

# ANÁLISIS CUANTITATIVO DE TÉCNICAS DE FUSIÓN DE IMÁGENES

OSCAR ANDRÉS CHAMACHE CACHIQUÉ

MÁSTER EN INGENIERÍA INFORMÁTICA, FACULTAD DE INFORMÁTICA,  
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID



Trabajo Fin de Máster en Ingeniería Informática

Curso: 2015-2016  
Convocatoria de Septiembre  
Calificación: 9

Directores:

Gonzalo Pajares Martinsanz  
José Miguel Guerrero Hernández  
Martín Montalvo Martínez

# **Autorización de Difusión**

OSCAR ANDRÉS CHAMACHE CACHIQUE

Septiembre 2016

El abajo firmante, matriculado en el Máster en Ingeniería Informática de la Facultad de Informática, autoriza a la Universidad Complutense de Madrid (UCM) a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a su autor el presente Trabajo Fin de Máster: “ANÁLISIS CUANTITATIVO DE TÉCNICAS DE FUSIÓN DE IMÁGENES”, realizado durante el curso académico 2015-2016 bajo la dirección de Gonzalo Pajares Martinsanz y con la colaboración de José Miguel Guerrero y Martín Montalvo en el Departamento de Departamento de Ingeniería del Software e Inteligencia Artificial, y a la Biblioteca de la UCM a depositarlo en el Archivo Institucional E-Prints Complutense con el objeto de incrementar la difusión, uso e impacto del trabajo en Internet y garantizar su preservación y acceso a largo plazo.

## **Resumen**

La fusión de imágenes es un proceso que permite obtener una nueva imagen en base a la información que tienen dos o más imágenes, las cuales poseen distinta información de la misma escena, que se combina convenientemente en la nueva imagen fusionada. Para poder obtener esta imagen resultante se utilizan diversas técnicas, requiriéndose identificar las métricas más apropiadas que permitan determinar aquella técnica o técnicas que proporcionen el mejor resultado en términos de calidad de la nueva imagen con la información fusionada.

Por tal motivo en el presente trabajo, se realiza un análisis comparativo sobre diversas técnicas de fusión, a saber: promedio simple, máximo/ mínimo valor, análisis de componentes principales, transformada de wavelets y pirámides laplaciana (contraste y morfológica). Cada una de ellas presenta un proceso distinto para el tratamiento de los píxeles correspondientes a las imágenes. Así mismo, se han seleccionado las siguientes métricas cuantitativas para verificar la calidad de las imágenes resultantes fusionadas: error cuadrático medio, relación señal a ruido de pico, contenido estructural, diferencia promedio, correlación cruzada normalizada y entropía.

## **Palabras clave**

Fusión de imágenes, métricas de calidad, análisis cuantitativo, wavelets, descomposición piramidal.

## **Abstract**

Image fusion is a process that allows to get an image based on information from two or more images, each one containing different information about the same scene. To obtain this resulting image several techniques are used, requiring the identification of appropriate metrics to choose the technique which present the best result in terms of quality of the resulting fused image.

Therefore, in this work, a comparative analysis is carried out for the different fusion techniques, the following techniques are used: simple average, maximum/ minimum value, principal component analysis, wavelet transform and laplacian (contrast and morphological pyramids). Each of them has a different process for the treatment of image pixels from the point of view of fusion. Also, a quantitative analysis is applied, based on different metrics in order to determine the image quality. The metrics used are: root mean square error, signal to noise ratio peak, structural content, average difference, normalized cross-correlation and entropy.

## **Keywords**

Image fusion, quality metrics, quantitative analysis, wavelets, pyramidal decomposition.

# Índice de contenidos

Autorización de Difusión .....	I
Resumen.....	II
Palabras clave.....	II
Abstract .....	III
Keywords .....	III
Índice de contenidos .....	IV
Índice de Figuras .....	VI
Índice de Tablas .....	X
Acrónimos.....	XIII
Agradecimientos .....	XIV
Dedicatoria.....	XV
Capítulo 1 - Introducción .....	1
1.1 Identificación del problema.....	1
1.2 Motivación y Objetivos.....	2
1.3 Estructura de la memoria .....	3
Capítulo 1 - Introduction.....	5
1.1 Problem Identification.....	5
1.2 Motivation and Objectives .....	6
1.3 Memory Structure .....	7
Capítulo 2 - Técnicas de fusión y medidas de calidad.....	9
2.1 Proceso de Fusión de Imágenes .....	9
2.2 Técnicas de Fusión de Imágenes.....	10
2.2.1 Promedio Simple.....	11
2.2.2 Máximo Valor .....	12
2.2.3 Mínimo Valor.....	13
2.2.4 Análisis de Componentes Principales (PCA) .....	13
2.2.5 Fusión Basada en Descomposición Piramidal .....	14
2.2.5.1 Pirámide Gaussiana.....	15
2.2.5.2 Pirámide Laplaciana.....	16

2.2.5.3 Pirámide del Contraste .....	17
2.2.5.4 Pirámide Morfológica .....	19
2.2.6 Transformada de Wavelets.....	21
2.3 Medidas de calidad de la imagen fusionada.....	24
2.3.1 Error Cuadrático Medio (MSE) .....	24
2.3.2 Relación Señal a Ruido de Pico (PSNR) .....	24
2.3.3 Contenido Estructural (SC).....	25
2.3.4 Diferencia Promedio (AD).....	25
2.3.5 Correlación Cruzada Normalizada (NK) .....	25
2.3.6 Entropía.....	26
Capítulo 3 - Análisis de Resultados .....	27
3.1 Resultados Prueba 1 .....	28
3.1.1 Resultados usando Wavelets – Prueba 1 .....	29
3.1.2 Resultados Finales - Prueba 1 .....	38
3.2 Resultados Prueba 2 .....	43
3.2.1 Resultados usando Wavelets – Prueba 2.....	44
3.2.2 Resultados Finales - Prueba 2 .....	53
3.3 Resultados Prueba 3 .....	57
3.3.1 Resultados usando Wavelets – Prueba 3.....	58
3.3.2 Resultados Finales - Prueba 3 .....	67
Capítulo 4 - Conclusiones y trabajo futuro .....	73
4.1 Conclusiones .....	73
4.2 Trabajo Futuro.....	74
Capítulo 4 - Conclusions and future work .....	75
4.1 Conclusions .....	75
4.2 Future Work .....	75
Bibliografía .....	77
Anexo: Familia Wavelets.....	79

## Índice de Figuras

<b>Figura 1:</b> Flujo de trabajo en la fusión de imágenes.....	9
<b>Figura 2:</b> Imágenes originales utilizadas en el proceso de fusión. ....	11
<b>Figura 3:</b> Fusión mediante el promedio.....	12
<b>Figura 4:</b> Fusión mediante el máximo valor.....	12
<b>Figura 5:</b> Fusión mediante el mínimo valor.....	13
<b>Figura 6:</b> Fusión mediante la técnica PCA. ....	14
<b>Figura 7:</b> Descomposición pirámide gaussiana hasta el cuarto nivel. ....	16
<b>Figura 8:</b> Fusión mediante la pirámide laplaciana.....	17
<b>Figura 9:</b> Fusión mediante la pirámide de contraste.....	19
<b>Figura 10:</b> Fusión mediante la pirámide morfológica. ....	21
<b>Figura 11:</b> Fusión usando wavelets db4 – nivel4. ....	24
<b>Figura 12:</b> Imágenes fuente para la prueba 1.....	28
<b>Figura 13:</b> Imagen referencia de la prueba 1. ....	29
<b>Figura 14:</b> Escalado de resultados usando wavelet db1 – Prueba 1. ....	29
<b>Figura 15:</b> Escalado de resultados usando wavelet db2 – Prueba 1. ....	30
<b>Figura 16:</b> Escalado de resultados usando wavelet db3 – Prueba 1. ....	30
<b>Figura 17:</b> Escalado de resultados usando wavelet db4 – Prueba 1. ....	31
<b>Figura 18:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym2 – Prueba 1.....	31
<b>Figura 19:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym3 – Prueba 1.....	32
<b>Figura 20:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym4 – Prueba 1.....	32
<b>Figura 21:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym5 – Prueba 1.....	33
<b>Figura 22:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 1.....	33
<b>Figura 23:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 1.....	34
<b>Figura 24:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 1.....	34
<b>Figura 25:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 1.....	35
<b>Figura 26:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 1.....	35
<b>Figura 27:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 1.....	36
<b>Figura 28:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 1.....	36
<b>Figura 29:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 1.....	37

<b>Figura 30:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 1.....	37
<b>Figura 31:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 1.....	38
<b>Figura 32:</b> Escalado de resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 1. ....	39
<b>Figura 33:</b> Escalado de resultados usando pirámide de contraste – Prueba 1. ....	40
<b>Figura 34:</b> Escalado de resultados usando pirámide morfológica - Prueba 1.....	41
<b>Figura 35:</b> Comparativo técnicas estudiadas – Prueba 1. ....	42
<b>Figura 36:</b> Imagen resultante – Prueba 1. ....	43
<b>Figura 37:</b> Imágenes fuente para la prueba 2. Obtenido de [19]. ....	43
<b>Figura 38:</b> Imagen referencia de la prueba 2. ....	44
<b>Figura 39:</b> Escalado de resultados usando wavelet db1 – Prueba 2. ....	44
<b>Figura 40:</b> Escalado de resultados usando wavelet db2 – Prueba 2. ....	45
<b>Figura 41:</b> Escalado de resultados usando wavelet db3 – Prueba 2. ....	45
<b>Figura 42:</b> Escalado de resultados usando wavelet db4 – Prueba 2. ....	46
<b>Figura 43:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym2 – Prueba 2.....	46
<b>Figura 44:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym3 – Prueba 2.....	47
<b>Figura 45:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym4 – Prueba 2.....	47
<b>Figura 46:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym5 – Prueba 2.....	48
<b>Figura 47:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 2.....	48
<b>Figura 48:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 2.....	49
<b>Figura 49:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 2.....	49
<b>Figura 50:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 2.....	50
<b>Figura 51:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 2.....	50
<b>Figura 52:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 2.....	51
<b>Figura 53:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 2.....	51
<b>Figura 54:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 2.....	52
<b>Figura 55:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 2.....	52
<b>Figura 56:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 2.....	53
<b>Figura 57:</b> Escalado de resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 2. ....	54
<b>Figura 58:</b> Escalado de resultados usando pirámide de contraste – Prueba 2. ....	55
<b>Figura 59:</b> Escalado de resultados usando pirámide morfológica – Prueba 2. ....	55
<b>Figura 60:</b> Comparativo técnicas estudiadas – Prueba 2. ....	56

<b>Figura 61:</b> Imagen resultante – Prueba 2. ....	57
<b>Figura 62:</b> Imágenes fuente para la prueba 3. ....	58
<b>Figura 63:</b> Imagen referencia de la prueba 3. ....	58
<b>Figura 64:</b> Escalado de resultados usando wavelets db1 – Prueba 3. ....	58
<b>Figura 65:</b> Escalado de resultados usando wavelet db2 – Prueba 3. ....	59
<b>Figura 66:</b> Escalado de resultados usando wavelet db3 – Prueba 3. ....	59
<b>Figura 67:</b> Escalado de resultados usando wavelet db4 – Prueba 3. ....	60
<b>Figura 68:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym2 – Prueba 3. ....	60
<b>Figura 69:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym3 – Prueba 3. ....	61
<b>Figura 70:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym4 – Prueba 3. ....	61
<b>Figura 71:</b> Escalado de resultados usando wavelet sym5 – Prueba 3. ....	62
<b>Figura 72:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 3. ....	62
<b>Figura 73:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 3. ....	63
<b>Figura 74:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 3. ....	63
<b>Figura 75:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 3. ....	64
<b>Figura 76:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 3. ....	64
<b>Figura 77:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 3. ....	65
<b>Figura 78:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 3. ....	65
<b>Figura 79:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 3. ....	66
<b>Figura 80:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 3. ....	66
<b>Figura 81:</b> Escalado de resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 3. ....	67
<b>Figura 82:</b> Escalado de resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 3. ....	68
<b>Figura 83:</b> Escalado de resultados usando pirámide de contraste – Prueba 3. ....	69
<b>Figura 84:</b> Escalado de resultados usando pirámide morfológica – Prueba 3. ....	70
<b>Figura 85:</b> Comparativo técnicas de fusión – Prueba 3. ....	71
<b>Figura 86:</b> Imagen resultante – Prueba 3. ....	72
<b>Figura 87:</b> Imagen RGB( <i>a</i> ) e Infrarroja ( <i>b</i> ) de distinta distancia focal. ....	74
<b>Figura 88:</b> Wavelet db1. ....	79
<b>Figura 89:</b> Wavelet db2. ....	80
<b>Figura 90:</b> Wavelet db3. ....	80
<b>Figura 91:</b> Wavelet db4. ....	80

<b>Figura 92:</b> Wavelet sym2.....	81
<b>Figura 93:</b> Wavelet sym3.....	81
<b>Figura 94:</b> Wavelet sym4.....	81
<b>Figura 95:</b> Wavelet sym5.....	82
<b>Figura 96:</b> Wavelet bior1.1.....	82
<b>Figura 97:</b> Wavelet bior1.3.....	83
<b>Figura 98:</b> Wavelet bior2.2.....	83
<b>Figura 99:</b> Wavelet bior2.8.....	83
<b>Figura 100:</b> Wavelet bior3.1.....	84
<b>Figura 101:</b> Wavelet bior3.3.....	84
<b>Figura 102:</b> Wavelet bior3.5.....	84
<b>Figura 103:</b> Wavelet bior3.7.....	85
<b>Figura 104:</b> Wavelet bior3.9.....	85
<b>Figura 105:</b> Wavelet bior4.4.....	85

## Índice de Tablas

<b>Tabla 1:</b> Resultados usando wavelet db1 – Prueba 1.....	29
<b>Tabla 2:</b> Resultados usando wavelet db2 – Prueba 1.....	30
<b>Tabla 3:</b> Resultados usando wavelet db3 – Prueba 1.....	30
<b>Tabla 4:</b> Resultados usando wavelet db4 – Prueba 1.....	31
<b>Tabla 5:</b> Resultados usando wavelet sym2 – Prueba 1.....	31
<b>Tabla 6:</b> Resultados usando wavelet sym3 – Prueba 1.....	32
<b>Tabla 7:</b> Resultados usando wavelet sym4 – Prueba 1.....	32
<b>Tabla 8:</b> Resultados usando wavelet sym5 - Prueba 1.....	33
<b>Tabla 9:</b> Resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 1.....	33
<b>Tabla 10:</b> Resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 1.....	34
<b>Tabla 11:</b> Resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 1.....	34
<b>Tabla 12:</b> Resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 1.....	35
<b>Tabla 13:</b> Resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 1.....	35
<b>Tabla 14:</b> Resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 1.....	36
<b>Tabla 15:</b> Resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 1.....	36
<b>Tabla 16:</b> Resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 1.....	37
<b>Tabla 17:</b> Resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 1.....	37
<b>Tabla 18:</b> Resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 1.....	38
<b>Tabla 19:</b> Resultados usando promedio - Prueba 1.....	39
<b>Tabla 20:</b> Resultados usando máximo - Prueba 1.....	39
<b>Tabla 21:</b> Resultados usando mínimo - Prueba 1.....	39
<b>Tabla 22:</b> Resultados usando PCA – Prueba 1.....	39
<b>Tabla 23:</b> Resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 1.....	39
<b>Tabla 24:</b> Resultados usando pirámide de contraste – Prueba 1.....	40
<b>Tabla 25:</b> Resultados usando pirámide morfológica – Prueba 1.....	41
<b>Tabla 26:</b> Tabla de resultados de técnicas estudiadas – Prueba 1.....	42
<b>Tabla 27:</b> Resultados usando wavelet db1 – Prueba 2.....	44
<b>Tabla 28:</b> Resultados usando wavelet db2 – Prueba 2.....	45
<b>Tabla 29:</b> Resultados usando wavelet db3 – Prueba 2.....	45

<b>Tabla 30:</b> Resultados usando wavelet db4 – Prueba 2.....	46
<b>Tabla 31:</b> Resultados usando wavelet sym2 – Prueba 2.....	46
<b>Tabla 32:</b> Resultados usando wavelet sym3 – Prueba 2.....	47
<b>Tabla 33:</b> Resultados usando wavelet sym4 – Prueba 2.....	47
<b>Tabla 34:</b> Resultados usando wavelet sym5 – Prueba 2.....	48
<b>Tabla 35:</b> Resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 2.....	48
<b>Tabla 36:</b> Resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 2.....	49
<b>Tabla 37:</b> Resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 2.....	49
<b>Tabla 38:</b> Resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 2.....	50
<b>Tabla 39:</b> Resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 2.....	50
<b>Tabla 40:</b> Resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 2.....	51
<b>Tabla 41:</b> Resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 2.....	51
<b>Tabla 42:</b> Resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 2.....	52
<b>Tabla 43:</b> Resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 2.....	52
<b>Tabla 44:</b> Resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 2.....	53
<b>Tabla 45:</b> Resultados usando promedio – Prueba 2.....	54
<b>Tabla 46:</b> Resultados usando máximo – Prueba 2.....	54
<b>Tabla 47:</b> Resultados usando mínimo – Prueba 2.....	54
<b>Tabla 48:</b> Resultados usando PCA – Prueba 2.....	54
<b>Tabla 49:</b> Resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 2.....	54
<b>Tabla 50:</b> Resultados usando pirámide de contraste – Prueba 2.....	55
<b>Tabla 51:</b> Resultados usando pirámide morfológica – Prueba 2.....	56
<b>Tabla 52:</b> Tabla de resultados de técnicas estudiadas – Prueba 2.....	57
<b>Tabla 53:</b> Resultados usando wavelet db1 – Prueba 3.....	59
<b>Tabla 54:</b> Resultados usando wavelet db2 – Prueba 3.....	59
<b>Tabla 55:</b> Resultados usando wavelet db3 – Prueba 3.....	60
<b>Tabla 56:</b> Resultados usando wavelet db4 – Prueba 3.....	60
<b>Tabla 57:</b> Resultados usando wavelet sym2 – Prueba 3.....	61
<b>Tabla 58:</b> Resultados usando wavelet sym3 – Prueba 3.....	61
<b>Tabla 59:</b> Resultados usando wavelet sym4 – Prueba 3.....	62
<b>Tabla 60:</b> Resultados usando wavelet sym5 – Prueba 3.....	62

<b>Tabla 61:</b> Resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 3. ....	63
<b>Tabla 62:</b> Resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 3. ....	63
<b>Tabla 63:</b> Resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 3. ....	64
<b>Tabla 64:</b> Resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 3. ....	64
<b>Tabla 65:</b> Resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 3. ....	65
<b>Tabla 66:</b> Resultados usando wavelet bior3.3 - Prueba 3. ....	65
<b>Tabla 67:</b> Resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 3. ....	66
<b>Tabla 68:</b> Resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 3. ....	66
<b>Tabla 69:</b> Resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 3. ....	67
<b>Tabla 70:</b> Resultados usando wavelets bior4.4 – Prueba 3. ....	67
<b>Tabla 71:</b> Resultados usando promedio – Prueba 3. ....	68
<b>Tabla 72:</b> Resultados usando máximo – Prueba 3. ....	68
<b>Tabla 73:</b> Resultados usando mínimo – Prueba 3. ....	68
<b>Tabla 74:</b> Resultados usando PCA – Prueba 3. ....	68
<b>Tabla 75:</b> Resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 3. ....	68
<b>Tabla 76:</b> Resultados usando pirámide de contraste – Prueba 3. ....	69
<b>Tabla 77:</b> Resultados usando pirámide morfológica – Prueba 3. ....	70
<b>Tabla 78:</b> Tabla de resultados de técnicas estudiadas – Prueba 3. ....	71

## **Acrónimos**

AD: Diferencia Promedio.

Cont: Pirámide de Contraste.

ImF: Imagen Fusionada.

Lap: Pirámide Laplaciana.

Max: Máximo.

Min: Mínimo.

MSE: Error Cuadrático Medio.

Morf: Pirámide Morfológica.

NK: Correlación Cruzada Normalizada.

PCA: Análisis de Componentes Principales.

PSNR: Relación Señal a Ruido de Pico.

SC: Contenido Estructural.

## **Agradecimientos**

A Gonzalo Pajares Martinsanz, por su apoyo y guía en cada una de las etapas del presente trabajo. A José Miguel Guerrero y Martín Montalvo, quienes siempre se mostraron dispuestos a colaborar tanto con la información necesaria como con diversas sugerencias para el desarrollo de este trabajo.

## **Dedicatoria**

A mi familia y amigos, por ser la base de la pirámide de mi vida.

‘Porque soy yo y no otros,  
porque vivo hoy y no mañana’  

---

Asociación Civil Voluntades



# Capítulo 1 - Introducción

## 1.1 Identificación del problema

La fusión de imágenes permite poder combinar las características de dos imágenes y tener como resultado una sola imagen enriquecida con la información de las otras dos. En las noticias de la prensa donde aparecen imágenes periodísticas relacionadas con una noticia, aparece generalmente el objetivo de interés perfectamente enfocado mientras el resto de la escena está desenfocada. Un segundo ejemplo típico proviene de imágenes de satélite, equipados con sensores multi o hiper-espectrales proporcionando información de la misma escena en distintos canales, por ejemplo, color en imágenes de baja resolución y una imagen de intensidad de alta resolución o pancromática carente de color. Algunos drones van equipados con sistemas multiespectrales, proporcionando diferente información en diferentes bandas, generalmente color e infrarrojo. La fusión de imágenes se encamina a combinar toda la información disponible de la misma escena para disponer de una única imagen con la máxima información concentrada procedente de las distintas imágenes. Respecto del primer caso, hoy en día existen dispositivos que tomando varias imágenes con distintas distancias focales, se consiguen imágenes de la misma escena enfocadas por partes, de suerte que mediante un proceso de fusión se consigue la deseada imagen fusionada y con todas sus partes enfocadas correctamente. En el caso de las imágenes satelitales o de los drones de naturaleza multi e hiper-espectral, los procesos de fusión se llevan a cabo normalmente mediante técnicas computacionales apropiadas en tierra e incluso existen en el mercado dispositivos que realizan la fusión durante el proceso de captura de la imagen, no necesariamente a bordo de satélites o drones como es el caso del sistema desarrollado por FLIR [1] para dispositivos móviles con sistemas operativos iOS y Android. En cualquier caso, en todos los ejemplos es necesario aplicar técnicas de fusión de imágenes para conseguir una imagen de mayor calidad que las originales.

En la actualidad se han popularizado diversas técnicas de fusión de imágenes que abarcan desde técnicas básicas como obtener la imagen fusionada como resultado de un promedio de las imágenes a fusionar hasta técnicas que requieren mayor cálculo computacional como es el uso de la transformada de wavelets o la pirámide laplaciana por poner dos ejemplos significativos en ambos extremos desde la perspectiva computacional.

Debido a esta amplia gama de técnicas de fusión, se requiere de métricas de análisis que ayuden a seleccionar la técnica que permita obtener una imagen fusionada con el menor error posible y que a la vez aporte la mayor cantidad de información. Estos métodos de análisis pueden ser clasificados en métricas cualitativas o subjetivas y métricas cuantitativas u objetivas.

El presente trabajo se centra en el estudio de diversas técnicas de fusión mediante el análisis de sus resultados utilizando métricas cuantitativas. Este tipo de métricas, que como se verá durante el desarrollo de la memoria, se basan en modelos matemáticos [2]. La métrica de análisis más utilizada es la que calcula el error cuadrático medio (MSE), adicionalmente en el presente trabajo se hará uso de algunas métricas expuestas en [3]. Entre esas métricas tenemos la Relación Señal a Ruido de Pico (PSNR), la Diferencia Promedio (AD) y el Contenido Estructural (SC).

## **1.2 Motivación y Objetivos**

El campo de la fusión de imágenes es un campo en constante desarrollo debido al crecimiento tecnológico en el uso de nuevos sensores, los cuales debido a que captan información de un determinado espectro necesitan de información capturada por otro tipo de sensor con el fin de poder complementar su información. A esto se le suman los casos en los cuales las cámaras que capturan un mismo espectro no llegan a captar la información al completo debido a algún tipo de desenfoque intencional o casual. Previamente se han identificado una serie de situaciones en las que la fusión constituye un elemento clave para conseguir una mayor calidad de las imágenes. No obstante, el presente trabajo se centra en el estudio de las imágenes con distintos grados de desenfoque para conseguir finalmente una imagen enfocada en todas sus partes. La principal justificación estriba en el hecho de que en este caso es posible generar imágenes base de referencia, frente a las cuales se validan las técnicas de fusión. Algo que no ocurre en el caso de la fusión en imágenes multi o hiper-espectrales, incluyendo las satelitales o las provenientes de sensores con información en el espectro visible e infrarrojo. Por otra parte, dado que al final las técnicas de fusión son las mismas independientemente de la procedencia sensorial de las mismas, el hecho de identificar una serie de métodos de fusión con perspectivas prometedoras en imágenes desenfocadas, permite identificar esos mismos métodos como base para el resto de problemas de fusión.

Es por lo cual el desarrollo del presente trabajo se presenta como una oportunidad de determinar y conocer las técnicas de fusión más prometedoras, a la vez que los métodos más eficientes para determinar la calidad de las imágenes fusionadas.

Por tal motivo el objetivo del presente trabajo es el estudio de técnicas de fusión de imágenes haciendo uso de métricas de calidad. Para lo cual se desea identificar las técnicas de fusión que obtienen los mejores resultados, medidos por las métricas correspondientes. Adicionalmente, algunos de los métodos de fusión aplican estrategias de tratamiento de imágenes basadas en la descomposición a distintos niveles de resolución de las imágenes, por lo que como un objetivo secundario se plantea el análisis de los niveles de descomposición más apropiados para la obtención de los mejores resultados de fusión.

