Instituto Complutense de Análisis Económico
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
FACULTAD DE ECONOMICAS
Campus de Somosaguas
28223 MADRID

Teléfono 394 26 11 - FAX 294 26 13



# Documento de trabajo

## Federalismo fiscal y redistribución regional óptima

Carlos de Miguel Palacios

No.9718 Diciembre 1997

Instituto Complutense de Análisis Económico
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

# FEDERALISMO FISCAL Y REDISTRIBUCION REGIONAL OPTIMA*

**Carlos de Miguel Palacios**
Universidad de Vigo
ICAE-Universidad Complutense



ABSTRACT

The treaty for European Monetary Unification entails a complete loss of monetary policy autonomy for individual countries. Therefore, it is claimed that centralization of some government tasks requires some risk-sharing scheme among European states, such as a federal tax-transfer. In this paper we analyse two different mechanisms: a system of intergovernmental transfers *versus* a system which redistributes to and from individual citizens. We found that transfers do not depend on the mechanism employed nor on the degree of centralization. We present simulation results for the Spanish and German economies where we find out that the ex-ante distribution rule of taxes is important for choosing the compensation mechanism and degree of centralization, when this decision is based on the comparison of different welfare levels attainable in each scenario.

RESUMEN

La pérdida de la política monetaria como instrumento de estabilización en el seno de la Unión Monetaria Europea, unida a la existencia de cierta disciplina fiscal, hace necesaria la aparición de algún mecanismo de compensación entre países, como puede ser un sistema de impuestos y tranferencias. En este trabajo se analizan dos mecanismos compensadores diferentes: la aplicación de transferencias intergubernamentales y la aplicación de transferencias interpersonales. El principal resultado obtenido es que la magnitud de las transferencias no dependen del mecanismo aplicado, ni del grado de descentralización. Una simulación para las economías alemana y española, nos permitirá comprobar hasta que punto el establecer una regla de reparto de impuestos entre los distintos niveles de gobierno, es importante a la hora de elegir un mecanismo de compensación y un grado de centralización. Realizaremos el estudio comparando los niveles de bienestar alcanzados en cada escenario.



* Quiero agradecer a Javier Vallés y Simón Sosvilla su apoyo en la realización de este trabajo, así como los valiosos comentarios y sugerencias de los participantes en las V Jornadas de Economía Internacional y asistentes al 3° Encontro Galego de Xovenes Investigadores de Análise Económica. Cualquier error es de mi exclusiva responsabilidad.

## 1. INTRODUCCION

La futura formación de una unión monetaria (UM) en el seno de la Unión Europea (UE) supondrá la centralización de algunas funciones de gobierno, como puede ser la política monetaria. La pérdida de la política monetaria y de tipos de cambio en una UM hace que la política fiscal y políticas de oferta se conviertan en el principal instrumento de política económica [véase por ejemplo de Miguel y Sosvilla (1996)]. Sin embargo, dicho instrumento estará sometido a algún tipo de disciplina, ya que un déficit excesivo podría poner en peligro la estabilidad de la unión. En consecuencia, si surgiesen perturbaciones de caracter asimétrico en la UM, parece claro que con una política monetaria centralizada y dedicada al objetivo de lograr la estabilidad de los precios y unas políticas fiscales nacionales sometidas a reglas tendentes a restringir un endeudamiento excesivo, sería necesario dotar a la unión de capacidad fiscal que le permitiese ayudar a los países que experimentasen perturbaciones negativas a costa de aquellos que las experimentasen positivas [Bajo y Vegara (1996)]. Ello supondría la aparición de un instrumento fiscal centralizado que serviría de mecanismo automático de compensación. La implantación de un mecanismo de compensación entre gobiernos (sistema de transferencias intergubernamentales) tendrá entonces por objetivo asegurar a los países frente a la aparición de perturbaciones negativas, cuando otros experimentan perturbaciones positivas.

Un mecanismo alternativo, existe en la actualidad en Estados Unidos (EEUU). En ese caso, el sistema redistribuye directamente entre individuos (sistema de transferencias interpersonales) y la literatura proporciona diversa evidencia empírica sobre el buen funcionamiento de este tipo de instrumentos [véanse por ejemplo Sala-i-Martin y Sachs (1992) y Von Hagen (1992)].

Ninguno de los mecanismos descritos anteriormente tendría una función igualadora. Se limitarían a redistribuir ingresos hacia el país que experimentase una perturbación negativa, con independencia de si se trata de una economía rica o pobre. En la UE existen programas específicos que tienen por objetivo reducir las diferencias entre países (los denominados fondos estructurales).

El objetivo de este trabajo es comparar la magnitud de las transferencias netas recibidas o pagadas por cada país, y sus efectos redistributivos cuando se utiliza alguno de los dos mecanismos propuestos (transferencias intergubernamentales *versus* transferencias interpersonales). El análisis se realizará considerando distintos grados de centralización en la toma de decisiones por parte del gobierno federal y de los gobiernos de cada país. En particular se analizarán tres casos: la centralización completa (problema del planificador social) situación en la que el gobierno federal elige todos los instrumentos de política; la descentralización con compromiso situación en la que los gobiernos locales y el gobierno federal toman sus decisiones simultáneamente y por último la descentralización sin compromiso en la que el gobierno federal toma sus decisiones con anterioridad a los gobiernos locales.

Los instrumentos de política considerados serán las transferencias recibidas o pagadas por cada país y los tipos impositivos, las primeras serán siempre variables de elección del gobierno federal mientras que los segundos lo serán de los gobiernos locales (salvo en el caso de centralización completa).

El principal resultado de este trabajo es que la magnitud de las transferencias no depende del tipo de mecanismo de compensación aplicado, ni del grado de centralización. Además el mecanismo descentralizador sin compromiso tiende a igualar los niveles de consumo entre países: el consumo privado en el caso de transferencias intergubernamentales; el consumo público en el caso de transferencias interpersonales.

El resto de trabajo se organiza de la siguiente manera. En la segunda sección se presenta los supuestos básicos del modelo. En las secciones tercera y cuarta se estudian, respectivamente, el sistema de transferencias intergubernamentales y de transferencias interpersonales, bajo los distintos grados de centralización expuestos. En la quinta sección se presenta una simulación de los escenarios descritos en las secciones anteriores para las economías española y alemana. En la sexta sección se presentan las conclusiones. Por último, varios apéndices recogen los detalles de la resolución de los modelos planteados a lo largo del texto.



## 2. EL MODELO

Consideraremos dos países (A y B) idénticos, excepto en su nivel de renta *per cápita*. En cada país habrá una empresa representativa que producirá un solo bien. Dicho bien podrá ser transformado en consumo público o consumo privado. No existirá comercio entre ambos países. Hay dos niveles de gobierno: un nivel local (que recauda impuestos y proporciona bienes públicos) y un gobierno federal cuya única tarea es redistribuir entre países ante la aparición de una perturbación de carácter asimétrico. Dicha redistribución podrá realizarse entre gobiernos locales (transferencias intergubernamentales) o directamente entre ciudadanos de ambos países (transferencias interpersonales).

Se trata de un sistema de impuestos únicos y compartidos, en el que los ciudadanos de cada país serán objeto de un tipo $t_i$ sobre su renta salarial $w_i$, repartiéndose la recaudación obtenida $t_i w_i$ entre el gobierno local y el gobierno federal, según un sistema de tramos. En nuestra formulación, supondremos que un porcentaje $\beta\ t_i\ w_i$ serán los ingresos del gobierno local, mientras que $(1 - \beta)\ t_i\ w_i$ serán ingresos federales (i = A,B). Supondremos que $\beta$ está fijado de antemano, permanece constante y es igual en ambos países.

Los ciudadanos de cada país son idénticos, de manera que podemos normalizar la población a uno ($L_A=L_B=1$). Las preferencias vendrán representadas por la siguiente función de utilidad:

$$U_i = \ln c_i + \lambda_i \ln g_i \quad\quad i = A,B. \tag{2.1}$$

[1]

donde *c* representa el consumo privado y *g* el consumo público (ambos *per cápita*). Supondremos además que la oferta de trabajo es inelástica de manera que no habrá elección trabajo-ocio.

La empresa representativa se comporta de manera competitiva y maximizará beneficios sujeta a una tecnología de producción lineal. La empresa utiliza trabajo, que alquila a los

[1] Podríamos considerar efectos derrame en la función de utilidad, utilizando por ejemplo la siguiente formulación $U_i = \ln c_i + \lambda_i \ln g_i + \gamma_i \ln g_j$ ; i,j = A,B con $i \neq j$. De manera que el gasto g de un país j pueda repercutir en el bienestar de los ciudadanos del país i, pero los resultados serían esencialmente idénticos.

trabajadores. El problema de la empresa en el país i es:

$$(2.2)\qquad \max_{L_i} \quad \psi_i\, a_i\, L_i - w_i\, L_i\ ; \quad i{=}A,B$$

donde $\psi_i$ es un parametro de productividad, que en ausencia de perturbaciones toma el valor unitario ($\psi_i = 1$), $a_i$ es un parámetro de producción diferente en cada país, $L_i$ la cantidad de trabajo (recordemos que $L_i = 1$) y $w_i$ es el salario real. La demanda de trabajo óptima de la empresa vendrá dada por:

$$(2.3)\qquad w_i = \psi_i\, a_i\ ; \quad i = A,B$$

Supondremos que el parámetro de productividad $\psi_i$ es observable y verificable en ambos países, es decir, mantendremos el supuesto de información completa[2].

Ante la aparición de una perturbación de carácter asimétrico, en nuestro caso supondremos $\psi_i < 1$ y $\psi_j > 1$, de manera que el país i experimentará una perturbación negativa y el país j positiva, el mecanismo automático de compensación (Federalismo Fiscal) podrá actuar de distintas maneras. Podemos hablar de un sistema "vertical" de transferencias intergubernamentales (similar al pensado para la Unión Europea) o de un sistema "horizontal" (sistema americano, en el que un gobierno federal redistribuya directamente entre individuos).

