

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE
TELECOMUNICACIÓN

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

MÁSTER EN TRATAMIENTO ESTADÍSTICO
COMPUTACIONAL DE LA INFORMACIÓN



TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

Análisis de estrategias para campimetrías y propuestas
alternativas basadas en estadística espacial y redes
neuronales.

Daniel Valle Pérez

Directores

Carlos Gregorio Rodríguez
María del Mar Fenoy Muñoz

Madrid, 2020

Resumen

La campimetría visual es una prueba oftalmológica que se realiza para valorar el campo visual de una persona. Su realización es de gran importancia para detectar patologías que producen pérdidas en dicho campo visual, algunas de ellas irreversibles. Por eso, es importante disponer de técnicas de obtención de campimetrías lo más precisas posibles para la correcta diagnosis y seguimiento de las enfermedades por parte del oftalmólogo. El objetivo del trabajo es introducir algunos conceptos básicos relacionados con la campimetría, haciendo hincapié en dos de las técnicas de medición del campo visual del perímetro Octopus: la estrategia de *bracketing* estándar y otra más moderna y rápida como es la estrategia Tendency-Oriented Perimetry (TOP). Aparte de explicar su funcionamiento, se compararán sus resultados a partir de datos reales de 81 pacientes utilizando diversas métricas estadísticas. Además, se propondrán nuevas técnicas basadas en estadística espacial y aprendizaje automático.

Palabras clave: Campimetría, Interpolación, Estadística Espacial, Variograma, Redes Neuronales.

Abstract

Visual perimetry is the ophthalmological test to assess a person's visual field. This medical exam is essential for detecting diseases which produce some type of visual field loss. It's important to have techniques for obtaining precise campimetries for the correct diagnosis by the ophthalmology specialist. The goal of this dissertation is to introducing some basic concepts about visual field evaluation with Octopus perimeter, focusing on explaining and comparing two real strategies: the standard bracketing procedure and the faster Tendency-Oriented Perimetry. This comparison will be made with real data from 81 patients using various statistical metrics. Furthermore, it will be proposed and analyzed some new techniques based on spatial statistics and machine learning.

Keywords: Campimetry, Tendency-Oriented Perimetry, Interpolation, Spatial Statistics, Kriging, Neural Networks.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Motivación del trabajo	1
1.2. Objetivo del trabajo	3
2. Campimetría Visual	4
2.1. Parámetros fijos	5
2.2. Parámetros variables	5
2.2.1. Tipos de campimetrías	5
2.2.2. Tipos de estímulos	7
2.2.3. Patrones	8
2.2.4. Estrategias	9
2.2.5. Representación del campo visual	10
3. Análisis de estrategias cuantitativas	13
3.1. Estrategia normal	13
3.2. Tendency-Oriented Perimetry	14
3.3. Conjunto de datos disponibles	16
3.4. Análisis comparativo	19
3.4.1. Representación visual	19
3.4.2. Índices globales	20
3.4.3. Umbrales	23
3.4.4. Punto a punto	25
4. Estadística espacial. Metodología	29
4.1. Interpolación por ponderación según la inversa de la distancia	30
4.2. Variograma	33
4.3. Kriging	38
4.4. Comparación de resultados	40
5. Técnicas alternativas: Aprendizaje Automático	44
6. Conclusiones	48
Referencias	50

1. Introducción

El campo visual se define como la porción del espacio que una persona puede ver mientras mantiene la mirada fija en un punto. Aunque se puede hablar de campo visual binocular, lo normal es tratar el campo de cada ojo de forma independiente.

La campimetría visual o, como se le denomina en ocasiones, perimetría visual es la prueba diagnóstica que se utiliza para evaluar el estado del campo visual. De forma más concreta, algunos de los propósitos más habituales de la perimetría son [1]:

- Detección de patologías visuales.
- Evaluación del estado de una enfermedad.
- Seguimiento temporal para determinar si existe estabilidad o progresión en la enfermedad.
- Valorar la eficacia de tratamientos.
- Comprobar la habilidad visual (para conducir, por ejemplo).

El procedimiento que se sigue para llevar a cabo la campimetría no es único, sino que viene determinado por la selección de una gran variedad de parámetros y estrategias sobre las que se profundizará en la sección 2.

A continuación se describe la motivación detrás de este Trabajo de Fin de Máster así como los objetivos que se persigue.

1.1. Motivación del trabajo

Aunque la campimetría es una prueba que puede realizar cualquier persona, habitualmente se lleva a cabo cuando se sufre alguna de las siguientes dolencias:

- Glaucoma
- Degeneración macular
- Cataratas
- Retinopatías
- Neuropatías
- Patologías cerebrales (tumores, aneurismas, isquemias).
- Lesiones o malformaciones (cerebrales u oculares)
- Migrañas (disminución temporal del campo visual)

- Cualquier enfermedad que tenga entre sus efectos alguna de las anteriores circunstancias (esclerosis múltiple, hipertiroidismo, etc.).

Todas ellas son potenciales causas de algún tipo de reducción del campo visual, pero la más habitual es el glaucoma. A día de hoy, el glaucoma es la segunda causa de ceguera en el mundo [2], después de las cataratas, y la primera causa de ceguera irreversible. El 12% de las personas con ceguera se debieron al glaucoma [3]. Se estima que actualmente hay unas 80 millones de personas que la padecen y se prevee un crecimiento hasta los 111,8 millones en 2040 [4].

Volviendo a la lista anterior, hay ciertas afecciones que pueden producir pérdidas temporales del campo visual como las cataratas, migrañas o algunas lesiones; es decir, se pueden curar (y recuperar todo o parte del campo) mediante algún tratamiento.

En cambio, hay otras como el glaucoma cuya pérdida no es temporal. El problema principal del glaucoma es que se produce por la degeneración del nervio óptico, el cual es irrecuperable en la actualidad. Además del glaucoma, hay otras muchas retinopatías, neuropatías y diversas enfermedades que también pueden producir pérdidas irreversibles en el campo visual.

Es sobre este segundo conjunto de enfermedades, las irreversibles, donde la realización de perimetrías es de mayor trascendencia, puesto que muchas de ellas son enfermedades silenciosas; o lo que es lo mismo, no presentan síntomas muy evidentes en fases tempranas. La realización de la campimetría bajo cualquier sospecha y/o de forma periódica en revisiones oftalmológicas puede ayudar a que se detecte cualquier disminución del campo visual y, tras el diagnóstico positivo de alguna enfermedad concreta, comenzar un tratamiento temprano que detenga la progresión.

Por esta razón, mientras los avances médicos no permitan revertir los daños, es de vital importancia realizar campimetrías con técnicas eficientes que reflejen el estado del campo visual con la máxima precisión posible.

Además de todo lo anterior, existe una motivación personal con este proyecto, ya que estoy diagnosticado de glaucoma desde hace 8 años, con lo cual necesito realizar de forma periódica campimetrías para controlar la evolución de la enfermedad. Esto conlleva que tenga un interés adicional en realizar este trabajo; en primer lugar, porque me puede permitir conocer algunos detalles más técnicos sobre la prueba médica, además de entender mejor los resultados de la misma; y en segundo lugar, me permite colaborar en cierta manera en la investigación sobre campimetrías, de la cual soy beneficiario directo.

1.2. Objetivo del trabajo

Por los motivos expuestos en el anterior apartado, el objetivo de este trabajo es que el lector adquiriera un conocimiento básico sobre los diversos parámetros y técnicas que se pueden utilizar para llevar a cabo una campimetría visual, haciendo hincapié en algunos de los métodos más habituales. Se pretende analizar esas técnicas desde un punto de vista estadístico a partir de datos reales, de forma que se pueda mostrar claramente las similitudes y diferencias entre ellas, así como las ventajas y desventajas de usar unas u otras. Además, se propondrán otras técnicas alternativas con la intención de encontrar algunas mejoras en ciertos aspectos frente a las ya existentes.

Para lograr esto, el documento se estructurará de la siguiente manera:

1. Se presentarán algunos aspectos generales de la campimetría visual. Esto facilitará la lectura de los siguientes apartados.
2. Se describirá el funcionamiento de dos de las técnicas existentes: Bracketing y Tendency-Oriented Perimetry (TOP).
3. Se establecerán diversas métricas que permitan conocer el comportamiento y la precisión de los resultados generados con cualquier técnica, sirviendo para compararlas entre ellas.
4. Se propondrán técnicas alternativas basadas en interpolación y aprendizaje automático y se compararán con las anteriores.
5. Se realizará una valoración final acerca de las técnicas analizadas durante todo el documento.

Como objetivo implícito, también se pretende reflejar a lo largo del trabajo el uso de algunos de los conocimientos y herramientas adquiridos a lo largo del Máster en Tratamiento Estadístico Computacional de la Información así como el aprendizaje de otros nuevos relacionados con el mismo.

2. Campimetría Visual

El origen de la campimetría se remonta a la Antigua Grecia [5], donde los primeros indicios de procedimientos para conocer el estado del campo visual datan de finales del siglo V a. C. por parte de Hipócrates, denominado en ocasiones como el "padre de la medicina". Además de Hipócrates, en la interesante y lenta (al principio) historia de la perimetría aparecen aportaciones de otros conocidos personajes históricos como Ptolomeo, Galeno e incluso Leonardo da Vinci.

En el año 1602, aparece publicada la primera representación gráfica del campo visual por Ulmus de Padia. A partir de ese siglo XVII, los avances se sucedieron a mayor velocidad. De todas formas, hasta mediados del siglo XVIII los procedimientos eran mayoritariamente de carácter cualitativo y no fue hasta 1856 que, gracias al oftalmólogo prusiano Albrecht von Graefe, los métodos cuantitativos para evaluar el campo visual comenzaron a cobrar mayor relevancia.

Desde entonces, las investigaciones no han cesado, dando lugar a nuevas y variadas técnicas y dispositivos (campímetros) que en algunos casos pueden seguir empleándose en la actualidad. A finales de la década de los 60 y durante los 70, se dio el, posiblemente, mayor avance de los últimos 100 años: las investigaciones de los doctores John R. Lynn y George W. Tate [6] junto con los desarrollos de Franz Frankhauser y sus compañeros [7] produjeron el primer campímetro automatizado completo, Octopus. Este tipo de perimetría automatizada es la más común hoy en día.

Tras esta breve revisión sobre la historia de la campimetría, el siguiente paso es conocer qué métodos y elementos conforman la perimetría visual en la actualidad. En realidad, depende de numerosos factores [5], como pueden ser:

- Disponibilidad de equipamiento y recursos.
- Tiempo disponible.
- Objetivo de la prueba.
- Situación del paciente.

Si a esto le sumamos las diferentes implementaciones que cada fabricante puede llevar a cabo para su perímetro (Octopus, Humphrey, Fieldmaster, Easyfield, Medmont, etc.), se torna imposible abarcar todas las posibles campimetrías existentes en la actualidad en un documento de esta envergadura.

Por esta razón, durante el resto del capítulo, se va a presentar algunos parámetros y técnicas básicos que, aunque en ciertos casos puedan diferir entre campímetros, son conceptualmente similares. Para ello se tomará como referencia los del perímetro Octopus, detallados en [1].

2.1. Parámetros fijos

En primer lugar, se va a tratar algunos aspectos técnicos inherentes a la tecnología e implementación del perímetro Octopus; es decir, aquellos parámetros fijos que no vienen determinados por la campimetría a realizar, si no por el campímetro utilizado en concreto.

La mayoría de los campímetros constan, entre otros elementos, de una superficie que es un paraboloides de revolución (como la superficie reflectora de una antena parabólica); dicho de una forma menos precisa, es como la superficie de una semi-esfera hueca vista desde dentro. Frente a ese área se sitúa al paciente, el cual fija su mirada con el ojo que vaya a realizar la prueba (el otro debe estar ocluido) al centro de la zona y debe ir indicando si ve los estímulos lumínicos que se le presentan sobre dicha superficie.

En relación a dicha pantalla sobre la que se proyectan los estímulos, lo ideal es que tenga un brillo no muy alto, pero que haya un contraste adecuado entre fondo y estímulo. Además, se procura que el ojo humano pueda usar su visión fotópica; es decir, la visión que se usa en condiciones bien iluminadas (no requiere de tiempo para la adaptación a la oscuridad). Para lograr todo esto, el perímetro Octopus usa un fondo con una intensidad de 31,4 asb (apostilbs) que se corresponde con 10 cd/m².

En cuanto a los estímulos lumínicos, uno de los parámetros fijos es la intensidad máxima con la que se podrá emitir estos, que para el caso de Octopus es de 4.000 asb, que equivale a 1.273,23 cd/m². También se establece que el tiempo que un estímulo se mantiene proyectado debe ser menor al tiempo de reacción en el que ocurre el movimiento reflejo de mirar hacia donde está el estímulo, el cual se estima en 200 ms. Por ello la duración de los estímulos en el Octopus es de 100 ms.

No obstante, aunque se hable de parámetros fijos, la mayoría de los campímetros (incluido Octopus) permiten algunas modificaciones sobre estos valores en situaciones especiales.

2.2. Parámetros variables

Los parámetros variables, a diferencia de los anteriores, son aquellos que pueden ser modificados en función de la campimetría que se vaya a realizar. Generalmente se concretan según la condición visual del paciente o por los objetivos que se persiguen con la prueba.

2.2.1. Tipos de campimetrías

Se pueden distinguir dos métodos para comprobar el campo visual: campimetría estática o cinética. La de tipo estática es la más frecuente, consiste en presentar al paciente estímulos luminosos de distinta intensidad en diferentes localizaciones, según la respuesta (ver o no ver el estímulo) se determina cual es la intensidad mínima que la persona puede ver en cada ubicación evaluada,

lo que se denominará de aquí en adelante como umbral.

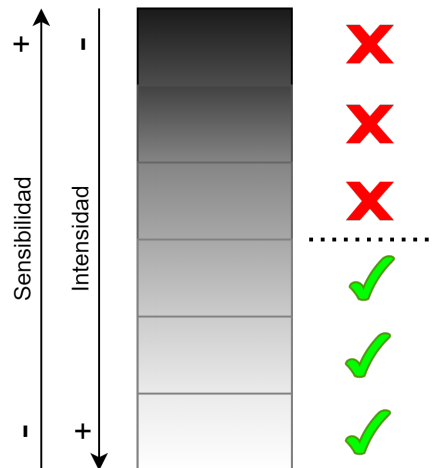


Figura 1: Campimetría estática. Fuente: basado en [1, p. 49].

En la Figura 1 se muestra de forma muy simplificada el proceso para encontrar el umbral de un paciente en una localización concreta. Como se puede apreciar, el umbral se determina como aquel nivel de intensidad lumínica donde el paciente pasa de ver a no ver el estímulo o viceversa.

En la misma figura se puede ver que, además de la intensidad de los estímulos, aparece la sensibilidad, la cual varía de forma inversa a la intensidad. Esto quiere decir que si un paciente requiere una intensidad alta para ver el estímulo, es porque tiene una sensibilidad baja en ese punto. Esta sensibilidad se expresa en decibelios (escala logarítmica relativa), siguiendo la expresión 1 donde L es la intensidad lumínica que puede ver la persona en cierto punto y L_{max} es la máxima intensidad que el campímetro puede proyectar.

$$dB = 10 \log_{10} \left(\frac{L_{max}}{L} \right) \quad (1)$$

La forma más habitual de indicar el valor de un umbral, y la que se usará durante todo este documento, es la sensibilidad; ya que tiene algunas ventajas sobre el uso de la intensidad. Por ejemplo, permite tener cifras más manejables: mientras la intensidad tiene un rango de ~ 0.4 hasta 4.000 asb en el Octopus, la sensibilidad estaría contenida entre 0 y ~ 40 dB. También permite homogeneizar la expresión de la pérdida total del campo visual: cuando la intensidad alcanza el máximo valor que el campímetro puede emitir y el paciente todavía no puede ver el estímulo, se considera que tiene una pérdida total. En el Octopus esto se corresponde a 4.000 asb, pero en otros perímetros puede ser 5.000 asb, 10.000 asb (Humphrey) u otros valores muy diferentes; en cambio, usando la sensibilidad, en cualquiera de esos casos el resultado sería 0 dB, lo cual es más intuitivo.

