

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
Departamento de Óptica



**CONTROL DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE
PULSOS DE LUZ EN MATERIALES SÓLIDOS MEDIANTE
OSCILACIONES COHERENTES DE LA POBLACIÓN**

**MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR**

Francisco Arrieta Yáñez

Bajo la dirección de los doctores

Sonia Melle Hernández
Óscar Gómez Calderón

Madrid, 2013



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

DEPARTAMENTO DE ÓPTICA

MEMORIA DE TESIS DOCTORAL:

**CONTROL DE LA VELOCIDAD DE
PROPAGACIÓN DE PULSOS DE LUZ EN
MATERIALES SÓLIDOS MEDIANTE
OSCILACIONES COHERENTES DE LA
POBLACIÓN**

Francisco Arrieta Yáñez

Dirigida por:
Dra. Sonia Melle Hernández
Dr. Óscar Gómez Calderón

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer en estas líneas a todas las personas que han estado conmigo en la realización de esta Tesis Doctoral, a las que he conocido, me han acompañado, y que han hecho de estos años una etapa importante de mi vida. Especialmente a aquellas personas que han supuesto un aporte a mi formación como investigador, profesor y persona, y me han ayudado a definir qué camino quiero seguir a partir de ahora. Y aunque vuestros nombres no aparezcan, por olvido, despiste o más bien por limitación de espacio, espero que os sintáis representados aquí.

Comenzar agradeciendo a mis directores y amigos, el Dr. Óscar G. Calderón y la Dra. Sonia Melle, la formación científica que me han dado, proporcionándome las herramientas necesarias para la investigación, para resolver problemas y buscar información, así como por vuestra paciencia y disponibilidad.

A los Dres. Fernando Carreño y Miguel Ángel Antón, por vuestras enseñanzas, buenas ideas, discusiones, vuestra paciencia y amistad, y por ayudarme en esto de buscar, si no mi vocación, algo que me apasione, y a trabajar por ello. Por todo lo expresado anteriormente, también quiero agradecer a los Dres. Eduardo Cabrera y Jose Miguel Ezquerro. Todos habéis sido referentes para mí. No puedo acabar estas líneas sin mencionar al Dr. Jesús Zoido, a quien conocí durante poco tiempo pero que me dejó un profundo recuerdo, y de cuya mano comencé a realizar tareas docentes en la Escuela de Óptica.

Mi formación como investigador sería incompleta sin aquellos que despertaron en mi el interés por los fenómenos de la luz, los profesores de la Facultad de Ciencias Físicas, quienes además durante estos años no han dudado en facilitarme ayuda en tareas burocráticas y se han interesado por mis progresos. En primer lugar, al Dr. Jose Manuel Guerra, por su ayuda con tantos papeles. A los Dres. Isabel Gonzalo, Rosa Weigand, Julio Serna, Gemma Piquero, y especialmente al Dr. Pedro Mejías, con el que tuve el primer contacto con la óptica en esta facultad.

Al los profesores, investigadores, alumnos y personal de la Escuela de Óptica de San Blas con los que he compartido laboratorio, clases, cafés, comidas, impresiones... No puedo poner todos los nombres pero espero que os sintáis representados.

Expresar un agradecimiento especial a mis compañeros de despacho, Javier, Beatriz, Alfonso, Darwin, y especialmente a Alexander por aglutinar a los chicos de la cuarta planta. A Manuel y a Mario también, por supuesto. Por todos los momentos que hemos compartido desde entonces, la ayuda prestada, el interés por mis trabajos y progresos, y los momentos de asueto tan necesarios para volver a ponerse con ganas.

A todos los que, desde fuera del mundo científico me han acompañado estos años, me han animado a seguir, se han interesado y me han dado fuerzas: A mi familia, especialmente a mis padres Enrique y Fabiola, y mi hermano Pablo, por todo el apoyo y el cariño durante estos años. A mis compañeros de Excomunión, por llenar otro de mis sueños, y aguantar momentos de agobio, horarios extraños y cambios de humor propios de un científico. A mis amigos, que sois muchos, los

mejores, y me hacéis decir orgulloso “aquí no cabéis todos pero sabéis quienes sois”. A todos los que habéis compartido conmigo estos años en Madrid, con un cariño especial a David, Lucía, Susana, Jorge e Irene (¡seguimos en lucha!). A todo aquel que se haya interesado por el contenido y desarrollo de esta memoria, tanto dentro como fuera del mundo científico. Especialmente a todos los amigos que han hecho un esfuerzo por entenderlo, y me han pedido hacer el esfuerzo de “explicarlo en 5 minutos”.

A Chopin, Porcupine Tree, Pink Floyd, Miles Davis, Messiaen, Toundra, Chet Baker, Explosions in the Sky, Gary Moore... por constituir una banda sonora tan maravillosa para la escritura.

Por último, quisiera agradecer a la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid y al Fondo Social Europeo la financiación necesaria para haber llevado a cabo este trabajo.

Índice general

| | |
|--|-----------|
| Agradecimientos | 5 |
| 1. INTRODUCCIÓN | 9 |
| 1.1. Antecedentes | 11 |
| 1.2. Luz lenta y luz rápida | 13 |
| 1.3. Oscilaciones coherentes de la población | 18 |
| 1.3.1. Luz lenta y rápida basada en CPO en fibras dopadas con erbio | 20 |
| 1.4. Otros mecanismos | 22 |
| 1.4.1. Transparencia inducida electromagnéticamente | 22 |
| 1.4.2. <i>Scattering</i> estimulado | 24 |
| 1.5. Aplicaciones de la luz lenta y luz rápida | 26 |
| 1.6. Objetivos y metodología | 28 |
| 2. MARCO TEÓRICO | 31 |
| 2.1. Modelo de CPO en el marco de la teoría semiclásica de interacción luz-materia | 33 |
| 2.2. Reducción del modelo semiclásico a ecuaciones de balance | 40 |
| 2.3. Modelo de CPO basado en ecuaciones de balance | 43 |
| 3. SISTEMA EXPERIMENTAL | 49 |
| 3.1. Caracterización del ión de Er^{+3} en fibras ópticas | 51 |
| 3.1.1. Configuración electrónica | 51 |
| 3.1.2. Ensanchamiento de las líneas | 52 |
| 3.1.3. Procesos de transferencia de energía | 54 |
| 3.2. Caracterización experimental de las fibras utilizadas | 55 |
| 3.3. Dispositivo experimental | 59 |
| 4. RESULTADOS | 65 |
| 4.1. Influencia de la transferencia de energía entre iones en el ancho de banda de haces de luz propagándose a velocidades superlumínicas en fibras de erbio altamente dopadas | 67 |
| 4.2. Transición de luz lenta a rápida producida por la atenuación del haz de bombeo en fibras de erbio altamente dopadas | 75 |

| | |
|--|------------|
| 4.3. Control de la velocidad de grupo mediante oscilaciones coherentes de la población con forzamiento de la modulación del bombeo . . . | 85 |
| 4.4. Luz lenta y rápida controlada por la diferencia de fase entre la modulación del haz prueba y la corriente de inyección en un amplificador óptico de semiconductor | 91 |
| 4.5. Propagación sublumínica y superlumínica de pulsos de luz dependiente de su anchura en fibras de erbio altamente dopadas . . | 101 |
| 4.6. Luz lenta y rápida basada en oscilaciones coherentes de la población en fibras dopadas con erbio | 111 |
| 5. CONCLUSIONES Y VÍAS DE AMPLIACIÓN | 121 |
| 5.1. Conclusiones | 123 |
| 5.2. Vías de ampliación | 125 |
| Apéndice. LUZ RÁPIDA Y CAUSALIDAD | 127 |
| Bibliografía | 130 |

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

La velocidad de la luz ha constituido un tema de debate permanente a lo largo de la historia de la física. Desde Aristóteles en el siglo IX a.c., a Descartes en el siglo XVII, filósofos y físicos han debatido sobre la finitud de la velocidad de la luz. En 1676, el astrónomo Danés Ole Rømer atribuyó a la velocidad finita de la luz la discrepancia entre observaciones y predicciones de los eclipses de la luna Io en Júpiter [1]. Basándose en esta hipótesis y en las observaciones de Rømer, el físico holandés Christiaan Huygens en su *Traité de la lumière* [2] fue el primer científico en ofrecer un valor numérico a esta velocidad (230000 kilómetros por segundo en unidades modernas, cometiendo un error relativo del 23 % sobre el valor real). No fue hasta 1849 cuando el físico francés Hippolyte Fizeau ideó un experimento terrestre para medir la velocidad de la luz [3]. En él, dirigía un haz de luz desde un foco a un espejo situado a 8633 metros, interponiendo en el camino una rueda dentada. La luz pasaba por uno de los dientes, y controlando la velocidad de rotación de la rueda, se observaba cuándo el haz reflejado pasaba por el siguiente diente. Mediante este experimento obtuvo un valor de 313000 kilómetros por segundo. El método de Fizeau fue mejorado por Leon Foucault en 1850, quien reemplazó la rueda dentada por un espejo rotatorio. El valor estimado por Foucault, publicado en 1862, fue de 298000 kilómetros por segundo.

A partir del desarrollo de la teoría electromagnética de James C. Maxwell (1873) [4], la teoría de la luz pasó a formar parte del electromagnetismo. La velocidad de la luz se pudo derivar a partir de constantes electromagnéticas que podían ser medidas en un laboratorio, arrojando un valor muy similar al de los experimentos que se estaban llevando a cabo.

En 1887 Albert A. Michelson y Edward W. Morley realizaron un experimento para determinar la velocidad relativa a la que se movía la Tierra con respecto al éter [5]. Este experimento demostró que la velocidad de la luz permanecía inalterada, lo que llevó a sugerir una nueva teoría cuyo desarrollo dio lugar a la teoría de la relatividad especial formulada por Albert Einstein en 1905 [6]. Esta teoría aplica el principio de relatividad a las ecuaciones de Maxwell estableciendo la invariancia en las observaciones de un mismo fenómeno físico por parte de todos los observadores inerciales. En concreto establece que la velocidad de la luz en el vacío c sea la misma para todos los observadores, lo que explicaría los resultados de Michelson y Morley [5]. En 1929 A. A. Michelson junto con otros colaboradores realizaron una serie de experimentos de medida directa de la velocidad de la luz en el monte Wilson, California [7]. Estos experimentos arrojaron un valor de la velocidad de la luz de 299796 kilómetros por segundo, prácticamente idéntico al valor aceptado hoy en día¹.

La teoría de la relatividad especial establece que la velocidad de la luz en

¹“The NIST reference on Constants, Units and Uncertainty”.

el vacío es la velocidad máxima a la que se pueden propagar las partículas o la información. Sin embargo casi inmediatamente después surgieron problemas de interpretación de velocidades aparentemente superlumínicas en el contexto de propagación de señales ópticas. A lo largo del siglo XX se han realizado numerosos experimentos en los que se miden velocidades de propagación de ondas que aparentemente son mayores que c . La interpretación de estos experimentos requirió definir una serie de conceptos para clarificar qué velocidades se miden en un experimento de propagación de señales.

Cuando hablamos de propagación de señales, pensamos en la propagación de una *modulación o peculiaridad* impresa en una onda *portadora*. Las herramientas matemáticas utilizadas para describir la propagación de ondas o paquetes de ondas son bien conocidas, ya hablemos de señales acústicas, eléctricas, u ópticas (electromagnéticas). Pero las interpretaciones físicas pueden llevar a equivocaciones, especialmente cuando la señal atraviesa un medio dispersivo, donde la velocidad de propagación depende fuertemente de la frecuencia. La distinción entre **velocidad de fase** (la velocidad de las ondas elementales que forman la onda portadora) y **velocidad de grupo** (la velocidad de propagación de la modulación) la hizo Lord Rayleigh en 1877, dentro del estudio de ondas acústicas [8]. Según la definición adoptada para la velocidad de grupo, en el caso de señales luminosas propagándose en bandas de absorción, ésta podía ser mayor que la velocidad de la luz en el vacío c , o incluso negativa. Este hecho provocó numerosos debates a raíz de la aparición en 1905 de la teoría de la relatividad especial de Albert Einstein, que establecía que ninguna velocidad podía ser mayor que c . Estos debates fueron zanjados por Arnold Sommerfeld y Léon Brillouin en sus estudios sobre la propagación de la luz en medios con dispersión anómala [9], estableciendo que la velocidad de grupo no era la velocidad de propagación de la energía, y que ninguna **velocidad de señal** (entendiendo señal como “portadora de información”) podía ser mayor que c . Para ello, fueron necesarias definiciones precisas de conceptos como “señal”, y de los diferentes tipos de velocidades (grupo, fase, energía y señal). Hoy día, es conocida la imposibilidad de transmitir **información** a velocidades superlumínicas (sin tener en cuenta las posibilidades del *entanglement*, la paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen [10], y otros efectos cuánticos, que merecerían un estudio que se escapa de los objetivos de este trabajo), pero si se ha demostrado experimentalmente la propagación de señales ópticas a velocidades de grupo superlumínicas o incluso negativas, lo que se conoce como “luz rápida” [11, 12], y se han encontrado aplicaciones muy interesantes como, por ejemplo, en interferometría [13].

La velocidad de grupo también puede ser muy pequeña comparada con c . En estas situaciones, hablamos de “luz lenta”. En general, cualquier medio distinto del vacío va a “frenar” la luz, y la frenará mas o menos dependiendo del valor del índice de refracción del medio. Por ejemplo, la velocidad de un haz de luz de $\lambda = 589$ nm propagándose en vidrio Pirex, con un índice de refracción $n = 1.47$, se verá reducida en un 32 %. Sin embargo, el interés de estos fenómenos reside en la posibilidad de conseguir retardos temporales significati-

vos en señales luminosas, es decir, velocidades de propagación inferiores a c en varios órdenes de magnitud. En 1999 el grupo de Lene Hau en la Universidad de Harvard observó velocidades de grupo del orden de 10 m/s, con una técnica llamada “Transparencia Inducida Electromagnéticamente” [14]. Este experimento abrió las puertas a numerosas técnicas encaminadas a la obtención de velocidades de grupo muy pequeñas, o incluso a detener completamente los pulsos de luz. En cuanto a la velocidad de propagación de las señales, la investigación en luz lenta conlleva quizás menos interrogantes fundamentales que la propagación superlumínica, pero las potenciales aplicaciones en telecomunicaciones ópticas, computación cuántica, memorias o interferometría [15, 16] son enormes, por no hablar del gran desarrollo teórico que se ha producido en temas de coherencia cuántica.

1.2. Luz lenta y luz rápida

En esta sección se hace una breve introducción a los conceptos de **velocidad de fase** y **velocidad de grupo**, se presentan los fundamentos teóricos de la luz lenta y la luz rápida, así como algunas de sus aplicaciones, y se resumen los primeros experimentos realizados para obtener luz lenta y luz rápida.

Cuando hablamos de la propagación de señales luminosas, hay que distinguir entre la **velocidad de fase** y la **velocidad de grupo** [17], según nos estemos refiriendo a la propagación de una onda electromagnética o a la propagación de una *peculiaridad* impresa en un tren de ondas. Para una onda monocromática $\phi = A \cos(\omega t - kx)$, la velocidad de fase es la velocidad a la que se propaga la fase de la onda ($\omega t - kx$), es decir, $v_p = \partial x / \partial t = \omega / k$. Esta es la velocidad de propagación que predicen las ecuaciones de Maxwell para ondas electromagnéticas. En el vacío viene dada por $c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, y su valor² es de 299792458 m/s, mientras que en un medio material con índice de refracción n , esta velocidad está dada por: $v_p = c/n$.

En el caso de tener una modulación sobre la onda portadora, esta se moverá a una velocidad llamada “velocidad de grupo”. En el ejemplo sencillo de dos ondas superpuestas, de frecuencias $\omega_1 = \bar{\omega} + \Delta\omega$ y $\omega_2 = \bar{\omega} - \Delta\omega$, y de número de ondas $k_1 = \bar{k} + \Delta k$ y $k_2 = \bar{k} - \Delta k$, la onda resultante vendrá dada, según el principio de superposición, por:

$$\varphi = A \cos(\omega_1 t - k_1 x) + A \cos(\omega_2 t - k_2 x) = 2A \cos(\bar{\omega} t - \bar{k} x) \cos(\Delta\omega t - \Delta k x), \quad (1.1)$$

donde el término portador se propagará a $\bar{\omega}/\bar{k}$, y la envolvente lo hará a la velocidad:

²“The NIST reference on Constants, Units and Uncertainty”.

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \rightarrow \left(\frac{\partial\omega}{\partial k} \right)_{\bar{\omega}}, \text{ para } \Delta k \rightarrow 0. \quad (1.2)$$

Podemos definir un índice de grupo, de la forma $v_g = c/n_g$. Suponiendo un medio lineal, escribimos:

$$n_g = c \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} \right)_{\bar{\omega}} = n(\bar{\omega}) + \bar{\omega} \left(\frac{\partial n}{\partial \omega} \right)_{\bar{\omega}}, \quad (1.3)$$

por lo que la velocidad de grupo queda de la siguiente forma:

$$v_g = \frac{c}{n(\bar{\omega}) + \bar{\omega} \left(\frac{\partial n}{\partial \omega} \right)_{\bar{\omega}}}. \quad (1.4)$$

Aquí vemos cómo el índice de grupo, el que “ve” el paquete de ondas, difiere del índice de refracción que vería la onda portadora en un término que depende de la dispersión del índice de refracción ($\partial n/\partial \omega$). En el caso de un medio no dispersivo, el índice de grupo será igual al índice de refracción. También observamos que la velocidad de grupo puede ser mucho menor que c , en medios en los que la pendiente de la curva de dispersión sea positiva, dando lugar a los que se conoce como “luz lenta”; o puede ser mayor que c , e incluso negativa, en medios en los que la pendiente de la curva de dispersión sea negativa (medios con dispersión anómala), dando lugar a los que se conoce como “luz rápida”.

La primeras observaciones de velocidades de grupo sublumínicas y superlumínicas aprovechaban la forma de la curva de dispersión del índice de refracción en las proximidades de una resonancia. Mediante un modelo sencillo podemos ver la forma que adopta dicha curva en medios absorbentes y en medios con ganancia. Utilizando un tratamiento semiclásico, consideramos un campo clásico (una onda electromagnética) de frecuencia ω , radiando un medio cuyos niveles de energía están cuantizados (por sencillez, vamos a considerar un sistema de dos niveles de energía, separados por una diferencia de energía $\hbar\omega_0$, y una tasa de decaimiento del nivel superior de γ). Es fácil comprobar [18] que el campo radiado por los dipolos que forman el medio se desplaza a una velocidad de fase $c/n(\omega)$, cuya dependencia con la frecuencia de la radiación incidente viene dada por:

$$n(\omega) = 1 + \frac{K}{(\omega_0 - \omega) - i\gamma}. \quad (1.5)$$

K es una constante que depende del momento dipolar y de la diferencia de población (supondremos que en un medio absorbente, $K > 0$, y en un medio con ganancia, $K < 0$). La parte imaginaria de (1.5), $n_I(\omega)$ corresponde a cambios en la amplitud del campo, mientras que la parte real $n_R(\omega)$ es el índice de refracción usual. En la figura 1.1 se han representado las partes real e imaginaria de $n(\omega)$ para un medio absorbente (izquierda) y para un medio con ganancia (derecha).

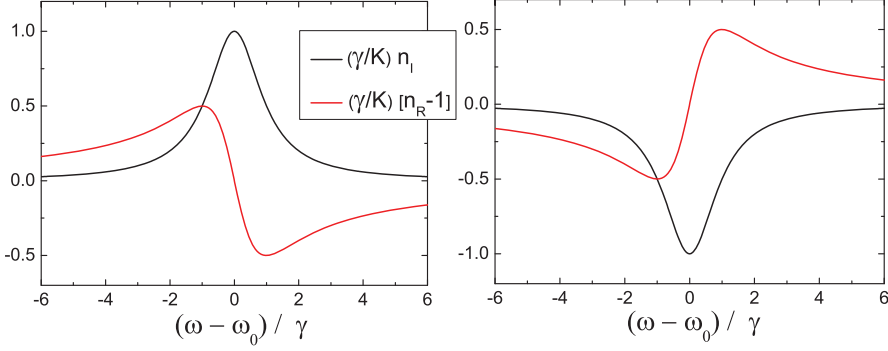


Figura 1.1: Parte real (línea roja) e imaginaria (línea negra) de $n(\omega)$ (eq. (1.5)), normalizadas a (γ/K) , para un medio absorbente ($K > 0$, izquierda) y con ganancia ($K < 0$, derecha).

Para obtener velocidades de grupo sublumínicas, la pendiente de la curva de dispersión debe ser positiva ($\partial n/\partial\omega > 0$). Esto puede ocurrir en las cercanías de una resonancia en un medio con amplificación (figura 1.1, derecha). Basándose en esto, L. Casperson y A. Yariv observaron en 1971 una reducción de la velocidad de grupo de pulsos en un factor 2.5 [19], utilizando la transición amplificada de 3510 nm en un láser de descarga de Xenón.

Mientras mayor sea la ganancia y mas estrecha sea la anchura de línea, mayor será la dispersión, es decir, mayor será la reducción de la velocidad de propagación de los pulsos. En el pico de una resonancia de absorción la dispersión es anómala (figura 1.1, izquierda), pero en las alas de la curva tenemos dispersión normal ($\partial n/\partial\omega > 0$), por lo que $v_g < c$. Desplazando la frecuencia central del pulso respecto de la de resonancia, podemos lograr velocidades sublumínicas, con poca atenuación del pulso frenado. En 1972, D. Grischowsky observó velocidades de pulsos de $c/14$ con este método [20], en un láser de colorante cuasi-resonante con la línea de desdoblamiento Zeemann $^2P_{1/2}$ del Rubidio (794.8 nm).

Otra técnica utilizada en los primeros experimentos de luz lenta es la transparencia auto-inducida (SIT). Se trata de un efecto no lineal consistente en la absorción de la parte frontal de un pulso resonante con el medio, mientras que su parte trasera es amplificada por la emisión espontánea. Mediante esta técnica, R. E. Slusher y H. M. Gibbs consiguieron velocidades de grupo de $\sim c/1000$ [21] en vapor de rubidio utilizando un laser de Hg II. Sin embargo, no es hasta el año 1999 cuando el equipo de L. Hau consiguió, gracias a la técnica de transparencia inducida electromagnéticamente (EIT), velocidades de grupo del orden de las decenas de m/s [14]. Esta y otras técnicas como las oscilaciones coherentes de la población [22], se basan en la creación de huecos en las curvas de absorción por diversos métodos. De esta manera se logra transparencia en el medio, y una

curva de dispersión positiva. Analizaremos más adelante estas técnicas en mayor profundidad.

En cuanto a velocidades superlumínicas basadas en dispersión anómala, en la figura 1.1 (izquierda) vemos que en las cercanías de la línea de absorción la curva de dispersión es negativa, por lo que $v_g > v_p$. En resonancia, para $\omega = \omega_0$, la velocidad de grupo vale:

$$v_g = \frac{c}{1 - \frac{K\omega_0}{\gamma^2}}, \quad (1.6)$$

con $K > 0$. Es decir, que tenemos velocidades de grupo mayores que c , que llegan a ser negativas cuando $\omega_0 K / \gamma^2 > 1$. Estas velocidades han sido observadas en numerosos experimentos, a pesar de lo cual, este hecho sigue pareciendo antiintuitivo, ya que el principio de causalidad, en el marco de la teoría de la relatividad especial, imposibilita que ningún objeto ni información se mueva más rápido que la luz [6]. Sin embargo, como ya demostraron Brillouin [23] y Sommerfield [24], no existe ninguna contradicción entre la observación de velocidades de grupo superlumínicas y el principio de causalidad (véase el **Apéndice**).

El principal problema para la observación de velocidades de grupo superlumínicas basadas en curvas de dispersión anómala consiste precisamente en que estas curvas se dan de forma natural en picos de absorción, por lo que las señales se ven altamente atenuadas y distorsionadas. En 1982 S. Chu y S. Wong [25] estudiaron experimentalmente la propagación de pulsos modulados en un láser de colorante cuya frecuencia central coincidía con la línea de absorción a través de un absorbente (GaP:N). Comprobaron que, cuando el ancho de banda del pulso era mucho más pequeño que la anchura de la línea de absorción, los pulsos se propagaban a velocidades mayores que c , infinitas, o negativas sin apenas distorsión (mediante la correlación con pulsos propagándose esencialmente por el vacío). Estos resultados habían sido predicho teóricamente en 1970 por C. G. B. Garret y D. E. McCumber [26], demostrando que la existencia de velocidades de grupo mayores que c , infinitas o negativas pueden tener un significado físico claro.

En un artículo publicado en 1995, A. M. Steinberg y R. Y. Chiao [27] propusieron la utilización de un doblete de ganancia para conseguir una curva de dispersión anómala. De esta forma, la absorción y la distorsión que sufren los pulsos pueden llegar a ser casi nulas. El sistema físico en el que basaban su propuesta son los dobletes observados en algunos metales alcalinos, representado en un diagrama de energía por un sistema de tres niveles, cuya población está en el primer nivel excitado, y que puede decaer a dos subniveles del nivel fundamental con aproximadamente la misma probabilidad. La ganancia y el índice de refracción de un sistema de este tipo se muestran en la figura 1.2. Podemos ver que en el centro del doblete apenas hay absorción, ni por tanto cambio en la amplitud de los pulsos, mientras que la dispersión es anómala. La observación experimental de luz rápida por esta técnica fue realizada por Wang *et al* [28],

en un doblete de ganancia del cesio. Midieron una velocidad de propagación del pico de un pulso, cuya frecuencia central estaba centrada en el doblete de ganancia, de $-c/330$ m/s.

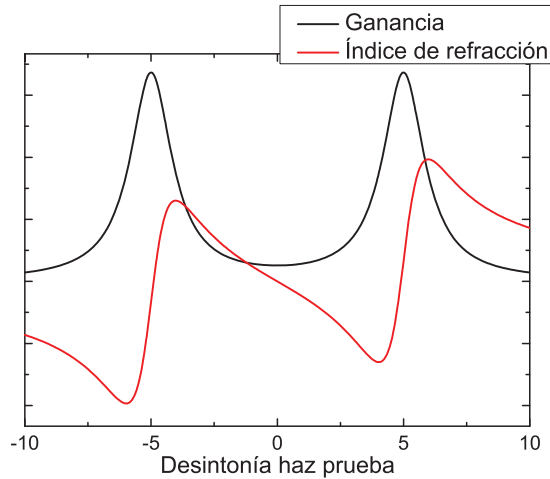


Figura 1.2: Ganancia e índice de refracción (en unidades arbitrarias) para un haz prueba en un medio con doblete de ganancia.

Otra vía para la obtención de velocidades de grupo superlumínicas se inició cuando Basov *et al* [29] midieron aparentes velocidades de propagación de pulsos mucho mayores que c en pulsos propagándose en medios amplificadores, cuya frecuencia central estaba en resonancia (recordemos que en un amplificador en resonancia la dispersión es normal, por lo que en principio tendríamos propagación sublumínica, véase la figura 1.1, derecha). En el mismo artículo mostraron que este resultado es predicho por la integración de las ecuaciones de Maxwell. El resultado general de estos trabajos se resume en el hecho de que, en un medio amplificador, el pico de pulsos cuya duración es comparable al inverso del tiempo de vida del nivel superior parece propagarse con velocidades que exceden la velocidad de la luz. Como veremos más adelante, estas observaciones se enmarcan dentro del fenómeno conocido como “Oscilaciones Coherentes de la Población”, al cual están dedicados los trabajos presentados en esta memoria. A. Içevgi y W. E. Lamb [30] hicieron una interpretación de los resultados de Basov *et al* basada en la idea de Sommerfeld y Brillouin de que una señal debe implicar un frente de onda discontinuo, y que la velocidad del grueso del pulso (la velocidad de grupo) no es la velocidad a la que la señal se propaga.

1.3. Oscilaciones coherentes de la población

En los últimos años se han desarrollado diversos mecanismos o técnicas para producir luz lenta y luz rápida. La mayoría de estos mecanismos están basados en la utilización de medios altamente dispersivos. En este trabajo nos centraremos en la técnica llamada “oscilaciones coherentes de la población”, y nos detendremos en su implementación en fibras ópticas dopadas con erbio, que ha sido el sistema donde se han realizado la mayoría de los trabajos presentados en esta memoria.

Las primeras observaciones de luz lenta por la técnica de oscilaciones coherentes de la población (CPO), fueron llevadas a cabo por Bigelow *et al* [22] en el año 2003. Observaron velocidades de grupo de 57.5 m s^{-1} para un haz de luz modulado sinusoidalmente y para pulsos gaussianos, propagándose en un cristal de rubí. Su planteamiento se basaba en la aparición de un hueco en el espectro de absorción de una transición con ensanchamiento homogéneo, al saturar esta mediante un campo intenso resonante. Como hemos comentado anteriormente, en las cercanías de una resonancia existe una zona de alta dispersión en el índice de refracción (este varía rápidamente con la frecuencia). Para las frecuencias cercanas a una frecuencia de resonancia existe un pico de absorción, y una zona de dispersión anómala en el índice de refracción. Mediante la saturación de esta transición, se crea un hueco en el espectro de absorción, de forma que al propagar una señal con un ancho de banda menor o del orden de la anchura del hueco, esta se propagará a velocidades sublumínicas, debido a que verán una zona de alta dispersión en la curva del índice. La existencia de este hueco fue predicha por S. E. Schwartz y T. Y. Tan [31] en 1967, a partir de las soluciones de las ecuaciones de movimiento de la matriz densidad. Posteriormente se demostró [32, 33] que el origen de este hueco se encontraba en la modulación periódica de la población del estado fundamental, a la frecuencia del batido entre el campo que satura la transición y el campo desintonizado.

Podemos describir el proceso mediante dos campos (campo de control y campo prueba) resonantes con una transición permitida del material. La interferencia de los dos campos da lugar a una oscilación de la población del nivel fundamental a la frecuencia de batido, siempre que esta sea menor o aproximadamente igual al inverso del tiempo de decaimiento del nivel superior (a frecuencias más rápidas la población no puede seguir las variaciones de la intensidad). Estas oscilaciones de la población generan una red temporal de transmisión en el material, que oscila a la frecuencia de batido. La interacción del campo de control con esta red resulta en el *scattering* de parte de los fotones del campo de control a fotones con la frecuencia del campo prueba, resultando en una amplificación del campo prueba. Esto se puede ver como un hueco en el perfil de absorción del campo prueba, centrado en la frecuencia de la transición. Asociado a este hueco, por las ecuaciones de Kramers-Kronig, aparece una zona de dispersión en el índice de refracción en torno a la frecuencia de la transición. Este hueco fue observado por primera vez por Hillman *et al* en 1983 [34], en la banda

de absorción verde del rubí (la misma transición utilizada posteriormente por Bigelow *et al* para la observación de luz lenta [22]). El hueco observado tenía una anchura de 36 Hz (a media altura). En el experimento de Bigelow *et al* se comprobó además que el hueco se ensanchaba con la potencia aplicada, de forma que la potencia les permitía controlar la velocidad de grupo.

En el caso de luz rápida por CPO, el proceso de formación del hueco es el mismo, pero se aprovechan diferentes respuestas del material a la absorción. Por ejemplo, el mismo grupo que midió luz lenta en rubí [22] utilizó la transición de 457 nm de la alejandrita para producir luz rápida, ya que para esta transición el material se comporta como un saturable inverso [35]. La consecuencia de las oscilaciones de la población es la creación de un “antihueco” en el espectro de absorción, que de nuevo a consecuencia de las ecuaciones de Kramers-Kronig, tiene asociada una zona de dispersión inversa en el índice de refracción. Otros trabajos utilizan medios con ganancia (amplificadores de fibra dopada con erbio [12, 36, 37] o amplificadores ópticos de semiconductor [38]). En un medio con ganancia, las CPO originan un hueco en el espectro de ganancia, con una zona de dispersión inversa asociada en el índice. El mismo grupo de Bigelow analizó la propagación superlumínica de pulsos suaves y discontinuos a través de rubí y alejandrita [11]. Comprobaron que un salto discontinuo en un pulso se propaga a velocidades menores o iguales a c , mientras que la parte suave del pulso se propaga con la velocidad de grupo.

Desde los experimentos del grupo de Bigelow *et al*, se han llevado a cabo numerosos experimentos de CPO en diferentes materiales. La realización experimental más común es la utilización de un haz modulado en intensidad, de forma que los campos control y prueba no provienen de haces diferentes. La modulación en intensidad de un haz hace que en su espectro de frecuencias aparezcan dos bandas laterales que actúan como prueba, mientras que el pico central actúa como control. Citamos a continuación algunos medios donde se han estudiado luz lenta/rápida por CPO, además de los anteriormente comentados cristales de rubí [22] y fibras ópticas dopadas con erbio [12], como estructuras de semiconductores [39, 40], películas delgadas biológicas [41], o nanoagregados moleculares [42]. En general, sea cual sea el medio utilizado, los objetivos de un experimento de luz lenta/rápida por CPO son optimizar simultáneamente el tiempo de retardo t_d y el ancho de banda de la señal que queremos retardar [15], conseguir una mínima distorsión de los pulsos retrasados/adelantados, y obtener parámetros que permitan un control preciso de este retardo.

Cabe decir que los retardos/adelantos obtenidos por esta técnica en la mayoría de los experimentos citados pueden ser explicados en el dominio temporal, por un modelo de absorción temporalmente variable en absorbentes (o amplificadores) saturables [29, 43, 44]. De hecho, el efecto de propagación superlumínica en amplificadores fue observado y descrito por Basov *et al* en 1966 [29]. Observaron que, en un medio con inversión de población, para anchuras de pulsos del orden de la anchura de la transición, se produce amplificación no lineal.

En estas condiciones, observaron que el pico del pulso parecía moverse a una velocidad mucho mayor que c , mientras que la duración del mismo permanecía prácticamente inalterada. El efecto fue explicado mediante un modelo de absorbente saturable con amplificación, y de la misma manera se pueden explicar los resultados de luz lenta: El medio se ve saturado por la parte frontal del pulso, permitiendo que el resto del pulso se transmita con una absorción reducida. El pulso se ve entonces retardado (o adelantado en medios con ganancia). El tiempo de relajación de la población impone un límite inferior a la duración de los pulsos para los cuales se observan estos efectos. Ambos modelos (absorbentes/amplificadores saturables y CPO) permiten explicar la gran mayoría de experimentos llevados a cabo. Esto es debido a que en general no se utilizan dos campos, si no un solo haz modulado en intensidad. En el espectro de frecuencias, este haz contendría las componentes “control” y “prueba” (las bandas laterales que aparecen en el espectro de frecuencias), por lo que el modelo de CPO explica los retardos observados. Al realizar esta técnica en sistemas con tiempos de relajación de la población muy altos (como erbio, rubí, o alejandrita, del orden de los milisegundos), la diferencia de frecuencias que los campos prueba y control pueden tener se limita a unos pocos Hertzios, por lo que la utilización de un sólo haz modulado es más factible experimentalmente. Sin embargo, experimentos como el desarrollado por Ku *et al* [45], donde efectivamente se utilizan dos campos, sólo pueden ser explicados por el modelo de CPO³. Autores como Selden [46] afirman que no se puede hablar de luz lenta o rápida de señales moduladas en absorbentes saturables salvo cuando se observa el hueco espectral, utilizando haces prueba y señal independientes. Según ellos, los experimentos realizados con haces modulados no entrarían en la categoría de luz lenta/rápida. Sin embargo, el modelo teórico presentado en los artículos clásicos de CPO [22, 12], en los que se basa el presentado en esta memoria, demuestran que ambas interpretaciones (la respuesta no lineal de un absorbente saturable a una señal modulada y las CPO) son equivalentes. En esta memoria, para desarrollar el formalismo teórico se ha utilizado el modelo de CPO a partir de las ecuaciones de la matriz densidad y su descomposición en frecuencias. Aunque todas las observaciones pueden ser explicadas también a partir del modelo de absorbente saturable, el modelo de CPO nos permite estudiar el índice del medio, y explicar los retardos y avances observados en función del índice y de la velocidad de grupo.

1.3.1. Luz lenta y rápida basada en CPO en fibras dopadas con erbio

Los experimentos de luz lenta y rápida por CPO en fibras ópticas dopadas con iones de Er^{3+} (EDFs) vienen motivados, principalmente, por la posibilidad de frenar señales con frecuencia en la ventana de telecomunicaciones (la transición del estado fundamental al primer estado excitado del ión de erbio tiene una longitud de onda de ~ 1550 nm). Por ello, a priori, se presentan como un

³Debido al corto tiempo de relajación de los pozos cuánticos, la separación en frecuencias del campo prueba y del campo de control era de GHz.

medio ideal para la aplicación de la luz lenta y rápida en telecomunicaciones. Las EDFs han sido utilizadas ampliamente para amplificar señales de longitud de onda de 1550 nm mediante la utilización de un bombeo óptico. Además, permiten la propagación de luz a través de grandes distancias, aumentando la longitud de interacción de la luz con el medio que genera la luz lenta/rápida. Por todo ello, en los últimos años se han llevado a cabo multitud de experimentos en este medio. Los objetivos más importantes han sido, además de buscar la optimización del producto retardo/ancho de banda y del ancho de banda disponible, la búsqueda de parámetros de control para la velocidad de grupo y la distorsión de los pulsos, y de parámetros que permitan cambiar el régimen de propagación de sublumínico a superlumínico.

El erbio es un absorbente saturable para la longitud de onda de las telecomunicaciones (1550 nm), en el sistema de dos niveles formado por el nivel fundamental $^4I_{15/2}$ y el primer nivel excitado $^4I_{13/2}$. Niveles superiores de decaimiento rápido ofrecen varias posibilidades de bombeo óptico, aunque la más utilizada es el bombeo de 980 nm, que acopla el nivel fundamental con el estado excitado $^4I_{13/2}$. El tiempo de vida del primer nivel excitado es de aproximadamente 10 ms [47], por lo que el ancho de banda aproximado de las señales que podemos frenar es de unos 100 Hz.

La primera observación de luz lenta y rápida por CPO en EDFs fue realizada por Schweinsberg *et al* [12] en el año 2006. Propagaron por una EDF de 13 m de longitud una señal de 1550 nm junto a un bombeo contra-propagante a 980 nm. El haz señal estaba modulado a frecuencias en torno a los ~ 100 Hz, y midieron retardos/adelantos tanto para modulaciones sinusoidales como para pulsos Gaussianos. Encontraron que para valores suficientemente grandes de la potencia del haz de bombeo, lograban avances (régimen de ganancia). Obtuvieron unos valores máximos del *fractional advancement* (producto del adelanto temporal por el ancho de banda de la señal) de 0.124 y del *fractional delay* (producto del retardo temporal por el ancho de banda de la señal) de 0.089. También demostraron que existe una frecuencia de modulación (o un ancho de pulso), óptima para la cual el retardo/adelanto es máximo, y que depende linealmente de la potencia de los haces.

La propagación superlumínica en un amplificador de fibra de erbio (EDFA) fue analizada en detalle por Gehring *et al* [36]. Midieron la evolución temporal de la intensidad de un pulso en el interior de una EDF, colocando varios sensores a lo largo de la fibra. Comprobaron que el pico del pulso se propagaba dentro de la fibra en dirección contraria a la dirección de propagación normal. Esto es una consecuencia de la reestructuración del perfil del pulso en el medio con ganancia. Posteriormente, Zhang *et al* [48] observaron que el máximo *fractional delay* es conseguido cuando la potencia de la señal iguala la potencia de saturación. También midieron la anchura del hueco de CPO, confirmando que éste se ensancha con la potencia aplicada. Otros trabajos han estudiado la influencia de propiedades de la fibra, como la temperatura [49], o la concentración de

iones [50], en la velocidad de grupo de las señales propagadas. El control de la distorsión de las señales retardadas/adelantadas ha sido otro tema ampliamente estudiado [51, 52].

Los efectos de propagación no lineales son importantes cuando la concentración de iones en la fibra es muy alta y se produce intercambio de energía entre iones. Estos efectos de propagación pueden modificar radicalmente las características de las CPO a lo largo de la fibra. Por ejemplo, Melle *et al* encontraron que en fibras de erbio altamente dopadas puede producirse una transición de sublumínico a superlumínico con la frecuencia de modulación de la señal [37]. Encontraron que, para ciertos valores de las potencias de señal y de bombeo, las señales de frecuencia baja se propagaban sublumínicamente, mientras que las de frecuencia alta lo hacían superlumínicamente. En esta memoria discutiremos más a fondo estos efectos no lineales.

1.4. Otros mecanismos para producir luz lenta y luz rápida

En este apartado introduciremos brevemente otras dos técnicas con el objeto de comparar su eficacia y su facilidad de implementación con respecto a las oscilaciones coherentes de la población, la transparencia inducida electromagnéticamente y el *scattering* inducido (Brillouin y Raman).

1.4.1. Transparencia inducida electromagnéticamente

La técnica de transparencia inducida electromagnéticamente (EIT) consiste en hacer el medio transparente para un haz de radiación electromagnética resonante. O en otras palabras, conseguir que los electrones del medio no oscilen a la frecuencia de la radiación incidente, y no contribuyan a la polarización. Esto se consigue mediante una superposición coherente de estados atómicos. De esta forma, aparece una “ventana” de transparencia donde el campo resonante normalmente vería un pico de absorción. Las señales cuyo ancho de banda entre dentro de la ventana de transparencia, verán una zona de alta dispersión en la curva del índice, reduciéndose en varios órdenes de magnitud su velocidad de grupo.

EIT está basada en un fenómeno conocido como “atrapamiento coherente de la población” [53]. Consiste en lograr una interferencia de estados cuánticos que produzca una absorción nula en el sistema. Aunque se puede observar en varias configuraciones, la más sencilla consiste en un átomo de tres niveles en configuración Λ , interaccionando con dos campos de frecuencias ω_1 y ω_2 (figura 1.3). Supondremos que sólo dos transiciones ($|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ y $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$) son permitidas. Podemos escribir el Hamiltoniano de interacción del átomo con los dos campos de la forma:

$$H_1 = -\frac{\hbar}{2}(\Omega_1 |3\rangle \langle 1| + \Omega_2 |3\rangle \langle 2|) + h.c. , \quad (1.7)$$

donde Ω_1 y Ω_2 son las frecuencias de Rabi complejas, es decir, las frecuencias a las que oscila la diferencia de población de la transición acoplada por la radiación electromagnética⁴.

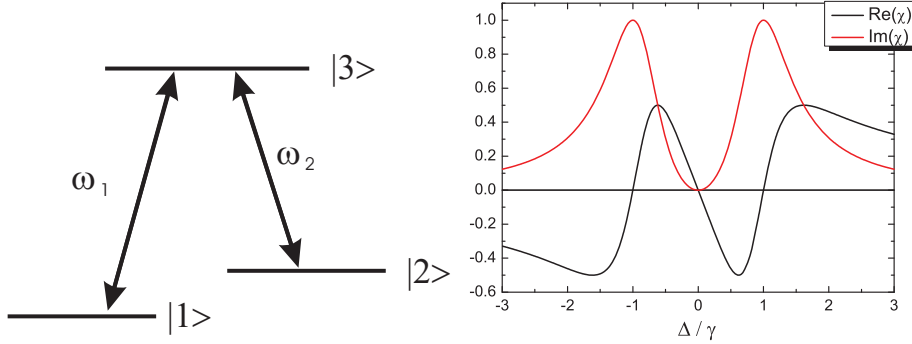


Figura 1.3: (Izquierda) Sistema atómico de tres niveles en configuración Λ , interactuando con dos campos de frecuencias ω_1 y ω_2 . (Derecha) Susceptibilidad del campo prueba frente a la desintonía del campo prueba ($\Delta = \omega_1 - \omega_{31}$), normalizado al decaimiento atómico de la transición $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, γ .

Preparando el estado inicial de la forma:

$$|\Psi\rangle = \frac{\Omega_2 |1\rangle - \Omega_1 |2\rangle}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} , \quad (1.8)$$

vemos que $\langle 3|H_1|\Psi\rangle = 0$, es decir, tenemos un estado desacoplado del nivel superior. Este es el llamado “estado oscuro”. Ante la acción de los dos campos, la población permanece “atrapada” en este estado (atrapamiento coherente de la población).

Basándose en este fenómeno, la transparencia inducida electromagnéticamente fue propuesta independientemente por O. Kocharovskaya e Y. Khanin del Instituto Politécnico Kalinin de Leningrado [54], y por S. Harris *et al* de la Universidad de Stanford [55] en 1989. Analizaron la susceptibilidad de un campo prueba Ω_1 (que acopla la transición $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$) bajo la acción de un campo de control Ω_2 (que acopla la transición $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$). Observaron que, mediante la acción conjunta de estos dos campos, el átomo es bombeado al estado oscuro. A consecuencia de ello, el medio se vuelve transparente para el haz prueba.

⁴La frecuencia de Rabi se define como $\Omega_{ij} = \vec{\mu}_{ij} \cdot \vec{E} / \hbar$, donde E es la amplitud del campo electromagnético y μ_{ij} el momento dipolar de la transición $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$.

De acuerdo a las relaciones de Kramers-Kronig, esta ventana de transparencia produce una variación muy rápida del índice de refracción. En la figura 1.3 (derecha) se representa la susceptibilidad del campo prueba normalizada en función de la desintonía $\Delta = \omega_1 - \omega_{31}$, normalizado a la tasa de decaimiento atómico de la transición $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$. Podemos ver cómo la parte imaginaria (proporcional a la absorción) presenta un hueco de transparencia, mientras que la parte real (proporcional al índice de refracción) presenta una variación con la frecuencia muy abrupta y de pendiente negativa.

La transparencia inducida electromagnéticamente (EIT) fue la primera técnica utilizada para conseguir luz lenta mediante la creación de un hueco en el espectro de absorción. El primer experimento realizado con esta técnica fue llevado a cabo por el grupo de L. Hau de la Universidad de Harvard [14] en 1999. Supuso una revolución en el campo, pues se logró una disminución de la velocidad de la luz de hasta 17 m/s. Utilizaron un gas de átomos de sodio enfriado a temperaturas por debajo de la temperatura de condensación de Bose-Einstein (\sim nanokelvin), en una trampa magneto-óptica. Mediante un haz de control linealmente polarizado, y un haz prueba circularmente polarizado, lograron llevar los átomos del condensado al estado oscuro, logrando transparencia para el haz prueba.

Las diferencias con el proceso de CPO son claras. Mientras que en EIT el hueco se genera por una interferencia entre funciones de onda electrónicas, y debemos asegurar la coherencia atómica para que se produzca el fenómeno, en CPO la coherencia está asegurada por la interferencia de los campos externos. Esto explica las diferencias de comportamiento de ambos fenómenos con respecto a los procesos de relajación. Mientras que para la realización de EIT en sólidos dopados es necesario enfriar para eliminar al máximo los procesos decoherentes, en CPO las características del hueco están determinadas por el tiempo de vida del nivel superior de la transición, prácticamente constante con la temperatura. Uno de los objetivos de la investigación en luz lenta ha sido identificar métodos realizables en sólidos a temperatura ambiente (como CPO), con vistas a posibles aplicaciones prácticas.

1.4.2. *Scattering* estimulado

La dispersión (o *scattering*, por utilizar el término más común en la literatura) de la luz que se produce en los distintos elementos que forman un sistema de comunicaciones ópticas suele ser vista como un factor limitante en la distancia de comunicación. Sin embargo, los procesos de *scattering* Brillouin estimulado (SBS) y *scattering* Raman estimulado (SRS) han sido utilizados para producir luz lenta y luz rápida con excelentes resultados.

Un proceso de *scattering* óptico (en el que la radiación que ilumina es dispersada a frecuencias distintas de la frecuencia inicial) es causado por fluctuaciones en las propiedades ópticas del medio (generalmente en la constante

dieléctrica)[56]. En los procesos de *scattering* estimulado, estas fluctuaciones están causadas por la presencia de la radiación que incide en el medio. El *scattering* de radiación electromagnética con los fonones acústicos del medio fue predicho en 1922 por Léon Brillouin [57]. La primera observación de *scattering* Brillouin estimulado fue hecha en 1964 por Chiao *et al* [58] en cristales de cuarzo y zafiro. La dispersión de la radiación incidente (de frecuencia ω_p) se produce en las ondas sonoras presentes en equilibrio térmico en el medio, generando una onda de frecuencia $\omega = \omega_p - \Omega_B$, donde Ω_B es el corrimiento Brillouin. Ω_B es proporcional a la frecuencia de la radiación incidente, y la constante de proporcionalidad depende de la velocidad del sonido y del índice de refracción en el medio.

Este fenómeno se utiliza para obtener amplificadores basados en SBS. Si radiamos simultáneamente el medio con un haz de bombeo de frecuencia ω_p y un haz prueba de frecuencia ω contrapropagándose, a través de mecanismos como electrostricción o absorción óptica se genera una perturbación acústica de frecuencia $\Omega = \omega_p - \omega$. Si se cumple la condición de ajuste de fases $\omega = \omega_p - \Omega_B$, donde Ω_B es el corrimiento Brillouin, la onda acústica generada por la interacción de los dos haces dispersa fotones de frecuencia ω_p a ω , dando lugar a una amplificación exponencial del haz prueba. El esquema del fenómeno se muestra en la figura 1.4.

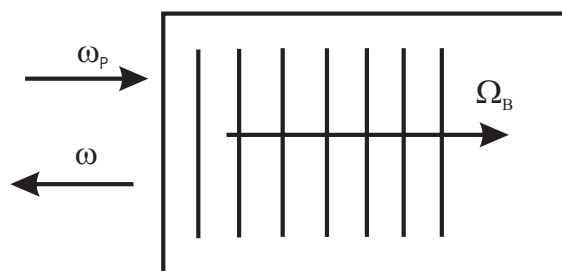


Figura 1.4: *Scattering* Brillouin estimulado.

En el espacio de frecuencias, la amplificación del haz prueba puede ser vista como una banda de ganancia en una región espectral en torno a la frecuencia $\omega_p - \Omega_B$. La amplificación deja de ocurrir cuando la desintonía entre las frecuencias $\omega - \omega_p$ es mayor que el ancho de banda de Brillouin Γ_B .

Luz lenta basada en este fenómeno fue observada por primera vez en el año 2005 por Song *et al* [59] y Okawachi *et al* [60]. En estos experimentos se midieron retardos significativos (de más de una anchura de pulso en el artículo de Okawachi *et al*) para pulsos con una duración de nanosegundos. El sistema experimental permitía gran flexibilidad en la frecuencia central de los pulsos (variando la longitud de onda del haz de bombeo), y un control preciso del delay (variando la potencia del haz de bombeo). La principal limitación venía

impuesta por el ancho de banda de Brillouin, pues limita el ancho de banda de las señales que se pueden frenar con esta técnica (entre 30 y 50 MHz para la mayoría de fibras utilizadas), demasiado pequeño para aplicaciones prácticas en telecomunicaciones. Además, la longitud de las fibras utilizadas era del orden de varios kilómetros (distancias de propagación muy largas en comparación con las que se utilizan en otras técnicas como EIT y CPO). Para aumentar el ancho de banda se han propuesto varias soluciones. Una es superponer múltiples líneas de ganancia [16, 61]. Con esta técnica se consiguió mejorar simultáneamente el ancho de banda y los retardos obtenidos en un factor 2. Otra técnica consiste en ensanchar el ancho de banda del láser de bombeo introduciendo ruido en la corriente que lo alimenta [62, 63, 64], logrando de esta manera anchos de banda de hasta 12 GHz.

