



UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID

OPTIMIZACIÓN DE PROCESOS

Ingeniería de Procesos

3º Curso del Grado en Ingeniería Química

Victoria Rigual

QB547A

vicrigua@ucm.es



Fechas

Optimización de procesos

12 de febrero

14 de febrero

19 de febrero

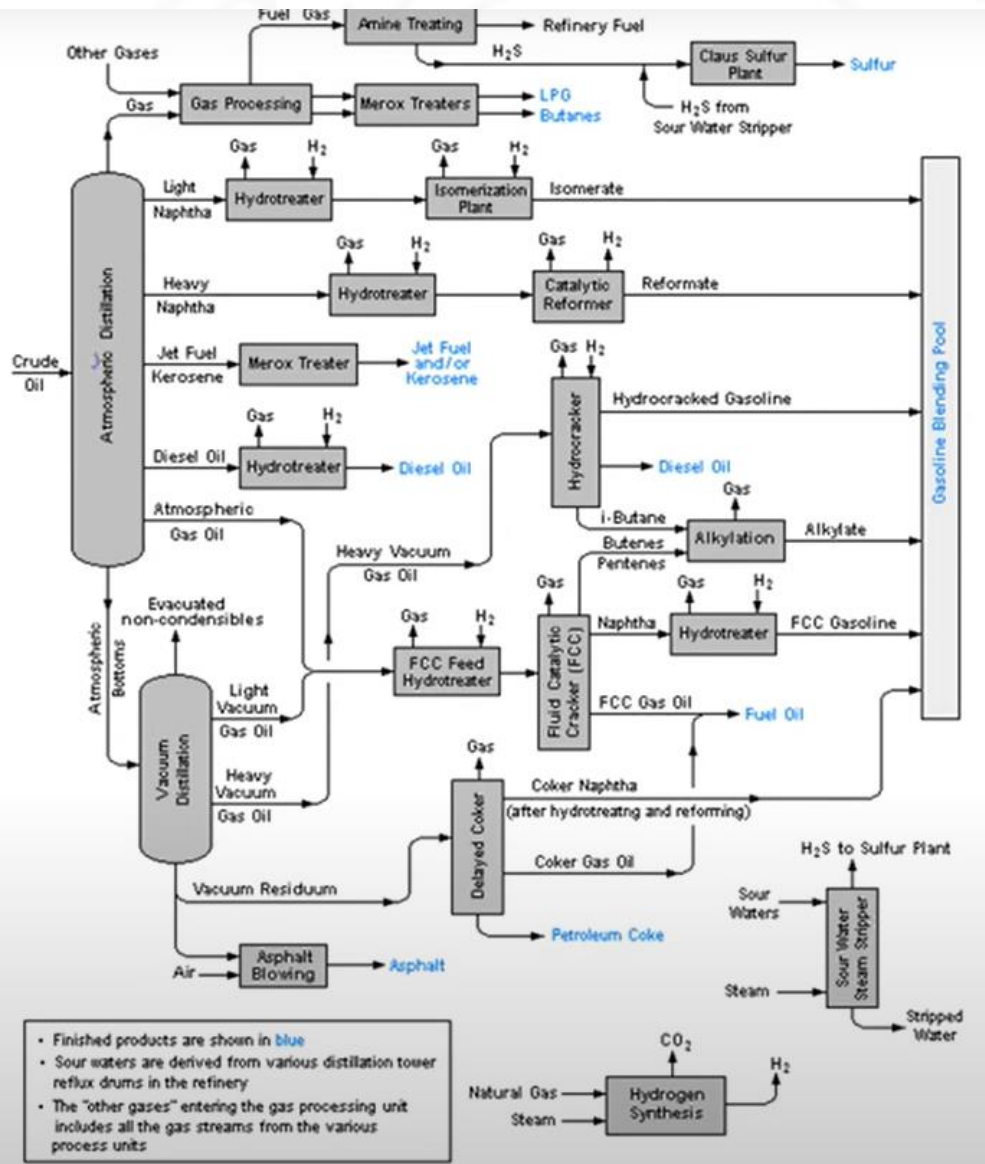
21 de febrero

Tarea Entrega (CV): 22-26 de abril

- El enunciado del problema se subirá al CV el día 22 de abril.
- Se entregará el día 26 de abril:
 - Hoja de cálculo MS Excel con el caso práctico resuelto
 - Pequeño documento Word explicativo

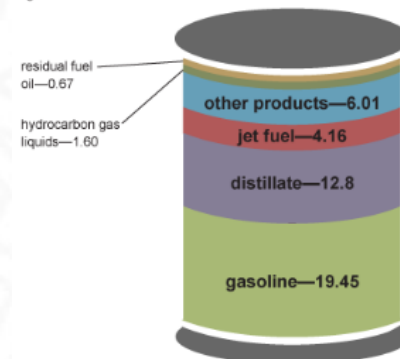
Evaluación: 2º parcial.

- Teoría (60%), problemas (40%)
- 10% de la nota final del examen, englobada en la parte de problemas
- Forma parte de la nota de problemas del 2º parcial
- No se evaluará ni en el examen final, ni en la convocatoria extraordinaria



