Problemas verbales de comparación y comprensión de la relación comparativa

VICENTE BERMEJO, M.ª OLIVA LAGO
Y PURIFICACIÓN RODRÍGUEZ
Universidad Complutense de Madrid

Resumen

La dificultad de los niños para resolver problemas verbales de comparación ha suscitado un gran número de trabajos, que se aglutinan en torno a dos líneas principales de investigación: la búsqueda de formulaciones alternativas y el entrenamiento en las habilidades de representación. Sin embargo, no se han realizado estudios en los que se analice la capacidad cognitiva requerida para comprender las relaciones numéricas de comparación implicadas en este tipo de problemas verbales. Con este objetivo, examinamos el comportamiento de niños de 1.ª,2.ª y 3.ªen cuatro tareas (i.e., CMA, CMC, PVCM y PVCA) a sujetos de 1.º, 2.º y 3.º de EP. Los resultados obtenidos a partir de las ejecuciones correctas de los niños en las distintas tareas revelan que no todas comportan la misma dificultad, siendo posible detectar la existencia de una secuencia evolutiva de adquisición de las mismas. En concreto, los niños se muestran capaces de resolver estas tareas en el siguiente orden: CMA -> CMC -> PVCA -> PVCM, excepto cuando se analiza solamente el comportamiento de 1.º y 2.º de EP, que invierten el orden de las dos últimas tareas, apareciendo entonces el orden previsto. El examen de las estrategias y errores cometidos por los niños permiten suponer la existencia de diferentes factores que explicarían el comportamiento infantil en las distintas tareas, como la familiaridad, los vínculos de algunas tareas con habilidades más tempranas, la asimilación de los PVCM a categorías semánticas más sencillas, la interferencia con nuevos aprendizajes y la formulación de enunciados consistentes con la operación que pemite solucionar el problema.

Palabras clave: Problemas verbales, comparación de magnitudes, cuantificación relativa, errores, estrategias, secuencia evolutiva, adición, sustracción.

Word problems of comparison and children's understanding of the comparative relation

Abstract

Children's difficulty to solve comparison word problems brought about two ain lines of research: The search for alternative rewordings and the training of the representation skills. However, no works had been done in which the cognitive capacity required to understand the numerical relations of comparison involved in this kind of word problems were analyzed. To this end, we examined children's behaviour from first, second and third courses of EP in four tasks (i.e., CMA, CMC, PVCM and PVCA). The results obtained from children's correct performances along the different tasks show that not all of them entail the same difficulty, being it possible to detect the existence of a developmental sequence in the acquisition of these tasks. More precisely, children were able to solve the tasks according to the following order: CMA -> CMC -> PVCA -> PVCM, except when we considered only first and second graders' responses, that rendered the reversed order for the last two tasks, since the tasks showed the expected order. The examination of the strategies and errors committed by children lend support to the existence of several factors that will account for children's behaviour in the different tasks, such as the familiarity of the tasks, the links between the tasks with earlier abilities, the fact that the PVCM task resembles easier semantic categories, the interference with new learnings and the wording of the problems, since they are consistent with the operation required to solve them.

Key words: Word problems, judgments of number magnitude, relative quantification, errors, strategies, developmental sequence, addition, substraction.

Correspondencia con autores: Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Facultad de Psicología. Universidad Complutense de Madrid.

INTRODUCCION

Desde el inicio de la década de los ochenta se viene insistiendo en la conveniencia de incrementar en la clase de matemáticas las tareas cognitivas de alto nivel (comprensión, razonamiento, representación, etc.), disminuyendo simultáneamente las tareas cognitivas de bajo nivel (memorización, computación, etc.), que frecuentemente han predominado en el aula. Desde esta óptica, se está prestando cada vez más atención a los problemas verbales, que, no obstante, pueden resultar más difíciles que la resolución del algoritmo en determinadas circunstancias (p.e., Bermejo y Rodríguez, 1987, 1990a; Carpenter y Moser, 1983; Carpenter, Moser y Bebout, 1988; Dellarosa, Kintsch y Weimer, 1988). De ahí que se hayan elaborado categorías de estas tareas con objeto de poder analizar de modo más sistemático los factores causantes de dicha dificultad. A este respecto, la mayoría de los autores (p.e., Carpenter y Moser, 1982; Cummins, 1991; Morales, Shute y Pellegrino, 1985; Riley, Greeno y Heller, 1983) proponen una clasificación fundada en la estructura semántica, considerando tres tipos principales de problemas: cambio, combinación y comparación. Los primeros describen situaciones dinámicas en las que un suceso cambia el valor de una cantidad inicial. Los de combinación se refieren a situaciones estáticas en las que se proponen dos conjuntos disjuntos, que pueden ser considerados aisladamente o como partes de un todo. Finalmente, los problemas de comparación, que constituyen el objeto de nuestro estudio, establecen una relación entre dos cantidades disjuntas, bien para determinar la diferencia existente entre ellas, bien para averiguar una de las cantidades conociendo la otra y la diferencia entre ellas (para más detalles, ver Bermejo y Rodríguez, 1990b).

En cuanto al grado de dificultad, los problemas de comparación (p.e., Luis tiene 6 canicas. Juan tiene 5 canicas más que Luis. ¿Cuántas canicas tiene Juan?) son sin ninguna duda los más complejos para los niños. En efecto, diversos estudios (p.e., Bermejo y Rodríguez, 1990a; Briars y Larkin, 1984; Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer, 1988; De Corte y Verschaffel, 1987) han mostrado que los problemas verbales que contienen sentencias relacionales resultan más difíciles, tal como ocurre cuando se define un conjunto en función de otro (p.e., «Juan tiene 5 canicas *más* que Luis»). Estas sentencias pueden incluso presentar cierta dificultad a los adultos a la hora de representarlas o de recordarlas (Mayer, 1982). Pero esta complejidad se incrementaría manifiestamente cuando la operación aritmética requerida en el problema resulte inconsistente con la sentencia de relación, como por ejemplo, cuando hay que sumar y en la sentencia relacional se incluyen expresiones como «menos que» («problemas de lenguaje inconsistente»). Según Lewis y Mayer (1987), los niños desarrollarían tempranamente un esquema de comparación de lenguaje consistente (i.e., la sentencia relacional se corresponde con la operación aritmética requerida), lo que les permitiría resolver con facilidad estos prolemas. Sin embargo, cuando se presentan problemas de comparación con lenguaje inconsistente, los niños intentarían reorganizar la información y resolver el problema según un esquema de lenguaje consistente. Estas reorganizaciones son las que propiciarían la presencia de errores de representación.

