



UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID

**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y
EMPRESARIALES**

**MÁSTER EN CIENCIAS ACTUARIALES Y
FINANCIERAS**

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

*TÍTULO: Rotación del patrón de edad en la disminución de la mortalidad
en América Latina*

AUTOR: Andrés Rodríguez Sánchez

TUTOR/ES: Zuleyka Díaz Martínez

CURSO ACADÉMICO: 2021/2022

CONVOCATORIA: septiembre

ÍNDICE

I.	SÍNTESIS	4
II.	INTRODUCCIÓN	6
	II.1 Revisión de la literatura sobre las principales características del fenómeno de rotación	6
	II.2 Revisión de la literatura sobre modelos matemáticos de proyección de tasas de mortalidad con rotación.....	9
III.	METODOLOGÍA ESTADÍSTICA Y FUENTE DE DATOS	12
IV.	METODOLOGÍA INSTRUMENTAL: PROGRAMACIÓN DE LOS CÁLCULOS A TRAVÉS DE R	17
V.	RESULTADOS	22
	V.1 Nivel de rotación según país y sexo	22
	V.2 Nivel regional medio de rotación según sexo	27
	V.3 Nivel Medio de rotación según esperanza media de vida al momento de nacer del período 1950-2015	27
	V.4 Nivel Medio de rotación según incremento entre 1950 y 2015 de la expectativa de vida al momento de nacer.....	32
	V.5 Nivel Medio de rotación según expectativa de vida remanente a los 60 años medida en 2012	32
	V.6 Síntesis comparativa regional entre Europa y América Latina.....	33
VI.	CONCLUSIONES.....	34
VII.	BIBLIOGRAFÍA.....	37
VIII.	ANEXO: CÓDIGO UTILIZADO PARA REALIZAR LOS CÁLCULOS EN R.....	40

ROTACIÓN DEL PATRÓN DE EDAD EN LA DISMINUCIÓN DE LA MORTALIDAD EN AMÉRICA LATINA

CÁLCULO Y ANÁLISIS DEL NIVEL DE ROTACIÓN DE LA REGIÓN Y SU CORRELACIÓN CON VARIABLES DEMOGRÁFICAS

Andrés Rodríguez Sánchez

Septiembre de 2022

I. SÍNTESIS

Las tasas de mortalidad tienden a decrecer a lo largo del tiempo. En muchas poblaciones se ha observado que el ritmo de estas mejoras varía según la edad. Más específicamente, que las disminuciones de las tasas de mortalidad tienden a desacelerarse en las edades más tempranas, mientras que se aceleran en edades más avanzadas. Este fenómeno ha sido denominado como “rotación”, y puede tener importantes consecuencias sobre las proyecciones de largo plazo de seguros de vida, seguridad social y coberturas de salud. Este trabajo es una extensión del estudio hecho por Péter Vékás: “*Rotation of the age pattern of mortality improvements in the European Union*”¹ (2019), en donde se ha analizado el nivel de rotación de 28 países de la Unión Europea. Aquí hemos calculado la rotación de 19 países de América Latina para el período 1950-2015 utilizando una metodología muy similar. Los resultados indican que ha habido rotación en algunos de los países analizados, pero este fenómeno está lejos de tener carácter universal y Latinoamérica presenta menor evidencia de rotación que Europa. A nivel regional, también hemos comparado la media de ambos sexos y analizado

¹ Traducción: “Rotación del patrón de edad en las mejoras de la mortalidad en la Unión Europea”

la correlación entre rotación y distintos indicadores vinculados a la esperanza de vida. Hemos encontrado que las mujeres presentan una rotación levemente superior, y esta diferencia no es estadísticamente significativa. Por su parte, la correlación entre rotación y esperanza de vida (tanto al nacer como la esperanza de vida remanente a los 60 años) es positiva y estadísticamente significativa en ambos sexos, mientras que la correlación con los incrementos de la esperanza de vida en el período 1950-2015 es fuertemente negativa en ambos sexos. Asimismo, aquí se ofrece un código de R (R Core Team, 2021) que puede utilizarse para calcular fácilmente la rotación referente al período 1950-2015 de cualquier país incluido en las bases de datos de las Naciones Unidas, como así también un código para calcular la correlación entre la rotación de un país y los indicadores mencionados, siendo una herramienta útil para realizar análisis comparativos.



II. INTRODUCCIÓN

II.1 | Revisión de la literatura sobre las principales características del fenómeno de rotación

Las tasas de mortalidad han decrecido de manera muy significativa desde, al menos, el comienzo del siglo pasado (Tuljapurkar, 2000), lo cual ha resultado en un incremento sin precedentes de la esperanza de vida. Christensen et al. (2009) indican que el incremento de la esperanza de vida de aproximadamente 30 años en Europa Occidental, Estados Unidos, Canadá, Australia y Nueva Zelanda (e incluso mayor en algunos casos como España e Italia) es uno de los logros más significativos del siglo XX. Las tasas de mortalidad en los países líderes en esperanza de vida muestran que, incluso si no hay mejoras, al menos el 75% de los recién nacidos llegarán a los 75 años y gran cantidad de los nacidos luego del 2000 llegarán a los 100 años si la reducción de la mortalidad se mantiene a lo largo del siglo XXI. Pero los incrementos de la esperanza de vida durante los últimos 165 años no han sido propiciados por reducciones uniformes de las tasas de mortalidad a lo largo de las distintas edades. Lee (2000) hace referencia al hecho de que, aunque el incremento de la esperanza de vida se trata de un fenómeno casi universal, la velocidad de las mejoras en la tasa de mortalidad varía considerablemente según la edad, el sexo y el país del que se trate. Muchos autores han señalado también que las mejoras de las tasas de mortalidad varían a lo largo del tiempo, incluso para datos correspondientes al mismo país, sexo e intervalo de edad (Kannisto et al., 1994; Horiuchi y Wilmoth, 1995; Carter y Prskawetz, 2001; Lee y Miller, 2001; Rau et al., 2008).

Christensen et al. (2009) ofrecen una explicación respecto de la evolución de las tasas de mortalidad en el siglo XX. Hasta la década de 1920 el incremento de la esperanza de vida fue fundamentalmente impulsada por la reducción de la mortalidad infantil. Luego de haber combatido exitosamente enfermedades infecciosas propias de edades tempranas, los progresos en la esperanza de vida se debieron principalmente a la reducción de la mortalidad en edades más avanzadas, que lograron niveles sin precedentes. A partir de 1950, y especialmente a partir de 1970, las tasas de mortalidad para edades mayores de

80 años cayeron de manera continuada, y en algunos casos con una aceleración creciente. Dados los bajos niveles de mortalidad infantil en los países de altos ingresos, las sucesivas mejoras en la esperanza de vida se basaron en la reducción de la mortalidad en grupos de mayor edad. En este aspecto, y siguiendo a Christensen et al. (2009), se plantea una pregunta relevante para el diseño de los esquemas de Seguridad Social: ¿las mejoras en la esperanza de vida son acompañadas por un alargamiento de la vida funcional y con aptitud laboral? Aunque no abordaremos esta temática aquí, los progresos tecnológicos y la menor frecuencia relativa de discapacidades y limitaciones funcionales en edades avanzadas parecen sugerir que sí.

Muchos autores han encontrado evidencia consistente con esta explicación, a saber, han notado una progresiva disminución del ritmo de mejora de las tasas de mortalidad en las edades más tempranas, acompañada por una aceleración del ritmo de las mejoras de la tasa de mortalidad de las edades más avanzadas. Li et al. (2013) han denominado a este fenómeno como “rotación del patrón de edad de disminución de la mortalidad” (en adelante, lo llamaremos simplemente “rotación”). Este efecto puede representarse conceptualmente como una rotación de la línea que representa la tasa de mejora de mortalidad según la edad (Figura 1).

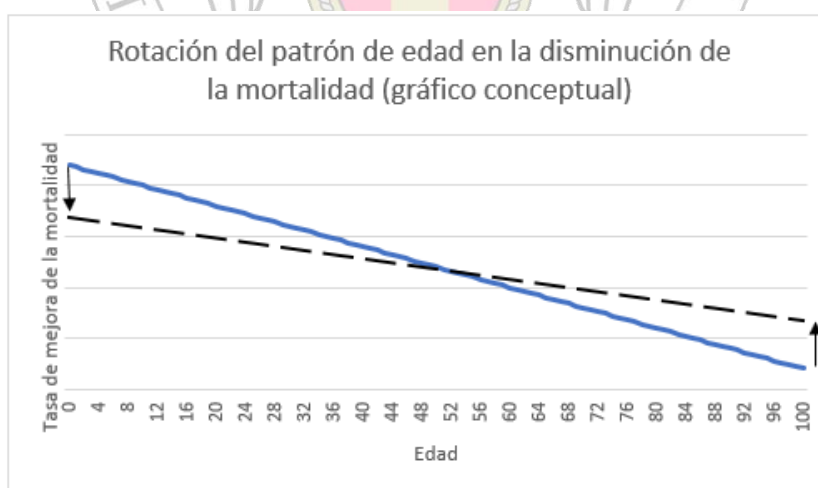


Fig. 1 Rotación del patrón de edad en la disminución de la mortalidad (conceptual)

Así, según se postula en la literatura del tema, la rotación es el resultado de la implementación de programas de vacunación y de las mejoras en la nutrición infantil que permiten un aumento de la esperanza de vida a base de la caída de

las tasas de mortalidad en edades tempranas. Pero estos avances tan espectaculares de las tasas de mortalidad en edades iniciales no son sostenibles en el tiempo, por lo que tienden a desacelerarse. Al mismo tiempo, en las edades avanzadas se producen avances médicos y en el área de la nutrición, así como cambios en los estilos de vida y reducción de los costos de procedimientos médicos que permiten una reducción continuada y creciente de las tasas de mortalidad para las edades más avanzadas. Por estos motivos es esperable, tal como indican Li et al. (2013), que la rotación se observe en los países que han alcanzado una alta esperanza de vida (los autores postulan un umbral de esperanza de vida de 80 años), y en los países que ya han implementado medidas que han logrado reducir la mortalidad infantil a niveles bajos, dificultando grandes reducciones adicionales en este rango de edad, y dejando recursos disponibles para asignar a la reducción de la mortalidad de personas de edad avanzada. Si bien se tocará lateralmente el tema, este trabajo no se propone dilucidar las causas de la rotación, sino simplemente medir empíricamente el nivel de rotación de los países latinoamericanos en el período especificado, y proveer de estadísticas descriptivas acerca de la correlación con otras variables. En las conclusiones haremos referencia a algunas ideas que se pueden extraer de los datos respecto de las causas de este fenómeno, pero el análisis riguroso acerca de las causas de la rotación en América Latina no está entre los objetivos.

Li et al. (2013) hacen hincapié en la relevancia práctica que tiene el estudio de este fenómeno. Ignorar la existencia de rotación puede implicar una subestimación sistemática del número proyectado de personas de edad avanzada, exacerbando el riesgo de longevidad y sus implicancias financieras sobre distintos esquemas de seguro de vida, de seguro de salud o de seguridad social. A modo de ejemplo, si hacemos proyecciones del número futuro de pensionistas de una población con rotación bajo el supuesto de que los incrementos estimados de la esperanza de vida se lograrán a partir de reducciones uniformes de las tasas de mortalidad entre los distintos grupos etarios, estaremos sobreestimando la tasa de mortalidad de las edades avanzadas y por lo tanto sobreestimando el número de pensionistas fallecidos. Para horizontes temporales cortos la diferencia no es sustancial, pero para proyecciones de largo plazo puede resultar en discrepancias decisivas que subestimen el costo proyectado, y por ende la prima pura correspondiente.

II.2 | Revisión de la literatura sobre modelos matemáticos de proyección de tasas de mortalidad con rotación

La proyección de las tasas de mortalidad es fundamental para los estudios demográficos, la actividad aseguradora y la previsión social. La publicación de Lee y Carter (1992) fue una de las más importantes en lo que se refiere a proyección de las tasas de mortalidad. Los autores modelan el logaritmo de la tasa central de mortalidad a la edad x y año calendario t a partir de la siguiente ecuación:

$$\log m_{xt} = a_x + b_x * k_t + \varepsilon_{xt} \quad (1)$$

Donde a_x representa la media del logaritmo de la tasa central de mortalidad para una cierta edad, la serie de tiempo k_t representa la evolución del nivel general de mortalidad a lo largo del tiempo, y b_x denota la velocidad de la caída de la mortalidad para la edad x . Como b_x no depende del tiempo y se asume que k_t sigue un modelo lineal (Tuljapurkar, 2000), las caídas de la tasa de mortalidad para cada edad se asumen constantes en el modelo Lee-Carter. Es decir, según este modelo, el ritmo de cambio de la tasa de mortalidad de los individuos de una misma edad es equivalente y se asume constante a lo largo del tiempo, ya que la mejora de la tasa de mortalidad se diferencia únicamente a partir de la edad del individuo. Este supuesto ha sido escrutado por muchos autores, y se ha presentado numerosa evidencia empírica que lo contradice. Kannisto et al. (1994) encuentran que la caída de las tasas de mortalidad entre 1950 y 1989 se aceleró en 27 países para los individuos de entre 80 y 99 años de edad. Horiuchi y Wilmoth (1995) utilizan datos de Suecia para mostrar una aceleración de las mejoras de la mortalidad de las edades más avanzadas, y una disminución de la velocidad de caída de las tasas de mortalidad en los jóvenes. Lee y Miller (2001) comparan las tasas promedio de disminución de la mortalidad por edad entre la primera y la segunda mitad del siglo XX, y observan también una aceleración de la caída de la mortalidad en las edades avanzadas y una menor velocidad de mejora en los grupos de menor edad en muchísimos países. Carter y Prskawetz (2001) estiman varios modelos Lee-Carter sobre datos de Austria correspondientes a diferentes períodos de tiempo para ilustrar el cambio en el ritmo de mejora de la tasa de mortalidad de cada edad. Asimismo, Rau et al.

(2008) y Christensen et al. (2009) señalan que la mortalidad entre la población de 80 años o más decreció considerablemente en la segunda mitad del siglo XX en la gran mayoría de los 30 países estudiados, y notan que en muchos casos el ritmo de esa disminución se aceleró.

De este modo, la literatura del tema ha mostrado que los supuestos en los que se basa el modelo Lee-Carter no se ajustaban bien a los datos, debiendo adoptarse distintos enfoques para corregir la rigidez de la mejora de la tasa de mortalidad para cada edad. Li et al. (2013) han logrado incorporar el fenómeno de rotación² al esquema Lee-Carter original modelizando el logaritmo de la tasa central de mortalidad a partir de la siguiente ecuación:

$$\log m_{xt} = a_x + B(x, t) * k_t + \varepsilon_{xt} \quad (2)$$

La función $B(x, t)$ de la fórmula (2) captura el fenómeno de rotación ya que converge paulatinamente a través del tiempo desde los valores iniciales correspondientes a b_x de la ecuación (1) hacia sus valores definitivos, en la medida que la expectativa de vida al nacer supera un umbral que los autores estiman en 80 años y se va acercando a un límite superior de 102 años. Los autores recomiendan la utilización de este modelo (al que llaman modelo Lee-Carter rotado) en el análisis de países de baja mortalidad y para horizontes de proyección prolongados en el tiempo.

