

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear



**EXCITACIONES DE SPIN – ISOESPÍN EN NÚCLEOS
DEFORMADOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Alberto Escuderos de las Morenas

Bajo la dirección de los doctores

Elvira Moya Valgañón

Pedro Miguel Sarriguren Suqilbide

Madrid, 2004

ISBN: 978-84-669-1731-5

©Alberto Escuderos de las Morenas, 2003

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID



Departamento de Física
Atómica, Molecular y Nuclear
Facultad de Ciencias Físicas
Universidad Complutense de
Madrid



Departamento de Física
Nuclear y Física Estadística
Instituto de Estructura de la
Materia
CSIC - Madrid

Excitaciones de espín–isoespín en núcleos deformados

Alberto Escuderos de las Morenas

Año 2003

Memoria de Tesis
Presentada en la Facultad de Ciencias Físicas
de la Universidad Complutense de Madrid
para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas

Directores:
Dra. Elvira Moya Valgañón
y
Dr. Pedro Sarriguren Suquilbide

Agradecimientos

Antes de poner fin a este trabajo, creo que debo dar las gracias a mucha gente. Y aun a riesgo de dejar a muchos que se lo merecen fuera de estas líneas, me gustaría al menos mencionar a algunos.

Lo primero que me viene a la cabeza ahora es mi paso por la Universidad Complutense de Madrid, donde fui desarrollando el gusto que ya tenía por el conocimiento último de las cosas. Quiero hacer una mención a mi compañero y amigo Víctor Javier por darme el pequeño empujón que necesitaba para dar mi primer paso en este mundo de la investigación. De este modo, conocí a Elvira Moya y a Pedro Sarriguren, mis directores, a quienes les estoy especialmente agradecido por todo el tiempo que, pacientemente, me han dedicado para llevar este trabajo hasta el final. Sin su guía y sus conocimientos, no hubiera llegado hasta aquí.

Mi pensamiento también me lleva a todos aquellos que han compartido este tiempo conmigo en el CSIC: Eduardo, Arancha, Inma, Jeil, Raquel, César, Susana, María José, Olof, Luis Mario, Jorge y otros. Todos ellos me han hecho sentir una parte más del grupo de investigación. Mi agradecimiento también para José María Gómez, mi tutor en la UCM, y José Manuel, que me ayudaron cuando lo necesité desde la universidad.

No puedo dejar de dar gracias al Instituto de Estructura de la Materia, en el que me han permitido prolongar este periodo de investigación todo lo necesario. El Ministerio de Educación y Ciencia también me ayudó a empezar y a continuar mi tesis cada año cuando me otorgaron una beca predoctoral.

Quisiera asimismo dar las gracias a mis amigos que, sin saber mucho de física, me preguntaban y querían compartir mis avances en la tesis. Ellos me dieron a veces las ganas de continuar, por su confianza en mi capacidad.

Antes de acabar, quiero hacer una mención muy especial a mis padres y a mi hermana, que confiaron en que yo podía llegar al final y me cuidaron con mucho cariño en cada paso, sin exigirme casi nada y dándomelo todo.

Finalmente, quiero dar las gracias a Dios, el origen de todo y mi apoyo. Gracias, Padre.

*A mis padres, José y Luisa
y a mi hermana Marisa.*

Índice General

1	Introducción	1
2	Descripción teórica del método autoconsistente de campo medio	7
2.1	Método de Hartree–Fock con interacciones efectivas a dos cuerpos	7
2.1.1	Método de Hartree–Fock	7
2.1.2	Interacciones efectivas	10
2.1.3	Método de Hartree–Fock en núcleos deformados	12
2.1.4	Método de Hartree–Fock constreñido	16
2.2	Correlaciones de apareamiento: HF + BCS	18
3	Descripción teórica de las excitaciones de espín–isoespín	23
3.1	Obtención de las interacciones residuales p-h	23
3.2	Ecuaciones de QRPA e intensidades de desintegración β	26
3.2.1	Aproximación de RPA	26
3.2.2	RPA de cuasipartículas (QRPA)	29
3.2.3	Ecuaciones de QRPA e intensidades de desintegración β	30
3.3	Otras aproximaciones más sencillas	34
3.4	Interacción partícula–partícula	35
3.5	Extensión a núcleos impares	37
3.6	Energías de excitación, valores de Q_{EC} y vida media total	40
3.6.1	Energía de excitación	40
3.6.2	Valor de Q_{EC}	41
3.6.3	Vida media total	42
4	Resultados teóricos para las cadenas isotópicas de Ge, Se, Kr y Sr	45
4.1	Propiedades del estado fundamental. Isomerismo de forma y coexistencia de forma	46
4.2	Intensidades de Gamow–Teller	53
4.2.1	Intensidades β^+ en función de la energía	54
4.2.2	Papel de los distintos parámetros del cálculo	57
4.2.3	Intensidades sumadas	75
4.3	Intensidades M1	85
4.4	Vidas Medias	87
4.5	Resultados para núcleos impares	89
4.5.1	Efecto de la interacción residual	89
4.5.2	Comparación de intensidades par–par y de A impar	92

5	Comparación con datos experimentales	95
5.1	Intensidades sumadas	95
5.2	Intensidad GT a baja energía	100
5.2.1	Núcleos pares	100
5.2.2	Núcleos impares	102
5.3	Vidas medias y valores de Q_{EC}	108
5.3.1	Núcleos pares	108
5.3.2	Núcleos impares	109
6	Conclusiones	113
A	Ecuaciones de Hartree–Fock	117
B	Cálculos para obtener las ecuaciones de QRPA	119
B.1	Interacción p-h en función de los operadores $\beta_{\mathbf{K}}^{\pm}$	119
B.2	Obtención de las ecuaciones de la RPA	121
B.3	Obtención de las ecuaciones de la QRPA	124
B.4	Ecuaciones de la QRPA en nuestro caso	125
B.5	Relaciones de dispersión para el caso sin interacción pp	127

Índice de Figuras

1.1	Carta de núcleos, en la que aparecen en negro los núcleos estables. También se pueden ver las líneas de goteo de protones y neutrones (líneas discontinuas negra y azul, respectivamente).	1
1.2	Trayectoria del proceso r-p, incluyendo capturas de dos protones y <i>waiting points</i> (cuadrados rayados). Esta trayectoria es el resultado de unas condiciones y un modelo concretos [Sch98] y sólo pretende ilustrar de forma cualitativa lo expuesto en el texto. Por otro lado, también se muestran los núcleos estables (en negro) y la posición de la línea de goteo de protones.	3
2.1	Ejemplo de una curva de energía en función del momento cuadrupolar, donde se ve cómo el constreñimiento cuadrático fija un punto en la curva.	17
3.1	Dibujo esquemático para ilustrar los diferentes tipos de desintegración β^+ en el modelo monoparticular extremo. En el caso de un núcleo par-par, tenemos transiciones de 2qp. En el caso de un núcleo con un neutrón impar, hay dos tipos de transiciones. En el caso de 3qp, el neutrón desapareado en el núcleo madre actúa como espectador. En el caso de 1qp, el neutrón desapareado se ve envuelto en el proceso.	39
3.2	Formas de los espectros de emisión beta permitida para algunos valores Z del núcleo hijo. La máxima energía disponible W_0 es 1000 keV para cada caso. $Z(e^-)$ es para electrones y $Z(e^+)$ es para protones.	43
4.1	Energía total de los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$ en función del momento cuadrupolar de masa Q_0 . Los resultados corresponden a un cálculo de HF+BCS constreñido con las interacciones de Skyrme SG2 (línea continua) y Sk3 (línea discontinua). La distancia entre cada dos marcas del eje vertical es siempre de 1 MeV, pero el origen es diferente para cada curva.	46
4.2	Igual que en la Fig. 4.1 para los isótopos $^{68,70,72,74}\text{Se}$	47
4.3	Igual que en la Fig. 4.1 para los isótopos $^{72,74,76,78}\text{Kr}$	47
4.4	Igual que en la Fig. 4.1 para los isótopos $^{76,78,80,82}\text{Sr}$	48
4.5	Distribución energética de la intensidad GT para la solución prolada del ^{74}Kr con la fuerza SG2. Los paneles inferiores muestran el espectro de excitaciones $K = 0$ (líneas verticales de puntos) y $K = 1$ (líneas verticales continuas). Los paneles superiores muestran las correspondientes distribuciones de intensidad mezcladas con gaussianas (v. texto) para la intensidad GT $K = 0$ (línea de puntos), $K = 1$ (línea discontinua) y total (línea continua). Los paneles de la izquierda (derecha) corresponden a cálculos de dos cuasipartículas desnudas (QRPA).	54

4.6	Comparación de la distribución de intensidad de Gamow–Teller [$g_A^2/4\pi$] en los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$. Los resultados corresponden a la fuerza SG2 en QRPA.	55
4.7	Lo mismo que en la Fig. 4.6 para los isótopos $^{68,70,72,74}\text{Se}$	55
4.8	Lo mismo que en la Fig. 4.6 para los isótopos $^{72,74,76,78}\text{Kr}$	56
4.9	Lo mismo que en la Fig. 4.6 para los isótopos $^{76,78,80,82}\text{Sr}$	56
4.10	Distribuciones de intensidad Gamow–Teller [$g_A^2/4\pi$] para los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$ en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los resultados corresponden a las fuerzas SG2 (línea continua) y Sk3 (línea discontinua) en QRPA.	58
4.11	Lo mismo que en la Fig. 4.10 para los isótopos $^{68,70,72,74}\text{Se}$	58
4.12	Lo mismo que en la Fig. 4.10 para los isótopos $^{72,74,76,78}\text{Kr}$	59
4.13	Lo mismo que en la Fig. 4.10 para los isótopos $^{76,78,80,82}\text{Sr}$	59
4.14	Comparación de las distribuciones de intensidad Gamow–Teller [$g_A^2/4\pi$] en QRPA (línea continua), QTDA (línea discontinua) y dos cuasipartículas desnudas (línea de puntos) para los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$. Los resultados corresponden a la fuerza SG2.	60
4.15	Lo mismo que la Fig. 4.14 para los isótopos $^{68,70,72,74}\text{Se}$	61
4.16	Lo mismo que la Fig. 4.14 para los isótopos $^{72,74,76,78}\text{Kr}$	61
4.17	Lo mismo que la Fig. 4.14 para los isótopos $^{76,78,80,82}\text{Sr}$	62
4.18	Efecto del apareamiento sobre la distribución de intensidad de Gamow–Teller QRPA en los isótopos $N = Z$ ^{64}Ge , ^{68}Se , ^{72}Kr y ^{76}Sr . Las líneas continuas corresponden a cálculos con los <i>gaps</i> de apareamiento empíricos, las líneas discontinuas (de puntos) corresponden a cálculos con <i>gaps</i> empíricos menos (más) 0.5 MeV.	64
4.19	Distribuciones de intensidad Gamow–Teller [$g_A^2/4\pi$] en función de la energía de excitación del núcleo hijo [MeV]. Los resultados son para la fuerza SG2 en QRPA y para las diversas formas de los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$, $^{68,70,72,74}\text{Se}$, $^{72,74,76,78}\text{Kr}$ y $^{76,78,80,82}\text{Sr}$. Las líneas verticales indican los valores Q_{EC} experimentales (v. Tablas 4.1–4.4 para los valores de Q_{EC} teóricos).	66
4.20	Comparación de efectos de apareamiento y deformación en las distribuciones de intensidad Gamow–Teller del ^{74}Kr . Los resultados corresponden a cálculos de dos cuasipartículas desnudas con la fuerza SG2. De izquierda a derecha podemos ver los casos prolado, esférico y oblado. Los paneles superiores corresponden a resultados con apareamiento ($\Delta_n = \Delta_p = 1.5$ MeV) y los inferiores son sin apareamiento ($\Delta = 0$). Las líneas continuas (espectros y distribuciones mezcladas con gaussianas) corresponden a excitaciones $K = 1$, mientras que las líneas discontinuas corresponden a excitaciones $K = 0$. Se muestran asimismo las principales configuraciones que llevan a excitaciones GT.	67
4.21	Energías monoparticulares esféricas, proladas y obladas para protones y neutrones obtenidas a partir de cálculos de HF con la fuerza SG2 para el ^{74}Kr . Las energías de Fermi están indicadas con líneas discontinuas. Las transiciones GT más importantes en los casos esférico y deformado se indican por las flechas continuas, mientras que la flecha discontinua indica la transición GT permitida más importante en el caso esférico una vez incluidas las correlaciones de apareamiento.	68
4.22	Distribuciones de intensidad Gamow–Teller con QRPA para el ^{74}Kr y diferentes fuerzas de acoplamiento de la interacción residual χ_{GT} . Las líneas continuas corresponden al valor de la Tabla 4.3. Las líneas discontinuas (de puntos) corresponden al doble (la mitad) del valor de la intensidad de acoplamiento.	70

4.23	Secciones eficaces (p, n) y (n, p) $L = 0$ en $^{54,56}\text{Fe}$ comparadas con distribuciones de intensidad GT teóricas obtenidas con la fuerza SG2 en QRPA. Los datos experimentales para las reacciones (p, n) y (n, p) son de [Rap83] y [EK94, Ron93], respectivamente.	71
4.24	Secciones eficaces $L = 0$ (n, p) en $^{70,72}\text{Ge}$ [Vet92] comparadas con las distribuciones de intensidad GT teóricas en QRPA obtenidas con SG2.	72
4.25	Distribuciones de intensidad GT $[g_A^2/4\pi]$ en el ^{74}Kr frente a la energía de excitación del núcleo hijo. Los cálculos se han hecho en QRPA con la fuerza SG2 para diversos valores de la fuerza de acoplamiento $\kappa_{\text{GT}}^{\text{pp}}$ de la interacción partícula-partícula. Las líneas verticales indican los valores de las Q_{EC} experimentales (v. Tabla 4.3 para los valores de Q_{EC} teóricos).	73
4.26	Cocientes de vidas medias calculadas y experimentales en el ^{76}Sr en función de la fuerza de acoplamiento $\kappa_{\text{GT}}^{\text{pp}}$ de la interacción partícula-partícula.	75
4.27	Intensidad GT acumulada $(\sum B [g_A^2/4\pi])$ e intensidad pesada en energía $(\sum EB [\text{MeV } g_A^2/4\pi])$ en el ^{74}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los resultados corresponden a las soluciones prolada (panel superior) y oblada (panel inferior) de SG2. Las líneas de puntos son para cálculos de 2qp desnudas, las líneas discontinuas para cálculos de QTDA y las líneas continuas para cálculos QRPA. Las líneas verticales indican los valores de Q_{EC} .	76
4.28	Intensidad GT sumada $(\sum B [g_A^2/4\pi])$ e intensidad pesada en energía $(\sum EB [\text{MeV } g_A^2/4\pi])$ para los isótopos $^{64,66}\text{Ge}$ en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los resultados corresponden a cálculos QRPA con las interacciones de Skyrme SG2 y Sk3 y aparecen las formas para las que cada núcleo presenta un mínimo. Las líneas verticales indican los valores de Q_{EC} .	80
4.29	Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{68,70}\text{Ge}$.	81
4.30	Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{68,70}\text{Se}$.	81
4.31	Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{72,74}\text{Se}$.	82
4.32	Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{72,74}\text{Kr}$.	82
4.33	Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{76,78}\text{Kr}$.	83
4.34	Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{76,78}\text{Sr}$.	83
4.35	Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{80,82}\text{Sr}$.	84
4.36	Distribuciones de intensidad de espín M1 $[\mu_N^2]$ calculadas en QRPA con la fuerza SG2. Los resultados son para las diversas formas de los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$, $^{68,70,72,74}\text{Se}$, $^{72,74,76,78}\text{Kr}$ y $^{76,78,80,82}\text{Sr}$.	86
4.37	Distribuciones de intensidad Gamow-Teller $[g_A^2/4\pi]$ para los isótopos $^{73,74}\text{Kr}$ representadas frente a la energía de excitación del núcleo hijo correspondiente $^{73,74}\text{Br}$, respectivamente. Los cálculos se han llevado a cabo en la aproximación HF+BCS (líneas de puntos donde pone MF) y en QRPA incluyendo sólo la interacción residual ph (línea discontinua) e incluyendo ambas interacciones residuales ph y pp (línea continua).	90
4.38	Relaciones de vidas medias calculadas y experimentales en los isótopos del Kr en función de la fuerza de acoplamiento de la interacción pp.	91
4.39	Descomposición de la distribución de intensidad GT en sus contribuciones 1qp y 3qp.	92

4.40	Distribuciones de intensidad Gamow–Teller [$g_A^2/4\pi$] en función de la energía de excitación del núcleo hijo [MeV]. Los resultados corresponden a la fuerza de Skyrme SG2 en QRPA para las diversas formas de las isótopos par–par y de A impar del kriptón.	93
5.1	Intensidad sumada ($\Sigma B[g_A^2/4\pi]$) en el ^{74}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los resultados corresponden a cálculos QRPA con las interacciones de Skyrme SG2 (panel superior) y Sk3 (panel inferior), para las soluciones oblada y prolada, así como para una mezcla al 50% de ambas soluciones. Los datos experimentales son de la Ref. [Poi02].	97
5.2	Espectro de las transiciones de intensidad Gamow–Teller en la desintegración β^+ del ^{74}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los datos experimentales son de la Ref. [Poi02].	98
5.3	Como en la Fig. 5.1, pero para el ^{76}Sr . Los datos experimentales son de la Ref. [Poi02]; los círculos blancos (<i>exp. total</i>) corresponden a todo lo que se obtiene del experimento (EC+ β^+), mientras que los círculos coloreados (<i>exp. beta</i>) corresponden a los resultados que sólo provienen de desintegración beta.	99
5.4	Transiciones de intensidad Gamow–Teller en la desintegración β^+ del ^{72}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo ^{72}Br . Los datos experimentales son de la Ref. [Piq03, Piq02].	101
5.5	Lo mismo que la Fig. 5.4 para la desintegración del ^{74}Kr . Los datos experimentales son de la Ref. [Poi02].	102
5.6	Lo mismo que la Fig. 5.4 para la desintegración del ^{76}Kr . Los datos experimentales son de las Refs. [LPOR73, PHM73, SV84].	103
5.7	Transiciones de intensidad Gamow–Teller en la desintegración β^+ del ^{73}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo ^{73}Br . Los datos experimentales son de [MDP ⁺ 99].	104
5.8	Esquemas de desintegración experimentales y calculados para el ^{73}Kr	105
5.9	Lo mismo que en la Fig. 5.7 para la desintegración del ^{75}Kr . Los datos experimentales son de [Bea95, BRG ⁺ 93].	106
5.10	Lo mismo que en la Fig. 5.8 para la desintegración del ^{75}Kr	107
5.11	Energías neutrónicas monoparticulares y probabilidades de ocupación de los estados intrínsecos K^π calculados con la fuerza SG2 para las dos formas, oblada y prolada, que minimizan la energía en el ^{72}Kr . Las λ_n son las energías de Fermi de los neutrones.	109
5.12	Distribución de energía de la intensidad de Gamow–Teller en el ^{71}Kr tomando diferentes espines y paridades para el estado fundamental del núcleo madre.	110
5.13	Los valores de Q_{EC} (arriba) y las vidas medias (abajo) experimentales para los isótopos del Kr están indicados por círculos. Las líneas verticales corresponden a nuestros cálculos teóricos de QRPA. Las longitudes de estas líneas indican los diferentes resultados que obtenemos de usar las fuerzas SG2 y Sk3 y las posibles formas para cada isótopo.	111

Índice de Tablas

2.1	Parámetros de las fuerzas de Skyrme SG2 y Sk3: t_0 [MeVfm ³], t_1 [MeVfm ⁵], t_2 [MeVfm ⁵], t_3 [MeVfm ⁶], W_0 [MeVfm ⁵], x_0, x_1, x_2, x_3 , y α	12
3.1	Momentos de inercia experimentales y calculados en diferentes aproximaciones. Los \mathcal{I}_{exp} se han obtenido de la Ref. [LS78, FS99]. \mathcal{I}_{rr} e \mathcal{I}_{fi} son los momentos de inercia correspondientes al modelo del rotor rígido y del fluido irrotacional, respectivamente. $\mathcal{I}_{\text{medio}}$ es el valor obtenido a partir de la ec. (3.100), valor medio entre los dos anteriores. Finalmente, $\mathcal{I}_{\text{cran}}$ es el momento de inercia del modelo de <i>cranking</i>	42
4.1	Parámetros de <i>gap</i> de apareamiento para neutrones y protones Δ_n, Δ_p [MeV]; energías de Fermi para neutrones y protones λ_n, λ_p [MeV]; radios de carga r_C [fm]; momentos cuadrupolares de carga $Q_{0,p}$ y de masa Q_0 [fm ²]; valores de los parámetros de deformación $\beta_0, \langle J^2 \rangle$, momentos de inercia de <i>cranking</i> \mathcal{I}_{cr} [MeV ⁻¹], razones giromagnéticas g_R , energías de ligadura E_T [MeV], fuerzas de acoplamiento de la interacción residual de espín–isospín χ_{GT} [MeV] y valores de Q_{EC} para la cadena de isótopos ^{64,66,68,70} Ge. Los valores experimentales para r_C, β_0, E_T y Q_{EC} son de las Refs. [AW95, ABBW97, dVdJdV87, RMM ⁺ 87], respectivamente.	49
4.2	Lo mismo que en la Tabla 4.1 para los isótopos ^{68,70,72,74} Se.	50
4.3	Lo mismo que en la Tabla 4.1 para los isótopos ^{72,74,76,78} Kr. Los valores experimentales para r_C son de la Ref. [KAB ⁺ 95].	51
4.4	Lo mismo que en la Tabla 4.1 para los isótopos ^{76,78,80,82} Sr. Los valores experimentales para r_C son de la Ref. [BRA ⁺ 90].	52
4.5	Resultados de cálculos de 2qp desnudas, QTDA y QRPA para la intensidad de Gamow–Teller en unidades de $[g_A^2/4\pi]$ sumada hasta $E_{\text{cut}} = 30$ MeV; los resultados corresponden a las dos fuerzas de Skyrme SG2 y Sk3, así como a las diferentes formas oblada (o), prolada (p) o esférica (e), donde aparecen los mínimos para cada isótopo.	78
4.6	Lo mismo que la Tabla 4.5 para la intensidad GT sumada contenida en la ventana Q_{EC} (\sum_{EC}).	79
4.7	Resultados de cálculos de 2qp desnudas, QTDA y QRPA para las vidas medias de isótopos de Ge, Se, Kr y Sr. Los resultados corresponden a las dos fuerzas de Skyrme SG2 y Sk3, así como a las diferentes formas oblada (o), prolada (p) o esférica (e) donde aparecen los mínimos para cada isótopo. Los cálculos no incluyen interacción pp.	88
4.8	Resultados para vidas medias ($T_{1/2}$). Los resultados corresponden a cálculos QRPA llevados a cabo con la fuerza de Skyrme SG2 en cuatro cadenas isotópicas y están calculados para las distintas formas de equilibrio de cada núcleo, con $\kappa_{\text{GT}}^{\text{pp}} = 0.07$ MeV.	89

5.1	Resultados para valores Q_{EC} e intensidades GT sumadas hasta energías Q_{EC} ($\sum_{Q_{\text{EC}}}$). Los resultados corresponden a cálculos QRPA llevados a cabo con la fuerza de Skyrme SG2 e incluyendo la interacción pp, en cuatro cadenas isotópicas y se han calculado para las distintas formas de equilibrio de cada núcleo. Los valores experimentales para Q_{EC} son de [AW95, ABBW97].	96
5.2	Comparación de las intensidades GT contenidas por debajo de una energía de excitación dada entre medidas experimentales ([Piq99a] para el ^{72}Kr , [Poi02] para el ^{74}Kr y el ^{76}Sr) y cálculos teóricos.	96
5.3	Comparación de las intensidades GT contenidas por debajo de ciertas energías de excitación entre medidas experimentales ([Piq99b] para el ^{72}Kr , [MDP+99] para el ^{73}Kr , [SHGG75, SV87] para el ^{74}Kr , [Bea95, BRG+93] para el ^{75}Kr y [LPOR73, PHM73, SV84] para el ^{76}Kr) y cálculos teóricos.	107
5.4	Resultados para vidas medias ($T_{1/2}$). Los resultados corresponden a cálculos QRPA llevados a cabo con la fuerza de Skyrme SG2 en cuatro cadenas isotópicas y están calculados para las distintas formas de equilibrio de cada núcleo. Los valores experimentales vienen de [AW95, ABBW97].	110

Capítulo 1

Introducción

El estudio del núcleo atómico ha sido y continúa siendo uno de los grandes objetivos científicos. No obstante, y a pesar de todo el avance de las últimas décadas, aún carecemos de un conocimiento preciso y completo del comportamiento del núcleo [Mue97]. Es cierto que todavía la mayor parte del conocimiento que tenemos corresponde a los núcleos dentro del valle de estabilidad, donde la relación entre el número de protones y de neutrones hace a estos sistemas estables en cuanto a la emisión de partículas. Por ello, una de las áreas que ha atraído una atención cada vez mayor, tanto teórica como experimentalmente, es el estudio de los núcleos inestables, y dentro de ellos, los núcleos exóticos, es decir, núcleos muy alejados del valle de estabilidad (v. Fig. 1.1).

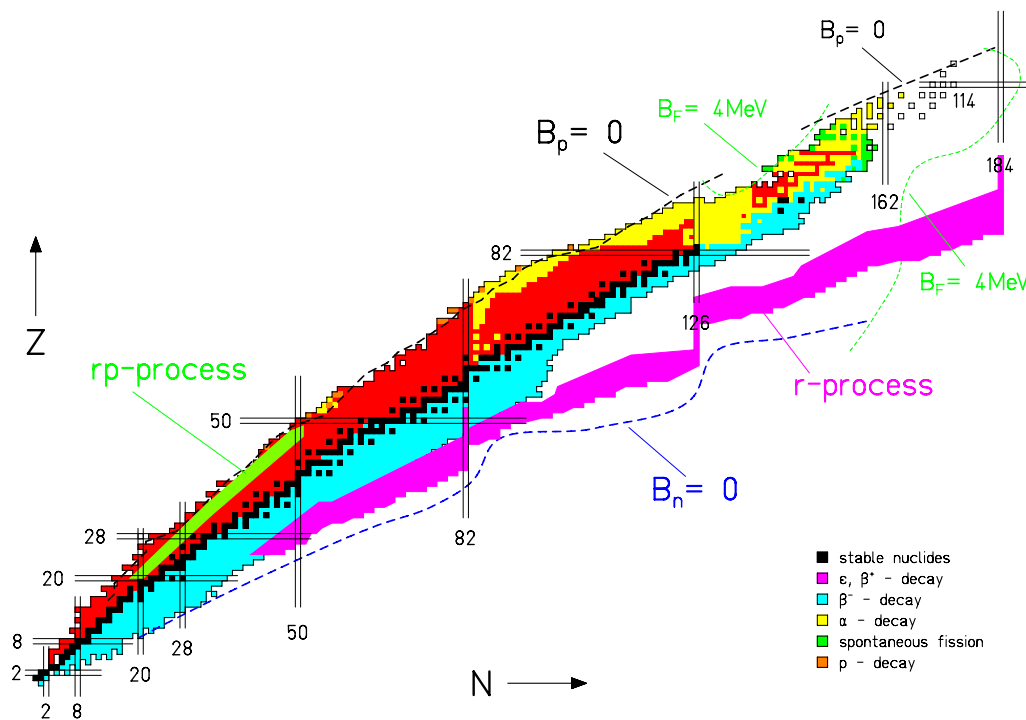


Figura 1.1: Carta de núcleos, en la que aparecen en negro los núcleos estables. También se pueden ver las líneas de goteo de protones y neutrones (líneas discontinuas negra y azul, respectivamente).

El interés de estos núcleos es múltiple. Por un lado, se trata de conocer mejor las zonas de la carta de núcleos menos exploradas. Existen muchos proyectos experimentales complementarios que se están llevando a cabo y nuevas instalaciones relacionadas con haces nucleares radiactivos con perspectivas de futuro (en CERN, GANIL, Grenoble–Munich, GSI, Louvain-la-Neuve, RIKEN, ...) para incrementar nuestro conocimiento limitado de estas zonas. Por otro lado, existen problemas interesantes tales como la delimitación de las líneas de goteo (la línea de goteo de neutrones la forman los isótopos más pesados para cada átomo y la de protones, los isótopos más ligeros de cada átomo) o la aparición de ciertos fenómenos (ausentes en núcleos estables) de los que podemos aprender aspectos nuevos de la fuerza nucleón–nucleón y de la estructura nuclear. También pueden estudiarse las propiedades de desintegración de estos núcleos radiactivos, muy importantes para comprender varios momentos dentro de la evolución estelar (como la nucleosíntesis de elementos pesados o la abundancia de estos elementos en el medio estelar).

En este punto, es conveniente hacer un inciso para recordar cómo la atención en astrofísica ha ido pasando en las últimas décadas de las áreas relacionadas principalmente con la física nuclear a lo largo del valle de estabilidad, a las zonas que requieren conocimiento de los procesos nucleares y las propiedades en los dos extremos de la carta nuclear: núcleos muy ricos en protones y núcleos muy ricos en neutrones.

Siguiendo la imagen clásica de la síntesis de elementos en el universo [BBFH57, Cam57], los elementos ligeros se crearon durante el *Big Bang*, mientras que la mayoría de los otros elementos se generan en las estrellas. Éstas producen la energía que les permite estabilizarse y brillar durante millones de años transmutando especies nucleares y formando así nuevos elementos. Estos procesos ocurren dentro de la estrella, pero los elementos pueden ser liberados si la estrella es, p.ej., suficientemente masiva y explota en una supernova. Al final de esta primera fase de combustión, una estrella masiva consiste en capas concéntricas que son los restos de las combustiones previas (hidrógeno, helio, carbono, neón, oxígeno, silicio). El hierro es la etapa final de la fusión nuclear en toda esta fase, ya que la síntesis de cualquier elemento más pesado a partir de elementos más ligeros no libera energía. Así, para generar otros núcleos (de mayor masa o ricos en protones, como son los que vamos a estudiar), se requieren reacciones violentas, como la explosión de supernovas.

Sin embargo, para describir estas últimas fases de la vida estelar, la astrofísica nuclear necesita unos datos (propiedades de desintegración o secciones eficaces de las reacciones entre núcleos radiactivos) que no se pueden determinar experimentalmente, debido a las condiciones extremas de temperatura y densidad en los sucesos estelares; por esa razón, se precisa de buenos cálculos teóricos para estos procesos. A ese respecto, las reacciones entre núcleos radiactivos pasa a ser muy importante porque el tiempo promedio entre reacciones nucleares sucesivas es mucho más corto que el tiempo promedio de desintegración de la especie radiactiva. Por lo tanto, estos núcleos radiactivos no tienen tiempo para desintegrarse antes de tomar parte en otras reacciones nucleares. En particular, las propiedades de desintegración de los núcleos ricos en protones son fundamentales para comprender el proceso r-p (*rapid proton capture nucleosynthesis*), que consiste en la creación de elementos por captura de uno o varios protones a un

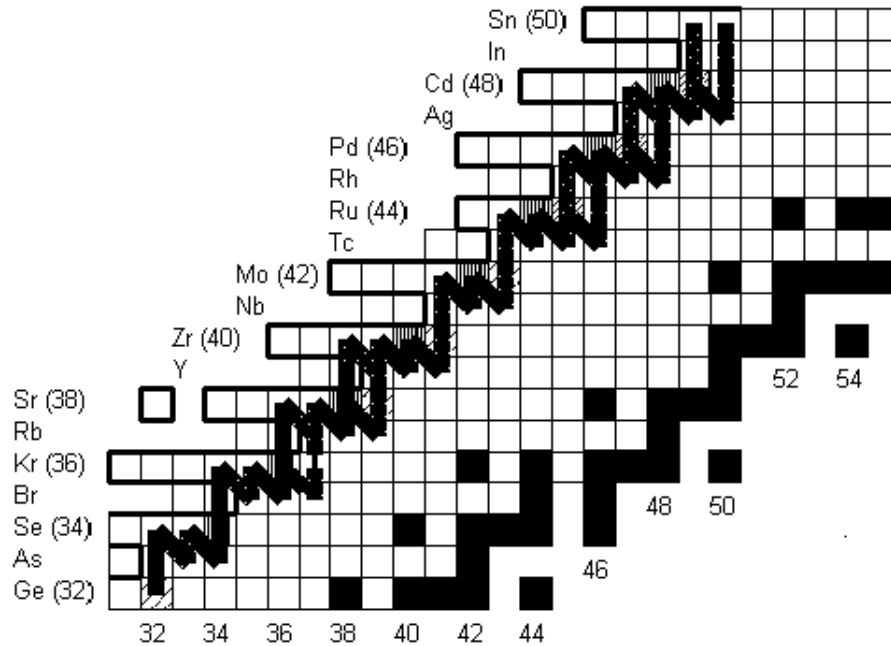


Figura 1.2: Trayectoria del proceso r-p, incluyendo capturas de dos protones y *waiting points* (cuadrados rayados). Esta trayectoria es el resultado de unas condiciones y un modelo concretos [Sch98] y sólo pretende ilustrar de forma cualitativa lo expuesto en el texto. Por otro lado, también se muestran los núcleos estables (en negro) y la posición de la línea de goteo de protones.

ritmo superior al de la vida media de desintegración β de los núcleos producidos ricos en protones. También es importante conocer los denominados *waiting points*, que son los puntos en la carta de núcleos donde un núcleo no absorbe más protones hasta que tenga lugar la desintegración β ; esto produce un aumento en la producción de ciertos núcleos. En la Fig. 1.2, podemos ver una posible trayectoria para el proceso r-p y los *waiting points* en la zona que va a ser objeto de nuestro estudio.

Asimismo, son necesarias predicciones fiables de las distribuciones de intensidad de desintegración β , para el cálculo de las vidas medias, así como para todos los procesos retardados β (como la emisión de partículas o la fisión retardada β). La distribución de la intensidad depende de la estructura microscópica de las funciones de onda nucleares inicial y final, así como de la interacción que media la desintegración. De este modo, se precisa de una descripción consistente del estado fundamental del núcleo madre y de los estados poblados del núcleo hijo para obtener de forma fiable la intensidad β . Al mismo tiempo, si las distribuciones de intensidad obtenidas teóricamente no se corresponden con el experimento, eso indicaría la necesidad de mejorar el formalismo teórico empleado.

Entre los modelos microscópicos que existen para describir las propiedades de las excitaciones nucleares, podemos distinguir dos tipos: los modelos de capas (de los

cuales no nos ocupamos en este trabajo; para más información, se puede consultar la Ref. [PN01]) y los modelos de tipo campo medio con interacciones residuales. Dentro de este último tipo, podemos diferenciar las dos aproximaciones siguientes:

- La primera es una aproximación fenomenológica, en la que se toma un campo medio empírico y una interacción residual separable sencilla. En este caso, el método está bastante restringido a la hora de aplicarlo a núcleos exóticos, debido a la elección empírica del pozo de potencial y de la fuerza residual. Dado que estos modelos se basan en parámetros ajustados localmente a datos existentes para núcleos estables, su extrapolación a núcleos exóticos puede no estar suficientemente justificada. Sin embargo, es posible calcular excitaciones nucleares en espacios de configuración muy grandes, puesto que no es necesario diagonalizar matrices cuyas dimensiones crecen con el tamaño del espacio de configuración.
- Por otro lado, se puede hacer una aproximación autoconsistente. Aquí, se acentúa la consistencia usando una interacción efectiva, que suele ser de tipo Skyrme, que describe bien las propiedades del estado fundamental de los núcleos a lo largo de la tabla periódica, a través de un cálculo Hartree–Fock (HF). Asimismo, también es capaz de describir los estados excitados mediante un cálculo de RPA (*Random Phase Approximation*) con interacciones residuales obtenidas a partir de la misma fuerza. La principal dificultad es que la complejidad del cálculo aumenta rápidamente con el tamaño del espacio de configuración y se ha de trabajar dentro de espacios limitados para fuerzas no separables.

Una manera de combinar las propiedades buenas de ambas aproximaciones es construir primero la base de cuasipartículas autoconsistentemente a partir de un cálculo de Hartree–Fock con fuerzas de Skyrme dependientes de la densidad y correlaciones de apareamiento en la aproximación de BCS, para resolver luego las ecuaciones de RPA (o QRPA) con una interacción residual separable derivada de la misma fuerza de Skyrme. De este modo, se puede sacar partido de la consistencia (el campo medio y la interacción residual determinados a partir de la misma interacción efectiva) y la manejabilidad (el tamaño del problema de RPA no aumenta con el espacio de configuración). Se conserva la fiabilidad de un tratamiento autoconsistente sin perder la capacidad de usar espacios de configuración grandes. Este es el marco en el que se ha llevado a cabo este trabajo.

Por otro lado, podemos encontrar en la literatura diferentes modelos microscópicos para describir la intensidad β . Modelos esféricos basados en funciones de onda y energías monoparticulares con interacciones de apareamiento y residuales tratadas en la aproximación de QRPA (*Quasiparticle RPA*), se estudiaron por primera vez en las Refs. [Ham65, HS67, Ran73]. Se incluyó la deformación en la Ref. [KM84], donde se usó un potencial de Nilsson para generar los orbitales monoparticulares. Asimismo, se pueden encontrar otras extensiones que incluyen potenciales de tipo Woods–Saxon [MR90], interacciones residuales en el canal partícula–partícula [MBK89, HSMKK91, HBH⁺96], campo medio de HF con interacciones residuales separables tratadas en la aproximación de Tamm–Dancoff (TDA) [FHZ95, HZ95], aproximaciones autoconsistentes en núcleos esféricos ricos en neutrones [EBD⁺99] y basadas en un funcional de la densidad de energía [BFT95, BFKZ96].

En este trabajo, vamos a estudiar las propiedades del estado fundamental y de la desintegración β de núcleos exóticos par-par ($^{64,66,68,70}\text{Ge}$, $^{68,70,72,74}\text{Se}$, $^{72,74,76,78}\text{Kr}$ y $^{76,78,80,82}\text{Sr}$) y de A impar ($^{69,71,73,75,77}\text{Kr}$), a partir de un cálculo autoconsistente HF+BCS+QRPA con deformación e interacciones efectivas dependientes de la densidad de tipo Skyrme. Más concretamente, nuestro método consiste en un formalismo autoconsistente basado en un campo medio HF deformado obtenido con una interacción de Skyrme e incluyendo correlaciones de apareamiento en la aproximación BCS. Posteriormente, añadimos a este campo medio una interacción residual partícula-hueco (ph) espín-isoespín derivada de la misma interacción de Skyrme; esta interacción residual es, por lo tanto, consistente con el campo medio. Asimismo, incluiremos en algunos cálculos una interacción residual partícula-partícula (pp) de apareamiento neutrón-protón en el canal $J^\pi = 1^+$. Las ecuaciones del movimiento se resuelven en la aproximación de QRPA protón-neutrón. Este método ha dado resultados satisfactorios en la descripción de núcleos esféricos y deformados dentro del valle de estabilidad [FQV73, BFGQ75, QF78, BFH+85]. En este método, una vez que los parámetros de la interacción efectiva de Skyrme se han determinado (básicamente ajustando a propiedades globales de núcleos esféricos a lo largo de la carta de núcleos) y los parámetros de *gap* de la fuerza de apareamiento usual (junto con la fuerza de acoplamiento de la interacción residual de apareamiento neutrón-protón, cuando la incluimos en los cálculos) se han especificado, no quedan parámetros libres. Tanto la interacción residual como el campo medio se obtienen de forma autoconsistente partiendo de la misma fuerza a dos cuerpos. Estas características hacen a este método apropiado para la extrapolación a regiones inestables cerca de las líneas de goteo. Merece la pena investigar si estas herramientas diseñadas para explicar las propiedades de núcleos estables son válidas todavía cuando nos acercamos a las líneas de goteo. Una forma posible de establecer la validez de las aproximaciones conocidas así como los límites de aplicabilidad, es una investigación sistemática de núcleos que vayan desde la estabilidad a las líneas de goteo. La exploración de series de isótopos que se van alejando de la región de la estabilidad cumpliría estos requisitos, permitiéndonos descubrir cómo evoluciona la descripción en núcleos cada vez más inestables. Este trabajo incluye una investigación de este tipo.

Como se ve en el párrafo anterior, nuestra zona de estudio incluye isótopos ricos en protones que se van acercando a la línea $N = Z$, en la región de masa $A \sim 70$. Existen varias razones por las que ésta sea una zona de especial interés para estudiar la desintegración β . Una es que el valor de Q de la desintegración (Q_{EC}) es bastante grande en los núcleos ricos en protones [HS93]. Esto significa que una gran fracción de la intensidad de Gamow-Teller (GT) queda dentro de la ventana de Q_{EC} . Por lo tanto, se puede investigar directamente la estructura de la distribución de intensidad GT mediante medidas de desintegración β , sin necesidad de usar otros métodos indirectos para extraer dicha intensidad tales como reacciones de intercambio de carga (p,n) o (n,p). Otro aspecto importante es que la región de masa $A \sim 70$ está en los límites de los cálculos completos del modelo de capas. De este modo, predicciones para las distribuciones de intensidad, vidas medias y otras propiedades de desintegración obtenidas a partir de nuestro formalismo son de especial relevancia en esta región de masa, puesto que pueden ser las más fiables por el momento. Nuestros resultados se

pueden usar como guía para futuras investigaciones experimentales. Por otro lado, esta región de masa está caracterizada por una estructura muy rica que da lugar a una gran variedad de formas nucleares; también se dan ciertos efectos de estructura particulares, como la coexistencia de forma, resultado del delicado equilibrio entre distintas formas nucleares [FHZ95, HZ95, PSF96, PSHR99]. Un punto interesante a tratar es si las distribuciones de intensidad de la desintegración β se pueden usar para extraer información sobre la forma nuclear, ya que pueden aparecer diferencias patentes en estas distribuciones dependiendo de la forma del núcleo madre; sería interesante encontrar los casos más favorables para este propósito. Por último, mediante un acercamiento sistemático a isótopos $N = Z$ en varias cadenas isotópicas, nos situamos en condiciones óptimas para observar si el acuerdo con el experimento desaparece en algún momento según nos acercamos a $N = Z$. Estas cadenas isotópicas nos sirven para comprobar la validez de nuestro formalismo y para buscar fallos relacionados con la aparición de nuevos fenómenos como el apareamiento neutrón–protón, que no se tiene en cuenta explícitamente en los cálculos del campo medio y que pueden ser importantes en los núcleos con $N = Z$.

En el pasado, las medidas de excitaciones dipolares magnéticas (M1) y de los factores de forma de diversos núcleos estables esféricos y deformados nos han ayudado a conocer mejor la estructura nuclear. En particular, los efectos de la deformación sobre las excitaciones M1 orbitales y de espín han sido ampliamente discutidos [Ric95, Ric93, Zie93, Mar93, MZ93, Gar91, SMN96]. Actualmente los estudios de estructura nuclear se ven enriquecidos por la aparición de nuevas (o actualizadas) instalaciones de haces radiactivos que hacen posible investigar núcleos altamente inestables, lo que revela nuevas facetas de la estructura nuclear. Estos estudios necesitan predicciones teóricas fiables de las propiedades de desintegración β . En este trabajo vamos a indicar que también puede ser posible deducir propiedades de desintegración β de núcleos inestables a partir de propiedades de excitaciones de espín M1 que se observan en núcleos estables. Veremos conexiones y similitudes entre los operadores y las intensidades para transiciones de espín M1 y de Gamow–Teller.

Este trabajo de tesis está organizado del siguiente modo. En el capítulo 2 presentamos el método de Hartree–Fock, desde su forma más general hasta la que nosotros usamos (HF para núcleos deformados e interacciones efectivas de tipo Skyrme); asimismo, introducimos las correlaciones de apareamiento entre nucleones de la misma carga a través de la aproximación de BCS. El capítulo 3 está reservado para la obtención de las interacciones residuales partícula–hueco y partícula–partícula. También aparecen ahí la deducción de las ecuaciones de la QRPA y la obtención de las energías de excitación y de las intensidades de Gamow–Teller, así como los valores de Q_{EC} y las vidas medias, junto con la extensión de las ecuaciones para núcleos impares. Los resultados teóricos están en el capítulo 4, mientras que la comparación con datos experimentales cuando los hay están en el capítulo 5. Finalmente, en el capítulo 6 se reflejan las conclusiones del trabajo.

Capítulo 2

Descripción teórica del método autoconsistente de campo medio

2.1 Método de Hartree–Fock con interacciones efectivas a dos cuerpos

2.1.1 Método de Hartree–Fock

El éxito del modelo de capas a la hora de dar una explicación de muchas propiedades nucleares favorece la suposición de que los nucleones se mueven de forma independiente en un potencial promedio producido por todos los nucleones. El método de Hartree–Fock (HF) nos va a permitir derivar un potencial monoparticular partiendo de una interacción a dos cuerpos, haciendo uso de un principio variacional y tomando determinantes de Slater como funciones de onda prueba. Se trata, pues, de hacer la siguiente aproximación:

$$V(1, \dots, A) = \sum_{i < j=1}^A V(i, j) \simeq \sum_{i=1}^A V(i), \quad (2.1)$$

olvidándonos de la interacción residual.

El método de HF [Har28, Foc30] para definir este campo medio de forma autoconsistente a partir de la interacción a dos cuerpos fue ampliamente usado en la física atómica y del estado sólido, pero no se desarrolló con éxito en la física nuclear hasta cerca de los años 70. En gran parte, este retraso se debe al uso de fuerzas realistas con un *core* duro y repulsivo. Fue Negele [Neg70] quien empezó a obtener resultados aceptables al implementar los métodos de Brueckner y las ideas de Bethe en núcleos finitos, definiendo para ello un método de Hartree–Fock dependiente de la densidad donde se reemplaza la dependencia que tiene la matriz G de la matriz densidad por la dependencia de la densidad local. A pesar de esta aproximación, la solución de las ecuaciones de Brueckner–Hartree–Fock en núcleos finitos no es fácil, debido a que la fuerza nucleón–nucleón desnuda se renormaliza al estar en la presencia de otros nucleones. Esto resulta en una interacción efectiva que depende de la densidad local y justifica el uso de interacciones efectivas dependientes de la densidad. Posteriormente, Vautherin

y Brink [VB72, Vau73] impulsaron con su estudio de propiedades de los núcleos el posterior y amplio uso del método de Hartree–Fock con interacciones efectivas.

Para empezar, suponemos que existe un potencial promedio de una partícula (que será el que luego llamaremos potencial de Hartree–Fock):

$$H^{\text{HF}} = \sum_{i=1}^A h(i), \quad (2.2)$$

cuya autofunción con el autovalor más bajo (E_0^{HF}) es un *determinante de Slater*:

$$|\text{HF}\rangle = |\Phi(1 \dots A)\rangle = \prod_{i=1}^A a_i^+ |-\rangle, \quad (2.3)$$

donde A es el número de nucleones del sistema considerado y $|-\rangle$ es el vacío de partículas.

Los estados de partículas asociados a los operadores a_k^+ se determinan de modo que Φ verifique el principio variacional siguiente:

$$\delta \frac{\langle \Phi | H^{\text{HF}} | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} = 0. \quad (2.4)$$

Muy a menudo, se trabaja en un espacio de configuración basado en un conjunto arbitrario completo y ortogonal de funciones de onda de una partícula (como, p.ej., el conjunto de funciones de onda del oscilador armónico, ya sea esférico o deformado). Si asociamos a esta base los operadores de creación y destrucción c_l^+ , c_l , podemos expresar los operadores a_k^+ en función de los operadores c_l^+ , a través de una transformación unitaria (ya que ambos conjuntos de estados son completos y ortogonales), llamada transformación de Hartree–Fock:

$$a_k^+ = \sum_l D_{lk} c_l^+. \quad (2.5)$$

Esto también garantiza que ambos conjuntos de operadores obedezcan, por separado, relaciones de conmutación de Fermi, ya que son fermiones y han de verificar el principio de exclusión de Pauli:

$$\begin{aligned} \{a_k^+, a_{k'}^+\} &= \{a_k, a_{k'}\} = 0, & \{a_k, a_{k'}^+\} &= \delta_{kk'} \\ \{c_l^+, c_{l'}^+\} &= \{c_l, c_{l'}\} = 0, & \{c_l, c_{l'}^+\} &= \delta_{ll'}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Sin embargo, no existe una correspondencia uno a uno entre un determinante de Slater Φ de la forma (2.3) y el conjunto de estados que forman las a_k , con $k = 1, \dots, A$. Esto se debe a que cualquier transformación unitaria que no mezcle estados de partícula y de agujero deja al determinante de Slater Φ invariante (salvo una fase que carece de importancia). Por ello es mejor representar a Φ a través de la matriz densidad de partículas:

$$\rho_{ll'} = \langle \Phi | c_{l'}^+ c_l | \Phi \rangle. \quad (2.7)$$

De la ec. (2.5) y sabiendo que la transformación D es unitaria:

$$D^+D = DD^+ = \mathbf{1}, \quad (2.8)$$

obtenemos:

$$\rho_{ll'} = \sum_{kk'} D_{lk} D_{l'k'}^* \langle \Phi | a_k^+ a_k | \Phi \rangle = \sum_{i=1}^A D_{li} D_{l'i}^*, \quad (2.9)$$

ya que ρ es diagonal en la base a_k^+ , a_k con autovalores 1 para $i \leq A$ (huecos) y 0 para $i > A$ (partículas). El nombre de *partículas* (*huecos*) indica estados accesibles a partículas (huecos), teniendo en cuenta el principio de exclusión de Pauli. La traza de ρ nos da el número de partículas. Por otro lado, de su propia definición (2.7), sabemos que ρ es hermítica.

Entre el determinante de Slater Φ y su densidad de partículas ρ existe una correspondencia uno a uno. Además, las densidades de partículas ρ de determinantes de Slater se caracterizan por tener autovalores 0 ó 1, es decir,

$$\rho^2 = \rho. \quad (2.10)$$

De este modo, es más apropiado expresar la energía como un funcional de la densidad de partículas. Sabiendo que la energía de HF es

$$E^{HF} = \langle \Phi | H^{HF} | \Phi \rangle, \quad (2.11)$$

y expresando el hamiltoniano H (a partir de ahora, escribiremos H en lugar de H^{HF} para indicar lo mismo) en segunda cuantificación:

$$H = \sum_{l_1 l_2} t_{l_1 l_2} c_{l_1}^+ c_{l_2} + \frac{1}{4} \sum_{l_1 l_2 l_3 l_4} \bar{v}_{l_1 l_2 l_3 l_4} c_{l_1}^+ c_{l_2}^+ c_{l_4} c_{l_3}, \quad (2.12)$$

donde

$$\bar{v}_{l_1 l_2 l_3 l_4} = v_{l_1 l_2 l_3 l_4} - v_{l_1 l_2 l_4 l_3}, \quad (2.13)$$

y haciendo uso del teorema de Wick, podemos expresar la energía (2.11) como queríamos:

$$\begin{aligned} E^{HF}(\rho) &= \sum_{l_1 l_2} t_{l_1 l_2} \langle \Phi | c_{l_1}^+ c_{l_2} | \Phi \rangle + \frac{1}{4} \sum_{l_1 l_2 l_3 l_4} \bar{v}_{l_1 l_2 l_3 l_4} \langle \Phi | c_{l_1}^+ c_{l_2}^+ c_{l_4} c_{l_3} | \Phi \rangle = \\ &= \sum_{l_1 l_2} t_{l_1 l_2} \rho_{l_2 l_1} + \frac{1}{2} \sum_{l_1 l_2 l_3 l_4} \rho_{l_3 l_1} \bar{v}_{l_1 l_2 l_3 l_4} \rho_{l_4 l_2} = \\ &= Tr(t\rho) + \frac{1}{2} Tr_1 Tr_2(\rho_1 \bar{v} \rho_2) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Los índices 1 y 2 de los símbolos Tr y ρ indican de qué modo se han de hacer las trazas.

