

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES



TESIS DOCTORAL

**Métodos prospectivos en la teoría de selección de carteras, el
enfoque Box-Jenkins**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

José Emilio Navas López

Madrid, 2015

José Emilio Navas López

TP
1980

086



* 5 3 0 9 8 5 3 4 6 5 *

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

X - 53 - 1261550 - 2

MÉTODOS PROSPECTIVOS EN LA TEORÍA DE SELECCIÓN
DE CARTERAS, EL ENFOQUE BOX-JENKINS



Departamento de Economía de la Empresa
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad Complutense de Madrid
1980



BIBLIOTECA

© José Emilio Navas López
Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía
Noviciado, 3 Madrid-8
Madrid, 1980
Xerox 9200 XB 480
Depósito Legal: M-17180-1980

Universidad Complutense - Madrid -
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

METODOS PROSPECTIVOS EN
LA TEORIA DE SELECCION DE
CARTERAS.
EL ENFOQUE BOX-JENKINS.

Tesis Doctoral

Presentada por:

JOSE EMILIO NAVAS LOPEZ

Dirigida por el:

Dr. D. MARCIAL-JESUS LOPEZ MORENO
Catedrático de Economía de la Empresa

Madrid, Mayo 1. 979

Esta tesis doctoral fué calificada con "SOBRE-SALIENTE CUM LAUDE", el día de su lectura, estando el tribunal compuesto por los profesores:

- LORENZO GIL - PELAEZ
- MARCIAL-JESUS LOPEZ MORENO
- ANDRES SUAREZ SUAREZ
- MANUEL LOPEZ CACHERO
- UBALDO NIETO DE ALBA

Madrid, 6 de Julio de 1.979

INDICE

I N D I C E

	<u>Pags.</u>
PROLOGO	6
CAPITULO I : LA TEORIA DE SELECCION DE CARTERAS	8
1. INTRODUCCION.	9
2. ANALISIS DE VALORES.	11
2.1. Rentabilidad.	11
2.2. Riesgo.	24
3. ANALISIS DE CARTERAS.	28
3.1. Rendimiento y riesgo de una cartera.	28
3.2. Supuestos fundamentales.	31
3.3. La Teoría del Mercado de Capitales.	35
3.4. Medidas de la "Performance".	39
4. SELECCION DE CARTERAS.	46
4.1. Datos necesarios.	46
4.2. Método Gráfico.	51
4.3. Método de los multiplicadores de Lagrange.	52
4.4. Modelo de Markowitz.	55
4.5. Modelo de Sharpe.	58
5. LA UTILIDAD.	64
CAPITULO II : LOS METODOS PROSPECTIVOS EN EL ANALISIS DE LA REALIDAD ECONOMICA	67
1. LA PREVISION.	68

	<u>Pags.</u>
2. TECNICAS CUALITATIVAS.	74
2.1. Método Delphi.	74
2.2. Otros métodos.	79
3. TECNICAS CUANTITATIVAS.	82
3.1. El papel de la Econometría.	82
3.2. Análisis clásico de series temporales.	87
3.3. Análisis de Regresión.	94
3.4. Alisado Exponencial.	100
3.5. CENSUS X-11.	103
3.6. Análisis Espectral.	105
4. LA ALTERNATIVA DEL ANALISIS BOX-JENKINS.	110
CAPITULO III : EL ENFOQUE BOX-JENKINS	116
1. INTRODUCCION.	117
2. TIPOS DE PROCESOS.	121
2.1. Procesos Autoregresivos.	121
2.2. Procesos de Media Móvil.	133
2.3. Procesos Mixtos Autoregresivos de Media Móvil.	145
2.4. Procesos No Estacionarios.	152
3. CONSTRUCCION DEL MODELO.	160
3.1. Identificación.	162
3.2. Preestimación.	168
3.3. Estimación.	171
3.4. Diagnósis.	175
3.5. Previsión.	180
4. ESTACIONALIDAD.	187

	<u>Pags.</u>
CAPITULO IV : ANTECEDENTES INFORMATIVOS BASICOS: SU SELECCION	191
1. FUENTES DE INFORMACION.	192
2. SELECCION DE LOS DATOS.	196
 CAPITULO V : EXPLOTACION DE RESULTADOS	 204
1. INTRODUCCION.	205
2. BANCOS.	208
2.1. Identificación.	208
2.2. Preestimación.	234
2.3. Estimación.	234
2.4. Diagnósis.	241
2.5. Previsión.	248
3. ELECTRICAS.	259
3.1. Identificación.	259
3.2. Diagnósis.	265
3.3. Modelos Alternativos.	269
3.4. Previsión.	276
4. ALIMENTACION.	280
4.1. Identificación.	280
4.2. Diagnósis.	284
4.3. Previsión.	289
5. CONSTRUCCION.	292
5.1. Identificación.	292
5.2. Diagnósis.	296
5.3. Previsión.	300

	<u>Pags.</u>
6. INVERSION.	304
6.1. Identificación.	304
6.2. Diagnosis.	308
6.3. Previsión.	314
7. MONOPOLIOS.	318
7.1. Identificación.	318
7.2. Diagnosis.	320
7.3. Modelos Alternativos.	326
7.4. Previsión.	335
8. SIDEROMETALURGICAS.	339
8.1. Identificación.	339
8.2. Diagnosis.	339
8.3. Previsión.	347
9. QUIMICO-TEXTIL.	351
9.1. Identificación.	351
9.2. Diagnosis.	355
9.3. Previsión.	361
10. VARIOS.	364
10.1. Identificación.	364
10.2. Diagnosis.	370
10.3. Modelos Alternativos.	374
10.4. Previsión.	377
11. ANALISIS DE ANOMALIAS.	383
CAPITULO VI: OBTENCION DE LAS CARTERAS EFICIENTES	392
1. PLANTEAMIENTO DEL MODELO.	393
2. CARTERAS OBTENIDAS.	401

	<u>Pags</u>
CONCLUSIONES	408
ANEXO	419
BIBLIOGRAFIA	429

PROLOGO

El objetivo primordial de esta tesis doctoral, es aplicar la metodología propuesta por G. Box y G. Jenkins, a la modelización del Mercado de Valores de Madrid con el fin de obtener una selección de carteras dentro del mismo.

El enfoque Box-Jenkins intenta hallar unos modelos, a partir de los cuales se construye una función de previsión, adecuada para determinar los valores futuros de las cotizaciones de los títulos, con los que efectuar la selección de carteras.

La razón para aplicar la metodología Box-Jenkins a este campo ha sido doble: en primer lugar, el fracaso predictivo de los métodos tradicionalmente utilizados para conocer las cotizaciones futuras de los valores bursátiles, y en segundo lugar, el espectacular éxito logrado por esta metodología, en cuantas aplicaciones han sido llevadas a cabo, al obtener unas previsiones sorprendentemente precisas.

La aventura que supone la aplicación de esta nueva técnica, a un campo tan difícil de preveer como es el Mercado de Valores, constituye un reto, al cual, se intentará responder adecuadamente.

Mi agradecimiento al Dr. D. Marcial-Jesús López Moreno, director de la tesis doctoral sin cuya orientación y estímulo hubiera sido imposible llevar a buen fin este trabajo.

Asimismo, mi gratitud a los Drs. Dña. Luisa-Rosa Zúnica y D. Rafael Romero, Profesora de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Económicas de Valencia y Catedrático de Estadística de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de Valencia, respectivamente, que cedieron gentilmente el programa utilizado para obtener la selección de carteras, así como al Dr. D. Juan-José Renau, Profesor Adjunto de Economía de la Empresa de la Facultad de Ciencias Económicas de Valencia, por cuya mediación fué posible esta colaboración.

Tampoco quiero dejar de agradecer a la Escuela de Organización Industrial de Madrid, en cuyo seno se realizó el laborioso tratamiento por ordenador requerido, y en particular, al personal de su Centro de Cálculo por su gran ayuda en el siempre incómodo trabajo del procesamiento de los datos.

José Emilio Navas López

Mayo 1. 979

CAPITULO I

LA TEORIA DE SELECCION DE CARTERAS

1. INTRODUCCION

Desde que, en 1. 952, Harry Markowitz presentó una metodología y una técnica para el tratamiento de las decisiones de inversión, cuando se considera la incertidumbre que incorporan los sucesos futuros, los análisis financieros han experimentado una auténtica revolución.

En efecto, el trabajo de Markowitz, aplicado al problema de la selección de carteras, introdujo un nuevo enfoque para la solución de dicho problema que ha tenido, con posterioridad, un amplio desarrollo.

La mayor virtud de su trabajo, consiste en haber recogido claramente la conducta racional del inversor que trata de maximizar la esperanza de rendimiento futuro, minimizando el riesgo que soporta.

El modelo de Markowitz, a partir de su publicación, ha constituido la base sobre la cual se ha construido la llamada Teoría de Cartera ("Portfolio Theory").

La exposición del tema es bastante breve, dado que es una teoría muy divulgada a niveles académicos e, incluso profesionales, estando muy contrastada por la evidencia empírica, con la ayuda del procesamiento de sus modelos por ordenador.

Por otra parte, el objetivo central de esta tesis es analizar los métodos de previsión que resulten adecuados a las necesidades de esta teoría, campo al cual se dedicarán los siguientes capítulos.

En este capítulo se hace una breve exposición de esta Teoría, analizando sus tres apartados fundamentales, a saber.

- a) **Análisis de valores:** Se trata de estudiar cuales son los parámetros más importantes que definen a un título-valor particular.

Tales parámetros no son otros que la rentabilidad, medida por la esperanza matemática de los rendimientos futuros, y el riesgo, medido por la dispersión que puedan tener dichos rendimientos sobre su valor esperado.

- b) **Análisis de carteras:** Estudiados los títulos individuales, es preciso ver como se integran estos en una cartera, tratando, de igual forma, la rentabilidad y el riesgo de la cartera.
- c) **Selección de carteras:** Se presentan los métodos o modelos más conocidos de selección de una cartera, hasta llegar al modelo simplificado de Sharpe, que será el utilizado en este trabajo.

2. ANALISIS DE VALORES

2.1. RENTABILIDAD

La primera variable a estudiar dentro del análisis de valores es la rentabilidad que proporcionan cada uno de los valores.

En general, y para cualquier clase de inversión, la rentabilidad viene dada en función de la corriente de ingresos y gastos que la inversión origina. Computando, de alguna forma, todos los ingresos y gastos originados, y existen multitud de criterios de conocimiento suficientemente generalizado en la actualidad, se determina cual es la rentabilidad de una inversión.

En el caso de los valores bursátiles, este concepto tiene matices diferentes, debiéndose distinguir entre los valores de renta fija u obligaciones y valores de renta variable o acciones.

En el primer caso, de las obligaciones, su rendimiento puede variar según una amplia gama establecida en las cláusulas de emisión: precios de reembolso crecientes, tantos de interés variables, "indización" de los intereses o del capital, pero siempre está limitado y definido por las cláusulas correspondientes.

En el supuesto, más sencillo, la rentabilidad de una emisión de obligaciones viene dado por el tanto de rendimiento que iguala el montante de los valores comprados a precio de

coste, a la suma de los valores actuales de los importes que recibirán los adquirentes, bajo forma de interés y de reembolso de capital. Este tanto t viene dado por la fórmula (1):

$$NE = \sum_{j=p}^n \frac{N_j C}{(1+t)^j} + \sum_{j=p}^n \frac{A_j R}{(1+t)^j}$$

donde:

N: número total de títulos.

E: precio de emisión.

N_j : número de títulos en circulación el año j .

C: valor del cupón de cada título en circulación.

A_j : número de títulos que se amortizan el año j .

R: precio de reembolso.

En el caso de las acciones, al ser títulos de renta variable, el problema de determinación del rendimiento se complica un poco más, pues entran nuevos factores a considerar.

En general, la rentabilidad de una acción va ligada a tres conceptos fundamentales:

- los dividendos repartidos por las empresas, dentro de cada período de tiempo.
- las ampliaciones de capital llevadas a cabo.
- las variaciones en la cotización que pueden experimentar las acciones, en dicho espacio de tiempo.

(1) Rosenfeld F.: "Análisis de Valores Mobiliarios". Hispano Europea. Barcelona 1.967.
p. 35.

Sin embargo, y según plantean diversos autores, se pueden considerar tantos criterios de valoración del tipo de rentabilidad como se puedan imaginar. Los que más frecuentemente se suelen tomar en consideración, sin ser exhaustiva la lista, son los siguientes:

- a) Capitalización y multiplicadores del dividendo.
- b) Capitalización de los beneficios futuros.
- c) Método berlinés.
- d) Método del "activo más beneficios".

Cada uno de estos criterios, recoge una parte del concepto de rentabilidad, incluyendo, por tanto, imperfecciones en su determinación

Es preciso, además, hacer un análisis a fondo, para ver como se comporta un determinado valor en el mercado. Las teorías, acerca de este comportamiento, se reducen a tres:

- a) Análisis fundamental.
- b) Análisis técnico.
- c) Teoría del "random walk".

a) Análisis fundamental:

El análisis fundamental supone que existe un "valor intrínseco" para cada título que depende esencialmente del potencial de obtención de beneficios de la empresa. Este valor intrínseco se determina a través de un cuidadoso aná-

lisis y previsión de la economía, del sector industrial y de la empresa.

El analista fundamental intenta anticipar cuales serán los resultados económicos de la empresa objeto del análisis, dada la supuesta influencia de éstos en la cotización de los títulos.

Se basa pues, en el estudio de los balances, cuentas de resultados, crecimiento de las ventas, capacidad de producción y, en general, de cualquier dato que pueda orientar sobre la capacidad de la empresa objeto del análisis. Asimismo utiliza toda la información disponible que se haga pública a nivel de sector y economía general.

Teniendo en cuenta todos estos factores, efectúa una previsión sobre futuras ganancias y aplica una relación precio-beneficio que estima como satisfactoria para llegar a obtener el "valor intrínseco" del título que analiza.

Así pues, el supuesto principal de esta teoría es que el título se comportará en el mercado en el futuro, según las perspectivas que tiene la empresa correspondiente en el presente.

Tiende pues, a suponer un mercado nacional orientándose, en preferencia, hacia la decisión de qué valores comprar y ajustándose a las necesidades del inversor a medio y largo plazo.

b) Análisis técnico:

El análisis técnico o gráfico supone que no es posible hallar el "valor intrínseco" de un título, como propone el análisis fundamental, defendiendo que la cotización de un valor viene determinada únicamente por la interacción de la oferta y la demanda del mercado.

Los principios en los cuales está basado son los siguientes, (2):

- 1) El precio del mercado de valores está determinado exclusivamente por la acción de la oferta y la demanda en dicho mercado.
- 2) La oferta y la demanda se forman por la interacción de muchos factores racionales e irracionales. En estos factores están incluidos aquellos que tienen en cuenta el análisis fundamental, así como las opiniones, gustos, expectativas y necesidades de los inversores. El mercado sopesa todos estos factores de forma continua y automática.
- 3) Sin tener en cuenta fluctuaciones insignificantes, en el mercado los precios de los valores siguen unas tendencias que se mantienen a lo largo del tiempo.

(2) Torrero Mañas, A.: "Aproximaciones al análisis financiero. Estudio del Mercado (Posición técnica) y análisis de las variables económicas (Posición fundamental). Crítica y posibilidades de ambas posiciones", Recogido en Instituto Español de Analistas de Inversiones : "Curso de Orientación sobre Análisis y Gestión de Valores". Instituto Español de Analistas de Inversiones. Madrid, 1.975. pp. 102 y siguientes.

4) Los cambios en las tendencias están originados por alteraciones en la relación demanda-oferta. Estas alteraciones pueden ser detectadas mediante el análisis de las tendencias del mercado.

Es un análisis que cree que el mercado está dominado por tendencias psicológicas o emocionales, y que parece orientarse mejor hacia la decisión de cuándo comprar o vender determinados valores.

Su herramienta de trabajo son los gráficos de los datos históricos de cotizaciones y volúmenes de contratación.

Mediante la construcción de estos gráficos se pretende determinar cual es la tendencia que sigue el mercado, así como los posibles cambios que pudieran ocurrir en dicha tendencia.

El primer sistema que se popularizó para analizar y predecir las cotizaciones desde una perspectiva técnica fue la teoría de Dow, el cual trató de mostrar gráficamente el cambio de tendencia en el índice de la Bolsa de Valores de Nueva York entre 1. 889 y 1. 902.

De acuerdo con esta teoría existen tres tipos de movimientos en el mercado que se producen simultáneamente:

- 1) Movimiento primario o curso principal: son las tendencias de alza o baja a largo plazo que pueden durar de 9 meses a dos años.
- 2) Movimiento secundario: son las desviaciones sobre la

tendencia principal que suelen durar de una semana a dos meses.

- 3) Movimientos diarios: son las fluctuaciones diarias en los cambios, fruto de la oferta y la demanda, que no tienen importancia.

La teoría de Dow, hoy en desuso, fué la precursora de otras técnicas desarrolladas con posterioridad siendo su número muy variado.

Los gráficos más comúnmente utilizados para el estudio de tendencias son: el gráfico de "barras" y el gráfico de "puntos y figuras" (3).

En el gráfico de barras las cotizaciones para cada período de tiempo vienen representadas por una línea vertical que une los puntos de cotización máxima y mínima. Se trata de identificar unas áreas llamadas de "resistencia" y de "apoyo" que cuando son traspasadas por las cotizaciones indican aparición de tendencia.

En el gráfico de puntos y figuras, se recogen todos los movimientos que registra una cotización siempre que sobrepasen un mínimo determinado, señalándose en una misma columna vertical todos los cambios de cotización que se produzcan en la misma dirección. Cada vez que hay un cambio de dirección se comienza una nueva columna.

(3) Servicio de estudios de la Banca Mas Sardá: "Una aproximación al análisis gráfico de valores mobiliarios", Banca Mas Sardá, Barcelona

Se determinarán unas "áreas de congestión", cuyas desviaciones son interpretadas como cambios de la tendencia en tal sentido.

J. A. Palacios (4) cita otras técnicas, también frecuentemente utilizadas, dentro del análisis gráfico como son: la "línea de promedios sucesivos", y la "teoría de la opinión contraria", técnica esta última, que paradójicamente no supone el estudio y utilización de gráficos.

c) Teoría del "random walk":

La teoría del "random walk" o recorrido aleatorio, afirma que la secuencia de los cambios en la cotización de un título se comporta como una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida (5).

Son, por tanto, dos partes las fundamentales de esta teoría.

Por un lado, dice que los cambios en la cotización constituyen una variable aleatoria idénticamente distribuida a lo largo del tiempo, lo cual es muy difícil de comprobar empíricamente pues necesita un gran número de datos.

(4) Palacios, J.A.: "Análisis Gráfico .Principales técnicas.Posibilidades y limitaciones de su empleo en nuestro país.Teoría del Random Walk".Recogido en: Inst. Español de Analistas de Inversiones:"Curso de Formación sobre Bolsa".Serv.de Estudios de la Bolsa de Madrid. Madrid 1.977 pp. 191 y siguientes.

(5) Palacios, J.A.: Ibid. p.201

Por otro lado, afirma que los cambios sucesivos en la cotización son estadísticamente independientes unos de otros, lo cual es de verificación más fácil y de interesantes consecuencias.

Efectivamente, si los cambios en la cotización son independientes unos de otros, tendría que concluirse que los datos de las cotizaciones pasadas de un título no ofrecen ninguna información útil de cara a predecir la evolución futura del mismo.

Una consecuencia de ello sería, por tanto, que la actividad de los analistas técnicos, que como se ha visto trabajan exclusivamente con este tipo de información, carecería de validez alguna.

Existen varias formas de comprobar la independencia de los cambios en las cotizaciones, siendo las más utilizadas:

- a) La correlación serial: Trata de ver la relación existente entre los cambios producidos en un determinado período, con los habidos en otro período de igual duración, inmediatamente anterior. Si se supone independencia en los cambios, el coeficiente de correlación de esas dos series debe ser cercano a cero
- b) El test de las direcciones o de los signos: se utiliza para observar si en una serie de cambios existe una tendencia sistemática. Si el número de cambios de signo difiere significativamente del número de cambios de signo que tiene una serie aleatoria, se rechaza la hipótesis de independencia.

De comprobarse pues, la hipótesis de partida de la teoría del "random walk", se pondrían en entredicho las bases sobre las que se fundamentan las teorías, anteriormente citadas, de comportamiento del mercado; el análisis fundamental y el análisis técnico.

La hipótesis de paseo aleatorio se da en los llamados mercados eficientes, entendiéndose por tales, aquellos en los que la competencia entre los distintos inversores que actúan en el mercado, guiados por el principio de máximo beneficio, conduce a una situación en la que en cualquier momento del tiempo el precio de la acción constituye una buena estimación de su valor intrínseco (6).

Sin embargo, no es este factor el único determinante para la existencia de un mercado eficiente, ya que existen otros, entre los cuales están los citados por A. Suárez (7), que son:

- 1) Una cierta regularidad de cotización y un mínimo volumen de contratación.
- 2) La publicidad de la información económica y financiera de las empresas y de los pormenores del mercado bursátil.
- 3) La amplitud de la lista de valores cotizables que debe ser grande.

(6) Suárez Suárez, A.: "Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa". Pirámide. Madrid, 1.978 p. 382

(7) Suárez Suárez, A.: Ibid. pp. 385 y siguientes.

- 4) Facilidad en las transferencias de títulos, para lo cual es conveniente que sean al portador.
- 5) La distribución en el mercado de los títulos cotizados debe ser poco concentrada.
- 6) La estandarización o tipificación de las operaciones simplifica el mercado.
- 7) La existencia de una moderada especulación activa los intercambios y mantiene viva la oferta y la demanda.

La conjunción de todos estos factores contribuye a la existencia del mercado eficiente, el cual se puede entender bajo tres hipótesis de menor a mayor restricción:

- 1) Hipótesis débil: según la cual las series históricas de precios de los valores mobiliarios no contienen ninguna información, por tanto, ningún inversor por muy experto que sea podrá obtener una rentabilidad superior a la de otro, utilizando la información histórica.
- 2) Hipótesis intermedia: los precios de los mercados de valores reflejan toda la información hecha pública, tanto referida a la empresa como a su entorno, que pueda afectar al valor intrínseco de los valores. Solo inversores con acceso a información especial no pública, obtendrán rentabilidad superior a la normal.
- 3) Hipótesis fuerte: supone que las cotizaciones son variables aleatorias independientes, que reflejan toda la información pública y privada, por lo que ningún inversor podrá obtener una rentabilidad superior a la media.

Así pues, la rentabilidad de una acción, al ser una variable aleatoria sería independiente de toda la información disponible, lo cual se puede expresar tal como:

$$E \left[r_{jt+1} / I_t \right] = r_{jt} \quad [1.1]$$

donde r_{jt} representa la rentabilidad de la acción j en el momento t y I_t toda la información disponible en el momento t , estando dado r_{jt} por:

$$r_{jt} = \frac{P_{jt} - P_{jt-1}}{P_{jt-1}} \quad [1.2]$$

en ausencia de dividendos y otras ganancias, donde P_{jt} es la cotización de la acción j en el momento t .

Suponiendo que se repartan unos dividendos D_j y tengan lugar unas ampliaciones de capital, siendo el valor de los derechos de suscripción S_j , la rentabilidad total de una acción entre el período t y el $t-1$, vendría dada por la expresión:

$$r_{jt} = \frac{P_{jt} + D_j + S_j - P_{jt-1}}{P_{jt-1}} \quad [1.3]$$

La hipótesis de mercado eficiente parece adecuada, y se ha demostrado empíricamente, para mercados bursátiles muy desarrollados, como por ejemplo, la Bolsa de Nueva York, no estando tan contrastada para mercados como los existentes en España, bastante menos desarrollados.

Sin embargo, P. Mateos-Aparicio (8) ha tratado de contrastar esta hipótesis para el mercado de valores de Madrid, estudiando la rentabilidad que obtenían los Fondos y Sociedades de Inversión Mobiliaria, en relación a la rentabilidad de mercado.

Dado que estos Fondos y Sociedades se suponen gestionados por personal cualificado y con acceso a fuentes de información significativas, no asequibles al resto del público, es de esperar que obtengan una rentabilidad superior a la de mercado.

Sus conclusiones demostraban que esto no se cumplía, por lo que, o bien el mercado madrileño es eficiente, o bien los Fondos y Sociedades están mal gestionados.

La primera de las conclusiones, bastante sorprendente, es contrapuesta a los resultados obtenidos por R. Ortega (9), el cual obtiene coeficientes de correlación significativos para series retardadas de logaritmos de las cotizaciones.

A lo largo de este trabajo, se intentará demostrar que la serie de cotizaciones de la Bolsa de Madrid es modelizable, es decir, se pueden obtener previsiones futuras en base a un modelo estimado, lo cual rechaza la hipótesis de mercado eficiente para el mercado de Madrid.

(8) Mateos-Aparicio, P.: "La Inversión Mobiliaria Colectiva. Test sobre la Eficiencia del mercado de Valores en España". Serv. de Estudios de la Bolsa de Madrid, Madrid 1.977.

(9) Ortega, R.: "La política Monetaria y el Mercado de Acciones". Información Comercial Española. Nº 518. Octubre 1.976. pp. 25-39.

2.2. RIESGO

Dado que, como se ha visto, la rentabilidad de una acción es una variable aleatoria, la consecución de dicha rentabilidad lleva implícito un riesgo en el sentido de no conocerse con exactitud cual será su magnitud.

Si bien la palabra riesgo, en sentido vulgar, hace referencia a posibilidad de daño, pérdida o lesión, al tratarse de títulos-valores tiene el sentido de posibilidad de varias rentabilidades (10).

En terminología de H. Markowitz (11) es la variabilidad de rendimientos de una acción.

Si se denota por r_j la rentabilidad esperada de un título, su riesgo vendrá dado por la dispersión del tanto de rentabilidad del mismo sobre su valor esperado.

Matemáticamente, esta idea está recogida en el concepto de varianza de una variable. Así la varianza del título j , σ_j^2 , será:

$$\sigma_j^2 = E [r_{jt} - E(r_j)]^2 = \sum_{t=1}^n P_t [r_{jt} - E(r_j)]^2 \quad [1.4]$$

donde P_t es la probabilidad de ocurrencia de cada una de las rentabilidades r_j y $E(r_j)$ su esperanza.

(10) Francis, J. y Archer, S.: "Análisis y Gestión de Carteras de Valores". ICE. Madrid 1.977. pp. 19 y siguientes.

(11) Markowitz, H.: "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment". John Wiley. New York, 1.959, p.14.

Por tanto, la varianza de la rentabilidad proporciona una medida del riesgo incorporado a cada título.

De igual forma, se puede utilizar la desviación típica $\sqrt{V_j}$, (raíz cuadrada de la varianza) como medida del riesgo de un título.

Según W. Sharpe (12), el riesgo de un título se puede dividir en dos partes: el riesgo sistemático y el riesgo no sistemático.

El riesgo no sistemático es aquel que depende sólo de las características del título y de la empresa a la que corresponde, mientras que el sistemático depende de otros muchos factores, comunes a todos los títulos, que afectan al funcionamiento del mercado de valores.

Sharpe considera que las rentabilidades de los valores están todas ellas relacionadas a través de una relación común con algún factor básico subyacente. La rentabilidad de un título está determinada solamente por variables aleatorias y este único factor antes citado. Así:

$$R_i = A_i + B_i I + C_i \quad [1.5]$$

donde R_i es la rentabilidad del título i , A_i y B_i son parámetros, C_i es una variable aleatoria de esperanza cero y varianza finita, e I es el nivel de algún índice, que puede ser el nivel

(12) Sharpe, W.: "A Simplified Model for Portfolio Analysis". Management Science. Vol IX, Nº 2. Enero 1.963 pp. 277-293

del mercado en su conjunto, el Producto Nacional Bruto, algún índice de precios o cualquier otro factor que se piense que pueda tener la influencia individual más importante en los rendimientos de los títulos.

De la expresión [1.5] se puede pasar fácilmente a la expresión en varianzas:

$$\sigma_{R_i}^2 = B_i^2 \sigma_I^2 + \sigma_{C_i}^2 \quad [1.6]$$

en donde $\sigma_{R_i}^2$ es la varianza de la rentabilidad del título i , que se puede considerar como el riesgo total del título, σ_I^2 la varianza del índice escogido, que normalmente suele ser el índice general del mercado, y $\sigma_{C_i}^2$ la varianza de la variable aleatoria.

σ_I^2 representa, lo que antes se ha llamado el riesgo sistemático, común a todos los valores, mientras $\sigma_{C_i}^2$ es el riesgo no sistemático, es decir, el riesgo debido a las características propias de cada título.

Por tanto, el riesgo total de una acción viene dada por la conjunción de los riesgos sistemático y no sistemático, multiplicado el primero de ellos por el cuadrado del coeficiente B_i , que cuando en la relación [1.5] I es el índice general de mercado, se denomina el coeficiente de volatilidad.

Este coeficiente viene dado por la expresión:

$$B_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_I)}{\sigma_I^2} \quad [1.7]$$

es decir, la relación entre la covarianza de las rentabilidades del título y del mercado y la varianza de la rentabilidad de mercado.

El coeficiente de volatilidad indica en qué medida las variaciones de rentabilidad de la acción R_i son explicadas por variaciones en la rentabilidad del mercado, R_I .

Expresando el concepto de riesgo en términos de desviación típica, y en particular el riesgo sistemático por $B_i \sigma_I$, de [1.6] se puede obtener la expresión:

$$(\text{Riesgo total})^2 = (\text{Riesgo sistemático})^2 + (\text{Riesgo no sistemático})^2$$

en la que el cuadrado del riesgo total, viene dado por la suma de los cuadrados de los dos tipos de riesgos, en los que se descompone.

3. ANALISIS DE CARTERAS

3.1. RENDIMIENTO Y RIESGO DE UNA CARTERA

Una vez estudiados los factores básicos que caracterizan a un título, o sea, su rentabilidad y su riesgo, se pasa a analizar los efectos que produce una combinación de títulos dentro de lo que se llama una cartera.

En primer lugar, una cartera no es más que un conjunto de títulos obtenidos por el reparto proporcional de un determinado capital entre los títulos componentes de la misma.

Al igual que para los valores individuales, las dos magnitudes básicas que caracterizan una cartera son su rentabilidad y su riesgo. Para determinar estas medidas, es necesario analizar tres elementos:

- 1) La rentabilidad de los valores que componen la cartera.
- 2) El riesgo que comportan cada uno de los valores.
- 3) Las relaciones existentes entre ellos.

La rentabilidad de los valores, dado que era una variable aleatoria, venía dada por la esperanza matemática de los rendimientos futuros. Es decir la esperanza de la expresión [1.3]

$$E(r_j) = \sum_{t=1}^n P_t r_{jt} \quad [1.8]$$

donde P_t son las diferentes probabilidades de ocurrencia de rendimientos r_{jt} .

El riesgo se calculaba por la varianza de esta rentabilidad, σ_j^2 , según [1.4]

$$\sigma_j^2 = E [r_{jt} - E(r_j)]^2 = \sum_{t=1}^n P_t [r_{jt} - E(r_j)]^2$$

Por último, la relación existente entre dos variables, viene dada por su covarianza, que en el caso de los rendimientos será:

$$\sigma_{ij} = E [r_{it} - E(r_i)] E [r_{jt} - E(r_j)] = \sum_{t=1}^n P_t [r_{it} - E(r_i)] [r_{jt} - E(r_j)] \quad [1.9]$$

donde σ_{ij} mide la covarianza existente entre los rendimientos de los títulos i y j . En el caso de $i=j$, se obtiene la varianza:

$$\text{para } i=j \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji} = \sigma_j^2$$

Supuesta una cartera compuesta por N títulos, en la que x_j ($j=1, 2 \dots N$) represente el porcentaje del presupuesto invertido en cada uno de los títulos, el rendimiento de esta cartera r_p será:

$$r_p = r_1 x_1 + r_2 x_2 + \dots + r_N x_N \quad [1.10]$$

Dado que las rentabilidades de cada uno de los títulos r_j , son variables aleatorias, la rentabilidad de la cartera vendrá dada por la esperanza matemática de la variable suma de variables aleatorias, de tal modo que:

$$\begin{aligned} E(r_p) &= E [r_1 x_1 + r_2 x_2 + \dots + r_N x_N] = \\ &= x_1 E(r_1) + x_2 E(r_2) + \dots + x_N E(r_N) \end{aligned} \quad [1.11]$$

Por tanto, el rendimiento esperado de una cartera es la media ponderada de los rendimientos esperados de los N componentes de la misma.

El riesgo de una cartera, de forma similar que para los valores individuales, lo expresa la varianza del rendimiento r_p definido en [1.10]

$$\sigma_p^2 = E [r_{pi} - E(r_p)]^2 \quad [1.12]$$

donde σ_p^2 es la varianza de la cartera y que desarrollando la expresión queda:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + \dots + x_N^2 \sigma_N^2 + 2x_1 x_2 \sigma_{12} + \\ &+ 2x_1 x_3 \sigma_{13} + \dots = \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} = \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad \text{para } i \neq j \quad [1.13] \end{aligned}$$

en la que σ_{ij} es la covarianza de los rendimientos i y j y $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ es la varianza del rendimiento de i .

La varianza como medida adecuada del riesgo de una cartera ha sido muy criticada, pues se demuestra que proporciona medidas correctas, solo cuando la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria correspondiente es simétrica.

Si bien, en muchas ocasiones las distribuciones de probabilidad son simétricas, caso de la Normal, por ejemplo, muy frecuente, en principio no hay razón válida para pensar que ello ocurra así.

Por tal motivo, se ha presentado por diversos autores, medidas alternativas de medición del riesgo tales como:

- a) La semivarianza, cuyo cálculo es idéntico al de la varianza sólo que los elementos iguales o superiores a la media se sustituyen por cero. Es decir, se trata de estudiar sólo la parte negativa de la distribución desde la consideración de la media.
- b) El coeficiente de variación que proporciona medidas relativas de la dispersión.
- c) La entropía o información esperada, concepto que es ampliamente utilizado en Teoría de la Información.

A pesar de que con estas medidas se han construido modelos para la selección de cartera (13), su mayor dificultad de cálculo y utilización siguen haciendo aconsejable tomar la varianza como medida del riesgo de una cartera.

3.2. SUPUESTOS FUNDAMENTALES

Existe una serie de postulados fundamentales que constituyen toda la base del análisis de carteras que, de acuerdo con J. Francis y S. Archer (14) se pueden resumir en los siguientes:

(13) Véase, por ejemplo, Philippatos, G. y Wilson, C.: "Entropy, Market Risk and the Selection of Efficient Portfolio". *Applied Economics*. Vol. 4, 1972 pp. 209-220, que utiliza el concepto de entropía para construir un modelo de selección de cartera, y Mao, C. y Brewster, J.: "An $E-S_n$ Model of Capital Budgeting". *The Engineering Economist*. Vol. 15 Nº 2, 1.970 pp. 103-121, que utiliza el criterio de la semivarianza como norma de decisión.

(14) Francis, J. y Archer, S.: Op. Cit. pp. 9 y siguientes.

- 1º) Todos los inversores maximizan la utilidad esperada de un período y se caracterizan por una utilidad decreciente de la riqueza. Esto es lo mismo que decir, que todos los inversores consideran los activos como distribuciones de probabilidad de las rentabilidades esperadas a lo largo de cierto período de tenencia.
- 2º) Los riesgos estimados de cada inversor son proporcionales a la variabilidad de la rentabilidad esperada.
- 3º) Los inversores están dispuestos a basar sus decisiones únicamente en función de la rentabilidad y riesgos esperados. Es decir, su utilidad es función únicamente de la esperanza y la varianza de los rendimientos.

$$U = F [E (r), \sigma^2]$$

- 4º) Para un determinado nivel de riesgo, los inversores prefieren un nivel de rentabilidad más elevado que uno más bajo. Es decir,

$$\frac{\delta U}{\delta E(r)} > 0$$

Por el contrario, para cualquier nivel determinado de rentabilidad, los inversores prefieren un riesgo menor a uno mayor. O sea:

$$\frac{\delta U}{\delta \sigma^2} < 0$$

En resumen, las carteras más deseables serán aquellas que tengan el mínimo riesgo esperado para un tanto de rentabilidad dado, o inversamente el máximo tanto de rentabilidad esperado para un determinado nivel de riesgo esperado.

Aunque estos supuestos son a veces, un poco restrictivos, siguen diciendo J. Francis y S. Archer (15) " aunque sería preferible, desde luego, que nunca se violaran las premisas que fundamentan el análisis, esta condición no es necesaria para establecer el valor del mismo".

Un inversor que se comporte de acuerdo con estos criterios, elegirá siempre lo que se llaman carteras eficientes" (16).

Una cartera eficiente es la que tiene una mayor rentabilidad que cualquiera otra de su clase de riesgo, o un menor riesgo que cualquiera otra con igual rentabilidad.

Ya que una cartera viene definida por su esperanza de rendimiento, E_p , y por su varianza σ_p^2 , se puede representar cualquier cartera dentro de un espacio E_p, σ_p^2

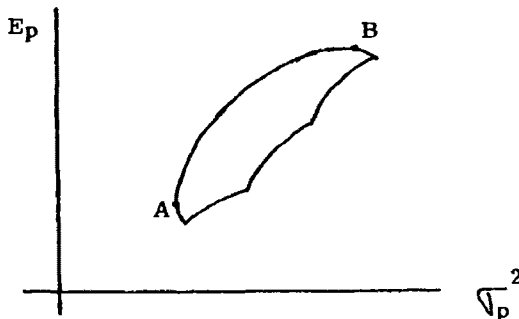


Fig. 1.1 : Conjunto de oportunidad y frontera eficiente.

(15) Francis, J. y Archer, S.: Ibid. p. 11

(16) Markowitz, H.: "Portfolio Selection" *Journal of Finance*, Vol. VII, Nº 1, Marzo 1.952. pp. 77-91. Recogido en Elton, G. y Gruber, M.: "Security Evaluation and Portfolio Analysis". Prentice-Hall, New Jersey 1.972.

El espacio enmarcado dentro de la figura 1.1 muestra lo que se llama el conjunto de oportunidad, que integra los puntos correspondientes a todas las carteras posibles de un mercado.

Es decir, cualquier punto del espacio de esta figura, representa una relación esperanza-riesgo que define a una cartera. El conjunto de todas las carteras posibles forman el conjunto de oportunidad.

La curva que une los puntos A y B es la frontera eficiente del conjunto de oportunidad, que es el conjunto de todas las carteras eficientes anteriormente definidas.

La frontera eficiente se dice que domina al conjunto de oportunidad, ya que al contener las carteras eficientes, siempre será preferible elegir un punto de dicha frontera a cualquier otro del resto del conjunto.

Para conseguir una cartera eficiente, es necesario diversificar adecuadamente dicha cartera, de forma que se consiga el mínimo riesgo por efecto de la diversificación.

La conocida frase de "no poner todos los huevos en el mismo cesto" es la razón más importante para distribuir los riesgos de la cartera. Ahora bien, no basta con aumentar el número de títulos de una cartera para que el riesgo total de la misma sea menor que el de una cartera pequeña.

Si se distribuye la cartera entre acciones de un mismo sector, es lógico pensar que el comportamiento de todas las empresas es similar por pertenecer al mismo sector. Ocu-

rrirá que las acciones tienen una correlación positiva muy alta, que no disminuye el riesgo total.

La regla para reducir el riesgo es escoger los valores que tengan la menor correlación entre sí.

Si se escogieran valores que tuvieran correlación negativa entre sí, se podría llegar a formar una cartera con una varianza menor que la menor varianza de los títulos que la componen. En la realidad, son escasos los títulos que tienen correlación negativa con otros.

Una diversificación que lleve, no a un menor riesgo, sino al mínimo riesgo posible, se llama diversificación eficiente (17).

3.3. LA TEORIA DEL MERCADO DE CAPITALES

Una extensión lógica del análisis de carteras, consiste en considerar la posibilidad de que se pueda tomar o dar préstamo en el mercado a un determinado tipo de interés. Pero para analizar el tipo de carteras en las que una parte de su presupuesto ha sido dado a préstamo - "Lending Portfolio" -, o en las que se ha pedido préstamo - "Borrowing Portfolio" - es preciso entrar en el estudio de la teoría del mercado de capitales.

(17) Markowitz, H.: Ibid. p. 77-91.

La lista exhaustiva de los supuestos necesarios para deducir esta teoría, según J. Francis y S. Archer, es (18):

- a) Todos los inversores son diversificadores eficientes que tratan de alcanzar la frontera eficiente.
- b) Cualquier cantidad de dinero puede ser pedida prestada o dada a préstamo al tanto de interés libre de riesgo R_f .
- c) Todos los inversores tienen idénticas distribuciones de probabilidad respecto a los rendimientos futuros.
- d) Todos los inversores tienen el mismo horizonte temporal de un período.
- e) Todas las inversiones son infinitamente divisibles.
- f) No existe ningún impuesto ni coste de transacción para la compra y venta de los títulos.
- g) No puede existir inflación alguna ni cambio alguno en el nivel de los tipos de interés.
- h) Los mercados de capitales se hallan en equilibrio.

En un mercado de este tipo, se puede dibujar la llamada línea CML (Capital Market Line), que marca la relación entre la esperanza E_p y la desviación típica, σ_p de una cartera mixta en la que se ha tomado o dado prestado una parte del presupuesto.

(18) Francis, J. y Archer, S.: Op. cit. pp. 126 y siguientes.

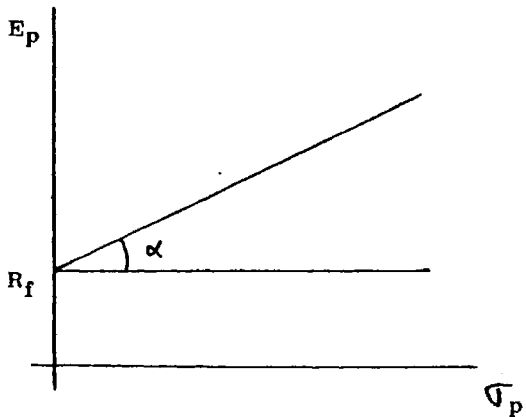


Fig. 1.2: Línea del mercado de capitales

La figura 1.2 representa esta línea cuya pendiente, dada por la tangente del ángulo α , es, según demuestra A. Suárez (19).

$$\text{tg } \alpha = \frac{E(R) - R_f}{\sigma(R)}$$

donde $E(R)$ y $\sigma(R)$ son la esperanza y desviación típica de la parte de la cartera invertida con riesgo (ni dada ni tomada a préstamo) y R_f la rentabilidad de la inversión sin riesgo (tipo de interés del préstamo o coste de endeudamiento, según el caso).

Superponiendo la figura 1.2 a otra similar a la figura 1.1 en la que el eje de abcisas venga representado la desviación típica de las carteras, se obtiene la nueva frontera eficiente

(19) Suárez Suárez, A.: Op. Cit. pp. 431 y siguientes.

en un tipo de mercado como el que se está considerando, en el que se pueda prestar o tomar prestado sin limitación a un tipo de interés libre de riesgo.

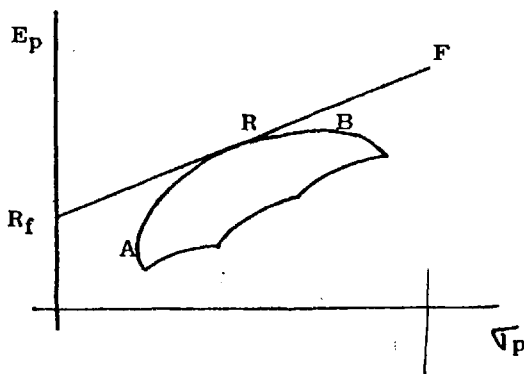


Fig. 1.3: Frontera eficiente

La curva \widehat{AB} del contexto anterior es sustituida por la recta $\overline{R_f RF}$ representativa de la nueva frontera eficiente.

Los puntos situados entre R_f y R representan las carteras con préstamos - Lending Portfolio -, en la que una parte del presupuesto se ha dado a préstamo, invirtiendo el resto en valores mobiliarios.

Los puntos entre R y F (éste sin definir, pues se puede tomar prestado sin limitación) representan las carteras con apalancamiento - Borrowing Portfolio -, en las que se ha invertido todo el presupuesto más una parte tomada a préstamo.

El punto R_f representa la cartera para la cual todo el presupuesto se ha prestado y el punto R aquella en que el presupuesto se ha invertido íntegramente sin tomar nada prestado.

3.4. MEDIDAS DE LA "PERFORMANCE"

El término "performance", aún no siendo una voz castellana, se utiliza generalizadamente en este tipo de análisis para expresar los resultados conseguidos de la gestión de una cartera.

Evidentemente, el gestor de una cartera, bien sea propia o ajena, habrá de conseguir un rendimiento óptimo de la misma, el cual se alcanzará cuando el rendimiento obtenido con ella sea superior al que se podría esperar de una cartera seleccionada al azar.

En general, habrá que tener una herramienta que permita diferenciar cuando una cartera ha obtenido mejor resultado que otra.

En principio, se podría pensar que el factor determinante para decidir que una cartera es mejor que otra es el rendimiento obtenido por cada una de ellas. La que lo tenga mayor sería preferible.

Sin embargo, un elevado rendimiento obtenido a costa de un riesgo muy grande puede no ser mejor que otro inferior obtenido a mucho menos riesgo.

Por tanto, son dos, rentabilidad y riesgo, las variables que hay que manejar a efectos de determinar las carteras con mejor "performance". La tentativa de medir el resultado con una sola cifra puede parecer como una simplificación abusiva.

Existen principalmente tres métodos que tratan de ajustar las tasas de rentabilidad obtenidas por una cartera al riesgo de la misma, con el fin de suministrar una base uniforme y adecuada con fines de comparación. Tales métodos han sido propuestos por Treynor, Sharpe y Jensen (20).

a) El método de Treynor

El método de Treynor (21) parte del llamado "modelo de mercado" de Sharpe (22) que ajusta por regresión el rendimiento de un determinado valor mobiliario y el del mercado.

La recta de regresión es:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M \quad [1.14]$$

donde R_i es el rendimiento del título i , R_M es la tasa de rentabilidad del mercado, determinada en base a un índice general, α_i es un parámetro que da una medida de la rentabilidad de i que es independiente de la del mercado, y β_i un parámetro que indica la relación entre las fluctuaciones de la rentabilidad del mercado y la fluctuación del rendimiento de una acción individual.

(20) Jacquillat, B. y Solnik, B.: "Mercados Financieros y Gestión de Carteras de Valores". Tecniban. Madrid, 1.975 pp. 129-141.

(21) Treynor, J.L.: "How to Rate Management of Investment Funds". Harvard Business Review. Vol. 43, Enero-Febrero 1.965, pp. 63-75.

(22) Sharpe, W.: Op. cit. pp. 282 y siguientes.

El parámetro β_i se conoce como coeficiente de volatilidad y viene dado por la razón entre la covarianza de R_i y R_M y la varianza de la rentabilidad del mercado.

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{\sigma_M^2} \quad [1.15]$$

El coeficiente de volatilidad indica el nivel de "defensa" o "agresividad" de un título según que sea menor o mayor que la unidad, respecto al nivel normal de volatilidad de $\beta = 1$ (23).

Del mismo modo que se establece una recta de regresión entre la rentabilidad de un valor y la del mercado, se puede establecer entre el rendimiento de una cartera y el del mercado, de forma:

$$R_p = \alpha + \beta R_M \quad [1.16]$$

donde los signos tienen interpretaciones similares a los de la ecuación [1.14]

Cuando dos carteras tengan el mismo coeficiente de volatilidad, la comparación de su resultado se hará a través de los parámetros α , siendo mejor aquella cartera de mayor α .

(23) Un título se dice que es "defensivo" cuando fluctuaciones en la rentabilidad del mercado implican pequeñas fluctuaciones en la rentabilidad del título. Un título se dice que es "agresivo" cuando fluctuaciones de la rentabilidad del mercado provocan grandes fluctuaciones en su rentabilidad.

Cuando los β sean distintos, Treynor propone el índice r para medir la "performance" que viene dado por:

$$r = \frac{R_p - R_F}{\beta} \quad [1.17]$$

donde R_F es la tasa de rentabilidad libre de riesgo.

El índice de Treynor expresa el exceso de rentabilidad de la cartera sobre el tipo de interés libre de riesgo por cada unidad de riesgo. Serán preferibles aquellas carteras con r más elevados.

b) El método de Sharpe

El método de Sharpe (24) está basado en la idea de que el inversor que soporta un riesgo, esperará un rendimiento alto que le compense, pues si no es así, elegirá otras inversiones y, en especial, podrá elegir una inversión sin riesgo, para la cual la rentabilidad esperada es la tasa sin riesgo.

La rentabilidad de la cartera se medirá por la diferencia de la tasa de rentabilidad realizada por encima de la tasa de la inversión sin riesgo. Esta medida representa la remuneración derivada de que el inversor asume un cierto riesgo.

(24) Sharpe, W.: "Mutual Fund Performance". *Journal of Business: A Supplement*, Nº 1. Parte 2, Enero, 1.966, pp. 119-138.

Este riesgo viene dado por la desviación típica de la tasa de rendimiento de la cartera.

Así pues, el índice que Sharpe propone \underline{S} , viene dado por la expresión:

$$S = \frac{R_p - R_F}{\sigma_p} \quad [1.18]$$

donde R_p y R_F son las tasas de rendimiento de la cartera y libre de riesgo, respectivamente, y σ_p la desviación típica de R_p .

Cuanto mayor sea el valor de \underline{S} más preferible será la cartera.

c) El método de Jensen

El método de Jensen (25) trata de determinar la prima de riesgo a la que puede pretender toda cartera, que a un nivel de riesgo sistemático dado, practicase una política de compra defensiva.

En esta línea, M. Jensen propone el índice \underline{J} .

$$J = (R_p - R_F) - \beta (R_M - R_F) \quad [1.19]$$

(25) Jensen, M.: "The Performance of Mutual Funds in the Period 1.945-1.964". Journal of Finance. Mayo, 1.968, pp. 389-416.

en donde:

R_p : Tasa de rentabilidad de la cartera.

R_F : Tasa de rentabilidad libre de riesgo.

R_M : Tasa de rentabilidad del Mercado.

β : Coeficiente de volatilidad de la cartera.

Por tanto, el índice mide el exceso que representa la diferencia de rentabilidades de la cartera y libre de riesgo, sobre la diferencia de rentabilidades entre el mercado y libre de riesgo, corregida esta diferencia por una medida del riesgo sistemático de la cartera.

Una cartera será mejor que otra cuando tenga un índice mayor.

d) Comparación de los tres métodos

La diferencia entre los métodos de Treynor y Sharpe se basa fundamentalmente en la forma de medir el riesgo, pues mientras el primero sólo considera el riesgo sistemático, el segundo utiliza el riesgo total.

La elección de uno u otro está basado esencialmente en el reparto de los activos del inversor. Si la mayor cuantía del capital de un inversor, está invertido en una misma cartera, de la que se trata de medir el resultado, el índice de Sharpe, que tiene en cuenta el riesgo total de la cartera, será más apropiado que una medida de los resultados basada en la volatilidad.

De todas formas, las dos medidas dan resultados similares para dos carteras bien diversificadas, debido a que el riesgo total de una cartera bien diversificada se asimila a su riesgo de mercado. En este caso, al ser los denominadores similares, dado que el numerador es el mismo en ambos casos, resulta que es prácticamente el mismo índice.

De forma gráfica y analítica (26) se puede demostrar de igual modo la relación existente entre los índices de Treynor y Jensen.

Por tanto, y los estudios empíricos realizados lo ratifican, cualquiera de los tres métodos lleva a resultados muy similares, siendo indiferente la aplicación de uno u otro.

(26) Jacquillet, B. y Solnik, B.: Op. cit. pp. 140 y siguientes.

4. SELECCION DE CARTERAS

4.1. DATOS NECESARIOS

Para llevar a cabo una adecuada selección de cartera, es decir, obtener una cartera eficiente en el sentido más arriba expuesto, son precisos los siguientes datos, supuesto que la cartera está compuesta por n activos, siendo n un número entero positivo.

- a) Estimaciones de los rendimientos esperados de los n activos considerados.
- b) Desviaciones típicas o varianzas del tanto de rendimiento de los n activos.
- c) Covarianzas esperadas entre los tantos de rendimiento de los n activos.

Se puede demostrar que son necesarias:

$$\frac{n^2 - n}{2}$$

covarianzas distintas para la selección de n activos.

El conocimiento de los rendimientos esperados de todos los títulos componentes de la cartera es necesario para conocer cual es la rentabilidad esperada de la cartera, según [1.1]

$$\begin{aligned} E(R_p) &= E(x_1 R_1 + x_2 R_2 + \dots + x_n R_n) = \\ &= x_1 E(R_1) + x_2 E(R_2) + \dots + x_n E(R_n) \quad [1.20] \end{aligned}$$

Por otro lado, las varianzas y covarianzas esperadas de los títulos son indispensables para conocer la varian-za de la cartera, según [1.13]

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad [1.21]$$

en la que σ_{ij} es la covarianza de los rendimientos i y j y $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ la varianza del rendimiento de i

Reconocida pues, la necesidad de conocer los valores futuros de estos parámetros de los activos, hay que estudiar cuales pueden ser las formas de llegar a conseguirlos.

J. Francis y S. Archer (27) proponen tres métodos de predicción, que cubren casi el conjunto de técnicas aplicables al supuesto que se está tratando.

Esto tres planteamiento son:

- a) Análisis ex-post de los datos históricos.
- b) Análisis ex-ante de distribuciones de probabilidad.
- c) Modelos econométricos de previsión.

a) Análisis ex-post de los datos históricos

El análisis ex-post supone que el rendimiento y la

(27) Francis, J. y Archer, S.: Op. cit. pp. 55 y siguientes.

varianza futuros de un activo van a ser el rendimiento y la varianza históricos ocurridos en el pasado.

Es decir, prevee que el futuro se va comportar como el pasado, defendiendo que los valores pasados son buenas estimaciones de los valores futuros.

Por ello pues, habrá que recoger toda la información histórica acerca del comportamiento de los valores correspondientes a los títulos componentes de la cartera, y ordenándola, determinar cuales han sido los parámetros históricos que servirán como base a la estimación de los futuros.

Suponiendo que se han tomado T observaciones en el pasado, que se consideran igualmente probables, de los rendimientos conseguidos en cada uno de esos períodos R_{it} del título i , el rendimiento medio histórico \bar{R}_i puede servir de estimación de los rendimientos esperados $E(R_i)$ de la expresión [1.20]

$$\bar{R}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it}$$

De igual forma la desviación típica histórica $\hat{\sigma}_i$ puede ser utilizada como una estimación del riesgo esperado.

$$\hat{\sigma}_i = \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_i)^2 \right]^{1/2}$$

Así como la covarianza histórica $\hat{\sigma}_{ij}$ puede servir de estimación de la covarianza esperada:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_i) (R_{jt} - \bar{R}_j)$$

Se tienen de esta manera, los datos necesarios para poder efectuar la selección de cartera.

Respecto al mercado español y concretamente al de Madrid, las fuentes de información que suministran los datos requeridos para este tipo de análisis, serían las publicaciones del Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid, tales como los Anuarios, las Memorias, los Indices a Largo, etc.

Sin embargo, y aparte de la gran cantidad de información que es preciso manejar para este tipo de análisis, sus hipótesis de partida de que el futuro se comportará como el pasado, son manifiestamente débiles de mantener.

b) Análisis ex-ante de distribuciones de probabilidad

El análisis ex-ante se basa en construir distribuciones de probabilidad a priori sobre el comportamiento futuro que van a tener las medidas de rentabilidad y riesgo de los títulos.

Así pues, basándose en el comportamiento pasado y en las intuiciones subjetivas del inversor respecto al futuro, se construye una distribución de probabilidad que contemple todas las diversas posibilidades de comportamiento futuro de los rendimientos, las varianzas y las covarianzas.

Aunque también utiliza la información pasada, este método se diferencia del anterior, en que está centrado en la determinación de la distribución de probabilidad futura de los valores de los parámetros.

Si bien el método es útil en muchas ocasiones, no tiene detrás una base sólida cuantitativa que lo sostenga

c) Modelos econométricos de previsión

El tercer planteamiento alternativo se fundamenta en la construcción de modelos econométricos útiles para predecir el futuro.

Desde los modelos más sencillos, como el ajuste de una recta de regresión, hasta los más complicados modelos multivariantes, existe una amplia gama de herramientas aplicables a los problemas de previsión.

En el caso que se está tratando, desde poner el rendimiento de un título en relación con cualquier variable fácilmente conocida, hasta estimar un modelo complejo en el que el rendimiento venga influido por una serie de variables exógenas, existen muchos caminos para conocer la evolución futura del rendimiento de un valor.

Dado que, en la actualidad, los modelos econométricos se han convertido en el instrumento más importante para predecir la evolución de la economía en general, se opta por esta técnica como la más adecuada para estimar los valores

necesarios para efectuar la selección de cartera.

El capítulo siguiente, dedicado por entero al análisis de la previsión en general, y al de la capacidad predictiva de la econometría, en particular, hace innecesario cualquier otra extensión ahora, ya que es allí donde encontrará su mejor desarrollo.

4.2. METODO GRAFICO

Una vez obtenidos de una u otra forma, según el apartado anterior, los datos necesarios para seleccionar una cartera, se pasa al análisis de los distintos métodos existentes para conseguir tal objetivo óptimamente

Este objetivo no es otro que el determinar el conjunto de carteras eficientes que forman la llamada frontera eficiente.

El primer método que se estudiará en este sentido, será el método gráfico por su sencillez de cálculos y fácil comprensión intuitiva.

El método se basa en determinar unas líneas que representen las esperanzas de rentabilidad de las carteras y unas curvas representativas de sus varianzas.

Así, jugando con los pesos de los títulos en la cartera, se determinan cuales son las combinaciones de pesos que provocan la misma rentabilidad en la cartera. Representadas gráficamente en un eje cartesiano, se tendrá una recta, para

cada nivel de rentabilidad, que se llamará línea isomedia.

De igual forma, se determinan los pesos que implican una misma varianza, obteniendo por la representación de estos puntos, las curvas representativas de igual nivel de riesgo, que se llamarán, al ser elípticas, elipses de isovarianzas. Estas serán concéntricas a partir de la elipse de mínima varianza.

Los puntos tangentes de las isomedias que representen mayor valor con las isovarianzas formarán la frontera eficiente, es decir, el conjunto de carteras eficientes.

Aunque un poco laborioso, el método es muy sencillo, pero tiene el grave inconveniente de que las carteras no pueden estar compuestas por más de cuatro títulos, pues no se pueden representar gráficamente.

4.3. METODO DE LOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

El método de los multiplicadores de Lagrange, soluciona el problema presentado por el método anterior, al hacer posible la selección de una cartera con un número n de títulos.

Una cartera eficiente se ha definido como aquella que tiene un mínimo riesgo para un determinado nivel de rentabilidad. Por tanto, el objetivo a perseguir es el hacer mínimo el riesgo, o lo que es lo mismo, la varianza de la cartera, tomando ésta como medida del riesgo.

Así pues, la función a minimizar es la expresión de la varianza de la cartera σ_p^2 , que ya se dió en [1.21]

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$

donde x_i y x_j son los pesos que en la cartera tienen los títulos i y j y σ_{ij} es la covarianza entre i y j .

La minimización de esta expresión debe estar sujeta a cumplir un determinado nivel de rentabilidad, esto es, que la esperanza de la cartera tiene que alcanzar un determinado nivel E^k

Esto equivale a exigir que esta diferencia sea cero:

$$\sum_{i=1}^n E(R_i) x_i - E^k = 0$$

Por otro lado, la suma de los pesos de cada uno de los títulos en la cartera, debe ser la unidad. Matemáticamente, se expresa al exigir que:

$$\sum_{i=1}^n x_i - 1 = 0$$

Por tanto, hay que minimizar σ_p^2 sujeta a las dos restricciones expuestas. El método de los multiplicadores de Lagrange es adecuado para este tipo de problemas, formando la función objetivo de Lagrange.

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} + \lambda_1 \left[\sum_{i=1}^n x_i E(R_i) - E^k \right] + \lambda_2 \left[\sum_{i=1}^n x_i - 1 \right]$$

de la cual se obtienen los valores de x_i , al cumplir L las condiciones de mínimo, que implican que todos sus derivadas parciales respecto a x_i y λ_i son iguales a cero

Así se forma un sistema de $n + 2$ ecuaciones que permite obtener los n valores de x_i más los de λ_1 y λ_2 .

Sin embargo, este método no asegura que todos los valores de x_i sean positivos. Esto quiere decir que al repartir el presupuesto disponible entre los distintos títulos según las proporciones que marquen los pesos, puede haber algún título cuya inversión sea negativa, es decir, se venda una determinada parte de la cantidad que se supone antes se poseía del título.

Esto es un supuesto restrictivo, pues exige poseer una cartera de antemano que según este método se modificará óptimamente.

Markowitz (28) dice que una cartera eficiente ha de satisfacer tres condiciones:

- 1) Debe presentar la máxima rentabilidad dentro de su clase de riesgo.
- 2) Debe tener el riesgo mínimo dentro de su clase de rentabilidad.
- 3) Debe ser "legítima", entendiéndose por tal aquella que no contenga títulos negativos.

En este aspecto, pues, no es aceptable el método de los multiplicadores de Lagrange, como instrumento útil para la selección de carteras eficientes en el sentido de Markowitz.

4.4. MODELO DE MARKOWITZ

El modelo de Markowitz resuelve el problema planteado con los multiplicadores de Lagrange, al obtener una cartera en la que no existen pesos negativos.

El modelo es minimizar el riesgo de la cartera, es decir su varianza:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad [1.22]$$

sujeta a que la suma de sus pesos sea la unidad.

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad [1.23]$$

y añadiéndole la nueva restricción de que ninguno de los pesos pueda ser negativo:

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad [1.24]$$

Manteniendo que la esperanza de rendimiento alcance un valor determinado E^x

$$\sum_{i=1}^n x_i E(R_i) = E^x \quad [1.25]$$

El problema es pues minimizar [1.22] sujeto a las tres restricciones [1.23], [1.24] y [1.25], lo cual es un típico problema de programación cuadrática paramétrica.

Es cuadrática pues en la función objetivo [1.22] aparecen las variables x_i al cuadrado, aunque las restricciones son lineales, y paramétrica, ya que la solución dependerá del valor que tome el parámetro E^* .

Para cada uno de los valores de E^* se tendrá una solución, componiendo todas ellas el conjunto de carteras eficientes, el cual tendrá una representación gráfica igual a la curva \overline{AB} de la figura 1.1.

Alternativamente, el modelo de Markowitz se puede plantear como uno de maximización, en el cual la variable a maximizar sea la esperanza del rendimiento.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) \quad [1.26]$$

sujeto a las restricciones típicas de:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad [1.27]$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad [1.28]$$

además de que el riesgo de la cartera tenga un determinado nivel:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} = \sigma^{2 \cdot x} \quad [1.29]$$

Las soluciones que se obtienen a partir de este modelo son idénticas a las obtenidas con el anterior.

Este nuevo modelo es asimismo uno de programación cuadrática paramétrica, en el que las variables al cuadrado aparecen en las restricciones, y la parametrización viene dada por los niveles de riesgo.

Existe, asimismo, una tercera forma de plantear el modelo, basado en la introducción en la función objetivo de una combinación esperanza-riesgo.

Se plantearía una función a maximizar, tal como:

$$Z = E(R_p) - \phi \sqrt{V_p^2} \quad [1.30]$$

donde el parámetro ϕ representaría el grado de aversión al riesgo del inversor, y podría venir dado como la pendiente de una línea de indiferencia en el espacio $(E(R_p), \sqrt{V_p^2})$. Es decir, en nivel al que cambia esperanza por riesgo.

El valor de ϕ variará entre cero e infinito, siendo siempre positivo, representando para $\phi = 0$ la cartera de mayor esperanza, y para $\phi = \infty$ la cartera de varianza mínima.

Las restricciones de esta función objetivo, serían únicamente:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Markowitz (29) propuso, con posterioridad a la presentación de su modelo, un algoritmo de optimización del mismo, que iterativamente iba determinando las carteras eficientes. Hallaba, en primer lugar, aquella cartera que proporcionaba la máxima esperanza de rendimiento, pasando después a determinar las llamadas carteras de esquina, entendiendo por tales aquellas en las que un título salía o entraba. Esto ocasionaba que la frontera eficiente, curva \overline{AB} de la figura 1.1, no fuera una línea continua, sino que estaba formada por un conjunto de curvas unidas en las carteras de esquina.

4.5. MODELO DE SHARPE

El algoritmo de optimización de Markowitz representaba una gran cantidad de cálculo en su desarrollo, ya que debía invertir la matriz de varianzas-covarianzas de [1.22], lo cual representaba una complejidad considerable, en cuanto el número de activos de la cartera fuera grande.

En efecto, el algoritmo comenzaba estimando la cartera de mayor rentabilidad ($\Phi = 0$) que sólo contenía un activo, pasando a continuación a calcular todas las carteras de esquina, es decir, para todos aquellos valores de Φ para los cuales entrara o saliera un activo de la cartera, se calculaba la misma.

(29) Markowitz, H.: "The Optimization of a Quadratic Function subject to linear Constraints". Naval Research Logistic Quarterly. Vol. 3. Marzo-Junio, 1956.

Esto llevaba a calcular todas las carteras de esquina para cada valor de ϕ que provocara una entrada o salida de activo de la misma, para todos los valores de ϕ , hasta $\phi = \infty$. Para cada estimación había que invertir la matriz de varianzas-covarianzas, que para una cartera de n títulos tenía $(n^2 + n) / 2$ elementos.

Para una cartera medianamente grande, la cantidad de memoria de computador necesitada era extraordinariamente grande.

Por esta razón, W. Sharpe (30) propone un modelo más simplificado, llamado modelo diagonal, que reduce considerablemente el tiempo requerido de ordenador para su estimación, sin perder en alto grado las virtudes del modelo de Markowitz.

La característica principal del modelo diagonal es la presunción de que los rendimientos de los activos están relacionados por relaciones comunes, solamente con algún factor básico subyacente, estando pues, el rendimiento determinado por dicho factor más otros estrictamente aleatorios.

La ecuación que indica esta relación, es la ya expuesta en [1.5]

$$R_i = A_i + B_i I + C_i \quad [1.3]$$

(30) Sharpe, W.: Op. cit. pp. 277-293.

donde R_i es la rentabilidad del título i , A_i y B_i son parámetros, I es el nivel de algún índice conocido (en general, es el índice general de la Bolsa) y C_i es una variable aleatoria que expresa la variación de R_i que depende específicamente de las características propias del valor i y es independiente del mercado (Si $I =$ Índice Bolsa).

Con relación a esta variable aleatoria, se suelen aceptar las siguientes hipótesis, según A. Suárez (31):

a) Su esperanza matemática es nula

$$E(C_i) = 0$$

b) Su varianza expresa el riesgo propio específico de cada valor, y es distinto para cada título.

$$\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$$

c) La correlación entre C_i y C_j para cualquier par de valores es nula:

$$\text{Cov}(C_i, C_j) = 0$$

d) No existe correlación entre C_i e I para cada valor

$$\text{Cov}(C_i, I) = 0$$

e) Se suele suponer que C_i se comporta normalmente, en virtud del teorema central del límite

$$C_i \longrightarrow N(0, \sigma_i^2)$$

(31) Suárez Suárez, A.: Op. cit. p. 417

Aceptando estas hipótesis, y dado que el rendimiento de una cartera viene dado por la expresión:

$$R_p = \sum_{i=1}^n R_i x_i$$

sustituyendo el valor de R_i por su expresión dada en [1.31], se puede demostrar, que la varianza de la cartera es:

$$\sigma_p^2 = b_p^2 \sigma_I^2 + x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + \dots + x_n^2 \sigma_n^2 \quad [1.32]$$

donde $b_p^2 \sigma_I^2$ indica el riesgo sistemático de la cartera, es decir, la variación del rendimiento de la misma que es atribuible a la variación del mercado, y el resto de la expresión el riesgo no sistemático o propio de la cartera.

El modelo de Sharpe, consiste en minimizar el valor de la varianza de la cartera dada por [1.32] para cada valor fijado de la esperanza.

Se trata, pues, de minimizar:

$$\sigma_p^2 = b_p^2 \sigma_I^2 + \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 \quad [1.33]$$

sujeto a las restricciones:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad [1.34]$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad [1.35]$$

$$\sum_{i=1}^n x_i E(R_i) = E^X \quad [1.36]$$

El modelo es muy similar al planteado por Markowitz [1.22] con las restricciones [1.23], [1.24] y [1.25] en el que la función objetivo [1.22] se han eliminado las covarianzas entre los títulos.

Con esta eliminación, se han reducido considerablemente los cálculos pudiendo demostrar que del modelo de Markowitz, que para n títulos necesita $n(n+3)/2$ estimaciones, se pasa al modelo de Sharpe que necesita $3n+2$ estimaciones. Las ventajas de la simplificación son, como se ve, importantes.

Asimismo W. Sharpe (32) propone otros modelos en los que la rentabilidad de los títulos está correlacionada no solo con un índice suficientemente conocido sino con un grupo de ellos.

Supone que el tipo de rentabilidad está linealmente relacionado con los niveles de varios índices.

$$R_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + \dots + b_{im} I_m + C_i \quad [1.37]$$

En el caso más simple en que los I_j no estén correlacionados entre sí, ni con los C_i , la varianza de la cartera viene dada por la expresión:

(32) Sharpe, W.: "Teoría de Cartera y del Mercado de Capitales". Deusto. Bilbao 1.976 pp. 153 y siguientes.

$$\begin{aligned} \sqrt{V_p}^2 = & b_{p1}^2 \sqrt{V_{11}}^2 + b_{p2}^2 \sqrt{V_{12}}^2 + \dots + b_{pm}^2 \sqrt{V_{1m}}^2 + \\ & + x_1^2 \sqrt{V_1}^2 + x_2^2 \sqrt{V_2}^2 + \dots + x_n^2 \sqrt{V_n}^2 \quad [1.38] \end{aligned}$$

Función que habría que minimizar en el modelo, en sustitución de [1.33]

Este tipo de modelo, que se pretende más riguroso, a costa de incrementar su complejidad, no resulta sin embargo, más eficaz. En efecto, K. Cohen y J. Poque (33) demuestran como los modelos más complejos en los que intervienen varios índices no superan al modelo con un solo índice, diciendo: " basándose en la evidencia empírica, el modelo de índice único, parece tener más propiedades deseables que las formulaciones de índices múltiples más elaboradas".

Los mismos autores concluyen: "los resultados que hemos obtenido sugieren definitivamente que los modelos de selección de carteras eficientes deben ser considerados como elementos muy apropiados para mejorar los procedimientos de gestión de inversiones".

(33) Cohen, K. y Poque, J.: "An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio-Selection Models". *Journal of Business* Vol. 40, Nº 1, April 1.967. pp. 166-193

5. LA UTILIDAD

Una vez que se ha conseguido seleccionar el conjunto de carteras eficientes, por uno u otro método de los anteriormente considerados, es preciso introducir el análisis de la utilidad del inversor para determinar qué cartera, del conjunto de las eficaces, se puede considerar la óptima.

Será, por tanto, necesario construir una función de utilidad (34) que muestre cuales son las preferencias personales del sujeto. Habrá inversores audaces que prefieran soportar un riesgo grande con la esperanza de un rendimiento elevado, mientras otros se conformarán con rendimientos bajos que no impliquen apenas riesgo.

Así pues, la utilidad U será función de los dos parámetros básicos con que opera la teoría de selección de cartera: el rendimiento esperado de la cartera $E(R_p)$ y su varianza σ_p^2

$$U = F [E(R_p), \sigma_p^2]$$

Esta función de utilidad se plasmará gráficamente en un mapa de curvas de indiferencia entre ganancia y riesgo, que indiquen idéntico nivel de satisfacción para diferentes combinaciones de ganancia y riesgo.

(34) La discusión clásica de los supuestos básicos del análisis de la utilidad se puede ver en Neumann, J. y Morgenstern, O.: "Theory of Games and Economic Behavior". Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1.953, y Bauaol, W.: "Economic Theory and Operations Analysis". Prentice-Hall, New Jersey, 1.965. Los supuestos básicos aparecen recogidos en Francis, J. y Archer, S.: Op. cit. pp. 225 y siguientes.

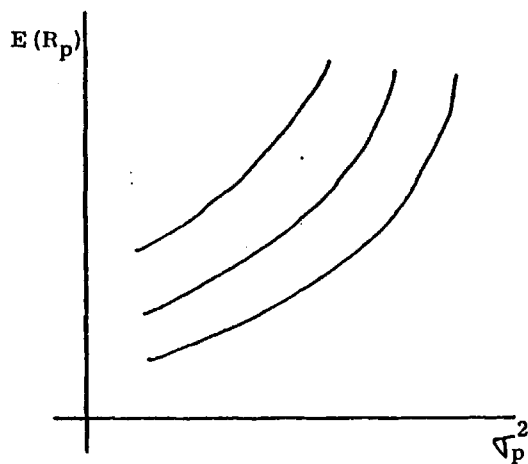


Fig. 1.4 : Mapa de curvas de indiferencia.

La figura 1.4 muestra un mapa de curvas de indiferencia correspondiente con un comportamiento normal del inversor, que suele tener aversión al riesgo, es decir exigirá mayores incrementos de rentabilidad a medida que se incremente el riesgo, razón por la cual las curvas son convexas en relación al eje de abscisas.

La mayor o menor pendiente de las curvas dependerá de las actitudes individuales del inversor.

Evidentemente, las curvas de indiferencia más altas corresponden con niveles de satisfacción mayores, pues implican mayor esperanza de rendimiento para el mismo nivel de riesgo.

La cartera óptima de un inversor será aquella que le proporcione una mayor satisfacción, es decir que alcance una curva de indiferencia más elevada.

Por tanto, superponiendo el mapa de curvas de indiferencias de la figura 1.4 sobre el gráfico del conjunto de las carteras eficientes de la figura 1.1, se determina la cartera óptima, que vendrá dada por el punto de tangencia de la frontera eficiente con la curva de indiferencia de mayor nivel.

CAPITULO II

LOS METODOS PROSPECTIVOS EN EL ANALISIS

DE LA REALIDAD ECONOMICA

1. LA PREVISION

Como se ha visto en el capítulo anterior, es necesario establecer cuales van a ser las rentabilidades futuras de los títulos componentes de la cartera para establecer, adecuadamente, su selección.

Un factor muy importante a considerar, para juzgar la "performance" de una cartera, es la precisión que se consiga en las previsiones de las rentabilidades futuras de los títulos.

Efectivamente, el conseguir unas buenas previsiones es un hecho de suma importancia, no sólo en el campo de la teoría de la selección de cartera, sino en cualquier campo de la actualidad económica.

Normalmente, dadas las técnicas especializadas o sofisticadas que se utilizan en la actualidad para conseguir predicciones, se ha independizado la acción del órgano encargado de elaborar previsiones del órgano que adopta las decisiones.

Los resultados de una decisión, que aparecen medidos en términos del conjunto de objetivos a conseguir, dependerán de las variables de decisión, representadas por D , y de la acción de factores fuera del control del órgano decisor, representados por X . El resultado de la decisión (denominado utilidad) del órgano decisor, es expresable, en general, en función de las variables D y X . Representando esta función de utilidad por $U(D, X)$, se puede ver que la utilidad es una variable aleatoria, en el momento en que la decisión se adopta, simplemente porque X es una variable aleatoria.

Representando el conjunto de la información disponible por I , y la densidad de probabilidad de X , condicional a esta información, por $P(X/I)$, la maximización de la esperanza matemática de la utilidad implica la maximización de:

$$E [U(D, X)] = \int U(D, X) P(X/I) dX$$

En este contexto, la función del órgano elaborador de previsiones es la de suministrar la función de densidad $P(X/I)$ al órgano que adopta las decisiones y éste la combinará con los objetivos a conseguir, para determinar la elección óptima de D .

La función de previsión está directamente relacionada con el futuro, siendo el tiempo, el soporte en el que se basan sus objetivos.

Un elemento fundamental en las situaciones de previsión es la incertidumbre. Si se supiera de antemano, cuales son las circunstancias que habrían de prevalecer en un momento dado, el establecimiento de previsiones no tendría ningún problema. Pero éste no es el caso generalmente.

La base en la que se apoya una previsión, es la información contenida en los datos históricos, si bien en diversos grados según las situaciones. La cantidad de información recogida en tales datos es una medida de su utilidad para la toma de decisiones. Se puede poseer una cantidad extraordinaria de datos, sin tener mucha información de lo que pasará en el futuro y viceversa.

Un cierto número de métodos o técnicas se han desarrollado, para responder a situaciones en las que las previsiones son necesarias.

Se las puede diferenciar en dos grandes clases: técnicas cuantitativas y técnicas cualitativas.

Esta clasificación refleja, muy generalmente, en qué medida una previsión se basa directamente, de una forma mecánica, en los datos históricos.

Las técnicas cuyo punto de partida es una serie de valores de datos pasados que, según ciertas reglas, desarrollan una predicción de valores futuros, caen en la categoría de métodos cuantitativos.

Las situaciones en las que tales datos no son inmediatamente disponibles o aplicables, y en las cuales la parte más importante la constituye el juicio de personas, son las mejores adaptadas a la aplicación de métodos cualitativos.

En el campo de los métodos cuantitativos se encuentran un gran número de técnicas, cuyo elemento común reside en que las previsiones se fundamentan, casi exclusivamente, en datos históricos. En estas técnicas, una secuencia histórica de datos, constituye el punto de partida, y con la ayuda de tales datos se intenta predecir lo que pasará en el futuro.

Este tipo de técnicas, es muy ampliamente aceptado en la actualidad, al menos por dos razones:

- a) Por el prestigio de exactitud alcanzado con la evidencia empírica al establecer las previsiones.
- b) Por la utilización y el desarrollo de los ordenadores, que permite efectuar rápidamente, el tratamiento de informaciones

masivas y la generación de cálculos.

Por su parte, los métodos cualitativos serán aplicables allí, donde los datos históricos sean insuficientes por sí mismos para elaborar previsiones.

Será preciso interpretar, de alguna forma, estos datos, así como identificar otros indicadores relevantes o factores de causalidad o correlación, que permitan la generación de predicciones.

En la mayor parte de las técnicas cualitativas estas tareas están encomendadas a "expertos", es decir, a personas cuyo especial conocimiento de las situaciones le ayuda a visionar con más claridad el futuro.

Hay que señalar que, en la actualidad, las previsiones cualitativas no están tan desarrolladas como los métodos cuantitativos, pero en la medida en que su éxito de aplicación continúe extendiéndose, está fuera de toda duda, que su utilización será cada vez más amplia.

La elección de un método u otro de predicción, estará en función de las características particulares que el fenómeno a estudiar tenga.

Habría que estudiar, siguiendo a Wheelwright y Makridakis (1), al menos seis características, para elegir un tipo u otro de técnica.

(1) Wheelwright, S. y Makridakis, S.: "Choix et Valeur des Méthodes de Prévision". Les Editions d'Organisation. Paris, 1.974 pp. 24 y siguientes.

Son las siguientes:

- a) El horizonte temporal: Según el plazo al cual debe ser referenciada la predicción, son más adecuadas unas técnicas u otras. En general, las cualitativas se utilizan más a largo plazo mientras las cuantitativas son de más frecuente manejo en el horizonte temporal corto.

- b) La ley de evolución de los datos: La mayor parte de los métodos de previsión tienen subyacente una hipótesis acerca del comportamiento de los datos, tales como tendencia, estacionalidad, aleatoriedad, etc.

- c) El tipo de modelo: Asimismo los métodos recogen, de diferente forma, el tipo de estructura existente, que se puede relacionar con la posibilidad de dependencia causal entre las variables.

- d) El coste: Es un factor esencial para elegir el mejor método, considerando en este apartado, conceptos tales como: coste de formación del personal, coste de los medios a utilizar, coste de obtención de información, etc.

- e) La precisión: Es un elemento que, generalmente, va muy ligado al anterior. En función de la precisión requerida se incurrirá en un coste y viceversa. Aquel de los dos factores que sea limitativo, determinará al otro.

- f) La facilidad de aplicación: La utilidad real a obtener del método aplicado es sumamente importante. En este sentido, se debe aplicar al principio de: "el hombre que toma decisiones no debe utilizar sino los métodos que entienda".

Teniendo en cuenta todos estos factores, se escogerá la técnica de previsión más adecuada en función de los mismos.

Tal como se planteaba en el apartado 4.1 del capítulo anterior, se escogían, supuesto que concurren en ello los factores ideales para tal elección, de los métodos normalmente utilizados para la predicción de valores futuros de los títulos bursátiles, los modelos econométricos.

Este tipo de modelos, componentes principales del área de los métodos cuantitativos de previsión, se estudiarán a continuación, haciendo, una especial consideración de la validez que la Econometría, como ciencia, tiene dentro del campo de la previsión.

Como el objetivo que se persigue es llegar a plantear la alternativa de una nueva metodología de previsión, cual es el enfoque Bóx-Jenkins, basado en el análisis cuantitativo de series temporales, se expondrán de igual modo, aquellas técnicas econométricas normalmente utilizadas dentro de este área.

Previamente, se van a exponer algunas técnicas cualitativas, particularmente, el Método Delphi por ser más conocido, para completar el conjunto de las técnicas de previsión, más arriba considerado.

2. TECNICAS CUALITATIVAS

2.1. EL METODO DELPHI

Uno de los problemas más difíciles que surgen en cualquier intento de previsión, es aquel ocasionado por la falta de una información adecuada sobre el tema en cuestión. No hay suficientes datos, estos no son fiables, o no se dispone de una teoría o modelo adecuado para su análisis.

Ante esta situación se suele recurrir a métodos de análisis y previsión subjetivos, basados en la "experiencia", "buen juicio" y "amplia visión" del analista.

Ahora bien, entre el conocimiento científico y la pura especulación hay un estadio intermedio que correspondería al de la opinión de un "experto", de tal manera que es aceptable pensar que esta opinión cualificada tiene una cierta probabilidad de llevar consigo una proposición acertada.