### **1.3 Estructura de la memoria**

El presente trabajo está dividido en cuatro capítulos.

Capítulo 1.- Que incluye la introducción con los aspectos contemplados hasta el momento.

Capítulo 2.- En este capítulo se realiza un estudio de los conceptos básicos del proceso de fusión de imágenes, así como de diversos métodos de fusión de imágenes. También se incluye una breve descripción de las métricas utilizadas para determinar los resultados de la fusión.

Capítulo 3.- Se analizan y muestran los resultados de las imágenes fusionados por los distintos métodos descritos en el capítulo dos.

Capítulo 4.- Se presentan las conclusiones que se obtienen al desarrollar este trabajo. Así mismo, se mencionan las futuras líneas de investigación.



# Capítulo 1 - Introduction

## 1.1 Problem Identification

Image fusion allows to combine the characteristics of two images and to have as a result a single enriched image with information from other two. On the news where journalistic images related to news appear, the target of interest generally appears perfectly focused whereas the rest of the scene is out of focus. A second typical example comes from satellite images, equipped with multi or hyper-spectral sensors providing information of the same scene in different channels, for example, color in low-resolution images and an image with high-resolution intensity or panchromatic lacking in color. Some drones are equipped with multispectral systems, providing different information in different bands, usually color and infrared. Image fusion is directed to combine all available information of the same scene to have a single image with the maximum concentrated information from different images. Regarding the first case, nowadays there are devices that taking several images with different focal distances, obtain images of the same scene focused on parts, so that through a fusion process the desired fused image is achieved and with all its parts focused correctly. In the case of satellite images or drones with multi- and hyperspectral nature, fusion processes are carried out normally through appropriate land computational techniques and even there are on the market devices that perform the fusion during the capture process of the image, not necessarily on board of satellites or drones such as the system developed by FLIR [1] for mobile devices with iOS and Android operating systems. In any case, in all the examples it is necessary to apply image fusion techniques to achieve a higher quality image than the original.

Currently various fusion techniques have become popular and range from basic techniques as getting the fused image as a result from an average of images to techniques that require more computational calculation as the use of the wavelet transform or laplacian pyramid to give two significant examples at both ends from the computational perspective.

Because of this wide range of fusion techniques, it is necessary to have analysis metrics that help to select the technique that allows to get a fused image with the least possible error and that simultaneously contributes the major quantity of information. These analysis methods can be classified into qualitative or subjective and quantitative or objective metrics.

This work focuses on the study of various fusion techniques by analyzing results using quantitative metrics. These types of metrics, which will be seen during the development of memory, are based on mathematical models [2]. The most used analysis metric is the one that calculates the root mean square error (MSE), also this work will use some metrics exposed in [3]. Among those metrics we have the Peak Signal to Noise Ratio (PSNR), Average Difference (AD) and Structural Content (SC).

## **1.2 Motivation and Objectives**

The field of image fusion is a field in constant development due to technological growth in the use of new sensors, which due to the fact that they capture information from a particular spectrum, they need information captured by another type of sensor in order to complement their information. Also, there are cases in which the cameras that capture a same spectrum fail to capture the complete information due to some kind of intentional or casual blur. Previously, it has been identified a number of situations in which the fusion is a key to obtain a higher quality of the images. However, this work focuses on the study of images with different degrees of blur to finally get a focused image in all its parts. The main justification, in this case, is the fact that is possible to generate based reference images against which fusion techniques are validated. Something that does not happen in the case of fusion in multi or hyper-spectral images, including satellite or information from sensors in the visible and infrared spectrum. On the other hand, since the fusion techniques are the same independently of the sensorial origin, the fact that identify a number of fusion methods with promising prospects in unfocused images, allows to identify those same methods as the basis for other fusion problems.

Therefore, the development of this work is presented as an opportunity to determine and know the most promising fusion techniques, simultaneously the most efficient methods to determine the quality of the fused images.

Consequently, the objective of this work is the study of image fusion techniques using quality metrics. For which it is desirable to identify fusion techniques that obtain the best results measured by the corresponding metrics. Additionally, some of the fusion methods apply treatment strategies of images based on the decomposition at different levels of image resolution, so that, as a secondary objective, the work proposes the analysis of most appropriate levels of decomposition for obtaining the best fusion results.

### **1.3 Memory Structure**

This work is divided into four chapters.

Chapter 1. Includes the introduction with the aspects contemplated up to the moment.

Chapter 2. In this chapter, a study of the basic concepts of image fusion process is performed, as well as various techniques of image fusion. Also, a brief description of the metrics used to determine the results of the fusion is included.

Chapter 3. Analyzes and shows the results of the images fused by the different techniques described in chapter two.

Chapter 4. The conclusions that are obtained on having developed this work are presented. Also, the future lines of research are mentioned.

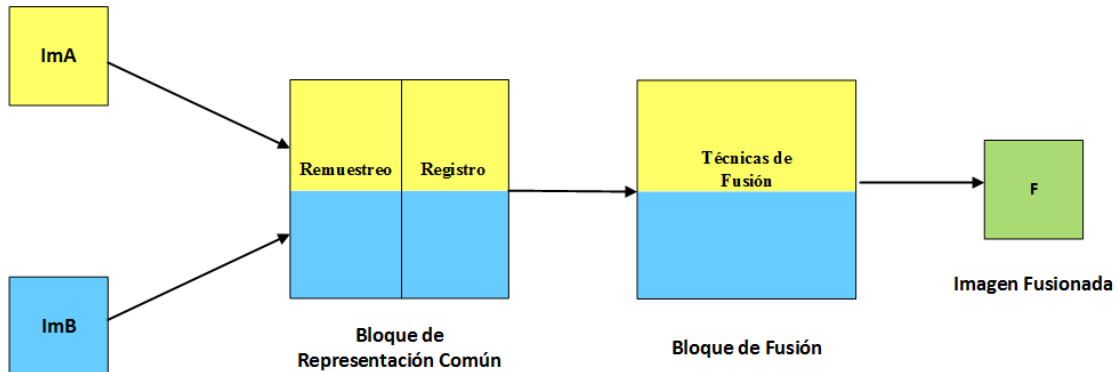


## Capítulo 2 - Técnicas de fusión y medidas de calidad

En el presente capítulo se realiza un estudio de las distintas técnicas de fusión de imágenes. Para lograr comprender de una manera mejor el proceso de fusión de imágenes, se comienza con la definición del proceso de fusión de forma general. La finalidad de este capítulo es poder brindar las bases teóricas a tener en cuenta al momento de realizar un análisis de los resultados de cada una de las técnicas utilizadas en el presente trabajo mediante la aplicación de métricas para determinar la calidad de la imagen fusionada. Por ello, el capítulo se estructura de forma que en la sección 2.1 se describe el proceso general de fusión. En la sección 2.2 se detallan diferentes técnicas de fusión de imágenes. Finalmente, en la sección 2.3 se describen las métricas utilizadas para medir la calidad de las imágenes fusionadas.

### 2.1 Proceso de Fusión de Imágenes

En la figura 1 se muestra el flujo de trabajo del proceso de fusión de imágenes.



**Figura 1:** Flujo de trabajo en la fusión de imágenes.

Según sea el caso de las imágenes a fusionar, se presentan dos etapas previas a la aplicación de alguna técnica de fusión de imágenes propiamente dicha. Estas etapas son exactamente el registro y el remuestreo de las imágenes.

En la etapa de registro se procede a realizar un alineamiento geométrico de dos o más imágenes de una misma escena. Estas imágenes pueden haber sido capturadas en diferentes momentos o desde diferentes puntos de vista, de suerte que no contienen exactamente la misma escena, sólo una parte común, que constituye el objetivo de la fusión. Cuando ocurre esto, se

procede a realizar lo que se conoce como registro de imágenes. Estas imágenes que contienen una parte común de una misma escena se espera que presenten una relación espacial entre las ubicaciones de los píxeles de una y otra imagen. Para realizar un registro de las imágenes se hace uso principalmente de transformaciones, las cuales son relaciones matemáticas que representan una proyección de cada una de las ubicaciones de un píxel en una imagen y sus ubicaciones correspondientes dentro de la otra imagen [4] para las partes comunes de la escena en ambas imágenes.

Otra de las etapas previas a la aplicación de alguna de las técnicas de fusión de imágenes, es la etapa de remuestreo de las imágenes. El remuestreo de imágenes es una técnica utilizada para obtener otra imagen con la anchura y/o altura de sus píxeles, es decir misma resolución, modificados respecto a la imagen original. Este proceso es necesario debido que la fusión de imágenes solo se puede lograr cuando la resolución espacial de las imágenes de entrada es la misma.

En el presente trabajo se hacen uso de imágenes alineadas espacialmente y con una misma resolución espacial, por lo cual no necesitan ser registradas ni remuestreadas. Por tanto, se asume que el valor de un píxel fusionado en la imagen resultante en la localización espacial en coordenadas de imagen  $(i, j)$  proviene de la aplicación de las técnicas de fusión con los píxeles en las mismas coordenadas espaciales en las imágenes a ser fusionadas.

## **2.2 Técnicas de Fusión de Imágenes**

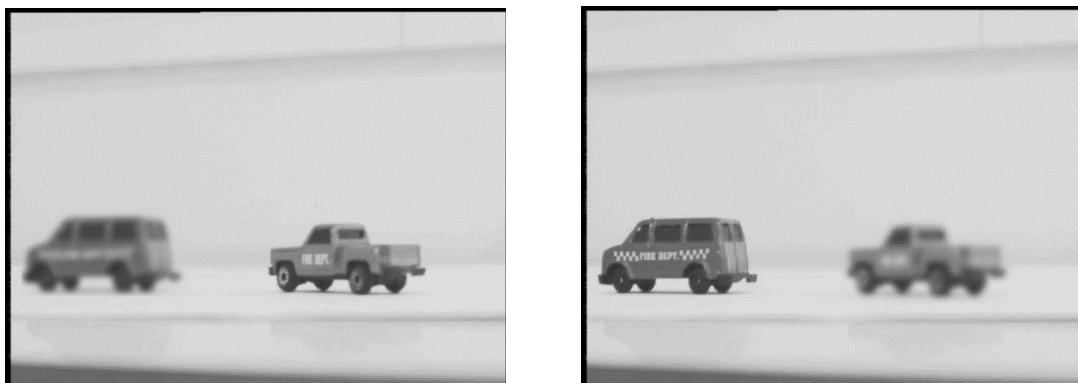
A mediados de los años 80, la fusión de imágenes recibió particular atención por parte de los investigadores tras la llegada de aplicaciones en el área de la teledetección. Desde esa época hasta ahora se han desarrollado muchas investigaciones para encontrar técnicas de fusión de imágenes efectivas [5]. Estas técnicas desarrolladas en los últimos años pueden llegar a clasificarse, según [6], en:

- Técnicas de Dominio Espacial.
- Técnicas Basadas en Transformadas.

Las técnicas de dominio espacial trabajan directamente con los píxeles de las imágenes de entrada, un ejemplo de éstas son promedio, máximo, mínimo o la técnica basada en Análisis de Componentes Principales (PCA, Principal Component Analysis). Mientras que, en las técnicas

basadas en transformadas, las imágenes de entrada son transformadas al dominio de la frecuencia u otro dominio, donde se realiza realmente la fusión, tras la cual se requiere una transformación inversa para obtener la imagen final fusionada volviendo desde el dominio transformado al original. Un ejemplo de ello, es el uso de la transformada de wavelets o descomposición piramidal. La desventaja de las primeras es que a veces producen una cierta distorsión espacial en la imagen resultante [7].

En la figura 2(a) y (b) se muestran sendas imágenes originales, presentando dos partes con diferentes grados de enfoque alternativos, siendo el objetivo conseguir una imagen fusionada con la máxima calidad de enfoque posible. Este par de imágenes sirve para ilustrar los resultados obtenidos con los diferentes métodos de fusión descritos a continuación.



(a) (b)  
**Figura 2:** Imágenes originales utilizadas en el proceso de fusión.

### ***2.2.1 Promedio Simple***

Esta técnica es probablemente una de las técnicas de fusión más simples y consiste en encontrar el valor promedio de intensidad de las imágenes de entrada. Por ejemplo, en el caso de dos imágenes, el valor del píxel  $P(i, j)$  de cada una de las imágenes es tomado, sumado y luego dividido por 2. El resultado de dicha división es asignado al correspondiente píxel de la imagen de salida fusionada. La ecuación (1) muestra la operación general de esta técnica, donde  $F$  es la imagen resultante,  $I_k$  son las imágenes de entrada y  $k$  es el número de imágenes de entrada. La figura 3 muestra el resultado de la fusión mediante la técnica de promedio aplicada sobre las imágenes de la figura 2.

$$F(i, j) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K I_k(i, j) \quad (1)$$



**Figura 3:** Fusión mediante el promedio.

### 2.2.2 Máximo Valor

En esta técnica la imagen resultante se obtiene seleccionando el valor de intensidad máximo correspondiente a ambas imágenes, esto debido a que las regiones de las imágenes que se encuentran enfocadas tienden a tener píxeles de mayor intensidad. La figura 4 muestra el resultado de la fusión mediante la técnica de máximo valor aplicada sobre las imágenes de la figura 2.

$$F(i, j) = \text{MAX}\{I_1(i, j), I_2(i, j)\} \quad (2)$$



**Figura 4:** Fusión mediante el máximo valor.

### 2.2.3 *Mínimo Valor*

En esta técnica la imagen resultante se obtiene seleccionando el valor de intensidad mínimo correspondiente a ambas imágenes a fusionar. En la Figura 5 se observa el resultado de aplicar esta técnica sobre las imágenes a fusionar.

$$F(i, j) = \text{MIN}\{I_1(i, j), I_2(i, j)\} \quad (3)$$



**Figura 5:** Fusión mediante el mínimo valor.

### 2.2.4 *Análisis de Componentes Principales (PCA)*

En esta técnica se transforma un número de variables correlacionadas en un número de variables no correlacionadas llamadas componentes principales. El primer componente principal es la varianza de mayor tamaño, el segundo componente principal es la segunda varianza de mayor valor y así sucesivamente.

De esta forma se tiene un conjunto de imágenes para ser fusionadas y organizadas en vectores de dos columnas, luego se debe calcular la matriz de covarianza del vector de dos columnas. Posteriormente, se calculan los autovalores (D) y autovectores (V) de la covarianza resultante. Tanto D como V tienen una dimensión de 2x2, luego del cálculo se procede a ordenar V de forma decreciente con el fin de ubicar los valores más altos en la primera columna.

La imagen fusionada sigue la siguiente ecuación:

$$F(i, j) = P_1 I_1 + P_2 I_2 \quad (4)$$

donde  $I_1$  e  $I_2$  son las imágenes fuente, mientras que  $P_1$  y  $P_2$  son los componentes normalizados y se calculan de la siguiente manera, según lo expuesto en [8]:

$$P_1 = \frac{V(1)}{\sum_i V} \quad y \quad P_2 = \frac{V(2)}{\sum_i V} \quad (5)$$

donde  $V(1)$  y  $V(2)$  corresponden a los valores de la primera columna luego de que se ordene  $V$  de forma decreciente. La figura 6 muestra el resultado de la fusión mediante la técnica PCA aplicada sobre las imágenes de la figura 2



**Figura 6:** Fusión mediante la técnica PCA.

### ***2.2.5 Fusión Basada en Descomposición Piramidal***

En esta técnica la imagen original es el resultado de la unión de un grupo de imágenes que se encuentran a distintas escalas. Este tipo de transformación posee las siguientes fases:

- Descomposición.
- Generación de la imagen fusionada para la recomposición
- Recomposición.

La fase de descomposición es el proceso por el cual se genera una pirámide en base a una imagen original dada de forma que cada nivel de la pirámide es el resultado de una transformación realizada sobre la imagen del nivel anterior. Estas transformaciones, en líneas generales, consisten en que las imágenes de entrada pasan a través de un filtro, lineal o morfológico dependiendo del tipo de pirámide que se va a construir, luego se submuestran, normalmente a la mitad de su tamaño, de forma que estos resultados se convierten en entradas para el siguiente nivel. Estas transformaciones se repiten  $N$  veces, donde  $N$  es el número de niveles que tendrá la pirámide final.

La siguiente fase, consiste en aplicar la técnica de fusión correspondiente en el nivel de descomposición  $N$ . Con la imagen fusionada en este nivel, se aplica un proceso de recomposición para obtener la imagen final fusionada al mismo nivel de resolución que las originales.

En la fase de recomposición, se realiza un sobremuestreo de la imagen para luego ser combinada con la imagen del nivel inferior y así N veces, donde N es el mismo número de niveles utilizados en la descomposición.

### 2.2.5.1 Pirámide Gaussiana

Esta pirámide es la base para el trabajo con otros tipos de pirámides y consiste en pasar la imagen original  $g_0$  a través de un filtro paso-bajo y obtener así una imagen  $g_1$ , que se considera como una versión reducida de la imagen original  $g_0$  [9]. Repitiendo los mismos pasos se obtiene  $g_2$  como una versión reducida de  $g_1$  y así sucesivamente. La función que genera el siguiente nivel de la pirámide es llamada REDUCE, debido a que la imagen de un nivel tiene una resolución menor al del nivel anterior, por lo cual se tiene:

$$g_k = REDUCE(g_{k-1}) \quad (6)$$

$$g_k = \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 w(m, n) g_{k-1}(2i + m, 2j + n) \quad (7)$$

Donde  $w(m, n)$  es la función de pesos, la cual debe cumplir ciertas restricciones según lo expuesto en [9]. Para simplicidad se hace  $w$  separable, de tal manera que se tiene:

$$w(m, n) = \hat{w}(m)\hat{w}(n) \quad (8)$$

donde  $w(m)$  es normalizada y simétrica:

$$\sum_{m=-2}^2 \hat{w}(m) = 1 \quad (9)$$

$$\hat{w}(i) = \hat{w}(-i) \quad \text{para } i = 0, 1, 2. \quad (10)$$

Una restricción adicional establece que todos los nodos en un determinado nivel deben contribuir con el mismo peso total ( $= 1/4$ ) a los nodos del nivel inmediatamente superior. Estas tres restricciones se cumplen cuando:

- $\hat{w}(0) = a$
- $\hat{w}(-1) = \hat{w}(1) = 1/4$
- $\hat{w}(-2) = \hat{w}(2) = 1/4 - a/2$

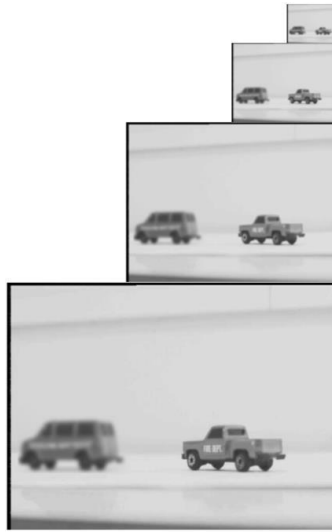
donde el coeficiente  $a$  se elige en el intervalo  $[0.3, 0.6]$  según las conclusiones en [9].

Para obtener la imagen, en [9] se define una función EXPAND, definida según las ecuaciones (11) y (12)

$$g_{l,0} = g_l \quad (11)$$

$$g_{l,n} = 4 \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 w(m,n) g_{l,n-1} \left( \frac{i-m}{2}, \frac{j-n}{2} \right) \quad (12)$$

Si se aplica la función EXPAND  $l$  veces a la imagen  $g_l$ , obtenemos  $g_{l,l}$ , la cual tiene el mismo tamaño que la imagen original  $g_0$ . La figura 7 muestra la descomposición mediante la pirámide gaussiana al cuarto nivel aplicada sobre una de las imágenes de la figura 2.



**Figura 7:** Descomposición pirámide gaussiana hasta el cuarto nivel.

### 2.2.5.2 Pirámide Laplaciana

La representación de la pirámide laplaciana se introdujo en 1983 por Burt y Adelson [9]. Esta técnica está basada en la obtención de una secuencia de imágenes error  $L_1, L_2, \dots, L_N$ .

Cada una de estas imágenes es la diferencia entre dos niveles de la pirámide gaussiana. Para  $0 \leq l \leq N$ , se tiene:

$$L_l = g_l - g_{l+1,1} \quad (13)$$

Mientras que la pirámide gaussiana es vista como un conjunto de copias de la imagen original que han sido filtradas con un filtro paso-bajo, en la pirámide laplaciana estas copias son filtradas por un filtro paso-banda.

Para recuperar la imagen original, se vuelve a utilizar la función EXPAND y la suma de todos los niveles de la pirámide laplaciana.

$$g_0 = \sum_{l=0}^N L_{l,l} \quad (14)$$

El procedimiento consiste en usar la función de expandir con el nivel más alto ( $L_N$ ) y luego sumarlo al nivel inferior ( $L_{N-1}$ ), se vuelve a utilizar la función expand con la imagen resultante de esta suma y ese resultado se suma con el nivel inferior ( $L_{N-2}$ ) y así sucesivamente hasta llegar al nivel 0, donde se encuentra la imagen base  $g_0$ .

$$g_l = L_l + EXPAND(g_{l+1}) \quad (15)$$

La figura 8 muestra el resultado de la fusión mediante la técnica de pirámide laplaciana al cuarto nivel de descomposición aplicada sobre las imágenes de la figura 2.



**Figura 8:** Fusión mediante la pirámide laplaciana.

### 2.2.5.3 Pirámide del Contraste

Esta técnica se deriva de la técnica de pirámide laplaciana [9]. Por lo cual el primer paso para la construcción de la pirámide de contraste es generar la construcción de la pirámide gaussiana, para lo cual se recurre a la ecuación (7).

Luego de ello, se debe construir la componente de baja frecuencia. Este proceso se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$E_k(i, j) = 4 \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 w(m, n) g_{k+1}(2i + m, 2j + n) \quad (16)$$

donde E representa la imagen de los componentes de baja frecuencia y  $w(m, n)$  los pesos asociados a cada nivel de descomposición representado por  $g_{k+1}$ . Tras lo cual se procede a completar la construcción de la pirámide de contraste, el proceso es descrito por la siguiente ecuación:

$$C_k(i, j) = G_k(i, j) / (E_k(i, j) - U(i, j)) \quad \text{para } k = 0, \dots, N - 1 \quad (17)$$

donde  $C_k$  es la capa k de la pirámide contraste,  $U(i, j)$  es una matriz unidad con la misma resolución que las imágenes originales a fusionar y  $G_k$  es el nivel k de la pirámide gaussiana la cual está descrita por la ecuación (7). Una vez construida una pirámide de contraste para cada imagen, se procede a realizar la fusión la cual está descrita por la ecuación (18). El contraste refleja la claridad local de una imagen, expresada en función del máximo valor de intensidad y el mayor de los valores absolutos es el que refleja más dicha [10].

$$\begin{aligned} RC_k(i, j) &= C_{l,n}(i, j) \quad \text{para } k = 0, \dots, N - 1 \\ n &= \operatorname{argmax} |C_k(i, j)| \quad \text{para } l = 1, \dots, L \end{aligned} \quad (18)$$

Para el proceso de reconstrucción se utilizan las siguientes expresiones:

$$E_k(i, j) = 4 \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 w(m, n) G_{k+1} \left( \frac{i + m}{2}, \frac{j + n}{2} \right) \quad \text{para } k = 0, \dots, N - 1 \quad (19)$$

$$G_k(i, j) = (RC_k(i, j) + U(i, j)) \times E_k(i, j) \quad \text{para } k = 0, \dots, N - 1 \quad (20)$$

La figura 9 muestra el resultado de la fusión mediante la técnica de pirámide de contraste al cuarto nivel de descomposición aplicada sobre las imágenes de la figura 2.



**Figura 9:** Fusión mediante la pirámide de contraste.

#### 2.2.5.4 Pirámide Morfológica

Mientras que en [9] se propone el uso de filtros lineales para generar la pirámide, Haralick y Toet [11] proponen el uso de filtros morfológicos. Estos filtros tienen la ventaja de rapidez computacional a la vez que mantienen las propiedades de borde de las imágenes.

Esta técnica es utilizada para imágenes en escala de grises y se fundamenta en las operaciones morfológicas de dilatación, erosión, apertura y cierre. La apertura y cierre son operaciones morfológicas utilizadas en la construcción de la pirámide, mientras que la erosión y la dilatación operan sobre la región de soporte del elemento estructural.

Por lo tanto, dada una imagen de entrada  $f(x, y)$ , el elemento estructural  $g(x, y)$  y  $B$  que es el soporte de  $g$ . Se definen los operadores morfológicos de la siguiente manera:

$$\text{Dilatación } (f \oplus B)(x, y) = \max_{i, j \in B} \{f(x - i, y - j)\} \quad (21)$$

$$\text{Erosión } (f \ominus B)(x, y) = \min_{i, j \in B} \{f(x + i, y + j)\} \quad (22)$$

$$\text{Apertura } f \circ B = (f \ominus B) \oplus B \quad (23)$$

$$\text{Cierre } f \bullet B = (f \oplus B) \ominus B \quad (24)$$

El teorema de muestreo morfológico propuesto en [12], indica que una imagen, previa a ser muestreada, primero debe ser morfológicamente filtrada con un apropiado elemento estructural, ya sea por una operación de apertura y/o cierre.

Los pasos para la fusión utilizando esta técnica son los siguientes:

- Se obtiene una pirámide morfológica para cada una de las imágenes de entrada.