La resolución de las ecuaciones de HF es equivalente a verificar la relación de conmutación siguiente (v. Apéndice A):

$$[h, \rho] = [t + \Gamma(\rho), \rho] = 0, \quad (2.15)$$

donde la matriz hermítica h se define como

$$h_{kk'} = \frac{\partial E^{\text{HF}}(\rho)}{\partial \rho_{k'k}} = t_{kk'} + \Gamma_{kk'}. \quad (2.16)$$

El hamiltoniano a diagonalizar es h . Pero la ec. (2.15) no es lineal y, por lo tanto, no es fácil de resolver. Hay que emplear un método iterativo: normalmente se parte de una densidad de partículas dada, calculamos Γ , diagonalizamos h y así obtenemos los vectores D_i de la transformación de HF; de aquí, la nueva matriz densidad, el nuevo hamiltoniano h , etc., hasta que se alcance la convergencia.

La ec. (2.16) es válida para una interacción general que no dependa explícitamente de la densidad. Sin embargo, las interacciones que vamos a usar en este trabajo (y que dan mejores resultados) van a depender de la densidad: $v(\rho)$. Para este tipo de fuerzas, aparece un término adicional $\partial v / \partial \rho$, denominado normalmente potencial de ajuste (*rearrangement potential*) o de saturación, que va a representar un papel importante en los cálculos. De este modo, la ec. (2.16) queda:

$$h_{kk'} = \frac{\partial E^{\text{HF}}(\rho)}{\partial \rho_{k'k}} = t_{kk'} + \Gamma_{kk'} + \langle \Phi | \frac{\partial v}{\partial \rho_{k'k}} | \Phi \rangle. \quad (2.17)$$

Como veremos en la siguiente sección, podría decirse que el término adicional $\partial v / \partial \rho$ tiene en cuenta de algún modo fenómenos de dispersión a tres cuerpos.

2.1.2 Interacciones efectivas

Es sabido que la aproximación de HF dependiente de la densidad da una descripción muy buena de las propiedades del estado fundamental tanto de núcleos esféricos como deformados. Por este motivo, vamos a considerar fuerzas dependientes de la densidad tipo Skyrme.

Por los años 50 [Sky56, Sky59], Skyrme propuso una interacción efectiva nucleón–nucleón que contenía un término a dos cuerpos y otro a tres cuerpos:

$$V = \sum_{i < j} V(i, j) + \sum_{i < j < k} V(i, j, k). \quad (2.18)$$

Para simplificar los cálculos, Skyrme hizo un desarrollo a corto alcance para la interacción a dos cuerpos $V(i, j)$, obteniendo los siguientes elementos de matriz en el espacio de momentos [VB72, Sky59]:

$$\langle \mathbf{k} | V(1, 2) | \mathbf{k}' \rangle = t_0(1 + x_0 P_\sigma) + \frac{1}{2} t_1 (\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2) + t_2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' + i W_0 (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \mathbf{k} \times \mathbf{k}', \quad (2.19)$$

donde \mathbf{k} y \mathbf{k}' son los vectores de onda relativos de los dos nucleones; P_σ es el operador de intercambio de espín; y σ son las matrices de espín de Pauli.

Para comprobar que esta expresión corresponde en efecto a un desarrollo a corto alcance, consideremos un potencial genérico de la forma:

$$V = e^{-(r_{12}/\mu)^2} (W + BP_\sigma - HP_\tau - MP_\sigma P_\tau). \quad (2.20)$$

Entonces, suponiendo que sólo son importantes los elementos de matriz con bajo momento ($k, k' \ll 2k_F$), y que el alcance μ es pequeño comparado con k_F^{-1} , tendremos, quedándonos sólo con los primeros términos del desarrollo de Taylor para los elementos de matriz de V en el espacio de momentos:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{k} | V | \mathbf{k}' \rangle &= (\mu\sqrt{\pi})^3 [W + M + (B + H)P_\sigma] \left[1 - \frac{1}{4}(\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2)\mu^2 \right] + \\ &+ \frac{1}{2}(\mu\sqrt{\pi})^3 [W - M + (B - H)P_\sigma] \mu^2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}', \end{aligned} \quad (2.21)$$

expresión idéntica a la (2.19) salvo por el término en W_0 . Este término se puede generar mediante una fuerza de espín-órbita a dos cuerpos $V_{LS}(r_{12})\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$, que en el límite de corto alcance resulta:

$$W_0 = -\frac{2}{3}\pi \int_0^\infty V_{LS}(r)r^4 dr. \quad (2.22)$$

Por otro lado, la interacción a tres cuerpos también se considera una fuerza de alcance cero:

$$V(i, j, k) = t_3 \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k). \quad (2.23)$$

Se puede demostrar [VB72] que para cálculos de Hartree-Fock de núcleos par-par, esta fuerza es equivalente a una interacción a dos cuerpos dependiente de la densidad:

$$V(1, 2) = \frac{1}{6} t_3 (1 + P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \rho \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \right). \quad (2.24)$$

Dicho término es simplemente la representación fenomenológica de efectos a muchos cuerpos en la fuerza nuclear, y describe cómo la presencia de todos los nucleones que conforman el núcleo influyen en la interacción entre dos de ellos. Fue precisamente la introducción de este término lo que permitió a la fuerza de Skyrme reproducir energías de enlace y radios nucleares de núcleos de capa cerrada [VB72].

A lo largo del trabajo, consideraremos dos fuerzas de Skyrme diferentes. Por un lado, la fuerza de Skyrme Sk3 [BFGQ75] por ser la fuerza de Skyrme más usada, de modo que podemos tomarla como una referencia; la utilizaremos en su versión a dos cuerpos, que tiene mejores propiedades de espín-isoespín que la de tres cuerpos [SMN96, SMN97]. Por otro lado, usaremos la fuerza SG2 [GS81] de Van Giai y Sagawa. Las dos fuerzas fueron diseñadas para ajustarse a propiedades del estado fundamental de núcleos esféricos y propiedades de materia nuclear; sin embargo, la fuerza SG2 da, además, una buena descripción de las excitaciones de Gamow-Teller en núcleos esféricos [GS81]. Asimismo, describe adecuadamente las excitaciones de espín en núcleos deformados [SMN96, SMN97].

En este punto, hay que añadir que la fuerza de Skyrme SG2 está ampliada (con respecto a la Sk3) en el sentido de que se introduce una potencia más general de la

dependencia en la densidad, además de incluir los términos de intercambio de espín para las partes dependientes de la velocidad de la interacción. Así, escribiendo V en espacio de posiciones, nos queda una interacción de contacto de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 V = & t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) + \frac{1}{2} t_1 \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) (1 + x_1 P_\sigma) (\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2) + \\
 & + t_2 (1 + x_2 P_\sigma) \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \mathbf{k} + i W_0 (\sigma_i + \sigma_j) \cdot \mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \mathbf{k} + \\
 & + \frac{1}{6} t_3 (1 + x_3 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \rho^\alpha \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \right), \tag{2.25}
 \end{aligned}$$

donde \mathbf{k} es el operador $(\nabla_i - \nabla_j)/2i$ actuando por la derecha, y \mathbf{k}' es $-(\nabla_i - \nabla_j)/2i$ actuando por la izquierda.

La ec. (2.25) puede tomarse como expresión general de nuestras fuerzas de Skyrme (tanto Sk3 como SG2), si tomamos los valores apropiados para los parámetros de cada una de ellas. Tales parámetros se ajustan a diferentes energías de ligadura y radios experimentales, dando lugar a una familia de interacciones tipo Skyrme. Para las dos interacciones que vamos a usar, los valores de los parámetros se muestran en la tabla 2.1.

Tabla 2.1: Parámetros de las fuerzas de Skyrme SG2 y Sk3: t_0 [MeVfm³], t_1 [MeVfm⁵], t_2 [MeVfm⁵], t_3 [MeVfm⁶], W_0 [MeVfm⁵], x_0 , x_1 , x_2 , x_3 , y α .

	t_0	t_1	t_2	t_3	W	x_0	x_1	x_2	x_3	$1/\alpha$
SG2	-2645.0	340.0	-41.9	15595.0	105.0	0.09	-0.0588	1.425	0.06044	6.0
Sk3	-1128.75	395.0	-95.0	14000.0	120.0	0.45	0.0	0.0	1.0	1.0

2.1.3 Método de Hartree–Fock en núcleos deformados

Cuando se emplea el método de Hartree–Fock, como ya se dijo antes, la función de onda del núcleo Φ se construye como el determinante de Slater de las funciones de onda nucleónicas ϕ_i . De este modo, el valor esperado de la energía viene dado por:

$$E = \langle \Phi | T + V | \Phi \rangle = \int \mathcal{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \tag{2.26}$$

donde $\mathcal{E}(\mathbf{r})$ es la densidad hamiltoniana.

Esta densidad hamiltoniana, para las interacciones de Skyrme, puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}(\mathbf{r}) = & \sum_{st} \rho_{st} \sum_{s't'} \left\{ \frac{1}{2} t_0 \rho_{s't'} [1 - \delta_{ss'} \delta_{tt'} + x_0 (\delta_{ss'} - \delta_{tt'})] + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4} t_2 \left(\tau_{s't'} + \frac{1}{4} \nabla^2 \rho_{s't'} \right) [1 + \delta_{ss'} \delta_{tt'} + x_2 (\delta_{ss'} + \delta_{tt'})] + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{16} t_1 (4\tau_{s't'} - 3\nabla^2 \rho_{s't'}) [1 - \delta_{ss'} \delta_{tt'} + x_1 (\delta_{ss'} - \delta_{tt'})] + \\
 & + \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \rho_{s't'} [1 - \delta_{ss'} \delta_{tt'} + x_3 (\delta_{ss'} - \delta_{tt'})] + \\
 & + \frac{i}{2} W_0 \nabla \cdot \mathbf{J}_{s't'} (1 + \delta_{tt'}) \} + \mathcal{E}_C(\mathbf{r})
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

donde $\mathcal{E}_C(\mathbf{r})$ contiene la contribución coulombiana al hamiltoniano, a saber:

$$\mathcal{E}_C(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} e^2 \int d\mathbf{r}' \frac{\rho_p(\mathbf{r}') \rho_p(\mathbf{r})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{3}{4} e^2 \rho_p(\mathbf{r}) \left[\frac{3}{\pi} \rho_p(\mathbf{r}) \right]^{1/3}. \tag{2.28}$$

Como es usual, consideramos que el subespacio formado por todas las funciones de onda nucleónicas ocupadas es invariante bajo inversión temporal. Esto quiere decir que si un estado monoparticular está ocupado, también lo ha de estar su invertido temporal.

Así pues, según (2.27), $\mathcal{E}(\mathbf{r})$ es una función de las densidades nucleónicas $\rho_{st}(\mathbf{r})$, las densidades de energía cinética $\tau_{st}(\mathbf{r})$ y las densidades de espín $\mathbf{J}_{st}(\mathbf{r})$. Estas cantidades se pueden expresar en términos de las funciones de onda nucleónicas de la siguiente manera:

$$\rho_{st}(\mathbf{r}) = \sum_i |\phi_i(\mathbf{r}, s, t)|^2 \tag{2.29}$$

$$\tau_{st}(\mathbf{r}) = \sum_i |\nabla \phi_i(\mathbf{r}, s, t)|^2 \tag{2.30}$$

$$\mathbf{J}_{st}(\mathbf{r}) = \sum_{i,s'} \phi_i^*(\mathbf{r}, s', t) (-i\nabla \times \boldsymbol{\sigma}) \phi_i(\mathbf{r}, s, t). \tag{2.31}$$

Definiendo

$$\rho_t = \sum_s \rho_{st}, \tag{2.32}$$

$$\rho = \sum_{t=p,n} \rho_t, \tag{2.33}$$

y de forma similar para τ y \mathbf{J} , es fácil comprobar que, dada la invariancia bajo inversión temporal, (2.27) se corresponde con la expresión que aparece en [VB72], una vez realizada la suma en espines e isoespines. Sin embargo, hemos preferido expresar la energía como aparece en (2.27) por ser más apropiada para deducir tanto el campo medio como la interacción residual.

Todo lo anterior es válido tanto para núcleos esféricos como deformados. Sin embargo, en este trabajo nos vamos a ocupar de núcleos exóticos, tratando de determinar su deformación. Para ello, supondremos siempre simetría axial y desarrollaremos las funciones $\phi_i(\mathbf{r}, s, t)$ en términos de las autofunciones de un oscilador armónico anisótropo con simetría axial, el cual viene dado en coordenadas cilíndricas por:

$$V(r, z) = \frac{1}{2} M \omega_\perp^2 r^2 + \frac{1}{2} M \omega_z^2 z^2. \tag{2.34}$$

Introduciendo los parámetros de oscilador

$$\beta_{\perp} = (M\omega_{\perp})^{\frac{1}{2}} \quad \beta_z = (M\omega_z)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.35)$$

las autofunciones del oscilador pueden escribirse¹:

$$|\alpha\rangle \equiv |Nn_r n_z \Lambda \Sigma\rangle = \psi_{n_r}^{\Lambda}(r) \psi_{n_z}(z) \frac{e^{i\Lambda\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \chi_{\Sigma}(\sigma), \quad (2.36)$$

donde

$$\psi_{n_r}^{\Lambda}(r) = \mathcal{N}_{n_r}^{\Lambda} \beta_{\perp} \sqrt{2} \eta^{\Lambda/2} e^{-\eta/2} L_{n_r}^{\Lambda}(\eta) \quad (2.37)$$

$$\psi_{n_z}(z) = \mathcal{N}_{n_z} \beta_z^{\frac{1}{2}} e^{-\xi^2/2} H_{n_z}(\xi). \quad (2.38)$$

Las constantes de normalización son:

$$\mathcal{N}_{n_r}^{\Lambda} = \left(\frac{n_r!}{(n_r + \Lambda)!} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \mathcal{N}_{n_z} = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} 2^{n_z} n_z!} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.39)$$

$L_{n_r}^{\Lambda}(\eta)$ y $H_{n_z}(\xi)$ son los polinomios asociados de Laguerre y los polinomios de Hermite, respectivamente, y $\xi = z\beta_z$, $\eta = r^2\beta_{\perp}^2$.

Los números cuánticos $\alpha \equiv \{n_r, n_z, \Lambda, \Sigma\}$ son: el número de nodos en las direcciones r y z , y las proyecciones a lo largo del eje z del momento angular orbital y del espín, respectivamente. N no es ningún número cuántico nuevo, sino que está relacionado con el resto de la siguiente forma: $2n_r + n_z + \Lambda = N$.

Por tanto, las funciones de onda de los estados monoparticulares $|i\rangle$ ($\equiv \phi_i(\mathbf{r}, s, t)$) se pueden escribir en términos de las autofunciones (2.36):

$$|i\rangle = \sum_{\alpha} C_{\alpha}^i |\alpha\rangle, \quad (2.40)$$

para protones o para neutrones, según sea el caso. Partiendo de (A.11), o lo que es lo mismo:

$$H^{\text{HF}}|i\rangle = \epsilon_i|i\rangle, \quad (2.41)$$

podemos insertar (2.40) en la ecuación de Schrödinger (2.41) y, usando la ortogonalidad de los estados de la base, vemos que los coeficientes de expansión han de ser autovectores de la matriz hamiltoniana:

$$\sum_{\gamma} H_{\alpha\gamma} C_{\gamma}^i = \epsilon_i C_{\alpha}^i, \quad (2.42)$$

¹Nótese que hasta ahora, \mathbf{r} representa el vector posición del nucleón, mientras que en (2.34), (2.36) y (2.37), r se refiere a la coordenada cilíndrica habitual. Por lo tanto, cuando hablemos de las autofunciones del oscilador armónico anisótropo, se tendrá en cuenta que $|\mathbf{r}| \neq r$: $|\mathbf{r}| = \sqrt{r^2 + z^2}$, $r = |\mathbf{r}|\sin\theta$, $z = |\mathbf{r}|\cos\theta$.

donde

$$H_{\alpha\gamma} = \langle \alpha | H^{\text{HF}} | \gamma \rangle \quad (2.43)$$

y puede deducirse fácilmente de las expresiones (2.17) y (2.27). Partimos de la expresión (2.42) para llevar a cabo el método iterativo, como ya se explicó antes.

Ahora bien, en el caso de los núcleos con deformación axial que vamos a tratar, la tercera componente del momento angular total ($\Omega = \Lambda + \Sigma$) es un buen número cuántico y, por lo tanto, $H_{\alpha\gamma}$ es diagonal por bloques, cada bloque caracterizado por Ω . Además, dado que consideramos formas simétricas por reflexión, la paridad ($\pi = (-1)^{n_z + \Lambda}$) es también un buen número cuántico y cada uno de los bloques anteriores se divide a su vez en dos submatrices caracterizadas por valores de Ω y de π . Finalmente, debido a la simetría bajo inversión temporal, la matriz del hamiltoniano sólo necesita que se incluyan los valores positivos de Ω .

De este modo, podemos resumir lo anterior considerando que los estados $|i\rangle$ y sus correspondientes invertidos temporales $|\bar{i}\rangle$ están caracterizados por los autovalores Ω de J_z , paridad π_i , y energía ϵ_i , pudiendo expresarse de la siguiente forma:

$$|i\rangle = \sum_N \frac{(-1)^N + \pi_i}{2} \sum_{n_r, n_z, \Lambda \geq 0, \Sigma} C_{Nn_r n_z \Lambda \Sigma}^i |Nn_r n_z \Lambda \Sigma\rangle \quad (2.44)$$

con $\Omega_i = \Lambda + \Sigma \geq \frac{1}{2}$, y

$$|\bar{i}\rangle = \sum_N \frac{(-1)^N + \pi_i}{2} \sum_{n_r, n_z, \Lambda \geq 0, \Sigma} C_{Nn_r n_z \Lambda \Sigma}^i (-1)^{\frac{1}{2} - \Sigma} |Nn_r n_z - \Lambda - \Sigma\rangle \quad (2.45)$$

con $\Omega_{\bar{i}} = -\Omega_i = -\Lambda - \Sigma \leq -\frac{1}{2}$.

Lógicamente, dado que las autofunciones del oscilador armónico definen una base de dimensión infinita, la resolución del problema descrito exige truncar dicha base. El método usual para ello consiste en sumar sólo hasta un N máximo. En nuestros cálculos, la suma va desde $N = 0$ a $N = 10$.

Los efectos de la truncación de la base pueden ser minimizados a través de una selección apropiada de los parámetros de oscilador β_{\perp} y β_z . Es habitual sustituir estos parámetros por:

$$\beta_0 = \left[M(\omega_{\perp}^2 \omega_z)^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{2}} = (\beta_{\perp}^2 \beta_z)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.46)$$

que caracteriza el tamaño, y

$$q = \frac{\omega_{\perp}}{\omega_z} = \left(\frac{\beta_{\perp}}{\beta_z} \right)^2, \quad (2.47)$$

que caracteriza la deformación, escogiéndose β_0 y q de modo que minimicen la energía del núcleo.

2.1.4 Método de Hartree–Fock constreñido

Para calcular la superficie de energía en función de la deformación, se ha de añadir un campo externo al hamiltoniano [FQKV73]. En nuestro caso, hacemos que el determinante de Slater de HF tenga un momento cuadrupolar ² dado, minimizando

$$\langle H \rangle + f(\mu, \langle \hat{Q} \rangle), \quad (2.48)$$

donde μ es una constante, \hat{Q} es igual a la suma de los operadores de momento cuadrupolar de cada partícula y f una función diferenciable de μ y $\langle \hat{Q} \rangle$. Después de minimizar para un μ dado, obtenemos:

$$\langle H \rangle = E, \quad \langle \hat{Q} \rangle = Q, \quad (2.49)$$

donde E se puede tomar como una función de μ o de Q . Así, se puede demostrar la igualdad:

$$\frac{dE}{dQ} = - \left. \frac{\partial f(\mu, \langle \hat{Q} \rangle)}{\partial \langle \hat{Q} \rangle} \right|_{\langle \hat{Q} \rangle = Q}. \quad (2.50)$$

Se pueden considerar diferentes tipos de constreñimiento:

$$f(\mu, \langle \hat{Q} \rangle) \equiv 0, \quad f(\mu, \langle \hat{Q} \rangle) \equiv -\mu \langle \hat{Q} \rangle, \quad (2.51)$$

$$f(\mu, \langle \hat{Q} \rangle) \equiv \frac{1}{2}C(\langle \hat{Q} \rangle - \mu)^2. \quad (2.52)$$

El primer caso corresponde a realizar un cálculo HF sin constreñimiento. El segundo caso consiste en un constreñimiento lineal, que fue el primero que se usó en este tipo de cálculos [BKS67]. Nosotros hemos usado un constreñimiento parabólico, que corresponde al tercer caso, porque permite explorar más fácilmente la curva total $E(Q)$, que es naturalmente independiente de f . En particular, la curva no depende de la elección de la constante C . La ec. (2.50) muestra que para un μ fijo, el valor de Q es aquél para el que la curva $E(Q)$ es tangencial a $-f(\mu, Q) + \text{constante}$. Sólo queda sin determinar el valor de la constante.

Si $f(\mu, Q)$ se toma como cero, se han de buscar los puntos de $E(Q)$ donde la tangente es cero (es decir, los extremos). Sin embargo, por razones de estabilidad, el procedimiento autoconsistente sólo da los mínimos de $E(Q)$.

Si $f(\mu, Q)$ es lineal, se buscan los puntos en $E(Q)$ que tienen pendiente igual a μ . Si aparece un punto de inflexión en la curva $E(Q)$, como es el caso cuando hay un isómero de forma, se puede ver en la Fig. 2.1 que dos puntos tangenciales distintos pueden corresponder a un mismo valor de μ . En este caso, normalmente se toma la solución más estable energéticamente.

²En todo este desarrollo, Q representa el momento cuadrupolar de masa, ya que con él se considera al mismo tiempo a los protones y a los neutrones.

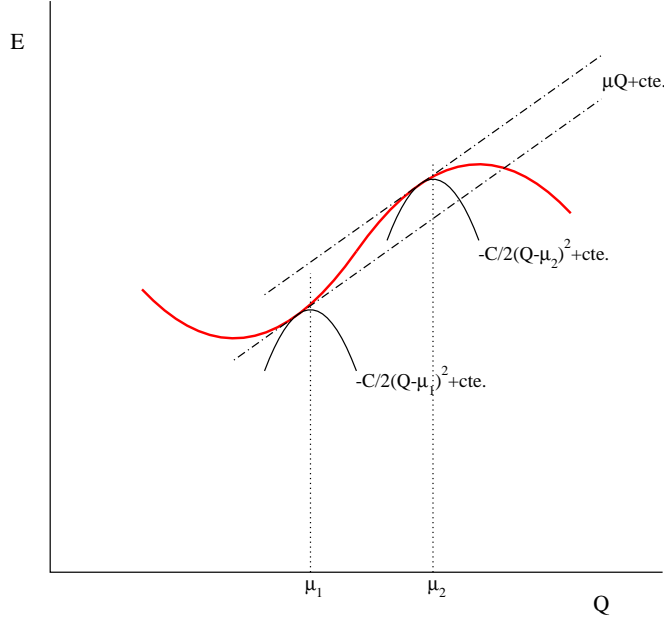


Figura 2.1: Ejemplo de una curva de energía en función del momento cuadrupolar, donde se ve cómo el constreñimiento cuadrático fija un punto en la curva.

En el caso del constreñimiento cuadrático con $C > 0$, se han de buscar puntos de tangencia de $E(Q)$ con una parábola invertida que tenga la línea $Q = \mu$ como eje de simetría (Fig. 2.1). Se toma el parámetro de curvatura C suficientemente grande de modo que la parábola $-\frac{1}{2}C(Q-\mu)^2$ sea lo bastante cerrada como para tener únicamente un punto tangente a $E(Q)$. Para describir $E(Q)$ será por tanto suficiente dejar que μ varíe de $-\infty$ a $+\infty$. La condición sobre C se puede deducir considerando dE/dQ para este caso. De (2.50), (2.51) y (2.52), tenemos:

$$\frac{dE}{dQ} = -C(Q - \mu), \quad (2.53)$$

lo que lleva a:

$$\frac{d\mu}{dQ} = 1 + \frac{1}{C} \frac{d^2E}{dQ^2}; \quad (2.54)$$

se ve que la elección $C > |d^2E/dQ^2|_{\max}$ asegura que la función $\mu(Q)$ es monótona. En el caso del constreñimiento lineal, se obtiene:

$$\frac{d\mu}{dQ} = \frac{d^2E}{dQ^2}, \quad (2.55)$$

y es imposible asegurar una correspondencia única entre μ y Q . Debido a esta propiedad, hemos optado por el constreñimiento cuadrático para todos nuestros cálculos.

2.2 Correlaciones de apareamiento: HF + BCS

Un tratamiento como el hecho hasta ahora, sin correlaciones de apareamiento, no es aplicable más a que a unos pocos núcleos doblemente mágicos, ya que, a medida que uno se aleja de los núcleos de capas cerradas, las ocupaciones de los niveles tienen un mayor efecto sobre la solución de las ecuaciones de HF. Así, a menos que el *gap* entre los estados ocupados y los vacíos fuera muy grande, es lógico pensar que podría haber una mezcla de diferentes configuraciones, en lugar de un solo determinante de Slater para la función de onda del núcleo. Es conveniente, por ello, introducir correlaciones de apareamiento en nuestro tratamiento. Usaremos la aproximación de BCS para incluir tales efectos.

Antes de pasar a describir el método de BCS, es conveniente añadir que, en la actualidad, también se introducen las correlaciones de apareamiento a través de la aproximación de Hartree–Fock–Bogoliubov (HFB) con interacciones de Gogny de alcance finito. Este tratamiento consiste en una técnica de campo medio autoconsistente en la que las deformaciones nucleares y las correlaciones de apareamiento se obtienen a partir de una interacción parecida a la de Skyrme, sólo que las partes con t_0 , t_1 y t_2 se sustituyen por una suma de dos gaussianas, una simulando el corto alcance y la otra, el alcance intermedio. La diferencia con HF+BCS es que, en HFB, las deformaciones y el apareamiento se tratan al mismo nivel, incluyéndose ambas en el mismo proceso iterativo. Esto es útil sobre todo para cálculos de alto espín en la aproximación de *cranking*, que depende del operador J_x , y las interacciones de contacto destruirían $\langle J_x \rangle$. En nuestro caso, en que tratamos estados fundamentales, con $\langle J \rangle = 0$, o estados de bajo espín, el método de HFB está muy bien aproximado por HF+BCS con interacciones de Skyrme [Moy86].

La aproximación de BCS tiene en cuenta las correlaciones dominantes de pares de nucleones acoplados a momento angular cero. Normalmente, se resuelve el problema de HF estático ($h(\rho)\varphi_i = \epsilon_i\varphi_i$) y se considera que la interacción residual principal que la aproximación de campo medio autoconsistente deja fuera es una interacción de pares de la forma:

$$V_p = -G \sum_{i,j>0} a_i^+ a_{\bar{i}}^+ a_{\bar{j}} a_j, \quad (2.56)$$

donde \bar{i} representa el estado invertido temporalmente de i ³. Según la teoría normal de apareamiento, definimos los estados de cuasipartícula del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \alpha_i^+ &= u_i a_i^+ - v_i a_{\bar{i}} \\ \alpha_{\bar{i}}^+ &= u_i a_{\bar{i}}^+ + v_i a_i, \end{aligned} \quad (2.57)$$

con u y v números reales positivos que satisfacen:

³ $|\bar{i}\rangle = C e^{i\pi J_y} |i\rangle$.

$$u_i^2 + v_i^2 = 1. \quad (2.58)$$

El estado fundamental está ahora representado por el vacío de BCS, es decir, el vacío de los operadores de cuasipartícula definidos en (2.57):

$$|\varphi_{\text{BCS}}\rangle = \prod_{i>0} (u_i + v_i a_i^+ a_{\bar{i}}^+) |0\rangle, \quad (2.59)$$

que cumple claramente $\alpha_i |\varphi_{\text{BCS}}\rangle = 0$ para todo i . La función de onda de BCS es evidentemente invariante bajo inversión temporal y representa sistemas par-par para los que los estados (i, \bar{i}) están degenerados en la aproximación de HF. Por otro lado, puede verse que $|\varphi_{\text{BCS}}\rangle$ es una superposición de estados con número de pares diferentes, por lo que no se conserva el número de partículas; no obstante, haremos que el número de partículas se conserve en media, como se verá más adelante.

Los sistemas de A impar se representan en este esquema como estados de una cuasipartícula (de aquí en adelante, i denotará estados con $m > 0$; \bar{i} , su invertido temporalmente):

$$|\varphi_{\text{odd}}\rangle = \alpha_k^+ |\varphi_{\text{BCS}}\rangle = \prod_{i \neq k} (u_i + v_i a_i^+ a_{\bar{i}}^+) a_k^+ |0\rangle, \quad (2.60)$$

mientras que las excitaciones del sistema par-par se representan por estados de dos cuasipartículas.

De la ec. (2.59), el significado de u y v está claro: v_i^2 es la probabilidad de que un par $i\bar{i}$ esté lleno; u_i^2 es la probabilidad complementaria de que el par esté vacío. Teniendo esto en cuenta, debemos redefinir nuestras densidades nucleónicas, de energía cinética y de magnetización:

$$\rho_{st}(\mathbf{r}) = 2 \sum_{i>0} v_i^2 |\phi_i(\mathbf{r}, s, t)|^2, \quad (2.61)$$

$$\tau_{st}(\mathbf{r}) = 2 \sum_{i>0} v_i^2 |\nabla \phi_i(\mathbf{r}, s, t)|^2, \quad (2.62)$$

$$\mathbf{J}_{st}(\mathbf{r}) = 2 \sum_{i>0, s'} v_i^2 \phi_i^*(\mathbf{r}, s', t) (-i \nabla \times \boldsymbol{\sigma}) \phi_i(\mathbf{r}, s, t). \quad (2.63)$$

Sólo aparecen valores positivos de i porque la invariancia bajo inversión temporal requiere que los estados invertidos temporalmente tengan la misma probabilidad de ocupación. De ahí el factor 2 que aparece en las ecuaciones de arriba.

Los parámetros u y v se determinan por variación de la energía. Sin embargo, esta variación está restringida por la condición adicional de que el valor esperado del número de partículas tenga el valor deseado N :

$$\langle \varphi_{\text{BCS}} | \hat{N} | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = 2 \sum_{k>0} v_k^2 = N. \quad (2.64)$$

Esto se puede conseguir añadiendo el término $-\lambda \hat{N}$ al hamiltoniano sobre el que se va a realizar la variación:

$$H' = H - \lambda \hat{N}. \quad (2.65)$$

El *multiplicador de Lagrange* λ se fija con la condición (2.64). Se llama el *potencial químico* o *energía de Fermi*.

De la definición de $|\varphi_{BCS}\rangle$ (2.59) y tomando como hamiltoniano general:

$$H = \sum_{k_1 k_2} t_{k_1 k_2} a_{k_1}^\dagger a_{k_2} + \frac{1}{4} \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4} \bar{v}_{k_1 k_2 k_3 k_4} a_{k_1}^\dagger a_{k_2}^\dagger a_{k_4} a_{k_3}, \quad (2.66)$$

obtenemos el siguiente valor esperado de H' :

$$\langle \varphi_{BCS} | H' | \varphi_{BCS} \rangle = \sum_k \left\{ (t_{kk} - \lambda) v_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k'} \bar{v}_{kk'kk'} v_k^2 v_{k'}^2 \right\} + \sum_{kk' > 0} \bar{v}_{k\bar{k}k'\bar{k}'} u_k v_k u_{k'} v_{k'}. \quad (2.67)$$

Dado que la función de onda de BCS está totalmente caracterizada por los parámetros v_k y por la condición (2.58), la variación da el siguiente resultado:

$$\delta \langle \varphi_{BCS} | H' | \varphi_{BCS} \rangle = \left(\frac{\partial}{\partial v_k} + \frac{\partial u_k}{\partial v_k} \frac{\partial}{\partial u_k} \right) \langle \varphi_{BCS} | H' | \varphi_{BCS} \rangle = 0. \quad (2.68)$$

Después de derivar, obtenemos finalmente el conjunto de ecuaciones de BCS:

$$2\tilde{\epsilon}_k u_k v_k + \Delta_k (v_k^2 - u_k^2) = 0, \quad k > 0, \quad (2.69)$$

con

$$\tilde{\epsilon}_k = \frac{1}{2} \left(t_{kk} + t_{k\bar{k}} + \sum_{k'} (\bar{v}_{kk'kk'} + \bar{v}_{k\bar{k}k'\bar{k}'}) v_{k'}^2 \right) - \lambda \quad (2.70)$$

y los parámetros de *gap*:

$$\Delta_k = - \sum_{k' > 0} \bar{v}_{k\bar{k}k'\bar{k}'} u_{k'} v_{k'}. \quad (2.71)$$

Para valores fijos de $\tilde{\epsilon}_k$ y de Δ_k , los coeficientes u_i^2 y v_i^2 toman los siguientes valores:

$$v_i^2 = \frac{1}{2} (1 - \tilde{\epsilon}_i / E_i), \quad u_i^2 = 1 - v_i^2, \quad (2.72)$$

con $E_i = \pm \sqrt{\tilde{\epsilon}_i^2 + \Delta_i^2}$.

La condición de que, en el límite $\Delta_i = 0$, $v_i^2 = 1$ para $\epsilon_i < \lambda$ y $v_i^2 = 0$ para $\epsilon_i > \lambda$, selecciona el signo positivo para los E_i , que representan las energías de cuasipartícula:

$$E_i = \sqrt{\tilde{\epsilon}_i^2 + \Delta_i^2}. \quad (2.73)$$

Las ecuaciones (2.72) y (2.73) definen las ecuaciones de BCS con la condición sobre el número de partículas:

$$N_\rho/2 = \sum_i v_i^2, \quad \rho = \pi, \nu. \quad (2.74)$$

Estas ecuaciones se resuelven autoconsistentemente para protones y neutrones de forma separada.

En nuestro caso, para la interacción (2.56) que escribíamos al principio de esta sección, tenemos el siguiente hamiltoniano:

$$H = \sum_{k>0} \epsilon_k (a_k^+ a_k + a_{\bar{k}}^+ a_{\bar{k}}) - G \sum_{kk'>0} a_k^+ a_{\bar{k}}^+ a_{\bar{k}'} a_{k'}. \quad (2.75)$$

El valor esperado de H' , según la ec. (2.67), es:

$$\langle \varphi_{\text{BCS}} | H' | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = 2 \sum_{k>0} \left(\tilde{\epsilon}_k v_k^2 - \frac{1}{2} G v_k^4 \right) - \frac{\Delta^2}{G}, \quad (2.76)$$

con el siguiente valor del parámetro de *gap*:

$$\Delta = G \sum_{k>0} u_k v_k, \quad (2.77)$$

y $\tilde{\epsilon}_k$ dado por:

$$\tilde{\epsilon}_k = \epsilon_k - \lambda. \quad (2.78)$$

El término $1/2 G v_k^4$ en (2.76) no se tiene en cuenta normalmente, ya que no es muy importante y su único efecto es una renormalización de las energías monoparticulares [RS80]. Así, tenemos:

$$\begin{aligned} v_k^2 &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_k - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right), \\ u_k^2 &= 1 - v_k^2. \end{aligned} \quad (2.79)$$

Para acabar, y siguiendo la ref. [Vau73], Vautherin propuso una variación al método de BCS, en la que se trata el *gap* de apareamiento Δ como el parámetro fundamental, en lugar de la fuerza de la interacción G . Puesto que Δ se puede obtener a partir de las diferencias experimentales de masa par-impar, este proceso equivale a quitar un parámetro del cálculo. Por ello, hemos decidido adoptar este método, pasando a continuación a describirlo.

Si en lugar de la energía de apareamiento que obtenemos de la ec. (2.76), a saber:

$$E_P = -\frac{\Delta^2}{G} = -G \left[\sum_{k>0} u_k v_k \right]^2, \quad (2.80)$$

tomamos una expresión cualquiera del siguiente tipo:

$$E_P = F \left[\sum_{k>0} u_k v_k \right], \quad (2.81)$$

donde F es una función diferenciable arbitraria, obtenemos la misma ecuación que (2.79). La única diferencia es que hay que reemplazar la ecuación de *gap* por:

$$\Delta = -\frac{1}{2}F' \left[\sum_{k>0} u_k v_k \right]. \quad (2.82)$$

Como se explica en [Vau73], y dado que lo que nos interesa de la teoría de apareamiento es incluir una superficie de Fermi difusa, hemos usado este grado de libertad para construir la ecuación de *gap* más simple: un *gap* constante. Para ello, basta con tomar $F = -2\Delta$.

En nuestro trabajo, estos parámetros fijos de *gap* se determinan fenomenológicamente a partir de las diferencias de masa par-impar, como ya se ha mencionado antes; para ello, haremos uso de una fórmula de cinco términos que tiene en cuenta las energías de ligadura experimentales, tomadas de [AW95]:

$$\Delta_n = \frac{1}{8}[B(N-2, Z) - 4B(N-1, Z) + 6B(N, Z) - 4B(N+1, Z) + B(N+2, Z)], \quad (2.83)$$

y una expresión similar para el *gap* protónico Δ_p , sin más que cambiar N por Z y viceversa.

Para llevar a cabo el cálculo de Hartree–Fock y BCS, lo que haremos será resolver iterativamente las ecs. (2.74), (2.79) y (2.73) al final de cada iteración de Hartree–Fock para determinar el nivel de Fermi λ , las ocupaciones y las energías de cuasipartícula (por un lado, los protones y por otro, los neutrones). Las u 's y v 's obtenidas así se introducen en (2.61)–(2.63) y se vuelve a hacer el cálculo de HF. Este procedimiento se llama HF+BCS y se ha demostrado su utilidad en muchas aplicaciones. Por ejemplo, HF+BCS con fuerzas de Skyrme describe bastante bien las propiedades del estado fundamental, tales como energías, radios cuadráticos medios, distribuciones de densidad espacial y de momentos, ..., de núcleos con $A \geq 16$.

Capítulo 3

Descripción teórica del cálculo de excitaciones de espín e isoespín en HF+RPA

3.1 Obtención de las interacciones residuales p-h

Siguiendo a Bertsch y a Tsai [BT75], la interacción partícula–hueco consistente con el campo medio de HF se puede obtener como:

$$V_{ph} = \frac{1}{16} \sum_{sts't'} \left[1 + (-1)^{s-s'} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \right] \left[1 + (-1)^{t-t'} \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 \right] \frac{\delta^2 E(\rho)}{\delta \rho_{st}(\mathbf{r}_1) \delta \rho_{s't'}(\mathbf{r}_2)} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (3.1)$$

según la teoría de Migdal [Mig67] de líquidos cuánticos aplicada a materia nuclear. Pero, antes de seguir, vamos a calcular las derivadas funcionales de la energía. Empecemos con el término en t_0, x_0 :

$$E_{t_0, x_0} = \int \mathcal{E}_{t_0, x_0} d\mathbf{r} = \int \frac{1}{2} t_0 \sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau} \sum_{\sigma'\tau'} \rho_{\sigma'\tau'} [1 - \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{\tau\tau'} + x_0(\delta_{\sigma\sigma'} - \delta_{\tau\tau'})] d\mathbf{r}, \quad (3.2)$$

$$\frac{\delta^2 E_{t_0, x_0}}{\delta \rho_{st}(\mathbf{r}_1) \delta \rho_{s't'}(\mathbf{r}_2)} = t_0 [1 - \delta_{ss'} \delta_{tt'} + x_0(\delta_{ss'} - \delta_{tt'})]. \quad (3.3)$$

El término en t_3, x_3, α es como sigue:

$$E_{t_3, x_3, \alpha} = \int \mathcal{E}_{t_3, x_3, \alpha} d\mathbf{r} = \int \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau} \sum_{\sigma'\tau'} \rho_{\sigma'\tau'} [1 - \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{\tau\tau'} + x_3(\delta_{\sigma\sigma'} - \delta_{\tau\tau'})] d\mathbf{r}, \quad (3.4)$$

$$\frac{\delta^2 E_{t_3, x_3, \alpha}}{\delta \rho_{st}(\mathbf{r}_1) \delta \rho_{s't'}(\mathbf{r}_2)} = \frac{1}{12} t_3 \{ \alpha(\alpha - 1) \rho^{\alpha-2} \sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau} \sum_{\sigma'\tau'} \rho_{\sigma'\tau'} [1 - \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{\tau\tau'} + x_3(\delta_{\sigma\sigma'} - \delta_{\tau\tau'})] \}$$

$$\begin{aligned}
& +2\alpha\rho^{\alpha-1} \sum_{\sigma'\tau'} \rho_{\sigma'\tau'} [1 - \delta_{s\sigma'}\delta_{t\tau'} + x_3(\delta_{s\sigma'} - \delta_{t\tau'})] + \\
& +2\alpha\rho^{\alpha-1} \sum_{\sigma'\tau'} \rho_{\sigma'\tau'} [1 - \delta_{s'\sigma'}\delta_{t'\tau'} + x_3(\delta_{s'\sigma'} - \delta_{t'\tau'})] + \\
& +2\rho^\alpha [1 - \delta_{ss'}\delta_{tt'} + x_3(\delta_{ss'} - \delta_{tt'})] \} = \\
= & \frac{1}{12}t_3\{\alpha(\alpha-1)\rho^{\alpha-2} \sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau} \sum_{\sigma'\tau'} \rho_{\sigma'\tau'} [1 - \delta_{\sigma\sigma'}\delta_{\tau\tau'} + x_3(\delta_{\sigma\sigma'} - \delta_{\tau\tau'})] + \\
& +2\alpha\rho^{\alpha-1} \sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau} [2 - \delta_{s\sigma}\delta_{t\tau} - \delta_{s'\sigma}\delta_{t'\tau} + x_3(\delta_{s\sigma} + \delta_{s'\sigma} - \delta_{t\tau} - \delta_{t'\tau})] + \\
& +2\rho^\alpha [1 - \delta_{ss'}\delta_{tt'} + x_3(\delta_{ss'} - \delta_{tt'})] \}. \tag{3.5}
\end{aligned}$$

Para los términos en t_1, x_1 y t_2, x_2 , trataremos el núcleo como un gas de Fermi, es decir, supondremos materia nuclear uniforme, simétrica e infinita; se considerará a las funciones de onda como ondas planas. De este modo, la densidad ρ resulta una constante y la densidad de energía cinética τ va como el momento al cuadrado multiplicado por la densidad, todo ello siempre dividido por la norma de la onda plana. Por lo tanto, el término en t_1, x_1 tiene la siguiente forma:

$$E_{t_1, x_1} = \int \mathcal{E}_{t_1, x_1} d\mathbf{r} = \int \frac{1}{16}t_1 \sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau} \sum_{\sigma'\tau'} (4\tau_{\sigma'\tau'} - 3\nabla^2 \rho_{\sigma'\tau'}) [1 - \delta_{\sigma\sigma'}\delta_{\tau\tau'} + x_1(\delta_{\sigma\sigma'} - \delta_{\tau\tau'})] d\mathbf{r}, \tag{3.6}$$

$$\frac{\delta^2 E_{t_1, x_1}}{\delta\rho_{st}(\mathbf{r}_1)\delta\rho_{s't'}(\mathbf{r}_2)} = \frac{1}{2}t_1 k_F^2 [1 - \delta_{ss'}\delta_{tt'} + x_1(\delta_{ss'} - \delta_{tt'})]; \tag{3.7}$$

y el término en t_2, x_2 es:

$$E_{t_2, x_2} = \int \mathcal{E}_{t_2, x_2} d\mathbf{r} = \int \frac{1}{4}t_2 \sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau} \sum_{\sigma'\tau'} (\tau_{\sigma'\tau'} + \frac{1}{4}\nabla^2 \rho_{\sigma'\tau'}) [1 + \delta_{\sigma\sigma'}\delta_{\tau\tau'} + x_2(\delta_{\sigma\sigma'} + \delta_{\tau\tau'})] d\mathbf{r}, \tag{3.8}$$

$$\frac{\delta^2 E_{t_2, x_2}}{\delta\rho_{st}(\mathbf{r}_1)\delta\rho_{s't'}(\mathbf{r}_2)} = \frac{1}{2}t_2 k_F^2 [1 + \delta_{ss'}\delta_{tt'} + x_2(\delta_{ss'} + \delta_{tt'})]. \tag{3.9}$$

En estas últimas ecuaciones, k_F representa el momento de Fermi $k_F = (3\pi^2\rho/2)^{1/3}$.

De la propia definición del término de espín-órbita (2.27) y de la definición de la densidad de espín $\mathbf{J}_{st}(\mathbf{r})$ (2.31), se puede ver que el término en W_0 no contribuye a la densidad hamiltoniana $\mathcal{E}(\mathbf{r})$ ni, por lo tanto, a la interacción V_{ph} .

Partiendo de (3.1), vamos a escribir todos los términos de la interacción. Empecemos con el término en 1:

$$\begin{aligned}
V_{ph}^0 & = \frac{1}{16} \sum_{st s't'} \frac{\delta^2 E(\rho)}{\delta\rho_{st}(\mathbf{r}_1)\delta\rho_{s't'}(\mathbf{r}_2)} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \\
& = \frac{1}{16} \{12t_0 + 6t_1 k_F^2 + t_2 k_F^2 (10 + 8x_2) + 2t_3 \rho^\alpha + 4t_3 \alpha \rho^\alpha +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{4}{3} t_3 \alpha (\alpha - 1) \rho^{\alpha-2} \left[\rho^2 - \sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau}^2 + x_3 \left(\sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau} \sum_{\tau'} \rho_{\sigma\tau'} - \sum_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau} \sum_{\sigma'} \rho_{\sigma'\tau} \right) \right] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \\
 & = \frac{1}{16} \left[12t_0 + 6t_1 k_F^2 + t_2 k_F^2 (10 + 8x_2) + t_3 \rho^\alpha (2 + 4\alpha + \alpha(\alpha - 1)) \right] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (3.10)
 \end{aligned}$$

El paso a la última igualdad se ha llevado a cabo suponiendo que $\rho_{st} = 1/4\rho$. Pasemos ahora al término en $\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau}$:

$$\begin{aligned}
 V_{ph}^{\boldsymbol{\tau}} & = \frac{1}{16} \sum_{st s' t'} (-1)^{t-t'} \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 \frac{\delta^2 E(\rho)}{\delta \rho_{st}(\mathbf{r}_1) \delta \rho_{s' t'}(\mathbf{r}_2)} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \\
 & = \frac{1}{16} \left[-4t_0(1 + 2x_0) - 2t_1 k_F^2(1 + 2x_1) + 2t_2 k_F^2(1 + 2x_2) - \right. \\
 & \quad \left. - \frac{2}{3} t_3 \rho^\alpha (1 + 2x_3) \right] \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

El término en $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ es similar al anterior:

$$\begin{aligned}
 V_{ph}^{\boldsymbol{\sigma}} & = \frac{1}{16} \sum_{st s' t'} (-1)^{s-s'} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \frac{\delta^2 E(\rho)}{\delta \rho_{st}(\mathbf{r}_1) \delta \rho_{s' t'}(\mathbf{r}_2)} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \\
 & = \frac{1}{16} \left[-4t_0(1 - 2x_0) - 2t_1 k_F^2(1 - 2x_1) + 2t_2 k_F^2(1 + 2x_2) - \right. \\
 & \quad \left. - \frac{2}{3} t_3 \rho^\alpha (1 - 2x_3) \right] \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

Finalmente, el término en $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau}$ es como sigue:

$$\begin{aligned}
 V_{ph}^{\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\tau}} & = \frac{1}{16} \sum_{st s' t'} (-1)^{s-s'} (-1)^{t-t'} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 \frac{\delta^2 E(\rho)}{\delta \rho_{st}(\mathbf{r}_1) \delta \rho_{s' t'}(\mathbf{r}_2)} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \\
 & = \frac{1}{16} \left[-4t_0 - 2t_1 k_F^2 + 2t_2 k_F^2 - \frac{2}{3} t_3 \rho^\alpha \right] \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

Para el estudio de la desintegración β , las interacciones residuales relevantes son las fuerzas de contacto de isoespín que generan las transiciones permitidas de Fermi ($\Delta L = 0, \Delta S = 0, \Delta I^\pi = 0^+$)

$$V_F(12) = \chi_F (t_1^+ t t_2^- + t_1^- t_2^+) \quad (3.14)$$

y las fuerzas de contacto de espín-isoespín que generan las transiciones permitidas de Gamow-Teller ($\Delta L = 0, \Delta S = 1, \Delta I^\pi = 1^+$)

$$V_{GT}(12) = \chi_{GT} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 (t_1^+ t t_2^- + t_1^- t_2^+) \quad (3.15)$$

donde usamos la convención: $t^+ |p\rangle = |n\rangle$, $t^- |n\rangle = |p\rangle$. Las transiciones no permitidas ($\Delta L > 0$) producen intensidades que son órdenes de magnitud más pequeñas que las

permitidas ($\Delta L = 0$) y no se van a tener en cuenta en este trabajo. También utilizaremos la interacción residual de espín para estudiar transiciones dipolares magnéticas M1:

$$V_{M1} (12) = \chi_{M1} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \tau_1^z \tau_2^z, \quad (3.16)$$

donde

$$\chi_{M1} = \frac{\chi_{GT}}{2}, \quad (3.17)$$

dado que $\boldsymbol{\tau} = 2\mathbf{t}$.

Así pues, en lugar de utilizar las interacciones de contacto (3.10)–(3.13), usaremos las interacciones separables de la forma (3.14), (3.15), obtenidas a partir de las ecuaciones (3.11) y (3.13) respectivamente, suponiendo materia nuclear uniforme y simétrica y promediando a todo el volumen nuclear V . Esto nos da para χ_F y χ_{GT} los siguientes valores:

$$\chi_F = \frac{3}{4\pi R^3} \left(-\frac{1}{2} \right) \left\{ t_0 (1 + 2x_0) - \frac{1}{2} k_F^2 [t_2 (1 + 2x_2) - t_1 (1 + 2x_1)] + \frac{1}{6} t_3 \rho^\alpha (1 + 2x_3) \right\} \quad (3.18)$$

$$\chi_{GT} = \frac{3}{4\pi R^3} \left(-\frac{1}{2} \right) \left\{ t_0 + \frac{1}{2} k_F^2 (t_1 - t_2) + \frac{1}{6} t_3 \rho^\alpha \right\} \quad (3.19)$$

donde R es el radio nuclear. Estas fuerzas de acoplamiento se relacionan con los más familiares parámetros de Landau–Migdal F'_0 y G'_0 (v. por ejemplo [GS81]) del siguiente modo:

$$\chi_F = \frac{2F'_0}{VN_0}, \quad \chi_{GT} = \frac{2G'_0}{VN_0}, \quad (3.20)$$

donde $V = 4\pi R^3/3$ y $N_0 = (2m^* k_F / \hbar^2 \pi^2)$, con m^* la masa efectiva.

3.2 Ecuaciones de QRPA e intensidades de desintegración β

3.2.1 Aproximación de RPA

Debido a la importancia de ciertos estados colectivos excitados en los núcleos que estamos tratando, que no pueden ser explicados sólo con un modelo de partículas independientes estático, es necesario incluir una forma de tenerlos en cuenta. Para ello, incluiremos en nuestros cálculos la aproximación de RPA (*Random Phase Approximation*).

En la RPA, no sólo se consideran correlaciones (siempre dentro del espacio de excitaciones 1p–1h) en los estados excitados, sino también en el estado fundamental, si bien de forma aproximada. Usaremos para su desarrollo el método de la ecuación del movimiento [RS80, Row70, Ost92].

