

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
Departamento de Electricidad y Electrónica



TESIS DOCTORAL

**Estudio de los parámetros eléctricos mediante la resolución
del campo en el medio resistivo del proceso ESR (refusión
bajo electroescoria)**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Sebastián Florencio Medina Martín

DIRECTOR:

Miguel Pedro de Andrés Sanz

Madrid, 2015

Sebastián Florencio Medina Martín

TP
1982
145



5309858945

ESTUDIO DE LOS PARAMETROS ELECTRICOS MEDIANTE LA RESOLUCION
DEL CAMPO EN EL MEDIO RESISTIVO DEL PROCESO ESR
(REFUSION BAJO ELECTROESCORIA)

Departamento de Electricidad y Electrónica
Facultad de Ciencias Físicas
Universidad Complutense de Madrid
1982



BIBLIOTECA

Colección Tesis Doctorales. Nº 145/82

© Sebastián Florencio Medina Martín
Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía
Noviciado, 3 Madrid-8
Madrid, 1982
Xerox 9200 XB 480
Depósito Legal: M-20174-1982

MEMORIA QUE PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN
CIENCIAS FISICAS PRESENTA:

SEBASTIAN FLORENCIO MEDINA MARTIN

ESTUDIO DE LOS PARAMETROS ELECTRICOS MEDIANTE
LA RESOLUCION DEL CAMPO EN EL MEDIO RESISTIVO
DEL PROCESO E S R (REFUSION BAJO ELECTROESCORIA)

DIRECTOR: MIGUEL PEDRO DE ANDRES SANZ
Dr. EN CIENCIAS, PROFESOR DE INVESTIGACION
DEL C. S. I. C.

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y ELECTRONICA

1981

Deseamos agradecer:

A nuestro Director M.P. DE ANDRES, su constante preocupación por la marcha del trabajo y el estímulo que de él hemos recibido durante la realización del mismo.

Al Centro Nacional de Investigaciones Metalúrgicas (CENIM) las facilidades recibidas en todo momento para las ejecuciones de las investigaciones reflejadas en esta memoria.

A D. PEDRO MARTIN del Centro de Cálculo del C.S.I.C. que nos ayudó en los cálculos realizados mediante ordenador.

Al Dr. J.L. JIMENEZ SECO por su ayuda prestada en los análisis químicos.

A nuestros compañeros Dr. C. GARCIA y D. M. CARSI por sus acertadas consideraciones.

Igualmente al personal de los laboratorios de Metalografía, Taller Mecánico y Delineación por su colaboración en el desarrollo de este trabajo.

A los Prof. Drs. S. VELAYOS, A. HERNANDO y F. NUÑEZ del Departamento de Física Fundamental por revisar y comentar este trabajo.

Al Departamento de Electricidad y Electrónica y en especial al Prof. Dr. M. RODRIGUEZ VIDAL por su interés y amabilidad al aceptar la ponencia de esta memoria.

A D. N. SANTOS por su constante ayuda en la realización de los ensayos experimentales, sin olvidar a la Srta. P. RODRIGUEZ que ha soportado con paciencia la ordenación y escritura finales.

I N D I C E

	Pag.
1. INTRODUCCION	1
2. BREVE REVISION BIBLIOGRAFICA	5
2.1. Antecedentes	5
2.2. Principios	8
2.3. Escorias	8
2.3.1. Temperatura liquidus	10
2.3.2. Presión de vapor	14
2.3.3. Viscosidad	17
2.3.4. Densidad	19
2.3.5. Capacidad calorífica	22
2.3.6. Conductividad eléctrica	23
2.3.7. Reactividad química	29
2.3.7.1. Desulfuración	32
2.3.7.2. Pérdidas de los elementos aleantes (Ej: Mn y C)	34
2.3.7.3. Reacciones del hidrógeno	34
2.4. Ventajas metalúrgicas del proceso ESR.	36
3. PLANTEAMIENTO Y OBJETO DEL TRABAJO	38
4. INSTALACION EXPERIMENTAL	41
5. NUEVA CONCEPCION SOBRE EL FENOMENO ELECTRICO EN LA REFUSION POR ELECTROESCORIA	45
5.1. Importancia de los parámetros eléctricos	45
5.2. Conceptos establecidos	46
5.3. Nueva concepción	54
5.4. Simulación matemática	60

5.4.1.	Planteamiento	60
5.4.2.	Resolución	63
5.4.3.	Errores	74
5.5.	Simulación física	83
5.5.1.	Planteamiento y resolución	83
5.5.2.	Errores	88
5.6.	Comparación de ambas simulaciones.	93
5.7.	Conclusión	96
6.	ESTUDIO ELECTROKINETICO DEL HORNO DE LINGOTERA EN CONTACTO ELECTRICO CON LA PLACA BASE	97
6.1.	Simulaciones	98
6.2.	Cálculo de las intensidades de corriente	99
6.3.	Parámetros geométricos: Distancia electrodo-baño metálico (L) y profundidad del electrodo en la escoria (H)	106
6.4.	Consecuencias inmediatas: Optimización de la cantidad de escoria.	110
6.5.	Ecuación aproximada a la ley de Ohm aplicada a los hornos de electroescoria	115
7.	ESTUDIO ELECTROKINETICO DEL HORNO DE ELECTROESCORIA DE LINGOTERA AISLADA DE LA PLACA BASE	123
8.	COMPARACION ENTRE AMBOS TIPOS DE MONTAJES	130
9.	REFUSIONES REALES: ESTUDIO ELECTROKINETICO MEDIANTE SIMULACION ANALOGICA Y SU RELACION CON EL RENDIMIENTO Y FISICA DEL PROCESO DE AFINO POR ELECTROESCORIA (ESR)	131
9.1.	Influencia de la cantidad de escoria sobre el rendimiento y física del proceso de afino por electroescoria	132
9.1.1.	Simulaciones analógicas	133
9.1.2.	Conductividad eléctrica y generación calorífica local	135

9.1.3. Velocidad de fusión y consumo energético	140
9.1.4. Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol	142
9.1.5. Orientación granular de los lingotes	142
9.2. Refusiones con escorias tipo 40/30/0/30 y diametro de electrodo $\phi = 65$ mm	149
9.2.1. Simulaciones analógicas	149
9.2.2. Conductividad eléctrica y generación calorífica local	153
9.2.3. Velocidad de fusión y consumo energético	161
9.2.4. Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol	163
9.2.5. Orientación granular de los lingotes	167
9.2.6. Segregaciones de impurezas y aleantes	172
9.3. Refusiones con escorias tipo 70/0/0/30 y diametro de electrodo $\phi = 62$ mm.	176
9.3.1. Simulaciones analógicas	176
9.3.2. Conductividad eléctrica y generación calorífica local	180
9.3.3. Velocidad de fusión y consumo energético	187
9.3.4. Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol	189
9.3.5. Orientación granular de los lingotes	195
9.3.6. Segregación de impurezas y aleantes	195
9.4. Refusiones con escorias tipo 60/20/0/20 y diametro de electrodo $\phi = 62$ mm.	195
9.4.1. Simulaciones analógicas	196

9.4.2.	Conductividad eléctrica y generación calorífica local	207
9.4.3.	Velocidad de fusión y consumo energético	207
9.4.4.	Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol ..	209
9.4.5.	Orientación granular de los lingotes	211
9.4.6.	Segregaciones de impurezas y aleantes	214
9.5.	Refusiones con escorias tipo 70/0/0/30 y diámetro de electrodo $\varnothing = 50$ mm.	214
9.5.1.	Simulaciones analógicas	215
9.5.2.	Conductividad eléctrica y generación calorífica local	215
9.5.3.	Velocidad de fusión y consumo energético	226
9.5.4.	Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol	228
9.5.5.	Orientación granular de los lingotes	228
9.6.	Refusiones con escorias tipo 60/20/0/20 y diámetro de electrodo $\varnothing = 50$ mm.	232
9.6.1.	Simulaciones analógicas	232
9.6.2.	Conductividad eléctrica y generación calorífica local	232
9.6.3.	Velocidad de fusión y consumo energético	233
9.6.4.	Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol	235
9.6.5.	Orientación granular de los lingotes	235
9.7.	Comparación entre la conductividad eléctrica (o temperatura) deducida y la experimental	249

9.7.1. Simulación analógica y cálculo de la conductividad eléctrica.	250
9.7.2. Medidas experimentales	252
9.7.3. Otras medidas	259
10. CONCLUSIONES FINALES	263
11. APENDICE A	268
12. BIBLIOGRAFIA	269

1. INTRODUCCION

La importancia que en los últimos decenios ha tenido el empleo de materiales metálicos con propiedades específicas y condiciones de trabajo cada vez más severas en las modernas industrias (aeronáutica, espacial, nuclear, etc.) ha impulsado el desarrollo de nuevos procesos de producción, que en la Metalurgia reciben un tratamiento muy especial y que permiten, con la garantía que se precisa, solucionar los problemas que se plantean.

Estos procesos se fundamentan esencialmente en la refusión del material y eliminación de los elementos perjudiciales bien conocidos (azufre, fósforo, hidrógeno, etc.) o introducción de otros que produzcan variaciones favorables de las propiedades intrínsecas tendentes a su empleo en un uso determinado.

Fundamentalmente son tres los procesos desarrollados, el VAR (Vacuum Arc. Remelting), el ESR (Electroslag Remelting) y el EBR (Electrón Beam Remelting). Su iniciación y aplicación industrial a comienzos de 1960 ha experimentado un rápido crecimiento como puede observarse en la Fig. 1.

Aunque en principio el proceso VAR se extendió más rápidamente, quizá por su cierta analogía con otras técnicas de fusión en vacío, el aumento creciente del proceso ESR, debido al mejor conocimiento de sus ventajas y aplicaciones, la posibilidad de realizar instalaciones de mayor capaci-

dad de producción y el hecho de permitir un elevado número de grados de libertad que permiten una excepcional movilidad al metalurgista, le ha otorgado primacía sobre los otros. El proceso EBR ha quedado reducido al empleo en la producción de superaleaciones, campo de utilización mucho más limitado.

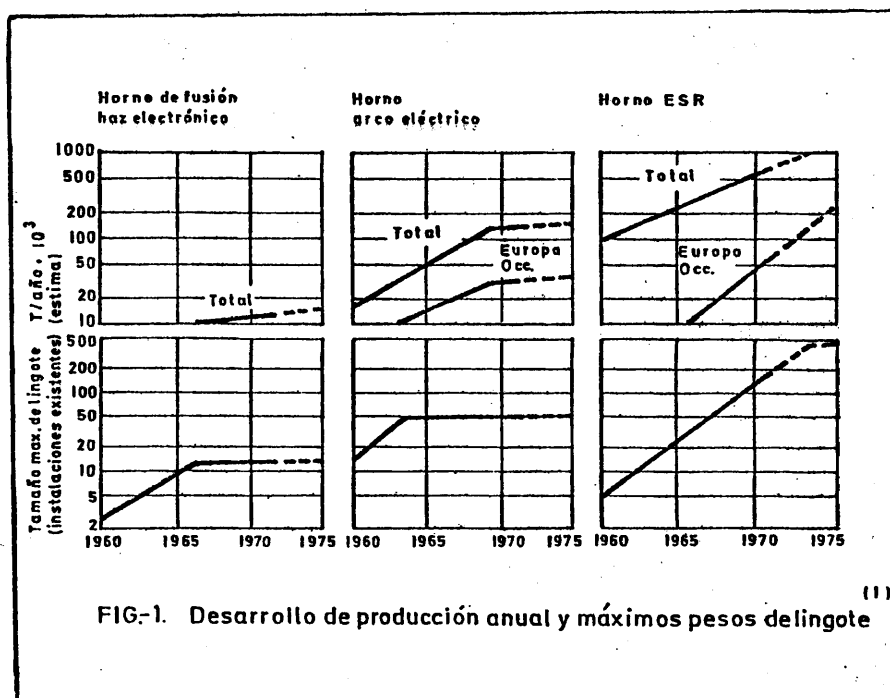


FIG-1. Desarrollo de producción anual y máximos pesos de lingote

Como hecho significativo, se refleja en la Tabla I la producción anual de materiales ESR repartida por países según se indica. Las mejoras tanto en el rendimiento de instalaciones ya existentes como en nuevas instalaciones, permiten suponer aumentos de producción espectaculares en los próximos años siguiendo con toda seguridad, un crecimiento logarítmico similar al reflejado en la Fig. 1.

TABLA I. Producción anual de materiales ESR (1970) ⁽²⁾.

URSS	360.000 toneladas	
U S A	36.000	"
GRAN BRETAÑA	23.000	"
SUECIA	16.000	"
ALEMANIA OCCIDENTAL	12.000	"
AUSTRIA	7.000	"
FRANCIA	7.000	"

De las múltiples variables que pueden manejarse en el proceso ESR (Refusión por electroescoria), composición química de la escoria, magnitudes eléctricas, refrigeración, atmósfera controlada, etc., que se reflejan en la Fig. 2, las magnitudes eléctricas (voltaje, intensidad), influyen directamente sobre la calidad metalúrgica del lingote obtenido, sobre la producción (velocidad de fusión) y sobre la potencia consumida (economía del proceso), que son justamente los factores que más inciden sobre la viabilidad industrial de un proceso. Por tanto, en una refusión ESR cualquiera, en la que se han fijado el tipo de acero a refinar, la composición de la escoria a utilizar, etc., puede asegurarse que las propiedades físicas (F) del lingote obtenido, la producción (P) y el gasto económico (G) son funciones de los parámetros eléctricos.

$$F = f (V, I)$$

$$P = g (V, I)$$

$$G = h (V, I)$$

Consecuentemente, se desprende la necesidad de profundizar en el estudio de estas magnitudes, tensión e intensidad, determinando su influencia en los diferentes aspectos físicos y de producción que permitan un mejor conocimiento y optimización

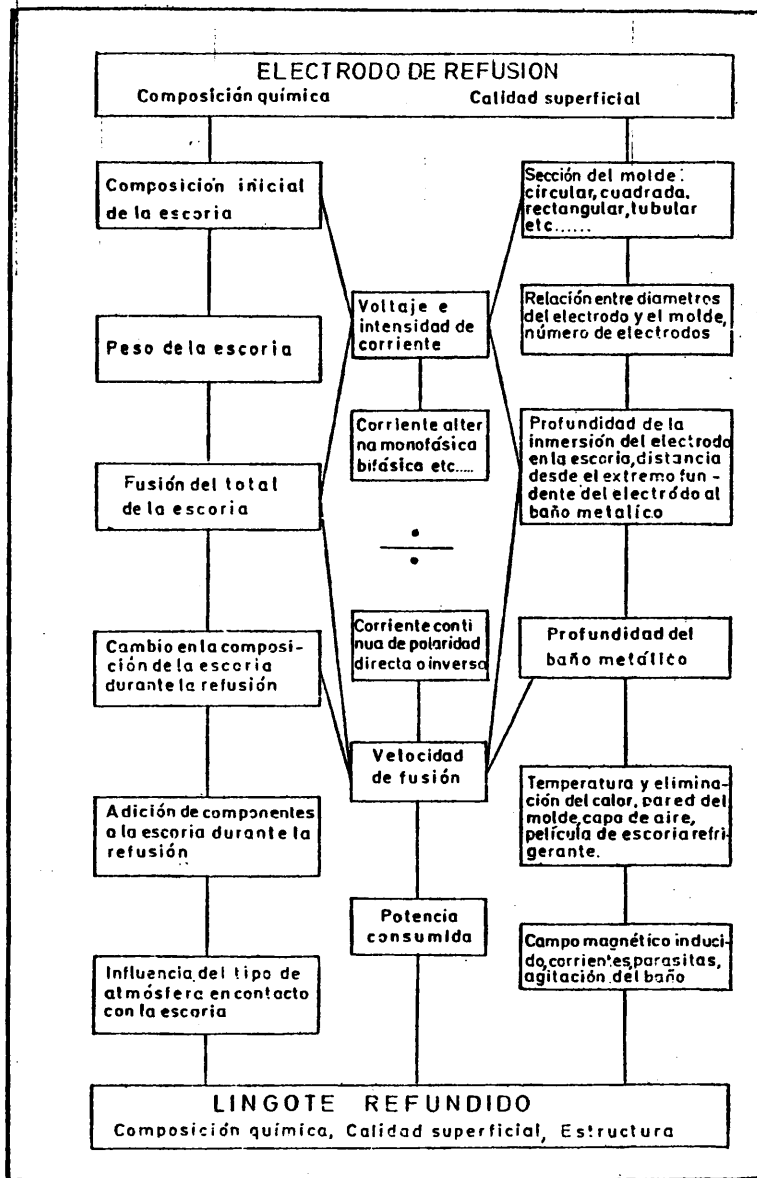


Fig. 2. Variables del Proceso ESR⁽³⁾.

del proceso ESR.

El trabajo de investigación que exponemos se refiere básicamente a la creación de una nueva concepción sobre el cálculo y aplicación de los parámetros eléctricos (V, I) deducida a partir de las leyes fundamentales de la electrocinética y mediante la resolución del campo eléctrico en el medio resistivo (escoria) del proceso, su comprobación experimental así como su relación con diversas magnitudes físicas (velocidad de fusión, orientación granular del metal refundido, etc. ...), determinadas experimentalmente. Este trabajo constituye una aportación original sobre los conceptos hasta ahora utilizados y establece nuevas bases de cálculo para el manejo de las magnitudes eléctricas.

A continuación haremos una breve revisión bibliográfica sobre el comienzo y posterior desarrollo del proceso ESR y sobre las propiedades físicas y químicas de las escorias puesto que al ser éstas últimas el medio resistivo del proceso, es donde se va a estudiar y resolver el campo eléctrico. Asimismo, algunas magnitudes físicas, densidad, conductividad eléctrica, etc., serán utilizadas en los cálculos.

2. BREVE REVISION BIBLIOGRAFICA

2.1. Antecedentes.

La referencia más antigua sobre los principios del proceso ESR, aparece en un libro del autor ruso Nickolai Slavyanov⁽⁴⁾ en 1892.

En 1930 se publica un trabajo de Armstrong⁽⁵⁾ que trata de procesos en pequeña escala que incorporaban el uso de una escoria calentada por resistencia para ayudar a la fusión del metal.

El primer trabajo realmente definitivo se debe a R.K. Hopkins⁽⁶⁾ (USA), en 1935. Inicialmente es un proceso para fundir aleaciones añadiendo uno de los constituyentes en forma de polvo por el interior de un tubo hecho del otro constituyente. Las versiones posteriores de esta patente se refieren, ya, al uso de un electrodo sólido.

El propósito de Hopkins de no conceder licencias de explotación y la competencia del Proceso VAR que ya venía utilizándose en varios países para la producción de aleaciones destinadas a la fabricación de turbinas, pueden ser la explicación de que el Proceso ESR no se extendiese con rapidez en sus comienzos.

Hopkins trató de explotar su invento⁽⁷⁾ a través de la empresa Kellogg y el Proceso fue conocido inicialmente como Proceso Kellogg.

En 1962 se concedieron licencias de utilización y construcción de equipos, observándose a partir de entonces un crecimiento exponencial en la producción de material ESR.

Independiente y simultáneamente a los trabajos de Hopkins, el Profesor B.I. Medovar, del Instituto Paton de Soldadura, en Kiev (URSS)⁽⁸⁾, comenzó en 1948 a ensayar un nuevo Proceso de Soldadura bajo Electroescoria⁽⁹⁾, comprobando que el material depositado reunía unas características metalúrgicas excelentes. Se pensó entonces que podría utilizarse un Proceso similar para la fabricación de materiales de mejor calidad metalúrgica y en 1958 se construía en la URSS la primera planta ESR. A finales de 1958 ya trabajaban dos hornos en la fábrica Dnepropetstal (Ucrania)⁽¹⁰⁾.

En Inglaterra, los primeros trabajos⁽¹¹⁾ sobre el Proceso ESR se desarrollaron en la British Iron and Steel

Research Association con una planta piloto que producía pequeños lingotes de 8 cms. de diámetro. A finales de 1964, Firth Brown⁽¹²⁾ construía la primera planta industrial. En 1966, BISRA presentaba una modalidad del Proceso ESR denominado E.S.R.T. (Electroslag-Refining Technology) destinado particularmente a la producción de aceros inoxidable y cuya diferencia esencial con el Proceso ESR es la sustitución del electrodo consumible por la alimentación continua de una pletina y polvos.

En Austria, la firma Gebr. Bohler comenzó la explotación⁽¹³⁾ construyendo una planta industrial que se instaló en la factoría de Kapfenberg en 1964.

El Proceso ESR es, pues, uno de los pocos ejemplos de un invento que se produjo independientemente en USA y en la URSS. Estos países, conjuntamente con Inglaterra y Austria, son los únicos donde el desarrollo de este Proceso transcurrió con independencia.

En Francia, la compañía Ateliers et Forges de La Loire (CAFL), juntamente con Electro-Mecanique (CEM), adquirían en 1963, de la URSS, los derechos de licencia para la fabricación de plantas ESR. Una de estas plantas comenzó a funcionar en julio de 1965⁽¹⁴⁾ en la factoría de Ondane.

Otros países, Alemania, Suecia, Japón e Italia, han adoptado esta técnica de afino desde 1963.

Finalmente, España se ha incorporado al grupo de países productores de material ESR de alta calidad con la importación en 1975, de una planta industrial de aprox. 20 T. de la firma CONSARC por la Empresa de Astilleros de Reinosa. Asimismo, el Centro Nacional de Investigaciones Metalúrgicas, se incor-

pora a la investigación del Proceso ESR, con la adquisición, en 1975, de una planta de dimensiones de laboratorio de la firma Leybold-Heraeus (Modelo 12/0,03). Es, en principio, una modesta contribución que esperamos pueda ampliarse en los próximos años.

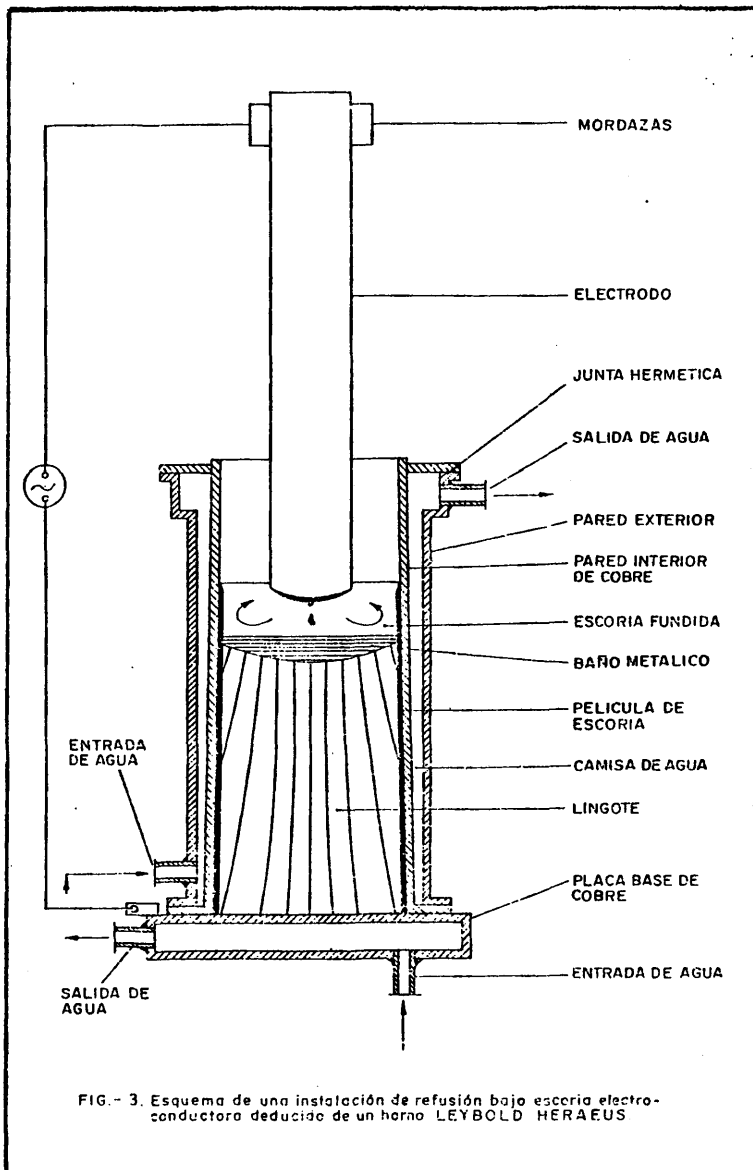
2.2. Principios de la Refusión por Electroescoria.

El Proceso consiste, básicamente, en que un baño de escoria contenido en un molde refrigerado se calienta y se funde por medio de una corriente eléctrica (Efecto Joule) que circula entre el electrodo consumible y una placa base. La Fig. 3 muestra un esquema del Proceso. Cuando la temperatura del baño de escoria se eleva por encima del punto de fusión del metal, funde la punta del electrodo en forma de gotitas que caen a través de la escoria, formando un baño metálico sobre la placa base que solidifica. El electrodo se va introduciendo en la escoria y a medida que funde se va formando un lingote que actúa como electrodo secundario. De este modo, la escoria fundida es desplazada continuamente hacia arriba debido a su menor densidad y al crecimiento del lingote. Al estar la escoria en contacto permanente con la pared interior del molde refrigerado, se va formando una película de escoria sólida entre la pared y el lingote que impide que se adhiera el metal fundido y forma, a su vez, un revestimiento del molde, obteniéndose, en consecuencia, una superficie excelente del lingote refundido.

2.3. Escorias.

Las dos funciones más importantes de la escoria son:

- a) Como fundente del metal.
- b) Como agente de afino.



Las escorias que actualmente se emplean en el Proceso ESR han sido elegidas teniendo en cuenta una serie de propiedades físico-químicas que las hacen aptas para el desempeño de su doble cometido.

Estas propiedades que estudiaremos a continuación son:

- Temperatura Liquidus.
- Presión de vapor.
- Viscosidad.
- Densidad.
- Capacidad calorífica.
- Conductividad eléctrica.
- Reactividad química.

De acuerdo con estas propiedades, los componentes más importantes ($\geq 10\%$ en peso) de las escorias son, F_2 Ca, CaO, MgO y Al_2O_3 . Otros componentes de menor importancia son, F_2 Mg, F_2 Ba, BaO, ZrO_2 y TiO_2 .

Los sistemas de escorias más empleados en el Proceso ESR son los binarios del tipo (F_2 Ca - CaO), (F_2 Ca - Al_2O_3) y los ternarios, (F_2 Ca - CaO - Al_2O_3), (F_2 Ca - MgO - Al_2O_3).

2.3.1. Temperatura Liquidus.

La escoria debe tener una temperatura liquidus inferior a la del metal que vaya a refundirse, de este modo se aplicaría solo la potencia eléctrica suficiente para elevar la temperatura de la escoria por encima de la temperatura liquidus del metal. Por tanto una T_L escoria $< T_L$ metal produciría una economía en el Proceso.

El diagrama de fases del sistema binario (CaF_2 - CaO) se representa en la Fig. 4 (15, 16, 17) con una composición eutéctica que corresponde, aproximadamente, a un 17% CaO , cuya temperatura liquidus es de 1360°C . Las escorias conteniendo más de un 40% CaO , raramente son usadas en el Proceso ESR.

El sistema binario (CaF_2 - Al_2O_3), tiene un eutéctico que corresponde a una composición de 30% Al_2O_3 y una temperatura liquidus de 1300°C . Similarmente al sistema anterior, el contenido de alúmina, que se emplea en las escorias de este sistema, no excede del 40% ya que por encima de este porcentaje la temperatura liquidus es demasiado alta, como puede observarse en la Fig. 5 (18, 19, 20).

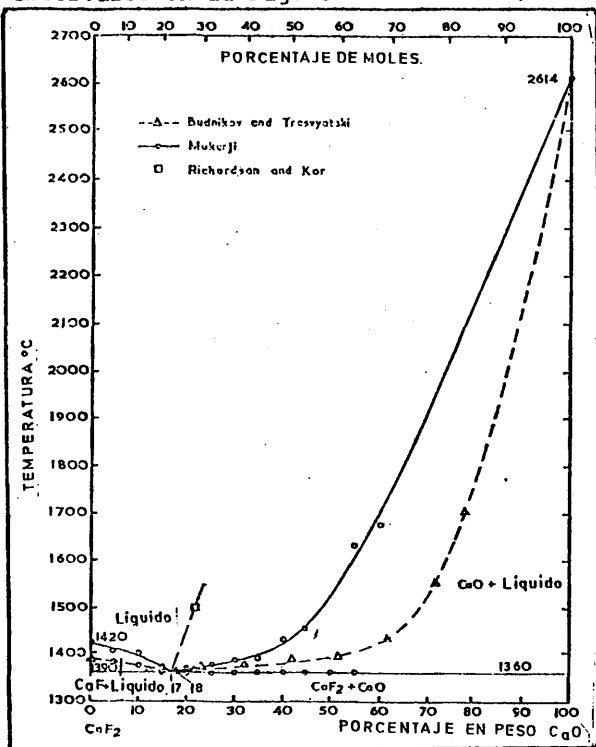


Fig. 4. Diagrama binario: CaF_2 - CaO . (15).

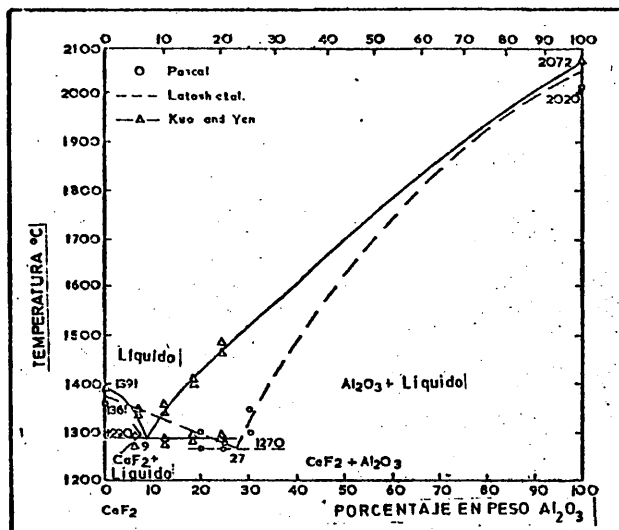


Fig. 5. Diagrama binario: $\text{CaF}_2 - \text{Al}_2\text{O}_3$ (18).

La Fig. 6 muestra el diagrama de fases del sistema ternario ($\text{F}_2 \text{Ca} - \text{CaO} - \text{Al}_2\text{O}_3$) (20). Este sistema es el de mayor aplicación en el proceso ESR por sus buenas propiedades desulfurantes. En la Fig. 7, se representa un diagrama de composiciones del mismo sistema, en el cual se señala un área (21, 22) de bajas temperaturas liquidus ($< 1500^\circ\text{C}$), siendo la escoria de más frecuente uso, aquella que tiene una composición de 60% $\text{F}_2 \text{Ca}$, 20% CaO , 20% Al_2O_3 y una temperatura liquidus de aproximadamente 1250°C , que coincide prácticamente con la escoria eutéctica ternaria.

El sistema ternario ($\text{F}_2 \text{Ca} - \text{MgO} - \text{Al}_2\text{O}_3$) es de uso más restringido, debido a su menor capacidad de afino. Las escorias más utilizadas en este sistema son aquellas cuyas composiciones están comprendidas en los siguientes intervalos:

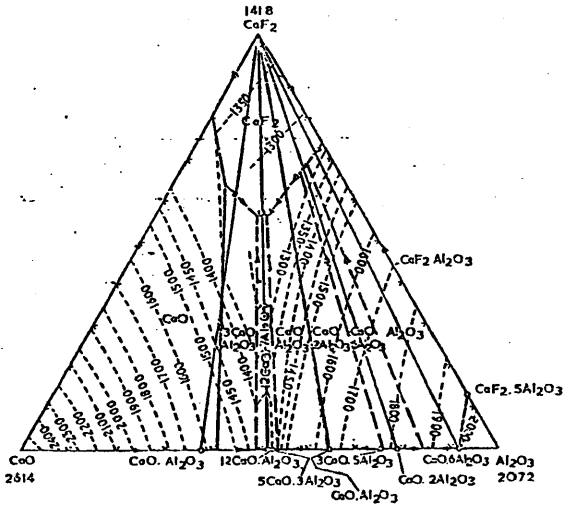


Fig. 6. Diagrama ternario: $\text{CaF}_2 - \text{CaO} - \text{Al}_2\text{O}_3$ (20).

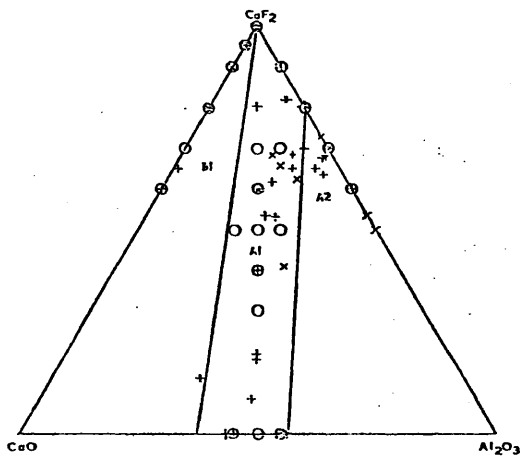


Fig. 7. Composición de escorias del sistema $\text{CaF}_2 - \text{CaO} - \text{Al}_2\text{O}_3$ (21, 22).

50 - 100% Ca F₂, 0 - 15% MgO, 0 - 50% Al₂O₃ y cabe citar como típicas, (85/0/5/10), (70/0/10/20), (60/0/10/30)*, etc.

2.3.2. Presión de vapor.

Los componentes de las escorias deben ser suficientemente estables a las elevadas temperaturas (> 1500°C) de trabajo del Proceso ESR, en consecuencia su presión de vapor debe ser lo más baja posible.

La Fig. 8 (25) representa el logaritmo de la presión de vapor de varios fluoruros frente a la inversa de la

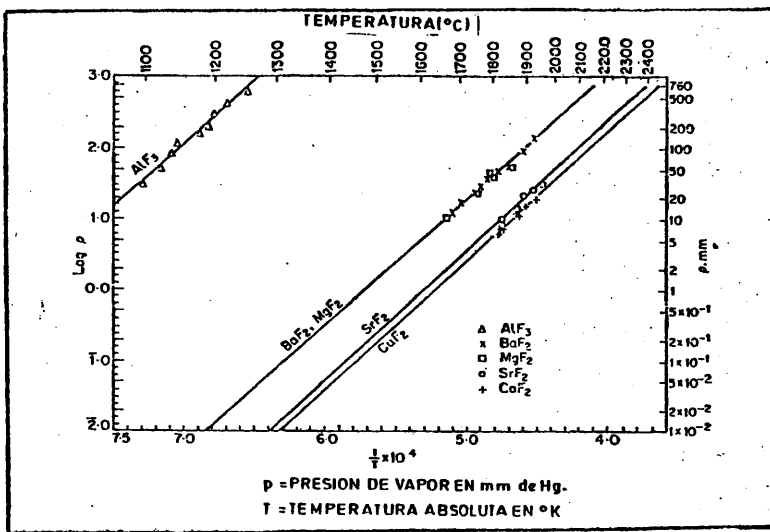


Fig. 8. Presión de vapor de algunos fluoruros en función de la temperatura (25).

* Esta notación se explica en el apartado, Reactividad química.

temperatura absoluta. De todos ellos, el $F_2 Ca$ es el menos volátil, lo que justifica su inclusión en casi todos los sistemas de escorias, aunque el resto de las propiedades físico-químicas alcancen un orden de magnitud similar.

En la Fig. 9⁽²⁶⁾ se representa el logaritmo de la presión de vapor del fluoruro cálcico, varios óxidos y elementos, frente a la temperatura en °C. Los óxidos poseen una presión de vapor menor que el fluoruro cálcico y por tanto las pérdidas de los óxidos más comunes de la escoria, en forma de vapor, son poco importantes frente a las pérdidas de los fluoruros.

La dependencia de la presión de vapor sobre la temperatura en muchas sustancias, viene dada usualmente, como

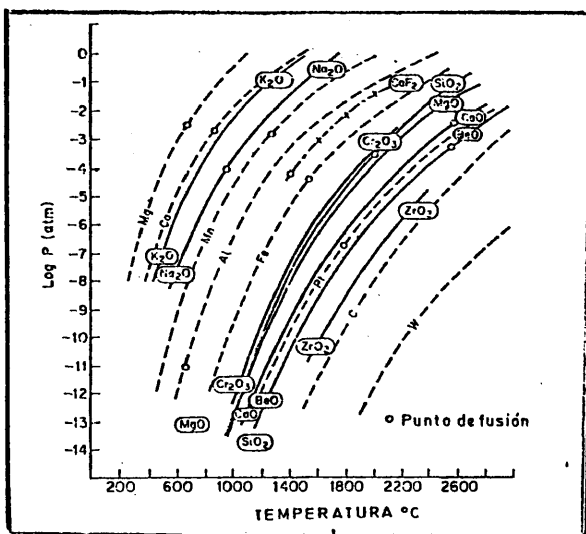


Fig. 9. Presión de vapor del fluoruro cálcico, varios óxidos y elementos, en función de la temperatura⁽²⁶⁾.

puede observarse en la Fig. 8, por una ley del tipo.

$$\log. P = -\frac{A}{T} + B \quad (1)$$

Donde,

T, es la temperatura absoluta.

A y B son constantes.

La ecuación (1) se deduce directamente de la ecuación simplificada de Clausius-Clapeyron (27).

$$\frac{d \ln P}{d \left(\frac{1}{T} \right)} = \Delta H_{\text{vap}} / R \quad (2)$$

Donde,

R es la constante de los gases.

ΔH_{vap} es el calor de vaporización que se supone independientemente de la temperatura.

En algunas sustancias y para ciertos intervalos de temperaturas, ΔH_{vap} varía de acuerdo con la ecuación (28).

$$\frac{d (\Delta H_{\text{vap}})}{d T} = \Delta C_p \quad (3)$$

siendo ΔC_p , la diferencia entre las capacidades caloríficas del vapor y el líquido, respectivamente. Sustituyendo (3) en (2) e integrando, se obtiene la ecuación,

$$\log P = \frac{H_0}{2,303 RT} + \frac{C_p}{R} \log T + C \quad (4)$$

que no es lineal.

Varios autores entre los que cabe citar a O. Ruff⁽²⁵⁾, Kelley⁽²⁹⁾ y Brewer⁽³⁰⁾, han confirmado, para varias sustancias (sales, haluros, etc.), la autenticidad de la ecuación (1).

La ecuación (4) ha sido confirmada, para algunas sales, por Barton y Bloom⁽³¹⁾.

2.3.3. Viscosidad.

La viscosidad de la escoria fundida, ejerce una influencia en dos sentidos: la velocidad de circulación del baño de escoria y la velocidad de las gotas de metal cayendo sobre el baño metálico. Una escoria con viscosidad baja experimenta una fuerte agitación debido a las fuerzas electromagnéticas y a la convección calorífica, favoreciendo la eliminación de gases a través de la interfase escoria-atmósfera. Como ejemplo, se tiene la eliminación del azufre en forma de SO₂.

Por otra parte la velocidad límite de caída de una partícula de metal descendiendo en el baño de escoria, por acción de la gravedad, viene dada por la ley de Stokes⁽³²⁾.

$$V = 2 \text{ gr}^2 \left(\frac{d_{\text{metal}} - d_{\text{escoria}}}{9 \eta} \right) \quad (5)$$

Donde,

V, es la velocidad límite de caída o velocidad constante que adquiere la gota después de un cierto tiempo dt de haberse desprendido del extremo fundente del electrodo.

r, es el radio de la gota.

η, es el coeficiente de viscosidad dinámica.

d, es la densidad.

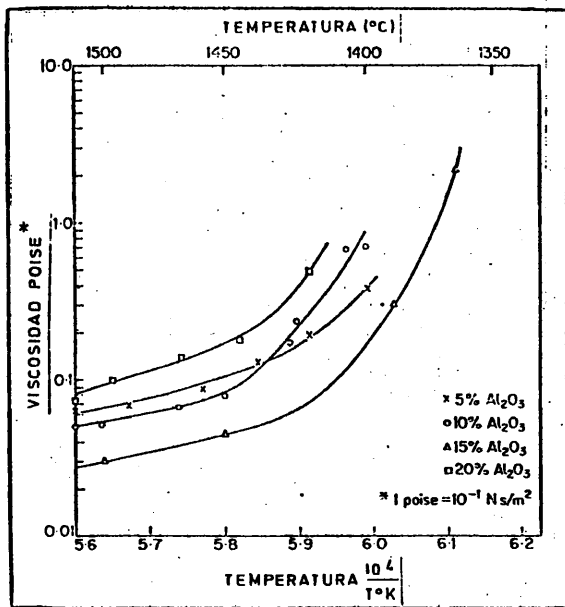


Fig. 10

Viscosidad de escorias del sistema $\text{CaF}_2\text{-Al}_2\text{O}_3$ en función de la temperatura⁽³⁴⁾.

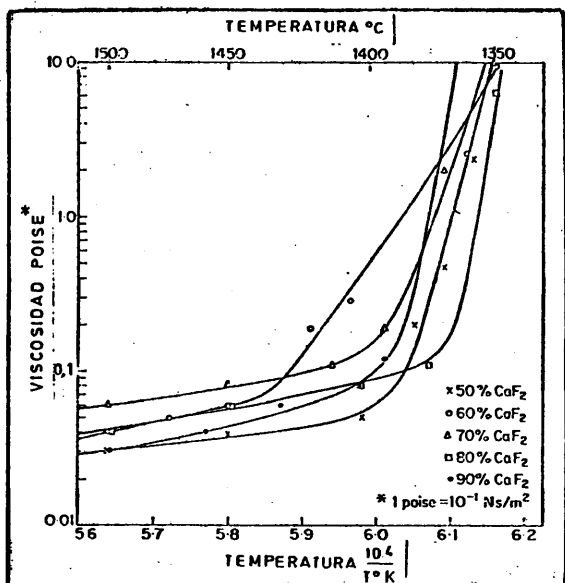


Fig. 11

Viscosidad de escorias de composición $12 \text{ CaO} \cdot 7 \text{ Al}_2\text{O}_3\text{-CaF}_2$ en función de la temperatura⁽³⁴⁾.

A esta velocidad debe añadirse la velocidad de circulación de la escoria descendiendo a lo largo del eje del molde debido a las fuerzas electromagnéticas y la convección, de sentido opuesto, debida al flujo calorífico hacia el extremo fundente del electrodo. Una alta viscosidad y una diferencia pequeña en densidades, disminuye la velocidad de caída de la gota favoreciendo las reacciones metal-escoria (excepto la eliminación de gases) puesto que el tiempo de tránsito y por tanto de contacto de la gota a través de la escoria, es menor.

La viscosidad es una función de la temperatura, encontrándose para la mayor parte de las escorias la ley, confirmada experimentalmente por Frenkel (32).

$$\eta(T) = A \exp. \left(\frac{B}{KT} \right) \quad (6)$$

Donde,

η , es el coeficiente de viscosidad dinámica

K , es la constante de Boltzman.

T , es la temperatura absoluta.

A y B son factores que, en algunos casos, varían con la temperatura, sin embargo Ewell (33) ha comprobado la independencia de A y B sobre la temperatura para muchos electrolitos.

A modo de ejemplo, las Figs. 10 y 11 representan (34) la viscosidad frente a la inversa de la temperatura para dos sistemas de escorias. Otras determinaciones experimentales de la viscosidad realizadas por M. Kato (35) ponen de manifiesto la constancia de ambos factores.

2.3.4. Densidad (36)

En el Proceso ESR, siempre es deseable que las gotas de metal sean pequeñas (mayor área superficial en contacto

con la escoria) y el tiempo de tránsito de las gotas por el baño de escoria sea largo ya que ambos factores mejorarán, en general, las reacciones metal-escoria.

La fuerza que actúa sobre la gota de metal cuando aún no se ha desprendido del electrodo es,

$$F = \frac{4}{3} \pi r^3 g (d_{\text{metal}} - d_{\text{escoria}}) \quad (7)$$

a la que se opone la tensión interfacial escoria-metal. De (7) se deduce que el radio de la gota y la diferencia en densidades son inversamente proporcionales.

De (5) se deduce también que el tiempo de tránsito de la gota es inversamente proporcional a la diferencia de densidades, por tanto, ambas magnitudes, radio y tiempo de tránsito, están en oposición en cuanto a su conveniencia.

También una mayor diferencia en densidades, evita que la escoria quede aprisionada en el metal cuando este solidifica.

La densidad de una escoria puede determinarse, con buena aproximación, de la ecuación empírica,

$$\frac{1}{d \text{ (T}^\circ\text{C)}} = \frac{M_1}{d_1 \text{ (T}^\circ\text{C)}} + \frac{M_2}{d_2 \text{ (T}^\circ\text{C)}} + \frac{M_3}{d_3 \text{ (T}^\circ\text{C)}} + \dots$$

siendo M_1, M_2, M_3, \dots las fracciones en peso de cada componente; d_1, d_2, d_3, \dots son las densidades respectivas.

Por ejemplo, a 1400°C , esta ecuación se convierte en,

Tabla II. Densidades de escorias (36).

Composición química de las muestras					Densidades g/cm ³			
CaF ₂	CaO	Al ₂ O ₃	MgO	SiO ₂	Medido a 1723°K	Calculado para 1673°K	Convertido a 1673°K	g/cm ³
100*	-	-	-	-	2,52	2,56	2,57	+0,01
90	10	-	-	-	2,57	2,63	2,62	-0,01
80	20	-	-	-	2,63	2,69	2,68	-0,01
70	30	-	-	-	2,66	2,75	2,71	-0,04
60	40	-	-	-	2,69	2,81	2,74	-0,07
90	-	10	-	-	2,69	2,61	2,74	+0,13
80	-	20	-	-	2,80	2,67	2,85	+0,18
70	-	30	-	-	2,88	2,71	2,93	+0,22
80	10	10	-	-	2,69	2,68	2,74	+0,06
60	20	20	-	-	2,90	2,79	2,95	+0,16
40	30	30	-	-	3,13	2,90	3,18	+0,28
20	40	40	-	-	3,23	3,04	3,28	+0,24
85	10	-	-	5	2,58	2,62	2,63	+0,01
70	20	-	-	10	2,58	2,67	2,63	-0,04
55	30	-	-	15	2,63	2,72	2,68	-0,04
75	10	10	5	-	2,73	2,68	2,78	+0,10
70	10	10	10	-	2,73	2,69	2,78	+0,09
65	10	10	15	-	2,88	2,70	2,93	+0,23

* Espato fluor composición: 98,75% CaF₂, el resto SiO₂, FeO, CaO, S y P.

$$\frac{1}{d(1400^{\circ}\text{C})} = 0,389 (\text{CaF}_2) + 0,303 (\text{CaO}) + 0,328 (\text{Al}_2\text{O}_3) + \\ 0,372 (\text{MgO}) + 0,416 (\text{SiO}_2) + \text{-----}$$

La Tabla II nos da la densidad experimental y teórica de varias escorias, en la que puede observarse una excelente concordancia. Otros datos experimentales pueden encontrarse en el trabajo de M. Kato (35).

2.3.5. Capacidad calorífica (37)

La determinación de la capacidad calorífica de las escorias y del metal refundido permite conocer, para unas condiciones de refrigeración constante, la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de la escoria y del metal hasta la temperatura de régimen del Proceso. En consecuencia, se conocería de antemano la energía eléctrica necesaria que hay que suministrar y el rendimiento calorífico obtenido.

La temperatura media de régimen del Proceso ESR es, aproximadamente, 2000°K y el calor necesario para elevar la temperatura desde la ambiente sería,

$$Q = \int_{298}^{2000^{\circ}\text{K}} C_p \, dT$$

En esta fórmula, se tiene en cuenta la variación de C_p (T), el calor latente de fusión, el calor latente de transformación alotrópica, etc. y para las escorias con más de un componente, habrá que tener en cuenta el calor latente de solución.

En la Tabla III se representan algunos datos térmicos de los componentes más usuales en las escorias y del hierro. Se observa que la utilización de escorias con elevado

porcentaje de alúmina favorece el rendimiento energético dado por la relación.

$$\frac{\text{Energía necesaria}}{\text{Energía consumida}}$$

donde, Energía necesaria = Q escoria + Q hierro

Tabla III. Datos térmicos del hierro y de los componentes principales de las escorias.

Componente	Punto de fusión M.p., °K	$\int_{298}^{2000} C_p dT$		Calor latente de fusión	
		J g ⁻¹	kJmol ⁻¹	J g ⁻¹	kJ mol ⁻¹
CaF ₂	1691	2450	191,2	381	29,7
CaO	3125	2109	84,9	1419	79,5
Al ₂ O ₃	2345	2038	208,0	1067	109
MgO	2887	1607	90,0	Desconocido	Desconocido
Fe	1809	1480	82,6	247	13,8

2.3.6. Conductividad Eléctrica

La conductividad eléctrica de las escorias es, sin duda, la propiedad física más importante puesto que la generación calorífica en el Proceso ESR tiene lugar en la propia escoria por efecto Joule.

Las escorias, en estado fundido, se comportan como electrolitos ⁽³⁸⁾, es decir, la conducción eléctrica es de tipo iónico.

La densidad de corriente en cualquier punto de un baño de escoria vendrá dada por ⁽³⁹⁾

$$\vec{j} = /e/ \vec{E} \sum N_i Z_i U_i = \sigma \vec{E} \quad (9)$$

Donde,

N_i , es el número de iones por unidad de volumen.

Z_i , es la valencia de los iones.

$/e/$, es la carga absoluta del electrón.

U_i , es la movilidad iónica que se define como la velocidad media de un ión en un campo de intensidad unidad.

De (9),

$$\sigma = /e/ \sum N_i Z_i U_i \quad (10)$$

De esta ecuación, se deduce que la conductividad de un electrolito depende tanto del número de iones que participan en la conducción como de su movilidad.

Las Figs. 12 y 13 muestran las conductividades de las escorias de la Tabla IV a diferentes temperaturas y determinadas experimentalmente en cubas electrolíticas, utilizando c.a. para evitar el fenómeno de la electrolisis. La disminución de la conductividad al pasar de la escoria número 1 a la escoria número 2 en que el porcentaje de CaO aumenta un 20% se debe⁽⁴⁰⁾ a la pérdida de movilidad iónica de los cationes Ca^{2+} puesto que los iones O^{2-} por tener doble carga que los iones F^- atraen más fuertemente a los iones Ca^{2+} , permaneciendo igual la concentración de estos últimos. Al comparar las escorias 1 y 3 la disminución se debe a la reducción de la concentración de los iones Ca^{2+} que poseen una mayor movilidad que los iones Al^{3+} .

La determinación experimental de las conductividades de muchos electrolitos a diferentes temperaturas, ha dado lugar al empleo de ecuaciones empíricas que en algunos casos

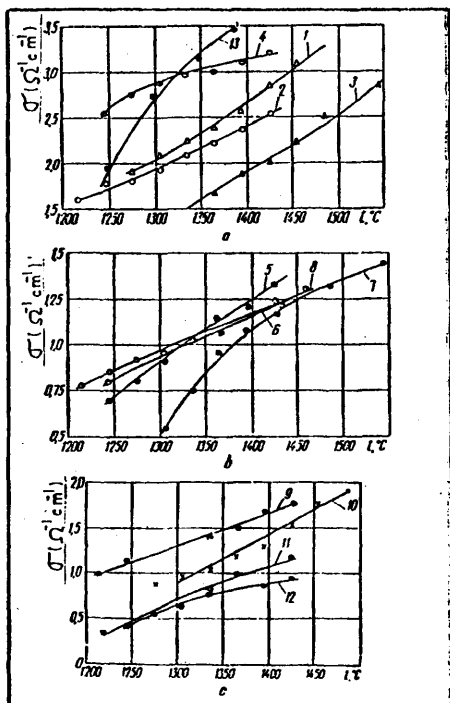


Fig. 12. Conductividad eléctrica en función de la temperatura para escorias de los sistemas: a) $\text{CaF}_2 - \text{CaO}$; b) $\text{CaF}_2 - \text{CaO} - \text{Al}_2\text{O}_3$; c) $\text{CaF}_2 - \text{CaO} - \text{Al}_2\text{O}_3 - \text{SiO}_2$, contenidas en la Tabla IV (40).

han suministrado nuevas interpretaciones de la conducción iónica

Yaffe y Van Artsdalen⁽⁴¹⁾ encontraron la siguiente relación:

$$\sigma = a + bt + ct^2$$

donde a, b y c son constantes empíricas y t es la temperatura en °C. Esta ecuación interpreta aceptablemente la conductividad de todos los haluros alcalinos en amplios intervalos de temperatura.

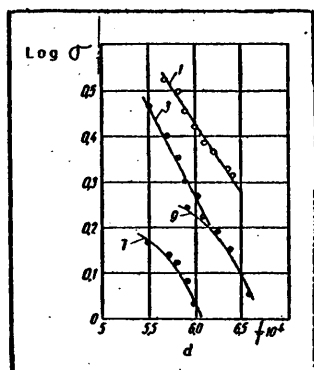


Fig. 13. Logaritmo de la conductividad eléctrica en función de la inversa de la temperatura absoluta para algunas escorias de la Tabla IV⁽⁴⁰⁾.

Eucken⁽⁴²⁾ propone la siguiente ecuación:

$$\sigma = \sum A_i e^{-F_i/RT} \quad (11)$$

donde F_i es la energía de activación en la conducción para cada tipo de ión, A_i es una constante para cada ión, R es la constante de los gases y T es la temperatura absoluta.

Para muchas escorias, algunos autores⁽⁴³⁾ han encontrado una relación similar a la ecuación (11), con un solo término en el sumatorio,

$$\sigma = \sigma_{\infty} \cdot \sigma^{-E/RT} \quad (12)$$

donde, σ_{∞} es una constante del material y es interpretada como la conductividad a una temperatura infinitamente alta. De la ecuación (12) se concluye que la conducción en las escorias es debido a un solo tipo de ión. Además, su parecido con la ecuación de Boltzman⁽⁴⁴⁾ que da la probabilidad de salto de un ión, de una posición a otra en estado sólido, se ha explicado suponiendo que la escoria en estado líquido se comporta como una red muy distorsionada y la conducción eléctrica tendrá lugar, por tanto, de forma semejante a la conducción en los cristales iónicos, es decir, debido a los efectos adimensionales de la red, fundamentalmente los de Frenkel y Schottky⁽⁴⁵⁾.

La ecuación (12) da una función lineal de $\log \sigma$ frente a $\frac{1}{T}$, sin embargo, no todas las escorias siguen esta linealidad, como puede observarse en la Fig. 13 y en la Tabla IV. Este comportamiento irregular, se debe⁽⁴⁶⁾ a la variación de la energía de activación frente a la temperatura.

En la Fig. 14 que representa el logaritmo de la conductividad frente a $\frac{1}{T}$ de algunas escorias, puede comprobarse el comportamiento lineal en amplios intervalos de temperatura, salvo en los puntos de fusión donde cambia bruscamente la conductividad (47, 48).

Asimismo, la Fig. 15⁽⁴⁸⁾, muestra la conductividad de dos escorias a altas temperaturas, determinadas experimentalmente en cubas especiales de iridio.

Otros autores^(49, 50) han determinado experimentalmente, conductividades eléctricas en sistemas ternarios y cuaternarios que solo tienen utilidad en casos especiales.

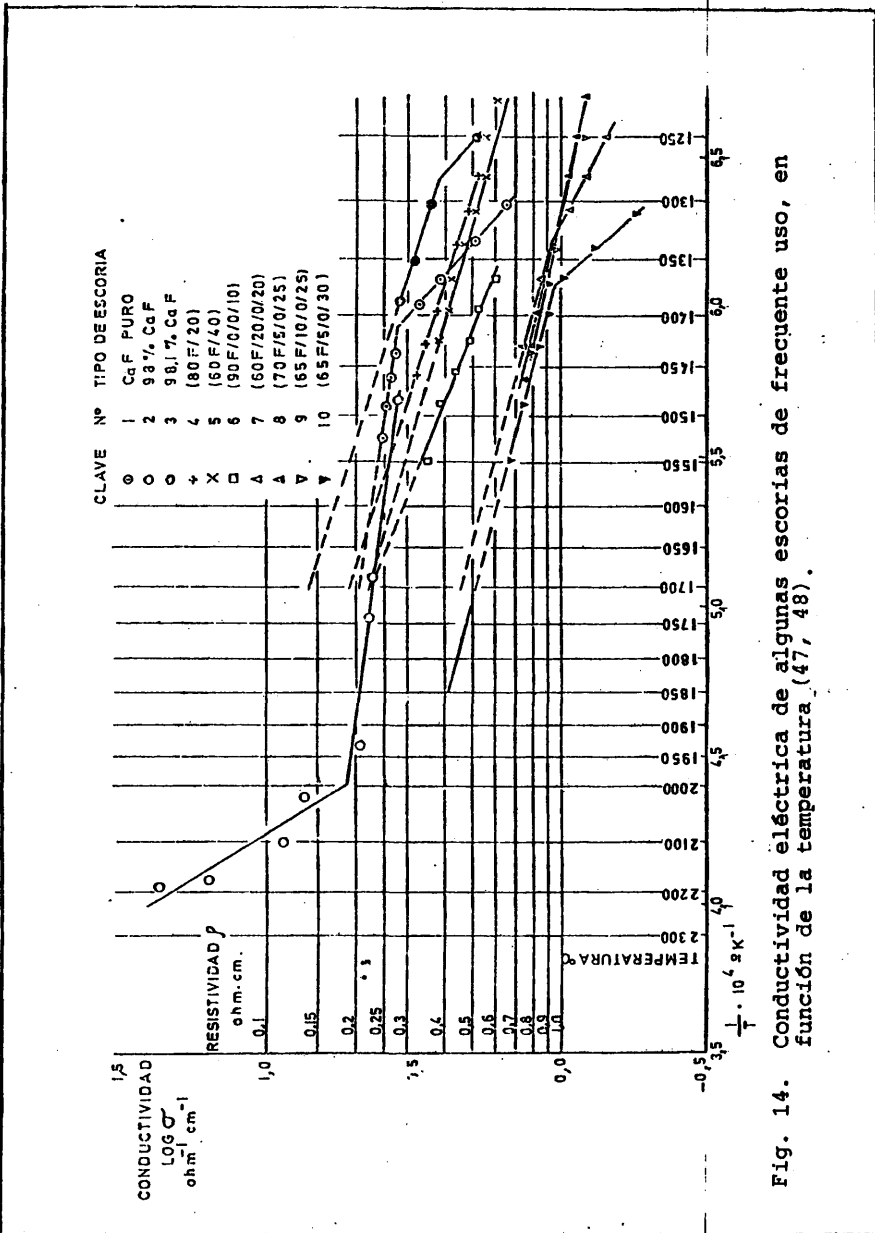


Fig. 14. Conductividad eléctrica de algunas escorias de frecuente uso, en función de la temperatura (47, 48).

Tabla IV. Composición química de las escorias y energías de activación de la conductividad eléctrica⁽⁴⁰⁾.

Contenidos en % en peso						E entre 1200 y 1500°C kcal/mol
CaF ₂	CaO	Al ₂ O ₃	SiO ₂	MgO	NaF	
80	20	-	-	-	-	14,5
60	40	-	-	-	-	11,8
90	-	10	-	-	-	20,3
60	20	-	-	-	20	8,7
60	20	20	-	-	-	24,2 - 14,5
65	10	25	-	-	-	18,0 - 12,1
65	5	30	-	-	-	26,0 - 12,0
70	5	25	-	-	-	18,2 - 11,8
80	3	14	2	1	-	23,4 - 9,5
65	5	20	10	-	-	30,0 - 19
14	40	30	6	10	-	53,0 - 19,2
10	50	15	25	-	-	56,0 - 19,5
98,1*						

* El resto de 1,9% son óxidos FeO y CaO.

2.3.7. Reactividad química

Las reacciones metal-escoria se producen en tres etapas:

- 1) Durante la formación de la capa líquida previa a la formación de la gota en el extremo fundente del electrodo.
- 2) Durante el paso de la gota a través de la escoria.
- 3) En la interfase escoria-baño metálico.

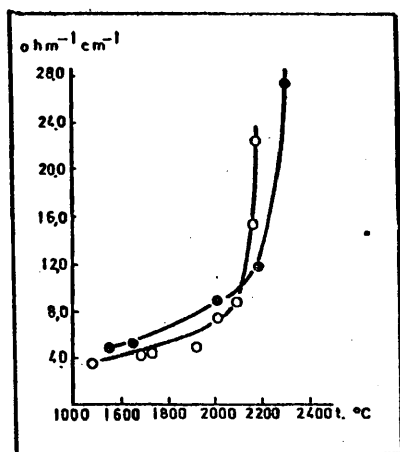


Fig. 15. Conductividad de: (48)
 ○ 52,3/19,0/26,6/1,75
 ● 98 CaF₂.

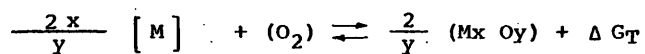
La escoria además de reaccionar con el metal fundido también lo hace con la atmósfera en contacto con ella y cuando esta reacción no es deseable, entonces se sustituye aquella por un gas inerte o se hace el vacío.

Las reacciones metal-escoria son función, entre otras variables, de la composición del electrodo, de la composición de la escoria, de la temperatura alcanzada en la refusión, del área superficial de metal fundido en contacto con la escoria y del tiempo de

contacto. Sin embargo, el factor que más influye en la pureza obtenida de un lingote ESR, es la composición química de la escoria.

La finalidad principal de un proceso de refinado es conservar los elementos aleantes del acero (C, Si, Mn, Cr, Ni, Mo, etc. ...) y eliminar los perjudiciales (S, O, P, H, N, etc....). De éstos últimos, algunos son eliminados también por difusión (Ej.: inclusiones de sulfuros, de óxidos, etc.).

Las posibles pérdidas, no deseables, de los aleantes se producen por oxidación según la reacción,

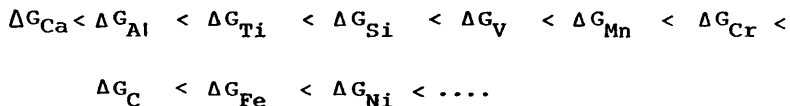


y en consecuencia, los porcentajes en que los aleantes pueden eliminarse dependerán de las energías libres (ΔG_T) de formación

de sus óxidos y del potencial de oxígeno de la escoria.

Los componentes de las escorias deben ser óxidos muy estables, es decir, con una energía libre de formación negativa y grande en valor absoluto, p.e., CaO, Al₂O₃, MgO, TiO₂, etc. ... Una escoria con óxidos estables tendrá un bajo potencial de oxígeno y las pérdidas de los elementos aleantes podrían evitarse casi en su totalidad.

Las energías libres de formación de los óxidos metálicos vienen tabuladas en el diagrama de Richardson⁽⁵¹⁾ y para el intervalo de temperaturas (1500 - 2000°C), de régimen del Proceso, puede verse que,



y los porcentajes de las posibles pérdidas de los elementos aleantes seguirán, aproximadamente, este orden como demuestran los análisis químicos⁽⁵²⁾.

Siendo la composición de la escoria de gran importancia, se ha adoptado para su notación⁽⁵³⁾ el criterio de escribir los porcentajes en % en peso de sus componentes en un orden que sería el mismo dado por las energías libres de formación para los cuatro óxidos principales (CaO, MgO, Al₂O₃, SiO₂) de las escorias, colocando en primer lugar el porcentaje del halaro utilizado que usualmente es el F₂ Ca. Por ejemplo, la escoria de composición, 25% F₂Ca, 20% CaO, 10% MgO, 30% Al₂O₃ y 15% SiO₂ se escribiría como, 25/20/10/30/15. Los demás óxidos (TiO₂, ZrO₂, etc. ...) son de poco uso y cuando se emplean, su porcentaje se pondrá a continuación del SiO₂, acompañado del símbolo del metal. Ej.: 60/20/0/15/0/5 Ti será una escoria con, 60% F₂Ca, 20% CaO, 15% Al₂O₃ y 5% TiO₂.

2.3.7.1. Desulfuración.

El alto porcentaje de azufre eliminado que puede conseguirse en el proceso ESR, usualmente comprendido entre el 50 y el 75%, le convierte en el mejor proceso de refinado con que se cuenta en la actualidad para la desulfuración de aceros.

La eliminación de azufre del acero tiene lugar por reacción química, reacción electrolítica y por difusión o decantación física.

La transferencia de azufre (54, 55, 56, 57, 58) por reacción química desde el metal a la escoria, es favorecida por la alta basicidad de la escoria dada por la fracción molar⁽⁵⁹⁾ del ión oxígeno ($\text{N}_{\text{O}^{2-}}$) o bien por la relación % peso óxidos básicos/% peso óxidos ácidos y la baja concentración de oxígeno en el metal. Estas observaciones, obligan a que las escorias contengan CaO cuando el objetivo principal sea la desulfuración y eviten contenidos de óxidos con una energía libre de formación pequeña en valor absoluto o que tengan más de un estado de valencia, p.e., el FeO que actúa de transmisor de oxígeno desde la atmósfera hasta el metal. El FeO que se encuentra en la escoria, procede del electrodo y esto conduce a la necesidad de realizar un decapado previo de aquél.

Las reacciones químicas no dependen de los parámetros eléctricos (V, I), sin embargo Holzgruber encontró una ligera influencia de éstos sobre la segregación radial del azufre (Fig. 16) en lingotes de diámetro igual a 240 mm.

Cuando se utiliza corriente alterna, las reacciones electrolíticas no tienen lugar y por ser éste nuestro caso, no las mencionaremos. No obstante, hay que subrayar^(60, 61) que la

corriente alterna favorece más la desulfuración que la corriente continua.

La desulfuración por decantación física, tiene escasa importancia.^(62, 63, 64)

La desoxidación^(56, 57, 58, 65, 66, 67) en el proceso ESR, tiene menos importancia que la desulfuración y ambas se relacionan, en el mismo sentido, con la basicidad de la escoria y en ningún caso guarda relación alguna con los parámetros eléctricos.

La desfosforación^(52, 68) prácticamente no se consigue en el proceso ESR.

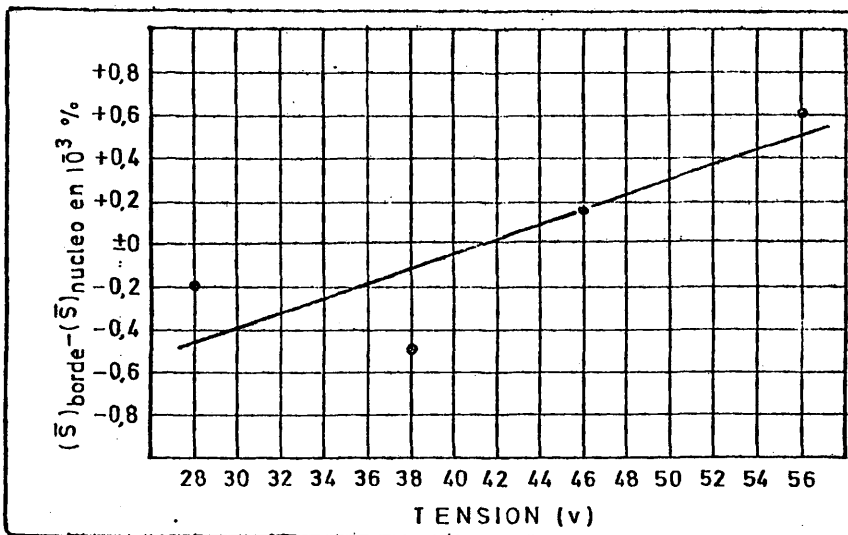


Fig. 16. Segregación del azufre en función de la tensión eléctrica aplicada⁽⁵⁶⁾.

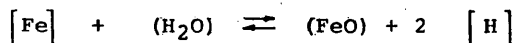
2.3.7.2. Pérdidas de los elementos aleantes (Ej.:Mn, C) (21,52,56,57,58,69)

Durante la refusión, estos dos elementos pueden reaccionar con la sílice de la escoria, reduciéndola y pasando del metal a la escoria en forma de óxidos. La Fig. 17, muestra que las escorias básicas evitan la oxidación del carbono y del manganeso y sin embargo, con escorias ácidas, las pérdidas pueden ser importantes, teniendo graves consecuencias sobre las propiedades mecánicas del metal refundido. En consecuencia, las escorias empleadas en el proceso ESR, deben estar exentas de sílice, salvo que se trate de refundir aceros al silicio, siendo necesario evitar cualquier disminución de éste.

Los parámetros eléctricos nos ejercen influencia alguna sobre tales pérdidas de aleantes, sin que ello signifique desestimar la presencia de posibles macrosegregaciones.

2.3.7.3. Reacciones del hidrógeno.

El proceso ESR, a diferencia del VAR, no elimina hidrógeno en cantidades importantes y salvo que se tomen precauciones, puede aumentar. El hidrógeno que puede originarse en el proceso y pasar al metal refundido, lo hace según la reacción



[] , metal
() , escoria
{ } , atmósfera

De los componentes más comunes de las escorias (Ca F₂, CaO, Al₂O₃), la cal es la fuente más importante del agua, formando hidróxido cálcico y por consiguiente cuando se utilizan escorias con contenidos de CaO, se procede a una calcinación pre

via si el horno ESR es de "comienzo por cebado de virutas" o bien a una fusión si el horno es de "comienzo con escoria pre-fundida".

D.N. Pocklington (70, 71, 72) encontró que, de todas las variables que intervienen en el proceso, el tipo de escoria, el contenido de óxido de hierro en la escoria y el tipo de corriente (c.a ó c.c) ejercen una influencia significativa sobre el contenido final del hidrógeno en el metal refundido. Cuando la cantidad de FeO aumenta, disminuye el porcentaje de hidrógeno; con corriente continua y el lingote haciendo de ánodo, también disminuye el porcentaje de hidrógeno y cuando la escoria contiene CaO, el porcentaje aumenta.

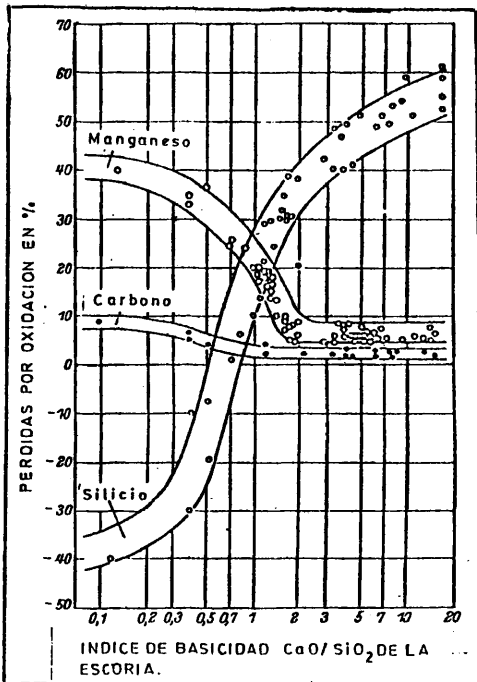
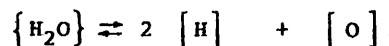


Fig. 17. Pérdidas por oxidación de algunos aleantes del acero en función del índice de basicidad de la escoria (56).

T. Bagshaw^(73, 74) determinó en sus ensayos que la humedad atmosférica juega un papel importante, introduciendo hidrógeno en el metal del siguiente modo,



Peover^(73, 75), encontró los mismos efectos que Pocklington en cuanto al tipo de corriente aplicada.

Los autores mencionados no encontraron relación alguna entre la absorción de hidrógeno por el metal refundido y los parámetros eléctricos.

Estos resultados sugieren tomar las precauciones necesarias para evitar la formación de porosidades en el lingote, que ocasionarían la presencia del hidrógeno y que dificultarían la cuantificación de ciertas magnitudes (orientación granular de los lingotes, peso relativo de la película de escoria, etc.) relacionadas con los parámetros eléctricos. Tales precauciones son: desengrasado y secado de las virutas, decapado de los electrodos, temperatura ambiente superior al punto de rocío y calcinación de la escoria a altas temperaturas ($\sim 1.000^\circ\text{C}$.)

2.4. Ventajas metalúrgicas del Proceso ESR.

Las mejoras metalúrgicas conseguidas en los materiales ESR por comparación a los fundidos por técnicas convencionales, justifica plenamente la expansión de este proceso.

Aceros suaves, medios y altamente aleados, aceros de forja, aceros de herramientas, aceros para troqueles, aceros para rotores, aceros rápidos, aceros de rodamientos, aceros para transformadores, aceros inoxidable para trabajo en caliente, aleaciones

base níquel, superaleaciones, aleaciones de cobre, etc., todos ellos y algunos más se refinan, en la actualidad, en los hornos de refusión bajo electroescoria, obteniéndose unas mejoras generales y específicas de las características de cada acero, que conceden a las piezas una mayor duración en servicio y una notable superación de los límites inferiores impuestos a las propiedades mecánicas. Una completa enumeración de las ventajas de los materiales ESR sería muy extensa y por otra parte pueden encontrarse innumerables referencias en la bibliografía. Entre ellas, sin querer ser exhaustivos, merecen citarse:

- Producción de lingotes sanos, con ausencia completa de rechupes (52, 75).
- Uniformidad de la estructura primaria y también de la composición química, siendo menores los índices de segregación (76, 77, 78, 79, 80, 81, 82).
- Lingotes más limpios, con menos inclusiones, de menor tamaño y repetidas uniformemente (19, 56, 57, 58, 61, 76, 77, 78, 80, 83, 84, 85, 86).
- Reducción considerable (hasta un 60%) de los elementos más nocivos: azufre, oxígeno, nitrógeno, hidrógeno y posibilidad de corregir la composición química del metal fundido por pequeñas adiciones al baño (56, 57, 58, 60, 61, 76, 80, 81, 87, 88, 89).
- Control del tamaño de grano y del tamaño de los carburos (61, 77, 81).
- Elevación considerable (hasta un 40%) de la magnitud de las características mecánicas de tenacidad, fundamentalmente las propiedades transversales (58, 76, 77, 78, 80, 81, 88, 90, 91).