- Se construye una pirámide de diferencia morfológica para cada una de las pirámides resultantes del paso anterior.
- Se construye una pirámide intermedia mediante la combinación de la información de las dos pirámides de diferencia en cada uno de los niveles.
- Finalmente, utilizando operaciones morfológicas y la pirámide intermedia resultante de la etapa anterior, se produce la imagen fusionada.

Para la construcción de la pirámide morfológica se tiene:

$$P_t = \{MF_g(I_{t-1})\}_{s_t} \quad 1 \leq t \leq N \quad (25)$$

donde  $MF_g(I_t)$  es el resultado de aplicar el filtrado morfológico a la imagen I en el nivel t y  $S_t$  representa el submuestreo correspondiente al nivel t de la pirámide.

La pirámide de Diferencia D constituye un grupo de imágenes, en la cual cada imagen contiene detalles dentro de una restringida gama de escalas y, por tanto, contiene sólo aquellas características de la imagen perdidas entre las etapas de filtrado. Esta pirámide de diferencia puede ser calculada como la diferencia entre los niveles sucesivos de P y queda definida de la siguiente manera:

$$D(P_t) = P_t - PRC(P_{t+1}) \quad (26)$$

$$PRC(P_t) = (Dilatación_M P_t)_{s_{t-1}} = (Cierre_M P_t)_{s_{t-1}} \quad (27)$$

donde PRC es un resultado basado en la operación de dilatación o cierre de un elemento estructural M al nivel t. Finalmente, se construye una pirámide intermedia, ID. Esta nueva pirámide combina información de las pirámides de diferencia en cada uno de los niveles.

En el caso de fusión de dos imágenes, esta pirámide intermedia queda definida de la siguiente manera:

$$ID(C)_t(i, j) = D(A)_t(i, j) \quad Si (\| D(A)_t(i, j) \| > \| D(B)_t(i, j) \|) \quad (28)$$

de otra forma:

$$ID(C)_t(i, j) = D(D)_t(i, j)$$

donde D(A), D(B) representa las pirámides de diferencia de las dos imágenes de origen y el ID(C) representa la pirámide de diferencia intermedia de la imagen fusionada. Esta imagen fusionada se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$R_t = ID_t + PRC(ID_{t+1}) \text{ y } R_N = ID_N \quad (29)$$

Donde PRC ha sido definida en (27) e  $ID_t$  es la imagen intermedia en el nivel t. La figura 10 muestra el resultado de la fusión mediante la técnica de pirámide morfológica al cuarto nivel de descomposición aplicada sobre las imágenes de la figura 2.



**Figura 10:** Fusión mediante la pirámide morfológica.

### 2.2.6 Transformada de Wavelets

La Transformada de Fourier es una herramienta matemática muy utilizada en el área del procesamiento de señales, permitiendo obtener información relacionada a la frecuencia. Sin embargo, al aplicar esta transformada no se encuentra ningún tipo de información espacial. Por ello, la transformada de Wavelets ha venido siendo aplicada en distintos ámbitos del conocimiento debido a que se obtienen características espaciales mediante la aplicación de filtrados, también de naturaleza espacial mediante convolución sobre las imágenes originales. La primera mención sobre la teoría de wavelets fue realizada por Haar en 1909 [13], pero no es hasta los años 80 que la teoría de wavelets da un gran salto gracias al aporte de Jan-Olov Strömberg [14], quien realizó una introducción de las wavelets discretas en el año 1983 o el aporte de Mallat [15] con su trabajo respecto al análisis multiresolución propuesto en 1989.

La transformada de Wavelets descompone una imagen en distintos niveles en forma de coeficientes conocidos como de aproximación y detalle. Las wavelets pueden ser descritas en términos de dos grupos de funciones. Una de ellas es la función de wavelets o conocida como la wavelet madre y la otra es la función de escalado, esta última necesaria para cubrir las bajas y altas frecuencias, según el escalado.

La wavelet madre es la base para generar un conjunto de funciones, conocidas como familia wavelet y denotada por  $\psi(x)$ . Este conjunto de funciones, también llamadas wavelets hijas, quedan definidas de la siguiente manera:

$$\psi_{a,b} = a^{-\frac{1}{2}}\psi((x - b)/a) \quad (30)$$

donde  $a$  es el factor de escalado y  $b$  es el factor de traslación. Estos factores discretizados y el muestreo discreto de la señal dan origen a la Transformada Discreta de Wavelets (TDW).

La función de escalado queda definida por:

$$\phi(x) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} l(n)\phi(2x - n) \quad (31)$$

donde  $l(n)$  hace referencia a los coeficientes de escalado o aproximación. La wavelet madre se relaciona con la función de escalado a través de la siguiente fórmula:

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h(n)\phi(2x - n) \quad (32)$$

donde  $h(n)$  representan los coeficientes wavelets o de detalle y queda definida como  $h(n) = (-1)^n l(1 - n)$ .

En un determinado nivel  $J$ , la señal puede ser representada por dos sumatorias, donde la primera representa la aproximación o la baja resolución de la señal y la segunda la parte detallada de la señal. Esta representación de la señal queda definida de la siguiente manera:

$$f(x) = \sum_k c_{Jk} \phi_{Jk}(x) + \sum_{j=1}^J \sum_k d_{jk} \psi_{jk}(x) \quad (33)$$

Estos coeficientes  $(c_{Jk}, d_{jk})$  vienen dados de la siguiente manera:

$$c_k^j = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_k^{j-1} l(n - 2k) \text{ y } d_k^j = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_k^{j-1} h(n - 2k) \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (34)$$

Para poder extender el análisis de wavelets a dos dimensiones, se requiere que el filtrado y submuestreo se aplique primero a las filas de la imagen y luego a las columnas para cada nivel.

Esto produce cuatro imágenes, una de ellas de aproximación y tres de detalles. Estas últimas imágenes quedan divididas de la siguiente forma [16], según la aplicación de los filtros paso-bajo y alto por filas y por columnas sobre la imagen correspondiente:

- HD: Detalles horizontales (paso-bajo en filas y paso-alto en columnas)
- VD: Detalles verticales (paso-alto en filas y paso-bajo en columnas)
- DD: Detalles diagonales (paso-alto tanto en filas como en columnas)

Una vez que lograda la descomposición para cada una de las imágenes a fusionar, lo siguiente es formar una imagen fusionada en base a los coeficientes obtenidos en la descomposición para las imágenes a fusionar. Entre los métodos más comunes se tiene:

- Esquema de selección máxima (MS): se basa en obtener el coeficiente con la mayor magnitud.
- Esquema de Promedio Ponderado (WA): utiliza la correlación normalizada de los coeficientes obtenidos de las imágenes en una zona relativamente pequeña y el promedio ponderado de dichos coeficientes.
- Esquema de Verificación Basado en Ventana (WBV): desarrollado por Li y col. [16], se basa en la creación de un mapa de decisión binaria que se encarga de obtener los resultados en base a un filtrado mayoritario en un entorno de vecindad alrededor del píxel bajo fusión. Este filtro devuelve 1 si el recuento de unos es mayor al recuento de ceros y 0 en caso contrario. Este tipo de esquema ayuda a que las características dominantes sean incorporadas en la imagen fusionada.

Finalmente, se debe aplicar la transformada inversa a los nuevos coeficientes obtenidos tras la fusión para obtener finalmente la imagen fusionada de la misma resolución que las imágenes originales. La figura 11 muestra el resultado de la fusión mediante la técnica de wavelets usando db2 y un nivel 4 aplicada sobre las imágenes de la figura 2.



**Figura 11:** Fusión usando wavelets db4 – nivel4.

## 2.3 Medidas de calidad de la imagen fusionada

### 2.3.1 Error Cuadrático Medio (MSE)

Esta medida calcula la diferencia entre los valores de los píxeles de una imagen de referencia y la imagen fusionada. Mientras más se aproxime a cero, las imágenes comparadas tienden a ser iguales y por tanto valores bajos de este nivel expresan una mayor calidad de la imagen. Esta medida se define según la siguiente ecuación:

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x(i,j) - y(i,j))^2 \quad (35)$$

### 2.3.2 Relación Señal a Ruido de Pico (PSNR)

Es una medida cuya unidad son los decibelios, siendo inversamente proporcional a la MSE. Queda definida por la siguiente ecuación:

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{(2^n - 1)^2}{\sqrt{MSE}} \quad (36)$$

donde n es el número de bits de la imagen, en el caso de una imagen en escala de grises, el valor de n es igual 8. A mayores valores mayor calidad de la imagen.

### 2.3.3 Contenido Estructural (SC)

Es una medida basada en la correlación y mide la similitud entre dos imágenes. Esta métrica queda definida por la siguiente ecuación:

$$SC = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (y(i,j))^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x(i,j))^2} \quad (37)$$

donde  $x(i,j)$  representa la imagen de referencia e  $y(i,j)$  representa la imagen fusionada. Cuando dos imágenes son similares el valor de SC tiende a ser 1, mientras que, cuanto mayor se distancie el valor uno, menor calidad de la imagen fusionada, tanto por exceso como por defecto.

### 2.3.4 Diferencia Promedio (AD)

Esta medida relaciona simplemente el promedio de la diferencia entre la imagen de referencia y la modificada. Viene definida por la ecuación:

$$AD = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x(i,j) - y(i,j)) \quad (38)$$

donde  $x(i,j)$  representa la imagen de referencia e  $y(i,j)$  representa la imagen fusionada. Los niveles negativos de AD, indican que los valores de los píxeles de la imagen fusionada son mayores en promedio que los de la imagen de referencia y viceversa. Un valor de cero indica similitud entre la imagen fusionada y la de referencia. A mayores desviaciones de cero, menor calidad de la imagen fusionada.

### 2.3.5 Correlación Cruzada Normalizada (NK)

Esta medida permite cuantificar la similitud entre dos imágenes, cuando dos imágenes son similares su valor tiende a ser la unidad, de forma que a mayores diferencias respecto del valor uno indica menor calidad de la imagen fusionada. Viene dada por la siguiente ecuación:

$$NK = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x(i,j) \times y(i,j))}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x(i,j))^2} \quad (39)$$

### 2.3.6 Entropía

Es una medida estadística utilizada para medir el contenido de la información de una imagen. Un alto valor en la entropía indica que el contenido de información en una imagen también es alto. La entropía queda definida por la siguiente ecuación:

$$H = - \sum_{k=0}^{M-1} p_k \log_2(p_k) \quad (40)$$

donde M es el número de posibles niveles de gris y  $p_k$  es la probabilidad de ocurrencia de un determinado nivel de gris. A diferencia de las métricas expuestas anteriormente, la entropía no necesita una imagen de referencia, por lo cual en el presente trabajo es utilizada para realizar una comparación del contenido de información ofrecido por las imágenes resultantes de las distintas técnicas de fusión estudiadas.

## Capítulo 3 - Análisis de Resultados

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos mediante análisis cuantitativo realizado para tres tipos de imágenes con distintas características de enfoque, exactamente las técnicas utilizadas son las descritas en el capítulo anterior: Promedio (Add), PCA, Máximo (Max), Mínimo (Min), Pirámide Laplaciana (Lap), Morfológica (Morf), de Contraste (Cont) y la transformada de Wavelets. Para ello se utilizan las métricas definidas previamente (MSE, PSNR, AD, SC, NK, Entropía) para determinar la calidad de los resultados, que se muestran de la siguiente manera para el caso de los métodos de fusión más complejos:

- Un gráfico de barras de los valores promediados píxel a píxel obtenidos para cada una de las métricas sobre el conjunto de imágenes utilizadas. Para una mejor interpretación de valores se realiza un escalado de los valores al rango  $[0,1]$  siguiendo el criterio de dividir los valores de cada métrica sobre su máximo valor.
- Tabla con los valores reales promediados obtenidos sobre el conjunto de imágenes utilizadas para cada una de las métricas píxel a píxel. Dado que las gráficas escaladas son utilizadas para tener una visión general de los resultados, con la tabla de resultados se puede realizar un análisis más profundo.

Las imágenes utilizadas en este estudio son imágenes de la misma escena con diferentes grados de desenfoque en distintas partes de la misma, siendo el objetivo la obtención de una imagen enfocada totalmente con la máxima calidad posible.

Debido a que las métricas requieren disponer de una imagen de referencia y como las imágenes fuente son imágenes que se encuentran desenfocadas en distintas partes, se usa como referencia para cada análisis una imagen construida manualmente uniendo en una única imagen todas las partes enfocadas y tomadas de las imágenes originales.

Se presentan los resultados de las pruebas realizadas, cada una de las técnicas ha sido analizada en base a las métricas mencionadas anteriormente. Adicionalmente, por cada prueba se presenta una subsección de resultados, en el cual se analiza la fusión de imágenes haciendo uso de distintas familias wavelets para las técnicas de fusión basadas en este tipo de descomposición. Tanto en el caso de las técnicas basadas en las distintas familias wavelets como en las técnicas de descomposición piramidal, se realiza un análisis hasta el cuarto nivel de descomposición (N).

En el caso de la fusión utilizando tanto wavelets como las técnicas de descomposición piramidal, los coeficientes de aproximación son fusionados a través del promedio de los mismos, manteniendo así una intensidad promedio de las imágenes de origen. Mientras que los coeficientes de detalle son fusionados obteniendo su máximo valor con el fin de poder mantener las características más relevantes de las imágenes de origen.

Se han realizado tres tipos de pruebas con distintas imágenes, para las que se muestran los resultados correspondientes. Para este análisis se ha hecho uso de la herramienta fusetool [17] en lenguaje Matlab [18]. El procesamiento se ha realizado en un procesador Intel Core i7 bajo el sistema operativo Windows 8.1

Como se ha indicado previamente, en lo que sigue en relación a las diferentes pruebas y para los métodos de fusión más complejos, se muestran los resultados *s* escalados al rango [0,1], seguidos de la tabla de resultados sin escalar, identificando en el caso de las wavelets la familia utilizada en cada caso, así como los niveles de descomposición. Las diferentes familias utilizadas se describen en el Anexo.

### 3.1 Resultados Prueba 1

En esta prueba se hace uso de un tipo de imágenes en las que las partes enfocadas y desenfocadas se encuentran perfectamente separadas entre sí. Se han utilizado 20 imágenes, en la figura 12 se muestra un ejemplo representativo de este tipo de imágenes, en las que se aprecian distintos grados de enfoque en los elementos bien diferenciados que aparecen en sendas imágenes. Como se puede observar, en la imagen (a) es el vehículo en la parte izquierda el desenfocado, mientras que en (b) el vehículo desenfocado es el de la derecha. En la figura 13 se muestra la imagen de referencia construida mediante el procedimiento manual descrito previamente.

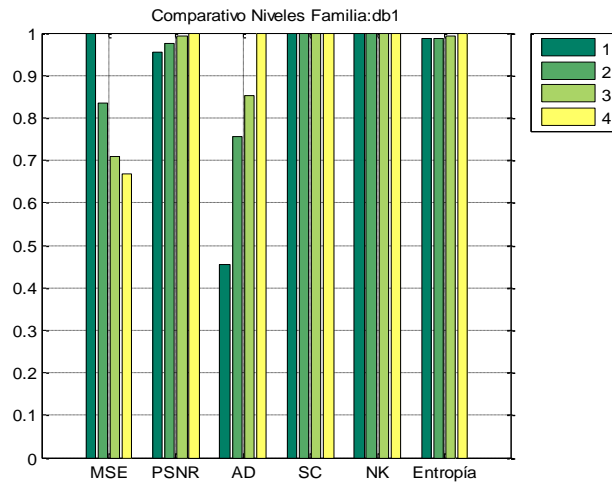


**Figura 12:** Imágenes fuente para la prueba 1.



**Figura 13:** Imagen referencia de la prueba 1.

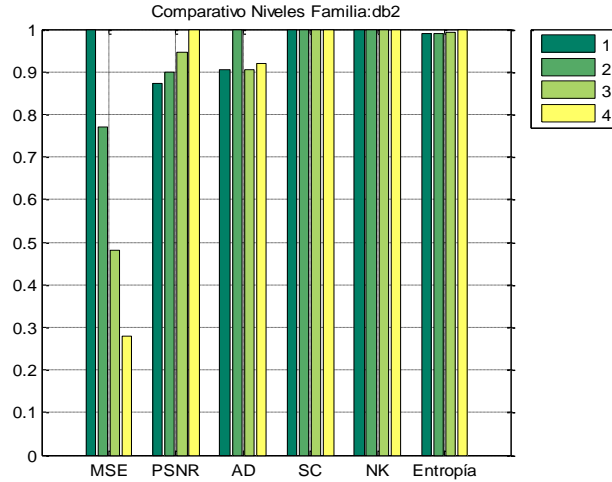
### 3.1.1 Resultados usando Wavelets – Prueba 1



**Figura 14:** Escalado de resultados usando wavelet db1 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.30	38.00	0.02	1.00	1.00	4.73
Nivel2	8.60	38.79	0.03	1.00	1.00	4.74
Nivel3	7.31	39.49	0.03	1.00	1.00	4.76
Nivel4	6.89	39.75	0.04	1.00	1.00	4.80

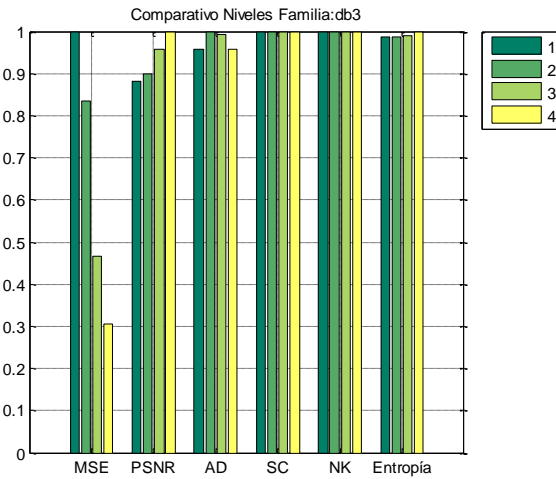
**Tabla 1:** Resultados usando wavelet db1 – Prueba 1.



**Figura 15:** Escalado de resultados usando wavelet db2 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.41	37.95	0.03	1.00	1.00	4.74
Nivel2	8.03	39.08	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	5.00	41.14	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel4	2.92	43.48	0.03	1.00	1.00	4.79

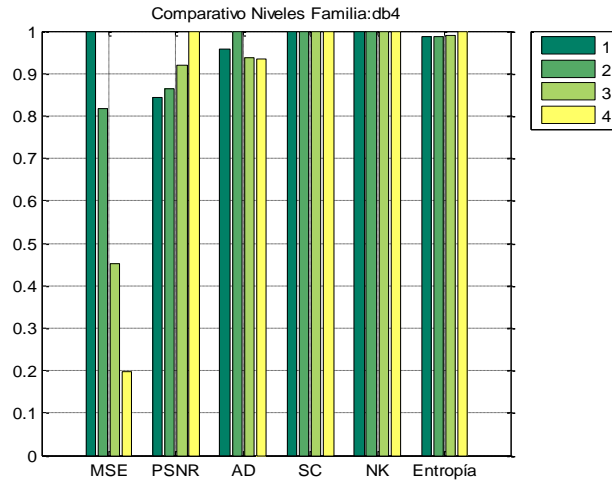
**Tabla 2:** Resultados usando wavelet db2 – Prueba 1.



**Figura 16:** Escalado de resultados usando wavelet db3 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.53	37.90	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.80	38.69	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	4.92	41.21	0.04	1.00	1.00	4.77
Nivel4	3.22	43.05	0.03	1.00	1.00	4.82

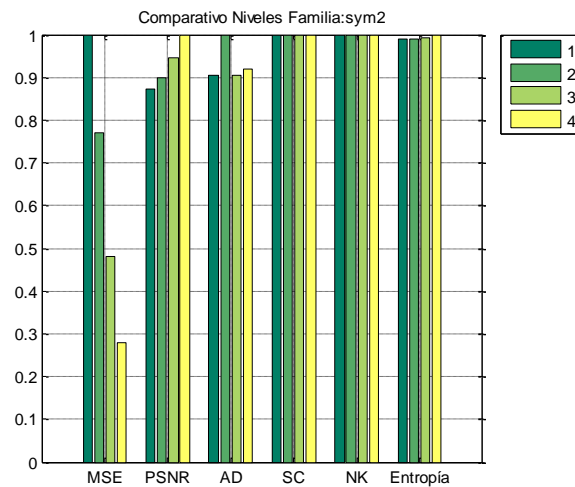
**Tabla 3:** Resultados usando wavelet db3 – Prueba 1.



**Figura 17:** Escalado de resultados usando wavelet db4 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.59	37.88	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.65	38.76	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	4.77	41.34	0.03	1.00	1.00	4.77
Nivel4	2.09	44.93	0.03	1.00	1.00	4.81

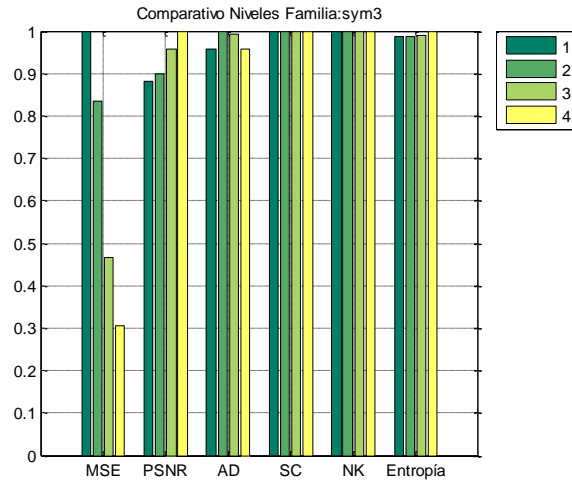
**Tabla 4:** Resultados usando wavelet db4 – Prueba 1.



**Figura 18:** Escalado de resultados usando wavelet sym2 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.41	37.95	0.03	1.00	1.00	4.74
Nivel2	8.03	39.08	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	5.00	41.14	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel4	2.92	43.48	0.03	1.00	1.00	4.79

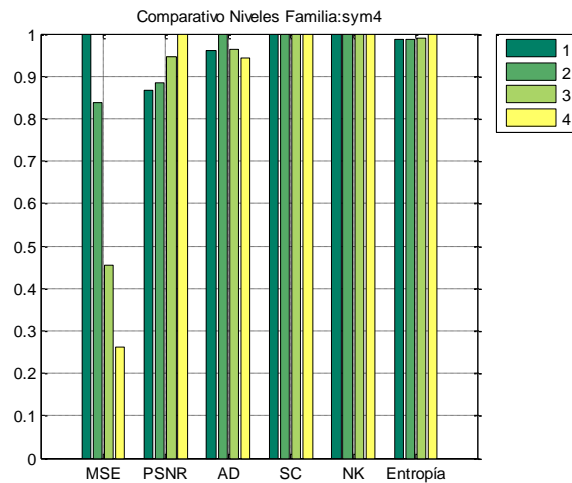
**Tabla 5:** Resultados usando wavelet sym2 – Prueba 1.



**Figura 19:** Escalado de resultados usando wavelet sym3 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.53	37.90	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.80	38.69	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	4.92	41.21	0.04	1.00	1.00	4.77
Nivel4	3.22	43.05	0.03	1.00	1.00	4.82

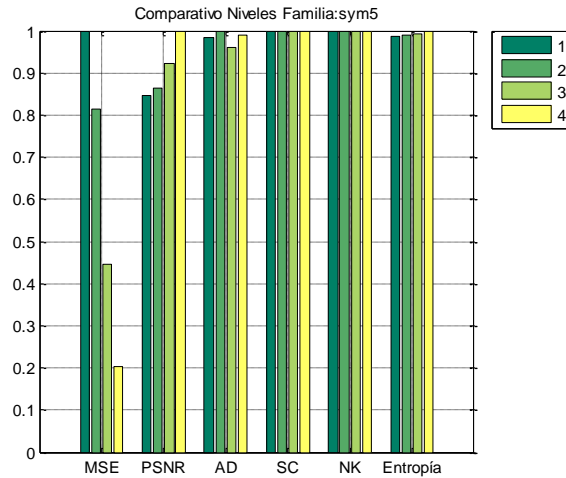
**Tabla 6:** Resultados usando wavelet sym3 – Prueba 1.



**Figura 20:** Escalado de resultados usando wavelet sym4 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.60	37.88	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.88	38.65	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	4.83	41.29	0.03	1.00	1.00	4.77
Nivel4	2.77	43.70	0.03	1.00	1.00	4.82

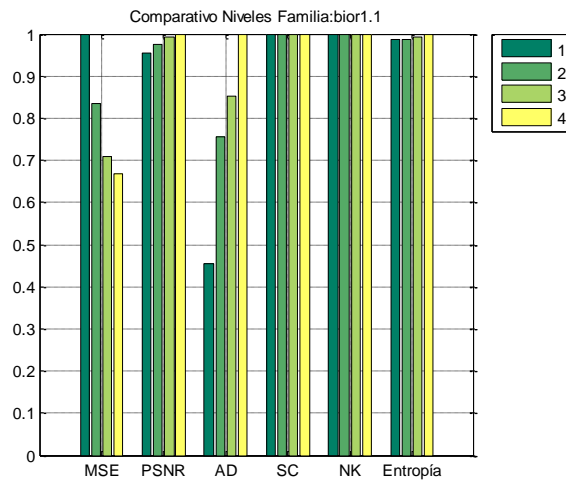
**Tabla 7:** Resultados usando wavelet sym4 – Prueba 1.



