

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
Departamento de Física Fundamental



TESIS DOCTORAL

**Estudio experimental y analógico de un estanque solar no
convectivo con gradiente de concentración salina**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

María Cruz de Andrés García

Madrid, 2015

TP
1985
061

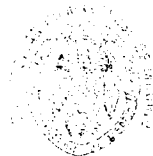
M^a Cruz de Andrés García



x-53-098102.4

ESTUDIO EXPERIMENTAL Y ANALOGICO DE UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO
CON GRADIENTE DE CONCENTRACION SALINA

Departamento de Física Fundamental
Facultad de Ciencias Físicas
Universidad Complutense de Madrid
1985



BIBLIOTECA

Colección Tesis Doctorales. Nº

61/85

© N.º Cruz de Andrés García
Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía
Noviciado, 3 28015 Madrid
Madrid, 1985
Xerox 9400 X 721
Depósito Legal: M-10941-1985

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICAS

QUE PRESENTA

MARIA CRUZ DE ANDRES GARCIA

ESTUDIO EXPERIMENTAL Y ANALOGICO DE UN ESTANQUE SOLAR NO
CONVECTIVO CON GRADIENTE DE CONCENTRACION SALINA

DIRECTOR: PROF. J. DORIA RICO
MECÁNICA Y TERMODI-
NÁMICA.

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
DEP. FÍSICA FUNDAMENTAL.

1982

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado en el Grupo de Energía Solar del Departamento de Física Fundamental de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de Madrid, bajo la dirección del Prof. Dr. José Doria Rico.

Quiero agradecer muy especialmente al Prof. Doria Rico, la ilusión y dedicación a este trabajo, así como las múltiples enseñanzas recibidas durante el desarrollo del mismo.

Al Prof. Dr. Domingo Guinea, agradezco su colaboración y consejos, así como a mis compañeros Dr. Justo Yuguero y Juan M^a García.

Doy las gracias a todos los miembros del Grupo de Energía Solar por su cordial acogida dentro del mismo y por el apoyo prestado en todo momento.

Deseo también mostrar mi agradecimiento a la Fundación Ramón Areces, por la ayuda concedida al grupo, para el estudio de la conversión térmica de la energía Solar, que ha contribuido a acelerar el desarrollo de este trabajo.

Por último agradezco las facilidades que se me han otorgado en el Colegio Universitario de Arcos de Jalón, en donde realizo mi labor docente.

I N D I C E

	<u>Página</u>
INTRODUCCION	
CAPITULO I. DESCRIPCION GENERAL DE UN ESTANQUE SOLAR.	
1.1. Introducción.	3
1.2. Antecedentes históricos	3
1.3. Descripción de un estanque solar no convectivo	5
1.4. Problemas prácticos ligados al funcionamiento de un estanque solar.	10
1.5. Aplicaciones.	12
CAPITULO II. ANALISIS DE LOS FENOMENOS DE ABSORCION DE LA RADIACION LUMINOSA Y DIFUSION SALINA EN UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO.	
II.1. Absorción de la radiación luminosa	15
II.1.1. Introducción	15
II.1.2. Reflexión de la radiación solar.	15
II.1.3. Refracción de la radiación solar	19
II.1.4. Absorción de la radiación solar en el estanque.	20
II.1.5. Variaciones anual y diaria del ángulo de incidencia	36

	<u>Página</u>
II.2. Estabilidad de un estanque solar no convectivo	39
II.2.1. Introducción	39
II.2.2. Difusión en sistemas isotérmicos	41
II.2.3. Difusión en sistemas no isotérmicos.	48
II.2.4. Ecuaciones de difusión en un sistema binario.	52
II.2.5. Aplicación al estanque solar no convectivo.	53
 CAPITULO III. MODELOS DE TRANSFERENCIA ENERGETICA EN UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO	
III.1. Introducción	57
III.2. Modelo de Weinberger	58
III.3. Modelo numérico de Akbarzadeh et al.	67
III.4. Modelo térmico de Rabl y Nielsen	71
 CAPITULO IV. DETERMINACION EXPERIMENTAL DE LOS DIVERSOS PARAMETROS FISICOS QUE DESCRIBEN UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO.	
IV.1. Introducción.	85
IV.2. Prototipos experimentales para la determinación de parámetros.	86
IV.2.1. Prototipo de estanque solar	86
IV.2.1.1. Descripción	86
IV.2.1.2. Llenado del sistema	89

Página

IV.2.1.3. Sistemas de control y medida	96
IV.2.2. Prototipo experimental para la determinación de la absorción de la radiación solar por el estanque.	104
IV.2.3. Dispositivo experimental para el análisis de la difusión salina	108
IV.3. Medidas experimentales y resultados	110
IV.3.1. Estudio de las características del simulador solar	110
IV.3.2. Medidas de temperaturas	119
IV.3.3. Medida y análisis de la evolución de densidades.	123
IV.3.4. Medidas de evaporación. Efecto sobre la misma de la colocación de esferas.	127
IV.3.5. Determinación de los parámetros de transferencia de calor en un estanque solar	135
IV.3.6. Determinación de los coeficientes de difusión y termodifusión.	146
IV.3.7. Determinación experimental del coeficiente de absorción global de radiación por el agua.	148

	<u>Página</u>
CAPITULO V. MODELO ANALOGICO TERMOELECTRICO PARA LA SIMULACION DE UN ESTANQUE SOLAR NO CON- VECTIVO.	
V.1. Introducción	153
V.2. Simulación analógica de un estanque solar por el método de Liebmann.	156
V.2.1. Delimitación y descripción del sistema.	156
V.2.2. Discretización del campo.	157
V.2.3. Aproximación por diferencias finitas de la ecuación diferencial	159
V.2.4. Errores inherentes al método de aproxi- mación por diferencias finitas.	168
V.2.5. Establecimiento de la analogía eléctri- ca por el método de Liebmann.	177
V.2.6. Condiciones en los límites.	183
V.2.7. Análisis de la estabilidad de la solu- ción.	185
V.2.8. Convergencia.	190
V.2.9. Método operativo en la analogía de Lieb- mann.	191
V.3. Aplicación del modelo analógico.	192
V.3.1. Discretización espacial	193
V.3.2. Características físicas	194
V.3.3. Construcción de la red analógica.	207
V.3.4. Condiciones de contorno	210
V.5.5. Distintos procesos posibles para simu- lar	211

Página

CONCLUSIONES.	212
BIBLIOGRAFIA.	214



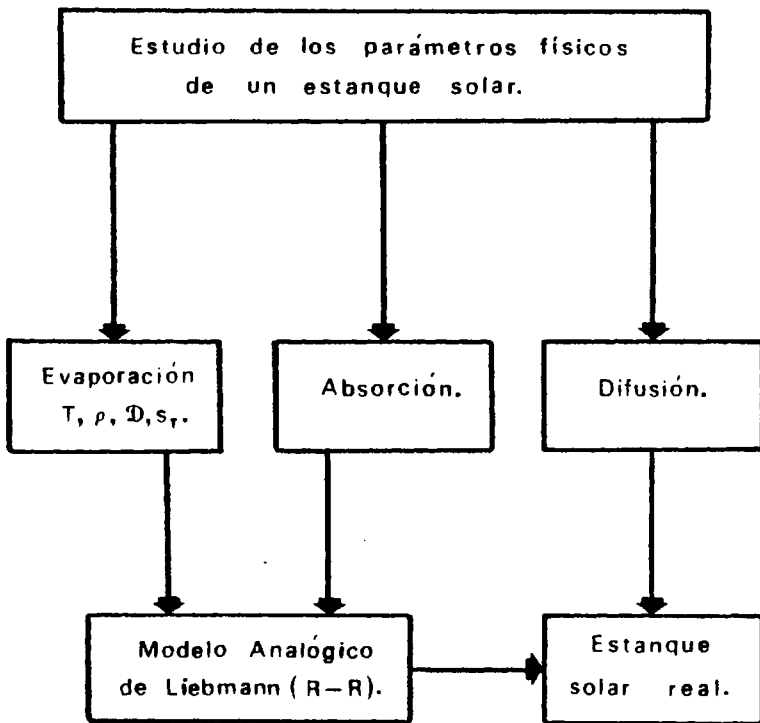
INTRODUCCION

Con esta línea de trabajo, iniciamos una serie de estudios para la determinación e influencia de los diferentes parámetros físicos que intervienen en el funcionamiento de un estanque solar no convectivo, con el fin de proyectar un estanque real, y mantener su estabilidad.

Dado que en la bibliografía, los datos existentes son pocos, dispersos, y en algunos casos inexistentes, hemos comenzado nuestro estudio por la obtención de datos fidedignos sobre: perfiles de densidad y temperatura, evaporación y absorción de la radiación solar por el estanque. Ello nos ha permitido evaluar los parámetros de transferencia de calor en las zonas convectivas.

Por otra parte, hemos construido un modelo analógico, capaz de resolver las ecuaciones de transmisión de calor que describen el comportamiento térmico del estanque con sus tres zonas características, en su interacción con el medio exterior: suelo y atmósfera. Utilizando los parámetros anteriormente citados, y datos de radiación media, es posible determinar la energía almacenada por el estanque, así como el tiempo necesario para su carga térmica. El modelo permite además, determinar la influencia sobre la evolución de temperaturas en el estanque de diversos factores: grado de transparencia de la disolución, espesor de la zona de almacenamiento, etc.

Además del estudio energético, es preciso el control de la estabilidad, para lo cual es necesario el conocimiento detallado de los fenómenos de difusión y termodifusión presentes en el sistema. El prototipo experimental de Laboratorio, ha permitido la obtención del coeficiente de Soret, que junto con el coeficiente de difusión son los parámetros esenciales en el estudio y control de la estabilidad en los estanques solares.



- 26 -

CAPITULO I

DESCRIPCION GENERAL DE UN ESTANQUE SOLAR

CAPITULO I

DESCRIPCION GENERAL DE UN ESTANQUE SOLAR

I.1. INTRODUCCION

Uno de los mayores atractivos de un estanque solar no convectivo es su doble función de captación y almacenamiento directo de la energía solar, lo que unido a su relativo bajo coste, le hace especialmente útil para varias aplicaciones de la energía solar a bajas temperaturas.

I.2. ANTECEDENTES HISTORICOS

La idea del estanque solar no convectivo, surge de la observación de una inversión térmica que de forma natural se presenta en ciertos lagos (Mevde en Hungría, Vanda en la Antártida, Hot Lake en Estados Unidos)*.

En mareas y océanos, la temperatura decrece con la profundidad. En estos lagos, y a una cierta profundidad, las temperaturas son considerablemente más altas que en superficie. Así, por ejemplo, en el Lago Mevde y a 1.3 m de profundidad se midieron en verano 70°C, cuando la temperatura en la superficie libre era próxima a la ambiente y de unos 20°C.

Esta anomalía de un gradiente de temperatura inverso, solo puede explicarse en ausencia de corrientes de convección. Para ello es preciso que exista un mecanismo que compense el efecto

(*) TABOR, H.: *Large Area Collector for Power Production*. Solar Energy, Vol. 7, 189-194 (1963).

que sobre la densidad ejerce un aumento de la temperatura. Análisis de la salinidad en estos lagos, pusieron de manifiesto la presencia de un gradiente de concentración de sales, en el mismo sentido que el gradiente de temperaturas. El efecto combinado de estos dos gradientes sobre la densidad*, permite que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \geq 0 \text{ condición de estabilidad}$$

siendo ρ la densidad y x la distancia a la superficie libre del estanque.

El aumento progresivo de la temperatura en las zonas más profundas es una consecuencia de la absorción de la energía solar por las mismas, y del efecto parcialmente aislante de la zona de gradiente, ya que al ser *no convectiva* y la conductividad del agua es baja, el flujo de calor hacia la superficie es relativamente pequeño. De esta forma parte de la energía captada va siendo acumulada.

Fue Rudolph Bloch quien en 1954 sugirió la idea de un sistema de captación-almacenamiento, siguiendo el principio de funcionamiento de estos lagos. Nace así el *estanque solar no convectivo* (The Nonconvecting Solar Pond).

Los primeros experimentos fueron efectuados en Israel**, aprovechando la existencia de unos estanques de evaporación que habían sido construídos años atrás. La profundidad de estos estanques oscilaba entre 1 y 1,5 m, y la superficie entre 0,5 y 1 Km².

Si bien estos sistemas fracasaron por problemas técnicos

(*) WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Pond*. Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).

(**) TABOR, H.: *Solar Pond Project*. Solar Energy, Vol. 9, 117-128 (1965).

(derrumbamiento de paredes, infiltraciones, descomposición del fondo orgánico compactado, etc.) desde el punto de vista científico supusieron un gran éxito, ya que permitieron demostrar la viabilidad de tales sistemas almacenadores-captadores. Llegaron a medirse temperaturas de hasta 96°C en el fondo.

1.3. DESCRIPCIÓN DE UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO

Según el modo de establecer el gradiente de concentración, los estanques solares no convectivos se dividen en dos grupos:

Saturados. En estos estanques, en cualquier nivel, la disolución está saturada. Utilizan sales cuyo grado de solubilidad depende fuertemente de la temperatura. De esta forma, cuando aumenta la temperatura aumenta el contenido en sal, manteniéndose el gradiente de densidad que evita la convección*.

No saturados. En estos estanques, se establece un gradiente de concentración inicial. En cada nivel la concentración es diferente, y solo en el fondo alcanza el grado de saturación.

La mayor parte de los estudios realizados se han hecho sobre los no saturados, y es de los que nos ocuparemos en adelante.

En esencia, un estanque solar no convectivo (y no saturado), está compuesto por una disolución de sal en agua, cuya concentración aumenta con la profundidad dentro de un sistema con un fondo absorbente.

En un estanque solar no convectivo, se distinguen tres zonas:

(*) K001, C.F.: *Salt gradient Solar Pond with Reflective Bottom: Application to the Saturated Pond*. Solar Energy, Vol. 26, 113-120 (1981).

ZC₁ = *Zona convectiva superficial*. Debido a la acción del viento, y a la relación entre el gradiente de temperatura y concentración en el límite inferior de la misma, se desarrolla un movimiento convectivo. La temperatura en esta zona es próxima a la temperatura ambiente, y la concentración debe mantenerse en un valor prácticamente nulo. A través de esta zona se efectúa la mayor parte del intercambio energético entre el estanque y el medio exterior.

ZNC = *Zona no convectiva o zona de gradiente*. En esta zona es preciso establecer y mantener un gradiente de concentración mínimo, capaz de compensar el efecto del gradiente de temperaturas más desfavorable. Esta condición limita el espesor de la misma a un valor máximo, que para el caso de utilizar sales como el Cloruro Sódico o Cloruro de Magnesio, es de aproximadamente 1 m *. La misión fundamental de esta zona es la de aislar la zona más profunda, evitando la transferencia de calor por convección. Debe sin embargo permitir el paso de la radiación solar en su recorrido hacia el fondo, por lo que ha de mantenerse lo más limpia posible.

ZC₂ = *Zona convectiva del fondo o zona de almacenamiento*. Esta zona sirve para captar y almacenar la energía que le llega, y la que absorbe el fondo negro. En ella la concentración debe mantenerse próxima a la saturación. El espesor de la misma es variable, y está condicionado por la temperatura máxima que quiera conseguirse en la misma, dependiendo de la aplicación concreta que vaya a darse al estanque, y de las características de insolación del lugar en que vaya a ser emplazado.

En la Fig. I.1, puede verse un esquema de un estanque solar típico con sus tres zonas.

A pesar de su aparente sencillez, un estanque solar es un

(*) TABOR, H.: *Solar Ponds, Review Article*. Solar Energy, Vol. 27, 181-194 (1981).

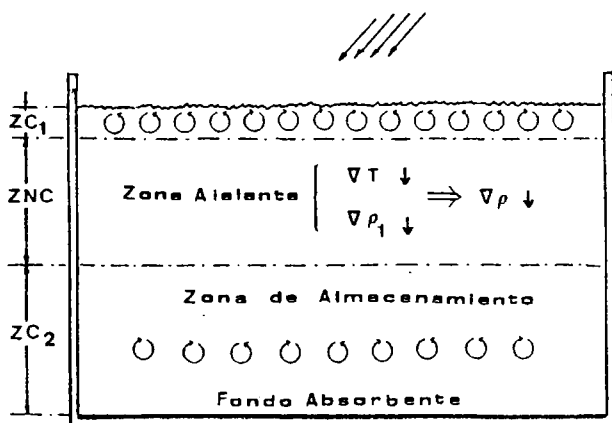


Fig. I.1. Esquema de un estanque solar no convectivo.

sistema complejo en el que tienen lugar varios fenómenos físicos de distinta naturaleza pero íntimamente relacionados.

Dos problemas fundamentales tiene planteados la investigación de estos sistemas.

1°) *Mantenimiento de la estabilidad*

Para que un estanque solar no convectivo, funciones como tal, es preciso establecer y mantener la zona de gradiente. Para ello es necesario:

a) La determinación de las condiciones de estabilidad.

Dependiendo de la naturaleza de la sal utilizada y de la máxima temperatura esperada en el fondo, será posible determinar el gradiente de concentración mínimo que es preciso establecer*.

(*) TABOR, H.; WEINBERGER, H.Z.: *Non convecting Solar Pond*. Solar Energy Handbook, Mc Graw-Hill Company, New York (1980).

b) Análisis de la difusión salina.

No basta con establecer un gradiente de concentración inicial. Este gradiente genera un flujo de sal desde las zonas más profundas hacia la superficie, dando lugar al fenómeno de difusión salina, que en algunos casos se ve reforzado por el gradiente de temperatura. (Efecto Soret)*. Como consecuencia de la difusión, el gradiente de concentración se va debilitando, y llega a un límite en que no es capaz de evitar las corrientes de convección. Es por tanto muy importante la determinación del flujo de sal bajo las condiciones de concentración y temperatura características de un estanque solar.

c) La valoración de la influencia de las perturbaciones externas.

El aumento progresivo de la zona superficial a costa de la zona de gradiente, tiene que ver mucho con la estabilidad del estanque. Influyen en este desarrollo:

- Velocidad del viento, que produce oscilaciones mecánicas y favorece la convección.
- Variaciones cíclicas de la insolación, dando lugar a perfiles de temperatura inestables en la zona superficial.
- Evaporación, con el consiguiente aumento de concentración en la zona.

2°) Determinación del modelo de transferencia energética

Para ello se precisa de:

(*) FITTS, D.D.: *Nonequilibrium Thermodynamics*. Mc Graw-Hill Book Company, Inc. (1962).

a) Conocimiento del comportamiento del estanque frente a la radiación solar.

Ello implica:

- Determinación de la radiación solar que a lo largo del año llega a la superficie libre del estanque.
- Evaluación de las pérdidas energéticas por reflexión.
- Establecimiento de la función de transmisión de la radiación solar.
- Medida del coeficiente de absorción de la radiación, el cual depende, además de la longitud de onda, del grado de transparencia del agua. El desarrollo de microorganismos y partículas en suspensión hace que este coeficiente sea mayor.

b) Evaluación de las pérdidas energéticas.

La transferencia de calor entre el estanque y el medio ambiente se efectúa a través de:

- El suelo. Estas pérdidas son inevitables. Sin embargo su efecto sobre el estanque no es siempre negativo. En efecto, al cabo de un cierto tiempo, el suelo puede alcanzar un régimen cuasi-estacionario de temperaturas, siempre que no existan corrientes de agua subterráneas, que transporten este calor hacia zonas lejanas. El suelo entonces puede servir como zona de almacenamiento complementario, aumentando en conjunto, la inercia térmica del sistema.
- Las paredes laterales. Estas pérdidas también son inevitables, y pueden dar lugar a gradientes de temperaturas horizontales. Si la superficie del estanque es

muy grande comparada con su profundidad, estas pérdidas no son importantes.

- Superficie libre. El mayor intercambio energético entre el estanque y el medio se realiza a través de la superficie libre, y por diferentes mecanismos:

. Evaporación. Depende de varios factores: velocidad del viento, grado de humedad, temperatura de la superficie libre y del aire.

. Convección del aire justo encima de la superficie libre, convección de la propia capa superficial.

. Radiación de la superficie libre.

c) Determinación de los parámetros propios de cada modo de transferencia de calor en las distintas zonas del estanque.

Una vez resueltos estos dos grandes problemas se está en condiciones de proyectar un estanque solar para una aplicación concreta, y bajo condiciones de funcionamiento óptimas.

I.4. PROBLEMAS PRACTICOS LIGADOS AL FUNCIONAMIENTO DE UN ESTANQUE SOLAR

Entre los diversos problemas que pueden presentarse y que hay que evitar podemos citar:

1º) Oleaje

Es un problema porque favorece el desarrollo de la zona convectiva superficial, con riesgo no solo de romper la estabi-

lidad, sino también de reducir la eficiencia térmica del sistema.

Por ello un estanque debe emplazarse en un lugar naturalmente protegido de los vientos fuertes dominantes, y si no es posible, han de construirse barreras cortavientos.

2°) *Evaporación*

Es causa de grandes pérdidas energéticas. Para reducirlas se han ideado diversos procedimientos. Nosotros proponemos la utilización de esferas transparentes colocadas en suspensión sobre la superficie libre. La eficiencia de las mismas será explicada con detalle en el Capítulo IV.

3°) *Extracción de energía*

Hay múltiples formas de extraer la energía de la zona de almacenamiento, bien por la extracción de la propia zona, bien mediante un sistema intercambiador de calor. Este segundo procedimiento parece mejor, ya que se evitan las posibles perturbaciones de tipo hidrodinámico en el sistema.

4°) *Desarrollo de microorganismos*

Este es un problema porque afecta a la función de transmisión de la radiación luminosa en el estanque, reduciendo el tanto por ciento de energía que llega al fondo y disminuyendo la eficiencia térmica. Es preciso investigar sobre distintos tipos de agentes químicos para el control de microorganismos bajo las condiciones de concentración y temperatura del estanque.

5°) *Consumo de sal*

Un estanque con una zona de almacenamiento grande, necesita de una gran cantidad de sal, no solo para establecer el gradiente de concentración inicial, sino también para mantenerle. Puede

ser útil la sustitución de la disolución saturada por otro tipo de sustancia almacenadora (piedras), reduciéndose considerablemente el consumo de sal.

6°) *Infiltraciones*

Las infiltraciones suponen no solo la pérdida de calor sino también de disolución con el correspondiente consumo innecesario de sal. Además, si existe un acuífero con el nivel freático poco profundo, éste puede ser contaminado. Por todo ello, debe realizarse una buena impermeabilización.

7°) *Eficiencia térmica limitada*

La eficiencia de un estanque está limitada por algunas de sus características intrínsecas. Las pérdidas por reflexión, y la fuerte absorción de la radiación en los primeros cm de la capa superficial, hacen imposible un rendimiento superior al 50%. Los valores reales de la eficiencia para estanques de 1 m de profundidad oscilan entre el 15 y el 25%.

I.5. APLICACIONES

La gran inercia térmica de los estanques solares, permiten la captación y almacenamiento de la energía solar en verano (período de máxima insolación) y su utilización en invierno, cuando es más necesaria.

Entre las diversas aplicaciones de estos sistemas podemos citar:

1°) *Calefacción*

La investigación realizada en este sentido permite deducir

que podrían ser prácticos incluso a altas latitudes*, **.

2°) Refrigeración

Acoplados a una máquina de absorción o bomba de calor, pueden ser utilizados para climatización de recintos, ya que las fluctuaciones de la temperatura en la zona de almacenamiento no son grandes***.

3°) Producción de energía eléctrica

Aprovechando la energía almacenada en la zona del fondo, y utilizando máquinas térmicas con fluidos especiales del tipo de los freones, puede generarse energía eléctrica con un rendimiento aceptable***, ****, *****.

En el Mar Muerto se está llevando a cabo un importante proyecto, para convertir parte del mismo en un estanque solar y utilizarlo para la producción de energía eléctrica*****.

4°) Desalinización

El desarrollo actual de los sistemas de desalinización por

-
- (*) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*. Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).
 - (**) STYRIS, D.L., HARLING, O.K., ZAWORSKY, R.J., LESHUK, J.: *The Nonconvecting Solar Pond Applied to Building and Process Heating*. Solar Energy, Vol. 18, 245-251 (1976).
 - (***) TABOR, H.: *Solar Ponds*. Review Article. Solar Energy, Vol. 27, 181-194 (1980).
 - (****) KOUI, C.F.: *The Circular Cylindrical Reflector: Application to a Shallow Solar Pond Electricity Generating System*. Solar Energy, Vol. 29, 69-73 (1977).
 - (*****) MOSHREF, A., CREVIER, D.: *Electric Power Generation by Solar Ponds: Modelling and Optimisation*. AS-ISES Houston (1982).
 - (*****) ASSAF, G.: *The Dead Sea. A Scheme for a Solar Lake*. Solar Energy, Vol. 18, 293-299 (1976).

multiflash operando a temperaturas moderadas (70°C) , hace posible la utilización de los estanques solares para la desalinización y potabilización de aguas*.

5°) Aplicaciones Agroenergéticas

En este campo son varias las aplicaciones que pueden darse a un estanque solar:

- Aporte energético nocturno a invernaderos**, ***.
- Calefacción por aire caliente de un tunel de secado de productos agrícolas.
- Climatización de naves ganaderas.
- Obtención de abonos nitrogenados.

(*) TABOR, H.: *Solar Ponds. Review Article*, Solar Energy, Vol. 27, 181-194 (1981).

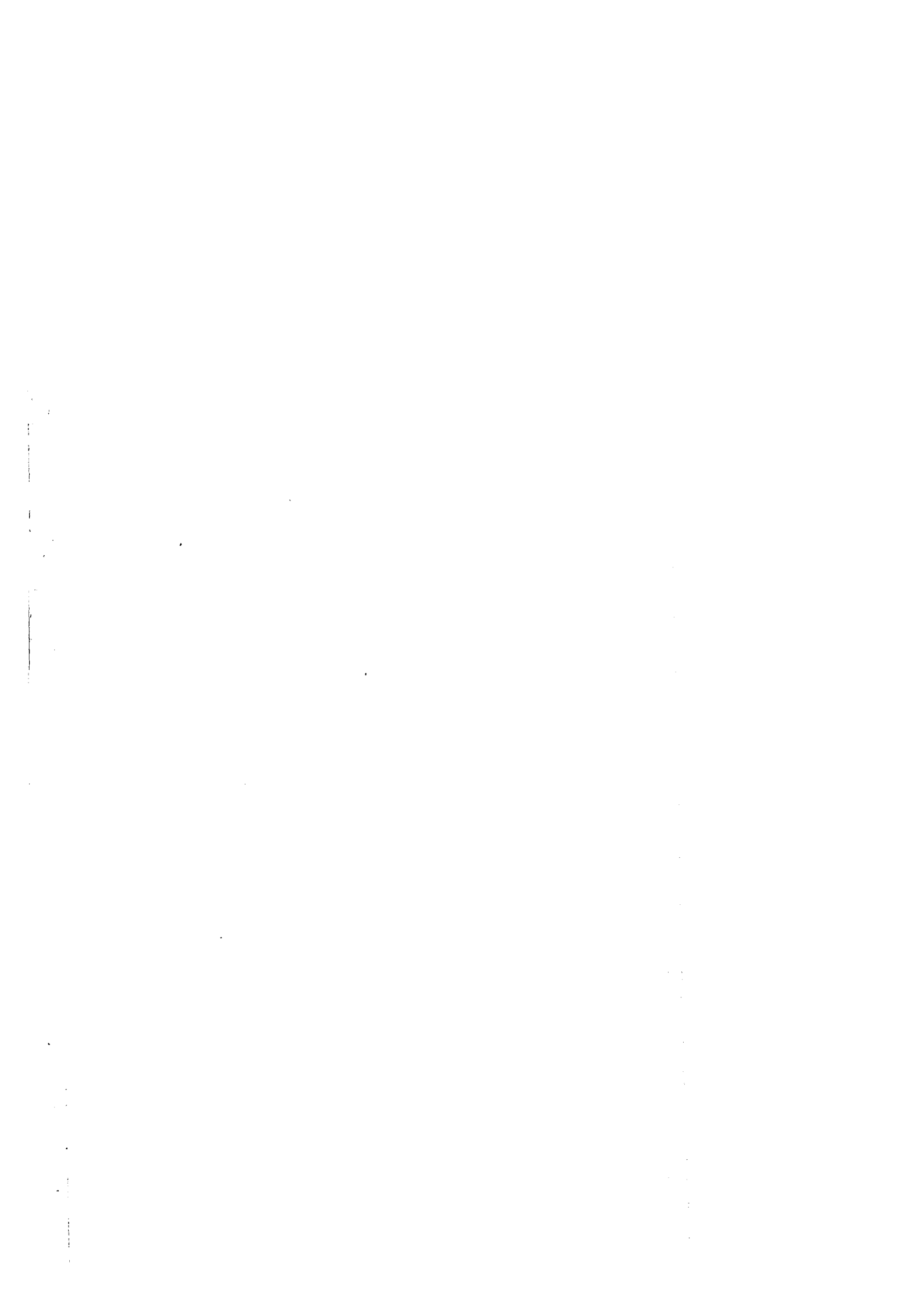
(**) SHAH, S.A., SHORT, T.H., FYNN, R.P.: *A Solar Pond Assisted Heat Pump for Greenhouses*. Solar Energy, Vol. 26, 491-496 (1981).

(***) SHAH, S.A., SHORT, T.H., FYNN, R.P.: *Modeling and Testing a Salt Gradient Solar Pond in Northeast Ohio*. Solar Energy, Vol. 27, 393-401 (1981).

- 14 bis -

CAPITULO II

ANALISIS DE LOS FENOMENOS DE ABSORCION DE LA
RADIACION LUMINOSA Y DIFUSION SALINA EN UN
ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO.



CAPITULO II

ANALISIS DE LOS FENOMENOS DE ABSORCION DE LA RADIACION LUMINOSA Y DIFUSION SALINA EN UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO .

II.1. ABSORCIÓN DE LA RADIACIÓN LUMINOSA

II.1.1. *Introducción*

La aparición de un gradiente de temperaturas en un estanque solar no convectivo, depende fundamentalmente del comportamiento físico del mismo frente a la radiación solar, y de la existencia de un gradiente de concentración salina que evita las corrientes de convección.

Parte de la radiación que llega a la superficie libre del estanque, va a ser reflejada, dependiendo del ángulo de incidencia y del grado de agitación de dicha superficie. El resto se transmite a través del estanque siendo parcialmente atenuada en su recorrido hacia el fondo, donde acabará siendo prácticamente absorbida dada la naturaleza de éste.

Para la construcción de un modelo de transferencia energética en un estanque solar, es preciso conocer la función de transmisión de la radiación.

II.1.2. *Reflexión de la radiación solar*

II.1.2.a. Reflexión de la radiación directa

La reflexión de la radiación directa sobre una super

ficie ópticamente plana, es función del ángulo de incidencia de la radiación y del índice de refracción relativo entre los dos medios. Puede determinarse a partir de las leyes de Fresnel para luz no polarizada:

$$R(\theta) = \frac{I_R}{I} = \frac{1}{2} \left| \frac{\text{tg}^2(\theta - \theta_r)}{\text{tg}^2(\theta + \theta_r)} + \frac{\text{sen}^2(\theta - \theta_r)}{\text{sen}^2(\theta + \theta_r)} \right| \quad |2.1|$$

siendo:

I = Intensidad de radiación directa sobre la superficie libre del estanque.

I_R = Intensidad de radiación reflejada.

θ = Angulo de incidencia de la radiación, igual al ángulo cenital del Sol.

θ_r = Angulo de refracción, relacionado con el ángulo de incidencia mediante la ley de Snell: $\text{sen } \theta = n \text{ sen } \theta_r$

n = Índice de refracción.

$R(\theta)$ = Reflectividad. Representa el cociente entre la energía reflejada y la energía incidente.

En la tabla 2-1, aparecen los valores de la reflectividad $R(\theta)$ en tanto por ciento para distintos ángulos de incidencia en la interfase aire-agua, tomando como índice de refracción $n = 1,333$. En la Fig. 2.1, se representa la curva de reflectividad en función del ángulo de incidencia.

Como puede deducirse de la Tabla 2-1 y de la Fig. 2.1, las pérdidas por reflexión son pequeñas para ángulos de incidencia menores de 60° .

Tabla 2-1

Reflectividad en tanto por ciento para distintos ángulos de incidencia

θ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
θ_r	1	7,50°	14,90°	27,08°	28,9°	35,17°	40,63°	44,95°	47,77°	48,75°
R(θ) %	2	2,1	2,1	2,1	2,5	3,4	6,0	13,4	34,8	100

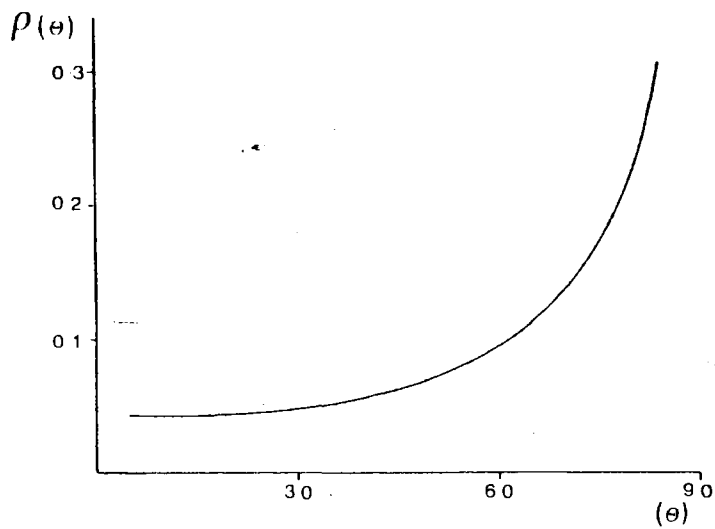


Fig.2.1. Variación de la reflectividad con el ángulo de incidencia.

Como puede deducirse de la Tabla 2-1 y de la Fig. 2.1, las pérdidas por reflexión son pequeñas para ángulos de incidencia menores de 60° .

Las medidas de reflectividad en el Laboratorio, sobre superficies ópticamente planas concuerdan con la teoría de Fresnel. Sin embargo, las medidas efectuadas en aguas naturales difieren de los resultados teóricos. Ello se debe en parte a la rugosidad de la superficie libre, y en parte a la formación de burbujas

asociadas con la ruptura de ola*.

El ángulo de incidencia de la radiación varfa de forma continua a lo largo del día y del año. Su valor puede determinarse a partir de**:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\cos \delta \operatorname{sen} \lambda \cos 15(12-t_H) - \operatorname{sen} \delta \cos \lambda}{\operatorname{sen} \sigma \operatorname{sen} \lambda + \cos \delta \cos \lambda \cos 15(12-t_H)} \quad |2.2|$$

siendo:

t_H = tiempo en horas.

λ = latitud

δ = declinación del sol = $\operatorname{arc} \left\{ \operatorname{sen} \delta_0 \operatorname{sen} \frac{2\pi D}{365} \right\}$

$\delta_0 = 23^\circ 27'$ = declinación del sol en el equinocio

D = número de días contados a partir del equinocio de primavera.

II.1.2.b. Reflexión de la radiación difusa

La radiación difusa, al igual que la directa, tiene dependencia direccional. En general, la radiación del cielo es mayor en las zonas próximas al sol. En primera aproximación, puede considerarse sin embargo que la radiación difusa es isotrópica, es decir, que llega con la misma intensidad desde todas las

(*) NEWMANN, G., PIERSON, W.J., *Principles of Oceanography*, Prentice Hall Inc. (54-62), (1966).

(**) BLANCO, M.E., *Aprovechamiento térmico de la energía solar mediante colectores de concentración semiestáticos*. Tesis doctoral (1982).

partes del cielo. En estas condiciones, la parte de radiación difusa reflejada, viene dada por las leyes de Fresnel:

$$R_D(\theta) = \frac{(I_D)_R}{I} = \int_0^{2\pi} R(\theta) \cos^2\theta d\theta \quad |2.3|$$

siendo:

I_D = intensidad de radiación difusa incidente

$(I_D)_R$ = intensidad de radiación difusa reflejada

$R_D(\theta)$ = reflectividad de la radiación difusa

En el caso del agua,

$$R_D(\theta) = 0,066 \quad |2.4|$$

La reflectividad de la radiación difusa es por tanto del orden del 7% , bajo las restricciones anteriormente impuestas. Este valor podría mejorarse si se considerara el carácter no isotrópico de la radiación difusa. Sin embargo, para hacer un balance energético en el estanque solar, estas simplificaciones pueden aceptarse, ya que el error introducido por este concepto es despreciable frente a otros errores introducidos en la radiación.

11.1.3. Refracción de la radiación solar

En un medio isotrópico, la refracción sigue la ley de Snell

$$\text{sen } \theta = n \text{ sen } \theta_r$$

El índice de refracción depende de la longitud de onda de la radiación y también de la temperatura y concentración de sustancias disueltas en el agua. Como ejemplo de esta dependencia, en la tabla 2.2 aparecen algunas diferencias de valores del índice de refracción de una disolución con una concentración y a una temperatura, n_s , y del agua, n_a , referidos a la longitud de onda $\lambda = 0,5786 \mu\text{m}$.

TABLA 2-2

Valores de $(n_s - n_a) \times 10^6$, para diferentes concentraciones (ρ_1) y temperaturas (T), y $\lambda = 0,5876 \mu\text{m}$. (Joseph, 1952)

$T(^{\circ}\text{C})$						
$\rho_1(\%)$	0	5	10	20	30	40
20	4001	3897	3814	3696	3621	3571
90	5977	5827	5708	5538	5429	5357
40	6966	6794	6657	6463	6337	6254
50	7956	7762	7610	7391	7250	7157

A la vista de la tabla 2-2, se deduce que el índice de refracción aumenta con la concentración y disminuye con la temperatura*.

II.1.4. Absorción de la radiación solar en el estanque

La radiación que atraviesa la superficie libre del es-

(*) Nota: Esta dependencia del índice de refracción con la temperatura y la concentración puede ser muy útil para el seguimiento del fenómeno de difusión salina en un estanque solar mediante un refractómetro.

tanque solar, va siendo atenuada progresivamente por varios efectos:

- Absorción del agua pura.
- Absorción debida a las partículas en suspensión.
- Dispersión en agua pura.
- Dispersión (difracción, reflexión), por partículas suspendidas y materia disuelta.

El resultado conjunto de estos efectos, es una disminución de la intensidad de radiación con la profundidad, fenómeno caracterizado por un *Coefficiente de absorción* $\mu(\lambda)$, que es función de la longitud de onda.

Una representación esquemática de la energía radiante que atraviesa la superficie libre del agua pura y de la que llega a distintas profundidades puede verse en la Fig. 2.2, para las diferentes longitudes de onda del espectro solar. Como puede verse en dicha figura, la mayor parte de la energía en la zo

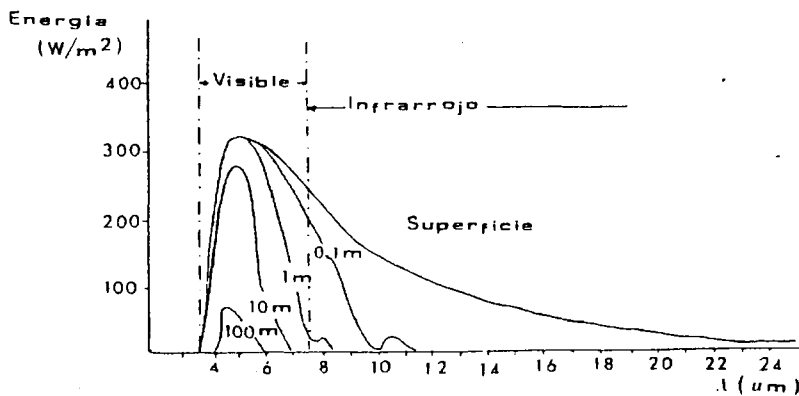


Fig. 2.2. Espectro de energía que atraviesa la superficie libre del agua y llega a diferentes profundidades (Sverdrup et al. 1942)*.

(*) NEWMANN, G., PIERSON, W.J.: *Principles of Oceanography*, Prentice Hall Inc. 54-62 (1966).

na del infrarrojo de onda larga, es absorbida en los primeros cm. de la capa superficial. Cuando la profundidad aumenta, solo llega parte de la luz visible, con un máximo alrededor de 0,5 μm .

La absorción de la radiación solar por el agua es por tanto una función compleja de la longitud de onda. En un medio semitransparente puede describirse mediante la ley de Bouguer para cada λ .

La ley de Bouguer establece que cuando la radiación de longitud de onda λ , atraviesa una capa de espesor dx de un medio homogéneo, la intensidad de radiación se reduce en una cantidad proporcional a dicha intensidad y al camino recorrido por la radiación dx , es decir:

$$dI = -\mu_{\lambda} I_{\lambda} dx \quad |2.5|$$

siendo μ_{λ} el coeficiente de absorción espectral.

La integración de la ecuación |2.5| para un camino x es:

$$\int_I^{I(x)} \frac{dI_{\lambda}}{I_{\lambda}} = -\mu_{\lambda} \int_0^x dx$$

Por tanto:

$$I_{\lambda}(x) = I_{\lambda} \exp(-\mu_{\lambda} x) \quad |2.6|$$

La transmitancia espectral se define como

$$\tau_{\lambda} = \frac{I_{\lambda}(x)}{I_{\lambda}} = \exp(-\mu_{\lambda} x) \quad |2.7|$$

y representa la parte de radiación que transmite la capa de espesor x , para dicha longitud de onda.

El tratamiento contínuo de la transmitancia es complejo, porque μ_λ no puede expresarse como una función integrable de λ . Por ello, se divide el espectro solar en una serie de intervalos discretos de la longitud de onda, y se determina de forma experimental el coeficiente de absorción medio μ_i para cada uno de tales intervalos.

Si N es el número de intervalos en que se ha dividido el espectro solar, la intensidad de radiación que llega a una profundidad x , contada a partir de la superficie libre, podrá escribirse como:

$$I(x) = \sum_{i=1}^N I_i(x) \quad |2.8|$$

Utilizando la ecuación |2.6| la ecuación |2,8| se convierte en:

$$I(x) = \sum_{i=1}^N I_i \exp(-\mu_i z) = I_s \sum \frac{I_i}{I_s} \exp(-\mu_i z)$$

Es decir

$$I(x) = I_s \sum n_i \exp(-\mu_i z) \quad |2.9|$$

siendo:

I_s = Radiación que atraviesa la superficie libre y que es igual a $I \cdot (1-R(\theta))$.

