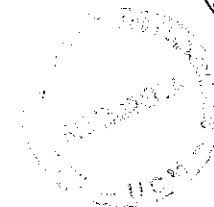




W
119
(9707)



Documento de trabajo

Estrategías de inmunización ante posibles desplazamientos en la estructura temporal

Inmaculada Gómez
Alfonso Novales

No. 9707

Enero 1997

ICAE

Instituto Complutense de Análisis Económico

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

FACULTAD DE ECONOMICAS

Campus de Somosaguas

28223 MADRID

Teléfono 394 26 11 - FAX 294 26 13

ICAE

Instituto Complutense de Análisis Económico

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

**ESTRATEGIAS DE INMUNIZACION ANTE POSIBLES
DESPLAZAMIENTOS EN LA ESTRUCTURA TEMPORAL**

Inmaculada Gómez*
Alfonso Novales**

Enero 1997



ABSTRACT

Analyzing the spanish market for public debt, we have found that slope and curvature effects on shifts of the term structure do not compensate each other. As a consequence, the time evolution of the term structure cannot be adequately represented as parallel translations. Our analysis relies on estimates of the Nelson-Siegel model between november 1992 and october 1996. We have found that the estimates represent quite accurately the distinct episodes of monetary policy over the sample period and, in particular, that the model summarizes the evolution of market expectations of future interest rate fluctuations. Our estimates can be exploited for practical purposes in a variety of ways. In particular, whether the parametric factors inherent to the Nelson-Siegel representation can be used to design multivariate immunization strategies remains an important practical question to be solved.

RESUMEN

Salvo en situaciones excepcionales de compensación entre los efectos de pendiente y curvatura, los cambios experimentados por la estructura temporal en el mercado español de deuda están muy alejados de ser desplazamientos paralelos. Por tanto, se hace necesario desarrollar estrategias de inmunización vectorial. Hemos estimado el modelo de Nelson y Siegel para la curva cupón cero desde noviembre 1992 a octubre 1996. Los parámetros utilizados en dicha representación pueden interpretarse como *factores* explicativos de la estructura intertemporal, lo que abre múltiples posibilidades de explotación práctica de las series temporales de estimaciones generadas en este trabajo. Analizar si existe una inmunización vectorial específica que mejora significativamente los resultados obtenidos con una inmunización basada unicamente en replicar la duración de la cartera es uno de los temas abiertos de mayor interés.

* Analistas Financieros Internacionales.
Españoleto, 19, Madrid.

** Departamento de Economía Cuantitativa. Universidad Complutense.
Somosaguas, 28223, Madrid.

n.c. = X-53-297034-8

NE = 5310279649

1. INTRODUCCIÓN

El enorme auge que han cobrado los fondos de inversión en España ha reavivado el interés por desarrollar estrategias de inmunización que generen una cobertura del riesgo lo más completa posible. Las estrategias de inmunización más habituales, basadas en mantener una cartera con duración idéntica al horizonte residual de la inversión, cubren adecuadamente frente a desplazamientos paralelos en la *estructura temporal de tipos de interés o curva de tipos*, que denotamos en lo sucesivo *ETTI*, pero no frente a alteraciones en la pendiente de la estructura o en su curvatura. En los últimos años se han propuesto procedimientos alternativos que permiten inmunizar frente a alteraciones en la curva de tipos que aúnan desplazamientos en su nivel, con cambios como los mencionados.

En cualquier caso, si bien es deseable disponer de una estrategia de inmunización suficientemente general, ésta no está exenta de costes, tanto en su diseño como en su puesta en práctica continuada, por lo que es preciso determinar si los beneficios esperados compensan la utilización de estrategias complejas. En línea con el trabajo de Barret et al. (1995), nuestro enfoque consiste en tratar de anticipar el tipo de variación más probable que puede experimentar la curva de tipos, con el objeto de proceder a diseñar la estrategia específica de inmunización más apropiada frente a tal contingencia. Para ello, como proponen estos autores, vamos a considerar distintas clases de curvas, atendiendo al signo de su pendiente y de su curvatura. Si la conclusión de tal estudio es que las variaciones más probables son siempre del tipo de desplazamientos paralelos en toda la *ETTI*, con independencia del perfil que ésta adopte, deberá pensarse que una estrategia basada en reproducir una duración idéntica al horizonte residual de inversión, proporciona suficiente cobertura, no estando justificados los costes de estrategias más complicadas. Se obtendrá la conclusión contraria si las variaciones que cabe prever en la curva de tipos a partir de su situación actual son más complejas que simples desplazamientos paralelos incondicionales.

Macaulay (1938) introdujo el concepto de *plazo medio ponderado de vida de un bono*, que se denomina desde entonces *duración de Macaulay de un bono*. Posteriormente, Fisher y Weil (1971) adaptaron este concepto a la solución del problema de inmunización frente a desplazamiento paralelos de la curva de tipos, es decir, aquellos desplazamientos que conllevan un aumento o disminución de igual cuantía, tanto en tipos a corto como a largo plazo. Posteriormente, Cooper (1977) propuso una estrategia que permitía cubrir frente a cambios en la pendiente de la curva, por cuanto que consideraba variaciones no iguales, sino proporcionales en tipos a corto y largo. En una línea similar, Garbade (1985) propuso una metodología de inmunización basada en el supuesto de que la magnitud

de los cambios experimentados por las distintas rentabilidades eran proporcionales a su horizonte de maduración. Bierwag, Kaufman y Toevs (1983) consideraron cobertura frente a variaciones simultáneas, tanto en el nivel como en la pendiente de la curva de tipos. Es importante tener en consideración que el supuesto que se haga acerca del tipo de desplazamientos que se producen en la estructura intertemporal, y del proceso estocástico que ésta sigue, determina la estrategia óptima de inmunización, que será específica de dicho supuesto.

El diseño de una estrategia de inmunización puede interpretarse como el problema de identificar el proceso estocástico que genera, en un determinado instante de tiempo, la estructura temporal o curva de tipos pues, en definitiva, podemos plantear el problema en base a un modelo de rentabilidades $R_{it} = R_{it}(x_{it}, \theta)$ como función del plazo i y del instante t , de los valores que toma en t una lista de k variables explicativas, englobadas en el vector x_{it} , y de una serie de parámetros θ . Supongamos que entre las variables explicativas hay una variable aleatoria ϵ_{it} exógena, específica del plazo, en cuyo caso, tendremos: $R_{it} = f_{it}(x_{it}, \epsilon_{it})$. Una vez que se dispone de estimaciones para los parámetros θ que aparecen en dicho proceso, puede procederse a calcular la duración que elimina completamente el riesgo. Si la variable aleatoria, así como las que entran en el vector x_{it} son comunes a todos los plazos y ϵ_{it} entra aditivamente en la función de rentabilidades: $R_{it} = f_{it}(x_{it}) + \epsilon_{it}$, entonces la estructura temporal experimentará desplazamientos paralelos, mientras que si entra multiplicativamente y alguna de las variables x_{it} es específica del plazo, $R_{it} = \epsilon_{it} f_{it}(x_{it})$, la estructura temporal experimentará fluctuaciones diferentes en los distintos plazos.

En definitiva, la identificación y posterior estimación de un determinado proceso de determinación de los tipos de interés por plazo es un aspecto central del análisis que pretendemos llevar a cabo. Adoptamos aquí la propuesta de Nelson y Siegel (1987), quienes parten de una expresión para el tipo forward instantáneo para dentro de t_i periodos:

$$r(t_i) = \beta_0 + \beta_1 e^{-t_i/\tau} + \beta_2 \frac{t_i}{\tau} e^{-t_i/\tau}$$

que permite acomodar las distintas formas que en la realidad puede presentar la *ETII*, ya sea plana, tenga pendiente positiva o negativa, y más o menos curvatura, en función de tan sólo cuatro parámetros: β_0 , β_1 , β_2 y τ .

Esta expresión es la composición de tres funciones: $f_1 = 1$, $f_2 = e^{-t/\tau}$, $f_3 = (t/\tau) e^{-t/\tau}$,

cada una de las cuales recoge un tipo de comportamiento de la senda de tipos forward instantáneos. Así, f_1 recoge el efecto que sobre los tipos actuales tiene el nivel de largo plazo, hacia el que tienden a converger los tipos forward instantáneos. Dicho nivel viene medido por el coeficiente β_0 , que es

el límite de la función $r(t_i)$ cuando t_i tiende a infinito. Cambios en el valor del parámetro β_0 producen desplazamientos paralelos de la estructura de tipos forward instantáneos. La función f_2 es el componente relevante en el corto plazo, y determina si existe un componente uniforme creciente en la *ETII* (lo que ocurre cuando $\beta_1 < 0$), o decreciente (cuando $\beta_1 > 0$). Por último, f_3 es el componente de medio plazo responsable de la curvatura de la *ETII*, cuya contribución al perfil de los tipos forward viene medida por el valor absoluto del parámetro β_2 [ver Figura 1 y Apéndice].

En el Apéndice se muestra que el signo de la pendiente de la *ETII* en el origen, es decir, para $t_i = 0$, depende de la diferencia $\beta_2 - \beta_1$, de modo que la curva de tipos es creciente en el origen cuando se tiene simultáneamente $\beta_1 < 0$ y $\beta_2 > 0$, y decreciente cuando $\beta_1 > 0$ y $\beta_2 < 0$. Por el contrario, cuando los componentes f_2 y f_3 actúan en sentido contrario sobre la pendiente de curva de tipos forward en el origen, lo que ocurre cuando se tiene $\beta_1 > 0$ y $\beta_2 > 0$ ó $\beta_1 < 0$ y $\beta_2 < 0$ [ver Apéndice], dicha pendiente vendrá determinada por la magnitud de cada uno de los dos efectos, que actúan entonces en sentido opuesto. El signo de la pendiente en un horizonte genérico t_i es una función aún más complicada de los valores numéricos de los parámetros β_1 y β_2 [ver Apéndice] que añade al término ya mencionado en $\beta_2 - \beta_1$, otro término en $-\beta_2$. Por tanto, cuando la pendiente en el origen es indudablemente positiva y, por tanto, la curva creciente en dicho punto, existe un componente creciente, uniforme, en todos los vencimientos; sin embargo, en vencimientos específicos, el segundo término podría dominar, y la pendiente cambiar de signo. Algo similar ocurre cuando la curva es indudablemente decreciente en el origen. Si el parámetro β_2 fuese igual a cero, entonces el signo de la pendiente en todos los vencimientos, incluido el origen, sería el opuesto al del parámetro β_1 ; ello hace que, por facilitar la nomenclatura, en lo sucesivo nos refiramos a curvas de tipos con $\beta_1 < 0$ como *ETII* crecientes, si bien pueden ser decrecientes sobre determinados tramos de vencimientos. Por igual razón, nos referiremos a curvas con $\beta_1 > 0$ como *ETII* decrecientes.

El parámetro τ afecta a la magnitud de la pendiente, aunque no a su signo: cuanto menor sea τ mayor será la pendiente y, con ella, la velocidad de convergencia de la senda de tipos forward hacia su valor asintótico.

Cuando $t_i = 0$, el componente f_3 se anula, mientras que los otros dos componentes toman valor unidad, por lo que, el tipo instantáneo de contado, $r(0)$, viene dado por: $r(0) = \beta_0 + \beta_1$. Por su parte, τ representa la tasa a la que el tipo forward instantáneo converge a su nivel asintótico.

El tipo de interés al contado al plazo t_i es el promedio de la senda de tipos forward implícitos hasta dicho plazo:

Componentes explicativos de la senda de tipos estimada s/ Nelson y Siegel

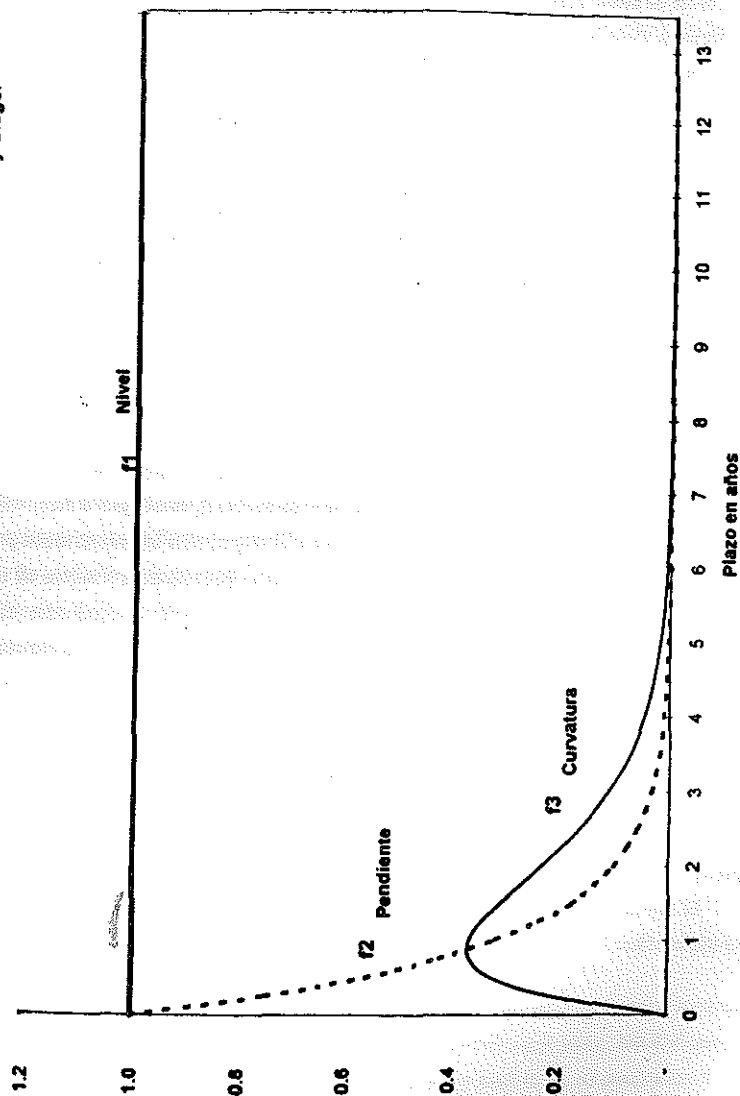


Figura 1

$$R(t_i) = \frac{1}{t_i} \int_0^{t_i} r(x) dx = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{\tau}{t_i} (1 - e^{-t_i/\tau}) - \beta_2 e^{-t_i/\tau} =$$

$$= \beta_0 + \beta_1 \frac{\tau}{t_i} (1 - e^{-t_i/\tau}) + \beta_2 \frac{\tau}{t_i} \left[1 - e^{-t_i/\tau} \left(1 + \frac{t_i}{\tau} \right) \right]$$

mientras que la función de descuento es:

$$d(t_i) = e^{-\int_0^{t_i} r(x) dx} = e^{-\beta_0 t_i - \beta_1 \tau (1 - e^{-t_i/\tau}) - \beta_2 \tau (1 - e^{-t_i/\tau}) (1 + t_i/\tau)}$$

El precio teórico de un bono que paga cupones C_i en instantes futuros t_i es:

$$P = \sum_{i=1}^n C_i d(t_i) = \sum_{i=1}^n C_i e^{-\int_0^{t_i} r(x) dx} = \sum_{i=1}^n C_i e^{-\beta_0 t_i - \beta_1 \tau (1 - e^{-t_i/\tau}) - \beta_2 \tau (1 - e^{-t_i/\tau}) (1 + t_i/\tau)}$$

Los precios observados en el mercado de activos financieros que son homogéneos en riesgo de crédito permiten estimar los cuatro parámetros que rigen el comportamiento de la ETT. Para ello, puede utilizarse como criterio de ajuste la minimización de la suma de los cuadrados de las diferencias entre precios observados y precios teóricos, deducidos del modelo anterior para la ETT. Núñez(1995) y Vegara(1995) utilizaron una metodología similar para estimar la función de descuento y, a partir de ella, la estructura temporal de tipos de interés en el mercado de deuda español, de acuerdo con el modelo de Nelson y Siegel que acabamos de describir. El primero de estos trabajos establece comparaciones entre el ajuste obtenido por este modelo, con modelos alternativos para la determinación de precios teóricos, propuestos por McCulloch(1971) y Svensson(1994). Estimaciones del modelo de McCulloch habían sido obtenidas anteriormente por Ezquiaga et al.(1994).

2. ESTIMACIONES DEL MODELO DE NELSON Y SIEGEL

En este trabajo presentamos estimaciones del modelo de Nelson y Siegel para el mercado español de Deuda pública en una muestra amplia y actualizada, que abarca desde noviembre de 1992 a octubre de 1996. No es nuestro objetivo establecer comparación alguna con otros modelos, si bien pensamos que el modelo de Nelson y Siegel es el que permite una representación más adecuada del mercado español.

Los datos utilizados en la estimación de la curva de tipos cupón cero son los precios de las referencias más líquidas cotizadas cada día en el mercado de deuda del Estado. Las referencias de

reducido plazo residual y, en particular, los bonos con cupones de plazo residual inferior a un año son escasamente líquidos y, sin embargo, son quienes proporcionan observaciones en los plazos cortos de la curva de tipos. Por tanto, hemos descartado tales bonos, y hemos utilizado, junto con los precios de los bonos de plazo residual superior a un año, cotizaciones de las denominadas *operaciones simultáneas* sobre deuda pública, a un día, un mes, tres meses y un año. Estas operaciones reflejan en realidad los tipos de interés cupón cero directamente cotizados hasta el plazo de un año, y son quienes determinan en nuestro análisis las estimaciones en los tramos cortos de la curva.

Los datos empleados han sido recogidos a las 16 horas, a partir de las cotizaciones proporcionadas por los creadores de mercado. Estas instituciones son un grupo restringido de entidades gestoras de deuda con capacidad plena, que tienen la obligación de cotizar sistemáticamente precios de compra y venta, con el objeto de proporcionar liquidez al mercado. Hemos tomado los precios medios de compra y venta de aquellas entidades que tuvieran actualizadas sus cotizaciones a la hora considerada¹.