Otra solución consiste en capturar la rotación modelando la evolución de la tasa de mejora de la mortalidad para cada edad, en lugar de la tasa de mortalidad, tal como propusieron Haberman y Renshaw (2012) y Mitchel et al. (2013), entre otros. Bohk-Ewald y Rau (2017) siguen esta línea, y combinan medidas de mortalidad de diferentes países. Ellos demuestran, a partir de datos de población británica y danesa, que asumir una tasa de mejora constante de la mortalidad puede conducir a subestimar la esperanza de vida al nacer. También aplican este enfoque sobre datos de la población de Estados Unidos en Bohk-Ewald y Rau (2016). Se trata de estudios orientados a los datos (o *data-driven*), a diferencia del enfoque seguido por Li et al. (2013) que impone desde un punto de vista teórico un proceso algo arbitrario sobre las tasas de mejora de la mortalidad.

² Li y Gerland (2011) han presentado una versión previa, y no completamente desarrollada, de este enfoque.

Otra alternativa es el enfoque de Booth et al. (2002), así como Hyndman and Ullah (2007), que recomiendan usar más de una interacción de parámetros dependientes de edad y tiempo en la ecuación (1), de tal modo que se pueda capturar la evolución no constante de las tasas de mejora de la mortalidad para una determinada edad, dando lugar a los llamados modelos de proyección de mortalidad multifactoriales. Por su parte, Bongaarts (2005) propone un modelo logístico para capturar el fenómeno de rotación. En este marco también pueden mencionarse los estudios de Li y Lee (2005), Cairns et al. (2011), Russolillo et al. (2011), y Hyndman et al. (2013), que modelan las tasas de mortalidad de muchas poblaciones en una estructura coherente. En los enfoques de tipo multi-poblacional, las tasas de mejora de la mortalidad para cada edad no son necesariamente constantes gracias a las interacciones entre las distintas poblaciones. Otros desarrollos más recientes en esta área incluyen De Beer y Janssen (2016), que modelan la distribución de la edad de muerte, y Li y Li (2017), que proponen un procedimiento de testeo estadístico secuencial para determinar el punto de partida del período más largo posible en el que se pueden cumplir las dos condiciones del modelo original Lee-Carter de manera simultánea (las condiciones son el patrón lineal de k_t , e invariabilidad temporal de b_x). Los autores encuentran que, para la mayoría de los 34 países examinados, este período comienza en algún momento entre 1960 y 1990.

III. METODOLOGÍA ESTADÍSTICA Y FUENTE DE DATOS

Este trabajo es una extensión de la publicación hecha por Péter Vékás: “*Rotation of the age pattern of mortality improvements in the European Union*” (2019)³, que calculó y analizó la rotación de 28 países miembros de la Unión Europea. En este trabajo aplicaremos una metodología muy similar sobre 19 países de América Latina, a saber: Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Cuba, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, República Dominicana, Uruguay y Venezuela⁴. Los datos utilizados para el análisis estadístico desarrollado en este trabajo incluyen tasas de mortalidad diferenciadas por país, sexo, grupo de edad y año de ocurrencia (agrupados en intervalos de 5 años), así como conteo de población diferenciado por país, sexo y edad, que fue utilizado para las ponderaciones de los intervalos de edad. Al igual que en el trabajo de Vékás (2019), los datos utilizados provienen de los *World Population Prospects* de las Naciones Unidas, aunque aquí utilizaremos una edición más reciente, correspondiente al 2019, mientras que en el trabajo original se utilizaron datos del 2017. Como los datos se encuentran agrupados por períodos de 5 años, el período estudiado llega hasta 2015, de modo que la actualización de la base de datos no supone una extensión del período estudiado. Los datos de tasas de mortalidad, están diferenciados por sexo, 22 grupos de edad (0, 1–4, 5–9, 10–14, ..., 95–99 y 100 años o más), y 13 períodos históricos (1950–1955, 1955–1960, ...2010–2015). Los períodos históricos comienzan y terminan el 1 de julio de los años respectivos. La agrupación de edades y períodos históricos en períodos de 5 años permite disminuir las fluctuaciones aleatorias indeseables en los datos. También se ha debido buscar, tal como en el trabajo original de Vékás (2019), una base de datos adicional que contiene información acerca de la esperanza de vida remanente a los 60 años diferenciada por país y sexo. Los datos disponibles más recientes corresponden

³ Traducción: “Rotación del patrón de edad en las mejoras de la mortalidad en la Unión Europea”

⁴ Dado que no hay pleno consenso en cuanto a qué países conforman Latinoamérica, el criterio aquí adoptado es el de los países americanos de habla hispana o portuguesa. Puerto Rico no fue incluido dado que, al no ser un país soberano, no figura en algunas de las bases de datos de las Naciones Unidas

al año 2012, y se han obtenido también a través de información publicada por las Naciones Unidas, pero se debió acceder a ellos de un modo diferente⁵.

La metodología estadística seguida es consistente con la utilizada por Vékás (2019). La tasa de mejora de la mortalidad correspondiente al grupo de edad x , período histórico t , país c , y sexo g es denotado por r_{xt}^{cg} y se calcula como:

$$r_{xt}^{cg} = -\log\left(\frac{m_{x,t+1}^{cg}}{m_{xt}^{cg}}\right) \quad (3)$$

A partir del cálculo de los r_{xt}^{cg} siguiendo la fórmula (3), podemos calcular las tasas de aceleración de las mejoras en la mortalidad β_x^{cg} para cada subgrupo conformado por las distintas categorías de grupos de edad, país y sexo. Notar que la tasa de aceleración no depende de t ya que β_x^{cg} puede interpretarse como una suerte de media de largo plazo de la aceleración:

$$\beta_x^{cg} = \frac{\sum_{t=1}^{12} (r_{xt}^{cg} - \bar{r}^{cg})(t - \bar{t})}{\sum_{t=1}^{12} (t - \bar{t})^2} \quad (4)$$

Desde un punto de vista técnico, β_x^{cg} constituye el crecimiento medio de las mejoras en la tasa de mortalidad para el grupo de edad x , país c y sexo g durante un período de 5 años asumiendo una tendencia lineal. Este método de cálculo de β_x^{cg} produce resultados más fiables que los resultantes de computar la tasa media de incremento en la mejora de la mortalidad entre un punto de inicio y un punto de llegada, ya que de este modo se están teniendo en cuenta todos los datos intermedios y es menos sensible a posibles *outliers* en alguno de los extremos de la serie de tiempo.

Los cálculos previos nos permiten obtener los insumos necesarios para calcular el nivel de rotación. Para determinar la rotación por país y sexo debemos examinar si la aceleración de las mejoras de la mortalidad es más pronunciada a edades avanzadas que a edades tempranas o medias. En otras palabras, lo que queremos evaluar es el grado de asociación entre las variables aceleración (β_x^{cg}) y edad (x). Esta asociación debemos medirla utilizando una técnica estadística plausible. La medida elegida en el trabajo original de Vékás (2019), y también

⁵ La base de datos correspondiente puede consultarse y descargarse a través del siguiente link: https://data.un.org/Data.aspx?q=life+expectancies&d=WHO&f=MEASURE_CODE:WHOSIS_000015&c=2,4,6,10&s=_crEngNameOrderBy:asc,_timeEngNameOrderBy:desc&v=1

aquí, es el ρ de Spearman para la medición de correlación. Pero también debemos tener en cuenta que el tamaño de la población puede variar considerablemente a lo largo de los distintos intervalos de edad, y los intervalos con mayor cantidad de individuos deben tener mayor importancia en la determinación del grado de rotación. Por ello utilizaremos una habitual variante ponderada de la ρ de Spearman (Pinto da Costa, 2015). Las respectivas ponderaciones $P_{x_i}^{cg}$ son los tamaños poblacionales promedio correspondientes al intervalo de edad x_i del país c y el sexo g en el período correspondiente al período 1990-2015. Esto implica que la realización de los cálculos requiere la disponibilidad de datos no solamente respecto de las tasas de mortalidad sino también recuentos demográficos segmentados por intervalos de edad equivalentes. Como veremos luego, esto nos llevará a realizar algunas operaciones para compatibilizar las bases de datos.

Tal como se indica en la publicación original de Vékás (2019), el nivel de rotación ρ^{cg} se calcula entonces mediante la siguiente fórmula:

$$\rho^{cg} = \frac{\sum_{i=1}^{22} P_{x_i}^{cg} * (\text{rank}(\beta_{x_i}^{cg}) - \mu^{cg}) * (i - v^{cg})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{22} P_{x_i}^{cg} * (\text{rank}(\beta_{x_i}^{cg}) - \mu^{cg})^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^{22} P_{x_i}^{cg} * (i - v^{cg})^2}} \quad (5)$$

Donde μ^{cg} y v^{cg} son las medias ponderadas entre todos los intervalos de edad de los *ranks* de las tasas de aceleración y los índices del grupo de edad respectivamente:

$$\mu^{cg} = \frac{\sum_{i=1}^{22} P_{x_i}^{cg} * \text{rank}(\beta_{x_i}^{cg})}{\sum_{i=1}^{22} P_{x_i}^{cg}} \quad (6)$$

$$v^{cg} = \frac{\sum_{i=1}^{22} P_{x_i}^{cg} * i}{\sum_{i=1}^{22} P_{x_i}^{cg}} \quad (7)$$

Notar que por *rank* denotamos al número de orden o jerarquía utilizando un criterio creciente, donde se asigna un ranking intermedio en caso de empate.

Sobre cada país se aplicó un Z-test unilateral con las siguientes hipótesis nula y alternativa, donde ρ^{cg} es el nivel de rotación del país c y sexo g :

$$H_0: \rho^{cg} \leq 0 \quad , \quad H_A: \rho^{cg} > 0$$

Una vez calculada la rotación por país, resulta interesante examinar qué variables son buenos predictores del nivel de rotación. A continuación, detallaremos los métodos estadísticos utilizados para determinar la fuerza de la asociación entre el nivel de rotación y otras variables.

En la revisión de la literatura hemos mencionado que Li et al. (2013) sostienen que la rotación tiende a aparecer en mayor medida en los países con bajas tasas de mortalidad, es decir, con una alta esperanza de vida al momento de nacer (llamaremos a esta variable e_0), y sugieren que la rotación debería comenzar en su modelo únicamente luego de que la esperanza de vida supera un cierto umbral, que ellos estiman en 80 años. Analizaremos esta afirmación separadamente para hombres y mujeres, y utilizaremos el estadístico ρ de Spearman ponderado por tamaño poblacional para medir la asociación entre la rotación y la esperanza de vida al nacer (promedio del período comprendido entre 1950 y 2015). La utilización de este estadístico está motivada por el hecho de que la relación no necesariamente debe ser lineal, y la ponderación se aplica porque la población de los distintos países es muy heterogénea, de manera que los países con menos población deben tener menor importancia en la determinación de la fuerza de la asociación entre las variables. Del mismo modo que se hizo en el trabajo original de Vékás (2019), consideraremos dos variables demográficas adicionales: los incrementos en la esperanza de vida al momento de nacer entre los períodos 1950-1955 y 2010-2015 (llamaremos a esta variable Δe_0), así como la esperanza de vida remanente a la edad de 60 años (la llamaremos e_{60}), que es una variable más relevante desde el punto de vista de los sistemas de pensión. Para estas variables también usaremos como estadístico el ρ de Spearman ponderado por tamaño poblacional promedio. En general, la fuerza de la asociación entre el nivel de rotación y el indicador $I \in \{e_0, \Delta e_0, e_{60}\}$ para el sexo $G \in \{M, F\}$ se medirá como se indica en la fórmula (8). Además, añadiremos el supra índice L para indicar que esta asociación corresponde al bloque de 19 países pertenecientes a Latinoamérica considerados en este trabajo:

$$\rho^{LG}(I) = \frac{\sum_{c \in L} P^{cG} (\text{rank}(\rho^{cG}) - \alpha^G) (\text{rank}(I^G) - \gamma^G)}{\sqrt{\sum_{c \in L} P^{cG} * (\text{rank}(\rho^{cG}) - \alpha^G)^2} * \sqrt{\sum_{c \in L} P^{cG} * (\text{rank}(I^G) - \gamma^G)^2}} \quad (8)$$

Donde P^{cG} representa los tamaños poblacionales promedio, y donde α^G y γ^G son las medias ponderadas de los *ranks* del nivel de rotación y del indicador seleccionado I , respectivamente. Las fórmulas para calcular estas medias ponderadas son:

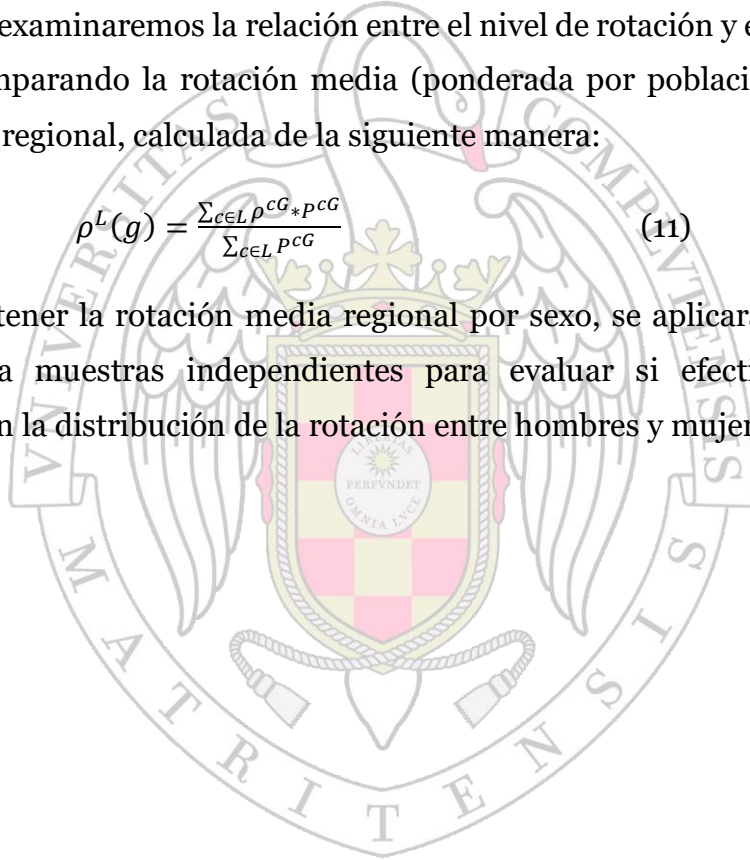
$$\alpha^G = \frac{\sum_{c \in L} P^{cG} * rank(\rho^{cG})}{\sum_{c \in L} P^{cG}} \quad (9)$$

$$\gamma^G = \frac{\sum_{c \in L} P^{cG} * rank(I^{cG})}{\sum_{c \in L} P^{cG}} \quad (10)$$

Además de analizar la correlación entre el nivel de rotación y esos tres indicadores, examinaremos la relación entre el nivel de rotación y el sexo. Esto lo haremos comparando la rotación media (ponderada por población) de ambos sexos a nivel regional, calculada de la siguiente manera:

$$\rho^L(g) = \frac{\sum_{c \in L} \rho^{cG} * P^{cG}}{\sum_{c \in L} P^{cG}} \quad (11)$$

Luego de obtener la rotación media regional por sexo, se aplicará un test T de Student para muestras independientes para evaluar si efectivamente hay diferencias en la distribución de la rotación entre hombres y mujeres.