- Mejores características metalúrgicas a temperatura elevada facilitando las condiciones de trabajo en caliente (78, 91, 92).
- Mayor soldabilidad permitiendo la unión de grandes secciones (93).
- Mejora en los ensayos de fatiga, resiliencia, fluencia, así como una mejor resistencia a la corrosión (76, 77, 80, 83, 84, 88, 91).

3. PLANTEAMIENTO Y OBJETO DEL TRABAJO

Nuestro trabajo de investigación cuya exposición iniciamos en el subsiguiente capítulo, consiste, en síntesis, de dos partes:

a) Establecimiento de una nueva concepción física sobre el cálculo y aplicación de los parámetros eléctricos (V, I) en el proceso ESR, basada en la resolución del campo eléctrico en la escoria (medio resistivo) y con unas condiciones de contorno distintas a las establecidas hasta el momento. Primeramente, se realiza un estudio teórico que comprende desde la resolución matemática y física del campo eléctrico y los errores correspondientes, hasta la influencia e importancia de ciertos parámetros geométricos (distancia electrodo-baño metálico y profundidad del electrodo en la escoria) sobre la magnitud que se alcanza en la intensidad de corriente para diferentes voltajes aplicados. Se analizan sus consecuencias sobre la optimización del proceso ESR, introduciendo nuevos aspectos de relevante importancia. Se establece, realizando las oportunas simulaciones analógicas del sistema en estudio, una diferencia entre dos tipos de hornos ESR, que explica el uso generalizado y no correcto de ciertas ecuaciones físicas de optimización del proceso, estableciéndose posteriormente unas nuevas ecuaciones.

b) Un segundo estudio experimental basado en la resolución del campo eléctrico de un centenar de refusiones, permiten verificar esta nueva concepción física y además establecer relaciones entre distribuciones de generación calorífica local en el medio resistivo, los parámetros eléctricos (V, I) y las magnitudes físicas (calor específico de las escorias, viscosidad, velocidad de fusión, orientación granular de los lingotes, segregaciones de impurezas y aleantes, etc.) de gran importancia en la calidad y producción de los metales refundidos en el proceso ESR.

Para encontrar una relación lo más directa posible entre estas variables, es necesario realizar las refusiones en condiciones tales que otras variables del proceso dejen de serlo, es decir, que sean constantes. Para ello, la revisión bibliográfica permite seleccionar las escorias y el acero que faciliten alcanzar los fines de este trabajo. Las escorias deben poseer las mejores características señaladas en la bibliografía, para evitar ciertos fenómenos que podrían apantallar los resultados y sus relaciones.

Escorias con bajas presiones de vapor, evitarán las pérdidas del baño de escoria por evaporación y éstas serán debidas exclusivamente a la formación de la película de escoria entre en lingote y el crisol, permitiendo de este modo relacionar directamente dichas pérdidas con las magnitudes eléctricas aplicadas y determinadas por simulación analógica.

La resistividad debe estar comprendida entre 0,3 - 0,7 ohm. x cm. a las temperaturas de trabajo, para evitar las formaciones de arco y al mismo tiempo ser suficiente para generar el calor necesario de fusión del metal.

La densidad debe ser baja para evitar el atrapamiento de partículas por el metal y además facilitar la formación de pe

queñas gotas que al desprenderse del electrodo, producirán ligeras oscilaciones de la intensidad de corriente, ya que las oscilaciones de mayor amplitud, dan lugar a defectos superficiales en el lingote, en particular rugosidades que harían imposible relacionar la calidad superficial con las magnitudes eléctricas. Hay que decir (ver apartado 2.3.4.) que las densidades de los componentes más usuales de las escorias son similares y su elección y porcentaje se realiza teniendo en cuenta otras características.

La capacidad calorífica debe ser baja y esto implica la inclusión, obligatoriamente, de la alúmina como componente de las escorias.

La temperatura líquida de las escorias, debe ser más baja que la del metal a refundir, lo que permite trabajar con valores iguales de voltaje e intensidad para diferentes escorias, facilitando de este modo la comparación de los resultados. Al mismo tiempo puede lograrse un consumo energético menor.

Es conveniente la utilización de escorias conocidas y extensamente usadas en el proceso ESR para que los resultados puedan ser extrapolables y tengan un mayor interés.

De acuerdo con estas características, se han elegido las escorias 70/0/0/30; 60/20/0/20 y 40/30/0/30, cuyas características físicas (densidad, resistividad eléctrica, etc.) se conocen con suficiente precisión para su utilización en cálculos posteriores.

El metal utilizado es el acero de construcción F-111 (C15K) que permite además, resolver con menores dificultades por ataque químico, las estructuras granulares de solidificación.

4. INSTALACION EXPERIMENTAL

El horno ESR, donde se han realizado las refusiones y por tanto, al que se han referido las simulaciones, es de dimensiones de laboratorio, de la firma Leybold Heraeus, modelo 12/0,03 y se muestra en la Fig. 18, cuyas características más importantes son:

- Posee una capacidad máxima de refusión de aproximadamente 30 Kg.
- El crisol lleva una camisa de agua, siendo la pared interior de cobre y la exterior de acero inoxidable; la pared interior es ligeramente cónica con el fin de facilitar el desmoldeo.

Datos del crisol:

Diámetro de pie (D) = 110 mm.

" de cabeza (d) = 90 mm.

Altura (h) = 700 mm.

Conicidad % = $\frac{D - d}{2 h} \times 100 = 1,42 \%$

Esbeltez mecánica = $\frac{h}{\sqrt{S \text{ media}}} = \frac{700}{\sqrt{3,14 \times 50^2}} \approx 8$

- La placa base que constituye el asiento del crisol y a la cual se conectan los cables conductores, va refrigerada por agua en el mismo circuito de refrigeración del crisol.
- La corriente utilizada es c.a. monofásica.
- El transformador primario es de 220 v., con una frecuencia de 50 Hz y una intensidad máxima de 800 A.
- La tensión de servicio (en el secundario) varía entre 10 y 65 v. de forma continua.

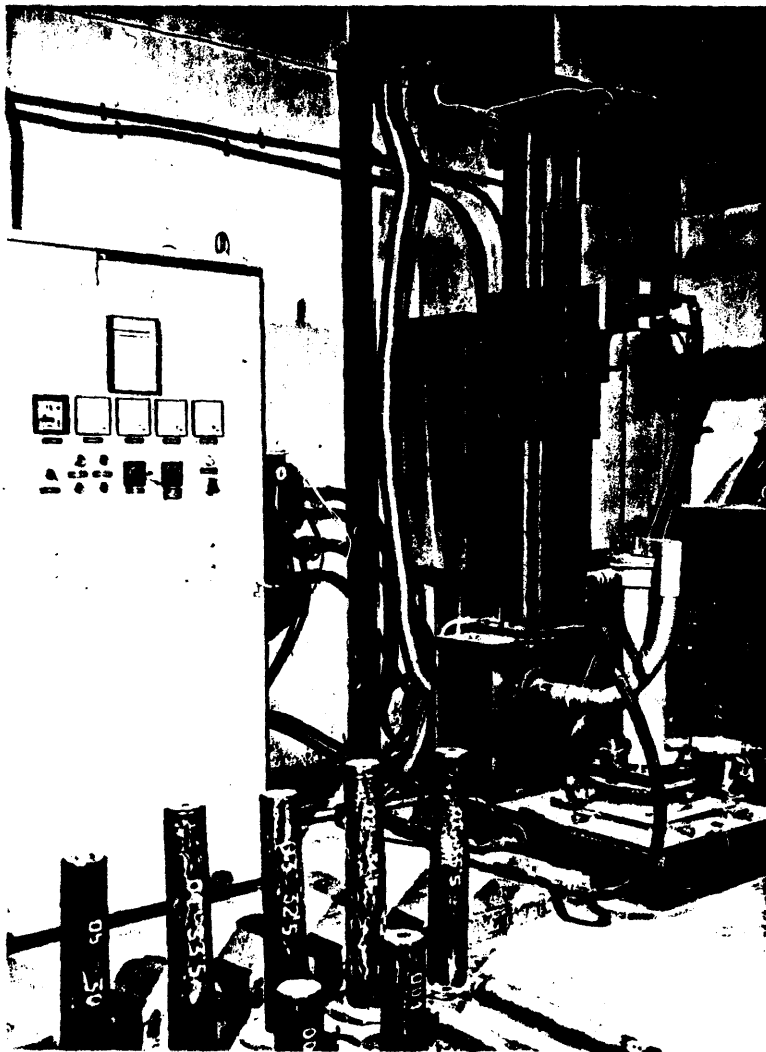


Fig. 18. Vista general de la instalación ESR. Modelo 12/O,03 de la firma Leybold Heraeus.

- Los cables conductores van refrigerados por agua en un circuito de refrigeración independiente del circuito de refrigeración del crisol y placa base.
- El crisol está en contacto con la placa y por tanto al mismo potencial.
- La Fig. 19 muestra un esquema simplificado de la instalación eléctrica, destacándose en línea gruesa el circuito de refusión, constituido por los cables conductores, electrodo, crisol, escoria, lingote, placa base y transformador secundario. En esencia, el circuito de refusión es el esquema de la Fig. 3. En línea delgada se indica todo el sistema auxiliar de medidas, regulación y control de parámetros eléctricos durante el proceso de refusión. Los aparatos de medida están intercalados en el circuito de refusión y son, voltímetro, amperímetro, vatímetro y registrador gráfico de voltaje e intensidad. Se tiene también un sistema de regulación del avance del electrodo, a medida que funde, que mantiene constante la intensidad de corriente inicialmente establecida y por tanto la velocidad de fusión.

En el armario de mandos, (fig. 18) se encuentran los aparatos de medida y además los interruptores para ajustar la tensión, micrómetro de intensidades, interruptor de aspiración de humos, etc.

- El gasto de agua de refrigeración se distribuye en 2500 l/h. para el crisol y placa base y 1000 l/h. para los cables, medidos con un rotámetro que permite el ajuste previo del caudal de agua necesario antes de iniciar el proceso de refusión.

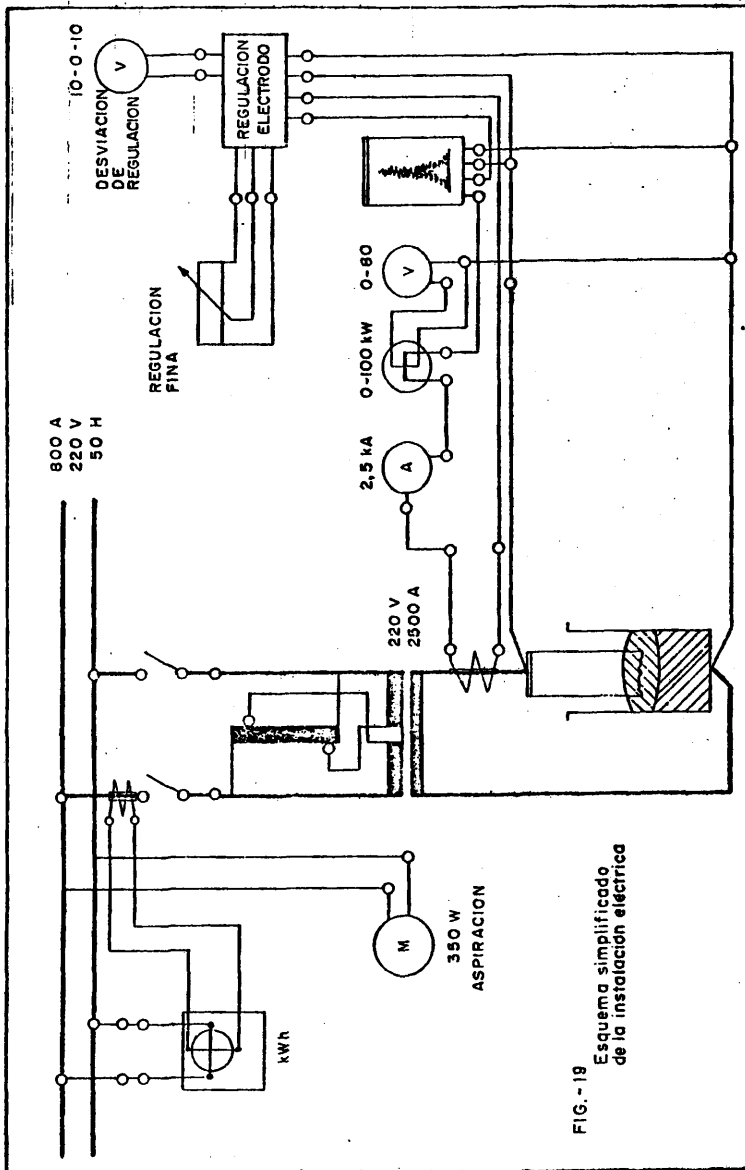


FIG.-19 Esquema simplificado de la instalación eléctrica

5. NUEVA CONCEPCION SOBRE EL FENOMENO ELECTRICO EN LA REFUSION POR ELECTROESCORIA.

5.1. Importancia de los parámetros eléctricos⁽⁹⁴⁾.

En el circuito de refusión esquematizado en la Fig.3 puede establecerse la ecuación:

$$E = I \sum R_i$$

E, es la fuerza electromotriz aplicada

IR_i , es la caída de potencial en cada tramo del circuito.

Como las resistividades del cobre y del acero son muy inferiores a la de la escoria,

$$\rho_{Cu} = 1,67 \times 10^{-6} \text{ ohm. cm.}$$

$$\rho_{Fe} = 9,71 \times 10^{-6} \text{ ohm x cm.}$$

$$\rho_{escoria} = 0,3 - 0,7 \text{ ohm x cm.}$$

1650°C

y las secciones de los cables conductores y de los electrodos son grandes, las caídas de potencial en estos elementos son despreciables frente a la caída de potencial en la escoria. Por tanto,

$$E = R.I$$

donde R, es la resistencia de la escoria y el calor generado en la escoria al paso de la corriente es,

$$P = R.I^2$$

Este calor debe ser suficiente para fundir la escoria por encima del punto de fusión del metal y para mantener la

temperatura de régimen del Proceso. Esto conduce, en principio, a la elección de unos valores de V e I convenientes que tengan en cuenta, además, las pérdidas caloríficas a través de la pared del crisol refrigerado por agua y las de radiación en la interfase escoria-atmósfera con el fin de mantener dicha temperatura de régimen.

Magnitudes como la velocidad de fusión, espesor de la película de escoria formada entre el lingote y el crisol, la orientación granular de solidificación que tanto influye sobre las propiedades mecánicas del lingote, particularmente de tenacidad y sobre la calidad metalúrgica (calidad superficial, ausencia de microporosidades, de rechupes, etc.) y en menor cuantía el consumo energético y ciertas reacciones químicas, dependen de los parámetros eléctricos. Representando por H_i cualquiera de estas magnitudes, puede escribirse,

$$H_i = f_i (V, I)$$

que sirve de base para la iniciación de un estudio más profundo como es la determinación del flujo de corriente (líneas de campo) y por tanto de la magnitud intensidad de campo.

5.2. Conceptos establecidos.

Los montajes eléctricos⁽⁸²⁾ más usuales en el Proceso de Afino por Electroescoria se muestran en la Fig. 20. En cada uno, el fenómeno electrocinético (líneas de campo, intensidad de campo, etc.) es diferente como consecuencia de las distintas condiciones de contorno. Los diversos estudios realizados hasta el momento, se refieren, salvo excepciones, al montaje que utiliza un único electrodo y una sola lingotera con las conexiones que aparecen en el esquema. Nuestro estudio estará referido también a este montaje que es similar al nuestro (Fig. 3) y es posiblemente el más extendido. Dentro de este montaje pue

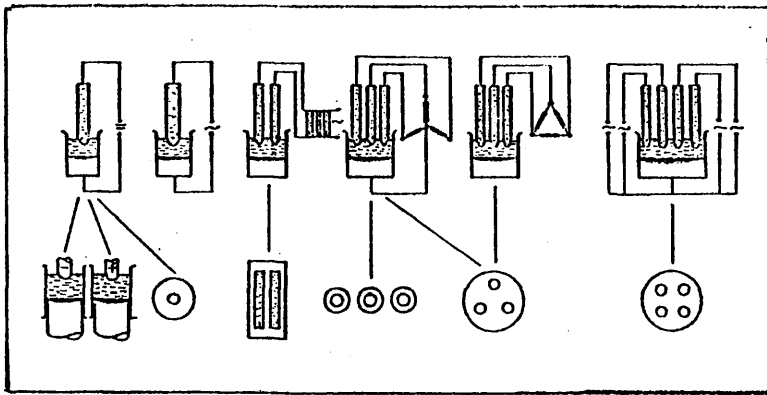


Fig. 20. Algunas versiones de los hornos ESR (82).

den distinguirse dos versiones que en nuestra opinión consideramos de gran importancia:

- 1) Montaje con lingotera (molde) aislada de la placa base por medio de juntas de amianto u otro material refractario.
- 2) Montaje con lingotera en contacto eléctrico con la placa base y por tanto al mismo potencial que esta última y que el lingote.

La influencia de los parámetros eléctricos (V,I) sobre las diversas magnitudes del Proceso ESR (Velocidad de fusión, consumo energético, cantidad de escoria, orientación gra-

nular, etc.) ha dado lugar a diversos estudios que se han plasmado en ecuaciones físicas que representan una aproximación de la ley de Ohm o bien en modelos que representan posibles distribuciones de la corriente eléctrica en el baño de escoria.

Las ecuaciones establecidas permiten, según sus autores, determinar previamente la distancia electrodo-baño metálico necesaria para poder mantener el voltaje e intensidad requeridos en la refusión y permitir, en consecuencia, conocer la cantidad de escoria necesaria para mantener dicho régimen. Las más conocidas son:

a) Holzgruber y E. Plockinger (56, 57, 58, 94)

$$L = \frac{R \text{ Ae}}{\rho} = \frac{V}{I} \cdot \frac{\text{Ae}}{\rho}$$

L, es la distancia electrodo-baño metálico.

ρ , es la resistividad eléctrica de la escoria.

V, es la tensión aplicada.

I, es la intensidad de corriente.

Ae, es la sección del electrodo metálico refundido.

Según esta ecuación, la distancia electrodo-baño metálico (L) estará determinada para un diámetro de electrodo y tipo de escoria, por la relación V/I, permitiendo conocer la escoria mínima que debe emplearse en la refusión, así como la orientación granular, consumo energético, etc. que debe esperarse.

b) W.E. Duckworth y G. Hoyle (52, 94).

$$L = \frac{V}{I} \cdot \frac{A_L}{\rho}$$

Λ_L , es la sección del crisol.

La discusión de esta ecuación es similar a la anterior.

c) Modelo matemático de Tomaney y Kraai (94, 95, 96).

Suponen que la escoria se comporta como dos resistencias (Fig. 21), una horizontal y otra vertical, dadas por

$$R_1 = \rho \frac{L}{\Lambda}$$

$$R_2 = \frac{\rho L}{\left(\frac{C_1 + C_2}{2}\right) H}$$

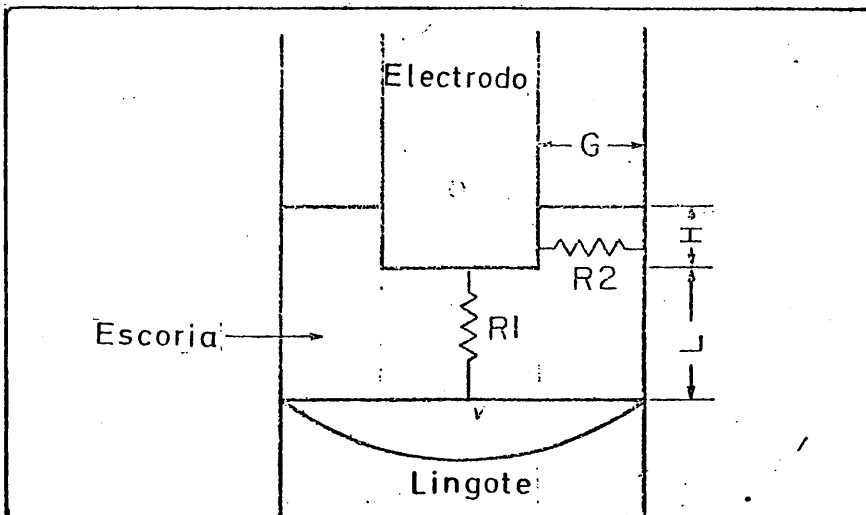


Fig. 21. Modelo de las resistencias de Tomaney y Kraai (94, 95, 96).

- R_1 , es la resistencia vertical.
- R_2 , es la resistencia horizontal.
- ρ , es la resistividad de la escoria.
- L , es la distancia electrodo-baño metálico.
- A , es la sección del lingote.
- C_1 , es la circunferencia del electrodo.
- C_2 , es la circunferencia del crisol.
- H , es la profundidad del electrodo en la escoria.

Las resistencias R_1 y R_2 estarían en paralelo y la distancia L vendría dada por

$$L = \frac{V}{\rho I} \left[\left(\frac{C_1 + C_2}{2} \right) H + A \right]$$

La diferencia de esta ecuación con las precedentes, radica en que introduce una superficie cilíndrica de descarga entre el electrodo y la pared del crisol, de valor $\left(\frac{C_1 + C_2}{2} \right) H$.

d) J. Cameron, M. Etienne y A. Mitchell⁽⁹⁷⁾, determinaron con medidas experimentales de voltaje, en un horno con molde (lingotera) aislado de la placa base, las resistencias eléctricas entre electrodo-molde, molde-lingote y electrodo-lingote, así como la intensidad de corriente a través del molde que resultó ser de un 0,05% de la intensidad total de refusión. Asimismo, presentan un modelo de flujo de corriente en el baño de escoria, similar al obtenido, con mayor exactitud en los cálculos, por los siguientes autores,

e) A. Mitchell y S. Joshi^(89, 96, 98, 99), determinaron las superficies equipotenciales, empleando el método de simulación de las resistencias finitas, donde el volumen de escoria es considerado como un conjunto de celdas formando una red de resistencias. Se tuvo en cuenta las condiciones de contorno experimentales, salvo en la geometría del extremo fundente del electrodo cuya forma es solo una aproximación a la que

se presenta en determinadas refusiones. El montaje del horno era de molde (lingotera) aislado a la placa base y simultáneamente se ha considerado que la película de escoria, supuestamente formada entre la pared del crisol y el baño de escoria líquida, tiene una resistencia infinita. La Fig. 22, muestra las líneas equipotenciales con las condiciones de contorno mencionadas sobre la mitad simétrica del sistema.

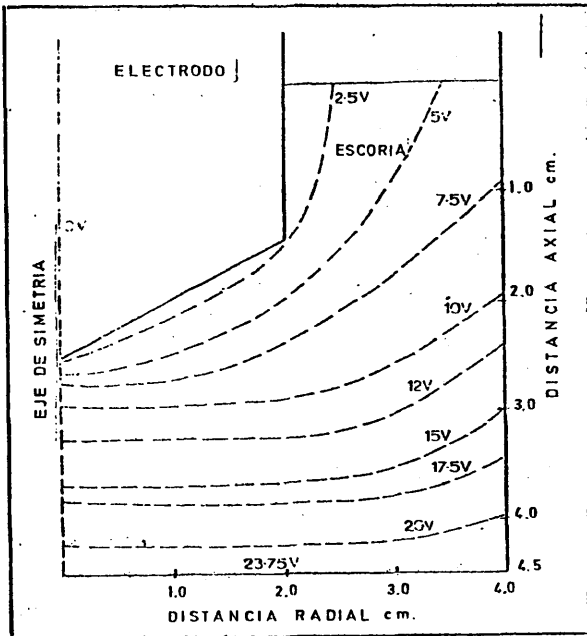


Fig. 22. Modelo de A. Mitchell y S. Joshi (89,96,98,99)

f) A.H. Dilawari y J. Szekely⁽¹⁰⁰⁾, calcularon las superficies equipotenciales en un horno ESR de las mismas dimensiones e idénticas condiciones de contorno al utilizado por Mitchell y Joshi, mediante el cálculo numérico, siguiendo el método de las diferencias finitas. La Fig. 23, muestra las líneas equipotenciales calculadas (tridimensionalmente serían superficies) y puede observarse la buena concordancia con la Fig. 22 que representan dos so-

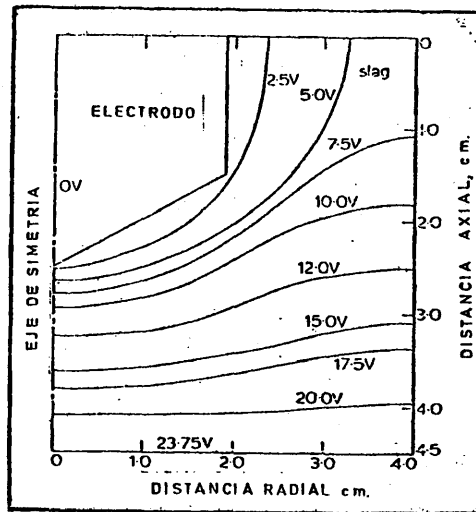


Fig. 23. Modelo de A.H. Dilawari y J. Szekely⁽¹⁰⁰⁾.

luciones, empleando diferentes métodos, del mismo problema. Evidentemente, estas líneas equipotenciales permiten, mediante el trazado de las líneas de campo, determinar el valor del campo en cada punto y por tanto la generación calorífica local.

Mediante el método de cálculo apuntado para la determinación de las superficies equipotenciales, estos autores hallaron la influencia de la distancia electrodo-baño metálico (L) y de la profundidad del electrodo en el baño de escoria (H), que debería esperarse tuviesen sobre la resistencia eléctrica total del baño de escoria, teniendo en cuenta la suposición controvertida de que existe o no una película de escoria de gran resistencia sobre la superficie sumergida del electrodo (Fig. 24).

g) Por último, son dignos de mención los trabajos de Pocklington⁽¹⁰¹⁾ que consisten en la determinación de las superficies equipotenciales en refusiones bifilares (2 electrodos), con electrodos de sección cuadrada y moldes rectangulares, mediante la simulación analógica sobre papel conductor y suponiendo que el molde está totalmente aislado de la placa base. De este modo calculan el campo eléctrico en el baño de escoria, variando la profundidad de los electrodos y la distancia entre ellos.

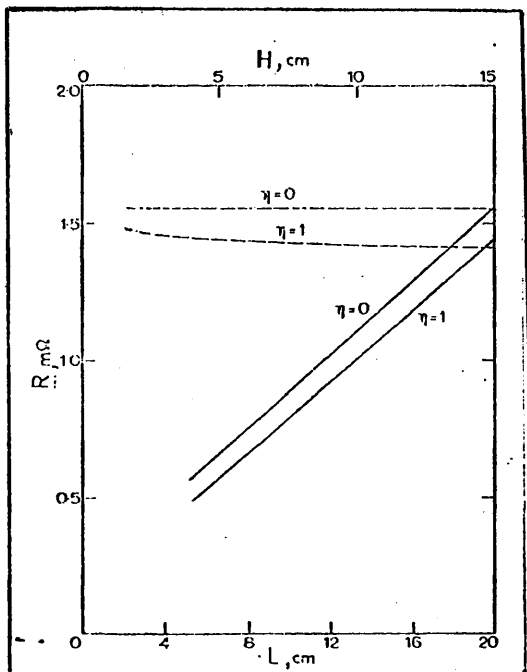


Fig. 24. Resistencia eléctrica del baño de escoria en función de la distancia electrodo-baño metálico L (—) y de la profundidad del electrodo en la escoria H (----) (100).

$\eta = 0$, película de escoria sobre la superficie cilíndrica del electrodo de gran resistencia eléctrica.

$\eta = 1$, resistencia eléctrica nula.

5.3. Nueva concepción.

La utilización de las ecuaciones precedentes como medio para conocer la distancia electrodo-baño metálico (L), en función de la relación V/I y con el fin de optimizar el Proceso respecto de este parámetro nos llevó a intentar el estudio de cada una de ellas. Ya en las primeras refusiones se observó que la profundidad del electrodo en el baño de escoria, medida al final de cada refusión por la diferencia en contraste que existe entre la zona de inmersión y el resto del electrodo, era de unos pocos milímetros, variando muy poco al cambiar la tensión e intensidad aplicadas.

Primeramente, se realizó una serie de cuatro refusiones con diferentes cantidades de escoria que oscilaban entre 800 y 1600 grs., manteniendo constantes las otras variables del proceso (tensión, intensidad, gasto de agua de refrigeración, diámetro del electrodo, escoria, etc.). La Fig. 25 muestra las zonas de inmersión que se distinguen del resto por su tono más

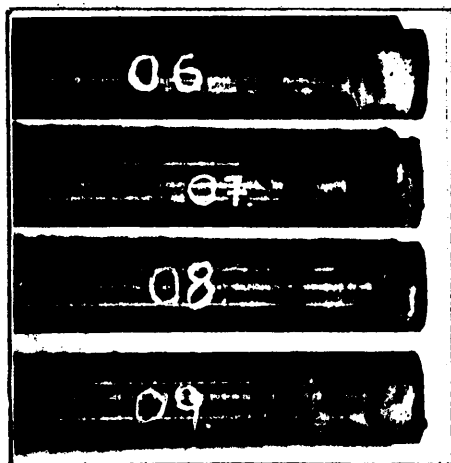


Fig. 25. Restos de electrodos.

oscuro y la Tabla V contiene las medidas de la profundidad de los electrodos que son aproximadamente iguales. La velocidad de fusión fue constante (Fig. 26), en todas las refusiones debido a que la resistividad eléctrica media fue la misma. La distancia* L variaba según se indica en la misma Fig. 26, resultado que era de esperar, ya que si la profundidad de los electrodos es aproximadamente la misma empleando diferentes cantidades de escoria,

la distancia (L) debe variar notablemente para los mismos valores de V e I establecidos.

Se realizó, más tarde, una segunda serie también de cuatro refusiones, empleando un acero diferente, un diámetro de electrodo algo mayor, una escoria 70/0/0/30 que posee una resistividad eléctrica algo mayor que la 60/20/0/20 empleada en la serie anterior (ver apartado 2.3.6., conductividades) y las adiciones de escoria oscilaron entre 1000 y 1900 grs. Los valores de voltaje e intensidad fueron los mismos así como las otras variables del proceso. La Tabla VI contiene los valores de las profundidades siendo algo mayores que en la serie anterior, debido a la forma ligeramente cónica de la punta fundente del electrodo (Fig. 27), consecuencia de la mayor resistividad de la escoria. La Fig. 28, muestra las distancias L y las velocidades de fusión,

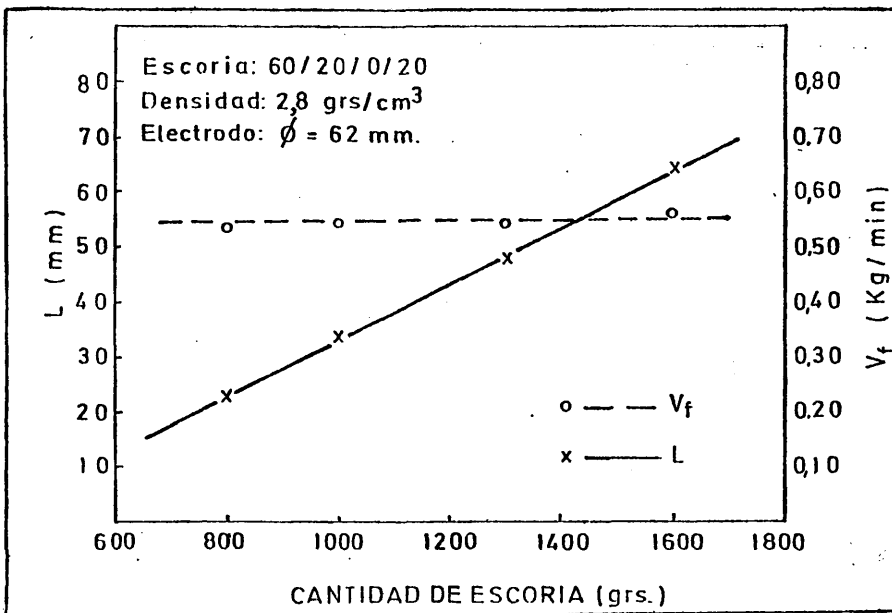


Fig. 26. Velocidad de fusión y distancia electrodo-baño metálico.

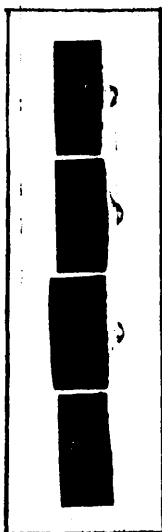


Fig. 27
Restos de electrodos.

cuyos resultados son similares a los anteriores.

Estos datos están en clara contradicción con las ecuaciones establecidas (Ap. 5.2.), para las que una misma relación V/I debe dar idéntica distancia (L), independientemente de la cantidad de escoria utilizada.

Asímismo, los modelos de superficies equipotenciales del mismo Apartado 5.2., tampoco pueden explicar esta variación de la distancia (L) ya que son cuantita-

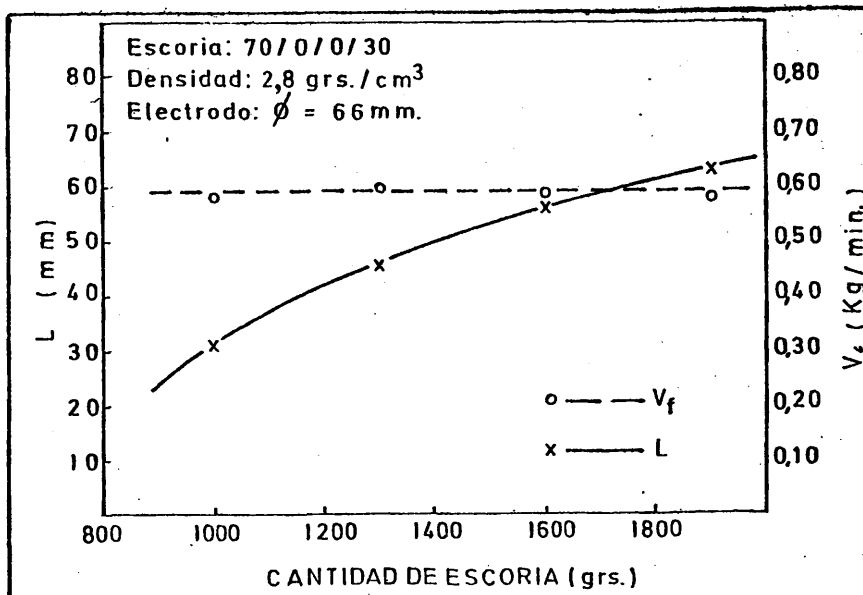


Fig. 28. Velocidad de fusión y distancia electrodo-baño metálico.

tivamente concordantes con las ecuaciones establecidas, antes mencionadas, como se desprende de la Fig. 24 donde la resistencia eléctrica $R (=V/I)$ varía linealmente con la distancia L .

TABLA V

Cantidad de escoria utilizada en refusión (grs)	Profundidad del electrodo en el baño de escoria (mm)
800	5,8
1000	6,4
1300	6,4
1600	6,1

Tipo de acero: F-115. Tipo de escoria: 60/20/0/20. Diámetro del electrodo: 62 mm.

$$V = 35 \text{ v}$$

$$I = 1,5 \text{ KA}$$

TABLA VI

Cantidad de escoria utilizada en refusión (grs)	Profundidad del electrodo en el baño de escoria (mm)
1000	4
1300	13
1600	14,5
1900	14,5

Tipo de acero: F-111. Tipo de escoria: 70/0/0/30. Diámetro del electrodo: 65 mm.

$$V = 35 \text{ v}$$

$$I = 1,5 \text{ KA}$$

* Las distancias (L) se calcularon según el Apartado 9.1.1.

Es necesario tener en cuenta que las ecuaciones y modelos precedentes fueron realizados para montajes en que el molde está aislado de la placa base y han llegado a generalizarse a los dos tipos de montaje (con y sin molde aislado) sin estudio o comprobación previa, no existiendo en la bibliografía consultada un solo trabajo sobre esta cuestión. Ello ha supuesto un error en la concepción de los parámetros eléctricos que ha dado lugar a su inadaptabilidad a nuestra instalación y a todas aquellas que utilizan lingotera o molde en contacto eléctrico con la placa base.

Hay que señalar, no obstante, que la construcción de hornos con molde aislado de la placa base, obedeció, en su tiempo, al propósito de evitar un deterioro de la instalación por la formación accidental de un cortocircuito entre el electrodo y crisol ya que industrialmente se opera con altas relaciones diámetro electrodo/diámetro crisol y una desviación en la rectitud de los electrodos podría ocasionar este accidente.

Si entre dos electrodos separados por un medio conductor se establece una diferencia de potencial se puede aplicar la ley de Ohm, pero establecerla conlleva la necesidad de conocer el flujo de corriente. Este puede determinarse, en régimen estacionario, resolviendo previamente la ecuación de Laplace, $\nabla^2 V = 0$, de acuerdo con las condiciones de contorno. Un horno con molde conectado a la placa base, posee dos electrodos desde el punto de vista electrocinético que son:

- 1) Electrodo propiamente dicho (o barra fundente).
 - 2) Molde-placa base-lingote, por estar estos tres elementos en contacto
- y la resolución de la ecuación de Laplace tendrá que tener en cuenta tales condiciones.

Se analizaron diferentes métodos para la solución de este problema (métodos analíticos, experimentales, analógicos). Los métodos analíticos (separación de variables, transformación conforme, transformada de Fourier, etc.), resultan de difícil o imposible aplicación, debido a la geometría del sistema y a sus condiciones de contorno. Se encontró que el método numérico de las diferencias finitas resultaba eficaz y también se empleó un método analógico de cómodo empleo y rápida solución. En definitiva, el problema se afrontó por medio de:

a) Simulación matemática (Método de las diferencias finitas).

b) Simulación física (Método analógico del Papel Teledeltos) para buscar, además de la solución, la confrontación que permitiera, con la exactitud requerida, elegir el método de cálculo para el desarrollo y confirmación de esta nueva concepción.

Se establecen, en ambas simulaciones, las siguientes hipótesis que se aproximan a las condiciones reales del Proceso.

- No se toma en cuenta la existencia de la película de escoria sobre la pared del crisol, en toda la altura del baño de escoria, puesto que aún existen dudas^(102, 103, 104) sobre su extensión y exacta localización.

- Despreciamos la película viscosa que, posiblemente, se forma sobre la superficie cilíndrica del electrodo en la zona de inmersión⁽¹⁰³⁾.

- La geometría adoptada para simular el electrodo, es plana en la zona fundente, ya que esta forma se aproxima a la obtenida en la práctica cuando la tensión de trabajo es alta (≥ 35 v) y simultáneamente facilita el cálculo cuando se emplea el método de las diferencias finitas.

- Se supone una temperatura uniforme dentro del baño de escoria, con lo cual la resistividad eléctrica de la escoria es constante en todos los puntos, permitiendo así el empleo del método analógico.

- Las dimensiones del sistema simulado son:

Diámetro crisol = 10 cm.

Diámetro electrodo = 6 cm.

distancia electrodo-baño = 5,5 cm.

Estos valores son del mismo orden que los obtenidos en cualquier refusión. El diámetro elegido para el crisol es, precisamente, su diámetro medio.

- Se ha despreciado la ligera conicidad del crisol, puesto que para el volumen ocupado por la cantidad de escoria empleada en la práctica, puede suponerse que es perfectamente cilíndrica.

- La corriente de trabajo es alterna, pero como los aparatos de medida señalan valores eficaces, puede suponerse a efectos de la determinación de las líneas de campo y por tanto de la generación calorífica, que la corriente aplicada es continua con los valores de voltaje e intensidad eficaces.

5.4. Simulación matemática.

5.4.1. Planteamiento.

La ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas y con simetría axial será:

$$\frac{1}{r} \frac{\delta V}{\delta r} + \frac{\delta^2 V}{\delta r^2} + \frac{\delta^2 V}{\delta z^2} = 0 \quad (13)$$

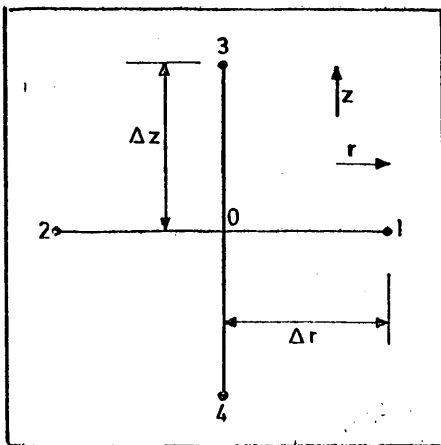
cuya resolución queda reducida a un campo bidimensional.

Para aplicar el método aproximado de las diferencias finitas (108, 109, 110, 111, 112), se superpone una red discretizada sobre el campo en estudio y se toman en consideración los nudos de la misma. Sea un nudo cualquiera (punto 0), rodeado de sus adyacentes (puntos 1, 2, 3, 4) con las direcciones radial y vertical perfectamente definidas (fig. 29).

Los gradientes, según la dirección r , representan los gradientes a mitad de camino entre el nudo 0 y los adyacentes 1 y 2.

$$\left(\frac{\delta v}{\delta r} \right)_{0-1} \approx \frac{v_1 - v_0}{\Delta r} \quad (14)$$

$$\left(\frac{\delta v}{\delta r} \right)_{2-0} \approx \frac{v_0 - v_2}{\Delta r} \quad (15)$$



Estas expresiones suponen que el gradiente de voltaje es constante entre nudos adyacentes, siendo la ecuación (14), una aproximación por diferencias finitas hacia adelante y la ecuación (15), una aproximación por diferencias finitas hacia atrás. El gradiente en el punto 0, será la semisuma de los anteriores (o valor medio).

Fig. 29. Esquema general para cualquier nudo de la red.

$$\left(\frac{\delta v}{\delta r} \right)_0 \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1 - v_2}{\Delta r}$$

y el primer término de la ecuación (13), de Laplace, será:

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\delta v}{\delta r} \right)_0 \approx \frac{1}{2} \frac{v_1 - v_2}{r_0 \Delta r} \quad (16)$$

Restando las ecuaciones (14) y (15) y dividiendo por Δr , tendremos el valor aproximado del segundo término de la ecuación de Laplace.

$$\left(\frac{\delta^2 v}{\delta r^2} \right)_0 \approx \frac{v_1 + v_2 - 2 v_0}{\Delta r^2} \quad (17)$$

De igual modo, en la dirección z , se tendrá

$$\left(\frac{\delta v}{\delta z} \right)_{0-3} \approx \frac{v_3 - v_0}{\Delta z} \quad (18)$$

$$\left(\frac{\delta v}{\delta z} \right)_{4-0} \approx \frac{v_0 - v_4}{\Delta z} \quad (19)$$

que representan los gradientes de voltaje (o potencial) a mitad de camino entre el nudo 0 y los adyacentes 3 y 4. Restando ambas expresiones (18) y (19) y dividiendo por Δz , obtendremos el valor aproximado del tercer término de la ecuación de Laplace

$$\left(\frac{\delta^2 v}{\delta z^2} \right)_0 \approx \frac{v_3 + v_4 - 2 v_0}{\Delta z^2} \quad (20)$$

Sustituyendo en (13) los términos de dicha ecuación por sus valores aproximados, se llega a la siguiente expresión,

$$\frac{1}{2} \frac{v_1 - v_2}{r_0 \Delta r} + \frac{v_1 + v_2 - 2 v_0}{\Delta r^2} + \frac{v_3 + v_4 - 2 v_0}{\Delta z^2} = 0 \quad (21)$$

Si se elige una red formada por celdas cuadradas e iguales, entonces

$$\Delta r = \Delta z = h$$

y haciendo $r_0 = n h$, la ecuación (21) se convierte en

$$\frac{1}{h^2} \left[\frac{1}{2n} (V_1 - V_2) + V_1 + V_2 - 2V_0 + V_3 + V_4 - 2V_0 \right] = 0$$

que multiplicada por h^2 y realizando operaciones se tiene, finalmente,

$$V_1 \left(1 + \frac{1}{2n}\right) + V_2 \left(1 - \frac{1}{2n}\right) + V_3 + V_4 - 4V_0 = 0 \quad (22)$$

La ecuación (22) se aplicará a los nudos de la red, dando lugar a un sistema de ecuaciones cuya solución dará los potenciales en esos puntos. En otro punto cualquiera, el potencial se calculará por interpolación entre ese punto y los nudos próximos. Sin embargo, la ecuación (22) no será aplicable a un número muy limitado de nudos como son los situados en un eje de simetría, o aquellos que se encuentran a una distancia del contorno más pequeña que el parámetro de la red. La ecuación que se aplique a éstos últimos diferirá ligeramente de la ecuación (22), siendo examinado cada caso particular.

5.4.2. Resolución.

Se eligió una discretización uniforme con un parámetro de red (distancia entre nudos), de valor $h = 1$ cm. representada en la fig. 30. Entre los electrodos se estableció una diferencia de potencial de 30 voltios por ser el voltaje de uso más frecuente en la práctica de refusión y se tomó el electrodo fundente como positivo ($V = 30$ v.) y el crisol - lingote como negativo ($V = 0$ v.). El origen de coordenadas se situó sobre el eje de simetría, haciendo coincidir el eje radial con la interfase escoria-baño metálico.

Los nudos de la red están ennumerados desde 1 hasta 26 y a cada uno de ellos se le aplicará la ecuación de Laplace, dando lugar a 26 ecuaciones con 26 incógnitas, cuya construcción se hará de acuerdo con las siguientes observaciones que son consecuencia de la situación particular de cada uno.

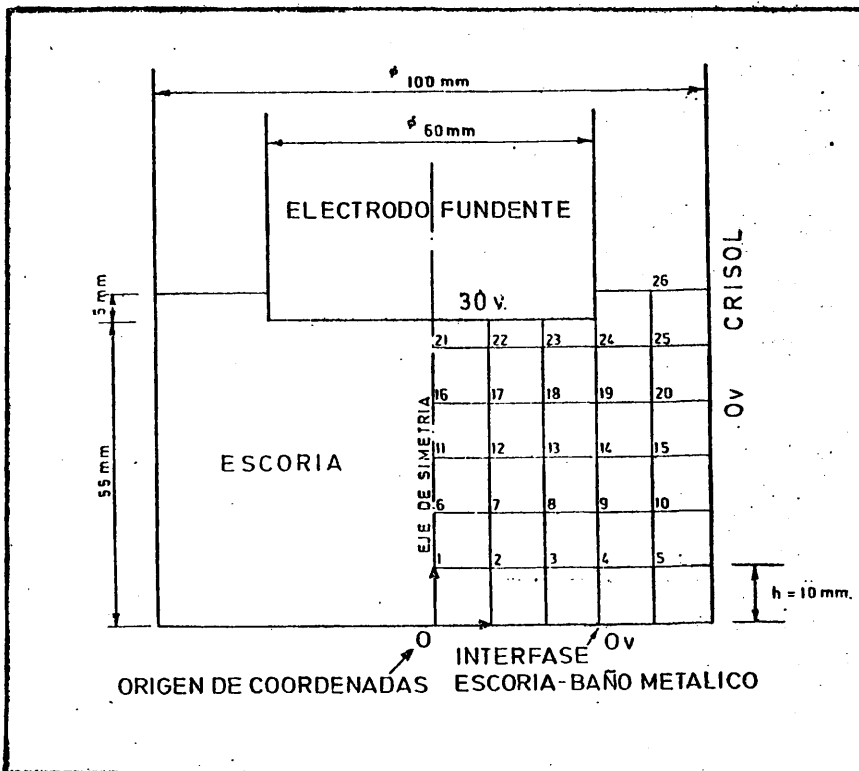


Fig. 30. Discretización del medio resistivo (baño de escoria) formando una red de 26 nudos.

La ecuación (22) se aplicará a todos los nudos de la red salvo excepciones que analizamos a continuación.

En los nudos situados sobre el eje de simetría se cumple que:

$$\frac{1}{r} \frac{\delta v}{\delta r} = \frac{0}{0}$$

obteniéndose una indeterminación; como r y $\frac{\delta v}{\delta r}$ son funciones que no se anulan simultáneamente en un entorno reducido de $r=0$, para cualquier nudo situado sobre el eje de simetría (también eje vertical de coordenadas), entonces el término $\frac{1}{r} \frac{\delta v}{\delta r}$ puede calcularse aplicando el teorema de Bernouilli-L' Hopital (116),

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\delta v}{\delta r} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\frac{\delta v}{\delta r}}{r} = \frac{\delta^2 v}{\delta r^2}$$

y por tanto, la ecuación de Laplace para los nudos del eje toma la forma,

$$2 \frac{\delta^2 v}{\delta r^2} + \frac{\delta^2 v}{\delta z^2} = 0$$

y en diferencias finitas, teniendo presente las ecuaciones (17, 20) y que $\Delta r = \Delta z = h$, se tendrá:

$$2 v_1 + 2 v_2 + v_3 + v_4 - 6 v_0 = 0$$

y como $v_1 = v_2$ por simetría radial, entonces

$$4 v_1 + v_3 + v_4 - 6 v_0 = 0$$

que es la ecuación que hay que aplicar a los nudos situados sobre el eje para evitar de este modo la indeterminación.

Los nudos 21, 22, 23 y 24 están próximos al electrodo fundente, a una distancia igual a la mitad del parámetro de la red. El esquema general de estos nudos será el de la Fig. 31, donde $\Delta z = \frac{1}{2} \Delta r = \frac{1}{2} h$

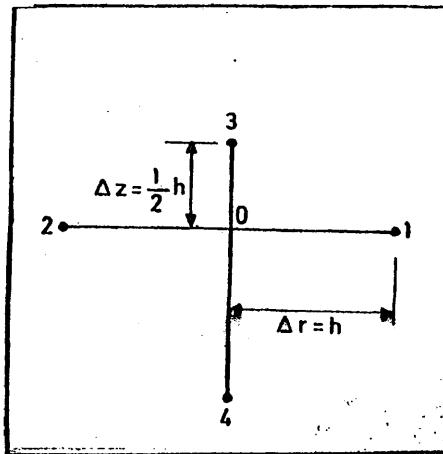


Fig. 31. Esquema para los nudos 21, 22, 23 y 24.

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\delta v}{\delta r} \right)_0 \approx \frac{1}{nh} \cdot \frac{v_1 - v_2}{h} = \frac{v_1 - v_2}{nh^2} \quad (23)$$

$$\left(\frac{\delta^2 v}{\delta r^2} \right)_0 \approx \frac{1}{h} \left(\frac{v_1 - v_0}{h} - \frac{v_0 - v_2}{h} \right) = \frac{1}{h^2} (v_1 + v_2 - 2v_0) \quad (24)$$

y en la dirección vertical se tendrá,

$$\left(\frac{\delta v}{\delta z} \right)_0 \approx \frac{v_3 - v_0}{1/2 h}$$

que da el gradiente en el punto medio de los nudos 0 y 3. Del mismo modo,

$$\left(\frac{\delta V}{\delta z}\right)_0 \approx \frac{V_0 - V_4}{h}$$

Es el gradiente en el punto medio de los nudos 0 y 4. La derivada segunda se expresará de la forma,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta^2 V}{\delta z^2}\right)_0 &\approx \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} h + \frac{1}{2} h} \left(\frac{V_3 - V_0}{1/2 h} - \frac{V_0 - V_4}{h}\right) = \\ &= \frac{1}{h^2} \left(\frac{8}{3} V_3 + \frac{4}{3} V_4 - 4 V_0\right) \quad (25) \end{aligned}$$

sumando las ecuaciones (23), (24) y (25)

$$\frac{V_1 - V_2}{nh^2} + \frac{1}{h^2} (V_1 + V_2 - 2V_0) + \frac{1}{h^2} \left(\frac{8}{3} V_3 + \frac{4}{3} V_4 - 4V_0\right) = 0$$

multiplicando por h^2 y agrupando términos, se tendrá finalmente,

$$V_1 \left(1 + \frac{1}{2n}\right) + V_2 \left(1 - \frac{1}{2n}\right) + \frac{8}{3} V_3 + \frac{4}{3} V_4 - 6V_0 = 0 \quad (26)$$

siendo esta la ecuación que se aplicará a los nudos mencionados, donde $V_3 = 30v$

y n toma los valores

n = 0 para el nudo 21

n = 1 " " " 22

.....

Y en particular, para el nudo 21 se cumplirá que $V_1 = V_2$ por estar situado a su vez sobre el eje de simetría.

Para poder aplicar la ecuación al nudo 26, se ha supuesto que la línea de corriente que pasa por este punto es rectilínea y por tanto perpendicular al electrodo fundente y al crisol. Por consiguiente, teniendo en cuenta la perpendicularidad que por definición debe existir entre las líneas de corriente y las líneas equipotenciales, la línea equipotencial que pasa por ese nudo será paralela al electrodo y al crisol, en un entorno de ese punto, coincidiendo con la dirección vertical del sistema de ejes de coordenadas. Analíticamente se traduce en que,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

y por tanto la ecuación que habremos de aplicar al nudo 26 será de la forma,

$$V_1 \left(1 + \frac{1}{2n} \right) + V_2 \left(1 - \frac{1}{2n} \right) - 2 V_0 = 0 \quad (27)$$

donde: $V_1 = 0 \text{ v}$
 $V_2 = 30 \text{ v}$
 $n = 4$
 $V_0 = V_{26}$

Los nudos restantes no ofrecen ninguna particularidad y se les aplicará íntegramente la ecuación (22).

El sistema de ecuaciones que resulta de aplicar la ecuación de Laplace en diferencias finitas a cada uno de los nudos, teniendo presente las observaciones apuntadas, será:

Nudo	n	Ecuación
1	0	$4 v_2 + v_6 - 6v_1 = 0$
2	1	$\frac{3}{2} v_3 + \frac{1}{2} v_1 + v_7 - 4v_2 = 0$
3	2	$\frac{5}{4} v_4 + \frac{3}{4} v_2 + v_8 - 4v_3 = 0$
4	3	$\frac{7}{6} v_5 + \frac{5}{6} v_3 + v_9 - 4v_4 = 0$
5	4	$\frac{7}{8} v_4 + v_{10} - 4v_5 = 0$
6	0	$4v_7 + v_{11} + v_1 - 6v_6 = 0$
7	1	$\frac{3}{2} v_8 + \frac{1}{2} v_6 + v_{12} + v_2 - 4v_7 = 0$
8	2	$\frac{5}{4} v_9 + \frac{3}{4} v_7 + v_{13} + v_3 - 4v_8 = 0$
9	3	$\frac{7}{6} v_{10} + \frac{5}{6} v_8 + v_{14} + v_4 - 4v_9 = 0$
10	4	$\frac{7}{8} v_9 + v_{15} + v_5 - 4v_{10} = 0$
11	0	$4 v_{12} + v_{16} + v_6 - 6v_{11} = 0$
12	1	$\frac{3}{2} v_{13} + \frac{1}{2} v_{11} + v_{17} + v_7 - 4v_{12} = 0$
13	2	$\frac{5}{4} v_{14} + \frac{3}{4} v_{12} + v_{18} + v_8 - 4v_{13} = 0$
14	3	$\frac{7}{6} v_{15} + \frac{5}{6} v_{13} + v_{19} + v_9 - 4v_{14} = 0$
15	4	$\frac{7}{8} v_{14} + v_{20} + v_{10} - 4v_{15} = 0$
16	0	$4 v_{17} + v_{21} + v_{11} - 6 v_{16} = 0$

Nudo	n	Ecuación
17	1	$\frac{3}{2} V_{18} + \frac{1}{2} V_{16} + V_{22} + V_{12} - 4V_{17} = 0$
18	2	$\frac{5}{4} V_{19} + \frac{3}{4} V_{17} + V_{23} + V_{13} - 4V_{18} = 0$
19	3	$\frac{7}{6} V_{20} + \frac{5}{6} V_{18} + V_{24} + V_{14} - 4V_{19} = 0$
20	4	$\frac{7}{8} V_{19} + V_{25} + V_{15} - 4V_{20} = 0$
21	0	$4V_{22} + \frac{4}{3} V_{16} - 8V_{21} = - 80$
22	1	$\frac{3}{2} V_{23} + \frac{1}{2} V_{21} + \frac{4}{3} V_{17} - 6V_{22} = - 80$
23	2	$\frac{5}{4} V_{24} + \frac{3}{4} V_{22} + \frac{4}{3} V_{18} - 6V_{23} = - 80$
24	3	$\frac{7}{6} V_{25} + \frac{5}{6} V_{23} + \frac{4}{3} V_{19} - 6V_{24} = - 80$
25	4	$\frac{7}{8} V_{24} + V_{26} + V_{20} - 4V_{25} = 0$
26	4	$2 V_{26} = \frac{210}{8}$

Los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales pueden dividirse en dos grupos: ^(113, 114) iterativos y directos. Entre los primeros, cabe destacar el de Gauss-Seidel, el de Jacobi y el de relajación de Southwell ⁽¹¹²⁾. De los métodos directos, los más conocidos son el de eliminación de Gauss, de Gauss-Jordan y el de Gauss-Doolittle. La bondad de un método u otro es aún discutida, aunque la inclinación general es la elección de un método directo, pero en algunos casos, p.e., cuando la matriz de coeficientes es dispersa y muy grande puede ser recomendable un método iterativo.

Para resolver nuestro sistema se eligió el método de eliminación de Gauss y se resolvió en un ordenador IBM 360,

Mod. 44, del Centro de Cálculo del C.S.I.C. El ordinograma correspondiente figura en el apéndice A, en cuya programación se ha utilizado la subrutina Simo (115). El sistema de ecuaciones en forma matricial, se escribiría:

$$AX = B$$

siendo A la matriz de los coeficientes, X la matriz de las incógnitas (voltajes en cada nudo) y B la matriz de los términos independientes. La Tabla VII contiene los términos de la matriz X, solución del sistema. Las líneas equipotenciales se determinan interpolando entre nudos adyacentes. Para interpolar, lo más sencillo y común es suponer que el voltaje varía linealmente

TABLA VII. Solución del sistema.

Nudos	Voltios		
1	C.2900201E C1	14	C.6818112E 01
2	0.2759133E 01	15	C.3403253E 01
3	C.2340004E C1	16	0.1730373E C2
4	C.1670089E 01	17	0.1683646E C2
5	C.8359531E 00	18	C.1523922E C2
6	C.6365165E C1	19	0.1185675E C2
7	C.6076390E 01	20	C.5784839E 01
8	C.5203057E C1	21	C.2552147E 02
9	C.3755078E C1	22	0.2527341E C2
10	C.1882434E C1	23	0.2429748E 02
11	0.1059516E C2	24	C.2116072E C2
12	0.1055926E C2	25	C.9356370E C1
13	C.9221092E C1	26	C.1212500E 02

entre puntos adyacentes y de este modo el potencial en un punto M situado entre 0 y 1 vendrá dado por

$$V_M = V_0 + (V_1 - V_0) \frac{XM - X_0}{X1 - X_0}$$

Aunque existen numerosos métodos numéricos para obtener interpolaciones más exactas, como los de Newton, Lagrange, Bessel (113, 114, 116) que toman en cuenta todos los valores de la función en los distintos nudos sobre la misma dirección, hemos usado la interpolación lineal que no introduce errores sustanciales, como fácilmente puede comprobarse, que puedan cambiar de posición las curvas equipotenciales dentro de nuestros límites de contorno. La Fig. (32) muestra algunas líneas equipotenciales obtenidas, cuyos valores de voltaje son los que se indican.

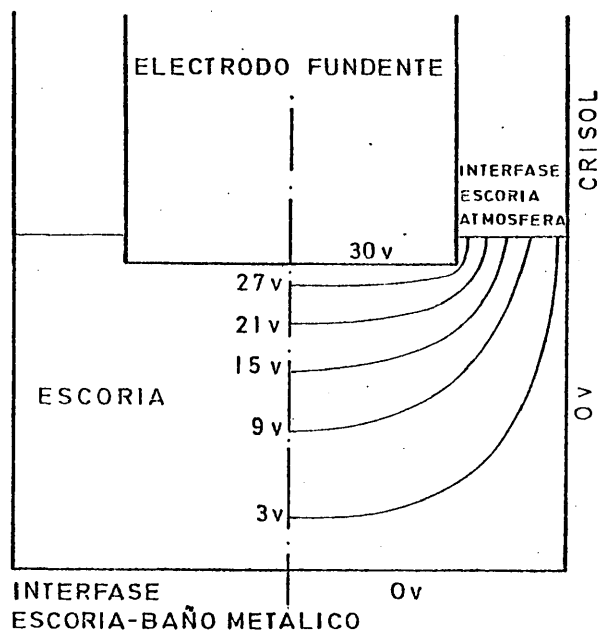
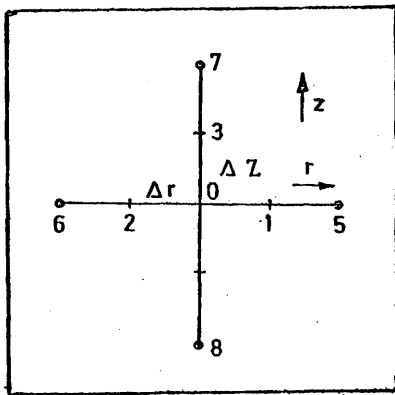


Fig. 32. Líneas equipotenciales deducidas a partir de la red de 26 nudos.

5.4.3. Errores.

El empleo del método de las diferencias finitas para determinar las curvas equipotenciales conduce a una solución aproximada cuyo error es interesante conocer para poder valorar la bondad del método junto con la discretización empleada. Los errores que se producen son de cuatro tipos.



a) Errores inherentes a la discretización o errores de corte.

Supongamos un punto 0 rodeado de sus adyacentes, en las direcciones radial y vertical, como se indica en la Fig. 33, siendo,

$$\Delta r = \Delta z = h$$

Aplicamos un desarrollo en serie de Taylor a los diferentes nudos, alrededor del nudo 0 .

Fig. 33. Esquema general de un nudo de la red rodeado de 8 nudos adyacentes.

$$V_1 = V_0 + h \left(\frac{\delta V}{\delta r} \right)_0 + \frac{h^2}{2} \left(\frac{\delta^2 V}{\delta r^2} \right)_0 + \frac{h^3}{6} \left(\frac{\delta^3 V}{\delta r^3} \right)_0 + \frac{h^4}{24} \left(\frac{\delta^4 V}{\delta r^4} \right)_0 + \dots \quad (28)$$

$$V_2 = V_0 - h \left(\frac{\delta V}{\delta r} \right)_0 + \frac{h^2}{2} \left(\frac{\delta^2 V}{\delta r^2} \right)_0 - \frac{h^3}{6} \left(\frac{\delta^3 V}{\delta r^3} \right)_0 + \frac{h^4}{24} \left(\frac{\delta^4 V}{\delta r^4} \right)_0 - \dots \quad (29)$$

$$V_3 = V_0 + h \left(\frac{\delta V}{\delta z} \right)_0 + \frac{h^2}{2} \left(\frac{\delta^2 V}{\delta z^2} \right)_0 + \frac{h^3}{6} \left(\frac{\delta^3 V}{\delta z^3} \right)_0 + \frac{h^4}{24} \left(\frac{\delta^4 V}{\delta z^4} \right)_0 + \dots \quad (30)$$

$$V_4 = V_0 - h \left(\frac{\delta V}{\delta z} \right)_0 + \frac{h^2}{2} \left(\frac{\delta^2 V}{\delta z^2} \right)_0 - \frac{h^3}{6} \left(\frac{\delta^3 V}{\delta z^3} \right)_0 + \frac{h^4}{24} \left(\frac{\delta^4 V}{\delta z^4} \right)_0 - \dots \quad (31)$$

$$V_5 = V_0 + 2h \left(\frac{\delta V}{\delta r} \right)_0 + \frac{4h^2}{2} \left(\frac{\delta^2 V}{\delta r^2} \right)_0 + \frac{8h^3}{6} \left(\frac{\delta^3 V}{\delta r^3} \right)_0 + \frac{16h^4}{24} \left(\frac{\delta^4 V}{\delta r^4} \right)_0 + \dots \quad (32)$$

$$V_6 = V_0 - 2h \left(\frac{\delta V}{\delta r} \right)_0 + \frac{4h^2}{2} \left(\frac{\delta^2 V}{\delta r^2} \right)_0 - \frac{8h^3}{6} \left(\frac{\delta^3 V}{\delta r^3} \right)_0 + \frac{16h^4}{24} \left(\frac{\delta^4 V}{\delta r^4} \right)_0 - \dots \quad (33)$$

$$V_7 = V_0 + 2h \left(\frac{\delta V}{\delta z} \right)_0 + \frac{4h^2}{2} \left(\frac{\delta^2 V}{\delta z^2} \right)_0 + \frac{8h^3}{6} \left(\frac{\delta^3 V}{\delta z^3} \right)_0 + \frac{16h^4}{24} \left(\frac{\delta^4 V}{\delta z^4} \right)_0 + \dots \quad (34)$$

$$V_8 = V_0 - 2h \left(\frac{\delta V}{\delta z} \right)_0 + \frac{4h^2}{2} \left(\frac{\delta^2 V}{\delta z^2} \right)_0 - \frac{8h^3}{6} \left(\frac{\delta^3 V}{\delta z^3} \right)_0 + \frac{16h^4}{24} \left(\frac{\delta^4 V}{\delta z^4} \right)_0 - \dots \quad (35)$$

Restando las ecuaciones (28) y (29) y despejando la derivada primera, se tiene,

$$\left(\frac{\delta v}{\delta r} \right)_o = \frac{v_1 - v_2}{2h} - \frac{h^2}{6} \left(\frac{\delta^3 v}{\delta r^3} \right)_o - \dots$$

que multiplicada por el término $\frac{1}{r_o}$, siendo r_o la coordenada radial del punto 0 que puede ponerse como $r_o = n h$, resulta;

$$\frac{1}{r_o} \left(\frac{\delta v}{\delta r} \right)_o = \frac{v_1 - v_2}{2nh^2} - \frac{h^2}{6nh} \left(\frac{\delta^3 v}{\delta r^3} \right)_o - \dots \quad (36)$$

Por otra parte, sumando las mismas ecuaciones (28) y (29) y despejando la derivada segunda, tendremos:

$$\left(\frac{\delta^2 v}{\delta r^2} \right)_o = \frac{v_1 + v_2 - 2v_o}{h^2} - \frac{h^2}{12} \left(\frac{\delta^4 v}{\delta r^4} \right)_o - \dots \quad (37)$$

realizando la misma operación con las ecuaciones (30) y (31)

$$\left(\frac{\delta^2 v}{\delta z^2} \right)_o = \frac{v_3 + v_4 - 2v_o}{h^2} - \frac{h^2}{12} \left(\frac{\delta^4 v}{\delta z^4} \right)_o - \dots \quad (38)$$

y sumando las ecuaciones (36) (37) y (38) puede observarse que el primer miembro de la igualdad resultante es la expresión analítica en coordenadas cilíndricas de la Laplaciana y tendremos, después de hacer operaciones de agrupación y simplificación, la expresión:

$$0 = v_1 \left(1 + \frac{1}{2n} \right) + v_2 \left(1 - \frac{1}{2n} \right) + v_3 + v_4 - 4 v_o - \left[\frac{h^3}{6n} \left(\frac{\delta^3 v}{\delta r^3} \right)_o + \frac{h^4}{12} \left(\frac{\delta^4 v}{\delta r^4} \right)_o + \frac{h^4}{12} \left(\frac{\delta^4 v}{\delta z^4} \right)_o + \dots \right] \quad (39)$$

y finalmente comparando las ecuaciones (22) y (39), se observa que el error que se comete en el empleo del método de las dife-

rencias finitas viene dado por:

$$\epsilon = \frac{h^3}{6n} \left(\frac{\delta^3 v}{\delta r^3} \right)_0 + \frac{h^4}{12} \left(\frac{\delta^4 v}{\delta r^4} \right)_0 + \frac{h^4}{12} \left(\frac{\delta^4 v}{\delta z^4} \right)_0 + \dots (40)$$

Así pues, para hallar el valor del error de corte en cualquier nudo basta conocer los valores de las derivadas tercera y cuarta en el nudo en cuestión. Para el nudo 0 de la Fig. (33) puede comprobarse con ayuda de las ecuaciones antes obtenidas que representan los desarrollos en serie de Taylor, que:

$$\left(\frac{\delta^3 v}{\delta r^3} \right)_0 = \frac{v_5 - 2v_1 - v_6 + 2v_2}{2h^3}$$

$$\left(\frac{\delta^4 v}{\delta r^4} \right)_0 = \frac{v_5 + v_6 - 4v_1 - 4v_2 + 6v_0}{h^4}$$

$$\left(\frac{\delta^4 v}{\delta z^4} \right)_0 = \frac{v_7 + v_8 - 4v_3 - 4v_4 + 6v_0}{h^4}$$

y sustituyendo estas expresiones en la ecuación (40), tendremos finalmente para el error de corte:

$$\epsilon = \frac{1}{12} \left[\frac{v_5 - 2v_1 - v_6 + 2v_2}{n} + v_5 + v_6 + v_7 + v_8 - 4v_1 - 4v_2 - 4v_3 - 4v_4 + 12v_0 + \dots \right] \quad (41)$$

Para calcular el error de corte en nuestro sistema se eligió un punto representativo, situado en el centro del área discretizada. Este punto se corresponde con el nudo 13 de la red discretizada.

Aplicando la ecuación (41) al nudo 13 de la red discretizada, se obtiene,

$$\epsilon_{13} = \frac{1}{12} \left[\frac{V_{15} - 2V_{14} - V_{11} + 2V_{12}}{n} + V_{15} + V_{11} + V_{23} + V_3 - 4V_{14} - 4V_{12} - 4V_{18} - 4V_8 + 12V_{13} + \dots \right] = \frac{1}{12} [-0,04729 + 0,39541 + \dots] = 0,02901 + R_{13}$$

Puede afirmarse, sin necesidad de comprobación, que al pasar de las derivadas tercera y cuarta a las siguientes de orden superior, se experimentaría una rápida disminución en magnitud y la suma de estos términos representados por R_{13} estarían limitados, en buena aproximación, por

$$R_{13} < 0,01$$

y por tanto,

$$\epsilon_{13} < 0,05$$

señalando solo la primera cifra significativa ya que, las demás (diezmilésimas, etc.) carecen de significado en el sistema en estudio.

ϵ_{13} representa, pues, el error de la Laplaciana en el punto correspondiente al nudo 13, pero es aún más significativo determinar el error que en consecuencia se tiene sobre el voltaje en este punto. De la ecuación (39), se deduce que,

$$\epsilon \geq V_1 \left(1 + \frac{1}{2n}\right) + V_2 \left(1 - \frac{1}{2n}\right) + V_3 + V_4 - 4V_0 \quad (42)$$

donde los distintos V_i representan los valores verdaderos de voltaje en los puntos correspondientes. Como los voltajes obtenidos en la resolución del sistema de ecuaciones (Apartado 5.4.2.) son aproximados, se puede poner

$$V_i = V_i^* \pm e_i$$

siendo V_i el valor verdadero y V_i^* el calculado. Sustituyendo en la ecuación (42)

$$\epsilon \geq \left[(V_1^* \pm e_1) \left(1 + \frac{1}{2n}\right) + (V_2^* \pm e_2) \left(1 - \frac{1}{2n}\right) + V_3^* \pm e_3 + V_4^* \pm e_4 - 4(V_0^* \pm e_0) \right]$$

y si admitimos que se comete el mismo error en todas las V_i , próximas a V_0 , es decir:

$$e_0 = e_1 = e_2 = e_3 = \dots = e$$

entonces,

$$\epsilon \geq (\nabla^2 v)^* \pm 8e$$

siendo $(\nabla^2 v)^*$ la expresión de la Laplaciana en diferencias finitas referida a los voltajes determinados en la resolución del sistema de ecuaciones. Por consiguiente,

$$\epsilon_{13} \geq (\nabla^2 v)_{13}^* + 8 e_{13}$$

El valor de $(\nabla^2 v)_{13}^*$ puede despreciarse por ser del orden de una diezmilésima como fácilmente puede comprobarse. De este modo,

$$\epsilon_{13} \geq \pm 8 e_{13} \quad , \quad e_{13} \leq \frac{0,05}{8} < 0,01$$

que nos indica un error, como consecuencia del error de corte de la Laplaciana, de 0,01v.

b) Errores de redondeo.

Son los errores que se cometen a causa del redondeo de la última cifra decimal que realiza el ordenador después de cada operación. El modo de averiguar su cuantía es sustituir en la matriz X la solución hallada y calcular la diferencia entre la matriz que resulta de multiplicar la matriz de coeficientes A por la calculada X_c , y la matriz B. El proceso a seguir es el siguiente,

$$AX = B$$

cuya solución consiste en determinar la matriz X. Sea X_c la matriz ya calculada, entonces los errores de redondeo serán los términos de la matriz D, que será:

$$AX_c - B = D$$

Estos errores son del orden de una diezmilésima como fácilmente puede comprobarse sin más que sustituir los valores del potencial de cada nudo, en las diferentes ecuaciones del sistema.

c) Errores de interpolación.

El uso de la interpolación lineal para situar las curvas equipotenciales o en general para calcular el potencial en un punto cualquiera de la escoria, lleva consigo errores debido a que el gradiente de potencial no es constante. Ford^(108,117) nos da una cota máxima para este error dada por:

$$e_{\text{máx}} \leq \frac{(\Delta r)^2}{8} \frac{\delta^2 v}{\delta r^2}$$

y teniendo en cuenta la ecuación (37) que nos da el valor de la derivada segunda, tendremos para el nudo 13,

$$\begin{aligned} e_{13 \text{ max}} &\leq \frac{1}{8} (v_{14} + v_{12} - 2v_{13}) = \\ &= \frac{1}{8} (6,81811 + 10,55926 - 2 \times 9,22109) < 0,2 \end{aligned}$$

d) Errores de trazado.