El objetivo de nuestro análisis es doble: por un lado, queremos cuantificar el grado en que el modelo de Nelson y Siegel representa el funcionamiento del mercado español de deuda pública; en particular, queremos ver si los cambios de signo que puedan producirse al estimar el modelo a través del tiempo, y los cambios de perfil de la *ETTT* que implican, recogen el sentimiento del mercado y sus reacciones a la diferente coyuntura económica de cada momento. En segundo lugar, queremos examinar la posibilidad de anticipar el tipo de desplazamiento más probable que puede producirse en la curva de tipos en función del perfil que adopta en un determinado instante de tiempo; ello nos permitirá discutir si los esquemas habituales de inmunización de una cartera de renta fija, prestando atención únicamente a potenciales desplazamientos paralelos de la *ETTT* son suficientemente adecuados o, por el contrario, sería conveniente utilizar procedimientos de inmunización más sofisticados. Llevaremos a cabo este análisis en el horizonte de un mes, tratando de caracterizar los desplazamientos más probables, un mes hacia el futuro, a partir de un perfil determinado. Análisis similares pueden efectuarse a distintos horizontes.

2.1 Estimaciones globales

El Cuadro 1 contiene un resumen de las estimaciones del modelo de Nelson y Siegel obtenidas con toda la muestra, noviembre 1992 a octubre 1996, un total de 963 observaciones útiles. La Figura

¹ *All Trading, Capital Market* y *JPMorgan* resultaron ser los contribuidores más fiables, en el sentido de mantener precios actualizados para las referencias. Los datos de las operaciones simultáneas fueron proporcionados por *GESMOSA*.

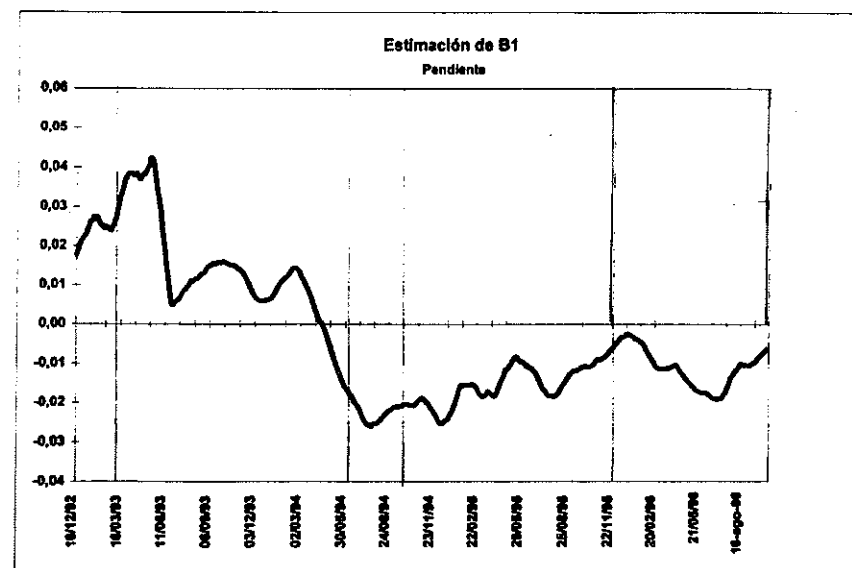
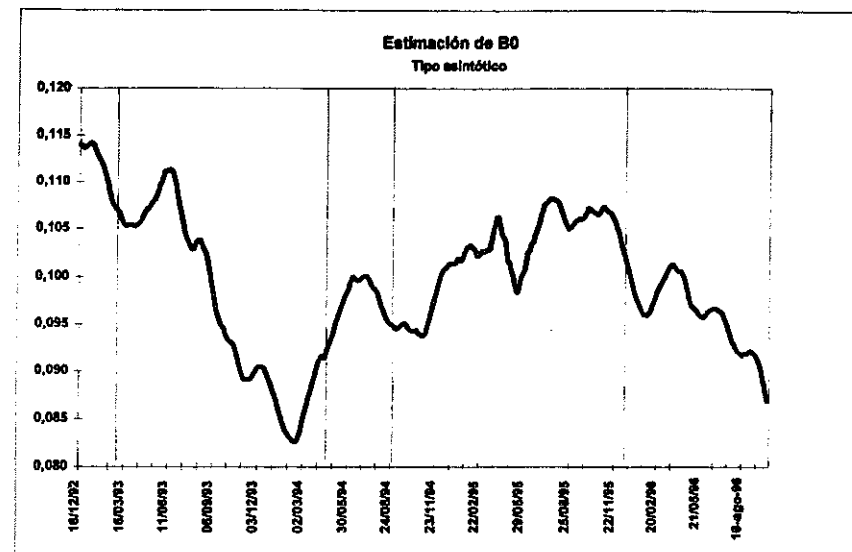


Figura 2a

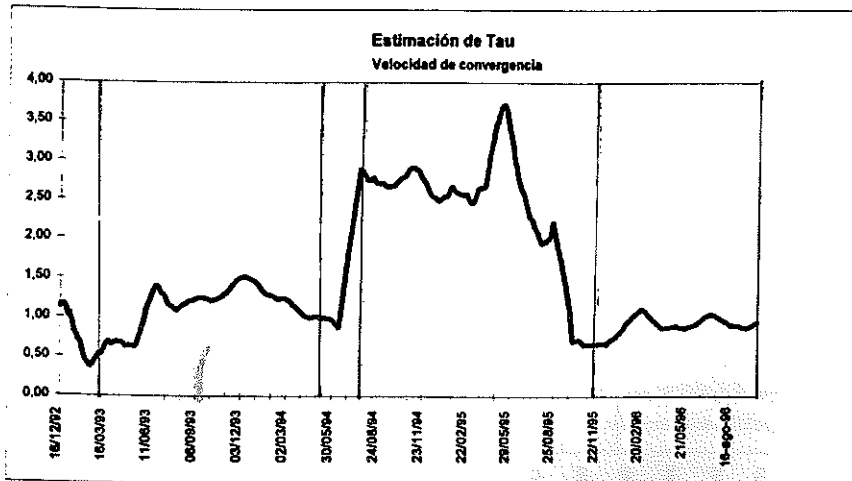
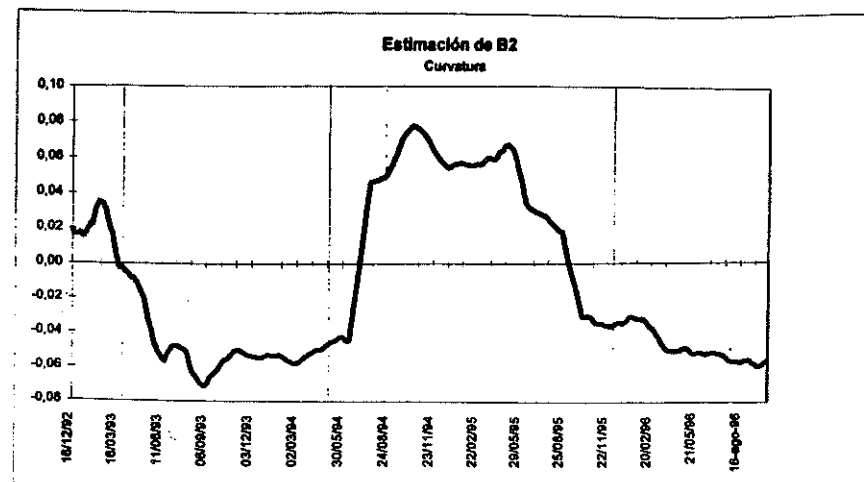


Figura 2b

2 presenta las sendas estimadas para cada uno de los parámetros que intervienen en la representación de la función de descuento propuesta por Nelson y Siegel. En cada panel aparece la serie temporal formada por las 963 estimaciones de cada parámetro. En realidad, en la figura se presentan medias móviles de orden 30 de las sendas correspondientes a las estimaciones originales, con el objeto de facilitar su interpretación.

Cuadro 1 Estimaciones con toda la muestra Noviembre 92 / octubre 96: 963 días					
	Media	Desviación típica	Mediana	Máximo	Mínimo
β_0 (Tipo asintótico)	0,0994	0,0078	0,0997	0,1180	0,0812
β_1 (Pendiente)	-0,0029	0,0179	-0,0087	0,0620	-0,0301
β_2 (Curvatura)	-0,0116	0,0477	-0,0349	0,0877	-0,0947
τ (Velocidad de convergencia)	1,5037	0,8747	1,1690	4,7157	0,1882
$\beta_0 + \beta_1$ (Tipo al contado)	0,0965	0,0205	0,0913	0,1711	0,0671
Suma Residual	1,1141	0,9135	0,8678	4,6663	0,0054
Frecuencia de estimaciones por tipo de curva	$\beta_1 > 0 \beta_2 > 0$	$\beta_1 > 0 \beta_2 < 0$	$\beta_1 < 0 \beta_2 > 0$	$\beta_1 < 0 \beta_2 < 0$	
	65 (7%) 4/11/92 a 12/2/93	278 (29%) 15/2/93 a 24/3/94	289 (30%) 13/6/94 a 23/8/95	331 (34%) 25/3/94 a 10/6/94 24/8/95 a 7/10/96	

Nota: Suma Residual denota la suma de cuadrados de los errores de estimación de los precios de los bonos.

Los resultados agregados del Cuadro 1 no proporcionan sino una primera aproximación al comportamiento del mercado a lo largo del intervalo de tiempo estudiado. Baste decir que el tipo asintótico osciló alrededor de un 10%, y que la situación más frecuente, obtenida 331 días (un 34% de la muestra), fue una curva creciente, es decir, con un componente uniformemente positivo en la pendiente, y convexa, con expectativas de un mínimo en los tipos de interés. Los coeficientes de pendiente, β_1 , y curvatura, β_2 , tomaron mayoritariamente un signo negativo: la *ETII* fue creciente, es decir, $\beta_1 < 0$ en 620 días, mientras que fue convexa, es decir, $\beta_2 < 0$, en 609 días de los 978 analizados. En el otro extremo, sólo en 65 días, un 7% de la muestra, fueron ambos parámetros simultáneamente positivos, indicando una curva cóncava y decreciente, es decir, con un componente uniforme negativo.

La desviación típica de β_0 es bastante reducida, pero no así la del resto de los parámetros, produciendo unos histogramas de frecuencia muy dispersos. Los intervalos de confianza que pudieran construirse bajo supuestos de Normalidad contendrían, incluso a niveles reducidos de probabilidad,

valores muy heterogéneos de los parámetros, contemplando la posibilidad de curvas crecientes o decrecientes, así como cóncavas o convexas. Esta dispersión no hace sino reflejar la gran variedad de situaciones diferentes en los cinco años comprendidos en la muestra, como consecuencia de cambios sustanciales en el sentimiento del mercado de deuda, que se manifiestan en cambios de signo y de valor absoluto en los valores paramétricos estimados a lo largo de dicho período. Ello obliga a efectuar su análisis de manera desagregada en el tiempo, lo que efectuaremos en las próximas secciones, tras esta primera descripción global.

La Suma Residual en el Cuadro 1 recoge la suma de las desviaciones al cuadrado entre los precios de mercado de las referencias utilizadas en la estimación, y los precios que para ellas implica el modelo. El error medio de ajuste en cada precio, para toda la muestra y todas las referencias, de aproximadamente 1,11 ptas. en cada bono, puede considerarse bastante aceptable. En todo caso, estos son los resultados con una estimación común a toda la muestra, que es poco representativa; en el análisis que sigue se estima por subperíodos, y el error medio resultante en el ajuste del precio de cada referencia utilizada será inferior.

La Figura 2 presenta medias móviles de orden 30 de las estimaciones obtenidas para los cuatro parámetros del modelo de Nelson y Siegel. Puede apreciarse que el parámetro β_1 fue positivo en el primer tercio de la muestra, indicando una curva con pendiente negativa, y positivo posteriormente, indicando una estructura temporal creciente. El parámetro β_2 fue negativo en el primer y último tercios, indicando una curva convexa, con expectativas de descenso de los tipos oficiales, y positivo en el tercio central, indicando una curva cóncava. Es interesante apreciar que los cambios de signo se producen tan sólo a intervalos. El que la figura represente medias móviles de las estimaciones no afecta a esta apreciación.

Las estructuras temporales estimadas diariamente (que no presentamos) pasan sólo en contadas ocasiones de ser crecientes a decrecientes, o de ser cóncavas a ser convexas y, cuando lo hacen, es con cierto carácter duradero. Sin embargo, las estimaciones del parámetro τ experimentan notables cambios de nivel en momentos puntuales del tiempo, asociados a alteraciones en el signo del parámetro β_1 , que recoge las expectativas de existencia de un mínimo o un máximo en la *ETTI*. En el Apéndice se muestra que, efectivamente, τ influye sustancialmente en la determinación del instante de dicho máximo o mínimo, por lo que si el mercado pasa en un momento determinado, de anticipar un máximo a anticipar un mínimo, por ejemplo, τ cambiará bruscamente. Así ocurrió a mediados de 1994, en que la expectativa de un mínimo cercano (lo que conlleva un τ pequeño), se vio sustituida por una expectativa de un máximo lejano (τ elevado).

A continuación, vamos a considerar las estimaciones obtenidas en cinco submuestras en las que reconocemos un sentimiento específico del mercado acerca de las expectativas de la curva de tipos de

interés futura. Cada una de tales submuestras estará caracterizada por un cierto perfil de la *ETTI*, determinado por los valores de todos los parámetros pero, en particular, de β_1 y β_2 . Por consistencia, sería interesante que el perfil de la *ETTI* fuese aproximadamente estable dentro de cada uno de los períodos que hayamos identificado como de homogeneidad en cuanto al sentimiento del mercado de deuda. Por tanto, un primer contraste de validación del modelo de Nelson y Siegel estriba en que se obtengan valores paramétricos estables en períodos identificados como de homogeneidad de mercado y, en particular, que la pendiente y curvatura tomen igual signo dentro de cada uno de dichos períodos. Prestando especial atención a los signos de la pendiente y curvatura, somos consistentes con nuestro interés por tratar de estimar el cambio que cabe esperar en la curva de tipos en función del perfil que adopta en un determinado instante.

2.2 Estimaciones por subperíodos

La Figura 3 presenta el perfil típico de la *ETTI* en el mercado de Deuda español, tras haber clasificado las estimaciones diarias en función del perfil resultante de nuestras estimaciones para distintos subperíodos. Los estadísticos básicos de tales estimaciones aparecen en los Cuadros 2 a 6. El gráfico es el resultado de dar valores a la vida residual de un bono, t_i , en el modelo de Nelson y Siegel para los tipos forward instantáneos, con los parámetros estimados para un cierto subperíodo.

Cuadro 2					
Período: 4/11/1992 a 12/2/1993					
$\beta_1 > 0, \beta_2 > 0$					
n = 65 (7%)					
	Media	Desviación típica	Mediana	Máximo	Mínimo
β_0 (Tipo asintótico)	0,1122	0,0032	0,1130	0,1180	0,1047
β_1 (Pendiente)	0,0218	0,0010	0,0229	0,0417	0,0069
β_2 (Curvatura)	0,0249	0,0023	0,0228	0,0844	0,0000
τ (Velocidad de convergencia)	0,8112	0,5179	0,7448	2,1017	0,1882
$\beta_0 + \beta_1$ (Tipo al contado)	0,1339	0,0082	0,1358	0,1559	0,1155
Suma Residual	1,1491	0,5048	1,0692	2,3204	0,0875

Nota: las desviaciones típicas de la segunda columna permiten construir, de modo aproximado, bandas de confianza alrededor de los valores medios de la primera columna, si bien las propiedades estadísticas de las series estimadas de los parámetros hacen que éste no sea un ejercicio totalmente riguroso. En el caso de los parámetros β_1 y β_2 , la hipótesis más relevante se refiere a si dichos parámetros son no nulos, por lo que la columna *Desviación típica* contiene en dichos casos la desviación típica de la media muestral, y no la desviación típica muestral.

Perfiles adoptados por la ETTI en período analizado
(Nov 92-Octubre 96)

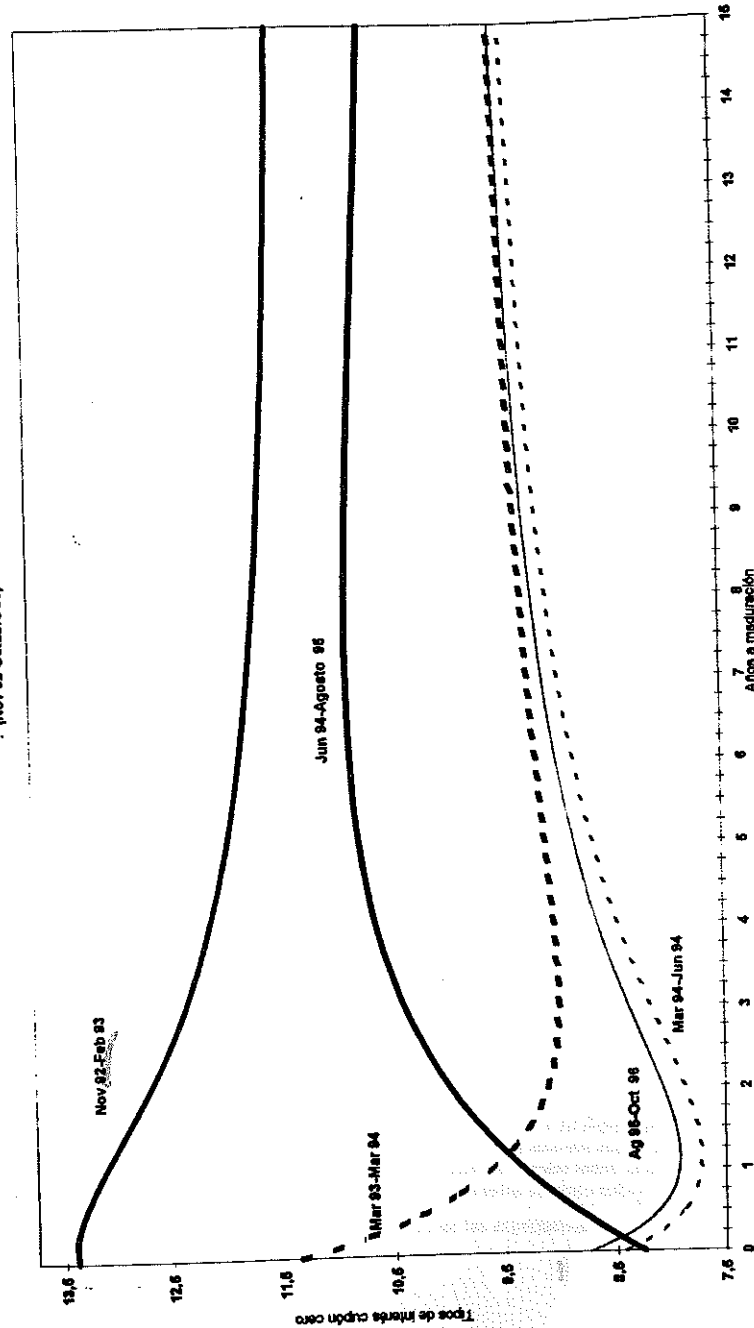


Figura 3

Entre noviembre de 1992 y febrero de 1993 estimamos un perfil de curva de tipos decreciente y con máximo, $\beta_1 > 0$, $\beta_2 > 0$. La estructura media para este subperíodo, recogida en la Figura 3, es la que se obtiene a partir de las estimaciones promedio del Cuadro 2. Puede apreciarse que dicho perfil medio recoge expectativas de un máximo en las rentabilidades a un horizonte muy corto, en torno a los 6 meses, seguido de expectativas de gradual descenso, en torno a los 150 pb., para vencimientos lejanos.