Cada sistema supondrá formulaciones distintas en las restricciones presupuestarias de los individuos, gobiernos locales y gobierno federal, especificándolas en cada caso

Supondremos, sin perdida de generalidad, que el país A es el país "rico", de manera que $a_A > a_B$.

[2]En Persson y Tabellini (1996) se estudian aspectos relacionados con problemas de información.



## 3. TRANSFERENCIAS INTERGUBERNAMENTALES

Los impuestos locales serán proporcionales a la renta, por lo que la restricción presupuestaria individual será:

$$(3.1)\qquad c_i = (1 - t_i)\, w_i\ ; \qquad i = A,B$$

donde t es el impuesto local y w el salario real.

La restricción presupuestaria de los gobiernos locales será:

$$(3.2)\qquad g_i = \beta\, t_i\, w_i + \tau_i\ ; \qquad i = A,B$$

donde $\tau$ es la transferencia recibida del gobierno federal.

Por último, la restricción presupuestaria del gobierno federal implica que:

$$(3.3)\qquad (1-\beta)\, t_A\, w_A + (1-\beta)\, t_B\, w_B = \tau_A + \tau_B$$

es decir, la suma de los ingresos vía impuestos sobre la renta será igual a la suma de los gastos vía transferencias otrorgadas a cada gobierno. El gobierno federal estará siempre en equilibrio presupuestario, al igual que los gobiernos locales y los consumidores.

El problema del consumidor, será maximizar su nivel de utilidad (2.1) sujeto a su restricción presupuestaria (3.1). De esta forma (3.1) nos dará directamente su regla de decisión[3].

Por último, podemos escribir la función indirecta de utilidad del consumidor, como función de las variables de política y de los parámetros de productividad. A partir de (2.1) y utilizando (3.1) y (3.2) obtenemos:

$$(3.4)\qquad V_i = \ln(1 - t_i) + \lambda_i \ln(\beta\, t_i\, w_i + \tau_i) + \ln w_i\ ; \quad i = A,B$$

donde $w_i$ viene determinado por (2.3).

[3]En el caso de transferencias intergubernamentales, el considerar la elección trabajo-ocio no alteraría los resultados.

En primer lugar obtendremos la asignación óptima cuando la política fiscal está completamente centralizada y el gobierno federal elige todos los instrumentos de política (tipos impositivos y nivel de transferencias para cada país). En segundo lugar trataremos de descentralizar esta asignación cuando el gobierno federal se compromete a una regla de reparto y los gobiernos locales eligen sus instrumentos. Por último estudiaremos la asignación alcanzada cuando los gobiernos locales conocen la regla de reparto y la utilizan para calcular sus impuestos óptimos.

3.1.- Centralización completa

El gobierno federal maximizará el bienestar social de toda la federación, según una función de utilidad ponderada, sujeto a la restricción presupuestaria federal (3.3). Así pués

$$\max_{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B} \quad V = V_A + \rho \, V_B \tag{3.5}$$

$$\textit{sujeto a:} \quad (1 - \beta)\, t_A\, w_A + (1 - \beta)\, t_B\, w_B = \tau_A + \tau_B$$

donde $\rho$ representa la ponderación que el gobierno federal asigna al país B.

Resolviendo (3.5) obtenemos los niveles de equilibrio de las variables de decisión $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$ (véase el apéndice I). Dichos niveles dependerán de la ponderación $\rho$ que el gobierno federal asigna al país B. Veamos cómo se elige dicha ponderación:

En el caso de que no se produzcan perturbaciones de productividad ($\psi_A = \psi_B = 1$) cada país deberá recibir del gobierno federal unas transferencias iguales a la cantidad pagada por impuestos. Es decir:

$$(1 - \beta)\, t_{A0}\, w_{A0} = \tau_{A0} \tag{3.6}$$

$$(1 - \beta)\, t_{B0}\, w_{B0} = \tau_{B0} \tag{3.7}$$

donde cada variable con subíndice $_{i0}$ se refiere a la situación en la que no hay perturbaciones, por lo que el mecanismo de compensación no tendrá que funcionar. Es decir, estamos hablando de un



mecanismo compensador y no igualador, que solo actúa ante la aparición de perturbaciones de caracter asimétrico.

Calcularemos el $\rho$ que cumpla (3.6) y (3.7) para $\psi_A = \psi_B = 1$. La ponderación obtenida es (véase el apéndice I):

$$\rho = \frac{(1 + \lambda_A)\, a_B}{(1 + \lambda_B)\, a_A} \tag{3.8}$$

la ponderación dependerá del tamaño de los países que medimos por $a_i$ y de la importancia del gasto público de cada país en su función de utilidad. Si dichos niveles fueran iguales ($\lambda_A = \lambda_B$), la ponderación dependería simplemente del tamaño relativo de ambos países, de manera que el gobierno federal valoraría más al país "rico" (país A).

Conociendo la ponderación $\rho$ y los niveles de equilibrio de las variables $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$ podemos calcurar las transferencias netas recibidas del gobierno federal o pagadas a éste por parte de cada país (véase el apéndice I). Como resultado obtenemos

$$\tau_A - (1 - \beta)\, t_A\, w_A = \frac{(\psi_B - \psi_A)\, a_A\, a_B}{a_A + a_B} \tag{3.9}$$

$$\tau_B - (1 - \beta)\, t_B\, w_B = \frac{(\psi_A - \psi_B)\, a_A\, a_B}{a_A + a_B} \tag{3.10}$$

Si el país A, es decir, el país "rico" ($a_A > a_B$) es el que registra la perturbación negativa ($\psi_A < \psi_B$), el resultado es que recibe una transferencia neta [véase (3.9)] que proviene del otro país. Si el país "pobre" es el que experimenta la perturbación negativa, recibiría una transferencia neta del país "rico". Además, la transferencia, no depende del reparto de ingresos impositivos $\beta$.

Nos interesa conocer también los efectos que produce el mecanismo de compensación sobre los niveles de consumo, tipo impositivo y niveles de gasto en ambos países. Se comprueba que:

i) $t_A > t_B$ si $(1+\lambda_A)\,\psi_A > (1+\lambda_B)\,\psi_B$ ($t_A \leq t_B$ en otro caso).
ii) $c_A > c_B$ si $\lambda_B\, a_A > \lambda_A\, a_B$ ($c_A \leq c_B$ en otro caso).
iii) $g_A > g_B$ si $\lambda_A\, a_A > \lambda_B\, a_B$ ($g_A \leq g_B$ en otro caso).
(véase el apéndice I)

Para niveles de *lambdas* similares ($\lambda_A = \lambda_B$), el tipo impositivo será menor en el país que experimenta la perturbación negativa. El gobierno federal tiende así a compensar el consumo privado aplicándole un tipo impositivo menor, mientras que el consumo público, que se vería reducido por la perturbación y el tipo impositivo menor, se verá en este caso compensado por la transferencia positiva recibida. En cuanto al consumo privado y consumo público, para *lambdas* similares, serían mayores en el país rico, de manera que el mecanismo contemplado cumple una función compensatoria y no igualatoria.

Los resultados expuestos anteriormente, podrían cambiar en el caso de *lambdas* distintos ($\lambda_A \neq \lambda_B$). En el caso del consumo privado y el consumo público, su tamaño relativo [véase ii) y iii)] dependería de factores estructurales ($\lambda_i$,$a_i$) y no del tamaño de la perturbación.

3.2.- Descentralización con compromiso

Descentralizaremos la solución anterior suponiendo que la política impositiva de los gobiernos locales es tal que cumple la restricción presupuestaria propia para una transferencia dada del gobierno federal. Supondremos la siguiente secuencia de acontecimientos:

-Los valores de los parámetros de productividad ($\psi_A$,$\psi_B$) son observados por el gobierno federal y los gobiernos locales.
-El gobierno federal fija la transferencia $\tau$ (recordemos que $\beta$ está fijado de antemano).
-Los gobiernos locales fijan sus instrumentos t.

En este caso, el gobierno federal maximizará el bienestar conjunto ponderado de ambos



países sujeto a su restricción (3.3), mientras que los gobiernos locales maximizarán solo el bienestar de sus ciudadanos.

El problema del planificador social será:

$$\max_{\tau_A,\tau_B} \quad V = V_A + \rho\, V_B \tag{3.11}$$

$$\textit{sujeto a:} \quad (1-\beta)\, t_A\, w_A + (1-\beta)\, t_B\, w_B = \tau_A + \tau_B$$

mientras que los gobiernos locales:

$$\max_{t_i} \quad V_i \tag{3.12}$$

i =A,B

Una vez obtenidos los niveles de equilibrio de las variables de decisión $\{t_A,t_B,\tau_A,\tau_B\}$ (véase el apéndice II) que resuelven (3.11) y (3.12), al igual que en el apartado anterior, calcularemos la ponderación $\rho$ que devuelva vía transferencias a cada país lo pagado al gobierno federal por impuestos (es decir, que cumpla (3.6) y (3.7) para $\psi_A=\psi_B=1$). La ponderación obtenida es (véase el apéndice II):

$$\rho = \frac{(1+\beta\,\lambda_A)\, a_B}{(1+\beta\,\lambda_B)\, a_A} \tag{3.13}$$

en este caso la ponderación $\rho$ depende del reparto $\beta$.

Conociendo la ponderación $\rho$ y los niveles de equlibrio de las variables $\{t_A,t_B,\tau_A,\tau_B\}$, podemos calcular las transferencias netas recibidas del gobierno federal o pagadas a éste por parte de cada país. El resultado coincide con el obtenido en el apartado anterior [ecuaciones (3.9) y (3.10)], de manera que la descentralización con compromiso no afecta al volumen de transferencias netas recibidas o pagadas. Se producirá de nuevo una transferencia del país que experimenta la perturbación positiva, al país que registra la perturbación negativa[4].