Para empezar, suponemos que un estado excitado de un sistema de A partículas se puede representar formalmente a través de un operador Q_ν^+ de la siguiente manera:

$$|\nu\rangle = Q_\nu^+|0\rangle, \quad (3.21)$$

donde Q_ν^+ actúa sobre un estado fundamental exacto $|0\rangle$ definido por:

$$Q_\nu|0\rangle = 0, \quad \forall \nu. \quad (3.22)$$

El índice ν representa los autoestados del sistema respecto al hamiltoniano H :

$$H|\nu\rangle = E_\nu|\nu\rangle. \quad (3.23)$$

De la ecuación de Schrödinger (3.23), obtenemos la ecuación del movimiento para Q_ν^+ :

$$[H, Q_\nu^+]|0\rangle = (E_\nu - E_0)Q_\nu^+|0\rangle = \omega_{\nu 0}Q_\nu^+|0\rangle, \quad (3.24)$$

donde $\omega_{\nu 0}$ es la energía de excitación del estado $|\nu\rangle$ con respecto a $|0\rangle$. Multiplicando la ec. (3.24) por la izquierda con un estado arbitrario de la forma $\langle 0|\delta Q$, obtenemos¹:

$$\langle 0|[\delta Q, [H, Q_\nu^+]]|0\rangle = \omega_{\nu 0}\langle 0|[\delta Q, Q_\nu^+]|0\rangle. \quad (3.25)$$

Podemos usar el conmutador, ya que $\langle 0|Q_\nu^+ = \langle 0|HQ_\nu^+ = 0$. Hasta ahora no hemos hecho ninguna aproximación y, dado que la variación $\delta Q|0\rangle$ se extiende a todo el espacio de Hilbert de excitaciones np – nh , (3.25) es completamente equivalente a la ecuación de Schrödinger (3.23). En la RPA, el operador Q_ν^+ se trunca al nivel de 1p–1h y, puesto que suponemos que el estado fundamental real no es simplemente el vacío partícula–agujero, Q_ν^+ incluirá en su forma más general operadores tanto de creación como de destrucción de pares partícula–agujero:

$$Q_\nu^+ = \sum_{mi} (X_{mi}^\nu a_m^+ a_i - Y_{mi}^\nu a_i^+ a_m), \quad (3.26)$$

donde el signo negativo se ha escogido por conveniencia. En la ec. (3.26) y en lo sucesivo, reservaremos las letras m, n para designar los estados monoparticulares de HF desocupados (o de partícula) y las letras i, j para los estados ocupados (o de agujero). Con la definición de Q_ν^+ , aparecen ahora dos matrices (X_{mi}^ν e Y_{mi}^ν) y, por lo tanto, tendremos dos tipos de variaciones $\delta Q|0\rangle$, a saber: $a_m^+ a_i|0\rangle$ y $a_i^+ a_m|0\rangle$. Así, de (3.25) obtenemos dos conjuntos de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \langle RPA|[a_i^+ a_m, [H, Q_\nu^+]]|RPA\rangle &= \omega_{\nu 0}\langle RPA|[a_i^+ a_m, Q_\nu^+]|RPA\rangle, \\ \langle RPA|[a_m^+ a_i, [H, Q_\nu^+]]|RPA\rangle &= \omega_{\nu 0}\langle RPA|[a_m^+ a_i, Q_\nu^+]|RPA\rangle, \end{aligned} \quad (3.27)$$

donde $|RPA\rangle$ representa el estado fundamental de la aproximación RPA, que aún no conocemos.

¹Si expresamos Q mediante operadores $a_p^+ a_q$, con coeficientes C_{pq} , entonces δQ viene dado por $\partial Q/\partial C \cdot \delta C$ para variaciones arbitrarias δC .

Para poder resolver las ecuaciones, se impone la llamada *aproximación cuasi-bosónica*. Si suponemos que el estado fundamental correlacionado no se diferencia mucho del estado fundamental de HF, podremos calcular los valores esperados de (3.27) en la aproximación de HF, por ejemplo:

$$\begin{aligned} \langle RPA|[a_i^+ a_m, a_n^+ a_j]|RPA\rangle &= \delta_{ij}\delta_{mn} - \delta_{mn}\langle RPA|a_j a_i^+|RPA\rangle - \\ &\quad - \delta_{ij}\langle RPA|a_n^+ a_m|RPA\rangle \\ &\simeq \langle HF|[a_i^+ a_m, a_n^+ a_j]|HF\rangle = \delta_{ij}\delta_{mn}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

El nombre de “aproximación cuasibosónica” se deriva del hecho de que la ec. (3.28) sería exacta si los operadores de creación y destrucción de pares *ph* obedeciesen las relaciones de conmutación de operadores bosónicos. Sin embargo, la ec. (3.28) viola el principio de Pauli, debido a que hemos rechazado términos del conmutador.

Ahora pasamos a especificar el hamiltoniano H . Suponemos que es la suma del hamiltoniano monoparticular de HF (A.11) y un término debido a la interacción residual:

$$H = \sum_k \epsilon_k a_k^+ a_k + \frac{1}{4} \sum_{kk' ll'} \bar{v}_{kk' ll'} a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l. \quad (3.29)$$

Sustituimos este hamiltoniano y el operador de RPA de la ec. (3.26) en las ecs. (3.27), y obtenemos la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^\nu \\ Y^\nu \end{pmatrix} = \omega_{\nu 0} \begin{pmatrix} X^\nu \\ -Y^\nu \end{pmatrix}, \quad (3.30)$$

con $(X^\nu)_{mi} = X_{mi}^\nu$, $(Y^\nu)_{mi} = Y_{mi}^\nu$; los elementos de matriz se definen del siguiente modo (v. Apéndice B.2):

$$A_{minj} = \langle HF|[a_i^+ a_m [H, a_n^+ a_j]]|HF\rangle = (\epsilon_m - \epsilon_i)\delta_{mn}\delta_{ij} + \bar{v}_{mj in}, \quad (3.31)$$

$$B_{minj} = -\langle HF|[a_i^+ a_m [H, a_j^+ a_n]]|HF\rangle = \bar{v}_{mni j}. \quad (3.32)$$

La matriz A es hermítica y la matriz B es simétrica. Los coeficientes X_{mi}^ν y Y_{mi}^ν son las amplitudes p-h hacia adelante y hacia atrás, y están normalizados de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\sum_{mi} (|X_{mi}^\nu|^2 - |Y_{mi}^\nu|^2) = 1. \quad (3.33)$$

La ec. (3.30), junto con las ecs. (3.31) y (3.32), es lo que se llama la *ecuación de RPA*. Si ponemos todos los Y_{mi}^ν igual a cero, nos queda la ecuación de TDA (*Tamm-Dancoff Approximation*), en la que no se consideran las correlaciones del estado fundamental, sólo las de los estados excitados.

Las amplitudes p-h X_{mi}^ν y Y_{mi}^ν tienen un significado físico claro. Sus valores absolutos al cuadrado nos dan la probabilidad de encontrar los estados $a_m^+ a_i |0\rangle$ y $a_i^+ a_m |0\rangle$ en el estado excitado $|\nu\rangle$, es decir,

$$\begin{aligned} X_{mi}^\nu &= \langle \nu | a_m^\dagger a_i | RPA \rangle, \\ Y_{mi}^\nu &= \langle \nu | a_i^\dagger a_m | RPA \rangle. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Para calcular probabilidades de transición entre el estado excitado $|\nu\rangle$ y el estado fundamental $|0\rangle$, sólo necesitamos conocer elementos de matriz del tipo $\langle \nu | F | 0 \rangle$ para un operador hermítico monoparticular F . En la aproximación de RPA, estos elementos de matriz vienen dados por:

$$\begin{aligned} \langle \nu | F | RPA \rangle &= \sum_{mi} (\langle m | F | i \rangle (X_{mi}^\nu)^* + \langle i | F | m \rangle (Y_{mi}^\nu)^*) = \\ &= \sum_{mi} (F_{mi} (X_{mi}^\nu)^* + F_{im} (Y_{mi}^\nu)^*). \end{aligned} \quad (3.35)$$

En términos de estos elementos de matriz, la función de intensidad del operador F adopta la siguiente expresión:

$$S(\omega) = \sum_{\nu} |\langle \nu | F | RPA \rangle|^2 \delta(\omega_{\nu 0} - \omega). \quad (3.36)$$

En definitiva, la RPA proporciona una buena descripción de los estados excitados nucleares siempre que las amplitudes Y_{mi}^ν no sean demasiado grandes comparadas con las X_{mi}^ν . De este modo, las Y_{mi}^ν son una medida de las correlaciones del estado fundamental, es decir, de cuánto se aleja el estado fundamental exacto de un determinante de Slater, debido a las mezclas de excitaciones de 2p-2h y de mayor orden que se producen por la interacción residual.

3.2.2 RPA de cuasipartículas (QRPA)

Puesto que en nuestros cálculos vamos a tratar también correlaciones de pares en la aproximación de BCS y dado que la función de onda en este caso sigue siendo un determinante, podemos generalizar la teoría de RPA de forma fácil a lo que se puede denominar RPA de cuasipartículas (QRPA).

De este modo, análogamente a la ec. (3.26), definimos el operador de excitación como:

$$Q_\nu^+ = \sum_{k>k'} (X_{kk'}^\nu \alpha_k^+ \alpha_{k'}^+ - Y_{kk'}^\nu \alpha_{k'} \alpha_k), \quad (3.37)$$

asimismo con la siguiente condición:

$$Q_\nu | QRPA \rangle = 0 \quad \forall \nu. \quad (3.38)$$

Usando (3.37) y el siguiente hamiltoniano:

$$H = H_0 + V_{\text{res}} = \sum_{\lambda} E_{\lambda} \alpha_{\lambda}^{\dagger} \alpha_{\lambda} + \frac{1}{4} \sum_{\mu\lambda\mu'\lambda'} V_{\mu\lambda\mu'\lambda'} a_{\mu}^{\dagger} a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda'} a_{\mu'}, \quad (3.39)$$

encontramos, a semejanza de la derivación de la sección anterior, la ecuación de QRPA, cuya forma matricial es idéntica a la ec. (3.30). La principal diferencia es que en la QRPA los índices de la matriz recorren todos los pares ($k > k'$) del espacio de configuración; en particular, aparecen elementos de matriz partícula–partícula (p-p) y hueco–hueco (h-h), además de los usuales elementos de matriz partícula–hueco de la RPA.

Las matrices A y B vienen ahora dadas por (v. Apéndice B.3):

$$\begin{aligned} A_{kk'l'l'} &= \langle \varphi_{\text{BCS}} | [\alpha_{k'} \alpha_k, [H, \alpha_l^+ \alpha_{l'}^+]] | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \\ &= (E_k + E_{k'}) \delta_{kl} \delta_{k'l'} + \bar{v}_{kk'l'l'} (u_k u_{k'} u_l u_{l'} + v_k v_{k'} v_l v_{l'}) + \\ &\quad + \bar{v}_{k'l'\bar{k}l} (u_k v_{k'} u_l v_{l'} + v_k u_{k'} v_l u_{l'}) - \bar{v}_{k'l\bar{k}'l'} (u_k v_{k'} v_l u_{l'} + v_k u_{k'} u_l v_{l'}), \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} B_{kk'l'l'} &= -\langle \varphi_{\text{BCS}} | [\alpha_{k'} \alpha_k, [H, \alpha_{l'} \alpha_l]] | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \\ &= -\bar{v}_{kk'l'l'} (u_k u_{k'} v_l v_{l'} + v_k v_{k'} u_l u_{l'}) + \bar{v}_{k'l\bar{k}'l'} (u_k v_{k'} u_l v_{l'} + v_k u_{k'} v_l u_{l'}) - \\ &\quad - \bar{v}_{k'l'\bar{k}l} (u_k v_{k'} v_l u_{l'} + v_k u_{k'} u_l v_{l'}), \end{aligned} \quad (3.41)$$

donde $|\varphi_{\text{BCS}}\rangle$ representa el vacío de cuasipartículas de la ec. (2.59).

3.2.3 Ecuaciones de QRPA e intensidades de desintegración β

Consideremos primero las excitaciones de Gamow–Teller. Usando la notación $\beta_K^\pm = \sigma_K t^\pm$ ($K = 0, \pm 1$), escribimos la ec. (3.15) de la forma más tradicional (v. Apéndice B.1):

$$V_{GT} = 2\chi_{GT} \sum_K (-1)^K \beta_K^+ \beta_{-K}^- \quad (3.42)$$

donde, en segunda cuantificación, podemos escribir:

$$\begin{aligned} \beta_K^+ &= \sum_{np} \langle n | \sigma_K | p \rangle a_n^+ a_p = \sum_{np} \langle n | \sigma_K | p \rangle \{ u_n v_p \alpha_n^+ \alpha_p^+ \\ &\quad + v_n u_p \alpha_{\bar{n}} \alpha_p + u_n u_p \alpha_n^+ \alpha_p + v_n v_p \alpha_{\bar{n}} \alpha_p^+ \} \end{aligned} \quad (3.43)$$

y $\beta_{-K}^- = (-1)^K (\beta_K^+)^+$. Usamos la notación estándar a^+ (a) para los operadores de creación (destrucción) de partículas y α^+ (α) para los operadores de creación (destrucción) de cuasipartículas. Escribimos el operador fonónico de QRPA protón–neutrón para las excitaciones de Gamow–Teller en núcleos par–par como:

$$\Gamma_{\omega_K}^+ = \sum_{\gamma_K} [X_{\gamma_K}^{\omega_K} A_{\gamma_K}^+ - Y_{\gamma_K}^{\omega_K} A_{\bar{\gamma}_K}] \quad (3.44)$$

donde $A_{\gamma_K}^+$, $A_{\bar{\gamma}_K}$ son operadores de dos cuasipartículas de la forma:

$$A_{\gamma_K}^+ = \alpha_n^+ \alpha_p^+ \quad (3.45)$$

$$A_{\bar{\gamma}_K} = (-\alpha_{\bar{n}}^+ \alpha_p^+)^+ = \alpha_{\bar{n}} \alpha_p \quad (3.46)$$

con $\Omega_n + \Omega_{\bar{p}} = K$, donde $n(p)$ significa cualquier estado de neutrón (protón) $|i\rangle$ o $|\bar{i}\rangle$ y $\bar{n}(\bar{p})$ es su invertido temporal. Las ecuaciones de QRPA para el sistema par-par son:

$$\langle \phi_0 | A_{\gamma_K} [H, \Gamma_{\omega_K}^+] | \phi_0 \rangle = \omega_K \langle \phi_0 | A_{\gamma_K} \Gamma_{\omega_K}^+ | \phi_0 \rangle \quad (3.47)$$

$$\langle \phi_0 | [H, \Gamma_{\omega_K}^+] A_{\bar{\gamma}_K}^+ | \phi_0 \rangle = \omega_K \langle \phi_0 | \Gamma_{\omega_K}^+ A_{\bar{\gamma}_K}^+ | \phi_0 \rangle \quad (3.48)$$

con

$$H = \sum_n \alpha_n^+ \alpha_n E_n + \sum_p \alpha_p^+ \alpha_p E_p + V_{GT} - \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle \quad (3.49)$$

$|\phi_0\rangle$ es el estado fundamental de HF+BCS que satisface $\alpha_t |\phi_0\rangle = 0$ para cualquier t . A partir de estas ecuaciones, las amplitudes hacia adelante y hacia atrás se obtienen del siguiente modo (v. Apéndice B.4):

$$X_{\gamma_K}^{\omega_K} = \frac{2\chi_{GT}}{\omega_K - \mathcal{E}_{\gamma_K}} (a_{\gamma_K} \mathcal{M}_+^{\omega_K} + b_{\gamma_K} \mathcal{M}_-^{\omega_K}) \quad (3.50)$$

$$Y_{\gamma_K}^{\omega_K} = \frac{-2\chi_{GT}}{\omega_K + \mathcal{E}_{\gamma_K}} (b_{\gamma_K} \mathcal{M}_+^{\omega_K} + a_{\gamma_K} \mathcal{M}_-^{\omega_K}) \quad (3.51)$$

siendo $\mathcal{E}_{\gamma_K} = E_n + E_p$ la energía de excitación de dos cuasipartículas, con E_i dado por la ec. (2.73); $\mathcal{M}_{\pm}^{\omega_K}$ son:

$$\mathcal{M}_+^{\omega_K} = \sum_{\gamma_K} (a_{\gamma_K} X_{\gamma_K}^{\omega_K} + b_{\gamma_K} Y_{\gamma_K}^{\omega_K}) \quad (3.52)$$

$$\mathcal{M}_-^{\omega_K} = \sum_{\gamma_K} (b_{\gamma_K} X_{\gamma_K}^{\omega_K} + a_{\gamma_K} Y_{\gamma_K}^{\omega_K}) \quad (3.53)$$

con

$$a_{\gamma_K} = u_n v_p \Sigma_K^{np} \quad (3.54)$$

$$b_{\gamma_K} = v_n u_p \Sigma_K^{np} \quad (3.55)$$

y

$$\Sigma_K^{np} = \langle n | \sigma_K | p \rangle \quad (3.56)$$

Debido a las propiedades de transformación bajo inversión temporal y a la conjugación hermítica, es fácil demostrar que: i) los modos $K = -1$ y $K = 1$ se relacionan entre sí a través de inversión temporal y son degenerados; ii) los modos $K = 0$ son impares temporalmente y cumplen $X_{\gamma_0}^{\omega_0} = -X_{\gamma_0}^{\omega_0}$ y $Y_{\gamma_0}^{\omega_0} = -Y_{\gamma_0}^{\omega_0}$. Las amplitudes hacia adelante y hacia atrás son reales. Esto permite simplificar los cálculos incluyendo sólo pares neutrón-protón con $\Omega_n > 0$, es decir, el conjunto completo de pares neutrón-protón γ_K se puede reducir a los siguientes conjuntos básicos de pares:

- $i_0 = n_i p_i$, con $\Omega_{n_i} = \Omega_{p_i} \geq \frac{1}{2}$
- $i_{-1} = n_i p_i$, con $\Omega_{n_i} = \Omega_{p_i} - 1 \geq \frac{1}{2}$
- $i_{+1} = \begin{cases} n_i p_i, & \text{con } \Omega_{n_i} = \Omega_{p_i} + 1 \geq \frac{3}{2} \\ n_i \bar{p}_i, & \text{con } \Omega_{n_i} = \Omega_{p_i} = \frac{1}{2} \end{cases}$

Los elementos de matriz son:

$$\Sigma_K^{n_i p_i} = \sum_{N n_z \Lambda \Sigma} C_{N n_z \Lambda \Sigma + K}^{n_i} C_{N n_z \Lambda \Sigma}^{p_i} (2\Sigma) \sqrt{1 + |K|} \quad (3.57)$$

$$\Sigma_{K=1}^{n_i \bar{p}_i} = \sum_{N n_z} C_{N n_z 0 \frac{1}{2}}^{n_i} C_{N n_z 0 \frac{1}{2}}^{p_i} (-\sqrt{2}) \quad (3.58)$$

Por lo tanto, obtenemos las siguientes relaciones de dispersión para los modos $K = 0$ y $K = 1$ (v. Ap. B.5):

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4\chi_{GT}} \right)^2 &= \frac{1}{2\chi_{GT}} \sum_{i_0} \frac{(a_{i_0}^2 + b_{i_0}^2)}{\omega_0^2 - \mathcal{E}_{i_0}^2} \mathcal{E}_{i_0} + \left(\sum_{i_0} a_{i_0} b_{i_0} \frac{2\mathcal{E}_{i_0}}{\omega_0^2 - \mathcal{E}_{i_0}^2} \right)^2 \\ &\quad - \sum_{i_0} \left(\frac{a_{i_0}^2}{\omega_0 + \mathcal{E}_{i_0}} - \frac{b_{i_0}^2}{\omega_0 - \mathcal{E}_{i_0}} \right) \sum_{i_0} \left(\frac{b_{i_0}^2}{\omega_0 + \mathcal{E}_{i_0}} - \frac{a_{i_0}^2}{\omega_0 - \mathcal{E}_{i_0}} \right) \end{aligned} \quad (3.59)$$

para $K = 0$, y

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2\chi_{GT}} \right)^2 &= \frac{1}{\chi_{GT}} \sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} \frac{(a_{i_\rho}^2 + b_{i_\rho}^2)}{\omega_1^2 - \mathcal{E}_{i_\rho}^2} \mathcal{E}_{i_\rho} + \left(\sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} a_{i_\rho} b_{i_\rho} \frac{2\mathcal{E}_{i_\rho}}{\omega_1^2 - \mathcal{E}_{i_\rho}^2} \right)^2 \\ &\quad - \sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} \left(\frac{a_{i_\rho}^2}{\omega_1 + \mathcal{E}_{i_\rho}} - \frac{b_{i_\rho}^2}{\omega_1 - \mathcal{E}_{i_\rho}} \right) \sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} \left(\frac{b_{i_\rho}^2}{\omega_1 + \mathcal{E}_{i_\rho}} - \frac{a_{i_\rho}^2}{\omega_1 - \mathcal{E}_{i_\rho}} \right) \end{aligned} \quad (3.60)$$

para $K = 1$.

Las amplitudes hacia adelante y hacia atrás se obtienen así de las ecs. (3.50) y (3.51) con las siguientes condiciones de normalización:

$$2 \sum_{i_0} \left[(X_{i_0}^{\omega_0})^2 - (Y_{i_0}^{\omega_0})^2 \right] = 1 \quad (3.61)$$

$$\sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} \left(X_{i_\rho}^{\omega_1} \right)^2 - \left(Y_{i_\rho}^{\omega_1} \right)^2 = 1 \quad (3.62)$$

Usando la transformación inversa:

$$A_{i_K}^+ = \sum_{\omega_K} (X_{i_K}^{\omega_K} \Gamma_{\omega_K}^+ + Y_{i_K}^{\omega_K} \Gamma_{\omega_K}^-), \quad (3.63)$$

donde $\Gamma_{\bar{\omega}_K}$ es el invertido temporal de Γ_{ω_K} ; y las condiciones de RPA $\Gamma_{\omega_K}|0\rangle = 0$, $|\omega_K\rangle = \Gamma_{\omega_K}^+|0\rangle$, con $|0\rangle$ el estado fundamental con correlaciones de QRPA, se obtienen las intensidades β_K^\pm :

$$\langle \omega_K | \beta_K^\pm | 0 \rangle = \mathcal{M}_\pm^{\omega_K} \quad (3.64)$$

con

$$\mathcal{M}_+^{\omega_0} = 2 \sum_{i_0} (a_{i_0} X_{i_0}^{\omega_0} + b_{i_0} Y_{i_0}^{\omega_0}) \quad (3.65)$$

$$\mathcal{M}_+^{\omega_1} = \sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} (a_{i_\rho} X_{i_\rho}^{\omega_1} + b_{i_\rho} Y_{i_\rho}^{\omega_1}) \quad (3.66)$$

$\mathcal{M}_-^{\omega_K}$ se obtiene de $\mathcal{M}_+^{\omega_K}$ intercambiando a_{i_K} y b_{i_K} (v. ec. (3.53)).

Para acabar, observamos que las transiciones de Fermi, aunque no mostradas aquí, se pueden tratar de un modo similar a las transiciones de Gamow–Teller $K = 0$ con la diferencia importante de que el operador fonónico para el modo de Fermi es par temporalmente. Por lo tanto, si llamamos ω_F a las frecuencias de las excitaciones de Fermi, tenemos que $X_{i_0}^{\omega_F} = X_{i_0}^{\omega_F}$, $Y_{i_0}^{\omega_F} = Y_{i_0}^{\omega_F}$ y sólo podemos considerar pares del tipo i_0 con los elementos de matriz a_{i_0} , b_{i_0} reemplazados por:

$$a'_{i_0} = \langle n_i | p_i \rangle u_{n_i} v_{p_i} \quad (3.67)$$

$$b'_{i_0} = \langle n_i | p_i \rangle v_{n_i} u_{p_i} \quad (3.68)$$

Con estos cambios, la relación de dispersión de la ec. (3.59) se puede usar también para encontrar las frecuencias ω_F de los modos de Fermi y las intensidades de Fermi se pueden obtener de modo similar a las intensidades de GT $K = 0$:

$$\langle \omega_F | t^+ | 0 \rangle = \mathcal{M}_+^{\omega_F} = 2 \sum_{i_0} (a'_{i_0} X_{i_0}^{\omega_F} + b'_{i_0} Y_{i_0}^{\omega_F}) \quad (3.69)$$

$$\langle \omega_F | t^- | 0 \rangle = \mathcal{M}_-^{\omega_F} = 2 \sum_{i_0} (a'_{i_0} Y_{i_0}^{\omega_F} + b'_{i_0} X_{i_0}^{\omega_F}) \quad (3.70)$$

con

$$X_{i_0}^{\omega_F} = (a'_{i_0} \mathcal{M}_+^{\omega_F} + b'_{i_0} \mathcal{M}_-^{\omega_F}) \frac{2\chi_F}{\omega_F - \mathcal{E}_{i_0}} \quad (3.71)$$

$$Y_{i_0}^{\omega_F} = - (b'_{i_0} \mathcal{M}_+^{\omega_F} + a'_{i_0} \mathcal{M}_-^{\omega_F}) \frac{2\chi_F}{\omega_F + \mathcal{E}_{i_0}} \quad (3.72)$$

y

$$2 \sum_{i_0} (|X_{i_0}^{\omega_F}|^2 - |Y_{i_0}^{\omega_F}|^2) = 1$$

3.3 Otras aproximaciones más sencillas

Más adelante compararemos las distribuciones de intensidad de Gamow–Teller con las obtenidas en la aproximación de TDA, así como con las intensidades de GT protón–neutrón de cuasipartículas no correlacionadas.

Las ecuaciones para TDA se obtienen fácilmente a partir de las ecuaciones de RPA (v. más arriba) tomando en todas partes el límite $1/(\omega_K + \mathcal{E}_{i_K}) \rightarrow 0$, que destruye en particular las amplitudes Y ($Y_{i_K}^{\omega_K} = 0$) y simplifica las ecuaciones de autovalores. Las intensidades β_K^\pm vienen dadas por:

$$\langle \omega_K^{TDA} | \beta_K^\pm | \phi_0 \rangle = \mathcal{M}_\pm^{\omega_K^{TDA}} \quad (3.73)$$

con

$$\mathcal{M}_+^{\omega_0^{TDA}} = 2 \sum_{i_0} a_{i_0} X_{i_0}^{\omega_0^{TDA}} \quad (3.74)$$

$$\mathcal{M}_-^{\omega_0^{TDA}} = 2 \sum_{i_0} b_{i_0} X_{i_0}^{\omega_0^{TDA}} \quad (3.75)$$

$$2 \sum_{i_0} \left(X_{i_0}^{\omega_0^{TDA}} \right)^2 = 1$$

y las correspondientes relaciones para $K = 1$.

Finalmente, las excitaciones de Gamow–Teller (Fermi) neutrón–protón de dos cuasipartículas no correlacionadas se obtienen en el límite $\chi_{GT} = 0$ ($\chi_F = 0$). Obviamente, en este caso las energías de excitación son las energías de dos cuasipartículas $\omega_K^{2qp} = \mathcal{E}_{\gamma_K} = E_n + E_p$, y las intensidades β^\pm son:

$$\langle \omega_K^{2qp} | \beta_K^+ | \phi_0 \rangle = a_{\gamma_K} \quad (3.76)$$

$$\langle \omega_K^{2qp} | \beta_K^- | \phi_0 \rangle = b_{\gamma_K} \quad (3.77)$$

Relaciones similares se cumplen para las transiciones de Fermi con $K = 0$ y a_{γ_0} , b_{γ_0} sustituido por a'_{γ_0} , b'_{γ_0} (3.67) y (3.68).

En el caso no correlacionado, es sencillo demostrar que la regla de suma de Ikeda se cumple. Para transiciones de Fermi, se tiene:

$$\begin{aligned} S_F^- - S_F^+ &= \sum_{\omega_F} |\langle \omega_F | t^- | \phi_0 \rangle|^2 - \sum_{\omega_F} |\langle \omega_F | t^+ | \phi_0 \rangle|^2 = \sum_{\gamma_0} \left[(b'_{\gamma_0})^2 - (a'_{\gamma_0})^2 \right] \\ &= 2 \sum_{i_0} \left[(b'_{i_0})^2 - (a'_{i_0})^2 \right] = 2 \sum_{n_i, p_i} |\langle n_i | p_i \rangle|^2 (v_{n_i}^2 - v_{p_i}^2) = N - Z \quad (3.78) \end{aligned}$$

Para transiciones de Gamow–Teller, tenemos:

$$S_{GT}^- - S_{GT}^+ = \sum_{K=0,\pm 1} (S_{GT,K}^- - S_{GT,K}^+) = 6 \left[\sum_{n_i} v_{n_i}^2 - \sum_{p_i} v_{p_i}^2 \right] = 3(N - Z) \quad (3.79)$$

donde hemos usado las ecs. (3.76) y (3.77) para escribir

$$S_{GT,K}^- - S_{GT,K}^+ = \sum_{\omega_K} \left[|\langle \omega_K | \beta^- | \phi_0 \rangle|^2 - |\langle \omega_K | \beta^+ | \phi_0 \rangle|^2 \right] = \sum_{\gamma_K} [(b_{\gamma_K})^2 - (a_{\gamma_K})^2] \quad (3.80)$$

Es igualmente sencillo demostrar que las reglas de suma de Ikeda se cumplen también para las aproximaciones de TDA y de RPA, siempre que todos los autovalores ω contenidos en el espacio base estén incluidos en la suma, de modo que las condiciones de ortonormalización

$$\sum_{\omega_K} \left(X_{\gamma_K}^{\omega_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} - Y_{\gamma_K}^{\omega_K} Y_{\gamma'_K}^{\omega_K} \right) = \delta_{\gamma_K, \gamma'_K} \quad \text{en RPA}$$

y

$$\sum_{\omega_K^{TDA}} X_{\gamma_K}^{\omega_K^{TDA}} X_{\gamma'_K}^{\omega_K^{TDA}} = \delta_{\gamma_K, \gamma'_K} \quad \text{en TDA}$$

se cumplan. En la práctica, las funciones de intensidad se calculan sólo hasta una energía máxima $\omega \leq E_{cut}$ de modo que la regla de suma de Ikeda se satisfaga hasta una precisión de unas milésimas.

3.4 Interacción partícula–partícula

En este apartado vamos a tener en cuenta la inclusión de una parte partícula–partícula (pp) en la interacción residual espín–isoespín que añadimos al campo medio obtenido, para describir mejor las transiciones de Gamow–Teller. La parte partícula–hueco (ph) es responsable de la posición y estructura de la resonancia de Gamow–Teller [SME99] y ya hemos comentado anteriormente cómo se obtiene.

La parte partícula–partícula es una fuerza de apareamiento neutrón–protón en el canal de acoplamiento $J^\pi = 1^+$. Introducimos esta interacción de la forma usual, es decir, en términos de una fuerza separable con una constante de acoplamiento κ_{GT}^{pp} , que se ajusta a la fenomenología:

$$V_{GT}^{pp} = -2\kappa_{GT}^{pp} \sum_K P_K^+ P_K, \quad (3.81)$$

donde

$$P_K^+ = \sum_{np} \langle n | \sigma_K^+ | p \rangle a_n^+ a_p^+. \quad (3.82)$$

Las dos fuerzas ph y pp de las ecs. (3.42) y (3.81) se definen con signos positivo y negativo, respectivamente, según su naturaleza repulsiva o atractiva, de modo que las constantes de acoplamiento χ y κ tomen valores positivos.

Puesto que el pico de la resonancia de GT es prácticamente insensible a la fuerza pp , κ_{GT}^{pp} se ajusta normalmente para reproducir las vidas medias [MBK89]. Sin embargo, hay que elegir el valor de la constante de acoplamiento con cuidado, ya que, como la fuerza pp se introduce de forma independiente al campo medio, si κ es demasiado grande, puede fallar el tratamiento de la QRPA, debido a que no se cumpliría la condición de que el estado fundamental sea estable frente al modo de excitación correspondiente. Esto sucede porque la fuerza pp , por ser atractiva, empuja la intensidad de GT a energías más bajas al aumentar el valor de κ_{GT}^{pp} .

Se podría hacer una búsqueda del valor óptimo de la constante para cada caso particular. Sin embargo, hemos preferido en este trabajo tomar la misma constante de acoplamiento para todos los núcleos considerados aquí. Es un valor que mejora en general el acuerdo con las vidas medias experimentales, al mismo tiempo que sigue alejado de valores que podrían poner en peligro la aproximación de la QRPA. En el siguiente capítulo, veremos qué valor se ha tomado y por qué.

El operador fonónico de QRPA protón–neutrón para las excitaciones de GT en los núcleos par–par sigue siendo el mismo de antes (3.44). De las ecuaciones de la QRPA, las amplitudes hacia adelante y hacia atrás se obtienen del siguiente modo [MBOKK92]:

$$X_{\gamma_K}^{\omega_K} = \frac{1}{\omega_K - \mathcal{E}_{\gamma_K}} \left[2\chi_{GT}^{ph} (b_{\gamma_K} \mathcal{M}_{-}^{\omega_K} + a_{\gamma_K} \mathcal{M}_{+}^{\omega_K}) - 2\kappa_{GT}^{pp} (u_{\gamma_K} \mathcal{M}_{--}^{\omega_K} + v_{\gamma_K} \mathcal{M}_{++}^{\omega_K}) \right], \quad (3.83)$$

$$Y_{\gamma_K}^{\omega_K} = \frac{1}{\omega_K + \mathcal{E}_{\gamma_K}} \left[2\chi_{GT}^{ph} (b_{\gamma_K} \mathcal{M}_{+}^{\omega_K} + a_{\gamma_K} \mathcal{M}_{-}^{\omega_K}) + 2\kappa_{GT}^{pp} (u_{\gamma_K} \mathcal{M}_{++}^{\omega_K} + v_{\gamma_K} \mathcal{M}_{--}^{\omega_K}) \right]. \quad (3.84)$$

Las \mathcal{M}^{ω_K} vienen dadas por las ecs. (3.52)–(3.56) y las siguientes expresiones:

$$\mathcal{M}_{--}^{\omega_K} = \sum_{\gamma_K} (u_{\gamma_K} X_{\gamma_K}^{\omega_K} + v_{\gamma_K} Y_{\gamma_K}^{\omega_K}), \quad (3.85)$$

$$\mathcal{M}_{++}^{\omega_K} = \sum_{\gamma_K} (v_{\gamma_K} X_{\gamma_K}^{\omega_K} + u_{\gamma_K} Y_{\gamma_K}^{\omega_K}), \quad (3.86)$$

con

$$u_{\gamma_K} = u_n u_p \Sigma_K^{np}, \quad (3.87)$$

$$v_{\gamma_K} = v_n v_p \Sigma_K^{np}. \quad (3.88)$$

La solución de las ecuaciones de la QRPA se puede hallar resolviendo la relación de dispersión, que es de cuarto orden en las energías de excitación ω_K . Entonces, para cada valor de la energía, las amplitudes \mathcal{M}^{ω_K} se calculan usando la condición de normalización de las amplitudes fonónicas:

$$\sum_{\gamma_K} [(X_{\gamma_K}^{\omega_K})^2 - Y_{\gamma_K}^{\omega_K}] = 1. \quad (3.89)$$

El procedimiento técnico para resolver estas ecuaciones de QRPA está bien descrito en la ref. [MBOKK92].

3.5 Extensión a núcleos impares

Para los núcleos impares, los campos medios correspondientes a las diferentes interacciones se obtuvieron haciendo una iteración a partir del campo autoconsistente del núcleo par–par más cercano y seleccionando el orbital ocupado por el nucleón impar según el espín y la paridad experimentales. En los casos en que esta asignación no esté bien establecida experimentalmente, escogemos el orbital más cercano al nivel de Fermi. El estado escogido queda así eliminado del cálculo de BCS y le asignamos una probabilidad de ocupación de par de 0.5. El efecto de hacer varias iteraciones partiendo del caso par–par, para ver cómo la partícula extra polariza el resto del núcleo, fue ya estudiado en las ref. [SLVQ79, SLV81] sin que se observaran cambios significativos. Nosotros hemos repetido estos cálculos por si aparecía algún efecto sobre las distribuciones de intensidad de GT, pero de nuevo las diferencias son despreciables.

En este marco, describimos el núcleo madre de Z par y N impar quitando un neutrón del campo autoconsistente del núcleo par–par, y el núcleo hijo de Z impar y N par, quitando un protón. Éste es un modo apropiado para describir tanto el núcleo madre como el núcleo hijo a partir del mismo campo medio. Si tomamos el núcleo par–par (Z, N) como referencia, el núcleo inicial de A impar es ($Z, N - 1$) y se desintegra pasando al núcleo hijo ($Z - 1, N$).

Como se ha mencionado, las energías monoparticulares, las funciones de onda y las probabilidades de ocupación se obtienen de los campos medios convergidos del núcleo más próximo par–par. Por lo tanto, los cálculos en los núcleos impares se hacen en las correspondientes formas de equilibrio del generador par–par.

En los núcleos par–par, los estados excitados considerados son de dos cuasipartículas (2qp), siendo el estado fundamental de 0qp; sin embargo, cuando el núcleo tiene un nucleón impar, el estado fundamental se puede expresar como un estado de 1qp en el que el nucleón impar ocupa la órbita monoparticular de menor energía. Así, son posibles dos tipos de transiciones, representadas de forma esquemática en la Fig. 3.1:

- i) El primer tipo de transiciones son excitaciones fonónicas en las que el nucleón impar actúa como espectador. Las llamamos transiciones de tres cuasipartículas (3qp). En el sistema intrínseco, las amplitudes de transición en este caso son básicamente las mismas que en el caso par–par, pero excluyendo del cálculo el nucleón bloqueado:

$$\langle f | \beta_K^\pm | i \rangle_{3qp} = \langle \omega_K, 1qp | \beta_K^\pm | 0, 1qp \rangle = \mp \mathcal{M}_\pm^{\omega_K}. \quad (3.90)$$

- ii) El otro tipo de transiciones son las que incluyen al nucleón impar. Las llamamos transiciones de una cuasipartícula (1qp). Como es usual [KM84, MR90,

MBOKK92], introducimos correlaciones fonónicas a las transiciones de cuasi-partícula como una perturbación a primer orden, teniendo en cuenta la parte de la interacción GT que contiene términos lineales en el operador $\eta_{np} = \alpha_n^+ \alpha_p$. Las amplitudes de transición para los estados correlacionados están en la Ref. [MBOKK92]. Aquí, damos la expresión explícita para la amplitud de transición que corresponde a los isótopos estudiados, es decir, una desintegración β^+ de un núcleo con un neutrón impar a un núcleo con un protón impar:

$$\begin{aligned}
\langle f | \beta_K^+ | i \rangle_{1qp} &= \langle p_{corr} | \beta_K^+ | n_{corr} \rangle = v_{\gamma_K} + \\
&+ 2\chi_{GT}^{ph} \left\{ v_{\gamma_K} \sum_{\omega_K} [(\mathcal{M}_+^{\omega_K})^2 E_p(n, \omega_K) + (\mathcal{M}_-^{\omega_K})^2 E_n(p, \omega_K)] - \right. \\
&- u_{\gamma_K} \sum_{\omega_K} \mathcal{M}_+^{\omega_K} \mathcal{M}_-^{\omega_K} [E_p(n, \omega_K) + E_n(p, \omega_K)] \left. \right\} + \\
&+ 2\kappa_{GT}^{pp} \left\{ a_{\gamma_K} \sum_{\omega_K} [\mathcal{M}_+^{\omega_K} \mathcal{M}_{++}^{\omega_K} E_p(n, \omega_K) - \mathcal{M}_-^{\omega_K} \mathcal{M}_{--}^{\omega_K} E_n(p, \omega_K)] \right. \\
&- b_{\gamma_K} \sum_{\omega_K} [\mathcal{M}_+^{\omega_K} \mathcal{M}_{--}^{\omega_K} E_p(n, \omega_K) - \mathcal{M}_-^{\omega_K} \mathcal{M}_{++}^{\omega_K} E_n(p, \omega_K)] \left. \right\} \quad (3.91)
\end{aligned}$$

donde las a_{γ_K} , b_{γ_K} , u_{γ_K} y v_{γ_K} , y las \mathcal{M} 's ya han sido definidas anteriormente. En esta expresión, $E_p(n, \omega_K)$ viene dado en principio por $E_p(n, \omega_K) = 1/(E_p - E_n - \omega_K)$ y una expresión similar para $E_n(p, \omega_K)$, cambiando p por n y viceversa. Sin embargo, para evitar singularidades accidentales, introducimos una anchura $d = 0.5$ MeV del mismo modo en que se hizo por primera vez en la Ref. [MR90]:

$$E_p(n, \omega_K) = \frac{E_p - E_n - \omega_K}{(E_p - E_n - \omega_K)^2 + d^2}. \quad (3.92)$$

Por simplicidad, hablaremos de estados de 1qp, 2qp y 3qp, pero siempre nos referiremos a estados correlacionados mediante RPA.

Una vez calculadas las amplitudes intrínsecas $\langle f | \beta_K^\pm | i \rangle$ en las ecs. (3.90)–(3.91), la intensidad de Gamow–Teller B_{GT} para una transición $I_i \rightarrow I_f$ se puede obtener del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
B_{GT}^\pm &= \sum_{M_i, M_f, \mu} |\langle I_f M_f | \beta_\mu^\pm | I_i M_i \rangle|^2 = \\
&= \left\{ \sum_{\rho} [\langle I_i K_i 1 \rho | I_f K_f \rangle \langle \phi_{K_f} | \beta_\rho^\pm | \phi_{K_i} \rangle + \right. \\
&\quad \left. + (-1)^{I_i - K_i} \langle I_i - K_i 1 \rho | I_f K_f \rangle \langle \phi_{K_f} | \beta_K^\pm | \phi_{\bar{K}_i} \rangle \right\}^2 = \\
&= \delta_{K_i, K_f} [\langle I_i K_i 1 0 | I_f K_f \rangle \langle \phi_{K_f} | \beta_0^\pm | \phi_{K_i} \rangle + \\
&\quad + \delta_{K_i, 1/2} (-1)^{I_i - K_i} \langle I_i - K_i 1 1 | I_f K_f \rangle \langle \phi_{K_f} | \beta_{+1}^\pm | \phi_{\bar{K}_i} \rangle]^2 +
\end{aligned}$$

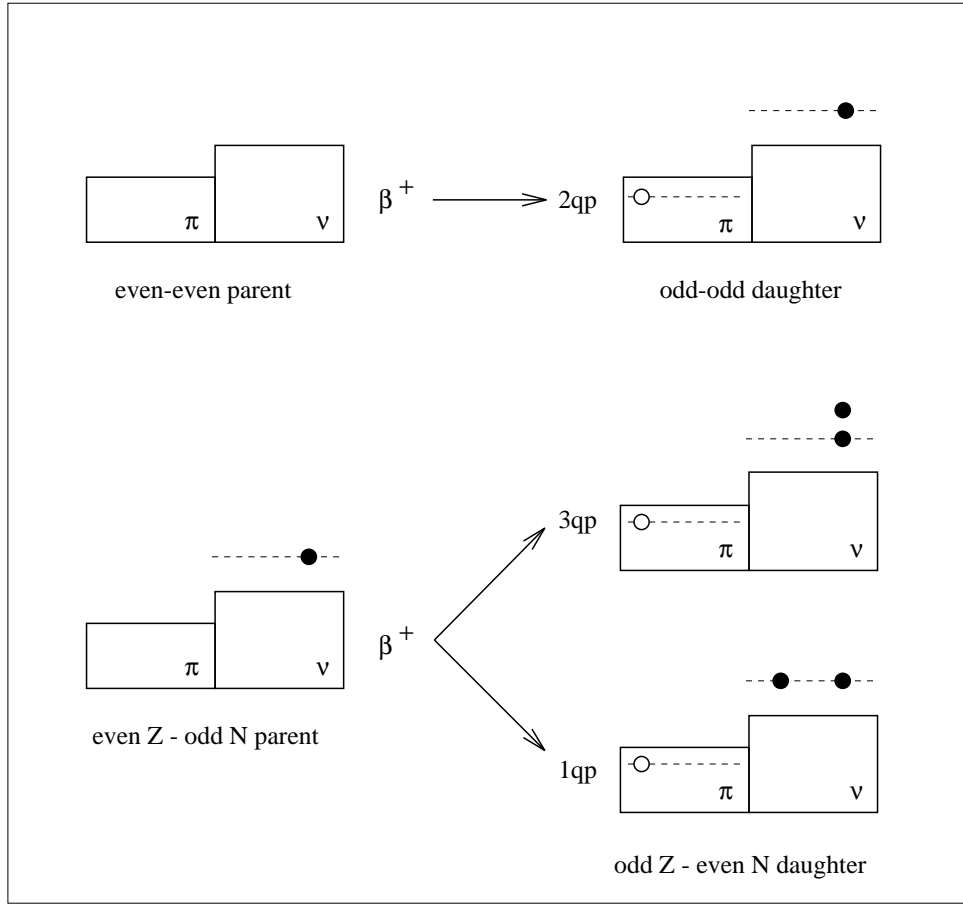


Figura 3.1: Dibujo esquemático para ilustrar los diferentes tipos de desintegración β^+ en el modelo monoparticular extremo. En el caso de un núcleo par–par, tenemos transiciones de 2qp. En el caso de un núcleo con un neutrón impar, hay dos tipos de transiciones. En el caso de 3qp, el neutrón desapareado en el núcleo madre actúa como espectador. En el caso de 1qp, el neutrón desapareado se ve envuelto en el proceso.

$$\begin{aligned}
 & +\delta_{K_f, K_i+1} \langle I_i K_i 1 1 | I_f K_f \rangle^2 \langle \phi_{K_f} | \beta_{+1}^\pm | \phi_{K_i} \rangle^2 + \\
 & +\delta_{K_f, K_i-1} \langle I_i K_i 1 -1 | I_f K_f \rangle^2 \langle \phi_{K_f} | \beta_{-1}^\pm | \phi_{K_i} \rangle^2,
 \end{aligned} \tag{3.93}$$

en unidades de $g_A^2/4\pi$. Para obtener esta expresión, hemos usado los estados inicial y final en el sistema del laboratorio expresados en términos de los estados intrínsecos $|\phi_K\rangle$ [BM75]:

$$|IMK\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2(1+\delta_{K0})}} \{ D_{KM}^+ I(\Omega) |\phi_K\rangle + (-1)^{I-K} D_{-KM}^+ I(\Omega) |\phi_{\bar{K}}\rangle \}. \tag{3.94}$$

En el caso de un núcleo madre par–par, la ecuación (3.93) toma el siguiente valor²:

$$B_{GT}^\pm = \frac{g_A^2}{4\pi} \{ \delta_{K_f, 0} \langle \phi_{K_f} | \beta_0^\pm | \phi_0 \rangle^2 + 2\delta_{K_f, 1} \langle \phi_{K_f} | \beta_1^\pm | \phi_0 \rangle^2 \}. \tag{3.95}$$

²En este caso, $I_i = K_i = 0$, $I_f = 1$ y $K_f = 0, 1$.

3.6 Energías de excitación, valores de Q_{EC} y vida media total

3.6.1 Energía de excitación

En cuanto a la energía de excitación del núcleo hijo, a la que referimos todas las distribuciones de intensidad GT en este trabajo, hemos de distinguir entre el caso de núcleos madre par-par y de A impar. En el caso de sistemas par-par, la energía de excitación viene dada simplemente por:

$$E_{\text{ex}(Z,N)\rightarrow(Z-1,N+1)} = \omega - E_{p_0} - E_{n_0}, \quad (3.96)$$

donde E_{p_0} y E_{n_0} son las energías cuasiparticulares más bajas para protones y neutrones, respectivamente.

En el caso de un núcleo de A impar, hay que diferenciar entre las transiciones 1qp y 3qp. Consideremos aquí el caso de un núcleo con un neutrón impar que se desintegra mediante β^+ en un núcleo con un protón impar. Para las transiciones 1qp, dado que el estado del neutrón desapareado es el único estado neutrónico que participa en la transición, la energía de excitación es:

$$E_{\text{ex},1\text{qp}(Z,N-1)\rightarrow(Z-1,N)} = E_p - E_{p_0}. \quad (3.97)$$

Por otro lado, en el caso 3qp, donde el neutrón desapareado actúa como espectador, la energía de excitación respecto al estado fundamental del núcleo hijo es:

$$E_{\text{ex},3\text{qp}(Z,N-1)\rightarrow(Z-1,N)} = \omega + E_{n,\text{spect}} - E_{p_0}. \quad (3.98)$$

Esto implica que la energía de excitación más baja en el caso 3qp es del orden del doble del *gap* de apareamiento neutrónico. En los isótopos estudiados aquí, $\Delta \sim 1.5 - 2$ MeV. Por lo tanto, toda la intensidad contenida en la zona de baja energía (típicamente por debajo de 3-4 MeV) en los núcleos de A impar estudiados corresponde a transiciones 1qp. De este modo, la región de baja energía de excitación (por debajo del doble del *gap* de apareamiento neutrónico) en la desintegración β^+ de un núcleo con un neutrón impar, nos muestra básicamente el espectro protónico.

En los núcleos de A impar hemos considerado también las transiciones a los estados rotacionales. Sólo hemos tenido en cuenta los estados construidos sobre las cabezas de banda K_f , que no están prohibidos por las reglas de selección del operador de Gamow-Teller en la aproximación permitida. Esto significa que calculamos, según la ec. (3.93), la intensidad GT correspondiente a las transiciones desde un estado inicial $I_i = K_i$ a los estados finales caracterizados por

- i) $I_f = K_f$, cuando $K_f = K_i + 1$,
- ii) $I_f = K_f$ y $I_f = K_f + 1$, cuando $K_f = K_i$, y
- iii) $I_f = K_f$, $I_f = K_f + 1$ y $I_f = K_f + 2$, cuando $K_f = K_i - 1$.

En consecuencia, hemos añadido a las energías de excitación ω_K una energía rotacional dada por:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2\mathcal{I}} [I(I+1) - K^2 + \delta_{K,1/2}(-1)^{I+1/2}(I+1/2)a], \quad (3.99)$$

donde \mathcal{I} es el momento de inercia y a es el parámetro de desacoplamiento que aparece en la energía rotacional para las bandas $K = 1/2$ [BM75]. El propósito de incluir en nuestros cálculos los estados rotacionales es para tener en cuenta de una manera más fidedigna la fragmentación de la intensidad de GT y la densidad de energías de excitación. De este modo, tomamos para el momento de inercia un valor medio entre los dos modelos colectivos extremos, el modelo del rotor rígido (rr) y el del fluido irrotacional (fi), cuyas predicciones son normalmente límites superior e inferior de los momentos de inercia experimentales. Usamos la siguiente fórmula:

$$\mathcal{I} = \frac{1}{2}(\mathcal{I}_{\text{rr}} + \mathcal{I}_{\text{fi}}) = \frac{1}{2}AMR_0^2 \left[\frac{2}{5} \left(1 + \sqrt{\frac{5}{16\pi}}\beta \right) + \frac{9}{8\pi}\beta^2 \right], \quad (3.100)$$

donde M es la masa nucleónica, R_0 es el radio nuclear y β es el parámetro de deformación cuadrupolar. Se pueden hacer cálculos microscópicos para el momento de inercia usando el modelo de *cranking*, pero la estimación que nosotros hacemos aquí es suficiente para nuestro propósito, como se puede apreciar en la Tabla 3.1 para el caso de los isótopos del Kr. En la tabla, se puede ver cómo los momentos de inercia de los modelos del rotor rígido y del fluido irrotacional son siempre valores extremos por arriba y por debajo, respectivamente. Es fácil comprobar que el valor que nosotros usamos ($\mathcal{I}_{\text{medio}}$ en la tabla) está en todo momento muy cerca de los valores experimentales, cosa que ni siquiera ocurre para los momentos del modelo de *cranking*.