IV. METODOLOGÍA INSTRUMENTAL: PROGRAMACIÓN DE LOS CÁLCULOS A TRAVÉS DE R

El análisis estadístico presentado en este trabajo se realizó íntegramente a través de R (R Core Team, 2021). Los datos de la *Population Division* de las Naciones Unidas están directamente disponibles para su utilización en R a través del paquete “*wpp2019*” (United Nations Population Division, 2020) por lo cual no requirieron un procesamiento previo. El paquete *wpp2019* contiene los datos de los *World Population Prospects 2019* del Departamento de Asuntos Económicos y Sociales de las Naciones Unidas, publicados el 17 de junio de 2019. Aquí hemos utilizado 6 bases de datos provenientes de ese paquete. Tal como hemos indicado en la sección anterior, cada una de esas bases de datos contiene información clasificada por país, 22 intervalos de edad, y 13 períodos calendarios o históricos. Dentro de la amplia gama de datos demográficos disponibles, las bases de datos utilizadas fueron: *mxM* y *mxF* que contienen la información sobre mortalidad masculina y femenina, respectivamente; *popM* y *popF* que contienen los datos sobre recuento poblacional de cada sexo; y *eoM* y *eoF* que contienen información sobre la esperanza de vida al momento de nacer para cada sexo. De todas estas bases se utilizaron únicamente los datos de tipo histórico correspondientes al período 1950-2015, en las bases de mortalidad y esperanza de vida, y 1990-2015 en las bases de recuento poblacional. No se tomaron en consideración las proyecciones para períodos futuros que las bases de datos de mortalidad ofrecen para un período que se extiende hasta el año 2100. Por otro lado, los datos respecto de la esperanza de vida remanente a los 60 años, si bien provienen de las Naciones Unidas, no son datos de la *Population Division* y por lo tanto no están incluidos dentro del paquete *wpp2019*. Esta información se cargó en R mediante la creación de dos vectores, uno para cada sexo. En los vectores con los datos de la esperanza de vida remanente a los 60 años se cargaron no solamente los datos correspondientes a los 19 países de Latinoamérica estudiados, sino también los de los 28 países de la Unión Europea analizados en el estudio original, con el fin de realizar controles sobre la metodología implementada. Esto es, se aplicó el mismo código sobre el conjunto de países europeos y se corroboró que se obtienen resultados similares a los de la publicación de Vékás (2019). Esta

operación se realizó también con los otros dos indicadores: esperanza de vida al nacer e incrementos de la esperanza de vida al nacer, como así también con el cálculo del nivel medio de rotación para cada sexo. En todos los casos se obtuvieron resultados consistentes con la publicación original.

Haremos una breve exposición acerca del procedimiento realizado para obtener los resultados. El primer paso consistió en seleccionar los datos de mortalidad correspondientes al país y al sexo analizado, eliminando aquellos datos que resulten irrelevantes para este trabajo, y dando un formato conveniente para los cálculos posteriores. Muchas de estas operaciones se hicieron a través del paquete “*dplyr*” (Wickham et al., 2022). Luego se creó una matriz de datos con los r_{xt}^{cg} calculados tal y como se indica en la ecuación (3). Si bien las bases de datos originales cuentan con 13 períodos calendarios, en esta operación se pierde una fila ya que los r_{xt}^{cg} se calculan como un cociente, dando como resultado una matriz de 12 filas. Esta matriz de datos es el insumo necesario para poder calcular las tasas de aceleración β_x^{cg} . La matriz beta, al no depender de t , tiene una única fila y 22 columnas (una para cada intervalo de edad).

A continuación, se seleccionaron los datos de recuento poblacional correspondientes al país y sexo estudiado, nuevamente utilizando algunas funciones del paquete *dplyr* para descartar información innecesaria, tal como las proyecciones demográficas de períodos futuros. En esta instancia fue necesaria una operación para conciliar la información procedente de las bases de datos de mortalidad y de recuento demográfico. En las bases poblacionales hay un intervalo de edad menos ya que la edad “0” se encuentra dentro del intervalo 0-4, mientras que en las bases de mortalidad se la considera separadamente. Se pueden adoptar dos posibles soluciones metodológicas: una alternativa es agregar los datos en las bases de mortalidad, y otra opción es desagregar los datos de las bases poblacionales haciendo algún supuesto respecto de la distribución del conteo de individuos. Aquí se utilizó la segunda alternativa ya que se ha considerado conveniente analizar separadamente la edad “0”, debido a que suele presentar tasas de mortalidad marcadamente más altas que las edades posteriores debido a los riesgos asociados a los recién nacidos. Luego de conciliar la información de ambas bases de datos, y realizando algunas operaciones adicionales, se obtuvo una matriz que indica la cantidad promedio de individuos

para cada uno de los 22 intervalos de edad, para el período 1990-2015 (siempre dentro del país y sexo predeterminados). El paso siguiente fue la jerarquización de los betas (tasas de aceleración) en orden ascendente. Teniendo los promedios poblacionales y las jerarquías de las tasas de aceleración, resultó sencillo calcular μ^{cg} y ν^{cg} utilizando las fórmulas (6) y (7), para finalmente obtener el nivel de rotación a través de la fórmula (5). A modo de control, se ha utilizado esta metodología para calcular la rotación de los países europeos analizados en el trabajo original de Vékás (2019), y se obtuvieron resultados muy similares.

Para evitar la repetición de este engorroso procedimiento sobre cada uno de los sexos y cada uno de los países, he programado una función a la cual se le puede especificar el país y el sexo estudiado, y devuelve directamente el nivel de rotación correspondiente. Se trata de una función que condensa todo el código necesario para hacer las operaciones recién descritas. Esta función puede utilizarse incluso para calcular la rotación de países que no están incluidos en este trabajo (países no pertenecientes a Latinoamérica), siempre que esos países estén contenidos en las bases de datos de las Naciones Unidas, que abarcan prácticamente a todos los países del mundo. Esto podría ser un valor agregado importante para aquellos que deseen realizar un análisis para determinar cómo es que ciertas características geográficas o económicas afectan al nivel de rotación de un país, o para aquellos que simplemente quieran realizar un análisis comparativo de la rotación de distintos países.

Una vez obtenida una función que devuelve la rotación de cualquier país, el siguiente paso fue el cálculo de la correlación entre la rotación y las distintas variables. Para ello se debió crear una función que, dados un país y un sexo, devuelva el tamaño poblacional promedio del período 1990-2015. Esta función permitió realizar las ponderaciones por país al calcular la rotación media de una región o grupo de países, ya que al estar analizando muchos países simultáneamente es necesario ponderar por su tamaño poblacional. A continuación, se escribió una función que calcula α^G según la fórmula (9) que usó como insumos tanto la función de promedio poblacional como la de rotación. Ahora bien, como se quería calcular la correlación entre la rotación y tres indicadores vinculados a la esperanza de vida, fue necesario crear una función para cada uno de esos indicadores. Estas tres funciones junto con la de población

promedio fueron insumos necesarios para calcular el γ^G de la fórmula (10). Para evitar tener que crear tres funciones gamma distintas (una para cada indicador), lo que se hizo fue crear una estructura condicional con el comando “if”. De este modo, a la función gamma hay que ingresarle como argumento cuál de los tres indicadores es el deseado, y usará entonces la función asociada a ese indicador. Así se llegó a la función objetivo (llamada “CorrRotIndic” en el código del Anexo): una función a la que se le indica la región, el sexo y el indicador, y nos devuelve la correlación entre el nivel de rotación de esa región (ponderado por tamaño poblacional de los países que la componen) y el indicador seleccionado (de los tres indicadores posibles) para el período 1950-2015. Vale aclarar que el argumento “región” es un vector creado manualmente que contiene todos los países que se desea incluir en el análisis. Los países se ingresaron con el mismo nombre que figuran en las bases de datos de las Naciones Unidas, para que la función los reconozca.

El procedimiento seguido para realizar los cálculos fue fundamentalmente el de la composición de funciones. Es decir, se fueron creando funciones para cada uno de los cálculos que debían realizarse, y luego esas funciones sirvieron como materia prima para las funciones siguientes, hasta llegar a la función objetivo. Todas las funciones mencionadas anteriormente (alfa, gamma, población promedio, las tres funciones asociadas a los indicadores, y la función rotación calculada al comienzo) fueron necesarias para escribir el código de la función que calcula la correlación entre la rotación y los indicadores. Con este procedimiento, las funciones se acomodaron ordenadamente apoyándose unas sobre otras, permitiendo realizar cálculos complejos de manera organizada y, sobre todo, permitiendo que los cálculos resulten muy sencillos para el usuario final: simplemente hay que ingresar los tres argumentos (región, sexo e indicador) y los cálculos se realizan automáticamente.

En el Anexo de este trabajo se detalla cada una de las líneas de código utilizadas. Allí se expone el código de todas las funciones, de tal manera que el lector pueda replicar fácilmente los cálculos realizados a través de R para obtener el nivel de rotación de cualquier país, su recuento poblacional, la correlación regional entre rotación y los indicadores, o cualquiera de las otras operaciones ya mencionadas. Se recuerda que para que las funciones trabajen correctamente, se deben instalar

los paquetes mencionados en R previamente. Al final del Anexo también se incluyen otros cálculos auxiliares que debieron realizarse con fines analíticos, como el cálculo regional de la esperanza de vida al nacer ponderada por tamaño poblacional, tanto global como segmentada por sexo, entre otros.

Finalmente, quisiera hacer hincapié sobre las ventajas de haber utilizado el lenguaje de programación en comparación con la utilización de planillas de cálculo. Los cálculos iniciales podrían haber resultado más sencillos a través de planillas. Sin embargo, a medida que se incrementa la complejidad y particularmente teniendo en cuenta que las funciones se encadenan unas con otras, la utilización de un lenguaje de programación se fue volviendo cada vez más indispensable. La modificación de los datos *input* (sean los datos de mortalidad, de recuento poblacional, de esperanza de vida o cualquier otro) en las planillas de cálculo suele hacerse de manera manual, posibilitando los errores humanos. La escritura de un código puede implicar un costo inicial alto, pero posteriormente agiliza el proceso y le da fiabilidad al resultado. Una vez escrito y revisado el código, podemos desentendernos de los aspectos matemáticos para centrarnos en los aspectos más conceptuales del análisis, sabiendo que la mayoría de los cálculos sucesivos pueden hacerse mediante una sola línea donde se indique la función y los argumentos.

V. RESULTADOS

Veamos a continuación los resultados obtenidos. Primero se expone la información del nivel de rotación por país. Luego se mostrarán los resultados a nivel regional respecto del nivel medio de rotación por sexo y de la correlación entre el nivel de rotación y los tres indicadores mencionados: esperanza de vida al nacer promedio del período 1950-2015, incrementos de la esperanza de vida al nacer entre 1950 y 2015, y esperanza de vida remanente a la edad de 60 años al año 2012. Al final incluiremos una tabla donde se muestran los principales resultados regionales y su comparación con los valores obtenidos por Vékás (2019) en el caso europeo.

V.1 | Nivel de rotación según país y sexo

En las figuras 2 y 3 pueden verse los grados de rotación calculados mediante la ρ de Spearman según país para cada sexo, tal y como se indica en la fórmula (5). Las líneas naranja y gris indican los umbrales del test unilateral al 1% y 5% de significación respectivamente.

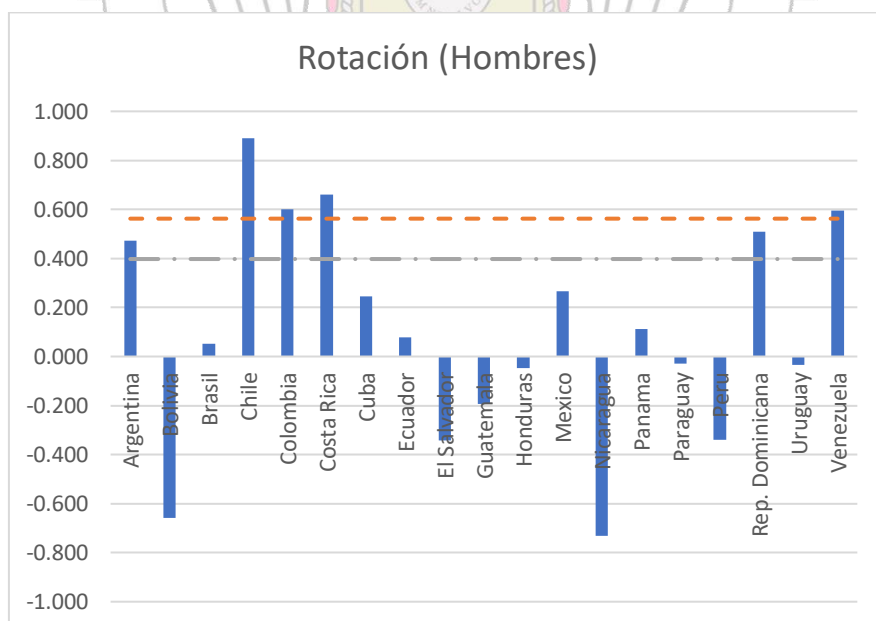


Fig. 2 Nivel de rotación masculina (medida según ρ de Spearman) por país. Las líneas gris y naranja denotan los valores críticos del test unilateral al nivel de significación 5% y 1%, respectivamente

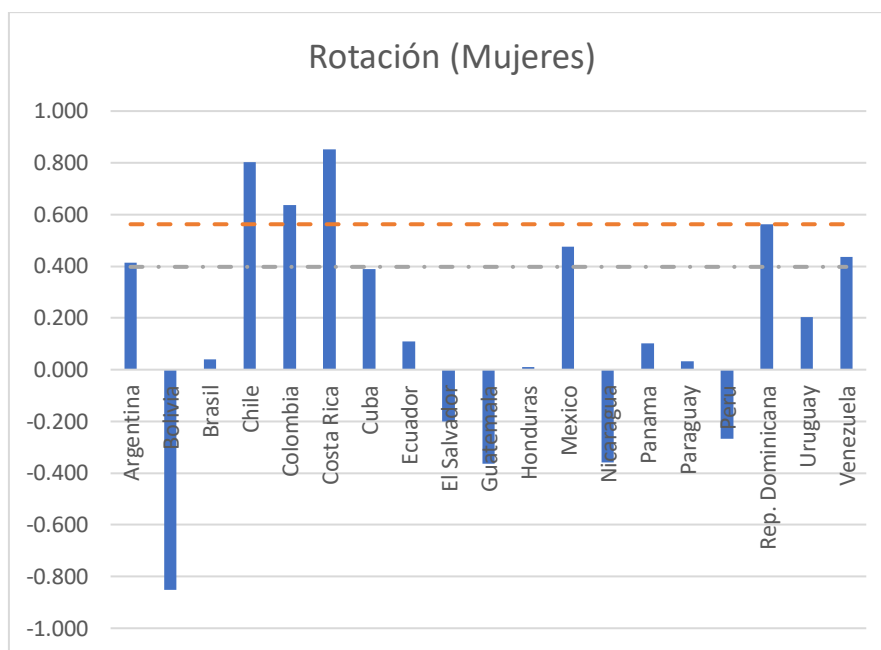


Fig. 3 Nivel de rotación femenina (medida según ρ de Spearman) por país. Las líneas gris y naranja denotan los valores críticos del test unilateral al nivel de significación 5% y 1%, respectivamente

La evidencia de rotación es significativa al 5% en 6 de los 19 países en el caso de los hombres, y en 7 de los 19 para las mujeres. Con un nivel de significancia del 1%, la región presenta 4 países con significatividad estadística en hombres y 3 de los 19 en mujeres. El fenómeno de rotación está lejos de ser universal en Latinoamérica durante el período 1950-2015. Los resultados muestran un nivel de rotación menor que el de los países europeos examinados por Vékás (2019), que obtuvo evidencia estadísticamente significativa al 5% en 14 de los 28 países para hombres y en 19 de los 28 países para mujeres, y estadísticamente significativa al 1% en 7 y 19 de los 28 países para hombres y mujeres respectivamente. Probablemente el mejor indicador para realizar la comparación es la rotación media regional. No se trata de un mero promedio de la rotación de los países que componen cada región sino una media ponderada según el recuento de individuos en cada sexo, país e intervalo de edad. La región latinoamericana presenta un nivel medio de rotación de 0.203 mientras que en Europa este coeficiente es de 0.389.