**Figura 21:** Escalado de resultados usando wavelet sym5 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.66	37.86	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.67	38.75	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	4.74	41.38	0.03	1.00	1.00	4.77
Nivel4	2.16	44.79	0.03	1.00	1.00	4.81

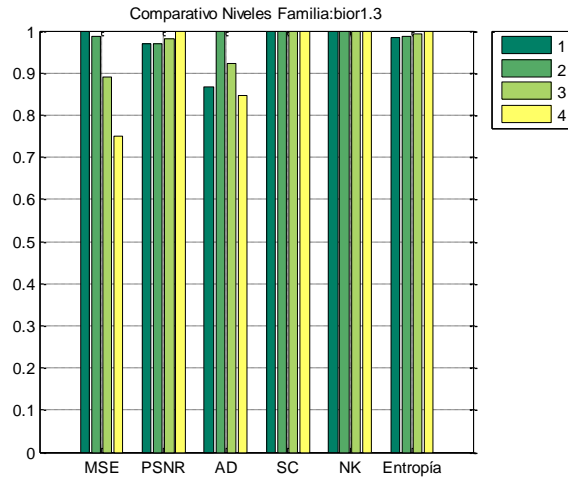
**Tabla 8:** Resultados usando wavelet sym5 - Prueba 1.



**Figura 22:** Escalado de resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.30	38.00	0.02	1.00	1.00	4.73
Nivel2	8.60	38.79	0.03	1.00	1.00	4.74
Nivel3	7.31	39.49	0.03	1.00	1.00	4.76
Nivel4	6.89	39.75	0.04	1.00	1.00	4.80

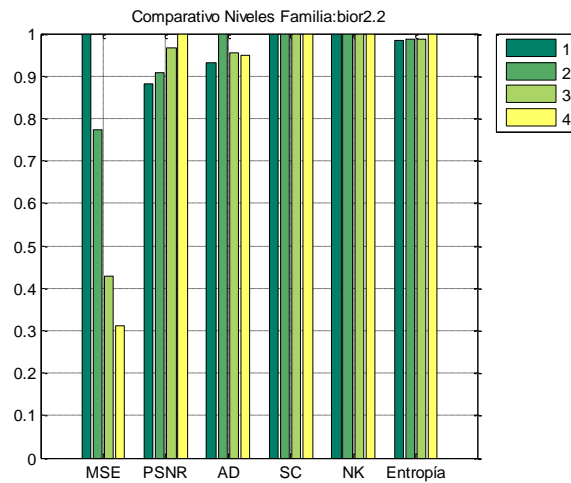
**Tabla 9:** Resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 1.



**Figura 23:** Escalado de resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	11.28	37.61	0.03	1.00	1.00	4.74
Nivel2	11.12	37.67	0.04	1.00	1.00	4.76
Nivel3	10.05	38.11	0.03	1.00	1.00	4.78
Nivel4	8.46	38.86	0.03	1.00	1.00	4.82

**Tabla 10:** Resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 1.



**Figura 24:** Escalado de resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.26	38.02	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	7.93	39.14	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	4.38	41.71	0.03	1.00	1.00	4.76
Nivel4	3.18	43.10	0.03	1.00	1.00	4.82

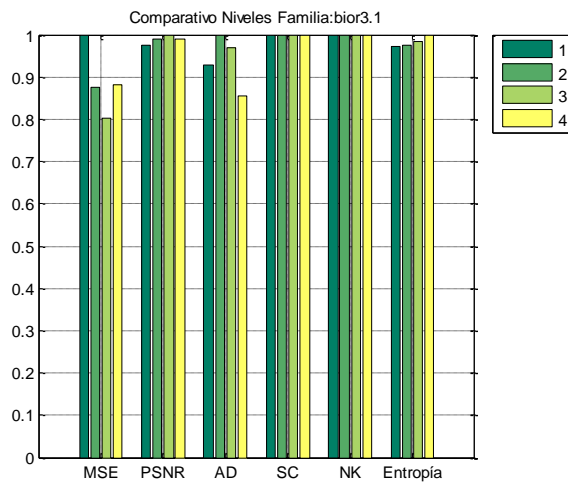
**Tabla 11:** Resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 1.



**Figura 25:** Escalado de resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.75	37.82	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.86	38.65	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel3	5.10	41.06	0.03	1.00	1.00	4.77
Nivel4	2.84	43.60	0.03	1.00	1.00	4.83

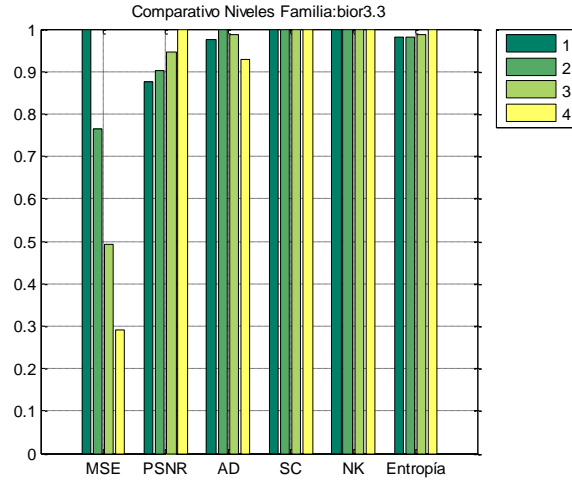
**Tabla 12:** Resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 1.



**Figura 26:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.00	38.13	0.03	1.00	1.00	4.74
Nivel2	8.77	38.70	0.04	1.00	1.00	4.76
Nivel3	8.03	39.09	0.03	1.00	1.00	4.80
Nivel4	8.82	38.68	0.03	1.00	1.00	4.88

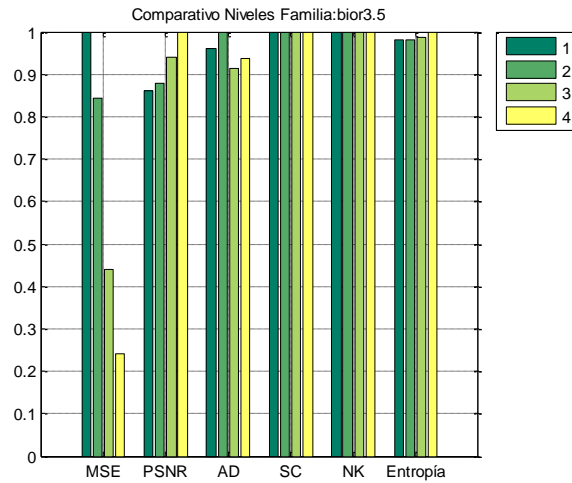
**Tabla 13:** Resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 1.



**Figura 27:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.41	37.96	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	7.97	39.12	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel3	5.13	41.03	0.03	1.00	1.00	4.78
Nivel4	3.02	43.33	0.03	1.00	1.00	4.84

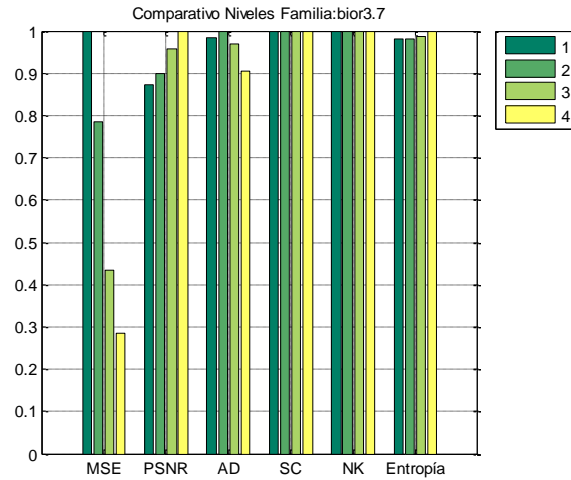
**Tabla 14:** Resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 1.



**Figura 28:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.55	37.90	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.88	38.65	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	4.66	41.45	0.03	1.00	1.00	4.78
Nivel4	2.56	44.05	0.03	1.00	1.00	4.84

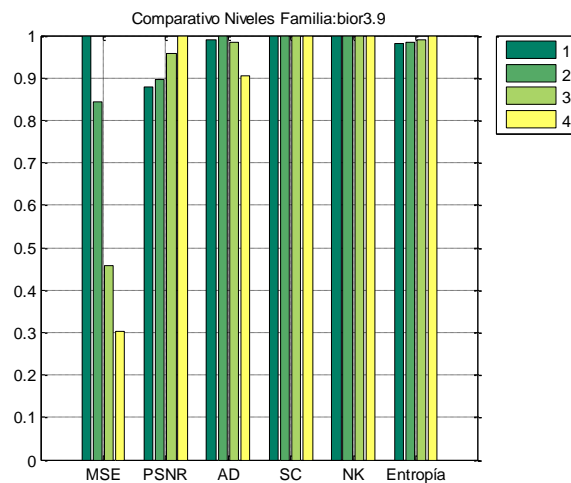
**Tabla 15:** Resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 1.



**Figura 29:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.62	37.87	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.32	38.93	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel3	4.60	41.51	0.03	1.00	1.00	4.78
Nivel4	3.01	43.34	0.03	1.00	1.00	4.84

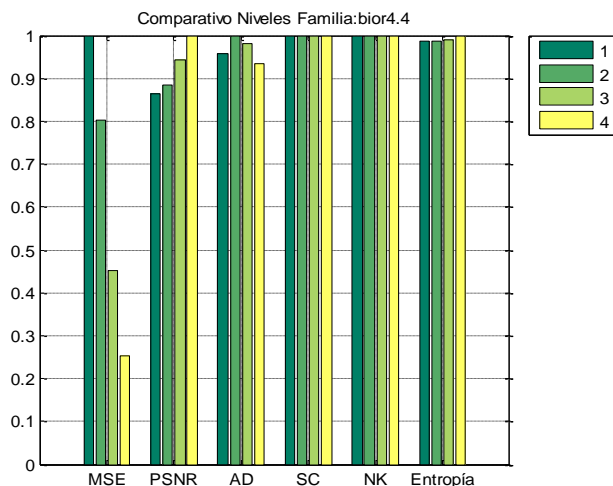
**Tabla 16:** Resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 1.



**Figura 30:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.65	37.86	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.97	38.60	0.03	1.00	1.00	4.76
Nivel3	4.87	41.25	0.03	1.00	1.00	4.79
Nivel4	3.23	43.04	0.03	1.00	1.00	4.84

**Tabla 17:** Resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 1.



**Figura 31:** Escalado de resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	10.56	37.89	0.03	1.00	1.00	4.75
Nivel2	8.48	38.85	0.04	1.00	1.00	4.75
Nivel3	4.76	41.35	0.04	1.00	1.00	4.77
Nivel4	2.67	43.87	0.03	1.00	1.00	4.82

**Tabla 18:** Resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 1.

En base a los resultados mostrados en las tablas anteriores, la wavelet que obtiene los mejores valores tanto para MSE como para PSNR es db4 a un nivel de descomposición 4. En el resto de métricas esta familia obtiene valores muy cercanos al óptimo y en comparación a otras wavelets analizadas, esta wavelet obtiene un comportamiento relativamente bueno en todas las métricas. Un ejemplo de esto es la wavelet db1 a un nivel de descomposición 1, esta wavelet obtiene el mejor valor de la métrica AD, si bien en las otras métricas posee valores relativamente pobres. Otra wavelet que presenta valores buenos para esta prueba es la bior3.5 a un nivel de descomposición 4, que al igual que la wavelet db4 – nivel 4, posee resultados en todas sus métricas muy cercanos al óptimo.

### 3.1.2 Resultados Finales - Prueba 1

A continuación, se detallan los resultados del análisis haciendo uso de otras técnicas de fusión, obteniendo la imagen fusionada ImF. Los métodos de fusión estudiados son: Promedio, Máximo, Mínimo, PCA, Pirámide Laplaciana, Pirámide de Contraste y Pirámide Morfológica. En

el caso de las pirámides se muestran los resultados hasta el nivel cuatro. El método utilizado para la fusión de los coeficientes en los mencionados niveles de descomposición es el promedio.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	10.92	37.75	-0.01	1.00	1.00	4.72

**Tabla 19:** Resultados usando promedio - Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	20.48	35.02	-0.81	1.00	1.00	4.66

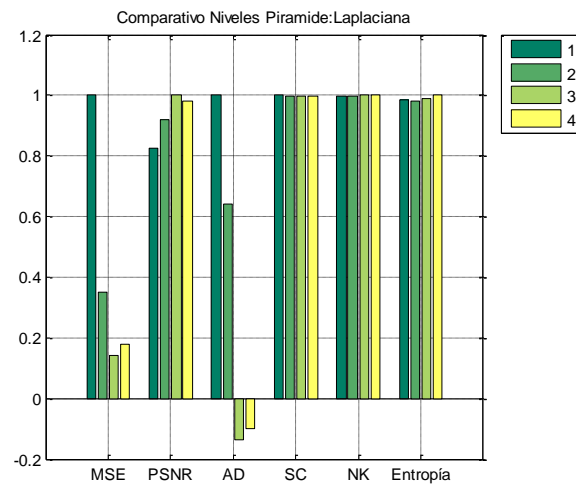
**Tabla 20:** Resultados usando máximo - Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	23.21	34.47	0.88	1.01	1.00	4.79

**Tabla 21:** Resultados usando mínimo - Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	10.91	37.75	0.03	1.00	1.00	4.75

**Tabla 22:** Resultados usando PCA – Prueba 1.

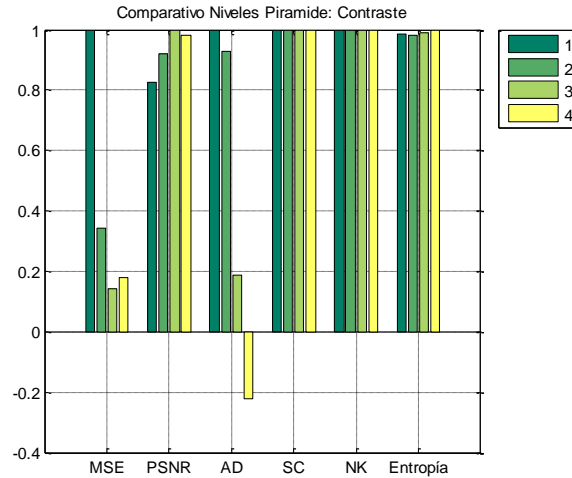


**Figura 32:** Escalado de resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	5.95	40.38	0.03	1.00	1.00	4.73
Nivel2	2.08	44.95	0.02	1.00	1.00	4.72
Nivel3	0.84	48.88	-0.00	1.00	1.00	4.75
Nivel4	1.06	47.89	-0.00	1.00	1.00	4.81

**Tabla 23:** Resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 1.

En el caso del uso de la pirámide laplaciana se observa que los resultados más cercanos al óptimo en todas las métricas, sin sacrificar el resultado de alguna de éstas, se obtienen en el nivel 3, ya que tiene un bajo nivel de MSE, un nivel alto de PSNR y un nivel de NK cercano/igual a 1. Respecto del resto de métricas este nivel proporciona buenos resultados igualmente.

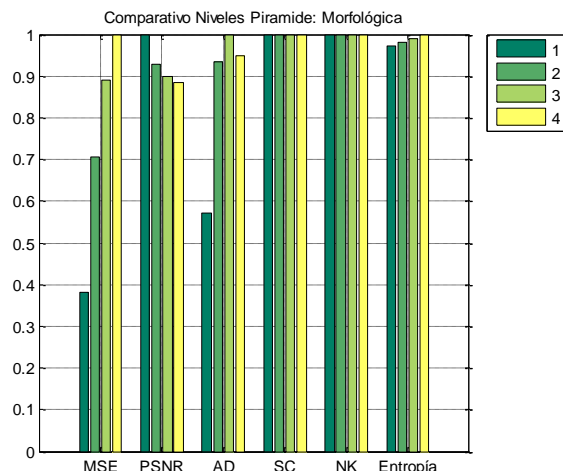


**Figura 33:** Escalado de resultados usando pirámide de contraste – Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	5.90	40.43	0.06	1.00	1.00	4.74
Nivel2	2.03	45.05	0.05	1.00	1.00	4.73
Nivel3	0.84	48.87	0.01	1.00	1.00	4.75
Nivel4	1.06	47.90	-0.01	1.00	1.00	4.81

**Tabla 24:** Resultados usando pirámide de contraste – Prueba 1.

En el caso de la pirámide de contraste se observa que el nivel 3 obtiene resultados muy cercanos al óptimo en todas las métricas utilizadas, incluso obtiene los mejores valores para las siguientes métricas: MSE y PSNR.



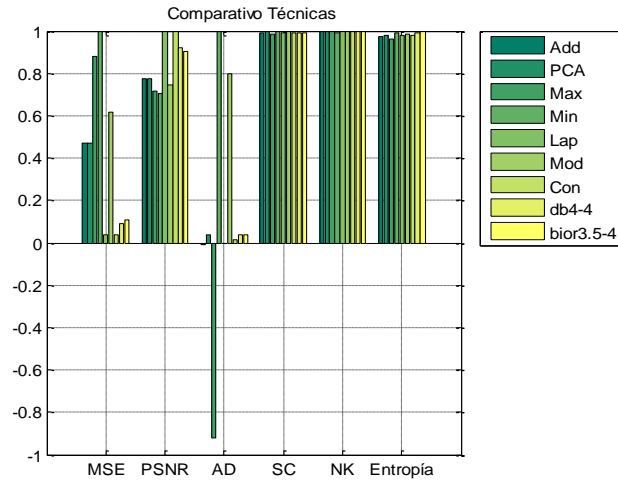
**Figura 34:** Escalado de resultados usando pirámide morfológica - Prueba 1.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	14.27	36.59	0.70	1.01	1.00	4.77
Nivel2	26.36	33.92	1.15	1.01	1.00	4.82
Nivel3	33.25	32.91	1.23	1.01	1.00	4.86
Nivel4	37.38	32.40	1.17	1.01	1.00	4.91

**Tabla 25:** Resultados usando pirámide morfológica – Prueba 1.

En el caso de la pirámide morfológica se observa que los datos más cercanos al óptimo en todas las métricas son obtenidos por el nivel 1, incluso obtiene los mejores resultados para MSE, PSNR, AD.

Finalmente, se hace un comparativo final entre las distintas técnicas de fusión, incluyendo tanto los niveles de descomposición escogidos para las distintas pirámides como para las wavelets elegidas en la subsección anterior:



**Figura 35:** Comparativo técnicas estudiadas – Prueba 1.

En la tabla 26 se muestran los valores reales, sin escalar, obtenidos por las técnicas estudiadas, más concretamente Promedio (Add), PCA, Máximo (Max), Mínimo (Min), Pirámide Laplaciana (Lap), Morfológica(Morf), de Contraste (Cont) y las familias wavelets elegidas anteriormente en cada una de las métricas (MSE, PSNR, AD, SC, NK, Entropía), como se puede observar la técnica que presenta buenos resultados y muy cercanos a los deseados en todas las métricas analizadas es la pirámide laplaciana, para la que se muestra el resultado obtenido en la imagen de la figura 36. En este caso a un nivel de descomposición igual a 3. Las otras dos técnicas que presentan buenos resultados en base a las métricas utilizadas son la pirámide de contraste y la wavelet db4.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Add	10.92	37.75	-0.01	1.00	1.00	4.72
PCA	10.91	37.75	0.03	1.00	1.00	4.75
Max	20.48	35.02	-0.81	1.00	1.00	4.66
Min	23.21	34.47	0.88	1.01	1.00	4.79
Lap	0.84	48.88	-0.00	1.00	1.00	4.75
Morf	14.27	36.59	0.70	1.01	1.00	4.77
Cont	0.84	48.87	0.01	1.00	1.00	4.75
db4-4	2.09	44.93	0.03	1.00	1.00	4.81
bior3.5-4	2.56	44.05	0.03	1.00	1.00	4.84

**Tabla 26:** Tabla de resultados de técnicas estudiadas – Prueba 1.



**Figura 36:** Imagen resultante – Prueba 1.

### 3.2 Resultados Prueba 2

En esta prueba se hace uso de un segundo tipo de imágenes en las que las partes enfocadas y desenfocadas se solapan entre sí sobre el conjunto de la imagen, diferenciándose en este aspecto con respecto a al conjunto de imágenes de la prueba 1. Se ha utilizado un conjunto de 10 imágenes, mostrándose un ejemplo ilustrativo de dicho conjunto en la figura 37, en este caso tomada de [19], sobre la que se aprecia con claridad los distintos grados de enfoque en los elementos solapados que aparecen en sendas imágenes. Como se puede observar, en la imagen (a) es el reloj en la parte izquierda el desenfocado, mientras que en (b) el reloj desenfocado es el de la derecha. En la figura 38 se muestra la imagen de referencia construida mediante el procedimiento manual descrito previamente.



(a)



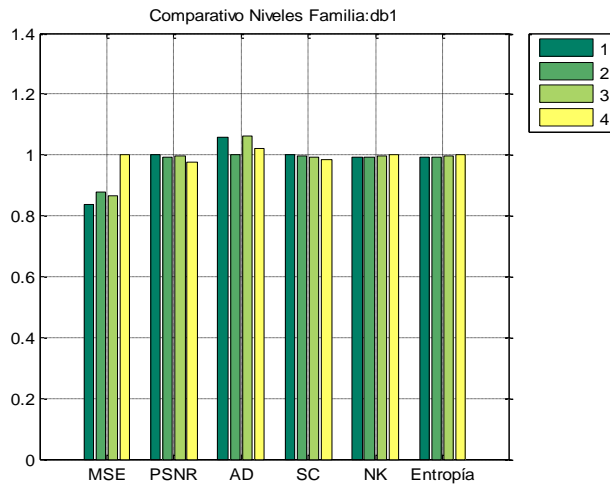
(b)

**Figura 37:** Imágenes fuente para la prueba 2. Obtenido de [19].



**Figura 38:** Imagen referencia de la prueba 2.

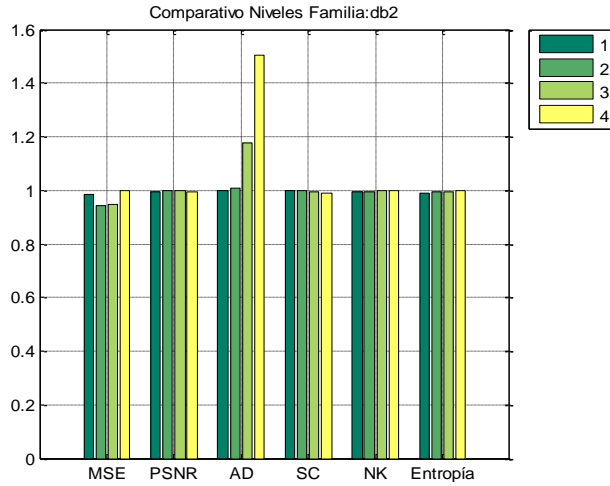
### 3.2.1 Resultados usando Wavelets – Prueba 2



**Figura 39:** Escalado de resultados usando wavelet db1 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	61.57	30.24	-0.32	1.00	1.00	7.31
Nivel2	64.60	30.03	-0.31	1.00	1.00	7.32
Nivel3	63.76	30.09	-0.32	0.99	1.00	7.34
Nivel4	73.51	29.47	-0.31	0.99	1.00	7.37

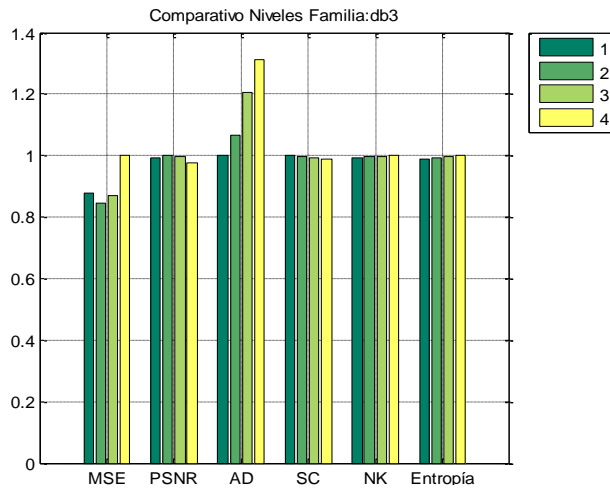
**Tabla 27:** Resultados usando wavelet db1 – Prueba 2.



**Figura 40:** Escalado de resultados usando wavelet db2 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	61.02	30.28	-0.24	1.01	0.99	7.33
Nivel2	58.45	30.46	-0.24	1.00	1.00	7.35
Nivel3	58.53	30.46	-0.28	1.00	1.00	7.37
Nivel4	61.88	30.22	-0.36	0.99	1.00	7.40

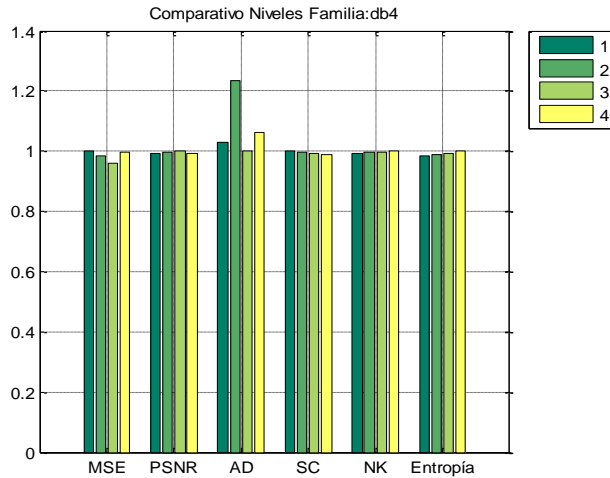
**Tabla 28:** Resultados usando wavelet db2 – Prueba 2.