3.6.2 Valor de Q_{EC}

Los valores de Q_{EC} también se calculan de forma diferente dependiendo del número par o impar de nucleones. El valor de Q_{EC} viene dado por

$$Q_{EC} = (M_{\text{madre}} - M_{\text{hijo}} + m_e)c^2, \quad (3.101)$$

donde las M 's son las masas nucleares (las energías de ligadura de los electrones no se han tenido en cuenta). Estas masas se pueden expresar en función de las energías de ligadura nucleares B 's. Para la desintegración β^+ de un núcleo con un neutrón impar, tenemos:

$$\begin{aligned} M_{\text{madre}} &= M_{(Z,N-1)} = Zm_p + (N-1)m_n + B_{\text{madre}}, \\ M_{\text{hijo}} &= M_{(Z-1,N)} = (Z-1)m_p + Nm_n + B_{\text{hijo}}. \end{aligned} \quad (3.102)$$

Teniendo en cuenta que las energías de ligadura de sistemas pares e impares están relacionadas por [RS80]

$$B_{p(Z+2)} = B_{p(Z)} + 2\lambda_{p(Z)}, \quad B_{p(Z+1)} = B_{p(Z)} + \lambda_{p(Z)} + E_{p(Z)}, \quad (3.103)$$

Isótopo	$\mathcal{I}_{\text{exp}(2+)}$	$\mathcal{I}_{\text{exp}(4+)}$	Fuerza	Forma	\mathcal{I}_{rr}	\mathcal{I}_{fi}	$\mathcal{I}_{\text{medio}}$	$\mathcal{I}_{\text{cran}}$
^{72}Kr	-	-	SG2	obl.	15.931	0.9677	8.4496	5.1
				pro.	18.059	0.3035	9.1812	2.3
			Sk3	obl.	15.822	1.1287	8.4756	6.1
				pro.	18.932	1.3935	10.163	5.8
^{74}Kr	6.5833	(9.8668)	SG2	obl.	17.247	0.3646	8.8057	2.4
				pro.	20.330	2.4651	11.397	9.1
			Sk3	obl.	16.619	1.0956	8.8572	3.6
				pro.	20.330	2.4651	11.397	8.9
^{76}Kr	7.0788	9.6693	SG2	pro.	21.135	2.3196	11.727	4.9
			Sk3	obl.	17.852	0.5490	9.2003	3.0
				pro.	21.135	2.3196	11.727	7.7
^{78}Kr	6.5934	8.9357	Sk3	obl.	18.641	0.5732	9.6073	2.9
				pro.	21.696	1.7003	11.698	5.7

Tabla 3.1: Momentos de inercia experimentales y calculados en diferentes aproximaciones. Los \mathcal{I}_{exp} se han obtenido de la Ref. [LS78, FS99]. \mathcal{I}_{rr} e \mathcal{I}_{fi} son los momentos de inercia correspondientes al modelo del rotor rígido y del fluido irrotacional, respectivamente. $\mathcal{I}_{\text{medio}}$ es el valor obtenido a partir de la ec. (3.100), valor medio entre los dos anteriores. Finalmente, $\mathcal{I}_{\text{cran}}$ es el momento de inercia del modelo de *cranking*.

para protones y análogamente para neutrones (cambiando Z por N y p por n), donde Z y N son siempre pares, λ_p y λ_n son los niveles de Fermi, y E_p y E_n son las energías de cuasipartícula más baja (v. ec. (2.73)); entonces:

$$Q_{EC,(Z,N-1)\rightarrow(Z-1,N)} = m_p - m_n + m_e + \lambda_{p(Z-2,N-2)} - \lambda_{n(Z-2,N-2)} - E_{p(Z-2,N-2)} + E_{n(Z-2,N-2)}. \quad (3.104)$$

El valor de Q para la desintegración β^+ es simplemente: $Q_{\beta^+} = Q_{EC} - 2m_e$.

Se pueden obtener expresiones similares para la desintegración de núcleos con un protón impar:

$$Q_{EC,(Z+1,N)\rightarrow(Z,N+1)} = m_p - m_n + m_e + \lambda_{p(Z,N)} - \lambda_{n(Z,N)} + E_{p(Z,N)} - E_{n(Z,N)}. \quad (3.105)$$

Se pueden comparar estas expresiones con la que corresponde a un núcleo par-par (Z, N):

$$Q_{EC,(Z,N)\rightarrow(Z-1,N+1)} = m_p - m_n + m_e + \lambda_{p(Z-2,N)} - \lambda_{n(Z,N)} - E_{p(Z-2,N)} - E_{n(Z,N)}. \quad (3.106)$$

3.6.3 Vida media total

Otra cantidad interesante para calcular es la vida media β^+/EC de los núcleos. La vida media total depende de la distribución de la intensidad de un modo diferente a las sumas tanto pesadas con la energía como no pesadas con la energía.

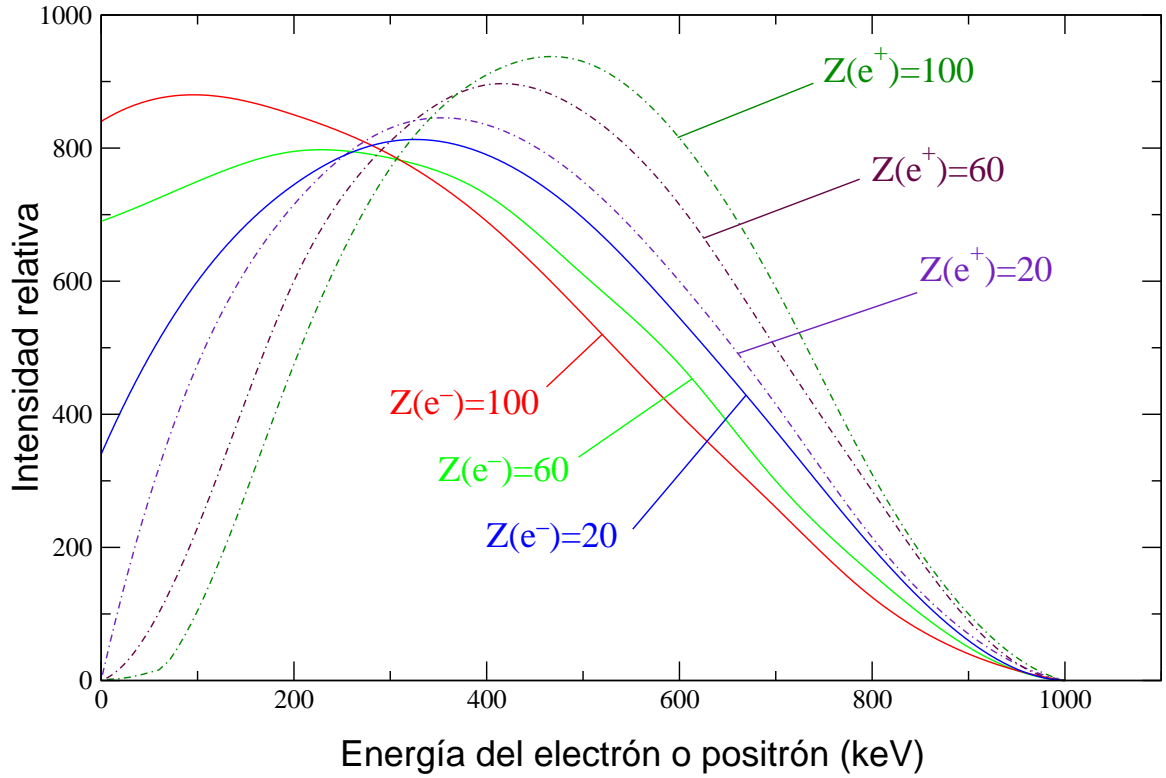


Figura 3.2: Formas de los espectros de emisión beta permitida para algunos valores Z del núcleo hijo. La máxima energía disponible W_0 es 1000 keV para cada caso. $Z(e^-)$ es para electrones y $Z(e^+)$ es para protones.

La vida media total $T_{1/2}$ para la desintegración β desde el estado fundamental del núcleo madre se obtiene sumando a todos los estados finales envueltos en el proceso:

$$T_{1/2}^{-1} = \frac{G^2}{D} \sum_{I_f} f^{\beta^+/EC} |\langle I_f || \beta^+ || I_i \rangle|^2. \quad (3.107)$$

Tomamos $D = 6200$ s e incluimos factores efectivos:

$$G^2 = [(g_A/g_V)_{\text{eff}}]^2 = [0.77(g_A/g_V)_{\text{free}}]^2 = 0.90, \quad (3.108)$$

para incluir en el cálculo de forma efectiva el apantallamiento de la constante de acoplamiento de Gamow–Teller g_A en el medio nuclear, según se espera basados en la saturación observada en reacciones de intercambio de carga y transiciones M1 de espín en núcleos estables.

Las integrales de Fermi $f^{\beta^\pm}(Z, W_0)$ se obtienen numéricamente para cada valor de la carga Z del núcleo hijo y la máxima energía disponible W_0 en la desintegración β . Las calculamos en la aproximación permitida, usando la siguiente expresión:

$$f^{\beta^\pm}(Z, W_0) = \int_1^{W_0} pW(W_0 - W)^2 \lambda^\pm(Z, W) dW, \quad (3.109)$$

con

$$\lambda^\pm(Z, W) = 2(1 + \gamma)(2pR)^{-2(1-\gamma)} e^{\mp\pi y} \frac{|\Gamma(\gamma + iy)|^2}{[\Gamma(2\gamma + 1)]^2}, \quad (3.110)$$

siendo $\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2}$; $y = \alpha ZW/p$; α , la constante de estructura fina; y R , el radio nuclear. W es la energía total de la partícula β en unidades de $m_e c^2$ y $p = \sqrt{W^2 - 1}$ es el momento en unidades de $m_e c$. Las notaciones f^{β^+} y λ^+ , y el término $e^{-\pi y}$ de la ec. (3.110) son para emisión de protones (desintegración β^+ , que es el caso que nosotros estudiamos); asimismo, f^{β^-} , λ^- y $e^{\pi y}$ son para la emisión de electrones (desintegración β^-). En el cálculo numérico, hemos incluido el apantallamiento y las correcciones de tamaño como se explica en la Ref. [GM71]. Las funciones que hay dentro de las integrales de Fermi, ec. (3.109), aparecen representadas en la Fig. 3.2 y presentan una clara dependencia de si son electrones o positrones los que se emiten, así como de la máxima energía disponible W_0 , si bien esto último no se aprecia en la figura (v. Ref. [Kan95]).

Los ritmos de captura electrónica permitida se han calculado según la siguiente expresión [GM71]:

$$f^{EC} = \frac{\pi}{2} [q_K^2 g_K^2 B_K + q_{L_1}^2 g_{L_1}^2 B_{L_1} + q_{L_2}^2 f_{L_2}^2 B_{L_2}], \quad (3.111)$$

donde las g_i y las f_i son las componentes radiales de la función de onda del electrón ligado evaluada en la superficie nuclear; las B_i son las correcciones de intercambio y solapamiento; y las q_i son las energías del neutrino. El índice $i = K, L_1, L_2$ denota la subcapa atómica de la que el electrón es capturado.

Capítulo 4

Resultados teóricos para las cadenas isotópicas de Ge, Se, Kr y Sr

Como hemos descrito en los capítulos anteriores, nuestro método consiste en un formalismo autoconsistente basado en un campo medio de HF deformado, obtenido con una interacción de Skyrme e incluyendo correlaciones de pares en la aproximación de BCS. Las energías de partículas independientes, las funciones de onda y las ocupaciones han sido generadas a partir de este campo medio. Después, añadimos a este campo medio una interacción residual espín–isoespín que contiene dos partes. La parte partícula–hueco se deriva de forma autoconsistente del mismo funcional de la energía (e interacción de Skyrme) que la ecuación de HF; la constante de acoplamiento se deriva de promediar a todo el volumen nuclear la fuerza de Landau–Migdal. La parte partícula–partícula es una fuerza de apareamiento neutrón–protón en el canal de acoplamiento $J^\pi = 1^+$; esta interacción se introduce en términos de una fuerza separable con una constante de acoplamiento que se ajusta a la fenomenología. Las ecuaciones del movimiento se han resuelto en la aproximación de QRPA (quasiparticle random phase approximation) protón–neutrón.

Para la solución de las ecuaciones de HF, seguimos el procedimiento de McMaster, basado en el formalismo desarrollado en [VB72, Vau73] del modo descrito en [VS78]. Las funciones de onda de partículas independientes están desarrolladas en función de los autoestados de un oscilador armónico con simetría axial en coordenadas cilíndricas. Usamos 11 capas principales. El método incluye también apareamiento entre nucleones iguales en la aproximación de BCS con parámetros de *gap* fijos para protones (Δ_p) y neutrones (Δ_n), obtenidos de la fenomenología a partir de las diferencias de masas par–impar por medio de una fórmula simétrica de cinco términos que incluye las energías de ligadura experimentales [AW95].

Además, para discutir la coexistencia de forma, hemos realizado también cálculos de HF con una ligadura cuadripolar cuadrática (v. sección 2.1.4), analizando así las superficies de energía en función de la deformación. Estas curvas se obtienen minimizando la energía de HF mientras se mantiene fija la deformación nuclear, lo cual se ha hecho para una amplia gama de deformaciones. Cuando la energía total en función de la

deformación presenta 2 ó más mínimos locales próximos en energía, existe coexistencia de forma.

4.1 Propiedades del estado fundamental. Isomerismo de forma y coexistencia de forma

Como hemos visto en el apartado 2.1.4, el método de HF constreñido nos permite obtener la mejor solución para un valor concreto del cuadrípulo de masa Q_0 . En las Figs. 4.1–4.4, aparece la energía de HF en función del momento cuadrípulo de masa para los isótopos Ge, Se, Kr y Sr, respectivamente, con las dos interacciones SG2 (línea continua) y Sk3 (línea discontinua). La mejor solución de HF para cada valor Q_0 se obtiene variando los parámetros de tamaño y deformación de la base de oscilador armónico deformado que contiene 286 estados (junto con sus invertidos temporales). En realidad, en estas figuras, el origen del eje vertical varía para cada curva, aunque la distancia entre cada dos marcas corresponde siempre a 1 MeV. Las Tablas 4.1–4.4 contienen los valores de las energías de ligadura obtenidas en los diversos casos, de las que se puede deducir la escala vertical apropiada.

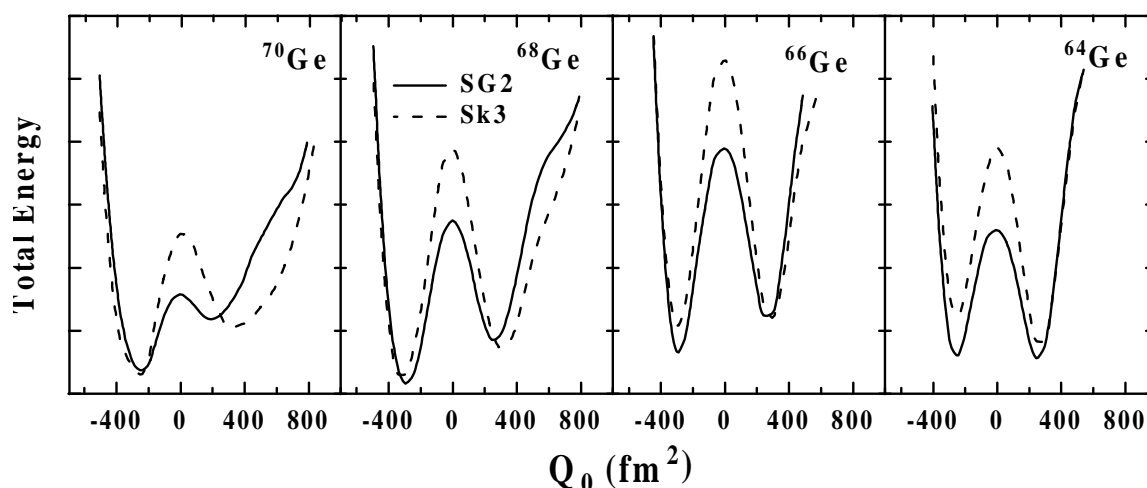
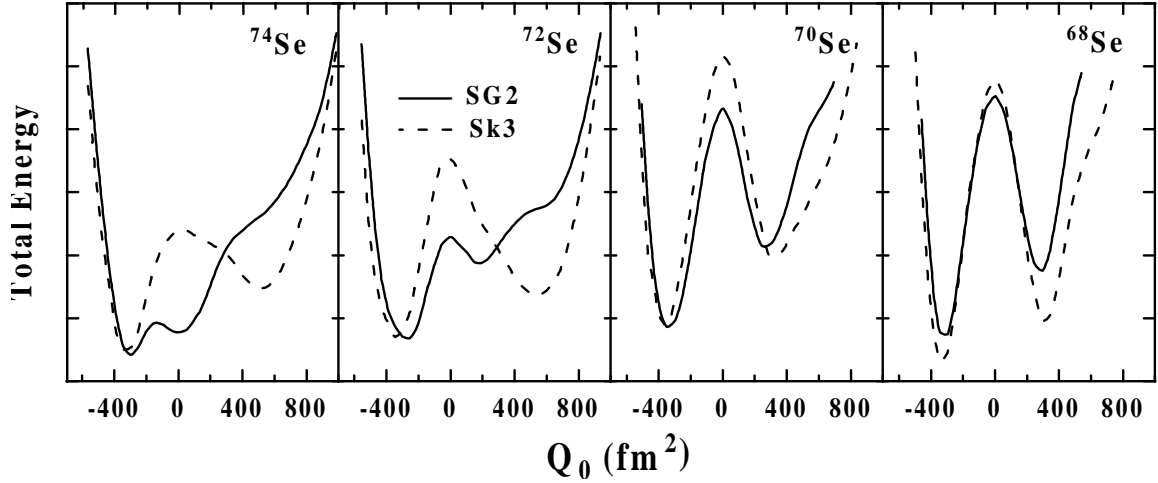
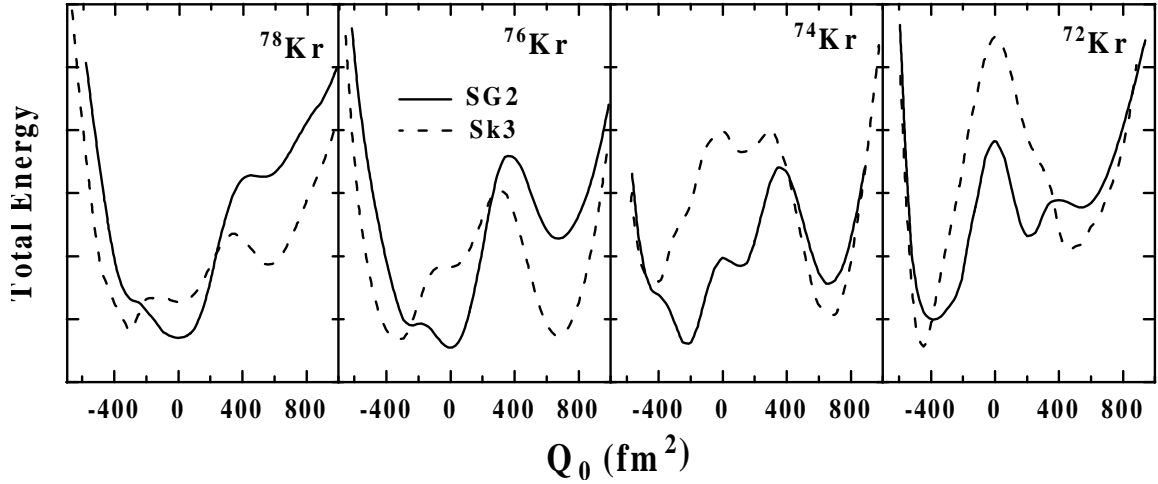


Figura 4.1: Energía total de los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$ en función del momento cuadrípulo de masa Q_0 . Los resultados corresponden a un cálculo de HF+BCS constreñido con las interacciones de Skyrme SG2 (línea continua) y Sk3 (línea discontinua). La distancia entre cada dos marcas del eje vertical es siempre de 1 MeV, pero el origen es diferente para cada curva.

Como se puede ver en las Figs. 4.1–4.4, en la mayoría de los casos hay dos mínimos próximos en energía, lo que indica coexistencia de forma. La Fig. 4.1 para los isótopos del Ge muestra que, en los cuatro casos, existen dos soluciones: una en el sector prolado y otra en el sector oblado. Las dos fuerzas coinciden en sus predicciones sobre la posición de los mínimos, con la única excepción del ^{70}Ge , donde la fuerza Sk3 produce una solución prolada a un Q_0 mayor que con SG2. Las energías de los dos mínimos están muy próximas (menos de 1 MeV de separación), lo que indica un caso muy favorable para encontrar coexistencia de forma en cualquiera de estos cuatro


 Figura 4.2: Igual que en la Fig. 4.1 para los isótopos $^{68,70,72,74}\text{Se}$.

 Figura 4.3: Igual que en la Fig. 4.1 para los isótopos $^{72,74,76,78}\text{Kr}$.

isótopos del Ge. En realidad, existe una gran similitud entre los cuatro isótopos. La Tabla 4.1 contiene diversas propiedades del estado fundamental de estos isótopos del Ge para las soluciones oblada y prolada de las fuerzas SG2 y Sk3. Las primeras columnas contienen los parámetros de *gap* de apareamiento para neutrones Δ_n y protones Δ_p según se derivan de las masas experimentales [AW95, ABBW97]. Fijadas estas Δ 's y la interacción de Skyrme, no hay parámetros libres (o ajustables) en nuestros cálculos. En las demás columnas de la Tabla 4.1, encontramos las energías de Fermi para neutrones λ_n y protones λ_p , los radios de carga r_C , los momentos cuadrupolares de carga ($Q_{0,p}$) y de masa (Q_0), las deformaciones cuadrupolares β_0 , los valores de $\langle J^2 \rangle$, los momentos de inercia de *cranking* \mathcal{I}_{cr} , las razones giromagnéticas g_R , las energías de ligadura E_T , la constante de acoplamiento de la interacción residual χ_{GT} y los valores de Q_{EC} .

La Fig. 4.2 y la Tabla 4.2 son análogas a la Fig. 4.1 y la Tabla 4.1, pero para los isótopos del Se. En este caso, se puede ver de nuevo en la Fig. 4.2 la existencia de dos

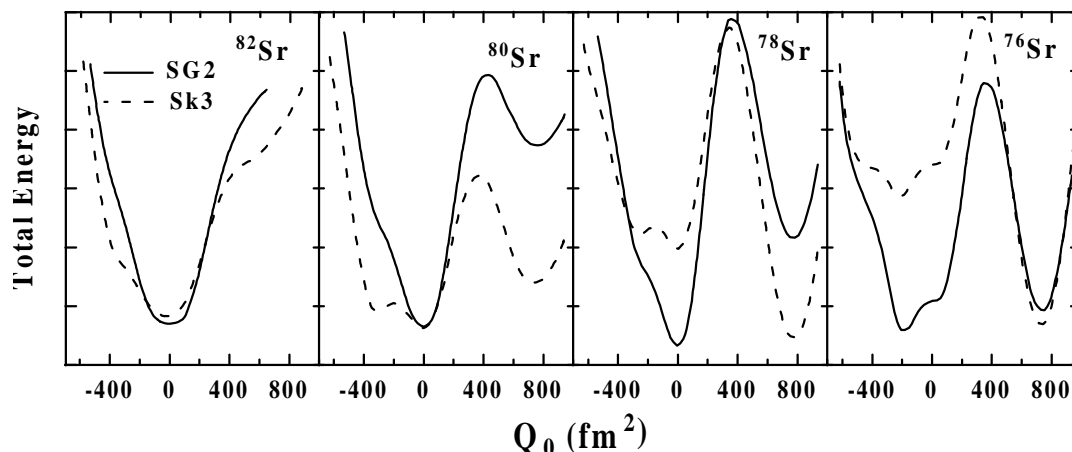


Figura 4.4: Igual que en la Fig. 4.1 para los isótopos $^{76,78,80,82}\text{Sr}$.

soluciones en cada isótopo; sin embargo, aparece ahora una tendencia a favorecer la solución oblada en el estado fundamental, lo cual es cierto para los cuatro isótopos y con las dos fuerzas consideradas. Por otro lado, con la fuerza SG2, la solución prolada tiende a desaparecer a medida que aumenta el número de neutrones; de este modo, cuando llegamos al ^{74}Se , sólo sobreviven una solución oblada y otra esférica.

La Fig. 4.3 y la Tabla 4.3 contienen los resultados para los isótopos del Kr. Aquí, aún encontramos isomerismo de forma, aunque ahora la situación cambia notablemente al pasar de un isótopo a otro o de una fuerza a otra. El ^{72}Kr presenta un estado fundamental claramente oblado y un isómero prolado con ambas fuerzas SG2 y Sk3. El siguiente isótopo, ^{74}Kr , también muestra isomerismo de forma, pero sus características dependen de la fuerza: mientras que SG2 favorece una forma oblada, Sk3 se inclina por la prolada. La situación cambia de nuevo en el ^{76}Kr , donde SG2 indica de forma clara un estado fundamental esférico, mientras que Sk3 predice una coexistencia entre oblado y prolado. Lo mismo sucede para el ^{78}Kr . De este modo, el comportamiento es diferente para las dos fuerzas: con Sk3, los dos isómeros de forma oblado y prolado sobreviven en todos los casos; la fuerza SG2, en cambio, predice un estado fundamental oblado y un isómero prolado en el isótopo ^{72}Kr , con $N = Z$; poco a poco, el estado fundamental oblado se convierte en una solución esférica a medida que el número de neutrones aumenta, llegando a desaparecer finalmente la solución prolada.

La Fig. 4.4 y la Tabla 4.4 muestran los resultados para los isótopos del Sr. Se puede ver en este caso que las dos fuerzas coinciden en su descripción del ^{82}Sr y del ^{80}Sr como esféricos, pero difieren con el ^{78}Sr y el ^{76}Sr . Sk3 produce un estado fundamental prolado en estos dos isótopos y un isómero de forma que es oblado, aunque casi esférico. Por otro lado, SG2 favorece un estado fundamental esférico en el ^{78}Sr con un isómero prolado y coexistencia de forma entre oblado y prolado para el ^{76}Sr .

La comparación numérica de las energías de ligadura con el experimento muestra que la fuerza SG2 sobreestima ligeramente la energía ($\sim 2\%$), mientras que la fuerza Sk3 da energías algo menores ($\sim 0.7\%$), de forma sistemática en todos los núcleos considerados. En consecuencia, vemos que el tamaño nuclear, representado por los valores r_C , son sistemáticamente algo mayores con Sk3 que con SG2, estando ambos

Tabla 4.1: Parámetros de *gap* de apareamiento para neutrones y protones Δ_n, Δ_p [MeV]; energías de Fermi para neutrones y protones λ_n, λ_p [MeV]; radios de carga r_C [fm]; momentos cuadrupolares de carga $Q_{0,p}$ y de masa Q_0 [fm²]; valores de los parámetros de deformación $\beta_0, \langle J^2 \rangle$, momentos de inercia de cranking \mathcal{I}_{cr} [MeV⁻¹], razones giromagnéticas g_R , energías de ligadura E_T [MeV], fuerzas de acoplamiento de la interacción residual de espín-isoespín χ_{GT} [MeV] y valores de Q_{EC} para la cadena de isótopos ^{64,66,68,70}Ge. Los valores experimentales para r_C, β_0, E_T y Q_{EC} son de las Refs. [AW95, ABBW97, dVdJdV87, RMM⁺87], respectivamente.

			Δ_n	Δ_p	λ_n	λ_p	r_C		$Q_{0,p}$	Q_0	β_0		$\langle J^2 \rangle$	\mathcal{I}_{cr}	g_R	E_T		χ_{GT}	Q_{EC}	
							th.	exp.			th.	exp.				th.	exp.		th.	exp.
⁶⁴ Ge	obl	SG2	2.10	1.80	-13.43	-3.42	4.01		-122	-238	-0.19		14.8	2.0	0.57	-558.4	-545.9	0.43	4.3	4.41
		Sk3			-13.09	-3.09	4.03		-111	-217	-0.17		12.4	1.7	0.56	-541.6		0.42	4.2	
	pro	SG2			-13.32	-3.28	4.00		121	236	0.19		12.4	1.8	0.57	-558.4		0.43	4.1	
		Sk3			-13.05	-3.02	4.03		128	249	0.20		13.5	1.9	0.56	-542.2		0.42	3.9	
⁶⁶ Ge	obl	SG2	1.80	1.60	-12.35	-4.60	4.02		-134	-272	-0.21	± 0.17	20.2	3.1	0.50	-582.3	-569.3	0.41	2.1	2.10
		Sk3			-11.99	-4.48	4.06		-132	-270	-0.21		19.6	2.9	0.47	-564.8		0.40	1.9	
	pro	SG2			-12.21	-4.40	4.01		125	251	0.20		15.1	2.5	0.52	-581.8		0.41	2.1	
		Sk3			-11.83	-4.32	4.05		135	274	0.21		16.9	2.6	0.51	-564.8		0.40	1.7	
⁶⁸ Ge	obl	SG2	1.90	1.60	-11.39	-5.69	4.04		-131	-274	-0.20	± 0.20	18.8	2.8	0.53	-604.8	-590.8	0.40	0.1	0.11
		Sk3			-11.02	-5.76	4.08		-135	-285	-0.21		20.0	2.9	0.46	-586.7		0.39	-0.5	
	pro	SG2			-11.36	-5.48	4.02		116	237	0.18		13.0	2.1	0.56	-604.1		0.40	0.3	
		Sk3			-10.89	-5.54	4.07	4.05	136	285	0.21		17.2	2.6	0.50	-586.4		0.39	-0.6	
⁷⁰ Ge	obl	SG2	1.90	1.60	-10.70	-6.65	4.04		-111	-236	-0.17	± 0.22	13.6	2.2	0.55	-625.6	-610.5	0.39	-1.3	-
		Sk3			-10.27	-6.84	4.09		-118	-255	-0.18		15.4	2.3	0.48	-606.8		0.38	-2.1	
	pro	SG2			-10.83	-6.44	4.03	4.05	78	157	0.11		5.6	1.0	0.68	-624.8		0.39	-1.1	
		Sk3			-10.18	-6.74	4.09	4.05	144	315	0.22		18.8	2.8	0.46	-606.1		0.38	-2.0	

Tabla 4.2: Lo mismo que en la Tabla 4.1 para los isótopos $^{68,70,72,74}\text{Se}$.

		Δ_n	Δ_p	λ_n	λ_p	r_C	$Q_{0,p}$	Q_0	β_0	$\langle J^2 \rangle$	\mathcal{I}_{cr}	g_R	E_T	χ_{GT}	Q_{EC}	
									th.	exp.			th.	exp.	th.	exp.
^{68}Se		2.20	1.80										-576.4			4.70
obl	SG2			-13.61	-3.15	4.10	-153	-299	-0.22	21.1	3.0	0.57	-590.3	0.40	4.1	
	Sk3			-13.43	-2.98	4.13	-154	-302	-0.22	21.3	3.0	0.57	-572.6	0.39	4.2	
pro	SG2			-13.49	-2.98	4.08	134	262	0.19	14.9	2.2	0.59	-589.2	0.40	4.4	
	Sk3			-13.30	-2.82	4.12	145	283	0.20	16.6	2.3	0.58	-572.0	0.39	4.2	
^{70}Se		1.80	1.80						± 0.29				-600.3			2.40
obl	SG2			-12.36	-4.26	4.11	-155	-311	-0.22	22.9	3.4	0.50	-614.1	0.39	2.2	
	Sk3			-12.14	-4.24	4.15	-161	-328	-0.23	25.0	3.7	0.46	-596.1	0.38	2.1	
pro	SG2			-12.36	-4.11	4.09	126	251	0.18	14.5	2.3	0.52	-612.9	0.39	2.6	
	Sk3			-12.04	-4.11	4.14	153	310	0.21	20.1	2.9	0.48	-595.1	0.38	2.0	
^{72}Se		1.80	1.80						± 0.21				-622.4			0.34
obl	SG2			-11.68	-5.28	4.11	-129	-264	-0.18	16.2	2.6	0.51	-636.8	0.38	0.7	
	Sk3			-11.36	-5.43	4.16	-156	-326	-0.21	23.1	3.4	0.45	-618.3	0.37	0.3	
pro	SG2			-11.89	-5.22	4.09	76	148	0.10	4.9	0.9	0.63	-635.6	0.38	1.2	
	Sk3			-11.44	-5.56	4.20	248	526	0.34	42.0	5.7	0.38	-617.5	0.37	0.4	
^{74}Se		1.80	1.80						± 0.30				-642.9			-
obl	SG2			-10.97	-6.33	4.13	-131	-277	-0.18	16.6	2.7	0.45	-658.6	0.37	-1.2	
	Sk3			-10.66	-6.52	4.17	-134	-285	-0.18	17.5	2.8	0.42	-639.5	0.36	-2.0	
esf	SG2			-11.26	-6.29	4.10	0	0	0	0	0	-	-658.2	0.37	-1.0	
pro	Sk3			-10.55	-6.57	4.20	226	493	0.31	36.3	5.0	0.37	-638.4	0.36	-2.0	

Tabla 4.3: Los mismo que en la Tabla 4.1 para los isótopos $^{72,74,76,78}\text{Kr}$. Los valores experimentales para r_C son de la Ref. [KAB⁺95].

		Δ_n	Δ_p	λ_n	λ_p	r_C	$Q_{0,p}$	Q_0	β_0	$\langle J^2 \rangle$	\mathcal{I}_{cr}	g_R	E_T	χ_{GT}	Q_{EC}
						th.	exp.			th.	exp.			th.	exp.
^{72}Kr		1.50	1.50			4.163							-607.1		5.04
	obl SG2			-13.24	-2.57	4.17	-189	-367	-0.25	31.8	5.1	0.52	-618.5	0.38	4.9
	Sk3			-13.26	-2.64	4.22	-210	-412	-0.27	39.3	6.1	0.52	-601.2	0.37	4.9
	pro SG2			-13.44	-2.65	4.13	108	210	0.14	11.9	2.3	0.51	-617.2	0.38	5.2
	Sk3			-13.36	-2.73	4.22	237	465	0.30	38.6	5.8	0.51	-599.9	0.37	5.2
^{74}Kr		1.50	1.50			4.187			± 0.39				-631.3		3.14
	obl SG2			-12.74	-3.90	4.15	-112	-222	-0.15	13.4	2.4	0.50	-643.9	0.37	3.2
	Sk3			-12.30	-3.80	4.23	-204	-412	-0.26	21.5	3.6	0.49	-625.4	0.36	3.0
	pro SG2			-12.75	-4.14	4.23	307	623	0.39	60.2	9.1	0.46	-642.9	0.37	3.3
	Sk3			-12.59	-4.29	4.27	311	633	0.39	60.3	8.9	0.46	-625.9	0.36	2.7
^{76}Kr		1.60	1.70			4.202			± 0.41				-654.2		1.31
	esf SG2			-12.23	-5.18	4.15	0	0	0	0	0	-	-668.5	0.36	1.4
	obl Sk3			-11.76	-5.01	4.21	-142	-294	-0.18	18.4	3.0	0.40	-649.3	0.35	0.9
	pro SG2			-11.76	-5.09	4.25	299	623	0.37	54.9	4.9	0.44	-666.7	0.36	1.1
	Sk3			-11.36	-5.37	4.29	302	634	0.37	56.3	7.7	0.44	-649.2	0.35	0.6
^{78}Kr		1.70	1.80			4.204			± 0.34				-675.6		-
	esf SG2			-11.73	-6.18	4.16	0	0	0	0	0	-	-691.3	0.35	-0.7
	obl Sk3			-10.99	-6.17	4.23	-142	-301	-0.18	17.8	2.9	0.38	-671.7	0.34	-0.9
	pro Sk3			-10.81	-6.22	4.28	256	546	0.31	41.1	5.7	0.44	-670.6	0.34	-1.1

Tabla 4.4: Lo mismo que en la Tabla 4.1 para los isótopos $^{76,78,82}\text{Sr}$. Los valores experimentales para r_C son de la Ref. [BRA⁺90].

			Δ_n	Δ_p	λ_n	λ_p	r_C		$Q_{0,p}$	Q_0	β_0		$\langle J^2 \rangle$	\mathcal{I}_{cr}	g_R	E_T		χ_{GT}	Q_{EC}	
							th.	exp.			th.	exp.				th.	exp.		th.	exp.
^{76}Sr	obl	SG2	1.50	1.50	-13.87	-2.66	4.20		-94	-183	-0.11		9.4	1.9	0.51	-649.9	-638.1	0.36	5.2	6.10
		Sk3			-13.77	-2.59	4.23		-109	-213	-0.13		11.3	2.0	0.51	-630.6		0.35	5.7	
	pro	SG2			-13.78	-2.67	4.30		359	702	0.42		69.7	10.3	0.51	-649.5		0.36	5.2	
		Sk3			-13.77	-2.71	4.34		358	703	0.41		69.5	10.0	0.51	-632.8		0.35	4.9	
^{78}Sr	esf	SG2	1.30	1.30	-13.19	-4.02	4.19	4.217				± 0.43	0	0	-	-676.2	-663.0	0.35	3.9	3.76
		Sk3			-12.98	-3.90	4.23		0	0	0		0	0	-	-656.0		0.34	3.2	
	pro	SG2			-12.46	-3.62	4.31		364	732	0.42		7.5	11.3	0.54	-674.3		0.35	2.7	
		Sk3			-12.25	-3.83	4.35		369	746	0.42		75.7	11.0	0.54	-657.5		0.34	3.7	
^{80}Sr	esf	SG2	1.60	1.60	-12.19	-4.92	4.21	4.217				± 0.38	0	0	-	-701.4	-686.3	0.34	1.5	1.87
		Sk3			-12.22	-4.99	4.25		0	0	0		0	0	-	-681.4		0.33	0.8	
	pro	SG2			-11.88	-4.51	4.31		336	686	0.38		60.4	8.7	0.53	-698.1		0.34	1.4	
		Sk3			-11.46	-4.77	4.36		340	699	0.39		61.0	8.5	0.53	-680.6		0.33	1.7	
^{82}Sr	esf	SG2	1.70	1.80	-11.60	-5.86	4.23	4.209				± 0.29	0	0	-	-724.8	-708.1	0.33	0.1	0.18
		Sk3			-11.57	-6.03	4.27		0	0	0		0	0	-	-705.2		0.32	-0.3	

en buen acuerdo con los valores experimentales disponibles. Esta comparación de las energías de ligadura y de r_C no apunta a ninguna diferencia particular entre los isótopos par-par $N = Z$ y $N > Z$.

Los valores experimentales $|\beta_0|$ (extraídos de medidas $B(E2)$ [RMM⁺87]) presentan también un buen acuerdo con la mayoría de nuestros valores β_0 calculados microscópicamente. Conviene recordar en este punto que los valores β experimentales diferentes de cero en núcleos esféricos corresponden a excitaciones vibracionales y no a las deformaciones estables calculadas aquí, por lo que el valor experimental $|\beta_0|$ para el ^{82}Sr de la Tabla 4.4 corresponde a transición $E2$ vibracional. Los momentos de inercia y las razones giromagnéticas colectivas se dan para posibles comparaciones futuras con la teoría y con el experimento. Las fuerzas de acoplamiento χ_{GT} se obtienen de la ec. (3.19) usando los parámetros de Skyrme Sk3 y SG2 (v. Tabla 2.1) y un valor de $R = 1.2A^{1/3}$ fm. Los valores de Q_{EC} de las Tablas 4.1–4.4 están calculados a partir de nuestras energías de ligadura teóricas (v. ec. (3.106)).

4.2 Intensidades de Gamow–Teller

Antes de nada, conviene recordar que se espera una reducción del factor g_A según lo observado en reacciones de intercambio de carga y en transiciones de espín M1 en núcleos estables, donde $g_{s,\text{eff}}$ se sabe que es aproximadamente $0.7g_{s,\text{free}}$. Nosotros tomaremos, cuando haya que comparar con el experimento, el siguiente valor:

$$g_{A,\text{eff}} = 0.77g_A. \quad (4.1)$$

Por otro lado, para facilitar la comparación entre las diversas aproximaciones que se discuten aquí, hemos convolucionado las intensidades GT calculadas con gaussianas de anchura $\Gamma = 1$ MeV, convirtiendo así el espectro discreto en un perfil continuo. Esto se puede interpretar también como un modo aproximado de incorporar la mayor fragmentación y los efectos de suavizado debidos al acoplamiento a otros modos de excitación no tenidos en cuenta en la QRPA. El efecto de este procedimiento queda reflejado en la Fig. 4.5, donde se compara la intensidad del espectro discreto con la distribución de intensidad tratada con la gaussiana para el caso particular de la solución prolada del ^{74}Kr con la interacción SG2. En los paneles inferiores, las intensidades $K = 0$ y $K = 1$ están representadas por líneas verticales de puntos y continuas, respectivamente. La intensidad total en los paneles superiores de la Fig. 4.5 está representada por una línea continua. Los paneles de la derecha contienen los resultados de los cálculos de la QRPA, mientras que los de la izquierda corresponden a los cálculos de desintegraciones β^+ a estados excitados de dos cuasipartículas (2qp) neutrón–protón no correlacionadas. La gran diferencia que se observa entre los resultados de la QRPA y las excitaciones 2qp neutrón–protón no correlacionadas en los espectros discretos en la Fig. 4.5 se refleja igualmente en la distribución tratada con la gaussiana. Por lo tanto, de aquí en adelante restringiremos nuestras presentaciones a distribuciones de intensidad convolucionadas con gaussianas.

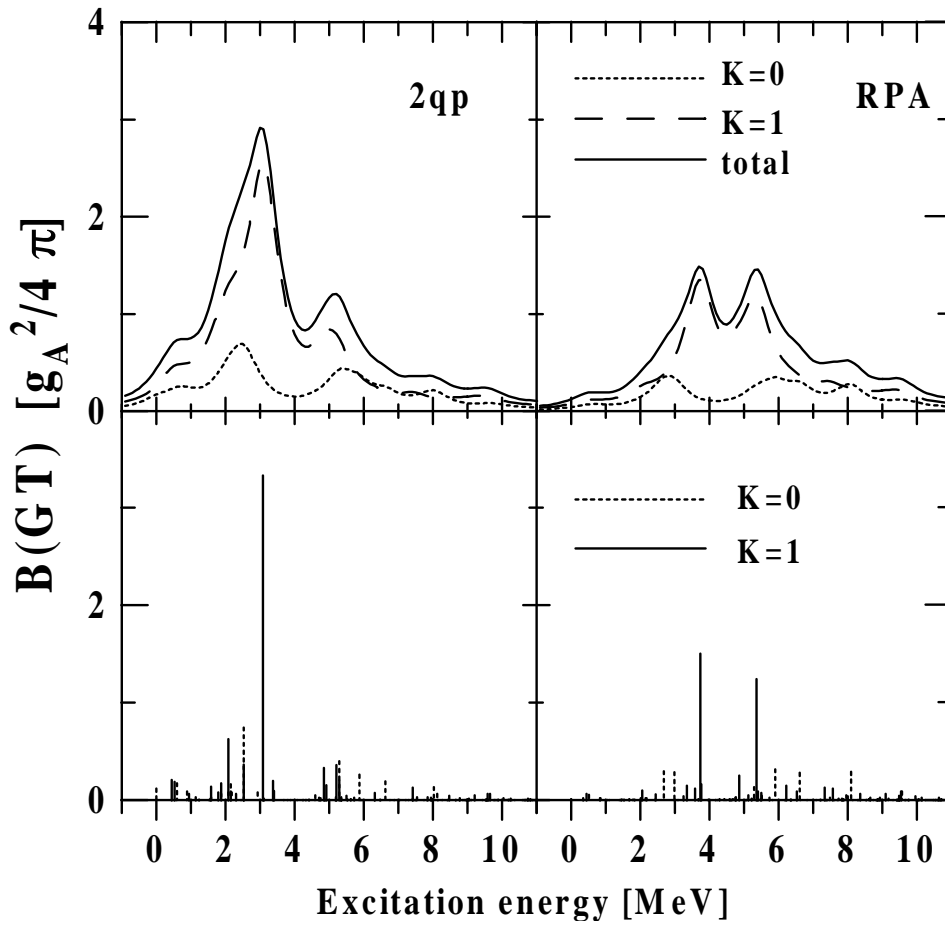


Figura 4.5: Distribución energética de la intensidad GT para la solución prolada del ^{74}Kr con la fuerza SG2. Los paneles inferiores muestran el espectro de excitaciones $K = 0$ (líneas verticales de puntos) y $K = 1$ (líneas verticales continuas). Los paneles superiores muestran las correspondientes distribuciones de intensidad mezcladas con gaussianas (v. texto) para la intensidad GT $K = 0$ (línea de puntos), $K = 1$ (línea discontinua) y total (línea continua). Los paneles de la izquierda (derecha) corresponden a cálculos de dos cuasipartículas desnudas (QRPA).

4.2.1 Intensidades β^+ en función de la energía

Las distribuciones de intensidad de Gamow–Teller β^+ calculadas según un esquema autoconsistente de HF+QRPA, se muestran en las Figs. 4.6–4.9 para los isótopos de Ge, Se, Kr y Sr, respectivamente, en función de la energía de excitación del núcleo hijo. En estas figuras, la intensidad GT de los diversos isótopos se comparan entre sí en un panel diferente para cada forma nuclear. De este modo, se puede apreciar la magnitud de las diversas intensidades en una misma escala.

La Fig. 4.6 muestra las distribuciones GT para los isótopos del Ge. Si uno se concentra primero en la comparación de las intensidades para una forma dada, lo primero que se aprecia es que los principales picos de la intensidad ocurren a energías más bajas al aumentar el número de neutrones. Esto viene acompañado de una reducción de la intensidad según aumenta el número de neutrones. Ahora bien, si comparamos las distribuciones de intensidad de un isótopo dado obtenidas para las dos formas, vemos

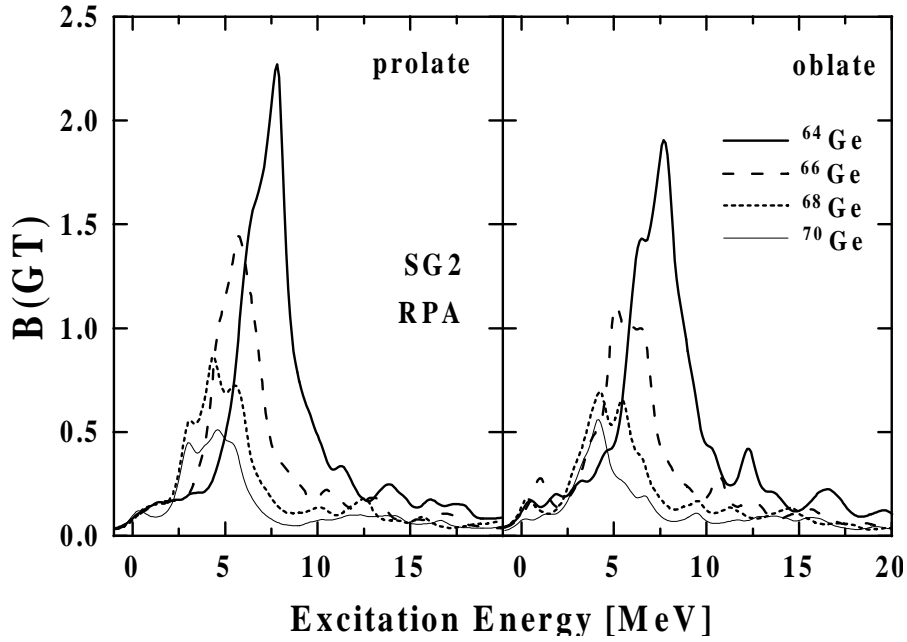


Figura 4.6: Comparación de la distribución de intensidad de Gamow-Teller [$g_A^2/4\pi$] en los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$. Los resultados corresponden a la fuerza SG2 en QRPA.

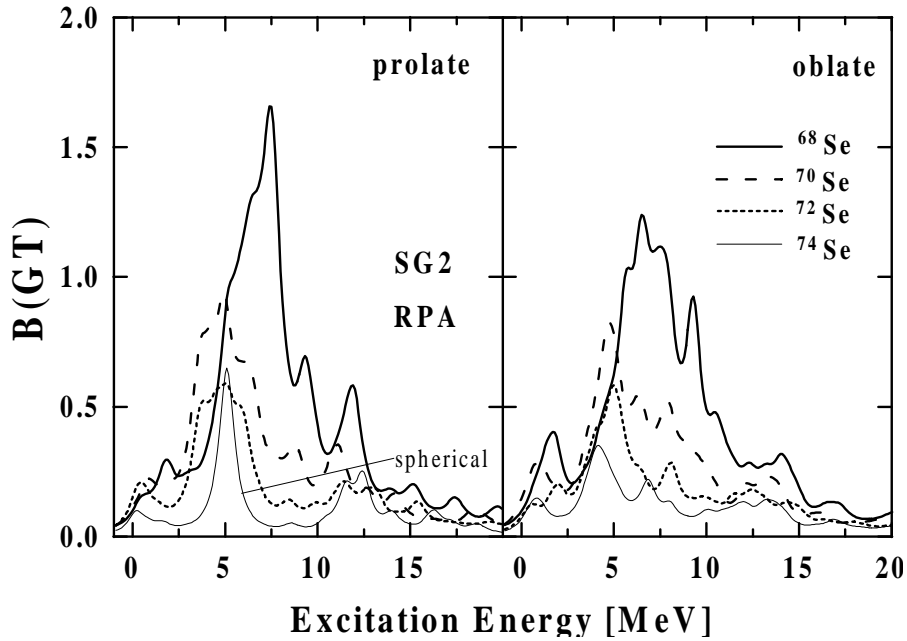


Figura 4.7: Lo mismo que en la Fig. 4.6 para los isótopos $^{68,70,72,74}\text{Se}$.

que los perfiles son, en este caso, bastante similares. Tienen un pico más o menos a la misma energía y presentan intensidades comparables, siendo las oblatas un poco más pequeñas. Esto se cumple para los cuatro isótopos del Ge considerados y, por lo tanto, se puede llegar a la conclusión de que los isótopos del Ge no están entre los

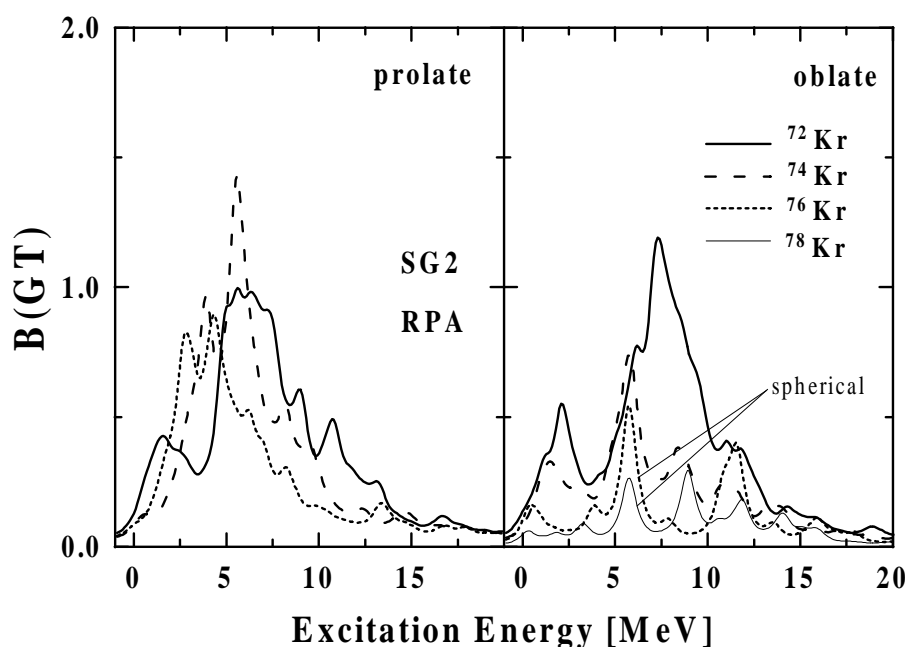


Figura 4.8: Lo mismo que en la Fig. 4.6 para los isótopos $^{72,74,76,78}\text{Kr}$.

