

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA



TRABAJO DE FIN DE GRADO

Código de TFG: FT04

El destino final del Universo

The final fate of the Universe

Supervisora: María del Prado Martín Moruno

Alicia Pérez Rodrigo

Grado en Física

Curso académico 2023-24

Convocatoria ordinaria

Calificación: 9,1

El destino final del Universo: exploración de las singularidades y la energía fantasma

Resumen:

El trabajo ofrece una visión integral y actualizada del campo de la cosmología en la exploración del destino último del Universo. Comenzando con una sólida base de fundamentos cosmológicos, se examina la naturaleza de la gravedad, los principios cosmológicos fundamentales y las observaciones del fondo cósmico de microondas. Se profundizará en la expansión del Universo desde la ley de Hubble hasta las geometrías del espacio-tiempo bajo la métrica FLRW, así como las evidencias que la respaldan. Puesto que el modelo cosmológico estándar presenta problemas, se analizarán otros modelos. Se dedicará especial atención al fenómeno de la energía oscura, explorando conceptos como la constante cosmológica y la energía oscura dinámica, en particular, la energía fantasma. Además, se investigará la dinámica del universo desde su origen hasta sus posibles finales, incluidas las singularidades y otros escenarios abruptos. Finalmente, se explican algunas de las técnicas de observación utilizadas en este campo.

Palabras clave: energía fantasma; energía oscura; FLRW; Ley de Hubble; modelos alternativos; singularidades; destino del Universo.

Abstract:

The project offers a comprehensive and up-to-date overview of the field of cosmology in the exploration of the ultimate fate of the Universe. Starting with a solid grounding in cosmological fundamentals, it examines the nature of gravity, fundamental cosmological principles and observations of the cosmic microwave background. The expansion of the Universe from Hubble's law to space-time geometries under the FLRW metric, as well as the supporting evidence, will be explored in depth. Since the standard cosmological model presents problems, other models will be analyzed. Special attention will be devoted to the phenomenon of dark energy, exploring concepts such as the cosmological constant and dynamical dark energy, in particular, phantom energy. In addition, the dynamics of the universe from its origin to its possible ends, including singularities and other abrupt scenarios, will be investigated. Finally, some observational techniques used in this field will be explained.

Keywords: phantom energy; dark energy; FLRW; Hubble's Law; alternative models; singularities; fate of the Universe.

Índice

1. Introducción	2
2. Fundamentos cosmológicos	2
2.1. Fondo cósmico de microondas, CMB	3
2.2. Expansión del Universo	3
2.2.1. Ley de Hubble, 1920	3
2.2.2. Modelo estacionario	4
2.3. Dinámica del Universo	4
2.3.1. Geometrías del espacio-tiempo	4
2.3.2. Universo multicomponente	6
3. Modelo cosmológico estándar	7
3.1. Energía oscura	8
3.1.1. Constante cosmológica	8
3.2. Condiciones de energía	8
4. Destino del Universo	9
4.1. Origen del Universo	9
4.2. La muerte térmica	10
4.3. Energía oscura dinámica	10
4.3.1. Quintaesencia	11
4.3.2. Energía fantasma	11
4.4. Singularidades	13
4.4.1. Big Rip	14
4.4.2. Otros finales abruptos	15
5. Otros modelos cosmológicos más allá de ΛCDM	17
5.1. Cosmología cuántica	18
6. Técnicas	18
7. Conclusiones	18
Referencias	19

1. Introducción

Desde los inicios, el ser humano ha buscado conocer más sobre la naturaleza del Universo. En el panorama de la física, la pregunta a cuál fue su origen se presenta como uno de los desafíos más intrigantes. Con la Relatividad General, surgió la cosmología como ciencia. El objetivo de este trabajo es exponer los modelos cosmológicos contemporáneos junto con las investigaciones más relevantes relacionadas con la evolución futura del Universo. Para ello, se analizarán las posibles respuestas postuladas hasta el momento, es decir, los modelos que siguen el principio cosmológico (incluyendo las predicciones halladas antes de la confirmación de la expansión acelerada del Universo) partiendo de sus hipótesis y/o evidencias experimentales y teóricas que respaldan o refutan estas teorías.

En general, se seguirá el modelo cosmológico estándar, entendiendo como cambiarían las predicciones si se tienen en cuenta otros modelos. Los cálculos realizados seguirán mayoritariamente la métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker. Desde una perspectiva analítica, se pretende no solo recopilar información a través de artículos y libros científicos, sino comprender los conceptos fundamentales consecuencia de cada modelo y hacer los cálculos necesarios. En este sentido, se utilizarán parametrizaciones del factor cósmico de escala para explicar los distintos resultados, siguiendo la ecuación de estado para cada caso.

Los precedentes de este trabajo se basan en el interés en conocer tanto el origen del Universo como su final. El primero es impulsado por una combinación de curiosidad humana por uno de los misterios más fundamentales y la necesidad de conocer el Universo, el entorno en el que vivimos. La investigación de su destino final es, del mismo modo, relevante pues su comprensión puede ayudar a conseguir un mayor entendimiento de la naturaleza del cosmos al ser una extensión natural de la investigación cosmológica y la física teórica. En primer lugar, se entendería de mejor manera la evolución cósmica a largo plazo. Por otro lado, los mismos avances que nos pueden ayudar a comprender el destino del Universo, podrían ayudar en otras disciplinas (astronomía, física de partículas, tecnología espacial...), y al desarrollo de nuevas tecnologías. Por ejemplo, para la investigación que estudia estructuras a gran escala tales como galaxias. En resumen, este estudio nos permite tener un mayor entendimiento del Universo en muchos aspectos.

2. Fundamentos cosmológicos

La teoría de la Relatividad General (RG) de Einstein (1915) generaliza la Relatividad Especial (RE) incluyendo el efecto de la gravedad en el espacio-tiempo. El espacio-tiempo es la entidad que une las dimensiones del espacio (3) y del tiempo (1). Las curvas que siguen los objetos en el espacio-tiempo quedan determinadas por la materia que a su vez determina la geometría del espacio-tiempo, que es la curvatura en cada uno de los puntos. En resumen, la gravedad es un efecto de la curvatura del espacio-tiempo.

«La distribución de densidad en el universo es homogénea e isotrópica a gran escala» -**Principio Cosmológico o de Copérnico (1920)**. La isotropía explica que no hay direcciones preferidas en el Universo y por tanto, es indiferente hacia donde se mire. La homogeneidad explica que no hay localizaciones preferidas en el Universo, no importa desde dónde observemos. Por lo tanto, según este principio no existe un centro del Universo [1].

En resumen, el Universo a gran escala es igual en todos los lugares y visto en todas las direcciones. Esto implica que la expansión del Universo afecta a las cosas como conjunto. Las observaciones del fondo cósmico de microondas (CMB) han confirmado esta hipótesis.

2.1. Fondo cósmico de microondas, CMB

La radiación cósmica de fondo de microondas es de carácter electromagnética y llena todo el Universo. Fue descubierta por Arno Penzias y Robert Wilson en 1965. El CMB se formó durante la recombinación, 380.000 años después del Big Bang ($T=3000\text{K}$). La radiación formada ha sufrido un desplazamiento hacia el rojo (redshift) debido a la expansión del Universo. Por este motivo, la radiación nos llega hoy con longitudes de onda de rango microondas desde todas las direcciones. Una de las propiedades del CMB es su temperatura. Esta se puede obtener mediante la termodinámica, utilizando la primera ley y asumiendo un proceso adiabático [2]:

$$dU = dQ + dW = -pdV \Rightarrow \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = -\frac{1}{3V} \frac{dV}{dt} \Rightarrow T(t) \propto \frac{1}{a} = \frac{1}{1+z}, \quad (1)$$

donde hemos utilizado la densidad de energía de los fotones para un cuerpo negro, la presión de un fotón y su energía y el hecho de que el volumen tiene una dependencia cúbica con el factor de escala: $V \propto a^3(t)$ [2]. Finalmente se deduce la dependencia de la temperatura con el factor de escala. El satélite COBE (COsmic Background Explorer) midió una temperatura del CMB de $2,725\text{K}$. Desde entonces, WMAP y Planck han obtenido medidas muy precisas del CMB.

