

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
FACULTAD DE CIENCIAS MATEMATICAS

CONSEJO SUPERIOR
DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

INSTITUTO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA

(Centro mixto C.S.I.C. - U.C.M.). MADRID

Publicación núm. 162

ESTUDIO GRAVIMETRICO DE LA CALDERA DEL TEIDE

por

A. G. CAMACHO, R. VIEIRA, C. DE TORO y J. FERNANDEZ



COMUNICACIONES PRESENTADAS EN LA «VI ASAMBLEA NACIONAL
DE GEODESIA Y GEOFÍSICA». MADRID, 1988

MADRID

1988

MODELO TOPOGRAFICO DIGITAL DE LA ISLA DE TENERIFE

A.G. Camacho

Instituto de Astronomía y Geodesia . CSIC-UCM.

Facultad de Ciencias Matemáticas.

Universidad Complutense de Madrid.

Resumen.

Como complemento al proceso de reducción de datos gravimétricos se ha elaborado un modelo topográfico digital de la Isla de Tenerife mediante predicción mínimos cuadrados partiendo de la función covarianza de las altitudes. Detallamos aquí el proceso seguido, indicamos criterios sobre optimización del método y presentamos gráficamente dicho modelo. El modelo se ha utilizado en el cálculo de la corrección topográfica de medidas gravimétricas en la zona de la Caldera del Teide.

1. Introducción.

Para estudios y cálculos que involucren la situación de puntos en el terreno ó bien se apliquen en algún modo propiedades morfológicas del relieve, resulta muy valioso disponer de un modelo (numérico ó analítico) de la superficie topográfica. Dicho modelo permite, mediante el desarrollo de los correspondientes métodos de aplicación (programas de cálculo) utilizar de forma automatizada, precisa y rápida datos generales sobre la conformación del relieve.

En general la formación de un modelo topográfico consta de dos fases: la obtención de una adecuada cantidad de datos del relieve (digitalización) y el establecimiento de un método de interpolación/extrapolación/filtrado que nos permita obtener una superficie aproximadora para el conjunto discreto de datos anteriores.

Según la aplicación a la que el modelo topográfico se destine, este ha de reflejar con mayor o menor meticulosidad las irregularidades del relieve. Ello se obtendrá eligiendo una adecuada digitalización de la topografía y un adecuado método de interpolación.

El proceso que a continuación indicamos corresponde a la obtención de un modelo topográfico de la zona de las Cañadas del Teide (Tenerife), y por extensión para toda la isla, aplicado en principio con el fin de conocer las masas superficiales y poder estimar sus efectos gravitatorios. Los programas de cálculo que permiten la elaboración y utilización del modelo han sido expresamente desarrollados.

2. Digitalización.

Como datos mas directos del terreno estan las coordenadas de un adecuado número de puntos. (Podrian establecerse otros datos numéricos de descripción morfológica, pero su utilización sería mas dificultosa). Resulta evidentemente más sencillo el establecimiento del modelo sobre coordenadas planas (por ejemplo UTM) que sobre coordenadas curvilíneas (geodésicas).

Estas coordenadas dato pueden obtenerse por Geodesia, Topografía clasica, restitución fotogramétrica, etc. Puede acudirse tambien a un banco de datos geográficos ya existente. En nuestras circunstancias ha resultado mas adecuado proceder a la digitalización de mapas topográficos (1/50000,

1/25000 y 1/200000) de la isla de Tenerife. El método de digitalización ha de elaborarse de acuerdo con la precisión final que ha de ofrecer el modelo y con el método de interpolación que va a seguirse. En nuestro caso, la digitalización por isolinéas, con adecuado espaciamento, es el procedimiento más agíl y resulta compatible con el método de predicción mínimos cuadrados que va a usarse.

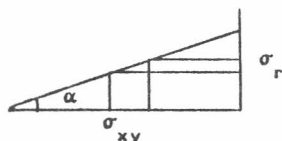
Si suponemos un mapa "correcto" en su escala, los errores serán inferiores a la apreciación visual sobre el papel. Sea $1/E$ la escala del mapa. Si fijamos en 0.2 mm el error medio cuadrático (e.m.c.) sobre el mapa. El e.m.c. a "tamaño real" será:

$$0.2 \sqrt{E} \text{ mm}$$

Si suponemos que el error de "seguimiento" de isolinéa con la plumilla de digitalización es de 0.4 mm, el error resultante en planimetría será:

$$\sigma_{xy} = \sqrt{E} \sqrt{0.2^2 + 0.4^2} \text{ mm}$$

Si adoptamos las coordenadas planimétricas como correctas y enfocamos el anterior error hacia la altimetría, el error m.c. σ_r resultante en altimetría vendrá claramente determinado por el grado de inclinación o rugosidad presente en el relieve.



En la figura es:

$$\sigma_r = \sigma_{xy} \operatorname{tg} \alpha$$

Figura 1. Error segun pendiente.

El espaciamento con que han de tomarse los puntos de digitalización sobre el mapa depende directamente de la "rugosidad" del relieve, ó mejor de la del modelo a obtener. Dicha "rugosidad" viene aquí caracterizada por la función covarianza $C(d)$ de las altitudes s ("señal" del modelo) en función de las distancias d entre los puntos. Dicha función puede estimarse a partir de los datos de observación l en puntos discretos (eliminados previamente los sistematismos mediante un ajuste polinómico).

Es evidente que en el terreno podemos distinguir varios niveles de rugosidad, que corresponden a varias "longitudes de onda" (λ) y que podrían dar lugar a varios niveles de función covarianza: partículas de tierra y piedras ($\lambda \approx \text{mm}$), irregularidades de las masas pétreas ($\lambda \approx \text{m}$), formaciones locales más extensas ($\lambda \approx 100 \text{ m}$), colinas y valles ($\lambda \approx \text{km}$), cordilleras y estructuras tectónicas, etc. A cada uno de estos niveles de rugosidad corresponde una amplitud de desnivel creciente.

Según la aplicación que deba tener el modelo (señal s), este debe reflejar el relieve a partir de un cierto nivel de rugosidad, de modo que las irregularidades de orden inferior presentes en los datos geográficos discretos l pasen a tener carácter de "ruido" (r) aleatorio que ha de ser filtrado para obtener el modelo:

$$l = p + s + r$$

p es la parte sistemática, ajustable de forma polinómica en general.

Aquí r comprendería, además de las rugosidades de orden inferior, los

errores de medida ya indicados. La varianza a priori del ruido, σ_r^2 , vendrá determinada aquí por el valor máximo entre el resultante de los errores estimados en la medida de los datos geográficos y el valor correspondiente al orden del desnivel medio cuadrático presente en las rugosidades de orden inferior. De este modo la matriz covarianza del ruido incorrelado debe ser :

$$C_{rr} = \sigma_0^2 I$$

(I matriz unidad).

Las varianzas a priori σ_0^2 , σ_s^2 de los datos (eliminando la parte sistemática) y de la señal se obtienen del estudio de la función covarianza (Mussio, 1984).

3. FORMACIÓN DEL MODELO.

Debemos señalar que para utilizar como método de interpolación/filtrado el dado por las fórmulas del método general de colocación (predicción mínimos cuadrados) es necesario que los datos no contengan sistematismos. Por ello es conveniente proceder a una determinación y eliminación de efectos sistemáticos.

La forma más sencilla de proceder para eliminar los sistematismos es ajustar una función polinómica a los datos de observación (Mussio, 1987). Ajustaremos una función polinómica de grado g mediante la resolución mínimos cuadrados del sistema:

$$\left. \begin{aligned} l_i &= \sum_{k=0}^g \sum_{l=0}^g c_{kl} x_i^k y_i^l + v_i \\ i &= 1, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

en incógnitas los coeficientes c_{kl} de la función polinómica. Para cada punto $P_i(x_i, y_i)$ con observaciones l_i (altitud digitalizada) tenemos una ecuación, $i=1, \dots, m$, con un residual v_i .

En el caso de modelos topográficos la aplicación de este ajuste previo es recomendable en el caso de una elevación, una inclinación, una concavidad, una convexidad, etc. generales del terreno.

$$l = p + v$$

Los residuales v del ajuste son de media cero y varianza σ_0^2 . Sobre estos plantearemos la predicción mínimos cuadrados. Dichos residuales v_i contendrán en primer lugar una parte aleatoria, ruido r , de varianza σ_r^2 y covarianzas nulas. Este ruido estará formado por los errores de observación y por aquellas oscilaciones presentes en la observación que poseen "longitud de onda" menor que la separación entre los puntos P_i de observación. (El espaciamiento en la toma de datos determina que componentes en el fenómeno observado pasan a tener carácter de ruido y cuales no).

Los residuales v_i contendrán también una parte s , señal, aleatoria en su conjunto pero con covarianzas no nulas, que representa una oscilación registrable del campo:

$$v = s + r$$

La señal s , calculada para el área de estudio, sumada a la expresión

polinómica previa constituyen el modelo ajustado del campo.

La identificación y determinación de la señal en los datos v_i se realiza a través de la covarianza C (matriz de varianzas covarianzas) de dichas señales. Supondremos que la covarianza entre las señales en dos puntos, P, Q , es función de la distancia entre dichos puntos: las señales en puntos próximos presentan valores más afines mientras que las señales en puntos alejados no tienen relación, dando covarianza nula.

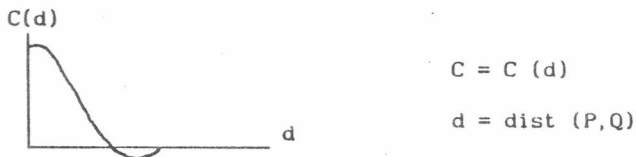


Figura 2. Función covarianza.

En general, para una "señal" s , la función covarianza C viene definida por:

$$C_{ss} = C(P, Q) = E(s(P), s(Q))$$

donde $s(P), s(Q)$ son los valores de la señal en dos puntos genéricos P y Q , y E es el operador esperanza matemática. La función C es definida positiva y en general se la supone isótropa, es decir, que sólo depende de la distancia d entre los puntos $C_{ss} = C(d)$.

Conocida la función covarianza $C(d)$, la varianza de s se establece por continuidad en la forma:

$$\sigma_s^2 = C(0)$$

La función covarianza de las señales s puede estimarse a partir de los propios datos v_i conocidos en puntos discretos. Para ello agrupamos estos v_i por pares en función de la distancia entre sus puntos. Dividimos el intervalo total de distancias en varios subintervalos (suficientemente representados). Para cada distancia d , ó mejor, subintervalo de distancias en torno a d , el valor de la función covarianza se calcula mediante (Barzagui y Sanso, 1983):

$$C(d) = \frac{1}{N_d} \sum_i \sum_j v_i v_j$$

siendo v_i, v_j datos en puntos P_i, P_j separados una distancia d más o menos el radio de los subintervalos. N_d es el número de pares para la distancia d .

Los valores de covarianza no nula deben atribuirse a la señal, mientras que los valores correspondientes a $d=0$, varianzas, serán suma de las varianzas de la señal y del ruido.

La estimación de la función covarianza para las señales se realiza ajustando una función analítica tipo a la nube de puntos antes obtenida. En Mussio (1984) se recogen los tipos de funciones más habituales.

