

Introducción

“Siempre me recuerdo a mí mismo que lo que se observa es, como mucho, una combinación de probabilidades y resultados, no solo resultados.” Esta frase, atribuida a *Nassim Nicholas Taleb* (1960-), nos recuerda que detrás de cada suceso existe una compleja interacción entre el azar y la probabilidad. El azar suele entenderse como un suceso imprevisible, mientras que la probabilidad es el cálculo matemático que evalúa las posibilidades de que un suceso ocurra cuando interviene el azar. La probabilidad se utiliza para modelar la incertidumbre, la variabilidad y el azar.

La vida diaria está llena de sucesos aleatorios, y la probabilidad nos permite analizar y comprender las posibilidades de que estos eventos ocurran. Los juegos de azar se fundamentan en un componente de probabilidad. De hecho, la idea cuantitativa del azar surgió por primera vez en las mesas de juego, y la teoría de la probabilidad comenzó en 1654 con *Pascal* y *Fermat*, como una teoría destinada a los juegos de azar. ¿Son equitativos los juegos de azar? En el caso de la lotería, la probabilidad de ganar es extremadamente baja. Tanto los casinos como las empresas que gestionan estos juegos analizan cuidadosamente las probabilidades y establecen reglas que les aseguran una ventaja matemática, permitiéndoles maximizar sus ganancias.

La teoría de la probabilidad estudia los fenómenos aleatorios y estocásticos, y ha encontrado aplicaciones en prácticamente todas las ramas del conocimiento. Por ejemplo, la teoría de la probabilidad se utiliza en la toma de decisiones empresariales y en el análisis predictivo en marketing. A través de la probabilidad, una empresa puede estimar las probabilidades de que los clientes adquieran su producto, lo que ayuda a las empresas a tomar decisiones de inversión y producción. Este enfoque probabilístico no se limita al ámbito empresarial, sino que también se extiende a diversas disciplinas, como la economía, la biología y la inteligencia artificial, donde el azar y la probabilidad desempeñan un papel crucial en la comprensión y predicción de fenómenos complejos.

Dada la importancia del azar y la probabilidad, tanto el Grado en Estadística Aplicada como el Grado en Ciencia de los Datos Aplicada, que se imparten en la Facultad de Estudios Estadísticos de la Universidad Complutense de Madrid, han

incluido Azar y Probabilidad como una asignatura básica en primer curso de ambos grados. El objetivo principal de este manual es proporcionar una introducción clara y accesible a los conceptos fundamentales del azar y la probabilidad, así como a sus aplicaciones prácticas, acercando a estudiantes e interesados a estos temas de manera efectiva y sencilla. Aunque este manual está principalmente diseñado para la asignatura de Azar y Probabilidad, algunos de sus contenidos también pueden resultar útiles tanto en otros grados como para otras asignaturas de estos grados, un ejemplo es Descripción y Exploración de Datos.

Este manual es el fruto del trabajo de cuatro profesoras: M^a Ángeles Medina Sánchez, Ziwei Shu, Rosario Susi García y Rosa Espínola Vélchez. Utiliza como base el libro publicado por las autoras Susi y Espínola en 2012, al que las profesoras Medina y Shu han incorporado nuevos ejemplos y modificado algunos contenidos y la estructura, basándose en su experiencia docente con los estudiantes en los últimos años. De esta manera, se adapta el contenido del libro a las necesidades actuales de los estudiantes, con el objetivo de facilitarles la comprensión de la asignatura de Azar y Probabilidad. Se ha actualizado con ejemplos prácticos adicionales, como el juego del calamar (en su versión académica), la lotería, e incluye formularios de autoevaluación para los estudiantes, con el fin de mejorar la comprensión del material y fomentar su estudio.

La estructura de este manual está organizada de manera progresiva, desde los conceptos básicos de probabilidad y las variables aleatorias unidimensionales hasta las variables aleatorias bidimensionales, distribuida en los siguientes tres módulos:

- El primer módulo incluye tres temas: en el tema 1 se definen los conceptos básicos del cálculo de probabilidades, como el espacio muestral y los axiomas de Kolmogorov, entre otros. La definición de variable aleatoria unidimensional se presenta en el tema 2, junto con las funciones de probabilidad asociadas a esta variable. En el tema 3, se introducen las distintas características de una variable aleatoria unidimensional, agrupadas en tres tipos de medidas: centralización, posición, dispersión y forma, y función generatriz de momentos.
- El segundo módulo incluye dos temas: en el tema 4 se presentan las principales distribuciones discretas y sus características, mientras que en el tema 5 se abordan las principales distribuciones continuas y sus características.
- El tercer módulo incluye dos temas: en el tema 6 se abordan los conceptos relacionados con las variables aleatorias bidimensionales discretas, mientras que en el tema 7 se tratan las variables aleatorias bidimensionales continuas.