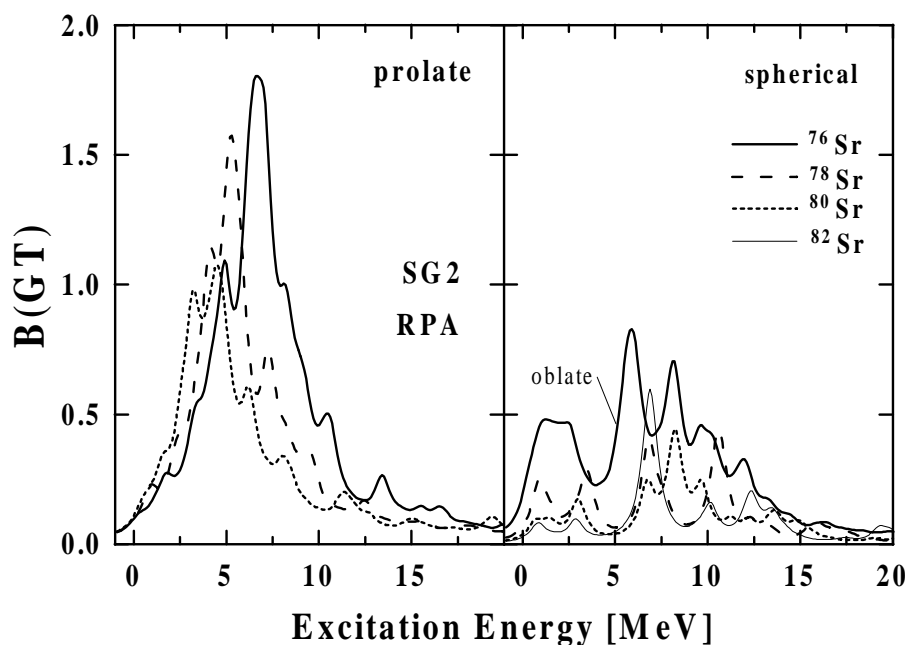


Figura 4.9: Lo mismo que en la Fig. 4.6 para los isótopos $^{76,78,80,82}\text{Sr}$.

mejores candidatos para buscar efectos de deformación basados en las distribuciones de intensidades GT.

La Fig. 4.7 contiene las distribuciones de intensidad GT para los isótopos del Se. En este caso, encontramos también una clara reducción de la intensidad GT a medida que el número de neutrones aumenta en las soluciones oblada y prolada. Sin embargo,

al contrario de lo que pasaba con los isótopos del Ge, observamos ahora que la posición de los picos principales no se mueve sistemáticamente a energías más bajas al aumentar el número de neutrones; ahora la energía de los principales picos es bastante similar para todos los isótopos excepto para el caso $N = Z$, que se mueve a energías más altas para los dos casos oblado y prolado. Comparando la distribución de intensidad oblada y prolada para un isótopo dado, vemos que no hay diferencias sustanciales entre ellos. La posición de los picos aparece a casi la misma energía y sólo cabe destacar una intensidad ligeramente menor en el caso oblado. Por otro lado, la curva mostrada para el ^{74}Se en el panel de la izquierda (con la marca *prolate*) corresponde en realidad a la solución esférica de la Fig. 4.2, puesto que no hay solución prolada para este núcleo con la fuerza SG2.

La Fig. 4.8 es la análoga para los isótopos del Kr. Aquí también hay que tener en cuenta que para el ^{78}Kr existe una única solución esférica que aparece representada en el panel con el nombre *oblate* junto con las soluciones obladas del resto de los isótopos del Kr, no mostrándose ninguna solución en el panel *prolate*. Del mismo modo, los resultados del panel *oblate* para el ^{76}Kr corresponden a la solución esférica de la Fig. 4.3. En esta cadena de isótopos, los cambios son más notables, especialmente en lo que concierne a las diferencias entre las soluciones proladas y obladas. De nuevo, la intensidad aumenta a medida que nos acercamos al isótopo $N = Z$ y la posición de los picos se desplaza asimismo a energías mayores. La característica importante aquí es la gran diferencia entre las distribuciones de intensidad calculadas para las dos posibles formas de los núcleos. Las diferencias más destacadas aparecen entre las soluciones oblada y prolada en el ^{74}Kr y entre las soluciones prolada y esférica en el ^{76}Kr . Estos dos núcleos son buenos candidatos para estudiar las formas a partir de sus propiedades de desintegración.

Las distribuciones de intensidad para los isótopos del Sr se pueden ver en la Fig. 4.9. La tendencia que se observa dentro de las soluciones proladas es similar al mencionado más arriba: la intensidad aumenta y es empujada a energías mayores según nos acercamos a $N = Z$. En el panel de la derecha, la intensidad del ^{76}Sr corresponde en realidad a la desintegración de la solución oblada de la Fig. 4.4. Para los verdaderos casos esféricos ($^{78,80,82}\text{Sr}$), las intensidades son notablemente menores comparadas con las formas deformadas. Por lo tanto, este hecho se puede explotar para estudiar formas nucleares a partir de las propiedades de desintegración β , como en el caso anterior para los isótopos del Kr. Volveremos a este punto cuando consideremos las intensidades sumadas hasta la ventana experimental accesible en una subsección posterior.

4.2.2 Papel de los distintos parámetros del cálculo

Las Figs. 4.10–4.13 muestran la dependencia de las distribuciones de intensidad Gamow–Teller HF+QRPA de la **interacción de Skyrme** empleada en los cálculos. Los resultados son para **SG2** (línea continua) y **Sk3** (línea discontinua) en todos los isótopos considerados. En la Fig. 4.10 para los isótopos del Ge, podemos ver que casi no hay diferencia al pasar de una interacción a la otra, por lo que las conclusiones tienen una validez general. La Fig. 4.11 para los isótopos del Se muestra las mismas características. Los perfiles obtenidos con ambas interacciones son bastante similares. Las

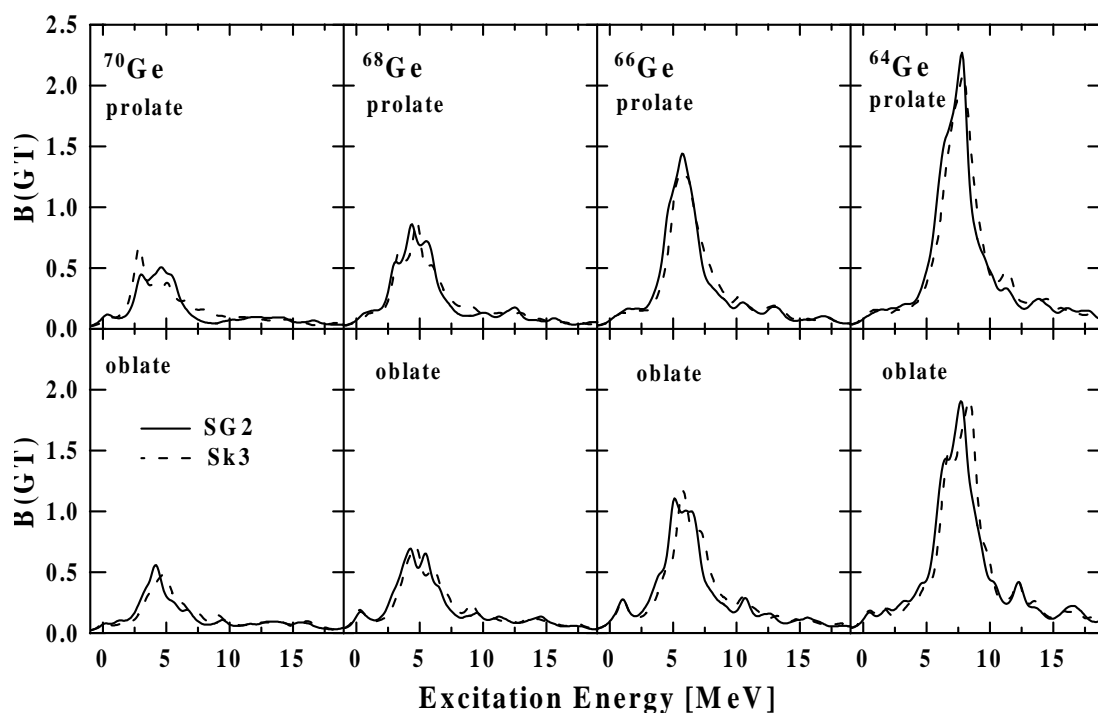


Figura 4.10: Distribuciones de intensidad Gamow–Teller [$g_A^2/4\pi$] para los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$ en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los resultados corresponden a las fuerzas SG2 (línea continua) y Sk3 (línea discontinua) en QRPA.

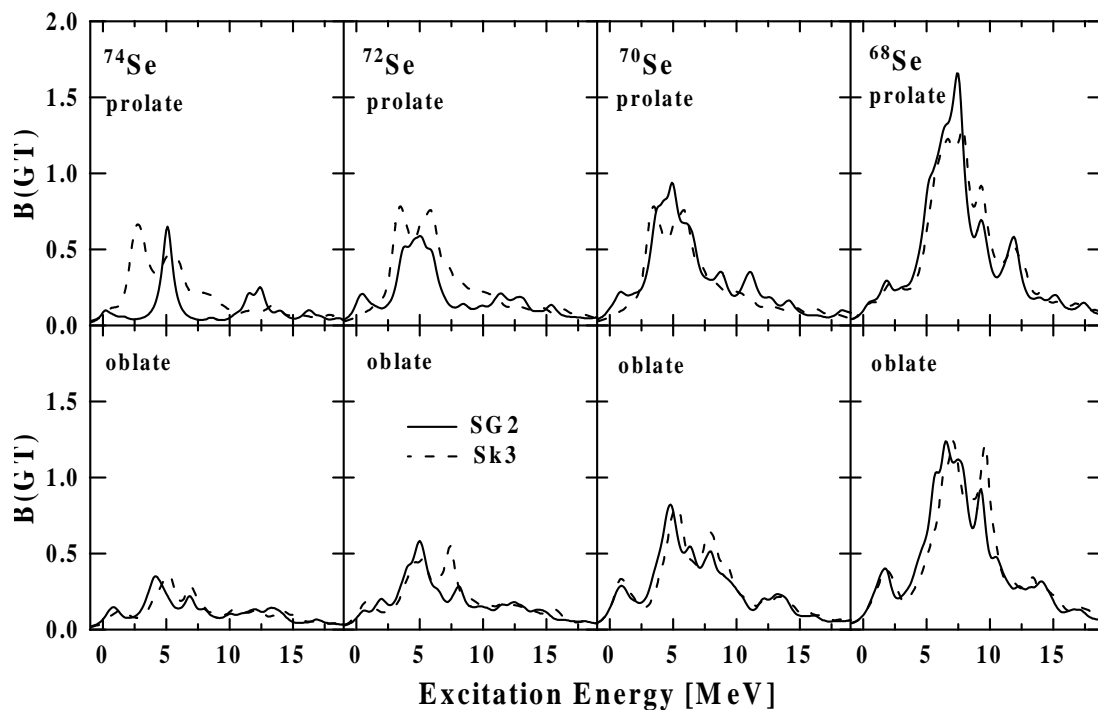


Figura 4.11: Lo mismo que en la Fig. 4.10 para los isótopos $^{68,70,72,74}\text{Se}$.

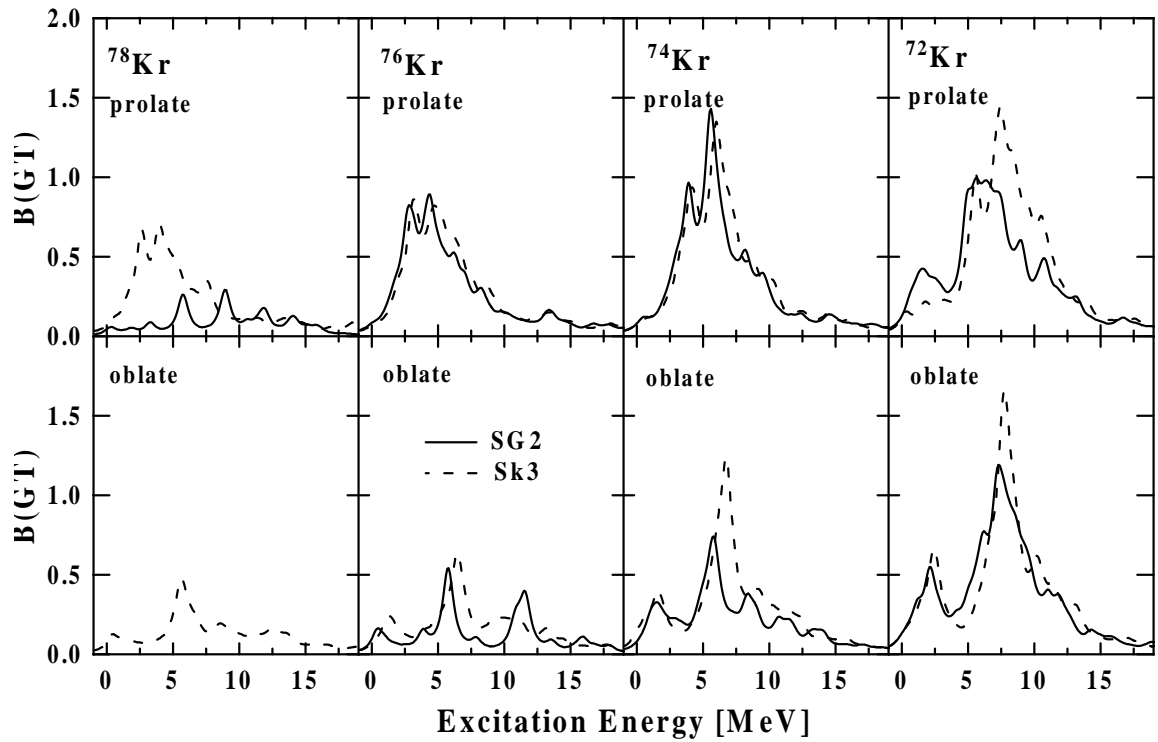


Figura 4.12: Lo mismo que en la Fig. 4.10 para los isótopos $^{72,74,76,78}\text{Kr}$.

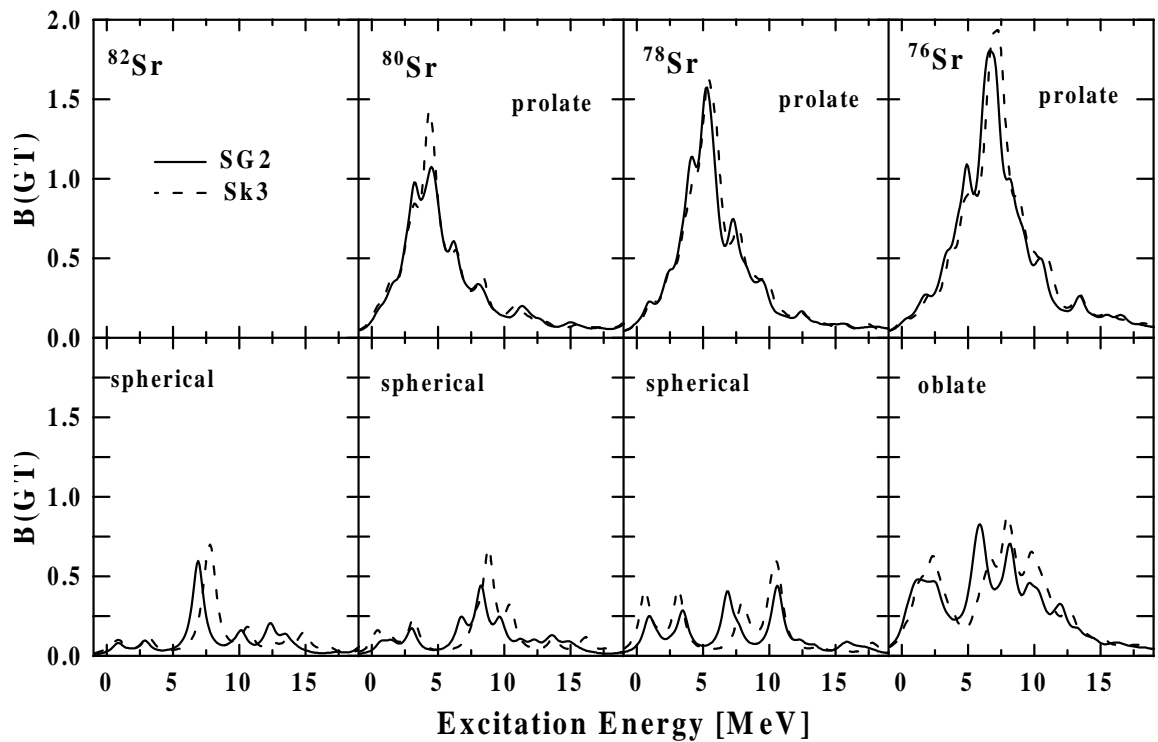


Figura 4.13: Lo mismo que en la Fig. 4.10 para los isótopos $^{76,78,80,82}\text{Sr}$.

mayores discrepancias ocurren en las soluciones proladas del ^{74}Se y del ^{72}Se , pero esto se debe fundamentalmente a los diferentes mínimos obtenidos para estos dos núcleos con las dos interacciones (v. Fig. 4.2): mientras que Sk3 produce soluciones proladas bien deformadas, SG2 da una solución casi esférica para estos isótopos. La Fig. 4.12 muestra los resultados para los isótopos del Kr. De nuevo, las distribuciones de intensidad obtenidas con las dos interacciones son bastante similares en los casos en que las soluciones de HF aparecen aproximadamente a la misma deformación. Por otro lado, cuando las soluciones de HF ocurren a diferentes deformaciones en Sk3 y en SG2, las distribuciones de intensidad obtenidas a partir de estas soluciones son también bastante diferentes. Éste es claramente el caso del ^{78}Kr , donde Sk3 tiene dos soluciones oblada y prolada, mientras que SG2 tiene una única solución esférica. Esto es cierto también, aunque en menor grado, en las soluciones obladas de ^{76}Kr y ^{74}Kr y la solución prolada de ^{72}Kr , que ocurren a diferentes deformaciones. Por lo demás, el resto de los casos presentan distribuciones de intensidad muy similares y tienen asimismo deformaciones muy similares en las soluciones de HF (v. Fig. 4.3). En la Fig. 4.13 podemos ver los resultados para los isótopos del Sr. Los perfiles de las distribuciones de intensidad son, en este caso, prácticamente los mismos de acuerdo a la situación de la Fig. 4.4, donde las soluciones de HF con las dos interacciones ocurren a las mismas deformaciones.

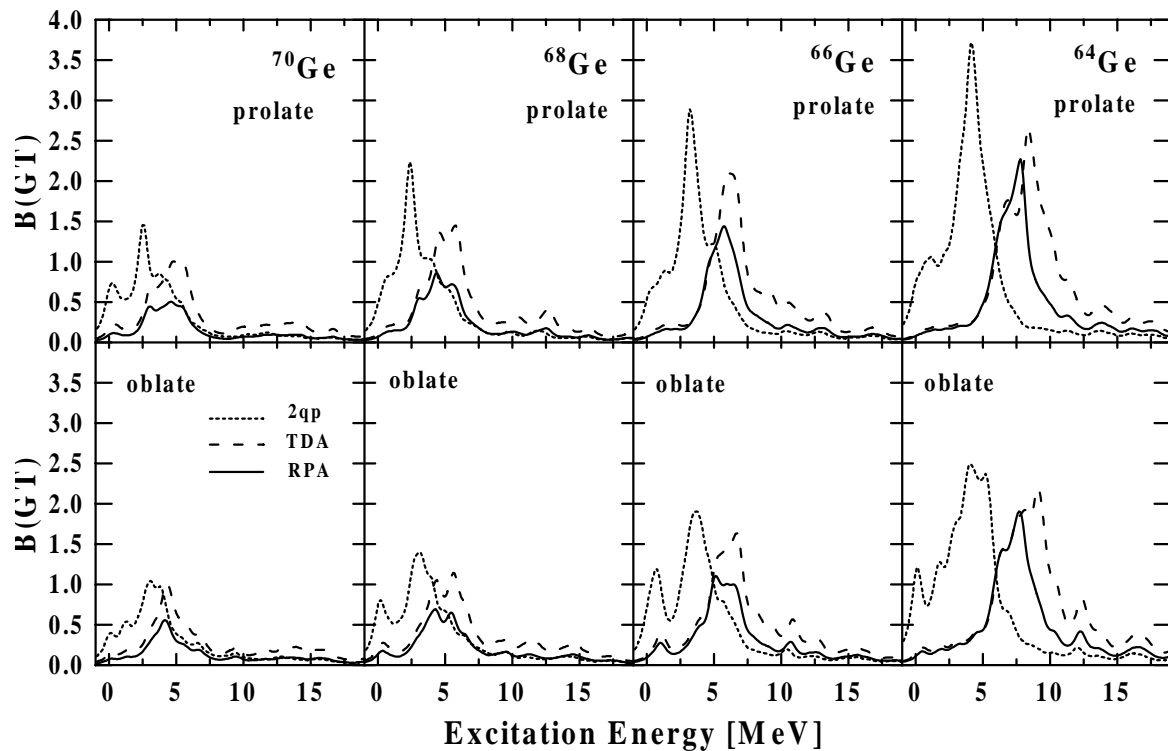


Figura 4.14: Comparación de las distribuciones de intensidad Gamow–Teller [$g_A^2/4\pi$] en QRPA (línea continua), QTDA (línea discontinua) y dos cuasipartículas desnudas (línea de puntos) para los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$. Los resultados corresponden a la fuerza SG2.

En el siguiente conjunto de figuras (Figs. 4.14–4.17), comparamos las distribuciones de intensidad de GT en QRPA, QTDA y en el caso de **dos cuasipartículas no**

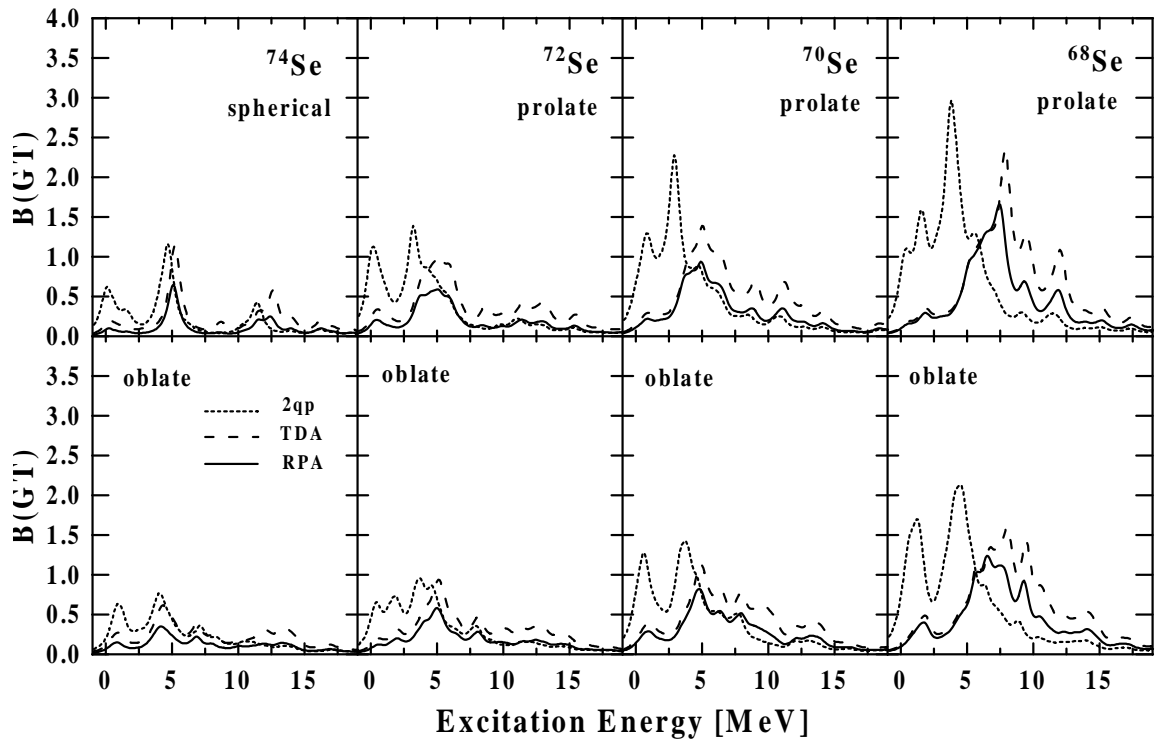


Figura 4.15: Lo mismo que la Fig. 4.14 para los isótopos $^{68,70,72,74}\text{Se}$.

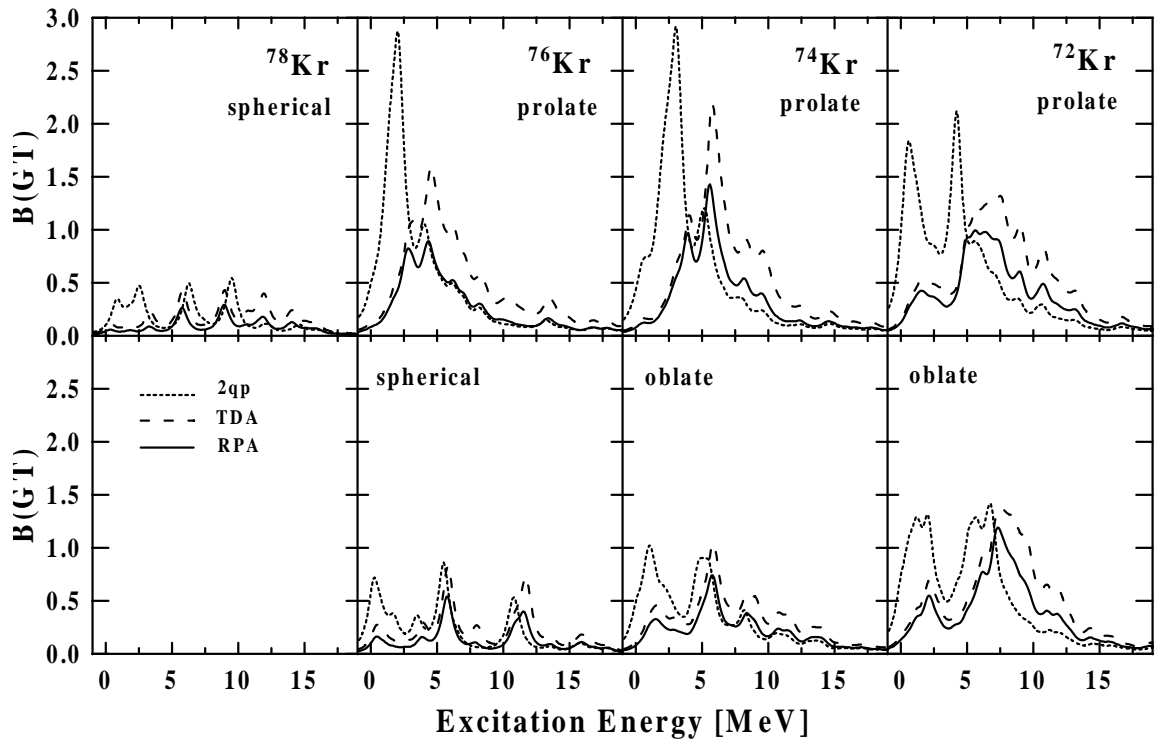


Figura 4.16: Lo mismo que la Fig. 4.14 para los isótopos $^{72,74,76,78}\text{Kr}$.

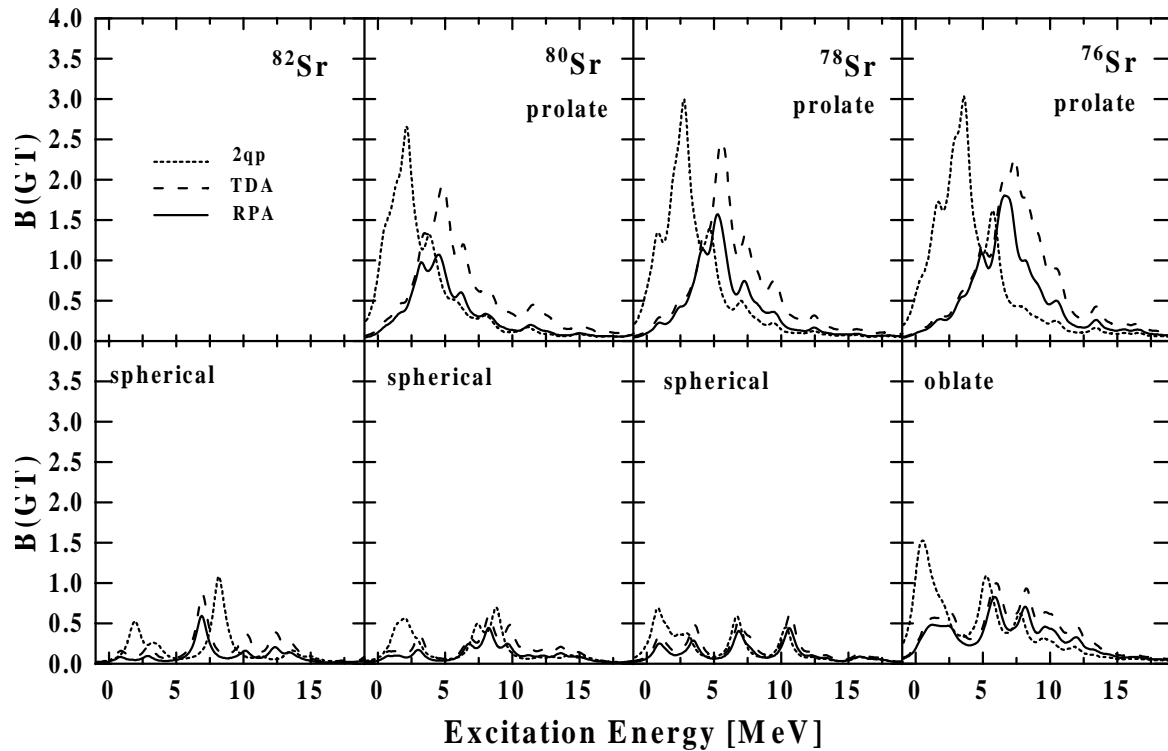


Figura 4.17: Lo mismo que la Fig. 4.14 para los isótopos $^{76,78,80,82}\text{Sr}$.

correlacionadas, con la fuerza SG2. La tendencia general que se aprecia en estas figuras se puede resumir del siguiente modo: La interacción residual repulsiva espín-isoespín (V_{GT}) mueve la intensidad a energías más altas. Este efecto ya aparece cuando vamos del límite de 2qp desnudas a la aproximación de Tamm Dancoff. Por otro lado, el principal efecto que añaden las correlaciones de QRPA, que se pueden ver comparando QTDA con QRPA, es producir una reducción de la intensidad QTDA, manteniendo la posición de los picos prácticamente inalterada.

La Fig. 4.14 muestra esta comparación entre las diferentes aproximaciones para las formas oblada y prolada de los isótopos del Ge. Se puede ver de una forma explícita en el ejemplo de esta figura los dos efectos antes mencionados. El desplazamiento de la intensidad a energías de excitación más altas en QTDA y QRPA con respecto al caso no correlacionado, y la reducción de la intensidad en QRPA. Podemos estudiar asimismo cómo dependen de la deformación las distribuciones de intensidad GT en la base no correlacionada. Si comparamos las distribuciones no correlacionadas prolada y oblada (líneas de puntos) para un isótopo dado, llegamos a la misma conclusión que en el comentario de la Fig. 4.6. No hay una gran dependencia de la deformación para estos isótopos del Ge, aunque ahora se ven mejor algunas diferencias. Por ejemplo, hay un primer pico a energías muy pequeñas en todos los casos oblados que prácticamente desaparece en los prolados. Estos picos se redistribuyen por la acción de la fuerza residual y, para el caso de la QRPA, tenemos una distribución de intensidad mucho más suave. No obstante, permanece un pequeño pico, que recuerda al pico del caso no correlacionado, a energías bajas en los casos oblados y que, como veremos más ade-

lante, representa un papel importante debido a que es un signo de una forma oblada en el núcleo madre que se puede identificar midiendo la intensidad GT a energías de excitación bajas por debajo de la ventana de Q_{EC} . De este modo, aunque las distribuciones de intensidad de QRPA están muy suavizadas con respecto a las distribuciones no correlacionadas, aún hay signos de la sensibilidad de estas distribuciones que se pueden explotar para investigar la forma de los núcleos.

El efecto de la interacción residual y de las correlaciones de QRPA para los isótopos de Se, Kr y Sr se muestra en las Figs. 4.15, 4.16 y 4.17, respectivamente. El caso del Se es muy similar al del Ge: no hay efectos de deformación importantes. Por el contrario, para los isótopos de Kr y Sr, la dependencia en la deformación de las distribuciones de intensidad no correlacionadas es enorme y éste es el origen de la dependencia de la deformación en QRPA comentada más arriba para estos isótopos. En apartados posteriores veremos cómo afectan estas diferentes aproximaciones a las intensidades sumadas y a las vidas medias de los diversos isótopos estudiados.

Como ya se ha mencionado, nuestro tratamiento teórico no incluye explícitamente **correlaciones de apareamiento** neutrón–protón en el campo medio. De este modo, nuestra base de cuasipartículas sólo incluye correlaciones de apareamiento neutrón–neutrón y protón–protón en la aproximación de BCS. En principio, se podría extender el tratamiento de BCS para incluir también correlaciones de apareamiento neutrón–protón en el campo medio. Esto puede ser importante particularmente para los núcleos $N = Z$. En un apartado anterior, hemos estudiado propiedades globales (energías de ligadura, radios de carga, momentos cuadrupolares, momentos de inercia, ...) de los núcleos considerados aquí y vimos que el acuerdo entre teoría y experimento es tan bueno para los isótopos con $N = Z$ como para los de $N = Z + 2, Z + 4, Z + 6$. Así, dedujimos que el efecto de las correlaciones de apareamiento neutrón–protón sobre estas propiedades globales se tiene en cuenta de forma aproximada al usar parámetros de *gap* Δ_π y Δ_ν fenomenológicos.

El principal efecto de tener en cuenta el apareamiento neutrón–protón en el cálculo de HF+BCS sería el aumento de la difusividad de la superficie de Fermi [Goo79, ELV96]. Esta difusividad es proporcional a los parámetros de *gap*. Es, por lo tanto, interesante estudiar la sensibilidad de la intensidad GT frente a los parámetros de *gap* en los núcleos $N = Z$ ^{64}Ge , ^{68}Se , ^{72}Kr y ^{76}Sr . Con este fin, comparamos en la Fig. 4.18 los resultados de QRPA obtenidos con la fuerza SG2 en estos núcleos para varios valores de los parámetros de *gap*, diferenciándose en ± 0.5 MeV de los valores extraídos de la fenomenología.

El principal efecto de las correlaciones de BCS es crear nuevas transiciones que estaban prohibidas en ausencia de tales correlaciones. Puesto que las probabilidades de ocupación son ahora distintas de 0 ó 1, los picos que ya existían a $\Delta = 0$ disminuyen cuando $\Delta > 0$, a la vez que aparece nueva intensidad a otras energías, aumentando ésta con los parámetros de *gap*. Esta nueva intensidad está localizada en general a energía de excitación alta, mientras que la intensidad que ya estaba presente a $\Delta = 0$ se concentra fundamentalmente a energías bajas. Como consecuencia, el efecto principal de aumentar la difusividad de Fermi es suavizar el perfil de la distribución de intensidad GT, aumentando la intensidad a energías altas y disminuyendo la intensidad a energías bajas. Se puede ver claramente que cada caso particular de la Fig. 4.18 tiene sus propias

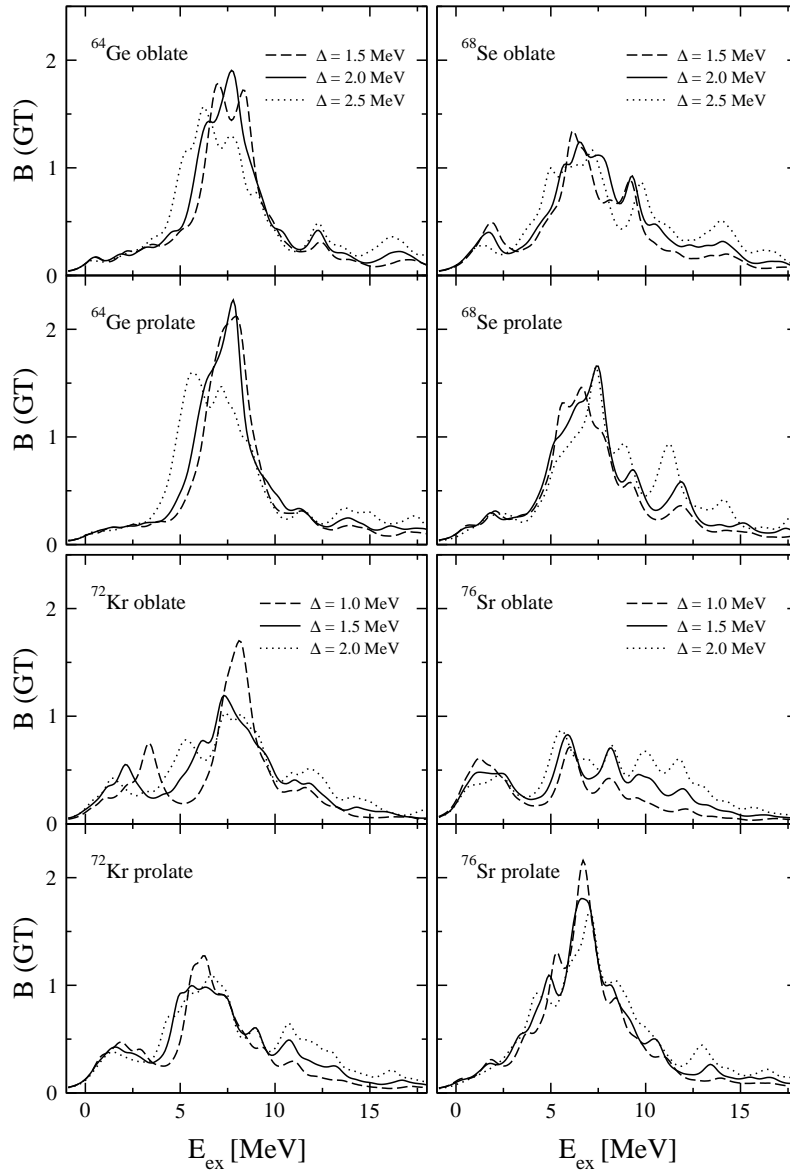


Figura 4.18: Efecto del apareamiento sobre la distribución de intensidad de Gamow–Teller QRPA en los isótopos $N = Z$ ^{64}Ge , ^{68}Se , ^{72}Kr y ^{76}Sr . Las líneas continuas corresponden a cálculos con los *gaps* de apareamiento empíricos, las líneas discontinuas (de puntos) corresponden a cálculos con *gaps* empíricos menos (más) 0.5 MeV.

peculiaridades, pero la tendencia general es la que se ha explicado.

El papel de la **deformación** sobre las distribuciones de intensidad GT se puede resumir, en general, en dos tipos de efectos. Primero, la deformación rompe la degeneración de las capas esféricas, lo que implica que las distribuciones de intensidad GT correspondientes a formas nucleares deformadas estarán mucho más fragmentadas que las esféricas. Segundo, los niveles de energía de los orbitales deformados procedentes de diferentes capas esféricas se cruzan entre sí de una manera que depende de la magnitud de la deformación cuadrupolar así como del carácter oblado o prolado. Este cruce de

niveles puede llevar en algunos casos a perfiles similares de distribuciones de intensidad GT de las distintas formas nucleares coexistentes, pero en otros casos puede conducir a diferencias notables entre las distribuciones de intensidad GT correspondientes a diferentes formas del mismo núcleo madre. Este hecho se puede explotar para obtener información de la forma nuclear de un núcleo analizando tan solo la estructura de la desintegración β .

En la Fig. 4.19, podemos comparar el efecto de la deformación. Se puede ver que, en general, los isótopos $N = Z$ de cada cadena contienen la máxima intensidad, pues son los núcleos más inestables. Esta intensidad se hace cada vez más pequeña a medida que nos acercamos a los núcleos más estables, con mayor número de neutrones. La energía de excitación de la resonancia GT también disminuye con el número de neutrones.

Si miramos en la Fig. 4.19 el caso de los isótopos del Ge y del Se, podemos ver que apenas hay diferencias entre los perfiles GT de los casos oblado y prolado, por lo que no es posible sacar conclusiones sobre la deformación del núcleo madre. Por otro lado, las figuras correspondientes a los isótopos del Kr y el Sr muestran diferencias en los perfiles GT de las distintas formas de cada isótopo, que se pueden identificar fácilmente incluso dentro de la ventana de Q_{EC} . Un análisis caso a caso nos permite concluir que los mejores candidatos para buscar efectos de deformación basados en medidas de desintegración β son el ^{74}Kr y $^{76,78,80}\text{Sr}$. En estos isótopos, las intensidades GT dentro de la ventana de Q_{EC} son suficientemente diferentes como para distinguir entre distintas formas de equilibrio. Por el contrario, hay casos como el ^{72}Kr donde, aunque el valor de Q_{EC} es grande ($Q_{EC} = 5$ MeV) e invita a investigarlo experimentalmente, la intensidad medida no es concluyente en cuanto a la forma, debido a que las formas oblada y prolada producen perfiles similares. Otros isótopos como $^{76,78}\text{Kr}$ tienen valores de Q_{EC} pequeños que no van a permitir tampoco una conclusión clara, mientras que el ^{74}Kr parece el mejor candidato dentro de los isótopos del Kr. Tiene una ventana de Q_{EC} (3.1 MeV) suficientemente grande como para distinguir entre un perfil que aumenta continuamente (como predice la forma prolada) o una estructura con un pico totalmente desarrollado alrededor de 1.5 MeV y que casi desaparece cerca del valor de Q_{EC} (como predice la forma oblada). Algo similar ocurre en el caso del ^{76}Sr ($Q_{EC} = 6.1$ MeV). La forma oblada produce un pico centrado alrededor de 1 MeV y un segundo pico centrado a 6 MeV, mientras que la forma prolada produce una distribución GT que aumenta casi continuamente hasta 6 MeV. El caso del ^{78}Sr ($Q_{EC} = 3.8$ MeV) es también un caso claro donde se puede distinguir entre la estructura con un pico generada por la forma esférica o el perfil que aumenta de forma continua del caso prolado. Ocurre algo similar para el isótopo ^{80}Sr , aunque en este caso Q_{EC} no es tan grande ($Q_{EC} = 1.9$ MeV).

Para comprender mejor el papel del apareamiento y la deformación, mostramos en la Fig. 4.20 los resultados de excitaciones de dos cuasipartículas desnudas con y sin apareamiento para diversas formas del ^{74}Kr . De izquierda a derecha, podemos ver el efecto de pasar de prolado a esférico y a oblado. De abajo a arriba, se puede apreciar el efecto de no tener apareamiento ($\Delta = 0$) a tener apareamiento ($\Delta = 1.5$ MeV). En estas figuras, las líneas continuas (tanto en las distribuciones discretas como continuas) corresponden a excitaciones con $K = 1$ y las líneas de puntos a excitaciones con $K = 0$. Cuando no hay apareamiento ni deformación (Fig. 4.20e),

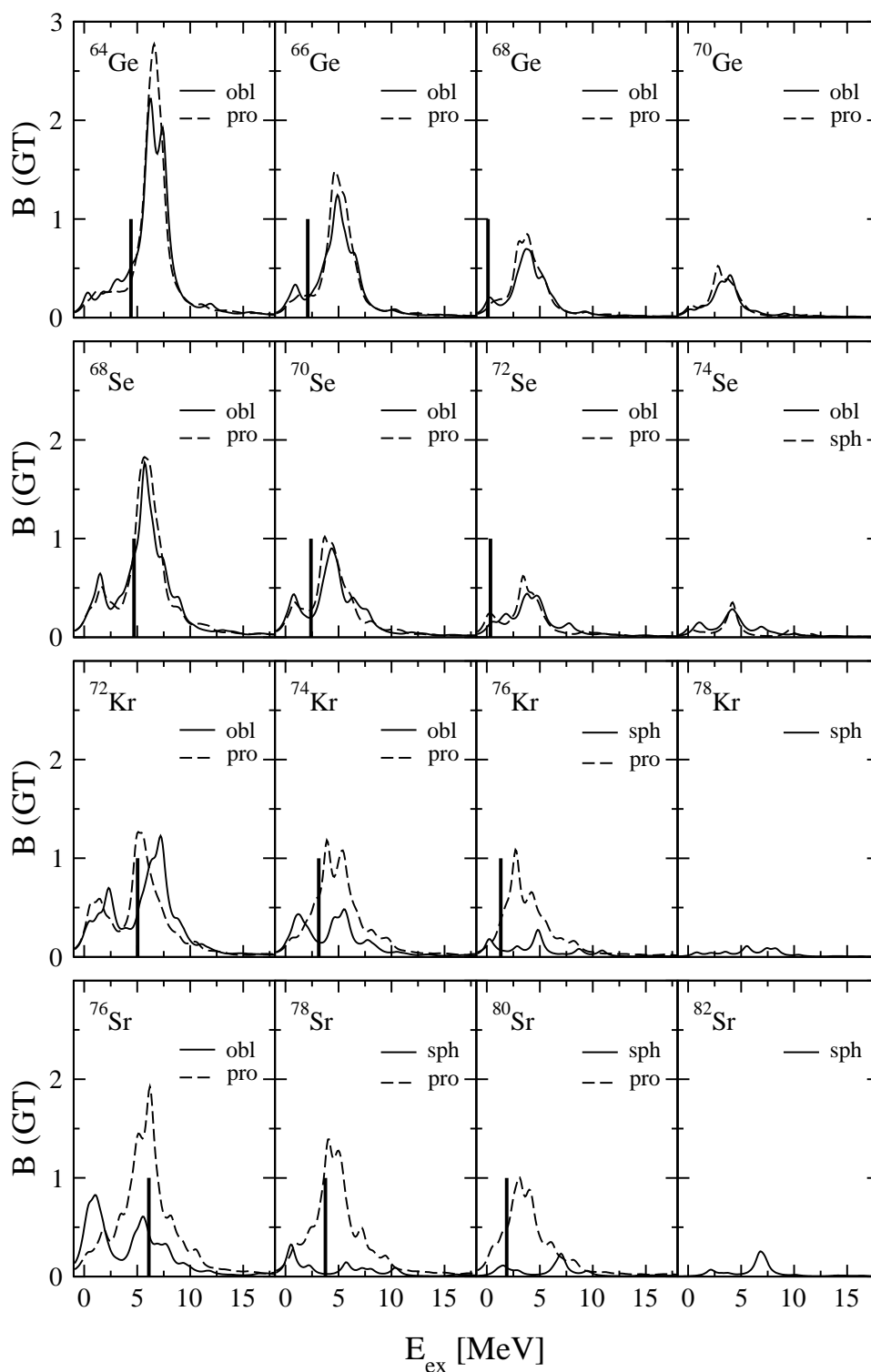


Figura 4.19: Distribuciones de intensidad Gamow–Teller [$g_A^2/4\pi$] en función de la energía de excitación del núcleo hijo [MeV]. Los resultados son para la fuerza SG2 en QRPA y para las diversas formas de los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$, $^{68,70,72,74}\text{Se}$, $^{72,74,76,78}\text{Kr}$ y $^{76,78,80,82}\text{Sr}$. Las líneas verticales indican los valores Q_{EC} experimentales (v. Tablas 4.1–4.4 para los valores de Q_{EC} teóricos).

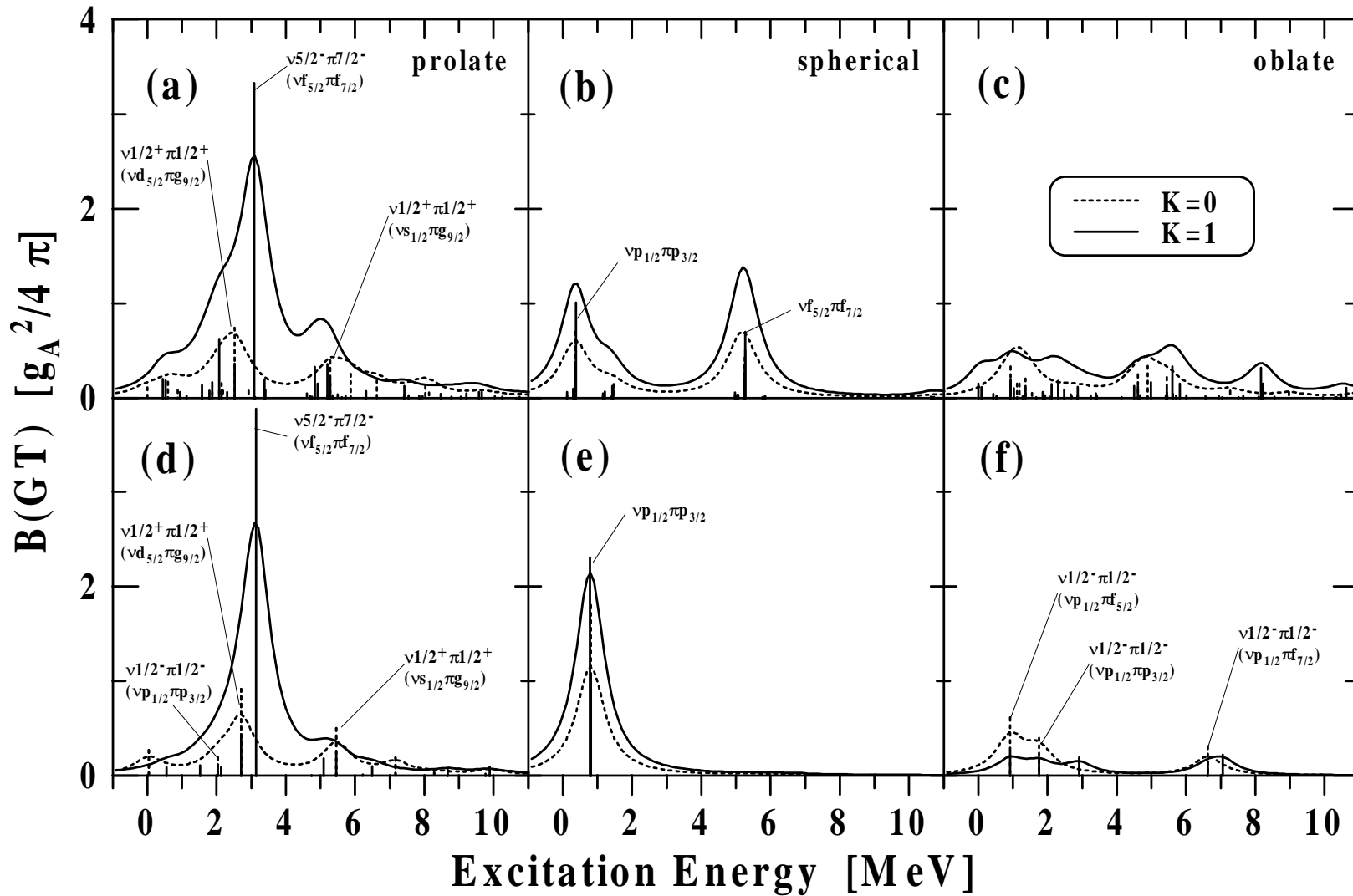


Figura 4.20: Comparación de efectos de apareamiento y deformación en las distribuciones de intensidad Gamow–Teller del ^{74}Kr . Los resultados corresponden a cálculos de dos cuasipartículas desnudas con la fuerza SG2. De izquierda a derecha podemos ver los casos prolado, esférico y oblatado. Los paneles superiores corresponden a resultados con apareamiento ($\Delta_n = \Delta_p = 1.5$ MeV) y los inferiores son sin apareamiento ($\Delta = 0$). Las líneas continuas (espectros y distribuciones mezcladas con gaussianas) corresponden a excitaciones $K = 1$, mientras que las líneas discontinuas corresponden a excitaciones $K = 0$. Se muestran asimismo las principales configuraciones que llevan a excitaciones GT.