Hay 3 países que presentan evidencia de rotación muy fuerte (con p-valor menor que 1%) en ambos sexos: Chile, Colombia y Costa Rica. Esto es particularmente

cierto en el caso de Chile que en ambos sexos tiene un ρ por encima de 0,8, llegando casi a 0,9 en los hombres. De los 19 países, 4 presentaron un nivel de rotación positivo pero estadísticamente no significativo en ambos sexos: Brasil, Cuba, Ecuador y Panamá. También hay países que presentan un ρ con signo negativo en ambos sexos: Bolivia, El Salvador, Guatemala, Nicaragua y Perú. Entre estos se destaca el caso de Bolivia que presenta evidencia considerable de un fenómeno opuesto a la rotación: la tasa de mejora de la mortalidad se desacelera para edades más avanzadas. En el estudio hecho sobre países europeos de Vékás (2019), no hubo ningún caso que presentase una evidencia de antirotación tan fuerte como el caso boliviano. De hecho, entre los países estudiados de la Unión Europea hubo pocos que presentasen grados de rotación negativos en ambos sexos: únicamente Dinamarca, Francia y Luxemburgo.

A fines ilustrativos, se eligieron 3 países latinoamericanos con perfiles de rotación bien diferenciados: Chile, Brasil y Bolivia, para ser examinados en mayor detalle. En la Figura 4 podemos ver cómo fluctúan las tasas de aceleración de las mejoras en la mortalidad según la edad en cada uno de los 3 países indicados, diferenciando por sexo. Recordemos que Chile es el país latinoamericano que mayor evidencia de rotación mostró, Bolivia el que ofrece mayor evidencia de rotación inversa, y Brasil el que ha mostrado evidencia casi nula. En los gráficos de Chile se puede ver un patrón de rotación muy definido, con una tendencia creciente que indica que la aceleración de las mejoras en la mortalidad se incrementa en las edades avanzadas, y con tasas de aceleración negativas en edades tempranas. Bolivia, en cambio, muestra una tendencia decreciente, especialmente en el caso de las mujeres. En ambos sexos del país boliviano la tendencia decreciente se revierte a medida que se incrementa la edad, pero esas reversiones no llegan a atenuar la tendencia general que se mantiene negativa. Finalmente, en Brasil se observa una correlación muy débil entre la edad y la aceleración.

Adicionalmente, en la Tabla 1 se muestran los valores exactos de ρ (nivel de rotación) por país y sexo, así como los p-valor correspondientes. Notar que, al ser un test unilateral, cuanto más negativo es el nivel de rotación más cercano a 1 es el p-valor (manteniendo todo lo demás constante).

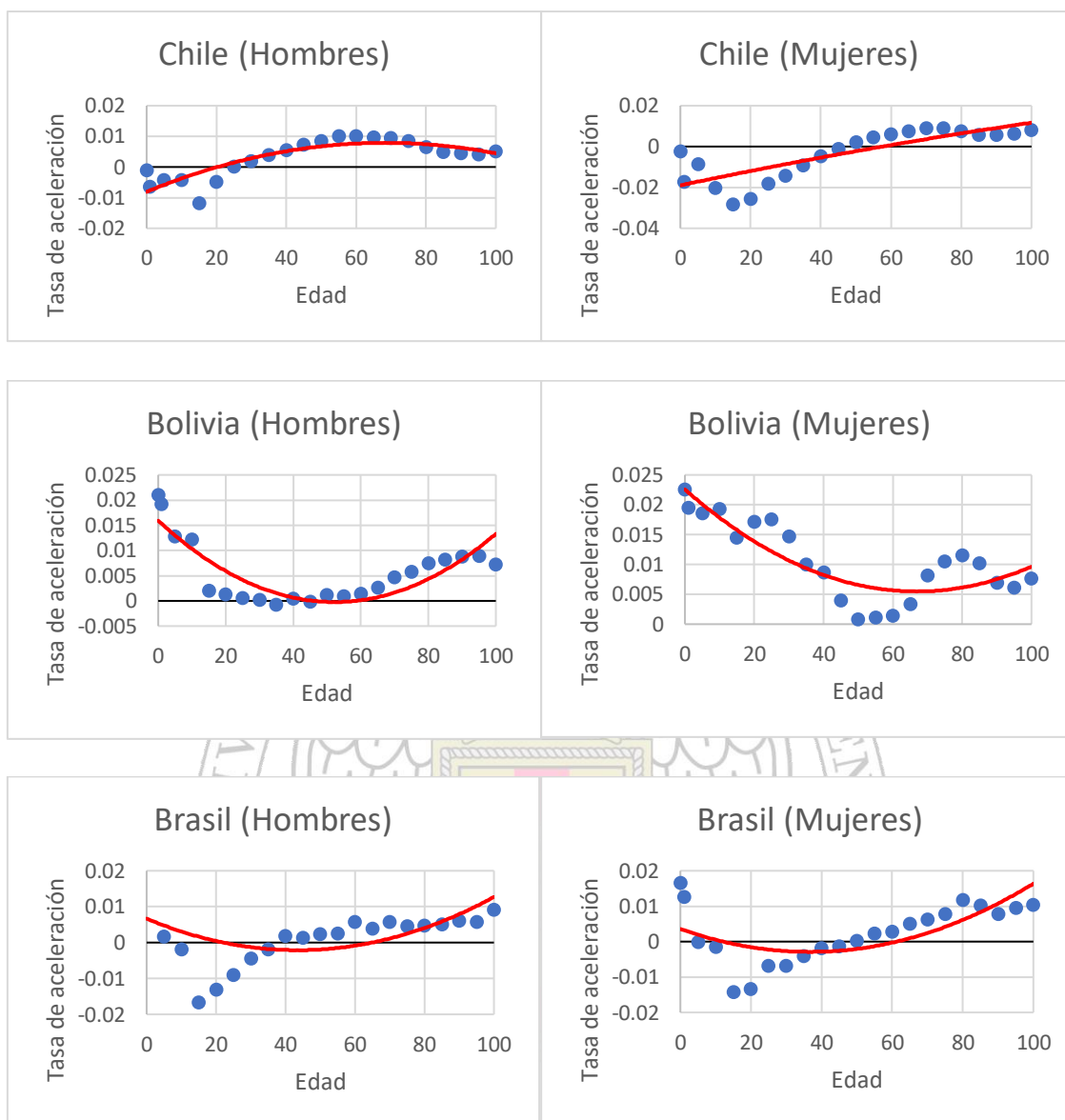


Fig. 4 Tasas de aceleración de las mejoras en la mortalidad por grupos de edad para hombres (izquierda) y mujeres (derecha) en Chile (arriba), Bolivia (medio) y Brasil (abajo)

País	Hombres		Mujeres	
	ρ^{cg}	p-valor	ρ^{cg}	p-valor
Argentina	0,473	0,025	0,414	0,044
Bolivia	-0,659	0,997	-0,852	1,000
Brasil	0,052	0,415	0,039	0,436
Chile	0,890	0,000	0,803	0,000
Colombia	0,601	0,007	0,635	0,004
Costa Rica	0,661	0,003	0,852	0,000
Cuba	0,246	0,155	0,388	0,054
Ecuador	0,079	0,372	0,110	0,325
El Salvador	-0,342	0,922	-0,200	0,796
Guatemala	-0,192	0,787	-0,364	0,934
Honduras	-0,047	0,577	0,009	0,484
México	0,267	0,135	0,475	0,025
Nicaragua	-0,732	0,999	-0,359	0,931
Panamá	0,113	0,320	0,102	0,336
Paraguay	-0,028	0,547	0,032	0,447
Perú	-0,339	0,919	-0,267	0,865
Rep. Dominicana	0,510	0,018	0,562	0,010
Uruguay	-0,034	0,555	0,204	0,199
Venezuela	0,596	0,007	0,435	0,036

Tabla 1 Nivel de rotación por país y sexo, y p-valor correspondiente al test unilateral

V.2 | Nivel regional medio de rotación según sexo

El nivel medio de rotación ponderado por población (calculado según la fórmula (11)) para los 19 países latinoamericanos incluidos en este estudio es de 0.184 para hombres y 0.222 para mujeres, dando una diferencia de 0.038. El hecho de que las mujeres presenten un nivel de rotación superior al de los hombres es esperable, aunque la diferencia es pequeña y no es estadísticamente significativa. El caso europeo es notablemente distinto. En el estudio hecho sobre 28 países de Europa, las mujeres presentan un nivel medio de rotación que duplica al nivel medio de rotación masculino. En Europa el nivel medio de rotación masculino es de 0.246 frente a un 0.498 de rotación femenina. El nivel medio de rotación masculina en ambas regiones se mantiene dentro de valores relativamente similares, pero esto no sucede en el caso femenino. Habíamos visto que los países europeos presentan niveles de rotación generalmente superiores, y que la rotación promedio de Europa es de 0.388 frente a un 0.203 de Latinoamérica. Ahora bien, la comparación de rotación según sexo nos indica que esa diferencia se explica principalmente a través de la rotación femenina.

V.3 | Nivel Medio de rotación según esperanza media de vida al momento de nacer del período 1950-2015

Tal como habíamos indicado, Li et al. (2013) sostienen que la rotación tiende a aparecer en mayor medida en los países con una alta esperanza de vida al momento de nacer, y postulan que la rotación comienza a presentarse una vez que la esperanza de vida supera un cierto umbral, que los autores estiman en 80 años. Dentro de los 19 países estudiados, encontramos que en todos ellos la esperanza de vida media masculina al nacer del período 1950-2015 es holgadamente menor de 80 años, con un promedio regional (ponderado por población) de 62.76. De hecho, no solamente la esperanza de vida masculina al nacer es menor de 80 años en promedio histórico, sino que hacia 2015 todavía no había ningún país latinoamericano cuya esperanza de vida masculina alcanzara ese número. No obstante, en 4 países encontramos evidencia de rotación

masculina estadísticamente significativa al 1%: Chile, Colombia, Costa Rica, y Venezuela. Los tres primeros están entre los países con mayor esperanza de vida masculina de la región, a datos de 2015. No sucede así con Venezuela, cuya esperanza de vida masculina al nacer es de 68.4 años, una de las más bajas de los países aquí estudiados. En cuanto a la esperanza de vida femenina al nacer (promedio 1950-2015), tampoco hay ningún país cuya esperanza media del período 1950-2015 supere los 80 años. Si tomamos datos del 2015, hay 5 países de los 19 que superan los 80 años: Chile, Costa Rica, Cuba, Panamá y Uruguay. Solamente en dos de ellos hay evidencia estadísticamente significativa de rotación: Chile y Costa Rica. En los otros tres países se obtuvo un nivel de rotación positivo, pero no significativo al 5%. En Latinoamérica, tal como sucede en Europa, hay muchos casos que presentan un grado fuerte de rotación a pesar de no haber alcanzado el umbral de los 80 años en la esperanza de vida al nacer, de manera que la evidencia no parece sustentar el postulado de Li et al. (2013). Sin embargo, los tres países estudiados que presentan evidencia fuerte de rotación en ambos sexos (Chile, Colombia y Costa Rica) están entre los que mayor esperanza de vida al nacer tienen utilizando datos del 2015 (promediando ambos sexos): Costa Rica y Chile en el primer y segundo lugar respectivamente, y Colombia en el sexto. Asimismo, Bolivia es el país que menor esperanza de vida al nacer tiene en la región (tanto en el promedio 1950-2015 como a datos de 2015) y, al mismo tiempo, el que menor evidencia de rotación presenta en ambos sexos. Esto parece indicar que, aunque el umbral de 80 años no se condice con los datos, la rotación y la esperanza de vida al nacer están estrechamente vinculadas. En las Figuras 5 y 6, se examina gráficamente la relación entre rotación y esperanza de vida al nacer promediando el período 1950-2015 para cada sexo. En las figuras 7 y 8 se hace lo mismo, pero utilizando como indicador la esperanza de vida al nacer calculada con datos del 2015. En los cuatro gráficos las rectas de regresión lineal tienen pendiente claramente positiva consistentemente con Li et al. (2013).

Procedemos ahora a calcular analíticamente la correlación entre la rotación y el indicador de esperanza de vida al nacer promedio correspondiente al período 1950-2015 según la fórmula (8). El valor obtenido para hombres es de 0.717 y de 0.666 para mujeres, ambos estadísticamente significativos con un p-valor

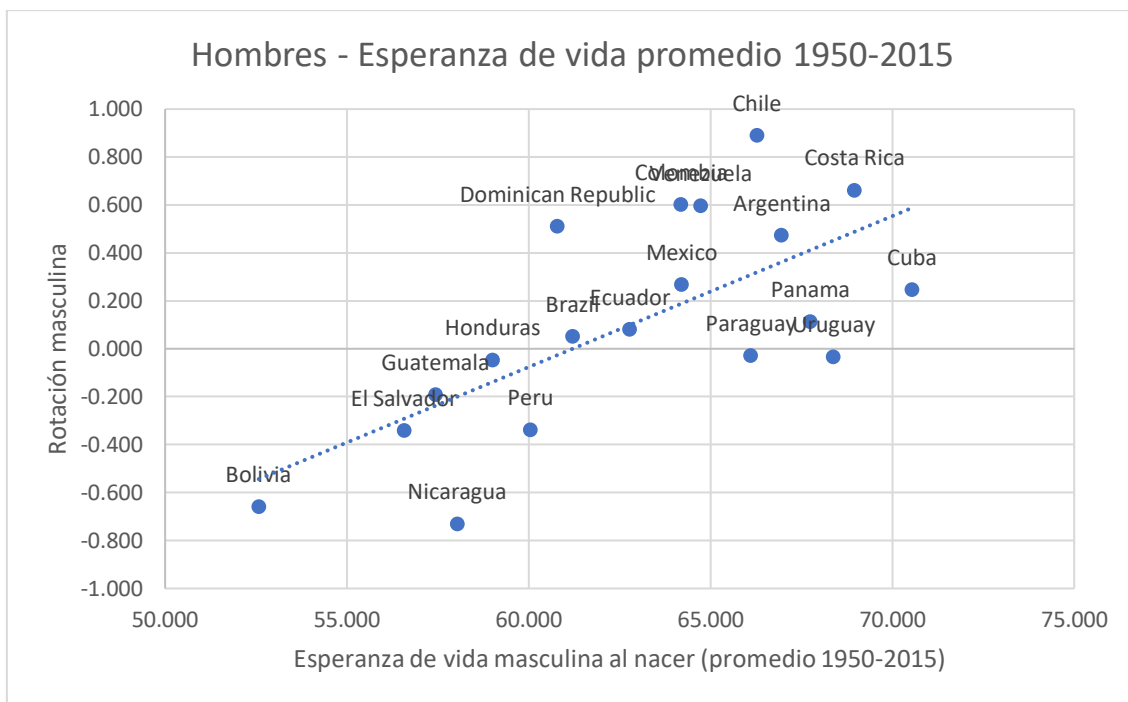


Fig. 5 Asociación entre nivel de rotación masculina del período 1950-2015 y la esperanza de vida masculina al nacer (promedio 1950-2015). La línea punteada representa el estimador de la regresión lineal.