A diferencia de lo que ocurre con la muestra global, los valores medios estimados para β_1 y β_2 en el Cuadro 2 son muy superiores a su desviación típica, reflejando una notable homogeneidad de comportamiento dentro del período. Ello incide en la necesidad de efectuar este análisis desagregado dado que, como vimos en el Cuadro 1, el estudio para la muestra global resulta poco significativo. Sugiere además que el estudio de la evolución futura de la ETTI en función del tipos de perfil que adopta en un momento determinado puede ser bastante eficiente.

El tipo al contado estimado fluctuó bastante en este primer período, oscilando entre un 11,55% y un 15,59%, mientras que el tipo asintótico osciló entre 10,47% y 11,80%, con un valor mediano de 11,30%.

Cuadro 3					
Período: 15/2/1993 a 24/3/1994					
$\beta_1 > 0, \beta_2 < 0$					
$n = 278 (29\%)$					
	Media	Desviación típica	Mediana	Máximo	Mínimo
β_0 (Tipo asintótico)	0,0969	0,0095	0,0955	0,1146	0,0812
β_1 (Pendiente)	0,0168	0,0008	0,0131	0,0620	-0,0023
β_2 (Curvatura)	-0,0461	0,0013	-0,0517	0,0000	-0,0947
τ (Velocidad de convergencia)	1,1409	0,3042	1,2123	1,7898	0,4253
$\beta_0 + \beta_1$ (Tipo al contado)	0,1137	0,0194	0,1099	0,1711	0,0915
Suma Residual	1,2367	0,8410	0,9839	4,4221	0,2830

Nota: Ver notas a los Cuadros 1 y 2.

De acuerdo con nuestras estimaciones, entre marzo de 1993 y marzo de 1994 estuvo vigente un perfil medio de la ETTI con $\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$, reforzándose mutuamente los signos de los parámetros, para producir una curva decreciente. El signo negativo del parámetro de curvatura refleja unas expectativas de mínimo que la Figura 3 muestra que, en media, se esperaba para el horizonte

de 2 años. El perfil promedio recogido en la Figura 3 para este período incorpora una expectativa de fuerte reducción de rentabilidades, superior a los 200 p.b., en el horizonte de 2 años, estabilizándose para vencimientos más lejanos.

Fue éste el período de mayor inestabilidad de tipos de los analizados, como ilustra el hecho de que el tipo al contado oscilara entre 9,15% y 17,11%, una banda de casi 800 p.b., mientras que el tipo asintótico estimado osciló entre 8,12% y 11,46%. Los valores mediana de los tipos al contado y asintótico, de 10,99% y 9,55%, respectivamente, fueron claramente inferiores a los correspondientes al período previo, lo que se aprecia claramente en las *ETTI* promedio para estos períodos de la Figura 3.

Cuadro 4					
Período: 25/3/1994 a 10/6/1994					
$\beta_1 < 0, \beta_2 < 0$					
n = 53 (5%)					
	Media	Desviación típica de la media	Mediana	Máximo	Mínimo
β_0 (Tipo asintótico)	0,0973	0,0034	0,0972	0,1034	0,0908
β_1 (Pendiente)	-0,0129	0,0009	-0,0156	-0,0010	-0,0259
β_2 (Curvatura)	-0,0449	0,0007	0,0444	-0,0300	-0,0577
τ (Velocidad de convergencia)	0,9419	0,1195	1,1078	1,1078	0,6260
$\beta_0 + \beta_1$ (Tipo al contado)	0,0844	0,0039	0,0831	0,0925	0,0757
Suma Residual	2,2556	0,9902	1,9095	4,6663	1,1295

Nota: Ver notas a los Cuadros 1 y 2.

El período comprendido entre finales de marzo de 1994 y junio de dicho año está representado por curvas de tipos con $\beta_1 < 0$ y $\beta_2 < 0$, por lo que la *ETTI* tendía a ser creciente durante este período, presentando, además, expectativas de mínimo. La Figura 3 refleja que, en media, las expectativas de mínimo estaban situadas en el horizonte de un año, con un descenso esperado inferior a 100 p.b..

Los tipos al contado estimados oscilaron entre 7,57% y 9,25%, mostrando una continuación en el claro proceso de reducción que en los mismos ya se había producido en el período anterior. Por el contrario, los tipos asintóticos estimados se movieron en una banda de 9,08% a 10,34%, muy similar a la del período anterior, lo que sugiere un aplanamiento de la curva que aparece reflejado, en efecto, en la Figura 3. En ésta se aprecia, asimismo, la reducción en tipos al contado respecto al

período previo, febrero 1993 a marzo de 1994, a la vez que el mantenimiento de los tipos asintóticos entre ambos períodos.

Durante el largo período comprendido entre junio de 1994 y finales de agosto de 1995, se obtuvieron estimaciones con $\beta_1 < 0, \beta_2 > 0$, en las que los signos de los coeficientes nuevamente se refuerzan, para generar una pendiente positiva. El signo positivo del parámetro de curvatura recoge las expectativas del mercado acerca de un máximo. La curva promedio para este período, en la Figura 3, resulta fuertemente creciente, recogiendo expectativas de una elevación de unos 250 pb. en el plazo de 5 años, estabilizándose los tipos a partir de dicho vencimiento.

Cuadro 5					
13/6/1994 a 23/8/1995					
$\beta_1 < 0, \beta_2 > 0$					
n = 289 (30%)					
	Media	Desviación típica	Mediana	Máximo	Mínimo
β_0 (Tipo asintótico)	0,1008	0,0051	0,1012	0,1124	0,0903
β_1 (Pendiente)	-0,0182	0,0004	-0,0188	-0,0002	-0,0301
β_2 (Curvatura)	0,0512	0,0011	0,0545	0,0877	0,0120
τ (Velocidad de convergencia)	2,7105	0,5016	2,6542	4,7157	1,4901
$\beta_0 + \beta_1$ (Tipo al contado)	0,0826	0,0081	0,0840	0,0948	0,0671
Suma Residual	0,8963	0,8805	0,3892	4,0785	0,0054

Nota: Ver notas a los Cuadros 1 y 2.

Los tipos al contado estimados oscilaron entre 6,71% y 9,48%, una banda similar a la del período previo. Su valor mediano, de 8,40%, es asimismo muy similar al 8,41% del período comprendido entre febrero 1994 y junio de 1994. Los tipos asintóticos estimados, por el contrario, se movieron entre 9,03% y 11,24%, lo que supone una cierta elevación con respecto al período anterior. Su valor mediano, de 10,12%, excede en casi medio punto al previo, que era de 9,72%.

3. INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Cuadro 6					
24/8/1995 a 7/10/1996					
$\beta_1 < 0, \beta_2 < 0$					
n = 278 (28%)					
	Media	Desviación típica	Mediana	Máximo	Mínimo
β_0 (Tipo asintótico)	0,0979	0,0063	0,0975	0,1099	0,0814
β_1 (Pendiente)	-0,0105	0,0003	-0,0098	0,0000	-0,0226
β_2 (Curvatura)	-0,0445	0,0007	-0,0473	-0,0151	-0,0653
τ (Velocidad de convergencia)	0,8808	0,1554	0,8889	1,3501	0,5556
$\beta_0 + \beta_1$ (Tipo al contado)	0,0875	0,0081	0,0809	0,1025	0,0756
Suma Residual	0,9920	0,9006	0,7279	3,2788	0,0742

Nota: Ver notas a los Cuadros 1 y 2.

Por último, en un período que excede nuevamente de un año, el comprendido entre septiembre de 1995 y octubre de 1996, identificamos un perfil medio de la *ETTI* con $\beta_1 < 0, \beta_2 < 0$. El signo negativo de β_1 muestra que las curvas tuvieron un componente uniforme positivo, es decir, tendieron a ser crecientes; el signo negativo de β_2 implica una curva convexa, con expectativas de mínimo. La curva promedio de la Figura 3 muestra una expectativa de recorte por debajo de los 100 pb. en los tipos de interés en el horizonte de un año, con una gradual elevación de los mismos, por encima de los tipos al contado, en los plazos más largos, situación casi idéntica a la vivida en el período entre marzo y junio de 1994.

El intervalo estimado de tipos al contado, entre 7,56% y 10,25%, recoge una cierta reducción con respecto al obtenido para el período de junio de 1994 a agosto de 1995, reflejando el hecho de que éste fue un período de descenso de tipos. Lo mismo ocurre con los tipos asintóticos estimados, que oscilaron entre 8,14% y 10,99%, por debajo del obtenido para el período muestral previo.

En todo caso, las curvas promedio de la Figura 3, y las posibles expectativas de aumentos o disminuciones en los tipos, así como el horizonte en que se espera que éstas se produzcan deben interpretarse tan sólo como reflejo de un comportamiento medio, pero no pueden asociarse a todos y cada uno de los días en que se produce un determinado perfil. Para conocer el sentimiento estimado del mercado de deuda en un determinado día debe utilizarse la *ETTI* estimada para dicho día concreto.

El análisis estadístico de los parámetros del modelo, en el que se observaba una desviación típica para el parámetro β_0 sustancialmente más reducida que la del resto, tiene su fiel reflejo en el patrón de desplazamientos observado en la *ETTI* en el período analizado. En la Figura 3, que recoge la evolución de los perfiles más característicos adoptados por la curva de tipos desde finales de 1992 hasta octubre de 1996, se observa que la variabilidad de los tipos a plazos cortos y medios de maduración es mucho más elevada que la de los tipos a largo, apreciándose una especie de *pivotación* de la curva de tipos sobre el largo plazo. Este mismo comportamiento puede apreciarse en la Figura 4, en la que recogemos la evolución que han seguido las rentabilidades a 1, 3 y 10 años en el mercado de deuda, como representativas de tres plazos de maduración: corto, medio y largo.

Este desplazamiento observado en la curva de tipos resulta coherente con la interpretación de los parámetros del modelo de Nelson y Siegel, así como con la variabilidad exhibida por los mismos. Dado que los parámetros β_1 y β_2 son responsables, de forma respectiva, de la dinámica de los tipos forward en horizontes de corto y medio plazo, sus elevadas desviaciones típicas en la estimación no son sino reflejo de la fuerte volatilidad de los tipos de interés cortos y medios de la curva. Por su parte, las expectativas de largo plazo se encuentran básicamente reflejadas por el parámetro β_0 , cuya estimación ha resultado la menos volátil entre los cuatro parámetros que rigen el comportamiento de los tipos forward, lo que refleja una evolución mucho más estable en los tipos de interés de mayor plazo de maduración.

El período de tiempo en el que hemos estudiado el desplazamiento de la curva de tipos en el mercado español de deuda es suficientemente amplio como para abarcar en el mismo toda la gama de formas posibles de la curva de tipos. Dado que los tipos de interés al contado a cualquier plazo de maduración no son sino el promedio de la senda de tipos implícitos hasta dicho plazo, cabe anticipar que el perfil de la curva de tipos cambie en una economía a medida que se alteren los determinantes relevantes para la formación de expectativas de evolución de la política monetaria en el futuro.

Vamos a examinar en esta sección el grado en que las estimaciones obtenidas para el modelo de Nelson y Siegel reflejan el sentimiento existente en el mercado de deuda acerca de la evolución previsible de tipos, en función de la coyuntura económica de cada momento. Es evidente que esta cuestión es susceptible de ser analizada por procedimientos econométricos rigurosos que permitan un contraste formal del grado en que las expectativas están incorporadas en el mecanismo de formación

Rentabilidades de referencia

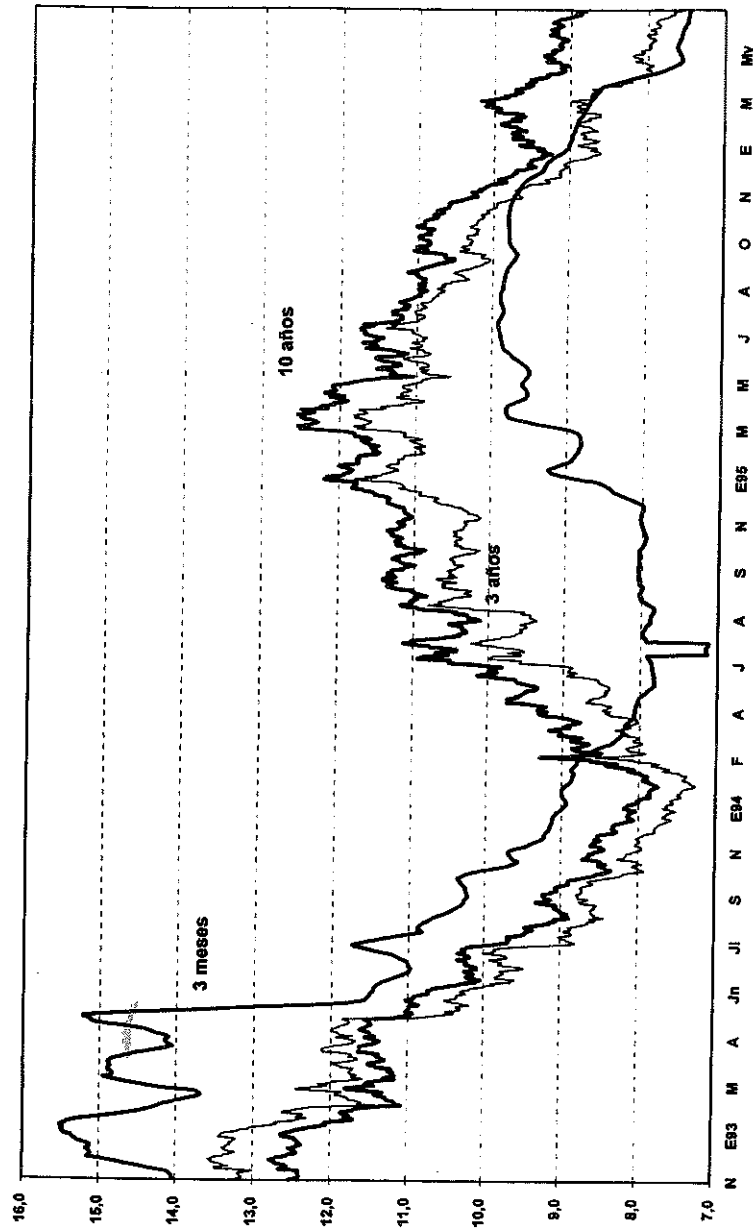


Figura 4

de precios en el mercado de deuda español, pero ello queda para un análisis posterior. Nos limitamos en este primer trabajo, sin embargo, a un análisis descriptivo de esta cuestión.

3.1 Primera submuestra: Noviembre 1992 a febrero 1993

La primera submuestra abarca desde finales de 1992 hasta marzo de 1993. La economía española estaba entrando en recesión, pero al mismo tiempo se encontraba sometida a importantes turbulencias cambiarias que desencadenaron en tres devaluaciones casi consecutivas de la peseta (septiembre y noviembre de 1992, y mayo de 1993). Así, mientras la coyuntura económica configuraba unas expectativas acusadas de descenso de los tipos oficiales en el largo plazo, las turbulencias cambiarias generaban temores de subidas de tipos oficiales en el corto plazo. La curva de tipos de interés adoptó entonces un perfil medio caracterizado por una acusada pendiente negativa, pero en la que se identificaba una forma cóncava en el plazo de maduración más cercano, claramente identificativa de los temores de tensionamientos monetarios dada la situación de la crisis cambiaria. De hecho, en este período el Banco de España elevó en varias ocasiones su tipo de referencia. Tras la segunda devaluación, en noviembre de 1992, el tipo oficial se situó en el 13,75%, permaneciendo en dicho nivel hasta comienzos de 1993. Durante esta primera parte de la muestra analizada, el parámetro β_1 fue positivo, asociado a una curva decreciente, a la vez que β_2 era asimismo positivo, indicando la expectativa de un máximo a un horizonte relativamente corto. La disociación existente en aquella época para las expectativas de la política monetaria en un horizonte inmediato y de largo plazo se reflejan en la amplia brecha existente entre el nivel del tipo a día (un 13,39%), y las expectativas del tipo asintótico (inferiores a un 11,5%).

3.2 Segunda submuestra: Febrero 1993 a marzo 1994

Las primeras relajaciones de tipos oficiales que abrieron el año 1993 alejaron el temor de próximos tensionamientos monetarios, con lo que prevalecieron claramente expectativas de acusados descensos de tipos oficiales. La ampliación de las bandas del *SME* en agosto de 1993 fue el elemento que terminó asentando este tipo de expectativas en el mercado. En el período de tiempo de casi un año en que el mercado mantuvo estas expectativas (entre marzo de 1993 y febrero de 1994) la curva de tipos de interés adoptó un perfil acusadamente decreciente, eliminando la forma cóncava que mantenía en meses anteriores, y dando paso a una forma convexa. Dicho perfil de la curva quedaba reflejado en un parámetro $\beta_1 > 0$ (curva creciente) y $\beta_2 < 0$ (curva convexa), siendo decreciente en el origen, en los vencimientos próximos al contado. El descenso de los tipos a corto fue claramente

mayor que el descenso de los tipos a largo en este período: mientras que los tipos oficiales registraron durante 1993 un descenso de cuatro puntos, desde un 13% hasta un 9%, los tipos del mercado monetario descendieron siete puntos en el plazo a tres meses, y el tramo a diez años sólo descendió tres puntos.