A fin de facilitar la superación de las dificultades inherentes a los problemas verbales de comparación se están desarrollando en la actualidad dos tipos de trabajos: los que se basan principalmente en la reformulación de los problemas y los que se centran en el entrenamiento en habilidades de representación. Los primeros proponen que la formulación verbal del problema —es decir, el grado de explicitación en el texto de las relaciones entre las cantidades del problema y el orden de presentación de la información— incide en el grado de dificultad de los problemas de comparación. En efecto, la evidencia empírica (p.e., De Corte, Verschaffel y De Win, 1985; Hudson, 1983) pone de manifiesto que la reformulación del problema haciendo más explicitas las relaciones semánticas facilita su resolución. En una línea similar, parecen apuntar otras investigaciones (p.e., Fung Lin Ng Li, 1990; Nesher, 1976) en las que se muestra que la información poco relevante del texto origina respuestas incorrectas, debido a que esta información crea mayores demandas cognitivas, o produce cierta confusión entre los aspectos relevantes e irrelevantes del problema.

Por lo que se refiere a los estudios de entrenamiento, se han desarrollado recientemente algunas investigaciones (p.e., Lewis, 1989; Willis y Fuson, 1988) que tienen un claro interés desde el punto de vista didáctico, ya que se centran principalmente en el proceso de representación. Así, Willis y Fuson (1988) proponen un diseño de instrucción en el que enseñan a niños de segundo grado a representar problemas verbales, empleando dibujos esquemáticos que modelan las características semánticas del problema. Esto es, las cantidades que aparecen en el problema se inscriben en los dibujos, decidiendo posteriormente la operación aritmética más adecuada para resolver el problema. En concreto, en los problemas de comparación se representan las cantidades grande y pequeña, una al lado de la otra y ocupando espacios proporcionales a su tamaño, con objeto de facilitar su comparación, anotando la diferencia en el interior de una línea discontinua. Estos dibujos permiten detectar el momento en que se producen las dificultades de los niños: en la fase de representación (i.e., selección inadecuada del dibujo), en la comprensión de las relaciones entre las cantidades del problema (i.e., inserción incorrecta de los números dentro de los dibujos), en la elección de la operación correspondiente (i.e., elección del algoritmo resta en vez de la suma) o por último, en la selección de las estrategias de solución (i.e., errores de ejecución).

Por su parte, Lewis (1989), siguiendo de cerca el modelo propuesto por Lewis y Mayer (1987), lleva a cabo un estudio en el que se evalúa el efecto producido por el entrenamiento de las habilidades de representación en la comprensión y ejecución de los problemas de comparación. Brevemente, el entrenamiento es como sigue. En primer lugar, se enseña a los sujetos a identificar en el problema los tres tipos de sentencias (i.e., asignación relación y pregunta). A continuación se les muestra cómo dibujar diagramas en una línea numérica; es decir, trazan una línea colocando en el centro el valor correspondiente a la variable conocida (i.e., sentencia de asignación), mientras que la variable desconocida se dispone a un lado u otro de ésta, comprobando después si su representación se halla en consonancia con la sentencia de relación. En caso afirmativo puede continuar el proceso; de lo contrario, el sujeto debe colocar la variable desconocida en el otro lado y comprobar de nuevo la relación. Una vez que el diagrama ha sido dibujado correctamente, lo convierte en una operación aritmética, de modo que si la variable desconocida está en el lado derecho la operación seleccionada supone un incremento, mientras que si se sitúa a la izquierda implicaría un decremento. Esta forma de representación evitaria, según Lewis, la confusión de la dirección del cambio aritmético en el problema. Los resultados del estudio indican que los universitarios aprendían con gran facilidad esta forma de representación. No existen datos, sin embargo, sobre la eficiencia de este procedimiento en niños pequeños.

En resumen, tanto los estudios de reformulación del problema como los de entrenamiento parecen facilitar la comprensión de las sentencias relacionales, ya que los sujetos no suelen interpretarlas como sentencias de asignación (p.e., la sentencia relacional «Luis tiene 6 canicas más que Juan» no es interpretada como «Luis tiene 6 canicas»). En efecto, en los estudios de reformulación se omite la sentencia relacional, y la crítica a estos trabajos surge porque la nueva formulación lleva implícito el procedimiento de resolución a seguir. Por ejemplo, en el trabajo de Hudson (1983), niños de muy corta edad resuelven los problemas de comparación a través de un procedimiento de «emparejamiento», directamente inducido por la propia formulación del problema (i.e., la sentencia relacional «¿Cuántos pájaros hay más que gusanos?» se sustituye por «¿Cuántos pájaros se quedarán sin gusano?»). En relación con los trabajos de entrenamiento, el éxito más notable es el alcanzado por Lewis (1989) y éste se produce en grupos de universitarios, desconociéndose cuáles serían los resultados en niños.

Estas observaciones estarían mejor fundadas, a nuestro juicio, si se hubieran realizado investigaciones, que no existen según nuestros conocimientos, que se centren en el análisis de la competencia necesaria para operar sobre la información numérica contenida en las sentencias relacionales. En otras palabras, consideramos que antes de explicitar —mediante un cambio en la formulación o a través de la representación gráfica— las relaciones entre las cantidades del problema, que podrían generar simplemente un éxito momentáneo y no generalizado, es necesario establecer si los niños diponen de las habilidades numéricas necesarias para manejar las relaciones de orden y equivalencia subyacentes a las comparaciones en este tipo de problemas. De ahí que en el presente trabajo abordemos tal objetivo, analizando el comportamiento de los niños en cuatro situaciones empíricas: comparación de magnitudes abstracta (CMA), comparación de magnitudes concreta (CMC), problema verbal de comparación de magnitudes (PVCM) y problema verbal de comparación aditivo (PVCA). Estas situaciones comparten la misma estructura básica inherente a toda relación comparativa: suponen la creación de un conjunto equivalente a otro dado, para posteriormente deshacer la equivalencia incrementándolo o reduciéndolo. No obstante, se diferencian en el carácter más o menos abstracto de los conjuntos y en la determinación más o menos precisa de la magnitud que debe resultar de la diferencia entre ellos, incidiendo esto muy probablemente repercutirán en los procedimientos empleados por los niños en su resolución. Suponemos que el nivel de dificultad varía en el orden mencionado anteriormente y esperamos que los niños las resuelvan igualmente en este mismo orden.

En síntesis, esperamos encontrar distintos niveles de rendimiento en los niños a lo largo de las tareas presentadas, de modo que la secuencia evolutiva de adquisición de las mismas se ajuste a la anticipada por nosotros anteriormente. Igualmente, esperamos definir mejor el nivel de complejidad propio de los problemas verbales de comparación.

METODO

Sujetos

Participan en el estudio un total de 72 niños elegidos al azar y distribuidos en tres grupos de edad. El primero está integrado por niños de 1.° de EP con edades comprendidas entre los 5;6 años y los 6;10 años (M: 6;6 años). El segundo lo constituyen niños de 2.° de EP cuyas edades oscilan entre los 7;1 años y los 7;10 años (M: 7;6 años). Finalmente, el tercero lo forman niños de 3.° de EP cuyas edades abarcan desde los 8;0 años hasta los 9;7 años (M: 8;6 años). La muestra la componen un número equivalente de niñas y niños de nivel socioeconómico medio.