2.2. Expansión del Universo

2.2.1. Ley de Hubble, 1920

Edwin Hubble relacionó las distancias extragalácticas de Cefeidas de otras galaxias con sus redshifts. Debido a la expansión del Universo, las galaxias se alejan respecto al observador, produciendo un efecto Doppler en las líneas de su espectro. La Ley de Hubble [2] describe la velocidad radial de una galaxia:

$$v = \frac{dR}{d\tau} = \frac{R}{a} \frac{da}{d\tau} = cz = H_0 r \quad \text{y} \quad z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} > 0, \quad (2)$$

donde H_0 es la constante de Hubble y r es la distancia radial (distancia entre dos observadores isotrópicos) y z es el redshift siendo λ la longitud de onda observada y λ_0 la longitud de onda emitida. La constante de Hubble indica como se expande el Universo en el presente. La tasa o ritmo de expansión, H se define como $H = \dot{a}/a$ siendo $a(t)$ el factor de escala, que introduciremos en la próxima sección, que cuantiza la expansión del espacio, así $H_0 = H(t_0)$. Según el Universo se va expandiendo, algunas galaxias van quedando fuera de nuestro horizonte observable ($z = d(t) = H^{-1}(t)$). Con la Ley de Hubble, podemos obtener aproximadamente la edad del Universo: $t_0 = 1/H_0 = 14 \pm 1,4 \text{ Gyr}$. Hoy en día sabemos que la ley de Hubble es sólo una aproximación válida para z pequeños.

El valor actual de la constante de Hubble ha sido medido mediante el telescopio espacial Hubble (HST) ($H_0 = 73,04 - 1,04 \text{ km/s/Mpc}$) y con el CMB ($H_0 = 67,4 \pm 0,5 \text{ km/s/Mpc}$). Estos valores presentan una tensión de 5 sigmas (desviación estándar), que quiere decir que estadísticamente es muy poco probable que suceda. A esta tensión se la conoce como la tensión en H_0 y es objeto de investigación en la actualidad. Véase la figura 1.

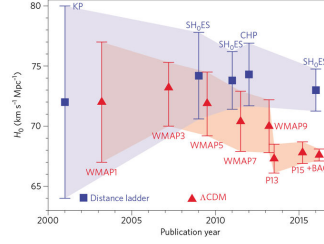


Figura 1: Datos observacionales para el valor de la constante de Hubble [3].

2.2.2. Modelo estacionario

En general, si uno asume la RG y el Principio Cosmológico, se obtiene una métrica con un Universo en expansión. Si bien, en 1948, Fred Hoyle, Thomas Gold, y Hermann Bondi propusieron la teoría del estado estacionario. En este Universo estacionario no solo no hay localizaciones privilegiadas sino que tampoco hay momentos del tiempo privilegiados (principio cosmológico perfecto). De este modo, las propiedades globales que rigen el Universo tales como la densidad media, ρ_0 y la constante de Hubble, H_0 , permanecen constantes en el tiempo [2].

Si integramos la Ley de Hubble (2) teniendo en cuenta que la constante de Hubble es independiente del tiempo, obtenemos que la distancia radial y el volumen, asumiendo una región esférica del Universo, serían:

$$r(t) \propto e^{H_0 t} \Rightarrow V = \frac{4\pi r^3(t)}{3} \propto e^{3H_0 t}. \quad (3)$$

El origen del Universo se obtiene en el límite cuando $r \rightarrow 0$ y obtenemos $t \rightarrow -\infty$, lo que quiere decir que el Universo sería infinitamente viejo. Ahora bien, en este modelo, la densidad de materia debe permanecer constante y puesto que el volumen crece con el tiempo, la masa también tendrá que aumentar. El ratio de aumento de masa sería:

$$\dot{M}_e = \rho_0 \dot{V} = 3\rho_0 H_0 V \Rightarrow \frac{\dot{M}_e}{V} = 3\rho_0 H_0 = 6 \cdot 10^{-28} \text{kgm}^{-3} \text{Gyr}^{-1}, \quad (4)$$

donde hemos utilizado la densidad del Universo actual con valor $\rho_0 = 3 \cdot 10^{-27} \text{kgm}^{-3}$. Esta creación continua de materia violaba la conservación de masa-energía. Finalmente, con las evidencias observacionales, se confirmó que no existe el principio cosmológico perfecto y que las propiedades del universo sí son dependientes del tiempo. En 1998, la observación de la luminosidad de supernovas distantes confirmó la expansión acelerada del Universo. Estas se encuentran a mayor distancia de lo que indicaría la Ley de Hubble. Esta evidencia junto a observaciones como las CMB sugiere que nuestro universo tiene una geometría cercana a la plana, según el modelo estándar de cosmología.

2.3. Dinámica del Universo

2.3.1. Geometrías del espacio-tiempo

La constante de curvatura, k depende de las superficies del espacio euclídeo [1]:

$$k = \begin{cases} > 0 & \text{curvo cerrado: espacio trisférico, variedad compacta (tamaño finito)} \\ = 0, & \text{plano abierto} \\ < 0, & \text{curvo abierto hiperbólico, secciones espaciales no compactas} \end{cases}.$$

Durante el trabajo trabajaremos con la métrica plana: $g_{ab} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ y utilizaremos unidades naturales ($c = \hbar = k_B = 1$). En RE, la geometría del espacio-tiempo sigue la métrica de Minkowski donde la partícula puede seguir tres geodésicas (trayectorias):

$$ds^2 \begin{cases} > 0 & \text{tipo espacio} \\ = 0, & \text{tipo luz (RG:geodesia nula)} \\ < 0, & \text{tipo tiempo} \end{cases} .$$

La asunción del principio cosmológico junto con la RG dan lugar a unas ecuaciones dadas por la métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, las cuales tienen en cuenta la expansión del Universo mediante el factor de escala $a(\tau)$. Estas ecuaciones deducen tres posibilidades de geometría:

$$ds^2 = -d\tau^2 + a^2(\tau) \begin{cases} d\psi^2 + \sin^2\phi(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) & \text{esfera} \\ dx^2 + dy^2 + dz^2 & \text{plano} \\ d\psi^2 + \sinh^2\psi(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) & \text{hiperboloide} \end{cases} , \quad (5)$$

siendo τ el tiempo cosmológico propio del observador isotrópico. Esta métrica es solución de las ecuaciones de campo de Einstein:

$$G_{ab} \equiv R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab} = 8\pi T_{ab}, \quad \text{con} \quad T_{ab} = \rho u_a u_b + P(g_{ab} + u_a u_b), \quad (6)$$

donde T_{ab} es el tensor de energía-momento, u y s la velocidad del fluido, ρ la densidad de energía del contenido cósmico y P , su presión de radiación. Las componentes que se obtienen son:

$$G_{\tau\tau} = 8\pi T_{\tau\tau} = 8\pi\rho = G_{ab}u^a u^b; \quad G_{\lambda\lambda} = 8\pi T_{\lambda\lambda} = 8\pi P = G_{ab}s^a s^b, \quad (7)$$

La traza del tensor de Ricci la obtenemos a partir de los símbolos de Christoffel [\[1\]](#):

$$R = -R_{\tau\tau} + 3R_{\lambda\lambda} = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right). \quad (8)$$

A partir de [\(6\)](#), las ecuaciones de Einstein quedan:

$$G_{\tau\tau} = R_{\tau\tau} + \frac{1}{2}R = \frac{1}{2}R = 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = 8\pi\rho - \frac{3k}{a^2}, \quad (9)$$

y $G_{\lambda\lambda}$ se obtiene del mismo modo. Combinando ambos resultados, se obtiene:

$$\frac{3\ddot{a}}{a} = -4\pi(3P + \rho). \quad (10)$$

Como hemos comentado, Einstein realizó una modificación a la ecuación [\(9\)](#) en la que introdujo la constante cosmológica:

$$\Lambda g_{ab} = 8\pi T_{ab}. \quad (11)$$

Para mayor análisis, podemos distinguir los tipos de componentes que están en el Universo y la presión que generan en el Universo, que viene dada por la siguiente ecuación de estado:

$$P = \omega\rho; \quad \omega = \begin{cases} 0 & \text{materia tipo polvo} \\ \frac{1}{3} & \text{radiación (partículas relativistas: fotones, neutrinos)} \\ -1 & \text{constante cosmológica, energía oscura} \end{cases} , \quad (12)$$

siendo ω el índice barotrópico que en general, asumiremos constante (fluido barotrópico) y cuya restricción es $\omega \leq 1$.