En el año 2002, Liang *et al* [65] demostraron experimentalmente que es posible utilizar el *scattering* Raman estimulado (SRS) para la generación de luz lenta. El SRS fué descubierto por Woodbury y Ng en 1962 [66], y está basado en la dispersión de un haz de bombeo, de frecuencia ω_p , en un material a frecuencias menores (Stokes) o mayores (antistokes) por la interacción con los niveles de energía del material [56, 67]. La idea para conseguir luz lenta es similar al esquema de SBS. El campo prueba tiene una frecuencia dentro de la curva de ganancia debida al *scattering* Raman de la transición que se quiera utilizar. Asociada a esta curva de ganancia, hay un cambio en la curva de dispersión para el haz prueba. En el trabajo de Liang *et al*, se utilizó una transición Raman entre dos modos vibracionales del H₂ sólido.

Los anchos de banda que permite esta técnica son lo suficientemente grandes para soportar altas velocidades de datos (de hasta unos 1000 GHz), por lo que las aplicaciones de esta técnica en el campo de las telecomunicaciones son prometedoras. Sharping *et al* consiguieron retardar un 85% de anchura de pulso para pulsos por debajo del picosegundo en fibras ópticas [68]. El mismo grupo consiguió retardos de más de una anchura de pulso en pulsos de picosegundos en una guía de onda de 8 mm de largo [69]. La facilidad de integración en dispositivos como chips o fibras ópticas convierte al SRS en una técnica prometedora para la utilización de luz lenta en telecomunicaciones, aunque los resultados aún están lejos de las 1000 anchuras de pulso de retardo necesarias para el procesamiento de paquetes de la misma manera que lo hacen los *routers* utilizados hoy en día [15].

1.5. Aplicaciones de la luz lenta y luz rápida

Aparte del interés fundamental que tiene la propagación de señales de luz a velocidades muy distintas a c , así como los mecanismos físicos de control de esta velocidad de propagación (que es la motivación principal de este trabajo), la posibilidad de frenar la velocidad de propagación de señales de luz ofrece múltiples posibilidades en campos como la óptica no lineal, óptica cuántica, o

la tecnología de telecomunicaciones ópticas, interferometría, sensores ópticos y radares láser [70, 71].

En óptica no lineal, para inducir respuestas no lineales en un medio se requiere una alta densidad de energía, lo que tradicionalmente se lograba con la utilización de láseres de alta potencia. La observación de estos procesos en guías de onda con luz lenta permite la obtención de densidades de energía altas con poca potencia, debido a la compresión de los pulsos en la guía de onda al ser frenados. Mc Millan *et al* [72] utilizaron luz lenta en cristales fotónicos para obtener amplificación Raman no lineal. Demostraron una mejora en la eficiencia del proceso en un factor 10^4 .

La principal aplicación de la luz lenta en telecomunicaciones ópticas es en el dispositivo llamado “*buffer* óptico” [15]. Imaginemos dos paquetes de datos ópticos llegando a un nodo de distribución de información (*router*) óptico. Un posible *router* óptico, que trabaje con las propias señales de luz en lugar de efectuar la conversión a señales eléctricas, requiere una etapa de *buffer* que evite que dos paquetes de datos lleguen simultáneamente al *router*. Un medio de luz lenta en el que podamos controlar el retardo entre los paquetes de ondas puede efectuar esta función [73]. Esta aplicación desvela el parámetro más importante a considerar en un sistema de luz lenta: El tiempo de retardo normalizado a la duración del pulso de entrada (en lenguaje de telecomunicaciones, el producto retardo-ancho de banda). Esta es una medida de la capacidad del *buffer* de almacenar paquetes de datos para su uso en una etapa de *router* óptico. En general, existen dificultades técnicas para lograr productos retardo-ancho de banda suficientemente grandes, pero parece no haber un límite fundamental a este [44, 73, 74, 75]. Hasta la fecha, el mayor valor del producto retardo-ancho de banda obtenido por métodos de luz lenta ha sido de 80 anchuras de pulso, y fue obtenido por Camacho *et al* [76], haciendo uso de una doble resonancia de absorción en el cesio.

Una de las aplicaciones más prometedoras es el uso de técnicas de luz lenta y rápida en dispositivos de interferometría. Shi *et al* demostraron experimentalmente que la sensibilidad espectral de un interferómetro de Mach-Zehnder podría mejorarse colocando un medio que produjera luz lenta en uno de sus brazos [16, 77]. Concretamente, demostraron que la sensibilidad espectral del interferómetro depende del índice de grupo de un material colocado en uno de los brazos del interferómetro. Para entender el porqué, consideremos un interferómetro Mach-Zehnder, en el que medimos con un detector la salida mientras variamos la longitud de onda del haz incidente. Si suponemos que la diferencia de caminos solamente se debe a la presencia del medio de luz lenta, la diferencia de fase que introduce será $\Delta\phi = n\omega L/c$ (donde L es la longitud del medio). La variación del desfase entre los dos caminos con la frecuencia incidente es una medida de la sensibilidad espectral del interferómetro, y vendrá dada por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \omega} = \frac{L}{c} \left(n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} \right) = \frac{Ln_g}{c}, \quad (1.9)$$

es decir, que depende linealmente del índice de grupo.

La propagación superlumínica puede aumentar la sensibilidad espacial de un interferómetro, como mostraron Shahriar *et al* [13, 78]. Estudiaron la presencia de un medio con dispersión negativa en un interferómetro de Sagnac. Obtuvieron un aumento en la sensibilidad de la medida de la rotación absoluta en un factor de 10^6 . Interferómetros de este tipo tienen aplicaciones prometedoras en la detección de ondas gravitacionales.

1.6. Objetivos y metodología

El objetivo principal de la investigación de la que da cuenta esta memoria es el estudio de la propagación sublumínica y superlumínica de pulsos y señales sinusoidales de luz a través de fibras dopadas con iones de Er^{3+} . Debido a la interacción de la radiación con los iones de erbio, la velocidad de grupo de las señales puede diferir en varios órdenes de magnitud de la velocidad de la luz en el vacío c .

En concreto, se ha estudiado la influencia de los procesos de ganancia/absorción y de los fenómenos de transferencia de energía en la propagación sublumínica y superlumínica de señales sinusoidales y pulsos de luz en fibras altamente dopadas con iones de erbio (HEDFs). En estas fibras, los efectos no lineales de propagación son importantes, debido a la alta concentración de iones de Er^{3+} , y a la presencia de *clusters* de iones, que dan lugar a fenómenos de transferencia de energía (*upconversion*). El estudio de estos fenómenos ha sido imprescindible para interpretar los resultados experimentales obtenidos.

Por otro lado, se han buscado nuevos mecanismos que permitan mejorar la figura de mérito retardo/ancho de banda en fibras dopadas con erbio a temperatura ambiente. Se ha desarrollado una técnica, basada en la modulación de un haz de bombeo, que permite la mejora de los resultados anteriormente conseguidos en fibras dopadas con erbio. Se estudió teóricamente la implementación de esta técnica en otro sistema experimental, los amplificadores ópticos de semiconductor.

Complementariamente al estudio del retardo/adelanto, se han estudiado otros parámetros de la señal propagada, como el ensanchamiento y la distorsión, importantes para una posible implementación de la técnica en dispositivos tecnológicos.

La metodología de trabajo ha consistido en la realización de experimentos para medir la velocidad de grupo de señales propagándose en fibras dopadas

con erbio. La realización de simulaciones numéricas, así como el desarrollo de modelos analíticos, han permitido explicar los resultados obtenidos.

Con el fin de estudiar la dependencia de los retardos/avances con las propiedades de la fibra (dopaje, longitud), así como con las propiedades de la señal (anchura en el caso de los pulsos, frecuencia de modulación en el caso de señales sinusoidales, amplitud, cociente potencia de señal/potencia background) y con el bombeo óptico, se ha implementado un sistema experimental que permite la medida de adelantos y retardos de señales luminosas de ancho de banda variable que se propagan por las fibras, respecto de una señal de referencia.

Se ha desarrollado un modelo teórico a partir del modelo de oscilaciones coherentes de la población (CPO) particularizado para fibras dopadas con erbio, que incluye los fenómenos de upconvesion, para explicar los resultados experimentales. Para ciertas situaciones experimentales, este modelo permite obtener expresiones analíticas para el desfase debido a las CPO. Para las situaciones donde los efectos de propagación son importantes, las ecuaciones de propagación fueron resueltas numéricamente mediante simulaciones por ordenador.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo introduciremos el formalismo teórico necesario para el estudio de las oscilaciones coherentes de la población. Desarrollaremos un modelo teórico de CPO muy general, para un sistema de dos niveles, y posteriormente adaptaremos el modelo a las particularidades del ión de Er^{3+} . Nuestro enfoque está basado en las ecuaciones de movimiento de la matriz densidad en presencia de dos campos con una desintonía pequeña (del orden del inverso del tiempo de decaimiento del nivel superior). Las ecuaciones de movimiento de la matriz densidad surgen en el ámbito de la **teoría semiclásica de interacción luz-materia**.

2.1. Modelo de CPO en el marco de la teoría semiclásica de interacción luz-materia

El formalismo que utilizaremos para estudiar las oscilaciones coherentes de la población está basado en el modelo semiclásico de interacción luz-materia. La luz es considerada un campo clásico (onda electromagnética), y por tanto su evolución está dada por las ecuaciones de Maxwell en el medio material, mientras que la energía de la materia está cuantificada. Las ecuaciones conjuntas del campo clásico y la materia cuantificada se conocen como ecuaciones de Maxwell-Bloch [79]. Existen varios enfoques para estudiar un sistema de dos niveles en el marco de la teoría semiclásica, y nosotros utilizaremos el formalismo de la matriz densidad [80, 81]. La ventaja de este enfoque reside en que nos proporciona una descripción directa de la susceptibilidad compleja del sistema, y por tanto del índice de refracción.

Empezamos por obtener las ecuaciones dinámicas de un sistema de dos niveles con la interacción electromagnética [81]. La base de estados más apropiada es la base de autoestados del hamiltoniano del sistema libre H_0 , $|1\rangle$ y $|2\rangle$, cuyos autovalores son $\hbar\omega_1$ y $\hbar\omega_2$, respectivamente. $|1\rangle$ y $|2\rangle$ representan los niveles inferior y superior del sistema, respectivamente. El estado del sistema en cualquier instante de tiempo se representa por una función de onda, que es una superposición lineal de los posibles estados del sistema: $|\Psi(t)\rangle = C_1(t)|1\rangle + C_2(t)|2\rangle$, donde $C_1(t)$ y $C_2(t)$ son las amplitudes de probabilidad de encontrar el sistema en los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$, respectivamente. Éstas son funciones complejas. Consideramos un sistema cerrado, por lo que se cumple que $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$.

Al ser el átomo un sistema puro, la matriz densidad viene dada por $\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ [80]. Tomando los elementos de la matriz, tenemos que:

$$\rho_{11} = |C_1(t)|^2, \quad (2.1)$$

$$\rho_{22} = |C_2(t)|^2, \quad (2.2)$$

$$\rho_{21} = C_2(t)C_1^*(t), \quad (2.3)$$

$$\rho_{12} = \rho_{21}^*. \quad (2.4)$$

El significado de los elementos de la matriz densidad queda así claro: ρ_{11} y ρ_{22} son las probabilidades de que el sistema esté en el estado inferior o superior respectivamente. Utilizando la propiedad de la unidad de la traza [82] ($\rho_{11} + \rho_{22} = 1$), vemos que representan las poblaciones de los respectivos niveles normalizadas. Respecto a los elementos no diagonales (ecuaciones (2.3) y (2.4)), representan las coherencias de la transición. Si definimos la polarización del sistema como el valor esperado del operador momento dipolar [81]:

$$p(t) = e \langle \Psi(t) | r | \Psi(t) \rangle = \mu_{12} C_2 C_1^* + c.c. = \mu_{12} \rho_{21} + c.c. , \quad (2.5)$$

vemos que ρ_{21} y ρ_{12} determinan la polarización atómica. $\mu_{12} = e \langle 1 | r | 2 \rangle = \mu_{21}^*$ es el momento dipolar de la transición. Suponemos que no hay momentos dipolares permanentes ($\mu_{11} = \mu_{22} = 0$).

Ecuaciones de la matriz densidad para un átomo de dos niveles

En esta sección derivaremos las ecuaciones de movimiento de un átomo de dos niveles iluminado por un campo eléctrico. Consideramos el campo como una onda electromagnética plana monocromática $E(t)$, de frecuencia angular ω , casi resonante con la transición. La frecuencia de la transición será $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$, donde las frecuencias ω_1 y ω_2 están determinadas por la energía de los respectivos niveles del átomo sin interacción. Escribimos el Hamiltoniano total del sistema como la suma del Hamiltoniano libre más una parte de interacción: $H = H_0 + H_1$, donde [81]:

$$H_0 = \hbar\omega_1 |1\rangle \langle 1| + \hbar\omega_2 |2\rangle \langle 2| . \quad (2.6)$$

La parte de interacción está dada por el Hamiltoniano de acoplamiento mínimo en aproximación dipolar $\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}$. Considerando que el campo está polarizado en la dirección x , tenemos [81]:

$$H_1 = -exE(t) = -(\mu_{12} |1\rangle \langle 2| + \mu_{21} |2\rangle \langle 1|) E(t) . \quad (2.7)$$

La evolución de la matriz densidad viene dada por la ecuación de Liouville-Von Neumann [81]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] . \quad (2.8)$$

Desarrollando la ecuación (2.8) con el Hamiltoniano total (ecuaciones (2.6) y (2.7)), las ecuaciones de evolución que se obtienen son:

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = \frac{1}{\tau} \rho_{22} + i \frac{E}{\hbar} (\mu_{12} \rho_{21} - \mu_{21} \rho_{12}) , \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = -\frac{1}{\tau} \rho_{22} + i \frac{E}{\hbar} (\mu_{21} \rho_{12} - \mu_{12} \rho_{21}) , \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -(\gamma_{21} + i\omega_{21}) \rho_{21} - i \frac{E}{\hbar} \mu_{21} (\rho_{22} - \rho_{11}) , \quad (2.11)$$

donde hemos incorporado en las ecuaciones los procesos de relajación fenológicamente [81]¹. Asumimos que la población del nivel $|1\rangle$ no decae a ningún nivel inferior (es decir, que se trata del nivel fundamental). El nivel excitado decae espontáneamente con una tasa Γ_{21} , por lo que el tiempo de vida del nivel excitado será $\tau = 1/\Gamma_{21}$. Para los elementos no diagonales de la matriz densidad asumimos un tiempo de decoherencia $T_2 = 1/\gamma_{21}$. Asumiendo la condición de sistema cerrado, $\rho_{11} + \rho_{22} = 1$, nuestro sistema de tres ecuaciones se reduce a uno de dos. Escribimos las ecuaciones en función de la variable $W = \rho_{22} - \rho_{11}$, que representa la inversión de población normalizada a la población total.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{W+1}{\tau} + \frac{2i}{\hbar}E(\mu_{21}\rho_{12} - \mu_{12}\rho_{21}), \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -(\gamma_{21} + i\omega_{21})\rho_{21} - i\frac{E}{\hbar}\mu_{21}W. \quad (2.13)$$

Suponemos un campo monocromático de la forma:

$$E(t) = \frac{1}{2}\tilde{E}(t)e^{-i\omega t} + c.c., \quad (2.14)$$

donde $\tilde{E}(t)$ es la amplitud lentamente variable. Podemos descomponer la coherencia en una parte que vibra a la frecuencia del campo, y otra lentamente variable: $\rho_{21} = \tilde{\rho}_{21}e^{-i\omega t}$. Con este cambio de variable, las ecuaciones de la inversión de población y la coherencia lentamente variable quedan finalmente:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{W+1}{\tau} + \frac{i}{\hbar}\tilde{E}(\mu_{21}\tilde{\rho}_{12} - \mu_{12}\tilde{\rho}_{21}), \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_{21}}{\partial t} = -(\gamma_{21} + i\Delta)\tilde{\rho}_{21} - i\frac{\tilde{E}}{2\hbar}\mu_{21}W, \quad (2.16)$$

donde $\Delta = \omega_{21} - \omega$ es la desintonía del campo respecto de la transición. Para simplificar las ecuaciones, introducimos la cantidad $\Omega = \mu_{21}\tilde{E}/2\hbar$, conocida como “frecuencia de Rabi”.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{W+1}{\tau} + 2i(\Omega\tilde{\rho}_{12} - \Omega^*\tilde{\rho}_{21}), \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_{21}}{\partial t} = -(\gamma_{21} + i\Delta)\tilde{\rho}_{21} - i\Omega W. \quad (2.18)$$

Oscilaciones coherentes de la población

Como se ha señalado en la introducción, al saturar una transición con ensanchamiento homogéneo mediante un campo intenso resonante, bajo ciertas

¹Para una descripción rigurosa de la emisión espontánea, es necesario considerar la interacción de la materia con el campo de vacío cuantificado en el que está inmersa. [80].

circunstancias aparece un hueco en el espectro de absorción de la transición [31]. Boyd *et al* demostraron posteriormente [33] que la existencia del hueco se debe a oscilaciones de la población entre los dos niveles de la transición, causadas por la interferencia del campo intenso resonante con un campo prueba, cuando la diferencia de frecuencias es del orden del tiempo de relajación de la población. Siguiendo a Boyd *et al*, para estudiar las propiedades de este hueco, y la dispersión en el índice asociada a él, estudiaremos la respuesta del sistema de dos niveles iluminado con un campo de control E_c de frecuencia ω , a un campo prueba E_p de frecuencia ligeramente diferente $\omega_p = \omega + \delta$, donde δ es la frecuencia de batido entre los dos campos.

Escribimos el campo eléctrico (2.14) como:

$$E(t) = \frac{1}{2} \left(\tilde{E}_c + \tilde{E}_p e^{-i\delta t} \right) e^{-i\omega t} + c.c. . \quad (2.19)$$

Por tanto la frecuencia de Rabi de las ecuaciones (2.17) y (2.18) vendrá dada por:

$$\Omega = \Omega_c + \Omega_p e^{-i\delta t} . \quad (2.20)$$

Debido a la interferencia entre los campos control y prueba, la intensidad del campo total (2.19) está modulada con la frecuencia de batido δ . A partir de las ecuaciones (2.17) y (2.18), vemos que si δ es menor o del orden de la tasa de decaimiento del nivel excitado Γ_{21} , la población y las coherencias oscilarán siguiendo a esta modulación. Las soluciones en el estado estacionario de (2.17) y (2.18) vendrán dadas por términos oscilando a frecuencias múltiplo de δ . Vamos a hacer la aproximación de que $|\Omega_p| \ll |\Omega_c|$, e intentaremos buscar una solución exacta para el campo de control y correcta en primer orden para el campo prueba. Para ello, utilizamos la expansión de Floquet en armónicos de la frecuencia de batido δ de la forma:

$$W = W_0 + W^+ e^{-i\delta t} + W^- e^{i\delta t} , \quad (2.21)$$

$$\tilde{\rho}_{21} = \tilde{\rho}_{21}^0 + \tilde{\rho}_{21}^+ e^{-i\delta t} + \tilde{\rho}_{21}^- e^{i\delta t} , \quad (2.22)$$

donde suponemos que $|W^+|, |W^-| \ll |W_0|$, y que $|\tilde{\rho}_{21}^+|, |\tilde{\rho}_{21}^-| \ll |\tilde{\rho}_{21}^0|$. Introducimos las soluciones en (2.17) y (2.18) e igualamos los términos con la misma dependencia temporal. Obtenemos las siguientes soluciones para W_0 y $\tilde{\rho}_{21}^0$ (cuando sólo el campo de control está presente):

$$W_0 = - \frac{1 + (\Delta T_2)^2}{1 + (\Delta T_2)^2 + 4\tau T_2 |\Omega_c|^2} , \quad (2.23)$$

$$\tilde{\rho}_{21}^0 = -i \frac{\Omega_c T_2 W_0}{1 + i\Delta T_2} . \quad (2.24)$$

Y para los términos oscilantes:

$$\tilde{\rho}_{21}^+ = \frac{\Omega_c W^+ + \Omega_p W_0}{(\delta - \Delta) + i/T_2}, \quad (2.25)$$

$$\tilde{\rho}_{21}^- = -\frac{\Omega_c W^-}{(\Delta + \delta) - i/T_2}, \quad (2.26)$$

$$W^+ = \frac{2\Omega_c^* \Omega_p W_0 \tau T_2 (T_2 \delta + 2i)(\Delta T_2 + \delta T_2 + i)}{D(\delta)(\Delta T_2 + i)}, \quad (2.27)$$

$$W^- = (W^+)^*, \quad (2.28)$$

donde hemos definido la función $D(\delta) = (\delta\tau + i)(\delta T_2 + \Delta T_2 + i)(\delta T_2 - \Delta T_2 + i) - 4|\Omega_c|^2 \tau T_2 (\delta T_2 + i)$. Para conocer la respuesta del átomo a la frecuencia del campo prueba, estudiamos $\tilde{\rho}_{21}^+$ (ecuación (2.25)). Vemos que esta coherencia lentamente variable tiene una parte constante proporcional al campo prueba y a la diferencia de población ($\Omega_p W_0$), y un término $\Omega_c W^+$, cuyo significado es que se produce un *scattering* del campo de control (de frecuencia ω) en la red temporal creada por las oscilaciones coherentes de la población (de frecuencia δ). Sustituyendo W_0 y W^+ , tenemos:

$$\tilde{\rho}_{21}^+ = \frac{\Omega_p T_2 W_0}{D(\delta)} \left[(\delta\tau + i)(\delta T_2 + \Delta T_2 + i) + 2|\Omega_c|^2 T_2 \tau \left(\frac{\delta T_2}{\Delta T_2 + i} \right) \right]. \quad (2.29)$$

Podemos definir también la cantidad adimensional $\hat{I}_c = 4\tau T_2 |\Omega_c|^2$, que representa la intensidad del campo de control, adimensionalizada a la intensidad de saturación: $\hat{I}_c = I_c / I_{sat}$. Expresando la frecuencia de Rabi en función de la amplitud del campo, y utilizando la definición de intensidad óptica [83], $I_c = (1/2)c\epsilon_0 |\tilde{E}_c|^2$, obtenemos la siguiente expresión para la intensidad de saturación del sistema de dos niveles:

$$I_{sat} = \frac{\hbar^2 c \epsilon_0}{2\tau T_2 |\mu_{21}|^2}. \quad (2.30)$$

Si suponemos que no hay desintonía entre el campo de control y la transición ($\Delta = 0$), podemos simplificar (2.29):

$$\tilde{\rho}_{21}^+ = -\frac{\Omega_p T_2}{(1 + \hat{I}_c)} \frac{(\delta\tau + i)(\delta T_2 + i) - i\hat{I}_c \delta T_2 / 2}{(\delta\tau + i)(\delta T_2 + i)^2 - \hat{I}_c (\delta T_2 + i)}. \quad (2.31)$$

Como hemos visto anteriormente, las coherencias ρ_{21} y ρ_{12} nos dan la polarización microscópica (ecuación (2.5)). La polarización macroscópica del material viene dada por $\mathcal{P} = N_a [\mu_{12} \rho_{21} + \mu_{21} \rho_{12}]$, donde N_a es la densidad total de átomos por unidad de volumen. Sustituyendo las coherencias de la ecuación (2.22) en la polarización macroscópica, vemos que el término $\mathcal{P}_p = N_a \mu_{12} \tilde{\rho}_{21}^+$ es la parte de la polarización macroscópica que oscila a la frecuencia del campo prueba.

La susceptibilidad óptica del medio nos da información sobre la respuesta del material al campo incidente, y se define como la constante de proporcionalidad entre la polarización y el campo que la induce. Para el campo prueba, $\mathcal{P}_p = \epsilon_0 \chi \tilde{E}_p / 2$, y por tanto, tenemos que $\chi(\omega_p) = 2\mathcal{P}_p / \epsilon_0 \tilde{E}_p = 2N_a \mu_{21} \tilde{\rho}_{21}^+ / \epsilon_0 \tilde{E}_p$. Sustituyendo la expresión (2.31), obtenemos que la susceptibilidad para el campo prueba es:

$$\chi(\omega_p) = -\frac{N_a |\mu_{21}|^2 T_2}{\epsilon_0 \hbar (1 + \hat{I}_c)} \frac{(\delta\tau + i)(\delta T_2 + i) - i\hat{I}_c \delta T_2 / 2}{(\delta\tau + i)(\delta T_2 + i)^2 - \hat{I}_c (\delta T_2 + i)}. \quad (2.32)$$

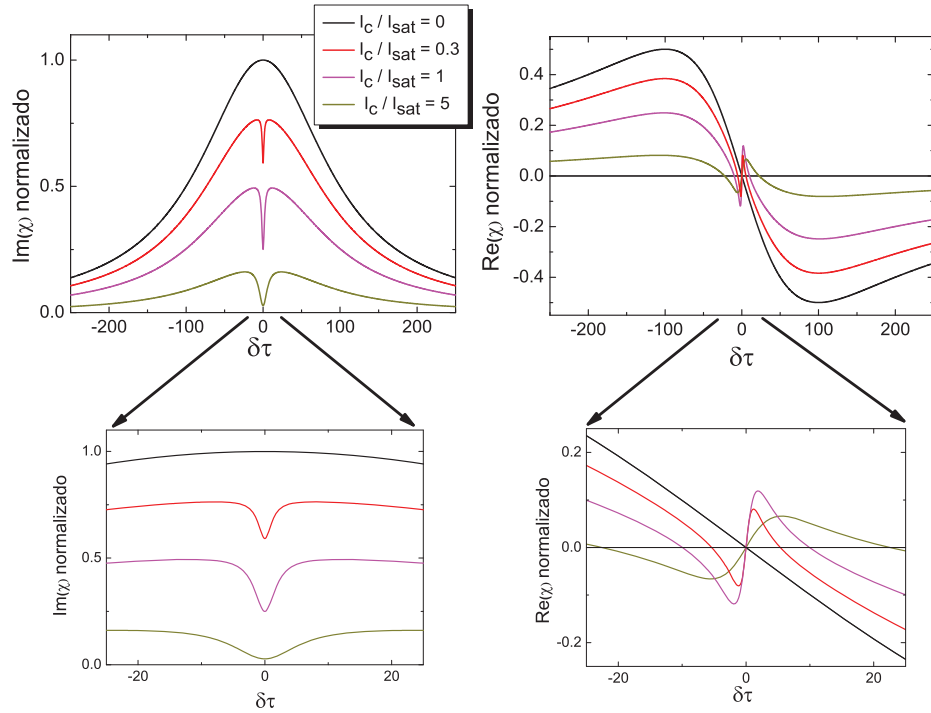


Figura 2.1: Parte superior: Partes imaginaria (izquierda) y real (derecha) de la susceptibilidad normalizadas a $N_a |\mu_{21}|^2 T_2 / \epsilon_0 \hbar$ en función de la frecuencia de batido δ , para $T_2 = 0.01\tau$. Parte inferior: Zoom de las partes imaginaria y real de la susceptibilidad, en las frecuencias cercanas al hueco de CPO.

En la figura 2.1 se han representado las partes imaginaria (izquierda) y real (derecha) de $\chi(\omega_p)$ en función de la frecuencia de batido δ para un sistema con $T_2 = 0.01\tau$ y diferentes valores para la intensidad del campo de control. Las partes real e imaginaria de la susceptibilidad están normalizadas a $N_a |\mu_{21}|^2 T_2 / \epsilon_0 \hbar$. Hemos visto en la introducción que la parte imaginaria es proporcional a la absorción, mientras que la parte real es proporcional al índice de refracción. Sin aplicar el campo de control ($\hat{I}_c = 0$), vemos una curva de absorción con ensan-

chamiento homogéneo (anchura $1/T_2$), centrada en la frecuencia de la transición. En la parte real tenemos la curva de dispersión asociada a los picos de absorción, con dispersión anómala ($\partial n/\partial\omega < 0$) en el centro y dispersión normal ($\partial n/\partial\omega > 0$) en las alas de la curva. Al aplicar el campo de control, hay una disminución general de la absorción (por la saturación del medio), acompañada de la aparición de un hueco estrecho en el perfil de absorción del campo prueba, que tiene asociada una zona de dispersión normal en la zona de frecuencias en torno al hueco (ver figura 2.1, inferior). La anchura del hueco es del orden de $1/\tau$, y se ensancha con la intensidad aplicada. Vemos que la máxima dispersión en el índice se alcanza cuando $\hat{I}_c = 1$ (línea magenta), es decir, cuando la intensidad del campo de control alcanza la intensidad de saturación. En esta situación, la profundidad del hueco es máxima.

Podemos hacer una aproximación para tener una expresión sencilla de la forma del hueco, que es aplicable en la mayoría de los materiales en los que se observa CPO. En sistemas donde el tiempo de decoherencia es mucho más rápido que la evolución de la población (como sólidos dopados con tierras raras a temperatura ambiente), podemos suponer que $1/T_2 \gg \Omega_c, |\delta|$ en la ecuación (2.32) (lo que equivale a eliminar adiabáticamente la evolución de la coherencia ρ_{21} en la ecuación (2.18)). De esta manera, obtenemos la expresión para la susceptibilidad [22]:

$$\chi(\omega_p) = i \frac{N_a |\mu_{21}|^2 T_2}{\epsilon_0 \hbar} \frac{1}{\hat{\omega}_0} \left[1 - \frac{\hat{I}_c}{\hat{\omega}_0 - i\delta\tau} \right], \quad (2.33)$$

donde se ha definido $\hat{\omega}_0 = 1 + \hat{I}_c$. Esta cantidad adimensional se conoce como “frecuencia óptima de CPO”. Podemos ver en la expresión (2.33) que $\hat{\omega}_0/\tau$ es una medida de la anchura del hueco creado por CPO, es decir, que da cuenta del rango de frecuencias que van a sufrir CPO. Para intensidades pequeñas (menores que la intensidad de saturación), la anchura del hueco viene determinada por el tiempo de vida del nivel superior de la transición, y podemos ver claramente cómo el hueco se ensancha con la intensidad del campo de control. A partir de la parte imaginaria de la susceptibilidad podemos calcular la absorción:

$$\alpha(\delta) \simeq \frac{\omega_p}{2c} \text{Im}(\chi) \simeq \frac{\omega}{2c} \text{Im}(\chi) = \frac{\alpha_0}{2} \frac{1}{\hat{\omega}_0} \left[1 - \frac{\hat{I}_c \hat{\omega}_0}{(\hat{\omega}_0)^2 + (\delta\tau)^2} \right], \quad (2.34)$$

donde $\alpha_0 = N_a \omega |\mu_{21}|^2 T_2 / \epsilon_0 \hbar c$ es el coeficiente de absorción no saturado. A partir de esta fórmula vemos que en aproximación adiabática el hueco de CPO nunca puede llegar a ser transparente completamente. Sin embargo, los procesos decoherentes no destruyen completamente el hueco, por lo que podremos observar retardos a temperatura ambiente con esta técnica. Podemos calcular el índice para el campo prueba como $n \simeq 1 + \text{Re}(\chi)/2$. A partir del índice de refracción podemos calcular el desfase que experimentará el campo prueba al

propagarse una distancia L por este medio (sin considerar absorción sobre los campos, en la llamada “aproximación *undepleted*”):

$$\phi = \frac{\omega_p}{c}(1-n)L \simeq \frac{\omega}{c}(1-n)L = -\frac{\alpha_0 L}{2} \frac{\hat{I}_c \delta \tau}{\hat{\omega}_0 [\hat{\omega}_0^2 + (\delta \tau)^2]}. \quad (2.35)$$

En la figura 2.2 representamos el desfase en función de $\delta \tau$ para tres intensidades del campo de control. Podemos ver que para frecuencias de batido en torno al hueco el desfase es negativo (propagación sublumínica), debido a que para estas frecuencias la dispersión es normal.

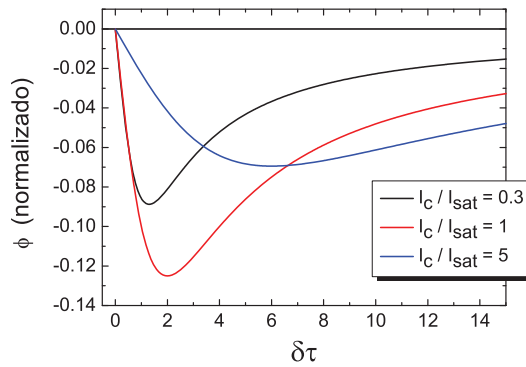


Figura 2.2: Desfase ϕ (ecuación (2.35)) normalizado a $\alpha_0 L/2$ en función de la frecuencia de batido δ normalizada con $1/\tau$.

Para una intensidad dada existe una frecuencia de batido óptima, para la cual la curva del desfase presenta un mínimo. Esta frecuencia de batido óptima es la anteriormente definida “frecuencia óptima de CPO”, y viene dada por $(1 + \hat{I}_c)/\tau$. En la gráfica se aprecia como al aumentar la intensidad del campo de control aplicada aumenta la frecuencia de batido óptima. Hay una intensidad óptima ($I_c = I_{sat}$) para la cual el desfase en $\delta = \hat{\omega}_0/\tau$ es máximo. Si continuamos aumentando la intensidad del campo de control, ensanchamos el hueco, y por tanto el ancho de banda de las señales que podemos frenar con esta técnica, pero logramos un menor retardo.

2.2. Reducción del modelo semiclásico a ecuaciones de balance

Para obtener la expresión (2.33) hemos considerado que $1/T_2 \gg \Omega_c, |\delta|$. En sistemas con un tiempo de decoherencia muy rápido comparado con la evolución de la población, podemos eliminar la variación de la coherencia $\tilde{\rho}_{21}$ de manera adiabática, y trabajar en la aproximación de la ecuación de balance [22, 84].

Vamos a profundizar más en esta aproximación, pues es válida en la gran mayoría de los sistemas considerados en este y otros trabajos de CPO² [12, 22], y nos permitirá deducir expresiones sencillas para la absorción y el índice de cada componente espectral de la señal.

Partimos de las ecuaciones de movimiento de la inversión de población W (2.17) y de la coherencia $\tilde{\rho}_{21}$ (2.18). Eliminando adiabáticamente la coherencia, tenemos que:

$$\tilde{\rho}_{21} \simeq -i \frac{\Omega W}{\gamma_{21} + i\Delta}. \quad (2.36)$$

Introduciendo esta expresión en la ecuación (2.17), obtenemos una ecuación de balance para W :

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{W+1}{\tau} - \frac{4|\Omega|^2 \gamma_{21} W}{(\gamma_{21})^2 + \Delta^2}, \quad (2.37)$$

que en resonancia ($\Delta = 0$), se simplifica como:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{W+1}{\tau} - \frac{\hat{I}}{\tau} W, \quad (2.38)$$

donde $\hat{I} = 4T_2\tau|\Omega|^2$ es la intensidad normalizada a la intensidad de saturación definida anteriormente (ecuación (2.30)). Como se ha visto anteriormente, $W = \rho_{22} - \rho_{11}$ representa la diferencia de población entre los niveles $|2\rangle$ y $|1\rangle$, normalizada a la población total.

Hemos obtenido la ecuación (2.38) a partir del modelo semiclásico, eliminando la variación de la coherencia $\tilde{\rho}_{21}$ de manera adiabática. A esta ecuación podemos llegar directamente utilizando una ecuación de balance que tenga en cuenta los procesos de absorción estimulada y emisión espontánea y estimulada. Como en los trabajos presentados en esta memoria se emplean los dos modelos, vamos a compararlos para saber cómo se relacionan las distintas constantes que aparecen.

Tomando por ejemplo la población del nivel excitado n_2 (normalizada a la densidad total N_a), calculamos su evolución teniendo en cuenta los siguientes procesos:

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = \left(\frac{\partial n_2}{\partial t} \right)_{\text{emisión espontánea}} + \left(\frac{\partial n_2}{\partial t} \right)_{\text{emisión estimulada}} + \left(\frac{\partial n_2}{\partial t} \right)_{\text{absorción estimulada}}. \quad (2.39)$$

Supongamos que irradiamos el medio con un haz de intensidad I y frecuencia angular ω . La densidad de átomos en el estado fundamental normalizada a la

²Por ejemplo, en la transición ${}^4\text{I}_{13/2} - {}^4\text{I}_{15/2}$ de los iones de Er^{3+} que dopan una fibra de Al_2SiO_2 , T_2 es del orden de los picosegundos a temperatura ambiente, mientras que el valor típico de τ es de unos 10 ms [47].

densidad total es n_1 . Por tanto, $n_1 + n_2 = 1$, y $W = n_2 - n_1$.

La variación de la población del nivel excitado n_2 debida a la emisión espontánea viene dada por la tasa de decaimiento $\Gamma_{21} = 1/\tau$, multiplicada por el número de átomos en el nivel excitado [79]. La variación debida a la emisión estimulada viene dada por la tasa de emisión estimulada Γ_e multiplicada por el número de átomos en el nivel excitado. La variación debida a la absorción estimulada viene dada por la tasa de absorción Γ_a multiplicada por el número de átomos en el nivel fundamental n_1 :

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = -\frac{n_2}{\tau} - \Gamma_e n_2 + \Gamma_a (1 - n_2). \quad (2.40)$$

Las tasas de absorción y emisión estimulada vienen dadas por [85]:

$$\Gamma_e = \frac{\sigma_{21} I}{\hbar \omega}, \quad \Gamma_a = \frac{\sigma_{12} I}{\hbar \omega}. \quad (2.41)$$

Donde σ_{12} y σ_{21} son las secciones eficaces de absorción y emisión, respectivamente ³. Sustituyendo (2.41) en la ecuación (2.40), y reescribiéndola en función de la inversión de población $W = 2n_2 - 1$, obtenemos una ecuación idéntica a (2.38), con una intensidad de saturación dada por:

$$I_{sat} = \frac{\hbar \omega}{\tau(\sigma_{21} + \sigma_{12})}. \quad (2.42)$$

De esta forma tenemos la intensidad de saturación definida en función de parámetros más fáciles de determinar experimentalmente que el momento dipolar μ_{21} , como son las secciones eficaces de emisión y absorción. Comparando la ecuación (2.42) con la intensidad de saturación (2.30) definida en la sección 2.1, podemos estimar el valor del momento dipolar en función de las secciones eficaces de la transición:

$$|\mu_{21}|^2 = \frac{\hbar \epsilon_0 c (\sigma_{21} + \sigma_{12})}{2T_2 \omega}. \quad (2.43)$$

En la siguiente sección veremos que la ecuación de balance proporciona un método sencillo de estudiar los retardos (luz lenta) o adelantos (luz rápida) provocados por CPO.

³En un sistema de dos niveles perfecto, las secciones eficaces de emisión y absorción serían iguales, por la igualdad de los coeficientes de Einstein. Sin embargo, en un sistema real, las curvas espectrales de las secciones eficaces de emisión y absorción son en principio distintas [47], debido a la degeneración de los niveles de energía y la diferencia de poblaciones entre los subniveles.

2.3. Modelo de CPO basado en ecuaciones de balance

En todos los trabajos experimentales presentados en esta memoria, el sistema físico donde se ha observado luz lenta y luz rápida por medio de oscilaciones coherentes de la población son las fibras dopadas con erbio (EDFs). El ión Er^{3+} que dopa las fibras puede modelarse como un sistema de 3 niveles, y podemos estudiar las CPO por medio de la ecuación de balance de este sistema [12]. En el próximo capítulo veremos con más detalle las características de los niveles electrónicos del ión de Er^{3+} ; por el momento estudiaremos la propagación de señales a través del sistema mostrado en la figura 2.3. Tenemos dos haces, uno al que llamaremos señal, de potencia P_s y longitud de onda λ_s , resonante con la transición $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$, y otro haz de potencia P_p y longitud de onda λ_p , que bombea la población del nivel $|1\rangle$ al nivel $|3\rangle$. Este nivel decae con un tiempo de vida rápido τ_{32} al nivel $|2\rangle$.

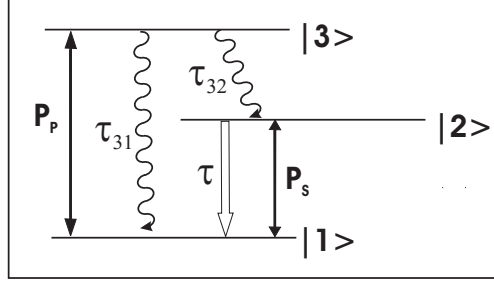


Figura 2.3: Sistema de tres niveles con un haz señal de potencia P_s y un haz de bombeo de potencia P_p .

Las ecuaciones de balance para cada uno de los niveles son:

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{N_2}{\tau} + \frac{N_3}{\tau_{31}} - R_{13}N_1 + R_{31}N_3 - \Gamma_{12}N_1 + \Gamma_{21}N_2, \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = -\frac{N_2}{\tau} + \frac{N_3}{\tau_{32}} + \Gamma_{12}N_1 - \Gamma_{21}N_2, \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial t} = -\frac{N_3}{\tau_{31}} - \frac{N_3}{\tau_{32}} - R_{31}N_3 + R_{13}N_1. \quad (2.46)$$

N_1 , N_2 y N_3 son las densidades de población de los estados $|1\rangle$, $|2\rangle$ y $|3\rangle$ respectivamente. Γ_{12} y Γ_{21} son las tasas de absorción y emisión estimulada de la transición $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$, respectivamente, mientras que R_{13} y R_{31} son estas mismas tasas para la transición $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$.

En el caso del ión Er^{3+} a temperatura ambiente, la transición $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ es fundamentalmente no radiativa, con un decaimiento del orden de los picosegundos, frente a una tasa de decaimiento radiativo de 100 s^{-1} [47]. Por tanto,

prácticamente toda la población en el estado $|3\rangle$ decae al estado $|2\rangle$. El estado $|2\rangle$ es metaestable, con un tiempo de vida de $\tau = 10.5 \times 10^{-3}$ s, y decae al estado fundamental de forma radiativa. En la escala de tiempos en la que estamos interesados (τ), podemos eliminar adiabáticamente la población en el nivel $|3\rangle$, obteniendo las ecuaciones:

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{N_2}{\tau} - R_{13}N_1 - \Gamma_{12}N_1 + \Gamma_{21}N_2, \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = -\frac{N_2}{\tau} + R_{13}N_1 + \Gamma_{12}N_1 - \Gamma_{21}N_2. \quad (2.48)$$

Con la condición de sistema cerrado, $N_1 + N_2 + N_3 \simeq N_1 + N_2 = N_a$, reducimos el sistema (2.47)-(2.48) a una sola ecuación. Escribimos la ecuación de N_1 , normalizada a la densidad total de población N_a ($n_1 = N_1/N_a$):

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = \frac{1 - n_1}{\tau} - R_{13}n_1 - \Gamma_{12}n_1 + \Gamma_{21}(1 - n_1). \quad (2.49)$$

La tasa de absorción de la transición $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ viene dada por $R_{13} = P_p\sigma_{13}/(\hbar\omega_p A_p)$, mientras que las tasas de absorción y emisión estimulada de la transición $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ son $\Gamma_{12} = P_s\sigma_{12}/(\hbar\omega_s A_s)$ y $\Gamma_{21} = P_s\sigma_{21}/(\hbar\omega_s A_s)$ respectivamente [85]. A_s y A_p son las áreas de los modos de la señal y del bombeo, respectivamente, y $\omega_{s,p} = 2\pi c/\lambda_{s,p}$. Sustituyendo, obtenemos la ecuación:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = \frac{1 - n_1}{\tau} - \frac{P_p\sigma_{13}}{\hbar\omega_p A_p} n_1 - \frac{P_s(\sigma_{12} + \sigma_{21})}{\hbar\omega_s A_s} n_1 + \frac{P_s(\sigma_{12} + \sigma_{21})}{\hbar\omega_s A_s} \frac{\beta_s}{1 + \beta_s}, \quad (2.50)$$

donde hemos definido $\beta_s = \sigma_{21}/\sigma_{12}$. Podemos escribir esta ecuación en función de las potencias normalizadas a la potencia de saturación $\hat{P}_{s,p} = P_{s,p}/P_{s,p}^{sat}$:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = \frac{1 - n_1}{\tau} - \hat{P}_p \frac{n_1}{\tau} - \frac{\hat{P}_s}{\tau} \left[n_1 - \frac{\beta_s}{1 + \beta_s} \right], \quad (2.51)$$

donde $P_s^{sat} = \hbar\omega_s A_s/(\tau(\sigma_{21} + \sigma_{12}))$ y $P_p^{sat} = \hbar\omega_p A_p/(\tau\sigma_{13})$.

En el análisis hecho en la sección 2.1, considerábamos la interferencia de dos campos distintos cuya diferencia de frecuencias (la frecuencia de batido) era del orden del inverso del tiempo de relajación de la población. Esto es equivalente a incidir con un sólo campo modulado en potencia, donde la frecuencia de modulación corresponde a la frecuencia de batido en el modelo anterior. A continuación vamos a estudiar como, debido al hueco originado por las CPO, la parte modulada de la señal se propaga con un coeficiente de absorción complejo, que introduce un desfase adicional al de la propagación “normal”, es decir, sin hueco.

Primero establecemos la variación de la potencia del haz señal al atravesar una lámina de este medio, de espesor infinitesimal dz y área transversal A_c (en el caso de una EDF, A_c es el área del núcleo). Suponemos que cada átomo del nivel

fundamental tiene una sección eficaz de absorción para la radiación incidente σ_{12} , por lo que el área de absorción total será el número total de átomos en el estado fundamental multiplicado por la sección eficaz de absorción: $N_1 A_c dz \sigma_{12}$. La variación de potencia debida a la absorción al atravesar un espesor dz será por tanto el área de absorción total multiplicada por la potencia por unidad de área (intensidad): $dP_s = -N_1 A_c dz \sigma_{12} (P_s/A_s)$. Por otra parte, cada átomo en el nivel excitado emite fotones de longitud de onda λ_s con una sección eficaz de emisión σ_{21} , por lo que el área de emisión total es el número total de átomos en el estado excitado multiplicado por la sección eficaz: $N_2 A_c dz \sigma_{21}$, y la variación de la potencia debida a la emisión al atravesar dz será: $dP_s = N_2 dz \sigma_{21} (P_s/A_s)$. La variación total de la potencia dP_s al atravesar dz puede escribirse como una ecuación de balance entre la absorción debida a las transiciones de átomos del nivel fundamental al excitado, y las emisiones debidas a los átomos que decaen desde el nivel excitado [79]:

$$dP_s = \sigma_{21} \eta_s N_2 dz P_s - \sigma_{12} \eta_s N_1 dz P_s, \quad (2.52)$$

donde hemos definido $\eta_s = A_c/A_s$. Definiendo el coeficiente de absorción no saturada para la señal como $\alpha_s = \eta_s \sigma_{12} N_a$, reescribimos la ecuación (2.52) como:

$$\frac{\partial \hat{P}_s}{\partial z} = \alpha_s [\beta_s - (\beta_s + 1) n_1] \hat{P}_s, \quad (2.53)$$

donde hemos escrito la potencia normalizada a la potencia de saturación P_s^{sat} . En cuanto a la ecuación de propagación del bombeo, debido al rápido decaimiento de la población del nivel $|3\rangle$ al nivel $|2\rangle$, la emisión espontánea $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ es despreciable, y sólo interviene el proceso de absorción, cuya sección eficaz es σ_{13} :

$$\frac{\partial \hat{P}_p}{\partial z} = -\alpha_p n_1 \hat{P}_p, \quad (2.54)$$

donde $\alpha_p = \eta_p \sigma_{13} N_a$ es el coeficiente de absorción no saturada para el bombeo, y $\eta_p = A_c/A_p$.

Escribimos la potencia de la señal en las ecuaciones (2.51), (3.1) y (3.2) como una parte DC y una parte modulada, a la frecuencia δ :

$$\hat{P}_s = \hat{P}_{sc} + \hat{P}_{sm} e^{-i\delta t} + \hat{P}_{sm}^* e^{i\delta t}. \quad (2.55)$$

Si δ es del orden de $1/\tau$, la población del nivel fundamental se verá modulada de la misma manera, por lo que introducimos en la ecuación de balance (2.51) una solución de la forma $n_1 = n_{1c} + n_{1m} e^{-i\delta t} + n_{1m}^* e^{i\delta t}$. Cabe decir que la modulación de la población del nivel fundamental provoca la modulación del haz de bombeo a medida que este se propaga, por lo que tendríamos que escribir en la ecuación de balance (2.51) y en la ecuación de propagación (3.2) la potencia de bombeo como $\hat{P}_p = \hat{P}_{pc} + \hat{P}_{pm} e^{-i\delta t} + c.c.$ Este efecto, que se conoce como *temporal*

pump depletion (TPD), suele despreciarse en la mayoría de los trabajos de CPO [12, 36] por sencillez. Provoca una sobreestimación en los valores absolutos de la velocidad de grupo en fibras largas con un bombeo alto [86]. Sin tener en cuenta el TPD, las partes constante y modulada de la población son:

$$n_{1c} = \frac{1 + \hat{P}_{sc} \left(\frac{\beta_s}{1 + \beta_s} \right)}{1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p}, \quad (2.56)$$

$$n_{1m} = -\frac{\hat{P}_{sm}}{(1 + \beta_s)(1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p)} \frac{1 - \beta_s \hat{P}_p}{1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p - i\delta\tau}. \quad (2.57)$$

Introduciendo estas soluciones en la ecuación de propagación de la potencia de la señal (3.1), obtenemos que las ecuaciones de propagación de las partes DC y modulada vienen dadas por:

$$\frac{\partial \hat{P}_{sc}}{\partial z} = -\alpha_s \left(\frac{1 - \beta_s \hat{P}_p}{1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p} \right) \hat{P}_{sc}, \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{P}_{sm}}{\partial z} &= -\frac{\alpha_s(1 - \beta_s \hat{P}_p)}{1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p} \left(1 - \frac{\hat{P}_{sc}}{1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p - i\delta\tau} \right) \hat{P}_{sm} \\ &\equiv \alpha_{sm} \hat{P}_{sm}. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Debido a que el coeficiente de absorción de la parte modulada α_{sm} es complejo, aparece un desfase adicional con la propagación. Si escribimos la parte modulada como $\hat{P}_{sm} = |\hat{P}_{sm}|e^{-i\varphi_{sm}}$, tenemos que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial |\hat{P}_{sm}|}{\partial z} &= \text{Re}(\alpha_{sm}) |\hat{P}_{sm}| \\ &= -\frac{\alpha_s(1 - \beta_s \hat{P}_p)}{1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p} \left(1 - \frac{\hat{P}_{sc}(1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p)}{(1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p)^2 + (\delta\tau)^2} \right) |\hat{P}_{sm}| \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_{sm}}{\partial z} &= -\text{Im}(\alpha_{sm}) \\ &= -\frac{\alpha_s(1 - \beta_s \hat{P}_p)}{1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p} \frac{\hat{P}_{sc}\delta\tau}{(1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p)^2 + (\delta\tau)^2}. \end{aligned} \quad (2.61)$$

La ecuación (2.61) nos da el retardo que experimenta la parte modulada de la señal al propagarse una distancia z por la fibra, debido a las oscilaciones coherentes de la población. Podemos observar como para potencias de bombeo suficientemente altas ($\hat{P}_p > 1/\beta_s$), el desfase es positivo, y tendremos propagación superlumínica. Para estas potencias de bombeo, el coeficiente de absorción (parte real de $\alpha_{sm}(\delta)$) es positivo, lo que quiere decir que hay ganancia, y el efecto de las CPO es la creación de un hueco en la curva de ganancia. La anchura de este hueco está dada por la anteriormente definida “frecuencia óptima

de CPO” (la frecuencia de modulación para la cual el desfase en valor absoluto será máximo), $(1/\tau)(1 + \hat{P}_{sc} + \hat{P}_p)$. Como hemos visto en la introducción, en una curva de ganancia la dispersión es normal, y la creación del hueco hace que las frecuencias que están dentro del hueco sufran dispersión anómala, y por tanto luz rápida. En la figura 2.4 se ha representado el desfase que experimenta la parte modulada (la parte imaginaria de α_{sm} con signo negativo), en función de la frecuencia de la modulación δ .