El trazado gráfico de las diferentes curvas equipotenciales, se realiza haciéndolas pasar a través de los diferentes puntos de igual potencial. Estos puntos ocupan geométricamente un espacio aproximado de 1 mm. que para el nudo 13 esta dimensión equivale, como fácilmente puede comprobarse por interpolación entre nudos próximos, a algo menos de 0,3 voltios.

La suma de todos los errores nos dará:

$$E_{13} \leq 0,6 \text{ v.}$$

cuyo significado es doble: por una parte la precisión que se consigue con el método de las diferencias finitas es muy aceptable y por otra, al aumentar considerablemente el número de nudos en la discretización del campo no se consigue, prácticamente, una mejora en la aproximación.

El error relativo cometido es:

$$E_{r13} = \frac{E_{13}}{V_{13}} \leq \frac{0,6}{9,2} < \frac{0,6}{9} \leq 6,6 \%$$

cuya cuantía es aceptable.

5.5. Simulación física.

5.5.1. Planteamiento y resolución.

Los métodos físicos que se utilizan para resolver ecuaciones del tipo Laplace y que se fundamentan en una analogía con el sistema en estudio, pueden clasificarse en dos grandes grupos.

- Métodos con discretización de las variables espaciales.
- Métodos continuos.

Entre los primeros cabe señalar como el más importante, el método de las "resistencias finitas" y entre los métodos continuos son preferidos los de "la cuba electrolítica" y el "papel conductor de Teledeltos".

El método de las resistencias finitas consiste en sustituir el sistema en estudio por una red de resistencias finitas, dando a los nudos situados sobre el contorno los voltajes que correspondan a las condiciones límites y determinando a continuación los voltajes en los nudos interiores de la red. En la actualidad, éste método se emplea, fundamentalmente, en dos versiones: de Liebman⁽¹¹⁸⁾ y de Beuken⁽¹¹⁹⁾, que permiten además discretizar la variable tiempo y resolver asimismo problemas que obedezcan a regímenes transitorios. La diferencia sustancial entre ambos métodos es que el primero permite realizar lecturas a intervalos de tiempo seleccionados por el operador, mientras que el método de Beuken, que emplea condensadores conjuntamente con las resistencias, exige realizar las medidas de forma continua con registrador. En el caso de régimen estacionario, ambos sistemas se reducen a uno solo. No es nuestro objetivo realizar un estudio de estos procedimientos, existien

dó por otra parte, la suficiente bibliografía al respecto de la cual destacamos, además de la ya señalada, los trabajos de J. Doria y A. Osorio^(108, 109) que describen y realizan aplicaciones prácticas a problemas térmicos en régimen transitorio, de ambos procedimientos.

Respecto a la cuba electrolítica, su papel esencial es el de contener al modelo en estudio. Existe una variedad infinita de cubas pero en la práctica hay ciertos tipos que vienen utilizándose frecuentemente. Hay esencialmente tres tipos: cubas Laplacianas bidimensionales, cubas de revolución y cubas Laplacianas espaciales. Todas tienen una forma plana rectangular, cuyas dimensiones son bastante grandes para evitar los efectos de proximidad de las paredes. Particularmente, una cuba Laplaciana bidimensional posee unas dimensiones máximas de 1,5 x 2 m. para la superficie plana y su altura puede llegar a tener 20 cm. Sus paredes son de plexiglás y todo el conjunto descansa sobre una armadura metálica. La construcción de la maqueta que simule el modelo se hace también de plexiglás y en caso de que las fronteras (contorno) deban ser conductores y estar a un potencial determinado por exigencias del problema, éstas serían pintadas con pintura de plata o bien, alternativamente, se construirían de metal, p.e. de latón. En la superficie se desliza un carro que transporta la sonda y facilita situarla en el punto donde se desea medir. La cuba electrolítica, inventada por Adams⁽¹²⁰⁾ en el siglo pasado, es un método muy extendido para resolver ecuaciones de Laplace, sobre todo en forma tridimensional, cuyos resultados ofrecen una excelente fiabilidad. Una descripción amplia de este método analógico puede encontrarse en los trabajos de Malavard⁽¹²¹⁾ y más próximo a nosotros, en los de A. Osorio y J. Doria^(108 y 109) que al igual que en las analogías anteriores, realizan un estudio y aplicación de este modelo acompañado de un cálculo de los errores que lleva implícitos.

Los métodos hasta ahora descritos brevemente, si bien resuelven eficazmente una ecuación de Laplace, presentan serias dificultades cuando el número de simulaciones que haya que realizar en el tema de investigación propuesto, sea excesivamente grande. En muchos trabajos de investigación se presenta la necesidad de variar un elevado número de veces las condiciones de contorno, ya sea la magnitud en estudio o bien la geometría del sistema o ambas a la vez, lo cual conduce a otras tantas disposiciones de la red de resistencias o de la cuba electrolítica que se traduciría en dificultades y lentitudes en el desarrollo de tales investigaciones.

El método que hemos elegido para la resolución de nuestro problema es el del papel Teledeltos cuya utilización dejaremos en lo sucesivo, sobradamente justificada. La técnica del papel Teledeltos o papel grafitizado, fue inventada por L.G. Brillet⁽¹²²⁾ en 1932 y divulgada en España por Malavard⁽¹²¹⁾ a través de sus conferencias en Madrid (I.N.T.A.) en 1949. Es un procedimiento, quizás, algo menos exacto que los anteriores, pero debido a su simplicidad y a su bajo coste ha ganado una enorme popularidad en los últimos años. Su aplicación está limitada, fundamentalmente a la resolución de ecuaciones de Laplace bidimensionales. El papel Teledeltos^(111,122) está formado, generalmente, por tres capas: una primera capa delgada de aspecto grisáceo que consiste en una suave pintura de aluminio, siendo la capa sensitiva a la corriente eléctrica sobre la que el lapicero conductor deja una señal; una segunda capa de papel grafitizado y finalmente una tercera capa de pintura aislante. Algunos papeles no llevan esta última capa cuya eliminación obliga a trabajar sobre superficies aislantes, p.e., cristal, plástico, etc. Pueden distinguirse dos tipos básicos de papel Teledeltos: tipo L con una resistencia que oscila entre 1000 y 4000 ohmios por cuadrado y el tipo H, de alta resistividad, con una resistencia comprendida entre 8000 y 20.000

ohmios por cuadrado. La no uniformidad de la resistividad en todos los puntos del papel introduce errores en los resultados. También el proceso de fabricación introduce una anisotropía que puede originar un valor para la resistividad en sentido longitudinal hasta un 10% más bajo que en el sentido transversal. Así mismo, la resistividad varía con la humedad con un coeficiente de, aproximadamente, $0,5 \times 10^{-2}$ por % de humedad relativa en la zona del 30% de humedad relativa y de 2×10^{-2} por % de humedad relativa en la zona del 80%, lo cual sugiere que se trabaje en recintos con humedad controlada. Sin embargo, cuando el problema consiste en el trazado de curvas equipotenciales una accidental humectación, si es homogénea, no afecta la posición de aquellas. El papel Teledeltos posee grandes ventajas: su resistividad no cambia con la temperatura, siendo el coeficiente de temperatura del orden de $2 \times 10^{-3} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ lo cual hace que sea prácticamente insensible a los cambios de temperatura ambiente. Es también insensible a la luz, no acumula suciedad, su manejo es sencillo y su coste muy reducido en comparación con los otros métodos. Puede adquirirse en forma de rollos de aproximadamente un metro de anchura y con una longitud que varía en amplios márgenes.

Los electrodos son dibujados sobre la superficie grisácea del papel con pintura de plata disuelta normalmente en metil-isobutil acetona y en concentración suficiente para eliminar las posibles caídas de potencial en ellos. Para eliminar en lo posible los errores en los resultados introducidos por la propia anisotropía del papel y por las diferencias de espesor, entre otros, es aconsejable trabajar en condiciones rigurosas de limpieza, perfecta delimitación de las fronteras, completo conocimiento del sistema real y una gran precisión en la delineación de aquel sobre el papel, repetición de cada ensayo cuando se observe alguna anomalía como la falta de simetría en las curvas equipotenciales o la falta de exactitud en las di-

mensiones, etc.

Las características del papel utilizado en nuestros ensayos son:

- Papel de doble capa (no lleva capa aislante).
- Espesor del papel: aproximadamente 0,08 mm.
- Resistencia: aproximadamente 1000 ohmios por cuadrado, determinada experimentalmente en un cuadrado de 7 x 7 cm. y en sentido longitudinal.
- Resistividad: calculada multiplicando la resistencia por el espesor, es aproximadamente 8 ohm x cm.

Es un papel de baja resistencia que corresponde al tipo L.

La pintura de plata utilizada es del tipo 204, fabricada por la firma alemana Degusse.

Se dibujaron los electrodos de acuerdo con las dimensiones de nuestro problema (pag. 60), recortando a continuación con ayuda de una cuchilla de afeitar, las zonas necesarias para que el circuito se cierre por dentro del sistema analógico entre los dos electrodos dibujados y el aparato de medida. Conforme con nuestra concepción del proceso eléctrico en el horno de fusión bajo electroescoria, el crisol y el lingote están al mismo potencial y esto se ha tenido en cuenta en el dibujo de los electrodos en que ambos elementos forman uno solo. El potenciómetro utilizado para el trazado de las curvas equipotenciales es conocido en los laboratorios de física con el nombre de Trazadora Analógica y es a la vez una fuente de tensión y un aparato de cero. El potenciómetro permite elegir un potencial en %

de la diferencia de potencial de los extremos que se conectan a los electrodos dibujados, lo que evita la necesidad de utilizar un estabilizador para la fuente de alimentación. Las líneas equipotenciales se obtienen con ayuda de un lapicero conductor y un galvanómetro intercalado cuya aguja señalará el cero cuando el punto del papel tocado por el lapicero se encuentre al mismo potencial que el seleccionado por el potenciómetro. Un esquema simple del circuito y una vista del conjunto se muestran en la Fig. 34 en la que se observa la disposición de los elementos de trabajo y particularmente el elevado número de cables de conexión con el fin de evitar caídas de tensión en los propios electrodos. La Trazadora Analógica suministra una tensión continua y se ha elegido el electrodo fundente como ánodo y el crisol-lingote como cátodo. Las curvas equipotenciales determinadas son las que corresponden a 3, 9, 15, 21 y 27 voltios y la Fig. (35) representa las curvas más probables de un total de once simulaciones realizadas en las mismas condiciones.

5.5.2. Errores.

Los errores que se cometen en la determinación del potencial en un punto o bien en la determinación de una curva equipotencial con el método del papel Teledeltos, son de dos tipos.

- Errores del aparato de medida.
- Errores inherentes al papel como causa de la anisotropía, diferencia de espesor, humedad local no uniforme en el papel, etc.

Los primeros tienen como origen la desviación del cero del aparato y la mayor o menor precisión del mismo.

Los errores inherentes al papel Teledeltos pueden

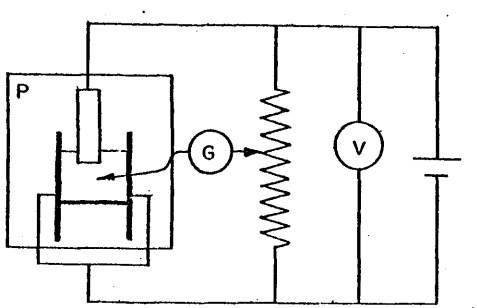
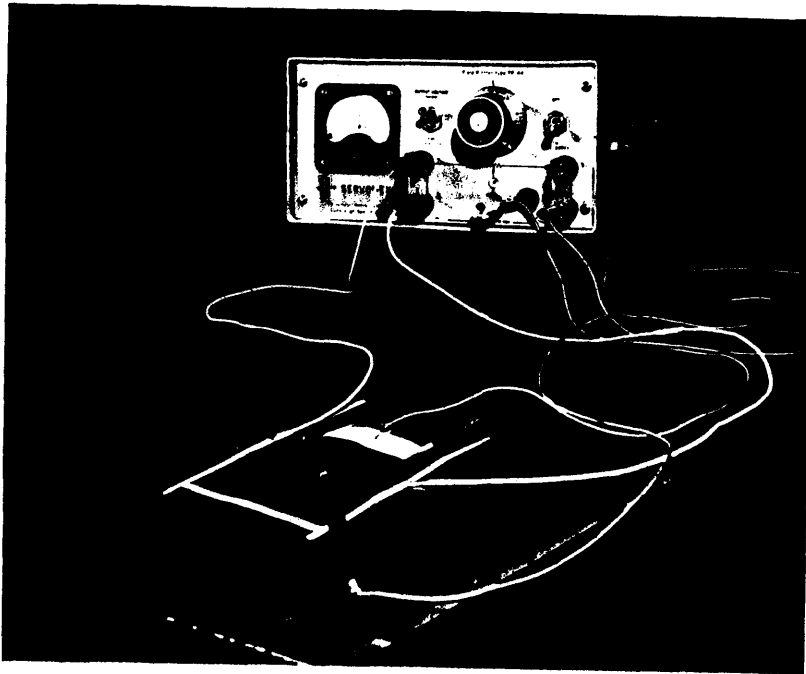


Fig. 34. Trazadora analógica: equipo de trabajo.

calcularse de varios modos: si se conoce la solución analítica del problema, es decir, el potencial verdadero en cada punto del campo, entonces el error absoluto de una medida estará dado por

$$E = V \text{ verdadero} - V \text{ medido}$$

y el error relativo

$$E_r = \frac{V \text{ verdadero} - V \text{ medido}}{V \text{ verdadero}}$$

También en este caso, el error puede calcularse comparando las curvas equipotenciales resueltas analíticamente y las correspondientes determinadas según el papel Teledeltos y estableciendo la distancia de separación entre ambas, en milímetros o en voltios.

En el sistema en estudio no se conoce el potencial verdadero de los puntos, puesto que el método de las diferencias finitas empleado para la resolución del problema representa, como se ha visto, solo una aproximación. Sin embargo, el potencial verdadero de un punto puede sustituirse por el potencial más probable que sería la media aritmética de una serie de medidas y de este modo podría calcularse el error que se llamaría residual. Con este fin se realizaron un total de once simulaciones determinando las curvas equipotenciales de la Fig. 35 que representan las curvas más probables. En la Fig. 36 se muestran las bandas que contienen todas las curvas de los once ensayos y se han dibujado con una anchura que es la máxima obtenida en cada una de ellas. El nudo 13 se encuentra entre las bandas correspondientes a 9 y 15 voltios que tienen una anchura de aproximadamente dos milímetros. Evidentemente, se le puede asignar a este nudo una banda de igual anchura que, por otra parte, ha sido comprobado experimentalmente. Se calculó por interpolación el incremento de potencial que corresponde a dos milímetros,

resultando:

$$\Delta V = \leq 2 \text{ voltios}$$

que puede suponerse, aunque el número de ensayos fue solo de once, que es aproximadamente igual a la anchura sobre el eje de errores de la distribución de Gauss correspondiente y por tanto,

$$E_{13} \text{ ó } 55 \leq \pm 1 \text{ voltio}$$

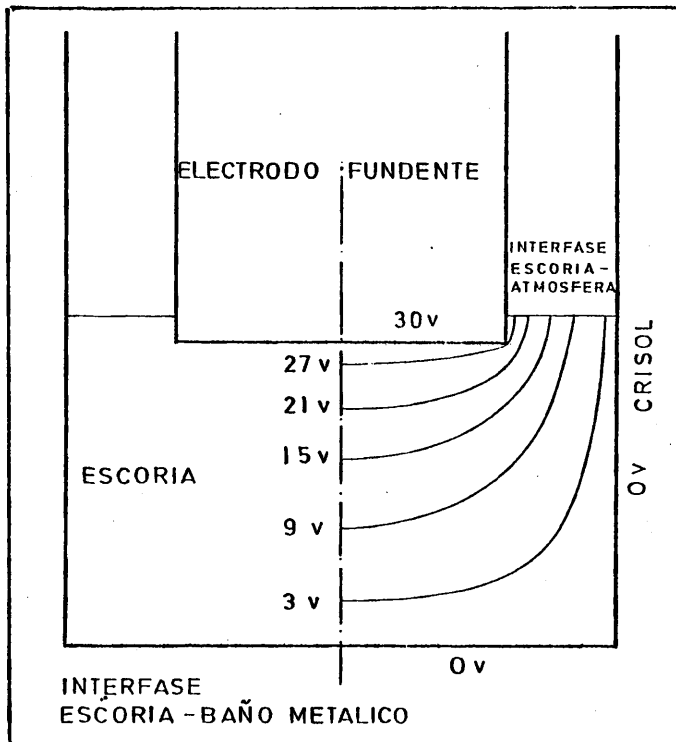


Fig. 35 . Líneas equipotenciales determinadas con la trazadora analógica (Técnica del papel de Teledeltos).

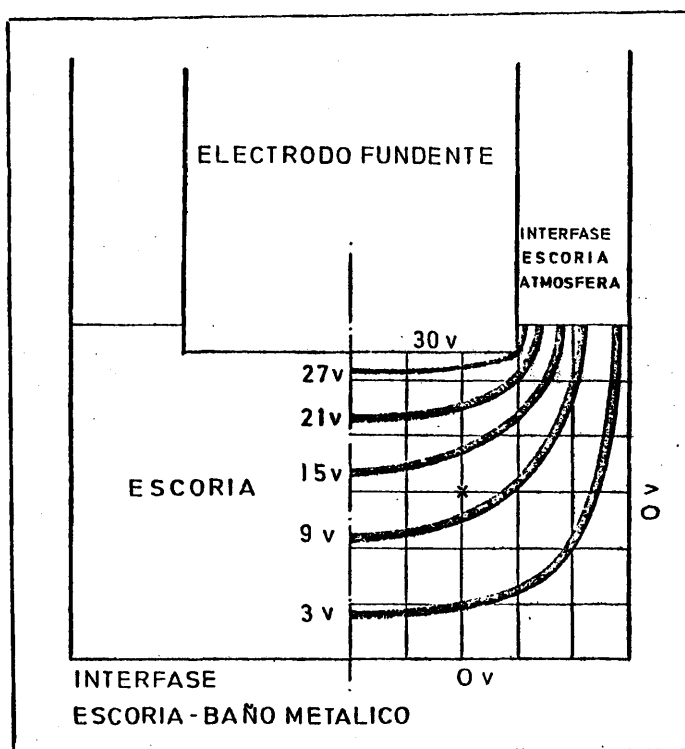


Fig. 36. Bandas de error en la determinación de las líneas equipotenciales mediante la técnica del papel de Teledeltos.

Por otra parte, se realizó un calibrado de la Trazadora Analógica, utilizando como patrón un voltímetro digital Kecthey 169 junto con un estabilizador de tensión. La escala de medidas elegida en el digital apreciaba centésimas de voltios y no se obtuvo error alguno, lo que significa que los errores eran del orden de las milésimas o menores y pueden ser despreciados frente al error del papel.

El potenciómetro contiene mil divisiones, por tanto el error de precisión se toma igual a dos divisiones y como la diferencia de potencial entre electrodos es de 30 voltios, se tendrá para este error un valor de $\pm 0,06$ voltios que puede tam-

bien ser despreciado frente al error inherente al papel. En definitiva,

$$E_{13} \leq \pm 1 \text{ voltio}$$

y el error relativo,

$$Er_{13} = \frac{E_{13}}{V \text{ más probable}} \times 100$$

donde,

V más probable \approx 11 voltios, calculado por interpolación en la Fig. 35.

$$Er_{13} \leq \frac{1}{11} \times 100 < \frac{1}{10} \times 100 = 10 \%$$

5.6. Comparación de ambas simulaciones.

Los errores obtenidos para el nudo 13, tanto en la simulación matemática como en la física, han sido:

$$Er_{13} < 6,6 \% \quad (\text{Simulación matemática con 26 nudos})$$

$$Er_{13} < 10 \% \quad (\text{Simulación con papel Teledeltos})$$

siendo mayores los errores que pueden cometerse con el papel de Teledeltos. Ahora bien, la anchura de una campana de Gauss es ocho veces el error más probable, por tanto se tiene que,

$$E_p = \frac{\Delta V}{8} = \frac{2v}{8} = 0,25 \text{ voltios}$$

y una anchura igual a E_p a ambos lados del origen de la distribución gaussiana, agruparía al 50% de los errores que se producen en las diferentes medidas del potencial. Una anchura igual a $2 \times E_p$ recogería al 82%, es decir, de cada 100 medidas que se

realizaran del potencial en el punto en cuestión, & darían un error,

(82% medidas), $E \leq \pm 0,50$ voltios

y el error relativo

$$Er \leq 5\%$$

que es del mismo orden del cometido en el cálculo de las dife-

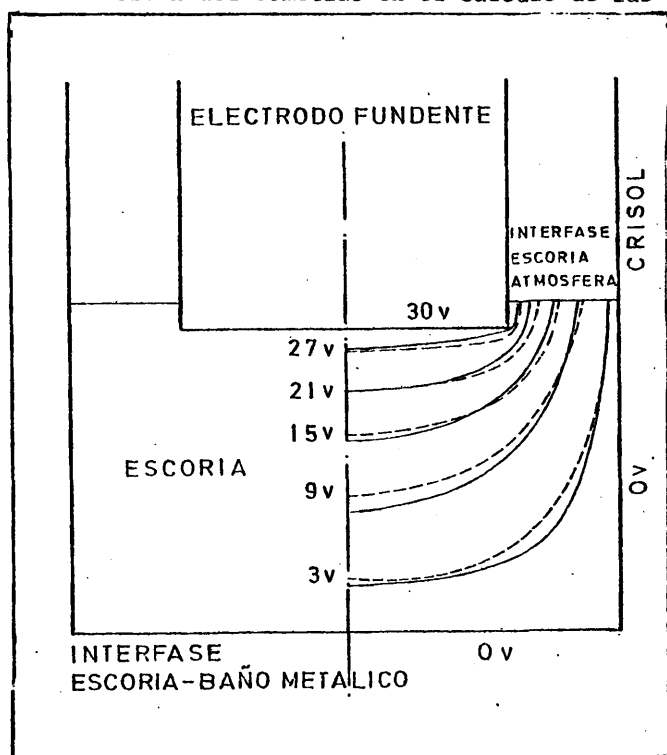


Fig. 37. Comparación entre las curvas equipotenciales.
--- Según la simulación matemática (red de 26 nudos).
— Según la simulación física (papel de Teledeltos).

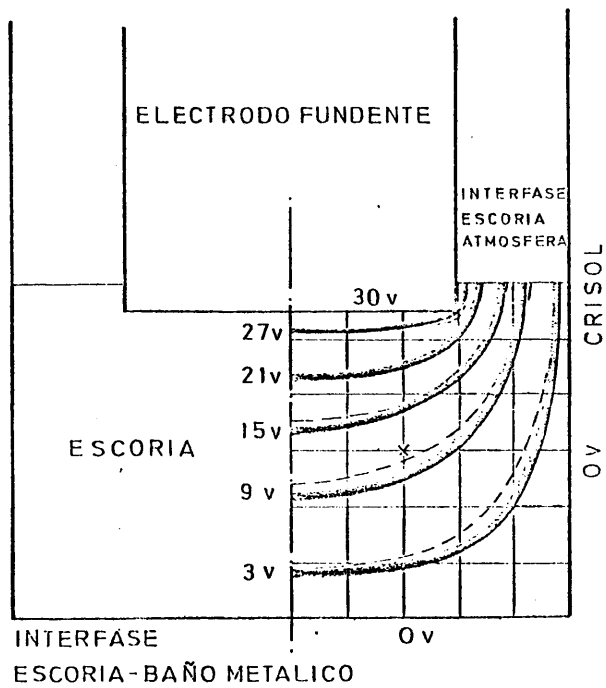


Fig. 38. Bandas de error de la simulación (Papel de Teledeltos) y curvas equipotenciales (---) obtenidas según la simulación matemática (red de 26 nudos)

rencias finitas.

En la Fig. 37 se han representado las dos soluciones, dando cuenta de la excelente proximidad de ambas. Más explícita aún es la Fig. 38 donde se representan las bandas de error de la simulación física y las curvas equipotenciales obtenidas mediante el cálculo; las curvas que no aparecen han sido absorbidas por la banda correspondiente y las que aparecen se introducirían en dichas bandas teniendo en cuenta el error que lleva implícito cada curva. Esto significa que la solución matemática podría ser una de las soluciones determinadas por la simulación física y contenida dentro de la banda de error o dispersión.

Hay que decir, finalmente, prestando nuestra atención a la Fig. 37 que la solución física es mejor en aquellas zonas donde el gradiente de potencial es grande y esto se refleja en los puntos situados sobre la interfase atmósfera-escoria donde la solución matemática se ha realizado interpolando entre nudos, dando un gradiente constante entre nudo y nudo y siendo ésta la causa de la mayor diferencia en esta zona de ambas soluciones.

5.7. Conclusión.

Se han utilizado dos métodos, uno matemático y otro físico, para la resolución de la ecuación de Laplace con las condiciones de contorno señaladas, de acuerdo con nuestra concepción física del proceso eléctrico en que se supone el crisol al mismo potencial que la placa base y que el lingote, puesto que están realmente en contacto eléctrico. Ambos métodos han demostrado su viabilidad dando un error muy aceptable si se tiene en cuenta la propia naturaleza del sistema en estudio.

Se ha conseguido un doble objetivo: por una parte se ha resuelto la Laplaciana en el medio resistivo del proceso de refusión bajo electroescoria, con las condiciones reales de contorno, y por otra parte se presentan dos vías para la realización de estudios teóricos y experimentales que faciliten la determinación de la magnitud intensidad de campo, su distribución, etc., en el campo en estudio.

Obviamente, elegimos el método del papel Teledeltos ya que el error que se comete en las medidas es pequeño y particularmente por su simplicidad y fácil manejo, lo cual posibilita investigaciones exhaustivas sobre el fenómeno. En la parte del estudio experimental, ésta será la técnica empleada en nuestras simulaciones.

6. ESTUDIO ELECTROCINETICO DEL HORNO DE ELECTROESCORIA DE LINGOTERA EN CONTACTO ELECTRICO CON LA PLACA BASE.

La generalización hecha por diversos autores a todos los hornos de electroescoria de un solo electrodo fundente y cualquiera que sea el tipo de montaje, estableciendo las fórmulas y estudios reseñados en el Apartado 5.2. y la no adaptación de estas a nuestro horno que pertenece al tipo de lingotera conectable a la placa base (Apartado 4), dieron lugar a que se iniciara un amplio estudio con el fin de esclarecer la electrocinética del proceso.

Se realizaron dos series de simulaciones, en la primera se variaba la distancia electrodo-baño metálico (L) manteniendo invariable la profundidad del electrodo en la escoria y la segunda serie que consistió en mantener constante la distancia L, variando la profundidad H. De este modo, mediante el cálculo de las intensidades teóricas de corriente eléctrica, determinadas según las leyes de la electrocinética y aplicadas a los modelos simulados, se logra determinar la influencia que tienen, la

lingotera, la distancia L y la profundidad H, sobre la corriente total que circula entre ambos electrodos.

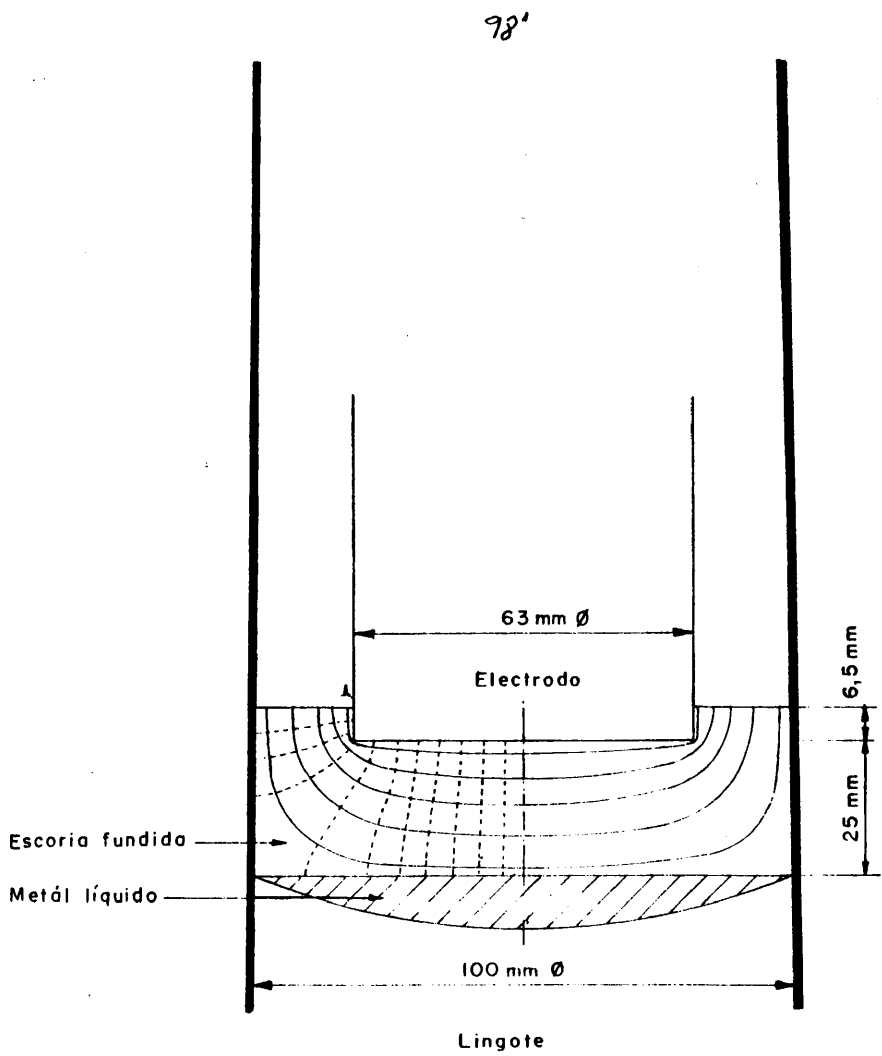
Una tercera serie de simulaciones en las que se supone el horno aislado eléctricamente, permiten establecer una comparación cuantitativa entre ambos tipos de montajes en cuanto se refiere a los tres factores antes mencionados.

6.1. Simulaciones.

En la realización de las simulaciones se han tenido en cuenta las siguientes consideraciones o hipótesis.

- La resistividad de la escoria es constante en cualquier punto.
- El baño metálico (o interfase escoria-baño metálico) se sitúa en la base media de la lingotera ($\varnothing = 100$ mm.).
- El extremo fundente del electrodo se supone plano y como ya se ha dicho, coincide con la geometría que presentan en la práctica dichos electrodos cuando se aplica una tensión alta.
- Se tiene en cuenta la ligera conicidad de la lingotera (1,42%).
- El diámetro del electrodo fundente es de 63 mm. por ser este el diámetro de la gran parte de los electrodos refundidos.

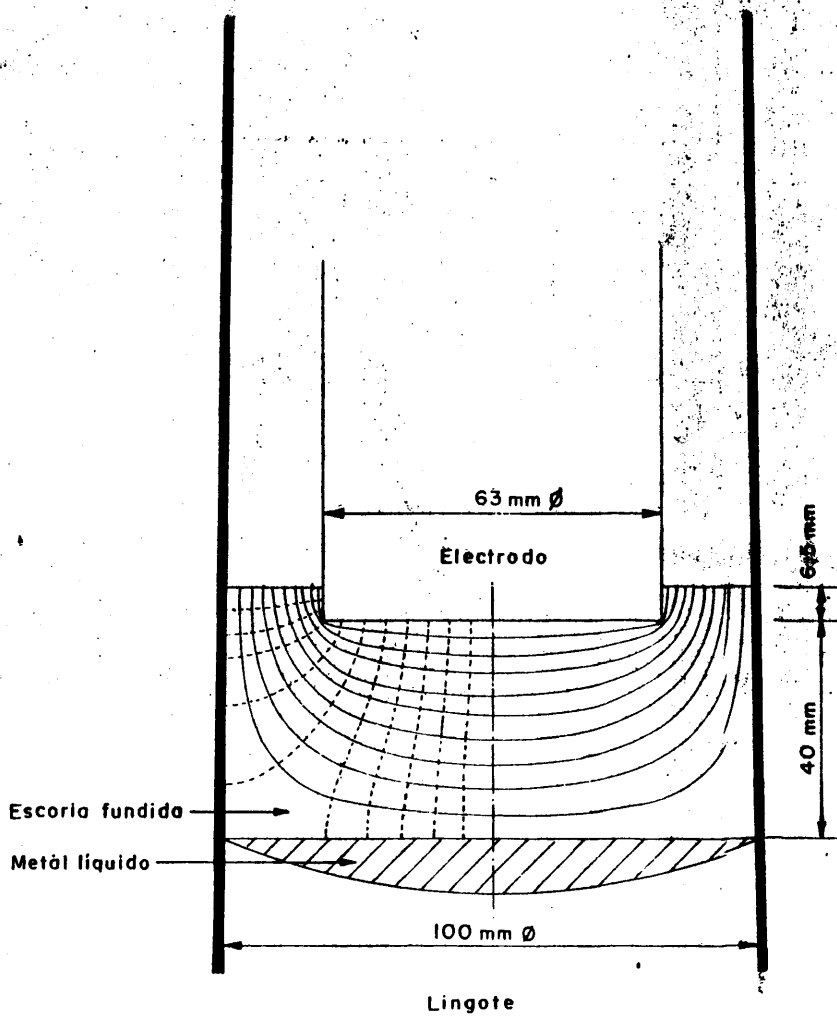
Utilizando el papel de Teledeltos como técnica analógica, se realizaron las simulaciones representadas en las láminas I y II, donde las curvas de trazo lleno representan las curvas equipotenciales y las de trazo discontinuo, perpendicular-



LINEAS EQUIPOTENCIALES

- $V_- + 90\% \Delta v$
- $V_- + 70\% \Delta v$
- $V_- + 50\% \Delta v$
- $V_- + 30\% \Delta v$
- $V_- + 10\% \Delta v$

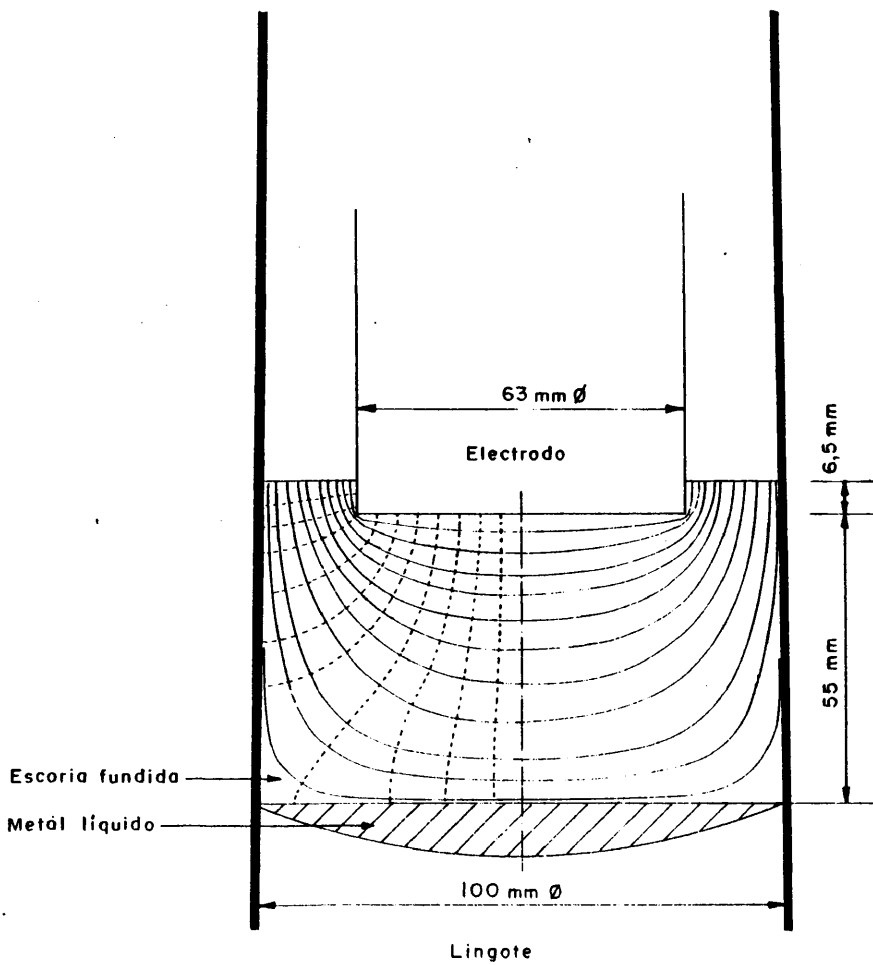
982



LÍNEAS EQUIPOTENCIALES

- $V_- + 90\% \Delta v$
- $V_- + 80\% \Delta v$
- $V_- + 70\% \Delta v$
- $V_- + 60\% \Delta v$
- $V_- + 50\% \Delta v$
- $V_- + 40\% \Delta v$
- $V_- + 30\% \Delta v$
- $V_- + 20\% \Delta v$
- $V_- + 10\% \Delta v$

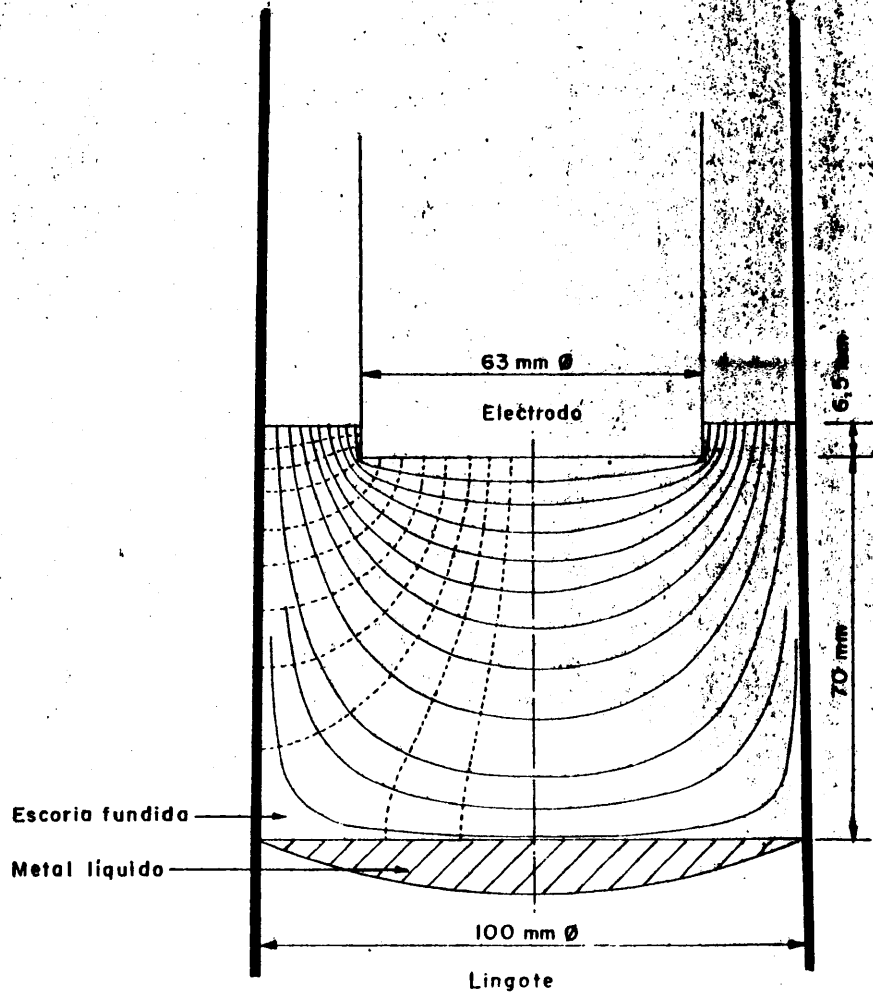
98³



LINEAS EQUIPOTENCIALES

- V₋ + 90 % Δv
- V₋ + 80 % Δv
- V₋ + 70 % Δv
- V₋ + 60 % Δv
- V₋ + 50 % Δv
- V₋ + 40 % Δv
- V₋ + 30 % Δv
- V₋ + 20 % Δv
- V₋ + 10 % Δv
- V₋ + 5 % Δv
- V₋ + 1 % Δv

984

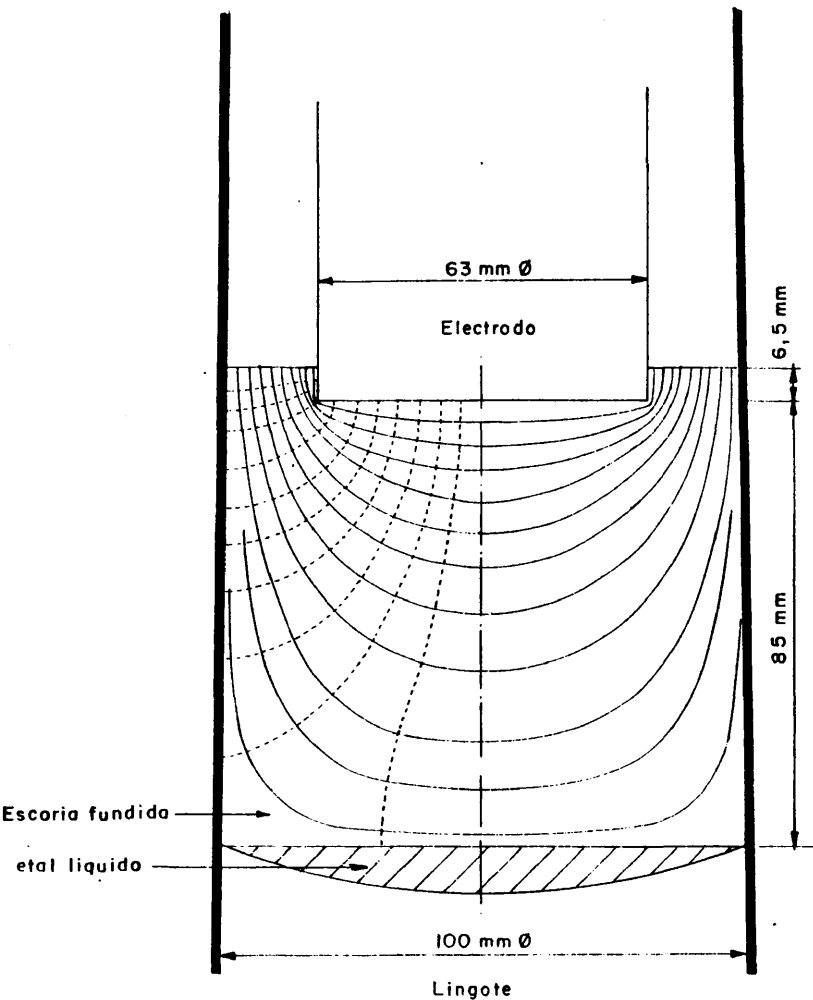


LINEAS EQUIPOTENCIALES

- $V_- + 90\% \Delta v$
- $V_- + 80\% \Delta v$
- $V_- + 70\% \Delta v$
- $V_- + 60\% \Delta v$
- $V_- + 50\% \Delta v$
- $V_- + 40\% \Delta v$
- $V_- + 30\% \Delta v$
- $V_- + 20\% \Delta v$
- $V_- + 10\% \Delta v$
- $V_- + 5\% \Delta v$
- $V_- + 1\% \Delta v$

**LINEAS EQUIPOTENCIALES PARA DIFERENTES
DISTANCIAS ELECTRODO - METAL LIQUIDO.**

985

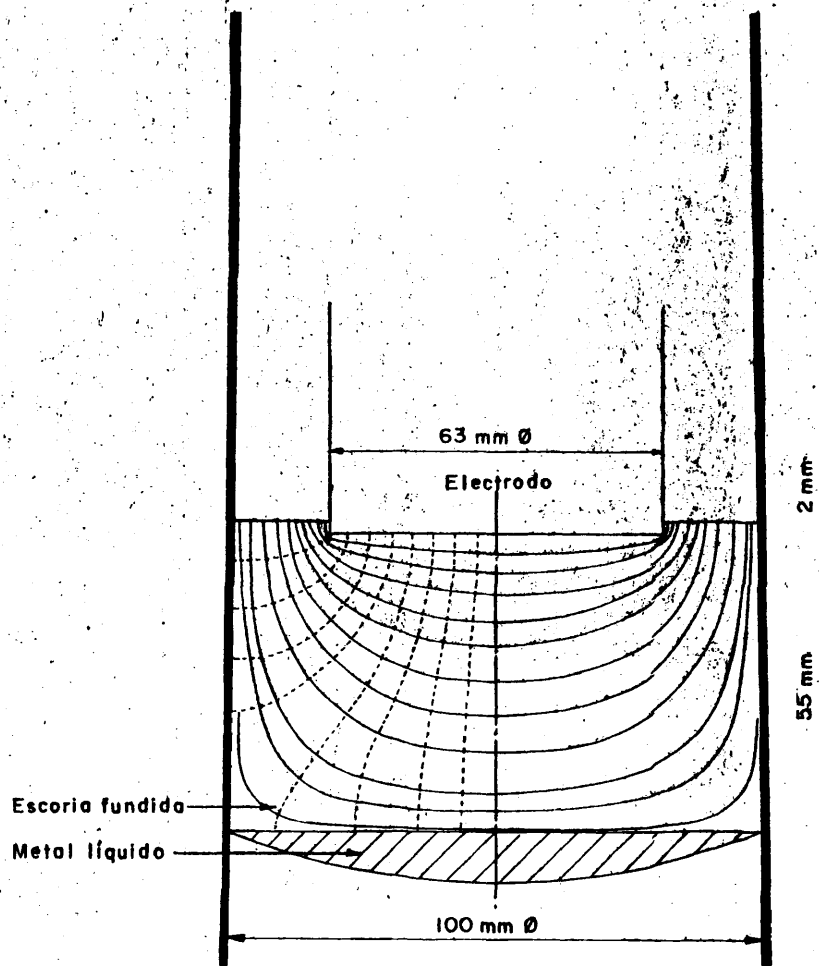


LINEAS EQUIPOTENCIALES

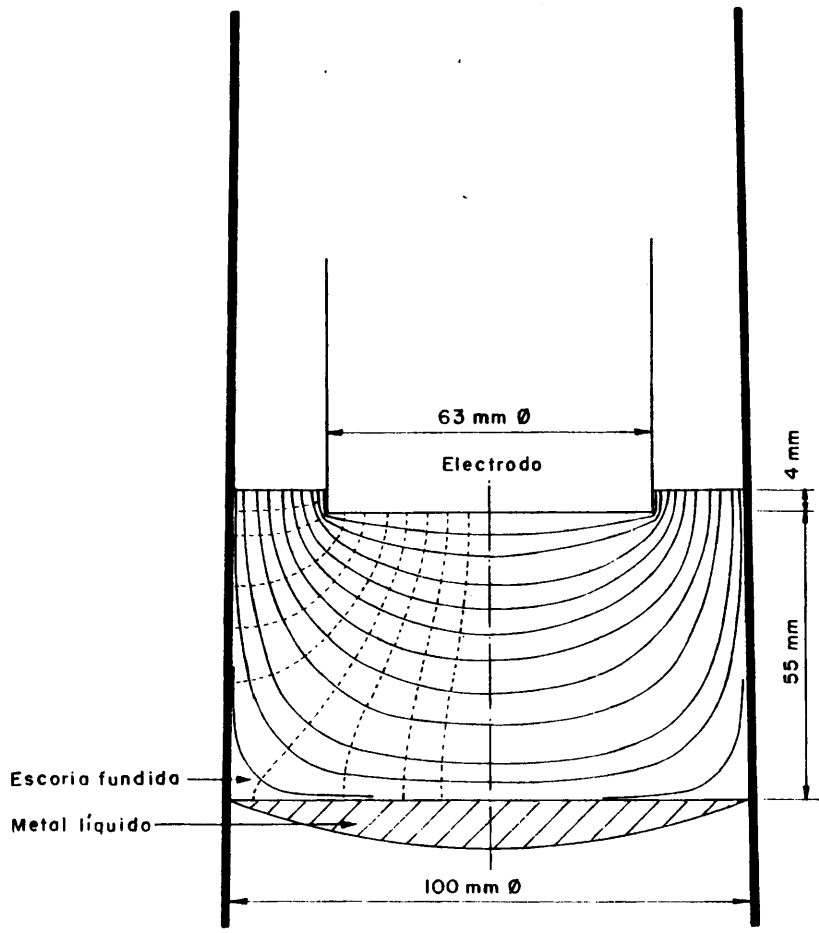
- V₋ + 90 % Δv
- V₋ + 80 % Δv
- V₋ + 70 % Δv
- V₋ + 60 % Δv
- V₋ + 50 % Δv
- V₋ + 40 % Δv
- V₋ + 30 % Δv
- V₋ + 20 % Δv
- V₋ + 10 % Δv
- V₋ + 5 % Δv
- V₋ + 1 % Δv

Electrodo : +
Lingote - Pared : -
Δv = V₊ - V₋

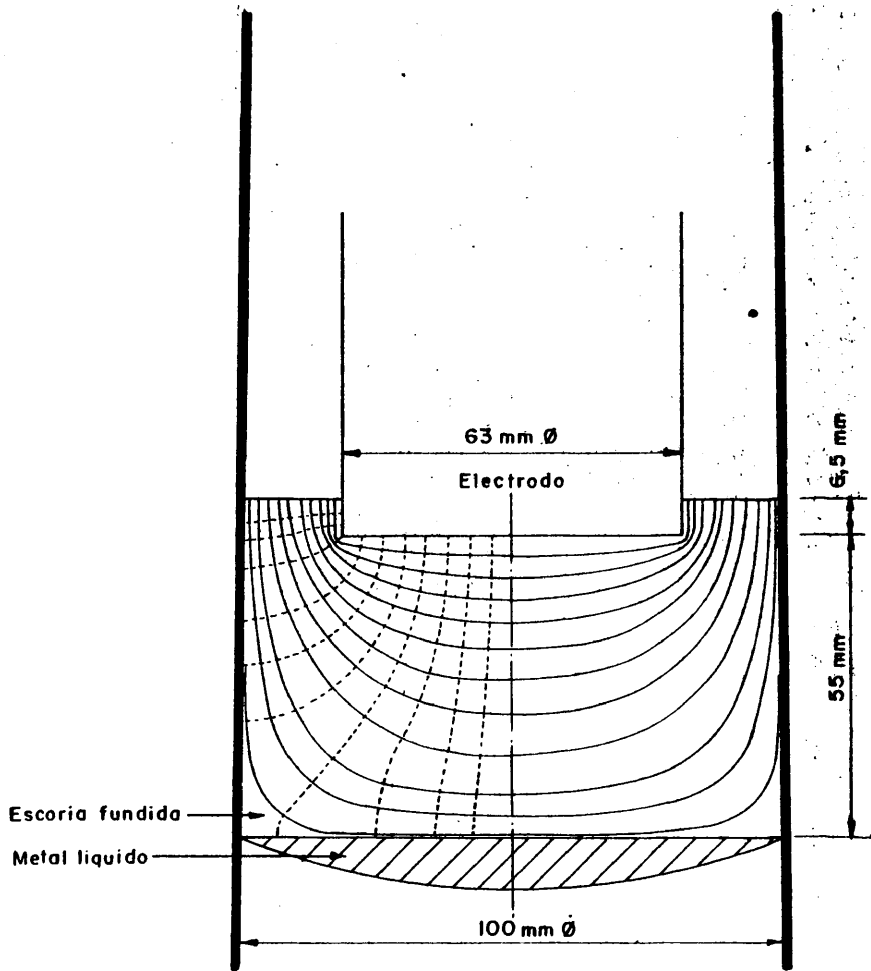
98°



987

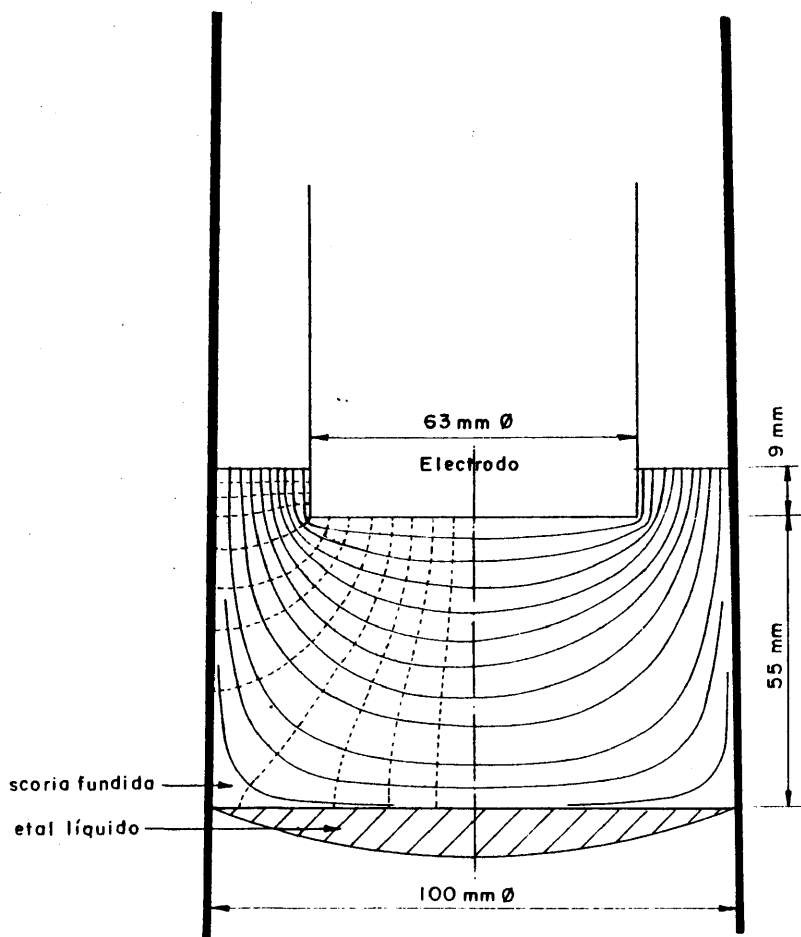


98°



**LINEAS EQUIPOTENCIALES Y LINEAS DE CORRIENTE
(Conductor x) PARA DIFERENTES PROFUNDIDADES DEL
ELECTRODO EN LA ESCORIA FUNDIDA.**

989



LINEAS EQUIPOTENCIALES

- $V_- + 90\% \Delta v$
- $V_- + 80\% \Delta v$
- $V_- + 70\% \Delta v$
- $V_- + 60\% \Delta v$
- $V_- + 50\% \Delta v$
- $V_- + 40\% \Delta v$
- $V_- + 30\% \Delta v$
- $V_- + 20\% \Delta v$
- $V_- + 10\% \Delta v$
- $V_- + 5\% \Delta v$
- $V_- + 1\% \Delta v$

Electrodo : +
Lingote - Pared : -
 $\Delta v = V_+ - V_-$

res a las anteriores, representan las líneas de campo o líneas de corriente. Al electrodo fundente se le consideró positivo y al conjunto lingotera-baño metálico como electrodo negativo. El voltaje asociado a cada curva equipotencial se ha dado en tanto por ciento de la tensión aplicada entre ambos electrodos. El plano geométrico de simulación corresponde al plano de simetría del sistema y las curvas equipotenciales, en el espacio serían superficies.

En la lámina I se ha ido variando la distancia L de una simulación a otra, manteniendo invariable la profundidad H y en la Lámina II se ha hecho variar H manteniendo constante L. Los valores de H y L elegidos son los que se pueden presentar en la práctica.

6.2. Cálculo de las intensidades de corriente.

La intensidad de corriente (dI) que atraviesa un elemento de superficie dS de un conductor, está dada por:

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (43)$$

siendo \vec{j} el vector densidad de corriente definido en $d\vec{S}$. Si tomamos dS sobre una superficie equipotencial entonces ambos vectores \vec{j} y $d\vec{S}$ tendrán la misma dirección y la ecuación (43) se convierte en

$$dI = j \cdot dS$$

e integrando sobre toda la superficie equipotencial S se obtendrá la intensidad total de corriente eléctrica a través de la escoria.

$$I = \int j \cdot dS$$

y como la densidad de corriente (j) viene dada por la ley de Ohm, esto es,

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \sigma \left(- \frac{dV}{d\vec{r}} \right)$$

sustituyendo el módulo de este vector en la integral anterior y considerando la conductividad eléctrica, constante, se tendrá finalmente,

$$I = \sigma \int \frac{dV}{dr} \cdot dS \quad (44)$$

Si tenemos en cuenta el principio de la conservación de la carga eléctrica, la intensidad a través de cualquier superficie es la misma. De este modo se eligió la superficie equipotencial correspondiente al potencial dado por $V + 50\% \Delta V$. La tensión ΔV que se estableció entre ambos electrodos, para todos los modelos simulados, fue de 30 voltios por ser el más utilizado en la práctica de refusión. Al electrodo negativo (lingotera-baño metálico) se le asignó un potencial cero ya que la placa base del horno de electroescoria está conectada a tierra, por tanto,

$$\begin{aligned} \Delta V &= 30 \text{ v.} \\ V^- &= 0 \\ V^- + 50\% \Delta V &= 15 \text{ v} \end{aligned}$$

Se midieron los potenciales sobre cada línea de corriente, en los puntos de intersección con las curvas equipotenciales, y las distancias desde esos puntos al origen que se tomó en el electrodo fundente. Aplicando el método de la regresión polinómica según la regla de los mínimos cuadrados y con ayuda del ordenador se determinaron las distintas funciones $V(r)$ y a continuación los gradientes $\frac{dV}{dr}$ sobre la superficie de 15 voltios y en los puntos de intersección con las diferentes líneas

de corriente. Se midieron también los elementos de superficie, desde el origen tomado sobre el eje de simetría de la lingotera y limitados por los puntos y sus simétricos que corresponden a un gradiente determinado. Estos valores se presentan en la Tabla VIII donde cada modelo simulado de las Láminas I y II está clasificado por sus valores de L y H.

Las longitudes sobre las líneas de corriente se midieron con una aproximación de una décima de milímetro y por esta razón los gradientes y superficies están dados con una sola cifra decimal.

TABLA VIII. Valores absolutos del gradiente de potencial (campo eléctrico) en los puntos de intersección de las líneas de corriente con la superficie equipotencial de 15 voltios ($V + 50\% \Delta V$) y elementos de superficie desde el origen (eje de simetría) hasta los puntos anteriores, para los modelos simulados de las Láminas I y II.

L (mm.)	H (mm.)	$\frac{dV}{dr} \left(\frac{V}{mm} \right)$	S (mm ²)
25	6,5	1,1	0
		1,1	40,7
		1,1	196,1
		1,1	488
		1,1	939
		1,1	1441,7
		1,1	2052,6
		1,3	3127,7
		1,7	4266,4
		1,6	5174,9
		1,6	5980,3
		1,6	6770,3
		40	6,5

L (mm.)	H (mm.)	$\frac{dv}{dr}$ ($\frac{v}{mm}$)	S (mm ²)
		0,7	69,4
		0,7	271,7
		0,7	602,6
		0,8	1057,9
		0,8	1711,6
		0,9	2608,8
		1,1	3860,6
		1,5	5043
		1,6	5860
		1,6	6698,9
		1,6	7473
55	6,5	0,6	0
		0,6	55,4
		0,6	277,6
		0,6	644
		0,7	1208,4
		0,7	2045,3
		0,9	2892
		1,1	4066,3
		1,5	5380,1
		1,6	6238
		1,7	7070,3
		1,7	7905,9
70	6,5	0,5	0
		0,5	102,1
		0,5	380,1
		0,5	777,3
		0,6	1407,1
		0,7	2259,9
		0,9	3294,1

L (mm.)	H (mm.)	$\frac{dv}{dr}$ ($\frac{v}{mm}$)	S (mm ²)
		1,1	4373,1
		1,6	5650,4
		1,7	6568,1
		1,7	7297,6
		1,7	7889,4
85	6,5	0,5	0
		0,5	120,8
		0,5	413,8
		0,5	918,8
		0,6	1571,9
		0,7	2397,9
		0,8	3275,9
		1,1	4552,7
		1,6	5714,9
		1,7	6477,9
		1,7	7191,4
		1,7	7911,4
55	2	0,6	0
		0,6	75,4
		0,6	295,6
		0,6	684,9
		0,6	1262
		0,7	2030,2
		0,8	2851,8
		1,1	4061,1
		1,6	5354,2
		1,9	6684,3

L (mm.)	H (mm.)	$\frac{dv}{dr}$ ($\frac{v}{mm}$)	S (mm ²)
55	4	0,6	0
		0,6	102,1
		0,6	406,5
		0,6	885,1
		0,6	1501
		0,7	2218,3
		0,8	3191,2
		0,9	4271,9
		1,6	5848,9
		1,7	6834,5
		1,7	7592,5
55	9	0,6	0
		0,6	78,5
		0,6	368,3
		0,6	784,5
		0,6	1375,9
		0,7	2232,2
		0,8	3324,9
		1,1	4338,1
		1,5	5787,9
		1,8	7119,7
		1,8	7852
1,7	8489,1		
1,7	9052,7		

Para calcular las intensidades de corriente en cada modelo simulado, se determinó primero la integral que figura en la ecuación (44) que nos da el flujo del vector gradiente de potencial. Estos flujos de corriente se calcularon con los datos de la Tabla VIII y con ayuda de un ordenador, aplicando el Método del Trapecio ⁽¹²³⁾. Los resultados figuran en la Tabla IX

en que, igual que antes, cada modelo está clasificado por sus valores de L y H.

TABLA IX . Flujos del gradiente de potencial a través de la superficie equipotencial de 15 voltios ($V + 50\% \Delta V$) en los modelos de las láminas I y II.

L (mm)	H (mm)	$\int \frac{dV}{dr} dS$ (v x mm)
25	6,5	9307,7
40	6,5	8684,9
55	6,5	9022,2
70	6,5	8680,5
85	6,5	8491,8
55	2	7094,9
55	4	7901,2
55	9	10637,6

Eligiendo para la resistividad eléctrica de la escoria un valor de 0,5 ohm. cm. que es uno de los valores más frecuentes a las temperaturas de régimen del Proceso de fusión bajo electroescoria, se tiene para la conductividad eléctrica

$$\sigma = \frac{1}{0,5} \text{ ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1} = 0,2 \text{ ohm}^{-1} \text{ mm}^{-1}$$

y multiplicando los valores de los flujos del gradiente de potencial que figuran en la Tabla IX por esta magnitud, se obtienen las intensidades de corriente a través de la escoria en los diferentes modelos simulados (Tabla X).

Tabla X . Intensidades de corriente a través de la escoria en los modelos simulados de las Láminas I y II.

<u>L (mm)</u>	<u>H (mm)</u>	<u>I (A)</u>
25	6,5	1861,5
40	6,5	1737
55	6,5	1804,4
70	6,5	1736,1
85	6,5	1698,4
55	2	1419
55	4	1580,2
55	9	2127,5

6.3. Parámetros geométricos: Distancia electrodo-baño metálico (L) y profundidad del electrodo en la escoria (H).

Con la intención de poner de manifiesto la influencia de estos dos parámetros geométricos sobre la intensidad de corriente que pasa a través de la escoria, se supuso a la escoria constituida por dos conductores que llamamos X e Y. El conductor X es el volumen de escoria limitado por la interfase escoria-atmósfera y por las líneas de corriente que parten del vértice del electrodo y llegan hasta el crisol. El conductor Y es el resto del volumen de escoria.

El Método del Trapecio, utilizado para determinar los flujos del vector campo eléctrico (o gradiente de potencial), facilita al mismo tiempo los flujos de corriente a través de cada tubo comprendido entre cada dos líneas de corriente y de este modo, se obtienen también las intensidades por los conductores X e Y sin más que multiplicar por la conductividad eléctrica ($\sigma = 0,2 \text{ ohm}^{-1} \text{ mm}^{-1}$). Estas intensidades, para cada modelo simu-

lado, están contenidas en la Tabla XI . Evidentemente, se cumple que

$$I = I_x + I_y$$

siendo I la intensidad total cuyos valores figuran en la Tabla X ..

Tabla XI . Intensidades de corriente a través de los conductores X e Y.

L (mm)	H (mm)	I _x (A)	I _y (A)
25	6,5	810,3	1051,3
40	6,5	769,4	967,6
55	6,5	824,7	979,7
70	6,5	752,1	984
85	6,5	739,2	959,2
55	2	465,6	953,4
55	4	583	997,3
55	9	1117,7	1009,7

Las intensidades I_x, I_y e I se han representado gráficamente en las Figs. 39 y 40 , en función de L y H respectivamente. Se observa que las intensidades no dependen prácticamente del parámetro L (Fig. 39) y si fuertemente de H (Fig. 40). Por tanto, se puede aplicar la intensidad de corriente que se desea sin tener en cuenta la distancia electrodo-baño metálico (L), sin más que variar milimétricamente la profundidad (H) del electrodo en la escoria. Estos resultados están en total oposición respecto de las concepciones del Apartado 5.2. en las que la intensidad de corriente que se establece en un horno de electroescoria es función, entre otras, del parámetro L y no del parámetro H. Se demuestra de este modo que las concepciones bibliográficas, por otra parte generalizadas a todos los hornos de

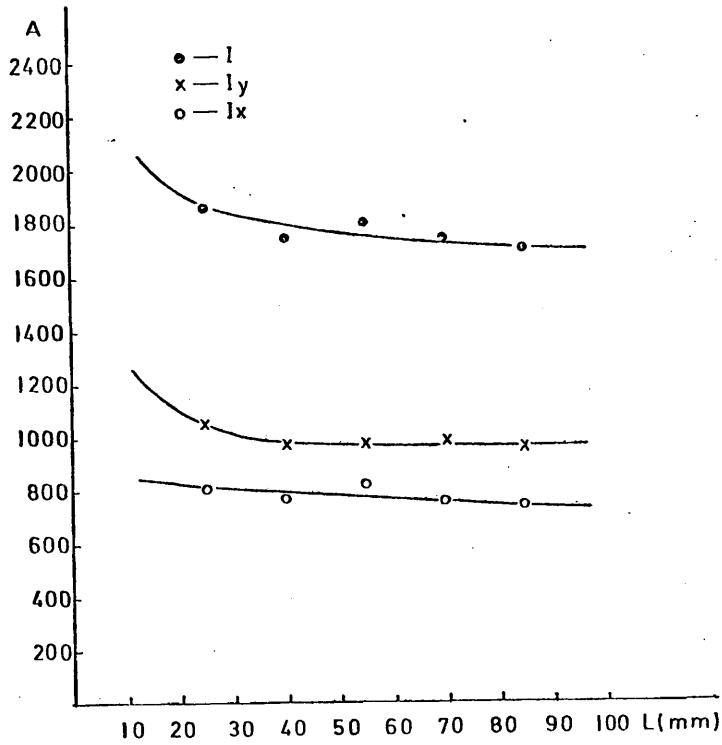


Fig. 39 . Intensidades de corriente a través de los conductores X e Y en función de la distancia electrodo-baño metálico (L). (H = 6,5 mm)

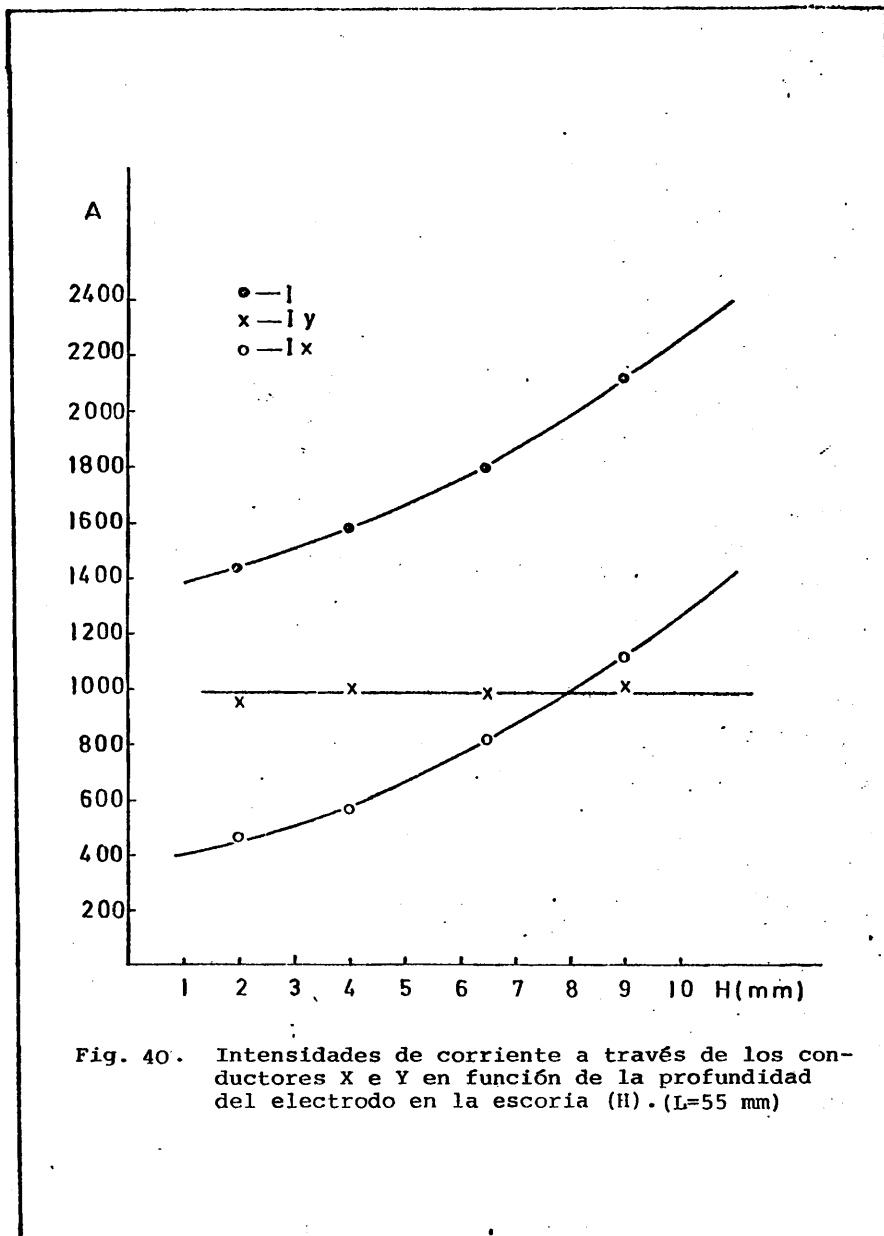


Fig. 40. Intensidades de corriente a través de los conductores X e Y en función de la profundidad del electrodo en la escoria (H). (L=55 mm)

electroescoria, son inaceptables para los hornos con lingotera conectada a la placa base que confirmaremos además, en casi un centenar de refusiones reales que fueron simuladas analógicamente y que presentamos en la última parte de este trabajo.

Solo la I_x y por tanto I , varía con el parámetro H y observando las láminas I y II que muestran que el conductor X está formado por un volumen de escoria comprendido entre el electrodo fundente y la lingotera y cuyas líneas de corriente van de uno a otro, se concluye en que la lingotera juega un papel importante en el proceso eléctrico.

La magnitud de las intensidades totales calculadas oscilan entre 1300 y 2100 amperios que es precisamente el intervalo de trabajo en nuestra instalación.

La consecuencia inmediata que se deriva de estos resultados es la optimización de la cantidad de escoria que debe utilizarse en una refusión cualquiera, de evidente interés en la optimización y economía del proceso ESR.

6.4. Consecuencias inmediatas: Optimización de la cantidad de escoria.

En un proceso de refusión bajo electroescoria, es importante fijar una cantidad mínima de escoria que permita el cumplimiento del doble objetivo de esta última. Por una parte, la escoria debe fundir al acero y por tanto se requiere una cierta cantidad que origine la resistencia eléctrica suficiente para poder establecer la intensidad de corriente necesaria y por otra parte, debe refinar al acero con lo cual también se necesita una cantidad mínima que no se sature de los elementos eliminados del acero y pueda mantener sus propiedades de afino hasta el final de la refusión.

Supongamos que se realiza una refusión en las siguientes condiciones:

Refusión 1)

Tensión: $\Delta V = 30v$

Intensidad: $I = 1700 A$

Distancia electrodo-baño metálico: $L = 90 mm.$

Profundidad del electrodo en la escoria: $H = 6,5 mm.$

Cantidad de escoria: M

Realizamos otra refusión en la que se mantienen los mismos valores de voltaje e intensidad pero con $L = 55 mm.$ De la Fig. 40 se deduce que $H = 5,4 mm.$ y por tanto se tiene:

Refusión 2)

$\Delta V = 30v$

$I = 1700 A$

$L = 55 mm.$

$H = 5,4 mm.$

Se realiza una nueva refusión manteniendo igualmente el voltaje y la intensidad y ahora con $L = 30 mm.$ En la Fig. 40 se observa que I_y no es función del parámetro H y por consiguiente de la Fig. 39 se deduce que:

$$I_y = 1020 A$$

y como $I_x = I - I_y = 1700 - 1020 = 680 A$

que corresponde, según la Fig. 40, a un valor de $H = 5,2 mm.$ Por tanto:

Refusión 3)

$\Delta V = 30v$



$$\begin{aligned} I &= 1700 \text{ A} \\ L &= 30 \text{ mm.} \\ H &= 5,2 \text{ mm.} \end{aligned}$$

La reducción de la cantidad de escoria que se experimenta al pasar de la refusión 1) a la 2) o de la 1) a la 3) puede calcularse como sigue: la cantidad de escoria puede ponerse como,

$$M = V \cdot d = \pi R^2 L d + \pi (R^2 - r^2) \cdot H \cdot d$$

donde,

- M, es la masa de escoria
- V, es el volumen que ocupa M.
- d, es la densidad de la escoria
- R, es el radio del crisol (R = 50 mm)
- r, es el radio del electrodo (r = 31,5 mm.)