En cuanto a los efectos sobre los niveles de consumo, tipo impositivo y niveles de gasto en ambos países. Se comprueba que:

i) $t_A > t_B$ si $(1 + \beta\,\lambda_A)\,\psi_A > (1 + \beta\,\lambda_B)\,\psi_B$ ($t_A \leq t_B$ en otro caso).
ii) $c_A > c_B$ si $\lambda_B\, a_A > \lambda_A\, a_B$ ($c_A \leq c_B$ en otro caso).
iii) $g_A > g_B$ si $\lambda_A\, a_A > \lambda_B\, a_B$ ($g_A \leq g_B$ en otro caso).
(véase el apéndice II)

Los resultados son similares a los obtenidos en el apartado anterior, para niveles de *lambdas* iguales ($\lambda_A = \lambda_B$) menor tipo impositivo en el país que registra la perturbación negativa y mayor consumo público y privado en el país "rico" (país A), con independencia de la cuantía de la perturbación. En este caso el diferencial de tipos impositivos dependerá del parámetro de reparto $\beta$.

Podemos interpretar la descentralización como el resultado de un contrato de riesgo compartido (*risk sharing*) bajo un velo de ignorancia sobre quién será el país que experimenta la perturbación negativa, suponiendo además que la distribución del riesgo es simétrica. Suponemos que el contrato no puede ser renegociado una vez que los parámetros de productividad son conocidos y que el gobierno federal tiene suficiente poder de compromiso. En el siguiente apartado modificaremos este último supuesto considerando el caso en que el gobierno federal no puede comprometerse a una regla de reparto respecto a los parámetros de productividad.

3.3.- Descentralización sin compromiso

Supondremos que la secuencia de acontecimientos cambia, de manera que ahora los gobiernos locales fijan sus instrumentos, antes de que el gobierno federal fije la regla de reparto.

[4]Se comprueba que cuando $\beta = 1$, el resultado del planificador coincide con el resultado de la descentralización con compromiso. Este tipo de situación es la que podemos encontrar por ejemplo en Bordignon *et al.* (1996).



Igual que antes, los gobiernos locales cuidarán del bienestar de sus ciudadanos, mientras que el gobierno federal cuidará del bienestar ponderado de toda la federación.

El problema del gobierno federal vendrá dado por la ecuación (3.11). Como resultado obtendremos las funciones de reacción del gobierno federal:

$$\tau_A = \frac{\lambda_A\,(t_A\,w_A + t_B\,w_B) - (\lambda_A + \rho\,\lambda_B)\,\beta\,t_A\,w_A}{(\lambda_A + \rho\,\lambda_B)} \tag{3.14}$$

$$\tau_B = \frac{\rho\,\lambda_B\,(t_A\,w_A + t_B\,w_B) - (\lambda_A + \rho\,\lambda_B)\,\beta\,t_B\,w_B}{(\lambda_A + \rho\,\lambda_B)} \tag{3.15}$$

ahora los gobiernos locales en lugar de tomar $\tau_i$ como dado, tomarán la función de reacción del gobierno federal como dada [ecuaciones (3.14) y (3.15)]. El problema para los gobiernos locales será:

$$\max_{t_i} \; V_i \tag{3.16}$$

$$\textit{sujeto a:} \quad \tau_A = \frac{\lambda_A\,(t_A\,w_A + t_B\,w_B) - (\lambda_A + \rho\,\lambda_B)\,\beta\,t_A\,w_A}{(\lambda_A + \rho\,\lambda_B)}$$

$$\tau_B = \frac{\rho\,\lambda_B\,(t_A\,w_A + t_B\,w_B) - (\lambda_A + \rho\,\lambda_B)\,\beta\,t_B\,w_B}{(\lambda_A + \rho\,\lambda_B)}$$

i = A,B.

A partir de las condiciones de primer orden de los problemas de maximización del gobierno federal (3.11) y de los gobiernos locales (3.16) obtenemos los niveles de equilibrio de las variables $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$ (véase el apéndice III).

De nuevo tendremos que calcular en primer lugar la ponderación $\rho$ que devuelva vía transferencias a cada país lo pagado al gobierno federal por impuestos (es decir, que cumpla (3.6) y (3.7) para $\psi_A=\psi_B=1$). La ponderación obtenida es (véase el apéndice III):

(3.17) $$\rho = \frac{\lambda_A [ ( 1 + \lambda_A ) \lambda_B a_B - \lambda_A a_A ]}{\lambda_B [ ( 1 + \lambda_B ) \lambda_A a_A - \lambda_B a_B ]}$$

Podemos de nuevo, conociendo la ponderación $\rho$ y los niveles de equlibrio de las variables $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$ calcular las transferencias netas recibidas del gobierno federal o pagadas a éste por parte de cada país. El resultado obtenido coincide de nuevo con las obtenidas en apartados anteriores [ecuaciones (3.9) y (3.10)]. Definitivamente el volumen de transferencias netas otorgadas a cada país no depende del grado de centralización de dicho mecanismo ni siquiera variará cuando los gobiernos locales conocen la función de reacción del gobierno federal y la utilizan para calcular su impuesto local óptimo.

En cuanto a los efectos sobre los niveles de consumo, tipo impositivo y niveles de gasto en ambos países. Se comprueba que:

i) $t_A > t_B$ si $\lambda_A w_A > \lambda_B w_B$ ($t_A \leq t_B$ en otro caso).
ii) $c_A > c_B$ si $\lambda_B > \lambda_A$ ($c_A \leq c_B$ en otro caso).
iii) $g_A > g_B$ si $\lambda_A a_A > \lambda_B a_B$ ($g_A \leq g_B$ en otro caso).
(véase el apéndice III)

El tipo impositivo dependerá del signo de ($\lambda_A w_A - \lambda_B w_B$). Así pués, dependerá del tamaño relativo de los países, de la magnitud de la perturbación y de la importancia del gasto público en la función de utilidad. Por lo que se refiere a los niveles de consumo, el consumo privado tiende a igualarse en ambas economías, dependiendo solo del diferencial de *lambdas*. Cuando éstas se igualan ($\lambda_A = \lambda_B$), la descentralización sin compromiso tendrá efectos igualadores sobre el consumo privado. El consumo público dependerá de la misma condición que en apartados anteriores. Lo importante es el nivel de utilidad final alcanzado por cada país, así, aunque los consumos privados tiendan a igualarse, el consumo público será mucho mayor en el país "rico".



## 4. TRANSFERENCIAS INTERPERSONALES

Las preferencias de los individuos de cada país seguirán representadas por la función de utilidad (2.1). Sin embargo su restricción presupuestaria cambiará, ya que a su renta disponible después de pagar impuestos, tendrán que sumar las transferencias recibidas del gobierno federal. Podremos formularla de la siguiente manera:

(4.1) $$c_i = ( 1 - t_i ) w_i + \tau_i \; ; \qquad i = A,B$$

donde $t_i$ es el impuesto local y $\tau_i$ la transferencia recibida del gobierno federal.

La restricción presupuestaria de los gobiernos locales será:

(4.2) $$g_i = \beta \, t_i \, w_i \; ; \qquad i = A,B$$

Por último, la restricción presupuestaria del gobierno federal vendrá de nuevo dada por la ecuación (3.3).

El problema del consumidor será maximizar su nivel de utilidad (2.1) sujeto a la restricción presupuestaria (4.1). De manera que (4.1) nos dará directamente su regla de decisión.

Podemos escribir la función indirecta de utilidad del individuo, como función de las variables de política y de los parámetros de productividad. A partir de (2.1) y utilizando (4.1) y (4.2) obtenemos:

(4.3) $$V_i = \ln [ ( 1 - t_i ) w_i + \tau_i ] + \lambda_i \ln [ \beta \, t_i \, w_i ] \; ; \qquad i = A,B$$

donde $w_i$ viene determinado por (2.3).

Volveremos a estudiar el resultado del planificador social, y lo compararemos con los casos descentralizados (con compromiso y sin compromiso).

4.1.- Centralización completa

El gobierno federal maximizará el bienestar ponderado de toda la federación, sujeto a su restricción (3.3) [véase la ecuación (3.5)], donde ahora $V_i$ vendrá dada por la ecuación (4.3). A partir de las condiciones de primer orden obtenemos los niveles de equilibrio de las variables de decisión $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$ (véase el apéndice IV).

Al igual que en el apartado 3.1, calcularemos en primer lugar la ponderación óptima $\rho$ que devuelva, en este caso a cada individuo, vía transferencias la cantidad pagada al gobierno federal por impuestos. Buscamos por tanto el $\rho$ que cumpla (3.6) y (3.7) para $\psi_A=\psi_B=1$. Debemos recordar que buscamos un mecanismo de compensación ante la presencia de perturbaciones de productividad y no un mecanismo que iguale economías distintas.

La ponderación coincidirá con la obtenida en el caso de un planificador social y transferencias intergubernamentales [véase la ecuación (3.8)], de manera que cuando la decisión está centralizada, la ponderación no dependerá del tipo de mecanismo compensador (sistema vertical o sistema horizontal).

Se comprueba que las transferencias netas recibidas por cada individuo en este caso, coinciden con las obtenidas por cada gobierno con el mecanismo de transferencias intergubernamentales [véanse ecuaciones (3.9) y (3.10)]. Así pués, el país que registra la perturbación negativa, recibirá una transferencia de renta positiva, con independencia de si se trata del país "rico" o del país "pobre". Veremos en los siguientes apartados si estos resultados, idéntica ponderación e idénticas transferencia netas recibidas y pagadas, se mantienen cuando descentralizamos el equilibrio.