El segundo tipo de campimetría, la perimetría cinética, se basa en proyectar estímulos de intensidad constante moviéndose desde la periferia al centro o punto de fijación, tal y como se muestra en la Figura 2. Tras evaluar

múltiples direcciones e intensidades, el resultado es una línea de contorno (*isopter*) para cada intensidad examinada; todas esas líneas se representan simultáneamente conformando el equivalente a las curvas de nivel de un mapa topográfico.

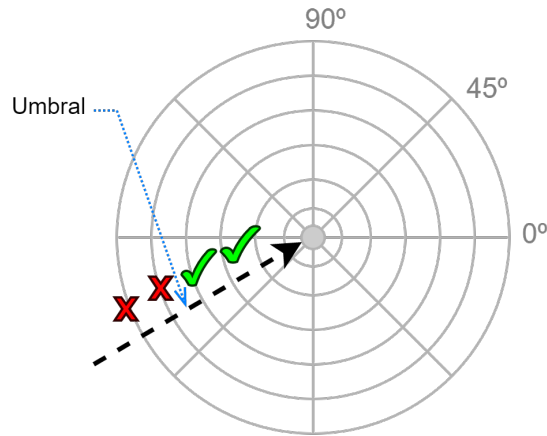


Figura 2: Campimetría cinética. Fuente: basado en [1, p. 49].

La diferencia más importante entre la campimetría estática y la cinética es que la primera proporciona unos valores de sensibilidad mucho más precisos en las localizaciones evaluadas mientras que la segunda permite un mejor dimensionado espacial de los defectos visuales. Esto, unido al resto de ventajas y desventajas, además del tipo de paciente, determinan cuál es la más adecuada de usar.

2.2.2. Tipos de estímulos

Además de los ya mencionados parámetros fijos asociados a los estímulos lumínicos, hay otros parámetros como el tamaño y el color que se pueden ajustar en función de la perimetría a realizar.

Para el tamaño se usa habitualmente, por convención, los tamaños de Goldmann, introducidos por Hans Goldmann en 1946. Consta de 5 tamaños (I - V) para estímulos circulares, donde cada paso supone multiplicar por 2 el radio o por 4 el área del círculo del tamaño previo. El tamaño III (4 mm^2) es el estándar utilizado en la mayoría de pruebas, mientras que el resto se pueden emplear en casos concretos; como por ejemplo el tamaño V (64 mm^2), usado en ocasiones para pacientes con baja visión.

Respecto al color, lo más común es proyectar estímulos blancos sobre un fondo blanco (con diferentes intensidades para generar un contraste adecuado). Pero hay pruebas específicas que requieren otros colores o formas de presentar los estímulos; por ejemplo, estímulos de color azul sobre un fondo amarillo.

2.2.3. Patrones

Cuando se habló de la campimetría estática, se hizo referencia a la medición de los umbrales de sensibilidad en localizaciones concretas. El conjunto de todas esas ubicaciones evaluadas en una única prueba se conoce como patrón de test.

En la Figura 3 se puede ver algunos de esos patrones, cada uno empleado con unos objetivos diferentes. El patrón A permite examinar los 30^o centrales del campo visual y los puntos están repartidos siguiendo la orientación de las fibras nerviosas de la retina, está enfocado a pacientes con glaucoma. El patrón B sirve para inspeccionar solo los 10^o centrales, indicado para personas con glaucoma avanzado o degeneración macular. El patrón C es utilizado para evaluar si una persona posee la habilidad visual adecuada para conducir. El patrón D está orientado a cuantificar el efecto de la ptosis (párpado caído) de un paciente sobre su campo visual.

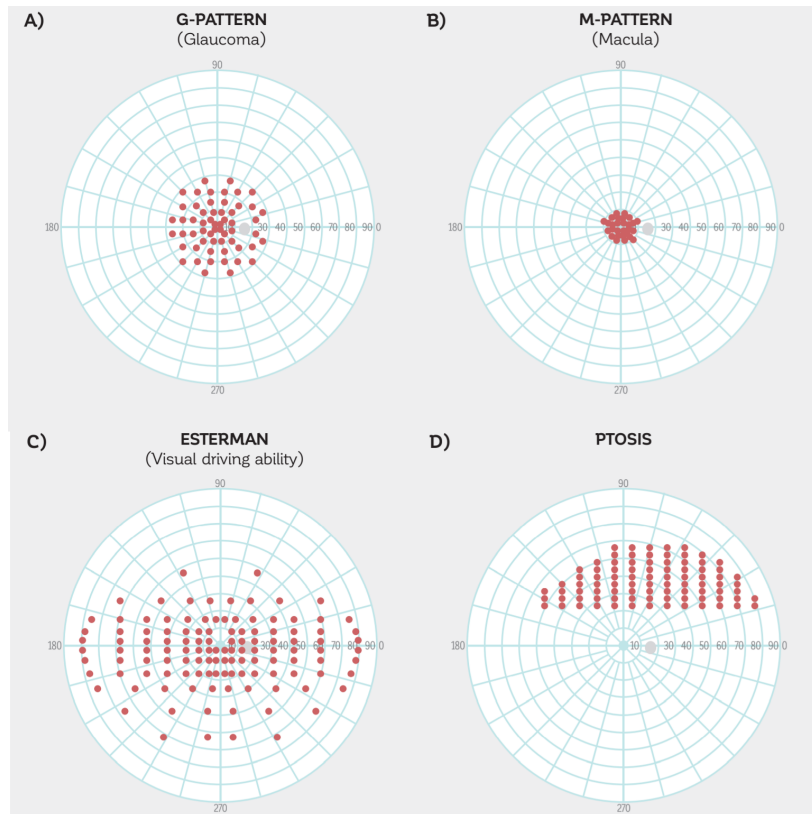


Figura 3: Algunos patrones. Fuente: obtenido de [1, p. 55].

Además del *G-Pattern* (patrón A de la Figura 3) hay otros patrones centrados en analizar los 30^o centrales del campo, como por ejemplo los mostrados en la Figura 4. Los patrones 32, 30-2 y 24-2 son prácticamente un estándar en la actualidad y están implementados en la mayoría de campímetros del mercado.

Para este trabajo, el patrón utilizado será exclusivamente el 32, que consta de 74 localizaciones separadas 6^o entre ellas y sin incluir los 2 puntos situados en el punto ciego o *blind spot* (emplazamiento del disco óptico).

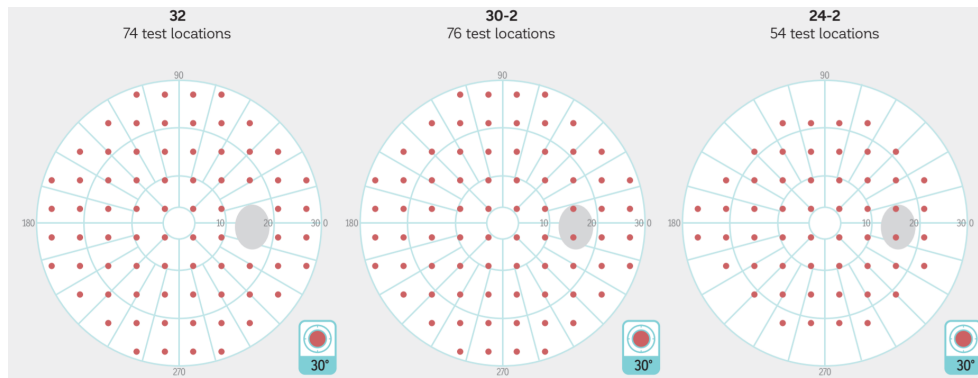


Figura 4: Otros patrones. Fuente: obtenido de [1, p. 64].

Los patrones mostrados aquí son solo una pequeña muestra de la extensa variedad existente y que, para el perímetro Octopus, se detallan en [1].

2.2.4. Estrategias

Gracias a los patrones del apartado anterior, se sabe cuáles son las localizaciones sobre las que se va a medir la sensibilidad; sin embargo, aún se desconoce cómo se realiza esa medición en particular, esto es lo que se conoce como estrategia.

Todas las estrategias se pueden clasificar en 2 grupos diferentes:

- **Estrategias cuantitativas:** Su finalidad es una estimación concreta de los valores de sensibilidad en cada punto del patrón.

Consisten en ir presentando sucesivamente estímulos de diferente intensidad hasta obtener una estimación específica. La diferencia mínima entre las intensidades que se proyectan es lo que se conoce como resolución, el cual es un factor determinante para conocer la precisión y duración de la campimetría. Para una mayor resolución (menor diferencia entre intensidades), se consiguen estimaciones más precisas pero requiere más tiempo para evaluar todas las intensidades en las diferentes localizaciones del patrón.

Con el objetivo de ofrecer distintas estrategias en función del tiempo disponible y la precisión deseada, el perímetro Octopus implementa 4 estrategias cuantitativas: estrategia normal, dinámica, para baja visión y TOP (*Tendency-Oriented Perimetry*). La primera y la última se describirán con más detalle en el capítulo 3.

- **Estrategias cualitativas:** Son útiles cuando no se requiere cuantificar los umbrales de sensibilidad del paciente.

Normalmente se utilizan para comprobar si una persona tiene la habilidad visual suficiente para desempeñar cierta tarea, como por ejemplo conducir. Una de las estrategias cualitativas que implementa el Octopus es *1-Level Test*, que consiste en presentar en cada punto del patrón aquel valor de sensibilidad considerado mínimo para desarrollar la actividad en cuestión. Si el paciente lo ve, se considera que puede realizar la tarea.

2.2.5. Representación del campo visual

Aunque esto no es estrictamente un parámetro, hay muchas maneras de mostrar los resultados de una campimetría visual. Al igual que todos los parámetros anteriores, depende de los objetivos perseguidos y del perímetro utilizado. Por ello, aquí se enseñará solamente las 3 formas más básicas que están presentes, prácticamente, en la totalidad de pruebas realizadas hoy en día.

Valores medidos

Se trata de mostrar directamente la sensibilidad medida en cada punto. Como se puede apreciar en la Figura 5, además de los valores aparece el símbolo '■', que indican una pérdida absoluta en ese punto (sensibilidad de 0 dB).

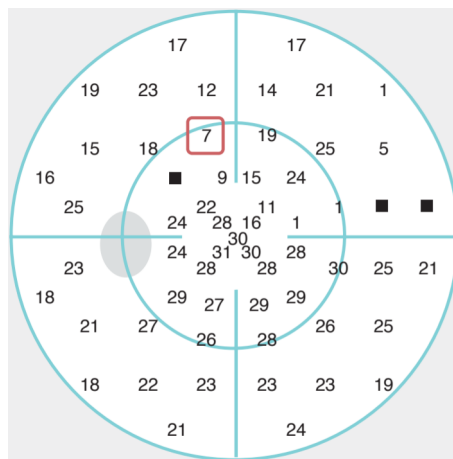


Figura 5: Valores de sensibilidad medidos.

Fuente: obtenido de [1, p. 102].

Valores en escala de grises

Aunque la representación anterior es precisa, es difícil hacerse una idea rápida del estado del campo visual del paciente. Por esta razón, se suele incluir una imagen con los valores en una escala de grises (o de colores en caso del Octopus) con una interpolación en el área entre los puntos medidos tal y como se muestra en la Figura 6.

el factor de la edad, ya que según pasan los años, el campo visual del ser humano tiende a empeorar.

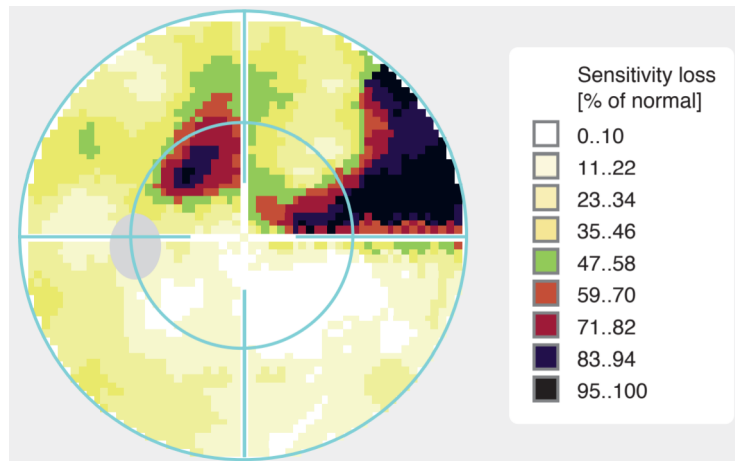


Figura 8: Escala de grises de la comparación.
Fuente: obtenido de [1, p. 105].

Estos 3 métodos de visualizar los resultados son los que se usarán a lo largo de todo el documento.

3. Análisis de estrategias cuantitativas

Aunque ya se ha introducido el concepto de estrategia en el capítulo anterior, en las próximas secciones se va a describir más detalladamente el funcionamiento de dos de las técnicas utilizadas por el perímetro Octopus para evaluar el campo visual: la estrategia normal y la estrategia TOP. Tras ello, se realizará un análisis comparativo, con datos reales, entre ambas para mostrar sus principales similitudes y diferencias.

3.1. Estrategia normal

La estrategia normal fue la primera estrategia cuantitativa implementada en el campímetro Octopus. También se le suele denominar estrategia de *bracketing* o acotamiento estándar. Esto se debe a que el procedimiento para estimar los valores se basa en presentar estímulos lumínicos al paciente hasta encontrar dos intensidades tales que una de ellas no la pueda ver pero la inmediatamente superior sí, de esta forma se puede acotar la intensidad luminosa (o sensibilidad) que el paciente puede ver a un valor entre esas dos intensidades.

Su funcionamiento general se puede desglosar en las siguientes etapas:

1. En cada localización del patrón que se desea medir, se proyecta estímulos luminosos de sensibilidad descendente (intensidad ascendente) en pasos de 4 dB.
2. Cuando la respuesta del paciente pase de no ver a ver un estímulo, se habrá completado la primera acotación, ya que el umbral estará entre esos dos valores (cotas).
3. Se siguen presentando estímulos de sensibilidad descendente desde la cota superior del paso anterior pero ahora en pasos de 2 dB.
4. De nuevo, cuando la respuesta del paciente pasa de no ver a ver un estímulo, se habrá completado la segunda acotación.
5. El valor final que se propone como estimación del umbral es el valor medio de las dos cotas del paso anterior.

Esto también se conoce como procedimiento de acotación 4-2-1 ya que primero se presentan intensidades en pasos de 4 dB, después de 2 dB y por último se suma o resta 1 dB para concretar el umbral.

En la Figura 9 se muestra como ejemplo la aplicación de esta estrategia para determinar que el umbral de sensibilidad en una ubicación concreta es 15 dB.