Material

Consiste en 6 láminas de acetato (29,5x21 cm), en tres de ellas se adhieren una serie de círculos de color rojo (1 cm de diámetro), mientras que en las tres restantes figuran los dibujos de 3 bolsas correspondientes a cada uno de los «actores» del problema verbal de comparación de magnitudes. Además, los niños disponen de un conjunto de 20 fichas (1 cm de diámetro) para crear sus hileras, de lápiz y papel.

Procedimiento

El experimentador lee en voz alta las pruebas, que son administradas individualmente a los niños, con un tiempo de duración aproximada de 15 minutos.

Cada niño pasa cuatro tareas, con tres ensayos cada una: (1) problema verbal de comparación aditivo (PVCA), (2) comparación de magnitudes concretas (CMC), (3) comparación de magnitudes abstractas (CMA) y (4) problema verbal de comparación de magnitudes (PVCM).

En la primera tarea, correspondiente a los PVCA con diferencia desconocida, se presentan dos conjuntos, teniendo el sujeto que establecer la diferencia entre ellos. Por ejemplo: «Juan tiene 6 canicas. Pedro tiene 2 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Juan más que Pedro?».

La tarea CMC, que ha sido utilizada anteriormente por Bermejo y Lago (1991), consiste en la presentación de láminas de acetato en las que aparecen dos hileras de distinto tamaño y en correspondencia uno-a-uno. Las instrucciones que recibe el niño son: «Haz una hilera menor que la de arriba y mayor que la de abajo», para lo cual dispone de objetos concretos.

En la tarea CMA el niño tiene que indicar un número que se encuentra entre los dos indicados verbalmente por el experimentador. Por ejemplo, «Dime un número que sea mayor que 5 y menor que 9». Finalmente, en la tarea PVCM, el experimentador muestra al niño una lámina en la que aparecen dibujadas bolsas, correspondientes a tres «actores» distintos. Además, en las dos bolsas de los extremos aparece escrita numéricamente la cantidad de objetos, mientras que en la del centro hay un interrogante. La tarea del niño consiste en averiguar la cantidad de objetos correspondiente a esta última bolsa, sabiendo que tiene «x» objetos más que la que aparece en primer lugar e «y» menos que la que aparece en segundo lugar. Por ejemplo, «Juan tiene 3 caramelos dentro de su bolsa y Pedro tiene 6 en la suya. ¿Cuántos caramelos tiene Luis si sabemos que tiene 2 más que Juan y 1 menos que Pedro?».

El orden de presentación de las tareas es el mismo en que han sido descritas. Este orden ha sido obtenido al azar y se mantuvo constante para todos los sujetos. Las cantidades utilizadas presentan una gran similitud a lo largo de las 4 tareas y en ningún caso superan la decena. Más específicamente, a lo largo de las diversas tareas se emplearon las siguientes cantidades: PVCA: 6-2, 7-4 y 9-4; CMC: 7-4, 8-5 y 9-6; CMA: 5-9, 4-8 y 3-7; y PVCM: 3_{+2}-6_{-1}, 5_{+3}-10_{-2} y 4_{+3}-8_{-1}

Finalmente, en las tareas CMA y CMC las ejecuciones de los niños se consideran correctas cuando el conjunto creado o el numeral emitido cae dentro del intervalo definido por las dos hileras y/o cardinales. En los PVCA y PVCM se juzga que la respuesta es correcta cuando se indica exactamente el conjunto requerido en los enunciados de los mismos.

ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

En esta sección presentaremos en primer lugar el análisis cuantitativo de las respuestas correctas en cada una de las tareas, llevando a cabo posteriormente un análisis adicional para determinar la secuencia evolutiva de las mismas. A continuación nos ocuparemos de las diferentes clases de estrategias empleadas por los niños en las distintas situaciones experimentales, así como de los errores.

Análisis de las respuestas correctas

El ANOVA mixto 3 (grupo: 1.° EP vs. 2.° EP vs. 3.° EP) x4 (tarea: PVCA vs. CMC vs. CMA vs. PVCM), con medidas repetidas en el último factor, muestra, por un lado, que son significativos los efectos principales de los dos factores: grupo ($F_{2,69}$ = 21.95, p<.01) y tarea ($F_{3,207}$ = 38.30, p<.01). Por otro, indica que resulta significativa la interacción grupo x tarea ($F_{6,207}$ = 2.26, p<.05).

En cuanto al *factor grupo*, las «comparaciones múltiples» realizadas con la prueba de Scheffé sólo revelan como significativo el contraste entre los grupos de 1.° vs. 3.° EP (p<.05). En el *factor tarea,* la prueba de Scheffé indica la existencia de las siguientes diferencias significativas: PVCA vs. CMC, PVCA vs. CMA, CMC vs PVCM y CMA vs. PVCM (p<.05) (ver Tabla I).

TABLA I
Medias de las respuestas correctas y desviaciones típicas entre paréntesis
(Means of correct responsens and standard deviations in brackets)

	PVCA	CMC	CMA	PVCM
1.° EP	0.13 (0.61)	1.25 (1.19)	1.63 (1.35)	0.46 (0.98)
2.° EP	0.92 (1.25)	2.13 (1.19)	2.75 (0.85)	1.29 (1.43)
3.° EP	2.25 (1.22)	2.71 (0.81)	2.88 (0.61)	1.75 (1.45)

Puntuación máxima posible: 3.00.

El análisis de la *interacción grupo x tarea* se ha realizado mediante el «análisis de los efectos simples», completándose con el «análisis de las comparaciones simples». En primer lugar, cuando se analiza el comportamiento de cada uno de los tres grupos individualmente, los resultados del «análisis de los efectos simples» ponen de manifiesto que los niños obtienen rendimientos significativamente diferentes en las cuatro tareas experimentales ($F_{3,207}$=14.57, $F_{3,207}$=20.7 y $F_{3,207}$=7.76, p<.01, respectivamente, para los grupos de 1.° , 2.° y 3.° de EP). En concreto, el «análisis de las comparaciones simples» revela que, cuando las tareas se toman de dos en dos, son significativos los siguientes contrastes: (1) PVCA vs CMC en el grupo de 1.° y 2.° de EP ($F_{1,207}$=19.05, p<.01 y $F_{1,207}$=22.24, p<. 01, respectivamente); (2) PVCA vs. CMA en el grupo de 1.°, 2.° y 3.° de EP ($F_{1,207}$=34 . 18, p < .01 , $F_{1,207}$=50 . 87, p<.01 y $F_{1,207}$=6 . 03, p<.05, respectivamente); (3) CMC vs. PVCM en los grupos de 1.°, 2.° y 3.° de EP ($F_{1,207}$=9.48, $F_{1,207}$=10.72 y $F_{1,207}$=14, todas ellas con una p<.01, respectivamente); (4) CMA vs. PVCM en los grupos de 1.°, 2.° y 3.° de EP ($F_{1,207}$=20.79, $F_{1,207}$=32.29 y $F_{1,207}$=19.4, todas ellas con una p<.01, respectivamente); y (5) CMC vs. CMA sólo en el grupo de 2.° de EP ($F_{1,207}$=5.84, p<.05);