Las ecuaciones (9) y (10) incluyendo la constante cosmológica conforman las **ecuaciones de Friedmann** que describen la evolución del Universo. La expansión viene dada por:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (13)$$

La ecuación de aceleración será:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G(3P + \rho)}{3} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (14)$$

La densidad de energía y presión en las ecuaciones de Friedmann es la suma de todas las componentes cósmicas. Si el Universo tiene una componente con $\rho + 3P > 0$, entonces se desacelerará si $\Lambda = 0$. En caso contrario, existe una tensión, entonces bajo la condición $P < -\rho/3$, el Universo se acelerará. A partir de la conservación del tensor energía momento, $T_{\nu;\mu}^\mu$, o de la ecuación (1) obtenemos la ecuación de conservación de fluido:

$$\dot{E} + P\dot{V} = 0 \Rightarrow \dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + P) = 0 \quad (15)$$

donde $E = \rho V$ y $V = V_0 a^3$. Para que la expansión sea acelerada ($\ddot{a} > 0$), $\omega < -1/3$. Nótese que esta ecuación no es independiente, derivando en (13) y sustituyendo en (15), podemos recuperar (14).

2.3.2. Universo multicomponente

Consideramos ahora un universo con más de una componente, en el que asumimos que no hay interacción entre las mismas y que tienen parámetros w_i constantes. Usando las ecuaciones (12) y (15), podemos reescribir la ecuación de conservación del fluido en función del parámetro ω (1):

$$\rho_{\omega_o} \dot{\rho}_{\omega_o} + 3\frac{\dot{a}}{a}(1 + \omega)\rho_{\omega_i} = 0 \Rightarrow \rho_{\omega} = \rho_{\omega_i,0} a^{-3(1+\omega_i)}, \quad (16)$$

en la que cada componente corresponde a un i . La evolución de la densidad de energía se obtiene a partir de la densidad de energía inicial y del factor de escala inicial, $a_0 = 1$. El resultado para las distintas componentes se puede ver en la tabla 1:

Componente	ω	Evolución de densidad de energía
Radiación	1/3	$\rho_{r,0} a^{-4}$
Polvo	0	$\rho_{m,0} a^{-3}$
Constante cosmológica	-1	$\rho_{\Lambda,0}$

Tabla 1: Evoluciones de las densidades de energía del Universo en función de las componentes que lo conforman.

Por lo tanto, teniendo en cuenta la ecuación de Friedmann, para un Universo plano tenemos las soluciones para cada componente que se muestran en la tabla 2.

Componente	$a(t)$	$\rho(t)$	t_0	$d_p(t_0)$
Materia	$(\frac{t}{t_0})^{2/3}$	$\rho_0 (\frac{t}{t_0})^{-2}$	$\frac{2}{3H_0}$	$\frac{2c}{H_0} (1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}})$
Radiación	$(\frac{t}{t_0})^{1/2}$	$\rho_0 (\frac{t}{t_0})^{-2}$	$\frac{1}{2H_0}$	$\frac{c}{H_0} \frac{z}{1+z}$
Lambda	$e^{H_0(t-t_0)}$	ρ_{Λ}	-	$\frac{cz}{H_0}$

Tabla 2: Soluciones para un Universo plano: factor de escala, densidad de energía, tiempo al que fue emitido y distancia propia. [$H_0 = \left(\frac{8\pi G\rho_{\Lambda}}{3}\right)^{1/2}$].

La evolución de de energía dominante respecto al tiempo de nuestro Universo se muestra en la figura 2.

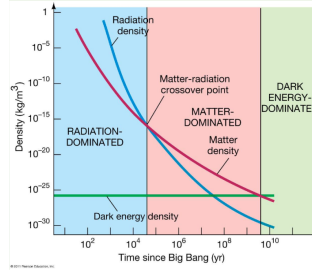


Figura 2: Evolución de la energía dominante en función del tiempo [4].

Actualmente la dinámica del Universo está dominada por la energía oscura. Sin embargo, antes de ese descubrimiento, se pensaba que en la actualidad dominaba la materia. En ese caso tendríamos los siguientes casos a partir de la ecuación (9):

- Si tenemos $k = 0$ ó $k = -1$ entonces $\dot{a} \neq 0$ y el Universo se expande para siempre (Universo eterno).
- si $k = 1$, el Universo no se expande para siempre, existe un tamaño máximo y posteriormente se volverá a contraer. El Universo finalizará en un *Big Crunch* (ver sección *Singularidades*) (Universo finito).

El Universo De Sitter (1917) describe un universo vacío con dinámica y con curvatura constante ($k = 0$). La constante cosmológica ($\Lambda > 0$) es la causa de la expansión, la cual es exponencial y acelerada. Existen teorías que defienden la posibilidad de que el Universo estuviese en una fase supersimétrica (tipo de Sitter) en el pasado y vuelva a esta fase en el futuro [5]. Por otro lado, un Universo Einstein-de Sitter es plano ($k = 0$) y se expande de manera indefinida pero se desacelera por la atracción gravitacional de la materia ordinaria. Algunos autores consideran nuestro Universo un cuasi-de Sitter por estar dominado por energía y materia oscura. En la figura 3 se muestra la evolución del factor de escala para distintas composiciones del Universo:

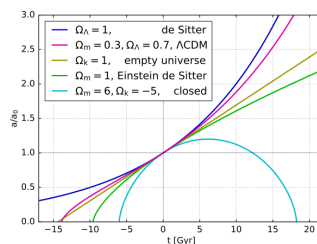


Figura 3: Evolución del factor de escala en función de las componentes del Universo [6].

3. Modelo cosmológico estándar

El modelo Λ CDM (Lambda Cold Dark Matter) asume: un Universo en expansión (en el inicio estaba comprimido y caliente) que obedece la RG. A su vez, predice la existencia del CMB y muchas versiones incluyen la teoría de inflación cósmica. La energía oscura (causante de la expansión) sería la dominante del Universo con un 70 % aproximadamente. Seguidamente la materia oscura, la cual

no es detectable directamente, constituye un 25 % y el 5 % restante es la materia ordinaria bariónica (visible) que conocemos [7].

La materia oscura se considera fría porque está formada por partículas que se mueven lentamente en comparación con la luz. Esto permite que se puedan agrupar bajo la fuerza de la gravedad y así formar estructuras. No obstante, no se ha identificado en la actualidad ninguna partícula de materia oscura y su naturaleza sigue en investigación. Sí se contempla su existencia pues tanto la velocidad de las galaxias como la distribución de materia del Universo no podrían explicarse únicamente con la materia bariónica y las leyes conocidas de la gravedad.

3.1. Energía oscura

La energía oscura es la energía del vacío, es invisible y cubre todo el Universo. Se cree que es la causa de la expansión acelerada del Universo. Esta no interacciona con la luz ni la materia visible. Como mencionamos anteriormente, tiene una presión negativa, es decir, ejerce una fuerza de repulsión, contraria a la ejercida por materia o radiación, que es atractiva. Por este motivo, se dice que tiene propiedades exóticas. Asimismo, la energía oscura no se agrupa en estructuras (estrellas, galaxias, cúmulos), por lo que no genera objetos astrofísicos como la materia bariónica [8].

La energía oscura se cree que tiene una densidad que se mantiene constante durante la expansión del Universo. Para ello, como se expande el Universo, cada vez hay más espacio y consecuentemente más energía oscura. Su naturaleza sigue siendo desconocida pues no se le ha asociado aún ningún campo. A día de hoy, no está claro si las aceleraciones en momentos tempranos y tardíos comparten la misma causa, pero en el modelo cosmológico estándar se les atribuyen causas diferentes.

3.1.1. Constante cosmológica

La constante cosmológica modeliza la energía oscura y fue introducida por Einstein (1917) en las ecuaciones de la RG para contrarrestar a la gravedad y conseguir un modelo estático (Universo de Einstein), es decir, que ni se expande ni se contrae, cuyos parámetros eran $\rho > 0, \omega = 0, k = 1, H = 0$. En Universo no cambiaría con el tiempo, su tamaño, densidad y distribución de materia serían constantes. Si esta constante cosmológica era distinta de 0, no se cumplía la teoría Newtoniana en el límite de campos débiles, pero si esta constante era lo suficientemente pequeña, las desviaciones con respecto a la teoría newtoniana no se notarían [8]. Finalmente resultó inestable, pues cualquier mínima perturbación haría que el Universo comenzara a expandirse o contraerse.

Posteriormente, con la confirmación de la expansión acelerada, la constante cosmológica fue reconsiderada para representar la energía oscura. Según el modelo cosmológico estándar, Λ CDM, la constante cosmológica hará que el Universo se expanda de forma acelerada eternamente.

La densidad de energía de la constante cosmológica viene dada por:

$$\rho = \frac{\Lambda}{8\pi G}. \quad (17)$$

La constante cosmológica presenta dos problemas. La catástrofe del vacío consiste en que el valor de la constante cosmológica medida es de 120 órdenes de magnitud más pequeña de lo esperado por la gravedad cuántica. Por otro lado, el problema de coincidencia es la aparente coincidencia en el orden de magnitud entre la densidad de energía oscura y de materia en el Universo actualmente, a pesar de que sus evoluciones temporales son muy diferentes [8].