En general:

$$\sigma_o^2 = \sigma_s^2 + \sigma_r^2 = C(0) + \sigma_r^2$$

Conocida la función covarianza $C(d)$ para la señal s , aplicando las fórmulas generales del método de colocación (Moritz, 1980) en su caso particular de predicción/filtrado sin parámetros de ajuste y con errores de

observación (ruido) tenemos:

valor estimado de la señal s en un punto P :

$$\hat{s}_P = (C_{1P} \ C_{2P} \ \dots \ C_{mP}) \begin{bmatrix} C_{11} + \sigma_r^2 & C_{12} & \dots & C_{1m} \\ C_{21} & C_{22} + \sigma_r^2 & \dots & C_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{m1} & C_{m2} & \dots & C_{mm} + \sigma_r^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \quad (2)$$

siendo v_i los m datos (residuales) en los puntos P_i , $i=1, \dots, m$ y:

$$C_{iP} = C(s(P_i), s(P)) = C(\text{dist}(P_i, P))$$

$$C_{ij} = C(s(P_i), s(P_j)) = C(\text{dist}(P_i, P_j))$$

Si llamamos $\hat{z}$ al vector columna de señales estimadas en puntos diferentes a los dato (predicción) para distinguirlo del vector s de señales estimadas en los propios puntos dato (filtrado), expresamos:

$$\hat{z} = C_{zs} (C_{ss} + C_{rr})^{-1} v \quad \text{predicción}$$

$$\hat{s} = C_{ss} (C_{ss} + C_{rr})^{-1} v \quad \text{filtrado}$$

Las matrices C son las de covarianza. Por ejemplo, $C_{rr} = \sigma_r^2 I$ matriz covarianza del ruido. v es el vector columna de datos. Estos valores $\hat{s}$, $\hat{z}$ sumados a los obtenidos por el ajuste polinómico previo constituyen el modelo final. Para cada punto P , la aplicación de las fórmulas (2), junto con las (1) de ajuste polinomial permiten obtener los valores ajustados del modelo.

Podemos también calcular la precisión, en forma de matriz de varianzas-covarianzas E de estos valores $\hat{s}$, $\hat{z}$ calculados por predicción mínimos cuadrados (Sevilla, 1987):

$$E_{zz}^{\hat{\hat{}}} = C_{zz} - C_{zs} (C_{ss} + C_{rr})^{-1} C_{sz}$$

$$E_{ss}^{\hat{\hat{}}} = C_{ss} - C_{ss} (C_{ss} + C_{rr})^{-1} C_{ss}$$

Los términos de la diagonal principal de $E_{zz}^{\hat{\hat{}}}$ y $E_{ss}^{\hat{\hat{}}}$ nos dan las varianzas de los valores calculados de la señal en cada punto. Pueden asimismo calcularse los valores estimados de las diversas magnitudes y la precisión de dichos valores.

4. Modelo topográfico de Tenerife. Conclusiones.

Siendo nuestro objetivo final la aplicación del modelo a la corrección topográfica de un levantamiento gravimétrico de la Caldera del Teide, hemos planteado tres niveles de resolución: Básicamente hemos digitalizado los mapas 1:50000 de la mayor parte de la isla con un punto cada 400 mts. Para disponer de la morfología del conjunto de la isla de Tenerife y litorales hemos digitalizado de forma complementaria y mas somera el mapa 1:200000. Finalmente hemos aumentado la resolución en el area del interior de la Caldera del Teide (zona de estudio gravimétrico) sobre mapas 1:25000 con

espaciamiento aproximado a 150 mts.

Digitalizados los mapas y efectuado un primer ajuste polinómico de grado 4 estimamos la función covarianza de las altitudes del modelo mediante la covarianza de los datos residuales v_i .

Si representamos (fig 3) las estimaciones empíricas por intervalos de las funciones covarianza para cada nivel resultan las líneas de puntos de la figura. Observamos el aspecto típico de función covarianza. Ajustamos por funciones del tipo normal-parábola:

$$C(x) = a(1 - cx^2)e^{-bx^2}$$

representadas mediante línea continua en la figura. Los coeficientes a, b, c se determinan por mínimos cuadrados a partir de unos valores iniciales obtenidos por tanteo. Así mismo se obtienen los valores de las diversas varianzas.

Copocidas las funciones covarianza $C(d)$ para las altitudes residuales de cada nivel aplicamos las fórmulas del apéndice para la obtención del modelo. La precisión resultante en los puntos del modelo es de

$$\text{e.m.c.}(50000) \approx 18 \text{ mts} \quad \text{e.m.c.}(25000) \approx 4 \text{ mts} \quad \text{e.m.c.}(200000) \approx 60 \text{ mts}$$

Las figuras 4,5 y 6 muestran en forma de vista perspectiva y de mapa de isolíneas para la zona de la Caldera del Teide la superficie polinómica aproximadora, la superficie de predicción de residuales y el modelo conjunto. Las figuras 7 y 8 muestran también en vista perspectiva y mapa de isolíneas el modelo de la Isla de Tenerife y el modelo de una zona reducida (3×2 km) procedente del 25000.

El presente trabajo se ha desarrollado en el Instituto de Astronomía y Geodesia dentro del proyecto de investigación "Estudio y evaluación de movimientos recientes de la Corteza por métodos microgravimétricos y de geodesia de precisión. Aplicación a zonas volcánicas en las Islas Canarias" que financia el C.S.I.C.

4. REFERENCIAS.

- Barzaghi, R., Sanso, F. "Sulla stima empirica della funzione di covarianza" Bolletino de Geodesia e Sci. Affi. n. 4. pp. 389-415. 1983
- Moritz, H. "Advanced Physical Geodesy". Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe. 1980.
- Mussio, L. "Il metodo della collocazione minimi quadrati e le sue applicazioni per l'analisi statistica dei risultati delle compensazioni". Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria. pp.305-338. Clup. Milano. 1984.
- Mussio, L. "Estrategias del método de colocación". IV Curso de Geodesia Superior. Cursos y Semin. Inst. de Astron. y Geodesia. pp.145-209. 1987
- Sevilla, M.J. "Colocación mínimos cuadrados" IV Curso de Geodesia Superior. Cursos y Semin. Inst. de Astrono. y Geodesia. pp. 99-141. 1987.

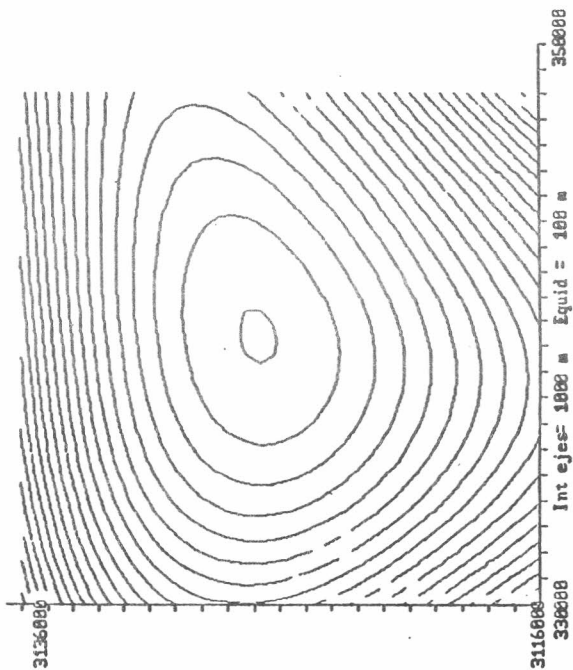
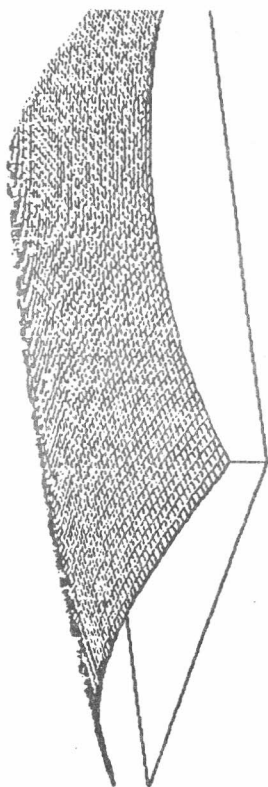
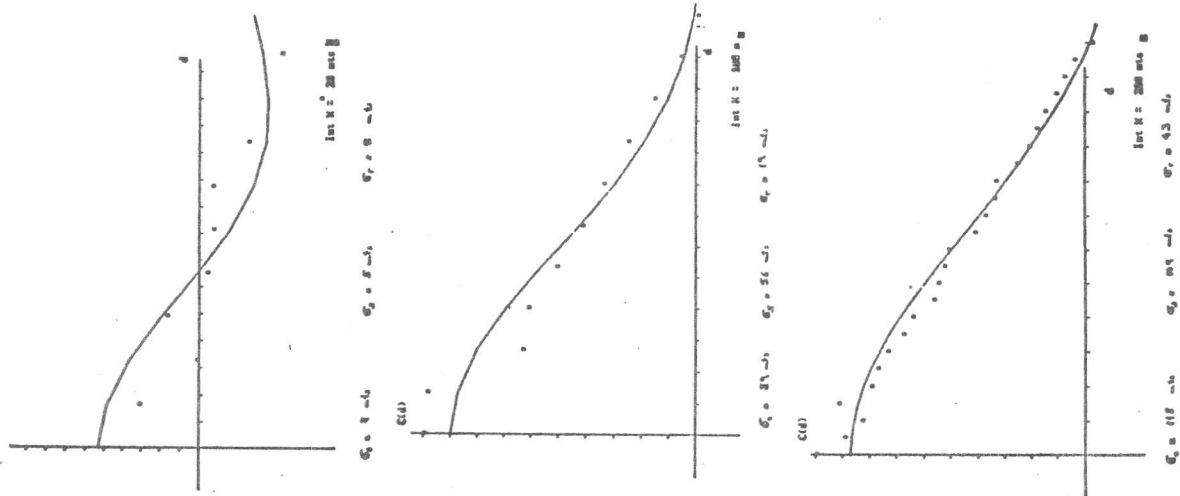


Figura 4. Aproximación polinómica.



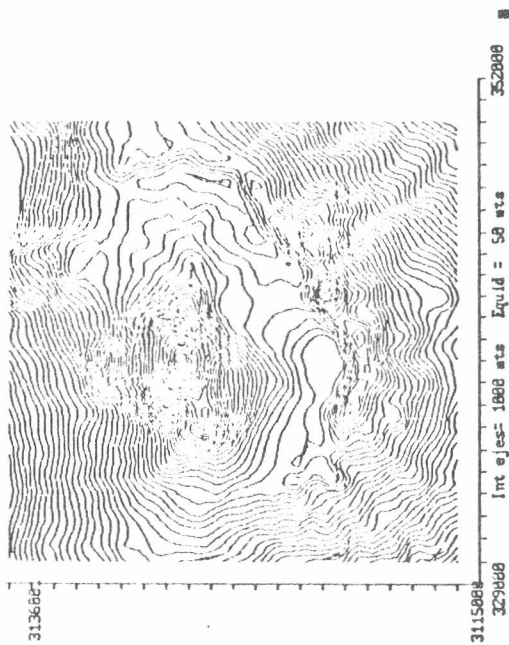
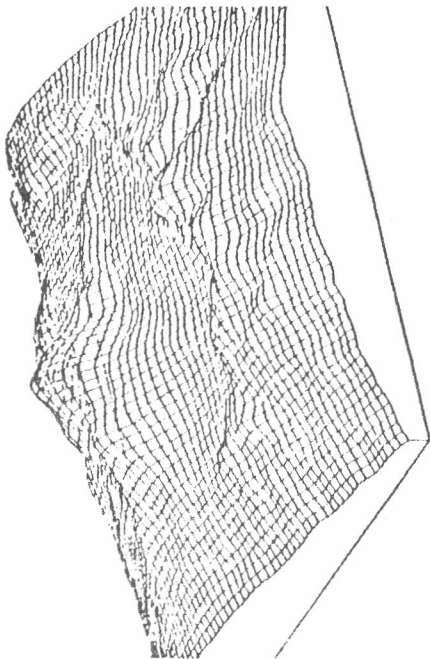