En segundo lugar, cuando se considera el nivel de rendimiento en cada una de las tareas experimentales, los resultados del «análisis de los efectos simples» indican que las tareas alcanzan niveles de éxito significativamente diferentes en los tres grupos de sujetos ($F_{2,207}$=35.04, $F_{2,207}$=16.37, $F_{2,207}$=14.41, $F_{2,207}$ = 13.03, p < . 01, respectivamente para las tareas PVCA, CMC, CMA y PVCM). Más específicamente, a partir del «análisis de las comparaciones simples», en el que se toman los grupos de dos en dos, se desprende que son significativas las comparaciones realizadas entre los rendimientos del grupo de 1.° vs. 2.° de EP en relación a cada una de las cuatro tareas ($F_{1,207}=9.94$, $F_{1,207}=11.76$, $F_{1,207}=19.05$, $F_{1207}=10.46$, $p < .01$, respectivamente para las tareas PVCA, CMC, CMA y PVCM), ocurriendo lo mismo entre el grupo de l.° vs. 3.° de EP ($F_{1,207}=68.27$, $F_{1,207}=32.3$, $F_{1,207}=23.73$, $F_{1,207}=25.28$, $p<.01$, respectivamente para las tareas PVCA, CMC, CMA y PVCM). También alcanzan la significación los contrastes entre los grupos de 2.° vs. 3.° de EP tan sólo en las tareas: PVCA ($F_{1,207}=26.87$, $p<.01$) y CMC ($F_{1,207}=5.11$, $p<.05$).

Resumiendo, los datos procedentes del análisis de la interacción grupo x tarea confirman y amplían los proporcionados por el análisis de los efectos principales de los factores grupo y tarea. Por una parte, permiten apreciar que no sólo existen diferencias significativas entre los niveles de rendimiento de los grupos 1.° vs. 3.° de EP, sino también entre los grupos 1.° vs. 2.° de EP en las cuatro tareas consideradas de una en una, así como incluso entre los grupos de 2.° vs. 3.° de EP, aunque sólo en dos de las tareas presentadas, la tarea CMC y la tarea PVCA. Por otra, ratifican que no es significativo el contraste de los rendimientos entre las tareas.

PVCA vs. PVCM, ni tampoco entre las tareas CMC vs. CMA, salvo en el grupo de 2.° EP en este último caso. El rendimiento en la tarea de CMA es superior al registrado en la tarea CMC (ver Tabla I). Igualmente, el análisis de varianza apunta que los niños obtienen diferentes niveles de éxito en las cuatro tareas propuestas, si bien éstas parecen agruparse en dos bloques claramente diferenciados: las tareas de comparación de magnitudes (i.e., CMC y CMA) y los problemas verbales (i.e., PVCA y PVCM); de modo que, las diferencias entre las tareas pertenecientes a la misma categoría no resultan significativas, pero sí los contrastes entre tareas pertenecientes a distintas categorías. En general, este es el patrón de comportamiento registrado en los tres grupos, constituyendo una excepción el contraste no significativo entre las tareas PVCA y CMC en el grupo de 3.° de EP.

Sin embargo, los datos procedentes del ANOVA no nos informan de cuál sería la secuencia de adquisición de las diferentes tareas, de ahí que hayamos utilizado el método del escalograma de Guttman para poder establecerlo. De acuerdo con este método, la obtención de una escala válida significaría que los niños comprenden antes unas tareas numéricas que otras. En concreto, las diversas respuestas de los niños en cada una de las tareas se agruparon en dos únicas categorías: acierto (i.e., cuando acertaban 2 ó 3 ensayos) y error (i.e., cuando acertaban en 0 ó 1 ensayo). Del análisis realizado se desprende que es válida la escala «CMA —> CMC —> PVCA —> PVCM» (Coeficiente de Reproductibilidad=O.gl; Coeficiente de Escalabilidad=0.84), siendo este orden de adquisición de las tareas parcialmente contrario al esperado por nosotros. Conforme a esta escala, entre los 6 y los 8 años se observará una progresión en la capacidad de los ninos para manejar situaciones numéricas relacionales. En concreto, el hecho de que estas cuatro pruebas constituyan un escalograma indica que los niños capaces de superar los PVCM tendrán éxito en las tres tareas precedentes (i.e., CMA, CMC y PVCA), aquellos que resuelven los PVCA también responderán correctamente a las tareas que le preceden en el escalograma (i.e., CMA y CMC), los que se muestren capaces de responder correctamente a las tareas de CMC también lo harán en la tarea CMA y, por último, en caso de que sólo respondan bien en una ocasión el éxito tendrá lugar en la tarea CMA. Estos patrones de respuesta se han obtenido considerando en general los tres grupos de sujetos (N=72). No obstante, cuando se toman tan sólo los niños de 1.° y 2.° de EP (N=48) encontramos que el escalograma adopta el siguiente orden: «CMA —> CMC —> PVCM —> PVCA» (CR=0.91; CE=0.80), secuencia que sí se ajusta a la anticipada en la introducción.

A la hora de explicar esta secuenciación evolutiva relativa a los tres grupos, hay que tener en cuenta varios aspectos. En primer lugar, en relación con la mayor facilidad de la tarea CMA frente a CMC, se pueden esgrimir al menos tres razones. Por un lado, la familiaridad de las tareas para los sujetos. La tarea CMA constituye una práctica habitual en las actividades tanto escolares como extraescolares de los niños. Por ejemplo, seleccionan el cardinal mayor de un problema para iniciar el cómputo del resultado a partir de él, ordenan diversas cantidades, deciden cuál es el conjunto mayor o menor de pegatinas, etc. Por otro lado, la presencia de ayudas concretas (i.e., objetos contables) en la tarea CMC entorpece, tal como se ha encontrado en otros trabajos (p.e., Bermejo y Lago, 1991; Michie, 1984), la ejecución de los niños. Finalmente, aunque tanto en la prueba CMA como CMC subyace la relación «entre», no se trata necesariamente del mismo tipo de relación, sino que varía sustancialmente de una a otra (p.e., Bermejo y Lago, 1991; Fuson, 1988; Fuson, Richards y Briars, 1982). En efecto, mientras que en la abstracta se hace referencia a una sola línea numérica «mental» (ver, p.e., Resnick, 1983), en la concreta se remite a dos hileras de objetos. Además, la hilera «mental» está vinculada a la adquisición tanto de la secuencia estándar de numerales, como a la habilidad más general de contar, lo que justificaría la menor dificultad de la tarea CMA. Esto es, si los niños se propusieran hacer uso de la misma estrategia para resolver la tarea CMC, tendrían que emplear la habilidad de contar, y en numerosos trabajos se ha puesto de relieve que los niños desconocen cómo utilizar el conteo en situaciones de cuantificación relativa (p.e., Becker, 1989; Bermejo y Lago, 1991, en prensa; Cowan, 1987; Fuson, 1988; ophian, 1988).