3.2. Condiciones de energía

Una familia de observadores que se encuentran en una geometría dada sufren unos efectos gravitacionales descritos por la ecuación de Raychaudhuri, la cual es una relación geométrica Riem-

manniana que describe la convergencia o divergencia de una congruencia (líneas que siguen las direcciones definidas por un campo vectorial) de una curva de tipo tiempo [9]:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = a_{;\alpha}^{\alpha} + 2\omega^2 - 2\sigma^2 - \frac{1}{3}\theta^2 - R_{\lambda\gamma}u^{\lambda}u^{\gamma}, \quad (18)$$

donde la aceleración, a , es 0 por encontrarnos en la geodésica, ω es la vorticidad o rotación, σ es el tensor de deformación o cizalladura, θ es la tasa de expansión y u^{λ} es el vector unitario tangente a la congruencia de tipo tiempo. Nos centraremos en las congruencias con vorticidad nula [9]. La condición de convergencia de tipo tiempo (TCC) garantiza el carácter atractivo de la gravedad, que se cumple si:

$$u_{\lambda}R_{\gamma}^{\lambda}u^{\gamma} \geq 0. \quad (19)$$

Si esta condición se satisface durante la evolución cosmológica, debemos aceptar un origen singular del Universo (Big Bang) [9]. Del mismo modo, las geodésicas nulas cumplen la condición de convergencia nula (NCC):

$$k_{\lambda}R_{\gamma}^{\lambda}k^{\gamma} \geq 0. \quad (20)$$

Si aplicamos las ecuaciones de Einstein a TCC obtenemos la **condición de energía fuerte (SEC)**, donde T es la traza del tensor energía-momento y la condición para un fluido perfecto se presenta a continuación:

$$u_{\lambda}(T_{\gamma}^{\lambda} - \frac{1}{2}T\delta_{\gamma}^{\lambda})u^{\gamma} \geq 0 \Rightarrow \quad \rho + P \geq 0 \quad \rho + 3P \geq 0. \quad (21)$$

La SEC tiene que violarse cuando la expansión del universo se acelera, tanto en la fase inflacionaria como ahora. Por otro lado, la **condición de energía débil (WEC)** se cumple cuando:

$$u_{\lambda}T_{\gamma}^{\lambda}u^{\gamma} \geq 0, \quad \rho \geq 0 \Rightarrow \quad \rho + P \geq 0, \quad (22)$$

es decir, que la densidad medida por cualquier observador no pueda ser negativa. Si bien la NCC se puede cumplir también si se impone solo la WEC en el límite de los observadores nulos, a esto se le conoce como **condición de energía nula (NEC)** que cumple:

$$k_{\lambda}T_{\gamma}^{\lambda}k^{\gamma} \geq 0 \quad \rho + P \geq 0. \quad (23)$$

Finalmente tenemos la **condición de energía dominante (DEC)** en la que la densidad de energía medida por un observador es no negativa y se propaga localmente en una manera casual (solo se puede influenciar por eventos que se encuentren en el cono de luz),

$$u_{\lambda}T_{\gamma}^{\lambda}u^{\gamma} \geq 0 \quad F^{\lambda}F_{\lambda} \leq 0 \Rightarrow \quad \rho \geq 0 \quad |p| \leq \rho, \quad (24)$$

donde $F^{\lambda} = -T_{\gamma}^{\lambda}u^{\gamma}$. En resumen, si la condición de NEC se viola, también se violarán todas las demás. Al imponer condiciones de energía (CE), uno restringe el contenido materia que debe tenerse en cuenta. Si bien, como vamos a discutir, las observaciones actuales permiten la existencia de un fluido que viola todas las CE clásicas como la sustancia más abundante del Universo.

4. Destino del Universo

4.1. Origen del Universo

La teoría del modelo cosmológico estándar es la del Big Bang, que describe el inicio de la expansión cósmica desde un estado extremadamente denso y caliente. Esta teoría se ve reforzada por la inflación cósmica que sucedería poco después de la singularidad. En esta fase el Universo

sufiría un periodo de crecimiento a un ritmo exponencial. Esto ayuda a explicar la uniformidad a gran escala y que el espacio sea plano [7]. Si aplicásemos la teoría de la RG más allá de cuando sabemos que debe ser válida, por ser las energías altas, encontraríamos una singularidad cuando $t \rightarrow 0$. Esta es la singularidad del Big Bang.

Existen otras teorías como la de cuerdas y branas, en las que el Universo habría surgido de una colisión entre branas (membranas) en el espacio-tiempo. El Big Bang sería resultado de esta colisión que generaría mucha energía y materia, creando así el Universo observable [10].

El Big Bounce es otra hipótesis no singular que describe un gran rebote que conecta un universo en contracción (sin llegar al Big Crunch) con un universo en expansión (el cual no nace de un Big Bang). La secuencia se repetiría en un ciclo eterno de expansiones y contracciones. La idea de esta teoría es evitar la singularidad inicial del Big Bang y resolver los problemas de uniformidad y planitud sin necesidad de la inflación. No obstante, esta teoría presenta también problemas para describir correctamente los ciclos de expansión y contracción, y tampoco existe ninguna evidencia observacional sólida, siendo un área activa de investigación tanto su descripción como su posible detección [11].

4.2. La muerte térmica

Vieja. Antes de 1998, se pensaba que la expansión del Universo era decelerada y no se conocía la curvatura del espacio-tiempo. Se pensaba pues, que este se deceleraba infinitamente de manera lenta y que por tanto, este se iría apagando y sería cada vez más frío. Este final teórico es el que se conoce como vieja muerte térmica [12].

Nueva. Según el modelo cosmológico estándar, estamos en un Universo con expansión acelerada debido a la constante cosmológica. Este modelo predice la muerte térmica como el destino final del Universo. En este caso, $\ddot{a} > 0$ y por tanto, $H^2 > 0$.

Esta teoría describe un posible futuro del universo basado en la segunda ley de la termodinámica, junto con el concepto de entropía, y en la expansión cósmica. La entropía es una medida del desorden o dispersión de la energía de un sistema. La segunda ley de la termodinámica establece que, en un sistema aislado, la entropía siempre tiende a aumentar o permanecer constante pero nunca disminuye con el tiempo. De este modo, si el Universo continúa expandiéndose de manera acelerada indefinidamente y no hay eventos cataclísmicos (es decir, influencias externas significativas como las singularidades), eventualmente todas las formas de energía y materia se distribuirán uniformemente y la dispersión será tal que ya no se podrán generar procesos nuevos físicos [13].

La muerte térmica se refiere pues al proceso hasta alcanzar un estado completamente frío e inactivo en términos de procesos termodinámicos, alcanzando el estado de entropía máxima. Esto se traduce en misma temperatura, presión y densidad en todo el universo, lo que impide flujos de materia o energía. En este estado, los átomos y estructuras se separan y no habrá interacciones significativas entre ellos. En concreto, las estrellas se consumen y eventualmente se apagarían y los agujeros negros emitirán radiación (de Hawking) hasta evaporarse por completo. No hay un tiempo preciso para la muerte térmica pues es más una tendencia hacia un estado que el propio estado en sí.

4.3. Energía oscura dinámica

La energía oscura dinámica es un postulado alternativo al modelo cosmológico estándar (ver más en *Modelos más allá de Λ CDM*). Está basado en que la energía oscura evoluciona con la expansión del Universo. Esta energía no está asociada con la constante cosmológica e implica la existencia de un fluido que puede ser descrito por un campo escalar cuya energía varía con la evolución del Universo [14]. Estos modelos cumplen que $\omega < -1/3$, lo cual es compatible con las observaciones,

tal y como se muestra en la figura 4:

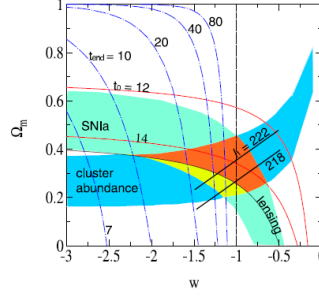


Figura 4: Datos observacionales para el valor del parámetro de ω . Asumiendo $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$, La línea roja indica la edad del Universo (Gyr) y la línea azul muestra el tiempo que le quedaría al Universo para modelos phantom. Las dos regiones azules corresponden a los datos proporcionados por cúmulos y por supernovas (con 2σ). La región naranja es la intersección entre estas dos medidas, y restringida por la ubicación del primer pico acústico del espectro de potencia del CMB y de las estadísticas de lentes de quásares. [15].