Figura 6. Modelo conjunta

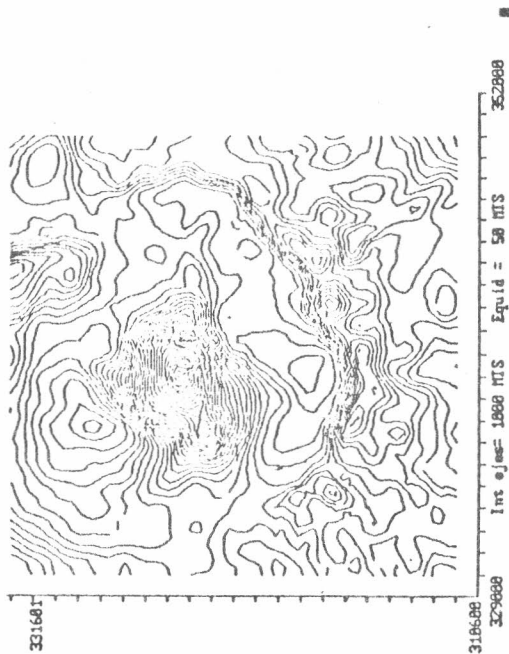
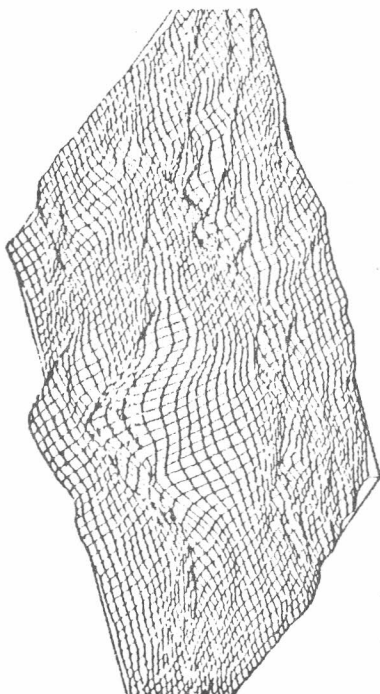


Figura 5. Predicción de residuales

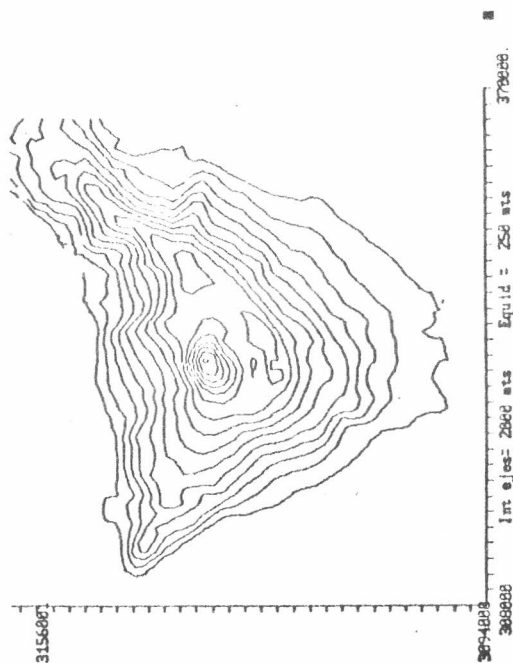
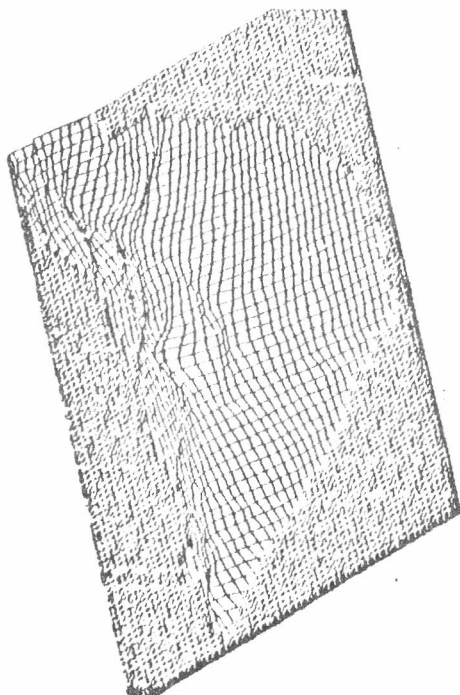


Figura 7. MODELO ISLA TENERIFE

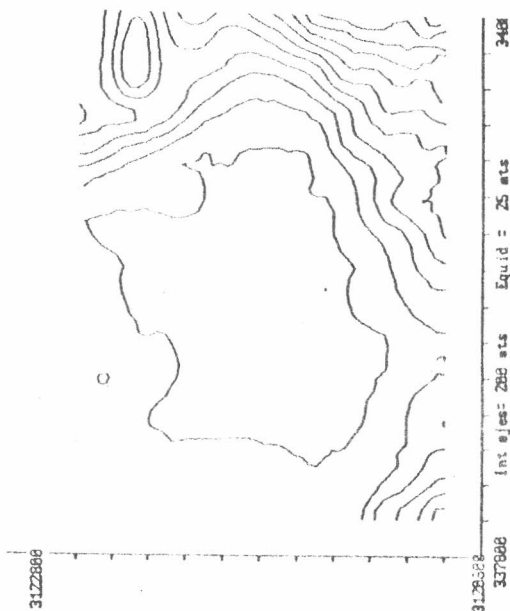
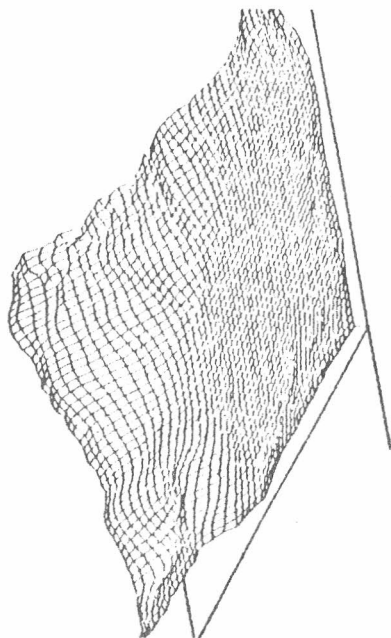


Figura 8. Modelo zona Valle de Ucanca.

MODELO ESTRUCTURAL DE DENSIDADES DE LA CALDERA DEL TEIDE OBTENIDO A PARTIR DE OBSERVACIONES GRAVIMÉTRICAS.

Camacho, A.G., Vieira, R., Araña, V.
Instituto de Astronomía y Geodesia. CSIC-UCM
Facultad de Ciencias Matemáticas.
Universidad Complutense de Madrid.

Resumen.

A partir de los resultados de las campañas gravimétricas efectuadas en la zona de la Caldera del Teide se ha construido un primer modelo estructural de densidades que justifique las anomalías observadas. En este primer ensayo, se ha prescindido de cualquier tipo de hipótesis, tanto geológica como geofísica, al margen de los datos gravimétricos. Se presenta en esta comunicación el proceso de desarrollo del modelo y los resultados de los contrastes de densidades obtenidos.

1. Introducción.

Efectuado un levantamiento gravimétrico con cierta homogeneidad sobre un área extensa, los datos de gravedad reflejarán el efecto, en componente vertical, de todas las masas atrayentes sobre dicha localización geométrica, así como el efecto centrífugo terrestre. Podemos reconstruir teóricamente los datos gravimétricos de la siguiente forma:

En primer lugar, podemos suponer una Tierra media normal constituida por un elipsoide de revolución estratificado de superficie próxima a la superficie de los mares y de masa igual a la de la Tierra. Los valores de gravedad (gravedad normal) de este elipsoide sobre los puntos Q de su superficie (correspondientes a los P del levantamiento según las normales) representarán la mayor parte del valor gravimétrico medido.

Si modelamos ahora el incremento de gravedad teórica resultante de las altitudes diferentes de los puntos P respecto al elipsoide (puntos Q) y modelamos el efecto centrífugo, la diferencia de estas gravedades teóricas respecto a las observadas constituye la anomalía aire-libre. Estas anomalías son en gran parte debidas a las masas atrayentes situadas por encima del elipsoide. Podemos estimar el efecto atrayente de estas masas atribuyéndoles una densidad hipotética, por ejemplo constante e igual a 2.3 gr/cm^3 . Este efecto de masas se evalúa de forma habitual en dos fases: corrección por lámina Bouguer y corrección por excesos y defectos topográficos. La gravedad teórica obtenida con esta nueva corrección difiere menos de la gravedad observada. Las diferencias (anomalías de Bouguer completas) son esencialmente debidas (supuesto acertadas las otras correcciones y salvo un valor constante de anomalía regional que se resta) a los efectos de las discrepancias entre las masas (densidades) reales y las supuestas: La densidad de las masas por encima del elipsoide no será constante e igual a 2.3 y la densidad de las masas del elipsoide en la zona próxima a P puede no ser la hipotética del elipsoide normal estratificado. Así pues, del aspecto del mapa de anomalías Bouguer pueden deducirse conclusiones sobre las desigualdades de masas en el subsuelo.

En nuestro caso, a partir de los datos obtenidos por el Instituto de Astronomía y Geodesia en el levantamiento gravimétrico de las Cañadas del Teide (un total de unos 212 puntos, cubriendo una zona de 20 km de diámetro) (Vieira, et al, 1986), hemos obtenido mediante predicción mínimos cuadrados el

mapa de anomalías representado en la figura 1. A primera vista se observa el fuerte gradiente (de unos 60 mgal en 6 km) presente en el mapa entre el mínimo de la zona de Pico Viejo y el máximo situado hacia Boca Tauce y que tiende a abrazar la zona de mínimo.

Pretendemos obtener un modelo de densidades (contrastes de densidades) internas de la zona del levantamiento. Entre otros objetivos se pretende evidenciar la estructura interna de la caldera volcánica (de la cual solo se aprecia en superficie las paredes S y SE) confirmando o no su forma circular y por otra parte detectar la presencia de posibles cámaras magmáticas internas.

Para obtener los valores de anomalías ha sido preciso establecer previamente un modelo topográfico de la zona de las Cañadas (figura 2) que permitiera realizar la corrección topográfica de forma automática. El proceso usado para la formación de ambos modelos ha sido la predicción mínimos cuadrados (Moritz 1980, Sevilla 1987) sobre los residuales de un ajuste polinómico previo. La función de covarianzas $C(d)$ aplicada para la señal puede deducirse empíricamente de los propios datos minimizando el nivel de ruido resultante (Mussio 1984 y 1987).

A partir de ambos modelos podemos elegir sobre la zona de estudio una cuadrícula de puntos $P_i(x_i, y_i, z_i)$ con anomalía Δg_i y altitud z_i conocidas. La transformación de los datos originales, con distribución geométrica irregular, en los puntos de la cuadrícula mantiene la información y permite un planteamiento más sencillo y regularizado de los cálculos posteriores.

El problema de determinar una distribución de densidades internas que justifique el campo de anomalías observado tiene infinitas soluciones. Sin embargo, si consideramos una distribución formada por un número finito reducido de elementos con densidad anómala y con un contraste de densidades mínimo, podemos buscar una única solución que ajuste de la mejor forma (mínimos cuadrados) los valores de anomalías en los puntos P_i . Este tipo de soluciones son las que tratamos.

En esencia, el procedimiento usado para la formación de un modelo de contraste de densidades consiste en obtener primeramente una solución en forma de distribución discreta sobre una partición del subsuelo previamente determinada; posteriormente se procede a un suavizamiento de la distribución discreta para formar un modelo tridimensional continuo.

2. Establecimiento de una partición del subsuelo.

Ya que efectuaremos un ajuste único total consideramos conjuntamente la atracción de cada bloque sobre el total de los puntos gravimétricos. Al ser un cálculo basado en el mínimo de los cuadrados de los residuales de las anomalías, la sensibilidad de la red gravimétrica a las estructuras de masas internas se medirá como media cuadrática de los efectos gravitatorios (solo componente vertical) de la masa sobre los puntos dato. Si n es el número de puntos P_i de la cuadrícula gravimétrica, el efecto δ de un cuerpo sobre el sistema gravimétrico será:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A(P_i)^2}$$

donde $A(P_i)$ es la componente vertical de la atracción del cuerpo sobre el punto P_i . Dicha atracción es menor cuanto más alejado, más pequeño y menos anómalo sea el cuerpo.