3.3 Tercera submuestra: Marzo 1994 a junio 1994

La forma decreciente de la *ETTI* se vio alterada en marzo de 1994 con el detonante que supuso la primera elevación de tipos oficiales en la economía norteamericana en febrero de aquel año. Aunque el mercado seguía manteniendo expectativas de descensos de tipos oficiales en el horizonte próximo ($\beta_2 < 0$), se alteró el sentimiento acerca de las expectativas de largo plazo, lo que quedó reflejado en la adopción de un perfil creciente ($\beta_1 < 0$) en la curva de tipos. Esta forma de la curva, creciente y con un mínimo cercano ($\beta_1 < 0$ y $\beta_2 < 0$) es la que se observó en el mercado español entre marzo y junio de 1994. En dicho período siguieron produciéndose descensos de tipos oficiales, tanto en España como en el resto de las economías europeas, pero, a pesar de ello, los tipos a largo plazo registraron tensionamientos muy importantes. Claramente asistimos a una positivización de la pendiente de la curva.

3.4 Cuarta submuestra: Junio 1994 a agosto 1995

Los últimos descensos importantes de tipos oficiales en España a mediados de 1994 eliminaron definitivamente en el mercado las expectativas de descensos adicionales en los tipos oficiales. A partir del segundo semestre de 1994 desapareció la forma convexa de la curva de tipos y ésta adoptó una forma cóncava y creciente ($\beta_1 < 0$ y $\beta_2 > 0$). Los signos opuestos de ambos parámetros garantizan que la curva era creciente en los vencimientos próximos a contado, a la vez que el signo positivo del parámetro de curvatura indicaba la expectativa de un máximo para los tipos oficiales en un futuro. Dicho perfil es el que caracterizó a la curva de tipos en el amplio período que abarcó desde julio de 1994 hasta final de agosto de 1995.

Los momentos más críticos en este período tuvieron lugar a comienzos de 1995, con las primeras elevaciones de tipos oficiales: el deterioro de las expectativas de inflación a raíz de la subida de impuestos indirectos en los presupuestos de dicho año, la situación de deterioro político y las crisis de las divisas periféricas europeas (que desencadenaron una cuarta devaluación de la peseta en marzo de 1995) determinaron curvas de tipos acusadamente positivas y con una pronunciada forma cóncava [véase la evolución de los parámetros estimados en la Figura 2]. Las pendientes adoptadas por la *ETTI*

anticipaban importantes elevaciones del tipo oficial del Banco de España. A medida que éstas se fueron constatando y se amplió, a su vez, el diferencial de tipos oficiales mantenido con el banco central alemán (el tipo oficial se elevó hasta el 9,75% y el diferencial con el Bundesbank se situó por encima de 500 p.b.) el mercado comenzó a albergar expectativas de descenso de tipos oficiales.

3.5 Quinta submuestra: Agosto 1995 a octubre 1996

La última parte de la muestra analizada abarca la etapa comprendida a partir de agosto de 1995. El comienzo de la misma puede asociarse a las primeras relajaciones de los tipos oficiales en Alemania. A partir de aquel momento, la *ETTI* pasó a tener una forma convexa ($\beta_2 < 0$) en lugar de cóncava, aunque continuó presentando un perfil promedio creciente, si bien menos acusada que en la etapa previa. No obstante, las primeras relajaciones del tipo oficial en el transcurso de 1996 (desde un 9% a comienzos de año hasta el actual 6,75%), fueron acompañadas de una acentuación de la pendiente positiva, reflejando el hecho de que, tras los últimos descensos de tipos oficiales, el mercado anticipaba una etapa alcista para los tipos oficiales.

Las últimas bajadas, que han situado al tipo oficial en niveles mínimos históricos (6,75%) han dado paso, por el contrario, a una moderación de la pendiente positiva, acompañada de un descenso en las expectativas de largo plazo. La mayor probabilidad que el mercado otorga a la entrada de España en la Unión Económica y Monetaria se reflejan en el descenso registrado por el tipo a corto esperado en el largo plazo, así como en el aplanamiento de la *ETTI*, que ha dejado de definir una pendiente positiva.

Es importante apreciar el alto grado en que las estimaciones del modelo de Nelson-Siegel recogen, tanto en los signos de los parámetros de pendiente y curvatura, como en la evolución de los niveles resultantes de tipos al contado y de tipos asintóticos, la relación que acabamos de efectuar acerca de los hechos más relevantes que afectaron al mercado de deuda español a lo largo del período estudiado. La posible existencia de expectativas de mínimo o máximos en los tipos de interés queda recogido en la forma estimada para la *ETTI* en los distintos subperíodos, así como los desplazamientos producidos de unos períodos a otros en los tipos al contado y asintóticos.

4. CAMBIOS EN LA CURVA DE TIPOS EN FUNCIÓN DE SU PERFIL

Las estimaciones obtenidas para los parámetros β_1 y β_2 nos permiten clasificar las estructuras temporales de cada día, de acuerdo con su perfil, en cuatro clases, según que cada uno de estos parámetros haya resultado positivo o negativo. Ello nos permite tratar de estimar el cambio más

probable en la curva de tipos, en función de su perfil actual y de los movimientos conjuntos de los parámetros del modelo, del modo que vamos a efectuar en esta Sección.

Para ello, nótese que si escribimos el modelo para dos días T y T' , siendo $\Delta T = T' - T$, y restando, tenemos:

$$\Delta R_{i,T+\Delta T} = (\beta_{0,T+\Delta T} - \beta_{0,T}) + (\beta_{1,T+\Delta T} - \beta_{1,T}) \frac{T}{t_i} (1 - e^{-t_i/r}) + (\beta_{2,T+\Delta T} - \beta_{2,T}) \frac{T}{t_i} \left[1 - e^{-t_i/r} \left(\frac{t_i}{\tau} + 1 \right) \right]$$

donde t_i denota un período de maduración específico, que vamos a considerar, sucesivamente, como de 6 meses, y uno, dos, tres, cinco, siete, diez, quince, veinte, veinticinco y treinta años. Cualquier otro período de maduración podría ser considerado de modo totalmente análogo a como aquí hacemos. Por otra parte, en cada aplicación, ΔT es el intervalo de tiempo para el que queremos extrapolar el posible cambio en la curva de tipos, expresado en términos de negociación.

El primer término en esta expresión proporciona la variación inducida en la curva por un cambio en los tipos asintóticos, que afecta con igual magnitud a todos los plazos de maduración pues, como se ve, en dicho primer sumando no entra el plazo t_i . El segundo sumando representa la variación producida en el perfil de la curva por cambios en la pendiente, mientras que el último término representa los cambios que induce en la estructura temporal un cambio en la curvatura. En este análisis que vamos a realizar, no consideramos cambios en el parámetro de convergencia a los tipos asintóticos, τ , por no ser el centro de nuestro interés en este aspecto. Tomamos ΔT igual a 20 días, el número medio de días de mercado por mes, por lo que vamos a tratar de explorar las variaciones que cabe esperar en la estructura temporal, dependiendo del perfil que adopte en un momento determinado y de la evolución conjunta de los parámetros del modelo.

El estudio que realizamos se enfoca a la obtención de conclusiones útiles para la inmunización de carteras de renta fija. De forma específica nos interesa identificar qué tipo de estructuras de curvas generan un desplazamiento distinto del paralelo, situación en la que habría que desarrollar procedimientos de inmunización más sofisticados, a fin de eliminar el riesgo en el que incurre la inmunización tradicional con la duración, al obviar la cobertura frente a cambios de pendiente y curvatura.

Para ello, para cada una de las cinco submuestras, calculamos el cambio que se produce en los valores estimados de los parámetros veinte días hacia adelante, lo que nos proporciona estimaciones del desplazamiento de la curva en el horizonte de un mes. A continuación, promediamos todas estas variaciones, siempre dentro del perfil específico que la estructura temporal adopta en la submuestra temporal considerada. Nótese que tenemos un desplazamiento para cada período de maduración, y la media de tales desplazamientos nos dará una indicación de la *volatilidad* de la curva

de tipos para cada maduración, y para cada submuestra histórica. Un análisis de este tipo nos permite descomponer la variación promedio observada en los tipos de interés a cada plazo de maduración en tres componentes independientes: cambio asintótico, de pendiente y de curvatura. En estos cálculos hemos mantenido el valor del parámetro τ fijo en su valor medio en la submuestra en estudio, por lo que difiere de unos períodos a otros. Tener en cuenta las variaciones en el valor del parámetro τ complica los cálculos de una manera no trivial, y no añade un gran interés al estudio. El cambio medio esperado es tanto más fiable cuanto con más precisión se estime, lo que varía, no sólo con la submuestra en consideración, sino también con cada uno de los posibles vencimientos. Estamos trabajando actualmente en la asignación de indicadores de precisión a las variaciones estimadas.

Cualquier relación consistente entre un perfil de la estructura temporal y la magnitud de las variaciones producidas en el tipo asintótico, la pendiente o la curvatura de dicha estructura, estimada con suficiente precisión, constituiría una inestimable ayuda en el diseño de estrategias de inmunización que traten de proteger el valor de una cartera frente a un tipo específico de desplazamiento en la curva de tipos en el horizonte que se ha utilizado en el análisis. Nos interesa determinar qué tipo de estructuras de curva generan desplazamientos alejados del cambio paralelo. Dicha cuestión no es dependiente únicamente del perfil que adopte la curva de tipos de interés, sino que también depende de los movimientos conjuntos de los parámetros responsables de la forma de la ETT: β_0 , β_1 y β_2 .

Para ello analizaremos de forma específica las correlaciones que, dentro de cada perfil de curva, presentan los parámetros responsables de la pendiente y curvatura, a fin de determinar si las alteraciones que sus variaciones generan en los tipos de interés se refuerzan o, por el contrario, se compensan. Por ejemplo, si las variaciones en los tipos de interés generadas por los cambios en el parámetro responsable de la pendiente son de sentido contrario a las que provocan las alteraciones del parámetro que guía la curvatura, el desplazamiento de la curva de tipos seguirá revistiendo un carácter principalmente de tipo paralelo. Si, por el contrario, dentro de un perfil específico de curva, los movimientos simultáneos de los parámetros β_1 y β_2 son tales que determinan variaciones de tipos de interés en el mismo sentido, éstas se reforzarán mutuamente, pudiendo extraer sin ambigüedad conclusiones relativas acerca de la necesidad de desarrollar estrategias de inmunización más sofisticadas, que cubran frente a otro tipo de desplazamiento de la curva de tipos distinto del paralelo.

Junto al análisis de simultaneidad de los cambios en los parámetros responsables de la pendiente y curvatura (β_1 y β_2 respectivamente), también nos detendremos en examinar las relaciones de los mismos con los cambios experimentados por el parámetro ligado al nivel asintótico (β_0). Es interesante analizar si, por ejemplo, la acentuación de la pendiente en curvas con perfil creciente va ligada a una elevación del nivel asintótico. De ser así, podríamos observar descensos en los tipos de

interés de menor maduración y elevaciones en los de largo plazo, típico ejemplo que se aleja del desplazamiento de tipo paralelo. Asimismo, a través de la correlación entre los parámetros β_2 y β_0 podríamos analizar el cambio en los tipos de interés de largo plazo a medida que se alteran las expectativas sobre la existencia de un máximo o un mínimo en los tipos oficiales. Por ejemplo, podremos ver si, en presencia de curvas que anticipan un mínimo, la acentuación de las expectativas de bajadas va ligada o no a elevaciones del tipo asintótico. De observarse una correlación positiva entre el valor absoluto de β_2 (siendo en este ejemplo $\beta_2 < 0$) y β_0 , observaríamos un descenso de los tipos de interés en los tramos intermedios de la curva y una elevación en los de mayor maduración. También en dicho ejemplo asistiríamos a un desplazamiento no paralelo de la curva de tipos, que requerirá de técnicas más sofisticadas de inmunización.

Al igual que ocurre con el perfil de la curva de tipos, cambiante a lo largo del período analizado, las relaciones entre los parámetros no son estables, por lo que el análisis debe efectuarse dentro de cada una de las submuestras en las que hemos dividido el período analizado.

4.1 Variaciones en la estructura temporal y perfil de la curva de tipos

D) La primera submuestra analizada en orden histórico comprende el período definido entre noviembre de 1992 y mediados de febrero de 1993, correspondiendo a un perfil de curva decreciente y que anticipa un máximo muy próximo ($\beta_1 > 0$, $\beta_2 > 0$). Durante dicho período se observó de forma consistente una mejora de las expectativas de largo plazo, reflejada en el descenso en el parámetro β_0 hacia el final del período [ver Figura 5], coincidiendo con los tensionamientos que se produjeron en los tipos oficiales a finales de 1992. Este tensionamiento de los tipos de interés a más corto plazo y la mejora de las expectativas de largo plazo se pone de manifiesto en la acentuación de la pendiente negativa de la curva (aumento de β_1). La acentuación de la pendiente negativa, así como de las expectativas alcistas de tipos oficiales (aumento de β_2) origina ascensos de tipos de interés en los tramos cortos y medios de la curva [Figura 6]. Por el contrario, el componente asintótico genera un movimiento a la baja a lo largo de todos los tramos de la curva.

La conjunción de los movimientos de los tres parámetros generó unas variaciones mensuales promedio que reflejan elevaciones de tipos de interés en los plazos cortos y descensos en los tramos largos. La descomposición de las variaciones de tipos de interés en sus componentes muestra cómo el efecto asintótico actúa en sentido contrario a los efectos pendiente y curvatura [Figura 7]: mientras el primero impulsa un desplazamiento paralelo a la baja de la curva de tipos, los efectos pendiente y curvatura generan de forma agregada elevaciones de tipos en los vencimientos cortos. Aunque de forma aislada el componente asintótico es el más importante, la agregación de los efectos pendiente

4-11-92 a 12-2-93 (67 obs.) ($B1 > 0$, $B2 > 0$)

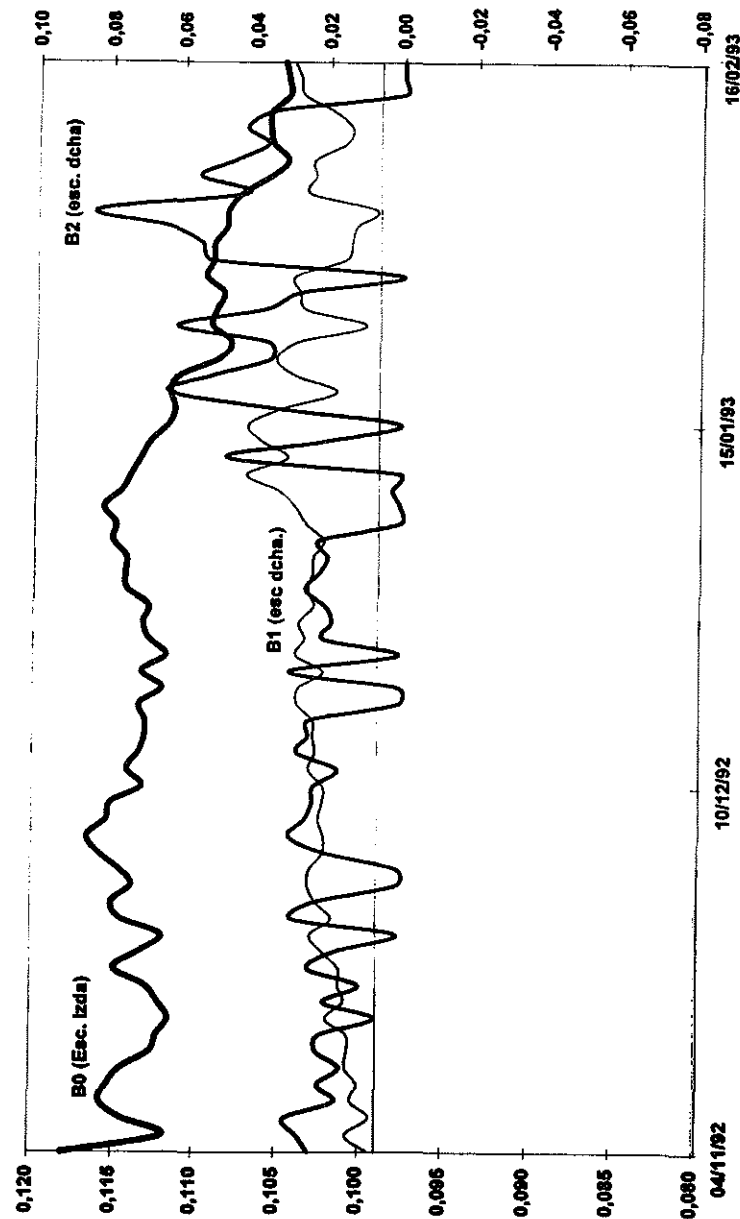


Figura 5

Volatilidad mensual
 (B1>0, B2>0, Nov 92- 12 feb 93)