En segundo lugar, este mismo escalograma revela que la prueba PVCA es más sencilla que PVCM. Este hecho parece deberse al comportamiento del grupo de 3.° de EP en los PVCA. Como puede apreciarse en la Tabla I, se registra una gran diferencia entre este grupo y los dos restantes en esta tarea, probablemente debido a que los problemas verbales de adición son más familiares en estos niños que en los más jóvenes. Además, el tamaño reducido de los conjuntos utilizados en PVCA facilita sobre todo la resolución de los mismos a los niños mayores.

No obstante, el orden de dificultad entre las tareas PVCA y PVCM se invierte, cuando consideramos únicamente los grupos de 1.° y 2.° de EP. A este respecto, hay que tener en cuenta que, como tendremos ocasión de analizar con mayor profundidad en relación con las estrategias y errores, la tarea PVCM induce a los niños a operar, descendiendo notablemente los comportamientos consistentes en repetir una de las cantidades propuestas en el texto verbal, como sucede en la tarea PVCA. Una explicación posible de este hecho es que los niños asimilan la tarea PVCM a los problemas verbales de cambio, que son más sencillos y habituales en el medio escolar (p.e., Bermejo y Rodríguez, 1990a; Carpenter y Moser, 1984; De Corte y Verschaffel, 1987). Esto es, la sentencia relacional «tiene x más que A e y menos que B» podría ser interpretada como una acción sobre el conjunto A o B que implica un incremento o decremento de los mismos. En ambos casos la respuesta puede ser correcta. Además, las dificultades de los niños de 1° y 2.° de EP en la tarea PVCA podría ser debida a las inconsistencias en el lenguaje a las que hace mención, entre otros, Lewis (1989), y que se hallan en la formulación de la tarea propuesta a los niños.

Estrategias de solución

En este apartado nos referiremos tan sólo a los comportamientos de los niños que dieron lugar a respuestas correctas en las diferentes situaciones experimentales.

Las estrategias utilizadas en la tarea PVCA son de tres tipos: memorísticas, conteo y reglas. Como se puede apreciar en la Tabla II, los niños de 1.° de EP emplean exclusivamente estrategias memorísticas. Los restantes grupos también hacen uso de estas estrategias, aunque en el grupo de 2.° de EP sobresalen ligeramente las basadas en el conteo. Además, mientras que en los grupos de 1.° y 3.° EP (4.2% y 37.5% del total de los ensayos, respectivamente) se refieren a la resta («Yo sé que 6 menos 2 son 4», en el de 2.° EP (8.3% de los ensayos) son memorísticas de suma («Porque 4 más 5 son 9»).

La presencia mayoritaria de procedimientos memorísticos constituye un índice del alto nivel de conocimiento, que caracteriza la actuación de los niños que responden correctamente en esta tarea. Buena prueba de ello es que, por una parte, estas estrategias son consideradas por numerosos autores (Baroody, 1987; Bermejo y Rodríguez, 1990; Carpenter y Moser, 1984) muy evolucionadas. Por otra, el hecho de que aludan a la resta, principalmente en 1.° y 3.° de EP, pone de relieve la superación por parte de estos niños de las inconsistencias en el lenguaje a las que aluden Lewis y Mayer (1987).

TABLA II
Porcentajes de ensayos correspondientes a las estrategias empleadas por los sujetos en las tareas PVCA y PVCM
(Percentages of trials corresponding to the strategies displayed in the PVCA and PVCM tasks)

	PVCA			PVCM		
	1.° EP	2.° EP	3.° EP	1.° EP	2.° EP	3.° EP
Memorísticas	4.2	11.1	47.2	2.8	16.7	58.3
Reglas	—	1.4	2.8	—	—	—
Conteo	—	18.1	25	12.5	26.4	—

En la *tarea PVCM* únicamente aparecen estrategias memorísticas y de conteo (Tabla II). El grupo de 3.° EP emplea exclusivamente procedimientos memorísticos, mientras que en los grupos de 1.° y 2.° EP, aun cuando también están presentes estas estrategias, recurren preferentemente a las de conteo.

Un dato que a nuestro entender indica una progresiva comprensión de esta tarea por parte de los niños, es el relativo a que sólo un sujeto de 1.° de EP y 5 de 2.° EP resuelven las dos operaciones posibles (i.e., suma y resta) en al menos uno de los ensayos, haciéndolo 12 en el grupo de los mayores («Restándole 2 a 10 y sumándole 3 a 5»). Por tanto, podríamos interpretar este resultado en dos sentidos, no necesariamente excluyentes entre sí: (a) esta tarea induce a los niños a operar, apoyando el argumento presentado en las páginas precedentes, y (b) cabe pensar que los niños al ejecutar el segundo cómputo tengan la intención de verificar el resultado obtenido en el primero, al menos en el caso de los mayores.

En la *tarea CMC,* en todos los grupos los niños bien ponen en marcha el procedimiento consistente en hacer primeramente una fila igual a una del modelo, añadiendo o quitando fichas seguidamente, bien cuentan previamente ambas hileras y utilizan la información del conteo para formar la suya (ver Tabla III).

Por su parte, en la *tarea CMA*, aunque sigue apareciendo la primera de las estrategias mencionadas en CMC, es decir, determinan la cantidad a partir del número mayor o menor únicamente, predomina la estrategia en la que no cuentan para determinar las cantidades intermedias (ver Tabla III).

TABLA III
Porcentajes de ensayos relativos a las estrategias empleadas por los sujetos en las tareas CMC y CMA
(Percentages of trials related to the strategies employed along the CMC and CMA tasks)

	CMC			CMA		
	1.° EP	2.° EP	3.° EP	1.° EP	2.° EP	3.° EP
Se centran en las dos cantidades, contando previamente	6.9	31.9	29.2	—	—	—
Se centran en las dos cantidades, sin contar previamente	2.8	11.1	12.5	27.8	62.5	81.9
Cuentan una de las cantidades y los conjuntos que crean	6.9	8.3	16.7	—	—	—
Igualan con una de las cantidades, añadiendo o quitando elementos	25	19.5	31.9	19.5	29.2	13.9
Cuentan hasta la cantidad mayor, para determinar los números entre *x* e *y*	—	—	—	6.9	—	—

La presencia de estrategias más evolucionadas en la tarea CMA en todos los grupos frente a la tarea CMC, se debe a que los niños disponen de un alto conocimiento de los números, al menos del 1 al 10, como consecuencia de la práctica escolar.