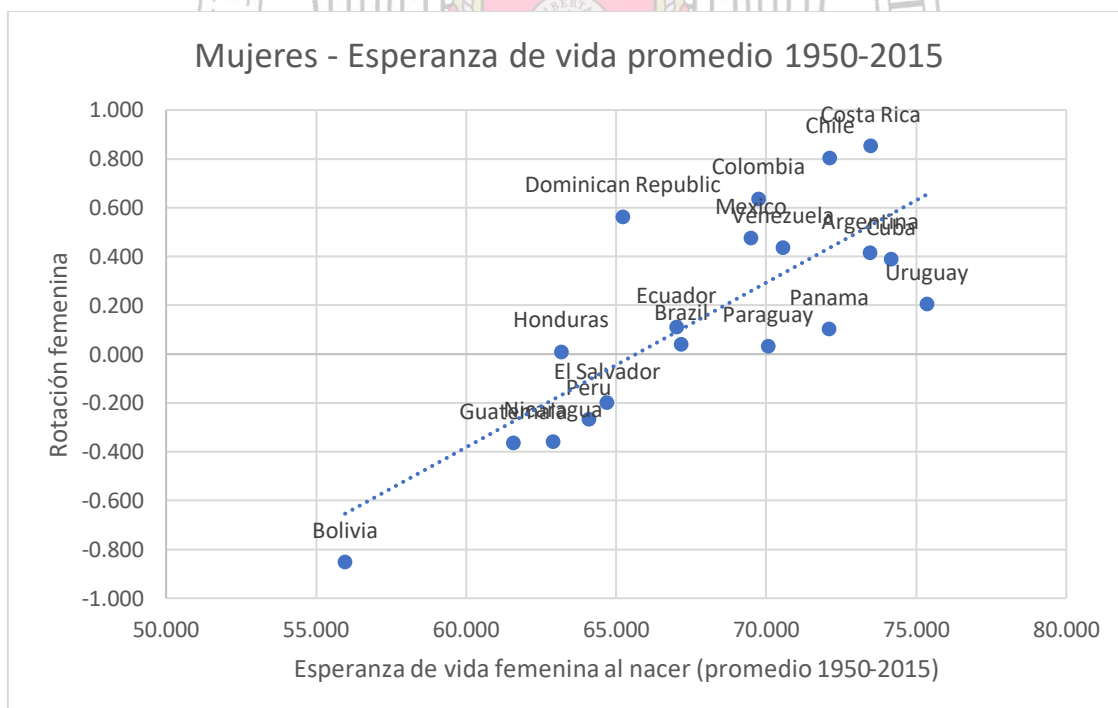


Fig. 6 Asociación entre nivel de rotación femenina del período 1950-2015 y la esperanza de vida femenina al nacer (promedio 1950-2015). La línea punteada representa el estimador de la regresión lineal.

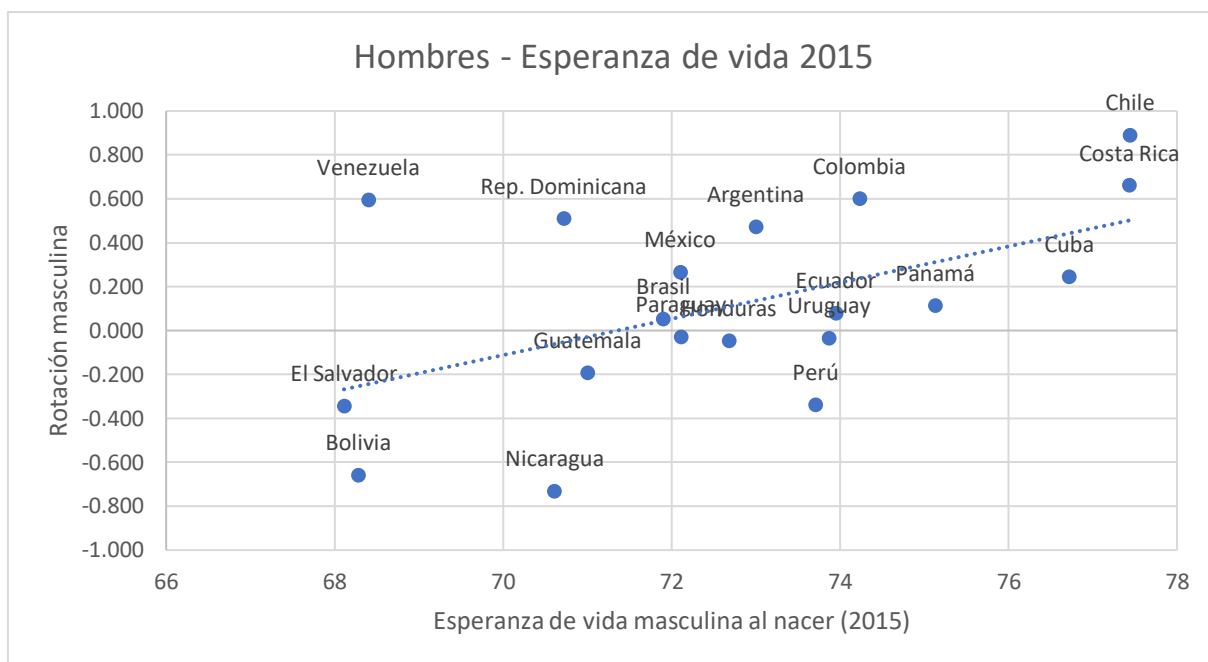


Fig. 7 Asociación entre nivel de rotación masculina del período 1950-2015 y la esperanza de vida masculina al nacer calculada con datos del 2015. La línea punteada representa el estimador de la regresión lineal.

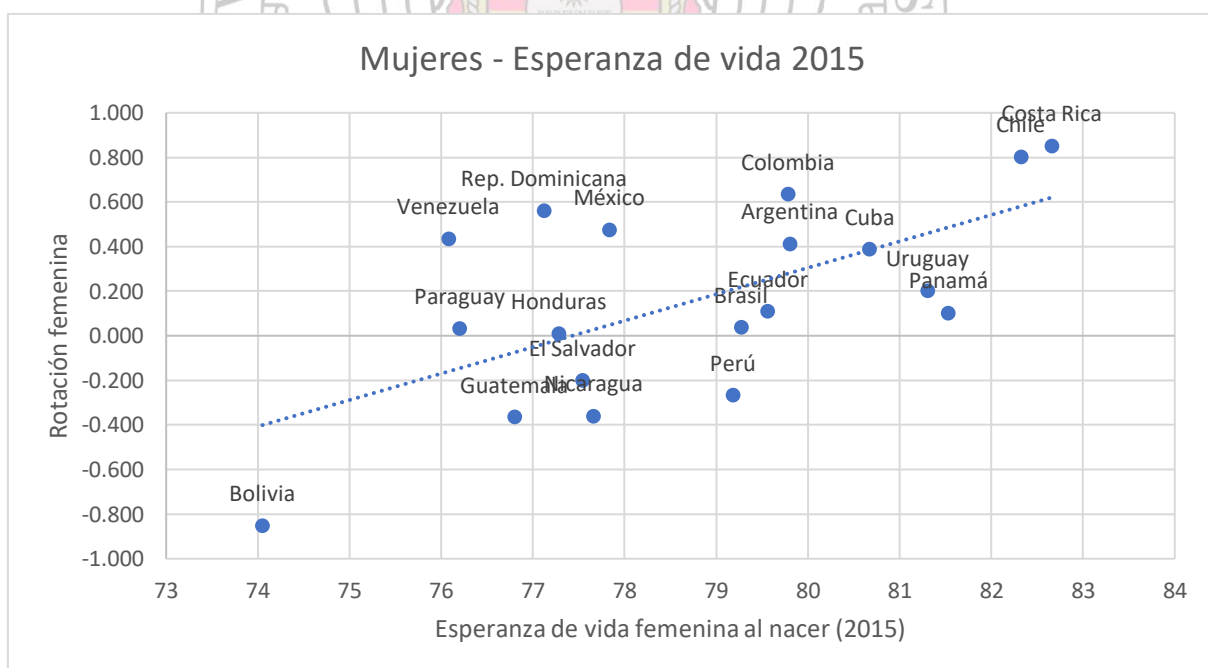


Fig. 8 Asociación entre nivel de rotación femenina del período 1950-2015 y la esperanza de vida femenina al nacer calculada con datos del 2015. La línea punteada representa el estimador de la regresión lineal.

cercano a cero. Esto contrasta con el caso europeo, donde ambos coeficientes resultaron levemente negativos, aunque sin significación estadística.

En América Latina, en cambio, toda la evidencia empírica apunta a una correlación positiva entre el nivel de rotación y la esperanza de vida, en línea con la literatura sobre el tema. No obstante, el umbral de 80 años no parece ajustarse adecuadamente a los datos, dado que esta correlación positiva se da en estructuras demográficas que están lejos de haber alcanzado ese nivel.

En la Tabla 2 se detallan los niveles de rotación y esperanza de vida al nacer promedio del período 1950-2015, según país y sexo.

País	Rotación Masculina	Esp. de vida masculina al nacer (1950-2015)	Rotación Femenina	Esp. de vida femenina al nacer (1950-2015)	Promedio Rotación ambos sexos	Promedio Esp. de Vida de ambos sexos
Argentina	0,473	66,953	0,414	73,467	0,443	70,210
Bolivia	-0,659	52,574	-0,852	55,965	-0,756	54,270
Brasil	0,052	61,211	0,039	67,160	0,045	64,186
Chile	0,890	66,278	0,803	72,121	0,846	69,200
Colombia	0,601	64,191	0,635	69,745	0,618	66,968
Costa Rica	0,661	68,963	0,852	73,474	0,757	71,218
Cuba	0,246	70,532	0,388	74,159	0,317	72,345
Ecuador	0,079	62,779	0,110	67,007	0,095	64,893
El Salvador	-0,342	56,579	-0,200	64,692	-0,271	60,635
Guatemala	-0,192	57,441	-0,364	61,569	-0,278	59,505
Honduras	-0,047	59,001	0,009	63,164	-0,019	61,083
México	0,267	64,203	0,475	69,491	0,371	66,847
Nicaragua	-0,732	58,033	-0,359	62,892	-0,545	60,463
Panamá	0,113	67,736	0,102	72,099	0,108	69,918
Paraguay	-0,028	66,104	0,032	70,061	0,002	68,083
Perú	-0,339	60,041	-0,267	64,088	-0,303	62,064
Rep. Dominicana	0,510	60,790	0,562	65,229	0,536	63,009
Uruguay	-0,034	68,377	0,204	75,347	0,085	71,862
Venezuela	0,596	64,735	0,435	70,549	0,516	67,642

Tabla 2 Información conjunta del nivel de rotación del período 1950-2015 y esperanza de vida al nacer promedio del período 1950-2015, según país y sexo

V.4 | Nivel Medio de rotación según incremento entre 1950 y 2015 de la expectativa de vida al momento de nacer

La correlación entre la rotación y el indicador de incrementos entre 1950 y 2015 en la esperanza de vida al nacer según la fórmula (8) es de -0.493 en los hombres y de -0.639 en las mujeres, con un p-valor del test unilateral de 0.994 y 0.999 respectivamente, de manera que en ambos casos el coeficiente es negativo con altísima probabilidad. En el estudio sobre países europeos de Vékás (2019), este indicador presenta una correlación positiva y estadísticamente significativa en mujeres, y negativa en hombres.

V.5 | Nivel Medio de rotación según expectativa de vida remanente a los 60 años medida en 2012

Aplicando la fórmula (8) para obtener el coeficiente asociado al indicador de esperanza de vida remanente a los 60 años, obtenemos un resultado de 0.585 para los hombres y 0.582 para las mujeres, con un p-valor de 0.001 en ambos casos, aceptando la hipótesis alternativa de que estos coeficientes son positivos. Estos resultados están en línea con las correlaciones positivas y estadísticamente significativas de los indicadores de esperanza de vida al nacer promedio del período 1950-2015, ya que son variables estrechamente vinculadas. A diferencia de lo que sucede en Latinoamérica, los resultados del estudio europeo de Vékás (2019) dan un signo cambiante y con poca significación estadística, confirmando que en el caso europeo este tipo de indicadores no son un buen predictor del nivel de rotación.

V.6 | Síntesis comparativa regional entre Europa y América Latina

En la Tabla 3 se ofrece una comparación de los principales resultados regionales obtenidos en este trabajo y en Vékás (2019), así como datos demográficos respecto de la esperanza de vida ponderada por tamaño poblacional, tanto en promedio del período 1950-2015 como a fecha de 2015. Este cuadro permite apreciar más fácilmente varias de las cuestiones mencionadas a lo largo de los resultados expuestos, algunas de las cuales serán retomadas en las conclusiones.

Variable	Latinoamérica		Europa	
	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
Rotación promedio	0,203		0,389	
Rotación por sexo	0,184	0,222	0,246	0,498
Diferencia rotación entre sexos	0,038		0,252	
Porcentaje de países con rotación significativa al 5%	31,58%	36,84%	50,00%	67,86%
Porcentaje de países con rotación significativa al 1%	21,05%	15,79%	25,00%	67,86%
Correlación rotación - Esp. De vida al nacer (1950-2015)	0,717	0,666	-0,111	-0,105
Correlación rotación - Incrementos Esp. De vida al nacer	-0,493	-0,639	-0,302	0,522
Correlación rotación - Esp. De vida a los 60 años (2012)	0,585	0,582	-0,140	0,209
Esperanza de vida al nacer (2015) promedio	75,617		81,147	
Esperanza de vida al nacer (2015) por sexo	72,360	78,775	78,473	83,702
Diferencia en Esp. de vida (2015) entre sexos	6,415		5,229	
Esperanza de vida al nacer (1950-2015) promedio	65,54		74,26	
Esperanza de vida al nacer (1950-2015) por sexo	62,78	68,23	71,18	77,22
Diferencia en Esp. de vida (1950-2015) entre sexos	5,450		6,040	

Tabla 3 Comparación entre América Latina y Europa de múltiples variables asociadas a la medición del nivel de rotación regional, a la correlación regional de la rotación con tres indicadores, y a la esperanza de vida al nacer medida a nivel regional

VI. CONCLUSIONES

Basados en información detallada del período 1950-2015 para ambos sexos y utilizando una metodología no paramétrica orientada a los datos, es claro que el fenómeno de rotación ha tenido lugar solamente en algunos de los 19 países latinoamericanos estudiados. Apenas 6 países muestran un patrón de rotación estadísticamente significativo al 5% en ambos sexos, y el número se reduce a 3 países si establecemos un nivel de significancia del 1%. La mayoría de los países examinados no muestra evidencia clara de rotación, mientras que Bolivia y en menor medida Nicaragua muestran evidencia de un patrón opuesto o anti-rotación.