Incrementando la ecuación anterior,

$$\Delta M = \pi R^2 d \Delta L + \pi (R^2 - r^2) d \Delta H$$

$$\begin{aligned} \Delta M\% &= \frac{\Delta M}{M} \cdot 100 = \frac{\pi R^2 d \Delta L + \pi (R^2 - r^2) d \Delta H}{\pi R^2 L d + \pi (R^2 - r^2) H \cdot d} \times 100 = \\ &= \frac{R^2 \Delta L + (R^2 - r^2) \Delta H}{R^2 L + (R^2 - r^2) H} \times 100 \end{aligned}$$

y sustituyendo R^2 y r^2 por sus valores.

$$\Delta M\% = \frac{2500 \Delta L + 1507,75 \Delta H}{2500 L + 1507,75 H} \quad (45)$$

que es la fórmula que aplicaremos para calcular la disminución de la cantidad de escoria

De la refusión 1) a la 2), se tiene

$$\Delta L = 55 - 90 = -35 \text{ mm.}$$

$$\Delta H = 5,4 - 6,5 = -1,2 \text{ mm.}$$

y sustituyendo en la ecuación (45)

$$\Delta M_{1 \rightarrow 2} \approx -38\%$$

De la refusión 1) a la 3), se tiene

$$\Delta L = 30 - 90 = -60 \text{ mm.}$$

$$\Delta H = 5,2 - 6,5 = -1,4 \text{ mm.}$$

y entonces

$$\Delta M_{1 \rightarrow 3} \approx -64\%$$

Por tanto una reducción de un 38% o, aún más, de un 64% en la cantidad de escoria permite mantener la intensidad de corriente previamente establecida. Se demuestra así, que puede establecerse cualquier intensidad de corriente sin tener en cuenta la cantidad de escoria debido a que el parámetro L puede reducirse todo lo que se quiera, variando ligeramente H para mantener la intensidad de corriente impuesta.

En consecuencia, en un horno de electroescoria de lingotera conectada a la placa base, la cantidad óptima de escoria o cantidad mínima se determinará exclusivamente en función de la posibilidad de saturación durante la refusión. Con este fin se determinaron mediante análisis químico las desulfuraciones producidas por diferentes cantidades de escoria del tipo 60/20/0/20 cuyos resultados se muestran en la Tabla XII

Tabla XII. Porcentaje de desulfuración de un acero F-115 en función de la cantidad de escoria (Tipo 60/20/0/20).

Cantidad de escoria (grs)	Contenido inicial de azufre en el acero (%)	Contenido final de azufre en el acero (%)	Desulfuración (%)
800	0,028	0,013	53,5
1000	0,022	0,011	50
1300	0,030	0,011	63,5
1600	0,032	0,012	62,5

Se observa que a partir de 1300 grs. el porcentaje de desulfuración es prácticamente el mismo y en consecuencia una cantidad de 1300 gramos de escoria es suficiente y puede calificarse como óptima para ser empleada en nuestro horno.

Industrialmente la optimización de la cantidad de escoria tiene gran importancia debido a las elevadas cifras que se emplean en cada refusión. Como ejemplo, el horno de electroescoria de la empresa Astilleros de Reinos, de la marca Con-sarc, con un diámetro de molde de 1.000 mm., refunde lingotes de 22 Tn. de peso, empleando en cada refusión una cantidad de 400 Kg. de escoria. Cuando las escorias contienen componentes del tipo Al_2O_3 , TiO_2 , ZrO_2 , etc., son excesivamente caras y un buen conocimiento del proceso eléctrico garantizará una optimización de la cantidad de escoria que será función de las reacciones químicas y no de las magnitudes eléctricas como propugnan las concepciones que registra la bibliografía.

6.5. Ecuación aproximada de la ley de Ohm aplicada a los hornos de electroescoria.

Para los hornos de electroescoria proponemos la siguiente ecuación como aproximación de la ley de Ohm.

$$I = \sigma \Delta V \frac{S_m}{L_m} \quad (46)$$

donde,

σ , es la conductividad eléctrica.

V , es la tensión aplicada.

S_m , es la superficie equipotencial media integral.

L_m , es la línea de corriente media integral.

El valor medio integral de una función cualquiera $f(x)$ viene dada por

$$\overline{f(x)} = \frac{\int_a^b f(x) dx}{b - a} \quad (47)$$

y por tanto la línea de corriente media integral y la superficie equipotencial media integral se calcularían, en cualquier modelo simulado, midiendo todas las líneas y superficies equipotenciales en función de alguna variable X convenientemente elegida y resolviendo la ecuación (47) por integración gráfica o mediante un programa de computación.

La ecuación (46) que proponemos representa solo una aproximación de la ecuación (44) que nos da la intensidad exacta que atraviesa la sección de un conductor y una comparación entre ambas, aplicadas a un modelo simulado, pondría de manifiesto su relativa bondad. En una reciente publicación, ⁽⁹⁴⁾ esta compara-

ción la realizábamos desarrollando primeramente la ecuación (44) hasta transformarla en una de fácil manejo que no hiciera necesario la realización de numerosas medidas o la utilización de un ordenador. Se partía pues, de la ecuación,

$$I = \sigma \int \frac{dV}{dr} \cdot dS \quad (44)$$

donde S es una superficie equipotencial. Eligiendo la superficie equipotencial media integral,

$$I = \sigma \int_{S_m} \frac{dV}{dr} \cdot dS_m$$

y desarrollando la integral según Riemman,

$$I = \sigma \frac{dV}{dr_1} dS_{m1} + \sigma \frac{dV}{dr_2} dS_{m2} + \sigma \frac{dV}{dr_3} dS_{m3} + \dots \quad (48)$$

donde,

$\frac{dV}{dr_i}$ es el gradiente de potencial, siguiendo la línea de corriente i , en el punto de intersección con dS_{m_i} siendo estos elementos de superficie muy pequeños para que los gradientes sean constantes en ellos.

En un conductor en que los gradientes puedan expresarse como una función de la longitud total de las líneas de corriente que sería el caso de que todas las líneas tuviesen diferente longitud (conductor X de los modelos simulados) o bien que pudieran dividirse en dos o más regiones en las cuales las líneas de corriente tuviesen diferente longitud (conductor Y) puede ponerse que,

$$\frac{dV}{dr_i} = f(r_i)$$

siendo posible, en consecuencia, establecer para cada gradiente un desarrollo en serie de Taylor para $r = Lm$ (línea de corriente media integral) del siguiente modo,

$$\frac{dV}{dr_i} = \frac{dV}{dLm} + \frac{d^2V}{dLm^2} (r_i - Lm) + \frac{1}{2!} \frac{d^3V}{dLm^3} (r_i - Lm)^2 + \dots$$

Sustituyendo en (52) el primer término toma la forma,

$$\sigma \sum \frac{dV}{dLm} \cdot dSm_i = \sigma \frac{dV}{dLm} \cdot Sm$$

El segundo término será,

$$\sigma \frac{d^2V}{dLm^2} (r_i - Lm) dSm_i$$

y recordando que la línea de corriente media integral puede ponerse como

$$Lm = \frac{r_1 + r_2 + r_3 + \dots}{N}, \quad N \rightarrow \infty$$

y tomando $dSm_1 = dSm_2 = \dots = dSm$, tendremos para el segundo término ,

$$\sigma \frac{d^2V}{dLm^2} (r_1 + r_2 + \dots - NLm) dSm = 0$$

El tercer término es,

$$\sigma \frac{1}{2} \sum \frac{d^3V}{dLm^3} (r_i - Lm)^2 dSm_i$$

El primero y tercer términos fueron calculados para el conductor X del modelo simulado correspondiente a $L=55\text{mm}$ y $H=6,5\text{mm}$. dando para $\Delta V=30\text{v}$, los siguientes valores:

$$\begin{array}{ll} 1^{\text{er}} \text{ término} & \sigma \cdot 3,8222 \text{ A} \\ 3^{\text{er}} \text{ término} & \sigma \cdot 0,018 \text{ A} \end{array}$$

estando σ dado en $\text{ohm}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$.

Siendo el tercer término despreciable frente al primero, puede ponerse,

$$I \simeq \sigma \frac{dV}{dLm} \cdot S_m$$

y comparando esta ecuación con la propuesta (46), la diferencia está en el factor derivada. Se calcularon los valores de ambos términos para el mismo conductor X y se obtuvo,

$$\frac{dV}{dLm} = 1500 \frac{V}{m}$$

$$\frac{\Delta V}{L_{mx}} = 1683 \frac{V}{m}$$

siendo el error relativo de $\simeq 10\%$.

Sin embargo, una mejor comprobación de la bondad de la ecuación propuesta sería, evidentemente, aplicarla directamente a todos los modelos de las láminas I y II y comparar sus resultados con los obtenidos mediante ordenador, según la ecuación (44) y que figuran en la Tabla XI. Dicha comparación la hacemos entre los conductores X e Y de cada modelo, aprovechando que ya tenemos los valores medios integrales de las líneas de corriente y superficies equipotenciales referidos a los dos conductores mencionados y que figuran en la publicación (94) a

la que nos hemos referido anteriormente.

Para el cálculo de las intensidades se supone que,

$$\Delta V = 30 \text{ v}$$

$$\sigma = 0,2 \text{ ohm}^{-1} \cdot \text{mm}^{-1}$$

La Tabla XIII contiene los valores medios integrales de los diferentes modelos simulados, calculados por integración gráfica. La Tabla XIV contiene los valores de las intensidades según la ecuación propuesta (50) y finalmente en la Tabla XV, figuran las intensidades de las Tablas XI y XII, respectivamente, es decir, las calculadas según la ecuación (44) mediante ordenador y según la ecuación propuesta (46).

La comparación se expresa aún mejor, representando gráficamente los valores de la Tabla XV, reflejándose en las Figs. 41, 42, 43 y 44 donde puede observarse la buena aproximación de la ecuación propuesta, estableciéndose así su viabilidad para ser utilizada en los hornos de refusión bajo electroescoria.

Tabla XIII. Valores medios integrales de las líneas de corriente y superficies equipotenciales de los modelos que figuran en las láminas I y II.

<u>L</u> <u>(mm)</u>	<u>H</u> <u>(mm)</u>	<u>Lx</u> <u>(mm)</u>	<u>Ly</u> <u>(mm)</u>	<u>Smx</u> <u>(mm²)</u>	<u>Smy</u> <u>(mm²)</u>
25	6,5	18,5	25,5	2630	5560
40	6,5	17,9	38,7	2480	6746
55	6,5	17,8	47,4	2592	8041
70	6,5	18,2	53,2	2529	9484
85	6,5	17,8	55,3	2600	10856
55	2	18	47,4	1355	8041
55	4	18,1	47,4	1980	8041
55	9	18,3	47,4	3172	8041

Tabla XIV. Intensidades de corriente a través de los conductores X e Y calculados según la ecuación propuesta (46), para los modelos simulados de las láminas I y II.

<u>L</u> <u>(mm)</u>	<u>H</u> <u>(mm)</u>	<u>I_x</u> <u>(A)</u>	<u>I_y</u> <u>(A)</u>
25	6,5	853	1308
40	6,5	831	1046
55	6,5	874	1018
70	6,5	834	1070
85	6,5	876	1178
55	2	452	1018
55	4	656	1018
55	9	1040	1018

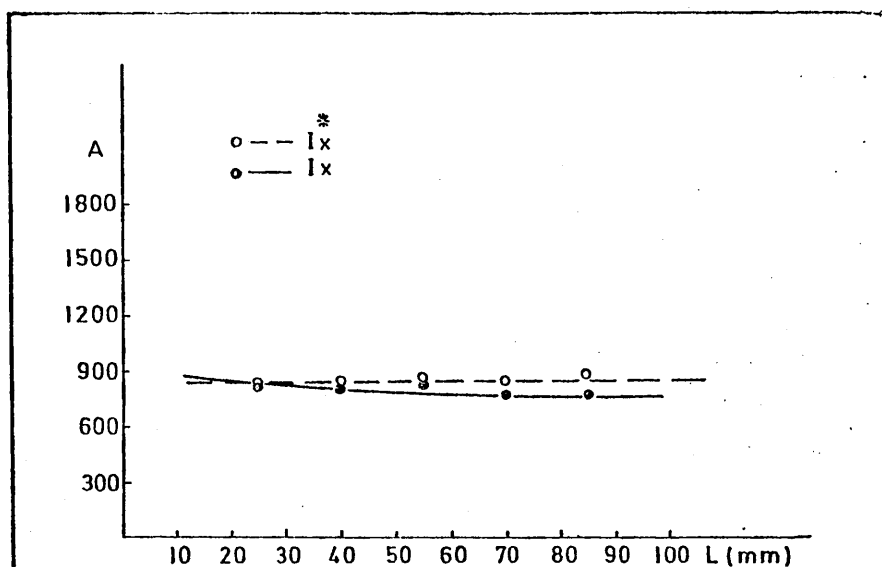


Fig. 41. Intensidades a través del conductor X, calculadas según la ecuación propuesta (---) y la ecuación ley de Ohm (—), en función de la distancia electrodo-baño metálico.

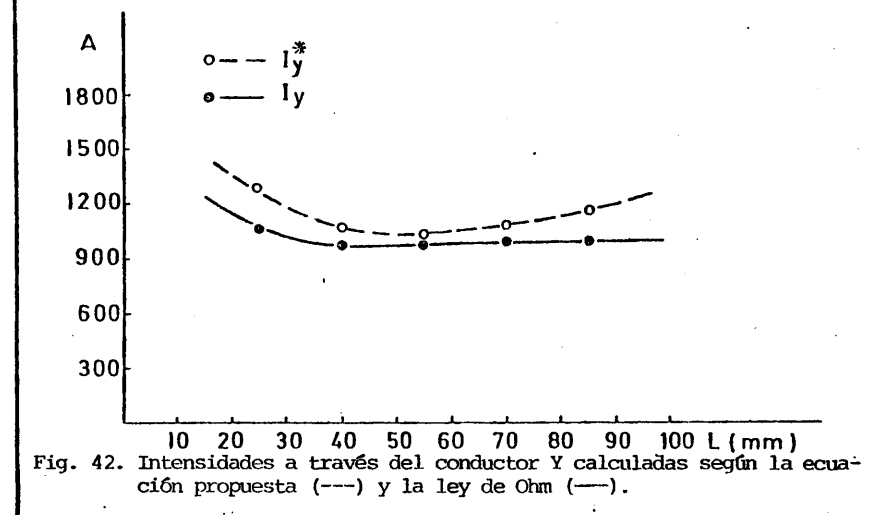


Fig. 42. Intensidades a través del conductor Y calculadas según la ecuación propuesta (---) y la ley de Ohm (—).

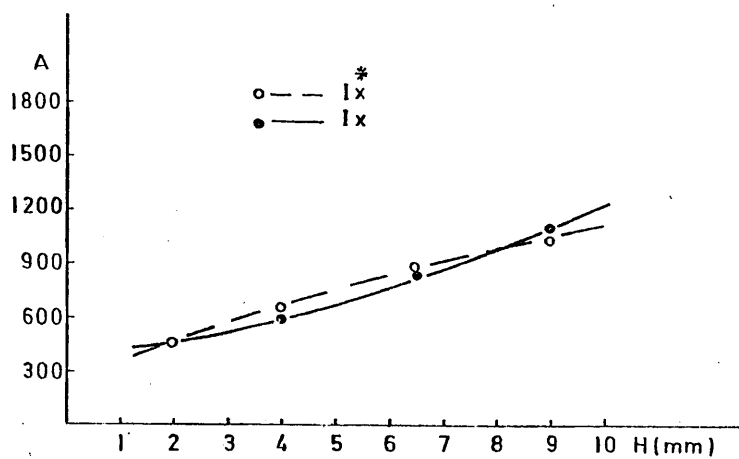


Fig. 43. Intensidades a través del conductor X, calculadas según la ecuación propuesta (---) y la ecuación ley de Ohm (—), en función de la profundidad del electrodo en la escoria.

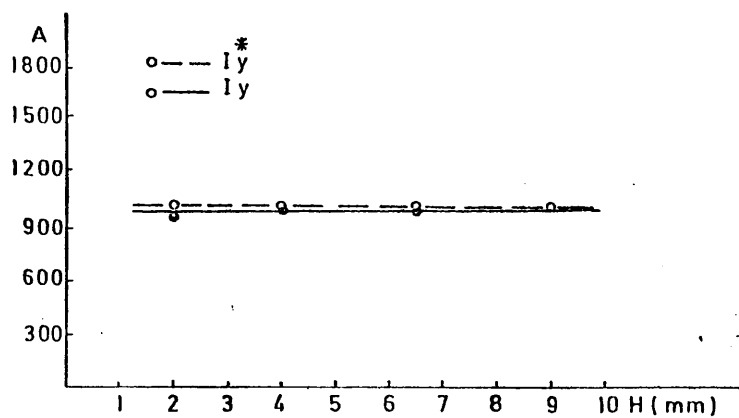


Fig. 44. Intensidades a través del conductor Y calculadas según la ecuación propuesta (---) y la ley de Ohm (—), en función de la profundidad del electrodo en la escoria (H).

Tabla XV. Intensidades de corriente a través de los conductores X e Y de los modelos simulados de las láminas I y II, calculadas según la ecuación propuesta* (46) y la ecuación (44).

L (mm)	H (mm)	I_X^* (A)	I_X (A)	I_Y^* (A)	I_Y (A)
25	6,5	853	810	1308	1051
40	6,5	831	769	1046	968
55	6,5	874	825	1018	980
70	6,5	834	752	1070	984
85	6,5	876	739	1178	959
55	2	452	466	1018	953
55	4	656	583	1018	997
55	9	1040	1118	1018	1010

* Corresponde a los valores tabulados en XIV.

7. ESTUDIO ELECTROCINETICO DEL HORNO DE ELECTROESCORIA DE LINGOTERA AISLADA DE LA PLACA BASE.

Al estar la lingotera aislada de la placa base y debido, además, a la formación habitual de la película de escoria entre lingote y pared de la lingotera y en toda la altura del baño de escoria, puede suponerse como se ha demostrado experimentalmente⁽¹⁰⁰⁾ que la lingotera no actúa como un electrodo y entonces la corriente eléctrica pasará a través de la escoria entre el electrodo fundente y el baño metálico. Para el estudio de este tipo de montajes se simularon las refusiones que figuran en la lámina III con la técnica del papel de Teledeltos descrita anteriormente y con las mismas hipótesis y dimensiones con que se realizaron las simulaciones de las láminas I y II. De un mo-

delo a otro se ha hecho variar el parámetro L, manteniendo constante el parámetro H.

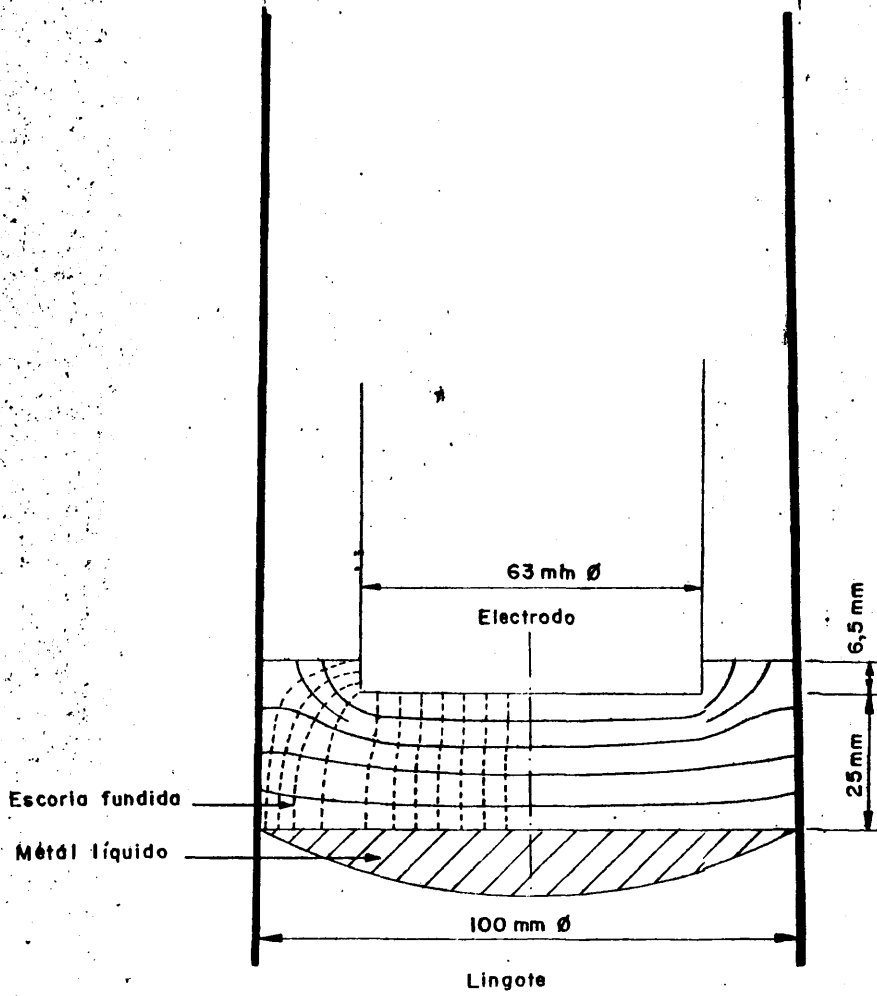
Se calcularon las intensidades de corriente según la ecuación (44), siguiendo el mismo procedimiento que se empleó para los modelos de las láminas I y II.

La Tabla XVI contiene los gradientes de potencial sobre la superficie equipotencial de 12 Voltios ($V^{-}+40\% \Delta V$) para el modelo que corresponde a L=25 mm. y sobre la de 15 voltios ($V^{-}+50\% \Delta V$) para los demás, así como los elementos de superficies correspondientes.

En la Tabla XVII se representan los flujos del gradiente de potencial y en la Tabla XVIII la intensidad total, así como las intensidades I_x , I_y a través de los conductores X e Y ya definidos. Una representación gráfica de las intensidades en función del parámetro L se muestra en la Fig.45, observándose que a medida que disminuye el valor de L, se reduce considerablemente la intensidad de corriente.

La influencia del parámetro H tiene escasa importancia, pues al observar el modelo que corresponde a L=55 mm. se comprueba que un aumento del parámetro H no supondría elevación de la intensidad de corriente puesto que las líneas de corriente ya no tendrían sitio a través de la escoria y puede afirmarse sin demasiado error, que para $H = 6,5$ tendríamos la mayor participación de H en la intensidad total o lo que es igual tendríamos la mayor I_x que es, según la Fig. 45, de unos 200 A que supone solo el 25% de la intensidad total. En los hornos de mayores dimensiones la intensidad I_x tendría menor importancia ya que la I_y crecería considerablemente a consecuencia del mayor diámetro del electrodo mientras I_x permanecería prácticamente invariable.

124'



LINEAS EQUIPOTENCIALES

$V_{-} + 80\% \Delta v$

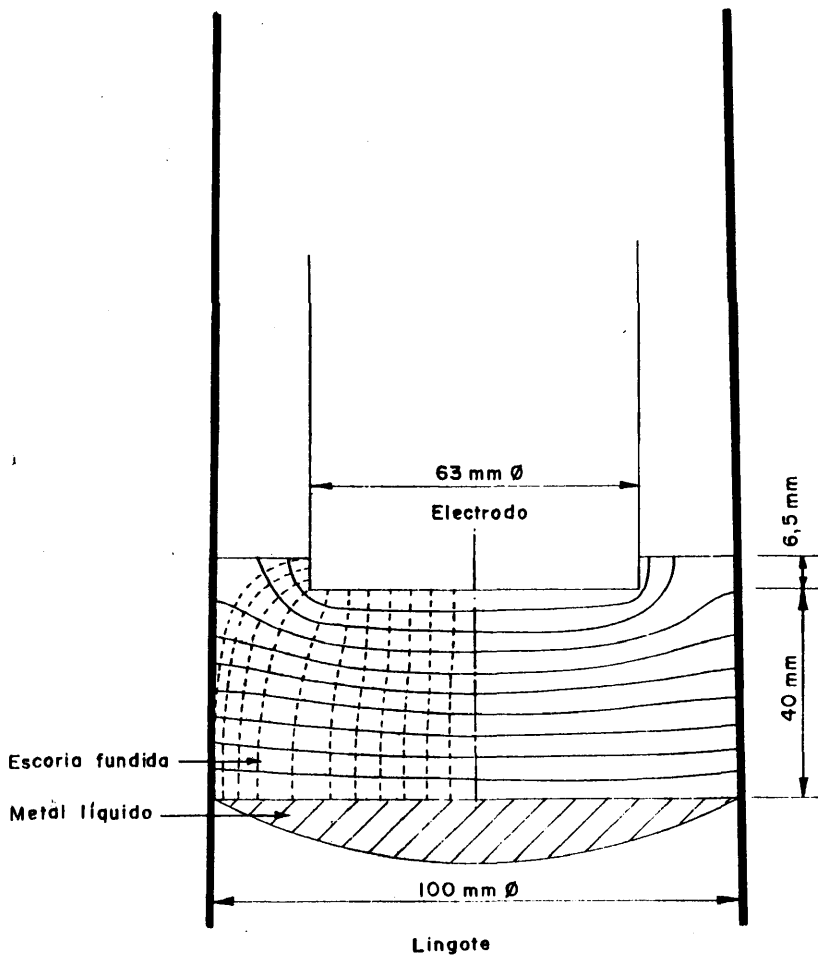
$V_{-} + 70\% \Delta v$

$V_{-} + 60\% \Delta v$

$V_{-} + 40\% \Delta v$

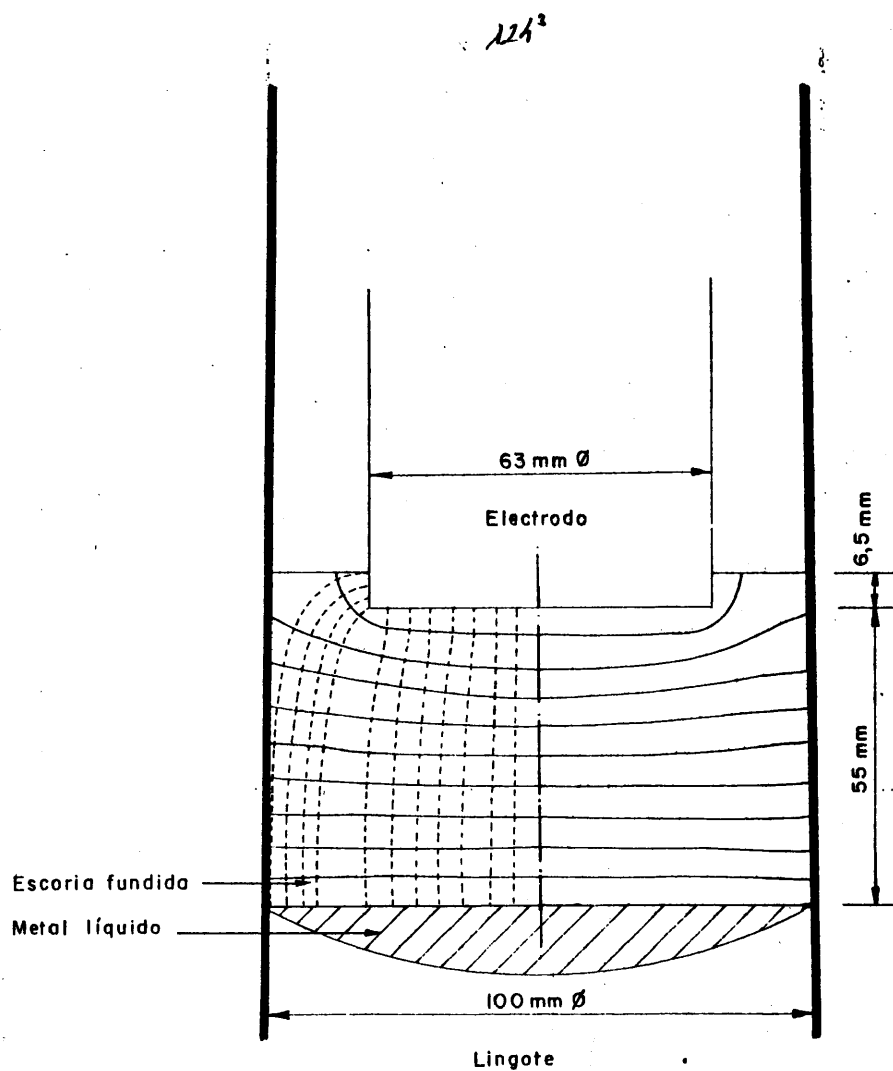
$V_{-} + 20\% \Delta v$

12A²



LÍNEAS EQUIPOTENCIALES

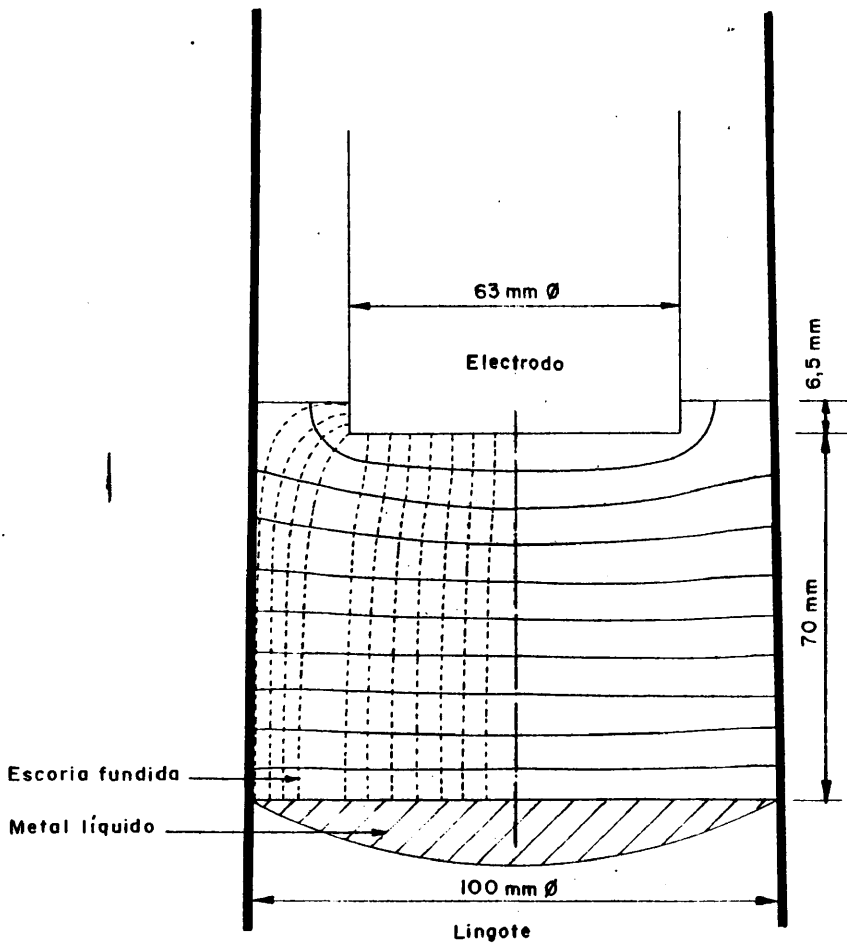
- V₋ + 90 % Δv
- V₋ + 80 % Δv
- V₋ + 70 % Δv
- V₋ + 60 % Δv
- V₋ + 50 % Δv
- V₋ + 40 % Δv
- V₋ + 30 % Δv
- V₋ + 20 % Δv
- V₋ + 10 % Δv



LINEAS EQUIPOTENCIALES

- V₋ + 90 % Δv
- V₋ + 80 % Δv
- V₋ + 70 % Δv
- V₋ + 60 % Δv
- V₋ + 50 % Δv
- V₋ + 40 % Δv
- V₋ + 30 % Δv
- V₋ + 20 % Δv
- V₋ + 10 % Δv

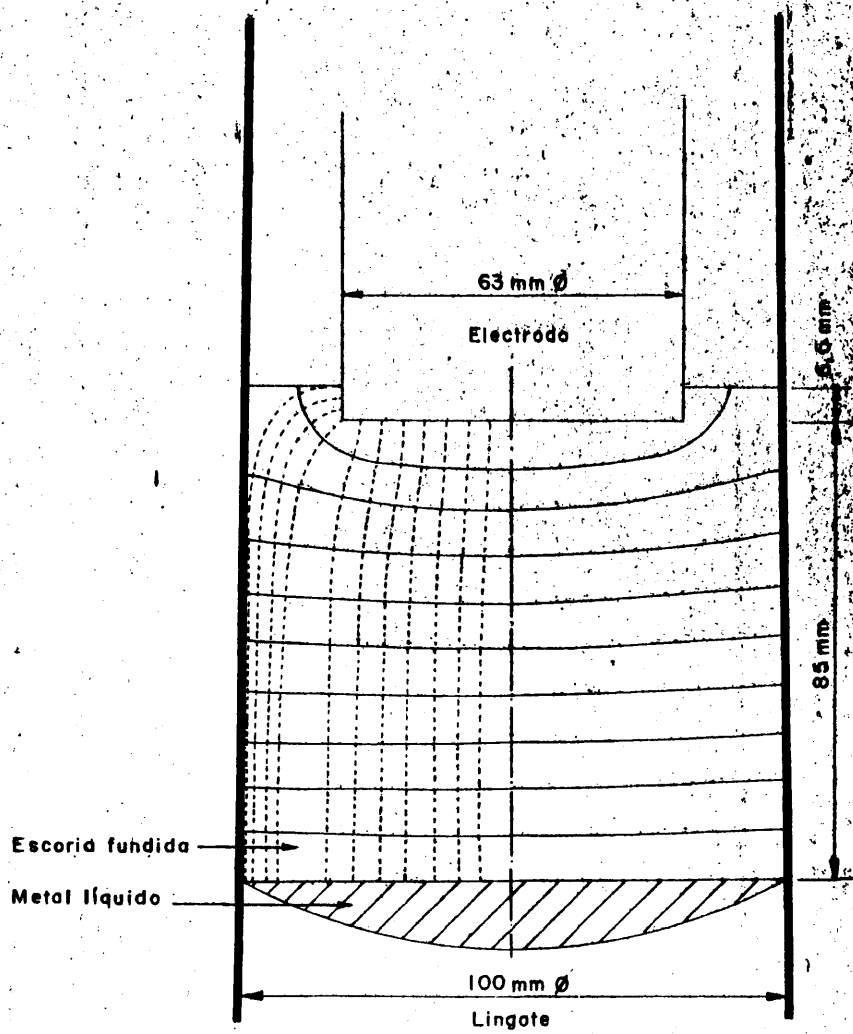
124



LINEAS EQUIPOTENCIALES

- V₋ + 90 % Δv
- V₋ + 80 % Δv
- V₋ + 70 % Δv
- V₋ + 60 % Δv
- V₋ + 50 % Δv
- V₋ + 40 % Δv
- V₋ + 30 % Δv
- V₋ + 20 % Δv
- V₋ + 10 % Δv

LINEAS EQUIPOTENCIALES PARA DIFERENTES DISTANCIAS ELECTRODO - METAL LIQUIDO.



LINEAS EQUIPOTENCIALES

- $V_- + 90\% \Delta v$
- $V_- + 80\% \Delta v$
- $V_- + 70\% \Delta v$
- $V_- + 60\% \Delta v$
- $V_- + 50\% \Delta v$
- $V_- + 40\% \Delta v$
- $V_- + 30\% \Delta v$
- $V_- + 20\% \Delta v$
- $V_- + 10\% \Delta v$

Electrodo : +

Lingote - Pared : -

$$\Delta v = V_+ - V_-$$

Tabla XVI. Valores absolutos del gradiente de potencial (o campo eléctrico) en diferentes puntos de la superficie equipotencial de 12 voltios ($V^- + 40\% \Delta V$), para el modelo correspondiente a $L = 25$ mm., y de 15 voltios ($V^- + 50\% \Delta V$) para los demás y elementos de superficie desde el origen (eje de simetría) hasta los puntos anteriores, para los modelos simulados de la Lámina III.

<u>L (mm)</u>	<u>H (mm)</u>	<u>$\frac{dV}{dr}$ ($\frac{V}{mm}$)</u>	<u>S (mm²)</u>
25	6,5	1,1	0
		1,1	75,4
		1,1	260,1
		1,1	564,1
		1,1	984,2
		1,1	1493
		1,1	2091,1
		1	2986,8
		0,9	4695,8
		0,8	5988,8
		0,7	6822,9
0,7	7560,4		
40	6,5	0,7	0
		0,7	75,4
		0,7	248,8
		0,7	564,1
		0,7	984,2
		0,7	1506,7
		0,7	2285,4
		0,7	3565
		0,6	5124,5
		0,6	6228,9

L (mm)	H (mm)	$\frac{dV}{dr}$ ($\frac{v}{\text{mm}}$)	S (mm ²)
		0,5	7229,5
		0,5	7864,8
55	6,5	0,5	0
		0,5	60,8
		0,5	226,9
		0,5	615,7
		0,5	1052,1
		0,5	1576,3
		0,5	2290,2
		0,5	3196,9
		0,5	5076,9
		0,5	5807,9
		0,5	6729,6
70	6,5	0,4	7717,6
		0,4	0
		0,4	84,9
		0,4	289,5
		0,4	615,7
		0,4	1075,2
		0,4	1690,9
		0,4	2393,1
		0,4	3137,1
		0,4	5153
		0,4	5999,5
0,4	6822,1		
0,4	7728,8		

<u>L (mm)</u>	<u>H (mm)</u>	<u>$\frac{dV}{dr}$ ($-\frac{v}{mm}$)</u>	<u>S (mm²)</u>
85	6,5	0,4	0
		0,4	102,1
		0,4	295,6
		0,4	633,5
		0,3	1158,1
		0,3	1764,6
		0,3	2551,7
		0,3	3589,1
		0,3	5674,5
		0,3	6305,3
		0,3	7088,2
		0,3	7573,8

Tabla XVII. Flujos de corriente a través de la escoria, en los modelos simulados de la lámina III.

<u>L (mm)</u>	<u>H (mm)</u>	<u>$\int \frac{dv}{dr} \cdot dS$ (v x mm)</u>
25	6,5	7105,1
40	6,5	5039,8
55	6,5	3809,4
70	6,5	3091,5
85	6,5	2361,7

Tabla XVIII. Intensidades de corriente a través de los conductores X e Y, en los modelos simulados de la lámina III.

<u>L</u>	<u>H</u>	<u>I_x (A)</u>	<u>I_y (A)</u>	<u>I (A)</u>
25	6,5	448,2	972,8	1421
40	6,5	306,1	701,8	1007,9
55	6,5	254,2	507,7	761,9
70	6,5	206,1	412,2	618,3
85	6,5	114	358,4	472,4

Por otra parte el parámetro L fija un volumen de escoria determinado y por tanto para conseguir una determinada intensidad de corriente es necesario un cierto volumen de escoria con lo cual la optimización de la cantidad de escoria es también función de la intensidad de corriente que se quiera establecer en la refusión.

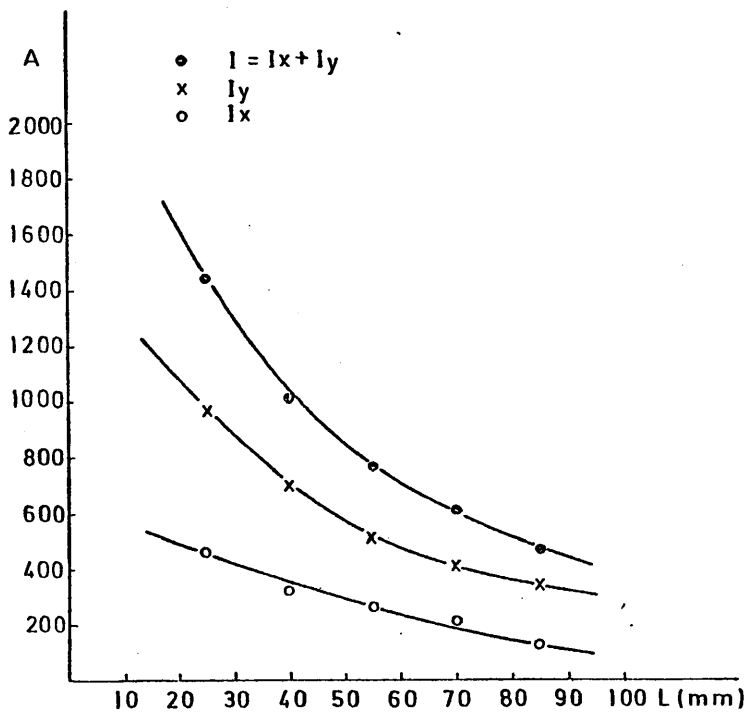


Fig. 45 Intensidades de corriente en función de la distancia electrodo-baño metálico en los hornos de lingotera aislada de la placa base.

8. COMPARACION ENTRE AMBOS TIPOS DE MONTAJES.

Observando las Figs. 39 y 40 referidas al montaje con lingotera conectada a la placa base y la Fig. 45 referida al montaje con lingotera aislada, se deducen algunas diferencias fundamentales:

- Al aumentar el parámetro L las intensidades no disminuyen para el montaje de lingotera conectada y sin embargo se reducen considerablemente en el montaje de lingotera aislada.

- Para unos valores determinados de L y H , las intensidades en el horno de lingotera conectada son mucho mayores, para un voltaje determinado, lo que permite trabajar con voltajes bajos que eviten posibles formaciones de arco y disminuyan el riesgo de cortocircuitos.

- La optimización de la cantidad de escoria en los montajes de lingotera conectada se haría únicamente en función de las posibilidades de saturación de la escoria, mientras que en un horno de lingotera aislada habría que tener en cuenta la intensidad y el voltaje de trabajo.

- Los hornos con lingotera conectada dan una mayor intensidad de campo (o gradiente de potencial) en las zonas próximas a la pared de la lingotera, lo cual se traducirá probablemente en la formación de una película de escoria de menor espesor y en una mayor velocidad de fusión.

- Para unos valores de voltaje e intensidad, el parámetro L es menor para los hornos con lingotera aislada, con lo cual el recorrido de la gota de metal fundido a través de la escoria sería menor y el afino, al menos teóricamente, sería inferior.

En este momento cabría, quizás, hacerse la siguiente pregunta: ¿Por qué a lo largo de casi treinta años de investigación sobre el proceso de afino bajo electroescoria, no se ha llegado a establecer mediante estudios similares una diferencia básica entre la electrocinética en un horno con lingotera conectada a la placa base y la electrocinética de un horno con lingotera aislada? Creemos que la principal razón radica en que una distancia electrodo-baño metálico y en consecuencia una cantidad de escoria deducida a partir de las fórmulas bibliográficas como paso previo para establecer una intensidad de corriente y un voltaje determinados, cuando se aplica a los hornos con lingotera conectada, no produce serios problemas ya que esa intensidad podrá establecerse con cualquier cantidad de escoria calculada, variando milimétricamente el parámetro H según se desprende de las Figs. 39 y 40. Creemos por tanto, que se ha cometido un error sobre la concepción física del proceso ESR en cuanto a los parámetros eléctricos y si bien en la práctica no ha sido aparentemente perceptible por las razones apuntadas, ha tenido graves consecuencias sobre la optimización del proceso.

9. REFUSIONES REALES: ESTUDIO ELECTROCINETICO MEDIANTE SIMULACION ANALOGICA Y SU RELACION CON EL RENDIMIENTO Y FISICA DEL PROCESO DE AFINO POR ELECTROESCORIA (ESR).

En esta parte de finalidad práctica, se estudia la electrocinética, mediante simulación analógica, de un centenar de refusiones en las que se ha hecho variar la cantidad de escoria, el tipo de escoria, el diámetro de electrodo, los valores de voltaje e intensidad y al mismo tiempo se determinan diversas magnitudes experimentales relacionadas con el rendimiento y física del proceso, estableciéndose las dependencias que resultan entre estas últimas y la electrocinética.

Este trabajo experimental, igual que el estudio precedente, supone primeramente un esfuerzo por llegar a una aclaración definitiva de la importancia de los parámetros eléctricos en el proceso de afino por electroescoria y simultáneamente se intenta de modo continuo aplicar y verificar esta nueva concepción física establecida en los apartados anteriores. Todo ello ha plasmado en un trabajo inédito hasta ahora.

9.1. Influencia de la cantidad de escoria sobre el rendimiento y física del proceso de afino por electroescoria.

Se realizaron cuatro refusiones en las que se hacía variar la cantidad de escoria de una a otra, manteniendo los mismos valores de voltaje e intensidad.

La Tabla XIX refleja las condiciones en que se realizaron las refusiones.

Tabla XIX

<u>Refusión n°</u>	<u>Cantidad de escoria (grs.)</u>	<u>ΔV(v)</u>	<u>I (A)</u>
79	1.000	35	1500
80	1.600	35	1500
81	1.300	35	1500
82	1.900	35	1500

Tipo de escoria: 70/0/0/30; ($T_f \approx 1300^\circ C$) *

Densidad escoria **: 2,8 gr/cm³

Acero: F-111; ($T_f \approx 1525^\circ C$)

* De las Figs. 5 y 6.

** De la Tabla II.

9.1.1. Simulaciones analógicas

Las simulaciones analógicas que se realizaron se refieren al instante en que la refusión finalizaba.

Para lograr una simulación correcta, fue necesario determinar las posiciones relativas del electrodo fundente y del baño metálico en el interior de la lingotera.

La Fig. 46 representa un esquema del proceso de afino por electroescoria y se deduce de ella que

$$V = SK - \frac{1}{3} S'h_2 - S'h_1$$

$$K = \frac{V + \frac{1}{3} S'h_2 + S'h_1}{S}$$

Por tanto,

$$L = K - (h_1 + h_2)$$

donde,

V, es el volumen que ocupa el baño de escoria y se determina pesando el baño de escoria una vez solidificado y calculando

el cociente $V = \frac{M}{d}$, donde d representa la densidad que es conocida; S, es la sección del baño metálico, determinada midiendo la altura del lingote una vez solidificado y desmoldeado y a continuación se calcula el radio correspondiente a esa altura, teniendo en cuenta la concavidad de la lingotera.

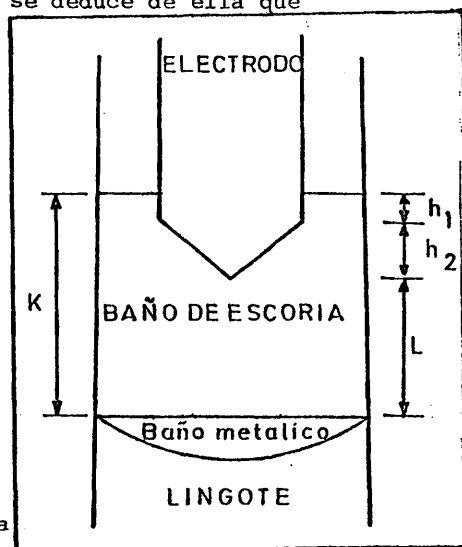


Fig. 46. Breve esquema del proceso ESR.

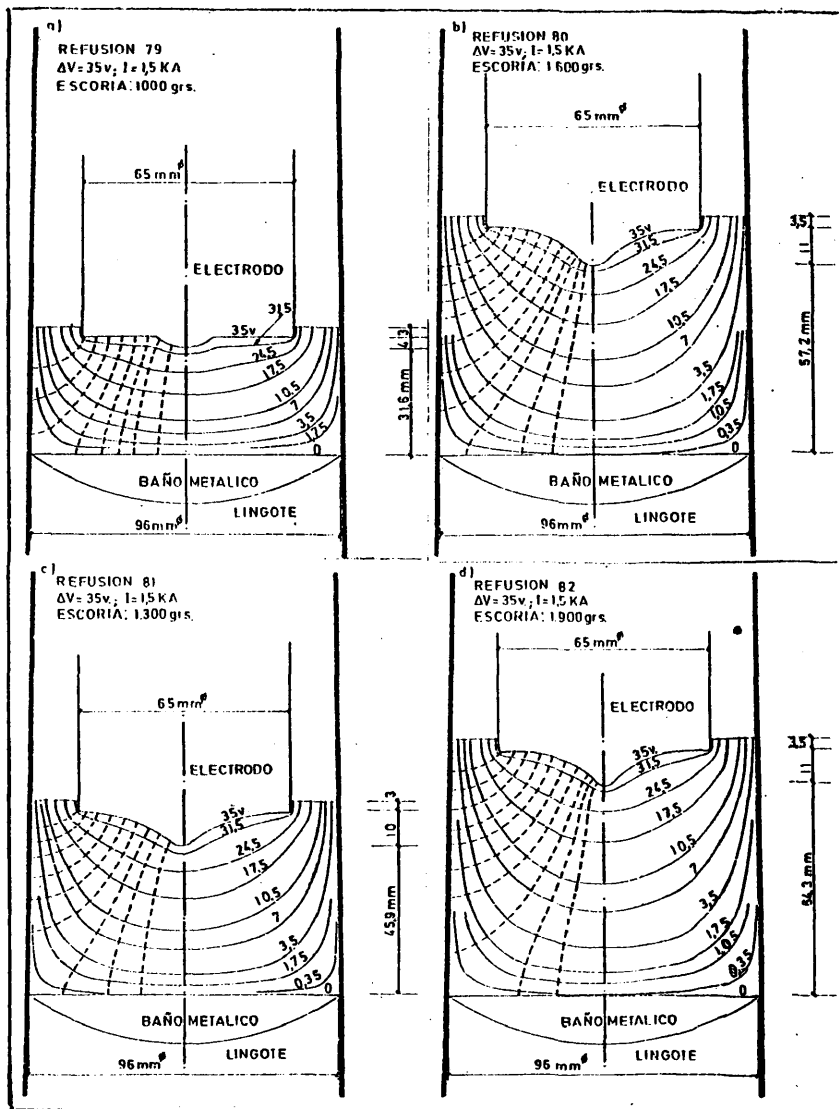


Fig.47 . Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferente cantidad de escoria. (Escoria tipo 70/0/0/30).

S , es la sección del electrodo.

h_1 es la altura de la parte cilíndrica del electrodo sumergida en la escoria y fácilmente medible por el contraste en color que aparece entre esta parte y el resto del electrodo.

h_2 , es la altura del tronco de cono que se forma habitualmente en el extremo fundente del electrodo.

L , es la distancia electrodo-baño metálico.

Con estas magnitudes y proyectando el extremo fundente del electrodo sobre una hoja de papel, por medio de un haz de luz de rayos paralelos, se consigue una buena reproducción bidimensional de la forma geométrica del electrodo y de las posiciones relativas de este último y del baño metálico dentro de la lingotera. El dibujo obtenido de esta forma se reproduce sobre el papel de Teledeltos dibujándolo con pintura de plata.

Las simulaciones analógicas obtenidas de este modo se representan en la Fig. 47, habiendo sido reducidas de tamaño hasta la mitad aproximadamente.

9.1.2. Conductividad eléctrica y generación calorífica local.

Si bien el calor generado en la escoria por unidad de tiempo viene dado por el producto $V.I$, tiene interés determinar la generación calorífica local a lo largo del extremo fundente del electrodo cuya superficie troncónica va fundiendo en forma de gotas que caen al baño metálico, a lo largo del baño metálico ya que este cristaliza con una determinada orientación granular y a lo largo de la pared de la lingotera donde se va formando la película de escoria sólida cuyo espesor (o peso) influye notablemente sobre la calidad del lingote y en la economía del proceso.

El calor que se genera en cada punto (o por unidad de volumen) y por unidad de tiempo, viene dado por

$$Q = \sigma E^2 \quad (49)$$

donde,

σ , es la conductividad eléctrica.

E , es el campo eléctrico

El campo eléctrico E se determinó hallando para cada línea de corriente una función polinómica, hasta aproximaciones de 2° grado, del potencial en función de las distancias tomando como origen de estas últimas el baño metálico-pared de la lingotera y a continuación calculando la derivada en cada punto medido. Estos cálculos se realizaron mediante el mismo programa de ordenador utilizado en el apartado 6.2.

La conductividad se determina teniendo en cuenta que:

$$I = \sigma \int E \cdot dS$$

y despejando

$$\sigma = \frac{I}{\int E \cdot dS}$$

donde,

$\int E dS$ es el flujo de corriente y se ha utilizado para su cálculo la superficie del 50% de caída de potencial.

I , es la intensidad aplicada en la refusión.

La integral se ha calculado por el método del trapecio según el programa utilizado en el apartado 6.2.

Estos valores junto con los de la conductividad se reflejan en la Tabla XX .

TABLA XX

Refusión n°	Cantidad de escoria (grs)	$\int E \cdot dS$ (v x mm)	σ (ohm ⁻¹ x mm ⁻¹)
79	1000	9768,7	0,153
80	1600	10736	0,139
81	1300	11367,7	0,132
82	1900	11235,3	0,133

I = 1500 A

$\Delta V = 35$ v

Tipo de escoria: 70/0/0/30

La escoria 70/0/0/30 ha sido analizada en nuestros laboratorios después de ser utilizada en una refusión, siendo un análisis típico el siguiente:

F ₂ Ca	CaO	Al ₂ O ₃	SiO ₂ , MnO, FeO
64%	4%	30,5%	≈ 1,5 %

donde la aparición del CaO se debe a la reacción del espato de fluor con el agua que contienen siempre las escorias (ver reacción del apartado 2.3.7.3.). De la Fig. 14 se desprende que las conductividades de la Tabla XX corresponden a unas temperaturas medias comprendidas entre 1475°C y 1575°C, que son similares a las temperaturas medias medidas en el proceso de afino por electroescoria como veremos más adelante.

Conocido el campo eléctrico en cada punto y la conductividad media, se determinaron las distribuciones de generación calorífica local a lo largo del baño metálico -pared de la

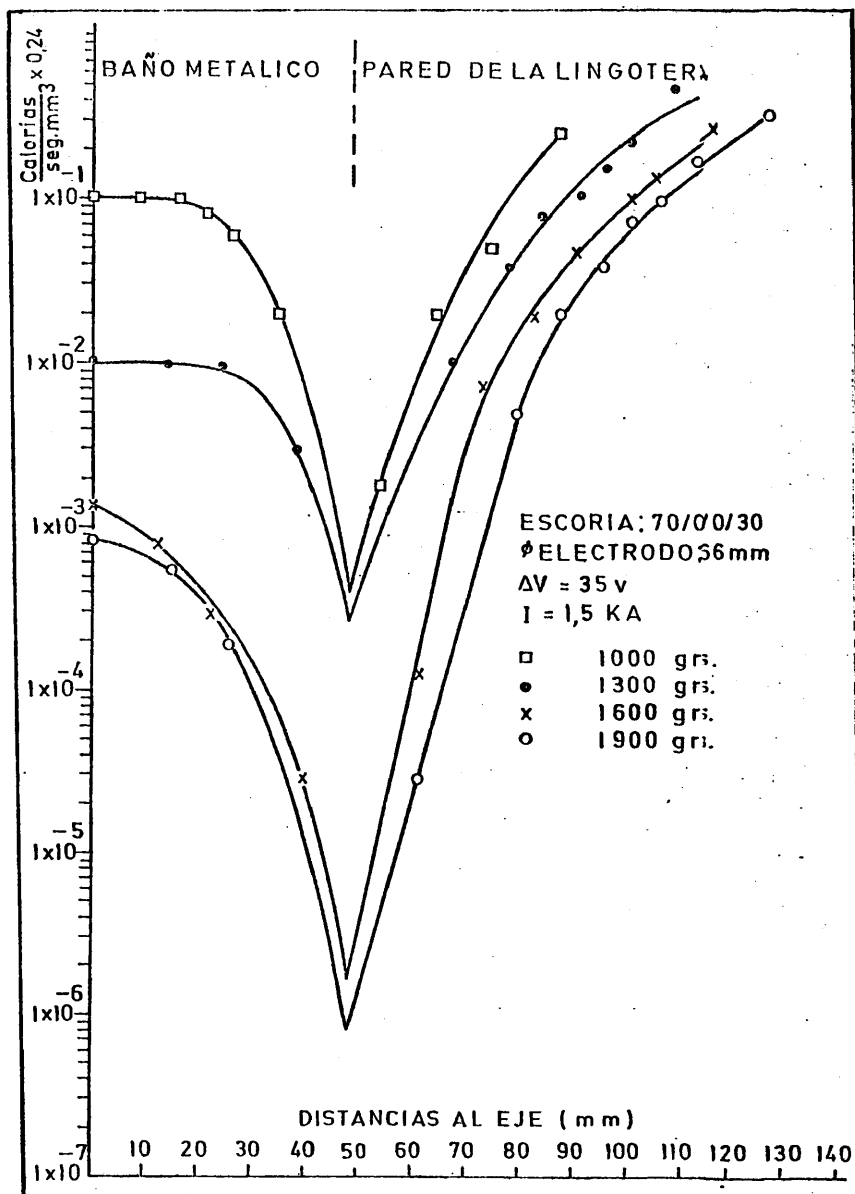


Fig. 48. Generación calorífica sobre el baño metálico y pared del crisol.

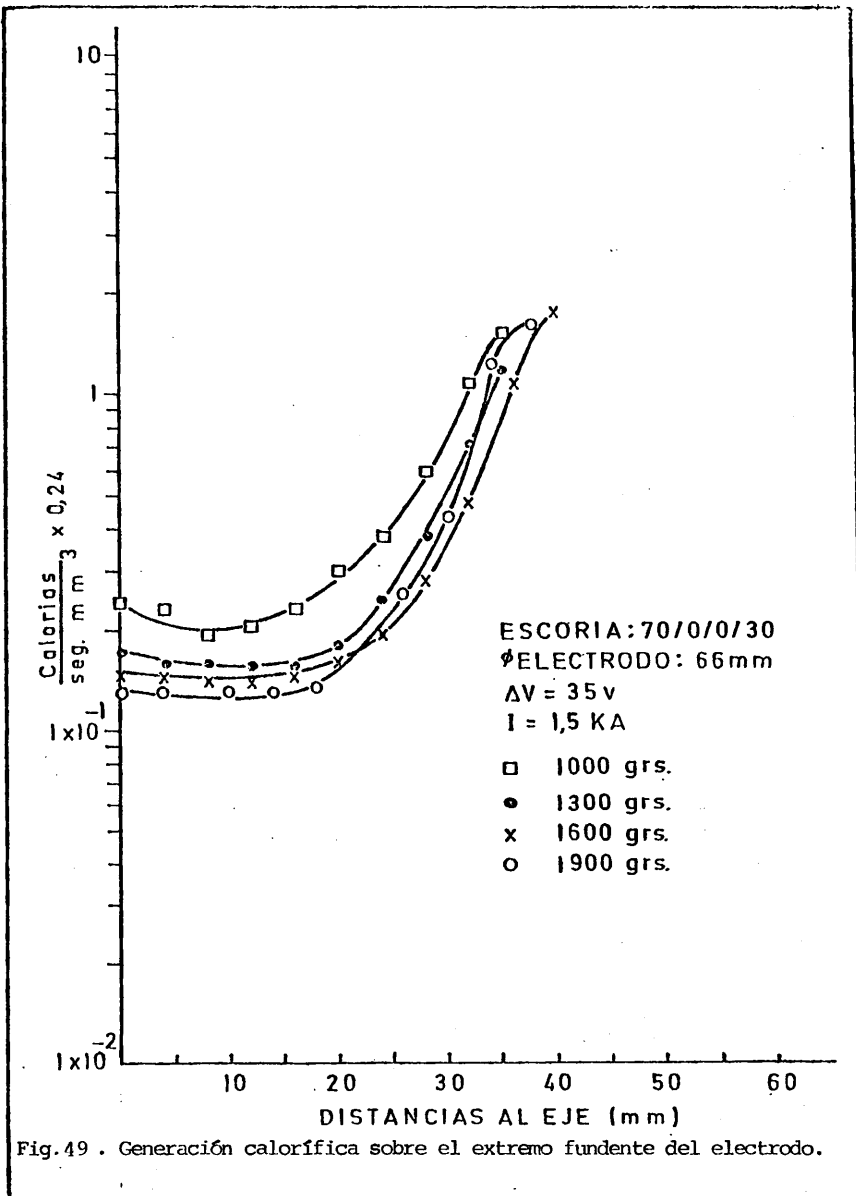


Fig. 49 . Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

lingotera y a lo largo del extremo fundente del electrodo, reflejadas en las Figs. 48 y 49 respectivamente.

A menor cantidad de escoria utilizada en la refusión se observa una mayor generación calorífica sobre el baño metálico y pared de la lingotera. Los mínimos de la Fig. 48 corresponden al punto de intersección entre el baño metálico y la pared de la lingotera siendo esta la zona donde se genera menos calor y donde seguramente se inicia la formación de la película de escoria, corroborando así los trabajos experimentales de J. CAMPBELL (104).

También, a menor cantidad de escoria se tiene una generación calorífica ligeramente mayor sobre el electrodo fundente, aunque las diferencias sean pequeñas como consecuencia del papel eléctrico desempeñado por la lingotera.

9.1.3. Velocidad de fusión y consumo energético.

Estas dos magnitudes se han representado en la Fig. 50, obteniéndose una constante para ambas.

Hay que señalar que el consumo energético en una refusión cualquiera es más bien, función del rendimiento calorífico o sea, de la relación calor empleado en fundir el acero/calor total generado y por tanto corresponde su interpretación a un estudio de balances térmicos no siendo éste nuestro objetivo; sin embargo, su importancia práctica justifica haberlo reflejado.

La velocidad de fusión no se ve afectada por las diferencias en generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

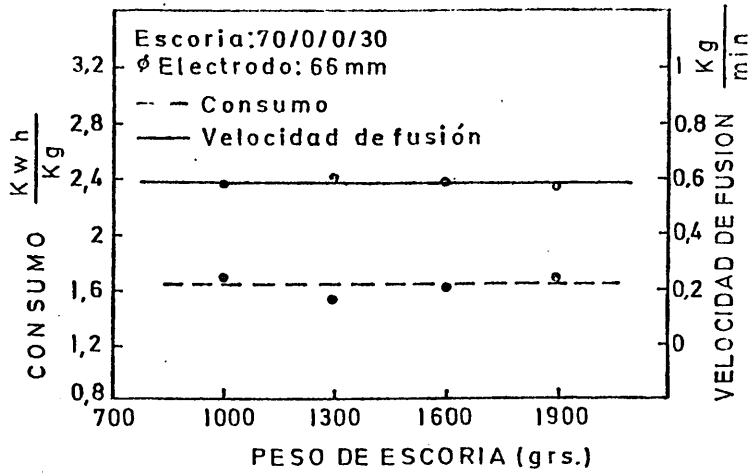


Fig. 50. Velocidad de fusión y consumo energético en función de la cantidad de escoria utilizada en la refusión.

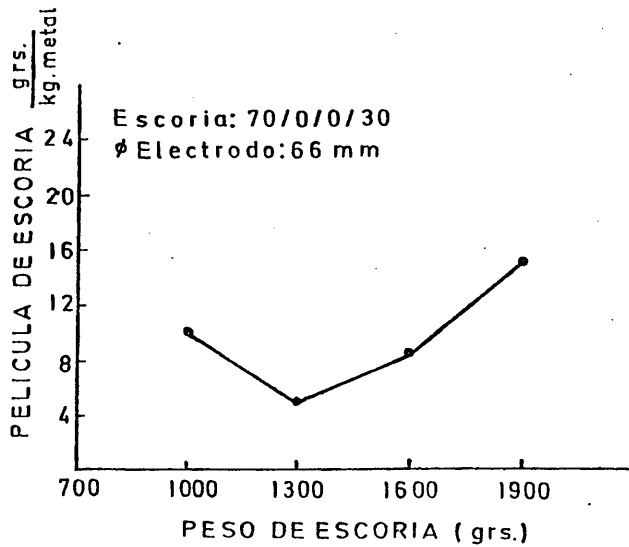


Fig. 51. Peso relativo de la película de escoria en función de la cantidad de escoria utilizada en la refusión.

9.1.4. Pérdidas de escoria por la formación de la película entre lingote y pared del crisol.

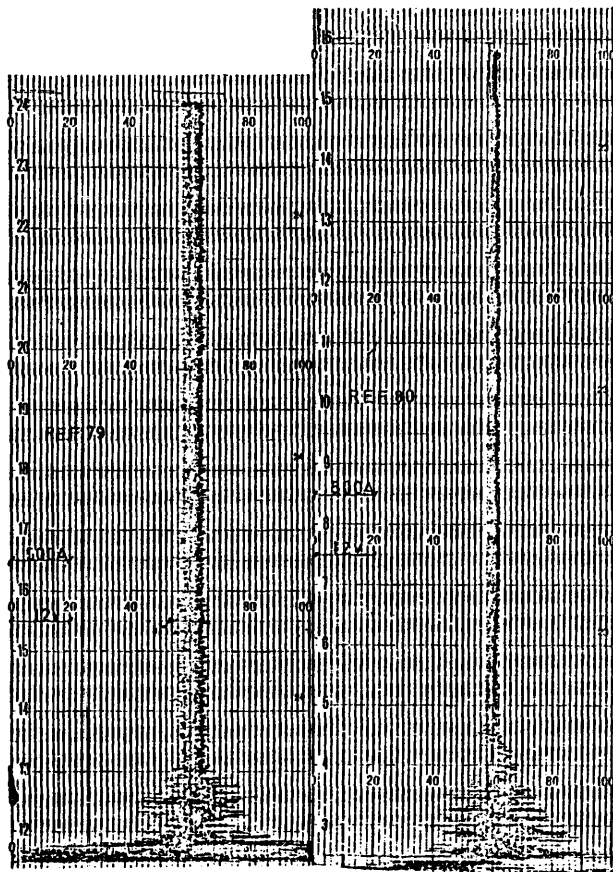
La Fig. 51 refleja el peso relativo de la película de escoria formada en cada refusión. Se observa a partir de 1300 grs. de escoria, un aumento en el peso de la película (equivalente a un aumento de espesor) que se corresponde con una disminución en la generación calorífica sobre la pared de la lingotera. Sin embargo, cuando se empleó la cantidad de 1000 grs. de escoria se produjo un aumento en el peso de la película a pesar de que le corresponde una mayor generación calorífica sobre la pared de la lingotera. Esta aparente anomalía puede explicarse observando las gráficas de registro de voltaje e intensidad de las diferentes refusiones (Fig. 52² a.b.c.d.). La correspondiente a 1000 grs. de escoria, registra unas mayores oscilaciones de la intensidad de corriente, lo que da lugar a unas disminuciones cíclicas de generación calorífica que producen este aumento en el peso de la película de escoria.

El aumento en peso de la película de escoria no es deseable porque resta capacidad de afino al baño de escoria y es necesario realizar adiciones de escoria a este último para compensar las pérdidas y por otra parte, un mayor espesor de película origina una superficie rugosa en el lingote, disminuyendo su rendimiento en laminación o forja.

9.1.5. Orientación granular de los lingotes.

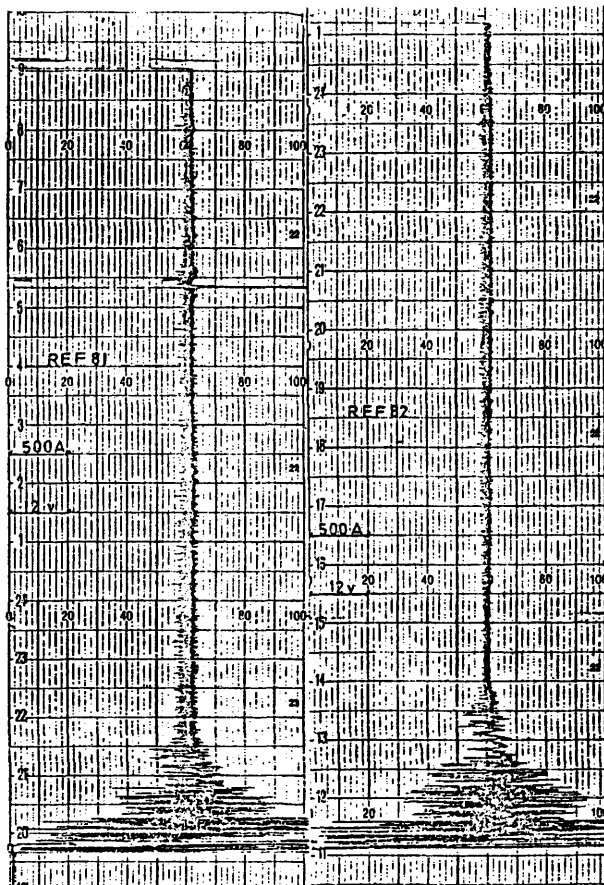
Para obtener las estructuras de cristalización de los lingotes se realizaron las siguientes operaciones por orden cronológico:

- corte longitudinal a lo largo del eje.
- rectificado de una de las superficies obtenidas en el corte.



a) 1000 grs. de escoria. b) 1600 grs. de escoria.

Fig. 52. Registros de voltaje e intensidad de corriente de las refusiones señaladas ($\Delta V = 35 \text{ v}$; $I = 1500 \text{ A}$).



c) 1300 grs. de escoria. d) 1900 grs. de escoria.

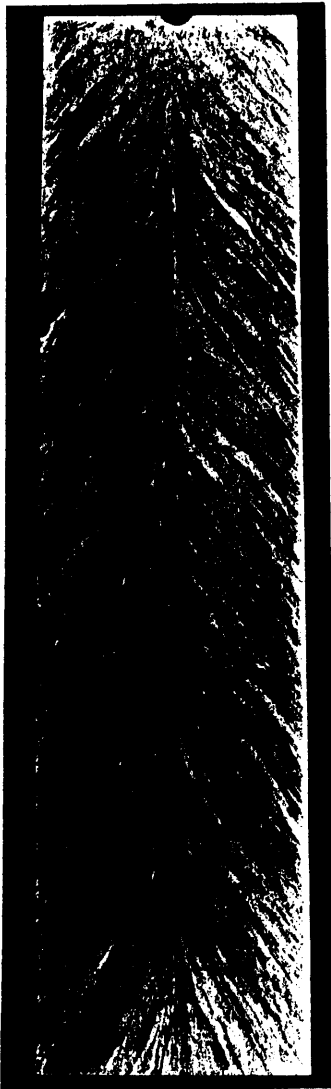
Fig. 52 Registro de voltaje e intensidad de corriente de las refusiones señaladas ($\Delta V = 35 \text{ v}$; $I = 1500 \text{ A}$).

- desbaste con papel fino.
- pulido con pulidora manual.
- ataque por inmersión durante 10 minutos, en una disolución de ClH al 50% calentada a 70°C.
- lavado en agua por inmersión.
- inmersión durante 30 segundos en una disolución de persulfato amónico al 10%.
- lavado en agua y secado en alcohol.

La determinación de las estructuras de solidificación es de gran importancia porque su aspecto y orientación están relacionados con diversos defectos internos (segregaciones, poros, microporos, etc.). En el proceso de afino por electroescoria, debido al procedimiento empleado de solidificación dirigida, el grano de cristalización es columnar alcanzando el eje del lingote. La orientación granular deseable es la más vertical posible porque de este modo se evitan en gran medida la formación de poros y las conocidas segregaciones en A y V.

Las Figs. 53 a,b,c y d representan las macroestructuras obtenidas y en la Fig. 54 se ha representado el ángulo de orientación granular tomando como referencia el sentido descendente del eje del lingote. Se observa una constante del ángulo de orientación y no existe, por consiguiente, relación alguna entre este y la generación calorífica sobre el baño metálico.

Evidentemente, la velocidad de fusión guarda una relación estrecha con la orientación granular ya que, a mayor velocidad de fusión se obtendría una mayor profundidad del baño metálico y en consecuencia la orientación sería más radial puesto que los granos crecen perpendicularmente a la interfase sólido-líquido del lingote. Esta relación entre ambas magnitudes, velocidad de fusión y ángulo de orientación granular, se pone de manifiesto en la uniformidad de ambas y estas a su vez guardan relación con la potencia calorífica total que también es constante.



a) 1000 grs. de escoria

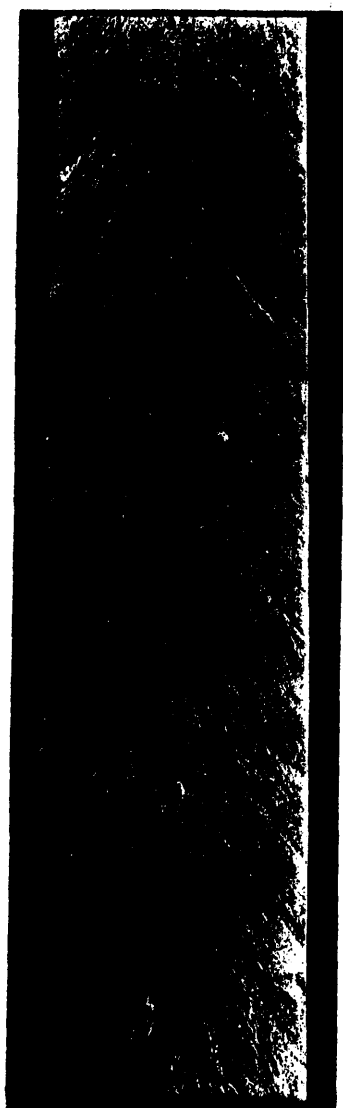


b) 1600 grs. de escoria.

Fig. 53. Macroestructuras de solidificación ($\Delta V = 35$ v; $I = 1500$ A).



c) 1300 grs. de escoria.



d) 1900 grs. de escoria.

