación de un instrumento de evaluación inicial para aplicar al alumnado de Liceo que haga emerger las técnicas de base que dichos individuos emplean en la resolución de actividades matemáticas en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario.

Esta primera fase, por una parte, llevó a la constatación de la necesidad de enfocar la formación matemática del estudiantado con discapacidad intelectual en la actividad matemática y culminó con una reformulación del programa de la asignatura Matemáticas del primer curso de Liceo para sustentarlo en un enfoque basado en resolución de problemas y cuestiones problemáticas en lugar de en procedimientos o técnicas. Por otra parte, el análisis de la bibliografía existente y la experiencia del equipo en los proyectos innovadores anteriores fueron las bases para el diseño del instrumento de evaluación inicial, conformado por dos partes: una primera cuyo objetivo era conocer las técnicas empleadas por el estudiantado de Liceo en torno al número, la numeración, el cálculo de operaciones y el sistema monetario y una segunda focalizada en la resolución de problemas en los mismos ámbitos.

En la segunda y tercera fases, se analizaron los resultados de la evaluación inicial que abordaba técnicas y problemas en torno al número, la numeración, las operaciones y el sistema monetario. A partir de este análisis, se observó la emergencia de técnicas que el alumnado aplicaba de manera errónea y que fueron el punto de partida para diseñar el estudio de caso en la asignatura MDI del Grado de Maestro en EP.

Se detectaron errores que evidenciaban que no se había construido la serie numérica más allá de las dos primeras decenas, como muestra el ejemplo de la Figura 1, en el que la primera tira fue completada correctamente, pero la que comenzaba en el 15 solamente se completó sin errores hasta el inicio de la segunda decena.

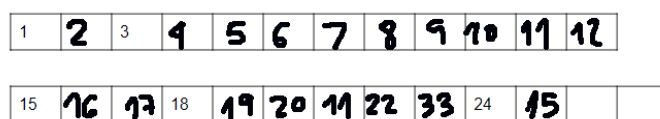


Figura 1. Ejemplo de errores en la serie numérica.

Así mismo, se detectaron errores sistemáticos en la aplicación de la técnica de sustracción como el expuesto en la Figura 2: si la cifra del minuendo era mayor que la del sustraendo se realizaba correctamente, pero cuando sucedía al revés se restaba la menor de la mayor erróneamente.

$$\begin{array}{r}
 85 \\
 - 34 \\
 \hline
 51
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 56 \\
 - 08 \\
 \hline
 52
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 80 \\
 - 21 \\
 \hline
 61
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 78 \\
 - 39 \\
 \hline
 41
 \end{array}$$

Figura 2. Ejemplo de aplicación errónea de técnicas de sustracción.

Y se propuso al estudiantado de MDI la tarea “Tenéis que detectar y explicar cuál es el error cometido y diseñar una secuencia de técnicas/estrategias que llevarían al o a la estudiante

a construir una técnica de resolución correcta y a no cometer el error mostrado”.

El análisis de los resultados de la evaluación inicial también hizo aflorar tanto la diversidad de técnicas matemáticas conocidas por el estudiantado de Liceo como el alcance del dominio de las mismas que demostraba cada individuo. Gracias a ello, se planificaron AEI gestionando las variables didácticas adecuadas de modo que la estrategia de resolución se adaptara a la técnica que aplicaba cada estudiante, de tal forma que a partir de ella se pudiera evolucionar en la construcción del conocimiento matemático.

Por ello, se diseñó la AEI “El banquero”, adaptada a partir del juego *Cassier* (Colomb, 2005), que trabajaba de manera globalizada el número, la numeración, la adición y la sustracción y el sistema monetario, y en la que cada estudiante podía empezar a jugar en una fase u otra a partir de las técnicas que ya conocía.

En torno a dicha AEI, se organizó una actividad de estudio e investigación para la formación del profesorado en la que participaron como directores de estudio el PDI de Didáctica de las Matemáticas, y como grupo de estudiantes-docentes la docente de Liceo de la asignatura Matemáticas de primer curso y las estudiantes de grado y dobles grados mencionadas en la sección de recursos humanos. En dicho proceso de formación, las participantes pudieron vivenciar y analizar la AEI adaptada, y, gracias a la experiencia de todas ellas trabajando con el estudiantado de Liceo, sugirieron cambios para poder ponerla en práctica en las aulas del Diploma.