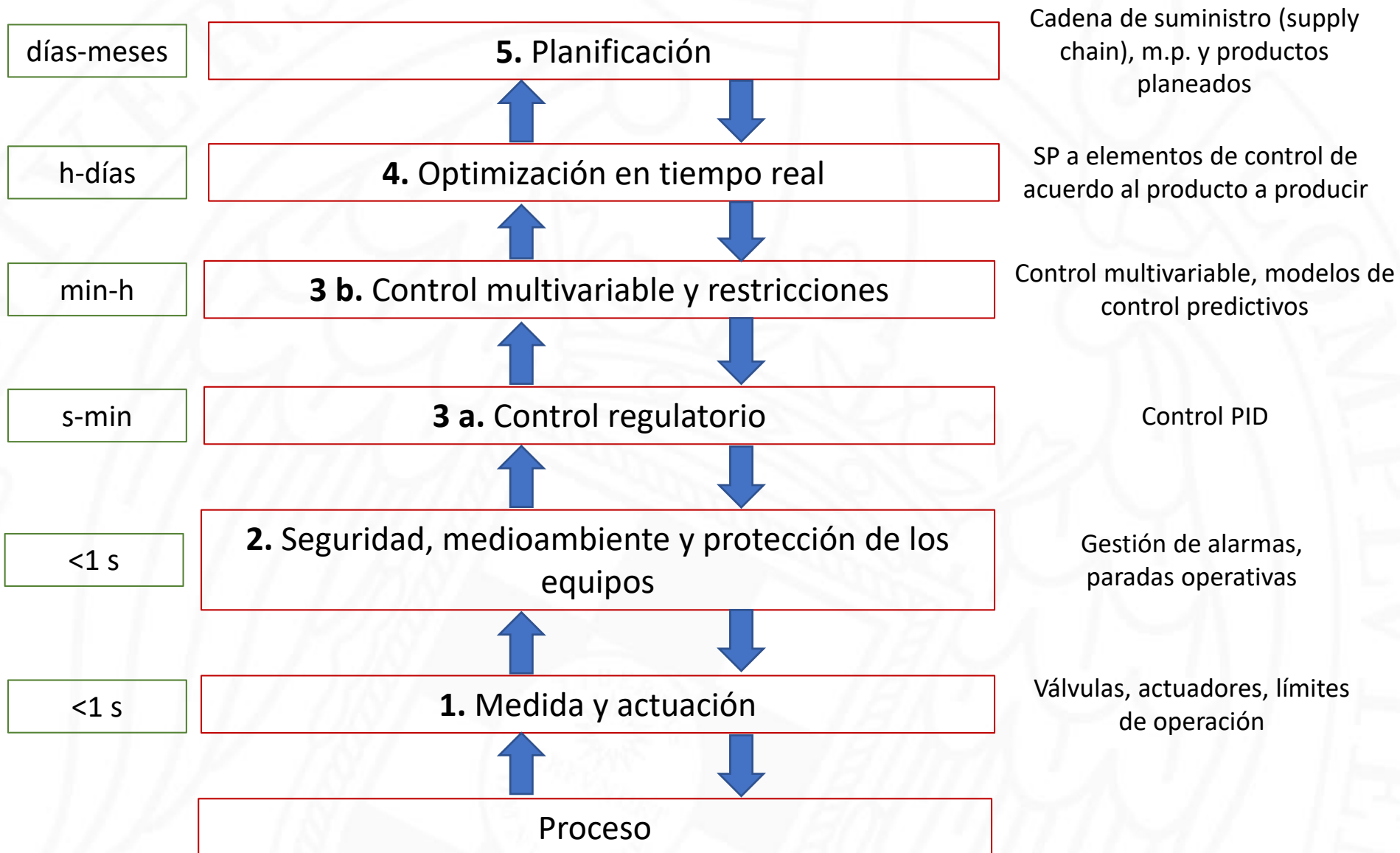
- Maximización del beneficio de los productos
- Evolución variable de los precios de las distintas fracciones [Refining crude oil - U.S. Energy Information Administration \(EIA\)](https://www.eia.gov/petroleum/supply/monthly/)
- <https://www.eia.gov/petroleum/supply/monthly/>

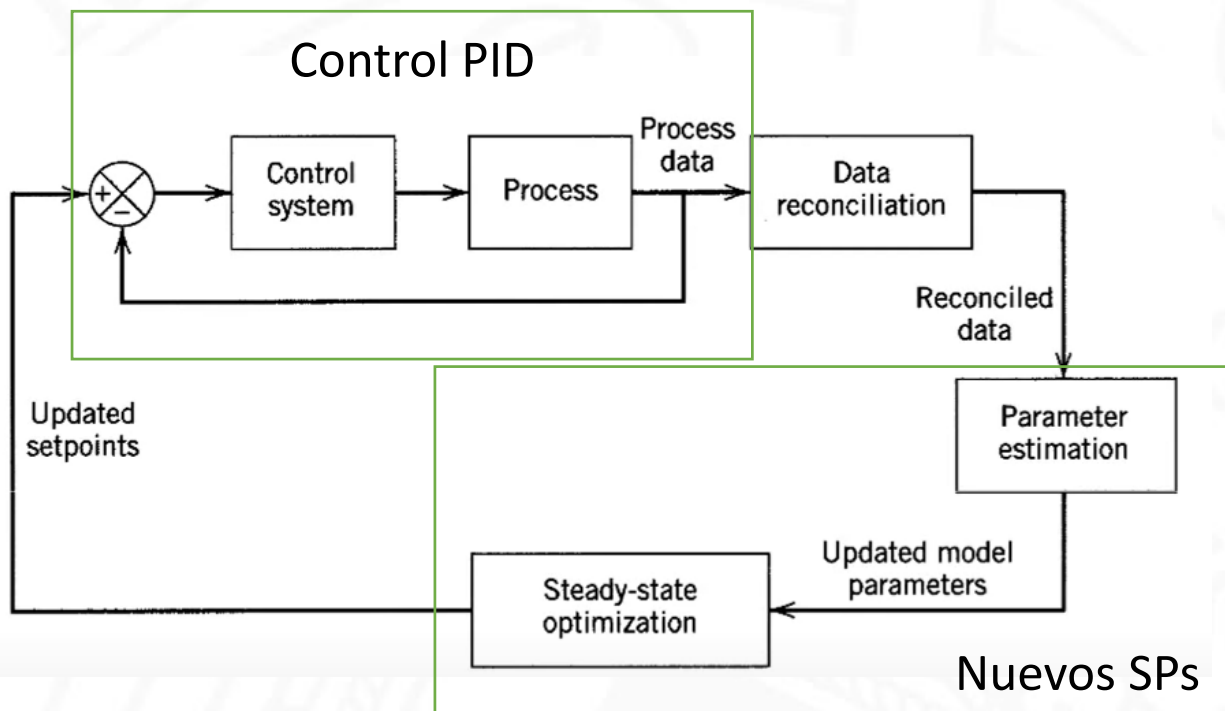
Petroleum products made from a barrel of crude oil, 2022
gallons



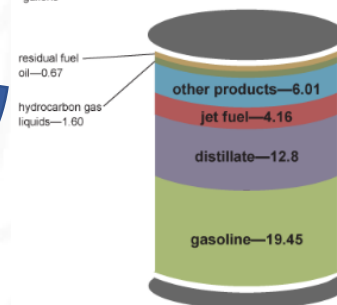
Data source: U.S. Energy Information Administration, *Petroleum Supply Monthly*, March 2023, preliminary data.
Note: A 42-gallon (U.S.) barrel of crude oil yields about 45 gallons of petroleum products because of refinery processing gain. The sum of the product amounts in the image may not equal 45 because of independent rounding.

- Maximizar el rendimiento hacia un producto objetivo u otro en función de la demanda.