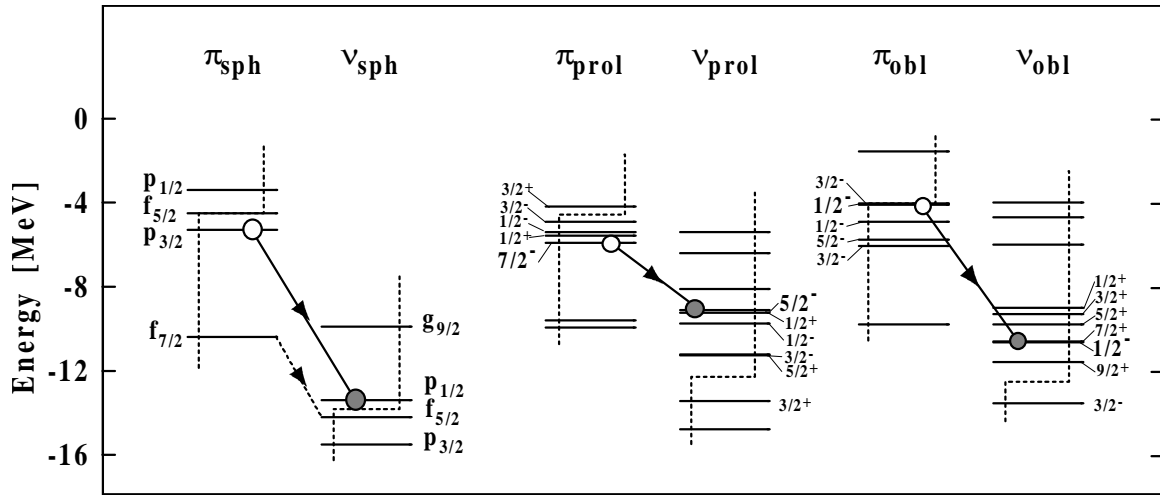


Figura 4.21: Energías monoparticulares esféricas, proladas y obladas para protones y neutrones obtenidas a partir de cálculos de HF con la fuerza SG2 para el ^{74}Kr . Las energías de Fermi están indicadas con líneas discontinuas. Las transiciones GT más importantes en los casos esférico y deformado se indican por las flechas continuas, mientras que la flecha discontinua indica la transición GT permitida más importante en el caso esférico una vez incluidas las correlaciones de apareamiento.

sólo hay un canal partícula–agujero neutrón–protón abierto ($\pi p_{3/2} \rightarrow \nu p_{1/2}$). Cuando incluimos apareamiento manteniendo la forma esférica (Fig. 4.20b), la intensidad de este canal disminuye y se abren nuevos canales, en particular el $\pi f_{7/2} \rightarrow \nu f_{5/2}$, que está prohibido en el caso $\Delta = 0$, $\beta = 0$. De este modo, aparece una estructura de dos picos que permanece en los resultados de QRPA esféricos, aun cuando está modulada por el efecto de la interacción residual y las correlaciones de QRPA. La deformación sólo también provoca la apertura de nuevos canales y la reducción del pico $\pi p_{3/2} \rightarrow \nu p_{1/2}$ (v. la transición del panel (e) a los paneles (d) y (f) en la Fig. 4.20), pero además causa fragmentación de la intensidad entre orbitales monoparticulares esféricos. En particular, los modos $K = 0$ y $K = 1$ son degenerados en el caso esférico independientemente de si hay apareamiento o no. Esta degeneración se rompe claramente en el caso deformado: sólo transiciones $K_{\pi}^{\pm} \rightarrow K_{\nu}^{\pm}$ con $K_{\pi} = K_{\nu} = 1/2$ contribuyen tanto al modo $K = 0$ como al $K = 1$, mientras que transiciones $K_{\pi}^{\pm} \rightarrow K_{\nu}^{\pm}$ con $K_{\nu} = K_{\pi} \pm 1$ ($K_{\nu}, K_{\pi} > 1/2$) contribuyen sólo a los modos $K = 1$, y las de $K_{\nu} = K_{\pi} > 1/2$ contribuyen sólo a los modos $K = 0$. Claramente, cuáles son los nuevos canales abiertos con la deformación y cuáles son sus intensidades, depende fuertemente de si el núcleo es oblado o prolado, así como de la magnitud de la deformación. Como se ve en la Fig. 4.20d (v. también la Fig. 4.21), en el caso prolado con $\Delta = 0$ el nuevo canal más importante es el $K = 1$ ($7/2_{\pi}^{-} \rightarrow 5/2_{\nu}^{-}$), que tiene una fuerte componente esférica $\pi f_{7/2} \rightarrow \nu f_{5/2}$, mientras que la transición $\pi p_{3/2} \rightarrow \nu p_{1/2}$ es muy pequeña, y otros estados de paridad positiva tienen también más intensidad. Por el contrario, en el caso oblado, la intensidad se debe todavía a la transición $\pi p_{3/2} \rightarrow \nu p_{1/2}$ que aparece fuertemente fragmentada en varias transiciones $3/2_{\pi}^{-} \rightarrow 1/2_{\nu}^{-}$ y $1/2_{\pi}^{-} \rightarrow 1/2_{\nu}^{-}$. El efecto del apareamiento en el caso deformado es similar al del caso esférico. Abre más canales y reduce la intensidad de los ya existentes (compárense los paneles (a)–(d) y (c)–(f))

de la Fig. 4.20), dando como resultado distribuciones de intensidad más complejas y suaves. Es asimismo interesante observar que, a pesar de las redistribuciones de intensidad causadas por la interacción residual V_{GT} y las correlaciones de QRPA, los perfiles prolado y oblado de las intensidades B_{GT} de la Fig. 4.8 todavía recuerdan a los de la Fig. 4.20.

Para entender mejor los mecanismos que llevan a tales estructuras en los perfiles de la distribución de intensidad GT, es ilustrativo comparar los espectros monoparticulares HF de neutrones y protones alrededor de los niveles de Fermi, en los casos esférico y deformado. Esto se puede ver en la Fig. 4.21, donde las energías de Fermi se indican por líneas discontinuas verticales y horizontales. Las etiquetas corresponden a los valores l_j en el caso esférico y a K^π en los casos deformados. En ausencia de apareamiento, las transiciones GT^+ permitidas conectan sólo protones por debajo de λ_p con neutrones por encima de λ_n con $\Delta K = 0, \pm 1$ y la misma paridad. Las transiciones GT más importantes se indican por medio de flechas de línea continua. Son $(\pi p_{3/2} \rightarrow \nu p_{1/2})$ en el caso esférico, $(\pi 7/2^- \rightarrow \nu 5/2^-)$ en el caso prolado y $(\pi 1/2^- \rightarrow \nu 1/2^-)$ en el caso oblado. La flecha de línea discontinua indica la transición GT más importante en el caso esférico, $(\pi f_{7/2} \rightarrow \nu f_{5/2})$, que es permitida una vez que se incluyen las correlaciones de apareamiento. A partir de esta figura, se puede comprender también por qué la intensidad GT en el caso oblado es mucho menor que en el caso prolado. Como se ve en la Fig. 4.21, la razón de este comportamiento es que en el caso oblado los niveles protónicos por debajo de la energía de Fermi son estados de paridad negativa, mientras que los que están por encima del nivel de Fermi neutrónico son mayoritariamente estados de paridad positiva; sin embargo, en el caso prolado, encontramos ambos tipos de estados (de paridad positiva y negativa) por debajo de λ_p y por encima de λ_n .

Como ya se ha comentado antes, la **interacción residual** tiende a redistribuir la intensidad. Esto se puede comprobar observando la Fig. 4.22, donde aparecen los resultados de QRPA para las formas oblada, esférica y prolada del ^{74}Kr , para diferentes valores de la fuerza de acoplamiento (χ_{GT}) de la interacción V_{GT} . Los resultados correspondientes a $\chi_{GT} = 0.37$ de la Tabla 4.3 se comparan con los que se obtienen cuando la fuerza χ_{GT} de la interacción se reduce o aumenta un factor 2.

Conviene hacer ahora un comentario sobre la interacción residual. Como ya se ha mencionado, la fuerza de acoplamiento de nuestra interacción residual espín–isoespín χ_{GT} se obtiene a partir de los parámetros de Skyrme (ec. (3.19)) y, por lo tanto, el campo medio y la interacción residual se derivan consistentemente de la misma fuerza sin que queden parámetros libres. Sin embargo, nos podemos preguntar cómo se compara esta fuerza de acoplamiento con otros valores usados previamente en la literatura y cómo de bien describe la posición de la resonancia de Gamow–Teller (GTR) experimental, según se obtiene de reacciones (p, n) y (n, p) . Tales comparaciones con el experimento han sido un método común para ajustar la fuerza de acoplamiento de la interacción residual espín–isoespín. Con este procedimiento, se obtuvo [Gaa81, Gaa83] un valor de $\chi_{GT} = 23/A$ MeV para la fuerza de acoplamiento de la ec. (3.42). El ajuste corresponde a la GTR en el ^{208}Pb , que está centrada a una energía de excitación en el núcleo hijo de 15.5 MeV. El valor para χ_{GT} se obtuvo usando los valores experimentales para las energías de partícula y agujero según se explica en las Refs. [Gaa81, Gaa83], por lo que cambiaría si usamos, en lugar de esas energías experimentales, las energías

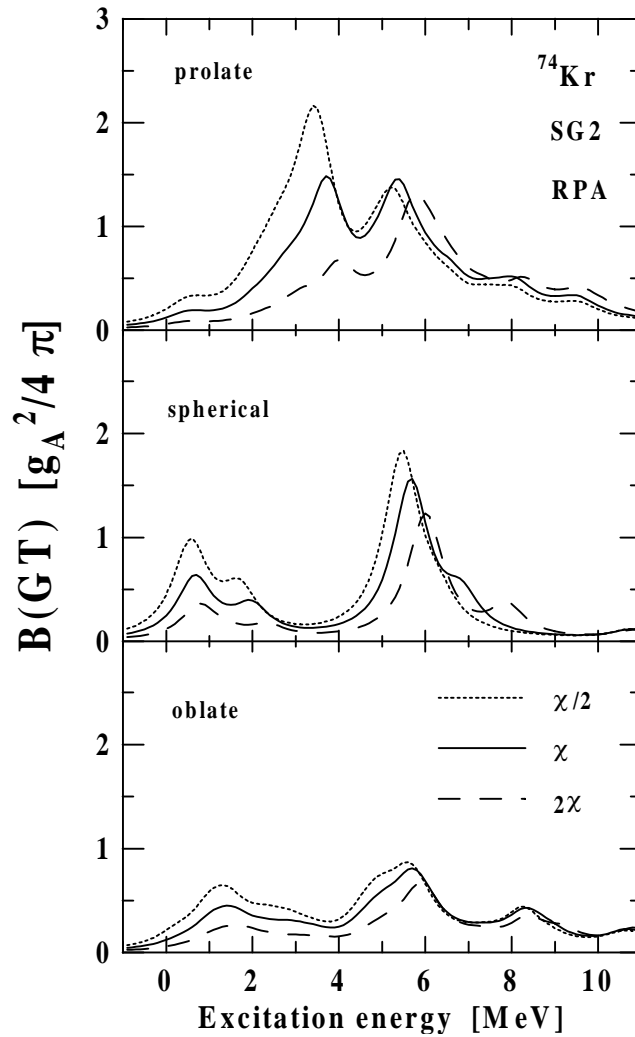


Figura 4.22: Distribuciones de intensidad Gamow–Teller con QRPA para el ^{74}Kr y diferentes fuerzas de acoplamiento de la interacción residual χ_{GT} . Las líneas continuas corresponden al valor de la Tabla 4.3. Las líneas discontinuas (de puntos) corresponden al doble (la mitad) del valor de la intensidad de acoplamiento.

monoparticulares obtenidas a partir de un cálculo de campo medio autoconsistente como en nuestro caso. Esto significa que hay que tener cuidado al usar este valor para la fuerza de acoplamiento, ya que implica al mismo tiempo el uso de energías experimentales. En cuanto se utiliza un conjunto diferente de energías monoparticulares, el procedimiento de ajuste debería repetirse para extraer un nuevo valor de χ_{GT} capaz de reproducir la energía de excitación de la GTR dentro del nuevo marco.

Conviene mencionar asimismo que el valor de la fuerza de acoplamiento que reproduce la posición de la GTR en el ^{208}Pb varía si se considera una región de masas distinta. Es sabido [HBH⁺96] que se necesitan diferentes valores de χ_{GT} para reproducir la GTR en diferentes regiones de masas. En un intento de mejorar la sistemática de la dependencia de la fuerza χ_{GT} con el número másico A , se han probado dependencias más sofisticadas que c/A [HBH⁺96]. Una dependencia del tipo $\chi_{\text{GT}} = c/A^\mu$ se

ha ajustado a datos del Ca, Zr y Pb. Se ha comprobado que $\chi_{GT} = 5.2/A^{0.7}$ es capaz de reproducir de forma razonable estos datos. Al igual que antes, esta parametrización dependería del campo medio y las energías monoparticulares usadas.

El valor que obtenemos para la fuerza de acoplamiento es $27/A$ MeV para SG2 y $26/A$ MeV para Sk3, que están bastante próximos y un poco por encima del valor $23/A$ mencionado antes. Un valor similar, $28/A$, se obtuvo en la Ref. [Suz81] para reproducir la sistemática de las diferencias de energía entre la GTR y el estado análogo isobárico observado en reacciones (p, n) . Con nuestro valor, obtenemos la posición de la resonancia de GT para ^{208}Pb a 19 MeV, que es unos pocos MeV mayor que la experimental. Este resultado ya se conocía para la fuerza SG2. En la Ref. [GS81], se encontró, dentro de un cálculo QTDA con una fuerza de contacto de tipo Landau en el ^{208}Pb , que SG2 da la GTR a 18 MeV, mientras que la otra fuerza considerada en ese artículo (SG1) produce el pico a 21 MeV. En la Ref. [LLM91], la resonancia se encontró también a 19 MeV dentro de un cálculo QRPA con una interacción Skyrme–Landau. Nuestros resultados a partir de una fuerza equivalente separable confirman esos resultados. El valor de χ_{GT} necesario para reproducir en nuestro caso la GTR en el ^{208}Pb es $\chi_{GT} = 19/A$ MeV.

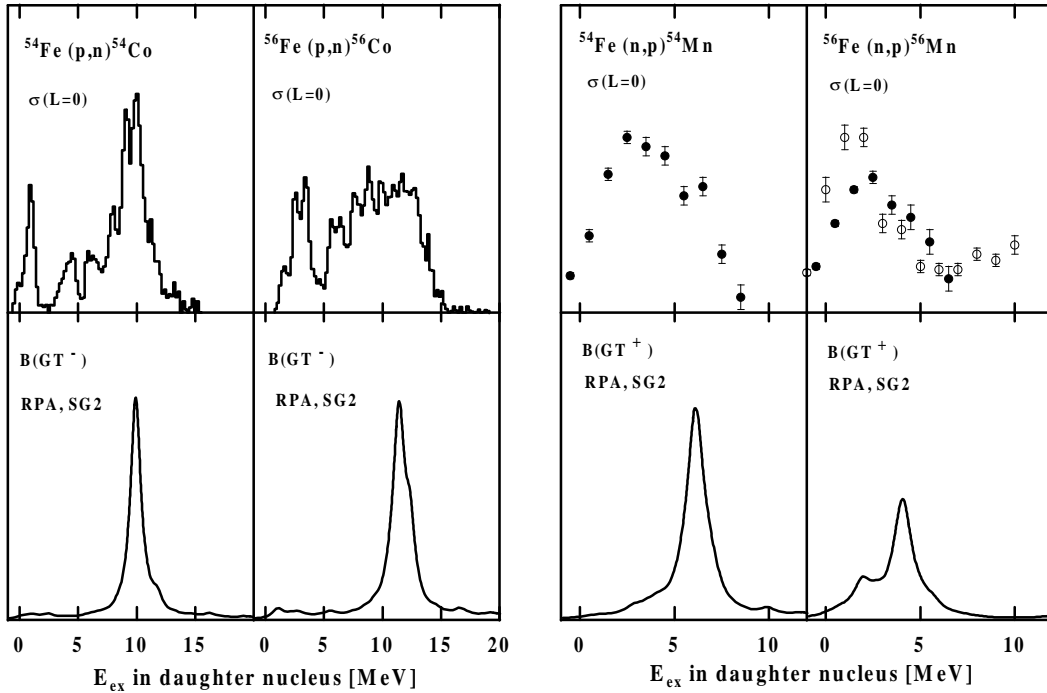


Figura 4.23: Secciones eficaces (p, n) y (n, p) $L = 0$ en $^{54,56}\text{Fe}$ comparadas con distribuciones de intensidad GT teóricas obtenidas con la fuerza SG2 en QRPA. Los datos experimentales para las reacciones (p, n) y (n, p) son de [Rap83] y [EK94, Ron93], respectivamente.

Para ilustrar mejor la comparación de la posición calculada y experimental de la GTR, es interesante comparar las predicciones de nuestro tratamiento usando la interacción residual consistente y separable en la región de masas de nuestro interés aquí. Por desgracia, no hay mucha información experimental disponible. Una excepción es el caso de los isótopos del Fe, que son probablemente los núcleos más ampliamente es-

tudiados en esta región de masas a causa de su interés en astrofísica. Los isótopos $^{54,56}\text{Fe}$ han sido medidos por medio de reacciones (p, n) [Rap83] y (n, p) [EK94, Ron93] para obtener las intensidades GT^- y GT^+ , respectivamente. Podemos ver en la Fig. 4.23 el resultado de esta comparación, donde se ha representado la intensidad (sección eficaz hacia adelante con $L = 0$ ó intensidad GT) frente a la energía de excitación del núcleo hijo. El acuerdo con la posición experimental de la GTR es bastante razonable, especialmente si se tiene en cuenta que el cálculo teórico no tiene parámetros libres. También se aprecia claramente que se podría mejorar este acuerdo reduciendo un poco la fuerza de acoplamiento.

También se puede encontrar información experimental sobre reacciones (n, p) para $^{70,72}\text{Ge}$ [Vet92], que están más próximos a los núcleos de nuestro interés. La Fig. 4.24 contiene esta comparación entre las secciones eficaces $L = 0$ experimentales y la distribución de intensidad de Gamow–Teller calculada con la fuerza SG2 en QRPA y para las dos formas (prolada y oblada para el ^{70}Ge , esférica y oblada para el ^{72}Ge) que dan lugar a mínimos de energía HF. Como en el caso de los isótopos del Fe, el acuerdo con la energía de excitación experimental de la GTR es aceptable. El pico del ^{70}Ge está bien reproducido, mientras que el pico del ^{72}Ge está a la energía correcta, aunque experimentalmente aparece como una resonancia ancha.

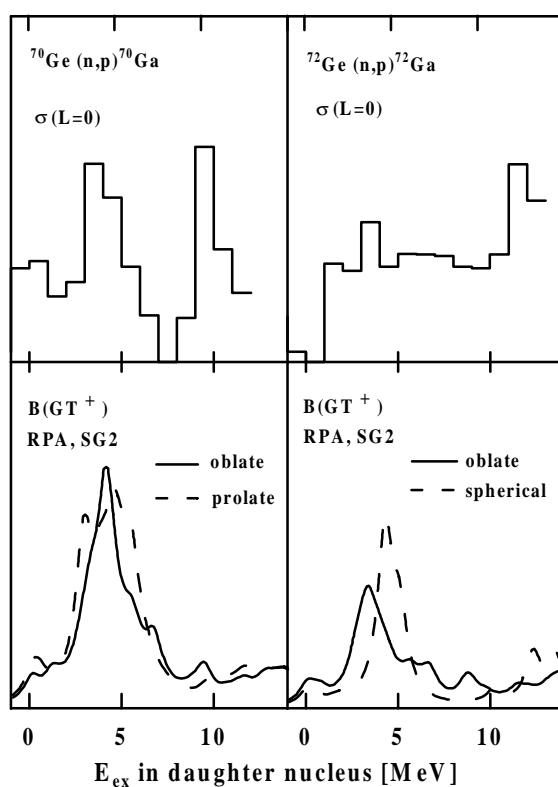


Figura 4.24: Secciones eficaces $L = 0$ (n, p) en $^{70,72}\text{Ge}$ [Vet92] comparadas con las distribuciones de intensidad GT teóricas en QRPA obtenidas con SG2.

No es el fin de este trabajo ajustar datos experimentales de distribuciones de intensidad GT, sino dar resultados obtenidos a partir del valor consistente de χ_{GT} (calculado

con los parámetros de la fuerza de Skyrme) para evitar tener que andar jugando con parámetros libres. En cualquier caso, la comparación de arriba con el Fe y el Ge muestra que el método produce resultados razonables. Por otro lado, la intensidad por debajo de la ventana de Q_{EC} , que es la región de energía relevante para la desintegración β , está en prácticamente todos los casos considerados aquí muy por debajo del pico de la GTR y, por lo tanto, no está influido directamente por su posición dentro de unos pocos MeV.

Por otra parte, se ha dicho (v. Refs. [EVZ88, KS88, MK88] y referencias ahí citadas) que para una descripción completa de las intensidades β^+ y $\beta\beta$, se requiere la inclusión de la **interacción residual partícula-partícula** (pp). La forma usual de incluir esta fuerza es a través de una fuerza separable con una constante de acoplamiento libre κ_{pp} , que se ajusta a la fenomenología. Dado que el pico de la GTR es casi insensible a la fuerza pp, κ_{pp} se ajusta normalmente para reproducir las vidas medias.

La Fig. 4.25 ilustra el efecto de las interacciones residuales sobre el cálculo de dos cuasipartículas no correlacionadas. Los cálculos se han hecho para las formas oblada y prolada del ^{74}Kr . La fuerza de acoplamiento de la interacción residual ph χ_{GT}^{ph} se obtiene de la eq. (3.19) y su valor para $A = 74$ y fuerza de Skyrme SG2 es $\chi_{GT}^{ph} = 0.37$ MeV. La fuerza de acoplamiento de la interacción residual pp varía desde $\kappa_{GT}^{pp} = 0$ hasta $\kappa_{GT}^{pp} = 0.07$ MeV.

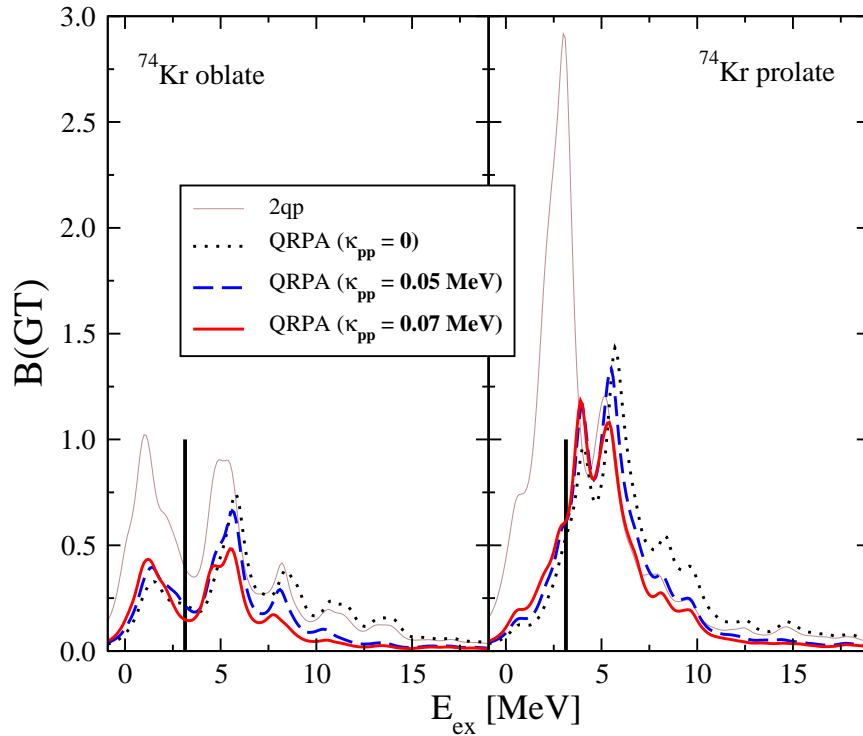


Figura 4.25: Distribuciones de intensidad GT [$g_A^2/4\pi$] en el ^{74}Kr frente a la energía de excitación del núcleo hijo. Los cálculos se han hecho en QRPA con la fuerza SG2 para diversos valores de la fuerza de acoplamiento κ_{GT}^{pp} de la interacción partícula-partícula. Las líneas verticales indican los valores de las Q_{EC} experimentales (v. Tabla 4.3 para los valores de Q_{EC} teóricos).

Como ya vimos al comparar el cálculo de 2qp con el de QTDA y el de QRPA, si

comparamos el resultado no correlacionado (línea continua fina) con el de QRPA sólo con la interacción residual ph (línea de puntos), vemos que se produce un desplazamiento de la intensidad GT a energías de excitación más altas y una reducción de la intensidad GT total. Obviamente, estos efectos son tanto más pronunciados cuanto mayor es el valor de la fuerza de acoplamiento χ_{GT}^{ph} . Si introducimos ahora una interacción residual pp (líneas discontinua y continua gruesa), podemos ver que su efecto, al ser una fuerza atractiva, es desplazar la intensidad a energías de excitación más bajas, reduciendo asimismo la intensidad GT total. El desplazamiento y la reducción de la intensidad es más pronunciado a energías de excitación altas y la posición de la resonancia GT apenas es afectada por esta interacción. La intensidad GT también es empujada un poco por la interacción pp a energías menores en la región de excitación de baja energía. Este efecto, aunque sea pequeño, es de gran relevancia en el cálculo de las vidas medias β^+/EC , que son sensibles sólo a la distribución de la intensidad contenida en la región de energía por debajo de la ventana de Q_{EC} . Comparando las curvas obtenidas con $\kappa_{GT}^{pp} = 0.05$ MeV (línea discontinua) y $\kappa_{GT}^{pp} = 0.07$ MeV (línea continua gruesa), podemos ver cómo estos efectos son más pronunciados a medida que aumentamos el valor de la fuerza de acoplamiento.

Esta es la razón por la que el procedimiento usual para ajustar estas dos fuerzas de acoplamiento χ_{GT}^{ph} y κ_{GT}^{pp} es como sigue: primero se elige χ_{GT}^{ph} para que reproduzca la posición de la resonancia GT, normalmente determinada a partir de reacciones de intercambio de carga (p, n) y (n, p); y después se escoge un κ_{GT}^{pp} que reproduzca la vida media. En nuestro trabajo, dado que el valor de χ_{GT}^{ph} se determina autoconsistentemente y las resonancias GT conocidas están descritas de forma razonable [SME99], no llevamos a cabo este procedimiento de ajuste caso a caso. Sin embargo, para determinar el valor de κ_{GT}^{pp} , calculamos primero las distribuciones de intensidad GT y las vidas medias y comparamos éstas con el experimento para extraer un valor que, produciendo un acuerdo razonable, esté aún dentro del rango de valores compatibles con el tratamiento correcto de la QRPA.

En la Fig. 4.26, podemos ver el resultado del cálculo de las vidas medias en el ^{76}Sr en función de la fuerza de acoplamiento κ_{GT}^{pp} . La vida media disminuye al aumentar los valores de κ_{GT}^{pp} . Esto es claro porque, a medida que crece κ_{GT}^{pp} , la intensidad se concentra más a energías de excitación bajas por debajo de Q_{EC} y, por lo tanto, las vidas medias son más pequeñas. Esto es cierto hasta valores en torno a $\kappa_{GT}^{pp} = 0.1$ MeV, donde la QRPA ya no es válida. En el caso del ^{76}Sr , obtenemos un valor óptimo de $\kappa_{GT}^{pp} = 0.03$ MeV y $\kappa_{GT}^{pp} = 0.07$ MeV para las formas oblada y prolada, respectivamente. Este valor dependerá, entre otros factores, del núcleo, forma e interacción de Skyrme y se podría llevar a cabo un procedimiento de ajuste caso a caso. No obstante, hemos hecho cálculos para otros casos y hemos encontrado que, en general, valores alrededor de $\kappa_{GT}^{pp} = 0.07$ MeV mejoran el acuerdo con el experimento en la mayoría de los casos y, puesto que éste es un valor válido lejos de la ruptura de la QRPA, hemos tomado $\kappa_{GT}^{pp} = 0.07$ MeV como el valor de la constante de acoplamiento de la interacción residual pp.

En las Refs. [HSMKK91, MBK89, HBH⁺96], Homma y sus colaboradores estudiaron propiedades de desintegración β usando Nilsson+BCS+QRPA con interacciones residuales separables ph y pp. Consideraron un amplio abanico de núcleos para ex-

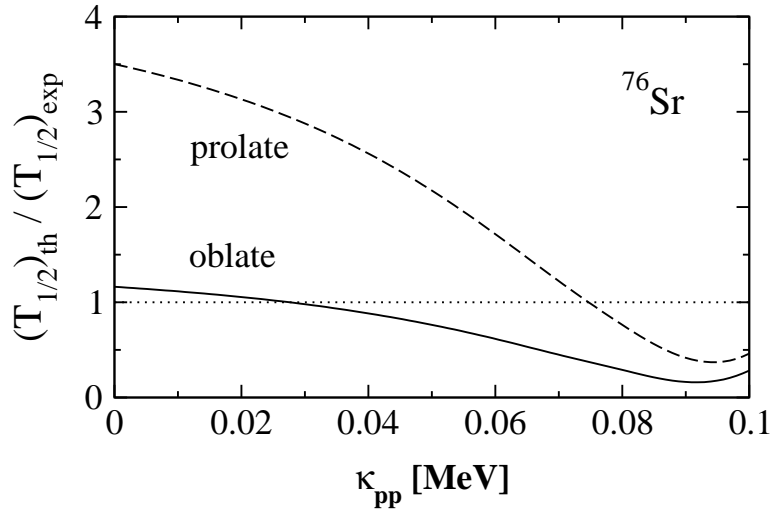


Figura 4.26: Cocientes de vidas medias calculadas y experimentales en el ^{76}Sr en función de la fuerza de acoplamiento $\kappa_{\text{GT}}^{\text{pp}}$ de la interacción partícula-partícula.

traer fenomenológicamente la fuerza de acoplamiento de tales interacciones residuales por medio de ajustes a vidas medias experimentales. Obtuvieron la siguiente dependencia en el número másico: $\chi_{\text{GT}}^{\text{ph}} = 5.2/A^{0.7}$ MeV, $\kappa_{\text{GT}}^{\text{pp}} = 0.58/A^{0.7}$ MeV. Para $A = 70$, esto da una fuerza ph $\chi_{\text{GT}}^{\text{ph}} = 0.27$ MeV y una fuerza pp $\kappa_{\text{GT}}^{\text{pp}} = 0.03$ MeV. La fuerza ph es algo menor que la obtenida con la ec. (3.19), derivada de forma autoconsistente a partir de nuestro campo medio. La fuerza pp es también algo menor que el valor que nosotros hemos adoptado. Esto es consistente con la tendencia observada en la Fig. 1 de Homma *et al.* [HBH⁺96] que muestra que para valores decrecientes de $\chi_{\text{GT}}^{\text{ph}}$, se necesitan valores más pequeños de $\kappa_{\text{GT}}^{\text{pp}}$. Por otro lado, el hecho de que nuestras fuerzas ph y pp sean algo diferentes a las que aparecen en la Ref. [HBH⁺96] no es de sorprender, ya que los campos medios son también diferentes.

4.2.3 Intensidades sumadas

En la Fig. 4.27 están representadas las intensidades sumadas hasta diferentes energías de excitación, para los dos mínimos (oblado y prolado) correspondientes al ^{74}Kr con la interacción SG2. También aparecen en la figura las intensidades sumadas pesadas en energía. Claramente la intensidad sumada no correlacionada:

$$\sum_x (B_x^{\text{GT}+})_{\text{uncorr}} = \frac{g_A^2}{4\pi} \sum_{\alpha\beta} |\langle \alpha\beta | \sigma t^+ | \phi_0 \rangle|^2 \quad (4.2)$$

se conserva en la aproximación de QTDA, mientras que la aproximación de QRPA conserva la intensidad sumada pesada en energías no correlacionada:

$$\sum_x (E_x B_x^{\text{GT}+})_{\text{uncorr}} = \frac{g_A^2}{4\pi} \sum_{\alpha\beta} (E_\alpha + E_\beta) |\langle \alpha\beta | \sigma t^+ | \phi_0 \rangle|^2, \quad (4.3)$$

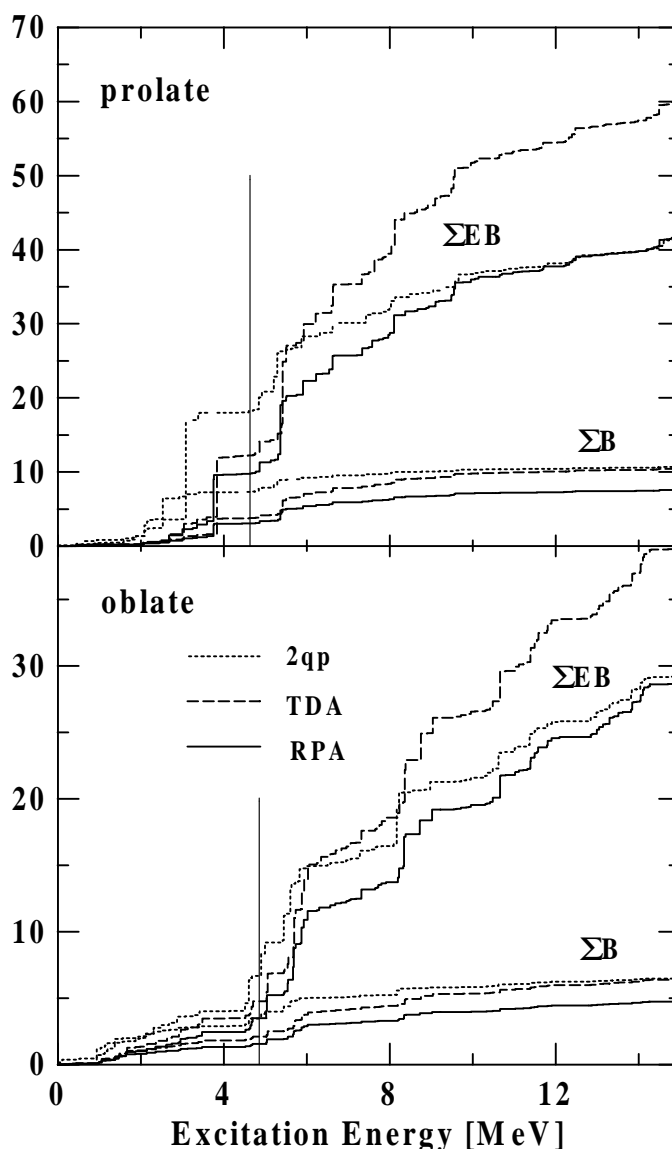


Figura 4.27: Intensidad GT acumulada ($\Sigma B [g_A^2/4\pi]$) e intensidad pesada en energía ($\Sigma EB [\text{MeV } g_A^2/4\pi]$) en el ^{74}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los resultados corresponden a las soluciones prolada (panel superior) y oblada (panel inferior) de SG2. Las líneas de puntos son para cálculos de 2qp desnudas, las líneas discontinuas para cálculos de QTDA y las líneas continuas para cálculos QRPA. Las líneas verticales indican los valores de Q_{EC} .

donde $\alpha\beta$ representa cualquier excitación de dos cuasipartículas neutrón–protón. Aunque esto se espera de la teoría general, es interesante ver que ya a bajas energías ($E^* \lesssim 10 \text{ MeV}$) en QRPA la suma pesada en energías tiende a converger al resultado de 2qp desnudas, mientras que la suma no pesada en energías claramente está por debajo del resultado de 2qp, de modo que se compensa el desplazamiento a energías más altas de la intensidad producido por la interacción V_{GT} . Con QTDA ocurre lo contrario. La falta de correlaciones QRPA hace que la suma pesada en energías QTDA empiece a divergir ya a 10 MeV. También aparecen en la Fig. 4.27 indicados por líneas

verticales, los valores de Q_{EC} calculados para las formas oblada y prolada.

Un punto importante a discutir en este contexto es si hay diferencias sustanciales en las intensidades sumadas dependiendo de la forma del núcleo madre. En caso afirmativo, esto implica que los datos experimentales relacionados con la desintegración β se pueden tomar como un indicador de la forma nuclear. Por ello es instructivo ver las predicciones para las intensidades sumadas correspondientes a las diferentes formas estables. La Tabla 4.5 muestra los resultados obtenidos a partir de cálculos de 2qp desnudas, QTDA y QRPA para la intensidad GT sumada hasta un corte de energía de 30 MeV, mientras que la Tabla 4.6 muestra lo mismo para la intensidad GT sumada hasta energías de excitación por debajo de Q_{EC} . El límite de 30 MeV corresponde a la energía de excitación para la cual la regla de suma de Ikeda se satisface hasta unos pocos por mil. Se muestran resultados para las dos fuerzas de Skyrme Sk3 y SG2, así como para las diferentes formas oblada (o), prolada (p) o esférica (e), donde aparecen los mínimos para cada isótopo.

Se puede ver en la Tabla 4.5 que las intensidades GT sumadas hasta el corte de energía se conservan al pasar de cálculos de 2qp a QTDA, pero no es así en QRPA, donde las intensidades se ven reducidas. Las sumas pesadas en energías, que no aparecen aquí, tienen el comportamiento contrario: los valores de dos cuasipartículas se conservan en la QRPA, mientras que QTDA produce sumas mayores (v. Fig. 4.27). Si enfocamos nuestra atención en las intensidades totales QRPA, podemos ver en la tabla que la forma prolada tiende a dar una intensidad total mayor, lo que es más notable en los isótopos de Kr y Sr que tienen la otra forma de equilibrio esférica. Al comparar resultados de QRPA para Sk3 y SG2, se puede ver que las intensidades sumadas GT son prácticamente iguales cuando las formas predichas tienen valores similares de β_0 . Esto implica que existe una fuerte correlación entre la forma nuclear y la intensidad GT total dentro de la ventana de Q_{EC} (\sum_{EC}).

Por consistencia, las excitaciones GT y los valores de Q_{EC} de los cuales hemos obtenido las intensidades sumadas \sum_{EC} de la Tabla 4.6, han sido calculadas en el núcleo madre para cada fuerza, forma y aproximación. En la Tabla 4.6, no hemos incluido núcleos estables (^{70}Ge , ^{74}Se , ^{78}Kr) o núcleos cerca de la estabilidad con valores de Q_{EC} muy pequeños (^{68}Ge , ^{72}Se , ^{82}Sr , que tienen $Q_{EC} < 0.4$ MeV; v. Tablas 4.1–4.4). Las cantidades que dependen del valor de Q_{EC} , como la de la Tabla 4.6, son extremadamente sensibles al corte de energía cuando Q_{EC} es muy pequeño. En este caso, sólo muy pocas excitaciones de baja energía contribuyen a \sum_{EC} y un pequeño cambio en el valor de Q_{EC} puede llevar a grandes cambios en esta cantidad.

Las intensidades de la Tabla 4.6 vienen en unidades de $[g_A^2/4\pi]$, por lo que se espera una reducción del 60% aproximadamente en estas intensidades antes de compararlas con el experimento, debido al valor efectivo de g_A . Una característica de esta tabla es que las intensidades sumadas \sum_{EC} calculadas disminuyen al pasar de 2qp a QTDA a QRPA. Se pueden encontrar factores de variación del orden de diez entre cálculos de 2qp y QRPA. QTDA está en todos los casos mucho más próximo a QRPA que a 2qp, pero existen también diferencias observables en algunos casos. Por lo tanto, de estos cálculos se llega a la conclusión de que, para conseguir una descripción fidedigna de las propiedades de desintegración β , se ha de hacer un cálculo de QRPA.

En un análisis más detallado, podemos ver que las intensidades sumadas QRPA

		SG2			Sk3			
		2qp	QTDA	QRPA	2qp	QTDA	QRPA	
^{64}Ge	(o)	14.2	14.2	9.8	(o)	14.3	14.3	9.9
	(p)	14.5	14.5	10.0	(p)	14.0	14.0	9.8
^{66}Ge	(o)	9.7	9.7	6.2	(o)	9.7	9.7	6.3
	(p)	10.6	10.6	6.7	(p)	10.1	10.1	6.5
^{68}Ge	(o)	7.4	7.4	4.3	(o)	7.4	7.4	4.3
	(p)	8.4	8.4	4.7	(p)	8.0	8.0	4.7
^{70}Ge	(o)	5.5	5.5	2.9	(o)	5.6	5.6	2.9
	(p)	6.6	6.6	3.2	(p)	6.7	6.7	3.5
^{68}Se	(o)	12.5	12.5	9.1	(o)	12.6	12.6	9.1
	(p)	13.5	13.5	9.6	(p)	13.2	13.2	9.5
^{70}Se	(o)	8.8	8.8	5.8	(o)	9.0	9.0	6.0
	(p)	10.0	10.0	6.3	(p)	9.8	9.8	6.4
^{72}Se	(o)	6.6	6.6	3.9	(o)	7.0	7.0	4.2
	(p)	7.7	7.7	4.2	(p)	9.7	9.7	5.6
^{74}Se	(o)	4.9	4.9	2.6	(o)	5.1	5.1	2.8
	(e)	4.7	4.7	2.4	(p)	8.1	8.1	4.3
^{72}Kr	(o)	10.9	10.9	8.0	(o)	11.3	11.3	8.3
	(p)	11.5	11.5	8.1	(p)	12.9	12.9	9.2
^{74}Kr	(o)	6.8	6.8	4.6	(o)	9.2	9.2	6.1
	(p)	11.3	11.3	7.3	(p)	11.5	11.5	7.5
^{76}Kr	(e)	4.7	4.7	2.8	(o)	6.2	6.2	3.7
	(p)	10.2	10.2	5.9	(p)	10.3	10.3	6.1
^{78}Kr	(e)	3.5	3.5	1.9	(o)	5.3	5.3	2.9
					(p)	9.0	9.0	4.8
^{76}Sr	(o)	8.7	8.7	6.6	(o)	9.4	9.4	7.0
	(p)	14.2	14.2	10.2	(p)	14.4	14.4	10.4
^{78}Sr	(e)	4.0	4.0	2.8	(e)	5.1	5.1	3.4
	(p)	12.1	12.1	7.8	(p)	12.4	12.3	8.1
^{80}Sr	(e)	3.7	3.7	2.4	(e)	4.8	4.8	2.9
	(p)	11.4	11.4	6.5	(p)	11.5	11.5	6.8
^{82}Sr	(e)	3.7	3.7	2.1	(e)	4.5	4.5	2.5

Tabla 4.5: Resultados de cálculos de 2qp desnudas, QTDA y QRPA para la intensidad de Gamow–Teller en unidades de $[g_A^2/4\pi]$ sumada hasta $E_{\text{cut}} = 30$ MeV; los resultados corresponden a las dos fuerzas de Skyrme SG2 y Sk3, así como a las diferentes formas oblada (o), prolada (p) o esférica (e), donde aparecen los mínimos para cada isótopo.

		SG2			Sk3			
		2qp	QTDA	QRPA	2qp	QTDA	QRPA	
^{64}Ge	(o)	10.7	1.2	1.0	(o)	9.5	1.2	1.0
	(p)	11.6	0.9	0.8	(p)	10.3	0.8	0.7
^{66}Ge	(o)	4.0	0.7	0.5	(o)	2.4	0.7	0.5
	(p)	6.4	0.5	0.4	(p)	1.9	0.5	0.3
^{68}Se	(o)	8.7	1.7	1.5	(o)	8.2	1.8	1.5
	(p)	10.1	2.0	1.8	(p)	9.2	1.6	1.4
^{70}Se	(o)	3.9	0.9	0.7	(o)	2.9	1.1	0.8
	(p)	6.2	1.5	1.3	(p)	6.0	1.6	0.4
^{72}Kr	(o)	7.6	3.4	2.7	(o)	7.0	3.0	2.3
	(p)	9.3	5.0	4.1	(p)	10.1	2.8	2.4
^{74}Kr	(o)	3.5	1.6	1.1	(o)	3.6	1.6	1.1
	(p)	7.3	2.3	1.9	(p)	7.3	1.7	1.5
^{76}Kr	(e)	1.6	0.6	0.3	(o)	1.9	0.9	0.5
	(p)	6.0	0.6	0.4	(p)	2.5	0.2	0.1
^{76}Sr	(o)	6.3	4.2	3.3	(o)	6.4	3.7	2.9
	(p)	12.1	5.2	4.7	(p)	12.2	3.1	3.0
^{78}Sr	(e)	2.0	1.4	0.9	(e)	2.9	2.2	1.3
	(p)	9.9	2.7	2.7	(p)	8.3	2.3	2.1
^{80}Sr	(e)	1.3	0.3	0.2	(e)	2.1	0.6	0.3
	(p)	7.1	1.0	0.9	(p)	6.3	0.8	0.5

Tabla 4.6: Lo mismo que la Tabla 4.5 para la intensidad GT sumada contenida en la ventana Q_{EC} (Σ_{EC}).

dentro de la ventana de Q_{EC} en los isótopos del Ge son menores para las formas proladas que para las oblatas. Esto se debe al pequeño pico que aparece en la distribución de la intensidad en los casos oblatos, ausente en los prolados (v. Figs. 4.6, 4.10 y 4.14). Esto podría llevar a un efecto observable en $^{64,66}\text{Ge}$. Aunque la intensidad total (sumas hasta 30 MeV) son, en la mayoría de los casos, mayores para las formas proladas, ocurre lo contrario en las sumas hasta Q_{EC} . También es importante mencionar que SG2 y Sk3 coinciden en sus predicciones para las intensidades sumadas. Los resultados obtenidos para los isótopos del Se no muestran ninguna característica especial, por lo que no son buenos candidatos para buscar efectos visibles en las intensidades GT debidos a la deformación.

Los casos de los isótopos del Kr y del Sr merecen una atención especial. Las intensidades GT sumadas hasta la ventana de Q_{EC} no son totalmente concluyentes para distinguir entre formas oblatas o proladas en $^{72,76}\text{Kr}$. La situación es diferente

en el ^{74}Kr . En este núcleo, se obtiene la misma intensidad con las dos fuerzas en el caso oblado, intensidad que es mucho menor que la obtenida en el cálculo con la forma prolada. Este hecho hace del ^{74}Kr un candidato aceptable para medir su intensidad GT y, a partir de esta medida, deducir la forma del estado fundamental. De un modo similar, las \sum_{EC} son aproximadamente las mismas en el caso del ^{76}Sr , donde se predice una coexistencia entre las formas oblada y prolada. Por otro lado, en los otros dos casos $^{78,80}\text{Sr}$, donde aparece coexistencia de forma prolada y esférica, la \sum_{EC} calculada en la forma prolada es claramente más grande que la intensidad correspondiente calculada a partir de la forma esférica. De este modo, estos dos núcleos son de nuevo casos muy interesantes para buscar estos efectos de deformación en las intensidades GT.

En las siguientes figuras, Fig. 4.28–4.35, aparecen las intensidades GT sumadas (ΣB), así como las intensidades acumuladas pesadas en energía (ΣEB) para todos los isótopos par–par objeto de nuestro estudio. Se muestran los resultados teóricos para un cálculo QRPA con las interacciones de Skyrme SG2 y Sk3. Además, cuando hay dos soluciones para un núcleo, hemos calculado también una mezcla al 50% de ambas soluciones. Por otro lado, hemos incluido los valores experimentales de Q_{EC} (líneas verticales y continuas en las gráficas), tomados de las tablas 4.1–4.4.

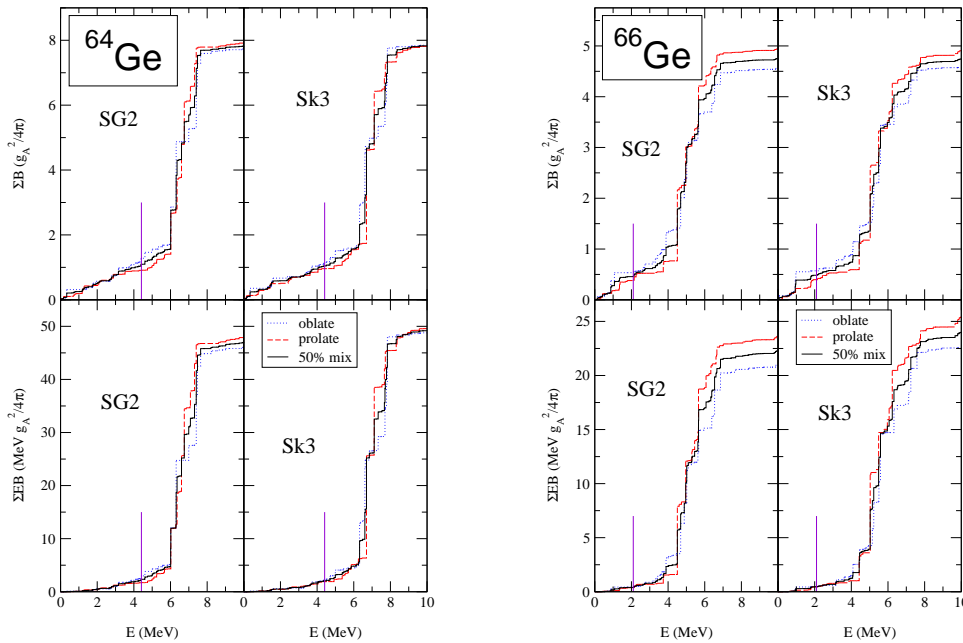


Figura 4.28: Intensidad GT sumada ($\Sigma B[g_A^2/4\pi]$) e intensidad pesada en energía ($\Sigma EB[\text{MeV}g_A^2/4\pi]$) para los isótopos $^{64,66}\text{Ge}$ en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los resultados corresponden a cálculos QRPA con las interacciones de Skyrme SG2 y Sk3 y aparecen las formas para las que cada núcleo presenta un mínimo. Las líneas verticales indican los valores de Q_{EC} .

Hemos incluido en las Figs. 4.28–4.35 las intensidades GT hasta una energía del núcleo hijo de 10 MeV para contener así la resonancia GT dentro de este intervalo;

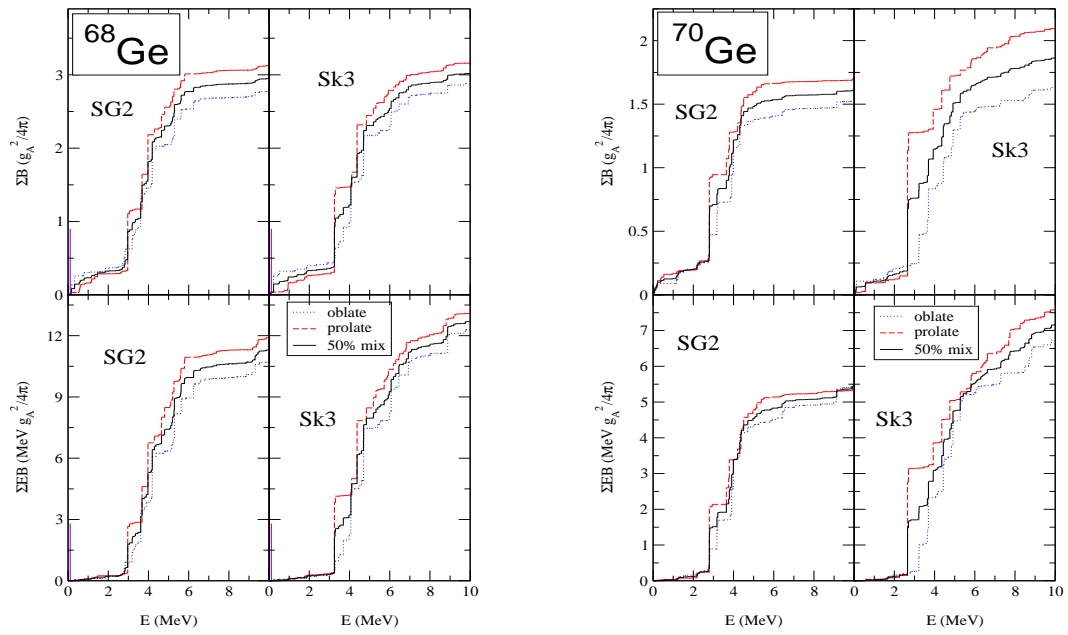


Figura 4.29: Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{68,70}\text{Ge}$.