La utilización adecuada de este tipo de previsiones basadas en las opiniones cualificadas tiene su culminación, - hasta el momento -, en el método Delphi, ideado por Dalkey y Helmer (2).

En los orígenes de este método está la idea de que varias opiniones valen más que una. Es decir, del contraste y la agregación de las opiniones de varios expertos sobre un mismo tema,

(2) Dalkey, N. y Helmer, O.: "An Experimental Application of the Delphi Method to the use of Experts". The Rand Corporation RM-727-PR, July 1, 1962.

puede surgir una opinión más próxima a la verdad o con más probabilidades de ser cierta.

La razón de ello estaría en dos proposiciones tautológicas:

a) Debe haber al menos tanta información interesante en n expertos, como la que habría en cualquiera de ellos por separado.

b) Debe haber al menos tanta información errónea en n expertos como la que habría en cualquiera de ellos por separado.

Por tanto, es posible idear una técnica que permita extraer la información de los expertos y a partir de ahí, componer una opinión más digna de confianza. La validez de este principio dependerá de la forma en que se utilicen las informaciones de los expertos.

Esto tiene además, su demostración en dos hechos comprobados estadísticamente (3).

a) Dado que es muy probable que entre las diferentes opiniones del grupo esté la verdadera, resulta más apropiado tomar un cierto agregado estadístico de las opiniones del grupo que elegir una al azar.

(3) Dalkey, H., Brown, B. y Cochran, S.: "La Prévision à long-terme par la Methode Delphi". Dunod, Paris 1.972, pp. 10-14.

Al aumentar el tamaño del grupo disminuye el error medio de la opinión del mismo.

- b) Dos grupos de expertos tienen una tendencia a dar más opiniones similares sobre un tema, que dos expertos por separado. Lo que indica que la opinión así obtenida tiene más fiabilidad.

Hasta la aparición de este método, la técnica tradicional para la obtención de opiniones resultado de la conjunción de la información común existente en un grupo era, - y sigue siendo en muchos casos -, la discusión dentro del grupo de expertos, que por un proceso abierto daba lugar a una opinión consensual.

Ahora bien, este método tiene una serie de defectos intrínsecos, entre los cuales se pueden citar:

- a) La distorsión introducida por las personas de carácter dominante.
- b) El sesgo introducido por la incomunicación semántica, que aleja la discusión del problema central a resolver, discurrendo alrededor de intereses individuales o colectivos.
- c) La presión ejercida por la opinión mayoritaria del grupo sobre las opiniones menos típicas o minoritarias, que tienden a perder peso en la elaboración de la opinión del grupo.

El método Delphi, aún basándose en el mismo principio de los n expertos, trata de ofrecer una alternativa más precisa que la anterior.

Como dice A. Kaufman (4) el objetivo de los constructores del Delphi es "poner a punto procedimientos de grupo que permitan afinar las previsiones y hacerlas estadísticamente más válidas".

Se trata, pues, de un método de obtener y precisar las opiniones de grupo.

Sus características generales, basadas en el sistema de encuestas a expertos, son:

- a) El anonimato del experto, que emite su estimación a través de cuestionarios o de cualquier otro medio formal de comunicación. Este anonimato permite reducir el sesgo debido a las personas dominantes del grupo.

- b) La iteración y la retroacción controlada. Esto es, por una parte, es un proceso iterativo, en el sentido de que consta de una sucesión de etapas que repite las preguntas iniciales, y por otra parte, es retroactivo en el sentido de que en cada nueva repetición del cuestionario, los participantes del grupo reciben un resumen de la opinión del grupo en la etapa precedente. Este resumen, suele incluir la mediana y las cuartiles superior e inferior de las respuestas de la etapa precedente.

(4) Kaufman, A.: Prólogo a Dalkey, N., Brown, B. y Cochran, S., Op. cit. p. 4

Esta iteración retroactiva es una forma de reducir la incomunicación semántica.

- c) La utilización de una definición estadística de la respuesta del grupo, en el sentido de que la opinión del grupo se presenta como un agregado de las opiniones individuales. Ello implica disminuir la presión del grupo hacia la conformidad, es decir, no disminuye el peso específico de las opiniones minoritarias, así como, permite que la opinión de cada participante, esté representada en la opinión resultante.

En consecuencia, como puede observarse, el método Delphi:

- reduce fuertemente las distorsiones que tiene el método de la discusión frente a frente.
- reclama un menor esfuerzo de los participantes.
- motiva el esfuerzo intelectual de los participantes.
- libera a éstos, de su responsabilidad personal, al diluirse su opinión en el grupo de forma anónima.
- conlleva a una mayor objetividad, dado su carácter sistemático.

Sus ventajas se evidencian pues, al exponer sus características. Se podría decir que es un método sistemático y rápido de extraer la esencia de las opiniones de un grupo de expertos.

Las experiencias llevadas a cabo por la Rand Corporation, para probar la eficacia del método, demostraron que, si bien en la primera etapa de aplicación, había una fuerte dispersión entre las opiniones individuales, la iteración retroactiva controlada, hacía converger estas opiniones, hacia la correcta.

Por todo ello, el método Delphi, puede considerarse como el método más apropiado para decantar, de forma sistemática y cuantificable, las opiniones de un grupo de expertos, y obtener una opinión de grupo óptima.

Naturalmente, el método solo optimiza la información que el grupo posee, no la sustituye ni la crea.

Por tanto, la aproximación de la previsión a la realidad, dependerá de la "calidad" de los expertos participantes, y en consecuencia, esta opinión seguirá siendo subjetiva y tendrá toda la imprecisión propia de su carácter.

No obstante, su utilidad, para aquellos casos en que la información no permite aplicar técnicas cuantitativas de previsión, resulta indiscutible.

2.2. OTROS METODOS

Una vez expuesto el método Delphi, más extensamente, por ser el más utilizado y conocido, se tratarán a continuación algunos otros que tienen un cierto interés dentro de este área de técnicas cualitativas de previsión.

La curva en S

Esta técnica trata de poner de manifiesto la tendencia a largo plazo que sigue un fenómeno a través de su representación mediante una curva en forma de S. Este tipo de tendencia, muy común a bastantes situaciones, experimenta un lento crecimiento al principio, seguido de una rápida ascensión, para estabilizarse al final.

Sin embargo, en la mayor parte de los casos, es muy difícil determinar, incluso para los expertos, en qué parte de la curva nos encontramos.

Por otro lado, existe el problema de encontrar el tipo de curva más adecuado al fenómeno a estudiar, por lo que puede sustituirse la curva de tipo S por otras de tipo exponencial, logarítmica, etc.

Estos problemas dan a esta técnica una validez limitada.

Comparaciones tecnológicas

Se trata de identificar la ley de evolución que sigue una determinada variable conocida, que se sabe está relacionada con la que interesa preveer, para a partir del conocimiento de la tendencia de la variable conocida, establecer previsiones de la otra, mediante la relación que las liga.

Los problemas que plantea esta técnica son claros: (1) Identificar con rigor la tendencia que sigue la variable supuestamente conocida y (2) Establecer cual es exactamente la relación entre esta tendencia y el objeto de la previsión.

Otras técnicas

Como "cajón de sastre" dentro de este área de métodos cualitativos de previsión, se podrían considerar las técnicas fundamentadas en:

- a) **Consenso de grupo:** Basadas en el supuesto de que varias personas pueden obtener una previsión mejor que la de una sola.

- b) **Juicios personales:** Basados en la imaginación y clara visión del futuro del experto.

- c) **Analogías históricas:** Caracterizadas por la creencia de que el futuro se va a comportar como el pasado

En resumen, si bien la lista de técnicas cualitativas de previsión presentadas no es exhaustiva, sí puede dar una idea amplia del conjunto de ellas, que, aunque todavía no se encuentran muy desarrolladas, no cabe duda van a jugar un papel muy importante en el futuro.

Sin embargo, la evidencia empírica hasta el presente, muestra una clara superioridad de las técnicas cuantitativas, alguna de las cuales se expondrán a continuación

3. TECNICAS CUANTITATIVAS

3.1. EL PAPEL DE LA ECONOMETRIA

La Econometría proporciona el aporte instrumental necesario dentro del campo cuantitativo, para poder realizar previsiones acerca del comportamiento futuro de una variable.

Constituye una metodología que, ligando otras ciencias tales como la Estadística, la Matemática y la Teoría Económica, trata de captar la estructura de las relaciones existentes entre las variables económicas.

El resultado de la aplicación de los métodos econométricos de estimación y verificación de estructuras, puede utilizarse para predecir comportamientos económicos.

Si bien, la mayor parte de la investigación econométrica ha estado dirigida al desarrollo de los procedimientos de estimación de relaciones y verificación de hipótesis, en el presente trabajo, se va a considerar a la Econometría solamente, en tanto en cuanto instrumento útil para la elaboración de predicciones.

En este sentido, la experiencia de los modelos econométricos es grande, por haber sido muy ampliamente aplicados, constituyendo en la actualidad, como dice J. M. Otero (5), "el instrumento científico más importante para predecir la evolu-

(5) Otero, J.M.: "Lógica y Limitaciones de la Econometría". ICE. Madrid, 1.978, p. 9.

ción de la economía así como para orientar la toma de decisiones tanto de los organismos públicos como de los ejecutivos de las empresas". Sin embargo, la capacidad predictiva de los modelos econométricos, aunque no ha sido superada por ningún procedimiento alternativo, deja aún bastante que desear.

La práctica econométrica está llena de limitaciones. Como reconoce J. M. Otero (6): "el desconocimiento de las limitaciones de la econometría puede acarrear desastrosas consecuencias debido a la imagen que los métodos matemáticos tienen ante los profanos. La gente está acostumbrada a identificar matemáticas con exactitud y con objetividad. La Econometría, por el solo hecho de utilizar tales métodos, aparece a muchas personas sobre un pedestal, cuando en realidad bastantes edificios econométricos se han construido sobre arena".

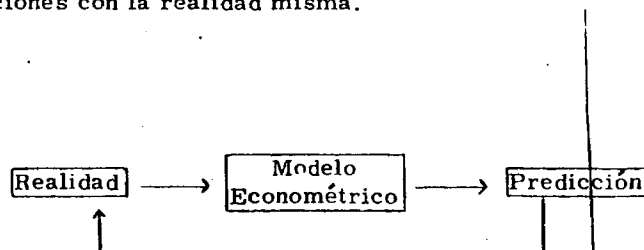
Por un lado, el problema de la objetividad de los modelos, en el sentido de que no incorporan los juicios personales propios de los métodos cualitativos, está lejos de resolverse.

Como indica Klein (7): "No existe un enfoque meramente mecánico de la predicción económica. Esto significa que la opinión personal ha de desempeñar algún papel, ya que los métodos de previsión puramente mecánicos están sujetos a fallos y que un modelo econométrico es un marco de trabajo dentro del cual debe introducirse alguna información opinática".

(6) Otero, J.M.: Ibid. p. 10.

(7) Klein, L.: "An Essay on the Theory of Economic Prediction". Markham, Chicago, 1.971. p.48.

Por otra parte, debe haber un continuo proceso de ajuste del modelo matemático obtenido de la realidad, empleado en la elaboración de predicciones, al comparar tales predicciones con la realidad misma.



Quadro 2.1 Proceso de ajuste de un modelo econométrico.

La distorsión que ofrezca la predicción obtenida del modelo sobre la realidad, servirá para mejorar el ajuste del mismo, con la finalidad de conseguir predicciones más precisas en el futuro.

Las fuentes de error de estas predicciones, pueden tener orígenes diversos. Algunas de ellas son:

- a) Errores de muestreo, debidos a la utilización de una muestra a partir de la cual se estiman los parámetros del modelo.
- b) Calidad del método de estimación empleado.
- c) Errores en la obtención de los datos de la muestra.
- d) Manipulación de los datos por parte de los organismos encargados de elaborarlos.

- e) Carácter multietápico de la utilización de datos, pues primero se recogen los datos primarios, después se elaboran, generalmente, índices y luego se utilizan.

- f) Hechos y sucesos más o menos extraordinarios debidos al azar, que distorsionan la muestra.

- g) Cambios estructurales acaecidos en el período de predicción. La estructura estimada puede ser válida para explicar los hechos durante el período muestral, pero puede resultar inútil para explicar o predecir el futuro debido a la aparición de cambios estructurales en el comportamiento de las variables.

Particularmente, en nuestro país, estas limitaciones se ven incrementadas por motivos institucionales, que según A. Pulido (8) se pueden resumir en:

- a) Retraso en la publicación de los datos.

- b) Cambios de criterios en la medición, sin la consecuente labor de homogeneización de las series estadísticas.

- c) Inexistencia de una base estadística sistemática a corto plazo.

Como consecuencia, los modelos econométricos que se

(8) Pulido, A. "Los Modelos Econométricos como Base para la Adopción de Decisiones Empresariales". Cuadernos Universitarios de Planificación Empresarial y Marketing, Vol. 4 nº 3-4, 1.978.

elaboran en nuestro país deben luchar contra las condiciones adversas que suponen series estadísticas cortas, errores de observación no controlables e información desfasada, en un país con cambios estructurales que "envejecen" rápidamente los modelos estimados.

Por su parte, A. Barbancho (9) añade otras limitaciones, más bien ligadas al aspecto estadístico del tratamiento, entre las cuales se citan las siguientes:

- a) El difícil tratamiento que implican los sistemas no lineales.
- b) La presencia de perturbaciones aleatorias autocorrelacionadas, problema frecuente en las series temporales.
- c) El problema de la multicolinealidad.
- d) En un modelo causal para predecir las variables endógenas, hay que conocer los valores futuros de las exógenas.

A pesar de estas limitaciones, la Econometría está llamada a jugar un papel importante dentro del campo de la predicción económica.

(9) G. Barbancho, A.: "Fundamentos y Posibilidades de la Econometría", Ariel, Barcelona 1.962, pp. 211 y siguientes.

A continuación, se expondrán las principales técnicas cuantitativas de predicción, basadas en el análisis de las series temporales.

Este es un campo muy específico de la Econometría, bastante ligado a la Estadística, que trabaja con modelos matemáticos para obtener funciones de previsión.

Las técnicas, objeto de breve atención por encontrarse suficientemente tratadas, son:

- 1) Análisis clásico de series temporales.
- 2) Análisis de regresión.
- 3) Alisado exponencial.
- 4) CENSUS X11.
- 5) Análisis espectral.

3.2. ANALISIS CLASICO DE SERIES TEMPORALES

El análisis clásico de series temporales utiliza la información proporcionada por el comportamiento pasado de una variable, para, a través de su descripción y conocimiento, preveer cual va a ser su evolución en el futuro.

Depende, pues, de la corrección con que se haga la descripción de la misma, para que la previsión resulte adecuada.

El problema central es conocer las causas que provocan

variaciones en el desarrollo de la serie, al objeto de poder describir, de forma sistemática, su evolución, e intentar predecir su comportamiento futuro.

El enfoque clásico de análisis de series, estudia la variable en función únicamente del tiempo, de forma que el tiempo t , es la variable causa o independiente, mientras que las observaciones de la serie y , son la variable efecto o dependiente.

$$y_t = f(t) \quad [2.1]$$

Se trata, de esta forma, de explicar el comportamiento de una variable en función del tiempo, que, de algún modo, recoge todo el conjunto de factores que tengan alguna incidencia sobre la variable.

Según este enfoque, el desarrollo de la serie será el resultado de la acción conjunta de cuatro fuerzas, a saber (10).

a) Tendencia secular, $F_1(t)$: Hace referencia a las fuerzas que determinan los movimientos a largo plazo de la variable dependiente.

b) Variaciones estacionales, $F_2(t)$: Son las variaciones a corto plazo que se producen con carácter periódico. Para que este componente tenga su presencia propia es necesario que las observaciones vengán dadas en momentos de tiempo inferiores a un año.

(10) G. Barbancho, A. "Estadística Elemental Moderna". Escuela Nacional de Administración Pública. Madrid, 1.967, pp. 259 y siguientes.

c) Fluctuaciones cíclicas, $F_3(t)$: Generalmente, son variaciones a medio plazo, también de una forma periódica, aunque no tan sistemáticas como las variaciones estacionales.

d) Variaciones accidentales, $F_4(t)$: Son las provocadas por factores aleatorios o esporádicos.

Existen dos hipótesis, acerca de la forma en que actúan estos componentes dentro de la serie temporal, suficientemente conocidas.

1) Hipótesis aditiva: según la cual los cuatro componentes se comportan aditivamente, esto es

$$y_t = f(t) = F_1(t) + F_2(t) + F_3(t) + F_4(t) \quad [2.2]$$

2) Hipótesis multiplicativa: según ésta, la serie se forma por el producto de las acciones de sus componentes, esto es:

$$y_t = f(t) = F_1(t) F_2(t) F_3(t) F_4(t) \quad [2.3]$$

A través de esta concepción clásica, se hace posible descomponer y estudiar por separado, las cuatro fuerzas cuya acción conjunta determinarán la serie temporal.

a) Tendencia secular

Para su análisis es preciso que la serie abarque un período amplio de años, ya que lo que se busca es encontrar una

ley que explique el movimiento a largo plazo de la variable dependiente.

Para su estudio existen varios métodos, siendo los más conocidos, según G. Barbancho (11), el de medias móviles y el analítico.

Por el primero, se trata de suavizar la serie de las irregularidades y fluctuaciones que presenta en un cierto período de tiempo constante, de forma que se aisle la tendencia.

El método analítico propone la descomposición de la serie, en dos sumandos, tales como:

$$y_t = y_t^* + e_t \quad [2.4]$$

donde y_t^* es la parte sistemática de la variable y_t y e_t el error aleatorio. Será preciso hallar la función matemática, que mejor se ajuste al comportamiento de esta tendencia, cuyas formas más usuales, siguiendo a A. Suárez Suárez (12), son: tendencia lineal, tendencia polinomial, crecimiento potencial, crecimiento exponencial y crecimiento con saturación.

Obviamente este procedimiento implica una simplificación importante, ya que si, una serie es el resultado de cuatro componentes, según se expone en [2.2] y [2.3], la expresión

(11) García Barbancho, A.: *Ibid.* p. 264 y siguientes.

(12) Suárez Suárez, A.: "La predicción de Ventas". *ESIC-MARKET*, nº 5. Junio-Septiembre, 1971. pp. 65-76.

[2.4] supone, bajo la hipótesis aditiva, por ejemplo, que

$$y_t^x = F_1(t)$$

$$e_t = F_2(t) + F_3(t) + F_4(t)$$

Es decir el error e_t , recoge los componentes estacional, cíclico y aleatorio de la serie. Pero, tanto $F_2(t)$ como $F_3(t)$, no son, evidentemente aleatorios, sino que tienen, por definición una clara dependencia temporal, presentándose un problema de autocorrelación. Para completar el método analítico, es necesario acompañar siempre su análisis de una prueba de que los errores e_t , no están autocorrelacionados.

b) Variaciones estacionales

El método más aceptado para localizar la componente estacional de una serie temporal es el de las razones a la media móvil (13). Para que este método sea operativo, es preciso, que las observaciones sean correspondientes a unidades de tiempo inferiores a un año, puesto que, por definición, la estacionalidad es un comportamiento cíclico de amplitud inferior al año. Para analizar las analogías de comportamiento para períodos superiores al anual, se tiene la componente cíclica, $F_3(t)$, de la serie.

(13) García Barbancho, A.: Op. cit. pp. 281 y siguientes.

Mediante el método de las medias móviles se pretende eliminar el efecto estacional de la serie original, quedando compuesta la nueva serie, llamada serie de las medias móviles, de los efectos de tendencia $F_1(t)$, cíclico $F_3(t)$ y aleatorio $F_4(t)$, si bien esta última componente es muy poco significativa.

Bajo la hipótesis multiplicativa, dividiendo la serie original por la de medias móviles, se consigue una nueva serie representativa del componente estacional.

Con ello, se ha conseguido aislar este componente, lo cual permite su estudio y descripción.

Inversamente, se puede proceder a la operación contraria llamada desestacionalización, consistente en eliminar de la serie la estacionalidad, lo cual es de una gran utilidad para comprender las tendencias a corto plazo de la variable.

c) Fluctuaciones cíclicas

Esta componente no presenta un carácter tan sistemático como las dos anteriores, de ahí, que su obtención sea más problemática.

El profesor López Cachero (14) distingue tres tipos de mo-

(14) López Cachero, M.: "Fundamentos y Métodos de Estadística". Pirámide, Madrid 1.977, pp. 151 y siguientes.

vimientos en esta componente, a saber:

- 1) Cíclicos: cuando son casi perfectamente regulares.
- 2) Cuasi cíclicos: cuando son imperfectamente regulares.
- 3) Recurrentes: cuando corresponden a oscilaciones carentes de cualquier regularidad.

Si los ciclos se superponen entre sí, pueden resultar de difícil identificación. En este caso, lo más conveniente es renunciar a distinguir entre Tendencia y Fluctuación cíclica, llamándose componente extraestacional a la integración de ambas.

Aunque no se pueda considerar completamente satisfactorio, el método más utilizado, es el de los residuos, que implica, obtener la componente cíclica como un "resto", al eliminar sucesivamente de la serie original, las otras tres componentes, previamente obtenidas.

El método emplea la hipótesis multiplicativa. Así las operaciones sucesivas son las de dividir la serie original por las correspondientes a las variaciones estacionales y a la tendencia, eliminando las variaciones accidentales por un "suavizado" de la serie resultante. El resultado es una serie, aproximadamente representativa, de las fluctuaciones cíclicas.

d) Variaciones accidentales

El sentido de analizar esta componente es realmente instru-

mental, demostrar que es realmente aleatoria. Ello permitirá afirmar que las otras tres fuerzas recogieron todos los movimientos sistemáticos de la serie estudiada.

Por un procedimiento similar al residual, se aísla esta componente, que si ha sido calculada en porcentajes oscilará alrededor de cero.

Habría que comprobar que la serie tenga una distribución Normal o cuasi Normal, así como que no esté autocorrelacionada. Si esto es así, la descomposición de la serie en sus cuatro componentes habría sido adecuada, ya que la obtención de las otras tres, sistemáticas por definición, sólo deja por "resto" una serie efectivamente accidental o aleatoria.

La predicción futura de la serie, se efectúa simplemente dándole valores futuros al tiempo, ya que la variable se ha considerado función del tiempo. Esta predicción se hace básicamente para las componentes de tendencia y estacional, por tener un carácter más sistemático.

Sin embargo, este enfoque tiene un elemento de arbitrariedad manifiesto, ya que, es claro que el tiempo en sí, no es la causa de las variaciones de una variable, sino el marco donde tales variaciones se desarrolla.

3.3. ANALISIS DE REGRESION

El análisis de regresión es una técnica econométrica muy uti-

lizada que trata de establecer las relaciones existentes entre diversas variables.

En su nivel más sencillo, se encuentra la determinación de una relación lineal entre dos variables x e y , del tipo

$$y = a + b x \quad [2.4]$$

en la que la variable y llamada dependiente puede ser explicada a través de la variable x , llamada independiente, que se supone conocida de antemano.

Una relación del tipo [2.4] expresa una dependencia causal de y respecto de x unilateral, que pudiese ser utilizada para determinar valores desconocidos de y , cuando se conozcan los valores de x . Es, por tanto, una técnica de previsión, que permite obtener valores futuros de una variable, siempre que se conozcan determinados valores de otra.

La forma de estimación de los parámetros a y b del modelo [2.4] es a través de la minimización de la suma de cuadrados de las distancias desde los puntos reales observados en la muestra, a los teóricos dados por el modelo (15).

Existen una serie de medidas tales como la varianza residual, el coeficiente de determinación, etc., que tratan de medir la representatividad o bondad del ajuste, es decir la medida en la que la expresión matemática recoge la relación entre las variables.

(15) Existen muchos manuales tanto de estadística como de econometría que presentan de forma clara y detallada la manera de calcular tales coeficientes.

La medida más utilizada es el coeficiente de determinación, que representa la proporción de la variación total de la variable dependiente que viene explicada por la variable independiente mediante el empleo de un determinado modelo.

El modelo del tipo [2.4] es representativo de una recta, que se acomoda a la nube de puntos que forman el conjunto de pares de observaciones de ambas variables.

Sin embargo, esta estructura puede no ser adecuada a otro tipo de dependencia, por lo que se pueden establecer modelos alternativos, en los que la relación matemática sea no lineal, tales como:

Parábola de segundo grado

$$y = a + b x + c x^2 \quad [2.5]$$

Función potencial

$$y = a x^b \quad [2.6]$$

Función exponencial

$$y = a b^x \quad [2.7]$$

En todos estos modelos, se explica la variable dependiente en función de una única variable explicativa. Es fácil pensar en la generalización de este tipo de modelos que integra el supuesto de que sean varias las variables explicativas.

Así un modelo tal como:

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n \quad [2.8]$$

representa una estructura en la que son n variables las que influyen sobre la dependiente, estando dada la influencia que cada una de las x_i tiene sobre la y por la magnitud del correspondiente coeficiente b_i .

Este análisis de regresión tiene una aplicación evidente al estudio de series temporales, que viene a suplir las deficiencias que presenta el enfoque clásico, y que es también llamado, por algunos autores, análisis causal de series temporales.

Se trata de estudiar conjuntamente la evolución de dos o más series, siendo una de ellas la variable dependiente y la otra u otras, las independientes o explicativas.

La técnica es semejante, si bien, por el carácter temporal que tienen las observaciones es preciso hacer las consideraciones siguientes:

- 1) Conviene en principio, detectar si las series tienen alguna componente que pueda distorsionar la relación de explicación que haya entre ellas. Por ejemplo, una tendencia secular similar de dos series, puede llevar a dar como resultado una correlación inexistente.

Igual puede ocurrir con series que tengan la misma variación estacional.

Por tanto, si se observan distorsiones de este tipo, será preciso eliminar tales componentes de las series, para que la correlación no resulte espúrea.

- 2) Al ser muy frecuente que las observaciones temporales dependan de las precedentes, resulta necesario probar que los residuos del modelo no estén autocorrelacionados.
- 3) Si se realiza un análisis de regresión múltiple, hay que prestar especial atención a la posible intercorrelación de las variables explicativas, hecho muy frecuente en el caso de observaciones temporales. Es el problema de la multicolinealidad.

Hay, pues, que tener en cuenta estas circunstancias, que alteran la relación entre variables, cuando el tiempo está incluido en el análisis.

Un nuevo campo, de gran importancia, que surge cuando se trabaja con series temporales, y es factible de tratamiento por regresión, es la consideración de las variables retardadas en el tiempo.

Así pues, y dado que, como se expone anteriormente, las observaciones de este tipo suelen estar muy relacionadas con los precedentes, nace la posibilidad de establecer una regresión entre la variable y ella misma retardada, del tipo:

$$y_t = a + b y_{t-1} \quad [2.9]$$

donde y_{t-1} es la misma serie y_t pero retardada en una observación. Generalizando este modelo, se pueden considerar hasta \underline{m} retardos:

$$y_t = a + b_1 y_{t-1} + b_2 y_{t-2} + \dots + b_m y_{t-m} \quad [2.10]$$

que es el denominado modelo autoregresivo de orden m , por ser éste el número del mayor retardo.

De igual forma se pueden considerar los modelos, en los que la y_t venga explicada por una o varias variables independientes, que podrán tener o no, retardos en el tiempo.

Autoregresión paso a paso

La autoregresión paso a paso ("Stepwise autoregression") es un procedimiento muy estudiado por Payne (16) y recogido por Granger y Newbold (17) que trata de describir el comportamiento de una serie a través de la construcción de un modelo autoregresivo, del tipo

$$y_t = \sum_{j=1}^k b_j y_{t-j} + e_t \quad [2.11]$$

donde e_t representa el componente aleatorio de la serie.

El procedimiento es completamente automático, pues mediante una rutina de ordenador se irán eligiendo los retardos significativos, eliminándose los otros, hasta construir un modelo adecuado para describir y predecir.

La rutina empieza por elegir aquel retardo de la variable que en mayor proporción explique a y_t . Posteriormente, se le van añadiendo nuevos retardos, siempre y cuando se mejore la

(16) Payne, D.: "The Determination of Regression Relationships using Stepwise Techniques". Ph. D. Thesis. Department of Mathematics, University of Nottingham. 1.973.

(17) Granger, C. y Newbold, P.: "Forecasting Economic Time Series". Academic Press. New York, 1.976, pp. 176 y siguientes.

bondad del ajuste.

Sin embargo, es preciso determinar de antemano tres puntos para que la rutina funcione adecuadamente, según exponen Granger y Newbold.

- 1) Se debe elegir el valor de k de proporcione el orden del mayor retardo.
- 2) Un contraste estadístico útil para decidir la inclusión o exclusión de un retardo.
- 3) Unas reglas de decisión para que la rutina acabe adecuadamente.

De todas formas la autoregresión paso a paso es una alternativa muy interesante de llegar a establecer un modelo, a partir del cual se puedan generar previsiones.

Su mayor aportación consiste en estar completamente automatizado, no perdiendo, sin embargo, la capacidad de poder discernir entre una u otra función de previsión.

3.4. ALISADO EXPONENCIAL

El alisado exponencial ("Exponential Smoothing") es una técnica de previsión aplicable a las series temporales, que mediante lo que se denomina "alisamiento", trata de encontrar una nueva serie a partir de la cual se generan previsiones.

1/1

En su forma más simple (18), intenta estimar el nivel de una serie a través de una media ponderada de su última observación y el nivel estimado inmediatamente antes. Una serie y_t es "alisada" para obtener otra serie \bar{y}_t mediante.

$$\bar{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\bar{y}_{t-1} \quad 0 < \alpha < 1 \quad [2.12]$$

La serie alisada \bar{y}_t es entonces, una suma ponderada del último y anteriores valores de la serie, cuyos pesos decrecen exponencialmente.

$$\begin{aligned} \bar{y}_t &= \alpha y_t + \alpha (1-\alpha) y_{t-1} + \alpha (1-\alpha)^2 y_{t-2} + \dots = \\ &= \alpha \sum_{j=0}^{\infty} (1-\alpha)^j y_{t-j} \end{aligned} \quad [2.13]$$

Dado que α , llamada constante de alisamiento, es un valor comprendido entre cero y la unidad, a medida que se retrocede en el tiempo, los valores de la serie van teniendo menos influencia sobre el valor actual.

Este es un supuesto muy importante de esta técnica, que asigna mayores pesos a los valores más actuales, decreciendo dichos pesos de forma exponencial en el tiempo.

El nuevo nivel que se consigue de la serie, es la previsión de todos los valores futuros de la serie, ya que representa la última valoración disponible del componente predecible de la serie temporal.

(18) Newbold, P. y Granger, C.: "Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts". Journal of the Royal Statistical Society, A, Vol. 137, Part. 2, 1.974, pp. 134-135.

Holt (19) en 1.957 y Winters (20) en 1.960, completaron este sencillo modelo, añadiéndole una componente de tendencia y otra de estacionalidad.

El nuevo modelo, llamado Holt-Winters, supone la hipótesis aditiva para el componente de tendencia T_t , que viene dado por:

$$T_t = C(\bar{y}_t - \bar{y}_{t-1}) + (1 - C) T_{t-1} \quad 0 < C < 1$$

siendo C la constante de alisamiento para la tendencia, por lo que la serie queda:

$$\bar{y}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) (\bar{y}_{t-1} + T_{t-1})$$

Para la componente estacional F_t , con D su constante:

$$F_t = D (y_t / \bar{y}_t) + (1 - D) F_{t-s} \quad 0 < D < 1$$

se utiliza la hipótesis multiplicativa, quedando la nueva serie desestacionalizada:

$$\bar{y}_t = \alpha (y_t / F_{t-s}) + (1 - \alpha) (\bar{y}_{t-1} + T_{t-1}) \quad [2.14]$$

Este es el modelo más utilizado en la práctica, que contiene sólo tres parámetros a determinar; α , C y D . La forma más general, de determinarlos es elegir aquellos que mejor preveen valores conocidos de antemano.

(19) Holt, C.: "Forecasting Seasonal and Trends by Exponentially Weighted Moving Averages". Carnegie Institute of Technology. Carnegie, 1.957.

(20) Winters, P.: "Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages". Management Science. Vol. 1.960, pp. 324-342.

El modelo se puede modificar para considerar la tendencia multiplicativa y la estacionalidad aditiva.

3.5. CENSUS X11

Uno de los objetivos del análisis de series temporales estacionales es precisamente eliminar esa componente, al objeto de estudiar la serie desestacionalizada y efectuar comparaciones con series de comportamiento estacional diferente.

Con este objetivo, la Oficina de Estadística ("Bureau of the Census") del Gobierno de los Estados Unidos ha elaborado un programa de ordenador, que es ampliamente utilizado, tanto por el propio Gobierno como por otras entidades, tanto públicas como privadas.

El programa CENSUS X11 (21) se caracteriza por utilizar una secuencia de medias móviles para descomponer la serie en tres partes: componente estacional, tendencia y componente aleatorio.

El programa utiliza la hipótesis aditiva, es decir

$$y_t = P_t + S_t + e_t$$

(21) Shiskin, J., Young, A. y Musgrave, J.: "The X-11 Variant of Census Method II Seasonal Adjustment Program". Technical Paper nº 15, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, 1967.

siendo y_t la serie original observada, P_t la tendencia secular, S_t la componente estacional y e_t las variaciones accidentales. El programa trata de obtener las estimaciones de P_t y S_t , a través de un "filtro" consistente en una media móvil simétrica, con unas ponderaciones que suman la unidad. Este operador $S(\delta, k)$, transforma la serie y_t en otra serie x_t , de acuerdo con la relación:

$$x_t = S(\delta, k) y_t = \sum_{j=-k}^k \delta_j y_{t-j} \quad [2.15]$$

siendo k un número entero positivo y δ_j las ponderaciones o pesos utilizados, de tal forma que $\delta_{-j} = \delta_j$

El programa no permite calcular los k primeros valores de la nueva serie, x_t , ni tampoco los k últimos. Por ello, el operador $S(\delta, k)$ debe modificarse para ambos extremos de la serie, utilizando algún principio de extrapolación.

De esta forma, es posible aislar las variaciones estacionales y ajustar una línea de tendencia cíclica a los datos.

El método tiene el defecto de que utiliza aproximadamente los mismos filtros para la mayoría de las series.

En consecuencia, como dicen Cleveland y Tiao (22) " Si entendemos que las observaciones son producto de las circunstancias particulares de un problema, podríamos fácilmente confundirnos sobre la naturaleza del mismo, dados los resultados del CENSUS X11, sino se comprueba la adecuación del mismo.

(22) Cleveland, W. y Tiao, G.: "Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the CENSUS-X11 Programs", *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 71 nº 355. September, 1976, p. 581.

Tales comprobaciones son muy difíciles de hacer, a no ser que se tenga alguna idea de los tipos de procesos, para los cuales este programa es adecuado.

Desde otro punto de vista, esta similitud de los filtros tiene la ventaja de permitir una interpretación uniforme de las componentes estacional y de tendencia de las series.

Del análisis realizado por Cleveland y Tiao (23) para ver a que tipo de series resulta más adecuado la aplicación de esta técnica, se concluye que, si la serie es asimilable a un modelo aditivo de componente estacional y tendencia estocástica, el CENSUS X-11 es adecuado. En otros casos presenta más dificultades.

Como destacan, Chambers, Mullick y Smith (24) este método solo tenía en principio una finalidad descriptiva pero puede utilizarse como un modelo predictivo a corto plazo, no más de seis meses.

Para ello, basta con calcular la distribución condicional de los valores futuros de las observaciones dadas.

3.6. ANÁLISIS ESPECTRAL

El análisis espectral forma parte del análisis moderno de

(23) Cleveland, W. y Tiao, G.: Ibid. pp. 581-587.

(24) Chambers, J., Mullick, S. y Smith, D.: "How to Choose the Right Forecasting Technique". Harvard Business Review, July-August 1971 pp.45-74. Recogido en Cuervo, A., Ortigueira M. y Suárez A.: "Lecturas de Introducción a la Economía de la Empresa" con el título de "Como escoger la técnica de previsión más conveniente" pp. 341-380.

series temporales. Según Granger (25) permite estudiar mejor las relaciones a corto y largo plazo, así como dar un mayor rigor matemático y generalización, que los métodos clásicos de análisis de series temporales utilizados hasta ahora.

De la misma forma que el espectro de la luz blanca, es la descomposición de la luz en un conjunto de componentes monocromáticas, cada una con una banda de frecuencia determinada, el análisis de Fourier ha permitido concebir a las series temporales descompuestas en un conjunto de componentes armónicos o funciones de la forma

$$X(t) = A \cos(\lambda t + \varphi) \quad [2.16]$$

cada una con un amplitud A , una frecuencia angular λ y un ángulo de fase $\vartheta(t)$, específicos, siendo $\vartheta(t)$.

$$\vartheta(t) = \lambda t + \varphi$$

Para $t = 0$, se tiene que $\vartheta(0) = \varphi$, de modo que φ es el llamado ángulo de fase inicial.

La función $X(t)$ es periódica, ya que cuando $\vartheta(t)$ se incrementa 2π radianes, se describe un ciclo completo, repitiéndose el valor de la función.

(25) Granger, C.: "Analyse Espectral de Series Temporelles en Economie". Dunod. Paris 1.969 p. XIII.

El tiempo transcurrido en producirse un ciclo completo, se denomina período T , obteniéndose la relación entre T y λ , por:

$$\Delta \theta (t) = \lambda \Delta t$$

La representación gráfica de la función [2.16] es de la forma

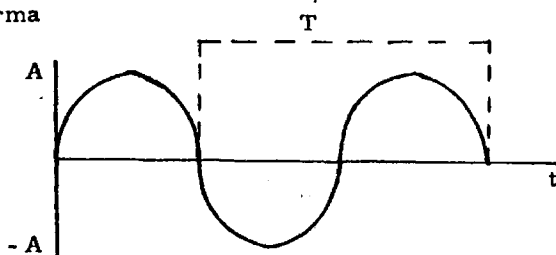


Fig. 2.1 Representación gráfica de una función armónica pura.

Una serie temporal $Y(t)$, se puede considerar formada por un conjunto de n , funciones armónicas puras $X_i(t)$.

$$Y(t) = \sum_{i=1}^n X_i(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos(\lambda_i t + \psi_i) \quad [2.17]$$

cada una de ellas con su amplitud, frecuencia y fase propias.

Como demuestra J. M. Otero (26) la varianza total de una serie está constituida por la adición de las varianzas de sus componentes armónicas simples. Tal propiedad aditiva permite hablar de la contribución de cada componente a la variación cuadrática media de la serie.

(26) Otero, J.M.: "Fundamentos del Análisis Espectral y sus Aplicaciones". Cuadernos de Economía Vol. 6 nº 16, Mayo-Agosto 1.968, pp. 283 y siguientes.

De igual forma que el análisis clásico muestra la incidencia de las cuatro componentes, tendencia, estacional, cíclica e irregular, a la evolución del proceso, el análisis espectral pone de manifiesto cual es la contribución de cada banda de frecuencias a la variabilidad total del mismo.

Por generalización el análisis coespectral permite realizar este mismo estudio para dos series, así como el multi-espectral puede extenderse a cualquier número de ellas.

El análisis espectral se ha demostrado muy potente para la desestacionalización de series temporales, así como en la construcción de indicadores que ayuden a predecir los ciclos económicos.

Otra área de aplicación de esta técnica, como complemento a las econométricas, es la predicción de las variables exógenas de un modelo econométrico. Dado que este tipo de modelos, solo obtiene predicciones condicionadas de las variables endógenas, cuando se conocen los valores de las variables exógenas, el análisis espectral puede ser útil como instrumento para obtener predicciones de las series aisladas.

Por todo ello, y a pesar que esta técnica aún se encuentra en sus inicios, es indudable que esta llamada a jugar un papel importante en el futuro, ya que como dice O. Morgenstern, en la introducción a la obra de C. Granger (27): " el análisis espectral contribuirá a hacer evolucionar la economía de una metodología a menudo basada en la intuición, y por tanto limitada,

(27) Granger, C.:Op. cit, p. VII.

a una metodología fundada en conceptos y métodos modernos y verificados".

4. LA ALTERNATIVA DEL ANALISIS BOX-JENKINS

En enfoque Box-Jenkins del análisis de series temporales, es una expresión que hace referencia al conjunto de ideas, procedimientos y técnicas desarrolladas por George Box, profesor de Estadística de la Universidad de Wisconsin, (U. S. A.) y Gwilyn Jenkins, profesor de Ingeniería de Sistemas de la Universidad de Lancaster (Inglaterra), que salieron a la luz pública, con la publicación en 1.970 de su libro "Time Series Analysis: Forecasting and Control" (28).

A. Treadway (29) lo define como "un conjunto de procedimientos lógicos y autodiagnósticos que integra la teoría de los procesos estocásticos con la práctica del análisis de series temporales".

El enfoque Box-Jenkins puede llegar a entrañar hasta cuatro niveles de complejidad:

Nivel 1: Es el estado más sencillo. Permite generar previsiones de una variable Z_t , basándose únicamente en la información existente sobre su propia historia. Se construye un Modelo Estocástico Univariante.

Nivel 2: En este nivel es posible generar previsiones de la variable Z_t , teniendo en cuenta la influencia directa que otras variables puedan tener sobre ella. Con ello, se introduce el principio de causalidad entre variables.

(28) Box, G. y Jenkins, G. "Time series Analysis: Forecasting and Control". Holden Day. San Francisco, 1.970.

(29) Treadway, A.: "Sobre la Modelización Estadística de la Balanza de Pagos Española". Información Comercial Española. Num. 536, Abril 1.978. p. 24.

El modelo obtenido se llama Modelo de Transferencia de un solo Output

Nivel 3: A este nivel, se pueden obtener previsiones simultáneas de variables interdependientes, sin tener en cuenta variables exógenas.

Se obtiene un Modelo Estocástico Multivariante.

Nivel 4: Es el grado más alto de complejidad, en el cual se pueden obtener previsiones simultáneas de varias variables interdependientes, considerando además, la influencia que sobre ellas puedan tener otras variables.

Se llama Modelo de Transferencia de Outputs Múltiples

La forma de alcanzar un determinado nivel es, pasar de los niveles de menor complejidad a los de mayor complejidad, siendo totalmente indispensable establecer un modelo para un determinado nivel, antes de pasar al inmediatamente superior.

Si se quiere construir un modelo de nivel 2, el objetivo que se persigue es, mediante la introducción de nuevas variables, incrementar la capacidad del modelo, tratando de explicar la parte de la variable considerada que no ha sido explicada por su propio pasado, lo cual requiere realizar previamente un análisis al nivel 1.

Cada etapa, pues, se apoya en la anterior, llegándose a la simulación de modelos más complejos, a partir de los resultados de etapas anteriores.



Existe un tipo de análisis, intermedio entre los niveles 1 y 2, llamado Análisis de Intervención (30), que trata de recoger, sobre un Modelo Estocástico Univariante, la influencia que sucesos anómalos puedan tener sobre la variable en determinados momentos del tiempo.

Se observa, pues, como el enfoque Box-Jenkins es útil tanto para predecir el comportamiento futuro de una o varias variables, como para establecer relaciones de causalidad entre ellas.

Para su formulación matemática, utiliza la conocida familia de modelos ARIMA ("autoregressive-integrated - moving average"), que serán estudiados detenidamente en el capítulo siguiente.

Para su construcción, se recurre a un proceso iterativo que tiene las siguientes etapas bien definidas.

- a) Identificación: Se trata de poner de manifiesto cuales son las relaciones entre las variables. En el caso de nivel univariante, el objetivo es determinar la ley de evolución que sigue la serie.
- b) Estimación: En esta fase se cuantifican las relaciones, estimándose el valor de los parámetros del modelo.
- c) Diagnos: Mediante contrastes estadísticos se comprueba la adecuación del modelo. Si el modelo resulta adecuado, se pasa a la fase siguiente, mientras que si no lo es, hay que

(30) Box, G. y Tiao, G.: "Intervention Analysis with Applications to economic and environmental problems". *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 70, Nº 70, 1.975.

volver a la etapa de identificación, recomenzando de nuevo el proceso.

- d) Predicción: Si el modelo ha resultado adecuado, se construye la función de previsión, que estimará los valores futuros de las variables.

Supuesto que se está al primer nivel, se podría pasar alternativamente a niveles superiores.

Al igual que los modelos ARIMA, estas cuatro fases de su construcción tendrán un mayor desarrollo en el capítulo siguiente.

Naylor, Seaks y Wichern (31) y el propio Jenkins (32) proponen una serie de razones por las que se comprueba la superioridad de esta metodología, frente a lo que se podría llamar el aporte o posibilidades de la econometría convencional.

En resumen, tales razones podrían ser:

Construcción del modelo: Quizás la mayor aportación del enfoque Box-Jenkins, sea el proceso iterativo de construcción del modelo. En efecto, la econometría tradicional ha estado muy interesada en desarrollar unas buenas estimaciones para los parámetros, pero se ha olvidado de investigar la calidad del modelo. Mediante este enfoque, se utiliza un proceso iterativo, que basándose en una diagnosis rigurosa, llega a comprobar la adecuación de los modelos.

(31) Naylor, T., Seaks, T. y Wichern, D.: "Box-Jenkins Methods: An Alternative to Econometric Models". International Statistical Review. Vol 40, Nº 2, 1972, pp. 123-137

(32) Jenkins, G.: "Practical Experiences with Modelling and Forecasting Time series". G. Jenkins and Partners Limited. Channel Islands 1.979.

Diagnosís: Los contrastes habituales de la econometría, t de Student, coeficiente de determinación, estadístico de Durbin-Watson, etc., son incorporados y mejorados por esta metodología.

Así, por ejemplo, el estadístico de Durbin-Watson es muy similar al coeficiente de autocorrelación simple de orden 1 de los residuos de una serie.

Además de estos contrastes, la observación visual de la serie de residuos es fundamental para comprobar la bondad de los modelos.

Estimación: El método de los mínimos cuadrados ordinarios ha sido el tradicionalmente utilizado en econometría, si bien, cuando se trataba de estimar ecuaciones simultáneas, se pasaba a mínimos cuadrados bietápicos.

Aunque estos métodos son básicos también, en Box-Jenkins, sus parámetros se estiman por métodos no lineales, basados en la función de máxima verosimilitud. En este aspecto, el algoritmo de Marquardt se ha mostrado muy eficiente.

Previsión: El enfoque Box-Jenkins permite construir intervalos de confianza para las predicciones futuras, así como, readaptar continuamente tales predicciones a medida que se van conociendo nuevos datos.

Identificación: Si no hay una buena técnica de identificación, existe una tendencia en econometría a introducir en los modelos variables explicativas espúreas, que solo llevan a incrementar el número de variables a considerar y, por consiguiente,

el número de parámetros a estimar.

Box- Jenkins basándose en el principio de "parsimony" (traducido por escueto) consiguen buenos modelos con un reducido número de parámetros.

Por todo ello, se puede concluir que la metodología Box-Jenkins ofrece una alternativa clara a los modelos econométricos tradicionales. Experiencias llevadas a cabo comparando la precisión de los diversos métodos alternativos, tales como Newbold y Granger (33), Prothero y Wallis (34), Naylor, Seaks y Wichern (35) y otros, han demostrado la superior precisión de esta metodología, frente a técnicas tales como autoregresión paso a paso, alisado exponencial y Census X11.

Por otra parte, se puede comprobar como los modelos obtenidos mediante estas tres últimas técnicas no son sino casos particulares de modelos de la familia general ARIMA, utilizada por Box-Jenkins.

En cuanto al análisis espectral, está de alguna forma integrado en esta metodología, ya que el espectro no es sino el coseno de la transformada de Fourier de la función de autocorrelación.

Por todo ello, se elige el enfoque Box-Jenkins como método de previsión, para realizar las previsiones necesarias para acudir al modelo de Markowitz de selección de carteras.

(33) Newbold P. y Granger, C.: Op. cit. pp. 131-165.

(34) Prothero y Wallis: "Modelling Macroeconomic Time Series", Journal of the Royal Statistical Society, A Vol. 139. Part. 4 1.976. pp. 468-486.

(35) Naylor T, Seaks, T. y Wincherna, D.: Op. cit. pp. 123-137

CAPITULO III

EL ENFOQUE BOX-JENKINS

1. INTRODUCCION

Un fenómeno empírico que se desarrolla en el tiempo de una manera controlada por medio de leyes probabilísticas, se denomina un proceso estocástico (1).

Una serie temporal no es más que una realización de un proceso estocástico.

Un proceso estocástico se dice que es estrictamente estacionario si sus propiedades no son alteradas por un cambio de origen. Matemáticamente esto es, que la distribución de probabilidad conjunta asociada con m observaciones $Z_{t_1}, Z_{t_2}, \dots, Z_{t_m}$ obtenida en cualquier conjunto de períodos de tiempo t_1, t_2, \dots, t_m , es la misma que la asociada con otras m observaciones $Z_{t_1+k}, Z_{t_2+k}, \dots, Z_{t_m+k}$ obtenidas en los períodos de tiempo $t_1+k, t_2+k, \dots, t_m+k$.

Es decir, que la distribución de probabilidad conjunta quede inalterada para cambios en el origen hacia adelante o hacia atrás de cualquier magnitud k .

Chatfield (2) propone una idea intuitiva de estacionaridad, diciendo: "una serie temporal se dice que es estacionaria si no tiene cambios sistemáticos en la media (sin tendencia), si no tiene cambios sistemáticos en la varianza y si han sido eliminadas las variaciones estrictamente periódicas".

La media μ de un proceso estacionario Z_t la definiremos

(1) Parzen, E.: "Procesos Estocásticos", Paraninfo, Madrid 1,971 - p.21

(2) Chatfield, C.: "The Analysis of Time Series: Theory and Practice". Chapman and Hall London 1,975

como:

$$\mu = E(Z_t)$$

y su varianza

$$\sigma_z^2 = E[(Z_t - \mu)^2]$$

La autocovarianza γ_k de orden k , se define como la covarianza entre Z_t y su valor Z_{t+k} , separados por k intervalos de tiempo

$$\gamma_k = \text{COV} [Z_t, Z_{t+k}] = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)]$$

De forma similar se define el coeficiente de autocorrelación ρ_k de orden k como

$$\rho_k = \frac{E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(Z_t - \mu)^2] E[(Z_{t+k} - \mu)^2]}} = \frac{E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)]}{\sigma_z^2} \quad [1.1]$$

Para todos los valores de k ($k = 1, 2, 3, \dots$) se tienen respectivamente, la función de autocovarianza y la función de autocorrelación.

Igualmente se define la función de autocorrelación parcial ϕ_{kk} que por su complicada nomenclatura matemática no se expone aquí, que puede ser calculada en función de los coeficientes de correlación simples distintos de cero de cada proceso (3).

Esta función viene a medir la correlación que hay entre dos

(3) Anderson, O.D.: "Time Series Analysis and Forecasting: The Box-Jenkins Approach", Butterworths, London 1.976. - pp. 12-14.

términos de una misma serie Z_t y Z_{t+k} , separados k períodos de tiempo, eliminado todo el efecto que el resto de términos comprendidos entre ellos dos, pudiera tener sobre Z_t .

Se utilizará la expresión "proceso de ruido blanco" para indicar un proceso estocástico estacionario, a_t , normalmente distribuido, con media cero y varianza constante, σ_a^2 , y autocorrelaciones iguales a cero para todos los retardos no nulos (es decir, los a_t son independientes).

Su función de autocorrelación es: $A_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$

Su función de autocorrelación parcial se establecerá, por supuesto, en los mismos términos.

Operadores

Normalmente se utilizará la siguiente notación operacional:

- 1) Operador de retardo, B , (backward shift operator):

$$B Z_t = Z_{t-1}$$

- 2) Operador de retardo de m períodos, B^m , :

$$B^m Z_t = Z_{t-m}$$

- 3) Operador de primera diferencia simple, ∇ , (backward difference operator): $\nabla = 1 - B$

$$\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1} = (1-B) Z_t$$

- 4) Operador de diferencia de m períodos, ∇^m : $\nabla^m = 1 - B^m$

$$\nabla^m Z_t = Z_t - Z_{t-m} = (1-B^m)Z_t$$

- 5) Operador de adelanto, F , (forward shift operator): $F = B^{-1}$

$$F Z_t = Z_{t+1}$$

6) Operador de suma simple, S , : $S = \nabla^{-1}$

$$S Z_t = Z_t + Z_{t-1} + Z_{t-2} + \dots = \sum_{j=0}^{\infty} Z_{t-j}$$

Estos dos últimos operadores, F y S , tienen también sus correspondientes a m períodos, pero no se exponen por ser de escasa utilidad.

Asimismo se utilizarán polinomios, $\Phi(B)$, de orden finito y coeficientes constantes, cuyos argumentos son operadores de retardo.

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

donde los ϕ_i son parámetros constantes y donde, evidentemente,

$$\Phi(B) Z_t = 1 - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - \dots - \phi_p Z_{t-p}$$

al aplicarlo a la variable Z_t se obtiene una combinación lineal de sus observaciones consecutivas pasadas.

2. TIPOS DE PROCESOS

2.1. PROCESOS AUTOREGRESIVOS

La forma general de un proceso autoregresivo de orden p , un proceso AR (p), es

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad [3.2]$$

donde el valor actual del proceso es expresado en función de una suma ponderada de valores pasados más un término aleatorio. El término de autoregresivo proviene de que puede considerarse hecho un ajuste de regresión de Z_t sobre sus pasados valores.

El modelo [3.2] se puede expresar de la forma:

$$\phi(B) Z_t = a_t$$

donde, $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$, es un operador denominado operador autoregresivo de orden p .

Box y Jenkins (4) demuestran que la condición necesaria y suficiente para que un proceso autoregresivo sea estacionario es que los ceros de polinomio $\phi(B)$ caigan todos fuera del círculo unidad. O dicho en otras palabras que las raíces de la ecuación $\phi(B) = 0$, estén fuera del círculo unidad, es decir, sean en valor absoluto mayor que la unidad.

(4) Box, G. y Jenkins, G.: "Time Series Analysis: Forecasting and Control". Holden-Day, San Francisco, 1.976. pp. 53 y siguientes.

La ecuación $\Phi(B) = 0$ se llama ecuación característica del proceso. La función de autocorrelación para este tipo de procesos se obtiene a partir de la ecuación [3.2] multiplicándola por Z_{t-k} .

$$Z_{t-k} \cdot Z_t = \phi_1 Z_{t-k} \cdot Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-k} \cdot Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-k} \cdot Z_{t-p} + Z_{t-k} \cdot a_t$$

en la que tomando esperanzas, queda,

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p}$$

ya que $E(Z_{t-k}, a_t)$ es nula para $k > 0$, por estar los términos de Z_{t-k} incorrelados con a_t . Dividiendo por γ_0 , se obtiene la función de autocorrelación en similares términos de ecuación en diferencias

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad [3.3]$$

A través de la ecuación de Yule-Walker (5) se puede establecer una relación entre los parámetros del modelo $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ y los coeficientes de autocorrelación $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p$, tal como:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_1 + \phi_2 \rho_1 + \dots + \phi_p \rho_{p-1} \\ \rho_2 &= \phi_1 \rho_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p \rho_{p-2} \\ \rho_p &= \phi_1 \rho_{p-1} + \phi_2 \rho_{p-2} + \dots + \phi_p \end{aligned} \quad [3.4]$$

(5) Box, G. y Jenkins, G.: *Ibid.* pp. 55 y siguientes.

donde se tienen un conjunto de p ecuaciones, en las que conociendo los valores de los coeficientes de autocorrelación ρ_i , se pueden determinar los valores de los parámetros del modelo ϕ_i ya que, siendo ϕ el vector de los parámetros y ρ_p el vector de los coeficientes de autocorrelación

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} \quad \rho_p = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_p \end{bmatrix}$$

y P_p la matriz de los coeficientes de autocorrelación

$$P_p = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & & \rho_{p-2} \\ \hline \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

el sistema [3.4] se puede poner en la forma matricial

$$\phi = P_p^{-1} \rho_p \quad [3.5]$$

que ofrece los valores de los parámetros del modelo.

En la práctica, los coeficientes de autocorrelación ρ_i , desconocidos, serán sustituidos por sus estimadores los coeficientes de autocorrelación muestral r_i .

La fórmula de Bartlett (6) da una aproximación a la va-

(6) Bartlett, M.S.: "On The Theoretical Specification of Sampling Properties of Autocorrelated Time Series", *Journal of the Royal Statistical Society*, B Vol. 8, 1.946, pp.27-41.

rianza de los coeficientes de autocorrelación muestrales

$$\text{Var}(r_k) \simeq \frac{1}{N} \sum_{-k}^k \rho_i^2$$

que en la práctica al ser desconocidos estos ρ_i , se sustituye por

$$\text{Var}(r_k) \simeq \frac{1}{N} (1 + 2 \sum_1^k r_i^2) \quad [3.6]$$

en función de los r_i muestrales. Este supuesto será de mucha importancia en el análisis posterior para comprobar si son significativos o no los coeficientes de autocorrelación que se obtengan.

Por su parte la función de autocorrelación parcial viene dada por:

$$\phi_{kk} = \frac{P_k^*}{P_k} \quad [3.7]$$

donde P_k es la matriz de coeficientes autocorrelación puesta en términos de k y P_k^* es P_k con la última columna reemplazada por:

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

La varianza de la función de autocorrelación parcial viene dada aproximadamente por la fórmula de Quenouille (7)

(7) Quenouille, M.H.: "Approximate Tests of Correlation in Time Series", Journal of the Royal Statistical Society, B, Vol. 11, 1949, pp. 68-84.

$$\text{Var} (\phi_{kk}) \sim \frac{1}{N} \quad [3.8]$$

En general, en los modelos autoregresivos, el gráfico de los coeficientes de autocorrelación simple presenta una estructura de decaimiento exponencial en sus valores absolutos, a medida que aumenta el orden de retardo, mientras que el gráfico de coeficientes de correlación parcial presenta un corte en los valores de sus coeficientes a partir de un orden igual al número de parámetros que contiene el modelo.

La varianza de la variable Z_t viene dada por la expresión

$$\sigma_{Z_t}^2 = \frac{\sigma_a^2}{1 - \rho_1 \phi_1 - \rho_2 \phi_2 - \dots - \rho_p \phi_p} \quad [3.9]$$

como es fácil demostrar partiendo de la expresión [3.3]

a) El proceso autoregresivo de primer orden

La ecuación de un proceso autoregresivo de primer orden AR (1), es:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t \quad [3.10]$$

Como a_t es independiente de Z_{t-1} , tomando varianzas en la expresión [3.10] se tendrá:

$$\sigma_z^2 = \phi_1^2 \sigma_z^2 + \sigma_a^2$$

de donde

$$\sigma_z^2 (1 - \phi_1^2) = \sigma_a^2$$

por lo que, para que σ_z^2 sea finita y no negativa se debe cumplir que $-1 < \phi_1 < 1$. Condición que debe cumplir para que sea estacionario.

La función de autocorrelación, usando la ecuación [3.3], satisface la ecuación en diferencias de primer orden.

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} \quad k > 0$$

en la que, para $\rho_0 = 1$, se tiene

$$\rho_k = \phi_1^k \quad k > 0 \quad [3.11]$$

La función de autocorrelación parcial es simplemente:

$$\phi_{11} = \rho_1 = \phi_1 \quad [3.12]$$

siendo $\phi_{kk} = 0$ para $k > 1$, como se demuestra por ejemplo para ϕ_{22}

$$\phi_{22} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} = \frac{\phi_1^2 - \phi_1^2}{1 - \phi_1^2} = 0 \text{ para } \phi_1^2 \neq 1$$

Las representaciones gráficas que tienen estas funciones son:

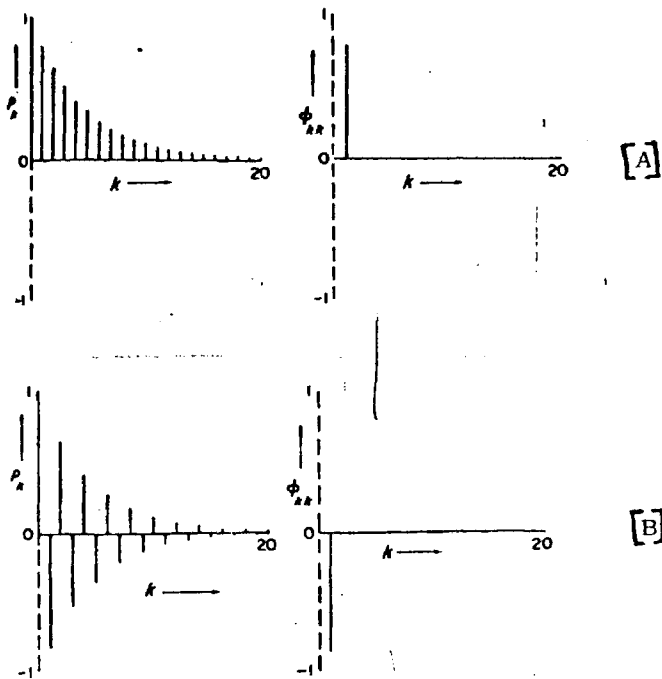


Fig.3.1.: Representación gráfica de las funciones de autocorrelación simple y parcial para un proceso AR (1): A) para β_1 positivo. B) para β_1 negativo.

Como se ve en ambas figuras la función de autocorrelación simple decae exponencialmente, aunque lo hace alternando el signo cuando el parámetro del modelo es negativo. Matemáticamente se puede comprobar en la expresión [3.11]

Por su parte la función de autocorrelación parcial solo

tiene el primer término distinto de cero, que será positivo o negativo según lo sea el parámetro del modelo, como se observa en la ecuación [3.12]

b) El proceso autoregresivo de segundo orden

El proceso autoregresivo de segundo orden, AR (2), se puede escribir como:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t \quad [3.13]$$

Para que sea estacionario, las raíces de $\phi(B) = 0$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 = 0 \quad [3.14]$$

deben caer fuera del círculo unidad, lo que implica que los parámetros ϕ_1 y ϕ_2 deben cumplir las condiciones:

$$\begin{aligned} \phi_2 + \phi_1 &< 1 \\ \phi_2 - \phi_1 &< 1 \\ -1 &< \phi_2 < 1 \end{aligned} \quad [3.15]$$

que pueden ser representadas en una región triangular

tal como la de la figura 3.2.

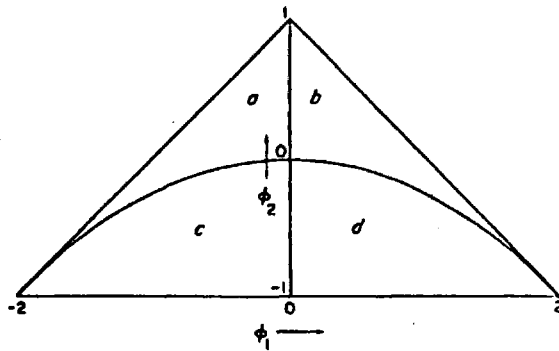


Fig. 3.2. Región de estacionaridad para los parámetros de los procesos AR(2)

En las regiones c y d de la figura 3.2. las raíces de [3.14] son complejas, mientras que en las regiones a y b son números reales.

La función de autocorrelación, usando la ecuación [3.3], satisface la ecuación en diferencias de segundo orden.

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} \quad [3.16]$$

con los valores iniciales de $\rho_0 = 1$ y $\rho_1 = \phi_1 / 1 - \phi_2$

Relacionando el sistema de condiciones de estacionaridad para los parámetros [3.15], con la ecuación [3.16], se puede obtener la región admisible para los valores de ρ_1 y ρ_2 de un proceso AR (2) estacionario que viene dado por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} -1 < \rho_1 < 1 \\ -1 < \rho_2 < 1 \\ \rho_1^2 < \frac{1}{2} (\rho_2 + 1) \end{aligned}$$

cuya representación gráfica viene dada por la figura 3.3.

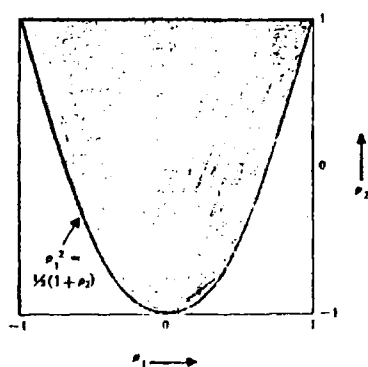


Fig. 3.3. Región admisible para los coeficientes de autocorrelación ρ_1 y ρ_2 de un proceso AR (2) estacionario.

La función de autocorrelación parcial obtenida a partir de [3.7] es:

$$\phi_{11} = \rho_1^2 = \frac{\phi_1}{1 - \phi_2}$$

$$\phi_{22} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} = \phi_2$$

Y para valores de k mayores que 2, $\phi_{kk} = 0$

La representación gráfica de ambas funciones es la figura 3.4.

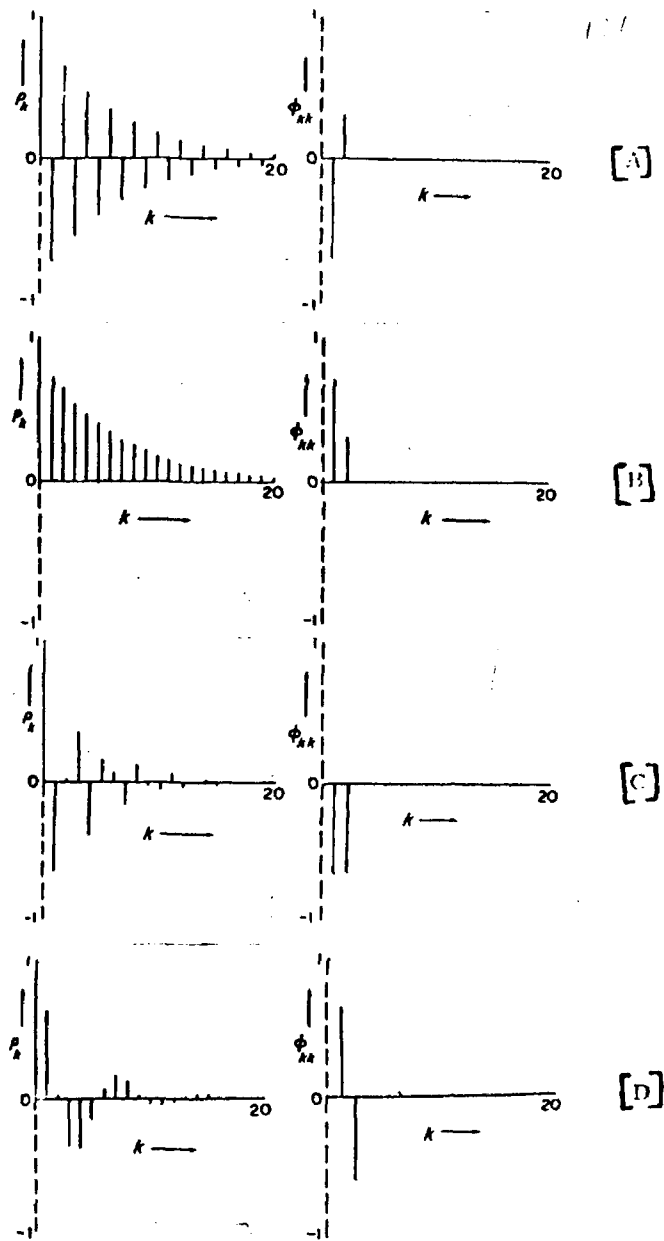


Fig. 3.4. Representación gráfica de las funciones de autocorrelación simple y parcial para un proceso AR (2). A) para β_{11} negativo y β_{22} negativo. B) para β_{11} positivo y β_{22} positivo. C) para β_{11} negativo y β_{22} negativo. D) para β_{11} positivo y β_{22} positivo.

Estos cuatro tipos de estructura se corresponden cada una de ellas a la zona de igual letra de la figura 3.2. que muestra la región de estacionaridad de los parámetros del modelo.

Las estructuras A y B de la figura 3.4. contemplan el supuesto de que el coeficiente de autocorrelación parcial de segundo orden ϕ_{22} sea positivo, lo que implica que las raíces de la ecuación $\phi(B) = 0$ sean reales (Zonas a y b de la fig. 3.2.)

En ambos casos se produce un decaimiento exponencial en los valores absolutos de los coeficientes de autocorrelación simple, que en el segundo caso alternan el signo al ser ϕ_{11} negativo.

Por contra las estructuras C y D de la figura 3.4. tienen ϕ_{22} negativo por lo que las raíces de $\phi(B) = 0$ son complejas (zonas c y d de la fig. 3.2.) mientras que el decaimiento de la función de autocorrelación simple se produce según una sinusoidal amortiguada que empieza positiva o negativa según que ϕ_{11} sea positivo o negativo.

Las ecuaciones de Yule-Walker que relacionan los coeficientes de autocorrelación simple con los parámetros del modelo, los obtenemos a partir del sistema [3.5], que para un AR (2) son:

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -\rho_1 \\ -\rho_1 & 1 \end{bmatrix}}{1 - \rho_1^2} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}$$

de donde despejando se obtiene:

$$\phi_1 = \frac{1(1-\rho_2)}{1-\rho_1^2} \quad [3.17]$$

$$\phi_2 = \frac{2-\rho_1^2}{1-\rho_1^2}$$

Reemplazando los valores teóricos ρ_k , por los muestrales, r_k , se obtienen los estimadores Yule-Walker de los parámetros autoregresivos (8).

2.2. PROCESOS DE MEDIA MOVIL

Un modelo de media móvil de orden q , un MA (q), (iniciales de la terminología inglesa "moving average") viene dado por la expresión:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad [3.18]$$

donde a_t es un proceso de ruido blanco.

La expresión [3.18] puede ser escrita como

$$Z_t = \Theta(B) a_t \quad [3.19]$$

donde $\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ es el operador de media móvil de orden q .

(8) Existen unas tablas desarrolladas por Box y Jenkins que dan los valores de β_1 y β_2 para cualquier valor dado de ρ_1 y ρ_2 . Box G. y Jenkins G.: Op. cit. p. 518.

Tomando varianzas en la expresión [3.18] queda:

$$\sigma_z^2 = (1 - \theta_1^2 - \dots - \theta_q^2) \sigma_a^2$$

por lo que para un valor finito de q , el proceso es siempre estacionario. No son necesarias restricciones en los parámetros para asegurar la estacionaridad del proceso.

Un proceso MA (q) se dice que es invertible (9), si y solo si, todos los ceros del polinomio $\Theta(B)$ caen fuera del círculo unidad. O lo que es lo mismo, que las raíces de la ecuación $\Theta(B) = 0$ sean todas, en valor absoluto, mayores que la unidad.

La ecuación [3.19], se puede volver a escribir también como:

$$\Theta^{-1}(B) Z_t = a_t$$

que desarrollada queda de la forma:

$$Z_t + \pi_1 Z_{t-1} + \pi_2 Z_{t-2} + \dots = a_t$$

o en forma de polinomio

$$\pi(B) Z_t = a_t \quad [3.20]$$

(9) Anderson, O.C.: Op. cit. p.31.

lo que implica que $\Theta^{-1}(B) = \pi(B)$

Expresado de esta forma, un proceso de media móvil, MA (q), se dice que es invertible, si los pesos π_i , forman una serie convergente. La condición de invertibilidad evita algunas multiplicidades en los modelos.

La función de autocorrelación ρ_k , (10) se obtiene a partir de la ecuación [3.18] y viene dada por la expresión:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\Theta_k - \Theta_1 \Theta_{k+1} + \dots + \Theta_{q-k} \Theta_q}{1 + \Theta_1^2 + \dots + \Theta_q^2} & k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & k > q \end{cases} \quad [3.21]$$

como se ve, la función de autocorrelación de un MA (q) se hace cero a partir del orden q del proceso. En otras palabras, la función de autocorrelación tiene un corte a partir del retardo q.

La función de autocorrelación parcial viene dada por la ecuación [3.7] y tiene forma de decaimiento exponencial a cero.

Los parámetros del modelo $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_q$ pueden expresarse en función de los coeficientes de autocorrelación $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k$ a través de las q ecuaciones del sistema [3.21].

Sin embargo lo mismo que las ecuaciones Yule-Walker [3.4] para un proceso autoregresivo eran lineales, aquí las ecuaciones del sistema [3.21] no son lineales, excepto para el caso de $q=1$.

Por ello, estas ecuaciones deben ser resueltas iterativamente (11) y se pueden obtener las estimaciones iniciales de los parámetros del modelo a través de la sustitución de los coeficientes de autocorrelación teóricos A_k , por los correspondientes coeficientes de autocorrelación muestrales r_k .

A pesar de que los estimadores así obtenidos pueden no tener una alta eficiencia estadística, al contrario de la que tienen los obtenidos por sustitución en las ecuaciones Yule-Walker de los procesos autoregresivos, son muy útiles para proporcionar los valores iniciales con los que empezar la fase de estimación de los parámetros del modelo, que se discutirá más adelante.

a) El proceso de media móvil de orden uno

El proceso de media móvil de orden uno MA (1) se representa por la ecuación

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad [3.22]$$

como se ha demostrado en la sección anterior, para

(11) Box G. y Jenkins G.: Ibid. Apéndice A 6.2 pp. 201 y siguientes.

que este proceso sea invertible es necesario que el valor del parámetro Θ_1 este comprendido entre $-1 < \Theta_1 < 1$. Sin embargo, el proceso es estacionario para todos los valores de Θ_1 .

La función de autocorrelación de un MA (1) se obtiene a partir de la ecuación

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\Theta_1}{1 + \Theta_1^2} & k = 1 \\ 0 & k > 1 \end{cases} \quad [3.23]$$

encontrando, en particular, para $k=1$, la relación

$$\Theta_1^2 + \frac{\Theta_1}{\rho_1} + 1 = 0$$

que liga el valor del coeficiente de autocorrelación de primer orden ρ_1 , con el parámetro del modelo Θ_1 .

Como el valor de ρ_1 es desconocido se sustituye por el del coeficiente de autocorrelación muestral r_1 , obteniéndose así el estimador del parámetro Θ_1 .

De la función de autocorrelación [3.23] se puede

deducir una importante propiedad, según Nelson (12): "un proceso MA (1) tiene una "memoria" de solo un período de larga. Una observación dada, por ejemplo Z_{53} , está correlacionada con su predecesora Z_{52} y su sucesora Z_{54} pero no con ningún otro miembro de la serie porque la media móvil arrastra solo una perturbación previa".

La función de autocorrelación parcial de un MA (1), la obtenemos operando en el sistema [3.7], haciendo

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1-\theta_1^2} \quad \text{y} \quad \rho_k = 0 \quad \text{para} \quad k > 1$$

$$\phi_{kk} = \frac{-\theta_1^k (1 - \theta_1^2)}{1 - \theta_1^{2(k+1)}}$$

Se ve que $|\phi_{kk}| < \theta_1^k$, por lo que la función de autocorrelación parcial está dominada por un decaimiento exponencial. Si θ_1 es positivo, entonces ρ_1 es negativo y los coeficientes de autocorrelación parcial alternarán el signo. Si, por el contrario, ρ_1 fuese negativo, entonces θ_1 sería positivo y todos los coeficientes serían negativos.

Las representaciones gráficas de las funciones de autocorrelación simple y parcial están en la figura 3.5.

(12) Nelson, L.R.: "Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting". Holden-Day, San Francisco, 1973 p. 34.

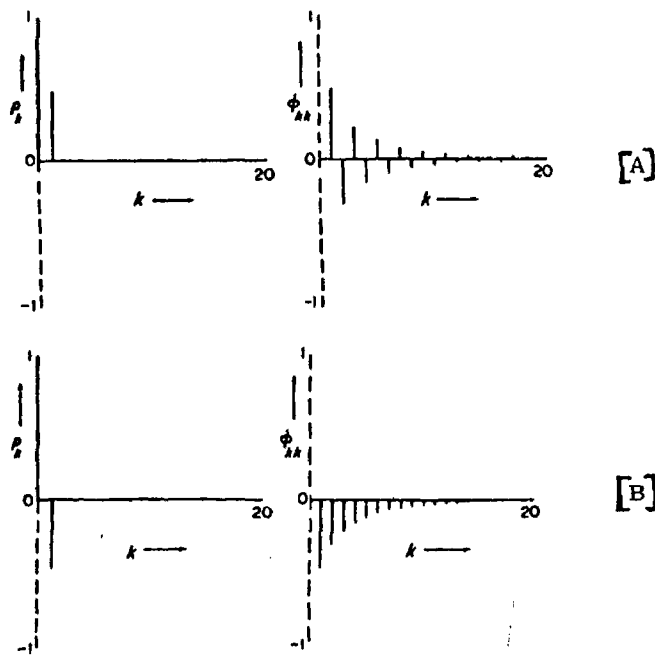


Fig. 3.5. Representación gráfica de las funciones de autocorrelación simple y parcial de un proceso MA (1). (A) para θ_1 positivo (B) para θ_1 negativo.

b) El proceso de media móvil de segundo orden

El proceso de media móvil de segundo orden, MA (2), está definido por la expresión:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \quad [3.24]$$

que, como todos los procesos de media móvil, es estacionario para cualquier valor de los parámetros θ_1 y θ_2

pero para que sea invertible necesita que las raíces de la ecuación característica

$$\Theta(B) = 1 - \Theta_1 B - \Theta_2 B^2 = 0 \quad [3.25]$$

caigan fuera del círculo unidad.

Esto implica unas condiciones de restricción en los parámetros tales como:

$$\left. \begin{array}{l} \Theta_2 + \Theta_1 < 1 \\ \Theta_2 - \Theta_1 < 1 \\ -1 < \Theta_2 < 1 \end{array} \right\} \quad [3.26]$$

que originan una región de invertibilidad idéntica a la de estacionaridad representada en la figura 3.2. para un AR (2).

La función de autocorrelación es, a partir de la ecuación [3.21]

$$\rho_1 = \frac{-\Theta_1(1-\Theta_2)}{1+\Theta_1^2+\Theta_2^2} \quad [3.27]$$

$$\rho_2 = \frac{-\Theta_2}{1+\Theta_1^2+\Theta_2^2}$$

$$\rho_k = 0 \quad \text{para } k > 2$$

por lo que solo tiene existencia para los dos primeros retardos.

Los valores de los parámetros Θ_1 y Θ_2 pueden ser obtenidos resolviendo las ecuaciones del sistema [3.27].

sustituyendo los valores de ρ_1 y ρ_2 por sus correspondientes coeficientes de autocorrelación muestral r_1 y r_2 (13).

De los sistemas [3.26] y [3.27] se sigue que los valores de los dos primeros coeficientes de autocorrelación de un proceso MA (2) invertible, deben caer dentro del área limitada por los segmentos de las curvas.

$$\begin{aligned} \rho_2 + \rho_1 &= -0,5 \\ \rho_2 - \rho_1 &= -0,5 \\ \rho_1^2 &= 4\rho_2(1-2\rho_2) \end{aligned}$$

Región de invertibilidad que es la representada gráficamente en la figura 3.6.

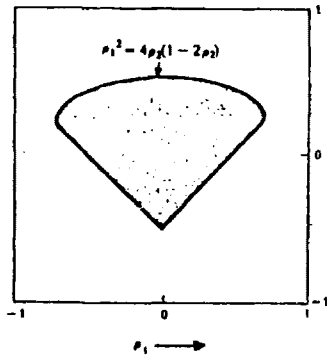


Fig. 3.6. Región admisible para los coeficientes de autocorrelación ρ_1 y ρ_2 de un proceso MA (2) invertible.

La expresión exacta de la función de autocorrelación parcial de un proceso MA (2) es complicada, pero está dominada por la suma de dos exponenciales si las raíces de la ecuación característica [3.26] son reales, y por un decaimiento sinusoidal si tales raíces son complejas.

La representación gráfica de las funciones de autocorrelación simple y parcial es la figura 3.7.

(13) Existen unas tablas desarrolladas por Box y Jenkins que dan los valores de θ_1 y θ_2 para cualquier valor de ρ_1 y ρ_2 . Box G. y Jenkins G.: Op cit. p. 519

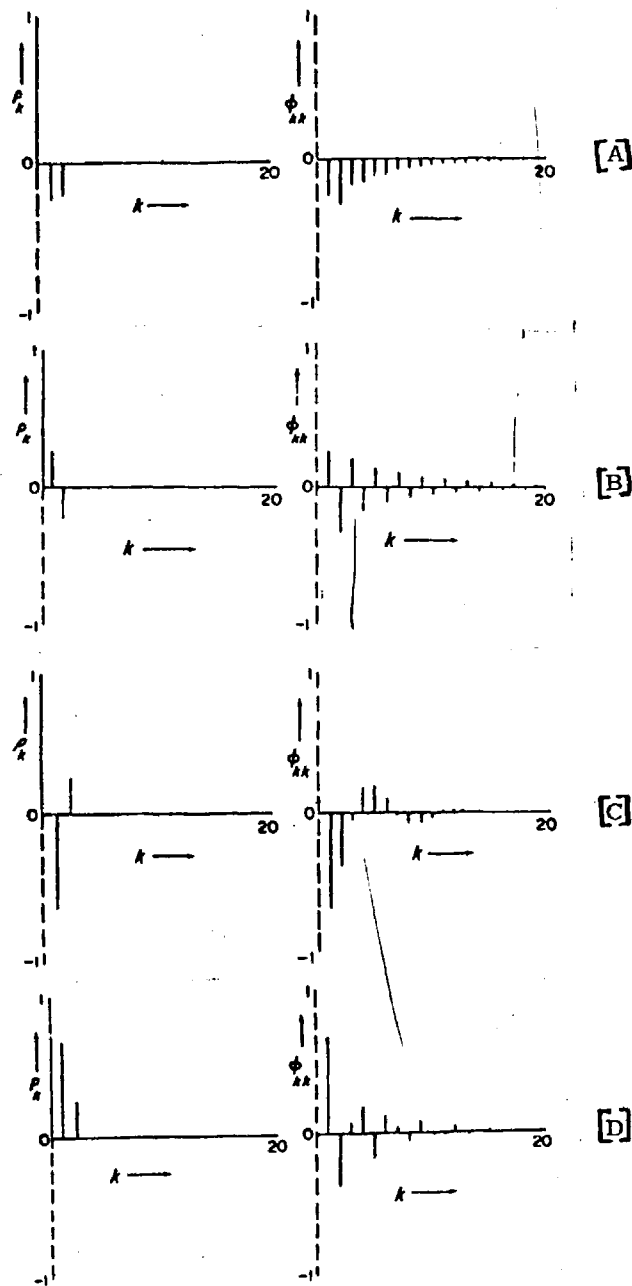


Fig. 3.7. Representación gráfica de las funciones de autocorrelación simple y parcial para un proceso MA (2). (A) para ρ_1 y ρ_2 negativos (B) para ρ_1 positivo y ρ_2 negativo (C) para ρ_1 negativo y ρ_2 positivo (D) para ρ_1 y ρ_2 positivo.