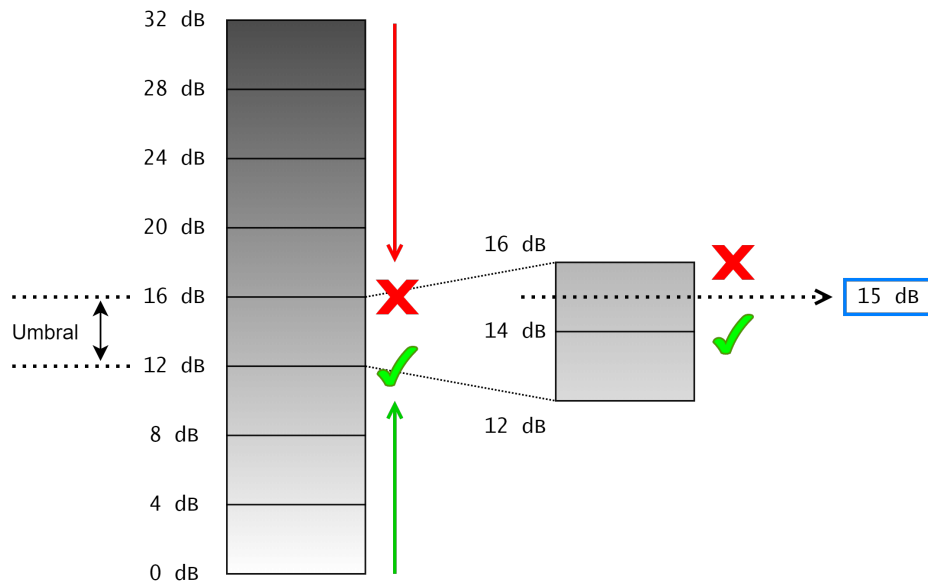


Figura 9: Ejemplo de estrategia normal. Fuente: basado en [1, p. 84].

Aunque el funcionamiento general es el que se ha descrito, hay algunos aspectos concretos que merece la pena comentar:

- Excepto para las localizaciones evaluadas al principio, la intensidad de los estímulos iniciales en el resto de puntos se determina a partir de los resultados en las ubicaciones vecinas. El objetivo de esto es tratar de encontrar el primer acotamiento más rápido.
- En caso de que el primer estímulo proyectado en una localización sea visto por el paciente, la variación de la sensibilidad se invierte a ascendente (intensidad descendente) para encontrar aquel estímulo que ya no pueda ver la persona, logrando así las dos cotas.

Su principal ventaja frente al resto de estrategias es su precisión, ya que el procedimiento de acotado 4-2-1 permite reducir el error hasta ± 1 dB. Por otro lado, su principal inconveniente es la duración de la prueba, que está entre 10 y 12 minutos para cada ojo usando el *G-Pattern* (59 localizaciones).

Debido a la larga duración de la estrategia normal, han ido surgiendo otras técnicas alternativas como la estrategia dinámica, en la que el paso entre intensidades ya no es fijo si no que aumenta conforme el paciente acumula estímulos consecutivos sin ver. También existe una estrategia para baja visión, en la que los estímulos iniciales son siempre 0 dB (máxima intensidad) y va aumentando (pasos de 4 dB) hasta el primer estímulo que el paciente no consiga ver. Estas dos estrategias permiten reducir la duración de la campimetría a 6 - 8 minutos a cambio de perder precisión.

3.2. Tendency-Oriented Perimetry

La evaluación del campo visual requiere concentración. Cuando las pruebas son largas, muchos pacientes sufren fatiga [8] [9], provocando que su

atención se reduzca. Esto se traduce en respuestas más imprecisas ante los estímulos lumínicos, dando como resultado la estimación de un campo visual con más defectos que el campo visual real del paciente.

Para disminuir este efecto de la fatiga, siempre ha sido de interés el desarrollo de nuevas estrategias más rápidas pero que mantengan cierta precisión en sus resultados. Al final de la sección anterior se mencionaron la estrategia dinámica y la de baja visión, que reducían la duración de la estrategia normal; no obstante, siguen siendo pruebas de duración considerable. Por esta razón, se desarrolló la Perimetría Orientada a la Tendencia o TOP por sus siglas en inglés. Con esta técnica se logra realizar una campimetría sobre un patrón de 59 localizaciones en 2 - 4 minutos, lo que implica que puede llegar a ser hasta 5 veces más rápido que la estrategia normal.

La principal diferencia con las otras estrategias cuantitativas del campímetro Octopus es que se presenta un único estímulo a una intensidad específica en cada localización del patrón de test (con la estrategia normal suele ser necesario entre 4 y 6 estímulos por localización [10]). La respuesta del paciente sobre el estímulo de cada ubicación afecta también a las ubicaciones vecinas. El funcionamiento del algoritmo es el siguiente:

1. Se crea una matriz P cuyos valores son $\frac{1}{2}$ de los valores correspondientes a la visión normal para la edad del paciente examinado.
2. Se proyectan los estímulos con los valores del paso anterior en las localizaciones pertenecientes a la fase 1. (Figura 10).
3. En una matriz R se almacenan las respuestas del paciente de forma que si ve un estímulo en concreto, se guarda $\frac{4}{16}$ del valor de la visión normal en la localización del estímulo en cuestión. Si por el contrario no logra ver el estímulo, se almacena $-\frac{4}{16}$.
4. Para la matriz R, en las ubicaciones donde no se han presentado ningún estímulo (puntos que no pertenezcan a la fase 1), se interpola linealmente su valor a partir de los vecinos que sí pertenezcan a la fase 1.
5. Se obtiene una nueva matriz P sumando R a la P anterior. Se repiten los pasos 2 - 5 de manera que se recorran las 4 fases de la Figura 10. En los pasos anteriores hay que cambiar donde aparece fase 1 por la fase en la que se encuentre. También se debe modificar los factores por los que se multiplican los valores de visión normal del paso 2: $\frac{4}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{2}{16}$ y $\frac{1}{16}$ para las fases 1, 2, 3 y 4 respectivamente.

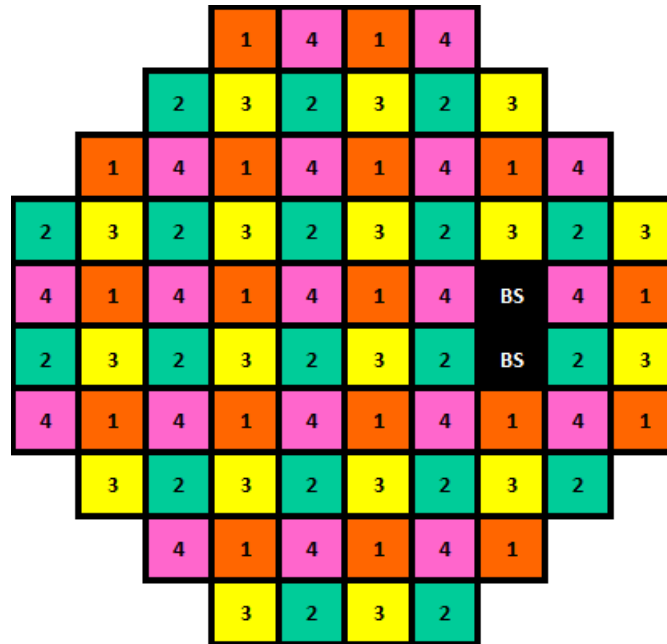


Figura 10: Fase a la que pertenece cada localización del patrón 32. Fuente: basado en [10].

Como se puede apreciar, la idea sobre la que se sustenta TOP es la relación espacial existente entre localizaciones cercanas del patrón de test. Esto significa que la información obtenida en un punto afecta en cierta medida a los puntos próximos. Además, este efecto se desglosa en varias fases de modo que en cada una el impacto de una ubicación sobre sus vecinas se reduce, logrando así implementar un procedimiento de *bracketing* o acotamiento similar al del resto de estrategias cuantitativas del Octopus.

Una vez descrito el funcionamiento de la estrategia normal y de TOP, se va a proceder a analizar los datos sobre los resultados de campimetrías reales realizadas con estas técnicas.

3.3. Conjunto de datos disponibles

Para la elaboración de este trabajo se dispone de los resultados de campimetrías realizadas a 81 pacientes con el perímetro Octopus 1-2-3. Cada uno de ellos ha realizado 2 perimetrías con la estrategia normal y 2 con la estrategia TOP. Estas campimetrías se realizaron en dos sesiones con una separación máxima de una semana, en cada una de ellas se efectuaron una prueba con la estrategia de *bracketing* estándar y otra con TOP.

Todas las perimetrías se llevaron a cabo utilizando el patrón de test 32; por tanto, los datos contienen los resultados de las 74 localizaciones equidistantes correspondientes. En la Figura 11 se muestran dichas ubicaciones junto con un número natural, que representa el orden en el que aparecen los valores en los datos reales. Esto permitirá simplificar las referencias concretas a los valores del campo visual ya que al mencionar, por ejemplo, umbral 25; se estará haciendo alusión al valor del umbral de sensibilidad del paciente en

la localización número 25.

			19	29	39	49			
			11	20	30	40	50	59	
		5	12	21	31	41	51	60	67
1	6	13	22	32	42	52	61	68	73
2	7	14	23	33	43	53	62	69	74
3	8	15	24	34	44	54	63	70	75
4	9	16	25	35	45	55	64	71	76
	10	17	26	36	46	56	65	72	
		18	27	37	47	57	66		
			28	38	48	58			

Figura 11: Las 74 localizaciones del patrón 32.

Fuente: elaboración propia.

Además de los valores de sensibilidad medidos con ambas estrategias, se dispone de los valores del defecto visual; es decir, los valores resultantes de comparar los valores medidos con los valores de un campo visual normal o sano para la edad del paciente en cuestión, tal y como se indicó en la expresión 2.

Tras una limpieza previa de los datos y la separación de los resultados de cada estrategia en ficheros distintos para facilitar su acceso y operación; se van a mostrar una serie de gráficos y estadísticos descriptivos básicos de cada estrategia de forma individual para tener una idea inicial acerca de la naturaleza los datos. Esto se ha realizado en lenguaje Python con ayuda de algunas de algunas de las librerías más conocidas en el ámbito del tratamiento de datos: Pandas, NumPy, SciPy, Matplotlib, Seaborn, etc.

En primer lugar se muestra la distribución de los datos mediante los histogramas de las Figuras 12 y 13. En la primera se puede ver cómo la mayoría de valores están en torno 25 dB, con máximos cerca de 32 dB, que se corresponde con una visión normal en la fovea (visión central). El mínimo en ambos casos es 0 dB, lo cual indica una pérdida total de visión; se puede apreciar cómo en ambas estrategias hay un elevado número de localizaciones con sensibilidad nula, lo que es indicativo de la presencia de numerosos pacientes con algún tipo de patología visual. En los histogramas para los valores de defecto visual el análisis es análogo, lo más destacable aquí es ver que hay un cierto número de valores negativos, lo que significa que en a localizaciones, algunos pacientes tienen una mayor sensibilidad de la que se considera visión normal o sana.

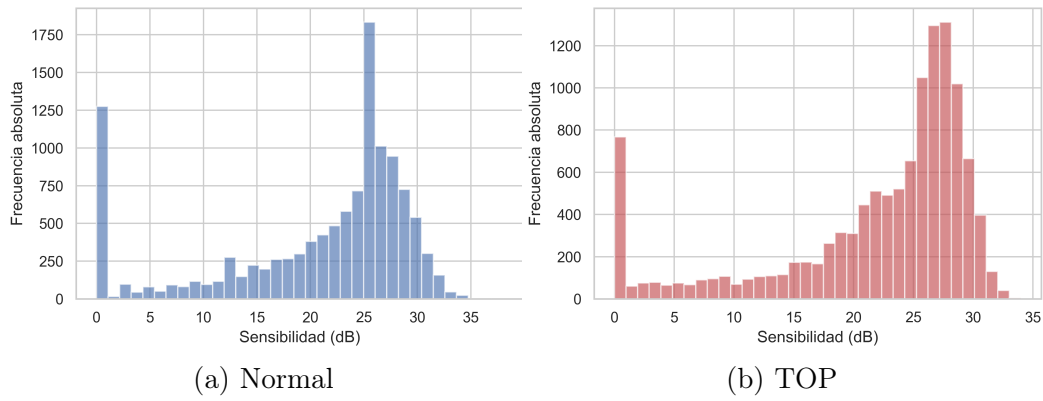


Figura 12: Histograma de los valores de sensibilidad para cada estrategia.

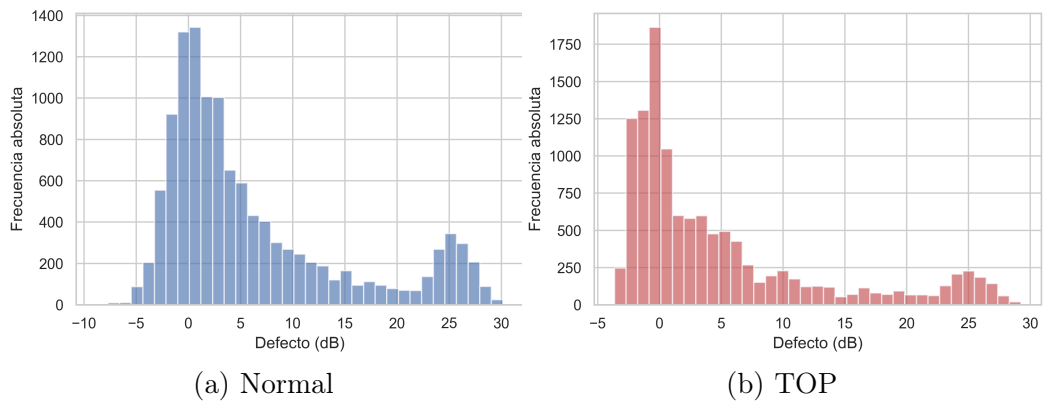


Figura 13: Histograma de los valores de defecto para cada estrategia.

Sobre las distribuciones anteriores, se presenta en la Tabla 1 algunos estadísticos concretos.

Estadístico	Sensibilidad (dB)		Defecto (dB)	
	Normal	TOP	Normal	TOP
Media	20,59	21,97	6,16	4,78
Mediana	24	25,06	2,87	1,4
Desviación estándar	9,34	8,63	8,76	8,12

Tabla 1: Estadísticos descriptivos.

Por último, en la Figura 14 se expone, a través de diagramas de cajas y bigotes, más información sobre rangos, cuartiles y valores atípicos de cada una de las estrategias.

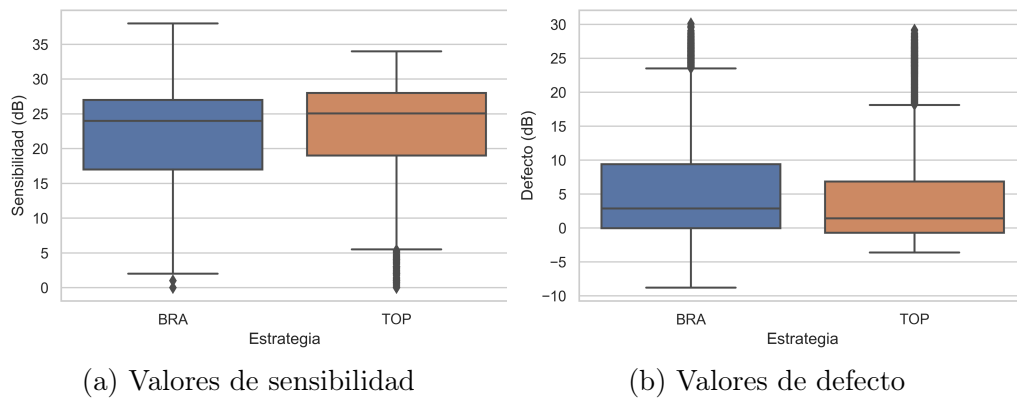


Figura 14: Diagramas de caja.

En la sección siguiente se establecerán diversas métricas para analizar desde distintos puntos de vista las diferencias existentes entre estas dos estrategias, aunque algunas de ellas ya se han podido entrever con los gráficos y estadísticos descriptivos.

3.4. Análisis comparativo

A partir de aquí, para realizar la comparación entre TOP y la estrategia normal así como analizar las técnicas propuestas en los próximos capítulos, se considerará que los resultados de la estrategia normal son los verdaderos; es decir, se asumirá que el campo visual del paciente está determinado por los valores de la estrategia de *bracketing* estándar.