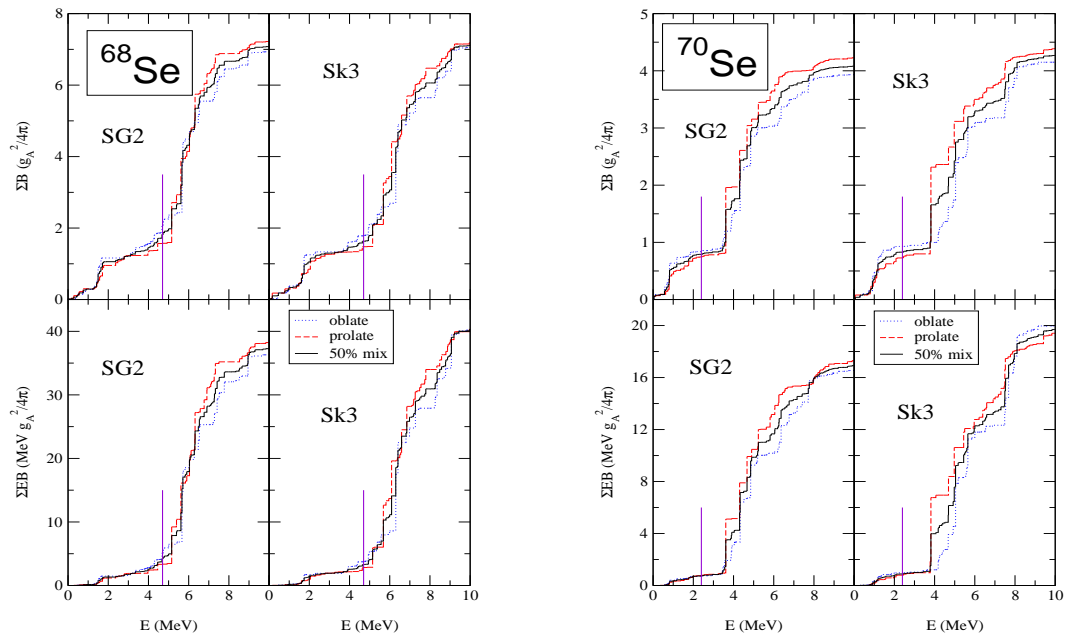


Figura 4.30: Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{68,70}\text{Se}$.

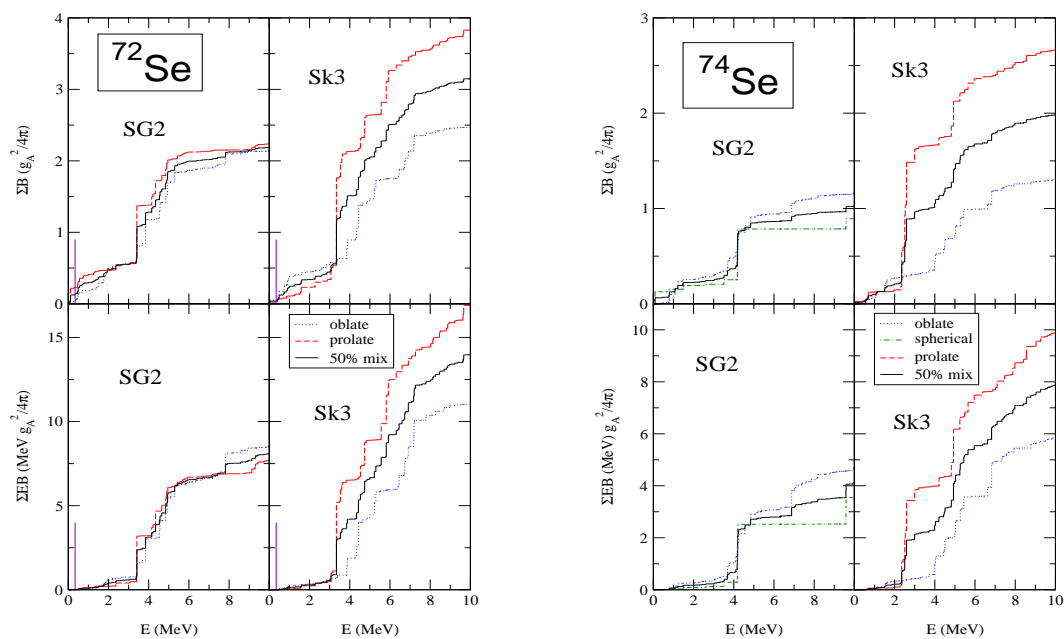


Figura 4.31: Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{72,74}\text{Se}$.

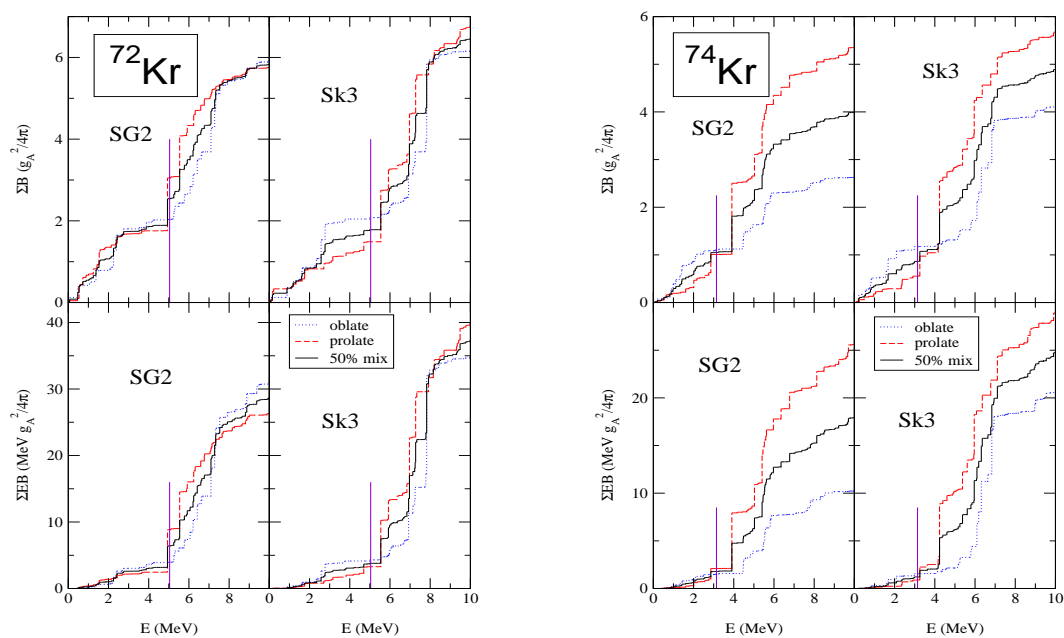


Figura 4.32: Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{72,74}\text{Kr}$.

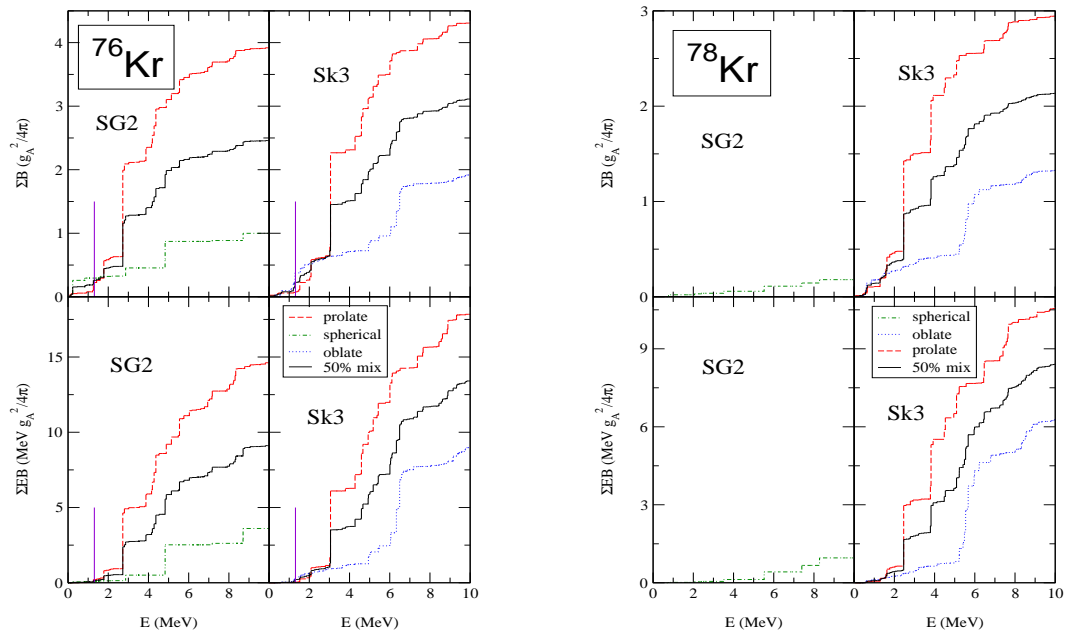


Figura 4.33: Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{76,78}\text{Kr}$.

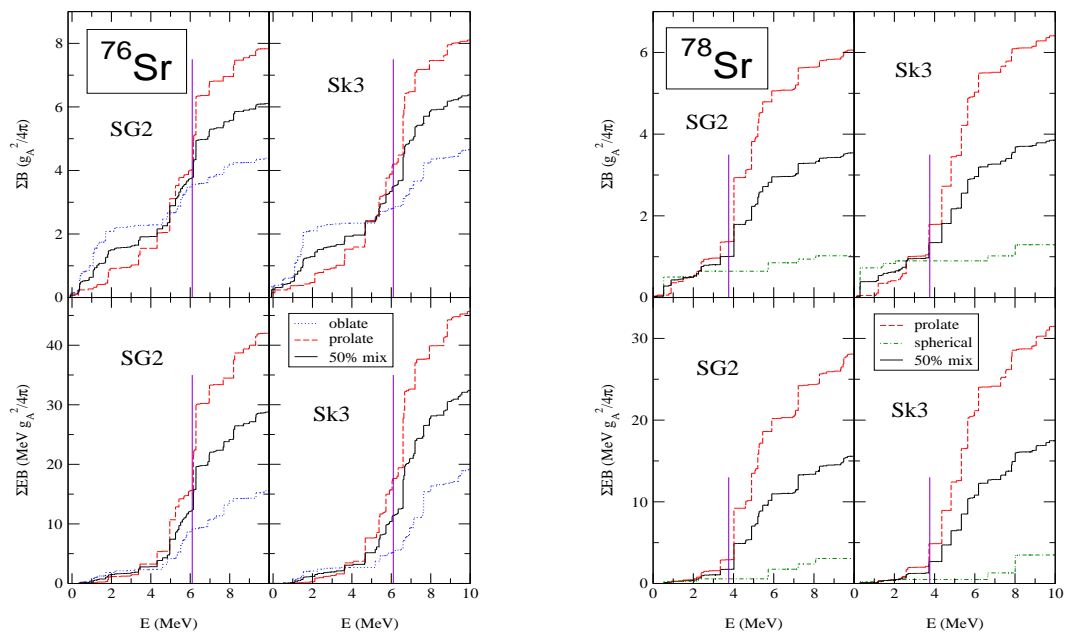


Figura 4.34: Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{76,78}\text{Sr}$.

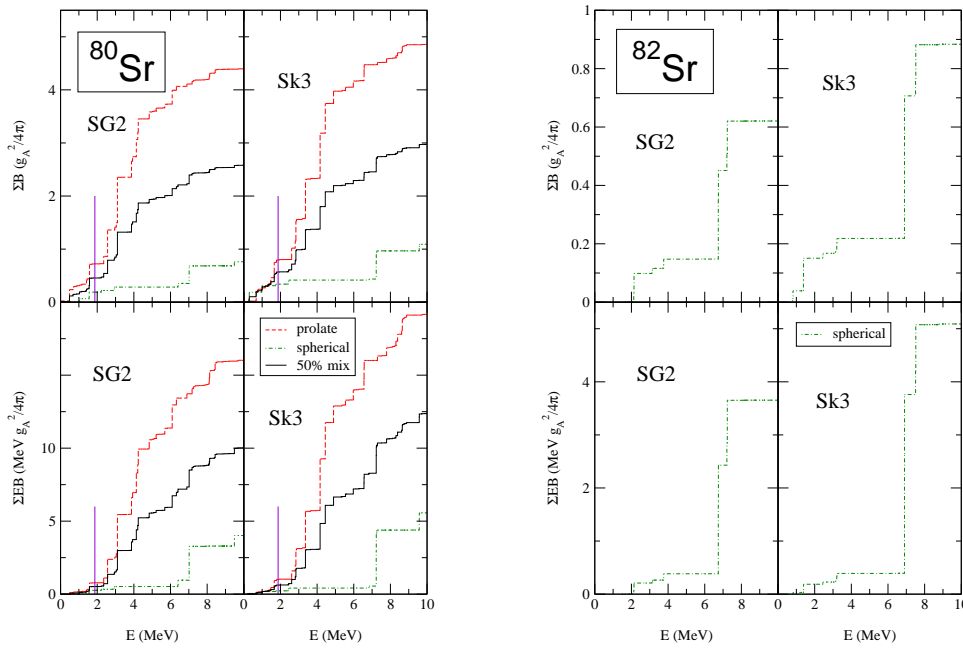


Figura 4.35: Lo mismo que para la Fig. 4.28, pero para los isótopos $^{80,82}\text{Sr}$.

además, en todas las figuras, la escala horizontal es la misma para facilitar la visión de todas ellas. Sin embargo, los ejes verticales (donde representamos ΣB y ΣEB) se han ajustado a cada núcleo para estirar la gráfica de modo que puedan apreciarse mejor las contribuciones a la intensidad de las distintas formas para las que cada núcleo presenta un mínimo.

En las Figs. 4.28 y 4.29, podemos ver que el caso de los isótopos del Ge no presenta diferencias notables en las gráficas ni para las diferentes formas (oblada y prolada) ni para las distintas fuerzas SG2 y Sk3. Sin embargo, también se ve una tendencia que siguen todos nuestros núcleos y es que, a medida que aumenta el número de neutrones, aumentan del mismo modo las discrepancias en los gráficos. En el caso del ^{70}Ge , la fuerza Sk3 da mayores intensidades y también mayor separación entre las predicciones teóricas para la forma oblada y la forma prolada, siendo mayor la intensidad correspondiente a la forma prolada.

El caso del Se (Figs. 4.30–4.31) es muy parecido al del Ge. Los isótopos que muestran más discrepancias son el ^{72}Se y el ^{74}Se .

En las Figs. 4.32–4.33, aparecen los resultados para los isótopos del Kr. Esta vez, todos los núcleos muestran grandes diferencias, salvo el ^{72}Kr , en el que las discrepancias son más moderadas. Las soluciones esféricas dan siempre menor intensidad que cualquiera de las otras dos soluciones deformadas, como se puede apreciar en el ^{76}Kr y el ^{78}Kr . Los casos del ^{72}Kr y, sobre todo, el ^{74}Kr son especialmente favorables para poder obtener información sobre la forma de los núcleos a partir de la comparación con datos experimentales de desintegración β , ya que son apreciables las diferencias entre

los resultados correspondientes a las distintas formas por debajo del valor de Q_{EC} . Para el ^{74}Kr , las diferencias se dan con las dos fuerzas de Skyrme empleadas, mientras que para el ^{72}Kr , las diferencias se aprecian menos con la fuerza SG2.

La situación de los isótopos del Sr (Figs. 4.34–4.35) es similar a la de los isótopos del Kr. Cuando hay más de una solución, existen bastantes diferencias entre las diferentes formas para las que cada núcleo presenta un mínimo. Sin embargo, los que mayores discrepancias muestran por debajo del valor de Q_{EC} son el ^{78}Sr y, sobre todo, el ^{76}Sr , para el que, de nuevo, las dos fuerzas presentan resultados más parecidos.

4.3 Intensidades M1

Las transiciones de espín M1, con $\Delta T_z = 0$, forman triplete de isoespín junto a las transiciones GT, con $\Delta T_z = \pm 1$. El estudio llevado a cabo en [SMN96, SMN97] para varias cadenas isotópicas mostró que la intensidad M1 depende de la deformación, no sólo para excitaciones orbitales, sino también para las de espín. Así, en términos generales, se puede pensar que la dependencia en la deformación de la intensidad GT que hemos discutido en secciones anteriores, debería ser comparable a la de la intensidad de espín M1 considerada en [SMN96, SMN97]. En especial, se espera que éste sea el caso cuando $N = Z$.

De un modo similar a la Fig. 4.19 para las distribuciones GT, mostramos en la Fig. 4.36 los perfiles de las distribuciones de intensidad de espín M1 para la misma cadena isotópica. Los resultados corresponden a los cálculos autoconsistentes HF + BCS + QRPA con la interacción SG2. Los detalles de estos cálculos están descritos en [SMN96, SMN97] y son muy parecidos a los de la intensidad GT salvo por el carácter $\Delta T_z = 0$ del operador M1.

De modo similar a las distribuciones de intensidad GT en las cadenas isotópicas del Ge y el Se en la Fig. 4.19, podemos ver que las distribuciones de intensidad $B_\sigma(M1)$ para estos dos conjuntos de isótopos en la Fig. 4.36 tienen estructuras similares para las formas oblada y prolada. Tienen una gran resonancia localizada a la misma energía alrededor de 10 MeV y un pico pequeño a unos 5 MeV. Sin embargo, la intensidad contenida en el pico prolado es siempre mayor que el oblado, al revés de lo que sucedía con las intensidades GT, que eran comparables. La forma esférica en el ^{74}Se produce mucha menos intensidad que las formas deformadas. Podemos ver asimismo en la Fig. 4.36 para los isótopos del Kr y el Sr que los perfiles de las intensidades M1 correspondientes a las distribuciones prolada y oblada se pueden distinguir claramente, de forma similar al caso de las distribuciones GT en la Fig. 4.19. La intensidad correspondiente a la forma prolada es de nuevo la mayor. Por lo tanto, se observan claros parecidos entre las distribuciones de intensidad GT y M1, pero también pueden apreciarse algunas diferencias. En particular, para las distribuciones de intensidad de espín M1, la posición y la intensidad de la resonancia son prácticamente iguales para todos los núcleos de una cadena isotópica dada. Esto es distinto a lo que sucedía con las distribuciones de intensidad GT, donde la intensidad GT β^+ disminuye muy rápido al aumentar $N - Z$ debido al principio de Pauli, mientras que las intensidades M1 no se ven afectadas por esto.

En conclusión, encontramos un paralelismo entre las intensidades GT y M1 de

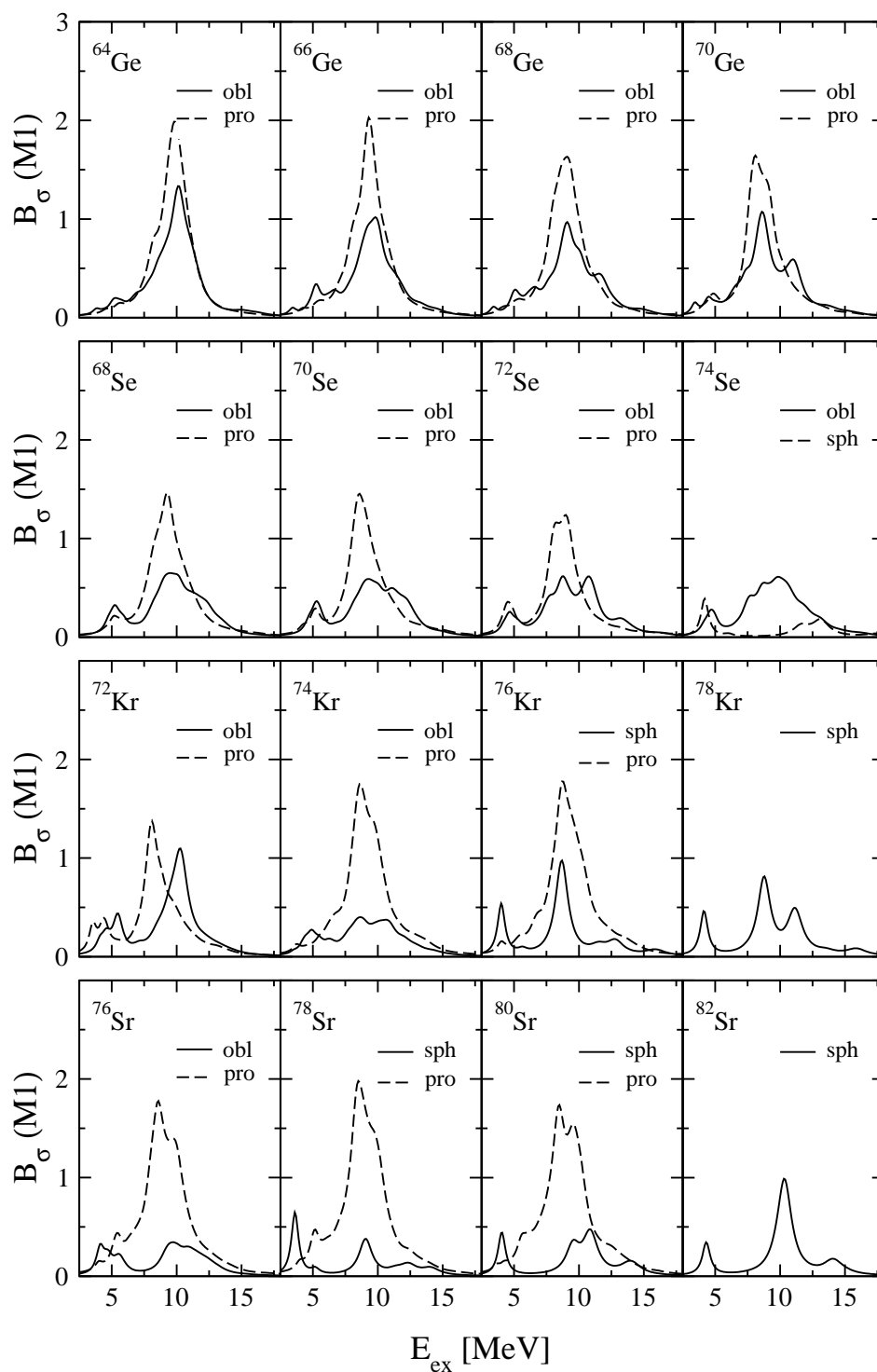


Figura 4.36: Distribuciones de intensidad de espín M1 [μ_N^2] calculadas en QRPA con la fuerza SG2. Los resultados son para las diversas formas de los isótopos $^{64,66,68,70}\text{Ge}$, $^{68,70,72,74}\text{Se}$, $^{72,74,76,78}\text{Kr}$ y $^{76,78,80,82}\text{Sr}$.

espín, que puede ser explotada para deducir propiedades de desintegración de núcleos altamente inestables a partir del conocimiento fenomenológico de excitaciones M1 de

espín en núcleos estables y viceversa.

4.4 Vidas Medias

Otra cantidad de interés en la nucleosíntesis es la vida media β^+/EC de núcleos exóticos ricos en protones. La vida media total depende de la distribución de intensidad de un modo diferente a las sumas tanto pesadas como no pesadas en energías que hemos considerado antes. Es, por lo tanto, ilustrativo ver las predicciones para la vida media así como la sensibilidad de esta cantidad con respecto a diversos efectos considerados en este trabajo.

Hay que tener en cuenta que la suma sobre estados finales de la ec. (3.107) se extiende a todos los estados del núcleo hijo con energías de excitación por debajo del valor de Q_{EC} . Otra diferencia con respecto a las sumas pesadas y no pesadas en energías es que en la suma de la ec. (3.107) el factor de peso es mayor a energías de excitación bajas, lo que corresponde a energías cinéticas grandes del positrón emitido.

Hemos estudiado también la sensibilidad de la vida media con respecto a la intensidad de la interacción residual χ_{GT} y los *gaps* de apareamiento. De este modo, encontramos que $T_{1/2}$ aumenta más o menos proporcionalmente a χ_{GT} . Igualmente, si disminuimos los *gaps* de apareamiento, disminuye también la vida media.

Por otro lado, se pueden encontrar en la literatura valores para los factores efectivos g_A que van desde 0.7 a 0.8 de los valores libres. Puesto que hemos tomado aquí el valor 0.77, las vidas medias obtenidas se verían reducidas un 10% aproximadamente al usar el valor 0.8.

Como en el caso de las intensidades sumadas que hemos visto más arriba, uno de los atractivos de estudiar las vidas medias es ver si dependen de la forma del núcleo madre. Si así fuera, podríamos sacar conclusiones sobre la forma de los núcleos a partir de estos datos de la desintegración β . La Tabla 4.7 muestra los resultados obtenidos para las vidas medias totales β^+/EC . Los resultados son para las dos fuerzas de Skyrme Sk3 y SG2; para las distintas formas oblada (o), prolada (p) o esférica (e) en las que aparecen los mínimos para cada isótopo; y para diversas aproximaciones (2qp, QTDA y QRPA). Aunque los cálculos de esta tabla no incluyen la interacción pp, sirven igualmente para ilustrar las tendencias de los diversos resultados.

Como sucedía para los resultados de la Tabla 4.6, las excitaciones GT y los valores de Q_{EC} se han calculado en el núcleo madre para cada fuerza, forma y aproximación que aparecen en la Tabla 4.7. En la Tabla 4.7 no hemos incluido núcleos estables (^{70}Ge , ^{74}Se , ^{78}Kr) o núcleos cerca de la estabilidad con valores Q_{EC} muy pequeños (^{68}Ge , ^{72}Se , ^{82}Sr). Las vidas medias son asimismo muy sensibles al valor de Q_{EC} ; para valores de Q_{EC} pequeños, muy pocas excitaciones de energía contribuyen a la vida media y pequeñas variaciones en Q_{EC} puede llevar a cambios en las vidas medias de órdenes de magnitud. Generalmente, cuando Q_{EC} es suficientemente grande, pequeños cambios en Q_{EC} implican pequeños cambios en $T_{1/2}$. Esto es especialmente cierto en el caso deformado, donde las energías de excitación están muy fragmentadas y aparecen en una distribución casi continua. Por el contrario, en el caso esférico, la existencia de grandes intensidades a energías de excitación bien localizadas puede hacer que las vidas medias dependan mucho más de detalles finos de los cálculos.

			SG2			Sk3			
			2qp	QTDA	QRPA	2qp	QTDA	QRPA	
^{64}Ge	seconds	(o)	14	135	176	(o)	12	122	154
		(p)	20	208	259	(p)	19	161	206
^{66}Ge	hours	(o)	0.3	2.8	3.6	(o)	0.5	3.7	4.9
		(p)	0.2	2.9	4.1	(p)	0.6	4.9	7.2
^{68}Se	seconds	(o)	18	166	187	(o)	14	132	150
		(p)	12	111	128	(p)	14	105	129
^{70}Se	minutes	(o)	12	69	90	(o)	22	76	95
		(p)	6	39	44	(p)	19	137	180
^{72}Kr	seconds	(o)	3	12	15	(o)	3	13	16
		(p)	2	11	13	(p)	3	15	21
^{74}Kr	minutes	(o)	1.1	7.4	10.0	(o)	0.6	4.1	5.5
		(p)	2.3	10.4	14.0	(p)	3.1	19.4	28.7
^{76}Kr	hours	(e)	0.9	3.8	6.4	(o)	1.2	2.1	4.3
		(p)	0.2	2.3	3.1	(p)	0.7	12.1	15.0
^{76}Sr	seconds	(o)	2	9	11	(o)	2	9	11
		(p)	4	28	35	(p)	5	30	38
^{78}Sr	minutes	(e)	0.8	2.3	3.3	(e)	0.3	0.7	1.1
		(p)	0.6	3.9	5.1	(p)	2.0	9.4	10.9
^{80}Sr	hours	(e)	0.8	4.4	6.8	(e)	0.7	3.1	5.0
		(p)	0.2	1.4	1.5	(p)	0.4	1.6	2.0

Tabla 4.7: Resultados de cálculos de 2qp desnudas, QTDA y QRPA para las vidas medias de isótopos de Ge, Se, Kr y Sr. Los resultados corresponden a las dos fuerzas de Skyrme SG2 y Sk3, así como a las diferentes formas oblada (o), prolada (p) o esférica (e) donde aparecen los mínimos para cada isótopo. Los cálculos no incluyen interacción pp.

Observando la Tabla 4.7, se puede ver que las vidas medias calculadas $T_{1/2}$ aumentan al pasar de 2qp a QTDA y a QRPA. De nuevo como en la Tabla 4.6, se encuentran factores de variación del orden de diez entre cálculos de 2qp y de QRPA. QTDA está siempre mucho más próximo a cálculos de QRPA que de 2qp, pero se distinguen aún algunas diferencias en algunos casos.

Ahora vamos a comprobar cómo varían los resultados de las vidas medias $T_{1/2}$ al incluir en los cálculos la interacción pp. Como ocurría en el caso de las intensidades sumadas, hay un pequeño cambio en las Q_{EC} : hemos usado en su cálculo los valores reales de $E = \sqrt{(\epsilon - \lambda)^2 + \Delta^2}$, en lugar de aproximarlos por los parámetros de *gap* respectivos. Podemos ver en la Tabla 4.8 los resultados obtenidos a partir de cálculos de QRPA con la fuerza de Skyrme SG2, para las diferentes formas (oblada, prolada o esférica) donde aparecen los mínimos para cada isótopo. No hemos incluido los núcleos estables, todos con Q_{EC} menor que cero y vidas medias infinitas. En casi todos

los casos, se puede apreciar que el efecto de la inclusión de la interacción pp es el de disminuir el valor de las vidas medias. Los valores que presentan mayores discrepancias son aquéllos con Q_{EC} 's muy pequeñas.

		$T_{1/2}$			$T_{1/2}$
		th			th
^{64}Ge	obl	84.5 s	^{72}Kr	obl	21.4 s
	pro	167.0 s		pro	13.6 s
^{66}Ge	obl	1.6 h	^{74}Kr	obl	8.7 m
	pro	3.1 h		pro	12.4 m
^{68}Ge	obl	198 d	^{76}Kr	sph	4.1 h
	pro	100 d		pro	38.0 h
^{68}Se	obl	77.2 s	^{76}Sr	obl	3.2 s
	pro	66.4 s		pro	10.9 s
^{70}Se	obl	38.8 m	^{78}Sr	sph	1.3 m
	pro	33.5 m		pro	19.9 m
^{72}Se	obl	3.3 d	^{80}Sr	sph	56.0 h
	pro	0.3 d		pro	6.4 h

Tabla 4.8: Resultados para vidas medias ($T_{1/2}$). Los resultados corresponden a cálculos QRPA llevados a cabo con la fuerza de Skyrme SG2 en cuatro cadenas isotópicas y están calculados para las distintas formas de equilibrio de cada núcleo, con $\kappa_{GT}^{pp} = 0.07$ MeV.

4.5 Resultados para núcleos impares

En esta sección vamos a presentar los resultados obtenidos para las distribuciones de intensidad GT, vidas medias e intensidades sumadas en una cadena de isótopos del Kr en la que se incluyen los núcleos impares. Los resultados corresponden de nuevo a cálculos QRPA con la fuerza de Skyrme SG2 y han sido realizados para las distintas formas nucleares que minimizan la energía de HF. A la hora de comparar con datos experimentales, se ha tenido en cuenta el factor de reducción de la constante g_A (v. ec. (4.1)).

4.5.1 Efecto de la interacción residual

Podemos ver en la Fig. 4.37 el efecto de la interacción residual tratada en la QRPA sobre el cálculo no correlacionado (líneas de puntos con la marca MF). Lo hacemos tomando como ejemplo los isótopos $^{73,74}\text{Kr}$, para los que tenemos en cuenta las formas oblada y prolada que minimizan la energía obtenida con la fuerza de Skyrme SG2. Las fuerzas de acoplamiento de las interacciones residuales ph y pp son $\chi_{GT}^{ph} = 0.37$ MeV y $\kappa_{GT}^{pp} = 0.07$ MeV, respectivamente. Ambas interacciones residuales ph y pp reducen la intensidad GT. Las fuerzas residuales producen también un desplazamiento

de la intensidad GT, que es a energías mayores en el caso de la fuerza repulsiva ph y a energías menores en el caso de la fuerza atractiva pp.

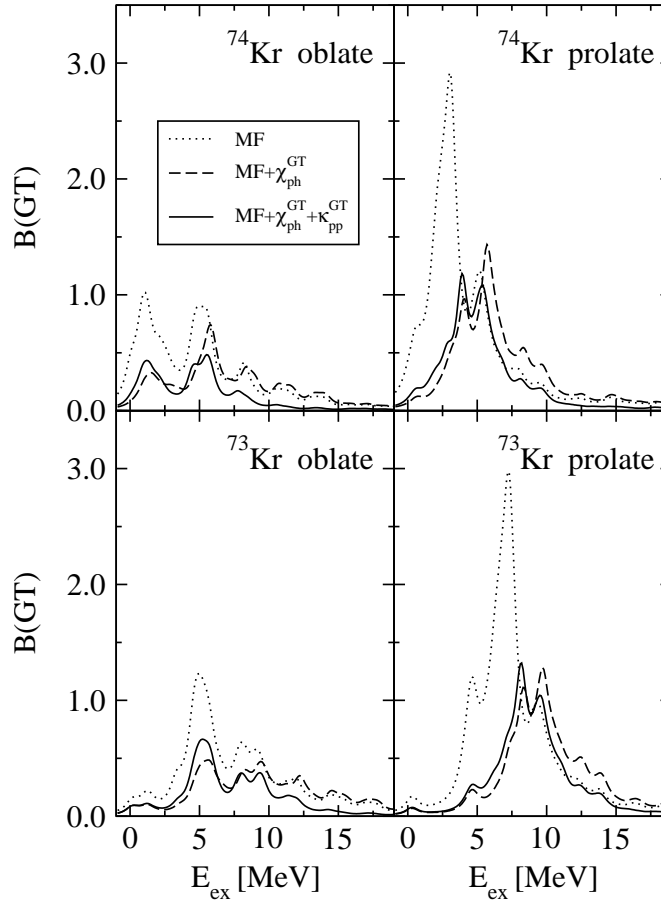


Figura 4.37: Distribuciones de intensidad Gamow–Teller [$g_A^2/4\pi$] para los isótopos $^{73,74}\text{Kr}$ representadas frente a la energía de excitación del núcleo hijo correspondiente $^{73,74}\text{Br}$, respectivamente. Los cálculos se han llevado a cabo en la aproximación HF+BCS (líneas de puntos donde pone MF) y en QRPA incluyendo sólo la interacción residual ph (línea discontinua) e incluyendo ambas interacciones residuales ph y pp (línea continua).

Estos efectos son comunes para los isótopos par–par y para los de A impar. Sin embargo, observamos que el efecto de la interacción residual en los núcleos de A impar es muy pequeño en la cola de baja energía de la distribución de intensidad GT. Esto se cumple especialmente para la fuerza pp. La razón de esto se puede entender a partir del hecho de que las transiciones de menor energía están afectadas por la fuerza residual sólo a través de las correlaciones débiles con fonones tratadas a primer orden de perturbación.

Esta característica tiene también consecuencias importantes cuando consideramos las vidas medias, ya que dependen sólo de la distribución de la intensidad por debajo de la ventana de energía Q_{EC} . Por lo tanto, la interacción pp afectará a las vidas medias de forma diferente si tratamos con núcleos par–par o de A impar. En la Fig. 4.38 hemos representado las vidas medias de los isótopos $^{71,72,73,74}\text{Kr}$ en función de la fuerza de acoplamiento $\kappa_{\text{GT}}^{\text{pp}}$. Como se puede ver en esta figura, las vidas medias disminuyen

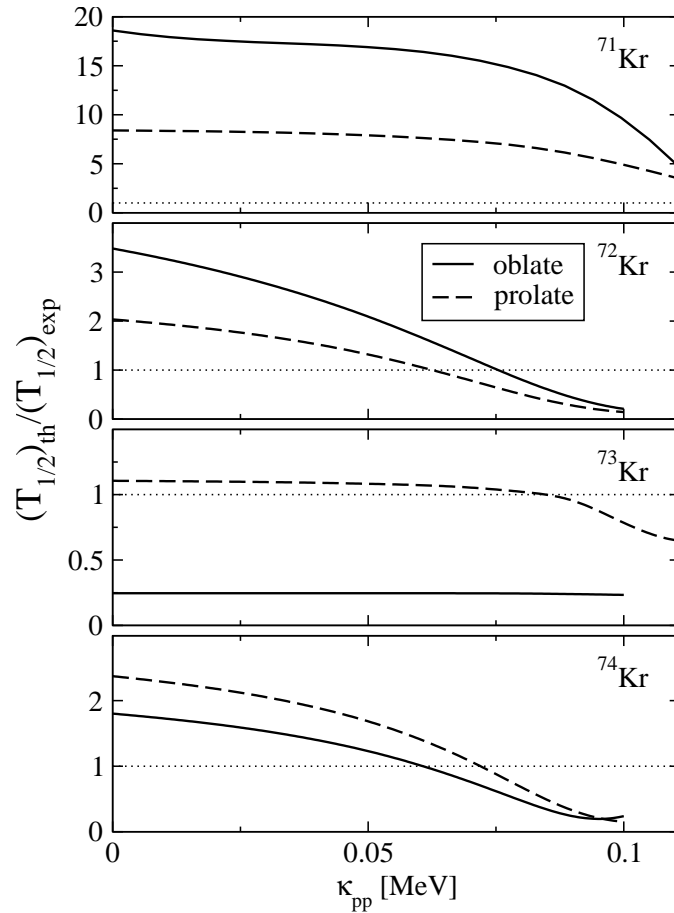


Figura 4.38: Relaciones de vidas medias calculadas y experimentales en los isótopos del Kr en función de la fuerza de acoplamiento de la interacción pp.

al aumentar los valores de κ_{GT}^{pp} , pero de forma diferente dependiendo de los isótopos. Podemos ver que las vidas medias de los núcleos de A impar tienen un comportamiento muy suave, casi plano, con la fuerza pp, mientras que las vidas medias de los núcleos par-par presentan una dependencia más fuerte de la interacción pp. La disminución de las vidas medias con κ_{GT}^{pp} se puede entender del hecho de que la fuerza pp es atractiva, por lo que tiende a concentrar la intensidad en energías menores. Como ya hemos mencionado, la razón de la disminución más suave de las vidas medias en los isótopos de A impar está relacionada con el efecto menor de la fuerza pp en la cola de baja energía de la distribución de intensidad GT en los núcleos de A impar.

El valor óptimo de κ_{GT}^{pp} para reproducir las vidas medias depende, entre otros factores, del núcleo, forma e interacción de Skyrme, por lo que se podría llevar a cabo un ajuste caso a caso. Dado que las vidas medias son prácticamente insensibles a esta fuerza en los núcleos de A impar, el ajuste se podría restringir a los núcleos par-par. En una sección anterior consideramos esta dependencia en varios isótopos par-par y llegamos a la conclusión de que un valor $\kappa_{GT}^{pp} = 0.07$ MeV mejora el acuerdo con el experimento en la mayoría de los casos. Por ello usamos el mismo valor de la fuerza de acoplamiento de la interacción pp en el estudio de los núcleos impares.

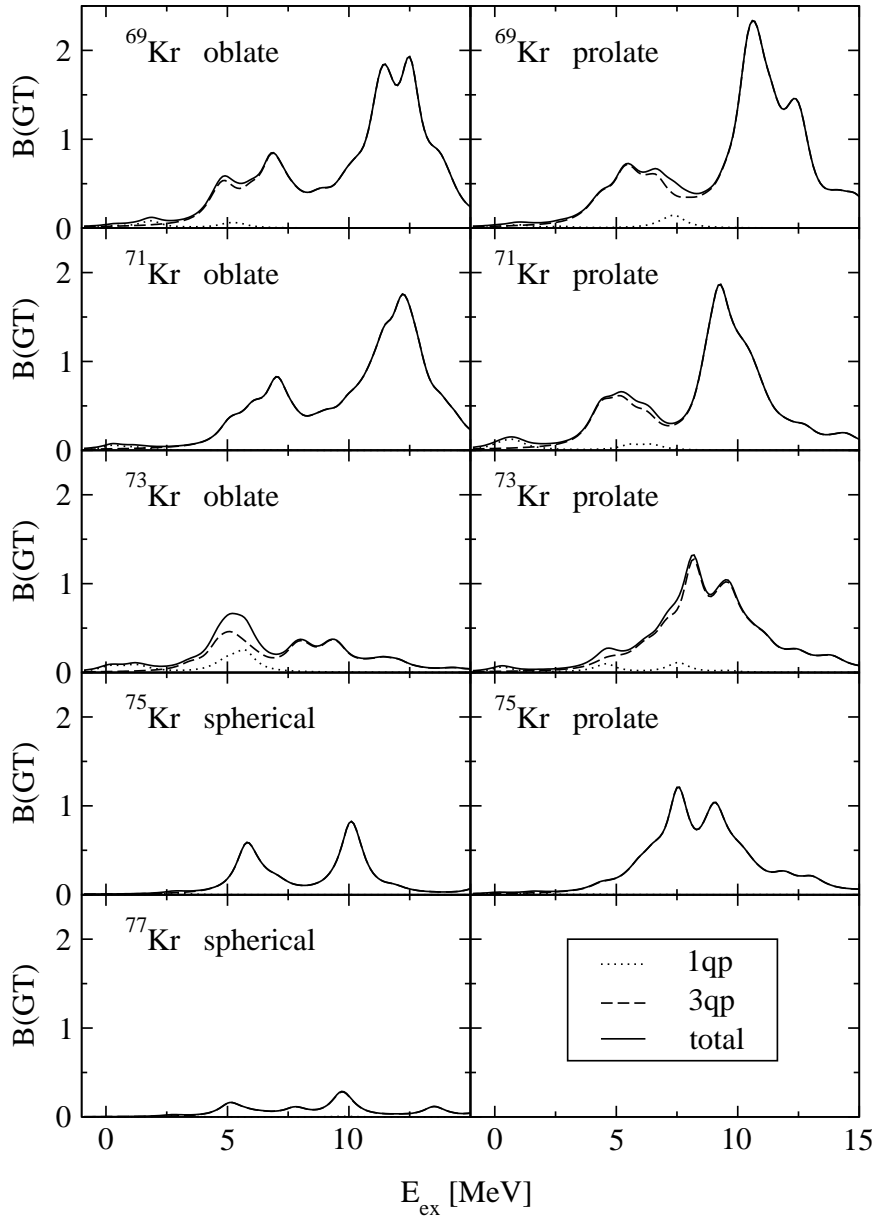
4.5.2 Comparación de intensidades par-par y de A impar

Figura 4.39: Descomposición de la distribución de intensidad GT en sus contribuciones 1qp y 3qp.

Para ilustrar un poco mejor la importancia relativa de los diferentes tipos de contribuciones a la intensidad GT en los núcleos de A impar, mostramos en la Fig. 4.39 las intensidades GT (líneas continuas) descompuestas en sus contribuciones 1qp (líneas de puntos) y 3qp (líneas discontinuas). Lo que se observa del análisis de esta figura es que las distribuciones de intensidad GT en los núcleos de A impar se puede dividir en dos regiones diferentes. Una es la región de energías por debajo del doble del *gap* de apareamiento, donde las excitaciones individuales están determinadas por las energías protónicas (neutrónicas) de cuasipartícula en el caso de un núcleo madre con número

impar de neutrones (protones). Esta región es relevante para la desintegración β^+ , ya que aparece dentro de la ventana Q_{EC} . La otra región a energías más altas está dominada por excitaciones 3qp, donde el nucleón impar actúa como espectador. La intensidad contenida aquí es mucho mayor que en la región de bajas energías porque son posibles muchas más configuraciones, pero sólo en los isótopos muy ricos en protones es accesible por desintegración β^+ .

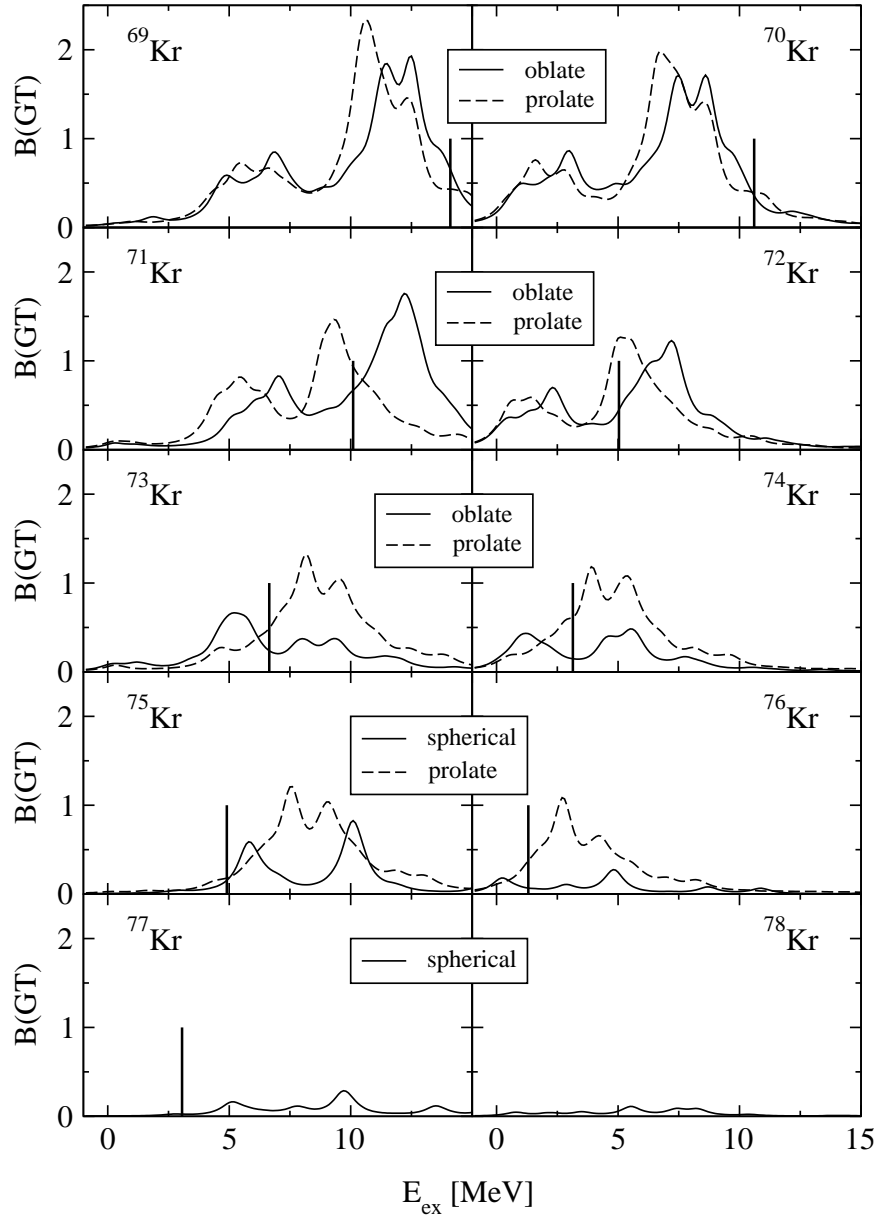


Figura 4.40: Distribuciones de intensidad Gamow-Teller [$g_A^2/4\pi$] en función de la energía de excitación del núcleo hijo [MeV]. Los resultados corresponden a la fuerza de Skyrme SG2 en QRPA para las diversas formas de las isótopos par-par y de A impar del kriptón.

La Fig. 4.40 contiene un resumen de los resultados de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller HF+BCS+QRPA predichas por la fuerza de Skyrme SG2 para

toda la cadena isotópica del Kr incluyendo núcleos par-par y de A impar.

La tendencia observada en las distribuciones de intensidad GT de ambos isótopos par-par y de A impar es similar. Se puede ver que los isótopos más inestables tienen las intensidades mayores y están localizadas a energías más altas. A medida que nos aproximamos a los isótopos estables al aumentar el número de neutrones, la resonancia GT aparece a energías de excitación más bajas y contiene cada vez menos intensidad. Asimismo, la ventana de Q_{EC} , representada por la línea vertical, se hace cada vez más pequeña.

Podemos observar también el parecido entre las parejas par-par y de A impar. Si comparamos la intensidad de un núcleo par-par (N, Z) con la del núcleo correspondiente de A impar ($N - 1, Z$), podemos ver que son muy parecidas si no tenemos en cuenta la región de baja energía de unas dos veces el *gap* de apareamiento neutrónico (entre 3 y 4 MeV, dependiendo del caso) en el núcleo impar.

Podemos apreciar asimismo que los diferentes perfiles de las distribuciones de intensidad GT correspondientes a las diversas formas de un isótopo dado se pueden usar en ciertos casos como una caracterización de la forma nuclear.

Capítulo 5

Comparación de resultados teóricos con datos experimentales disponibles

5.1 Intensidades sumadas

En la Tabla 5.1, comparamos con el experimento nuestra Q_{EC} y se muestra de nuevo la distribución de intensidad GT contenida dentro de las ventanas de Q_{EC} . La diferencia con respecto a los valores de las tablas anteriores es que ahora se incluye la interacción pp. Existe también una pequeña diferencia en el cálculo de Q_{EC} . Los valores de Q_{EC} de las Tablas 4.1–4.4 se calcularon aproximando las energías de cuasipartícula más bajas E_ν y E_π por los parámetros de *gap* Δ_ν y Δ_π , respectivamente, mientras que los valores de la Tabla 5.1 se han calculado usando sus valores reales $E = \sqrt{(\epsilon - \lambda)^2 + \Delta^2}$.

Podemos ver en la Tabla 5.1 estos resultados obtenidos a partir de cálculos de QRPA con la fuerza de Skyrme SG2 y para las diferentes formas, oblada, prolada o esférica, en que ocurren los mínimos para cada isótopo. No hemos incluido los núcleos estables. En este caso, las intensidades GT por debajo de Q_{EC} han sido reducidas por un factor de reducción de 0.6, para ser consistente con el mismo factor empleado en el cálculo de las vidas medias en la ec. (3.107). Obtenemos un acuerdo muy bueno con los valores de Q_{EC} medidos en prácticamente todos los casos y los valores obtenidos con las diversas formas son bastante similares. Las sumas de la intensidad GT hasta el valor Q_{EC} no difiere mucho de una forma a otra, aunque esto no significa que la estructura de los perfiles sea equivalente. Como ya se ha visto anteriormente, hay casos, ^{74}Kr y $^{76,78,80}\text{Sr}$, cuyos perfiles se pueden distinguir fácilmente aunque la intensidad final sumada sea muy similar.

La Tabla 5.2 contiene información experimental sobre las intensidades GT sumadas en los núcleos $N = Z$ ^{72}Kr [Piq99a] y ^{76}Sr [Poi02] hasta diferentes valores de la energía de excitación, siempre por debajo de Q_{EC} . Se comparan con nuestros cálculos teóricos para las dos formas de equilibrio usando el mismo factor de reducción que en la ec. (3.108). A partir de esta comparación, parece que se ven favorecidas una forma oblada para el ^{72}Kr y una forma prolada para el ^{76}Sr , pero estos datos no constituyen un factor concluyente. A continuación veremos cómo una comparación más detallada

		Q_{EC}		$\sum_{Q_{\text{EC}}} B(\text{GT})$			Q_{EC}		$\sum_{Q_{\text{EC}}} B(\text{GT})$
		exp	th				exp	th	
^{64}Ge	obl	4.41	4.3	0.7	^{72}Kr	obl	5.04	5.0	1.2
	pro		4.1	0.5		pro		5.2	1.9
^{66}Ge	obl	2.10	2.3	0.3	^{74}Kr	obl	3.14	3.4	0.7
	pro		2.2	0.2		pro		3.5	0.6
^{68}Ge	obl	0.11	0.2	0.1	^{76}Kr	esf	1.31	1.7	0.2
	pro		0.3	0.0		pro		1.2	0.1
^{68}Se	obl	4.70	4.4	1.1	^{76}Sr	obl	6.10	5.9	2.1
	pro		4.5	0.9		pro		5.8	2.3
^{70}Se	obl	2.40	2.5	0.5	^{78}Sr	esf	3.76	4.3	0.4
	pro		2.7	0.5		pro		3.1	0.6
^{72}Se	obl	0.34	0.8	0.1	^{80}Sr	esf	1.87	1.8	0.1
	pro		1.3	0.2		pro		1.6	0.2

Tabla 5.1: Resultados para valores Q_{EC} e intensidades GT sumadas hasta energías Q_{EC} ($\sum_{Q_{\text{EC}}}$). Los resultados corresponden a cálculos QRPA llevados a cabo con la fuerza de Skyrme SG2 e incluyendo la interacción pp, en cuatro cadenas isotópicas y se han calculado para las distintas formas de equilibrio de cada núcleo. Los valores experimentales para Q_{EC} son de [AW95, ABBW97].

de los datos del ^{76}Sr tienden a la misma conclusión: una forma prolada para el estado fundamental de dicho núcleo. Sin embargo, la extensión de estas medidas en el caso del ^{72}Kr puede no arrojar mucha más luz sobre su forma nuclear, ya que no se puede distinguir una forma de la otra (v. Fig. 4.19 para el ^{72}Kr).

	exp.	oblado	prolado
^{72}Kr ($E_{ex} \leq 1.836$ MeV)	0.5 (1)	0.5	0.8
^{76}Sr ($E_{ex} \leq 3.8$ MeV)	0.90 (6)	1.35	0.92

Tabla 5.2: Comparación de las intensidades GT contenidas por debajo de una energía de excitación dada entre medidas experimentales ([Piq99a] para el ^{72}Kr , [Poi02] para el ^{74}Kr y el ^{76}Sr) y cálculos teóricos.