**Figura 41:** Escalado de resultados usando wavelet db3 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	60.49	30.31	-0.23	1.01	0.99	7.34
Nivel2	58.11	30.49	-0.25	1.00	1.00	7.36
Nivel3	59.81	30.36	-0.28	1.00	1.00	7.39
Nivel4	68.78	29.76	-0.30	0.99	1.00	7.42

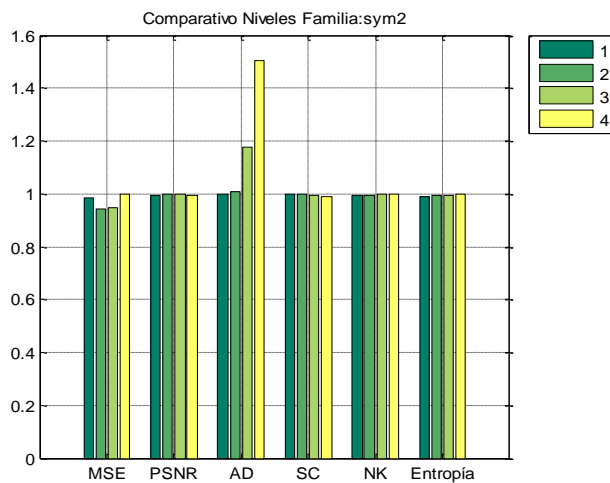
**Tabla 29:** Resultados usando wavelet db3 – Prueba 2.



**Figura 42:** Escalado de resultados usando wavelet db4 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	59.96	30.35	-0.22	1.01	0.99	7.32
Nivel2	59.08	30.42	-0.27	1.00	1.00	7.34
Nivel3	57.46	30.54	-0.22	1.00	1.00	7.37
Nivel4	59.65	30.37	-0.23	0.99	1.00	7.43

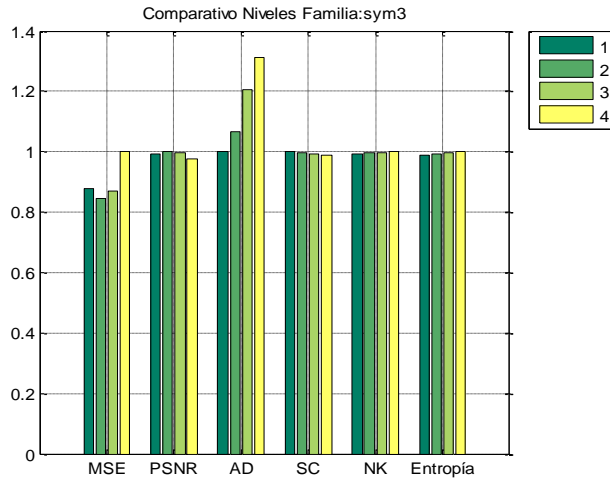
**Tabla 30:** Resultados usando wavelet db4 – Prueba 2.



**Figura 43:** Escalado de resultados usando wavelet sym2 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	61.02	30.28	-0.24	1.01	0.99	7.33
Nivel2	58.45	30.46	-0.24	1.00	1.00	7.35
Nivel3	58.53	30.46	-0.28	1.00	1.00	7.37
Nivel4	61.88	30.22	-0.36	0.99	1.00	7.40

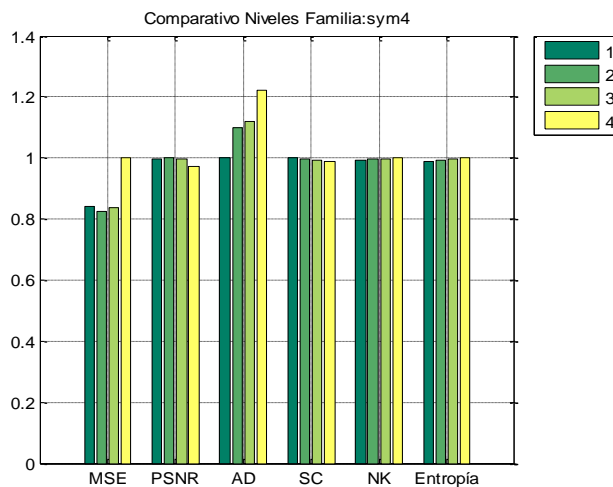
**Tabla 31:** Resultados usando wavelet sym2 – Prueba 2.



**Figura 44:** Escalado de resultados usando wavelet sym3 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	60.49	30.31	-0.23	1.01	0.99	7.34
Nivel2	58.11	30.49	-0.25	1.00	1.00	7.36
Nivel3	59.81	30.36	-0.28	1.00	1.00	7.39
Nivel4	68.78	29.76	-0.30	0.99	1.00	7.42

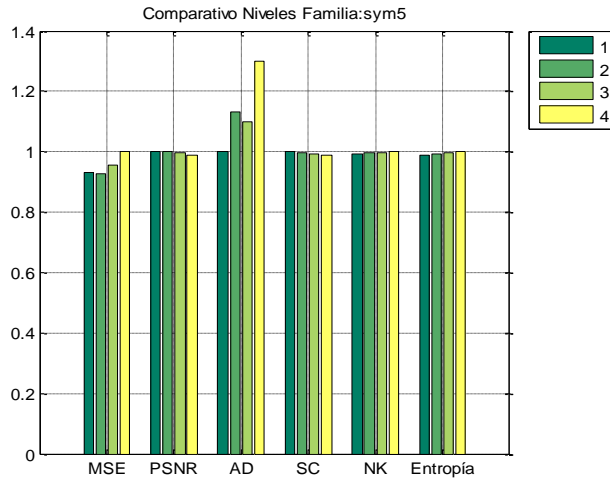
**Tabla 32:** Resultados usando wavelet sym3 – Prueba 2.



**Figura 45:** Escalado de resultados usando wavelet sym4 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	60.20	30.33	-0.25	1.01	0.99	7.33
Nivel2	58.99	30.42	-0.27	1.00	1.00	7.36
Nivel3	59.82	30.36	-0.28	1.00	1.00	7.39
Nivel4	71.51	29.59	-0.30	0.99	1.00	7.42

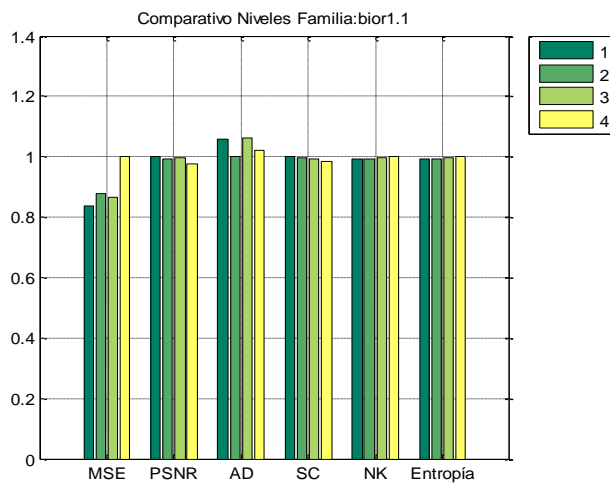
**Tabla 33:** Resultados usando wavelet sym4 – Prueba 2.



**Figura 46:** Escalado de resultados usando wavelet sym5 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	61.04	30.27	-0.25	1.01	0.99	7.32
Nivel2	60.84	30.29	-0.28	1.00	1.00	7.37
Nivel3	62.84	30.15	-0.27	1.00	1.00	7.39
Nivel4	65.67	29.96	-0.32	0.99	1.00	7.42

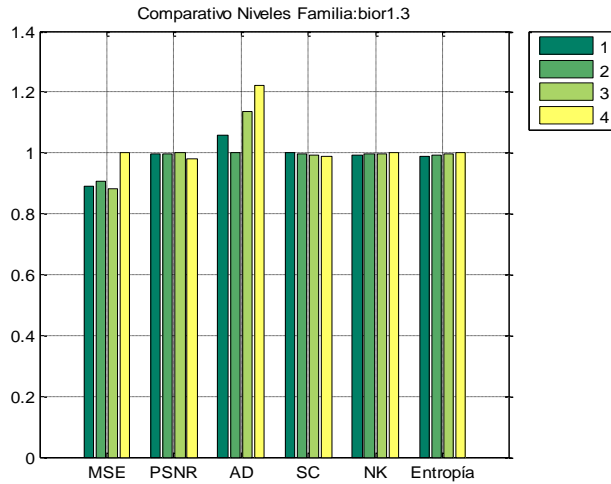
**Tabla 34:** Resultados usando wavelet sym5 – Prueba 2.



**Figura 47:** Escalado de resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	61.57	30.24	-0.32	1.00	1.00	7.31
Nivel2	64.60	30.03	-0.31	1.00	1.00	7.32
Nivel3	63.76	30.09	-0.32	0.99	1.00	7.34
Nivel4	73.51	29.47	-0.31	0.99	1.00	7.37

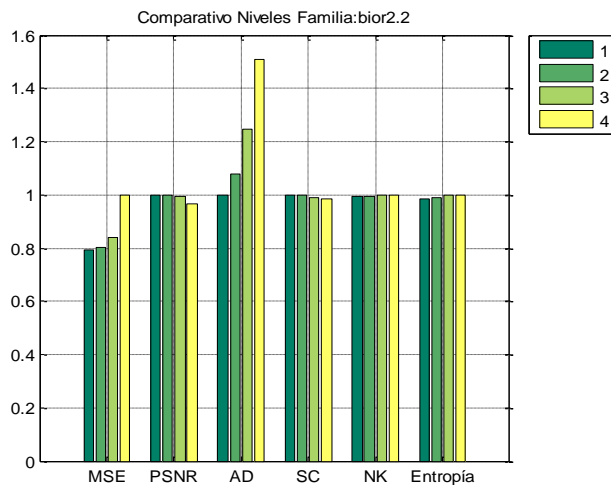
**Tabla 35:** Resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 2.



**Figura 48:** Escalado de resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	63.95	30.07	-0.26	1.01	0.99	7.32
Nivel2	65.14	29.99	-0.24	1.00	1.00	7.35
Nivel3	63.21	30.12	-0.28	1.00	1.00	7.40
Nivel4	71.69	29.58	-0.30	0.99	1.00	7.42

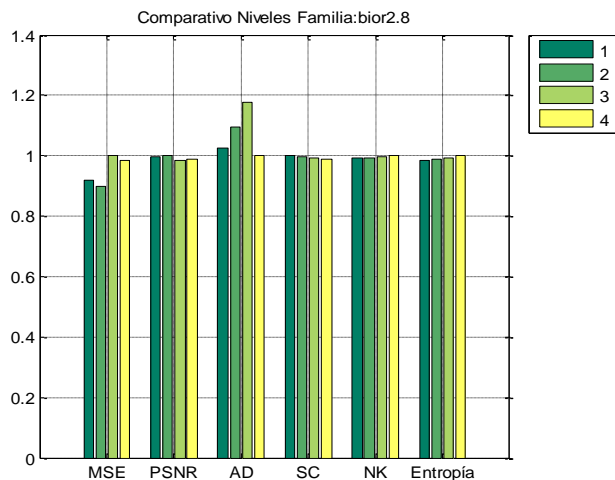
**Tabla 36:** Resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 2.



**Figura 49:** Escalado de resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	59.18	30.41	-0.25	1.01	1.00	7.33
Nivel2	59.97	30.35	-0.27	1.00	1.00	7.36
Nivel3	62.63	30.16	-0.31	1.00	1.00	7.42
Nivel4	74.59	29.40	-0.38	0.99	1.00	7.44

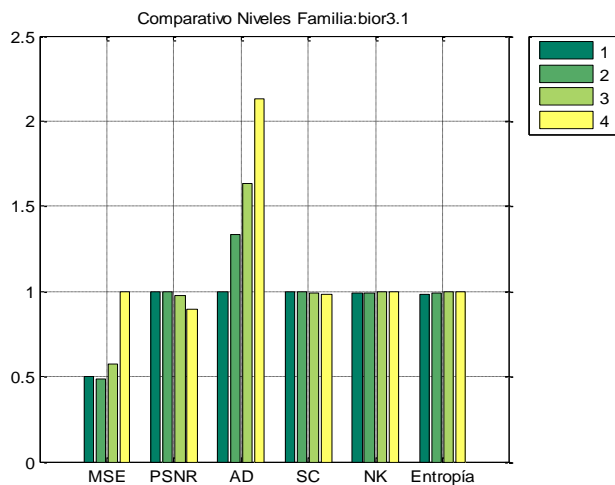
**Tabla 37:** Resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 2.



**Figura 50:** Escalado de resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	60.41	30.32	-0.24	1.01	0.99	7.33
Nivel2	59.06	30.42	-0.26	1.00	1.00	7.37
Nivel3	65.63	29.96	-0.28	1.00	1.00	7.39
Nivel4	64.65	30.02	-0.24	0.99	1.00	7.44

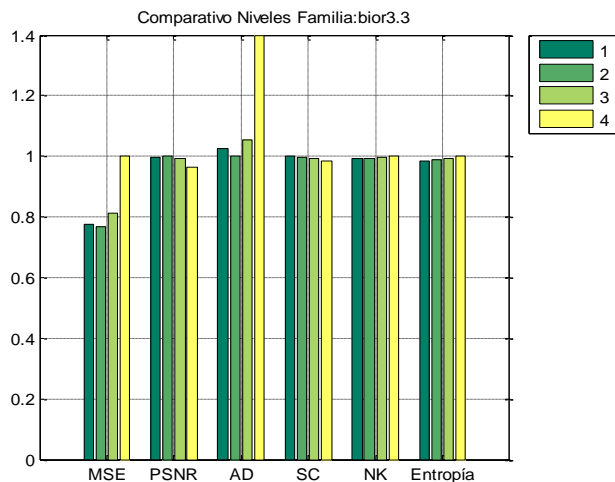
**Tabla 38:** Resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 2.



**Figura 51:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	57.86	30.51	-0.24	1.01	1.00	7.33
Nivel2	55.63	30.68	-0.32	1.00	1.00	7.34
Nivel3	65.83	29.95	-0.39	0.99	1.00	7.39
Nivel4	115.21	27.52	-0.51	0.98	1.00	7.43

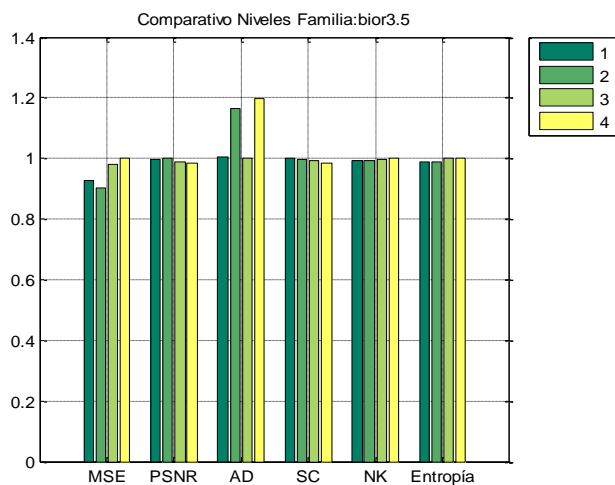
**Tabla 39:** Resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 2.



**Figura 52:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	59.32	30.40	-0.23	1.01	0.99	7.33
Nivel2	58.74	30.44	-0.23	1.00	1.00	7.35
Nivel3	61.97	30.21	-0.24	1.00	1.00	7.38
Nivel4	76.43	29.30	-0.31	0.99	1.00	7.45

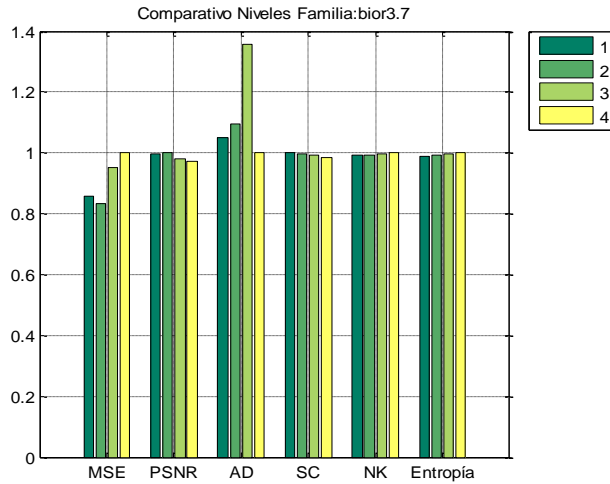
**Tabla 40:** Resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 2.



**Figura 53:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	59.76	30.37	-0.23	1.01	0.99	7.33
Nivel2	58.18	30.48	-0.27	1.00	1.00	7.36
Nivel3	63.18	30.13	-0.23	1.00	1.00	7.42
Nivel4	64.42	30.04	-0.27	0.99	1.00	7.43

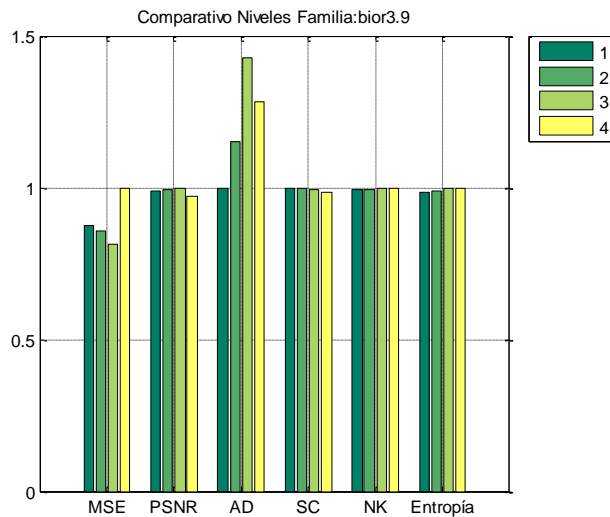
**Tabla 41:** Resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 2.



**Figura 54:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	59.96	30.35	-0.23	1.01	0.99	7.32
Nivel2	58.24	30.48	-0.24	1.00	1.00	7.34
Nivel3	66.40	29.91	-0.30	1.00	1.00	7.38
Nivel4	69.79	29.69	-0.22	0.99	1.00	7.41

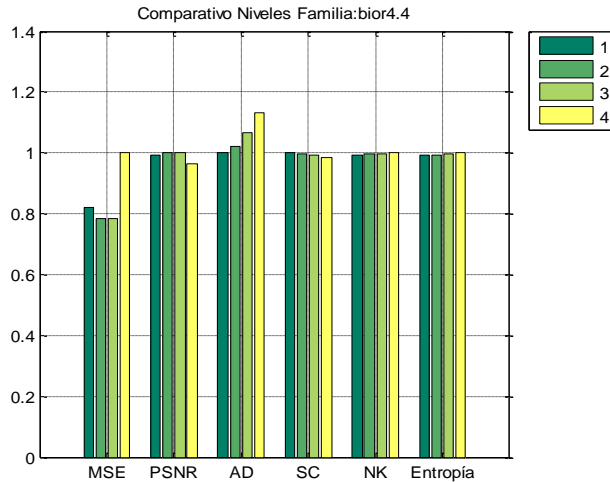
**Tabla 42:** Resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 2.



**Figura 55:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	60.11	30.34	-0.23	1.01	0.99	7.33
Nivel2	58.92	30.43	-0.26	1.00	1.00	7.37
Nivel3	55.96	30.65	-0.33	1.00	1.00	7.43
Nivel4	68.74	29.76	-0.29	0.99	1.00	7.45

**Tabla 43:** Resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 2.



**Figura 56:** Escalado de resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	59.94	30.35	-0.24	1.01	0.99	7.33
Nivel2	57.18	30.56	-0.25	1.00	1.00	7.35
Nivel3	57.26	30.55	-0.26	1.00	1.00	7.37
Nivel4	72.98	29.50	-0.28	0.99	1.00	7.40

**Tabla 44:** Resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 2.

En base a los resultados mostrados en las tablas anteriores para este tipo de imágenes, la wavelet que obtiene los resultados más regulares y cercanos al óptimo en todas las métricas utilizadas es bior4.4 a un nivel de descomposición 2. Esta wavelet obtiene el tercer mejor valor tanto de MSE y como de PSNR en comparación a todas las wavelets analizadas. La wavelet bior4.4 a un nivel de descomposición de 3 obtiene resultados cercanos a los valores óptimos de las métricas.

### 3.2.2 Resultados Finales - Prueba 2

A continuación, se detallan los resultados del análisis haciendo uso de otras técnicas de fusión, obteniendo la imagen fusionada ImF. Los métodos de fusión estudiados son: Promedio, Máximo, Mínimo, PCA, Pirámide Laplaciana, pirámide de Contraste y Pirámide Morfológica. En el caso de las pirámides se muestran los resultados hasta el nivel cuatro. El método utilizado para la fusión de los coeficientes en los mencionados niveles de descomposición es el promedio.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	60.16	30.34	-0.46	1.00	1.00	7.29

**Tabla 45:** Resultados usando promedio – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	136.57	26.78	-4.32	0.94	1.03	7.31

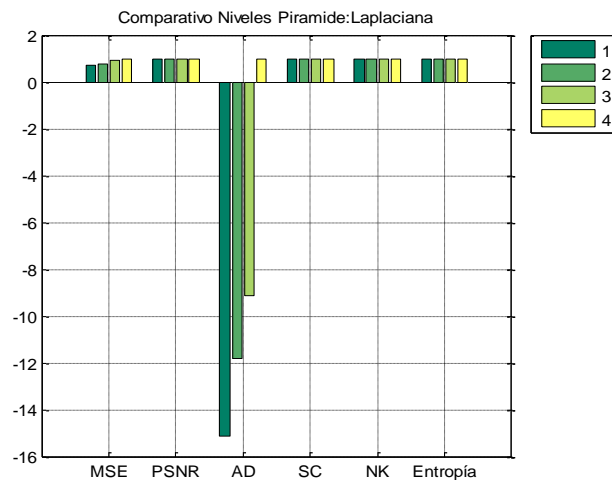
**Tabla 46:** Resultados usando máximo – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	103.19	27.99	3.87	1.08	0.96	7.25

**Tabla 47:** Resultados usando mínimo – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	60.34	30.32	-0.18	1.01	0.99	7.29

**Tabla 48:** Resultados usando PCA – Prueba 2.



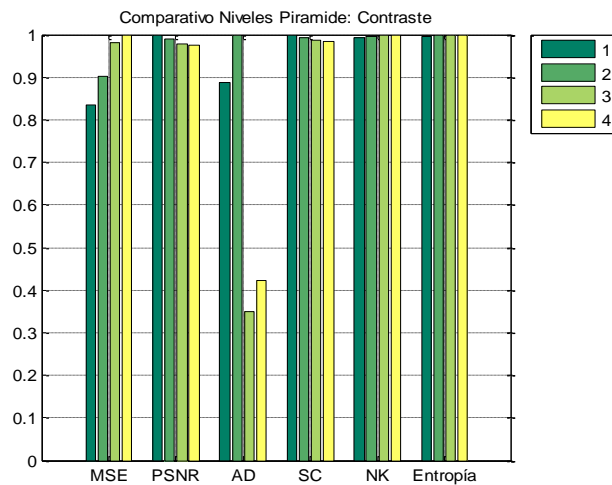
**Figura 57:** Escalado de resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	53.02	30.89	-0.24	1.00	1.00	7.33
Nivel2	54.92	30.73	-0.19	1.00	1.00	7.36
Nivel3	65.47	29.97	-0.15	0.99	1.00	7.38
Nivel4	72.30	29.54	0.02	0.99	1.00	7.39

**Tabla 49:** Resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 2.

En el caso del uso de la pirámide laplaciana se observa que los resultados más regulares y cercanos a los deseados son los obtenidos por el nivel 1, posee el mejor resultado para las métricas

MSE y PSNR, también posee buenos resultados a nivel de AD y SC sin sacrificar el valor de la entropía de la imagen resultante.

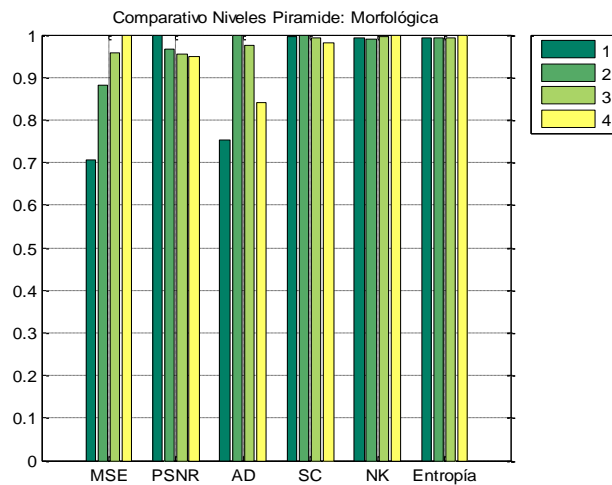


**Figura 58:** Escalado de resultados usando pirámide de contraste – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	63.93	30.07	0.24	1.00	1.00	7.30
Nivel2	69.00	29.74	0.27	1.00	1.00	7.32
Nivel3	74.92	29.38	0.10	0.99	1.00	7.33
Nivel4	76.45	29.30	0.12	0.99	1.00	7.34

**Tabla 50:** Resultados usando pirámide de contraste – Prueba 2.

En el caso de la pirámide de contraste se observa que el nivel 1 de descomposición obtiene los resultados más regulares en la mayoría de métricas, ya que en aquellas métricas en las cuales no obtiene los mejores resultados, muestra valores muy cercanos a los deseados.