Este campo puede tener un potencial que describe el cambio de la densidad de energía. Los potencial más utilizados en estos modelos son [16]:

$$V(\phi) \propto \begin{cases} \phi^{-\alpha} & \alpha > 0, \text{ potencial de quintaesencia} \\ V_0 e^{-\lambda\phi} & V_0, \lambda > 0, \text{ potencial exponencial} \\ V_0 \cos(\lambda\phi) & V_0, \lambda > 0, \text{ potencial de coseno} \end{cases} \quad (25)$$

Estos son algunos ejemplos y la elección dependerá de las propiedades que queramos describir en nuestro modelo concreto de energía oscura, tales como su evolución temporal.

Otra implicación es que esta energía no tiene una ecuación de estado fija y puede variar en tiempo y espacio, $P = \omega(\rho)\rho$. Es decir, se trata de un fluido no bariotrópico.

4.3.1. Quintaesencia

La quintaesencia es el modelo teórico más simple de energía oscura dinámica que incluye un campo escalar dinámico que se desplaza, pero tendiendo lentamente, al mínimo de potencial. La aceleración en este modelo decrece con el tiempo. Las restricciones del parámetro de la ecuación de estado para este modelo son $-1 < \omega < -1/3$. Esto se observa fácilmente pues a partir de (15), si queremos que la densidad de energía disminuya, su derivada temporal debe ser negativa y por tanto $\omega > -1$, por otro lado $\omega < -1/3$ como explicamos anteriormente, es para tener una expansión acelerada. Estos campos violan la condición de energía fuerte (21) pero no la condición de energía dominante (24). El destino de esta teoría sería la muerte térmica, explicada en su sección correspondiente. Existe por otro lado la k-esencia que es la quintaesencia puramente cinética y con un término cinético no-canónico [14].

4.3.2. Energía fantasma

La energía fantasma es una hipotética energía con propiedades exóticas, que podría afectar a la evolución del Universo. La energía fantasma tiene densidad de energía positiva ($\rho_P > 0$) pero presión tan negativa que $\rho_P + p_P < 0$. El parámetro de la ecuación de estado, cumple $w < -1$ lo que implica que la densidad de energía crece con la expansión ($\dot{\rho} > 0$) según la ecuación (15).

Por otro lado, viola la condición de energía fuerte (21) y la dominante (24). El crecimiento de la densidad de energía daría lugar a un Universo superacelerado (más acelerado que un de Sitter) y por tanto el factor de escala podría diverger en un tiempo finito. Si ω es constante, esto sucedería a un tiempo (17):

$$t_{rip} - t_0 \approx \frac{2}{3}(1 + \omega)^{-1}H_0^{-1}(1 - \Omega_m)^{-1/2}. \quad (26)$$

El tiempo de desgarramiento es el tiempo mínimo necesario para que el potencial efectivo dependiente del tiempo desaparezca. Si por ejemplo tenemos $\omega = -3/2$ con $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, obtenemos un $t_{rip} \approx 22 \text{ Gyr}$. Para ese mismo ω , la Vía Láctea se desgarraría 180 Myr antes del Big Rip (ver sección *Singularidades*).

Un fluido que viola la condición de NEC (23) puede dar lugar a la existencia de objetos geométricos exóticos tales como agujeros de gusano. Un ejemplo es el puente de Einstein-Rosen, que describe la conexión entre dos regiones separadas del espacio-tiempo. Podrían ser soluciones válidas de las ecuaciones de campo de Einstein asumiendo esta materia exótica pero no hay evidencia observacional de su existencia. Por tanto, si la energía oscura es fantasma, estos objetos podrían existir en nuestro universo, es decir, la energía fantasma genera consecuencias macroscópicas.

Este tipo de energía puede dar lugar a inestabilidades fantasma (del vacío) o de gradiente (amplificación de las fluctuaciones en la región donde existe un gradiente) (18). El lagrangiano que describe el modelo fantasma viene dado por:

$$\mathcal{L} = -\frac{R}{16\pi G} + L_m + L_p, \quad (27)$$

donde el primer término corresponde a gravitación, el segundo a la materia ordinaria y el último a la energía fantasma. Centrémonos en este último. Sabemos que un campo escalar con un término cinético negativo da lugar a $\omega < -1$, sin embargo, este campo generaría inestabilidades si interaccionase con el resto de campos. Por ello se evitan estas interacciones. Si bien debe interaccionar al menos con el campo gravitatorio y esto da lugar a inestabilidades si no se considera una descripción efectiva con un límite apropiado. Esta inestabilidad podría ser evitable si consideramos un término cinético no canónico para el campo escalar. Al estudiar las perturbaciones de los campos de k-esencia, se concluye que si se viola la condición NEC sin una inestabilidad de este tipo, el sistema tiene una inestabilidad de gradiente pues la velocidad del sonido para las perturbaciones sería imaginaria (14). No obstante, si existen lagrangianos más complejos que incluyen segundas derivadas tal que violan la NEC sin inestabilidades. Cabe destacar que estas descripciones siguen en estudio .

Para entender esto, recordamos que un campo escalar libre en cosmología queda descrito por un lagrangiano de la forma, con un ejemplo de potencial:

$$\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) \quad \text{con} \quad V(\phi) = V_0e^{-\lambda\phi^2} - \frac{1}{2}m^2\phi^2, \quad (28)$$

donde ϕ es el campo escalar y $V(\phi)$ su potencial. El parámetro de la ecuación de estado queda determinado por:

$$\omega = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \quad (29)$$

La energía fantasma ($\omega < -1$) implica un campo escalar con un término cinético canónico con el signo incorrecto, de la forma:

$$L_p = -\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi). \quad (30)$$

La densidad y la presión serán pues:

$$\rho_P = -\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V \quad P_P = -\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V \quad (31)$$

para que $\omega \leq -1$.

El aumento de la densidad de energía irá rompiendo los enlaces gravitacionales entre objetos hasta llegar a un punto en el que los sistemas dejarán de estar unidos. Si analizamos un sistema gravitatorio, este dejará de estar unido a un tiempo [15]:

$$t \approx \frac{P\sqrt{2(1+3\omega)}}{6\pi(1+\omega)} \quad (32)$$

antes del Big Rip. Para ver algunos ejemplos de tiempos de desintegración de sistemas, consultar [15].

Otro de los problemas que surgen es la divergencia de la integral del espacio de fase, pues da lugar a una inestabilidad catastrófica. Esto se puede evitar si imponemos un extremo en el espacio de momentos que sea no invariante de Lorentz en el espacio de fases final. En [18], se intenta estimar esta cota. Finalmente se llega a la conclusión de que es necesario que la cota viole la invarianza de Lorentz pues por ejemplo fuera de la capa de masas virtual del gravitón, aun hay una integral divergente sobre el boost con respecto al sistema del fondo de microondas. De nuevo surge un problema pues la necesidad de que se viole esta invarianza es inconsistente con la covarianza general que es el sistema de trabajo para la RG y garantiza que el gravitón no tenga masa.

Para este caso, la singularidad que determinaría el final del Universo sería el Big Rip, para más consultar sección de *singularidades*.

4.4. Singularidades

Una singularidad espacio-temporal es una región o límite del espacio-tiempo donde no se puede definir alguna magnitud física relacionada con la gravedad, curvatura...Es un punto donde la teoría de la Relatividad General no se puede aplicar. En Relatividad existen dos definiciones no equivalentes [1]:

- Alguno de los invariantes de curvatura, cantidades que definen el espacio-tiempo, es 0.
- Hay algún observador que llega a un límite del espacio-tiempo (definido en *Fundamentos cosmológicos*), es decir, el límite de la geodésica.