$\eta_i = I_i/I_s$, la parte de energía de radiación correspondiente al intervalo i de longitudes de onda.

μ_i = Coeficiente de absorción medio en el intervalo i .

$z = x \sec(\theta_r)$, es la trayectoria real de la radiación, y que coincide con el espesor x para incidencia normal.

La descomposición de la radiación al llegar a la superficie libre, y la trayectoria seguida en el agua, puede verse en la Fig. 2.3.

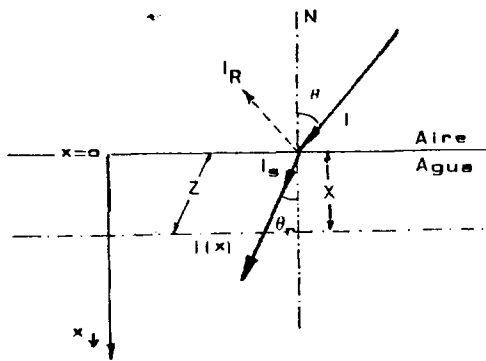


Fig. 2.3. Esquema de la descomposición y trayectoria seguida por la radiación al incidir sobre la superficie libre del agua.

Son varios los autores que han utilizado la expresión [2.9] para distinto número de intervalos.

a) Aproximación de Rabl y Nielsen

Aprovechando los datos de transmisión dados por Defant*,

(*) DEFANT, A.: Physical Oceanography, Vol. I, 53, Pergamon Press Oxford (1961).

Rabl y Nielsen dividen el espectro solar en cuatro zonas*, de 0,2 a 1,2 μm de la siguiente forma:

$$I(x) = I_s \sum \eta_i \exp(-\mu_i z) \quad |2.10|$$

con los siguientes parámetros:

$\lambda (\mu\text{m})$	η_i	$\mu_i (\text{m}^{-1})$
0,20 - 0,6	0,237	0,032
0,60 - 0,75	0,193	0,450
0,75 - 0,90	0,167	3,000
0,90 - 1,20	0,179	35,000

Para $Z = 0$, $I(x) = I_s \cdot \sum \eta_i = 0,776 I_s$. Esto significa que se ha despreciado el 22,4% de la energía total del espectro de radiación solar. Es precisamente la parte que Rabl y Nielsen suponen que ha sido absorbida en los primeros cm.

b) *Aproximación de Hull*

Basándose en otros datos, Hull**, divide el espectro solar en 40 partes, desde 0,3125 a 1,3125 μm . La intensidad de radiación a una profundidad x viene dada por:

$$I(x) = I_s \sum_{i=1}^{40} \eta_i \exp(-\mu_i z) \quad |2.11|$$

Esta aproximación da unos valores de transmisión de un 10% más

(*) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*, Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).

(**) HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Thermal Behavior*, Solar Energy, Vol. 25, 33-40 (1980)

altos que la de Rabl y Nielsen, y concuerda muy bien con las medidas experimentales realizadas en aguas con gran transparencia.

c) *Expresión logarítmica de Bryant y Colbeck*

Bryant y Colbeck encontraron una función de transmisión logarítmica que no difiere de la de Rabl y Nielsen en más del 1% para profundidades de hasta 5m. La expresión es la siguiente*:

$$I(x) = I_s (0,73 - 0,08 \ln z) \quad |2.12|$$

Si bien esta expresión tiene la utilidad de un cálculo más fácil de la radiación que llega a cada nivel, el sentido físico se pierde.

Esta expresión no es válida para $z = 0$, y z ha de expresarse en cm para que sea dimensionalmente correcta.

Hull** trató de establecer una correlación entre las tres aproximaciones vistas. Para ello, tomó como base su expresión |2.11|, y ajustó los 20 valores de intensidad que ésta función daba para puntos separados 10 cm a las siguientes funciones:

$$T(x) = a - b \ln(cx) \quad |2.13|$$

y

$$T(x) = \sum_{i=1}^n n_i \exp(-u_i z) \quad |2.14|$$

(*) BRYANT, H.C., COLBECK, I.: A Solar Pond for London?. Solar Energy, Vol. 19, 321-322 (1979).

(**) HULL, J.R., Computer Simulation of Solar Pond Thermal Behavior, Solar Energy, Vol. 25, 33-40 (1980).

siendo $T(x) = I(x)/I_s$ la transmitancia.

Los parámetros de ajuste respectivos son:

$$a = 0,727$$

$$b = 0,056$$

$$c = 100,0 \text{ m}^{-1}$$

El mejor ajuste obtenido fue para $\chi^2 = 4,9$.

Para la expresión [2.14]:

i	n_i	$\mu_i (\text{m}^{-1})$
1	0,190	20,0
2	0,230	1,75
3	0,301	0,0656
4	0,141	0,0102

Con un valor de $\chi^2 = 0,4$.

En la Fig. 2.4 se muestran gráficamente los resultados de estos ajustes.

La función de transmisión es afectada por la presencia de partículas en suspensión, desarrollo de microorganismos, metales de transición (Cobre o Hierro). En cuanto a si la concentración de sal afecta o no a la función de transmisión los autores no se ponen de acuerdo.

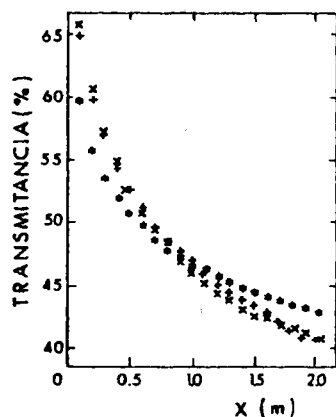


Fig. 2.4. Comparación de las curvas de transmisión: 'x' Función de transmisión de 40 intervalos; '+' Ajuste a la función logarítmica; '*' Ajuste a la división de 4 intervalos*.

Unos como Weinberger**, Rabl y Nielsen***, afirman que el contenido en sal no afecta a la transparencia; otros como Usmanov sostienen que el coeficiente de absorción depende del grado de concentración, como lo prueban medidas realizadas con disoluciones de Cloruro Sódico y de Cloruro Magnésico.

En la Fig. 2.5 se muestran las medidas realizadas por diversos autores de la transmisión de la radiación en lagos y estanques solares. De ella se desprende, por una parte que el coeficiente de absorción varía dentro de un amplio rango de valores (de $0,32 \text{ m}^{-1}$ a $1,0 \text{ m}^{-1}$), y por otra parte que el decaimiento de la intensidad es aproximadamente exponencial.

- (*) HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Thermal Behavior*, Solar Energy, Vol. 25, 33-40 (1980).
- (**) WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of The Solar Ponds*, Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).
- (***) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*, Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).

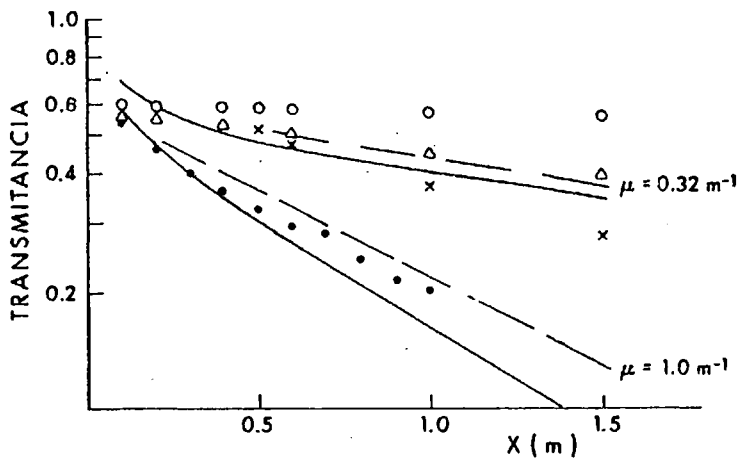


Fig. 2.5. Medidas de transmisión de la radiación solar en agua*.

Puede por tanto establecerse una función de transmisión como una exponencial simple, que represente adecuadamente todas las características del fenómeno.

En un estanque solar nos interesa la conversión fototérmica de la radiación solar, y por consiguiente será suficiente con definir un coeficiente de absorción global que represente la absorción de la disolución salina independientemente de la longitud de onda.

De esta forma, Dake y Harleman adoptaron la siguiente función**:

$$I(x) = I_s(1-F) \exp(-\mu z) \quad |2.15|$$

(*) HAWLADER, M.N.A., BRINKWORTH, B.J.: *An Analysis of the Nonconvecting Solar Pond*, Solar Energy, Vol. 27, 195-204 (1981)

(**) DAKE, J.M.K., HARLEMAN, D.R.F.: *Thermal Stratification in Lakes: Analytical and Laboratory Studies*. Water Resources Research, Vol. 5, 484-495 (1969).

siendo:

F = la parte de radiación que es absorbida en los primeros cm .

μ = coeficiente global de absorción para la radiación que pasa la superficie libre.

El coeficiente global de absorción, es un coeficiente medio que puede definirse como:

$$\mu = \frac{1}{z} \frac{\int_0^{\infty} I_{\lambda S} (1-F) \exp(-\mu_{\lambda} z) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{\lambda S} (1-F) d\lambda} \quad |2.16|$$

siendo:

I_S = la intensidad de radiación de longitud de onda λ que atraviesa la superficie libre del estanque.

Hawladar* modificó ligeramente la expresión |2.15|, para tener en cuenta la fuerte absorción de esos primeros cm que no siguen la misma ley exponencial. Este autor escribe la función:

$$I(x) = I_S (1-F) \exp(-\mu z') \quad |2.15'|$$

siendo

$$z' = (x - \delta) \sec \theta_r$$

δ = espesor de la capa en la que se absorbe la radiación de longitud de onda larga, y que es aproximadamente de 6 cm .

(*) HAWLADAR, M.N.A., BRINKWORTH, B.J.: *An Analysis of the Non-convecting Solar Pond*, Solar Energy, Vol. 27, 195-204 (1981)

La ecuación [2.15'] junto con los datos de insolación permiten determinar la energía que llega a una profundidad dada del estanque.

El análisis de la radiación difusa es algo más complicado. El estudio más detallado sobre este tema ha sido realizado por Hull*, quien establece las siguientes hipótesis:

- 1^a) La radiación directa se supone no polarizada y con un ángulo de incidencia igual al ángulo cenital solar.
- 2^a) La radiación difusa media es isotrópica con un 20% de polarización perpendicular al plano de incidencia.
- 3^a) El tiempo meteorológico es clasificado en cuatro categorías según un índice de diafanidad K_T que representa el cociente entre la intensidad de radiación sobre una superficie horizontal en la superficie de la tierra, y la intensidad de radiación extraterrestre.

La componente media de la radiación difusa puede estimarse a partir de los métodos de Liu y Jordan.

De forma análoga a como lo hacía para la radiación directa, divide la parte del espectro solar entre 0,3125 y 1,3125 μm en 40 intervalos. Acepta que la radiación de longitudes de onda menores que 0,3125 μm es absorbida por la atmósfera antes de llegar a la tierra, y la de longitudes mayores que 1,3125 μm queda absorbida en los primeros cm.

A cualquier profundidad x en el estanque, la intensidad media de radiación difusa transmitida será**:

(*) HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Thermal Behavior*, Solar Energy, Vol. 25, 33-40 (1980).

(**) HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Thermal Behavior*, Solar Energy, Vol. 27, 195-204 (1981).

$$I_{D,w}(x) = 2 I_{D,w} \int_0^{\pi/2} \left| \sum_{i=1}^{40} n_{i,w} \exp(-\mu_i z) \right| \tau \cdot \text{sen} \theta \cos \theta d\theta \quad |2.17|$$

- El subíndice w sirve para indicar el tipo de tiempo considerado, y el D para indicar que nos referimos a radiación difusa.
- $n_{i,w}$ = fracción de energía en cada intervalo de tiempo considerado y para cada tipo de tiempo. Se determina suponiendo la radiación del cielo como la de un cuerpo negro a una temperatura de color propia de cada tipo de tiempo.
- τ es el coeficiente de transmitancia de Fresnel definido por:

$$\tau = 1 - \left[0,4 \frac{\text{tg}^2(\theta - \theta_r)}{\text{tg}^2(\theta + \theta_r)} + 0,6 \frac{\text{sen}^2(\theta - \theta_r)}{\text{sen}^2(\theta + \theta_r)} \right] \quad |2.18|$$

La integración de la ecuación |2.17|, utilizando los datos de la tabla 2-3 fue realizada numéricamente.

TABLA 2-3

Tipo de tiempo	K_T	\bar{K}_w	$I_w(\text{w/m}^2)$	$I_{D,w}/I_w$	$I_D(\text{w/m}^2)$
Despejado	>0,70	0,760	39,4	0,17	6,7
Calima	0,50 - 0,70	0,615	84,0	0,32	26,9
Nublado	0,25 - 0,50	0,384	34,9	0,66	27,8
Cubierto	<0,25	0,162	9,0	0,93	8,4

$I = 167,0$

$I_D = 64,8$

En la tabla:

\bar{K}_w = Índice de transparencia medio.

I_w = Intensidad de radiación media.

La cantidad de radiación difusa transmitida a una profundidad determinada, es tanto mayor cuanto más alto es el índice de diafanidad, según puede verse en la Fig. 2,6, que muestra gráficamente los resultados de la resolución numérica.

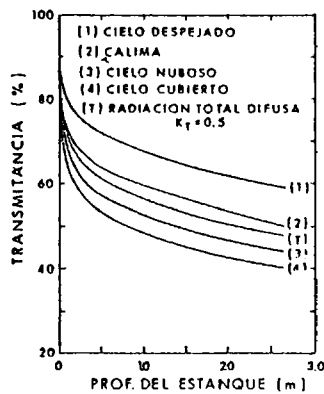


Fig. 2.6. Transmisión de la radiación difusa*.

Los diferentes tipos de tiempo fueron combinados para obtener una función de transmisión total para la radiación difusa de la forma:

$$I_D(x) = \sum_w I_{D,w}(x) \quad |2.19|$$

(*) HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Thermal Behavior*, Solar Energy, Vol. 27, 195-204 (1981).

La transmisión correspondiente a la función |2.19| está representada por la curva T en la Fig. 2.6.

La intensidad total de radiación transmitida en un estanque será la suma de la directa más la difusa:

$$I_T(x) = I(x) + I_D(x) \quad |2.20|$$

El cálculo de $I(x)$ se hace en la hipótesis de que el ángulo de incidencia de la radiación es constante e igual al ángulo del sol a las 3:17 p.m. en el equinocio.

En la Fig. 2.7 se compara la transmisión de:

- la componente total difusa (curva 1);
- la componente total directa (curva 2);
- la radiación total, directa más difusa, suponiendo que la componente difusa tiene una componente no isotrópica, que se trata junto con la directa, y otra componente isotrópica (curva 3);
- radiación total suponiendo toda la radiación difusa isotrópica (curva 4).

Si se compara la transmisión total dada por la curva 4 de la Fig. 2.7 con cualquiera de las curvas de transmisión de la Fig. 2.5, (que no están corregidas de la reflexión en superficie), se deduce que la aproximación de la radiación difusa como totalmente isotrópica, lleva a una transmisión ligeramente superior a la de la radiación directa, con una incidencia normal. Esta diferencia puede atribuirse a una mayor fracción de energía en la zona de longitudes de onda corta del espectro de radiación difusa.

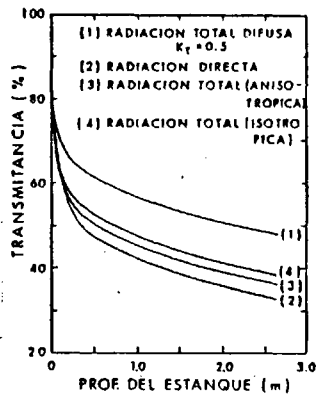


Fig. 2.7. Transmisión de la radiación solar*.

y en esta zona el agua es más transparente.

Si se considera que toda la radiación difusa es isotrópica, se supervalora la función de transmisión. En días muy despejados, una fracción significativa de esta componente es emitida desde zonas del cielo próximas al sol, la cual está formada por radiación débilmente dispersada y con una composición espectral no muy diferente de la radiación directa.

Para longitudes de onda relativamente más largas, y para ángulos de incidencia mayores, esta radiación débilmente dispersada no llegará a tanta profundidad en el agua como indica la ecuación [2.17].

Al considerar la radiación difusa constituida por dos componentes, una no isotrópica tratada como directa, y otra isotrópica, en distinta proporción según el índice de diafanidad, se obtienen curvas que no difieren sensiblemente de las que apa

(*) HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Thermal Behavior*, Solar Energy, Vol. 27, 195-204 (1981).

recen en la Fig. 2.7.

Por todo ello, y a efectos de transmisión, el considerar toda la radiación como directa no introduce un gran error.

II.1.5. Variaciones anual y diaria del ángulo de incidencia.

El ángulo de incidencia de la radiación solar respecto de la superficie libre del estanque, varía de forma periódica a lo largo del día y a lo largo del año.

Estas fluctuaciones afectan al comportamiento térmico del estanque porque afectan directamente a la radiación de dos formas:

- Varían las pérdidas por reflexión.
- Influyen en la función de transmisión de la radiación solar en el estanque al variar el recorrido real de la radiación en el seno del mismo, haciendo que parezca más profundo de lo que en realidad es.

A lo largo del año, la radiación media diaria puede calcularse a partir de la aproximación sinusoidal:

$$I(t) = I_0 + \cos(\omega t) \quad |2.21|$$

siendo:

I = Intensidad de radiación media diaria.

I_0 = Amplitud de la variación sinusoidal anual.

$\omega = 2\pi/365,25 \text{ días}^{-1}$.

t = número de días contados a partir de una fecha origen,

que suele ser el equinocio de primavera.

A lo largo del día, la intensidad de radiación también varía. El tratamiento continuo de la variación diaria puede ser muy complicado. Por esta razón y para simplificar los cálculos, se recurre a un *ángulo de incidencia efectivo*, que se mantiene constante a lo largo del tiempo.

Rabl y Nielsen*, proponen como ángulo de incidencia efectivo el correspondiente al ángulo de incidencia en el equinocio a las 2 p.m. horas.

El error que se comete con esta simplificación fue evaluado por Hull** mediante un modelo numérico del comportamiento térmico del estanque. Comparó los resultados dados cuando en el modelo se introducía un ángulo de incidencia fijo, con los dados por dicho modelo cuando en cada paso del proceso iterativo se introducía el ángulo de incidencia correspondiente. Al final de un año de simulación, las temperaturas de la zona inferior, eran en la hipótesis de Nielsen y Rabl 3,2°C superiores. Al cambiar el ángulo de incidencia efectivo, considerando el correspondiente a las 3:17 p.m. horas en el equinocio, las temperaturas de la zona convectiva del fondo y tras un año de simulación, coincidían exactamente con las dadas por el modelo cuando se variaba el ángulo de incidencia. Además, los valores máximo y mínimo de las temperaturas en dicha zona, tenían lugar el mismo día del año y con una diferencia de un solo grado.

Todos los modelos de absorción hasta ahora expuestos, llevan implícita la hipótesis de un fondo totalmente absorbente, hipótesis

(*) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Pond for Space Heating*, Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).

(**) HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Thermal Behavior*, Solar Energy, Vol. 25, 33-40 (1980).

hipótesis que no es rigurosamente cierta, ya que una parte de la energía solar incidente se reflejará en el mismo. Viskanta y Toor, tras un estudio detallado de la absorción*, analizaron las diferencias del rendimiento térmico del estanque en los dos casos extremos:

- Fondo totalmente absorbente, $R(\theta) = 0$.
- Fondo totalmente reflexivo, $R(\theta) = 1$.

En el segundo caso, de fondo totalmente reflexivo, la absorción es más uniforme para todo el estanque, y concretamente aumenta la absorción en la zona más profunda.

Las diferencias entre ambas hipótesis son significativas en el caso de estanques poco profundos. Sin embargo, cuando la profundidad es próxima a 3 m , las diferencias son prácticamente despreciables. Por tanto, dado que el fondo nunca será totalmente reflexivo, y que la profundidad normal de un estanque real será próxima a los 3 m , la hipótesis de un fondo totalmente absorbente no introduce errores adicionales.

Como resumen, y en lo que a tratamiento de la radiación solar se refiere, a la hora de hacer un modelo térmico del estanque, podemos decir que:

- La radiación que llega a los distintos niveles en el estanque puede representarse por una exponencial simple de la forma dada por la ecuación [2.15'].
- Toda la radiación puede tratarse como directa aún en el caso de que la radiación difusa represente hasta un 40% de la radiación total. Esto no introduce grandes errores, ya que al estar el espectro de radiación ligeramente desplazado hacia longitudes de onda más cortas, pueden compensarse las pérdidas

(*) VISKANTA, R.L., TOOR, J.S.: *Absorption of Radiation Solar in Ponds*, Solar Energy, Vol. 21, 17-25 (1978).

por reflexión ligeramente más alta.

- Las pérdidas por reflexión y la trayectoria real de la radiación en el interior del estanque pueden calcularse para un ángulo de incidencia efectivo, correspondiente al ángulo cenital del sol a las 3:17 p.m. horas en el equinocio.
- La intensidad de radiación media diaria puede determinarse a partir de la aproximación sinusoidal de la ecuación [2.21].
- Puede considerarse que el fondo es totalmente absorbente.

Puesto que el coeficiente de absorción varía según el grado de transparencia del agua, y tiene una gran importancia en el rendimiento térmico de un estanque solar, habrá de ser determinado en cada caso, para poder construir un modelo térmico realista.

II.2. ESTABILIDAD DE UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO. DIFUSIÓN SALINA.

II.2.1. Introducción.

El funcionamiento eficiente de un estanque solar depende en gran manera de su estabilidad, es decir, del mantenimiento de la zona de gradiente no convectivo.

Para que tal convección no exista, la densidad ha de verificar la siguiente relación, conocida como condición de estabilidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial \rho_1} \cdot \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \geq 0 \quad |2.23|$$

siendo

ρ = densidad.

ρ_1 = concentración, expresada en masa de soluto por volumen de disolución.

x = distancia a la superficie libre del estanque.

La condición 2.23 es suficiente para prevenir la convección ordinaria pero no evita el desarrollo de un movimiento oscilatorio generado por la aparición de un perfil de temperaturas inestable. Weinberger*, demostró que la condición necesaria para evitar este movimiento oscilatorio es:

$$(\nu + \alpha) \frac{\partial \rho}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + (\nu + D) \frac{\partial \rho}{\partial \rho_1} \cdot \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \geq 0 \quad |2.24|$$

donde:

ν = coeficiente de viscosidad cinemática.

α = coeficiente de difusividad térmica.

D = coeficiente de difusión salina.

La ecuación |2.24| puede escribirse como:

$$\nabla \rho_1 \geq \frac{\nu + \alpha}{\nu + D} \cdot \frac{\partial \rho / \partial T}{\partial \rho / \partial \rho_1} \nabla T \quad |2.25|$$

que nos da la condición que ha de cumplir el gradiente de concentración salino para garantizar la no convección en la zona intermedia.

(*) WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Ponds*. Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).

Aunque inicialmente se establezca un gradiente de concentración que satisfaga la condición [2.25], capaz de contrarrestar el efecto sobre la densidad del gradiente de temperatura más adverso posible, no puede garantizarse la estabilidad a lo largo del tiempo. La presencia de ambos gradientes, de concentración y temperatura, genera el fenómeno de difusión de sal, desde las zonas más concentradas y a temperaturas más altas hacia las zonas frías más diluidas.

Para poder ejercer un cierto control de la estabilidad es preciso determinar el flujo de sal por difusión.

II.2.2. *Difusión en sistemas isotérmicos*

Consideremos en primer lugar el fenómeno de difusión en un sistema fluido, en el que existe un gradiente de concentración y bajo las siguientes hipótesis*:

- 1^a) Sistema isotérmico. La distribución de temperaturas en el sistema es por tanto uniforme.
- 2^a) No hay fuerzas exteriores actuando sobre el sistema.
- 3^a) No tienen lugar reacciones químicas.
- 4^a) El sistema está en equilibrio mecánico.

Esta última hipótesis de equilibrio mecánico puede expresarse a partir de las ecuaciones de movimiento de Navier-Stokes como:

$$\rho \vec{\lambda} - \vec{\nabla} p = 0 \quad |2.26|$$

(*) FITTS, D.D.: *Nonequilibrium Thermodynamics*. McGraw Hill Book Company, Inc. New York (1962).

siendo

ρ = densidad.

\vec{X} = fuerza exterior por unidad de masa.

p = presión.

Haciendo uso de la hipótesis segunda llegamos a que

$$\vec{\nabla} p = 0$$

Por lo que el sistema es también isibárico.

Para un sistema constituido por r componentes, la densidad de flujo de la componente i respecto del disolvente, componente r , será:

$$\vec{j}_i = \rho_i (\vec{u}_i - \vec{u}_r) \quad |2.27|$$

siendo:

\vec{j}_i = densidad de flujo de la componente i respecto del disolvente r .

\vec{u}_i = velocidad media local de la componente i .

\vec{u}_r = velocidad media local del disolvente r .

ρ_i = densidad parcial o concentración de la componente i

Puesto que el sistema está en equilibrio mecánico, este flujo puede expresarse en virtud de las leyes fenomenológicas de la siguiente forma:

$$-\dot{J}_i = \Omega_i \Delta \ln T + \sum_{j=1}^{r-1} \Omega_{ij} \nabla_T \mu_j \quad (i=1,2,3\dots r-1) \quad |2.28|$$

siendo:

$\Omega_{i,j}$ = coeficientes fenomenológicos.

μ_j = potenciales químicos.

Para un sistema isotérmico e isobárico, la ecuación |2.28| se reduce a:

$$-\dot{J}_i = \sum_{j=1}^{r-1} \Omega_{ij} \nabla_{T,p} \mu_j \quad i = 1,2\dots r-1 \quad |2.29|$$

El potencial químico μ_j es función de la presión p , la temperatura T y de las $r-1$ densidades parciales ρ_k , es decir:

$$\mu_j = \mu_j(p, T, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{r-1})$$

Por tanto, a presión y temperatura constante, los potenciales químicos cumplen:

$$\nabla_{T,p} \mu_j = \sum_{k=1}^{r-1} \frac{\partial \mu_j}{\partial \rho_k} \nabla \rho_k \quad |2.30|$$

Sustituyendo la ecuación |2.30| en la ec. |2.29| se obtiene:

$$-\dot{J}_i = \sum_{k=1}^{r-1} \sum_{j=1}^{r-1} \Omega_{ij} \frac{\partial \mu_j}{\partial \rho_k} \nabla \rho_k \quad |2.31|$$

Definiendo los coeficientes de difusión relativos al disolvente $D_{i,k}$ de la forma:

$$D_{i,k} = \sum_{l=1}^{r-1} \Omega_{il} \frac{\partial \mu_l}{\partial \rho_k} \quad |2.32|$$

Entonces, la ec. 2.31 se transforma en:

$$-\vec{J}_i = \sum_{k=1}^{r-1} D_{ik} \nabla \rho_k \quad (i=1,2,\dots,r-1) \quad |2.33|$$

Esta ecuación es una generalización de la ley de Fick para la difusión. La gran ventaja de esta expresión es que relaciona los flujos directamente con los gradientes de concentración de todos los solutos del sistema. Estos gradientes de concentración son más fáciles de medir que los gradientes de los potenciales químicos $\nabla \mu_i$. Por esta razón se obtienen experimentalmente los coeficientes $D_{i,k}$ y no los coeficientes fenomenológicos. Estos coeficientes $D_{i,k}$ no cumplen sin embargo las relaciones recíprocas de Onsager.

Dado que no tienen lugar reacciones químicas en el sistema, la ecuación de continuidad para la componente r puede escribirse como:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \vec{u}_i) = 0 \quad |2.34|$$

Si la velocidad media local del disolvente es pequeña (aproximadamente nula), entonces:

$$\vec{J}_i = \rho_i \vec{u}_i \quad |2.35|$$

Combinando [2.34] y [2.35]:

$$-\nabla \cdot \vec{J}_i = \frac{\partial \rho_i}{\partial t} \quad |2.36|$$

Aplicando el operador divergencia a los dos miembros de la ecuación [2.33] se obtiene:

$$-\nabla \cdot \vec{J}_i = \sum_{k=1}^{r-1} \nabla \cdot (D_{i,k} \nabla \rho_k) \quad (i=1,2,\dots,r-1)$$

que combinada con la ecuación [2.36] resulta:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \sum_{k=1}^{r-1} \nabla \cdot (D_{i,k} \nabla \rho_k) \quad (i=1,2,\dots,r-1) \quad |2.37|$$

Este sistema de ecuación [2.37] se conoce como *Sistema de ecuaciones generales de difusión*. En general estas ecuaciones no son lineales porque los coeficientes $D_{i,k}$ son función de las $r-1$ concentraciones.

$$D_{i,k} = D_{i,k}(T, p, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{r-1})$$

La solución al sistema de ecuaciones [2.37] ha sido abordada por diferentes autores*, para diferentes condiciones de contorno. Otros autores han intentado la determinación experimental de los coeficientes $D_{i,k}$ por diferentes métodos.

Para expresar los coeficientes $D_{i,k}$ en una forma más

(*) FITTS, D.D.: *Nonequilibrium Thermodynamics*. pp 83, Mc Graw Hill Book Company, Inc. New York (1962).

manejable para el cálculo, el potencial químico puede expresarse de la siguiente forma:

$$\mu_1 = \mu_1^0(T, p) + \frac{RT}{M_1} \ln y_1 \rho_1 \quad |2.38|$$

siendo:

μ_1^0 = término independiente de la concentración.

R = constante de los gases.

y_1 = coeficiente de actividad de la componente 1 en el fluido.

M_1 = masa molecular de la componente 1.

Diferenciando la ecuación |2.38| respecto de la densidad parcial ρ_1 , a presión y temperatura constante, tendremos:

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_k} = \frac{RT}{M_1 \rho_k} \left(\delta_{1k} + \frac{\partial \ln y_1}{\partial \ln \rho_k} \right) \quad \delta_{1,k} = \begin{cases} 1 & \text{si } l=k \\ 0 & \text{si } l \neq k \end{cases} \quad |2.39|$$

Sustituyendo |2.39| en |2.38|,

$$D_{i,k} = \sum_{i=1}^{r-1} \alpha_{i1} \frac{RT}{M_1 \rho_k} \left(\delta_{ik} + \frac{\partial \ln y_1}{\partial \ln \rho_k} \right) \quad |2.40|$$

Esta ecuación nos da los coeficientes de difusión $D_{i,k}$ en función de los coeficientes de actividad y_1 , quienes a su vez, son función de las densidades parciales.

En el caso concreto de considerar:

a) Disolución ideal. Esto equivale a suponer que todos los coeficientes de actividad son iguales a la unidad

$(y_l = 1, l = 1, 2, \dots, r)$.

b) Los diferentes solutos se difunden independientemente, es decir:

$$\Omega_{ik} = \Omega_{ii} \delta_{ik} \quad |2.41|$$

Bajo estas simplificaciones, la ec. |2.40| se convierte en:

$$D_{ik} = \Omega_{ii} \frac{RT}{M_k \rho_k} \delta_{ik} \quad |2.42|$$

Llevando |2.42| a las ecuaciones generales de difusión |2.37|, se obtiene:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{ii} \nabla \rho_i) = \Omega_{ii} \frac{RT}{M_i} \nabla^2 \ln \rho_i \quad |2.43|$$

Dado que los coeficientes fenomenológicos son aproximadamente proporcionales a T^{-1} , el producto $\Omega_{ii} T$ es suficientemente uniforme a lo largo del sistema, pudiendo despreciarse su gradiente. Por otra parte si el gradiente de ρ_i es pequeño, entonces $(\nabla \rho_i)^2$ es despreciable frente a $\nabla^2 \rho_i$, y la ecuación |2.43| se transforma en:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = D_{ii} \nabla^2 \rho_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, r-1) \quad |2.44|$$

que es la 2ª ley de Fick para la difusión.

11.2.3. Difusión en sistemas no isotérmicos.

Analícemos ahora la influencia sobre la difusión de un gradiente de temperaturas en el sistema.

Consideremos como antes, un sistema en equilibrio mecánico, pero que sin embargo puede estar sometido a fuerzas exteriores \vec{X}_i .

En este caso*, las relaciones para la densidad de flujo de la componente r vendrán dadas por la ecuación:

$$-\vec{J}_i = \Omega_{i0} \nabla \ln T + \sum_{l=1}^{r-1} \Omega_{il} \nabla_T \mu_l \quad (i=1,2,\dots,r-1) \quad |2.28|$$

En este caso, el gradiente del potencial químico será:

$$\nabla \mu_l = \nabla_{T,p} \mu_l + \left(\frac{\partial \mu_l}{\partial T} \right)_{p,\rho_i} \nabla T + \left(\frac{\partial \mu_l}{\partial p} \right)_{T,\rho_l} \nabla p$$

Mediante relaciones termodinámicas, esta expresión se transforma*:

$$\nabla \mu_l = \nabla_{T,p} \mu_l - \bar{s}_l \nabla T + \bar{v}_l \nabla p \quad |2.45|$$

\bar{s}_l = la entropía parcial específica de la componente l

\bar{v}_l = volumen parcial específico de la componente l .

Si por μ_l^* designamos el potencial químico que incluye la existencia de fuerzas exteriores, y se define:

(*) FITTS, D.D.: *Nonequilibrium Thermodynamics*. 101, Mc Graw Hill Company, Inc. New York (1962).

$$\nabla \mu_1^i = \nabla \mu_1 - \vec{x}_1 + s_1 \nabla T \quad |2.46|$$

entonces, combinando |2.45| y |2.46|, se obtiene:

$$\nabla_T \mu_1^i = \nabla_{T,p} \mu_1 + \bar{v}_1 \nabla_p - \vec{x}_1 \quad |2.47|$$

Por lo tanto, la ecuación |2.28| se transforma en:

$$-\vec{J}_i = \Omega_{i0} \nabla \ln T + \sum_{l=1}^{r-1} \Omega_{il} (\nabla_{T,p} \mu_l + \bar{v}_l \nabla_p - \vec{x}_l) \quad |2.48|$$

Sustituyendo |2.30| en la ecuación |2.48| resulta:

$$-\vec{J}_i = \Omega_{i0} \nabla \ln T + \sum_{l=1}^{r-1} \Omega_{il} \left(\sum_{k=1}^{r-1} \frac{\partial \mu_l}{\partial \rho_k} \bar{v}_{lk} + \bar{v}_l \nabla_p - \vec{x}_l \right) \quad |2.49|$$

Introduciendo los coeficientes de difusión $D_{i,k}$ definidos por la ecuación |2.32|, puede escribirse:

$$-\vec{J}_i = \Omega_{i0} \nabla \ln T + \sum_{k=1}^{r-1} D_{ik} \nabla \Omega_{ik} + \sum_{l=1}^{r-1} \Omega_{il} (\bar{v}_l \nabla_p - \vec{x}_l) \quad |2.50|$$

Varias combinaciones se hacen con los coeficientes $D_{i,k}$ y Ω_{il} para definir otros nuevos: Entre ellos tenemos:

a) Coeficiente de termodifusión

$$D_i = \frac{1}{\rho_i T} \Omega_{i0} \quad |2.51|$$

b) Razón de difusión térmica

$$\rho_i D_i = \sum_{k=1}^{r-1} \mathcal{K}_k D_{ik} \quad |2.52|$$

c) Coeficiente de Soret s_k

$$s_k = - \frac{1}{\rho_k} \mathcal{K}_k \quad |2.53|$$

Algunos autores definen el coeficiente de Soret con el signo cambiado.

En términos de estos nuevos coeficientes, la ecuación |2.50| toma las formas siguientes:

$$-\vec{J}_i = \rho_i D_i \nabla T + \sum_{k=1}^{r-1} D_{ik} \nabla \rho_k + \sum_{l=1}^{r-1} \Omega_{il} (\vec{v}_l \nabla p - \vec{x}_l) \quad |2.54a|$$

$$-\vec{J}_i = \sum_{k=1}^{r-1} D_{ik} (\nabla \rho_k + \mathcal{K}_k \nabla T) + \sum_{l=1}^{r-1} \Omega_{il} (\vec{v}_l \nabla p - \vec{x}_l) \quad |2.54b|$$

$$-\vec{J}_i = \sum_{k=1}^{r-1} D_{ik} (\nabla \rho_k - \rho_k s_k \nabla T) + \sum_{l=1}^{r-1} \Omega_{il} (\vec{v}_l \nabla p - \vec{x}_l) \quad |2.54c|$$

Para un sistema en que no actúan fuerzas exteriores, y en equilibrio mecánico, entonces el sistema es también isobárico y por consiguiente, las ecuaciones |2.55| se reducen a:

$$-\vec{J}_i = \rho_i D_i \nabla T + \sum_{k=1}^{r-1} D_{ik} \nabla \rho_k \quad |2.55a|$$

$$-\vec{J}_i = \sum_{k=1}^{r-1} D_{i,k} (\nabla \rho_k + \mathcal{K}_k \nabla T) \quad |2.55b|$$

$$-\vec{J}_i = \sum_{k=1}^{r-1} D_{i,k} (\nabla \rho_k - \rho_k s_k \nabla T) \quad |2.55c|$$

Los dispositivos experimentales para la medida de los coeficientes de difusión térmica, constan en general de dos placas metálicas paralelas, entre las que se coloca una disolución de concentración homogénea. La placa caliente es la superior, para evitar las corrientes de convección. Se establece casi de forma inmediata un gradiente de temperaturas estacionario. Como consecuencia de este gradiente, los solutos empiezan a difundirse respecto del disolvente, por lo que se establece un gradiente de concentración. Si el coeficiente de difusión térmica de la componente i es positivo, este componente emigrará hacia la placa fría. En caso contrario lo hará hacia la placa caliente. Para la mayoría de las disoluciones de electrolitos fuertes en agua, D_i es positivo, por lo que la sal se difunde hacia la placa fría. Esta difusión produce un gradiente de concentración de la componente i , el cual genera a su vez un flujo de sal en sentido contrario al producido por el gradiente de temperaturas. De esta forma acaba por establecerse un régimen estacionario, cuando ambos flujos de sal en sentido opuesto se compensan. Es por tanto un sistema en el que se establece un gradiente de concentración por efecto de un gradiente de temperatura. (Efecto Soret). El fenómeno inverso de generarse un gradiente de temperatura como consecuencia de un gradiente de concentración es el efecto Dufour.

El estado estacionario del efecto Soret puede describirse matemáticamente haciendo que cada uno de los flujos de difusión sea nulo. En estas condiciones la ec. |2.55c| se convierte en:

$$\nabla \rho_k = \rho_k s_k \nabla T \quad (k = 1, 2, \dots, r-1) \quad |2.56|$$

Esta ecuación escrita en forma escalar será:

$$\frac{d \ln \rho_k}{dT} = s_k \quad (k = 1, 2, \dots, r-1) \quad |2.57|$$

El coeficiente de Soret puede por tanto determinarse en el estado estacionario.

II.2.4. Ecuaciones de difusión en un sistema binario.

El sistema más simple es el binario, constituido por el disolvente y un único soluto. Este caso:

- a) Las ecuaciones correspondientes a un sistema isotérmico |2.29| se transforman en:

$$-\vec{j} = D_1 \nabla \rho_1 \quad |2.58|$$

- b) Las ecuaciones |2.58| para un sistema no isotérmico se reducen a:

$$-\vec{j}_1 = \rho_1 D_1 \nabla T + D_1 \nabla \rho_1 \quad |2.59a|$$

$$-\vec{j}_1 = D_1 (\nabla \rho_1 + \mathcal{J}_1 \nabla T) \quad |2.59b|$$

$$-\vec{j}_1 = D_1 (\nabla \rho_1 - \rho_1 s_1 \nabla T) \quad |2.59c|$$

El subíndice 1 se refiere al soluto, y que en general se suprime.

11.2.5. Aplicación al estanque solar no convectivo.

En el caso de un estanque solar no convectivo existen simultáneamente el gradiente de concentración y temperatura. Como en general es un sistema binario la ecuación a aplicar serán las [2.59]. Utilizando la forma c

$$j = -D_1(\nabla\rho_1 - s_1\nabla T)$$

En el caso de un coeficiente de Soret negativo podría llegarse al estado estacionario, de forma que el flujo de sal debido al gradiente de concentración se compensará por el efecto de un gradiente de temperatura inverso. En este caso habría de cumplirse que

$$\nabla\rho_1 = -s_1\nabla T$$

Aplicando la condición de estabilidad [2.25]*

$$\nabla\rho_1 = -s_1\nabla T \geq - \frac{\nu + \alpha}{\nu + D} \frac{\partial\rho/\partial T}{\partial\rho/\partial\rho_1}$$

y por tanto

$$s \leq \frac{1}{\rho_1} \frac{\nu + \alpha}{\nu + D} \cdot \frac{\partial\rho/\partial T}{\partial\rho/\partial\rho_1} \quad [2.60]$$

Puesto que $\frac{\partial\rho/\partial T}{\partial\rho/\partial\rho_1}$ es un número negativo, si s es negativo y cumple la condición [2.60], entonces el sistema se mantendría autoestable.

(*) ROTHMAYER, M.: *The Soret Effect and Salt Gradient Solar Ponds* Solar Energy, Vol. 25, 567-568 (1980).

Son varias las sales que tienen un coeficiente de Soret negativo, pero de aquellas cuyo valor se conoce solo el Ioduro de Litio parece satisfacer la condición.(260) .

El cloruro sódico, que es la sal más frecuentemente utilizada por su abundancia y bajo coste, tiene un coeficiente Soret positivo. No puede esperarse por tanto que un estanque que lo utilice sea autoestable. Es más, el flujo de sal aumentará a medida que aumenta el gradiente de temperaturas.

Por tanto, para mantener la estabilidad en el estanque solar, es preciso actuar en contra de la difusión salina, mediante la adición o extracción de sal según las zonas.

Si el sistema fuera isotérmico, a una temperatura dada y para un gradiente de concentración inicial, el flujo de sal podría determinarse fácilmente, aplicando la ecuación [2.58]. Bastaría entonces con reponer en el fondo, y extraer de la superficie, la sal transportada por difusión.