Fig. 53. Macroestructuras de solidificación ($\Delta V = 35$ v; $I = 1500$ A).

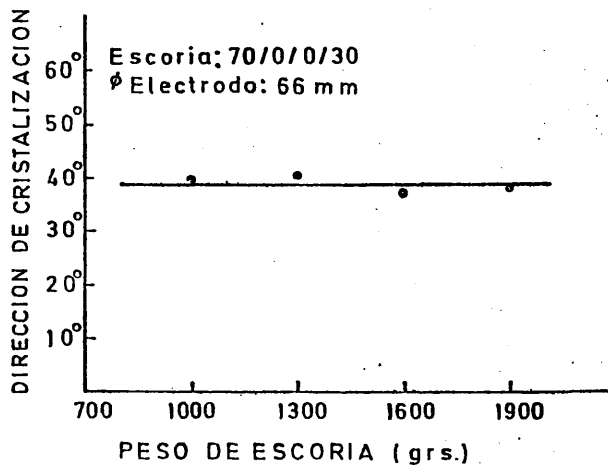


Fig. 54. Angulo de orientación granular de los lingotes en función de la cantidad de escoria utilizada en la refusión.

9.2. Refusiones con escorias tipo 40/30/0/30 y diámetro de electrodo, $\varnothing = 65$ mm.

Las escorias del tipo 40/30/0/30 exigen una calcinación previa a temperaturas por encima de 900°C por contener CaO en su composición. El CaO es un compuesto fuertemente higroscópico y es necesario que esté exento de humedad para poder ser utilizado en el afino por electroescoria puesto que habitualmente el agua origina porosidades en el lingote (véase reacción , Apartado 2.3.7.3.). El espato de fluor y la alúmina no experimentan variaciones gravimétricas por pérdidas de humedad como el óxido de calcio y las escorias que no contienen a este último no exigen calcinación previa.

Por otra parte, la alta relación

$$\frac{\varnothing \text{ electrodo}}{\varnothing \text{ lingote}} = 0,65$$

exige tomar precauciones para evitar posibles formaciones de arco o cortocircuitos accidentales.

9.2.1. Simulaciones analógicas.

De acuerdo con las indicaciones hechas en el apartado 9.1.1. se realizaron las simulaciones analógicas de un total de 11 refusiones en las que se utilizó siempre la misma cantidad de escoria (1300 grs.) haciendo variar el voltaje y la intensidad de corriente de una refusión a otra. Estas simulaciones realizadas con la técnica del papel de Teledeltos, se muestran reducidas aproximadamente a la mitad en las Figs. 55 (a, b, c, d), 56 (a, b, c, d) y 57 (a, b, c) y han sido agrupadas las que corresponden a refusiones realizadas con igual voltaje.

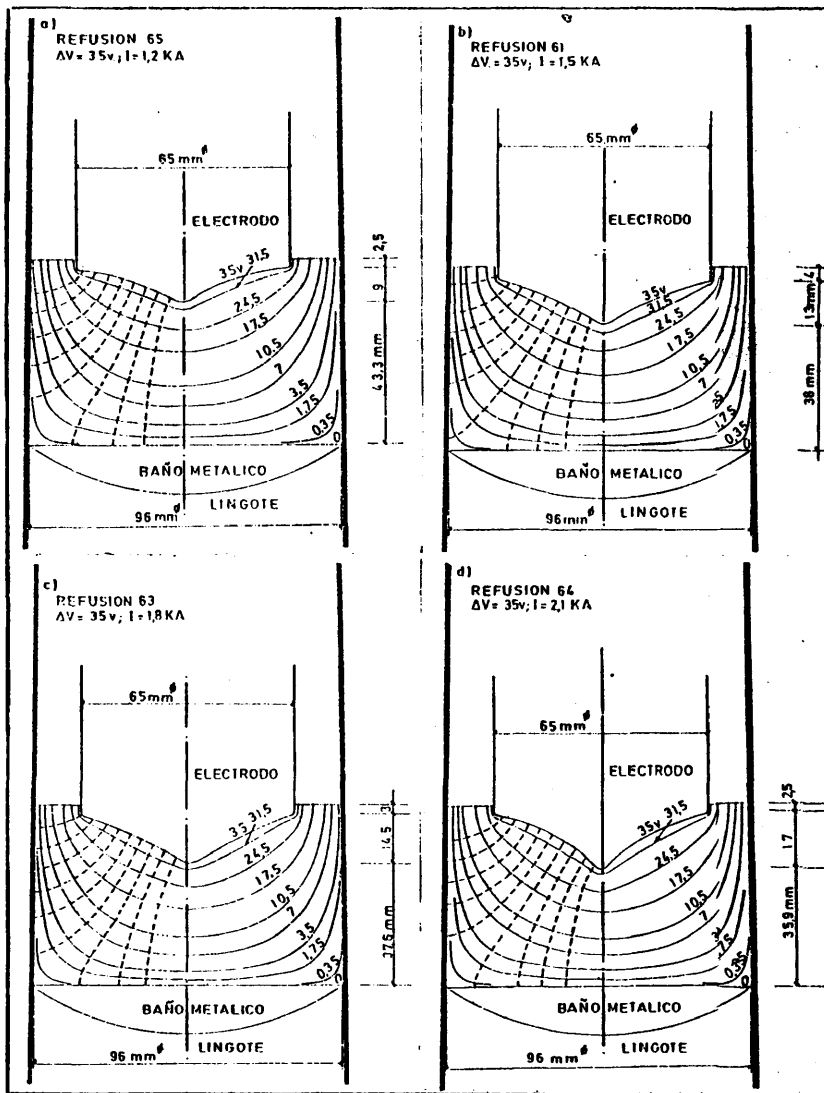


Fig. 55. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos (Escoria 40/30/0/30).

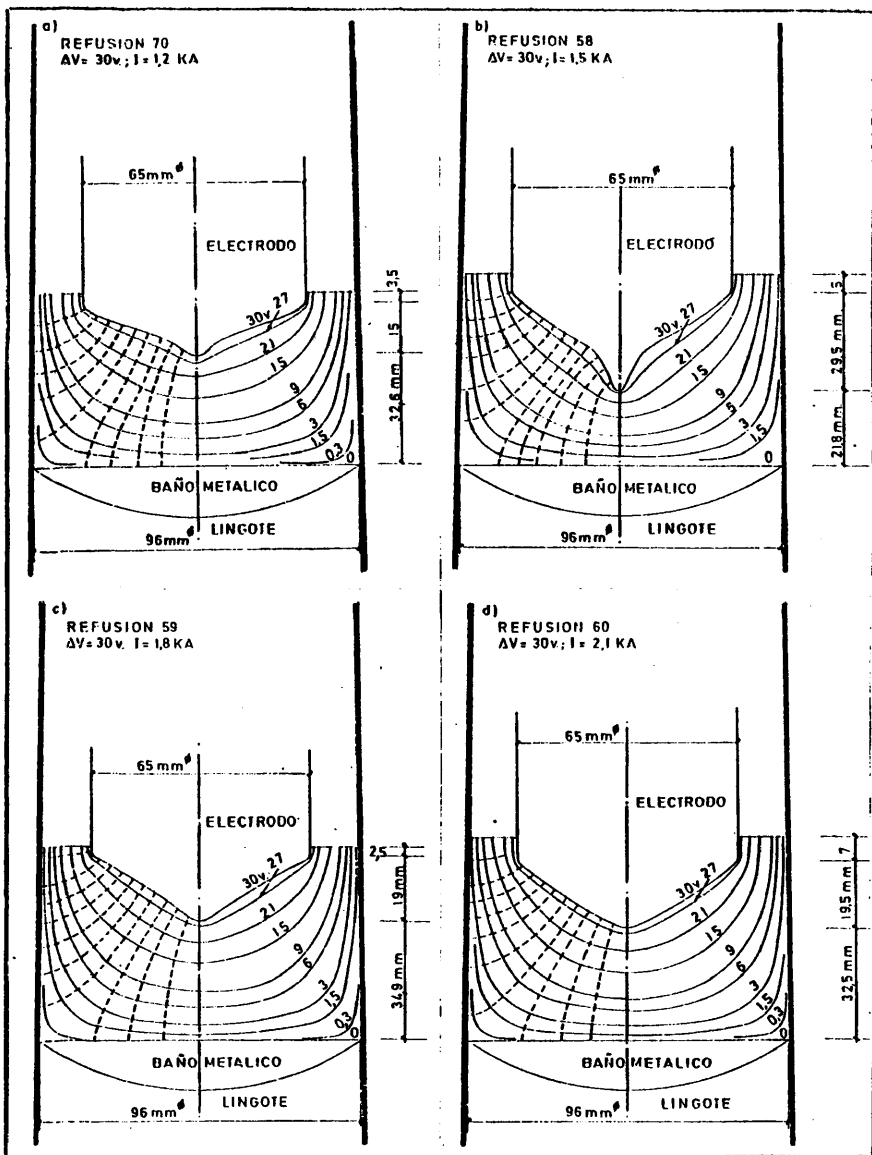


Fig. 56. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos (Escoria 40/30/0/30).

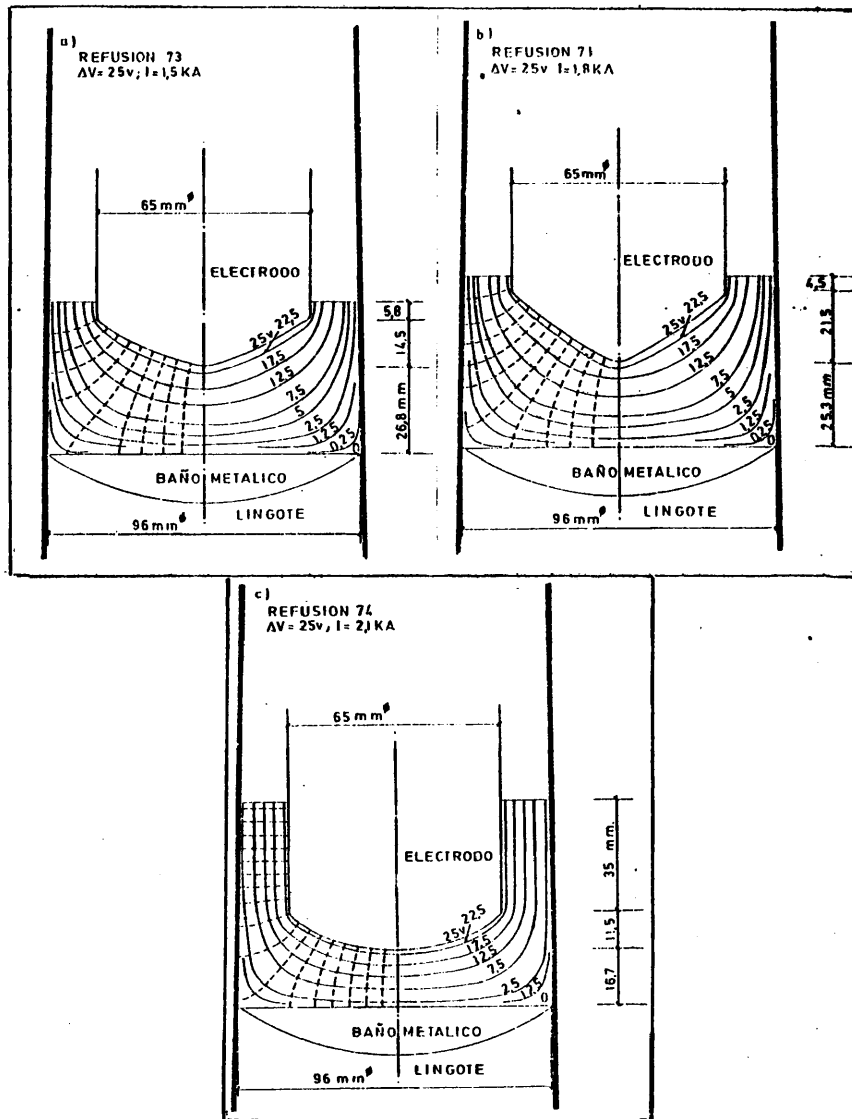


Fig.57 . Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos (Escoria 40/30/0/30).

9.2.2. Conductividad eléctrica y generación calorífica local.

La Tabla XXI contiene las condiciones en que se realizaron las refusiones así como los valores del flujo de corriente y la conductividad eléctrica, calculados por el mismo procedimiento señalado en el apartado 9.1.2.

Tabla XXI :

Refusión n°	ΔV (v)	I (A)	$\int E \cdot dS$ (v x mm.)	σ^{-1} (ohm x mm)
58	30	1500	12730,8	0,117
59	30	1800	10330,6	0,174
60	30	2100	13633,5	0,153
61	35	1500	11596,6	0,129
63	35	1800	11578,5	0,155
64	35	2100	11094,6	0,189
65	35	1200	10916,2	0,110
70	30	1200	11033,7	0,108
71	25	1800	10709,8	0,168
73	25	1500	10245,4	0,146
74	25	2100	12941,8	0,105

Tipo de escoria: 40/30/0/30

Temperatura de fusión de la escoria* : $\approx 1275^{\circ}\text{C}$

Densidad de la escoria** (1500-1600°C): 3 grs./cm³

Cantidad de escoria: 1300 grs.

Acero F-111

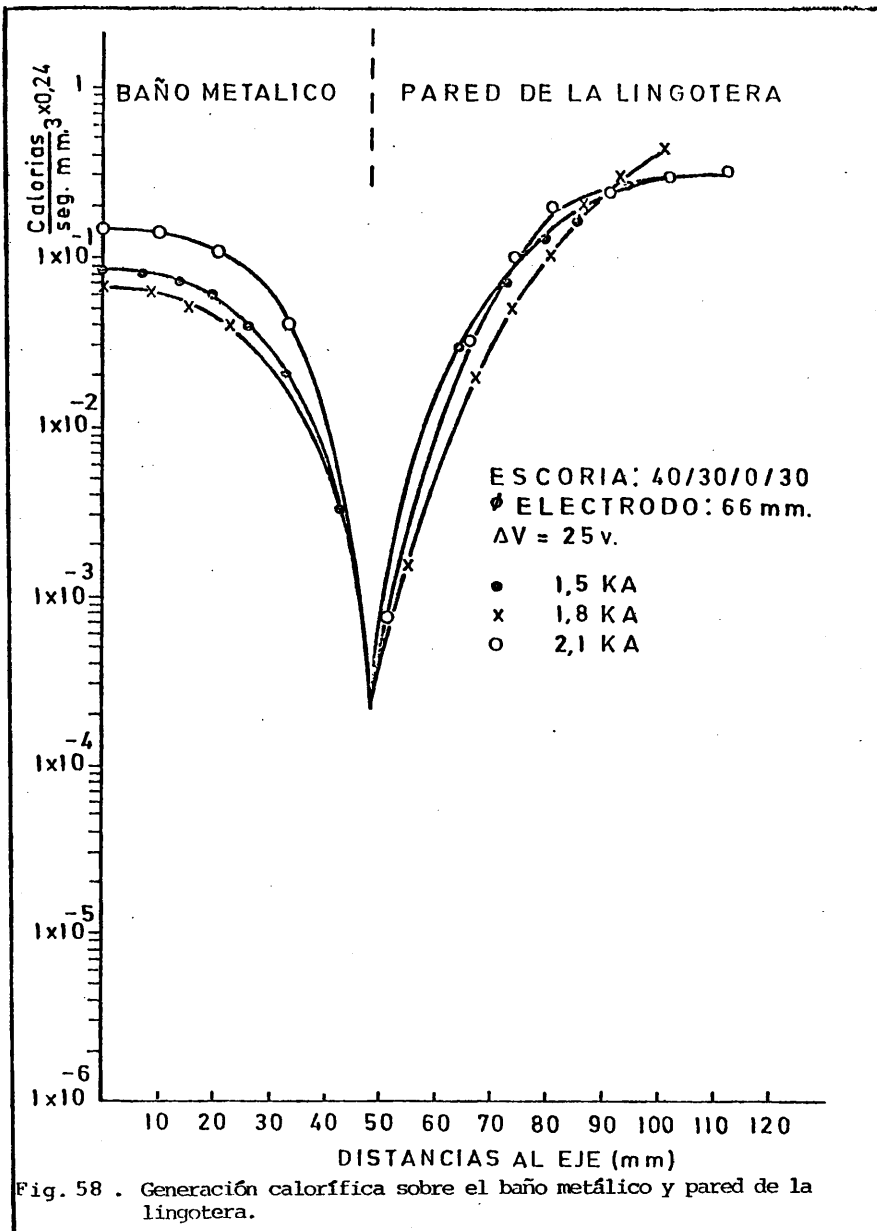
Temperatura de fusión del acero: $\approx 1525^{\circ}\text{C}$

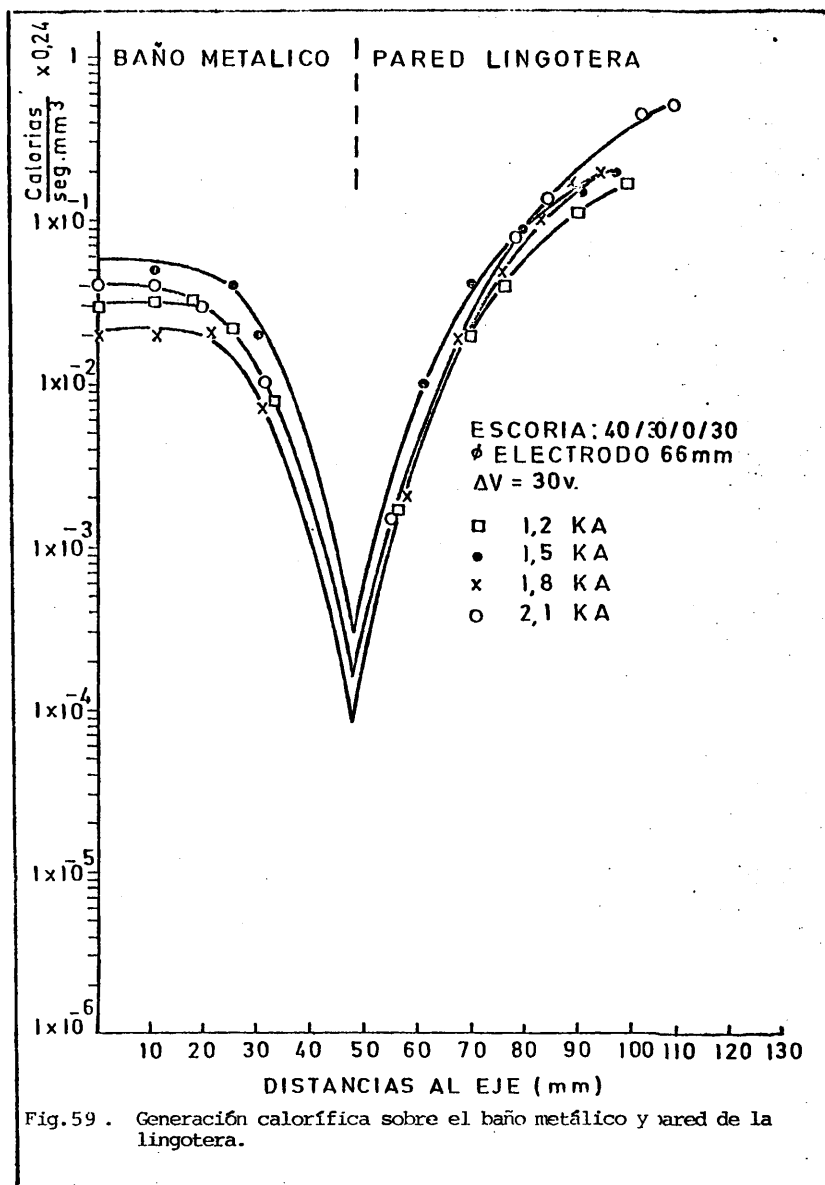
* De la fig. 6.

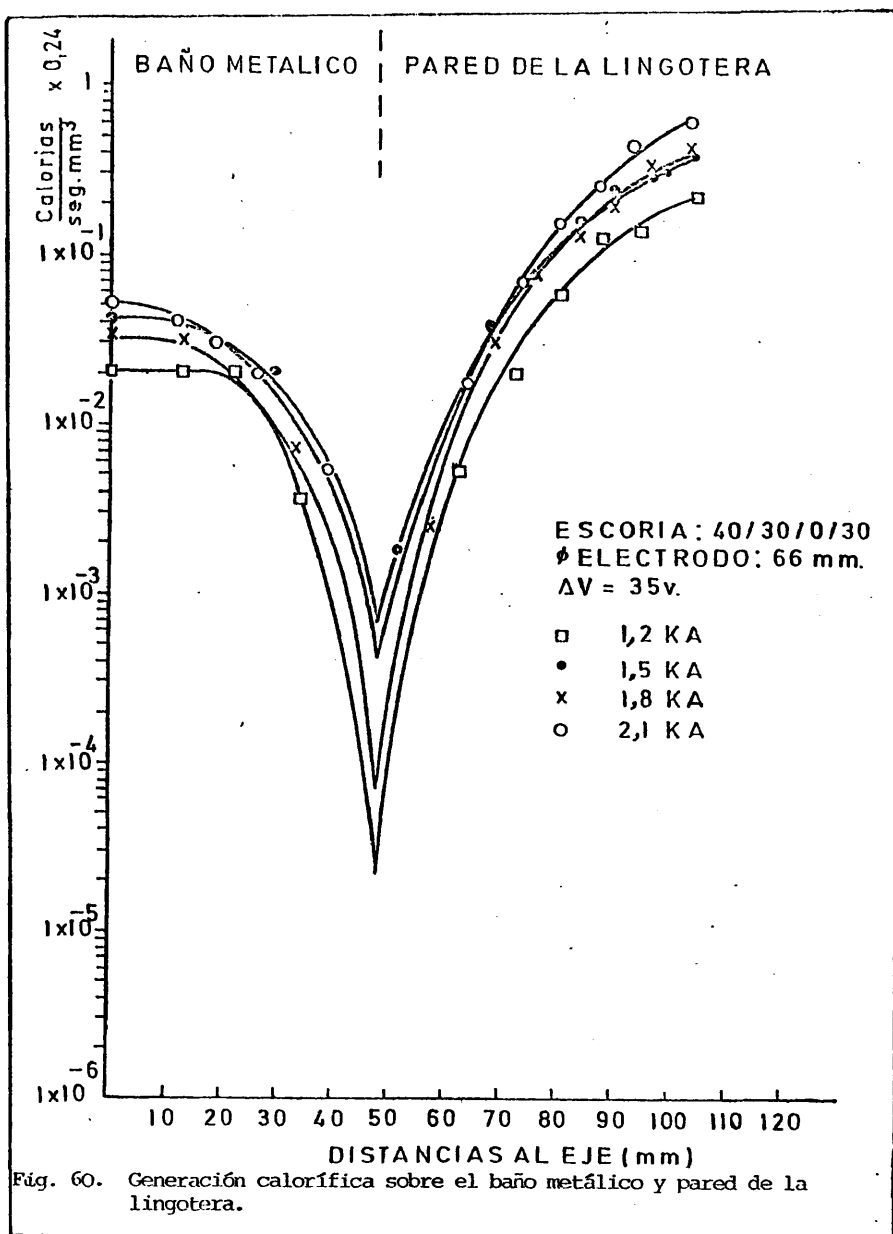
** de la Tabla II.

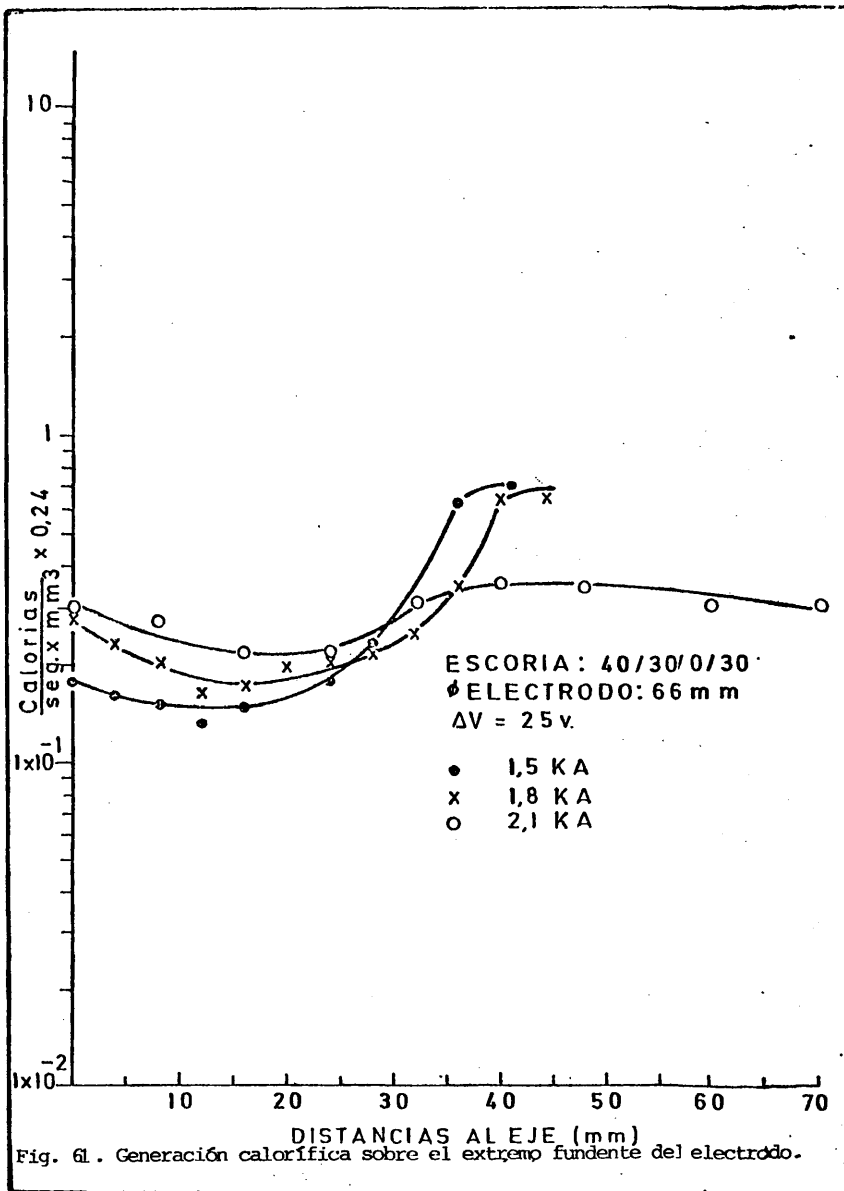
Aunque la conductividad eléctrica de las escorias tipo 40/30/0/30, en función de la temperatura, no viene tabulada en la Fig. 14, su gráfica puede determinarse teniendo en cuenta que el óxido de calcio posee una conductividad menor que el espato de fluor ya que los iones Ca^{++} están más fuertemente unidos a los iones $\text{O}^=$ que a los iones F^- y por tanto, los iones $\text{O}^=$ le restan movilidad. Calculando en la Fig. 14, por interpolaciones sucesivas, el aumento de resistividad que originan las adiciones de óxido de calcio al espato de fluor, puede determinarse con buena aproximación la gráfica correspondiente a la conductividad eléctrica de las escorias 40/30/0/30 que será algo mayor, a cualquier temperatura, que la del tipo 70/6/0/30. De este modo, la conductividad mínima ($0,105 \text{ ohm}^{-1} \times \text{mm}^{-1}$) y máxima ($0,189 \text{ ohm}^{-1} \times \text{mm}^{-1}$) que figuran en la Tabla XXI, corresponden a temperaturas medias comprendidas entre 1450°C y 1750°C que son del mismo orden de las que se han medido experimentalmente en el proceso de afino por electroescoria. Hay que hacer notar que debido a los gradientes de temperaturas que se establecen en el baño de escoria, las temperaturas medias son siempre inferiores a las que en realidad establecen el gradiente, necesario para fundir el acero, entre el baño de escoria y el electrodo que como veremos coinciden con nuestras medidas experimentales de temperaturas.

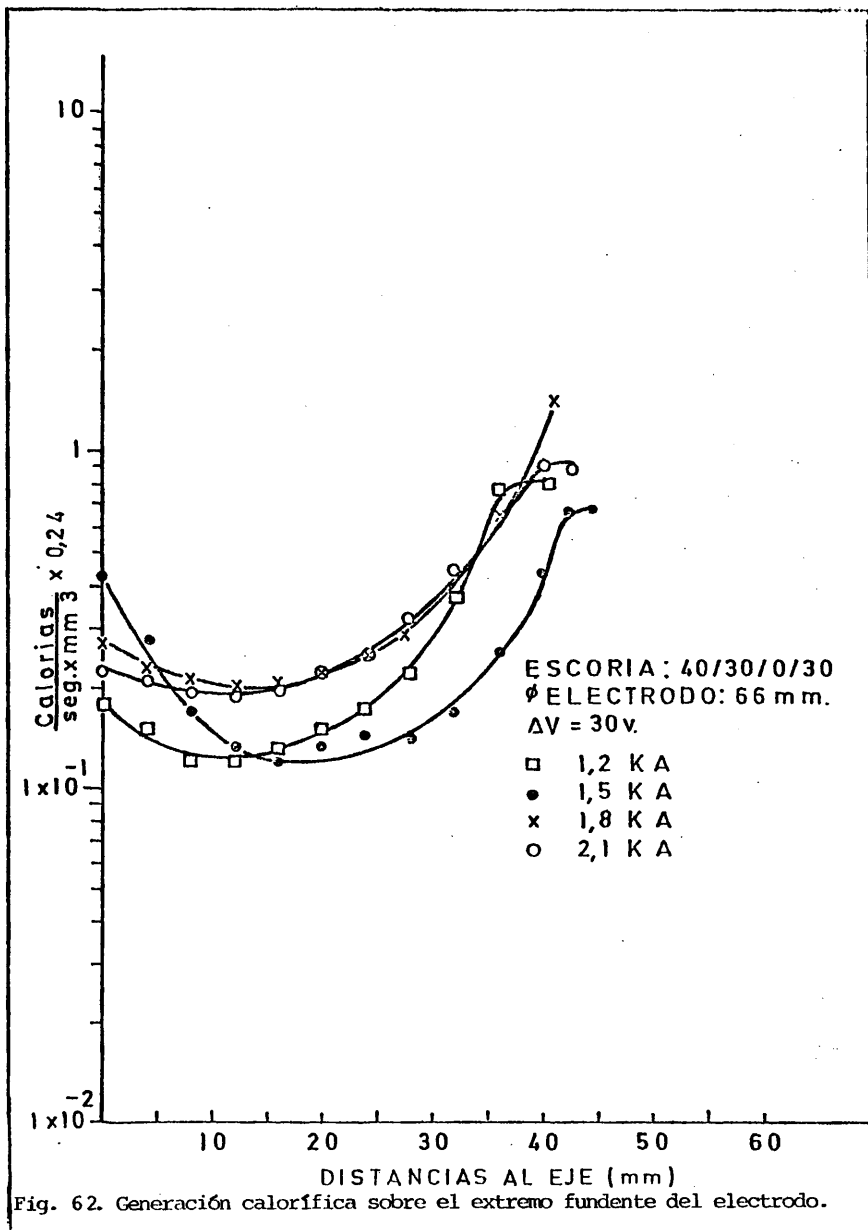
Conocido el campo eléctrico en los puntos de intersección entre las líneas de corriente y las curvas equipotenciales según el procedimiento señalado en el apartado 9...2. y haciendo uso de la ecuación (49) que da la generación calorífica local, se obtuvieron las distribuciones de generación calorífica sobre el baño metálico pared de la lingotera (Figs 58, 59 y 60) y sobre el extremo fundente del electrodo sumergido en la escoria (Figs. 61, 62 y 63), estando agrupadas en cada figura aquellas distribuciones que corresponden a refusiones realizadas con el mismo voltaje.

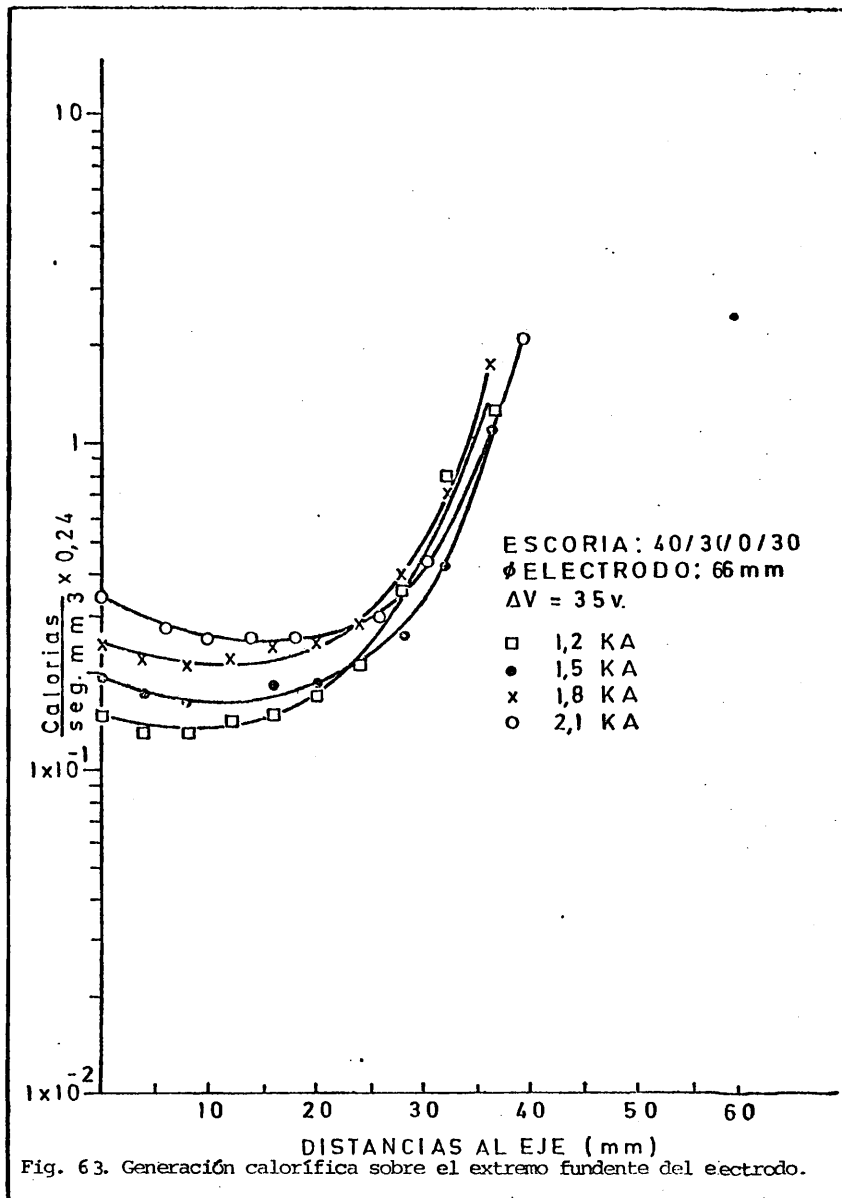












Las distribuciones de generación calorífica sobre el baño metálico-pared de la lingotera, muestran una tendencia a ser mayores, para cualquier voltaje, a medida que la intensidad de corriente aumenta; sin embargo, esta tendencia no es general como consecuencia de varios factores, entre los que cabe destacar: la forma cónica más o menos pronunciada del extremo fundente del electrodo, la mayor o menor superficie del electrodo sumergida en la escoria que contribuye (recuérdese la ecuación que rige la transmisión de calor por convección) a que se produzca un enfriamiento en la escoria (menor conductividad eléctrica) y en consecuencia una reducción del calor local generado y por último, teniendo en cuenta que las simulaciones se refieren al instante en que la refusión finaliza, aquellas refusiones que hayan dado una película de escoria de mayor peso tendrán un baño de escoria de menor peso (o menor volumen) por lo que el campo eléctrico será mayor y en consecuencia se verá favorecida la generación calorífica local.

En cuanto a las distribuciones de generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo, se observa que estas son ligeramente mayores a medida que aumenta la intensidad para cualquier voltaje establecido.

9.2.3. Velocidad de fusión y consumo energético.

La Fig. 64 muestra estas dos magnitudes, observándose que el consumo energético es constante puesto que la relación calor de fusión del acero/calor total generado es igual para todas las refusiones.

La velocidad de fusión varía linealmente con la intensidad de corriente, siendo mayor a medida que aumenta esta última. Además, la separación, prácticamente uniforme entre líneas, muestra que la velocidad de fusión no es exactamente una función

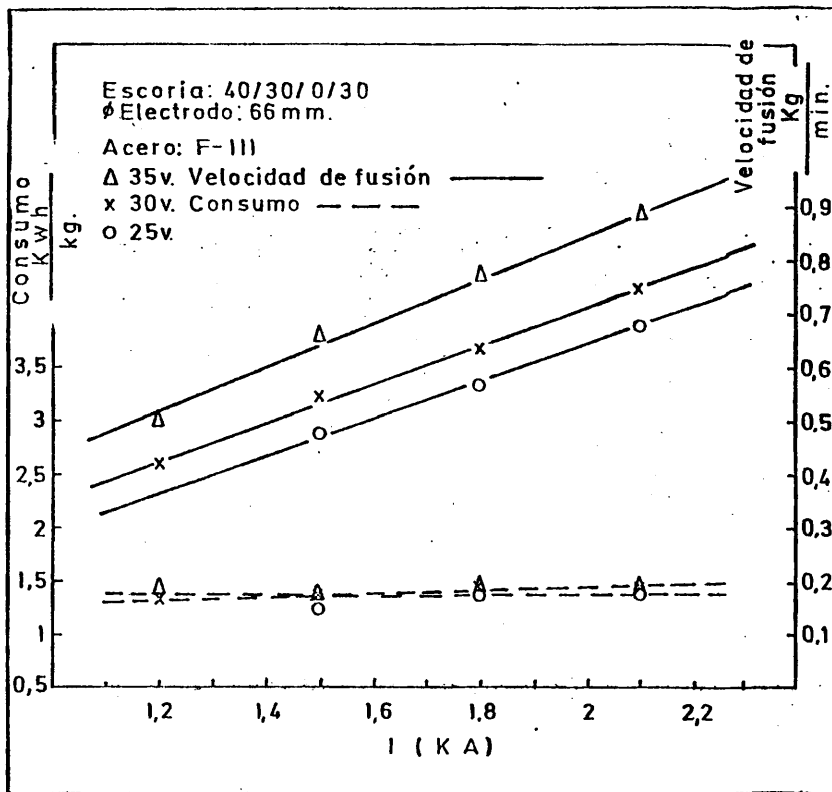


Fig. 64. Velocidad de fusión y consumo energético en función de los parámetros eléctricos.

de la potencia calorífica total.

Para cada voltaje, se observa que una mayor distribución de generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo se corresponde con una mayor velocidad de fusión y a igual intensidad y a mayor voltaje las distribuciones caloríficas y la velocidad de fusión son también mayores.

9.2.4. Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol.

La Fig. 65 muestra el peso de la película de escoria en función de la intensidad y del voltaje aplicados, observándose que es constante para los voltajes más altos (30 y 35 v). La Fig. 65 muestra además que el peso relativo de la película de escoria no es función de la potencia calorífica total (V.I) desarrollada en la escoria, siendo el voltaje la variable que más fuertemente interviene en su magnitud.

En las Figs. 61, 62 y 63 puede verse que la distribución de generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo es ligeramente mayor a medida que la intensidad de corriente es creciente y esto se cumple para cualquier voltaje. También, comparando las figs mencionadas, a medida que aumenta el voltaje aumenta muy ligeramente la generación calorífica local sobre el electrodo fundente. Para el voltaje más pequeño (25v), el peso de la película es notablemente mayor a cualquier intensidad y esto es debido a que las refusiones realizadas con bajo voltaje experimentan grandes oscilaciones de la intensidad de corriente. En la Fig. 66 a, b y c se han representado las gráficas de registro de tres refusiones realizadas con la misma intensidad de corriente (1500A) y diferentes voltajes (25, 30, 35v), observándose que la refusión realizada a 25v experimenta mayores oscilaciones de la intensidad de corriente a lo largo de toda

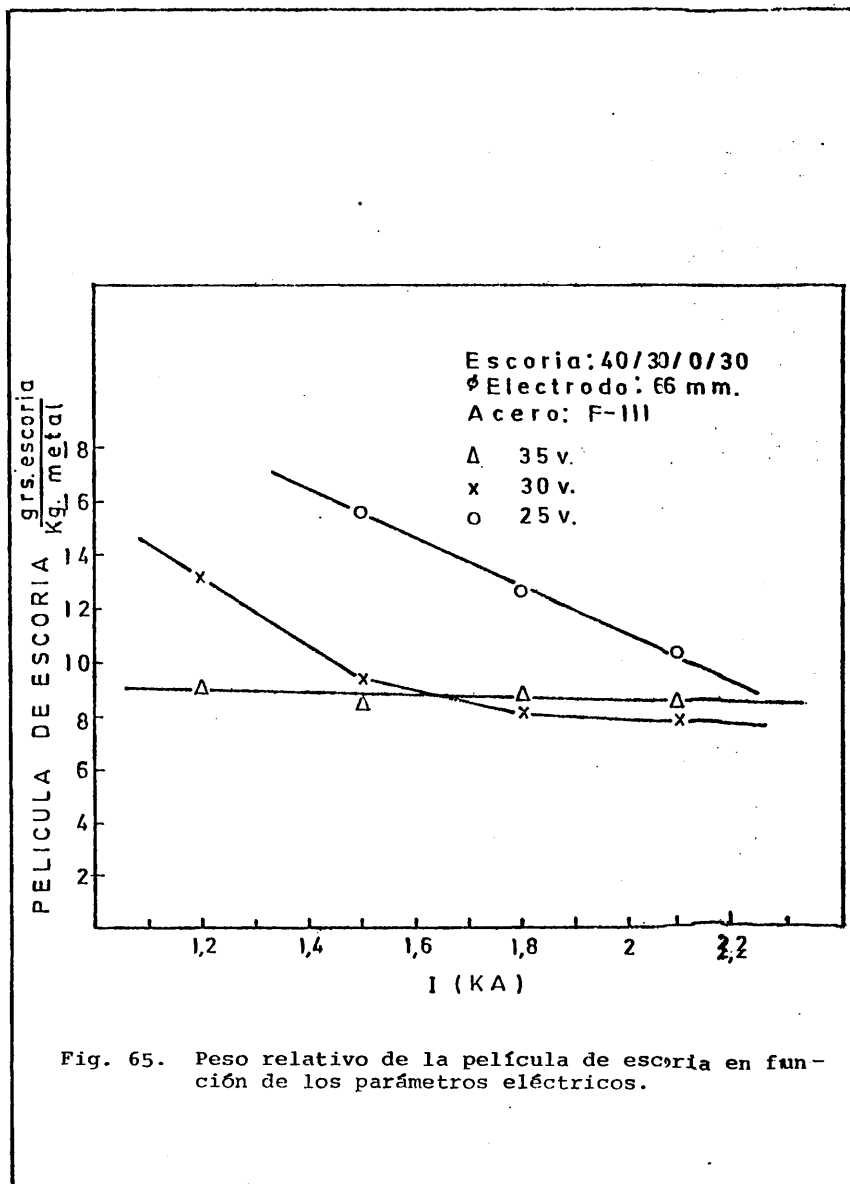
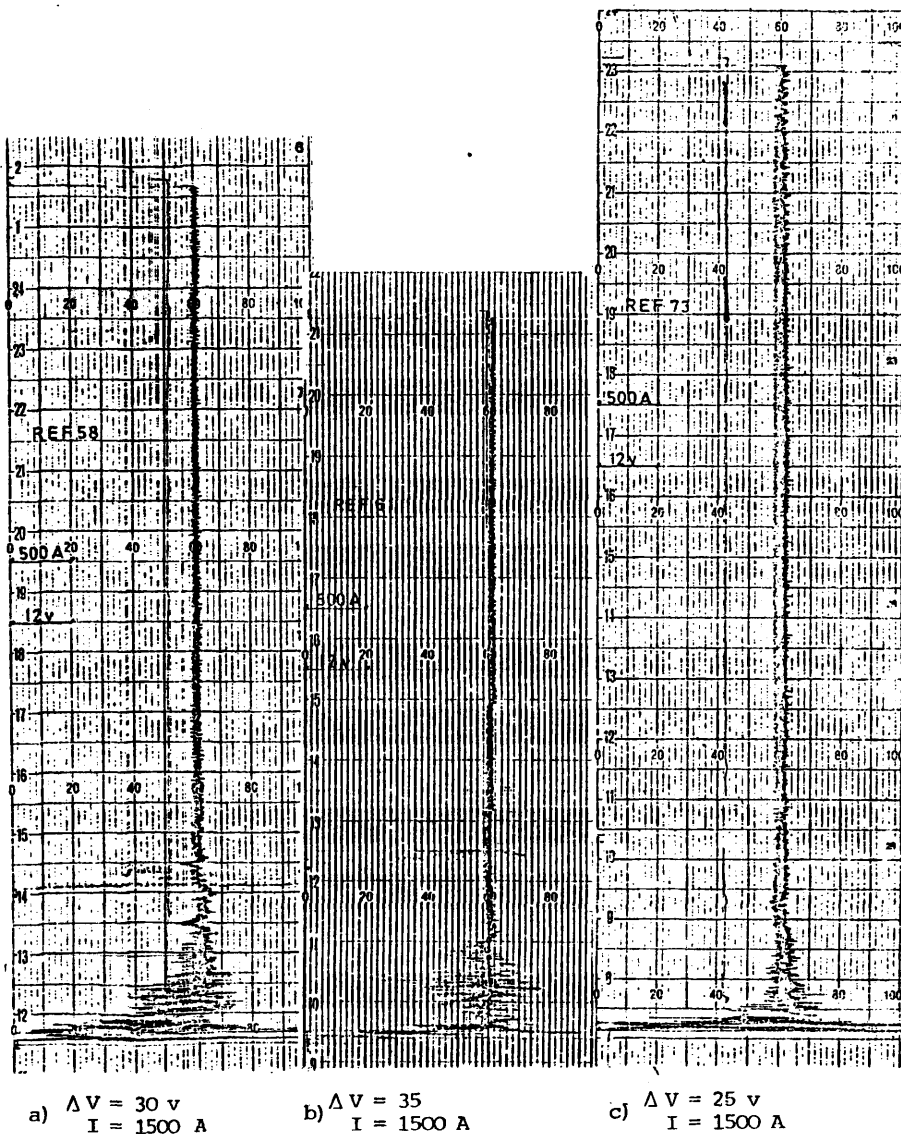


Fig. 65. Peso relativo de la película de escoria en función de los parámetros eléctricos.



a) $\Delta V = 30 \text{ v}$
 $I = 1500 \text{ A}$

b) $\Delta V = 35$
 $I = 1500 \text{ A}$

c) $\Delta V = 25 \text{ v}$
 $I = 1500 \text{ A}$

Fig. 66. Registro de voltaje e intensidad de corriente de las refusiones señaladas. (Escoria 40/30/0/30).

la refusión puesto que las gotas que se van formando en el extremo del electrodo son de mayor tamaño que en las refusiones realizadas con superior voltaje e instantes antes de desprenderse se produce un aumento considerable de la superficie del extremo fundente del electrodo, ocasionando una mayor intensidad del campo eléctrico en la escoria y en consecuencia un aumento de la intensidad de corriente. Al desprenderse la gota ocurre lo contrario, disminuyendo la intensidad de corriente y produciéndose las oscilaciones registradas. El resultado es una disminución de la generación calorífica sobre la pared de la lingotera que ocasiona una película de escoria de mayor peso.

Las gráficas de registro correspondientes a refusiones realizadas con otra intensidad de corriente y a diferentes voltajes son similares a las de la Fig. 66 .

9.2.5. Orientación granular de los lingotes.

La Fig. 67 muestra los ángulos de orientación del grano de solidificación de los lingotes en función del voltaje y la intensidad de corriente. Para las refusiones realizadas con voltajes de 30 y 35v, los ángulos crecen (la solidificación es más radial) con la intensidad de corriente estableciéndose entre estas dos magnitudes, una relación lineal. Sin embargo, para las refusiones correspondientes a 25v y en particular la realizada con 2,1KA de intensidad, se obtiene un ángulo de orientación del grano de solidificación considerablemente mayor que los correspondientes a lingotes obtenidos en refusiones realizadas con mayor potencia calorífica.

Comparando las distribuciones de generación calorífica local sobre el baño metálico de las Figs. 61, 62, y 63, se observa que es mayor la correspondiente a la refusión realizada a 25v y 2,1KA, pero se ha visto en el apartado 9.1.5. que una mayor generación calorífica local sobre el baño metálico no origina, necesariamente, una solidificación más radial. En la Fig. 57 c, correspondiente a esta refusión, la profundidad del electrodo en la escoria es mucho mayor que en el resto de las refusiones, debido a la elevada resistividad eléctrica de las escorias 40/30/0/30 y al aplicar un voltaje pequeño (25v) y una intensidad alta (2,1KA), el electrodo fundente debe reducir considerablemente la distancia electrodo-baño metálico para poder alcanzar tal intensidad.

Se midieron las temperaturas sobre los electrodos de las refusiones n°61 y n° 74, ambas de igual potencia calorífica total con termopares de Pt-PtRh 10% según la disposición que se indica en la Fig. 68. El termopar 0 de seguimiento se conectaba a un voltímetro digital e indicaba el momento en que se tomaba contacto con la escoria, destruyéndose inmediatamente

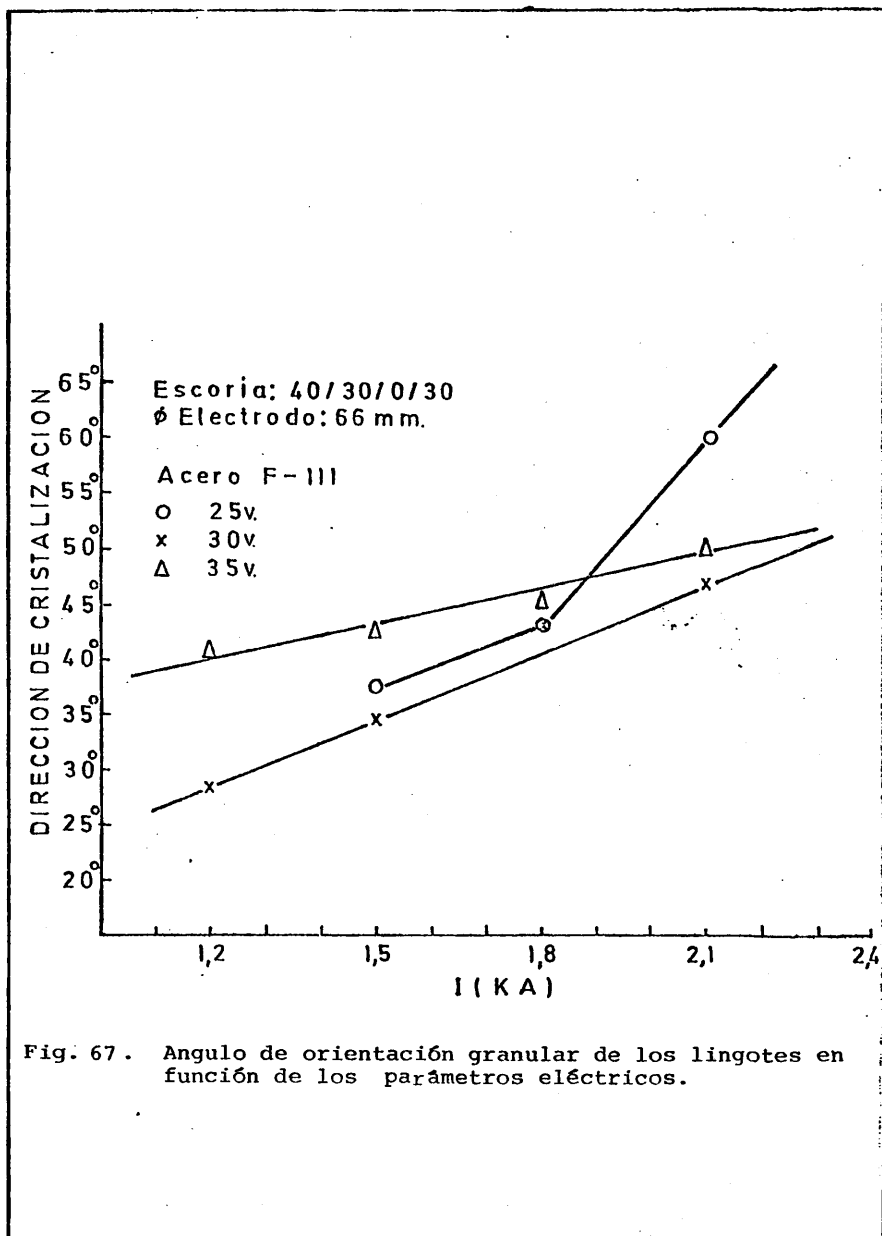


Fig. 67. Angulo de orientación granular de los lingotes en función de los parámetros eléctricos.

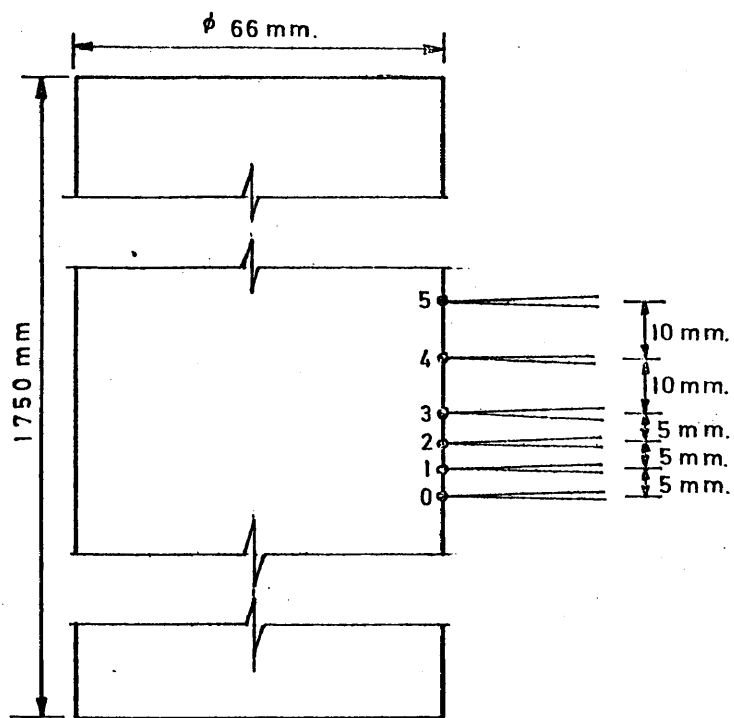


Fig. 68. Disposición de termopares sobre el electrodo.

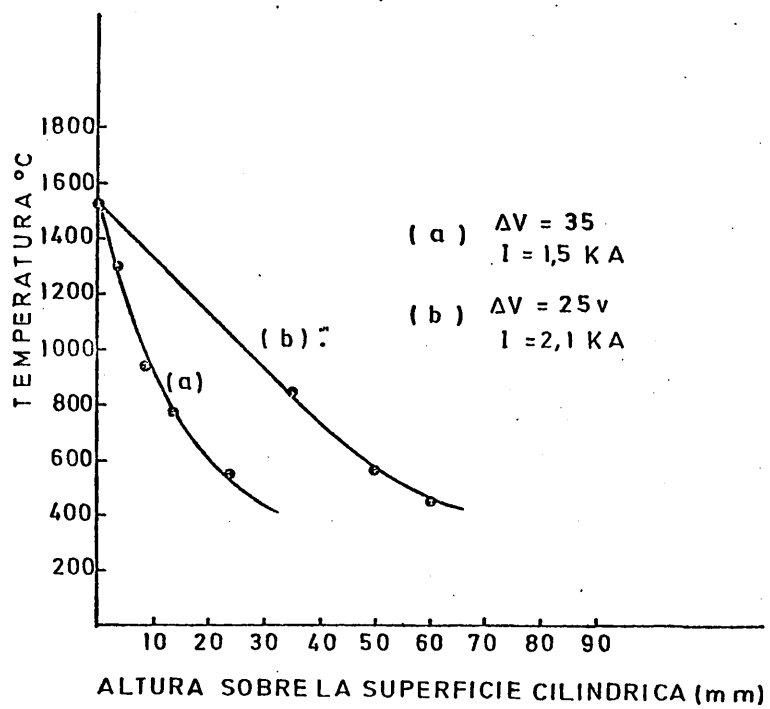


Fig. 69. Temperaturas sobre el electrodo fundente.



a) $\Delta V = 30$; $I = 1200$ A



b) $\Delta V = 25v$; $I = 2100$ A

Fig. 70. Macroestructura de solidificación (Escoria 40/30/30).

por corrosión. El resto de los termopares se conectaban a un registrador D.T.A. Universal Hartmann & Braun de seis canales, siendo necesario comenzar las medidas cuando el horno se desconectaba (final de la refusión) ya que las corrientes inducidas sobre los termopares impedían medir durante la refusión. La refusión finalizaba cuando el termopar 0 se introducía en la escoria, produciéndose también, en los dos ensayos, la rotura de los termopares 1. Los resultados se muestran en la Fig.69, observándose temperaturas muy superiores en el electrodo correspondiente a la refusión realizada con 25v y 2,1 KA. Esto significa que el electrodo ha actuado de refrigerador de la escoria originando zonas frías (espacio comprendido entre el electrodo y la pared de la lingotera) y zonas mucho más calientes (espacio comprendido entre el electrodo y baño metálico). La zona más caliente que está en contacto con el baño metálico hace que éste último sea más profundo y en consecuencia la solidificación es más radial. En definitiva, una distancia electrodo baño metálico pequeña y una profundidad grande del electrodo en la escoria, dan lugar a una acumulación calorífica en el espacio comprendido entre el electrodo y el baño metálico que produce una solidificación más radial del lingote.

En las Figs. 70 a y b se muestran algunas de las macroestructuras de solidificación de esta serie obtenidas con el mismo procedimiento que las anteriores macroestructuras.

9.2.6. Segregaciones de impurezas y aleantes.

Las macroestructuras de solidificación de los lingotes ESR son básicamente diferentes de las macroestructuras correspondientes a los lingotes convencionales. En estas últimas se observarán tres zonas perfectamente diferenciadas, a saber, (124) una zona muy estrecha de pequeños granos equiaxiales y próxima a la superficie del lingote, una zona ancha de granos

columnares cuya longitud depende de la temperatura de colada ⁽¹²⁵⁾ y por último la zona central formada por granos equiaxiales. Sin embargo, en el proceso de afino por electroescoria los lingotes poseen una macroestructura de solidificación formada únicamente por granos columnares que llegan hasta el mismo eje del lingote.

En el proceso de afino por electroescoria, el baño metálico que está siendo alimentado continuamente por las gotas de metal que caen desde el electrodo, se mantiene constante en cuanto a temperatura, forma y volumen durante toda la refusión y por tanto es imposible que alcance la temperatura liquidus en un volumen amplio de metal líquido y de este modo no se favorece la nucleación que daría lugar a la formación de la zona equiaxial que se presenta en el corazón de los lingotes convencionales.

Las impurezas en los lingotes convencionales se segregan macroscópicamente ⁽¹²⁶⁾, formando la conocida segregación en A situada aproximadamente en la zona fronteriza de las cristalizaciones columnar y equiaxial. Esta segregación típica, se debe a la difusión de las impurezas, a medida que progresa la solidificación, hacia el metal líquido, donde su solubilidad es mayor y también depende de la velocidad de solidificación que disminuye en los comienzos de la solidificación para aumentar cuando se inicia la formación de la zona equiaxial, quedando de este modo atrapadas las inclusiones que habían difundido hasta esa posición.

Una segunda segregación macroscópica de las impurezas en los lingotes convencionales es la segregación en V, originada por la difusión de las impurezas, en la zona de cristalización equiaxial, hacia el metal que aún permanece en estado líquido, formándose en el corazón del lingote.

En los lingotes ESR no se presenta la segregación en A debido seguramente a la ausencia de la cristalización equiaxial, no produciéndose por tanto un aumento de la velocidad de solidificación. En los grandes lingotes ESR ($\varnothing \geq 800\text{mm.}$) pueden presentarse segregaciones en las proximidades del eje.

Los elementos aleantes, también se segregan microscópicamente y cada elemento lo hace de un modo específico.

Por último, en la solidificación de los lingotes tiene lugar una segregación microscópica conocida por segregación dendrítica, cuyo estudio tiene más interés cuando se trata de aceros fuertemente aleados donde las diferencias de composición química entre los ejes dendríticos y los espacios interdendríticos son importantes y dan lugar al "fibrado" de los lingotes forjados o laminados.

Las consecuencias metalúrgicas de las segregaciones son sobradamente conocidas, siendo deseables los materiales en los que estos defectos estén reducidos en la medida de lo posible.

Se extrajeron rodajas del pie, centro y cabeza de los lingotes y fueron analizados químicamente por espectrometría de emisión en vacío (Modelo Espetrovac 1000 de Baird Atómico). En la Fig. 71 se ha representado las diferencias en composición del azufre, como elemento representativo de las impurezas, entre el centro y borde del lingote. Se observa una total ausencia de segregación ya que el valor máximo encontrado (0,001%) está dentro del error de medida ($\pm 0,002\%$). En la Fig. 72 se ha representado la macrosegregación del manganeso, observándose que todos los puntos pertenecen prácticamente al intervalo del error de medida de este elemento ($\pm 0,020\%$).

Se puede afirmar, en definitiva, que no existe ma-

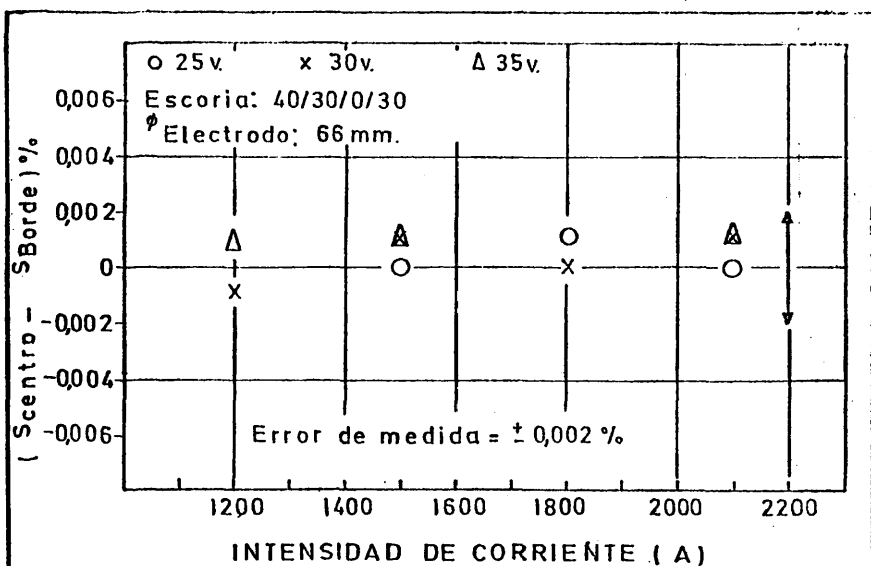


Fig. 71. Macrosegregación del azufre en función de los parámetros eléctricos.

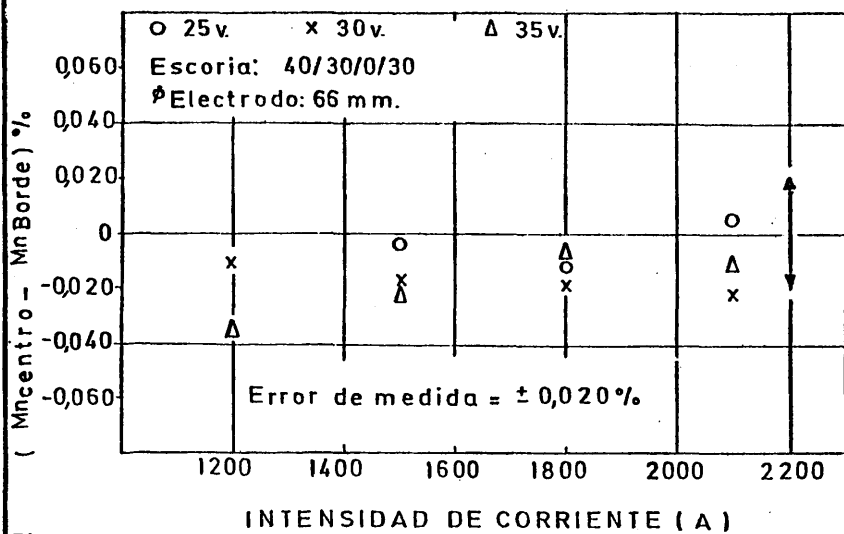


Fig. 72. Macrosegregación del manganeso en función de los parámetros eléctricos.

crosegregación en los lingotes ESR de pequeño diámetro y por tanto no puede establecerse una dependencia entre esta y la generación calorífica local o total en el baño de escoria. Esta afirmación será corroborada por los análisis de los lingotes que se estudian en el siguiente apartado.

9.3. Refusiones con escorias tipo 70/0/0/30 y diámetro de electrodo $\emptyset = 62$ mm.

Las escorias 70/0/0/30 no necesitan calcinación previa para ser empleadas en el proceso de afino por electropescoria puesto que no contienen CaO. Sus buenas propiedades físicas (baja presión de vapor, resistividad eléctrica apropiada, baja temperatura líquidas, etc. ...) le convierten en la escoria más usada en el afino por electroescoria cuando el objetivo principal no sea el afino del acero ya que sus propiedades químicas (desulfuración, desoxidación, etc.) son deficientes, precisamente por no contener CaO.

La relación $\frac{\emptyset \text{ electrodo}}{\emptyset \text{ lingotera}} = 0,62$ es alta y es necesario tomar precauciones durante la refusión para evitar los posibles accidentes señalados en el apartado anterior.

Se realizaron 12 refusiones variando el voltaje y la intensidad de corriente de una a otra refusión y posteriormente las simulaciones analógicas y cálculos correspondientes.

9.3.1. Simulaciones analógicas.

Las simulaciones analógicas se realizaron a escala 1:1 con la misma técnica empleada para las anteriores. Fueron reducidas en tamaño por razones de espacio y se muestran en las Figs. 73 (a, b y c) 74 (a, b, c y d) 75 (a, b, c y d) donde aparecen agrupadas aquellas que corresponden a un mismo voltaje.

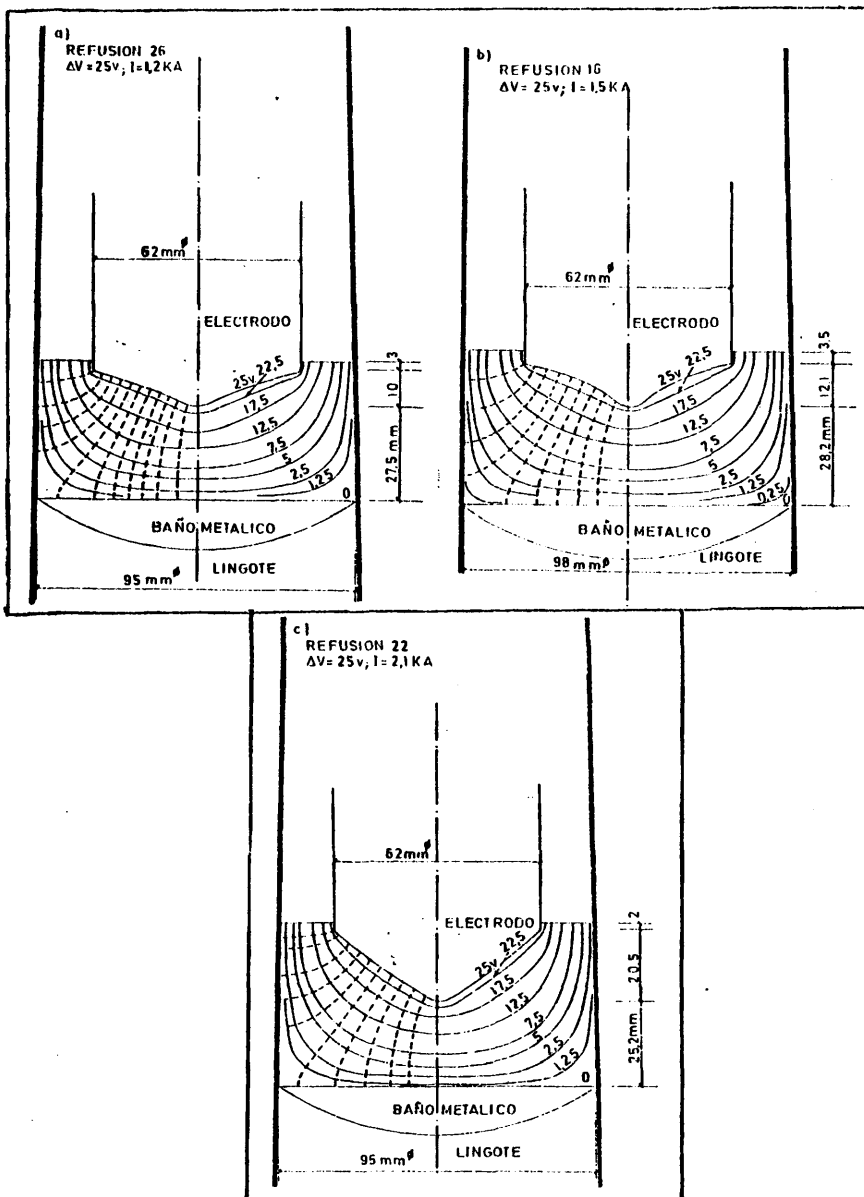


Fig. 73. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. (Escoria 70/0/0/30).

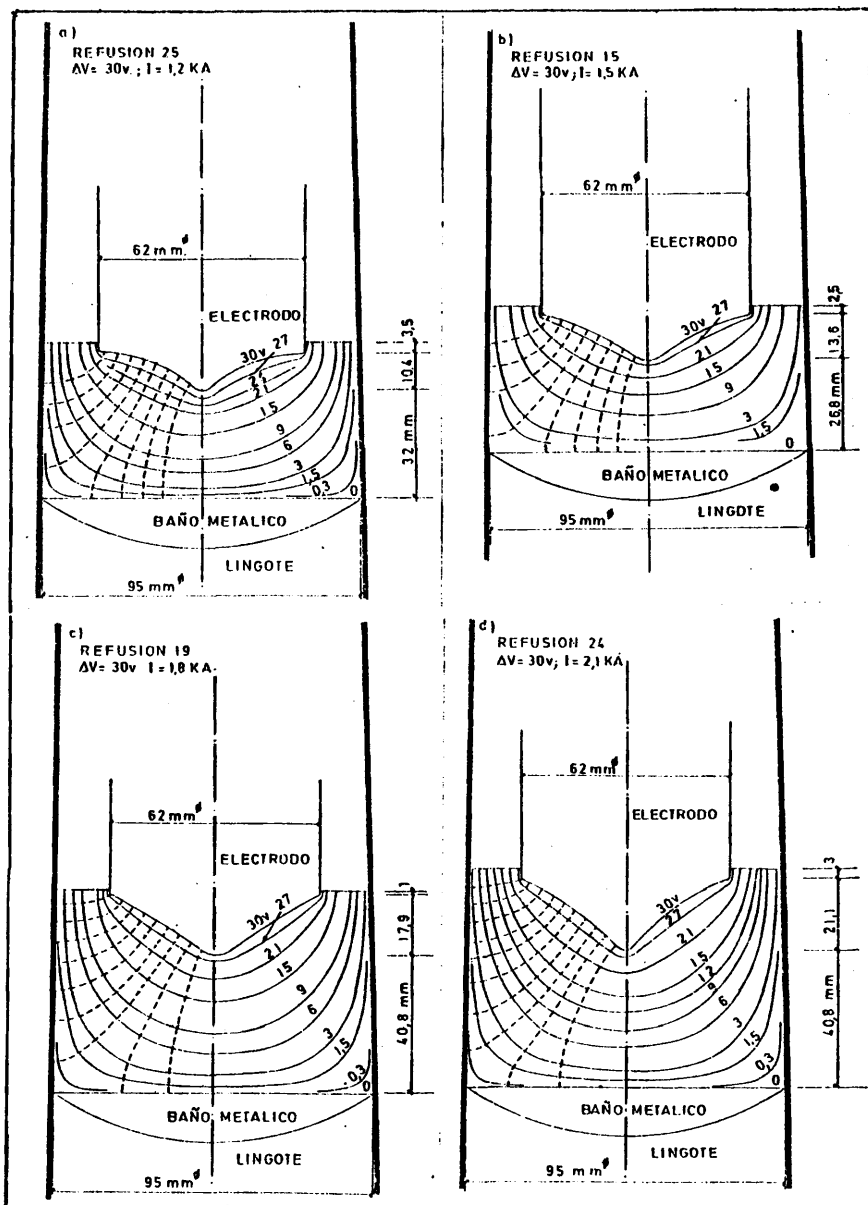


Fig. 74. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. (Escoria (70/0/0/30).