Nos interesa también estudiar los niveles de consumo, tipo impositivo y gasto público en ambos países. Los resultados serán:

i) $t_A > t_B$ si $\lambda_A (1+\lambda_B) \psi_B > \lambda_B (1+\lambda_A) \psi_A$ ($t_A \leq t_B$ en otro caso).
ii) $c_A > c_B$ si $\lambda_B a_A > \lambda_A a_B$ ($c_A \leq c_B$ en otro caso).



iii) $g_A > g_B$ si $\lambda_A a_A > \lambda_B a_B$ ($g_A \leq g_B$ en otro caso).
(véase el apéndice IV)

En este caso para niveles de *lambdas* similares ($\lambda_A = \lambda_B$), el tipo impositivo será mayor en el país que experimenta la perturbación negativa. El gobierno federal tiende así a compensar la caída en el consumo público aplicándole un tipo impositivo mayor, mientras que el consumo privado, que se vería perjudicado por la perturbación y un tipo impositivo mayor, se verá en este caso compensado por la transferencia positiva recibida. El resultado es justamente el contrario al obtenido en el caso de transferencias intergubernamentales y centralización completa.

En cuanto al consumo privado y consumo público se comprueba que los niveles alcanzados coincidirán con los obtenidos en el apartado 3.1, de manera que el nivel de utilidad en cada país cuando la centralización es completa y el gobierno federal elige todos los instrumentos será el mismo en el caso de transferencias intergubernamentales y transferencias interpersonales. Por tanto a la hora de realizar un análisis de bienestar hablaremos simplemente de centralización completa sin necesidad de especificar el sistema de transferencias.

4.2.- Descentralización con compromiso

En este apartado nos plantearemos la descentralización del resultado anterior, al igual que hicimos en el apartado 3.2. La secuencia de acontecimientos será la misma que en dicho apartado. Recordemos que ahora cada país maximizará el bienestar de sus ciudadanos, mientras que el gobierno federal continuará maximizando el bienestar ponderado de toda la federación.
El problema del gobierno federal y de los gobiernos locales vendrán dados por las ecuaciones (3.11) y (3.12) donde $V_i$ vendrá dado por la ecuación (4.3) (véase el apéndice V).

Si calculamos la ponderación $\rho$ que cumpla (3.6) y (3.7) en ausencia de perturbaciones ($\psi_A=\psi_B=1$), nos encontramos con el mismo resultado que en el apartado 3.2 [véase la ecuación (3.13)].

A partir de esta ponderación podemos obtener las transferencias netas otorgadas a cada individuo que coincidirán con las obtenidas en todos los apartados anteriores [véanse las ecuaciones (3.9) y (3.10)].

En cuanto a los niveles de consumo, gasto y tipo impositivo en cada economía tenemos:

i) $t_A > t_B$ si $\lambda_A (1 + \beta \lambda_B) \psi_B > \lambda_B (1 + \beta \lambda_A) \psi_A$ ($t_A \leq t_B$ en otro caso).
ii) $c_A > c_B$ si $\lambda_B a_A > \lambda_A a_B$ ($c_A \leq c_B$ en otro caso).
iii) $g_A > g_B$ si $\lambda_A a_A > \lambda_B a_B$ ($g_A \leq g_B$ en otro caso).
(véase el apéndice V)

En cuanto al tipo impositivo los resultados son similares a los expuestos en el apartado anterior. Por lo que respecta a los niveles alcanzados por el consumo privado y el consumo público, se comprueba que coinciden con los obtenidos en el apartado 3.2, de manera que el nivel de utilidad en cada país será el mismo que en el caso de transferencias intergubernamentales. De nuevo a la hora de realizar un análisis de bienestar hablaremos de descentralización con compromiso sin necesidad de especificar el sistema de transferencias. Veremos en el siguiente apartado como ésto no se mantiene cuando la descentralización se produce sin compromiso.

4.3.- Descentralización sin compromiso

El gobierno federal maximiza el bienestar ponderado de la federación y los gobiernos locales, que maximizan el bienestar de sus ciudadanos, utilizan las condiciones de primer orden del problema del gobierno federal para obtener sus impuestos óptimos (igual que hicimos en el apartado 3.3).

El problema del gobierno federal vendrá dado por (3.11) donde $V_i$ seguirá (4.3). Las condiciones de primer orden nos darán las funciones de reacción del gobierno federal:

$$\tau_A = \frac{(1 - \beta t_B) w_B + (1 - \beta + \rho) t_A w_A - \rho w_A}{(1 + \rho)} \tag{4.4}$$



$$\tau_B = \frac{\rho (1 - \beta t_A) w_A + (1 + \rho (1 - \beta)) t_B w_B - w_B}{(1 + \rho)} \tag{4.5}$$

Ahora los gobiernos locales, en lugar de tomar $\tau_i$ como dado, tomarán la función de reacción del gobierno federal como dada [ecuaciones (4.4) y (4.5)]. El problema para los gobiernos locales será:

$$\max_{t_i} \quad V_i \tag{4.6}$$

$$\text{sujeto a:} \quad \tau_A = \frac{(1 - \beta t_B) w_B + (1 - \beta + \rho) t_A w_A - \rho w_A}{(1 + \rho)}$$

$$\tau_B = \frac{\rho (1 - \beta t_A) w_A + (1 + \rho (1 - \beta)) t_B w_B - w_B}{(1 + \rho)}$$

i = A,B.

A partir de las condiciones de primer orden de los problemas de maximización del gobierno federal y de los gobiernos locales obtenemos los niveles de equilibrio de las variables $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$ (véase el apéndice VI).

Calculamos como siempre la ponderación $\rho$ que devuelve vía transferencias a cada individuo lo pagado por impuestos [$\rho$ que cumpla (3.6) y (3.7) para $\psi_A = \psi_B = 1$]. La ponderación obtenida es (véase el apéndice VI):

$$\rho = \frac{(1 + \lambda_A) a_B - \lambda_B a_A}{(1 + \lambda_B) a_A - \lambda_A a_B} \tag{4.7}$$

Podemos de nuevo, conociendo la ponderación $\rho$ y los niveles de equlibrio de las variables $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$, calcular las transferencias netas recibidas del gobierno federal o pagadas a éste por parte de cada país. El resultado vuelve a coincidir con los obtenidos en todos los casos estudiados, de manera que podemos concluir que el mecanismo de compensación otorgará una transferencia neta al país que experimenta la perturbación negativa, transferencia proveniente del otro país, cuya cuantía es independiente del mecanismo elegido (horizontal o vertical) y del grado de centralización (centralización completa, descentralización con compromiso o descentralización sin compromiso)

En cuanto a los efectos sobre los niveles de consumo, tipo impositivo y niveles de gasto en ambos países. Se comprueba que:

i) $t_A > t_B$ si $\lambda_A w_B > \lambda_B w_A$ ($t_A \leq t_B$ en otro caso).
ii) $c_A > c_B$ si $\lambda_B a_A > \lambda_A a_B$ ($c_A \leq c_B$ en otro caso).
iii) $g_A > g_B$ si $\lambda_A > \lambda_B$ ($g_A \leq g_B$ en otro caso).
(véase el apéndice VI)

El tipo impositivo dependerá del signo de $(\lambda_A w_B - \lambda_B w_A)$. Así pués, dependerá del tamaño relativo de los países, de la magnitud de la perturbación y de la importancia del gasto público en la función de utilidad. Por lo que se refiere a los niveles de consumo, en este caso el consumo público tiende a igualarse en ambas economías, dependiendo solo del diferencial de *lambdas*. Cuando éstas se igualan ($\lambda_A = \lambda_B$), la descentralización sin compromiso tendrá efectos igualadores sobre el consumo público. El consumo privado dependerá de la misma condición que en apartados anteriores. En este caso aunque el consumo público tienda a igualarse, el consumo privado es mucho mayor en la economía "grande".

En este caso los niveles de consumo privado y consumo público no coinciden con los obtenidos en el caso de descentralización sin compromiso y transferencias intergubernamentales, por tanto, a la hora de realizar un análisis de bienestar distinguiremos entre descentralización sin compromiso con transferencias intergubernamentales o con transferencias interpersonales.



## 5. SIMULACION

En este sección presentaremos una sencilla simulación de los escenarios descritos en las secciones anteriores. Realizaremos un análisis de bienestar para los distintos casos estudiados, añadiéndo un escenario más, al que llamaremos caso autárquico. En el caso autárquico no existirá ningún mecanismo de compensación entre los países ante la aparición de cualquier tipo de perturbación. El caso autárquico será por tanto un escenario de referencia respecto al cual podremos comparar resultados. Realizaremos la simulación para la economía alemana que denotaremos con el subíndice "A" y la economía española que denotaremos con el subíndice "E".

Concretamente tendremos cinco escenarios distintos: La centralización completa (C), la descentralización con compromiso (DC), la descentralización sin compromiso con transferencias intergubernamentales (DSG), la descentralización sin compromiso con transferencias interpersonales (DSP) y el caso autárquico (AU). Como hemos explicado en secciones anteriores, los niveles de consumo privado y de consumo público son los mismo con transferencias intergubernamentales y transferencias interpersonales cuando estamos en el caso de centralización completa o descentralización con compromiso. Teniendo en cuenta que para realizar el análisis de bienestar solo necesitamos los niveles de consumo [véase la ecuación (2.1)], hablaremos en términos generales de centralización (C) y descentralización con compromiso (DC). En el apéndice VII presentamos los niveles de consumo privado y público para los distintos escenarios.

Para realizar el ejercicio de simulación necesitaremos valores para los siguientes parámetros: Parámetro de reparto de ingresos impositivos entre el gobierno local y el gobierno federal ($\beta$), importancia del gasto público propio en la función de utilidad ($\lambda_i$), tamaño relativo de los países ($a_i$) y por último tamaño de las perturbaciones ($\psi_i$).

<u>Reparto de ingresos</u> ($\beta$)

Será la variable que dejaremos libre, de manera que compararemos los niveles de utilidad de los diversos escenarios para distintos valores de $\beta$.