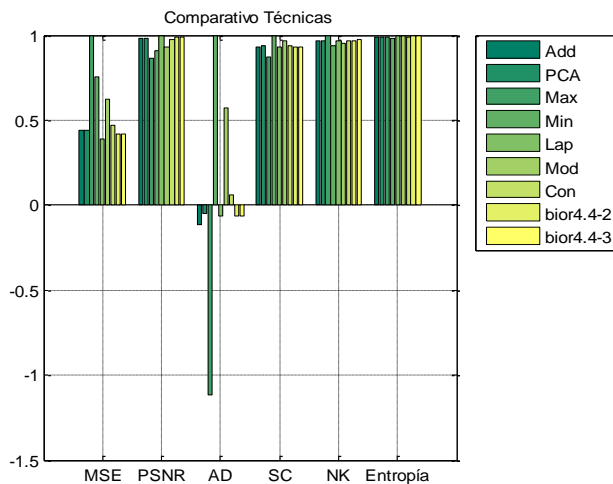
**Figura 59:** Escalado de resultados usando pirámide morfológica – Prueba 2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	85.22	28.83	2.22	1.04	0.98	7.34
Nivel2	106.28	27.87	2.95	1.04	0.98	7.35
Nivel3	115.61	27.50	2.87	1.03	0.98	7.35
Nivel4	120.74	27.31	2.48	1.02	0.98	7.39

**Tabla 51:** Resultados usando pirámide morfológica – Prueba 2.

En el caso de la pirámide morfológica se observa que el nivel 1 de descomposición obtiene los mejores resultados en la mayoría de métricas y en aquellas en las cuales no obtiene los mejores resultados, muestra valores muy cercanos a los deseados.

Finalmente, se hace un comparativo final entre las distintas técnicas de fusión, incluyendo tanto los niveles de descomposición escogidos para las distintas pirámides como para las wavelets elegidas en la subsección anterior:



**Figura 60:** Comparativo técnicas estudiadas – Prueba 2.

En la tabla 52 se muestran los valores reales obtenidos por las técnicas estudiadas en cada una de las métricas, como se puede observar la técnica que presenta buenos resultados y muy cercanos a los deseados en todas las métricas analizadas es la pirámide laplaciana, en este caso a un nivel de descomposición igual a 1, cuyo resultado se muestra en la figura 61. Las otras dos técnicas que presentan buenos resultados en base a las métricas utilizadas es la wavelet bior4.4 en los niveles 2 y 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Add	60.16	30.34	-0.46	1.00	1.00	7.29
PCA	60.34	30.32	-0.18	1.01	0.99	7.29
Max	136.57	26.78	-4.32	0.94	1.03	7.31
Min	103.19	27.99	3.87	1.08	0.96	7.25
Lap	53.02	30.89	-0.24	1.00	1.00	7.33
Morf	85.22	28.83	2.22	1.04	0.98	7.34
Cont	63.93	30.07	0.24	1.00	1.00	7.30
bior4.4-2	57.18	30.56	-0.25	1.00	1.00	7.35
bior4.4-3	57.26	30.55	-0.26	1.00	1.00	7.37

**Tabla 52:** Tabla de resultados de técnicas estudiadas – Prueba 2.



**Figura 61:** Imagen resultante – Prueba 2.

### 3.3 Resultados Prueba 3

En esta prueba se hace uso de un conjunto de 35 pares de imágenes del tipo de imágenes como las mostradas en la figura 62, en las que se aprecian unas veces con los elementos enfocados y desenfocados bien separados y otras con ellos solapados y en todos los casos con las imágenes en color, que añade una característica adicional con respecto a las pruebas 1 y 2 previas. Como se puede observar, en la imagen (a) es la caja en la parte izquierda la desenfocada, mientras que en (b) la caja desenfocada es el de la derecha. En este caso las imágenes utilizadas son imágenes de color, por lo cual se necesita desacoplar la información de la imagen de las componentes de color. Esto se hace realizando una transformación del modelo rgb al modelo hsv mediante el uso del comando `rgb2hsv` de Matlab [20], el procedimiento se realiza para cada una de las imágenes fuente y a partir de las componentes de Intensidad resultantes de las transformaciones se realiza el proceso

de fusión. En la figura 63 se muestra la imagen de referencia construida mediante el procedimiento manual descrito previamente.

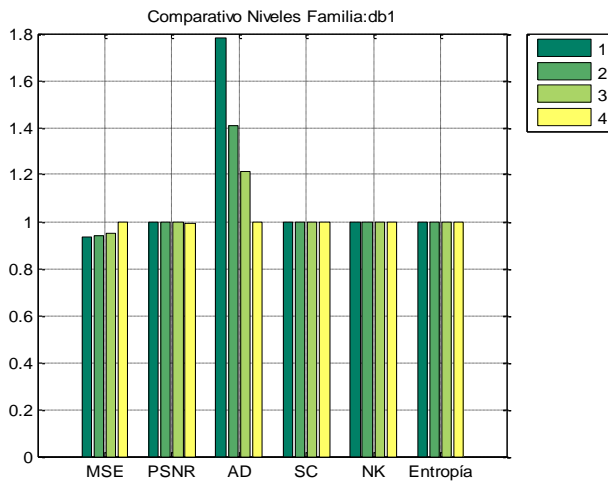


**Figura 62:** Imágenes fuente para la prueba 3.



**Figura 63:** Imagen referencia de la prueba 3.

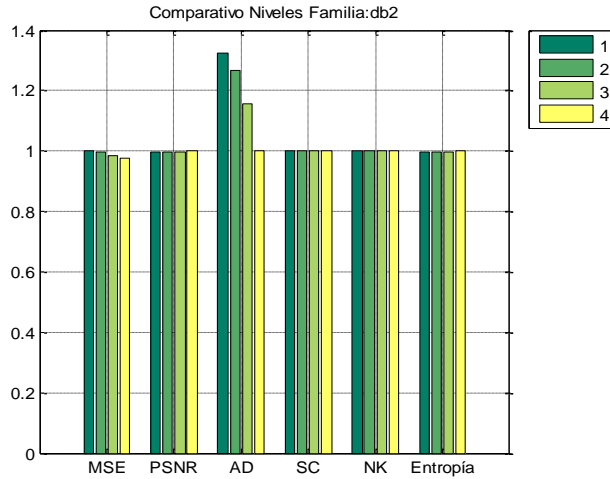
### 3.3.1 Resultados usando Wavelets – Prueba 3



**Figura 64:** Escalado de resultados usando wavelets db1 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.12	31.68	-0.25	1.00	1.00	6.94
Nivel2	44.28	31.67	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel3	44.88	31.61	-0.17	1.00	1.00	6.95
Nivel4	47.14	31.40	-0.14	1.00	1.00	6.96

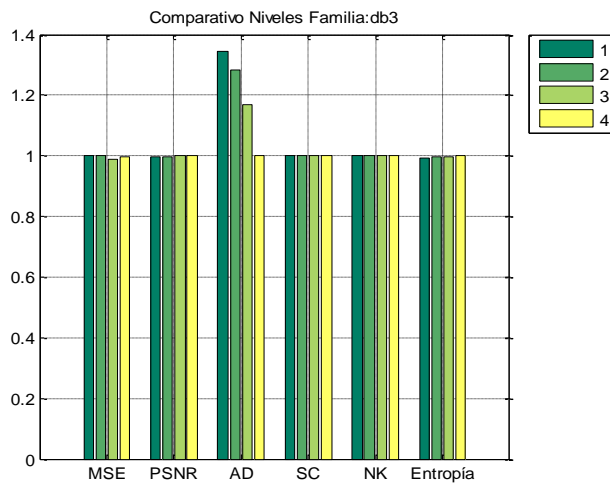
**Tabla 53:** Resultados usando wavelet db1 – Prueba 3.



**Figura 65:** Escalado de resultados usando wavelet db2 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.05	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	43.94	31.70	-0.19	1.00	1.00	6.96
Nivel3	43.36	31.76	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	42.96	31.80	-0.15	1.00	1.00	6.99

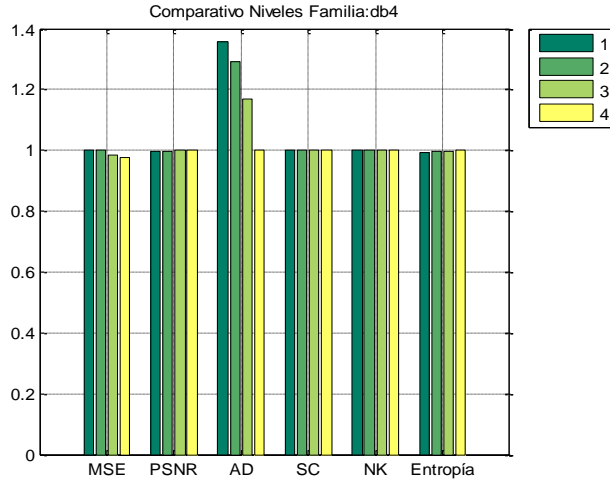
**Tabla 54:** Resultados usando wavelet db2 – Prueba 3.



**Figura 66:** Escalado de resultados usando wavelet db3 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.06	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.06	31.69	-0.19	1.00	1.00	6.96
Nivel3	43.65	31.73	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	43.85	31.71	-0.15	1.00	1.00	6.99

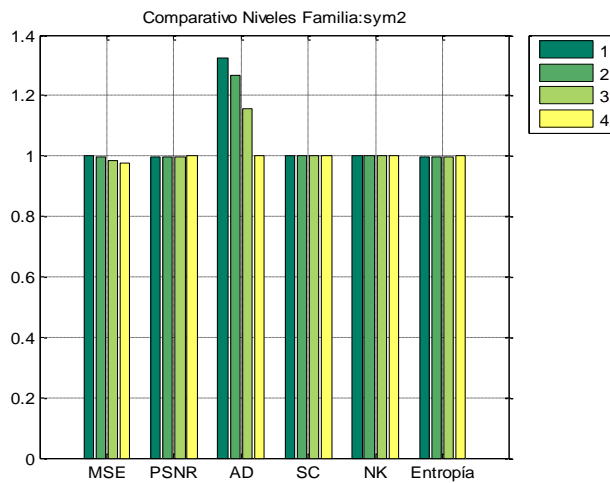
**Tabla 55:** Resultados usando wavelet db3 – Prueba 3.



**Figura 67:** Escalado de resultados usando wavelet db4 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.08	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.08	31.69	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	43.32	31.76	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	42.99	31.80	-0.14	1.00	1.00	6.99

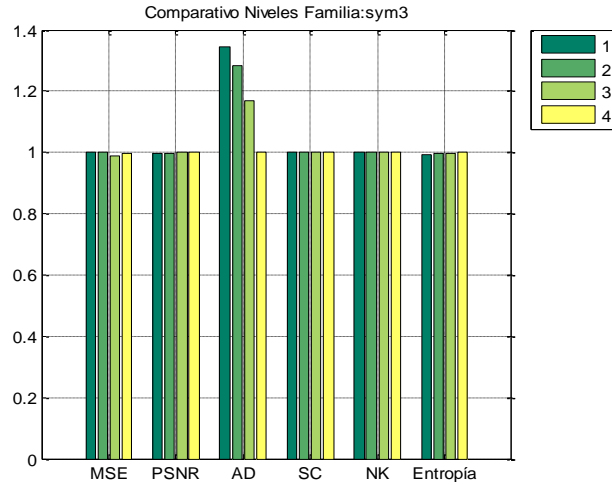
**Tabla 56:** Resultados usando wavelet db4 – Prueba 3.



**Figura 68:** Escalado de resultados usando wavelet sym2 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.05	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	43.94	31.70	-0.19	1.00	1.00	6.96
Nivel3	43.36	31.76	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	42.96	31.80	-0.15	1.00	1.00	6.99

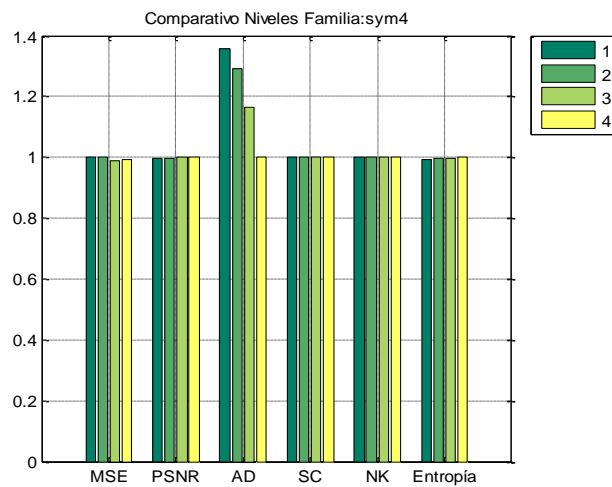
**Tabla 57:** Resultados usando wavelet sym2 – Prueba 3.



**Figura 69:** Escalado de resultados usando wavelet sym3 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.06	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.06	31.69	-0.19	1.00	1.00	6.96
Nivel3	43.65	31.73	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	43.85	31.71	-0.15	1.00	1.00	6.99

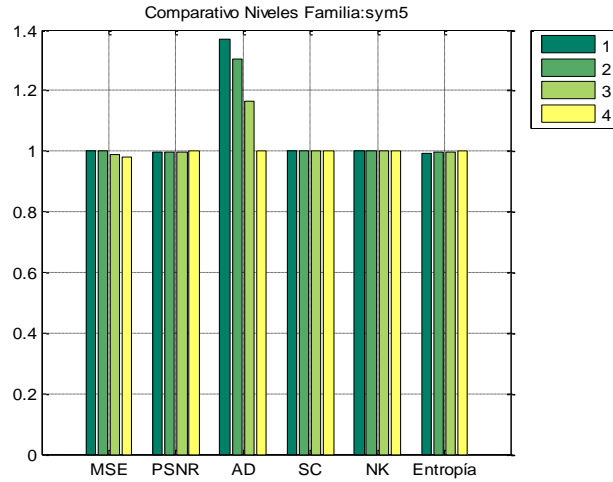
**Tabla 58:** Resultados usando wavelet sym3 – Prueba 3.



**Figura 70:** Escalado de resultados usando wavelet sym4 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.10	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.10	31.69	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	43.66	31.73	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	43.72	31.72	-0.14	1.00	1.00	6.99

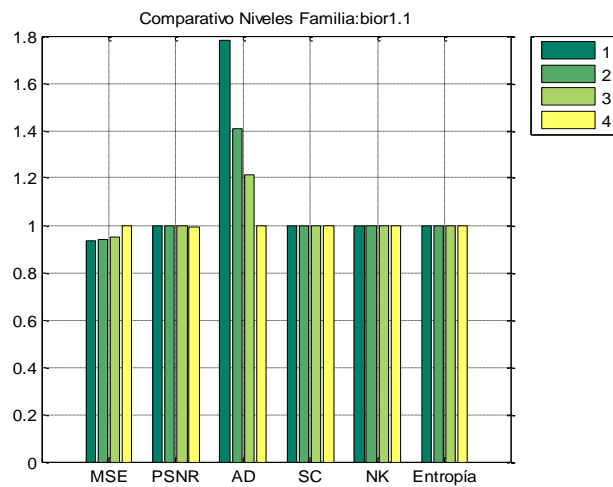
**Tabla 59:** Resultados usando wavelet sym4 – Prueba 3.



**Figura 71:** Escalado de resultados usando wavelet sym5 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.09	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.07	31.69	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	43.62	31.73	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	43.14	31.78	-0.14	1.00	1.00	6.99

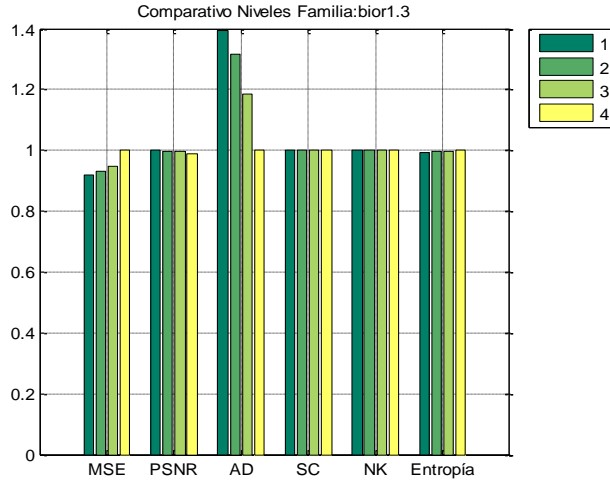
**Tabla 60:** Resultados usando wavelet sym5 – Prueba 3.



**Figura 72:** Escalado de resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.12	31.68	-0.25	1.00	1.00	6.94
Nivel2	44.28	31.67	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel3	44.88	31.61	-0.17	1.00	1.00	6.95
Nivel4	47.14	31.40	-0.14	1.00	1.00	6.96

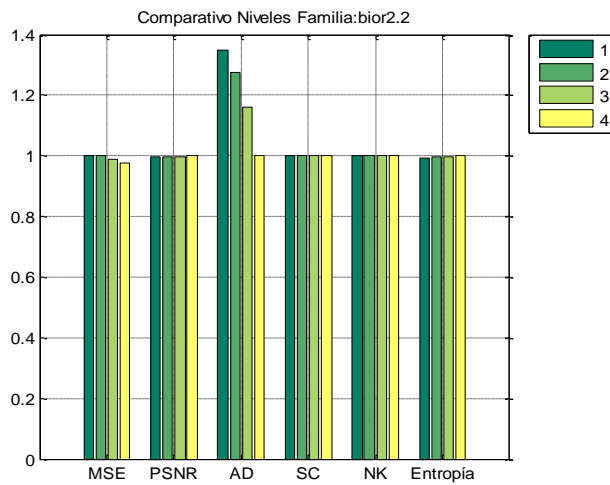
**Tabla 61:** Resultados usando wavelet bior1.1 – Prueba 3.



**Figura 73:** Escalado de resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.65	31.63	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	45.37	31.56	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	46.17	31.49	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	48.69	31.26	-0.14	1.00	1.00	6.99

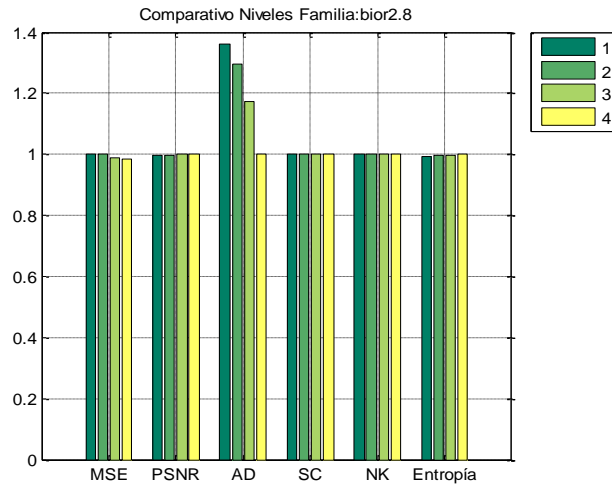
**Tabla 62:** Resultados usando wavelet bior1.3 – Prueba 3.



**Figura 74:** Escalado de resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	43.94	31.70	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	43.93	31.70	-0.19	1.00	1.00	6.96
Nivel3	43.48	31.75	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	42.87	31.81	-0.15	1.00	1.00	6.99

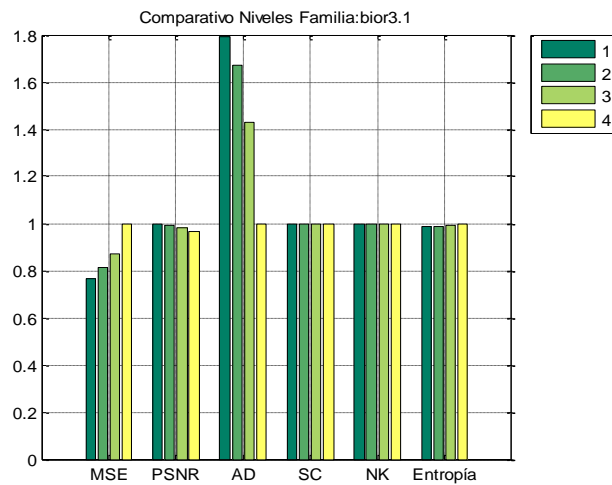
**Tabla 63:** Resultados usando wavelet bior2.2 – Prueba 3.



**Figura 75:** Escalado de resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.19	31.68	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.19	31.68	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	43.67	31.73	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	43.48	31.75	-0.14	1.00	1.00	6.99

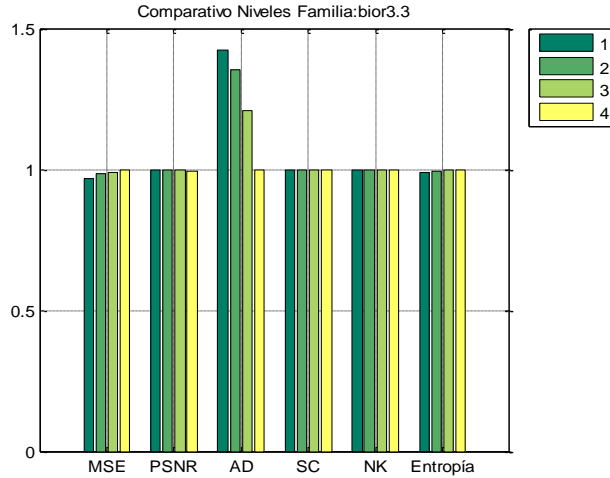
**Tabla 64:** Resultados usando wavelet bior2.8 – Prueba 3.



**Figura 76:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.27	31.67	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	46.85	31.42	-0.18	1.00	1.00	6.98
Nivel3	50.41	31.11	-0.16	1.00	1.00	7.01
Nivel4	57.74	30.52	-0.11	1.00	1.00	7.06

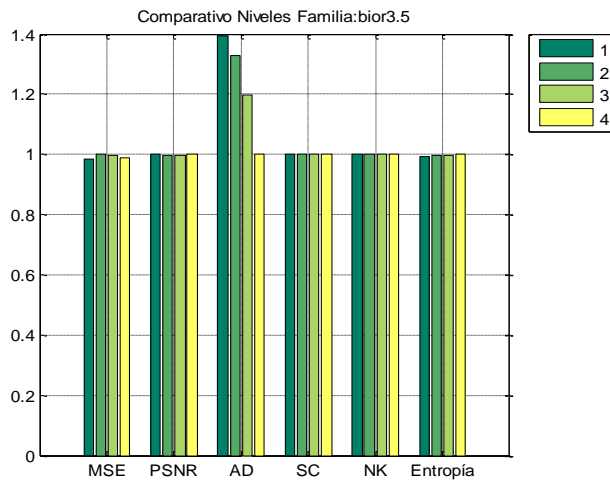
**Tabla 65:** Resultados usando wavelet bior3.1 – Prueba 3.



**Figura 77:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.3 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.06	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.89	31.61	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	45.06	31.59	-0.17	1.00	1.00	6.99
Nivel4	45.58	31.54	-0.14	1.00	1.00	7.01

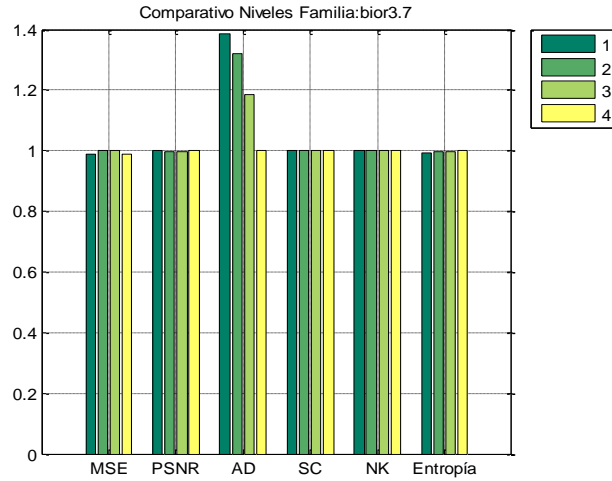
**Tabla 66:** Resultados usando wavelet bior3.3 - Prueba 3.



**Figura 78:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.05	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.75	31.62	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	44.64	31.63	-0.17	1.00	1.00	6.99
Nivel4	44.28	31.67	-0.14	1.00	1.00	7.00

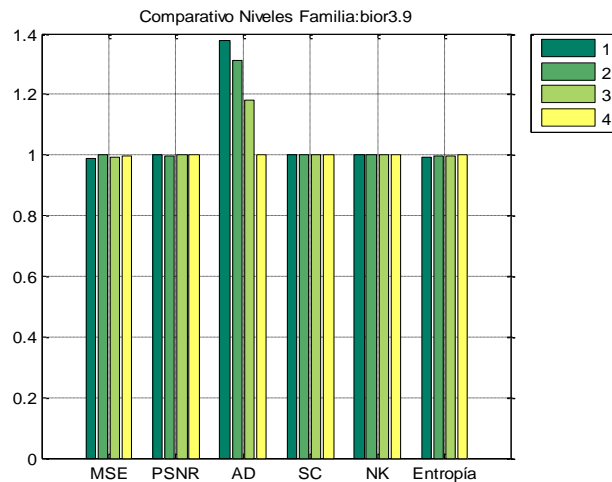
**Tabla 67:** Resultados usando wavelet bior3.5 – Prueba 3.



**Figura 79:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.06	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.59	31.64	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	44.64	31.63	-0.17	1.00	1.00	6.99
Nivel4	44.13	31.68	-0.14	1.00	1.00	7.00

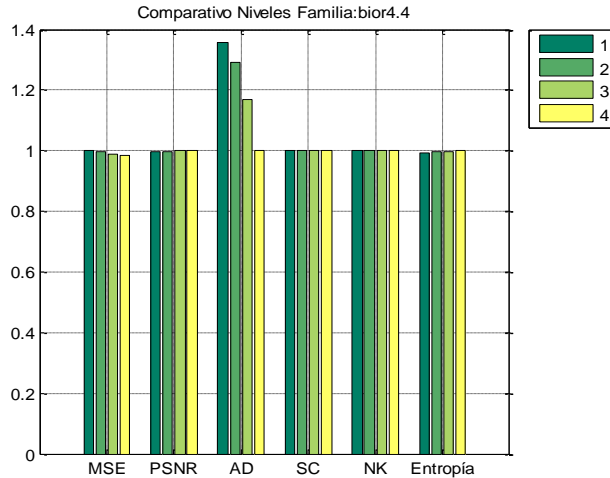
**Tabla 68:** Resultados usando wavelet bior3.7 – Prueba 3.