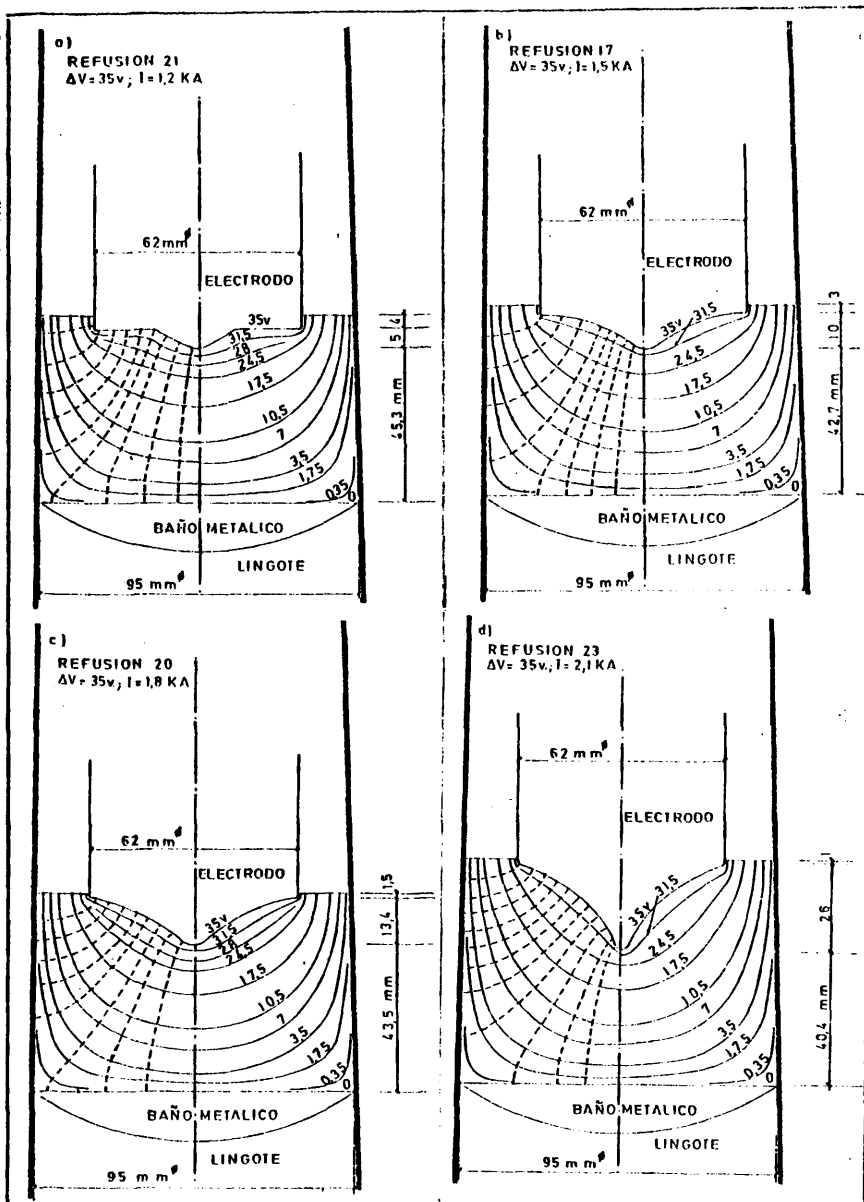


Fig. 75. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. (Escoria 70/0/0/30).

9.3.2. Conductividad eléctrica y generación calorífica local.

Se calculó el flujo de corriente y la conductividad eléctrica para cada simulación analógica, empleando el mismo procedimiento que en los apartados precedentes. La Tabla XXII muestra los resultados obtenidos.

TABLA XXII

Refusión n°	ΔV (v)	I (A)	$\int E \cdot ds$ (V x mm)	σ (ohm ⁻¹ x mm ⁻¹)
15	30	1500	8966,6	0,167
16	25	1500	7488,7	0,200
17	35	1500	9733,9	0,154
19	30	1800	9152	0,196
20	35	1800	9194,2	0,195
21	35	1200	10198,5	0,117
22	25	2100	8818,7	0,238
23	35	2100	10547,3	0,199
24	30	2100	10202,9	0,205
25	30	1200	8015,7	0,149
26	25	1200	7459,9	0,160

Escoria: 70/0/0/30

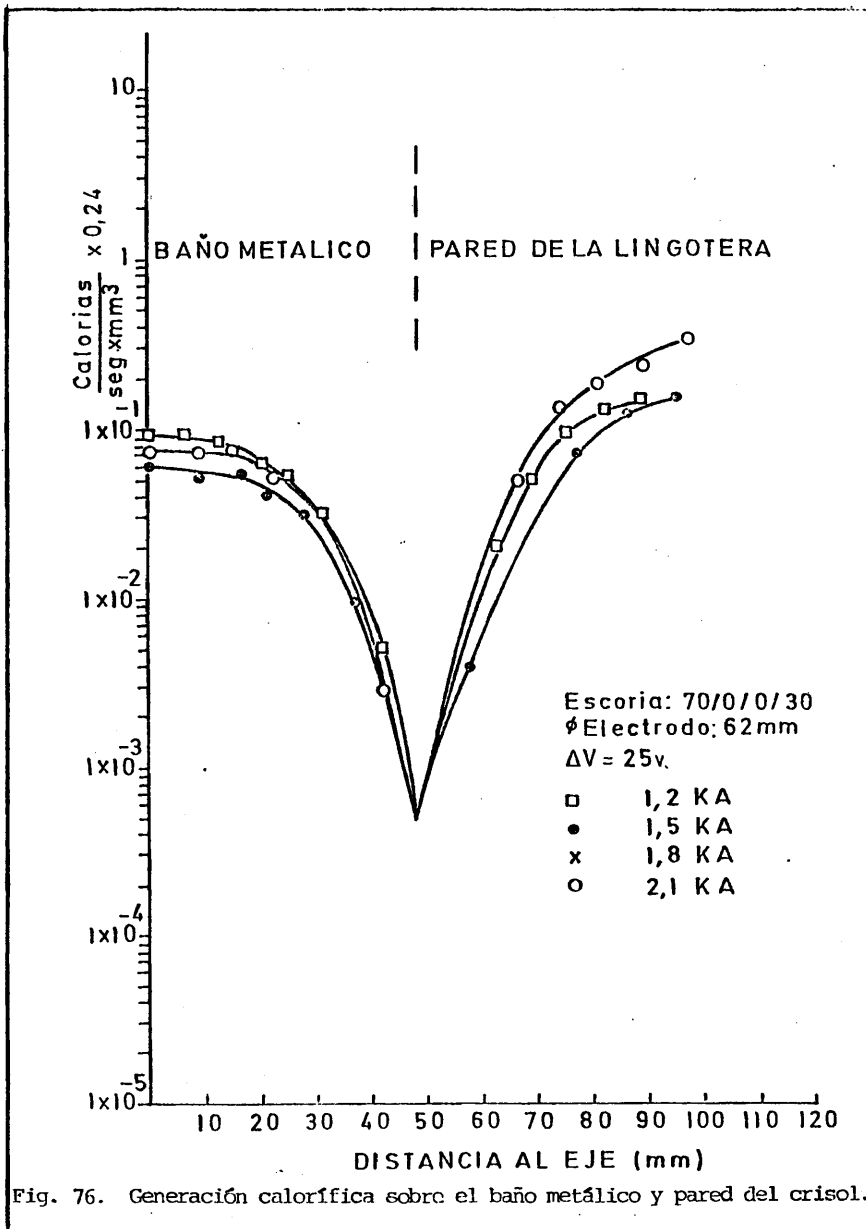
Temperatura de fusión de la escoria*: \approx 1300°C

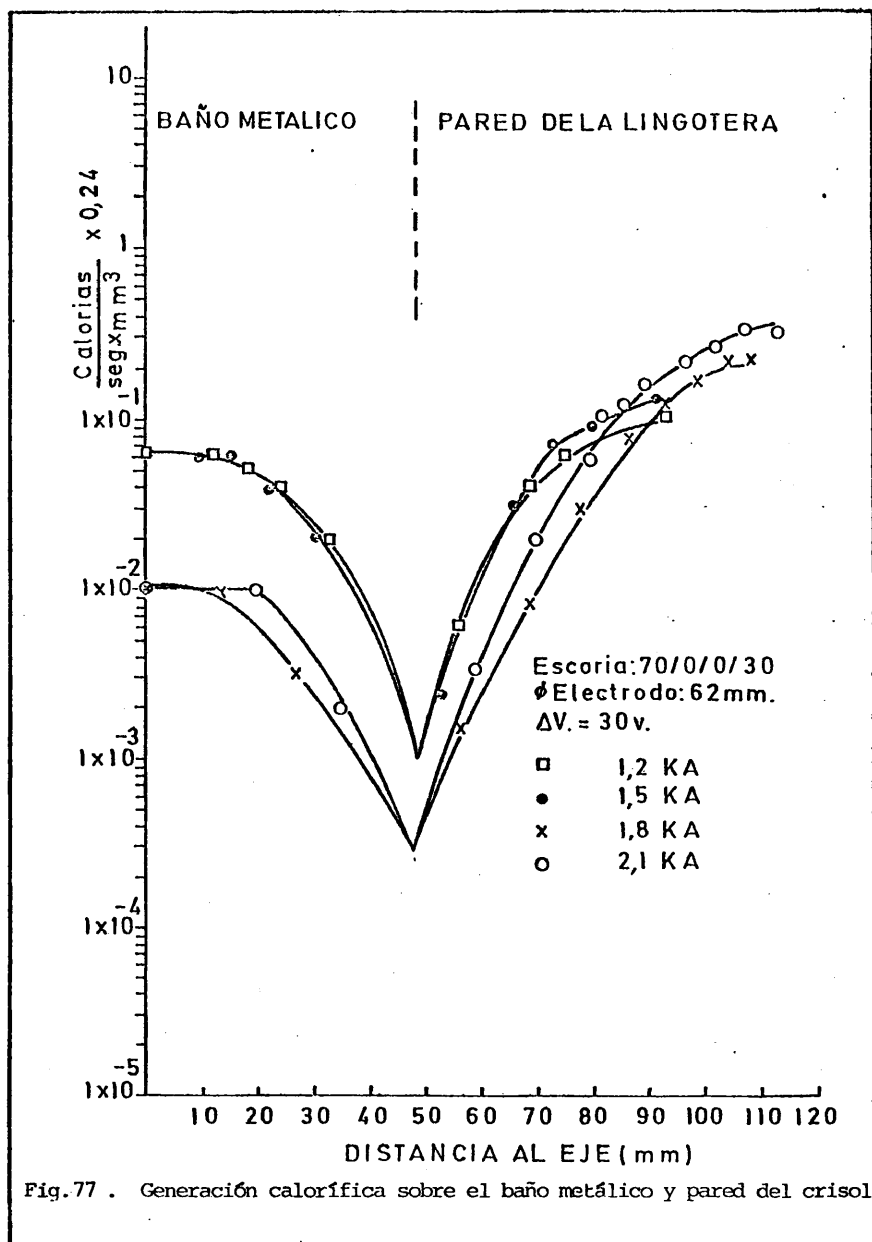
Densidad de la escoria** (1500-1600°C): 2,8 gr/cm³

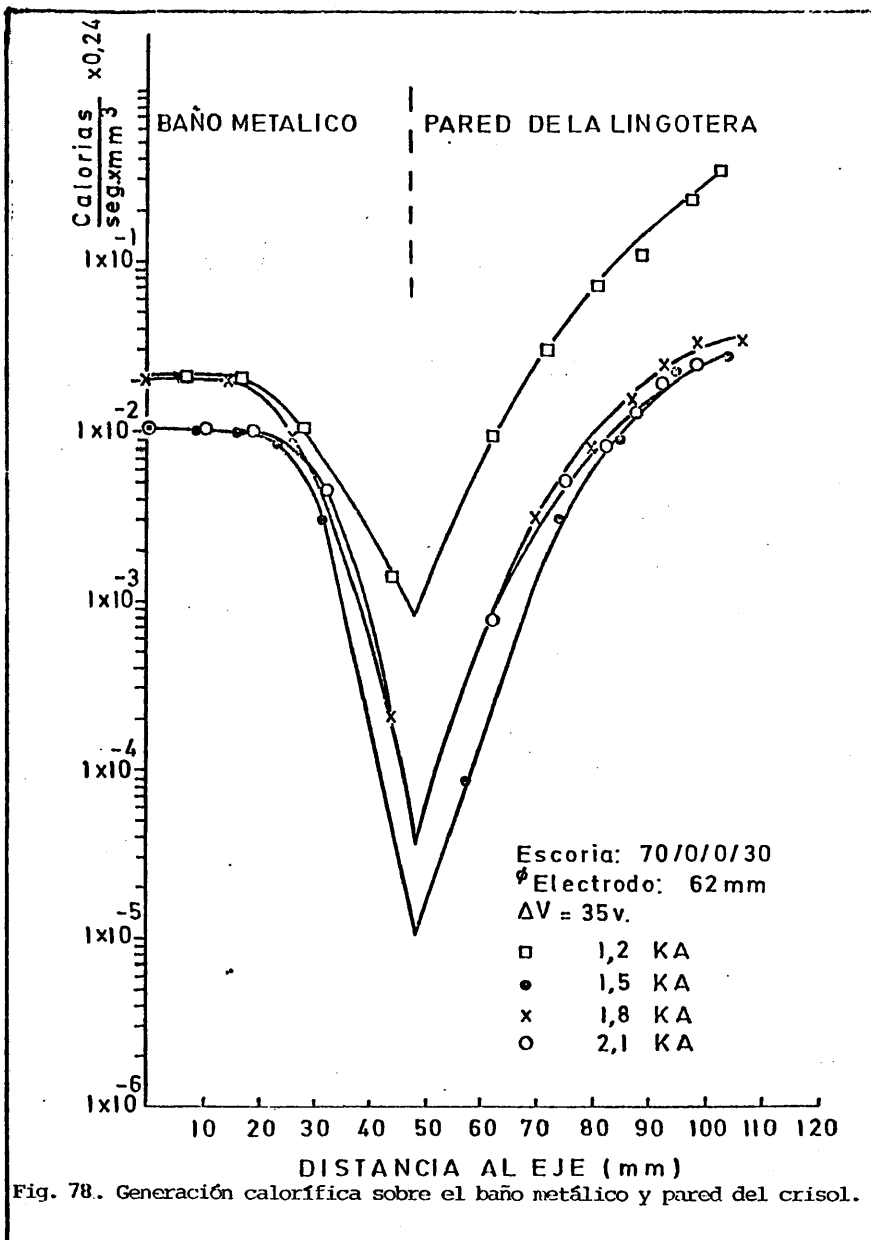
Acero F-111.

* De la Fig. 5 y 6.

** De la Tabla II.







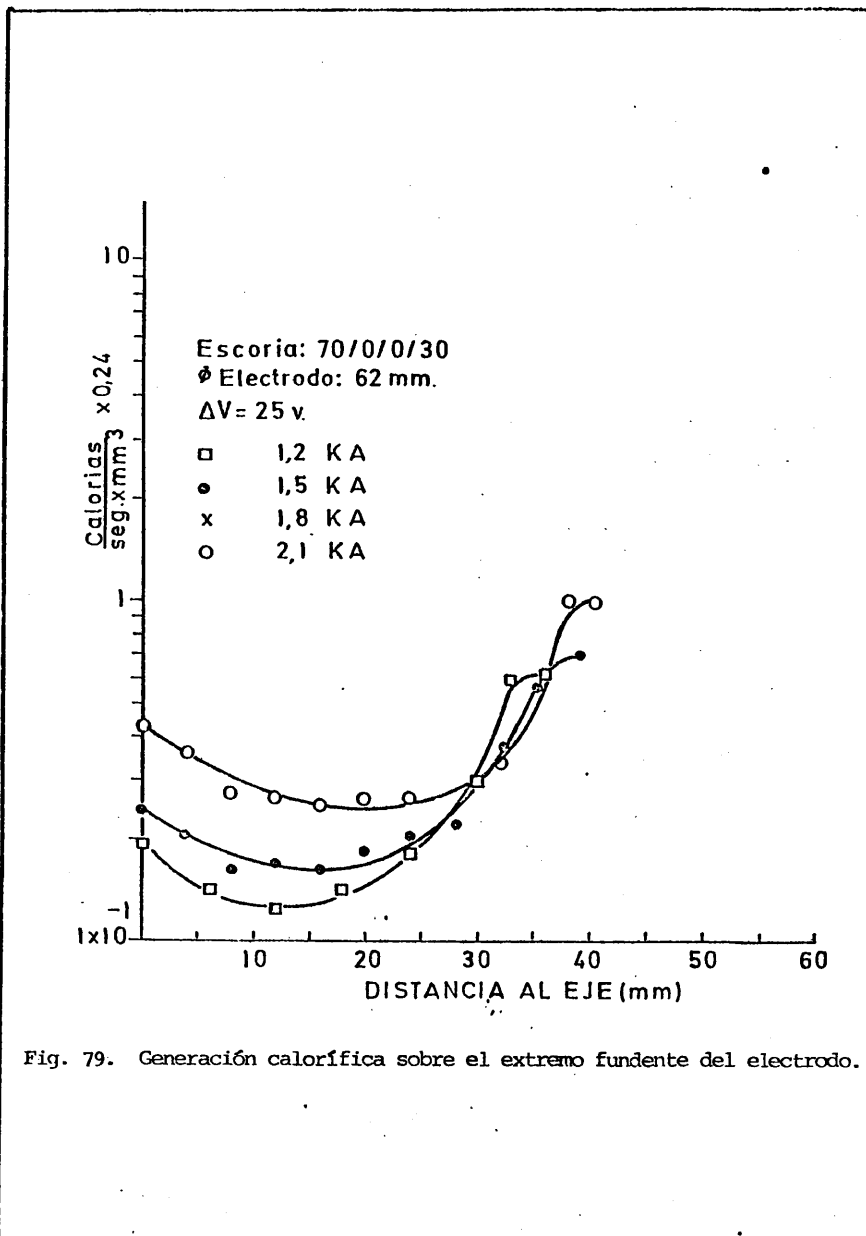
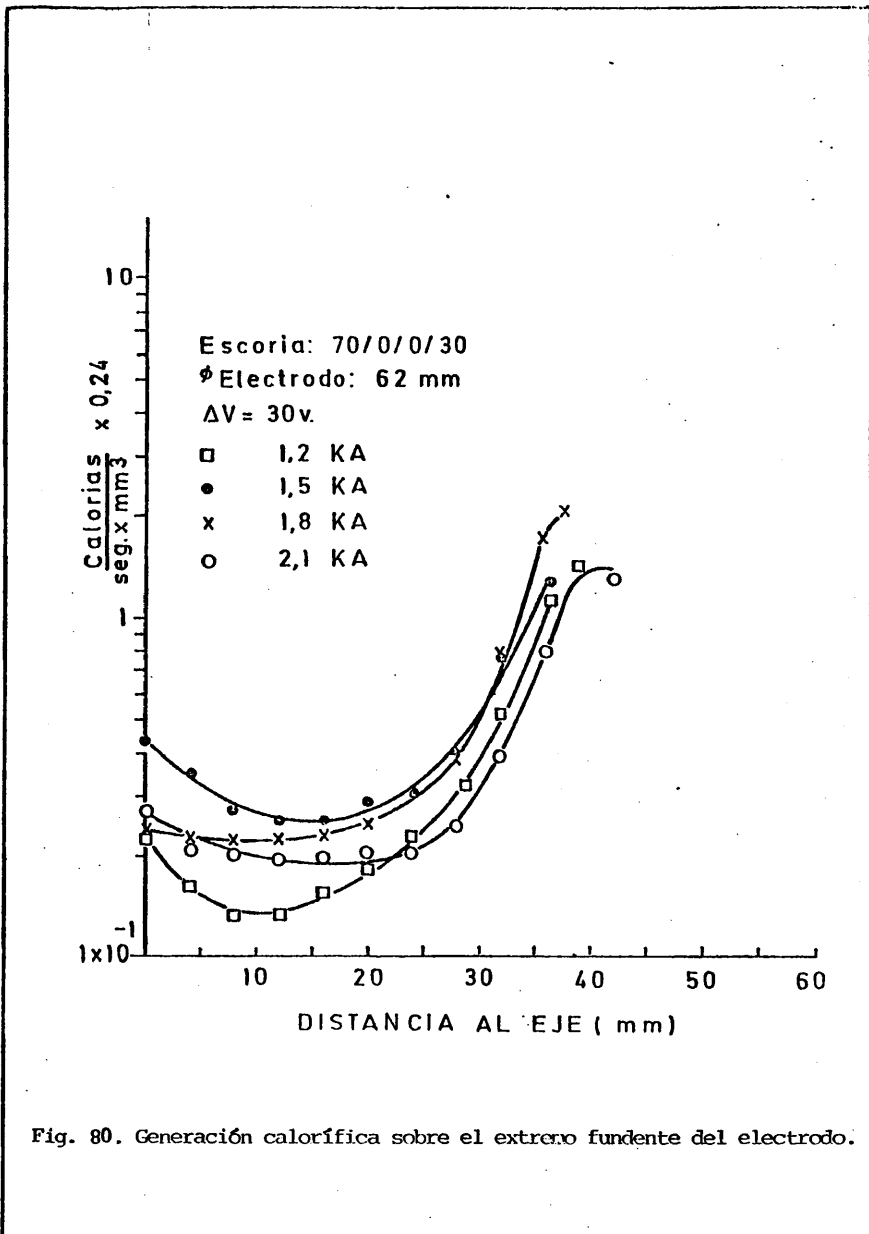


Fig. 79. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.



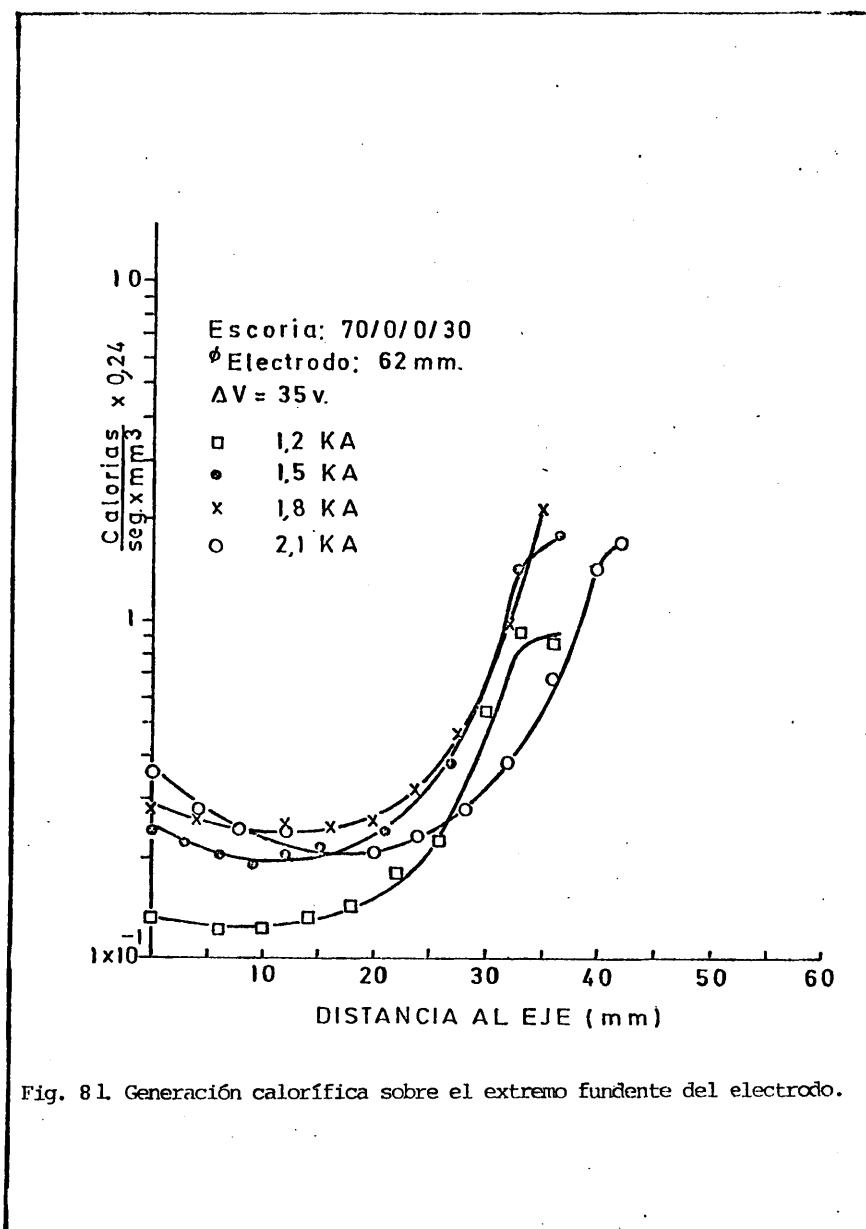


Fig. 81. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

La escoria 70/0/0/30 tiene una conductividad eléctrica similar a la escoria 65/5/0/30 como ya se ha visto en el apartado 9.1.2. y por consiguiente las conductividades mínima y máxima de la Tabla XXII. corresponden aproximadamente, según la Fig. 14, a las temperaturas de 1450°C y 1750°C que son del mismo orden que las temperaturas medias de régimen del proceso de afino por electroescoria.

Se calculó a continuación la generación calorífica a lo largo del baño metálico pared de la lingotera y a lo largo del extremo fundente del electrodo sumergido en la escoria. Las distribuciones de generación calorífica sobre estos contornos se muestran en las Figs. 76 , 77, 78, 79, 80 y 81, estando agrupadas aquellas distribuciones que corresponden a refusiones realizadas con igual voltaje. Se observa que las distribuciones de generación calorífica no guardan una relación directa con la potencia calorífica total desarrollada en la escoria, obteniéndose en muchos casos una mayor generación calorífica sobre el baño metálico-pared de la lingotera cuando el voltaje es el mismo y la intensidad de corriente es menor e igualmente cuando la intensidad es la misma y el voltaje es menor. En cuanto a las distribuciones sobre el extremo fundente del electrodo tampoco se observa una relación directa entre estas y la potencia calorífica total debido a las causas señaladas en apartados anteriores, tales como el menor volumen del baño de escoria, desigual superficie del electrodo en contacto con la escoria y por tanto menor temperatura y conductividad eléctrica, etc.

9.3.3. Velocidad de fusión y consumo energético.

En la Fig. 82 se ha representado la velocidad de fusión y el consumo energético, en función de la intensidad de corriente y el voltaje aplicados. Mientras el consumo energético permanece prácticamente constante, la velocidad de fusión varía casi linealmente con la intensidad de corriente para cualquier

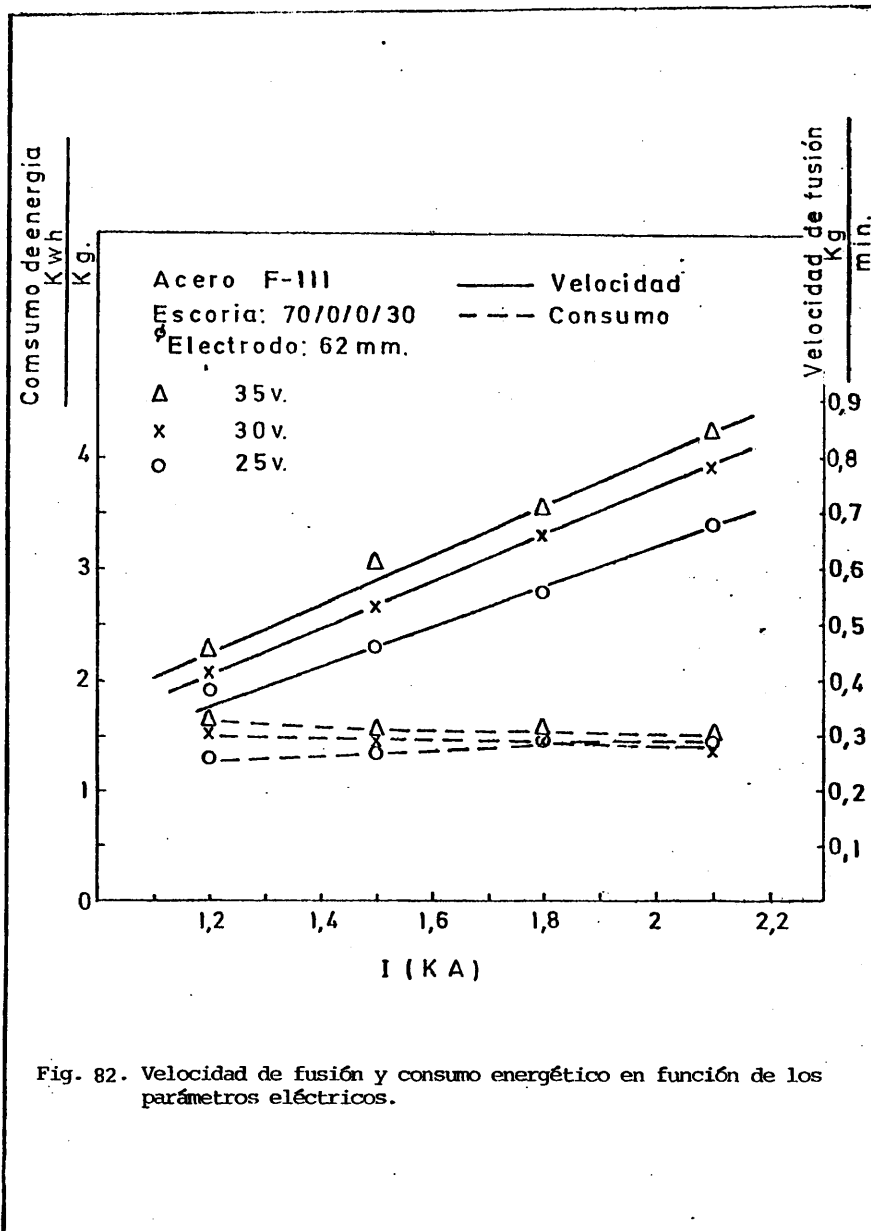


Fig. 82. Velocidad de fusión y consumo energético en función de los parámetros eléctricos.

voltaje y como en los apartados anteriores, no es función lineal de la potencia calorífica total. Por otra parte, la velocidad de fusión no depende directamente de la generación calorífica local sobre el extremo fundente y puesto que esta última puede hacerse variar, para un voltaje y una intensidad de corriente determinadas (ver apartado 9.1.2.), aumentando o disminuyendo el volumen del baño de escoria, el metalurgista podrá optimizar la cantidad de escoria solo en función de las condiciones de afino sin detrimento de obtener una velocidad de fusión menor.

9.3.4. Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol.

En la Fig. 83 se ha representado el peso relativo de la película de escoria en función del voltaje y la intensidad de corriente, observándose que para un mismo voltaje, al aumentar la intensidad de corriente de una refusión a otra y por tanto la potencia calorífica total desarrollada en la escoria, el peso de la película disminuye. Sin embargo, en la refusión realizada con 25v y 2,1 KA se produce un aumento del peso de la película, a pesar de la mayor potencia calorífica aplicada, en relación a las refusiones de igual voltaje e intensidad menor. Por una parte, no se observa relación alguna entre el peso de la película y la generación calorífica local sobre el baño metálico-pared de la lingotera, pero si prestamos atención a la Fig. 73c que corresponde a la simulación analógica de dicha refusión, vemos que la distancia electrodo-baño metálico es muy pequeña y en consecuencia, en el momento en que se forma la gota de metal en la punta del electrodo, ocurrirá un cambio geométrico del contorno de este último que aumentará considerablemente el campo eléctrico (ver apartado 9.2.4.) y el área de las superficies equipotenciales, resultando un notable aumento de la intensidad de corriente. Al desprenderse la gota de metal, el campo eléctrico y el área de las superficies equipotenciales disminuye causando, de este

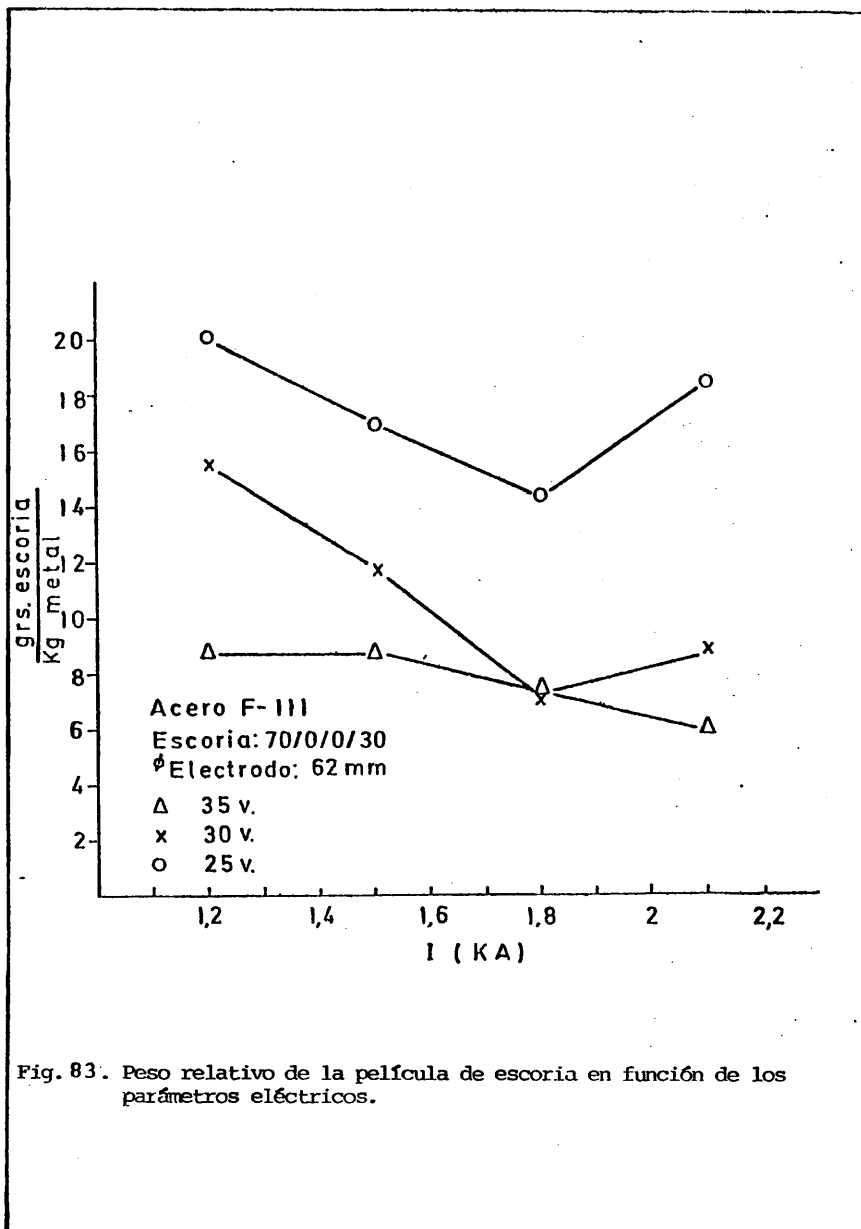
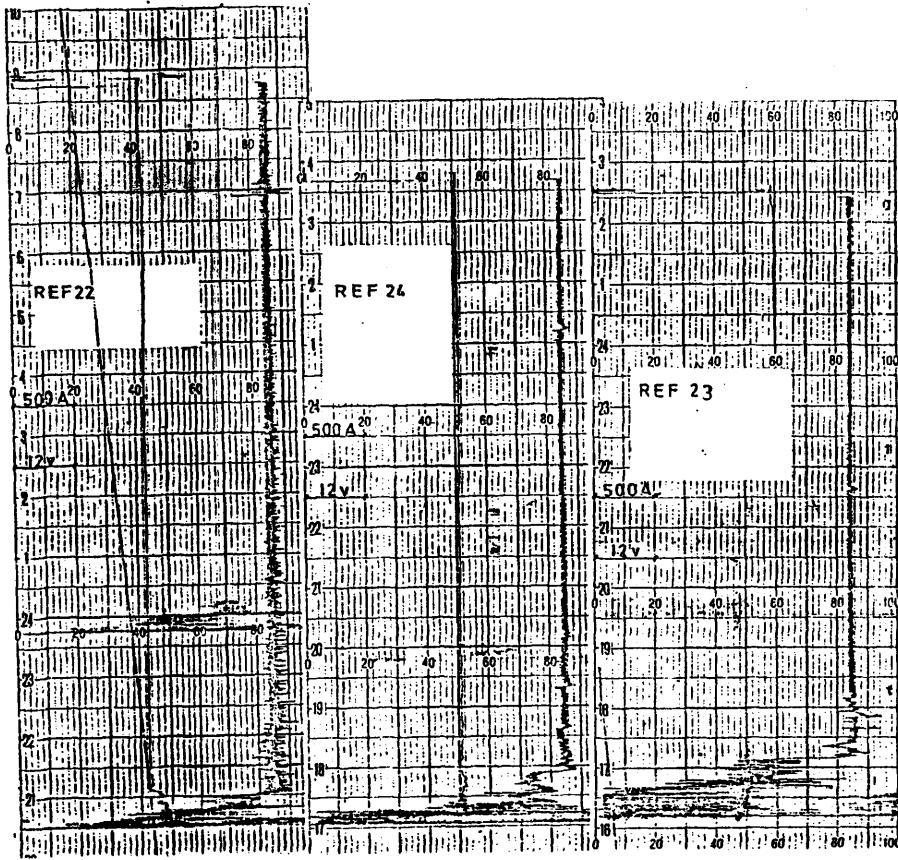


Fig. 83. Peso relativo de la película de escoria en función de los parámetros eléctricos.



- a) $\Delta V = 25 \text{ v}$
 $I = 2100 \text{ A}$ b) $\Delta V = 30 \text{ v}$
 $I = 2100 \text{ A}$ c) $\Delta V = 35 \text{ v}$
 $I = 2100 \text{ A}$

Fig. 84. Registros de voltaje e intensidad de corriente de las refusiones señaladas.

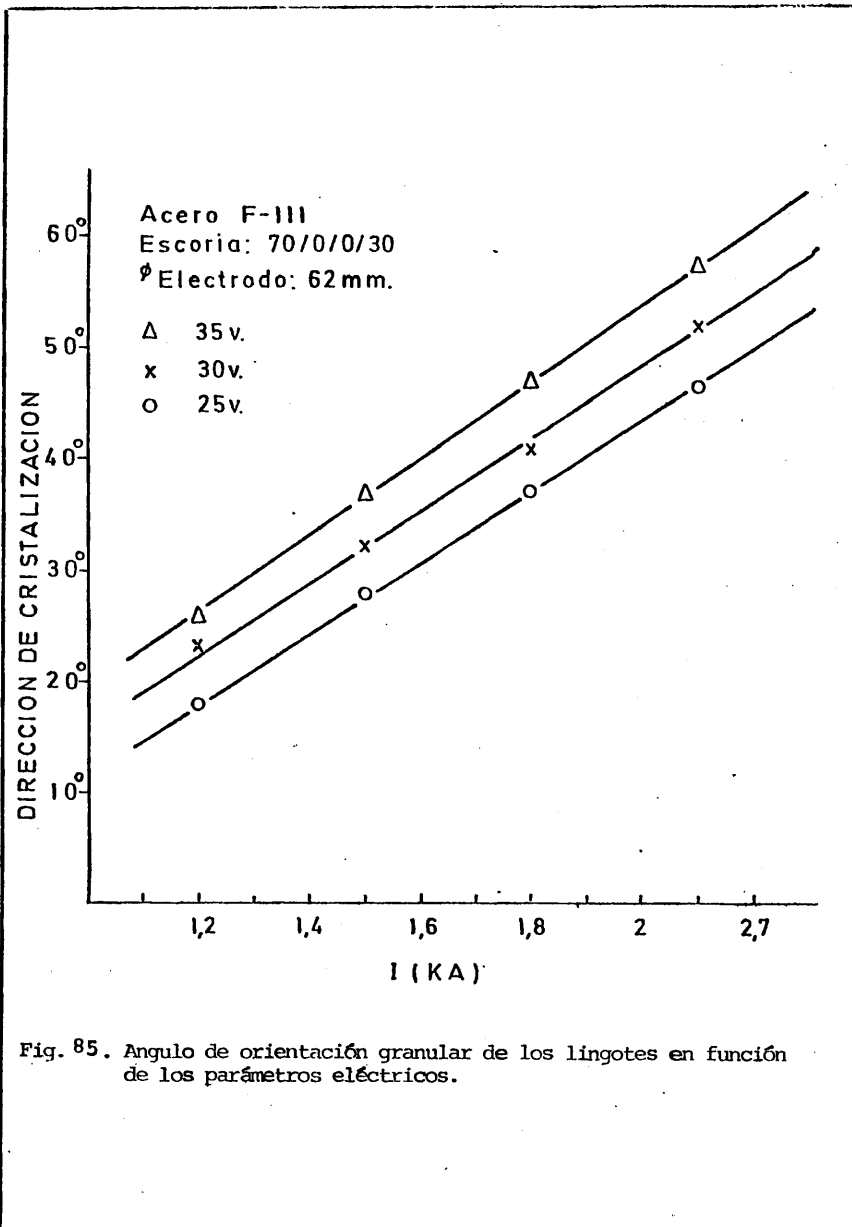


Fig. 85. Angulo de orientación granular de los lingotes en función de los parámetros eléctricos.



a) $\Delta V=35v; I=1200A$



b) $\Delta V=25v; I=2100A$

Fig. 86. Macroestructuras de solidificación. (Escoria 70/0/0/30)

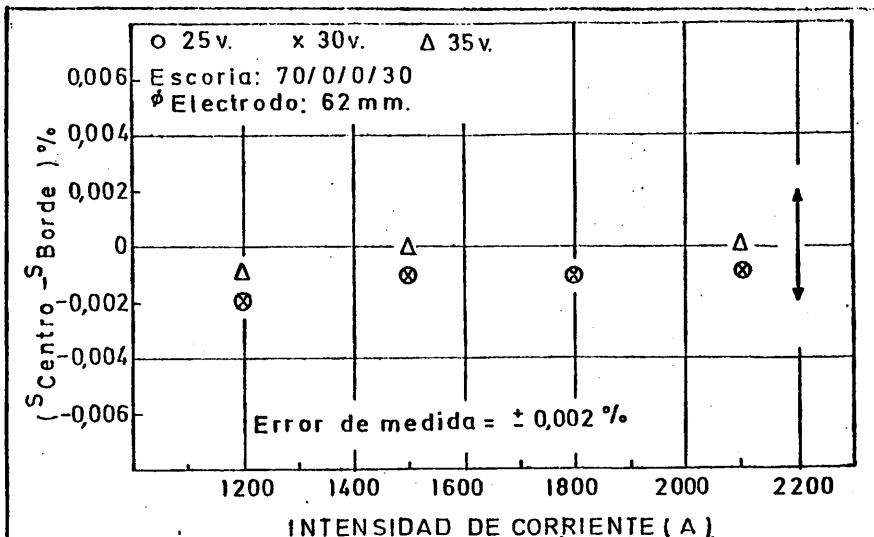


Fig. 90a. Macrosegregación del azufre en función de los parámetros eléctricos.

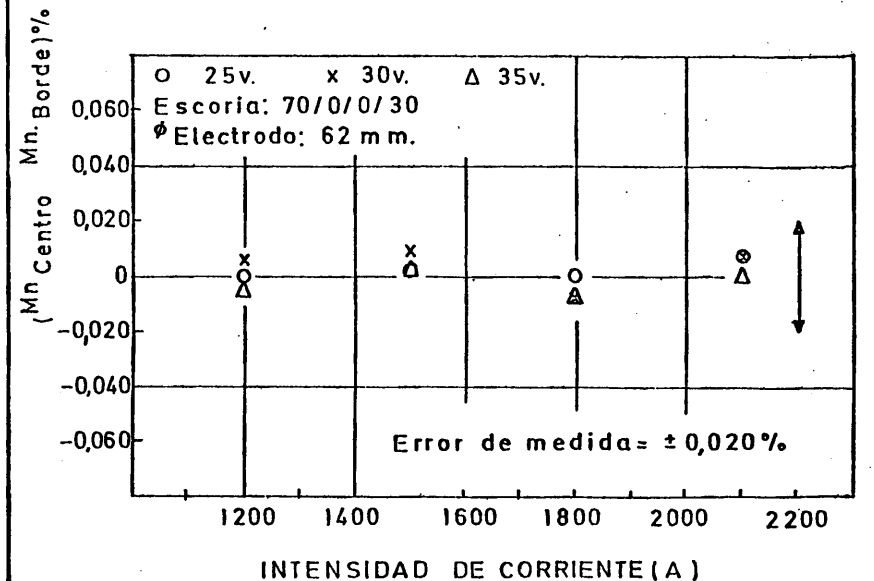


Fig. 87b. Macrosegregación del manganeso en función de los parámetros eléctricos.

modo, cambios cíclicos de la generación calorífica local y total que producirán un aumento en peso de la película de escoria.

La Fig. 84 muestra los registros de tres refusiones realizadas con la misma intensidad de corriente (2,1KA) y diferentes voltajes, observándose mayores oscilaciones de la intensidad de corriente en la que corresponde al voltaje menor (25v).

9.3.5- Orientación granular de los lingotes.

La Fig. 85 muestra que el ángulo de orientación del grano de solidificación es una función afín de la intensidad de corriente para cualquier voltaje y la separación uniforme entre las diferentes líneas, muestra que no es exactamente una función de la potencia calorífica total. En las Figs. 86a y 86b se han representado dos macroestructuras correspondientes a esta serie de refusiones, donde puede observarse la orientación granular correspondiente.

9.3.6. Segregaciones de impurezas y aleantes.

En las Figs. 87a y 87b, se han representado las segregaciones del azufre y el manganeso, no apreciándose variación alguna de la composición química entre el centro y el borde de los lingotes puesto que todos los puntos pertenecen al intervalo de error de medida.

9.4. Refusiones con escorias tipo 60/20/0/20 y diámetro de electrodo $\varnothing = 62$ mm.

Las escorias 60/20/0/20 tienen una viscosidad más pequeña que las escorias 70/0/0/30 y 40/30/0/30 por un menor contenido en alúmina (Fig. 10), de este modo se favorece la salida de gases (SO_2 , H_2 , etc.), producidos en las reacciones metal-escoria, hacia la atmósfera y aumentando por tanto las posibilidades de refino (ver apartado 2.3.7.1.).

Su calor específico es mayor (ver apartado 2.3.5.) y por consiguiente, para alcanzar las temperaturas de régimen del proceso se necesitará una mayor potencia eléctrica que dará un mayor consumo de energía.

La conductividad eléctrica es también mayor que la de las escorias 40/30/0/30 y 70/0/0/30 que permite alcanzar intensidades de corriente con menor campo eléctrico pero este hecho, teniendo en cuenta su mayor calor específico, no puede considerarse una ventaja.

La temperatura liquidus es de aproximadamente 1250°C (ver apartado 2.3.1.) y en consecuencia la película de escoria formada tendrá un espesor (o peso) más pequeño que en las escorias precedentes.

Su contenido en CaO exige una calcinación previa y al mismo tiempo la convierte en una escoria apta para la desulfuración, siendo empleada frecuentemente en el proceso de afino por electroescoria.

La relación entre los diámetros del electrodo y la lingotera es de 0,62 lo que obliga a tomar las precauciones ya señaladas en apartados anteriores.

9.4.1. Simulaciones analógicas.

Las simulaciones analógicas realizadas a escala 1:1 con la técnica y procedimiento ya explicados, se muestran en las Figs. 88 (a, b, c, -d) 89 (a, b, c, d) y 90 (a, b, c, d) habiendo sido reducidas por razones de espacio.

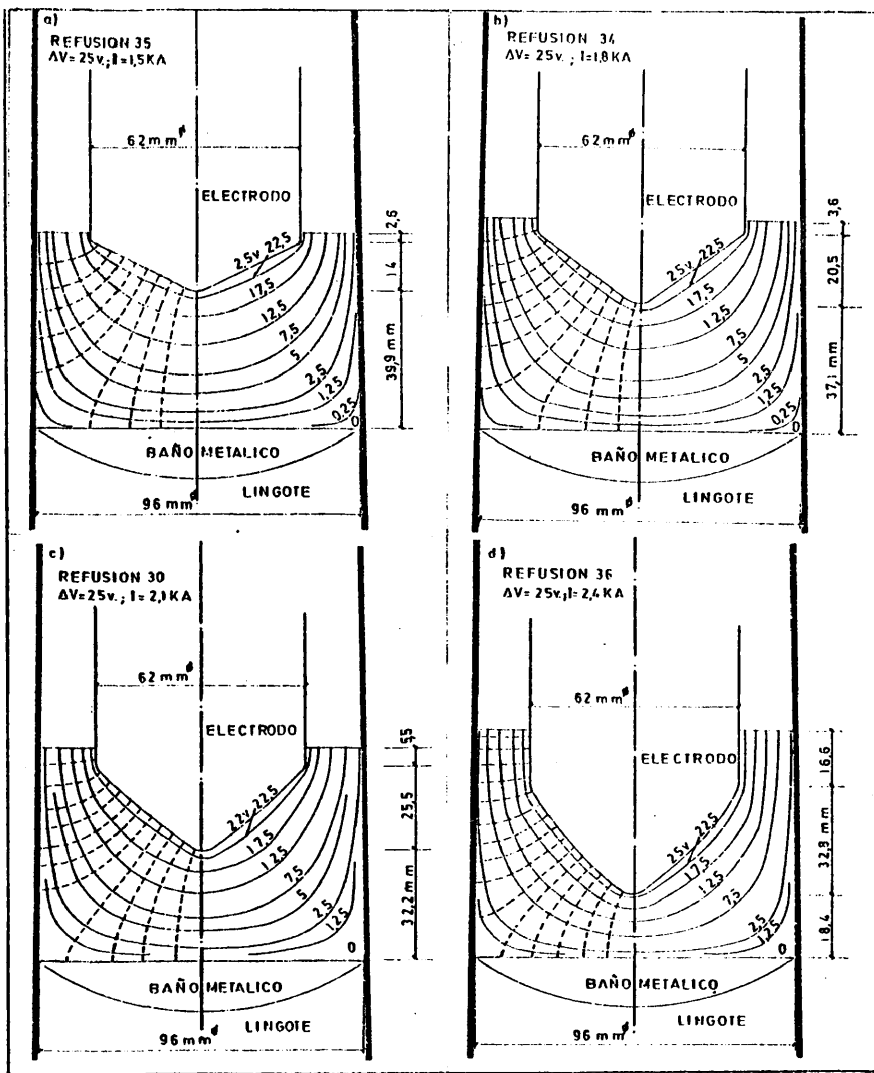


Fig. 88. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. (Escoria 60/20/0/20).

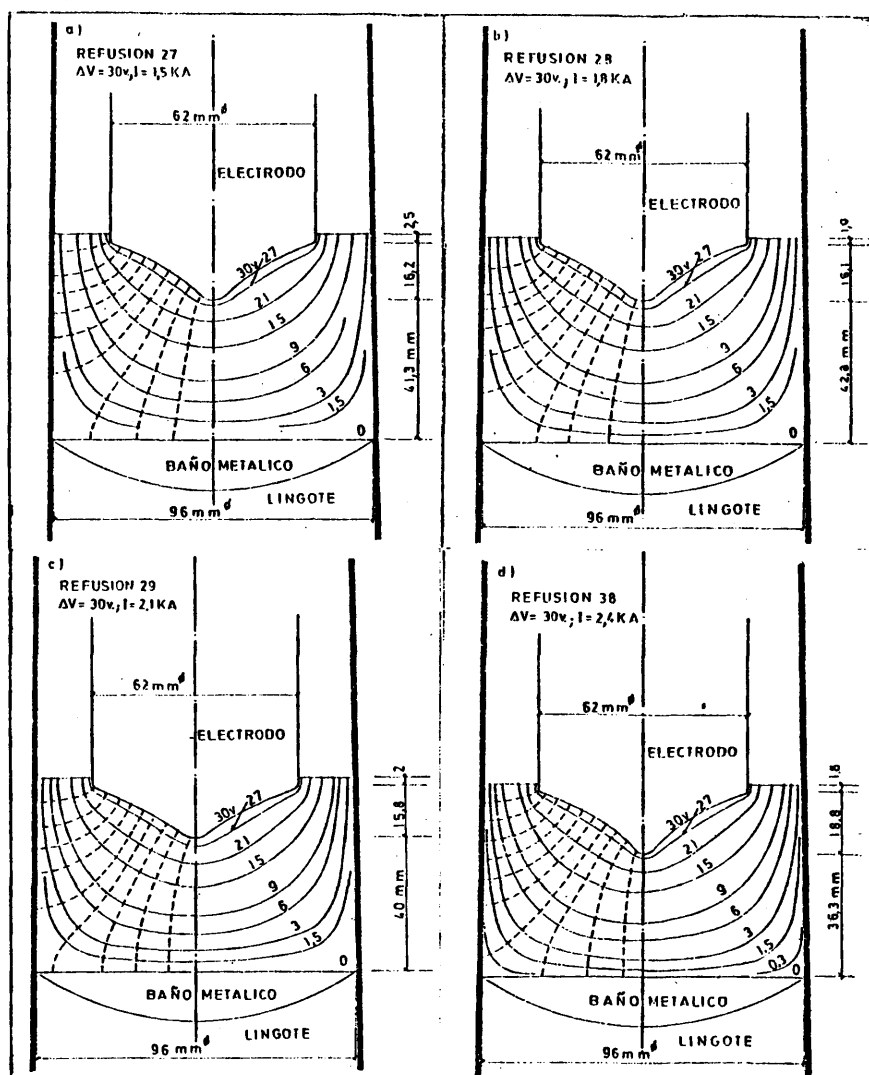


Fig. 89. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. (Escoria 60/20/0/20).

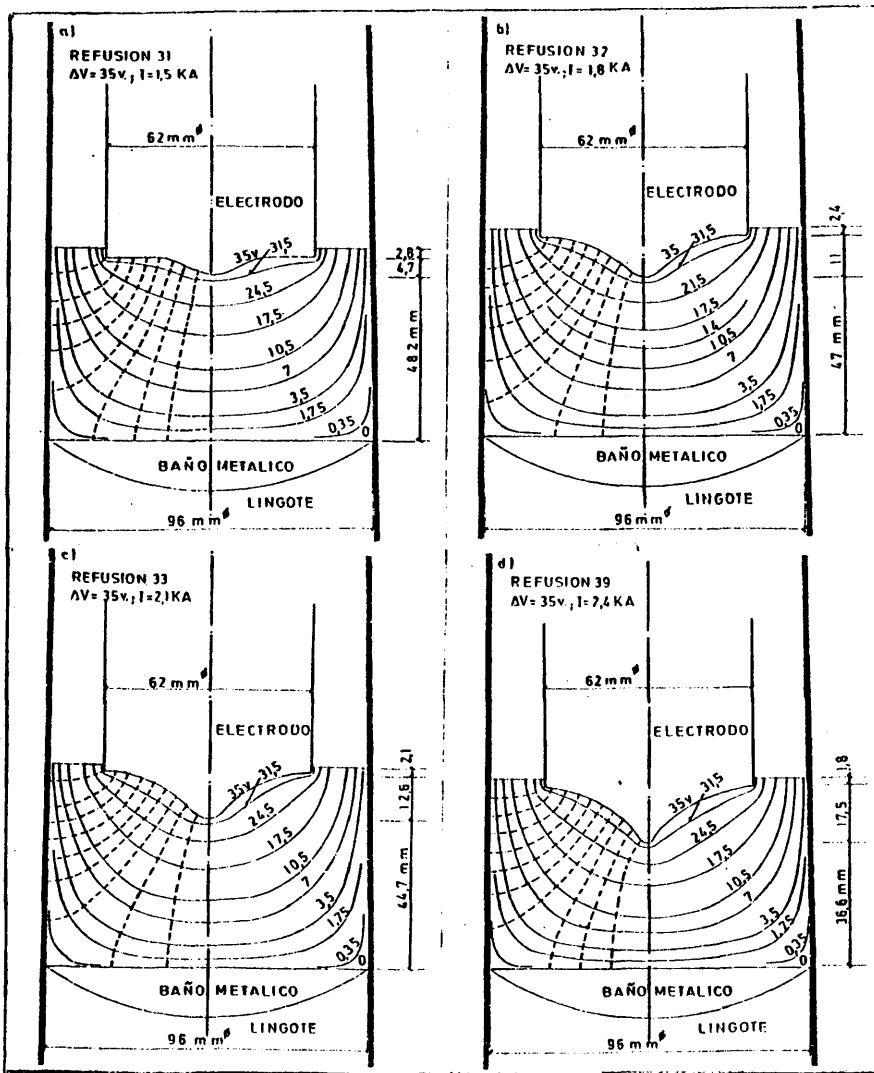


Fig. 90. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. (Escoria 60/20/0/20).

Tabla XXIII

Refusión n°	V (v)	I (A)	$\int EdS$ (vxmm)	σ (ohm ⁻¹ xmm ⁻¹)
27	30	1500	8956,3	0,167
28	30	1800	8555,4	0,210
29	30	2100	8707,3	0,241
30	25	2100	9960	0,210
31	35	1500	9117,4	0,164
32	35	1800	9051,1	0,198
33	35	2100	9575,1	0,219
34	25	1800	8693	0,207
35	25	1500	7729,6	0,194
36	25	2400	16233,9	0,147
38	30	2400	8971,7	0,267
39	25	2400	10201,6	0,235

Escoria: 60/20/0/20

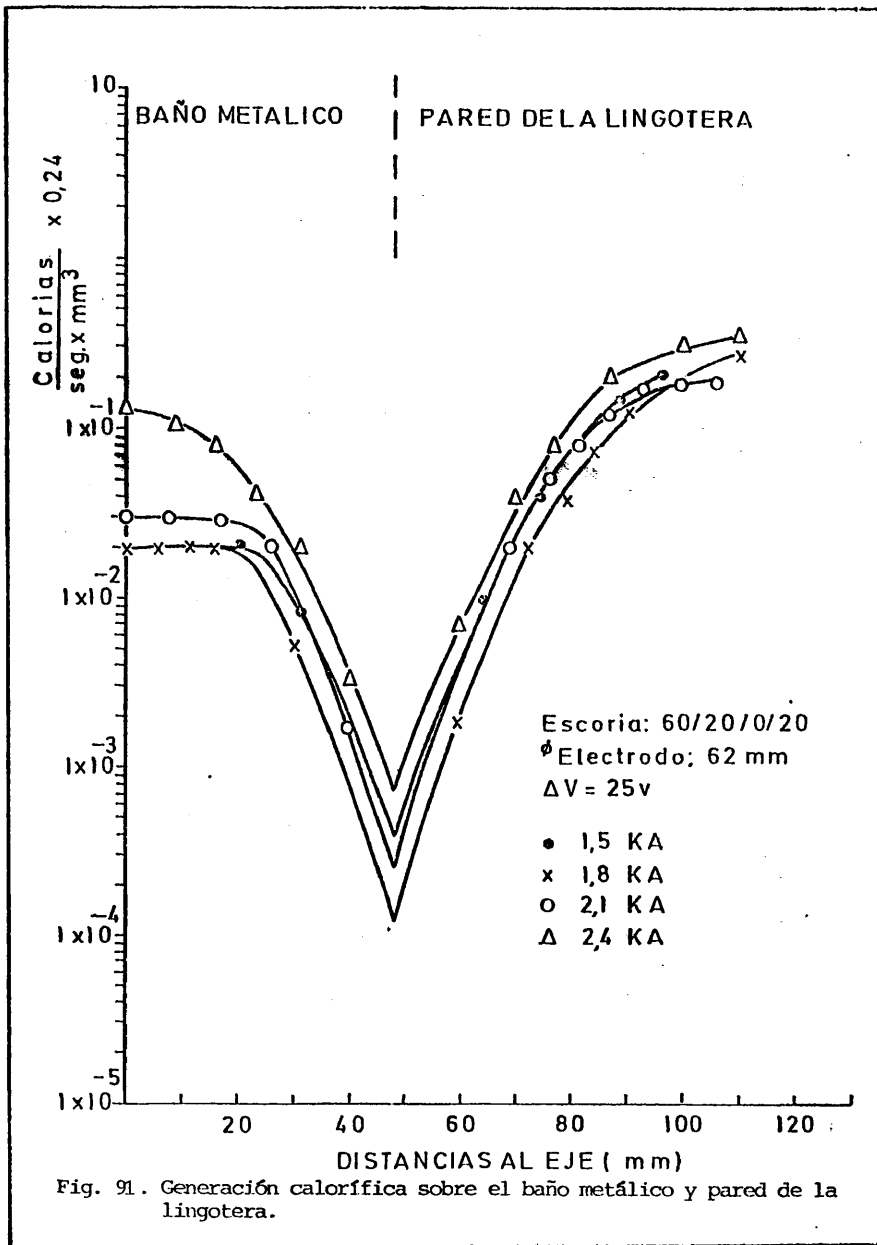
Temperatura de fusión de la escoria: * $\approx 1250^{\circ}\text{C}$

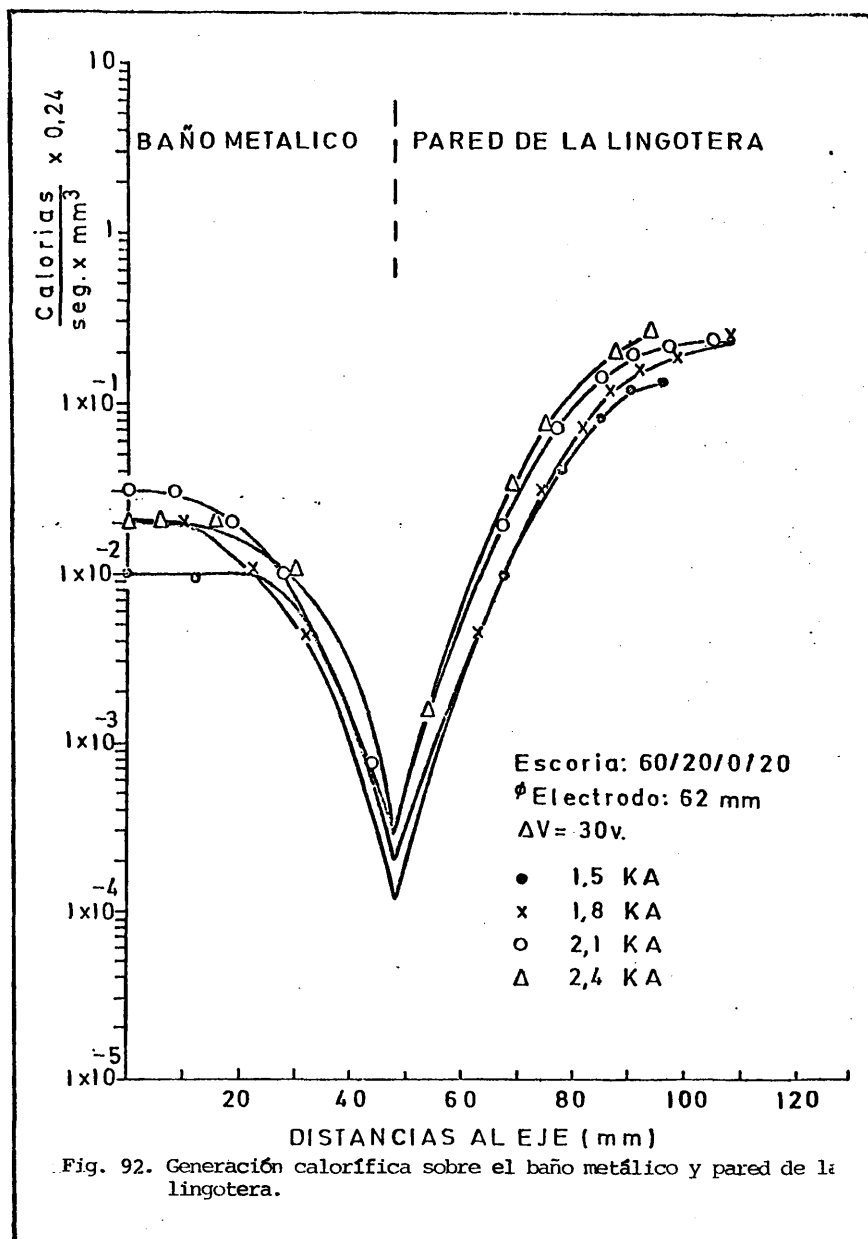
Densidad de la escoria ** (1500°- 1600°C): 2,8 grs/cm³

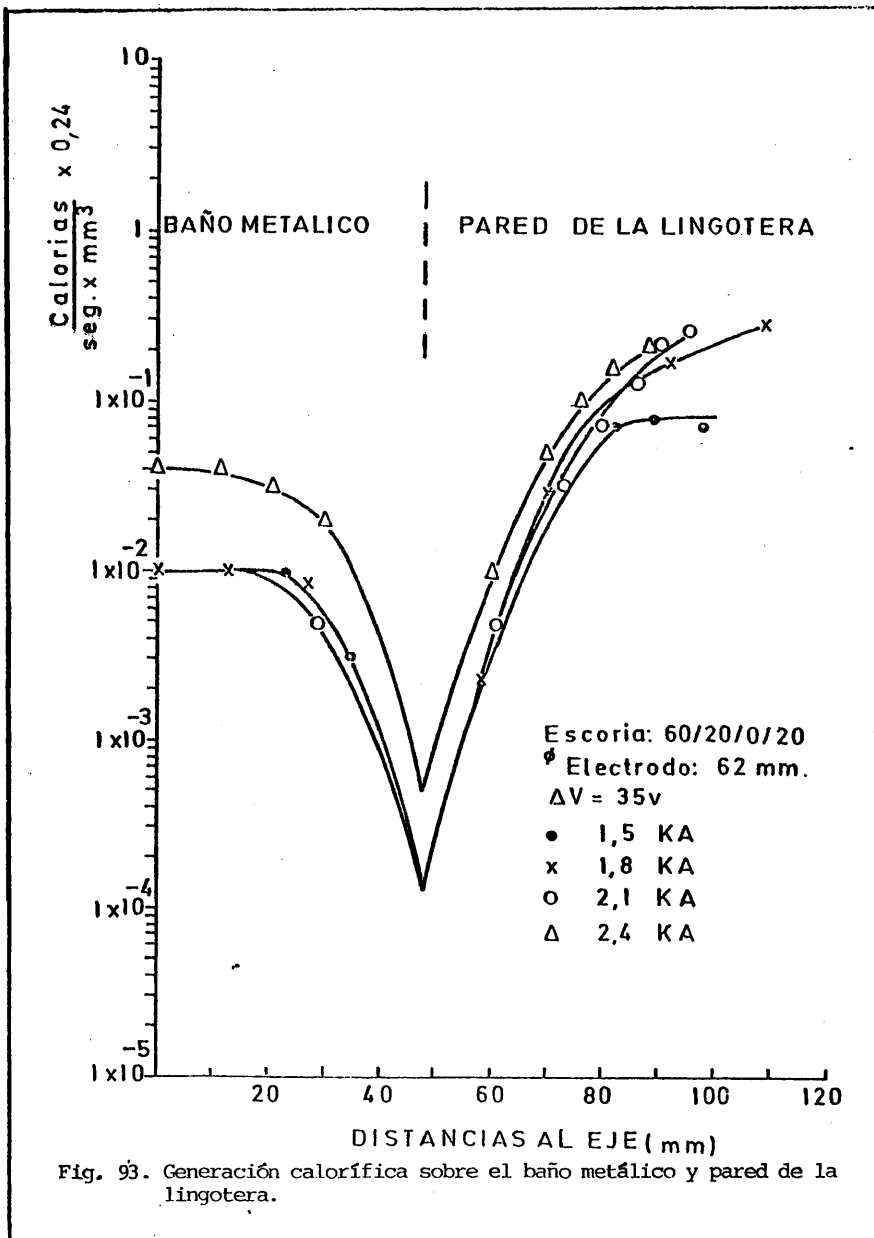
Acero F-111

* De la Fig. 6

** De la Tabla II.







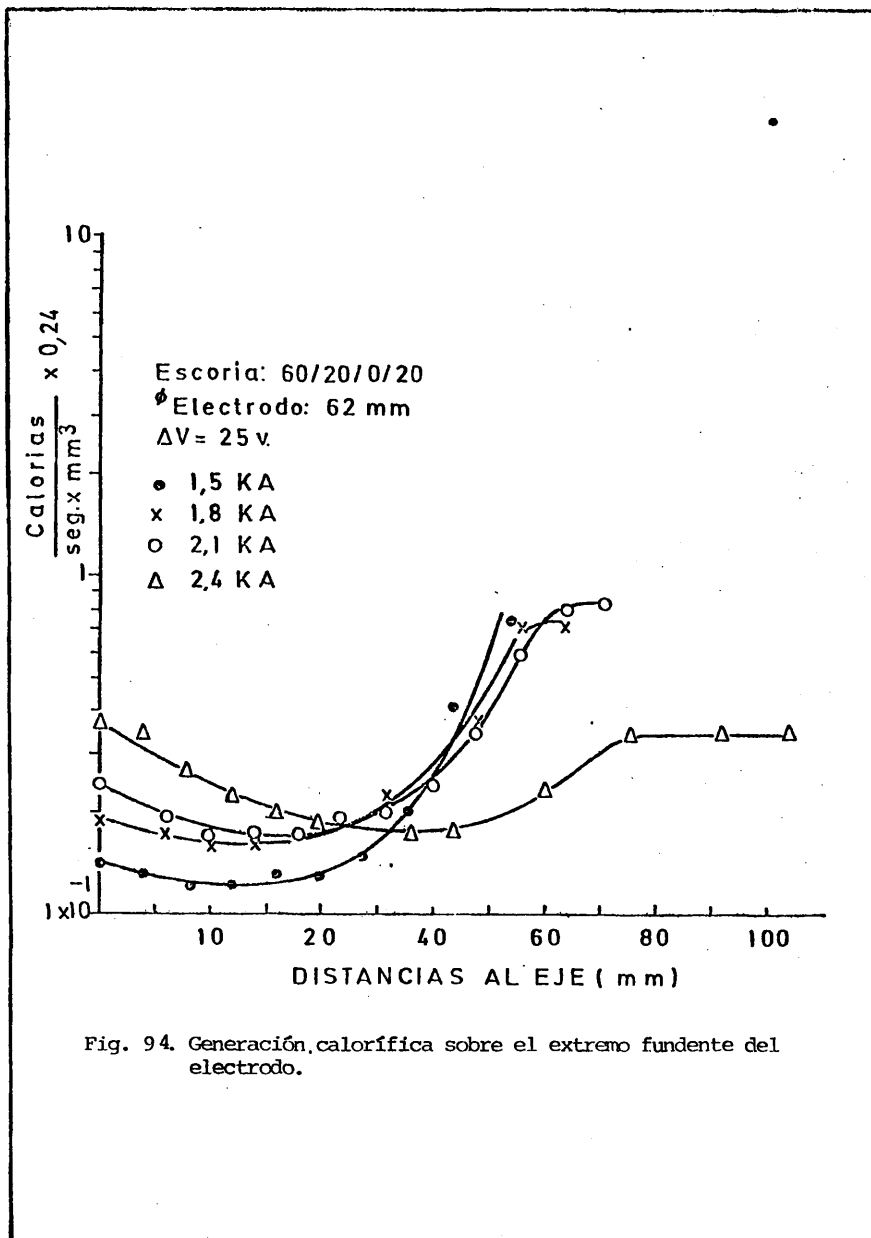


Fig. 94. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

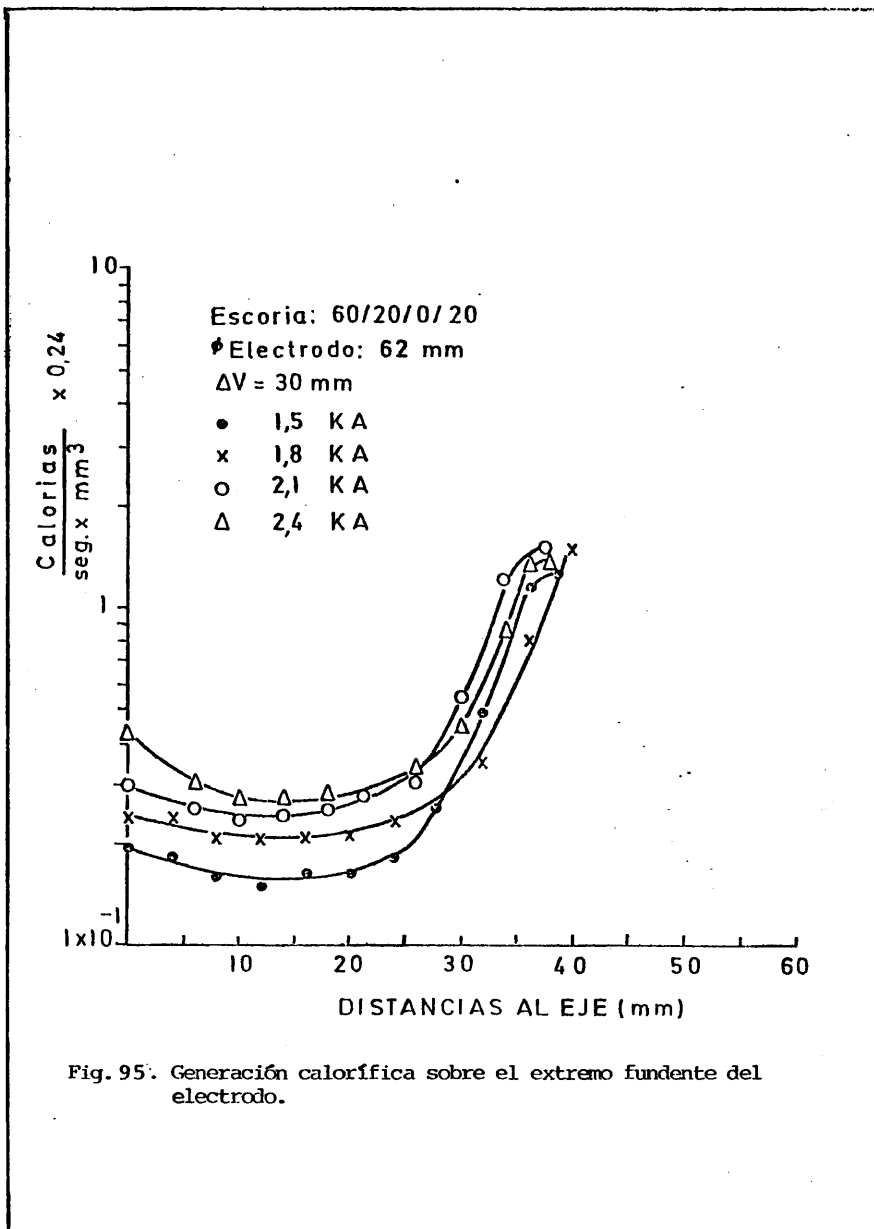


Fig. 95: Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

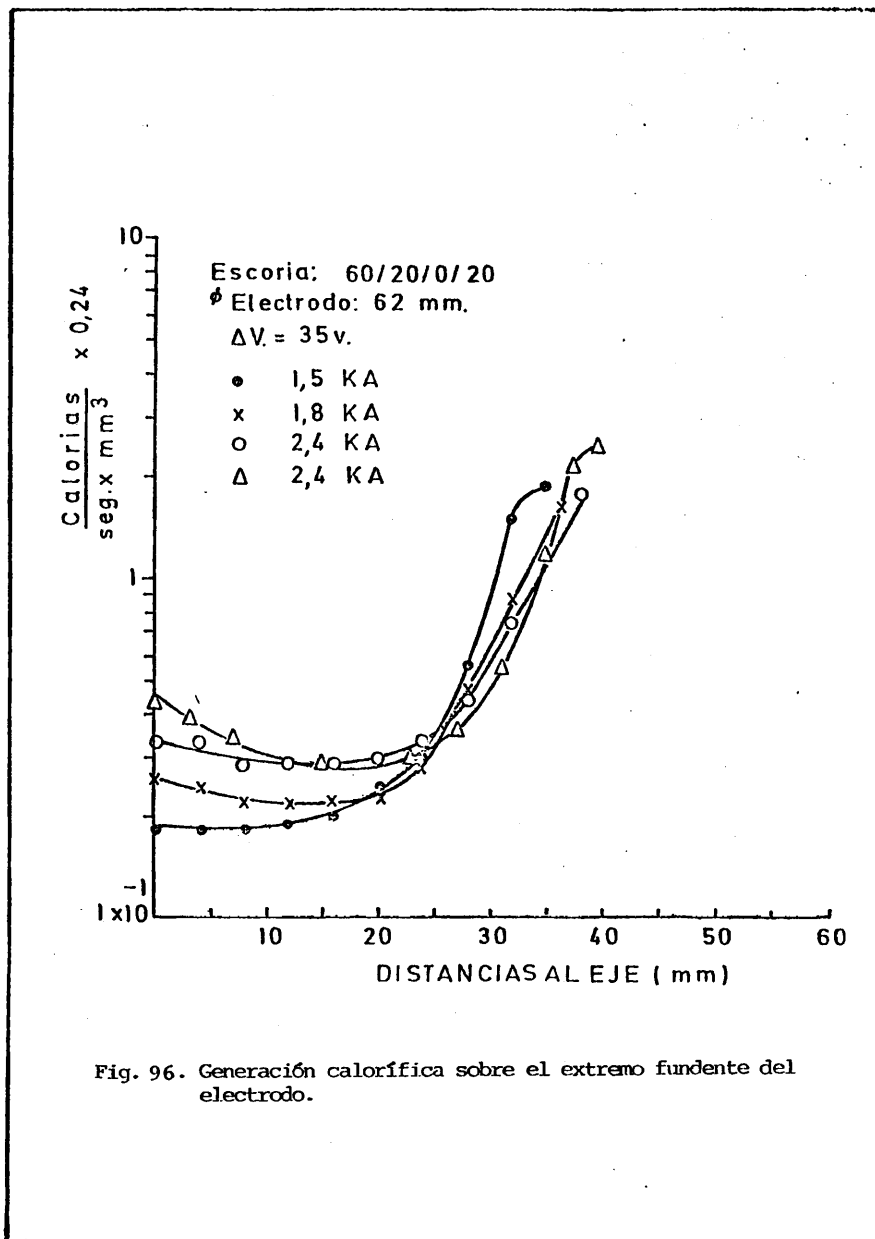


Fig. 96. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

9.4.2. Conductividad eléctrica y generación calorífica local.

Se calcularon los flujos de corriente para cada simulación tomando, como en ocasiones anteriores, la superficie del 50% de caída de potencial para el cálculo de la integral correspondiente. A partir del flujo de corriente y de la intensidad de corriente aplicada en cada refusión, se calculó la conductividad eléctrica cuyos resultados figuran en la Tabla XXIII.