Gasto público en la función de utilidad ($\lambda_i$)

Este parámetro estará directamente relacionado con el caso autárquico. Los gobiernos locales, en este caso, maximizarán el bienestar de sus ciudadanos sin que exista ninguna dependencia entre las economías. No existirá reparto de ingresos entre el gobierno local y los gobiernos federales ($\beta=1$) ni ningún tipo de transferencia entre países ($\tau_i=0$).

El resultado nos dará el tipo impositivo óptimo en cada país:

$$(5.1) \quad t_i = \frac{\lambda_i}{1+\lambda_i} \qquad i=A,B$$

Podemos por tanto calibrar el parámetro $\lambda_i$ a partir del tipo impositivo del país i. Necesitamos, por tanto, el tipo impositivo de la economía alemana y de la economía española. Los tipos impositivos considerados son $t_A=26.5$ (tipo impositivo de Alemania) y $t_E=23.6$ (tipo impositivo de España)[5]. A estos tipos impositivos les corresponden unos valores de $\lambda_A=0.36$ y $\lambda_E=0.31$.

Tamaño relativo de los países ($a_i$)

El tamaño relativo de los países, en el modelo, hace referencia al parámetro $a_i$ que aparece en la función de producción.

En ausencia de perturabaciones, la demanda de trabajo óptima de la empresa (recordando que hemos normalizado la población a uno, $L_i=1$) vendrá dada por:

$$(5.2) \qquad w_i = a_i \qquad i=A,E$$

donde i=A se refiere a Alemania e i=E a España.

[5]Los tipos impositivos descritos corresponden al impuesto sobre la renta y contribuciones a la Seguridad Social (en porcentajes del PIB). Fuente: Revenue Statistics of OECD member countries (1965-1995), OECD. Considerando el intervalo de 1985 a 1994.



Calibraremos el valor de $a_i$, a partir de los datos de remuneraciones salariales de Alemania y España[6]. Supondremos para ello que las series siguen una tendencia determinística que corregiremos estimando un modelo de tendencia lineal para el logaritmo de la serie de remuneración salarial[7].

Los valores estimados son: $a_A = 76.18$ y $a_E = 65.87$ de manera que en los términos descritos a lo largo del trabajo, Alemania sería el país "rico" y España el país "pobre".

Tamaño de las perturbaciones ($\psi_i$)

Supondremos que se produce una perturbación asimétrica del 5%, es decir $\psi_i=0.95$ y $\psi_j=1.05$, siéndo por tanto el país i el que experimenta la perturbación negativa y el país j el que la experimenta positiva. Estudiaremos los dos posibles casos: en primer lugar aquel en que Alemania experimenta la perturbación negativa y en segundo lugar cuando la experimenta España.

De los cinco escenarios referidos, solo el caso de descentralización con compromiso dependerá del parámetro de reparto de ingresos impositivos entre el gobierno local y el gobierno federal ($\beta$) [véase el apéndice VII]. Estudiaremos por tanto los cuatro casos restantes en general y cuándo la descentralización con compromiso podría dominar a alguno de ellos dependiendo del parámetro $\beta$.

[6]Las series utilizadas son: Remuneraciones por hora. Línea 65c (Línea 65 para el caso español) de las Estadísticas del FMI. Ambas series aparecen en base 1990 (1990=100).

[7]El modelo especificado es:

$$\ln(w_{it}) = \ln(a_i) + b_i\, t + \varepsilon_{it}$$

donde i indica el país, t representa el tiempo, $w_{it}$ es la serie de remuneración salarial, $b_i$ mide la tendencia respecto al tiempo de cada serie y $\varepsilon_{it}$ es el ruido del modelo. El valor estimado de $a_i$, representará el valor medio de la serie sin tendencia y nos dará el tamaño relativo de los países buscado. El período muestral elegido es 1985:1 a 1994:4 (datos trimestrales).

En este trabajo, no estamos interesados en explicar fenómenos de persistencia que podría introducir la perturbación, ni en explicar aspectos dinámicos de la economía. Simplemente queremos explicar cómo ante la aparición de una perturbación puntual de caracter asimétrico, dos economías distintas podrían ayudarse. Para ello solo necesitaremos conocer el tamaño relativo de los países medidos por $a_i$.

Caso I: Alemania experimenta una perturbación negativa ($\psi_A$ =0.95) y España positiva ($\psi_E$=1.05). En este caso obtenemos (véase la FIGURA I):

$$U_A\,(C) > U_A\,(DSG) > U_A\,(DSP) > U_A\,(AU)$$
$$U_E\,(AU) > U_E\,(C) > U_E\,(DSP) > U_E\,(DSG)$$

Caso II: Alemania experimenta una perturbación positiva ($\psi_A$ =1.05) y España negativa ($\psi_E$=0.95). En este caso obtenemos (véase la FIGURA II):

$$U_A\,(AU) > U_A\,(C) > U_A\,(DSG) > U_A\,(DSP)$$
$$U_E\,(C) > U_E\,(AU) > U_E\,(DSP) > U_E\,(DSG)$$

Observamos que cuando una economía experimenta una perturbación positiva siempre preferirá la situación autárquica a cualquier otra en la que tenga que ayudar mediante un sistema de transferencias a la economía que ha registrado la perturbación negativa. Este resultado sin embargo no se mantiene en sentido inverso, cuando las economías experimentan una perturbación negativa. En este caso, mientras alemania preferirá en general un mecanismo de transferencias antes que la situación autárquica, en el caso español el nivel de bienestar en autarquía será mayor que en los casos de descentralización sin compromiso. Podemos explicar este comportamiento recordando que el mecanismo no pretende cumplir una función igualadora sino compensadora, de manera que el gobierno federal ponderará más a Alemania (la función objetivo del gobierno federal sería $U_A + \rho\, U_E$, con $\rho < 1$, donde $U_i$ representa el nivel de utilidad del país i). De esta forma en una situación de descentralización sin compromiso, en la que el gobierno alemán sabe que parte de sus ingresos irán destinados a ayudar a España, aplicaría a sus ciudadanos un tipo impositivo bajo, de forma que el mecanismo no ayudaría a España todo lo que debiera. La descentralización sin compromiso, por tanto, favorece claramente al país "rico". Este resultado, por otra parte, pone de manifiesto el peligro de intentar la aplicación de un mecanismo de compensación de este tipo, entre economías muy dispares, ya que los países más ricos podrían obtener ventajas de él. En este sentido los fondos de cohesión jugarían un papel muy importante haciendo que las economías fueran más simétricas, ya que su aplicación tendría efectos a largo



plazo sobre el incremento del PNB en los países menos desarrollados [véase por ejemplo Bradley *et al.* (1995)].

Como podemos observar en las figuras I y II, la descentralización con compromiso podrá dominar los distintos escenarios a medida que el parámetro de reparto impositivo aumente.

Se comprueba también, que cuando los ingresos vía impuestos no se reparten entre los distintos niveles de gobierno, sino que los recauda y utiliza enteramente el gobierno local ($\beta=1$), la descentralización con compromiso coincide con el caso centralizado [$U_i$ (C) = $U_i$ (DC)]. En una situación como ésta ambos países preferirían que el gobierno federal pudiera comprometerse a una regla de reparto en lugar de conocer la regla y utilizarla en la toma de decisiones (descentralización sin compromiso). Por el contrario para niveles de $\beta$ bajos, ambos gobiernos preferirían conocer la regla de reparto del gobierno federal y poder utilizar dicha información.

Por último, centrándonos en el caso de descentralización sin compromiso, observamos como Alemania preferirá siempre el mecanismo de transferencias intergubernamentales, mientras España preferiría un mecanismo de transferencias interpersonales.

## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos estudiado los efectos redistributivos de un mecanismos compensador. Ante la aparición de una perturbación de caracter asimétrico se producirá un flujo de renta hacia la economía que sufra la perturbación negativa, con independencia de si se trata de un país rico o pobre. La cuantía de dicha transferencia será siempre la misma, con independencia del sistema elegido (transferencias intergubernamentales o interpersonales), o del grado de centralización del gobierno federal.

Cuando los gobiernos locales conocen la regla de reparto y la utilizan para calcular el tipo impositivo óptimo, se producirá algún efecto igualador. Cuando la importancia del gasto público en la función de utilidad es la misma en ambas economías, nos encontramos con que en el caso de transferencias intergubernamentales el consumo privado se igualará en ambos países, mientras que si dichas transferencias son interpersonales será el gasto público el que se iguale. En los demás casos, los consumos privados y públicos serán mayores en el país "rico".

En cuanto a los efectos sobre el tipo impositivo, en general, con ponderaciones del gasto público iguales en la función de utilidad, el mecanismo de transferencias intergubernamentales asigna un tipo impositivo menor al país que registra la perturbación negativa, mientras que el mecanismo de transferencias interpersonales, le asignaría un tipo mayor. Estos resultados podrían cambiar en el caso de descentralización sin compromiso, dependiendo entonces de la cuantía de la perturbación y del tamaño relativo de los países.

Por lo que se refiere al ejercicio de simulación realizado en la sección quinta, hemos comprobado la importancia que la regla de reparto de impuestos entre los distintos niveles de gobierno ($\beta$) tendría a la hora de decidir entre un sistema en el que el gobierno federal tiene suficiente poder de compromiso (descentralización con compromiso) y aquella situación en la que el gobierno federal no puede comprometerse a una regla de reparto (descentralización sin compromiso). El primer sistema sería preferido cuando los gobiernos locales recaudan y utilizan enteramente los impuestos locales ($\beta=1$), mientras que para niveles de $\beta$ bajos ambos países preferirían la descentralización sin compromiso.



Centrándonos únicamente en el caso de descentralización sin compromiso, hemos observado la importancia que la simetría entre países tendría en el éxito o fracaso de la aplicación del mecanismo. Así, hemos comprobado, como en el caso de economías asimétricas la economía "rica" podría obtener ventajas de su aplicación. Además, la descentralización sin compromiso es la única situación en la que podemos comparar los dos mecanismos de transferencias descritos. En este sentido, el ejercicio de simulación nos dice que mientras Alemania preferiría un mecanismo de transferencias intergubernamentales, en términos de bienestar, España preferiría el mecanismo de transferencias interpersonales.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

-Bajo, O. y Vegara, D. (1996): "Federalismo fiscal y unión monetaria en Europa", mimeo.