3.4.1. Representación visual

Una forma de comparar los resultados obtenidos con TOP frente a los de la estrategia normal puede ser visualizando el campo visual de ambos en escala de grises o colores, en la Figura 15 se muestra el ejemplo de un paciente en concreto.

Se puede apreciar que la estrategia TOP consigue un resultado similar pero produciendo un mayor área de defecto (más localizaciones con colores más oscuros que el amarillo en la Figura 15b que en la 15a), lo cual es lógico si tenemos en cuenta que en el algoritmo de TOP se difunden los resultados de una ubicación a las vecinas. También se puede percibir que TOP genera en ese área un defecto menos profundo que la estrategia normal (no alcanza el color negro en ninguna localización, sin tener en cuenta el punto ciego).

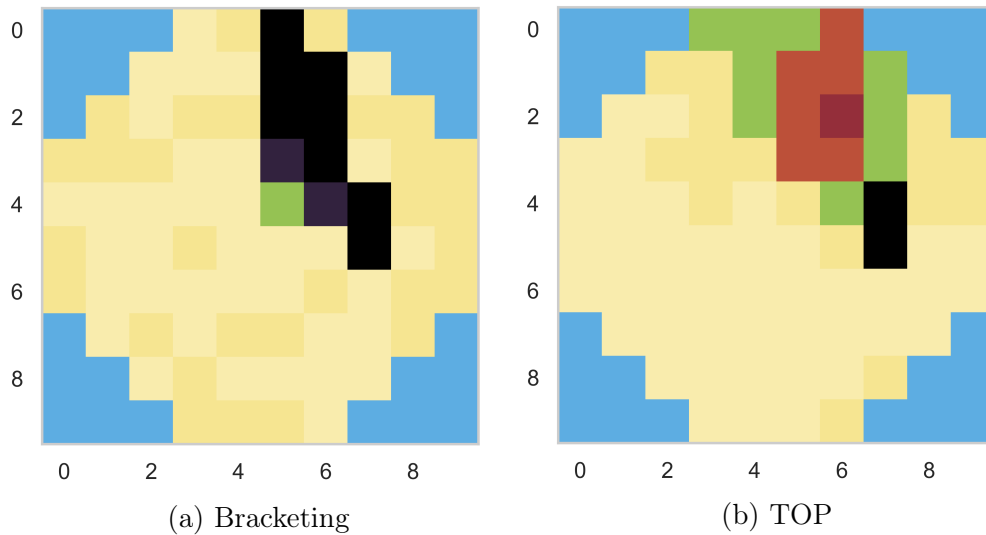


Figura 15: Campo visual de un paciente con cada estrategia.

Aunque se podría comparar una a una las campimetrías de los pacientes, es evidente que no es lo más apropiado. En primer lugar porque implicaría una inversión de tiempo elevada; y en segundo lugar, porque la interpretación visual está sujeta a una cierta subjetividad a la hora de evaluar los defectos existentes así como al valorar la similitud entre campos visuales.

Por esta razón se propondrán otros análisis que permitan comparar de forma más resumida y objetiva los resultados de ambas estrategias.

3.4.2. Índices globales

Otra posible comparación entre la estrategia TOP y la normal es a través de las métricas propuestas en [1, p. 119], que permiten condensar los resultados de las perimetrías de cada paciente en valores concretos.

Sensibilidad media

A través de la expresión 3 se obtiene el valor medio de la sensibilidad que tiene un paciente según la campimetría realizada.

$$MS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (3)$$

Donde x_i es el valor de sensibilidad obtenido en la localización con índice i en el paciente en cuestión. N es el total de puntos, que en este caso corresponde a 74 para el patrón de test 32.

Para comparar los valores de sensibilidad media obtenidos con cada tipo de perimetría, se proponen los gráficos de la Figura 16. Por un lado se muestra un diagrama de dispersión en el que cada punto representa a un paciente. Dichos puntos tienen como coordenada horizontal la sensibilidad media obtenida con la estrategia normal y como coordenada vertical la obtenida con

TOP. De esta forma se puede observar la correlación lineal positiva entre los resultados de ambas, siendo el coeficiente de correlación de Person $r = 0,975$.

Además, se han representado en ese mismo gráfico dos rectas: la verde, que es la recta $y = x$; es decir, es aquella que representa el comportamiento ideal en el que ambas estrategias proporcionan los mismos valores de sensibilidad media. Como se aprecia, la mayoría de los puntos están sobre dicha recta ideal, indicando que la estrategia TOP genera campos visuales con una sensibilidad media ligeramente mayor que los de la estrategia de *bracketing estándar*. Y la recta roja, que es el resultado de la regresión lineal con estos puntos; esta regresión permite resumir el comportamiento real en una única recta, de forma que facilita la comparación con el comportamiento ideal; esto es, con la recta verde.

Junto con el gráfico de dispersión, se presenta la distribución que tiene la diferencia entre los valores de MS de las dos campimetrías (Diferencia = *Bracketing* - TOP). En ella se vuelve a ver el comportamiento ya señalado, la media de $-1,381$ dB advierte que la estrategia TOP produce, en media, campos con una sensibilidad $1,38$ dB superior a los de la estrategia normal. También se puede notar una asimetría negativa (hacia la izquierda) en el histograma, manifestando que este efecto en TOP de sobrestimar la sensibilidad es más frecuentes en pacientes con peor sensibilidad media.

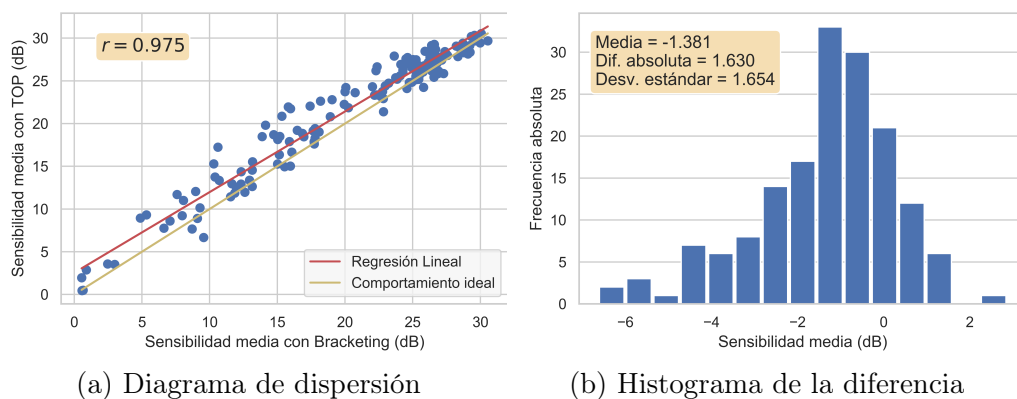


Figura 16: Comparación de la sensibilidad media (MS) de *Bracketing* y TOP.

Defecto medio

De forma similar, con las expresiones 4 se puede conocer la pérdida o defecto visual medio que posee un paciente en comparación con la visión normal para su edad.

$$MD = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \quad (4)$$

$$d_i = n_i - x_i$$

Donde d_i es el valor del defecto y n_i es el valor de sensibilidad de una visión sana en la localización con índice i .

Al igual que antes, se muestra el diagrama de dispersión e histograma para la media de los defectos (Figura 17). Dado que la relación entre la sensibilidad y el defecto es linealmente inversa, el análisis de los resultados es completamente idéntico al del índice MS pero al revés; Es decir, ahora se tiene que TOP genera campos visuales con un defecto medio 1.381 dB menor que *bracketing* estándar. Y de nuevo, este efecto es más reiterado en pacientes con mayor pérdida visual.

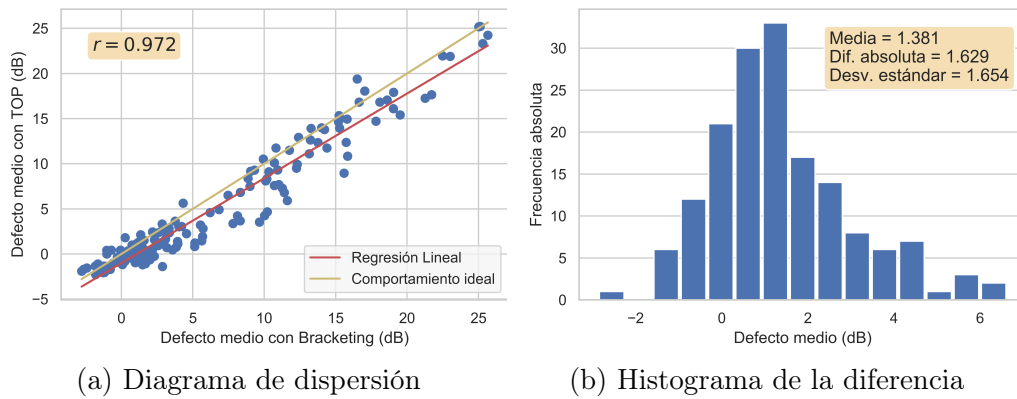


Figura 17: Comparación de la defecto medio (MD) de *Bracketing* y TOP.

Raíz de la varianza de las pérdidas

Además del defecto medio, es interesante poder conocer la varianza de ese defecto; esto es, cómo se distribuyen las pérdidas. Esta métrica sirve como indicador de la heterogeneidad del campo visual. Para valores bajos de la expresión 5, significará que los valores de defecto están cerca del defecto medio, con lo que se tendrán campos con unas pérdidas más homogéneas. En cambio, para valores altos se tendrán áreas de visión más variadas.

$$sLV = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (d_i - MD)^2} \quad (5)$$

En la Figura 18 se puede apreciar dos campos visuales con una raíz de la varianza de las pérdidas bastante diferentes, de forma que se pueda comprender lo explicado acerca de la heterogeneidad. Se puede observar como, a pesar de que el paciente de la izquierda tiene un defecto medio mayor (25 dB) que el de la izquierda (16,64 dB), al estar mucho más extendido por todo el área, se obtiene una raíz de la varianza tres veces menor que el de la derecha, el cual tiene mucha mayor variación en su visión.

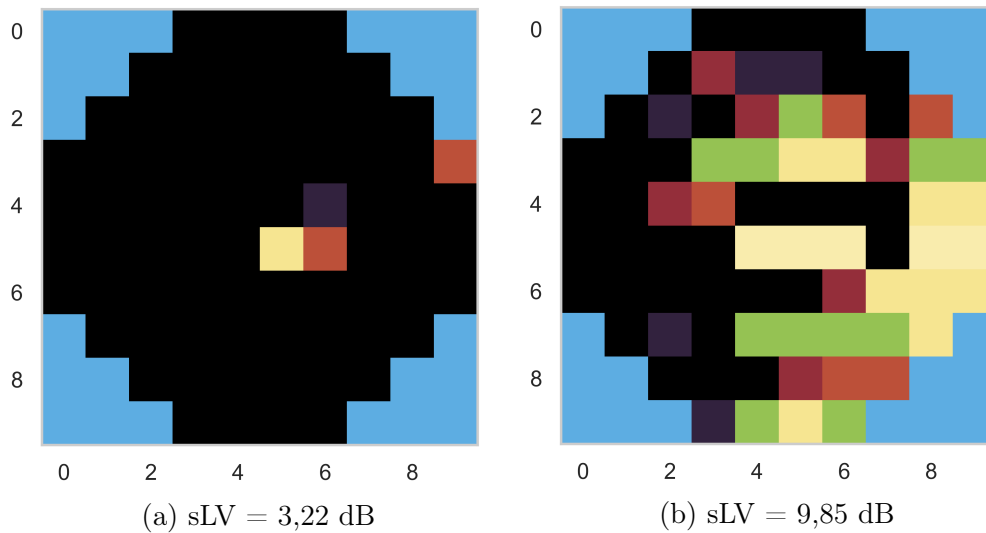


Figura 18: Campos visuales con sLV distintos.

En la Figura 19 se exponen los mismos gráficos que para las métricas anteriores. En este caso, se puede apreciar como el comportamiento real (Regresión Lineal) está por debajo del ideal. Esto, junto a la distribución de las diferencias, revela que las campimetrías obtenidas con TOP son más homogéneas (menor sLV) que las de la estrategia normal, especialmente en pacientes con elevada varianza en sus pérdidas. Esto concuerda con lo que se vió en las representaciones visuales de las campimetrías en la Figura 15.

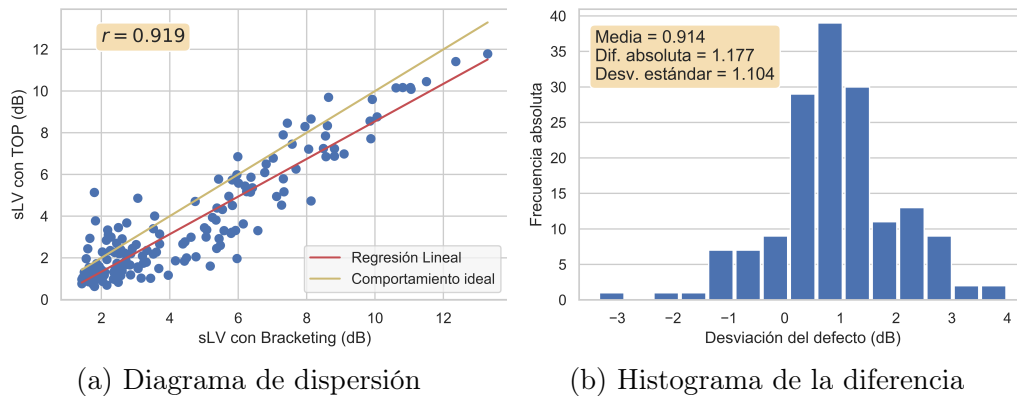


Figura 19: Comparación de la raíz de la varianza de las pérdidas (sLV) de *Bracketing* y TOP.

Esto es lógico si tenemos en cuenta como funciona el algoritmo de TOP, puesto que al incluir una interpolación con las localizaciones vecinas, se está provocando una difusión espacial de los valores, que es lo que termina produciendo la homogeneidad.

3.4.3. Umbrales

En vez de realizar el análisis resumiendo los resultados de cada perimetría a nivel de paciente mediante los índices globales, otro punto de vista podría

ser el de resumir a nivel de localizaciones o umbrales. Esto significa comparar los resultados de cada estrategia en ubicaciones concretas.

En la Figura 20 se muestra como ejemplo el diagrama de dispersión y distribución de la diferencia de los valores de sensibilidad para el umbral 17. Cada punto del gráfico de dispersión representa a un paciente, pero a diferencia de antes, ahora la coordenada 'x' es la sensibilidad del paciente en el umbral 17 obtenida con *Bracketing* y la coordenada 'y' es la obtenida con TOP. De nuevo, se proyecta mediante una recta el comportamiento ideal; es decir, aquel en el que la estrategia normal y TOP estiman el mismo valor en la localización 17.

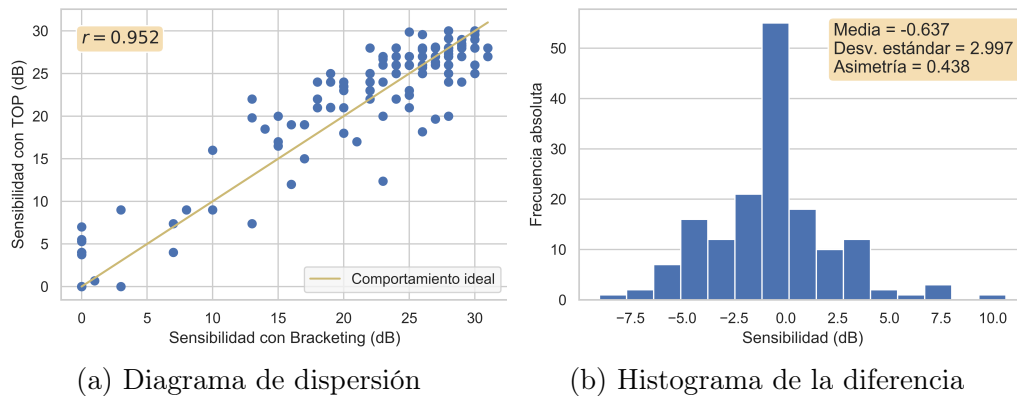


Figura 20: Comparación de los resultados obtenidos en el umbral 17 con *Bracketing* y TOP.