Si consideramos el caso de un plano x, z con cuerpos esféricos de densidad constante ρ y centro x_c, z_c será:

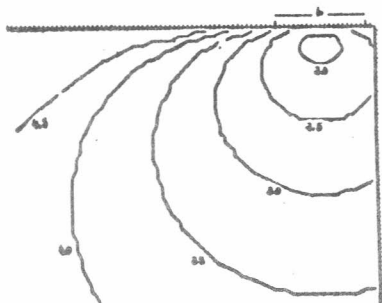


Figura 3. Zonas del subsuelo con igual efecto gravimétrico.

$$A(x, z) = G \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{z - z_c}{((x - x_c)^2 + (z - z_c)^2)^{3/2}}$$

Fijando un nivel de respuesta, por ejemplo $\delta = 8$ mgal y un contraste de densidades máximo de $\rho = 0.4$ gr/cm³, en la figura 3 se representan las curvas que unen los puntos sobre los que han de estar los centros de las esferas del radio indicado para producir el efecto δ sobre la línea gravimétrica b .

La zona del subsuelo sobre la que debemos buscar las causas de las anomalías dependerá del posible contraste de densidades máximo, la sensibilidad del levantamiento gravimétrico y su extensión, y el tamaño máximo previsible de los posibles cuerpos anómalos. Ya que buscamos una solución que requiera el menor número de elementos y de contrastes de densidades, procuramos que los bloques incógnita a igual densidad tengan el mismo efecto δ , de modo que el ajuste no tenga a priori preferencia por ninguno de ellos. La asignación de densidades deberá producirse exclusivamente en función de la fisonomía del mapa de anomalías.

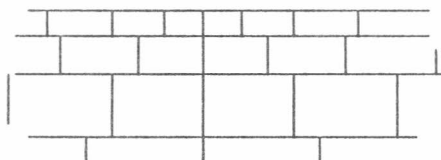
Dividimos entonces la zona sensible del subsuelo en cuerpos disjuntos, de modo que cada uno de ellos origine el mismo efecto medio cuadrático δ . Sin embargo, el cálculo exacto de la componente vertical del efecto gravitatorio creado por un cuerpo en un punto cualquiera variable solo es fácil para cuerpos muy sencillos. En nuestro caso hemos considerado como forma básica de los bloques la del ortoedro de lados paralelos a los ejes y limitado por las coordenadas $\xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \zeta_1, \zeta_2$, cuya acción vertical sobre un punto exterior (x, y, z) se calcula mediante (Pick et al, 1973):

$$\begin{aligned} \Delta g &= - G \rho \iiint \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx dy dz = \\ &= - G \rho \left[\left((\xi - x) \ln \left[\eta - y + \left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{1/2} \right] + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\eta - y) \ln \left[\xi - x + \left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{1/2} \right] + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\zeta - z) \arctan \frac{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}{(\xi - x)(\eta - y)} \right)^{1/2} \right]_{\xi_1}^{\xi_2} \left[\eta_1 \right]_{\eta_1}^{\eta_2} \left[\zeta_1 \right]_{\zeta_1}^{\zeta_2} = \\ &= F(x, y, z, \xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \zeta_1, \zeta_2) \rho \end{aligned}$$

La obtención de una partición del subsuelo a base de ortoedros tal que produzcan el mismo efecto medio cuadrático

$$\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F^2(x_i, y_i, z_i, \xi_i, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \zeta_1, \zeta_2) \right]^{1/2}$$

(siendo $P_i(x_i, y_i, z_i)$, $i=1, \dots, n$, los n puntos de la red del relieve) no es facil. Tal vez el procedimiento mas inmediato consiste en establecer varias capas de profundidad adecuada creciente. Sobre cada capa, tanteando los lados



de la base de los ortoedros se puede formar un "enlosado" en bloques de base creciente hacia los lados.

Figura 4. Particion tridimensional del subsuelo en bloques.

3. Ajuste de densidades.

La partición de bloques de densidad incógnita abarca la zona sensible y esta formada necesariamente por un número m de ellos suficiente (resolución) pero inferior al número de puntos dato para poder tener redundancia y aplicar el metodo de mínimos cuadrados.

Las ecuaciones de ajuste son:

$$\left. \begin{aligned} \Delta g_i - \sum_{j=1}^m F(x_i, y_i, z_i, \xi_{1j}, \xi_{2j}, \eta_{1j}, \eta_{2j}, \zeta_{1j}, \zeta_{2j}) \rho_j &= v_i \\ i &= 1, \dots, n \end{aligned} \right\}$$

Cada bloque limitado por $\xi_{1j}, \xi_{2j}, \eta_{1j}, \eta_{2j}, \zeta_{1j}, \zeta_{2j}$ da una incógnita ρ_j , $j=1, \dots, m$. Cada punto $P_i(x_i, y_i, z_i)$, $i=1, \dots, n$, de la cuadrícula del relieve, con anomalía Δg_i conocida a partir del modelo gravimétrico y altitud z_i dada por el modelo topográfico, dará un ecuación. El sistema resultante:

$$A \rho - t = v$$

de n ecuaciones con m incógnitas, $A(n \times m)$ matriz del diseño y t vector de términos independientes, puede resolverse en incógnitas ρ_j . Como matriz de covarianzas a priori P (pesos) para los datos Δg_i puede adoptarse la resultante $E_{ss}^{\wedge}$ del proceso de predicción minimos cuadrados para el campo de anomalías.

Obtenida la solución minimos cuadrados, consideraremos los parámetros de calidad del modelo. La reproducción del campo de anomalías para el modelo obtenido viene calibrada por la varianza estimada (a posteriori) de la unidad de peso:

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{1}{n - m} \sum_{i=1}^n \hat{v}_i^2$$

A partir de esta y de las matrices de diseño A y de covarianzas a priori P se calculan (Sevilla, 1986) las precisiones m_{ρ_j} de los valores ρ_j ajustados como raiz de los términos respectivos de la diagonal principal de $\Sigma_{\rho\rho}$.

$$\Sigma_{\rho\rho} = \hat{\sigma}_o^2 (A^T P A)^{-1}$$

Dado que, en principio, es dificil obtener una partición de igual efecto

medio cuadrático, es previsible que los valores m_{ρ_j} de precisión de los ρ_j sean diferentes. Adoptamos como parámetro comparativo de calidad de la partición, y por tanto de "realismo" del ajuste obtenido, la desviación típica de los errores medios cuadráticos m_{ρ_j} de las soluciones ρ_j :

$$e = \sqrt{\frac{1}{m} \sum (m_{\rho_j} - \bar{m}_{\rho})^2}$$

4. Formación de un modelo continuo.

(a) En primer lugar, y en cada bloque reconstruimos los valores de densidad en forma polinómica. Para ello suponemos que la densidad constante es la media de las densidades en sus puntos.

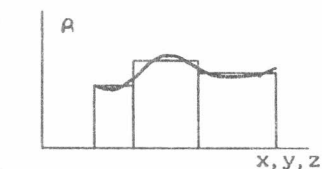


Figura 5. Suavizamiento.

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= \frac{1}{V} \iiint \rho(x, y, z) \, dx \, dy \, dz = \\ &= \frac{1}{a \, b \, c} \iiint \sum_{i, j, k} d_{i, j, k} x^i y^j z^k \, dx \, dy \, dz = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{a \, b \, c} \sum d_{i, j, k} \left[\frac{x^{i+1}}{i+1} \right]_{x_B - a/2}^{x_B + a/2} \left[\frac{y^{j+1}}{j+1} \right]_{y_B - b/2}^{y_B + b/2} \left[\frac{z^{k+1}}{k+1} \right]_{z_B - c/2}^{z_B + c/2}$$

Imponemos la condición de media en cada bloque y en los bloques contiguos, y ajustamos una función polinómica de grado 2 por mínimos cuadrados.

(b) Finalmente aplicamos un proceso de predicción/filtrado final para el conjunto de puntos de reconstrucción polinómica del total de los bloques. Tomamos como función covarianza la deducida a partir de dichos datos.

Los resultados finales serán contrastes o incrementos de densidades respecto a los valores supuestos en la reducción de los datos (obtención de anomalías). Así pues, el modelo estructural final se obtendrá añadiendo 2.3 a las densidades solución por encima del nivel del mar y añadiendo los valores supuestos de la densidad media estratificada bajo el nivel del mar en el área geográfica considerada. Dichos valores deberán conocerse previamente.

5. Modelo estructural de la Caldera del Teide. Conclusiones.

El anterior procedimiento se ha aplicado a los datos obtenidos en el levantamiento gravimétrico de la zona de las Cañadas del Teide.

A partir de los modelos gravimétrico y altimétrico (figuras 1 y 2) se ha elegido una cuadrícula en el relieve, formada por $19 \times 19 = 361$ puntos con separación de 1.11 km entre puntos contiguos sobre la zona de 20×20 km observada. La partición elegida consta de 150 bloques mas otros 60 bloques que reflejan los volúmenes topográficos. El error medio cuadrático del ajuste, σ_0 , ha sido de 0.984 mgal.

Formado el modelo continuo de densidades anómalas (al cual habrá que añadir un modelo estratificado medio del área geográfica), representamos este mediante perfiles verticales en forma de mapas de isolíneas con equidistancia

0.1 gr/cm³. En las figuras 6 a 10 se presentan varios perfiles obtenidos: dos en la dirección S-N y dos en la W-E.

Se han elegido los perfiles que atraviesan el cono del Teide (perfiles X= 339000 UTM y Y= 3128000 UTM). En ellos se observa una estructura más densa en forma de recipiente que constituye la caldera y contiene en su interior masas muy poco densas con mínimo de densidad en el Teide y en la zona de Montaña Blanca. El centro de estas estructuras se halla ligeramente al Sur y al Este del Teide. El fondo de la Caldera parece estar hacia el nivel del mar. Por debajo de estas estructuras y a una profundidad de 4 o 5 km bajo el nivel del mar se observa una zona de inversión de densidades, que presenta un mínimo con respecto de capa, engrosada sensiblemente en la vertical de Pico Viejo. La zona más densa de la Caldera presenta un hueco por el que parecen comunicarse los mínimos superiores con la capa de mínimos mas profunda. Hemos seleccionado también los perfiles (X= 337000 UTM y Y= 3126000) que reflejan la zona (hacia el S y W del Teide) donde se observa más clara la comunicación de las zonas de mínimo. A mayor profundidad (12 km) se observa una anomalía positiva de densidad en forma tronco-cónica, que, si consideramos el modelo resultante de añadir estas densidades anómalas a una distribución media estratificada, representa una expansión hacia arriba de masas más profundas de superior densidad. En este sentido los resultados obtenidos son coherentes con otros trabajos sobre la zona (MacFarlen & Ridley 1968, Banda et al, 1981) y ,por el método de cálculo seguido, representan una aproximación objetiva e independiente de otro tipo de datos no gravimétricos.

El presente trabajo se ha desarrollado en el Instituto de Astronomía y Geodesia dentro del proyecto de investigación "Estudio y evaluación de movimientos recientes de la corteza por métodos microgravimétricos y de Geodesia de precisión. Aplicación a zonas volcánicas en las Islas Canarias" que financia el C.S.I.C.

REFERENCIAS

- Banda, E., Doñabeitia, J.J., Surinach, E., Ansorge, J. "Features of crustal structure under Canary Islands". Earth and Planet. Sci. Lett. 55, pp. 11-24. 1981.
- Camacho .G. (1988) "Modelo topografico digital de la isla de Tenerife". Comunicaciones VI Asam. Nac. de Geod. y Geof. Madrid.
- Camacho, A.G., Toro, C., Fernandez, J. (1988) "Calculo de la corrección topográfica a las observaciones gravimétricas en la Caldera del Teide a partir del modelo topográfico digital de la isla de Tenerife". Com. VI Asam. Nac. de Geod. y Geof. Madrid.
- MacFarlane, D.J., Ridley, W.I. "An interpretation of gravity data for Tenerife, Canary Island" Earth Planet. Sci. Lett., 4, pp. 481-486. 1968.
- Moritz, H. "Advanced Physical Geodesy". Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe. 1980
- Mussio, L. "Il metodo della collocazione minimi quadrati e le sue applicazioni per l'analisi statistica dei risultati delle compensazioni". Ricerche di Geod., Topog. e Fotogram. pp. 305-338. Clup. Milano 1984.
- Mussio, L. "Estrategias del método de colocación". IV Curso de Geodesia Superior. Cursos y Seminarios. Inst. de Astron. y Geod. pp. 145-209. 1987.
- Pick, M., Picha, J., Vyskočil, V. "Theory of the Earth's Gravity Field". Elsevier Scient. Pu. Co. Amsterdam. 1973.
- Sevilla, M.J. "Colocación mínimos cuadrados" IV Curso de Geodesia Superior. Cursos y Seminarios. Inst. de Astron. y Geod. pp. 99-141. Madrid. 1987.
- Vieira, R., Toro, C., Araña, V. "Microgravimetric survey in the Caldera of Teide, Tenerife, Canary Islands". Tectonophysics, 130, 249-257. 1986..