La RG predice algunas singularidades como el interior de los agujeros negros o el Bing Bang. Esta fue la hipotética condición inicial del Universo en el cual la distancia entre los puntos del espacio era 0 y tanto la densidad de energía, como la curvatura del espacio y la temperatura eran infinitas. En realidad, no representa una explosión de materia concentrada en un punto como su nombre podría inducir. Por otro lado, la cosmología se centra en definir singularidades cuando los parámetros H o \dot{H} son infinitos ya que esto implica una divergencia del escalar de curvatura [9]. A partir de la fórmula

$$H^2 + \dot{H} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P) \quad (33)$$

vamos a clasificar las singularidades cosmológicas mediante H_0 y \dot{H} , que definen unívocamente la curvatura escalar del espacio-tiempo. Algunas de estas singularidades podrían ser los posibles finales del Universo. Las singularidades de curvatura cósmica [9] en un *tiempo finito* se pueden clasificar en:

- **Big Bang-Gran Explosión (0a)**: singularidad pasada donde $a \rightarrow 0, H = \infty$ y $\dot{H} = \infty$.
- **Big Crunch-Gran Implosión (0b)**: singularidad futura donde $a \rightarrow 0, H = \infty$ y $\dot{H} = \infty$. Ocurre para una expansión decelerada, el Universo se contrae aumentando su densidad de energía hasta que esta es infinita y el Universo diminuto.
- **Big Rip-Gran Desgarro (I)**: singularidad futura con $a \rightarrow \infty, H = \infty, \dot{H} = \infty$ y la densidad de energía infinita. La repulsión excede la atracción que mantiene ligadas las estructuras hasta el punto de desgarrar el espacio. El Universo infinito tendría densidad de energía oscura infinita y con curvatura infinita en un tiempo finito. En esta situación incluso las estructuras fundamentales tales como átomos y partículas serían desgarradas por la propia expansión.
- **Big Brake-Gran freno (II)**: singularidad futura súbita con desaceleración y \dot{H} infinitas.
- **Big Demarrage-Gran arranque / Big boost-gran impluso (II)**: singularidad pasada súbita con aceleración y \dot{H} infinitas.
- **Big Freeze-Gran congelación (III)**: singularidad futura con H, \dot{H} y curvatura ∞ . Sucede para modelos de energía fantasma que generan menos repulsión. El Universo se expande de forma acelerada aumentando la cantidad de energía fantasma hasta que su evolución se congela por la densidad infinita de energía. La materia se dispersa tanto que no hay interacción gravitacional para formar nuevas estrellas o estructuras significativas.
- **Singularidades súbitas generalizadas(IV)**: solo las derivadas de H superiores a 1 divergen. La curvatura no es de clase C^∞ , esto puede afectar a las ecuaciones de movimiento de las derivadas de la curvatura escalar.

Para otras clasificaciones como la fortaleza de las singularidades, ver [19].

4.4.1. Big Rip

El Big Rip es una singularidad para el caso de energía fantasma. Existe la concepción de que la dinámica de los sistemas permanece inalterada por la expansión del Universo, pues los sistemas son mucho más pequeños que el radio de curvatura y permanecen unidos debido a su interacción gravitatoria. Sin embargo, esto no puede aplicarse cuando nos acercamos a la singularidad del Big Rip, pues la repulsión cósmica puede vencer la atracción del sistema [17]. Además, para una ecuación de estado [12] se tiene que $a \approx t^{\frac{2}{3(\omega+1)}}$. Según se explica en [17], el factor de escala que se obtiene para $t > t_m$ es:

$$a(t) = \frac{a(t_m)}{[-\omega + (1 + \omega)t/t_m]^2}. \quad (34)$$

Por tanto, este diverge dando lugar a un Big Rip a un tiempo:

$$t_* = \frac{\omega}{1 + \omega} t_m > 0. \quad (35)$$

Se puede evitar esta singularidad cuando un fluido se describe en términos del gas de Chaplygin generalizado (GCG), incluso si la condición de energía dominante [24] se viola. De hecho, este gas puede predecir otra singularidad, el Big Freeze [20]. El GCG satisface la siguiente ecuación de estado:

$$p = -\frac{A}{\rho^\alpha}; \quad \rho = \left[A + \frac{B}{a^{3(1+\alpha)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (36)$$

donde A es una constante positiva y α un parámetro, que cumple $0 \leq \alpha \leq 1$. La densidad de energía se obtiene a partir de la conservación del tensor de energía momento.

Si B es negativo entonces la ecuación de estado no satisface la condición de energía nula (23). A este fluido se le llama gas de Chaplygin fantasma generalizado (PGCG). Si $\alpha > -1$ entonces el Universo no terminaría en un Big Rip, pues a valores grandes del factor de escala, este Universo tendería a un de Sitter. La densidad de energía del gas aumenta con la expansión del universo, se anula para un factor de escala mínimo y se aproxima a un valor constante a tiempos lejanos.

En contraste, si $\alpha < -1$, el Universo alcanzará un tamaño máximo:

$$a_{max} = \left| \frac{A}{B} \right|^{1/(3(1+\alpha))}. \quad (37)$$

y acabará en un Big Freeze. En el pasado, este Universo tenía un comportamiento asintótico de de Sitter de la forma:

$$a \approx a_0 e^{A \frac{1}{2(1+\alpha)} t}. \quad (38)$$

En este caso, el Universo sufre una superaceleración descrita por:

$$\dot{H} = -\frac{3}{2}(P + \rho) > 0 \quad (39)$$

hasta que alcanza el factor de escala máximo (21).

4.4.2. Otros finales abruptos

Los finales abruptos son los que ocurren en un *tiempo cósmico infinito* pese a la observación previa del proceso de ruptura de las estructuras previamente. Estos eventos no se consideran necesariamente singularidades, donde las cantidades físicas se vuelven infinitas a un tiempo finito, más bien representan escenarios en los que hay cambios drásticos de las estructuras en un futuro lejano. Entre ellos se encuentran (9):

- **Little rip.** Sucede a un a infinito donde H y \dot{H} divergen, para ello ω debe converger suficientemente rápido a -1 . Físicamente sería Big Rip llevado al infinito, por tanto, no hay singularidad futura. La expansión se acelera de forma que hasta los objetos más pequeños se desintegran pero el Universo no se desgarrar por completo. Para más información, revisar (22).
- **Little sibling of the big rip (LSBR).** Sucede a un tiempo infinito con un factor de escala infinito donde solo H diverge. \dot{H} converge a un valor constante. La condición de energía débil (22) no se viola de forma abusiva. En un Universo donde suceda el LSBR, el tiempo de disociación de las estructuras es mayor que para un Universo donde sucede un Big Rip. Para más información, revisar (23).
- **Pseudo-rip.** Crecimiento finito y asintótico de la constante de Hubble. Expansión cósmica que se acelera de manera gradual e indefinida. Las estructuras se desgarrarían, incluyendo a nivel atómico, pero no llegaría al desgarrón final como en el Big Rip (24).

Podemos resumir estos eventos según los parámetros cosmológicos como se muestra en la tabla 3.

Evento	t_{rip}	a	H	\dot{H}
Big rip	finito	∞	∞	∞
Little rip	∞	∞	∞	∞
LSBR	∞	∞	∞	finito
Pseudorip	∞	∞	finito	finito

Tabla 3: Tiempos de desgarrar y valores de los principales parámetros cosmológicos para el Big Rip y los otros eventos cosmológicos.

Estos eventos son intrínsecos a la energía oscura fantasma. Como acabamos de ver, el hecho de que exista un campo fantasma no implica la existencia de una singularidad futura. Por ejemplo, si se viola la condición NEC (23) pero la ecuación de estado tiende asintóticamente a la correspondiente para una constante cosmológica, esto puede terminar en un Universo de Sitter o en un pseudorip (25).

Existen otros modelos de energía fantasma en los que hacen una expansión alrededor de la constante cosmológica para la ecuación de estado y la densidad de energía a partir de (15):

$$p = -\rho - A\rho^\alpha \Rightarrow \rho = \begin{cases} \rho_0 \left[1 + \frac{3(1-\alpha)A}{\rho_0^{1-\alpha}} \ln\left(\frac{a}{a_0}\right) \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} & \text{si } \alpha \neq 1 \\ \rho_0 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{3A} & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \quad (40)$$

con $A > 0$, donde se ha tenido en cuenta la ecuación de conservación. Podemos obtener pues el parámetro de la ecuación de estado, que es:

$$\omega = -1 - \frac{A}{\rho_0^{1-\alpha} + 3(1-\alpha)A \ln\left(\frac{a}{a_0}\right)}. \quad (41)$$

La evolución del factor de escala se puede obtener a partir de la ecuación (13) y sustituyendo la ecuación de la densidad de energía (41). Obtenemos pues:

$$\ln\left(\frac{a}{a_0}\right) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{\rho_0}}{3A} \left(1 + \frac{3A}{2\sqrt{\rho_0}}\right) \ln\left(\frac{a_*}{a_0}\right) e^{\frac{\sqrt{3}A}{2}(t-t_*)-1} & \text{si } \alpha = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3(\alpha-1)\rho_0^{\alpha-1}} A \left[1 - \left(B - \frac{\sqrt{3}}{2}(2\alpha-1)\rho_0^{\alpha-\frac{1}{2}} A(t-t_*)^{\frac{2(\alpha-1)}{2\alpha-1}} \right) \right] & \text{si } \alpha \neq \frac{1}{2} \end{cases}. \quad (42)$$