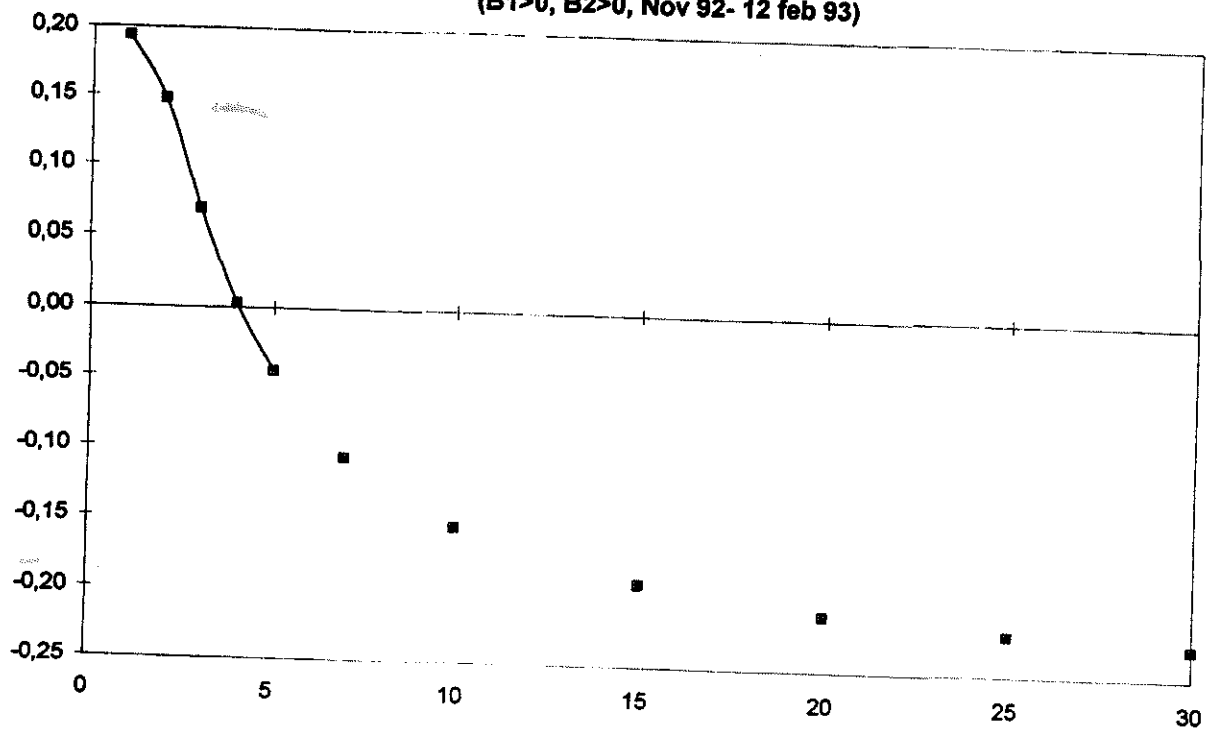


Figura 6

Volatilidad mensual
 (B1>0, B2>0, Nov 92- 12 feb 93)

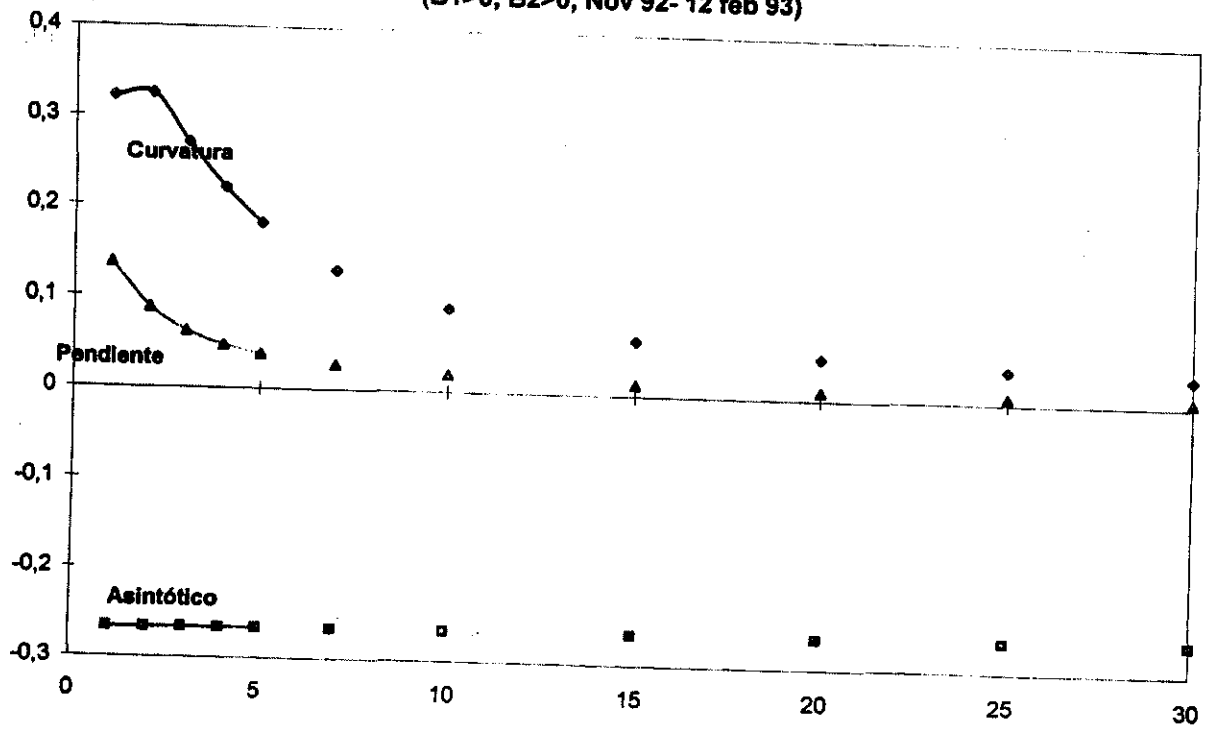


Figura 7

y curvatura supera en importancia al primero en los tramos cortos. De esta forma se explica que, en promedio, los tramos cortos de la curva registren elevaciones de tipos de interés, mientras que los plazos largos experimenten descensos. Nos encontramos, pues, en un típico ejemplo de desplazamiento de la curva de tipos alejado sustancialmente del cambio paralelo. En este tipo de estructuras resultaría necesario el desarrollo de procedimientos de inmunización más sofisticados.

II) La segunda submuestra considerada es la correspondiente al período definido entre mediados de febrero de 1993 y final de marzo de 1994, en el que la curva de tipos presentó un perfil decreciente y con un mínimo ($\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$). En continuación al período anterior, las expectativas de largo plazo manifestaron una importante mejoría, reflejada en un descenso de β_0 , especialmente entre junio de 1993 y febrero de 1994, de forma bastante más acusada que en la etapa previa. Por su parte, los importantes descensos de tipos oficiales que tuvieron lugar en el período (de más de 2,5 puntos), no acompañados de mejoras de similar importancia en las expectativas de largo plazo, determinaron una moderación de la pendiente negativa de la *ETII*, lo que se reflejó en la importante caída registrada en las estimaciones del parámetro β_1 hacia mitad de mayo de 1993 [Figura 8]. Por otra parte, a medida que se producían recortes de tipos oficiales, el mercado fue acentuando sus expectativas de descensos adicionales en dichos tipos, lo cual quedó constatado en un incremento permanente muy notable del valor absoluto del parámetro β_2 (negativo por anticipar un mínimo), en el mismo instante mencionado.

De este modo, durante este período todos los efectos -asintótico, pendiente y curvatura- actuaron en el mismo sentido, causando descensos en los tipos de interés [Figuras 9 y 10]. De todos ellos, el más importante es el efecto pendiente, que causa descensos muy acusados de los tipos de interés en los tramos cortos de la curva. La agregación de los tres componentes determina variaciones de los tipos de interés en el mismo sentido, implicando descensos a lo largo de todos los plazos de la curva. Aunque esta conclusión difiere de la alcanzada en el período anterior, en el que los tipos de interés en los tramos cortos ascendían, mientras que se reducían en los largos se reducían) también este perfil de curva genera un tipo de desplazamiento alejado del cambio paralelo, que requeriría por tanto de técnicas de inmunización más sofisticadas.

III) El tercer período considerado es el definido entre finales de marzo y junio de 1994. En este tiempo, la curva adoptó un perfil creciente con expectativas de descensos de tipos en horizontes próximos ($\beta_1 < 0$, $\beta_2 < 0$). Durante esta submuestra se observó una importante disociación entre el comportamiento de los tipos de interés a corto y largo plazo de la curva de la deuda. Mientras continuaban produciéndose descensos de tipos oficiales, tuvo lugar un deterioro muy importante en

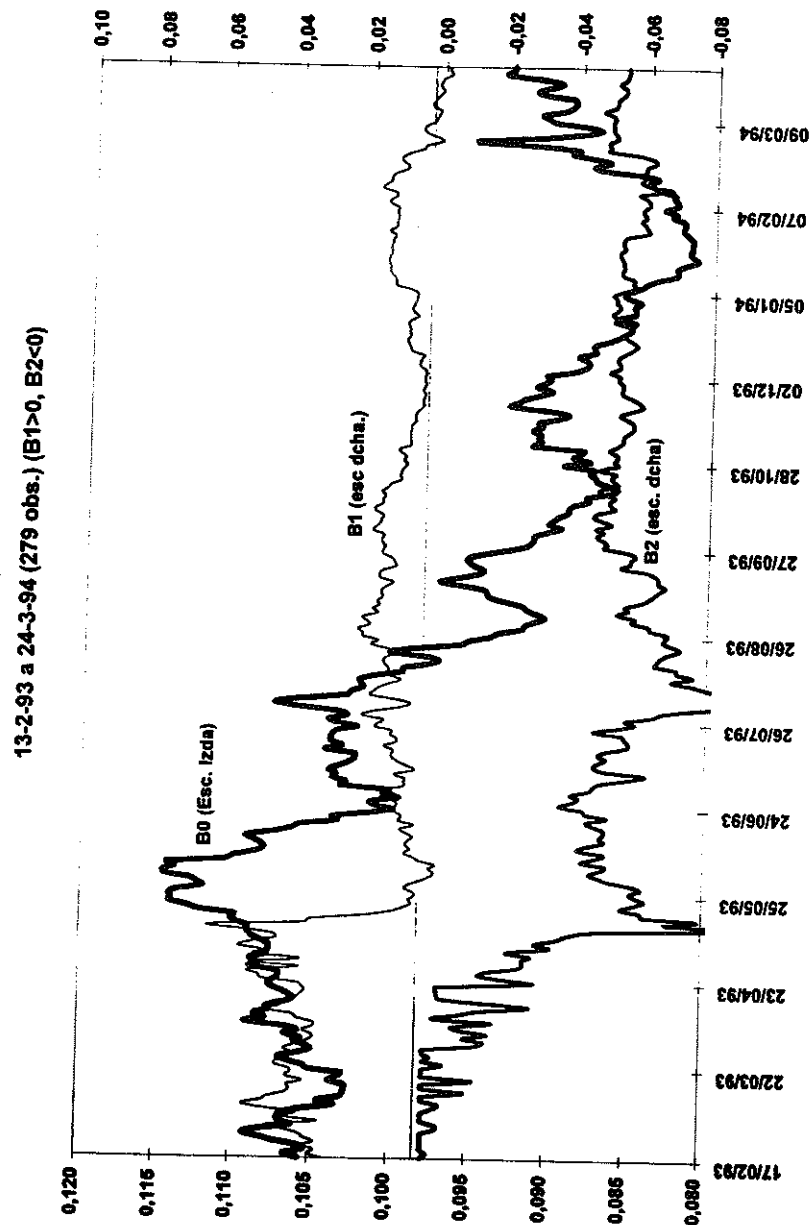


Figura 8

Volatilidad mensual
 (B1>0, B2<0, 15 feb 93- 24 mar 94)

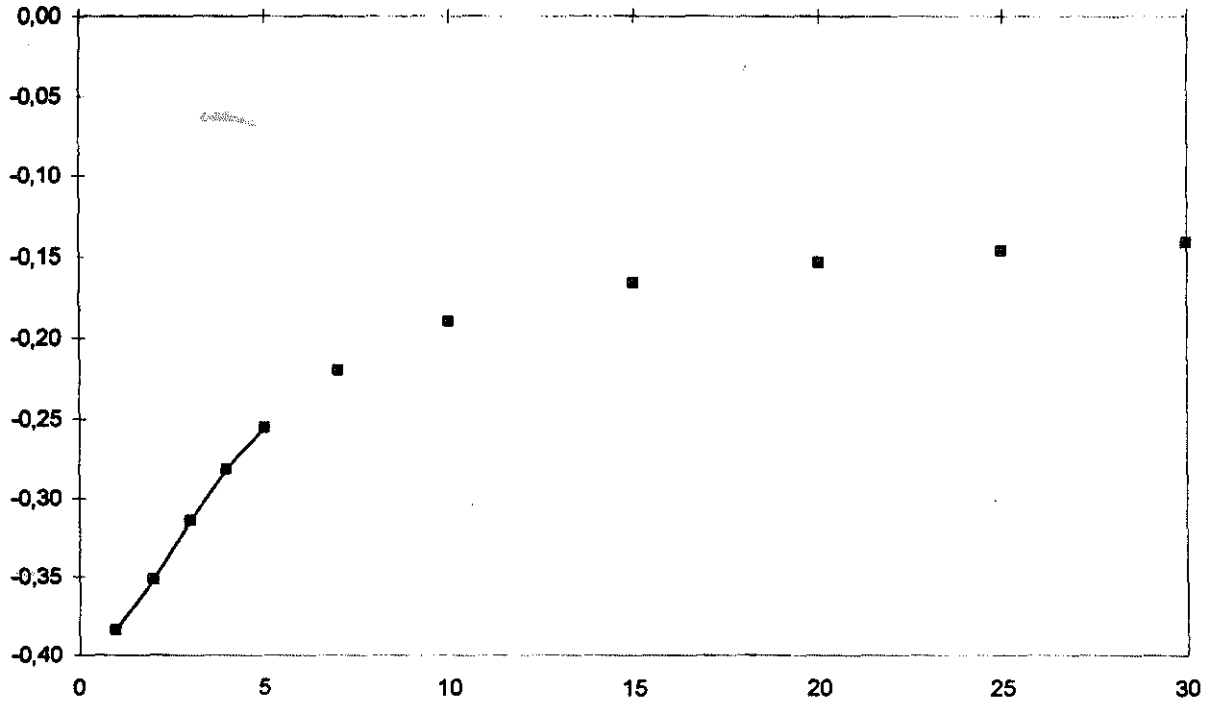


Figura 9

Volatilidad mensual
 (B1>0, B2<0, 15 feb 93- 24 mar 94)

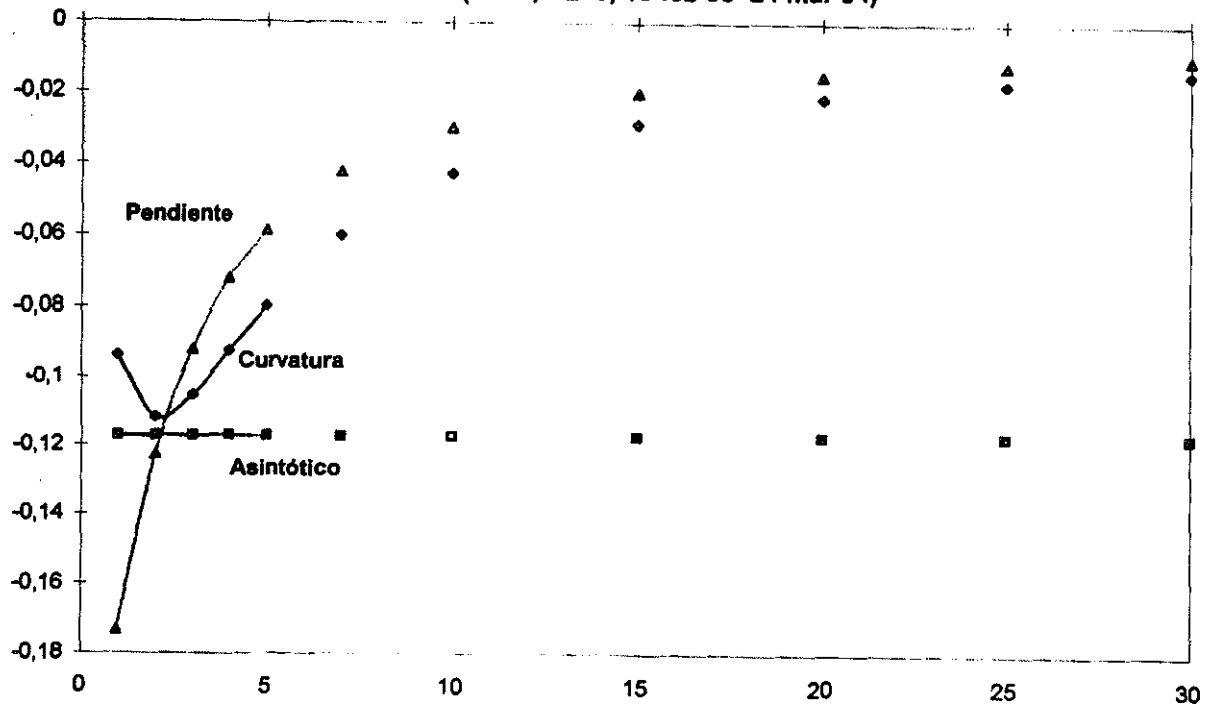


Figura 10

las expectativas de largo y medio plazo. De este modo se observó una gradual y constante elevación en el parámetro β_0 , al mismo tiempo que los descensos de tipos oficiales provocaban una acentuación de la pendiente positiva de la curva (aumentos en el valor absoluto del parámetro β_1 , que es negativo en este período) [Figura 11]. Por su parte, los cambios en el parámetro β_2 contribuyeron a generar moderados ascensos de tipos en los tramos intermedios de la curva, como consecuencia de la moderación que registraron las expectativas bajistas de tipos oficiales, lo que se refleja en una leve reducción en el valor absoluto del parámetro β_2 .

Estamos, pues, en presencia de un período con dos efectos de similar importancia en los tramos cortos: por una parte el de pendiente, que causa descensos de tipos y, por otra, los de nivel y curvatura, que causan elevaciones. La práctica compensación de estos efectos en las zonas cortas determina una volatilidad prácticamente nula en dicho tramo [Figura 12]. La menor importancia del efecto pendiente (el que genera descensos de tipos) en los plazos medios y largos de la curva, determina elevaciones de tipos de interés en estas zonas causadas por los efectos asintótico y curvatura, como reflejo del deterioro de expectativas de largo plazo y la moderación de las expectativas bajistas de tipos oficiales, respectivamente. Como resultado de todo ello observamos una volatilidad mensual promedio caracterizada por descensos de tipos de interés en los tramos cortos y elevaciones en los tramos medios y largos. A pesar de que en este período los tres efectos --asintótico, pendiente y curvatura-- no actúan en el mismo sentido [Figura 13], la magnitud que reviste cada uno de ellos por separado hace de éste uno de los períodos más volátiles y más alejado del cambio paralelo. Por tanto, el desarrollo de estrategias de inmunización bajo estructuras de curvas que anticipen este tipo de desplazamiento requeriría la consideración de coberturas también frente a los cambios de pendiente y curvatura, adicional al cambio paralelo.