El gradiente de temperatura contribuye y no siempre de forma despreciable a este flujo de sal, el cual podría ser determinado a partir de la ec. [2.59c]. El principal problema que se presenta a la hora de hacer este cálculo es la falta de información sobre los valores de los coeficientes D y s para las altas concentraciones y temperaturas de los estanques solares.

Entre los distintos trabajos que sobre este tema se han realizado podemos citar los siguientes:

a) Chepurnuy et al*. Despreciando el efecto Soret sobre la difusión, deducen mediante un modelo de difusión el tiempo que tardaría la zona convectiva superior en alcanzar una concen

(*) CHEPURNUY, W., SAVAGE, S.B.: *Effect of diffusion on Concentration Profiles in a solar Pond*. Solar Energy, Vol. 17, 203-205 (1975).

tracción igual a una fracción de la concentración inicial de la zona convectiva del fondo. Parten de un perfil de concentración en escalera. Este tiempo es tanto menor cuanto mayor es el número de capas y mayor la profundidad.

b) Leshuk et al*, mediante un prototipo experimental de laboratorio, con iluminación artificial, siguen la evolución de los perfiles de densidad y temperatura de la disolución. Consiguen temperaturas en el fondo de hasta 74°C, y deducen que el perfil de densidades no varía grandemente. No obtienen resultados cuantitativos. Además, el tiempo en que siguen el fenómeno es como máximo de 36 días, por lo que sus resultados no son extrapolables a la larga duración que se espera esté en funcionamiento el estanque.

c) Lewis et al**, Lo más destacable de su trabajo es sin duda el montaje experimental y la metodología de las medidas. Utiliza un interferómetro que le permite seguir la evolución de zonas convectivas en el seno de una disolución. Hace varias pruebas: Con disolución homogénea, produce inestabilidades calentando por el fondo, o enfriando la superficie. Repite la experiencia para una disolución con un determinado gradiente de concentración. El desarrollo ahora de zonas convectivas es mucho más lento. Los resultados que obtiene son comparativos. Desgraciadamente no obtiene valores numéricos de los flujos de sal ni de los coeficientes de difusión.

d) Meyer et al***, intentan seguir la evolución de la interfase entre la zona convectiva y no convectiva, mediante la determinación de perfiles de salinidad y temperatura. Visuali-

(*) LESHUK, J.P., ZAWORSKI, R.J., STYRIS, D.L., HARLING, O.K.: *Solar Pond Stability Experiments*. Solar Energy, Vol. 21, 237-244 (1978).

(**) LEWIS, W.T., INCROPERA, F.P., VISKANTA, S.: *Interferometric Study of Mixing Layer Development in a Solar Laboratory Simulation of Solar Pond Conditions*. Solar Energy, Vol. 28, 389-341 (1982).

(***) MEYER, K.A., GRIMER, D.P., JONES, G.F.: *An Experimental and Theoretical Study of Salt Gradient pond Interface Behavior*. AS-ISES Houston (1982).

zan el fenómeno añadiendo a la disolución un colorante que es indicador del pH. Construyen un modelo de difusión y ven el grado de aproximación entre los valores numéricos del modelo y los experimentales. Aunque determinan el flujo de sal mediante la diferencia de concentraciones en un nivel dado, en su trabajo no especifican estos valores.

e) Nielsen*, haciendo medidas gravimétricas del contenido en sal por encima de un determinado nivel de referencia, en estanques experimentales, y a lo largo de un año, obtuvo un flujo medio de sal de aproximadamente $21.6 \text{ Km.m}^{-2}.\text{año}^{-1}$. Esto supone una gran cantidad de sal para el mantenimiento de la estabilidad.

La solución práctica al problema de la difusión no es la reposición en el fondo y la extracción en la superficie en forma continua de la sal que es transportada. Parece más lógico tratar de determinar el tiempo máximo posible en el que el estanque se mantiene estable sin tener que actuar sobre él. Para ello es necesario seguir la concentración en todos los niveles del estanque, y fundamentalmente en la interfase entre la zona convectiva del fondo y la no convectiva.

Los perfiles de densidad y temperatura, extraídos periódicamente, constituyen el mejor indicativo de como evolucionan las distintas zonas del estanque. Pero no son suficientes, es preciso determinar con el mayor rigor posible el flujo de sal, y cuando hay que actuar sobre el sistema para mantener la estabilidad en el mismo.

(*) NIELSEN, C.E.: *Salt Transport and Gradient Maintenance in Solar Ponds*. AS-ISES, Houston (1982).

CAPITULO III

MODELOS DE TRANSFERENCIA ENERGETICA EN UN
ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO.

CAPITULO III

MODELOS DE TRANSFERENCIA ENERGETICA EN UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO

III.1. INTRODUCCION.

La hipótesis previa por poder establecer un modelo de transferencia de calor en un estanque solar no convectivo, es suponer la estabilidad del mismo. Esto significa que las diferentes zonas están perfectamente delimitadas, y que se mantienen a lo largo del tiempo.

Si a esta hipótesis se añade el suponer que las dimensiones horizontales del estanque son muy grandes comparadas con su profundidad, las pérdidas energéticas laterales son despreciables frente a la transferencia de calor que tiene lugar en la dirección vertical, y puede por tanto establecerse un modelo de transferencia monodimensional.

El balance energético de una capa diferencial situada en la zona *no convectiva* puede escribirse mediante la ley de Fourier para la difusión térmica:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} - \dot{Q}(x) \quad |3.1|$$

siendo:

K = conductividad térmica de la disolución.

C = Calor específico.

x = Distancia a la superficie libre del estanque.

τ = Tiempo transcurrido desde la entrada en funciona-

miento del sistema.

T = Temperatura.

$\dot{Q}(x)$ = Representa las fuentes de calor internas en la capa. Estas pueden ser positivas (Flujo de radiación solar absorbido por la capa) o negativas (Flujo energético extraído de la misma). Es una función de x porque lo es la absorción. Tampoco se extrae energía de todos los niveles.

La solución de la ec. |3.1| exige el conocimiento de $\dot{Q}(x)$, así como del establecimiento de una condición inicial y dos condiciones de contorno.

Con esta ecuación de partida, veamos como distintos autores han intentado aplicarla a la descripción del funcionamiento térmico de un estanque solar y bajo qué condiciones.

III.2. MODELO DE WEINBERGER.

Fue Weinberger* quien primeramente abordó la formulación físico-matemático de un estanque solar.

Aceptó como válida la ecuación |3.1| que escribe de la forma:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{1}{K} H(x, \tau) \quad |3.2|$$

siendo:

$$\alpha = \text{Difusividad térmica} = K/\rho c$$

(*) WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Pond*. Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).

$H(x, \tau) = - \partial I(x, \tau) / \partial x$ la energía solar absorbida a la
a la profundidad x por unidad de superficie
y tiempo.

τ = Tiempo en horas.

Las hipótesis impuestas al modelo son:

- 1^a) El estanque es totalmente *no Convectivo* por lo que la ecuación [3.2] es válida para todo el sistema.
- 2^a) Los parámetros K , ρ , C , son independientes de la concentración y la temperatura, e iguales para la disolución y suelo bajo el estanque.
- 3^a) Las dimensiones horizontales son grandes comparadas con la profundidad.
- 4^a) Toda la radiación es tratada como directa.

Las condiciones impuestas para la resolución de la ecuación son:

- *Condición inicial*

La distribución inicial de temperaturas en el sistema es uniforme y además se conoce.

- *Condiciones de contorno*

1°) La temperatura en la superficie libre del estanque es igual a la temperatura ambiente.

Se basa para imponer esta condición en medidas experimentales de la temperatura en la superficie libre del Mar Muerto. La temperatura en la superficie del mar era siempre superior a la ambiente, pero nunca la diferencia era mayor de 4°C .

Al imponer esta condición, se evita el tener que valorar las pérdidas energéticas del estanque a través de la superficie libre por evaporación, radiación, convección, etc.

2°) Toda la radiación solar que llega al fondo, es completamente absorbida por él. Esta radiación está representada por $I(h, \tau)$, siendo h la profundidad del estanque. Además, del fondo se extrae también la energía $U(\tau)$.

Para obtener la solución analítica de la ecuación [3.2] es necesario expresar $H(x, \tau)$ como una función analítica, lo cual no es fácil dada la naturaleza aleatoria de la radiación solar.

Basándose en medidas experimentales de la radiación en un plano horizontal, y de absorción de la misma, aproxima la intensidad de radiación que llega a la profundidad x por la función:

$$I(x, t) = \frac{1}{24} I(x, D) + \sum M_{i,n} \exp(-\mu_{i,n} x) \sin \frac{2\pi n(t-D)}{24} + N_{i,n} \exp(-\nu_{i,n} x) \cos \frac{2\pi n(t-D)}{24} \quad |3.3|$$

siendo:

t = hora solar.

D = Número de días contados a partir del equinocio de primavera.

$M_{i,n}$, $N_{i,n}$ = Coeficiente de las componentes sinusoidales de $I(t)$.

$\mu_{i,n}$, $\nu_{i,n}$ = Coeficientes de absorción de la disolución salina.

El primer sumando de esta serie $I(x,D)$ representa la radiación total que por día llega a la profundidad x del estanque. Al dividirlo por 24 se obtiene la radiación media por hora. El resto de los sumandos representan las variaciones horarias de la radiación solar que alcanza dicho nivel x .

La radiación $I(x,D)$, representada en la Fig. 3.1, y 3.2, puede aproximarse a*

$$I(x,D) = \sum A_i \exp(-a_i x) + \sum B_{i,n} \exp(-b_{i,n} x) \operatorname{sen} \frac{2\pi n D}{365} \quad |3.4|$$

El primer sumando representa la radiación media diaria que llega al nivel x . El resto, la componente de variación anual correspondiente al día del año D .

$A_{i,n}$, $B_{i,n}$ = Coeficientes de las componentes media de radiación y de las componentes medias sinusoidales.

$a_{i,n}$, $b_{i,n}$ = Coeficientes de absorción para las distintas componentes.

La solución analítica de la ec. |3.2| es descompuesta por Weinberger en cinco sumandos, que representan la contribución de cinco fenómenos por separado

$$T(x,\tau) = T_0(x,\tau) + T_a(x,\tau) + T_b(x,\tau) + T_c(x,\tau) + T_d(x,\tau) \quad |3.5|$$

(*) WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Ponds*. Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).

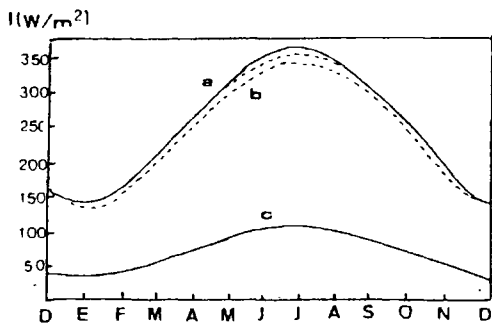


Fig. 3.1. Radiación media diaria: a) sobre superficie horizontal; b) entra en el estanque; c) que llega a 1 m*.

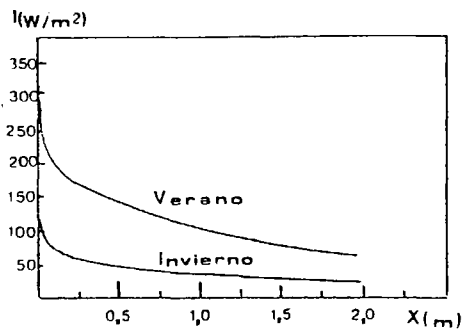


Fig. 3.2. Radiación media diaria que llega a distintos niveles en el estanque (Lat. 32°)

siendo:

$T_0(x, \tau)$ = Contribución a la temperatura final de la distribución inicial de temperaturas.

$T_a(x, \tau)$ = Efecto sobre la temperatura de la radiación absorbida por el fondo.

$T_b(x, \tau)$ = Efecto de la radiación absorbida por el estanque.

$T_c(x, \tau)$ = Efecto sobre la temperatura de la extracción de energía en el estanque.

$T_d(x, \tau)$ = Efecto del intercambio energético entre el estanque y la atmósfera.

(*) WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Pond*. Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).

Siguiendo a Carslaw y Jeager*, Weinberger establece:

$$T_a(x, \tau) = \frac{\sqrt{2\pi/\alpha}}{2k} \int_0^\tau \frac{I(x, \tau')}{\sqrt{\tau-\tau'}} \left\{ \exp\left(-\frac{(h-x)^2}{4\alpha(\tau-\tau')}\right) - \exp\left(-\frac{(h+x)^2}{4\alpha(\tau-\tau')}\right) \right\} d\tau' \quad |3.6|$$

$$T_b(x, \tau) = -\frac{\sqrt{\alpha/\pi}}{2k} \int_0^h \int_0^\tau \frac{\partial I(x, \tau')/\partial x}{\sqrt{\tau-\tau'}} \cdot \exp\left\{ -\left| \frac{(y-x)^2}{4\alpha(\tau-\tau')} \right| - \exp\left| -\frac{(y+x)^2}{4\alpha(\tau-\tau')} \right| \right\} d\tau' dy \quad |3.7|$$

$$T_c(x, \tau) = -\frac{\sqrt{\alpha/\pi}}{2k} \int_0^\tau \frac{U(\tau')}{\sqrt{\tau-\tau'}} \left\{ \exp\left| -\frac{(h-x)^2}{4\alpha(\tau-\tau')} \right| - \exp\left| -\frac{(h+x)^2}{4\alpha(\tau-\tau')} \right| \right\} d\tau' \quad |3.8|$$

$$T_d(x, \tau) = \bar{T} \left(1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\alpha\tau}}\right) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x/\alpha\tau}^\infty \tilde{T}\left(\tau - \frac{x}{4\alpha v^2}\right) \exp(-v^2) dv \quad |3.9|$$

siendo:

\bar{T} = Temperatura media de la superficie libre.

\tilde{T} = Variación temporal de la temperatura en superficie.

$$T_0(x, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} \int_0^\infty T_0(x', 0) \left\{ \exp\left(-\frac{(x-x')^2}{4\alpha\tau}\right) - \exp\left(-\frac{(x+x')^2}{4\alpha\tau}\right) \right\} dx' \quad |3.10|$$

(*) CARSLAW, H.S., JEAGER, J.C.: *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press (1959).

La integración de la ecuación [3.6] despreciando las oscilaciones horarias de la radiación solar y los términos no integrables de la componente periódica anual, tiene como resultado las curvas de la Fig. 3.3, que representan la elevación de temperatura en el fondo debida únicamente a la absorción de la radiación solar por el mismo.

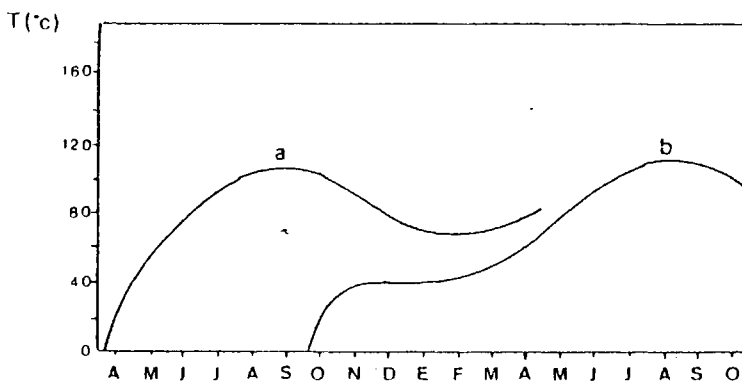


Fig. 3.3. Elevación de la temperatura en el fondo de un estanque de 1 m de profundidad como consecuencia de la absorción de radiación en el fondo. a) Entrada en funcionamiento en Primavera. b) Entrada en funcionamiento en Otoño*.

Las gráficas de la Fig. 3.3, ponen de manifiesto la importancia de la fecha de entrada en funcionamiento del sistema, sobre el tiempo que tarda en conseguirse la máxima temperatura en el fondo.

En el estado estacionario, la distribución de temperaturas en el estanque, como consecuencia de la absorción de radiación, vendrá dada por:

(*) WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Ponds*. Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).

$$T_a(x) + T_b(x) = \frac{1}{K} \sum \frac{A_i}{a_i} (1 - \exp(-a_i x)) \quad |3.11|$$

En la Fig. 3.4, se representa |3.11| para

$$\begin{aligned} A_1 &= 110 \text{ W/m}^2 & a_1 &= 0,48 \text{ m}^{-1} \\ A_2 &= 50 \text{ " } & a_2 &= 6,33 \text{ " } \\ A_i &= 0 \text{ " para } i > 2 \end{aligned}$$

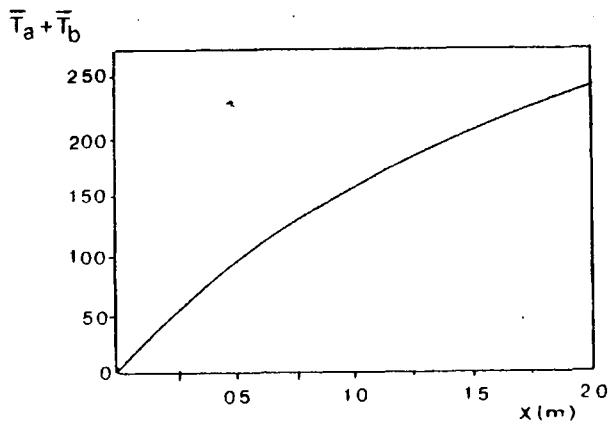


Fig. 3.4. Distribución estacionaria de temperaturas en el estanque como resultado de la absorción de radiación*.

La temperatura ambiente media diaria puede expresarse como suma de un término independiente del tiempo, y que representa la temperatura media anual, y otro término, dependiente de la fecha del año, y que representa las fluctuaciones de la media para dicha fecha. Es decir:

(*) WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Pond*. Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).

$$T_d(0,0) = \bar{T}_d + \tilde{T}(0,0) = \bar{T}_d + \sum E_n \text{ sen } 2\pi n(0 - \psi_n) \quad |3.12|$$

siendo:

E_n = amplitud de la oscilación.

ψ_n = desfase.

Para un tiempo τ muy largo, la influencia de la distribución inicial de temperaturas sobre la solución, es despreciable. Por tanto, en ausencia de extracción de energía, y para τ largo:

$$T_m(x,0) = T_a(x,0) + T_b(x,0) + T_d(x,0)$$

Esta solución, puede expresarse como suma de dos términos, el independiente del tiempo y el oscilatorio, de la forma:

$$T_m(x,0) = \bar{T}_m(x) + \tilde{T}_m(x,0)$$

Siendo

$$\bar{T}_m(x) = \frac{1}{k} \sum \frac{A_i}{a_i} \left(1 - \exp(-a_i x) \right) + \bar{T}_d \quad |3.13|$$

La ecuación |3.13| representa la solución de la ecuación diferencial |3.2| en el estado estacionario, y en ausencia de extracción de energía.

Si se introduce una función de descarga energética en el

fondo, de la forma:

$$U = \bar{U} + \hat{U}(D)$$

entonces, dependiendo de la temperatura a que se haga la extracción, existe una profundidad óptima del estanque para la que \bar{U} es máxima, y que es exactamente la energía absorbida en el fondo.

U representa en realidad un flujo de energía .

Si bien este modelo tiene el mérito de haber sido el primer intento por formalizar el comportamiento térmico de un estanque solar, tiene serias limitaciones:

- No es representativo de un estanque solar real típico. La ecuación planteada realmente solo describe la zona no convectiva. La influencia de las zonas convectivas sobre la distribución de temperaturas en el estanque no es despreciable.
- Las hipótesis de simplificación al estado estacionario, pueden dar una primera idea de la evolución de temperaturas, pero no es un modelo válido, ya que dada la naturaleza de la fuente térmica, es prácticamente imposible la aproximación a tal estado.
- En el tratamiento, de la radiación, no tiene en cuenta la fuerte absorción de la misma en los primeros cm .

II.3. MODELO NUMERICO DE AKBARZADEH *et al.*

Aceptando como válido el modelo propuesto por Weinberger,

Akbarzadeh et al* intentan la solución de la ecuación 3.2 por métodos numéricos, imponiendo las mismas condiciones inicial y de contorno.

Los datos de entrada al modelo numérico son:

- Radiación solar diaria.
- Temperatura ambiente.
- Razón de energía extraída del fondo.
- Razón de energía perdida por evaporación.

Las principales diferencias respecto del modelo de Weinberger son:

- a) Aunque impone la condición límite de que la temperatura en superficie, es igual a la temperatura ambiente, introduce en el modelo las pérdidas por evaporación.
- b) El tratamiento de la radiación solar es diferente. Acepta que la intensidad de radiación en la superficie libre del estanque viene dada por:

$$I = I_0 \cos a$$

siendo:

I_0 = intensidad de radiación en un plano normal a la misma;

a = altura solar.

(*) AKBARZADEH, A., AHMADI, G.: *Computer Simulation of the Performance of a Solar Pond in the Southern Part of Iran*. Solar Energy, Vol. 24, 143-151 (1980).

Además acepta la función de transmisión de la radiación propuesta por Rabi y Nielsen (Capítulo II, ecuación [2.10]).

- c) Introduce unos coeficientes que afectan a la intensidad de radiación solar en superficie y que representan la influencia sobre la misma de las nubes.

Aplica el modelo numérico a los siguientes casos:

- 1°) S-N-E . Sin nubes y sin evaporación.
- 2°) S-N+E . Sin nubes y con evaporación.
- 3°) S+N-E . Con nubes y sin evaporación.
- 4°) S+N+E . Con nubes y con evaporación.

Los resultados de la simulación para características de insolación en Shiraz (Irán)* se muestran gráficamente en las Figs. 3.5 y 3.6 para un estanque de 1 m de profundidad.

De la Fig. 3.5 se deduce que el considerar las pérdidas por evaporación no afecta sensiblemente a la temperatura del fondo (no más de un 5%) mientras que la presencia de nubes puede afectar hasta en un 25% a dicha temperatura reduciéndola.

Analiza también la elevación de temperatura debida únicamente a la absorción de radiación en el fondo, y compara sus resultados con los de Weinberger (Fig. 3.7). Las sensibles diferencias que aparecen no son en principio lógicas, ya que el efecto de las nubes y evaporación añadidos al modelo de Weinberger, deberfan traducirse en una temperatura en el fondo más baja. Los autores justifican la diferencia en haber considerado ellos una función de absorción más débil.

(*) AKBARZADEH, A., AHMADI, G.: *Computer Simulation of the Performance of a Solar Pond in the Southern Part of Iran*. Solar Energy, Vol. 24, 143-151 (1980).

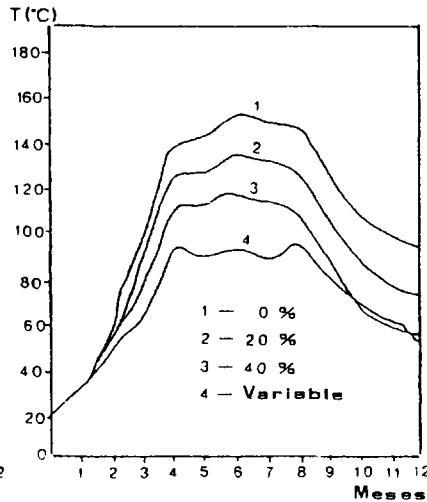
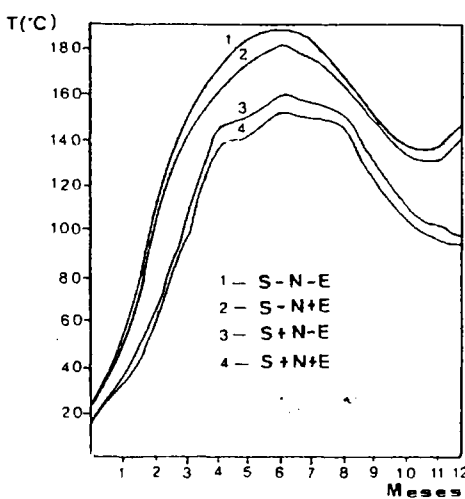


Fig. 3.5 Evolución de la temperatura en el fondo sin extracción de energía*.

Fig. 3.6. Evolución de la temperatura en el fondo con distintas razones de extracción de energía*.

A este modelo pueden hacerse las mismas objeciones serias que al modelo de Weinberger, ya que no aporta nada nuevo, excepto la resolución de la ecuación diferencial por métodos numéricos.

La alta elevación de temperaturas en el fondo del sistema es difícil de aceptar, así como la débil influencia de las pérdidas por evaporación sobre las mismas, cuando según sus propios datos, representan en media un 54,4% de la radiación media sobre la superficie libre del estanque. (Tablas 2 y 3 de (*)).

(*) AKBARZADEH, A., AHMADI, G.: *Computer Simulation of the Performance of a Solar Pond in the Southern Part of Iran*. *Solar Energy*, Vol. 24, 143-151 (1980).

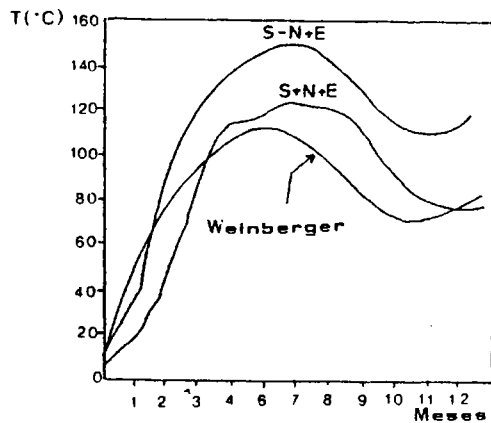


Fig. 3.6. Contribución a la temperatura del fondo de la radiación por él absorbida*.

III.4. MODELO TERMICO DE RABL Y NIELSEN

Para la determinación de la temperatura en el fondo de un estanque solar con una amplia zona de almacenamiento convectiva, y valorar la influencia del almacenamiento complementario en el suelo bajo el mismo, Rabl y Nielsen** proponen el siguiente modelo de transferencia de calor.

Aceptan como función de transmisión de la radiación solar en el interior del estanque, la propuesta por ellos (Cap. II, ec. |2.10|).

La intensidad de radiación sobre la superficie libre del

(*) AKBARZADEH, A., AHMADI, G.: *Computer Simulation of the Performance of a Solar Pond in the Southern Part of Iran*. Solar Energy, Vol. 24, 143-151 (1980).

(**) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *The Solar Pond for Space Heating*. Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).

estaque es descompuesta en dos términos, de la siguiente forma:

$$I(t) = \bar{I} + \tilde{I}$$

siendo:

\bar{I} = Intensidad de radiación media diaria, independiente del tiempo.

\tilde{I} = Variación de la intensidad de radiación respecto del valor medio para cada día del año y que es igual a $\tilde{I}_0 \cos \omega t$.

Por tanto:

$$I(t) = \bar{I} + \tilde{I}_0 \cos \omega t . \quad |3.16|$$

con $\omega = 2\pi/365,25$, y t viene dada en días.

De forma análoga, la temperatura ambiente es descompuesta de la forma:

$$T_a(t) = \bar{T}_a + \tilde{T}_{a0} \cos (\omega t - \delta_a) \quad |3.17|$$

Suponiendo una temperatura uniforme en la zona convectiva, para el estado estacionario:

$$T = \bar{T} + \tilde{T}_0 \cos (\omega t - \delta) \quad |3.18|$$

las condiciones impuestas al modelo son:

- *Condición inicial*

Distribución inicial de temperaturas conocida $T(x,0)$.

- *Condiciones de contorno*

1^a) La temperatura en superficie es igual a la temperatura ambiente.

2^a) Se introduce como condición una ecuación de balance energético en la zona convectiva del fondo.

El objetivo de este modelo es la obtención de la componente de la temperatura independiente del tiempo \bar{T} la amplitud de la componente sinusoidal, \hat{T}_0 , y el desfase δ respecto de la insolación.

Los pasos seguidos para la obtención de la solución son:

a) *Determinación de la componente independiente del tiempo*

En un estanque infinito, en estado estacionario, con temperatura ambiente e insolación constantes, no hay flujo de calor entre la zona convectiva del fondo, y el suelo. Bajo estas hipótesis, el balance energético de la zona de almacenamiento puede escribirse como:

$$\bar{T}(x=1) = K \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=1} + \frac{U}{A} (T_r - \bar{T}_a) \quad |3.20|$$

siendo:

1 = posición de la interfase entre la zona no convectiva

y la zona de almacenamiento.

U = Flujo energético extraído del estanque.

T_r = Temperatura a la que se extrae la energía.

A = Superficie del estanque.

Para la determinación del flujo de calor en la interfase, $x = l$ es preciso establecer la ecuación de transferencia de calor en la misma. En el estado estacionario, será*:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{1}{K} \cdot \frac{d\bar{T}}{dx} \quad |3.21|$$

Imponiendo

$$\begin{aligned} \bar{T}(0) &= T_a \\ \bar{T}(x=l) &= \bar{T} \end{aligned}$$

Se obtiene la solución analítica de la ec. |3.31|:

$$\bar{T} = \bar{T}_a + \frac{\tau \bar{T}_s}{K} \sum \frac{n_i}{\mu_i} \left(1 - e^{-\mu_i l} \right) - \frac{1}{K} \frac{U}{A} (T_r - \bar{T}_a) \quad |3.22|$$

De esta solución puede deducirse que:

- Cuando $A \rightarrow \infty$, el efecto de la descarga energética sobre la temperatura en la zona de almacenamiento es despreciable.
- Cuando l aumenta, T , primero crece hasta un valor máximo para l de 1 a 2 m, y después disminuye. En la Fig. 3.8

(*) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*. *Solar Energy*, Vol. 17, 1-12 (1976).

se representa la dependencia de \bar{T} (curva \bar{T}) con l , para distintas superficies. Puede verse que \bar{T} es independiente del espesor de la zona de almacenamiento.

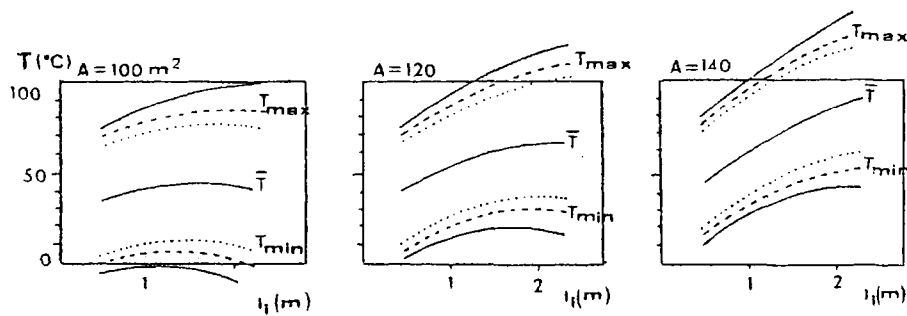


Fig. 3.8. Temperatura en el fondo, en función de l para distintas superficies: (—) para una profundidad total de 2,4 m; (- - -) para 3,0 m; (...) para 3,6 m *.

b) Determinación de la componente sinusoidal

En este caso sí que hay flujo de calor entre el estanque y el suelo bajo el mismo, por lo que el balance energético de la zona de almacenamiento

$$\dot{I}(x=1) = K \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=1} - \frac{U}{A} \dot{V} T_a - K_s \left. \frac{\partial \dot{T}_s}{\partial x} \right|_{x=1+l_c} + \rho c_p l_c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad |3.23|$$

siendo

l_c = espesor de la zona convectiva

K_s = conductividad del suelo.

La ecuación a resolver es ahora:

(*) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*. *Solar Energy*, Vol. 17, 1-12 (1976).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tau} = \frac{1}{K} \frac{\partial \tilde{I}}{\partial x} \quad |3.23|$$

Las condiciones de contorno son:

$$\begin{aligned} \tilde{T}(x=0) &= \tilde{T}_a \\ \tilde{T}(x=1) &= \tilde{T}_1 \end{aligned}$$

La temperatura del suelo bajo el estanque es:

$$T_s(y) = \bar{T} + \tilde{T} e^{-y/\sigma_s} \cos(\omega t - \delta - \frac{4}{\sigma_s}) \quad |3.24|$$

con:

$\sigma_s = \sqrt{2\alpha_s/\omega}$ Profundidad a la que la componente sinusoidal se reduce a $1/e$, con e la base de logaritmos Neperianos.

α_s = Difusividad térmica del suelo

$$y = x - (1+l_c)$$

Con estas hipótesis obtiene de forma analítica, el valor de \tilde{T}_0 (amplitud de la componente sinusoidal) y δ (desfase).

c) *Aproximación al estado estacionario de temperaturas en el suelo.*

Puede abordarse por dos caminos diferentes:

1º) Considerar el suelo como un sólido semiinfinito.

2°) Considerar el suelo como una capa de sólido de espesor finito.

El tiempo que tarda un sólido semiinfinito en adquirir el estado estacionario, y en el caso más simple, de que la temperatura inicial sea nula excepto en la superficie donde es constante y distinta de cero, e igual a T' ; entonces*:

$$T(x,t) = T' \operatorname{erf} \left\{ \frac{x}{2\sqrt{\alpha_s t}} \right\} \xrightarrow[\substack{\tau \rightarrow \infty \\ x \text{ fijo}}]{} T' \left\{ 1 - \frac{x}{\sqrt{\pi \alpha_s t}} \right\} \quad |3.25|$$

La aproximación al estado estacionario es lenta, aproximadamente proporcional a $\sim 1/\sqrt{\tau}$. Este proceso es tanto más lento, cuanto mayor es la profundidad x considerada.

En el caso de considerar una capa de espesor finito L y con las condiciones:

$$T(x=0,t) = 0$$

$$T(x=L,t) = T' \text{ constante}$$

Entonces:

$$T(x,\tau) = T' \left\{ \frac{x}{L} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi x}{L} \right) \exp \left[-\alpha \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \tau \right] \right\} \quad |3.26|$$

Los transitorios decaen exponencialmente, siendo el término más lento el correspondiente a $n = 1$. El acercamiento al estado estacionario en este caso es proporcional a $\exp \left[-\alpha \frac{\pi^2}{L^2} \tau \right]$, mucho más rápido que en el caso anterior, lo cual es perfectamente lógico, ya que se tarda más en calentar un sólido semiinfinito, cuando el calor es suministrado solo

(*) CARSLAW, H.S., JEAGER, J.C.: *Conduction of heat in solids*. p. 58. Oxford University Press (1959).

en la superficie.

d) Evaluación de las pérdidas laterales.

Considerando un estanque cilíndrico de altura h y de radio a , y utilizando el método de las imágenes, Rabl y Nielsen*, obtienen la relación entre la temperatura de un estanque infinito, bajo las siguientes hipótesis:

- Toda la radiación es absorbida en el fondo del estanque.
- La temperatura ambiente es nula.
- Las propiedades térmicas del agua y del suelo son iguales.
- Se omite la zona convectiva.

Entonces:

$$\frac{T_{a,h}}{T_{\infty,h}} = \frac{a}{2h} \left(1 + \frac{2-h}{a} - \sqrt{1 + \frac{4h^2}{a^2}} \right) \xrightarrow{(a/l) \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{h}{a} \right) \quad |3.27|$$

Siendo:

$T_{a,h}$ = La temperatura en el centro de la base de un cilindro de radio finito a .

$T_{\infty,h}$ = Temperatura en el centro de la base de un cilindro de radio infinito.

La ec. |3.27| se deduce que la corrección a la temperatura por efecto de las pérdidas laterales es $\left(1 - \frac{h}{a} \right)$, dependiendo

(*) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*. Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1964).

do por tanto de la relación entre la profundidad del estanque y del radio superficial. A esta misma conclusión había llegado Weinberger*.

Si bien [3.27] puede darnos una primera idea de cómo será afectada la temperatura por efecto de las pérdidas laterales del sistema, las hipótesis altamente restrictivas impuestas en su obtención impiden aceptarla como válida.

En la Fig. 3.9 se representan las temperaturas máximas, media y mínima esperadas en el fondo del estanque y en función de la superficie del mismo, en el caso de un estanque con $l = 0,9 \text{ m}$ y $l_c = 2,0 \text{ m}$.

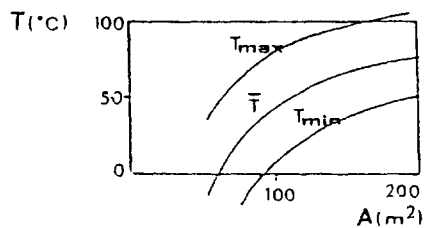


Fig. 3.9. Dependencia de la temperatura en el fondo del estanque con la superficie del mismo**.

Los resultados del modelo propuesto puede verse en la Fig. 3.8. De ellos se deduce que sería posible la elección del espesor adecuado de la zona no convectiva, en función de la superficie y temperatura máxima y mínima en el fondo del estanque.

Aunque en este modelo trata de introducirse el efecto

(*) TABOR, H.: *Large Area Solar Collectors for Power Production*. Solar Energy, Vol. 7, 190 (1963).

(**) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*. Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).

de la zona de almacenamiento, el tratamiento que se hace de la misma es bastante restrictivo. Es difícil aceptar una zona de almacenamiento de hasta 3 m de espesor con una distribución de temperaturas totalmente uniforme, a pesar del carácter convectivo de la misma. Puede decirse que en realidad solo describe la zona de gradiente.

No están bien tratadas las interacciones del estanque y la atmósfera a través de la superficie libre.

III.5. MODELO DE HAWLADER *et al.**

Parte de la ecuación de Fourier que describe la transferencia de calor en la zona no convectiva.

Aceptan como función de transmisión de la radiación solar la 2.15' descrita en el Cap. II.

El balance energético en una capa diferencial de la zona no convectiva vendrá dado por:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + I_s \mu (\rho c)^{-1} \text{Sec. } \theta_r \quad |3.29|$$

Para la resolución de esta ecuación establecen como condiciones de contorno en las interfases de la zona no convectiva, con sus adyacentes convectivas, el flujo de calor a través de las mismas. Este flujo es determinado a partir de los balances energéticos siguientes:

$$\frac{\partial T_s}{\partial \tau} = \frac{I_s}{\rho x_1 c} \left(1 - (1-F) \exp[-\mu(x_1 - \delta) \text{sec } \theta_r] \right) + \frac{K}{\rho c x_1} \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} \right)_{x=x_1} - \frac{Q_L s}{\rho x_1 c} \quad |3.30|$$

(*) HAWLADER, M.N.A., BRINKWORTH, B.J.: *An Analysis of the Nonconvecting Solar Pond*. Solar Energy, Vol. 27, 195-204 (1981).

Siendo:

x_1 = posición de la interfase entre la zona convectiva superficial y la no convectiva.

T_s = Temperatura uniforme para la zona convectiva superficial.

El significado de los términos que aparecen en el miembro de la derecha de la ec. [3.30] es el siguiente:

1° término: Efecto sobre la temperatura de la zona de la absorción de radiación solar por la misma.

2° término: Efecto del flujo desde o hacia la zona no convectiva.

3° término: Efecto de las pérdidas a través de la superficie libre del estanque por convección, evaporación, radiación.

De forma análoga, en el límite inferior de la zona de gradiente se establece:

$$\frac{\partial T_f}{\partial \tau} = \frac{(1-F)I_s}{\rho l_c x_2} \exp(-u(x_2-s)\sec \theta_r) - \frac{K}{\rho l_c c_p} \left(\frac{\partial T_f}{\partial x} \right)_{x=x_2} - \frac{Q_{2s}}{\rho l_c c} - \frac{Q_c}{\rho l_c c} \quad [3.31]$$

siendo:

x_2 = posición de la interfase entre la zona de gradiente y la de almacenamiento.

l_c = espesor de la zona de almacenamiento.

El significado de los términos de la derecha de la ec. |3.31| es:

- 1° término: Efecto sobre la temperatura en la zona de almacenamiento debido a la absorción de energía por dicha zona.
- 2° término: Efecto del flujo de calor a través de la interfase.
- 3° término: Efecto del flujo de calor hacia el suelo.
- 4° término: Efecto del flujo de energía extraído de la zona de almacenamiento.

La evaluación del 3° término de |3.31| se hace suponiendo que el suelo se mantiene a una temperatura constante e igual a 7°C .

La resolución de la ec. |3.29| la aborda mediante un modelo numérico, y para un estado cuasiestacionario periódico.

Este modelo le permite determinar la influencia sobre la temperatura de la zona de almacenamiento de:

- Distintos valores del coeficiente de absorción de la radiación.
- Espesor de la zona de almacenamiento.
- Espesor de la zona de gradiente.
- Distintas razones de energías extraídas.

La Fig. 3.10 muestra el importante efecto del valor del

coeficiente de absorción sobre la elevación de temperatura en la zona de almacenamiento.

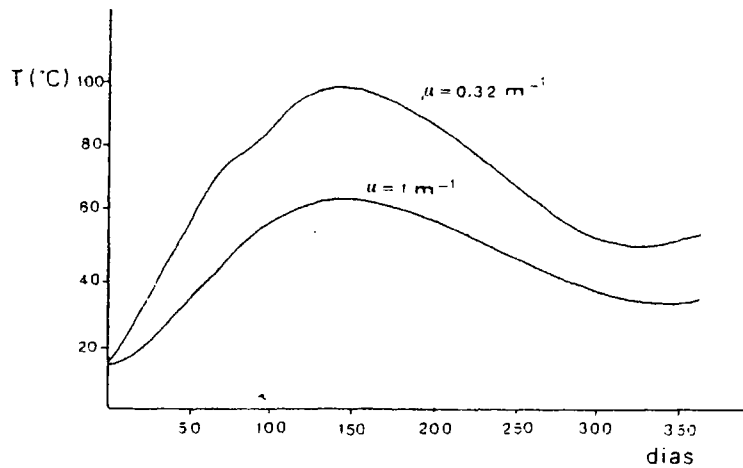


Fig. 3.10. Temperatura de la zona de almacenamiento por diferentes coeficientes de absorción. No hay extracción de energía. ($x_1 = 0,1 \text{ m}$; $x_2 = 1,5 \text{ m}$; $l_c = 1,0 \text{ m}$.)*

Este modelo es el más riguroso de los expuestos en este Capítulo, ya que tiene en cuenta las dos zonas convectivas del estanque y su interacción con la zona de gradiente y se tratan con bastante rigor los intercambios energéticos con el medio exterior.