Para el último caso la constante B es:

$$B = \left[1 + 3(1-\alpha)\rho_0^{\alpha-1} A \ln\left(\frac{a_*}{a_0}\right) \right]^{\frac{2\alpha-1}{2(\alpha-1)}}. \quad (43)$$

Para el caso $\alpha = 1$ tenemos:

$$\frac{a}{a_0} = \left[\left(\frac{a_*}{a_0}\right)^{-\frac{3A}{2}} - \frac{\sqrt{3}\rho_0}{2} A(t-t_*) \right]^{\frac{-2}{3A}}. \quad (44)$$

Vamos a hacer la demostración del segundo caso, los otros casos de hacen de manera análoga.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 &= \frac{\rho_0}{3} \left[1 + \frac{3(1-\alpha)A}{\rho_0^{1-\alpha}} \ln\left(\frac{a}{a_0}\right) \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \Rightarrow \frac{da}{dt} \frac{1}{a} = \sqrt{\frac{\rho_0}{3}} \left[1 + \frac{3(1-\alpha)A}{\rho_0^{1-\alpha}} \ln\left(\frac{a}{a_0}\right) \right]^{\frac{1}{2(1-\alpha)}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \int_{\ln(a/a_0)}^{\ln(a_*/a_0)} \frac{a_0 e^y dy}{a_0 e^y \left[1 + \frac{3(1-\alpha)A}{\rho_0^{1-\alpha}} y \right]^{\frac{1}{2(1-\alpha)}}} = \sqrt{\frac{\rho_0}{3}} (t_* - t) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \ln\left(\frac{a}{a_0}\right) = \frac{1}{3(\alpha-1)\rho_0^{\alpha-1}} A \left[1 - \left[B - \frac{\sqrt{3}}{2}(2\alpha-1)\rho_0^{\alpha-\frac{1}{2}} A(t-t_*)^{\frac{2(\alpha-1)}{2\alpha-1}} \right] \right]. \end{aligned} \quad (45)$$

Para el caso $\alpha = 1$, el Universo alcanza su tamaño máximo con el factor de escala

$$a_{max} = a_0 e^{\frac{1}{3(\alpha-1)\rho_0^{\alpha-1}A}} \quad (46)$$

a un tiempo

$$t_s = t_* + \frac{2B}{\sqrt{3}(2\alpha-1)\rho_0^{\alpha-1/2}A}. \quad (47)$$

Según se explica en más detalle en *Singularidades*, esto corresponde con un Big Freeze. Por otro lado, con $\alpha = 1$ el tamaño del Universo se vuelve infinito a un tiempo:

$$t_{rip} = t_* + \frac{2}{\sqrt{3}\rho_0 A} \left(\frac{a_*}{a_0}\right)^{-\frac{3A}{2}}. \quad (48)$$

A este tiempo, tanto la constante de Hubble como su derivada temporal divergen. Por tanto, esto corresponde a una singularidad de Big Rip. Para el caso de $1/2 < \alpha < 1$ sucede lo mismo y el Universo tiene un factor de escala infinito a un tiempo finito dado por:

$$t_{rip} = t_* + \frac{2B}{\sqrt{3}(2\alpha - 1)\rho^{\alpha-1/2}A}. \quad (49)$$

Esto también equivale a un Big Rip, o según otros autores a un Grand Rip [26]. Para el caso de $\alpha = 1/2$. El factor de escala evoluciona de la forma $a \approx e^{e^t}$. Por tanto H y \dot{H} divergen en el futuro, esto corresponde a un Little Rip. Este evento también sucede para $0 < \alpha < 1/2$. Si por otro lado $\alpha = 0$ o $\alpha < 0$ entonces se trata del Little Sibling of the Big Rip, pues en el primer caso \dot{H} es constante y en el segundo tiende a 0. Para saber los mejores ajustes de la constante A para estos modelos según el parámetro α , consultar [25]. Todo esto queda resumido en la tabla 4.

α	t_s	\mathbf{a}	\mathbf{H}	$\dot{\mathbf{H}}$	Evento
$1 < \alpha$	finito	finito	∞	∞	Big Freeze
$1/2 < \alpha \leq 1$	finito	∞	∞	∞	Big Rip
$0 < \alpha \leq 1/2$	∞	∞	∞	∞	Little Rip
$\alpha \geq 0$	∞	∞	∞	finito	LSBR

Tabla 4: Clasificación de singularidades y eventos abruptos para el modelo fantasma de energía oscura con ecuación de estado (40) en función de α, H, \dot{H}, a y t_s .

5. Otros modelos cosmológicos más allá de Λ CDM

Actualmente, existen varias teorías alternativas a la expansión cósmica que van más allá de la RG, debido a los problemas que presenta Λ CDM. Estas teorías deben cumplir las predicciones de la RG en los casos en los que esta no da problemas, es decir, en el sistema solar, galaxias, ondas gravitacionales... Los modelos se pueden agrupar principalmente en:

- **Modelos de materia oscura alternativa.** Proponen diferentes formas de materia oscura o modificaciones de la gravedad a escalas astrofísicas para explicar ciertas observaciones sin introducir materia oscura fría. Además, existen teorías de materia oscura caliente (formada por neutrinos), tibia (WDM, partículas más ligeras y relativistas: gravitinos, axiones) o modificaciones de la gravedad (relacionan la materia con la geometría para describir el movimiento de la materia en el espacio-tiempo y su consecuencia en la curvatura). Un ejemplo de esta última es la Teoría MOND (MODified Newtonian Dynamics) [27].
- **Modelos de energía oscura alternativa:** pese a que el modelo Λ CDM incorpora la energía oscura, existen propuestas alternativas para explicar la aceleración cósmica. Entre estos existen modelos de energía oscura dinámica que ya hemos discutido [14].
- **Modelos de Universos Paralelos o Multiverso.** Defienden la existencia de diversos Universos con diferentes propiedades, a menudo formando parte de teorías de cuerdas o inflación eterna. Esta última sugiere que la inflación podría haber ocurrido repetidamente en distintas

regiones del espacio-tiempo de forma desconectada. Esto daría lugar a Universos de bolsillo o burbuja inflacionaria, las cuales podrían tener diferentes propiedades físicas [28].

- **Modelos de Gravedad Cuántica.** Pretenden unificar la gravedad con la mecánica cuántica y proponen cambios en la estructura del espacio-tiempo a pequeñas escalas. Ver más en la sección *Cosmología cuántica* [9].

5.1. Cosmología cuántica

La cosmología cuántica pretende la integración de la mecánica cuántica con la RG para el estudio del Universo a escalas cosmológicas [9]. Uno de los principales objetivos es abordar el tema de las singularidades que aparecen en el modelo cosmológico estándar. Para ello, trata las variables del universo, como la geometría del espacio-tiempo, como cuánticas.

Algunas de las teorías que han surgido a través de esta vertiente son la teoría de cuerdas y la gravedad cuántica de bucles. La teoría de cuerdas defiende que las partículas fundamentales son cuerdas que vibran, mientras que la gravedad cuántica de bucles, la cual describe una geometría del espacio-tiempo discreta en términos de bucles o conexiones cuánticas. La cosmología cuántica, basada en la geometrodinámica cuántica, hace uso de la ecuación de Wheeler-DeWitt que es una cuantización de las ecuaciones de campo de Einstein. Es una ecuación de onda, donde se describe el Universo como una función de onda y el tiempo no es un parámetro independiente. Esta es:

$$\hat{H}\Psi = 0, \quad (50)$$

donde \hat{H} es el operador hamiltoniano y Ψ es la función de onda del Universo. La cosmología cuántica es un área activa en investigación.

6. Técnicas

Existen diversas técnicas para observar y conocer el Universo. Actualmente contamos con datos de supernovas y del CMB, sin embargo, la primera depende de nuestros conocimientos de astrofísica y la segunda depende del modelo cosmológico estándar. Es por eso que también se buscan nuevas medidas complementarias. Entre ellas se encuentran las ondas gravitacionales (GW). Estas son perturbaciones del espacio-tiempo emitidas por objetos masivos acelerados. La primera detección directa fue tomada por el detector LIGO en 2015 (Weiss, Barish y Thorne). El estudio de GW ayuda a la comprensión de la naturaleza del espacio-tiempo y la geometría del Universo. Sus observaciones ayudarán a la medición de la tasa de expansión del universo [29].

7. Conclusiones

El presente trabajo ha abordado aspectos de la cosmología con un enfoque particular en el destino final del Universo. A través de una investigación, se han examinado las teorías tanto antiguas como modernas, ofreciendo una visión integral del área. Los fundamentos cosmológicos expuestos nos han permitido explicar la dinámica del Universo desde su expansión hasta sus posibles finales, incluyendo la consideración de singularidades y finales abruptos.