IV) La cuarta submuestra considerada (junio 94-agosto 95) caracteriza a curvas con perfil creciente y forma cóncava ($\beta_1 < 0$, $\beta_2 > 0$) [Figura 14]. El análisis de la volatilidad mensual promedio muestra que este período es uno de los menos volátiles y, además, más cercano al desplazamiento paralelo: aunque los plazos cortos registran elevaciones de tipos de interés superiores a los tramos medios y largos, su rango de variación es tan reducido que su tratamiento puede considerarse prácticamente como de cambio paralelo [Figura 15]. El origen de la reducida volatilidad parece atribuible a la compensación que tiene lugar entre los efectos pendiente y curvatura: el primero genera elevaciones de tipos que se ven en gran parte compensadas por los descensos originados por el efecto curvatura [Figura 16]. De este modo, un primer análisis de este período agregado nos llevaría a concluir que, a diferencia de otras estructuras con importante curvatura (como era el perfil decreciente y convexo, ya analizado), esta estructura positiva y cóncava genera menor volatilidad, al

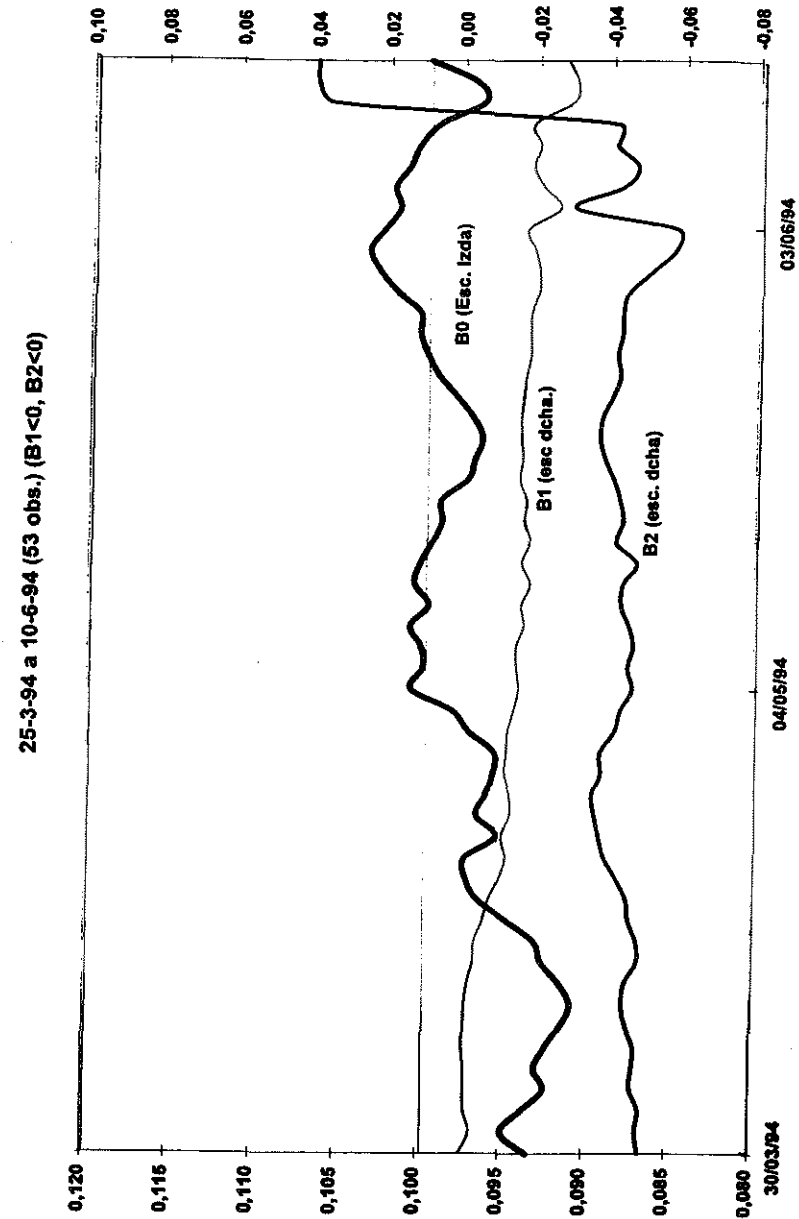


Figura 11

Volatilidad mensual
($B_1 < 0$, $B_2 < 0$, 25-mar-94 a 10-junio 94)

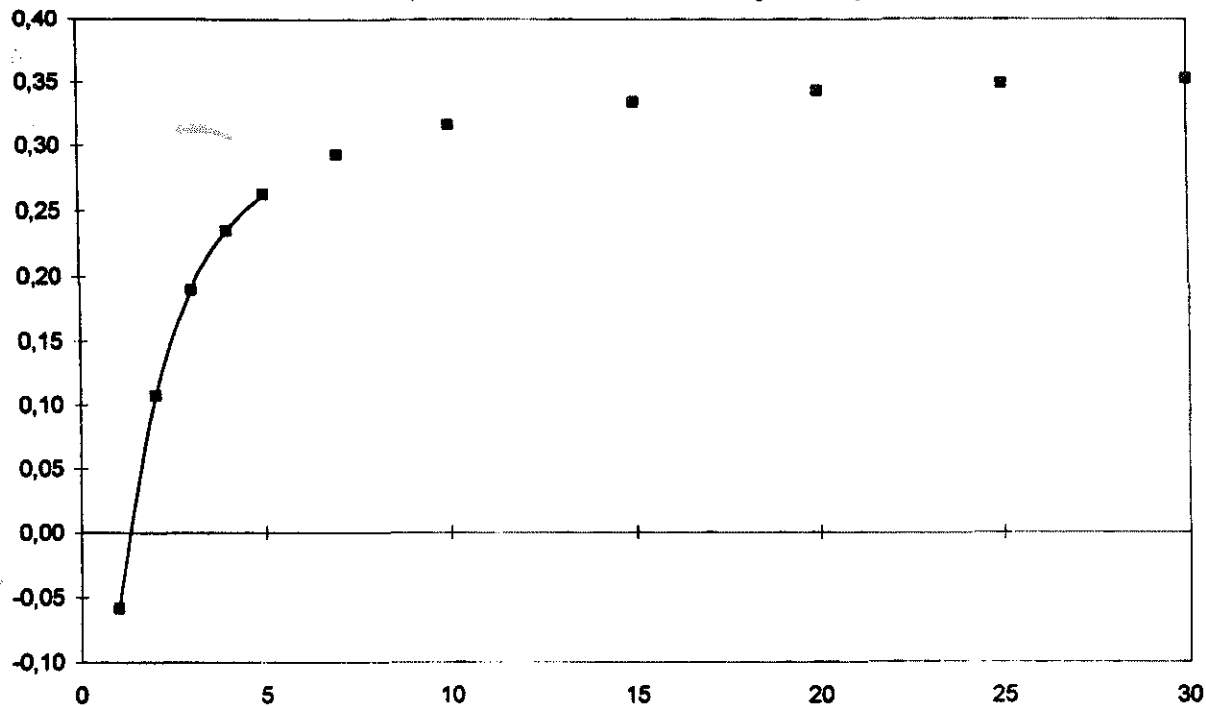


Figura 12

Volatilidad mensual
($B_1 < 0$, $B_2 < 0$, 25-mar 94 a 10-junio 94)

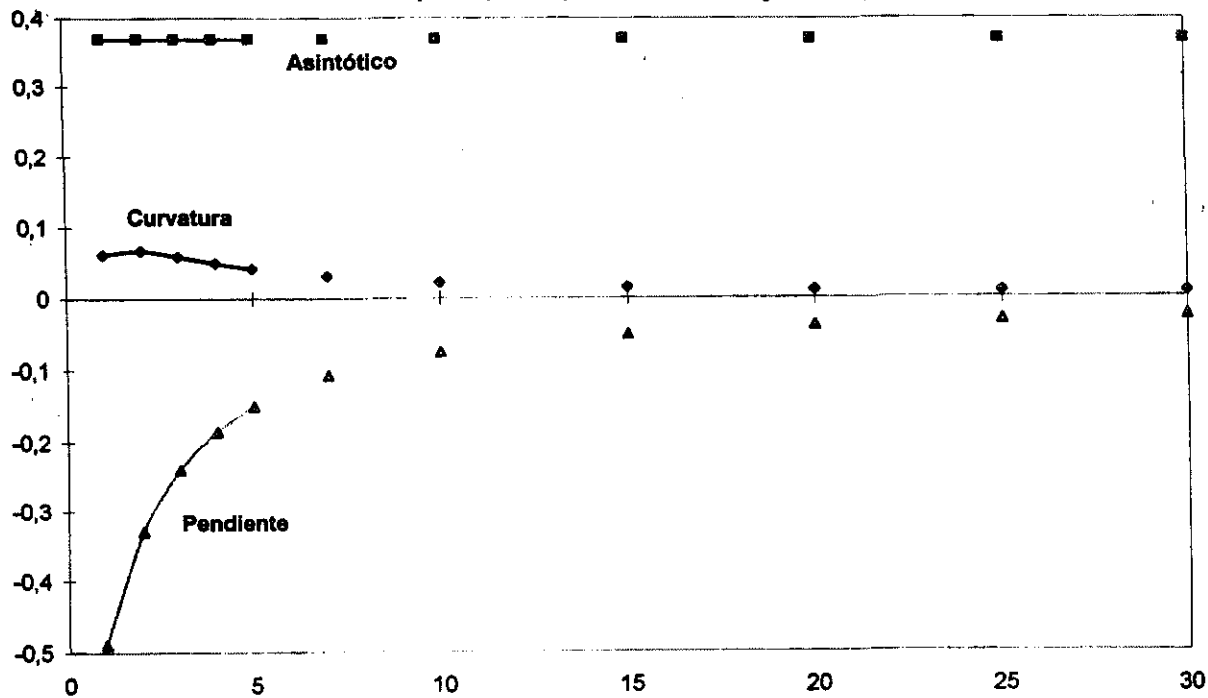


Figura 13

13-6-94 a 23-8-95 (289 obs.) (B1<0, B2>0)

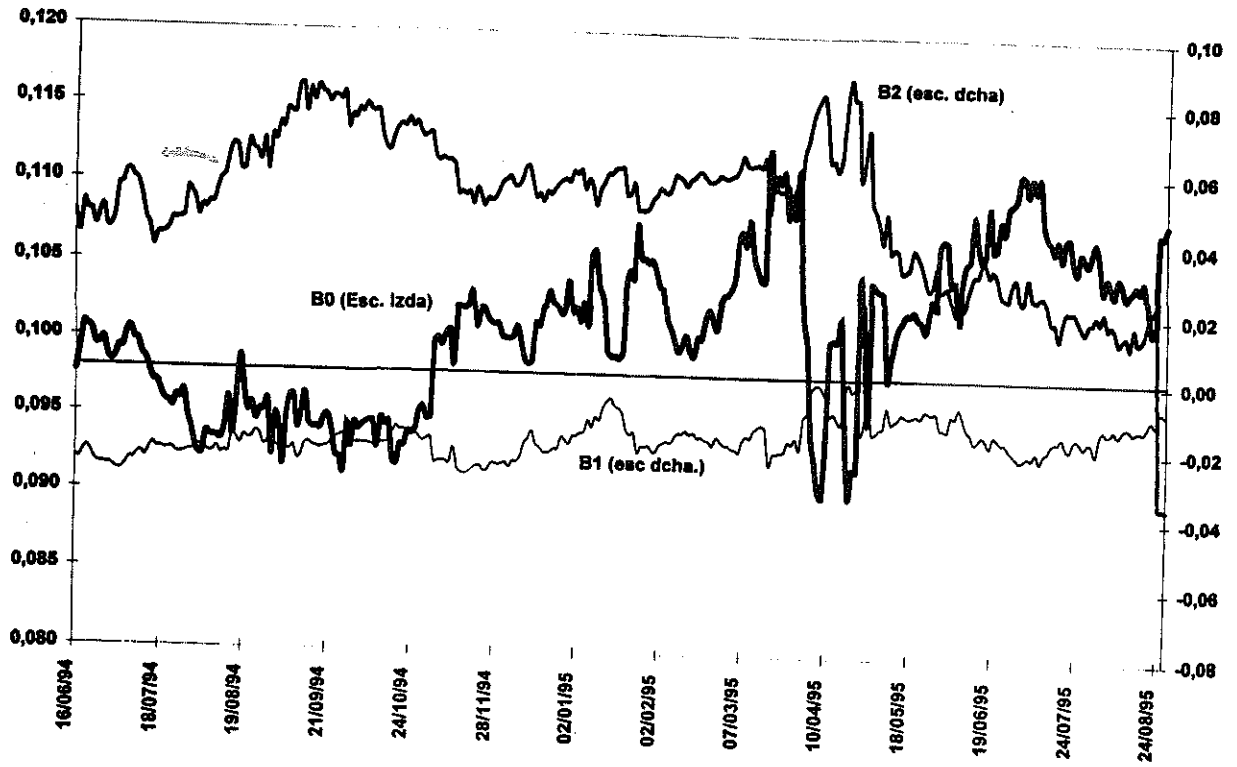


Figura 14

Volatilidad mensual
(B1<0, B2>0, 13 jun 94- 23 ago 95)

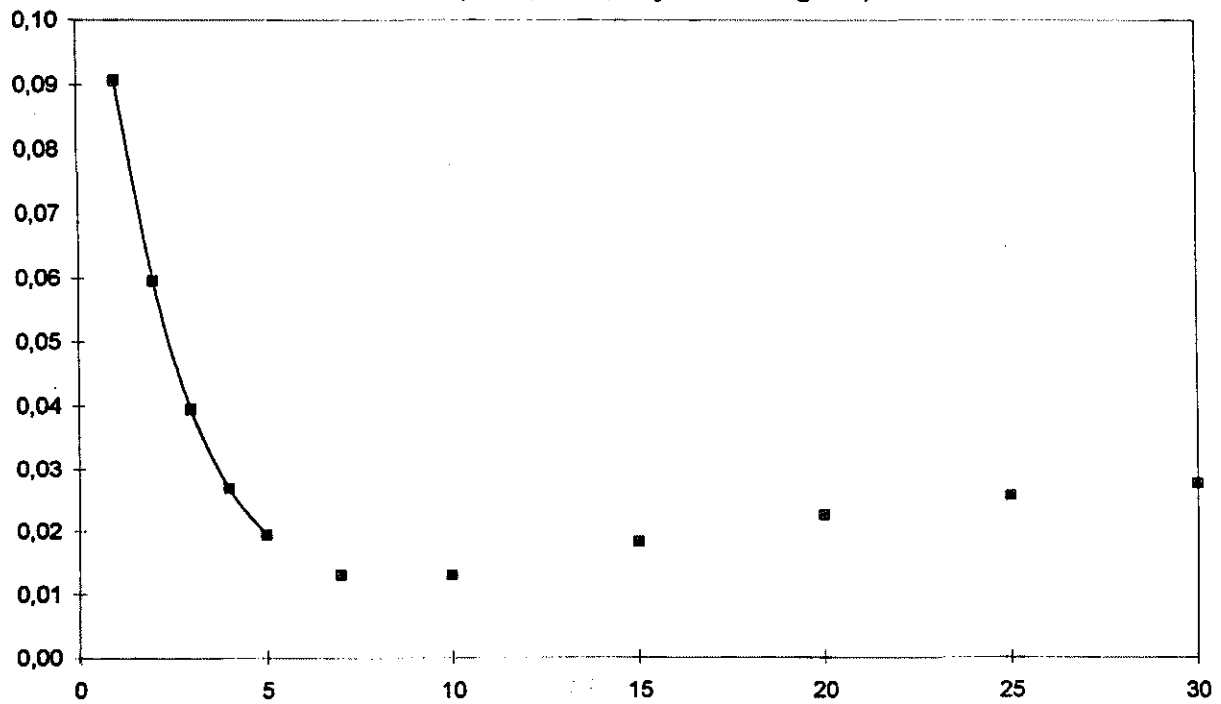


Figura 15

**Volatilidad mensual
($B_1 < 0, B_2 > 0$, 13 Jun 94- 23 ago 95)**

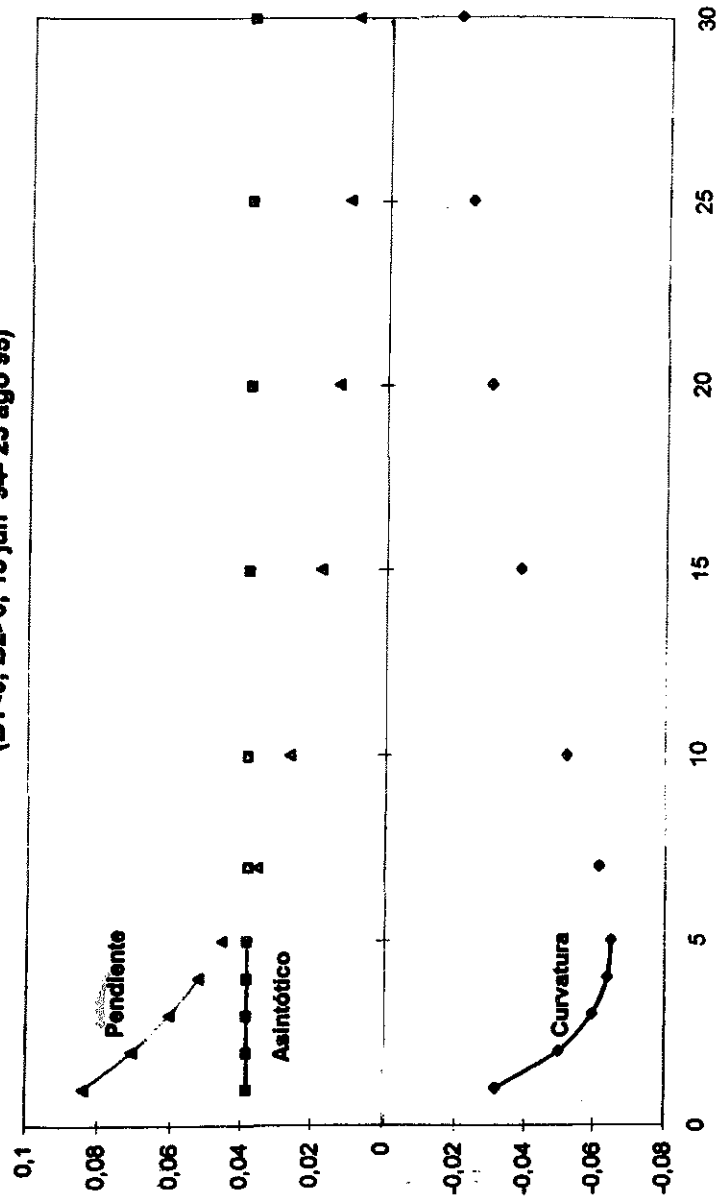


Figura 16

compensarse entre sí los distintos efectos (especialmente pendiente y curvatura) que guían la dinámica de los tipos de interés.