Estos resultados muestran ciertas similitudes con los obtenidos por Vékás (2019) en su trabajo original sobre países europeos, donde se encontró evidencia de rotación significativa al 5% en ambos sexos en 11 de los 28 países. Sin embargo, en términos generales Latinoamérica ha presentado un nivel promedio de rotación (considerando ambos sexos y ponderando por tamaño poblacional) muy inferior al europeo, casi equivalente a la mitad. Asimismo, la esperanza de vida al nacer de Europa es considerablemente mayor que la de Latinoamérica, de modo que el mayor nivel de rotación podría equivocadamente asociarse a esta variable. La relación entre la prolongación de la esperanza de vida y el fenómeno de rotación está bien apuntada en la literatura, y el mayor nivel de rotación de Europa parece, a priori, ser evidencia favorable para este argumento. Pero veamos que esto no es correcto. En este trabajo hemos comprobado una característica importante acerca de la diferencia de rotación entre Latinoamérica y Europa: es explicada principalmente por la rotación femenina. El nivel de rotación masculina es mayor en Europa que en Latinoamérica, pero por una diferencia relativamente pequeña, mientras que la rotación femenina de Europa duplica sobradamente la latinoamericana. En ambos continentes los resultados indican que el fenómeno de rotación ha sido más importante en la población femenina que la masculina, pero en el caso europeo la diferencia está notablemente más acentuada. Si la mayor rotación de Europa frente a Latinoamérica estuviera explicada por su mayor esperanza de vida, entonces Europa debería presentar una diferencia de esperanza de vida al nacer entre

hombres y mujeres mucho mayor que la de Latinoamérica. Pero esto no se observa: en Europa las mujeres tienen una esperanza de vida 5.23 años superior a la de los hombres, y en Latinoamérica la diferencia es de 6.42. La brecha de esperanza de vida es mayor en Latinoamérica.

Por otro lado, en este trabajo hemos encontrado una clara correlación positiva y estadísticamente significativa entre la rotación y la esperanza de vida de los países latinoamericanos en ambos sexos, tanto la esperanza de vida promedio al nacer del período 1950-2015 como la esperanza de vida remanente a los 60 años. Pero en el trabajo sobre los países europeos de Vékás (2019) esta correlación no parece tan clara, y de hecho es levemente negativa (sin significancia estadística) en ambos sexos. Si bien la literatura apunta a una correlación positiva entre estas variables, la evidencia empírica no es unánime. Asimismo, hemos visto que esta correlación positiva entre el nivel de rotación y la esperanza de vida se da por más que en la gran mayoría de los casos los países latinoamericanos no han alcanzado (a datos de 2015) el umbral de los 80 años de esperanza de vida al nacer propuesto en la literatura (ningún país lo alcanzó en la esperanza de vida masculina, y 5 países lo consiguieron en la esperanza de vida femenina).

En este trabajo también hemos encontrado que la correlación entre el nivel de rotación y los incrementos de la esperanza de vida al nacer en el período 1950-2015 es considerablemente negativa en Latinoamérica. A priori esto parece no encuadrar en la literatura, según la cual un aumento en la esperanza de vida debería estar asociada con un aumento de la rotación. Lo que sucede es que los países latinoamericanos más proclives a realizar mayores adelantos en términos de esperanza de vida al nacer son precisamente aquellos que tienen esperanza de vida más baja. Si hacemos una regresión lineal donde los incrementos son la variable dependiente y la esperanza de vida al nacer la variable independiente, en ambos sexos obtenemos un coeficiente negativo (de aproximadamente -1 en ambos casos), con un p-valor muy cercano a cero. Para decirlo en términos estadísticos, hay un problema de selección. Los mayores incrementos en esperanza de vida están asociados a países con poca esperanza de vida, y hemos visto que en Latinoamérica la esperanza de vida está positivamente correlacionada con el nivel de rotación, de manera que los incrementos en la esperanza de vida terminan negativamente correlacionados con la rotación. Sería

erróneo inferir que hay una relación causal entre los incrementos de esperanza de vida y la baja rotación, cuando posiblemente lo que ocurre es el fenómeno inverso.

Finalmente, cabe resaltar la relevancia práctica del estudio de la rotación del patrón de edad en la disminución de la mortalidad y señalar el camino que podrían emprender los próximos trabajos sobre este tema. Siguiendo a Vékás (2019), en tanto que el fenómeno de rotación pone en peligro la fiabilidad de la proyección de las tasas de mortalidad de los sistemas de pensiones, seguros de vida y seguros de salud, es esencial alertar sobre su existencia y aplicar procedimientos de proyección adecuados que lo tengan en consideración. El modelo de Lee y Carter (1992), que es el más difundido modelo de proyección de tasas de mortalidad, ignora la existencia de rotación. Por este motivo, siempre que haya evidencia de rotación en las series de datos, es recomendable el uso de modelos alternativos como la variante que Li et al. (2013) hicieron sobre el modelo original. Esta variante incorpora una rotación gradual en las proyecciones de mortalidad, aunque tiene ciertas rigideces ya que el umbral de inicio propuesto (establecido en 80 años de edad) y la velocidad de rotación son externamente impuestos por los autores, y no son determinados por series de datos del pasado. En este sentido Vékás (2019) señala la importancia, de cara al futuro, de realizar modificaciones haciendo endógenos estos parámetros para poder mejorar la aplicabilidad práctica de este método.

VII. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Bohk-Ewald C. y Rau R. (2016) *Changing mortality patterns and their predictability: the case of the United States*. En: Schoen R (ed) *Dynamic demographic analysis*, vol 39. The Springer series on demographic methods and population analysis. Springer, Berlin.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-26603-9_5
- [2] Bohk-Ewald C. y Rau R. (2017) *Probabilistic mortality forecasting with varying age-specific survival improvements*. *Genus Journal of Population Sciences* 73(1):15.
<https://doi.org/10.1186/s41118-016-0017-8>
- [3] Bongaarts J. (2005) *Long-range trends in adult mortality: Models and projection methods*. *Demography* 42(1):23–49.
<https://doi.org/10.1353/dem.2005.0003>
- [4] Booth H., Maindonald J. y Smith L. (2002) *Applying Lee-Carter under Conditions of Variable Mortality Decline*. *Population Studies* 56(3):325–336.
<https://doi.org/10.1080/00324720215935>
- [5] Cairns A., Blake D., Dowd K., Coughlan G. y Khalaf-Allah M. (2011) *Bayesian stochastic mortality modelling for two populations*. *ASTIN Bull* 41(1):29–59
- [6] Carter L. y Prskawetz A. (2001) *Examining structural shifts in mortality using the Lee -Carter method*. Max Planck Institute for Demographic Research.
- [7] Christensen K., Doblhammer G., Rau R. y Vaupel J. (2009) *Ageing populations: the challenges ahead*. *The Lancet* 374(9696):1196–1208.
[https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(09\)61460-4](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(09)61460-4)
- [8] De Beer J. y Janssen F. (2016) *A new parametric model to assess delay and compression of mortality*. *Population Health Metrics* 14:46.
<https://doi.org/10.1186/s12963-016-0113-1>
- [9] Haberman S. y Renshaw A. (2012) *Parametric mortality improvement rate modelling and projecting*. *Insurance: Mathematics and Economics* 50(3):309–333.
<https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2011.11.005>
- [10] Horiuchi S. y Wilmoth J. (1995) *The aging of mortality decline*. En: Annual meeting of the population Association of America, San Francisco, CA

- [11] Hyndman R. y Ullah M. (2007) *Robust forecasting of mortality and fertility rates: a functional data approach*. Computational Statistics & Data Analysis 51(10):4942–4956.
<https://doi.org/10.1016/j.csda.2006.07.028>
- [12] Hyndman R., Booth H. y Yasmeeen F. (2013) *Coherent mortality forecasting: the product-ratio method with functional time series models*. Demography 50(1):261–283.
<https://doi.org/10.1007/s13524-012-0145-5>
- [13] Kannisto V., Lauritsen J., Thatcher A. y Vaupel J. (1994) *Reductions in mortality at advanced ages: several decades of evidence from 27 countries*. Population and Development Review 20(4):793–810.
<https://doi.org/10.2307/2137662>
- [14] Lee R. (2000) *The Lee–Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications*. North American Actuarial Journal 4(1):80–93.
<https://doi.org/10.1080/10920277.2000.10595882>
- [15] Lee R. y Carter L. (1992) *Modeling and forecasting US mortality*. Journal of the American Statistical Association 87:659–671.
<https://doi.org/10.2307/2290201>
- [16] Lee R. y Miller T. (2001) *Evaluating the performance of the Lee–Carter method for forecasting mortality*. Demography 38(4):537–549.
<https://doi.org/10.1353/dem.2001.0036>
- [17] Li N., Lee R. y Gerland P. (2013) *Extending the Lee–Carter method to model the rotation of age patterns of mortality–decline for long-term projection*. Demography 50(6):2037–2051.
<https://doi.org/10.1007/s13524-013-0232-2>
- [18] Li N. y Gerland P. (2011) *Modifying the Lee–Carter method to project mortality changes up to 2100*. En: Annual meeting of the population Association of America, Washington, DC
- [19] Li N. y Lee R. (2005) *Coherent mortality forecasts for a group of populations: an extension of the Lee–Carter method*. Demography 42(3):575–594.
<https://doi.org/10.1353/dem.2005.0021>
- [20] Li H. y Li J. (2017) *Optimizing the Lee–Carter approach in the presence of structural changes in time and age patterns of mortality improvements*. Demography 54(3):1073–1095.
<https://doi.org/10.1007/s13524-017-0579-x>
- [21] Mitchell D., Brockett P., Mendoza-Arriaga R. y Muthuraman K. (2013) *Modeling and forecasting mortality rates*. Insurance: Mathematics and Economics 52(2):275–285.
<https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2013.01.002>

- [22] Pinto da Costa J. (2015) *Rankings and preferences-newresults in weighted correlation and weighted principal component analysis with applications*. Springer, Berlin. ISBN 978-3-662-48343-5
- [23] R Core Team (2021). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>
- [24] Rau R., Soroko E., Jasilionis D. y Vaupel J. (2008) *Continued reductions in mortality at advanced ages*. Population and Development Review 34:747–68.
<https://doi.org/10.1111/j.1728-4457.2008.00249.x>
- [25] Russolillo M., Giordano G. y Haberman S. (2011) *Extending the Lee–Carter model: a three-way decomposition*. Scandinavian Actuarial Journal 2011(2):96–117.
<https://doi.org/10.1080/03461231003611933>
- [26] Tuljapurkar S., Li N. y Boe C. (2000) *A universal pattern of mortality change in the G7 countries*. Nature 405(6788):789–792
- [27] United Nations Population Division (2020). wpp2019: World Population Prospects 2019. R package version 1.1-1.
<https://CRAN.R-project.org/package=wpp2019>
- [28] Vékás P. (2019) *Rotation of the age pattern of mortality improvements in the European Union*. Central European Journal of Operations Research (2020) 28:1031–1048.
<https://doi.org/10.1007/s10100-019-00617-0>
- [29] Wickham H., François R., Henry L. y Müller K. (2022). dplyr: A Grammar of Data Manipulation. R package version 1.0.9.
<https://CRAN.R-project.org/package=dplyr>

VIII. ANEXO: CÓDIGO UTILIZADO PARA REALIZAR LOS CÁLCULOS EN R

```

# Código para cálculo de rotación según sexo y país
# Debemos llamar a la librería de R que contiene las bases de datos
# (debe haber sido instalada previamente)

library(wpp2019)

# Ahora obtenemos las bases de datos de mortalidad y población, tanto para
# hombres
# como para mujeres

# Base de datos de mortalidad para hombres:
data("mxM")
# Base de datos de población para hombres:
data("popM")
# Base de datos de mortalidad para mujeres:
data("mxF")
# Base de datos de población para mujeres:
data("popF")

# A modo de ejemplo, calcularemos la rotación para el sexo masculino del país
# Argentina
# Seleccionamos los datos de mortalidad del país correspondiente, dentro de la
# base de datos relativa al sexo correspondiente
# En este caso seleccionamos los datos de Argentina dentro de la base de datos
# de mortalidad masculina

datos<-subset(mxM,name == "Argentina")
library(dplyr)
datos<-select(datos, -country_code, -name, -age)
datos<-data.frame(t(datos))

# Notar que hemos usado el paquete dplyr para descartar datos irrelevantes
# A continuación calculamos la matriz de rxt, siguiendo la fórmula (3)

rxt <- matrix(ncol = 22, nrow = 12);rxt<-data.frame(rxt)
for (i in 1:12) {for (j in 1:22) {rxt[i,j]<- (-log(datos[i+1,j]/datos[i,j])) }}

# Y ahora podemos calcular el r promedio de cada edad
rxpromedio<-matrix(ncol = 22, nrow = 1);rxpromedio<-
data.frame(rxpromedio)
for(i in 1:22) {rxpromedio[1,i]<-mean(rxt[,i])}

# Ahora debemos calcular la tasa de aceleración beta(x)
# Para ello, en primer lugar, obtendremos una matriz que nos servirá de insumo
# para obtener el numerador del beta