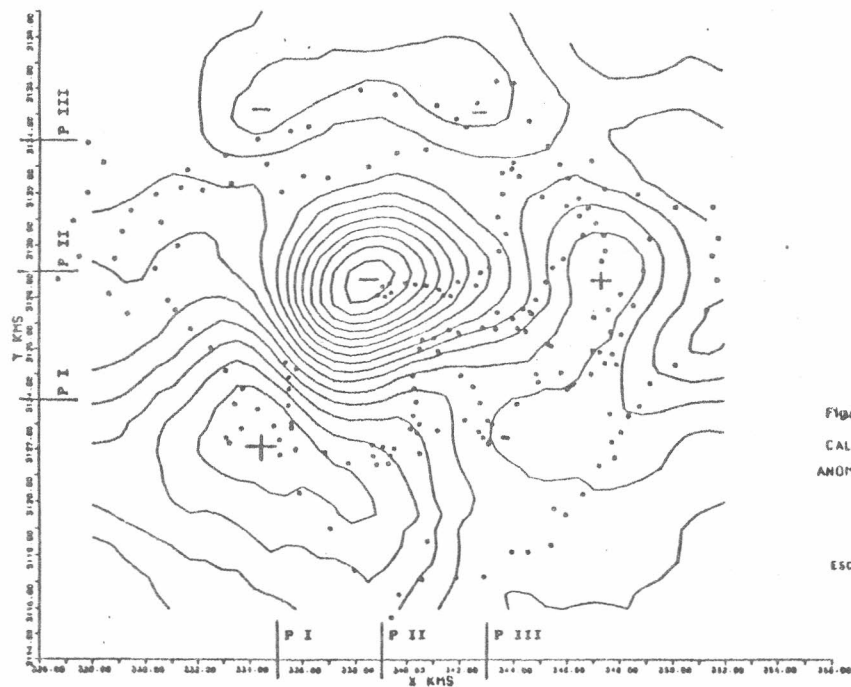


Figura 1.

CALDERA DEL TEIDE
ANOM BOUGUER COMPLE
EQUIDIST-4 MGS

ESCALA= 1/ 100000

0 1 2 3 KM

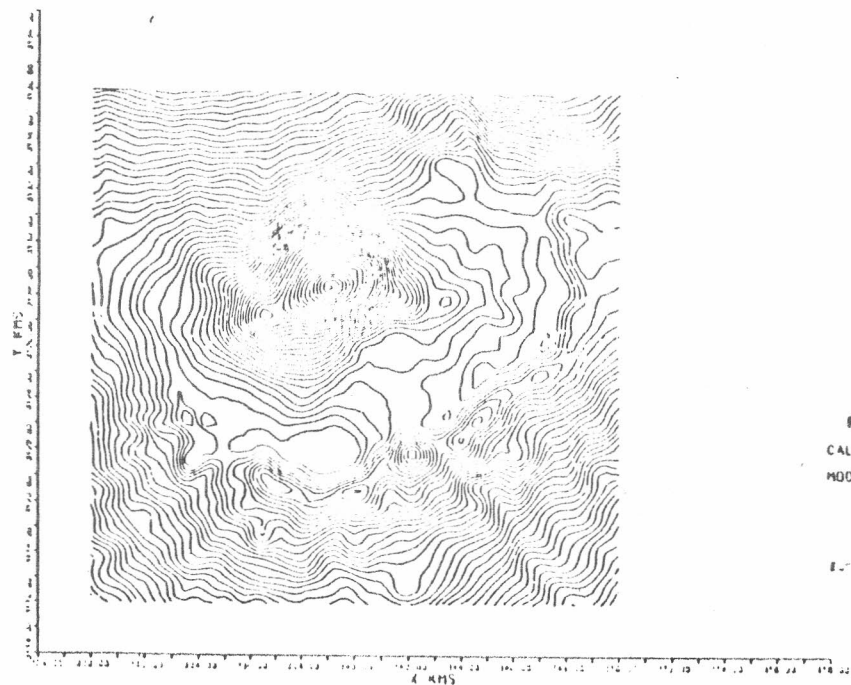


Figura 2.

CALDERA DEL TEIDE
MODELO TOPOGRAFICO
EQUIDIST-4 MGS

ESCALA= 1/ 100000

0 1 2 3 KM

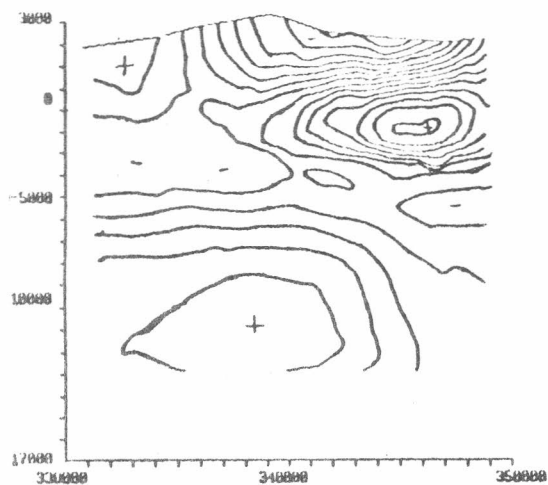


Figura 6. Modelo de densidades

Perfil W-E

$\lambda = 3128000$ UTM

Equid= 0.1 g/cm³

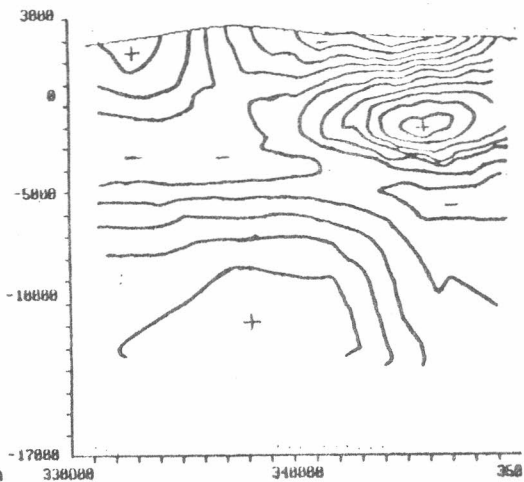


Figura 7. Modelo de densidades

Perfil W-E

$\lambda = 3126800$ UTM

Equid= 0.1 g/cm³

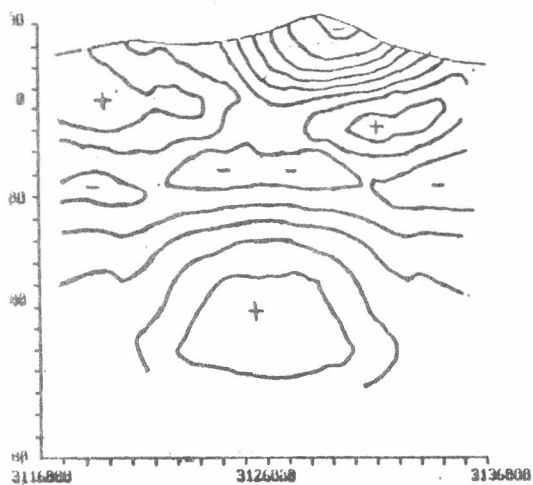


Figura 8. Modelo de densidades

Perfil S-N

$\lambda = 339000$ UTM

Equid= 0.1 g/cm³

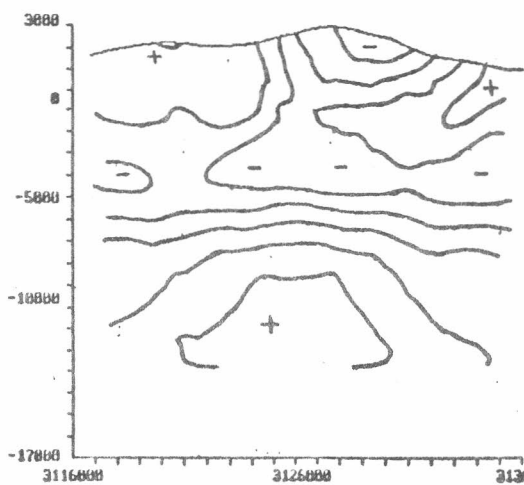


Figura 9. Modelo de densidades

Perfil S-N

$\lambda = 337000$ UTM

Equid= 0.1 g/cm³

CALCULO DE LA CORRECCION TOPOGRAFICA A LAS OBSERVACIONES GRAVIMETRICAS EN LA CALDERA DEL TEIDE OBTENIDAS A PARTIR DEL MODELO TOPOGRAFICO DIGITAL DE LA ISLA DE TENERIFE

A.G. Camacho, C. de Toro y J. Fernández
Instituto de Astronomía y Geodesia . CSIC-UCM.
Facultad de Ciencias Matemáticas.
Universidad Complutense de Madrid.

Resumen.

Como se expuso en otra comunicación, se ha desarrollado un modelo digital topográfico de la Isla de Tenerife, una de cuyas aplicaciones es el cálculo de la corrección topográfica de las observaciones gravimétricas efectuadas en la Caldera del Teide y en zonas próximas. El método clásico, que utiliza ábacos a cuyos compartimentos deben asignarse altitudes medias a partir de la cartografía existente, resulta enormemente lento, penoso y no exento de posibles errores personales. Para obtener mayor precisión el modelo digital de la Isla obtenido a partir del 50.000 del Servicio Geográfico del Ejército, se ha suplementado en la zona de la Caldera con el 25.000 de dicha zona. Se presenta en esta comunicación el método y los resultados obtenidos, para la corrección topográfica, y la comparación de dichos resultados con los que se calculan a partir de emplear el método de Hammer en la primera campaña de observación. Como conclusión podemos decir que las anomalías obtenidas a partir del calculo automático, basado en el modelo digital, son del mismo orden de magnitud que las que se obtuvieron por el método del ábaco pero con la enorme ventaja de ganancia en tiempo y disminución de errores personales.

1. Introducción.

La mayor parte de las aplicaciones de los estudios gravimétricos exigen efectuar la reducción o corrección topográfica de las medidas. Dicha corrección representa los efectos gravitatorios de las masas topográficas sobre la estación gravimétrica

Generalmente se descompone dicho efecto en la atracción de una lámina (lámina Bouguer) plana o esférica que representa de forma simple las masas situadas entre el nivel del punto estación y la superficie de referencia (elipsoide, geoide), más el efecto de las masas (o defecto de masas) superficiales excedentes respecto al horizonte de la estación.

El cálculo de la atracción gravitatoria (en componente vertical) solo resulta sencillo para cuerpos geométricos simples, por lo que habitualmente se asimilan las masas topográficas a una yuxtaposición de figuras de tamaño y disposición adecuada que permitan el cálculo de este efecto topográfico.

El procedimiento tradicional de cálculo se establece dividiendo la topografía en figuras formadas por coronas circulares, planos horizontales y sectores circulares según el ábaco de Hammer, para el cual, determinada la altitud media de cada compartimento, las tablas correspondientes permiten determinar la componente de efecto topográfico. Las altitudes medias se

determinan superponiendo sobre un mapa topográfico de la zona una plantilla del ábaco de Hammer de la misma escala y analizando la topografía comprendida en cada compartimento. Dado que el cálculo de los efectos gravitatorios exige bastante más resolución en las zonas próximas que en las lejanas, y extendiéndose el ábaco de Hammer hasta los 14760 mts. de distancia de la estación, se hace necesario manejar mapas a diferentes escalas con sus correspondientes plantillas. Si se han de corregir las observaciones gravimétricas realizadas en bastantes estaciones de una zona el trabajo resulta largo, reiterativo y penoso.