Los errores

Los errores cometidos por los niños en las *tareas PVCA* y *PVCM* pueden agruparse en cinco categorías: (1) repetir cantidades, (2) respuesta al azar, (3) sumar las cantidades del enunciado, (4) de ejecución y (5) otros. Esta tipología coincide con la hallada en otras investigaciones sobre PVCA (p.e., Bermejo y Rodríguez, 1990; Carpenter y Moser, 1983; De Corte y Verschaffel, 1985, 1987; etc.).

Nuestros datos (ver Tabla IV) revelan que en la *prueba PVCM* la mayoría de los niños de 1.° de EP tienden a repetir uno de los términos del problema y en menor medida, a adicionar las cantidades del enunciado (i.e., tanto los conjuntos relacionales —2+1— como los conjuntos referentes del problema —6+3—). En el grupo de 2.° de EP el comportamiento de adicionar las cantidades del enunciado se encuentra plenamente arraigado, destacando preferentemente la adición de los conjuntos referentes del problema —p.e., 6+3— y la adición de los relacionales —p.e., 2+1— y en último termino, la sustracción de estos últimos —p.e., 2-1—. Finalmente, en el grupo de 3.° de EP se manifiestan los comportamientos propios de los niños de 2.° de EP — p.e., 3+6=9— aunque son mayoritarios otros que le son específicos, tales como la ejecución de operaciones múltiples en las que se encuentran implicados simultáneamente los conjuntos referentes y relacionales —p.e., 3+2-1=4; 3+2+6 =11-1= 10; 3+2=5, 6-1 = 5, 5+5=10; 3+6=9+2=11—. A nuestro juicio estos errores podrían encontrar su origen en la interferencia con los aprendizajes aritméticos que realizan a lo largo de este curso escolar (i.e., adición-substracción combinadas y operaciones asociadas), dando lugar a una representación inapropiada del texto verbal, semejante a la que otros autores (p.e., Briars y Larkin, 1984; Riley, Greeno y Heller, 1983) mencionan en relación con los problemas verbales, por ejemplo, de cambio. No obstante, estos errores suponen un cierto nivel de comprensión del problema, que no se daría cuando el niño se limita a repetir una de las cantidades presentes. En este sentido, cabe suponer que la formulación de los PVCM podría resultar beneficiosa para generar comportamientos adecuados de cara a la resolución de los problemas aritméticos, ya que, por un lado, induce a los niños a operar y a no considerar suficiente la repetición sin más de la información contenida en la formulacion del problema y, por otro, no basta una solución mecánica sino que es preciso que seleccionen la información que será utilizada para resolver correctamente el problema.

TABLA IV

Porcentajes de ensayos erróneos en las tareas PVCA y PVCM
(Percentages of incorrect trials regarding the PVCA and PVCM tasks)

	PVCA			PVCM		
	1.° EP	2.° EP	3.° EP	1.° EP	2.° EP	3.° EP
Repetir cantidades	70.8	12.5	13.9	33.3	4.2	1.4
Respuesta al azar	5.6	4.2	—	16.7	1.4	—
Sumar las cantidades del enunciado*	9.7	44.4	8.3	26.4	36.1	33.3
Ejecución	4.2	6.9	2.8	4.2	6.9	—
Otros**	5.6	1.4	—	4.2	8.3	4.2

* También podrían incluir la resta de las cantidades del enunciado del problema, siguiendo las instrucciones del mismo.

** Por ejemplo, no dar una respuesta numérica o dar como respuesta un cardinal comprendido en el intervalo definido por los conjuntos de los poseedores del problema.

En cuanto a la *tarea PVCA,* mientras que en los niños de 1.° y 3.° los errores consisten sobre todo en repetir las cantidades propuestas en el enunciado del problema, en los de 2.° consisten en adicionar esas mismas cantidades (ver Tabla IV. El comportamiento de los niños de este último grupo surge, como ya hemos reseñado, probablemente de las inconsistencias en el lenguaje. Más concretamente, la sentencia «¿cuántas canicas tienen Juan más que Pedro?» conduce a los niños a sumar las canicas de Juan y Pedro, en vez de aplicar la estrategia «del vendedor», consistente en contar desde el número correspondiente a las canicas de Pedro hasta alcanzar el numero correspondiente a las canicas de Juan. Una explicación posible de las razones que impulsan a los niños a actuar de este modo reside en que la presencia del término «más» les induce a sumar, tal como se ha puesto de manifiesto en otros estudios (p.e., De Corte y Verschaffel, 1985; Sophian, 1992).

En todo caso, conviene resaltar aquí que, si bien los resultados del escalograma revelan que la tarea PVCA resulta más sencilla que PVCM, el análisis de los errores indica que las respuestas incorrectas de los niños en la tarea PVCM se encuentran más próximas de las correctas que lo están los errores en la tarea PVCA de la respuesta correcta. Ello se debe a que en la tarea PVCM los niños intentan poner en marcha sus conocimientos sobre la suma y la resta, mientras que en la tarea PVCA se limitan frecuentemente a repetir datos presentes en el enunciado del problema. De aquí que el escalograma restringido a los dos grupos más jovenes confirmen nuestras previsiones con respecto al nivel de dificultad entre estas dos tareas.

Por lo que se refiere a la tarea CMC, los ninos de 1.° y 2.° de EP tienden a responder construyendo una fila al azar, mientras que en el grupo de 3.° de EP los errores, aunque escasos se producen principalmente porque solo prestan atención a uno de los términos de la comparación cuando construyen su fila (ver Tabla V). En la tarea CMA los errores de los niños de todos los grupos surgen principalmente al prestar atencion sólo a uno de los términos de la comparación, indicando un número mayor al límite superior establecido (ver Tabla V).

TABLA V
Porcentajes de ensayos erróneos en las tareas CMC y CMA
(Percentages of incorrect trials for the CMCA and CMA tasks)

	CMC			CMA		
	1.° EP	2.° EP	3.° EP	1.° EP	2.° EP	3.° EP
Iguala a uno de los conjuntos	13.9	5.6	2.8	12.5	—	—
Sólo atienden a uno de los términos	4.2	—	4.2	29.2	8.3	4.2
Número al azar	22.2	13.9	—	2.8	—	—
Responden con dos cantidades	15.3	—	—	1.4	—	—
Ejecución*	2.8	5.6	2.8	—	—	—
Un conjunto distinto a los dos dados	—	4.2	—	—	—	—

* Perceptivos y contar mal.