Posteriormente, la AEI se implementó en las aulas del Diploma Liceo. En cada grupo se organizó la actividad matemática en equipos de cuatro estudiantes con dominio similar de las técnicas de resolución esperadas. De esta manera, la evolución en la construcción tanto de las técnicas relacionadas con el sistema de numeración posicional decimal como las que involucraban operaciones fue gestionada mediante variables didácticas y planteada progresivamente a todo el estudiantado, sin que se tuvieran que aplicar sin comprensión técnicas conocidas por otros integrantes del equipo. Así, mientras que en un subgrupo de estudiantes se observó la aplicación de técnicas basadas en el conteo 1 a 1, otros subgrupos pedían la cantidad de dinero que indicaban las fichas solo en monedas de 1cto y posteriormente intercambiaban 10 monedas de céntimo por una moneda de 10cts, y otros subgrupos directamente pedían la cantidad que indicaba la ficha con la menor cantidad de monedas posible, haciendo uso de la información de las cifras de las escrituras del sistema de numeración posicional decimal. Al mismo tiempo, y como se trabajó con copias de monedas del sistema monetario actual, el estudiantado pudo familiarizarse con la gestión de los cambios de monedas reales.

Finalmente, en la cuarta fase del proyecto, el equipo del proyecto analizó la ecología de la implementación de la actividad “El banquero”, observando que tenían que hacerse adaptaciones. En particular, la consigna debía ser más clara en cuanto a las contribuciones de cada miembro del equipo en el desarrollo del juego, de modo que no hubiera conflictos en las intervenciones de cada integrante del equipo. Además, se constató que para que dicha AEI pudiera vivir en la institución Liceo era necesario ampliar el tiempo de juego con respecto a lo planificado inicialmente. Por último, y tomando el conjunto de actividades planificadas a lo largo del curso, se decidió el punto de partida de cada subgrupo en el trabajo de la numeración en la asignatura de Matemáticas de segundo curso.

Con respecto a la continuación de proyectos de innovación de cursos anteriores, en el presente curso se volvió a implementar el REI “organización de una celebración”. Sin embargo, en uno de los grupos tuvo que ser adaptado y en este solamente se llevó a cabo la fase de compra. Con una distribución por parejas, todo el grupo fue a un supermercado. A cada pareja se le entregó una lista que contenía uno o dos productos para comprar. Tenían que localizarlos, cogerlos, pagarlos en caja y comprobar que la vuelta era correcta. Se les proporcionó dinero suficiente como para que sobrara dinero, pero no demasiado. De regreso

en el aula, se interpretaron las diferentes partes de un recibo de compra, cada pareja comprobó que cuenta y vuelta eran correctas, y se realizó una puesta en común (Figura 3).

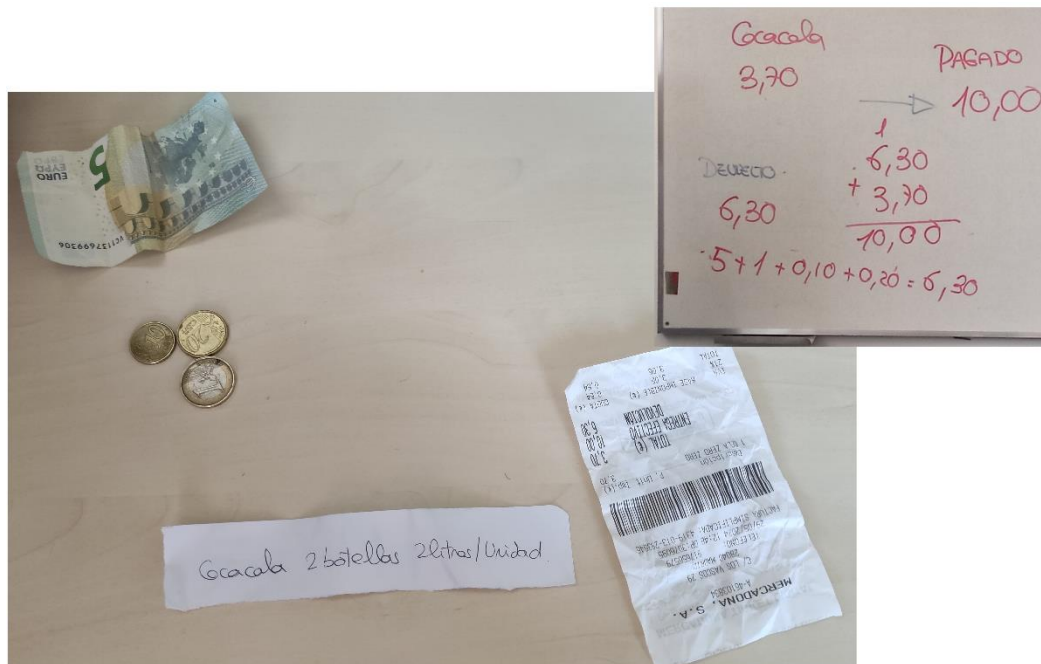


Figura 3. Puesta en común de comprobaciones de la vuelta de una compra

Referencias bibliográficas

Colomb, J. (Coord.) (2005). *Ermel-Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE2*. Hatier.