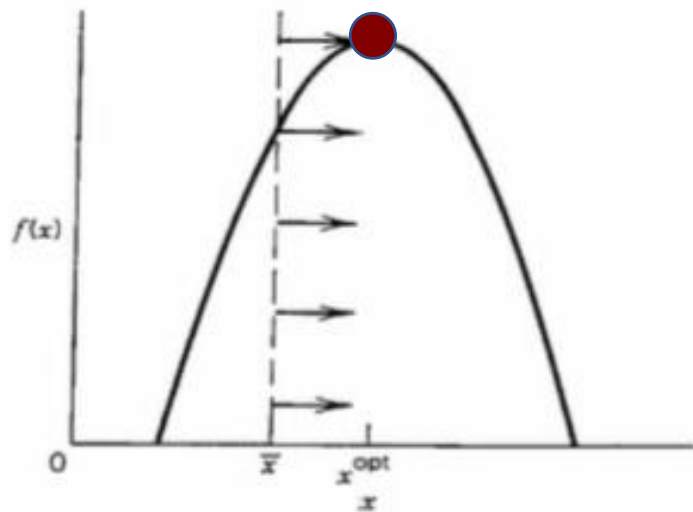


Petroleum products made from a barrel of crude oil, 2022 gallons

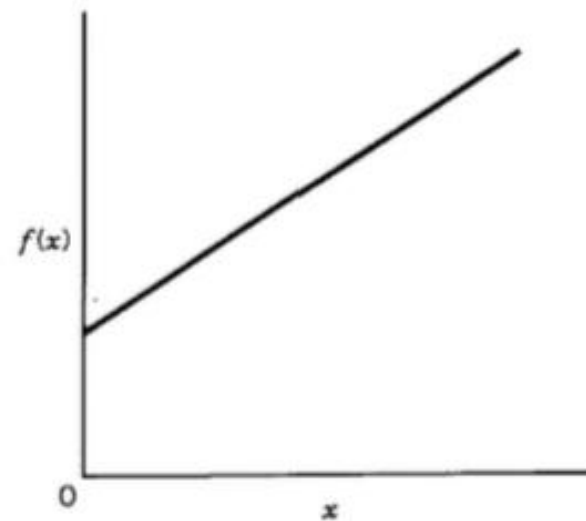


Data source: U.S. Energy Information Administration, *Petroleum Supply Monthly*, March 2023, preliminary data
 Note: A 42-gallon (U.S.) barrel of crude oil yields about 45 gallons of petroleum products because of refinery processing gain. The sum of the product amounts in the image may not equal 45 because of independent rounding.

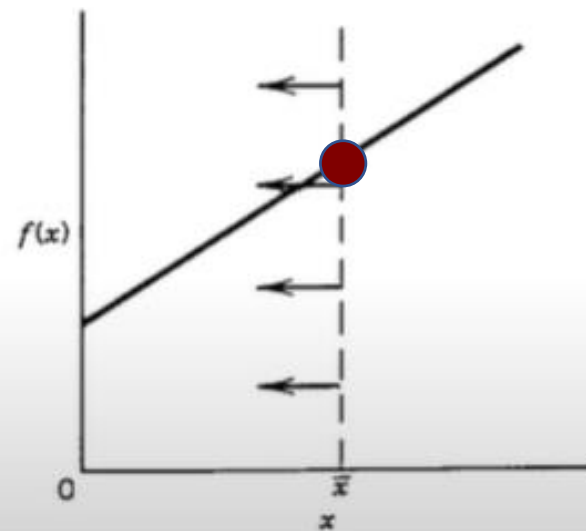
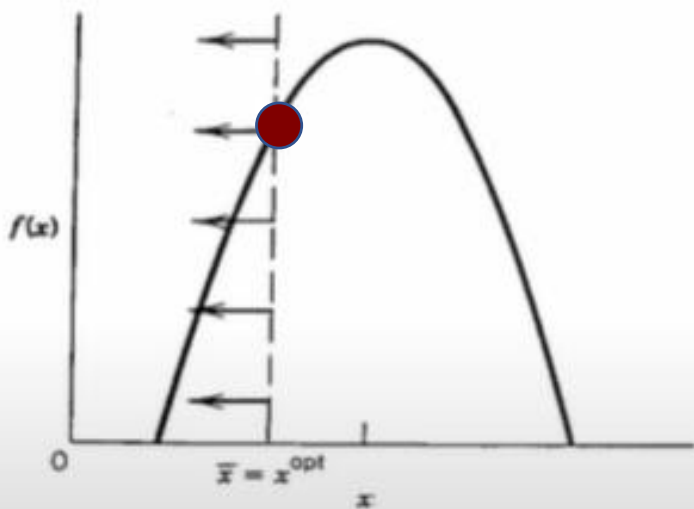
- Los problemas de optimización normalmente implican las ecuaciones o desigualdades que se corresponden con ciertas restricciones
- Problemas no lineales (NLP)
 - Implican funciones objetivo que no son lineales (y la posible aplicación de restricciones no lineales)
 - Métodos de optimización Off-line. El uso on-line se ve limitado por los equipos.
- Problemas cuadráticos (QP)
 - Implican funciones objetivo que son cuadráticas y restricciones lineales o no lineales.
- Problemas lineales
 - Tanto las funciones objetivo como las restricciones son lineales.
 - Las soluciones son rápidas por lo que se puede hacer uso de herramientas on-line.
 - Posibles restricciones:
 - Limitaciones en la producción: limitación en los equipos, limitación de almacenamiento, restricciones de mercado.
 - Limitación de materias primas
 - Restricciones de seguridad: máximos rangos de temperatura y presión de operación
 - Especificaciones de las propiedades físicas.