CONCLUSIONES

Los resultados de nuestro estudio confirman que la comprensión de la relación comparativa entre conjuntos no se adquiere súbitamente, de una vez, sino de modo gradual, dependiendo de la complejidad de las situaciones concretas. En efecto, como esperábamos, la tarea CMA parece ser la más sencilla, ya que sólo requiere el conocimiento de una secuencia de «conteo abstracto» (p.e., Siegler y Robinson, 1982) o «memorístico» (p.e., Baroody, 1986; Fuson, Briars y Larkin, 1982). Esta habilidad sólo hace referencia a uno de los componentes del conteo: el principio de orden estable (ver, por ejemplo, Gelman y Gallistel, 1978), sin que sea preciso establecer su relación con los restantes componentes del mismo (ver, por ejemplo, Fuson, 1988). En este sentido, Fuson et al. (1982) observaron que en la adquisición de la secuencia de numerales los niños atraviesan cinco niveles, siendo suficiente la posesión del 2.° o 3.° (i.e., nivel de cadena irromplible o de cadena fragmentable, respectivamente) para poder ejecutar correctamente este tipo de tareas. Evidentemente, los sujetos de nuestro estudio se hallan en estos niveles, especialmente si tenemos en cuenta que las cantidades no superan la decena. Igualmente, la evidencia empírica recogida sobre la tarea CMA avala nuestros datos, ya que la adquisición de esta habilidad aparece pronto en el desarrollo infantil (p.e., Murray y Mayer, 1988; Siegler y Robinson, 1982).

Siguiendo el orden de dificultad creciente, la tarea CMC ocuparía el segundo lugar. La presencia de objetos podría llevar a considerar esta tarea como la más sencilla, ya que facilitaría la ejecución de correspondencias; sin embargo, hay que tener en cuenta que cuando los niños usan este procedimiento lo hacen para determinar fundamentalmente la relación de equivalencia y, en algunos casos, la de orden. En cambio, parece menos frecuente su utilización para crear una nueva hilera que guarde la relación «entre» con respecto a las dos hileras propuestas (p.e., Bermejo y Lago, 1991). Asimismo, en caso de que los niños intenten resolver esta tarea mediante el conteo, no sería suficiente su conocimiento de cómo contar, sino que sería imprescindible que comprendiesen para qué sirve la información que proporciona el mismo; es decir, deben usar esa información para crear una hilera menor que la de arriba y mayor que la de abajo. Pero numerosos estudios han puesto de manifiesto que el uso del conteo en situaciones de cuantificación absoluta resulta más sencillo que su uso en situaciones de cuantificación relativa, que es nuestro caso (p.e., Becker, 1989; Bermejo y lago, 1991; Cowan, 1984, 1987; Cowan y Daniels, 1989; Fuson, 1988; Michie, 1984; Sophian, 1988). Así, entre los errores cometidos por los niños en el presente estudio, cabe reseñar los consistentes en crear una fila al azar en 1.° y 2.° y aquellos en que crean una hilera igual a una de las dadas, principalmente en 1.°.

La tarea PVCM presenta un mayor nivel de complejidad que las dos precedentes, dado que la sentencia relacional toma valores concretos y su resolución precisa del conocimiento de estrategias aditivas o de sustracción. Ahora bien, esta situación resulta, no obstante, más sencilla que la correspondiente a los PVCA con diferencia desconocida para los niños de 1.° y 2.°, pudiendo ser varias las razones que lo expliquen: (a) presenta un cierto apoyo perceptivo —los conjuntos aparecen representados mediante dibujos; (b) se delimita claramente el conjunto desconocido mediante un símbolo de interrogación; (c) aunque son tres los conjuntos presentes —dos conocidos y uno desconocido— y dos las sentencias relacionales —*x* más que *A*, y menos que *B*— basta con centrarse en una de ellas para resolver el problema, de modo que la otra sentencia relacional podría servir de comprobación para evaluar si la respuesta es o no correcta; (d) el hecho de que sean dos las sentencias relacionales y dos las de asignación no induciría tanto a los niños a considerar erróneamente las dos primeras como de asignación; (e) los niños pueden aplicar la operación que mejor dominen —sumar o restar; y (f) no presenta el inconveniente de que el enunciado del problema sea inconsistente con la operación que permite resolverlo, como puede suceder en los problemas verbales de comparación. En cambio, en el grupo de 3.° se invierte el orden con respecto a estas dos últimas tareas, siendo más fáciles los PVCM que los PVCA. La interferencia con los aprendizajes escolares y la superación de las inconsistencias lingüísticas en PVCA explicarían, a nuestro juicio, la inversión mencionada.

Terminamos señalando que los PVCA constituyen un reto para todos aquellos que estamos interesados en el estudio del desarrollo matemático en el niño. Desde nuestro punto de vista, la solución tiene que provenir de varios frentes, que pasan todos ellos por una mayor presencia de estos problemas en los currículos escolares. En esta investigación nos hemos centrado en torno a los problemas de comparación, analizando la comprensión de la relación comparativa en distintas tareas numéricas. Esperamos que trabajos futuros prosigan este análisis, a fin de poder determinar, entre otras cosas, la existencia de habilidades aún más básicas y cómo explicar el paso de unas a otras. Los datos aquí recogidos no pueden, ni han pretendido, dar respuesta a esta problemática.

Extended Summary

The new trend in the educational practice towards cognitive tasks of higher level brought about an increasing awareness for word problems, that were usually more difficult to solve than the algorithms. To analyze exhaustively the factors responsible for the difficulty of word problems several categories were proposed, being especially outstanding that based on the semantic structure. According to this category there are three main types of problems: change, combination, and comparison.

As indicated in many studies, the comparison word problems are the most difficult since they contain relational sentences (e.g., "... has 5 marbles more than ..."). Besides, its complexity migh be increased when the arithmetic operation required is inconsistent with the relational sentence, because children would try to reorganize the information and solve the problem according to a scheme of consistent language.

To overcome the difficulties inherent to these kind of problems two main lines of research are being developed: (1) works based on the rewording of the problems, and (2) works centered on the training of the representation abilities. However, both lines of research had received several criticisms. The first one due to the fact that they are prone to omit the relational sentence and because some rewordings induced the solving procedure. Regarding the training studies, for now it is unknown what would be their level of success with children.

A third line of research that we pretend to initiate with the present work, has to do with the analysis of the necessary competence to operate on the numerical information contained in the relational sentences. To this end we analyzed children's behaviour in four empirical situations: (1) an abstract number magnitude task (i.e., CMA); (2) a number magnitude task with objects (i.e., CMC); (3) a verbal problem of number magnitude (i.e., PVCM); and (4) an addition word problem of comparison (i.e., PVCA). On the one hand, all these tasks share the same basic structure (i.e., build a set equivalent to a model, breaking afterwards the equivalence by making the set larger or smaller). On the other hand, they differ in the abstract/concrete character of the sets and in the accurate/inaccurate indication of the difference between them. Those characteristics most likely will influence the procedures employed by children. Thus, we expect different levels of complexity for the tasks, and that children solve them in the order in which they were presented.