Las conductividades mínima y máxima de la Tabla XXIII corresponden (Fig. 14) a las temperaturas de 1475°C y 1825°C respectivamente, que son del mismo orden de las temperaturas medias de régimen del proceso de afino por electroescoria.

En las Figs. 91, 92, 93, 94, 95 y 96 se han representado las distribuciones de generación calorífica local, calculadas del modo indicado en los apartados precedentes. Las distribuciones caloríficas sobre el baño metálico-pared de la lingotera tienen una cierta tendencia a ser mayores a medida que la intensidad de corriente es también mayor, aunque no se cumple rigurosamente en todos los casos, y si comparamos las figuras correspondientes, puede observarse que la magnitud alcanzada en dichas distribuciones caloríficas no es función de la potencia eléctrica total. Las distribuciones caloríficas sobre el electrodo fundente, guardan una relación directa, sobre la mayor parte de su contorno, con la intensidad de corriente y comparando las figuras correspondientes, se observa una dependencia similar sobre el voltaje.

9.4.3. Velocidad de fusión y consumo energético.

La Fig. 97 muestra estas dos magnitudes en función de la intensidad de corriente y el voltaje, observándose que la velocidad de fusión es función lineal de la intensidad de corrien

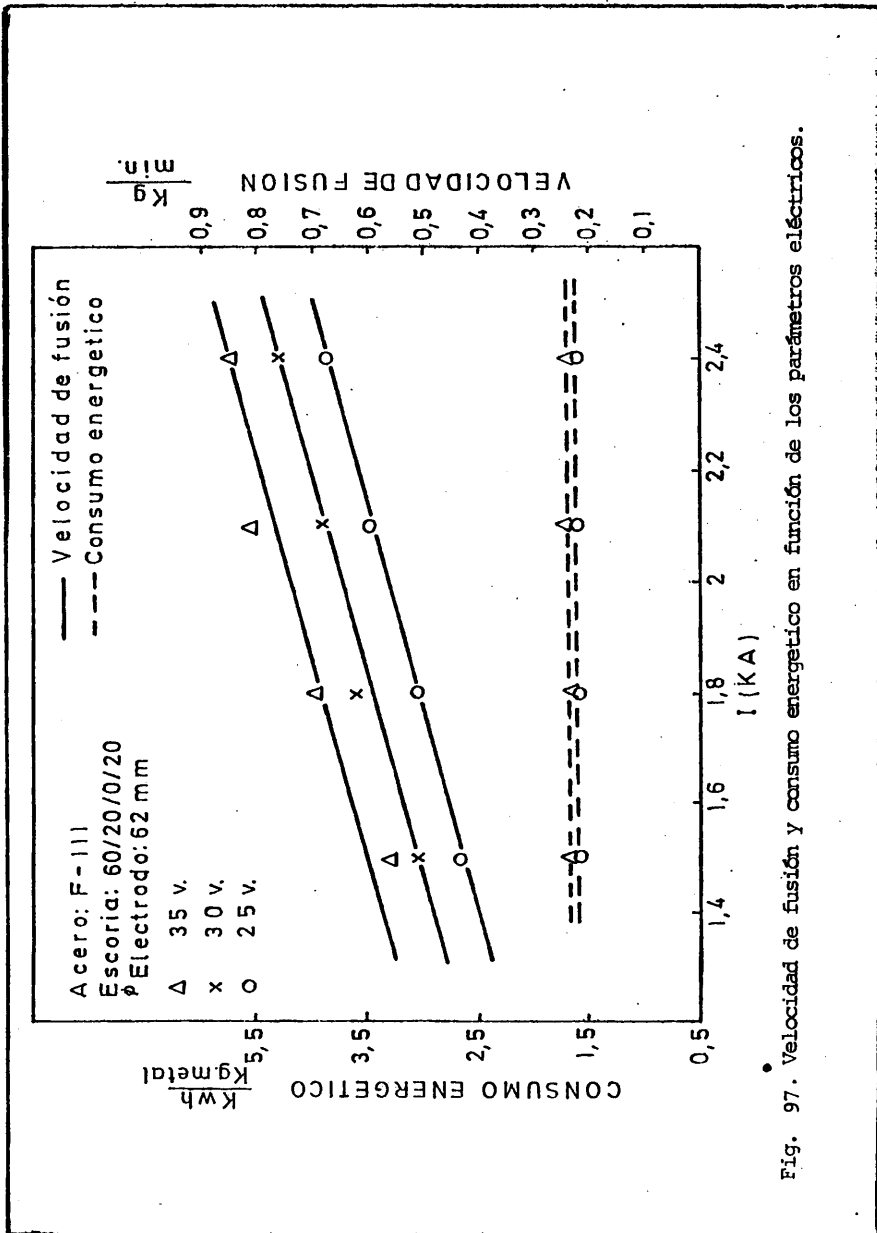


Fig. 97. Velocidad de fusión y consumo energetico en función de los parámetros eléctricos.

te para cualquier voltaje aplicado.

Comparando las Figs. 64, 82 y 97 se deduce que la velocidad de fusión de refusiones realizadas con igual potencia eléctrica total (V.I) es mayor en aquellas que corresponden a escorias con menor calor específico y éste último disminuye (ver Tabla III) con el aumento en porcentaje de Al_2O_3 y CaO verificándose la relación.

$$V_f (40/30/0/30) > V_f (70/0/0/30) > V_f (60/20/0/20)$$

que también obedece a la misma relación de orden de las resistencias eléctricas (Fig. 14).

El consumo energético permanece constante y comparando las Figs. 64, 82 y 97 se observa que se cumple una relación de orden en sentido inverso a la señalada para las velocidades de fusión.

Existe, asimismo, una estrecha relación entre la velocidad de fusión y la magnitud alcanzada en la distribución de generación calorífica sobre el electrodo, siendo mayor a medida que la segunda es también mayor.

9.4.4. Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol.

La Fig. 98 muestra la variación del peso relativo de la película de escoria, observándose que es prácticamente constante para cualquier par intensidad-voltaje, si se tiene en cuenta la pequeña escala sobre el eje de ordenadas. La baja temperatura liquidus y la menor viscosidad (ver apartado 2.3.3.) de las escorias 60/20/0/20 frente a las escorias 40/30/0/30 y 70/0/0/30, son los factores responsables de que el peso relativo de la película de escoria de estas refusiones sea más pequeño

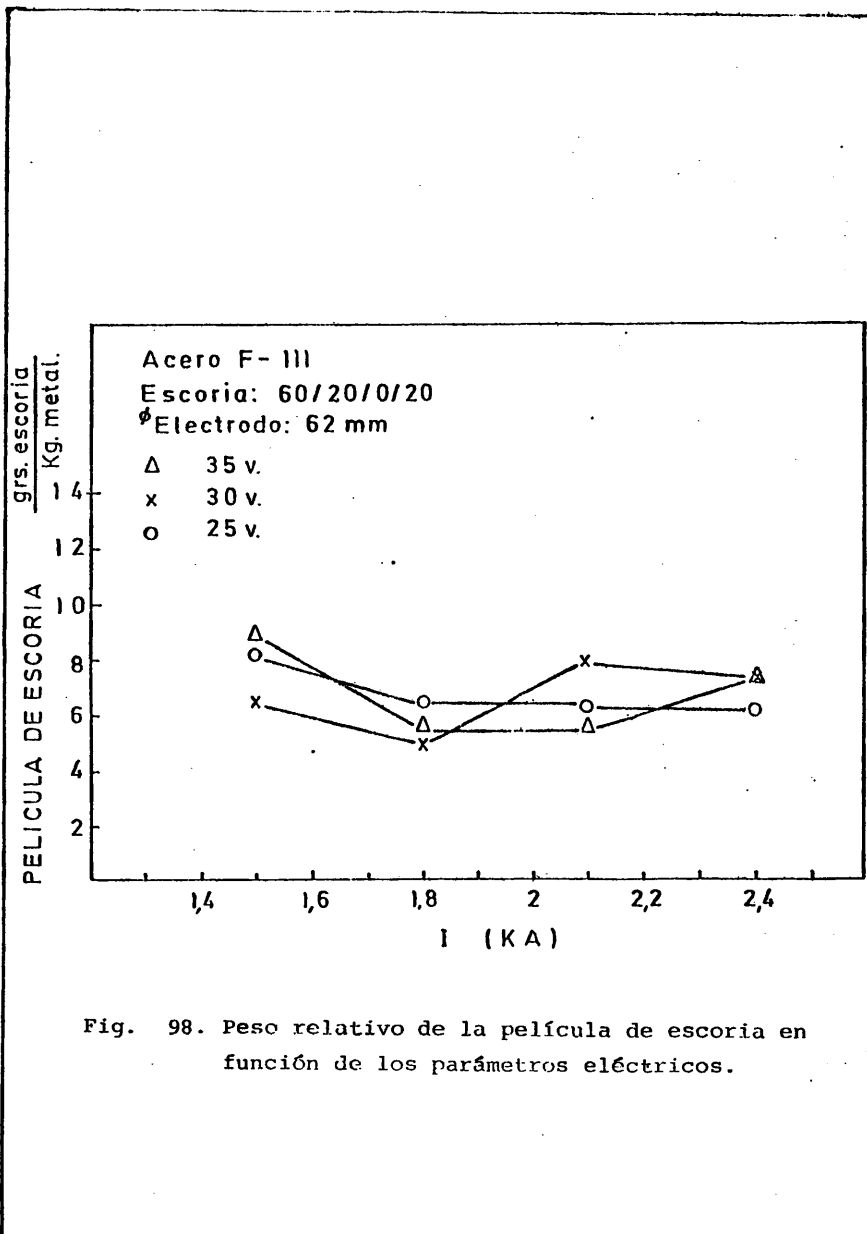


Fig. 98. Peso relativo de la película de escoria en función de los parámetros eléctricos.

que en las refusiones realizadas con las dos últimas escorias.

La magnitud alcanzada en la generación calorífica sobre la pared de la lingotera, no influye aparentemente sobre el peso relativo de la película de escoria.

Las refusiones cuyos registros daban mayores oscilaciones de la intensidad de corriente, no originaban una película de escoria de mayor peso, debido seguramente a la influencia más específica de la temperatura líquida y de la viscosidad.

9.4.5. Orientación granular de los lingotes.

La Fig. 99 muestra que la orientación del grano de solidificación es función lineal de la intensidad de corriente para cualquier voltaje aplicado. Puede comprobarse también, como en ocasiones anteriores, que la orientación granular es una función lineal de la velocidad de fusión.

Se ha visto que la magnitud alcanzada en las distribuciones de generaciones caloríficas sobre el baño metálico no depende, generalmente, de la intensidad de corriente y por tanto no existe una relación entre esta y la orientación granular.

Comparando las Figs. 67, 85 y 99 se deduce, finalmente, que el ángulo de orientación granular depende de la velocidad de fusión, del calor específico de las escorias y de la resistividad eléctrica de las mismas.

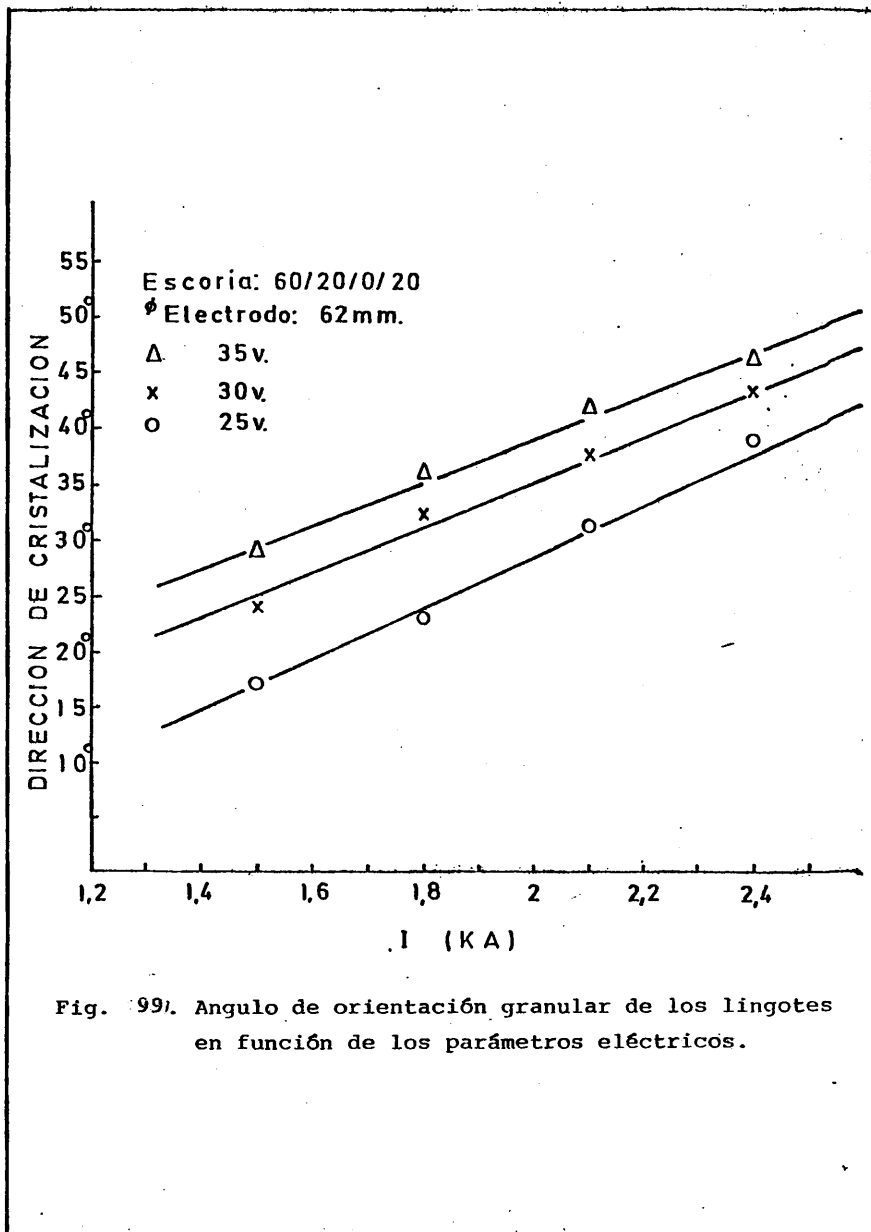


Fig. 99. Angulo de orientación granular de los lingotes en función de los parámetros eléctricos.



a) $\Delta V = 25v$; $I = 1800A$

b) $\Delta V = 25v$; $I = 2400A$

Fig. 100. Macroestructuras de solidificación. (Escoria 60/20/0/20).

En la Fig. 100a y 100b se muestran dos macroestructuras de solidificación de lingotes correspondientes a esta serie.

9.4.6. Segregaciones de impurezas aleantes.

Los resultados obtenidos fueron similares a los registrados en las Figs. 71, 72, 86, 87, confirmando en definitiva que las macrosegregaciones, tanto de impurezas como aleantes, no se presentan en los lingotes de pequeño diámetro, refundidos por el proceso de afino por electroescoria.

9.5. Refusiones con escorias tipo 70/0/0/30 y diámetro de electrodo $\phi = 50$ mm.

Las escorias 70/0/0/30 tienen una viscosidad algo mayor que las escorias 40/30/0/30 puesto que, teniendo igual porcentaje de Al_2O_3 , la presencia de CaO reduce la viscosidad (Figs. 10 y 11).

La temperatura liquidus de las escorias 70/0/0/30 (Fig. 5 y 6) es algo mayor que la de las escorias 40/30/0/30 y 60/20/0/20.

Las dos propiedades físicas anteriores contribuyen a que las escorias 70/0/0/30 den, generalmente, un peso relativo de la película de escoria algo mayor que las otras.

La presión de vapor (Fig. 8 y 9) es mayor para las escorias 70/0/0/30 que para las escorias 40/30/0/30.

La relación $\frac{\phi \text{ electrodo}}{\phi \text{ lingotera}} = 0,50$ permite realizar la refusión sin excesivas precauciones para evitar posibles accidentes.

Se realizaron un total de 12 refusiones en las que se variaba, de una a otra, la intensidad de corriente o el voltaje.

9.5.1. Simulaciones analógicas.

Las simulaciones analógicas de las refusiones realizadas a escala 1:1, se muestran en las Figs. 101 (a,b,c,d), 102 (a,b,c,d) y 103 (a,b,c,d), habiendo sido reducidas sus dimensiones.

9.5.2. Conductividad eléctrica y generación calorífica local.

La Tabla XXIV contiene el flujo de corriente y la conductividad eléctrica para cada refusión, calculados según el procedimiento ya explicado.

Las conductividades mínima y máxima corresponden (Fig. 14), aproximadamente, a las temperaturas de 1550°C y 1950°C respectivamente, que son del mismo orden que las temperaturas medias de régimen del proceso de afino por electroescoria. Estas temperaturas son mayores que las correspondientes a las fusiones realizadas con la misma escoria 70/0/0/30 y electrodo de mayor diámetro (ver apartado 9.3.2.) debido a que la superficie en contacto con la escoria es más pequeña y a igual potencia eléctrica aplicada, el calor que fluye por convección hacia el electrodo será menor, en consecuencia y una vez alcanzado el equilibrio térmico, la escoria registrará temperaturas mayores.

Se calculó el calor generado en puntos situados sobre el baño metálico-pared de la lingotera y sobre el extremo fundente del electrodo, cuyas distribuciones se muestran en las Figs. 104, 105, 106, 107, 108 y 109. La magnitud alcanzada sobre el baño metálico - pared de la lingotera no guarda una re-

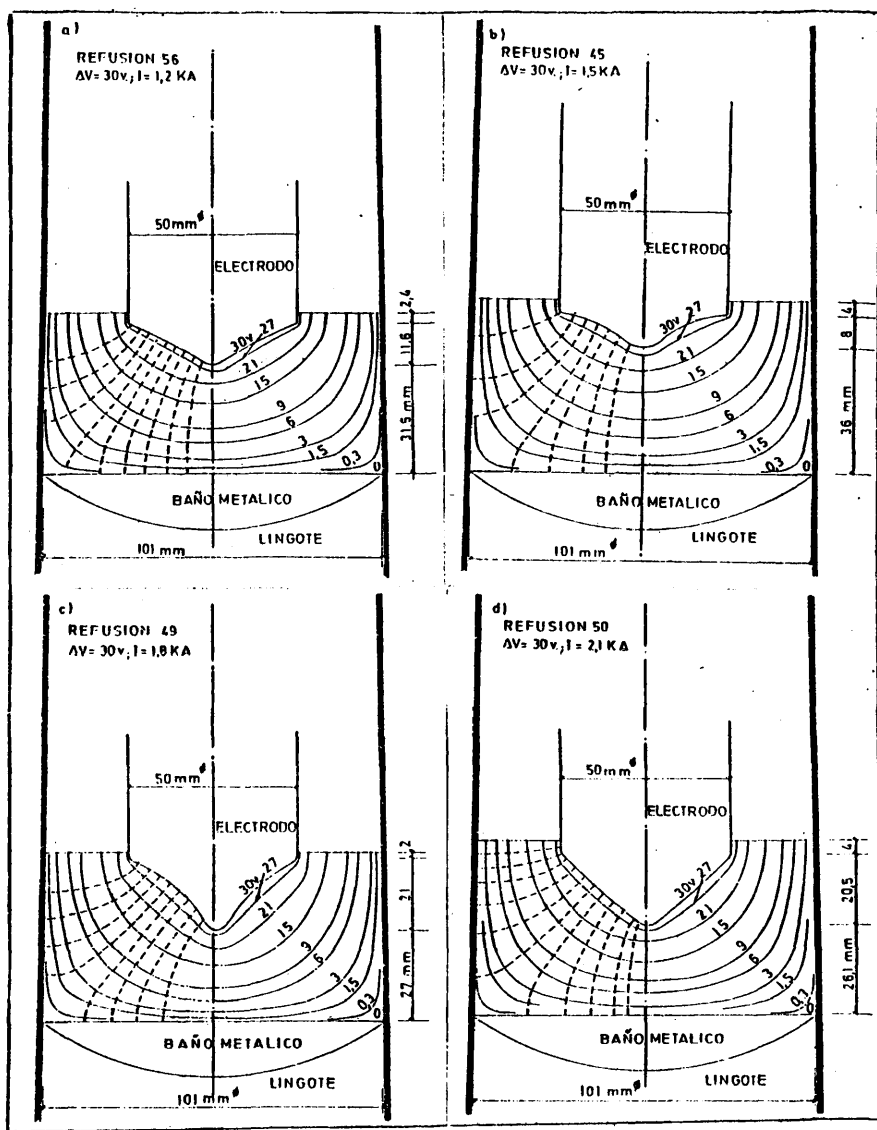


Fig. 101. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. (Escoria 70/0/0/30).

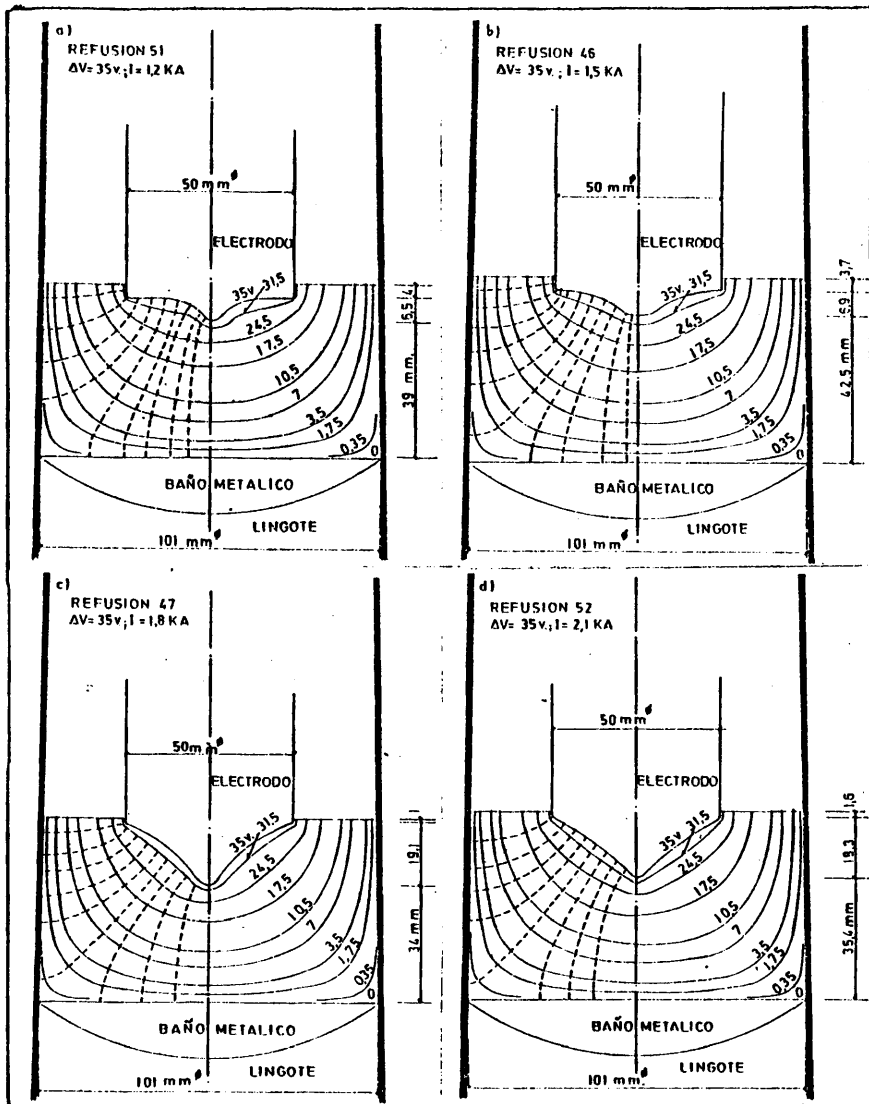


Fig. 102 Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. (Escoria 70/0/0/30)

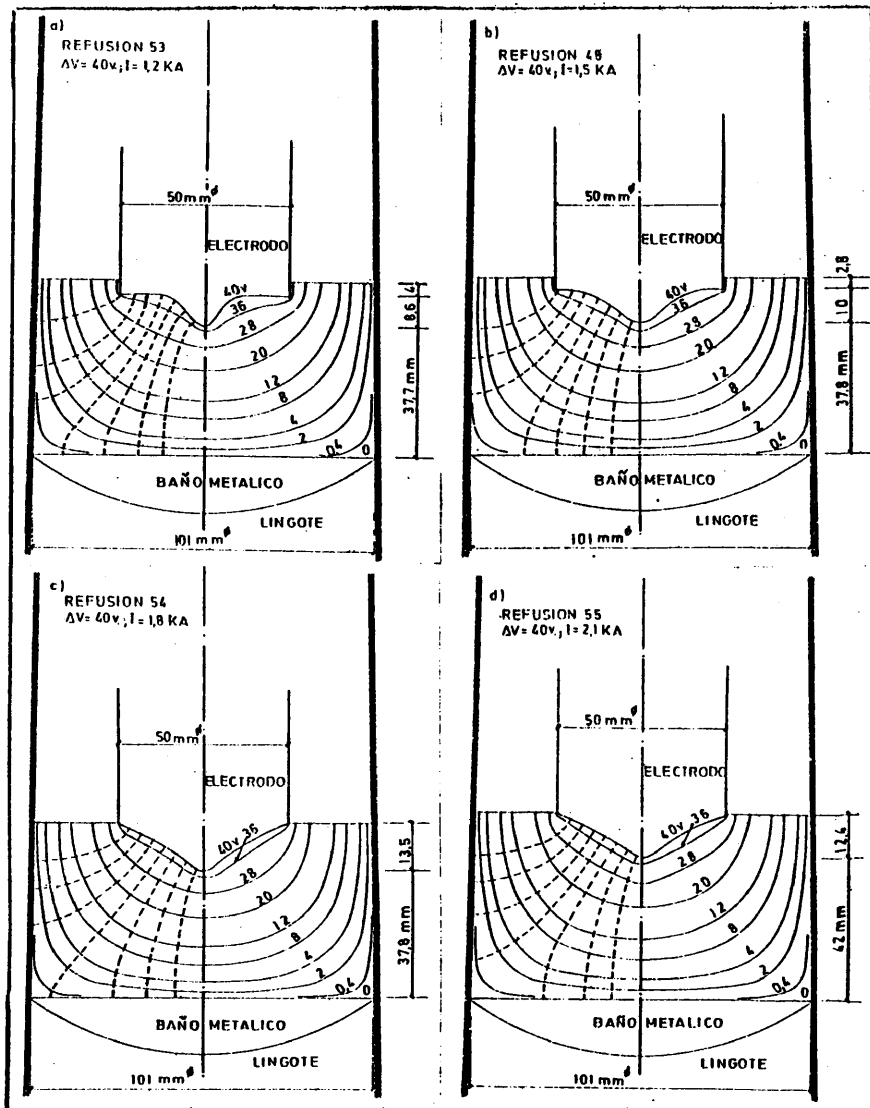


Fig. 103. Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. (Escoria 70/0/0/30).

Tabla XXIV_i.

Refusión n°	ΔV (v)	I (A)	$\int EdS$ (v x mm.)	σ (ohm ⁻¹ x mm ⁻¹)
45	30	1500	6315,4	0,237
46	35	1500	7181,2	0,208
47	35	1800	7674,9	0,234
48	40	1500	7891,8	0,190
49	30	1800	6635,1	0,271
50	30	2100	8039,3	0,261
51	35	1200	6736,4	0,178
52	35	2100	7569,1	0,277
53	40	1200	8264,6	0,145
54	40	1800	7375,7	0,244
55	40	2100	7136,5	0,294
56	30	1200	6536,1	0,183

Escoria: 70/0/0/30

Ø electrodo: 50 mm.

Temperatura fusión escoria*: \approx 1300°C

Densidad de la escoria**: 2,8 grs/cm³.

* De las Figs. 5 y 6.

** De la Tabla II.

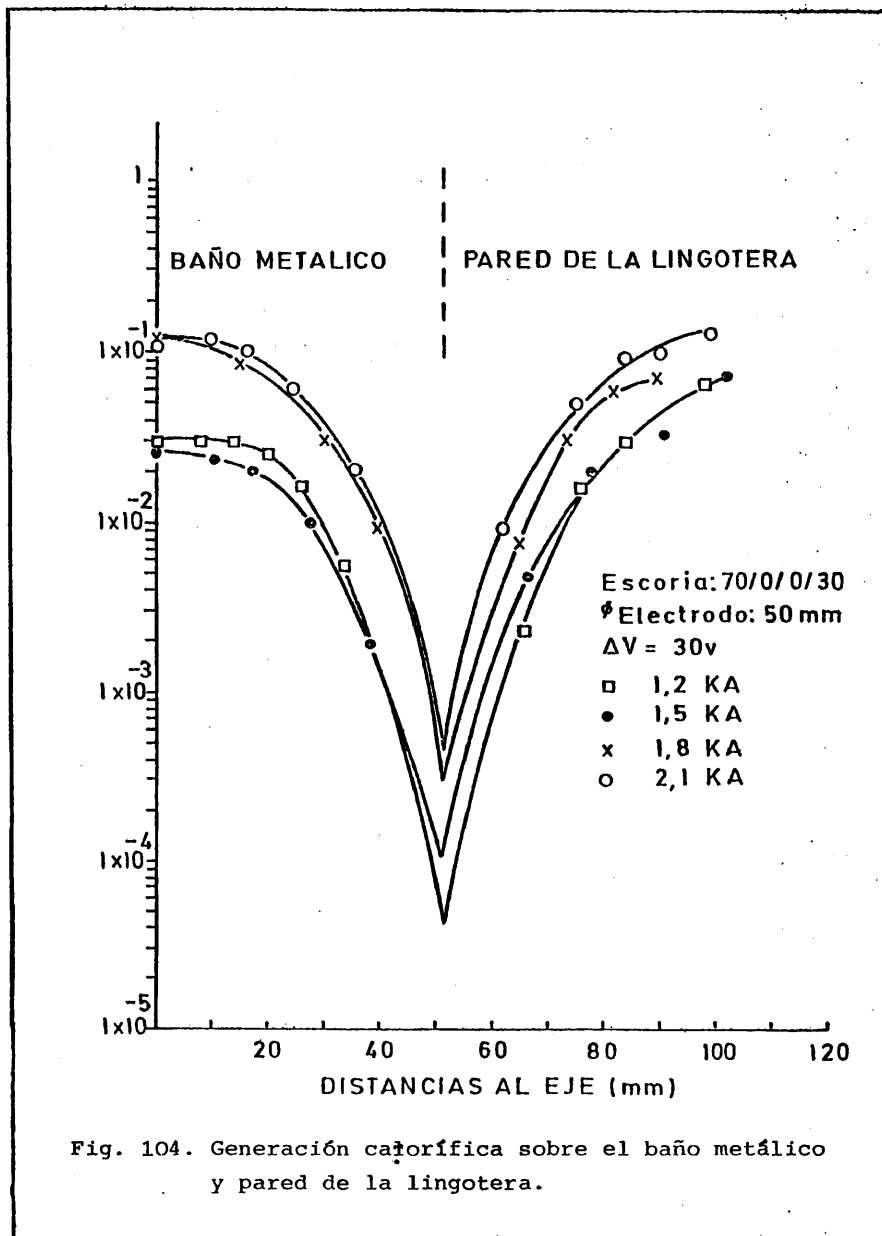


Fig. 104. Generación calorífica sobre el baño metálico y pared de la lingotera.

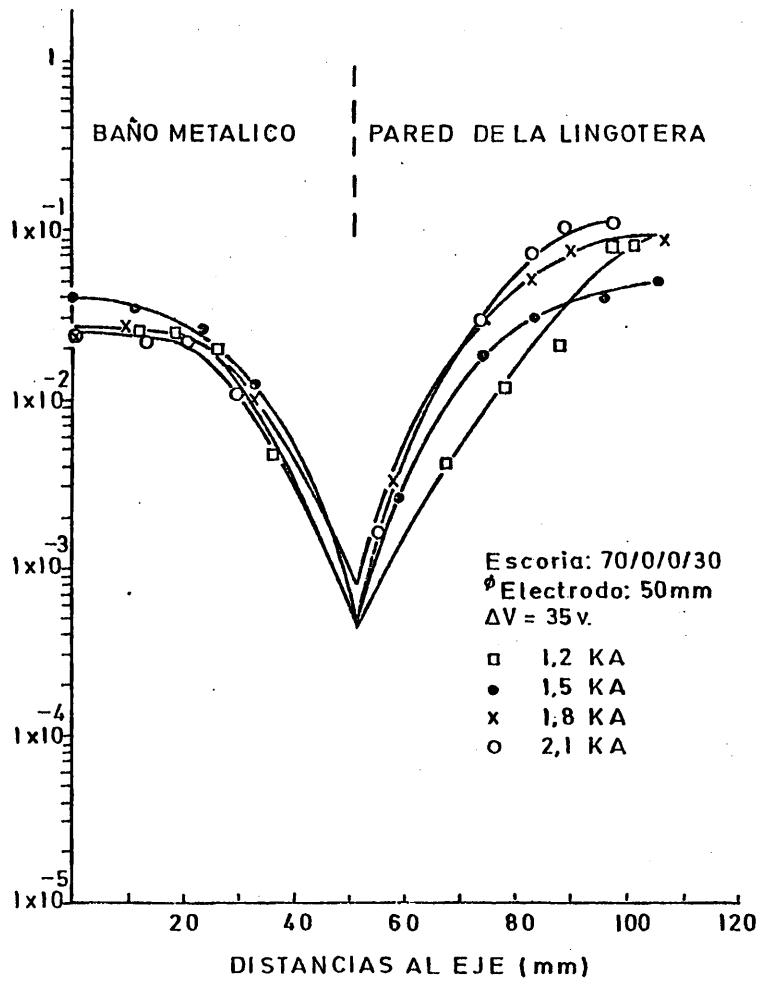


Fig. 105. Generación calorífica sobre el baño metálico y pared de la lingotera.

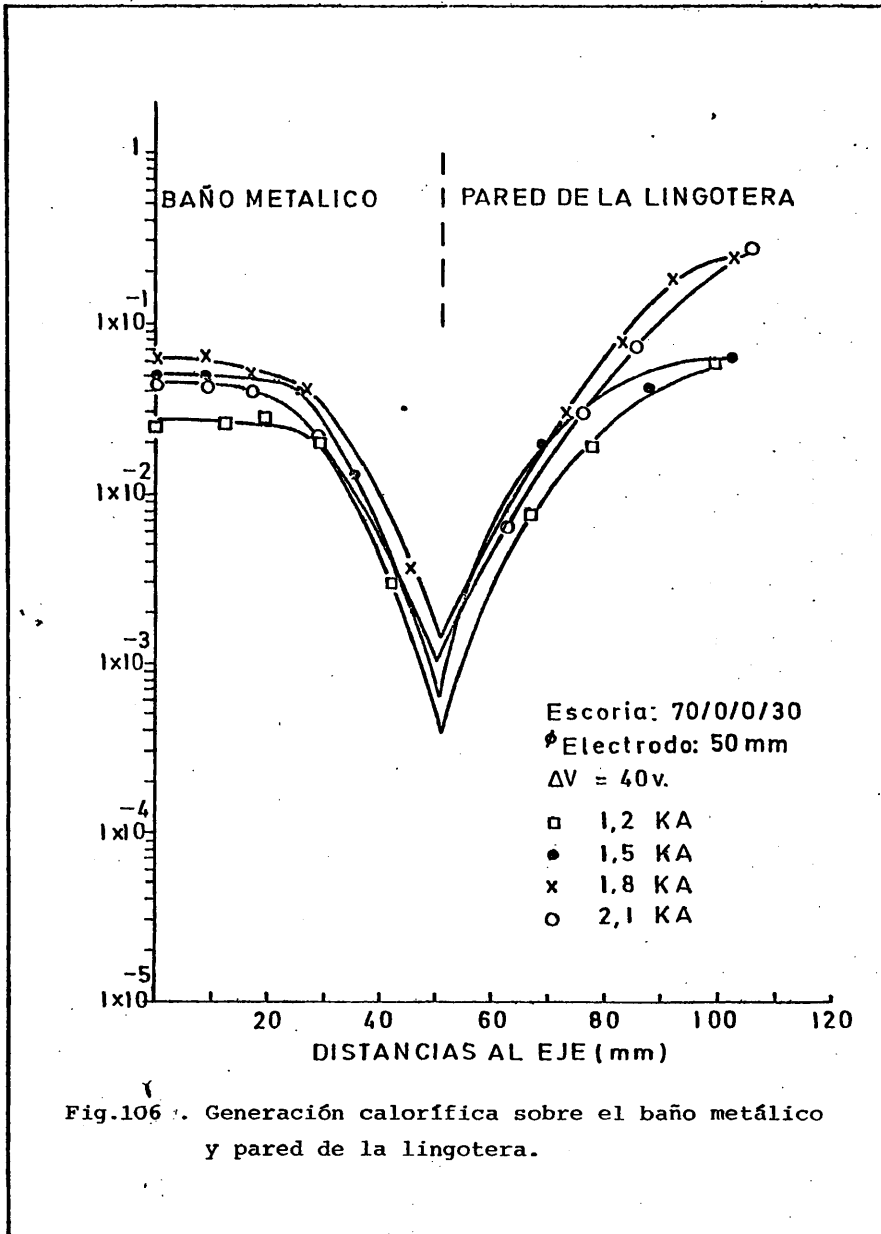


Fig.106 . Generación calorífica sobre el baño metálico y pared de la lingotera.

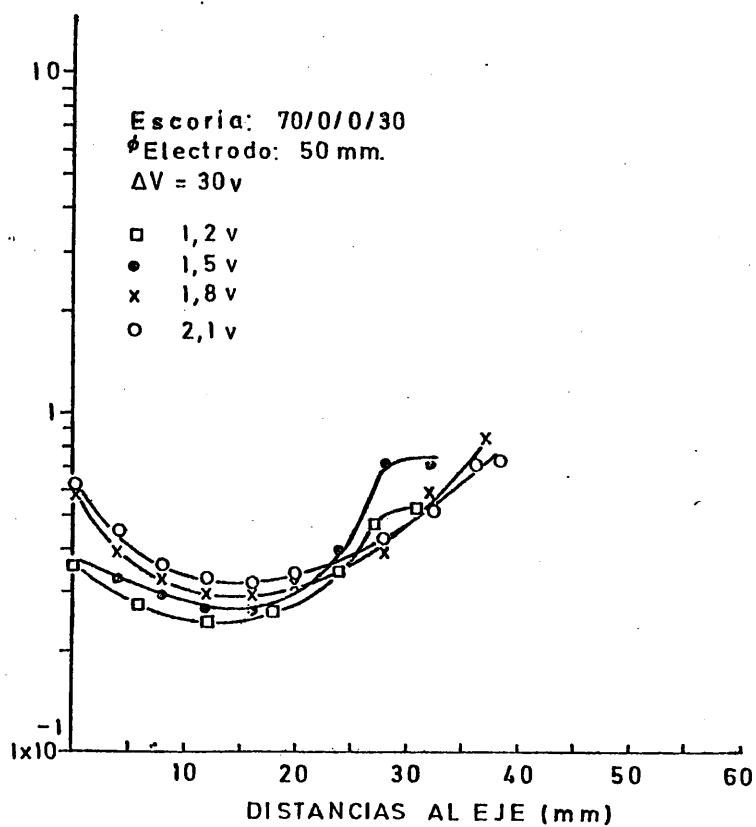


Fig. 107. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

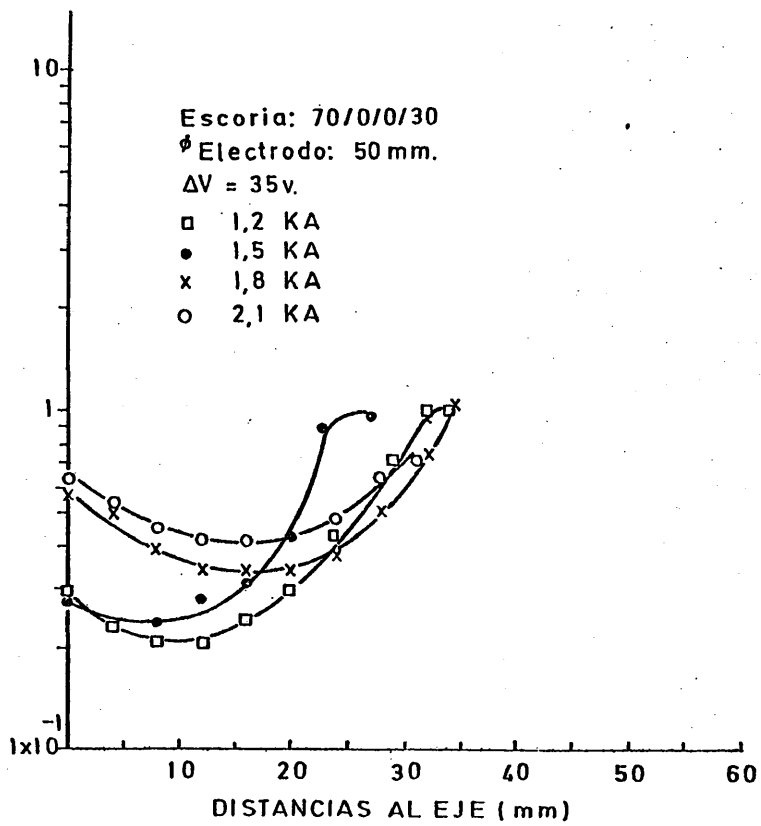


Fig. 108. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

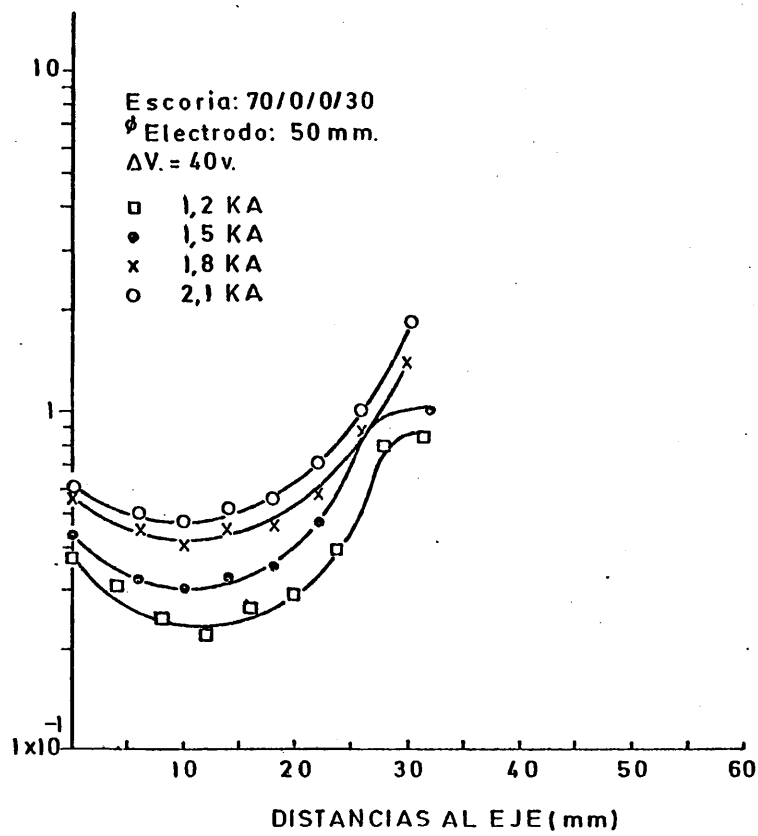


Fig. 109. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

lación directa con la intensidad de corriente en las refusiones realizadas con 35v y 40v (Fig. 105 y 106). Sin embargo, en las refusiones realizadas con 30v, la magnitud alcanzada está estrechamente ligada a la intensidad de corriente (Fig. 104). Las distribuciones caloríficas sobre el extremo fundente del electrodo (Fig. 107, 108 y 109), mantienen una relación directa con la intensidad de corriente.

9.5.3. Velocidad de fusión y consumo energético.

La Fig. 110, muestra la velocidad de fusión y el consumo energético en función del voltaje y la intensidad de corriente. La velocidad de fusión es función lineal de la intensidad de corriente para cualquier voltaje y el consumo energético es constante, observándose una ligera dependencia sobre el voltaje.

El consumo energético es mayor para estas refusiones que para las realizadas con la misma escoria y electrodo de mayor diámetro (Fig. 82) debido a que la relación

$$\frac{\text{calor de fusión}}{\text{calor total generado}}$$

es menor para toda potencia eléctrica aplicada, puesto que las pérdidas caloríficas por radiación aumentan al ser mayor el área superficial de la interfase escoria-atmósfera. En consecuencia la velocidad de fusión, comparativamente, es menor.

Se observa una relación directa entre la magnitud alcanzada en las distribuciones caloríficas sobre el electrodo y la velocidad de fusión.

Un simple cálculo sobre la Fig. 110, nos indicaría que la velocidad de fusión no es función de la potencia eléctrica total ya que se obtendrían tres funciones lineales distintas

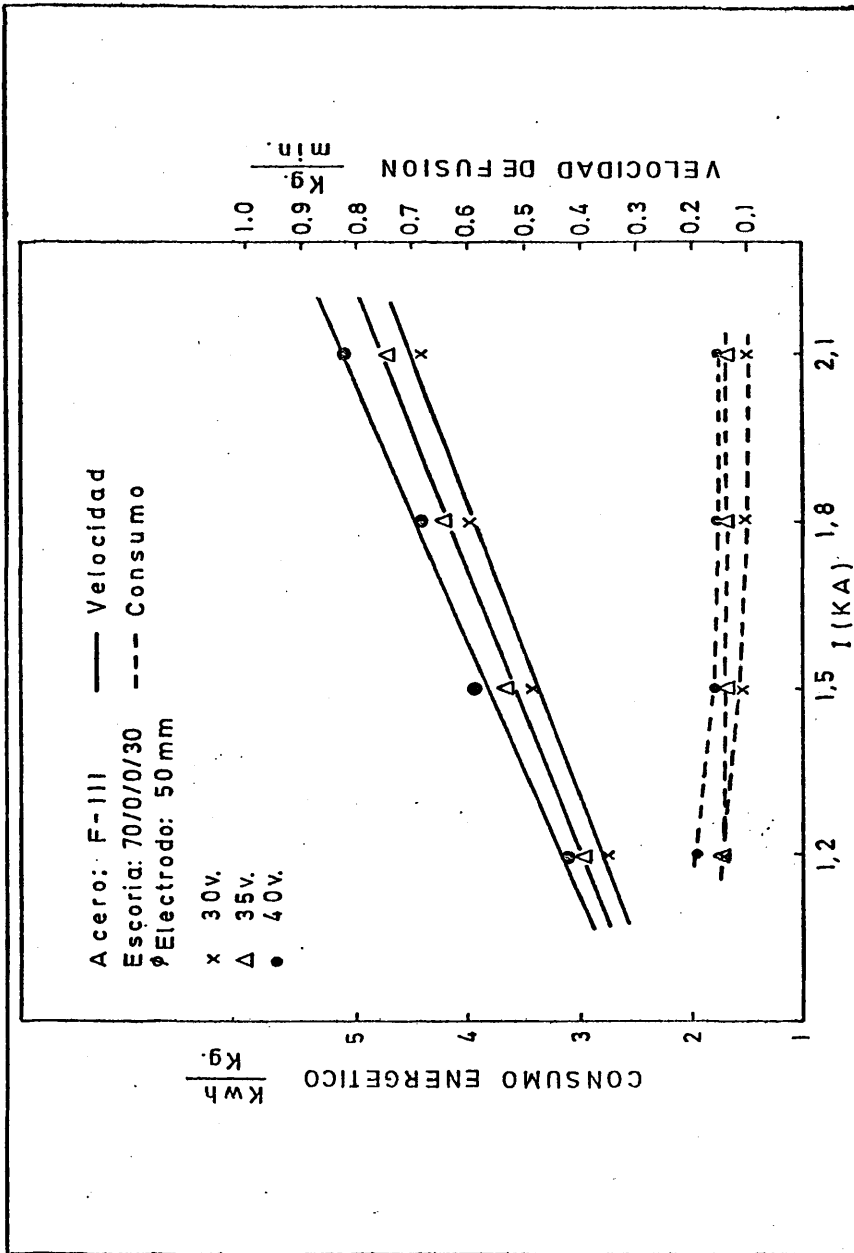


Fig. 110. Velocidad de fusión y consumo energético en función de los parámetros eléctricos.

correspondientes a cada voltaje.

9.5.4. Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol.

El peso relativo de la película de escoria es función de la intensidad de corriente y del voltaje (Fig. 111) y no de la potencia eléctrica total, verificándose que a mayor voltaje e igual potencia eléctrica, el peso de la película sería menor.

La generación calorífica sobre la pared de la lingotera (Figs. 104, 105 y 106) obedece prácticamente, a la relación de orden \geq a medida que el voltaje aumenta y en menor medida cuando aumenta la intensidad, inversamente a la variación del peso relativo de la película de escoria.

Comparando las Figs. 111 y 83 correspondiente ésta última a refusiones realizadas con mayor diámetro y el mismo tipo de escoria, se observan valores similares para el peso relativo de la película de escoria, en función del voltaje y la intensidad de corriente; por una parte, las propiedades físicas como el calor específico, la viscosidad, etc. son iguales por ser la misma escoria y además la magnitud alcanzada en la generación calorífica sobre la pared de la lingotera es también del mismo orden.

9.5.5. Orientación granular de los lingotes.

La Fig. 112 muestra el ángulo de orientación granular de los lingotes, observándose que es función lineal de la intensidad de corriente.

Como en los casos anteriores, existe una relación directa entre la velocidad de fusión y el ángulo de orientación

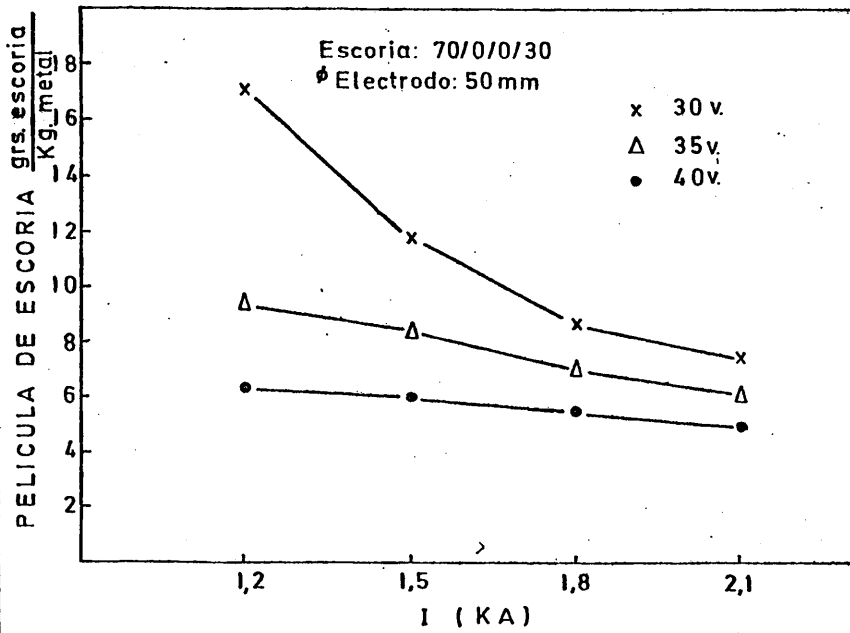


Fig. 111. Peso relativo de la película de escoria en función de los parámetros eléctricos.

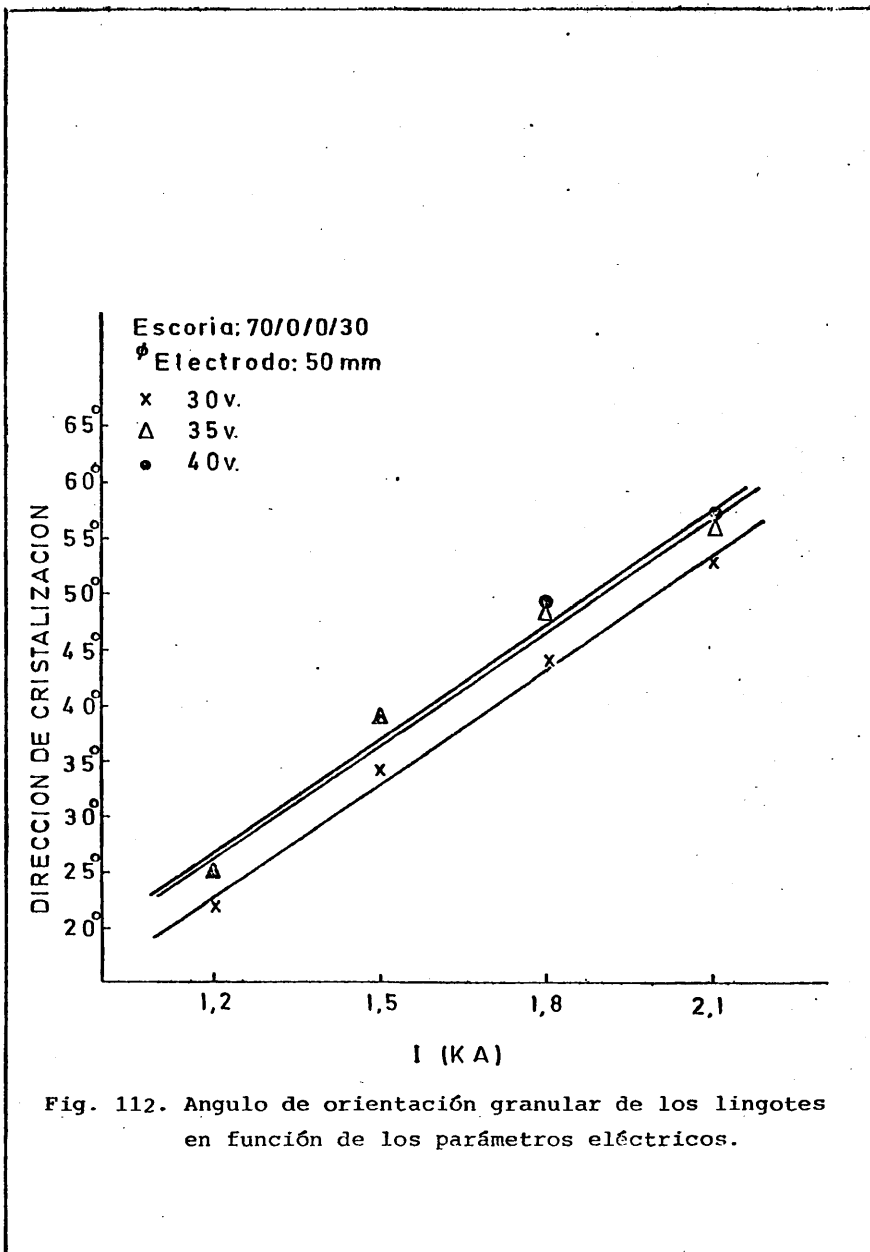


Fig. 112. Angulo de orientación granular de los lingotes en función de los parámetros eléctricos.



a) $\Delta V = 35v$; $I = 1500A$



b) $\Delta V = 40v$; $I = 1200A$

Fig. 113. Macroestructuras de solidificación. (Escoria 70/0/0/30).

granular y por tanto, en particular, entre éste último y la generación calorífica sobre el electrodo.

Comparando las Figs. 112 y 85, se observa que el ángulo de orientación granular es prácticamente igual para lingotes de diferentes diámetros refundidos a igual voltaje e intensidad.

En la Fig. 113 a y b, se muestran algunas macroestructuras correspondientes a los lingotes de esta serie.

9.6. Refusiones con escorias tipo 60/20/0/20 y diámetro de electrodo $\varnothing = 50$ mm.

Las propiedades físico-químicas de las escorias tipo 60/20/0/20 fueron señaladas en el apartado 6.4. y cabe destacar, entre ellas, su buena aptitud para la desulfuración.

Se realizaron nueve refusiones, haciendo variar la intensidad de corriente o el voltaje de una a otra.

9.6.1. Simulaciones analógicas.

Las Figs. 114 (a, b, c), 115 (a, b, c) y 116 (a, b, c), muestran las simulaciones analógicas realizadas de un modo similar a las anteriores.

9.6.2. Conductividad eléctrica y generación calorífica local.

Los valores del flujo de corriente y la conductividad eléctrica se reflejan en la Tabla XXV.

Las conductividades mínima y máxima corresponden, aproximadamente, a las temperaturas de 1650°C y 1825°C (Fig. 14) respectivamente, y son del mismo orden que las temperaturas de régimen del proceso de afino por electroescoria.

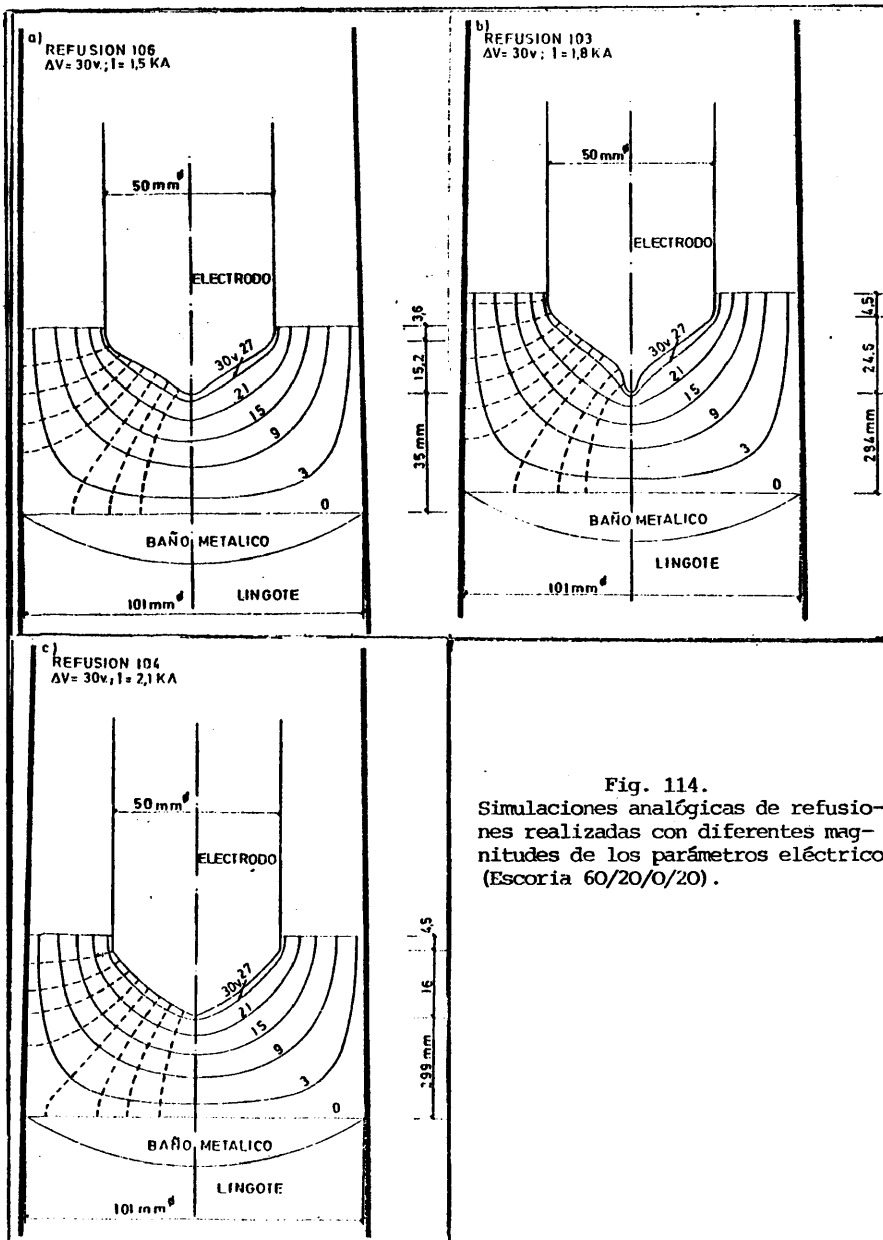


Fig. 114.
Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos (Escoria 60/20/0/20).

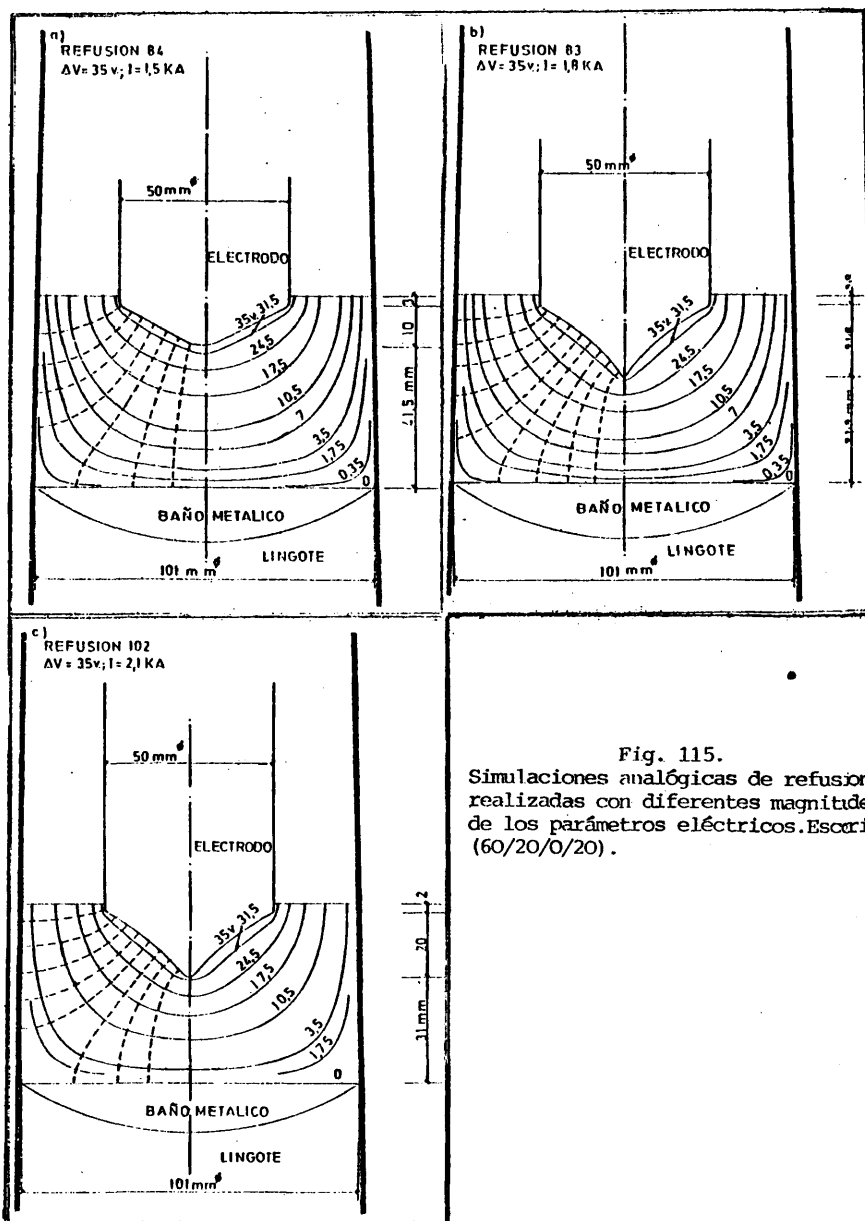


Fig. 115.
Simulaciones analógicas de refusiones realizadas con diferentes magnitudes de los parámetros eléctricos. Escoria (60/20/0/20).

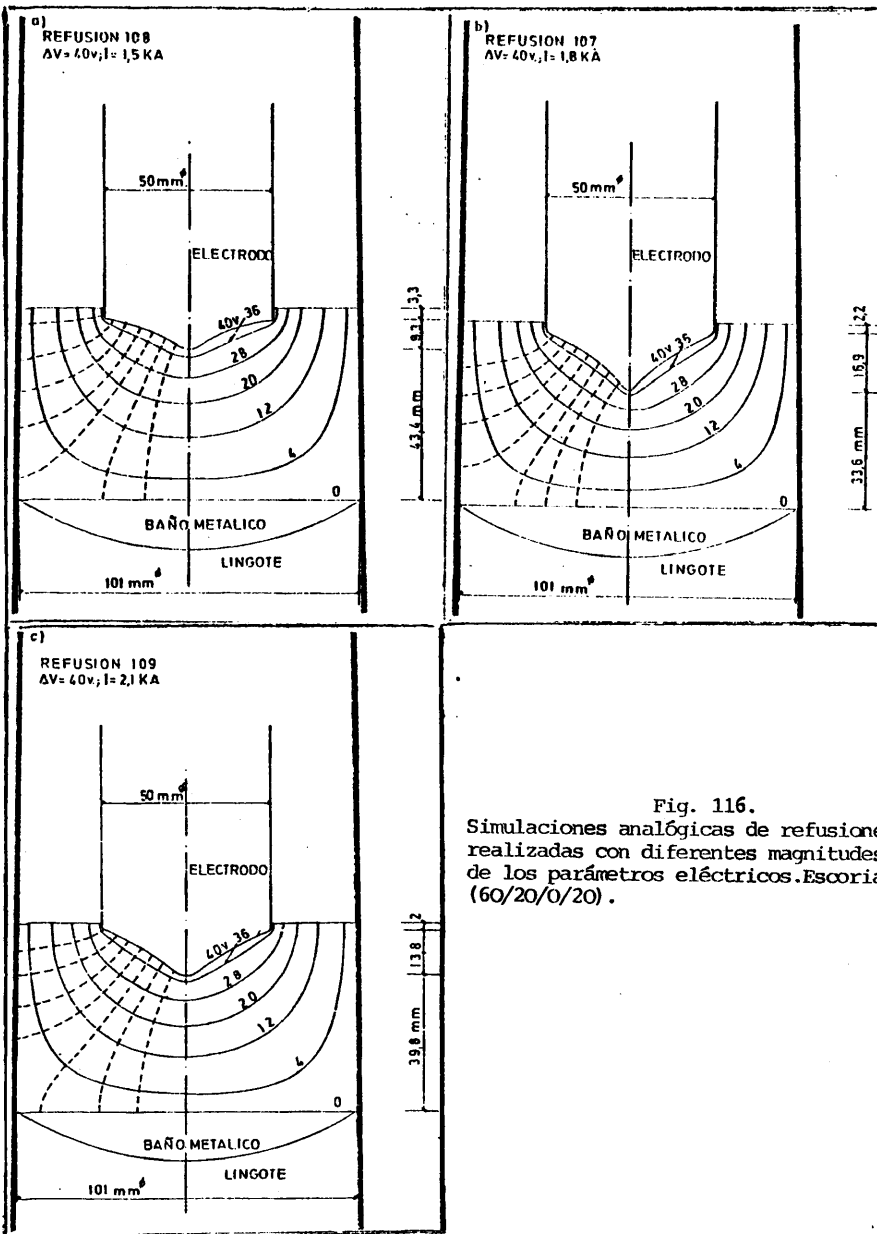


Fig. 116.
Simulaciones analógicas de refusiones
realizadas con diferentes magnitudes
de los parámetros eléctricos. Escoria
(60/20/0/20).

Tabla XXV.

Refusión n°	ΔV (v)	I (A)	$\int EdS$ (v x mm)	σ (ohm ⁻¹ x mm ⁻¹)
83	35	1800	8323,2	0,216
84	35	1500	8004	0,187
102	35	2100	8041	0,261
103	30	1800	7863,5	0,229
104	30	2100	8313,2	0,252
106	30	1500	7479,4	0,200
107	40	1800	8764	0,205
108	40	1500	8265	0,181
109	40	2100	8279,7	0,253

Escoria: 60/20/0/20

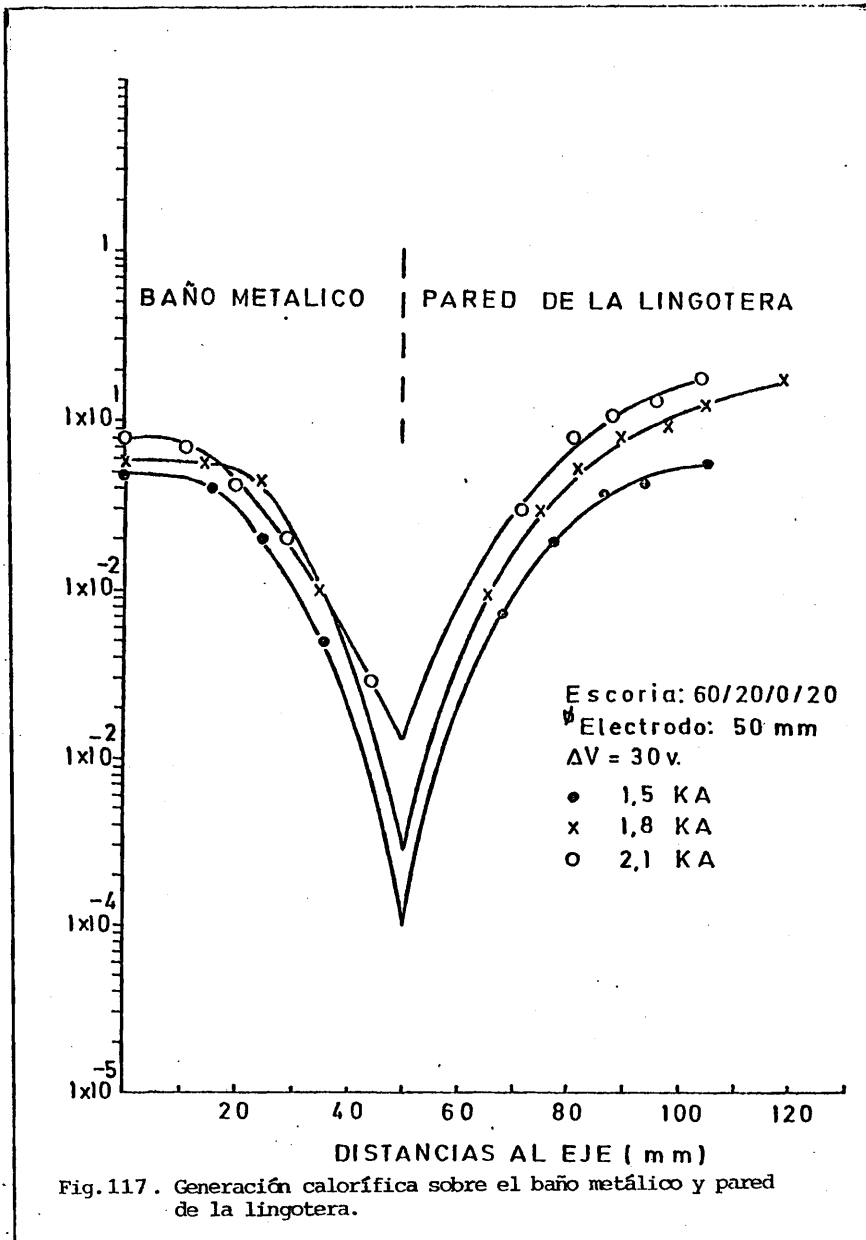
Ø electrodo: 50 mm.