En estas circunstancias hemos elaborado un método de cálculo automático de la corrección topográfica para una zona a partir de un modelo topográfico digital del terreno implicado. En particular se ha planteado el método para el levantamiento gravimétrico realizado por el Instituto de Astronomía y Geodesia en las Cañadas del Teide (Tenerife) (Vieira et al, 1988), formando previamente un modelo topográfico de la Isla y de su batimetría contigua.

2. Corrección topográfica.

El modelo topográfico de partida ha sido elaborado por predicción mínimos cuadrados a partir de una digitalización de mapas topográficos, y permite determinar la altitud correspondiente a cualquier punto del modelo con el correspondiente valor de la precisión (error medio cuadrático).

La aplicación más inmediata del modelo al cálculo de la corrección topográfica podría realizarse utilizando el ábaco de Hammer (tabla 1), determinando la altitud media de cada compartimento mediante el modelo digital. Dicha altitud media podría determinarse directamente calculando las altitudes del modelo de varios puntos homogéneamente distribuidos (según la función de covarianza del modelo) sobre el compartimento y calculando después su media. Tal vez de mejor calidad sea determinar la altitud media integrando sobre el compartimento A las fórmulas de predicción del modelo en la forma:

$$\begin{aligned}\bar{h} &= \frac{1}{A} \iint_{P \in A} h(P) \, dx \, dy = \frac{1}{A} \iint_{P \in A} C_{Pl} (C_{ll} + C_{rr})^{-1} l \, dx \, dy = \\ &= \frac{1}{A} \left(\iint_{P \in A} C_{Pl} \, dx \, dy, \dots, \iint_{P \in A} C_{Pl} \, dx \, dy \right) (C_{ss} + C_{rr})^{-1} l\end{aligned}$$

donde A es la superficie del compartimento A y las C.. indican matrices de varianza-covarianza para la observación (l), el ruido (r) o el punto P y los datos l. Y para cada punto dato i es:

$$\iint_{P \in A} C_{Pl} \, dx \, dy = \int_{\theta} \left(\int_r C(r) \, r \, dr \right) d\theta$$

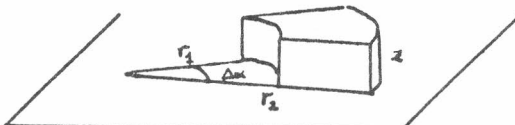
donde r, θ corresponden a un sistema de coordenadas polares con origen en el punto i, y C(r) es la función covarianza supuesta dependiente de la distancia plana.

En este sentido los cálculos resultan bastante engorrosos, por lo que hemos considerado otra posibilidad: determinar un ábaco diferente, más denso, de modo que para determinar la altitud media de cada compartimento sea

suficientemente preciso determinar la altitud de uno de sus puntos. En estas circunstancias los cálculos son mucho más sencillos: fijada una densidad de masa para los volúmenes superficiales y determinado el ábaco, para cada compartimento utilizado se determina la altitud del modelo por ejemplo en su punto central, y utilizando las formulas (1) de atracción de tales compartimentos calculamos el efecto gravitatorio. La corrección total será la suma de las correspondientes a cada compartimnto. Todo ello siempre en componentes de atracción vertical.

3. Determinación del ábaco.

La componente vertical de la atracción de un prisma de altitud z limitado por el sector de amplitud $\Delta\alpha$ respecto al punto estación y los círculos de radios r_1 y r_2 es:



$$\Delta g = G \rho \Delta\alpha \left({}_2r - {}_1r + \sqrt{z^2 + r_1^2} - \sqrt{z^2 + r_2^2} \right) \quad (1)$$

Figura 1. Compartimento.

donde $\Delta\alpha = 2\pi/n$, siendo el número de sectores en que se subdivide la corona limitada por los radios r_1 y r_2 , y ρ : densidad supuesta para las masas superficiales, z : altitud del nivel medio de la topografía en el compartimento respecto a la estación, G : constante de gravitación.

Diferenciando en (1) resulta:

$$\delta(\Delta g) = G \rho \Delta\alpha z \left(\frac{1}{\sqrt{z^2 + r_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{z^2 + r_2^2}} \right) \delta z \quad (2)$$

Supongamos por ejemplo $\rho = 2.3 \text{ gr/cm}^3$.

Debemos determinar un ábaco (valores r_1 , r_2 , $\Delta\alpha$) de modo que los errores $\delta(\Delta g)$ resultantes en la determinación del efecto de cada compartimento den lugar en total a un error menor que la tolerancia fijada para la determinación de la corrección topográfica de nuestro levantamiento. Por ejemplo deseamos obtener una precisión superior a medio milgal en el cálculo de la corrección. En estas circunstancias hay que averiguar como repercuten los errores δz de las altitudes del modelo sobre el valor $\delta(\Delta g)$ suponiendo unas condiciones bastante desfavorables en cuanto al terreno (valores z).

En cualquier caso podemos aun fijar un grado de libertad en la forma de los compartimentos: exigimos, por regularidad, que las magnitudes planas lado $r_2 - r_1$ y arco medio $\Delta\alpha r_{\text{med}}$ sean similares, mediante la condición:

$$\Delta\alpha = (r_2 - r_1) / \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right)$$

que sustituimos en 2.

A mayor inclinación del terreno (mayor valor z) los efectos de δz son más grandes. Supondremos un caso desfavorable general admitiendo una pendiente de 45° hasta al menos un kilómetro de distancia mediante la condición:

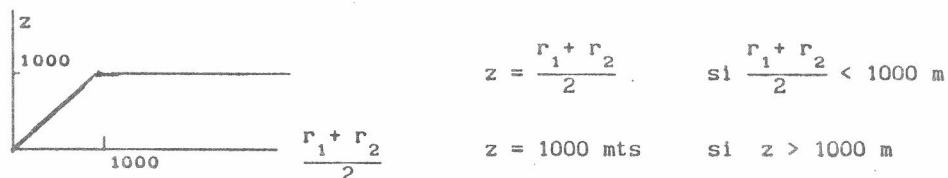


Figura 2. Inclinación topografía.

Analizaremos ahora los valores δz . Estos representan los errores de las altitudes medias de los compartimentos. Así pues, estarán constituidos por:

(a) Los errores provenientes de las altitudes del modelo de predicción. En (Camacho, 1988) el modelo digital de la isla de Tenerife se construye en tres pasos para su aplicación a la corrección topográfica en la Caldera del Teide: las zonas próximas (hasta 2000 mts.) a los puntos del levantamiento gravimétrico están digitalizadas a partir de un mapa 1:25000, obteniéndose un error medio cuadrático en las altitudes del modelo menor de 5 mts. La parte central de la Isla (distancias de hasta 6000 mts) procede de un 1:50000 con un e.m.c. de menos de 20 mts. Y el resto de la Isla y litorales procede de un 1:200000 resultando un e.m.c. de los puntos del modelo de 80 mts.

(b) La diferencia entre el valor puntual de altitud elegida y la media de las altitudes del compartimento. La media cuadrática de estas diferencias viene dada por la varianza de las altitudes en cada compartimento. Dicha varianza depende a su vez del tamaño ($r_2 - r_1$) del compartimento. Observando la fluctuación de las altitudes del modelo de Tenerife para varios tamaños de compartimentos obtenemos la gráfica de la figura 3, donde aproximadamente la desviación típica de las altitudes es del orden de la decena de la magnitud ($r_2 - r_1$), hasta alcanzarse valores estables en torno a 300 m (para $r_2 - r_1$ próximo a 3000 mts).

Sustituyendo $\Delta\alpha$ y las anteriores estimaciones de z y δz en (2) hemos obtenido por tanteo un ejemplo de ábaco (valor de $r_2 - r_1$ y número de sectores), donde cada compartimento puede ocasionar aproximadamente el mismo valor del error (0.01 mgal) y el error resultante no llega a 0.5 mgal. Ver tabla 2.

Señalemos que, como es claro, en la fórmula (1) de cálculo de corrección, los valores z de diferencia de altitud respecto a la estación se obtienen restando de las altitudes del modelo la altitud también del modelo para el punto estación (aunque esta pueda diferir de la altitud real de la estación conocida probablemente por otra vía). Añadamos además que las altitudes locales z para los puntos situados a pocos metros de la estación pueden proceder con ventaja de las propias anotaciones de campo.

En nuestro caso se ha supuesto densidad constante 2.3 gr/cm^3 . Puede sin embargo utilizarse de forma automática un modelo de densidades superficiales para la zona, efectuando el tratamiento de compartimentos para el ábaco usado.

4. Conclusiones.

El cálculo de la corrección topográfica de las medidas gravimétricas a partir de un modelo digital del terreno por el proceso indicado se realiza de forma automática, rápida y homogénea, permitiéndonos además tener indicaciones sobre la precisión de los resultados. En la tabla 3 figuran como ejemplo algunos puntos gravimétricos con sus correcciones y anomalías calculadas.

El presente trabajo se ha desarrollado en el Instituto de Astronomía y Geodesia dentro del proyecto de investigación "Estudio y evaluación de movimientos recientes de la corteza por métodos microgravimétricos y de Geodesia de precisión. Aplicación a zonas volcánicas en las Islas Canarias" que financia el C.S.I.C.

5. Referencias.

- Camacho A.G. "Modelo topográfico digital de la isla de Tenerife" Comun. VI Asam. Nac. Geod. y Geof. Madrid. 1988.
- Hammer S. "Terrain Corrections for Gravimeter Stations" Geophysics, vol.4, pp. 184-194. 1939.
- Vieira R., Toro C., Camacho A.G. "Estudio gravimétrico de la Caldera del Teide" comun. VI Asam. Nac. Geod. y Geof. Madrid. 1988.

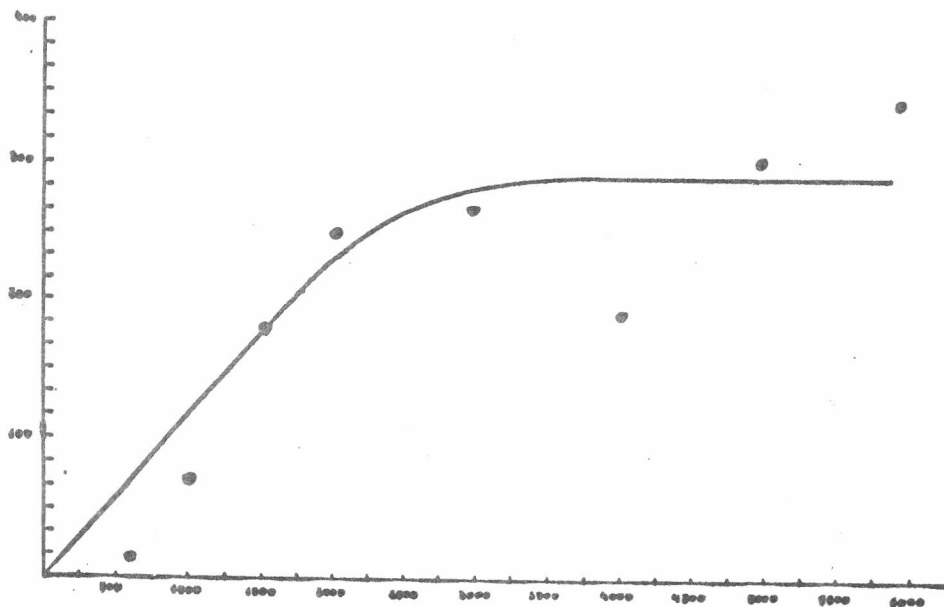


Figura 3. Desviaciones típicas de las altitudes para diversos tamaños de los compartimentos.