-Bordignon, T., Manasse, P. y Tabellini, G. (1996): "Optimal regional redistribution under asymmetric information", Discussion paper series, n° 7/96, CEPR.

-Bradley, J., Herce, J. A. y Modesto, L. (1995): "The macroeconomic effects of the CSF 1994-99 in the EU periphery. An analysis based in the HERMIN model" Economic Modelling, vol. 12, n° 3, pp. 323-333.

-de Miguel, C. y Sosvilla-Rivero, S. (1996): Efectos de políticas macroeconómicas en una unión monetaria con distintos grados de rigidez salarial", Documento de trabajo 96-07, FEDEA.

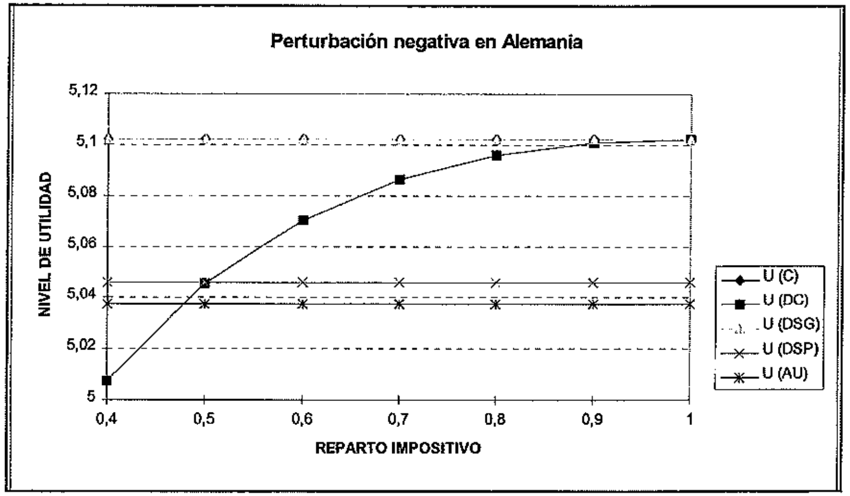
-Sala-i-Martin, X. y Sachs, J. (1992): "Fiscal federalism and optimum currency areas: Evidence for Europe from the United States", en M. Canzoneri, V. Grilli y P. Masson (eds): "Establishing a central bank: Issues in Europe and lessons from the US" , Cambridge University Press, Cambridge, 195-219.

-Persson, T. y Tabellini, G. (1996a): "Federal fiscal constitutions: Risk sharing and moral hazard", Econométrica, vol 64 n°3 (Mayo 1996), 623-646.

-Persson, T. y Tabellini, G. (1996b): "Federal fiscal constitutions: Risk sharing and redistribution", Journal of Political Economy, vol 104 n°5, 979-1009.

-Von Hagen, J. (1992): "Fiscal arrangements in a monetary union: Evidence from the U S" en D. Fair y C. de Boissieu (eds): Fiscal policy, taxation and the financial system in an increasingly integrated Europe, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 337-359.



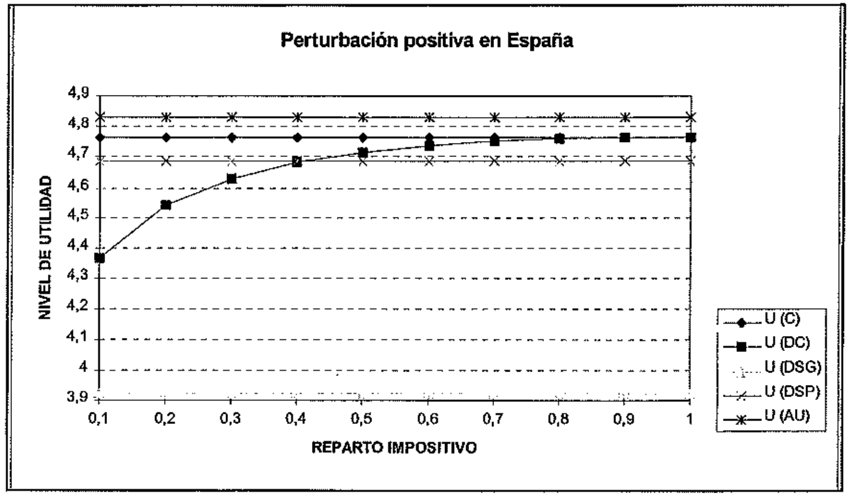
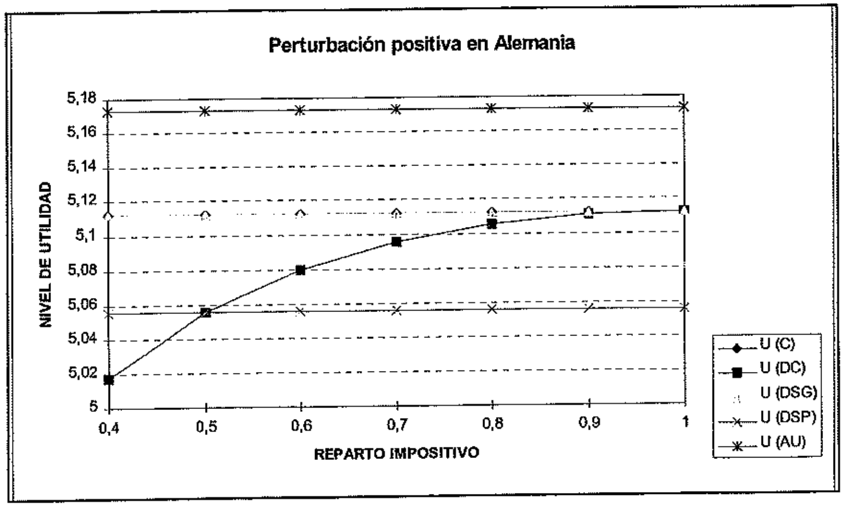




FIGURA I



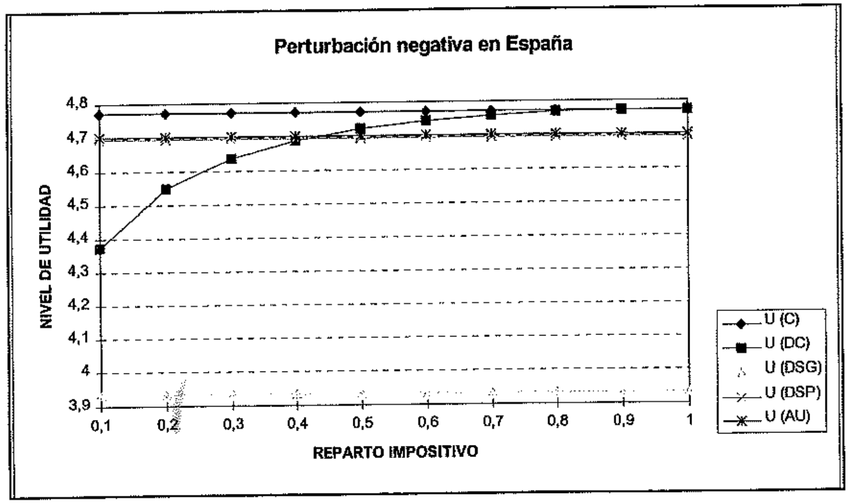




**FIGURA II**



# APENDICE I

## Centralización completa

A partir de las condiciones de primer orden del problema de maximización del planificador social [ecuación (3.5)] llegamos al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\lambda_A ( \beta t_B w_B + \tau_B ) = \rho \lambda_B ( \beta t_A w_A + \tau_A )$$
$$( 1 - \beta ) t_A w_A + ( 1 - \beta ) t_B w_B = \tau_A + \tau_B$$
$$\lambda_A ( 1 - t_A ) w_A = \beta t_A w_A + \tau_A$$
$$\lambda_B ( 1 - t_B ) w_B = \beta t_B w_B + \tau_B$$

resolviendo el sistema anterior, obtenemos los niveles de equilibrio de las variables de decisión $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$:

$$t_A = \frac{[ \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B ] w_A - w_B}{w_A (1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B )}$$
$$t_B = \frac{[ 1 + \lambda_A + \rho \lambda_B ] w_B - \rho w_A}{w_B (1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B )}$$
$$\tau_A = \frac{( w_A + w_B ) ( \beta + \lambda_A )}{(1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B )} - \beta w_A$$
$$\tau_B = - \frac{( w_A + w_B ) ( 1 + \rho + \lambda_A - \rho \beta)}{(1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B )} - \beta w_B + w_A + w_B$$

Buscamos el $\rho$ que cumpla:

$( 1 - \beta ) t_A w_A = \tau_A$

$( 1 - \beta ) t_B w_B = \tau_B$

teniendo en cuenta que $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ vienen dados por las expresiones anteriores, y que no hay perturbaciones ($\psi_A = \psi_B = 1$). el resutado será (3.8):

$$\text{(3.8)} \qquad \rho = \frac{( 1 + \lambda_A ) a_B}{( 1 + \lambda_B ) a_A}$$

utilizando el valor calculado de $\rho$ y los niveles de equilibrio de $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ obtenemos las transferencias netas recibidas o pagadas (ecuaciones (3.9) y (3.10))

$$\text{(3.9)} \qquad \tau_A - (1 - \beta ) t_A w_A = \frac{( \psi_B - \psi_A ) a_A a_B}{a_A + a_B}$$

$$\text{(3.10)} \qquad \tau_B - (1 - \beta ) t_B w_B = \frac{( \psi_A - \psi_B ) a_A a_B}{a_A + a_B}$$

por último compararemos los tipo impositivos, el consumo y el gasto público de cada país, utilizando para ello (3.1) y (3.2):

$$t_A - t_B = \frac{(\rho\ w_A - w_B)\ (w_A + w_B)}{w_A\ w_B\ (1 + \rho + \lambda_A + \rho\ \lambda_B)}$$
$$c_A - c_B = \frac{(1 - \rho)\ (w_A + w_B)}{(1 + \rho + \lambda_A + \rho\ \lambda_B)}$$
$$g_A - g_B = \frac{(\lambda_A - \rho\ \lambda_B)\ (w_A + w_B)}{(1 + \rho + \lambda_A + \rho\ \lambda_B)}$$