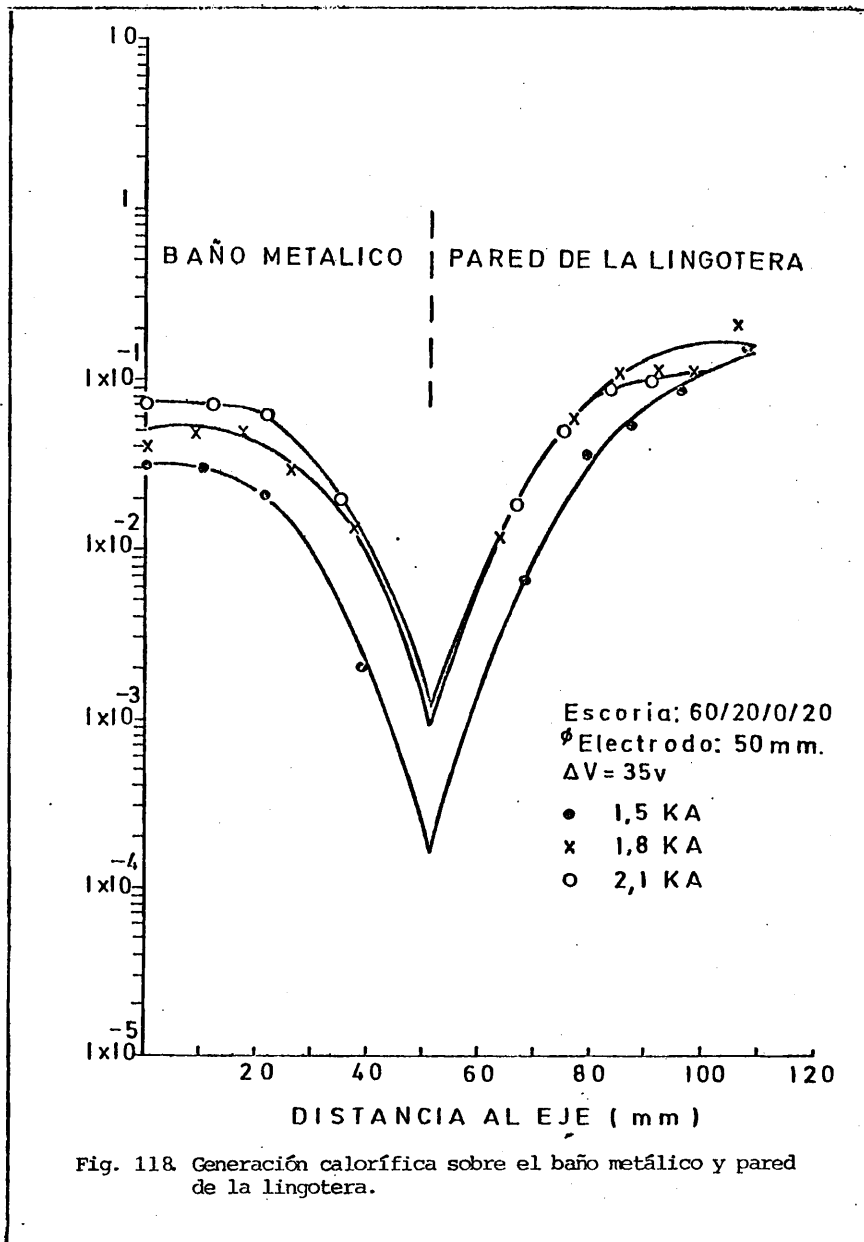
Temperatura fusión escoria* : ~1250°C

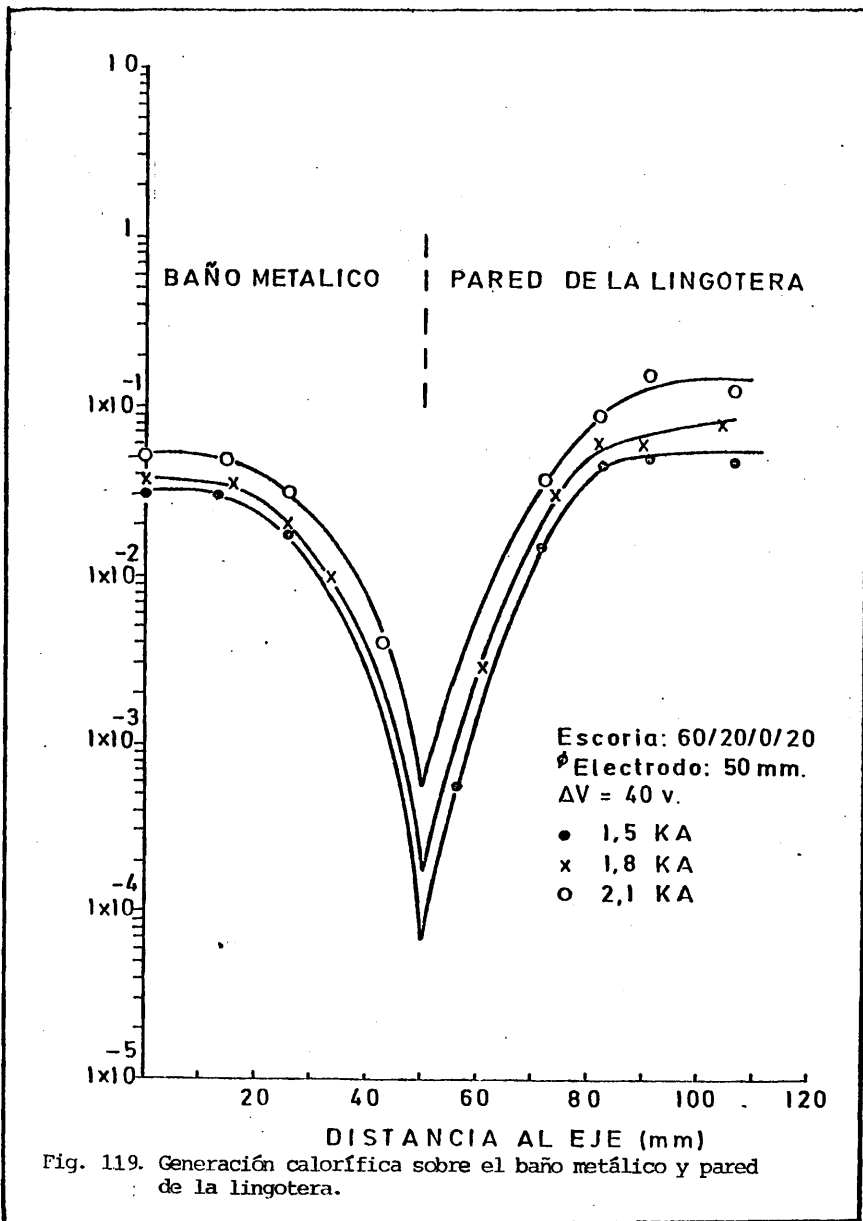
Densidad escoria** : $\frac{2,8 \text{ grs.}}{\text{cm}^3}$

* De la Fig. 6

** De la Tabla II.







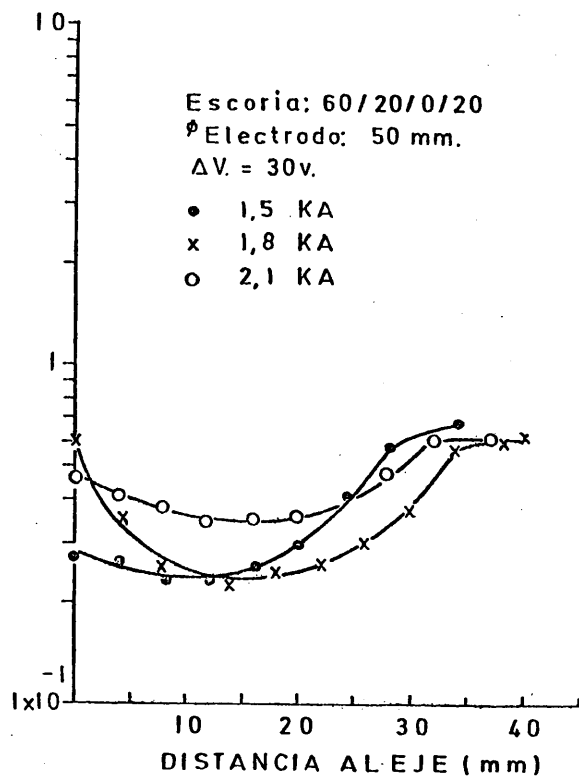


Fig.120. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

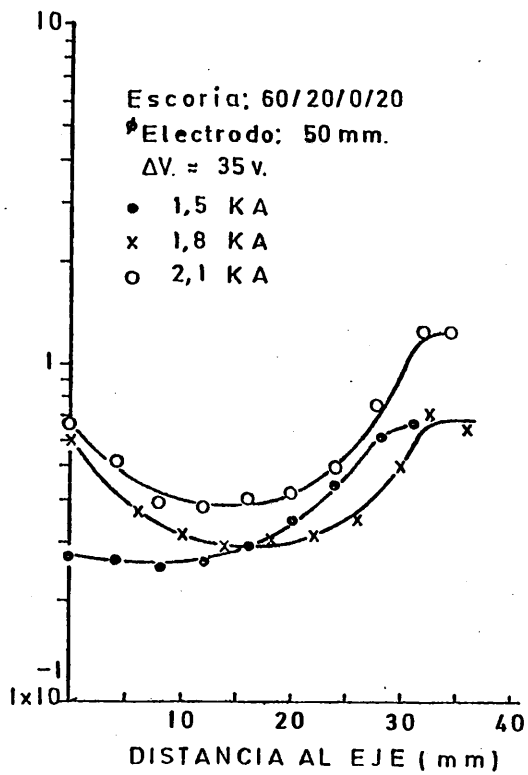


Fig. 121. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

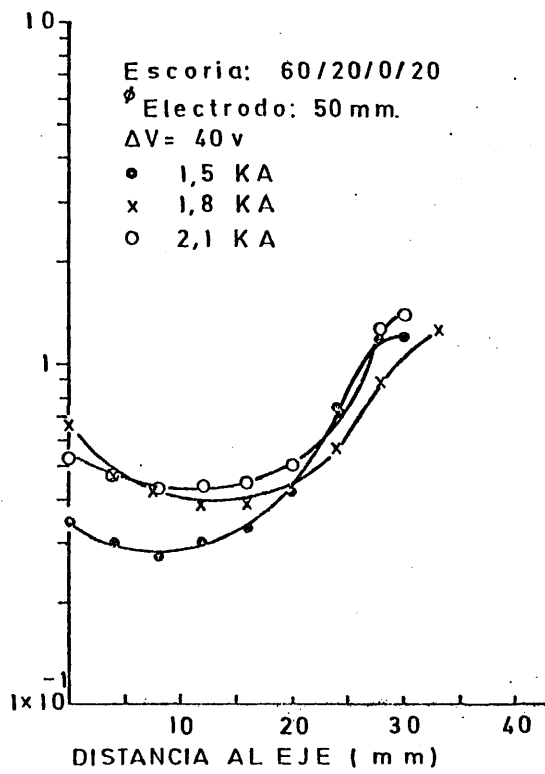


Fig. 122. Generación calorífica sobre el extremo fundente del electrodo.

Las distribuciones de generación calorífica sobre el baño metálico y pared de la lingotera se muestran en las Figs. 117, 118, y 119, observándose que la magnitud alcanzada aumenta, para cualquier voltaje aplicado, a medida que es mayor la intensidad de corriente.

Las distribuciones caloríficas sobre el electrodo se muestran en las Figs. 120, 121 y 122, observándose una cierta tendencia a ser mayores en magnitud a medida que la intensidad de corriente aumenta y comparando dichas figuras se contempla una tendencia similar cuando la intensidad de corriente es la misma y el voltaje aumenta.

9.6.3. Velocidad de fusión y consumo energético.

La velocidad de fusión es función lineal de la intensidad de corriente, para cualquier voltaje, y el consumo energético es prácticamente constante (Figs. 123).

La velocidad de fusión y la generación calorífica sobre el electrodo muestran una cierta tendencia a mantener entre ellas una relación directa.

Comparando las Figs. 97 y 123, se observa que la velocidad de fusión, para un voltaje e intensidad de corriente determinados, es mayor para los electrodos de mayor diámetro por las razones apuntadas en el apartado 9.5.3. y el consumo energético es mayor para los de menor diámetro. Sin embargo, la generación calorífica sobre el electrodo es ligeramente mayor para los electrodos de menor diámetro y en conclusión, la velocidad de fusión y el consumo energético dependerán, entre otras, de las pérdidas caloríficas por radiación de la escoria y no de la generación calorífica local sobre el electrodo.

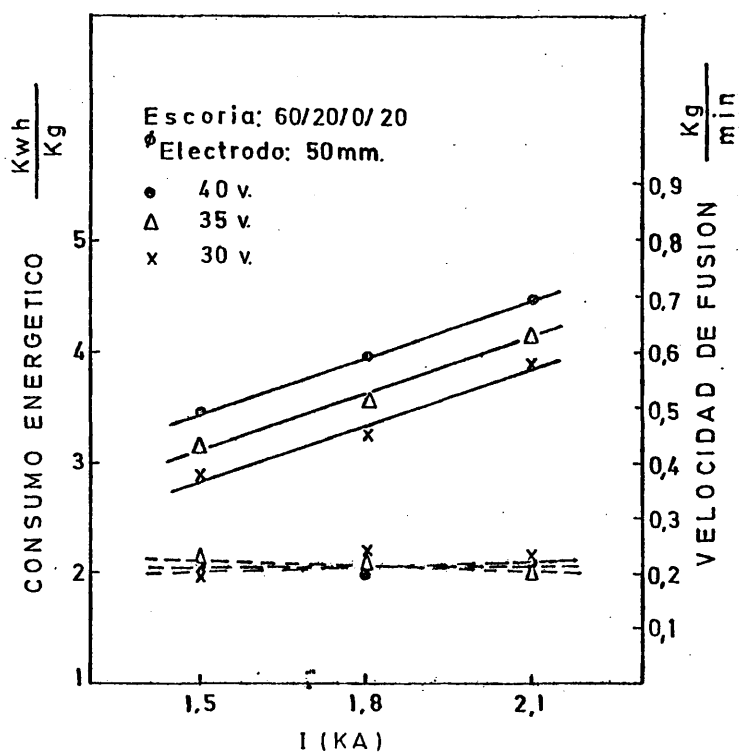


Fig. 123. Velocidad de fusión y consumo energetico en función de los parámetros eléctricos.

Comparando las Figs. 110 y 123, las conclusiones que se deducen son similares a las ya obtenidas para los electrodos de mayor diámetro (ver apartado 9.4.3.).

9.6.4. Pérdidas de escoria por la formación de la película entre el lingote y la pared del crisol.

La Fig. 124 muestra que la pérdida de escoria no es función de la intensidad de corriente siendo prácticamente constante a cualquier intensidad y voltaje. Sin embargo, las refusiones correspondientes a ($V = 40v$, $I = 1,8 KA$) y ($V = 30 v$, $I = 2,1 KA$) registraron un aumento del peso relativo de la película de escoria. Las gráficas de registro de tales refusiones no presentaban oscilaciones amplias de la intensidad de corriente y por tanto el aumento anómalo del peso de la película obedece, con seguridad, a situaciones de tipo accidental tales como el descentrado del electrodo con respecto a la lingotera, descenso en la temperatura del agua de refrigeración, etc., constatados por la experiencia.

No se observa una relación directa entre la generación calorífica sobre la pared de la lingotera y el peso de la película.

9.6.5. Orientación granular de los lingotes.

El ángulo de orientación granular es función lineal de la intensidad de corriente y también aumenta con el voltaje (Fig. 125).

No existe una relación directa entre la generación calorífica sobre el baño metálico y la orientación granular pues to que, si bien ambas aumentan con la intensidad de corriente, la generación calorífica no aumenta con el voltaje.

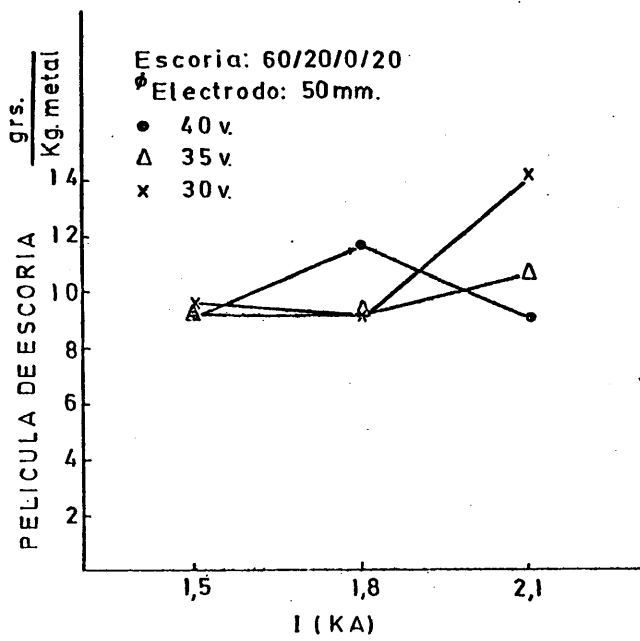


Fig. 124. Peso relativo de la película de escoria en función de los parámetros eléctricos.

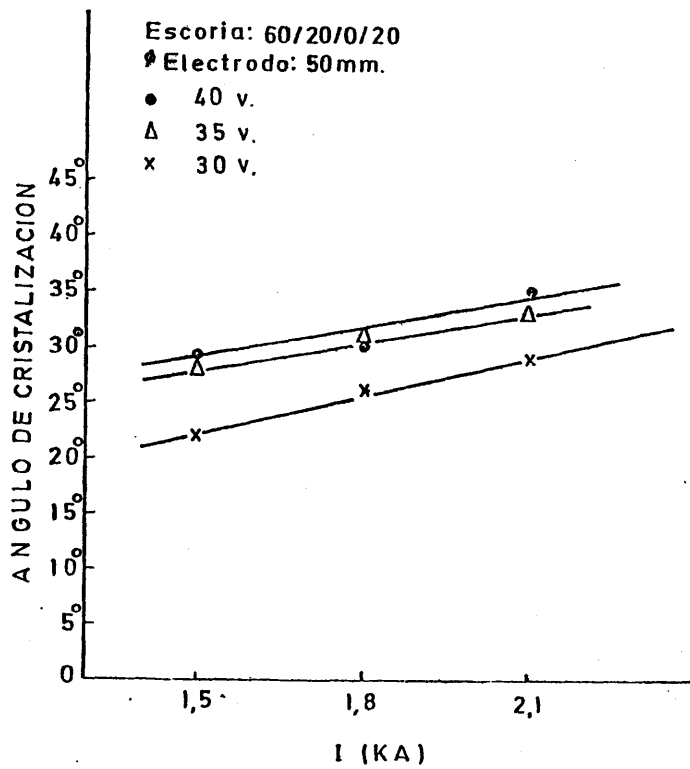


Fig. 125. Angulo de orientación granular de los lingotes en función de los parámetros eléctricos.



a) $\Delta V = 35\mu$; I = 1500A

b) $\Delta V = 40\mu$; I = 1800A

Fig. 12 6. Macroestructuras de solidificación. (Escoria 60/20/0/20).

Comparando las Figs. 99 y 125 se observa que el ángulo es menor para las refusiones realizadas con electrodos de menor diámetro.

Comparando las Figs. 112 y 125, el ángulo es más pequeño para la escoria 60/20/0/20 que para la 70/0/0/30, esta última con menor calor específico y mayor resistividad. Asimismo, las refusiones realizadas con la escoria 60/20/0/20 registran, ligeramente, una menor generación calorífica sobre el electrodo.

Las Figs. 126a y 126b muestran algunas macroestructuras de los lingotes.

9.7. Comparación entre la conductividad eléctrica (o temperatura) deducida y la experimental.

Se trata de confirmar mediante un ensayo directo la nueva concepción física que se ha desarrollado a lo largo de este estudio y que ha consistido, según hemos visto, en suponer que la lingotera está al mismo potencial que el baño metálico, actuando ambos como un único electrodo.

Se realizó una refusión con una escoria 70/0/0/30, con valores de $\Delta V = 30\text{v}$ e $I = 1,5\text{ KA}$ y un electrodo fundente de diámetro $\varnothing = 65\text{ mm}$.

Por medio de la simulación analógica de la refusión se calcula la conductividad eléctrica teórica y por tanto la temperatura media en la escoria.

Por otra parte, se midió la temperatura experimental en varios puntos de la escoria con termopares especiales de W 3 Re - W 25 Re.

9.7.1. Simulación analógica y cálculo de la conductividad eléctrica.

La Fig. 127 muestra la simulación analógica de la refusión, a escala 1:1, con sus curvas equipotenciales y líneas de corriente.

-X-	-Y-	-Z -
C.C	0.800	0.0
240.500	0.800	192.400
639.500	0.700	491.549
1234.400	0.700	908.099
1925.800	0.700	1396.779
2643.200	0.800	1925.578
3444.500	1.000	2651.108
4144.297	1.100	3385.474
5091.098	1.400	4568.973
7020.698	2.300	8138.734
7844.199	2.200	9991.605
RC96	N.PUNTOS= 11	

TABLA XXVI

La Tabla XXVI contiene los valores del campo eléctrico (Y) en los puntos de intersección entre las diferentes líneas de corriente y la superficie equipotencial de 15 voltios, los valores de los elementos de superficie sobre la misma superficie equipotencial y por último el flujo de corriente (Z) dado por:

$$\int Eds = \int ydx = z$$

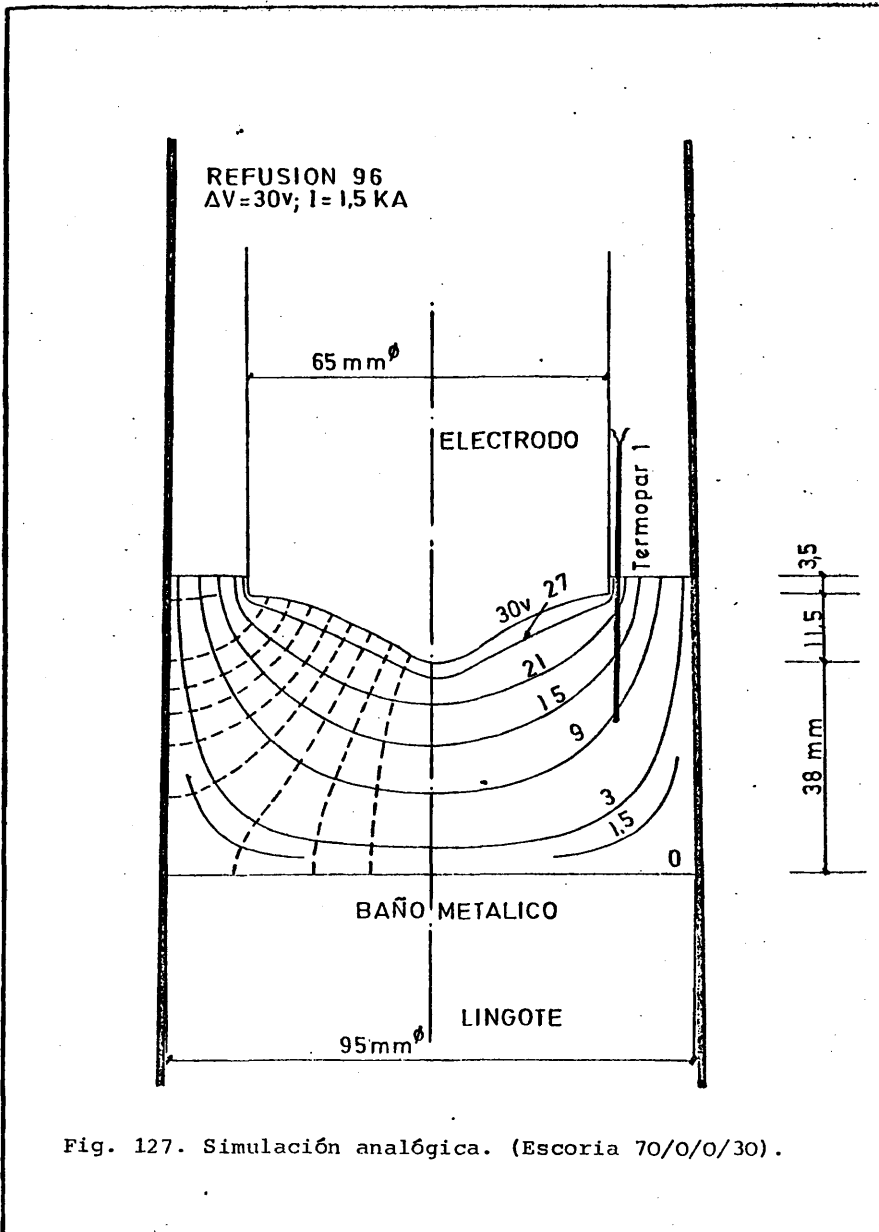


Fig. 127. Simulación analógica. (Escoria 70/0/0/30).

y determinado por el método del trapecio.

La conductividad eléctrica viene dada por:

$$\sigma = \frac{I}{\int E \, dS} = \frac{1500}{9991,6} \frac{A}{V \times mm} = 0,150 \text{ ohm}^{-1} \times \text{mm}^{-1}$$

que corresponde (Fig. 14) a una temperatura de $\approx 1575^{\circ}\text{C}$

9.7.2. Medidas experimentales.

Se emplearon dos termopares de W 3 Re - W 25 Re según la disposición que se indica en la Fig.131. Se hizo un chaflán sobre un trozo de electrodo (1/3 del total) que va soldado a otro (1/3 del total) sobre el que se realizó un orificio que alojase al termopar 0. El termopar 1 está colocado sobre la superficie cilíndrica del electrodo y fijado por alambres de sujección. Ambos termopares estaban aislados por vainas bifilares de alúmina.

Para el registro de temperaturas se utilizó un monitor Labs 9300. Las medidas se realizaron en mv (Tabla XXVII y su conversión a $^{\circ}\text{C}$ se muestra en la Fig. 129.

El termopar 0 tomó contacto con la escoria en el momento en que alcanzó la temperatura de fusión del acero, deteriorándose 6 segundos más tarde.

El termopar 1 resistió mejor los efectos corrosivos de la escoria y estuvo midiendo durante varios segundos. El último punto medido (Fig. 129) corresponde a una profundidad del termopar en la escoria de 2,5 cm., medida al final de la refusión y señalada en la Fig. 127. El tiempo que tardó en recorrer esa distancia viene dado por:

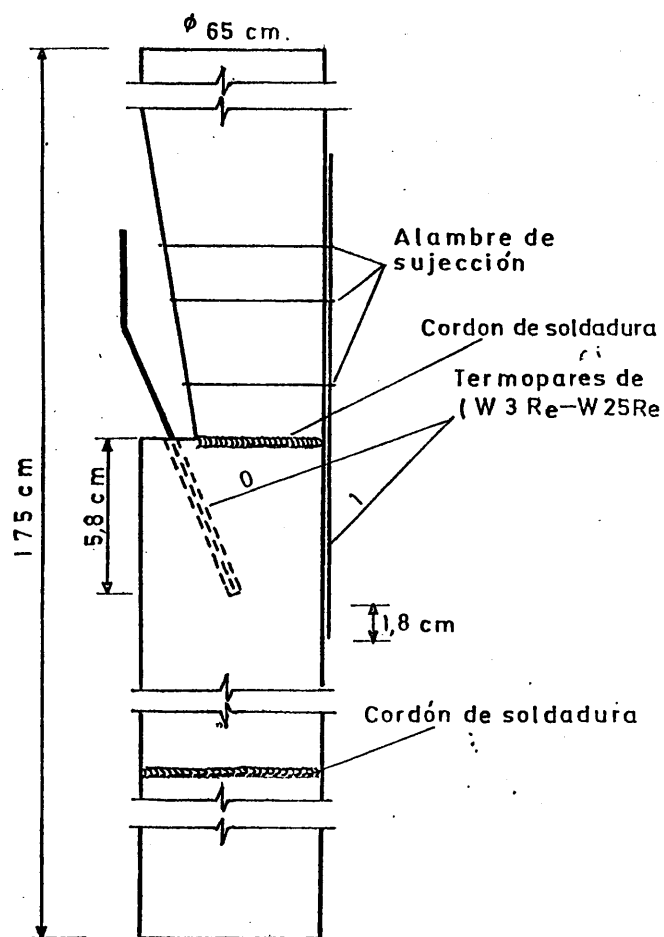


Fig. 128. Disposición de termopares para la medida de temperaturas en la escoria.

TABLA XXVII. Medidas de temperaturas en la escoria dadas en mv.

1 27.58MV 0 10.47MV 013:09:22:03	1 32.62MV 0 15.14MV 013:09:22:33	1 33.07MV 0 22.74MV 013:09:23:03	
1 27.19MV 0 0MV/ 013:09:22:00	1 33.27MV 0 86.64MV 013:09:22:30	1 33.12MV 0 22.06MV 013:09:23:00	1 32.35MV 0 -17.69MV 013:09:23:30
1 26.40MV 0 10.08MV 013:09:21:57	1 32.91MV 0 14.04MV 013:09:22:27	1 33.26MV 0 21.34MV 013:09:22:57	1 32.18MV 0 29.35MV 013:09:23:27
1 25.58MV 0 9.67MV 013:09:21:54	1 32.96MV 0 13.39MV 013:09:22:24	1 32.47MV 0 20.49MV 013:09:22:54	1 32.40MV 0 28.73MV 013:09:23:24
1 24.69MV 0 9.44MV 013:09:21:51	1 32.80MV 0 12.82MV 013:09:22:21	1 33.20MV 0 19.74MV 013:09:22:51	1 32.38MV 0 27.64MV 013:09:23:21
1 23.84MV 0 9.18MV 013:09:21:48	1 32.91MV 0 12.34MV 013:09:22:18	1 32.91MV 0 18.86MV 013:09:22:48	1 32.63MV 0 26.99MV 013:09:23:18
1 23.20MV 0 9.00MV 013:09:21:45	1 32.19MV 0 11.88MV 013:09:22:15	1 33.43MV 0 18.07MV 013:09:22:45	1 32.79MV 0 25.40MV 013:09:23:15
1 22.52MV 0 8.83MV 013:09:21:42	1 31.75MV 0 11.49MV 013:09:22:12	1 32.63MV 0 17.37MV 013:09:22:42	1 32.10MV 0 24.87MV 013:09:23:12
1 21.70MV 0 8.63MV 013:09:21:39	1 28.81MV 0 11.15MV 013:09:22:09	1 32.79MV 0 16.73MV 013:09:22:39	1 32.28MV 0 24.20MV 013:09:23:09
1 20.88MV 0 0MV/ 013:09:21:36	1 28.31MV 0 10.76MV 013:09:22:06	1 32.53MV 0 15.84MV 013:09:22:36	1 32.93MV 0 23.39MV 013:09:23:06

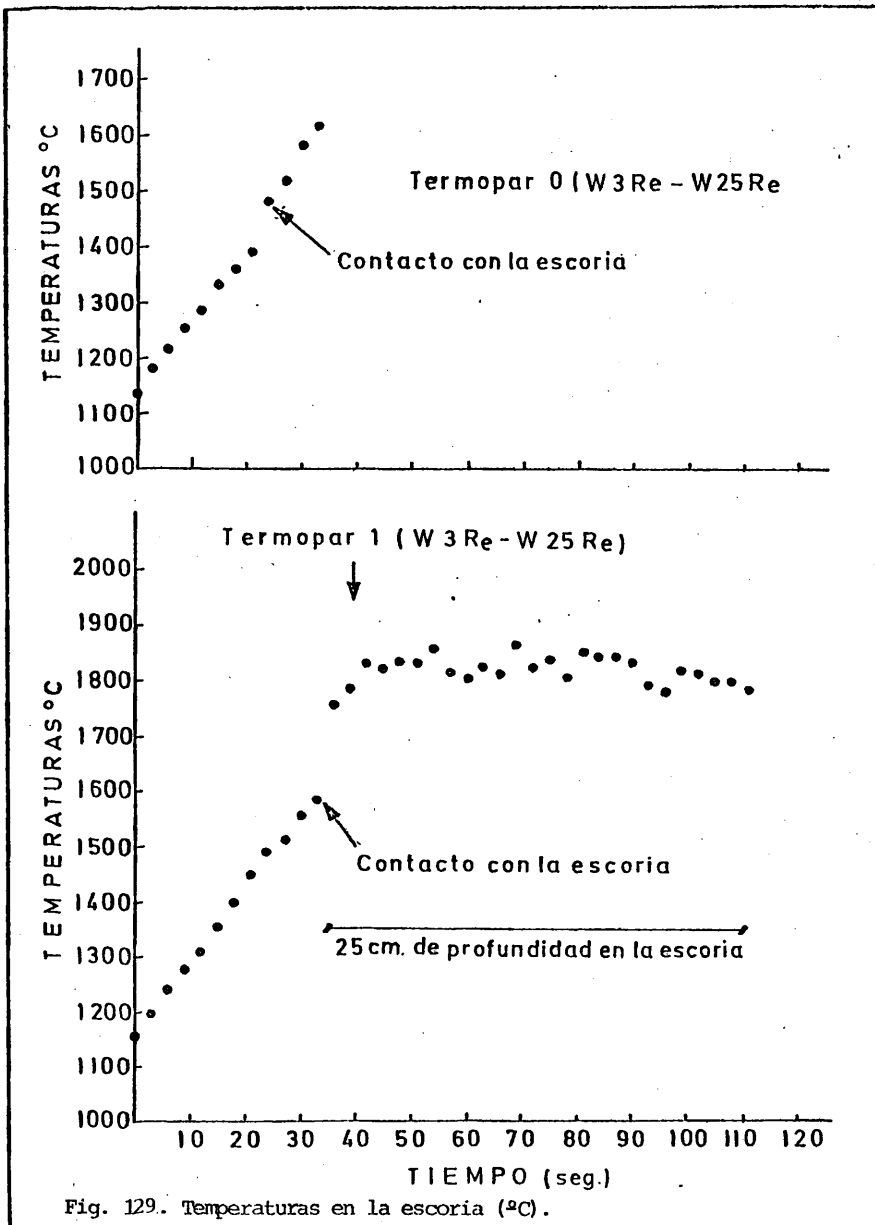


Fig. 129. Temperaturas en la escoria (°C).

$$t = \frac{25}{u} \frac{\text{mm}}{\text{mm. seg-1}}$$

siendo u la velocidad de avance del termopar a través de la escoria que a su vez será:

$$u = v' + v'' = 0,18 + 0,34 = 0,32 \frac{\text{mm}}{\text{seg.}}$$

v' es la velocidad de avance del electrodo.

v'' es la velocidad de crecimiento del lingote.

Por tanto, $t \approx 78$ seg.

que restado al tiempo de registro del último punto nos dará el instante en que el termopar 1 tomó contacto con la escoria (Fig. 129).

Las temperaturas medidas en la escoria están comprendidas entre 1500°C y 1825°C . Hay que tener en cuenta, además que en las proximidades de la pared de la lingotera, las temperaturas serán notablemente menores que en el resto del volumen de escoria. La temperatura deducida (1575°C) cae dentro de este intervalo, obteniéndose de este modo un resultado excelente.

La Fig. 130 muestra el registro de voltaje e intensidad durante la refusión.

La Fig. 131 muestra la macroestructura de solidificación donde se ha conseguido poner de manifiesto la forma del frente de solidificación por el contraste que presentan las dos partes bien diferenciadas y correspondientes a los trozos de electrodo de distinta composición. Puede observarse que el grano crece perpendicularmente al frente de solidificación.

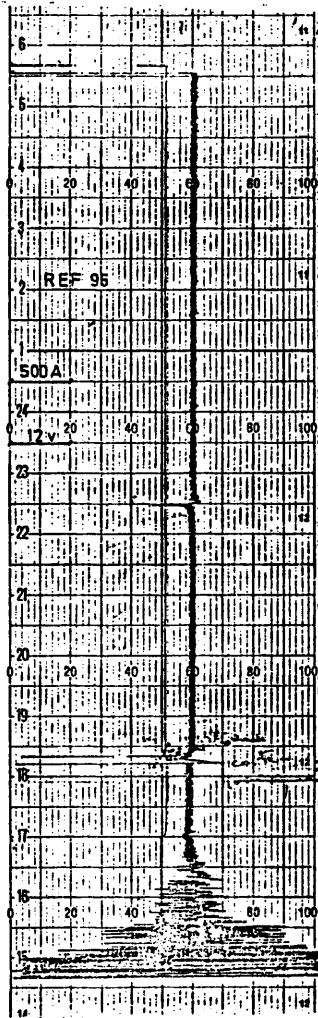


Fig. 130. Registro de voltaje e intensidad de corriente.
($\Delta V = 30 \text{ v}$; $I = 1500 \text{ A}$; Escoria 70/0/0/30)



Composición Química (%)

	Cabeza	Pie
C	0,20	0,15
Mn	0,60	0,61
Si	0,170	0,18
P	0,012	0,033
S	$\leq 0,03$	$\leq 0,03$
Cr	0,12	0,013
Ni	0,09	0,01
Mo	0,01	0,03
Al	0,01	0,01

$\Delta V = 30 \text{ v} ; I = 1500 \text{ A.}$

Fig. 131. Macroestructura de solidificación. (Escoria 70/0/0/30).

9.7.3. Otras medidas.

Se realizaron otras medidas utilizando electrodos de diámetro diferente al anterior. Para ello, se eligió la refusión n° 45 correspondiente a un electrodo de 50 mm. de diámetro, una escoria 70/0/0/30 y unos valores de $\Delta V = 30v$ e $I = 1,5 KA$, cuya simulación analógica es la que corresponde a la Fig. 101b . Los valores del campo eléctrico (Y), de los elementos de superficie (X) tomados sobre la superficie de 15v y el flujo de corriente (Z), se representan en la Tabla XXVIII. La conductividad será:

$$\sigma = \frac{1500}{6315,4} \frac{A}{v \times mm} = 0,273 \text{ ohm}^{-1} \times \text{mm}^{-1}$$

que corresponde (Fig. 14) a una temperatura de $\approx 1800^\circ C$.

-X-	-Y-	-Z -
C.C	C.900	0.0
207.000	0.900	160.900
510.200	0.800	442.720
1024.200	0.800	854.916
1455.600	0.800	1202.239
2190.200	0.800	1787.719
2956.100	C.900	2436.723
4565.000	1.300	4212.922
6186.297	1.300	6215.406
RC45 N.PUNTOS= 9		

TABLA XXVIII

Se realizó otra refusión en las mismas condiciones colocando dos termopares en igual disposición que la señalada en la Fig. 128 y se determinaron las temperaturas en mv de la Tabla XXIX convertidas a $^\circ C$ en la Fig. 132. La temperatura media en la escoria sobrepasa ligeramente los $1700^\circ C$, verificándose una buena concordancia con la temperatura deducida, si se tiene en cuenta

TABLA XXIX. Medidas de temperaturas en la escoria dadas en mv.

1 29.80MV	1 30.79MV	
0 15.42MV	0 29.75MV	
023:12:18:45	023:12:19:15	
1 25.58MV	1 30.37MV	
0 14.20MV	0 27.39MV	
023:12:18:42	023:12:19:12	
1 24.89MV	1 30.94MV	
0 13.46MV	0 27.58MV	
023:12:18:39	023:12:19:09	
1 23.93MV	1 30.65MV	
0 12.59MV	0 26.45MV	
023:12:18:36	023:12:19:06	
1 23.91MV	1 30.23MV	
0 12.00MV	0 22.78MV	
023:12:18:33	023:12:19:03	
1 22.64MV	1 33.22MV	
0 11.39MV	0 21.13MV	
023:12:18:30	023:12:19:00	
1 21.59MV	1 30.25MV	1 30.05MV
0 10.84MV	0 19.88MV	0 17.38MV
023:12:18:27	023:12:18:57	023:12:19:27
1 21.23MV	1 31.22MV	1 31.68MV
0 10.62MV	0 18.68MV	0 31.02MV
023:12:18:24	023:12:18:54	023:12:19:24
1 20.23MV	1 31.10MV	1 30.55MV
0 10.28MV	0 17.36MV	0 31.12MV
023:12:18:21	023:12:18:51	023:12:19:21
1 20.11MV	1 31.18MV	1 29.98MV
0 10.07MV	0 16.32MV	0 32.55MV
023:12:18:18	023:12:18:48	023:12:19:18

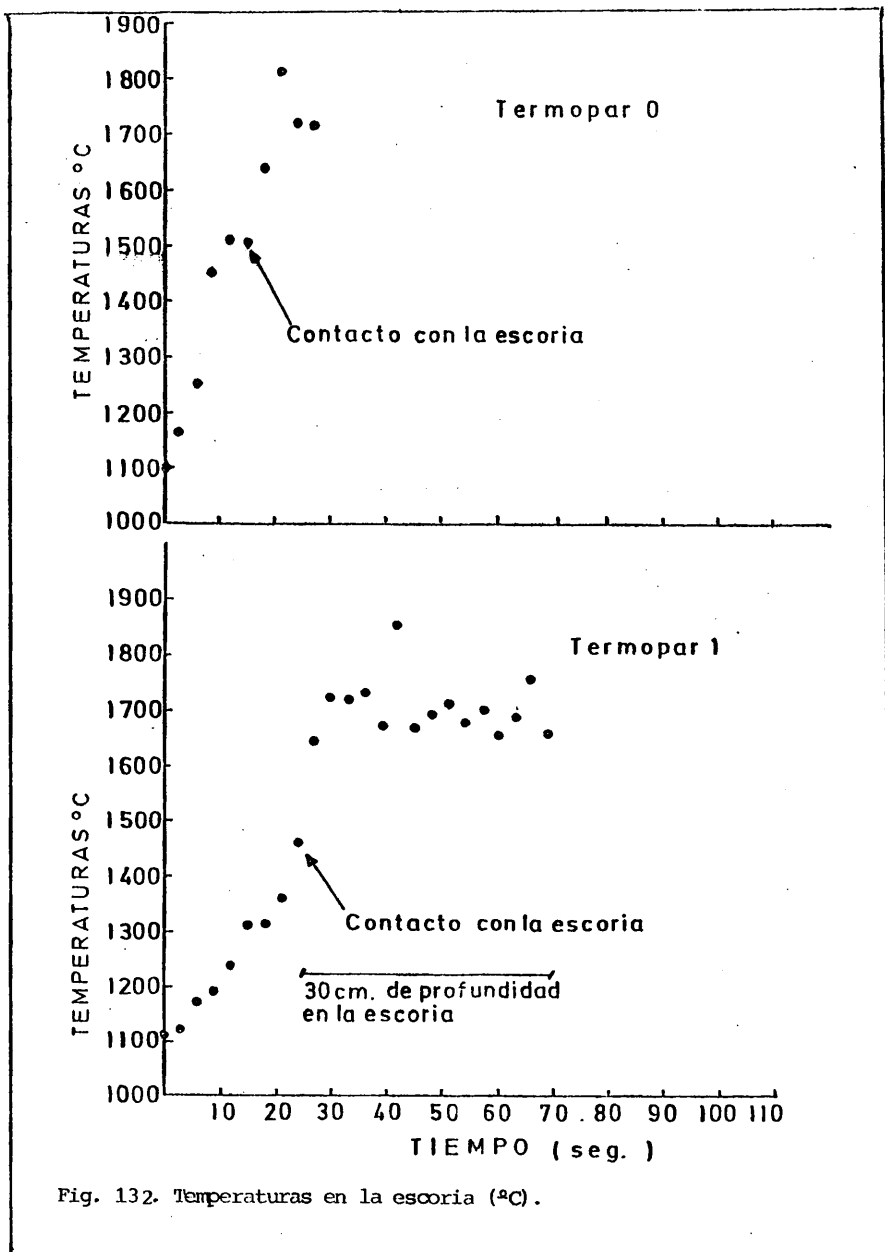


Fig. 132. Temperaturas en la escoria (°C).

-262-

el pequeño error que puede introducir en los resultados la técnica del papel de Teledeltos.

10. CONCLUSIONES FINALES.

El trabajo realizado ha consistido en la formulación, cálculo, comprobación y posterior aplicación de los parámetros eléctricos, basada en la resolución del campo eléctrico en el medio resistivo del proceso ESR.

Su carácter original conduce a que las conclusiones que puedan derivarse, sean por el momento incompletas puesto que todo trabajo de investigación que contenga una elevada dosis de novedad, lleva implícito una valoración difícilmente calculable en toda su magnitud.

Ajustándonos estrictamente al estudio realizado, sus resultados y discusiones, finalizamos anotando las conclusiones más importantes.

1. La resolución del campo eléctrico con las condiciones de contorno impuestas, en particular la lingotera al mismo potencial que la placa base, ha plasmado en una valoración diferente de los parámetros eléctricos que explica correctamente las siguientes observaciones experimentales y que no son interpretadas por las ecuaciones o estudios contenidos en la bibliografía consultada. Estas observaciones son: a) Con los mismos valores de voltaje e intensidad se pueden realizar refusiones con diferente distancia electrodo-baño metálico sin más que variar la cantidad de escoria. b) Para una cantidad determinada de escoria y un voltaje aplicado, puede conseguirse cualquier intensidad de corriente, dentro de los límites de trabajo, mediante la variación milimétrica de la profundidad del electrodo en la escoria y manteniendo prácticamente la misma distancia electrodo-baño metálico. c) La conicidad más o menos acentuada que adquiere el extremo fundente del electrodo y relacionada directamente con la profundidad del electrodo en la escoria, es consecuencia de la mayor

o menor intensidad de corriente que pasa a través de la escoria, para cualquier voltaje aplicado y no de la cantidad de escoria.

2. El campo eléctrico en la escoria se ha resuelto por el método de las diferencias finitas, con un error para la Laplaciana menor de 0,1 voltios y un error para el potencial menor del 6%, en un punto de gradiente medio.

3. El campo eléctrico en la escoria se ha resuelto también por medio de la técnica de simulación del papel de teledeltos, con un error menor del 10% para el mismo punto o mejor aún, menor del 5% para el 86% de las simulaciones analógicas realizadas.

4. La distancia electro-baño metálico no influye apenas sobre la intensidad de corriente.

5. La profundidad del electrodo en la escoria influye fuertemente sobre la intensidad de corriente.

6. La optimización de la cantidad de escoria debe hacerse solo en función de sus posibilidades de saturación en elementos nocivos procedentes del metal refinado y no de los parámetros eléctricos, puesto que una reducción importante en la cantidad de escoria, p.e., del 60% no afecta a la magnitud de la intensidad de corriente. En nuestro horno, la cantidad óptima fue fijada en 1.300 grs. de escoria.

7. Se ha establecido una nueva ecuación que interpreta aceptablemente la ley de Ohm en los hornos ESR y que difiere sustancialmente de las ecuaciones reseñadas en la bibliografía cuando se aplica a los hornos con lingotera conectada a la placa base.

8. En particular, en los hornos ESR con lingotera aislada de la placa base, la distancia electrodo-baño metálico influye fuertemente sobre la intensidad de corriente, existiendo una relación inversa entre ambas o bien una relación lineal entre la resistencia de la escoria y la distancia electrodo-baño metálico. En estos hornos, por tanto, la optimización de la cantidad de escoria debe ser función, además de las condiciones de saturación, de los valores de voltaje e intensidad que se deseen aplicar.

9. La generación calorífica local en las proximidades del baño metálico-pared de la lingotera, es mayor a medida que la cantidad de escoria disminuye.

10. La más baja generación calorífica local en la escoria, se produce en los puntos próximos a la intersección del baño metálico con la pared de la lingotera, que es precisamente donde comienza la formación de la película de escoria.

11. La generación calorífica local en las proximidades del extremo fundente del electrodo, es mayor a medida que la cantidad de escoria disminuye.

12. Cuando la cantidad inicial de escoria es la misma, la generación calorífica sobre el contorno del sistema no es necesariamente mayor a medida que crece el voltaje o la intensidad de corriente o ambos simultáneamente, puesto que otros factores como el peso de la película, forma geométrica del extremo fundente del electrodo y superficie en contacto con la escoria, impiden que pueda establecerse una relación de un modo general.

13. De la velocidad de fusión puede decirse que: a) Es mayor para las escorias de menor calor específico o mayor resistividad eléctrica, pudiendo establecerse para los tipos de escorias empleadas, el siguiente orden

$$V_f (40/30/0/30) > V_f (70/0/0/30) > V_f (60/20/0/20)$$

b) No depende de la cantidad de escoria empleada. c) No depende necesariamente de la generación calorífica local sobre el extremo fundente del electrodo. d) Es función lineal de la intensidad de corriente, para cualquier voltaje aplicado, siendo mayor a medida que aumenta la magnitud de los parámetros eléctricos. e) Es menor a medida que la relación \emptyset electrodo/ \emptyset crisol disminuye.

14. El consumo energético: a) No depende prácticamente de los parámetros eléctricos. b) No depende de la generación calorífica local sobre el contorno del sistema. c) Es menor para las escorias de inferior calor específico y de mayor resistividad eléctrica. d) Es mayor a medida que disminuye la relación \emptyset electrodo/ \emptyset crisol. e) No depende de la cantidad de escoria empleada en la refusión.

15. El peso relativo de la película de escoria: a) Aumenta con la cantidad de escoria empleada en la refusión. b) Aumenta fuertemente con la viscosidad y la temperatura liquidus, pudiendo establecerse para las escorias empleadas que,

$$P (70/0/0/30) > P (40/30/0/30) > P (60/20/0/20)$$

c) No aumenta necesariamente al disminuir el módulo \emptyset electrodo/ \emptyset crisol. d) No depende en general de la generación calorífica local sobre la pared del crisol. e) Disminuye cuando aumenta la intensidad de corriente y el voltaje. f) Se puede producir un aumento considerable del peso de la película cuando la refusión registra oscilaciones amplias de la intensidad de corriente, lo cual puede apreciarse habitualmente en las gráficas de registro que se emplean.

16. La orientación granular de solidificación depende de las distintas variables del proceso, en el mismo sentido y en similar medida que la velocidad de fusión, estando ambas magnitudes es-

trechamente relacionadas.

17. Las segregaciones de impurezas y aleantes no se presentan en los lingotes ESR de pequeño diametro, obtenidos en nuestra instalación experimental.

18. El centenar de simulaciones analógicas realizadas, muestran en los cálculos posteriores que las conductividades eléctricas de las escorias correspondientes, están comprendidas en los intervalos de conductividades usuales en la práctica de laboratorio e industrial del proceso ESR.

19. Las medidas experimentales de temperaturas muestran la buena aproximación entre estas y las deducidas a partir de las conductividades.

Se ha visto, en definitiva, que nuestro estudio explica correctamente las diferentes observaciones experimentales relacionadas con los parámetros eléctricos. Por otra parte, se ha realizado su comprobación experimental en casi un centenar de refusiones. Todo ello confirma que nuestra concepción del proceso, así como el conjunto de datos experimentales obtenidos, deben tenerse en cuenta, en adelante, para conocer y optimizar sobre bases científicas el Proceso ESR.

APENDICE A

"SUBROUTINE SIMQ" PARA OBTENER LA SOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES $AX = B$. (115).

Datos de entrada para el calculo:

$n = n^{\circ}$ de ecuaciones e incognitas del sistema

$A =$ matriz de coeficientes.

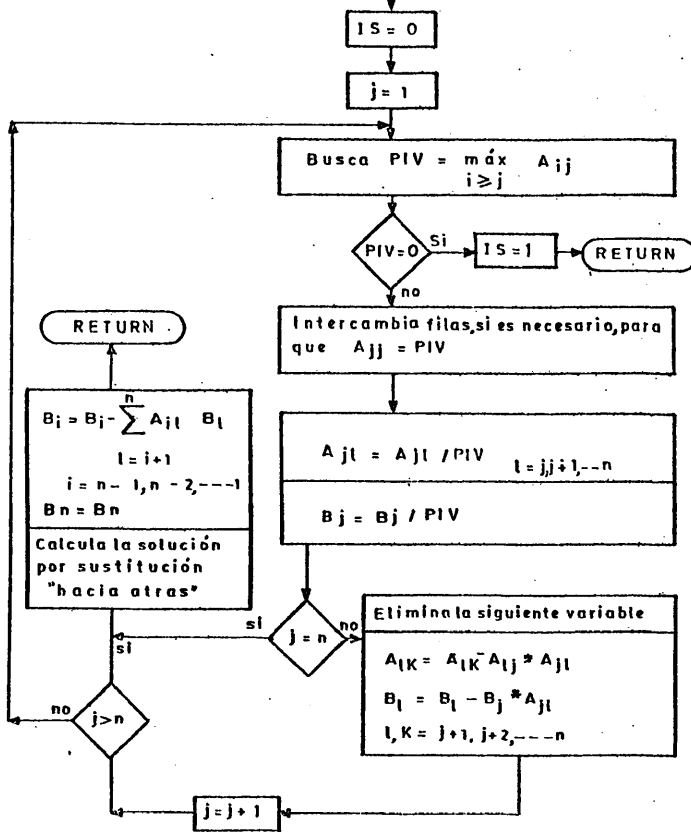
$B =$ vector de términos independientes

Datos de salida:

El vector solución queda almacenado en el vector B

La matriz A queda destruida

Si $IS \neq 0$ la matriz es singular.



BIBLIOGRAFIA

1. M. WAHLSTER and H. SPITZER, Stahl Eisen, 1972, 92, 971.
2. H.J. MULLER-AUE and P.W. BARDENHEUER, Comparison of the ESR Process with others, The Iron and Steel Institute, 1973, 163.
3. N.B. SCHWARTZ et R.R. IRVING, Why the Sudden surge in refining, Iron Age, 1969, 12.
4. N.G. SLAVYANOV, Electrical Metal Casting, 1892.
5. ARMSTRONG, US Patent No. 1871, 940, (11 nov. 1930).
6. W.A. MCKEEN, L.G. JOSEPH and D.M. SPEHAR, Melting alloys by the Hopkins Process, Metal Process (sept. 1962), 82, 86.
7. Journal of metals, 1966.
8. B.J. MEDOVAR y Al., Automaticeskaja Swaska, 1960, 10, 11.
9. G. VOLOSHKEVICH, Electro-Slag Welding, Autom. Svarka, 1953, 6.
10. A.R. TREGUBENKO and V.G. SPERANSKII, Automatic Welding, 1959, 4, 82.
11. N. ROBINSON and J.A. GRANGER, Metallurgie (Abril 1963), 67, 161.
12. Anon. Electrical Review, 1965, 177, 13, 458.

13. W. HOLZGRUBER and E. PLOLKINGER, Stahl und Eisen, 1968, 188, 12, 638.
14. L. ANTOINE y al., Industrial Exploitation of ESR, Mem. Techno. Rev. Met., 1967, 64, 7-8, 623.
15. P.P. BUDNIKOV and S.G. TRESVYATSKII, Phase diagram of the System CaO-CaF₂, Doklady Aussv, 1953, 89, 479.
16. J. MUKERJI, Investigation of the phase diagram of the ternary system CaO-CaF₂-2CaO.SiO₂, Mem. Sci. Rev. Met., 1968, 60, 785.
17. M.W. DAVIES, The Chemical and phisycal properties of fluoride based slags progress report to March, 1967, Bisra Report Mg/A/35/67.
18. C.K. Kuo and T.J. YEN, Phase equilibria and chemical reactions in the system CaF₂-Al₂O₃, Acta chimica Sinica, 1964, 30, 381.
19. YU.V. LATASH et al, Removal of non-metallic inclusions from the metal When remelting by electros slag process, Automatic welding, 1960, 9, 14.
20. P. PASCAL, Die Elektrometallurgie des Aluminiums. 1. Das Ternare System Tonerde - Fluorit - Kryolith, Z.Elektrochem, 1963, 19, 610.
21. Personal communication from Electro-Slag Refining Technology (ESRT) a development unit of Bisra, Hoyle Steet, Sheffield }.
22. YU. V. LATASH et al, Removal of non-metallic inclusions

from the metal when remelting by electro-slag process,
Automatic Welding, 1960, 9, 14.

23. D.J. SALT, A survey on the properties and applications of
slags, Bisra Report MG/A/75/66.

24. T.L. HOLMES, U.S. Patent No. 2671040, Metal Treating Flux.

25. O. RUFF and L. LE BOUCHER, Der Dampfdruck von Zn F₂, CdF₂,
MgF₂, CaF₂, SrF₂, BaF₂, AlF₃, Z.Anorg.Allg. Chem. 1934, 219,
376.

26. A. MUAN and E.F. OSBORN, Phase equilibria among oxides in
steelmaking, Addison-wesley, 1965.

27. J. MACKOWIAK, Físico-Química para metalúrgicos, Ed. Tecnos,
Madrid, 1972.

28. GUGGENHEIM, Thermodynamics, Oxford, 1949.

29. KELLEY, U.S. Bureau of Mines, Bulletin No. 383, 1935.

30. BREWER, National Nuclear Energy Series IV-196, McGraw-
Hill, 1950, 193.

31. BARTON and BLOOM, j. Phys. Chem. 1956, 60, 1413.

32. FRENKEL, The Kinetic Theory of Liquids, Oxford, 1946.

33. EWELL, j. Appl. Physics, 1938, 9, 252.

34. M.W. DAVIES and F.A. WRIGHT, The viscosity of calcium
fluoride based slags, Bisra Industry Report, 1968, I/62/68.

35. M. KATO and S. MINOWA, Viscosity Measurements of molten Slag, Trans. ISIJ, 1969, 9, 31.
36. V.V. STEPANOV and B.E. LOPAEV, The density of fused fluxes used for electroslag remelting and the electroslag heating of ingot feeder heads, Avt. Svarka, 1967, 2, 39.
37. O. KUBASCHEWSKI et al, Metallurgical Thermochemistry, Pergamon Press, 1967, 4th edn, Table D, 409.
38. TAREK EL GAMAL und MICHAEL HAJDUK, Die elektrische Leitfähigkeit von $\text{CaF}_2 - \text{CaO} - \text{Al}_2\text{O}_3$ Schlacken, Arch-Eisenhüttenwes, 1978, 49, 5.
39. B. I. BLEANEY and B. BLEANEY, Electricity and Magnetism, Oxford, Clarendon Press.
40. B.E. LOPAEV, A. A. PLYSHEVSKII and V. V. STEPANOV, The electrical conductivity of fused fluxes used for electroslag remelting and electroslag heating of ingot feeder heads, Avto. Svarka, 1966, 1, 27.
41. YAFFE AND VAN ARTSDALEN, J. Physchem, 1949, 53, 375.
42. EUCKEN, Die Chemie, 1942, 55, 163.
43. E. RASCH und W. W. HINRICHSFN, Z. Elektrochem angew. Phys. chem., 1908, 41.
44. LANDAU and LIFJHIZ, Statical Physics, Pergamon Press, London, 1959.

45. C. KITTEL, *Introducción a la Física del estado sólido*, Ed. Reverte, 1965.
46. S. POONER and WETMORE, *Can. j.Chem.*, 1951, 29, 777.
47. T. BAAK, *The System CaO - CaF₂*, *Acta Chem. Scand.*, 1954, 8, 1727.
48. N.V. KOLISNYK, *Measurement of the electrical conductivities of fluxes at between 1300° and 2300°C*, *Automatic Welding*, 1964, 4, 9.
49. K. EBIHARA, H. SAITO, K. GOTO and M. SOMENO, *Electrical Conductivity of Liquid Oxy-halide Systems*, Hiroshima (Japan), 1969.
50. M. KATO and S. MINOWA, *Electrical Conductivity Measurements of Slag at Elevated Temperature-Properties of Slag at Elevated Temperature (Part II)*, *Trans. Iron and Steel Institute of Japan*, 1969, 9, 39.
51. F.D. RICHARDSON and J.H. JEFFES, *J.I.D.I.*, 1948, 160, 3261.
52. W.E. Duckworth and G. HOYLE, *Electro-Slag-Refining*, Chapman and Hall Ltd., 1969.
53. G. HOYLE et al, *Electro-Slag-Refining technology*, BISRA, 1966, Report MG/A/416/66.
54. D.A.R.KAY, *Thermodynamic aspects of electro-Slag melting*, Part. II, *Ibid*, 1967.

55. M.W. DAVIES et al, The application of thermodynamics to the behaviour of slags in electro-slag refining, Bistra Industry Report, 1968, C/36/38.
56. W. HOLZGRUBER, Daz Elektroschlacke-Umschmelzverfahren, Tesis Doctoral, Kapfenberg, 1967.
57. E. PLOCKINGER, W. HOLZGRUBER, Production d'aciers spéciaux de haute qualité par le procédé de réfusion sous laitier électroconducteur, Revue de Métallurgie, 1968, Juillet-Aout, 463.
58. W. HOLZGRUBER, E. PLOCKINGER, Stahl und Eisen, 1968, 88, 12, 642.
59. L. COUDURIER, I. WILKOMIRSKY, Fundamentos de los procesos metalúrgicos, Universidad de Concepción (Chile), 1971.
60. R.J. HAWKINS, D.J. SWINDEN and D.N. POLKLINGTON, Relevance of laboratory experiments to the control of composition in production-scale ESR, The Iron and Steel Institute, 1973, 21.
61. B.I. MEDOVAR et al, Electro-Slag Remelting, State Scientific and Technical Publishing House of Literature on Ferrous and Non-ferrous Metallurgy, Moscow, 1963.
62. J. HLINENY and Z. BUZEK, Desulphurization in electro-slag melting, Hutnicke Listy, 1966, 8, 524.
63. G. I. ZHMOYDIN, Kinetic and thermodynamic limitations in the electroslag desulphurisation of iron, Izv. An SSSR Metaly, 1972, 14, 4, 39.

64. D. Ya. POVOLOTSKY, Y.E. ROSHCHIN, R.I. GRACHIN, The significance of drop transfer in refining of metal from non-metallic inclusions during remelting process, Special Electro Metallurgy. Part. 1, 1972, 205.
65. A. SCHOBEL, W. HOLZGRUBER, E. KAHLER, Der Einfluss der Tiegelzustellung auf den Ablauf metallurgischer Reaktionen un Kerulessen Induktionsofen, Berg-und Huttenmannische Monatshefte, 1966, 111, 11, 534.
66. W. HOLZGRUBER, E. PLOCKINGER, La réfusion sous laitier électroconducteur nouveau procédé d'amélioration de la qualité des aciers spéciaux, Bergund Huttenmannische Monatshefte, 1968, 113, 3, 83.
67. W. HOLZGRUBER, Contrôle de la teneur en oxygène dans la réfusion de l'acier sous laitier électroconducteur, Simposium international de ESR, Pittsburgh 1967.
68. A.C. WILLIAMS, The electro-slag refining of steel, clean Steels, Iron and Steel Inst, Spec. Rep. 1963, 77, 79.
69. F. KORBBER, W. OELSEN, Die Grundlagen der Desoxydation mit Mangan und Silizium, Mitteilungen aus dem Kaiser-Wilhelm - Institut für Eisenforschung, 1933, 15, 271.
70. D.N. POCKLINGTON, J.I.S.I., 1973, junio, 419.
71. R.J. HAWKINS, D.I. SWINDEN and D.N. POCKLINGTON, Relevance of laboratory experiments to the control of composition in production - scale ESR, Electrosag refining, The Iron and Steel Institute, 1973, 21.

72. F. MEDINA, Afino por electroescoria, *Revista de Metalurgia*, 1975, 2, 67.
73. Relevance and use of mathematical modelling to improve control and output for plant operation, Discussion: Session 1, *Electroslag Refining*, The Iron and Steel Institute, 1973, 171.
74. T. BAGSHAW, 3rd. International Symposium on Electroslag and other Special Welting Technology, Ed. G.K. Bhat and A. Simkovich, Pittsburgh, AIME, 1971, 183.
75. YU. A. SHUL'TE, I.A. GAREVSKIKH, S.A. LEIBENZON, V.D. MAKSIMENKO, A.F. TREGUBENKO, B.S. SPERANSKII, V.P. FRANTSOV and V.F. SMOLYACOV, Defects in steel ingots produced by the electroslag process, *Electrometallurgy*, 1961, abril, 263.
76. Bisra Paper MG/A/416/66.
77. M. WAHLSTER, Review of current applications of ESR and its products, *Electroslag refining*, The iron and Steel Institute, 1973, 54.
78. E.M. LOWE and HOGG, Application of ESR to alloy-steel forgings, *Electroslag refining*, The iron and Steel Institute, 1973, 68.
79. YU. V. LATASH, Investigation of Metallurgical processes of Electroslag remelting of Steel, *Avt. Svarka*, 1965, 9, 25.
80. H.J. KLINGELHOFER, A. CHOUDHURY, E. KONIGER, étude comparée de caractéristiques des aciers élaborés à l'air et des aciers refondu selon le procédé sous laitier électroconducteur (ESR) pour les cylindres de laminage à froid et les cylindres calandriers, *Revue de Metallurgie*, 1970, junio, 515.

81. VON HEINZ-FRIEDRICH KLARNER, HANS-JOACHIM FLEISCHER UND KURT BOHNKE, Das Esu-Verfahren ein neuer weg zum Erzeugen hochwertiger Edeltahle, V.D.I., 1970, 21, 1405.
82. M. WAHLSTER, Das Elektro-Schlacke-Umschmelzverfahren-Wo steht es heute, Heft, 1975, 4, 517.
83. A. UJIIE, S. SATO and J. HAGATA, Application of ESR for production of heavy-gauge pressure-vessel material, The Electroslag refining, The Iron and Steel Institute, 1973, 113.
84. T. BAGSHAW, P. LETCHER and R. CROFTS, Application of ESR to roll development, Electroslag refining, The Iron and Steel Institute, 1973, 126.
85. K.S. ELTZOV, B.I. MEDOVAR, N.V. STETZENKO, A.G. BOGACHENKO A.N. OSADCHY, E.I. MOSHKOVICH, G.P. KAGANOVKY, Peculiarities of large plate ingot production by electroslag remelting, Special Electro-Metallurgy (Part. 1), 1972, 23.
86. A.F. TREGUBENKO, V.G. SPERANSKII and S.A. LEIBENZON, The electroslag remelting of steel, Stal, 1961, 3, 190.
87. F.A. KIRK and C.S. GOODWIN, ESR Production of high-speed steels, Electroslag refining, The Iron and Steel Institute, 1973, 61.
88. I.R. KRIVANIN, V.S. DUB, E.T. DOLBENKO, B.I. MEDOVAR, V.I. ALIPATOV, I.M. ZUEV, A.V. GORSKY, S.I. KOVAL, JU. G. ERELJANENKO, The electroslag remelting of steels for the forgings of the large discs and rotors. Special electro-metallurgy (Part. 1) 1972, 73

89. J.P. HAJRA and U. RATNAM, Physico-Chemical Aspects of Electro-Slag refining, J. Electrochem. Soc. India, 1973, 22-2, 87.

90. B.E. PATON, B.I. MEDOVAR, G.A. BOJKO, V.L. SHEVTSOV, Aspectos científicos fundamentales y aplicaciones prácticas de la fundición por electroescoria, 46 Congreso Internacional de Fundición, Madrid, 1979.

91. H. MASSAUX, M. LAUBIN, A. MAGNEE, L. HABRAKEN, Propriétés d'un acier á 12% de chrome refondu par le procédé ESR pour disques de turbines á gaz, Revue de Metallurgie, 1973, diciembre, 963,

92. Union Carbide Corporation, 1968, Report 7493.

93. B.E. PATON, B.I. MEDOVAR, V.P. ANCREEV, G.A. BOIKO, YU. G. EMEL' YAMENKO, V.G. DYKAN, V.V. KOSYAN, V.M. BAGLAI, YU. V. SOLO LEV and A.I. SHAVRIN, New Method for fabrication of cylindrical ESR ingots into shapes suitable for production of rotors for super power generators Electroslag refining, The Iron and Steel Institute, 1973, 105.

94. S.F. MEDINA y M.P. de ANDRES, Estudio sobre los parámetros eléctricos en el proceso de afino por electroescoria, Rev. Met. Cenim, 1978, 14, 4.

95. J. TOMANEY, D. KRAAI, Proc. 3rd. Int. on ESR, Mellon Institute, 1971.

96. A. MITCHELL, J. SZEKELY and J.F. ELLIOT, Applications of mathematical modelling to the ESR process, Electroslag Refining, The Iron and Steel Institute, 1973, 3.

97. J. CAMERON, M. ETIENNE and A. MITCHELL, Some Electrical Characteristics of a DC Electroslag Unit, Metallurgical Transactions, 1970, 1, 1839.
98. A. MITCHELL and S. JOSHI, Ibid, 1973, 4, 631.
99. M.E. PEOVER, Electroslag Remelting: A Review of Electrical and Electrochemical Aspects, Journal of the Institute of Metals, 1972, 100, 97.
100. A.H. DILAWARI and J. SZEKELY, Calculation of current-voltage relationships and heat-generation patterns in electroslag refining process, Ironmaking and Steelmaking, 1977, 5, 308.
101. D.N. POCKLINGTON, A small-scale study of bifilar electroslag refining, Part. I: Current paths and control characteristics, Journal of the Iron and Steel Institute, 1973, 11, 758.
102. YU M. KAMENSKY, YU. I. AFANASIEV, B. SUKHOTIN, E. VEGMAN, V.I. YAVOTSKY, L.A. SARRANOVA, Thermal Stability of Slag Bath and Structure of its Boundary Layer, Special Electro-Metallurgy, Parts. 1 y 2, Kiev, 1972, 6.
103. J. MENDRYKOWKI, J.J. POVEROMO, J. SZEKELY, A. MITCHELL, Metall. Trans. 1972, 3, 1761.
104. J. CAMPBELL, J. Metals, 1970, 22-23.
105. A.H. DILAWARI and J. SZEKELY, Metall Trans., 1977, 8B, 227.
106. J.R. RITZ y F. J. MILFORD, Fundamentos de la teoría electromagnética, Unión tipográfica editorial hispano americana, México, 1969.

107. S. VELAYOS, Electrostática y corriente eléctrica, Universidad de Madrid, 1972.
108. J. DORIA RICO, Estudio de procesos transitorios e intermitentes por técnicas analógicas en la transmisión de calor, Tesis doctoral, Facultad de Ciencias, Madrid, 1968.
109. A. OSORIO SANZ, Estudio numérico-analógico de problemas térmicos no lineales y correctivos, Tesis doctoral, Facultad de Ciencias, Madrid, 1971.
110. P.J. LAWRENSON, Numerical Methods Field Analysis, Edited by D. Vitkovitch, 1966.
111. W.J. KARPLUS, Analog Simulation, Graw-Hill Book Company, 1958.
112. R.V. SOUTHWELL, Relaxation Methods in theoretical physics, Ed. Ed. Oxford University Press, 1946.
113. A. RALSTON, Introducción al Análisis numérico, Ed. Limusa México, 1970.
114. F.B. HILDEBRAND, Introduction to numerical analysis, Graw-Hill, 1956.
115. System/360 Scientific subroutine Package (360A-CM-03X) Versión III. Programmer's Manual, H20-0205-3, 120.
116. R. PASTOR, P. CALLEJA, C.A. TREJO, Análisis matemático, Ed. Kapeluz, Buenos Aires, 1952.
117. L.R. FORD, Differential Equations, Mc. Graw-Hill, 1933.
118. G. LIEBMANN, ASME, 1956, 55-A, 61.

119. C.L. BEUKEN, Economisch Technisch Tijdschrift n°1; Netherlands Maastricht, 1937.
120. W.G. ADAMS, Proc. Roy. Soc., 1875, 24, 1.
121. L. MALAVARD, La méthode d'analogies rheoélectriques, ses possibilités et ses tendances, Actes del journées internationales de calcul analogique, Bruxelles, 1955.
122. C. MATAIX PLANA, Selección mediante la analogía reoelectrica con papel Teledeltos de un tipo de refrigeración de alabes de turbinas de gas, C.S.I.C., 1962.
123. Subroutine ATFG, Programmer's Manual H20-0205-3, 120.
124. R.E. REED-FILL, Principios de metalurgia física, Compañía editorial continental S.A., Barcelona, 1968.
125. M.P. de ANDRES y S. MEDINA. Estudio de la solidificación de lingotes de acero colados en lingotera metálica, Colada, 1976, 9, 6.
126. S. FERNANDEZ, M.P. de ANDRES. Contribución al estudio de las características mecánicas en grandes forjas de acero desgasificado por vacío, Revista de Metalurgia, 1973, 9, 22.