Esta conclusión acerca de la volatilidad y tipo de desplazamiento generado por este tipo de curvas debe ser, sin embargo, matizada. Un análisis más detallado nos lleva a observar que dentro de este período (junio 94-agosto 95) existieron dos subperíodos con dos tendencias muy diferenciadas en cuanto a la evolución de los tipos de interés: en una primera submuestra, hasta abril de 1995, la tendencia fue de ascenso en los tipos de interés; desde este momento hasta agosto de 1995 el movimiento fue de descensos en los tipos. Por tanto, pensamos que a fin de obtener conclusiones más rigurosas, el análisis de la volatilidad mensual promedio debe desagregarse en dos períodos con este criterio.

Los análisis desagregados muestran que en el primer subperíodo se produjeron ascensos en los tipos de interés en todos los tramos de la curva, especialmente en las zonas cortas [Figuras 17 y 18], y que en el segundo período se observaron descensos, que fueron más intensos en las zonas cortas y medias de la curva [Figuras 19 y 20]. Es interesante observar cómo en cada uno de los subperíodos los efectos pendiente y curvatura actuaron de forma agregada: en el primer subperíodo generando ascensos en los tipos de interés y descensos en el segundo período. El comportamiento heterogéneo en ambas submuestras hace que, al examinar agregadamente el período comprendido entre junio 1994 y agosto 1995, ambos se compensen, creando una imagen de aparente ausencia de volatilidad.

Por lo tanto, de forma paralela a como sucedía en la otra estructura considerada con fuerte curvatura, la que se obtiene con pendiente negativa y curva convexa ($\beta_1 > 0, \beta_2 < 0$), también las estructuras crecientes y cóncavas exhiben un comportamiento alejado del cambio paralelo, básicamente como consecuencia de agregarse los efectos pendiente y curvatura.

V) La última muestra analizada en el mercado de deuda español a partir de agosto de 1995 hasta el final del período contemplado (octubre de 1996) vuelve a repetir un perfil de curva ya observado en una muestra anterior. Se trata de una estructura de curva creciente y convexa ($\beta_1 < 0, \beta_2 < 0$), contemplada, y que ya se observó entre marzo y junio de 1994 [Figura 21]. Las conclusiones obtenidas en uno y otro período son, sin embargo, distintas, en relación con las variaciones promedio generadas en los tipos de interés. Mientras que en el período más antiguo este tipo de curvas generó ascensos en los tipos de interés, en este período comprendido entre agosto de 1995 y octubre de 1996, la *ETTI* genera descensos en los tipos. Sin embargo, comparten una característica común, observada de forma exclusiva en esta estructura de curvas positiva convexa: la actuación en sentido contrario de los efectos pendiente y curvatura, que en este subperíodo son muy pequeños [Figura 22]. En este

Volatilidad mensual
 (B1<0, B2>0, 13 jun 94- 24 abril 95)

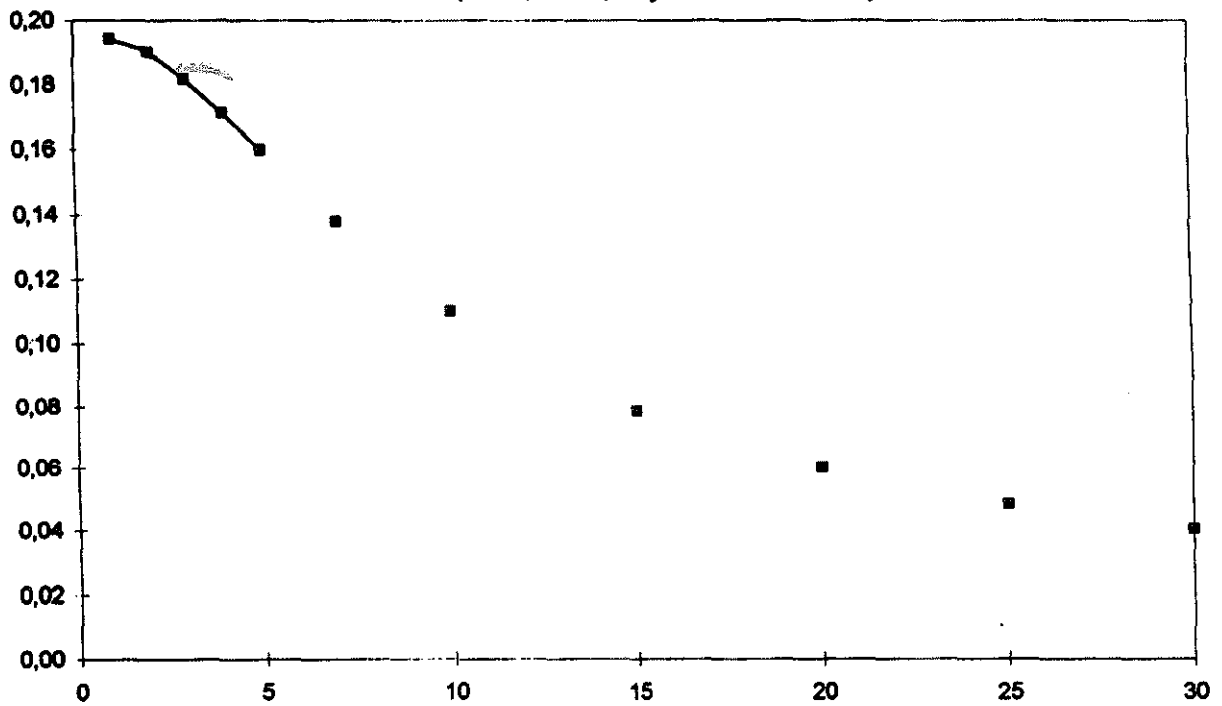


Figura 17

Volatilidad mensual
 (B1<0, B2>0, 13 jun 94- 24 abril 95)

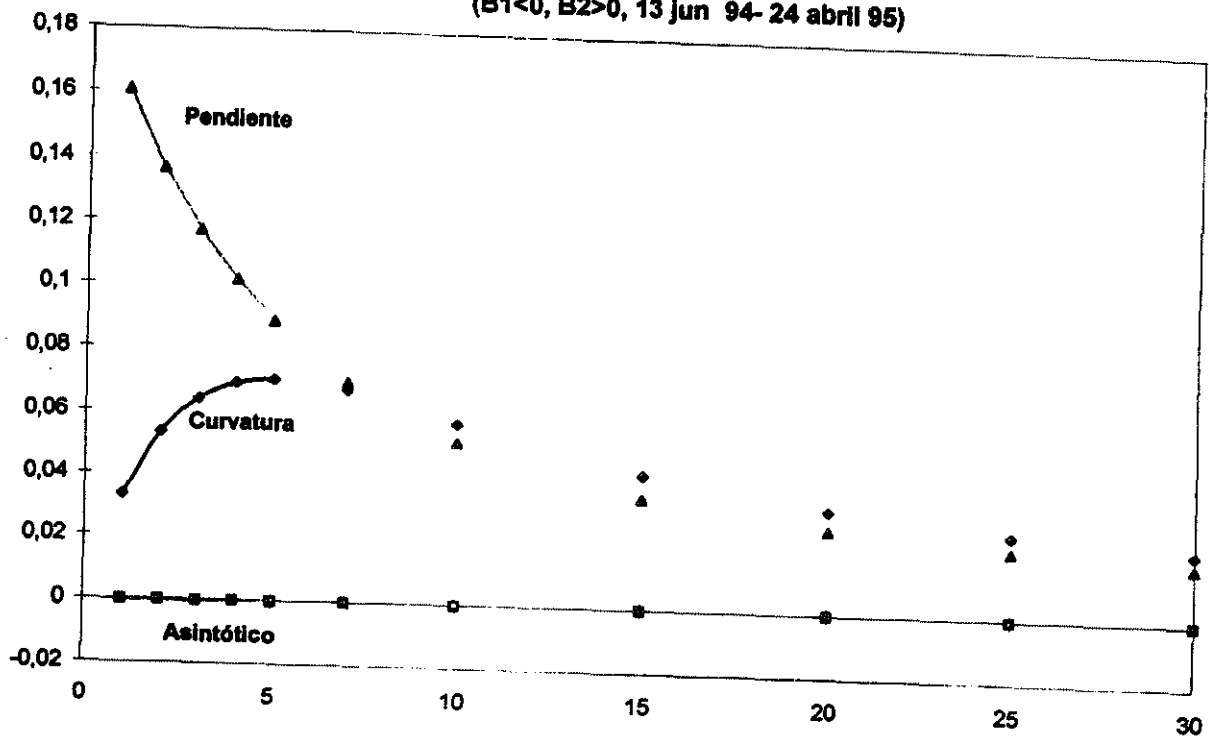


Figura 18

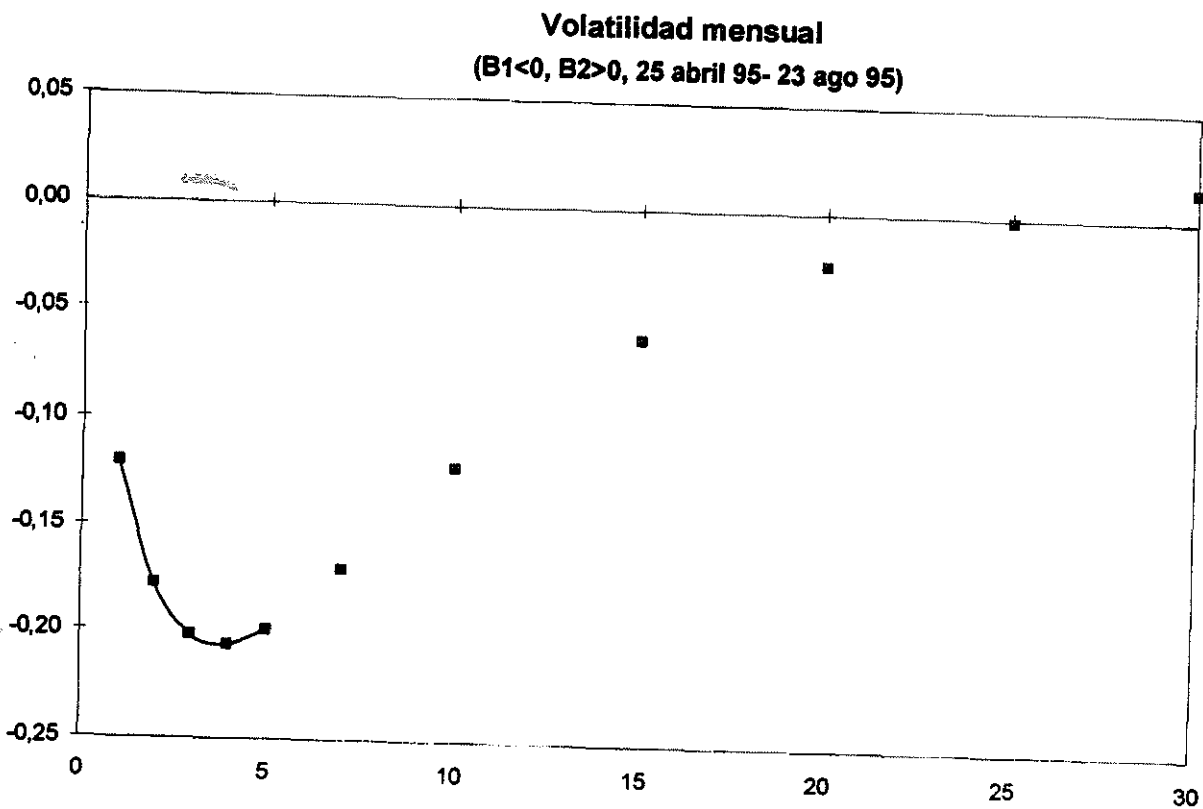


Figura 19

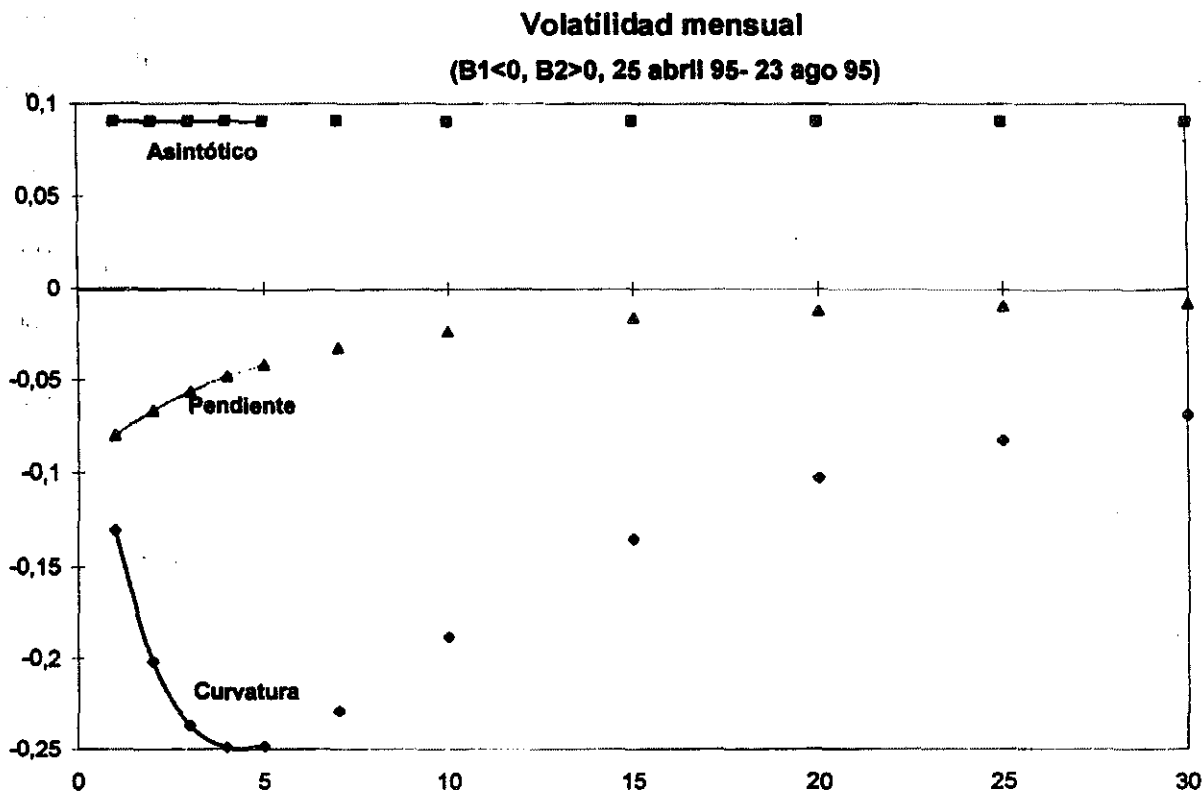


Figura 20

24-8-95 a 10-7-96 (218 observaciones) (B1<0, B2<0)

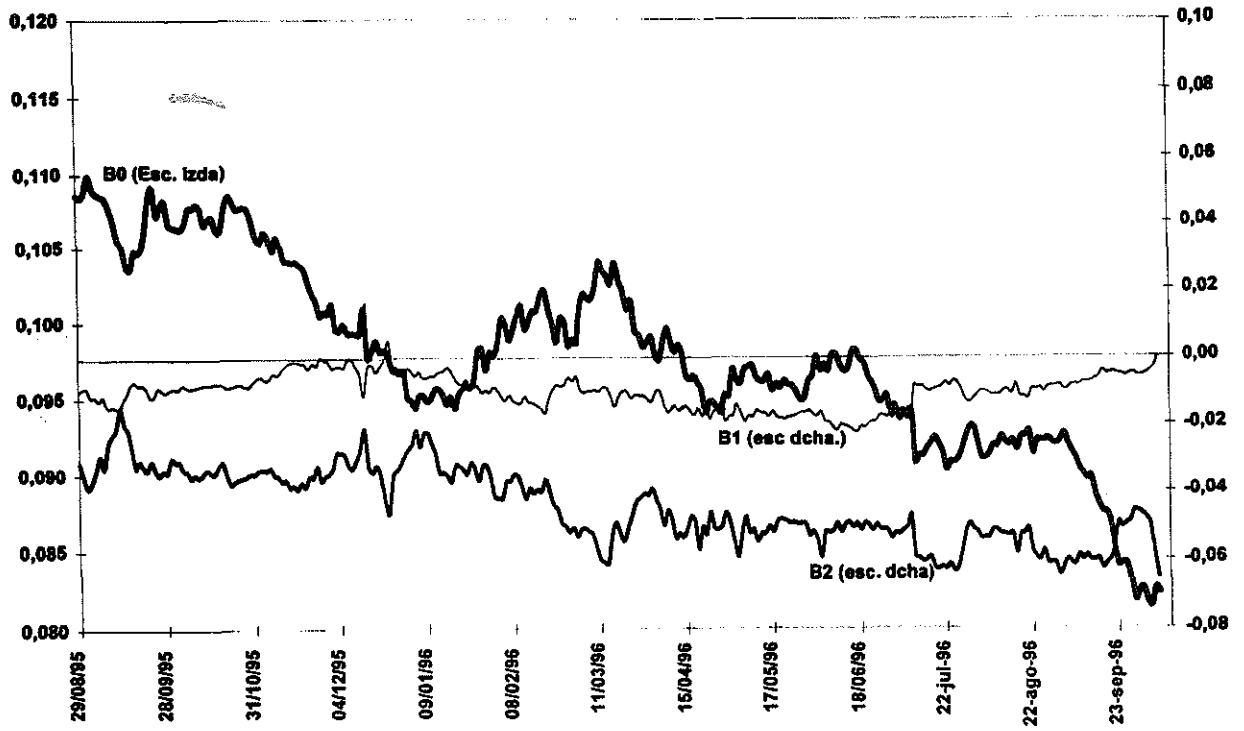


Figura 21

Volatilidad mensual
(B1<0, B2<0, 24 ago 95- oct 96)