- Tabla 1. ABACO DE HAMMER

RADIO INT (mts)	RADIO EXT (mts)	NUM SECT.
0	57	6
57	165	6
165	391	8
391	895	8
895	1530	12
1530	2616	12
2616	4470	12
4470	6665	16
6665	9925	16
9925	14760	16
TOTAL 112		

Tabla 2. ABACO USADO

RADIO INT.(mts)	RADIO EXT.(mts)	NUM SECT.	ERROR (mgal)
3	7	7.9	0.01
7	14	9.4	0.01
14	27	9.9	0.01
27	50	10.5	0.01
50	95	10.6	0.01
95	163	12.1	0.01
163	256	14.3	0.01
256	378	16.0	0.01
378	534	18.4	0.01
534	727	20.5	0.01
727	962	22.6	0.01
962	1248	24.3	0.01
1248	1580	26.8	0.01
1580	1970	28.5	0.01
1970	2420	30.6	0.01
2420	2960	31.3	0.01
2960	3600	32.2	0.01
3600	4370	32.5	0.01
4370	5290	33.0	0.01
5290	6400	33.0	0.01
6400	7730	33.4	0.01
7730	9330	33.5	0.01
9330	11300	32.9	0.01
11300	13630	33.6	0.01
13630	16440	33.6	0.01
TOTAL 593			
E.M.C. RESULTANTE			0.24 mgal

(DENSIDAD DE MASA SUPUESTA= 2.30 GR./ CM³ ANCM MEDIA REGIONAL SUPUESTA= 200.00 MGAL)
(CORREL TIPOG CALCULADA PREVIAM SOBRE MODELO DIGITAL DEL TERRENO)

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

NUM EST	ESTACION DENOM	X	UTM (MTS) Y	HU	H	GRAV OBS GAL	AN A. L. MGAL	AN BOUG MGAL	AN TOP MGAL	AN RES MGAL
246	SSK 63,5	330570.0	3139016.2	28	327.1	979.33706	238.72	207.19	215.93	15.93
256	NGR 199	325266.5	3137677.8	28	620.1	979.28504	278.09	218.30	225.80	25.80
304	LA GUANCHA IG	338256.2	3139586.6	28	490.1	979.430293	254.44	207.18	215.13	15.13
305	REDONDO IG	334453.0	3136314.5	28	777.0	979.24787	290.17	215.25	224.60	24.60
328	LA PERDIDA IG.	347935.2	3139980.3	28	458.1	979.31740	258.67	214.50	221.34	21.34
329	PALL BLANCO IG	345405.3	3138628.4	28	665.0	979.27031	276.37	212.26	220.99	20.99
332	K-15 TEIDE URTA	330554.3	3136685.1	28	1281.1	979.14784	345.27	221.75	230.58	30.58
334	BAR LAS CANAJAS	346630.2	3131962.6	28	2035.3	978.98739	420.68	224.44	230.32	30.32
335	K-39 LAGUNA TEID	330032.9	3131672.2	28	2238.6	978.93504	431.19	215.35	221.82	21.82
336	TAJEA PRX RTVE	331606.2	3131529.6	28	2290.1	978.92029	432.41	211.60	220.62	20.62
404	CHIO-TEIDE POLEO	327170.9	3130076.6	28	1446.8	979.11532	368.58	229.08	236.75	36.75
407	K-9 CHIO-CANAJAS	330643.4	3128979.7	28	1805.0	979.04243	406.89	232.84	238.17	38.17
408	LNO K18,3 CANADA	320762.1	3126419.4	28	1260.0	979.15419	352.31	230.82	236.17	36.17
409	K5,9 CHIO-CANADA	331782.3	3126624.6	28	1950.0	979.00856	419.32	231.30	237.06	37.06
421	CHIL-CANAJAS CA	327940.7	3123075.7	28	1025.3	979.21351	341.49	242.63	250.37	50.37
431	NGR 224	320438.5	3120666.6	28	584.5	979.30050	294.11	237.76	245.15	45.15
432	TELEFERICO ENTUA	340638.5	3126318.1	28	2355.6	978.90894	444.89	217.77	228.44	28.44
433	K-3 CHIO-TEIDE	333526.5	3124567.2	28	2085.5	978.95360	447.52	246.44	251.20	51.20
434	P CANAJAS CANAJA	340311.5	3122993.4	28	2152.1	978.97134	446.80	239.30	244.51	44.51

Tabla 3. Ejemplo cálculo de anomalías

PUBLICACIONES DEL INSTITUTO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA
DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE — MADRID

(Antes Seminario de Astronomía y Geodesia)

- 1.—Efemérides de 63 Asteroides para la oposición de 1950 (1949).
- 2.—E. PAJARES: Sobre el cálculo gráfico de valores medios (1949).
- 3.—J. PENSADO: Órbita del sistema visual σ^2 U Maj (1950).
- 4.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1951 (1950).
- 5.—J. M. TORROJA: Corrección de la órbita del Asteroide 1395 "Aribeda" (1950).
- 6.—R. CARRASCO y J. M. TORROJA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1371 "Resi" (1971).
- 7.—J. M. TORROJA y R. CARRASCO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1560 (1942 XB) y efemérides para la oposición de 1951 (1951).
- 8.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 728-32 Orionis (1951).
- 9.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1952 (1951).
- 10.—J. PENSADO: Órbita provisional de Σ 1883 (1951).
- 11.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 2052 (1952).
- 12.—Efemérides de 88 Asteroides para la oposición de 1953 (1952).
- 13.—J. PENSADO: Órbita de ADS 9380 = Σ 1879 (1952).
- 14.—F. ALCÁZAR: Aplicaciones del Radar a la Geodesia (1952).
- 15.—J. PENSADO: Órbita de ADS 11897 = Σ 2438 (1952).
- 16.—B. RODRÍGUEZ-SALINAS: Sobre varias formas de proceder en la determinación de períodos de las marcas y predicción de las mismas en un cierto lugar (1952).
- 17.—R. CARRASCO y M. PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1528 "Conrada" (1953).
- 18.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Órbita de ADS 1709 = Σ 228 (1953).
- 19.—J. BALTÁ: Recientes progresos en Radioastronomía. Radiación solar hiperfrecuente (1953).
- 20.—J. M. TORROJA y A. VÉLEZ: Corrección de la órbita del Asteroide 1452 (1938 DZ₁) (1953).
- 21.—J. M. TORROJA: Cálculo con Cracovianos (1953).
- 22.—S. AREND: Los polinomios ortogonales y su aplicación en la representación matemática de fenómenos experimentales (1953).
- 23.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Determinación de los instantes de los contactos en el eclipse total de Sol de 25 de febrero de 1952 en Cogo (Guinea Española) (1954).
- 24.—J. PENSADO: Órbita de la estrella doble Σ 2 (1954).
- 25.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1420 "Radcliffe" (1954).
- 26.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1557 (1942 AD) (1954).
- 27.—R. CARRASCO y M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1290 "Albertine" (1954).
- 28.—J. PENSADO: Distribución de los períodos y excentricidades y relación período-excentricidad en las binarias visuales (1955).
- 29.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Nueva órbita del Asteroide 1372 "Haremarí" (1955).
- 30.—M. DE PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1547 (1929 CZ) (1955).
- 31.—J. M. TORROJA: Órbita del Asteroide 1554 "Yugoslavia" (1955).
- 32.—J. PENSADO: Nueva órbita del Asteroide 1401 "Lavonne" (1956).
- 33.—J. M. TORROJA: Nuevos métodos astronómicos en el estudio de la figura de la Tierra (1956).
- 34.—D. CALVO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1466 "Mündleira" (1956).
- 35.—M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1238 "Predappia" (1956).

- 36.—J. PENSADO: Distribución de las inclinaciones y de los polos de las órbitas de las estrellas dobles visuales (1956).
- 37.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Resultados de la observación del eclipse total de Sol de 30 de junio de 1954 en Sydkoster (Suecia) (1957).
- 38.—St. WIERZBINSKI: Solution des équations normales par l'algorithme des cracoviens (1958).
- 39.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Rectificación de la órbita del Asteroide 1192 "Prisma" (1958).
- 40.—M. LÓPEZ ARROYO: Sobre la distribución en longitud heliográfica de las manchas solares (1958).
- 41.—F. MÚGICA: Sobre la ecuación de Laplace (1958).
- 42.—F. MARTÍN ASÍN: Un estudio estadístico sobre las coordenadas de los vértices de la triangulación de primer orden española (1958).
- 43.—St. WIERZBINSKI: Orbite améliorée de h 4530 = γ Cen = Cpd —48°, 4965 (1958).
- 44.—D. CALVO BARRENA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1164 "Kobolda" (1958).
- 45.—M. LÓPEZ ARROYO: El ciclo largo de la actividad solar (1959).
- 46.—F. MÚGICA: Un nuevo método para la determinación de la latitud (1959).
- 47.—J. M. TORROJA: La observación del eclipse de 2 de octubre de 1959 desde El Aaiun (Sahara) (1960).
- 48.—J. M. TORROJA, P. JIMÉNEZ-LANDI y M. SOLÍS: Estudio de la polarización de la luz de la corona solar durante el eclipse total de Sol del día 2 de octubre de 1959 (1960).
- 49.—E. PAJARES: Sobre el mecanismo diferencial de un celóstato (1960).
- 50.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Sobre la diferencia entre los radios vectores del elipsoide internacional y el esferoide de nivel (1960).
- 51.—J. M. TORROJA: Resultado de las observaciones del paso de Mercurio por delante del disco solar del 7 de noviembre de 1960 efectuadas en los observatorios españoles (1961).
- 52.—F. MÚGICA: Determinación de la latitud por el método de los verticales simétricos (1961).
- 53.—M. LÓPEZ ARROYO: La evolución del área de las manchas solares (1962).
- 54.—F. MÚGICA: Determinación simultánea e independiente de la latitud y longitud mediante verticales simétricos (1962).
- 55.—P. DíEZ-PICAZO: Elementos de la órbita de la variable eclipsante V 499 Scorpionis (1964).
- 56.—J. M. TORROJA: Los Observatorios Astronómicos en la era espacial (1965).
- 57.—F. MARTÍN ASÍN: Nueva aportación al estudio de la red geodésica de primer orden española y su comparación con la red compensada del sistema europeo (1966).
- 58.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ: La Luz Zodiacal. Luz del espacio interplanetario (1966).
- 59.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Variaciones de las coordenadas geodésicas de los vértices de una red, por cambio de elipsoide de referencia (1966).
- 60.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ y R. DUMONT: Fotometría absoluta de la raya verde y del continuo atmosférico en el Observatorio Astronómico del Teide (Tenerife), de enero de 1964 a julio de 1965 (1967).
- 61.—M. REGO: Estudio del espectro de la estrella 31 Aql. en la región $\lambda\lambda$ 4000-6600 Å (1969).
- 62.—C. MACHÍN: Mareas terrestres (1969).
- 63.—J. M. TORROJA: La estación para la observación de satélites geodésicos de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid (1969).
- 64.—M. J. SEVILLA: Reducción automática de posiciones de estrellas (1970).
- 65.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid en 1969 (1970).
- 66.—M. J. SEVILLA: Los cálculos de estación en triangulación espacial (1970).
- 67.—MANUEL E. REGO: Determinación de las abundancias de los elementos en la atmósfera de la estrella de alta velocidad 31 Aql. (1970).
- 68.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Análisis cualitativo del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1971).
- 69.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1970 (1971).