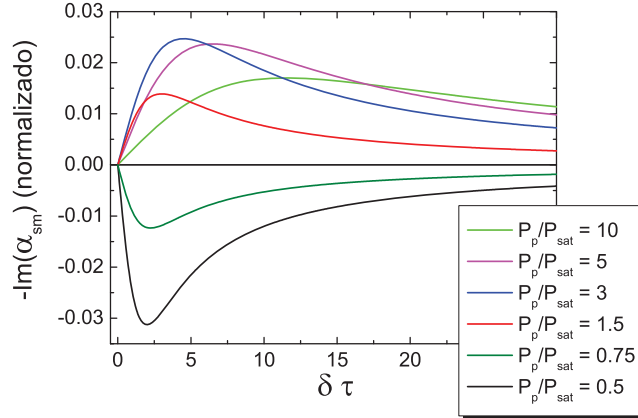


Figura 2.4: Desfase que experimenta una señal modulada normalizado a α_s en función de la frecuencia de modulación δ normalizada con $1/\tau$. La potencia DC de la señal es de $P_{sc} = 0.5P_s^{sat}$. Se ha utilizado $\beta = 1$.

Capítulo 3

SISTEMA EXPERIMENTAL

En este capítulo indicaremos brevemente las características espectroscópicas del ión Er^{3+} como dopante en fibras ópticas, centrándonos en aquellas características que sean de interés para el estudio de luz lenta y luz rápida por oscilaciones coherentes de la población en este sistema. Se detallará la caracterización experimental de la absorción en las fibras dopadas con erbio (EDFs), y se describirá el dispositivo experimental utilizado en los trabajos de esta memoria.

3.1. Caracterización del ión de Er^{3+} en fibras ópticas

3.1.1. Configuración electrónica

La utilización de tierras raras como dopantes en fibras ópticas viene motivada por su característica estructura de niveles electrónicos, que las hace adecuadas para su utilización en amplificadores ópticos para telecomunicaciones y láseres de fibra [47]. La configuración electrónica de una tierra rara trivalente es $[\text{Xe}]4f^{N-1}5s^25p^66s^2$ (donde $[\text{Xe}]$ representa la configuración electrónica del xenon, y N el número de ocupación del nivel $4f$ de la tierra rara neutra)[47]. Las transiciones láser tienen lugar en la capa electrónica $4f$. Las capas exteriores $5s^2$, $5p^6$ y $6s^2$ están completas, mientras que la población de la capa interna $4f$ crece con el número atómico. Esto hace que esta última capa, de menor radio, se vea apantallada por las capas exteriores completas, y las correspondientes transiciones electrónicas no estén muy influenciadas por el entorno cuando el ión es incorporado a la matriz de vidrio. Por esta razón, las líneas de absorción y emisión son estrechas, muy similares a las de los iones libres, y sus características espectroscópicas son poco sensibles al tipo de matriz de vidrio en la que se encuentran inmersos [47, 87]. En el caso del erbio, $N = 12$, por lo que para el ión Er^{3+} la capa $4f$ contiene 11 electrones.

Al tratarse de un sistema multielectrónico, los niveles electrónicos de las tierras raras se obtienen mediante el acoplamiento de los momentos angulares orbital y de spin (acoplamiento Russell-Saunders). El estudio detallado de los niveles de energía de iones de tierras raras puede encontrarse en las referencias [88, 89]. En el caso del Er^{3+} el nivel fundamental, cuya configuración electrónica es $^4I_{15/2}$, tiene unos valores de los momentos angulares de $J = 15/2$, $L = 6$ y $S = 3/2$, una multiplicidad $2J+1 = 16$ y una multiplicidad de spin $2S+1 = 4$.

Debido a la distribución de carga en la matriz de vidrio de la fibra, existe un campo eléctrico permanente en torno a los iones de Er^{3+} , que induce un desdoblamiento de los niveles electrónicos por efecto Stark [47]. El desdoblamiento de cada nivel se produce en $g = J + 1/2$ subniveles no degenerados, donde J es el momento angular total correspondiente al nivel. En el caso del nivel fundamental del Er^{3+} , $g_1 = 8$. Para nuestro estudio nos interesan además el primer y segundo estados excitados, $^4I_{13/2}$ y $^4I_{11/2}$, respectivamente. En la figura 3.1 se muestran esquemáticamente estos tres niveles, y las transiciones de absorción y

radiativas entre ellos, indicando la longitud de onda de las mismas.

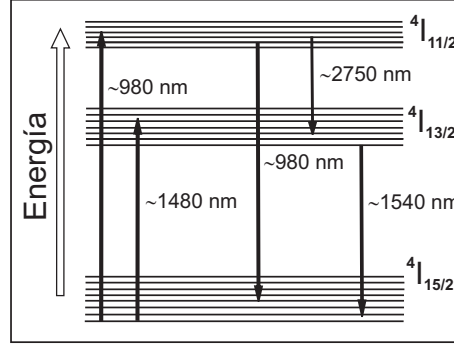


Figura 3.1: Los tres primeros niveles de energía del ión Er^{3+} . Se indican las transiciones de absorción y radiativas, y la longitud de onda de las mismas. Se muestran también esquemáticamente los subniveles Stark de cada nivel de energía.

El primer estado excitado tiene un tiempo de vida largo, en torno a 10 ms [90]. La transición que conecta el estado fundamental con el primer estado excitado es de gran interés, pues su longitud de onda se encuentra en torno a los 1540 nm, en las cercanías del mínimo absoluto de absorción de las fibras de sílice, la llamada “tercera ventana de telecomunicaciones óptica” (banda *C*, 1530–1565 nm) [47]. Esta transición es esencialmente radiativa [47]. La transición del nivel de bombeo $4I_{11/2}$ al estado metaestable $4I_{13/2}$ es esencialmente no radiativa, con un tiempo de decaimiento muy rápido (del orden de los microsegundos [47]). Esto hace que el bombeo a 980 nm sea muy efectivo para conseguir inversión de población en el sistema Er^{3+} . La transición de bombeo en 1480 nm es posible gracias al desdoblamiento Stark presente en los niveles de energía del Er^{3+} en la fibra.

3.1.2. Ensanchamiento de las líneas

Un nivel electrónico excitado puede decaer a un nivel de menor energía de forma radiativa y no radiativa, con tasas Γ_{rad} y Γ_{nr} , respectivamente. Una transición con una tasa de decaimiento total $\Gamma = \Gamma_{rad} + \Gamma_{nr}$ tiene una anchura $\Delta\nu = \Gamma$ (el llamado “ensanchamiento por tiempo de vida”). En el caso de la transición $4I_{13/2} \rightarrow 4I_{15/2}$ del erbio, el decaimiento es puramente radiativo, y su anchura por tiempo de vida ($\tau = 10.5 \text{ ms}$) es de $\Delta\nu \simeq 100 \text{ Hz}$ ($\Delta\lambda \simeq 10^{-9} \text{ nm}$), un valor muy pequeño comparado con las observaciones experimentales de esta transición en iones de EDFs (unos 50 nm, ver figura 3.2, derecha). El ensanchamiento de las líneas en los espectros de absorción y emisión de los iones Er^{3+} en una matriz de vidrio, respecto a la anchura debida al tiempo de vida, puede ser debido a tres causas [47]: El ensanchamiento homogéneo, debido a las interacciones de los iones con las vibraciones de alta frecuencia en el cristal (fonones), el ensanchamiento inhomogéneo, debido a la existencia de múltiples

lugares posibles de colocación de los iones en la matriz (resultado de microdefectos en esta), y el desdoblamiento Stark.

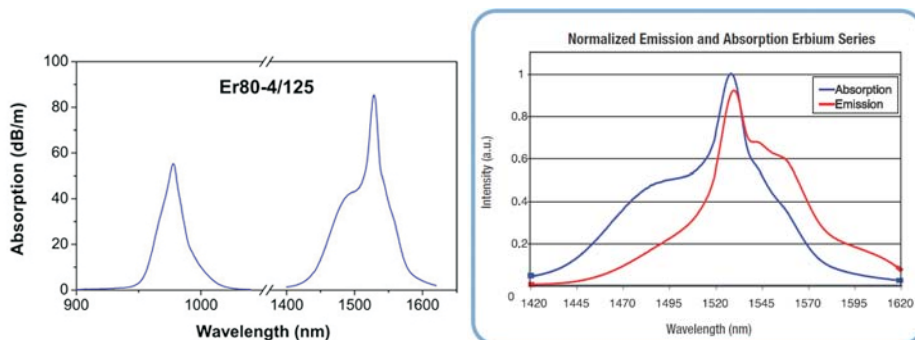


Figura 3.2: (Izquierda) Espectro de absorción de una de las fibras utilizadas en los experimentos de luz lenta y rápida presentados en esta memoria (Liekki Er80 – 4/125), donde se aprecian las bandas de absorción correspondientes a los niveles ${}^4I_{11/2}$ (~ 980 nm) y ${}^4I_{13/2}$ (~ 1550 nm). (Derecha) Espectros de absorción y emisión normalizados para la fibra Liekki Er30 – 4/125, medidos en las cercanías de la transición ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ (~ 1530 nm). Figuras ofrecidas por el fabricante.

En numerosos trabajos se han medido los ensanchamientos homogéneo e inhomogéneo de la transición ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ [90, 91, 92]. El ensanchamiento homogéneo depende fuertemente de la temperatura, debido a que las vibraciones de la red resultan de la excitación térmica de los modos de la misma [79]. El ensanchamiento inhomogéneo no depende apenas de la temperatura, y su anchura es del orden del ensanchamiento homogéneo a temperatura ambiente (en nuestras fibras, ~ 5 nm [92]), por lo que sólo se pone de manifiesto a temperaturas bajas. En cuanto al desdoblamiento Stark de esta transición, los niveles fundamental y metaestable están compuestos por un máximo de $g_1 = 8$ y $g_2 = 7$ subniveles Stark, respectivamente. Por tanto, existen $g_1 \times g_2$ transiciones posibles. El número de subniveles dependerá de la simetría del campo ligante. Las transiciones láser entre los subniveles de ${}^4I_{13/2}$ y ${}^4I_{15/2}$ son todas posibles, es decir, que no prevalecen reglas de selección [47], pero no son equiprobables, debido a que la población de los diferentes subniveles es distinta. En la referencia [93] se evaluaron 10 subniveles Stark de los iones de erbio en fibras de aluminosilicato, analizando los espectros de absorción y fluorescencia de la fibra en torno a 1530 nm a diferentes temperaturas. Debido al efecto de la termalización entre los subniveles, la población de los mismos en equilibrio térmico permanece constante, y está fijada por la distribución de Boltzmann. Por tanto, a la hora de simular la interacción de un haz resonante con esta transición mediante la

ecuación de balance, no es necesario considerar todos los subniveles Stark. El tratamiento de la ecuación de balance en un sistema de dos niveles utilizado en el capítulo anterior sigue siendo válido, cambiando las tasas de absorción y emisión que aparecen por una media ponderada por la distribución de Boltzmann de las tasas de cada subnivel [47].

Debido a los procesos de ensanchamiento, los espectros de emisión y absorción de una EDF adquieren una forma ancha y suave, como se muestra en la figura 3.2. En la figura de la izquierda se muestra el espectro de absorción de una EDF comercial en el rango de longitudes de onda 900 – 1650 nm. Se aprecian las dos líneas de absorción correspondientes a las transiciones ${}^4I_{15/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ (~ 1530 nm) y ${}^4I_{15/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ (~ 980 nm). En la figura de la derecha se muestran los espectros de absorción y emisión de una fibra similar en torno a ~ 1530 nm. Se puede apreciar el ensanchamiento debido a las diferentes transiciones Stark en la forma de los espectros (para mayor detalle, véase la referencia [93]).

3.1.3. Procesos de transferencia de energía

Los procesos anteriormente descritos son válidos para iones de erbio aislados. Esta es la situación que tenemos en fibras con dopajes bajos, donde la distancia interiónica es lo suficientemente grande para que no haya interacción entre iones. Para numerosas aplicaciones de fibras dopadas con erbio se requiere minimizar la longitud de la fibra, por lo que es necesario aumentar los niveles de dopaje para lograr una mayor ganancia. Sin embargo, a partir de cierto nivel de dopaje, pueden aparecer procesos de intercambio de energía entre iones [47].

Los procesos de *upconversion* por interacciones entre iones causan una degradación de la ganancia en EDFAs [94, 95]. En estos procesos, un ión de erbio excitado (en el estado ${}^4I_{13/2}$) actúa de “donante” de energía a un ión vecino excitado. El ión que acepta la energía sufre *upconversion* a un nivel superior, y decae rápidamente al estado metaestable (${}^4I_{13/2}$). Como resultado de este proceso se pierde un ión excitado. Existen dos tipos de procesos de *upconversion*: El *upconversion* homogéneo (HUC), en el cual todos los iones se encuentran equiespaciados, y la transferencia de energía entre un ión y su vecino se produce con un tiempo característico de milisegundos, y el *upconversion* inhomogéneo (o *quenching* de pares inducido, PIQ), en el que el intercambio de energía se produce entre una fracción de los iones, que se encuentran apareados, en un tiempo característico de microsegundos. Por ello, el proceso de *upconversion* inhomogéneo es dominante en las fibras con altos niveles de dopaje. Sanchez *et al* [94] mostraron que los pares de iones pueden comportarse como absorbentes saturables, y que cuando el porcentaje de pares de iones en un láser de EDF llega a un nivel suficientemente alto, la salida del láser es pulsada. Wagoner *et al* [95] observaron que, en láseres de EDF la salida del láser aumenta y la eficiencia disminuye con la concentración de iones, debido al PIQ. También caracterizaron cómo el porcentaje de pares de iones aumenta con el nivel de dopaje. Se han desarrollado modelos teóricos para explicar estos fenómenos [96, 97]. En la

sección 3.3 utilizaremos el modelo desarrollado por Li *et al* [97] para caracterizar las fibras altamente dopadas utilizadas en los trabajos que aparecen en esta memoria (véanse las secciones “**Influencia de la transferencia de energía entre iones en el ancho de banda de haces de luz propagándose a velocidades superlumínicas en fibras de erbio altamente dopadas**” y “**Propagación sublumínica y superlumínica de pulsos de luz dependiente de su anchura en fibras de erbio altamente dopadas**”).

3.2. Caracterización experimental de las fibras utilizadas

Utilizamos fibras monomodo de Al_2SiO_5 dopadas con iones de Er^{3+} de la casa LiekkiTM, de distintos dopajes y longitudes. El recubrimiento es de acrilato de alto índice, y están conectorizadas con conectores FC/APC con el fin de evitar posibles reflexiones. En la siguiente tabla aparecen las fibras utilizadas con el nivel de dopaje correspondiente (en número de iones por metro cúbico).

| Fibra | Absorción pico medida a 1530 nm (dB/m) | Densidad de iones (m^{-3}) |
|-------|---|---------------------------------------|
| Er20 | 20 ± 2 | 1.6×10^{25} |
| Er30 | 30 ± 3 | 2.1×10^{25} |
| Er40 | 40 ± 4 | 2.7×10^{25} |
| Er80 | 80 ± 8 | 6.3×10^{25} |
| Er110 | 110 ± 10 | 8.7×10^{25} |

Para todas las fibras, el diámetro transversal del haz (mode field diameter) a 1550 nm es de $D_s = 6.5 \pm 0.5 \mu\text{m}$, y la apertura numérica de 0.22 ± 0.01 . El diámetro del revestimiento es de $125 \pm 2 \mu\text{m}$, y el diámetro del recubrimiento, de $245 \pm 15 \mu\text{m}$. La caracterización de la absorción de las fibras a 1550 y 980 nm se realizó mediante la medida de curvas de potencia entrada/salida. Para realizar las medidas utilizamos dos fuentes láser:

- Un láser de diodo *distributed feedback laser* (DFB) con salida de fibra, de longitud de onda central 1536.2 nm y ancho de banda espectral de 1 MHz (medidas a 25°C), modelo GB5A016 de Anritsu. La potencia máxima de salida de este láser es de 20 mW. Es controlado por una fuente de alimentación/controlador de temperatura modelo ITC502 de Laser Diode Technologies, que permite una modulación de la corriente por voltaje de 0 a 500 KHz.
- Un DFB láser de diodo, de longitud de onda central 976.6 nm y ancho de banda espectral de 1 MHz (medida a 25°C), modelo PL975P20 de Thorlabs, cuya potencia máxima de salida es de 245 mW. Está alimentado por una fuente/controlador de temperatura ITC510 de Laser Diode Technologies.

Siguiendo la literatura de amplificadores de fibra dopada con erbio [47], llamaremos a la salida del láser de 1536.2 nm “haz señal”, y a la salida del láser de 976.6 nm “haz de bombeo”. Medimos la potencia a la salida y la entrada de la fibra utilizando un medidor de potencia (Thorlabs S122B germanium power meter optical head) para el láser de señal y el láser de bombeo por separado. En la figura 3.3 se muestran, a modo de ejemplo, las potencias de salida medidas experimentalmente para la fibra poco dopada Er20 de 1 m de longitud, frente a la potencia de entrada (círculos rojos), para el haz señal (izquierda) y para el haz de bombeo (derecha).

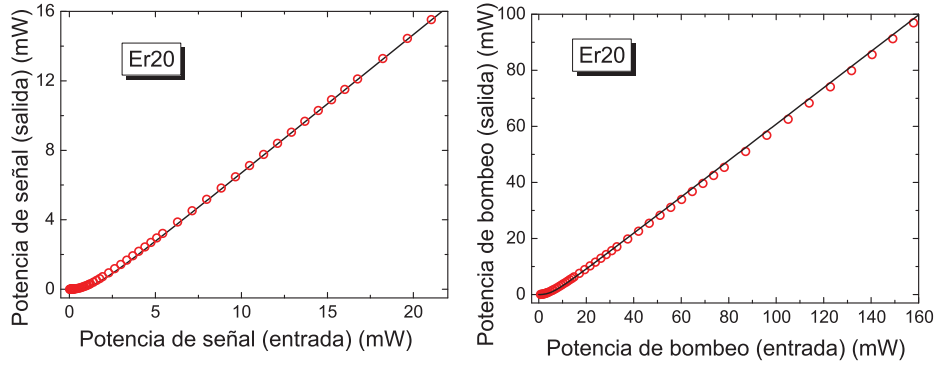


Figura 3.3: Curvas de potencia entrada/salida en la fibra Er20, para el haz señal (izquierda) y bombeo (derecha). Los círculos rojos son las medidas experimentales, y las líneas negras los ajustes teóricos.

Estas medidas se ajustaron a las ecuaciones de propagación de una señal de $\lambda \sim 1550$ nm y de un haz de bombeo de $\lambda \sim 980$ nm a través de una fibra dopada con erbio (ecuaciones (1.54) y (1.58) de la sección **Marco teórico**):

$$\frac{\partial \hat{P}_s}{\partial z} = -\alpha_s \frac{\hat{P}_s}{1 + \hat{P}_s}, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \hat{P}_p}{\partial z} = -\alpha_p \frac{\hat{P}_p}{1 + \hat{P}_p}, \quad (3.2)$$

donde \hat{P}_s y \hat{P}_p son las potencias del haz señal y del haz de bombeo respectivamente, normalizadas a las respectivas potencias de saturación. Los coeficientes de absorción están dados por $\alpha_s = \sigma_{12}\eta_s N_a$ y $\alpha_p = \sigma_{13}\eta_p N_a$, donde σ_{12} y σ_{13} son las secciones eficaces de absorción a la longitud de onda de la señal y el bombeo, respectivamente, y $\eta_{s,p} = A_c/A_{s,p}$ el cociente entre las áreas del núcleo A_c y del área transversal del haz $A_{s,p}$. $\beta_s = \sigma_{21}/\sigma_{12}$ es el cociente entre las secciones eficaces de emisión y de absorción. Las potencias de saturación están

dadas por $P_s^{sat} = \hbar c \omega_s A_s / (\tau(\sigma_{21} + \sigma_{12}))$ para la señal y $P_p^{sat} = \hbar c \omega_p A_p / (\tau \sigma_{13})$ para el bombeo, donde τ es el tiempo de vida del primer estado excitado. Para realizar el ajuste a las ecuaciones (3.1) y (3.2), utilizamos los parámetros de las fibras ofrecidos por el fabricante: longitud, densidad de iones N_a y área transversal del haz A_s . Además suponemos que $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ para $\lambda = 1536.2$ nm, por lo que $\beta_s = 1$. Para el tiempo de vida τ utilizamos el valor típico de 10.5 ms [47, 12].

A partir del ajuste (líneas negras en la figura 3.3), encontramos unos valores de los coeficientes de absorción para esta fibra de $\alpha_s = 3.8$ m⁻¹ para la señal y $\alpha_p = 3.4$ m⁻¹ para el bombeo, y unas potencias de saturación de $P_s^{sat} = 0.36$ mW para la señal, y $P_p^{sat} = 1.3$ mW para el bombeo. Se obtuvo un valor del diámetro del core de la fibra de $D_c = 4.2$ μ m, y del diámetro transversal del haz a 980 nm de $D_p = 5.0$ μ m. A partir de estos valores, estimamos un valor de la sección eficaz de absorción para la señal de $\sigma_{12} = 5.7 \times 10^{-25}$ m², y para el bombeo, $\sigma_{13} = 3.0 \times 10^{-25}$ m². Las pérdidas por inserción en la fibra se midieron a partir de la pendiente en las curvas de la figura 3.3 en el régimen de saturación (potencias mucho mayores que la potencia de saturación, donde la gráfica de la potencia entrada/salida es una recta), obteniendo unos valores de 0.8 para el haz señal y 0.65 para el haz de bombeo.

Caracterización de fibras altamente dopadas

Para caracterizar las fibras altamente dopadas (HEDFs) (en nuestro caso, Er80 y Er110), debemos tener en cuenta los procesos de transferencia de energía entre partículas, en concreto, los procesos de *upconversion* inhomogéneo, o *pair induced quenching* (PIQ) entre pares de iones. Esta caracterización es necesaria cuando tenemos en cuenta los efectos derivados de la propagación del haz, es decir, para longitudes de fibra mayores que α_s^{-1} , donde no es aplicable la aproximación *undepleted*. Se observó que las fibras de 1 m con densidades altas (Er80 y Er110) mostraban en sus curvas entrada/salida una desviación importante respecto de las predicciones de las ecuaciones (3.1) y (3.2). Por ello, es necesario incorporar en el modelo de propagación el efecto del PIQ anteriormente descrito. En la sección de esta memoria **“Influencia de la transferencia de energía entre iones en el ancho de banda de haces de luz propagándose a velocidades superlumínicas en fibras de erbio altamente dopadas”**, donde se estudia el efecto del PIQ en la luz lenta y rápida por CPO, aparecen las ecuaciones completas de propagación de una señal modulada de 1550 nm copropagándose con un bombeo de 980 nm a través de fibras altamente dopadas. Aquí escribiremos solamente la ecuación de propagación de un haz DC de 1550 nm de potencia P_s , pues la medida de la curva de entrada/salida de este haz es suficiente para caracterizar la fracción de iones apareados en una HEDF. Partimos del modelo desarrollado por J. Li *et al* [97], que explica la influencia de los pares de iones en la salida de los láseres de EDF. Se dividen los iones en dos grupos, iones apareados y aislados. Considerando una densidad total de iones N_a , llamamos K a la fracción de iones apareados, por lo que $N_a(1 - 2K)$ será la fracción de iones aislados. Los iones aislados son descritos con el modelo

de 2 niveles con un tiempo de relajación τ , visto en la sección **Marco teórico**, mientras que los iones apareados pueden describirse con un sistema de 3 niveles, donde el nivel fundamental es (${}^4I_{15/2}, {}^4I_{15/2}$), el nivel intermedio (${}^4I_{15/2}, {}^4I_{13/2}$) y el nivel superior (${}^4I_{13/2}, {}^4I_{13/2}$), con densidades de población N_{11} , N_{12} y N_{22} (ver figura 3.4).

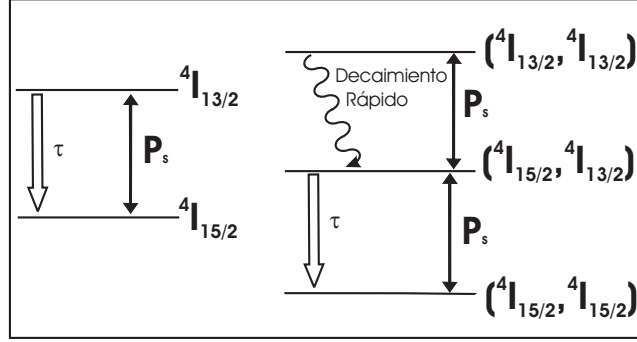


Figura 3.4: (Izquierda) Sistema de 2 niveles que representa los iones aislados, iluminados por un haz de longitud de onda 1550 nm y potencia P_s . (Derecha) Sistema de 3 niveles para simular los pares de iones de erbio, iluminados por un haz de longitud de onda 1550 nm y potencia P_s .

Las ecuaciones de balance para los iones aislados en el nivel fundamental, y para los iones apareados en el nivel (${}^4I_{15/2}, {}^4I_{15/2}$) son:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = \frac{(1 - 2K) - n_1}{\tau} + \frac{\hat{P}_s}{\tau} \left((1 - 2K) \frac{\beta_s}{1 + \beta_s} - n_1 \right), \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial n_{11}}{\partial t} = \frac{K - n_{11}}{\tau} + \frac{\hat{P}_s}{\tau} \left(K \frac{\beta_s}{1 + \beta_s} - n_{11} \right), \quad (3.4)$$

donde hemos escrito las poblaciones normalizadas a la población total N_a y la potencia normalizada a la potencia de saturación $P_s^{sat} = (\hbar\omega_s A_s) / (\tau(\sigma_{21} + \sigma_{12}))$. Aquí, $\beta_s = \sigma_{21} / \sigma_{12}$. La ecuación de propagación de la potencia viene dada por:

$$\frac{\partial \hat{P}_s}{\partial z} = \alpha_s [\beta_s(1 - K) - K - (1 + \beta_s)n_1 - \beta_s n_{11}] \hat{P}_s, \quad (3.5)$$

donde $\alpha_s = \eta_s \sigma_{12} N_a$. En el estado estacionario, obtenemos de (3.3) y (3.4) las soluciones para las poblaciones estacionarias, que introducimos en la ecuación (3.5), obteniendo la ecuación (3.6):

$$\frac{\partial \hat{P}_s}{\partial z} = \alpha_s \left[\beta_s(1 - K) - K - \frac{\left(1 + \hat{P}_s \frac{\beta_s}{1 + \beta_s}\right) (1 - 2K + \beta_s(1 - K))}{1 + \hat{P}_s} \right] \hat{P}_s. \quad (3.6)$$

Midiendo la curva de potencia entrada/salida en la fibra Er80 de 1 m de longitud, y utilizando el valor de los parámetros σ_{12} y P_s^{sat} obtenidos en la fibra de Er20 y una densidad de iones de $N_a = 6.3 \times 10^{25}$, comprobamos que la potencia de salida medida experimentalmente es mucho menor que la obtenida a través de la ecuación (3.1). Por tanto, es necesario utilizar la ecuación de propagación que incluye el modelo de PIQ para reproducir los resultados experimentales. Por ello, hemos ajustado la curva experimental a la ecuación (3.6), dejando como variable de ajuste la fracción de iones apareados K . A partir del ajuste se obtiene un valor de $K = 0.2$. En la figura 3.5 se representan los datos experimentales correspondientes a las potencias medidas a la salida de la fibra frente a las potencias de entrada, y los dos ajustes teóricos (con $K = 0$, donde la ecuación (3.6) se reduce a (3.1), y con $K = 0.2$).

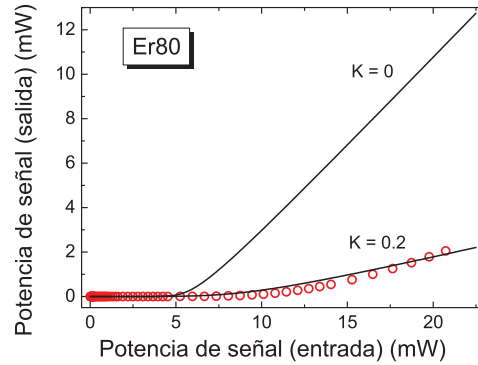


Figura 3.5: Curvas de potencia entrada / salida en la fibra Er80 para el haz señal. Los círculos rojos son las medidas experimentales, y las líneas negras los ajustes teóricos. Se han representado dos simulaciones, una suponiendo que no existe PIQ ($K = 0$), y otra suponiendo una fracción de iones apareados sobre el total de $K = 0.2$.

3.3. Dispositivo experimental para la medida de luz lenta y rápida

El dispositivo experimental utilizado en todos los trabajos presentados en esta memoria consiste en un amplificador de fibra dopada con erbio (EDFA) en

configuración co-propagante (Fig. 3.6, superior). Las señales para las cuales se estudia la velocidad de grupo son producidas por un láser de diodo GB5A016 de Anritsu emitiendo en 1536.2 nm, cuyas características han sido descritas en la sección 3.2. El bombeo de la fibra se efectúa utilizando un láser de diodo PL975P20 de Thorlabs emitiendo en 976.6 nm, cuyas características han sido descritas en la misma sección.

Medimos los retardos/adelantos producidos por las CPO en EDFs para señales sinusoidales de distintas frecuencias, y para pulsos gaussianos de distintas anchuras, considerando en ambos casos una potencia DC, P_{bg} . Estas señales se produjeron modulando la potencia de salida del haz señal mediante un generador de funciones/ondas arbitrarias, modelo 33220A de Agilent, que permite un ancho de banda máximo en la modulación de 20 MHz. El generador de funciones nos permite controlar tanto la potencia P_{bg} como la amplitud de la modulación (P_m en el caso de las señales sinusoidales, P_{pulse} en el caso de los pulsos gaussianos. Véase la figura 3.6 (inferior)).

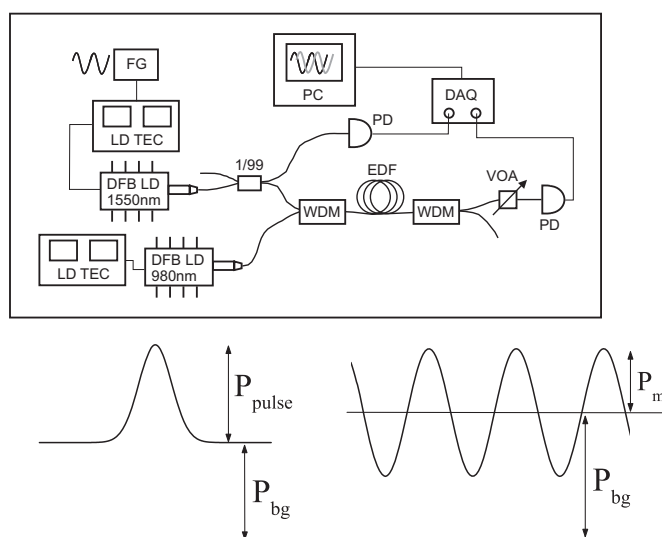


Figura 3.6: (Superior) Sistema experimental utilizado para la medida de luz lenta y rápida en fibras ópticas dopadas con erbio. FG, Generador de funciones; LD TEC, Fuente y controlador de temperatura de los diodos láser; DFB LD, Diodo láser de feedback distribuido; WDM, Multiplexor por división en longitud de onda; EDF, Fibra dopada con erbio; DAQ, Tarjeta de adquisición de datos; VOA, Atenuador óptico variable; PD fotodetector; PC, Ordenador personal. (Inferior) Modulación de la potencia de salida del láser en forma de pulso gaussiano (izquierda) y señal sinusoidal (derecha).

La señal a la salida del láser es dividida utilizando un divisor de haz 1/99. El 1% de la señal se utiliza como señal de referencia, y se propaga por fibras no dopadas hasta un detector. El 99% restante se propaga por la EDF. Utilizamos un multiplexor por división en longitud onda (WD202A de Thorlabs) para introducir los haces señal y bombeo copropagándose en la EDF. Al salir de ésta, los dos haces son separados por un multiplexor idéntico. A la salida del multiplexor se coloca un detector. Los detectores utilizados son de InGaAs, modelo PDA 400 de Thorlabs (pico de respuesta en 1550 nm), con un adaptador de fibra. Detectan señales desde DC a 10 MHz, y permiten variar la ganancia en intervalos de 10 dB desde 0 a 40 dB. La amplitud de la señal a la salida del multiplexor es regulada mediante un atenuador óptico variable colocado en línea (VOA50 de Thorlabs), para evitar la saturación de los detectores. Las señales son registradas mediante una tarjeta de adquisición de datos PCI-6115S Series de National Instruments, con una velocidad de muestreo máxima de $\times 10^7$ muestras/s.

El sistema de adquisición de los datos experimentales está controlado por un programa en Labview de National Instruments. Este programa permite controlar la velocidad de adquisición de datos de la tarjeta PCI-6115S, de forma que siempre se tenga un número suficientemente grande de puntos experimentales de la señal, independientemente de su frecuencia o ancho de banda. A través del programa de Labview, se introduce el ancho de banda y la amplitud de la señal que el generador de funciones modulará en la salida del láser. Se introduce también el número de periodos que formarán parte de la medida, y el número de puntos por periodo. Para ello, se tiene en cuenta la velocidad de muestreo máxima de la tarjeta, y que las señales de interés no van a superar en ancho de banda unos pocos kHz (debido a la anchura del hueco de CPO en el erbio). De esta forma, medimos los retardos/adelantos siempre con la misma precisión (el mismo número de puntos experimentales), independientemente de la anchura del pulso o la frecuencia de la señal. La señal registrada en la tarjeta se envía a un ordenador para su posterior tratamiento con el programa Matlab de Math-Works.

Nos interesa conocer los retardos o avances normalizados al ancho de banda de la señal. A esta magnitud se la conoce como *fractional delay/advancement*, F . Para señales sinusoidales, el tiempo de retardo t_d de la señal que viaja por la EDF respecto a la señal de referencia se obtiene haciendo la correlación entre las dos señales, y el *fractional delay/advancement* se calcula multiplicando el tiempo de retardo por la frecuencia de modulación de la señal, $F = t_d f_m$. En cuanto a los pulsos gaussianos, el tiempo de retardo se obtiene de la diferencia entre el pico del pulso de referencia y el pico del pulso que viaja por la EDF, y el *fractional delay/advancement* se calcula normalizando el tiempo de retardo a la anchura del pulso de referencia τ_{in} (anchura total a media altura, FWHM). El registro y posterior análisis de las señales también permitió estudiar

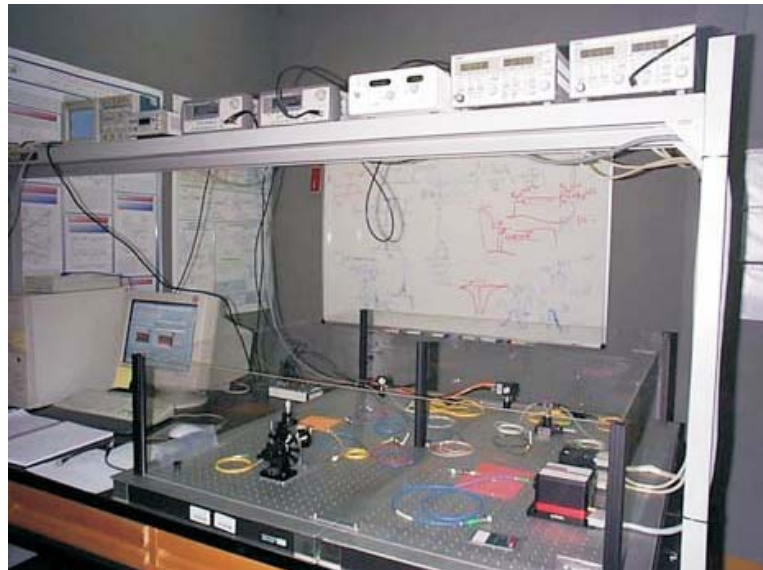
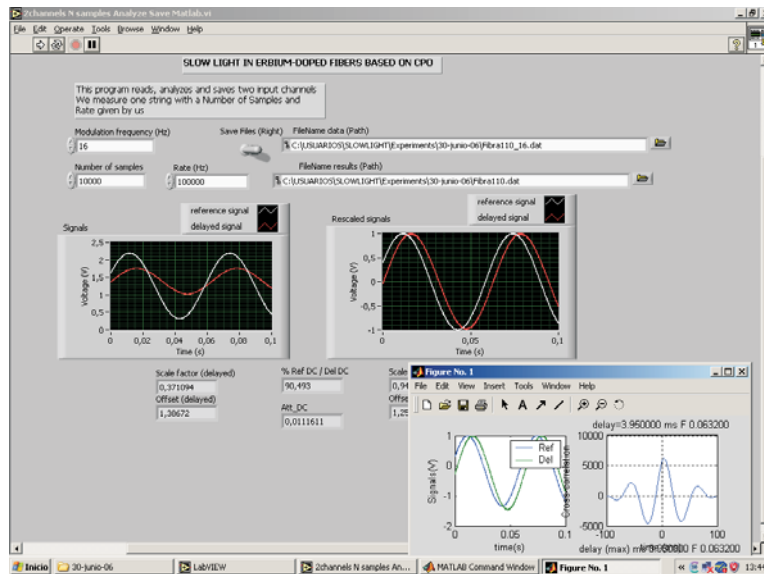


Figura 3.7: (Superior) Captura de pantalla del programa en Labview utilizado para controlar la generación de señales sinusoidales y la adquisición de datos. (Inferior) Foto general del montaje experimental para medir luz lenta y rápida.

el ensanchamiento/estrechamiento de los pulsos debidos a la propagación por la EDF, así como su distorsión (véase la sección “**Propagación sublumínica y superlumínica de pulsos de luz dependiente de su anchura en fibras**

de erbio altamente dopadas”). La figura 3.8 muestra a modo de ejemplo la medida experimental de un pulso de referencia, de un ancho de banda de 102.6 Hz (línea roja), y el mismo pulso tras propagarse a través de la fibra Er80 de 1 metro de longitud (línea negra). A partir de estos datos obtenemos un retardo de unos 1.6 ms, correspondiente a 0.16 anchuras de pulso. También se muestra la medida experimental de una señal sinusoidal, con una frecuencia de modulación de 147.4 Hz (línea roja), y la misma señal tras propagarse a través de la fibra Er80 de 0.1 metros de longitud (línea negra). El tiempo de retardo que medimos es de unos 1.3 ms, con lo que obtenemos un *fractional delay* de -0.19 .

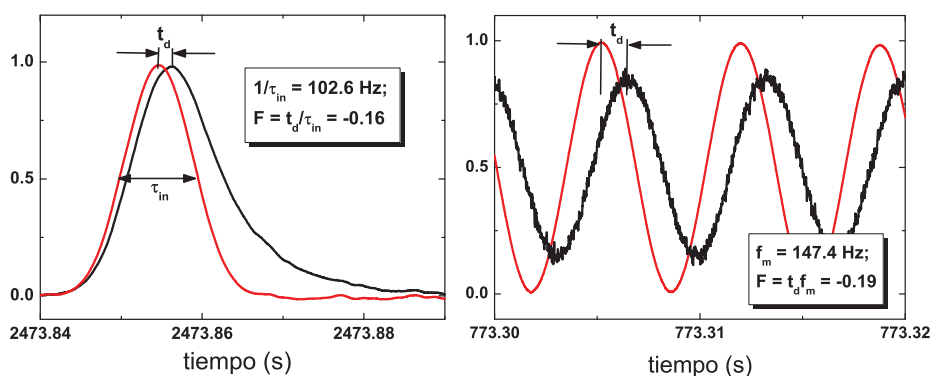


Figura 3.8: (Izquierda) Pulso de referencia (línea roja) y el mismo pulso retrasado (línea negra), medidos en una fibra Er80 de 1 m de longitud, representativo de los resultados obtenidos (por ejemplo, en la sección **Propagación sublumínica y superlumínica de pulsos de luz dependiente de su anchura en fibras de erbio altamente dopadas**). La anchura del pulso de referencia es de $1/\tau_{in} = 102.6$ Hz. (Derecha) Señal sinusoidal de referencia (línea roja), y la misma señal retrasada (línea negra), medidas en una fibra Er80 de 0.1 m de longitud, representativa de los resultados obtenidos (por ejemplo, en la sección **Transición de luz lenta a rápida producida por la atenuación del haz de bombeo en fibras de erbio altamente dopadas**). La frecuencia de modulación es de $f_m = 147.4$ Hz.

Para los experimentos de la sección **Control de la velocidad de grupo mediante oscilaciones coherentes de la población con forzamiento de la modulación del bombeo**, utilizamos además un segundo generador de funciones que permite modular de forma simultánea la salida de los dos láseres, controlando la fase entre las modulaciones de la señal y del bombeo. También introducimos un divisor de haz para tomar la señal de referencia del bombeo, de forma que pudiésemos poner en fase las referencias de ambas modulaciones.

Capítulo 4

RESULTADOS

- 4.1. Influencia de la transferencia de energía entre iones en el ancho de banda de haces de luz propagándose a velocidades superlumínicas en fibras de erbio altamente dopadas

Effect of ion pairs in fast-light bandwidth in high-concentration erbium-doped fibers

Oscar G. Calderon,* Sonia Melle, Francisco Arrieta-Yañez, M. A. Anton, and F. Carreño

*Escuela Universitaria de Óptica, Universidad Complutense de Madrid, C/ Arcos de Jalón s/n,
28037 Madrid, Spain*

*Corresponding author: oscargc@opt.ucm.es

Received May 30, 2008; accepted June 25, 2008;
posted July 7, 2008 (Doc. ID 96872); published September 17, 2008

The effect of ion pairs in high-concentration erbium-doped fibers on slow- and fast-light propagation enabled by coherent population oscillations at room temperature has been experimentally investigated. We find that an increase of the erbium ion concentration increases the fractional advancement although it degrades the bandwidth of the modulated signals that propagate at superluminal velocities due to the presence of ion pairs in the fiber. © 2008 Optical Society of America

OCIS codes: 190.4370, 270.1670, 060.2410.

1. INTRODUCTION

Controlling the speed of light in optical fibers at room temperature is a task that has received recent attention since these devices would be compatible with fiber-optic communication systems and represent a great step towards the development of all-optical signal processing devices. Song *et al.* [1] and Okawachi *et al.* [2] observed slow and fast light in optical fibers for the first time by using stimulated Brillouin scattering (SBS). This method consists of the interaction of two propagating waves, a pump wave and a Stokes wave, which generates an acoustic wave at the difference frequency of the pump and Stokes fields. The slow-light resonance can be placed at the desired frequency by changing the pump wavelength. A related process, stimulated Raman scattering (SRS), has also been used in an optical fiber to demonstrate an ultrafast all-optical controllable delay [3].

More recently, a modification of group velocity in an erbium-doped fiber (EDF) has been reported by Schweinsberg *et al.* [4] based on coherent population oscillation (CPO). The first experiments based on this coherent process were done by Bigelow *et al.* in different solid-state materials at room temperature [5,6]. This process is easily achieved in a two-level system that interacts with an amplitude-modulated signal. The population of the ground state of the medium will be induced to oscillate at the modulation frequency. This oscillation creates a narrow hole in the absorption or gain spectrum, whose linewidth is proportional to the inverse of the relaxation lifetime of the excited level [7]. Schweinsberg *et al.* [4] reported a change from subluminal to superluminal propagation upon increasing pump power in a 13 m long EDF with Er ion density of $1.78 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ [90 parts per million (ppm)] where an amplitude-modulated 1550 nm signal copropagates with a 980 nm pump beam. By using the same experimental system, fast-light pulse propagation has been studied in more detail in [8,9].

Many applications concerning EDF amplifiers, such as

high-speed optical telecommunications, require one to minimize the fiber length to construct compact and integrated devices. Then, a high ion doping level is needed to have a good pump light absorption. However, experiments have shown deleterious effects of ion pairs via inhomogeneous upconversion processes on the output performance of high-concentration EDF amplifiers [10,11]. Sanchez *et al.* [10] showed that erbium ion pairs can behave as a saturable absorber and lead to self-pulsing operation in EDF lasers when the fraction of paired ions reaches a sufficient level. Moreover, Wagener *et al.* [11] reported that as the dopant level increases, the laser threshold increases and the slope efficiency decreases. They also characterized the increase of the percentage of pairs in the fiber with the concentration. Several theoretical models, including ion pairs interaction, have been developed to explain these phenomena [12,13].

Recently, the effect of ion density on slow-light propagation enabled by CPO has been experimentally investigated for highly doped erbium fibers [14,15]. It was found that a high ion concentration can increase the fractional delay up to a saturation value. Furthermore, by pumping these highly doped erbium fibers, a propagation-induced superluminal to subluminal transition has been observed [16]. As a consequence, solely upon an increase of the modulation frequency a switch from delay to advancement occurs. Here, we analyze in detail the role of the ion pairs in the slow- and fast-light propagation in highly doped erbium fibers. The theoretical model used to study CPO in highly doped erbium fibers is described in Section 2 and is based on [13]. The experimental setup and results are presented in Section 3 with a discussion about the estimation of the number of ion pairs in Subsection 3.A. The final conclusions are given in Section 4.

2. MODEL

Previous works have shown that upconversion processes via interparticle interactions are the main cause of EDF

gain degradation. In this process one initially excited (${}^4I_{13/2}$) erbium ion (donor) donates its energy to a neighbor excited erbium ion (acceptor), producing one upconverted ion and one ground-state ion (${}^4I_{15/2}$). The upconverted ion then relaxes rapidly to the initial excited state ${}^4I_{13/2}$. As a result of this interaction one excited ion is lost. There are two different kinds of upconversion processes. The first one is the homogeneous upconversion (HUC) in which the ions are uniformly distributed and the energy transfers from one ion to its neighbor with a characteristic time of a few milliseconds. The second one is the inhomogeneous upconversion, or pair-induced quenching (PIQ), in which the ions are not uniformly distributed and the energy transfer happens between two adjacent excited paired ions with a characteristic time of a few microseconds. Therefore, the PIQ is the dominant upconversion process in high-concentration EDFs.