Cada uno de estos tipos de estructura, se corresponden respectivamente con las zonas de la región admisible de invertibilidad de los parámetros Θ_1 y Θ_2 que sería idéntica a la representada en la figura 3.2. para la estacionaridad de un AR (2).

Las estructuras A y B de la figura 3.7. tienen el segundo coeficiente de autocorrelación simple negativo, lo que hace que las raíces de la ecuación característica [3.25] sean reales y que la función de autocorrelación parcial muestre un decaimiento exponencial en los valores absolutos de sus coeficientes, que en el segundo caso al ser ρ_1 , positivo lo hace con alternancia de signo.

Por su parte las estructuras C y D tienen ρ_2 positivo, lo que se corresponde con raíces complejas de la ecuación característica [3.25], así como con un decaimiento sinusoidal de la función de autocorrelación parcial que empieza negativo o positivo según ρ_1 sea negativo o positivo.

c) Dualidad entre los procesos autoregresivos y de media móvil

Como se puede comprobar de toda la exposición analítica de los procesos autoregresivos y de los procesos de media móvil, existe una dualidad entre ellos, en muchos aspectos de sus análisis.

Box y Jenkins (14) plantean 3 puntos en los que esta

(14) Box G. y Jenkins G., : Ibid. pp. 72 y siguientes.

dualidad es manifiesta:

- 1) En un proceso autoregresivo de orden \underline{p} , a_t puede ser representado como una suma ponderada finita de valores anteriores de Z_t .

$$\phi(B) Z_t = a_t = Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \dots - \phi_p Z_{t-p} \quad [3.28]$$

pero invirtiendo el operador autoregresivo $\phi(B)$

$$Z_t = \phi^{-1}(B) a_t = \psi(B) a_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots \quad [3.29]$$

Z_t puede ser representado como una suma ponderada infinita de los términos a_t , igualando $\phi^{-1}(B) = \psi(B)$.

Por su parte, en un proceso de media móvil invertible de orden \underline{q} , Z_t puede ser representado como una suma ponderada finita de valores anteriores de a_t .

$$Z_t = \theta(B) a_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad [3.30]$$

pero invirtiendo el operador de media móvil $\theta(B)$

$$a_t = \theta^{-1}(B) Z_t = \pi(B) Z_t = Z_t + \pi_1 Z_{t-1} + \pi_2 Z_{t-2} + \dots \quad [3.31]$$

a_t puede ser representada como una suma ponderada infinita de los términos Z_t , igualando $\theta^{-1}(B) = \pi(B)$

- 2) En un proceso autoregresivo de orden finito p , los parámetros no necesitan ninguna condición para asegurar invertibilidad. Sin embargo, para la estacionaridad, las raíces de la ecuación $\phi(B) = 0$ deben caer fuera del círculo unidad. Paralelamente, en un proceso de media móvil de orden finito q , los parámetros no necesitan ninguna condición para asegurar estacionaridad. Sin embargo, para la invertibilidad, las raíces de la ecuación $\Theta(B) = 0$ deben caer fuera del círculo unidad.
- 3) Un proceso autoregresivo de orden p , tiene una función de autocorrelación simple que decae exponencial o sinusoidalmente hasta el infinito y una función de autocorrelación parcial que se hace cero a partir del retardo p .

Por otro lado, un proceso de media móvil de orden q , tiene una función de autocorrelación simple que se hace cero a partir del retardo q , mientras su función de autocorrelación parcial decae exponencial o sinusoidalmente hasta el infinito.

2.3. PROCESOS MIXTOS AUTOREGRESIVOS DE MEDIA MOVIL

Por una natural extensión de los modelos autoregresivos y de media móvil vistos hasta ahora, se puede pensar en un modelo mixto que abarque ambos términos de la forma

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad [3.32]$$

que se llamará modelo mixto autoregresivo de media móvil de orden \underline{p} y \underline{q} , ARMA (p, q)

El modelo [3.32] escrito en forma reducida

$$\Phi(B) Z_t = \Theta(B) a_t \quad [3.33]$$

donde $\Phi(B)$ y $\Theta(B)$ son los operadores autoregresivos y de media móvil respectivamente, vistos anteriormente.

Un proceso ARMA (p, q) se puede considerar de dos maneras:

- 1) como un proceso autoregresivo de orden \underline{p}

$$\Phi(B) Z_t = e_t$$

donde e_t es un proceso de media móvil de orden \underline{q}

$$e_t = \Theta(B) r_t$$

- 2) como un proceso de media móvil de orden \underline{q}

$$Z_t = \Theta(B) b_t$$

donde b_t es un proceso autoregresivo de orden \underline{p}

$$\Phi(B) b_t = a_t$$

Las condiciones de estacionaridad e invertibilidad exigen que las raíces de las ecuaciones $\Phi(B) = 0$ y $\Theta(B) = 0$, respectivamente, caigan fuera del círculo unidad.

El modelo [3.33] puede ser escrito en la forma (15).

$$Z_t = \Psi(B) a_t \quad [3.34]$$

o en la forma

$$\eta(B) Z_t = a_t \quad [3.35]$$

donde $\Psi(B) = \Phi^{-1}(B) \Theta(B)$ y $\eta(B) = \Theta^{-1}(B) \Phi(B)$ son series infinitas en B.

Es decir, cualquier modelo mixto ARMA (p, q) se puede poner en forma de un AR infinito o de un MA infinito.

La función de autocorrelación se obtiene de una forma similar que para un proceso autoregresivo, siendo su expresión

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad k > q \quad [3.36]$$

Esta ecuación solo es válida a partir del retardo q , ya que las autocorrelaciones de los retardos 1, 2, ..., q , están afectados por la parte de media móvil del modelo, siguiendo el resto de la función de autocorrelación el modelo dado por la parte autoregresiva.

La función de autocorrelación parcial de un proceso mixto, se determina a partir de:

$$\eta(B) Z_t = a_t = \Theta^{-1}(B) \Phi(B) Z_t \quad [3.37]$$

donde $\Theta^{-1}(B)$ es una serie infinita. Por tanto, la función de autocorrelación parcial de un proceso mixto es infinita. Se comporta como la función de autocorrelación parcial de un proceso de media móvil puro que es dominado por una mezcla de decaimientos exponenciales y/o sinusoidales amortiguadas, dependiendo del orden de la media móvil y de los valores de los parámetros que contenga.

Para identificar estos modelos, se puede ver como la función de autocorrelación simple de un ARMA (p, q) se comporta como la de un AR (p) después de q-p retardos, mientras que la función de autocorrelación simple de un ARMA (p, q) lo hace como la de un MA (q) después de p-q retardos.

En la práctica, se consiguen buenos modelos ARMA (p, q) con número de parámetros no superiores a $p+q=2$.

D. Aigner (16) propone una serie de métodos alternativos para la estimación de los modelos mixtos ARMA (p, q) que se verán más adelante.

a) El proceso mixto autoregresivo de media móvil de primer orden

El proceso mixto autoregresivo de media móvil de primer orden, ARMA (1, 1), se representa por:

(16) Aigner, D.J.: "A. Compendium on Estimation of the Autoregressive-Moving Average Model from Time Series Data". "International Economic Review", Vol. 12, Nº 3, Octubre 1.971, pp. 348-371.

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} = a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad [3.38]$$

o bien

$$(1 - \phi_1 B) Z_t = (1 - \theta_1 B) a_t \quad [3.39]$$

donde $(1 - \phi_1 B)$ y $(1 - \theta_1 B)$ son los operadores autoregresivo y de media móvil respectivamente de orden 1.

Las condiciones de estacionaridad y de invertibilidad que se requieren, deducidas de sus componentes, son que $-1 < \phi_1 < 1$ y que $-1 < \theta_1 < 1$ respectivamente. Por tanto, la región de admisibilidad de los dos parámetros ϕ_1 y θ_1 es un cuadrado tal como el representado en la figura 3.8.

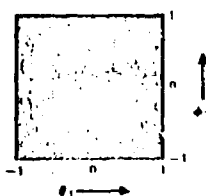


Fig. 3.8. Región admisible para los parámetros ϕ_1 y θ_1 de un proceso autoregresivo de media móvil de orden 1.

Los dos primeros coeficientes de autocorrelación de un ARMA (1, 1) son

$$\rho_1 = \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 - \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1} \quad [3.40]$$

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1$$

De la unión de estas ecuaciones, [3.40], con las condiciones de estacionaridad e invertibilidad, antes citadas, se puede obtener la región de admisibilidad para los coeficientes ρ_1 y ρ_2 , que viene dada por la figura 3.9.

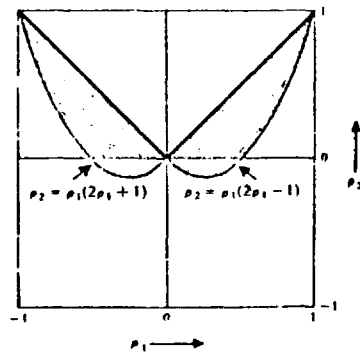


Fig. 3.9 Región de admisibilidad para los coeficientes de autocorrelación ρ_1 y ρ_2 de un ARMA(1,1)

Región que viene limitada por las ecuaciones

$$|\rho_2| < |\rho_1|$$

$$\rho_2 > \rho_1(2\rho_1 + 1) \quad \rho_1 < 0$$

$$\rho_2 > \rho_1(2\rho_1 - 1) \quad \rho_1 > 0$$

El resto de la función de autocorrelación, para valores mayores que $q = 1$, viene dado por la ecuación [3.36]

La función de autocorrelación parcial comienza con un valor inicial de $\phi_{11} = \rho_1$ comportándose después como la función de autocorrelación parcial de un proceso puro de media móvil de orden 1, que está dominada por un decaimiento exponencial.

Las representaciones gráficas de ambas funciones, debido a su variedad, las presentamos resumidas en la figura 3.10

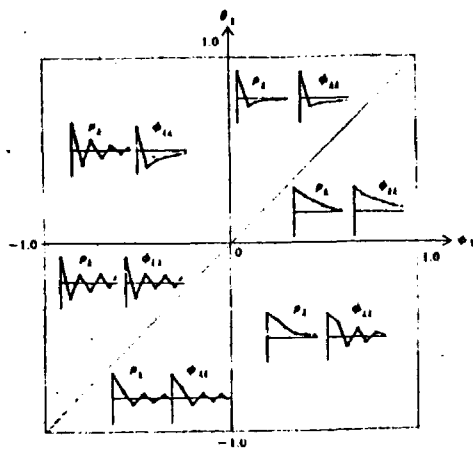


Fig. 3.10. Representación gráfica de las funciones de autocorrelación simple y parcial de un proceso ARMA (1,1)

Las diferentes estructuras mostradas en la figura 3.10., se corresponde exactamente con valores para los parámetros ϕ_1 y θ_1 , en similares regiones de la figura 3.9

Un proceso ARMA (1,1) suele tener un ρ_1 y un ϕ_{11} bastante más significativos que los demás, presentando el resto de la función de autocorrelación simple un decaimiento exponencial que es alternado de signo si ϕ_1 es negativo, lo mismo que la función de autocorrelación parcial, que es también alternado cuando θ_1 es negativo.

El valor de ρ_1 del cual parte el decaimiento, es positivo o negativo, según sea el signo de $(\phi_1 - \theta_1)$.

Es de destacar el hecho de que siempre $\rho_1 = \phi_{11}$.

La estimación de los parámetros ϕ_1 y θ_1 , a partir de los dos primeros coeficientes de autocorrelación ρ_1 y ρ_2 se hace según las ecuaciones [3. 40], sustituyendo ρ_1 y ρ_2 , por sus correspondientes coeficientes de autocorrelación muestrales r_1 y r_2 (17).

2.4. PROCESOS NO ESTACIONARIOS

La condición de estacionaridad, supuesta siempre hasta ahora, es una restricción muy fuerte, que hace que en la práctica se presente con poca frecuencia.

En efecto, las series temporales no suelen presentar una media fija a lo largo del tiempo en el que se desarrollan.

Sin embargo, hay un tipo de no estacionaridad que muestran muchas series que podemos definir como homogéneo, en el sentido de que aunque la serie se mueva libremente sin afinidad ninguna por una media fija, su comportamiento en diferentes períodos de tiempo, es esencialmente el mismo.

Este tipo de no estacionaridad se puede eliminar mediante adecuados y sucesivos cambios o diferencias.

(17) Existen unas tablas desarrolladas por Box y Jenkins que dan los valores de β_1 y θ_1 para cualquier valor de ρ_1 y ρ_2 . Box. G. y Jenkins G.; Op. cit. p.520

Si se define W_t como (Veáse operador ∇)

$$W_t = \nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1} \quad [3.41]$$

el modelo general visto hasta ahora ARMA (p, q) se puede escribir:

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \dots + \phi_p W_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Reemplazando W_t por su valor en [3.41], se tiene que Z_t viene dado por

$$Z_t = Z_{t-1} + \phi_1 (Z_{t-1} - Z_{t-2}) + \dots + \phi_p (Z_{t-p} - Z_{t-p-1}) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Hay que hacer notar que Z_t viene dado por la suma o integración de todos los pasados cambios o diferencias de valores.

$$Z_t = W_t + W_{t-1} + W_{t-2} + \dots$$

De aquí que se llamen integrados también a los modelos en los que la variable tratada sea la diferencia de observaciones W_t . Se tendrán así, los modelos ARIMA cuya I es la inicial del término inglés "integrated" que se traduce por sumado o integrado. Cuando el modelo tenga solo componente autoregresivo de orden p y, siendo el grado de diferenciación d , el modelo se llamará ARI (p, d). De igual forma si solo existe componente de media móvil, se denominará IMA (d, q).

Si con la primera diferencia, no se consiguiera la esta-

cionaridad, se recurriría a la segunda diferencia, llamada Y_t , que es la diferencia de la primera diferencia.

$$Y_t = W_t - W_{t-1} = (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-1} - Z_{t-2}) = Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} = \nabla^2 Z_t$$

Si se denomina por d , el número de diferencias que es preciso obtener para conseguir estacionaridad, se tendrá el modelo general ARIMA de orden p , d , q , o simplemente ARIMA (p , d , q) donde p y q son los órdenes de los componentes autoregresivo y de media móvil respectivamente.

El modelo ARIMA (p , d , q) se puede representar por

$$\Psi(B) Z_t = \Theta(B) a_t \quad [3.42]$$

donde $\Psi(B)$ es un operador no estacionario, llamado operador autoregresivo generalizado, definido por la consideración conjunta del operador autoregresivo estacionario $\Phi(B)$ y las d diferencias que es preciso aplicar para obtener la estacionaridad de Z_t

$$\Psi(B) Z_t = \Phi(B) (1-B)^d Z_t = \Phi(B) \nabla^d Z_t \quad [3.43]$$

O bien, si se define, como se hacia antes $W_t = \nabla^d Z_t$, el modelo [3.42] se puede poner

$$\Phi(B) W_t = \Theta(B) a_t \quad [3.44]$$

El operador autoregresivo generalizado $\Psi(B)$ implica que d de las raíces de la ecuación $\Psi(B) = 0$ son la unidad, mientras el resto caen fuera del círculo unidad.

Existen tres formas de representar el modelo general ARIMA (p, d, q).

- 1) La forma de ecuación en diferencias, en la que el valor actual de Z_t es expresado en función de valores anteriores de Z_t y del actual y anteriores valores de a_t .

En forma reducida está dada en [3.42] que desarrollando el término:

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_{p+d} B^{p+d}$$

queda pues,

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \dots + \varphi_{p+d} Z_{t-p-d} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad [3.45]$$

- 2) En función de los términos aleatorios (perturbaciones), el valor actual de Z_t puede ser expresado en función del actual y anteriores valores de a_t

La forma general reducida es

$$Z_t = \psi(B) a_t \quad [3.46]$$

que se puede desarrollar

$$Z_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots \quad [3.47]$$

Multiplicando ambos miembros de [3.46] por $\varphi(B)$

$$\varphi(B) Z_t = \varphi(B) \psi(B) a_t$$

y comparando con [3.42] resulta que

$$\psi(B) \Psi(B) = \Theta(B) \quad [3.48]$$

por lo que los pesos Ψ pueden ser calculados desarrollando [3.48]

- 3) La forma invertida, en la que el valor actual de Z_t se expresa en función de valores anteriores de Z_t y el valor actual de a_t

Su expresión reducida es

$$\pi(B) Z_t = a_t \quad [3.49]$$

que desarrollada es

$$Z_t = \pi_1 Z_{t-1} + \pi_2 Z_{t-2} + \dots + a_t \quad [3.50]$$

Sustituyendo el valor de a_t de [3.49], en [3.42]

$$\psi(B) Z_t = \Theta(B) \pi(B) Z_t$$

por lo que se deduce que

$$\psi(B) = \Theta(B) \pi(B) \quad [3.51]$$

de donde se pueden calcular los pesos π

a) Tendencia

Para dar mayor generalidad el modelo ARIMA (p, d, q), de la expresión [3.42], se le puede añadir un término cons

tante Θ_0 , independiente de las Z_t y de las a_t , que recoja de alguna forma, la tendencia determinista que muchas series temporales muestran en la realidad. Por tanto,

$$\varphi(B) Z_t = \Theta_0 + \Theta(B) a_t \quad [3.52]$$

Sin embargo, este modelo, con $\Theta_0 = 0$ puede representar series con una tendencia de tipo estocástico, en la que los cambios en el nivel de la serie sean estocásticos.

Pero es preciso, la existencia de una función determinista para representar la presencia de una tendencia de tipo determinista en la serie.

Esto ocurre permitiendo al término constante Θ_0 que sea distinto de cero, y permitir este supuesto de $\Theta_0 \neq 0$, es lo mismo de aceptar que la variable que se analiza tiene una media, que llamaremos μ , distinta de cero, que viene dada por

$$E(W_t) = E(\nabla^d Z_t) = \mu_w = \frac{\Theta_0}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p} \quad [3.53]$$

donde μ_w es la media de la variable diferenciada d veces.

Si se hace ahora la nueva variable $W_t = \nabla^d Z_t - \mu$, se puede representar el modelo estacionario más generalizado:

$$\phi(B) W_t = \Theta(B) a_t \quad [3.54]$$

donde $\phi(B)$ y $\Theta(B)$ son operadores estacionarios.

b) Otras transformaciones

Otra transformación muy útil para conseguir estacionaridad en una serie, sobre todo en su varianza (homocedasticidad), es seguir la familia de transformaciones propuesta por Box y Cox (18) que puede definirse:

$$Z^\lambda = \begin{cases} Z^\lambda & \text{si } \lambda \neq 0 \\ \text{Ln } Z & \text{si } \lambda = 0 \end{cases} \quad [3.55]$$

La determinación de λ puede hacerse a través de la construcción de un diagrama rango-media de las observaciones de la siguiente forma:

- 1) Se divide la serie en partes, de forma que cada parte contenga un número igual de observaciones.
- 2) Para cada una de esas partes se determina su rango, esto es la diferencia entre el mayor y el menor valor de los que comprenda.
- 3) Se determina la media aritmética de cada parte.
- 4) Se dibujan en un gráfico los puntos correspondientes a cada par de valores rango-media de cada parte.

(18) Box, G. y Cox, D.: "An Analysis of Transformations". Journal of the Royal Statistical Society, B, Vol. 26, N° 2, 1.964. pp. 211-242.

- 5) Se elige el valor de λ según la tendencia que siga la nube de puntos representada según el siguiente gráfico.

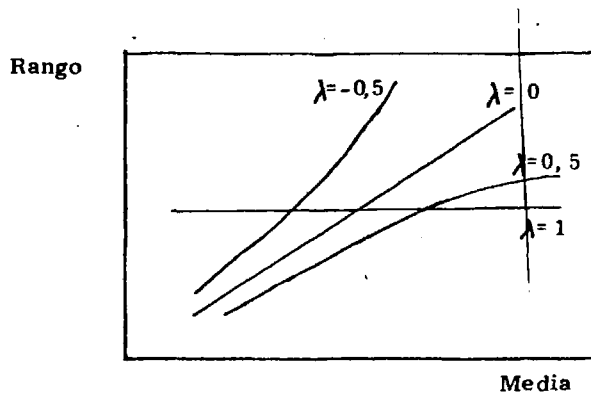


Fig. 3.11 Diagrama Rango-Media para la determinación de λ

Así pues, se puede ampliar aún más el modelo general haciendo:

$$W_t = \nabla^d Z_t^\lambda - \mu \quad [3.56]$$

por lo que el modelo estacionario general, ARIMA (p, d, q) es:

$$\Phi(B) W_t = \Theta(B) a_t \quad [3.57]$$

donde se le han hecho a la variable W_t todas las transformaciones necesarias para conseguir la estacionaridad.

3. CONSTRUCCION DEL MODELO

La construcción de un modelo general de la familia ARIMA, tal como el expuesto en [3.56] y [3.57] requiere un proceso iterativo, y que tiene las siguientes etapas bien definidas.

- 1) **Identificación:** es la primera etapa en la que a partir de la información disponible, se tratan los datos para intentar deducir algún modelo. Es el momento en que se determinan los valores provisionales de los parámetros p , d , q y λ y si el modelo tiene o no tiene término constante μ .
- 2) **Preestimación:** es una fase intermedia en la que tratamos de estimar los valores provisionales de los parámetros ϕ_i , θ_i y μ .
- 3) **Estimación:** con estos valores provisionalmente estimados, se pasa a un método de estimación que calcule eficientemente los valores finales de los parámetros del modelo.
- 4) **Diagnos:** es la fase de comprobación del modelo en la que mediante una serie de contrastes estadísticos, se trata de ver si el modelo es o no adecuado. En este último supuesto, se pasará a una reformulación del modelo si la diagnos muestra indicios de posibles modificaciones, o bien, habrá que volver a la fase de identificación para recomenzar de nuevo el proceso.
- 5) **Previsión:** si el modelo fuese adecuado, se calcula la función

de previsión que permita generar los valores futuros de la serie.

Alternativamente se podría pasar a mayores niveles de complejidad de análisis.

Todo este proceso iterativo citado se puede representar en el gráfico de la figura 3.12.

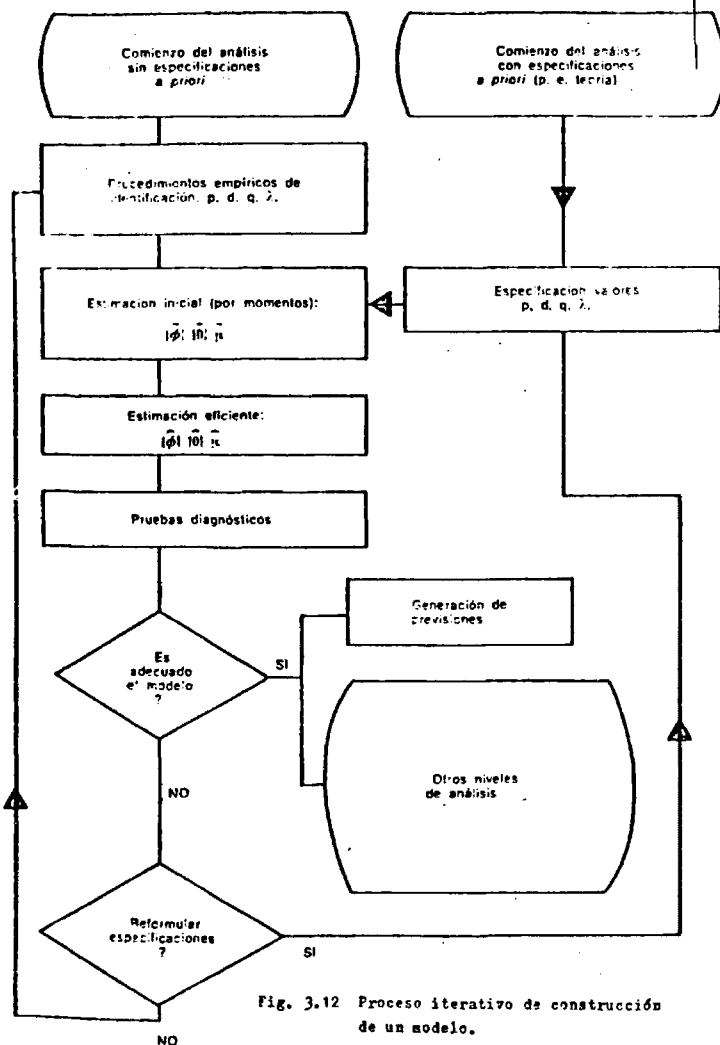


Fig. 3.12 Proceso iterativo de construcción de un modelo.

3.1. IDENTIFICACION

La fase de identificación de la construcción del modelo persigue, como ya se ha visto, determinar el valor de los parámetros enteros del modelo λ , d , p y q , así como si existe o no término constante μ .

a) Elección de λ :

El primer punto que hay que analizar es la determinación de λ para ver si la serie necesita ser transformada o no.

La transformación de la serie, mediante la familia de transformaciones propuestas por Box y Cox [3.55], persigue conseguir la estacionaridad en la varianza de la serie.

Si la serie, a medida que alcanza mayor nivel, es decir se desarrolla en el tiempo, tiene mayor varianza, esto es, sus oscilaciones son mayores, se dice que la serie es no estacionaria en su varianza (heterocedástica), por lo que necesitará algún tipo de transformación, siendo las [3.55], las más adecuadas.

La heterocedasticidad de la serie se comprueba con la observación visual de la configuración de la nube de puntos que el desarrollo de la serie en el tiempo provoca. Si cuando el nivel de la serie es alto, las oscilaciones son mayores, se necesitará la transformación.

La determinación de λ se hace a través de la elaboración del diagrama rango-media, visto en el apartado anterior. Si hubiera dudas acerca de su elección, por no mostrar

la nube de puntos una tendencia determinada, existen procedimientos estadísticos (19) para determinar el valor exacto de λ , aunque la verdad es que se utilizan muy poco, por ser suficientemente claros en la mayoría de los casos los diagramas rango-media (20).

En la práctica, solo se suelen utilizar generalmente los valores de $\lambda = 1$ y $\lambda = 0$ que corresponden respectivamente a la serie normal sin transformar, y a la transformación logarítmica neperiana, ya que esta última es suficientemente potente, en la mayoría de los casos, para lograr la homocedasticidad de la serie. Transformaciones más potentes, para valores de λ intermedios entre 0 y 1, aun a costa de ser más complicados, no mejoran en demasía la transformación logarítmica.

b) Elección de d :

El supuesto de diferenciar y integrar una serie pretende conseguir la estacionaridad de la misma, estabilizándola alrededor de su media

La regla de decisión para la determinación del grado de diferenciación d , es elegir d para minimizar la varianza muestral de la serie resultante W_t : es decir, se seguirán tomando diferencias sucesivas siempre que la varianza muestral de la serie resultante siga decreciendo.

(19) Box. y Cox en la obra ya citada dan un método de estimación de λ .

(20) Es muy útil ver en este sentido la polémica que sostienen Box G. y Jenkins G. con Chatfield C. y Prothero D. a raíz de la publicación por estos últimos del artículo: "Box-Jenkins Seasonal Forecasting: Problems in a Case Study". Journal of the Royal Statistical Society. A Vol. 136, Part 3, 1973, pp. 295-336.

Sin embargo, no es este el único criterio y ni siquiera el más importante. Puede ocurrir que se produzcan incrementos en la varianza de la serie al aumentar el grado de diferenciación y que la serie sea más estacionaria. Unicamente se produce sobrediferenciación cuando dicha varianza aumenta a más del doble de una diferencia a otra (21).

La herramienta más importante de que se dispone es la observación visual del gráfico de los coeficientes de autocorrelación simple y el gráfico de la serie.

La no estacionaridad en la media en el gráfico de coeficientes muestrales de autocorrelación se manifiesta por tender a cero sus valores de un modo muy poco amortiguado, al ir aumentando el orden de retardo.

Se consigue la estacionaridad cuando el ratio r_k/r_1 decaiga muy rápidamente, continuándose la diferenciación hasta que tal hecho se produzca. Para ello solo debe haber unos pocos coeficientes significativos para ordenes de retardo pequeños, tendiendo hacia cero el resto a medida que se aumenta el orden de retardo (22).

Por otro lado, la no estacionaridad de la serie en el gráfico de la serie se manifiesta por su deambulación alrededor de la media. Se consigue la estacionaridad cuando la serie no deambule sobre su media, es decir para cualquier tramo de la serie no deben existir varios valores sucesivos por encima o por debajo de la media.

(21) Anderson. O.D.: Op. Cit. p. 112

(22) Si ocurren saltos en los coeficientes r_{12} , r_{24} , r_{36} , etc. siendo significativos, se está en el caso de estacionalidad anual, que se estudiará más adelante.

Será más estacionaria aquella transformación que menor deambulación tenga. Para observar este hecho es imprescindible la experiencia práctica del investigador, puesto que se presentan en la realidad muchísimos casos dudosos.

Si el modelo que se va a construir debe servir para generar previsiones, y hay duda en la elección de d , Anderson (23) recomienda elegir el mayor de los d , ya que así el modelo tendrá en cuenta mayor número de valores pasados y será más flexible su adaptación a futuros cambios de nivel en la serie.

Sin embargo, en la práctica, en muy raras ocasiones el valor de d sobrepasa a 2.

c) Determinación de p y q

Las herramientas que se utilizan para determinar el número de parámetros p autoregresivos o de parámetros q de media móvil de los modelos son los gráficos de los coeficientes de autocorrelación simple y de autocorrelación parcial.

Construidos los correlogramas de ambos coeficientes de autocorrelación simple r_k y parcial c_k (24). Se seguirá la siguiente regla de decisión para determinar los valores de p y q .

a) Se estará ante un proceso autoregresivo de orden k

(23) Anderson, O.D.: Op. Cit. p.116

(24) Por r_k y c_k se denominan respectivamente los coeficientes de autocorrelación simple y parcial muestrales con los que se trabaja.

cuando la función de autocorrelación simple des-
cienda de forma amortiguada, mientras las auto-
correlaciones parciales sean ceros a partir del
orden de retardo k.

El número de parámetros autoregresivos será de k,
por tanto, $p = k$ y $q = 0$.

- b) Se estará ante un proceso de media móvil de orden
k cuando la función de autocorrelación simple se anu-
le a partir de r_k mientras que las autocorrelaciones
parciales descienden de forma amortiguada

El número de parámetros de media móvil será k,
por tanto, $p = 0$ y $q = k$.

- c) Se estará ante un proceso mixto autoregresivo de me-
dia móvil cuando ambas funciones de autocorrelación
simple y parcial, se desarrollan según una mezcla de
ondas y exponenciales amortiguados.

Aún siendo el caso más difícil de determinar, p y q
se cuantifica según el número inicial de valores fuer-
tamente significativos que tengan la función de auto-
correlación parcial y simple respectivamente.

Sin embargo en las aplicaciones prácticas no basta, pa-
ra identificar, la simple aplicación mecánica de estas re-
glas, ya que estas enuncian propiedades que son verdaderas
para los coeficientes teóricos de autocorrelación, mientras
que lo que se calcula en realidad son coeficientes muestrales
que están sujetos a errores de muestreo.

Así pues, los correlogramas muestrales no son más que simples aproximaciones a como se deberían configurar las funciones de autocorrelación simple y parcial teóricas del modelo verdadero.

D. Peña (25) demuestra, cuando existe componente estacional en los modelos, cómo se produce una interacción entre los distintos coeficientes de autocorrelación muestrales que distorsiona la verdadera configuración del correlograma.

Por tanto, nunca se debe perder de vista, como dice A. Treadway (26), el elemento central de análisis que es el "reconocimiento visual de configuración" para lo cual es importante la experiencia práctica del investigador, que le permita intuir cual es dicha configuración.

d) Determinación de μ

La decisión sobre si el modelo tiene o no componente determinístico μ , se hace a través de la elaboración de un contraste estadístico, que permita ver su grado de significación.

Las operaciones a realizar son las siguientes:

- 19) Se calcula la media de la serie estacionaria, sobre la cual se va a estimar el modelo, que se denominará en general \bar{W}_t

(25) Peña, D: "Interacción en la Identificación de Modelos ARIMA Univariantes". Ponencia presentada al Seminario "Nuevos Enfoques en el Análisis de Series Temporales" desarrollado en la Escuela de Organización Industrial de Madrid los días 26, 27 y 28 Febrero de 1979.

(26) Treadway, A: Op. Cit. p. 33.

- 2º) Se calcula la desviación típica de esta serie, σ_{w_t}
- 3º) Se calcula lo que se llamará la desviación típica de la media $\sqrt{\overline{w_t}}$, que viene dada por:

$$\sqrt{\overline{w_t}} = \frac{\sigma_{w_t}}{N}$$

donde N es el número de observaciones de la serie.

- 4º) Se construye el intervalo $\pm 2 \sqrt{\overline{w_t}}$, correspondiente al 95% de probabilidad.
- 5º) Si el valor de la media, $\overline{w_t}$ está incluido dentro de ese intervalo, la media no es significativa a un nivel de confianza del 95%, por lo que se concluye que tiene media nula. En caso contrario habrá que preestimarla para introducirla en el algoritmo de estimación eficiente

3.2. PREESTIMACION

Una vez la serie identificada y obtenidos el número de parámetros p y q que en principio se consideran adecuados para el modelo, se pasa a la fase de preestimación en la que se asignan unos valores iniciales a los p parámetros autoregresivos ϕ_i y a los q parámetros de media móvil θ_i

a) Preestimación de ϕ y θ

Esta asignación de valores, que se llamará preestimación, se hace a través del método de los momentos,

por lo que los estimadores no son necesariamente eficientes, pero sin embargo, es una fase totalmente necesaria para conseguir unas estimaciones iniciales indispensables con las que pasar a la verdadera fase de estimación con estimadores más eficientes.

En los procesos autoregresivos, la preestimación se hace a través de la ecuación Yule-Walker, expuestas en [3.4], sustituyendo los coeficientes de autocorrelación teóricos ρ_k por los correspondientes coeficientes de autocorrelación muestrales r_k .

Así obtenemos un sistema matricial, similar al [3.5]

$$\hat{\Phi} = R_p^{-1} r_p$$

donde $\hat{\Phi}$ es el vector columna de las p estimaciones de los parámetros Φ , R_p es la matriz $p \times p$ de r y r_p es el vector columna de r con p componentes.

En los procesos de media móvil, la preestimación viene dada por la función de autocorrelación [3.21], que establece un sistema de q ecuaciones para los q parámetros Θ .

La preestimación se hace sustituyendo los coeficientes de autocorrelación teóricos ρ_k por sus correspondientes muestrales r_k .

En los procesos mixtos, la preestimación es más complicada por tener sus primeros coeficientes de autocorrelación influencias autoregresivas y de media móvil mezcladas, pero para ordenes de $k > q$, se hace a través de su función de autocorrelación [3.36] que se comporta como la de un autoregresivo puro.

La preestimación se hace sustituyendo los coeficientes teóricos ρ_k por los muestrales r_k .

En particular y para los modelos que generalmente se utilizan las preestimaciones son:

- Para un AR (1) siempre se hace $r_1 = \phi_1$
- Para un MA (1) existe una tabla de relación de r_1 con θ_1 propuesta por Box y Jenkins en su libro ya citado (27).
- Para los modelos AR (2), MA (2) y ARMA (1, 1) ya se han expuesto las fórmulas correspondientes en [3.17], [3.27] y [3.40] respectivamente (28).
- Para modelos de mayor orden, el procedimiento a seguir es el expuesto con anterioridad.

b) Preestimación de μ

En caso de que el contraste de significación para la determinación de μ , diera un valor significativo para ésta, se procede a tomar como su valor inicial, el valor de la media de la serie sobre la cual se estima el modelo.

Este valor entrará en la rutina de estimación eficiente, la cual obtiene su valor adecuado.

(27) Box G. y Jenkins G.: Op. Cit. Tabla A pag. 517 y 518.

(28) También existen tablas, ya citadas, para estos tres modelos que son las tablas B, C y D respectivamente. Pags. 518-520 del Libro de Box y Jenkins citado.

3.3. ESTIMACION

Esta fase trata de inferir el verdadero valor de los parámetros del modelo, a partir de los valores iniciales obtenidos en la preestimación, y con un método más eficiente que el allí empleado.

En la preestimación se utilizaba el método de los momentos, que como se sabe no es necesariamente eficiente, por lo que ahora se debe tratar de obtener los mejores o los más eficientes estimadores para los parámetros antes de pasar a la fase de previsión.

Pero como dice Nelson (29), "si por eficiente entendemos un estimador que minimiza las diferencias cuadradas entre el verdadero valor del parámetro y el estimado, la estadística teórica es incapaz de decirnos cual de los estimadores alternativos es eficiente en todas las situaciones. Sin embargo, se puede demostrar que los estimadores que maximizan la función de verosimilitud son estimadores eficientes, si el número de observaciones es grande".

Dado que en el análisis Box-Jenkins el número de observaciones es grande, se elegirán los estimadores de máxima verosimilitud, que son aquellos que minimizan.

$$S(\phi, \theta) = \sum_1^N a_i^2 \quad [3.58]$$

donde $a_i = \theta^{-1}(B) \phi(B) Z_i$ son los términos aleatorios estimados dados el modelo y la serie, y $S(\phi, \theta)$ es la función a minimizar.

(29) Nelson, C.R.: Op.Cit. p. 92.

Los términos que minimizan S , que se denominarán \hat{a}_i , se llaman residuos e implican que:

$$\hat{a}_i = Z_i - \hat{Z}_i$$

siendo Z_i el verdadero valor de la serie y \hat{Z}_i el estimado.

Sin embargo, en la estimación de estos modelos se presenta un problema que conviene señalar. Suponiendo por ejemplo el modelo ARMA (1, 1)

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1} \quad [3.59]$$

y supongamos que hemos obtenido unas estimaciones $\hat{\phi}$ y $\hat{\theta}$ mediante el método de los momentos. Para calcular los valores de los a_t , podemos escribir:

$$\hat{a}_1 = Z_1 - \hat{\phi} Z_0 + \hat{\theta} a_0 \quad [3.60]$$

Si nuestras observaciones comienzan en el período 1, los valores de a_0 y Z_0 son desconocidos. Una forma muy simple de resolver este problema es hacer $Z_0 = a_0 = 0$ y comenzar por tanto que $\hat{a}_1 = Z_1$ según la aplicación de la fórmula [3.60] y continuando con:

$$\hat{a}_2 = Z_2 - \hat{\phi} Z_1 + \hat{\theta} \hat{a}_1$$

hasta calcular el conjunto de los \hat{a}_t

Este procedimiento da en general buenas aproximaciones, pero puede ocurrir que Z_1 se desvie mucho de cero en el supuesto de que a_1 sea grande, lo cual nos introduce un transitorio que se elimina lentamente, que nos puede llevar

a resultados erróneos (30).

Para evitar este problema Box y Jenkins (31) recomiendan la utilización de lo que llamaremos "previsión hacia atrás" (backforecasting) que, en síntesis, consiste en estimar los valores $Z_0, Z_{-1}, Z_{-2}, \dots$ de la serie a partir de los propios datos y utilizarlos posteriormente para el cálculo de la suma de cuadrados.

Los valores aproximados de las varianzas de los estimadores de los parámetros, para los modelos más sencillos son:

$$\text{AR (1)} \quad \text{Var} (\phi_1) \approx \frac{1 - \phi_1^2}{N}$$

$$\text{MA (1)} \quad \text{Var} (\theta_1) \approx \frac{1 - \theta_1^2}{N}$$

$$\text{AR (2)} \quad \text{Var} (\phi_1), \text{Var} (\phi_2) = \frac{1 - \phi_2^2}{N} \quad [3.61]$$

$$\text{MA (2)} \quad \text{Var} (\theta_1), \text{Var} (\theta_2) = \frac{1 - \theta_2^2}{N}$$

$$\text{ARMA (1, 1)} \quad \text{Var} (\phi_1) = \frac{1 - \phi_1^2}{N} \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)^2}{(\phi_1 + \theta_1)^2}$$

$$\text{Var} (\theta_1) = \frac{1 - \theta_1^2}{N} \frac{(1 + \phi_1 \theta_1)^2}{(\phi_1 + \theta_1)^2}$$

Se puede ver en el modelo ARMA (1, 1) que cuando $\phi_1 = -\theta_1$, la varianza es infinita, ya que al anularse los operadores AR

(30) Peña, D.: "La Metodología Box-Jenkins: Una aplicación a la previsión del consumo de gasolina". Información Comercial Española Nº 542, Octubre 1978, p.139.

(31) Box G. y Jenkins G: Op. Cit. pp. 208-230.

y MA el modelo queda reducido a $Z_t = a_t$, modelo que se llama "paseo aleatorio" y que no da ninguna información sobre los valores futuros de Z , al depender solamente de una variable estrictamente aleatoria.

El procedimiento general de estimación, dado que los modelos ARMA (p, q) son no lineales, es utilizar un algoritmo iterativo no lineal, siendo uno de los más utilizados el de Marquardt (32) que combina las ventajas del procedimiento de linealización y el del máximo gradiente.

El resultado del proceso de estimación es obtener unas estimaciones eficientes de los parámetros, mediante el algoritmo de Marquardt, que partiendo de unos valores iniciales dados por la preestimación, minimiza la suma de cuadrados [3.58] y que se puede demostrar corresponde a la maximización de la función de verosimilitud, al aumentar el tamaño muestral.

Cuando hay más de un parámetro en el modelo estimado, se calcula la matriz de los coeficientes de correlación entre los valores estimados de los parámetros para evaluar la situación general de estimación y en particular la posibilidad de redundancia entre parámetros.

Si dos parámetros tienen entre sí un elevado coeficiente de correlación quiere decir que la información que uno de ellos contiene ya la contiene el otro, por lo que el modelo está sobreparametrizado, procediéndose a la eliminación de alguno de ellos.

(32) Marquardt, D.W.: "An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters". *Journal of Social and Industrial Applied Mathematics* 11 (2) 1,963 pags. 431-441. Este algoritmo combina las ventajas del algoritmo de mínimos cuadrados, que asegura convergencia rápida cerca del punto óptimo, linealizados, ya que parte del desarrollo en serie de Taylor de la función no lineal que se quiere minimizar, con el algoritmo del máximo gradiente (steepest descent) muy eficiente para puntos alejados del óptimo.

3.4. DIAGNOSIS

Una vez estimado el modelo, pasamos a la fase de diagnóstico, en la que mediante una serie de contrastes estadísticos, se comprueba la validez del modelo elegido.

El análisis diagnóstico del modelo estimado se realiza examinando los residuos y comprobando si forman una secuencia de ruido blanco.

Para que los residuos formen una secuencia de ruido blanco hay que comprobar que:

- a) Su media no sea significativamente distinta de cero.
- b) Su varianza sea constante.
- c) Se distribuyan normalmente.
- d) Sean independientes entre sí.

a) Media nula

Para comprobar si los residuos tienen media nula, además de ver la magnitud absoluta de la media de la serie de residuos, acudimos a un contraste de la t de Student para su verificación con mayor certeza.

El procedimiento a seguir es similar a la comprobación de la media del modelo en la fase de identificación, formándose un intervalo de ± 2 veces lo que llamamos la

desviación típica de la serie de residuos dividida por la raíz cuadrada del número de datos.

Si tal intervalo cubre el valor de la media se tiene un nivel de significación del 95% de que los residuos tengan media nula.

b) Varianza constante

La mejor forma de comprobar la homocedasticidad de los residuos es mediante la observación visual de la serie, analizando la variación que muestran los puntos en los diversos tramos de la serie.

Aunque, como forma de ayuda, se puede emplear el clásico contraste de Bartlett, útil para demostrar la igualdad de varianzas de un conjunto de muestras, su uso en este análisis tiene el inconveniente de la determinación de las partes en que hay que dividir la serie, para comprobar su homocedasticidad.

Es por ello que es poco utilizado, siendo la base fundamental de decisión la observación visual del gráfico de la serie de residuos.

c) Distribución Normal

La comprobación de la distribución Normal de los residuos, es quizás la faceta más difícil de la que se compone esta fase de diagnosis.

Una de las razones es que no existe actualmente un contraste "óptimo", para probar la hipótesis de Normalidad en todos los casos, dependiendo su potencia relativa fundamentalmente del tamaño muestral.

Así el test de Shapiro y Wilks no es adecuado a este caso, puesto que la muestra que se utiliza suele ser grande, lo cual implica un volumen de cálculo enorme al tener que ordenar la muestra de menor a mayor, perdiendo la potencia que tiene para tamaños muestrales pequeños.

Los contrastes más conocidos para muestras grandes, tales como los de Kolmogorov-Smirnov y X^2 de Pearson, tienen también sus inconvenientes pues a la gran complejidad de cálculos, unen, como por ejemplo en el segundo de los casos, la dificultad en determinar las particiones de la muestra, tal como ocurría en el test de Bartlett.

Por ello, en este análisis, se recurre a la construcción de un histograma de los residuos, y analizando su simetría, apuntamiento, etc., se observa visualmente si su configuración es aproximadamente Normal.

Esta es pues la mejor herramienta disponible para comprobar la distribución Normal de los residuos.

d) Independencia

Box y Pierce (33) estudiando las funciones de autocorre-

(33) Box, G. y Pierce, D.: "Distribution of Residuals Autocorrelations in Autoregressive Integrated Moving Average Time Series Models". *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 65, Nº 332, pp. 1.509-1.526

lación simple y parcial de la serie de residuos han propuesto un contraste de independencia basado en el estadístico Q

$$Q = n \sum_{i=1}^k r_i(a)$$

siendo $r_i(a)$ los coeficientes de autocorrelación simple de los residuos de orden i . El estadístico Q se distribuye como una X^2 con $k-N$ grados de libertad, siendo N el número de parámetros que hemos estimado en el modelo.

En los casos en que este contraste no sea suficiente se puede utilizar complementariamente el test de las rachas, examinando el número de cambios de signos que tiene la función de autocorrelación.

El número total de rachas se distribuye normalmente, para $n > 20$, siendo n el número de signos positivos que hay, con parámetros.

$$\mu = n + 1$$

$$\sigma^2 = \frac{n(n-1)}{2n-1}$$

con lo que se puede construir el contraste.

Sin embargo y aunque los estadísticos analizados son una gran ayuda, la observación visual de los gráficos de la serie de residuos y de las funciones de autocorrelación simple y parcial es el elemento esencial para la aceptación de un modelo.

En efecto, respecto al gráfico de los residuos, este debe presentar las evidencias de estacionaridad propias de un proceso de "ruido blanco", es decir, no presentar ni tendencias ni deambulaciones en el desarrollo de la nube de puntos, así como mostrar una variabilidad uniforme.

Respecto a los gráficos de las funciones de autocorrelación simple y parcial, no deben mostrar configuración regular alguna, debiendo ser sus coeficientes no significativos (34).

Sin embargo, es muy importante detectar la presencia de valores anormales o atípicos en la serie original que pudieran distorsionar el desarrollo de estos gráficos.

Por tanto, es imprescindible hacer un análisis extra-matemático de aquellos valores anormales, para explicar, de alguna forma, aquellas distorsiones o anomalías que se presenten en los gráficos.

En resumen, pues, si cualquiera de los contrastes expuestos o el análisis visual de los gráficos revela que el modelo no es adecuado, hay que proceder a una reformulación (nueva elección de p , d , q , ó λ), que viene indicada por los puntos débiles de los procedimientos diagnósticos empleados.

(34) Dado que el nivel de significación para el intervalo de confianza es del 95%, se acepta que el 5% de los coeficientes puede ser significativos, es decir, uno de cada veinte. Sin embargo estos coeficientes significativos deben aparecer irregularmente repartidos y desde luego nunca en los primeros ordenes, pues esto llevaría al rechazo del modelo por mala especificación.

3. 5. PREVISION

Una vez que el modelo está suficientemente diagnosticado y aceptado como bueno, se está en condiciones de generar previsiones hacia el futuro.

Tales previsiones se pueden generar partiendo de las tres formas explícitas de presentación del modelo general ARIMA (p, d, q) expuesto en la sección 2. 4.

- 1) Partiendo de la ecuación en diferencias [3. 45], en la que Z_t viene dado en función de anteriores valores suyos y del actual y anteriores valores de a_t , se extiende el modelo a l períodos de tiempo más adelante.

$$Z_{t+l} = \varphi_1 Z_{t+l-1} + \varphi_2 Z_{t+l-2} + \dots + \varphi_{p+d} Z_{t+l-p-d} + a_{t+l} - \theta_1 a_{t+l-1} - \dots - \theta_q a_{t+l-q} \quad [3. 63]$$

La previsión de Z_{t+l} llamada $\hat{Z}_t(l)$, es decir, previsión a origen t con horizonte l, no será sino la esperanza condicionada de ese valor futuro Z_{t+l} dado el pasado de la serie

$$\hat{Z}_t(l) = E_t(Z_{t+l}) = [Z_{t+l}]$$

Así pues, la previsión $Z_t(l)$ se obtendrá tomando esperanzas en la ecuación [3. 63]

$$\hat{Z}_t(l) = E(Z_{t+l}) = \varphi_1 [Z_{t+l-1}] + \dots + \varphi_{p+d} [Z_{t+l-p-d}] + a_{t+l} - \theta_1 a_{t+l-1} - \dots - \theta_q a_{t+l-q} \quad [3. 64]$$

de donde hay que eliminar los l primeros términos de la serie de a_{t+l} ya que

$$a_{t+l} = E(a_{t+l}) = 0 \quad l \geq 1 \quad [3.65]$$

las esperanzas de los términos a_{t+l} desconocidos en el futuro son cero, por constituir a_t una secuencia de ruido blanco

Por tanto, para valores de $l > q$, desaparecerán todos los términos en a_t quedando la función de previsión solo en términos de Z_t .

Los términos Z_{t+l-1} hasta Z_{t+l} son también desconocidos en el momento t , por lo que habrá que sustituirlos por sus previsiones, quedando

$$\hat{Z}_t(l) = \psi_1 \hat{Z}_t(l-1) + \dots + \psi_{l-1} \hat{Z}_t(1) + \dots + \psi_{p+d} Z_{t+l-p-d} \quad [3.66]$$

suponiendo que $l > q$

- 2) Partiendo de la ecuación [3.47] en la que el valor de Z_t viene dado en términos del actual y anteriores valores de a_t , extendiendo el modelo a Z_{t+l}

$$\begin{aligned} Z_{t+l} &= a_{t+l} + \psi_1 a_{t+l-1} + \psi_2 a_{t+l-2} + \dots = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t+l-j} = \sum_{j=-\infty}^{t+l} \psi_{t+l-j} a_j \quad [3.67] \end{aligned}$$

en la que los pesos Ψ_j se obtienen igualando $\mathcal{Y}(B) \Psi(B) = \Theta B$ que desarrollando se obtiene el sistema.

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= 1 - \Theta_1 \\ \Psi_2 &= 1 \Psi_1 + \Theta_2 \quad [3.68] \\ \Psi_j &= \Psi_1 \Psi_{j-1} + \dots + \Psi_{p+d} \Psi_{j-p-d} - \Theta_j \end{aligned}$$

donde $\Psi_0 = 1$, $\Psi_j = 0$ para $j < 0$ y $\Theta_j = 0$ para $j > q$

Si k es el mayor de los enteros $p+d-1$ y q , entonces para $j > k$, Ψ_j satisface la ecuación en diferencias

$$\begin{aligned} \Psi_j &= \Psi_1 \Psi_{j-1} + \Psi_2 \Psi_{j-2} + \dots + \\ &+ \Psi_{p+d} \Psi_{j-p-d} \quad [3.69] \end{aligned}$$

La función de previsión se obtiene tomando esperanzas en [3.66]

$$\begin{aligned} E_t [Z_{t+1}] &= \hat{Z}_t(1) = [Z_{t+1}] = [a_{t+1}] + \Psi_1 [a_{t+1-1}] + \\ &+ \dots + \Psi_1 [a_t] + \Psi_{1+1} [a_{t-1}] + \dots \quad [3.70] \end{aligned}$$

expresión de la que habrá que eliminar los l primeros términos en a_t , ya que las esperanzas de las a_t desconocidas son cero, según [3.65], por lo que queda

$$\hat{Z}_t(1) = \Psi_1 [a_t] + \Psi_{1+1} [a_{t-1}] + \dots \quad [3.71]$$

Los pesos Ψ_j son muy útiles para readaptar previsiones futuras a distintos orígenes en el tiempo. Así, por ejemplo, se puede expresar la observación Z_{t+1} con orígenes t y $t+1$ de la forma

$$\hat{Z}_{t+1}(1) = \Psi_1 a_{t+1} + \Psi_{1+1} a_t + \Psi_{1+2} a_{t-1} + \dots$$

$$\hat{Z}_t(1+1) = \Psi_{1+1} a_t + \Psi_{1+2} a_{t-1} + \dots$$

Restando ambas expresiones

$$\hat{Z}_{t+1}(1) - \hat{Z}_t(1+1) = \Psi_1 a_{t+1} \quad [3.72]$$

Por tanto, se puede readaptar la previsión hecha en el instante t , a otra hecha en el instante $t+1$, en cuanto se conozca a_{t+1} , añadiéndole a la antigua previsión el término $\Psi_1 a_{t+1}$.

Este a_{t+1} será conocido en cuanto se sepa el valor real de la observación Z_{t+1} , ya que a_{t+1} no es sino el error de previsión a horizonte uno, que viene dado por la diferencia entre el valor real y el valor previsto.

$$a_{t+1} = Z_{t+1} - \hat{Z}_t(1) \quad [3.73]$$

Así pues, en cuanto se vayan conociendo nuevos valores de la serie, se pueden ir readaptando las previsiones con orígenes más cercanos en el tiempo, generalizando [3.72]

- 3) Partiendo de la forma invertida del modelo [3.50], en la que Z_t se expresa en función de valores anteriores de Z_t y el actual de a_t , se puede extender el modelo a Z_{t+1}

$$Z_{t+1} = \pi_1 Z_{t+1-1} + \pi_2 Z_{t+1-2} + \dots + a_{t+1} \quad [3.74]$$

La función de previsión se construye tomando esperanzas en [3.74]

$$E [Z_{t+1}] = Z_t (1) = [Z_{t+1}] = \pi_1 [Z_{t+1-1}] + \pi_2 [Z_{t+1-2}] + \dots + a_{t+1}$$

de la que hay que eliminar a_{t+1} por [3.65] y en la que se desconocen los primeros l términos en Z_t , que habrá que sustituir por sus previsiones hechas en el origen t .

$$\hat{Z}_t (1) = \pi_1 \hat{Z}_t (1-1) + \pi_2 \hat{Z}_t (1-2) + \dots + \pi_1 Z_t + \pi_{1+l} Z_{t-1} + \dots \quad [3.75]$$

La forma de calcular los pesos π_j es resolviendo la ecuación $\Psi(B) = \Theta(B) \Pi(B)$ (35)

La función de previsión, obtenida por cualquiera de las tres formas, proporciona unas previsiones de error mínimo-cuadrático, por haber sido determinadas mediante la toma de esperanzas condicionales de Z_{t+1} .

Este error de previsión a horizonte l , $e_t (l)$ viene dado por

$$e_t (l) = a_{t+1} + \Psi_1 a_{t+1-1} + \dots + \Psi_{l-1} a_{t+1} \quad [3.76]$$

(35) La determinación de los pesos π_j se puede ver en el Capítulo 5 del libro de Box y Jenkins citado, pags. 141 y sgts. Existe otra forma alternativa de determinar los π_j en función de los Ψ_j que está expuesta en el apéndice 5.2. de la misma obra. Por la poca utilización posterior de este tipo de función de previsión, no se exponen tales procedimientos.

siendo su esperanza y su varianza

$$E [e_t (l)] = 0 \quad [3.77]$$

$$\begin{aligned} \text{Var} [e_t (l)] &= (1 + \Psi_1^2 + \Psi_2^2 + \dots + \Psi_{l-1}^2) \sigma_a^2 = \\ &= \left(1 + \sum_{j=1}^{l-1} \Psi_j^2 \right) \sigma_a^2 \end{aligned} \quad [3.78]$$

donde σ_a^2 es la varianza residual

Conocida la varianza del error de previsión se pueden establecer intervalos de confianza sobre las estimaciones puntuales proporcionadas por la función de previsión, de la forma

$$Z_{t+l} (\pm) = \hat{Z}_t (l) \pm K \left(1 + \sum_{j=1}^{l-1} \Psi_j^2 \right)^{1/2} S_a \quad [3.79]$$

donde S_a es la desviación típica muestral, que sirve de estimador de la desviación típica poblacional σ_a para muestras mayores de 50 elementos y K es el valor proporcionado por una distribución Normal (0, 1) para cada determinado nivel de confianza.

Dado que los residuos a_t de la serie se distribuyen Normalmente, según se vió en la fase de diagnosis, se puede construir una distribución de probabilidad para los valores futuros de la serie, que será también Normal, a base de la construcción de estos intervalos de confianza.

El valor de K vendrá dado para cada nivel de confianza. (Por ej. para un 95% de probabilidad, K será 1,96).

Los intervalos que usualmente se suelen construir son los del 50%, 95% y 99%, siendo el más utilizado el del 95%.

La forma más simple y sencilla de generar previsiones es a través de la ecuación en diferencias [3.64] utilizándose la [3.70] para la determinación de las Ψ_j necesarias para la construcción de los intervalos de confianza.

Dada la composición de la varianza del error de previsión [3.78] los intervalos serán cada vez mayores al aumentar el horizonte de previsión, ya que se van acumulando los valores de Ψ_j .

4. ESTACIONALIDAD

El modelo general ARIMA (p, d, q) visto en [3.57] se puede extender al caso en que las series temporales presenten componentes estacionales, es decir, presenten comportamientos similares cada cierto período de tiempo.

El componente estacional de una serie de período s , quiere decir que una determinada observación está relacionada con la que está separada s o multiples de s períodos de tiempo anteriores.

La forma de destruir la estacionalidad es utilizar el operador de diferencias estacional de orden s , ∇_s

$$\nabla_s \equiv 1 - B^s$$

Con ello, al igual que se hacía en la fase de identificación, se consigue que la serie sea estacionaria eliminando la correlación que existía entre observaciones separadas por s períodos

Cuando el operador se aplique D veces, se tiene:

$$\nabla_s^D \equiv (1 - B^s)^D$$

Para procesos autoregresivos, se puede construir el operador autoregresivo estacional de orden P , $\Phi_P(B^s)$

$$\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{sP}$$

Igual que se introduce el operador de media móvil estacional de orden Q , $\Theta_Q(B^s)$, para procesos de media móvil.

$$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{sQ}$$

Aplicando estos dos operadores a la serie Z_t diferenciada D veces, el período estacional s , se construye el modelo mixto ARIMA (P, D, Q), estrictamente estacional.

$$\phi_P(B^s) \nabla^D Z_t = \theta_Q(B^s) a_t$$

Combinando este modelo con el ARIMA (p, d, q) de [3.57] se obtiene el modelo multiplicativo ARIMA (p, d, q) x (P, D, Q)

$$\phi_p(B) \Phi_P(B^s) \nabla^d \nabla^D Z_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) a_t$$

que es el modelo más general que de la familia ARIMA se puede encontrar (36).

La determinación de los parámetros P , D y Q se hace con las mismas técnicas que los p , d y q solo que fijándose en aquellos coeficientes de autocorrelación separados por s elementos.

Por ejemplo, si la estacionalidad es anual, $s = 12$, si los datos son mensuales, la determinación de D viene dada por el nivel de amortiguamiento de los coeficientes de autocorrelación de orden 12, 24, 36, ... etc.

Fijándose solo en tales coeficientes, se determina el grado de P y Q , aplicando las mismas normas que la fase de identificación antes expuesta.

Es fácil ver, como la obtención de los valores de los parámetros

(36) El modelo aquí presentado tiene el componente estacional multiplicativo, lo cual puede no ser adecuado a series en la que tal componente sea aditivo. En tales casos, poco frecuentes, habrá que estimar un modelo en el que la estacionalidad sea aditiva. La experiencia demuestra que el mejor modelo multiplicativo encontrado proporciona un buen punto de arranque para construir un modelo no multiplicativo mejor. Box, G. y Jenkins, G.: Op. Cit. pp. 322-333.

estacionales, es bastante más difícil que la de los no estacionales, puesto que, aunque se apliquen idénticas normas en ambos casos, el número de coeficientes con el que se cuenta para establecer las observaciones es mucho menor en el primer caso que en el segundo.

En general el número de coeficientes de autocorrelación que se suele obtener en la práctica, es de 3 veces el período estacional más tres, por lo que como la estacionalidad suele ser anual, se obtienen 39 coeficientes.

Así el número de coeficientes con los que se cuenta para obtener P , D y Q es de tres, los coeficientes de orden 12, 24 y 36.

Aunque la estacionalidad puede ser trimestral $s=3$, cuatrimestral $s=4$, semestral $s=6$, en general suele ser anual $s=12$. El valor que toma D , según plantean Mabert y Radcliffe (37), no suele ser mayor que 3, por lo que relacionándolo con d que de igual forma suele ser, $d \leq 3$, se obtienen hasta 16 posibles combinaciones sobre las que determinar la situación más idónea de estacionalidad. Las ventajas de diferenciaciones de orden superior son cuestionables.

En cuanto a los parámetros autoregresivos estacionales Φ_i , y de media móvil estacionales Θ_i , el proceso a seguir es el mismo que para los parámetros ϕ_i y θ_i no estacionales, pero, como siempre, basándose solo en los coeficientes de autocorrelación estacionales.

(37) Mabert V. y Radcliffe R.: "A Forecasting Methodology as Applied to Financial Time Series". The Accounting Review, January 1.974 pp. 61-75.

Así se elegirá un modelo autoregresivo o de media móvil según la configuración visual que tales coeficientes de autocorrelación muestren.

La preestimación de los parámetros $\hat{\Phi}_i$ y $\hat{\Theta}_i$ se hace con las mismas fórmulas que para Φ_i y Θ_i , exigiéndoseles además las mismas condiciones de estacionaridad e invertibilidad, respectivamente, que para los no estacionales.

En los diagnósticos, habrá que tener mucho cuidado con los valores que presenten los coeficientes de autocorrelación de los residuos de orden 12, 24 y 36, ya que configuraciones o valores significativos de los mismos, pueden llevar a concluir una mala especificación de la estacionalidad.

En cuanto a la previsión, la introducción del componente estacional, no implica alteraciones sustanciales en la forma de proceder para la construcción de la función de previsión, así como los intervalos de confianza, operándose de forma similar que para el modelo sencillo.

CAPITULO IV

ANTECEDENTES INFORMATIVOS BASICOS:

SU SELECCION

1. FUENTES DE INFORMACION

Dado que sólo se va a utilizar el primer nivel del análisis Box-Jenkins en el que las previsiones de una serie vienen dadas en función de su propia historia únicamente, los datos necesarios para la investigación son los históricos de las series utilizadas.

Por tanto, es necesario disponer de una serie histórica de cotizaciones para cada uno de los valores que se vayan a tratar.

El Servicio de Estudios e Información de la Bolsa de Comercio de Madrid, mercado en el cual se realizará nuestra investigación (1), ofrece dos índices, que podrían ser adecuados para este estudio en principio, y que son el Índice Largo Normal y el Índice Largo Total.

El Índice Largo Normal es un índice de valor, en el que las cotizaciones están corregidas por un factor K_1 , que recoge la influencia que sobre ellas tienen las ampliaciones de capital, bajo la hipótesis de "operación blanca", entendiéndose por tal la operación de venta de los derechos de suscripción necesarios para la compra de nuevos títulos, de forma que el inversor no tenga que efectuar ningún nuevo desembolso.

Este factor K_1 viene dado por (2)

$$K_1 = K_0 \frac{C_1}{V_1^t}$$

(1) La elección del mercado de Madrid es obvia, ya que además de ser el mercado más amplio en cuanto a número de cotización de títulos existen en España, representa un alto porcentaje de la suca total de dinero contratado en los tres mercados actuales.

(2) Bolsa de Madrid: "Índice Acciones 1.941-1971" Servicio de Estudios Económicos de la Bolsa de Madrid, Madrid 1.973.

donde C_1 es el precio de mercado de una acción en el momento inmediatamente anterior a la ampliación, V_1^t es el valor teórico de la acción ex-derecho de suscripción y K_0 es otro índice corrector que viene dado por :

$$K_0 = \frac{1}{C_0}$$

donde C_0 es el cambio que tiene el título en el momento en que entra a formar parte del índice.

Por tanto el Índice Largo Normal en el momento x , I_x , será

$$I_x = K_1 C_x$$

siendo C_x el cambio del mercado después de la ampliación.

El Índice Largo Total incluye, además de la hipótesis de "operación blanca", una nueva hipótesis de trabajo, consistente en suponer la reinversión de los dividendos obtenidos. Según esta hipótesis, el inversor al cobrar los dividendos que se repartan, automáticamente lo reinvierte en la adquisición de la parte proporcional de acciones que le correspondan del mismo valor del que ha obtenido el dividendo, siendo el precio de compra la primera cotización que se produzca una vez repartido el mismo.

De esta forma, después del reparto de un dividendo, el tenedor de una acción puede poseer sin efectuar desembolso alguno.

$$1 + \frac{d}{c}$$

siendo d el dividendo repartido en tanto por ciento sobre el nominal de la acción y c cotización ex-dividendo del título respectivo.

Debido al "efecto reinversión del dividendo", el cálculo de este índice se hace en base al nuevo coeficiente corrector K' (3).

$$K' = K_1 \left(1 + \frac{d}{c} \right)$$

siendo K_1 el coeficiente empleado en la elaboración del Índice Largo Normal, que recoge el efecto de las ampliaciones de capital.

Tanto uno como otro efecto se van computando, según el orden cronológico de ocurrencia de los mismos.

Se ve pues, como el Índice Largo Total es más completo que el Normal, comprendiendo no solo un índice de valor de los títulos en cuanto a sus cotizaciones, sino que incluye otro componente como es el rendimiento de tales títulos, que lo hace presentarse como un índice de rentabilidad de los valores.

Por tanto, y a los efectos de selección de carteras en los que la rentabilidad es la variable esencial, se elegirá como base de cálculo el Índice Largo Total.

Además, este índice, permite comparaciones de rentabilidades entre los valores individuales o grupos de valores, al homogeneizar dichas rentabilidades por la inclusión de la desigual distribución de dividendos entre los títulos.

(3) Bolsa de Madrid: "Índice Largo Total de Acciones 1.941-1.975". Servicio de Estudios e Información de la Bolsa de Madrid. Madrid 1.977.

El Índice Largo Total tiene su base en el 31 de Diciembre de 1.940, y viene dado en valores mensuales hasta nuestros días, siendo estos para cada valor en particular, los correspondientes al último día en que haya habido sesión o al último día en que el título haya cotizado dentro del mes del que se trate.

2. SELECCION DE LOS DATOS

Para dar una mayor generalidad al trabajo, se han elegido para seleccionar la cartera, en lugar de títulos individuales de sociedades privadas, los grupos bursátiles en que está dividido el mercado de cotizaciones de Madrid.

Las razones que nos han movido a ello han sido varias:

En primer lugar, por el deseo de abarcar de alguna forma todo el mercado de cotización de acciones, bastante amplio en la Bolsa de Madrid, evitando que la amplitud del trabajo fuese monstruosa.

En segundo lugar, no se tenía ninguna razón para en el caso de actuar sobre títulos individuales, elegir unos determinados rechazando otros (4).

Y por último, no se pretende "enriquecer" a nadie, en el sentido de dar una cartera óptima compuesta por un conjunto de acciones, sino de demostrar la aplicabilidad que tiene la metodología Box-Jenkins, en cuanto método de previsión, a los problemas de selección de cartera.

Además la trasposición del análisis a valores individuales es bastante simple, pues basta con operar de forma similar a la que se ha hecho con los grupos, con los índices de las cotizaciones de las acciones particulares.

(4) A este respecto, habría que hacer notar la falta de homogeneidad que se produce en la cotización de las acciones individuales, por la diferente fecha de entrada a cotización de las sociedades.

Así pues, la base sobre la que se efectuará la selección de cartera será la de los grupos bursátiles, que son: Bancos, Eléctricas, Alimentación, Construcción, Inversión, Monopolios, Siderometalúrgicas, Químico-textil y Varios.

Existen otros dos grupos para los cuales están también disponibles índices de cotizaciones a largo plazo, que son el de Bancos Industriales y el de Mineras que no se toman en consideración por diferentes razones.

El primero de ellos, el de Bancos Industriales, porque empezó a cotizarse a partir del año 1.972, con lo que la serie histórica de datos sólo cuenta con cinco años de valores, que aparte de constituir un conjunto poco numeroso de observaciones para un buen análisis Box-Jenkins, no es comparable con la longitud histórica que presentan los demás grupos.

En cuanto al grupo de Mineras, la razón es que ya no se cotiza como tal grupo, por haberse integrado dentro del sector de Siderometalúrgicas, no existiendo cotización independiente desde Diciembre de 1.970.

El Índice Largo Total de cada grupo es obtenido a partir del índice simple de los valores que componen cada uno de ellos.

La elección de los valores que forman el índice de un grupo se hace en base a la capitalización bursátil obtenida para el año anterior, a su vez matizada, exigiéndoles una notable frecuencia de cotización.

La ponderación otorgada a estos valores se calcula cada año en base a su porcentaje de capitalización bursátil.

Estos porcentajes para cada uno de los grupos, por término medio durante los últimos 5 años, 1.973-1.977 ambos inclusive, están expuestos en el cuadro 4.1.

Como se ve un reducido número de valores, constituyen un elevado porcentaje de la composición total de cada uno de los grupos.

El número total de datos que se eligió en un principio, para darle amplitud a las diversas series fué de 120 datos, que al ser mensuales correspondían a un período de observación de 10 años.

Este período era el comprendido entre los años 1.966-1975, ambos inclusive, que con posterioridad fué ampliado, al ser conocidos y publicados los nuevos datos, para los años 1.976 y 1.977.

Así pues, la longitud de las series es de 144 datos, si bien, algunas de ellas sufrirán recortes para evitar distorsiones, como se explicará oportunamente.

El ordenador utilizado para el tratamiento de los datos, ha sido un PANAFACOM U-1.000, sito en el Centro de Cálculo de la Escuela de Organización Industrial de Madrid.

Grupo BANCOS

<u>Títulos</u>	<u>Porcentaje</u>
Banco Central	21,6
Banco Español de Crédito	17,2
Banco de Bilbao	16,6
Banco Hispano Americano	13,2
Banco de Santander	11,0
Banco de Vizcaya	9,2
Banco Popular Español	5,8
Otros	5,4
	<hr/>
	100,0

Grupo ELECTRICAS

<u>Títulos</u>	<u>Porcentaje</u>
Hidroeléctrica Ibérica Iberduero	34,2
Hidroeléctrica Española	25,3
FECSA	9,3
Unión Eléctrica	9,2
Sevillana de Electricidad	7,9
FENOSA	7,3
Otros	6,8
	<hr/>
	100,0

CUADRO 4.1

Grupo ALIMENTACION

<u>Títulos</u>	<u>Porcentaje</u>
Ebro Cía. Azúcares y Alcoholes	37,7
El Aguila	36,1
Sociedad General Azucarera	19,7
Otros	6,5
	<u>100,0</u>

Grupo CONSTRUCCION

<u>Títulos</u>	<u>Porcentaje</u>
Dragados y Construcciones	37,9
Inmobiliaria Vallehermoso	13,0
Cristalería Española	10,0
Inmobiliaria Urbis	8,1
Otros	31,0
	<u>100,0</u>

CUADRO 4.1 (Cont.)

Grupo INVERSION

<u>Títulos</u>	<u>Porcentaje</u>
POPULARINSA	29,4
Española de Inversiones	20,8
General de Inversiones	18,0
CARTISA	14,3
Otros	17,5
	<u>100,0</u>

Grupo MONOPOLIOS

<u>Títulos</u>	<u>Porcentaje</u>
Telefónica	91,0
CAMPSA	6,9
Tabacalera	2,1
	<u>100,0</u>

CUADRO 4.1 (Cont.)

Grupo SIDEROMETALURGICA

<u>Títulos</u>	<u>Porcentaje</u>
Altos Hornos de Vizcaya	23,3
SEAT	22,7
FASA-Renault	14,2
Astilleros Españoles	12,6
Otros	<u>27,2</u>
	100,0

Grupo QUIMICOTEXTIL

<u>Títulos</u>	<u>Porcentaje</u>
Española de Petróleos	36,7
Unión Explosivos Rio Tinto	20,8
Energía e Industrias Aragonesas	8,4
CROS	6,5
Otros	<u>27,6</u>
	100,0

CUADRO 4.1 (Cont.)

Grupo VARIOS

<u>Títulos</u>	<u>Porcentaje</u>
Galerías Preciados	35,7
Unión y el Fenix	29,2
Bancobao	10,8
Metro de Madrid	10,8
Otros	13,5
	<hr/>
	100,0

CUADRO 4.1 (Cont.)

CAPITULO V

EXPLOTACION DE RESULTADOS

1. INTRODUCCION

Este capítulo está dedicado al análisis de los resultados obtenidos en las distintas fases, que según el enfoque Box Jenkins son necesarias para la obtención de un modelo de previsión.

Así pues, se presentarán, para cada una de las nueve series, objeto de la investigación, las diferentes fases de tal análisis, que, como es sabido, siguen el siguiente orden.

- 1) **Identificación:** estudio de las distintas transformaciones a realizar sobre la serie, para conseguir que sea lo más estacionaria posible.
- 2) **Preestimación:** determinación de unos valores provisionales de los parámetros del modelo, para poder iniciar la rutina de estimación.
- 3) **Estimación:** determinación de los valores finales de los parámetros, así como de todas las medidas de precisión del modelo.
- 4) **Diagnósticos:** comprobación mediante contrastes estadísticos y observación visual de la serie de residuos de la adecuación del modelo.
- 5) **Previsión:** elaboración, si el modelo es adecuado, de una función de previsión capaz de obtener valores futuros de la serie.

Si bien se han seguido todos estos pasos, para cada una de las series, solo se presentarán con carácter exhaustivo, para la primera de ellas, la correspondiente al grupo Bancos, todas las posi-

bilidades de identificación así como los posibles modelos, que de tales identificaciones se pueden intuir.

La razón es que todas las series tienen un comportamiento similar, por lo que solo se justifican, gráficamente, las sucesivas transformaciones hasta llegar a la más estacionaria, que ocurre en todas ellas es $\nabla^2 \nabla_{12} \ln Z_t$, para la serie BANCOS. Así pues, para el resto de las series solo se presentarán los gráficos correspondientes a la transformación $\nabla^2 \nabla_{12} \ln Z_t$.

En la fase de estimación, el modelo a estimar en todas las series es el mismo, un IMA (2, 1) (1, 1), por lo que se pasa directamente a su estimación y diagnóstico, a no ser que características peculiares de alguna serie, hagan necesaria la comprobación de un modelo alternativo.

En el caso en que este modelo no es adecuado, grupos Eléctricas y Monopolios, se establecen, a la vista de los residuos, cuales son los modelos alternativos a seguir, comprobándose que en ambos casos resulta ser un ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1).

Como regla general para todos los modelos comprobados, incluso para los no adecuados, se puede demostrar mediante un contraste, que ninguno tiene media significativa, por lo que los modelos no llevarán término constante, es decir, $\Theta_0 = 0$.

La explicación de las anomalías, punto básico para el fortalecimiento de los modelos, se hará de una forma conjunta para todas las series, al final del capítulo, para darle una mayor homogeneidad a tal análisis.

En la fase de estimación se ha utilizado el programa BOXJE

desarrollado por el Prof. Arthur B. Treadway en la Escuela de Organización Industrial, que utiliza el algoritmo de Marquardt como método de optimización.

Asímismo, para establecer previsiones, se ha utilizado el programa de previsión BJPREV, disponible también en la Escuela de Organización Industrial, desarrollado por el Prof. Gonzalo Arnaiz con la colaboración de los Profesores Daniel Peña y Arthur Treadway.

2. BANCOS

Por ser el grupo de Bancos Comerciales el primero que se presenta normalmente en todas las publicaciones y trabajos sobre la Bolsa, será esta serie la primera a investigar.

Como ya se ha dicho anteriormente, la serie BANCOS está sacada del Índice Largo Total correspondiente al período Enero de 1.966 a Diciembre de 1.977, último dato conocido en el momento de la realización de este trabajo.

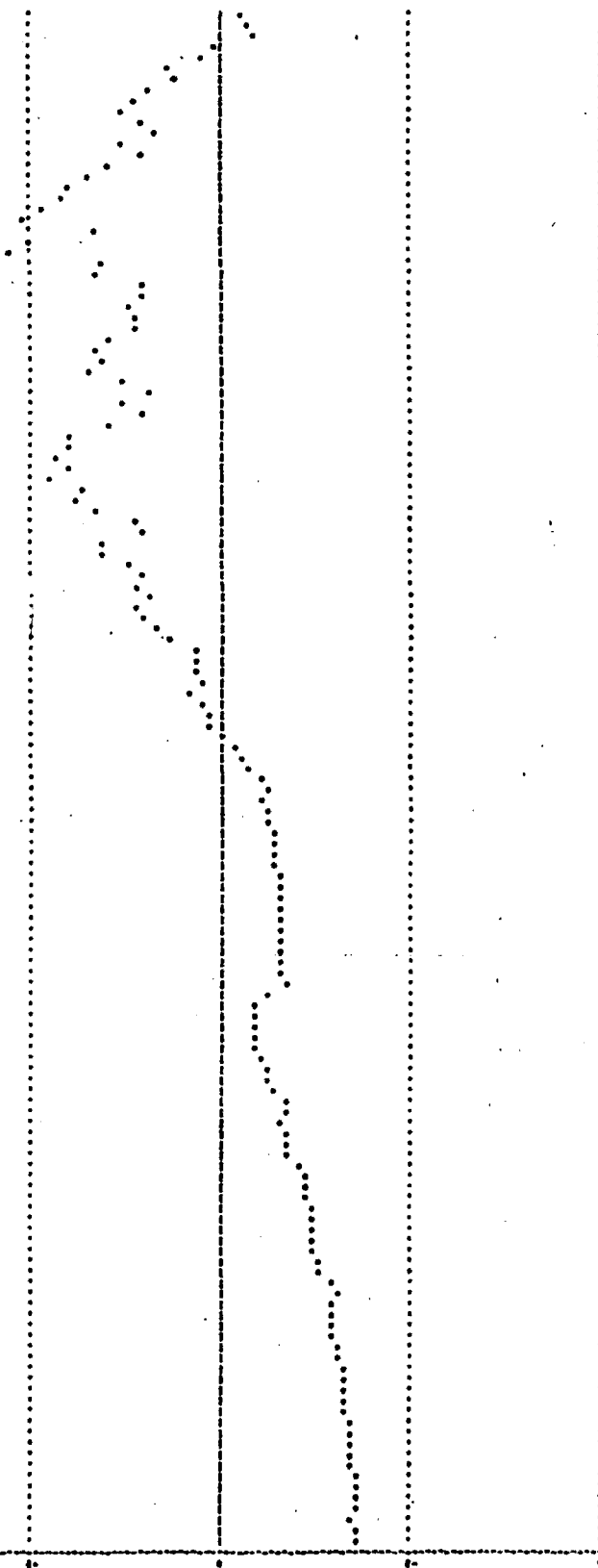
Por tanto, el período de observación es de 12 años, por lo que, al ser las observaciones mensuales, se tienen un total de 144 datos.

2.1. IDENTIFICACION

El gráfico de la serie BANCOS, B_t , (Fig. 5.1.) sin transformar, es decir, $\lambda=1$, $d=0$, $D=0$, (en la notación del operador aparecen \underline{D} y \underline{DE} para hacer referencia al grado de diferenciación no estacional \underline{d} y estacional \underline{D} , respectivamente) muestra una tendencia creciente de la serie, a la vez que una mayor variabilidad en su desarrollo cuando su nivel es alto.

La tendencia pone de manifiesto que la serie no es estacionaria al no revelar ninguna afinidad hacia una media constante, como viene a confirmarlo el gráfico de los coeficientes de autocorrelación simple, C.A.S., (Fig. 5.2) que presenta un decaimiento muy amortiguado de los valores de sus coeficientes.