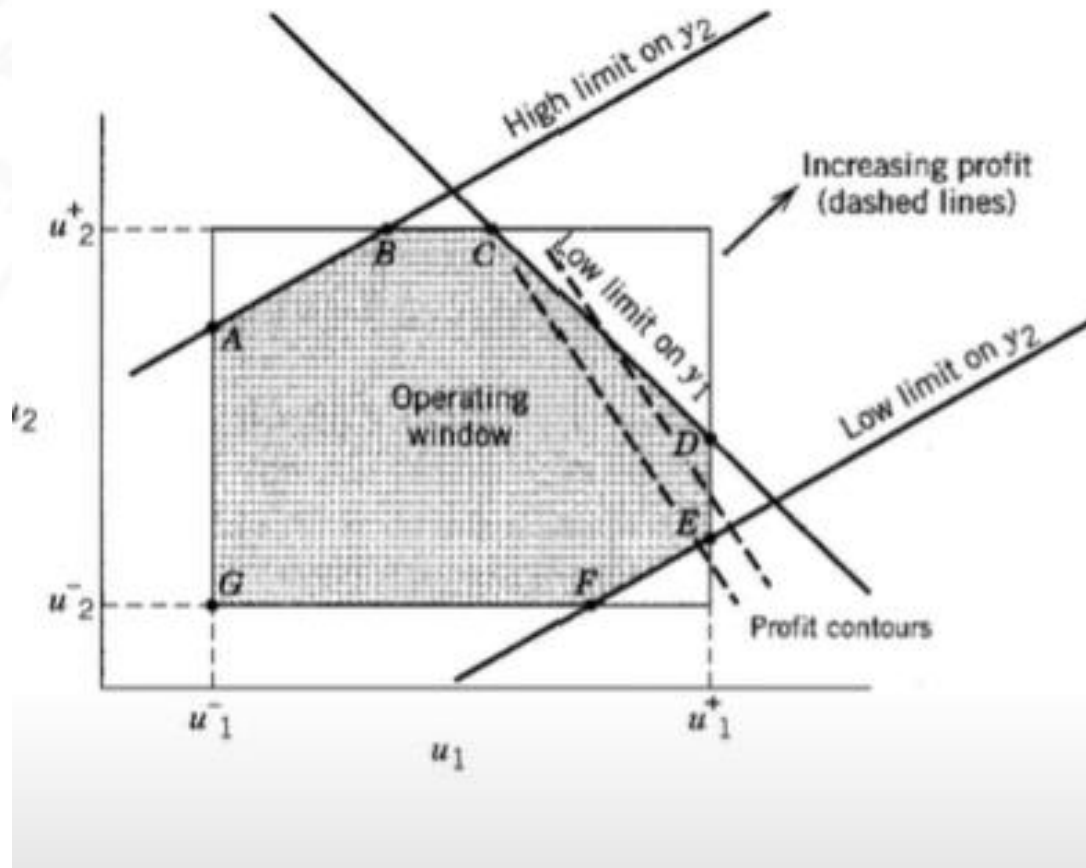


(a) Constrained case ($x \geq \bar{x}$), $x^{opt} = \frac{-a_1}{2a_2}$



(a) Unconstrained case, $x^{opt} = \infty$

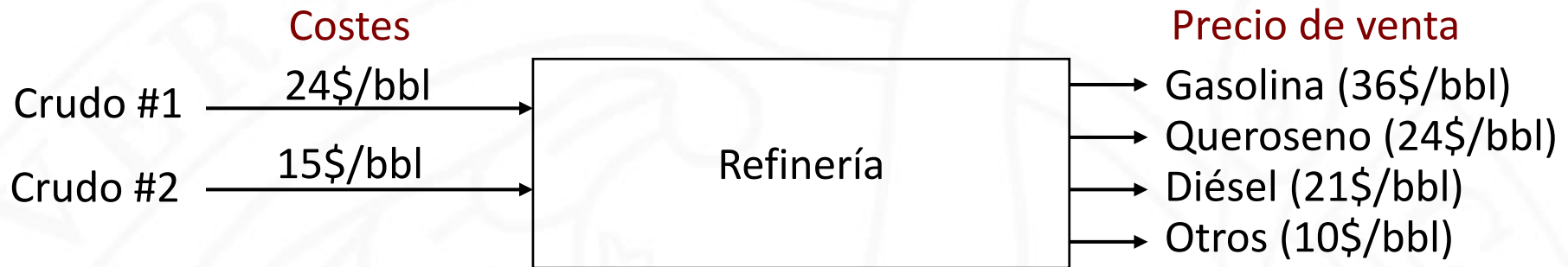




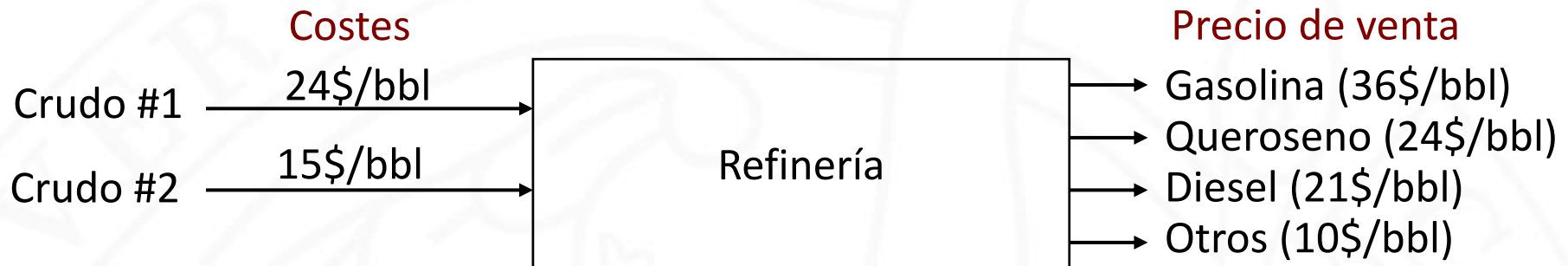
Ventana de operación para un problema de optimización 2x2.

Las líneas discontinuas son los límites de las funciones objetivo aumentando de izquierda a derecha.

El máximo beneficio ocurre donde la línea de beneficio cruza con las restricciones ("D")



	Rendimiento (% vol.)		Máxima producción diaria
	Crudo #1	Crudo #2	bbbl/día
Gasolina	80	44	24000
Queroseno	5	10	2000
Diésel	10	36	6000
Costes de procesado (\$/bbl)	0,5	1	



	%Volumen (rendimiento)			Máxima producción diaria
	Crudo #1	Crudo #2		Bbl/día
Gasolina	80 +	44 ≤		24000
Queroseno	5 +	10 ≤		2000 Restricciones
Diésel	10 +	36 ≤		6000
Costes de procesado (\$/bbl)	0.5	1		

Solución:

1. Variables

X_1 = Crudo #1 (bbl/día)

X_2 = Crudo #2 (bbl/día)