**Figura 80:** Escalado de resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.07	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	44.68	31.63	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	44.42	31.66	-0.17	1.00	1.00	6.99
Nivel4	44.44	31.65	-0.14	1.00	1.00	7.00

**Tabla 69:** Resultados usando wavelet bior3.9 – Prueba 3.



**Figura 81:** Escalado de resultados usando wavelet bior4.4 – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	44.03	31.69	-0.20	1.00	1.00	6.95
Nivel2	43.95	31.70	-0.19	1.00	1.00	6.97
Nivel3	43.45	31.75	-0.17	1.00	1.00	6.98
Nivel4	43.40	31.76	-0.14	1.00	1.00	6.99

**Tabla 70:** Resultados usando wavelets bior4.4 – Prueba 3.

Para esta prueba los resultados mostrados en las tablas anteriores indican que la wavelet que obtiene los resultados más regulares y cercanos al óptimo en todas las métricas utilizadas es bior2.2 a un nivel de descomposición 4. Esta wavelet tiene los mejores valores para las métricas MSE y PSNR en comparación a todas las otras wavelets analizadas. La otra wavelet que presenta unos resultados muy buenos sin sacrificar el resultado de alguna de las métricas es la db4 a un nivel de descomposición 4.

### 3.3.2 Resultados Finales - Prueba 3

A continuación, se detallan los resultados del análisis haciendo uso de otras técnicas de fusión, obteniendo la imagen fusionada ImF. Los métodos de fusión estudiados son: Promedio,

Máximo, Mínimo, PCA, Pirámide Laplaciana, pirámide de Contraste y Pirámide Morfológica. En el caso de las pirámides se muestran los resultados hasta el nivel cuatro. El método utilizado para la fusión de los coeficientes en los mencionados niveles de descomposición es el promedio.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	43.77	31.72	-0.43	1.00	1.00	6.92

**Tabla 71:** Resultados usando promedio – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	105.16	27.91	-3.45	0.96	1.02	6.82

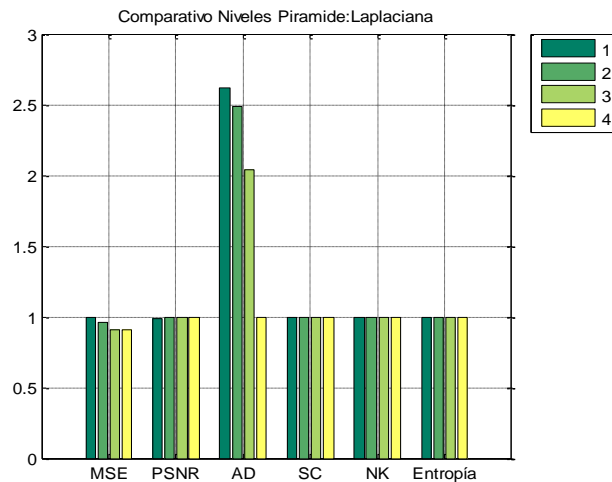
**Tabla 72:** Resultados usando máximo – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	69.03	29.74	3.05	1.04	0.98	6.96

**Tabla 73:** Resultados usando mínimo – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
ImF	43.67	31.73	-0.14	1.00	1.00	6.94

**Tabla 74:** Resultados usando PCA – Prueba 3.

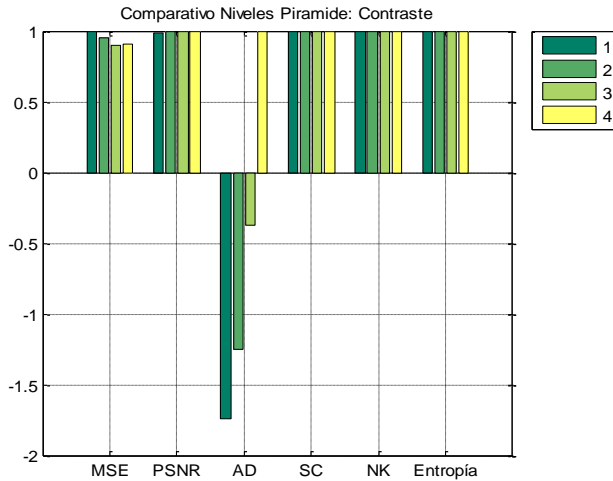


**Figura 82:** Escalado de resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	42.62	31.83	-0.19	1.00	1.00	6.95
Nivel2	40.84	32.02	-0.18	1.00	1.00	6.95
Nivel3	38.80	32.24	-0.15	1.00	1.00	6.95
Nivel4	38.68	32.26	-0.07	1.00	1.00	6.95

**Tabla 75:** Resultados usando pirámide laplaciana – Prueba 3.

En el caso del uso de la pirámide laplaciana se observa que los resultados más regulares y cercanos a los deseados son los obtenidos por el nivel 4, obtiene los mejores resultados para las siguientes métricas: MSE, PSNR, AD. En el resto de métricas (SC, NK y Entropía), todos los niveles obtienen valores muy parejos.

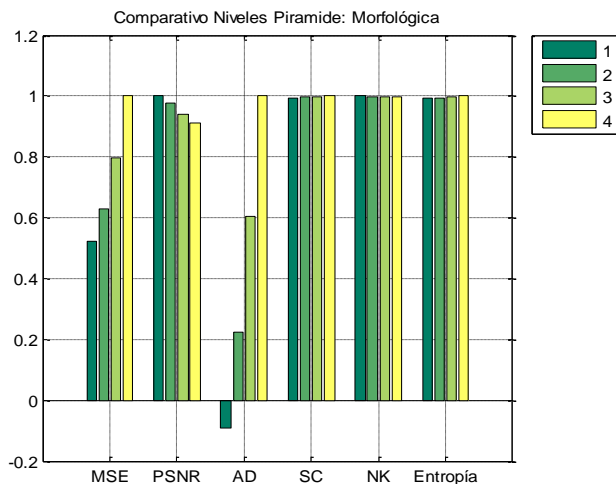


**Figura 83:** Escalado de resultados usando pirámide de contraste – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	42.43	31.85	-0.15	1.00	1.00	6.95
Nivel2	40.34	32.07	-0.11	1.00	1.00	6.95
Nivel3	38.20	32.31	-0.03	1.00	1.00	6.95
Nivel4	38.56	32.27	0.09	1.00	1.00	6.95

**Tabla 76:** Resultados usando pirámide de contraste – Prueba 3.

En el caso del uso de la pirámide de contraste, se observa que los resultados más regulares y cercanos a los deseados son los obtenidos por el nivel 3, ya que posee los mejores resultados para las siguientes métricas: MSE, PSNR, AD. Al igual que en el caso del análisis con la pirámide laplaciana, en los distintos niveles se obtienen valores muy parejos en el resto de métricas.



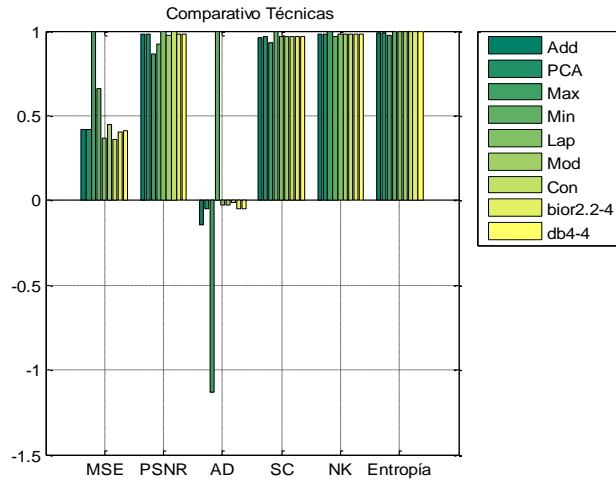
**Figura 84:** Escalado de resultados usando pirámide morfológica – Prueba 3.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Nivel1	46.88	31.42	-0.08	1.00	1.00	6.98
Nivel2	56.13	30.64	0.21	1.00	1.00	7.00
Nivel3	71.35	29.60	0.56	1.01	1.00	7.01
Nivel4	89.38	28.62	0.93	1.01	0.99	7.03

**Tabla 77:** Resultados usando pirámide morfológica – Prueba 3.

En el caso del uso de la pirámide morfológica se observa que los resultados más regulares y cercanos a los deseados son los obtenidos por el nivel 1, posee los mejores resultados para la mayoría de las métricas utilizadas. Este nivel no presenta el mejor resultado en la entropía, pero tiene valores cercanos al óptimo.

Finalmente, se hace un comparativo final entre las distintas técnicas de fusión, incluyendo tanto los niveles de descomposición escogidos para las distintas pirámides como para las wavelets elegidas en la subsección anterior:



**Figura 85:** Comparativo técnicas de fusión – Prueba 3.

En la tabla 78 se muestran los valores reales obtenidos por las técnicas estudiadas, como se puede observar la técnica que presenta buenos resultados y muy cercanos a los deseados en todas las métricas analizadas es la pirámide de contraste, en este caso a un nivel de descomposición igual a 3, cuyo resultado se muestra en la imagen de la figura 86. Las otras dos técnicas que presentan buenos resultados en base a las métricas utilizadas son la pirámide laplaciana a un nivel igual a 4 y wavelet bior2.2.

	MSE	PSNR	AD	SC	NK	Entropía
Add	43.77	31.72	-0.43	1.00	1.00	6.92
PCA	43.67	31.73	-0.14	1.00	1.00	6.94
Max	105.16	27.91	-3.45	0.96	1.02	6.82
Min	69.03	29.74	3.05	1.04	0.98	6.96
Lap	38.68	32.26	-0.07	1.00	1.00	6.95
Morf	46.88	31.42	-0.08	1.00	1.00	6.98
Cont	38.20	32.31	-0.03	1.00	1.00	6.95
bior2.2-4	42.87	31.81	-0.15	1.00	1.00	6.99
db4-4	42.99	31.80	-0.14	1.00	1.00	6.99

**Tabla 78:** Tabla de resultados de técnicas estudiadas – Prueba 3.



**Figura 86:** Imagen resultante – Prueba 3.

## Capítulo 4 - Conclusiones y trabajo futuro

### 4.1 Conclusiones

En el presente trabajo se ha realizado, en base a diversas métricas de calidad, un análisis de los resultados obtenidos por las técnicas de fusión de imágenes más utilizadas. Comparando el resultado de todas las pruebas realizadas, se observa que la técnica que presenta un mejor comportamiento es la pirámide laplaciana. Como se puede observar en cada una de las pruebas, el nivel de descomposición piramidal no es el mismo. Por ejemplo, en la primera prueba la pirámide laplaciana que obtiene el mejor resultado es aquella con tres niveles de descomposición. Esta diferencia de niveles en los distintos resultados se debe a la imagen de referencia. En algunas pruebas, la imagen de referencia posee más información que en otras, pero su uso es válido para las comparaciones de un conjunto de técnicas en base a unas mismas imágenes fuente. Otra técnica que presente resultados aceptables en todas las pruebas es la técnica que utiliza wavelets y en un caso específico, aquella que utiliza la familia db4 a un nivel de descomposición 4.

Como se puede observar a lo largo del presente trabajo, se ha evitado escoger aquellas técnicas que producen buenos resultados en algunas métricas, pero que poseen muy pobres resultados en otros. Se ha tratado de escoger aquellas técnicas que tienen valores buenos y cercanos a los deseados en todas las métricas, aunque no consigan tener los mejores.

Respecto a los niveles de descomposición, tanto para las técnicas de descomposición piramidal como para las que utilizan las wavelets, se observa que un nivel alto de descomposición no es sinónimo de tener mejores o peores resultados, hay factores como el tipo de wavelet utilizada que influyen en los resultados de las métricas.

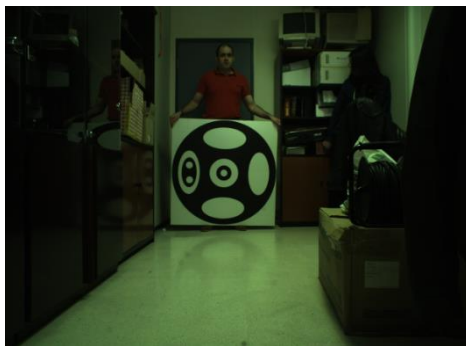
En cualquier caso y como colofón, queda patente que las técnicas que utilizan descomposición obtienen los mejores resultados. Dado que en estos casos durante la descomposición se aplican técnicas de filtrado tanto paso-bajo como alto, según la técnica, parte de las mejoras conseguidas son sin duda debido a esto, de suerte que durante los procesos de filtrado se selecciona la información más relevante que es la que precisamente interviene posteriormente en la mezcla de los coeficientes, esto es en la fusión propiamente dicha.

## 4.2 Trabajo Futuro

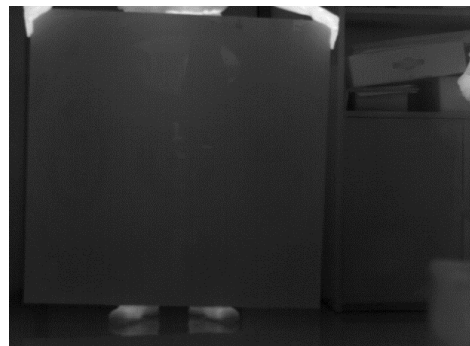
En el presente trabajo se han utilizado imágenes que se encontraban alineadas y capturadas desde el mismo dispositivo, lo cual ha hecho innecesario el proceso de registro de las imágenes como fase previa a la fusión. Esto abre una línea de investigación a futuro, en la cual se debe trabajar en métodos que permitan usar imágenes que no contienen exactamente la misma escena, antes bien sólo contienen partes comunes, así como otras diferentes. Un ejemplo de estas imágenes se muestra en la figura 87.

Otro punto a tener en cuenta para un trabajo futuro es el análisis del comportamiento de las técnicas indicadas anteriormente en el proceso de fusión entre imágenes que tengan información de distintas bandas espectrales.

En cualquier caso, las técnicas que presentan el mejor comportamiento en las pruebas realizadas abren una línea adicional de investigación futura, ya que constituyen el punto de partida para posteriores análisis en base al comportamiento puesto de manifiesto en el presente trabajo.



(a)



(b)

**Figura 87:** Imagen RGB(a) e Infrarroja (b) de distinta distancia focal.

## **Capítulo 4 - Conclusions and future work**

### **4.1 Conclusions**

In the present work, it has been realized, based on various quality metrics, an analysis of the results obtained by the most used image fusion techniques. Comparing the result of all tests, it is observed that the technique that presents a better behavior is the laplacian pyramid. As can be seen in each of the tests, the level of pyramidal decomposition is not the same. For example, in the first test the laplacian pyramid that obtain the best result is that one with three levels of decomposition. This difference results in different levels is due to the reference image. In some tests, the reference image has more information than others, but their use is valid for comparisons between a set of techniques based on a same source images. Another technique that presents acceptable results in all tests is the technique that use wavelets and in a specific case, one that uses the db4 family with a level of decomposition 4.

As can be seen throughout this work, it has been avoided to choose those techniques that produce good results in some metrics, but have very poor results in others. It has tried to choose those techniques that have good and close values to the desired ones in all metrics, even if they cannot have the best.

Regarding the decomposition levels, both pyramidal decomposition and wavelets techniques, it is observed that a high level of decomposition is not synonymous of having better or worse results, there are factors such as the type of wavelet used that influence the results of the metric.

In any case and as colophon, it is clear that the decomposition techniques obtain the best results. Since in these cases during decomposition both low-pass and high filtering techniques are applied, according to the fusion technique, part of the improvements are undoubtedly due to this, so that during the process of filtering the most relevant information is selected which is precisely intervenes later in the mix of the coefficients, this is in the fusion in strict sense.

### **4.2 Future Work**

In this work, there have been used images that were aligned and captured from the same device, which has made unnecessary the registration process for images as pre-fusion phase. This opens a line of research in the future, which should work on methods to allow to use images that

do not contain exactly the same scene, on the contrary only they contain common parts, as well as other different. An example of these images is shown in figure 87.

Another point to consider for future work is the analysis of the behavior of the techniques indicated previously in fusion process between images with different spectral bands information.

In any case, the techniques that present the best performance in tests open an additional line of future research, because they constitute the starting point for further analysis based on the behavior shown in this work.

## Bibliografía

- [1] «FLIR ONE Thermal Imaging Camera Attachment for iOS and Android». [Online]. Disponible en: <http://www.flir.es/flirone/ios-android/>. [Accedido: 10-ago-2016]
- [2] P. Jagalingam y A. V. Hegde, «A Review of Quality Metrics for Fused Image», *Aquat. Procedia*, vol. 4, pp. 133-142, 2015.
- [3] A. M. Eskicioglu y P. S. Fisher, «Image quality measures and their performance», *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, n.º 12, pp. 2959-2965, dic. 1995.
- [4] H. B. Mitchell, *Image Fusion*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010 [Online]. Disponible en: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-11216-4>. [Accedido: 11-jul-2016]
- [5] Y. Zhang, «Understanding image fusion», *Photogramm Eng Remote Sens*, vol. 70, n.º 6, pp. 657–661, 2004.
- [6] K. Rani y R. Sharma, «Study of Different Image fusion Algorithm» [Online]. Disponible en: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/similar?doi=10.1.1.413.2873&type=sc>. [Accedido: 11-jul-2016]
- [7] D. K. Sahu y M. P. Parsai, «Different image fusion techniques—a critical review», *Int. J. Mod. Eng. Res. IJMER*, vol. 2, n.º 5, pp. 4298–4301, 2012.
- [8] V. P. S. Naidu y J. R. Raol, «Pixel-level image fusion using wavelets and principal component analysis», *Def. Sci. J.*, vol. 58, n.º 3, p. 338, 2008.
- [9] P. Burt y E. Adelson, «The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code», *IEEE Trans. Commun.*, vol. 31, n.º 4, pp. 532-540, abr. 1983.
- [10] M. Li y Y. Dong, «Image fusion algorithm based on contrast pyramid and application», en *Proceedings 2013 International Conference on Mechatronic Sciences, Electric Engineering and Computer (MEC)*, 2013, pp. 1342-1345.
- [11] G. K. Matsopoulos, S. Marshall, y J. N. H. Brunt, «Multiresolution morphological fusion of MR and CT images of the human brain», *IEE Proc.-Vis. Image Signal Process.*, vol. 141, n.º 3, pp. 137–142, 1994.
- [12] R. M. Haralick, X. Zhuang, C. Lin, y J. S. J. Lee, «The digital morphological sampling theorem», *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. 37, n.º 12, pp. 2067-2090, dic. 1989.
- [13] A. Graps, «An Introduction to Wavelets», *IEEE Comput Sci Eng*, vol. 2, n.º 2, pp. 50–61, jun. 1995.
- [14] J.-O. Strömberg, «A modified Franklin system and higher order spline systems on  $R_n$  as unconditional bases for Hardy spaces», *Fundam. Pap. Wavelet Theory*, pp. 197-215, 2006.
- [15] S. G. Mallat, «A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation», *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 11, n.º 7, pp. 674–693, 1989.
- [16] G. Pajares y J. Manuel de la Cruz, «A wavelet-based image fusion tutorial», *Pattern Recognit.*, vol. 37, n.º 9, pp. 1855-1872, sep. 2004.

- [17] «image fusion toolbox». [Online]. Disponible en: <http://www.metapix.de/download.htm>. [Accedido: 10-may-2016]
- [18] «MATLAB - El lenguaje del cálculo técnico - MathWorks España», 2016. [Online]. Disponible en: <http://es.mathworks.com/products/matlab/>. [Accedido: 20-jul-2016]
- [19] «image fusion». [Online]. Disponible en: <http://www.metapix.de/examples.htm>. [Accedido: 18-jun-2016]
- [20] «Convert RGB colormap to HSV colormap - MATLAB rgb2hsv - MathWorks España». [Online]. Disponible en: <http://es.mathworks.com/help/matlab/ref/rgb2hsv.html>. [Accedido: 22-jun-2016]
- [21] K. Amolins, Y. Zhang, y P. Dare, «Wavelet based image fusion techniques — An introduction, review and comparison», *ISPRS J. Photogramm. Remote Sens.*, vol. 62, n.º 4, pp. 249-263, sep. 2007.
- [22] V. K. Bhola, T. Sharma, y J. Bhatnagar, «Image Quality Assessment Techniques» [Online]. Disponible en: <http://www.csjournals.com/IJITKM/ICFTEM/pdf/2.%20ecee/34-%20353-Image%20Quality%20Assessment%20Techniques.pdf>. [Accedido: 12-jul-2016]
- [23] N. K. Prakash, «Image fusion algorithm based on biorthogonal wavelet», *Int. J. Enterp. Comput. Bus. Syst.*, vol. 1, n.º 2, pp. 1–5, 2011.
- [24] S. Kumari y R. Vijay, «Analysis of orthogonal and biorthogonal wavelet filters for image compression», *Int. J. Comput. Appl.*, vol. 21, n.º 5, 2011 [Online]. Disponible en: [https://www.researchgate.net/profile/Sarita\\_Kumari5/publication/252089204\\_Analysis\\_of\\_Orthogonal\\_and\\_Biorthogonal\\_Wavelet\\_Filters\\_for\\_Image\\_Compression/links/5465b4b30cf2052b509f3fb6.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Sarita_Kumari5/publication/252089204_Analysis_of_Orthogonal_and_Biorthogonal_Wavelet_Filters_for_Image_Compression/links/5465b4b30cf2052b509f3fb6.pdf). [Accedido: 12-jul-2016]
- [25] Z. Omar y T. Stathaki, «Image Fusion: An Overview», 2014, pp. 306-310 [Online]. Disponible en: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=7280926>. [Accedido: 12-jul-2016]
- [26] E. H. Adelson, C. H. Anderson, J. R. Bergen, P. J. Burt, y J. M. Ogden, «Pyramid methods in image processing», *RCA Eng.*, vol. 29, n.º 6, pp. 33–41, 1984.
- [27] G. Pajares y J. M. de la C. García, *Visión por computador. Imágenes Digitales y Aplicaciones. 2a Edición*. RA-MA S.A. Editorial y Publicaciones, 2007.

## Anexo: Familia Wavelets

En este apartado se presentan de manera general una descripción de las familias wavelets utilizadas en el presente trabajo.

### 1. Familia Daubechies

Es una familia wavelet basada en el trabajo de Ingrid Daubechies, quien en 1988 presentó su propia familia wavelet. Esta familia propuesta por Daubechies cumple con las siguientes propiedades:

- Soporte Compacto.
- Ortonormalidad.
- Continuidad.

El nombre abreviado de esta familia es DN o dbA, donde N se refiere al número de coeficientes y está definido como  $N=2A$ , donde A es el número de momentos de desvanecimiento. Un momento de desvanecimiento hace referencia a la habilidad de la wavelet para representar el comportamiento o la información polinomial en una señal. Por ejemplo, si la wavelet madre es igual db1, que representa a la wavelet de Haar, esta tiene un solo momento de desvanecimiento.

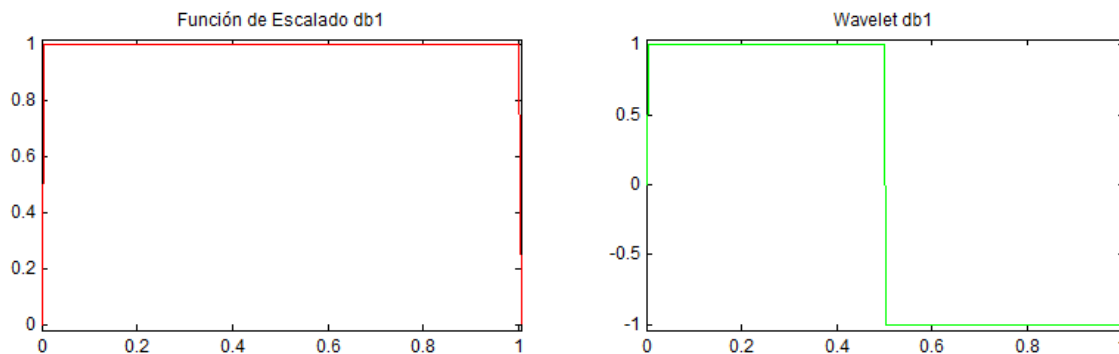
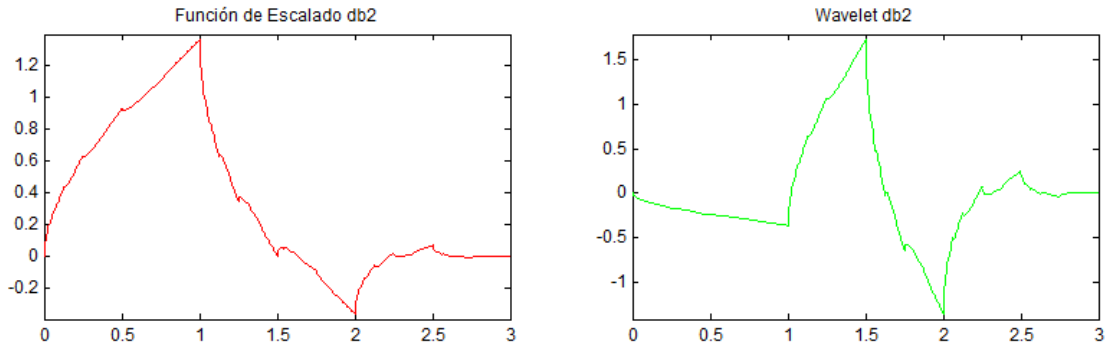
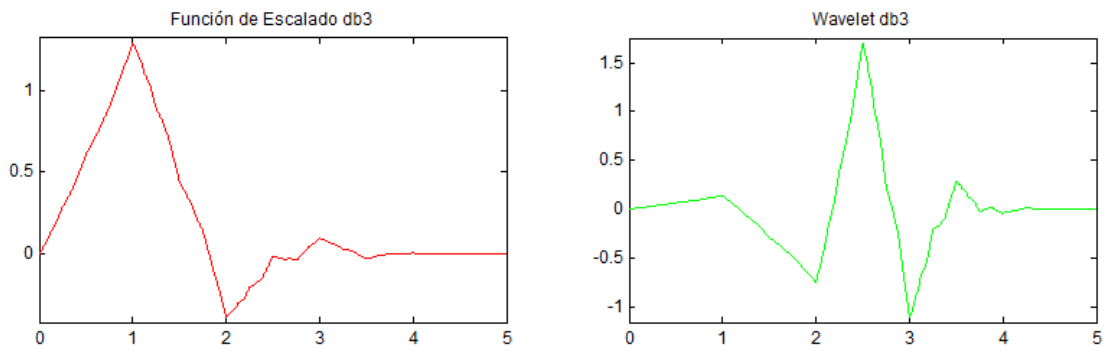


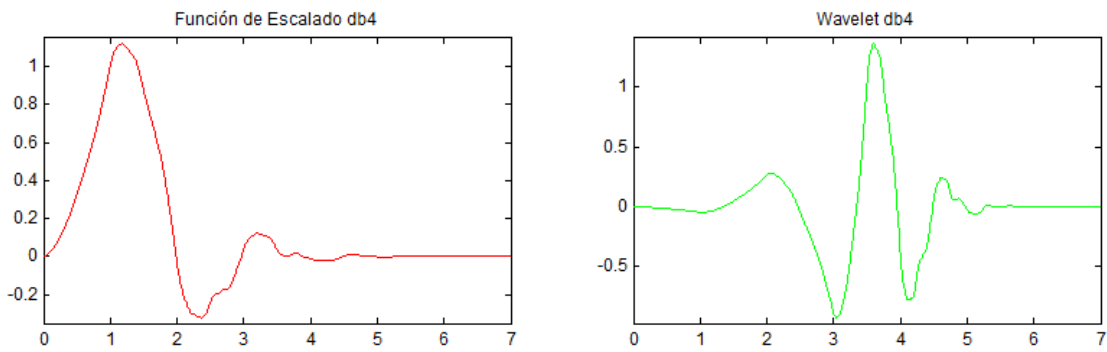
Figura 88: Wavelet db1.