Puede achacársele como al modelo de Rabl y Nielsen, que hace una hipótesis demasiado simplificada de la temperatura en la zona de almacenamiento.

Esta hipótesis evita el tener que introducir un nuevo mecanismo de transferencia de calor por convección en tal zona.

Parece que no se resuelve la ecuación en régimen transitorio.

(*) HAWLADER, M.N.A., BRINKWORTH, B.J.: *An Analysis of the Non-convecting Solar Pond*. Vol. 27, 195-204 (1981).

Dejamos para el Capítulo V el desarrollo del modelo Analógico (tipo Liebmann) propuesto por nosotros, que permite resolver en *régimen transitorio*, una ecuación de transferencia generalizada al sistema completo constituido por el estanque con sus tres zonas, el suelo y el aire.

CAPITULO IV

DETERMINACION EXPERIMENTAL DE LOS DIVERSOS
PARAMETROS FISICOS QUE DESCRIBEN UN ESTAN-
QUE SOLAR NO CONVECTIVO.

CAPITULO IV

DETERMINACION EXPERIMENTAL DE LOS DIVERSOS PARAMETROS FISICOS QUE DESCRIBEN UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO

IV.1. INTRODUCCION

Como hemos visto en capítulos anteriores, son varios los fenómenos físicos que tienen lugar simultáneamente en un estanque solar no convectivo.

El análisis riguroso de estos fenómenos exige poder ejercer un cierto control sobre las variables y parámetros que los describen. En un estanque real este control no puede ejercerse, ya que las condiciones exteriores al mismo son de naturaleza aleatoria, y no pueden fijarse. Es preciso, por tanto, construir unos prototipos experimentales de laboratorio, donde estas condiciones puedan imponerse.

La construcción de un pequeño prototipo de estanque solar, iluminado artificialmente, nos ha permitido seguir la evolución de ciertas variables (temperatura, densidad) y evaluar ciertos coeficientes de transferencia térmica y de difusión salina.

En este prototipo, es sin embargo difícil medir con exactitud la radiación que llega a los distintos niveles, ya que no existen buenos medidores comerciales capaces de funcionar en un medio salino a altas temperaturas. Podrían utilizarse medidores fotoeléctricos, como indica Tabor*. Pero en este caso es difícil encontrar la función de correlación para altas temperaturas

(*) TABOR, H., WEINBERGER, H.Z.: *Nonconvecting Solar Ponds*. Solar Energy Handbook. Mc Graw Hill New York (1980).

además estos sistemas son altamente selectivos para determinadas longitudes de onda. Ello nos llevó a la construcción de otro sistema experimental, para poder determinar el coeficiente de absorción global en aguas con distinto grado de transparencia.

Mediante la extracción de muestras de distintos niveles en el estanque experimental, han podido deducirse unos primeros valores de los parámetros de difusión. Para un estudio más preciso de este fenómeno, hemos diseñado un nuevo prototipo.

IV.2. PROTOTIPOS EXPERIMENTALES PARA LA DETERMINACION DE PARAMETROS.

IV.2.1. Prototipo de estanque solar.

IV.2.1.1. Descripción.

El prototipo experimental, está constituido por un depósito cilíndrico de 0,6 m de diámetro. La altura, de 1,6 m, es una solución de compromiso entre los problemas prácticos de emplazamiento (peso excesivo), y el ser representativo de un estanque solar convencional, con una zona de gradiente de 0,9 m.

Se eligió como material del depósito el fibrocemento porque:

- Se evitan los fenómenos de corrosión por la acción de sales, muy fuertes en los metales.
- La conductividad térmica del fibrocemento es muy baja (comparada con la de los metales), por lo que las pérdidas laterales se reducen, así como los puentes térmicos entre las distintas zonas a través de las paredes del depósito.

- Las variaciones de temperatura no son grandes, y por tanto las dilataciones pueden ser absorbidas sin producirse ruptura.

Un inconveniente de este material es que su coeficiente de absorción óptica es grande, por lo que la energía absorbida por las paredes pueden ser notable. Para evitar este problema, la superficie interior del depósito fue tratada con pintura blanca de cloro-caucho. El fondo fue pintado con una pintura negra absorbente.

Los materiales plásticos no son aconsejables, porque aparecen cambios de plasticidad cuando varía la temperatura, existiendo riesgo de deformación o ruptura.

Para que el prototipo sea representativo de un estanque solar, las pérdidas energéticas laterales deben ser prácticamente nulas. En un prototipo de tan pequeña superficie, el aislamiento debe ser casi perfecto.

El aislamiento lateral se consiguió con una serie de bandas calefactoras, de unos 10 cm de anchura, independientes pero cercanas. Un sistema de control automático, permite regular el funcionamiento de estas bandas, de forma que la temperatura a ambos lados de la pared sea la misma. Así se consigue un aislamiento adiabático. Sobre estas bandas se colocaron una serie de planchas de poliuretano de baja densidad, que resisten sin alterarse las temperaturas más altas en el sistema, no superiores a los 100°C .

El aislamiento por el fondo se efectúa mediante un termostato de circulación exterior, que conectado a un intercambiador de cobre (Fig. 4.1), situado en la base del depósito, permite el control de la temperatura en dicho fondo, y por tanto el control de las pérdidas energéticas por debajo. Este sistema permite incluso la carga térmica del estanque por el fondo.

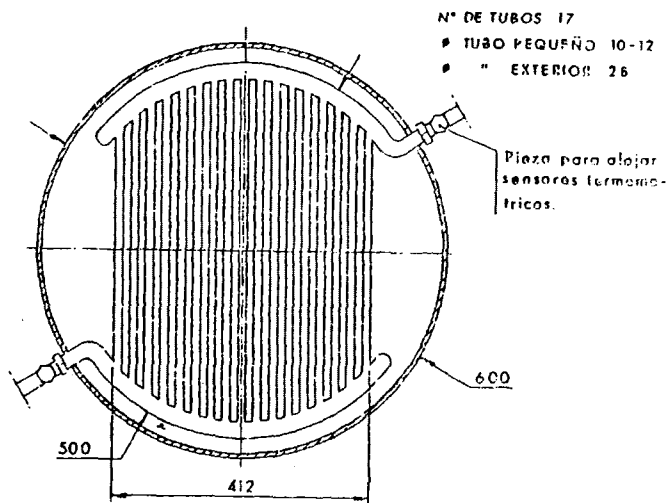


Fig. 4.1. Intercambiador de calor.

El conjunto va colocado sobre una plancha de aglomerado de corcho negro.

La iluminación del sistema se hace mediante un simulador solar, constituido por una lámpara de halógenos e incandescencia, 1000 W, CSI 99-022. El espectro de radiación de la lámpara, dado por el fabricante, es parecido al solar, aunque ligeramente desplazado hacia las $0,6 \mu\text{m}$ (Fig. 4.2). Las características geométricas de la lámpara se muestran en la Fig. 4.3.

La luz procedente del simulador, es dirigida mediante un tubo, y después de reflejarse en un espejo incide sobre la superficie libre del estanque. La posición del simulador puede variarse, de forma que la intensidad de radiación incidente sea la adecuada.

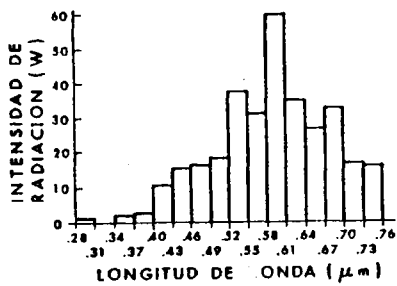


Fig. 4.2. Distribución espectral del simulador solar.

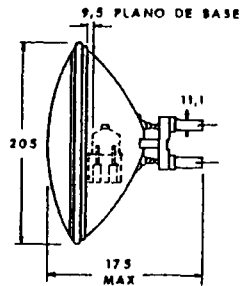


Fig. 4.3. Características geométricas del simulador.

Un sistema de nivel constante permite compensar las pérdidas de agua por evaporación, para evitar que la reducción de la columna de agua afecte a la transmisión de radiación. Este dispositivo deja de funcionar en los períodos en que se sigue el ritmo de evaporación y cuando se está haciendo un análisis de la difusión.

Un esquema del montaje del prototipo experimental puede verse en la Fig. 4.4.

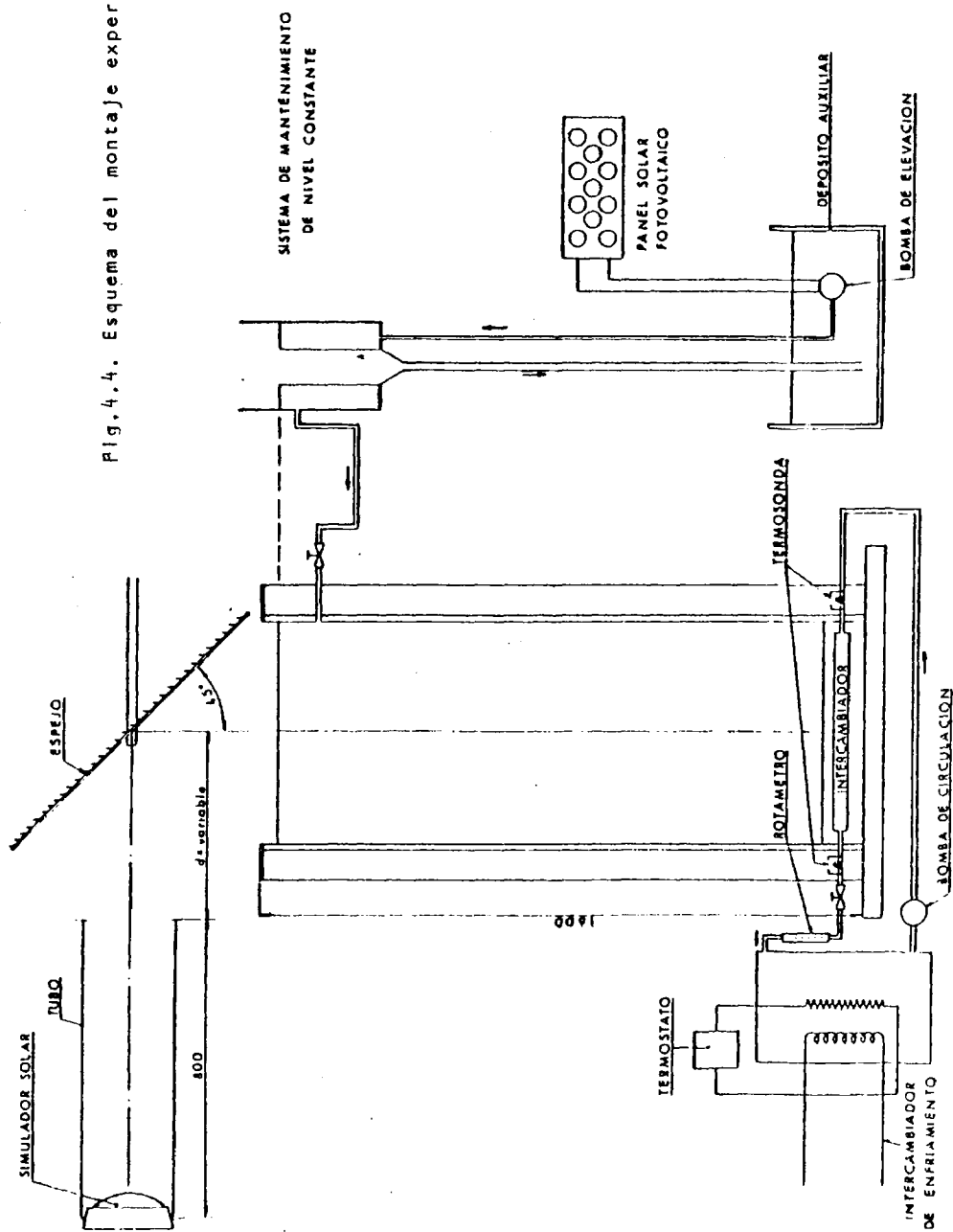
IV.2.1.2. Llenado del sistema.

a) Elección de sal.

Conviene aclarar que cualquier sustancia que dé una solución en agua transparente, es buena para establecer un gradiente de densidades en un estanque. Sin embargo ha de reunir las siguientes condiciones:

- Ser muy soluble en agua.

Fig. 4.4. Esquema del montaje experimental.



- La diferencia de densidades entre el agua y la disolución saturada ha de ser grande, para poder establecer una ancha zona de gradiente capaz de evitar la convección, y ser suficientemente aislante.
- No descomponerse con la temperatura, dando lugar a productos gaseosos, que perturbarían la estabilidad.
- No favorecer el desarrollo de microorganismos (azúcar, Agar-Agar, etc.).
- No ser tóxica.
- Ser económica.

Por estas razones, es por lo que generalmente se utilizan sales inorgánicas, que no tienen por qué ser puras. Pueden ser mezcla de las mismas, siempre que no reaccionen dando productos insolubles o volátiles.

Es deseable que el grado de solubilidad aumente con la temperatura, pero no es imprescindible. En la Fig. 4.5, se representa esta dependencia de la solubilidad con la temperatura para distintas sales, de las cuales, el KNO_3 es quien presenta una

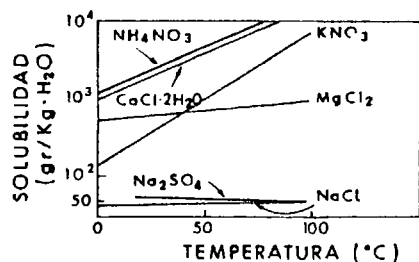


Fig. 4.5. Dependencia de la solubilidad con la temperatura*.

(*) LESHUK, J.P., ZAWORSKY, R.J., STYRIS, D.L., HARLING, O.K.: *Solar Ponds Stability Experiments*. Solar Energy, Vol. 21, 231-234 (1978).

mayor dependencia, mientras que el Na_2SO_4 , apenas ve afectada su solubilidad cuando la temperatura aumenta. Esta sal ha sido utilizada en un pequeño prototipo de estanque solar de laboratorio por Mangusi et al*. Sin embargo, la sal más comúnmente utilizada por su abundancia y bajo coste es el NaCl , bien pura, o mezclada con MgCl_2 . Nosotros hemos utilizado el cloruro sódico comercial.

En la tabla 4-1 se dan algunos de los valores de la densidad del cloruro sódico puro para distintas concentraciones y temperaturas. En la Fig. 4.6 se representa gráficamente esta dependencia de la densidad con la concentración y la temperatura.

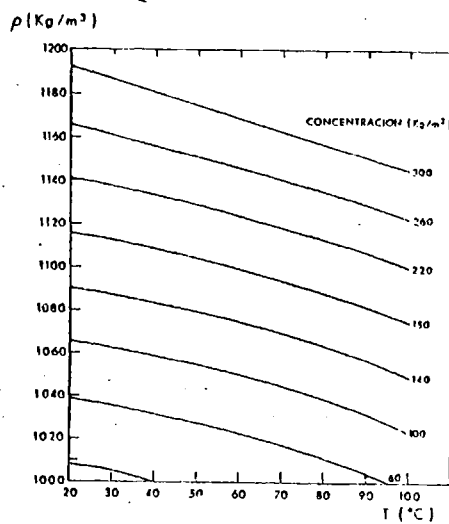


Fig. 4.6. Densidad de disoluciones de Cloruro Sódico para distintas concentraciones y temperaturas**.

(*) MANGUSI, J., SARAVIA, L., LESINO, G.: *The use of Sodium Sulfate in Solar Ponds*. Solar Energy, Vol. 25, 475-479 (1980).

(**) TABOR, H.: *Solar Ponds*. Review Article. Solar Energy, Vol. 27, 181-194 (1981).

Tabla 4-1

Densidad de disoluciones de cloruro sódico en g/cm³ *.

%(peso)	0°C	10°C	25°C	40°C	60°C	80°C	100°C
1	1,007	1,007	1,004	0,999	0,990	0,978	0,965
2	1,015	1,014	1,011	1,066	0,997	0,985	0,972
4	1,030	1,029	1,025	1,020	1,010	0,999	0,985
8	1,061	1,059	1,054	1,048	1,038	1,026	1,013
12	1,092	1,089	1,084	1,077	1,067	1,055	0,942
16	1,124	1,121	1,114	1,107	1,096	1,054	1,071
20	1,157	1,153	1,145	1,138	1,127	1,115	1,102
24	1,190	1,186	1,178	1,170	1,158	1,146	1,113
26	1,207	1,203	1,194	1,186	1,174	1,169	1,149

(*) PERRY, J.H.: *Chemical Engineer's Hand Book*, 262, Mc Graw Hill Book Company, Inc. USA (1979).

b) Técnicas de llenado.

Son varias las técnicas utilizadas en el llenado de un estanque solar. Una de ellas consiste en ir añadiendo capas de disolución cada vez más diluidas, desde una concentración de saturación para la zona de almacenamiento hasta una concentración nula en superficie.

Una técnica análoga a la anterior pero realizada en sentido inverso fue utilizada en el llenado de un estanque solar en Aspendale (Australia)*. En este caso se coloca primero una capa de agua. Posteriormente se añaden por el fondo disoluciones cada vez más concentradas, las cuales desplazan hacia arriba a las anteriores menos densas.

(*) TABOR, H.: *Solar Ponds*. Review Article. *Solar Energy*, Vol. 27, 181-194 (1981).

Zangrando* propone un nuevo método. Se llena con disolución saturada la zona destinada a almacenamiento y la mitad de la zona de gradiente. Se coloca un difusor justo en el nivel deseado para la interfase entre la zona de almacenamiento y la no convectiva, a través del cual se inyecta agua. Ajustando el flujo de agua a la velocidad ascendente del difusor, se consigue el establecimiento de un gradiente de concentración lineal.

Nosotros hemos utilizado el primero de los tres métodos propuestos, que es quizás el más cómodo para un pequeño prototipo. La adición de las sucesivas capas, se hace mediante un flotador que permite la salida horizontal del fluido a través de pequeños orificios, con el fin de evitar la mezcla.

En un recipiente aparte se preparó una disolución con concentración próxima a la saturación ($\rho_{15} = 260 \text{ Kg/m}^3$), de Cloruro Sódico comercial, llenando con ella la zona de almacenamiento de 35 cm. Posteriormente se añadieron 9 capas de 10 cm de espesor de concentraciones 0,9, 0,8, ..., 0,1, constituyendo una zona de gradiente de 90 cm. Finalmente se añadió una capa de agua de 20 cm. En la Fig. 4.7.a, se representa la distribución zonal del estanque, y en la Fig. 4.7.b el perfil de densidades en escalera inicial, y el obtenido a los 15 días de llenar el sistema.

Como resultado de la experiencia adquirida, y con el fin de evitar la inyección de solución saturada por el fondo, en un segundo llenado del sistema se dejó un remanente de sal en la zona de almacenamiento. Para evitar el cambio en el comportamiento térmico de un fondo reflectante (sal no disuelta) se colocó una superficie absorbente más densa que la solución saturada, justo encima de dicha sal.

En el estanque real, este problema podría resolverse

(*) ZANGRANDO, F.: *A Simple Method to Establish Salt Gradient Solar Ponds*. Solar Energy, Vol. 25, 467-470 (1981).

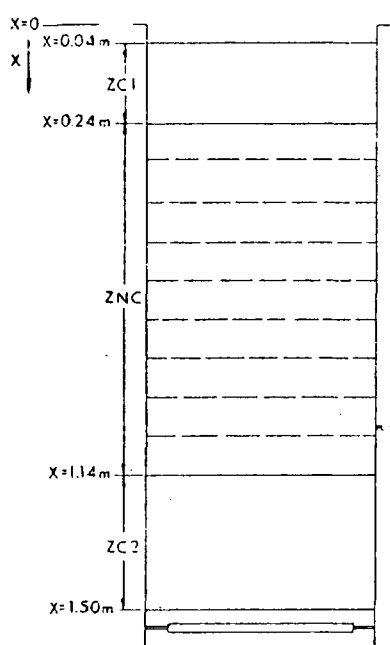


Fig. 4.7.a. Distribución de zonas en el estanque solar.

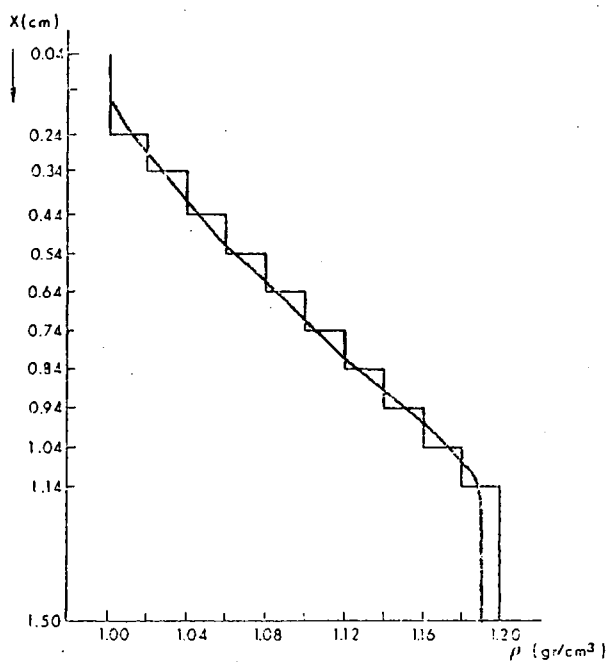


Fig. 4.7.b. Perfil de densidades inicial y a los 15 días.

llenando parcialmente la zona de almacenamiento con piedras, que puede constituir además una buena solución práctica para reducir la capacidad calorífica.

De todas formas, el fondo reflectante como demostró Viskanta et al*, no reduce la eficiencia térmica del estanque si este es profundo, e incluso ayuda a una absorción más homogénea en la zona de almacenamiento.

(*) VISKANTA, R., TOOR, J.S.: *Absorption of Solar Radiation in ponds*. Solar Energy, Vol. 121, 17-25 (1978).

IV.2.1.3. Sistemas de control y medida.

Para poder seguir la evolución de las diversas variables y evaluar los distintos parámetros físicos, el sistema dispone de una serie de dispositivos para medida y control.

a) Evolución de la temperatura:

Para la exploración termométrica del estanque, va provisto de una serie de termosensores fijos, colocados en el interior de unos tubos de cobre sellados y llenos con pasta conductora para asegurar un buen contacto térmico, dispuestos como indica la Fig. 4.8. Para evitar el ataque del cobre por la disolución salina, y reducir el calentamiento directo de los tubos en periodo de insolación, fueron tratados con pintura blanca de cloro-caucho y forrados con poliuretano esponjoso.

Diecisiete de estos termosensores, están situados a unos 17 cm de la pared interior; otros tres en el eje de simetría del depósito, con el fin de detectar la posible existencia de gradientes de temperatura horizontales.

Estos termosensores, junto con los que controlan la temperatura en las paredes laterales, terminan en un conector acoplado a un sistema automático de adquisición de datos, Modelo 3497 A, HP .

Periódicamente se hace una exploración más exhaustiva de la temperatura en el interior del sistema en trece puntos de planos horizontales separados 10 cm , mediante una termoresistencia alojada en un tubo de vidrio, y sostenida por dos bastidores paralelos, con el fin de asegurar la verticalidad de la misma (Fig. 4.9).

A la entrada y a la salida del intercambiador, hay también dos termosensores, alojados en piezas especiales que permiten el

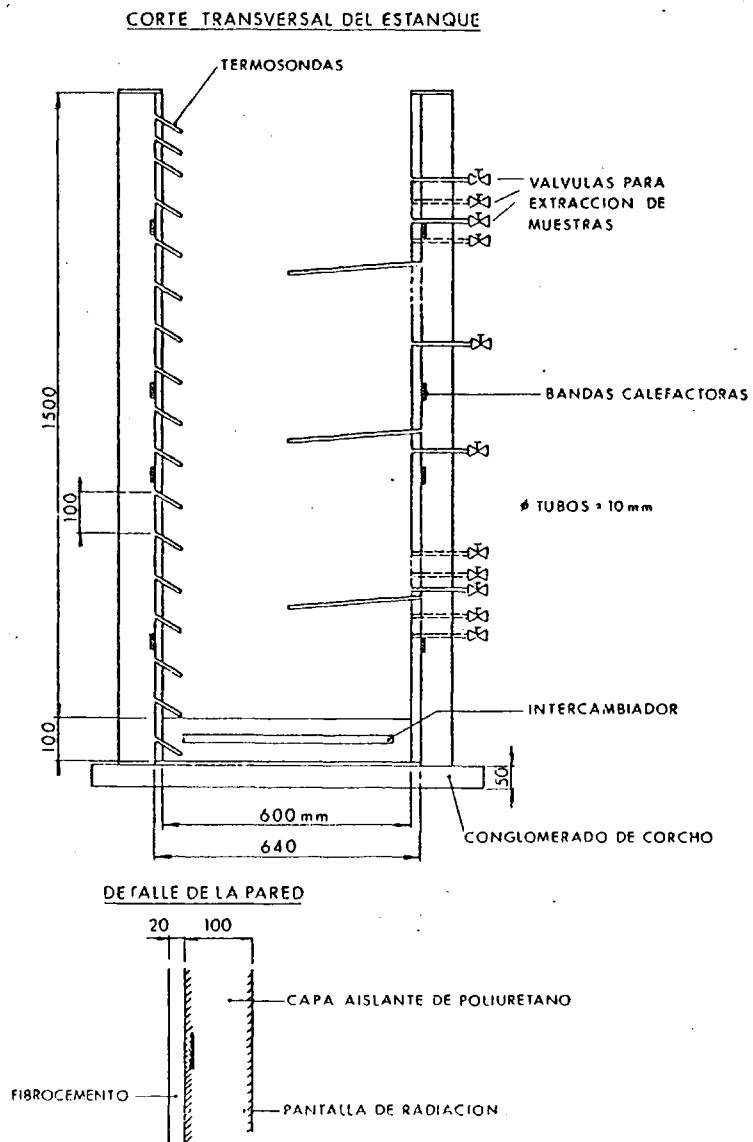


Fig. 4.8. Corte del estanque.

contacto directo con el fluido del circuito, por lo que la respuesta es inmediata.

Este intercambiador de calor, forma parte de un circuito con bomba de circulación, rotámetro y depósito exterior de volumen conocido. El depósito auxiliar lleva un sistema termostático de regulación de temperatura cuya función como ya hemos indicado es adiabatar el sistema por el fondo.

La temperatura húmeda y seca del ambiente se determina por sendos termómetros colocados en las proximidades del estanque.

b) Evolución de densidades:

La obtención de perfiles de densidad en el estanque es sumamente importante, porque junto con los perfiles de temperatura constituyen el más inmediato y mejor indicativo del estado del estanque.

Después de algunos ensayos de determinación de densidades por distintos métodos, elegimos la Balanza de Mohr por su gran precisión.

El flotador de la balanza se suspende mediante un hilo muy fino de nylon a intervalos regulares de 10 cm y se efectúa la exploración en profundidad de todo el estanque.

La precisión en las medidas es grande, superior a la milésima, lo que en el rango de densidades medido, supone un error inferior al 1 por mil.

Frente al método de extracción de muestras, este procedimiento presenta la ventaja de medir *in situ* el empuje de la disolución a distintos niveles, en las condiciones de temperatura y concentración reales. Por otra parte, la perturbación pro

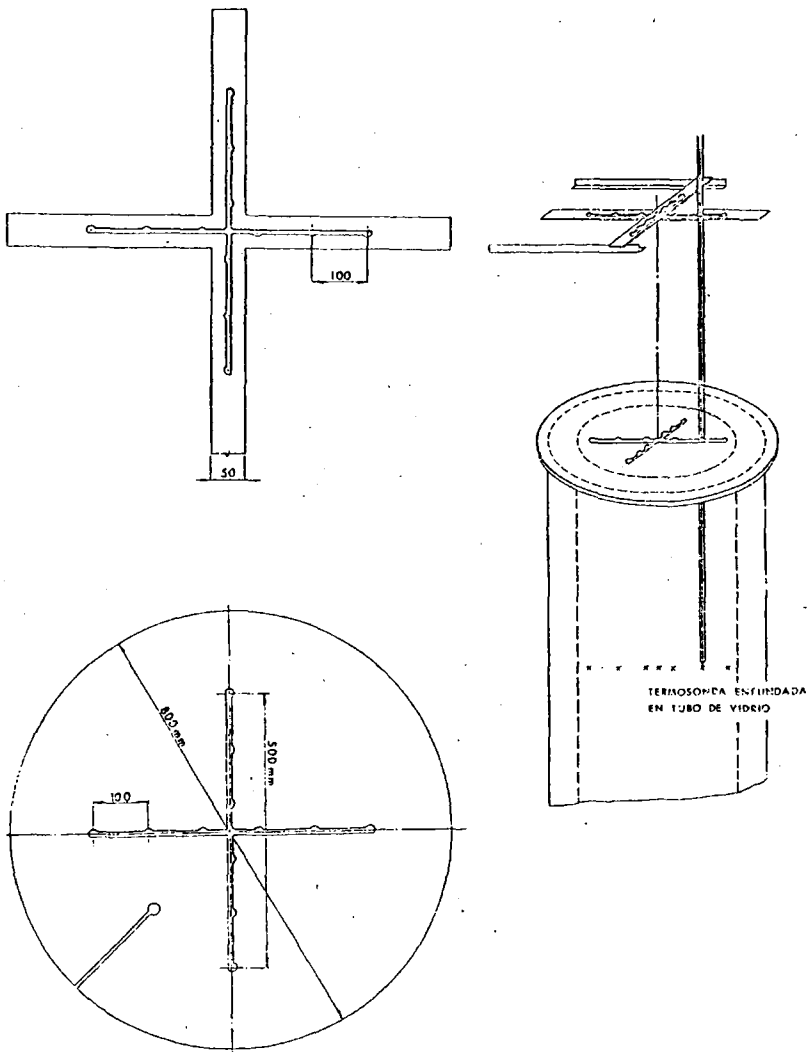


Fig. 4.9. Exploración de temperaturas en el interior del sistema.

ducida por el propio instrumento de medida es pequeña si se tiene cuidado al bajar y subir el flotador.

c) Determinación de la evaporación:

El fenómeno de evaporación en la superficie libre del estanque es el responsable de una buena parte de las pérdidas energéticas del sistema, y además influye muy directamente en la estabilidad, ya que de no compensarse la concentración irfa aumentando progresivamente en la zona superficial.

En los estanques solares naturales, la evaporación es compensada por las lluvias y por la afluencia de ríos de agua dulce. En los estanques artificiales será preciso la renovación periódica o continua del nivel de la superficie libre, mediante la adición de agua.

La determinación del volumen de agua evaporada en nuestro prototipo se hace por dos métodos complementarios:

- 1°) Midiendo las diferencias de nivel en un tubo en doble U (Fig. 4.10) de suficiente diámetro para evitar los fenómenos de capilaridad sobre la tensión de vapor. Las lecturas se hacen con un catetómetro, con una precisión de 0,01 mm.
- 2°) Midiendo la cantidad de líquido a añadir al estanque para recuperar un nivel inicial. Para reducir el % de error, que puede ser grande debido a la curvatura que adquiere la superficie libre del agua en contacto con las paredes del depósito, se considera un tiempo suficientemente largo, para que el volumen añadido sea grande. Esta medida lleva asociado un error mayor que la obtenida por el primer método.

Dada la incidencia negativa de la evaporación en el funcionamiento de un estanque solar no convectivo, parece lógico

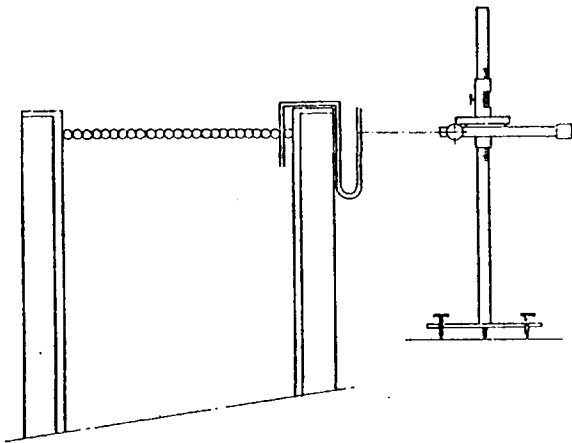


Fig. 4.10. Determinación de la evaporación por medida de diferencias de nivel.

el intentar reducirla. Se han propuesto diversas soluciones:

- Adición de sustancias transparentes de densidad menor que el agua (aceites, siliconas).

No son una buena solución ya que por la acción del viento, se rompe la película, o bien se aglomera en una zona, dejando al descubierto gran parte de la superficie libre.

- Cubiertas de plástico en flotación.

Tienen como principal ventaja la posibilidad de anclaje; presentan sin embargo los inconvenientes de : dificultad de limpieza, degradación progresiva del material plástico, alterándose la transmitancia del mismo, y aumento de la reflexión global.

En nuestro prototipo hemos estudiado la influencia sobre la evaporación de unas esferas huecas de vidrio, colocadas en flotación sobre la superficie libre. Esta solución tiene las siguientes ventajas:

- . Autolimpieza, al girar por la acción del viento.
- . Aislamiento, por estar vacías, de forma que puede mantenerse entre la superficie y el ambiente una diferencia de temperatura de bastantes grados.
- . No se degradan por la acción del sol.

El principal inconveniente es el aumento de las pérdidas por reflexión.

d) Análisis de la difusión salina.

Un primer estudio del fenómeno de difusión salina en el estanque solar ha sido realizado en el prototipo, mediante la extracción de muestras del mismo a través de unas llaves de paso que el sistema posee (Fig. 4.8). Además, en la zona convectiva superficial se colocó un tubo de vidrio (Fig. 4.11), por el cual se extraía una muestra de la disolución.

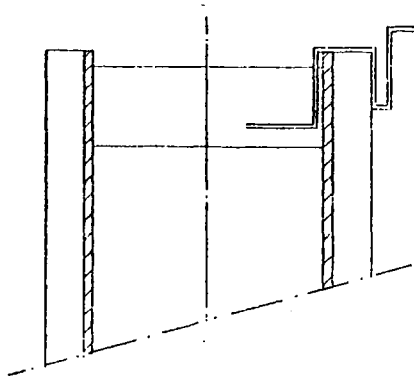


Fig. 4.11. Dispositivo para la extracción de muestras de la zona convectiva superior.

El contenido en sal de las muestras, se determina de la siguiente forma: Se destila la disolución a baja presión (de 7 a 10 mm de Hg) y una vez seco el residuo sólido, mediante una estufa, es pesado en una balanza analítica, con un error inferior al 1%. A partir del flujo de sal hacia la zona convectiva superior, determinado a partir de la diferencia de concentración a distintos niveles, durante un período de tiempo dado, puede determinarse el flujo de sal a través de cualquier zona. Con la ayuda de los perfiles de densidad y temperatura, pueden determinarse los coeficientes de difusión, y termodifusión.

Para una determinación más precisa de estos coeficientes, hemos diseñado un nuevo prototipo, que nos permita controlar con más rigor las distintas condiciones de experimentación.

e) Determinación de coeficientes de transferencia de calor en las zonas convectivas.

Uno de los problemas que plantea la construcción de un modelo de transferencia de energía en un estanque solar, es como vimos en el Capítulo III el tratamiento de las zonas convectivas. En ellas no es aplicable la ecuación de Fourier [3.1] con todo rigor. La mayor parte de los autores han obviado este problema, introduciendo las zonas convectivas en el modelo como condiciones de contorno, aceptando que la distribución de temperaturas en las mismas es homogénea. Esta hipótesis está lejos de ser aceptable para un estanque con una amplia zona de almacenamiento. Incluso, en nuestro prototipo, con una zona de almacenamiento de solo 35 cm hay un pequeño gradiente.

Es por tanto necesario el cálculo del coeficiente de transferencia por convección h para dichas zonas. Para ello impusimos en nuestro sistema unas determinadas condiciones, de forma que a partir de unos balances energéticos, fuera posible la determinación experimental de dichos coeficientes, para las

dos zonas convectivas. Los resultados obtenidos, fueron comparados con los calculados a partir de fórmulas empíricas, obteniéndose una gran concordancia.

IV.2.2. Prototipo experimental para la determinación de la absorción de la radiación solar por el estanque.

Para poder predecir el comportamiento térmico de un estanque solar es muy importante determinar el % de radiación incidente absorbido por las distintas zonas del estanque, y que depende fuertemente del grado de transparencia de la disolución.

Las dificultades de la medida directa en el interior de nuestro prototipo de estanque solar han sido ya citadas. Además en este prototipo no hubiera sido posible el análisis para la radiación solar. Por ello construimos un nuevo prototipo experimental que permitiera esta medida.

Dado que estamos interesados en la convección fototérmica de la energía solar, en nuestro estudio será suficiente con determinar la energía total que llega a un determinado nivel, y mediante el ajuste de esas medidas a una distribución exponencial del tipo $\{2.15'\}$ determinar un coeficiente global de absorción.

El dispositivo experimental consta de una serie de tubos de distinta longitud (entre 5.8 y 160 cm.), provistos de unas tapas que mediante unas juntas tóricas, permiten el cierre hermético. Las burbujas de aire que inevitablemente quedan atrapadas en el proceso de cierre, son eliminadas a través de una pequeña salida situada en la parte superior de los tubos, y que permite rellenarlos una vez colocadas las tapas (Fig. 4.12).

El cierre hermético de los tubos se hace con el fin de poder orientar la columna de agua paralela a la radiación solar,

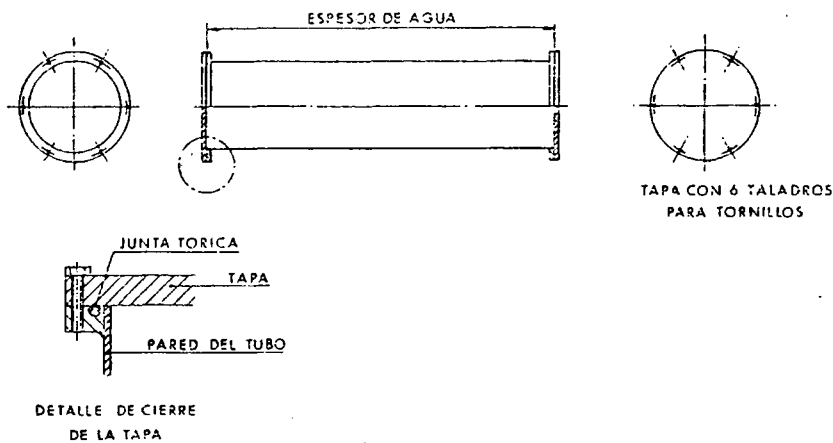


Fig. 4.12. Esquema de tubos para la medida del coeficiente de absorción de la radiación.

de forma que ésta incida normal a la tapa. Así se consigue que todas las medidas puedan realizarse bajo las mismas condiciones de reflexión y absorción por la tapa. Por ello el % de radiación que sale del tubo lleno, es función exclusiva de la longitud del mismo (siempre que se utilice el mismo tipo de líquido, y en las mismas condiciones de transparencia), y del tipo de radiación utilizada.

Los tubos van colocados en un sistema (Fig. 4.13) provisto de una rótula, que permite el giro en cualquier dirección, en el interior de una cuna metálica con diferentes hendiduras adaptadas a las diferentes longitudes de los tubos, en las que se alojan unas piezas que sirven de soporte no solo a los tubos, sino también a los aparatos de medida. De esta forma, puede conseguirse la orientación simultánea del tubo y del medidor. El ajuste de la orientación se consigue mediante un colimador.

Para las medidas con radiación solar, se utilizan tres medidores de radiación:

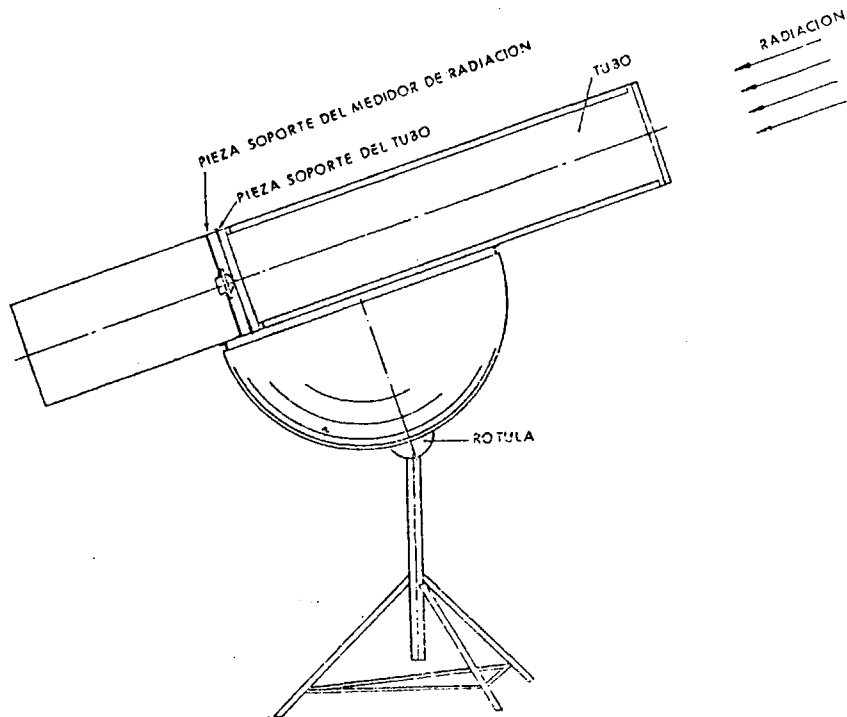


Fig. 4.13. Montaje del dispositivo para la determinación experimental del coeficiente de absorción.

- Un pirheliómetro para la determinación de la radiación directa.
- Un piranómetro situado exterior al sistema y orientado normal a la radiación.
- Un piranómetro en el interior de la cuna y colocado en su parte inferior, que simultáneamente con el tubo se orienta normal a la radiación.

Los tubos se colocan de forma que siempre la tapa superior coincida con el borde de la cuna. De esta forma, todas las medidas se hacen en las mismas condiciones. Es preciso que la superficie sobre la que incide la radiación vea siempre el mismo ángulo, y esto no sucedería si el tubo estuviera colocado en cualquier posición intermedia dentro de la cuna.

Por la misma razón es por lo que siempre se coloca el piranómetro interior en la misma posición.

A partir de las lecturas simultáneas en los tres medidores, se obtiene el % de radiación absorbida por los distintos espesores de agua en los tubos.