2. Función objetivo

- Maximizar el beneficio bruto (B_b):

$$B_b = \text{ingresos} - \text{coste m.p.} - \text{coste procesado}$$

- Cantidades de cada producto producido

$$\text{Producto final} = X_1 \cdot \text{contenido producto}_1 + X_2 \cdot \text{contenido producto}_2$$

$$\text{Gasolina} = X_1 \cdot 0,80 + X_2 \cdot 0,44$$

$$\text{Queroseno} = X_1 \cdot 0,05 + X_2 \cdot 0,10$$

$$\text{Diésel} = X_1 \cdot 0,10 + X_2 \cdot 0,36$$

$$\text{Residual} = X_1 \cdot 0,05 + X_2 \cdot 0,10$$

- Ingresos

$$\text{Ingreso producto} = \text{Producto final} \times \text{precio producto}$$

$$\text{Gasolina}(\$) = 36 \cdot (X_1 \cdot 0,80 + X_2 \cdot 0,44)$$

$$\text{Queroseno}(\$) = 24 \cdot (X_1 \cdot 0,05 + X_2 \cdot 0,10)$$

$$\text{Diésel}(\$) = 21 \cdot (X_1 \cdot 0,10 + X_2 \cdot 0,36)$$

$$\text{Otros}(\$) = 10 \cdot (X_1 \cdot 0,05 + X_2 \cdot 0,10)$$

Solución: Función objetivo

$$\text{Ingresos totales} = \sum_{i=1}^n \text{ingreso producto}_i$$

$$\text{Ingresos totales (\$)} = [36 \cdot (X_1 \cdot 0,88 + X_2 \cdot 0,44)] + [24 \cdot (X_1 \cdot 0,05 + X_2 \cdot$$

Solución: Restricciones

- Máxima producción permitida (explícita)

$$\text{gasolina: } 0,80 \cdot X_1 + 0,44 \cdot X_2 \leq 24000$$

$$\text{queroseno: } 0,05 \cdot X_1 + 0,10 \cdot X_2 \leq 2000$$

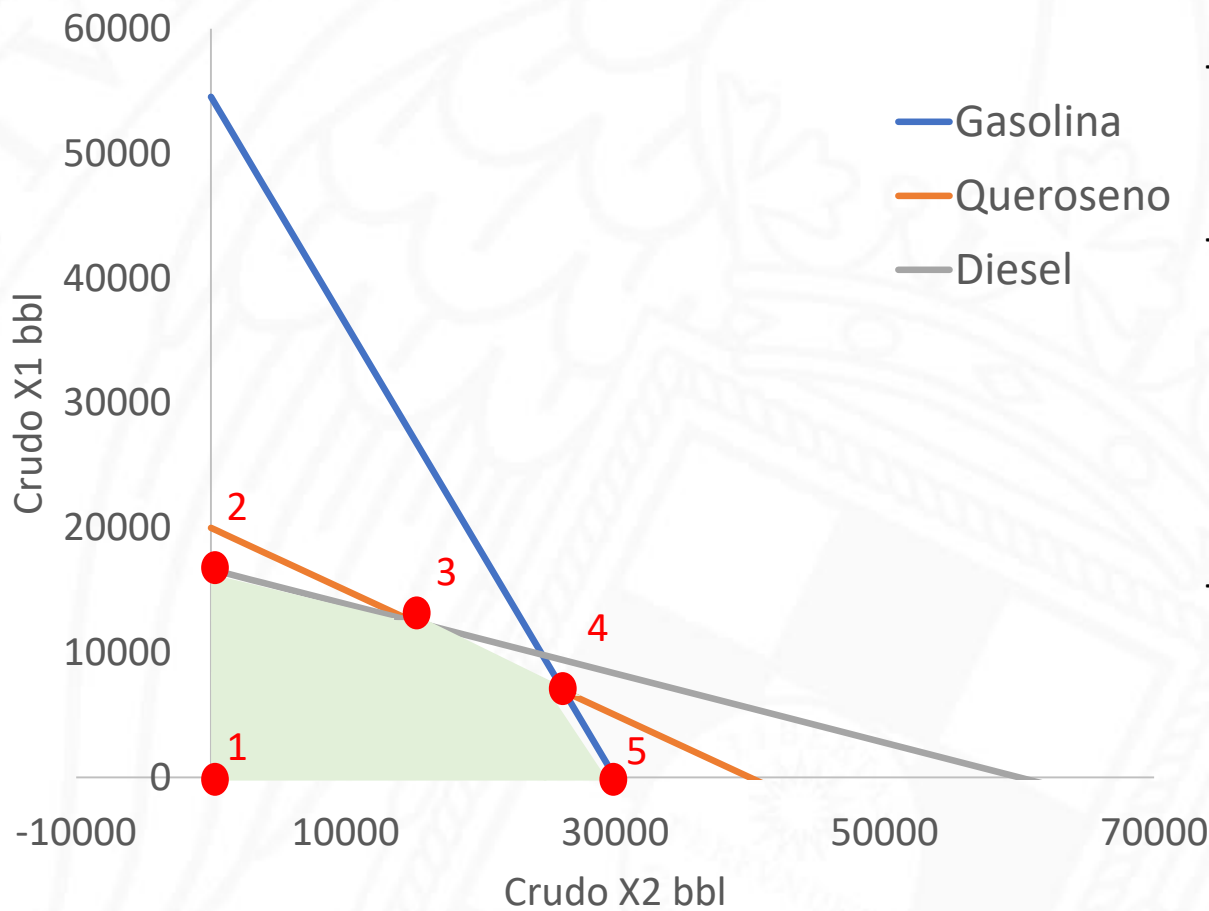
$$\text{diésel: } 0,10 \cdot X_1 + 0,36 \cdot X_2 \leq 6000$$

- Producción positiva (implícita)