**Figura 89:** Wavelet db2.



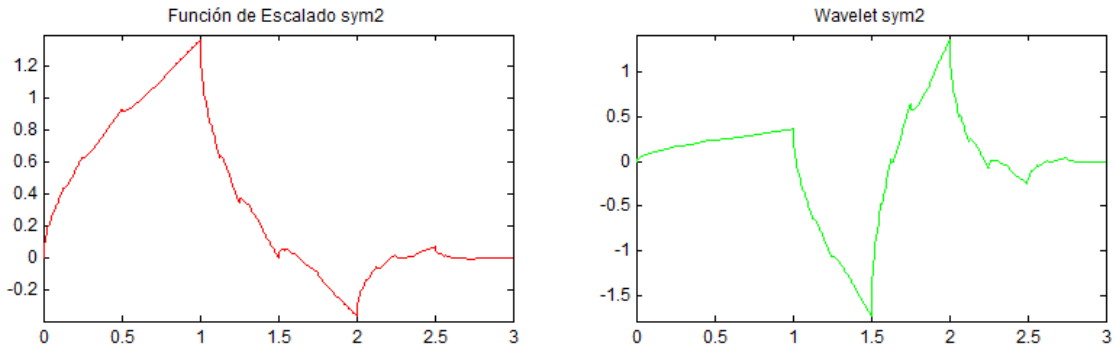
**Figura 90:** Wavelet db3.



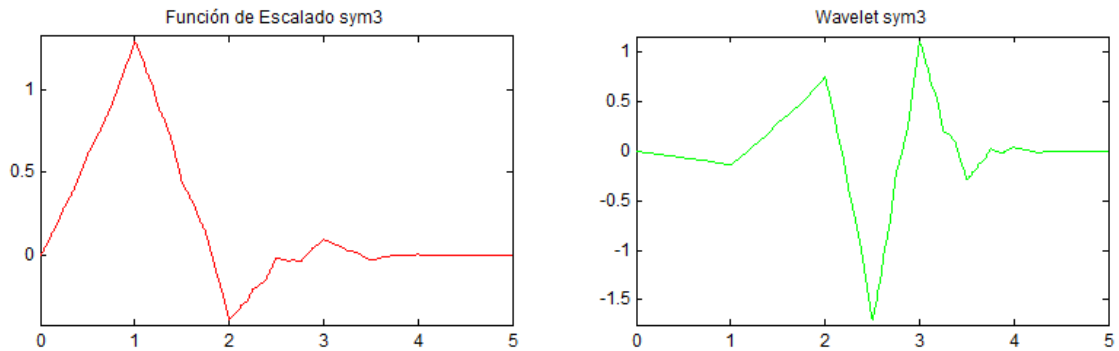
**Figura 91:** Wavelet db4.

## 2. Familia Symlet

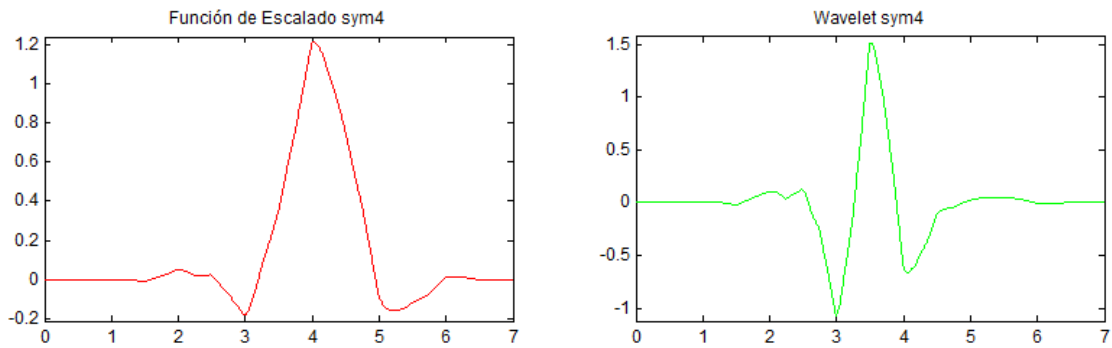
Es una familia propuesta por I. Daubechies y que surge como una modificación de la familia dbN. La diferencia entre ambas familias recae en que la familia Symlet fue diseñada para que las funciones que la componen sean lo más simétricas posible. El nombre abreviado de esta familia es symN, donde N es el orden.



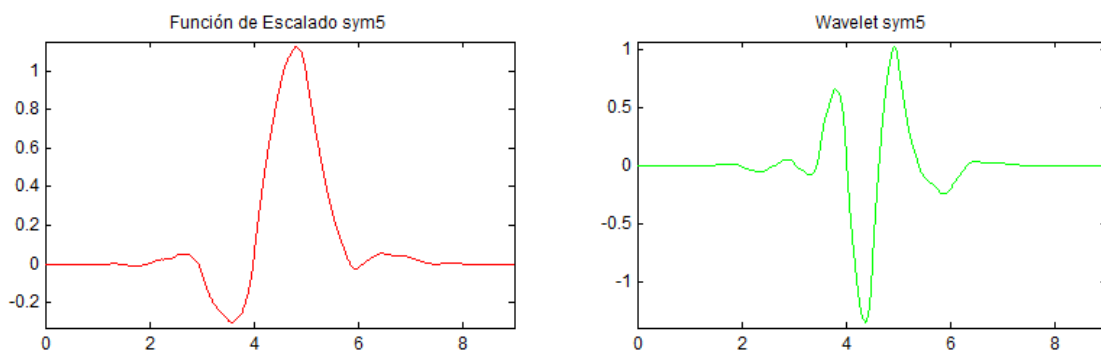
**Figura 92:** Wavelet sym2.



**Figura 93:** Wavelet sym3.



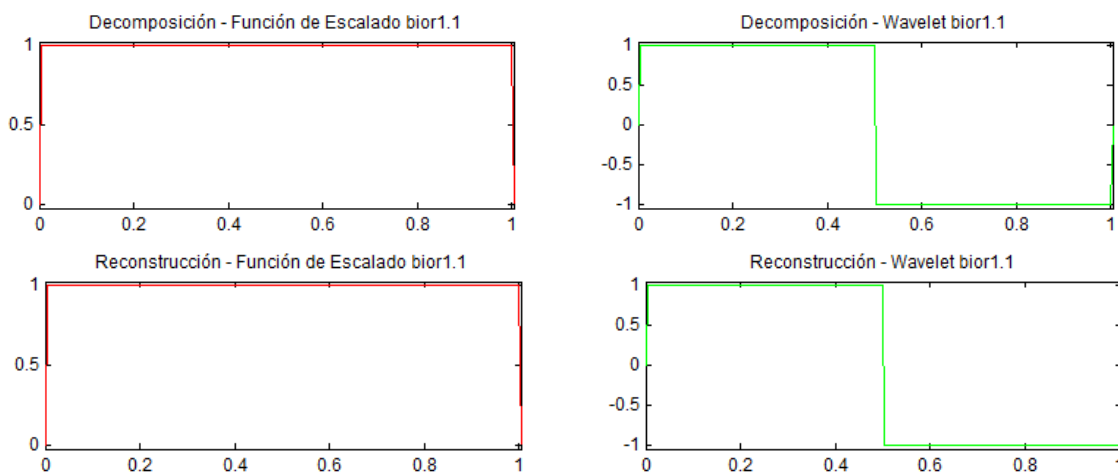
**Figura 94:** Wavelet sym4.



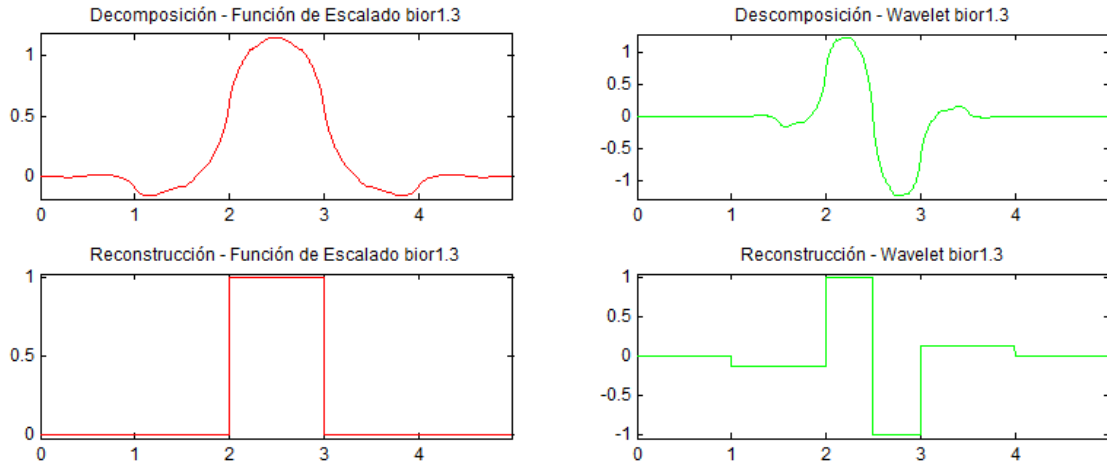
**Figura 95:** Wavelet sym5.

### 3. Familia Biortogonal

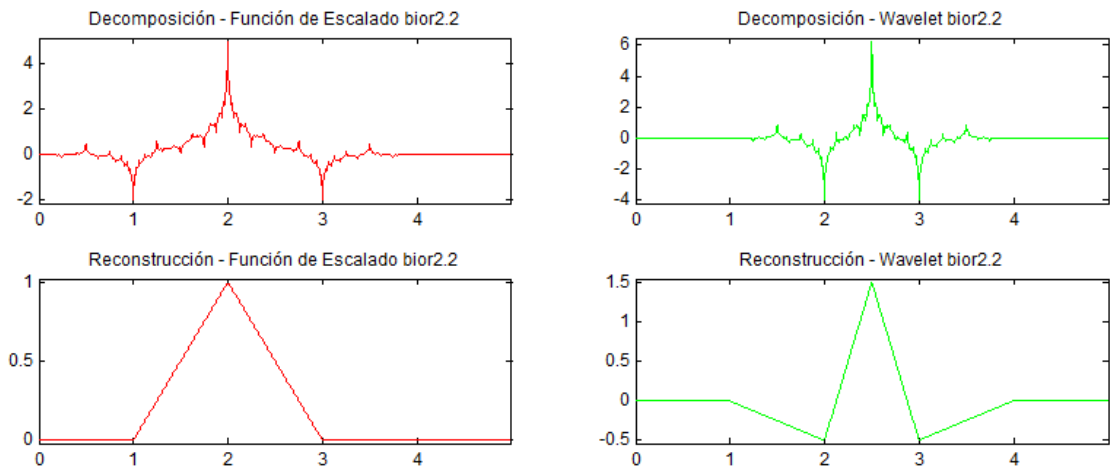
Es una familia propuesta por Cohen en 1992 y se caracteriza por poseer dos funciones de escalado y dos funciones wavelets. El nombre abreviado de esta familia es biorNr.Nd, donde Nr es el orden del filtro de reconstrucción y Nd es el orden de descomposición.



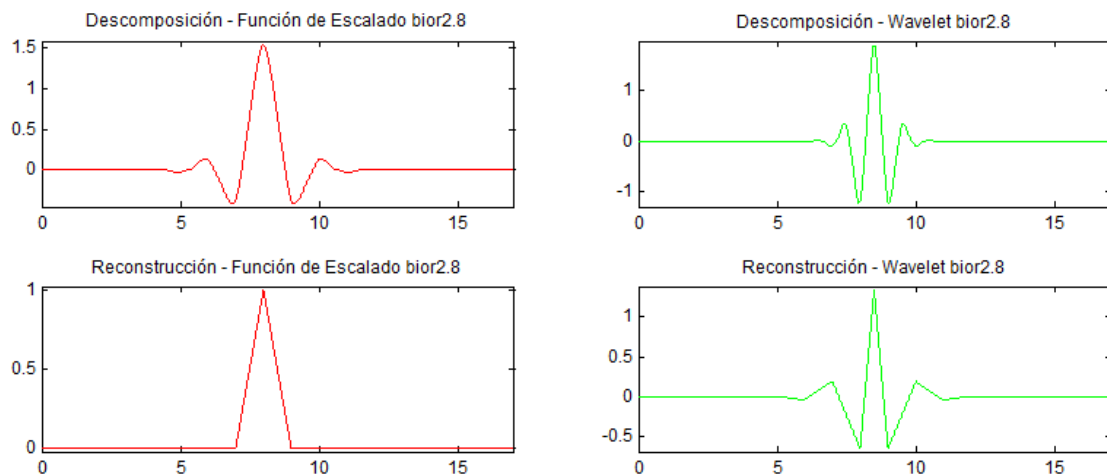
**Figura 96:** Wavelet bior1.1.



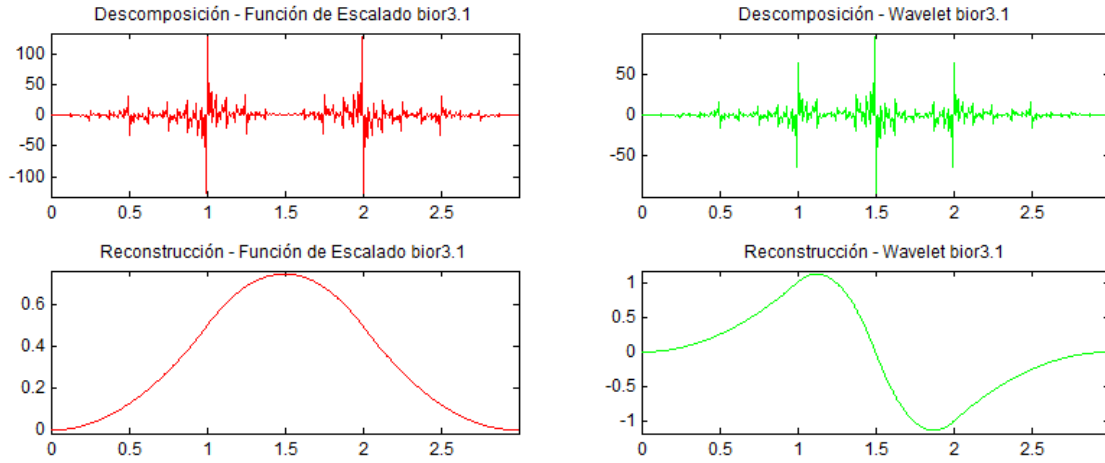
**Figura 97:** Wavelet bior1.3.



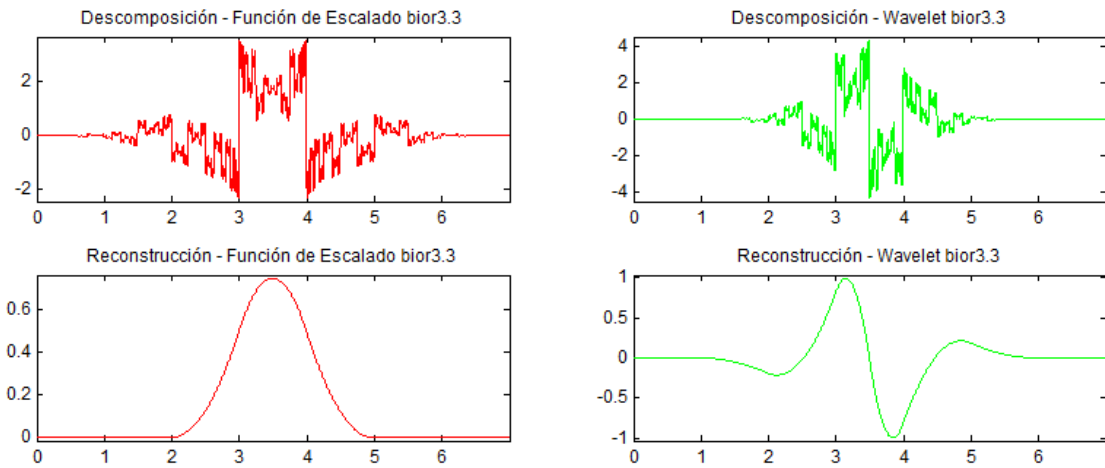
**Figura 98:** Wavelet bior2.2.



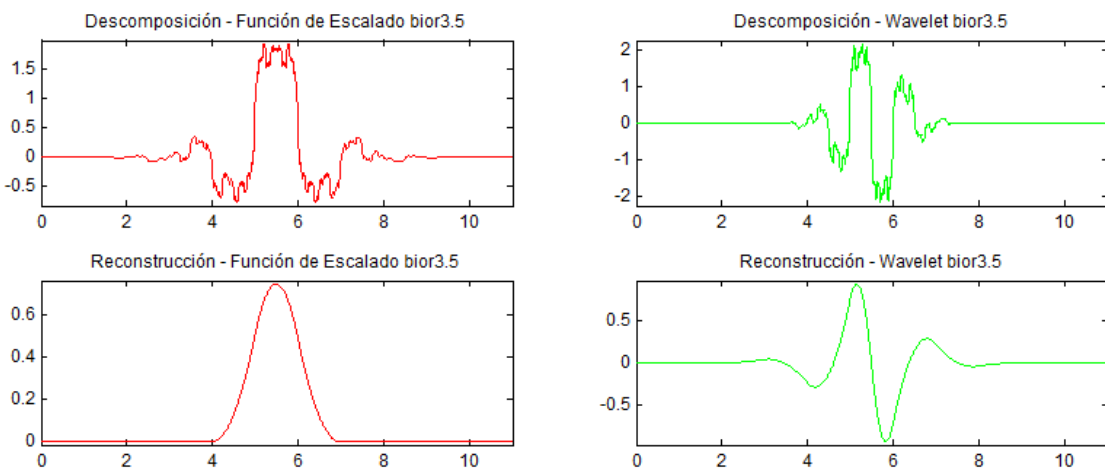
**Figura 99:** Wavelet bior2.8.



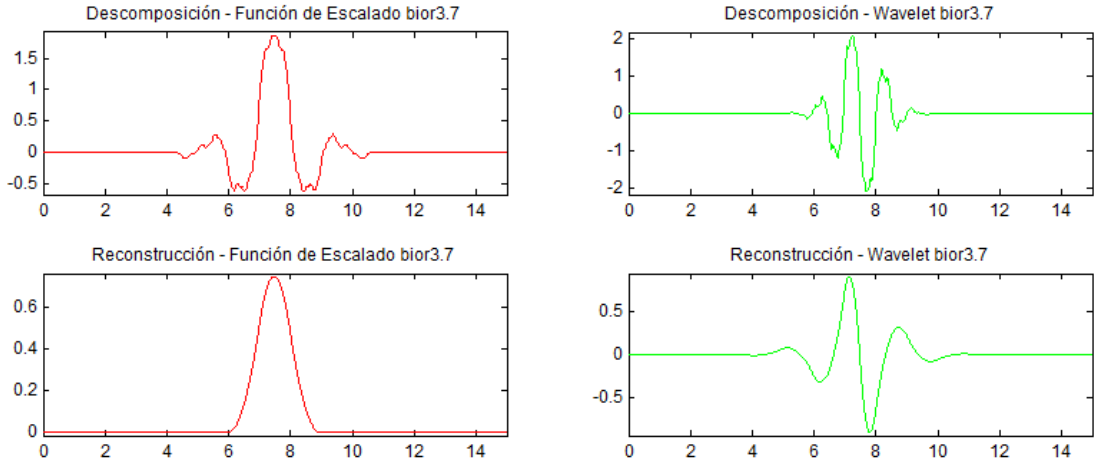
**Figura 100:** Wavelet bior3.1.



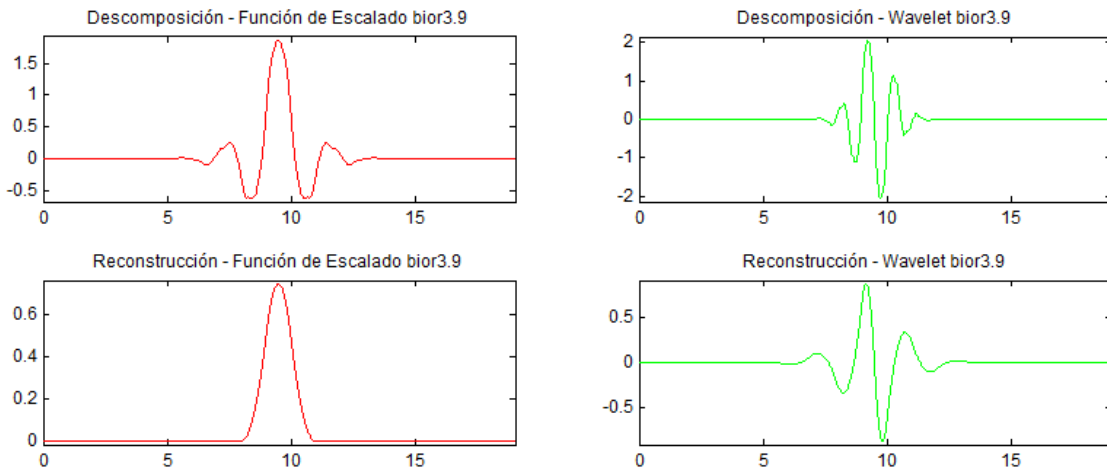
**Figura 101:** Wavelet bior3.3.



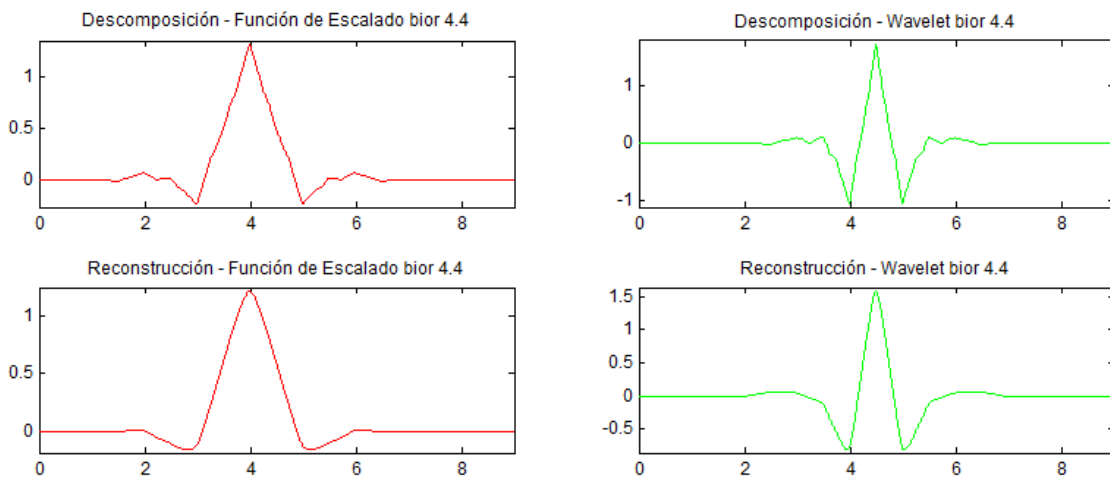
**Figura 102:** Wavelet bior3.5.



**Figura 103:** Wavelet bior3.7.



**Figura 104:** Wavelet bior3.9.



**Figura 105:** Wavelet bior4.4.