Aunque esta comparación por inspección visual se podría hacer para todos los umbrales, dado que son 74 ubicaciones distintas, requeriría demasiado tiempo para lo que puede aportar al análisis. Por ese motivo, se va a optar por obtener las métricas mostradas junto a los gráficos anteriores (correlación, media, desviación estándar y asimetría) de forma automatizada para cada una de las localizaciones y posteriormente se sintetizarán todas con la media.

Antes de resumir con la media las métricas anteriores, se muestra en la Figura 21 el resultado en forma de mapa de calor de la diferencia media entre *bracketing* estándar y TOP para cada punto del campo visual. En ella se puede ver que, aunque no hay un patrón muy claro, en las ubicaciones centrales la diferencia media es más cercana a 0 e incluso se puede apreciar como TOP infraestima (tonalidades rojizas) algunas. Según se van acercando a la periferia, las recurrentes tonalidades azules indican que TOP está sobrestimando la sensibilidad.

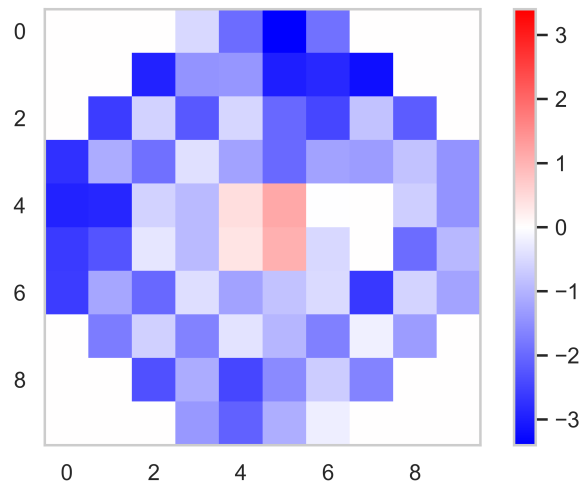


Figura 21: Diferencia media de la sensibilidad estimada con *Bracketing* y TOP en cada punto del campo visual.

Ahora sí, en la Tabla 2 aparecen los resultados medios para todos los umbrales. Se puede ver cómo la diferencia media es la misma que la calculada con los índices globales; esto era de esperar, ya que se consigue lo mismo promediando todos los umbrales de cada paciente y luego calculando la media de todos los pacientes que promediando primero todos los pacientes para cada umbral y después computando la media todos los umbrales. Este valor de la diferencia media junto con la asimetría negativa, refuerza la conclusión a la que se había llegado analizando los índices globales.

Estadístico	Todos los umbrales
Correlación media	0,868
Diferencia media	-1,381
Desviación estándar media	4.344
Asimetría media	-0,584

Tabla 2: Resumen de la comparación por umbrales.

Los estadísticos de esta tabla se intentarán mejorar al proponer técnicas de obtención de campimetrías alternativas en los capítulos 4 y 5. Se tratará de aproximar a 1 la correlación y a 0 el resto.

3.4.4. Punto a punto

Por último, se propone una comparación directa entre los valores resultantes de la estrategia normal y de TOP; es decir, sin hacer ninguna síntesis previa a nivel de paciente (índices globales) ni a nivel de localizaciones (umbrales).

En primer lugar se muestra en la Figura 22 la distribución de los 11.914 valores (161 pacientes \times 74 umbrales) correspondientes a la diferencia entre

las sensibilidades obtenidas con *bracketing* estándar y las estimadas por TOP. De aquí en adelante se le denominará a esto como el error cometido por TOP, ya que al comienzo de la sección 3.4 se explicó que los valores que se disponen de la estrategia normal son los que se consideran como verdaderos.

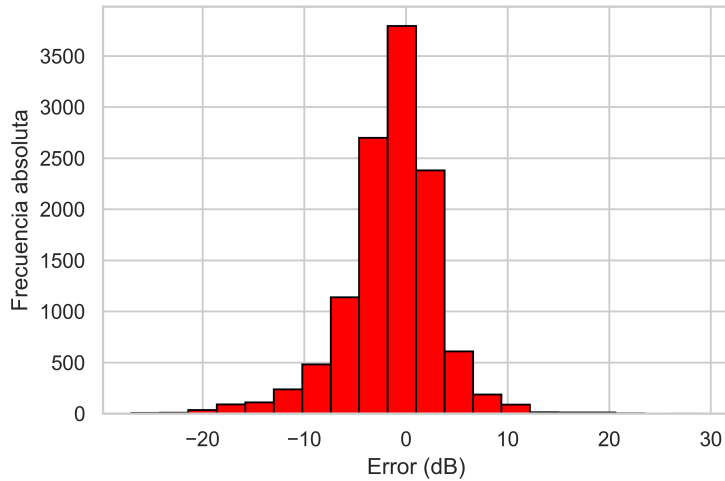


Figura 22: Error cometido por TOP en la estimación de la sensibilidad.

En la Tabla 3 se expone algunos de los estadísticos más comunes en el ámbito de la predicción para dimensionar el error: error medio, error absoluto medio, error cuadrático medio y desviación estándar.

Estadístico	Error
Error Medio (ME)	-1,381
Error Cuadrático Medio (MSE)	3,154
Error Absoluto Medio (MAE)	22,242
Desviación Estándar (SD)	4,510

Tabla 3: Estadísticos sobre el error de TOP.

Lo ideal y por tanto el objetivo a la hora de desarrollar nuevas estrategias para la obtención de campimetrías es conseguir que los valores anteriores estén más próximos a 0.

En segundo lugar, se va a proponer una métrica que refleje en un único valor el grado de similitud o disimilitud de TOP frente a *Bracketing*. Para esto se utilizará la regla de oro mencionada en [1, p. 104], la cual establece (por convenio y experiencia de los médicos oftalmólogos, sin que haya encontrado en la literatura científica una justificación clara detrás) que cuando la diferencia entre dos valores es menor a 5 dB, se considera que no es significativa.

Dicho esto, a continuación se muestra el porcentaje de valores de TOP que son diferentes significativamente de *Bracketing*.

Valores distintos	18,02%
-------------------	---------------

En tercer y último lugar, se va a evaluar la capacidad de TOP para detectar puntos patológicos. Se considera que un punto del campo visual es patológico si su defecto es mayor a 5 dB; es decir, si la pérdida en ese punto respecto a una visión sana supone más de 5 dB. Los puntos patológicos se etiquetan como 1 mientras que los no patológicos se representan con 0.

Una vez etiquetados los valores de ambas estrategias, se comprueba si los valores de TOP coinciden o no con los de la estrategia normal y se elabora la matriz de confusión de la Figura 23.

		Predicho	
		1	0
Real	1	3.279	1.249
	0	570	6.816

Figura 23: Matriz de confusión de TOP (N = 11.914).

Respecto a la capacidad de TOP para clasificar los puntos patológicos, se puede calcular una serie de parámetros que permiten evaluar el desempeño de esta estrategia como clasificador un poco más allá de los valores de la matriz de confusión. Estos son:

- **Acierto:** Es el porcentaje de puntos que se han clasificado correctamente, tanto 1 como 0: $(TP + TN)/N$
- **Sensibilidad:** Es el porcentaje de 1 predichos correctamente frente al total de 1 reales: $TP/(TP + FN)$
- **Especificidad:** Es el porcentaje de 0 predichos correctamente frente al total de 0 reales: $TN/(TN + FP)$
- **Precisión:** Es el porcentaje de 1 predichos correctamente frente al total de 1 predichos: $TP/(TP + FP)$

Como se puede apreciar en la Tabla 4, la estrategia TOP destaca en su especificidad con un 92% de los puntos no patológicos clasificados correctamente; por el contrario, su sensibilidad es su mayor inconveniente, ya que detecta solo un 72% del total de los puntos patológicos.

Parámetro	TOP
Acierto	85 %
Sensibilidad	72 %
Especificidad	92 %
Precisión	85 %

Tabla 4: Capacidad de detección de TOP.

Como resumen de las todas comparaciones hechas entre la estrategia normal y TOP, se puede concluir que TOP consigue producir unos resultados bastante satisfactorios teniendo en cuenta que reduce en unas 5 veces la duración de la prueba. No obstante, se ha podido comprobar que los campos visuales estimados con TOP tienden a reflejar un defecto visual menor y una homogeneidad mayor de lo esperado.

En los próximos dos capítulos, se propondrán técnicas alternativas a TOP con las que se intentará incrementar su precisión además de mitigar los problemas que se han ido descubriendo en este análisis comparativo con la estrategia normal.

4. Estadística espacial. Metodología

La estrategia TOP surge a partir del conocimiento y experiencia médica acerca del ojo humano. En [11] se argumenta que las localizaciones vecinas del campo visual están anatómicamente relacionadas debido a la estructura de la retina así como a la configuración de los caminos ópticos que van del ojo al lóbulo occipital. Esto justifica que en TOP se realicen sucesivas interpolaciones entre puntos cercanos.

Esto es algo que se ha podido observar anteriormente de forma gráfica, ya que en las representaciones los campos visuales (Figuras 6,15 y 19) se podía apreciar que los puntos patológicos no se encontraban, normalmente, de forma aislada; sino que en realidad estaban agrupados dando lugar a zonas o áreas de defecto y/o zonas de visión.

En caso de querer comprobar esta relación espacial desde un punto de vista más formal con los datos reales de *Bracketing*, se puede emplear la correlación existente entre localizaciones vecinas. En la Figura 24 se muestra la matriz de correlaciones con colores. Las tonalidades más claras indican mayor correlación que las oscuras. Como se puede percibir, hay un patrón claro; cada 3,4 o 5 localizaciones hay un cambio de correlación alta a baja o viceversa.

Por ejemplo, la ubicación 41 tiene una correlación con la 40 y la 42 más alta que con la 38, ya que las dos primeras son vecinas directas mientras que la última está mucho más lejos en el espacio (ver de nuevo la Figura 11). Sin embargo, con las localizaciones 32 y 31 vuelve a tener una correlación alta, ya que son ubicaciones que están cerca de nuevo.

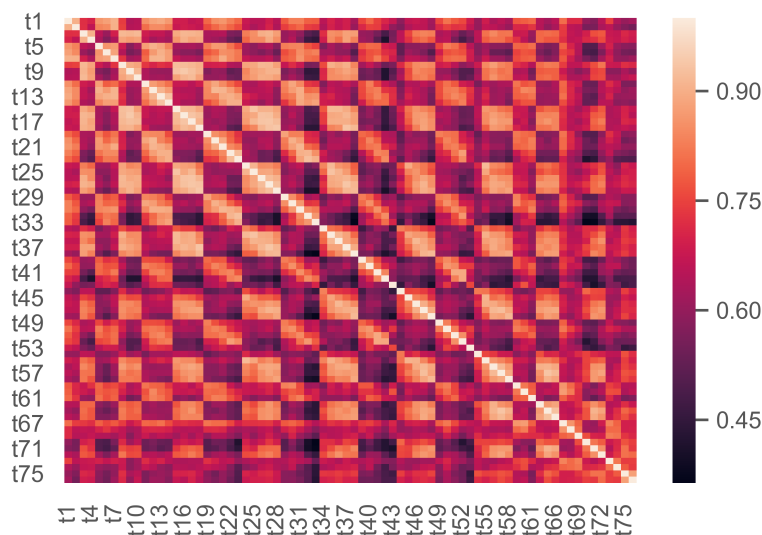


Figura 24: Matriz de correlaciones entre las localizaciones del campo visual.

Más allá de esta correlación espacial, en el algoritmo de TOP se establece también un orden para presentar los estímulos (fases de la Figura 10) así

como unos factores que predeterminan el peso que tienen los puntos de cada fase sobre sus sus vecinos. Estas cuestiones técnicas no vienen justificadas en ningún artículo que haya consultado acerca de la estrategia de TOP. Esto hace presuponer que esos parámetros se determinaron de forma experimental mediante la validación de los resultados y su comparación con la estrategia estándar de *bracketing*

Por esta razón, el objetivo es proponer una o varias técnicas alternativas que aprovechen esta correlación espacial al igual que TOP, pero con una mayor justificación matemática. Para ello, se van a implementar métodos de interpolación espacial que, a partir de los valores de ciertos puntos concretos del espacio, predigan el valor del resto.

4.1. Interpolación por ponderación según la inversa de la distancia

La primera ley de la geografía formulada por Tobler en [12], dice literalmente: ‘todo está relacionado con todo, pero las cosas cercanas están más relacionadas que las cosas distantes’. Esta ley se puede interpretar como una formulación moderna del principio de contigüidad de David Hume. Aunque se plantea inicialmente en el ámbito de la geografía, este principio aplica a una infinidad de fenómenos reales en los que esté involucrada la dimensión espacial. Esta idea, es la base sobre la que se erigen los fundamentos de la estadística espacial y, en particular, los métodos de interpolación que se tratan en este trabajo.

Una de las técnicas de interpolación espacial más utilizadas y sencillas es una aplicación directa de la primera ley de la geografía: la interpolación basada en la ponderación mediante la inversa de la distancia entre los puntos (*IDW* por sus siglas en inglés). En el ejemplo de la Figura 25, para interpolar el valor en la posición X , los puntos A y B tendrían la misma influencia en el resultado al estar a la misma distancia d ; en cambio, C tendría menos, ya que está al doble de distancia.

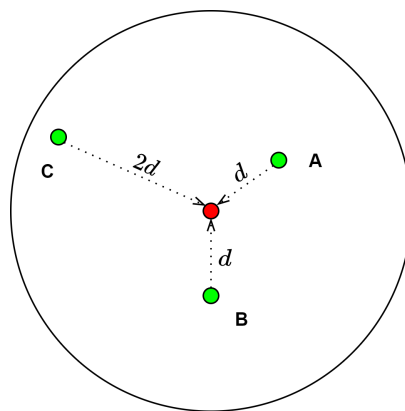


Figura 25: Ejemplo gráfico de interpolación espacial.

Aunque hay diversas formas de cuantificar esta influencia o peso, la más

extendida la definición Shepard en [13] tal y como se indica en la expresión 6.

$$w_{ji} = \frac{1}{d(x_j, x_i)^p} \quad (6)$$

Donde w_{ji} representa el peso que tiene el valor del punto j sobre el valor a interpolar en la posición i . La distancia normalmente es la euclídea, pero pueden establecerse alternativamente otras como la distancia Manhattan. La potencia p es normalmente 2, pero en ciertas ocasiones puede ser de interés cambiarla para graduar el efecto de la distancia; es decir, si se desea reducir aún más el peso de las localizaciones alejadas, se aumenta p ; si por el contrario se prefiere aumentar su influencia, se disminuye p .

Una vez se conoce el peso que tiene cada dato disponible en el espacio sobre una ubicación determinada, se puede interpolar su valor con la expresión 7.

$$x_i = \begin{cases} \frac{\sum_{j=1}^N w_{ji} x_j}{\sum_{j=1}^N w_{ji}} & \text{si } d(x_i, x_j) \neq 0 \\ x_j & \text{si } d(x_i, x_j) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Donde i es la posición donde se está interpolando y j son las posiciones de cada uno de los N puntos cuyo valor se conoce.

Después de entender cómo se interpolan nuevos datos espaciales con IDW, el siguiente paso es establecer cuáles son los puntos que se van a interpolar y cuáles (sobre todo cuántos) son los que se van a utilizar para ello. Para decidir esto, hay que tener en cuenta la duración de una campimetría con la estrategia normal y con TOP. Dado que los puntos que se utilicen para predecir el resto serán obtenidos con *Bracketing* estándar, se deberá escoger un número tal que el tiempo que conlleve medirlos sea similar a la duración total de TOP; ya que el objetivo es que la nueva técnica sea más o menos igual de rápida que TOP.