Following the model developed by Li *et al.* [13] to explain the effect of ion pairs on the output performance of EDF lasers, we divided the erbium ions into two groups: isolated ions with an excited-state lifetime close to 10 ms and paired ions with a very fast decay of the pair excited-state ${}^4I_{13/2}$ (close to microseconds). By assuming a rapid decay from the upper pump state (${}^4I_{11/2}$), the isolated ions can be described by a two-level system, the ground state ${}^4I_{15/2}$ and the upper laser level ${}^4I_{13/2}$ with population densities N_1 and N_2 , respectively [see Fig. 1(a)]. Then, the rate equation for N_1 is

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{\rho(1-2k) - N_1}{\tau} + \frac{P_s \sigma_{12}}{\hbar \omega_s A_s} [\beta_s \rho(1-2k) - (1 + \beta_s) N_1] - \frac{P_p \sigma_{13}}{\hbar \omega_p A_p} N_1, \quad (1)$$

where t is the time variable and $\tau = 10.5$ ms is the lifetime of the metastable state ${}^4I_{13/2}$. P_s and P_p are the signal and pump powers, respectively. σ_{21} and σ_{12} are the emission and absorption cross sections, respectively, at the signal frequency ω_s . A_s is the signal mode area. The ratio between the signal cross sections is $\beta_s = \sigma_{21}/\sigma_{12}$. σ_{13} is the absorption cross section at the pump frequency ω_p and A_p is the pump mode area. k is the fraction of ion pairs in the total ion concentration ρ , then $N_1 + N_2 = \rho(1-2k)$. The ion pairs can be described as a three-level system: the ground state (${}^4I_{15/2}$, ${}^4I_{15/2}$), the intermediate level (${}^4I_{15/2}$, ${}^4I_{13/2}$), and the upper level (${}^4I_{15/2}$, ${}^4I_{13/2}$) with population densities N_{11} , N_{12} , and N_{22} , respectively [see Fig. 1(b)]. For the

sake of simplicity, and due to the fast decay of the upper level, we consider only the two lower levels, i.e., $N_{11} + N_{12} \approx \rho k$. Then, the rate equation for N_{11} is

$$\frac{dN_{11}}{dt} = \frac{\rho k - N_{11}}{\tau} + \frac{P_s \sigma_{12}}{\hbar \omega_s A_s} [\beta_s \rho k - (1 + \beta_s) N_{11}] - \frac{P_p \sigma_{13}}{\hbar \omega_p A_p} N_{11}. \quad (2)$$

The propagation equations of the signal power P_s and the pump power P_p are

$$\frac{dP_s}{dz} = \sigma_{12} \eta_s [\beta_s \rho(1-2k) - (1 + \beta_s) N_1 + (\beta_s - 1) \rho k - \beta_s N_{11}] P_s, \quad (3)$$

$$\frac{dP_p}{dz} = -\sigma_{13} \eta_p (N_1 + \rho k) P_p, \quad (4)$$

where $\eta_s = A_c/A_s$ ($\eta_p = A_c/A_p$) is the ratio between the fiber core area A_c and the signal A_s (pump A_p) mode area. When we modulate the signal power as $P_s = P_0 + P_m \cos(2\pi f_m t)$ (where P_0 is the average signal power, P_m is the modulation amplitude, and f_m is the modulation frequency), the ground-state population of both isolated and paired ions will be forced to oscillate with the same frequency as $N_1 = N_{1st} + N_{1c} \cos(2\pi f_m t) + N_{1s} \sin(2\pi f_m t)$ and $N_{11} = N_{11st} + N_{11c} \cos(2\pi f_m t) + N_{11s} \sin(2\pi f_m t)$, respectively, where the steady-state populations and the amplitude of the populations oscillations can be obtained from Eqs. (1) and (2),

$$N_{1st} = \frac{\rho(1-2k)}{w_c} \left(1 + \frac{\beta_s}{1 + \beta_s} \hat{P}_0 \right), \quad (5)$$

$$N_{1c} = \frac{w_c}{w_c^2 + (2\pi f_m \tau)^2} \left(\frac{\beta_s \rho(1-2k)}{1 + \beta_s} - N_{1st} \right) \hat{P}_m, \quad (6)$$

$$N_{1s} = \frac{2\pi f_m \tau}{w_c^2 + (2\pi f_m \tau)^2} \left(\frac{\beta_s \rho(1-2k)}{1 + \beta_s} - N_{1st} \right) \hat{P}_m, \quad (7)$$

$$N_{11st} = \frac{\rho k}{w_c} \left(1 + \frac{\beta_s}{1 + \beta_s} \hat{P}_0 \right), \quad (8)$$

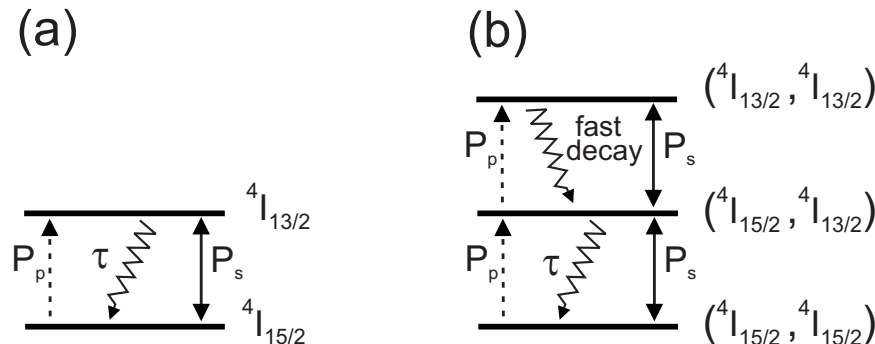


Fig. 1. (a) Two-level system for isolated Er ions and (b) the three-level system for Er ion pairs.

$$N_{11c} = \frac{w_c}{w_c^2 + (2\pi f_m \tau)^2} \left(\frac{\beta_s \rho k}{1 + \beta_s} - N_{11st} \right) \hat{P}_m, \quad (9)$$

$$N_{11s} = \frac{2\pi f_m \tau}{w_c^2 + (2\pi f_m \tau)^2} \left(\frac{\beta_s \rho k}{1 + \beta_s} - N_{11st} \right) \hat{P}_m, \quad (10)$$

where $\hat{P}_0 \equiv P_0/P_{0\text{sat}}$ ($\hat{P}_m \equiv P_m/P_{0\text{sat}}$) is the ratio of P_0 (P_m) to the signal saturation power $P_{0\text{sat}} = \hbar \omega_s A_s / (\tau(\sigma_{21} + \sigma_{12}))$. $\hat{P}_p \equiv P_p/P_{p\text{sat}}$ is the ratio of P_p to the pump saturation power $P_{p\text{sat}} = \hbar \omega_p A_p / (\tau \sigma_{13})$. $w_c = 1 + \hat{P}_0 + \hat{P}_p$ is a dimensionless frequency that determines the width of the transparency hole created in the absorption or gain spectrum by means of CPO. Note that this magnitude roughly measures the maximum modulation bandwidth that can experience the full slow- or fast-light effect [17] and is power broadened.

Finally, we can obtain the propagation equations for the average powers and the phase shift experienced by the periodic part of the signal ϕ , which measures the time delay $t_d = \phi/f_m$:

$$\frac{d\hat{P}_0}{dz'} = -\frac{\alpha_s}{\rho} \hat{P}_0 [(1 + \beta_s)N_{1st} - \beta_s \rho (1 - 2k) + \rho k (1 - \beta_s) + \beta_s N_{11st}], \quad (11)$$

$$\frac{d\hat{P}_p}{dz'} = -\frac{\alpha_p}{\rho} \hat{P}_p (N_{1st} + \rho k), \quad (12)$$

$$\frac{d\phi}{dz'} = \frac{\alpha_s}{\rho} \hat{P}_0 \left[(1 + \beta_s) \left(\frac{N_{1s}}{\hat{P}_m} \right) + \beta_s \left(\frac{N_{11s}}{\hat{P}_m} \right) \right], \quad (13)$$

where the distance $z' = z/L$ has been normalized with the fiber length L . $\alpha_s = L\sigma_{12}\rho\eta_s$ is the signal absorption coefficient and $\alpha_p = L\sigma_{13}\rho\eta_p$ is the pump absorption coefficient. The fractional delay at the end of the fiber can be obtained from the phase shift at $z=L$, i.e., $F \equiv \phi(z=L)/(2\pi)$. As is seen in Eq. (13), the population oscillation of the unpaired ions and that corresponding to the paired ions are responsible for the signal delay.

3. MEASUREMENTS

The experimental setup is depicted in Fig. 2 and consists of a 1 m long EDF pumped with a 977 nm beam copropagating with a 1536 nm signal. The signal beam comes from a pigtailed distributed feedback (DFB) laser diode (Anritsu, GB5A016) operating at 1536 nm with a current and temperature controller (Thorlabs, ITC502) that allows us to keep the laser at room temperature. The signal beam is split into two beams: one part of the beam (1%) is sent directly to a switchable-gain amplified InGaAs photodetector (Thorlabs, PDA400) with 10 MHz bandwidth at the minimum gain setting, to be used as reference. The other part of the beam (99%) goes through an EDF and then to an identical photodetector. The EDF is pumped by a copropagating beam from a pigtailed DFB laser diode (Thorlabs, PL975P200) operating at 977 nm with a current and temperature controller (Thorlabs, ITC510). To

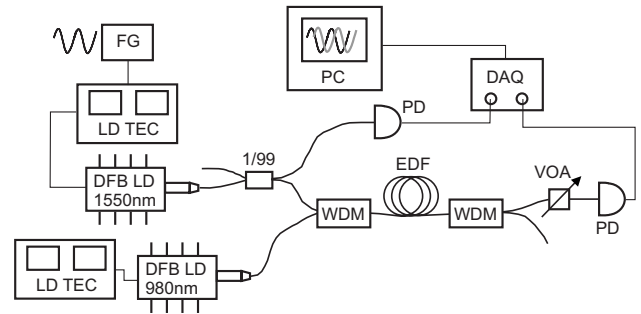


Fig. 2. Experimental setup used to measure slow and fast light in high-concentration EDFs. LD TEC: laser diode and temperature controller; FG: function generator; DFB LD: distributed feedback laser diode; WDM: wavelength division multiplexer; EDF: erbium-doped fiber; VOA: variable optical attenuator; PD: photodetector; DAQ: data acquisition card; PC: personal computer.

inject both signals into the EDF we use a wavelength division multiplexer WDM (Thorlabs, WD202A). Similarly, to separate the 977 nm signal from the signal that we want to analyze we use an identical WDM at the output of the EDF. Furthermore, an in-line variable optical attenuator (Thorlabs, VOA50) was placed in between the EDF and the detector to prevent saturation of the photodetector. Both the reference and the EDF signals are recorded with a fast data acquisition card (rate of 10 mega samples/s) (National Instruments, PCI-6115S Series) and then transferred to a computer for analysis. The experiment is controlled with a LABVIEW program.

The injection current of the laser signal was sinusoidally modulated by a function generator (Agilent, 33220A) so that the signal power injected into the fiber was $P = P_0 + P_m \cos(2\pi f_m t)$. We tested that the results reported here do not exhibit significant changes upon the change of the modulation amplitude. So we kept the ratio $P_m/P_0 = 0.5$ in all of the cases, being $P_0 = 0.5$ mW. We computed the time delay-advancement t_d from the correlation of the reference signal and the signal propagated through the EDF. The fractional delay-advancement is defined as $F = t_d/f_m$, i.e., the time delay normalized to the period of the modulated signal. With the aim of revealing the effect of ion pairs we consider two single mode Al_2SiO_5 -glass-based EDFs (provided by Liekii, Ltd.) with the same characteristics but with different ion concentrations: an EDF with moderate ion density $1.6 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ (800 ppm), where interparticle interaction effects are expected to be negligible; and an ultrahighly doped erbium fiber with ion density $6.3 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ (3150 ppm), where inhomogeneous upconversion processes are expected to occur. The fibers have a nominal mode field diameter at 1550 nm of $6.5 \mu\text{m}$, a fiber cladding of $245 \mu\text{m}$, and a numerical aperture of 0.2.

In the case of slow light based on CPO, there is an optimum modulation frequency (f_{opt}) where the fractional delay or advancement achieves its maximum value. This optimum modulation frequency corresponds to the half-width at half-maximum of the spectral hole induced by CPO effects in the absorption or gain spectrum and gives us an idea of the operating bandwidth of the system. Most practical applications require large fractional delays and large modulation bandwidths. The maximum fractional

advancement or delay is proportional to the unsaturated absorption coefficient of the erbium-doped medium α_s , i.e., to the ion concentration, which indicates that high doping levels lead to larger delays—advancements (see the analytical expressions deduced in [4,5]). The optimum frequency roughly follows the expression

$$f_{\text{opt}} \approx \frac{1}{2\pi\tau}(1 + \hat{P}_0 + \hat{P}_p) \equiv \frac{w_c}{2\pi\tau}. \quad (14)$$

Note that the operating bandwidth of the system does not change with ion density although it can be increased by means of the pump power, that is, the transparency spectral hole is power broadened.

A. Estimation of the Number of Ion Pairs

First of all, we have characterized the transmission of a continuous wave (CW) signal and pump through the fiber with moderate erbium dopant concentration (800 ppm) by measuring the corresponding output–input power curves. These curves were fitted by numerically solving the propagation equation of a CW signal [Eq. (11) without pump] and a CW pump [Eq. (12) without signal]. We considered that all the ions are isolated ($k=0$). Then, we obtain the following parameter values: $\sigma_{12}=\sigma_{21}=5.7$

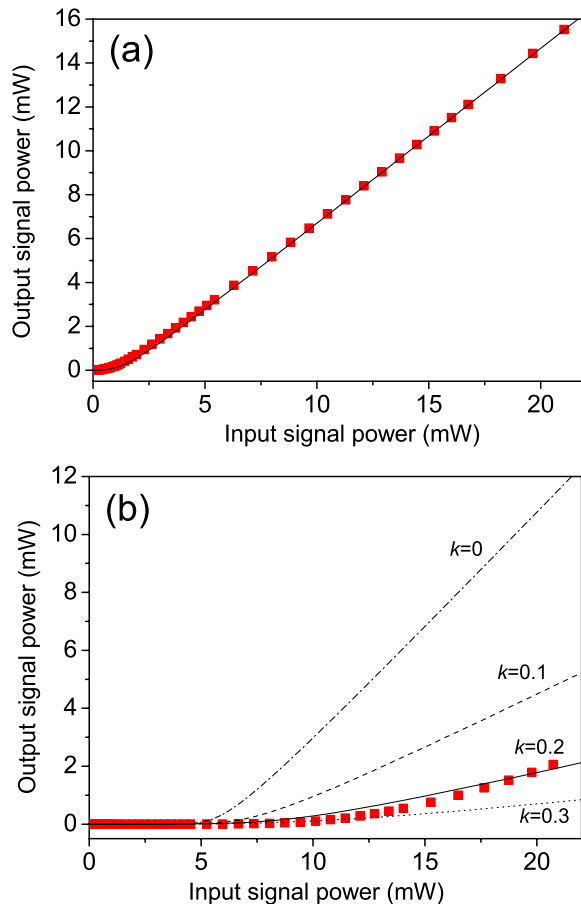


Fig. 3. (Color online) (a) Experimental (squares) and simulated (solid curve) signal output–input power curve for the moderate EDF. (b) Experimental (squares) signal output–input power curve for the ultrahighly EDF and the results of simulations with different fraction of ion pairs: $k=0$ (dashed-dotted curve), $k=0.1$ (dashed curve), $k=0.2$ (solid curve), and $k=0.3$ (dotted curve).

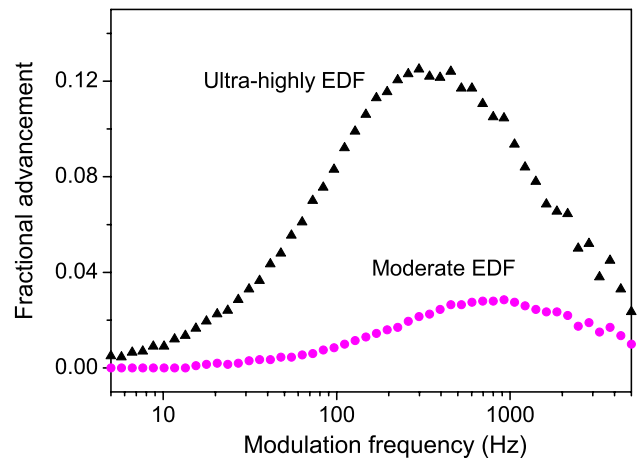


Fig. 4. (Color online) Fractional advancement F versus modulation frequency f_m for both fibers and a pump power of 108 mW.

$\times 10^{-25} \text{ m}^{-3}$, $\sigma_{13}=3 \times 10^{-25} \text{ m}^{-3}$, $A_s \approx 33 \mu\text{m}^2$ (signal mode field diameter $6.5 \mu\text{m}$), $A_p \approx 20 \mu\text{m}^2$ (pump mode field diameter $5.0 \mu\text{m}$), $A_c \approx 14 \mu\text{m}^2$ (fiber core diameter $4.2 \mu\text{m}$), and $\tau=10.5 \text{ ms}$, which are consistent with the values previously used in other works [4,12]. The insertion losses between the WDM coupler and the EDF were measured for the signal (0.8) and pump (0.65). The signal saturation power is $P_{\text{osat}} \approx 0.4 \text{ mW}$ and the pump saturation power is $P_{\text{psat}} \approx 1.3 \text{ mW}$. As an example, Fig. 3(a) shows the experimental and the simulated signal input–output power curves. In what follows we will use an average signal power of $P_0=0.5 \text{ mW}$, so $\hat{P}_0 \approx 1$.

To estimate the number of ion pairs in the ultrahighly EDF (3150 ppm) we measured the output–input power curve for a CW signal and compare it with the result of simulations [see Fig. 3(b)]. We developed simulations with different fraction of ion pairs that allowed us to see the PIQ effect in the propagation dynamics of the signal through the EDF. The PIQ strongly affects the slope effi-

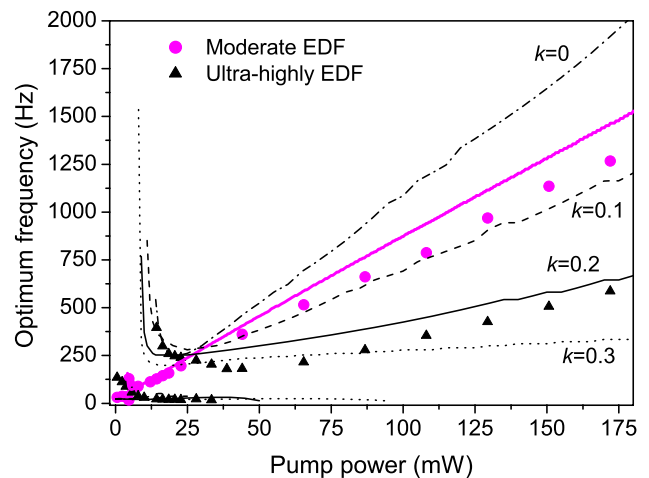


Fig. 5. (Color online) Experimental (circles) and simulated (thick curve) optimum frequency versus pump power for the moderate EDF. Experimental (triangles) optimum frequency versus pump power for the ultrahighly EDF and the results of simulations with different fractions of ion pairs: $k=0$ (dashed-dotted curve), $k=0.1$ (dashed curve), $k=0.2$ (solid black curve), and $k=0.3$ (dotted curve).

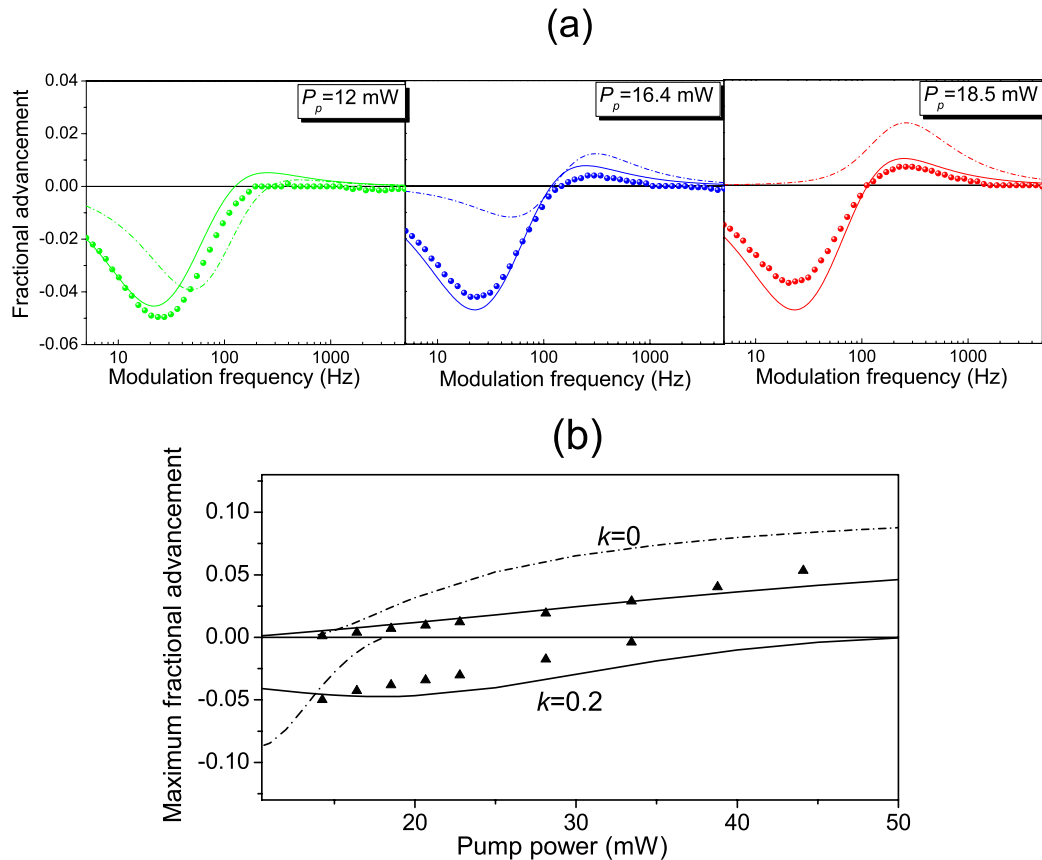


Fig. 6. (Color online) (a) Experimental (circles) fractional advancement F versus modulation frequency f_m for different pump powers. (b) Experimental (triangles) maximum fractional advancement–delay versus the pump power. Both figures correspond to the case of the ultrahighly EDF and the simulated curves have been done without PIQ (dashed-dotted curve) and with a fraction of ion pairs $k=0.2$ (solid curve).

ciency. These results suggested that there is 20% of ion pairs in the total ion concentration of this fiber.

B. Effect of Pair-Induced Quenching in the Slow- and Fast-Light Propagation

Let us analyze the effect of the PIQ in the fractional advancement F . First, we measure the variation of the fractional advancement F versus the modulation frequency f_m when pumping the fibers with an input pump power of 108 mW (see results in Fig. 4). Note that the maximum fractional advancement and the optimum modulation frequency at which this maximum occurs are very different for both fibers. We observe that fibers with a high doping level allow for larger advancements. For the moderate EDF the maximum fractional advancement achieved is around 0.03 whereas for the ultrahighly EDF the maximum fractional advancement increases by a factor of 4 (since its value is around 0.12). This increase factor is close to the ratio between the ion concentration of both fibers, as pointed out in our previous discussion. On the other hand, the optimum frequency shifts to smaller frequencies when increasing ion concentration. In particular, the frequency at which the maximum fractional advancement takes place appears around $f_{\text{opt}} \approx 790$ Hz for the moderate EDF, which is in agreement with Eq. (14). However, this value shifts to $f_{\text{opt}} \approx 350$ Hz for the ultrahighly EDF. Thus, the bandwidth of the system is hardly affected by the ion pairs present in this fiber.

To deeply analyze this point, let us see how the bandwidth changes with the pump power for both fibers. Figure 5 shows the optimum modulation frequency as a function of the pump power. At high pump powers the modulation frequency at which the maximum advancement is achieved increases linearly with pump power following Eq. (14) for the moderate EDF. For the ultrahighly EDF the slope of the curve of the optimum frequency with pump power deviates significantly from the theoretical prediction [Eq. (14)], which indicates that ion pairs degrade the bandwidth of the system. We have numerically solved Eqs. (11)–(13) for a fraction of ion pairs of 20% ($k=0.2$). The simulated value of the optimum frequency is plotted with a solid curve in Fig. 5. A good agreement with the experimental data is observed. Furthermore, in order to show the influence of ion pairs we also plotted in Fig. 5 the simulation results for different fractions of ions pairs. We observe that the slope of the optimum frequency versus pump power curve decreases as the fraction of ion pairs increases.

At moderate pump powers advancement or delay is achieved depending on the modulation frequency (see, for example, the value of the optimum frequencies obtained in the range of pump powers between 15 and 35 mW in the ultrahighly EDF shown in Fig. 5). This peculiar behavior has been reported in [16] and is due to the interplay between pump absorption and pump-power broadening of the spectral hole induced by coherent population

oscillations in these highly doped fibers. Thus, high-frequency modulated signals suffer strong advancement along the front part of the fiber and slightly delay along the last part of the fiber so a net advancement of these high-frequency signals is achieved. The opposite situation occurs for low frequency modulated signals, leading to a net delay [16]. As an example, we plot in Fig. 6(a) the fractional advancement–delay versus the modulation frequency for three different pump powers in the ultrahighly doped Er fiber. At 12 mW only delay is achieved for all the modulation frequencies, while at 18.5 mW advancement (delay) for high (low) frequency signals occurs so a transition from superluminal to subluminal propagation takes place solely by increasing the signal modulation frequency.

Let us analyze the effect of PIQ in this superluminal to subluminal transition. In Fig. 6(b) we plot the maximum fractional advancement–delay versus the pump power obtained for the ultrahighly EDF. We used a range of pump powers in which a transition from subluminal to superluminal propagation occurs. We developed simulations including the effect of a fraction of ion pairs of 20% (solid curve) and neglecting the PIQ effect (dashed-dotted curve). We conclude that ion pairs enlarge the transition region over a large range of pump powers. This enlargement can be also tested in detail in Fig. 6(a).

4. CONCLUSIONS

The effect of ion pairs in high-concentration erbium-doped fibers on slow- and fast-light propagation enabled by coherent population oscillations at room temperature has been experimentally investigated. We find that, although an increase of ion doping increases the fractional advancement obtained, the presence of erbium ion pairs in ultrahighly doped fibers degrades the bandwidth of the modulated signals that propagates at superluminal velocities. Furthermore, we observed that the enlargement of the range of pump powers at which a transition from subluminal to superluminal propagation takes place solely upon increasing the modulation frequency reported in ultrahighly doped fibers with respect to other less doped fibers is due to the presence of such ion pairs.

ACKNOWLEDGMENTS

This work has been supported by projects PR34/07-15847 Universidad Complutense de Madrid/Banco Santander Central Hispano, FIS2007-65382 Ministerio de Educación y Ciencia, and CCG07-UCM/ESP-2179 Universidad Complutense de Madrid-Comunidad de Madrid from Spain.

REFERENCES

1. K. Y. Song, M. G. Herráez, and L. Thèvenaz, "Observation of pulse delaying and advancement in optical fibers using stimulated Brillouin scattering," *Opt. Express* **13**, 82–88 (2005).
2. Y. Okawachi, M. S. Bigelow, J. E. Sharping, Z. Zhu, A. Schweinsberg, D. J. Gauthier, R. W. Boyd, and A. L. Gaeta, "Tunable all-optical delays via Brillouin slow light in an optical fiber," *Phys. Rev. Lett.* **94**, 153902 (2005).
3. J. E. Sharping, Y. Okawachi, and A. L. Gaeta, "Wide bandwidth slow light using a Raman fiber amplifier," *Opt. Express* **13**, 6092–6098 (2005).
4. A. Schweinsberg, N. N. Lepeshkin, M. S. Bigelow, R. W. Boyd, and S. Jarabo, "Observation of superluminal and slow light propagation in erbium-doped optical fiber," *Europhys. Lett.* **73**, 218–224 (2006).
5. M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, "Observation of ultraslow light propagation in a ruby crystal at room temperature," *Phys. Rev. Lett.* **90**, 113903 (2003).
6. M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, "Superluminal and slow light propagation in a room-temperature solid," *Science* **301**, 200–202 (2003).
7. L. W. Hillman, R. W. Boyd, J. Kransinski, and C. R. Stroud, "Observation of a spectral hole due to population oscillations in a homogeneously broadened optical absorption line," *Opt. Commun.* **45**, 416–419 (1983).
8. G. M. Gehring, A. Schweinsberg, C. Barsi, N. Kostinski, and R. W. Boyd, "Observation of backward pulse propagation through a medium with a negative group velocity," *Science* **312**, 895–897 (2006).
9. H. Shin, A. Schweinsberg, G. M. Gehring, K. Schwertz, H. J. Chang, R. W. Boyd, Q-H. Park, and D. J. Gauthier, "Reducing pulse distortion in fast-light pulse propagation through an erbium-doped fiber amplifier," *Opt. Lett.* **32**, 906–908 (2007).
10. F. Sanchez, P. L. Boudec, P.-L. Francois, and G. Stephan, "Effects of ion pairs on the dynamics of erbium-doped fiber lasers," *Phys. Rev. A* **48**, 2220–2229 (1993).
11. J. L. Wagener, P. F. Wysocki, M. J. F. Digonnet, H. J. Shaw, and D. J. DiGiovanni, "Effects of concentration and clusters in erbium-doped fiber lasers," *Opt. Lett.* **18**, 2014–2016 (1993).
12. P. F. Wysocki, J. L. Wagener, M. J. F. Digonnet, and H. J. Shaw, "Evidence and modelling of paired ions and other loss mechanisms in erbium-doped silica fibers," *Proc. SPIE* **1789**, 66–79 (1993).
13. J. Li, K. Duan, Y. Wang, W. Zhao, J. Zhu, Y. Guo, and X. Lin, "Modeling and effects of ion pairs in high-concentration erbium-doped fiber lasers," *J. Mod. Opt.* **55**, 447–458 (2008).
14. S. Melle, O. G. Calderón, F. Carreño, E. Cabrera, M. A. Antón, and S. Jarabo, "Effect of ion concentration on slow light propagation in highly doped erbium fibers," *Opt. Commun.* **279**, 53–63 (2007).
15. Y. Zhang, W. Qiu, J. Ye, N. Wang, J. Wang, H. Tian, and P. Yuan, "Controllable ultraslow light propagation in highly-doped erbium fiber," *Opt. Commun.* **281**, 2633–2637 (2008).
16. S. Melle, O. G. Calderón, C. E. Caro, E. Cabrera-Granado, M. A. Antón, and F. Carreño, "Modulation-frequency-controlled change from sub- to superluminal regime in highly doped erbium fibers," *Opt. Lett.* **33**, 827–829 (2008).
17. R. W. Boyd, D. J. Gauthier, and A. L. Gaeta, "Applications of slow light in telecommunications," *Opt. Photonics News* **17**, 18–23 (2006).

4.2. Transición de luz lenta a rápida producida por la atenuación del haz de bombeo en fibras de erbio altamente dopadas

Propagation-induced transition from slow to fast light in highly doped erbium fibersOscar G. Calderón,^{*} Sonia Melle, M. A. Antón, F. Carreño, and Francisco Arrieta-Yañez
Escuela Universitaria de Óptica, Universidad Complutense de Madrid, C/ Arcos de Jalón s/n, 28037 Madrid, Spain

E. Cabrera-Granado

Department of Physics, Duke University, Durham, North Carolina 27708, USA

(Received 4 April 2008; revised manuscript received 16 June 2008; published 10 November 2008)

We analyze the propagation regime of an amplitude-modulated 1536 nm signal when traveling along a highly doped erbium fiber pumped at 977 nm as a function of the fiber length. A propagation-induced transition from superluminal to subluminal propagation takes place along the fiber length which allows a change in regime solely based upon increasing the signal modulation frequency. This peculiar behavior is due to the interplay between pump absorption and pump-power broadening of the spectral hole induced by coherent population oscillations. The effect of ion density on this frequency-dependent regime change has been investigated.

DOI: [10.1103/PhysRevA.78.053812](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.78.053812)

PACS number(s): 42.65.-k, 42.50.Gy

I. INTRODUCTION

Controlling the speed of light in solid state materials at room temperature is a task that has received recent attention due to its potential applications in telecommunications [1]. Bigelow *et al.* [2] carried out the first experiment concerning slow light propagation at room temperature in solids based on coherent population oscillations (CPOs). They reported a reduction of the speed of light in a 7.25-cm-long ruby rod down to 57 m/s by producing a hole as narrow as 37 Hz (half width at half maximum) in the absorption spectrum. This hole is created by the periodic modulation of the ground state population at the beat frequency between the probe field and the control field propagating along the sample. The hole linewidth is proportional to the inverse of the relaxation lifetime of the excited level [3]. In addition, Bigelow *et al.* [4] observed both superluminal and ultraslow light propagation in an alexandrite crystal arising from CPO involving chromium ions either in inversion or mirror sites within the crystal lattice. They measured group velocities as slow as 91 ms⁻¹ to as fast as -800 ms⁻¹. They also analyzed the propagation of smooth and discontinuous pulses through the abovementioned materials [5]. They found that a discontinuous jump within a pulse propagates at the usual phase velocity of light whereas the smooth portion of the pulse propagates at the group velocity. Room-temperature slow light via CPO has also been observed in semiconductor structures, such as VCSEL's [6] and quantum dots [7], devices in which bandwidths as large as 2–3 GHz were obtained. Öham *et al.* [8] showed the possibility of controlling simultaneously the delay and the amplitude of optical signals at 10 GHz by combining sections of slow and fast light propagation in an integrated semiconductor device. Subluminal and superluminal propagation in other solids at room temperature has also been achieved such as in photorefractive materials based on the dispersive phase coupling effect in nonlinear wave mixing processes [9,10], and in a Kerr medium due to the strong

highly dispersive coupling between different frequency components of the light pulse [11].

Much research has been focused on the control of the speed of light in optical fibers since these devices would be compatible with fiber-optic communication systems. Song *et al.* [12] and Okawachi *et al.* [13] demonstrated slow and fast light in optical fibers for the first time. The underlying mechanism is known as stimulated Brillouin scattering, which consists in the interaction of two propagating waves, a pump wave and a Stokes wave, which generates an acoustic wave at the frequency difference of the pump and the Stokes fields. The slow light resonance can be placed at the desired wavelength by changing the frequency of the pump field. A related process, stimulated Raman scattering, has also been used in optical fibers to demonstrate an ultrafast all-optical controllable delay [14]. A modification of group velocity by CPO has been reported in an erbium doped fiber (EDF) by Schweinsberg *et al.* [15], where an amplitude-modulated 1550 nm signal copropagates with a 980 nm pump signal. They used a 13 m-long EDF with Er ion density of $1.78 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ (90 ppm wt.). They observed a change from subluminal to superluminal propagation upon increasing pump power. They obtained a maximum fractional delay of 0.089 and a maximum fractional advancement of 0.124. By using the same experimental system, fast light pulse propagation has been studied in more detail in Refs. [16,17]. The effect of ion density on slow light propagation enabled by CPO has been experimentally addressed for highly doped erbium fibers [18,19]. It was found that ultra-high ion concentration can simultaneously increase the fractional delay and the bandwidth of the signals that can propagate through the fibers without noticeable distortion.

In this work, we analyze the subluminal and superluminal propagation of amplitude-modulated signals through highly doped erbium fibers pumped with a 977 nm laser. Due to the strong depletion of the pump field along the fiber, the amplitude-modulated signal changes from being amplified to being absorbed when propagating through it. Thus, a propagation-induced change from superluminal to subluminal could take place along the fiber. Our aim is to study this question by analyzing the fractional advancement achieved

^{*}oscargc@opt.ucm.es; URL:<http://www.ucm.es/info/laserlab>

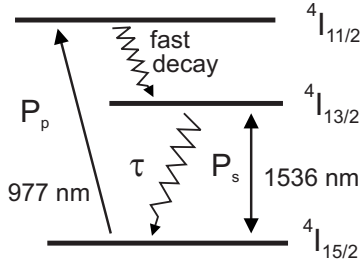


FIG. 1. Three-level system for Er ions and signal and pump beams.

by amplitude-modulated signals propagating through highly doped erbium fibers.

The paper is organized as follows. The theoretical model used to study CPO in highly doped erbium fibers is described in Sec. II. The experimental setup is described in Sec. III. The experimental results are presented in Sec. IV together with a brief discussion. The final conclusions are summarized in Sec. V.

II. PROPAGATION EQUATIONS

The propagation of an amplitude periodically modulated signal through an EDF has been modeled in previous works on CPO by using both semiclassical and rate equation procedures [2,15]. We consider the erbium ions as three-level atomic systems interacting with a power-modulated 1536 nm signal and a 977 nm pump (see Fig. 1). We also assume a fast decay from the upper state pumped by the 977 nm laser ($^4I_{11/2}$), and we obtain the rate equation for the population N_1 of the ground state ($^4I_{15/2}$) and the propagation equations for the signal power P_s and the pump power P_p :

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{(\rho - N_1)}{\tau} + \frac{P_s \sigma_{21}}{\hbar \omega_s A_s} (\rho - N_1) - \frac{P_s \sigma_{12}}{\hbar \omega_s A_s} N_1 - \frac{P_p \sigma_{13}}{\hbar \omega_p A_p} N_1, \quad (1)$$

$$\frac{dP_s}{dz} = [\sigma_{21} \rho - (\sigma_{21} + \sigma_{12}) N_1] \eta_s P_s, \quad (2)$$

$$\frac{dP_p}{dz} = -\sigma_{13} N_1 \eta_p P_p, \quad (3)$$

where z is the distance along the fiber. Here ρ is the ion density and τ is the lifetime of the metastable state ($^4I_{13/2}$). σ_{21} (σ_{12}) is the emission (absorption) cross sections, at the signal frequency ω_s , and A_s is the signal mode area. σ_{13} is the absorption cross section at the pump frequency ω_p , and A_p is the pump mode area. $\eta_s = A_c/A_s$ ($\eta_p = A_c/A_p$) is the ratio between the fiber core area and the signal (pump) mode area.

The signal is modulated as follows: $P_s = P_0 + P_m \cos(2\pi f_m t)$, where P_0 is the average signal power, P_m is the modulation amplitude, and f_m is the modulation frequency. Due to the modulation of the signal, a periodic coherent oscillation of the population of the ground state occurs at the same frequency which produces a hole in the absorption (gain) spectrum of the modulated part of the signal,

leading to slow (fast) light propagation of the sinusoidal part of the signal. The propagation equations for P_0 and P_p through the fiber read

$$\frac{d\hat{P}_0}{dz'} = -\frac{\alpha_s(1 - \beta_s \hat{P}_p) \hat{P}_0}{1 + \hat{P}_0 + \hat{P}_p}, \quad (4)$$

$$\frac{d\hat{P}_p}{dz'} = -\frac{\alpha_p \left(1 + \frac{\beta_s}{1 + \beta_s} \hat{P}_0\right) \hat{P}_p}{1 + \hat{P}_0 + \hat{P}_p}, \quad (5)$$

where the distance $z' = z/L$ has been normalized to the fiber length L . $\hat{P}_0 = P_0/P_{0\text{sat}}$ is the ratio of P_0 to the signal saturation power $P_{0\text{sat}} = \hbar \omega_s A_s / [\tau(\sigma_{21} + \sigma_{12})]$. The ratio between the signal cross sections is $\beta_s = \sigma_{21}/\sigma_{12}$, and $\alpha_s = L\sigma_{12}\rho\eta_s$ is the signal absorption coefficient. $\hat{P}_p = P_p/P_{p\text{sat}}$ is the ratio of P_p to the pump saturation power $P_{p\text{sat}} = \hbar \omega_p A_p / (\tau\sigma_{13})$, and $\alpha_p = L\sigma_{13}\rho\eta_p$ is the pump absorption coefficient. The phase delay experienced by the periodic part of the signal ϕ due to CPO satisfies the following propagation equation:

$$\frac{d\phi}{dz'} = -\alpha_s \frac{(1 - \beta_s \hat{P}_p) \hat{P}_0}{1 + \hat{P}_0 + \hat{P}_p} \frac{2\pi f_m \tau}{(1 + \hat{P}_0 + \hat{P}_p)^2 + (2\pi f_m \tau)^2}. \quad (6)$$

The fractional delay, F , is defined as $F \equiv \phi/(2\pi)$. Analytical expressions have been deduced in Refs. [2,4,15] by neglecting the attenuation or amplification of the average signal P_0 and the pump P_p (nondepleted solution). In this case, it can be easily seen that for pump powers below a threshold ($1/\beta_s$) throughout all the length of the fiber only delay is achieved for all of the modulation frequencies whereas for pump powers above threshold throughout all the length of the fiber only advancement is achieved. Moreover, the maximum fractional delay or advancement occurs at the modulation frequency (optimum frequency) given by [2,15]

$$f_{\text{opt}}^{(l)} = \frac{1}{2\pi\tau} (1 + \hat{P}_0 + \hat{P}_p), \quad (7)$$

where superindex (l) is used to indicate the prediction for the nondepleted solution. The value of this optimum modulation frequency corresponds to the half width at half maximum of the spectral hole induced by the CPO effect in the absorption spectrum, and roughly measures the maximum modulation bandwidth that can experience the full slow or fast light effect [1]. Note that an increase in pump power results in a linear increase of $f_{\text{opt}}^{(l)}$. In the present work, a strong variation of the signal and the pump takes place along the fiber due to the high concentration of erbium ions. Therefore, in order to theoretically study the behavior of the fractional delay, we will numerically solve the Eqs. (4)–(6).

III. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup is depicted in Fig. 2 and consists of an EDF in the forward-pumped configuration. The signal beam comes from a pigtailed distributed feedback laser diode (Anritsu, GB5A016) operating at 1536 nm with current

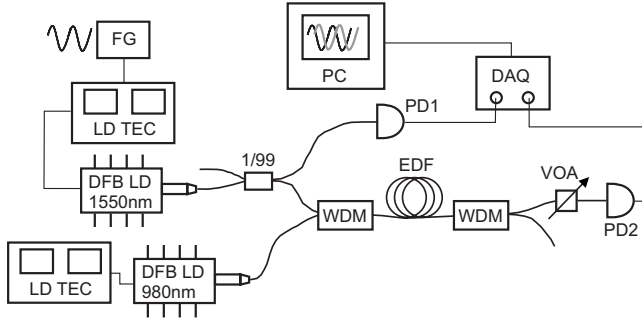


FIG. 2. Experimental setup used to measure slow and fast light in EDF's. LD TEC, laser diode, and temperature controller; FG: function generator; DFB LD: distributed feedback laser diode; WDM: wavelength division multiplexer; EDF: erbium doped fiber; VOA: variable optical attenuator; PD1 and PD2: photodetectors; DAQ: data acquisition card; PC: personal computer.

and temperature controllers (Thorlabs, ITC502) which allows us to operate the laser at room temperature. The signal beam is split into two beams: one part of the beam (1%) is sent directly to a switchable gain, amplified InGaAs photodetector (Thorlabs, PDA400) with a bandwidth of 10 MHz at the minimum gain setting, which is used as reference (PD1 in Fig. 2). The other part of the beam (99%) goes through the EDF under study and then to an identical photodetector (PD2 in Fig. 2). The EDF is pumped by a co-propagating beam obtained from a pigtailed laser diode (Thorlabs, PL975P200) operating at 977 nm with current and temperature controllers (Thorlabs, ITC510). The signal and pump beams are injected into the EDF through a wavelength division multiplexer (Thorlabs, WD202A). The pump and the signal beams are separated by means of an identical wavelength division multiplexer. In addition, an in-line variable optical attenuator (Thorlabs, VOA50) is placed in between the EDF and the photodetector to prevent its saturation. The reference signal and the EDF signal are recorded with a fast data acquisition card (rate of $\times 10^7$ samples/s) (National Instruments, PCI-6115S Series) and transferred to a computer for analysis. The experiment is controlled with a LABVIEW program.

The injection current of the laser signal is sinusoidally modulated by a function generator (Agilent, 33220A) so that the signal power injected into the fiber is given by $P = P_0 + P_m \cos(2\pi f_m t)$, where P_0 is the average signal power, P_m is the modulation amplitude, and f_m is the modulation frequency. The time delay t_d is obtained by carrying out the correlation between the reference signal and the signal propagated through the EDF. The fractional delay or advancement is given by $F = t_d f_m$.

We use single mode Al_2SiO_5 -glass-based fibers highly doped with Er^{3+} ions (provided by Liekii, Ltd.). The transition between the ground state $^4I_{15/2}$ and the excited metastable state $^4I_{13/2}$ of the erbium ions is at 1536 nm. The fibers have a nominal mode field diameter of $6.5 \mu\text{m}$ at 1550 nm, a fiber cladding of $245 \mu\text{m}$, and a numerical aperture of 0.2. We have carried out two kind of experiments. In the first experiment we considered EDF's with a constant ion density and equal to 3150 ppm wt. and different lengths ranging from 0.1 m to 1 m. In the second experiment we use 1 m

TABLE I. Properties of the EDFs.

| Fiber code | Peak absorption (dB/m) | Ion density ρ (m^{-3}) | Ion concentration (ppm wt.) |
|------------|------------------------|--|-----------------------------|
| Er20 | 20 ± 2 | 1.6×10^{25} | 800 |
| Er30 | 30 ± 3 | 2.1×10^{25} | 1050 |
| Er40 | 40 ± 4 | 2.7×10^{25} | 1350 |
| Er80 | 80 ± 8 | 6.3×10^{25} | 3150 |
| Er110 | 110 ± 10 | 8.7×10^{25} | 4350 |

long EDF's with several concentrations of Er^{3+} ions. Ion density corresponding to each fiber is listed in Table I and ranges from 800 to 4350 ppm wt. In what follows we will refer to each fiber with a code associated to the corresponding nominal peak absorption according to Table I.

IV. EXPERIMENTAL RESULTS AND SIMULATIONS

We have characterized the transmission of a continuous wave signal and a continuous wave pump through the fibers by measuring the corresponding input-output power curves. As an example, Fig. 3 shows the input-output power curves for the signal and pump beams using the least highly doped of the tested fibers, i.e., Er20. The experimental results (symbols) are plotted together with the predictions of the model (solid lines) described by Eqs. (4) and (5). We numerically solve the propagation equation of a continuous wave signal [Eq. (4) without pump] to obtain the simulated input-output power curve for signal beam. Likewise, we solve the propa-

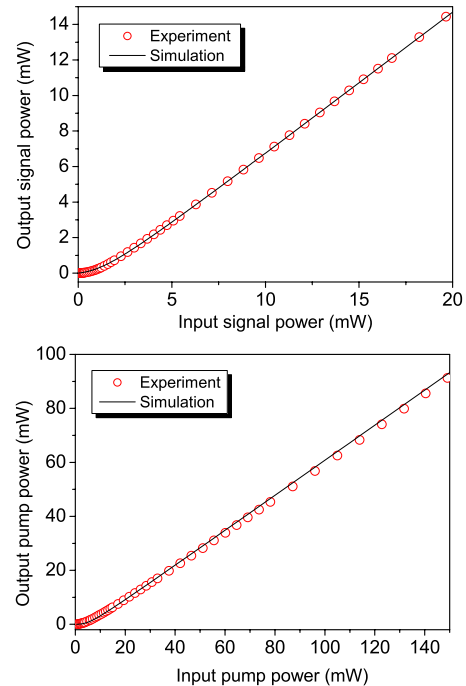


FIG. 3. (Color online) Experimental (symbols) and simulated (solid line) signal (upper graph) and pump (lower graph) output-input power curves for the Er20 fiber.

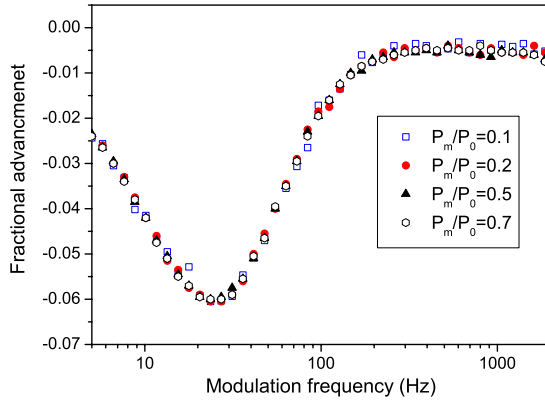


FIG. 4. (Color online) Experimental fractional advancement as a function of the modulation frequency for a 1 m long Er80 fiber (ion density 3150 ppm wt.), with different modulation amplitudes. The input pump power was $P_p = 8$ mW.

gation equation of a continuous wave pump [Eq. (5) without signal] to obtain the simulated input-output power curve for the pump beam. Several parameters are fixed and others are left free to obtain the best likelihood fitting. We used the mode field diameter value given by the manufacturer of $6.5 \mu\text{m}$ ($A_s \approx 33 \mu\text{m}^2$), and a typical value for the lifetime of the metastable state $\tau = 10.5$ ms [15,20]. We consider similar signal absorption and emission cross sections $\sigma_{12} \approx \sigma_{21}$. By fitting the numerical results to the experimental data we obtain the rest of the parameters $\sigma_{12} = 2.9 \times 10^{-25} \text{ m}^{-3}$, $\sigma_{13} = 3 \times 10^{-25} \text{ m}^{-3}$, $A_p \approx 20 \mu\text{m}^2$ (pump mode field diameter $5.0 \mu\text{m}$), $A_c \approx 14 \mu\text{m}^2$ (fiber core diameter $4.2 \mu\text{m}$), which are consistent with values previously used in other works [15,20]. The insertion loss between the wavelength division multiplexer and the EDF was measured for the signal beam (0.8) and pump beam (0.65). The signal saturation power is $P_{0\text{sat}} \approx 0.7$ mW and the pump saturation power is $P_{p\text{sat}} \approx 1.3$ mW. In Fig. 3 we show the simulated input-output power curves (solid lines) obtained for the Er20 fiber using the above mentioned parameters. In what follows we will use an average signal power of $P_0 = 0.5$ mW, very close to the signal saturation power.

In order to analyze the influence of the modulation amplitude (P_m) on the fractional advancement F , we have measured F as a function of the modulation frequency f_m by changing the ratio of the modulation amplitude to average input power from 10 to 70 %, thereby changing P_m/P_0 from 0.1 to 0.7. As an example, Fig. 4 displays the experimental results for F for different modulation amplitudes as a function of f_m in a semilog scale. The measurements are carried out in a 1 m long EDF with ion density equal to 3150 ppm wt. (Er80) and an input pump power $P_p = 8$ mW. Note that F does not exhibit significant changes upon the change of modulation amplitude although $F = F(f_m)$. Thus, in what follows we consider a modulation amplitude of $P_m/P_0 = 0.5$. This result is in agreement with the theoretical model which has been derived by using a perturbation method. In this perturbation analysis, we dropped any term that contains the product of more than one modulation magnitude in the equations corresponding to the average magnitudes. This means that we are neglecting the squares of the

modulation magnitudes, being this condition less restrictive than to neglect the ratio of the modulation amplitude to the average input power.

A. Effect of fiber length on slow and fast light propagation

In highly doped erbium fibers, the net gain strongly depends on the fiber length due to the high absorption of the pump along the fiber. Let us analyze the behavior of the magnitude F versus the modulation frequency f_m for fibers with different lengths and the same ion density (3150 ppm wt. which corresponds to Er80 fibers). Figure 5 shows the experimental (a) and simulated (b) fractional advancement variation with modulation frequency. The simulated results were calculated by numerically solving Eqs. (4)–(6). We observe that the numerical results agree with the experimental findings. For a more quantitative comparison, we plot in Fig. 5 the frequency where the maximum fractional advancement or delay occurs f_{opt} (c) and the value of that maximum $F(f_{\text{opt}})$ (d) for the different fibers. Note that f_{opt} changes with fiber length L although the prediction derived from the non-depleted solution will result in a constant value $f_{\text{opt}}^{(l)}$. This fact is a signature of the nonlinear effects arising from the high value of the doping level used in this fiber compared to others previously used [15].