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0 \text{ y enteros}$$

Solución gráfica: Restricciones

Restricciones

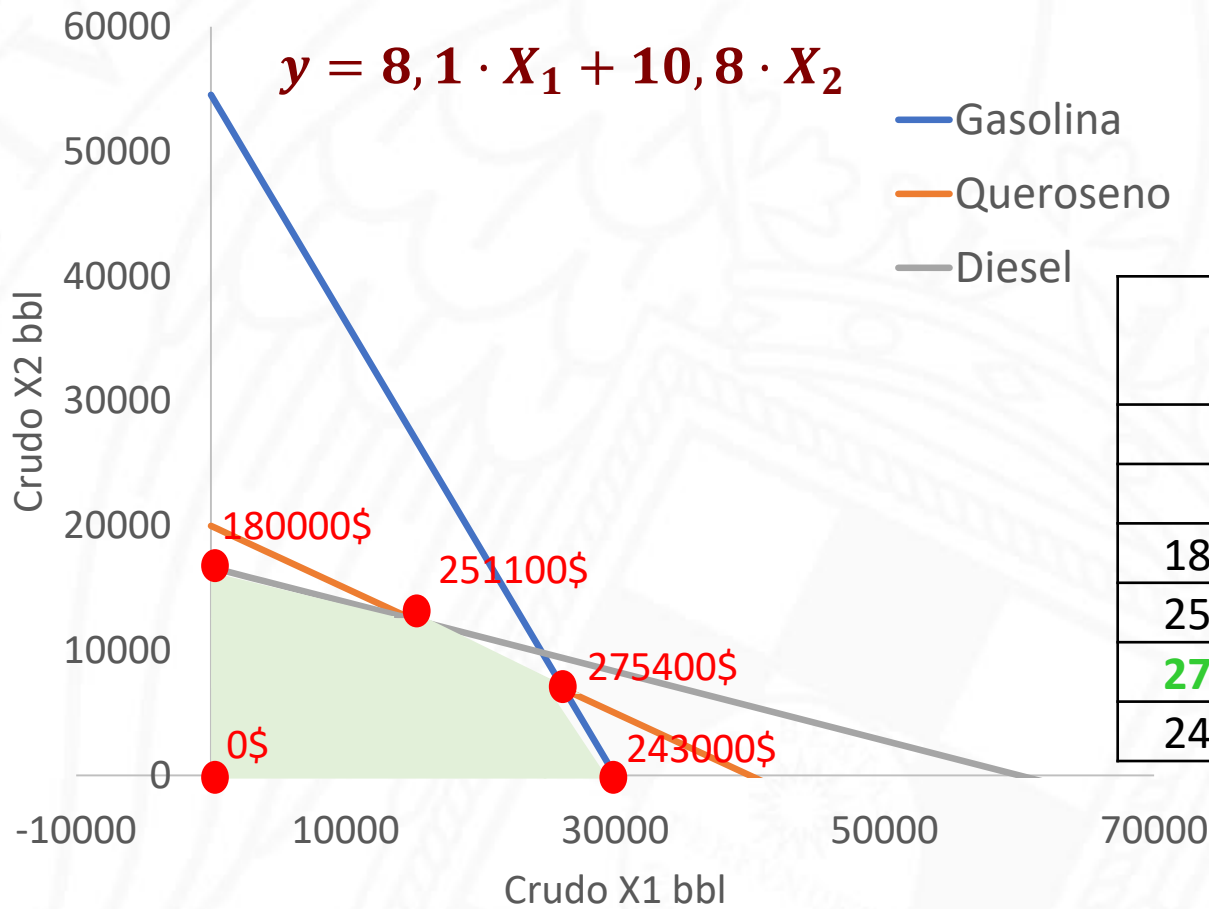


- Dibujar las restricciones en x_1 vs x_2
- Determinar la región posible: aquellos valores de x_1 y x_2 que satisfagan las máximas restricciones permisibles
- Encontrar los puntos en la región posible de acuerdo a las restricciones que dan el mayor P

Solución gráfica

Restricciones

$$y = 8,1 \cdot X_1 + 10,8 \cdot X_2$$



P	X ₁	X ₂
\$	bbl	bbl
0	0	0
180000	0	16667
251100	15000	12000
275400	26000	6000
243000	30000	0

Solución: Excel

1. Organizar los datos del ejercicio en la hoja de cálculo de una manera lógica
2. Elegir una celda de cada hoja para mostrar el valor de cada variable del modelo
3. Crear la fórmula en una celda que calcule la función objetivo del modelo
4. Crear fórmulas para calcular las condiciones posibles, de acuerdo a las restricciones.

Tipo de Crudo	Crudo #1	Crudo #2			
Barriles	26207	6897			
Costes (\$/bbl)	24	15			
Costes (\$)	628966	103448			
Ingresos (\$)	854345	184828			
Beneficio	225379	81379			
Beneficio total	306759				
				Máxima producción diaria (bbl/día)	Precio de venta (\$/bbl)
Recursos					
Gasolina (%V)	80	44	24000	24000	36
Queroseno (%V)	5	10	2000	2000	24
Diésel (%V)	10	36	5103	6000	21
Residual (%V)	5	10	2000	0	10

Se dispone de una fábrica en la cual se producen 4 tipos diferentes de paneles. Cada tipo de panel se fabrica mediante un proceso de adhesión y prensado junto con una mezcla de diferentes composiciones de serrín de madera de pino y de madera de roble. Para producir 50 paneles de cada tipo (1 palé) se necesitan las cantidades que se muestran en la tabla:

	Recursos requeridos por palé (50 paneles)			
	Tahoe	Pacific	Savannah	Aspen
Adhesivo (g/palé)	50	50	100	50
Tiempo de prensado (h/palé)	5	15	10	5
Madera de pino (kg/palé)	500	400	300	200
Madera de roble (kg/palé)	500	750	250	500

En el siguiente ciclo de producción, se cuenta con 5800g de adhesivo, 730 horas de capacidad de prensado, 29200kg de serrín de pino y 60500 kg de serrín de roble disponible. Además, suponer que cada palé de paneles de Tahoe, Pacific, Savannah y Aspen se vende por 450\$, 1150\$, 800\$ y 400\$ respectivamente.



Solución:

- Variables:

X_1 = Nº palés de Tahoe

X_2 = Nº palés de Pacific

X_3 = Nº palés de Savannah

X_4 = Nº palés de Aspen

- Función objetivo: Maximizar las ventas (V)

$$V_{max} = 450 \cdot X_1 + 1150 \cdot X_2 + 800 \cdot X_3 + 400 \cdot X_4$$

- Restricciones:

- material disponible (explícita)

$$50 \cdot X_1 + 50 \cdot X_2 + 100 \cdot X_3 + 50 \cdot X_4 \leq 5800 \text{ (Adhesivo)}$$

$$5 \cdot X_1 + 15 \cdot X_2 + 10 \cdot X_3 + 5 \cdot X_4 \leq 730 \text{ (Prensado)}$$

$$500 \cdot X_1 + 400 \cdot X_2 + 300 \cdot X_3 + 200 \cdot X_4 \leq 29200 \text{ (Pino)}$$

$$500 \cdot X_1 + 750 \cdot X_2 + 250 \cdot X_3 + 500 \cdot X_4 \leq 60500 \text{ (Roble)}$$

- Producción positiva (implícita)

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 \geq 0 \text{ y enteros}$$

Solución: Excel

1. Organizar los datos del ejercicio en la hoja de cálculo de una manera lógica
2. Elegir una celda de cada hoja para mostrar el valor de cada variable del modelo
3. Crear la fórmula en una celda que calcule la función objetivo del modelo
4. Crear fórmulas para calcular las condiciones posibles, de acuerdo a las restricciones.