Además de las medidas con radiación natural, este dispositivo ha permitido el análisis de la radiación procedente del simulador en lo que a absorción de la misma por el agua se refiere. En este caso no es preciso el dispositivo de orientación, ya que los tubos pueden colocarse sobre una mesa, mientras que el simulador y el medidor de radiación se sitúa en planos normales al eje de los tubos (Fig. 4.14).

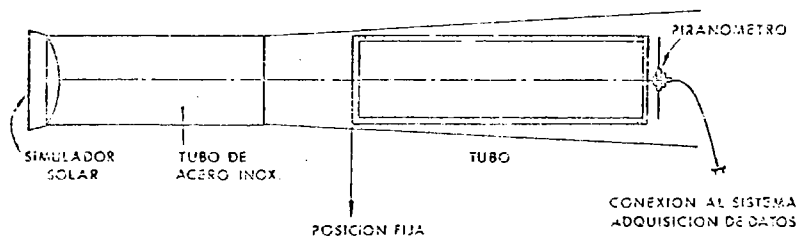


Fig. 4.14. Montaje experimental para el estudio de la absorción con radiación del simulador solar.

La gran versatilidad del sistema, permite determinar fácilmente la influencia de ciertos factores sobre el coeficiente de absorción, como son: el contenido en sal de la disolución, el

desarrollo de microorganismos, partículas en suspensión, etc.

IV.2.3. *Dispositivo experimental para el análisis de la difusión salina.*

La determinación del coeficiente de difusión D en nuestro prototipo experimental de estanque solar no ha sido todo lo precisa que sería deseable, por la casi imposibilidad práctica de establecer una temperatura homogénea en el mismo, excepto en las condiciones iniciales de temperatura ambiente. Dada la gran importancia de este coeficiente en el estudio de la difusión, y consiguientemente en el mantenimiento de la estabilidad del estanque, hemos diseñado un prototipo, que permita una determinación más precisa del mismo para distintas temperaturas.

En esencia consta de un tubo de vidrio de doble pared (Fig. 4.15). La cámara entre la doble pared, sirve para imponer las diferentes condiciones.

En el interior del tubo, se colocan distintas capas de disolución cada vez menos concentrada, y alternativamente coloreadas para seguir visualmente la posición inicial de las interfaces. Un conjunto de esferas en flotación de densidades perfectamente conocidas, permite seguir la evolución de densidad y por lo tanto de la concentración en los distintos niveles, cuya posición se determina mediante una escala adosada al tubo.

El experimento podría constar de las siguientes fases:

- Primera fase: Determinación de D a distintas temperaturas.

Para ello se establece un gradiente de concentración conocido. Un termostato de regulación, permite por la circulación de un fluido transparente en la cámara, mantener constante y uniforme la temperatura de la disolución. Dado que en este caso,

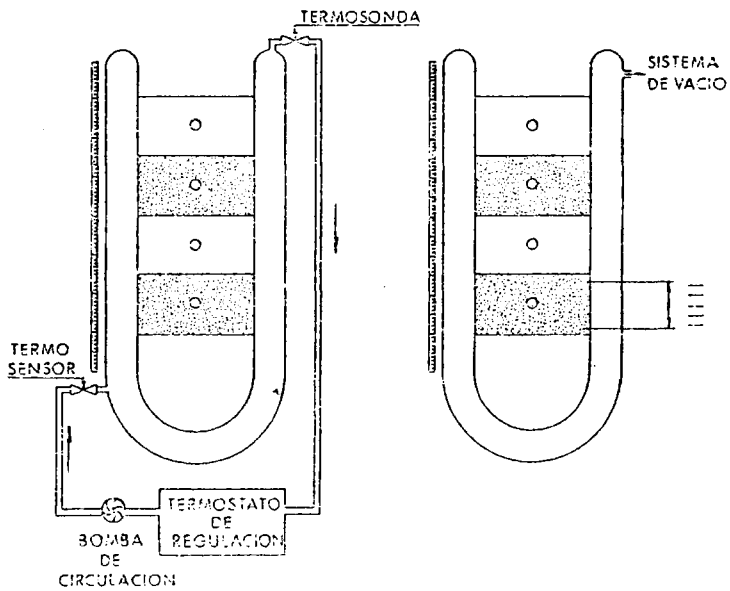


Fig. 4.15. Dispositivo para la determinación de los coeficientes de difusión.

grad $T = 0$, el flujo de sal \vec{j} vendría dado por:

$$\vec{j} = -D \text{ grad } \rho_1$$

El flujo de sal puede determinarse por la diferencia de concentración en los distintos niveles, una vez que ha transcurrido el tiempo de prueba, y a partir del mismo, determinar D a dicha temperatura.

Cambiando las condiciones de termostatación, podría

obtenerse la dependencia funcional de D con la temperatura, $D = D(T)$ para una concentración dada.

Para facilitar la termostatación del sistema, pueden evitarse las pérdidas energéticas por evaporación, colocando una capa de silicona transparente sobre la superficie libre del líquido. Se evitan además las perturbaciones sobre el fenómeno de difusión, al tener que reponer el agua evaporada.

- Segunda fase: Dependencia funcional de D con la concentración.

Estableciendo un mismo gradiente de concentraciones pero para diferentes concentraciones absolutas en los distintos niveles, puede determinarse de forma análoga a como se hizo anteriormente, la dependencia de D con la concentración.

Este dispositivo puede también servir para la determinación del coeficiente de termodifusión, estableciendo un gradiente de temperaturas, mediante un foco luminoso. En este caso el sistema de termostatación no sirve, ya que destruiría el gradiente térmico. El aislamiento podría conseguirse haciendo el vacío en la cámara entre la doble pared.

IV.3. MEDIDAS EXPERIMENTALES Y RESULTADOS

IV.3.1. Estudio de las características del simulador solar

a) Fluctuaciones de la lámpara.

Dadas las características del simulador, las medidas de radiación con el mismo se hicieron con un piranómetro. Al intentar medir la respuesta de dicho medidor a la radiación del simulador, surgió una dificultad. Las variaciones en la pantalla de un milivoltímetro digital, eran tales que hacían difícil la elección de un valor representativo.

Para hacer un análisis de estas fluctuaciones, el piranómetro fue directamente conectado al sistema de adquisición de datos, quien hacía lectura de la medida a intervalos regulares de tiempo. Mediante un sencillo programa de ordenador estos datos eran elaborados, obteniéndose histogramas como los de las Fig. 4.16.a y 4.16.b .

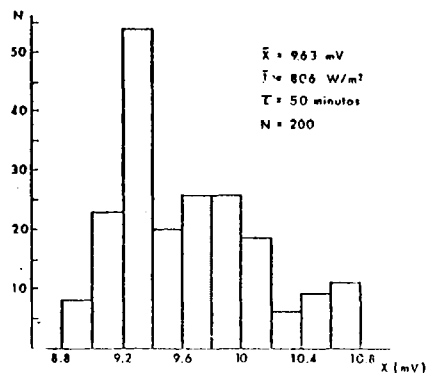
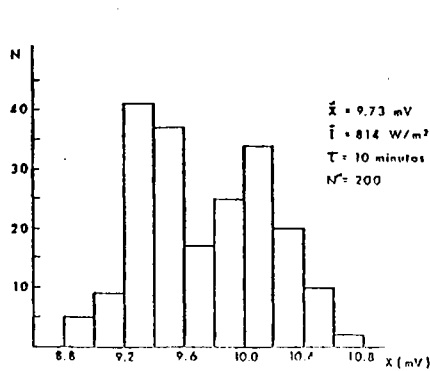


Fig. 4.16.a. Histograma de datos de intensidad de radiación con simulador ($\tau = 10$ min.)

Fig. 4.16.b. Histogramas de datos de intensidad de radiación con simulador ($\tau = 50$ min.)

Estos histogramas no se ajustan a una distribución normal, y corresponden a la misma posición del piranómetro respecto de la lámpara. Se repitió la prueba para distintos tiempos de medida, obteniéndose en todos los casos un valor medio muy parecido. Incluso una prueba que duró cuatro horas llevó a los mismos resultados.

Pensando que el origen de estas fluctuaciones pudiera estar en la misma naturaleza de la lámpara (de halógenos), se hizo una prueba con una lámpara de filamento. Los resultados se mues-

tran en el histograma de la Fig. 4.17. En este caso, la distribución se aproxima mucho mejor a una distribución normal, aunque ligeramente sesgada, y la dispersión de valores es menor.

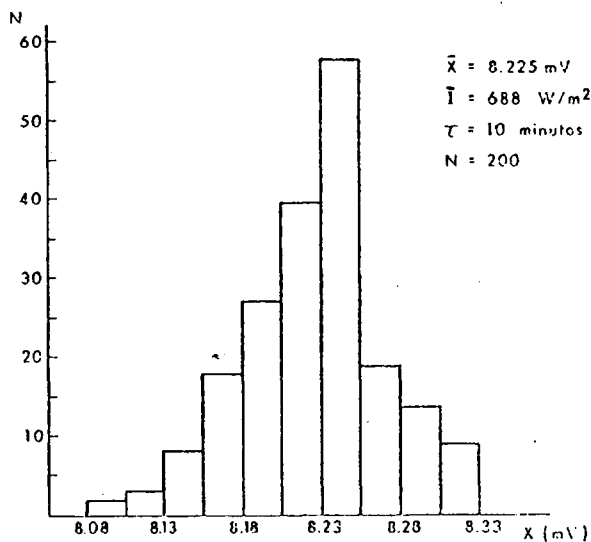


Fig. 4.17. Histograma de radiación con lámpara de filamento.

Como consecuencia de estas fluctuaciones decidimos hacer todas las medidas de radiación con el simulador a través del sistema de adquisición de datos conectado a un microordenador. Tomamos como valor representativo el valor medio del conjunto de medidas.

b) Análisis de la distribución de la intensidad de radiación del simulador en el espacio ocupado por el estanque.

Antes de colocar el estanque, se hizo un estudio de la distribución de la intensidad de radiación en el espacio que sería ocupado por él.

El medidor de radiación (piranómetro), se colocó sobre el

dispositivo esquematizado en la Fig. 4.18.a, tal y como se indica en dicha figura. Se conectó al sistema de adquisición de datos, que a intervalos de 3 s y durante 10 min hacía lecturas de dicha intensidad. Se tomó como valor representativo el valor medio, de la distribución de valores. El error cuadrático medio cometido en cada caso es inferior al 1% .

En cada plano se hizo la lectura en puntos separados 10 cm y distribuidos sobre dos ejes perpendiculares, como se indica en la Fig. 4.18.a. Los diferentes planos considerados se representan en la Fig. 4.18.b.

Los resultados de las medidas se resumen en la Tabla 4-2, en la que la intensidad de radiación viene dada en W/m^2 y x representa la distancia al plano de referencia $x = 0$, de la Fig. 4.18.b.

Tabla 4-2

Distribución espacial de la intensidad de radiación

x(cm)	0	10	30	50	70	90	110	130	1525
1	302	292	323	324	346	353	340	210	92
2	442	468	596	597	685	416	861	840	847
3	574	552	664	790	924	1126	1363	1639	1824
c	579	748	874	1096	1043	1639	2118	2496	2857
4	549	544	605	697	790	832	933	1021	1067
5	431	403	412	454	487	424	395	353	290
6	317	277	248	213	168	118	84	71	64
7	182	218	218	215	180	143	105	50	46
8	295	360	387	429	466	496	479	395	328
9	409	496	571	639	727	912	497	1025	1067
10	381	534	622	756	910	1022	1277	1513	1756
11	329	397	429	458	496	462	538	580	622
12	291	210	210	193	191	143	143	126	133

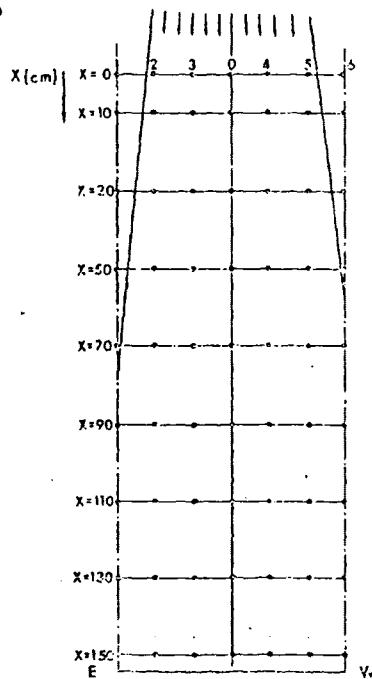
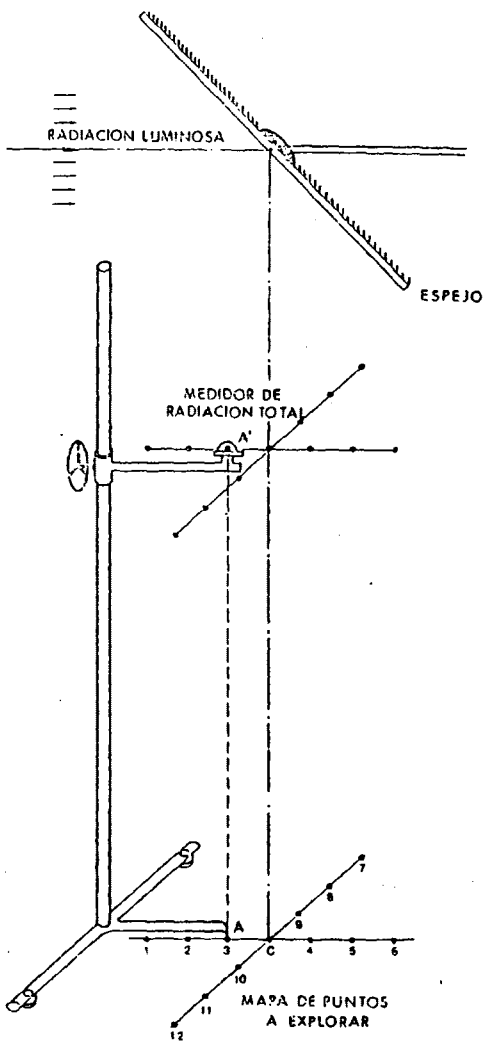


Fig. 4.18.a. Dispositivo para la medida de la intensidad de radiación en el espacio ocupado por el estanque

Fig. 4.18.b. Corte de puntos explorados.

Del análisis de la Tabla 4-2, se deduce, como era de esperar, que la distribución de intensidades no es uniforme en cualquiera de los planos considerados. El máximo de intensidad en cada plano se da en el punto C que está en el eje de simetría del cono de luz que emerge del tubo de acero inoxidable. Tras reflejarse en el espejo el rayo luminoso que sigue esta dirección sigue la vertical.

La variación de la intensidad a medida que nos alejamos del centro, tampoco es uniforme. Las razones pueden ser varias:

- El foco luminoso no es esférico.
- Las reflexiones múltiples en el tubo de acero inoxidable.
- La reflexión en el espejo, que hace que el haz de rayos que incide en la base inferior del mismo, diverja más tras dicha reflexión.

La gráfica de la Fig. 4.19 representa los valores de la intensidad de radiación en los puntos C, respecto de la distancia al plano $x = 0$ de la Fig. 4.18 y distintas curvas de ajuste a los puntos experimentales.

1º) Ajuste a una recta:

$$y = 2585 - 1472 x$$

$$r_1 = 0,976$$

2º) Ajuste a una exponencial:

$$y = 2793 - 2550 x + 730 x^2$$

$$r_2 = 0,976$$

3º) Ajuste a una parábola:

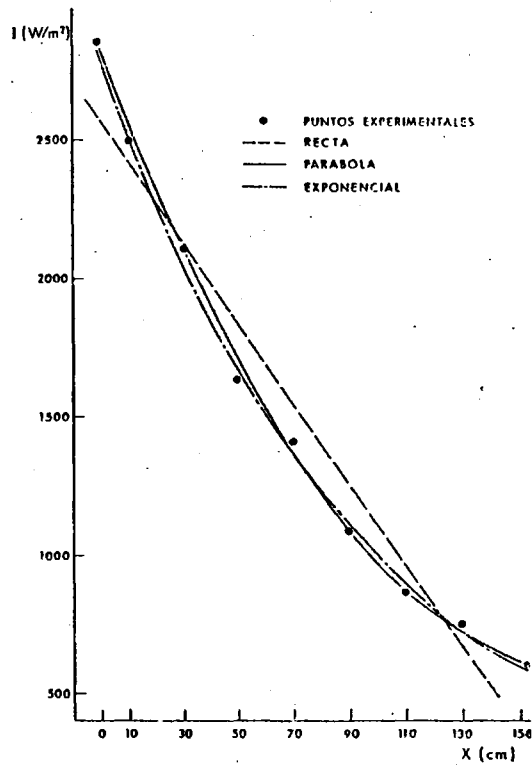


Fig. 4.19. Intensidades de radiación máximas, y curvas de ajuste.

$$y = 2793 - 2550 x + 730 x^2$$

$$r_3 = 0,994$$

De estas tres curvas, es la parábola la que mejor se ajusta a la distribución de puntos experimentales, con un mayor coeficiente de correlación r .

Estas curvas permiten justificar el comportamiento no lambariano del foco luminoso.

Dado que la intensidad de radiación no se distribuye uniformemente en los diferentes planos explorados, y para obtener una especie de valor medio de la intensidad en los mismos, se dividen las distintas secciones en las zonas indicadas en la Fig. 4.20.

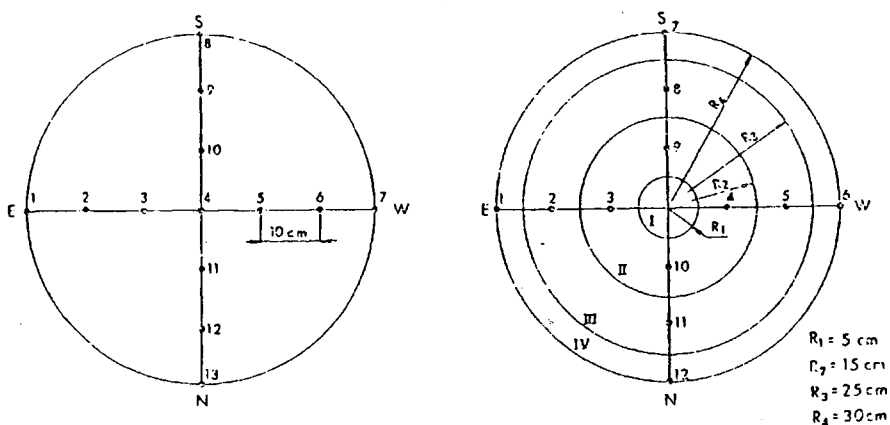


Fig. 4.20.- División en zonas para la determinación de una intensidad media.

- Zona I. $0 < R \leq 5$ (cm)

$$S_I = 25 \text{ cm}^2$$

$$\bar{I}_I = I_C$$

- Zona II. $5 < R \leq 15$ (cm)

$$S_{II} = 200 \text{ cm}^2$$

$$\bar{I}_{II} = (I_3 + I_4 + I_9 + I_{10})/4$$

- Zona III. $15 < R \leq 25$ (cm)

$$S_{III} = 400 \text{ cm}^2$$

$$\bar{I}_{III} = (I_2 + I_5 + I_8 + I_{11})/4$$

- Zona IV, $25 < R \leq 30$ (cm)

$$S_{IV} = 275 \text{ cm}^2$$

$$\bar{I}_{IV} = (I_1 + I_6 + I_7 + I_{12})/4$$

Dado que la superficie no es igual para todas las zonas, se toma como valor representativo de la sección la media ponderada:

$$\bar{I} = \frac{\sum_{i=1}^4 \bar{I}_i S_i}{\sum_{i=1}^4 S_i}$$

Los resultados de estos cálculos se presentan en la tabla 4-3. El ajuste de estos puntos a una recta es:

$$I = -201 x + 662,1 \quad ; \quad r = 0,994$$

Esta recta está representada en la Fig. 4.21.

Tabla 4-3

Intensidad media en cada sección

x (cm)	0	10	30	50	70	90	110	130	152.5
\bar{I} (w./m ²)	659	634	616	562	530	478	434	397	362

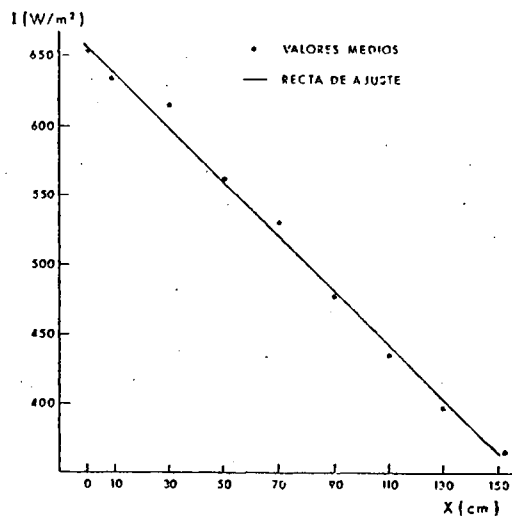


Fig. 4.21. Intensidades medias y ajuste a una recta.

IV.3.2. Medidas de temperatura

a) Perfiles de temperatura:

El número de perfiles de temperatura que se toman por día depende del fenómeno que se esté siguiendo en el prototipo experimental, pero al menos son dos: uno antes de encender el simulador, y otro a las 8 horas que en general se apaga.

Una medida típica de temperaturas en el estanque, se presenta en la tabla 4-4. Las temperaturas T_1 a T_{16} corresponden a las termoresistencias situadas en el lateral del depósito T_{18} , T_{19} y T_{20} , corresponden a las situadas en el eje del cilindro. Además se miden: la temperatura en el fondo del estanque T_{17} , las temperaturas del flujo a la entrada y a la salida del intercambiador, T_e y T_s y la temperatura ambiente T_a .

Tabla 4-4

x (cm.)	Perfil de temperaturas			
		T(°C)		
5	T ₁	24,0	T ₈ /T _H	23,0/17,4
10	T ₂	24,0		
15	T ₃	23,9		
25	T ₄	24,5		
35	T ₅	35,0	T ₁₈	35,5
45	T ₆	47,8		
55	T ₇	48,2		
67	T ₈	52,3		
75	T ₉	55,2	T ₁₉	54,6
85	T ₁₀	58,0		
95	T ₁₁	60,3		
105	T ₁₂	63,2		
115	T ₁₃	65,7	T ₂₀	66,0
125	T ₁₄	65,4		
135	T ₁₅	68,0		
145	T ₁₆	68,1		
155	T ₁₇	66,2	TE/T _S	69,1/68,6

El perfil correspondiente a la columna 3 de la tabla 4-4, aparece representado gráficamente en la Fig. 4.22.

Al hacer los perfiles de temperatura correspondientes al momento de apagar el simulador, la temperatura en el eje del sistema es ligeramente superior a la correspondiente al mismo nivel situada en la parte lateral. Esta diferencia desaparece en el perfil correspondiente al día siguiente. El perfil de la tabla 4-4 corresponde a este momento.

Esta más alta temperatura en el eje del sistema es perfectamente explicable por la naturaleza de la fuente luminosa, que tiene su máximo de intensidad justamente en el eje del prototipo.

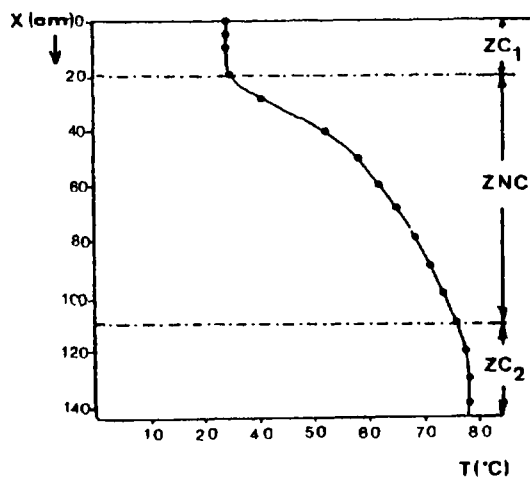


Fig. 4.22. Perfil de temperaturas.

b) Exploración termométrica en el interior del prototipo.

Con el fin de detectar la posible existencia de gradientes de temperatura horizontales, periódicamente se hace una exploración en diferentes puntos y en distintos planos del interior del sistema.

En la Tabla 4-5 se exponen las medidas correspondientes a una de estas exploraciones. Las medidas se realizan en los puntos indicados en el esquema de la Fig. 4.23, y en 14 planos diferentes, cuya posición x está dada por la distancia a la superficie libre.

Estas exploraciones permitieron comprobar la no existencia de gradientes de temperaturas horizontales. Las diferencias que aparecen en los distintos puntos de un plano no son sistemáticas, y están dentro del rango de error de la propia medida de temperatura. Puede deducirse por tanto que el siste-

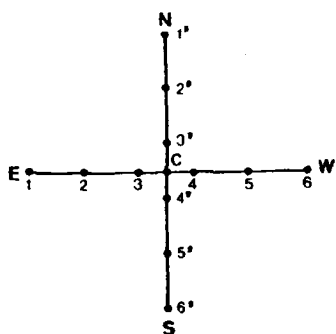


Fig. 4.23. Mapa de puntos explorados en cada plano.

Tabla 4-5
Exploración termométrica

Fecha: 6 Agosto
Hora: 10 h.

x (cm)	1	2	3	c	4	5	6	1'	2'	3'	4'	5'	6'
10	28,6	28,6	28,5	28,6	28,6	28,5	28,6	28,6	28,6	28,6	28,5	28,7	28,7
20	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,5	28,6	28,6	28,6	28,6	28,7	28,7	28,7
30	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,7	28,7	28,7
40	28,6	28,6	28,7	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6	28,7	28,7	28,7
50	29,3	29,2	29,3	29,3	29,2	29,2	29,1	29,2	29,2	29,3	29,3	29,3	29,4
60	32,4	32,5	32,4	32,4	32,3	37,3	52,3	32,4	32,3	32,5	32,4	32,4	32,5
70	35,9	35,6	35,5	35,5	35,5	35,3	35,6	35,5	35,5	35,8	35,8	35,6	35,8
80	39,5	40,1	39,9	39,8	39,5	39,6	39,4	39,5	39,5	39,5	39,5	39,6	39,5
90	42,6	42,5	42,7	42,9	42,3	42,5	42,2	42,4	42,4	42,5	42,4	42,4	42,6
100	45,5	45,4	45,4	45,8	45,4	45,5	45,4	45,5	45,6	45,7	45,6	45,6	45,6
110	48,0	48,1	48,1	48,1	47,8	47,8	47,8	47,8	48,1	48,1	48,1	48,1	48,0
120	50,5	50,5	50,5	50,7	50,7	50,3	50,7	50,5	50,6	50,7	50,5	50,6	50,5
130	51,0	51,1	51,0	51,0	51,0	50,9	50,9	51,0	51,0	50,9	51,0	51,0	51,0
140	51,2	51,2	51,2	51,0	51,0	51,0	51,0	51,1	51,2	51,0	51,1	51,2	51,2

ma está bien aislado lateralmente, siendo, el prototipo representativo de un estanque.

c) Comprobación del aislamiento mediante termografía.

Además de las exploraciones termométricas antes citadas, se hizo una termografía del estanque, una vez que había alcanzado un régimen de temperaturas, para lo cual se le despojó de todo el aislamiento. Algunas de las termografías realizadas, se muestran en la Fig. 4.24. Estas termografías permiten comprobar no solo la estratificación térmica del sistema, sino también el buen aislamiento térmico. Las isotermas son horizontales. Si el sistema no tuviera un buen aislamiento lateral, las isotermas tendrían forma de campana derecha o invertida, según que el sistema perdiera energía por las paredes laterales o la ganara.

IV.3.3. Medida y análisis de la evolución de densidades

Los perfiles de densidad permiten, junto con los de temperatura seguir la evolución de las zonas en el estanque solar. Estos dos perfiles se corresponden y se complementan, y son muy útiles en el análisis de la estabilidad, ya que permiten determinar el flujo de sal debido al fenómeno de difusión. Del conocimiento de la temperatura y la densidad, y utilizando la tabla 4-1 puede obtenerse la concentración en cada nivel, y dibujar el perfil correspondiente.

La correspondencia entre los tres perfiles, densidad, temperatura y concentración, es francamente buena. En la Fig. 4.24 se representan los perfiles de dos días típicos, claramente diferentes. Los del día 6-VII corresponden a una distribución que debe ser normal en el estanque. Los del día 25-II muestran el desarrollo de dos zonas convectivas en el interior de la zona de gradiente. Creemos conveniente aclarar, que los perfiles del

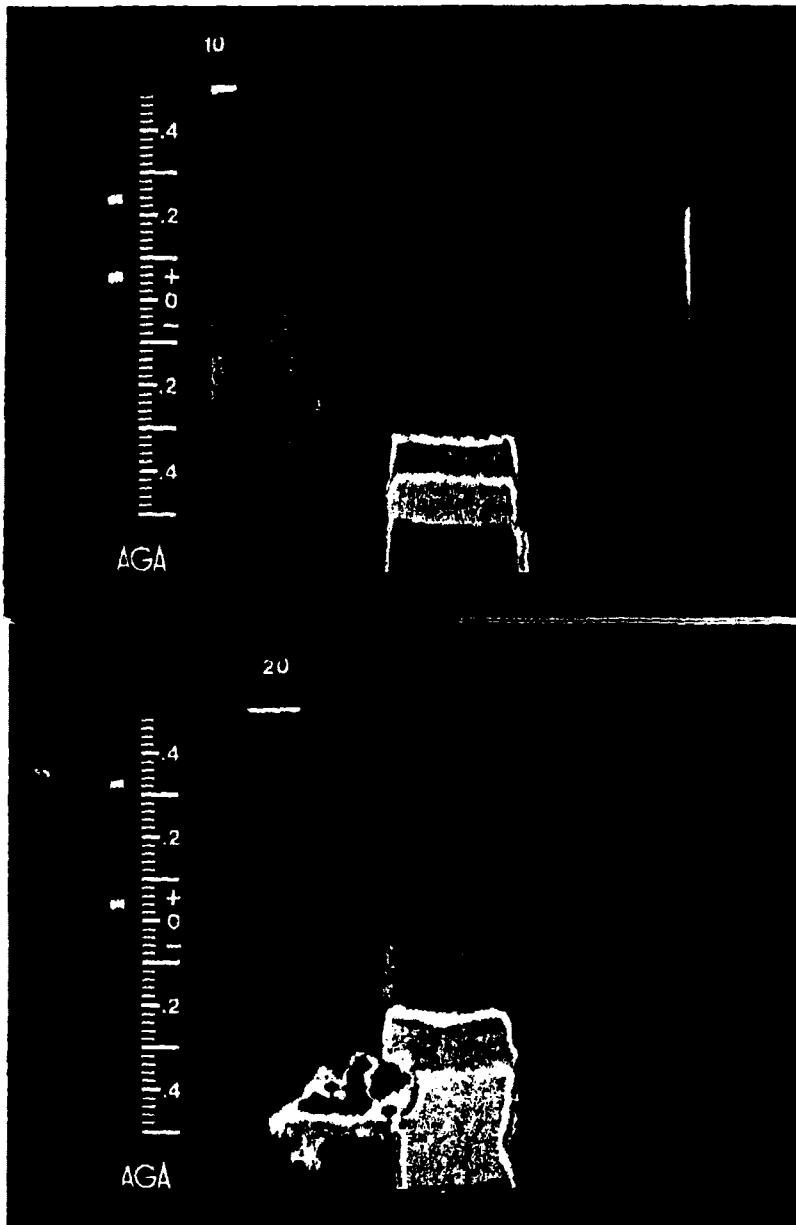


Fig. 4.24. Termografias.

día 25-II no son la consecuencia de una evolución natural en el sistema, sino más bien la respuesta a una fuerte perturbación mecánica provada en el mismo.

Como puede apreciarse en la Fig. 4.25, la correspondencia entre los tres perfiles es casi perfecta. A partir de cualquiera de ellos, podría deducirse la existencia del desarrollo de zonas convectivas en el interior de la zona de gradiente, así como el espesor de cada una de ellas.

Los datos a partir de los cuales se han construido las gráficas se dan en la tabla 4-6.

Tabla 4-6

Medidas de densidad, temperatura y concentración calculada

Dfa: 6 - VII				Dfa: 25 - II		
x (cm)	ρ (gr/cm ³)	T (°C)	ρ_1 (Y ₀ peso)	ρ (gr/cm ³)	T (°C)	ρ_1 (Y ₀ peso)
5	1,000	29,4	3,2	1,006	34,9	4,0
15	1,000	29,3	3,2	1,012	37,8	4,4
25	1,000	29,2	3,2	1,023	41,8	4,9
35	1,004	29,4	3,2	1,024	42,7	5,8
45	1,014	35,3	4,8	1,024	43,6	5,2
55	1,032	39,2	6,0	1,059	51,7	11,0
65	1,046	42,9	14,4	1,060	51,5	11,0
75	1,065			1,060		
85	1,084	48,8	18,0	1,064	56,5	12,0
95	1,105	51,1	22,3	1,107	70,0	20,0
105	1,130	53,4	26,8	1,130	79,8	24,6
115	1,155	56,1	27,9	1,156	84,9	30,0
125	1,166	57,6	28,2	1,158	84,6	30,0
135	1,167	58,4	28,1	1,157	84,7	30,0
145	1,167	58,2	28,2	1,158	84,4	30,0

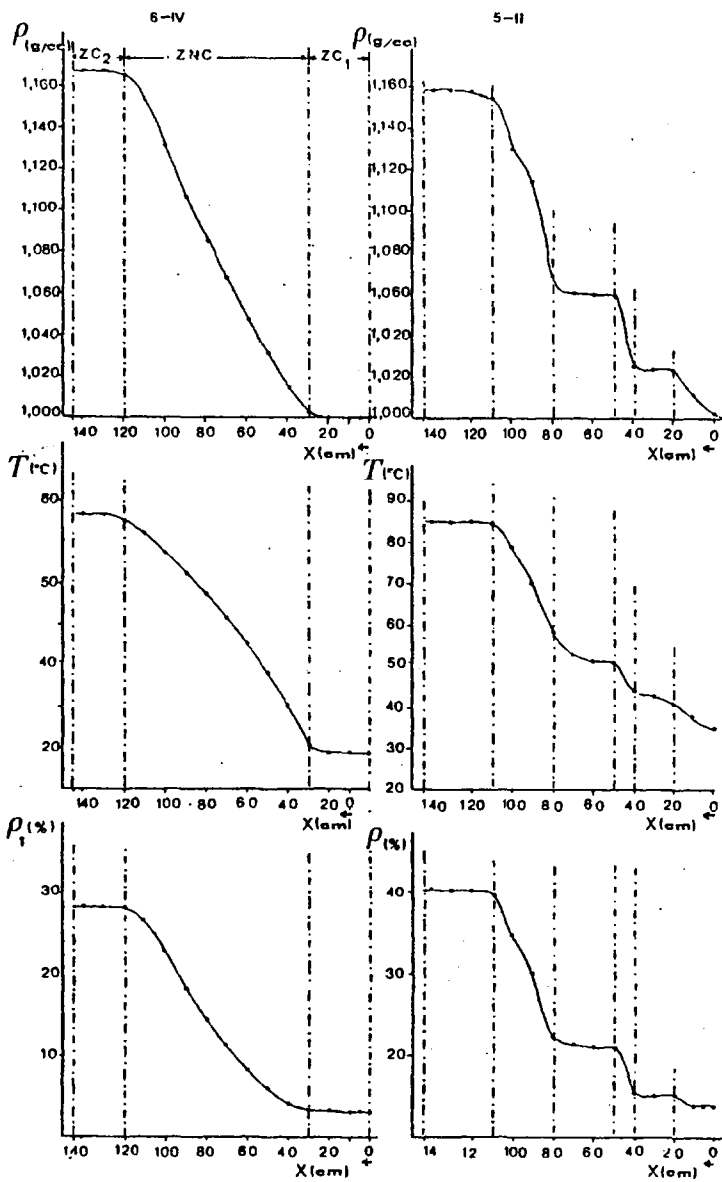


Fig. 4.25. Perfiles de densidad, temperatura y concentración para dos días claramente diferente.

El seguimiento de los perfiles de temperaturas y densidades en el prototipo, permite seguir la evolución de las diferentes zonas. En la Fig. 4.25 se muestran los perfiles correspondientes a un período de 98 días, de los que se han destacado solamente algunos, a intervalos de aproximadamente 15 días. En esta figura vuelve a notarse la casi perfecta relación entre los perfiles de densidad y temperatura. Conviene destacar, que la temperatura es más sensible a pequeñas perturbaciones, debido sin duda a la mayor rapidez de respuesta del sistema a las perturbaciones de tipo térmico.

IV.3.4. *Medidas de evaporación. Efecto sobre la misma de la colocación de esferas.*

La mayor parte de las pérdidas energéticas de un estanque solar tienen lugar a través de la superficie libre, siendo el fenómeno de evaporación el principal responsable de las mismas.

El fenómeno de evaporación es complejo porque depende de diversas variables. En Meteorología suele relacionársele con:

- La temperatura de la superficie libre del agua y la temperatura ambiente.
- Velocidad del viento.
- Grado de humedad de la atmósfera.

Una forma general de expresar el ritmo de evaporación en una superficie de gran extensión, dada por Dalton y Weirlemann* es:

(*) INTERNATIONAL CRITICAL TABLES: *Kinetics of Solutions*. Vol. V, 54, Mc Graw Hill Book Company, Inc. (1929).

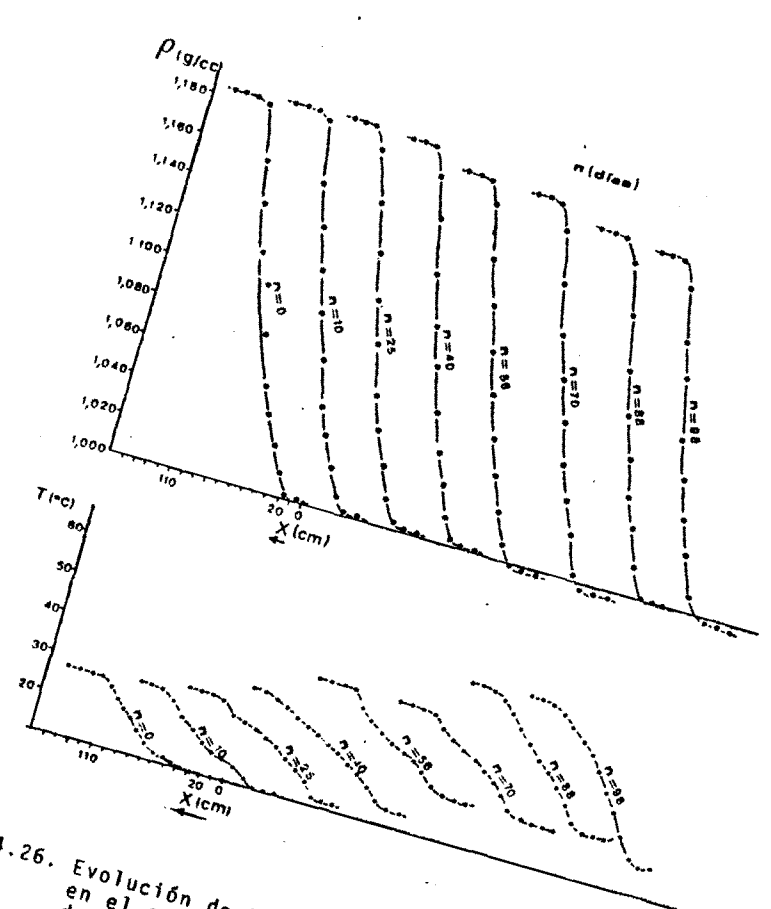


Fig. 4.26. Evolución de los perfiles de densidad y temperatura en el estanque solar. (Para un intervalo de tiempo de 98 días).

$$\frac{dE}{d\tau} = A(p_s - p_d) + B(p_s - p_d) W \quad |4.1|$$

siendo:

E = nivel en el instante τ ;

p_s = presión de saturación a la temperatura de la superficie;

p_d = presión de saturación en el punto de rocío;

W = velocidad del viento;

A y B = constantes dimensionales.

Una fórmula típica debida a FitzGerald es

$$E_{mm} = 0,425(p_s - p_d)(1 + 0,805W) \quad |4.2|$$

Esta fórmula es válida para $W > 5,5$ m/s (20 Km/h) . En ella p_s y p_d se miden en mm de Hg y W en Km/h .

El ritmo de evaporación variará por tanto de unos estanques a otros, dependiendo fundamentalmente de las condiciones meteorológicas del lugar.

En nuestro caso, dadas las condiciones muy particulares, del laboratorio, las medidas de evaporación no interesan en su valor absoluto, ya que este dato no sería significativo para las condiciones de un estanque real. Sin embargo si sirven para poder comparar la incidencia sobre el fenómeno, de ciertas modificaciones en el sistema, como es la colocación de pequeñas esferas transparentes sobre la superficie libre.

El cambio de fase líquido-vapor, precisa de una gran cantidad

de energía, dependiendo fundamentalmente de la temperatura del líquido. Una fórmula empírica para determinar este valor es:

$$L = 538,86 + 0,594(100-T) \quad |4.3|$$

siendo:

T = temperatura del líquido en grados centígrados;

L = calor latente de cambio de fase en cal/g .

Esta energía necesaria para el cambio de fase proviene:

- Del líquido si su temperatura es superior a la temperatura ambiente.
- Del aire, si la temperatura del líquido es superior a la ambiente.
- Del líquido y del aire si la temperatura del líquido es igual o ligeramente superior a la del aire.

En un estanque solar la temperatura no es uniforme, sino que presenta un gradiente. La temperatura en superficie es próxima a la ambiente, aunque siempre ligeramente superior. Ello hace que la mayor parte de la energía necesaria para la evaporación provenga del estanque.

Con el fin de reducir las pérdidas energéticas, se colocaron unas esferas de vidrio huecas sobre la superficie libre del estanque, de unos 5 cm de diámetro. Para evaluar la eficiencia de las mismas, se sometió al sistema a un período de enfriamiento, primero sin y luego con esferas, bajo condiciones similares.

En la Fig. 4.27, se representan las curvas de enfriamiento correspondientes a las tres zonas características del estanque, la temperatura ambiente, y el ritmo de evaporación para cada una de las fases del experimento.