We observe that for very short distances [see $L = 0.1$ m and $L = 0.2$ m in Fig. 5(a)] advancement is achieved for all of the values of f_m which indicates that the EDF operates as an amplifier. In particular, negative group velocities are obtained, for example the average group velocity at $L = 0.2$ m is $v_g \approx -2000$ m/s i.e., a group index of $n_g \approx -1.5 \times 10^5$. At these short distances, the maximum fractional advancement increases linearly with length, i.e., the maximum fractional advancement obtained at $L = 0.2$ m doubles the one at $L = 0.1$ m [see Fig. 5(d)], while the maximum of F is obtained around $f_m = 100$ Hz which is very close to $f_{\text{opt}}^{(l)}$ predicted by Eq. (7). These results point out that the analytical predictions reproduce the experimental findings at short distances where the signal and pump variations are not very important. However, if we increase the fiber length from $L = 0.2$ m to $L = 0.3$ m, the fractional advancement curve remains essentially unaltered, in agreement with the simulations [see Fig. 5(b)]. Then, we cannot achieve a larger advancement by increasing the length of the fiber since it seems that the advancement is saturated. More interestingly, for $L = 0.5$ m in Fig. 5(a) we observe that an increase in the modulation frequency switches from delay to advancement, in agreement with the simulations. These results can be better understood by considering the spatial dependence of the signal and pump powers. We plot in Fig. 6(a) the simulated signal and pump powers as a function of the distance along the fiber (z). Note that the signal power starts to decrease near $L = 0.3$ m where the pump power decays below the amplification threshold value, which corresponds to the pump saturation power ($P_p/P_{p\text{sat}} \approx 1$). It means that a change from signal gain to signal absorption occurs around $L \approx 0.3$ m, so a propagation-induced transition from superluminal to subluminal propagation takes place. Thus, the advancement ob-

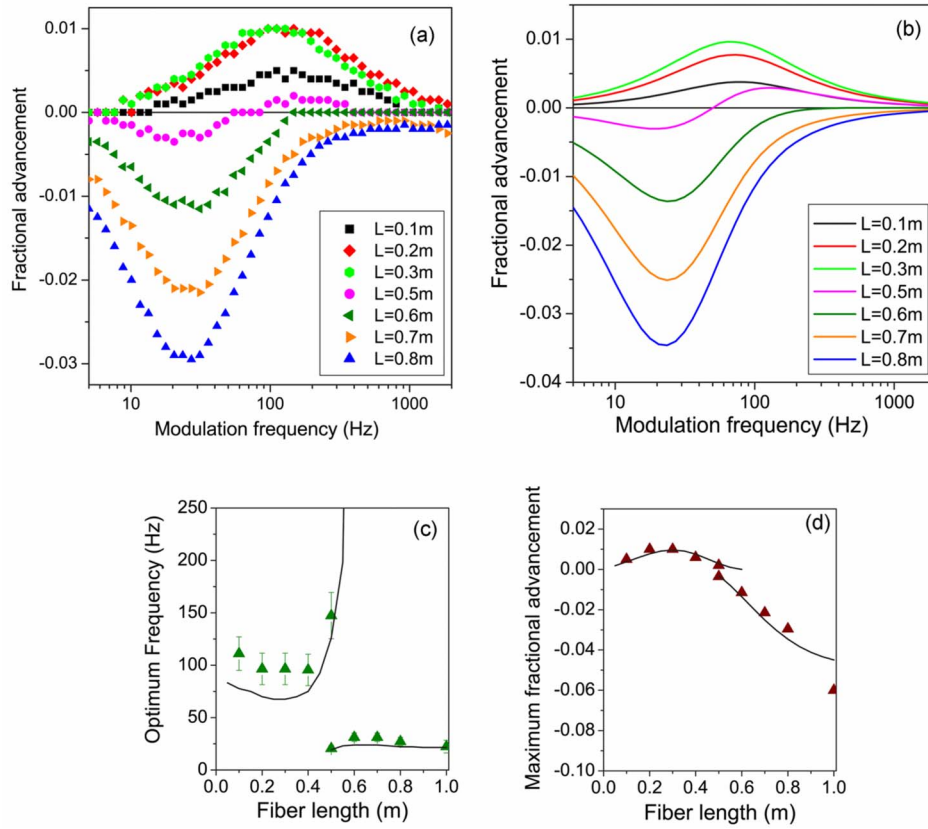


FIG. 5. (Color online) (a) Experimental and (b) simulated fractional advancement versus modulation frequency for Er80 fibers (ion density 3150 ppm wt.) with different fiber lengths. From these curves we obtain the experimental (triangle) and simulated (solid line) optimum modulation frequency (c) and the maximum fractional advancement (d) versus the fiber length. The input pump power was $P_p = 8$ mW.

tained at short distances will start to decrease due to the additional delay accumulated in the rest of the fiber length. At $L=0.5$ m, the regions along the fiber where gain or absorption take place are nearly equal in length in such a way that both processes will compete. We also plot in Fig. 6(b) the simulated fractional advancement versus the distance along the fiber for different modulation frequencies. Let us focus on the output fractional advancement at $L=0.5$ m [see the vertical dotted line in Fig. 6(b)]. When a high frequency signal propagates along the fiber, in the first region of the fiber (where gain is dominant) this signal will undergo strong advancement. As long as it continues traveling through the fiber, attenuation will become dominant so that this high frequency signal will be slightly delayed in the last part of the fiber. Both contributions will produce a net advancement of the signal at the output of the fiber [see, for example, $f_m = 130$ Hz in Fig. 6(b)]. On the other hand, when a low frequency signal propagates through the fiber, in the first region of the fiber (where gain is dominant) this signal will undergo a slight advancement. As long as it continues traveling through the fiber this low frequency signal will be strongly delayed since attenuation is dominant. The result at the fiber output will be a net delay [see, for example, $f_m = 20$ Hz in Fig. 6(b)]. Note that f_{opt} suffers a rapid rise with fiber length for the fast light part of the plot shown in Fig. 5(c). As we mentioned above, as the length is increased, the delay be-

comes larger, diminishing the advancement achieved in the first part of the fiber. However, the maximum delay is achieved for a lower frequency with respect to the maximum advancement (see Fig. 5). Therefore, zero advancement is achieved first for lower frequencies, while the range of frequencies showing net advancement rapidly shifts to a higher region of the spectrum. We note that the value of the net advancement is very small, so this phenomenon cannot be used to increase the range of frequencies where fast light is achieved by means of CPO in EDF's.

Finally, if we consider a length of $L=0.6$ m, delay is achieved at all modulation frequencies. A further increase of the length will produce an increase of the maximum delay, whereas f_{opt} shifts to lower values. For the largest length shown in Fig. 5(a), the average group velocity is $v_g \approx 530$ m/s, i.e., a group index of $n_g \approx 6 \times 10^5$.

In conclusion, we found a range of intermediate lengths that will lead to the striking behavior exhibited by the curves displayed in Fig. 5(a) for $L=0.5$ m that contains a delay section for low modulation frequencies and an advancement section for high modulation frequencies. This range of lengths can be seen in Figs. 5(c) and 5(d) where a multivalued region appears in the vicinity of $L=0.5$ for both the maximum fractional advancement and the optimum modulation frequency. Upon closer inspection, we notice that for each fiber length we find a range of pump powers leading to

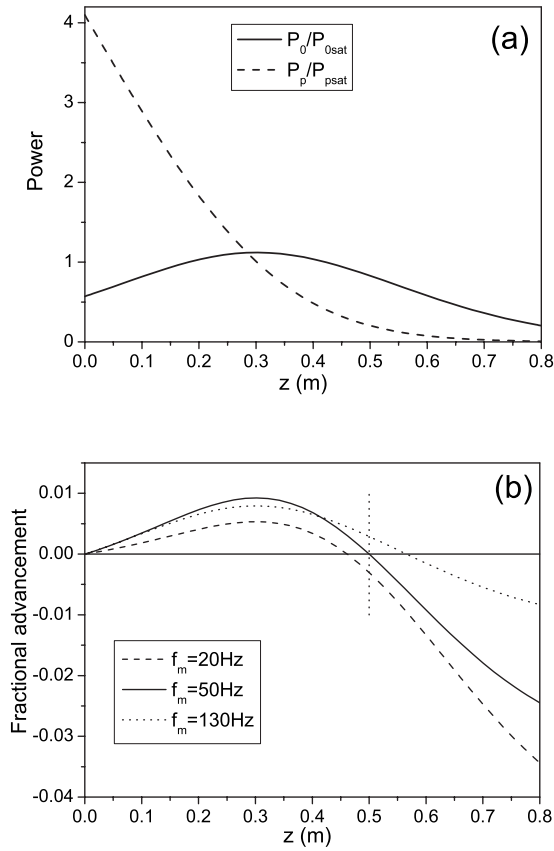


FIG. 6. (a) Simulated dimensionless average signal power \hat{P}_0 (solid line) and pump power \hat{P}_p (dashed line) versus the distance along the fiber. (b) Simulated fractional advancement versus the distance along the fiber for different modulation frequencies. In all cases we used the parameters corresponding to Fig. 5.

the transition from subluminal to superluminal propagation. Figure 7 shows a map of the different light propagation regimes observed as a function of the pump power and the fiber length. The range of pump powers where superluminal and subluminal propagation appear simultaneously is wider as the fiber increases in length.

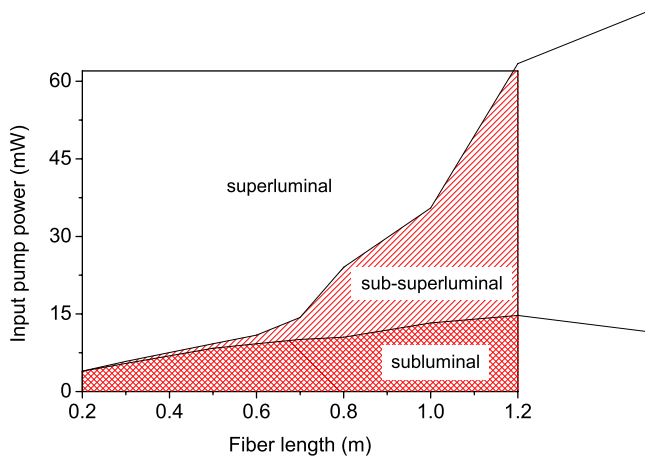


FIG. 7. (Color online) Map of light propagation regimes as a function of the input pump power and the fiber length.

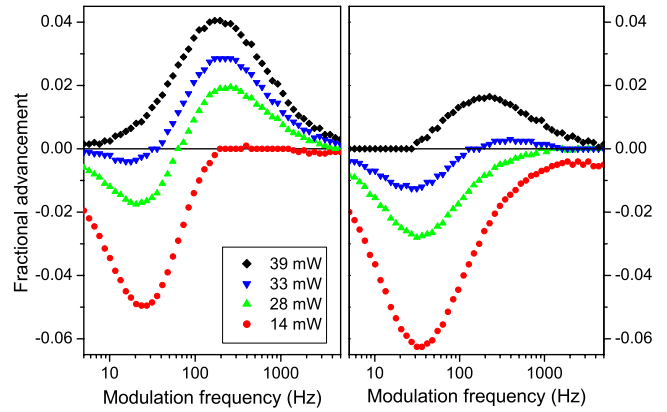


FIG. 8. (Color online) Experimental fractional advancement versus modulation frequency for different pump powers in Er80 fiber. (Left) pump copropagating with signal and (right) pump counterpropagating with signal.

As we found above, the frequency-dependent regime change appears due to the strong variation of the gain along the fiber length which arises from the nearly exponential decay of the pump power. In order to experimentally endorse this explanation let us compare the response of the forward and backward pumped configurations. Figure 8 shows the different response found when pump and signal are copropagating (left) or counterpropagating (right) along the fiber. It is clearly shown that in the co-propagating case the advancement is favored. This difference is due to the different longitudinal profile developed by the signal power along the fiber since we are working in the nonlinear regime for both pump and signal beams. In the copropagating case, the advancement is mainly obtained at the beginning of the fiber where the signal power is close to the input one. We must note that the input signal power used is close to its saturation power, which in fact is approximately the optimum value to enhance the slow or fast light effect [18]. On the other hand, when pump and signal are counterpropagating, the advancement is obtained at the final end of the fiber from which we inject the pump. There, the signal power is much lower than the input one, and therefore is far from its optimum value. Therefore, the different longitudinal profile developed by the signal power leads to different net delay or advancement. In particular, an input pump power close to 33 mW copropagating with the signal gives advancement for most of the modulation frequencies whereas the same pump power injected in the opposite direction gives delay for most of the modulation frequencies. Furthermore, the range of pump values leading to simultaneous subluminal and superluminal propagation reduces in the counterpropagating case. As shown in Fig. 8, this range of pump values decreases from 14–33 mW for the copropagating case to 33–39 mW for the counterpropagating case.

B. Effect of ion density on slow and fast light propagation

All the previous results have been obtained by using fibers with an ultrahigh ion concentration equal to 3150 ppm wt. It is expected that as ion density decreases,

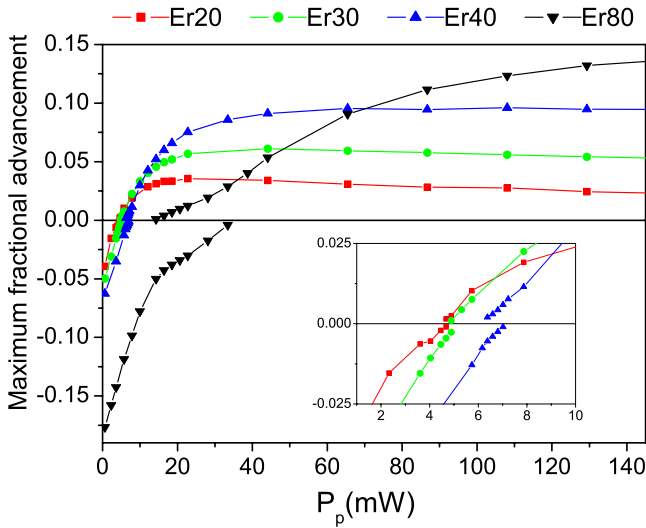


FIG. 9. (Color online) Experimental maximum fractional advancement or delay versus pump power for fibers 1 m long with different ion density. (Inset) Zoom of the transition region from subluminal to superluminal propagation for Er20-Er40.

superluminal propagation will be achieved for lower pump values. Now, we turn our attention to the influence of ion density on magnitudes F and f_{opt} . To this end we use fibers with fixed value of $L=1$ m and different ion densities as indicated in Table I. We have measured the curves F versus f_m for each fiber at different pump powers. From each one of the F - f_m curves we determine $F(f_{opt})$. In those cases where subluminal and superluminal propagation is obtained, we determine $F(f_{opt})$ for each one of the two regimes. The results are plotted in Fig. 9. In the absence of pump, the value of $F(f_{opt})$ increases as the ion density increases, as reported in Ref. [18]. The effect of the pump is to modify $F(f_{opt})$ and, at certain values of the pump, $F(f_{opt})$ turns to take positive values. Thus, we conclude in accordance with Schweinsberg *et al.* [15] that the main effect of pump is to turn delay into advancement. Furthermore, the values of advancement obtained tend to saturate, i.e., at a certain pump power an additional increment of the pump power does not produce observable effects on $F(f_{opt})$. The most striking result is clearly visible for the Er80 fiber where there is a region of pump powers where $F(f_{opt})$ is bivaluated. This reflects the fact previously mentioned in Sec. IV A, where F - f_m curves show subluminal and superluminal propagation of the amplitude-modulated signals. The interval of pump powers which exhibits this behavior is density dependent as is depicted in the inset of Fig. 9. Note that for the least-doped fiber this interval is extremely reduced. This may explain why this phenomenon was not observed previously [15] since the ion density used there is approximately 10 times lesser than that of the Er20 fiber.

Finally, to enlarge the pump powers range at which the transition from subluminal to superluminal propagation can be induced when varying the modulation frequency, we used the ultra highly doped Er110 fiber. Figure 10 shows the fractional advancement versus modulation frequency for different pump powers. In the Er110 fiber we obtained large delays by pumping the EDF. This result contrasts with those ob-

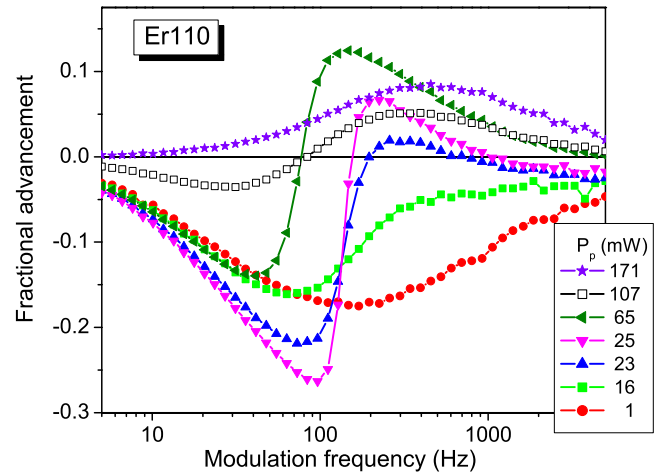


FIG. 10. (Color online) Experimental fractional advancement versus modulation frequency for different pump powers for a 1-m long Er110 fiber.

tained in the rest of the fibers, where the largest delay is achieved with the lowest pump power. In order to understand this counterintuitive behavior we developed simulations for the case of Er110. Without the pump, a delay accumulates in the front of the fiber (see Fig. 11) since the signal amplitude will rapidly decrease during propagation due to the strong absorption of this fiber. However, by using a moderate pump, losses can be partially compensated thus leading to slow down the signal decay. Therefore, although advancement is obtained at the front part of the fiber, a greater accumulation of delay is achieved along the rest of the fiber, leading to a larger delay at the fiber output than that obtained in the case without pump (see Fig. 11). In summary, these results points out the strong dependence of F on the input signal strength as was shown previously in Ref. [18]. A further inspection of Fig. 10 reveals that the maximum fractional delay and advancement achieved in this fiber are obtained in its transition region, where a small change in frequency can result in a huge fractional delay around -0.3 or a great fractional advancement around 0.15 . The transition region occupies most of the range of tested pump powers (see Fig. 10).

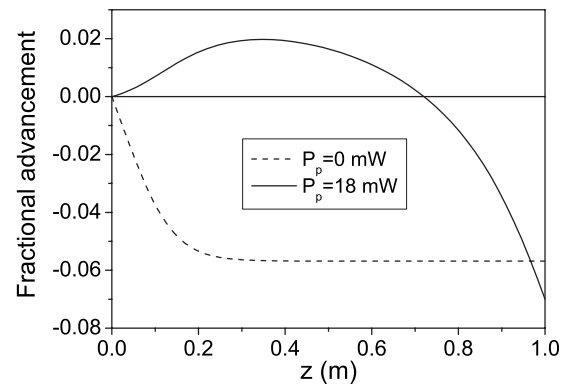


FIG. 11. Simulated fractional advancement versus the distance along the fiber for a modulation frequency $f_m=30$ Hz for the case without pump (dashed line) and with an input pump power of $P_p=18$ mW (solid line). We used the ion density of Er110 fiber.

We can visualize the frequency dependency on the propagation regime of the amplitude-modulated signals by linearly sweeping the modulation frequency from the frequency of the maximum delay to the frequency of the maximum advancement. Figure 12 shows the time evolution of the reference signal (dashed line) and the EDF signal (solid line) for an input pump power of $P_p=107$ mW whose fractional advancement has been plotted in Fig. 10 (open squares). A linear frequency sweep from 30 to 200 Hz allows us to directly observe the continuous transition from subluminal to superluminal propagation.

V. CONCLUSIONS

We have carried out experiments on slow light and fast light propagation at room temperature of amplitude-modulated signals at the telecommunications wavelength of 1536 nm through highly doped erbium fibers pumped at 977 nm. Due to the strong absorption of pump power along the fiber, the amplitude-modulated signal changes from being amplified to being absorbed when propagating through the fiber. Therefore, a propagation-induced transition from superluminal to subluminal propagation takes place along the fiber. As a consequence, for fiber lengths where the amplification and the absorption sections are comparable, we observed that solely upon increasing the modulation frequency a switch from delay to advancement occurs. It means that high frequency modulated signals suffer a strong advancement along the amplification section—front part of the fiber—and a slight delay along the absorption section—last part of the fiber—which gives a net advancement. The opposite situation occurs for low frequency modulated signals, leading to a net delay. This phenomenon appears thanks to the abovementioned strong pump absorption and the pump-

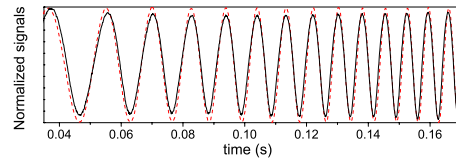


FIG. 12. (Color online) Experimental time evolution of the normalized modulated reference signal (dashed line) and the corresponding EDF signal (solid line) after propagating through the Er110 fiber. The input pump power was $P_p=107$ mW. The amplitude modulation frequency linearly sweeps from 30 Hz (exhibiting delay) to 200 Hz (exhibiting advancement).

power broadening of the spectral hole induced by coherent population oscillations.

Moreover, we have analyzed the effect of ion density on this frequency-dependent regime change. We have observed that an increase in Er ion concentration increases the value of the fractional delay achieved without pump and the value of the fractional advancement achieved at high pump values. We also found that the frequency-dependent regime change becomes more abrupt as ion density increases. Finally, we obtained that the delay can be increased by slightly pumping the ultra highly doped Er110 fiber, in contrast to what we observed in the other fibers where the maximum delay is achieved without pump.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank to Cesar E. Caro for fruitful discussions. This work has been supported by Projects No. FIS2007-65382 (MEC), No. PR34/07-15847 (UCM/BSCH), and No. CCG07-UCM/ESP-2179 (UCM-CM) from Spain. E. Cabrera-Granado acknowledges the support of Fundación Ramón Areces.

-
- [1] R. W. Boyd, D. J. Gauthier, and A. L. Gaeta, *Opt. Photonics News* **17**, 18 (2006).
- [2] M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 113903 (2003).
- [3] L. W. Hillman, R. W. Boyd, J. Kransinski, and C. R. Stroud, Jr., *Opt. Commun.* **45**, 416 (1983).
- [4] M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, *Science* **301**, 200 (2003).
- [5] M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, H. Shin, and R. W. Boyd, *J. Phys.: Condens. Matter* **18**, 3117 (2006).
- [6] X. Zhao, P. Palinguinis, B. Pesala, C. J. Chang-Hasnain, and P. Hemmer, *Opt. Express* **13**, 7899 (2005).
- [7] H. Su and S. L. Chuang, *Opt. Lett.* **31**, 271 (2006).
- [8] F. Öhman, K. Yvind, and J. Mørk, *Opt. Express* **14**, 9955 (2006).
- [9] G. Zhang, F. Bo, R. Dong, and J. Xu, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 133903 (2004).
- [10] F. Bo, G. Zhang, and J. Xu, *Opt. Express* **13**, 8198 (2005).
- [11] Q. Yang, J. T. Seo, B. Tabibi, and H. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 063902 (2005).
- [12] K. Y. Song, M. G. Herráez, and L. Thèvenaz, *Opt. Express* **13**, 82 (2005).
- [13] Y. Okawachi, M. S. Bigelow, J. E. Sharping, Z. Zhu, A. Schweinsberg, D. J. Gauthier, R. W. Boyd, and A. L. Gaeta, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 153902 (2005).
- [14] J. E. Sharping, Y. Okawachi, and A. L. Gaeta, *Opt. Express* **13**, 6092 (2005).
- [15] A. Schweinsberg, N. N. Lepeshkin, M. S. Bigelow, R. W. Boyd, and S. Jarabo, *Europhys. Lett.* **73**, 218 (2006).
- [16] G. M. Gehring, A. Schweinsberg, C. Barsi, N. Kostinski, and R. W. Boyd, *Science* **312**, 895 (2006).
- [17] H. Shin, A. Schweinsberg, G. M. Gehring, K. Schwertz, H. J. Chang, R. W. Boyd, Q-H. Park, and D. J. Gauthier, *Opt. Lett.* **32**, 906 (2007).
- [18] S. Melle, O. G. Calderón, F. Carreño, E. Cabrera, M. A. Antón, and S. Jarabo, *Opt. Commun.* **279**, 53 (2007).
- [19] Y. Zhang, W. Qiu, J. Ye, N. Wang, J. Wang., H. Tian, and P. Yuan, *Opt. Commun.* **281**, 2633 (2008).
- [20] P. F. Wysocki, J. L. Wagener, M. J. F. Digonnet, and H. J. Shaw, *Proc. SPIE* **1789**, 66 (1993).

4.3. Control de la velocidad de grupo mediante oscilaciones coherentes de la población con forzamiento de la modulación del bombeo

Phase tunability of group velocity by modulated-pump-forced coherent population oscillations

Francisco Arrieta-Yañez, Sonia Melle,^{*} Oscar G. Calderón,[†] M. A. Antón, and F. Carreño
Escuela Universitaria de Óptica, Universidad Complutense de Madrid, Arcos de Jalón 118, 28037 Madrid, Spain
 (Received 12 July 2008; published 17 July 2009)

We propose a technique to obtain slow and fast light propagations based on coherent population oscillations forced by a modulated pump. This mechanism produces an enhancement of 1 order of magnitude of the delay or advancement of light signals. The relative phase between the pumps to the signal fields is used as a knob for changing light propagation from ultraslow group velocities to negative group velocities. The experimental realization of the phenomenon was carried out in an erbium-doped fiber amplifier at room temperature.

DOI: [10.1103/PhysRevA.80.011804](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.011804)

PACS number(s): 42.50.Gy, 42.65.-k

The control of the group velocity of pulses or signals in a medium has evolved into a subject of intense research. One of the most significant works on slow light is due to Kasapi *et al.* [1], where electromagnetic induced transparency (EIT) [2] was used to obtain a group velocity of $v_g = c/165$ in a Pb vapor. It is a well-established fact that in a resonant medium group velocity of a light pulse can be much lower than c , or even faster, without violating causality principle due to the high dispersion at the resonance frequency and the narrow transparency window arising from quantum interference. However, the experimental realization is difficult since EIT phenomenon is strongly influenced by the coherence dephasing time, thus requiring extremely refined experimental setups at low temperatures. Group velocities as low as $v_g = 17 \text{ ms}^{-1}$ in a Bose-Einstein condensate [3] have been measured. Fast and negative group velocities were also observed, as, for example, in a Cs vapor where $v_g = -c/310$ were obtained [4].

Coherent population oscillations (CPOs) have been shown to be another physical mechanism which allow for the variation in group velocity. The periodic modulation of the ground-state population at the beat frequency between a control and a probe field sharing a common atomic transition produces scattered light from the control field to the probe field leading to a decrease in the absorption of the probe field. This produces a narrow hole in the absorption profile for the probe field leading to slow light propagation [5]. This process is governed by the population relaxation time and becomes nearly insensitive to temperature. Slow and fast light at room temperature originated by CPO has been experimentally observed in solid-state crystals [5–7], semiconductor structures [8,9], erbium-doped fibers (EDFs) [10–12], and biological thin films [13]. A change from subluminal to superluminal propagation has been observed by turning the operating regime from absorption into gain by means of an additional pump beam [10] or current injection [14]. The delay or advancement achieved saturates with both pump and control field intensities due to gain saturation [5,6,10].

In previous works by our group [11], we have studied the effect of high doping levels in slow and fast light propagations in erbium-doped fiber amplifiers (EDFAs). A change

from subluminal to superluminal propagation solely upon increasing the beat frequency was observed due to the nonlinear propagation effects (strongly depleted regime) arising from the high value of the doping level. Here, in this work, we present a method to enhance 1 order of magnitude the delay or advancement of light signals by inducing a beat in the pump field at the same frequency as the beat between the control field and the probe field. The modulation of the pump imposes an extra oscillation of the population of the ground state that increases the amplitude of the population oscillations that produce the slow and fast light effects for the probe field. The possibility to modify at will the relative phase of the pump field to the probe field allows us to manage the magnitude of the delay or advancement experienced by the probe field. We show the feasibility of the method in EDFAs.

CPO in two-level atoms is a well-studied problem [15], which has received a renewed attention after the emergence of the experimental studies on slow light. The two levels $|1\rangle$ and $|2\rangle$ are connected by a field we call “signal” from now on (with Rabi frequency Ω_s), which is comprised of a strong control field Ω_{s0} at the resonant frequency ($\omega_{s0} = \omega_{21}$) and a weak probe field Ω_{s1} frequency shifted (see Fig. 1). This field can be written as $\Omega_s = \Omega_{s0} + \Omega_{s1} e^{-i\delta t}$, where δ is the beat frequency. As explained above, when the population oscillates at the beat frequency δ , the probe field experiences a delay. The addition of a pump field Ω_p with angular frequency far from that of the signal field and connecting the ground level to an auxiliary level $|3\rangle$ will allow us to turn

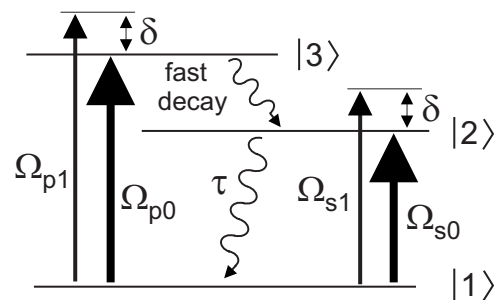


FIG. 1. Three-level atom with the control (Rabi frequency Ω_{s0}) and the probe (Rabi frequency Ω_{s1}) signal fields coupling $|1\rangle$ to the excited state $|2\rangle$. The strong (Rabi frequency Ω_{p0}) and weak (Rabi frequency Ω_{p1}) pump fields couple the ground state $|1\rangle$ to the fast decaying excited state $|3\rangle$. The Rabi frequencies are expressed in frequency units.

^{*}smelle@fis.ucm.es

[†]<http://www.ucm.es/info/laserlab>

delay into advancement for the probe field, depending on the pump power. Our goal is to force the population oscillations by modulating the pump field. Here, we consider that the pump field is also comprised of a strong field Ω_{p0} and a weak field Ω_{p1} frequency shifted at the same beat frequency δ (see Fig. 1). This pump field can be written as $\Omega_p = \Omega_{p0} + \Omega_{p1} e^{-i(\delta t - \varphi)}$ so that it could be out of phase with the probe field by a magnitude φ that can be externally changed. Let us assume that the third level $|3\rangle$ presents a fast decay into level $|2\rangle$ to reduce the system to an equivalent two-level atom whose dynamical evolution is given by

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -\gamma_{21} \rho_{21} - i\Omega_s W, \quad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{1+W}{\tau} + I_p \frac{1-W}{\tau} - 2i(\Omega_s^* \rho_{21} - \Omega_s \rho_{12}), \quad (2)$$

where ρ_{21} is the slowly varying coherence between levels $|1\rangle$ and $|2\rangle$ and $W \equiv \rho_{22} - \rho_{11}$ is the population inversion. γ_{21} is the coherence decay time, and τ is the relaxation decay time of level $|2\rangle$. $I_p = 2\tau|\Omega_p|^2/\gamma_{31}$ is the normalized pump intensity (pump intensity normalized to the pump saturation intensity), where γ_{31} is the coherence decay time from $|3\rangle$ to $|1\rangle$. A further simplification arises when the decay of the coherence takes place faster than the decay of the population inversion, i.e., by assuming that $\gamma_{21} \gg 1/\tau$. Then, the coherence ρ_{21} can be adiabatically eliminated, which reduces the problem to a modified rate equation of the form

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{1+W}{\tau} + I_p \frac{1-W}{\tau} - I_s \frac{W}{\tau}, \quad (3)$$

where we have defined the normalized intensity for the signal beam as $I_s = 4\tau|\Omega_s|^2/\gamma_{21}$ (signal intensity normalized to the signal saturation intensity). Note that the phase delay φ leads to a phase shift between the modulation of the normalized signal intensity $I_s \approx I_{s0} + 2\sqrt{I_{s0}I_{s1}} \cos(\delta t)$ to the modulation of the normalized pump intensity: $I_p \approx I_{p0} + 2\sqrt{I_{p0}I_{p1}} \cos(\delta t - \varphi)$, where $I_{sj} = 4\tau|\Omega_{sj}|^2/\gamma_{21}$ and $I_{pj} = 2\tau|\Omega_{pj}|^2/\gamma_{31}$ with $j=0,1$. We are interested in the group velocity of the probe field, thus we resort to use the Floquet harmonic expansion by expressing W in terms oscillating at harmonics of the beat frequency δ , as $W = W^{(0)} + W^{(+)} e^{-i\delta t} + W^{(-)} e^{i\delta t}$. We insert this expansion in Eq. (3), and by equating coefficients oscillating at the same harmonic of δ we obtain the following coefficients:

$$W^{(0)} = \frac{I_{p0} - 1}{\omega_c}, \quad (4)$$

$$W^{(+)} = \frac{-\frac{4\tau}{\gamma_{21}} \Omega_{s0} \Omega_{s1} W^{(0)}}{\omega_c - i\delta\tau} + \frac{\frac{2\tau}{\gamma_{31}} \Omega_{p0} \Omega_{p1} (1 - W^{(0)}) e^{i\varphi}}{\omega_c - i\delta\tau}, \quad (5)$$

where $\omega_c = 1 + I_{p0} + I_{s0}$ is the dimensionless optimum modulation frequency that roughly measures the width of the spectral hole in the absorption profile, that is, the maximum modulation bandwidth available [16]. To study the response of the system to the probe field, we calculate the susceptibility of the system as $\chi_{s1} = N_a \mu_{21}^2 \rho_{21}^{(+)} / (2\hbar \epsilon_0 \Omega_{s1})$, where N_a is

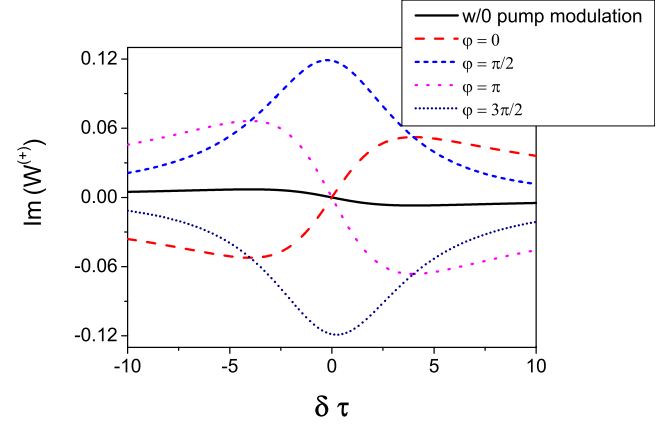


FIG. 2. (Color online) Imaginary part of $W^{(+)}$ as a function of $\delta\tau$ for $I_{s0}=1$, $I_{p0}=2$, $I_{s1}/I_{s0}=0.05$, and $I_{p1}/I_{p0}=0.1$ in the pump modulation cases for different values of φ .

the number of atoms in the system, μ_{21} is the electric dipolar moment, and $\rho_{21}^{(+)} = -i/\gamma_{21}(W^{(0)}\Omega_{s1} + W^{(+)}\Omega_{s0})$ is the part of the coherence oscillating at the beat frequency. The real part of the susceptibility, which accounts for the delay or advancement, depends on the imaginary part of $W^{(+)}$, i.e., the amplitude of the population oscillations which oscillate 90° out of phase (in quadrature) with respect to the probe field. $W^{(+)}$ has two terms [see Eq. (5)]: the first one corresponds to the amplitude of the population oscillations when only the signal field is modulated observed up to date. The second term corresponds to the contribution of the pump modulation to the amplitude of the population oscillations. To visualize the effect of pump modulation in the slow and fast light phenomena we plot in Fig. 2 the imaginary part of $W^{(+)}$ as a function of $\delta\tau$ in the case without pump modulation (solid line) and in the case with pump modulation for different values of φ (dashed and dotted lines). We observe how the amplitude of the population oscillations gets amplified when modulating the pump, which in turn will enhance the delay or advancement experienced by the probe field. Furthermore, this increase in the amplitude of the population oscillations is more pronounced for the phases $\pi/2$ and $3\pi/2$.

From the real part of the susceptibility we arrive to the phase delay ϕ_{s1} experienced by the probe field after propagating through a medium of length L :

$$\phi_{s1} = \frac{\alpha_0 L}{2} \left[\frac{A_0 \delta\tau - A_1 (\omega_c \sin \varphi + \delta\tau \cos \varphi)}{\omega_c (\omega_c^2 + (\delta\tau)^2)} \right], \quad (6)$$

where $\alpha_0 = N_a \omega_{21} \mu_{21}^2 / (2\hbar c \epsilon_0 \gamma_{21})$ is the unsaturated absorption coefficient, $A_0 = I_{s0}(I_{p0} - 1)$, and $A_1 = \sqrt{I_{p0}I_{p1}} / (I_{s0}I_{s1})(I_{s0} + 2)$. We define the fractional advancement as $F = \phi_{s1} / (2\pi)$. A close inspection of Eq. (6) reveals the important role played by the weak part of the pump field in the slow and fast light phenomena. The new term that arises when modulating the pump is proportional to $\sqrt{I_{p1}}$ and can lead to delay or advancement depending on the value of φ . Note that if the pump field is not modulated, the strength of the probe field does not influence the fractional advancement, as shown in previous works on CPO without pump modulation [11]. It should be pointed out that Eq. (6) as-

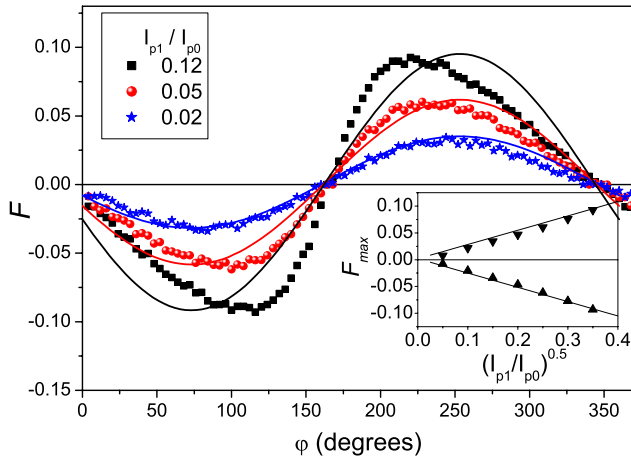


FIG. 3. (Color online) Experimental (symbols) and theoretical (lines) fractional delays or advancements as a function of phase φ for different weak normalized pump field intensities I_{p1} . (Inset) Experimental (symbols) and theoretical (lines) maximum fractional delays and advancements versus $\sqrt{I_{p1}/I_{p0}}$. The normalized signal intensity is set to $I_{s0}=0.3$, the normalized pump intensity to $I_{p0}=2.4$, and the weak normalized signal intensity to $I_{s1}=0.075 I_{s0}$ for a fixed value of $f_m=20$ Hz.

sumes implicitly the absence of z dependence in the field intensities, i.e., we assume the so-called undepleted solution.

To experimentally show the feasibility of the proposed technique we used an EDFA in the forward-pumped configuration (see [11] for more details on the experimental setup). A laser field tuned to 1550 nm couples the transition between the erbium ground state $^4I_{15/2}$ (level |1>) and the state $^4I_{13/2}$ (level |2>) whose lifetime is around $\tau=9$ ms. Another laser field tuned to 980 nm couples the ground state to level $^4I_{11/2}$ (level |3>). The relaxation time of coherence ρ_{21} is around 10^{-11} s, far from the time scale we are interested in ($\sim 10^{-2}$ s), thus the adiabatic following of coherence is satisfied. Both laser output powers are sinusoidally modulated at the same modulation frequency $f_m=\delta/(2\pi)$ by two synchronized function generators in order to control the relative phase φ between them. This relative phase is set to 0 by measuring the phase delay between pump and signal references. We use a 10-cm-long single mode Al_2SiO_5 -glass-based fiber-doped with Er^{3+} ions (ion density $N_a=6.3 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$). The linear absorption coefficient is $\alpha_0 \approx 0.24 \text{ cm}^{-1}$. The signal and pump saturation powers are 0.42 and 1.5 mW, respectively. We use the insertion losses as fitting parameters to reproduce the experimental curves, obtaining 0.96 for the signal and 0.35 for the pump. We compute the time delay or advancement t_d from the correlation of the reference signal and the signal propagated through the EDF. Then, the fractional delay or advancement is expressed as $F=t_d f_m$.

We plot in Fig. 3 the fractional delay or advancement versus φ when we modulate the pump and the signal powers at a modulation frequency of $f_m=20$ Hz (signal power 0.14 mW and pump power 10 mW). Different curves correspond to different weak normalized pump field intensities. First of all, we observe subluminal or superluminal light propagation depending on the relative phase φ . This result demonstrates

the viability to control the propagation regime by means of the relative phase φ . Furthermore, we see that the maximum values achieved for the delay and the advancement scale with $\sqrt{I_{p1}}$ (see inset in Fig. 3), in accordance with the theoretical prediction stated in Eq. (6). The value of φ that leads to the maximum fractional delay or advancement can be estimated from Eq. (6) and reads as $\tan \varphi = \omega_c / (\delta \tau)$. Then, at low frequencies ($\delta < \omega_c / \tau$) the maximums take place around $\pi/2$ and $3\pi/2$, in agreement with the experimental results shown in Fig. 3. The theoretical curves using Eq. (6) have also been plotted in Fig. 3 (lines). In spite of the simple theoretical model developed, the analytical predictions present good agreement with the experimental findings. The small discrepancies between the analytical results and the experiments could be fixed by solving numerically the propagation equations for the normalized pump and signal intensities and the phase delay. However, for the sake of simplicity, we only include in this work the analytical results. The behavior found and depicted in Fig. 3 is not restricted to the particular modulation frequency of $f_m=20$ Hz. We have checked that the effects of the relative phase φ on the magnitude F are also obtained at other modulation frequencies while maintaining f_m within the width of the spectral hole. It is worth mentioning that the value of the maximum fractional delay or advancement reported here for a 10-cm-long fiber corresponds to that obtained in fibers ten times longer (see [11]) using similar values of pump power (10 mW) which reveals the potentiality of the modulated-pump-forced CPO mechanism.

To study the magnitude of the enhancement of the delay or advancement obtained, we have carried out a series of experiments to determine the curves F versus f_m in the absence and in the presence of the modulation in the pump field while keeping constant the rest of experimental parameters. In the presence of modulation we also varied the values of φ . From each one of these curves $F(\varphi)$, we compute both the maximum values of the delay and the advancement achieved, F_{max} .

When the pump is not modulated, the maximum delay or advancement that can be achieved is given by $\mp \alpha_0 L / (32\pi)$, which for our experimental system is close to ∓ 0.02 . The maximum delay is achieved without pump, at the optimum modulation frequency $\delta \tau \approx \omega_c$, and $I_{s0} \approx 1$ (signal saturation intensity); while the maximum advancement is achieved at high pump values. These two optimum cases have been measured when we modulate the signal with $I_{s1}/I_{s0}=0.02$. Optimum delay was obtained for a signal power of 0.53 mW, while optimum advancement was achieved increasing the signal power to 2 mW and applying a pump power of 23 mW. The results are shown in Fig. 4 (triangles), where F_{max} is plotted versus f_m . In order to analyze the effect of the periodic modulation of the pump, we used the same parameters than in the case for the optimum advancement, while we periodically modulate the pump intensity such that $I_{p1}/I_{p0}=0.16$. The results show a great increase in both delay and advancement [Fig. 4 (circles)]. We have also characterized the performance of the system for other values of the control field and strong pump field intensities obtaining in all cases a maximum fractional advancement and delay around 1 order of magnitude larger than the one obtained without

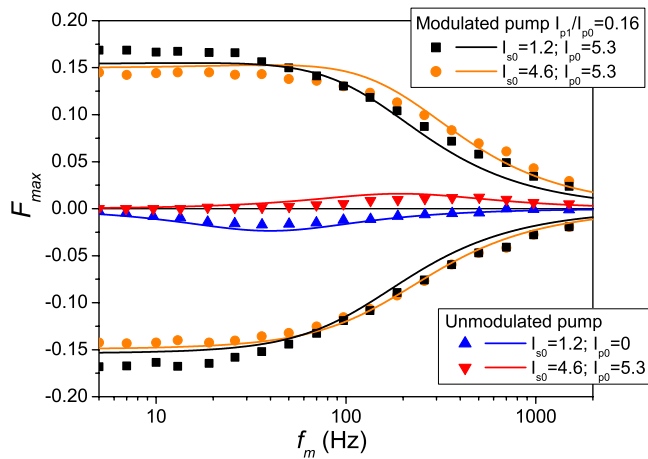


FIG. 4. (Color online) Experimental (symbols) and theoretical (lines) fractional delays or advancements as a function of f_m for different normalized signal and pump intensities. Unmodulated pump: optimum delay (up triangles) $I_{s0}=1.2$ and $I_{p0}=0$; optimum advancement (down triangles) $I_{s0}=4.6$ and $I_{p0}=5.3$. Modulated pump with $I_{p0}=5.3$ and $I_{p1}/I_{p0}=0.16$: (circles) $I_{s0}=4.6$ and (squares) $I_{s0}=1.2$. In all cases we used $I_{s1}/I_{s0}=0.02$.

pump modulation which reveals the generality of these results. As an example, we plotted in Fig. 4 (squares) the results for the same pump power and a lower signal power of 0.53 mW. For measured fractional delay or advancement of ∓ 0.17 for 10 Hz [Fig. 4 (squares)], we get a time delay or advancement in the 0.1-m-long fiber of ∓ 0.017 s, which means we cover the range from ultraslow group velocities

(≈ 6 m/s) to negative group velocities (≈ -6 m/s). The analytical curves have also been plotted in Fig. 4 (lines) showing the general behavior found in the experiments.

In conclusion, we observed an enhancement of the slow and fast light propagation effects when forcing the population oscillations with a modulated pump. The induced beat in the pump field has the same frequency as the corresponding to the probe field. This condition could make difficult the application of the proposed mechanism for unpredictable signals such as a data stream. The relative phase between the pump to the probe fields is used to switch between subluminal and superluminal propagation. The delay and advancement can be adjusted by means of this relative phase. This modulated-pump-forced CPO technique has been experimentally carried out in an EDFA at room temperature obtaining an enhancement of the fractional delay or advancement 1 order of magnitude larger than the one obtained without pump modulation. Similar results are expected to be obtained in other materials such as ruby or alexandrite, which share an equivalent theoretical description. This technique could be used with proper modifications in the field of semiconductors which are good candidates for telecommunication applications due to their fast characteristic relaxation time scale (GHz).

This work was supported by Projects No. PR34/07-15847 (UCM/BSCH), No. FIS2007-65382 (MEC), No. CCG07-UCM/ESP-2179 (UCM-CM), and No. CCG08-UCM/ESP-4220(UCM) from Spain.

-
- [1] A. Kasapi, M. Jain, G. Y. Yin, and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2447 (1995).
 [2] K. J. Boller, A. Imamoglu, and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2593 (1991); J. E. Field, K. H. Hahn, and S. E. Harris, *ibid.* **67**, 3062 (1991).
 [3] L. V. Hau *et al.*, *Nature (London)* **397**, 594 (1999).
 [4] L. J. Wang, A. Kuzmich, and A. Dogariu, *Nature (London)* **406**, 277 (2000).
 [5] M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 113903 (2003).
 [6] M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, *Science* **301**, 200 (2003).
 [7] E. Baldit, K. Bencheikh, P. Monnier, J. A. Levenson, and V. Rouget, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 143601 (2005).
 [8] X. Zhao *et al.*, *Opt. Express* **13**, 7899 (2005).
 [9] H. Su and S. L. Chuang, *Opt. Lett.* **31**, 271 (2006).
 [10] A. Schweinsberg *et al.*, *Europhys. Lett.* **73**, 218 (2006).
 [11] S. Melle *et al.*, *Opt. Commun.* **279**, 53 (2007); *Opt. Lett.* **33**, 827 (2008); O. G. Calderón *et al.*, *Phys. Rev. A* **78**, 053812 (2008).
 [12] Y. Zhang *et al.*, *Opt. Commun.* **281**, 2633 (2008); *Phys. Lett. A* **372**, 2724 (2008).
 [13] P. Wu and D. V. G. L. N. Rao, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 253601 (2005).
 [14] A. Matsudaira *et al.*, *Opt. Lett.* **32**, 2894 (2007).
 [15] R. W. Boyd, M. G. Raymer, P. Narum, and D. J. Harter, *Phys. Rev. A* **24**, 411 (1981).
 [16] R. W. Boyd, D. J. Gauthier, and A. L. Gaeta, *Opt. Photonics News* **17**, 18 (2006).

4.4. Luz lenta y rápida controlada por la diferencia de fase entre la modulación del haz prueba y la corriente de inyección en un amplificador óptico de semiconductor

Phase-controlled slow and fast light in current-modulated semiconductor optical amplifiers

M A Antón, F Carreño, Óscar G Calderón, Sonia Melle and Francisco Arrieta-Yáñez

Escuela Universitaria de Óptica, Universidad Complutense de Madrid, C/ Arcos de Jalón s/n, 28037 Madrid, Spain

E-mail: antonm@fis.ucm.es

Received 20 February 2009

Published 21 April 2009

Online at stacks.iop.org/JPhysB/42/095403

Abstract

We present a theoretical study of the slow and fast light propagation in semiconductor optical amplifiers based on coherent population oscillations. By modulating the injection current to force the population oscillations, we can modify the delay or advancement of light signals. Specifically, it is shown that the relative phase of the optical signal to the bias current modulations can be used as a switch for changing the light propagation from delay to advancement. In addition, we analyse the effect of the modulation current for slow light in vertical cavity surface emission lasers by taking into account the cavity effects. It is shown that a change in the depth of the modulation allows us to tune the structural resonance, which in turn produces an enhancement of the delay.

1. Introduction

Recent dramatic experimental demonstration of slow and fast light has stimulated considerable interest in the dynamic control of the group velocity of light and in the development of tunable all-optical delays for applications such as optical buffers. Two methods are generally exploited to control optical delay: one of them relies on the use of dispersive devices and the other is based on the modification of the group index of an optical medium. The first approach is structural, where one aims at finding an optimal structure that enhances the nonlinear response (through its geometrical properties). Some of the most promising systems that explore this approach are Fabry–Perot resonators, high Q cavities and photonic crystals. The second approach makes use of nonlinear optical effects such as electromagnetically induced transparency (EIT) [1–4], coherent population oscillation (CPO) [5], and Raman [6, 7] and Brillouin amplification [8–10]. These nonlinear optical techniques have been extensively studied in atomic systems; however, the corresponding counterparts in solid-state crystals, fibres and semiconductors are extremely attractive in order to obtain optical tunable and easily integrable devices such as delay lines and buffers. EIT in a solid material has been

demonstrated with a rare-earth-doped matrix [11] and in a Pr-doped solid state at 5 K [12]. Some of the coherent effects which are present in dilute systems have also been investigated theoretically and experimentally in semiconductors [13–15]. In particular, EIT was experimentally obtained using exciton and biexciton transitions in a quantum-well (QW) structure [16–19].

Coherent population oscillations have been shown to be a robust physical mechanism which allows for the variation of group velocity. CPO produces a narrow hole in the absorption or gain profile as a consequence of the periodic modulation of the ground-state population at the beat frequency between a strong control field and a weak probe field sharing a common atomic transition. Unlike EIT, which is dominated by the coherence dephasing time, CPO is governed by the population relaxation time and becomes nearly insensitive to temperature. In addition, CPO is weakly influenced by inhomogeneous broadening in atomic systems in contrast to the quantum coherence effect involved in EIT. Slow and fast light at room temperature originated by CPO has been experimentally observed in solid-state crystals [5, 20, 21], erbium-doped fibres (EDFs) [22–24], photorefractive materials [25, 26] and biological thin films [27], among others.