Tipo de Panel	Tahoe	Pacific	Savannah	Aspen		
nº Palés	23	15	39	0		
Beneficio (\$/palé)	450	1150	800	400		
Beneficio total (\$)	58800					
Recursos					Total	Disponibilidad
Adhesivo (g/palé)	50	50	100	50	5800	5800
Tiempo de prensado (h)	5	15	10	5	730	730
Serrín de pino (kg)	500	400	300	200	29200	29200
Serrín de roble (kg)	500	750	250	500	32500	60500

Especificaciones de la gasolina:

1. **E70:** El %V de gasolina que se ha evaporado a 70°C

$$E70_b(\%) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E70_i$$

2. **RVP (Reid vapor pressure):** Presión requerida para mantener la muestra líquida a 100°F (37,8°C)

$$RV_b(kPa \text{ ó } psi) = \left[\sum_{i=1}^n x_i \cdot RV_i^{1.25} \right]^{0.8}$$

3. **VLI:** Rdto de la gasolina en el arranque y durante la conducción cuando el motor está caliente. =f(RVP, E70)

$$VL_b = 68,95RV_b + 7EV_b$$

3. **RON:** Medida de la capacidad antidetonante durante la ignición del motor.
 1. MON: Rendimiento en la conducción a alta velocidad
 2. RON: Rendimiento de la conducción a baja velocidad.
 3. PON: Media de RON y MON.

Especificaciones de la gasolina:

4. RON \rightarrow BI_{ON} :

- Si $ON \leq 76$ ó $BI_{ONi} \leq 56,3$

$$BI_{ONi} = 36,01 + 38,33 \left(\frac{ON}{100}\right) - 99,8 \left(\frac{ON}{100}\right)^2 + 341,3 \left(\frac{ON}{100}\right)^3 - 507,02 \left(\frac{ON}{100}\right)^4 + 268,64 \left(\frac{ON}{100}\right)^5$$

- Si $76 < ON \leq 103$ ó $56,3 < BI_{ONi} \leq 74,5$:

$$BI_{ONi} = -299,5 + 1272 \left(\frac{ON}{100}\right) - 1552,9 \left(\frac{ON}{100}\right)^2 + 651 \left(\frac{ON}{100}\right)^3$$

- Si $ON > 103$ ó $BI_{ONi} > 74,5$

$$BI_{ONi} = 2206,3 - 4313,64 \left(\frac{ON}{100}\right) + 2178,57 \left(\frac{ON}{100}\right)^2$$

$$BI_{ON,b} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot BI_{ON,i}$$

Especificaciones de la gasolina:

4. $BI_{ON} \rightarrow RON$

- Si $ON \leq 76$ ó $BI_{ONi} \leq 56,3$

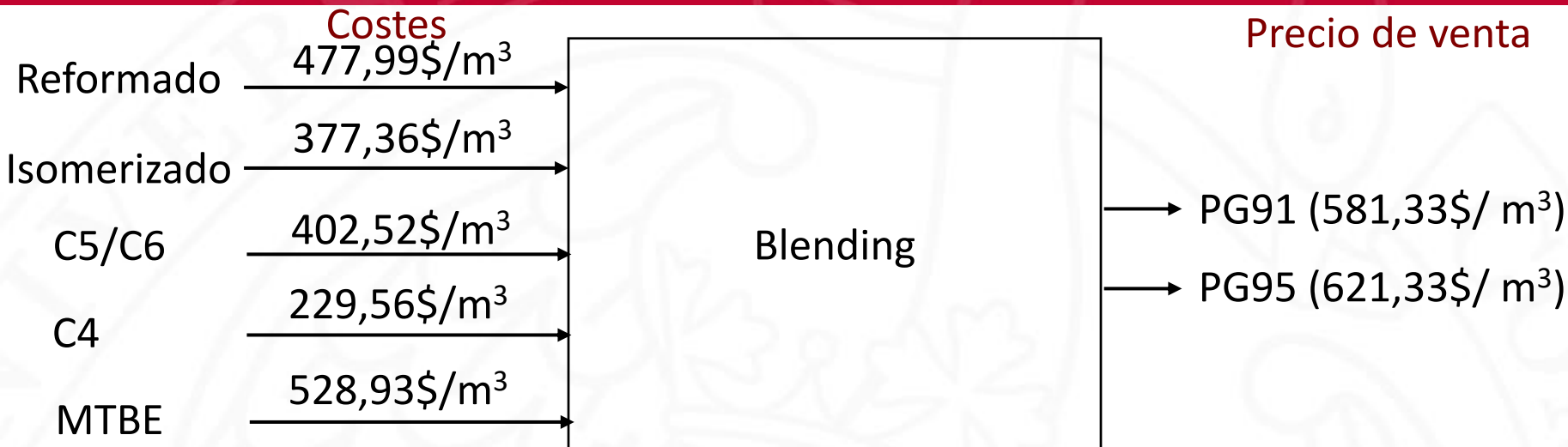
$$ON = -4,43893 \cdot 10^{-4}(BI_{ON})^4 + 8,557 \cdot 10^{-2}(BI_{ON})^3 - 6,14312(BI_{ON})^2 + 198,56262 \cdot (BI_{ON}) - 2440,06175$$

- Si $76 < ON \leq 103$ ó $56,3 < BI_{ONi} \leq 74,5$:

$$ON = 1,70284 \cdot 10^{-4}(BI_{ON})^4 - 4,205 \cdot 10^{-2}(BI_{ON})^3 + 3,8053(BI_{ON})^2 - 147,5174 \cdot (BI_{ON}) + 2112,90357$$

- Si $ON > 103$ ó $BI_{ONi} > 74,5$

$$ON = 2,53009 \cdot 10^{-9}(BI_{ON})^4 + 3,43864 \cdot 10^{-6}(BI_{ON})^3 - 0,00174(BI_{ON})^2 + 0,45661 \cdot (BI_{ON}) + 78,5401$$



1. Requerimientos de la gasolina según la estación del año

Producto	PG-91			PG-95		
	Verano	Intermedia	Invierno	Verano	Intermedia	Invierno
E70min	20	22	24	20	22	24
E70max	48	50	52	48	50	52
RVP (psi) min	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
RVP (psi) max	9,1	10	11,5	9,1	10	11,5
VLI max	875	915	1160	875	915	1160
RON Min	91,0	91,0	91,0	95,0	95,0	95,0

2. Límites de composición de cada gasolina

Fracción	PG91 min (%)	PG91 max (%)	PG95 min (%)	PG95 max (%)
Reformado	28	57	28	57
C5/C6	0	72	0	72
Isomerizado	0	87	0	87
C4	0	16	0	16
MTBE	0	15	0	15

3. Especificaciones de cada fracción petrolífera

Fracción	E70	RVP (psi)	RVP (kPa)	VLI	RON
Reformado	12	5	34,49	428,9	95
C5/C6	63,5	14	96,58	1410,3	80
Isomerizado	63,5	12	82,79	1272,4	80
C4	100	45	310,45	3104,5	95
MTBE	87,5	8	55,19	1164,4	121