La mayor dispersión que la serie muestra cuando su nivel es alto indica falta de homocedasticidad en su varianza, es decir



8881-0	101
8882-0	101
8883-0	101
8884-0	101
8885-0	101
8886-0	101
8887-0	101
8888-0	101
8889-0	101
8890-0	101
8891-0	101
8892-0	101
8893-0	101
8894-0	101
8895-0	101
8896-0	101
8897-0	101
8898-0	101
8899-0	101
8900-0	101
8901-0	101
8902-0	101
8903-0	101
8904-0	101
8905-0	101
8906-0	101
8907-0	101
8908-0	101
8909-0	101
8910-0	101
8911-0	101
8912-0	101
8913-0	101
8914-0	101
8915-0	101
8916-0	101
8917-0	101
8918-0	101
8919-0	101
8920-0	101
8921-0	101
8922-0	101
8923-0	101
8924-0	101
8925-0	101
8926-0	101
8927-0	101
8928-0	101
8929-0	101
8930-0	101
8931-0	101
8932-0	101
8933-0	101
8934-0	101
8935-0	101
8936-0	101
8937-0	101
8938-0	101
8939-0	101
8940-0	101
8941-0	101
8942-0	101
8943-0	101
8944-0	101
8945-0	101
8946-0	101
8947-0	101
8948-0	101
8949-0	101
8950-0	101
8951-0	101
8952-0	101
8953-0	101
8954-0	101
8955-0	101
8956-0	101
8957-0	101
8958-0	101
8959-0	101
8960-0	101
8961-0	101
8962-0	101
8963-0	101
8964-0	101
8965-0	101
8966-0	101
8967-0	101
8968-0	101
8969-0	101
8970-0	101
8971-0	101
8972-0	101
8973-0	101
8974-0	101
8975-0	101
8976-0	101
8977-0	101
8978-0	101
8979-0	101
8980-0	101
8981-0	101
8982-0	101
8983-0	101
8984-0	101
8985-0	101
8986-0	101
8987-0	101
8988-0	101
8989-0	101
8990-0	101
8991-0	101
8992-0	101
8993-0	101
8994-0	101
8995-0	101
8996-0	101
8997-0	101
8998-0	101
8999-0	101
9000-0	101

FIGURA 5.1

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE BANCOS BAJO LA TRANSFORMACION I LANDA=1.0-D.E=0.5-0

* : INTERVALO DE CONFIANZA
 o : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.16667

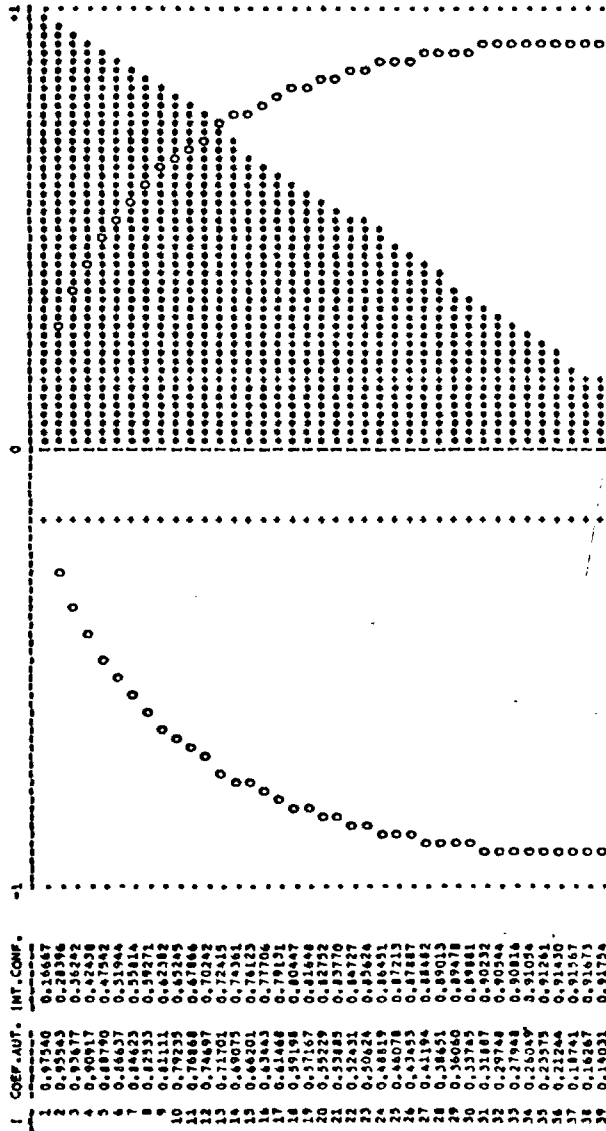


FIGURA 5.2

que su varianza es mayor cuando la serie es mayor. Su diagrama Rango-Media (Fig. 5.3) confirma tal hipótesis al presentar una tendencia lineal creciente en la nube de puntos formada por el conjunto de pares de observaciones. La subdivisión de la serie está hecha en grupos de 12 observaciones empezándose a contar a partir de la primera.

Como se planteaba en la Figura 3.11, una configuración de este tipo en el diagrama Rango-Media exigía la transformación de la familia Box-Cox de $\lambda = 0$ (es decir, logarítmico neperiano de la variable, $\text{Ln } B_t$) como forma de eliminar la heterocedasticidad.

Por tanto, la transformación siguiente de llevar a cabo es $\lambda = 0, d = 0, D = 0$.

El gráfico de $\text{Ln } B_t$ (Fig. 5.4) es similar al de la serie sin transformar (Fig. 5.1) pero se puede apreciar como ha desaparecido la gran dispersión que ésta última presentaba cuando su nivel era alto. Con ello, se ha conseguido estabilizar la varianza haciendo la serie más homocedástica.

La comprobación se tiene por el diagrama Rango-Media de $\text{Ln } B_t$ (Fig. 5.5) que tiene a su vez una configuración lineal aunque no creciente, que según la Figura 3.11 llevaba a $\lambda = 1$, es decir, a no transformar según Box-Cox.

El gráfico de C. A. S. de $\text{Ln } B_t$ es bastante similar al de B_t de la figura 5.2. por lo que la serie sigue siendo no estacionaria y se plantea la necesidad de una primera diferencia no estacional.

La transformación será $\lambda = 0, d = 1, D = 0$, es decir,

DIAGRAMA RANGO-MEDIA DE LA SERIE BANCOS BAJO LA TRANSFORMACION λ LANDAU-DODGE $\lambda = 0$
 (CON DATOS ESTANDARIZADOS)
 GRUPOS DE 12 OBSERVACIONES, A PARTIR DE LA OBSERVACION 1

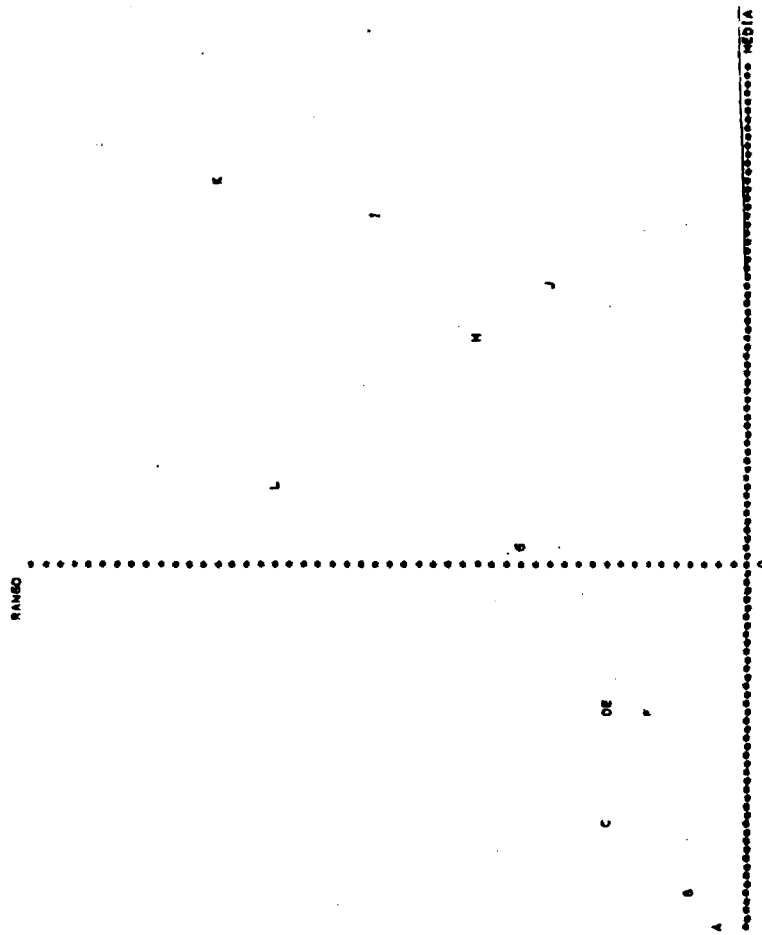
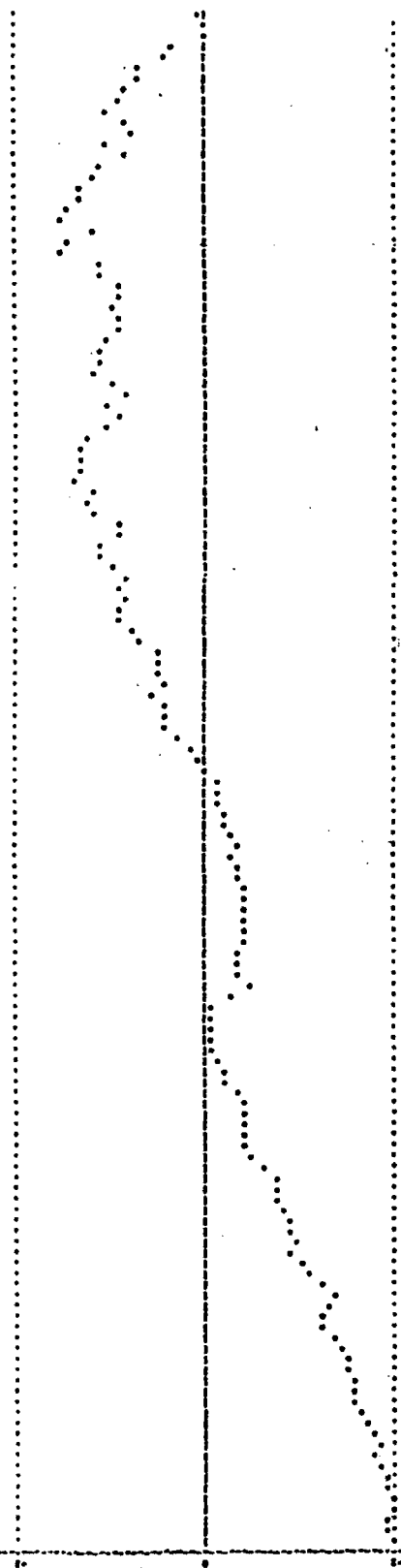


FIGURA 5.3



```

00000 0 0
00000 0 1
00000 0 2
00000 0 3
00000 0 4
00000 0 5
00000 0 6
00000 0 7
00000 0 8
00000 0 9
00000 0 10
00000 0 11
00000 0 12
00000 0 13
00000 0 14
00000 0 15
00000 0 16
00000 0 17
00000 0 18
00000 0 19
00000 0 20
00000 0 21
00000 0 22
00000 0 23
00000 0 24
00000 0 25
00000 0 26
00000 0 27
00000 0 28
00000 0 29
00000 0 30
00000 0 31
00000 0 32
00000 0 33
00000 0 34
00000 0 35
00000 0 36
00000 0 37
00000 0 38
00000 0 39
00000 0 40
00000 0 41
00000 0 42
00000 0 43
00000 0 44
00000 0 45
00000 0 46
00000 0 47
00000 0 48
00000 0 49
00000 0 50
00000 0 51
00000 0 52
00000 0 53
00000 0 54
00000 0 55
00000 0 56
00000 0 57
00000 0 58
00000 0 59
00000 0 60
00000 0 61
00000 0 62
00000 0 63
00000 0 64
00000 0 65
00000 0 66
00000 0 67
00000 0 68
00000 0 69
00000 0 70
00000 0 71
00000 0 72
00000 0 73
00000 0 74
00000 0 75
00000 0 76
00000 0 77
00000 0 78
00000 0 79
00000 0 80
00000 0 81
00000 0 82
00000 0 83
00000 0 84
00000 0 85
00000 0 86
00000 0 87
00000 0 88
00000 0 89
00000 0 90
00000 0 91
00000 0 92
00000 0 93
00000 0 94
00000 0 95
00000 0 96
00000 0 97
00000 0 98
00000 0 99
00000 0 100

```

FIGURA 5.4

DIAGRAMA RANGO-MEDIA DE LA SERIE BANCOS BAJO LA TRANSFORMACION $\lambda = 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0$
 (CON DATOS ESTANDARIZADOS)
 GRUPOS DE 12 OBSERVACIONES, A PARTIR DE LA OBSERVACION 1

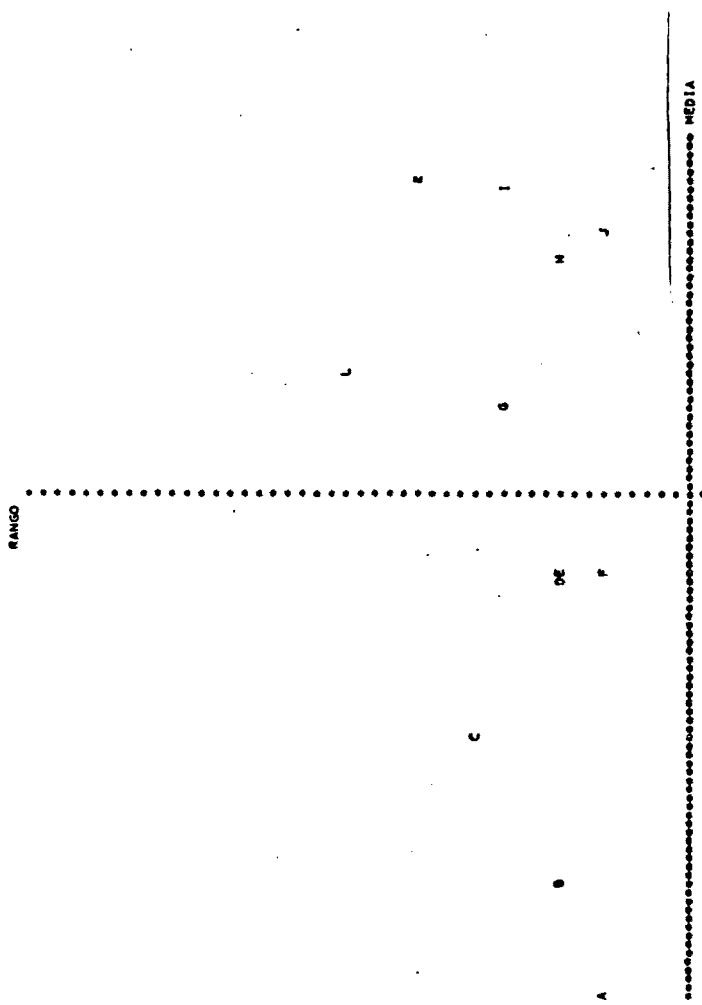


FIGURA 5.5

$\nabla \text{Ln } B_t$, que presenta un gráfico (Fig. 5.6) en el que parece que la serie sea estacionaria, pues no presenta tendencia evidente y su media es cercana a cero, $\mu = 0,009$.

La desviación típica de la media, $\sigma_\mu = 0,007$. Por tanto, $\pm 2 \sigma_\mu$ forma un intervalo que integra a μ , por lo que se deduce que la serie tiene media nula.

El gráfico de C. A. S. (Fig. 5.7) y el de coeficientes de autocorrelación parcial (C. A. P.) (Fig. 5.8) de esta transformación no presentan, aparentemente, estructura semejante a alguno de los modelos teóricos vistos en el capítulo III.

Por ello se podría concluir que habiéndose obtenido una transformación estacionaria, no existe ningún modelo, siendo el resultado alcanzado lo que se denomina un "paseo aleatorio".

$$\nabla \text{Ln } B_t = a_t$$

Sin embargo, observando los C. A. S. de orden 12, 24 y 36, se ve que presentan una estructura de decaimiento muy poco amortiguada, siendo significativos los dos primeros y por escaso margen no lo es el último.

Esto lleva a concluir que existe una estacionalidad anual pues las observaciones están autocorrelacionadas con otras separadas entre sí, 12, 24 y 36 períodos de tiempo, es decir, 1, 2 y 3 años respectivamente.

La forma de destruir esta correlación estacional es tomando una diferencia de orden estacional que en este caso tiene una amplitud de 12 meses, por tanto, $S=12$.

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE BANCOS BAJO LA TRANSFORMACION λ LAMDA=0.1 DE $\sigma=0.5$

• : INTERVALO DE CONFIANZA
 • : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.16725

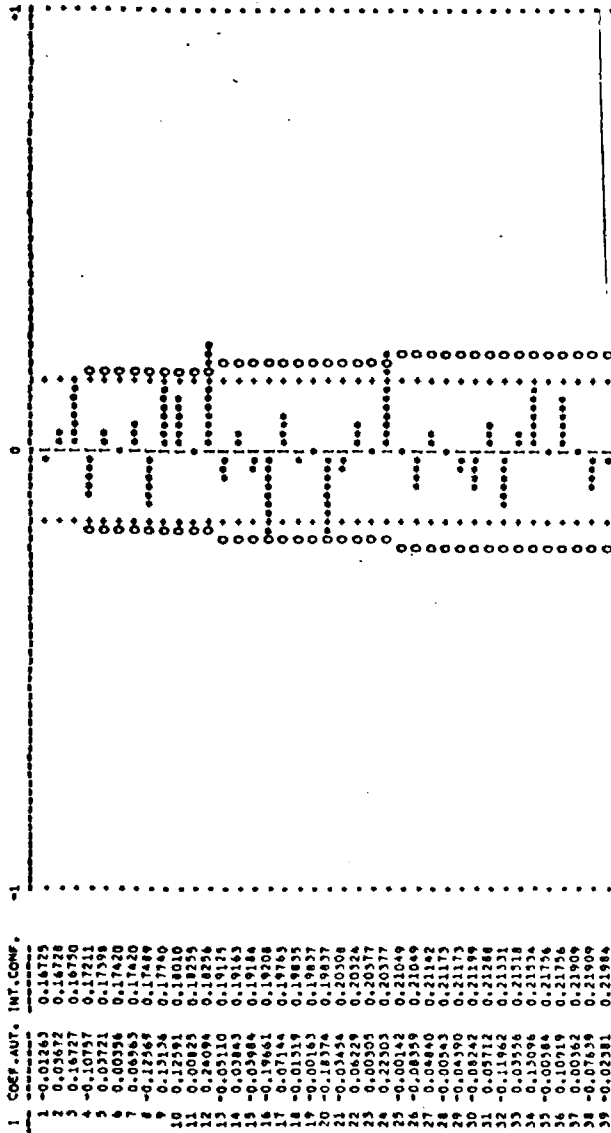


FIGURA 5.7

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE BANCOS BAJO LA TRANSFORMACION $\lambda = 0,0 - 1,02 = 0,5 - 0$

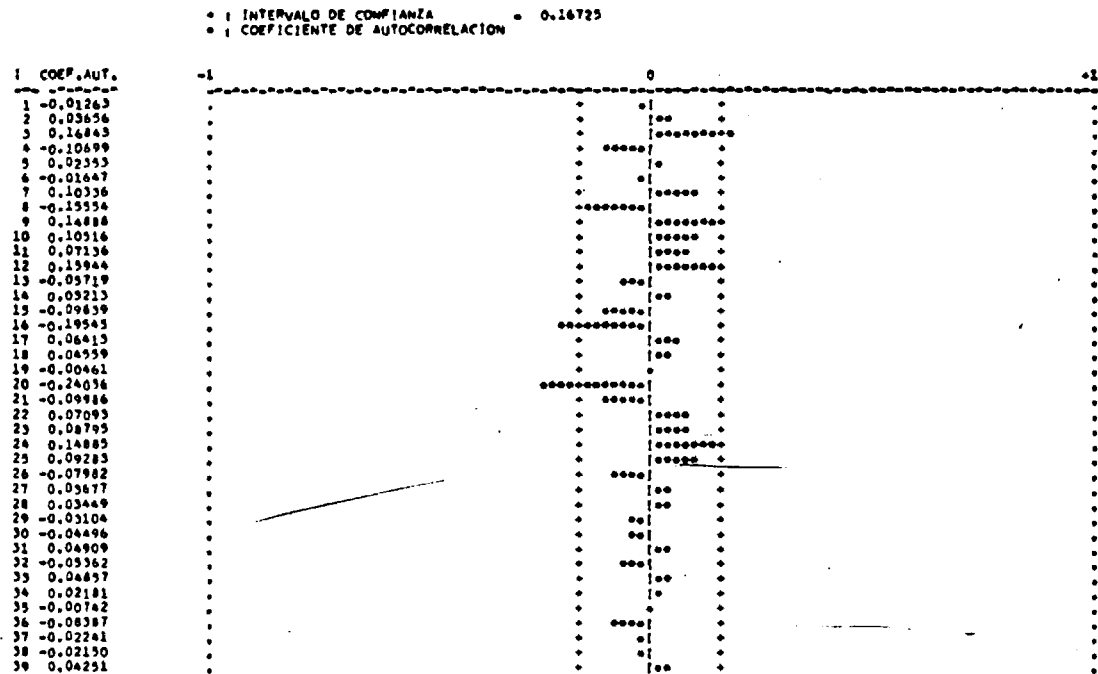


FIGURA 5.8

Se tomará antes, para ir agotando todas las posibles combinaciones de diferenciación, la transformación con una sola diferencia anual, esto es, $\lambda = 0$, $d = 0$, $D = 1$, $S = 12$.

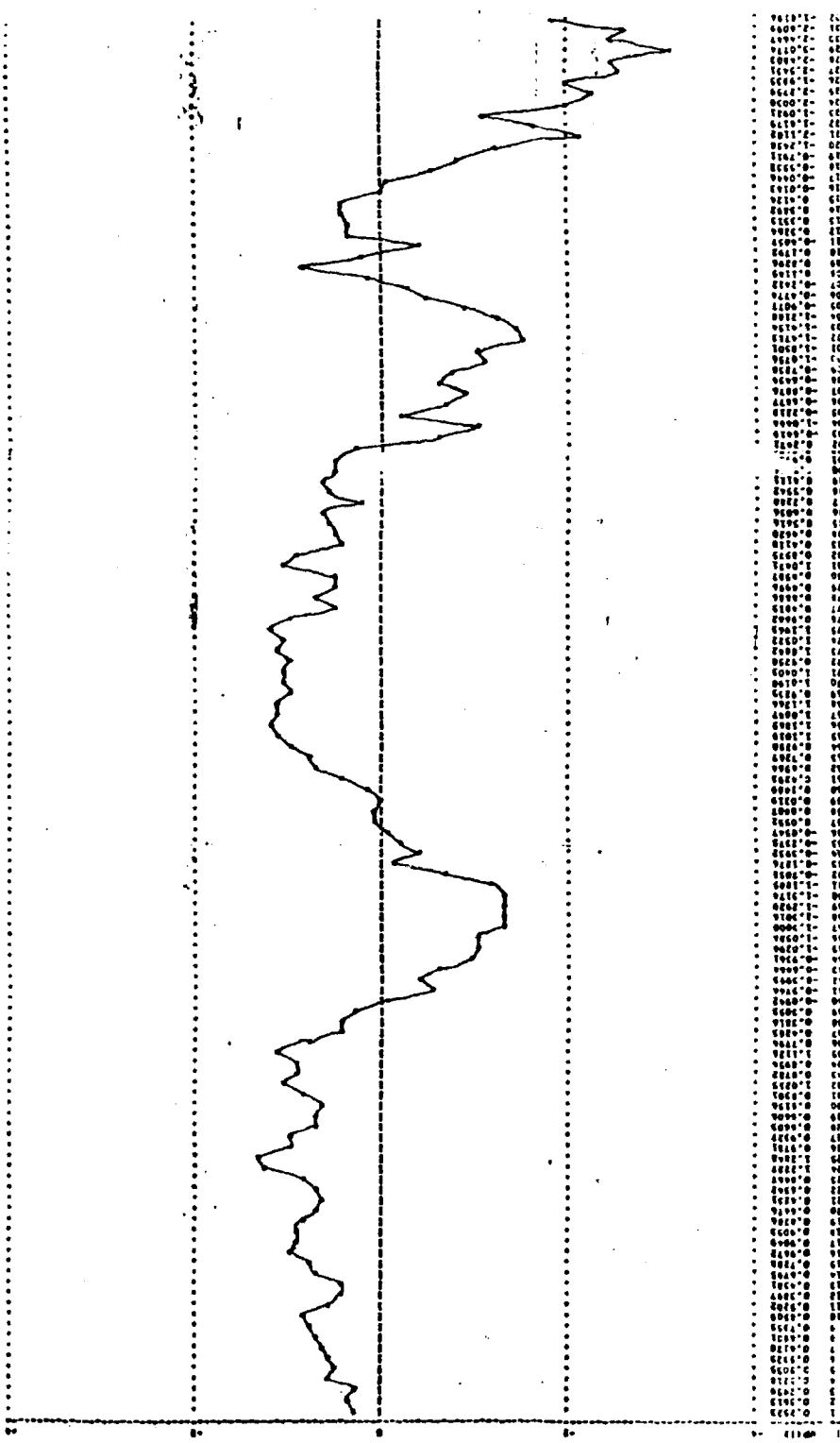
El gráfico que representa esta transformación, $\nabla_{12} \ln B_t$, (Fig. 5.9) tiene una configuración muy típica, pues es la misma que gran número de series económicas bajo la misma transformación, en la que se ve con bastante claridad, como la serie deambula alrededor de su media.

La deambulación es una prueba manifiesta de falta de estacionaridad, supuesto que viene corroborado por su gráfico de C. A. S. (Fig. 5.10) que muestra un decaimiento sinusoidal poco amortiguado.

Por tanto, se pasa a la transformación $\lambda = 0$, $d = 1$, $D = 1$, $S = 12$, es decir, $\nabla \nabla_{12} \ln B_t$, cuyo gráfico (Fig. 5.11) parece estacionario, si bien, puede haber indicios de falta de estacionaridad en su parte central al presentar síntomas de deambulación, ya que desde la observación 35 a la 45, ambas inclusive, son todas negativas, a excepción de la 42, pasando inmediatamente a ser todas positivas hasta la 66, con solo 3 negativas.

Por su parte los gráficos de C. A. S. (Fig. 5.12) y C. A. P. (Fig. 5.13) presentan estructura solo en su parte estacional. Los C. A. P. de orden 12, 14 y 36 pueden tener un decaimiento exponencial en sus valores absolutos, si bien, el de orden 24 debiera ser un poco mayor, mientras que en los C. A. S. solo se observa el coeficiente de orden 12 fuertemente significativo.

Supuesto que la serie sea estacionaria, dada la configura-



9819	0	27
9820	0	27
9821	0	27
9822	0	27
9823	0	27
9824	0	27
9825	0	27
9826	0	27
9827	0	27
9828	0	27
9829	0	27
9830	0	27
9831	0	27
9832	0	27
9833	0	27
9834	0	27
9835	0	27
9836	0	27
9837	0	27
9838	0	27
9839	0	27
9840	0	27
9841	0	27
9842	0	27
9843	0	27
9844	0	27
9845	0	27
9846	0	27
9847	0	27
9848	0	27
9849	0	27
9850	0	27
9851	0	27
9852	0	27
9853	0	27
9854	0	27
9855	0	27
9856	0	27
9857	0	27
9858	0	27
9859	0	27
9860	0	27
9861	0	27
9862	0	27
9863	0	27
9864	0	27
9865	0	27
9866	0	27
9867	0	27
9868	0	27
9869	0	27
9870	0	27
9871	0	27
9872	0	27
9873	0	27
9874	0	27
9875	0	27
9876	0	27
9877	0	27
9878	0	27
9879	0	27
9880	0	27
9881	0	27
9882	0	27
9883	0	27
9884	0	27
9885	0	27
9886	0	27
9887	0	27
9888	0	27
9889	0	27
9890	0	27
9891	0	27
9892	0	27
9893	0	27
9894	0	27
9895	0	27
9896	0	27
9897	0	27
9898	0	27
9899	0	27
9900	0	27

FIGURA 5.9

--- : INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17408
 * : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

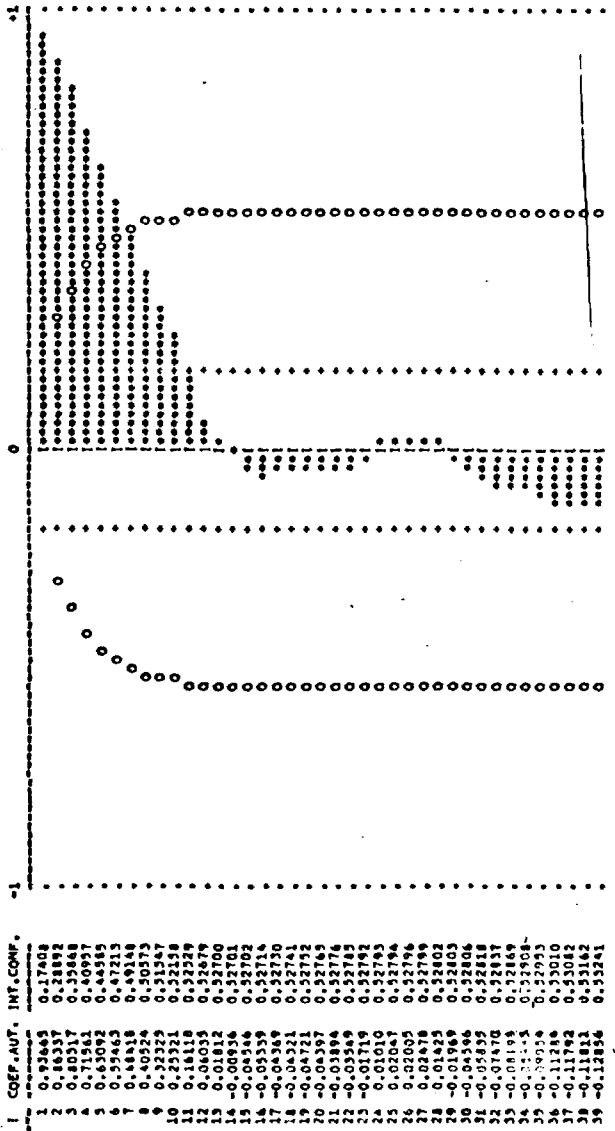
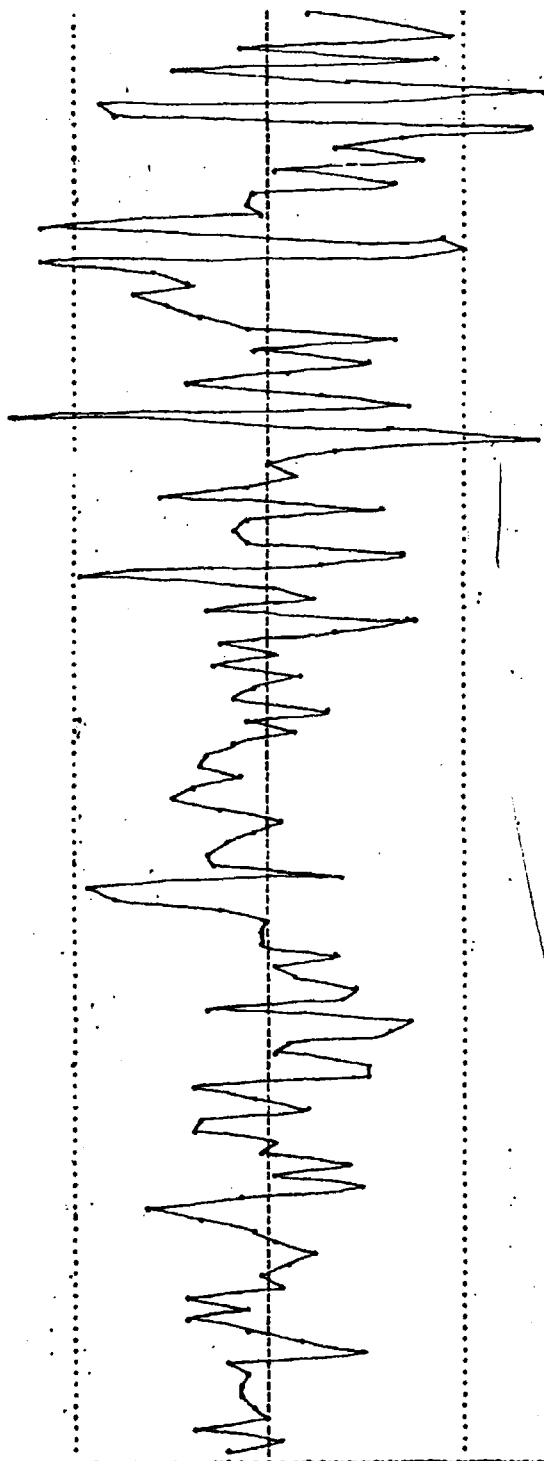


FIGURA 5.10

029



0000	0000	0000	0000
0001	0001	0001	0001
0002	0002	0002	0002
0003	0003	0003	0003
0004	0004	0004	0004
0005	0005	0005	0005
0006	0006	0006	0006
0007	0007	0007	0007
0008	0008	0008	0008
0009	0009	0009	0009
0010	0010	0010	0010
0011	0011	0011	0011
0012	0012	0012	0012
0013	0013	0013	0013
0014	0014	0014	0014
0015	0015	0015	0015
0016	0016	0016	0016
0017	0017	0017	0017
0018	0018	0018	0018
0019	0019	0019	0019
0020	0020	0020	0020
0021	0021	0021	0021
0022	0022	0022	0022
0023	0023	0023	0023
0024	0024	0024	0024
0025	0025	0025	0025
0026	0026	0026	0026
0027	0027	0027	0027
0028	0028	0028	0028
0029	0029	0029	0029
0030	0030	0030	0030
0031	0031	0031	0031
0032	0032	0032	0032
0033	0033	0033	0033
0034	0034	0034	0034
0035	0035	0035	0035
0036	0036	0036	0036
0037	0037	0037	0037
0038	0038	0038	0038
0039	0039	0039	0039
0040	0040	0040	0040
0041	0041	0041	0041
0042	0042	0042	0042
0043	0043	0043	0043
0044	0044	0044	0044
0045	0045	0045	0045
0046	0046	0046	0046
0047	0047	0047	0047
0048	0048	0048	0048
0049	0049	0049	0049
0050	0050	0050	0050
0051	0051	0051	0051
0052	0052	0052	0052
0053	0053	0053	0053
0054	0054	0054	0054
0055	0055	0055	0055
0056	0056	0056	0056
0057	0057	0057	0057
0058	0058	0058	0058
0059	0059	0059	0059
0060	0060	0060	0060
0061	0061	0061	0061
0062	0062	0062	0062
0063	0063	0063	0063
0064	0064	0064	0064
0065	0065	0065	0065
0066	0066	0066	0066
0067	0067	0067	0067
0068	0068	0068	0068
0069	0069	0069	0069
0070	0070	0070	0070
0071	0071	0071	0071
0072	0072	0072	0072
0073	0073	0073	0073
0074	0074	0074	0074
0075	0075	0075	0075
0076	0076	0076	0076
0077	0077	0077	0077
0078	0078	0078	0078
0079	0079	0079	0079
0080	0080	0080	0080
0081	0081	0081	0081
0082	0082	0082	0082
0083	0083	0083	0083
0084	0084	0084	0084
0085	0085	0085	0085
0086	0086	0086	0086
0087	0087	0087	0087
0088	0088	0088	0088
0089	0089	0089	0089
0090	0090	0090	0090
0091	0091	0091	0091
0092	0092	0092	0092
0093	0093	0093	0093
0094	0094	0094	0094
0095	0095	0095	0095
0096	0096	0096	0096
0097	0097	0097	0097
0098	0098	0098	0098
0099	0099	0099	0099
0100	0100	0100	0100

FIGURA 5.11

• INTERVALO DE CONFIANZA
 ○ COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.17ATA

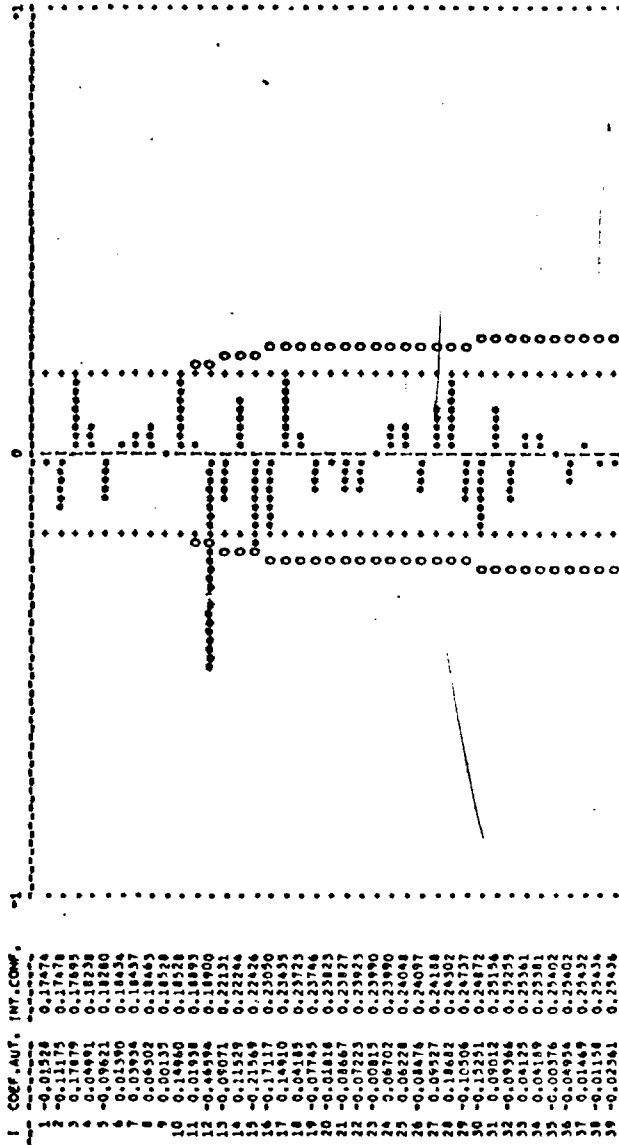


FIGURA 5.12

224

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE BANCOS BAJO LA TRANSFORMACION: $\lambda = 0.017474$

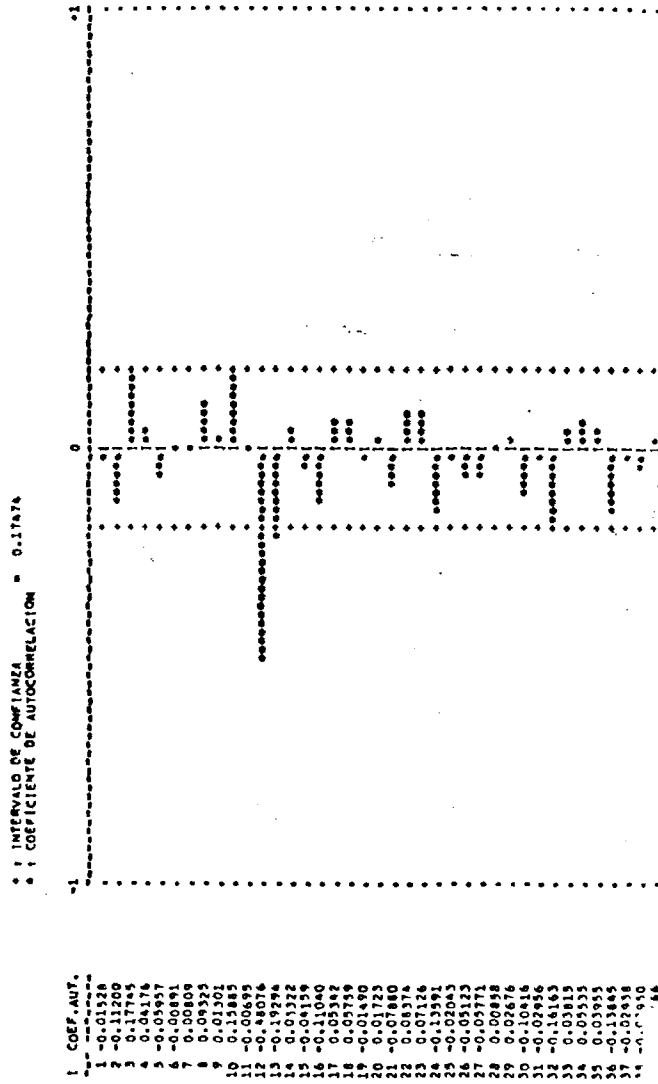


FIGURA 5.13

ción de los C.A.S. y los C.A.P. se podría pensar en un modelo MA(1) estacional.

Como tiene diferencias, el nombre completo del modelo sería IMA (1, 0)(1, 1). Este sería el primer modelo que se estimará y comprobará en las siguientes fases.

Por si esta transformación no fuera realmente estacionaria y se pudiera encontrar otra mejor, se tomará una segunda diferencia mensual, que en primer lugar, se efectuará sin ninguna estacional.

Se estará en el caso, pues, de $\lambda = 0, d=2, D=0$.

El gráfico de $\sqrt{t} \ln B_t$, (Fig. 5.14) también parece estacionario, habiendo desaparecido los pequeños síntomas de deambulación que presentaba la transformación anterior.

Los gráficos de sus C.A.S. (Fig. 5.15) y C.A.P. (Fig. 5.16) presentan estructura de MA(1) ya que los C.A.P. muestran decaimiento exponencial en los valores absolutos de los coeficientes de los primeros ordenes, aunque con irregularidades, mientras que el C.A.S de primer orden es fuertemente significativo en relación a los demás.

Por tanto, el modelo indicado por esta estructura, como tiene dos diferencias, será un IMA (2, 1).

Sin embargo, hay dos consideraciones que hacer sobre esta transformación: 19) El C.A.S. de primer orden es 0,52 lo que podría indicar sobrediferenciación al ser mayor de 0,5. 29) Se observa que los C.A.S. de orden 12, 24 y 36, son claramente significativos los dos primeros y casi lo es el último,

! INTERVALO DE CONFIANZA
 ! COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.16788

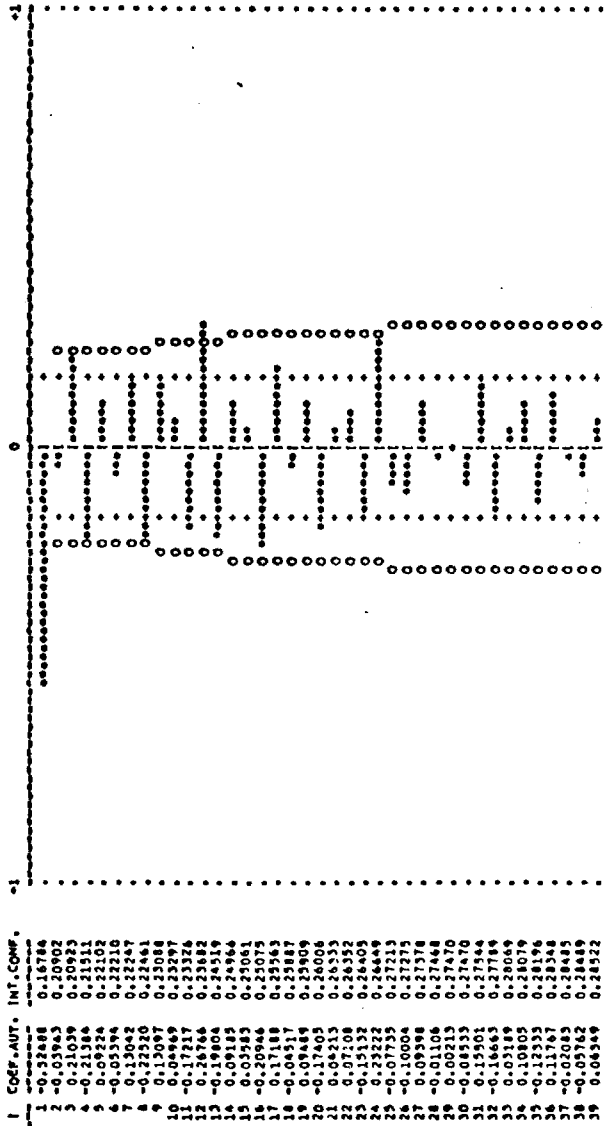


FIGURA 5.15

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE BANCOS BAJO LA TRANSFORMACION I LAMBDA=0.05, D=2, DE=0.35= 0

• : INTERVALO DE CONFIANZA
 • : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.1678*

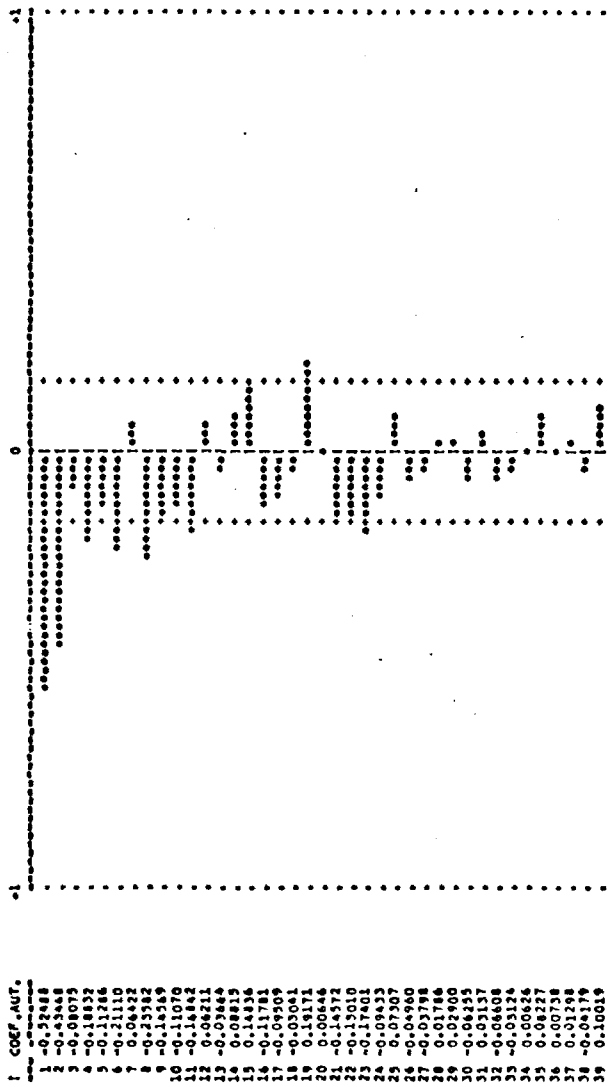


FIGURA 5.16

ofreciendo un decaimiento poco amortiguado. Esto hace pensar que existe un componente estacional que no ha sido eliminado.

Por tanto y ante tales dudas sobre la estacionaridad de la transformación, se pasa a tomar junto a las dos diferencias mensuales últimas, una diferencia estacional.

La nueva transformación a considerar será $\lambda = 0$, $d=2$, $D=1$, $S=12$.

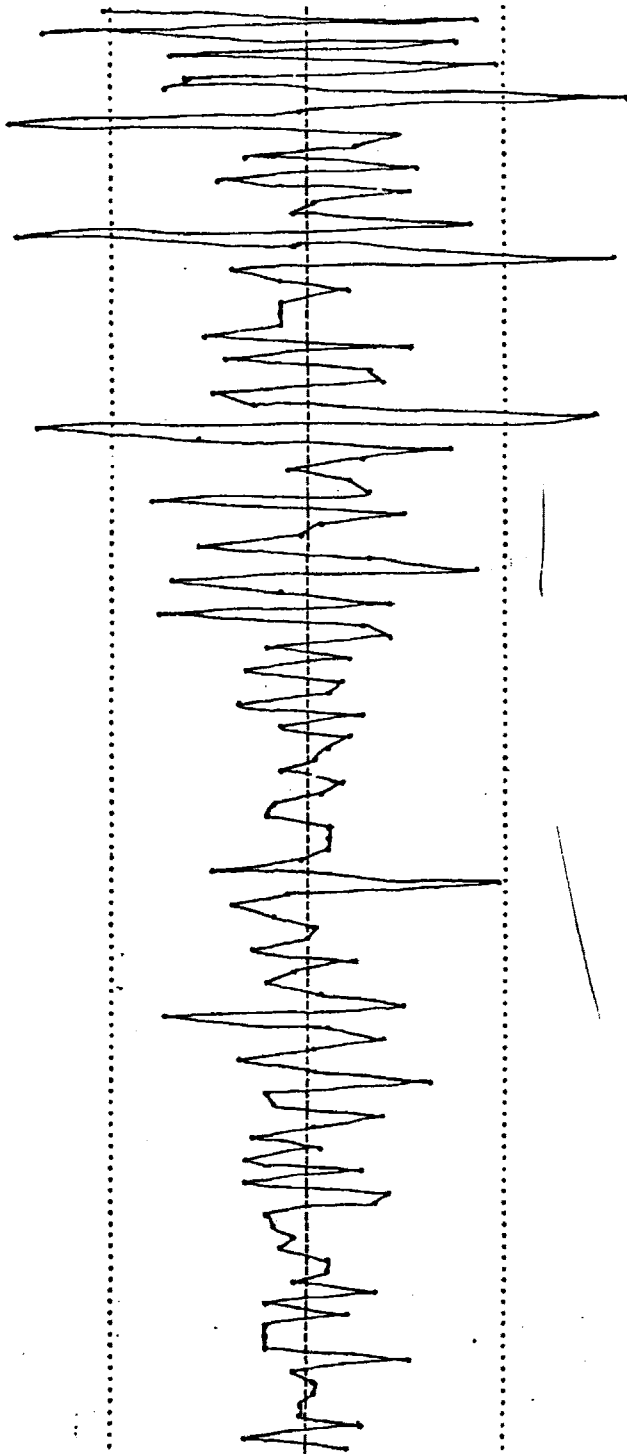
El gráfico de $V^2 V_{12} \ln B_t$ (Fig. 5.17), al igual que los dos anteriores también parece estacionario, sin indicios de deambulación, aunque presentando, quizás, una mayor homocedasticidad en la varianza, que los otros.

En el gráfico de C. A. S. (Fig. 5.18) han desaparecido los síntomas de sobrediferenciación que existían en la Fig. 5.15, pues la interacción mutua entre los coeficientes de orden 1 y 12 hace que los valores de ambos, 0,43 y 0,44 respectivamente, sean relativamente lejanos a 0,5.

Combinando el gráfico de C. A. S. y el de C. A. P. (Fig. 5.19) se pueden observar las posibles estructuras que ambos presentan.

En la parte no estacional, se observa un decaimiento exponencial en los primeros C. A. P., aunque con irregularidades. El C. A. P. de orden 2 es mayor, en valor absoluto, que el de orden 1, lo cual puede ser debido a la fuerte correlación negativa que están ejerciendo pares de valores extremos separados 2 períodos de tiempo como son los conjuntos de observaciones 108-110 y 120-122. Una correlación negativa en este sentido hace al C. A. P. de orden 2 ser, en valor absoluto, mayor de

230



1 001 0 001
 2 002 0 002
 3 003 0 003
 4 004 0 004
 5 005 0 005
 6 006 0 006
 7 007 0 007
 8 008 0 008
 9 009 0 009
 10 010 0 010
 11 011 0 011
 12 012 0 012
 13 013 0 013
 14 014 0 014
 15 015 0 015
 16 016 0 016
 17 017 0 017
 18 018 0 018
 19 019 0 019
 20 020 0 020
 21 021 0 021
 22 022 0 022
 23 023 0 023
 24 024 0 024
 25 025 0 025
 26 026 0 026
 27 027 0 027
 28 028 0 028
 29 029 0 029
 30 030 0 030
 31 031 0 031
 32 032 0 032
 33 033 0 033
 34 034 0 034
 35 035 0 035
 36 036 0 036
 37 037 0 037
 38 038 0 038
 39 039 0 039
 40 040 0 040
 41 041 0 041
 42 042 0 042
 43 043 0 043
 44 044 0 044
 45 045 0 045
 46 046 0 046
 47 047 0 047
 48 048 0 048
 49 049 0 049
 50 050 0 050
 51 051 0 051
 52 052 0 052
 53 053 0 053
 54 054 0 054
 55 055 0 055
 56 056 0 056
 57 057 0 057
 58 058 0 058
 59 059 0 059
 60 060 0 060
 61 061 0 061
 62 062 0 062
 63 063 0 063
 64 064 0 064
 65 065 0 065
 66 066 0 066
 67 067 0 067
 68 068 0 068
 69 069 0 069
 70 070 0 070
 71 071 0 071
 72 072 0 072
 73 073 0 073
 74 074 0 074
 75 075 0 075
 76 076 0 076
 77 077 0 077
 78 078 0 078
 79 079 0 079
 80 080 0 080
 81 081 0 081
 82 082 0 082
 83 083 0 083
 84 084 0 084
 85 085 0 085
 86 086 0 086
 87 087 0 087
 88 088 0 088
 89 089 0 089
 90 090 0 090
 91 091 0 091
 92 092 0 092
 93 093 0 093
 94 094 0 094
 95 095 0 095
 96 096 0 096
 97 097 0 097
 98 098 0 098
 99 099 0 099
 100 100 0 100

FIGURA 5.17

!! INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17541
 *! COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

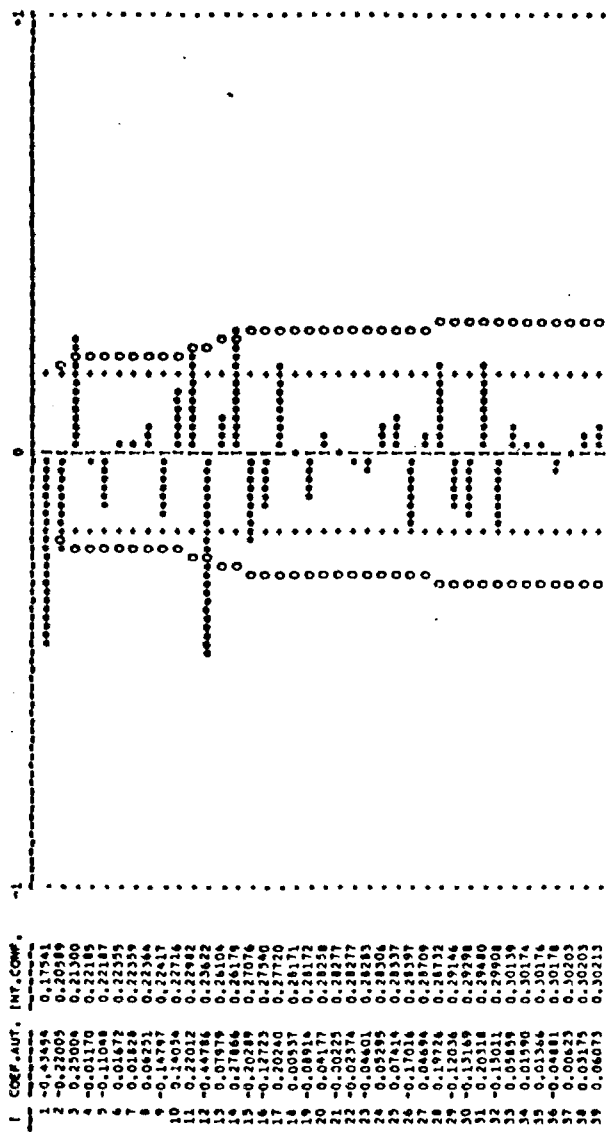


FIGURA 5.18

GRÁFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE BLANCOS BAJO LA TRANSFORMACION I LAMBDA=0, D=2, DE=1, S=12

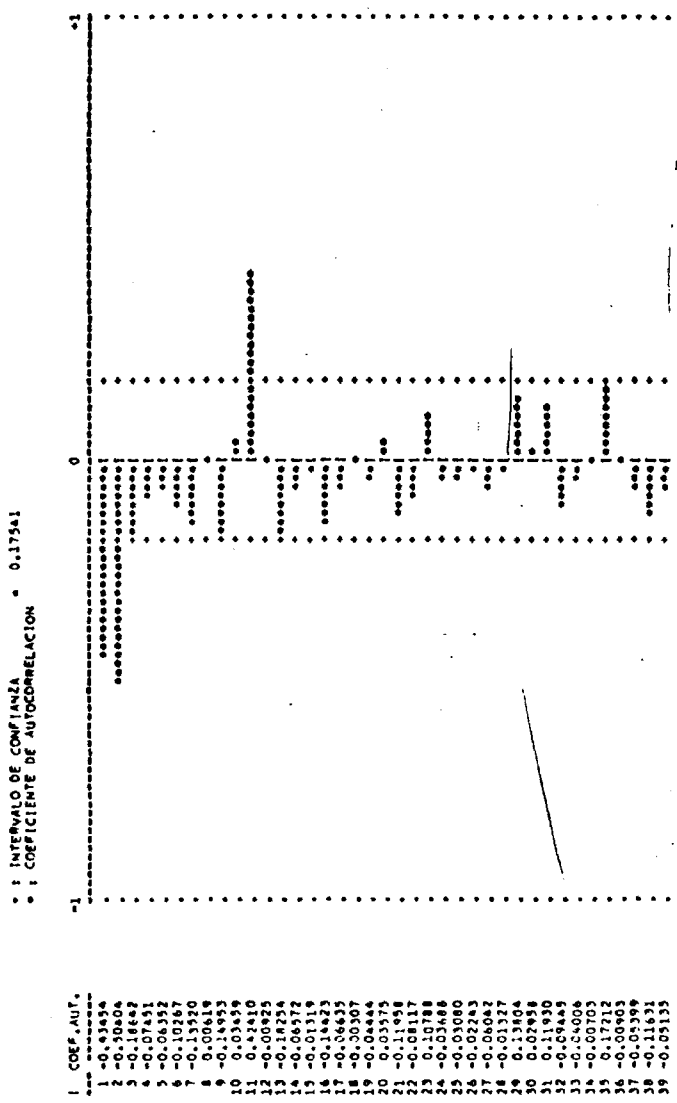


FIGURA 5.19

lo que sería en teoría, si tales pares de valores extremos no existieran.

En los C.A.S., son significativos los tres primeros, destacando el de orden 1 sobre los demás. Se intuye un IMA (2, 1) que a su vez pudiera ser un IMA (2, 2) considerando al C.A.S. de orden 2 suficientemente significativo.

El C.A.S. de orden 3, al ser positivo, no proporciona ninguna información acerca de la existencia de algún modelo.

En la parte estacional, el C.A.S. de orden 12 es considerablemente alto, siendo los de orden 24 y 36 insignificantes, mientras los C.A.P. de orden 12, 24 y 36 no muestran estructuras al ser todos cercanos a cero, si bien son negativos. Si fueran más altos, se podría pensar en un IMA (1, 1), hipótesis que se mantiene hasta ver los resultados de la estimación.

Son dos los modelos a comprobar en esta transformación, un IMA (2, 1) (1, 1) y un IMA (2, 2) (1, 1).

Por tanto, y de todas las identificaciones analizadas, se han obtenido cuatro posibles modelos, con los que se pasaran a su estimación y posterior diagnosis, para comprobar cual o cuales son adecuados, y, en su caso, decidirse por el mejor.

Tales modelos son:

IMA (1, 0) (1, 1)

IMA (2, 1)

IMA (2, 1) (1, 1)

IMA (2, 2) (1, 1)

2.2. PREESTIMACION

La preestimación realizada para cada uno de los cuatro modelos seleccionados como posibles, fué obtenida a través de las tablas, ya citadas, que presentan Box y Jenkins, en donde relacionan los valores teóricos de los parámetros con los valores de los coeficientes de autocorrelación simple mes_{trales}.

Como también se ha dicho anteriormente, estas preestimaciones no sirven sino para unos valores iniciales sobre los cuales empieza a iterar el algoritmo de Marquardt.

Para cada modelo, la preestimación fué:

MODELO IMA (1, 0) (1, 1) : $\Theta_1 = 0,43$

MODELO IMA (2, 1) : $\Theta_1 = 0,60$

MODELO IMA (2, 1) (1, 1) : $\Theta_1 = 0,40$ $\Theta_2 = 0,43$

MODELO IMA (2, 2) (1, 1) : $\Theta_1 = 0,10$ $\Theta_2 = 0,80$ $\Theta_3 = 0,43$

2.3. ESTIMACION

MODELO IMA (1, 0) (1, 1)

El modelo estimado fué:

$$\nabla \nabla_{12} \ln B_t = (1 - 0,816 B^{12}) a_t$$

(0,0419)

siendo 0,0419 el error de estimación del parámetro Θ_1 . Se debe de establecer un contraste para ver si el parámetro estimado

cumple la condición de invertibilidad ($\Theta_1 < 1$) a través de la suma de 2 veces su error de estimación.

Realizando esta operación:

$$0,816 + 2(0,0419) = 0,8998 < 1$$

se puede comprobar como cumple tal condición, por no sobrepasar este valor a la unidad.

Sin embargo, es fundamental en la estimación de este modelo la presencia sistemática de errores de estimación, hasta 10, en el algoritmo de Marquardt, que invalidan los resultados posteriores, debido a una mala especificación del modelo.

Las restantes medidas de precisión del modelo son: La desviación típica de los residuos igual a 0,0639, que al estar la variable en logaritmos significan, en tanto por ciento, el error de previsión, en este caso 6,39% y el coeficiente de determinación, R^2 , igual a 0,365, que multiplicado por cien, expresa el tanto por ciento que de la variación total de la serie viene explicado por el modelo, en este caso 36,5%.

MODELO IMA (2, 1)

El modelo estimado es:

$$\nabla^2 \ln B_t = (1 - 0,967 B) a_t \\ (0,0264)$$

donde 0,0264 es el error de estimación del parámetro Θ_1 . El valor del parámetro es altamente preocupante, por ser muy

cercano a la unidad, lo que pone en peligro la condición de invertibilidad que debe cumplir.

Si bien, el valor del error de estimación está sobreestimado (mayor de lo que realmente es), la suma de 2 veces dicho error al parámetro sobrepasa la unidad.

$$0,967 + 2(0,0264) = 1,0198 > 1$$

Por tanto, no cumple la condición de invertibilidad.

Además, al igual que el anterior modelo, se presentan en la rutina de iteración de estimación del algoritmo de Marquardt errores, esta vez 3, que indican una mala especificación del modelo.

La desviación típica de los residuos es 0,0676 por lo que el error de previsión es 6,76% y el coeficiente de determinación es $R^2 = 0,50$, es decir, una explicación del 50% del total.

El estadístico Q de Box-Pierce que muestra la independencia de los residuos es 54,39, considerablemente mayor que lo permitido para el contraste que es el número de C.A.S. obtenidos, 39, menos el de parámetros a estimar, 1.

$$54,39 > 39 - 1 = 38$$

Pero lo más importante es la aparición en el gráfico de C.A.S. de los residuos de los coeficientes de orden 12, 24 y 36 significativos los dos primeros y positivos todos, que plantean la existencia de una estacionalidad anual no recogida por el modelo.

Por estas circunstancias, este modelo no es en absoluto aceptable.

MODELO IMA (2, 1) (1, 1)

El modelo obtenido es:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } B_t = (1 - 0,953 B) (1 - 0,813 B^{12}) a_t$$

(0,0199) (0,0470)

Aunque los valores de los parámetros son altos, especialmente el primero, la situación es aceptable, ya que en ningún caso, añadiéndoles dos veces sus respectivos errores de estimación, se alcanza la unidad.

$$0,953 + 2 (0,0199) = 0,9928 < 1$$

$$0,813 + 2 (0,0470) = 0,9070 < 1$$

A pesar de que los valores hallados son muy cercanos a la unidad, se aceptan porque, como ya se ha dicho, los errores de estimación están sobreestimados.

El coeficiente de correlación entre los dos parámetros es - 0,4962 que, aunque un poco elevado, no es preocupante.

La desviación típica de los residuos es 0,0642 que al venir el modelo en logaritmos representa, multiplicado por 100, el error de previsión, que será de 6,42%.

El coeficiente de determinación R^2 , es muy bueno: $R^2 = 0,677$. Multiplicándolo por 100, queda 67,7, que es la parte que de la variación total de la serie explica el modelo.

MODELO IMA (2, 2) (1, 1)

El modelo que resulta estimado fué:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } B_t = (1 - 1,007B) (1 + 0,056B^2) (1 - 0,817B^{12}) a_t$$

(0,0723) (0,0864) (0,0458)

donde, a primera vista, se observa la escasa significación que tiene el parámetro Θ_2 en relación con los otros.

La matriz de correlación entre los coeficientes estimados es:

	Θ_1	Θ_2	Θ_1
Θ_1	1,00		
Θ_2	-0,9594	1,00	
Θ_1	-0,1828	0,05147	1,00

que es simétrica, por supuesto, y en la que aparece un coeficiente de correlación, - 0,9594, muy elevado entre Θ_1 y Θ_2 . Un coeficiente de correlación alto entre dos parámetros indica que ambos tienen la misma información, y que la que tiene uno esta contenida en el otro. En este caso la información que tiene Θ_2 está contenida en Θ_1 .

La conclusión es que el modelo está sobreparametrizado, al existir un parámetro Θ_2 que no aporta nada nuevo, por lo que el modelo no es aceptable, debiéndose eliminar tal coeficiente.

La desviación típica de los residuos es 0,0642 y el coeficiente de determinación 0,675.

Conclusión

De las estimaciones de los cuatro modelos se deduce que, en principio, y a falta de la diagnosis, solo es aceptable el modelo IMA (2, 1) (1, 1).

Dado que los demás modelo presentan evidencias suficientes para su eliminación, se hará la diagnosis solo del modelo citado.

Se ha elaborado el Cuadro 5.1 a efectos de facilitar una comparación entre las principales medidas de precisión de los modelos estimados.

CUADRO 5.1

MODELO	∇	R^2	Q	N.It.
$\nabla \nabla_{12} \text{Ln } B_t = (1 - 0,816 B^{12}) a_t$ (0,0419)	0,0639	36,5	28,05	5
$\nabla^2 \text{Ln } B_t = (1 - 0,967 B) a_t$ (0,0264)	0,0676	50,3	54,39	8
$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } B_t = (1 - 0,953 B) (1 - 0,813 B^{12}) a_t$ (0,0199) (0,0470)	0,0642	67,7	29,03	5
$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } B_t = (1 - 1,007 B) (1 + 0,056 B^2) (1 - 0,817 B^{12}) a_t$ (0,0723) (0,0864) (0,0458)	0,0642	67,5	29,49	11

2.4. DIAGNOSIS

La herramienta más importante que se utiliza para proceder a la diagnosis del modelo, es la observación visual de los gráficos de la serie de residuos (Fig. 5.20) y de los C. A. S. (Fig. 5.21) y C. A. P. (Fig. 5.22) de los residuos.

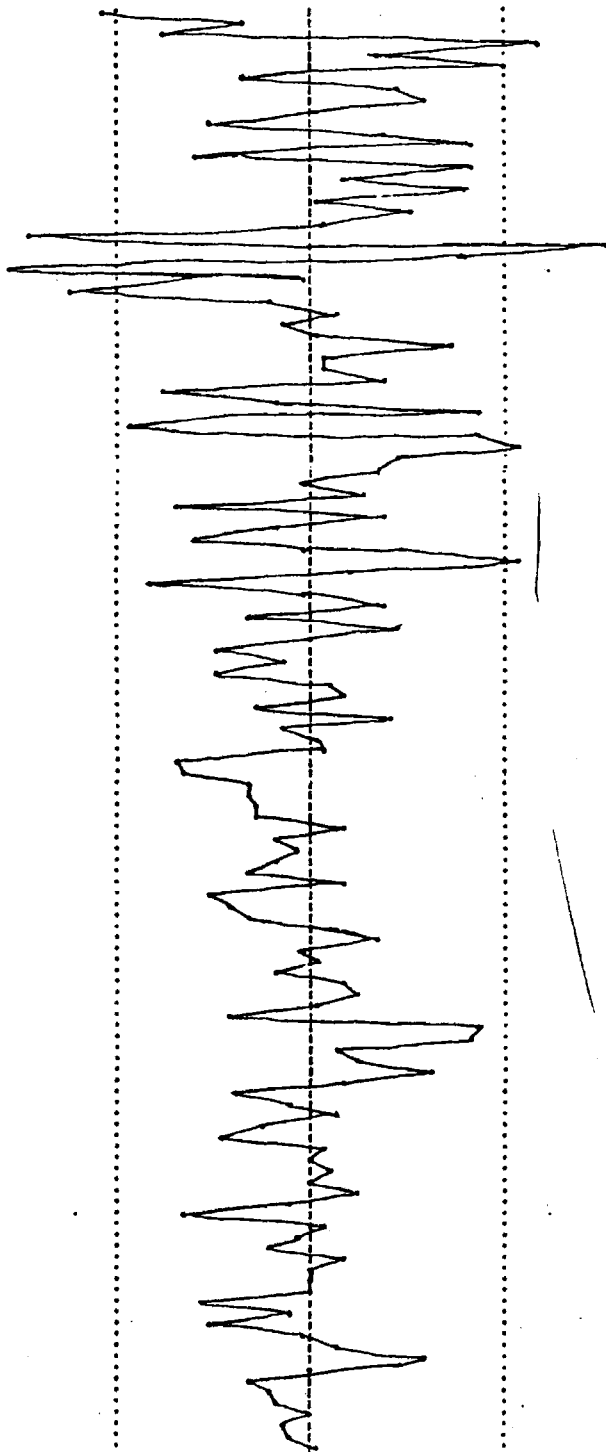
La observación del gráfico de los residuos no presenta evidencia de deambulación, aunque sí de heterocedasticidad (supuesto ya encontrado y aceptado en la transformación sobre la que se ha estimado el modelo)

La serie de residuos tiene, además, un conjunto de valores que exceden el intervalo de ± 2 veces de desviación típica de los residuos, intervalo del 95% supuesta una distribución Normal, que el modelo no explica, para este nivel de confianza. Si se encuentran razones suficientes como para calificar estas observaciones como "anómalas" la validez del modelo se potenciará. La explicación de tales anomalías se hará posteriormente.

Por otro lado, la observación de los gráficos de C. A. S. y C. A. P. no presentan estructura ninguna que hagan invalidar al modelo, al ser, prácticamente todos, no significativos.

El que el C. A. S. de orden 3, sea un poco mayor que los demás, puede ser debido a la influencia positiva que están ejerciendo sobre él observaciones extremas separadas 3 períodos de tiempo, como son los pares de las observaciones 91-94 y sobre todo 107-110, que al tener fuerte correlación positiva hacen mayor de lo que debiera al correspondiente coeficiente.

202



2221 0 011
 2222 0 011
 2223 0 011
 2224 0 011
 2225 0 011
 2226 0 011
 2227 0 011
 2228 0 011
 2229 0 011
 2230 0 011
 2231 0 011
 2232 0 011
 2233 0 011
 2234 0 011
 2235 0 011
 2236 0 011
 2237 0 011
 2238 0 011
 2239 0 011
 2240 0 011
 2241 0 011
 2242 0 011
 2243 0 011
 2244 0 011
 2245 0 011
 2246 0 011
 2247 0 011
 2248 0 011
 2249 0 011
 2250 0 011
 2251 0 011
 2252 0 011
 2253 0 011
 2254 0 011
 2255 0 011
 2256 0 011
 2257 0 011
 2258 0 011
 2259 0 011
 2260 0 011
 2261 0 011
 2262 0 011
 2263 0 011
 2264 0 011
 2265 0 011
 2266 0 011
 2267 0 011
 2268 0 011
 2269 0 011
 2270 0 011
 2271 0 011
 2272 0 011
 2273 0 011
 2274 0 011
 2275 0 011
 2276 0 011
 2277 0 011
 2278 0 011
 2279 0 011
 2280 0 011
 2281 0 011
 2282 0 011
 2283 0 011
 2284 0 011
 2285 0 011
 2286 0 011
 2287 0 011
 2288 0 011
 2289 0 011
 2290 0 011
 2291 0 011
 2292 0 011
 2293 0 011
 2294 0 011
 2295 0 011
 2296 0 011
 2297 0 011
 2298 0 011
 2299 0 011
 2300 0 011

FIGURA 5.20

GRÁFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE RESIDUOS DE BANCOS

• INTERVALO DE COMFIANZA = 0.17543
 • COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.17543

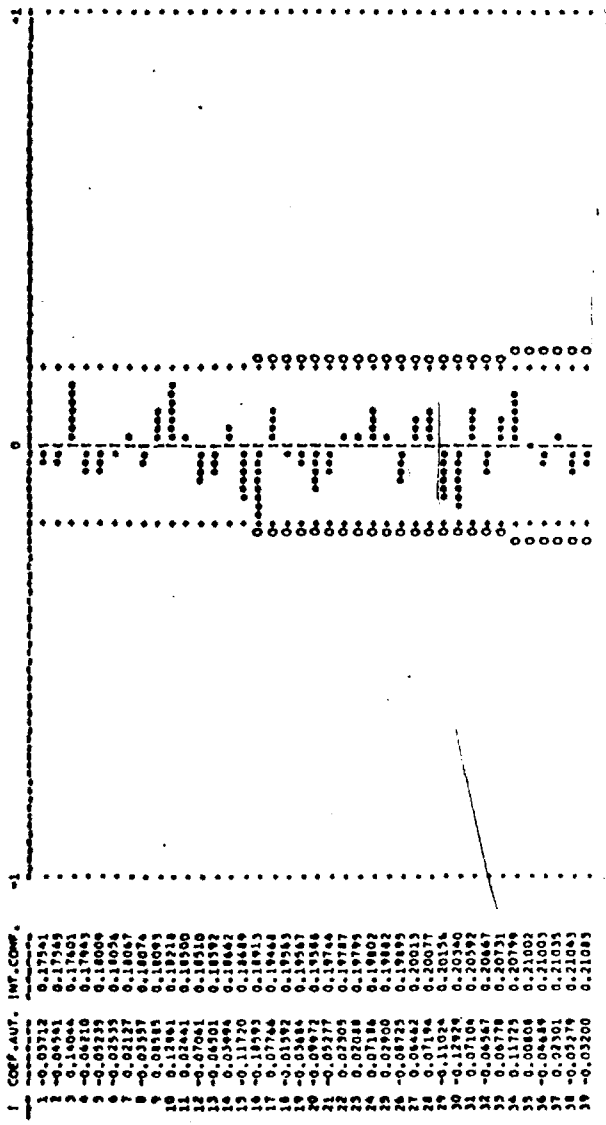


FIGURA 5.21

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE ESTADOS DE SUACOS

* INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17501
 * COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

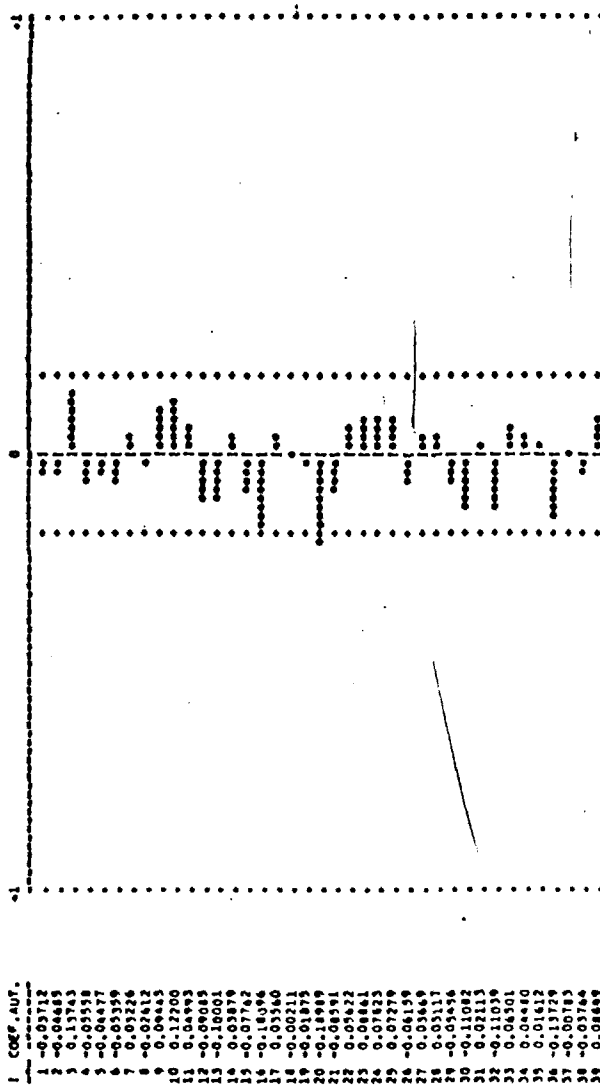


FIGURA 5.22

El que el C. A. S. de orden 16 sea casi significativo no tiene mayor importancia, al no estar en un orden clave.

Así pues, a falta de los contrastes estadísticos, el modelo es aceptable.

La serie tiene una distribución Normal, como lo muestra el histograma pues eliminando las observaciones anómalas queda bastante simétrico.

La comprobación de media nula se hace a través de la elaboración de un test, construyendo un intervalo de ± 2 veces la desviación típica de la media σ_{μ} , que debe incluir el valor de la media μ .

Como $\mu = 0,0025$ y $\sigma_{\mu} = 0,0056$, el intervalo construido (- 0,0112, + 0,0112) incluye a la media, por lo que se acepta la hipótesis de media nula.

La independencia de los residuos viene contrastada por el estadístico Q de Box-Pierce, ya citado, que debe ser menor, para aceptar la hipótesis, que el número de grados de libertad, el cual viene dado por el número de C. A. S. obtenidos menos el número de parámetros estimados en el modelo.

En este caso, el número de C. A. S. obtenidos es 39 (3 veces el período estacional más 3) y el de parámetros estimados 2, por lo que los grados de libertad serán $39 - 2 = 37$.

El Q obtenido es 29,03 menor que 37, por lo que se acepta la hipótesis de independencia.

246

Respecto a la homocedasticidad, la observación visual de la serie es primordial, observándose una cierta falta de homogeneidad en la varianza, tal como ocurría ya en la identificación. Es quizás el punto más débil del modelo, cuya solución solo podría tener lugar con una transformación de la familia Box-Cox más fuerte que la logarítmica. Sin embargo, la imposibilidad física de acceder a transformaciones distintas de $\lambda = 0$ ó $\lambda = 1$ hacen obviar este inconveniente, aceptando los resultados como los mejores.

En un intento de evitar este problema, y dado que los modelos ARIMA son autoadaptativos, se estimó el mismo modelo IMA (2, 1) (1, 1) para la serie trunca da en la observación 118, correspondiente a Noviembre 1.975, a partir de la cual se presentan los problemas de heterocedasticidad.

El modelo resultante fué:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } B_t = (1 - 0,887 B) (1 - 0,806 B^{12}) a_t \\ (0,0463) \quad (0,0427)$$

con un coeficiente de correlación entre los parámetros de - 0,3098 y una desviación típica de los residuos de 0,0519 y un coeficiente de determinación de 0,646.

Los gráficos de C. A. S. y C. A. P. no presentaban estructura evidente y el gráfico de la serie mostraba mayor homocedasticidad.

Los contrastes de independencia (Q = 28, 11) y de media nula eran buenos, así como su histograma, por lo que, incluso, este modelo se podría considerar mejor que el otro.

Asímismo, se intentó el mismo modelo IMA (2, 1) (1, 1) para la última parte de la serie, donde presenta la mayor variabilidad, escogiéndose los últimos 6 años conocidos (72 datos) para darle suficiente longitud.

El modelo obtenido fué:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } B_t = (1 - 0,942 B) (1 - 0,801 B^{12})$$

(0,0395) (0,0647)

siendo el coeficiente de correlación entre los parámetros de - 0,2863, con una desviación típica de los residuos considerablemente alta, de 0,0848, debido a la mayor heterogeneidad de esta parte y un coeficiente de determinación de 0,712.

Al igual que el modelo para la otra parte de la serie, los gráficos de los residuos y de sus C. A. S. y C. A. P. no presentaban estructura aparente, que pudiera rechazar el modelo, así como en los contrastes de independencia - (Q = 26,70), media nula e histogramas se cumplen las condiciones requeridas.

Se demuestra con ello, que el mismo modelo sirve para las dos posibles estructuras que parecen presentarse en la serie completa, con ventajas y desventajas, según los aspectos, para cada uno de ellos.

Con el segundo modelo se consigue perfecta homocedasticidad a costa de un incremento considerable de su desviación típica, mientras con el primero se consigue solo una mayor homocedasticidad perdiendo valores reales de la serie.

Por tanto se escogerá el modelo primitivo, sobre la serie completa para construir la función de previsión, modelo que vendrá reforzado por el análisis de las observaciones anómalas.

Dichas observaciones son las correspondientes a los meses: Noviembre 1.973, Septiembre 1.974, Noviembre 1.975, Enero 1.976, Marzo 1.976, Abril 1.976, Septiembre 1.977 y Diciembre 1.977.

El análisis de estos puntos, se hará, junto con los correspondientes a las restantes series, al final del capítulo, para darle una mayor homogeneidad y conjunción.

2.5. PREVISION

Elegido el IMA (2, 1) (1, 1) como el adecuado, hay que construir la función de previsión que se obtendrá del desarrollo del modelo original.

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } B_t = (1 - \Theta B) (1 - \Theta B^{12}) a_t \quad [5.1]$$

Desarrollando el primer miembro de la expresión se tendrá

$$\begin{aligned} \nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } B_t &= \nabla^2 (\text{Ln } B_t - \text{Ln } B_{t-12}) = \\ &= \nabla (\text{Ln } B_t - \text{Ln } B_{t-1} - \text{Ln } B_{t-12} + \text{Ln } B_{t-13}) = \\ &= \text{Ln } B_t - \text{Ln } B_{t-1} - \text{Ln } B_{t-1} + \text{Ln } B_{t-2} - \text{Ln } B_{t-12} + \\ &+ \text{Ln } B_{t-13} + \text{Ln } B_{t-13} - \text{Ln } B_{t-14} = \\ &= \text{Ln } B_t - 2 \text{Ln } B_{t-1} + \text{Ln } B_{t-2} - \text{Ln } B_{t-12} + 2 \text{Ln } B_{t-13} \\ &- \text{Ln } B_{t-14} \end{aligned} \quad [5.2]$$

y el segundo miembro

$$(1 - \Theta B) (1 - \Theta B^2) a_t = a_t - \Theta a_{t-1} - \Theta^2 a_{t-2} + \Theta^3 a_{t-3} \quad [5.3]$$

Sustituyendo en [5.3]

$$\begin{aligned} a_t &= \text{Ln } u_t \\ a_{t-k} &= \text{Ln } u_{t-k} \end{aligned} \quad [5.4]$$

e igualando [5.3] a [5.2], en el cual se ha despejado $\text{Ln } Z_t$

$$\begin{aligned} \text{Ln } B_t &= 2 \text{Ln } B_{t-1} - \text{Ln } B_{t-2} + \text{Ln } B_{t-12} - 2 \text{Ln } B_{t-13} + \\ &\text{Ln } B_{t-14} + \text{Ln } u_t - \Theta \text{Ln } u_{t-1} - \Theta^2 \text{Ln } u_{t-2} + \Theta^3 \text{Ln } u_{t-3} \end{aligned}$$

de donde

$$\text{Ln } B_t = \text{Ln} \left[\frac{B_{t-1}^2 B_{t-12} B_{t-14}}{B_{t-2} B_{t-13}} \frac{(u_{t-13})^{\Theta^3} u_t}{(u_{t-12})^\Theta (u_{t-1})^\Theta} \right] \quad [5.5]$$

Eliminando los logaritmos e incrementando los subíndices de [5.5] en una unidad para obtener los valores de B_{t+1} en función de los anteriores conocidos

$$B_{t+1} = \frac{B_t^2 B_{t-11} B_{t-13}}{B_{t-1} B_{t-12}} \frac{(u_{t-12})^{\Theta^3} u_{t+1}}{(u_{t-11})^\Theta (u_{t-1})^\Theta} \quad [5.6]$$

donde B_{t+1} será el valor de la variable en el instante $t+1$ desconocido, o lo que es lo mismo, la previsión hecha en el instante t a horizonte un período de tiempo, que se llamará $\hat{B}_t(1)$

Por otra parte $u_{t+1} = 1$ ya que

$$u_{t+1} = e^{at+1} = e^0 = 1 \quad [5.7]$$

por ser a_{t+1} la perturbación del período $t+1$, desconocida, por lo que se sustituye por su esperanza matemática que es $E(a_{t+1}) = 0$, según [3.6]

Ordenando adecuadamente [5.6]

$$\hat{B}_t(1) = B_t \frac{B_t}{B_{t-1}} \frac{B_{t-11}}{B_{t-12}} \frac{B_{t-13}}{B_{t-12}} \left(\frac{u_{t-12}}{u_t} \right)^{\Theta} \left(\frac{u_{t-12}}{u_{t-11}} \right)^{\Theta} \quad [5.8]$$

Como se puede observar, si llevamos el término B_t al primer miembro, esta expresión indica que el incremento porcentual que se produce en el período inmediatamente siguiente, está en función de los incrementos producidos en el período inmediatamente anterior, del producido hace 11 períodos y de la inversa del producido hace 12, corregidos por las razones de las perturbaciones separadas los últimos 12 períodos y ocurridas hace 12, elevadas respectivamente a los parámetros no estacional y estacional.