Slow and fast light in semiconductor optical amplifiers (SOAs) has also been studied extensively in recent years [28, 29], because these systems have the advantage of providing compactness, easy integration with electronic or optical systems, large bandwidth due to fast carrier dynamics, and easy and quick tuning of delay by direct current injection or optical pumping. When a strong control beam and a weak signal beam (at different wavelengths) propagate through a SOA, beating between the two beams causes oscillations of the carrier density. These oscillations create dynamical gain and index gratings in the device. Interaction of the signal beam with the dynamical gratings results in the group index change experienced by the signal. The group index can be controlled either electrically (by changing the bias current of the SOA) or optically (by changing the pump power). Using this method, a group index reduction of 10 has been demonstrated in a compact 2 mm device. CPO-based slow light has also been reported in a multiple-quantum-well structure at low temperature [13] and in quantum-dot (QD) semiconductor optical amplifiers operating at 1.3 μm at room temperature [30]. Recently, Su *et al* [31] reported that the four-wave mixing (FWM) effect, in conjunction with the CPO effect, plays an important role in a quantum-well SOA in the gain regime. Furthermore, slow light at room temperature and with a bandwidth in the range of GHz can be achieved in semiconductor quantum wells and quantum dots [32]. All these results can be understood by considering the theory of CPO and FWM (see [33, 34] and references therein for a review). It has been shown that the delay or advancement achieved saturates with both pump and signal powers and is limited by the carrier lifetime. However, the effects of the refractive index mediated by wave mixing can be exploited to increase the degree of light control by optical filtering prior to detection [35]. In the conventional CPO studies in SOAs, the optical beam is modulated in the RF range and delay or advancement of the detected signals is measured depending on the value of the dc bias current to be either below or above the transparency current. Therefore, current modulation is another mechanism which can be externally controlled to modify the semiconductor optical response. Here, we will analyse the possibility of the realization of slow and fast light in a SOA by considering the simultaneous modulation of the optical beam and the bias current in such a medium. The dynamics of SOAs subject to direct current modulation has not been dealt in the slow light context. The feasibility to periodically modulate the bias current in the RF range has been previously addressed [36] from a theoretical point of view. The possibility of modifying at will the relative phase of the modulated bias current to the probe field allows us to manage the magnitude of the delay or advancement experienced by the probe field.

2. Theoretical model of forced population oscillations

We consider a SOA driven by an injected current I . A laser field couples the transition between the semiconductor valence band and the conduction band. Typical spontaneous carrier lifetimes are in the order of a few nanoseconds. By adjusting the SOA

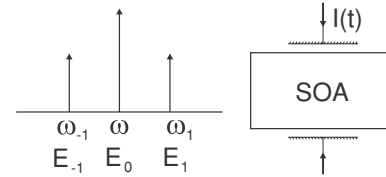


Figure 1. Current-modulated SOA and spectral components of the optical field impinging on it. The angular frequencies of the sidebands are detuned from ω by δ : $\omega_{\pm 1} = \omega \pm \delta$.

injection current we may achieve an amplifying/absorbing semiconductor medium at relatively low injection currents, I , ranging from a few mA to several hundreds of mA.

To model the population oscillation in the semiconductor structure, the theoretical starting point relies on considering that an optical beam $\mathcal{E}(t)$ impinges on the medium. The optical field is given by

$$\mathcal{E}(t) = \frac{1}{2} E(t) e^{-i\omega t} + \text{c.c.}, \quad (1)$$

ω being the angular frequency of the optical field and $E(t)$ the slowly varying amplitude. We assume that this field is comprised of a strong dc control beam E_0 and two sidebands E_1 and E_{-1} , respectively, separated by the modulation angular frequency δ which lies within the RF range. The explicit expression for $E(t)$ is given by

$$E(t) = E_0(t) + E_1(t) e^{-i\delta t} + E_{-1}(t) e^{i\delta t}. \quad (2)$$

When this modulated beam goes through the SOA (see figure 1), the three components of the electrical field interact with the carriers in the semiconductor through stimulated emission and impose a modulation on the carrier density due to the frequency beating between the optical waves. When the beating frequency δ is small enough such that the carriers in the SOA can follow the oscillation between the valence band and the conduction band, the carriers will generate a temporal grating and induce the energy exchange between the control and the sideband fields. This process creates a spectral hole seen by the sideband fields with the width on the order of GHz (inverse of the carrier lifetime). The carrier density N , attained for a selected bias current I , is obtained by solving the following rate equation:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{qV} - \frac{N}{\tau} - \frac{1}{2} n_{\text{bg}} c \epsilon_0 \frac{\Gamma g(N)}{\hbar \omega_0} \langle |E(t)|^2 \rangle, \quad (3)$$

where q is the electron charge, V is the active volume, $g(N)$ is the modal gain experienced by the optical field when the current I is injected into the active region of the semiconductor amplifier, Γ is the confinement factor, that is, the fraction of mode energy confined within the active volume V , ω_0 is the angular frequency between the semiconductor valence band and the conduction band, τ is the carrier lifetime and n_{bg} is the background refractive index of the material. The angle brackets denote the averaging operation over the active volume. Equation (3) can be derived from the density-matrix equations [37, 38] in the rate-equation approximation. In equation (3), the effects of carrier diffusion in the transverse direction have been ignored since the transverse dimensions of the SOA are generally smaller than the diffusion length.

In addition, a linear modal gain $g(N)$ is assumed to be equal for all the involved waves, an assumption justified since the pump-probe detuning is much smaller compared to the gain-spectrum bandwidth, i.e. $\delta\tau \ll 1$; then the following condition is satisfied:

$$g(N) = \alpha(N - N_t), \quad (4)$$

α being the gain cross-section and N_t the carrier density at which the active region becomes transparent. These equations neglect ultrafast gain nonlinearities such as carrier heating and spectral hole burning, which are a good approximation for moderate modulation frequencies below 20 GHz [36].

In the conventional CPO studies in SOAs, the optical beam is modulated in the RF range and delay or advancement of the detected signals is measured depending on the value of the dc injection current to be either below or above the transparency current. Here, we will analyse the possibility of improving slow and fast light performance in SOAs by considering the simultaneous modulation of the optical beam and the bias current in such a medium. Both magnitudes are modulated at the same frequency δ . The feasibility to produce modulations in the bias current in the RF range has been previously addressed from a theoretical point of view [36].

Our goal is to force the population oscillations by modulating the bias current $I(t)$, which is described as

$$I(t) = I_0 + I_{+1} e^{-i(\delta t - \Psi)} + I_{-1} e^{i(\delta t - \Psi)}, \quad (5)$$

where $I_{\pm 1} \ll I_0$, and it is assumed that the modulated current could be out of phase with respect to the modulation of the optical weak probe field by a magnitude Ψ , which can be externally changed. In what follows we also assume that the current is independent of the spatial coordinates, i.e. we will consider a travelling microwave which will be matched exactly with the propagating optical fields. When the modulated beam propagates through the SOA, the three components of the electrical fields interact with one another and result in a relative phase shift. The interaction of the sidebands and the control beam causes CPO, modifies the temporal refractive index and changes the group velocity of the light signal. Simultaneously, the injected current and optical beams are also coupled to each other through the wave-mixing effects, resulting in an additional phase shift.

To solve equation (3), we substitute $E(t)$, $g(N)$ and $I(t)$ from equations (2), (4) and (5), respectively, which results in the following equation:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} = & -\frac{N}{\tau} + \frac{N_t}{\tau} (R_0 + R_1 e^{-i(\delta t - \Psi)} + R_{-1} e^{i(\delta t - \Psi)}) \\ & - \frac{(N - N_t)}{\tau P_{\text{sat}}} \frac{1}{2} n_{\text{bg}} c \epsilon_0 [|E_0|^2 + (E_0^* E_1 + E_0 E_{-1}^*) e^{-i\delta t} \\ & + (E_0 E_1^* + E_0^* E_{-1}) e^{i\delta t}], \end{aligned} \quad (6)$$

where we have defined the following normalized currents $R_{0,\pm 1}$ and the saturation power P_{sat} :

$$R_{0,\pm 1} = \frac{\tau}{q V N_t} I_{0,\pm 1}, \quad (7)$$

$$P_{\text{sat}} = \frac{\hbar \omega_0}{\Gamma \alpha \tau}. \quad (8)$$

Next, we assume that the carrier density can be described by a dc term and small ac terms modulated at the same beating frequency, i.e.

$$N(t) = N_0 + N_1 e^{-i\delta t} + N_{-1} e^{i\delta t}, \quad (9)$$

where N_0 is the static carrier density and $N_{\pm 1}$ is the amplitude of the carrier population oscillation of the corresponding sideband. The solution to equation (6) yields the following expressions for the carrier density amplitudes:

$$N_0 = N_t \frac{R_0 + q_0}{1 + q_0}, \quad (10)$$

$$N_1 = N_t \frac{R_1 e^{i\Psi} - (N_0/N_t - 1)q_1}{1 + q_0 - i\delta\tau}, \quad (11)$$

$$N_{-1} = (N_1)^*, \quad (12)$$

where we have defined the following normalized optical powers:

$$q_0 = \frac{1}{2} n_{\text{bg}} c \epsilon_0 \frac{|E_0|^2}{P_{\text{sat}}}, \quad (13)$$

$$q_1 = \frac{1}{2} n_{\text{bg}} c \epsilon_0 \frac{(E_0^* E_1 + E_0 E_{-1}^*)}{P_{\text{sat}}}. \quad (14)$$

In view of the previous considerations, we arrive at the following equation for the carrier density oscillation:

$$N(t) = N_0 + N_t \left[\frac{R_1 e^{i\Psi} - (N_0/N_t - 1)q_1}{1 + q_0 - i\delta\tau} e^{-i\delta t} + \text{c.c.} \right]. \quad (15)$$

A close inspection of equation (15) reveals that population oscillation works as a temporal grating whose amplitude depends both on the coupling between the dc and the sidebands of the probe field, and on the modulation term of the injection current R_1 . The oscillating part of equation (15) contains two terms as follows. One, which is proportional to q_1 , is responsible for the conventional population oscillation observed up to date [38] and arises from the modulation of the field connecting the optical transition. The other one, which is proportional to R_1 , arises from the modulation imposed on the bias current and incorporates explicitly the relative phase Ψ . We will show that this term is responsible for the probe delay/advancement enhancement.

The response of the system to the weak probe field can be obtained by solving the scalar wave equation:

$$\nabla^2 \mathcal{E}(z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}(z, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2 \mathcal{P}(z, t)}{\partial t^2}. \quad (16)$$

The field given by equation (1) induces a complex polarization in the medium

$$\mathcal{P}(z, t) = \frac{1}{2} (P_0(z) + P_1(z) e^{-i\delta t} + P_{-1}(z) e^{i\delta t}) e^{-i(\omega t - kz)} + \text{c.c.}, \quad (17)$$

where $P_i(z)$ ($i = 0, 1, -1$) is a complex polarization coefficient that yields the index and absorption characteristics

for the dc and side mode waves. It is well known [38] that the induced polarization is given by

$$\mathcal{P}(z, t) = -\frac{c\epsilon_0(\beta + i)}{\omega(1 - i\Delta)}\alpha(N(t) - N_t)\mathcal{E}(z, t), \quad (18)$$

where β stands for the so-called linewidth enhancement factor and $\Delta = \omega_0 - \omega$ is the detuning. Introducing equation (15) and (1) into equation (18) allows us to obtain the components of the polarization $P_i(z)$, which are given by

$$\begin{aligned} P_0(z) &= -\frac{c\epsilon_0(\beta + i)\alpha N_t}{\omega(1 - i\Delta)\omega_c} \left[(R_0 - 1)E_0 \right. \\ &\quad + \frac{(\omega_c R_1 e^{i\Psi} - (R_0 - 1)q_1)}{\omega_c - i\delta\tau} E_{-1} \\ &\quad \left. + \frac{(\omega_c R_1 e^{-i\Psi} - (R_0 - 1)q_1^*)}{\omega_c + i\delta\tau} E_1 \right], \\ P_1(z) &= -\frac{c\epsilon_0(\beta + i)\alpha N_t}{\omega(1 - i\Delta)\omega_c} \left[(R_0 - 1)E_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\omega_c R_1 e^{i\Psi} - (R_0 - 1)q_1)}{\omega_c - i\delta\tau} E_0 \right], \\ P_{-1}(z) &= -\frac{c\epsilon_0(\beta + i)\alpha N_t}{\omega(1 - i\Delta)\omega_c} \left[(R_0 - 1)E_{-1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\omega_c R_{-1} e^{-i\Psi} - (R_0 - 1)q_1^*)}{\omega_c + i\delta\tau} E_0 \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

We have defined the dimensionless frequency $\omega_c = 1 + q_0$ which roughly measures the linewidth of the transparency hole created in the absorption/gain spectrum due to CPO. Now we substitute equations (19) in equation (16), and by equating the coefficients oscillating at the same frequency, we arrive at the following set of equations for the amplitudes of the optical fields in the SVEA approximation:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_0}{\partial z} &= \frac{\alpha N_t(1 - i\beta)}{2\omega_c} \left[(R_0 - 1)E_0 \right. \\ &\quad + \frac{(\omega_c R_1 e^{i\Psi} - (R_0 - 1)q_1)}{\omega_c - i\delta\tau} E_{-1} \\ &\quad \left. + \frac{(\omega_c R_1 e^{-i\Psi} - (R_0 - 1)q_1^*)}{\omega_c + i\delta\tau} E_1 \right], \\ \frac{\partial E_1}{\partial z} &= \frac{\alpha N_t(1 - i\beta)}{2\omega_c} \left[(R_0 - 1)E_1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{(R_0 - 1)q_1}{\omega_c - i\delta\tau} E_0 + \frac{\omega_c R_1 e^{i\Psi}}{\omega_c - i\delta\tau} E_0 \right], \\ \frac{\partial E_{-1}}{\partial z} &= \frac{\alpha N_t(1 - i\beta)}{2\omega_c} \left[(R_0 - 1)E_{-1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(R_0 - 1)q_1^*}{\omega_c + i\delta\tau} E_0 + \frac{\omega_c R_1 e^{-i\Psi}}{\omega_c + i\delta\tau} E_0 \right], \end{aligned} \quad (20)$$

where we have assumed the probe field to be at resonance for simplicity, i.e. $\Delta = 0$. It is well known that the first two terms appearing in the equation of evolution of the sidebands lead to coherent dips in pump-probe spectroscopy [38]. The first one is related to the linear susceptibility of each sideband, while the second term arises from the multiple wave mixing process. This second term is responsible for the creation of a hole in the probe gain and is therefore the physical origin of conventional CPO. Here, we should note that the last term that contributes to the development of the sidebands arises from

a net exchange from the dc component of the optical field which in turn arises as a consequence of the modulation of the current (R_1). In the case that $\Psi = 0$, the contribution of this term will produce an in-phase contribution to the index and gain gratings that will result in an enhancement/fall of the CPO depending on the value of the bias current to be below or above the transparency level. In the case that $\Psi = \pi$, it will produce a change that will turn delay into advancement. In the general case that $\Psi \neq 0, \pi$, the last term will result in a mixing of the gain grating and the index grating which is responsible for the enhancement of the phase delay/advancement. Note that the equation for the dc component also incorporates the effects of the weak sidebands as source terms.

These effects can become more transparent by considering the spatial propagation of the magnitude q_1 which accounts for the detection of the output modulated signal. By neglecting the spatial variation in E_0 (non-depleted approximation) and $\beta = 0$, we arrive at the following expressions for its modulus and phase:

$$\begin{aligned} \frac{d|q_1|}{dz} &= -\frac{\alpha N_t q_0}{2\omega_c} \left[(R_0 - 1) \frac{|q_1|}{q_0} \left(1 - \frac{2q_0\omega_c}{\omega_c^2 + (\delta\tau)^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\omega_c R_1}{\omega_c^2 + (\delta\tau)^2} (\omega_c \cos \Psi - \delta\tau \sin \Psi) \right], \\ \frac{d\phi}{dz} &= -\frac{\alpha N_t q_0}{\omega_c [\omega_c^2 + (\delta\tau)^2]} \left[(R_0 - 1)\delta\tau \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega_c R_1}{|q_1|} (\omega_c \sin \Psi + \delta\tau \cos \Psi) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

A close inspection of equation (21) reveals that the four-wave mixing effect cancels out in this detection scheme. In this case, and in the absence of current modulation ($R_1 = 0$), the slow-down effect reduces to a saturation phenomenon. However, the non-null value of current modulation will produce resonance behaviour which mimics the effects of a four-wave mixing process.

It is worth mentioning that equation (21) reduces to those obtained by Mørk *et al* [36], with the proper identifications of variables, except for the fact that in our case we consider input optical fields at the entrance of the medium (at $z = 0$).

3. Effect of current modulation on the phase delay/advancement

In this section, we will perform numerical simulations concerning the influence of current modulation on slow and fast light in a SOA. For this purpose we will carry out numerical integration of equation (20) for selected values of the parameters involved, which may be accessible from an experimental point of view. To illustrate the effect of the current modulation, we use the following parameters: the overlap factor Γ is assumed to be 1, the linewidth enhancement factor $\beta = 0$, the effective carrier lifetime $\tau = 5$ ns, the transparent carrier density $N_t = 1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ and the length $L = 0.3$ mm. We also assume that the gain coefficient is $\alpha = 2 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ and use $n_{\text{bg}} = 3.2$ as the background refractive index. By considering a typical area in the order of 10^{-12} m^2 , the saturation power is $P_{\text{sat}} = 4.27$ mW. The

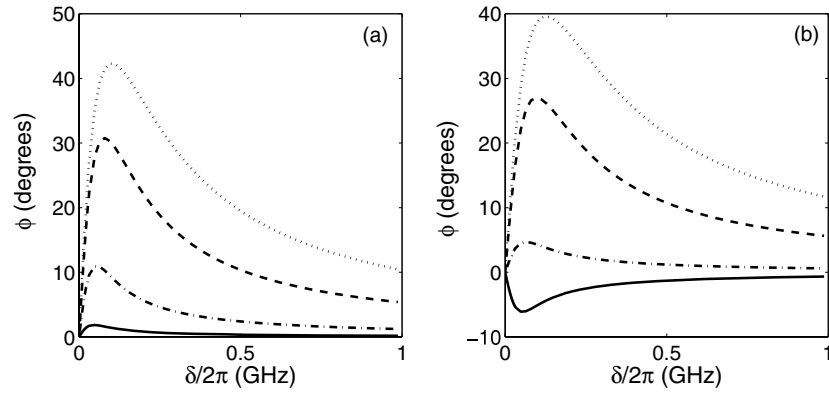


Figure 2. Phase delay versus the modulation frequency for different values of the modulation depth: $R_1 = 0$ (solid line), $R_1 = 0.01 \times R_0$ (dashed-dotted line), $R_1 = 0.05 \times R_0$ (dashed line) and $R_1 = 0.1 \times R_0$ (dotted line). DC injection current: (a) $R_0 = 0.95$, (b) $R_0 = 1.15$. The other parameters are $q_0 = 0.5$, $q_1 = 0.1 \times q_0$ and $\Psi = 0$.

theoretical operation of the SOA should have a threshold current (transparency current) in the order of $I_t = 6.4$ mA.

We present in figure 2(a) the results obtained for the case in which the injection current is below the transparency current ($R_0 < 1$). In this case, the overall effect of the modulation current is to produce a huge increase in the maximum phase delay for moderate values of the modulation while producing a slight increase in the bandwidth in the range of 1 GHz. The most remarkable effect is obtained when operating above the threshold injection current ($R_0 > 1$) as is shown in figure 2(b). There, we appreciate that for a moderate value of the modulation current (dashed-dotted curve) delay is achieved. The delay tends to increase over all the range of frequencies with regard to that obtained for the dc injection current case (solid line). A further increase in the modulation current turns gain into absorption which reflects in the obtention of the phase delay over all the range of frequencies (dashed and dotted lines). Thus, the level of modulation of the current allows the control of the level of advancement and to switch from fast to slow light. In order to qualitatively explain this behaviour, we can use the trivial solution of equation (21) for the phase delay by neglecting the z -dependence of the rest of the magnitudes:

$$\phi(z = L) \simeq -\frac{\alpha L N_1 q_0}{\omega_c [\omega_c^2 + (\delta\tau)^2]} \left[(R_0 - 1) \delta\tau - \frac{\omega_c R_1}{|q_1|} (\omega_c \sin \Psi + \delta\tau \cos \Psi) \right]. \quad (22)$$

In the case that $\Psi = 0$ (in the phase case), this phase delay (22) is proportional to $R_0 - 1 - \omega_c R_1 / |q_1|$; therefore, the current modulation contributes to produce delay. Thus, for an injection current below the transparency one, where delay is expected, the current modulation increases its magnitude. However, at an injection current above the transparency one, where advancement is expected, the current modulation produces a decrease of the advancement, and for a threshold value of the modulation amplitude $R_1 = (R_0 - 1) |q_1| / \omega_c$, the phase advancement turns into delay. Therefore, the modulation amplitude R_1 can be used as a control parameter to switch the propagation regime.

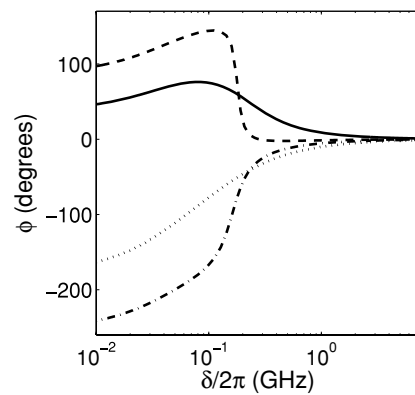


Figure 3. Phase delay versus the modulation frequency for different values of the relative phase Ψ : $\Psi = 45^\circ$ (solid line), $\Psi = 100^\circ$ (dashed line), $\Psi = 120^\circ$ (dashed-dotted line), $\Psi = 180^\circ$ (dotted line). Operating point $R_0 = 0.95$, subject to a modulation $R_1 = 0.1 \times R_0$. The other parameters are as in figure 2.

In order to show how the relative phase shift of the modulation current to the modulated optical field (Ψ) influences the phase shift ϕ , we plot in figure 3 the phase delay versus the beat frequency for several values of Ψ . We have selected an operating point below the transparency current ($R_0 < 1$). Note that under these circumstances, by solely modifying the ac current (R_1) and by keeping $\Psi = 0$, we remain in the absorptive regime which always produces delay on the optical signal (see figure 2(a)). However, when the modulation current is fixed while the relative phase is properly changed, a switch from absorption to gain is produced which results in turning delay into advancement of the optical signal. In other words, the phase Ψ may be used as an external parameter to control the magnitude of the phase delay/advancement achieved for all the range of frequencies while keeping the rest of parameters constant. The change in the regime of propagation has its counterpart in the change from absorption to gain (not shown). This behaviour can be easily explained in terms of the new contributions to the index and gain gratings that originated by the modulation current (see equation (21)). For the values $\Psi = 0$, and $\Psi = \pi$, the effect of current modulation only affects the

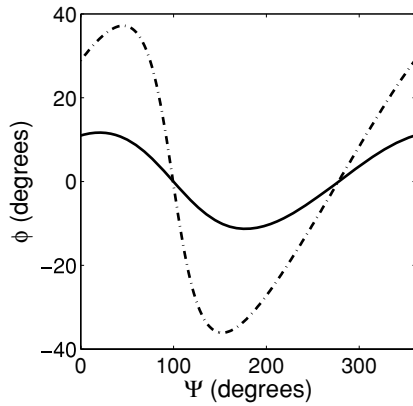


Figure 4. Phase delay versus the relative phase Ψ for two values of the length of the active region: $L = 0.1$ mm (solid line) and $L = 0.3$ mm (dashed-dotted line), subject to a modulation $R_1 = 0.1 \times R_0$ for a modulation frequency $\delta/(2\pi) = 0.3$ GHz. The other parameters are as in figure 2.

absorptive grating, while for values such as $\Psi = \pi/4$ (dashed-dotted line), both the gain and the index gratings should contribute to the phase delay experienced by the optical signal. From equation (22), we can estimate a threshold value of Ψ to switch from delay to advancement, i.e. $\Psi \simeq -\arctan(\delta\tau/\omega_c) + \arcsin[(R_0 - 1)|q_1|\delta\tau/(\omega_c R_1)]$.

Figure 4 shows examples of the calculated phase delay versus the relative phase Ψ for two different values of the amplifier length (L). In the case of small length (solid line), the phase delay exhibits nearly sinusoidal behaviour. This fact is consistent with the linear approximation which leads to equation (22). An increase in the length of the medium results in the breaking of the sinusoidal shape (see the dashed-dotted line). This effect arises as a consequence of propagation effects associated with the numerical solution to equation (20).

In the previous calculations, we have used a null value for the linewidth enhancement factor (β). The influence of such a parameter in the index change and the probe gain has been a subject of analysis in the pioneering work of Agrawal [38]. In that work, it was shown that the increment of β will result in a distortion of the line shape. In the present case, where we are interested in the phase of the modulated signal intensity, the influence of β on ϕ is not noticeable, since the coherent population effect due to the pump beam dominates, while the four-wave mixing effects cancel out.

3.1. Slow and fast light in the sidebands by optical filtering

In the conventional detection schema commonly used in many slow light experiments, no optical filtering is performed in the output beam of the SOA. However, Xue *et al* [35] have shown that the degree of control of the optical delay in a SOA can be improved by the application of optical filtering of the output signal prior to detection. In the present case, we will also analyse how the current modulation will affect the delay or advancement when optical filtering is performed. Figure 5(a) presents the results obtained for a null linewidth enhancement factor ($\beta = 0$). There, we appreciate that the blue-filtered signal (dashed line, filtering E_1) nearly coincides with the

signal obtained without optical filtering (solid line), while the red-filtered signal (dashed-dotted line, filtering E_{-1}) exhibits advancement in contrast to the other two cases. The three curves exhibit a symmetric line shape. This behaviour can be explained by simply considering that the four-wave mixing terms do not cancel out. The situation is dramatically modified when considering a non-null value of β as is displayed in figure 5(b). In this case the blue-filtered, the red-filtered and the non-filtered values for ϕ obtained differ among them, due to the combined effect of the linewidth enhancement factor and the modulation current term which is proportional to R_1 (see equation (20)). Numerical simulations carried out (not shown) reveal that the greater the value of β , the greater the magnitude of the phase delay/advancement obtained. These results agree with those obtained in [38] where the magnitude of the asymmetry in the index and gain change for the probe was shown to be β -dependent.

Now we fix the detuning to $\delta/2\pi = 0.5$ GHz and will allow for a change of the relative phase Ψ . The results are displayed in figure 6 for the three possible cases of the output signals. It is worth noting that the peak values of delay/advancement achieved for the filtered signals are greater than those obtained for the non-filtered case. This result resembles that obtained in [35] in the sense that in the mentioned paper the authors showed that the filtered signals were shown to exhibit greater delays than the non-filtered signal, although in that case the authors changed the input power while we keep the input power fixed in our simulations.

Figure 7 presents the results obtained versus the depth of the modulation (R_1) at the same fixed detuning as before but now the phase of the modulating current to the modulated field is also fixed at $\Psi = \pi$. We appreciate that the unfiltered signal shows a switch from advancement to delay whereas the filtered signals for both sidebands exhibit the largest delay for the highest values of the modulating current, leading to a saturation effect for values larger than 0.4. For other values of the relative phase Ψ , the behaviour is similar to that displayed in figure 7 although the level of the phase delay/advancement remains within the same limiting values.

3.2. Cavity enhanced slow light in a VCSEL

Tunable delay using VCSELs has been demonstrated [41]. In addition, the temporal dynamics of VCSELs subject to direct current modulations have also received attention. Verschaffelt *et al* [42] have addressed how the current modulation forces the population oscillations. Here, we turn our attention to extend our previous model to the case of such a device. The high reflectivities of the mirrors in the VCSEL will require to include the cavity effects in the optical response of the medium together with the population oscillations. A simple way to incorporate both effects relies in the consideration of the VCSEL as a Fabry–Perot filter with a gain per pass. This approach can be justified by considering the small longitudinal dimensions of the device which are in the order of a few micrometres. For the sake of simplicity, we will also consider that the effects of the intrinsic birefringence of the medium can be neglected; thus, we can use the scalar wave equations given

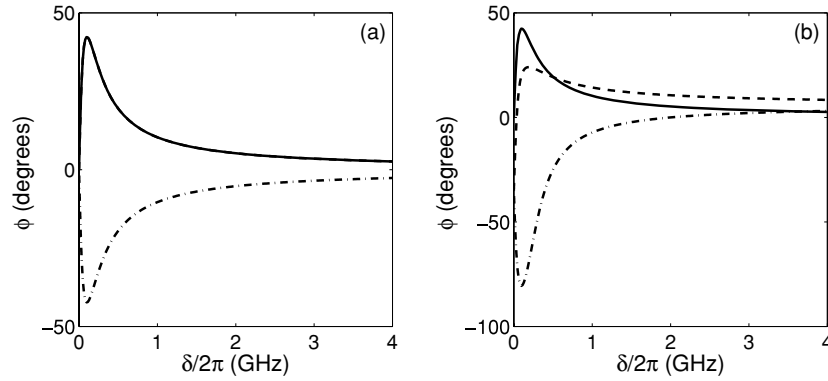


Figure 5. Phase delay versus the modulation frequency with $\beta = 0$ (a) and with $\beta = 1$ (b). Solid line (without optical filtering q_1), dashed-dotted line (by filtering E_{-1}) and dashed line (by filtering E_1), at a fixed value of the modulation depth $R_1 = 0.1$, dc injection current $R_0 = 0.95$ and $\Psi = 0$. The other parameters are as in figure 2.

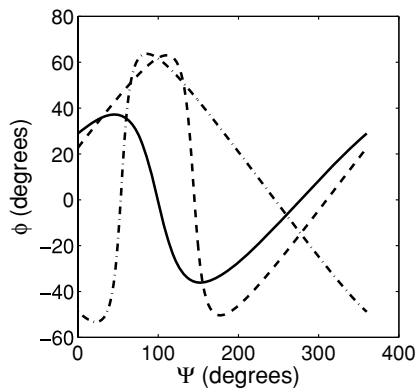


Figure 6. Phase shift ϕ versus relative phase Ψ . Solid line (without optical filtering q_1), dashed-dotted line (by filtering E_{-1}) and dashed line (by filtering E_1), at a fixed value of the modulation depth $R_1 = 0.1 \times R_0$, $\delta/2\pi = 0.3$ GHz, dc injection current $R_0 = 0.95$ and $\beta = 1$.

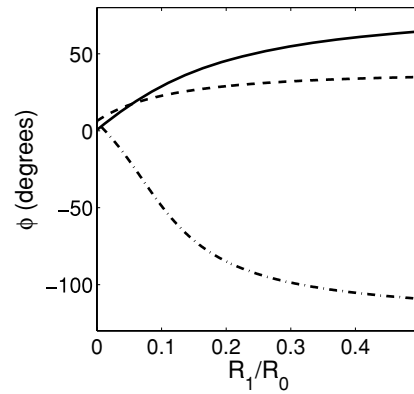


Figure 7. Phase shift ϕ_s versus R_1/R_0 . Solid line (without optical filtering q_1), dashed-dotted line (by filtering E_{-1}) and dashed line (by filtering E_1) at a fixed value of $\Psi = 0$. The other parameters are as in figure 6.

in equation (20). This approach has been adopted in several studies concerning slow light in these devices [43, 44]. In view of the previous considerations, the reflectance G_r obtained for the filter is given by [43]

$$G_r = \frac{(\sqrt{R_t} + \sqrt{R_b}g_s)^2 + 4\sqrt{R_t}\sqrt{R_b}g_s \sin^2[\phi]}{(1 - \sqrt{R_t}R_bg_s)^2 + 4\sqrt{R_t}\sqrt{R_b}g_s \sin^2[\phi]}, \quad (23)$$

where R_b/R_t stands for the bottom/top mirror reflectance, g_s is the single-pass gain and ϕ is the single-pass phase delay obtained. The magnitudes g_s and ϕ are obtained from the numerical solution obtained from equation (20). Figure 8 presents the numerical results obtained for the phase of G_r , ψ_r , by considering an active region of length $L = 1.13 \mu\text{m}$. The reflectances of the top and bottom mirrors are assumed to be $R_t = 0.997$ and $R_b = 0.99$, respectively. Note that for this particular modulation frequency, the changes in the depth of the bias current modulation results in changes from one regime of propagation to the other. The most remarkable feature seen in figure 8 is the appearance of a resonance whose origin is attributed to the tuning of a mode in the Fabry–Perot filter.

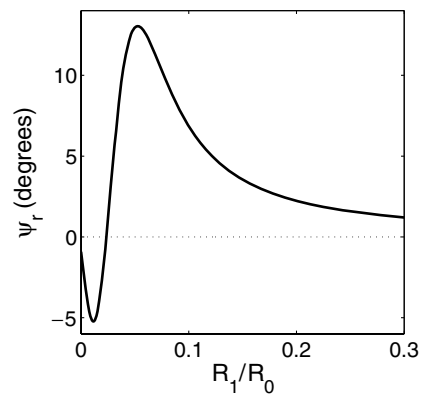


Figure 8. Phase delay ψ_r at the output of the VCSEL versus modulation depth R_1/R_0 at a fixed modulation frequency of $\delta/2\pi = 0.05$ GHz, dc injection current $R_0 = 0.95$, $\Psi = 0$ and $\beta = 0$.

The change in the depth of the modulation allows us to tune the resonance, which in turn produces an enhancement of the delay.

4. Conclusions

In this work, we have presented numerical simulations concerning the enhancement of delay/advancement based in CPO in a SOA when the bias current is modulated at the same beating frequency. An overall increase of delay/advancement is obtained for all the frequency range. The depth of the modulation and the reference phase are shown to have a dramatic influence on the magnitude of the phase delay. The slow and fast light have also been considered for the case of filtering the output optical fields prior to the detection. Significant changes in the phase delay are predicted by adjusting the relative phase or the modulation depth for the filtered signals. The model is also extended to a VCSEL by adding the cavity effects arising from the high reflectivity Bragg mirrors of the device. In this case, it is also shown that the modulation depth can be used to tune the structural resonance of the device modelled as a Fabry–Perot filter, which results in a phase delay of the output signal.

Acknowledgments

This work has been supported by project no. PR34/07-15847 (UCM/BSCH), FIS2007-65382 (MEC), CCG07-UCM/ESP-2179 (UCM-CM), CCG08-UCM/ESP-4220, UCM-BSCH GR58/08-910133 Group from Spain.

References

- [1] Boyd R W and Gauthier D J 2002 *Slow and Fast Light (Progress in Optics vol 43)* ed E Wolf (Amsterdam: Elsevier) chapter 6, pp 497–530
- [2] Hau L V, Harris S E, Dutton Z and Behroozi C H 1999 *Nature* **397** 594
- [3] Kash M M, Sautenkov V A, Zibrov A S, Hollberg L, Welch G R, Lukin M D, Rostovtsev Y, Fry E S and Scully M O 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 5229
- [4] Wang L J, Kuzmich A and Dogariu A 2000 *Nature* **406** 277
- [5] Bigelow M S, Lepeshkin N N and Boyd R W 2003 *Science* **301** 200
- [6] Dahan D and Eisenstein G 2005 *Opt. Express* **13** 6234
- [7] Sharping J, Okawachi Y, van Howe J, Xu C, Willner A, Wang Y and Gaeta A 2005 *Opt. Express* **13** 7872
- [8] Okawachi Y, Bigelow M S, Sharping J E, Zhu Z, Schweinsberg A, Gauthier D J, Boyd R W and Gaeta A L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 153902
- [9] Sharping J, Okawachi Y and Gaeta A 2005 *Opt. Express* **13** 6092
- [10] Song K Y, Herraes M G and Thevenaz L 2005 *Opt. Express* **13** 82
- [11] Ham B S and Hemmer P R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4080
- [12] Turukhin A V, Sudarshanam V S, Shahriar M S, Musser J A, Ham B S and Hemmer P R 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 023602
- [13] Ku P-C, Sedgwick F, Chang-Hasnain C J, Palinginis P, Li T, Wang H, Chang S W and Chuang S L 2004 *Opt. Lett.* **29** 2291
- [14] Palinginis P, Sedgwick F, Crankshaw S, Moewe M and Chang-Hasnain C 2005 *Opt. Express* **13** 9909
- [15] Su H and Chuang S L 2006 *Opt. Lett.* **31** 271
- [16] Phillips M and Wang H 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 186401
- [17] Phillips M and Wang H 2003 *Opt. Lett.* **28** 831
- [18] Serapiglia G B, Paspalakis E, Sirtori C, Vodopyanov K L and Phillips C C 2003 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1019
- [19] Silvestri L, Bassani F, Czajkowski G and Davoudi B 2002 *Eur. Phys. J. B.* **27** 89
- [20] Bigelow M S, Lepeshkin N N and Boyd R W 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 113903
- [21] Baldit E, Bencheikh K, Monnier P, Levenson J A and Rouget V 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 143601
- [22] Zhang Y, Qiu W, Ye J, Wang N, Wang J, Tian H and Yuan P 2008 *Opt. Commun.* **281** 2633
Zhang Y, Qiu W, Ye J, Wang N, Wang J, Tian H, Wang H and Yuan P 2008 *Phys. Lett. A* **372** 2724
- [23] Schweinsberg A, Lepeshkin N N, Bigelow M S, Boyd R W and Jarabo S 2006 *Europhys. Lett.* **73** 218
- [24] Melle S, Calderón O G, Carreño F, Cabrera E, Antón M A and Jarabo S 2007 *Opt. Commun.* **279** 53
Melle S, Calderón O G, Caro C E, Cabrera-Granado E, Antón M A and Carreño F 2008 *Opt. Lett.* **33** 827
Calderón O G, Melle S, Antón M A, Carreño F and Arrieta-Yáñez F 2008 *Phys. Rev. A* **78** 053812
- [25] Shumelyuk A, Shcherbin K, Odulov S, Sturman B, Podivilov E and Buse K 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 243604
- [26] Zhang G, Bo F, Dong R and Xu J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 133903
- [27] Wu P and Rao D V 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 253601
- [28] Mørk J, Kjaer R, van der Poel M and Yvind K 2005 *Opt. Express* **13** 8136
- [29] Öhman F, Yvind K and Mørk J 2006 *Opt. Express* **14** 9955
- [30] Su H and Chuang S L 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 061102
- [31] Su H, Kondratko P and Chuang S L 2006 *Opt. Express* **14** 4800
- [32] Chang S W, Kondratko P K, Su H and Chuang S L 2007 *IEEE J. Quantum Electron.* **43** 196
- [33] Ku P C, Chang-Hasnain C J and Chuang S L 2007 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **40** R93
- [34] Pesala B, Sedgwick F, Uskov A and Chang-Hasnain C J 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** C46
- [35] Xue W, Chen Y, Öhman F, Sales S and Mørk J 2008 *Opt. Lett.* **33** 1084
- [36] Mørk J, Mecozzi A and Eisenstein G 1999 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **5** 851
- [37] Sargent III M, Zhou F and Koch S W 1988 *Phys. Rev. A* **38** 4673
- [38] Agrawal G P 1988 *J. Opt. Soc. Am. B* **5** 147
- [39] Boyd R W, Raymer M G, Narum P and Harter D J 1981 *Phys. Rev. A* **24** 411
- [40] Boyd R W, Gauthier D J and Gaeta A L 2006 *Opt. Photonics News* **17** 18
- [41] Zhao X, Palinginis P, Pesala B, Chang-Hasnain C J and Hemmer P 2005 *Opt. Express* **13** 7899
- [42] Verschaffelt G, Alvert J, Veretennicoff I, Danckaert J, Barbay S, Giacomelli G and Marin F 2002 *Appl. Phys. Lett.* **80** 2248
- [43] Laurand N, Calvez S and Dawson M D 2006 *Opt. Express* **14** 6858
- [44] Chou C-S, Lee R-K, Peng P-C, Kuo H-C, Lin G, Yang H P and Chi J Y 2008 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **10** 044016

4.5. Propagación sublumínica y superlumínica de pulsos de luz dependiente de su anchura en fibras de erbio altamente dopadas

Pulse-width-dependent subluminal and superluminal propagation in highly doped erbium fibers

Francisco Arrieta-Yáñez,* Eduardo Cabrera-Granado, José M. Ezquerro, Oscar G. Calderón, and Sonia Melle

Departamento de Óptica, Escuela Universitaria de Óptica, Universidad Complutense de Madrid, C/Arcos de Jalón 118, 28037 Madrid, Spain

*Corresponding author: franarrieta@fis.ucm.es

Received November 15, 2010; revised March 9, 2011; accepted March 13, 2011; posted March 22, 2011 (Doc. ID 138234); published April 19, 2011

We experimentally and theoretically study the propagation of a 1536 nm light pulse superposed on a continuous wave background in a highly doped erbium fiber pumped at 977 nm. We observe a transition from subluminal to superluminal propagation with the pulse bandwidth. Furthermore, an improvement of the pulse delay and pulse distortion when increasing the pulse peak and keeping constant the background power is reported. These results are due to the relation between the pump-broadened transparency hole (induced by the coherent population oscillations) and the competition between gain and absorption along the fiber. © 2011 Optical Society of America

OCIS codes: 060.2330, 060.2410, 190.4370.

1. INTRODUCTION

Slow and fast light propagation phenomena, that involve group velocities much lower or much faster than c , have become very important in the last years in the fields of quantum optics and nonlinear optics. Potential applications include all-optical communication networks [1], and optical sensing [2,3]. From the wide spectra of slow/fast light techniques, the so-called coherent population oscillations (CPOs) present the advantage of room-temperature realization. CPOs occur when a medium is illuminated by a strong (“control”) beam and a weak (“probe”) beam, slightly detuned with the control beam. Their frequencies must lie within an absorption band of the medium. This causes an oscillation of the population at the beat frequency, which induces a reduction of the absorption that the probe beam experiences. This can be seen as a spectral hole in the absorption spectrum of the probe field. The width of this hole is in the order of the inverse of the excited level lifetime. According to the Kramers–Kronig relations, the refractive index varies rapidly in the frequency range of the spectral hole, presenting a high-dispersion spectral zone and leading to slow light for the probe beam. The experimental realization is usually performed with amplitude-modulated optical beams and Gaussian-shaped light pulses superimposed on a continuous background, with a modulation frequency or pulse bandwidth in the range of the inverse of the excited level lifetime. By means of an additional pump to a higher energy level, the same phenomenon induces a hole in the gain spectrum, leading to anomalous dispersion and fast light for the probe beam.

The first experimental realization of slow light by means of this technique was performed by Bigelow *et al.* [4] in a ruby crystal rod. CPO-based slow and fast light has been observed in a variety of materials such as alexandrite [5], erbium-doped fibers (EDFs) [6,7], biological thin films [8], and semiconductor waveguides (electroabsorbers [9] and semiconductor optical amplifiers [10]). Slow and fast light experiments in optical fibers are especially interesting for their integration

in communication networks. Fibers also allow propagation of light through the slow light medium in longer distances, which helps to produce greater delays. Optical fibers doped with Er^{3+} ions (EDFs) are widely used in telecommunications as amplifiers of 1550 nm signals by means of optical pumping. In the past several years, several works have studied the sub- and superluminal propagation of signals around this wavelength through EDFs [11–13]. In particular, Melle *et al.* observed a transition from subluminal to superluminal propagation in amplitude-modulated signals propagated through highly doped erbium fibers (HEDFs) solely upon an increase in the modulation frequency [12]. Other works have investigated the control of the distortion of superluminal light pulses caused by the interplay between pulse broadening and compression [14,15].

Following these works, here we study the propagation of light pulses superposed on a continuous wave (cw) background in HEDFs, where a strong gain and absorption take place along the fiber. We show that, for certain conditions, a variation of the propagation regime (from subluminal to superluminal) takes place when varying the pulse bandwidth. We examine the distortion of the pulses during this transition. To simulate the results, we have used a rate equation analysis. We investigate also the possibility of improving the delay and the available bandwidth by controlling the pulse-peak-to-background power ratio. The variation of the propagation regime with the pulse bandwidth has also been obtained using a cascade system formed by an amplifier and an absorber, both short enough to work in the undepleted propagation regime, i.e., to neglect gain and absorption of the beams in both fibers.

2. THEORETICAL MODEL

To simulate the propagation of a signal beam (1536 nm) and a copropagating pump beam (977 nm) along the EDF, we have followed a rate equation analysis [6,16]. Erbium ions can be modeled as a three-level system, consisting of a ground level ($^4\text{I}_{15/2}$), a metastable level ($^4\text{I}_{13/2}$) with a lifetime of $\tau \sim 10.5$ ms

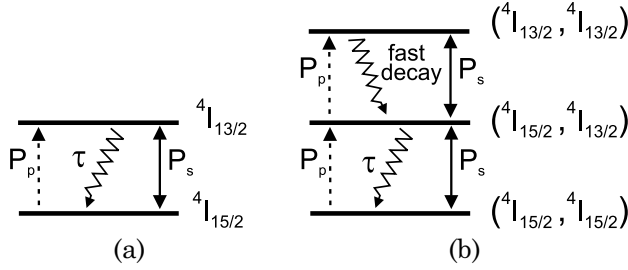


Fig. 1. Energy levels for (a) isolated Er ions and (b) paired ions.

and a transition wavelength with a ground level of 1536 nm, and a third level ${}^4I_{11/2}$ (transition wavelength of 977 nm) used to pump the system. Assuming a fast decay of the pump level, we can describe the ions as a two-level system [see Fig. 1(a)], being the population densities of the ground level and the metastable level n_1 and n_2 , respectively (normalized to the total density ρ).

Pair quenching effects (inhomogeneous upconversion) are the main cause of gain degradation in HEDFs [17]. Because of nonuniform erbium ions distribution, energy transfer can occur between two adjacent excited paired ions. Following the model developed by Li *et al.* [18], and later used by Calderón *et al.* [19] to study the effect of ion pairs on slow and fast light, we divide the erbium ions into two groups, isolated ions and paired ions (with a fraction of ion pairs in the total ion concentration given by κ). Ion pairs can be described as a three level system [see Fig. 1(b)]: ground level (${}^4I_{15/2}$, ${}^4I_{15/2}$), intermediate level (${}^4I_{15/2}$, ${}^4I_{13/2}$) and upper level (${}^4I_{13/2}$, ${}^4I_{13/2}$), with population densities n_{11} , n_{12} and n_{22} , respectively (all of them normalized to ρ). As decay from the upper level to the intermediate level is very fast compared with τ , we can consider only the ground and intermediate levels ($n_{11} + n_{12} \simeq \kappa$) [19]. The rate equations for n_1 and n_{11} are

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = \frac{(1-2\kappa) - n_1}{\tau} + \frac{1P_s}{\tau 2} (1-2\kappa - 2n_1) - \frac{P_p n_1}{\tau}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_{11}}{\partial t} = \frac{\kappa - n_{11}}{\tau} + \frac{1P_s}{\tau 2} (\kappa - 2n_{11}) - \frac{P_p n_{11}}{\tau}, \quad (2)$$

where P_s and P_p are the 1536 nm signal power and the 977 nm pump power, respectively, normalized to their respective saturation powers P_s^{sat} and P_p^{sat} . The propagation equations of the signal and pump powers along the fiber can be described with the following equations that take into account the inhomogeneous upconversion effects:

$$\frac{\partial P_s}{\partial z} + \frac{n_{gs}}{c} \frac{\partial P_s}{\partial t} = \alpha_s [1 - 2\kappa - 2n_1 - n_{11}] P_s, \quad (3)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial z} + \frac{n_{gp}}{c} \frac{\partial P_p}{\partial t} = -\alpha_p [n_1 + \kappa] P_p. \quad (4)$$

Here α_s and α_p are the absorption coefficients for the signal and pump beams, and n_{gs} and n_{gp} are the group indices of the signal and pump in the fiber glass, respectively. The signal power envelope at the beginning of the fiber ($z = 0$) is a Gaussian pulse superposed on a cw background, $P_s^{\text{in}}(t) = P_{bg} + P_m(t) = P_{bg} + P_{\text{peak}} \exp[-(t/T_0)^2]$, with a FWHM given

by $\tau_{\text{in}} = 2T_0(\log 2)^{1/2}$. Following the work by Wen and Chi [20], we spectrally analyzed the problem by decomposing the pulse power envelope in its modulation frequency components: $P_s(t) = P_{bg} + P_m(t) = P_{bg} + \int \tilde{P}_m(\Omega) \exp(-i\Omega t) d\Omega$, where $\tilde{P}_m(\Omega)$ is the amplitude of each power modulation term. Assuming that the modulation in the signal power will induce a modulation in the ground level population along the fiber, we can write the ground level populations as

$$n_1(t) = n_{1bg} + n_{1m}(t) = n_{1bg} + \int \tilde{n}_{1m}(\Omega) e^{-i\Omega t} d\Omega, \quad (5)$$

$$n_{11}(t) = n_{11bg} + n_{11m}(t) = n_{11bg} + \int \tilde{n}_{11m}(\Omega) e^{-i\Omega t} d\Omega, \quad (6)$$

where $\tilde{n}_{1m}(\Omega)$ and $\tilde{n}_{11m}(\Omega)$ are the amplitudes of the population oscillations of each spectral component. Here, we consider that $P_m \ll P_{bg}$, and hence, the modulation terms can be treated as perturbations. This is the most common situation in CPO-based slow light [4,6]. Furthermore, pump power temporal variation will be induced by the population oscillations. This phenomenon, which is called temporal pump depletion (TPD), produces higher absorption of the pump beam [20]. We have checked that our experimental results are reasonably well explained without including in our model the TPD effect.

From Eqs. (5) and (6), and the rate Eqs. (1) and (2), we obtain the stationary population and the population oscillations amplitudes equating the terms of the same order:

$$n_{1bg} = \frac{(1-2\kappa)(1+P_{bg}/2)}{\omega_c}, \quad (7)$$

$$n_{11bg} = \frac{1+P_{bg}/2}{\omega_c} \kappa, \quad (8)$$

$$\tilde{n}_{1m}(\Omega) = \frac{(1-2\kappa)\tilde{P}_m(\Omega)/2 - n_{1bg}\tilde{P}_m(\Omega)}{\omega_c - i\Omega\tau}, \quad (9)$$

$$\tilde{n}_{11m}(\Omega) = \frac{(\tilde{P}_m(\Omega)/2)\kappa - n_{11bg}\tilde{P}_m(\Omega)}{\omega_c - i\Omega\tau}, \quad (10)$$

where $\omega_c \equiv 1 + P_{bg} + P_p$ is the so-called ‘‘CPO central frequency,’’ a dimensionless frequency that roughly gives the available bandwidth to obtain signal delay or advancement. From these results and the power propagation [Eqs. (3) and (4)], it is straightforward to obtain the propagation equations for the signal background and pump powers. The terms with n_{gs} and n_{gp} in Eqs. (3) and (4) are negligible, because the delay from these contributions is much smaller than the delay caused by CPO. Therefore, these equations read

$$\frac{\partial P_{bg}}{\partial z} = \alpha_s [1 - 2\kappa - 2n_{1bg} - n_{11bg}] P_{bg}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial z} = -\alpha_p (n_{1bg} + \kappa) P_p, \quad (12)$$

and for each modulation frequency term of the signal power envelope:

$$\frac{\partial \tilde{P}_m(\Omega)}{\partial z} = C_s \tilde{P}_m(\Omega), \quad (13)$$

where the coefficient C_s is given by

$$C_s = \frac{\alpha_s}{\omega_c} \left[(P_p - 1) + \kappa \left(1 - \frac{P_{bg}}{2} - 2P_p \right) - \frac{\left[(P_p - 1) + \frac{3\kappa}{2}(1 - P_p) \right] P_{bg}}{\omega_c - i\Omega\tau} \right]. \quad (14)$$

The pulse at the end of the fiber, $P_m(t, z = L)$ is obtained from the inverse Fourier transform of the output power envelope of the modulation frequency components $\tilde{P}_m(\Omega, z = L)$: $P_m^{\text{out}} = \int \tilde{P}_m^{\text{out}} \exp(-i\Omega t) d\Omega$. The time delay is calculated as the time difference between the maximum of the delayed pulse and the maximum of the reference pulse. Because $C_s(\Omega)$ is complex, the imaginary (real) part stands for a phase delay (absorption) of each modulation frequency component of the signal power envelope. By neglecting the variation of the signal and pump along the fiber, i.e., the undepleted approximation, the delay is given by $t_d \approx \text{Im}(C_s(\Omega))z/\Omega$. Note that the achieved delay increases with fiber length.