## APENDICE II

Descentralización con compromiso

A partir de las condiciones de primer del problema de maximización del planificador social [véase la ecuación (3.11)] y de los gobiernos locales [véase la ecuación (3.12)] llegamos al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\lambda_A\ (\beta\ t_B\ w_B + \tau_B) = \rho\ \lambda_B\ (\beta\ t_A\ w_A + \tau_A)$$
$$(1 - \beta)\ t_A\ w_A + (1 - \beta)\ t_B\ w_B = \tau_A + \tau_B$$
$$\lambda_A\ \beta\ (1 - t_A)\ w_A = \beta\ t_A\ w_A + \tau_A$$
$$\lambda_B\ \beta\ (1 - t_B)\ w_B = \beta\ t_B\ w_B + \tau_B$$

resolviendo el sistema anterior, obtenemos los niveles de equilibrio de las variables de decisión $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$:

$$t_A = \frac{[\rho + \lambda_A\ \beta + \rho\ \lambda_B\ \beta]\ w_A - w_B}{w_A\ (1 + \rho + \lambda_A\ \beta + \rho\ \lambda_B\ \beta)}$$
$$t_B = \frac{[1 + \lambda_A\ \beta + \rho\ \lambda_B\ \beta]\ w_B - \rho\ w_A}{w_B\ (1 + \rho + \lambda_A\ \beta + \rho\ \lambda_B\ \beta)}$$
$$\tau_A = \frac{\beta\ (1 + \lambda_A)\ (w_A + w_B)}{(1 + \rho + \lambda_A\ \beta + \rho\ \lambda_B\ \beta)} - \beta\ w_A$$
$$\tau_B = - \frac{(w_A + w_B)\ [1 + \rho + \lambda_A\ \beta - \rho\ \beta]}{(1 + \rho + \lambda_A\ \beta + \rho\ \lambda_B\ \beta)} - \beta\ w_B + w_A + w_B$$

Buscamos el $\rho$ que cumpla:

$(1 - \beta)\ t_A\ w_A = \tau_A$

$(1 - \beta)\ t_B\ w_B = \tau_B$

teniendo en cuenta que $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ vienen dados por las expresiones anteriores, y que no hay



perturbacioness ($\psi_A = \psi_B = 1$), el resultado será (3.13):

$$(3.13) \qquad \rho = \frac{(1 + \beta\ \lambda_A)\ a_B}{(1 + \beta\ \lambda_B)\ a_A}$$

utilizando el valor calculado de $\rho$ y los niveles de equilibrio de $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ obtenemos las transferencias netas recibidas o pagadas [ecuaciones (3.9) y (3.10)].

Por último compararemos los tipo impositivos, el consumo y el gasto público de cada país, utilizando para ello (3.1) y (3.2):

$$t_A - t_B = \frac{(\rho\ w_A - w_B)\ (w_A + w_B)}{w_A\ w_B\ (1 + \rho + \lambda_A\ \beta + \rho\ \lambda_B\ \beta)}$$
$$c_A - c_B = \frac{(1 - \rho)\ (w_A + w_B)}{(1 + \rho + \lambda_A\ \beta + \rho\ \lambda_B\ \beta)}$$
$$g_A - g_B = \frac{(\lambda_A - \rho\ \lambda_B)\ \beta\ \ (w_A + w_B)}{(1 + \rho + \lambda_A\ \beta + \rho\ \lambda_B\ \beta)}$$

## APENDICE III

Descentralización sin compromiso

A partir de las condiciones de primer orden del problema del gobierno federal (3.11) y de las condiciones de primer orden de los gobiernos locales (3.16), llegamos al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\lambda_A\ (\beta\ t_B\ w_B + \tau_B) = \rho\ \lambda_B\ (\beta\ t_A\ w_A + \tau_A)$$
$$(1 - \beta)\ t_A\ w_A + (1 - \beta)\ t_B\ w_B = \tau_A + \tau_B$$
$$\lambda_A\ (1 - t_A)\ w_A = t_A\ w_A + t_B\ w_B$$
$$\lambda_B\ (1 - t_B)\ w_B = t_A\ w_A + t_B\ w_B$$

resolviendo el sistema anterior, obtenemos los niveles de equilibrio de las variables de decisión $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$:

$$t_A = \frac{\lambda_A (1 + \lambda_B) w_A - \lambda_B w_B}{w_A (\lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B)}$$

$$t_B = \frac{\lambda_B (1 + \lambda_A) w_B - \lambda_A w_A}{w_B (\lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B)}$$

$$\tau_A = -\frac{\beta \rho \lambda_B^2 (\lambda_A w_A - w_B) + \beta w_A \lambda_A^2}{(\rho \lambda_B + \lambda_A)(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B)} - \frac{\lambda_A \lambda_B [\beta w_A \rho + \beta w_A \lambda_A - \beta w_B - \lambda_A (w_A + w_B)]}{(\rho \lambda_B + \lambda_A)(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B)}$$

$$\tau_B = -\frac{\rho \lambda_B^2 [\beta w_B (1 + \lambda_A) - \lambda_A (w_A + w_B)]}{(\rho \lambda_B + \lambda_A)(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B)} + \frac{\beta \lambda_A \lambda_B [w_A \rho - w_B (1 + \lambda_A)] + \beta w_A \lambda_A^2}{(\rho \lambda_B + \lambda_A)(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B)}$$

Buscamos el $\rho$ que cumpla:

$(1 - \beta)\, t_A w_A = \tau_A$

$(1 - \beta)\, t_B w_B = \tau_B$

teniendo en cuenta que $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ vienen dados por las expresiones anteriores, y que no hay perturbacioness ($\psi_A = \psi_B = 1$), el resutado será (3.17):

$$\rho = \frac{\lambda_A [(1 + \lambda_A) \lambda_B a_B - \lambda_A a_A]}{\lambda_B [(1 + \lambda_B) \lambda_A a_A - \lambda_B a_B]} \tag{3.17}$$

utilizando el valor calculado de $\rho$ y los niveles de equilibrio de $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ obtenemos las transferencias netas recibidas o pagadas [ecuaciones (3.9) y (3.10)].

Por último compararemos los tipo impositivos, el consumo y el gasto público de cada país, utilizando para ello (3.1) y (3.2):

$$t_A - t_B = \frac{(\lambda_A w_A - \lambda_B w_B)(w_A + w_B)}{w_A w_B (\lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B)}$$

$$c_A - c_B = \frac{(\lambda_B - \lambda_A)(w_A + w_B)}{(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B)}$$

$$g_A - g_B = \frac{(\lambda_A - \rho \lambda_B) \lambda_A \lambda_B (w_A + w_B)}{(\rho \lambda_B + \lambda_A)(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B)}$$



## APENDICE IV

Centralización completa

A partir de las condiciones de primer del problema de maximización del planificador social [ecuación (3.5)] llegamos al sistema:

$$(1 - t_B) w_B + \tau_B = \rho [(1 - t_A) w_A + \tau_A]$$
$$(1 - \beta) t_A w_A + (1 - \beta) t_B w_B = \tau_A + \tau_B$$
$$\beta t_A w_A = \lambda_A [(1 - t_A) w_A + \tau_A]$$
$$\beta t_B w_B = \lambda_B [(1 - t_B) w_B + \tau_B]$$

resolviendo el sistema anterior, obtenemos los niveles de equilibrio de las variables de decisión $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$:

$$t_A = \frac{\lambda_A (w_A + w_B)}{\beta w_A (1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B)}$$

$$t_B = \frac{\rho \lambda_B (w_A + w_B)}{\beta w_B (1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B)}$$

$$\tau_A = -\frac{\beta w_A \rho \lambda_B + \beta [(\rho + \lambda_A) w_A - w_B] - \lambda_A (w_A + w_B)}{\beta (1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B)}$$

$$\tau_B = -\frac{\rho \lambda_B (\beta w_B - w_A - w_B) + \beta [(w_B (1 + \lambda_A) - \rho w_A]}{\beta (1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B)}$$

El $\rho$ que cumpla:

$(1 - \beta)\, t_A w_A = \tau_A$

$(1 - \beta)\, t_B w_B = \tau_B$

teniendo en cuenta que $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ vienen dados por sus niveles de equilibrio, y que no hay perturbaciones ($\psi_A = \psi_B = 1$). El $\rho$ obtenido coincide con el calculado en el apéndice I, dado por la expresión (3.8):

utilizando el valor calculado de $\rho$ y los niveles de equilibrio de $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ obtenemos las transferencias netas recibidas o pagadas que coinciden con las ecuaciones (3.9) y (3.10).

por último compararemos los tipo impositivos, el consumo y el gasto público de cada país, utilizando para ello (4.1) y (4.2):

$$t_A - t_B = \frac{(\lambda_A w_B - \rho \lambda_B w_A)(w_A + w_B)}{w_A w_B (1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B)}$$
$$c_A - c_B = \frac{(1 - \rho)(w_A + w_B)}{(1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B)}$$
$$g_A - g_B = \frac{(\lambda_A - \rho \lambda_B)(w_A + w_B)}{(1 + \rho + \lambda_A + \rho \lambda_B)}$$