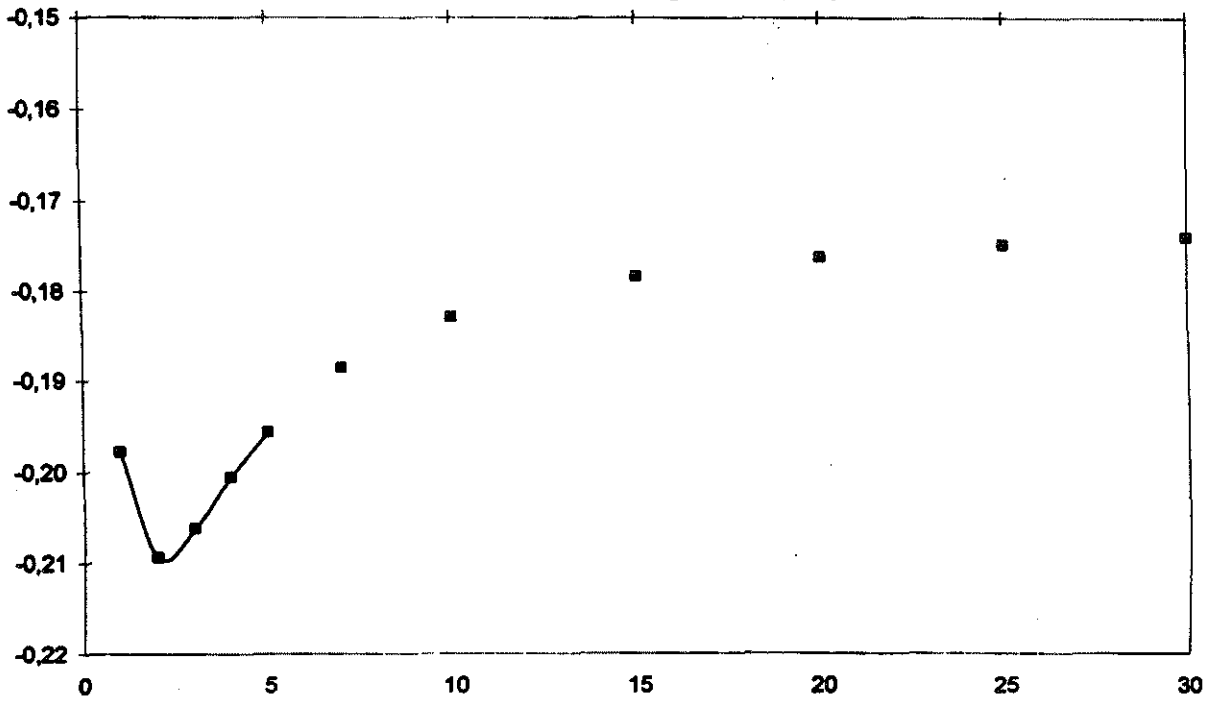


Figura 22

Volatilidad mensual
($B1 < 0$, $B2 < 0$, 24 ago 95- octubre 96)

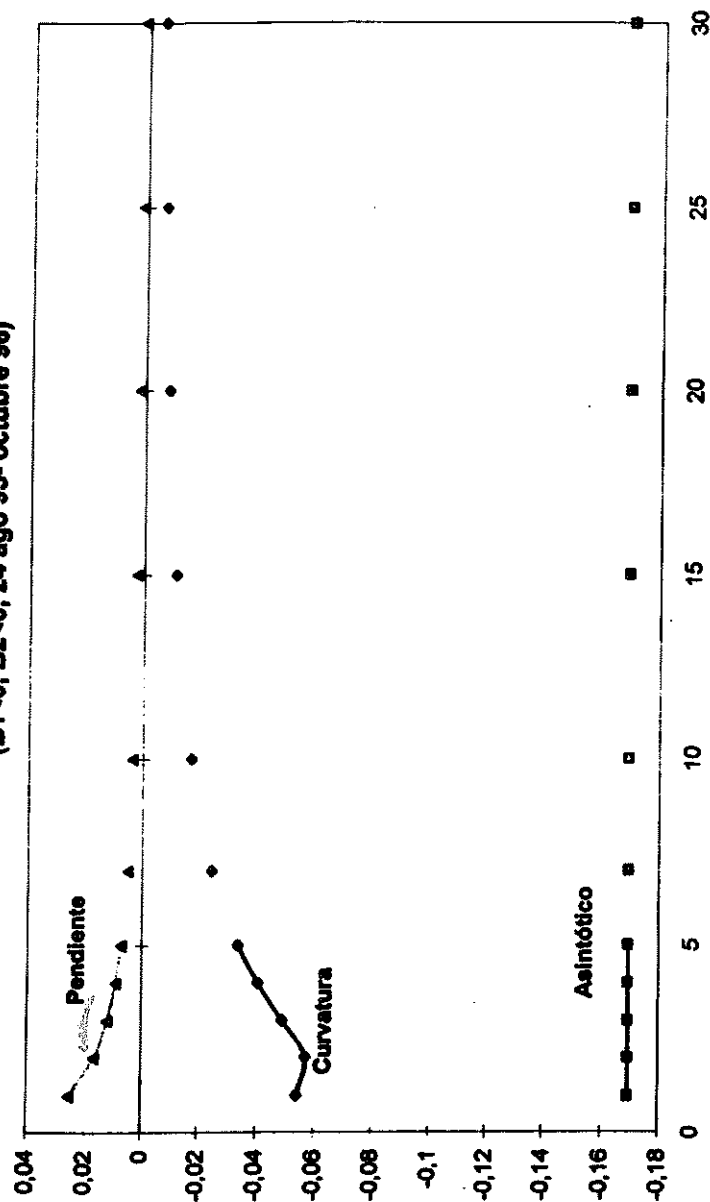


Figura 23

último período los componentes pendiente y curvatura llegan a compensarse prácticamente: por una parte, el efecto curvatura genera descensos de tipos a medida que se acentúan las expectativas de bajadas inmediatas de tipos oficiales; por su parte, el efecto pendiente genera moderados ascensos de tipos, especialmente en los últimos meses, a medida en que se modera la pendiente positiva de la curva [Figura 23]. Finalmente, el efecto que prevalece es el cambio paralelo. Este puede ser prácticamente el único caso en el que el desarrollo de una estrategia tradicional de inmunización con duración tradicional puede ser suficiente.

En el otro caso de estructura positiva y convexa observada entre marzo y junio de 1994 la conclusión no es similar a la que acabamos de mencionar. Los efectos pendiente y curvatura no se compensan entonces totalmente. Entre ambos, prevalece el efecto pendiente, que genera descensos de tipos en los tramos cortos y cuyo efecto resulta más importante que el componente asintótico, que provoca ascensos de tipos de forma homogénea a lo largo de toda la curva. De este modo la volatilidad mensual promedio generada por esta estructura no resultaba cercana a un desplazamiento de tipo paralelo, siendo por ello necesario en dicho caso la aplicación de procedimientos de inmunización más sofisticados.

Ello sugiere, sin embargo, que la estrategia de inmunización más adecuada no queda determinada únicamente por el perfil de la *ETTI*, en términos de los signos que adquieren su pendiente y curvatura, y que es preciso tener en cuenta, además, otro tipo de factores. Un mismo perfil, en distintos instantes de tiempo, puede requerir de una estrategia de inmunización diferente.

4.2. Consideraciones finales

En la mayoría de las estructuras de las curvas estimadas, los efectos pendiente y curvatura actúan en el mismo sentido. De forma prácticamente consistente (exceptuando las curvas crecientes y convexas, $\beta_1 < 0$, $\beta_2 < 0$, observadas entre marzo y junio de 1994, y entre agosto de 1995 y octubre de 1996) los componentes pendiente y curvatura se refuerzan, siendo su importancia agregada tan grande como la del efecto asintótico. Cuando esto ocurre, el tipo de desplazamiento observado en la curva de tipos resulta suficientemente alejado del cambio paralelo como para que resulte necesario el desarrollo de procedimientos de inmunización más sofisticados, que cubran frente a cambios en la *ETTI* distintos del paralelo. Incluso, en uno de los períodos en el que los componentes de pendiente y curvatura no actúan en el mismo sentido (marzo-junio 1994), tampoco se observa una total compensación entre ellos, dado que uno domina sobre el otro. También, por ello, se sigue observando en este subperíodo un desplazamiento muy alejado del cambio paralelo.

Por lo tanto, considerando la amplitud del período analizado (prácticamente cuatro años) es

interesante la conclusión que hemos obtenido acerca de que prácticamente ninguna de las estructuras de curvas observadas ha generado un cambio parecido al cambio paralelo, con la excepción de la última parte de la muestra analizada, el período comprendido entre agosto de 1995 y octubre de 1996, que es de continuado descenso en los tipos, debido principalmente al efecto asintótico. Por ello, con carácter prácticamente generalizado, parece ser necesaria la aplicación de técnicas de inmunización vectorial, que efectúen coberturas frente a los riesgos de cambio de pendiente y curvatura, además del paralelo.

En relación al papel que juega el efecto asintótico cabe decir que, una vez comprobado que la importancia agregada de la pendiente y la curvatura suele ser tan importante como la del componente asintótico, su contribución a la volatilidad total observada es relevante. Cuando la contribución del efecto asintótico tiene lugar en el mismo sentido que los otros dos componentes suelen resultar estructuras muy volátiles. Tal es el caso de curvas con pendiente negativa y convexas ($\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$) observadas entre marzo de 1993 y marzo de 1994, y de estructuras positivas y cóncavas ($\beta_1 < 0$, $\beta_2 > 0$) como las que corresponden al período comprendido entre junio de 1994 y abril de 1995. Sin embargo, hay también otras estructuras en las que los tres efectos no actúan en el mismo sentido y la volatilidad promedio resulta elevada, e incluso superior a la de estos casos señalados: tal es el caso de curvas decrecientes y cóncavas ($\beta_1 > 0$, $\beta_2 > 0$) entre noviembre de 1992 y febrero de 1993, y en estructuras crecientes y convexas ($\beta_1 < 0$, $\beta_2 < 0$) en el período marzo-junio de 1994.

Podríamos plantearnos si las estructuras con mayor curvatura (como son las de pendiente negativa, es decir, decrecientes, y convexas, caracterizadas por $\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$, y las crecientes cóncavas, caracterizadas por $\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$) son las que generan mayor volatilidad y alejamiento del cambio paralelo. No se obtienen resultados concluyentes al respecto. Se observa que estas estructuras son las únicas en las que los tres efectos asintótico, de pendiente y curvatura actúan en el mismo sentido. Sin embargo, no por ello resultan necesariamente las más volátiles ni las más alejadas del cambio paralelo. La prueba la constituyen las dos últimas estructuras de curvas mencionadas en el párrafo anterior, que no son las de mayor curvatura pero son quizá, las más volátiles y las más distantes del desplazamiento paralelo.

5. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Como síntesis podríamos concluir que, salvo en situaciones excepcionales de compensación entre los efectos de pendiente y curvatura, los cambios experimentados por la *ETTI* a lo largo del tiempo están muy alejados de ser desplazamientos paralelos. Hemos observado tal compensación tan sólo en la última submuestra analizada, entre agosto de 1995 y octubre de 1996, para la que hemos estimado una curva positiva y convexa, y ello únicamente en los últimos meses de este período), Parece ser necesario, por tanto, el desarrollo de estrategias de inmunización vectorial con carácter genérico. Además, tampoco podemos anticipar con carácter general que, a partir de curvas positivas y convexas, el desplazamiento más probable será de tipo paralelo, puesto que hemos detectado otro período (marzo-junio de 1994) en el que una estructura también positiva y convexa ha generado una volatilidad promedio muy distanciada del cambio paralelo.

Con este ejemplo se pone de manifiesto que el tipo de desplazamiento generado dentro de una estructura de curva no resulta exclusivamente dependiente del perfil que adopte, y que está determinado básicamente por la combinación de signo de los parámetros β_1 y β_2 , sino que está ligado a la evolución y correlación dentro del mismo de los parámetros responsables de la dinámica del desplazamiento de la curva. Dado que las propiedades dinámicas de la curva no son estables ni siquiera para un perfil dado, no parece muy posible caracterizar la estrategia de inmunización óptima en función únicamente del perfil que adopta la *ETTI* en un momento determinado, si bien ésta proporciona una información de gran utilidad en el diseño de dicha estrategia. En definitiva, la *ETTI* no es tanto una estructura estable en intervalos temporales, sino un proceso que evoluciona suavemente en el tiempo, si bien sin experimentar cambios frecuentes en el tipo de perfil que presenta.

Los próximos pasos deben tratar de incorporar las propiedades de variaciones conjuntas en los valores de los parámetros de la *ETTI*, tratar de explicarlos por factores externos al mercado, e incorporar alguno de estos factores en el diseño de procedimientos de inmunización vectorial relativamente sofisticados, que gestionen la cobertura frente a desplazamientos de la curva de tipos que difieran del desplazamiento paralelo.

BIBLIOGRAFÍA

- Barrett, W.B., T.F. Gosnell y A.J. Heuson, "Yield curve shifts and the selection of immunization strategies", *The Journal of Fixed Income*, 52-64, septiembre 1995.
- Bierwag, G.O., G.G. Kaufman y A. Toevs, "Recent developments in bond portfolio strategies", en *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization*, Greenwich, CT., JAI Press.
- Cooper, J.A., "Asset values, interest rate changes and duration", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol.12, n°4, diciembre 1977.
- Ezquiaga, I., J.R. Jara, e I. Gómez, "Una metodología para la estimación de la curva de tipos cupón-cero y su aplicación al caso español", *Moneda y Crédito*, n°199, p.157-197, 1994.
- Fisher, L., y R. Weil, "Coping with risk of interest rate fluctuations", *Journal of Business*, vol.44, n°4, octubre 1971.
- Garbade, K.D., "Managing yield curve risk: a generalized approach to bond immunization", en *Topics in Money and Securities Markets*, Bankers Trust, 1985.
- Macaulay, F.R., "Some theoretical problems suggested by the movement of interest rates, bond yields and stock prices", *National Bureau of Economic Research*, New York, 1938.
- McCulloch, J.H., "Measuring the term structure of interest rates". *The Journal of Business*, vol.44, 19-31, 1971.
- Nelson, C.R. y Siegel, "Parsimonious modelling of yield curves", *Journal of Business*, vol.60, n°4, octubre 1987.
- Núñez, S., "Comparación y elección entre métodos alternativos de estimación de la estructura temporal de los tipos de interés para el caso español", presentado a las II Jornadas de Economía Financiera, Bilbao, junio 1995.
- Svensson, L.E.O., "Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994", *International Monetary Fund*, working paper, 1994.
- Vegara, D., "La estimación de la curva de cupón cero", *Punto de Mira N°1*, Intermoney, Madrid, 1995.

APENDICE.- Características del modelo de Nelson y Siegel

Analizamos en este apéndice las principales características de la senda de tipos forward instantáneos que se deriva de la especificación de Nelson y Siegel:

$$r(t_i) = \beta_0 + \beta_1 e^{-t_i/\tau} + \beta_2 \frac{t_i}{\tau} e^{-t_i/\tau}$$

que implica una pendiente para la senda de tipos forward instantáneos:

$$\frac{dr}{dt_i} = -\frac{\beta_1}{\tau} e^{-t_i/\tau} + \frac{\beta_2}{\tau} e^{-t_i/\tau} - \beta_2 \frac{t_i}{\tau^2} e^{-t_i/\tau} = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\tau} e^{-t_i/\tau} - \beta_2 \frac{t_i}{\tau^2} e^{-t_i/\tau}$$

En el contado, es decir, cuando $t_i = 0$, la pendiente de la curva es:

$$\frac{dr}{dt_i} = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\tau} e^{-t_i/\tau}$$

de modo que la pendiente de la curva resulta claramente positiva cuando se tiene simultáneamente $\beta_1 < 0$ y $\beta_2 > 0$, y claramente negativa cuando $\beta_1 > 0$ y $\beta_2 < 0$. Por el contrario, cuando no se superponen los efectos de ambos parámetros, la pendiente en el origen queda determinada en función de la magnitud de cada uno de los dos efectos, que actúan entonces en sentido opuesto. A modo de ejemplo, las curvas cupón cero estimadas en julio de 1996 se caracterizan por signos negativos en ambos parámetros, pero con un mayor valor absoluto de β_2 que de β_1 , lo que determinaba una pendiente negativa en el origen para la senda de tipos forward. El parámetro τ afecta a la magnitud de la pendiente, aunque no a su signo: cuanto menor sea τ mayor será la pendiente y, con ella, la velocidad de convergencia de la senda de tipos forward hacia su valor asintótico.

La senda de tipos forward incorpora implícitamente un mínimo o un máximo para el instante t_i :

$$\frac{dr}{dt_i} = 0 \Rightarrow t_i = \tau \left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \right]$$

Que en dicho momento se espere un máximo o mínimo depende del signo de β_2 , pues la derivada segunda:

$$\frac{d^2r}{dt_i^2} = -\frac{\beta_2 - \beta_1}{\tau^2} e^{-t_i/\tau} - \frac{\beta_2}{\tau^2} e^{-t_i/\tau} + \beta_2 \frac{t_i}{\tau^3} e^{-t_i/\tau}$$

evaluada en el punto t_i antes calculado, resulta ser:

$$\frac{d^2 r}{d^2 t_i} = -\frac{\beta_2}{r^2} e^{-t_i/\beta_2}$$

por lo que si $\beta_2 > 0$ estamos ante expectativas de un máximo, mientras que si $\beta_2 < 0$ estaremos ante expectativas de un mínimo.

Por último, el valor esperado del tipo forward en dicho máximo o mínimo será el resultado de evaluar la función $r(t)$ en el punto t_i de máximo o mínimo:

$$r(t_i) = \beta_0 + \beta_2 e^{-(1-\beta_1/\beta_2)t_i}$$