4. Capacidad de almacenamiento, stock disponible y límite de suministro de cada fracción petrolífera

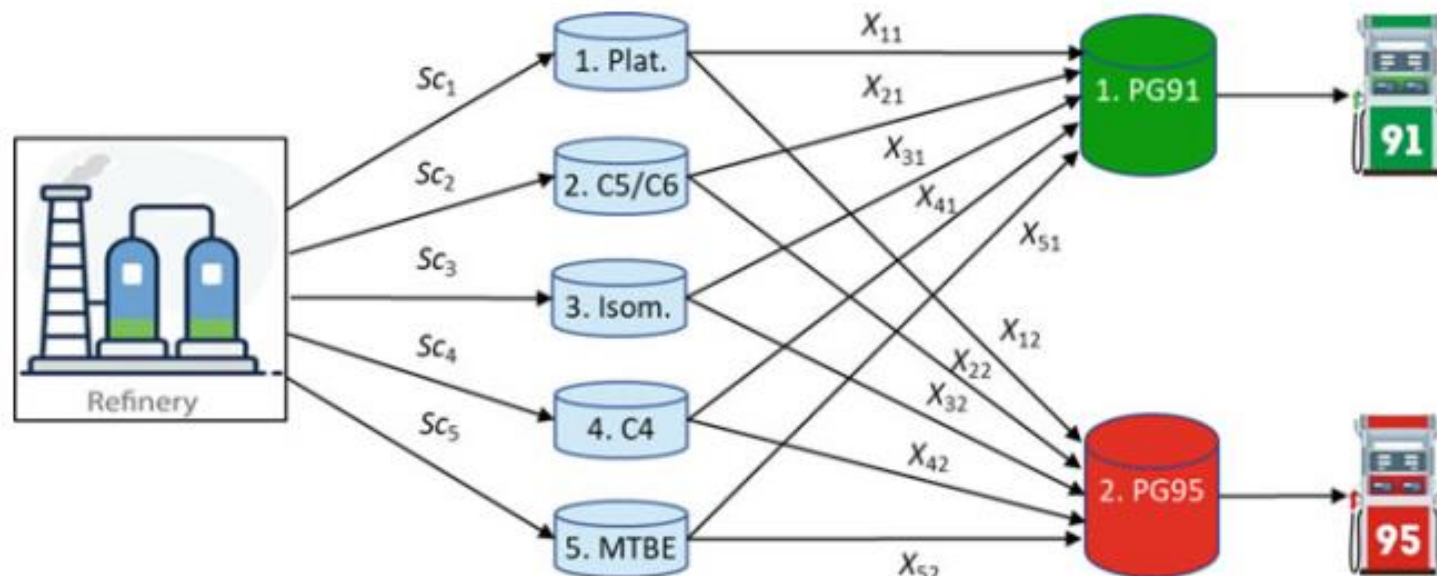
Fracción	Reformado	C5/C6	Isomerizado	C4	MTBE
Capacidad de almacenamiento (m ³)	12361	12361	13725	14962	26467
Stock disponible (m ³)	863	521	8786	6035	17420
Límite de suministro (m ³)	43680	19992	21840	14952	20328

5. Capacidad de almacenamiento, stock disponible y límite de suministro de las gasolinas

Fracción	PG91	PG95
Capacidad de almacenamiento (m ³)	111500	84240
Stock disponible (m ³)	0	0
Límite de suministro (m ³)	0	0

- 168h/semana
- Capacidad de producción final de gasolinas: 94000m³/semana
- La producción de PG95 no puede ser mayor que el 35% de la gasolina PG91.
- Demanda local semanal: 33400 m³ de PG91 y 7800 m³ de PG95.

Determinar las cantidades óptimas a producir de cada tipo de gasolinas y las proporciones de cada fracción petrolífera de partida. El objetivo es maximizar el beneficio.



Solución:

- Variables:

$X_{i...n}$ = Cantidad de fracción petrolífera (f.p.) empleada en la fabricación de la gasolina PG91 ó PG95 m³/semana (ej: $X_{ref,PG91}$, $X_{C5/C6,PG91}$, etc)

$Sc_{i...n}$ = Cantidad de fracción petrolífera producida m³/semana

Total= 5+5+5=**15 variables**

- Función objetivo: Maximizar los beneficios (Bb)

$$B_b = \sum \text{ingresos gasolinas} - \sum \text{coste fracción petrolíferas}$$

$$\sum \text{ingresos gasolinas} = (\text{precio}_{PG91} \times X_{PG91}) + (\text{precio}_{PG95} \times X_{PG95})$$

$$\sum \text{coste f.p.} = (\text{coste}_{ref} \times X_{ref}) + (\text{coste}_{C5/C6} \times X_{C5/C6}) + (\text{coste}_{isom})$$

Solución:

- Restricciones:
 - A la producción de gasolinas:
 - Demanda: stock+ producción
 - Capacidad de producción máxima total
 - Ratio máximo PG95
 - Capacidad de almacenamiento: stock+gasolina producida-demanda fijada
 - A las f.p. empleadas:
 - Consumo máximo: stock+f.p. producida (S_c) \geq f.p. empleada (X)
 - Capacidad de almacenamiento: stock+ f.p. producida (S_c) – f.p. empleada (X)
 - Límite de suministro (S_c)
 - Ratio máximo y mínimo de f.p. en cada gasolina

Solución:

- Restricciones:
 - A las propiedades físicas de las gasolinas: incluir los cálculos de las prop. Fcas.
 - Límites mínimo y máx E70
 - Límites mínimo y máximo RVP
 - Límite máximo VLI
 - Límite mínimo RON:
 1. A partir del RON de cada f.p. calcular el BI_{ON} de cada f.p. en los 3 escenarios posibles: $ON \leq 76$, $76 < ON \leq 103$; $ON > 103$
 2. A partir de los BI_{ON} de cada f.p. determinar BI_{ON} de la gasolina con la función "if".
 3. A partir del BI_{ON} de la mezcla calcular el RON de la mezcla en los 3 escenarios posibles: $BI_{ON} \leq 56,3$, $56,3 < BI_{ON} \leq 74,5$; $BI_{ON} > 74,5$
 4. A partir de los RON de la mezcla posibles seleccionar el RON de la mezcla con la función "if".
 - F.p. producida (Sc), suministrada (X) y gasolina producida (X) positivas (implícita)

Solución:

■ Solver:

1. Tanteo para minimizar restricciones que no se cumplan
2. Aproximación con modelo “Evolutionary”
3. Resolución con modelo “GRG Nonlinear”

Activar/desactivar para modelo Evolutionary ó GRG Nonlinear