Para la primera fase de 18 días, las temperaturas de las zonas convectiva del fondo y la del gradiente, fueron descendiendo progresivamente, mientras que la temperatura de la zona superficial fluctuaba manteniéndose próxima a la ambiente. El ritmo de evaporación medio en este período es de 5,8 mm/días.

El efecto sobre el sistema al colocar las esferas es notable: las temperaturas de la zona de almacenamiento y de gradiente, se mantienen prácticamente constantes, durante un período de 15 días. La temperatura de la capa superficial fluctúa pero manteniéndose siempre por encima de la temperatura ambiente. En este caso el ritmo medio de evaporación es de 1,5 mm/día.

El resultado por tanto de la colocación de esferas es la reducción de las pérdidas energéticas en el mismo, debidas a la evaporación, a un 25,8% del vapor correspondiente a cuando no hay tales esferas.

Para completar la información del efecto de las esferas, en condiciones naturales, se colocaron dos recipientes con agua, con y sin esferas. La relación entre el descenso de nivel en uno y otro recipiente seguía siendo de 1 a 4, con y sin esferas respectivamente.

El inconveniente más serio a primera vista, es el aumento de las pérdidas por reflexión.

La reflexión sobre una esfera de vidrio de índice de refracción $n = 1,5$ puede deducirse a partir de la ley de Fresnel:

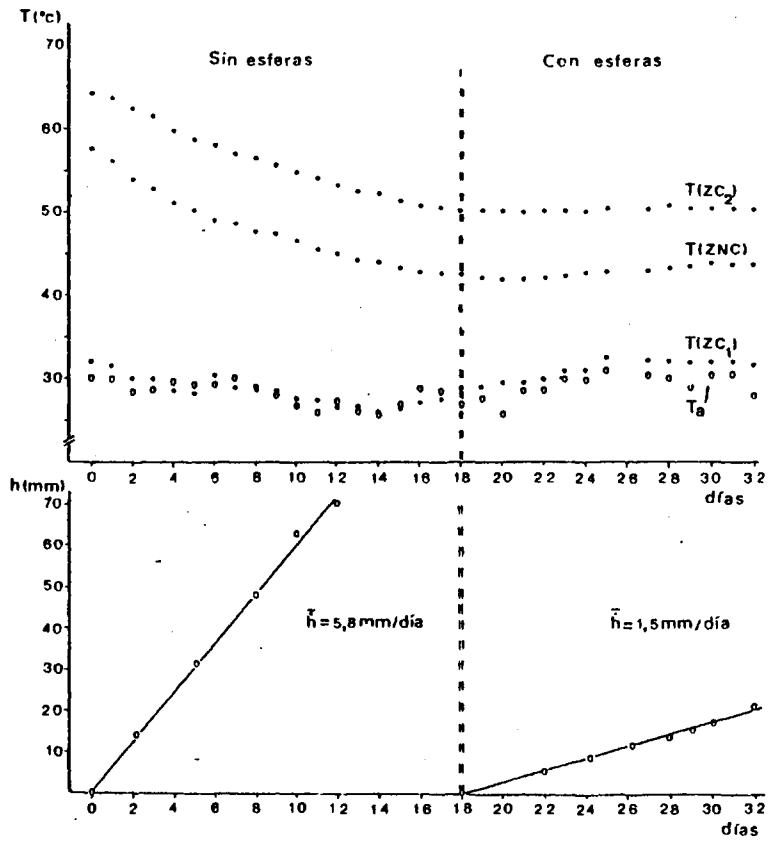


Fig. 4.27. Influencia de las esferas sobre la evolución de temperaturas en el estanque, y sobre la evaporación.

$$R(\theta) = \frac{1}{2} \left[\frac{\operatorname{tg}^2(\theta - \theta_r)}{\operatorname{tg}^2(\theta + \theta_r)} + \frac{\operatorname{sen}^2(\theta - \theta_r)}{\operatorname{sen}^2(\theta + \theta_r)} \right] \quad |4.4|$$

siendo:

θ = Angulo de incidencia.

θ_r = Angulo de refracción.

Consideremos el corte de la esfera de radio a representado en la Fig. 4.28 la proyección de la zona esférica definida por $\theta + d\theta$, sobre el plano normal a la radiación incidente será:

$$dS = 2\pi a_1 da_1 = \frac{1}{2} \pi a^2 \operatorname{sen}^2(2\theta) d(2\theta) . \quad |4.5|$$

La reflectividad media sobre la semiesfera será por tanto

$$\bar{R} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{R(\theta) \pi a^2 \operatorname{sen} 2\theta d(2\theta)}{\pi a^2} = 0,0918$$

La reflectividad media de la semiesfera es del 9,18%. De forma análoga la reflectividad de la semiesfera inferior será el 9,18% de la radiación que le llega.

De estos sencillos cálculos podemos deducir un valor aproximado para las pérdidas por reflexión del orden del 18% de la radiación incidente.

Si estas mayores pérdidas por reflexión pueden constituir una objeción a la colocación de las esferas durante el periodo de carga del sistema, su eficiencia ha quedado claramente probada en los periodos en que las pérdidas energéticas del estan-

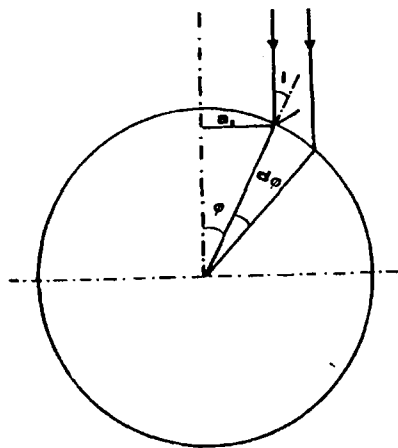


Fig. 4.28. Análisis de la reflectividad media sobre una esfera.

que serían mayores que sus ganancias.

Es preciso añadir, que en el balance global anteriormente realizado, no se ha tenido en cuenta el efecto de aislamiento térmico que una esfera hueca produce, factor que de considerarse, pondría un argumento más a favor de las mismas, tanto más si se tiene en cuenta que el efecto de aislamiento actúa las 24 horas del día.

Por no conocerse la energía que procedente de la zona de gradiente le llega a la capa convectiva superficial, durante un período de enfriamiento, no ha podido evaluarse de forma absoluta la influencia de las esferas, por lo que se ha pensado realizar en un futuro la siguiente experiencia.

En un baño termostático, perfectamente aislado del exterior, con agua, se mide la energía eléctrica necesaria para mantener la temperatura unos grados por encima de la ambiente, con y sin esferas flotando en la superficie libre. Por comparación

de la energía necesaria en ambos casos, y para un mismo periodo de tiempo, podría determinarse la eficiencia global de ahorro energético debido a dichas esferas.

Por último, digamos que las esferas también sirven de protección a la zona convectiva superficial, frente a perturbaciones del viento.

IV.3.5. Determinación de parámetros de transferencia de calor en un estanque solar.

La transferencia de calor en una zona no convectiva viene dada por la ley de Fourier:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} - \dot{Q}(x)$$

Para poder resolver la ecuación y aplicarla a un sistema concreto, es preciso conocer la conductividad térmica K la densidad ρ y el calor específico c .

Estos tres parámetros son función de la concentración y temperatura de la disolución. Por lo tanto sus valores variarán de unas zonas a otras en el estanque, y evolucionarán a lo largo del tiempo, al variar la temperatura.

La dependencia funcional de la conductividad con la temperatura se adapta bastante bien a la fórmula empírica*:

$$K = K_a (1 - \alpha \rho_1) \quad |4.6|$$

(*) TABOR, H., WEINBERGER, H.Z.: *Non convecting solar ponds*. Solar Energy Handbook, Mc Graw Hill, New York (1980).

siendo:

$K_a = 0,6(1+2,81(T-20)10^{-3})$ W/m°C la conductividad del agua pura.

$\alpha = 2,48 \times 10^{-4}$ m³/kg para el cloruro sódico.

ρ_1 = Concentración en Kg/m³ .

A partir de la ecuación [4.6] se puede confeccionar la tabla 4-7, que da distintos valores de la conductividad de disoluciones de cloruro sódico, según la concentración y la temperatura.

Tabla 4-7

Conductividades de disoluciones de cloruro sódico en W/m°C.

T(°C)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0,581	0,600	0,616	0,634	0,650	0,667	0,684	0,701	0,715
50	0,574	0,192	0,608	0,626	0,642	0,659	0,675	0,692	0,709
100	0,566	0,585	0,600	0,618	0,674	0,650	0,667	0,683	0,700
150	0,559	0,578	0,593	0,610	0,626	0,642	0,659	0,675	0,691
200	0,552	0,570	0,585	0,603	0,618	0,634	0,650	0,666	0,682
250	0,545	0,563	0,595	0,595	0,610	0,626	0,642	0,657	0,673

La conductividad aumenta con la temperatura, pero disminuye con la concentración.

La variación de la densidad con la concentración y la temperatura, ha sido expuesta en la tabla 4-1. Por último, el calor específico puede también calcularse a partir de la fórmula empírica*:

(*) TABOR, H., WEINBERGER, H.Z.: *Nonconvecting Solar Ponds*. Solar Energy Handbook, Mc Graw Hill, New York (1980).

$$c(\rho_1, T) = c(\rho_1, 20^\circ\text{C}) + \beta(\rho_1)(T-20) + \gamma(\rho_1)(T-20)^2 \quad |4.7|$$

Para disoluciones de NaCl los valores de $c(\rho_1, 20^\circ\text{C})$, de β y de γ aparecen en la Tabla 4-8.

Tabla 4-8

ρ_1 (Kg/m ³)	$c(\rho_1, 20)$ (Jul/Kg)	β (°C) ⁻¹	γ (°C) ⁻²
50	3920	2.3	-
100	3770	3.1	$5,9 \times 10^{-3}$
150	3540	3.0	$5,9 \times 10^{-3}$
200	3400	2.0	$5,0 \times 10^{-3}$
250	3780	8.8	$5,0 \times 10^{-3}$

A partir de la Tabla 4-8 y de la ec. |4.7| puede construirse la Tabla 4-9 de calores específicos a distintas concentraciones y temperaturas.

Tabla 4-9

Calores específicos de disoluciones de NaCl en J/Kg.°C

ρ_1 (Kg/m ³)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
50	3690	3920	4150	4380	4610	4840	5070	5300	5530
100	3409	3720	4030	4342	4655	4969	5285	5601	5919
150	3240	3540	3840	4147	4445	4749	5054	5361	5739
200	3209	3400	360	3802	4004	4208	4412	4618	4824
250	3192	3280	3368	3458	3548	3640	3732	3826	3920

En las zonas convectivas, el parámetro de transferencia de calor no es K , conductividad térmica, sino h , que en general será diferente para cada una de las zonas convectivas del estanque, y para el aire por encima del mismo, cuyo valor es preciso conocer para la construcción de un modelo completo de transferencia energética en el sistema.

a) Determinación de h para la zona de almacenamiento:

La determinación experimental de dicho coeficiente se hizo considerando el flujo de calor a través de dicha zona, durante un período de tiempo en el que la distribución de temperaturas en la misma no variaba. En estas condiciones, el flujo de calor procedente del intercambiador, \dot{Q} , era exactamente igual al flujo perdido por el fondo del sistema, \dot{Q}_D , más el flujo ascendente \dot{Q}_A , transmitido a través de la zona convectiva.

El flujo de calor procedente del intercambiador puede determinarse mediante la relación:

$$\dot{Q} = c\rho\dot{q}(T_E - T_S) \quad |4.8|$$

siendo:

\dot{q} = caudal que circula por el intercambiador de calor.

T_E , T_S = temperaturas del fluido a la entrada y a la salida del intercambiador respectivamente.

Puesto que:

$$\begin{aligned} \dot{q} &= 470 \text{ l/h} \\ T_E &= 78,7^\circ\text{C} \\ T_S &= 78,1^\circ\text{C} \end{aligned}$$

y tomando:

$$\begin{aligned} c &= 4,18 \text{ J/g}\cdot^\circ\text{C} \\ \rho &= 1 \text{ g/cc} \end{aligned}$$

Entonces:

$$\dot{Q} = 318,5 \text{ W}$$

Para la determinación del flujo ascendente \dot{Q}_A , aplicamos las siguientes relaciones (Fig. 4.29):

$$\dot{Q}_A = -K'S \frac{T_1 - T_i}{(\Delta x)_1}$$

$$\dot{Q}_D = -K'S \frac{T_0 - T_i}{(\Delta x)_0}$$

Siendo:

$$T_i = \frac{T_E + T_S}{2}$$

la temperatura media en el intercambiador.

K' la conductividad del fondo.

S la superficie del depósito

La relación entre ambos flujos viene dada por

$$\dot{Q}_A = \dot{Q}_D \frac{T_1 - T_i}{T_0 - T_i}$$

Dado que:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_A + \dot{Q}_D$$

Entonces:

$$\dot{Q}_A = \dot{Q} \frac{\frac{T_1 - T_i}{T_0 - T_i} \frac{(\Delta x)_0}{(\Delta x)_1}}{1 + \frac{T_1 - T_i}{T_0 - T_i} \frac{(\Delta x)_0}{(\Delta x)_1}} \quad |4.9|$$

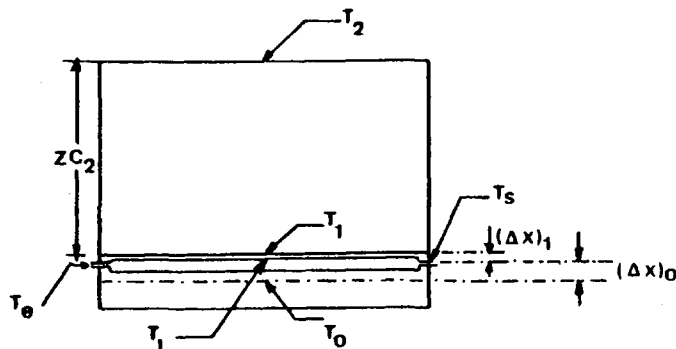


Fig. 4.29. Esquema para el balance energético en la zona no convectiva del fondo.

Como $(\Delta x)_0 = 4(\Delta x)_1$, aplicando la ec. |4.9| resulta:

$$\dot{Q}_A = 175,1 \text{ W}$$

Este flujo que entra en la zona es igual al que sale, ya que no hay variaciones en la temperatura, y el balance se hace en ausencia de iluminación y podremos escribir:

$$\dot{Q}_A = \bar{h} S (T_1 - T_2)$$

y puesto que:

$$\begin{aligned}T_1 &= 72,6^\circ\text{C} \\T_2 &= 69,9^\circ\text{C} \\S &= 0,282 \text{ m}^2\end{aligned}$$

se obtiene:

$$\bar{h} = 230 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$$

teóricamente, se puede realizar el cálculo de este coeficiente \bar{h} recordando que*:

$$Nu_b = \frac{\bar{h} \cdot b}{K} = 0,069 Gr_b^{1/3} Pr^{0,407} \quad |4.10|$$

para:

$$Gr_b \cdot Pr < 7 \times 10^9$$

siendo:

\bar{Nu}_b = Número de Nusselt

\bar{h} = Coeficiente medio de convección

$Gr_b = \frac{g\beta(T_1 - T_2)b^3}{\nu^2}$ Número de Grashof

b = Longitud característica.

g = Aceleración de la gravedad

β = Coeficiente de expansión volumétrica.

(*) PITTS, D.R., SISSOM, L.E.: *Heat transfer*, 200, Mc Graw Hill Inc. (1977).

ν = Viscosidad cinemática.

Pr = Número de Prandtl.

K = Conductividad térmica.

Tomando los valores correspondientes de las tablas*, para agua a 70°C, se tiene:

$$\nu = 4,265 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\bar{K} = 0,659 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\text{Pr} = 2,62$$

$$\beta = 1,8 \times 10^{-4} (\text{}^\circ\text{C})^{-1}$$

En este caso $\text{Gr}_b = 1,54 \times 10^9$ para:

$$T_1 = 72,6^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 69,9^\circ\text{C}$$

$$b = 0,35 \text{ m (Espesor de la zona de almacenamiento)}$$

Entonces:

$$\text{Gr}_b \cdot \text{Pr} = 4,034 \times 10^9 < 7 \times 10^9$$

Podemos aplicar entonces la ec. 4.10 y obtenemos:

$$\bar{h} = 222 \text{ W/m}^2\text{}^\circ\text{C}$$

Este valor concuerda bastante bien con el determinado experimentalmente.

(*) PITTS, D.R., SISSOM, L.E.: *Heat Transfer*. 310, Mc Graw Hill Inc. (1977).

b) Determinación de \bar{h} para la zona convectiva superficial.

Al igual que en el caso anterior, el balance energético se realiza durante un período sin iluminación, en el que la distribución de temperaturas en la zona no varía.

Al ser la temperatura ambiente $T_a = 18^\circ\text{C}$ inferior a la temperatura en la superficie, $T_s = 22,5^\circ\text{C}$, puede aceptarse que el flujo de calor procedente de la zona de gradiente es igual a la energía que por unidad de tiempo se pierde por evaporación, ya que las otras pérdidas energéticas a través de la superficie son pequeñas.

El ritmo de evaporación medio, correspondiente a un período sin iluminación es como hemos visto de 5,8 mm/día, lo que supone un flujo energético por evaporación de 46,06 W. Aceptando un calor de cambio de fase $L = 584,63 \text{ cal/g}$, correspondiente a la temperatura en superficie de $22,5^\circ\text{C}$ y calculado por la fórmula 4.3 y aplicando:

$$\dot{Q}_{EV} = \bar{h} S (T_3 - T_s)$$

siendo:

$\dot{Q}_{EV} = 46,06 \text{ W}$ el flujo energético por evaporación.

$T_3 =$ Temperatura en la interfase entre la zona de gradiente y la zona convectiva superficial = $23,9^\circ\text{C}$.

$T_s =$ Temperatura en la superficie libre del estanque = $22,5^\circ\text{C}$.

$S =$ Superficie libre = $0,282 \text{ m}^2$.

Se deduce que

$$\bar{h} = 116,7 \text{ W/m}^2\text{C}$$

El cálculo teórico de éste coeficiente puede hacerse de forma análoga a como se hizo para la zona de almacenamiento. Puesto que la temperatura media de la zona es en este caso de 20°C , los valores de los distintos parámetros obtenidos a partir de las tablas serán:

$$\nu = 1,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\beta = 1,8 \times 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$$

$$\text{Pr} = 7,02$$

$$K = 0,596 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

En este caso:

$$\text{Gr}_b = 2,47 \times 10^6$$

y

$$\text{Gr}_b \text{ Pr} = 1,73 \times 10^7 < 7 \times 10^9$$

Por tanto:

$$\bar{h} = 122,86 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

para

$$b = 0,2 \text{ m (espesor de la zona convectiva superficial)}.$$

Como puede verse, los resultados teóricos y experimentales para la determinación del coeficiente \bar{h} son similares.

c) Cálculo de \bar{h} para el aire.

En este caso no se ha hecho la determinación experimental del coeficiente, y podemos aceptar por la experiencia de los anteriores, el valor del cálculo teórico deducido a partir

de la fórmula*:

$$\bar{h} = \frac{0,27 (Gr_L Pr)^{1/4} K}{L}$$

siendo:

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

L = longitud caracterfstica = 0,9 veces el diámetro de la superficie*:

$$T_s = 22,5^\circ\text{C}$$

$$T_\infty = 18^\circ\text{C}$$

Para aire a 20°C.*:

$$\beta = 3,41 \times 10^{-3} (\text{°C})^{-1}$$

$$\nu = 1,259 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$K = 2,424 \times 10^{-2} \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0,715$$

En estas condiciones se deduce que

$$\bar{h} = 1,28 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

Este valor es muy inferior al anteriormente calculado para la zona convectiva superior, y justifica la hipótesis aceptada en la determinación experimental del mismo.

(*) PITTS, D.R., SISSOM, L.E.: *Heat Transfer*. 201, Mc Graw Hill Inc. (1977).

IV.3.6. Determinación de los coeficientes de difusión y termodifusión.

Antes de iniciar el período de calentamiento, se realizó la medida experimental del coeficiente de difusión D , a temperatura ambiente de unos 20°C .

A los pocos días de llenado el estanque, el perfil de densidades es prácticamente lineal, y dado que no hay gradientes de temperatura, el flujo de sal a través de las diferentes zonas, es prácticamente el mismo. Para la determinación de dicho flujo, será por tanto suficiente, valorar el cambio de contenido en sal de una muestra extraída del nivel medio de la zona convectiva superficial.

La variación del contenido en sal, durante un período de 15 días, y para una muestra de 0,5 l fue de 0,80 g. Puesto que el volumen de esta zona es de 56,4 l ($0,282\text{ m}^2$ de superficie por 0,2 m de espesor), el flujo medio de sal durante el período considerado será de:

$$j = 21,4 \text{ g/m}^2.\text{día} .$$

Del perfil de densidades se extrajo el gradiente de concentración en la interfase entre la zona de gradiente y la zona convectiva superficial, obteniéndose:

$$\text{grad } \rho_1 = 37 \times 10^4 \text{ g/m}^4$$

Por tanto, aplicando

$$j = -D \text{ grad } \rho_1$$

Se deduce,

$$D = 6,72 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s} .$$

Una vez cargado el sistema térmicamente, se aprovecharon las condiciones de altas temperaturas, para una nueva determinación del coeficiente D . Utilizando las bandas calefactoras, se consiguió mantener una capa de la zona de gradiente a temperatura uniforme y constante, alrededor de los 60°C durante un período de 15 días.

En este caso se obtuvo un valor para D :

$$D = 5,32 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

Aceptando como bueno el valor medio entre estos dos valores, $D = 3 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, se procedió a la determinación del coeficiente de termodifusión D_T , que a su vez nos permitiría deducir el valor del coeficiente de Soret.

Para ello se extrajeron muestras de distintos niveles en el estanque separados 20 cm, y se analizó la variación del contenido en sal durante el intervalo de tiempo considerado (15 días).

El flujo de sal hacia la zona convectiva superficial se determina de la misma forma que se hizo para el cálculo de D , resultando:

$$j = 47 \text{ g/m}^2.\text{día} .$$

El flujo a través de la superficie situado 20 cm por debajo de la interfase entre la zona no convectiva y la zona superior convectiva, se determinó mediante el balance en la zona considerada, y teniendo en cuenta la variación del contenido en sal de la muestra extraída del nivel medio de la misma.

De igual forma se determinan los flujos salinos para las diferentes zonas. Los datos y resultados de estas medidas se dan en la tabla 4-10.

Tabla 4-10

Medidas y resultados en el análisis de la difusión

x nivel (cm)	T (°C)	ρ_1 (g/m ³)	∇T (°C/m)	$\nabla \rho_1$ (g/m ⁴)	J (g/m ² seg)	D_T (g/ms°C)	S (°C) ⁻¹
10	48,7	14 × 10 ⁴	61	3,8 × 10 ⁴	5,4 × 10 ⁻⁴	7,11 × 10 ⁻⁶	1,6 × 10 ⁻³
30	59,8	16 × 10 ⁴	50	26 × 10 ⁴	8,4 × 10 ⁻⁴	1,14 × 10 ⁻⁶	2,4 × 10 ⁻³
50	68,6	18 × 10 ⁴	37	23 × 10 ⁴	7,6 × 10 ⁻⁴	1,77 × 10 ⁻⁶	2,3 × 10 ⁻³
70	75,5	19 × 10 ⁴	52	11 × 10 ⁴	3,9 × 10 ⁻⁴	1,98 × 10 ⁻⁶	1,9 × 10 ⁻³
90	80,2	19,5 × 10 ⁴	15	7 × 10 ⁴	2,43 × 10 ⁻⁴	2,00 × 10 ⁻⁶	3,5 × 10 ⁻³

IV.3.8. *Determinación experimental del coeficiente de absorción global de radiación por el agua.*

a) Con radiación artificial:

Las medidas se realizaron con un piranómetro, dado su gran ángulo de aceptación y la naturaleza del simulador solar, el cual, no emite rayos paralelos, y su espectro de radiación es parecido al solar.

Para cada tubo se hicieron dos medidas de radiación, una con el tubo vacío, y otra lleno de agua, con el piranómetro en contacto con la tapa posterior. En cualquier caso, la tapa anterior del tubo ocupaba la misma posición respecto del simulador, con el fin de que el efecto de esta primera tapa fuera el mismo para todos los tubos, y las medidas fueran comparables.

El efecto de las tapas de metacrilato depende de su espesor, y del tipo de radiación utilizada, fundamentalmente en lo que a pérdidas por reflexión se refiere.

En la Fig. 4.30, aparecen representados los puntos experimentales $(x, T(x))$, siendo x la longitud de los tubos, y $T(x)$ el cociente entre la intensidad de radiación medida a la salida del tubo, para tubo lleno de agua y vacío, respectivamente. De esta forma se corrige el efecto de las tapas de metacrilato.

El ajuste de los puntos a una exponencial, nos lleva a la expresión:

$$T(x) = 0,821 \exp(-0,0035 x)$$

de donde se deduce un *coeficiente de absorción global* para el agua de:

$$\mu = 0,35 \text{ m}^{-1}$$

b) Medidas con radiación natural.

Como ya hemos indicado, se realizaban simultáneamente tres medidas de radiación.

Debido al pequeño ángulo de aceptación de la cuna del dispositivo experimental donde se montaban los tubos, y a que estaba pintada de negro mate, la lectura del piranómetro en el fondo, coincidía prácticamente con la medida de radiación directa. (Conviene citar, que los días en que se hicieron las medidas, la radiación directa representaba más de un 95% de la radiación total, por ser días muy despejados).

La transmisión de la tapa de metacrilato resultó ser del 74% de la radiación directa.

En la Fig. 4.31 se representa el cociente entre la lectura dada por el piranómetro interior, con tubo lleno de agua, y la radiación directa corregida del efecto de la tapa, frente al

espesor de la columna de agua.

El ajuste de los puntos experimentales a una exponencial lleva a:

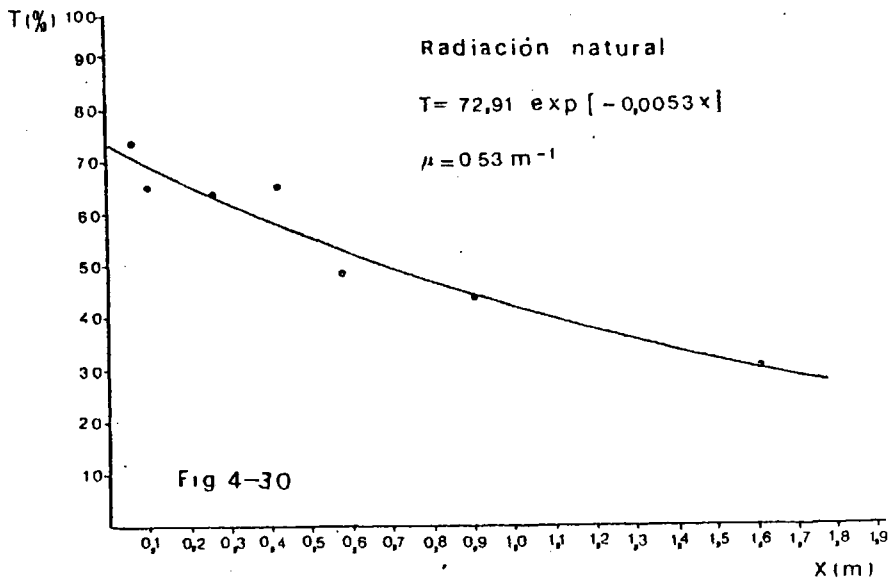
$$T(x) = 0,630 \exp(-0,0053 x)$$

de donde se deduce que:

$$\mu = 0,53 \text{ m}^{-1}$$

Al comparar el valor de este coeficiente con el obtenido para la radiación artificial, se observa que es mayor en este caso, lo cual resulta lógico, si se tiene en cuenta el no paralelismo de la radiación de la fuente artificial.

En las gráficas de las Figs. 4.30 y 4.31, hay que destacar el anormal comportamiento de los dos primeros puntos, fácilmente justificable si se tiene en cuenta la excepcional absorción de la radiación en los 10 primeros cm de agua



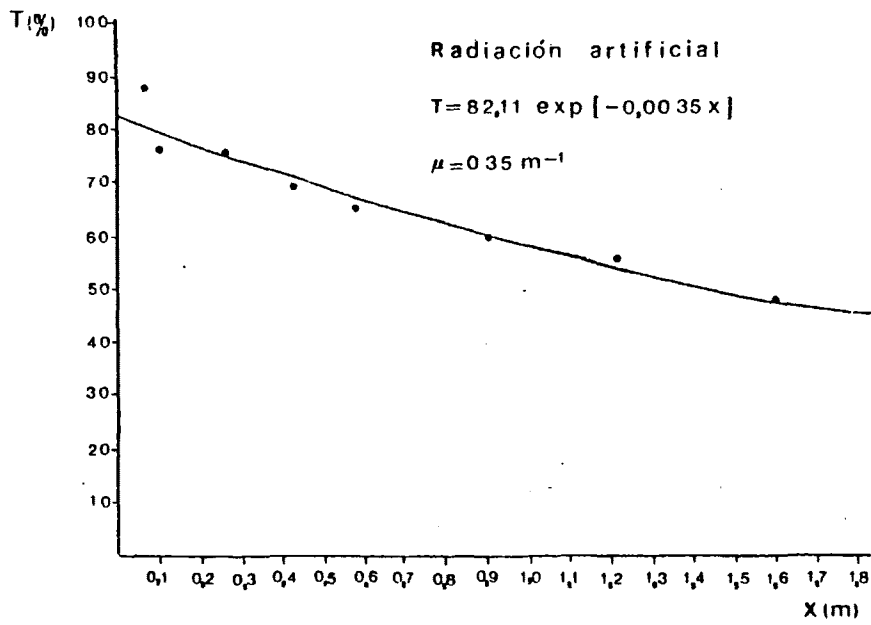


Fig. 4.31. Transmisión de la radiación del simulador solar en agua.

CAPITULO V

MODELO ANALOGICO TERMOELECTRICO PARA LA
SIMULACION DE UN ESTANQUE SOLAR NO CON-
VECTIVO.

CAPITULO V

MODELO ANALOGICO TERMoeLECTRICO PARA LA SIMULACION DE UN ESTANQUE SOLAR NO CONVECTIVO

V.1. INTRODUCCION

La resolución de la ecuación diferencial que describe el comportamiento físico de un estanque solar no convectivo puede abordarse por diferentes métodos.

Los *Métodos Experimentales Directos*, implican la necesidad de un prototipo real o a escala. Además del coste económico que estos métodos llevan consigo, es importante tener en cuenta la duración del proceso, que puede exigir en muchos casos un gran coste de tiempo para poder analizar el comportamiento del sistema bajo las diversas condiciones de funcionamiento real.

El *Análisis Matemático Exacto*, permite la obtención de una solución exacta, pero bajo condiciones muy restrictivas. Tal es el caso del modelo físico-matemático de un estanque solar formulado por Weinberger*, para un sistema totalmente no convectivo.

Los *Métodos Numéricos Aproximados*, en los que se sustituyen las derivadas parciales por incrementos o diferencias finitas, especialmente aptos para ser resueltos por ordenadores digitales, permiten obtener una solución tanto más exacta cuanto más pequeño sea el intervalo de discretización de las diferentes variables. El estudio de un problema en régimen transitorio puede necesitar de una gran capacidad de memoria cuando el número

(*) WEINBERGER, H.: *The Physics of the Solar Pond*. Solar Energy Vol. 8, 45-56 (1964).

ro de nudos a considerar es grande, lo cual puede limitar su utilización.

Los *Métodos Analógicos*, permiten el estudio de problemas científicos y técnicos por comparación entre fenómenos diferentes pero que responden a leyes físicas representadas por ecuaciones de la misma forma. Las variables físicas, los parámetros físicos, y las condiciones en los límites deben estar relacionadas.

En los métodos analógicos, se elige un segundo sistema (Sistema Analógico), semejante en ciertos aspectos esenciales al sistema en estudio, de forma que cuando se les somete a excitaciones del mismo tipo, ambos sistemas responden de forma similar. Por tanto, es posible deducir la respuesta del primero de ellos, a partir de la respuesta en el segundo.

Entre las diversas Analogías existentes, las más interesantes porque permiten la obtención de resultados más precisos, son las que se dan entre ciertas leyes eléctricas representadas por ecuaciones en derivadas parciales, y las de otros fenómenos no eléctricos.

Así, la exploración termométrica de las sustancias que reciben calor o se enfrían, no es fácil más que en la misma superficie, y la medida perturba casi siempre el flujo de calor, no existen medidores de flujo térmico, y es difícil mantener y controlar la temperatura dentro de unos límites bien precisos. Por el contrario, la electricidad se presta muy bien a las medidas, existen voltímetros de gran precisión y es fácil mantener y controlar potenciales eléctricos bien determinados de antemano,

Dadas las características de nuestro sistema en estudio, y para poder investigar sobre la respuesta global del mismo (estanque con sus tres zonas características, en interacción con el medio exterior), creemos necesario y útil la construcción de un modelo analógico eléctrico.

La simulación analógica puede hacerse mediante:

- Resistencias contínuas

En este caso, un fenómeno físico *contínuo* se identifica con un fenómeno eléctrico también *contínuo*. (Cuba electrofísica de Adams).

- Resistencias discretas

Al igual que sucede con los métodos numéricos aproximados basados en el cálculo por diferencias finitas, o incrementos finitos, el fenómeno físico contínuo se identifica con un fenómeno discreto.

La analogía de un fenómeno de transferencia de calor por redes de resistencias, puede considerarse como un dispositivo en el que la resistencia térmica original, después de discretizada, es reemplazada por una resistencia eléctrica.

La simulación analógica por redes de resistencias discretas puede hacerse siguiendo dos métodos diferentes:

a) Método de Beucken R-C .

En este método, la variable espacial es discretizada, mientras que la variable temporal se mantiene en su forma contínuo. La aplicación de este método exige la utilización de un registrador que transcriba la evolución de la función en cada punto de interés. No es necesario hacer el registro en todos los nudos. Tiene las limitaciones propias del empleo de registrador o sistema de adquisición de datos, y de los condensadores. (Su gran error y baja precisión).

b) *Método de Liebmann R-R.*

En este caso ha de hacerse la discretización tanto de las variables espaciales como la de la variable temporal. El fenómeno eléctrico es ahora discontinuo. Es necesaria la toma de datos en todos los nudos de la red y en cada paso del proceso iterativo, para poder seguir la evolución de la función en un solo nudo. Es, frente al Método de Beucken, menos rápido e intuitivo, pero tiene una gran ventaja, y es que al solo existir relación entre los tiempos térmicos y eléctrico, a través del número de pasos del proceso, la simulación puede interrumpirse en cualquier momento, e incluso volver a un instante de tiempo anterior, para modificar la red si fuera preciso, sin necesidad de repetir el proceso desde el principio.

Nosotros elegiremos el Método de Liebmann, no solo por las ventajas anteriormente citadas, sino sobre todo y fundamentalmente por su gran precisión.

V.2. SIMULACION ANALOGICA DE UN ESTANQUE SOLAR POR EL METODO DE LIEBMANN

V.2.1. *Delimitación y descripción del sistema.*

La construcción de un modelo de estanque solar que describa la evolución de temperaturas a lo largo del tiempo, exige tener en cuenta las interacciones térmicas entre sus tres zonas características y el medio exterior bajo diversas condiciones de funcionamiento real.

Si consideramos un estanque solar, cuyas dimensiones horizontales sean muy grandes frente a su profundidad, el flujo de calor a través de las paredes laterales es despreciable comparado con el que tiene lugar en la dirección vertical. En estas condiciones, la interacción con el exterior se reduce a la que tiene

lugar entre el estanque, el suelo, y el aire. Puede por tanto aceptarse como válido un modelo de transferencia energética mo nodimensional en la dirección normal a la superficie libre del estanque.

Imponiendo además la condición de estabilidad, es decir, que el espesor y características de las zonas del estanque no varíe durante el proceso de simulación, podremos considerar el sistema constituido por los distintos elementos que en esquema se muestran en la Fig. 5.1.

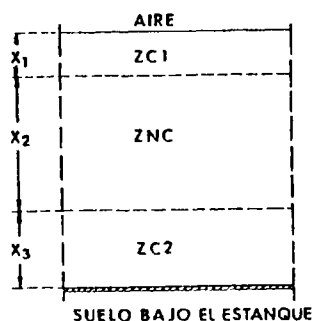


Fig. 5.1. Esquema del sistema en estudio.

Hay que hacer notar, que se trata de un sistema térmicamente no homogéneo, ya que el modo de transferencia de calor y los parámetros físicos que lo caracterizan, varían de unas zonas a otras. Este hecho nos llevará a la obtención de una red de analogía eléctrica no homogénea.

V.2.2. Discretización del campo

Para poder aplicar el método de Liebmann en la simulación analógica, es preciso el discretizado de las variables espaciales y temporal.

El discretizado espacial se consigue superponiendo al campo continuo una red discreta y considerar solo los nudos de la misma. Nosotros utilizaremos una malla unidimensional, no homogénea y haremos coincidir un nudo de la misma con cada una de las interfaces que separan las zonas de distinto comportamiento térmico. En las Figs. 5.2.a y 5.2.b se presenta un esquema del estanque solar antes y después de ser discretizado.

El discretizado temporal se consigue dividiendo la variable continua τ , en un cierto número de intervalos, $\Delta\tau$, contados a partir de un cierto instante $\tau = \tau_0$. En el proceso de simulación solamente se tendrá en cuenta la distribución de temperaturas en los momentos: τ_0 ; $\tau_0 + \Delta\tau$; $\tau_0 + 2\Delta\tau$; ...

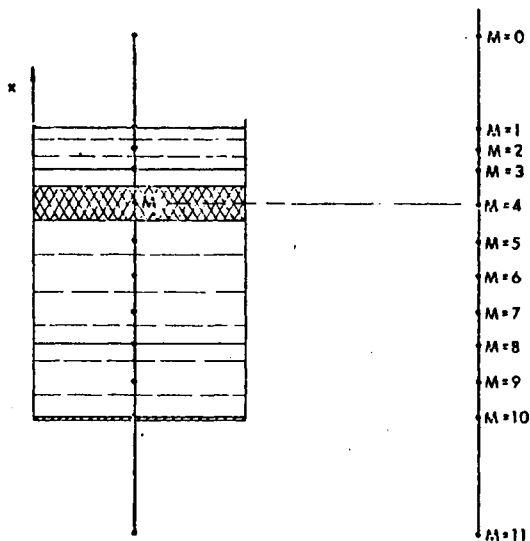


Fig. 5.2.a. Discretización del estanque.

Fig. 5.2.b. Red de discretización espacial.

V.2.3. Aproximación por diferencias finitas de la ecuación diferencial.

La ecuación que describe el mecanismo de transferencia energética en la zona *no convectiva* de un estanque solar, es como vimos en el capítulo III,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} - Q(x) \quad |5.1|$$

Es preciso generalizar de alguna forma esta ecuación a todo el estanque. A partir de la aproximación en diferencia finitas, veremos la zona de realizar esta generalización.

El método de aproximación por diferencias finitas consiste en reemplazar los operadores diferenciales por operadores de diferencias. La aproximación se hace en función de los valores que adquiere la función en estudio en los puntos que coinciden con los nudos de la red de discretización.

Si con el subíndice M queremos indicar la posición del nudo dentro de la red, y con p el número de intervalos de tiempo, $\Delta\tau$, transcurridos desde que se inició el proceso, entonces, $T_{M,p}$, representa el valor de la temperatura en el nudo M en el instante $\tau_0 + p\Delta\tau$.

Consideremos un nudo característico M dentro de la zona de gradiente, en la que es estrictamente válida la ecuación |5.1|, y en el caso más general de parámetros físicos variables (K, ρ, c) y discretizado espacial diferente a ambos lados del nudo (Fig. 5.3).

La aproximación por diferencias finitas de la primera derivada parcial puede hacerse de dos formas:

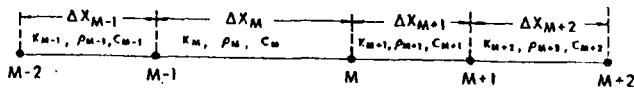


Fig. 5.3. Nudo caracterfstico de la red.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{M \rightarrow M+1} = \frac{T_{M+1,p} - T_{M,p}}{\Delta x_{M+1}} \quad |5.2|$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{M-1 \rightarrow M} = \frac{T_{M,p} - T_{M-1,p}}{\Delta x_M} \quad |5.3|$$

La ec. |5.2| es una aproximación por *diferencias hacia adelante*, mientras que la ec. |5.3| lo es por *diferencias hacia atrás*.

Utilizando estas formas de aproximación, podremos escribir:

$$\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right)_{M \rightarrow M+1} = k_{M+1} \frac{T_{M+1,p} - T_{M,p}}{\Delta x_{M+1}} \quad |5.4|$$

$$\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right)_{M-1 \rightarrow M} = k_M \frac{T_{M,p} - T_{M-1,p}}{\Delta x_M} \quad |5.5|$$

Por el mismo método de aproximación, la segunda derivada parcial puede expresarse como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right)_{M \rightarrow M+1} - \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right)_{M-1 \rightarrow M}}{\frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2}}$$

Sustituyendo las aproximaciones [5.4] y [5.5] en esta expresión, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M \approx \frac{T_{M+1,p} - T_{M,p}}{\frac{\Delta x_{M+1}}{K_{M+1}} \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2}} - \frac{T_{M,p} - T_{M-1,p}}{\frac{\Delta x_M}{K_M} \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2}} \quad |5.6|$$

Esta aproximación de la segunda derivada se conoce como *segunda diferencia centrada*, porque se expresa en función de las diferencias del valor de la función entre el nudo y sus dos adyacentes.

Este proceso de discretización lleva implícitas una serie de aproximaciones cuyo significado es el siguiente:

Sea T una función cuya dependencia con la profundidad x en el instante de tiempo $\tau_0 + p\Delta\tau$ está representada por la gráfica de la Fig. 5.4.a

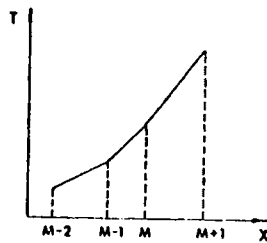
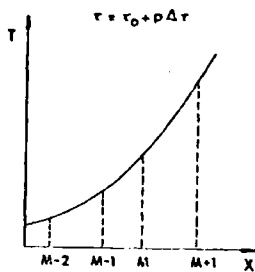


Fig. 5.4.a. T función de x en el instante, $\tau_0 + p\Delta\tau$.