The subjects were 72 children distributed between three groups: 1st course of EP (*M*: 6;6 years); 2nd course of EP (*M*: 7;6 years); and 3th course of EP (M: 8;6 years).

Every child went through the 3 trials corresponding to each task. The tasks were ordered at random and presented in the following order: (1) PVCA (e.g., "Juan has 6 marbles. Pedro has 2 marbles. How many marbles has Juan more than Pedro?"); (2) CMC (e.g., "Make a row smaller than the higher row and larger than the lower row"); (3) CMA (e.g., "Say a number bigger than 5 and smaller than 9"); and (4) PVCM (e.g., "Juan has 3 candies within his bag

and Pedro has 6 candies in his bag. How many candies has Luis if we know that he has 2 more than Juan and 1 less than Pedro?").

The results obtained from children's correct performances along the different tasks show that not all of them entail the same difficulty, being it possible to detect the existence of a developmental sequence in the acquisition of these tasks. More precisely, children were able to solve the tasks according to the following order: CMA -> CMC -> PVCA -> PVCM, except when we considered only first and second graders' responses, that rendered the reversed order for the last two tasks, since the tasks showed the expected order. The examination of the strategies and errors committed by children lend support to the existence of several factors that will account for children's behaviour in the different tasks, such as the familiarity of the tasks, the links between the tasks with earlier abilities, the fact that the PVCM task resembles easier semantic categories, the interference with new learnings and the wording of the problems, since they are consistent with the operation required to solve them.

Referencias

BAROODY, A. J. (1986). Basic counting principles used by mentally retarded children. *Journal for Research in Mathematics Education, 16,* 382-389.

BAROODY, A. J. (1987). The development of counting strategies for single-digit addition. *Journal for Research in Mathematics Education, 2,* 141-157.

BECKER, J. (1989). Preschoolers' use of number to denote one-to-one correspondence. *Child Development, 60,* 1.147-1.157.

BERMEJO, V., y LAGO, M. O. (1991). *Aprendiendo a contar. Su relevancia en la comprensión y fundamentación de los primeros conceptos matemáticos.* Madrid: C.I.D.E.

BERMEJO, V., y LAGO, M. O. (en prensa). The use of counting in numerical reasoning. En E. H. van Luit (Ed.), *Research in learning and instruction of mathematics in Kindergarten and Primary School.*

BERMEJO, V., y RODRIGUEZ, P. (1987). Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. *Infancia y Aprendizaje, 39-40,* 71-81.

BERMEJO, V., y RODRIGUEZ, P. (1990a). Relevancia de algunos factores en la solución de problemas aditivos. *Investigaciones Psicologicas, 28,* 23-41.

BERMEJO, V., y RODRIGUEZ, P. (190b). La operación de sumar. En V. Bermejo, *El niño y la aritmética* (pp.107-140). Barcelona: Paidós.

BRIARS, D., y LARKIN, J. (1984). An integrated model of skills in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction, 1,* 245-296.

CARPENTER, T., y MOSER, J. (1982). The development of addition and subtraction problem solving skills. En T. Carpenter, J. Moser y P. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 9-24). Hillsdale, NJ: LEA.

CARPENTER, T., y MOSER, J. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics: Concepts and processes* (pp. 7-44). NJ: Academic Press.

CARPENTER, T.; MOSER, J., y BEBOUT, H. (1988). Representation of addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 19,* 347-357.

COWAN, R. (1984). Children's relative number judgments: One to-one correspondence, recognition of non-correspondence, and the influence of cue conflict. *Journal of Experimental Child Psychology, 38,* 515-532.

COWAN, R. (1987). When do children trust counting as a basis for relative number judgment? *Journal of Experimental Child Psychology, 43,* 328-345.

COWAN, R., y DANIELS, H. (1989). Children's use of counting and guidelines in judging relative number. *British Journal of Educational Psychology, 59,* 200-210.

CUMMINS, D. (1991). Children's interpretations of arithmetic word problems. *Cognition and Instruction, 8,* 261-289.

CUMMINS, D.; KINSTCH, W.; REUSSER, K., y WEIMER, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology, 20,* 405-428.

DE CORTE, E., y VERSCHAFFEL, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 18,* 363-389.

DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L., y DE WIN, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representation and solutions. *Journal of Educational Psychology, 77,* 460-470.

DELLAROSA, D.; KINTSCH, W., y WEINER, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology, 20*, 405-438.

FUNG LIN, N. L. (1990). The effect of superfluous information on children solution of story arithmetic problems. *Educational Studies in Mathematics, 21*, 509-520.

FUSON, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. Nueva York: Springer-Verlag.

FUSON, K.; RICHARDS, J., y BRIARS, D. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development* (pp. 33-92). Nueva York: Springer-Verlag.

GELMAN, R., y GALLISTEL, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

HUDSON, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint sets. *Child Development, 54*, 84-90.

LEWIS, A. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 81*, 521-531.

LEWIS, A., y MAYER, R. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 79*, 363-371.

MAYER, R. (1982). Memory for algebra story problems. *Journal of Educational Psychology, 2*, 199-216.

MICHIE, S. (1984). Number understanding in preschool children. *British Journal of Educational Psychology, 54*, 245-253.

MORALES, R.; SHUTE, V., y PELLEGRINO, J. (1985). Developmental differences in understanding and solving simple mathematics word problems. *Cognition and Instruction, 2*, 41-57.

MURRAY, P., y MAYER, R. (1988). Preschool children's judgments of number magnitude. *Journal of Educational Psychology, 80*, 206-209.

NESHER, P. (1976). Three determinants of difficulty in verbal arithmetic problems'. *Educational Studies in Mathematics, 7*, 369-388.

RESNICK, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). Nueva York: Academic Press.

RILEY, M.; GREENO, J., y HELLER, J. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). NY: Academic Press.

SIEGLER, R., y ROBINSON, M. (1982). The development of numerical understanding. En H. Reese y L. Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior* (pp. 241-311). NY: Academic Press.

SOPHIAN, C. (1988). Limitations on preschool children's knowledge about counting: Using counting to compare two sets. *Developmental Psychology, 24*, 634-640.

SOPHIAN, C. (1992). Learning about numbers: Lessons for mathematics education from preschool number development. En J. Bedeaud, C. Meljac y J. P. Fischer (Eds.), *Pathways to number. Children's developing numerical abilities.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

WILLIS, G., y FUSON, K. (1988). Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology, 80*, 192-201.