El final del Universo descrito por el modelo cosmológico estándar, Λ CDM, es la muerte térmica y no tiene en cuenta posibles singularidades. Sin embargo, hemos contemplado otros modelos como el de la energía oscura dinámica. Al analizar su dinámica, hemos estudiado los posibles finales que esta puede conllevar. Esto demuestra la importancia de comprender su naturaleza pues se trata de una de las componentes más misteriosas y dominantes del Universo. Si la energía oscura tuviera

naturaleza fantasma, el final esperado podría ser un Big Rip. Si bien dependiendo de como sea la expansión o del valor de ciertos parámetros, este se podría evitar, dando lugar a otros finales abruptos a un tiempo infinito tales como son el Little Rip, el Little Sibling of the Big Rip o el Pseudo Rip. Por otro lado, si el fluido se describe a través de un gas de Chaplygin, entonces el final podría ser un Big Freeze o un de Sitter, dependiendo del comportamiento del factor de escala.

No obstante, pese a que la comunidad científica ha realizado avances significativos en este campo de la cosmología, el destino último del Universo sigue siendo un área activa de investigación. Se espera, pues, que las observaciones futuras tales como las que pueden proporcionar ondas gravitacionales, ayuden a la búsqueda de respuestas aportando datos complementarios a los que ya tenemos. Es por esto que este trabajo subraya la importancia de continuar explorando este campo y de tanto desarrollar nuevas teorías como de complementar las ya existentes. En resumen, todo reside en conocer más sobre la naturaleza de la energía oscura y sus consecuencias en la evolución cósmica.

Referencias

- [1] Robert M Wald. *General relativity*. Univ. Of Chicago Press, 2009.
- [2] Barbara Ryden. *Introduction to Cosmology*. 2006.
- [3] *El problema de la constante de Hubble*. La Ciencia de la Mula Francis, jun. de 2017. URL: <https://francis.naukas.com/2017/06/12/el-problema-de-la-constante-de-hubble/>.
- [4] *Expansión acelerada y energía oscura*. Una vista circular, ene. de 2016. URL: <https://unavistacircular.wordpress.com/en-496-segundos/cosmologia/expansion-acelerada-y-energia-oscura/>.
- [5] A.A. Starobinsky. “A new type of isotropic cosmological models without singularity”. En: *Physics Letters B* 91.1 (1980), págs. 99-102. ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(80\)90670-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(80)90670-X). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026938090670X>.
- [6] Colaboradores de. *Expansión métrica del espacio*. Wikipedia.org, feb. de 2007. URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Expansi%C3%B3n_m%C3%A9trica_del_espacio.
- [7] S W Hawking. *Historia del tiempo: del Big Bang a los agujeros negros*. 2011.
- [8] Sean M. Carroll. “The Cosmological Constant”. En: *Living Reviews in Relativity* 4 (feb. de 2001). DOI: [10.12942/lrr-2001-1](https://doi.org/10.12942/lrr-2001-1).
- [9] Mariam Bouhmadi-López, Claus Kiefer y Prado Martín-Moruno. “Phantom singularities and their quantum fate: general relativity and beyond—a CANTATA COST action topic”. En: *General Relativity and Gravitation* 51 (oct. de 2019). DOI: [10.1007/s10714-019-2618-y](https://doi.org/10.1007/s10714-019-2618-y).
- [10] Michael R Douglas et al. “D-branes and short distances in string theory”. En: *Nuclear Physics B* 485.1-2 (1997), págs. 85-127.
- [11] SD Odintsov y VK Oikonomou. “Big bounce with finite-time singularity: The F (R) gravity description”. En: *International Journal of Modern Physics D* 26.08 (2017), pág. 1750085.
- [12] Steven Frautschi. “Entropy in an Expanding Universe”. En: *Science* 217 (1982), págs. 593-599. URL: <https://www.jstor.org/stable/1688892>.
- [13] Richard Hobbs. *What exactly is the heat death of the universe and where can I find out more?* www.physlink.com. URL: <https://www.physlink.com/education/askexperts/ae181.cfm>.

- [14] R.R Caldwell. “A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state”. En: *Physics Letters B* 545 (oct. de 2002), págs. 23-29. DOI: [10.1016/s0370-2693\(02\)02589-3](https://doi.org/10.1016/s0370-2693(02)02589-3).
- [15] Robert Caldwell, Marc Kamionkowski y Nevin Weinberg. *Phantom Energy and Cosmic Doomsday*. 2003.
- [16] Archana Sangwan, Ankan Mukherjee y H.K. Jassal. “Reconstructing the dark energy potential”. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2018 (ene. de 2018), págs. 018-018. DOI: [10.1088/1475-7516/2018/01/018](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/01/018).
- [17] S. Nesseris y L. Perivolaropoulos. “Fate of bound systems in phantom and quintessence cosmologies”. En: *Physical Review D* 70 (dic. de 2004). DOI: [10.1103/physrevd.70.123529](https://doi.org/10.1103/physrevd.70.123529).
- [18] James M. Cline, Sangyong Jeon y Guy D. Moore. “The phantom menaced: Constraints on low-energy effective ghosts”. En: *Physical Review D* 70 (ago. de 2004). DOI: [10.1103/physrevd.70.043543](https://doi.org/10.1103/physrevd.70.043543).
- [19] Leonardo Fernández-Jambrina y Ruth Lazkoz. “New futures for cosmological models”. En: *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 380 (mar. de 2022). DOI: [10.1098/rsta.2021.0333](https://doi.org/10.1098/rsta.2021.0333).
- [20] Mariam Bouhmadi-López, Pedro F. González-Díaz y Prado Martín-Moruno. “Worse than a big rip?” En: *Physics Letters B* 659 (ene. de 2008). DOI: [10.1016/j.physletb.2007.10.079](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.10.079).
- [21] Mariam Bouhmadi-López y José A Jiménez Madrid. “Escaping the big rip?” En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2005 (mayo de 2005), págs. 005-005. DOI: [10.1088/1475-7516/2005/05/005](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2005/05/005).
- [22] Paul Frampton, Kevin Ludwick y Robert Scherrer. *The Little Rip*. 2011.
- [23] Imanol Albarran et al. “The quantum realm of the “Little Sibling” of the Big Rip singularity”. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2015 (nov. de 2015), págs. 044-044. DOI: [10.1088/1475-7516/2015/11/044](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2015/11/044).
- [24] Oem Trivedi y Alexander V. Timoshkin. “Little rip, pseudo rip and bounce cosmology with generalized equation of state in non-standard backgrounds”. En: *The European Physical Journal C* 84 (mar. de 2024). DOI: [10.1140/epjc/s10052-024-12640-w](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-024-12640-w).
- [25] Teodor Borislavov Vasilev, Mariam Bouhmadi-López y Prado Martín-Moruno. “Classical and Quantum f(R) Cosmology: The Big Rip, the Little Rip and the Little Sibling of the Big Rip”. En: *Universe* 7 (ago. de 2021), pág. 288. DOI: [10.3390/universe7080288](https://doi.org/10.3390/universe7080288).
- [26] L. Fernández-Jambrina. “Grand rip and grand bang/crunch cosmological singularities”. En: *Physical Review D* 90 (sep. de 2014). DOI: [10.1103/physrevd.90.064014](https://doi.org/10.1103/physrevd.90.064014).
- [27] Kenath Arun, S.B. Gudennavar y C. Sivaram. “Dark matter, dark energy, and alternate models: A review”. En: *Advances in Space Research* 60.1 (2017), págs. 166-186. ISSN: 0273-1177. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.03.043>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S027311771730248X>.
- [28] Bernard Carr y George Ellis. “Universe or multiverse?” En: *Astronomy Geophysics* 49.2 (abr. de 2008), págs. 2.29-2.33. ISSN: 1366-8781. DOI: [10.1111/j.1468-4004.2008.49229.x](https://doi.org/10.1111/j.1468-4004.2008.49229.x). eprint: <https://academic.oup.com/astrogeo/article-pdf/49/2/2.29/682795/49-2-2.29.pdf>. URL: <https://doi.org/10.1111/j.1468-4004.2008.49229.x>.
- [29] B. S. Sathyaprakash y Bernard F. Schutz. “Physics, Astrophysics and Cosmology with Gravitational Waves”. En: *Living Reviews in Relativity* 12 (mar. de 2009). DOI: [10.12942/lrr-2009-2](https://doi.org/10.12942/lrr-2009-2).