Fig. 5.4.b. Aproximación de T por diferencias finitas.

Las aproximaciones de la primera derivada [5.2] y [5.3] describen en realidad el gradiente de temperaturas en los pun-

tos medios entre nudos, $(x_M + \frac{x_{M+1}}{2})$ y $(x_M - \frac{x_{M-1}}{2})$ respectivamente, con la hipótesis de que la temperatura entre cada dos nudos consecutivos varía de forma lineal.

Bajo estos supuestos, la distribución de temperatura original de la Fig. 5.4.a, es aproximada por la serie de segmentos rectilíneos entre nudos de la Fig. 5.4.b.

La aproximación de la segunda derivada equivale a suponer que la variación de la primera derivada en el intervalo $(x_M - \frac{\Delta x_M}{2}, x_M + \frac{\Delta x_{M+1}}{2})$ es constante.

El término $Q(x)$ será introducido en cada paso del proceso iterativo y representa, bien el flujo de radiación absorbido o bien el flujo energético extraído, de una capa de espesor unidad en el intervalo de tiempo considerado.

Finalmente veamos la aproximación de la derivada temporal. Puede hacerse entre otras de las siguientes formas:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \tau}\right)_M \Big|_{p-1 \rightarrow p} = \frac{T_{M,p} - T_{M,p-1}}{\Delta \tau} \quad \text{Aproximación regresiva [5.7.a]}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \tau}\right)_M \Big|_{p \rightarrow p+1} = \frac{T_{M,p+1} - T_{M,p}}{\Delta \tau} \quad \text{Aproximación progresiva [5.7.b]}$$

Estas aproximaciones implican la aceptación de que la temperatura es función lineal del tiempo en el intervalo considerado.

Según cual sea la forma de aproximación temporal utilizada, se obtienen dos expresiones diferentes de la ecuación diferencial.

a) Forma implícita

Al sustituir las expresiones |5.6| y |5.7.a| en |5.1| se obtiene:

$$\frac{T_{M+1,p} - T_{M,p}}{\frac{\Delta x_{M+1}}{K_{M+1}}} - \frac{T_{M,p} - T_{M-1,p}}{\frac{\Delta x_M}{K_M}} = \frac{T_{M,p} - T_{M,p-1}}{\frac{2\Delta\tau}{(\rho c)_M(\Delta x_M + \Delta x_{M+1})}} - \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2} \cdot \dot{Q}_{M,p} \quad |5.8.a|$$

En este caso, la temperatura en el nudo M en el instante $\tau_0 + p\Delta\tau$ viene dada por la que en ese instante tienen los nudos adyacentes, y por la que en el instante anteriormente considerado había en dicho nudo M. La resolución de la ec. |5.8.a| por cálculo numérico es un proceso largo, ya que en cada paso del proceso iterativo es preciso resolver un sistema de tantas ecuaciones como nudos tiene la red. Tiene sin embargo una gran ventaja frente a otras formas de aproximación, y es que en general, los intervalos de discretización espacial y temporal pueden ser más libremente elegidos sin riesgo de inestabilidades en la resolución*.

b) Forma explícita

Cuando se sustituyen las aproximaciones |5.6| y |5.7.b| en |5.1| se obtiene:

$$\frac{T_{M+1,p} - T_{M,p}}{\frac{\Delta x_{M+1}}{K_{M+1}}} - \frac{T_{M,p} - T_{M-1,p}}{\frac{\Delta x_M}{K_M}} = \frac{T_{M,p+1} - T_{M,p}}{\frac{2\Delta\tau}{(\rho c)_M(\Delta x_M + \Delta x_{M+1})}} - \frac{x_M + x_{M+1}}{2} \cdot \dot{Q}_{M,p} \quad |5.8.b|$$

(*) LEPPERT, G.: A Stable Numerical Solution for Transient Heat Flow. ASME, 53-F-a (1953).

Ahora, la temperatura en el nudo M en el instante $\tau_0 + (p+1)\Delta\tau$ viene dada por la que existía en dicho nudo y sus adyacentes en el instante anterior $\tau_0 + p\Delta\tau$. Dado que en este caso es posible despejar directamente el valor de $T_{M,p+1}$, la obtención de la solución por cálculo numérico es mucho más rápida que en el caso anterior. Esta forma presenta el inconveniente de un gran riesgo de inestabilidad en la solución, lo que limita la elección del discretizado espacial y temporal. La razón entre dichos intervalos ha de cumplir la denominada *Condición de Estabilidad*.

Observando las ec. |5.8.a| y |5.8.b|, se deduce que los términos $\Delta x_M/K_M$ y $\Delta x_{M+1}/K_{M+1}$ que en ellas aparecen, no son más que las resistencias térmicas de conducción por unidad de superficie, de las capas del estanco comprendidas entre los nudos $M-1$ y M , y entre M y $M+1$ respectivamente, dentro de la zona *no convectiva*.

Si hacemos,

$$R_{TM} = \Delta x_M / K_M$$

$$R_{TM+1} = \Delta x_{M+1} / K_{M+1}$$

Entonces, las ec. |5.8.a| y |5.8.b| pueden escribirse en función de las resistencias térmicas como:

$$\frac{T_{M,H,p} - T_{M,p}}{R_{TM+1}} - \frac{T_{M,p} - T_{M+1,p}}{R_{TM}} = \frac{T_{M,p} - T_{M,p-1}}{(\rho c)_M (\Delta x_M + \Delta x_{M+1})} - \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2} \dot{Q}_{M,p} \quad 5.9.a$$

$$\frac{T_{M+1,p} - T_{M,p}}{R_{TM+1}} - \frac{T_{M,p} - T_{M,p-1}}{R_{TM}} = \frac{T_{M,p+1} - T_M}{\frac{2\Delta\tau}{(\rho c)_M(\Delta x_M + \Delta x_{M+1})}} - \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2} \cdot \dot{Q}_{M,p} \quad |5.9.b|$$

Estas ecuaciones realmente representan el balance energético en un nudo M de la zona de gradiente. Un balance similar podrá hacerse en cualquier otro nudo de la red independientemente de la forma de transferencia de calor propia de la zona en que se encuentra, siempre que se conozca el valor de la resistencia térmica para esta forma de transferencia en los distintos elementos discretos.

Consideremos los distintos casos que pueden presentarse al hacer el balance en todos los nudos de la red.

1°) Nudo en la zona de gradiente:

En el caso particular ya considerado. Se aplicarán las ec. |5.8.a| ó |5.8.b| con:

$$R_{TM+1} = \frac{\Delta x_{M+1}}{K_{M+1}} \quad \text{y} \quad R_{TM} = \frac{\Delta x_M}{K_M}$$

2°) Nudo en el suelo bajo el estanque:

En este caso, las resistencias térmicas serán de la misma forma que en el caso anterior, puesto que la transferencia de calor se hace por conducción.

3°) Nudo en las zonas de convección (ZC_1 , ZC_2 y nudo en el aire:

En estas zonas, la transferencia de calor tiene lugar por

convección fundamentalmente.

El cálculo de la resistencia térmica puede hacerse a partir de la aproximación de la ley de Newton que puede aceptarse como válida en nuestro caso*. En la Fig. 5.5 se representa un esquema particular de una de estas zonas convectivas de espesor L .

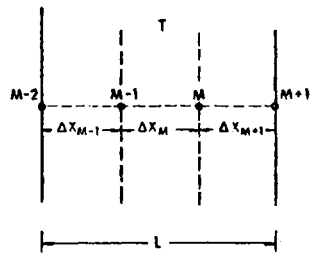


Fig. 5.5. Nudo en las zonas convectivas.

La aproximación de la ley de Newton puede escribirse como:

$$\dot{Q} = \bar{h}S(T_1 - T_2)$$

siendo:

\bar{h} = Coeficiente de transferencia por convección-radiación.

S = Superficie de la zona.

\dot{Q} = Flujo de calor a través de la zona.

La resistencia térmica en este caso puede expresarse como:

$$R_T = \frac{1}{\bar{h}}$$

(*) PITTS, D.R., SISSOM, L.E.: *Heat Transfer* 200, Mc Graw Hill Inc. (1979).

Si dentro de la zona convectiva hay varios nudos, la resistencia térmica total habrá de repartirse entre los distintos elementos discretos que la constituyen, y proporcional a sus espesores, es decir:

$$R_{TM} = \frac{1}{h} \frac{\Delta x_M}{L}$$

$$R_{TM+1} = \frac{1}{h} \frac{\Delta x_{M+1}}{L}$$

Estos cálculos son válidos para los nudos situados en las zonas convectivas del estanque y en el aire.

4°) Nudo en las interfases:

Consideremos el caso concreto esquematizado en la Fig. 5.6. Las resistencias térmicas vendrán dadas ahora por

$$R_{TM} = \frac{1}{h} \frac{\Delta x_M}{L}$$

$$R_{TM+1} = \frac{\Delta x_{M+1}}{k_{M+1}}$$

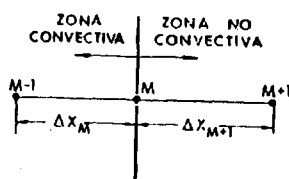


Fig. 5.6. Nudo en una interfase.

A la vista de lo anteriormente expuesto, podemos decir que

hemos generalizado el modelo de Weinberger a un modelo discreto que simula el comportamiento físico de un estanque solar real con sus tres zonas típicas, en sus interacciones térmicas con el medio exterior.

V.2.4. Errores inherentes al método de aproximación por diferencias finitas.

Al resolver problemas de campo utilizando aproximaciones por diferencias finitas, se superpone una red discreta al campo continuo, y se obtienen valores aproximados de la función potencial en los nudos de dicha red. Las líneas equipotenciales que constituyen la solución final del problema, se obtienen por interpolación entre los nudos de potencial conocido. Aparecen por consiguiente dos tipos de errores: De corte y de interpolación.

Intuitivamente parece claro que cuanto menor sea el valor de los intervalos de discretización espacial y temporal, tanto más exacta será la solución. En el límite, para $\Delta x \rightarrow 0$ y $\Delta t \rightarrow 0$ se obtendría la solución exacta.

Sin embargo, no siempre es necesario un discretizado demasiado fino para obtener buenos resultados. Interesa no obstante evaluar los errores introducidos por el propio método de cálculo para juzgar si está comprendido o no dentro de los intervalos de tolerancia admitidos.

Analicemos los dos tipos de error propios del método de aproximación.

a) Errores de corte debidos a la aproximación de la segunda derivada espacial.

El desarrollo en serie de Taylor de una función permite calcular el valor de dicha función en un punto cuando se conoce el valor de la misma y de sus derivadas en un punto vecino.

Consideremos un nudo genérico M (Fig. 5.7), sus dos adyacentes $M-1$ y $M+1$, así como los puntos medios A y B entre dos nudos sucesivos.

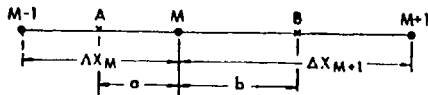


Fig. 5.7. Esquema de nudo característico.

Sea,

$$a = \Delta x_M / 2$$

$$b = \Delta x_{M+1} / 2$$

Para simplificar la notación, suprimiremos en este cálculo la coordenada temporal p , entendiéndose que el desarrollo es válido para cualquier tiempo $\tau_0 + p\Delta\tau$

El desarrollo en serie de Taylor para la función $f(x) = K \frac{\partial T}{\partial x}$ en el nudo M nos lleva a:

$$K \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_B = \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + b \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \frac{b^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \frac{b^3}{3!} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \dots$$

$$\left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_A = \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M - a \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \frac{a^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M - \frac{a^3}{3!} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \dots$$

Al restar ambas expresiones se obtiene:

$$\left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_B - K \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_A = (b+a) \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_r + \frac{b^2-a^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M +$$

$$+ \frac{b^3+a^3}{3!} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M \dots\dots$$

Al restar ambas expresiones se obtiene:

$$\left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_B - K \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_A = (b+a) \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \frac{b^2-a^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M +$$

$$+ \frac{b^3+a^3}{3!} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M \dots\dots$$

Por tanto podremos escribir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M = \frac{\left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_B - \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_A}{a+b} - \frac{b+a}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{b^2-ab+a^2}{3!}$$

$$\frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M \dots\dots \quad |5.10|$$

El valor de las derivadas

$$\left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_B \quad \text{y} \quad \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_A$$

puede deducirse aplicando de nuevo el desarrollo en serie de Taylor en los puntos A y B ,

$$T_{M+1} = T_B + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_B + \frac{b^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_B + \frac{b^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3}\right)_B + \dots$$

$$T_M = T_B - b \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_B + \frac{b^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_B - \frac{b^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3}\right)_B + \dots$$

Al restar las dos expresiones anteriores se obtiene:

$$T_{M+1} - T_M = 2b \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_B + \frac{2}{3!} b^3 \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3}\right)_B + 2 \frac{b^5}{5!} \left(\frac{\partial^5 T}{\partial x^5}\right)_B + \dots$$

Y por tanto:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_B = \frac{T_{M+1} - T_M}{2b} - \frac{b^2}{3!} \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3}\right)_B - \frac{b^4}{5!} \left(\frac{\partial^5 T}{\partial x^5}\right)_B \dots$$

Si K_{M+1} es el valor de la conductividad entre M y M+1 la ecuación anterior se convierte en:

$$\begin{aligned} \left(K \frac{\partial T}{\partial x}\right)_B &= K_{M+1} \frac{T_{M+1} - T_M}{2b} - K_{M+1} \frac{b^2}{3!} \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3}\right)_B - \\ &- K_{M+1} \frac{b^4}{5!} \left(\frac{\partial^5 T}{\partial x^5}\right)_B \end{aligned} \quad |5.11|$$

De forma similar, siguiendo el mismo método:

$$\begin{aligned} \left(K \frac{\partial T}{\partial x}\right)_A &= K_M \frac{T_M - T_{M-1}}{2a} - K_M \frac{a^2}{3!} \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3}\right)_A - \\ &- K_M \frac{a^4}{5!} \left(\frac{\partial^5 T}{\partial x^5}\right)_A \end{aligned} \quad |5.12|$$

Sustituyendo |5.11| y |5.12| en |5.10| obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M &= \left| K_{M+1} \frac{T_{M+1} - T_M}{2b(a+b)} - K_M \frac{T_M - T_{M-1}}{2a(a+b)} \right| \\ &- \left| K_{M+1} \frac{b^2}{3!} \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3} \right)_B - K_M \frac{a^2}{3!} \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3} \right)_A + \dots \right| \\ &- \left| \frac{b+a}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \frac{b^2-ab+a^2}{3!} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \dots \right| \end{aligned}$$

Puesto que $a = \frac{\Delta x_M}{2}$ y $b = \frac{\Delta x_{M+1}}{2}$, la expresión anterior puede escribirse de la forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M = \frac{T_{M+1} - T_M}{\frac{\Delta x_{M+1}}{K_{M+1}} \cdot \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2}} - \frac{T_M - T_{M-1}}{\frac{\Delta x_M}{2} \cdot \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2}} + \epsilon \quad |4.13|$$

Siendo:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \left| - \frac{K_{M+1} (\Delta x_{M+1})^2}{2 \cdot 3! (\Delta x_M + \Delta x_{M+1})} \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3} \right)_B + \frac{K_M (\Delta x_M)^2}{2 \cdot 3! (\Delta x_M + \Delta x_{M+1})} \left(\frac{\partial^3 T}{\partial x^3} \right)_A + \dots \right| \\ &- \left| \frac{b+a}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \frac{b^2-ab+a^2}{3!} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \dots \right| \quad |4.14| \end{aligned}$$

Comparando la ec. |5.13| con la aproximación |5.6|, se observa que la diferencia entre ambas está precisamente en el término ϵ , cuyo valor nos da el denominado *error de corte*, que depende no solo del discretizado espacial sino también de las derivadas de la función de orden igual o superior a tres. Conviene destacar que cuando se sigue el mismo método, y en el caso de que los parámetros físicos y el discretizado de la red sean homogéneos,

el error de corte depende del discretizado espacial y de las derivadas de la función de orden par iguales o superiores a cuatro.

Podrían obtenerse aproximaciones más complejas, de forma similar a como las obtiene Bickley* teniendo en cuenta el valor de la función en más de dos nudos del campo. Estas ecuaciones son muy útiles en las aplicaciones con ordenadores digitales, pero su importancia es pequeña en la simulación analógica, donde la aproximación hecha ofrece una exactitud adecuada.

El valor de Δx_M aparece explícitamente en la ecuación del error. Parecería por ello lógico reducir dicho valor. Sin embargo en los problemas de fenómenos en régimen transitorio, la discretización espacial y temporal no pueden ser independientes en general, ya que puede dar lugar a soluciones inestables.

Puesto que en los problemas prácticos la solución debe ser exacta dentro de unos límites de tolerancia, es importante poder predecir los errores inherentes a cualquier técnica de cálculo. En la elección del espaciado debería tenerse en cuenta la naturaleza de la función potencial. Desgraciadamente es esta función la que no se conoce y la que constituye la solución del problema, por lo que sus características no pueden ser determinadas *a priori*.

Resulta en general muy útil en la estimación del error, la estimación de la derivada de menor orden que aparece en la expresión del error de corte. En nuestro caso será la derivada de orden tres la que nos dé una idea de la magnitud de dicho error.

La estimación de esta tercera derivada puede hacerse de diversas formas:

(*) BICKLEY, W.G.: *Formulae for Numerical Differentiation*. Math. Gazette 25 (1941).

- Aproximación hacia atrás:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M - \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{M-1}}{\Delta x_M} \quad |5.15|$$

- Aproximación hacia adelante:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{M+1} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M}{\Delta x_{M+1}} \quad |5.16|$$

- Aproximación central

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{M+1} - 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M + \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{M-1}}{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}} \quad |5.17|$$

Puesto que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M = \frac{\frac{T_{M+1} - T_M}{\Delta x_{M+1} + \Delta x_M} - \frac{T_M - T_{M-1}}{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}}{\frac{K_{M+1}}{2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{M-1} = \frac{\frac{T_M - T_{M-1}}{\Delta x_M + \Delta x_{M-1}} - \frac{T_{M-1} - T_{M-2}}{\Delta x_{M-1} + \Delta x_M}}{\frac{K_M}{2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{M+1} = \frac{\frac{T_{M+2} - T_{M+1}}{\Delta x_{M+1} + \Delta x_{M+2}} - \frac{T_{M+1} - T_M}{\Delta x_{M+1} + \Delta x_{M+2}}}{\frac{K_{M+1}}{2}}$$

Utilizando estas expresiones, |5.15|, |5.16|, |5.17| se transforman en:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M \cong \frac{2}{\Delta x_M} \left\{ \frac{T_{M+1} - T_M}{\frac{\Delta x_{M+1}}{k_{M+1}} \frac{(\Delta x_{M+1} + \Delta x_M)}{2}} + \frac{T_{M-1} - T_{M-2}}{\frac{\Delta x_{M-1}}{k_{M-1}} \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M-1}}{k_{M-1}}} - \right.$$

$$\left. - \frac{T_M - T_{M-1}}{\frac{\Delta x_M}{k_M} \left(\frac{1}{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}} + \frac{1}{\Delta x_M + \Delta x_{M-1}} \right)} \right\} \quad |5.18|$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M \cong \frac{2}{\Delta x_{M+1}} \left\{ \frac{T_{M+2} - T_{M+1}}{\frac{\Delta x_{M+2}}{k_{M+2}} (\Delta x_{M+1} + \Delta x_{M+1})} + \right.$$

$$\left. + \frac{T_M - T_{M-1}}{\frac{\Delta x_M}{k_M} (\Delta x_M + \Delta x_{M+1})} - \frac{T_{M+1} - T_M}{\frac{\Delta x_{M+1}}{k_{M+1}} \left(\frac{1}{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}} + \frac{1}{\Delta x_M + \Delta x_{M+2}} \right)} \right\} \quad |8.19|$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_M \cong \frac{2}{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}} \left\{ \frac{T_{M+2} - T_{M+1}}{\frac{\Delta x_{M+2}}{k_{M+2}} (\Delta x_{M+1} + \Delta x_{M+2})} - \right.$$

$$\left. - \frac{T_{M+1} - T_M}{\frac{\Delta x_{M+1}}{k_{M+1}} \left(\frac{2}{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}} + \frac{1}{\Delta x_{M+1} + \Delta x_{M+2}} \right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{T_M - T_{M-1}}{\frac{\Delta x_M}{k_M} \left(\frac{2}{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}} + \frac{1}{\Delta x_M + \Delta x_{M-1}} \right)} - \frac{T_{M-1} - T_{M-2}}{\frac{\Delta x_{M-1}}{k_{M-1}} (\Delta x_M + \Delta x_{M-1})} \right\} \quad |8.20|$$

Cualquiera de las tres aproximaciones 5.18 , 5.19 , 5.20. es válida. Sin embargo es más representativa la *central* porque tiene en cuenta el valor de la función en más nudos de la red.

La valoración de esta tercera derivada puede hacerse para cualquier instante de tiempo en que sea conocida la distribución de temperaturas en el campo. Si el valor de esta derivada, comparado con los errores experimentales introducidos en la determinación de los distintos parámetros físicos del modelo, es excesivamente grande, habrá de plantearse la reducción del intervalo Δx_M y repetir los cálculos para el nuevo intervalo elegido, hasta conseguir un error aceptable.

b) *Errores de interpolación*

A la hora de interpolar, lo más sencillo y común es suponer que la función varía linealmente entre puntos adyacentes. Así, la función en un punto P situado entre los nudos M y M+1 (Fig. 5.8), tomará el valor dado por la expresión:

$$T_p = T_{M+1} + (T_M - T_{M+1}) \frac{x_p - x_{M+1}}{x_{M+1} - x_M}$$

Esta forma de interpolar supone implícitamente que el gradiente de temperaturas es constante entre dos nudos consecutivos. Si esto no es cierto, se introduce un error cuyo valor absoluto máximo ha sido dado por Ford*:

$$|E_{\max}| \leq \frac{(\Delta x)^2}{8} \left| \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|$$

Haciendo la aproximación para la segunda derivada:

(*) FORD, L.R.: *Differential Equations*. 113-116. McGraw Hill Book Company Inc. New York (1933).

$$|E_{\max}| \leq \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{16} \left| \frac{T_{M+1} - T_M}{x_{M+1}} - \frac{T_M - T_{M-1}}{x_M} \right|$$

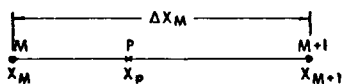


Fig. 5.8. Puntos de interpolación.

Existen numerosos métodos numéricos para interpolaciones más exactas, de Newton, Stirling, Lagrange y Aitken, los cuales utilizan los valores conocidos de la función en todos los nudos de la red, obteniendo una función de aproximación a un polinomio de orden $(n-1)$ con n nudos.

En el trabajo de simulación por técnicas analógicas resulta más conveniente reducir el discretizado espacial hasta poder utilizar una interpolación lineal que aplicar los métodos más complicados citados anteriormente.

V.2.5. Establecimiento de la analogía eléctrica por el método de Liebmann.

Una vez discretizado el campo continuo y obtenida la aproximación en diferencias finitas de la ecuación diferencial estamos en condiciones de establecer la analogía eléctrica.

En esta analogía, el flujo térmico se representa por una intensidad de corriente y la temperatura por el potencial. Existe por tanto una relación entre las resistencias térmicas y eléctrica. La cantidad de energía almacenada por unidad de tiempo se sustrae del flujo térmico que la atraviesa. En el método

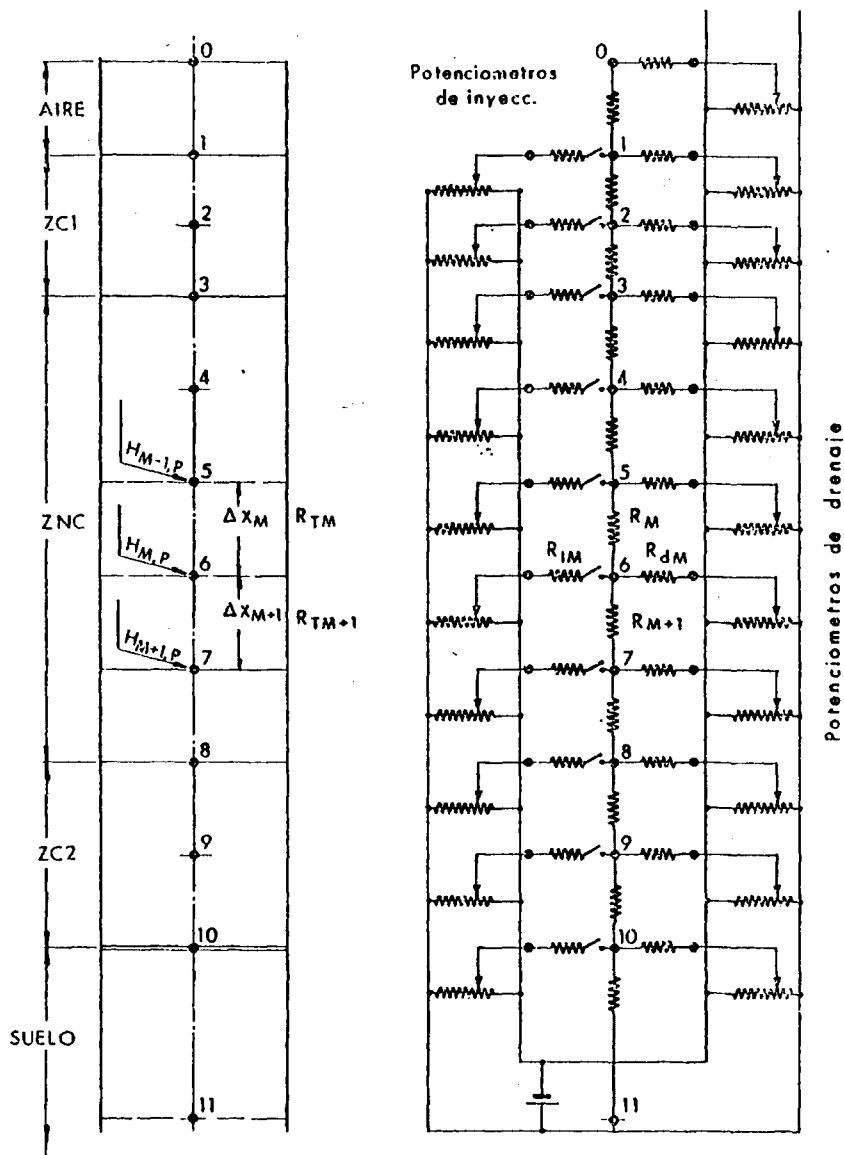


Fig. 5.9. Correspondencia entre el campo discreto y la red analógica.

de Liebmann, esta energía se representa por una derivación de la intensidad de corriente de la red principal a través de las *resistencias de drenaje*. El aporte energético al sistema, procedente de la radiación solar, que en el modelo numérico se representa por fuentes de calor internas, será simulado por unas intensidades inyectadas en los nudos, cuyo valor es proporcional a $\dot{Q}_{M,p}$. Normalmente esta corriente la suministra una resistencia cuyo valor es perfectamente conocido, conectada al nudo y a una tensión adecuada, de forma que el valor de la corriente sea el deseado.

La construcción de la red eléctrica equivalente se hará asociando a cada elemento discreto del campo original una resistencia eléctrica proporcional a la resistencia térmica de dicho elemento. (Fig. 5.9). Como el modelo de transferencia energética es monodimensional, las resistencias térmicas serán referidas a la unidad de superficie.

Cada resistencia eléctrica sustituye por tanto a un elemento de sección unidad y altura Δx_M (Fig. 5.10).

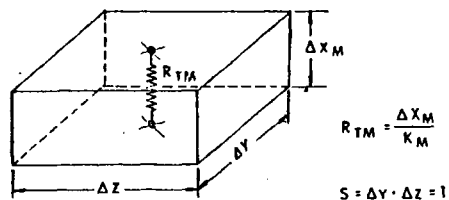


Fig. 5.10. Esquema del elemento discreto en la red analógica.

En la Fig. 5.11, se representa parte de una red analógica dispuesta según el método de Liebmann. En ella se ha destacado un elemento básico correspondiente al nudo M con sus resistencias de drenaje e inyección.

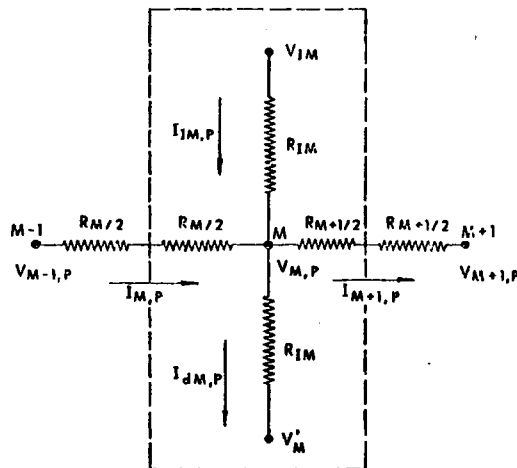


Fig. 5.11. Elemento básico en la red analógica.

Aplicando en el nudo M la condición de Kirchhoff, $\sum I_i = 0$, en el instante $\tau_0 + p\Delta\tau$ tendremos:

$$I_M - I_{M+1} + I_{IM} - I_{dM} = 0$$

En función de los potenciales de nudo, esta ecuación puede escribirse de la forma:

$$\frac{V_{M+1,p} - V_{M,p}}{R_M} - \frac{V_{M,p} - V_{M-1,p}}{R_{M+1}} = \frac{V_{M,p} - V'_M}{R_{dM}} - I_{IM,p}$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{V_{M+1,p} - V_{M,p}}{R_{M+1}} - \frac{V_{M,p} - V_{M-1,p}}{R_M} = \frac{V_{M,p} - V_M}{R_{dM}} - I_{IM,p} \quad |5.21|$$

Si se comparan las ec. |5.9.a| y |5.21|, vemos que en esta última no aparece el *tiempo eléctrico*. Sin embargo, la analogía de las ecuaciones resulta completa si la tensión V_M' toma el valor del potencial en el nudo M en el instante de tiempo anterior $\tau_0 + (p-1)\Delta\tau$ *. En estas condiciones I_{dM} representa el flujo energético extraído de la red principal, almacenado en el elemento M en el intervalo de tiempo considerado ($\tau_0 + (p-1)\Delta\tau$, $\tau_0 + p\Delta\tau$) y la ec. |5.21| tomará la forma:

$$\frac{V_{M+1,p} - V_{M,p}}{R_{M+1}} - \frac{V_{M,p} - V_{M-1,p}}{R_M} = \frac{V_{M,p} - V_{M,p-1}}{R_{dM}} - I_{IM,p} \quad \begin{array}{l} \text{Forma} \\ \text{implícita} \end{array} \quad |5.22.a|$$

De forma similar podría obtenerse la ecuación eléctrica análoga a la ec. 5.9.b

$$\frac{V_{M+1,p} - V_{M,p}}{R_{M+1}} - \frac{V_{M,p} - V_{M-1,p}}{R_M} = \frac{V_{M,p+1} - V_{M,p}}{R_{dM}} - I_{IM,p} \quad \begin{array}{l} \text{Forma explícita} \\ |5.22.b| \end{array}$$

El método de Liebmann permite por consiguiente establecer la analogía de un fenómeno en régimen transitorio con independencia de los tiempo *térmico* y *eléctrico*, cuyas ventajas han sido ya mencionadas.

Si establecemos una proporcionalidad entre la temperatura y el voltaje, y entre la resistencia térmica y eléctrica:

$$V = l T ; R = m R_T .$$

(*) DORTA, J.: *Estudio de procesos transitorios e intermitentes por técnicas analógicas en la transmisión de calor*. Tesis Doctoral. Publicaciones de la Facultad de Ciencias. (1968).

y sustituimos estas expresiones en [5.22.a] y [5.22.b] tendremos:

$$\frac{T_{M+1,p} - T_{M,p}}{R_{TM+1}} - \frac{T_{M,p} - T_{M-1,p}}{R_{TM}} = \frac{T_{M,p} - T_{M,p-1}}{R_{dM/m}} - \frac{m}{1} I_{IM,p} \quad [5.23.a]$$

$$\frac{T_{M+1,p} - T_{M,p}}{R_{TM+1}} - \frac{T_{M,p} - T_{M-1,p}}{R_{TM}} = \frac{T_{M,p+1} - T_{M,p}}{R_{dM/m}} - \frac{m}{1} I_{IM,p} \quad [5.23.b]$$

Al comparar de nuevo estas ecuaciones con [5.9.a] y [5.9.b], respectivamente observamos que son idénticas dos a dos si se cumplen las siguientes relaciones de analogía

$$V = 1 T \quad [5.24.a]$$

$$R_M = m R_{TM} \quad [5.24.b]$$

$$R_{M+1} = m R_{TM+1} \quad [5.24.c]$$

$$R_{dM} = 2m \Delta\tau / (\rho c)_M (\Delta x_M + \Delta x_{M+1}) \quad [5.24.d]$$

$$I_{IM,p} = \frac{1}{m} \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2} \dot{Q}_{M,p} \quad [5.24.e]$$

A partir de estas relaciones de analogía, que han de verificarse en cada nudo de la red para que el fenómeno eléctrico reproduzca el térmico, podemos obtener, no solo el valor de las resistencias de drenaje, sino también el valor de la intensidad de corriente que habrá de inyectarse en cada nudo.

Los valores de los coeficientes dimensionales 1 y m deberán elegirse cuidadosamente en cada caso. En general vendrán condicionados por las características del campo térmico y por las limitaciones propias del equipo instrumental (Precisión del voltímetro, características de la fuente de corriente continua,

valores de las resistencias comerciales, recorrido y precisión de los potenciómetros, etc.).

V.2.6. Condiciones en los límites

La resolución de la ec. 5.1 precisa del establecimiento de una condición inicial y dos condiciones de contorno.

La condición inicial puede establecerse sin dificultad puesto que puede conocerse la distribución de temperaturas en el es tanque justo después de que ha sido llenado. Dependiendo del proceso a simular, siempre puede conocerse la distribución de temperaturas en el sistema al iniciarse el proceso.

Las condiciones de contorno, son las que generalmente crean problemas cuando se intenta resolver la ecuación diferencial por técnicas no analógicas. En los problemas de transmisión de calor las condiciones en los límites vienen impuestas por los siguientes factores:

- Forma geométrica del cuerpo en cuestión.
- Forma y características de las interfases entre el cuerpo y el medio ambiente.
- Aislamiento.
- Régimen de temperaturas.
- Régimen de flujo calorífico.

Las dos últimas son de gran importancia. Por ello las condi ciones en los límites suelen ser de los siguientes tipos*:

(*) SURUGUE, J.: *Techniques Générales du Laboratoire de Physique*. Vol. II, C.N.R.S. (1962).

a) *Condición de Dirichlet*

Se impone como dato el valor de la función en las superficies límites, en cada uno de los pasos del proceso iterativo.

En el caso de la transmisión de calor, esta condición implica imponer el régimen de temperaturas. En la analogía eléctrica se impone un voltaje en los nudos de la red situados en las superficies exteriores.

b) *Condición de Neumann*

Se impone como dato en cada punto de las superficies libres, el valor de la derivada normal de la función potencial. Para ello es preciso, en los fenómenos térmicos, conocer el flujo de calor por unidad de superficie límite.

En la analogía eléctrica esta condición se impone inyectando en los nudos correspondientes una intensidad de corriente proporcional al flujo térmico.

c) *Condición de Fourier*

Esta es una condición mixta de las dos anteriores, y equivale a imponer en cada nudo de las superficies exteriores el valor de la función y su derivada normal.

En los problemas de transferencia de calor equivaldría a fijar la temperatura y el flujo de calor por unidad de superficie. En la red eléctrica se impone el voltaje y se inyecta una intensidad de corriente proporcional al flujo térmico en los nudos homólogos. Puesto que se conoce el valor de las potenciales en los nudos correspondientes a la superficie, la inyección de intensidad exigida por la analogía se consigue fácilmente sin más que conectar cada nudo a una tensión conocida V_i' a través de unas resistencias adecuadas.

En el modelo analógico del estanque solar, utilizaremos condiciones de tipo Dirichlet:

- En el nudo en el aire, se impondrá la temperatura media ambiente correspondiente al intervalo de tiempo considerado.
- El nudo en el suelo bajo el estanque, estará a suficiente profundidad como para poder suponer que su temperatura permanece constante, con independencia de la distribución de temperaturas en el sistema.

V.2.7. Análisis de la estabilidad de la solución

La resolución de la ecuación de difusión por técnicas de relajación o por métodos analógicos, como el de Liebmann, hace necesaria la discretización de la variable temporal $\Delta\tau$.

La distribución de la función potencial del campo en el instante $\tau_0 + \Delta\tau$, se calcula por extrapolación de la distribución de dicha función en el instante τ_0 . Un pequeño error cometido en el instante τ_0 (y siempre está presente al menos el error de redondeo), puede propagarse y aumentar en los sucesivos pasos del proceso iterativo, si el discretizado espacial no guarda una cierta relación con el temporal. De esta forma puede llegarse a una solución final totalmente errónea, que hace que el proceso de cálculo sea inútil.

Se dice que un proceso iterativo es estable, si el error propio del método no aumenta cuando el tiempo progresa. Los criterios de estabilidad tienen gran importancia en el cálculo numérico y han sido discutidos por diversos autores.

Una inestabilidad numérica, caracterizada por desconcertantes oscilaciones de la solución, se traducirá en la red eléctrica analógica correspondiente en una inestabilidad eléctrica.

Los criterios de estabilidad para la forma implícita de la aproximación de la ecuación diferencial [5.9.a] son en general menos restrictivos que para la forma explícita [5.9.b]. Por esta razón, y porque la aplicación experimental del método de Liebmann se complicaría, escogemos la forma implícita para obtener la solución de nuestro problema.

El análisis de la estabilidad de la solución será abordado por dos vías diferentes:

- Mediante el estudio analítico de la ec. [5.9.a]
- Mediante el estudio de la red analógica eléctrica.

a) Análisis de la estabilidad en la aproximación por diferencias finitas.

La ec. [5.9.a] puede escribirse como sigue:

$$(T_{M+1,p} - T_{M,p}) - \alpha(T_{M,p} - T_{M-1,p}) = \beta(T_{M,p} - T_{M,p-1}) - \gamma Q_{M,p} \quad [5.25]$$

Siendo:

$$\alpha = \frac{\Delta x_{M+1}}{2} \frac{K_M}{K_{M+1}}, \quad \beta = \frac{\Delta x_{M+1}}{K_{M+1}} (\rho c)_M \left(\frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2 \Delta \tau} \right)$$

$$\gamma = \frac{\Delta x_{M+1}}{K_{M+1}} \cdot \left(\frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2} \right)$$

Los coeficientes α , β , γ , son todos positivos, y su valor depende de los parámetros físicos que caracterizan el fenómeno de transmisión de calor, y de los intervalos de discretización espacial y temporal. Suponiendo que estos parámetros

son independientes de la temperatura, su valor se mantendrá constante durante el proceso de simulación.

El error propio del método responderá a una ecuación de forma similar a |5.25|.

Dado que $\dot{Q}_{M,p}$ se introduce como dato en cada nudo y en cada paso del proceso de iteración, y su valor es independiente de la distribución de temperaturas en el sistema, su error será independiente del error propio del método de cálculo, y por tanto su contribución a éste será nula, no apareciendo en la ecuación del error, que es de la forma:

$$(\Delta T_{M+1,p} - \Delta T_{M,p}) - \alpha(\Delta T_{M,p} - \Delta T_{M-1,p}) = \beta(\Delta T_{M,p} - \Delta T_{M,p-1})$$

y por tanto

$$\beta \Delta T_{M,p-1} = \Delta T_{M,p}(\alpha + \beta + 1) - \Delta T_{M+1,p} - \alpha \Delta T_{M-1,p} \quad |5.26|$$

Se considera como criterio de estabilidad* que el error inherente al método de cálculo no aumente en cada iteración. Esta condición se expresa matemáticamente por:

$$\left| \frac{\Delta T_{M,p}}{\Delta T_{M,p-1}} \right| \leq 1 \quad |5.27|$$

Tomando valores absolutos en |5.26| tendremos:

$$\beta |\Delta T_{M,p-1}| \geq |\Delta T_{M,p}| (\alpha + \beta + 1) - |\Delta T_{M+1,p}| - \alpha |\Delta T_{M-1,p}| \quad |5.28|$$

(*) RICHTMAYER, R.D., MORTON, K.W.: *Difference Methods for Initial-Value Problems* 2ª Ed. Wiley Interscience New York (1967).

Cabe esperar que en un momento dado el error propio del método sea aproximadamente igual en cada nudo, es decir:

$$|\Delta T_{M,p}| = |\Delta T_{M+1,p}| = |\Delta T_{M-1,p}| \quad |5.29|$$

Llevando |5.29| a |5.28|, se obtiene:

$$\alpha |\Delta T_{M,p-1}| \geq (\alpha + \beta + 1) |\Delta T_{M,p}| - |\Delta T_{M,p}| - \alpha |\Delta T_{M,p}|$$

Y por consiguiente:

$$\left| \frac{\Delta T_{M,p}}{\Delta T_{M,p-1}} \right| \leq 1$$

Queda por tanto demostrado, que en nuestro caso, el proceso es estable con independencia de la razón entre los intervalos de discretización espacial y temporal.

b) Análisis de la estabilidad en la red eléctrica

Aplicamos ahora el *Criterio de estabilidad* discutido por Karplus*, a la red eléctrica. Para ello escribamos la ecuación característica de cada nudo |5.22.a| de la siguiente forma:

$$\frac{V_{M+1,p} - V_{M,p}}{R_{M+1}} + \frac{V_{M-1,p} - V_{M,p}}{R_M} + \frac{V_{M,p-1} - V_{M,p}}{R_{dM}} - I_{IM,p} = 0 \quad |5.30|$$

(*) KARPLUS, W.J.: *An Electric Circuit Theory Approach to Finite Difference Stability*. *Tras. AIETE*, Vol. 27, pt. 1, 210-213 (1958).