Esta función permite obtener la estimación puntual del valor más probable de la variable en el período siguiente, así como, generalizando la expresión, la estimación de cualquier otro valor más alejado en el tiempo.

En este caso, la función de previsión, [5.8], conocidos los valores de los parámetros Θ y Θ , será

$$\hat{B}_t(1) = B_t \frac{B_t}{B_{t-1}} \frac{B_{t-11}}{B_{t-12}} \frac{B_{t-13}}{B_{t-12}} \left(\frac{u_{t-12}}{u_t} \right)^{0,953} \left(\frac{u_{t-12}}{u_{t-11}} \right)^{0,813}$$

Esta es la función que utiliza el programa BJPREV empleado en la Escuela de Organización Industrial de Madrid para generar previsiones de la serie, que en primer lugar se empleó con fines de comprobar la exactitud del modelo.

Así se eliminaron los tres últimos valores conocidos de la serie, correspondientes a los meses de Octubre, Noviembre y Diciembre de 1.977, pidiéndole al modelo que estimara estos tres meses.

Los resultados son los que aparecen en el cuadro 5.2., que contienen unos errores porcentuales respecto a la observación real para cada uno de los meses de

<u>Mes</u>	<u>Desviación</u>
Octubre	- 8,30%
Noviembre	- 3,24%
Diciembre	- 11,73%

Las desviaciones negativas expresan que el valor estimado por el modelo está por debajo del real observado en estos porcentajes respecto a este último.

La media simple de los errores cometidos en valores absolutos para los meses de comprobación, da el error promedio obtenido para el grupo Bancos que es:

$$\text{Error Medio} = \frac{8,30 + 3,24 + 11,73}{3} = 7,76\%$$

La construcción de estas previsiones se han hecho todas

 *** R E S U L T A D O S ***

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1047E 01	0.1024E 01	0.1141F 01	0.1188E 01	0.1235F 01	0.1282E 01	0.1329E 01	0.1376E 01
VARIANZA PREVISION :	0.4120F-02	0.8636F-02	0.1357F-01	0.1493E-01	0.2475E-01	0.3103E-01	0.3780E-01	0.4508E-01
HORIZONTE :	9	10	11	12				
VALORES DE PSI :	0.1423F 01	0.1470F 01	0.1517E 01	0.1751E 01				
VARIANZA PREVISION :	0.5288E-01	0.6122F-01	0.7012F-01	0.7761E-01				

•• VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE ••

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.9%		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
141	1	0.130837E 05	0.115133E 05	0.148072E 05	0.142690E 05	
142	1	0.144728E 05	0.127336F 05	0.163792E 05	0.149574E 05	
143	1	0.140690E 05	0.123803E 05	0.154223F 05	0.159384E 05	+
144	1	0.173064E 05	0.154051F 05	0.198125E 05		

CUADRO 5.2

254
 - 252 -

a horizonte 1, es decir que para cada uno de los meses, se han considerado los valores reales observados hasta el mes inmediatamente anterior. Así, la previsión de Octubre 77 se ha hecho tomando los valores reales hasta Septiembre 77 inclusive, la previsión de Noviembre 77 con todos los valores reales hasta Octubre 77 inclusive y así sucesivamente hasta la previsión de Enero 78 para la cual se consideraron todos los valores reales hasta Diciembre 77.

Además, en el cuadro 5.2, aparecen también los valores de Ψ_j obtenidos a partir del sistema [3.68] y de la ecuación [3.69] que permiten obtener el valor de la varianza del error de previsión $e_t(1)$ a horizonte 1.

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_t(1)) &= (1 + \Psi_1^2 + \Psi_2^2 + \dots + \Psi_{1-1}^2) \sigma_a^2 = \\ &= \left(1 + \sum_{j=1}^{1-1} \Psi_j^2\right) \sigma_a^2 \end{aligned}$$

donde σ_a^2 es la varianza de los residuos del modelo.

Estos valores de la varianza de previsión, que también están en el cuadro, posibilitan la construcción de intervalos de confianza al nivel que se desee.

Los intervalos, contruidos alrededor del valor estimado para la variable a horizonte 1, $\hat{B}_t(1)$, son de la forma

$$B_{t+1}(\pm) = \hat{B}_t(1) \pm K \left(1 + \sum_{j=1}^{1-1} \Psi_j^2\right)^{1/2} \sigma_a$$

donde σ_a es la desviación típica de los residuos y K es el factor proporcionado por una Normal (0, 1) para cada determinado nivel de confianza.

El nivel de confianza elegido es el del 95%, pudiéndose observar que el valor real correspondiente a Diciembre de 1.977, excede del intervalo.

La explicación de este fenómeno es que la observación de este mes, es anómala, como ya se pudo comprobar en el gráfico de residuos del modelo elegido, en el que el último valor conocido sobrepasaba el intervalo entonces construido.

En el cuadro 5.3 aparecen las previsiones para valores desconocidos de la serie, con un horizonte de previsión de hasta 12 períodos.

Las previsiones están hechas tomando como origen el último dato conocido, Diciembre 77 y se extienden para los 12 meses del año 78. Dado que los datos reales de los meses de 1.978 son desconocidos, el modelo toma los valores estimados como reales para aquellos no conocidos por lo que conforme se aleja la previsión del origen se van acumulando los errores de cada uno de los períodos previstos.

Por tanto, a medida que se aumenta el plazo de previsión, se incrementa el error de previsión.

Asimismo, en este cuadro, aparecen los valores de Ψ_i , idénticos a los del cuadro 5.2, necesarios para construir los intervalos de confianza, que en este caso, están elaborados para un nivel de confianza del 95%.

De igual forma, se han construido intervalos de confianza para otros niveles de probabilidad, tales como el 50% y el 99%

 ** R E S U L T A D O S **

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1047E 01	0.1094E 01	0.1141F 01	0.1188E 01	0.1235E 01	0.1282E 01	0.1329E 01	0.1376E 01
VARIANZA PREVISION :	0.4120E-02	0.4636E-02	0.1357E-01	0.1493E-01	0.2475E-01	0.3103E-01	0.3780E-01	0.4508E-01

HORIZONTE :	9	10	11	12
VALORES DE PSI :	0.1423E 01	0.1470E 01	0.1517E 01	0.1751F 01
VARIANZA PREVISION :	0.5288E-01	0.6122E-01	0.7012E-01	0.7961E-01

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITE DE 0.95 INFERIOR	LIMITE DE 0.95 SUPERIOR	VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
144	1	0.175064E 05	0.154051F 04	0.198125F 05		
144	2	0.181258E 05	0.150424F 05	0.216535E 05		
144	3	0.172522E 05	0.136380F 05	0.215302F 05		
144	4	0.168763E 05	0.127658E 05	0.218921F 05		
144	5	0.167780E 05	0.121749F 05	0.225564F 05		
144	6	0.164680F 05	0.114405F 05	0.229006F 05		
144	7	0.158118E 05	0.105992F 05	0.227124E 05		
144	8	0.156458E 05	0.100898F 05	0.231918F 05		
144	9	0.145677E 05	0.909998F 04	0.222663F 05		
144	10	0.141248E 05	0.843476E 04	0.222487E 05		
144	11	0.143371E 05	0.835309F 04	0.238868E 05		
144	12	0.140998E 05	0.775400F 04	0.235555E 05		

- 255 -

CUADRO 5.3

que aparecen en los cuadros 5.4 y 5.5 respectivamente, en los que se puede comprobar como a medida que se aleja el horizonte de previsión el intervalo se abre en menor o mayor grado.

 ** R E S U L T A D O S **

HORIZONTE : 1 2 3 4 5 6 7 8
 VALORES DE PSI : 0.1047E 01 0.1094E 01 0.1141E 01 0.1188E 01 0.1235E 01 0.1282E 01 0.1329E 01 0.1376E 01
 VARIANZA PREVISION : 0.4120E-02 0.4636E-02 0.1357E-01 0.1803E-01 0.2475E-01 0.3103E-01 0.3780E-01 0.4508E-01

HORIZONTE : 9 10 11 12
 VALORES DE PSI : 0.1423E 01 0.1470E 01 0.1517E 01 0.1741E 01
 VARIANZA PREVISION : 0.5288E-01 0.6122E-01 0.7012E-01 0.7961E-01

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.50 INFERIOR	LIMITES DE 0.50 SUPERIOR	VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
144	1	0.175064E 05	0.167247E 05	0.182494E 05		
144	2	0.181258E 05	0.164425E 05	0.192240E 05		
144	3	0.172522E 05	0.158307E 05	0.185440E 05		
144	4	0.168763E 05	0.152242E 05	0.183970E 05		
144	5	0.167780E 05	0.148906E 05	0.184426E 05		
144	6	0.164680E 05	0.143841E 05	0.182778E 05		
144	7	0.158118E 05	0.135947E 05	0.177085E 05		
144	8	0.156454E 05	0.132406E 05	0.176730E 05		
144	9	0.145677E 05	0.121334E 05	0.165849E 05		
144	10	0.141244E 05	0.115774E 05	0.162091E 05		
144	11	0.145373E 05	0.117234E 05	0.164059E 05		
144	12	0.140998E 05	0.111842E 05	0.164153E 05		

CUADRO 5.4

 *** RESULTADOS ***

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1047E 01	0.1094E 01	0.1141E 01	0.1188E 01	0.1235E 01	0.1282E 01	0.1329E 01	0.1376E 01
VARIANZA PREVISION :	0.4120E-02	0.4636E-02	0.1357E-01	0.1943E-01	0.2475E-01	0.3103E-01	0.3780E-01	0.4508E-01
HORIZONTE :	9	10	11	12				
VALORES DE PSI :	0.1423E 01	0.1470E 01	0.1517E 01	0.1564E 01				
VARIANZA PREVISION :	0.5284E-01	0.6122E-01	0.7012E-01	0.7961E-01				

•• VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE ••

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PIUNTUAL	LIMITE DE 0.99		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
144	1	0.175064E 05	0.148041E 05	0.206160E 05		
144	2	0.181258E 05	0.142002E 05	0.229177E 05		
144	3	0.172527E 05	0.126878E 05	0.231426E 05		
144	4	0.168763E 05	0.117220E 05	0.239416E 05		
144	5	0.167780E 05	0.110435E 05	0.248672E 05		
144	6	0.164680E 05	0.102927E 05	0.255634E 05		
144	7	0.158118E 05	0.938558E 04	0.256225E 05		
144	8	0.155459E 05	0.884530E 04	0.264547E 05		
144	9	0.145677E 05	0.793990E 04	0.256783E 05		
144	10	0.141248E 05	0.723518E 04	0.259375E 05		
144	11	0.145373E 05	0.708333E 04	0.277953E 05		
144	12	0.140098E 05	0.654310E 04	0.280584E 05		

CUADRO 5.5

3. ELECTRICAS

3.1. IDENTIFICACION

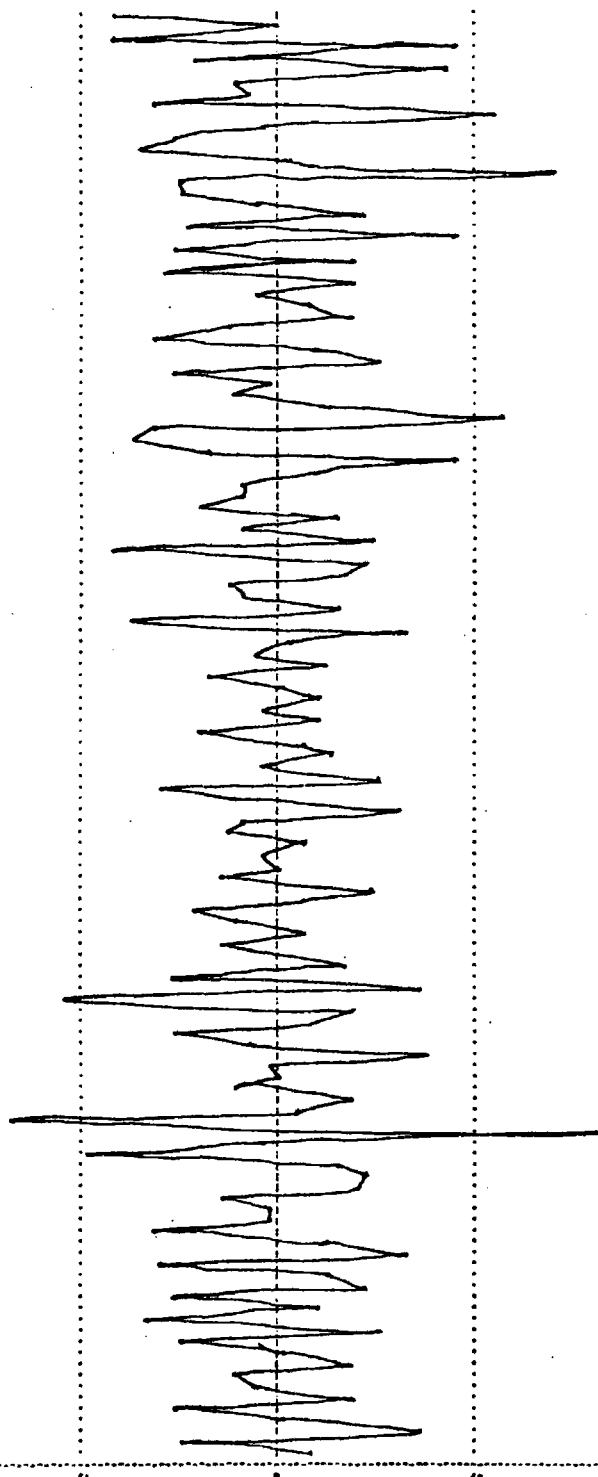
El segundo grupo bursátil que se presenta es el Eléctrico, que se analizará en la serie ELECTRIC, E_t , la cual tiene una configuración similar a la presentada por el grupo Bancos, anteriormente tratado.

En efecto son necesarias las mismas transformaciones sucesivas que en el primer grupo se fueron realizando, encontrándose la transformación $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } E_t$ como preferible sobre las demás.

La figura 5.23 muestra el desarrollo de esta transformación pudiéndose apreciar claramente la existencia de un "hipo" (observación muy alta seguida de otra muy baja o viceversa) en la observación 30, correspondiente al mes de Julio de 1.969. En este mes, la cotización experimenta un alza de casi 20 puntos, pasando de 134,2 en Junio a 153,9 en Julio, hecho no frecuente en la realidad.

La presentación sistemática de tal anomalía en las transformaciones $\nabla \text{Ln } E_t$, $\nabla \nabla_{12} \text{Ln } E_t$ y $\nabla^2 \text{Ln } E_t$, llevan a concluir que, el caso anómalo que tal observación representa, no hace sino distorsionar la estructura subyacente del posible modelo.

Por tanto y como resta suficiente período de análisis para realizar sobre él, un enfoque Box-Jenkins, se trunca la serie en la observación número 43, de la transformación original, quedando de este modo con 101 observaciones la serie a estudiar.



260
10000 001
00000 011
00000 021
00000 031
00000 041
00000 051
00000 061
00000 071
00000 081
00000 091
00000 101
00000 111
00000 121
00000 131
00000 141
00000 151
00000 161
00000 171
00000 181
00000 191
00000 201
00000 211
00000 221
00000 231
00000 241
00000 251
00000 261
00000 271
00000 281
00000 291
00000 301
00000 311
00000 321
00000 331
00000 341
00000 351
00000 361
00000 371
00000 381
00000 391
00000 401
00000 411
00000 421
00000 431
00000 441
00000 451
00000 461
00000 471
00000 481
00000 491
00000 501
00000 511
00000 521
00000 531
00000 541
00000 551
00000 561
00000 571
00000 581
00000 591
00000 601
00000 611
00000 621
00000 631
00000 641
00000 651
00000 661
00000 671
00000 681
00000 691
00000 701
00000 711
00000 721
00000 731
00000 741
00000 751
00000 761
00000 771
00000 781
00000 791
00000 801
00000 811
00000 821
00000 831
00000 841
00000 851
00000 861
00000 871
00000 881
00000 891
00000 901
00000 911
00000 921
00000 931
00000 941
00000 951
00000 961
00000 971
00000 981
00000 991
00000 1001

FIGURA 5. 23

La transformación elegida es la misma que antes, $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } E_t$, cuyo gráfico (Fig. 5.24) no presenta deambulaciones, ni tendencias.

Los gráficos de los C. A. S. (Fig. 5.25) y de los C. A. P. (Fig. 5.26) de esta transformación dan, en principio, la impresión de estructura de IMA (2, 1) (1, 1) si bien la presencia del C. A. S. de orden 24, significativo, puede llevar a otras combinaciones en el ámbito estacional.

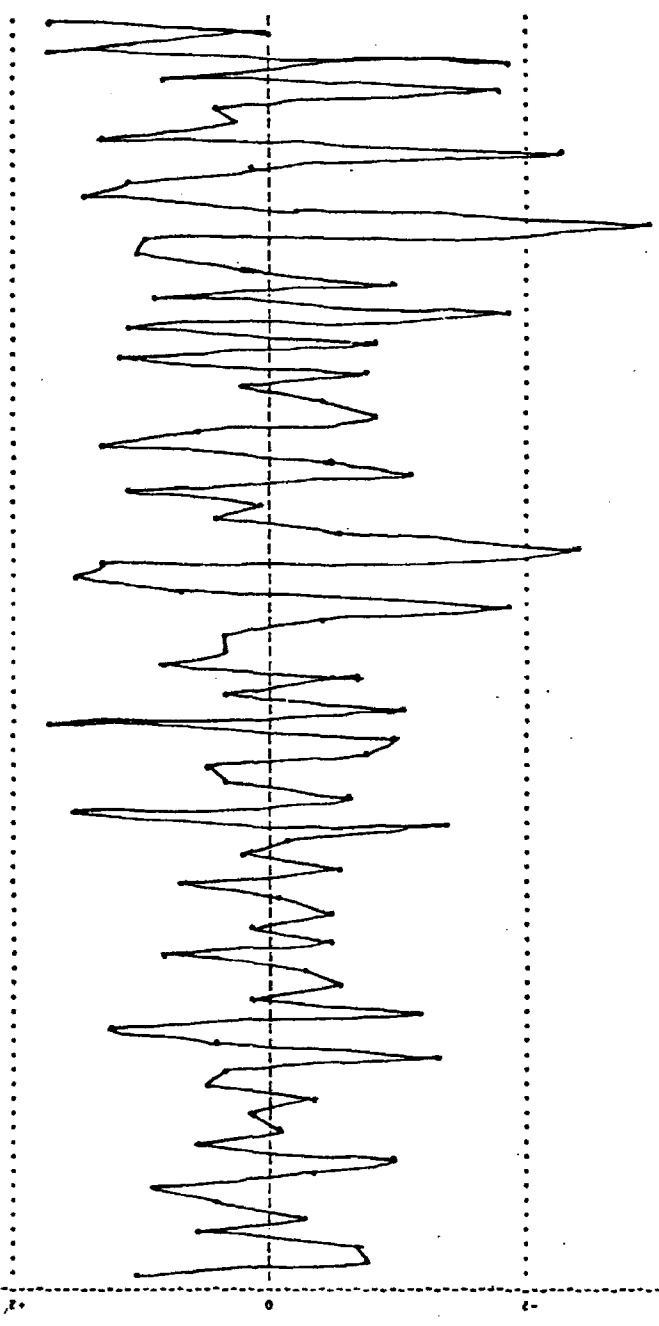
Por otro lado, sorprende la presencia de los C. A. S. y C. A. P. de orden 3, irregularmente altos, si bien, su magnitud, puede ser explicada por el peso de la correlación negativa que tienen los pares de observaciones extremas, 73-76, 75-78, 82-85 y 84-87, separadas entre sí 3 períodos, que los hacen aparecer negativamente mayores de lo que serían, si no existieran tales correlaciones.

Eliminando la importancia que pudieran tener los coeficientes de autocorrelación de orden 3, el modelo a estimar es el IMA (2, 1) (1, 1), para el que se tomaron unas preestimaciones, basándose en la experiencia de la serie anterior, de 0,8 para ambos parámetros, obteniéndose el modelo:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } E_t = (1 - 1,012B) (1 - 0,853 B^{12}) a_t \\ (0,0369) \quad (0,0459)$$

Con estos únicos datos, se puede ya predecir la inadecuación del modelo pues el parámetro no estacional, $\Theta_1 = 1,012$, es mayor que la unidad, no cumpliendo la condición de invertibilidad requerida a los modelos de media móvil.

262



1	1.0578
2	-0.7666
3	-0.7018
4	-0.5532
5	-0.2677
6	0.1880
7	0.8161
8	-0.3202
9	-0.9887
10	-0.5901
11	-0.0397
12	0.1368
13	-0.3137
14	0.4719
15	0.3261
16	-1.3238
17	0.3838
18	1.3238
19	-1.1520
20	-0.1695
21	-0.5651
22	-0.2876
23	0.8113
24	-0.4777
25	0.1267
26	-0.4720
27	-0.0378
28	0.1013
29	-0.5308
30	0.2116
31	-0.1698
32	-1.3781
33	1.4761
34	-0.6337
35	0.3112
36	0.1035
37	-0.1702
38	-0.9810
39	1.6840
40	-1.0092
41	0.3478
42	-0.6306
43	0.7872
44	0.3697
45	0.3566
46	-0.4339
47	-1.8660
48	0.7146
49	1.5292
50	-1.2962
51	-2.3156
52	-0.3156
53	0.4385
54	0.0745
55	1.0808
56	-1.0935
57	-0.4319
58	1.2711
59	0.5181
60	-0.8299
61	-0.4047
62	0.2308
63	-0.2786
64	1.1556
65	-0.8765
66	1.0352
67	-1.8333
68	0.9643
69	-0.9638
70	0.1794
71	1.0058
72	0.9784
73	-2.4907
74	-0.1176
75	1.4411
76	1.0937
77	0.1291
78	-2.2824
79	1.3140
80	0.2895
81	0.4121
82	-1.7878
83	0.8247
84	-1.2686
85	1.6968
86	0.0558
87	1.2135

GRAFICO DE LA SERIE ELECTRIC BAJO LA TRANSFORMACION LANDA=0, D=2, DF=1,5=12
 (CON DATOS STAND-124051)

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE ELECTRIC BAJO LA TRANSFORMACION I LAMDA=0.02, DE=1.5, S12

• : INTERVALO DE COMPIANZA
 * : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.21AAZ

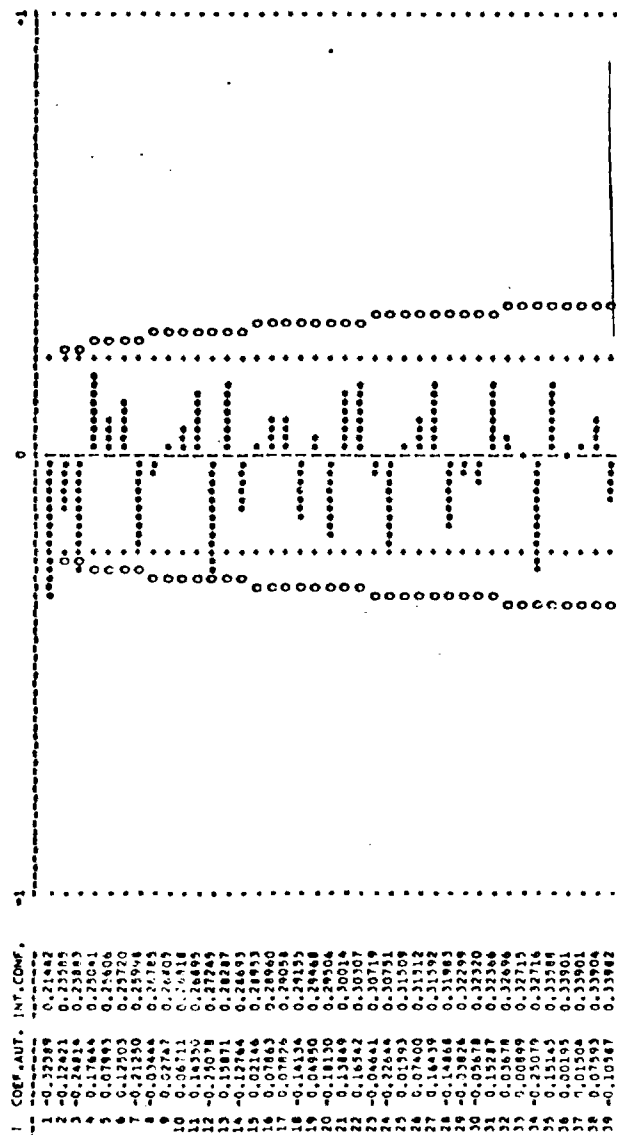


FIGURA 5.25

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE ELECTRIC BAJO LA TRANSFORMACION : $\lambda = 0.2, DE \lambda = 0.5 \text{ a } 1.2$

• : INTERVALO DE CONFIANZA
 ◦ : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION $\alpha = 0.21442$

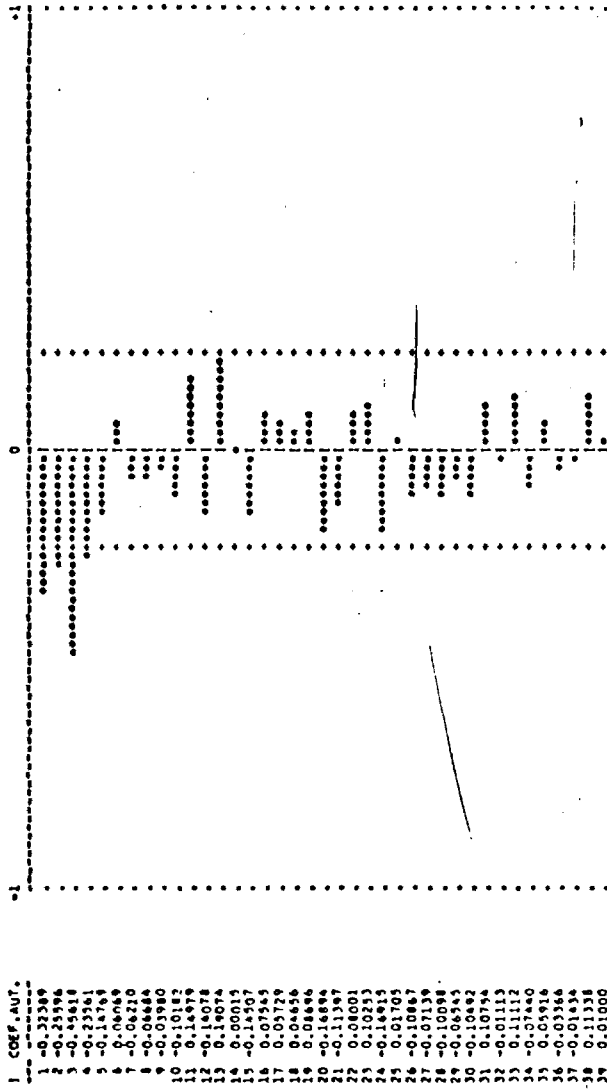


FIGURA 5.26

La correlación entre los coeficientes estimados es - 0,647, bastante alta, lo que contribuye a la mala especificación del modelo.

La desviación típica de los residuos es 0,0468 y el coeficiente de determinación 0,628.

3.2. DIAGNOSIS

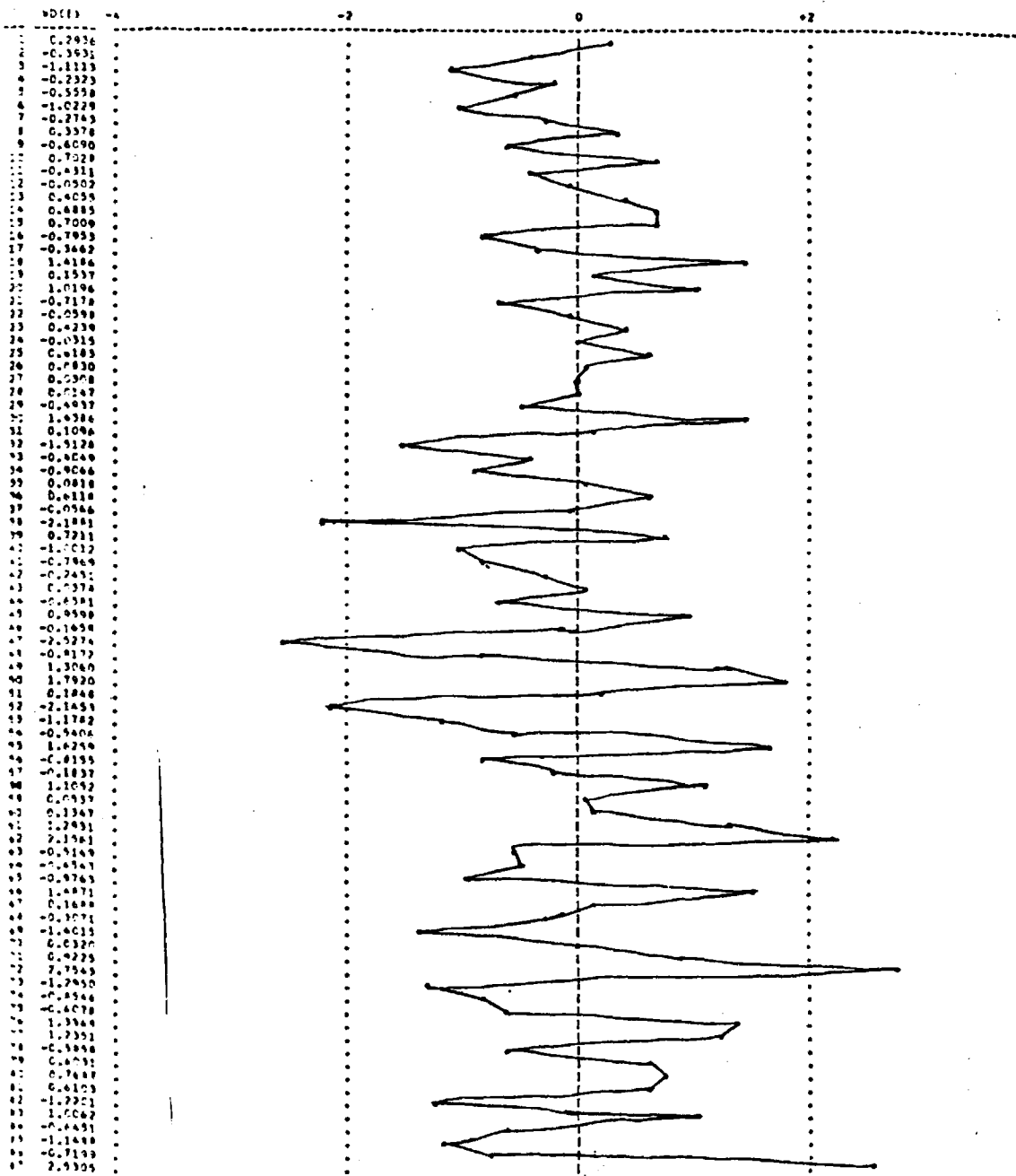
La mala especificación del modelo viene corroborada por la diagnosis del mismo, pues aunque el gráfico de la serie de residuos (Fig. 5.27) no presente síntomas de inadecuación, la observación de los gráficos de los C. A. S. (Fig. 5.28) y C. A. P. (Fig. 5.29) de los residuos muestra la existencia de coeficientes significativos, en retardos importantes, el 2, 3 y 24.

Aunque los residuos tienen media nula, $\mu = -0,00027$, según se puede comprobar, a primera vista, al ser la desviación típica de la media 0,005, de un decimal superior, sin embargo, no son independientes, pues, el estadístico Q de Box-Pierce tiene un valor de 53,68, superior con mucho al número de grados de libertad, 39 menos el número de parámetros del modelo 2, 37.

Rechazado este modelo, por, además de las causas ya expuestas, falta de independencia en los residuos, se pasó a la busca de modelos alternativos, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la diagnosis del anterior.

En primer lugar, los C. A. S. de orden 2 y 3 de los residuos

GRÁFICO DE LA SERIE RESIDUOS DE ELECTRIC
(CON DATOS STANDARDIZADOS)



958

• I INTERVALO DE CONFIANZA = 0.214a2
 • I COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

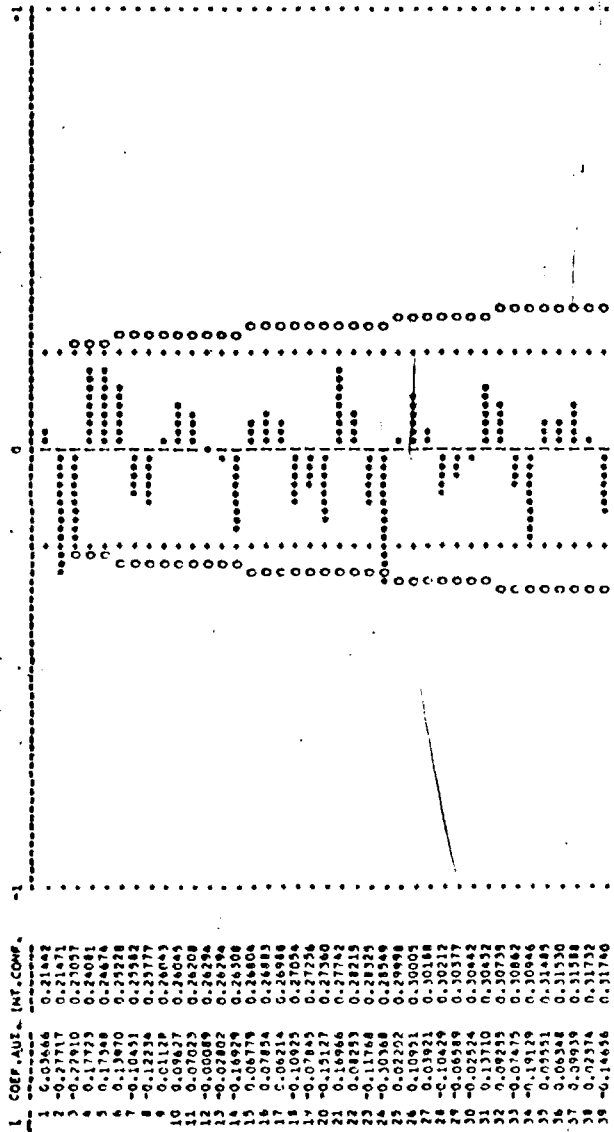


FIGURA 5.28

368

GRAPICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE RESIDUOS DE ELECTRIC

• INTERVALO DE CONFIANZA
 ○ COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.21442

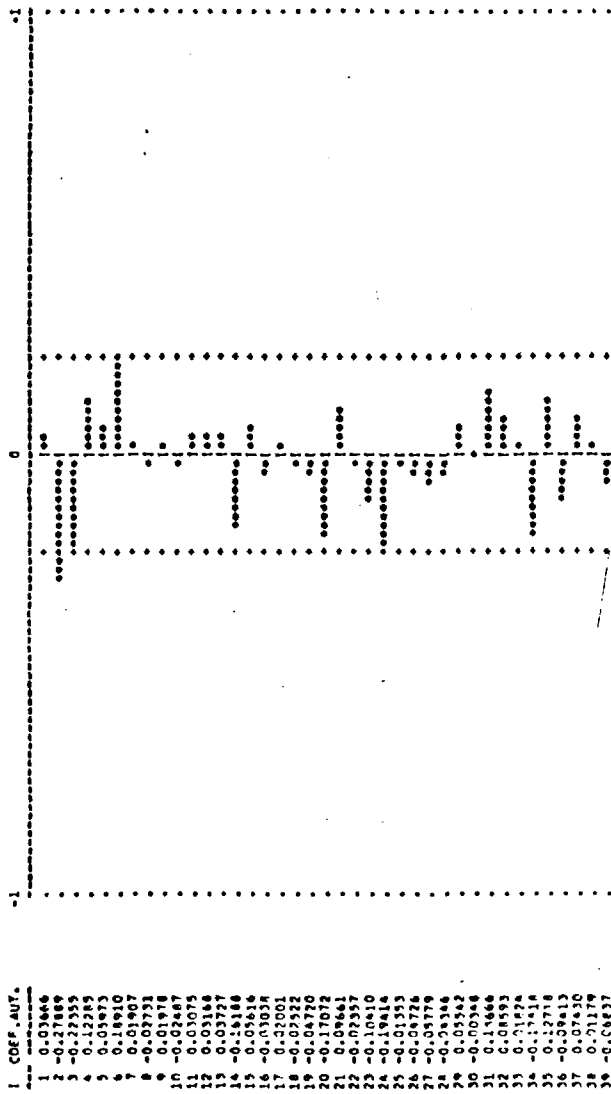


FIGURA 5.29

significativos, podrían llevar a la necesidad de incluir una segunda media móvil no estacional en el modelo. Sería pues un IMA (2, 2) (1, 1).

Estimado este modelo se pudo comprobar el poco nivel de significación del parámetro de la segunda media móvil, $\Theta_2 = 0,121$, así como, el alto grado de correlación existente entre las dos medias móviles, del 87,25%.

Además sus residuos no eran independientes, pues Q era 40,82, y se apreciaba de nuevo, la presencia del C. A. S. de los residuos de orden 24, fuertemente significativo.

Por tanto, el modelo IMA (2, 2) (1, 1) no es aceptable, presentándose los problemas en la parte estacional.

Dado que, tanto el C. A. S. como el C. A. P. de orden 24 de los residuos del IMA (2, 1) (1, 1) son significativos, así como también lo es el C. A. S. de orden 24 de $V^2 \bar{V}_{12} \ln E_t$, que lleva a un posible decaimiento exponencial en los C. A. S., lo más probable es la presencia de un modelo mixto estacional, que bien pudiera tener más de un componente autoregresivo o de media móvil.

Así pues, los modelos a comprobar son ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 1), ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 2) y ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1).

3.3. MODELOS ALTERNATIVOS

ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 1)

El modelo es:

$$(1 - 0,074 B^{12}) \nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } E_t = (1 - 1,007 B) (1 - 0,829 B^{12}) a_t$$

(0,012) (0,007) (0,044)

con una desviación típica de los residuos de 0,0461 y un coeficiente de determinación de 0,629.

El test de independencia de residuos, muestra falta de independencia pues $Q = 59,97$ y el gráfico de C. A. S. tiene, otra vez, el coeficiente de orden 24 fuertemente significativo

Aparte de esto, el modelo no es aceptable porque incumple la condición de invertibilidad del parámetro de media móvil no estacional, $\Theta_1 = 1,007$, mayor que la unidad.

Asimismo, el parámetro autoregresivo estacional tiene muy poca significación en relación con los demás.

ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 2)

El modelo estimado fué:

$$(1 - 0,428 B^{12}) \nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } E_t = (1 - 0,925 B) (1 - 0,04 B^{12}) (1 - 0,66 B^{24}) a_t$$

(0,144) (0,0371) (0,0919) (0,0724)

donde se puede ver la poca significación que tiene la primera media móvil estacional, $\Theta_1 = 0,04$, que hace pensar que el modelo está sobreparametrizado, debiéndose eliminar, dicha media móvil.

De otro lado, tampoco son independientes los residuos, $Q=45,43$.

apareciendo en los gráficos de C.A.S. y C.A.P. de sus residuos, estructura significativa en los coeficientes de orden 12, 24 y 36.

El modelo, por tanto, no puede ser aceptado.

ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1)

El modelo resultante es:

$$(1-0,209B^{12})(1-0,924B^{24})\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } E_t = (1-0,915B)(1-0,635B^{12})a_t$$

(0,106) (0,059) (0,039) (0,084)

La matriz de correlación entre los coeficientes estimados es:

	$\hat{\Phi}_1$	$\hat{\Phi}_2$	$\hat{\Theta}_1$	$\hat{\Theta}_1$
$\hat{\Phi}_1$	1,000			
$\hat{\Phi}_2$	0,077	1,000		
$\hat{\Theta}_1$	-0,184	-0,179	1,000	
$\hat{\Theta}_1$	0,305	0,247	-0,615	1,000

La desviación típica de los residuos es 0,0422 y el coeficiente de determinación 0,713.

Los resultados son buenos, hasta ahora, pues los coeficientes son todos significativos, cumpliendo el $\hat{\Theta}_1$ la invertibilidad y no detectándose grandes niveles de correlación entre los parámetros que pudieran conducir a la hipótesis de sobreparametrización.

El gráfico de los residuos (Fig. 5.30) tiene un desarrollo estacionario sin deambulaciones evidentes, y sus gráficos de C. A. S. (Fig. 5.31) y C. A. P. (Fig. 5.32) no tienen estructura alguna. Ya no hay en los C. A. S. ningún coeficiente significativo y en los C. A. P. lo es solo el de orden 36.

Los contrastes estadísticos ratifican la diagnosis, así, el modelo tiene media nula, pues el intervalo:

$$\left. \begin{array}{l} \mu = -0,0024 \\ \sigma_{\mu} = 0,0045 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Intervalo} \\ (-0,009, +0,009) \end{array}$$

incluye el valor de la media.

En cuanto a la independencia, el valor obtenido para Q es 26,68 menor que los grados de libertad, 39 menos el de parámetros del modelo 4, ó sea 35.

El histograma de los residuos tiene un aspecto Normal.

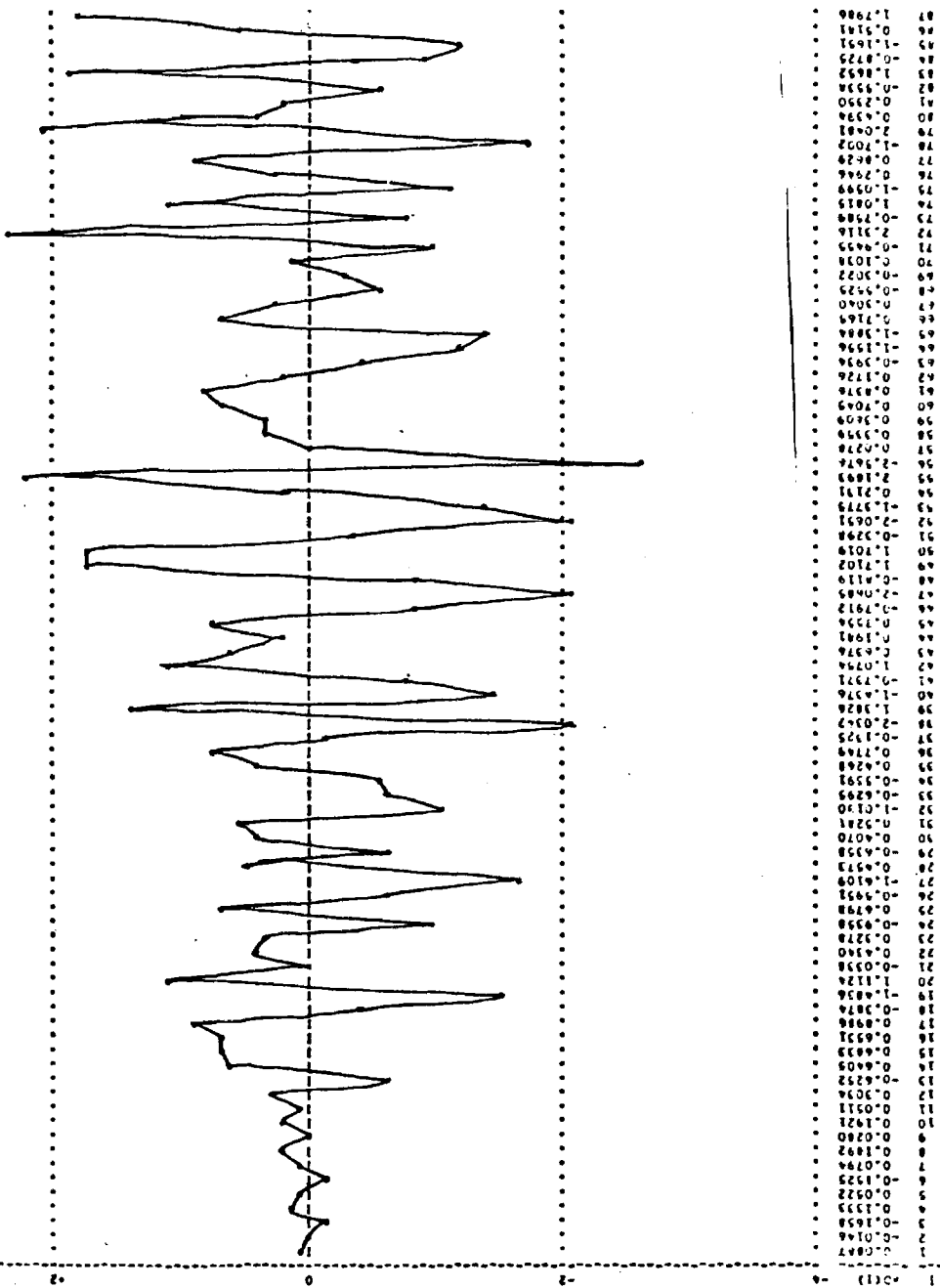
Por tanto, este es el modelo elegido.

Las observaciones que el modelo no explica, dentro de la banda del 95% son las correspondientes a los meses: Noviembre 1.973, Agosto 1.974, Enero 1.975, Abril 1.975, Mayo 1.975, Septiembre 1.976 y Abril 1.977.

La explicación de tales anomalías se hará, como ya se ha dicho, al final del capítulo.

FIGURA 5.30

GRÁFICO DE LA SERIE RESIDUOS DE ELÉCTRIC
 (CON DATOS STANCAINIZADOS)



274

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE RESIDUOS DE ELECTRIC

• INTERVALO DE CONFIANZA
• COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.21887

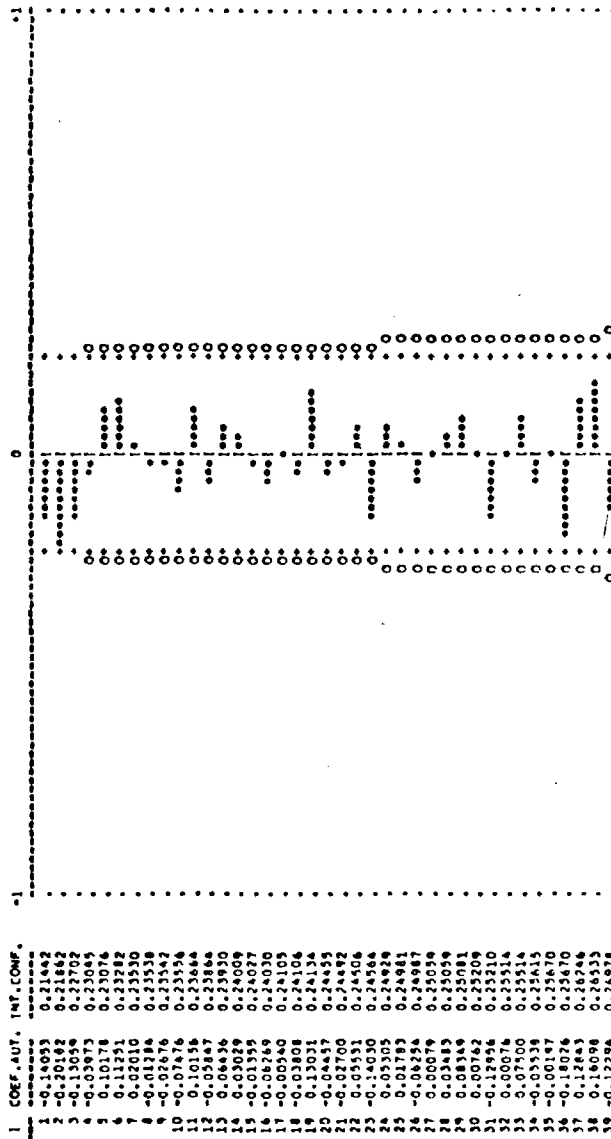


FIGURA 5.31

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE PERIODOS DE ELECTRIC

• : INTERVALO DE CONSTANZA
• : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.21442

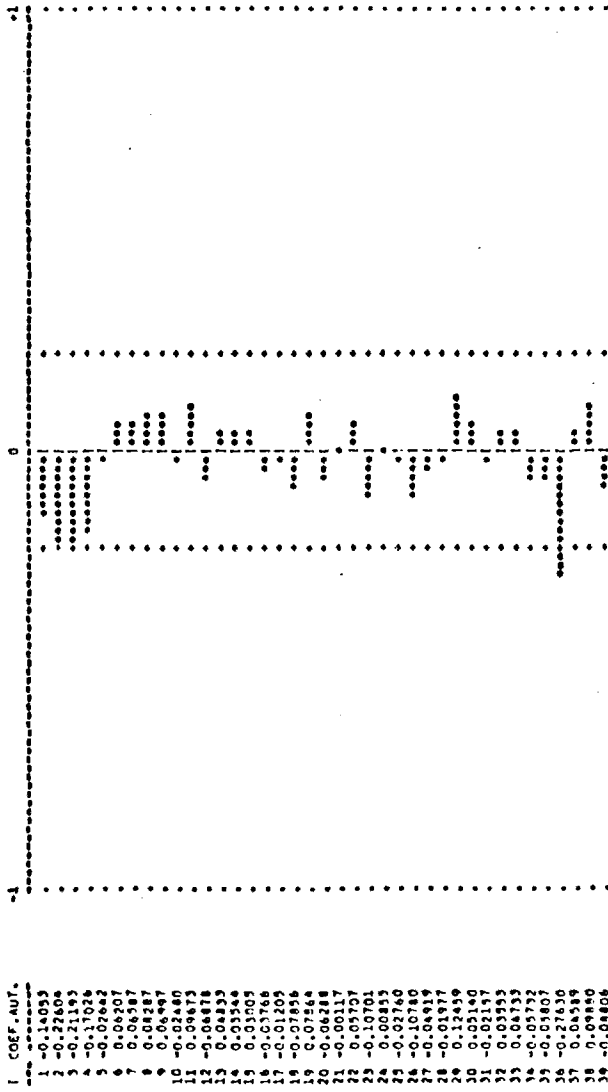


FIGURA 5.32

3.4.1

de previsión se construye a partir del modelo ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1), que por combinar de parámetros con las diferenciaciones, tiene un comportamiento extraordinariamente complejo, motivo por el cual se expone.

Para evaluar la precisión del modelo para las tres últimas observaciones conocidas, las estimaciones realizadas (C) dieron unas desviaciones porcentuales sobre el valor observado:

<u>Mes</u>	<u>Desviaciones</u>
Agosto 77	+ 8,45
Septiembre 77	+ 11,55
Octubre 77	- 16,08

Destacar, el hecho de que las estimaciones correspondientes a los meses de Noviembre y Diciembre, no estén dentro del intervalo de confianza del 95% construido, lo cual corrobora la gran desviación porcentual de dichos meses.

Es evidente que esto ocurra, ya que en el gráfico correspondiente no aparecen como observaciones anómalas, por lo que se les encuentra explicación satisfactoria.

El error medio de previsión cometido en el grupo Eléctrico por media simple de los valores absolutos de los meses comprobados es:

 ** R E S U L T A D O S **

HORIZONTE : 1 2 3 4 5 6 7 8
 VALORES DE PSI : 0.1095E 01 0.1170E 01 0.1258E 01 0.1340E 01 0.1429E 01 0.1510E 01 0.1595E 01 0.1680E 01
 VARIANZA PREVISION : 0.1780E-02 0.1875E-02 0.1932E-02 0.2016E-02 0.2131E-01 0.1993E-01 0.1998E-01 0.2451E-01

HORIZONTE : 9 10 11 12
 VALORES DE PSI : 0.1745E 01 0.1850E 01 0.1935E 01 0.2594E 01
 VARIANZA PREVISION : 0.2954E-01 0.3508E-01 0.4117E-01 0.4784E-01

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
98	1	0.376764E 04	0.344553E 04	0.408880E 04	0.347390E 04	
99	1	0.361882E 04	0.332865E 04	0.392729E 04	0.324399E 04	-
100	1	0.291927E 04	0.258151E 04	0.316377E 04	0.347390E 04	+
101	1	0.361492E 04	0.332504E 04	0.392306E 04		

CUADRO 5.6

$$\text{Error Medio} = \frac{8,45 + 11,55 + 16,09}{3} = 12,03\%$$

En el cuadro 5.7 aparecen las proyecciones de la serie para un horizonte de previsión de 12 períodos adelante, correspondientes a los 12 meses del año 1.978.

 ** R E S U L T A D O S **

HORIZONTE : 1 2 3 4 5 6 7 8

VALORES DE PSI : 0.1085F 01 0.1170E 01 0.1255F 01 0.1340E 01 0.1425E 01 0.1510E 01 0.1595E 01 0.1680E 01

VARIANZA PREVISION : 0.1780E-02 0.3875F-02 0.6312F-02 0.9116F-02 0.1231E-01 0.1593E-01 0.1998E-01 0.2451E-01

HORIZONTE : 9 10 11 12

VALORES DE PSI : 0.1765E 01 0.1850E 01 0.1935F 01 0.2594E 01

VARIANZA PREVISION : 0.2954E-01 0.3508F-01 0.4117F-01 0.4744E-01

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95 INFERIOR	LIMITES DE 0.95 SUPERIOR	VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
101	1	0.361492E 04	0.332506E 04	0.392306E 04		
101	2	0.351978F 04	0.310944E 04	0.396886F 04		
101	3	0.361181E 04	0.308124F 04	0.420709F 04		
101	4	0.360694E 04	0.297774E 04	0.432948E 04		
101	5	0.353064E 04	0.282312F 04	0.436143E 04		
101	6	0.322313E 04	0.249687F 04	0.409490F 04		
101	7	0.300214E 04	0.225301E 04	0.392132E 04		
101	8	0.316640E 04	0.230143E 04	0.425150E 04		
101	9	0.343996E 04	0.242014F 04	0.474715E 04		
101	10	0.308267E 04	0.209333E 04	0.437244F 04		
101	11	0.273786E 04	0.180194E 04	0.399204E 04		
101	12	0.269502E 04	0.171394E 04	0.403973E 04		

CUADRO 5.7

4. ALIMENTACION

4.1. IDENTIFICACION

La serie ALIMENTA, A_t , correspondiente al tercer grupo bursátil, el de Alimentación, presenta un desarrollo similar al de las series anteriormente analizadas, por lo que tampoco aquí se incluirán los gráficos correspondientes a transformaciones no básicas.

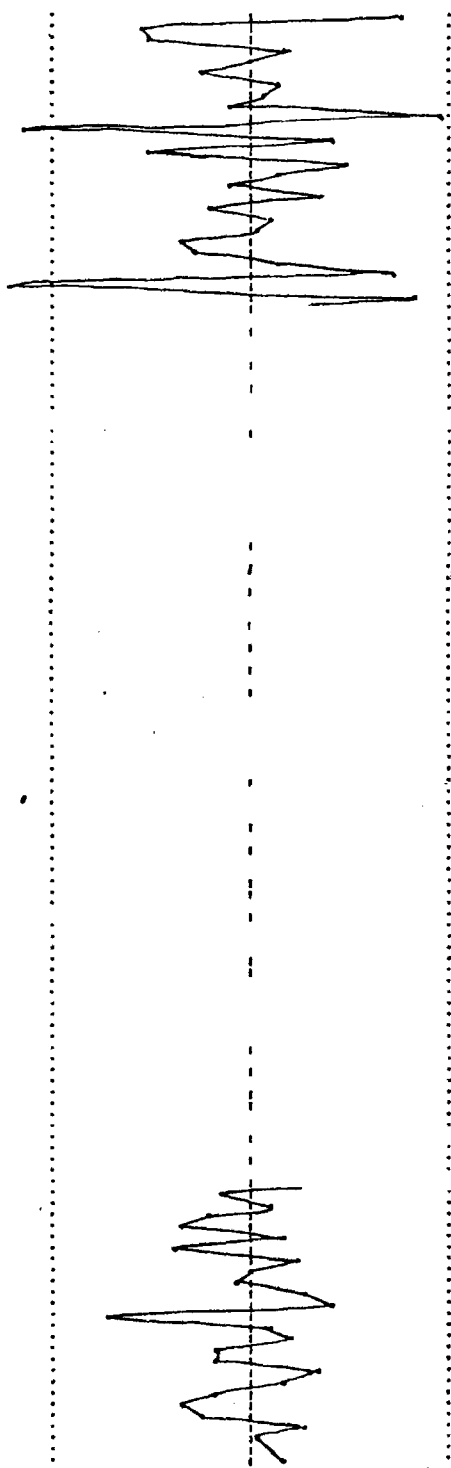
Efectivamente, el desarrollo de A_t es similar al de B_t siendo necesarias las transformaciones $\ln A_t$ y $\nabla \ln A_t$. Si bien, como en las demás series, la decisión sobre esta transformación, en el sentido de seguir diferenciando, es dudosa, en este caso la necesidad de continuar la diferenciación es evidente, por aparecer en el gráfico de C. A. S. de $\nabla \ln A_t$, los primeros 10 coeficientes, excepto el de orden 2, positivos y decrecientes de menor orden a mayor.

Tomando sucesivas diferencias, se consiguen las transformaciones $\nabla^2 \ln A_t$, $\nabla \nabla_{12} \ln A_t$ y $\nabla^2 \nabla_{12} \ln A_t$, transformación, esta última, que parece la mejor de las obtenidas.

El gráfico de la serie bajo la transformación $\nabla^2 \nabla_{12} \ln A_t$ Figura (5.33) no presenta deambulaciones evidentes, e incluso, una mayor homocedasticidad que series precedentes.

Los gráficos de C. A. S. (Fig. 5.34) y C. A. P. (Fig. 5.35) de esta misma transformación, no ofrecen sobrediferenciación pues sus mayores coeficientes, $r_1 = -0,417$ y $r_{12} = -0,388$ están lejos del 0,5.

Combinando ambos gráficos, se observa una estructura



0000	0000
0001	0001
0002	0002
0003	0003
0004	0004
0005	0005
0006	0006
0007	0007
0008	0008
0009	0009
0010	0010
0011	0011
0012	0012
0013	0013
0014	0014
0015	0015
0016	0016
0017	0017
0018	0018
0019	0019
0020	0020
0021	0021
0022	0022
0023	0023
0024	0024
0025	0025
0026	0026
0027	0027
0028	0028
0029	0029
0030	0030
0031	0031
0032	0032
0033	0033
0034	0034
0035	0035
0036	0036
0037	0037
0038	0038
0039	0039
0040	0040
0041	0041
0042	0042
0043	0043
0044	0044
0045	0045
0046	0046
0047	0047
0048	0048
0049	0049
0050	0050
0051	0051
0052	0052
0053	0053
0054	0054
0055	0055
0056	0056
0057	0057
0058	0058
0059	0059
0060	0060
0061	0061
0062	0062
0063	0063
0064	0064
0065	0065
0066	0066
0067	0067
0068	0068
0069	0069
0070	0070
0071	0071
0072	0072
0073	0073
0074	0074
0075	0075
0076	0076
0077	0077
0078	0078
0079	0079
0080	0080
0081	0081
0082	0082
0083	0083
0084	0084
0085	0085
0086	0086
0087	0087
0088	0088
0089	0089
0090	0090
0091	0091
0092	0092
0093	0093
0094	0094
0095	0095
0096	0096
0097	0097
0098	0098
0099	0099
0100	0100

FIGURA 5.33

3,82

GRÁFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMBLE DE LA SERIE ALIMENTA BAJO LA TRANSFORMACION T LAMDA=0.0=2.0E=1.5=12

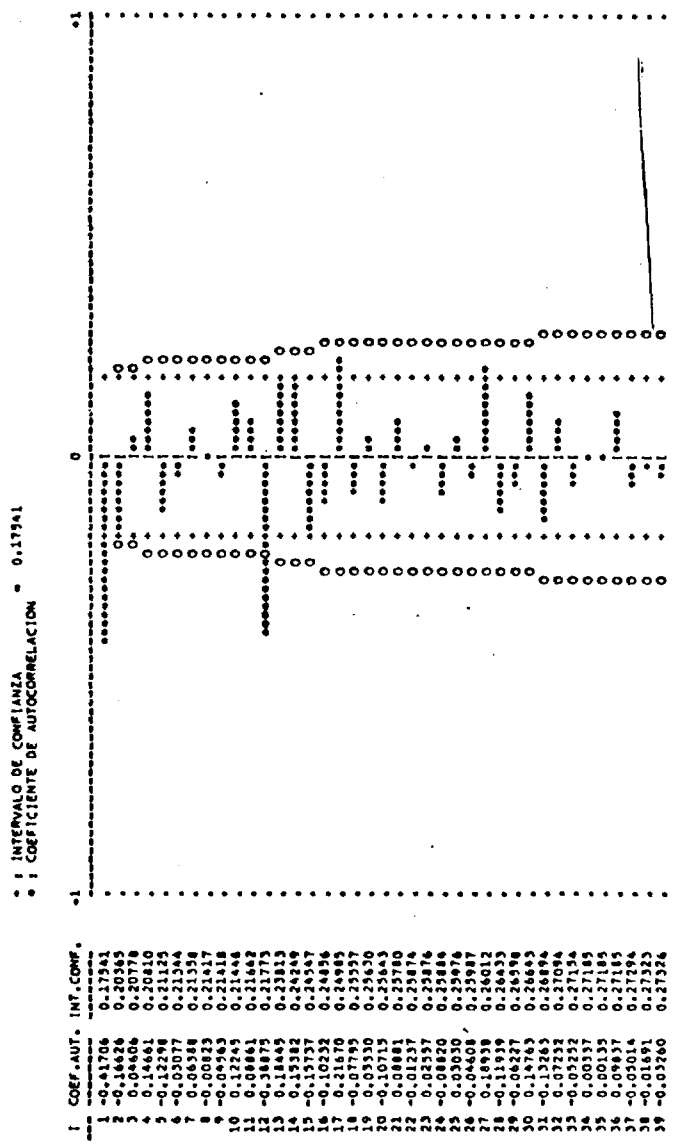


FIGURA 5.34

• : INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17541
 • : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

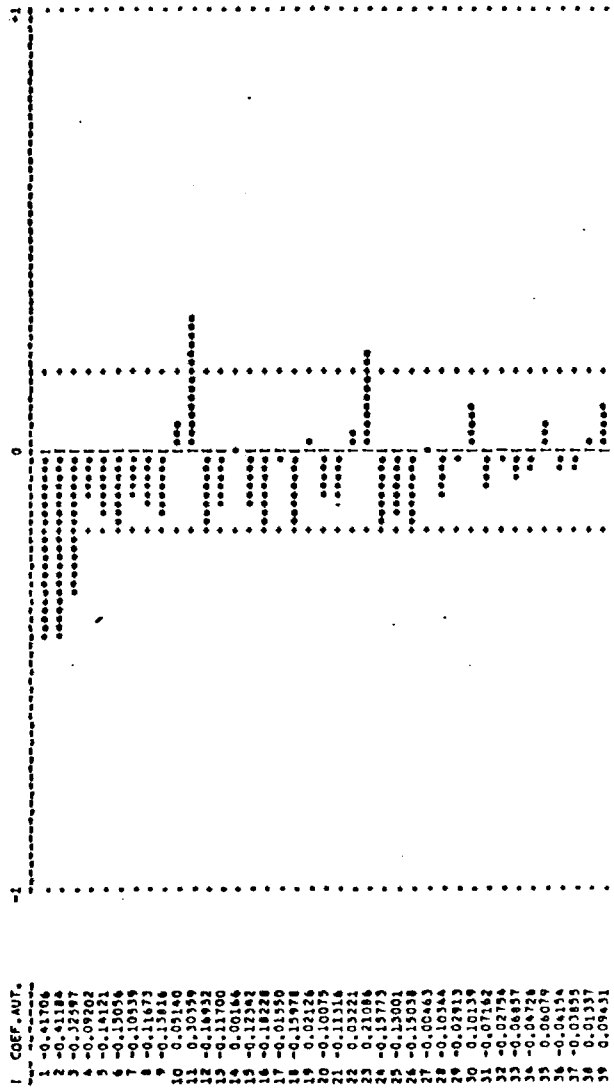


FIGURA 5.35

380

clara de MA (1) en la parte no estacional (el C. A. S. de orden 1, elevado y decaimiento exponencial en los primeros C. A. P) y también de MA (1) en la parte estacional (el C. A. S. de orden 12, alto y decaimiento exponencial en los C. A. P. de orden 12, 24 y 36).

El modelo a estimar, con sus diferencias, es un IMA (2, 1) (1, 1). La preestimación realizada, basándose en la experiencia de que los parámetros iban a ser altos y positivos, fué $\Theta_1 = 0,8$ y $\Theta_2 = 0,8$ lo que posibilitó que en solo tres iteraciones, el algoritmo de Marquardt consiguiera la estimación eficiente.

El modelo estimado fué

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } A_t = (1 - 0,851 B) (1 - 0,845 B^{12}) a_t$$

(0,0475) (0,0342)

Ambos parámetros son significativamente distintos de la unidad, y sus errores de estimación bastante pequeños. El coeficiente de correlación entre ambos es, asimismo, pequeño, al ser - 0,3126.

La desviación típica de los residuos estimada es 0,0526 y el coeficiente de determinaciones es 0,645.

4.2. DIAGNOSIS

Los datos favorables ofrecidos en la estimación se confirman plenamente en la diagnosis del modelo al no presentar el

gráfico de residuos (Fig. 5.36) ningún síntoma de mala especificación, de igual forma que tampoco se puede encontrar ninguno en los gráficos de C.A.S. (Fig. 5.37) y de C.A.P. (Fig. 5.38) de los residuos.

En los C.A.S. solo se encuentra significativo un coeficiente, pero en un retardo tan poco importante como es el 27.

Los contrastes ratifican la diagnosis, así el contraste de media nula se hace a partir de

$$\left. \begin{array}{l} \mu = -0,00707 \\ \sigma_{\mu} = 0,00461 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Intervalo} \\ (-0,00922, +0,00922) \end{array}$$

El intervalo contiene a la media, por lo que se acepta la hipótesis de media nula.

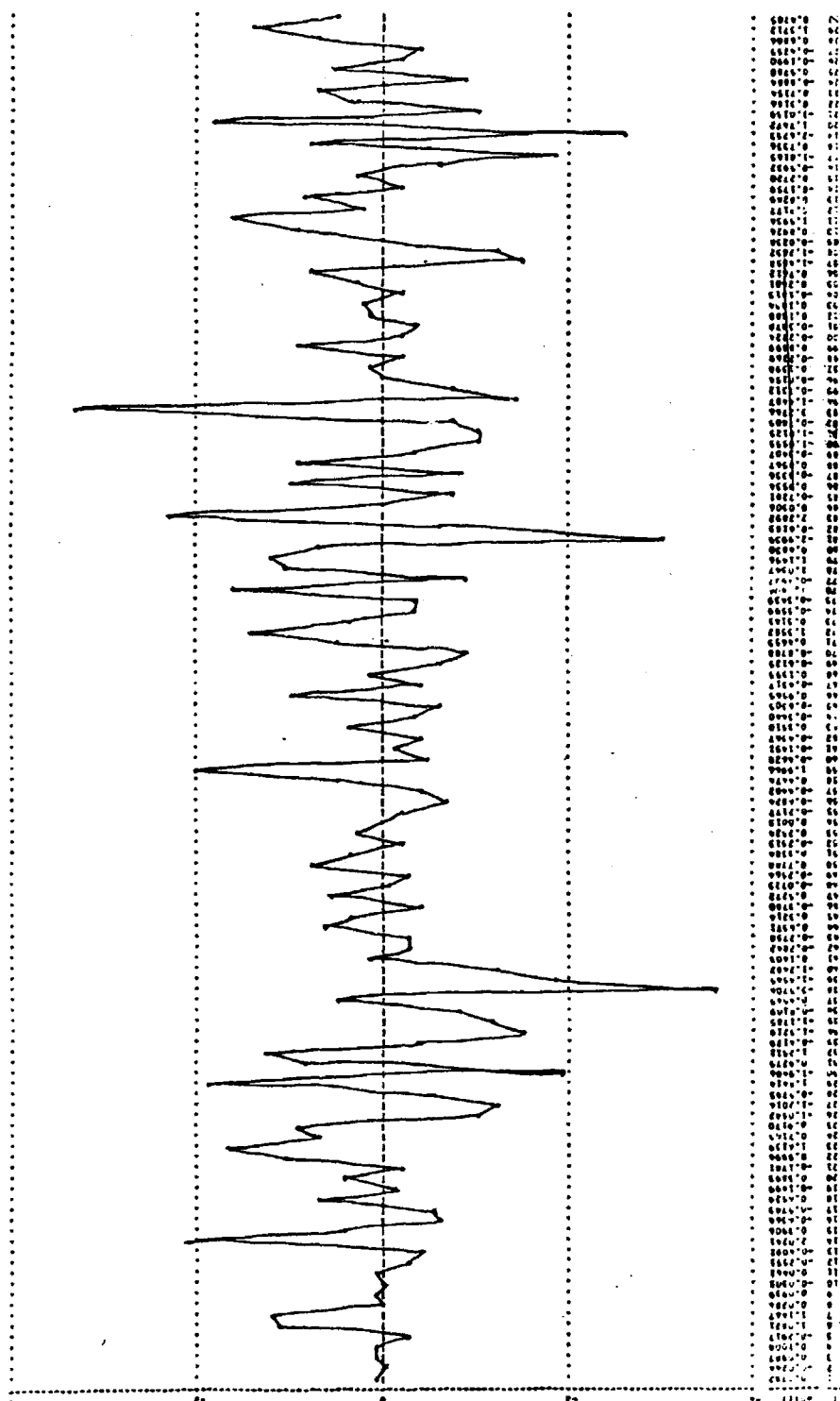
El contraste de independencia de Box-Pierce, ofrece un valor de $Q = 28,72$ menor que el número de grados de libertad, 37, por lo que también se acepta la hipótesis

Por su parte el histograma también parece Normal.

Por tanto, el modelo es adecuado, mostrando incluso, la serie de residuos relativa homocedasticidad.

Las anomalías que presenta la serie de residuos corresponden a los meses: Abril 1.968, Abril 1.970, Noviembre 1.973, Enero 1.974, Noviembre 1.974 y Enero 1.977.

286



0000	00
0001	01
0002	02
0003	03
0004	04
0005	05
0006	06
0007	07
0008	08
0009	09
0010	10
0011	11
0012	12
0013	13
0014	14
0015	15
0016	16
0017	17
0018	18
0019	19
0020	20
0021	21
0022	22
0023	23
0024	24
0025	25
0026	26
0027	27
0028	28
0029	29
0030	30
0031	31
0032	32
0033	33
0034	34
0035	35
0036	36
0037	37
0038	38
0039	39
0040	40
0041	41
0042	42
0043	43
0044	44
0045	45
0046	46
0047	47
0048	48
0049	49
0050	50
0051	51
0052	52
0053	53
0054	54
0055	55
0056	56
0057	57
0058	58
0059	59
0060	60
0061	61
0062	62
0063	63
0064	64
0065	65
0066	66
0067	67
0068	68
0069	69
0070	70
0071	71
0072	72
0073	73
0074	74
0075	75
0076	76
0077	77
0078	78
0079	79
0080	80
0081	81
0082	82
0083	83
0084	84
0085	85
0086	86
0087	87
0088	88
0089	89
0090	90
0091	91
0092	92
0093	93
0094	94
0095	95
0096	96
0097	97
0098	98
0099	99

FIGURA 5.36

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE RESIDUOS DE ALIMENTA

• INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17541
 • COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.17541

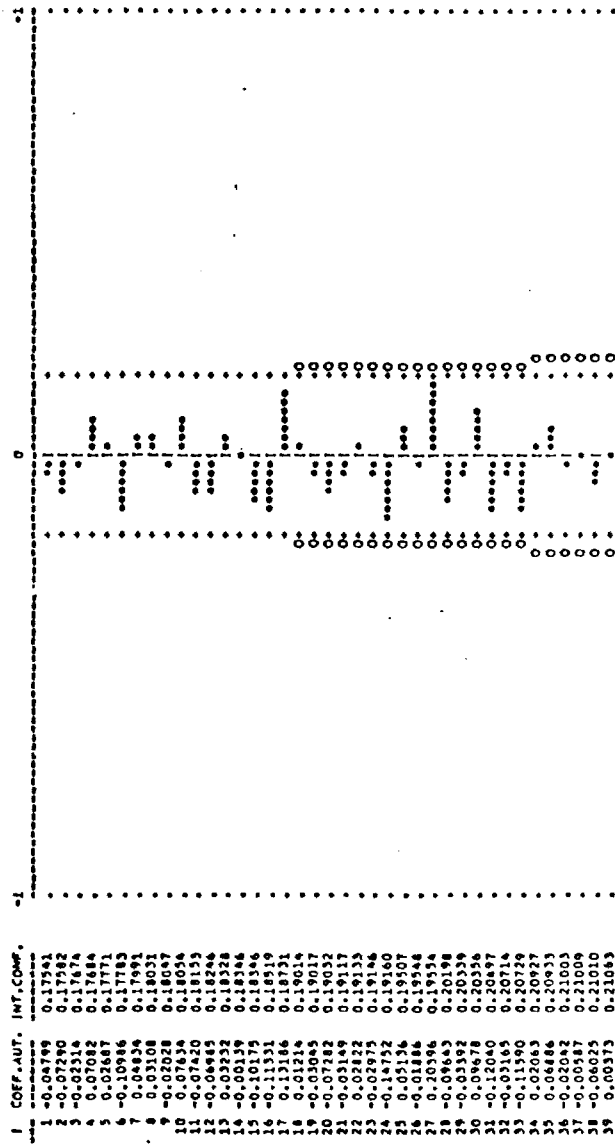


FIGURA 5.37

287

GRÁFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE RESÍDUOS DE ALIMENTA

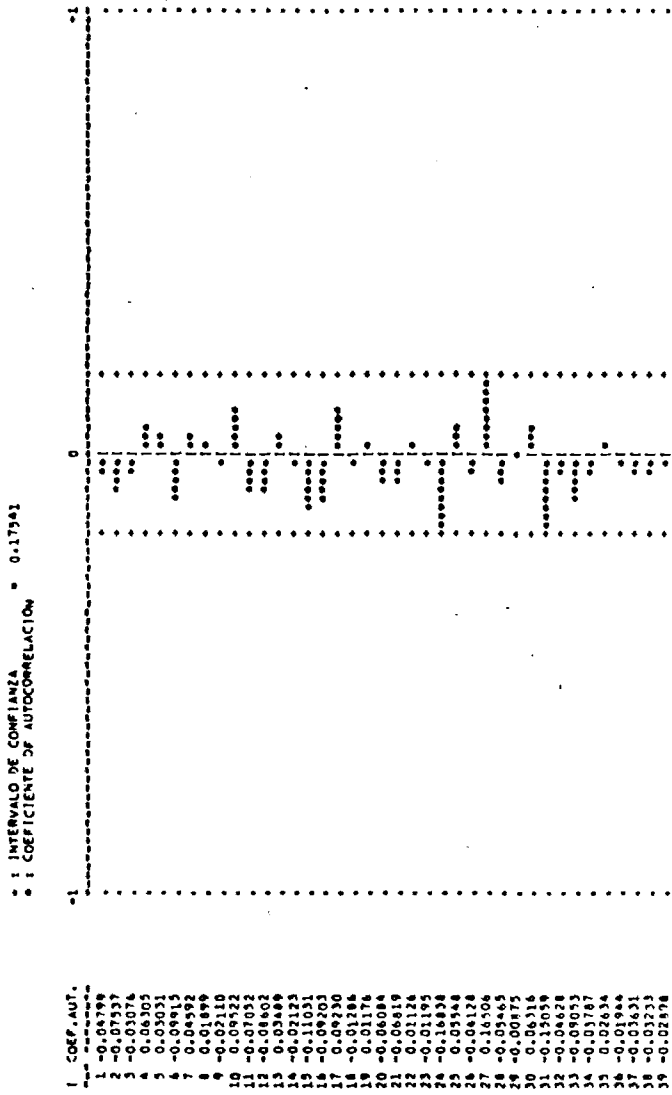


FIGURA 5.38

4.3. PREVISION

La función de previsión resultante del modelo elegido, IMA (2, 1) (1, 1), es similar a la obtenida para la serie BAN COS, de la sección 5:2, ya que siendo el mismo tipo de modelo solo cambian los parámetros.

La forma de construir esta función, es la misma que la allí desarrollada, llegándose a la función, que con los parámetros propios de este modelo, es

$$\hat{A}_t (1) = A_t \frac{A_t}{A_{t-1}} \frac{A_{t-11}}{A_{t-12}} \frac{A_{t-13}}{A_{t-12}} \left(\frac{u_{t-12}}{u_t} \right)^{0,851} \left(\frac{u_{t-12}}{u_{t-11}} \right)^{0,845}$$

Comprobada la precisión de esta función para las tres últimas observaciones conocidas de la serie, Octubre 77, Noviembre 77 y Diciembre 77, se obtuvieron los valores que aparecen en el cuadro 5.8, que daban unas desviaciones porcentuales sobre el valor real, para cada uno de los meses de:

<u>Mes</u>	<u>Desviaciones</u>
Octubre 77	- 2,80%
Noviembre 77	- 6,25%
Diciembre 77	- 2,03%

Los tres valores estimados están dentro del intervalo de confianza del 95% construido sobre el valor estimado.

Estos errores daban un error medio para los tres meses de:

$$\text{Error Medio} = \frac{2,80 + 6,25 + 2,03}{3} = 3,69\%$$

Las previsiones para los diferentes meses del año 1.978 están contenidas en el cuadro 5.9

 *** R E S U L T A D O S ***

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1149E 01	0.1299E 01	0.1447E 01	0.1596E 01	0.1745E 01	0.1894E 01	0.2043E 01	0.2192E 01
VARIANZA PREVISION :	0.2760E-02	0.4404E-02	0.1105E-01	0.1643E-01	0.2386E-01	0.3227E-01	0.4217E-01	0.5369E-01
HORIZONTE :	9	10	11	12				
VALORES DE PSI :	0.2341E 01	0.2490E 01	0.2639E 01	0.2788E 01				
VARIANZA PREVISION :	0.6695E-01	0.8207E-01	0.9919E-01	0.1184E 00				

•• VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE ••

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
141	1	0.136266E 04	0.122764E 04	0.150837E 04	0.140193E 04	
142	1	0.134344E 04	0.121031E 04	0.148709E 04	0.143307E 04	
143	1	0.138641E 04	0.124303E 04	0.153465E 04	0.141512E 04	
144	1	0.137378E 04	0.123765E 04	0.152048E 04		

CUADRO 5.8

290

 ** RESULTADOS **

HORIZONTE : 1 2 3 4 5 6 7 8
 VALORES DE PSI : 0.1149E 01 0.1299E 01 0.1447E 01 0.1596E 01 0.1745E 01 0.1894E 01 0.2043E 01 0.2192E 01
 VARIANZA PREVISION : 0.2760E-02 0.4404E-02 0.1104E-01 0.1683E-01 0.2386E-01 0.3227E-01 0.4217E-01 0.5369E-01

HORIZONTE : 9 10 11 12
 VALORES DE PSI : 0.2341E 01 0.2490E 01 0.2639E 01 0.2788E 01
 VARIANZA PREVISION : 0.6695E-01 0.4207E-01 0.9914E-01 0.1184E 00

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
144	1	0.137378E 04	0.123765E 04	0.152068E 04		
144	2	0.139255E 04	0.118659E 04	0.162381E 04		
144	3	0.134420E 04	0.108785E 04	0.164270E 04		
144	4	0.132181E 04	0.101642E 04	0.169025E 04		
144	5	0.128947E 04	0.941321E 03	0.172474E 04		
144	6	0.122223E 04	0.845747E 03	0.171021E 04		
144	7	0.122756E 04	0.803692E 03	0.179755E 04		
144	8	0.120284E 04	0.743563E 03	0.184409E 04		
144	9	0.116436E 04	0.676111E 03	0.186980E 04		
144	10	0.116005E 04	0.635029E 03	0.195217E 04		
144	11	0.114063E 04	0.585494E 03	0.201227E 04		
144	12	0.111642E 04	0.536054E 03	0.206549E 04		

CUADRO 5.9

5. CONSTRUCCION

5.1. IDENTIFICACION

La mejor transformación obtenida para la serie CONSTFUC, C_t , del grupo Construcción, es la $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } C_t$, después de pasar por las sucesivas transformaciones de $\text{Ln } C_t$, $\nabla \text{Ln } C_t$, $\nabla^2 \text{Ln } C_t$ y $\nabla \nabla_{12} \text{Ln } C_t$.