```

```

betanumerador<-matrix(ncol = 22, nrow = 12);betanumerador<-
data.frame(betanumerador)
for (i in 1:12) {for (j in 1:22) {betanumerador[i,j]<-(rxt[i,j]-rxpromedio[1,j])*(i-
6.5)}}

# Notar que el 6.5 se obtiene a partir del promedio de 1 a 12, ya que en nuestra
base de datos tenemos (13-1) períodos calendarios

# Y ahora podemos calcular la suma correspondiente a cada una de las edades

betanumeradorsuma<-matrix(ncol = 22, nrow = 1);betanumeradorsuma<-
data.frame(betanumeradorsuma)
for(i in 1:22) {betanumeradorsuma[1,i]<-sum(betanumerador[,i])}

# Ahora calculamos el denominador del beta

denominador<-0
for(i in 1:12) {denominador<-denominador+(i-6.5)^2}
denominador

# Notar que el denominador es equivalente para todas las edades
# Ahora podemos calcular la matriz con el beta correspondiente a cada edad

beta<-betanumeradorsuma/denominador

# A continuación debemos obtener el promedio poblacional de cada intervalo de
edad en el período histórico que va de 1990 a 2015

# Seleccionamos los datos poblacionales del país correspondiente, dentro de la
base de datos relativa al sexo deseado
# En este caso seleccionamos los datos de Argentina dentro de la base de datos
de población masculina

datospob<-subset(popM,name == "Argentina")
datospob<-select(datospob,"1990", "1995", "2000", "2005", "2010", "2015")

# Ahora debemos desagregar los datos poblacionales correspondientes al
primer intervalo de edad, ya que en los datos poblacionales las edades 0 a 4 se
encuentran agregadas, mientras que en los datos de mortalidad la edad 0 se
encuentra contabilizada por separado.
# Para esto haremos el supuesto de que, en cada período, la población de edad 0
constituye el 30% de la población de entre 0 y 4 años. Este supuesto es más
consistente que si asumiéramos una distribución uniforme, ya que en la edad 0
hay una mayor mortalidad que en las posteriores. Además, este supuesto
permite replicar de manera consistente el estudio original hecho sobre países de
la Unión Europea, obteniendo resultados muy similares.

# Para desagregar, crearemos una nueva matriz. La primera fila es la población
correspondiente a la edad 0, la segunda fila la correspondiente al intervalo 1-4,
mientras que las otras filas se mantienen iguales

```

```

datospob2<-matrix(ncol = 6, nrow = 22);datospob2<-data.frame(datospob2)
datospob2[1,]<-0.3*datospob[1,]
datospob2[2,]<-0.7*datospob[1,]
for(i in 3:22) {datospob2[i,]<-datospob[i-1,]}

# Ahora podemos calcular el promedio poblacional para cada intervalo de edad

promediopob<-matrix(ncol = 22, nrow = 1);promediopob<-
data.frame(promediopob)
for(i in 1:22) {promediopob[1,i]<-mean(as.numeric(datospob2[i,]))}

# Como los datos están en miles:

promediopob<-promediopob*1000

# La suma total de la población promedio de cada intervalo de edad:

sumapromediopob<-sum(promediopob)

# Con estos datos podemos proceder a calcular Mu, necesario para conocer la
rotación
# El primer paso es rankear los betas, de tal manera de saber el número de
orden de la aceleración correspondiente a cada intervalo de edad

beta2<-t(beta);beta2<-data.frame(beta2)
betarank<-rank(beta2$beta2)

# Ahora calculamos el producto entre la población promedio de cada intervalo
de edad y el ranking de beta

productopobrank<-promediopob*betarank

# la suma total de este vector es

sumaproductopobrank<-sum(productopobrank)

# Calculamos el Mu

Mu<-sumaproductopobrank/sumapromediopob

# A continuación calculamos V, la media ponderada de los índices del grupo de
edad

indice<-c(1:22)
productopobind<-promediopob*indice
sumaproductopobind<-sum(productopobind)
V<-sumaproductopobind/sumapromediopob

# Ya podemos calcular el numerador de Ro (Ro=rotación)

```

```
Auxiliarnumerador1<-(betarank-Mu)*(indice-V)*promediopob
NumeradorRo<-sum(Auxiliarnumerador1)
```

Y el denominador de Ro:

```
Auxiliardenominador1<-(sum(((betarank-Mu)^2)*promediopob))^(1/2)
Auxiliardenominador2<-(sum(((indice-V)^2)*promediopob))^(1/2)
DenominadorRo<-Auxiliardenominador1*Auxiliardenominador2
```

Calculamos la Rotación

```
Ro<-NumeradorRo/DenominadorRo; Ro
```

Podemos crear una función que condense todo el código expuesto y que, al ingresar el país y el sexo, nos devuelva directamente el nivel de rotación correspondiente. Para que la función trabaje correctamente se debe haber instalado los paquetes wpp2019 y dplyr

```
rotation<-function(pais,sexo) {
  library(wpp2019);library(dplyr)
  data("mxM");data("popM");data("mxF");data("popF")
  if(sexo=="M") {datos<-subset(mxM,name == pais)}
  if(sexo=="F") {datos<-subset(mxF,name == pais)}
  if((sexo!="M")&(sexo!="F")) {return("Sexo ingresado debe ser 'M' o 'F'")}
  if(nrow(datos)==0) {return("El país o área indicado no está en la base de datos")}
  datos<-select(datos, -country_code, -name, -age)
  datos<-data.frame(t(datos))
  rxt <- matrix(ncol = 22, nrow = 12);rxt<-data.frame(rxt)
  for (i in 1:12) {for (j in 1:22) {rxt[i,j]<- (-log(datos[i+1,j]/datos[i,j])) }}
  rxpromedio<-matrix(ncol = 22, nrow = 1);rxpromedio<-data.frame(rxpromedio)
  for(i in 1:22) {rxpromedio[1,i]<-mean(rxt[,i])}
  betanumerador<-matrix(ncol = 22, nrow = 12);betanumerador<-data.frame(betanumerador)
  for (i in 1:12) {for (j in 1:22) {betanumerador[i,j]<-(rxt[i,j]-rxpromedio[1,j])*(i-6.5)}}
  betanumeradorsuma<-matrix(ncol = 22, nrow = 1);betanumeradorsuma<-data.frame(betanumeradorsuma)
  for(i in 1:22) {betanumeradorsuma[1,i]<-sum(betanumerador[,i])}
  denominador<-143
  beta<-betanumeradorsuma/denominador
  if(sexo=="M") {datospop<-subset(popM,name == pais)}
  if(sexo=="F") {datospop<-subset(popF,name == pais)}
  datospop<-select(datospop,"1990", "1995", "2000", "2005", "2010", "2015")
  datospop2<-matrix(ncol = 6, nrow = 22);datospop2<-data.frame(datospop2)
  datospop2[1,]<-0.3*datospop[1,]
  datospop2[2,]<-0.7*datospop[1,]
  for(i in 3:22) {datospop2[i,]<-datospop[i-1,]}
```

```

promediopob<-matrix(ncol = 22, nrow = 1);promediopob<-
data.frame(promediopob)
for(i in 1:22) {promediopob[1,i]<-mean(as.numeric(datospob2[i,]))}
promediopob<-promediopob*1000
sumapromediopob<-sum(promediopob)
beta2<-t(beta);beta2<-data.frame(beta2)
betarank<-rank(beta2$beta2)
productopobrank<-promediopob*betarank
sumaproductopobrank<-sum(productopobrank)
Mu<-sumaproductopobrank/sumapromediopob
indice<-c(1:22)
productopobind<-promediopob*indice
sumaproductopobind<-sum(productopobind)
V<-sumaproductopobind/sumapromediopob
Auxiliarnumerador1<-((betarank-Mu)*(indice-V))*promediopob
NumeradorRo<-sum(Auxiliarnumerador1)
Auxiliardenominador1<-((sum(((betarank-Mu)^2)*promediopob))^(1/2))
Auxiliardenominador2<-((sum(((indice-V)^2)*promediopob))^(1/2))
DenominadorRo<-Auxiliardenominador1*Auxiliardenominador2
Ro<-NumeradorRo/DenominadorRo
return(Ro)}

# Por ejemplo, utilicemos la función para el mismo caso calculado antes y
veamos que obtenemos igual resultado

rotation("Argentina", "M")

# Ambos argumentos deben ingresarse entre comillas. El primer argumento es
el país y el segundo es el sexo. Si ingresamos un país que no está en la base de
datos o un sexo distinto de M o F, la función devuelve un mensaje de error

# Esta función puede utilizarse incluso para calcular la rotación de países que
no están incluidos en este trabajo (países no pertenecientes a Latinoamérica),
siempre que sean países que figuren en la base de datos de las Naciones Unidas.
# Los nombres de los países deben estar en inglés, y tipeados tal y como figuran
en las bases de datos de las Naciones Unidas.
# A continuación se puede ver el listado de todos los países o agrupaciones de
países disponibles en la base de datos

unique(mxM$name)

# Para poder obtener resultados a nivel regional, deberemos ponderar por
población.
# Para poder ponderar por población, necesitamos una función que nos indique
# la cantidad poblacional.
# Escribimos una función para calcular el tamaño poblacional promedio en
# función del país y del sexo para el período 1990-2015

PoblacionPromedio<-function(pais,sexo) {
library(wpp2019);library(dplyr)
data("popM");data("popF")

```

```

if(sexo=="M") {datospob<-subset(popM,name == pais)}
if(sexo=="F") {datospob<-subset(popF,name == pais)}
if((sexo!="M")&(sexo!="F")) {return("Sexo ingresado debe ser 'M' o 'F'")}
if(nrow(datospob)==0) {return("El país o área indicado no está en la base de
datos")}
datospob<-select(datospob,"1990", "1995", "2000", "2005", "2010", "2015")
return((sum(datospob)/6)*1000)}

```

A continuación escribimos una función para calcular la rotación de
un determinado sexo en una determinada región, calculada como una media
ponderada por población de las rotaciones de los países que la componen.
Esa región habrá que definirla en un vector.

```

RotationMedia<-function(region,sexo) {
  suma<-0
  for(i in region) {suma<-suma + rotation(i,sexo)*PoblacionPromedio(i,sexo)}
  suma2<-0
  for(i in region) {suma2<-suma2 + PoblacionPromedio(i,sexo)}
  return(suma/suma2)}

```

Usamos esta función para calcular la rotación media de cada sexo para
la región Latinoamérica

```

Latinoamerica <- c("Argentina", "Bolivia (Plurinational State
of)", "Brazil", "Chile", "Colombia", "Costa Rica", "Cuba", "Ecuador", "El
Salvador", "Guatemala", "Honduras", "Mexico", "Nicaragua", "Panama", "Paraguay
", "Peru", "Dominican Republic", "Uruguay", "Venezuela (Bolivarian Republic
of)")

```

```

RotationMedia(Latinoamerica,"M")
RotationMedia(Latinoamerica,"F")

```

Calculamos p-valor de la diferencia de nivel medio de rotation entre sexos
(prueba T de student para muestras independientes)

```

pvalor<-function(region) {
  vectorpoblacionF<-c()
  for(i in 1:length(region)) {vectorpoblacionF[i]<-
PoblacionPromedio(region[i],"F")}
  vectorrotationF<-c()
  for(i in 1:length(region)) {vectorrotationF[i]<-rotation(region[i],"F")}
  x2<-
mean(length(region)*vectorpoblacionF*vectorrotationF/sum(vectorpoblacionF
))
  N<-length(region)
  s2<-(sum(vectorpoblacionF*(vectorrotationF-
x2)^2)/(sum(vectorpoblacionF)-1))^(1/2)
  vectorpoblacionM<-c()
  for(i in 1:length(region)) {vectorpoblacionM[i]<-
PoblacionPromedio(region[i],"M")}
  vectorrotationM<-c()
  for(i in 1:length(region)) {vectorrotationM[i]<-rotation(region[i],"M")}

```

```
x1<-
mean(length(region)*vectorpoblacionM*vectorrotationM/sum(vectorpoblacion
M))
s1<-(sum(vectorpoblacionM*(vectorrotationM-
x1)^2)/(sum(vectorpoblacionM)-1))^(1/2)
SED<-((s1^2)/N+(s2^2)/N)^(1/2);SED
t<-(abs(x1-x2))/SED;t
return(1-pt(t,length(region)-1))}
```

```
pvalor(Latinoamerica)
```

```
# A modo de control, usemos esta misma metodología para calcular (para cada
sexo)
# la rotation media de los países europeos correspondientes al
# trabajo original de Péter Vékás (2019)
```

```
Europa<-
c("Austria","Belgium","Bulgaria","Croatia","Cyprus","Czechia","Denmark","Esto
nia","Finland","France","Germany","Greece","Hungary","Ireland","Italy","Latvi
a","Lithuania","Luxembourg","Malta","Netherlands","Poland","Portugal","Rom
ania","Slovakia","Slovenia","Spain","Sweden","United Kingdom")
RotationMedia(Europa,"M")
RotationMedia(Europa,"F")
```

```
# Los resultados obtenidos son muy similares a los de su trabajo.
# Existe una leve diferencia, que se debe al supuesto hecho para compatibilizar
# las bases de datos de mortalidad y recuento poblacional
# También podemos medir la rotación de una región a nivel global, sin
diferenciar por sexos
```

```
RotationMediaGlobal<-function(region) {
suma<-0
for(i in region) {suma<-suma + rotation(i,"M")*PoblacionPromedio(i,"M") +
rotation(i,"F")*PoblacionPromedio(i,"F")}
suma2<-0
for(i in region) {suma2<-suma2 + PoblacionPromedio(i,"M") +
PoblacionPromedio(i,"F")}}
return(suma/suma2)}
```

```
RotationMediaGlobal(Europa)
RotationMediaGlobal(Latinoamerica)
```

```
# A continuación calculemos el alfa que nos permitirá obtener posteriormente
# las correlaciones entre rotation y esperanzas de vida
```

```
alfa<-function(region,sexo) {
vectorpoblacion<-c(0);length(vectorpoblacion)<-length(region)
for(i in 1:length(region)) {vectorpoblacion[i]<-
PoblacionPromedio(region[i],sexo)}
```

```

vectorrotation<-c(0);length(vectorrotation)<-length(region)
for(i in 1:length(region)) {vectorrotation[i]<-rotation(region[i],sexo)}
vectorrotation2<-t(vectorrotation);vectorrotation2<-t(vectorrotation2)
vectorrotation2<-data.frame(vectorrotation2)
rotationrank<-rank(vectorrotation2$vectorrotation2)
numerador<-sum(vectorpoblacion*rotationrank)
denominador<-sum(vectorpoblacion)
return(numerador/denominador)}

```

Ahora definimos una función para calcular la esperanza de vida (al nacer)
promedio correspondiente al período 1950-2015, para un dado país y sexo
Notar que estamos usando dos bases de datos adicionales: eoM y eoF

```

EDVo<-function(pais,sexo) {
  library(wpp2019);library(dplyr)
  data("eoM");data("eoF")
  if(sexo=="M") {datos<-subset(eoM,name == pais)}
  if(sexo=="F") {datos<-subset(eoF,name == pais)}
  if((sexo!="M")&(sexo!="F")) {return("Sexo ingresado debe ser 'M' o 'F'")}
  if(nrow(datos)==0) {return("El país o área indicado no está en la base de
datos")}
  datos<-select(datos, -country_code, -name, -last.observed)
  return(mean(as.numeric(datos))))}

```

A continuación definimos una función para calcular los incrementos en la
esperanza de vida (al nacer) entre 1950 y 2015, para un dado país y sexo

```

IncEDVo<-function(pais,sexo) {
  library(wpp2019);library(dplyr)
  data("eoM");data("eoF")
  if(sexo=="M") {datos<-subset(eoM,name == pais)}
  if(sexo=="F") {datos<-subset(eoF,name == pais)}
  if((sexo!="M")&(sexo!="F")) {return("Sexo ingresado debe ser 'M' o 'F'")}
  if(nrow(datos)==0) {return("El país o área indicado no está en la base de
datos")}
  datos<-select(datos, -country_code, -name, -last.observed)
  return(as.numeric(datos[length(datos)]-datos[1]))}