Según [10], la duración media de TOP es 4,05 minutos. Para la estrategia normal el tiempo medio es 14,65 minutos, dado que se indica en el artículo que se han medido 76 localizaciones, esto supone que cada punto tarda una media de 11,57 segundos en ser medido con *bracketing*. Por tanto, si se utilizasen 20 puntos para interpolar, se requerirían 4,05 minutos (20×11.57 s) al igual que TOP. No obstante, para evaluar el efecto que tiene en los resultados usar más o menos puntos, además de 20 puntos, se van a considerar 24 y 12, que requieren 4,63 y 2,31 minutos, respectivamente.

En las Figura 26 y 27 se muestra qué localizaciones en concreto se van a emplear. La selección se ha hecho teniendo en cuenta que debe haber información de todas las partes posibles del campo visual, de forma que cualquier posición en la que se vaya a interpolar tenga cerca uno o varios datos reales.

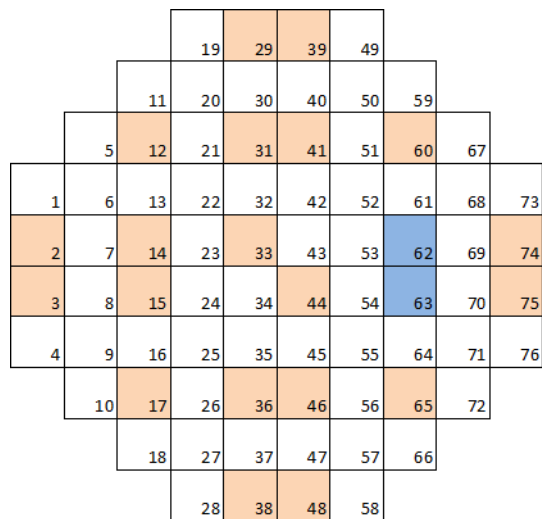
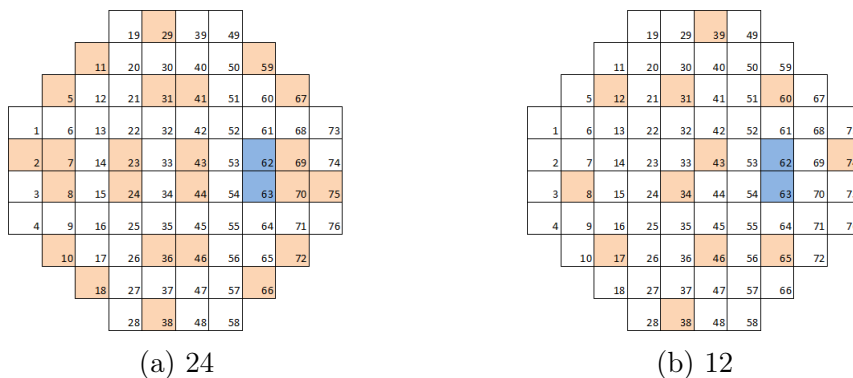


Figura 26: Localizaciones para el caso en que se usen 20 datos.



(a) 24

(b) 12

Figura 27: Localizaciones para 24 y 12 datos.

Dicho todo lo anterior, ya se puede proceder a la interpolación espacial. Esta se ha llevado a cabo en R con los paquetes *sp* y *gstat*. En la Figura 28 se puede ver, como ejemplo, el resultado de *IDW* para un paciente específico, además de los campos visuales de la estrategias normal y TOP para comparar.

Se puede notar que los campos visuales de *IDW* consiguen dimensionar mejor que TOP las zonas de defecto presentes en la estrategia normal. Por otra parte, se puede observar que al reducir la información disponible; esto es, al pasar de 20 a 12 puntos, se genera un campo visual que capta peor la variación de la sensibilidad de la persona. El análisis estadístico detallado con todos los pacientes se realizará en la sección 4.4.

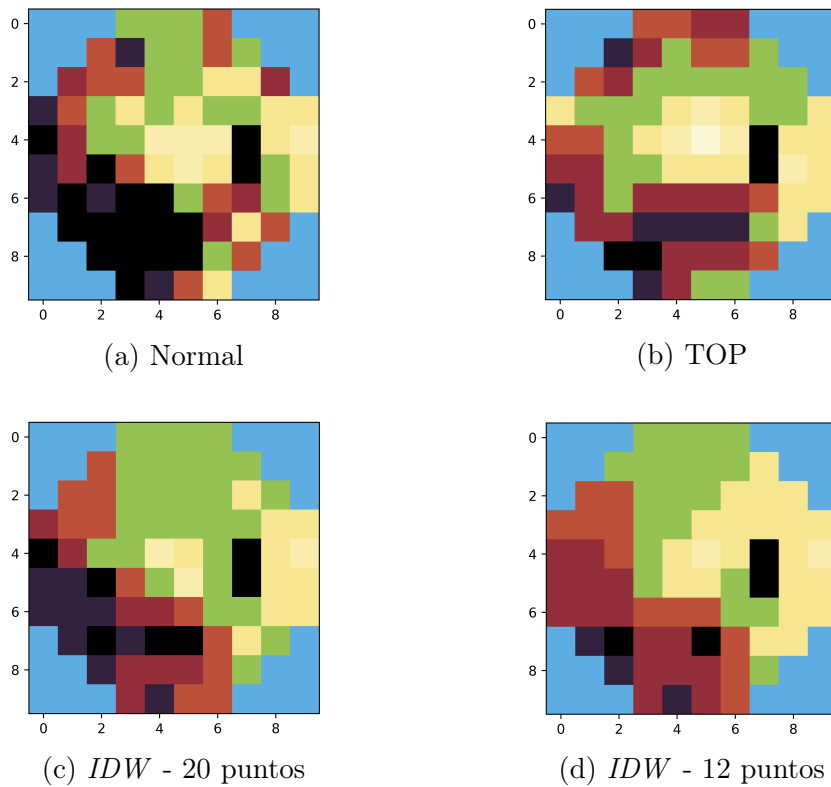


Figura 28: Resultados de la interpolación *IDW* para un paciente.

4.2. Variograma

El método de interpolación *IDW*, como se ha demostrado en la sección anterior, es un modelo fijo que se aplica exactamente igual siempre, sin importar el comportamiento estadístico de los datos espaciales en cuestión. En el caso del campo visual, no importa si el paciente tiene una visión sana, si tiene glaucoma, si sufre alguna retinopatía, etc. Para cualquiera de ellos, solo se tiene en cuenta la inversa de la distancia para establecer la influencia entre puntos.

Por este motivo, es natural que a lo largo de la historia se hayan desarrollado otras técnicas de interpolación que sí que hagan uso de las particularidades de los datos que están en juego. Estos métodos son uno de los objetos de estudio de la estadística espacial o geoestadística y se agrupan bajo el nombre de *kriging* o krigeado. La pieza clave de todos ellos es el variograma.

Antes de entrar a detallar estos dos conceptos nuevos, es necesario realizar una serie de asunciones [14] sobre los datos espaciales. En primer lugar, se considera que los datos (en este caso, los resultados de una campimetría) son una realización de un proceso aleatorio $Z(s)$, donde s es la localización espacial. Sobre este proceso, se asume su estacionariedad de segundo orden o en sentido débil, que tiene las siguientes implicaciones:

1. El proceso $Z(s)$ es estacionario en media; esto es, su esperanza es constante para todo s .

$$E[Z(s)] = \mu \quad \text{para todo } s \quad (8)$$

2. La covarianza entre dos observaciones del proceso viene determinada únicamente por la distancia entre ellas y no por la ubicación concreta de cada una.

$$\text{Cov}[Z(s_1), Z(s_2)] = C(s_1 - s_2) \quad \text{para cualquier } s_1 \text{ y } s_2 \quad (9)$$

Con la asunción de la estacionariedad de segundo orden, se define la estacionariedad intrínseca del proceso:

1. La esperanza de la diferencia entre dos puntos cualesquiera del espacio es nula.

$$E[Z(s+h) - Z(s)] = 0 \quad \text{para todo } s \text{ y } h \quad (10)$$

Donde h representa un desplazamiento en el espacio. Esto se cumple directamente por la primera condición de estacionariedad débil, puesto que si $E[Z(s)] = \mu$ y $E[Z(s+h)] = \mu$, y teniendo en cuenta la propiedad lineal del operador esperanza, $E[Z(s+h) - Z(s)] = E[Z(s+h)] - E[Z(s)] = \mu - \mu = 0$

2. La varianza de la diferencia entre dos puntos cualesquiera del espacio depende únicamente de la distancia h existente entre ellos.

$$\text{Var}[Z(s+h) - Z(s)] = 2\gamma(h) \quad \text{para todo } s \text{ y } h \quad (11)$$

Donde 2γ es la función que se conoce como variograma. Esta expresión se puede demostrar a partir de la segunda condición de la estacionariedad débil y se puede encontrar en la sección 2.3.2 de [14].

A partir de la relación $\text{Var}(X) = E[(X - E[X])^2]$, y usando la primera condición de la estacionariedad intrínseca, el variograma puede escribirse también como se indica en la expresión 12.

$$2\gamma(h) = E[(Z(s+h) - Z(s))^2] \quad (12)$$

Y su estimador clásico propuesto por Matheron en [15] es:

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{N(h)} (Z(s_i) - Z(s_j))^2 \quad (13)$$

Donde $N(h)$ es el número de pares de datos disponibles a una distancia h entre sí. Cuando se utiliza este estimador con datos reales, al resultado se le llama variograma experimental.

El variograma es, por tanto, una función que refleja la dependencia espacial a través de la variabilidad de los datos en función de la distancia que los separa. En la Figura 29 se muestra el variograma experimental que se

obtiene para un paciente en concreto. Como se puede observar, este resultado concuerda con la primera ley de la geografía, puesto que para puntos cercanos (valor de h bajo), la varianza entre los datos es menor que para puntos lejanos.

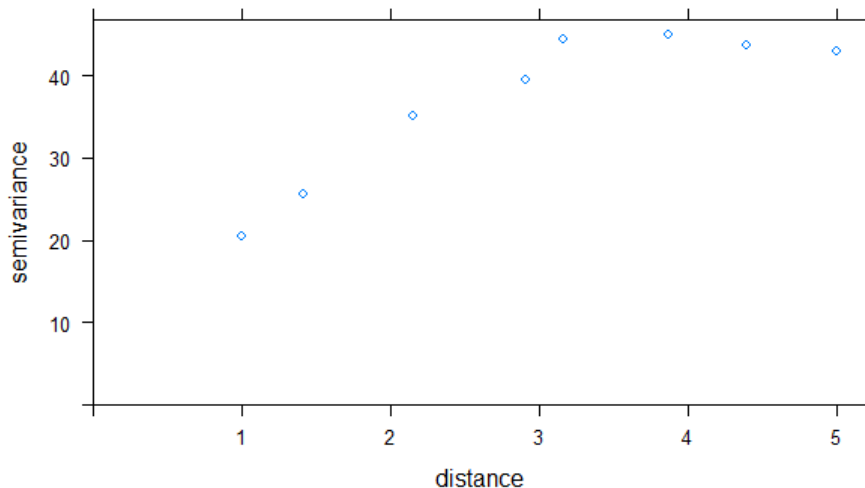
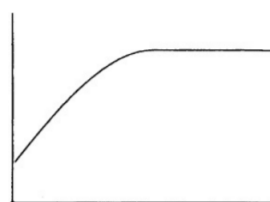
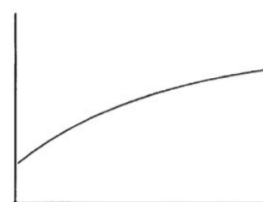


Figura 29: Variograma experimental con todos los valores del campo visual de un paciente.

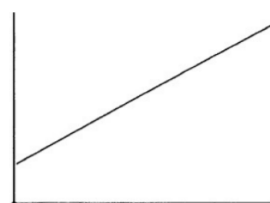
Como ya se ha mencionado, el variograma es la piedra angular en la estadística espacial y elemento indispensable para realizar *kriging*. No obstante, no se utiliza directamente el experimental, sino que se usa un modelo de variograma teórico que se ajuste al experimental. En la Figura 30 se muestra algunos de los más habituales.



(a) Modelo esférico



(b) Modelo exponencial



(c) Modelo lineal



(d) Modelo potencial

Figura 30: Modelos teóricos de variogramas.

El paquete *gstat* de R permite ajustar cualquiera de los modelos teóricos al variograma experimental. En la Figura 31 se muestra el caso en el que se ajusta un modelo esférico, ya que a priori parece ser el que mejor encaja.

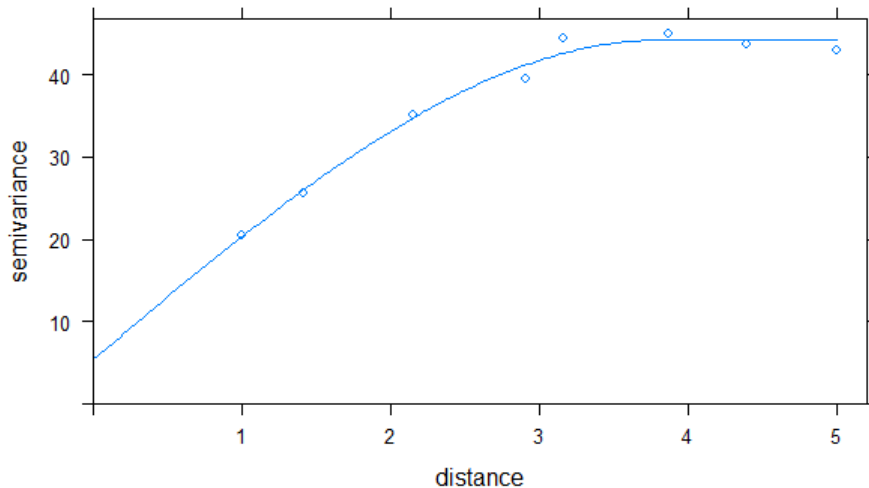


Figura 31: Variograma esférico.

Una vez realizado el ajuste del modelo teórico, hay algunos términos y propiedades del variograma que es importante conocer:

- **Efecto *nugget*** o pepita: es el valor que tiene el variograma en su intersección con el eje de ordenadas. Teóricamente este valor debería ser 0, puesto que para una distancia $h = 0$, la varianza de los datos es nula; sin embargo, en el ajuste del modelo es posible que esto no se logre. La razón de esta diferencia entre realidad y teoría es un error de medición. Este valor se interpreta (y modela) a veces como ruido blanco. En el ejemplo mostrado, el efecto *nugget* es 5,43.
- ***Sill*** o umbral: Es el valor máximo que alcanza, si lo hace, el variograma cuando h aumenta. Es igual a la varianza de los datos. En este caso particular, el umbral es 44,25.
- **Rango**: Es la distancia a la que el variograma alcanza su umbral. Esto determina el intervalo h en el que se considera que existe dependencia espacial. Dicho de otra forma, cuando la distancia entre un par de puntos es mayor al rango (y por tanto se ha llegado al umbral), ya no están correlacionados. El rango en el variograma mostrado es 3,81.