De nuevo el paso más dudoso para seguir diferenciando se presenta en $\nabla \text{Ln } C_t$, pero la presencia de todos los 12 primeros C.A.S., excepto el 8 y 9, positivos y una correlación estacional no eliminada, ha hecho continuar la diferenciación hasta conseguir la transformación elegida.

La serie de $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } Z_t$ (Fig. 5.39) es claramente estacionaria al no presentar deambulaciones sobre la media, ni efectos estacionales evidentes.

Los gráficos de C.A.S. (Fig. 5.40) y C.A.P. (Fig. 5.41) de esta última transformación no dan sobrediferenciación al ser sus mayores coeficientes, 1 y 12, del orden de - 0,438 y - 0,459

Por el mismo razonamiento que en la serie anterior, al presentar una estructura similar, se dedujo que el modelo más adecuado iba a ser un IMA (2, 1) (1, 1) siendo la preestimación realizada para ambos parámetros, estacional y no estacional, la misma de 0,8.

Con ello se consiguió una rápida convergencia hacia el óptimo en la iteración de estimación, de solo cuatro iteraciones, de la que se obtuvo el modelo siguiente:

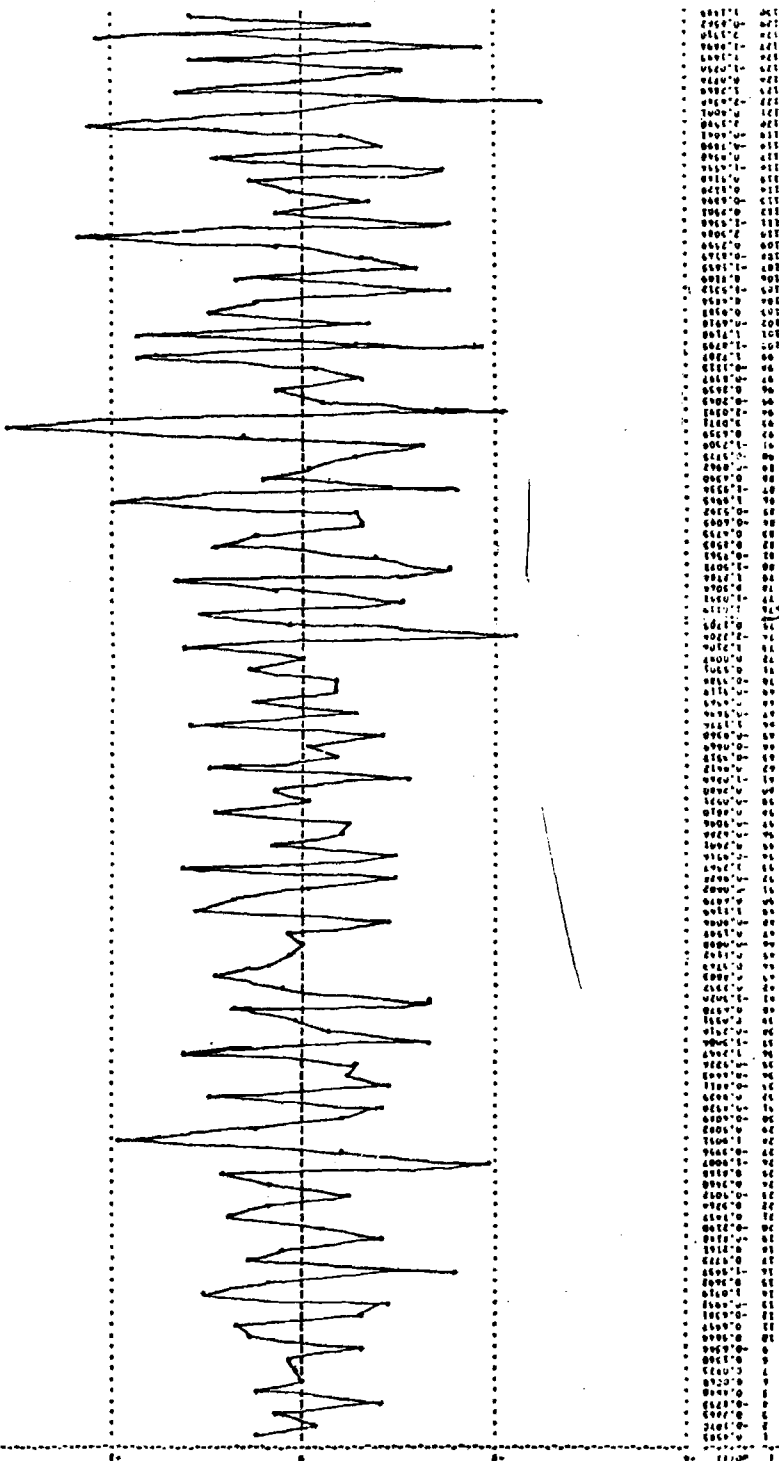


FIGURA 5.39

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE CONSTRUC. BAJO LA TRANSFORMACION : $\lambda = 0, D = 2, \theta = 1, S = 12$

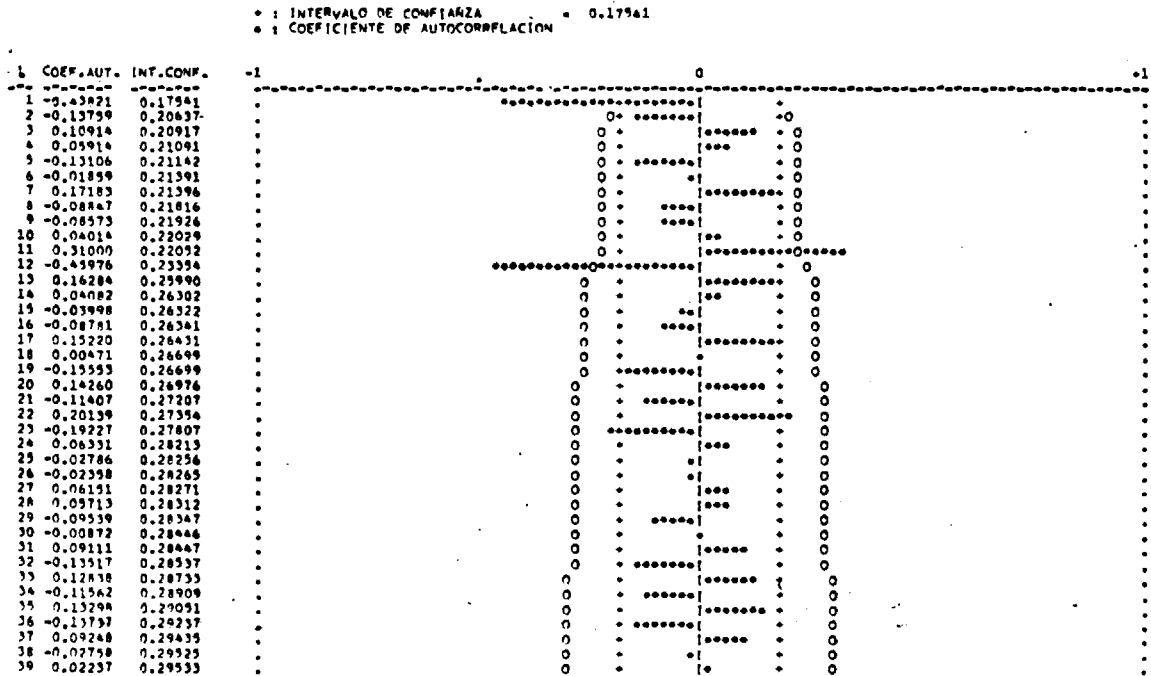


FIGURA 5.40

♦ : INTERVALO DE CONFIANZA
 * : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.17341

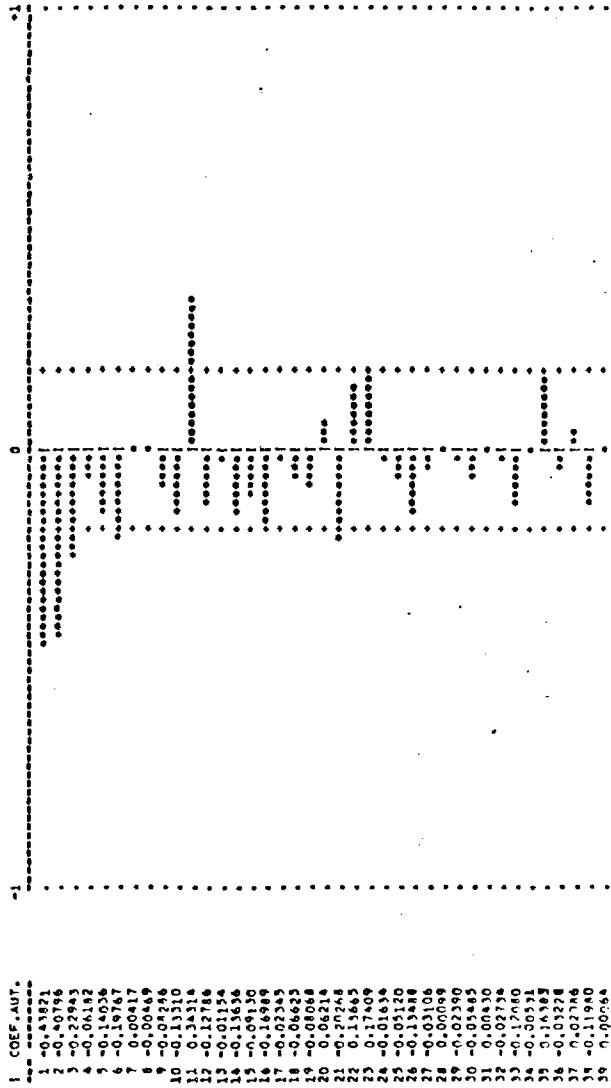


FIGURA 5.41

394

$$\nabla^2 \nabla_{12} \ln C_t = (1 - 0,889 B) (1 - 0,877 B^{12}) a_t$$
$$(0,0359) \quad (0,0282)$$

El coeficiente de correlación entre ambos parámetros es - 0,0737, la desviación típica de los residuos 0,0503 y el coeficiente de determinación 0,654. Todos los valores son, como se ve, bastante aceptables.

5.2. DIAGNOSIS

El gráfico de la serie de residuos (Fig. 5.42) de este modelo, parece ser estacionario, sin deambulaciones graves, y los gráficos de C. A. S. (Fig. 5.43) y C. A. P. (Fig. 5.44) de los residuos, no muestran estructura de ningún tipo y ni siquiera coeficientes significativos.

Los mayores coeficientes, que aparecen, sin llegar a ser significativos son los de orden 9 y 7, explicándose el primero de ellos por la correlación negativa que tienen observaciones extremas separadas 9 períodos, como son, los pares 29-38 y 110-119 y el segundo por la correlación positiva que tienen las observaciones 109-116.

En el contraste de media nula, se acepta claramente la hipótesis de media nula pues con los valores

$$\begin{array}{l} \mu = 0,00034 \\ \sigma_{\mu} = 0,00441 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \mu \\ \sigma_{\mu} \end{array}} \right\} \begin{array}{c} \text{Intervalo} \\ (- 0,00882, + 0,00882) \end{array}$$

se forma el intervalo expuesto, que contiene con suficiencia a la media.

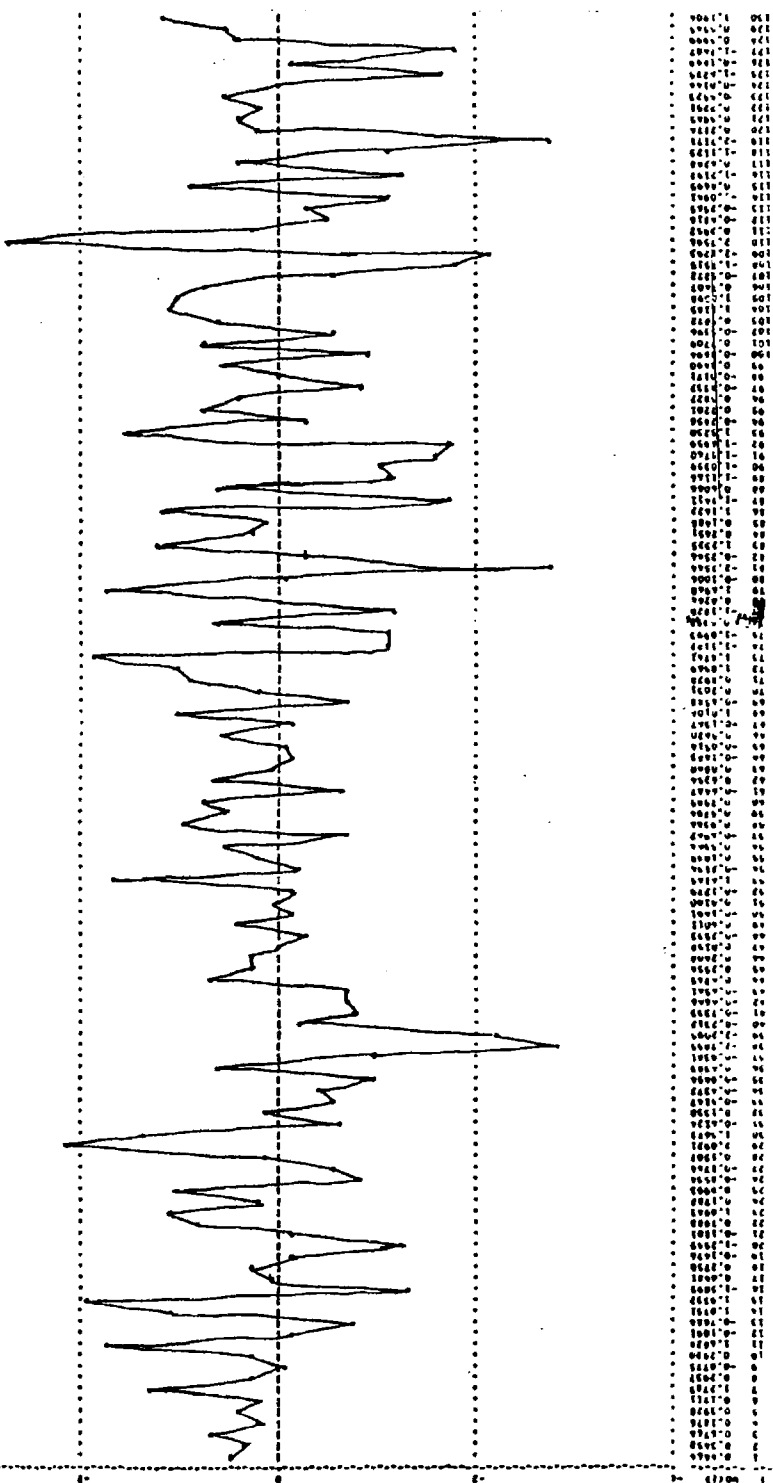


FIGURA 5.42

GRÁFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE RESIDUOS DE CONSTRUCCION

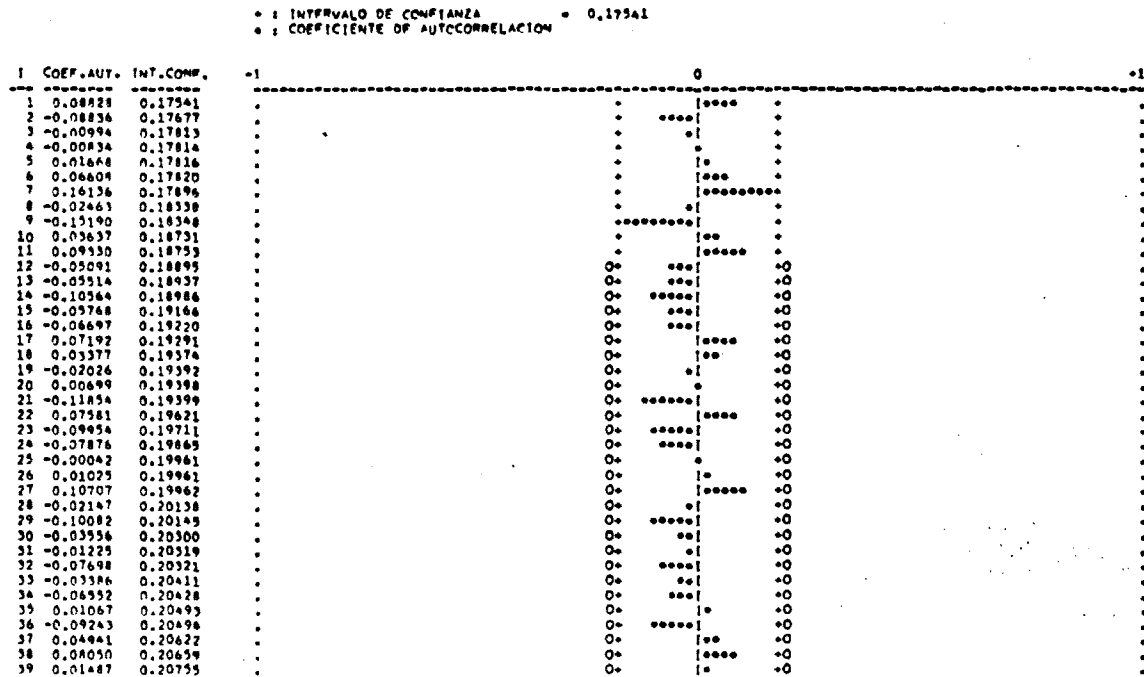


FIGURA 5.43

298

GRÁFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SÉRIE RESÍDUOS DE CONSTRUCC

* I INTERVALO DE CONFIANZA
 * I COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.17541

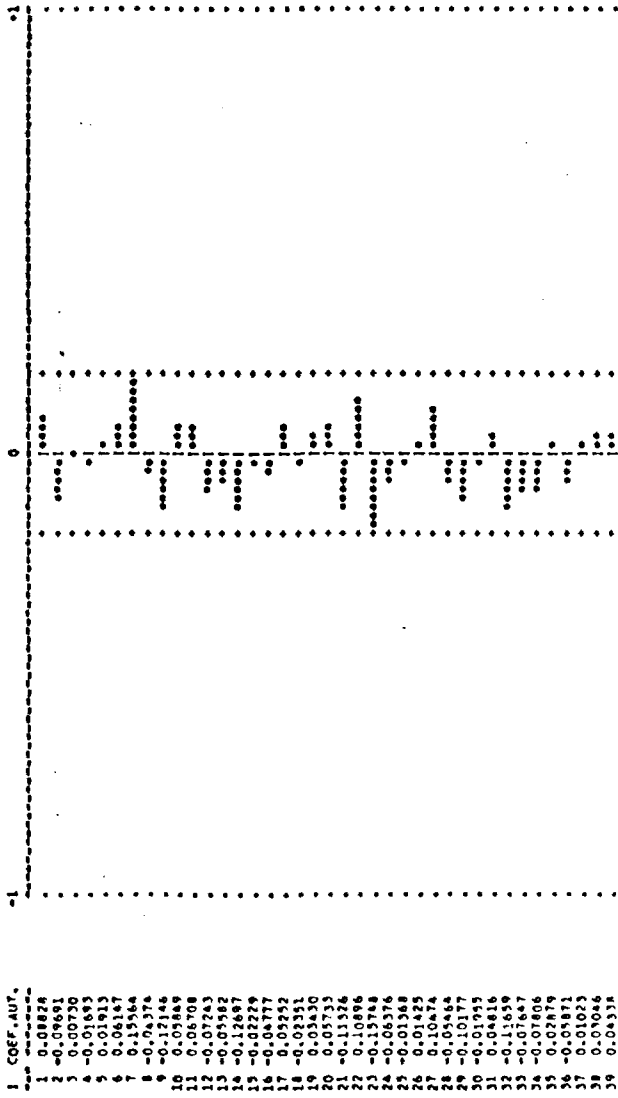


FIGURA 5.44

En el contraste de independencia, también se acepta la hipótesis por ser el estadístico Q de Box - Pierce 26, 03 menor que el número de grados de libertad 37.

Asimismo el histograma se asemeja a una distribución Normal.

Al ser aceptables los contrastes, prueba de que el modelo es correcto, se debe pasar a la explicación de las anomalías, que como para las restantes series, se hará de una forma conjunta al final del capítulo.

Tales anomalías son: Julio 1. 969, Abril 1. 970, Mayo 1. 970, Noviembre 1. 973, Marzo 1. 976, Abril 1. 976 y Enero 1. 977.

5.3. PREVISION

La función de previsión es similar, dado el mismo tipo de modelo, que la del grupo Bancos, anteriormente desarrollada, por lo que tiene la forma, con sus parámetros propios, de:

$$\hat{C}_t(1) = C_t \frac{C_t}{C_{t-1}} \frac{C_{t-11}}{C_{t-12}} \frac{C_{t-13}}{C_{t-12}} \left(\frac{u_{t-12}}{u_t} \right)^{0,889} \left(\frac{u_{t-12}}{u_{t-11}} \right)^{0,877}$$

El cuadro 5.10 contiene las estimaciones realizadas para los tres últimos meses conocidos, que arrojan unas desviaciones porcentuales sobre los datos reales, para cada uno de ellos de:

 *** RESULTADOS ***

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1111E 01	0.1222E 01	0.1333E 01	0.1444E 01	0.1555E 01	0.1666E 01	0.1777E 01	0.1888E 01
VARIANZA PREVISION :	0.2530E-02	0.5643E-02	0.9431E-02	0.1393E-01	0.1920E-01	0.2532E-01	0.3234E-01	0.4033E-01

HORIZONTE :	9	10	11	12
VALORES DE PSI :	0.1999E 01	0.2110E 01	0.2221E 01	0.2455E 01
VARIANZA PREVISION :	0.4935E-01	0.5946E-01	0.7072E-01	0.8320E-01

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95 INFERIOR	DE 0.95 SUPERIOR	VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
141	1	0.106600E 05	0.964701E 04	0.117496E 05	0.108402E 05	
142	1	0.104640E 05	0.966958E 04	0.115335E 05	0.107274E 05	
143	1	0.102177E 05	0.924673E 04	0.112621E 05	0.107582E 05	
144	1	0.107646E 05	0.974527E 04	0.118493E 05		

CUADRO 5.10

302

<u>Mes</u>	<u>Desviación</u>
Octubre 77	- 1,66%
Noviembre 77	- 2,45%
Diciembre 77	- 5,02%

Estas desviaciones implican un error medio de previsión para el conjunto de los tres meses de:

$$\text{Error Medio} = \frac{1,66 + 2,45 + 5,02}{3} = 3,04\%$$

En el cuadro 5.11 están contenidas las previsiones para los 12 próximos períodos, correspondientes a los meses de 1.978

 *** R E S U L T A D O S ***

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1111E 01	0.1222E 01	0.1333E 01	0.1444E 01	0.1555E 01	0.1666E 01	0.1777E 01	0.1888E 01
VARIANZA PREVISION :	0.2530E-02	0.1653E-02	0.0831E-02	0.1303E-01	0.1920E-01	0.2532E-01	0.3234E-01	0.4033E-01

HORIZONTE :	9	10	11	12
VALORES DE PSI :	0.1999E 01	0.2110E 01	0.2221E 01	0.2455E 01
VARIANZA PREVISION :	0.4935E-01	0.5946E-01	0.7072E-01	0.8320E-01

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SFRIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95 INFERIOR	SUPERIOR	VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
144	1	0.107686E 05	0.974527E 04	0.118693E 05		
144	2	0.107702E 05	0.926826E 04	0.124450E 05		
144	3	0.104911E 05	0.863197E 04	0.126309E 05		
144	4	0.104292E 05	0.821740E 04	0.130504E 05		
144	5	0.100259E 05	0.756731E 04	0.130288E 05		
144	6	0.977045E 04	0.706270E 04	0.131784E 05		
144	7	0.932848E 04	0.645220E 04	0.130577E 05		
144	8	0.906143E 04	0.599093E 04	0.131639E 05		
144	9	0.850529E 04	0.536883E 04	0.128253E 05		
144	10	0.812966E 04	0.489325E 04	0.127249E 05		
144	11	0.796223E 04	0.456361E 04	0.129434E 05		
144	12	0.770517E 04	0.419037E 04	0.130001E 05		

CUADRO 5.11

6. INVERSION

6.1. IDENTIFICACION

El siguiente grupo a analizar es el de Inversión, para lo cual se estudia la serie INVERSIO, I_t , cuya transformación ideal es la $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } I_t$, habiéndose seguido el mismo proceso que en series anteriores, para conseguir dicha transformación.

Los gráficos de la serie (Fig. 5.45) de los C. A. S. (Fig. 5.46) y de los C. A. P. (Fig. 5.47) de esta transformación, indican el mismo tipo de modelo que viene siendo adecuado para otras series: el IMA (2, 1) (1, 1).

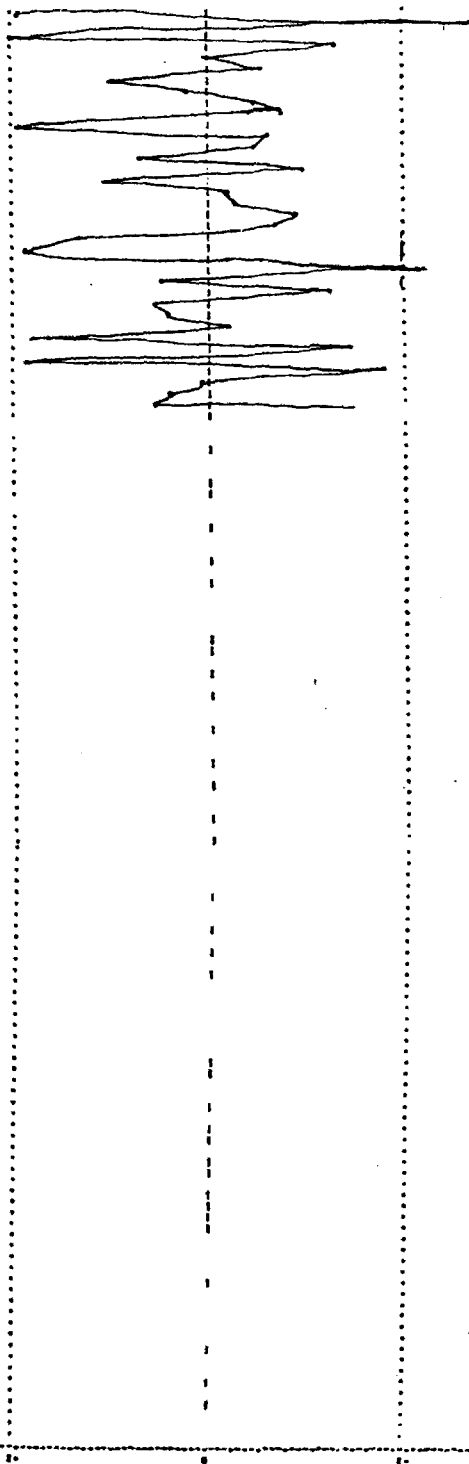
Sin embargo, un punto muy importante a destacar en el gráfico de esta transformación es el posible cambio de estructura que la serie experimenta en la segunda parte de su desarrollo. Este punto será tratado con posterioridad.

Por lo demás, como ya se ha dicho, los gráficos de C. A. S. y C. A. P. indican conformación de IMA (2, 1) (1, 1).

En sólo cuatro iteraciones del algoritmo de Marquardt, debido a la buena preestimación realizada, de 0,8 para ambos parámetros, se consiguió la estimación eficiente, obteniéndose el modelo:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } I_t = (1 - 0,891 B) (1 - 0,808 B^{12}) a_t \\ (0,0397) \quad (0,0387)$$

El coeficiente de correlación entre ambos parámetros es de -0,512, quizás un poco elevado, mientras que la desviación típica de los residuos es 0,0584 y el coeficiente de determinación de 0,635.



0000 0 01
0000 0 02
0000 0 03
0000 0 04
0000 0 05
0000 0 06
0000 0 07
0000 0 08
0000 0 09
0000 0 10
0000 0 11
0000 0 12
0000 0 13
0000 0 14
0000 0 15
0000 0 16
0000 0 17
0000 0 18
0000 0 19
0000 0 20
0000 0 21
0000 0 22
0000 0 23
0000 0 24
0000 0 25
0000 0 26
0000 0 27
0000 0 28
0000 0 29
0000 0 30
0000 0 31
0000 0 32
0000 0 33
0000 0 34
0000 0 35
0000 0 36
0000 0 37
0000 0 38
0000 0 39
0000 0 40
0000 0 41
0000 0 42
0000 0 43
0000 0 44
0000 0 45
0000 0 46
0000 0 47
0000 0 48
0000 0 49
0000 0 50
0000 0 51
0000 0 52
0000 0 53
0000 0 54
0000 0 55
0000 0 56
0000 0 57
0000 0 58
0000 0 59
0000 0 60
0000 0 61
0000 0 62
0000 0 63
0000 0 64
0000 0 65
0000 0 66
0000 0 67
0000 0 68
0000 0 69
0000 0 70
0000 0 71
0000 0 72
0000 0 73
0000 0 74
0000 0 75
0000 0 76
0000 0 77
0000 0 78
0000 0 79
0000 0 80
0000 0 81
0000 0 82
0000 0 83
0000 0 84
0000 0 85
0000 0 86
0000 0 87
0000 0 88
0000 0 89
0000 0 90
0000 0 91
0000 0 92
0000 0 93
0000 0 94
0000 0 95
0000 0 96
0000 0 97
0000 0 98
0000 0 99
0000 0 100

FIGURA 5.45

306

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE INVERSO BAJO LA TRANSFORMACION λ $\lambda_{0.05, 0.2, DE=1, S=12}$

* : INTERVALO DE CONFIANZA
 • : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

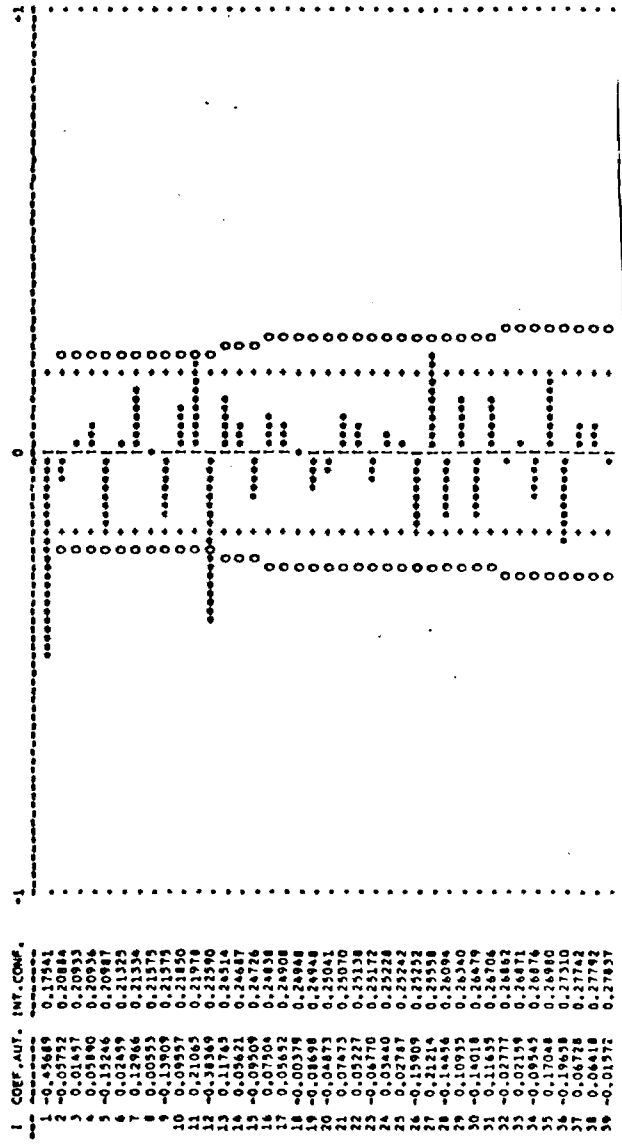


FIGURA 5.46

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE INVERSID BAJO LA TRANSFORMACION I LANGRAN=0,DE=1,S=12

* I INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17541
 * I COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

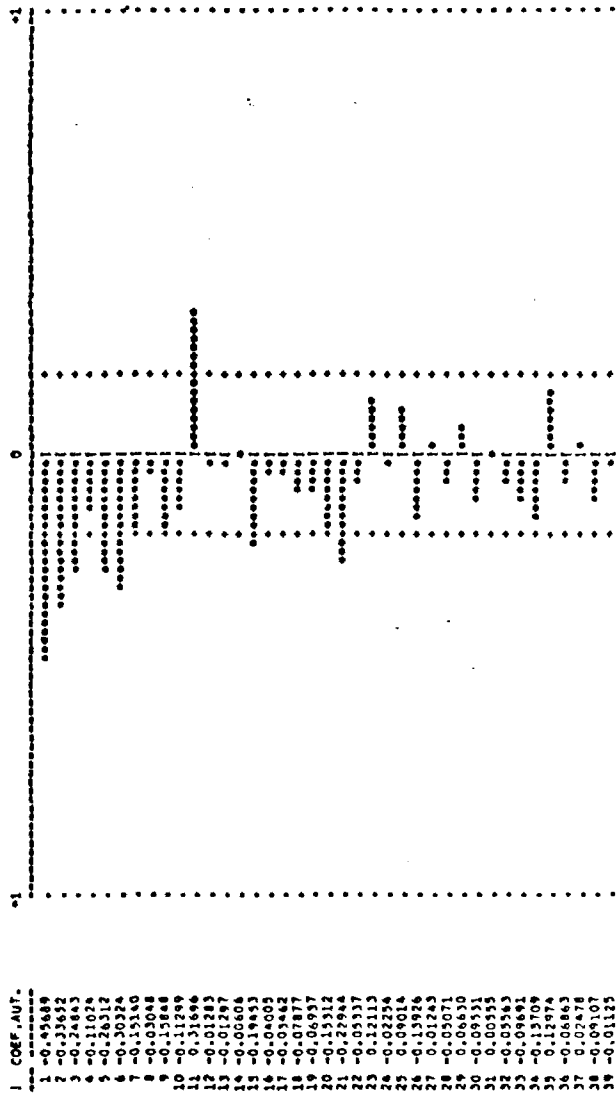


FIGURA 5.47

6.2. DIAGNOSIS

El gráfico de la serie de residuos (Fig. 5.48) presenta la misma configuración que el de la transformación $\sqrt{V}^2 V_{12} \text{Ln } I_t$, con indicios de posible cambio de estructura a partir de la mitad de la serie.

Por su parte los gráficos de C. A. S. (Fig. 5.49) y C. A. P. (5.50) de los residuos, no dan estructura de ningún tipo, siendo sólo significativos los coeficientes de orden 27 y 36 y un poco alto el de orden 7. Como se ve son ordenes poco importantes que no implican inadecuación del modelo.

Asimismo los contrastes habituales confirman la hipótesis, pues para el de media nula se tiene:

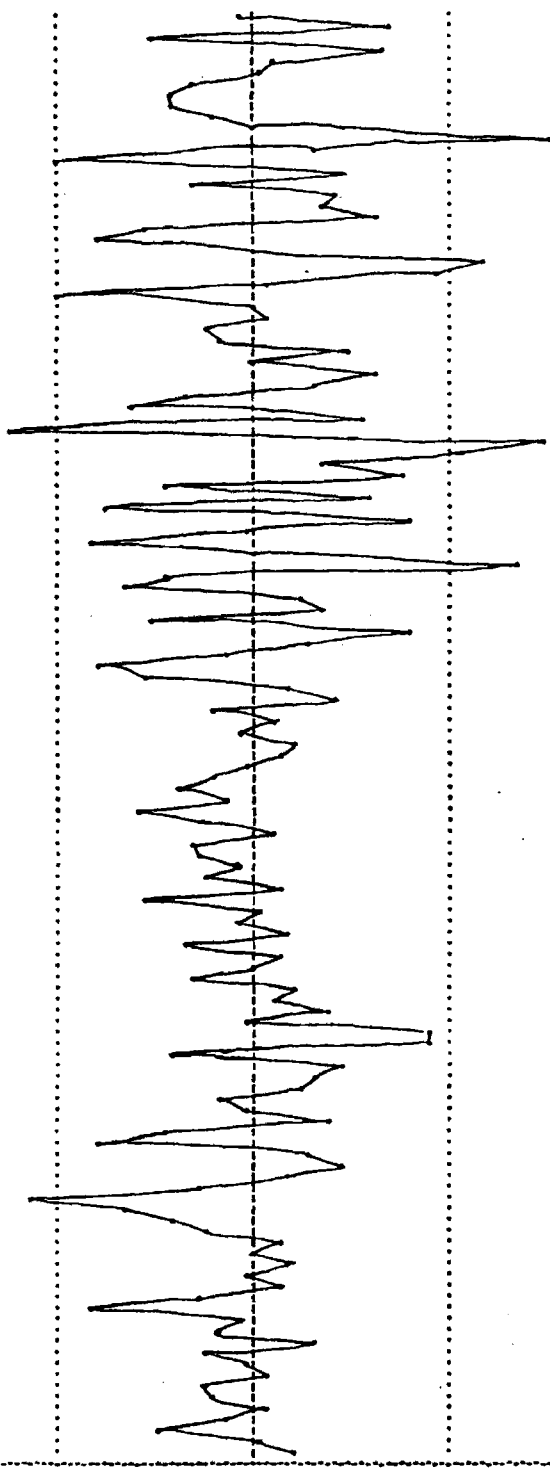
$$\left. \begin{array}{l} \mu = 0,00299 \\ \sigma_{\mu} = 0,00512 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{intervalo} \\ (-0,01024, +0,01024) \end{array}$$

con lo que el intervalo es suficiente, y para el de independencia se tiene un valor de $Q = 34,49$, igualmente suficiente para el número de grados de libertad, 37.

El histograma también ofrece una configuración Normal

De todo lo visto, se deduce que el modelo es correcto, pero el supuesto antes citado, de posible cambio de estructura del desarrollo de la serie ha llevado a la consideración independiente de la segunda parte de la serie.

Efectivamente a partir de la observación 70, las variaciones que experimentan los puntos del gráfico son bastante myo-



#0117

1	0.0000
2	0.0000
3	0.0000
4	0.0000
5	0.0000
6	0.0000
7	0.0000
8	0.0000
9	0.0000
10	0.0000
11	0.0000
12	0.0000
13	0.0000
14	0.0000
15	0.0000
16	0.0000
17	0.0000
18	0.0000
19	0.0000
20	0.0000
21	0.0000
22	0.0000
23	0.0000
24	0.0000
25	0.0000
26	0.0000
27	0.0000
28	0.0000
29	0.0000
30	0.0000
31	0.0000
32	0.0000
33	0.0000
34	0.0000
35	0.0000
36	0.0000
37	0.0000
38	0.0000
39	0.0000
40	0.0000
41	0.0000
42	0.0000
43	0.0000
44	0.0000
45	0.0000
46	0.0000
47	0.0000
48	0.0000
49	0.0000
50	0.0000
51	0.0000
52	0.0000
53	0.0000
54	0.0000
55	0.0000
56	0.0000
57	0.0000
58	0.0000
59	0.0000
60	0.0000
61	0.0000
62	0.0000
63	0.0000
64	0.0000
65	0.0000
66	0.0000
67	0.0000
68	0.0000
69	0.0000
70	0.0000
71	0.0000
72	0.0000
73	0.0000
74	0.0000
75	0.0000
76	0.0000
77	0.0000
78	0.0000
79	0.0000
80	0.0000
81	0.0000
82	0.0000
83	0.0000
84	0.0000
85	0.0000
86	0.0000
87	0.0000
88	0.0000
89	0.0000
90	0.0000
91	0.0000
92	0.0000
93	0.0000
94	0.0000
95	0.0000
96	0.0000
97	0.0000
98	0.0000
99	0.0000
100	0.0000

FIGURA 5.48

310

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE RESIDUOS DE INVERSIOS

• INTERVALO DE COMPIANZA = 0.17591
 • COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

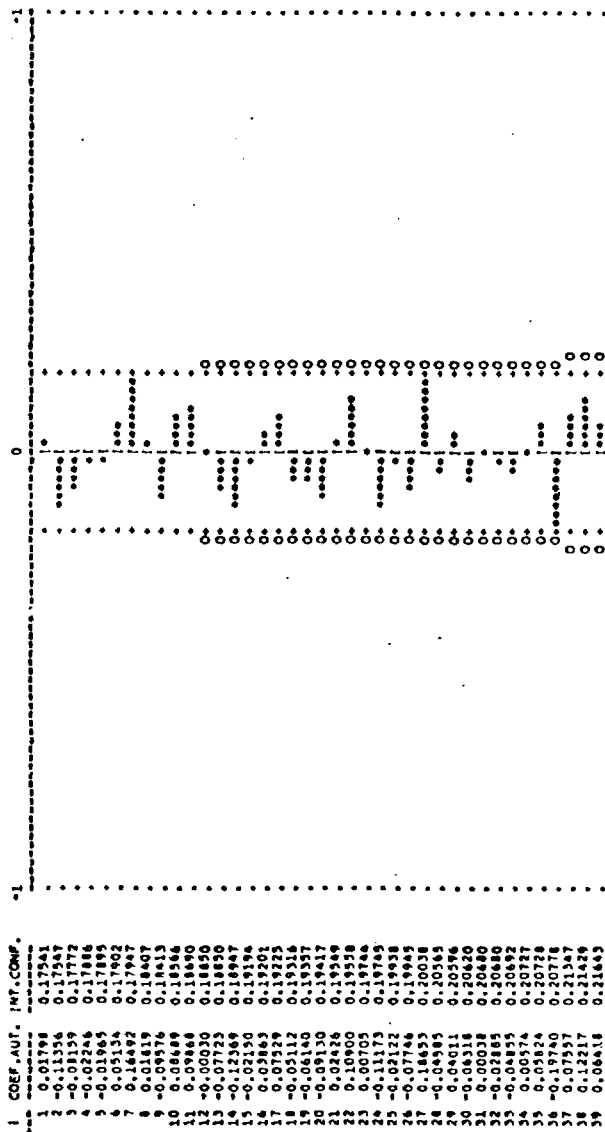


FIGURA 5.49

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE RESIDUOS DE INVERSIÓN

• : INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17541
 * : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

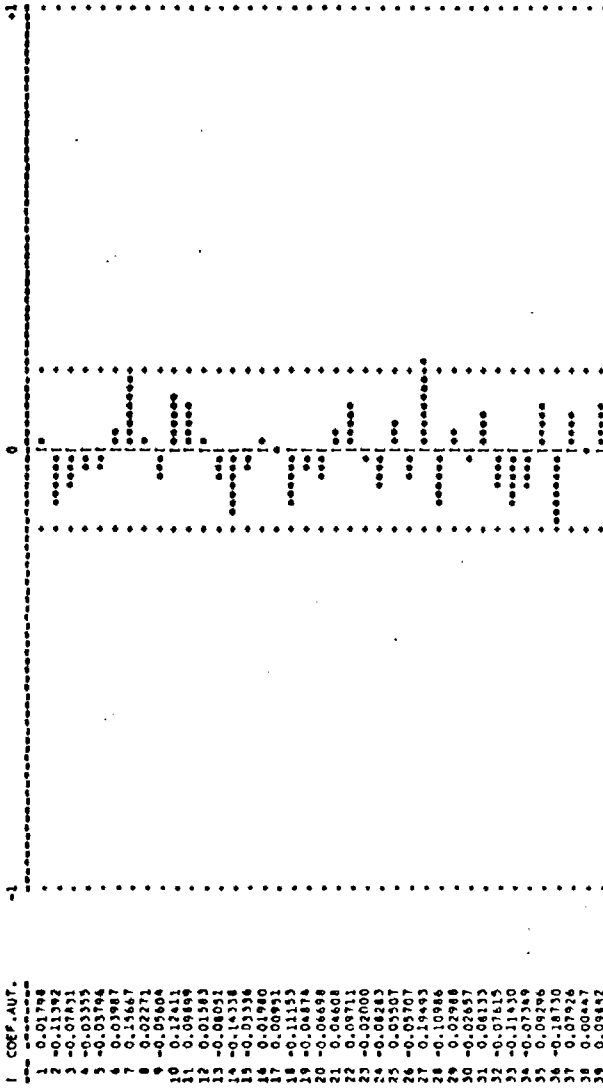


FIGURA 5.50

312

res que las que tenían anteriormente.

La observación 70, se corresponde exactamente al mes de Diciembre de 1.972, año a partir del cual se dispara la cifra de Fondos de Inversión Mobiliaria (F.I.M.) y Sociedades de Inversión Mobiliaria (S.I.M.), admitidas a cotización.

Para los F.I.M. hay los siguientes datos, de Fondos admitidos a cotización (1).

<u>Años</u>	<u>Nº de Fondos</u>
1.971	16
1.972	17
1.973	22
1.974	24
1.975	25

Se ve como en 1.973 el número de F.I.M. que cotizan aumenta en casi una tercera parte sobre los que había en 1.972, mientras que para 1.975 este número ha aumentado en casi un 50%.

Por su parte, para las S.I.M., los datos que reflejan el número de Sociedades que cotizan son (2).

<u>Años</u>	<u>Nº de Sociedades</u>
1.971	18
1.972	27
1.973	38
1.974	41
1.975	64

En este caso, el avance es más espectacular, pues en

(1) Mateos-Aparicio, P.: "Inversión Mobiliaria Colectiva. Test sobre la Eficiencia del Mercado de Valores en España". Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid. Madrid 1.977 - p. 74.

(2) Mateos-Aparicio, P.: Ibid. p. 119.

1.973 hay un aumento de más del 100% sobre el número de las existentes en 1.971, mientras en 1.975 el incremento es superior al 350% sobre el mismo año 1.971.

Todo esto es sintomático de un cambio de estructura de la composición del grupo, lo que justifica un análisis independiente de esta parte de la serie.

Sin embargo, la serie resultante con 74 datos, evidencia la misma necesidad de transformaciones que las demás, que desemboca en elegir la transformación $\nabla^2 \nabla_{12} \ln I_t$ como la más estacionaria.

Sobre esta transformación, se estimó un modelo, que de acuerdo con las estructuras de los correlogramas, era el IMA (2, 1) (1, 1).

La estimación proporcionó el siguiente modelo:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \ln I_t = (1 - 0,901B) (1 - 0,658B^{12}) a_t \\ (0,0622) \quad (0,0106)$$

Con un coeficiente de correlación entre ambos parámetros estimados de -0,742, una desviación típica de los residuos de 0,0745 y un coeficiente de determinación de 0,638.

Como se ve el modelo presenta síntomas de inadecuación, pues se compromete la condición de invertibilidad a cumplir por el parámetro no estacional y tiene además un alto grado de correlación entre los dos parámetros existentes. Por otro lado el error de previsión de este modelo es casi un 30% mayor

314

que el de la serie completa, a costa de aumentar su explicabilidad en solo 0,3%.

Estos datos son suficientes para rechazar el modelo, aceptándose el estimado para la serie completa.

Las observaciones anómalas de los residuos del modelo elegido corresponden a los meses: Enero 1.969, Noviembre 1.973, Octubre 1.974, Noviembre 1.974, Febrero 1.976 y Enero 1.977.

6.3. PREVISION

Al igual que para las series anteriores, la función de previsión para la serie INVERSIO, es similar a las anteriormente presentadas para aquellas, ya que se obtiene del desarrollo del mismo tipo de modelo, un IMA (2, 1) (1, 1).

Así pues la función de previsión, con los parámetros propios del modelo elegido para esta serie es:

$$\hat{I}_t(1) = I_t \frac{I_t}{I_{t-1}} \frac{I_{t-11}}{I_{t-12}} \frac{I_{t-13}}{I_{t-12}} \left(\frac{u_{t-12}}{u_t} \right)^{0,891} \left(\frac{u_{t-12}}{u_{t-11}} \right)^{0,803}$$

Realizada una comprobación de la precisión del modelo (Cuadro 5.12), con los tres últimos meses conocidos, se obtuvieron unos errores porcentuales de previsión sobre el valor realmente observado para cada uno de los meses de:

 *** R E S U L T A D O S ***

HORIZONTE : 1 2 3 4 5 6 7 8

VALORES DE PSI : 0.1109E 01 0.1218E 01 0.1327E 01 0.1436E 01 0.1545E 01 0.1654E 01 0.1763E 01 0.1872E 01

VARIANZA PREVISION : 0.3410E-02 0.7404E-02 0.1266E-01 0.1467E-01 0.2570E-01 0.3384E-01 0.4317E-01 0.5377E-01

HORIZONTE : 9 10 11 12

VALORES DE PSI : 0.1981E 01 0.2090E 01 0.2199E 01 0.2308E 01

VARIANZA PREVISION : 0.6572E-01 0.7910E-01 0.9399E-01 0.1105E 00

•• VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE ••

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.9%		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
141	1	0.485415E 03	0.492181E 03	0.543350E 03	0.514628E 03	
142	1	0.513429E 03	0.447123E 03	0.574708E 03	0.474198E 03	
143	1	0.438662E 03	0.390556E 03	0.471017E 03	0.441499E 03	
144	1	0.421723E 03	0.375473E 03	0.472056E 03		

CUADRO 5.12

316

<u>Mes</u>	<u>Desviación</u>
Octubre 77	-5,68
Noviembre 77	8,27%
Diciembre 77	0,64%

Por tanto, el error medio de previsión para el grupo Inversiones, obtenido por media simple de los errores de los meses comprobados es:

$$\text{Error Medio} = \frac{5,68 + 8,27 + 0,64}{3} = 4,86\%$$

En el cuadro 5.13 aparecen las previsiones realizadas para los 12 próximos períodos no conocidos de la serie, con el correspondiente intervalo de confianza del 95% para cada uno de esos valores.

 ** R E S U L T A D O S **

HORIZONTE : 1 2 3 4 5 6 7 8

VALORES DE PSI : 0.1109E 01 0.1218E 01 0.1327E 01 0.1436E 01 0.1545E 01 0.1654E 01 0.1763E 01 0.1872E 01

VARIANZA PREVISION : 0.3410E-02 0.7404E-02 0.1266E-01 0.1867E-01 0.2570E-01 0.3384E-01 0.4317E-01 0.5377E-01

HORIZONTE : 9 10 11 12

VALORES DE PSI : 0.1981E 01 0.2090E 01 0.2199E 01 0.2308E 01

VARIANZA PREVISION : 0.6572E-01 0.7910E-01 0.9399E-01 0.1109E 00

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
144	1	0.421723E 03	0.375473E 03	0.472056E 03		
144	2	0.421731E 03	0.354126E 03	0.498438E 03		
144	3	0.406669E 03	0.324120E 03	0.503423E 03		
144	4	0.398903E 03	0.302354E 03	0.516455E 03		
144	5	0.371408E 03	0.267802E 03	0.502010E 03		
144	6	0.353798E 03	0.242562E 03	0.498874E 03		
144	7	0.334475E 03	0.217838E 03	0.491864E 03		
144	8	0.320739E 03	0.198198E 03	0.491873E 03		
144	9	0.295147E 03	0.172805E 03	0.472041E 03		
144	10	0.279190E 03	0.154441E 03	0.465719E 03		
144	11	0.272041E 03	0.142317E 03	0.473362E 03		
144	12	0.251790E 03	0.124197E 03	0.457070E 03		

CUADRO 5.13

7. MONOPOLIOS

7.1. IDENTIFICACION

La serie MONOPOLI, M_t , representativa del grupo Monopolios, fué la más difícil de modelizar, por presentarse algunos problemas de complicado tratamiento, por no estar claramente manifestados.

En primer lugar, se descubrieron errores de impresión en la publicación de la cual se obtenían los datos (3), correspondientes a los meses de Julio 1.969 y Octubre 1.971, pues aparecían 64,01 y 2839,36 respectivamente. Si bien en el primer caso era claro el error, no así en el segundo, que llevaba a una caída espectacular en ese mes, dentro de una tendencia creciente por esa época seguida.

Esta observación provocaba un punto extremadamente aró-malo, que distorsionaba los correlogramas, al establecer altas correlaciones con otros puntos.

Consultas privadas de las salidas del ordenador de la elaboración de este Índice en el Servicio de Estudios de Bolsa, permitieron la corrección de estos datos, siendo sustituidos por sus valores verdaderos de 2464 y 3839 respectivamente.

Determinada la serie real hubieron de seguirse los mismos pasos que en series anteriores para llegar a la transformación más estacionaria, que resultó ser la $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } M_t$, cuyo gráfico es la figura 5.51

(3) Bolsa de Madrid: "Índice Largo Total de Acciones. 1.941-1.975". Servicio de Estudios e Información. Madrid, 1.977.

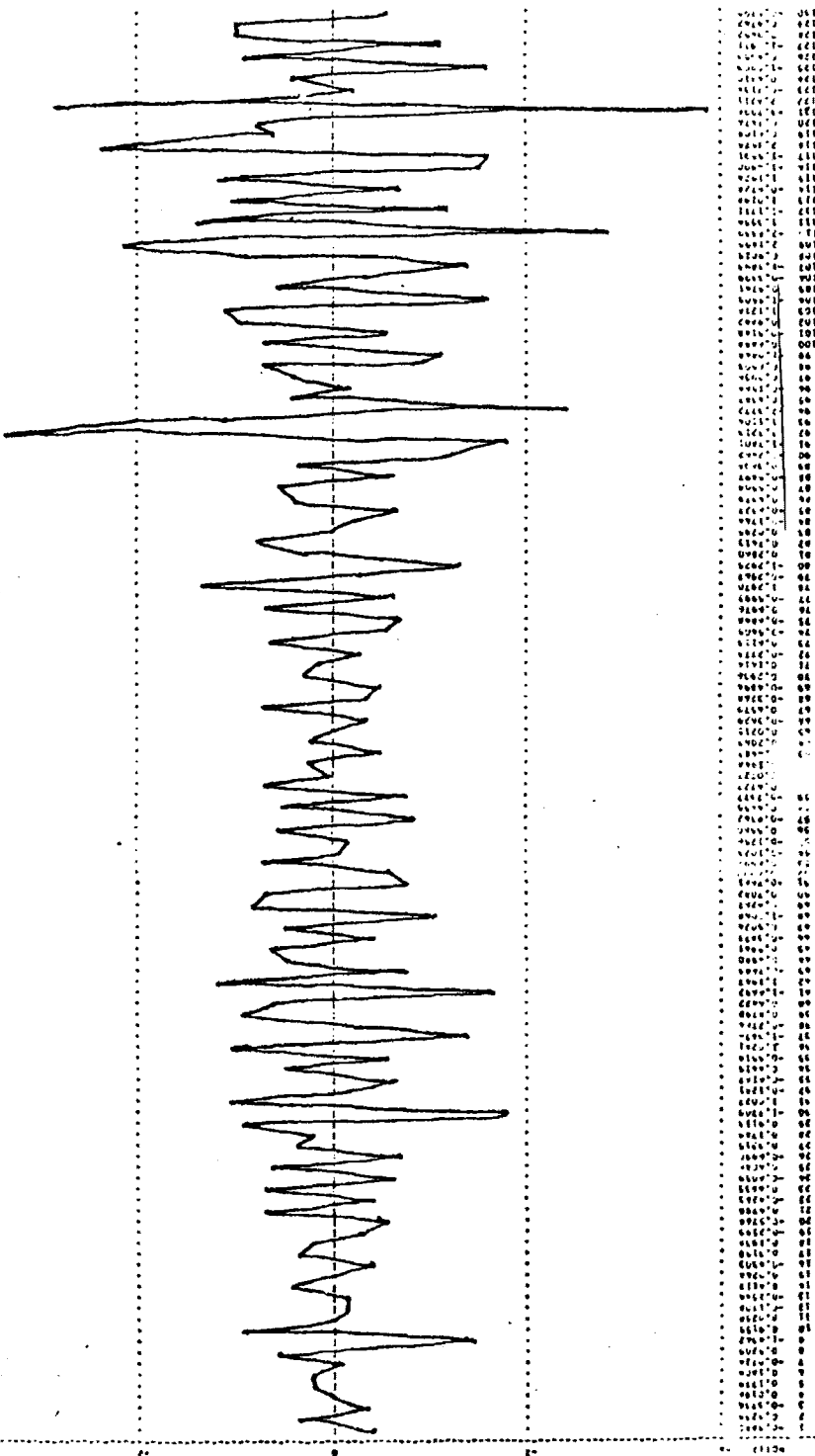


FIGURA 5.51

Los gráficos de los C. A. S. (Fig. 5.52) y C. A. P. (Fig. 5.53) de esta transformación mostraban claramente la estructura de un IMA (2, 1) (1, 1), que estimado resultó ser:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } M_t = (1 - 0,912 B) (1 - 0,826 B^{12}) a_t$$

(0,0407) (0,0434)

El coeficiente de correlación entre los dos parámetros era de -0,61, la desviación típica de los residuos 0,0566 y el coeficiente de determinación 0,732.

7.2. DIAGNOSIS

El gráfico de los residuos (Fig. 5.54) tiene unas anomalías muy importantes en las observaciones 81, 91, 105 y 109 correspondientes a los meses de Noviembre 1.973, Septiembre 1.974, Noviembre 1.975 y Marzo 1.976 que están distorsionando el modelo.

Efectivamente en Noviembre 73 y Septiembre 74 hay dos caídas espectaculares en la cotización del grupo con bajas de 10,24% y 23,18% respectivamente, así como en Noviembre 75 y Marzo 76 se producen sendas subidas, no menos espectaculares de 14,44% y 20,26% sobre la cotización del mes anterior.

Estas observaciones tan extremas distorsionan los correlogramas de C. A. S. (Fig. 5.55) y C. A. P. (Fig. 5.56) de los residuos, ya que hacen aparecer a los coeficientes con valores elevados, en general.

GRABADO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMULY EN LA REJE MUYOOLI AL JO LA TRANSFORMACION I LANDAOP.D=7.0P=1.5012

• INTERVALO DE CONFIANZA
 • COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

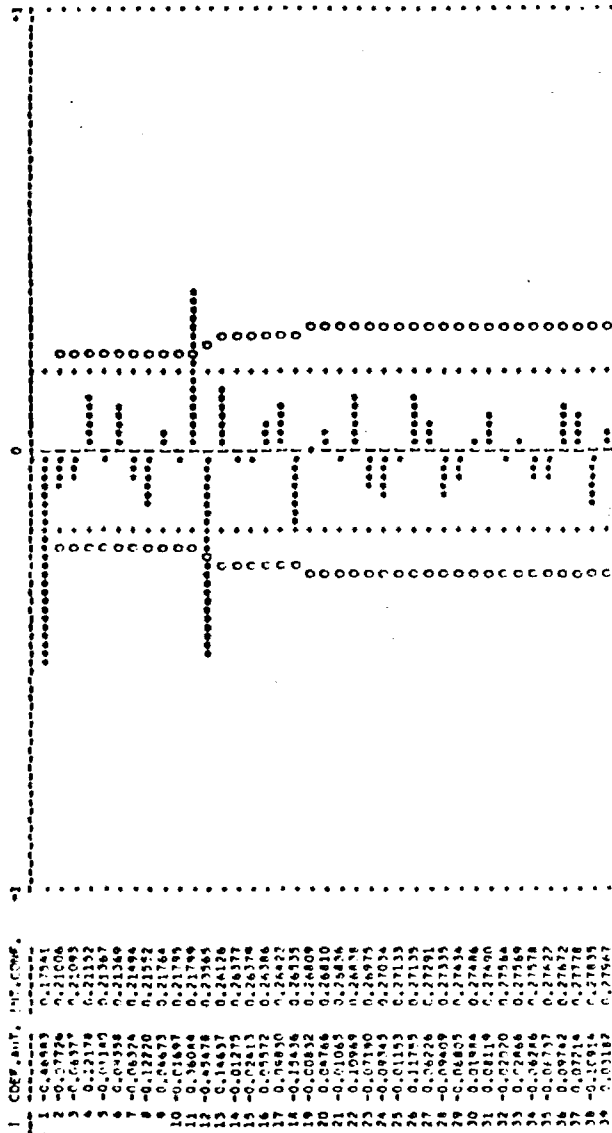


FIGURA 5. 52

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE MONOPOL | BAJO LA TRANSFORMACION : LANG=0.0-2.0E+1.5e12

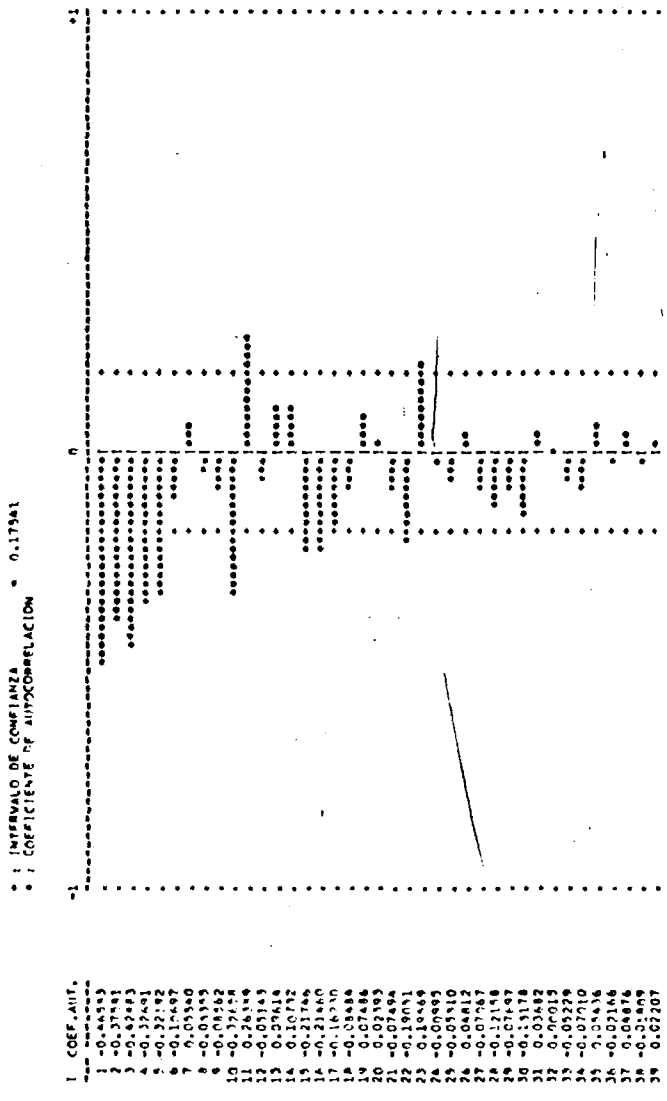
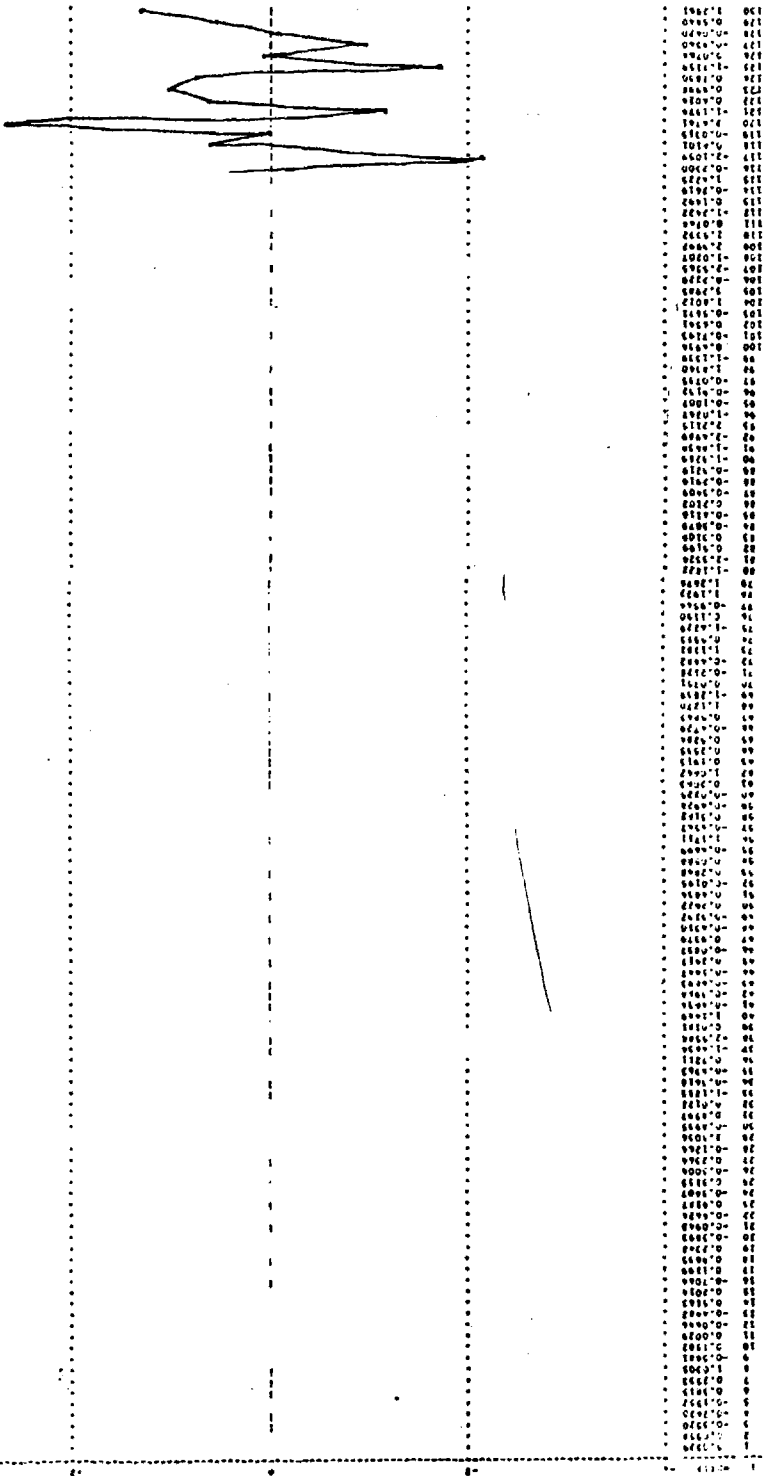


FIGURA 5.53



1982 1 001
 0985 0 021
 0986 0 021
 0987 0 021
 0988 0 021
 0989 0 021
 0990 0 021
 0991 0 021
 0992 0 021
 0993 0 021
 0994 0 021
 0995 0 021
 0996 0 021
 0997 0 021
 0998 0 021
 0999 0 021
 1000 0 021
 1001 0 021
 1002 0 021
 1003 0 021
 1004 0 021
 1005 0 021
 1006 0 021
 1007 0 021
 1008 0 021
 1009 0 021
 1010 0 021
 1011 0 021
 1012 0 021
 1013 0 021
 1014 0 021
 1015 0 021
 1016 0 021
 1017 0 021
 1018 0 021
 1019 0 021
 1020 0 021
 1021 0 021
 1022 0 021
 1023 0 021
 1024 0 021
 1025 0 021
 1026 0 021
 1027 0 021
 1028 0 021
 1029 0 021
 1030 0 021
 1031 0 021
 1032 0 021
 1033 0 021
 1034 0 021
 1035 0 021
 1036 0 021
 1037 0 021
 1038 0 021
 1039 0 021
 1040 0 021
 1041 0 021
 1042 0 021
 1043 0 021
 1044 0 021
 1045 0 021
 1046 0 021
 1047 0 021
 1048 0 021
 1049 0 021
 1050 0 021
 1051 0 021
 1052 0 021
 1053 0 021
 1054 0 021
 1055 0 021
 1056 0 021
 1057 0 021
 1058 0 021
 1059 0 021
 1060 0 021
 1061 0 021
 1062 0 021
 1063 0 021
 1064 0 021
 1065 0 021
 1066 0 021
 1067 0 021
 1068 0 021
 1069 0 021
 1070 0 021
 1071 0 021
 1072 0 021
 1073 0 021
 1074 0 021
 1075 0 021
 1076 0 021
 1077 0 021
 1078 0 021
 1079 0 021
 1080 0 021
 1081 0 021
 1082 0 021
 1083 0 021
 1084 0 021
 1085 0 021
 1086 0 021
 1087 0 021
 1088 0 021
 1089 0 021
 1090 0 021
 1091 0 021
 1092 0 021
 1093 0 021
 1094 0 021
 1095 0 021
 1096 0 021
 1097 0 021
 1098 0 021
 1099 0 021
 1100 0 021
 1101 0 021
 1102 0 021
 1103 0 021
 1104 0 021
 1105 0 021
 1106 0 021
 1107 0 021
 1108 0 021
 1109 0 021
 1110 0 021
 1111 0 021
 1112 0 021
 1113 0 021
 1114 0 021
 1115 0 021
 1116 0 021
 1117 0 021
 1118 0 021
 1119 0 021
 1120 0 021
 1121 0 021
 1122 0 021
 1123 0 021
 1124 0 021
 1125 0 021
 1126 0 021
 1127 0 021
 1128 0 021
 1129 0 021
 1130 0 021
 1131 0 021
 1132 0 021
 1133 0 021
 1134 0 021
 1135 0 021
 1136 0 021
 1137 0 021
 1138 0 021
 1139 0 021
 1140 0 021
 1141 0 021
 1142 0 021
 1143 0 021
 1144 0 021
 1145 0 021
 1146 0 021
 1147 0 021
 1148 0 021
 1149 0 021
 1150 0 021
 1151 0 021
 1152 0 021
 1153 0 021
 1154 0 021
 1155 0 021
 1156 0 021
 1157 0 021
 1158 0 021
 1159 0 021
 1160 0 021
 1161 0 021
 1162 0 021
 1163 0 021
 1164 0 021
 1165 0 021
 1166 0 021
 1167 0 021
 1168 0 021
 1169 0 021
 1170 0 021
 1171 0 021
 1172 0 021
 1173 0 021
 1174 0 021
 1175 0 021
 1176 0 021
 1177 0 021
 1178 0 021
 1179 0 021
 1180 0 021
 1181 0 021
 1182 0 021
 1183 0 021
 1184 0 021
 1185 0 021
 1186 0 021
 1187 0 021
 1188 0 021
 1189 0 021
 1190 0 021
 1191 0 021
 1192 0 021
 1193 0 021
 1194 0 021
 1195 0 021
 1196 0 021
 1197 0 021
 1198 0 021
 1199 0 021
 1200 0 021

FIGURA 5.54

GRÁFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE RESIDUOS DE MONOMOL

• : INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17941
 * : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

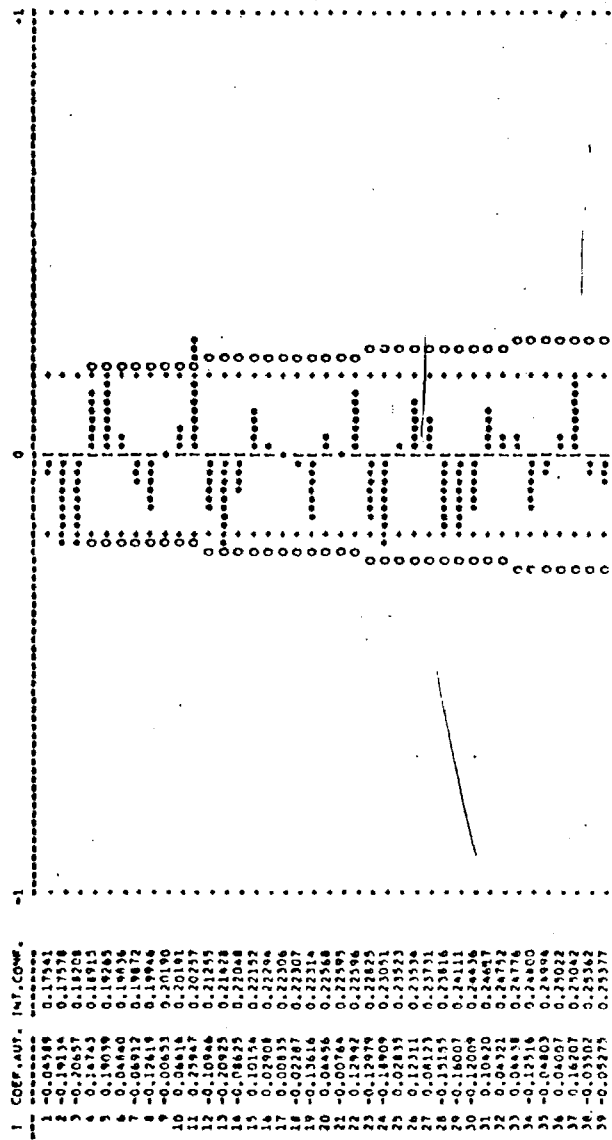


FIGURA 5.55

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE RESIDUOS DE MONOPOL

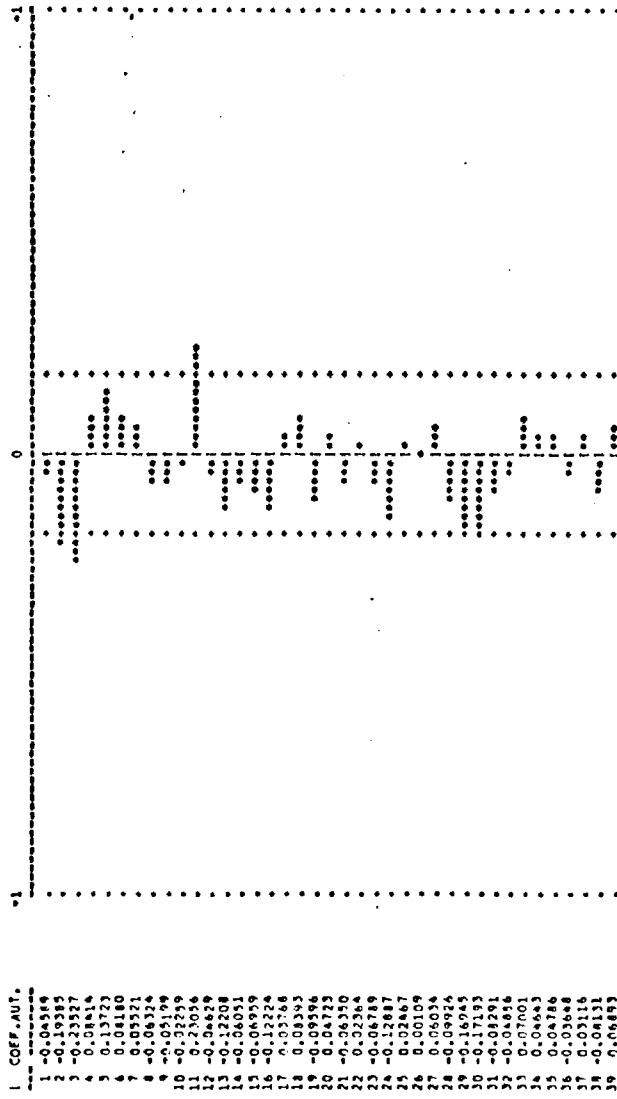


FIGURA 5.56

Esto se comprueba con el test de independencia, que resulta un valor de $Q = 62,58$, considerablemente elevado sobre el número de grados de libertad 37, lo que demuestra que los residuos están correlados, por lo que no es aceptable el modelo.

El camino a seguir era, bien observar los correlogramas de los residuos para ver los indicios de mala especificación, o bien, suprimir las observaciones anómalas, sustituyéndolas por interpolaciones entre las dos observaciones contiguas.

Observando los correlogramas se verá como la mala especificación debía venir del componente estacional del modelo, pues aparecían los C. A. S. de orden 24 y 36 y el C. A. P. de orden 24, bastante elevados en relación al resto.

7.3. MODELOS ALTERNATIVOS

IMA (2, 1) (1, 2)

El primer modelo a comprobar era añadir una segunda media móvil al anterior, es decir un IMA (2, 1) (1, 2) que estimado fué

$$\nabla^2 \nabla_{12} \ln M_t = (1 - 0,913B) (1 - 0,991B^{12}) (1 + 0,166B^{24}) \epsilon_t$$

(0,0388) (0,0935) (0,0871)

en el que la segunda media móvil estacional no llega a ser significativa, aunque por muy poco, y además tiene una correlación muy alta, 0,91, entre las dos medias móviles estacionales, lo que hace suprimir la segunda de ellas.

Por otro lado, el contraste de independencia da $Q = 64,29$, por lo que el modelo era rechazable.

La única alternativa viable era comprobar modelos mixtos, con uno o dos componentes autoregresivos, procediéndose entonces, a comprobar los modelos ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 1) y ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1)

ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 1)

El modelo estimado fué:

$$(1 + 0,182 B^{12}) \nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } M_t = (1 - 0,935 B) (1 - 0,835 B^{12}) a_t$$

(0,0959) (0,0312) (0,0382)

Si bien el modelo no presenta grandes correlaciones entre los parámetros, pues la mayor es 0,224, el parámetro autoregresivo estacional no llega a ser significativo y el contraste de independencia $Q = 56,41$, lo hace rechazable.

Los correlogramas de C.A.S y C.A.P. de los residuos tienen su coeficiente de orden 24 bastante alto, que hace pensar que el problema estacional aún no ha sido resuelto.

ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1)

El modelo obtenido era:

$$(1 + 0,258 B^{12}) (1 + 0,356 B^{24}) \nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } M_t = (1 - 0,924 B) (1 - 0,791 B^{12}) a_t$$

(0,0942) (0,106) (0,0346) (0,0588)

cuyos parámetros son todos significativamente distintos de cero, según se comprueba mediante test, en el caso de los dos autoregresivos estacionales y significativamente distintos de la unidad, en el caso de las medias móviles, estacional y no estacional.

La matriz de correlación entre los coeficientes estimados es:

	Φ_1	Φ_2	Θ_1	Θ_1
Φ_1	1,000			
Φ_2	0,262	1,000		
Θ_1	0,028	0,003	1,000	
Θ_1	0,328	0,313	-0,403	1,000

La desviación típica de los residuos es 0,0533 y el coeficiente de determinación 0,759.

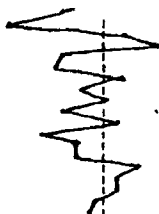
El gráfico de los residuos (Fig. 5.57) es similar al de los residuos del IMA (2, 1) (1, 1), con cuatro grandes anomalías en las mismas observaciones. Sin embargo, los correlogramas de C. A. S. (Fig. 5.58) y C. A. P. (Fig. 5.59) no presentan ninguna estructura, con un único coeficiente significativo, el de orden 2, que puede ser explicado por la correlación negativa que tienen los pares de observaciones 105-107 y 107-109.

Los tests comprueban la adecuación del modelo, así el contraste de media nula forma el intervalo.

$$\left. \begin{array}{l} \mu = -0,00655 \\ \sqrt{\mu} = -0,00467 \end{array} \right\} \text{Intervalo } (-0,00934, +0,00934)$$

041	042	043	044	045	046	047	048	049	050	051	052	053	054	055	056	057	058	059	060	061	062	063	064	065	066	067	068	069	070	071	072	073	074	075	076	077	078	079	080	081	082	083	084	085	086	087	088	089	090	091	092	093	094	095	096	097	098	099	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

FIGURA 5.57



ANÁLISIS DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACIÓN SIMPLE DE LA SERIE RESIDUOS DE MERMOL

● INTERVALO DE CONFIANZA
○ COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.17541

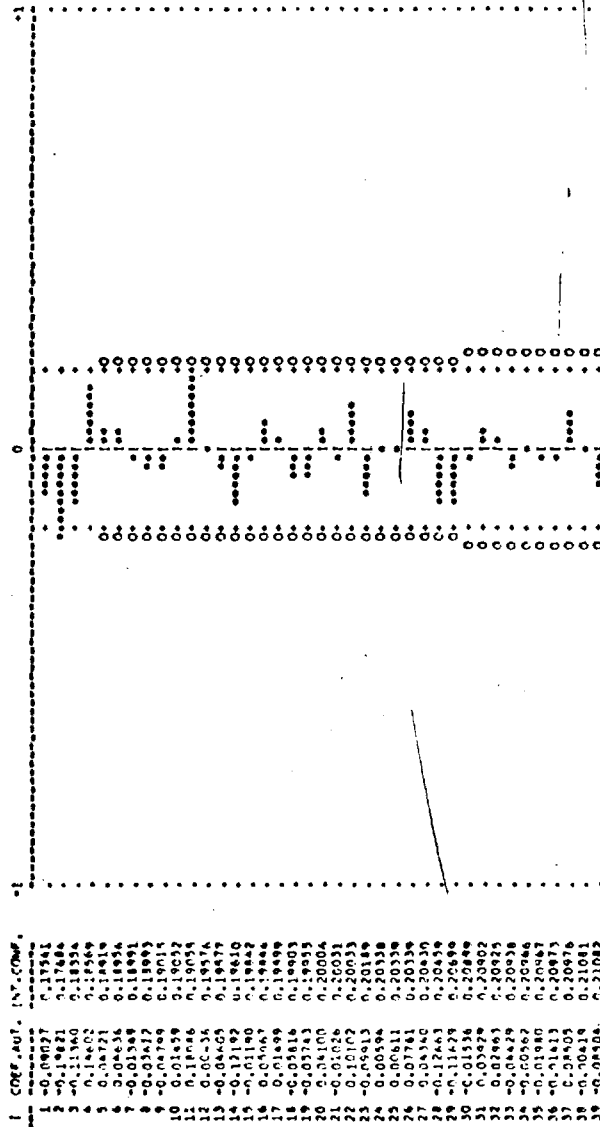


FIGURA 5.58

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE RESIDUOS DE MONOPOLI

• : INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17541
 • : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

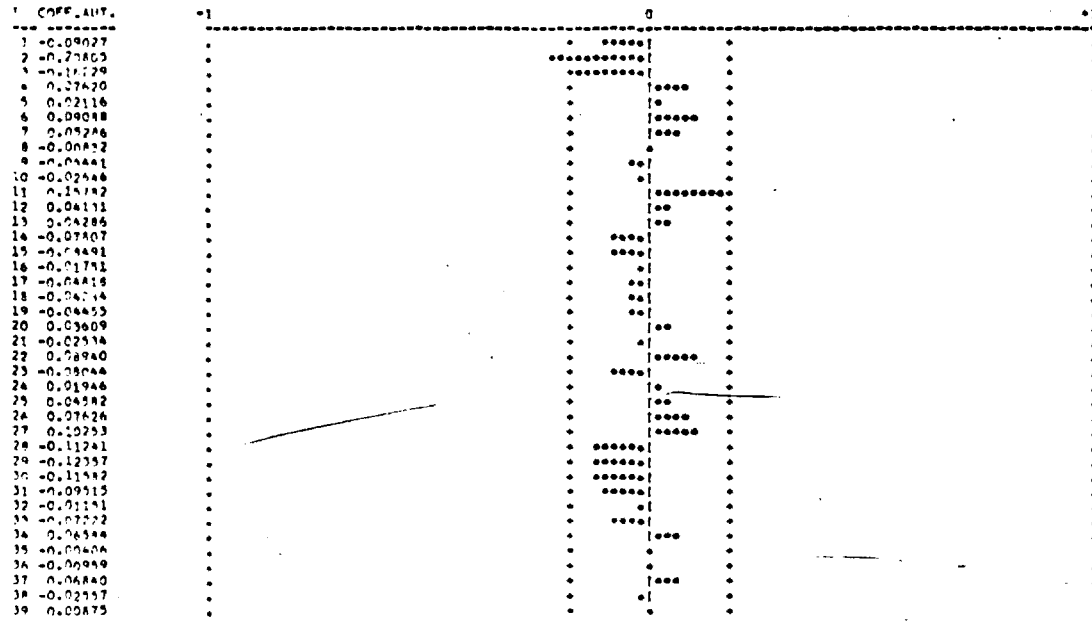


FIGURA 5.59

que incluye a la media, por lo que se acepta la hipótesis, así como el de independencia que da un valor de $Q = 29,83$, bastante inferior a los grados de libertad 35.