## APENDICE V

Centralización con compromiso

A partir de las condiciones de primer orden del problema de maximización del gobierno federal [ecuación (3.11)] y de las condiciones de primer orden del problema de maximización de cada gobierno local [ecuación (3.12)], obtendremos el siguiente sistema:

$$(1 - t_B) w_B + \tau_B = \rho [ (1 - t_A) w_A + \tau_A ]$$
$$(1 - \beta) t_A w_A + (1 - \beta) t_B w_B = \tau_A + \tau_B$$
$$t_A w_A = \lambda_A [ (1 - t_A) w_A + \tau_A ]$$
$$t_B w_B = \lambda_B [ (1 - t_B) w_B + \tau_B ]$$

resolviendo el sistema anterior, obtenemos los niveles de equilibrio de las variables de decisión $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$:

$$t_A = \frac{\lambda_A (w_A + w_B)}{w_A (1 + \rho + \beta \lambda_A + \rho \beta \lambda_B)}$$
$$t_B = \frac{\rho \lambda_B (w_A + w_B)}{w_B (1 + \rho + \beta \lambda_A + \rho \beta \lambda_B)}$$
$$\tau_A = - \frac{\beta w_A \rho \lambda_B + \beta w_A \lambda_A + w_A (\rho - \lambda_A) - w_B (1 + \lambda_A)}{(1 + \rho + \beta \lambda_A + \rho \beta \lambda_B)}$$
$$\tau_B = - \frac{\rho \lambda_B (\rho w_B - w_A - w_B) + \beta w_B \lambda_A - \rho w_A + w_B}{(1 + \rho + \beta \lambda_A + \rho \beta \lambda_B)}$$

Buscamos el $\rho$ que cumpla:

$(1 - \beta) t_A w_A = \tau_A$

$(1 - \beta) t_B w_B = \tau_B$

teniendo en cuenta que $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ vienen dados por las expresiones anteriores, y que no hay perturbaciones ($\psi_A = \psi_B = 1$), el resutado será (3.13).



utilizando el valor calculado de $\rho$ y los niveles de equilibrio de $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ obtenemos las transferencias netas recibidas o pagadas que coincidirán con las ecuaciones (3.9) y (3.10).

por último compararemos los tipo impositivos, el consumo y el gasto público de cada país, utilizando para ello (4.1) y (4.2):

$$t_A - t_B = \frac{(\lambda_A w_B - \rho \lambda_B w_A)(w_A + w_B)}{w_A w_B (1 + \rho + \lambda_A \beta + \rho \lambda_B \beta)}$$
$$c_A - c_B = \frac{(1 - \rho)(w_A + w_B)}{(1 + \rho + \lambda_A \beta + \rho \lambda_B \beta)}$$
$$g_A - g_B = \frac{(\lambda_A - \rho \lambda_B) \beta (w_A + w_B)}{(1 + \rho + \lambda_A \beta + \rho \lambda_B \beta)}$$

## APENDICE VI

Descentralización sin compromiso

A partir de las condiciones de primer orden del problema de maximización del gobierno federal [ecuación (3.11)] y de los gobiernos locales [ecuación (4.6)], obtenemos el sistema de ecuaciones:

$$(1 - t_B) w_B + \tau_B = \rho [ (1 - t_A) w_A + \tau_A ]$$
$$(1 - \beta) t_A w_A + (1 - \beta) t_B w_B = \tau_A + \tau_B$$
$$\beta t_A w_A = \lambda_A [ (1 - \beta t_A) w_A + (1 - \beta t_B) w_B ]$$
$$\beta t_B w_B = \lambda_B [ (1 - \beta t_A) w_A + (1 - \beta t_B) w_B ]$$

resolviendo el sistema anterior, obtenemos los niveles de equilibrio de las variables de decisión $\{t_A, t_B, \tau_A, \tau_B\}$:

$$t_A = \frac{\lambda_A (w_A + w_B)}{\beta w_A (1 + \lambda_A + \lambda_B)}$$
$$t_B = \frac{\lambda_B (w_A + w_B)}{\beta w_B (1 + \lambda_A + \lambda_B)}$$
$$\tau_A = - \frac{\beta w_A \lambda_B (1 + \rho) + \beta [ w_A \rho (1 + \lambda_A) + w_A \lambda_A - w_B ]}{\beta (1 + \rho)(1 + \lambda_A + \lambda_B)} + \frac{\lambda_A (1 + \rho)(w_A + w_B) ]}{\beta (1 + \rho)(1 + \lambda_A + \lambda_B)}$$
$$\tau_B = - \frac{\lambda_B (1 + \rho) [ \beta w_B - w_A - w_B ]}{\beta (1 + \rho)(1 + \lambda_A + \lambda_B)} - \frac{\beta [ w_B (1 + \lambda_A + \rho \lambda_A) - \rho w_A ]}{\beta (1 + \rho)(1 + \lambda_A + \lambda_B)}$$

Buscamos en primer lugar el $\rho$ que cumpla:

$$( 1 - \beta )\, t_A\, w_A = \tau_A$$

$$( 1 - \beta )\, t_B\, w_B = \tau_B$$

teniendo en cuenta que $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ vienen dados por sus niveles de equilibrio, y que no hay perturbaciones ($\psi_A = \psi_B = 1$), el $\rho$ obtenido viene dado por la ecuación (4.7):

$$\rho = \frac{( 1 + \lambda_A )\, a_B - \lambda_B\, a_A}{( 1 + \lambda_B )\, a_A - \lambda_A\, a_B} \tag{4.7}$$

utilizando el valor calculado de $\rho$ y los niveles de equilibrio de $t_A, t_B, \tau_A, \tau_B$ obtenemos las transferencias netas recibidas o pagadas que coinciden con las ecuaciones (3.9) y (3.10).

por último compararemos los tipo impositivos, el consumo y el gasto público de cada país, utilizando para ello (4.1) y (4.2):

$$t_A - t_B = \frac{( \lambda_A\, w_B - \lambda_B\, w_A )( w_A + w_B )}{\beta\, w_A\, w_B\, ( 1 + \lambda_A + \lambda_B )}$$

$$c_A - c_B = \frac{( 1 - \rho )( w_A + w_B )}{( 1 + \rho )( 1 + \lambda_A + \lambda_B )}$$

$$g_A - g_B = \frac{( \lambda_A - \lambda_B )( w_A + w_B )}{( 1 + \lambda_A + \lambda_B )}$$

## APENDICE VII

### Simulación

A partir de los resultados obtenidos en los apéndices anteriores sobre tipos impositivos y niveles de transferencias, presentamos en este apéndice los niveles de consumo privado y consumo público, que utilizaremos en la simulación. Tendremos cinco escenarios distinto: La centralización completa (C), la descentralización con compromiso (DC), la descentralización sin compromiso con transferencias intergubernamentales (DSG), la descentralización sin compromiso con transferencias interpersonales (DSP) y el caso autárquico (AU). En los dos primeros casos no distinguiremos entre el tipo de transferencias, ya que los resultados coinciden.



$$c_A ( C ) = \frac{( w_A + w_B )\, a_A}{( 1 + \lambda_A )( a_A + a_B )}$$

$$c_B ( C ) = \frac{( w_A + w_B )\, a_B}{( 1 + \lambda_B )( a_A + a_B )}$$

$$g_A ( C ) = \frac{\lambda_A ( w_A + w_B )\, a_A}{( 1 + \lambda_A )( a_A + a_B )}$$

$$g_B ( C ) = \frac{\lambda_B ( w_A + w_B )\, a_B}{( 1 + \lambda_B )( a_A + a_B )}$$

$$c_A ( DC ) = \frac{( w_A + w_B )\, a_A}{( 1 + \beta\, \lambda_A )( a_A + a_B )}$$

$$c_B ( DC ) = \frac{( w_A + w_B )\, a_B}{( 1 + \beta\, \lambda_B )( a_A + a_B )}$$

$$g_A ( DC ) = \frac{\beta\, \lambda_A ( w_A + w_B )\, a_A}{( 1 + \beta\, \lambda_A )( a_A + a_B )}$$

$$g_B ( DC ) = \frac{\beta\, \lambda_B ( w_A + w_B )\, a_B}{( 1 + \beta\, \lambda_B )( a_A + a_B )}$$

$$c_A ( DSG ) = \frac{( w_A + w_B )\, \lambda_B}{( \lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B )}$$

$$c_B ( DSG ) = \frac{( w_A + w_B )\, \lambda_A}{( \lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B )}$$

$$g_A ( DSG ) = \frac{[ \lambda_A ( 1 + \lambda_B )\, a_A - \lambda_B\, a_B ]( w_A + w_B )}{( \lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B )( a_A + a_B )}$$

$$g_B ( DSG ) = \frac{[ \lambda_B ( 1 + \lambda_A )\, a_B - \lambda_A\, a_A ]( w_A + w_B )}{( \lambda_A + \lambda_B + \lambda_A \lambda_B )( a_A + a_B )}$$

$$c_A ( DSP ) = \frac{[ ( 1 + \lambda_B )\, a_A - \lambda_A\, a_B ]( w_A + w_B )}{( 1 + \lambda_A + \lambda_B )( a_A + a_B )}$$

$$c_B ( DSP ) = \frac{[ ( 1 + \lambda_A )\, a_B - \lambda_B\, a_A ]( w_A + w_B )}{( 1 + \lambda_A + \lambda_B )( a_A + a_B )}$$

$$g_A ( DSP ) = \frac{( w_A + w_B )\, \lambda_A}{( 1 + \lambda_A + \lambda_B )}$$

$$g_B ( DSP ) = \frac{( w_A + w_B )\, \lambda_B}{( 1 + \lambda_A + \lambda_B )}$$

$$c_A ( AU ) = \frac{w_A}{( 1 + \lambda_A )}$$

$$c_B ( AU ) = \frac{w_B}{( 1 + \lambda_B )}$$

$$g_A ( AU ) = \frac{\lambda_A\, w_A}{( 1 + \lambda_A )}$$

$$g_B ( AU ) = \frac{\lambda_B\, w_B}{( 1 + \lambda_B )}$$