```

A continuación, definimos una función para calcular la esperanza de vida
remanente
a la edad de 60 años, para un dado país y sexo.
Como esta información no se encuentra incluida en el paquete wpp2019, la
cargamos
manualmente. Otra opción es descargar la base de datos de la página de las
Naciones Unidas # y luego importarla a R. Aquí, para facilitar la tarea a los
lectores que deseen
replicar los cálculos, lo hemos hecho de manera manual.
Además de los datos de Latinoamérica, cargamos los de los países europeos
para comparar los resultados obtenidos con los del trabajo original
de Péter Vékás (2019).

```
EDV60<-function(pais,sexo){
  paises<-c();paises<-c(Latinoamerica,Europa)
  esperanzasM60<-
c(19,18,19,22,23,22,21,21,20,20,21,21,20,22,20,21,23,19,21,22,21,17,19,23,19,21,
18,22,23,22,22,17,22,23,16,17,23,22,22,19,22,17,18,21,22,23,22)
  esperanzasF60<-
c(24,20,22,26,27,25,24,23,23,23,23,22,25,23,24,23,24,24,25,25,21,23,26,23,
24,24,26,27,25,26,22,25,27,22,23,26,25,25,24,26,22,23,25,27,25,25)
  vectorEDV60<-cbind(paises,esperanzasM60,esperanzasF60)
  vectorEDV60<-data.frame(vectorEDV60)
  library(dplyr)
  datos<-subset(vectorEDV60,paises == pais)
  if(sexo=="M") {return(as.numeric(datos$esperanzasM60))}
  if(sexo=="F") {return(as.numeric(datos$esperanzasF60))}
  if((sexo!="M")&(sexo!="F")) {return("Sexo ingresado debe ser 'M' o 'F'")}
  if(nrow(datos)==0) {return("El país o área indicado no está en la base de
datos")}}
```

A continuación calculemos el gamma que nos permitirá obtener posteriormente las correlaciones entre rotation y esperanzas de vida

```
gamma<-function(region,sexo,indicador) {
if((sexo!="M")&(sexo!="F")) {return("Sexo ingresado debe ser 'M' o 'F'")}
vectorpoblacion<-c(0);length(vectorpoblacion)<-length(region)
for(i in 1:length(region)) {vectorpoblacion[i]<-
PoblacionPromedio(region[i],sexo)}
vectorindicador<-c(0);length(vectorindicador)<-length(region)
if(indicador=="EDVo") {for(i in 1:length(region)) {vectorindicador[i]<-
EDVo(region[i],sexo)}}
if(indicador=="IncEDVo") {for(i in 1:length(region)) {vectorindicador[i]<-
IncEDVo(region[i],sexo)}}
if(indicador=="EDV60") {for(i in 1:length(region)) {vectorindicador[i]<-
EDV60(region[i],sexo)}}
if((indicador!="EDVo")&(indicador!="IncEDVo")&(indicador!="EDV60"))
{return("El indicador ingresado no es válido")}
vectorindicador2<-t(vectorindicador);vectorindicador2<-t(vectorindicador2)
vectorindicador2<-data.frame(vectorindicador2)
indicadorrank<-rank(vectorindicador2$vectorindicador2)
numerador<-sum(vectorpoblacion*indicadorrank)
denominador<-sum(vectorpoblacion)
return(numerador/denominador)}
```

A continuación, calculamos la correlación entre el nivel de rotation y la
variable elegida como indicador, que puede ser la esperanza de vida al nacer
"EDVo", el incremento en la esperanza de vida al nacer "IncEDVo", o la
esperanza de vida remanente a los 60 años "EDV60".

```
CorrRotIndic<-function(region,sexo,indicador) {
if((sexo!="M")&(sexo!="F")) {return("Sexo ingresado debe ser 'M' o 'F'')}
```

```

if((indicador!="EDVo")&(indicador!="IncEDVo")&(indicador!="EDV6o"))
{return("El indicador ingresado no es válido")}
alfaH<-alfa(region,sexo)
gammaH<-gamma(region,sexo,indicador)
vectorpoblacion<-c(0);length(vectorpoblacion)<-length(region)
for(i in 1:length(region)) {vectorpoblacion[i]<-
PoblacionPromedio(region[i],sexo)}
vectorrotation<-c(0);length(vectorrotation)<-length(region)
for(i in 1:length(region)) {vectorrotation[i]<-rotation(region[i],sexo)}
vectorrotation2<-t(vectorrotation);vectorrotation2<-t(vectorrotation2)
vectorrotation2<-data.frame(vectorrotation2)
rotationrank<-rank(vectorrotation2$vectorrotation2)
vectorindicador<-c(0);length(vectorindicador)<-length(region)
if(indicador=="EDVo") {for(i in 1:length(region)) {vectorindicador[i]<-
EDVo(region[i],sexo)}}
if(indicador=="IncEDVo") {for(i in 1:length(region)) {vectorindicador[i]<-
IncEDVo(region[i],sexo)}}
if(indicador=="EDV6o") {for(i in 1:length(region)) {vectorindicador[i]<-
EDV6o(region[i],sexo)}}
vectorindicador2<-t(vectorindicador);vectorindicador2<-t(vectorindicador2)
vectorindicador2<-data.frame(vectorindicador2)
indicadorrank<-rank(vectorindicador2$vectorindicador2)
numerador<-sum(vectorpoblacion*(rotationrank-alfaH)*(indicadorrank-
gammaH))
denominador1<-((sum(vectorpoblacion*((rotationrank-alfaH)^2)))^(1/2)
denominador2<-((sum(vectorpoblacion*((indicadorrank-gammaH)^2)))^(1/2)
denominador<-denominador1*denominador2
return(numerador/denominador)}

```

Ahora podemos calcular la correlación entre el nivel de rotación y
los 3 indicadores señalados (en cada sexo):

```

CorrRotIndic(Latinoamerica,"M","EDVo")
CorrRotIndic(Latinoamerica,"M","IncEDVo")
CorrRotIndic(Latinoamerica,"M","EDV6o")
CorrRotIndic(Latinoamerica,"F","EDVo")
CorrRotIndic(Latinoamerica,"F","IncEDVo")
CorrRotIndic(Latinoamerica,"F","EDV6o")

```

Elaboramos un cuadro para examinar la relación entre nivel de rotación y
esperanza de vida promedio de 1950-2015. Luego exportamos el cuadro.
Notar que se necesita instalar la librería writexl

```

regionA<-Latinoamerica
vectorrotationM<-c(0);length(vectorrotationM)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorrotationM[i]<-rotation(regionA[i],"M")}
vectorrotationF<-c(0);length(vectorrotationF)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorrotationF[i]<-rotation(regionA[i],"F")}
vectorEspM<-c(0);length(vectorEspM)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorEspM[i]<-EDVo(regionA[i],"M")}
vectorEspF<-c(0);length(vectorEspF)<-length(regionA)

```

```

for(i in 1:length(regionA)) {vectorEspF[i]<-EDVo(regionA[i],"F")}
cuadro<-
cbind(regionA,vectorrotationM,vectorEspM,vectorrotationF,vectorEspF)
cuadro<-data.frame(cuadro);cuadro
library("writexl")
write_xlsx(cuadro,"C:\\Users\\USUARIO\\Desktop\\cuadroRotation2.xlsx")

```

Elaboramos un cuadro para examinar la relación entre nivel de rotación y
esperanza de vida al nacer (2015), y lo exportamos

```

EDVoen2015<-function(pais,sexo) {
  library(wpp2019);library(dplyr)
  data("eoM");data("eoF")
  if(sexo=="M") {datos<-subset(eoM,name == pais)}
  if(sexo=="F") {datos<-subset(eoF,name == pais)}
  if((sexo!="M")&(sexo!="F")) {return("Sexo ingresado debe ser 'M' o 'F'")}
  if(nrow(datos)==0) {return("El país o área indicado no está en la base de
datos")}
  datos<-select(datos,"2015-2020")
  return(datos[1,1])}

```

```

regionA<-Latinoamerica
vectorrotationM<-c(0);length(vectorrotationM)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorrotationM[i]<-rotation(regionA[i],"M")}
vectorrotationF<-c(0);length(vectorrotationF)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorrotationF[i]<-rotation(regionA[i],"F")}
vectorEspM<-c(0);length(vectorEspM)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorEspM[i]<-EDVoen2015(regionA[i],"M")}
vectorEspF<-c(0);length(vectorEspF)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorEspF[i]<-EDVoen2015(regionA[i],"F")}
cuadro<-
cbind(regionA,vectorrotationM,vectorEspM,vectorrotationF,vectorEspF)
cuadro<-data.frame(cuadro);cuadro
library("writexl")
write_xlsx(cuadro,"C:\\Users\\USUARIO\\Desktop\\cuadroRotation.xlsx")

```

Calculamos la esperanza de vida al nacer de Latinoamérica y Europa
con datos del 2015

```

Pob2015<-function(pais,sexo) {
  library(wpp2019);library(dplyr)
  data("popM");data("popF")
  if(sexo=="M") {datos<-subset(popM,name == pais)}
  if(sexo=="F") {datos<-subset(popF,name == pais)}
  if((sexo!="M")&(sexo!="F")) {return("Sexo ingresado debe ser 'M' o 'F'")}
  if(nrow(datos)==0) {return("El país o área indicado no está en la base de
datos")}
  datos<-select(datos,"2015")
  return(sum(datos)*1000)}

```

```
EDVRegion<-function(regionB) {
vectorpobM<-c(0);length(vectorpobM)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorpobM[i]<-Pob2015(regionB[i],"M")}
vectorpobF<-c(0);length(vectorpobF)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorpobF[i]<-Pob2015(regionB[i],"F")}
total<-sum(vectorpobM+vectorpobF)
vectorEspM<-c(0);length(vectorEspM)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorEspM[i]<-EDVoen2015(regionB[i],"M")}
vectorEspF<-c(0);length(vectorEspF)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorEspF[i]<-EDVoen2015(regionB[i],"F")}
return((sum(vectorpobM*vectorEspM+vectorpobF*vectorEspF))/total)}
```

```
EDVRegion(Europa)
EDVRegion(Latinoamerica)
```

Calculamos la esperanza de vida al nacer de Latinoamérica y Europa
con datos promedio del periodo 1950-2015

```
EDVRegionPromedio<-function(regionB) {
vectorpobM<-c(0);length(vectorpobM)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorpobM[i]<-Pob2015(regionB[i],"M")}
vectorpobF<-c(0);length(vectorpobF)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorpobF[i]<-Pob2015(regionB[i],"F")}
total<-sum(vectorpobM+vectorpobF)
vectorEspM<-c(0);length(vectorEspM)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorEspM[i]<-EDVo(regionB[i],"M")}
vectorEspF<-c(0);length(vectorEspF)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorEspF[i]<-EDVo(regionB[i],"F")}
return((sum(vectorpobM*vectorEspM+vectorpobF*vectorEspF))/total)}
```

```
EDVRegionPromedio(Latinoamerica)
EDVRegionPromedio(Europa)
```

Calculamos la esperanza de vida al nacer de Latinoamérica y Europa
con datos del 2015, según el sexo, ponderada por población

```
EDVRegionSexo<-function(regionB,sexo) {
vectorpob<-c(0);length(vectorpob)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorpob[i]<-Pob2015(regionB[i],sexo)}
total<-sum(vectorpob)
vectorEsp<-c(0);length(vectorEsp)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorEsp[i]<-EDVoen2015(regionB[i],sexo)}
return((sum(vectorpob*vectorEsp))/total)}
```

```
EDVRegionSexo(Europa,"M")
EDVRegionSexo(Europa,"F")
EDVRegionSexo(Latinoamerica,"M")
EDVRegionSexo(Latinoamerica,"F")
```

Calculamos la esperanza de vida al nacer de Latinoamérica y Europa

con datos promedio del período 1950-2015, según sexo, ponderada por población

```
EDVRegionSexoPromedio<-function(regionB,sexo) {
  vectorpob<-c(o);length(vectorpob)<-length(regionB)
  for(i in 1:length(regionB)) {vectorpob[i]<-Pob2015(regionB[i],sexo)}
  total<-sum(vectorpob)
  vectorEsp<-c(o);length(vectorEsp)<-length(regionB)
  for(i in 1:length(regionB)) {vectorEsp[i]<-EDVo(regionB[i],sexo)}
  return((sum(vectorpob*vectorEsp)/total)}
```

```
EDVRegionSexoPromedio(Europa,"M")
EDVRegionSexoPromedio(Europa,"F")
EDVRegionSexoPromedio(Latinoamerica,"M")
EDVRegionSexoPromedio(Latinoamerica,"F")
```

Calculamos el incremento global de esperanza de vida a nivel regional,
ponderando por tamaño poblacional, para Latinoamérica y Europa

```
regionA<-Latinoamerica
vectorlalaM<-c(o);length(vectorlalaM)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorlalaM[i]<-IncEDVo(regionA[i],"M")}
vectorlalaF<-c(o);length(vectorlalaF)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorlalaF[i]<-IncEDVo(regionA[i],"F")}
vectorpobM<-c(o);length(vectorpobM)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorpobM[i]<-Pob2015(regionA[i],"M")}
vectorpobF<-c(o);length(vectorpobF)<-length(regionA)
for(i in 1:length(regionA)) {vectorpobF[i]<-Pob2015(regionA[i],"F")}
total<-sum(vectorpobM+vectorpobF)
sum(vectorpobM*vectorlalaM+vectorpobF*vectorlalaF)/total
```

```
regionB<-Europa
vectorlalaM<-c(o);length(vectorlalaM)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorlalaM[i]<-IncEDVo(regionB[i],"M")}
vectorlalaF<-c(o);length(vectorlalaF)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorlalaF[i]<-IncEDVo(regionB[i],"F")}
vectorpobM<-c(o);length(vectorpobM)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorpobM[i]<-Pob2015(regionB[i],"M")}
vectorpobF<-c(o);length(vectorpobF)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorpobF[i]<-Pob2015(regionB[i],"F")}
total<-sum(vectorpobM+vectorpobF)
sum(vectorpobM*vectorlalaM+vectorpobF*vectorlalaF)/total
```

Hacemos una regresión lineal para ver la correlación entre
los incrementos en la esperanza de vida y la esperanza de vida
en cada sexo

```
regionB<-Latinoamerica
vectorincM<-c(o);length(vectorincM)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorincM[i]<-IncEDVo(regionB[i],"M")}
vectorincF<-c(o);length(vectorincF)<-length(regionB)
```

```
for(i in 1:length(regionB)) {vectorincF[i]<-IncEDVo(regionB[i],"F")}
vectorEspM<-c(0);length(vectorEspM)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorEspM[i]<-EDVo(regionB[i],"M")}
vectorEspF<-c(0);length(vectorEspF)<-length(regionB)
for(i in 1:length(regionB)) {vectorEspF[i]<-EDVo(regionB[i],"F")}

dataM<-cbind(vectorincM,vectorEspM);dataM<-data.frame(dataM)
regresionM<-lm(vectorincM~vectorEspM, data = dataM)
summary(regresionM)

dataF<-cbind(vectorincF,vectorEspF);dataF<-data.frame(dataF)
regresionF<-lm(vectorincF~vectorEspF, data = dataF)
summary(regresionF)
```