3. RESULTS AND DISCUSSION

The experimental setup consists basically of an EDF in the forward-pumped configuration. Details have been described in [13], Fig. 2. It allows us to control the initial pulse width (τ_{in}), which is given as the FWHM, and the pulse-peak-to-background power ratio. Pulses are propagated through an Al_2SiO_5 -glass-based EDF with ion density of $\rho = 8.7 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ and 1 m long. Delay/advancement is measured as the time difference between the peaks of a reference pulse (which travels through nondoped fibers) and the pulse propagated through the EDF. Delay/advancement time is normalized to the reference pulse width (FWHM), giving the so-called fractional delay F , defined as $F < 0$ for delay and $F > 0$ for advancement.

A. Subluminal to Superluminal Transition with Pulse Width

We have measured the pulse delay varying τ_{in} from 0.33 to 100 ms. This range covers the width of the CPO hole. In the following, we use a small amplitude pulse compared to the background. In particular, we use a pulse-peak-to-background power ratio of $P_{\text{peak}}/P_{\text{bg}} = 0.2$. When the pump is not present,

all pulses propagate at subluminal velocities (not shown), as has been previously reported [6,11]. Furthermore, pulses with a few milliseconds of width show the largest slow light effect. By pumping the fiber, as we are using fibers with a high ion concentration, strong absorption of the pump occurs so that gain will be only achieved in the front part of the fiber. Moreover, the CPO hole will broaden with pump power. Therefore, in this first region, pulse advancement will take place, being greater for shorter temporal pulses. In Fig. 2(a), we plot the fractional delay versus the inverse of τ_{in} for different pump powers and for a signal background power of 3.5 mW. A transition from subluminal to superluminal propagation with the pulse width takes place. That is, pulses longer than 1.5 ms propagate subluminally, while shorter pulses propagate at superluminal velocities. A high pump power value is needed to achieve a strong enough gain in the front part of the fiber to be comparable to the absorption that appears along the rest of the fiber, allowing a transition from subluminal to superluminal propagation. In this particular case, a pump power of 96 mW is needed to observe this transition. In Fig. 2(b), we plot the fractional delay versus the inverse of τ_{in} for different signal background powers and for a pump power of 107 mW. For small signal background powers, we observe such a transition from subluminal to superluminal velocities [see circles in Fig. 2(a), corresponding to a signal background power of 1.8 mW]. However, for high signal background powers [see triangles in Fig. 2(a), which correspond to a signal background power of 6.8 mW], we see only subluminal propagation. For this high signal power, saturation gain occurs so that signal background suffers small amplification. Thus, the small advancement achieved in the front part of the fiber will be canceled out by the delay achieved in the rest of the fiber so that all pulses will show a net delay.

We have simulated these results with the previous perturbative model [Eqs. (11)–(13)]. We have used the measured powers as initial values, keeping insertion losses as fitting parameters. We obtained 10% and 80% losses for the signal and the pump, respectively. The saturation powers for the signal and pump beams are $P_s^{\text{sat}} \simeq 0.36 \text{ mW}$ and $P_p^{\text{sat}} \simeq 1.3 \text{ mW}$, respectively. The unsaturated absorption coefficients for the same beams are $\alpha_s \simeq 0.21 \text{ cm}^{-1}$ and $\alpha_p \simeq 0.18 \text{ cm}^{-1}$. These values are consistent with the ones used in previous works [6,11]. The fraction of ion pairs in the total ion concentration is set to $\kappa = 0.2$ (a similar value to the one used in previous works for HEDFs [19]). The simulation results, depicted in Fig. 2 (solid

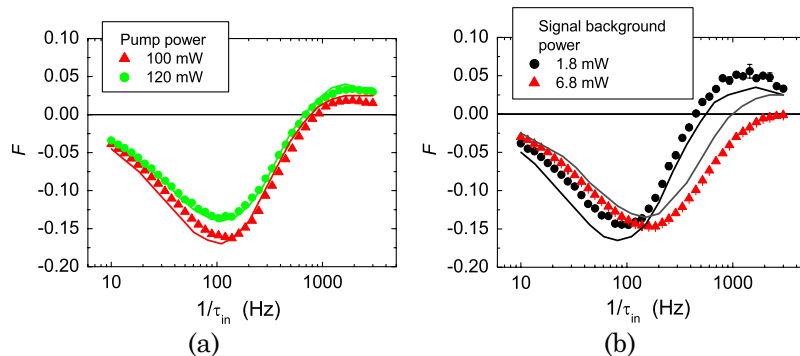


Fig. 2. (Color online) Experimental (symbols) and simulated (curves) fractional delay as a function of inverse of the pulse width (FWHM). (a) Different pump powers and a fixed signal background power (3.5 mW). (b) Different signal background powers and a fixed pump power (107 mW).

curves), reproduce well the change from subluminal to superluminal propagation with the pulse width.

The peculiar phenomena described above can be explained as a combined effect of the spectral hole broadening with pump power and the change from gain to absorption of the signal along the fiber. The background signal power and the pump power distribution along the fiber determine the delay of the pulses in different sections of the fiber. The final result is a modified gain profile. The shape of the gain curve will be further investigated in Subsection 3.A.1. The effects of the modified gain profiles on light propagation have been previously analyzed in other techniques such as stimulated Brillouin scattering [21]. In the initial part of the fiber, pulses are advanced since gain is dominant because a strong pump is present. In particular, broad-spectrum pulses ($1/\tau_{in} \approx 1000$ Hz) suffer the largest fractional advancement due to the pump-broadened spectral hole. In the final part of the fiber, the pump is almost completely absorbed due to the high ion concentration. Thus, pulse delay occurs in this part of the fiber. In particular, narrow-spectrum pulses ($1/\tau_{in} \approx 100$ Hz) suffer the largest fractional delay. For the case depicted in Fig. 2(a) (triangles), absorption is dominant in the whole length of the fiber, causing great delays for all bandwidths. For the rest of the curves shown in Figs. 2(a) and 2(b), where a transition of the propagation regime takes place, the initial power values are such that the gain region in the initial part of the fiber and the absorptive region in the final part of the fiber are equally significant. This leads to a net advancement for short pulses, while long pulses will present a net delay at the output of the fiber.

1. Cascade System

In order to explain more clearly the change in the propagation regime from subluminal to superluminal with the pulse width and find possible implementations of slow light devices based on this effect, we have reproduced this behavior with an undepleted equivalent system, which makes use of short fibers where attenuation and amplification of the signal background and pump powers can be neglected (undepleted approximation). This allows us to explain the results with an analytical model and gives us a better understanding of the phenomenon.

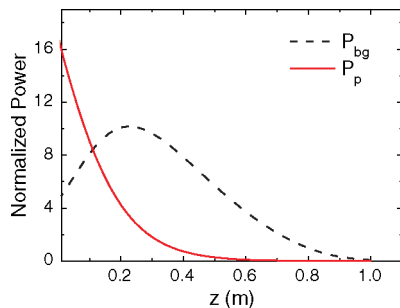
As we said before, the phenomenon observed in Fig. 2 is due to the competition between gain and absorption along the fiber. In Fig. 3(a) we have plotted the powers profiles (normalized with their saturation powers) along 1 m long fiber, for

the particular values corresponding to those in Fig. 2(b) (circles), where a change from subluminal to superluminal propagation was observed. Note that the pump is almost totally absorbed in the first half of the fiber. This strong absorption is due to the high Er^{3+} concentration and the inhomogeneous upconversion processes caused by the presence of ion pairs (PIQ). Let us imagine a simple and equivalent configuration that consists of two short fibers, one pumped (amplification stage, EDFA), and the other one without the pump (absorbing stage, EDF), as depicted in Fig. 3(b). The device was experimentally implemented with two EDFs of length $L = 10$ cm. In the first stage, the 1536 nm pulse superposed on the signal background and the 980 nm pump were copropagated. We measured the pulse delay at the output of this fiber. Then we used wavelength division multiplexing to extract the pump beam at the output of this first stage, and we introduced the 1536 nm signal into the second EDF. We again measured the pulse delay at the output of the device. In Fig. 4, the fractional delay is plotted against the spectral width of the initial pulses for a pump power of 39 mW and a signal background power of 2 mW (triangles). The same measurement without the second stage is also plotted in the same figure (circles). We observe that only superluminal propagation takes place at the output of the first stage. However, at the output of the second fiber, a change of the propagation regime with the pulse width is observed, as occurs in the experiments shown before, where we used one long fiber. This simple experiment allows us to confirm that the main reason for the change in the propagation regime with the pulse spectral width is the competition between gain and absorption occurring along the system. This “cascade” configuration makes possible the control of the delay in CPO delay lines, and it has been previously used in semiconductor-based CPOs [22,23].

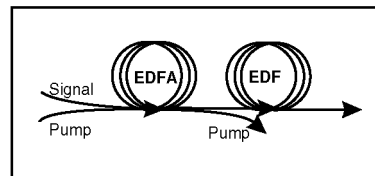
From Eq. (13), the derivation of the results is straightforward. Assuming the undepleted approximation and neglecting pair-quenching effects, the pulse spectrum at the output of the device will be given by $\hat{P}_m^{out} \approx \hat{P}_m^{in} e^{\alpha L} e^{-i\varphi}$, where α is the total absorption/gain coefficient and φ is the total phase delay accumulated along the two stages:

$$\varphi = L\alpha_s P_{bg} \Omega \tau \left[\frac{P_p - 1}{\omega_{c_1} (\omega_{c_1}^2 + (\Omega\tau)^2)} - \frac{1}{\omega_{c_2} (\omega_{c_2}^2 + (\Omega\tau)^2)} \right]. \quad (15)$$

Here $\omega_{c_1} \equiv 1 + P_{bg} + P_p$ and $\omega_{c_2} \equiv 1 + P_{bg}$ are the CPO central frequencies in the first and second stages, respectively, and



(a)



(b)

Fig. 3. (Color online) (a) Simulated signal background (dashed curve) and pump (solid curve) power profiles along 1 m long fiber, normalized to their respective saturation powers. Initial values are 1.8 (signal background power) and 107 mW (pump power). (b) Schematic diagram of the cascade system.

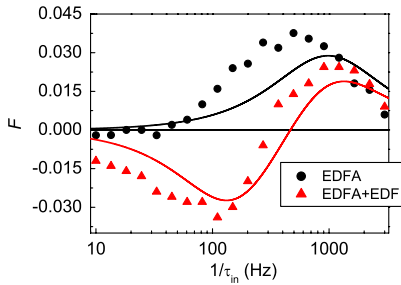


Fig. 4. (Color online) Fractional delay versus the inverse of the pulse width in one amplification stage (circles) and in two stages, amplification and absorption (triangles). The signal background power was set to 2 mW for both measurements, and the pump power was set to 39 mW in the amplification stage. The theoretical result given by Eq. (17) is also plotted (solid curves).

L is the fiber length of each stage. Furthermore, the total absorption/gain coefficient α is given by

$$\alpha = \alpha_s \left[\frac{P_p - 1}{\omega_{c_1}} - \frac{P_{bg}(P_p - 1)}{\omega_{c_1}^2 + (\Omega\tau)^2} - \frac{1}{\omega_{c_2}^2} + \frac{P_{bg}}{\omega_{c_2}^2 + (\Omega\tau)^2} \right]. \quad (16)$$

In order to compare the results of our model with the experimental results, we calculate the inverse Fourier transform of the pulse power spectrum and we estimate the delay as the difference between the maximum of the delayed pulse and the reference pulse. The simulations reproduce the change in the propagation regime (not shown). Furthermore, we have checked that in order to reproduce the experimental results, distortion caused by absorption or gain ($e^{\alpha L}$) can be neglected. Following this approximation, we have analytically solved the inverse Fourier transform to obtain the pulse time delay:

$$t_d = \frac{\alpha_s(P_p - 1)P_{bg}}{\omega_{c_1}} \frac{1}{\omega_{c_1}^2 + \frac{24 \ln 2}{\tau_m^2}} - \frac{\alpha_s P_{bg}}{\omega_{c_2}} \frac{1}{\omega_{c_2}^2 + \frac{24 \ln 2}{\tau_m^2}}. \quad (17)$$

In Fig. 4 we have plotted the analytical F (solid curves) showing good agreement with the experimental results. The analytical curve for the EDFA stage shows a small shift in the pulse width where the maximum advancement is obtained as well as a slight increase in the amount of advancement achieved. These small discrepancies are due to the depletion of the pump beam that occurs in highly doped fibers, even for this small length, that is obviated in the undepleted approximation.

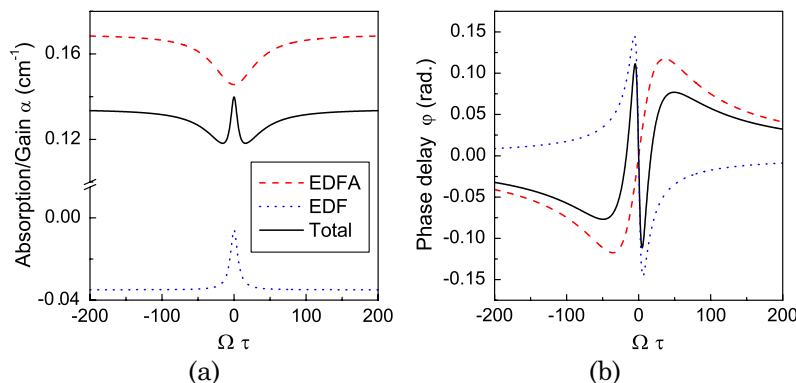


Fig. 5. (Color online) (a) Absorption and (b) phase delay for a pumped EDF (dashed curve), a nonpumped EDF (dotted curve) and for the whole system EDFA + EDF (solid curve) as a function of $\Omega\tau$.

Let us analyze in more detail the spectral response of each stage. In Fig. 5 we plot the absorption/gain coefficient α (a) and the phase delay φ (b) as a function of $\Omega\tau$ for the EDFA stage (dashed curve), EDF stage (dotted curve), and cascade system (solid curve) using the same power values as in Fig. 4. Thus, each frequency component of the pulse propagating through the fiber will experience the absorption shown in Fig. 5(a) and will propagate with a refractive index that is proportional (with a negative sign) to the phase delay shown in Fig. 5(b). The total absorption is the contribution of the absorption generated in each stage of the system. In the EDFA stage, a broad hole in the gain spectrum is obtained, while in the EDF stage a narrow hole in the absorption spectrum occurs. As a result, the total gain spectrum shows a broad hole and a narrow antihole.

In Fig. 6 we have plotted the total index (with arbitrary dimensions) (solid curves) together with two pulses with different spectral widths (dashed curves). A spectrally narrow pulse will be inside the normal dispersion region so that every frequency will be delayed. When the pulse gets spectrally wider, it exceeds the normal dispersion region. Most of the spectral components will observe the broad hole in the gain spectrum propagating in a superluminal regime. Note that a wide spectral pulse will suffer distortion, because the central frequencies will be inside the normal dispersion regime, while the lateral frequencies will propagate at superluminal velocities. Therefore, a description of its propagation based only in the delay between the pulse peaks is incomplete. In the next section we study pulse broadening and distortion for a case where a change in the propagation regime is observed.

2. Pulse Distortion

Practical applications of slow and fast light must take into account pulse broadening and pulse narrowing due to the propagation in the slow/fast light system. The gain spectrum of EDFAs shows a CPO hole with a characteristic width of 100 Hz. Thus, the high-frequency components of the pulse would be amplified, causing a narrowing of the pulse in time domain. On the other hand, pulse broadening would occur due to the saturation of the amplifier gain. These competing mechanisms result in the distortion of the pulse. In this section we study the behavior of the pulse width, and the distortion of the delayed/advanced pulses as the input pulse spectrum gets broader. We used a pump of 107 mW and a signal background of 1.8 mW. This case corresponds to the one

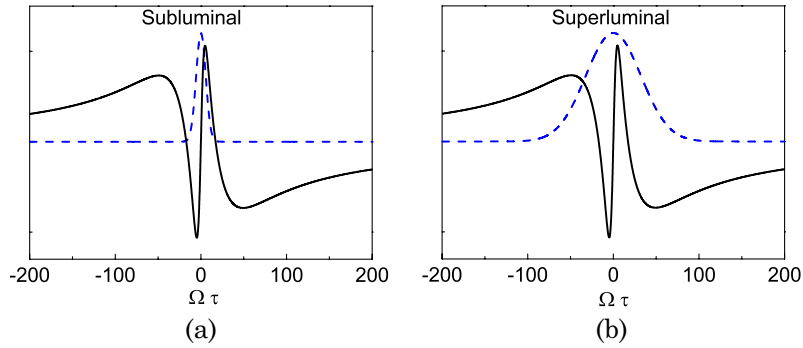


Fig. 6. (Color online) Spectrum of two pulses (dashed curves) superposed to the refractive index of the system (solid curves). (a) Spectrally narrow pulse (subluminal). (b) Spectrally broad pulse (superluminal).

shown in Fig. 2(b) (circles), where a transition from subluminal to superluminal propagation with the pulse width was observed. We show in Fig. 7 three representative pulses where we can observe the different propagation regimes and the distortion appearing in each case. The narrow-spectrum pulses, which are delayed, suffer broadening [see Figs. 7(a) and 7(b)]. The broad-spectrum pulses, which are advanced, suffer compression [see Figs. 7(c) and 7(d)]. Broadening and compression are computed by means of the pulse FWHM ratio, which accounts for the distortion of the remaining Gaussian part of the pulse. In Fig. 8(a) we have plotted the ratio between the delayed and the reference pulse widths (FWHM), as a function of $1/\tau_{in}$. We observe how pulse broadening occurs mainly for subluminal propagated pulses. For short pulses (less than 2.2 ms, with superluminal propagation) we have narrowing. This is explained in the frequency domain, because the pulse spectral width exceeds the CPO hole in the gain profile. Thus, the wings of the pulse are amplified, and the pulse spectrum gets broadened. Amplification of the wings induces a “tail” after the pulse [see Figs. 7(c) and 7(d)] that distorts the pulse.

To account for this distortion, we use the metric proposed by Bigelow *et al.* in [24] as the deviation the pulse has at the end of the system compared to its initial shape:

$$D = \left(\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} ||P_{out}(t + t_d)|^2 - |P_{in}(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |P_{out}(t + t_d)|^2 dt} \right)^{1/2} - \left(\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} ||P_{in}(t + \delta t)|^2 - |P_{in}(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |P_{out}(t + \delta t)|^2 dt} \right)^{1/2}, \quad (18)$$

where P_{in} and P_{out} are the normalized pulse envelopes at the beginning and at the end of the fiber, respectively; t_d is the delay time; and δt is the temporal resolution of the experimental data. In Fig. 8(b) we have plotted the measured and simulated distortion for the case depicted in Fig. 2(b) (circles). It is noticeable that its greater value occurs for the most advanced pulse. Pulse distortion increases as the input pulse is shorter, that is, when it exceeds the dip in the gain profile.

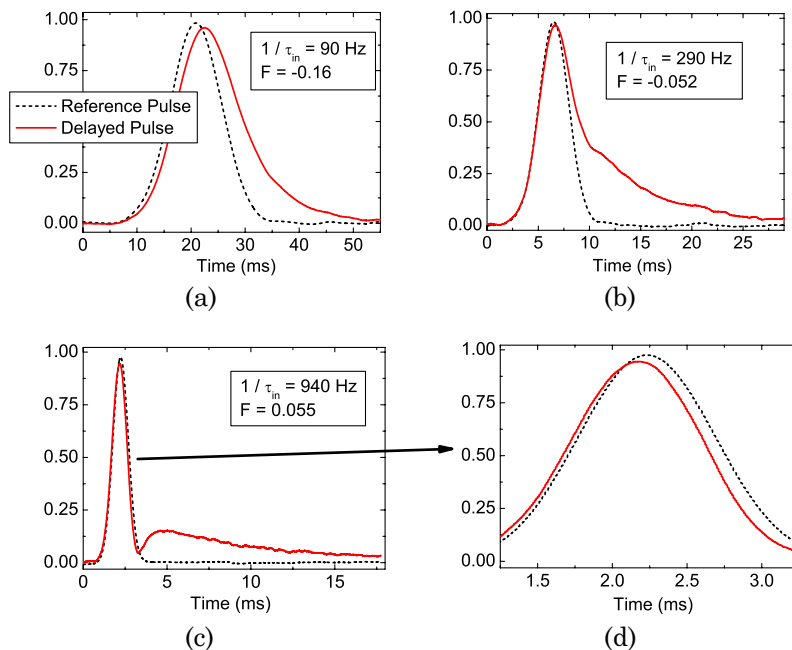


Fig. 7. (Color online) Representative delayed and advanced normalized pulses (solid curve) with their respective reference pulses (dashed curve), for a signal background power of 1.8 mW and a pump power of 107 mW: (a) $1/\tau_{in} = 90$ Hz, (b) $1/\tau_{in} = 290$ Hz, (c) $1/\tau_{in} = 940$ Hz, and (d) magnification of the Gaussian part of the pulse of (c).

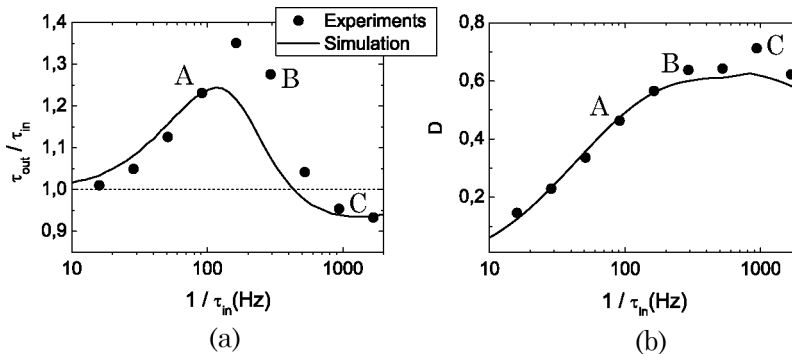


Fig. 8. Measured (dots) and simulated (line) (a) pulse width ratio and (b) distortion versus the inverse of the input pulse width. Both figures correspond to initial powers of 1.8 (background signal) and 107 mW (pump). Pulses (a), (b), and (c) from Fig. 7 correspond to points A, B, and C in this figure.

B. Influence of Pulse Height

High pulse-peak powers compared with the signal background power have not been considered in most previous CPO works [6]. However, recent studies [11,25] have obtained interesting results in subluminal and superluminal pulse propagation when the pulse-peak power is arbitrarily high. In this situation, pulse interaction with the medium is fully nonlinear and it is not only seen as a probe. Macke *et al.* [25] showed theoretically, using a saturable absorption approach, that larger pulse-peak powers provided larger fractional delays. Moreover, recent studies [11,14] demonstrate that pulse distortion can be reduced by modifying the pulse-peak-to-background power ratio. Specifically, in [14], Shin *et al.* measured the deformation of advanced pulses for different values of the background power P_{bg} , while keeping constant the pulse-peak power P_{peak} to $55 \mu\text{W}$. They concluded that the pulse-peak-to-background power ratio can be used as a free parameter to minimize pulse distortion. They found that fractional advancement was independent of the pulse-peak-to-background power ratio, for values of P_{peak}/P_{bg} above 0.4.

In this section we study the influence of pulse-peak-to-background power ratio on the delay. Here in this work, and in contrast to the above-mentioned studies [11,14], we keep constant the background power (to a value greater than the saturation power of the EDFA) and vary the pulse-peak power. In particular, the pulse-peak-to-background power ratio varies from 0.2 to 25. This allows us to look beyond the approximation that considers the pulse as a probe. We have found that the propagation of pulses with a peak power larger than the background power leads to greater fractional delays/

advancements and increases the available bandwidth as the pulse-peak power increases.

We carried out a series of experiments where we measured F , varying the pulse width from 0.33 to 100 ms, for different values of P_{peak}/P_{bg} , from 0.2 to 25. We kept a constant background power of 0.9 mW and varied the pulse-peak power. The pump power is set to 140 mW. For these values of pump and background powers, and for small values of the pulse-peak-to-background power ratio, narrow-spectrum pulses ($1/\tau_{in} \approx 100$ Hz) suffer delay, and broad-spectrum pulses ($1/\tau_{in} \approx 1000$ Hz) suffer advancement, as shown in Subsection 3.A. We focus our attention on the range of pulse widths where subluminal propagation occurs. In Fig. 9(a) we have plotted the maximum fractional delay we have obtained varying pulse width (FWHM) for each value of the pulse-peak-to-background power ratio. The pulse width (FWHM) where the maximum fractional delay occurs (called optimum pulse width) is also plotted against the pulse-peak-to-background power ratio [see Fig. 9(b)]. In order to properly reproduce these experimental results, integration of the complete model shown in Eqs. (1) and (2) without further approximations has been carried out. The curves in Fig. 9 show a good agreement with the experimental data (symbols). We observe that with a pulse-peak-to-background power ratio of 25, we can obtain fractional delays two times larger than the one obtained with a power ratio of 0.2 (from $F = -0.084$ to $F = -0.174$). The available bandwidth also increases with the pulse-peak-to-background power ratio. There is a difference of 1 order of magnitude in the spectral width of the pulse that suffers the maximum fractional delay for the values of P_{peak}/P_{bg}

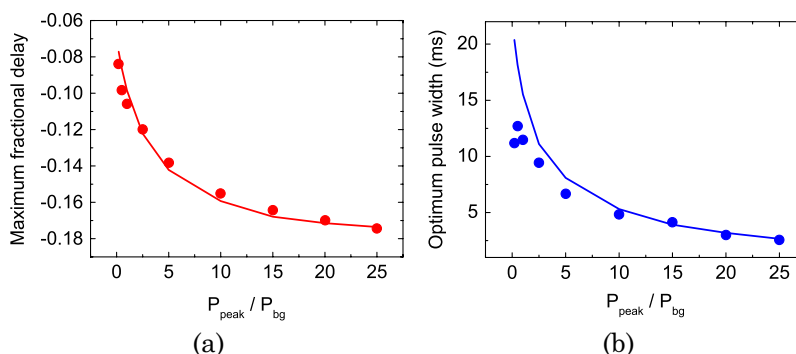


Fig. 9. (Color online) (a) Experimental (symbols) and simulated (curve) maximum fractional delay versus P_{peak}/P_{bg} . (b) Experimental (symbols) and simulated (curve) optimum pulse width, i.e., the pulse width where the maximum fractional delay is achieved versus P_{peak}/P_{bg} .

measured (from $1/\tau_{\text{in}} = 90$ Hz for a power ratio of 0.2 to $1/\tau_{\text{in}} = 390$ Hz for a power ratio of 25). This is expected, as the pulse-peak power is involved along with the background power in the broadening of the CPO hole. The fractional delay increase can be explained by a higher saturation of the absorption by the leading edge of the pulse. By integration of the complete model, we found that a saturation of the increase of the fractional delay with the pulse-peak-to-background power ratio occurs for $P_{\text{peak}}/P_{\text{bg}} > 40$.

4. CONCLUSIONS

Pulse propagation in EDFAs has been experimentally investigated. Pulses of different widths have been propagated through a very highly doped erbium fiber. A transition in the propagation regime (from subluminal to superluminal) with the pulse width is reported. This is explained by the abrupt change in the signal and pump power profiles along the fiber, caused by the high absorption. We have simulated these results with a rate equation model. We reproduce the same behavior with a more comprehensive experimental setup, consisting in two stages, one pumped fiber followed by another one without the pump. This simple model allows us to calculate the analytical delay of both steps. Finally, we found an improvement of the pulse delay and the available bandwidth when increasing the pulse-peak power while keeping constant the background power. This is explained by the contribution of the pulse to the nonlinear saturation of the absorption.

ACKNOWLEDGMENTS

This work has been supported by the Ministerio de Educación y Ciencia (FIS2007-65382) and the Banco Santander–Central Hispano/Universidad Complutense de Madrid (GR58/08: 910133-1030). F. Arrieta-Yáñez appreciates the financial support from the Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid and the European Social Fund. We would like to thank professors M. A. Antón and F. Carreño for fruitful discussions and scientific support.

REFERENCES

1. R. W. Boyd, D. J. Gauthier, and A. L. Gaeta, "Applications of slow light in telecommunications," *Opt. Photon. News* **17**, 18–23 (2006).
2. C. Peng, Z. Li, and A. Xu, "Rotation sensing based on a slow-light resonating structure with high group dispersion," *Appl. Opt.* **46**, 4125–4131 (2007).
3. Z. Shi, R. W. Boyd, D. J. Gauthier, and C. C. Dudley, "Enhancing the spectral sensitivity of interferometers using slow-light media," *Opt. Lett.* **32**, 915–917 (2007).
4. M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, "Observation of ultraslow light propagation in a ruby crystal at room temperature," *Phys. Rev. Lett.* **90**, 113903 (2003).
5. M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, "Superluminal and slow light propagation in a room-temperature solid," *Science* **301**, 200–202 (2003).
6. A. Schweinsberg, N. N. Lepeshkin, M. S. Bigelow, R. W. Boyd, and S. Jarabo, "Observation of superluminal and slow light propagation in erbium-doped optical fiber," *Europhys. Lett.* **73**, 218–224 (2006).
7. G. M. Gehring, A. Schweinsberg, C. Barsi, N. Kostinski, and R. W. Boyd, "Observation of backward pulse propagation through a medium with a negative group velocity," *Science* **312**, 895–897 (2006).
8. P. Wu and D. V. G. L. N. Rao, "Controllable snail-paced light in biological bacteriorhodopsin thin film," *Phys. Rev. Lett.* **95**, 253601 (2005).
9. H. Su, P. Kondratko, and S. L. Chuang, "Variable optical delay using population oscillation and four-wave-mixing in semiconductor optical amplifiers," *Opt. Express* **14**, 4800–4807 (2006).
10. J. Mørk, R. Kjær, M. van der Poel, and K. Yvind, "Slow light in a semiconductor waveguide at gigahertz frequencies," *Opt. Express* **13**, 8136–8145 (2005).
11. S. Melle, O. G. Calderón, F. Carreño, E. Cabrera, M. A. Antón, and S. Jarabo, "Effect of ion concentration on slow light propagation in highly doped erbium fibers," *Opt. Commun.* **279**, 53–63 (2007).
12. S. Melle, O. G. Calderón, C. E. Caro, E. Cabrera-Granado, M. A. Antón, and F. Carreño, "Modulation-frequency-controlled change from sub- to superluminal regime in highly doped erbium fibers," *Opt. Lett.* **33**, 827–829 (2008).
13. O. G. Calderón, S. Melle, M. A. Antón, F. Carreño, F. Arrieta-Yáñez, and E. Cabrera-Granado, "Propagation-induced transition from slow to fast light in highly doped erbium fibers," *Phys. Rev. A* **78**, 053812 (2008).
14. H. Shin, A. Schweinsberg, G. Gehring, K. Schwertz, H. J. Chang, R. W. Boyd, Q.-H. Park, and D. J. Gauthier, "Reducing pulse distortion in fast light pulse propagation through an erbium doped fiber amplifier," *Opt. Lett.* **32**, 906–908 (2007).
15. H. Shin, A. Schweinsberg, and R. W. Boyd, "Reducing pulse distortion in fast-light pulse propagation through and erbium-doped fiber amplifier using a mutually incoherent background field," *Opt. Commun.* **282**, 2085–2087 (2009).
16. G. Piredda and R. W. Boyd, "Slow light by means of coherent population oscillations: laser linewidth effects," *J. Eur. Opt. Soc. Rap. Commun.* **2**, 07004 (2007).
17. F. Sanchez, P. L. Boudec, P.-L. Francois, and G. Stephan, "Effects of ion pairs on the dynamics of erbium-doped fiber lasers," *Phys. Rev. A* **48**, 2220–2229 (1993).
18. J. Li, K. Duan, Y. Wang, W. Zhao, J. Zhu, Y. Guo, and X. Lin, "Modeling and effects of ions pairs in high-concentration-erbium-doped fiber lasers," *J. Mod. Opt.* **55**, 447–458 (2008).
19. O. G. Calderón, S. Melle, F. Arrieta-Yáñez, M. A. Antón, and F. Carreño, "Effect of ion pairs in fast-light bandwidth in high-concentration erbium-doped fibers," *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, C55–C60 (2008).
20. S. Wen and S. Chi, "Propagation characteristics of fast light in an erbium-doped fiber amplifier," *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 1073–1080 (2008).
21. S. Chin, M. Gonzalez-Herraez, and L. Thévanaz, "Zero-gain slow & fast light propagation in an optical fiber," *Opt. Express* **14**, 10684–10692 (2006).
22. S. S. Maicas, F. Öhman, J. Capmany, and J. Mørk, "Controlling microwave signals by means of slow and fast light effects in SOA-EA structures," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **19**, 1589–1591 (2007).
23. F. G. Sedgwick, B. Pesala, J. Lin, W. S. Ko, X. Zhao, and C. J. Chang-Hasnain, "THz-bandwidth tunable slow light in semiconductor optical amplifiers," *Opt. Express* **15**, 747–753 (2007).
24. M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, H. Shin, and R. W. Boyd, "Propagation of smooth and discontinuous pulses through materials with very large or very small group velocities," *J. Phys. Condens. Matter* **18**, 3117–3126 (2006).
25. B. Macke and B. Ségard, "Slow light in saturable absorbers," *Phys. Rev. A* **78**, 013817 (2008).

4.6. Luz lenta y rápida basada en oscilaciones coherentes de la población en fibras dopadas con erbio

REVIEW ARTICLE

Slow and fast light based on coherent population oscillations in erbium-doped fibres

Francisco Arrieta-Yáñez, Oscar G Calderón and Sonia Melle

Escuela Universitaria de Óptica, Universidad Complutense de Madrid, Arcos de Jalón 118, E-28037 Madrid, Spain

E-mail: franarrieta@fis.ucm.es

Received 17 March 2010, accepted for publication 21 June 2010

Published 24 September 2010

Online at stacks.iop.org/JOpt/12/104002

Abstract

In this paper we review the main results on slow and fast light induced by coherent population oscillations in optical fibres doped with erbium ions. We explain the physics behind this technique and we describe the experimental realization. Finally, we summarize some recent advances in this field and future goals.

Keywords: slow light, coherent population oscillations, erbium-doped fibres

(Some figures in this article are in colour only in the electronic version)

1. Introduction

The control of light velocity has been a constant challenge during the last few decades. A range of techniques developed in the past decade have made possible to reduce the group velocity of a wavepacket to a few metres per second, and to obtain group velocities greater than c , or even negative, in a controllable way. These techniques include electromagnetic-induced transparency (EIT) [1, 2], based on quantum interference effects in atomic media, and, more recently, techniques that can be realized in solid-state materials at room temperature, such as, for example, stimulated Brillouin scattering (SBS) [3, 4], stimulated Raman scattering (SRS) [5], wavelength conversion and dispersion [6], and coherent population oscillations (CPO) [7, 8]. This last technique has revealed itself as a promising method for slow and fast light. It has been developed in a variety of materials such as solid-state crystals [7, 8], semiconductor structures [9, 10], biological thin films [11] and erbium-doped fibres (EDFs) [12, 13]. In particular, slow and fast light in optical fibres offers a lot of advantages such as long interaction lengths and easy integration with existing optical communication systems [14]. In this review we will focus on the slow and fast light phenomena induced by coherent

population oscillations in erbium-doped fibres. We will describe the physics behind this technique and the pioneering works. Finally, we will review some of the latest results achieved in this field.

2. Slow and fast light via CPO: physical processes and pioneering works

2.1. Physical principles

Coherent population oscillations is a technique for slowing down light signals in saturable absorbers. The medium is illuminated by a strong beam (pump beam), resonant with an allowed transition of the material, and a weak beam (probe beam), slightly detuned with the same transition. If the detuning is smaller than the decay rate of the transition (the inverse of the transition lifetime), the interference of the two beams causes an oscillation of the ground-state population of the saturable absorber at the beat frequency. The coupling between the strong beam and the oscillation of the population results in a reduction of the absorption of the probe beam. In other words, the population oscillation generates a temporal modulation of the transmission (a temporal transmission grating) which oscillates at the detuning frequency. The

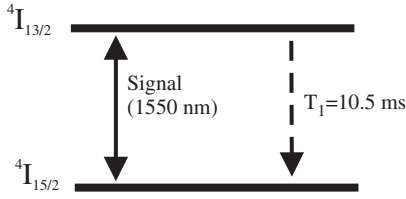


Figure 1. Ground and metastable energy levels of Er^{3+} coupled by a 1550 nm laser beam.

interaction of the pump beam with this temporal grating results in an amplification of the probe beam through a wave mixing process. This can be seen as a narrow ‘hole’ in the absorption spectrum, that leads, through the Kramers–Kronig relations, to a rapid index variation around the resonant frequency. If the frequency of the probe beam fits in the spectral hole, the probe beam will propagate subliminally along the material.

This process has been described by using the density matrix formalism [15]. Furthermore, when the population inversion decay time T_1 is much longer than the dipole dephasing time T_2 , as occurs in most of the studied systems, this process can also be modelled by using a rate equation analysis [16, 17]. This approximation was followed by Schweinsberg *et al* to model CPO in EDFs [12].

Er^{+3} ions can be modelled as two-level systems (see figure 1) when illuminated with a 1550 nm laser beam. The evolution of the metastable level population N_2 (normalized to the total Er^{+3} ion density) driven by a resonant signal of power P_s can be written as

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = -\frac{N_2}{T_1} - \frac{1}{2T_1} \frac{P_s}{P_{\text{sat}}} N_2 + \frac{1}{2T_1} \frac{P_s}{P_{\text{sat}}} N_1, \quad (1)$$

where the three terms on the right-hand side of the equation stand for the spontaneous emission, the stimulated emission and the absorption of the signal, respectively. N_1 is the ground-state population and P_{sat} is the saturation power. By defining the dimensionless power $\hat{P}_s = P_s/P_{\text{sat}}$, and considering that only ground and metastable levels are involved ($N_1 + N_2 = 1$), the above rate equation is

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = \frac{1}{2T_1} \hat{P}_s - \frac{1}{T_1} (1 + \hat{P}_s) N_2. \quad (2)$$

The absorption of the signal power along the fibre can be described by the following propagation equation:

$$\frac{\partial \hat{P}_s}{\partial z} = -\alpha_0 (N_1 - N_2) \hat{P}_s, \quad (3)$$

where the absorption coefficient depends on the population difference between the two levels, α_0 being the unsaturated absorption coefficient at 1550 nm. As said before, the signal beam consists of a strong pump field and a weak probe field with a frequency slightly detuned from the pump frequency, δ being the beat frequency. Interference of the pump and probe beams produces an amplitude modulation of the signal, which can be written in terms of the power as $\hat{P}_s(t) = P_{\text{sc}} + P_{\text{sm}} e^{-i\delta t} + \text{c.c.}$ P_{sc} is a constant background, which roughly measures the

pump power, and $P_{\text{sm}} e^{-i\delta t}$ is the interference term, where P_{sm} stands for the amplitude of the modulation. This interference induces a modulation in the metastable level population at the beat frequency δ . Taking into account that $P_{\text{sm}} \ll P_{\text{sc}}$, and equating terms with the same time dependence in the power propagation equation, we observe that P_{sc} and P_{sm} propagate with different absorption coefficients:

$$\frac{\partial P_{\text{sc}}}{\partial z} = -\frac{\alpha_0}{1 + P_{\text{sc}}} P_{\text{sc}}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial P_{\text{sm}}}{\partial z} = -\alpha_1 P_{\text{sm}}, \quad (5)$$

where α_1 is complex, due to the characteristic response time of the population ($\sim T_1$):

$$\alpha'_1 \equiv \text{Re}(\alpha_1) = \frac{\alpha_0}{1 + P_{\text{sc}}} \left[1 - \frac{P_{\text{sc}}(1 + P_{\text{sc}})}{(1 + P_{\text{sc}})^2 + (T_1\delta)^2} \right], \quad (6)$$

$$\alpha''_1 \equiv \text{Im}(\alpha_1) = -\frac{\alpha_0}{1 + P_{\text{sc}}} \frac{P_{\text{sc}}(T_1\delta)}{(1 + P_{\text{sc}})^2 + (T_1\delta)^2}. \quad (7)$$

The real part of α_1 (see equation (6)) stands for the absorption that P_{sm} experiences and the imaginary part of α_1 (see equation (7)) is a spatial phase variation. Assuming that P_{sc} does not vary significantly along the propagation length, i.e. following the so-called undepleted approximation, we can analytically obtain

$$P_{\text{sm}}(z) = P_{\text{sm}}(0) e^{-\alpha'_1 z} e^{-i\alpha''_1 z}. \quad (8)$$

Thus, the absorption spectrum, given by α'_1 , shows the CPO hole, as can be seen in figure 2(a). The half-width at half-maximum of this hole is given by $\Gamma \equiv (1 + P_{\text{sc}})/T_1$. This width scales with the inverse of the decay time of the metastable level population and it is power-broadened, as can be seen in figure 2(a). The phase shift accumulated by P_{sm} when propagating through the medium, $\alpha''_1 z$, gives the delay time experienced by the modulated part of the beam, $t_d \approx \alpha''_1 z/\delta$. Note that the achieved delay increases with fibre length. However, at long interaction lengths, attenuation of the signals could be relevant due to the residual absorption at the CPO hole (see figure 2(a)). This attenuation can be reduced by means of an additional pump that populates upper levels (such as a 980 nm beam in EDFs). For strong pumps, the CPO induces a dip in the gain spectrum, leading to anomalous dispersion and fast light (group velocity greater than c or even negative).

2.2. First experiments via CPO

The most common experimental realization is made with an intensity-modulated pump beam, either sinusoidally or with pulses, so that pump beam and probe beam are not separated beams. The intensity modulation creates frequency sidebands that act as the probe. If modulation frequency and $1/T_1$ have the same order of magnitude, population oscillations will be appreciable and the modulated part of the signal, P_{sm} , will experience delay. In CPO experiments, the goals are to optimize simultaneously the time delay and the bandwidth of the signal to be slowed down [14], and to have an accurate

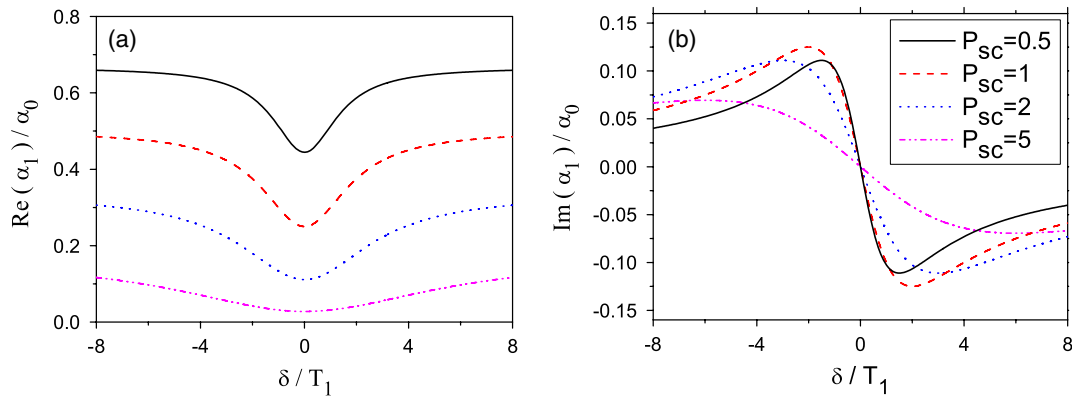


Figure 2. CPO hole (a) and associated index dispersion (b) for different signal powers, given in terms of the saturation power.

control of this delay. The most used measurement unit to characterize the optical buffering of a slow light system is the ‘fractional delay’, defined as $F \equiv t_d/\tau_{in}$, where t_d is the time delay and τ_{in} is a measurement of the signal characteristic time, that is, the inverse of the modulation frequency for sinusoidally modulated beams, and the full width at half-maximum (FWHM) for pulses.

The first experimental observation of CPO-based slow light was performed by Bigelow *et al* [7] in a 7.25 cm long ruby rod at room temperature. They reported a reduction of group velocity down to 57.5 m s^{-1} by producing a hole as narrow as 36 Hz (HWHM) in the absorption spectrum. They showed that signal power induces broadening of the CPO hole, so that the group velocity can be controlled by changing the input power. A later experiment by the same group [8] achieved slow and fast light with group velocities of 91 and -800 m s^{-1} by using an alexandrite crystal, a material that acts as an inverse saturable absorber for certain wavelengths. They also analysed the propagation of smooth and discontinuous pulses through the above-mentioned materials (ruby and alexandrite) [18]. They found that a discontinuous jump within a pulse propagates at velocities less than or equal to c , whereas the smooth portion of the pulse propagates at the group velocity.

3. Slow and fast light experiments in EDFs

Slow and fast light experiments in optical fibres doped with Er^{3+} ions come motivated by the extended use of EDFs in telecommunications for amplifying a 1550 nm signal by means of a pump beam, usually at 980 nm. EDFs allow propagation of light through long distances, enhancing the interaction length of light with the slow light medium. Apart from optimizing the fractional delay and the available bandwidth, the search for control parameters for group velocity and pulse distortion, and knob parameters that switch the propagation regime from subluminal to superluminal, are recent investigation topics. We summarize here the main results.

The first observation of slow and fast light due to CPO in EDFs was made by Schweinsberg *et al* [12]. They propagated a 1550 nm intensity-modulated beam in a 13 m long fibre, with a counter-propagating 980 nm pump. They measured delays for

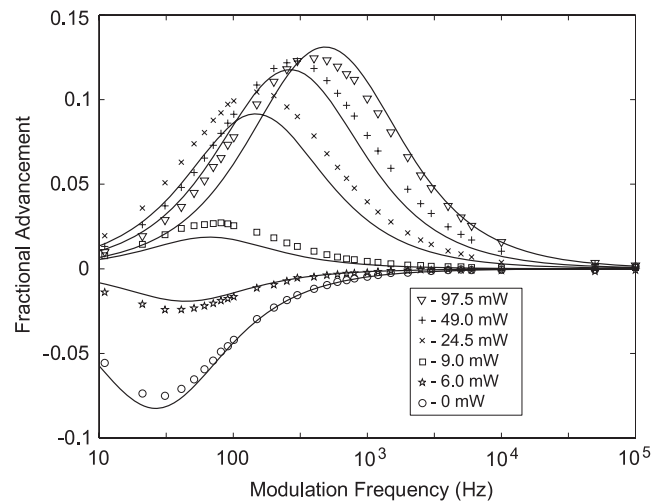


Figure 3. Fractional advancement versus the modulation frequency for different pump powers. A change from subluminal propagation (negative advancement) to superluminal propagation (positive advancement) as the pump power increases is shown. The signal input is a 1550 nm sinusoidally modulated beam with an average power of 0.8 mW and a modulation amplitude of $P_{sm}/P_{sc} = 0.08$. (Reprinted with permission from [12]. Copyright 2006 EDP Sciences.)

sinusoidally modulated signals as well as for Gaussian pulses, looking for the variation of the delay with the pump power and with the modulation frequency or the pulse width. They observed advancement for high enough pump powers (gain regime). Figure 3 shows the most significant results reported in this work. A maximum fractional delay of -0.089 and a maximum fractional advance of 0.124 were obtained. Fast light and ‘backwards propagation’ (negative group velocities) was analysed in detail by Gehring *et al* in a 9 m long EDF amplifier (EDFA) [13]. They followed the backward movement of a pulse peak inside the EDFA by placing different sensors along the fibre length. Backwards propagation occurs because of reshaping of the pulse profile within the gain medium. Later, Zhang *et al* [19] observed that the maximum fractional delay is achieved when the input signal power reaches the saturation power. Furthermore, they measured the width of the CPO hole to confirm that it is power-broadened. The same group studied the dependence of the delay on the fibre temperature, obtaining

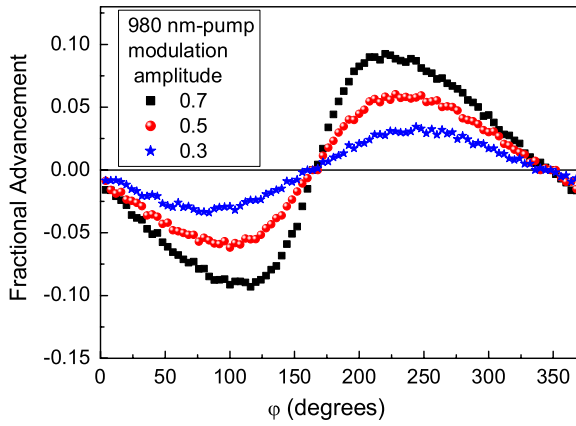


Figure 4. Fractional advancements as a function of the relative phase between pump and signal modulations. The normalized signal power is set to $P_{sc} = 0.24$, the normalized pump power to $P_{pc} = 4.3$ and signal modulation amplitude to $P_{sm}/P_{sc} = 0.5$, for a fixed modulation frequency value of $\delta/2\pi = 20$ Hz [22].

the maximum delay at room temperature [20]. The bending loss of the EDF has been used to improve the fast light [21]. This result relies on the control of signal gain by means of bending loss.

Arrieta-Yáñez *et al* have recently developed a novel mechanism for enhancing the fractional delay and advancement of sinusoidally modulated signals by one order of magnitude [22]. They forced the population oscillations by modulating with the same frequency and simultaneously the 980 nm pump beam and the 1550 nm signal beam. They showed that population oscillations are amplified by the pump modulation. Relative phase between both modulations was used as a knob for changing the propagation regime from ultraslow velocities to fast or negative velocities, as can be appreciated in figure 4. The same idea was used by Stepanov *et al* [23] to control the propagation regime of a 1526 nm signal beam by simultaneously modulating this beam and another beam with a different carrier frequency (1568 nm), both within the fundamental absorption spectrum. Numerical calculations have recently shown that the modulation of the 1550 nm signal beam depletes the metastable level population, inducing a modulation on the pump beam [24]. This effect is known as temporal pump depletion (TPD). In a similar way, when the 980 nm pump beam is externally modulated, as in [22], an induced modulation in the 1550 nm signal beam should be expected. In fact, this induced modulation may be responsible for the delay enhancement achieved in [22].