- 70.—R. VIEIRA y R. ORTIZ: Descripción de un aparato para medida de coordenadas (1971).
- 71.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1971 (1972).
- 72.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Observación y estudio teórico del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1972).
- 73.—M. J. SEVILLA: Cálculo de las constantes de distorsión y parámetros del disco obturador para cámaras balísticas (1973).
- 74.—R. PARRA y M. J. SEVILLA: Cálculo de efemérides y previsiones de pasos de satélites geodésicos (1973).
- 75.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Resultado de las observaciones de α Peg efectuadas desde el satélite europeo TDI (1973).
- 76.—E. SIMONNEAU: Problemas en la determinación de abundancias de elementos en las estrellas en condiciones de equilibrio termodinámico local y alejadas del equilibrio termodinámico local (1974).
- 77.—J. ARANDA: Construcción de modelos de estructura ínterna para estrellas en la secuencia principal inicial (1974).
- 78.—R. ORTIZ, M. J. SEVILLA y R. VIEIRA: Estudio de la calibración, técnica de medida y automatización de datos en un comparador para medidas de placas estelares (1974).
- 79.—M. J. SEVILLA: Método autocorrector para el cálculo de direcciones de satélites geodésicos y análisis de los errores en la restitución de un arco de órbita (1974).
- 80.—M. A. ACOSTA, R. ORTIZ y R. VIEIRA: Diseño y construcción de un fotómetro fotoeléctrico para la observación de ocultaciones de estrellas por la Luna (1974).
- 81.—I. J. VIVES, C. MORALES, J. GARCÍA-PELAYO y J. BARBERO: Fotometría fotográfica UBV del cúmulo galáctico King 19 (1974).
- 82.—R. ORTIZ y R. VIEIRA: Control automático en posición y tiempo de los sistemas de obturación de las cámaras de observación de satélites geodésicos (1974).
- 83.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1972 y 1973 (1974).
- 84.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA y M. REGO: α CrB en el ultravioleta lejano (1975).
- 85.—J. M. TORROJA, R. VIEIRA, R. ORTIZ y M. J. SEVILLA: Estudio de mareas terrestres en España (1975).
- 86.—M. J. SEVILLA y R. PARRA: Levantamiento gravimétrico de Lanzarote (1975).
- 87.—P. KUNDANMAL SUKHWANI: Modelos teóricos de curvas de luz. Su aplicación al sistema β Lyrae (1975).
- 88.—M. J. SEVILLA: Coordenadas astronómicas y geodésicas. Desviación relativa de la vertical (1975).
- 89.—C. TEJEDOR: Fotometría fotoeléctrica R. G. U. del cúmulo galáctico IC 2581 (1976).
- 90.—M. J. SEVILLA: Nuevos coeficientes para la reducción automática de posiciones de estrellas (1976).
- 91.—M. REGO: Técnicas observacionales en espectroscopía astrofísica (1976).
- 92.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud por distancias cenitales de la polar, método de Littrow (1976).
- 93.—I. J. VIVES: Determinación fotométrica del tipo espectral de la componente desconocida de una estrella binaria eclipsante (1976).
- 94.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Contraste y determinación por métodos astrofísicos de fuerzas de oscilador (1977).
- 95.—M. J. SEVILLA y R. CHUECA: Determinación de acimutes por observación de la Polar. Método micrométrico (1977).
- 96.—JOSÉ M. GARCÍA-PELAYO: Fotometría R G U en un campo del anticentro galáctico, cerca del NGC 581 (1977).
- 97.—JOSÉ M. GARCÍA-PELAYO: Datos fotométricos de 2.445 estrellas estudiadas en la región de Casiopea, entre los cúmulos abiertos Trumpler 1 y NGC 581 (1977).
- 98.—PREM K. SUKHWANI y RICARDO VIEIRA: Spectral Analysis of Earth Tides (1977).
- 99.—JOSÉ M. TORROJA y RICARDO VIEIRA: Earth Tides in Spain. Preliminary results (1977).
- 100.—PREM K. SUKHWANI y RICARDO VIEIRA: Three different methods for taking in account the gaps in spectral analysis of Earth Tides records (1978).
- 101.—R. VIEIRA: Mareas terrestres (1978).
- 102.—M. J. SEVILLA y A. NÚÑEZ: Determinación de la longitud por el método de Mayer. Programas de cálculo automático (1979).
- 103.—M. J. SEVILLA y A. NÚÑEZ: Determinación de la latitud por el método de Sterneck. Programas de cálculo automático (1979).
- 104.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud y la longitud por el método de alturas iguales. Programas de cálculo automático (1979).
- 105.—P. K. SUKHWANI y A. GIMÉNEZ: Corrección de efectos atmosféricos para imágenes tomadas desde satélites Landsat (1979).
- 106.—M. J. SEVILLA: Inversión de matrices simétricas en el método de mínimos cuadrados (1979).

(continúa en la cuarta de cubierta)

- 107.—A. GIMÉNEZ: Análisis de la curva de luz del sistema binario eclipsante S Velorum (1979).
- 108.—M. J. SEVILLA: Determinación del acimut de una referencia por observación de la estrella polar. Programa de cálculo automático (1979).
- 109.—M. J. SEVILLA: El sistema IAU (1976) de constantes astronómicas y su repercusión en la reducción de posiciones de estrellas (Primera parte) (1980).
- 110.—M. J. SEVILLA y R. PARRA: Determinación de la latitud por el método de Horrebow-Talcott. Programas de Cálculo Automático (1980).
- 111.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud y la longitud por fotografías cenitales de estrellas (1980).
- 112.—R. VIEIRA y M. OREJANA: Comunicaciones presentadas en las XLI y XLII Jornadas del Grupo de Trabajo de Geodinámica del Consejo de Europa. Luxemburgo (1979-80).
- 113.—M. J. SEVILLA: Sobre un método de cálculo para la resolución de los problemas geodésicos directo e inverso (1981).
- 114.—R. VIEIRA, J. M. TORROJA, C. TORO, F. LAMBAS, M. OREJANA y P. K. SUKHWANI: Comunicaciones presentadas en el IX Symposium Internacional de Mareas Terrestres. Nueva York (1981).
- 115.—M. A. MONTULL, M. J. SEVILLA y A. GONZÁLEZ-CAMACHO: Aplicación de la V. L. B. I al estudio del movimiento del Polo (1981).
- 116.—A. GONZÁLEZ-CAMACHO y M. J. SEVILLA: Algunas relaciones entre diferentes ejes que se consideran en la rotación de la Tierra (1981).
- 117.—R. VIEIRA, F. LAMBAS y E. GIMÉNEZ: Modificaciones realizadas en un gravímetro LaCoste Romberg mod. G para su utilización en registro continuo de la gravedad (1981).
- 118.—R. VIEIRA: La microrred de mareas gravimétricas del Sistema Central (1981).
- 119.—J. M. TORROJA y R. VIEIRA: Informe sobre el desarrollo del programa de investigación sobre mareas terrestres en el último bienio (1981).
- 120.—F. LAMBAS y R. VIEIRA: Descripción, estudio de la precisión y aplicaciones geodésicas y geofísicas de los nuevos niveles de lectura electrónica (1981).
- 121.—M. J. SEVILLA: Programación del método de la cuerda (1981).
- 122.—J. M. TORROJA: Historia de la Ciencia Árabe. Los Sistemas Astronómicos (1981).
- 123.—M. J. SEVILLA y R. VIEIRA: Comunicaciones presentadas en la Sesión Científica de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, celebrada el día 13 de enero de 1982 (1982).
- 124.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Aplicación del método de colocación a la reducción de placas fotográficas de estrellas (1982).
- 125.—M. J. SEVILLA y A. G. CAMACHO: Deformación rotacional de una tierra elástica (1982).
- 126.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Obtención de las medidas de la precisión en la determinación de la latitud y la longitud por fotografías cenitales de estrellas (1982).
- 127.—M. J. SEVILLA, A. G. CAMACHO y P. ROMERO: Comunicaciones presentadas en la IV Asamblea Nacional de Astronomía y Astrofísica. Santiago de Compostela (1983).
- 128.—M. J. SEVILLA: El sistema IAU (1976) de constantes astronómicas y su repercusión en la reducción de posiciones de estrellas (Segunda parte) (1983).
- 129.—M. J. SEVILLA: Geodesia por satélites y navegación (1983).
- 130.—L. GARCÍA ASENSIO, A. G. CAMACHO, P. ROMERO y M. J. SEVILLA: Comunicaciones presentadas en la V Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica (1983).
- 131.—M. J. SEVILLA: Anomalías de la gravedad basadas en el sistema geodésico de referencia 1980 (1983).
- 132.—J. M. TORROJA: Historia de la Física hasta el siglo XIX. La Mecánica Celeste (1983).
- 133.—A. G. CAMACHO y M. J. SEVILLA: The Molodensky Problem for an homogeneous liquid core (1984).
- 134.—J. M. TORROJA: La obra astronómica de Alfonso X El Sabio (1984).
- 135.—H. MORITZ: Sistemas de referencia en Geodesia (1984).
- 136.—H. MORITZ: Rotación de la Tierra (1984).
- 137.—A. G. CAMACHO y M. J. SEVILLA: Autofrecuencias del movimiento del Polo para un modelo de Tierra de tipo Jeffreys Molodensky (1984).
- 138.—J. M. TORROJA: Nuevas definiciones en el problema de la medida del tiempo (1984).
- 139.—M. J. SEVILLA: Astronomía Geodésica (1984).
- 140.—M. J. SEVILLA y M. D. MARTÍN: Diseño de una Microrred en la Caldera del Teide para el estudio de deformaciones de la corteza en la zona (1986).
- 141.—R. VIEIRA, C. DE TORO y V. ARAÑA: Estudio Microgravimétrico en la Caldera del Teide (1986).
- 142.—M. J. SEVILLA, M. D. MARTÍN y A. G. CAMACHO: Análisis de Datos y Compensación de la primera campaña de observaciones en la Caldera del Teide (1986).
- 143.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Hamiltonian Formulation of the polar motion for an elastic earth's model (1986).
- 144.—P. ROMERO y M. J. SEVILLA: The Sasao-Okubo-Saito equations by Hamilton Theory. First Results (1986).

(continúa en la segunda de cubierta)

- 145.—R. VIEIRA, M. J. SEVILLA, A. G. CAMACHO y M. D. MARTÍN: Geodesia de precisión aplicada al control de movimientos y deformaciones en la Caldera del Teide (1986).
- 146.—R. VIEIRA, J. M. TORROJA, C. DE TORO, B. DUCARME, J. KAARIAINEN, E. MEGÍAS y J. FERNÁNDEZ: Comunicaciones presentadas en el X Symposium Internacional de Mareas Terrestres. Madrid, 1985 (1986).
- 147.—M. J. SEVILLA, A. G. CAMACHO y P. ROMERO: Comunicaciones presentadas en el X Symposium Internacional de Mareas Terrestres. Madrid, 1985 (1986).
- 148.—M. J. SEVILLA: Formulación de modelos matemáticos en la compensación de redes Geodésicas: III Curso de Geodesia Superior (1986).
- 149.—H. LINKWITZ: Compensación de grandes redes geodésicas: III Curso de Geodesia Superior (1986).
- 150.—H. HENNEBERG: Redes geodésicas de alta precisión: III Curso de Geodesia Superior (1986).
- 151.—M. J. SEVILLA: Cartografía Matemática (1986).
- 152.—P. ROMERO y M. J. SEVILLA: Tratamiento Canónico del problema de Poincare. Movimiento del Polo. (1986)
- 153.—A. G. CAMACHO y M. D. MARTÍN: Constreñimientos internos en la compensación de Estaciones. (1986)
- 154.—J. OTERO: An Approach to the Scalar Boundary Value Problem of Physical Geodesy by Means of Nash-Hörmander Theorem. (1987)
- 155.—M. J. SEVILLA: Introducción al Problema Clásico de Molodensky. (1987)
- 156.—F. SANSÓ: Problemas de Contorno de la Geodesia Física. (1987)
- 157.—M. J. SEVILLA: Colocación mínimos cuadrados. (1987)
- 158.—L. MUSSIO: Estrategias del Método de colocación. Ejemplos de aplicación. (1987)
- 159.—M. J. SEVILLA, P. MUÑOZ, J. VELASCO y P. ROMERO: Calibración de un Distanciómetro de infrarrojos en una Base Interferométrica (1987).
- 160.—A. RIUS, J. RODRÍGUEZ, M. J. SEVILLA, R. VIEIRA, J. FERNÁNDEZ, C. DE TORO, A. G. CAMACHO y V. ARAÑA: Comunicaciones presentadas en la Sesión Científica de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, celebrada el día 4 de mayo de 1988 (1988).
- 161.—R. VIEIRA, A. G. CAMACHO y C. DE TORO: Cálculo de la Corrección de Marea en la Península Ibérica (1988).