El siguiente paso sería obtener los variogramas experimentales de todos los pacientes y ajustar un modelo para cada uno. Por suerte, el paquete *gstat* incorpora una función que permite encontrar un modelo de forma automática. Por desgracia, no permite hacerlo con todos los modelos teóricos existentes, sino que únicamente optimiza el modelo Matérn (expresión 14).

$$\gamma(h) = c_0 + c_1 \left[1 - \frac{1}{2^{\kappa-1}\Gamma(\kappa)} \left(\frac{h}{\alpha}\right)^{\kappa} K_{\kappa}\left(\frac{h}{\alpha}\right) \right] \quad (14)$$

Donde c_0 es el efecto *nugget*, $c_0 + c_1$ es el umbral y α es el rango. κ es el parámetro que se determina para ajustar el modelo Matérn con menor suma de error cuadrático. Γ es la función Gamma y K_{κ} es una función de Bessel

modificada de segunda especie. En la figura 32 se muestra el resultado del ajuste para el mismo paciente que antes, bastante similar al modelo esférico excepto para h cercano a 0.

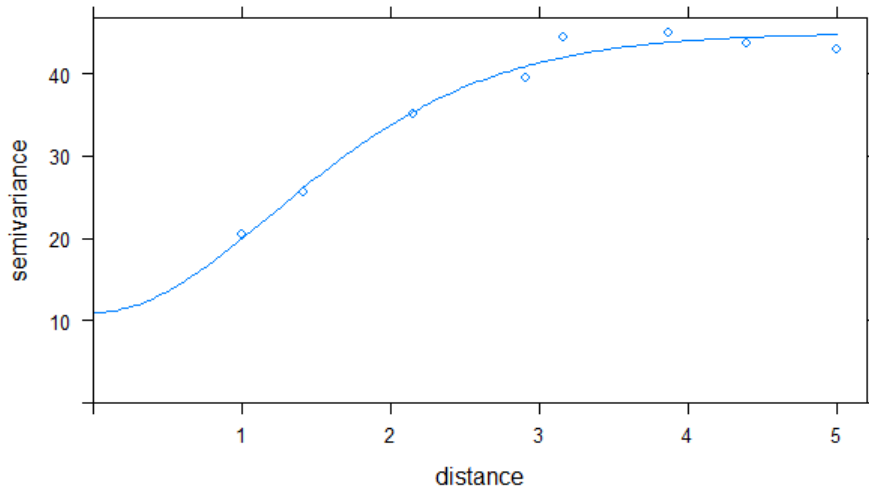


Figura 32: Variograma Matérn.

Una vez se ha llegado a este punto, hay que tener en cuenta que el variograma se va a utilizar para la interpolación con *kriging*; esto significa que solo vamos a disponer de ciertos puntos (24, 20 o 12 según se ha definido en la sección anterior). Por ello, el cálculo del variograma se debe hacer única y exclusivamente con esos puntos. En la Figura 33 se muestra que, al reducir los datos espaciales disponibles a 24, la estimación del variograma se aleja del obtenido con la totalidad de puntos.

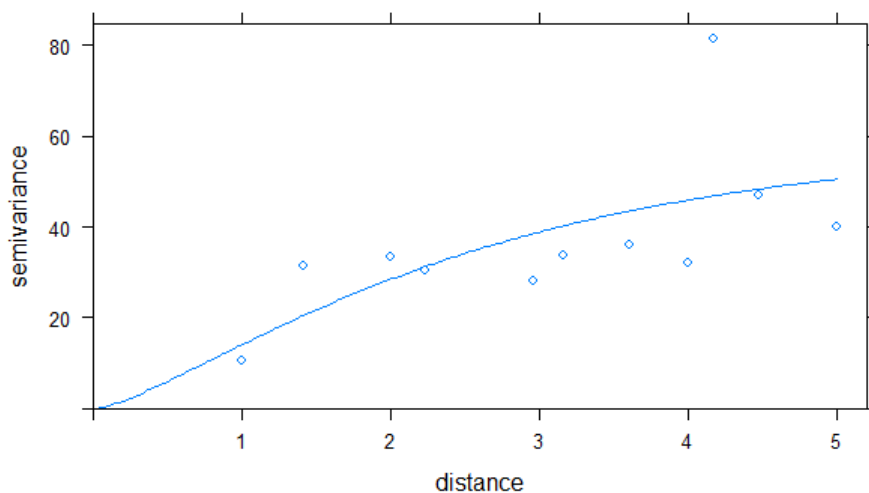


Figura 33: Variograma con 24 puntos.

Esto revela uno de los grandes problemas de este método de *kriging*. Un número bajo de ubicaciones en las que se conocen los valores puede dar lugar

a la estimación de un variograma muy diferente al verdadero, provocando que la interpolación no sea buena. Además del número de puntos, también hay que tener en cuenta el número de pares que hay para cada distancia h ; en el caso de que haya una o varias distancias sobre las que apenas se tiene datos, la estimación para ese h será mala, afectando de nuevo a la estimación del modelo. Estas cuestiones acerca de cuántos puntos debe haber como mínimo o cuántos pares debe haber en cada distancia son muy recurrentes en artículos y foros, sin que parezca haber ningún acuerdo claro.

4.3. Kriging

Después de definir el variograma y mostrar cómo se obtiene con datos reales, se puede comenzar a tratar la interpolación *kriging*. Aquí, el cálculo de valores en nuevos puntos del espacio se rige, al igual que con IDW, por una combinación lineal de los valores conocidos multiplicados por unos pesos.

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \quad (15)$$

La diferencia con IDW es que *kriging* utiliza el propio variograma para obtener esos pesos λ_i en vez de simplemente usar la inversa de la distancia. No hay una única forma de determinar los pesos en *kriging*, ya que dentro de este término engloban varios métodos con algunas diferencias y por tanto distintas maneras de calcular los pesos.

Para poder entender algunos de esos métodos de krigeado, hay que retroceder a la primera condición de estacionariedad de segundo orden. En ella se indicaba que la esperanza del proceso $Z(s)$ era constante para todo s . Esto es algo que, si se piensa detenidamente, no solo puede que no sea cierto, sino que es habitual que no se cumpla.

Para el caso de los campos visuales, se ha podido comprobar en repetidas ocasiones que es común encontrarse campos con regiones de defecto y de visión bien diferenciadas. Por ejemplo, pacientes con degeneración macular suelen tener una sensibilidad baja o nula en el centro de la visión pero más alta en la periferia, justo al contrario que pacientes con glaucoma en etapas iniciales, también hay casos de hemianopsia o cuadrantanopsia (pérdida de la mitad o un cuarto del campo visual), etc. En resumen, es habitual encontrarse campos visuales con patrones de sensibilidad y defecto asociados a las situaciones particulares de cada paciente. En estadística espacial se suele hacer referencia a esto con el nombre de superficie de tendencia o tendencia a secas.

Entonces, según cómo se cumpla la primera condición de la estacionariedad, se pueden distinguir tres de los métodos *kriging* más populares:

- Si se cumple la condición de estacionariedad en sentido débil, es decir, si la media es constante en todo el espacio de estudio y además es desconocida; se utiliza ***kriging ordinario***
- Si también se cumple pero en este caso la media constante es conocida, se emplea ***kriging simple***

- Si por el contrario la condición no se cumple y hay tendencia en los datos, se pueden seguir dos caminos: el primero es sustraer la tendencia de los datos con algún procedimiento como el algoritmo *median-polish* [16], generando lo que se conoce como residuos, con ellos obtener variograma y utilizar *kriging* para, finalmente, volver a incorporar la tendencia a los valores estimados. O por otro lado, como se ha optado en este trabajo, aplicar ***kriging universal***

Kriging universal es una variante del *kriging* ordinario en la que se considera que los datos presentan una tendencia o media que varía a lo largo del espacio. Lo que se hace en *kriging universal* es considerar la media como una combinación lineal de funciones (conocidas) de las coordenadas espaciales, siendo únicamente desconocido las ponderaciones que tienen en dicha combinación lineal. Por tanto, mientras que en el *kriging* ordinario solo hay que calcular los pesos de los datos para interpolar, en *kriging universal* hay que calcular los pesos de los datos y estimar las ponderaciones que modelan la tendencia.

Para conseguir esto, se debe minimizar el error cuadrático de las predicciones sujeta a la restricción de estimador insesgado. El desarrollo completo puede encontrarse en la sección 3.4 de [14].

Finalmente, se puede llevar a cabo la interpolación con *kriging universal* con ayuda del paquete *gstat*, que permite realizar directamente una predicción indicando: el espacio sobre el que se interpola, los datos disponibles (24, 20 o 12) y el variograma teórico ajustado con dichos datos. En la Figura 34 se muestra el resultado obtenido para el mismo paciente que IDW y con los mismo puntos disponibles del campo visual.

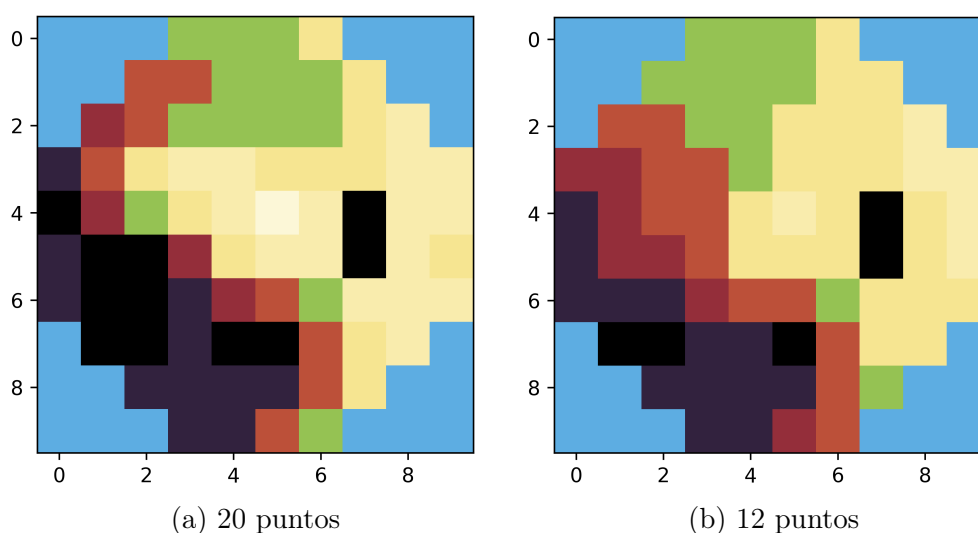


Figura 34: Interpolación con *kriging universal* de un paciente.

Si comparamos este resultado con los de IDW de la Figura 28, no se puede sacar ninguna conclusión evidente, puesto que visualmente son muy similares. En la sección siguiente se realizará un análisis comparativo más minucioso de las técnicas de interpolación espacial, se utilizará para ello las

mismas métricas que se definieron y emplearon para la comparación de la estrategia normal y TOP en la sección 3.4.

4.4. Comparación de resultados

Una vez se ha aplicado *kriging* en cada una de las 161 campimetrías de la estrategia normal, se procede a analizar el resultado global de cada una de las técnicas de interpolación espacial expuestas en este capítulo. Teniendo en cuenta que entre IDW, *kriging universal* y los tres conjuntos de datos disponibles (24, 20 y 12 puntos) se dispone de 6 técnicas para analizar y comparar al mismo tiempo; por cuestiones de espacio, no se va a realizar el análisis completo que se llevó a cabo para TOP, sino que se va a mostrar una selección de las métricas más significativas y que pueden aportar una mayor información acerca del desempeño de cada técnica.

En primer lugar, sobre los índices globales (sección 3.4.2), se muestra en las Tablas 5 y 6 un resumen de los estadísticos correspondientes a la distribución de la diferencia entre los valores de los índices globales obtenidos con la estrategia normal y los de la alternativa que se esté analizando; es decir, Diferencia = Bracketing - Alternativa.

Estadísticos	IDW24	IDW20	IDW12	UK24	UK20	UK12
Correlación	0,997	0,996	0,993	0,998	0,996	0,993
Diferencia media	0,102	-0,485	-0,744	-0,046	-0,503	-0,598
Dif. absoluta media	0,456	0,650	0,920	0,403	0,683	0,822
Desviación estándar	0,604	0,663	0,880	0,533	0,700	0,896

Tabla 5: Sensibilidad media (dB).

Estadísticos	IDW24	IDW20	IDW12	UK24	UK20	UK12
Correlación	0,979	0,974	0,955	0,964	0,961	0,932
Diferencia media	1,365	1,469	1,743	0,893	1,011	1,133
Dif. absoluta media	1,365	1,489	1,743	0,931	1,049	1,192
Desviación estándar	0,889	0,890	1,093	0,786	0,785	1,004

Tabla 6: Raíz de la varianza de las pérdidas (dB).

Tras una inspección rápida de los resultados, lo primero que se puede notar es el efecto negativo de la reducción de puntos desde 24 hasta 12; ya que todas las métricas empeoran tanto para IDW como para *kriging universal* (UK). Por otra parte, en cuanto a los valores de sensibilidad media de los pacientes, se puede apreciar que no hay apenas diferencia entre el uso de una técnica u otra. Aún así, es interesante ver que cuando se usa 24 puntos en la interpolación, UK ha generado resultados más cercanos a los de la estrategia estándar; pero cuando se han usado 20, ha sido IDW el ganador. Esto podría

significar que con los 20 puntos escogidos, se han realizado peores estimaciones de los variogramas, dando lugar a una interpolación menos precisa.

Donde sí hay más diferencias es en la raíz de la varianza de las pérdidas. Se puede ver rápidamente que, aunque la correlación es muy parecida, la diferencia media absoluta (error absoluto medio) es considerablemente menor en UK. Esto implica que los campos visuales generados por UK tienen una heterogeneidad más similar a la del campo visual verdadero (estrategia de *bracketing* estándar) que los obtenidos por IDW.

Aun habiendo hecho esta comparación entre los métodos de interpolación espacial, no hay que perder de vista a TOP, ya que el objetivo es mejorarlo a él. Si se revisan los índices globales obtenidos con TOP en la sección 3.4, se puede ver que sus resultados en cuanto a sensibilidad media son bastante peores que cualquiera de las técnicas propuestas en este capítulo, incluidas las que solo usan 12 puntos. En cambio, para la raíz de la varianza de las pérdidas, TOP lograba una diferencia absoluta media respecto a la estrategia normal de 1,177 dB. Se puede ver que la interpolación IDW no consigue mejorar en ningún caso a TOP; no obstante, *kriging* universal con 24 puntos sí que reduce esa diferencia y con 20 puntos prácticamente consigue la misma

Por tanto, en el cómputo global y desde el punto de vista de los índices globales de los campos visuales, se puede afirmar que *kriging* universal con más de 20 puntos consigue mejores resultados que las campimetrías reales de TOP.

Tras evaluar los índices globales, se va a proceder a realizar el análisis punto a punto (3.4.4), que consistía en comparar directamente los valores de los campos visuales. En primer lugar, se muestra en la Tabla 7 diferentes medidas habituales del error cometido por cada técnica de interpolación espacial.

Errores	TOP	IDW24	IDW20	IDW12	UK24	UK20	UK12
ME	-1,38	0,10	-0,48	-0,74	-0,05	-0,50	-0,60
MSE	22,24	11,31	12,56	17,08	12,54	13,51	18,21
MAE	3,15	1,93	2,12	2,58	1,98	2,16	2,64
SD	4,51	3,36	3,51	4,07	3,54	3,64	4,23

Tabla 7: Errores cometidos en la interpolación espacial.

Si se comparan los distintos errores que comete TOP (primera columna) con el resto, se puede comprobar enseguida que todas las técnicas basadas en interpolación cometen menos error. Esto significa que los resultados proporcionados por interpolación espacial son más precisos que los de TOP.

Otra forma de cuantificar cómo de precisas son las distintas técnicas, es computar el porcentaje de valores predichos que son significativamente distintos a la estrategia normal (valores verdaderos). Anteriormente se definió

que dos valores se consideran significativamente distintos si su diferencia en valor absoluto es mayor a 5 dB. En la Tabla 8 se muestra dicho porcentaje para todas las estrategias. De nuevo, todas las técnicas de interpolación espacial consiguen un mejor resultado que TOP.