El histograma también tiene un aspecto Normal.

Corrección de datos.

Dada la sistemática presencia de las cuatro observaciones anómalas en los residuos de los modelos, se trató de eliminar las distorsiones que ellas representan, mediante su sustitución por valores interpolados entre las dos observaciones contiguas.

Las sustituciones fueron:

Mes	Valor original	Nuevo valor
Noviembre 1. 973	6. 923	7. 435
Septiembre 1. 974	5. 501	6. 447
Noviembre 1. 975	5. 445	5. 022
Marzo 1. 976	5. 305	4. 788

Con la nueva serie, se sigue el mismo proceso que con la serie original, llegándose a estimar un IMA (2, 1) (1, 1), modelo resultante de la transformación $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } M_t$.

El modelo daba unos residuos correlados pues $Q = 51,65$ no permitía aceptar la hipótesis de independencia, por lo que el modelo era rechazado.

Fijándose en los correlogramas de los residuos, se observaba mala especificación en la parte estacional, por lo que se pasó

a estimar los mismos modelos alternativos que con los valores originales.

Así el IMA (2, 1) (1, 2) tenía una alta correlación entre sus dos medias móviles y el ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 1) un $Q = 70,35$, que, como puntos más negativos de ambos modelos, los hacían rechazables.

Comprobado el ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 2) se obtuvo:

$$(1+0,218B^{12})(1+0,309B^{24}) \nabla^2 \nabla_{12} \ln M_t = (1-0,918B)(1-0,725B^{12}) a_t$$

(0,102) (0,107) (0,0368) (0,788)

Los coeficientes son significativamente distintos de cero los autoregresivos, y de la unidad los de media móvil, mientras que las correlaciones entre ellos son pequeñas, la mayor 0,455.

La desviación típica de los residuos es 0,0478 y el coeficiente de determinación 0,715, ambos menores que los del mismo modelo con la serie original.

Los contrastes habituales muestran la adecuación del modelo, si bien, el $Q = 32,58$, es mayor que el anterior, y cercano a los grados de libertad 35.

En el gráfico de la serie de residuos Fig. 5.60 ya han desaparecido los puntos extremos de los residuos del modelo para la serie original, mientras sus gráficos de C. A. S. y C. A. P. son similares a los de tal modelo.

Se ha elegido, por acercarse más a la realidad, el modelo ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1) correspondiente a la serie original sin

modificaciones.

Los puntos que exceden del intervalo de $\pm 2 \sigma$ de esta serie son: Julio 1.969, Abril 1.970, Noviembre 1.973, Septiembre 1.974, Noviembre 1.975, Febrero 1.976, Marzo 1.976, Febrero 1.977.

7.4. PREVISION

El modelo que resulta adecuado para este grupo, ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1) tiene un desarrollo muy complicado para construir la función de previsión, no pudiéndose llegar a una representación reducida y clara de la misma.

Por ello, y al igual que ocurriera en la serie ELECTRIC, para la cual el modelo estimado era el mismo, se omite la construcción de dicha función.

Para comprobar la precisión del modelo, se recurrió a la fórmula habitual de prever los tres últimos meses conocidos (Cuadro 5.14) determinándose las desviaciones porcentuales que tales estimaciones tenían sobre los datos reales.

Las desviaciones cometidas son:

<u>Mes</u>	<u>Desviaciones</u>
Octubre 77	3,49%
Noviembre 77	1,17%
Diciembre 77	-5,49%

 ** R E S U L T A D O S **

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1076E 01	0.1152E 01	0.1228E 01	0.1304E 01	0.1380E 01	0.1456E 01	0.1532E 01	0.1608E 01
VARIANZA PREVISION :	0.2840E-02	0.6128E-02	0.7297E-02	0.1418E-01	0.1901E-01	0.2442E-01	0.3044E-01	0.3710E-01
HORIZONTE :	9	10	11	12				
VALORES DE PSI :	0.1688E 01	0.1740E 01	0.1836E 01	0.2179E 01				
VARIANZA PREVISION :	0.4445E-01	0.5250E-01	0.6130E-01	0.7087E-01				

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.9%		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
141	1	0.353527E 04	0.318012E 04	0.391824E 04	0.341590E 04	
142	1	0.344299E 04	0.309710E 04	0.381664E 04	0.340299E 04	
143	1	0.332071E 04	0.298720E 04	0.358132E 04	0.351399E 04	
144	1	0.333447E 04	0.299949E 04	0.369635E 04		

CUADRO 5.14

De estas desviaciones se puede hallar el error medio cometido, para el grupo Monopolios, por media simple de los errores mensuales.

$$\text{Error Medio} = \frac{3,49 + 1,17 + 5,49}{3} = 3,38\%$$

El cuadro 5.15 contiene las previsiones realizadas para los 12 siguientes períodos, correspondientes a los meses del año 1.978.

 *** RESULTADOS ***

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1076E 01	0.1152E 01	0.1228E 01	0.1304E 01	0.1380E 01	0.1456E 01	0.1532E 01	0.1608E 01
VARIANZA PREVISION :	0.2840E-02	0.4124E-02	0.9897E-02	0.1418E-01	0.1901E-01	0.2442E-01	0.3044E-01	0.3710E-01

HORIZONTE :	9	10	11	12
VALORES DE PSI :	0.1684E 01	0.1740E 01	0.1836E 01	0.2379E 01
VARIANZA PREVISION :	0.4445E-01	0.5250E-01	0.6130E-01	0.7087E-01

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITE INFERIOR	DE 0.95 SUPERIOR	VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
144	1	0.333447E 04	0.299949E 04	0.369635E 04		
144	2	0.335581E 04	0.284968E 04	0.390034E 04		
144	3	0.354332E 04	0.290121E 04	0.428492E 04		
144	4	0.356263E 04	0.280111E 04	0.446738E 04		
144	5	0.347494E 04	0.262700E 04	0.451002E 04		
144	6	0.337109E 04	0.245164E 04	0.452155E 04		
144	7	0.324754E 04	0.227215E 04	0.450248E 04		
144	8	0.318730E 04	0.214489E 04	0.456384E 04		
144	9	0.307672E 04	0.199059E 04	0.454877E 04		
144	10	0.302903E 04	0.188304E 04	0.462519E 04		
144	11	0.289788E 04	0.172394E 04	0.455005E 04		
144	12	0.292563E 04	0.167580E 04	0.475814E 04		

CUADRO 5.15

8. SIDEROMETALURGICAS

8.1. IDENTIFICACION

La serie SIDEROME, S_t , correspondiente al grupo Sidero-metalúrgicas, necesita de las transformaciones: $\ln S_t$, $\nabla \ln S_t$, $\nabla^2 \ln S_t$, $\nabla \nabla_{12} \ln S_t$ hasta llegar a la $\nabla^2 \nabla_{12} \ln S_t$ que es la mejor de las obtenidas.

Los gráficos de la serie (Fig. 5.61) y de los C.A.S. (Fig. 5.62) y de los C.A.P. (Fig. 5.63) bajo esta transformación, muestran la configuración típica de un modelo IMA (2, 1)(1, 1).

El algoritmo de Marquardt, dada la buena preestimación realizada de 0,8 para ambos parámetros, consiguió la estimación eficiente en sólo seis iteraciones, obteniendo el modelo:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \ln S_t = (1 - 0,897 B) (1 - 0,924 B^{12}) a_t$$

(0,0557) (0,0260)

El coeficiente de correlación entre los parámetros estimados es de solo - 0,0654, la desviación típica de los residuos es 0,0574 y el coeficiente de determinación de 0,659.

8.2. DIAGNOSIS

Los residuos del modelo tienen estructura de "ruido blanco" pues el gráfico de la serie (Fig. 5.64) parece estacionario, y los gráficos de C.A.S. (Fig. 5.65) y de C.A.P. (Fig. 5.66) de los residuos no tienen estructura evidente, presentando sólo el

340

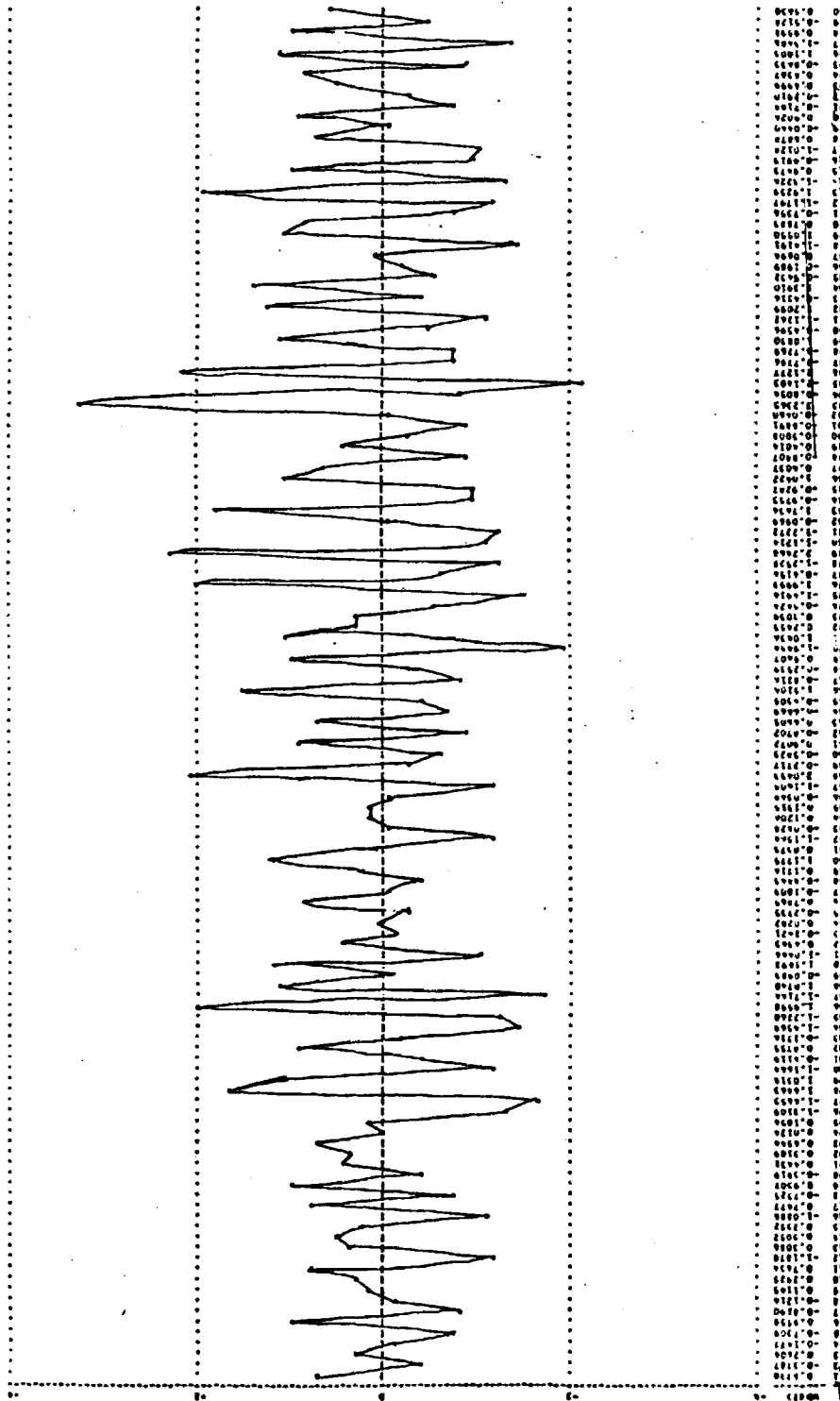


FIGURA 5.61

* I INTERVALO DE COMPIANZA
 * I COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.17541

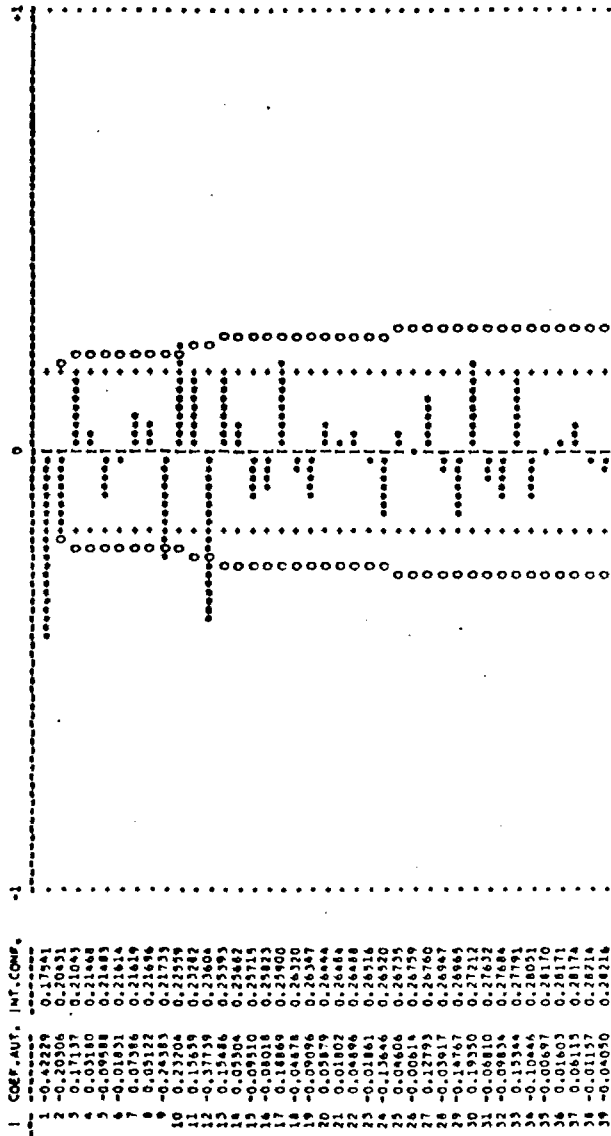


FIGURA 5.62

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE SIOFROME BAJO LA TRANSFORMACION : $\lambda = 0, D = 2, \theta = 1, S = 12$

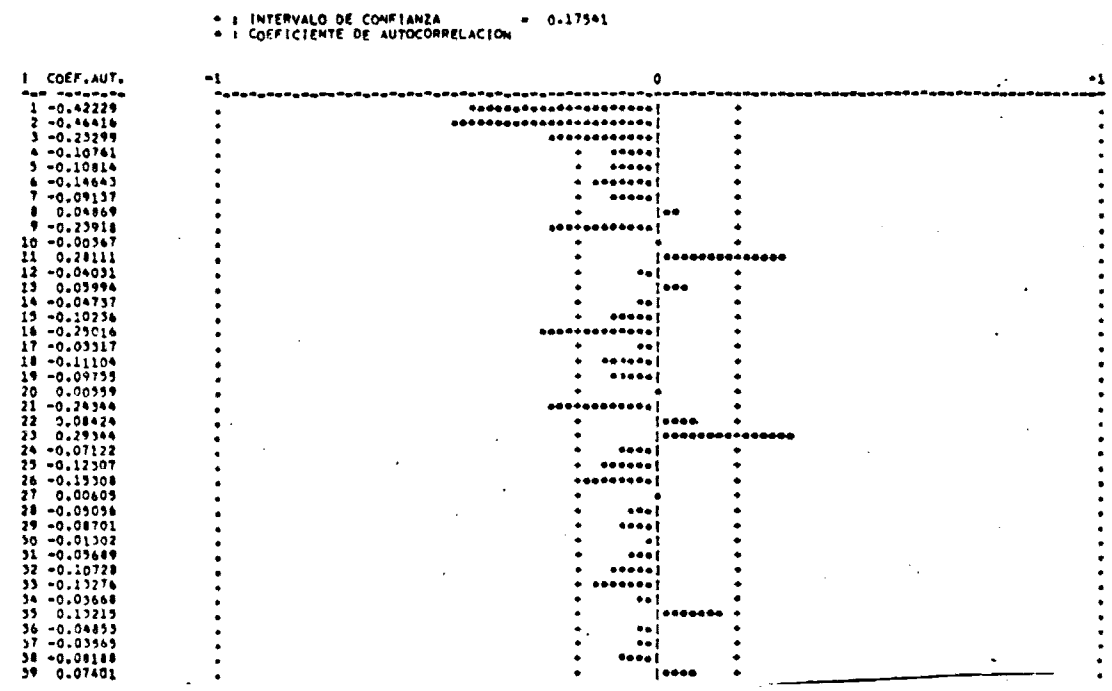
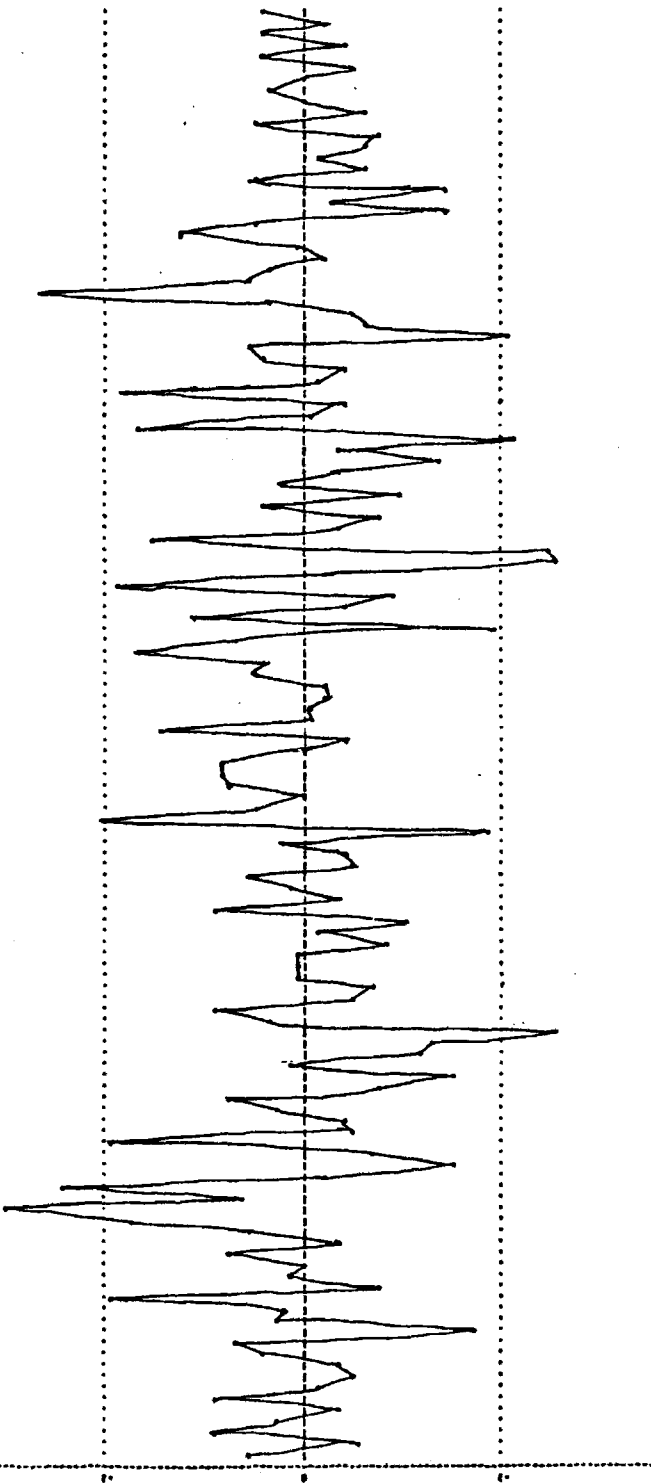


FIGURA 5.63

342



1410	04
1400	04
1390	04
1380	04
1370	04
1360	04
1350	04
1340	04
1330	04
1320	04
1310	04
1300	04
1290	04
1280	04
1270	04
1260	04
1250	04
1240	04
1230	04
1220	04
1210	04
1200	04
1190	04
1180	04
1170	04
1160	04
1150	04
1140	04
1130	04
1120	04
1110	04
1100	04
1090	04
1080	04
1070	04
1060	04
1050	04
1040	04
1030	04
1020	04
1010	04
1000	04
990	04
980	04
970	04
960	04
950	04
940	04
930	04
920	04
910	04
900	04
890	04
880	04
870	04
860	04
850	04
840	04
830	04
820	04
810	04
800	04
790	04
780	04
770	04
760	04
750	04
740	04
730	04
720	04
710	04
700	04
690	04
680	04
670	04
660	04
650	04
640	04
630	04
620	04
610	04
600	04
590	04
580	04
570	04
560	04
550	04
540	04
530	04
520	04
510	04
500	04
490	04
480	04
470	04
460	04
450	04
440	04
430	04
420	04
410	04
400	04
390	04
380	04
370	04
360	04
350	04
340	04
330	04
320	04
310	04
300	04
290	04
280	04
270	04
260	04
250	04
240	04
230	04
220	04
210	04
200	04
190	04
180	04
170	04
160	04
150	04
140	04
130	04
120	04
110	04
100	04
90	04
80	04
70	04
60	04
50	04
40	04
30	04
20	04
10	04
0	04

FIGURA 5.64

REPRODUCED FROM THE ORIGINAL DOCUMENT BY THE NATIONAL ARCHIVES AT COLLEGE PARK, MARYLAND

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE RESIDUOS DE SIDERONE

• : INTERVALO DE CONFIANZA
 * : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION = 0.17581

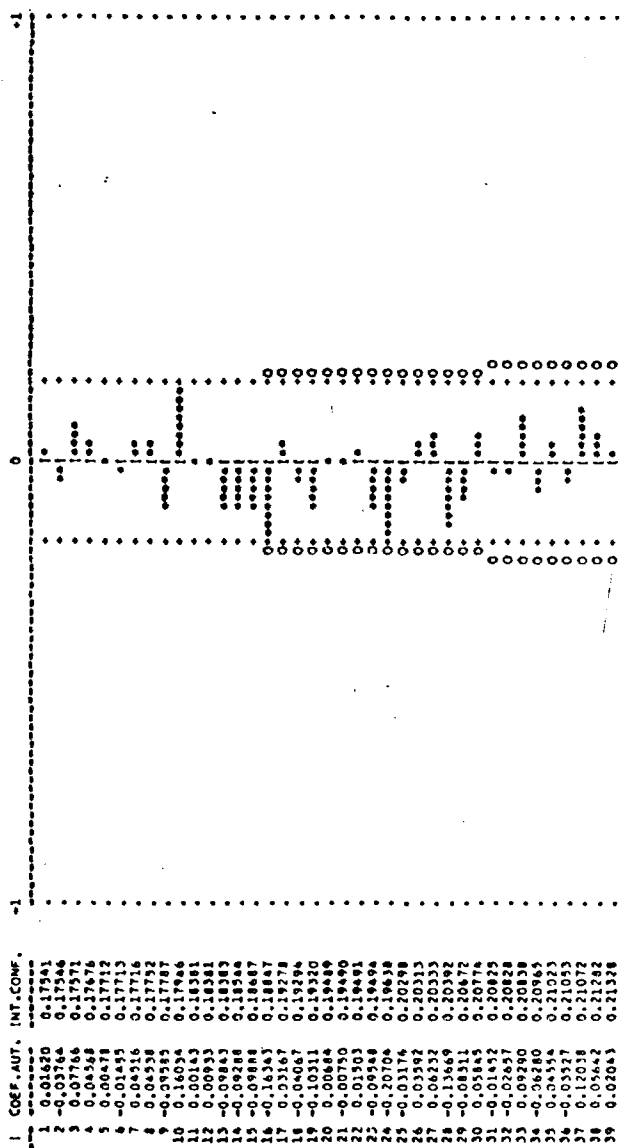


FIGURA 5.65

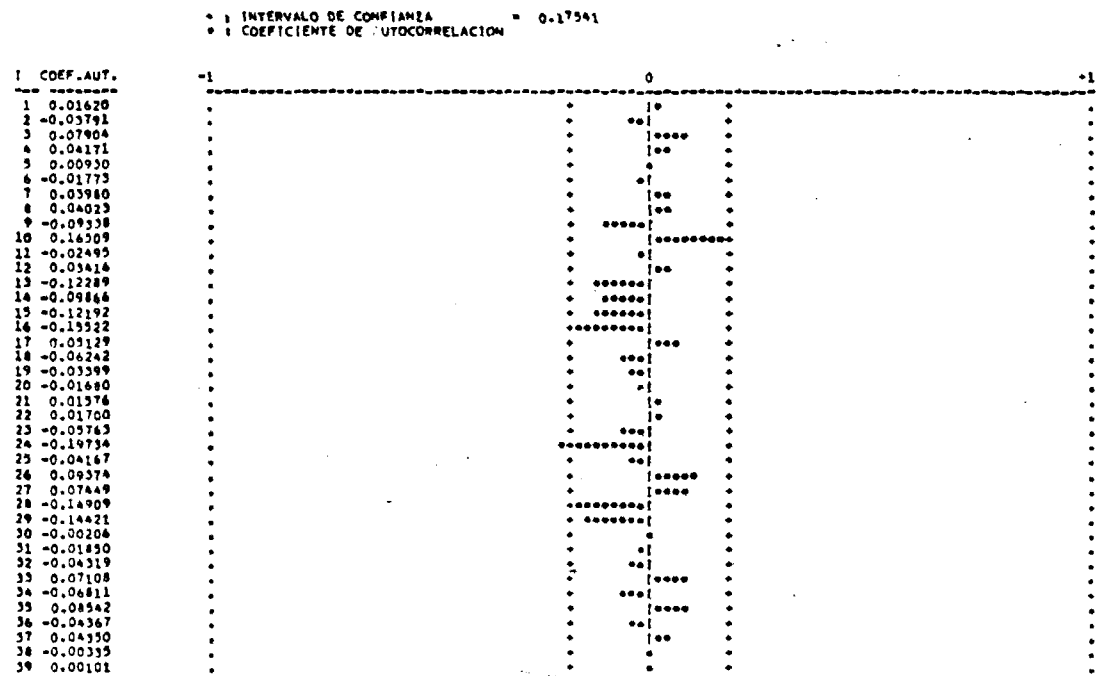


FIGURA 5.66

coeficiente de orden 24, significativo y casi significativos los de orden 10 y 16.

Estos dos últimos coeficientes por estar en retardos poco importantes carecen de significación, por lo que el único preocupante es el 24, el cual, se puede explicar por la influencia de la correlación negativa que tienen las observaciones 81 y 105, que siendo extremas y de signo distinto, hacen aparecer al C.A.S. correspondiente más negativo de lo que sería si no existieran tales observaciones.

Por lo demás, los contrastes son aceptables, así el de media nula:

$$\left. \begin{array}{l} \mu = 0,00153 \\ \sqrt{\mu} = 0,00504 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Intervalo} \\ (-0,01008, + 0,01008) \end{array}$$

consigue un intervalo que engloba con suficiencia a la media y el de independencia muestra un valor de $Q = 31,15$ menor que el número de grados de libertad, 37, por lo que ambas hipótesis son aceptadas.

El histograma también tiene un aspecto Normal.

Por tanto, se acepta el modelo IMA (2, 1) (1, 1) como adecuado, ya que sus residuos presentan estructura de ruido, resistiendo los contrastes estadísticos.

Los puntos anómalos que presenta el gráfico de la serie de residuos del modelo corresponden a los meses Enero 1.969, Marzo 1.969, Mayo 1.970, Noviembre 1.973, Diciembre 1.973,

Octubre 1. 974, Julio 1. 975 y Noviembre 1. 975, que, como ya se ha dicho, se explicarán de forma conjunta con los de las demás series, al final del capítulo.

8.3. PREVISION

Del modelo elegido para esta serie, se construye una función de previsión semejante a las construidas para la mayoría de las series aquí analizadas, por ser el mismo tipo de modelo.

Así la función de previsión que se obtiene es:

$$\hat{S}_t(1) = S_t \frac{S_t}{S_{t-1}} \frac{S_{t-11}}{S_{t-12}} \frac{S_{t-13}}{S_{t-12}} \left(\frac{u_{t-12}}{u_t} \right)^{0,897} \left(\frac{u_{t-12}}{u_{t-11}} \right)^{0,924}$$

Las desviaciones porcentuales cometidas al comprobar la precisión del modelo, con los tres últimos datos conocidos, cuyas proyecciones, según el modelo aparecen en el cuadro 5.16, son los siguientes:

<u>Mes</u>	<u>Desviaciones</u>
Octubre 77	- 1,60%
Noviembre 77	1,61%
Diciembre 77	0,91%

Como se puede comprobar, la precisión de este modelo es muy buena, pues para las pruebas realizadas, los errores de previsión no sobrepasan en ningún caso el 2%. En cuanto a

 ** RESULTADOS **

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1104E 01	0.1204E 01	0.1309E 01	0.1412E 01	0.1515E 01	0.1618E 01	0.1721E 01	0.1824E 01
VARIANZA PREVISION :	0.3300E-02	0.7114E-02	0.1211E-01	0.1777E-01	0.2415E-01	0.3192E-01	0.4056E-01	0.5034E-01
HORIZONTE :	9	10	11	12				
VALORES DE PSI :	0.1927E 01	0.2030E 01	0.2134E 01	0.2312E 01				
VARIANZA PREVISION :	0.6131E-01	0.7157E-01	0.8717E-01	0.1022E 00				

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
141	1	0.970172E 03	0.865433E 03	0.108400E 04	0.985997E 03	
142	1	0.962205E 03	0.858324E 03	0.107510E 04	0.946994E 03	
143	1	0.909643E 03	0.811474E 03	0.101642E 04	0.917998E 03	
144	1	0.940962E 03	0.839376E 03	0.105137E 04		

CUADRO 5.16

previsión este es el mejor modelo de los en este estudio presentados.

El error medio para el conjunto de la serie, obtenido por media simple de los errores de los meses comprobados es:

$$\text{Error Medio} = \frac{1,60 + 1,61 + 0,91}{3} = 1,37\%$$

Los valores proyectados hacia el futuro, hasta un total de 12 períodos adelante, están contenidos en el cuadro 5.17.

 ** R E S U L T A D O S **

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1103E 01	0.1206F 01	0.1309F 01	0.1412E 01	0.1515E 01	0.1618E 01	0.1721E 01	0.1824E 01
VARIANZA PREVISION :	0.3300F-02	0.7415E-02	0.1211E-01	0.1777E-01	0.2435E-01	0.3192E-01	0.4056E-01	0.5034E-01

HORIZONTE :	9	10	11	12
VALORES DE PSI :	0.1927E 01	0.2030F 01	0.2133F 01	0.2312E 01
VARIANZA PREVISION :	0.6131E-01	0.7557E-01	0.8717E-01	0.1022E 00

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITE DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
144	1	0.940942F 03	0.839376F 03	0.105137E 04		
144	2	0.976963F 03	0.822168F 03	0.115104E 04		
144	3	0.962730E 03	0.771231E 03	0.118731E 04		
144	4	0.966072E 03	0.737366F 03	0.124342E 04		
144	5	0.939141E 03	0.683313E 03	0.125970E 04		
144	6	0.920845E 03	0.638413F 03	0.128629E 04		
144	7	0.892004E 03	0.589013F 03	0.129716E 04		
144	8	0.880892E 03	0.553371E 03	0.133342E 04		
144	9	0.845977E 03	0.504973E 03	0.133297F 04		
144	10	0.837052E 03	0.474130E 03	0.137296F 04		
144	11	0.825217E 03	0.442920E 03	0.140914F 04		
144	12	0.804002E 03	0.408292E 03	0.142944E 04		

CUADRO 5.17

9. QUIMICO-TEXTIL

9.1. IDENTIFICACION

El octavo grupo bursatil es el Químico-textil, al cual corresponde la serie QUIMITEX, Q_t , es necesario diferenciar para conseguir la estacionaridad, obteniéndose en la transformación $\nabla^2 \nabla_{12} \ln Q_t$.

Bajo esta transformación la serie presenta un desarrollo tal como el de la Figura 5.67, como se ve estacionaria, mientras los correlogramas de los C. A. S. y C. A. P. correspondientes están en las figuras 5.68 y 5.69.

Es de destacar el hecho de que el primer C. A. S. sea $-0,509$, superior al $-0,5$, síntoma de sobrediferenciación. Por ello, en primer lugar se toma la transformación $\nabla^2 \ln Q_t$ como más estacionaria sobre la cual se tratará de estimar un modelo.

El modelo es simplemente un MA (1) ya que se observa decaimiento exponencial en las C. A. P., con un solo C. A. S. significativo, el de orden uno. No se aprecia ninguna estructura en el ámbito estacional.

Incluyendo el grado de diferenciación, el modelo es IMA (2, 1).

Una vez estimado, se pudo comprobar la presencia de errores en la rutina de estimación del algoritmo de Marquardt, lo que invalida todos los resultados posteriores, rechazándose el modelo por mala especificación.

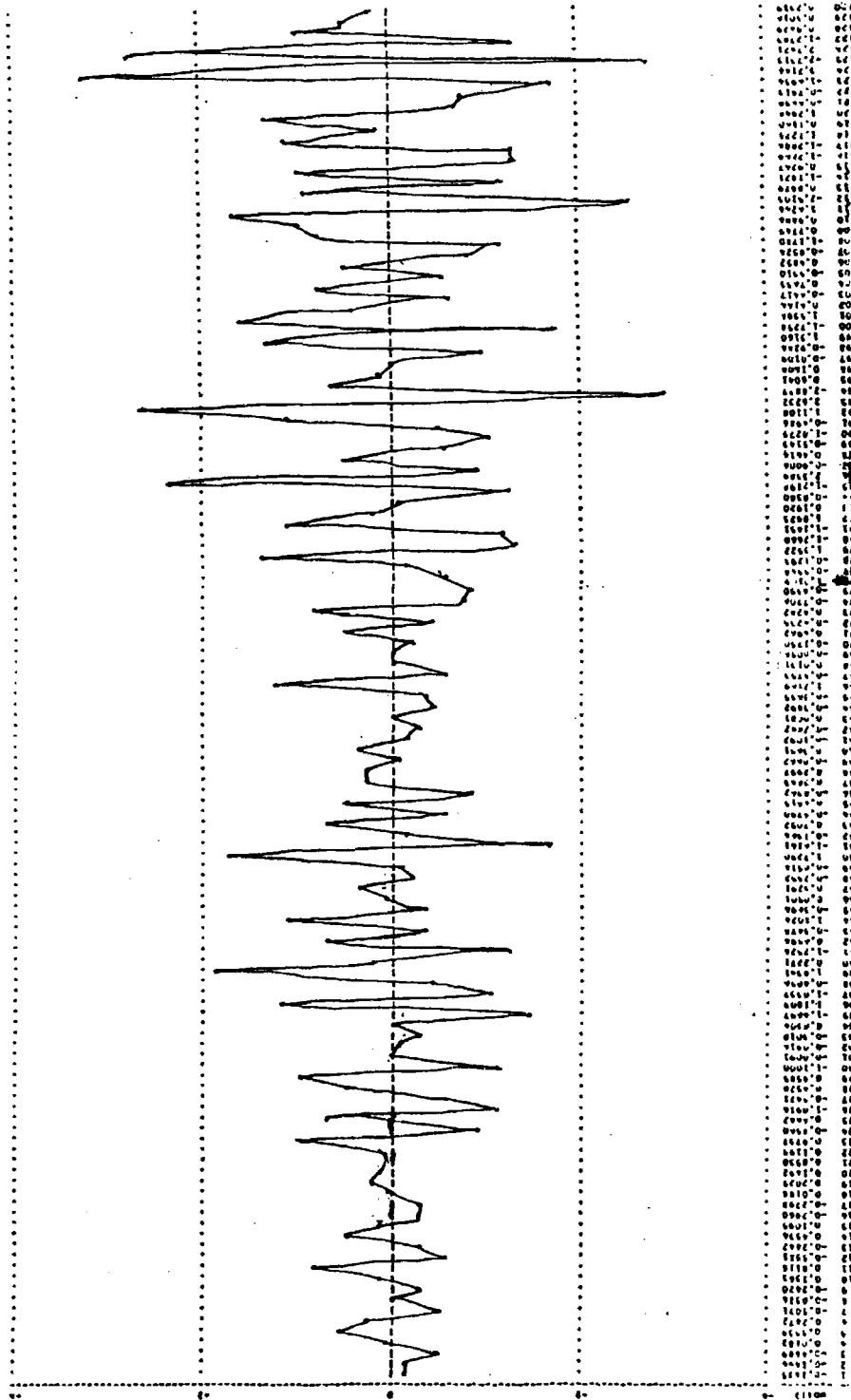


FIGURA 5.67

SEALDO DE LA SERRA QUINTERO Y LA FUNDACION LAMARCA, S.A. 1983
FROM BATES STAMPING CO.

• INTERVALO DE CONFIANZA
 ○ COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

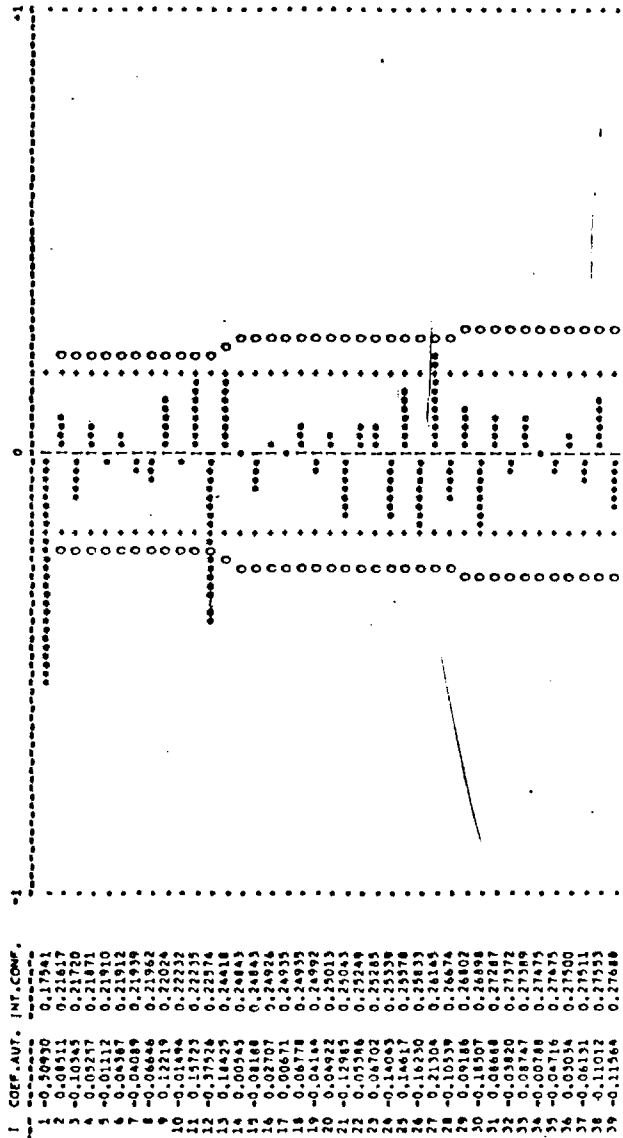


FIGURA 5.68

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE QUILITEZ BAJO LA TRANSFORMACION : $\lambda = 0.0, \sigma = 2.0, \theta = 1.5, \phi = 1.2$

• : INTERVALO DE CONFIANZA = 0.175(1)
 * : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

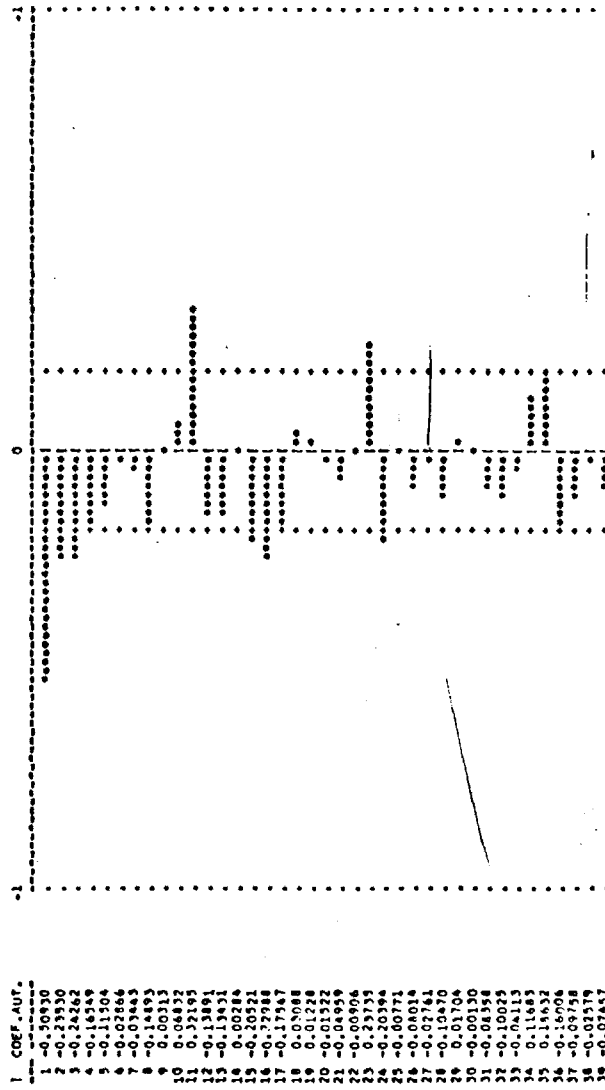


FIGURA 5.69

Por ello, se elige la transformación $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } Q_t$ sobre la cual se estimará el modelo IMA (2, 1) (1, 1).

Partiendo de la preestimación de 0,8 para ambos parámetros se consiguió la estimación eficiente en cuatro iteraciones, obteniéndose el modelo:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } Q_t = (1 - 0,830 B) (1 - 0,879 B^{12}) a_t$$

(0,0488) (0,0304)

la correlación entre los coeficientes estimados es de -0,141, la desviación típica de los residuos 0,0658 y el coeficiente de determinación 0,651.

9.2. DIAGNOSIS

El gráfico de la serie de residuos (Fig. 5.70) presenta pequeños síntomas de deambulación al principio de la serie, pues pasa de ser todos positivos entre las observaciones 13 a 25, excepto la 16, a ser todos negativos de la 26 a la 38, excepto la 29. El resto de la serie parece estacionaria.

Los gráficos de los C. A. S. (Fig. 5.71) y de los C. A. P. (Fig. 5.72) de los residuos no indican ninguna estructura, pues no llegan a tener siquiera ningún coeficiente significativo, estando los más elevados en ordenes tan poco importantes como el 14, 27 y 30.

Los contrastes también son aceptables, así por ejemplo, en el de media nula:

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE RESIDUOS DE QUINITER

* : INTERVALO DE CONFIANZA = 0.17541
 * : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

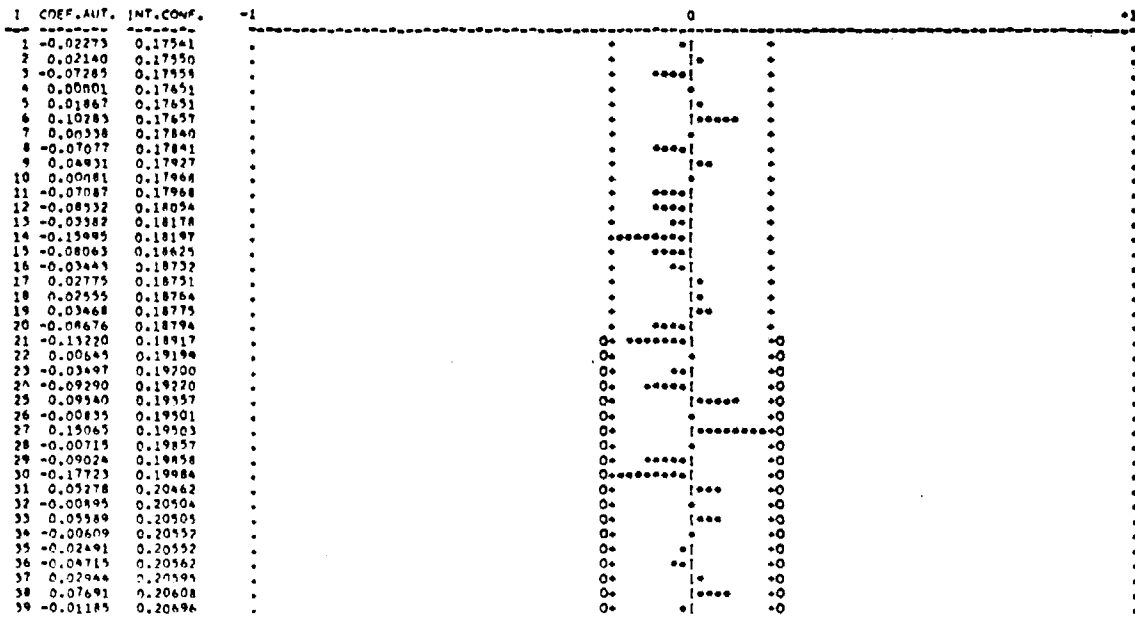


FIGURA 5.71

358

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE RESIDUOS DE QUIMITEX

* : INTERVALO DE CONFIANZA = 0.175s1
• : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

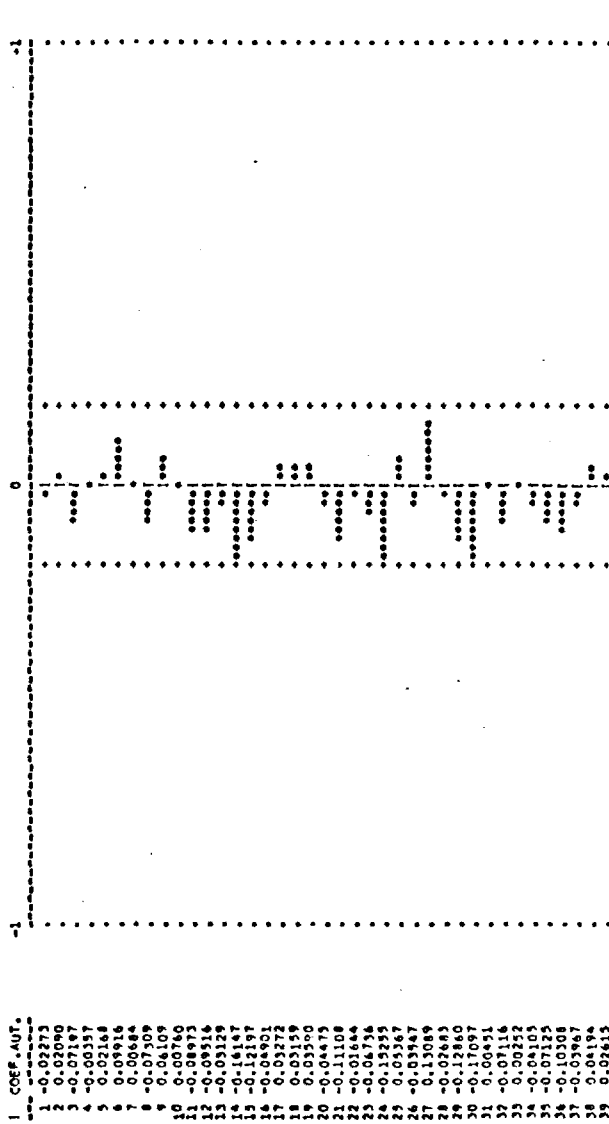


FIGURA 5.72

$$\left. \begin{array}{l} \mu = -0,00740 \\ \sigma_{\mu} = -0,00577 \end{array} \right\} \text{Intervalo } (-0,01154, +0,01154)$$

el intervalo cubre suficientemente a la media y en el de independencia el Q es 25,50 bastante menor que el número de grados de libertad 37.

El histograma también parece Normal.

Sin embargo, es evidente una falta de homocedasticidad en el gráfico de los residuos, que aparece de pronto, alrededor de la observación 70. Esto hace pensar en un posible cambio de estructura en el desarrollo de la serie, por lo que se acudió a un análisis por separado de la segunda parte de la serie.

Así se tomaron los últimos 72 datos, correspondientes a los años 72-77, ambos incluidos, que llevaron a la comprobación del mismo modelo IMA (2, 1) (1, 1), para este período.

El modelo resultante fué:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } Q_t = (1 - 0,842 B) (1 - 0,836 B^{12}) a_t \\ (0,0751) \quad (0,0713)$$

La correlación entre los parámetros -0,435, la desviación típica de los residuos 0,0821 y el coeficiente de determinación 0,676.

El gráfico de los residuos es perfectamente homocedástico y los gráficos de C. A. S. y C. A. P. no presentan estructura, con

ningún coeficiente significativo, siendo el mayor el 30, explicable por la correlación negativa de las dos únicas observaciones extremas 9-39.

Los tests habituales, media nula, independencia e histograma, ratifican la adecuación del modelo.

Con ello, se demuestra la validez de la estructura IMA (2, 1) (1, 1) para esta serie, de la cual se elegirá el primer modelo estimado sobre la serie completa, ya que su error de previsión es de 6,58% frente al 8,21% del segundo modelo.

Además la magnitud de los errores de estimación de los parámetros, hace peligrar la condición de invertibilidad de ambos.

Una última comprobación se hizo, truncando la serie en la observación 124, correspondiente a Abril 1. 976, por aparecer, a partir de dicha observación, la mayor parte de las anomalías sobre la transformación $\nabla^2 \nabla_{12} \ln Q_t$ (Fig. 5.67) que distorsionaban el modelo.

Los resultados fueron igualmente aceptables pues ni los residuos ni los correlogramas evidenciaban inadecuación, presentándose los contrastes igualmente favorables.

Las observaciones anómalas existentes en los residuos del modelo elegido, el IMA (2, 1) (1, 1) para la serie completa, corresponden a los meses: Enero 1.969, Abril 1.970, Noviembre 1.973, Abril 1.974, Noviembre 1.974, Noviembre 1.975 y Mayo 1.976.

9.3. PREVISION

La función de previsión para la serie QUIMITEX, tiene una estructura similar que la de la mayoría de las series antes presentadas, por ser el mismo tipo de modelo el adecuado. Esta función es:

$$\hat{Q}_t (1) = Q_t \frac{Q_t}{Q_{t-1}} \frac{Q_{t-11}}{Q_{t-12}} \frac{Q_{t-13}}{Q_{t-12}} \left(\frac{u_{t-12}}{u_t} \right)^{0,830} \left(\frac{u_{t-12}}{u_{t-11}} \right)^{0,879}$$

Comprobado el modelo con los tres últimos datos conocidos, se obtuvieron unas proyecciones para estos puntos (Cuadro 5.18) que representaban unas desviaciones porcentuales sobre los valores observados para cada uno de los tres últimos meses conocidos, de:

<u>Mes</u>	<u>Desviaciones</u>
Octubre 77	- 2,99%
Noviembre 77	- 2,25%
Diciembre 77	- 6,24%

Estas desviaciones llevan a un error medio para el grupo, según la media simple de las tres comprobaciones de:

$$\text{Error Medio} = \frac{2,99 + 2,25 + 6,24}{3} = 3,83\%$$

En el cuadro 5.19 aparecen los valores previstos de la serie para 12 períodos adelante, correspondientes a los meses del año 1.978.

 *** R E S U L T A D O S ***

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1170E 01	0.1340E 01	0.1510E 01	0.1680E 01	0.1850E 01	0.2020E 01	0.2190E 01	0.2360E 01
VARIANZA PREVISION :	0.4330E-02	0.1076E-01	0.1808E-01	0.2791E-01	0.4013E-01	0.5495E-01	0.7261E-01	0.9338E-01

HORIZONTE :	9	10	11	12
VALORES DE PSI :	0.2530E 01	0.2700E 01	0.2870E 01	0.3161E 01
VARIANZA PREVISION :	0.1175E 00	0.1452E 00	0.1768E 00	0.2124E 00

*** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE ***

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
141	1	0.156341E 04	0.137162E 04	0.177524E 04	0.161190E 04	
142	1	0.151998E 04	0.133317E 04	0.172549E 04	0.155500E 04	
143	1	0.146357E 04	0.128369E 04	0.166144E 04	0.156100E 04	
144	1	0.159636E 04	0.140016E 04	0.181219E 04		

CUADRO 5.18

 *** RESULTADOS ***

HORIZONTE : 1 2 3 4 5 6 7 8

VALORES DE PSI : 0.1170E 01 0.1340E 01 0.1410E 01 0.1640E 01 0.1850E 01 0.2020E 01 0.2190E 01 0.2360E 01

VARIANZA PREVISION : 0.4330E-02 0.1026E-01 0.1803E-01 0.2791E-01 0.4013E-01 0.5495E-01 0.7261E-01 0.9338E-01

HORIZONTE : 9 10 11 12

VALORES DE PSI : 0.2530E 01 0.2700E 01 0.2870E 01 0.3161E 01

VARIANZA PREVISION : 0.1175E 00 0.1452E 00 0.1768E 00 0.2124E 00

•• VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE ••

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
144	1	0.159634E 04	0.140016E 04	0.181219E 04		
144	2	0.162148E 04	0.132274E 04	0.196740E 04		
144	3	0.156537E 04	0.119233E 04	0.201840E 04		
144	4	0.158554E 04	0.112700E 04	0.216076E 04		
144	5	0.156277E 04	0.103434E 04	0.226826E 04		
144	6	0.153312E 04	0.942143E 03	0.234143E 04		
144	7	0.148580E 04	0.844923E 03	0.242979E 04		
144	8	0.146161E 04	0.766370E 03	0.253005E 04		
144	9	0.140491E 04	0.676441E 03	0.259167E 04		
144	10	0.139034E 04	0.617658E 03	0.272472E 04		
144	11	0.135618E 04	0.544549E 03	0.283024E 04		
144	12	0.132491E 04	0.442742E 03	0.294031E 04		

CUADRO 5.19

10. VARIOS

10.1. IDENTIFICACION

La última serie a analizar es la VARIOS, V_t , correspondiente al grupo bursátil de Varios, que, como todas las demas, necesita de transformación para llegar a ser estacionaria.

Salvo las transformaciones V_t y $\text{Ln } V_t$, no estacionarias, sin duda, las demás $\nabla \text{Ln } V_t$, $\nabla^2 \text{Ln } V_t$, $\nabla \nabla_{12} \text{Ln } V_t$ y $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } V_t$ presentan sistemáticamente observaciones anómalas, las dos primeras que no tienen diferencia estacional, en sus 24 primeras observaciones y las dos últimas en sus 12 primeras, ya que pierden 12 observaciones.

Estas anomalías, fuertes en algunos casos, como se puede comprobar en la Fig. 5.73, correspondiente a la transformación $\nabla^2 \nabla_{12} \text{Ln } V_t$, en la que aparecen 3 observaciones consecutivas, la 8, 9 y 10, con desviaciones típicas de 2,19, -3,97 y 2,96 respectivamente, distorsionan la configuración de los correlogramas, sobre todo en sus dos primeros retardos.

Estas tres observaciones corresponden a los meses de Octubre, Noviembre y Diciembre de 1.967, en los que tras un progresivo aumento de la cotización del grupo en los meses de verano, que culmina en el mes de Octubre con un incremento del índice de 8,52 puntos, se sucede un profundo recorte en el mes de Noviembre de 9,64 puntos a final de dicho mes, estabilizándose en el siguiente mes de Diciembre.

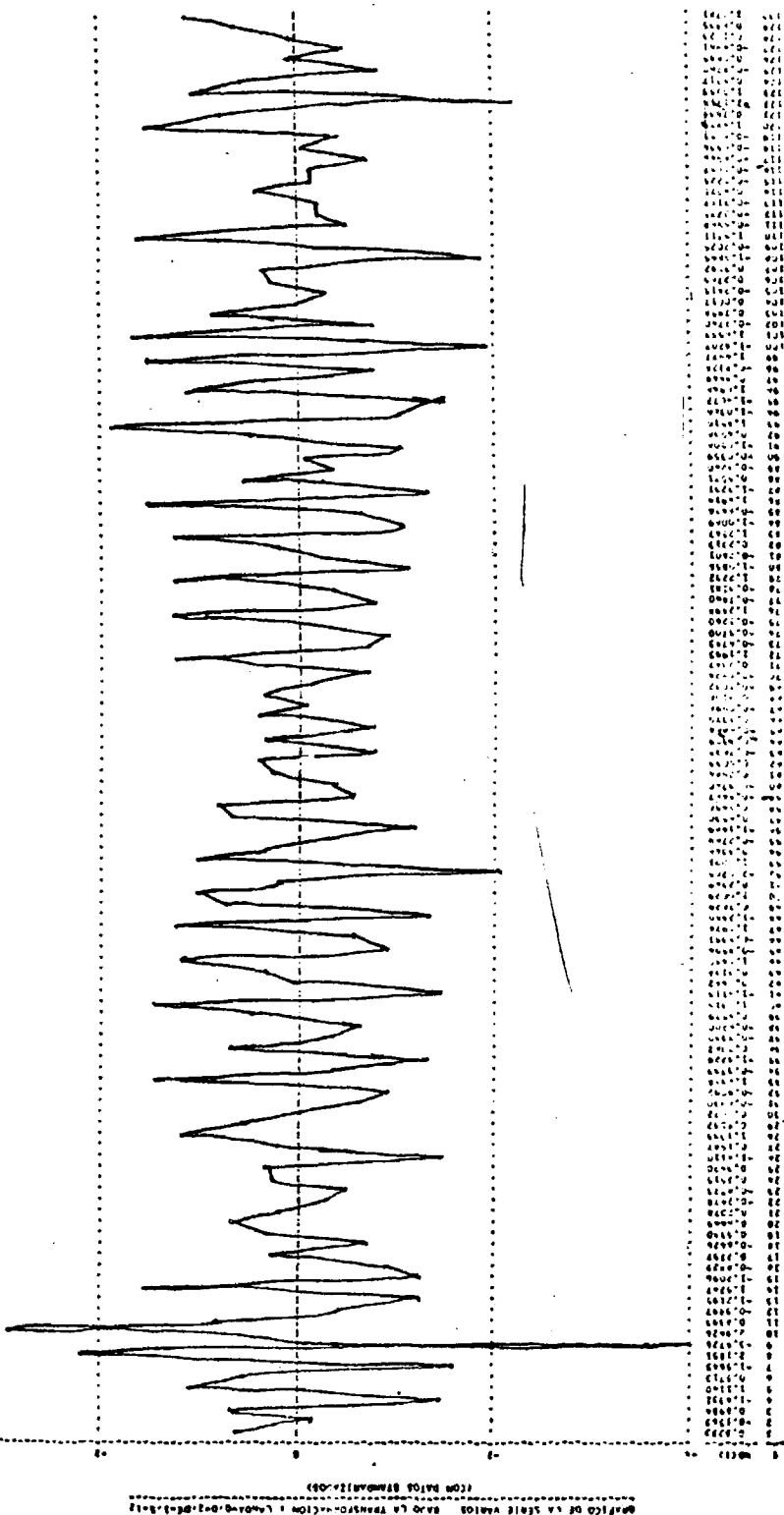


FIGURA 5.73

Dado que estas anomalías aparecen muy al principio de la serie, y que ésta queda con suficiente longitud para el análisis posterior, es conveniente eliminarlas para que, evitando las distorsiones, se presente más claro el modelo subyacente.

Así pues, de esta serie se eliminan las 24 primeras observaciones, por lo que el período de análisis se extiende de Enero 1.968 a Diciembre 1.977, con un total de 120 datos.

Sobre esta serie truncada, se demuestra que la transformación más estacionaria es la $\nabla^2 \nabla_{12} \ln V_t$, cuyo gráfico es la figura 5.74 y los gráficos de sus C.A.S. y C.A.P. están en las figuras 5.75 y 5.76.

El modelo que aparece a primera vista es el IMA (2, 1) (1, 1).

Estimado el modelo, de acuerdo con la preestimación de 0,8 para los dos parámetros, se obtuvo:

$$\nabla^2 \nabla_{12} \ln V_t = (1 - 0,952 B) (1 - 0,895 B^{12}) a_t$$

(0,0278) (0,0313)

El contraste a realizar para ver si cumple la condición de invertibilidad el parámetro no estacional es:

$$0,952 + 2(0,0278) = 1,0076 > 1$$

por tanto, en principio, no cumple con la invertibilidad, pero

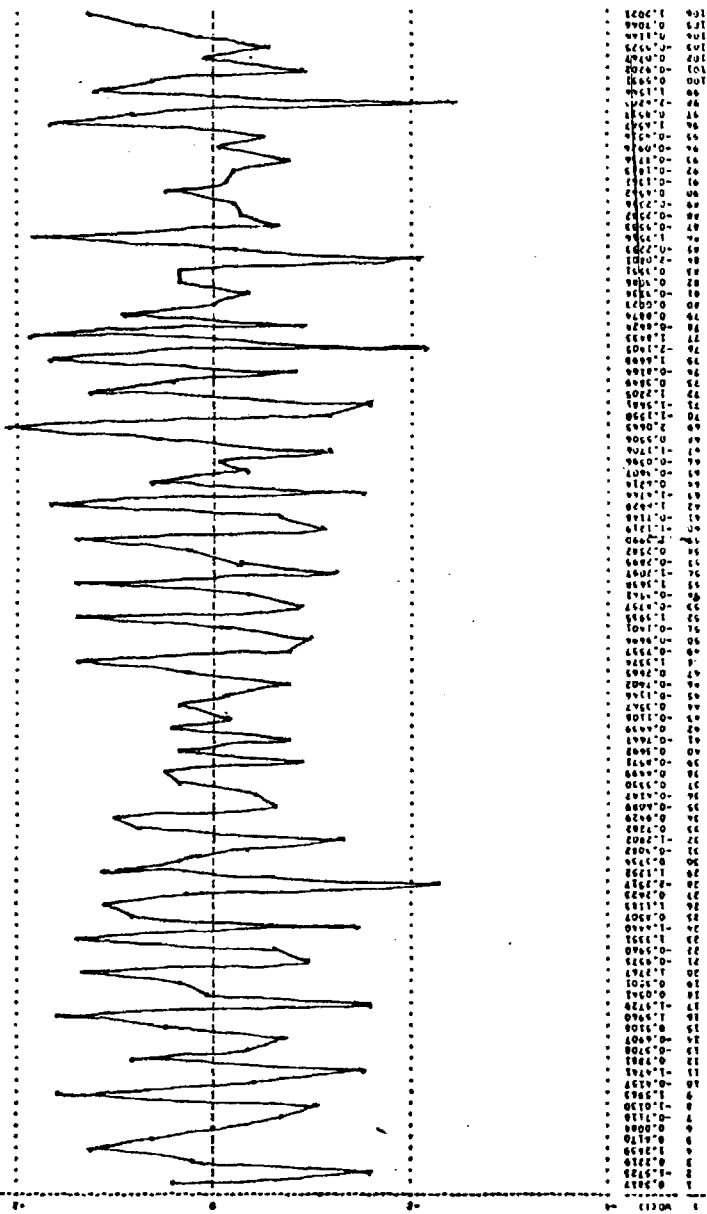


FIGURA 5.74

OFFICE OF THE STATE ATTORNEY
 SAO PAULO TRANSMISSIONS, S.A. (SAO PAULO)
 (CONTRACT NUMBER: 0001)

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLE DE LA SERIE VARIOS BAJO LA TRANSFORMACION I LANDAU-0-0-0-7-0-1-5-12

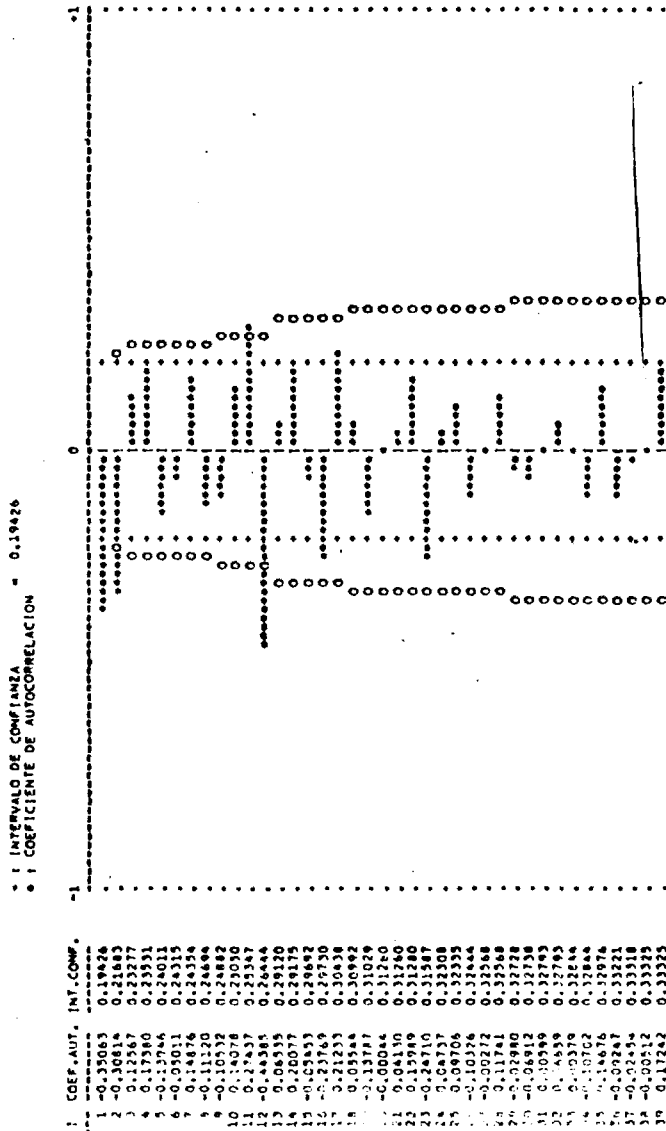


FIGURA 5.75

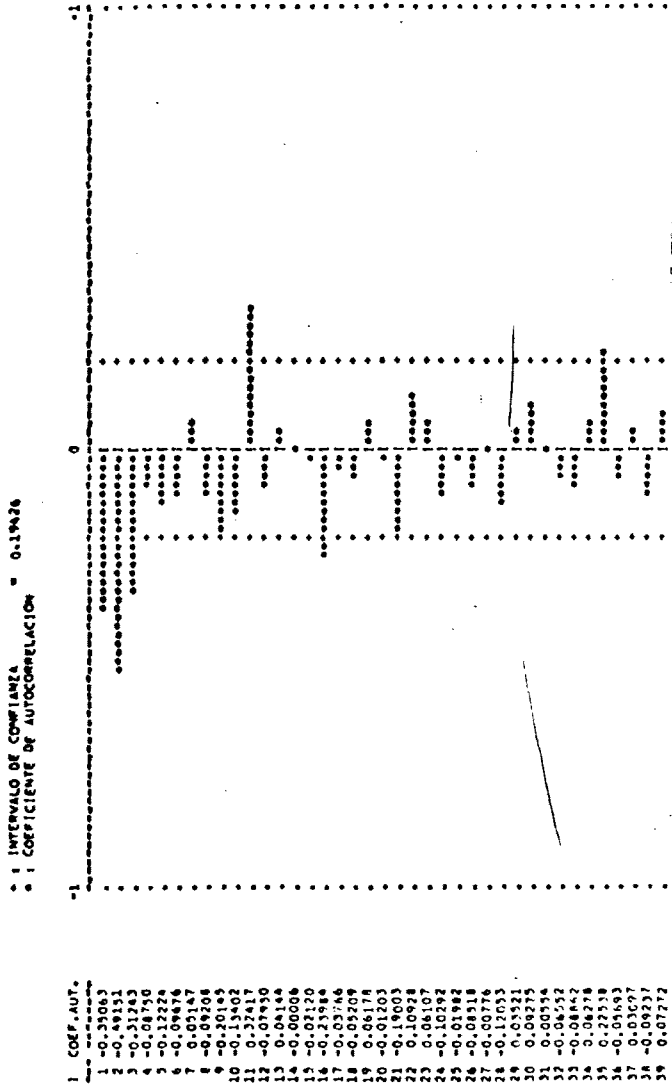


FIGURA 5.76

como el error de estimación esta sobreestimado, y lo que sobrepasa es 0,0076 esta condición deja de ser preocupante.

La correlación entre los parámetros estimados es -0,1168, la desviación típica de los residuos 0,04309 y el coeficiente de determinación es 0,658. El único punto negativo es el alto valor del parámetro no estacional.

10.2. DIAGNOSIS

La diagnosis del modelo lo hace aceptable pues el gráfico de los residuos (Fig. 5.77) es estacionario, presentando además gran homocedasticidad, y los gráficos de C.A.S. (Fig. 5.78) y C.A.P. (Fig. 5.79) no tienen ninguna estructura, con solo dos coeficientes significativos en los ordenes 10 y 16. Aunque no están en ordenes importantes ambos tienen explicación por la influencia que ejerce la correlación positiva existente entre los pares de valores 5-15, 59-69 y 85-95, que contienen observaciones extremas, para el coeficiente de orden 10, y por la correlación negativa que tienen las observaciones 14-30, 65-81 y 69-85, para el coeficiente de orden 16.

Los contrastes reafirman el modelo, pues el de media nula:

$$\left. \begin{array}{l} \mu = 0,00124 \\ \sigma_{\mu} = 0,00418 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Intervalo} \\ (-0,00836, \pm 0,00836) \end{array}$$

acepta la hipótesis, así como el de independencia, con $Q = 29,98$

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION SIMPLIF DE LA SERIE RESIDUOS DE VARIOS

• INTERVALO DE CONFIANZA = 0.19426
 • COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

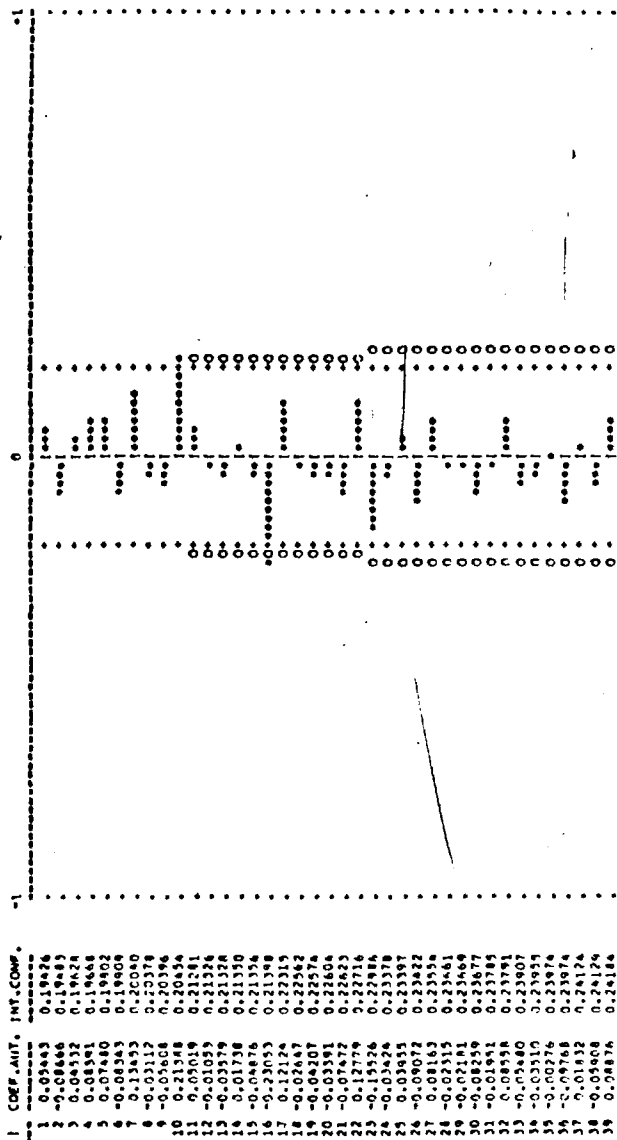


FIGURA 5.78

GRAFICO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION PARCIAL DE LA SERIE RESIDUOS DE VARIOS

• I INTERVALO DE CONFIANZA
 • I COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION

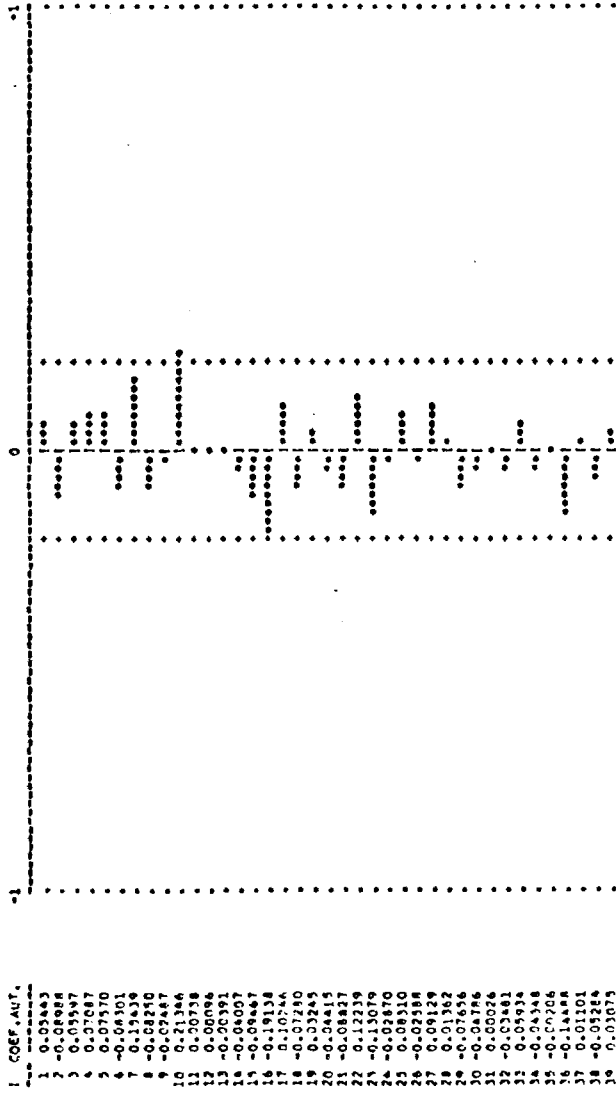


FIGURA 5.79

menor que los grados de libertad 37. El histograma es Normal.

Sin embargo, y por el hecho del valor alto del parámetro no estacional, se pasó a analizar modelos alternativos, sobre esta misma transformación, que iban por las vías de una segunda media móvil no estacional, ya que el C. A. S. de segundo orden de la Fig. 5.75 es fuertemente significativo, y la posibilidad de existencia de un componente autoregresivo en el orden estacional, por la estructura combinada de los C. A. S. y C. A. P. de las figuras 5.75 y 5.76. Así pues, y mezclando las posibilidades se analizaron los siguientes modelos: IMA (2, 2) (1, 1), ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 1) y ARIMA (0, 2, 2) (1, 1, 1)

10.3. MODELOS ALTERNATIVOS

MODELO IMA (2, 2) (1, 1)

El modelo obtenido fué:

$$\nabla^2 \bar{V}_{12} \ln V_t = (1 - 1,012 B) (1 + 0,111 B^2) (1 - 0,835 B^{12}) a_t \\ (0,0931) \quad (0,0974) \quad (0,0392)$$

Se ve claramente la poca importancia que tiene el segundo parámetro no estacional, que se confirma al hacerle el contraste de significación pues $\frac{1}{2}$ veces su error estimado, forma el intervalo:

$$(-0,1948, +0,1948)$$

que contiene al parámetro, $\Theta_2 = -0,111$, por lo que no es significativamente distinto de cero.

La matriz de correlación entre los coeficientes estimados es:

	Θ_1	Θ_2	Θ_1
Θ_1	1,000		
Θ_2	-0,908	1,000	
Θ_1	-0,191	-0,027	1,000

La correlación entre los dos parámetros no estacionales es del 90,8% por lo que uno de los dos parámetros sobra al tener los dos la misma información.

Además el test de independencia de los residuos de Box-Pierce, indicaba dependencia de los mismos por ser $Q = 38,52$ mayor que el número de grados de libertad 36.

MODELO ARIMA (0, 2, 1) (1, 1, 1)

El modelo resultante fué:

$$\nabla^2 V_{12} (1 + 0,143 B^{12}) \ln V_t = (1 - 0,892 B) (1 - 0,796 B^{12}) a_t$$

(0,0971) (0,0439) (0,0455)

Es un caso parecido al anterior, en el que el parámetro autoregresivo estacional no es significativo, ya que el intervalo de ± 2 veces su error estimado

$$(-0,1942, +0,1942)$$

incluye a Φ_1 , por lo que no es significativamente distinto de cero.

La matriz de correlación entre los coeficientes no presenta ningún valor elevado:

	Φ_1	Θ_1	Θ_2
Φ_1	1,000		
Θ_1	0,086	1,000	
Θ_2	0,193	0,182	1,000

La desviación típica de los residuos es 0,04465 y el coeficiente de determinación 0,538. El contraste de independencia es muy ajustado pues tiene un valor de $Q = 35,58$ cercano a 36 que son los grados de libertad.

MODELO ARIMA (0, 2, 2) (1, 1, 1)

El tercer modelo resultó ser:

$$\nabla^2 \nabla_{12} (1 + 0,141 B^{12}) \ln V_t = (1 - 0,870 B)(1 - 0,025 B^2)(1 - 0,793 B^{12}) \epsilon_t$$

(0,0978) (0,0991) (0,104) (0,0465)

que reúne los inconvenientes de los dos modelos anteriores, pues sus parámetros autoregresivo de orden uno estacional y de media móvil de orden dos no estacional, no son significativos, como se puede comprobar realizando los correspondientes contrastes de significación.

Las correlaciones entre los parámetros estimados son, en

general, pequeñas, salvo entre los dos coeficientes de media móvil no estacionales, que es de $-0,8935$, lo que indica que el modelo esté sobreparametrizado en su media móvil.

La desviación típica de los residuos es $0,04469$ y el coeficiente de determinación $0,634$.

Además, los residuos no son independientes, pues $Q=36,78$ es mayor que 35 , número de grados de libertad.

En resumen, los tres modelos analizados, aunque sus correspondientes gráficos de residuos y de C. A. S. y C. A. P., no muestren incorrección, no son aceptables, dados los datos presentados más arriba. Por tanto, el mejor modelo obtenido es el IMA $(2, 1) (1, 1)$.

Los puntos anómalos observados en la serie de residuos de este modelo, corresponden a los meses de: Abril 1.970, Mayo 1.970, Enero 1.974, Noviembre 1.975 y Marzo 1.976.

10.4. PREVISION

El modelo elegido como adecuado para la serie VARIOS, última de las analizadas, es el mismo que para la mayoría de las series, IMA $(2, 1) (1, 1)$ por lo que la función de previsión a obtener de tal modelo, tendrá la misma estructura que las presentadas anteriormente con este tipo.

Así pues, con los parámetros propios estimados para

esta serie la función de previsión será:

$$V_t(1) = V_t \frac{V_t}{V_{t-1}} \frac{V_{t-11}}{V_{t-12}} \frac{V_{t-13}}{V_{t-12}} \left(\frac{u_{t-12}}{u_t} \right)^{0,952} \left(\frac{u_{t-12}}{u_{t-11}} \right)^{0,895}$$

Los errores porcentuales obtenidos de la comprobación de la previsión del modelo con los tres últimos datos conocidos, una vez que se estimaron los valores previstos para tales datos (Cuadro 5.20), fueron:

<u>Mes</u>	<u>Desviaciones</u>
Octubre 77	9,66%
Noviembre 77	1,05%
Diciembre 77	- 3,45%

Por tanto, el error medio obtenido en esta serie, considerando como la media simple de los errores, es:

$$\text{Error Medio} = \frac{9,66 + 1,05 + 3,45}{3} = 4,72\%$$

En el cuadro 5.21 aparecen las previsiones de esta serie, para doce meses adelante, correspondiente al conjunto del año 1.978.