La intensidad de inyección en el nudo $I_{IM,p}$, debería ser independiente del proceso iterativo, por la misma razón que lo era $\dot{Q}_{M,p}$. Sin embargo en la práctica se inyecta esta intensidad en el nudo correspondiente, mediante una resistencia R_{IM} , uno de cuyos extremos está precisamente conectado a dicho nudo (Fig. 5.15). El ajuste de esta intensidad se hace a partir del potencial en el nudo $V_{M,p}$ y en el extremo libre de la resistencia. Este ajuste puede o no contribuir al error del método. Consideremos el caso más desfavorable de que sí contribuya.

Si escribimos $I_{IM,p}$ en función de la diferencia de potencial entre los extremos de R_{IM} , tendremos:

$$I_{IM,p} = (V_{IM,p} - V_{IM,p})/R_{IM} \quad |5.31|$$

Sustituyendo |5.31| en |5.30| se obtiene:

$$V_{M+1,p} + a(V_{M-1,p} - V_{M,p}) + b(V_{M,p-1} - V_{M,p}) + c(V_{IM,p} - V_{M,p}) = 0 \quad |5.32|$$

siendo

$$a = \frac{R_{M+1}}{R_M} ; \quad b = \frac{R_{M+1}}{R_{dM}} ; \quad c = \frac{R_{M+1}}{R_{IM}}$$

Puesto que todos los coeficientes a , b , c son positivos, por el criterio de estabilidad de Karplus, podemos deducir que la red eléctrica es estable.

En nuestro caso, podemos por tanto elegir libremente los valores de Δx_M y $\Delta \tau$ sin riesgos de inestabilidad. Este resultado no puede generalizarse a cualquier proceso de cálculo que utilice la forma implícita de aproximación de la ecuación

diferencial. En efecto, cuando se imponen condiciones en los límites de tipo mixto la solución obtenida por el método de Liebmann puede ser inestable*. El análisis de la ecuación característica permite llegar a obtener el criterio de estabilidad.

V.2.8. Convergencia

Otro problema que plantea el discretizado de la variable temporal en la resolución de ecuaciones diferenciales por métodos de aproximación, es la posibilidad de *No convergencia de la solución*.

Se dice que una aproximación en diferencias finitas converge, si la solución tiende a la solución exacta cuando los intervalos de discretización espacial y temporal se reducen, manteniendo constante la relación entre ellos.

Si el discretizado $\Delta\tau$ es demasiado grande comparado con Δx_M puede aparecer el fenómeno de la *No convergencia*.

No han sido establecidos criterios generales de convergencia, pero se ha observado que si la solución es estable, entonces converge. Lo recíproco no es cierto, es decir, puede que la solución sea convergente pero no estable.

Puesto que en general el discretizado del campo se hace en función de la estabilidad, las consideraciones sobre la convergencia, no presentan problemas adicionales.

(*) de ANDRES, M.C., DORIA, J., ORTIZ, R.: *Fenómenos de inestabilidad en el modelo analógico de Liebmann*. Anales de Física, Serie B, Vol. 78 (1982).

V.2.9. Método operativo en la analogía de Liebmann

El método experimental en la analogía de Liebmann es como sigue:

Primeramente se dispone la red eléctrica como se indica en la Fig. 5.9. Los dos conjuntos de potenciómetros están conectados en paralelo, para que entre los bornes fijos de los mismos exista la mayor diferencia de potencial posible dada por la fuente de corriente continua. El extremo variable va conectado al extremo libre de la resistencia de drenaje o inyección. Los potenciómetros de inyección permiten el ajuste de la intensidad que ha de suministrarse a cada nudo de la red, fijando el potencial $V_{IM,p}$. Los potenciómetros de drenaje sirven para regular la intensidad que se deriva de la red principal a través de las resistencias de drenaje, fijando el potencial en los extremos libres de éstas.

El proceso iterativo se hace de la siguiente forma*:

1°) Se fija en los nudos de la red principal el potencial correspondiente a la distribución de temperaturas en el instante inicial ($\tau=\tau_0$) y se ajusta la intensidad de inyección en cada nudo para ese instante.

2°) Se bajan a los extremos libres de las resistencias de drenaje los potenciales que en $\tau=\tau_0$ había en los nudos correspondientes de la red principal, utilizando los potenciómetros de drenaje. Si fuera preciso se ajustan de nuevo las intensidades de inyección que pueden haber sido afectadas por los cambios de potencial en la red.

3°) Como consecuencia del paso 2, aparecerán en los nudos $M-1$, M , $M+1$, ..., nuevos valores del potencial V_{M-1} .

(*) KARPLUS, W.J.: *An Electric Circuit Theory Approach to Finite Difference Stability*. Trans. AIETE, Vol. II, 188 (1958).

$V_M, V_{M+1} \dots$ correspondientes al intervalo $p=1$, es decir, al instante $\tau_0 + \Delta\tau$ que representan la distribución de temperaturas en el estanque en dicho momento. Se leen y anotan los valores de estos potenciales.

4°) Vuelve a repetirse lo indicado en 2 y 3, hasta llegar al último paso del proceso iterativo. La distribución de potenciales en la red en este último paso será la solución buscada.

Para que el método operativo sea cómodo y no necesite de un número excesivo de ajustes, han de seleccionarse cuidadosamente todas las resistencias de la red eléctrica. En particular, si las resistencias de inyección son muy grandes comparadas con las de la red principal, el potencial en el extremo libre de las resistencias de inyección no se verá grandemente afectado por la evolución de los potenciales en los nudos de la red.

El ajuste de los distintos potenciales puede hacerse bien de forma manual, bien mediante un mecanismo semiautomático que por medio de un servosistema actúe directamente sobre los potenciómetros o sobre un circuito de transferencia de voltaje*.

Conviene hacer notar, que dado que el calentamiento del estanque no es un proceso continuo (período día-noche), habrá fases en el proceso iterativo en que las intensidades a inyectar sean nulas. Por ello la red eléctrica ha de ir provista de un conjunto de interruptores que desconecten las resistencias de inyección (Fig. 5.9).

V.3. APLICACION DEL MODELO ANALOGICO

El modelo analógico construido es aplicable a la simulación

(*) MISSEN, J.I., STOPS, D.W.: *Application of Computers to Field Analysis*. Colloquium Digest, n°1967/12 IEE, London (1967).

de cualquier estanque real siempre que puedan aceptarse como válidas hipótesis del mismo y que en resumen son:

- 1) Estabilidad del sistema.
- 2) Las pérdidas laterales despreciables frente a la transferencia energética en dirección vertical (Modelo unidimensional).
- 3) Los parámetros físicos que describen el comportamiento térmico del sistema son independientes de la temperatura. Esta hipótesis no es rigurosamente cierta en ningún caso, pero el error que se introduce al aceptarla es despreciable en general frente a los errores experimentales.

Aplicaremos el modelo al estanque solar esquematizado en la Fig. 5.1 para el cual:

ZC₁ x₁ = 0,2 m
ZNC x₂ = 0,9 m
ZC₂ x₃ = 0,36 m

Se han elegido estas dimensiones, porque además de ser representativas de un estanque solar típico, se corresponden con las de nuestro prototipo experimental de laboratorio, lo cual nos permitirá la comparación de resultados para algunos casos de simulación concreta. El espesor de la zona de almacenamiento del prototipo, un poco pequeño para un estanque real, no quita generalidad al método.

V.3.1. Discretización espacial

La superposición de la red de la Fig. 5.2.b, al sistema que vamos a simular, lo divide en una serie de elementos o zonas

representados por los 12 nudos en la Fig. 5.2.

El discretizado espacial no es homogéneo. Para la zona convectiva del fondo, y para la zona de gradiente, $\Delta x_M = 0,18m$ mientras que para la zona convectiva superior $\Delta x_M = 0,10 m$. Los nudos en el aire y bajo el estanque están suficientemente alejados como para poder suponer que su temperatura no se ve afectada por la distribución de temperaturas en el estanque.

Cada nudo representa una zona comprendida entre los puntos medios entre dicho nudo y sus dos vecinos (Zona rayada de la Fig. 5.12).

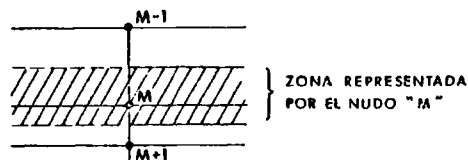


Fig. 5.12. Zona representada por el nudo característico M .

V.3.2. Características físicas

El sistema no es homogéneo, no solo por su naturaleza física (aire, disolución salina, suelo), sino también por la forma de transferencia de calor. (Zonas convectivas y no convectivas). Por lo tanto los parámetros físicos serán diferentes.

a) Zona convectiva superior (ZC₁)

Por ser una zona convectiva, la distribución de temperaturas en el seno de la misma es aproximadamente uniforme, pudiendo ser representada por un único nudo situado en su centro geométrico ($M=2$)*. Las interacciones térmicas con las zonas veci

(*) NOTA: En los periodos de radiación solar, puede establecerse un gradiente de temperatura normal en esta zona, por lo

nas, quedarán reflejadas en los nudos adyacentes situados justamente en las interfases respectivas. (M=1 y M=3) .

La concentración salina de esta zona es prácticamente nula, por lo que la densidad y calor específico serán los del agua a una temperatura de unos 15°C .

Por tanto:

$$\rho = 998 \text{ Kg/m}^3$$

$$c = 4180 \text{ J/Kg.}^\circ\text{C}$$

Si denominamos

$$R_{TdM} = \frac{2\Delta\tau}{(\Delta x_M + \Delta x_{M+1})(\rho c)_M}$$

entonces, para este nudo

$$R_{Td2} = 2,39 \times 10^{-6} \Delta\tau m^2.^\circ\text{C/J}$$

El parámetro de transferencia de calor en esta zona, por radiación-convección es \bar{h} , el cual ha sido determinado de forma teórica y experimental con una gran concordancia en los resultados (Cap. IV). Tomamos el valor medio entre ambos valores:

que no se daría el fenómeno de convección. Sin embargo las pérdidas de evaporación a través de la superficie dan lugar a perfiles de temperatura inestables, por lo que la duración del período no convectivo es despreciable, y por tanto suponer que siempre se comporta como convectiva no introduce gran error.

$$\bar{h} = 119 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

La resistencia térmica por unidad de superficie para toda esta zona será:

$$R_T = 8,4 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{°C/W}$$

y por tanto:

$$R_{TM} = 4,2 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{°C/W} \text{ para } M=2 \text{ y } M=3 .$$

b) Zona no convectiva (ZNC)

En esta zona, la temperatura evoluciona hacia un gradiente inverso por lo que es necesario considerar más de un nudo para representarla. Con un discretizado espacial de 0,18 m quedan en su interior cuatro nudos, $4 \leq M \leq 7$, y dos en las interfaces con las zonas convectivas.

La concentración salina varía desde $\rho_1 = 260 \text{ Kg/m}^3$ (para el NaCl) en el límite con la zona de almacenamiento, hasta $\rho_1 = 0 \text{ Kg/m}^3$ en el límite con zona convectiva superficial.

En general los parámetros físicos varían con la concentración. Dado que el valor medio de ésta para toda la zona es de $\rho_1 = 150 \text{ Kg/m}^3$, tomamos como valores representativos de la misma los valores correspondientes a esta concentración, mediados para el rango de temperaturas a lo largo del tiempo entre 10°C y 90°C .

Por tanto, para los nudos dentro de esta zona ($4 \leq M \leq 7$),

$$K_M = 0,626 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\rho = 1087 \text{ Kg/m}^3$$

$$c = 4445 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$$

Las resistencias térmicas por unidad de superficie serán:

$$R_{TM} = 0,287 \text{ m}^2\text{C/W} \quad \text{para } 4 \leq M \leq 8$$
$$R_{TdM} = 1,15 \times 10^{-6} \Delta T \text{ m}^2\text{C/J} \quad \text{para } 4 \leq M \leq 7$$

c) Zona convectiva inferior (ZN₂)

Por las mismas consideraciones hechas para la zona convectiva superior y en nuestro caso concreto, un único nudo situado en el centro de esta zona será suficiente para representarla. (M=9). En el caso de que esta zona fuera mucho más ancha, puede ser aconsejable considerar más de un nudo dentro de ella.

La concentración salina se distribuye uniformemente, con un valor próximo al de saturación ($\rho_1 = 260 \text{ Kg/m}^3$). La temperatura para un proceso en que se simule el calentamiento del sistema (o enfriamiento del mismo), va a variar notablemente, pudiendo pasar de unos 20°C a más de 90°C. Tomamos por ello los valores de la densidad y del calor específico a una temperatura media de unos 50°C,

$$\rho = 1180 \text{ Kg/m}^3$$
$$c = 3556 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$$

El coeficiente medio de transferencia de calor en esta zona es (valor medio de los valores teórico y experimental):

$$\bar{h} = 226 \text{ W/m}^2\text{C}$$

La resistencia térmica por unidad de superficie para esta zona será:

$$R_{TM} = 4,42 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{C/W}$$

y por tanto

$$R_{TM} = 2,2 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{°C/W} \quad \text{para } M=9 \text{ y } M=10$$
$$R_{TdM} = 1,32 \times 10^{-6} \text{ } \Delta\tau\text{m}^2\text{°C/W}$$

d) Suelo bajo el estanque

Los parámetros térmicos varían considerablemente según el tipo de suelos y el grado de humedad de los mismos. El modo de transferencia de calor en esta zona es por conducción.

Tomamos como valores de los parámetros térmicos:

$$K_M = 1,15 \text{ W/m}^2\text{°C}$$
$$\rho = 1750 \text{ Kg/m}^3$$
$$c = 919,6 \text{ J/Kg}^{\circ}\text{C}$$

En esta zona tenemos un único nudo (M=11), situado a 3m por debajo del estanque (Fig. 5.13), para considerar que la temperatura en el mismo no se ve afectada por la distribución de temperaturas en el sistema.

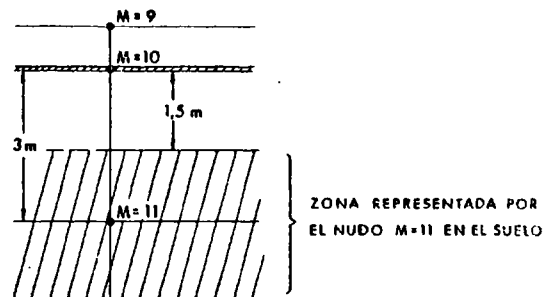


Fig. 5.13. Nudo en el suelo bajo el estanque.

Amstrong comprobó* que cuando la superficie libre del suelo

(*) SAHA, M.N.: *A Treatise on Heat*. The Indian Press (1958).

era sometida a oscilaciones de temperatura de hasta 60°C , un punto situado a 1,5 m mantenía su temperatura constante a $T \approx 15^\circ\text{C}$.

Este nudo es muy importante en el modelo, ya que a través de él va a imponerse la condición de contorno de temperatura constante*.

Por tanto no tiene sentido hablar de almacenamiento en el nudo, puesto que este hecho va a quedar reflejado en el régimen de temperaturas impuesto en el mismo. En la red eléctrica correspondiente, no habrá resistencia de drenaje.

En este caso, las resistencias térmicas por unidad de superficie serán:

$$\begin{array}{ll} R_{TM} = 2,6 \text{ m}^2\text{C/W} & \text{para } M = 11 \\ R_{TdM} = 0 & \text{para } M = 11 \end{array}$$

d) *Aire por encima del estanque*

Esta zona está también representada por un único nudo, $M=0$ colocado a suficiente distancia de la superficie libre del agua 2 m , para poder aceptar que su temperatura es independiente de la temperatura en el estanque.

En este nudo se impondrá la otra condición de contorno, y es la condición de temperatura ambiente media durante el intervalo de tiempo considerado. Por las mismas razones dadas para el caso del nudo en el suelo, no habrá tampoco resistencia de drenaje.

(*) *NOTA:* Puede ser muy interesante el estudio del suelo como zona de almacenamiento complementaria al sistema. En este caso, debe colocarse entre el fondo del estanque y este nudo límite otros nudos que representen esa zona que evidentemente va a almacenar calor.

El coeficiente de transferencia de calor por radiación-convección para esta zona será:

$$\bar{h} = 1,28 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

Por consiguiente:

$$\begin{aligned} R_{TM} &= 0,78 \text{ m}^2\text{°C/W} & \text{para} & \quad M = 1 \\ R_{TdM} &= 0 & \text{para} & \quad M = 0 \end{aligned}$$

Para completar el análisis de la red consideremos los nudos situados justo en las interfases de las distintas zonas.

Los valores de R_{TM} han sido ya determinados para todos los nudos. Falta el valor de R_{TdM} para los nudos situados en las interfases. Como los valores de la densidad y del calor específico varían, aunque poco, al pasar de unas zonas a otras, tomaremos como valor característico del nudo el obtenido como la siguiente media ponderada:

$$(\rho c)_M = \frac{(\rho c)_{M-1} \Delta x_M + (\rho c)_{M+1} \Delta x_{M+1}}{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}$$

Los valores de la densidad y del calor específico en ambos lados de la interfase han sido ya dados para cada una de las zonas que constituyen el sistema, excepto para el aire que en condiciones normales son:

$$\begin{aligned} \rho &= 1,293 \text{ Kg/m}^3 \\ c &= 919,6 \text{ J/Kg°C} \end{aligned}$$

En cada uno de estos nudos:

$$R_{TdM} = \frac{2\Delta\tau}{(\rho c)_{M-1} \Delta x_M + (\rho c)_{M+1} \Delta x_{M+1}}$$

De esta forma se obtiene:

1) Nudo en la interfase aire-ZC₁ (M=1)

$$R_{Td1} = 5,2 \times 10^{-7} \Delta\tau, m^2 \text{ } ^\circ\text{C}/J$$

2) Nudo en la interfase ZC₁ - ZNC (M=3)

$$R_{Td3} = 2,3 \times 10^{-6} \Delta\tau, m^2 \text{ } ^\circ\text{C}/J$$

3) Nudo en la interfase ZNC - ZC₂ (M=8)

$$R_{Td8} = 1,23 \times 10^{-6} \Delta\tau, m^2 \text{ } ^\circ\text{C}/J$$

4) Nudo en la interfase ZC₂ - suelo bajo el estanque (M=10)

$$R_{Td10} = 3,58 \times 10^{-7} \Delta\tau, m^2 \text{ } ^\circ\text{C}/J$$

El error cometido en la determinación de estas resistencias es del orden de:

- para R_{TM} 3%

- para R_{TdM} 5%

Una vez determinadas las resistencias correspondientes al fenómeno térmico, ha de evaluarse la energía que procedente de la radiación solar es absorbida por cada una de las capas en que ha quedado dividido el estanque.

En el balance térmico dado por la ec. |5.9.a| ó |5.9.b| aparece el término:

$$A_{M,p} = \frac{\Delta x_{M+} + \Delta x_{M+1}}{2} \cdot \dot{Q}_{M,p} \quad |5.33|$$

Sabemos que:

$$\dot{Q}(x) = - \frac{\partial I(x)}{\partial x} - \dot{Q}'(x)$$

siendo $I(x)$ la intensidad de radiación que llega a un nivel x del estanque. Aceptando como válida la ecuación de transmisión:

$$I(x) = I_s(1-F) \exp.(-\mu z) \quad |5.34|$$

siendo:

I_s = Intensidad de radiación que atraviesa la superficie libre del estanque.

F = Parte de radiación absorbida en la capa de espesor δ .

$z = (x-\delta)/\cos \theta_r$ = Camino recorrido por la radiación hasta alcanzar el nivel x ;

θ_r = Angulo de refracción.

μ = Coeficiente global de absorción.

Derivando |5.34| tendremos:

$$\dot{Q}(x) = I_s(1-F) \frac{\mu}{\cos \theta_r} \exp.(-\mu z) - \dot{Q}'(x)$$

siendo $\dot{Q}'(x)$ el flujo energético extraído del nivel x .

Hemos de notar que la dependencia de $\dot{Q}(x)$ con el tiempo, va implícita en el término I_s , ya que la intensidad de radiación varía a lo largo del día y a lo largo del año, y que este tiempo no tiene nada que ver con el tiempo térmico τ de evolución del estanque.

Para el nudo M en el intervalo de tiempo p introduciremos por tanto

$$\dot{Q}_{M,p} = I_s(1-F) \frac{\mu}{\cos \theta_r} \exp.(-\mu z_M) - \dot{Q}'_{M,p} \quad |5.35|$$

Dado que la aproximación de Rabl y Nielsen*, de considerar un ángulo de incidencia fijo lleva prácticamente a los mismos resultados que la introducción de un ángulo de incidencia variable como comprobó Hull**, podemos escribir [5.33] de la forma:

$$A_{M,p} = I_s B_M - \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2} \dot{Q}'_{M,p} \quad |5.36|$$

Siendo:

$$B_M = \frac{\Delta x_M + \Delta x_{M+1}}{2} (1-F) \frac{\mu}{\cos \theta_r} \exp.(-\mu z_M) \quad |5.37|$$

B_M es un término independiente del tiempo, y de la radiación incidente sobre el estanque, y por tanto puede ser tabulado para cualquier nudo de la red.

Hay dos nudos singulares respecto de la radiación el situa

(*) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*, Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).

(**) HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Behavior*. Solar Energy, Vol. 25, 33-40 (1980).

do en la superficie libre (M=1) y en el fondo del estanque (M=10). En ellos hay una discontinuidad en la función de transmisión, y por ello al cálculo de B_M se hará de la siguiente forma:

a) *Nudo en la superficie libre (M=1)*

Consideremos los puntos medios entre nudos A y B de la Fig. 5.14. La zona rayada es representada en el modelo por el nudo M=1.

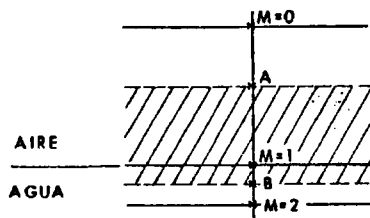


Fig. 5.14. Zona representada por el nudo en superficie.

Podemos escribir:

$$I(A) = I(x=0) = I_s$$

$$I(B) = I_s(1-F) \exp.(-uz_B)$$

Por ello, la radiación absorbida en la zona representada por el nudo

$$I_s(1-(1-F)\exp.(-uz_B))$$

y por tanto:

$$B_1 = 1-(1-F)\exp.(-uz_B)$$

Dado que la radiación de onda es rápidamente absorbida en una pequeña zona de espesor $\delta \approx 6$ cm, y puesto que la distan

cia entre el nudo $M=1$ y el punto B es de 5 cm podemos considerar $\delta = 5$ cm, y por tanto $B_1 = F$.

Este nudo es además singular en cuanto al modo de transferencia de calor. A las pérdidas por radiación-convección hay que sumarle las pérdidas por evaporación que deberán ser evaluadas en cada paso del proceso iterativo, y dependen de la temperatura ambiente y de la superficie libre del estanque, el grado de humedad, viento, etc.

$$A_{1,p} = F I_s - \dot{Q}_{ev}(p) \quad |5.38|$$

donde $\dot{Q}_{ev}(p)$ representa el flujo energético medio por evaporación durante el intervalo de tiempo p .

b) Nudo en el fondo del estanque ($M=10$)

Al igual que en el caso anterior, consideremos los puntos medios entre nudos A' y B' de la Fig. 5.15.

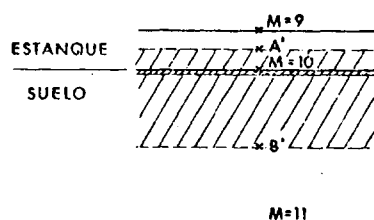


Fig. 4.15. Zona representada por el nudo en el fondo del estanque.

Ahora:

$$I(A') = I_s (1-F) \exp.(-\nu z_{A'})$$

$$I(B') = 0$$

Por tanto el flujo energético absorbido por la zona que representa $M=10$ será:

$$I(A') - I(B') = I_s(1-F)\exp.(-\mu z_{A'})$$

Luego:

$$B_{10} = (1-F)\exp.(-\mu z_{A'})$$

y

$$A_{10,p} = I_s B_{10} - \dot{Q}'(\Delta x_{10}/2)$$

Para los nudos no situados en la zona de almacenamiento $\dot{Q}'_M = 0$ y por tanto

$$A_{M,p} = I_s B_M$$

Para la obtención de los valores de $A_{M,p}$ hagamos las siguientes hipótesis:

- 1°) El ángulo de incidencia de la radiación se supone fijo e igual al ángulo cenital del sol en el equinocio a las 3:17 p.m. En el caso de Madrid, la latitud es $\lambda = 40,4^\circ$. Entonces:

$$\begin{aligned} \theta &= 45,98^\circ \\ \theta_r &= 32,64^\circ \text{ (Con el índice de refracción del} \\ &\quad \text{agua } n = 1,333) \\ R(\theta) &= 0,029 \text{ la reflectividad.} \end{aligned}$$

- 2°) El coeficiente de absorción global para el agua y radiación natural, determinado experimentalmente por nosotros (Cap. IV), es

$$\mu = 0,53 \text{ m}^{-1}$$

- 3°) Aceptamos para F el valor dado por Rabl y Nielsen* de 0,224 , aunque unas primeras medidas aproximativas realizadas por nosotros dan un valor superior a éste (de aproximadamente 0,3).
- 4°) El discretizado temporal es $\Delta\tau = 8 \text{ h}$. Tomamos este valor, porque en latitudes próximas a la nuestra, puede considerarse que el número medio de horas de sol es aproximadamente de 8 . De esta forma, para cada día simulado, se tienen tres pasos del proceso iterativo, uno con luz natural y dos sin aporte energético.

La intensidad de radiación incidente se calculará por tanto, dividiendo la radiación integrada diaria por 8 horas. Este valor deberá ser corregido de las pérdidas por reflexión, para el ángulo fijo impuesto. Luego:

$$I_s = I(1-0,029) = 0,971 I$$

En la tabla 5-1 se resumen las características del modelo térmico.

V.3.3. Construcción de la red analógica

La construcción de la red analógica de resistencias discretas es ya inmediata. Establezcamos las siguientes relaciones de analogía:

$$l = 0,3 \text{ V/}^\circ\text{C}$$
$$m = 16,376 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

Aplicando las relaciones [5.24] tendremos:

(*) RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*. Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).

Tabla 5-1
Características del modelo térmico

Nudo	x (m)	R_{TM} ($m^2 \text{ } ^\circ\text{C/W}$)	R_{TdM} ($m^2 \text{ } ^\circ\text{C/W}$)	$B_{M,p}$
0	0,00	-	0	-
1	0,00	0,78	$1,52 \times 10^{-2}$	$22,4 \times 10^{-2}$
2	0,20	$4,2 \times 10^{-3}$	$6,88 \times 10^{-2}$	$5,0 \times 10^{-2}$
3	0,20	$4,2 \times 10^{-3}$	$6,60 \times 10^{-2}$	$6,53 \times 10^{-2}$
4	0,38	0,287	$0,55 \times 10^{-2}$	$7,46 \times 10^{-2}$
5	0,56	0,287	$0,55 \times 10^{-2}$	$6,62 \times 10^{-2}$
6	0,74	0,287	$0,55 \times 10^{-2}$	$5,87 \times 10^{-2}$
7	0,92	0,287	$0,55 \times 10^{-2}$	$5,21 \times 10^{-2}$
8	1,10	0,287	$0,59 \times 10^{-2}$	$4,62 \times 10^{-2}$
9	1,28	$4,42 \times 10^{-3}$	$3,80 \times 10^{-2}$	$4,10 \times 10^{-2}$
10	1,46	$4,42 \times 10^{-3}$	$0,17 \times 10^{-2}$	$30,30 \times 10^{-2}$
11	4,46	2,6	0	-

$$R_M = 16,376 R_{TM}$$

$$I_{IM,p} = 1,83 \times 10^{-5} A_{M,p}$$

De esta forma podemos obtener los valores de las resistencias de la red así como los de las resistencias de drenaje. También pueden determinarse las intensidades que han de inyectarse en cada nudo.

Los valores de las resistencias de inyección R_{IM} , se

se eligen de forma que pueda leerse cómodamente la diferencia de potencial entre sus extremos cuando a través de la misma circunferencia se hace pasar la corriente deseada.

Para resistencias de 10.000 Ω la diferencia de potencial correspondiente a la intensidad adecuada es superior a 0,1 V y éste es un valor cómodo cuando se utiliza un milivoltímetro de 6 dígitos. Además su valor es comparable al rango de resistencia de los potenciómetros de inyección (30.000 Ω).

En la tabla 5-2 se reumen los valores de la resistencia de la red eléctrica.

Tabla 5-2

Características de la red analógica (Las resistencias en Ω).

Nudo	R_M	R_{dM}	R_{IM}
0	-	-	-
1	12773	258,7	10.000
2	68,78	1126,7	10.000
3	68,78	1081	10.000
4	4,700	90	10.000
5	4,700	90	10.000
6	4,700	90	10.000
7	4,700	90	10.000
8	4,700	96,6	10.000
9	72,38	622,3	10.000
10	72,38	27,8	10.000
11	42,577	-	-

Las resistencias del modelo se han ajustado mediante asociaciones de resistencias comerciales, hasta conseguir un error inferior al 1% .

V.3.4. Condiciones de contorno

Como ya hemos citado, las condiciones de contorno impuestas en el modelo son del tipo de Dirichlet, que consiste en imponer el régimen de temperaturas en los nudos extremos de la red.

a) Nudo en el aire (M=0)

Se impone:

$$T_{0,p} = T_a(p)$$

siendo $T_a(p)$ la temperatura ambiente media durante el intervalo de tiempo p considerado.

En el modelo eléctrico esta condición se representa por

$$V_{0,p} = 0,3 T_a(p)$$

b) Nudo en el suelo (M=11)

Ahora se impone:

$$T_{11,p} = 15^{\circ}\text{C} \quad \text{para cualquier } p$$

La condición equivalente en la red eléctrica es:

$$V_{11,p} = 4,5 \text{ V}$$

V.3.5. *Distintos procesos posibles para simular*

Entre los muchos casos posibles de simulación con el modelo construido podemos citar por su interés particular los siguientes:

- Evolución de temperaturas en el estanque desde su llenado hasta conseguir una distribución deseada.
- Enfriamiento del sistema después de un número de días sin sol.
- Influencia del espesor de la zona de almacenamiento sobre la energía que puede ser extraída, y la temperatura de extracción.
- Estudio de la energía que puede extraerse del sistema de Diciembre a Abril sin que la temperatura descienda por debajo de un cierto valor crítico.
- Influencia de la colocación de esferas, honeycomb, etc., sobre la evolución térmica del estanque.
- Estudio del suelo como zona de almacenamiento complementaria.
- Influencia del distinto grado de grado de transparencia sobre la distribución de temperaturas en el estanque.

212 -

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

- 1^a) El aislamiento mediante bandas calefactoras ha permitido que el pequeño prototipo de laboratorio tenga las mismas características térmicas que un estanque real de gran superficie.
- 2^a) El sistema experimental utilizado ha demostrado su eficacia para las medidas de los perfiles de temperatura y densidad, así como para la evaluación de los coeficientes de difusión.
- 3^a) Se ha comprobado la correspondencia entre los perfiles de densidad, concentración y temperatura, que informan sobre la evolución de la estabilidad del estanque solar.
- 4^a) Mediante los balances energéticos establecidos en el mismo, han podido determinarse experimentalmente con gran precisión los coeficientes de transferencia térmica en las zonas convectivas.
- 5^a) El prototipo ha permitido la determinación del coeficiente de Soret con una aceptable precisión, para el rango de concentraciones y temperaturas del estanque.
- 6^a) Se ha comprobado que con un exceso de sal en el fondo y por renovación controlada no excesiva, de la última capa es posible conseguir que el fenómeno de termodifusión sea cuasiestacionario.
- 7^a) El sistema de medida de absorción luminosa ha permitido tanto con radiación artificial como con luz natural, conocer con gran exactitud los coeficientes globales de absorción. Este mismo sistema permite la valoración de la influencia de microorganismos y partículas en suspensión sobre dicho coeficiente.

- 8^a) Sobre la hipótesis de Weinberger y demás autores, que realmente solo tienen en cuenta en su modelo matemático la zona de gradiente, se han hecho modificaciones para la simulación del estanque solar con sus tres zonas características.
- 9^a) La solución a este modelo, la hemos obtenido por una generalización de método analógico de Liebmann.
- 10^a) El método analógico propuesto tiene la ventaja de poder estudiar la evolución térmica del sistema en régimen transitorio.
- 11^a) La determinación de los diversos parámetros mediante los prototipos experimentales, y la modelización analógica propuesta, permiten conocer *a priori* la evolución de un estanque solar bajo las posibles aplicaciones del mismo.
- 12^a) Se ha puesto de manifiesto en los ensayos realizados, la eficacia de las esferas transparentes en flotación sobre el aumento del rendimiento térmico del sistema.
- 13^a) Dada la transcendencia del fenómeno de difusión, se ha pensado en la posibilidad de controlarle mediante campos eléctricos, con una alimentación inferior al potencial de descarga de los iones que constituyen la disolución.

- 21A -

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

CAPITULO I

- ASSAF, G., *The Dead Sea: A scheme for a Solar Lake*, Solar Energy, Vol. 18, 293-299 (1976).
- FITTS, D., *Nonequilibrium Thermodynamics*, Mc Graw Hill Company Inc. 101, (1962).
- KOOI, C.F., *The Circular Cylindrical Reflector: Application to a Shallow Solar Pond Electricity Generating System*, Solar Energy, Vol. 29, 69-73 (1977).
- KOOI, C.F., *Salt Gradient Solar pond with Reflective Bottom: Application to the Saturated Pond*, Solar Energy, Vol. 26, 113-120 (1981).
- KOOI, C.F., *The Steady State Salt Gradient Solar Pond*, Solar Energy, Vol. 23, 37-45 (1979).
- MOSHREF, A.; CREVIER, D.: *Electric Power Generation by Solar Ponds: Modelling and Optimization*, AS-ISES Houston (1982).
- RABL, A.; NIELSEN, C.E., *Solar Ponds for Space Heating*, Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).
- STYRIS, D.L., HARLING, O.K., ZAWORSKY, R.J., LESHUK, J., *The Nonconvecting Solar Pond Applied to Building and Process Heating* Solar Energy, Vol. 18, 245-251 (1976).
- SHAH, S.A., SHORT, T.H., FYNN, R.P.: *A Solar Pond Assisted Heat Pump for Greenhouses*, Solar Energy, Vol. 26, 491-496 (1981).
- SHAH, S.A., SHORT, T.H., FYNN, R.P.: *Modeling and Testing a Salt*

- Gradient Solar Pond in Northeast Ohio*, Solar Energy, Vol. 27, 393-401 (1981).
- TABOR, H.: *Large Area Solar Collectors for Power Production*, Solar Energy, Vol. 7, 189-194 (1963).
- TABOR, H., MATZ, R., *Solar Pond Project*, Solar Energy, Vol. 9, 117-128 (1965).
- TABOR, H., WEINBERGER, H.Z.: *Non-Convecting Solar Ponds*, Solar Energy Handbook, Mc Graw Hill, New York (1980).
- TABOR, H., *Solar Ponds*, Review Article, Solar Energy, Vol. 27, 181-194 (1981).
- WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Pond*, Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).

CAPITULO II

- BLANCO, M.E.: *Aprovechamiento térmico de la energía solar mediante colectores de concentración semiestáticos*. Tesis Doctoral (1982).
- DAKE, J.M.K.: *Thermal Stratification in Lakes: Analytical and Laboratory Studies*. Water Resources Research, Vol. 5, 484-495 (1969).
- HAWLADER, M.N.A.: *The Influence of the Extinction Coefficient on the effectiveness of Solar Ponds*. Solar Energy, Vol. 25, 461-464 (1980).
- HAWLADER, M.N.A., BRINKWORTH, B.J.: *An Analysis of the Nonconvecting Solar Pond*. Solar Energy, Vol. 28, 195-204 (1981).

- HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Thermal Behavior*. Solar Energy, Vol. 25, 33-40 (1980).
- LEWIS, W.T., INCROPERA, F.P., VISKANTA, R.: *Interferometric Study of Mixing Layer Development in a Laboratory Simulation of Solar Pond Conditions*. Solar Energy, Vol. 28, 389-401 (1982).
- NEWMANN, G., PIERSON, W.J.: *Principles of Oceanography*. Prentice Hall Inc. 54-62 (1966).
- RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*. Solar Energy, Vol. 17, 1-12 (1975).
- RAPHAEL, J.M.: *Prediction of Temperature in Rivers and Redtboirs*. ASCE, J. Power Division. P02 (1962).
- STODDARD, M.C., INCROPERA, F.P.: *Distribution of Solar Radiation in Natural Waters under Field Conditions*. Solar Energy, Vol. 28, 425-432 (1982).
- VISKANTA, R., TOOR, J.S.: *Absortion of Solar Radiation in Ponds*. Solar Energy, Vol. 21, 17-25 (1978).
- II. Difusion salina. Estabilidad.
- CHEPURNUY, N., SAVAGE.: *Effect of Diffusion on Concentration Profiles in a Solar Pond*. Solar Energy, Vol. 17, 203-205 (1975)
- FITTS, D.D.: *Nonequilibrium Thermodynamics*. Mc Graw Hill Book Company Inc. (1962).
- LESHUK, J.P., ZAWORSKI, R.J., STYRIS, D.L., HARLING, O.K.: *Solar Pond Stability Experiments*. Solar Energy, Vol. 21, 237-244 (1978).
- LEWIS, W.T., INCROPERA, F.P., VISKANTA, R.: *Interferometric Study of Mixing Layer Development in a Laboratory Simulation of Solar Pond Conditions*. Solar Energy, Vol. 28, 389-401 (1982).

- MEYER, K.A., GRIMMER, D.P. JONES, G.F.: *An Experimental and Theoretical Study of Salt Gradient Pond Thermal Interface Behavior*. AS-ISES, Houston (1982).
- NIELSEN, C.E.: *Salt Transport and Gradient Maintenance in Solar Ponds*. AS-ISES (1982).
- ROTHMEYER, M.: *The Soret Effect and Salt Gradient Solar Ponds*. *Solar Energy*, Vol. 25, 567-568 (1980).
- WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Ponds*. *Solar Energy*, Vol. 8, 45-56 (1964).

CAPITULO III

- AKBARZADEH, A., AHMADI, G.: *Computer simulation of the performance of a solar pond in the Southern Part of Iran*, *Solar Energy*, Vol. 24, 143-151 (1980).
- CARSLAW, H.S., JEAAGER, J.C.: *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press (1959).
- HAWLADER, M.N.A., BRINKWORTH, B.J.: *An Analysis of the Nonconducting Solar Pond*. *Solar Energy*, Vol. 27, 195-204 (1981).
- RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*. *Solar Energy*, Vol. 17, 1-12 (1975).
- TABOR, H.: *Large Area Collectors for Power Production*. *Solar Energy*, Vol. 7, 190 (1963).
- WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Pond*. *Solar Energy*, Vol. 8, 45-56 (1964).

CAPITULO IV

INTERNATIONAL CRITICAL TABLES: *Kinetic of Solutions*, Vol. V
Mc Graw Hill Book Company Inc. (1929).

LESHUK, J.P., ZAWORSKY, R.J., STYRIS, D.L., HARLING, O.K.: *Solar Ponds Stability Experiments*. *Solar Energy*, Vol. 21, 231-244 (1978).

MANGUSI, J., SARAIVIA, L., LESINO, G.: *The Use of Sodium Sulfate in Solar Ponds*. *Solar Energy*, Vol. 25, 475-479 (1980).

PERRY, J.H., *Chemical Engineer's Handbook*. Mc Graw Hill Book Company, Inc. U.S.A. (1979).

PITTS, D.R., SISSOM, L.E.: *Heat Transfer*. Mc Graw Hill Inc. (1977).

TABOR, H.: *Solar Ponds*. Review Article. *Solar Energy*, Vol. 27, 181-194 (1981).

TABOR, H., WEINBERGER, H.Z.: *Nonconvecting Solar Ponds*. *Solar Energy*, Handbook. Mc Graw Hill, New York (1979).

VISKANTA, R., TOOR, J.S.: *Absortion of Solar Radiation in Ponds*. *Solar Energy*, Vol. 21, 17-25 (1978).

ZANGRANDO, F.: *A Simple Method to Stablish Salt Gradient Solar Ponds*. *Solar Energy*, Vol. 25, 467-470 (1980).

CAPITULO V

de ANDRES, M.C., DORIA, J., ORTIZ: *Fenómenos de inestabilidad*

en el Modelo Analógico de Liebmann. Anales de Física, Serie B, Vol. 78 (1982).

BICKLEY, W.G.: *Formulae for Numerical Differentiation*. Math. Gazette, 25 (1941).

DORIA, J.: *Estudio de Procesos Transitorios e Intermitentes por Técnicas analógicas en la Transmisión de calor*. Tesis Doctoral. Publicaciones de la Facultad de Ciencias (1968).

DORD, L.R.: *Differential Equations*, 113-116, Mc Graw Hill Book Company Inc. New York (1933).

HULL, J.R.: *Computer Simulation of Solar Pond Behavior*. Solar Energy, Vol. 25, 33-40 (1980).

KARPLUS, W.J.: *An Electric Circuit Theory Approach to Finite Difference Stability*. *Tras. AIETE*, Vol. 27, pt. I, 210-213 (1958).

MISSEN, J.I., STOPS, D.W.: *Application of Computers Field Analysis*. *Coloquium Digest*, nº 1967/12. London.

PITTS, D.R., SISSOM, L.E.: *Heat Transfer*. 200, Mc Graw Hill Inc. (1979)

RABL, A., NIELSEN, C.E.: *Solar Ponds for Space Heating*. Solar Energy, Vol. 17, 1-14 (1975).

RICHTMAYER, R.D., MORTON, K.W.: *Difference Methods for Initial Value Problems*. 2d. Ed. Wiley Interscience, New York (1967).

SAHA, M.N.: *A Treatise on Heat*. The Indian Press (1958).

SURUGUE, J.: *Techniques Generales du Laboratoire de Physique*. Vol. II, C.N.R.S. (1962).

WEINBERGER, H.Z.: *The Physics of the Solar Pond*. Solar Energy, Vol. 8, 45-56 (1964).