3.1. The effect of high doping levels

Many applications require a minimization of fibre length without a reduction of the achievable fractional delay [14]. A possible way to achieve similar delays with shorter fibre lengths is the use of fibres with a high ion doping level. In long and highly-doped fibres, a strong absorption takes place and the undepleted approximation is no longer valid. This high absorption of the signal and pump beams leads to significant new results in the slow light field. The effect of the doping

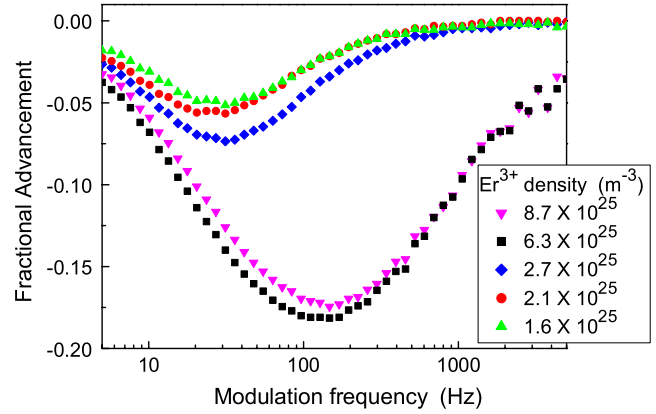


Figure 5. Fractional delay as a function of the modulation frequency for 1 m long fibres with different doping levels [25]. The input signal is a 1550 nm sinusoidally modulated beam with an average power of 0.6 mW and a modulation amplitude of 50%. Ultra-highly-doped fibres show larger bandwidths with higher fractional delays.

level of Er^{3+} ions on subluminal and superluminal propagation was studied by Melle *et al* [25]. They used ultra-highly-doped erbium fibres (HEDFs) with ion concentration above $6.3 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ (35 times higher than the concentration of the fibre used by Schweinsberg *et al* [12]). Fractional delays up to -0.7 were observed in a 1 m long HEDF, almost six times greater than the delays reported in [12], where they used a 13 m long fibre. In this work the ion concentration was found to increase the fractional delay and the bandwidth of the delayed signals, at the expense of increasing the absorption (see figure 5). The increase of the delay with ion density confirms the dependence of the delay with the unsaturated absorption coefficient, α_0 , proportional to the ion density. Similar results were observed by Zhang *et al* [26, 20].

Furthermore, Melle *et al* observed a transition from subluminal to superluminal light propagation solely increasing the modulation frequency in a 980-pumped HEDF for a fixed pump power [27, 28]. This was interpreted as a combined effect of the spectral hole broadening with pump power and the strong variation of the gain along the fibre length. Due to the strong depletion of the pump beam along the fibre, the intensity-modulated signal changes from being amplified to being absorbed when propagating through it. Then, when a high-frequency signal propagates along the fibre, in the first region of the fibre (where gain is dominant) this signal will undergo strong advancement. As long as it continues travelling through the fibre, attenuation will become dominant so that this high-frequency signal will be slightly delayed in the last part of the fibre. Both contributions will produce a net advancement of the signal at the output of the fibre. Following a similar line of reasoning, low-frequency signals will experience a net delay. These results seem to indicate that the input pulse width could be used as a switching parameter between subluminal and superluminal propagation.

It is well known that HEDFs usually show gain degradation due to upconversion processes via interparticle interactions. Inhomogeneous upconversion or pair-induced quenching (PIQ) is the dominant upconversion process in

HEDFs [29–32]. In this process, one initially excited (energy level $^4I_{13/2}$) erbium ion (donor) donates its energy to the neighbour excited erbium ion (acceptor), producing one upconverted ion and one ground-state ion (energy level $^4I_{15/2}$). The upconverted ion then relaxes rapidly to the initial excited state $^4I_{13/2}$. As a result of this interaction, one excited ion is lost. Calderón *et al* investigated experimentally and theoretically the effect of ion pairs on fast light bandwidth and advancement [33]. They followed the model developed by Li *et al* [32] to explain the effect of ion pairs on the output performance of EDF lasers. They found that an increase of ion doping increases the fractional advancement obtained. However, the presence of erbium ion pairs in HEDFs degrades the bandwidth of the modulated signals that propagates at superluminal velocities.

The role of the pump configuration on the superluminal propagation of intensity-modulated signals through HEDFs has been carried out by Ezquerro *et al* [34]. It is well known that the pumping scheme in an EDFA is an important factor in determining its performance (gain and noise figure). Therefore, as the signal gain changes with the pumping scheme, the advancement of the modulated signal depends on the pumping configuration. They obtained that bidirectional pumping presents larger advancements than co-propagating and counter-propagating configurations. This phenomenon was explained in terms of the gain profile uniformity.

3.2. Distortion management

When propagating through an EDF, a light pulse suffers broadening due to gain saturation [35]. Furthermore, in fast light experiments based on CPO, pulses experience anomalous dispersion due to the narrow dip induced in the gain profile. Thus, the spectral wings of the pulse experience more amplification than the central part of the pulse, resulting in pulse compression in the time domain [36]. The pulse distortion in these experiments corresponds to the joint action of these phenomena. Shin *et al* showed that compression and broadening can be balanced to obtain a minimum distortion in fast light propagation by modifying the pulse peak/background ratio [37]. Recently, the same authors have proposed that background and pulse fields can be mutually incoherent, and thus pulse and background powers can be controlled independently to minimize distortion without decreasing significantly the fractional advancement [38]. In figure 6, the distortion and the delay are depicted versus the background to pulse power ratio. The delay does not vary significantly, while distortion has a clear minimum when the background to pulse power ratio is close to one. The results with coherent pulse and background, and mutually incoherent pulse and background, are identical.

The effect of temperature on pulse width distortion has been analysed by Qiu *et al* [20]. They proposed the temperature as a control parameter to reduce distortion.

4. Conclusion and discussion

Erbium-doped fibres constitute a good workbench for slow and fast light, since their use is widely extended, they work in the

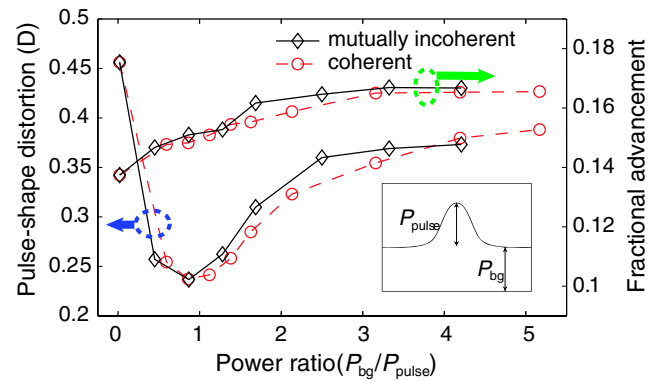


Figure 6. Pulse distortion and delay in a CPO experiment in EDFs measured versus power ratio. (Reprinted with permission from [38]. Copyright 2009 Elsevier.)

telecommunications window and the experimental set-ups are easy to produce. Amplification in erbium-doped fibres is a well-studied topic, which leads to fast light propagation. By means of CPO in EDFs, delays up to -0.7 have been achieved to the moment. Fibre properties such as dopant concentration, fibre length or temperature, and signal properties such as power, pulse width or signal modulation frequency can be used to control the group velocity and the distortion of the delayed/advanced signals. The possibility to generate and control slow and fast light propagation at room temperature has several potential applications in telecommunications, interferometry, optical sensing or phased array radars [39].

One of the most promising applications of the slow and fast light techniques is their use in interferometry. Shi *et al* showed experimentally that the spectral sensitivity of an interferometer can be improved by placing a slow light medium within the interferometer [40, 41]. In particular, they showed that spectral sensitivity scales with the group index of the material within a wedged shear interferometer. Besides, superluminal light propagation can improve the spatial resolution of an interferometer, as shown by Shahriar *et al* in a ring-resonator-based optical gyroscope [42]. They achieved an enhancement factor of the sensitivity for measuring absolute rotation as high as 10^6 . We believe that these examples can be performed in optical-fibre-based interferometers. Recently, Zhao *et al* [43] proposed a Fabry–Perot fibre sensing system where the sensing process can be controlled by changing the delay in a pumped EDF. Future applications of the above results of CPO in EDFs can go in this direction.

Besides the mentioned direct applications of CPO in optical fibres, most of the experiments developed in EDFs reviewed here can be applied to other CPO systems with faster response, such as semiconductor optical amplifiers (SOAs), in view of signal processing applications. For example, the method that provided a way to change the propagation regime and enhance the fractional delay of signals propagating through an EDF by one order of magnitude [22] has been theoretically extended to commercial SOAs [44], allowing an available bandwidth of GHz (experiments are being carried out during the writing of this review [45]). On the other

hand, CPO cascade systems constitute a well-studied topic in semiconductor optical amplifiers and absorbers [46, 47]. These systems combine stages of absorption and gain, and they are used to control the delay with high tuning speed. These configurations can be studied in EDFs in the future [14].

Acknowledgments

This work has been supported by the project MEC-FIS2007-65382, BSCH-UCM-GR58/08 and FIS2010-22082. FA-Y would like to thank the financial support from the Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid and the European Social Fund. We would like to thank M A Antón, F Carreño, J M Ezquerro and E Cabrera-Granado for fruitful discussions and scientific support.

References

- [1] Harris S E 1997 *Phys. Today* **50** (7) 36–42
- [2] Hau L V, Harris S E, Dutton Z and Behroozi C H 1999 *Nature* **397** 594
- [3] Okawachi Y, Bigelow M S, Sharping J E, Zhu Z, Schweinsberg A, Gauthier D J, Boyd R W and Gaeta A L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 153902
- [4] Song K Y, Herráez M G and Thévenaz L 2005 *Opt. Express* **13** 82–8
- [5] Sharping J, Okawachi Y and Gaeta A L 2005 *Opt. Express* **13** 6092–8
- [6] Sharping J, Okawachi Y, van Howe J, Xu C, Wang Y, Willner A and Gaeta A L 2005 *Opt. Express* **13** 7872–7
- [7] Bigelow M S, Lepeshkin N N and Boyd R W 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 113903
- [8] Bigelow M S, Lepeshkin N N and Boyd R W 2003 *Science* **301** 200–2
- [9] Su H, Kondratko P and Chuang S L 2006 *Opt. Express* **14** 4800–7
- [10] Mørk J, Kjør R, van der Poel M and Yvind K 2005 *Opt. Express* **13** 8136–45
- [11] Wu P and Rao D V G L N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 253601
- [12] Schweinsberg A, Lepeshkin N N, Bigelow M S, Boyd R W and Jarabo S 2006 *Europhys. Lett.* **73** 218–24
- [13] Gehring G M, Schweinsberg A, Barsi C, Kostinski N and Boyd R W 2006 *Science* **312** 895–7
- [14] Boyd R W, Gauthier D J and Gaeta A L 2006 *Opt. Photon. News* **17** 18–23
- [15] Schwarz S E and Tan T Y 1967 *Appl. Phys. Lett.* **10** 4
- [16] Basov N G, Ambartsumyan R V, Zuev V S, Kryukov P G and Letokhov V S 1966 *Sov. Phys.—JETP* **23** 16–22
- [17] Piredda G and Boyd R W 2007 *J. Eur. Opt. Soc. Rapid Commun.* **2** 07004
- [18] Bigelow M S, Lepeshkin N N, Shin H and Boyd R W 2006 *J. Phys.: Condens. Matter* **18** 3117–26
- [19] Zhang Y, Qiu W, Ye J, Wang N, Wang J, Tian H, Wang H and Yuan P 2007 *Phys. Lett. A* **372** 2724–9
- [20] Qiu W, Zhang Y, Ye J, Wang N, Wang J and Yuan P 2008 *Appl. Opt.* **47** 1781–4
- [21] Peng P, Kao W, Lin C, Chen J, Shih P T and Chi S 2008 *Proc. Optical Fiber Communication Conference and Exposition and The National Fiber Optic Engineers Conf. OSA Technical Digest (CD)* Optical Society of America, paper JThA2
- [22] Arrieta-Yáñez F, Melle S, Calderón O G, Antón M A and Carreño F 2009 *Phys. Rev. A* **80** 011804(R)
- [23] Stepanov S and Hernandez E H 2008 *Opt. Lett.* **33** 2242–4
- [24] Wen S and Chi S 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 1073–80
- [25] Melle S, Calderón O G, Carreño F, Cabrera E, Antón M A and Jarabo S 2007 *Opt. Commun.* **279** 53–63
- [26] Zhang Y, Qiu W, Ye J, Wang N, Wang J, Tian H and Yuan P 2007 *Opt. Commun.* **281** 2633–7
- [27] Melle S, Calderón O G, Caro C E, Cabrera-Granado E, Antón M A and Carreño F 2008 *Opt. Lett.* **33** 827–9
- [28] Calderón O G, Melle S, Antón M A, Carreño F, Arrieta-Yáñez F and Cabrera-Granado E 2008 *Phys. Rev. A* **78** 053812
- [29] Sanchez F, Boudec P L, Francois P-L and Stephan G 1993 *Phys. Rev. A* **48** 2220–9
- [30] Wagener J L, Wysocki P F, Dignonnet M J F, Shaw H J and DiGiovanni D J 1993 *Opt. Lett.* **18** 2014–6
- [31] Wysocki P F, Wagener J L, Dignonnet M J F and Shaw H J 1993 *Proc. SPIE* **1789** 66–79
- [32] Li J, Duan K, Wang Y, Zhao W, Zhu J, Guo Y and Lin X 2008 *J. Mod. Opt.* **55** 447–58
- [33] Calderón O G, Melle S, Arrieta-Yáñez F, Antón M A and Carreño F 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** C55–60
- [34] Ezquerro J M, Hernández G, Nombela M, Calderón O G and Melle S 2010 *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* **19** 153–65
- [35] Agrawal G P and Olsson N A 1989 *IEEE J. Quantum Electron.* **25** 2297–306
- [36] Cao H, Dogariu A and Wang L J 2003 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **9** 52
- [37] Shin H, Schweinsberg A, Gehring G, Schwertz K, Chang H J, Boyd R W, Park Q-H and Gauthier D J 2007 *Opt. Lett.* **32** 906–8
- [38] Shin H, Schweinsberg A and Boyd R W 2009 *Opt. Commun.* **282** 2085–7
- [39] Boyd R W 2009 *J. Mod. Opt.* **56** 1908–15
- [40] Shi Z, Boyd R W, Gauthier D J and Dudley C C 2007 *Opt. Lett.* **32** 915–7
- [41] Shi Z, Boyd R W, Camacho R M, Vudyasethu P K and Howell J C 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 240801
- [42] Shahriar M S, Pati G S, Tripathi R, Gopal V, Messall M and Salit K 2007 *Phys. Rev. A* **75** 053807
- [43] Zhao Y, Zhao H-W, Zhang X-Y, Yuan B and Zhang S 2009 *Opt. Laser Technol.* **41** 517–25
- [44] Antón M A, Carreño F, Calderón O G, Melle S and Arrieta-Yáñez F 2009 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **42** 095403
- [45] Berger P, Bourderionnet J, Alouini M, de Valicourt G, Brenot R, Bretenaker F and Dolfi D 2010 Experimental demonstration of enhanced slow and fast light by forced coherent population oscillations in an SOA, arXiv:1002.3927v1
- [46] Maicas S S, Öhman F, Capmany J and Mørk J 2007 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **19** 1589–91
- [47] Sedgwick F G, Pesala B, Lin J, Ko W S, Zhao X and Chang-Hasnain C J 2007 *Opt. Express* **15** 747–53

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y VÍAS DE AMPLIACIÓN

5.1. Conclusiones

En los trabajos presentados en esta memoria se han llevado a cabo experimentos de luz lenta y luz rápida a temperatura ambiente para señales cuya longitud de onda entra en el rango de las telecomunicaciones (1536 nm), basados en el fenómeno de las oscilaciones coherentes de la población. Los experimentos han sido llevados a cabo en fibras ópticas dopadas con erbio (EDFs) bombeadas mediante un láser de 977 nm. Se ha estudiado el efecto del nivel de dopaje en la velocidad de propagación y se han propuesto nuevos mecanismos que permiten mejorar la figura de mérito retardo-ancho de banda. La propagación sublumínica y superlumínica, tanto de señales sinusoidales como de pulsos gaussianos, ha sido simulada con un modelo basado en las ecuaciones de balance, que permite explicar los fenómenos observados. A continuación resumimos las principales conclusiones obtenidas en estos trabajos.

- Hemos estudiado el efecto del nivel de dopaje en la propagación sublumínica y superlumínica utilizando las oscilaciones coherentes de la población a temperatura ambiente. Hemos encontrado que incrementar el nivel de dopaje de las fibras incrementa el máximo *fractional advancement* obtenido de forma proporcional al incremento del nivel de dopaje en el rango de concentraciones estudiado. Sin embargo hemos visto que en fibras altamente dopadas, el fenómeno de upconversion inhomogéneo debido a la presencia de pares de iones provoca una degradación en el ancho de banda de las señales moduladas que se propagan a velocidades de grupo superlumínicas. Hemos desarrollado un modelo de oscilaciones coherentes de la población que tiene en cuenta los pares de iones para explicar estos resultados.
- Mediante el ajuste de las curvas de potencia de entrada y salida de las fibras muy dopadas a un modelo de propagación que tiene en cuenta el upconversion inhomogéneo debido a la presencia de pares de iones, hemos estimado la fracción de iones apareados en estas fibras. En la fibra Er80, cuya densidad de iones total es de $6.3 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$, esta fracción es del 20 %.
- En fibras altamente dopadas, cuando la potencia de la señal es del orden de la de saturación y para potencias de bombeo moderadas, hemos observado que solamente cambiando la frecuencia de modulación podemos conseguir que señales sinusoidales se propaguen en régimen sublumínico o superlumínico. Las señales moduladas a frecuencias altas sufren avance, mientras que las moduladas a frecuencias bajas sufren retardos. Este fenómeno es debido a la acción conjunta de, por un lado, la fuerte absorción del haz de bombeo, y por otro, el ensanchamiento del hueco espectral inducido por las oscilaciones coherentes de la población a causa del aumento del bombeo. El rango de potencias de bombeo para las cuales se observa esta transición es mayor en las fibras altamente dopadas, debido a la presencia de los pares de iones.

- Hemos desarrollado una nueva técnica consistente en forzar las oscilaciones coherentes de la población con un bombeo modulado, que nos ha permitido mejorar los resultados de los retardos/adelantos de las señales de luz en un orden de magnitud respecto a anteriores experimentos. Esta técnica consiste en modular el bombeo a la misma frecuencia que el haz señal, y controlar la fase entre ambas modulaciones para cambiar el régimen de propagación de la luz, de velocidades de grupo muy lentas a velocidades de grupo negativas. Hemos implementado experimentalmente esta técnica en un amplificador de fibra dopada con erbio a temperatura ambiente, y hemos obtenido teóricamente una expresión analítica para el desfase. Hemos visto que el máximo retardo o adelanto alcanzado escala con la amplitud de la modulación del bombeo.
- Utilizando la técnica anterior, hemos estudiado teóricamente la propagación sublumínica y superlumínica en amplificadores ópticos de semiconductor, modulando la corriente de inyección a la misma frecuencia que el haz señal. Hemos demostrado que la fase entre la modulación de la corriente bias y la señal óptica puede utilizarse como parámetro de control para conseguir retardos o adelantos. Estos resultados han sido demostrados experimentalmente por Berger *et al* [98].
- Hemos analizado la propagación de pulsos de longitud de onda central 1536 nm, copropagándose con un bombeo de 977 nm en fibras altamente dopadas con erbio. Observamos una transición de propagación sublumínica a superlumínica cambiando la anchura del pulso, explicada por el cambio abrupto en los perfiles de potencia de la señal y el bombeo a lo largo de la fibra causado por la alta absorción. Hemos visto que los pulsos temporalmente anchos sufren retardo y se ensanchan al propagarse por la fibra, mientras que los pulsos temporalmente más estrechos sufren avance y se estrechan aún más al propagarse, siendo mayor su distorsión, ya que su anchura espectral es mayor que la del hueco generado por CPO. Cuanto mayor es el avance del pulso, mayor es su distorsión.
- Se han simulado los resultados mediante un modelo de ecuaciones de balance que tiene en cuenta los fenómenos de upconversion debidos a la presencia de pares de iones. Hemos reproducido teórica y experimentalmente este comportamiento con un sistema en cascada, consistente en dos etapas, una fibra bombeada seguida de otra sin bombear. Este modelo simple nos ha permitido calcular el retardo analítico de las dos etapas, y explicar de forma sencilla esta transición, así como la distorsión que experimentan los pulsos.
- Además, hemos encontrado una mejora de los retardos obtenidos, así como una disminución de la anchura de los pulsos frenados (mejora de la figura de mérito retardo-ancho de banda), aumentando la potencia de pico del pulso y manteniendo el valor de la potencia base constante, y por encima de la potencia de saturación. Esto se explica por la contribución del pulso a la saturación no lineal de la absorción.

5.2. Vías de ampliación

Una posible vía de ampliación de los trabajos presentados en esta memoria viene de la mano de la absorción desde el estado excitado (ESA) en el erbio. Las oscilaciones coherentes de la población en un medio con ESA permiten obtener propagación superlumínica de señales luminosas sin necesidad de bombear el sistema. Esto ocurre cuando la sección eficaz de absorción desde el estado excitado (ESA) es mayor que la de absorción desde el estado fundamental (GSA) [35]. En fibras dopadas con erbio, se produce ESA en diferentes bandas de bombeo [99]. La banda de 800 nm es especialmente interesante, pues la sección eficaz de ESA puede llegar a ser alrededor de dos veces mayor que la sección eficaz de GSA, dependiendo de la matriz de vidrio [100]. Hemos visto que al iluminar una fibra dopada con erbio con un haz de longitud de onda 787 nm, el haz sufre absorción negativa no lineal debido al ESA. Al modular este haz en frecuencias del orden de los 100 Hz, hemos visto que la parte modulada de la señal se propaga a velocidades superlumínicas [101]. Al producirse CPO en un medio con absorción negativa no lineal, aparece un pico en el espectro de absorción de la parte modulada de la señal, y por tanto, una zona de dispersión anómala en el índice de refracción. Una vía de ampliación a este respecto es la utilización de la temperatura como parámetro de control de la velocidad de grupo en EDFs. A diferencia de la transición de 1550 nm (esencialmente radiativa), en la que las propiedades del hueco de CPO no dependen de la temperatura [102], el cociente entre las secciones eficaces de GSA y ESA depende altamente de la temperatura [103], por lo que es de esperar que también lo haga la velocidad de grupo.

En general, la motivación principal de los experimentos de luz lenta y rápida en fibras dopadas con erbio por oscilaciones coherentes de la población es la observación de un fenómeno en el que se consiguen velocidades de grupo extremadamente pequeñas o extremadamente grandes (comparables a las conseguidas en los primeros experimentos de EIT), a temperatura ambiente en un sistema experimental de fácil implementación y ampliamente integrado en dispositivos tecnológicos, como sistemas de comunicación óptica o interferómetros. Sin embargo, como ya hemos visto, la limitación más importante consiste en el bajo ancho de banda de las señales que podemos frenar/adelantar. Es necesaria por tanto una investigación orientada a la consecución de mejores productos retardo/ancho de banda en este sistema. Estas investigaciones pueden ir en la dirección de modificar las propiedades de la señal (en el trabajo presentado en esta memoria **“Propagación sublumínica y superlumínica de pulsos de luz dependiente de su anchura en fibras de erbio altamente dopadas”** se inició una investigación en esta dirección), o la investigación en técnicas que superen la limitación del tiempo de vida del sistema utilizado para las CPO. En esta línea, P. Berger *et al* han mostrado como una modificación de la técnica de CPO, llamada *up-converted* CPO, permite superar esta limitación [104].

Por otra parte, continuar con la búsqueda de nuevas técnicas de mejora de la figura de mérito retardo-ancho de banda que sean demostradas en EDFs,

puede dar pie a su implementación en sistemas más rápidos y adecuados para aplicaciones prácticas.

APÉNDICE: LUZ RÁPIDA Y CAUSALIDAD

Una pregunta obvia que surge en el estudio de las velocidades de grupo superlumínicas, y que sigue provocando controversia, es la de si es posible que señales luminosas se propaguen más rápido que c ¹. Esta discusión fue establecida ya por Sommerfeld en 1907 [106], apenas dos años después del famoso artículo de Einstein sobre su teoría de la relatividad especial [6]. De acuerdo con la física newtoniana, la causa precede al evento en el tiempo. El postulado relativista que afirma que ningún objeto o información pueden moverse más rápido que c es una condición necesaria para mantener esta causalidad. Esto se traduce en que los eventos sólo pueden ser causa de otros eventos que estén situados dentro de su cono de luz. De la misma manera, un observador sólo puede observar un evento si está situado en el cono de luz de este evento. La propagación de información con velocidades superlumínicas hace que, hipotéticamente, un evento pueda influir en otro que está fuera de su cono de luz.

Para discutir si la propagación superlumínica de pulsos permite un mecanismo de comunicación relativísticamente acausal, debemos definir qué es una señal. Brillouin [23] y Sommerfeld [24] señalaron la diferencia entre los conceptos de *grupo* y *señal*. Siguiendo a estos autores², introduciremos el concepto de *señal* como un movimiento ondulatorio limitado en el tiempo. Por tanto, el sistema por el que se propaga una señal está en reposo antes de que llegue, y en cierto instante de tiempo, tenemos, por ejemplo, una serie de ondas sinusoidales [24]. Matemáticamente, podríamos escribir la señal como $f(t) = \theta(t) \sin \omega t$, donde $\theta(t)$ es la función de Heaviside. Esta definición implica que la señal contiene una discontinuidad (o *frente*), antes de la cual el sistema no tiene ninguna información de la misma. Sommerfeld estudió la propagación de una señal de este tipo por una colección de osciladores de Lorentz³, y probó que la velocidad de propagación del *frente* es exactamente igual a c . Asumió que el índice de refracción $n(\omega)$ tendía a 1 cuando la frecuencia tiende a infinito, lo que quiere decir que las partículas que dispersan la radiación no pueden responder lo suficientemente rápido a frecuencias infinitamente altas, por lo que no serán “vistas” por estas ondas. De la misma manera, las partículas no responderán instantáneamente a un *frente*. Por tanto, este se propagará como si estuviese en el vacío (exactamente a c , no importa cómo sea el medio ni cómo varíe $n(\omega)$). Basándose en estos resultados, Brillouin demostró que ninguna señal puede propagarse a velocidades mayores que c (aún cuando la velocidad de grupo sea mayor que c o negativa).

¹Trataremos exclusivamente los fenómenos asociados a medios con dispersión anómala, y no entraremos en los efectos superlumínicos que aparecen en otras situaciones, como el análogo óptico del efecto túnel de partículas a través de una barrera de potencial [105], o la aparente violación de la causalidad que se da en las correlaciones Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) [10].

²Cuyos trabajos sobre la propagación de ondas están traducidos y resumidos en el libro de Brillouin “Wave propagation and group velocity” [9].

³El modelo del índice de Lorentz [107] predice la existencia de regiones espectrales con dispersión anómala en torno a las frecuencias de resonancia.

Sin embargo, el significado físico de las velocidades de grupo negativas seguía siendo un tema controvertido. Consideremos el ejemplo sencillo de un campo eléctrico en forma de onda plana con frecuencia central $\bar{\omega}$, $E(z, t) = \mathbf{E}(z, t) \exp[-i(\bar{\omega}t - \bar{k}z)]$, donde $\bar{k} = k(\bar{\omega})$. Suponiendo que la dispersión y la absorción son pequeñas en torno a $\bar{\omega}$, las ecuaciones de Maxwell predicen que la envolvente \mathbf{E} se propaga a la velocidad de grupo $v_g = (\partial\omega/\partial k)_{\bar{\omega}}$ sin cambiar su forma, salvo factores de fase:

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}(z = 0, t - z/v_g) e^{-i(\bar{\omega} - \bar{k}z)}. \quad (1)$$

Por lo que, en regiones con dispersión anómala, $(\partial n/\partial\omega)_{\bar{\omega}} > 0$ (sección 1.2), la envolvente de una señal puede desplazarse a velocidades mayores que c . Brillouin, y posteriormente algunos textos clásicos [108], sugieren que en zonas con dispersión anómala grande no es útil emplear el concepto de velocidad de grupo para estimar la velocidad de propagación de una señal, debido a la gran distorsión que sufren las señales. Esta interpretación está basada en que una dispersión grande, unida a la presencia de una alta absorción (en las bandas de absorción donde primero se observó la dispersión anómala), distorsionaría altamente la forma de la envolvente [108].

Un importante cambio en el paradigma de la luz rápida se produjo en 1970, cuando C. G. B. Garret y D. E. McCumber [26] mostraron que la existencia de velocidades de grupo mayores que c , infinitas o negativas sí que pueden tener un significado físico claro. Demostraron teóricamente que un pulso Gaussiano atravesando un medio con una línea de absorción en la vecindad de la frecuencia central del pulso permanece substancialmente Gaussiano cuando el ancho de banda del pulso es mucho más pequeño que la anchura de la línea de absorción, mientras que el pico del pulso emerge del material en el instante predicho por la expresión clásica de velocidad de grupo *“incluso si el instante es anterior al instante en el que el pico del pulso incidente ha entrado en el material”*. Su análisis se centra en situaciones en las que la variación de n con la frecuencia es pequeña comparada con la unidad. Sin embargo, esta restricción no implica que los cambios en la velocidad de grupo sean pequeños respecto de c , si la línea de absorción es lo suficientemente estrecha. La explicación a las velocidades superlumínicas que dan Garret y McCumber reside en que un pulso Gaussiano no tiene realmente comienzo ni final, si no que se extiende indefinidamente en el eje temporal. El pulso inicial está postulado para que un observador en $z = 0$ vea el máximo del pulso en $t = 0$, sin embargo, un observador en $z > 0$ podría observar el máximo del pulso en un tiempo $t < 0$. El máximo que se observa entonces no es una reflexión directa del máximo del pulso inicial, si no que aparece a consecuencia de la acción del medio dispersivo en las primeras componentes del pulso. Los resultados de Garret y McCumber fueron explicados por M. D. Crisp [109], quien propuso que el tiempo finito de respuesta de los dipolos del material al campo aplicado en medio absorbente resulta en una absorción asimétrica del pulso. La parte frontal del pulso se ve absorbida en menor magnitud que la parte

trasera, lo que hace que el centro de gravedad del pulso se desplace, y hace que el máximo del pulso parezca viajar a mayor velocidad que c . Las predicciones del artículo de Garret y McCumber fueron demostradas experimentalmente por S. Chu y S. Wong [25] en el año 1982. Comprobaron que los pulsos modulados en un láser de colorante se propagaban a velocidades mayores que c , infinitas, o negativas. Estos y otros trabajos posteriores ([11, 27], por citar sólo dos), muestran que la velocidad de grupo superlumínica sí que tiene sentido físico en ciertas circunstancias.

Adicionalmente, experimentos como el de Bigelow *et al*, en 2006, [11], prueban experimentalmente que, en un medio con luz rápida (en este caso por oscilaciones coherentes de la población), un salto discontinuo en un pulso se propaga a velocidades menores o iguales que c , mientras que la parte suave del pulso se propaga a la velocidad de grupo.

Por tanto, ha de hacerse hincapié en la afirmación de Brillouin y Sommerfeld: La velocidad de una *señal* no es lo mismo que la velocidad de grupo, pues una señal requiere cambios bruscos en el perfil temporal, que, asociados a frecuencias infinitas en el espectro, viajarán exactamente a c .

Bibliografía

- [1] O. Rømer. Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Rømer de l'Académie des Science. Journal des Sçavans, 7:276–279, 1676.
- [2] C. Huygens. Traité de la lumière (1690). Dunod, Paris (reeditado), 1992.
- [3] H. Fizeau. Sur une experience relative a la vitesse de propagation de la lumiere. Comp. Rend. Acad. Sci. (Paris), 29:90–92, 1849.
- [4] J.C. Maxwell. A treatise on electricity and magnetism. Clarendon Press, 1873.
- [5] A.A. Michelson and E.W. Morley. On the relative motion of the earth and the luminiferous ether. American Journal of Science, 34(203):333–345, 1887.
- [6] A. Einstein. On the electrodynamics of moving bodies. Annalen der Physik, 17(891):50, 1905.
- [7] A.A. Michelson, F.G. Pease, and F. Pearson. Results of repetition of the Michelson-Morley experiment. Journal of the Optical Society of America, 18(3):181–181, 1929.
- [8] J.W.S. Rayleigh. The theory of sound. Macmillan and co., London, 1877.
- [9] L. Brillouin. Wave propagation and group velocity. Academic Press, New York, 1960.
- [10] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? Physical Review, 47:777–780, 1935.
- [11] M.S. Bigelow, N.N. Lepeshkin, H. Shin, and R.W. Boyd. Propagation of smooth and discontinuous pulses through materials with very large or very small group velocities. Journal of Physics: Condensed Matter, 18:3117–3126, 2006.

- [12] A. Schweinsberg, N.N. Lepeshkin, M.S. Bigelow, R.W. Boyd, and S. Jarrabo. Observation of superluminal and slow light propagation in erbium-doped optical fiber. Europhysics Letters, 73(2):218–224, 2006.
- [13] G.S. Pati, M. Salit, K. Salit, and M.S. Shahriar. Demonstration of a tunable-bandwidth white-light interferometer using anomalous dispersion in atomic vapor. Physical Review Letters, 99(13):133601–4, 2007.
- [14] L.V. Hau, S.E. Harris, Z. Dutton, and C.H. Behroozi. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. Nature, 397(6720):594–598, 1999.
- [15] R.W. Boyd, D.J. Gauthier, and A.L. Gaeta. Applications of slow light in telecommunications. Optics and Photonics News, 17(4):18–23, 2006.
- [16] Z. Shi, R.W. Boyd, D.J. Gauthier, and C.C. Dudley. Enhancing the spectral sensitivity of interferometers using slow-light media. Optics Letters, 32(8):915–917, 2007.
- [17] L. Rayleigh. On the velocity of light. Nature, 24:52–55, 1881.
- [18] P.W. Milonni. Fast light, slow light and left-handed light. IOP Publishing Ltd, 2005.
- [19] L. Casperson and A. Yariv. Pulse propagation in a high-gain medium. Physical Review Letters, 26:293–295, 1971.
- [20] D. Grischkowsky. Adiabatic following and slow optical pulse propagation in rubidium vapor. Physical Review A, 7:2096–2102, 1973.
- [21] R.E. Slusher and H.M. Gibbs. Self-induced transparency in atomic rubidium. Physical Review A, 5:1634–1659, 1972.
- [22] M.S. Bigelow, N.N. Lepeshkin, and R.W. Boyd. Observation of ultraslow light propagation in a ruby crystal at room temperature. Physical Review Letters, 90(11):113903–4, 2003.
- [23] L. Brillouin. About the propagation of light in dispersive media. Annalen der Physik, 349(10):203–240, 1914.
- [24] A. Sommerfeld. The propagation of light in dispersive media. Annalen der Physik, 349(10):177–202, 1914.
- [25] S. Chu and S. Wong. Linear pulse propagation in an absorbing medium. Physical Review Letters, 48:738–741, 1982.
- [26] C.G.B. Garrett and D.E. McCumber. Propagation of a Gaussian light pulse through an anomalous dispersion medium. Physical Review A, 1(2):305–313, 1970.

- [27] A.M. Steinberg and R.Y. Chiao. Dispersionless, highly superluminal propagation in a medium with a gain doublet. Physical Review A, 49:2071–2075, 1994.
- [28] L.J. Wang, A. Kuzmich, and A. Dogariu. Gain-assisted superluminal light propagation. Nature, 406(6793):277–279, 2000.
- [29] N.G. Basov, R.V. Ambartsumyan, V.S. Zuev, P.G. Kryukov, and V.S. Letokhov. Nonlinear amplification of light pulses. Soviet Physics JETP, 23:16–20, 1966.
- [30] A. Içsevçi and W.E. Lamb Jr. Propagation of light pulses in a laser amplifier. Physical Review, 185(2):517–545, 1969.
- [31] S.E. Schwarz and T.Y. Tan. Wave interactions in saturable absorbers. Applied Physics Letters, 10:4–7, 1967.
- [32] M. Sargent. Spectroscopic techniques based on Lamb’s laser theory. Physics Reports, 43(5):223–265, 1978.
- [33] R.W. Boyd, M.G. Raymer, P. Narum, and D.J. Harter. Four-wave parametric interactions in a strongly driven two-level system. Physical Review A, 24:411–423, 1981.
- [34] L.W. Hillman, R.W. Boyd, J Krasinski, and Stroud C.R.Jr. Observation of a spectral hole due to population oscillations in a homogeneously broadened optical absorption line. Optics Communications, 45(6):416 – 419, 1983.
- [35] M.S. Bigelow, N.N. Lepeshkin, and R.W. Boyd. Superluminal and slow light propagation in a room-temperature solid. Science, 301(5630):200–202, 2003.
- [36] G.M. Gehring, A. Schweinsberg, C. Barsi, N. Kostinski, and R.W. Boyd. Observation of backward pulse propagation through a medium with a negative group velocity. Science, 312(5775):895–897, 2006.
- [37] S. Melle, O.G. Calderón, C.E. Caro, E. Cabrera-Granado, M.A. Antón, and F. Carreño. Modulation-frequency-controlled change from sub-to superluminal regime in highly doped erbium fibers. Optics Letters, 33(8):827–829, 2008.
- [38] H. Su and S.L. Chuang. Room temperature slow and fast light in quantum-dot semiconductor optical amplifiers. Applied Physics Letters, 88:061102–3, 2006.
- [39] H. Su, P. Kondratko, and S.L. Chuang. Variable optical delay using population oscillation and four-wave-mixing in semiconductor optical amplifiers. Optics Express, 14(11):4800–4807, 2006.

- [40] J. Mørk, R. Kjør, M. van der Poel, and K. Yvind. Slow light in a semiconductor waveguide at gigahertz frequencies. Optics Express, 13(20):8136–8145, 2005.
- [41] P. Wu and D.V.G.L.N. Rao. Controllable snail-paced light in biological bacteriorhodopsin thin film. Physical Review Letters, 95:253601–4, 2005.
- [42] E. Cabrera-Granado, E. Díaz, and O.G. Calderón. Slow light in molecular-aggregate nanofilms. Physical Review Letters, 107(1):013901–4, 2011.
- [43] A.C. Selden. Pulse transmission through a saturable absorber. British Journal of Applied Physics, 18:743–748, 1967.
- [44] B. Macke and B. Ségard. Slow light in saturable absorbers. Physical Review A, 78:013817–7, 2008.
- [45] P.C. Ku, F. Sedgwick, C.J. Chang-Hasnain, P. Palinginis, T. Li, H. Wang, S.W. Chang, and S.L. Chuang. Slow light in semiconductor quantum wells. Optics Letters, 29(19):2291–2293, 2004.
- [46] A.C. Selden. Slow light and saturable absorption. Optics and Spectroscopy, 106(6):881–888, 2009.
- [47] E. Desurvire. Erbium-doped fiber amplifiers: principles and applications. John Wiley & Sons, New York, 1994.
- [48] Y. Zhang, W. Qiu, J. Ye, N. Wang, J. Wang, H. Tian, H. Wang, and P. Yuan. Delay limit of slow light in an optical fiber. Physics Letters A, 372(15):2724–2729, 2008.
- [49] W. Qiu, Y. Zhang, J. Ye, N. Wang, J. Wang, and P. Yuan. Observation of delay enhancement in an ion-doped crystal. Applied Optics, 47(11):1781–1784, 2008.
- [50] S. Melle, O.G. Calderon, F. Carreño, E. Cabrera, M. A. Antón, and S. Jarabo. Effect of ion concentration on slow light propagation in highly doped erbium fibers. Optics Communications, 279(1):53–63, 2007.
- [51] H. Shin, A. Schweinsberg, G. Gehring, K. Schwertz, H.J. Chang, R.W. Boyd, Q. Park, and D.J. Gauthier. Reducing pulse distortion in fast-light pulse propagation through an erbium-doped fiber amplifier. Optics Letters, 32(8):906–908, 2007.
- [52] H. Shin, A. Schweinsberg, and R.W. Boyd. Reducing pulse distortion in fast-light pulse propagation through an erbium-doped fiber amplifier using a mutually incoherent background field. Optics Communications, 282(10):2085–2087, 2009.
- [53] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols. An experimental method for the observation of RF transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour. Il Nuovo Cimento B (1971-1996), 36(1):5–20, 1976.

- [54] O.A. Kocharovskaya and Ya.I. Khanin. Population trapping and coherent bleaching of a three-level medium by a periodic train of ultrashort pulses. Soviet Physics JETP, 63(15):945–950, 1986.
- [55] S.E. Harris. Lasers without inversion: Interference of lifetime-broadened resonances. Physical Review Letters, 62:1033–1036, 1989.
- [56] R.W. Boyd. Nonlinear optics. Academic Press, 2008.
- [57] L. Brillouin. Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent homogène, influence de l’agitation thermique. Annals of Physics(Paris), 17:88–122, 1922.
- [58] R.Y. Chiao, C.H. Townes, and B.P. Stoicheff. Stimulated Brillouin scattering and coherent generation of intense hypersonic waves. Physical Review Letters, 12:592–595, 1964.
- [59] K.Y. Song, M. González-Herráez, and L. Thévenaz. Observation of pulse delaying and advancement in optical fibers using stimulated Brillouin scattering. Optics Express, 13(1):82–88, 2005.
- [60] Y. Okawachi, M.S. Bigelow, J.E. Sharping, Z. Zhu, A. Schweinsberg, D.J. Gauthier, R.W. Boyd, and A.L. Gaeta. Tunable all-optical delays via Brillouin slow light in an optical fiber. Physical Review Letters, 94:153902–153902–4, 2005.
- [61] M.D. Stenner, M.A. Neifeld, Z. Zhu, A.M.C. Dawes, and D.J. Gauthier. Distortion management in slow-light pulse delay. Optics Express, 13(25):9995–10002, 2005.
- [62] M. González Herráez, K.Y. Song, and L. Thévenaz. Arbitrary-bandwidth Brillouin slow light in optical fibers. Optics Express, 14(4):1395–1400, 2006.
- [63] Z. Zhu, A.M.C. Dawes, D.J. Gauthier, L. Zhang, and A.E. Willner. Broadband SBS slow light in an optical fiber. Journal of Lightwave Technology, 25(1):201–206, 2007.
- [64] E. Cabrera-Granado, O.G. Calderón, S. Melle, and D.J. Gauthier. Observation of large 10-Gb/s SBS slow light delay with low distortion using an optimized gain profile. Optics Express, 16(20):16032–16042, 2008.
- [65] J.Q. Liang, M. Katsuragawa, F.L. Kien, and K. Hakuta. Slow light produced by stimulated Raman scattering in solid hydrogen. Physical Review A, 65:031801–4, 2002.
- [66] E.J. Woodbury and W.K. Ng. Ruby laser operation in the near IR. Proc. I.R.E, 50:2367–2383, 1962.

- [67] G. Eckhardt, R.W. Hellwarth, F.J. McClung, S.E. Schwarz, D. Weiner, and E.J. Woodbury. Stimulated Raman scattering from organic liquids. Physical Review Letters, 9:455–457, 1962.
- [68] J.E. Sharping, Y. Okawachi, and A.L. Gaeta. Wide bandwidth slow light using a Raman fiber amplifier. Optics Express, 13(16):6092–6098, 2005.
- [69] Y. Okawachi, M. Foster, J. Sharping, A. Gaeta, Q. Xu, and M. Lipson. All-optical slow-light on a photonic chip. Optics Express, 14(6):2317–2322, 2006.
- [70] R.W. Boyd. Slow and fast light: fundamentals and applications. Journal of Modern Optics, 56(18-19):1908–1915, 2009.
- [71] T.F. Krauss. Why do we need slow light? Nature Photonics, 2(8):448–450, 2008.
- [72] J.F. McMillan, X. Yang, N.C. Panoiu, R.M. Osgood, and C.W. Wong. Enhanced stimulated raman scattering in slow-light photonic crystal waveguides. Optics Letters, 31(9):1235–1237, 2006.
- [73] R.S. Tucker, P.C. Ku, and C.J. Chang-Hasnain. Slow-light optical buffers: Capabilities and fundamental limitations. Journal of Lightwave Technology, 23(12):4046–4066, 2005.
- [74] R.W. Boyd, D.J. Gauthier, A.L. Gaeta, and A.E. Willner. Maximum time delay achievable on propagation through a slow-light medium. Physical Review A, 71(2):023801–4, 2005.
- [75] D.A.B. Miller. Fundamental limit to linear one-dimensional slow light structures. Physical Review Letters, 99(20):203903–4, 2007.
- [76] R.M. Camacho, M.V. Pack, J.C. Howell, A. Schweinsberg, and R.W. Boyd. Wide-bandwidth, tunable, multiple-pulse-width optical delays using slow light in cesium vapor. Physical Review Letters, 98(15):153601–4, 2007.
- [77] Z. Shi, R.W. Boyd, R.M. Camacho, P.K. Vudyasetu, and J.C. Howell. Slow-light Fourier transform interferometer. Physical Review Letters, 99(24):240801–4, 2007.
- [78] M.S. Shahriar, G.S. Pati, R. Tripathi, V. Gopal, M. Messall, and K. Salit. Ultrahigh enhancement in absolute and relative rotation sensing using fast and slow light. Physical Review A, 75(5):053807–10, 2007.
- [79] A.E. Siegman. Lasers. University Science Books, Mill Valley, CA, 1986.
- [80] P. Meystre and M. Sargent III. Elements of quantum optics. Springer-Verlag, 1991.
- [81] M.O. Scully and M.S. Zubairy. Quantum optics. Cambridge University Press, 1997.

- [82] U. Fano. Description of states in quantum mechanics by density matrix and operator techniques. Review of Modern Physics, 29:74–93, Jan 1957.
- [83] E. Hecht. Optics. Adisson-Wesley Iberoamericana, 1999.
- [84] G. Piredda and R.W. Boyd. Slow light by means of coherent population oscillations: Laser linewidth effects. Journal of the European Optical Society-Rapid Publications, 2:07004–4, 2007.
- [85] A. Yariv. Quantum electronics. John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [86] S. Wen and S. Chi. Propagation characteristics of fast light in an erbium-doped fiber amplifier. Journal of the Optical Society of America B, 25(6):1073–1080, 2008.
- [87] S. Stepanov. Dynamic population gratings in rare-earth-doped optical fibres. Journal of Physics D: Applied Physics, 41:224002–23, 2008.
- [88] B.G. Wybourne. Spectroscopic properties of rare-earths. Interscience Publishers, New York, 1965.
- [89] G.H. Dieke and H. Crosswhite. Spectra and energy levels of rare-earth ions in crystals. Interscience Publishers, New York, 1968.
- [90] E. Desurvire and J.R. Simpson. Amplification of spontaneous emission in erbium-doped single-mode fibers. Journal of Lightwave Technology, 7(5):835–845, 1989.
- [91] E. Desurvire, JW Sulhoff, JL Zyskind, and JR Simpson. Study of spectral dependence of gain saturation and effect of inhomogeneous broadening in erbium-doped aluminosilicate fiber amplifiers. Photonics Technology Letters, IEEE, 2(9):653–655, 1990.
- [92] S. Melle, O. G. Calderón, M. A. Antón, F. Carreño, and A. E. Gómez. Spectral hole burning in erbium doped fibers for slow light. Journal of the Optical Society of America B, 29:(aceptado), 2012.
- [93] E. Desurvire and J.R. Simpson. Evaluation of $^4I_{15/2}$ and $^4I_{13/2}$ Stark-level energies in erbium-doped aluminosilicate glass fibers. Optics letters, 15(10):547–549, 1990.
- [94] F. Sanchez, P. Le Boudec, P.L. François, and G. Stephan. Effects of ion pairs on the dynamics of erbium-doped fiber lasers. Physical Review A, 48(3):2220–2229, 1993.
- [95] J.L. Wagener, P.F. Wysocki, M.J.F. Dignonnet, H.J. Shaw, and D.J. DiGiovanni. Effects of concentration and clusters in erbium-doped fiber lasers. Optics letters, 18(23):2014–2016, 1993.

- [96] P.F. Wysocki, J.L. Wagener, M.J.F. Digonnet, and H.J. Shaw. Evidence and modelling of paired ions and other loss mechanisms in erbium-doped silica fibers. Proc. SPIE, 1789:66–79, 1993.
- [97] J. Li, K. Duan, Y. Wang, W. Zhao, J. Zhu, Y. Guo, and X. Lin. Modeling and effects of ion pairs in high-concentration erbium-doped fiber lasers. Journal of Modern Optics, 55(3):447–458, 2008.
- [98] P. Berger, J. Bourderionnet, G. de Valicourt, R. Brenot, F. Bretenaker, D. Dolfi, and M. Alouini. Experimental demonstration of enhanced slow and fast light by forced coherent population oscillations in a semiconductor optical amplifier. Optics letters, 35(14):2457–2459, 2010.
- [99] R.I. Laming, S.B. Poole, and EJ Tarbox. Pump excited–state absorption in erbium–doped fibers. Optics Letters, 13(12):1084–1086, 1988.
- [100] B. Pedersen, W.J. Miniscalco, and S.A. Zemon. Evaluation of the 800 nm pump band for erbium-doped fiber amplifiers. Lightwave Technology, Journal of, 10(8):1041–1049, 1992.
- [101] F. Arrieta-Yáñez, O.G. Calderón, and S. Melle. Fast light based on excited-state absorption in erbium doped fibers. In IONS 9 International OSA Network of Students. Optical Society of America, 2011.
- [102] E. Baldit, K. Bencheikh, P. Monnier, J. A. Levenson, and V. Rouget. Ultraslow light propagation in an inhomogeneously broadened rare-earth ion-doped crystal. Physical Review Letters, 95:143601–4, 2005.
- [103] Y. Maeda and T. Yamada. Temperature dependence of the enhanced excited state absorption in erbium-doped garnets. Journal of Applied Physics, 83(12):7436–7441, 1998.
- [104] P. Berger, J. Bourderionnet, F. Bretenaker, D. Dolfi, and M. Alouini. Time delay generation at high frequency using SOA based slow and fast light. Optics Express, 19(22):21180–21188, 2011.
- [105] R.Y. Chiao and A.M. Steinberg. Quantum optical studies of tunneling and other superluminal phenomena. Physica Scripta, 1998:61–66, 1998.
- [106] A. Sommerfeld. Ein einwand gegen die relativtheorie der elektrodynamik und seine beseitigung. Physikalische Zeitschrift, 8(23):841–842, 1907.
- [107] M. Born and E. Wolf. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. Pergamon Press, 1989.
- [108] J.D. Jackson. Classical electrodynamics. John Wiley & Sons, New York, 1999.
- [109] M.D. Crisp. Concept of group velocity in resonant pulse propagation. Physical Review A, 4:2104–2108, 1971.