 *** RESULTADOS ***

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1044E 01	0.1096E 01	0.1142E 01	0.1192E 01	0.1240E 01	0.1288E 01	0.1336E 01	0.1384E 01
VARIANZA PREVISION :	0.1890E-02	0.1982E-02	0.6104E-02	0.8525E-02	0.1115E-01	0.1400E-01	0.1707E-01	0.2037E-01
HORIZONTE :	9	10	11	12				
VALORES DE PSI :	0.1432E 01	0.1480E 01	0.1528E 01	0.1581E 01				
VARIANZA PREVISION :	0.2391E-01	0.2771E-01	0.3176E-01	0.3608E-01				

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITES DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
			INFERIOR	SUPERIOR		
117	1	0.247618E 04	0.227389E 04	0.269149E 04	0.225799E 04	-
118	1	0.228472E 04	0.209896E 04	0.246647E 04	0.226199E 04	
119	1	0.227848E 04	0.209252E 04	0.247681E 04	0.235999E 04	
120	1	0.248468E 04	0.228261E 04	0.270181E 04		

CUADRO 5.20

 ** RESULTADOS **

HORIZONTE :	1	2	3	4	5	6	7	8
VALORES DE PSI :	0.1049E 01	0.1096E 01	0.1144E 01	0.1192E 01	0.1240E 01	0.1288E 01	0.1336E 01	0.1384E 01
VARIANZA PREVISION :	0.1830E-02	0.3882E-02	0.6108E-02	0.8525E-02	0.1115E-01	0.1400E-01	0.1707E-01	0.2037E-01
HORIZONTE :	9	10	11	12				
VALORES DE PSI :	0.1432E 01	0.1480E 01	0.1527E 01	0.1581E 01				
VARIANZA PREVISION :	0.2391E-01	0.2771E-01	0.3176E-01	0.3608E-01				

** VALORES CALCULADOS PARA LOGARITMO DE LA SERIE **

ORIGEN	HORIZONTE	PROYECCION PUNTUAL	LIMITE DE 0.95		VALOR OBSERVADO	EXCEDE INTERVALO
*****	*****	*****	INFERIOR	SUPERIOR	*****	*****
120	1	0.24856AE 04	0.227261F 04	0.270181F 04		
120	2	0.26160AE 04	0.231086F 04	0.295014F 04		
120	3	0.258970E 04	0.221523E 04	0.300904E 04		
120	4	0.271710E 04	0.225767F 04	0.324227F 04		
120	5	0.269266E 04	0.217701E 04	0.329350F 04		
120	6	0.270813E 04	0.213269F 04	0.339111F 04		
120	7	0.272861E 04	0.209426E 04	0.349494F 04		
120	8	0.276726E 04	0.207081E 04	0.362138F 04		
120	9	0.270424E 04	0.197635E 04	0.362747E 04		
120	10	0.272913F 04	0.194232E 04	0.372988E 04		
120	11	0.280549E 04	0.194724E 04	0.391468E 04		
120	12	0.288532E 04	0.195289F 04	0.411190E 04		

CUADRO 5.21

Por último, para terminar el análisis de las distintas series, se presentan de una forma conjunta en el Cuadro 5.22, los modelos obtenidos para cada una de ellas, con los valores de los parámetros que contiene cada modelo, así como con las dos medidas de precisión más importantes de cada uno de ellos, como son la desviación típica de la serie de residuos y el coeficiente de determinación.

Serie	Modelo	Parámetros	Desv. Tip.	Coef. Det.
Bancos	IMA (2, 1) (1, 1)	$\Theta_1 = .953$ $\Theta_1 = .813$.0642	.677
Eléctricas	ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1)	$\Phi_1 = .209$ $\Phi_2 = .924$ $\Theta_1 = .915$ $\Theta_1 = .635$.0422	.713
Alimentación	IMA (2, 1) (1, 1)	$\Theta_1 = .851$ $\Theta_1 = .845$.0526	.645
Construcción	IMA (2, 1) (1, 1)	$\Theta_1 = .889$ $\Theta_1 = .877$.0503	.654
Inversión	IMA (2, 1) (1, 1)	$\Theta_1 = .891$ $\Theta_1 = .808$.0584	.635
Monopolios	ARIMA (0, 2, 1) (2, 1, 1)	$\Phi_1 = .258$ $\Phi_2 = .356$ $\Theta_1 = .924$ $\Theta_1 = .791$.0533	.759
Siderometalúrgicas	IMA (2, 1) (1, 1)	$\Theta_1 = .897$ $\Theta_1 = .924$.0574	.659
Químico textil	IMA (2, 1) (1, 1)	$\Theta_1 = .830$ $\Theta_1 = .879$.0658	.651
Varios	IMA (2, 1) (1, 1)	$\Theta_1 = .952$ $\Theta_1 = .895$.0431	.658

CUADRO 5.22

11. ANALISIS DE ANOMALIAS

Al final de la fase de diagnosis de cada una de las series analizadas, se ha venido presentando la relación de los llamados puntos "anómalos" que aparecen en la serie de residuos de cada uno de los modelos estimados.

Se consideran puntos "anómalos", aquellos que están fuera del intervalo de \pm dos veces la desviación típica de los residuos, es decir, que sólo tienen una probabilidad del 5% de aparecer fuera de dicho intervalo.

El hallazgo de razones de tipo económico, político o social, que puedan determinar el comportamiento extraordinario de la Bolsa en los meses a los cuales corresponden los citados puntos, reforzará la potencia predictiva de los modelos.

Si se encuentran razones institucionales que expliquen la aparición fuera del intervalo de confianza del 95% de determinados puntos, la capacidad de los modelos se verá potenciada.

Sin embargo, hay que hacer constar que, dado que la probabilidad del intervalo es del 95%, cada punto tiene una probabilidad del 5% de aparecer fuera del mismo, lo cual implica que, por término medio, de cada 20 puntos, uno esté situado fuera del intervalo. Como las series de residuos tienen, por lo general, 130 observaciones, es de esperar que, por término medio, aparezcan entre 6 y 7 puntos fuera del intervalo.

Haciendo un resumen del número de anomalías que presentan las series, se puede comprobar como cuatro de ellas, están dentro de la más pura lógica, al tener el número esperado: Alimentación (6), Construcción (7), Inversión (6) y Químico-textil (7).

Hay otras tres: Bancos, Monopolios y Siderometalúrgica, en las que aparecen hasta 8 anomalías, si bien es de destacar la presencia de un "hipo" (observación muy alta o baja seguida de otra de signo contrario) en la primera de las series, en los meses de Marzo-Abril 1976, que hace aparecer dos observaciones anómalas cuando podría deberse a un mismo fenómeno.

Asímismo, aunque no de forma tan clara, en los residuos de Monopolios aparecen dos "hipos" en los meses de Noviembre 1975-Enero 1. 976 y Enero 1976-Marzo 1976, que están separados por dos meses de diferencia.

La serie de residuos de Eléctricas consta sólo de 87 elementos, al haberse truncado la serie original, por lo que es de esperar que aparezcan entre 4 y 5 anomalías. Sin embargo, aparecen 7, aunque la presencia de otro fenómeno "hipo" en los meses de Abril-Mayo 1975, podría hacer descender en una unidad tal número.

Por su parte, la serie de residuos del grupo de Varios tiene 106 elementos, por haberse truncado, según se ex-

plicó, la serie original. Por tanto, deben aparecer entre 5 y 6 anomalías, siendo 5 el número de las que aparecen.

Sin embargo, existen una serie de fechas, en las cuales todas ó casi todas las series coinciden en mostrar puntos "anómalos". Estas fechas son: Abril 1970, Noviembre 1973, Noviembre 1974 y Noviembre 1975.

Se le ha encontrado explicación satisfactoria a las siguientes.

Abril 1970:

En esta fecha coinciden con observaciones extremas, Alimentación, Construcción, Monopolios, Químico-textil y Varios, todas ellas con puntos por debajo de -2σ .

Asímismo, las series de Bancos e Inversión tienen puntos en esta fecha muy cercanos a -2σ . La serie de Eléctricas, al estar troncada no contiene esta observación en sus residuos, mientras que Siderometalúrgica tiene el punto anómalo en el mes siguiente, correspondiente a Mayo 1970.

En este mes de Abril, la Bolsa sufre un profundo recorte, ya iniciado en el mes de Marzo y que prosigue hasta mitad de Mayo, debido fundamentalmente a las altas cotizaciones alcanzadas como consecuencia de las alzas producidas ininterrumpidamente en los dos años precedentes. Así el 5 de Marzo se alcanza un índice 208 poniendo como base 100 a 1 de Enero de 1968.

Pero hay un conjunto de causas próximas, que han actuado con efecto acelerador a la baja, que se encuentran en la serie de medidas económicas adoptadas, en diferentes momentos de estos meses, por la Administración en materia de política monetaria, con objeto de frenar la demanda.

Tales medidas se pueden resumir en:

- Depósito previo a las importaciones, que llega a inmovilizar en el Banco de España casi 30.000 millones de pesetas al final del primer semestre.
- Frenazo a la expansión del crédito tanto privado como oficial, con supresión de líneas especiales de descuento bancario.
- Reducción del gasto público.
- Elevación del tipo de interés en un 1%, dejándolo en el 6.50%.

Noviembre 1973:

En esta fecha, hay una uniformidad casi total, al presentar 8 de las 9 series, puntos "anómalos". La única que no lo presenta es la correspondiente al grupo Varios.

En todos los casos, los puntos se sitúan por debajo de -2% , que implica una baja considerable en todas las series. El del grupo Varios, también es negativo, si bien con un valor de sólo $-1,15\%$.

La Bolsa acusa en este mes el impacto de la llamada "cri

sis del petróleo" surgida a raíz del conflicto árabe-israelí, que estalla el día 6 de octubre. Y ello a pesar de que la política económica española de aquel tiempo, se empeñaba en continuar a toda costa, la expansión de los años precedentes, ignorando el grave momento que internacionalmente se vivía.

En efecto, el conflicto armado origina, en primer lugar, un incremento de los precios del petróleo, el 16 de Octubre se aumentan un 17%, seguido inmediatamente de decisiones para reducir la producción y la exportación de petróleo, por parte de los países árabes.

La Bolsa española no hace sino recoger esta difícil coyuntura, que se ve reflejada además en espectaculares bajas en todas las principales Bolsas de los países occidentales.

Como publica el Banco de Bilbao (4): "A partir de la sesión del 10 de Octubre el mercado bursátil español comenzó la cuesta abajo que, ya en Noviembre adquirió caracteres de auténtico desplome, con sesiones que no conocían precedente en la historia moderna de la Bolsa española. Algunas sesiones del mes de Noviembre pasarán a la historia bursátil del país; en ellas los índices ponderados contabilizaron grandes pérdidas que eran el reflejo de sesiones de verdadera histeria".

(4) Banco de Bilbao: "Informe Económico 1973". Servicio de Estudios del Banco de Bilbao. Bilbao 1.974. p. 231.

Noviembre 1975:

En este mes, aparecen con observaciones "anómalas" por encima de los 12 los grupos de Bancos, Monopolios, Siderometalúrgicas, Químico-textil y Varios, estando el punto correspondiente a la serie Inversión muy cercano a los 2.

Las restantes series Eléctricas, Alimentación y Construcción, ofrecen un comportamiento normal en el mes que se analiza.

A pesar de ser un mes incierto por la larga enfermedad y muerte del General Franco, la Bolsa reacciona positivamente ante la proclamación el día 22 de Don Juan Carlos como Rey de España con asistencia de diversos dirigentes de países occidentales.

Hay otro hecho político muy importante este mes: la detención de la Marcha Verde sobre el Sahara produce el martes día 11 una espectacular subida de 3.22 puntos en el índice general.

Pero, aparte de las razones políticas, hay una importante razón económica que justifica el comportamiento alcista de la Bolsa: la publicación en el B. O. E. del día 18 de un Decreto-Ley sobre medidas coyunturales de política económica.

Este Decreto afecta al mercado bursátil por medio de tres medidas fundamentalmente, destinadas todas ellas a fomen

tar la inversión financiera:

- Ampliación de la desgravación por inversión bursátil del Impuesto General sobre la Renta de las Personas Físicas a un 13% si la inversión se realiza en valores de cotización calificada ó a un 15% si la inversión se realiza en acciones de la Compañía Telefónica o de empresas eléctricas.

- Posibilidad para las sociedades cotizadas en Bolsa de efectuar ampliaciones de capital con cargo hasta un 30% de las mismas a la cuenta de regularización de balances.

- Modificación del régimen de inversiones de las sociedades de cartera en cuanto a reducción de un 37% a un 28% del porcentaje de su activo que deben mantener líquido así, como elevación de un 70% a un 80% del promedio que estas sociedades deben tener invertido en valores cotizados en Bolsa.

Para el mes de Noviembre de 1974, correspondiente al cual aparecen 3 series con observaciones "anómalas", Alimentación, Inversión y Químicotextil y otras 4 con valores muy cercanos al límite superior de 42%, Bancos, Eléctricas, Construcción y Siderometalúrgica, no se han encontrado razones suficientes que justifiquen institucionalmente el comportamiento extraordinario de los valores.

Quizás, el principal motivo es endógeno al modelo por el efecto "hipo" que produce el componente estacional de los

diferentes modelos, en el par de observaciones Noviembre 1973-Noviembre 1974.

A una baja muy pronunciada, ya comentada, en las distintas series en Noviembre 1973, el modelo provoca la aparición de anomalías por arriba. La razón estriba en que el componente estacional, hace preveer el modelo por debajo de lo normal para Noviembre 1974, basándose en la baja cotización de Noviembre 1973. Un valor normal del índice en Noviembre de 1974, puede estar fácilmente situado por encima, fuera del intervalo construido alrededor de la previsión.

Conclusión

Con este análisis, se ha tratado de comprobar el hecho de que observaciones anormales, según el modelo matemático, se corresponden frecuentemente con acontecimientos extraordinarios de la realidad que modifica la evolución normal de una serie.

En un nivel más avanzado del enfoque Box-Jenkins, se pueden modelizar estos comportamientos anómalos mediante lo que se llama el Análisis de Intervención. (5)

Con esta técnica, se "interviene" en la serie, mediante

(5) Box, G. y Tiao, G.: "Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems", Journal of the American Statistical Association, Vol 70 Nº 349 pp. 70-79

una función que recoge las influencias que en determinados momentos tienen factores externos sobre la evolución de la serie. No es más que la cuantificación matemática del análisis institucional llevado a cabo.

El Análisis de Intervención se suele hacer "a posteriori" como técnica que refuerza la capacidad predictiva de los modelos, al recoger influencias, que en determinados momentos, cambian la evolución de la serie.

Sin embargo como propone E. Uriel (6), este tipo de análisis se debe hacer "a priori" sabiendo en qué momentos hay influencias extraordinarias en las series, ya que "a posteriori" casi siempre suele ser fácil encontrar razones que justifiquen comportamientos anormales.

De todas formas, es indudable que existen situaciones anormales en la realidad, y que de alguna forma hay que cuantificar para acercarse más a lo real.

Esta es pues, una línea de investigación que queda abierta, y que forzosamente conducirá a una mejor capacidad de predicción de los modelos.

(6) Uriel, E.: "La previsión a corto plazo. Una aplicación de la Metodología Box-Jenkins". Seminario de Doctorado. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Complutense de Madrid. Curso 1.978-1.979.

CAPITULO VI

OBTENCION DE LAS CARTERAS EFICIENTES

1. PLANTEAMIENTO DEL MODELO

Este capítulo, está dedicado a la obtención del conjunto de las carteras eficientes, según alguno de los modelos de selección de carteras expuestos en el primer capítulo, una vez establecidos los rendimientos futuros y las varianzas de los títulos que van a componer la cartera.

Se escoge el modelo de Sharpe, porque, tal como se indicó anteriormente, reduce considerablemente el tiempo requerido para su estimación, sin perder en alto grado las virtudes del modelo de Markowitz.

En efecto, el modelo de Sharpe es mucho más simplificado, al suponer que los rendimientos de los títulos son independientes, estando interrelacionados, solamente a través de una determinada relación con un índice conocido (en general el mercado).

El modelo se planteaba como la minimización del riesgo de la cartera σ_p^2 , que venía dado por [1.33]

$$\sigma_p^2 = b_p^2 \sigma_I^2 + \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 \quad [6.1]$$

donde $b_p^2 \sigma_I^2$ indica el riesgo sistemático de la cartera, es decir, la variación del rendimiento de la misma, que es atribuible a la variación del mercado, y el resto de la expresión, el riesgo no sistemático o propio de la cartera.

Sujeto a las restricciones [1.34] , [1.35] y [1.36]

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad [6.2]$$

$$x_i \geq 0 \quad i=1, 2, \dots, n \quad [6.3]$$

$$\sum_{i=1}^n x_i E(R_i) = E^x \quad [6.4]$$

donde la esperanza E^x , actúa de forma paramétrica.

Además, se va a establecer la hipótesis suplementaria de que el riesgo sistemático de la cartera, $b_p^2 \sigma_I^2$, es nulo, quedando σ_p^2 integrado por el riesgo no sistemático o propio de la cartera.

El fundamento de esta simplificación está en el tipo de modelización Box-Jenkins realizada para los títulos componentes de la cartera.

Efectivamente, la modelización Box-Jenkins a nivel 1 utilizada, implica explicar una serie temporal, solo y exclusivamente en función de ella misma, por lo que la serie es totalmente independiente (1).

Así pues, no se pueden establecer relaciones del tipo [1.3]

$$R_i = a_i + b_i I + c_i \quad [6.5]$$

donde el rendimiento R_i de un título, está ligado con un factor explicativo I (generalmente, el mercado), por una ecuación de regresión.

(1) Para establecer relaciones causales entre series, según el análisis Box-Jenkins, hay que pasar a niveles superiores de complejidad. Así por ejemplo, el Nivel 2, implica introducir variables explicativas que influyen sobre la variable a estudiar.

Ya que b_p está formado por:

$$b_p = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n = \sum_{i=1}^n b_i x_i \quad [6.6]$$

y como los coeficientes b_i son nulos, $b_p = 0$

Por tanto, la expresión de la varianza de la cartera, σ_p^2 , queda reducida a:

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + \dots + x_n^2 \sigma_n^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 \quad [6.7]$$

lo cual implica reducir el riesgo total de la cartera, exclusivamente a su componente no sistemático o propio de la cartera.

Con ello, el modelo a optimizar es, minimizar [6.7], sujeta a las restricciones [6.2], [6.3] y [6.4].

La rentabilidad futura de un título viene dada por su esperanza de rendimiento $E(R_i)$, que tiene una expresión similar a la [1.3].

$$E(R_i) = \frac{P_{t+1} + D + S - P_t}{P_t} \quad [6.8]$$

donde P_t y P_{t+1} son las cotizaciones que alcanza el título en los momentos t y $t+1$ y D y S son los dividendos repartidos y ampliaciones de capital ocurridas entre los momentos t y $t+1$.

La varianza del título σ_i^2 , viene dado por la dispersión respecto, a la media, que matemáticamente es

$$\sigma_i^2 = E \left[(R_{it} - E(R_i))^2 \right] \quad [6.9]$$

En este estudio, como ya se indicó anteriormente, la cartera va a ser seleccionada a partir de los grupos bursátiles existentes en el Mercado de Madrid.

En el capítulo V, se obtuvieron las previsiones correspondientes a los 12 meses del año 1.978, para cada uno de los grupos.

Como el índice a partir del cual se obtenían los valores futuros de las series, el Índice Largo Total, incluye en su composición los supuestos de ampliaciones de capital y reparto de dividendos, bajo hipótesis ya conocidas, el rendimiento para cada una de las variables se obtendrá simplemente por:

$$E(R_i) = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad [6.10]$$

ya que ahora, de la expresión [6.8], en P están incluidos los valores de D y S .

La varianza de cada grupo, viene dada por el cuadrado de la desviación típica residual de cada modelo, a partir de la cual se formaban los intervalos de confianza de las previsiones.

Se han escogido las primeras observaciones no conocidas de las series, para establecer con ellas las rentabilidades futuras, aunque se podría haber elegido cualquier otro horizonte temporal en que efectuar la selección de cartera.

Como las series terminan en Diciembre de 1.977, la selección de cartera corresponde a Enero de 1.978.

Aplicando [6.10], se determina la relación de la diferencia del valor previsto para Enero 1.978 y el real de Diciembre 1.977, entre este último.

Las rentabilidades obtenidas para cada uno de los grupos son:

$$\text{Bancos} : E(R_1) = \frac{17.506 - 15.938}{15.938} = 0,0983$$

$$\text{Eléctricas} : E(R_2) = \frac{3.615 - 3.474}{3.474} = 0,0405$$

$$\text{Alimentación} : E(R_3) = \frac{1.374 - 1.415}{1.415} = -0,0292$$

$$\text{Construcción} : E(R_4) = \frac{10.768 - 10.758}{10.758} = 0,0001$$

$$\text{Inversión} : E(R_5) = \frac{422 - 441}{441} = -0,0448$$

$$\text{Monopolios} : E(R_6) = \frac{3.334 - 3.514}{3.514} = -0,0511$$

$$\text{Siderometalúrgicas} : E(R_7) = \frac{941 - 918}{918} = 0,0250$$

$$\text{Químico-textil} : E(R_8) = \frac{1.596 - 1.561}{1.561} = 0,0226$$

$$\text{Varios} : E(R_9) = \frac{2.486 - 2.360}{2.360} = 0,0532$$

La varianza para cada uno de los grupos se obtiene elevando al cuadrado las desviaciones típicas residuales de cada serie.

Los valores obtenidos son los siguientes:

Bancos	$\sigma_1^2 = (0,0642)^2 = 0,00412$
Eléctricas	$\sigma_2^2 = (0,0422)^2 = 0,00178$
Alimentación	$\sigma_3^2 = (0,0526)^2 = 0,00276$
Construcción	$\sigma_4^2 = (0,0503)^2 = 0,00253$
Inversión	$\sigma_5^2 = (0,0584)^2 = 0,00341$
Monopolios	$\sigma_6^2 = (0,0533)^2 = 0,00284$
Siderometalúrgicas	$\sigma_7^2 = (0,0574)^2 = 0,00330$
Químico-textil	$\sigma_8^2 = (0,0658)^2 = 0,00430$
Varios	$\sigma_9^2 = (0,0431)^2 = 0,00185$

Denominado a cada x_i , la proporción del capital invertido en cada uno de los grupos, tal como:

x_1	proporción en Bancos
x_2	" " Eléctricas
x_3	" " Alimentación
x_4	" " Construcción
x_5	" " Inversión
x_6	" " Monopolios
x_7	" " Siderometalúrgicas
x_8	" " Químico-textil
x_9	" " Varios

se puede plantear numéricamente el problema, que consiste en minimizar la varianza de la cartera σ_p^2 , definida por:

$$\text{Min. } (\sigma_p^2) = 0,00412 x_1^2 + 0,00178 x_2^2 + 0,00276 x_3^2 +$$

$$\begin{aligned} &+ 0,00253 x_4^2 + 0,00341 x_5^2 + 0,00284 x_6^2 + \\ &+ 0,00330 x_7^2 + 0,00430 x_8^2 + 0,00185 x_9^2 \end{aligned} \quad [6.11]$$

sujeta a las restricciones

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 1 \quad [6.12]$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, 9 \quad [6.13]$$

$$\begin{aligned} &0,0983 x_1 + 0,0406 x_2 - 0,0292 x_3 + 0,0001 x_4 - \\ &- 0,0448 x_5 - 0,0511 x_6 + 0,0250 x_7 + 0,0226 x_8 + \\ &+ 0,0532 x_9 = E^x \end{aligned} \quad [6.14]$$

Donde E^x es un parámetro que marca los niveles de rentabilidad requeridos para la cartera.

El algoritmo utilizado para la obtención de las soluciones óptimas es una variante del método del gradiente proyectado, siendo posible su utilización en este trabajo por gentileza de sus autores, L. R. Zúñica, Profesora de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Económicas de Valencia, R. Romero, Catedrático de Estadística de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de Valencia y V. Caballer, Profesor de Economía de Empresas Agropecuarias de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de Valencia. (2).

El ordenador utilizado ha sido un IBM-5.100, perteneciente

(2) Zúñica, L.R., Romero, R. y Caballer, V.: "Una Aplicación de la Programación Estocástica al Estudio de Calendarios Óptimos de Venta en Explotaciones Citricolas", De próxima aparición en Revista de Estudios Agrosociales.

a la Universidad Politécnica de Valencia.

El algoritmo, para obtener carteras eficientes, necesita introducir una variable de holgura en la restricción [6.12], lo que supone que esta restricción se cumple con el signo \leq , es decir, deja abierta la posibilidad de que una parte del capital quede sin invertir.

La nueva variable x_{10} , con la que se forma la igualdad en [6.12], tiene una media y una varianza nulas, por lo que tanto la restricción paramétrica [6.14] como la función objetivo [6.11], permanecen inalteradas.

Sin embargo, se le exige que sea no negativa, por lo que se añade a [6.13], la condición de $x_{10} \geq 0$.

Si la variable x_{10} aparece positiva en la solución óptima, indica la parte del capital que es conveniente dejar sin invertir, quedando el resto repartido entre los diversos grupos.

2. CARTERAS OBTENIDAS

Las carteras obtenidas para niveles de rentabilidad entre el 1% y el 9%, aparecen en el cuadro 6.1, junto con su varianza mínima correspondiente.

Dado que la máxima rentabilidad esperada de alguno de los componentes de la cartera es del 9,83%, del grupo Bancos, ésta será la máxima rentabilidad a alcanzar por la cartera, invirtiendo todo el presupuesto en Bancos.

La solución sería $x_1 = 1$ y todas las demás variables igual a cero, por lo que la varianza de la cartera sería la del grupo Bancos, 0,00412, obteniéndose una rentabilidad del 9,83% que es la máxima posible.

La cartera de varianza mínima correspondiente a un nivel de rentabilidad positivo, es la del 1%, siendo su valor de 0,000026.

Las variables x_3 , x_5 y x_6 correspondientes a los grupos de Alimentación, Inversión y Monopolios, son rechazadas sistemáticamente por el algoritmo de optimización, ya que al tener rentabilidades esperadas negativas, siendo sus varianzas positivas, valores significativos de aquellas no harían sino disminuir el rendimiento total de la cartera, incrementando la varianza de la misma.

De igual forma, la variable x_4 , del grupo Construcción, por tener una rentabilidad despreciable, 0,01%, tampoco aparece en la solución óptima.

TIPOS DE RENDIMIENTO

		1%	2%	3%	4%	5%
GRUPOS	Bancos	0,06	0,10	0,15	0,20	0,24
	Eléctricas	0,0	0,08	0,13	0,17	0,21
	Alimentación	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	Construcción	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	Inversión	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	Monopolios	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	Siderometalúrgicas	0,0	0,03	0,04	0,05	0,06
	Químico-textil	0,0	0,02	0,03	0,04	0,05
	Varios	0,07	0,11	0,17	0,22	0,28
	Sin invertir	0,87	0,66	0,48	0,32	0,16
Varianza		0,000026	0,000078	0,000176	0,000314	0,000491

CUADRO 6.1

TIPOS DE RENDIMIENTO

		6%	7%	8%	9%
GRUPOS	Bancos	0,29	0,43	0,61	0,82
	Eléctricas	0,26	0,21	0,05	0,0
	Alimentación	0,0	0,0	0,0	0,0
	Construcción	0,0	0,0	0,0	0,0
	Inversión	0,0	0,0	0,0	0,0
	Monopolios	0,0	0,0	0,0	0,0
	Siderometalúrgicas	0,08	0,0	0,0	0,0
	Químico-textil	0,03	0,0	0,0	0,0
	Varios	0,34	0,36	0,34	0,18
	Sin invertir	0,0	0,0	0,0	0,0
Varianza		0,000709	0,001083	0,001744	0,002806

CUADRO 6.1 (Cont.)

Así pues, en el caso de mayor reparto, las carteras quedan compuestas de hasta cinco grupos, añadiéndosele un sexto componente al considerar la parte que no se invierte.

Esta última se puede ver como va descendiendo, a medida que se va incrementando el nivel de rentabilidad exigido, haciéndose cero a partir del 6%. Por tanto, para rentabilidades inferiores al 6%, es conveniente dejar una parte del presupuesto sin invertir.

Procesado el modelo original sin variable de holgura, es decir, la restricción [6.12] en forma de igualdad estricta, se comprobó como las carteras obtenidas no eran eficientes, ya que, para niveles de rentabilidad iguales, resultaban valores de la varianza mayores.

En efecto, al dejar cerrada la posibilidad de no invertir cierto porcentaje (x_{10} positiva), el algoritmo de optimización obligaba a variables anteriormente rechazables por tener rentabilidades negativas (x_3 , x_4 , x_5 y x_6) a tomar valores positivos, lo cual ocasionaba una mayor varianza para conseguir igual nivel de rendimiento en la cartera.

Para niveles de rentabilidad de la cartera del 6% o mayores las soluciones obtenidas eran idénticas, ya que, a partir de este nivel, según se dijo anteriormente, el presupuesto había de invertirse íntegramente.

Resumiendo pues, la cartera de máxima rentabilidad es la del 9,83%, donde todo el capital se invierte en Bancos, siendo la de varianza mínima, la correspondiente al 1% de rentabilidad.

Con los datos anteriores, se puede dibujar un gráfico representativo de la frontera eficiente, en el plano $(E(R_p), \sigma_p^2)$, que tendría una configuración tal como la de la figura 6.1.

En esta figura se ve, como para niveles de rentabilidad pequeños el riesgo es bajo, disparándose éste, para alcanzar rentabilidades elevadas. Mientras el nivel de rentabilidad varía aproximadamente entre 1 y 10, el nivel de riesgo lo hace entre 1 y 200.

Esto quiere decir que incrementos de la esperanza de rendimiento, llevan consigo incrementos más que proporcionales en los niveles de riesgo.

La cartera óptima se determinará, superponiendo a la figura 6.1, un mapa de curvas de indiferencia entre rendimiento y riesgo de un hipotético inversor, especificando la cartera representativa del punto de tangencia de la frontera eficiente con la curva de indiferencia de mayor nivel.

Así para un inversor cuyas curvas de indiferencia sean las representadas en la figura 6.2, la cartera óptima proporciona una esperanza de rendimiento del 6% a costa de un riesgo de 0,000709.

$$E(R) = 0,06$$

$$\sigma^2 = 0,000709$$

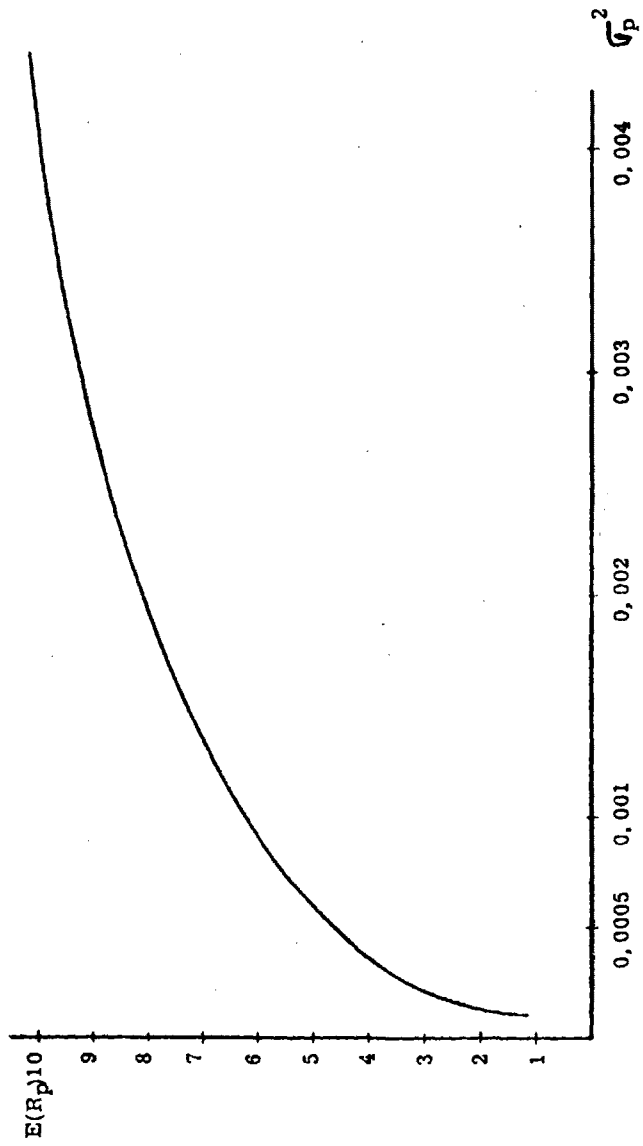


FIGURA 6.1

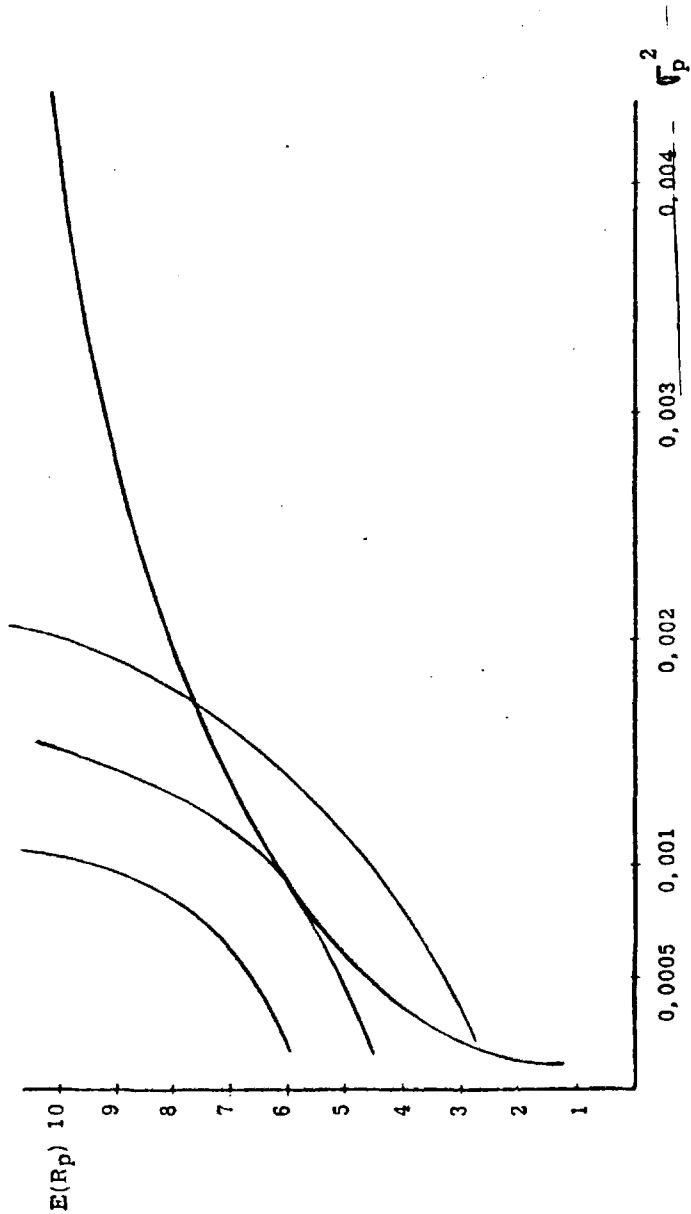


FIGURA 6.2

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

I. METODOLOGIA BOX-JENKINS

1. La modelización Box-Jenkins.
2. Precisión de los modelos.
3. Grado de explicación de los modelos.
4. "Parsimonia" de los modelos.
5. Localización de errores y anomalías.
6. De la eficiencia del mercado.
7. Estacionalidad del mercado.
8. Retrasos en la información.
9. La información y las previsiones.
10. Importancia de los Modelos Estocásticos Univariantes.
11. Modelos alternativos.

II. SELECCION DE CARTERAS

1. Modelo de Sharpe.
2. Carteras de máxima rentabilidad y de mínima varianza.
3. Eliminación de sectores bursátiles.
4. Conveniencia de no invertir.
5. El sector bancario.
6. La cartera óptima.

I. METODOLOGIA BOX-JENKINS

1. LA MODELIZACION BOX-JENKINS

La principal aportación de la presente tesis doctoral ha sido modelizar, mediante la aplicación de la metodología Box-Jenkins, cada uno de los nueve grupos bursátiles en que se subdivide el Mercado de Valores de Madrid, al objeto de construir funciones de previsión útiles para conocer las rentabilidades futuras de cada grupo. (Cuadro 5.22).

2. PRECISION DE LOS MODELOS

La precisión que consiguen los modelos se puede determinar en función de las comprobaciones realizadas para los tres últimos datos conocidos de cada serie, a partir de los errores medios porcentuales obtenidos para cada una de ellas. (Capítulo V).

- a) El error medio obtenido para el conjunto de los nueve grupos, determinado por media simple de los errores para cada uno de ellos, es del 4,96%.
- b) Ponderando los grupos, según su participación aproximada en la composición del Índice General de Cotizaciones, resulta un error medio superior, ya que los grupos Bancos y Eléctricas, con errores mayores, tienen más peso en este Índice.

El error medio ponderado es del 6,65%.

- c) Construidos los intervalos de confianza para un nivel del 95%, de los 27 valores comprobados, 3 para cada serie, resultaron fuera de los intervalos sólo 4 valores, dos de

ellos en el grupo Eléctricas.

Se puede comprobar como, a excepción del grupo Eléctricas y en menor grado el de Bancos, la precisión obtenida es bastante buena, pues los errores no sobrepasan el 5% en ningún caso.

- d) Mediante un Análisis de Intervención, en los puntos "anómalos" de las series, que recogiera las explicaciones institucionales dadas para algunos de ellos, la precisión de los modelos se incrementaría.

Alternativamente, mayores niveles de análisis Box-Jenkins, deben conducir a previsiones más precisas.

3. GRADO DE EXPLICACION DE LOS MODELOS

El grado de explicación de la variación total de las series conseguido por cada uno de los modelos, medido a través del coeficiente de determinación R^2 , es bastante aceptable, teniendo en cuenta que se está solamente en el primer nivel de análisis Box-Jenkins.

- a) El coeficiente de determinación medio que se consigue para el conjunto de los nueve grupos, por media simple de los nueve componentes, es del 67,23%.
- b) Si se ponderan los grupos, de acuerdo con su participación aproximada en el Índice General de Cotizaciones, el R^2 medio obtenido es del 67,60%.
- c) Es de destacar el hecho de que, aquellos modelos que tienen mayor número de parámetros, Eléctricas y Monopolios,

consiguen un nivel superior de explicación que los restantes modelos, 71,3% y 75,9%, respectivamente.

- d) El grado de explicación de los modelos, forzosamente se incrementará, al pasar a niveles superiores de análisis Box-Jenkins, ya que, a este nivel, se explica la serie en función, sola y exclusivamente de ella misma.

Modelos más complicados, que incluyan nuevas variables explicativas, deben, necesariamente, de aumentar la capacidad explicativa de los mismos.

4. "PARSIMONIA" DE LOS MODELOS

El principio de "parsimonia" propuesto por Box y Jenkins, (Capítulo III), consistente en modelizar un fenómeno con el menor número de parámetros posible queda demostrado en este trabajo, ya que, con solo dos parámetros se consigue un modelo para 7 de las 9 series analizadas. Para las dos restantes, Eléctricas y Monopolios, el número de parámetros que contienen sus modelos es de 4.

Esta es una aportación fundamental de esta metodología, ya que con escaso número de parámetros, como se ha comprobado, es posible establecer precisas funciones de previsión, frente al gran número de parámetros y relaciones que utilizan las técnicas econométricas convencionales.

5. LOCALIZACION DE ERRORES Y ANOMALIAS

El análisis Box-Jenkins, pone rápidamente de manifiesto erro-

res en la transcripción de los datos o en la utilización de los mismos, así como, comportamientos extraordinarios de la variable en determinados momentos de su desarrollo en el tiempo.

- a) En el primer caso, de descubrieron errores de imprenta, en la publicación "Índice Largo Total de Acciones: 1.941-1.975", fuente de la que se extraían los datos, para la serie Monopolios, siendo subsanados por consultas particulares a las salidas de ordenador originales en el Servicio de Estudios de Bolsa. (Capítulo V).
- b) Respecto a la utilización de los datos, como, por ejemplo, su perforación en fichas, no se localizó ninguno, ya que fueron escrupulosamente comprobados todos los datos perforados.
- c) En el caso de descubrir comportamientos anómalos, la utilidad de este enfoque es manifiesta, pues permite determinar situaciones en las que la variable no se comporta normalmente, lo cual puede ser debido al azar o bien a fenómenos especiales que inciden sobre la variable en tales situaciones.

En efecto, se ha podido comprobar como, en tres meses concretos Abril 1.970, Noviembre 1.973 y Noviembre 1.975, los puntos "anómalos" que presentaban la mayoría de las series, estaban determinados por acontecimientos político-económicos que los justificaban. (Capítulo V).

En estas situaciones, se recurre al Análisis de Intervención, para cuantificar dentro de los modelos estos fenómenos.

6. DE LA EFICIENCIA DEL MERCADO

La transformación $\nabla \ln Z_t$, que desarrollando en serie es equivalente a la rentabilidad de los grupos, resulta ser para todos ellos no estacionaria.

Esto quiere decir, que la rentabilidad no es independiente en el tiempo, sino que está correlada con valores retardados de ella. Si bien el grado de correlación no es muy alto, sí es suficientemente significativo como para ser tenido en cuenta.

Esta conclusión, contiene razones suficientes que conducen a la revisión de la hipótesis de mercado eficiente para la Bolsa de Valores de Madrid.

Por otra parte, hay que tener en cuenta que los datos utilizados corresponden a períodos mensuales y a grupos por sectores bursátiles. (Capítulo IV).

7. ESTACIONALIDAD DEL MERCADO

La transformación $\nabla \ln Z_t$, para todas las series, representativa de la rentabilidad, necesita, para ser estacionaria, una diferenciación estacional, por tener los coeficientes de autocorrelación de orden 12, 24 y 36 significativos y con decaimiento muy lento.

Si bien el grado de significación no es muy elevado, es lo suficiente como para hacer necesaria la diferenciación.

De aquí se concluye, que existe, aunque pequeña, una estaciona-

lidad anual en la Bolsa de Madrid, lo cual viene corroborado por la presencia de componentes estacionales, con parámetros cercanos a la unidad, pero significativamente distintos de ella, en los modelos estimados en cada una de las series.

8. RETRASOS EN LA INFORMACION

La metodología Box-Jenkins es una técnica de previsión fundamentalmente útil a corto plazo. El retraso en la elaboración y publicación de los índices utilizados en este trabajo (Índices a largo plazo), hace disminuir la potencia del método.

En el caso concreto de esta investigación, el retraso informativo es del mayor interés. A la altura de la finalización de este trabajo, Mayo 1. 979, aún no han sido publicados por el Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid, los valores del índice correspondientes al año 1. 978.

Es por ello que, la selección la cartera efectuada, aunque está referida a un tiempo pasado, Enero 1. 978, está hecha con valores previstos no conocidos.

9. LA INFORMACION Y LAS PREVISIONES

Las previsiones obtenidas de los modelos son adaptativas, en el sentido que, a medida que se vayan conociendo nuevas observaciones de la serie, se van modificando las previsiones en función de los nuevos datos.

u15

El retraso en la elaboración y publicación de los Índices utilizados en este trabajo, puesto de manifiesto en la conclusión anterior, limita y resta posibilidades a esta técnica.

10. IMPORTANCIA DE LOS MODELOS ESTOCÁSTICOS UNIVARIANTES

El nivel del análisis Box-Jenkins utilizado es el nivel 1, que consigue la construcción de un Modelo Estocástico Univariante.(Capítulo II).

- a) Este nivel es totalmente imprescindible de llevar a cabo para pasar a niveles de análisis multivariante.

Aunque los no iniciados en la materia, confunden el conjunto de esta metodología con su nivel 1. lo cierto es que, éste no es sino el primer y necesario paso para llegar a la formulación de modelos multivariantes más complejos.

- b) Además el nivel 1, proporciona el error máximo de predicción, medido por la desviación típica de los residuos, que debe mejorarse con el análisis a niveles superiores.

11. MODELOS ALTERNATIVOS

Si bien en todas las series se ha elegido un modelo como el mejor, se ha podido comprobar cómo, en algunas de ellas, modelos alternativos ofrecían casi semejante nivel de adecuación

que el elegido. Es decir, distintos modelos, que no son sino formas alternativas de acercarse a la realidad, explican de manera similar el comportamiento de la serie.

Este hecho, lejos de ser un punto negativo, constituye una ventaja de la metodología Box-Jenkins, ya que, lo importante es llegar a analizar correctamente las series, para, a partir de ahí, poder establecer previsiones que sean precisas.

II. SELECCION DE CARTERAS

1. MODELO DE SHARPE

El modelo de selección de carteras utilizado ha sido el de Sharpe, considerando en la función objetivo solamente el riesgo no sistemático o propio de la cartera. (Capítulo I).

La razón de operar de esta forma ha sido el tipo de modelización Box-Jenkins utilizado, que considera las variables como totalmente independientes entre sí y sin ninguna relación causal con cualquiera otra.

Por ello, se elimina de la función objetivo del modelo la parte de riesgo sistemático de la cartera.

2. CARTERAS DE MAXIMA RENTABILIDAD Y MINIMA VARIANZA

La cartera de mayor rentabilidad que se puede obtener es

aquella en la que se invierte todo el capital en el grupo Bancos, obteniéndose un rendimiento del 9,83%. Esta cartera tiene un nivel de riesgo, medido por su varianza, de 0,00412.

La cartera de varianza mínima es la del 1% de rentabilidad, siendo su varianza de 0,000026. (Capítulo VI).

3. ELIMINACION DE SECTORES BURSATILES

Los grupos Alimentación, Inversión y Monopolios no aparecen en ninguna cartera, ya que por tener su esperanza de rendimiento negativa y su varianza positiva, influyen desfavorablemente tanto sobre la rentabilidad de la cartera (disminuyéndola), como sobre su varianza (aumentándola), por lo que el algoritmo de optimización los rechaza.

Igual ocurre con el grupo Construcción que al tener una rentabilidad casi despreciable, 0,01%, y su varianza positiva, también es rechazado por el algoritmo por contribuir a incrementar la varianza de la cartera sin aumentar apenas su esperanza.

4. CONVENIENCIA DE NO INVERTIR

Para niveles de rentabilidad de la cartera inferiores al 6%, es conveniente dejar parte del presupuesto sin invertir. Obligar a que se invierta todo el capital, para estos niveles de rentabilidad, conduce a carteras no eficientes.

5. EL SECTOR BANCARIO

A medida que se incrementa el nivel de rentabilidad exigido a la cartera es mayor el porcentaje a invertir en el grupo Bancos.

Este hecho, hace pensar en la marcada tendencia tradicional hacia el grupo bancario, que se observó históricamente en los medios profesionales del inversor en Bolsa.

6. LA CARTERA OPTIMA

La cartera óptima se determinará, superponiendo al gráfico de la frontera eficiente obtenida (Fig. 6.1), el mapa de curvas de indiferencia del inversor que actúe en el mercado.

Esta cartera óptima vendrá dada por el punto de tangencia de la frontera eficiente con la curva de indiferencia de más alto nivel. (Fig. 6.2).

La cartera óptima tiene una rentabilidad del 6%, siendo su nivel de riesgo de 0,000709.

$$\begin{aligned} E(R_p) &= 0,06 \\ \sqrt{V_p} &= 0,000709. \end{aligned}$$

ANEXO

DATOS UTILIZADOS

 ** DATOS DE ENTREGA **

SERIE : BANCOS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- 12	4371.000	4411.000	4501.000	4310.000	4331.000	4404.000	4450.000	4680.000	4429.000	4721.000	4912.000	4975.000
13- 24	5307.000	5306.000	5526.000	5405.000	5433.000	5743.000	5924.000	6339.000	6633.000	6479.000	6386.000	6255.000
25- 36	6756.000	7457.000	7578.000	8170.000	8081.000	8240.000	8334.000	8558.000	8834.000	8986.000	9026.000	9733.000
37- 48	10681.000	10885.000	10948.000	11010.000	10890.000	10978.000	11728.000	12648.000	12615.000	12860.000	13654.000	13522.000
49- 60	13564.000	13659.000	13472.000	12232.000	10701.000	11281.000	11314.000	11331.000	11034.000	11165.000	11144.000	11032.000
61- 72	11091.000	11099.000	11314.000	11623.000	11788.000	11411.000	12118.000	12717.000	12737.000	12973.000	12755.000	13043.000
73- 84	14088.000	14941.000	15507.000	16772.000	17784.000	17900.000	18203.000	19307.000	18358.000	19161.000	18942.000	18807.000
85- 96	21159.000	22256.000	23967.000	24440.000	22893.000	24172.000	23541.000	24709.000	27311.000	27156.000	23949.000	24090.000
97-108	27802.000	29558.000	28915.000	32032.000	30464.000	31270.000	30377.000	29957.000	26378.000	23662.000	25754.000	22996.000
109-120	25216.000	28537.000	27348.000	27707.000	26506.000	24428.000	24073.000	24964.000	23802.000	23835.000	27558.000	26950.000
121-132	35482.000	34002.000	28058.000	24279.000	32835.000	30713.000	30446.000	28294.000	26782.000	23549.000	25619.000	22304.000
133-144	23541.000	25588.000	24151.000	23371.000	20880.000	21047.000	18082.000	17076.000	13874.000	14269.000	14958.000	15939.000

NUMERO DE OBSERVACIONES = 144

 *** DATOS DE ENTRADA ***

SERIE : ELECTRIC

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- 12	3064.000	3097.000	3100.000	3091.000	3142.000	3458.000	3700.000	3525.000	3303.000	3291.000	3396.000	3513.000
13- 24	3500.000	3392.000	3559.000	3501.000	3527.000	3578.000	3673.000	3481.000	3491.000	3634.000	3621.000	3791.000
25- 36	3414.000	3797.000	3993.000	4100.000	4179.000	4344.000	4438.000	4674.000	4737.000	5063.000	4957.000	4991.000
37- 48	5176.000	5108.000	5396.000	5366.000	5283.000	5634.000	5681.000	5972.000	5997.000	5686.000	5583.000	5363.000
49- 60	5454.000	5511.000	5627.000	5002.000	5067.000	5120.000	5044.000	4930.000	4919.000	4786.000	4975.000	4893.000
61- 72	4383.000	4144.000	4495.000	4725.000	4659.000	4411.000	4228.000	4047.000	4332.000	4143.000	4088.000	4243.000
73- 84	4191.000	4095.000	4448.000	4781.000	4534.000	4546.000	4329.000	4504.000	4513.000	4359.000	4023.000	3970.000
85- 96	4058.000	4450.000	4280.000	4023.000	3741.000	4074.000	4243.000	4013.000	4078.000	4102.000	4086.000	3768.000
97-101	3858.000	3645.000	3474.000	3244.000	3474.000							

NUMERO DE OBSERVACIONES = 101

101

 ** DATOS DE ENTRADA **

SEPIF : ALIMENTA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- 12	1234.320	1184.180	1140.790	1139.330	1133.830	1165.820	1172.240	1159.790	1100.680	1047.440	1069.900	1052.900
13- 24	991.040	996.930	975.040	968.090	953.870	925.740	919.810	958.280	990.800	997.530	1014.990	1028.750
25- 36	1025.680	1050.270	1027.050	1159.600	1204.810	1170.660	1181.730	1252.000	1255.570	1313.810	1348.250	1471.200
37- 48	1638.520	1833.990	2009.140	2078.920	2060.780	2044.070	2384.980	2307.830	2484.430	2806.480	2941.300	2928.550
49- 60	2893.910	2988.520	3163.920	2783.450	2531.070	2304.660	2364.720	2301.730	2228.240	2312.410	2350.180	2309.030
61- 72	2341.840	2394.190	2360.230	2428.840	2415.090	2294.700	2390.020	2376.950	2327.340	2288.990	2242.580	2282.540
73- 84	2513.950	2549.040	2546.580	2498.750	2496.120	2356.850	2348.680	2440.110	2360.030	2406.430	2337.490	2231.450
85- 96	2286.350	2496.890	2541.750	2492.870	2405.290	2485.230	2448.770	2587.420	2727.300	2918.230	2545.240	2452.930
97-108	2787.390	2924.030	2852.180	2993.390	2838.810	2885.130	2915.590	2801.080	2636.670	2562.740	2927.590	2714.030
109-120	2687.360	2761.080	2749.260	2696.650	2721.500	2607.480	2584.150	2575.680	2536.490	2524.390	2530.080	2557.410
121-132	2413.230	2249.730	2229.060	2207.210	2362.370	2298.440	2408.370	2377.230	2363.110	2307.180	2080.080	2079.730
133-144	1798.580	1936.330	1773.920	1742.250	1728.420	1557.070	1574.140	1503.100	1399.390	1401.940	1433.070	1415.120

NUMERO DE OBSERVACIONES = 144

 *** DATOS DE ENTRADA ***

SERIE : CONSTRUIC

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- 12	3620.860	3619.810	3593.130	3611.180	3542.080	3708.830	3659.350	3663.250	3695.840	3588.220	3726.470	3610.360
13- 24	3669.280	3638.400	3730.930	3800.110	3957.730	4054.990	4079.430	4169.180	4331.828	4386.609	4498.578	4524.180
25- 36	5075.098	5257.066	5212.457	5680.297	6405.617	6279.847	6361.859	6676.328	6638.277	6315.328	6496.887	6748.277
37- 48	7486.090	7908.887	8594.719	8701.629	8812.879	9169.598	10312.859	11601.449	11485.898	11821.180	12190.117	12211.977
49- 60	12491.387	13576.477	13558.027	12349.297	11310.090	11278.148	10857.500	10677.078	9985.168	10036.969	10216.816	10101.207
61- 72	10347.098	10409.328	10612.469	10485.207	10370.238	10773.020	10971.316	11021.969	10760.457	10883.859	10670.047	10979.488
73- 84	11659.906	12457.008	12274.488	12742.949	12830.969	12883.590	12973.449	13628.418	13253.559	13905.770	13770.477	13905.680
85- 96	15188.437	16714.898	18868.527	18884.770	17866.789	18809.457	18154.750	18788.000	20138.270	20430.816	18325.637	18077.918
97-108	20116.430	21399.180	22291.379	24000.156	22276.027	23414.707	22390.469	21842.648	19834.406	18032.238	18989.809	18419.848
109-120	19810.918	20457.270	20388.738	20334.000	20369.348	19624.008	19999.180	19586.859	19393.957	20071.297	21064.848	21680.770
121-132	22363.578	21411.816	19439.258	22124.738	22092.547	21696.988	21238.238	20189.609	20309.156	18817.777	19064.027	17691.566
133-144	15894.020	16013.617	15853.117	15910.316	15700.090	15343.598	13675.457	13118.117	<u>11317.738</u>	10848.250	10727.430	10758.258

NUMERO DE OBSERVACIONES = 144

 ** DATOS DE ENTRADA **

SERIE : INVERSI0

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- 12	244.130	250.020	252.150	252.150	250.480	257.040	263.120	265.550	268.710	268.460	266.220	266.220
13- 24	267.480	271.490	265.470	264.440	272.430	277.960	277.960	287.450	291.300	290.520	292.040	294.000
25- 36	280.760	293.560	294.190	323.050	332.580	332.840	338.420	339.380	337.320	333.320	342.880	355.060
37- 48	379.200	451.790	478.570	492.140	479.250	475.980	536.040	588.180	576.440	592.340	622.960	618.470
49- 60	610.270	623.980	671.310	629.740	566.430	567.800	556.930	560.790	535.300	548.610	549.690	531.600
61- 72	543.470	555.870	564.360	557.140	570.580	558.640	580.220	594.840	600.280	626.100	627.870	639.510
73- 84	668.180	738.900	797.220	829.940	833.910	833.740	846.320	886.180	877.470	922.350	901.500	888.480
85- 96	967.550	1131.360	1212.690	1214.870	1116.820	1195.570	1193.660	1211.540	1303.640	1427.360	1256.330	1255.280
97-108	1430.350	1570.760	1517.000	1680.090	1555.510	1671.140	1582.520	1570.350	1396.600	1202.320	1313.720	1208.000
109-120	1331.510	1471.510	1440.470	1358.320	1280.690	1213.310	1206.310	1230.900	1171.700	1143.040	1252.700	1205.330
121-132	1131.750	1045.010	1022.200	1090.750	1085.650	996.240	931.660	876.780	854.160	778.770	854.790	784.470
133-144	660.770	661.300	650.920	665.450	648.300	641.540	613.320	590.370	516.980	514.630	474.200	441.500

NUMERO DE OBSERVACIONES = 144

 *** DATOS DE ENTRADA ***

SERIE : MONOPOLI

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- 12	1049.000	1044.000	1067.000	1057.000	1059.000	1059.000	1064.000	1073.000	1051.000	1045.000	1146.000	1152.000
13- 24	1197.000	1220.000	1228.000	1245.000	1216.000	1214.000	1214.000	1254.000	1244.000	1337.000	1344.000	1373.000
25- 36	1442.000	1442.000	1466.000	1530.000	1543.000	1503.000	1545.000	1663.000	1673.000	1702.000	1752.000	1747.000
37- 48	1930.000	1949.000	2028.000	2058.000	2095.000	2101.000	2464.000	2479.000	2613.000	2739.000	2713.000	2736.000
49- 60	2873.000	3095.000	2952.000	2642.000	2659.000	2813.000	2584.000	2902.000	2806.000	2854.000	2933.000	2938.000
61- 72	3241.000	3279.000	3222.000	3242.000	3315.000	3343.000	3535.000	3627.000	3526.000	3839.000	3844.000	3945.000
73- 84	4106.000	4223.000	4256.000	4490.000	4577.000	4710.000	5095.000	5134.000	5279.000	5860.000	5662.000	5796.000
85- 96	6128.000	6206.000	6598.000	6010.000	6474.000	6624.000	6660.000	7219.000	7723.000	7712.000	6923.000	7138.000
97-108	7670.000	7718.000	7593.000	7731.000	7493.000	7422.000	7532.000	7162.000	5501.000	5733.000	6087.000	5696.000
109-120	5804.000	5457.000	5244.000	5612.000	5060.000	3039.000	4852.000	4891.000	4519.000	4758.000	5445.000	5286.000
121-132	4779.000	4413.000	5306.000	5164.000	4933.000	4562.000	4576.000	4455.000	4547.000	4472.000	4011.000	3980.000
133-144	3940.000	4334.000	4047.000	4203.000	4183.000	4231.000	3881.000	3822.000	3490.000	3416.000	3403.000	3514.000

NUMERO DE OBSERVACIONES = 144

 *** DATOS DE ENTRADA ***

SERIE : 510FR0MF

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- 12	686.000	697.000	672.000	645.000	645.000	633.000	640.000	648.000	648.000	670.000	677.000	674.000
13- 24	668.000	665.000	673.000	652.000	678.000	681.000	655.000	695.000	671.000	662.000	646.000	640.000
25- 36	682.000	648.000	646.000	650.000	717.000	686.000	678.000	687.000	696.000	693.000	714.000	771.000
37- 48	957.000	1061.000	1248.000	1799.000	1254.000	1240.000	1406.000	1454.000	1443.000	1538.000	1668.000	1638.000
49- 60	1635.000	1776.000	1723.000	1649.000	1459.000	1479.000	1539.000	1536.000	1451.000	1477.000	1489.000	1472.000
61- 72	1465.000	1518.000	1430.000	1497.000	1446.000	1434.000	1463.000	1441.000	1362.000	1383.000	1238.000	1336.000
73- 84	1413.000	1469.000	1520.000	1603.000	1668.000	1667.000	1642.000	1819.000	1781.000	1827.000	1821.000	1800.000
85- 96	1938.000	2102.000	2344.000	2522.000	2305.000	2476.000	2465.000	2434.000	2665.000	2732.000	2406.000	2082.000
97-108	2345.000	2413.000	2326.000	2404.000	2244.000	2254.000	2184.000	2041.000	1933.000	1707.000	1795.000	1711.000
109-120	1712.000	1940.000	1905.000	1865.000	1840.000	1866.000	1632.000	1553.000	1436.000	1425.000	1595.000	1587.000
121-132	1670.000	1724.000	1720.000	1851.000	1865.000	1716.000	1654.000	1519.000	1492.000	1424.000	1385.000	1284.000
133-144	1254.000	1318.000	1243.000	1230.000	1199.000	1162.000	1082.000	1073.000	994.000	986.000	947.000	918.000

NUMERO DE OBSERVACIONES = 144

 *** DATOS DE ENTRADA ***

SERIE : QUIMITEV

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- 12	667.000	639.000	637.000	632.000	625.000	635.000	619.000	611.000	606.000	601.000	614.000	612.000
13- 24	581.000	584.000	595.000	584.000	573.000	564.000	568.000	599.000	599.000	597.000	595.000	588.000
25- 36	608.000	625.000	632.000	649.000	675.000	681.000	681.000	715.000	729.000	754.000	785.000	822.000
37- 48	1008.000	1114.000	1308.000	1376.000	1374.000	1411.000	1600.000	1679.000	1710.000	1749.000	1740.000	1748.000
49- 60	1737.000	1783.000	1727.000	1431.000	1315.000	1428.000	1402.000	1375.000	1258.000	1313.000	1278.000	1264.000
61- 72	1285.000	1314.000	1261.000	1264.000	1238.000	1254.000	1322.000	1303.000	1267.000	1277.000	1238.000	1263.000
73- 84	1315.000	1437.000	1456.000	1492.000	1496.000	1484.000	1470.000	1567.000	1543.000	1578.000	1552.000	1575.000
85- 96	1722.000	1896.000	2123.000	2201.000	2029.000	2080.000	2003.000	2046.000	2257.000	2236.000	1868.000	1827.000
97-108	1974.000	2129.000	2035.000	2189.000	2193.000	2392.000	2311.000	2105.000	1956.000	1856.000	2010.000	1829.000
109-120	1974.000	2163.000	2191.000	2226.000	2207.000	2096.000	2116.000	2114.000	2002.000	2115.000	2400.000	2421.000
121-132	2627.000	2528.000	2359.000	2677.000	3461.000	3208.000	3495.000	3290.000	3268.000	3131.000	2779.000	2498.000
133-144	2449.000	2473.000	2244.000	2285.000	2154.000	2121.000	1793.000	1797.000	1641.000	1612.000	1555.000	1561.000

NUMERO DE OBSERVACIONES = 144

 ** DATOS DE ENTRADA **

SERIE : VARIOS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- 12	2132.000	2357.000	2366.000	2690.000	2831.000	2701.000	2703.000	2663.000	2567.000	2763.000	2608.000	2604.000
13- 24	2799.000	3044.000	3102.000	3161.000	3039.000	2931.000	3119.000	3273.000	3178.000	3181.000	3175.000	3246.000
25- 36	3179.000	3358.000	3230.000	2943.000	2637.000	2697.000	2686.000	2652.000	2494.000	2680.000	2663.000	2587.000
37- 48	2681.000	2673.000	2600.000	2622.000	2658.000	2572.000	2654.000	2800.000	2748.000	2785.000	2769.000	2905.000
49- 60	3100.000	3081.000	3071.000	3293.000	3318.000	3290.000	3276.000	3439.000	3371.000	3494.000	3524.000	3533.000
61- 72	3684.000	3985.000	4074.000	4151.000	3934.000	4105.000	4015.000	4052.000	4213.000	4234.000	4050.000	3935.000
73- 84	4431.000	4780.000	4587.000	5015.000	4538.000	4756.000	4544.000	4470.000	4130.000	3858.000	4049.000	3940.000
85- 96	3942.000	4132.000	3995.000	4127.000	4036.000	3857.000	3897.000	3788.000	3716.000	3690.000	4019.000	4164.000
97-108	4568.000	4451.000	3933.000	4275.000	4213.000	3980.000	3905.000	3826.000	3746.000	3662.000	3695.000	3524.000
109-120	3436.000	3400.000	3260.000	3190.000	3094.000	3027.000	2857.000	2712.000	2464.000	2258.000	2262.000	2360.000

NUMERO DE OBSERVACIONES = 120

BIBLIOGRAFIA

En esta bibliografía se recogen todas aquellas obras que aparecen con referencia explícita a pié de página en los diversos capítulos, por haberlo considerado oportuno en su momento, así como aquellas otras que, aún no figurando a pié de página, han sido manejadas o consultadas, por situarse dentro de las materias que esta tesis contempla.

Dado que el contenido de la misma se puede diferenciar en varios campos del análisis económico, se ha optado por separar tales campos, estableciéndose cuatro áreas diferenciadas.

a) Area de Selección de Carteras.

b) Area de Métodos Prospectivos.

c) Area de Análisis Box-Jenkins.

d) Area de Información General.

En esta última se recogen aquellas obras utilizadas para la extracción y el análisis de los datos numéricos empleados.

NOTA: Como existen obras que han sido utilizadas en diferentes áreas, aparecerán con (x) en su margen izquierda, aquellas obras en las que se dé tal circunstancia.

BIBLIOGRAFIAAREA DE SELECCION DE CARTERAS

- Banca Más Sardá
Una aproximación al análisis gráfico de valores mobiliarios.
Servicio de estudios de la Banca Más Sardá - Barcelona.

- Cohen, K. y Pogue, J.
An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio - Selection Models.
Journal of Bussines, Vol. 40 Nº 1, Abril 1. 967 - pp. 166-193

- Dickinson, J.
Portfolio Analysis.
Saxon House, Westmedd (England) 1. 974.

- Elton, G. y Gruber, M.
Security Evaluation and Portfolio Analysis.
Prentice - Hall, New Yersey 1. 972.

- Ezcurdia, L.
Introducción a la Inversión en Bolsa.
Pirámide, Madrid 1. 976.

- Fama, E.
The Behavior of Stock Market Prices.
Journal of Bussines, Vol. 38 , Enero 1. 965 , pp. 34-105

- Fama, E.
Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work.
Journal of Finance, Vol. 25, Mayo 1. 970, pp. 383-417

- Fama, E.
Random Walks in Stock Market Prices.
Financial Analyst Journal, Septiembre-Octubre 1.975

- Francis, J. y Archer, S.
Análisis y Gestión de Carteras de Valores.
ICE, Madrid 1.977.

- Friend, I. y Blume, M.
Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty.
American Economic Review, Vol. 60, Septiembre 1.970
pp. 561-575.

- Friend, I. y Vickers, J.
Portfolio Selection and Investment Performance.
Journal of Finance, Vol. 20, Septiembre 1.965
pp. 391-415.

- Goula Surifach, J.
Análisis y Cálculo del Riesgo en el Mercado de Valores.
Servicio de Estudios de la Banca Más Sardá.
Barcelona, 1.974

- Instituto Español de Analistas de Inversiones.
Curso de Formación sobre Bolsa.
Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid. Madrid, 1.977

- Instituto Español de Analistas de Inversiones.
Curso de Orientación sobre Análisis y Gestión de Valores.
Instituto Español de Analistas de Valores.
Madrid, 1.975.

- Jensen, M.
The Performance of Mutual Funds in the Period 1.945-1.964.
Journal of Finance, Mayo 1.968, pp. 389-416

- Mao, C. y Brewster, J.
An E-S_n Model of Capital Budgeting.
The Engineering Economist, Vol. 15 Nº 2, 1.970.
pp. 20-25

- Markowitz, H.
The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear
Constraints.
Naval Research Logistic Quarterly, Vol. 3, Marzo-Junio 1.956.
pp. 111-133.

- Markowitz, H.
Portfolio Selection.
Journal of Finance, Vol. VII, Nº 1, Marzo 1.952
pp. 77-91

- Markowitz, H.
Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment.
John Wiley, New York 1.959.

- Mateos-Aparicio, P.
La Inversión Mobiliaria Colectiva. Test sobre la Eficiencia del
Mercado de Valores en España.
Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid. Madrid 1.977

- Neumann, S. y Morgenstern, O.
Theory of Games and Economic Behavior.
Princeton University Press. Princeton, New Jersey, 1.953

- Ortega, R.
La Política Monetaria y el Mercado de Acciones.
Información Comercial Española, Nº 518. Octubre 1.976
pp. 25-39.
- Philippatos, G. y Wilson, C.
Entropy, Market Risk, and the Selection of Efficient Portfolio.
Applied Economics, Vol. 4, 1.972.
pp. 209-220.
- Rosenfeld, F.
Análisis de Valores Mobiliarios.
Hispano Europea, Barcelona 1.967
- Sharpe, W.
Mutual Fund Performance.
Journal of Bussines: A Supplement, Nº 1, Parte 2ª, Enero 1.966.
pp. 119-138.
- Sharpe, W.
Mutual Fund Performance and the Theory of Capital Asset Pricing:
Reply.
Journal of Bussines. Abril 1.968, pp. 235-236
- Sharpe, W.
A Simplified Model for Portfolio Analysis.
Management Science. Vol. IX, Nº 2, Enero 1.963.
pp. 277-293.
- Sharpe, W.
Teoría de Cartera y del Mercado de Capitales.
Deusto, Bilbao 1.976.

- Suárez Suárez, A.
Decisiones Optimas de Inversión y Financiación en la Empresa.
Pirámide, Madrid 1.978.

- Treynor, J.
How to Rate Management of Investment Funds.
Harvard Bussines Review, Vol. 43. Enero-Febrero 1.965.
pp. 63-75.

AREA DE METODOS PROSPECTIVOS

- Alcaide, A.
Lecciones de Econometría. Métodos estadísticos.
Madrid 1.966.

- Bates, J. y Granger, C.
The Combination of Forecasts.
Operations Research Quarterly, Vol. 20. 1.969.
pp. 451-468.

- Bonnafous, A.
La Logique de l'Investigacion Econometrique.
Dunod, Paris 1.973.

- Brown, R.
Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series.
Prentice Hall, New Jersey 1.962.

- Cleveland, W. y Tiao, C.
Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the Census
X11 Program.
Journal of the American Statistical Association.
Vol. 71, No 355 1. 976, pp. 581-587.

- Chambers, J. , Mullick, S. y Smith, D.
How to Choose the Right Forecasting Technique.
Harvard Business Review, Julio - Agosto 1. 971.
pp. 45-74.

- Christ, G.
Judging the Performance of Econometric Model of the U. S.
Economy.
International Economic Review.
Vol. 16, 1. 975, pp. 54-74.

- Dalkey, N. y Helmer, O.
An Experimental Application of The Delphi Method to the Use of Ex-
perts The Rand Corporation, RM-727-PR, Julio 1. 962

- Dalkey, N., Brown, B. y Cochran, S.
La Prévision à Long Terme par la Methode Delphi.
Dunod, Paris 1. 972.

- Eli de Gortari.
El problema de la Predicción en Ciencias Sociales.
Instituto de Investigaciones Sociales.
Méjico 1. 969.

- G. Barbancho, A.
Estadística Elemental Moderna.
Escuela Nacional de Administración Pública, Madrid 1. 967.

- G. Barbancho, A.
Fundamentos y Posibilidades de la Econometría.
Ariel, Barcelona 1.962.

- Granger, C.
Analyse Spectrale des Series Temporelles en Economie.
Dunod, Paris 1.969.

- x - Granger, C. y Newbold, P.
Forecasting Economic Time Series.
Academic Press, New York 1.977.

- Granger, C. y Newbold, P.
Forecasting Transformed Series.
Journal of the Royal Statistical Society B.
Vol. 38, 1.976 - pp. 189-203.

- Granger, C. y Newbold, P.
Some Comments on the Evaluation of Economic Forecasts.
Applied Economics.
Vol. 5 - 1.973, pp. 35-47.

- Granger, C. y Newbold, P.
Spurious Regressions in Econometrics.
Journal of Econometrics, Vol. 2 - 1.974, pp. 111-120.

- Harrison, P.
Exponential Smoothing and Short Term Sales Forecasting.
Management Science, Vol. 13 - 1.967, pp. 821-842.

- Holt, C.
Forecasting Seasonal and Trends by Exponentially Weighed Moving Averages. Carnegie Institute of Thechnology, 1. 957.

- Hoyo Bernat del, J.L. y Terceiro Lomba, J.
Introducción al Análisis de Regresión Dinámica, con Aplicaciones al Índice de Precios al Consumo.
Cuadernos Universitarios de Planificación Empresarial y Marketing. (CUPEMA) Vol. 4, 1. 978 - pp. 339-354.

- Jenkins, G.
Practical Experiences with Modelling and Forecasting Time Series.
G. Jenkins and Partners Limited.
Jersey, Channel Islands 1. 979.

- Jenkins, G. y Watts. D.
Spectral Analysis and its Applications
Holden Day, San Francisco 1. 968.

- Johnston, J.
Métodos de Econometría.
Vicens-Vives, Barcelona 1. 975.

- Kendall, M.
Time Series Analysis.
Griffin, London 1. 973

- Klein, L.
An Essay on the Theory of Economic Prediction
Murkham, Chicago 1. 971.

- Klein, L.
Whither Econometrics. ?
Journal of the American Statistical Associations, Vol. 66.
Nº 334, Junio 1. 971, pp. 415-421.

- López Cachero, M.
Fundamentos y Métodos de Estadística.
Pirámide, Madrid 1.977.

- x - Newbold, P. y Granger, C.
Experience with Forecasting Univariate Time Series and the
Combination of Forecasts.
Journal of the Royal Statistical Society, A.
Vol. 137 - 1.974 - pp. 131-146.

- Otero, J. M.
Predicción con Modelos Econométricos: Una Introducción.
Económicas y Empresariales UNED Nº 3.
pp. 150-161.

- Otero, J. M.
Fundamentos del Análisis Espectral y sus Aplicaciones en
Econometría.
Cuadernos de Economía - Vol. 6, Nº 16, Mayo-Agosto 1.978.
pp. 272-326.

- Otero, J. M.
La Lógica de la Investigación Cuantitativa en Economía y el Papel
de la Econometría.
Económicas y Empresariales UNED. Nº 5.
pp. 28-34.

- Otero, J. M.
Lógica y Limitaciones de la Econometría.
ICE, Madrid 1.978.

- Parker, G. y Segura, E.
How to get a Better Forecast.
Harward Bussiness Review. Vol. 49 - Marzo-Abril 1. 971. pp. 99-109

- Payne, D.
The Determination of Regresion Relationships using Stepwise Techniques. Ph. D. Thesis. Department of Mathematics, University of Nottingham, 1. 973.

- Pena Trapero, J.
Análisis Espectral de los Procesos Estocásticos Estacionarios de Segundo Orden.
Anales de Economía - 3ª Epoca, Nº 5-8.
Enero-Diciembre 1. 970.

- x - Pindyck, R. y Rubinfeld, D.
Econometric Models and Economic Forecasts.
Mc Graw-Hill, New York 1. 976.

- x - Prothero D. y Wallis, K.
Modelling Macroeconomic Time Series.
Journal of the Royal Statistical Society, A.
Vol. 139 - Part. 4 - 1. 976 - pp. 468-486.

- Pulido, A.
Los Modelos Econométricos como Base para la Adopción de Decisiones Empresariales.
Cuadernos Universitarios de Planificación Empresarial y Márketing (CUPENA) Vol. 4 - Nº3-4 1. 978.

- Salomon, M. y Bachelet, D.
La Evolución de los Métodos de Previsión y su Integración en las Decisiones de las Empresas.
ESIC-MARKET, Nº 8 - Junio-Septiembre 1.972. pp. 27-53.

- Shiskin, J. , Young, A. y Musgrave, A.
The X-11 Variant of Census Method II Seasonal Adjustement Program. Technical Paper Nº 15, Bureau of the Census. U.S. Department of the Census, 1. 967.

- Suárez Suárez, A.
La Predicción de Ventas.
ESIC-MARKET, Nº 5. Junio-Septiembre 1. 971
pp. 65-76.

- Suits, D.
Forecasting and Analysis with an Econometric Model.
American Economic Review. Vol. 52 - 1. 962.
pp. 104-132.

- Tintner, G.
The Definition of Econometrics.
Econométrica - Vol. 21 - Nº 1 - Enero 1. 953.
pp. 31-40.

- Wheelwright, S. y Makridakis, S.
Choix et Valeur des Methodes de Prévision.
Les editions d'organisation, Paris 1. 974.

- Winters, P.
Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages.
Management Science - Vol. 6 1. 960 pp. 324-342.

AREA DE ANALISIS BOX-JENKINS

- Aigner, D.
A Compendium on Estimation of the Autoregressive Moving Average Model from Time Series Data.
International Economic Review. Vol. 12, Nº 3, Octubre 1. 971.
pp. 348-371.

- Anderson, O.
Time Series Analysis and Forecasting: The Box-Jenkins Approach.
Butterworths, London 1. 976.

- Bartlett, M.
On the Theoretical Specification of Sampling Properties of Auto-correlated Time Series.
Journal of the Royal Statistical Society B.
Vol. 8, 1. 946, pp-27 41

- Box, G. y Cox, D.
An Analysis of Transformations
Journal of the Royal Statistical Society B.
Vol. 26, Nº 2, 1. 964, pp. 211-252.

- Box, G. y Jenkins, G.
Some Comments on a Paper by Chatfield and Prothero and on a Review by Kendall.
Journal of the Royal Statistical Society A.
Vol. 136, 1. 973, pp. 337-345.

- Box, G. y Jenkins, G.
Time Series Analysis: Forecasting and Control.
Holden-Day, San Francisco 1. 976.

- Box, G. y Newbold, P.
Some Comments on a Paper of Coen, Gomme and Kendall.
Journal of the Royal Statistical Society A.
Vol. 134, Part. 2, 1. 971. pp. 229-240.

- Box, G. y Pierce, D.
Distribution of Residuals Autocorrelations in Autoregressive Integrated Moving Average Time Series Models.
Journal of the American Statistical Association.
Vol. 65, nº 332, 1. 970, pp. 1. 509-1. 526.

- Box, G. y Tiao, C.
Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems.
Journal of the American Statistical Association.
Vol. 70, nº 70, 1. 973, pp. 70-79.

- Chatfield, C.
The Analysis of Time Series: Theory and Practice.
Chapman and Hall. London 1. 975.

- Chatfield, C. y Prothero, D.
Box-Jenkins Seasonal Forecasting: Problems in a Case Study.
Journal of the Royal Statistical Society A.
Vol. 136, Part. 3, 1. 973, pp. 345-352.

- Granger, C. y Morris, M.
Time Series Modelling and Interpretation.
Journal of the Royal Statistical Society A.
Vol. 139, Part. 2, 1. 976. pp. 246-257.

- Granger, C. y Newbold, P.
Forecasting Economic Time Series.
Academic Press, New York 1.977.

- x - Jenkins, G.
Practical Experiences with Modelling and Forecasting Time Series.
G. Jenkins and Partners Limited. Jersey, Channel Islands 1.979.

- x - Kendall, M.
Time Series Analysis.
Griffin, London 1.973

- Marbert, V. y Radcliffe, R.
A Forecasting Methodology as Applied to Financial Time Series.
The Accounting Review, Enero 1.974.
pp. 61-75

- Marquardt, D.
An Algorithm for Least Squares Estimations of Nonlinear Parameters.
Journal of Social and Industrial Applied Mathematics, Vol. II,
№ 2, 1.963 pp. 431-441.

- x - Naylor, T. Seaks, T. y Wichern, D.
Box-Jenkins Methods: An Alternative to Econometric Models.
International Statistical Review. Vol. 40, № 2, 1.972.
pp. 127-137.

- Nelson, L. R.
Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting.
Holden-Day, San Francisco 1.973.

- x - Newbold, P. y Granger, C.
Experience with Forecasting Univariate Time Series and the
Combination of Forecasts.
Journal of the Royal Statistical Society A.
Vol. 137, Part. 2, 1.974; pp. 131-165.

- Parzen, E.
Procesos Estocásticos.
Paraninfo, Madrid 1.972.

- Peña, D.
Interacción en la Identificación de Modelos ARIMA Univariantes.
Ponencia presentada al Seminario "Nuevos enfoques en el Análisis
de Series Temporales" desarrollada en la Escuela de Organización
Industrial de Madrid.
26, 27 y 28 de Febrero de 1.979.

- Peña, D.
La Metodología Box-Jenkins: Una Aplicación a la Previsión del
Consumo de Gasolina.
Información Comercial Española
Nº542, Octubre 1.978, pp. 135-152

- x - Pindyck, R. y Rubinfeld, D.
Econometric Models and Economic Forecasts.
Mc Graw-Hill, New York 1.976.

- x - Prothero, D. y Wallis, K.
Modelling Macroeconomic Time Series.
Journal of the Royal Statistical Society A.
Vol. 139, Part. 4, 1.976, pp. 468-486.

- Quenouille, M.
Approximate Tests of Correlation in Time Series.
Journal of the Royal Statistical Society B.
Vol. 11, 1. 949, pp. 68-84.

- Rodriguez, M.
Incidencia Sectorial en la Estructura de los Precios al por Mayor:
un Estudio Comparativo de los Sectores Agrícola e Industrial.
Revista Española de Economía.
Vol. 5, nº 1, 1. 975, pp. 99-139.

- Treadway, A.
Los Efectos sobre la Economía Española de una Devaluación de
la Peseta.
Fundación Ramón Areces. Madrid 1. 978.

- Treadway, A.
Sobre la Modelización Estadística de la Balanza de Pagos Espa-
ñola.
Información Comercial Española
Nº 536, Abril 1. 978 - pp. 24-46.

- Uriel, E.
La previsión a corto plazo: Una aplicación de la Metodología Box-
Jenkins. Seminario de Doctorado. Curso 1. 978-1. 979. Facultad
de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Complu-
tense de Madrid.

- Zellner, A. y Palm, E.
Time Series Analysis and Simultaneous Equation Econometric
Models.
Journal of Econometrics.
Vol. 2, Nº 1, 1. 974, pp. 17-54.

AREA DE INFORMACION GENERAL

- Banco de Bilbao
Informe Económico 1.970.
Servicio de Estudios del Banco de Bilbao.
Bilbao 1.971.

- Banco de Bilbao
Informe Económico 1.973.
Servicio de Estudios del Banco de Bilbao
Bilbao 1.974.

- Banco de Bilbao
Informe Económico 1.975.
Servicio de Estudios del Banco de Bilbao.
Bilbao 1.976.

- Banco Exterior de España.
Hechos y Cifras de la Economía Española en 1.970.
Servicio de Estudios del Banco Exterior de España.
Madrid, 1.971.

- BANIF. Boletín de Inversiones.
Publibanif.
Diversos números.

- Bolsa de Madrid.
La Bolsa de Madrid en 1.976.
Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid.
Madrid 1.977.

- Bolsa de Madrid.
Indice de Acciones 1.941-1.971.
Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid.
Madrid 1.973.

- Bolsa de Madrid.
Indice Largo Total de Acciones: 1.941-1.975.
Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid.
Madrid 1.977.

- Bolsa de Madrid.
Memoria 1.977.
Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid.
Madrid 1.978.

- Colegio de Agentes de Cambio y Bolsa de Barcelona.
Boletín Financiero.
Servicio de Estudios e Información del Colegio de Agentes de
Cambio y Bolsa de Barcelona.
Diversos números.

- Coyuntura Financiera.
Diversos números.

- Zúñica, L. R., Romero, R. y Caballer, V.
Una Aplicación de la Programación Estocástica al Estudio de Ca-
lendarios Optimos de Venta en Explotaciones Citricolas.
De próxima aparición en Revista de Estudios Agrosociales.