Estrategia	Valores distintos
TOP	18,02 %
IDW - 24	11,01 %
IDW - 20	12,28 %
IDW - 12	15,02 %
UK - 24	11,73 %
UK - 20	13,27 %
UK - 12	16,06 %

Tabla 8: Porcentaje de valores significativamente distintos.

Por último, se va a evaluar la capacidad de los métodos propuestos para detectar puntos patológicos en un campo visual. Como recordatorio, un punto se considera patológico si su valor de sensibilidad está 5 dB por debajo de la sensibilidad correspondiente a una visión normal o sana. Se etiquetan los valores de la estrategia estándar con 1 si son patológicos y con 0 si no. Se hace lo mismo con los valores del resto de técnicas y se comprueban las coincidencias y diferencias (verdaderos positivos, verdaderos negativos, falsos positivos y falso positivos); a partir de esto, se obtienen los parámetros de clasificación de la Tabla 9.

	TOP	IDW24	IDW20	IDW12	UK24	UK20	UK12
Acierto	0,85	0,91	0,91	0,89	0,91	0,90	0,88
Sensibilidad	0,72	0,92	0,87	0,83	0,90	0,85	0,82
Especificidad	0,92	0,91	0,93	0,92	0,92	0,93	0,92
Precisión	0,85	0,86	0,88	0,86	0,87	0,89	0,86

Tabla 9: Evaluación de la capacidad de detección de puntos patológicos de las técnicas espaciales.

Excepto la especificidad de IDW con 24 puntos, que empeora en un 1% la de TOP, el resto de técnicas de interpolación obtienen mejores resultados en la detección de puntos patológicos. Lo más destacable es que todas las técnicas alternativas propuestas logran solucionar uno de los principales inconvenientes de TOP, su sensibilidad; ya que pasa de un 72% a alcanzar incluso el 90% en el caso de IDW y UK con 24 puntos. Esto significa que los métodos basados en interpolación espacial consiguen detectar más puntos patológicos.

Una vez finalizado el análisis de las nuevas técnicas basadas en la dependencia espacial de los datos, se ha demostrado que son una alternativa viable a

TOP, puesto que permiten realizar campimetrías en un tiempo similar y conseguir mejores aproximaciones al campo visual de la estrategia de *bracketing* estándar. En particular, se ha conseguido corregir en cierta medida algunos de sus principales inconvenientes que se percibieron durante su análisis en la sección 3.4.; entre ellos: su imprecisión y permanente sobreestimación de la sensibilidad, su baja sensibilidad al detectar puntos patológicos, y, aunque esto está aún lejos de lo ideal, reducir un poco el exceso de homogeneidad.

5. Técnicas alternativas: Aprendizaje Automático

A pesar de que el objetivo original en las primeras fases del trabajo era el análisis de TOP y la búsqueda de técnicas alternativas basadas en la estadística espacial, durante todo el proceso de aprendizaje e implementación surgieron numerosas reflexiones, dudas e ideas; entre ellas la que dio origen a este capítulo.

Para los dos métodos propuestos en el capítulo de estadística espacial se tuvieron que realizar una serie de consideraciones:

- Cuando se explicó el fundamento de la interpolación basada en la ponderación según la inversa de la distancia, se estableció que el único elemento que determinaba el peso entre puntos del espacio era la distancia entre ellos.
- Cuando se introdujo el variograma y *kriging*, fue necesario asumir, entre otras cosas, que la covarianza entre dos datos era una función que dependía únicamente de su distancia y no de las posiciones concretas de los datos.

Estas consideraciones son muy habituales cuando se trabaja con datos espaciales y fueron necesarias para poder definir un modelo determinista (IDW) o uno estadístico (*kriging*). Pero, ¿Qué ocurre si esto no se pudiese asegurar para un campo visual?

Por esta razón, en este último capítulo del trabajo, se va a suponer que se desconoce completamente la relación espacial existente entre puntos o zonas del campo visual y no se puede asumir nada sobre ella. Dado que lo único de lo que se dispone en este caso es de datos reales, es necesario utilizar algún procedimiento que encuentre esa relación espacial desconocida directamente a partir de los resultados que se tienen de campimetrías.

Dicho esto, parece muy conveniente utilizar alguna técnica de aprendizaje automático, en concreto de aprendizaje supervisado; puesto que se dispone de un conjunto de datos de los que es fácil concretar unos valores de entrada (por ejemplo los mismos 24, 20 o 12 puntos del campo visual que se empleó para la interpolación espacial) y establecer el resto como valores reales.

Se va a emplear para este fin una red neuronal con una arquitectura muy sencilla, tal y como se muestra en la Figura 35. Esta red neuronal estará compuesta por N datos de entrada (24, 20 o 12) y una capa de salida con 74 neuronas, una por cada localización que se quiere predecir. los datos de entradas estarán completamente conectados con todas las neuronas de salida.

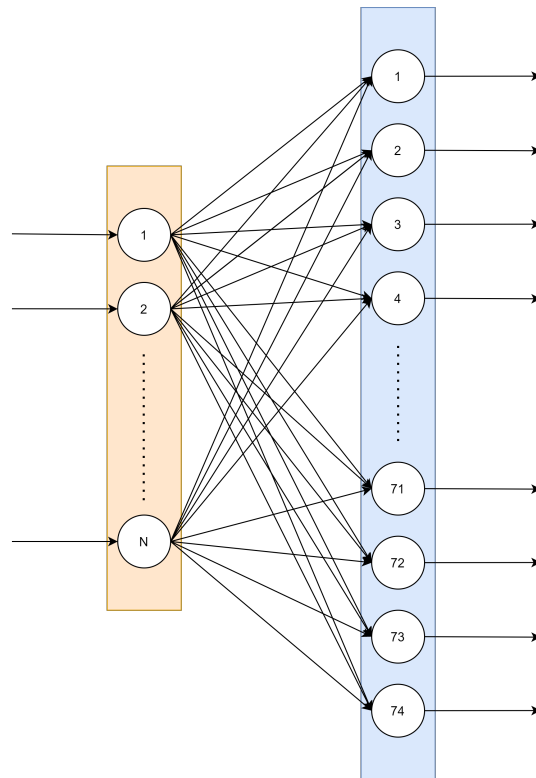


Figura 35: Arquitectura de la red neuronal utilizada.

Se plantean dos tipos de redes neuronales:

- **A.** Para una primera aproximación al problema, la idea es que la red neuronal encuentre la relación espacial sin aportarle ninguna información acerca de las coordenadas de los datos de entrada ni los de salida. Además, se va a restringir los pesos de las neuronas para que solo puedan tomar valores positivos. De esta forma se está forzando a la red a encontrar un modelo en el que los datos de salida o predicción se forman a partir de una combinación lineal estrictamente positiva de los datos de entrada, por lo que los pesos de una neurona de salida servirá para conocer la influencia de cada uno de los puntos de entrada.

Por decirlo de otra manera, con esto se consigue un modelo similar a IDW pero que con unos pesos que no son deterministas, si no que puedan ser particularizados para cada punto del espacio.

- **B.** La segunda red tendrá la misma arquitectura que la primera, pero no se restringirán los pesos negativos. Además, se incluirá en las neuronas de salida un peso que hace las veces de término independiente (*intercept*). El objetivo es darle una mayor flexibilidad a la red para encontrar relaciones espaciales más atípicas.

Una vez explicado esto, se realiza la implementación en Python con ayuda de la librería Keras. La red neuronal se configura para que entrene con el 60% de los datos, reservando un 25% para validación. Se establece como función a minimizar el error medio cuadrático de la predicción. Se usa un mecanismo

de *Early Stopping* para intentar a evitar el sobreajuste utilizando los datos de validación. Se utiliza un descenso por gradiente estocástico con un ratio de aprendizaje adaptativo, conocido como *Adam*. El número de épocas (veces que se recorre el conjunto de datos de entrenamiento) se establece en 1000 y el tamaño de lote (número de datos de entrada que se procesan antes de actualizar los pesos) se fija en 10.

En la Tabla 10 se muestran los errores cometidos por los dos tipos de redes neuronales explicados antes (a y b), con 24 y 20 puntos de entrada cada una. Las redes neuronales de tipo ‘a’ consiguen errores bastante reducidos, sobre todo la de 24 puntos que obtiene los errores más bajos de todas las técnicas vistas hasta ahora. Además, todas las redes tienen mucho menor error que TOP.

Errores	TOP	RN24-a	RN20-a	RN24-b	RN20-b
ME	-1,38	-0,10	0,10	-0,16	0,13
MSE	22,24	9,69	11,48	11,91	12,87
MAE	3,15	1,83	2,05	2,06	2,185
SD	4,51	3,1	3,39	3,45	3,58

Tabla 10: Errores cometidos por las redes neuronales.

En la Tabla 11 se muestra el número de valores predichos por las redes neuronales significativamente distintos a los de la estrategia normal. Se puede observar que la red neuronal de tipo ‘a’ con 24 puntos consigue, de nuevo, el mejor resultado de todas las técnicas probadas en este trabajo; logrando incluso reducir el porcentaje de TOP a la mitad. Además, es interesante ver como la red neuronal de tipo ‘a’ con 20 puntos supera a UK con 24 puntos, es decir, con menos puntos es capaz de generar mejores resultados.

Estrategia	Valores distintos
TOP	18,02 %
RN-24a	9,81 %
RN-20a	11,18 %
RN-24b	12,81 %
RN-20b	12,91 %

Tabla 11: Porcentaje de valores significativamente distintos.

En cuanto a la capacidad de detectar puntos patológicos de las redes neuronales, se puede apreciar en la Tabla 12 que las de tipo ‘a’ se comportan mejor que las de tipo ‘b’, pero todas ellas son superiores a TOP.

	TOP	RN24-a	RN20-a	RN24-b	RN20-b
Acierto	0.85	0,92	0,90	0,90	0,89
Sensibilidad	0,72	0,91	0,88	0,89	0,87
Especificidad	0,92	0,92	0,91	0,91	0,90
Precisión	0,85	0,88	0,86	0,86	0,84

Tabla 12: Evaluación de la capacidad de detección de puntos patológicos de las redes neuronales.

A pesar de que las redes neuronales de tipo ‘a’ tienen una mayor precisión que las de tipo ‘b’, estas últimas consiguen reducir el error absoluto medio cometido en el índice global de la raíz de la varianza de las pérdidas por encima de lo que lo hacía *kriging* universal con 24 puntos, que se había establecido que era la mejor técnica en cuanto a índices globales. En concreto, la red neuronal de tipo ‘b’ con 24 puntos logra un error absoluto medio en sLV de solo 0,765 frente al 0,931 de UK con los mismos puntos.

Como conclusión de este breve capítulo, se ha probado que el uso de técnicas de aprendizaje automático como redes neuronales es otra posible alternativa a las técnicas de interpolación espacial, siendo incluso superiores en algunos aspectos.

6. Conclusiones

Finalmente, se pueden dar por cumplido los objetivos propuestos al principio del documento; ya que se ha realizado una introducción a la campimetría visual y se han descrito y analizado las estrategias normal y TOP. Se han establecido métricas basadas en estadística para comparar cualquier tipo de estrategia existente o nueva. Se han propuesto diferentes técnicas alternativas y viables basadas en estadística espacial y en redes neuronales.

Además, también se ha cumplido el objetivo implícito del Trabajo de Fin de Máster, puesto que se ha hecho uso de muchos de los conocimientos y herramientas de esta titulación en concreto, algunas de ellas:

- Manejo, procesamiento y visualización de datos con Python y R - Software estadístico.
- Interpolación - Técnicas numéricas
- Regresión lineal y evaluación de predicciones - Métodos de regresión y predicción.
- Redes neuronales y valoración de clasificadores y predictores - Minería de datos y Redes neuronales y aprendizaje estadístico.
- Programación general y uso de estadística descriptiva - Transversal

Además, con la inclusión de la estadística espacial también se ha podido aprender algo nuevo que no se ha visto en el curso.

Antes de dar por terminado este Trabajo de Fin de Máster, se van a plantear una serie de cuestiones que pueden servir para seguir reflexionando sobre este trabajo e incluso para iniciar futuras líneas de trabajo.

- El hecho de que todas las técnicas probadas aquí hayan tenido resultados más o menos satisfactorios, aún sin realizar implementaciones muy complejas, puede dejar mucho margen de mejora para seguir afinando los métodos, tanto espaciales como de aprendizaje automático.
- Aún con los buenos resultados, hay que tener en cuenta que estas técnicas se han implementado a partir de los datos de la campimetría realizada con la estrategia normal, por lo que sería conveniente poder ponerlas en práctica en entornos reales para seguir evaluándolas.
- Una de las consideraciones que se hizo al principio para poder analizar las estrategias es que los resultados de la estrategia normal se aceptan como datos verdaderos del campo visual del paciente. Esto, aunque era necesario para la realización del trabajo, no tiene por que ser cierto y puede afectar a las propias conclusiones que se han ido sacando de cada técnica analizada. Hay que tener en cuenta que la estrategia normal dura unos 15 minutos, por lo que los resultados de las campimetrías pueden verse afectados por la fatiga y no ser totalmente fiables.

-
- En cuanto al Aprendizaje automático, está en pleno auge y su evolución constante puede ser muy beneficioso para desarrollar nuevas estrategias para campimetrías.

Referencias

- [1] L. Racette, M. Fischer, H. Bebie, G. Holló, C. Johnson and C. Matsumoto. Visual Field Digest. (2016)
- [2] A. Mermoud. "Glaucoma is second leading cause of blindness globally". Bulletin of the World Health Organization, (2004), 82(11).
- [3] J. Yebra and N. Mora. (2016). Glaucoma y población en 2020. Gaceta Sanitaria.
- [4] Y.C. Tham , X. Li, T.Y. Wong, H.A. Quigley, T. Aung, C.Y. Cheng (2014). Global prevalence of glaucoma and projections of glaucoma burden through 2040: a systematic review and meta-analysis. *Ophthalmology*, 121(11), 2081-2090.
- [5] C. Johnson, M. Wall and H. Thompson. (2011). A History of Perimetry and Visual Field Testing. *Optometry and vision science: official publication of the American Academy of Optometry*. 88. E8-15.
- [6] G.W. Tate and J.R. Lynn. Principles of Quantitative Perimetry: Testing and Interpreting the Visual Field. New York, NY: Grune & Stratton; 1977.
- [7] H. Bebie, F. Fankhauser and J. Spahr. Static perimetry: strategies. *Acta Ophthalmol (Copenh)* 1976;54:325–38.
- [8] Johnson CA, Adams CW and Lewis RA. Fatigue effects in automated perimetry. *Appl Opt.* 1988;27(6):1030-1037. doi:10.1364/AO.27.001030
- [9] González de la Rosa M, Pareja A. Influence of the "fatigue effect" on the mean deviation measurement in perimetry. *Eur J Ophthalmol.* 1997;7(1):29-34.
- [10] Morales J, Weitzman ML, González de la Rosa M. Comparison between Tendency-Oriented Perimetry (TOP) and octopus threshold perimetry. *Ophthalmology.* 2000;107:134-142.
- [11] M.G. Rosa, Á.M. Piñero and M.G. Hernández (1999). reproducibility of top algorithm results versus those obtained with the bracketing procedure.
- [12] W. R. Tobler (1970). A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. *Economic Geography* 46(2).
- [13] D. Sphard (1968). "A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data". Proceedings of the 1968 ACM National Conference. pp. 517–524. doi:10.1145/800186.810616
- [14] N.A.C. Cressie (1993). Statistics for spatial data. John Wiley & Sons, New York.

-
- [15] G. Matheron, 1962, *Traité de géostatistique appliquée*, vol. I: *Memoires du Bureau de Recherches Géologiques et Minières*, no. 14, Editions Technip, Paris, 333 pp.
- [16] J.W. Tukey (1977). *Exploratory data analysis*. Reading, PA: Addison-Wesley.