En las Figs. 5.1 y 5.3, mostramos las intensidades sumadas ($\sum B[g_A^2/4\pi]$) en función de la energía de excitación del núcleo hijo y su comparación con datos experimentales disponibles [Poi02], hasta una energía de 3.14 MeV para el ^{74}Kr (su valor de Q_{EC}) y de 4 MeV para el ^{76}Sr (por debajo del valor de Q_{EC}). Los resultados se muestran para las dos fuerzas SG2 y Sk3, así como para las dos formas nucleares (oblada y prolada) para las que los isótopos presentan un mínimo.

Para el caso del ^{74}Kr (Fig. 5.1), vemos que, en términos generales, los datos experimentales se ajustan mejor a la mezcla al 50% de las dos soluciones (oblada y prolada)

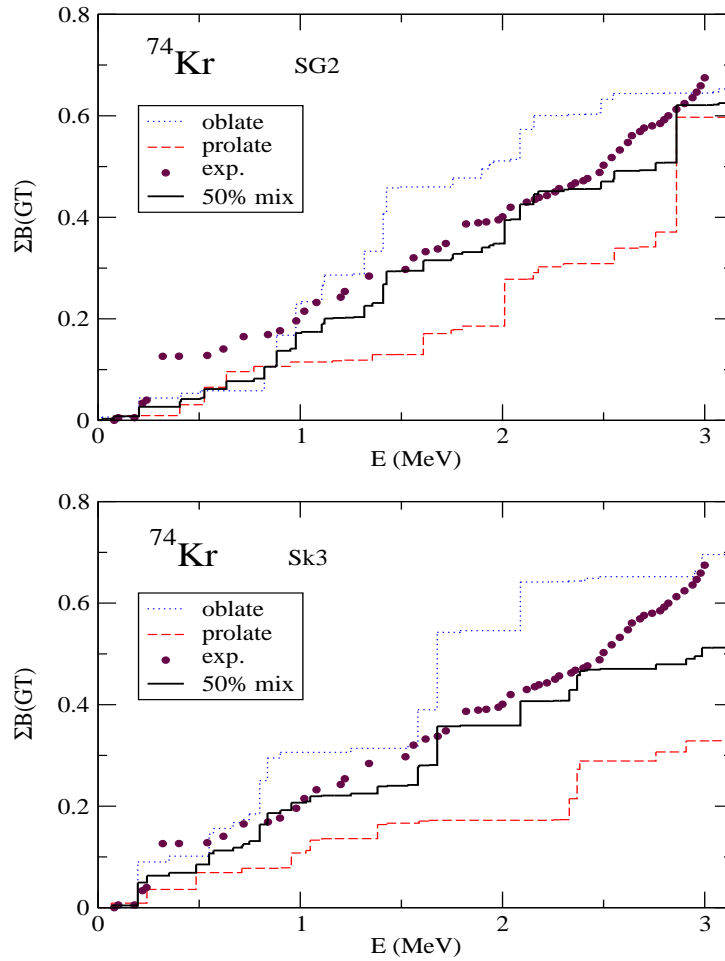


Figura 5.1: Intensidad sumada ($\Sigma B[g_A^2/4\pi]$) en el ^{74}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los resultados corresponden a cálculos QRPA con las interacciones de Skyrme SG2 (panel superior) y Sk3 (panel inferior), para las soluciones oblada y prolada, así como para una mezcla al 50% de ambas soluciones. Los datos experimentales son de la Ref. [Poi02].

que a cualquiera de ellas por separado. Por debajo de 1 MeV, la fuerza SG2 parece dar peores resultados, pues el salto en intensidad que se produce en los datos experimentales alrededor de 0.25 MeV no aparece con SG2 (v. Fig. 5.5); con la fuerza Sk3, la solución oblada presenta un salto similar al experimental, aunque a una energía algo menor (v. Fig. 5.2). Esta coexistencia de forma para el ^{74}Kr que obtenemos con nuestros resultados confirma medidas previas [Bec99], en las que ya se apuntaba una mezcla al 50% de las soluciones oblada y prolada como el estado fundamental. La coexistencia se debe a que los protones alrededor de $Z = 36$ y los neutrones alrededor de $N = 38$ llevan al núcleo simultáneamente hacia una forma oblada bien deformada

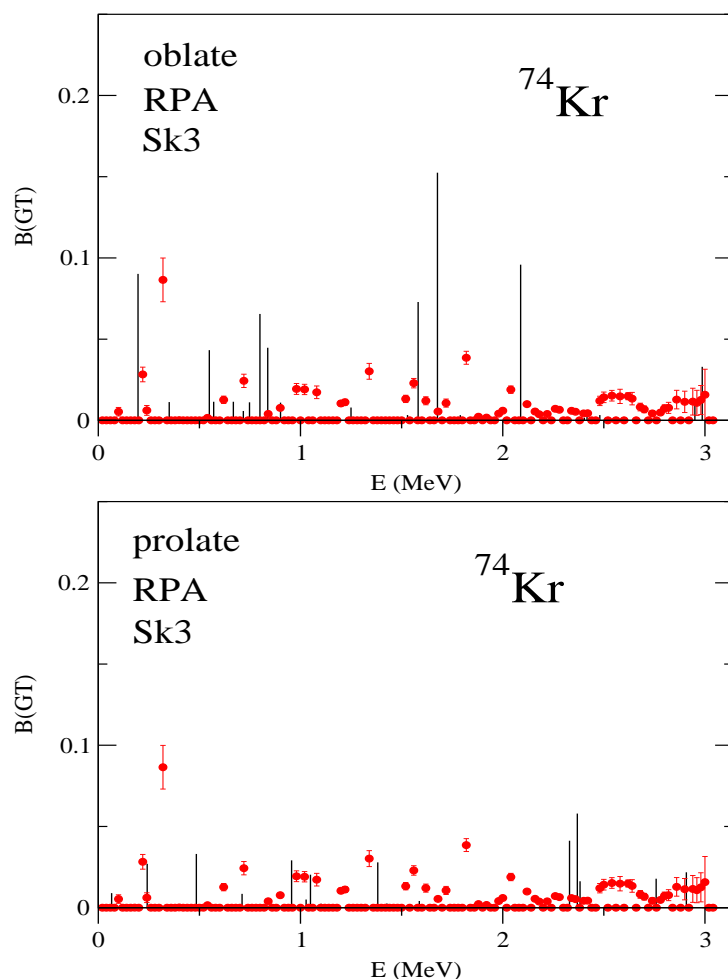


Figura 5.2: Espectro de las transiciones de intensidad Gamow–Teller en la desintegración β^+ del ^{74}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo. Los datos experimentales son de la Ref. [Poi02].

y una forma prolada igualmente bien deformada, respectivamente. Conviene recordar que estos resultados se han obtenido sin necesidad de ajustar parámetros caso a caso, sino partiendo de unos presupuestos generales a todos los núcleos al principio del cálculo (como la fuerza de Skyrme utilizada o la fórmula de masas empleada para obtener los *gaps*). Si aumentáramos los parámetros de *gap* o disminuyéramos χ_{GT} en los cálculos con la fuerza Sk3, dentro de los límites que las elecciones antes mencionadas nos permiten, podríamos obtener un resultado incluso más cercano al experimento, lo que nos lleva a deducir que el método que hemos utilizado para todos nuestros cálculos produce resultados fiables en esta zona alejada del valle de estabilidad.

En el ^{76}Sr (Fig. 5.3), disponemos de dos juegos de datos experimentales: los que se

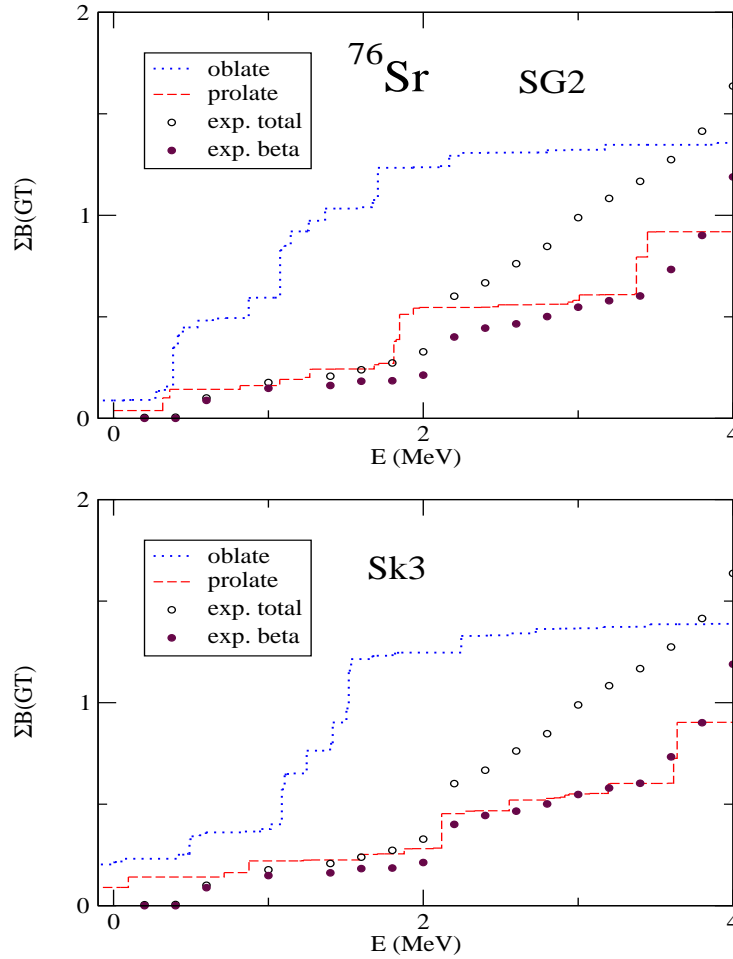


Figura 5.3: Como en la Fig. 5.1, pero para el ^{76}Sr . Los datos experimentales son de la Ref. [Poi02]; los círculos blancos (*exp. total*) corresponden a todo lo que se obtiene del experimentob ($\text{EC}+\beta^+$), mientras que los círculos coloreados (*exp. beta*) corresponden a los resultados que sólo provienen de desintegración beta.

llaman en la figura “exp. beta”, que denotan los datos que corresponden únicamente a la componente β^+ de la desintegración; y los correspondientes al título “exp. total”, que hace referencia a la mezcla de las dos componentes (EC y β^+) de la desintegración. Ambos conjuntos de datos son resultados preliminares, por lo que las conclusiones que pudieran sacarse de la comparación de nuestros cálculos con dichos datos experimentales no son definitivas. En principio, los resultados que sólo corresponden a la componente β^+ sufren de mayores distorsiones instrumentales y el análisis es menos directo que para el caso de las dos componentes, pero hemos querido incluir ambos conjuntos de datos para completar la comparación. Como se ve en la figura, los datos ex-

perimentales β^+ encajan mejor con la solución prolada para las dos fuerzas de Skyrme; sin embargo, para la interacción Sk3, el acuerdo es bastante mejor, excepto por los resultados por debajo de 0.5 MeV, en que el experimento da una intensidad nula, más parecido a lo que se obtiene con la fuerza SG2. Para los resultados experimentales totales ($EC+\beta^+$), los datos empiezan a separarse de nuestra solución prolada a partir de los 2 MeV.

5.2 Intensidad GT a baja energía

5.2.1 Núcleos pares

Ahora vamos a centrarnos en detalles de la región de energía por debajo de Q_{EC} y a discutir las posibilidades para discernir entre diferentes formas nucleares por medio de experimentos de desintegración β^+ . Asimismo, comparamos lo que hemos obtenido con los datos experimentales disponibles. Vamos a hacer este análisis detallado representando las excitaciones individuales como salen del cálculo y no las intensidades tratadas con gaussianas, como hemos hecho hasta ahora. Las intensidades GT han sido reducidas con el mismo factor usado para calcular las vidas medias (un 60%). En las Figs. 5.4–5.6, podemos ver estos resultados para los isótopos par-par $^{72,74,76}\text{Kr}$, respectivamente.

La Fig. 5.4 para el ^{72}Kr incluye los resultados de nuestros cálculos de QRPA con la fuerza SG2 y las formas oblada y prolada. Por debajo de una energía de excitación de unos 2 MeV, podemos ver que la distribución de la intensidad GT predicha por las formas oblada y prolada es cualitativamente muy similar aunque la forma prolada da una intensidad algo mayor; obtenemos picos a 0.5 MeV y 1.5 MeV. Por otro lado, si miramos el rango de energía desde 2 MeV hasta Q_{EC} , podemos ver un doble pico intenso que aparece en el caso oblado entre 2 y 2.5 MeV. La intensidad en esta región es unas tres veces mayor que la intensidad del primer pico a 0.5 MeV y apenas se ve en el caso prolado. La aparición o ausencia de este pico a 2 MeV podría ser la señal de una forma oblada o prolada, respectivamente. Asimismo merece la pena mencionar el enorme pico que aparece en el caso prolado muy próximo al valor de Q_{EC} . Si se pudiera ver experimentalmente, sería una clara señal en favor de la forma prolada. No obstante, los datos experimentales disponibles [Piq03, Piq02] no arrojan mucha luz sobre la discriminación clara de una de las formas nucleares, puesto que sólo tenemos datos por debajo de 3.5 MeV. Cerca de 0 MeV, hay un pico que aparece asimismo en las dos formas, aunque la intensidad del mismo se asemeja más a la de la forma oblada; alrededor de 0.5 MeV, aparecen 3 picos cuya intensidad sumada es equivalente a la del pico obtenido a esa energía en los dos casos teóricos; a 1.8 MeV volvemos a ver otro pico que puede asociarse al pico teórico a 1.5 MeV; finalmente, a 3.4 MeV se distingue un último pico que no tiene un equivalente claro en los casos teóricos, aunque podría considerarse relacionado con el pico doble cerca de 2.4 MeV que obtenemos en el caso oblado, si bien la intensidad experimental de este pico es mucho menor que la teórica. De este modo, aún no podemos afirmar nada sobre la forma nuclear del ^{72}Kr . Se puede ver en la Tabla 5.3 la intensidad GT medida por debajo de 1.836 MeV [Piq99b] comparada con nuestros resultados con las dos formas, donde la forma oblada parece

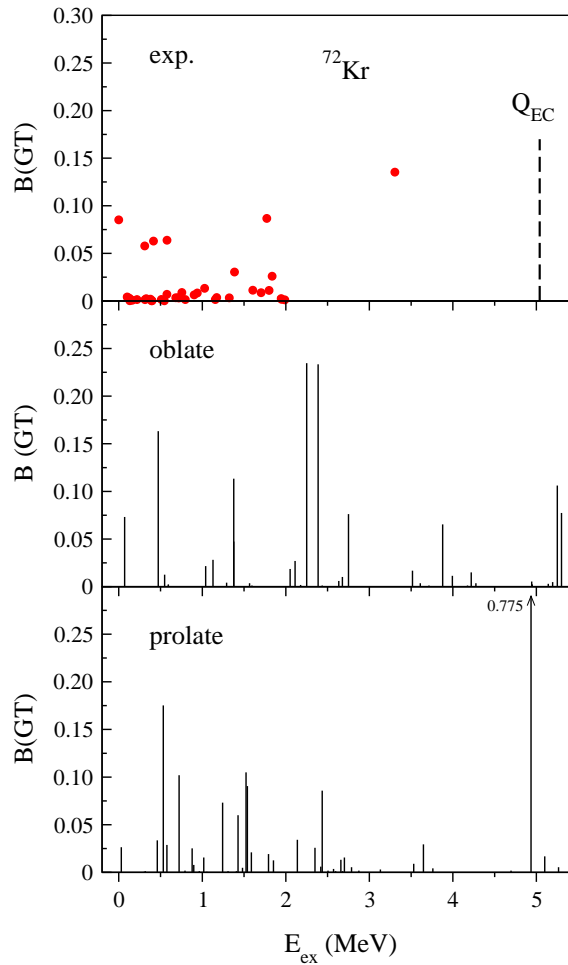


Figura 5.4: Transiciones de intensidad Gamow–Teller en la desintegración β^+ del ^{72}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo ^{72}Br . Los datos experimentales son de la Ref. [Piq03, Piq02].

que se ve favorecida.

La Fig. 5.5 muestra los resultados para el ^{74}Kr . Los datos experimentales son de la Ref. [Poi02]. Se pueden distinguir dos regiones en este isótopo. A energías por debajo de 2 MeV vemos que la forma oblada predice mucha más intensidad que la prolada y, por encima de 2 MeV, ocurre lo contrario. Si comparamos con los datos experimentales disponibles (hasta 3 MeV, límite de fiabilidad de los datos actuales), vemos que no hay una clara inclinación en favor de ninguna de las dos formas (si obviamos el último pico de la solución prolada, que se encuentra aproximadamente en el límite experimental). Tal vez, una mezcla al 50% de ambas soluciones daría un espectro más parecido al de los datos experimentales. Asimismo, está bien representada, en términos generales, la posición de los picos, aunque la intensidad experimental es siempre menor que la teórica, salvo en el caso del pico alrededor de 0.3 MeV, en que ocurre el caso contrario. También se compara la intensidad total contenida por debajo de 3 MeV en la Tabla 5.3. La intensidad sumada experimental [Poi02] está por encima de las predicciones de las dos formas teóricas, pero muy cerca de ambas, lo que favorece la suposición anterior

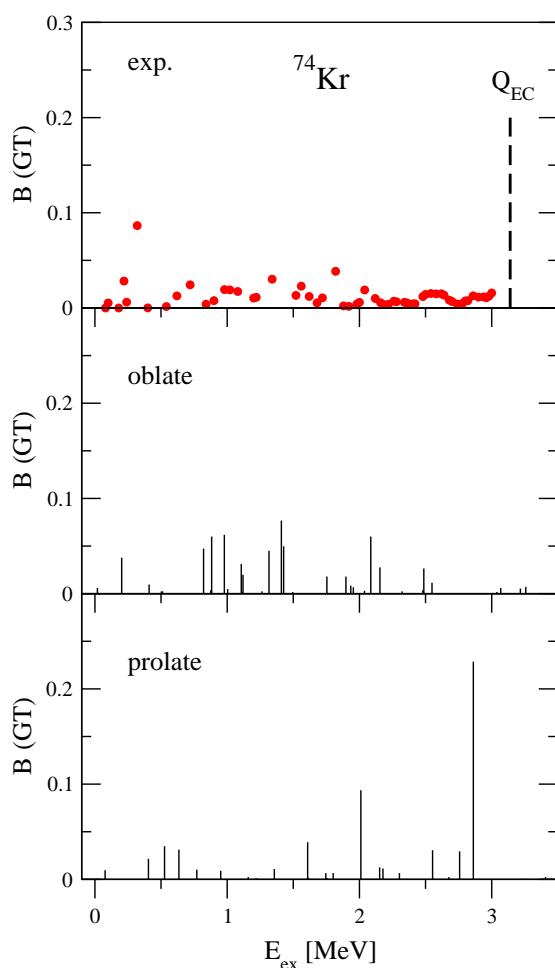


Figura 5.5: Lo mismo que la Fig. 5.4 para la desintegración del ^{74}Kr . Los datos experimentales son de la Ref. [Poi02].

sobre la mezcla de ambas soluciones como el mejor resultado.

En la Fig. 5.6, mostramos los resultados para el ^{76}Kr correspondientes a las formas esférica y prolada que minimizan la energía de este núcleo. Los datos experimentales son de las Refs. [LPOR73, PHM73, SV84]. En este caso, la señal de un núcleo madre esférico sería la presencia de un solo pico aislado en la intensidad medida a energía de excitación muy baja, mientras que un pico cerca del límite de Q_{EC} sería la señal de un núcleo madre prolado. La comparación con los datos experimentales disponibles parece favorecer la forma esférica. También es así si comparamos las intensidades GT totales contenidas por debajo de 1 MeV, como se puede ver en la Tabla 5.3, donde la intensidad generada por la forma esférica está mucho más cerca del experimento.

5.2.2 Núcleos impares

Las Figs. 5.7–5.10 corresponden a los resultados para los núcleos de A impar $^{73,75}\text{Kr}$. En la Fig. 5.7, podemos ver nuestros resultados para las formas oblada y prolada del ^{73}Kr comparados con los datos experimentales de la Ref. [MDP⁺99]. Antes de nada,

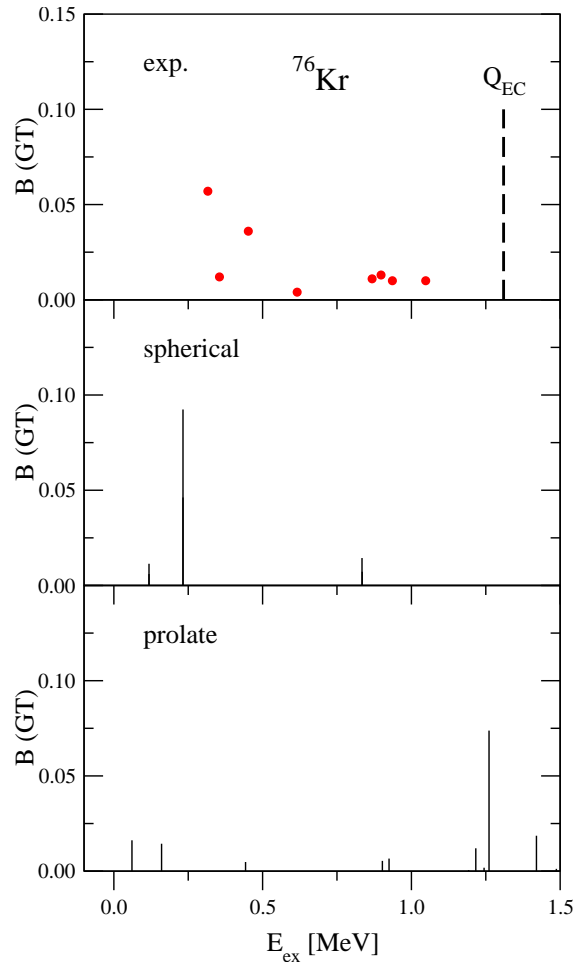


Figura 5.6: Lo mismo que la Fig. 5.4 para la desintegración del ^{76}Kr . Los datos experimentales son de las Refs. [LPOR73, PHM73, SV84].

hay que decir que los datos experimentales se han tomado de formas diferentes en los dos rangos de energía por debajo y por encima de 3.5 MeV. Por debajo de 3.5 MeV, los datos se han extraído por medio de detección directa de los rayos gamma. Por encima de esta energía, los datos se han tomado de detección de protones retardada y tienen grandes errores. Se está preparando en ISOLDE [dA98] una nueva medida experimental de todo el rango de energías hasta Q_{EC} con detectores de rayos gamma de gran eficiencia. Hasta que estos datos estén a nuestra disposición y confirmen las medidas actuales, debemos considerar los datos medidos por encima de 3.5 MeV como parciales, ya que parte de la intensidad escapa a la observación debido a la gran densidad de niveles. Las intensidades GT sumadas en las dos regiones de energía se pueden ver en la Tabla 5.3. Los datos experimentales aparecen entre las predicciones de las formas oblada y prolada, siendo mayor la oblada.

Al comparar los datos de las distribuciones de intensidad GT por debajo de 3.5 MeV, vemos que ambas formas oblada y prolada producen intensidad similar en el rango de energías de excitación muy bajas (por debajo de 0.5 MeV), lo que es compatible con el experimento. A energías más altas, la forma prolada no genera intensidad hasta 4 MeV,

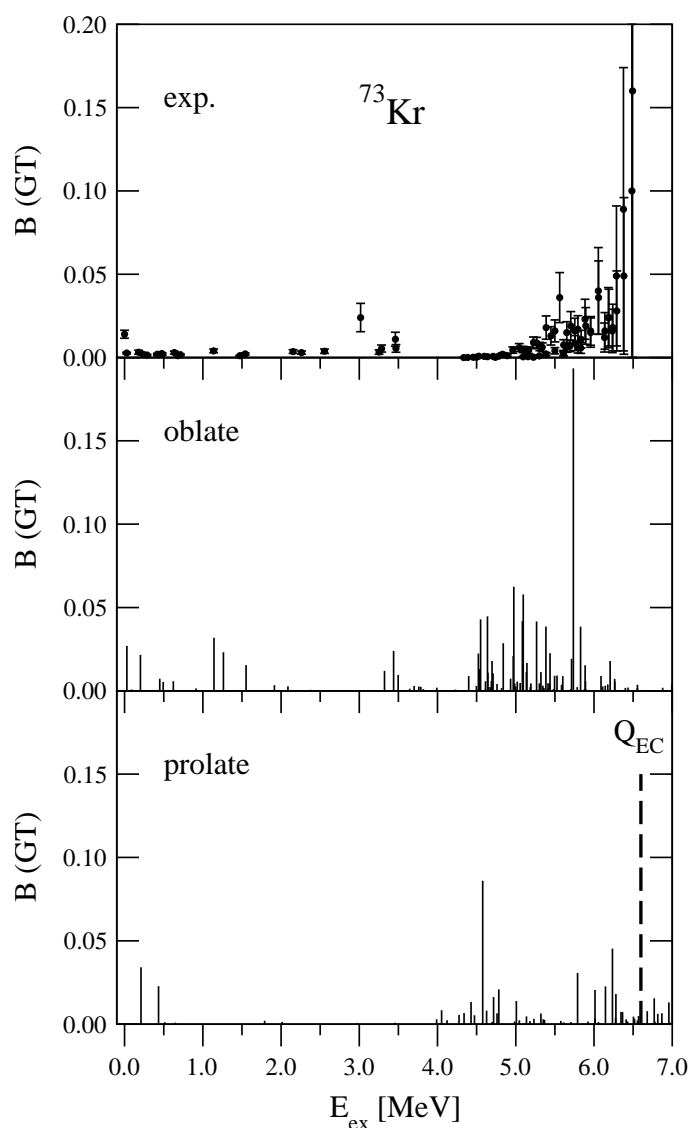


Figura 5.7: Transiciones de intensidad Gamow–Teller en la desintegración β^+ del ^{73}Kr en función de la energía de excitación del núcleo hijo ^{73}Br . Los datos experimentales son de [MDP⁺99].

mientras que la forma oblada genera dos picos a 1 MeV y a 3.5 MeV, que se parecen más al experimento. Por encima de 4 MeV, la intensidad aumenta y la forma prolada produce dos picos a 4.5 y 6 MeV, mientras que la forma oblada produce un pico ancho desde 4.5 hasta 6.5 MeV con una intensidad muy grande a una energía de excitación de 5.5 MeV. Merece la pena mencionar que la estructura de las transiciones GT en los cálculos teóricos se puede analizar teniendo en cuenta la naturaleza rotacional de los estados finales alcanzados por la transición GT permitida. Como ya hemos mencionado, puesto que en este caso estamos considerando las transiciones $K_i^\pi = 3/2^- \rightarrow K_f^-$ con $K_f = 1/2, 3/2, 5/2$, cuando llegamos a un estado final con $K_f^\pi = 1/2^-$, consideramos los estados rotacionales con $I_f = 1/2^-, 3/2^-, 5/2^-$. Las intensidades de estos estados vienen dadas por los factores geométricos de Clebsch–Gordan de la ec. (3.93) y sus energías de excitación por las energías rotacionales. Se pueden aplicar argumentos

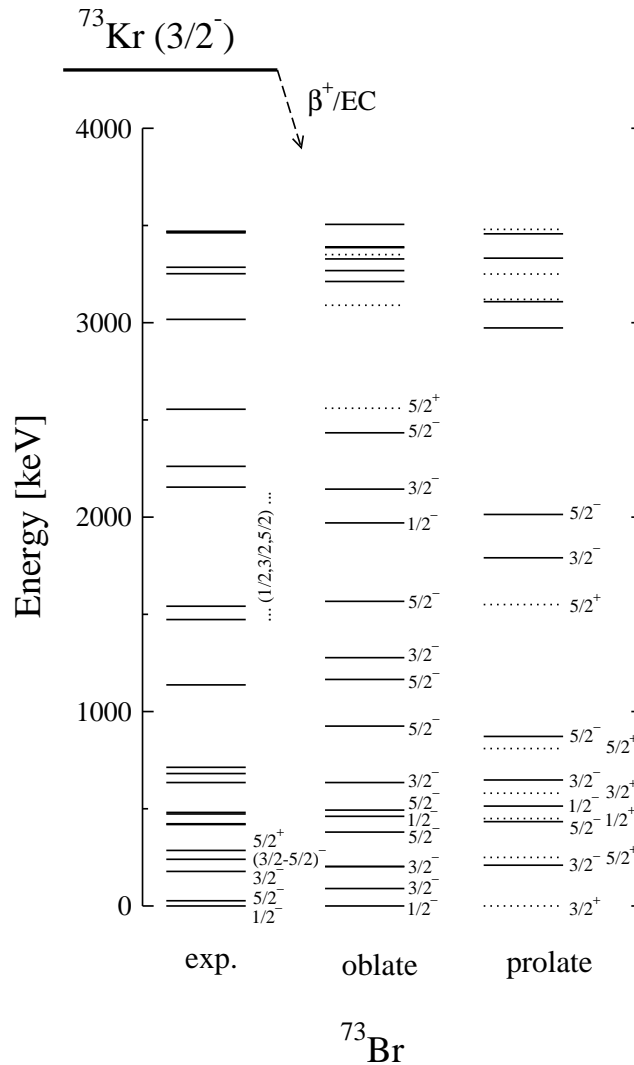


Figura 5.8: Esquemas de desintegración experimentales y calculados para el ^{73}Kr .

similares a las transiciones a $K_f^\pi = 3/2^-$, donde consideramos los estados rotacionales con $I_f = 3/2^-, 5/2^-$. Para $K_f^\pi = 5/2^-$, el único caso a tener en cuenta es $I_f = 5/2^-$. Basados en esto, podemos ver ahora que los dos picos por debajo de 0.5 MeV en el caso prolado son los miembros de una banda rotacional $I_f = K_f = 3/2^-$ y $I_f = 5/2^-$, $K_f = 3/2^-$. De modo similar, podemos identificar la estructura a baja energía en el caso oblado como los miembros de varias bandas rotacionales. Esto se puede ver más fácilmente en la Fig. 5.8, donde hemos representado las energías de excitación en el núcleo hijo ^{73}Br de los estados alcanzados por medio de desintegración β^+ . En esta figura hemos añadido también (líneas de puntos) las primeras transiciones prohibidas que corresponden a $\Delta J = 1$ con cambio de paridad, es decir, estados $1/2^+, 3/2^+, 5/2^+$. Aunque no hemos calculado su intensidad GT, sus energías de excitación aparecen en la figura. Se puede ver que el acuerdo con el experimento es bastante razonable en el caso oblado. Obtenemos concentraciones de estados a las mismas energías y el número total de estados es similar. En esta figura podemos seguir más fácilmente la estructura

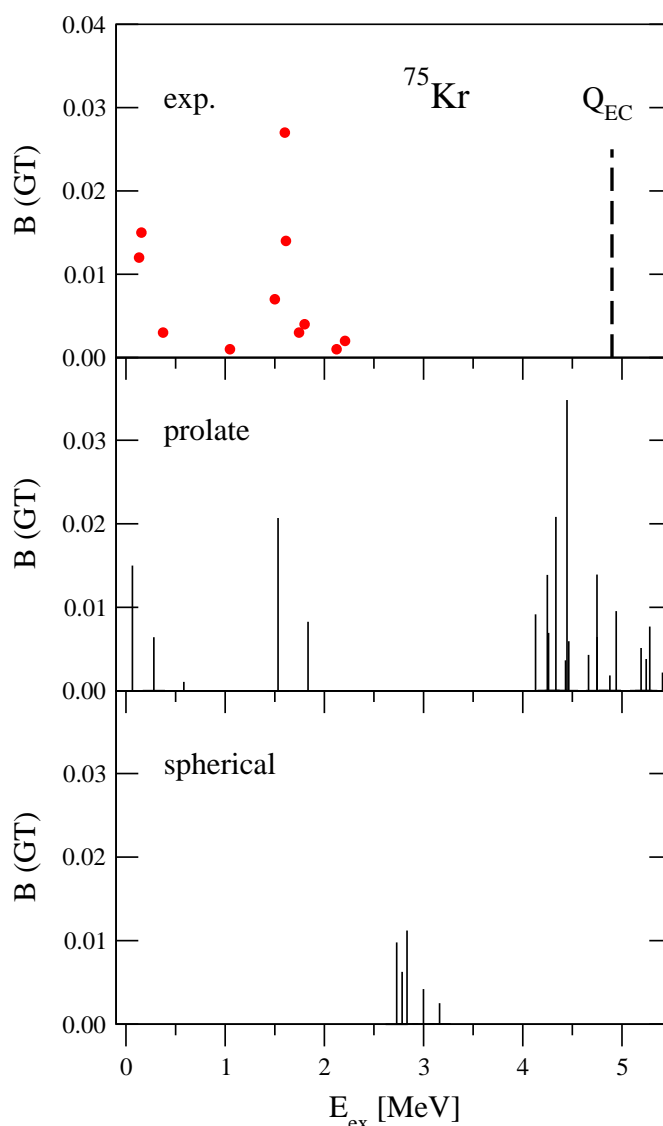


Figura 5.9: Lo mismo que en la Fig. 5.7 para la desintegración del ^{75}Kr . Los datos experimentales son de [Bea95, BRG⁺93].

de las bandas. Por ejemplo, en el caso prolado podemos ver que el $3/2^-$ más bajo tiene un $5/2^-$ asociado, el siguiente $1/2^-$ tiene dos estados asociados $3/2^-$ y $5/2^-$ y así sucesivamente.

Se ha hecho un análisis similar para el ^{75}Kr en las Figs. 5.9 y 5.10. En la Fig. 5.9, podemos ver las intensidades GT en los casos prolado y esférico comparados con los datos experimentales de las Refs. [Bea95, BRG⁺93] hasta 2.5 MeV. Las intensidades sumadas se pueden comparar también en la Tabla 5.3. La forma esférica no produce ninguna intensidad en la ventana de Q_{EC} excepto un pequeño grupo de estados alrededor de 3 MeV. Por otro lado, la forma prolada genera intensidad en la posición correcta aunque un poco menor que en el experimento. Esta forma también predice intensidad cerca de Q_{EC} , que no aparece en el caso esférico. La Fig. 5.10 muestra el espectro de bajas energías experimental comparado con nuestro cálculo para la forma prolada.

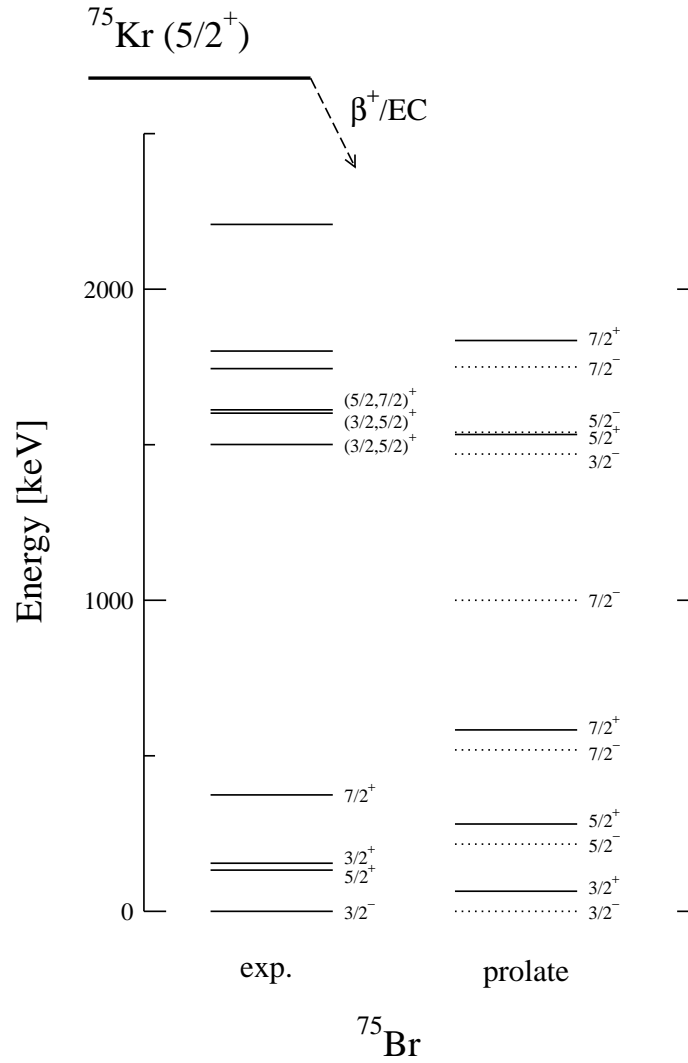


Figura 5.10: Lo mismo que en la Fig. 5.8 para la desintegración del ^{75}Kr .

	Expt.	Oblado	Prolado
^{72}Kr ($E_{ex} \leq 1.836$ MeV)	0.5 ± 0.1	0.5	0.8
^{73}Kr ($E_{ex} \leq 3.5$ MeV)	0.10 ± 0.02	0.19	0.06
^{73}Kr (4.0 MeV $\leq E_{ex} \leq 6.5$ MeV)	0.83 ± 0.60	0.98	0.42
^{74}Kr ($E_{ex} \leq 3$ MeV)	0.67	0.64	0.60
^{75}Kr ($E_{ex} \leq 2.2$ MeV)	0.08	0.00 (esf)	0.05
^{76}Kr ($E_{ex} \leq 1$ MeV)	0.16	0.18 (esf)	0.05

Tabla 5.3: Comparación de las intensidades GT contenidas por debajo de ciertas energías de excitación entre medidas experimentales ([Piq99b] para el ^{72}Kr , [MDP⁺99] para el ^{73}Kr , [SHGG75, SV87] para el ^{74}Kr , [Bea95, BRG⁺93] para el ^{75}Kr y [LPOR73, PHM73, SV84] para el ^{76}Kr) y cálculos teóricos.

En nuestros resultados, podemos identificar el origen de estas excitaciones. Tenemos un triplete rotacional $3/2^+, 5/2^+, 7/2^+$ a baja energía y un doblete $5/2^+, 7/2^+$, que concuerdan bien con las energías experimentales. Hay que recordar que el espaciado entre las energías rotacionales está determinado por el momento de inercia y nosotros usamos una estimación aproximada. Usando un momento de inercia un poco mayor, los niveles de energía se comprimen, ajustándose mejor al espaciado experimental. También hemos añadido con líneas de puntos las energías de las primeras transiciones prohibidas.

Existe información experimental de la desintegración del ^{71}Kr para los estados de baja energía [Oin97, Oin00]. En estas referencias, aparecen estados finales de desintegración GT al estado fundamental del ^{71}Br y a estados excitados a 9 y 207 keV. Sin embargo, la asignación de espín-paridad de estos estados, así como la asignación al estado fundamental del núcleo madre ^{71}Kr , todavía no está clara [UH98]. Se pueden ver en la Fig. 5.11 los resultados de nuestros cálculos de campo medio con la fuerza SG2 para las formas oblada y prolada del ^{72}Kr . El eje vertical es la probabilidad de ocupación neutrónica y el horizontal es la energía neutrónica monoparticular. Los estados monoparticulares deformados están marcados con su K^π . Podemos ver que la figura es compatible con varias asignaciones de espín y paridad para el isótopo con número impar de neutrones ^{71}Kr . Si consideramos el nivel neutrónico más cercano al nivel de Fermi en la Fig. 5.11, la asignación de espín-paridad sería $9/2^+$ para la forma oblada y $3/2^-$ para el caso prolado. Por otra parte, en las Refs. [Oin97, Oin00] se tomó $5/2^-$, que también está cerca del nivel de Fermi. De este modo, hemos considerado ambas posibilidades para cada forma.

Mostramos en la Fig. 5.12 los resultados para las intensidades GT de nuestros cálculos, tomando las posibilidades antes mencionadas para el espín y la paridad del núcleo madre, $5/2^-$ como en las Refs. [Oin97, Oin00], así como $9/2^+$ en el caso oblado y $3/2^-$ en el caso prolado. Se puede ver asimismo el espín y la paridad de cada excitación GT.

5.3 Vidas medias y valores de Q_{EC}

5.3.1 Núcleos pares

Los valores experimentales de Q_{EC} y nuestros valores calculados para las distintas formas y las dos interacciones de Skyrme (Sk3 y SG2) empleadas en este trabajo, pueden verse en las Tablas 4.1–4.4. Se puede ver que el acuerdo es bastante bueno en general. Sólo los casos más estables (con Q_{EC} 's muy pequeñas) presentan algunas discrepancias.

En la Tabla 5.4, se muestran los resultados obtenidos a partir de cálculos de QRPA con la fuerza de Skyrme SG2, para las diferentes formas (oblada, prolada o esférica) donde aparecen los mínimos para cada isótopo. No hemos incluido los núcleos estables, todos con Q_{EC} menor que cero y vidas medias infinitas.

Se puede ver en la Tabla 5.4 que las vidas medias están bien reproducidas en la mayoría de los casos. En los isótopos más estables, donde las vidas medias son muy grandes, encontramos discrepancias notables (a veces, sobre todo, para una de las

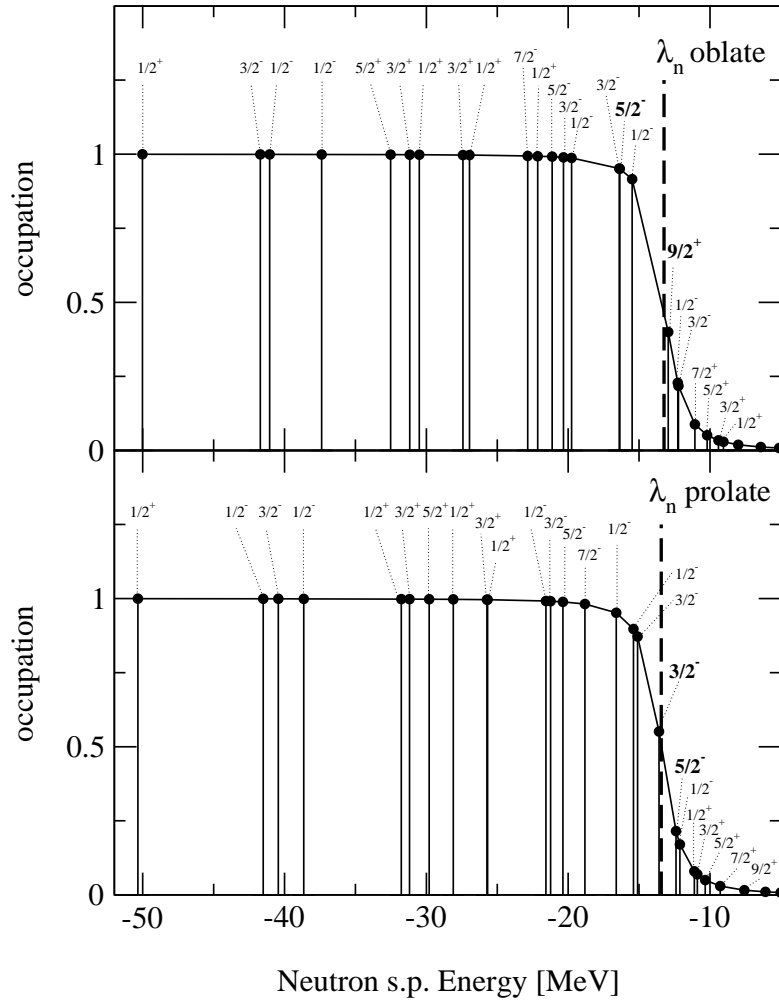


Figura 5.11: Energías neutrónicas monoparticulares y probabilidades de ocupación de los estados intrínsecos K^π calculados con la fuerza SG2 para las dos formas, oblada y prolada, que minimizan la energía en el ^{72}Kr . Las λ_n son las energías de Fermi de los neutrones.

formas de cada núcleo); pero esto no es realmente relevante, ya que en estos casos los valores de Q_{EC} son muy pequeños y, por lo tanto, las vidas medias son sensibles sólo a una pequeña región de la cola a bajas energías de la distribución de intensidad GT. Para los isótopos $N = Z$ ^{64}Ge y ^{68}Se , obtenemos vidas medias mayores que las experimentales por un factor en torno a 2. En el resto de los casos, el acuerdo es bastante razonable.

5.3.2 Núcleos impares

En la Fig. 5.13, los valores de Q_{EC} y $T_{1/2}$ experimentales están representados por círculos para los isótopos del kriptón considerados en este apartado. Los datos se han tomado de las Refs. [AW95, ABBW97], salvo para los isótopos $^{70,71}\text{Kr}$, para los que hemos usado datos más recientes de las Refs. [Oin97, Oin00]. Estos valores se comparan con nuestros resultados teóricos representados por líneas verticales. Los

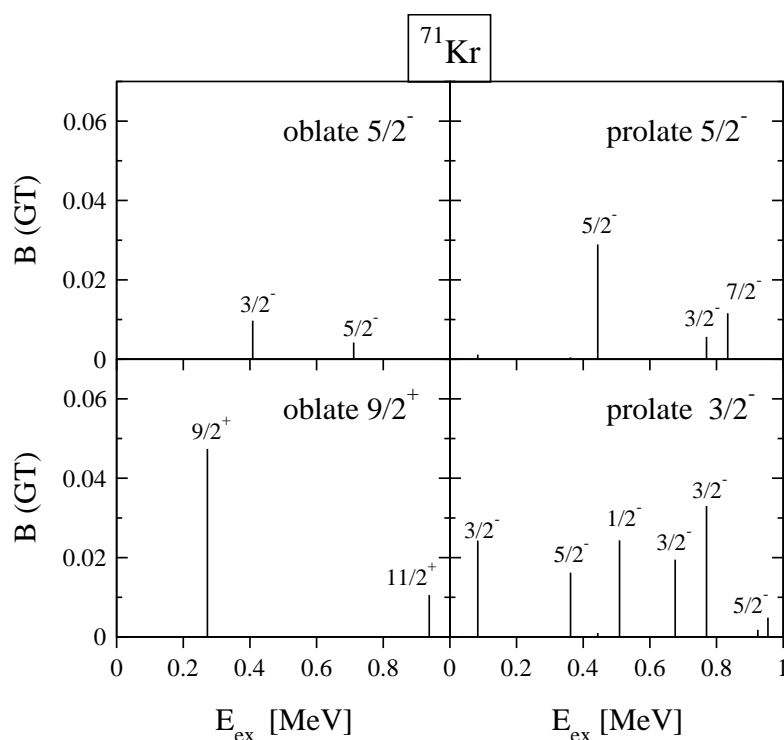


Figura 5.12: Distribución de energía de la intensidad de Gamow–Teller en el ^{71}Kr tomando diferentes espines y paridades para el estado fundamental del núcleo madre.

		$T_{1/2}$				$T_{1/2}$	
		exp	th			exp	th
^{64}Ge	obl	63.7 s	84.5 s	^{72}Kr	obl	17.2 s	21.4 s
	pro		167.0 s		pro		13.6 s
^{66}Ge	obl	2.3 h	1.6 h	^{74}Kr	obl	11.5 m	8.7 m
	pro		3.1 h		pro		12.4 m
^{68}Ge	obl	271 d	198 d	^{76}Kr	sph	14.8 h	4.1 h
	pro		100 d		pro		38.0 h
^{68}Se	obl	35.5 s	77.2 s	^{76}Sr	obl	8.9 s	3.2 s
	pro		66.4 s		pro		10.9 s
^{70}Se	obl	41.1 m	38.8 m	^{78}Sr	sph	2.7 m	1.3 m
	pro		33.5 m		pro		19.9 m
^{72}Se	obl	8.4 d	3.3 d	^{80}Sr	sph	1.8 h	56.0 h
	pro		0.3 d		pro		6.4 h

Tabla 5.4: Resultados para vidas medias ($T_{1/2}$). Los resultados corresponden a cálculos QRPA llevados a cabo con la fuerza de Skyrme SG2 en cuatro cadenas isotópicas y están calculados para las distintas formas de equilibrio de cada núcleo. Los valores experimentales vienen de [AW95, ABBW97].

valores extremos de estas líneas verticales corresponden a los resultados obtenidos a partir de las distintas formas usando las fuerzas SG2 y Sk3. Esto se ha hecho para

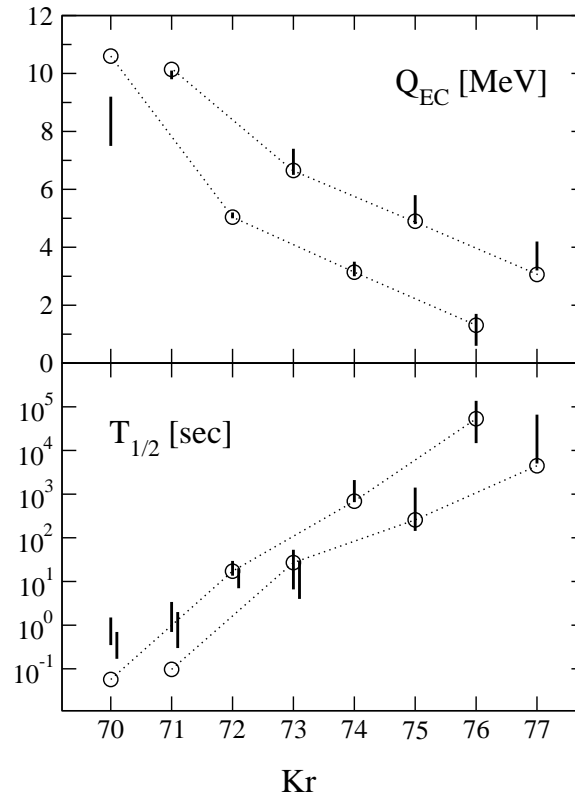


Figura 5.13: Los valores de Q_{EC} (arriba) y las vidas medias (abajo) experimentales para los isótopos del Kr están indicados por círculos. Las líneas verticales corresponden a nuestros cálculos teóricos de QRPA. Las longitudes de estas líneas indican los diferentes resultados que obtenemos de usar las fuerzas SG2 y Sk3 y las posibles formas para cada isótopo.

tener una idea mejor de la diferencia teórica de los resultados. El acuerdo es bueno en general tanto para los Q_{EC} como para las vidas medias. Esto es importante, ya que hay un rango de variación muy grande (siete órdenes de magnitud) para las vidas medias. Los valores de Q_{EC} están bien reproducidos con la única excepción del ^{70}Kr , para el que obtenemos un valor por debajo del experimento.

Se puede ver también que los cálculos fallan para las vidas medias de los núcleos más inestables, ^{70}Kr y ^{71}Kr . Sin embargo, hay que tener en cuenta que los cálculos corresponden a transiciones GT que no incluyen posibles contribuciones de las transiciones de Fermi. Pero las transiciones de Fermi podrían representar un papel significativo a la hora de obtener ritmos de desintegración totales en núcleos con $N \sim Z$. En realidad, hemos calculado las distribuciones de intensidad de Fermi y hemos evaluado las correspondientes vidas medias. El cálculo de las transiciones de Fermi es muy parecido al de las transiciones de Gamow–Teller, como ya se vio en el capítulo anterior. Descubrimos que las vidas medias correspondientes a las transiciones de Fermi son insignificantes comparadas con las vidas medias GT, excepto en los isótopos $^{70,71,72,73}\text{Kr}$, donde son comparables y, por lo tanto, no se debería omitir su contribución. Podemos ver en la Fig. 5.13 los nuevos resultados para las vidas medias una vez que la contribución de las transiciones de Fermi se han incluido. Vienen dadas por las líneas verticales

localizadas a la derecha en las vidas medias de los isótopos $^{70,71,72,73}\text{Kr}$. El acuerdo con el experimento mejora en los casos de $^{70,71}\text{Kr}$, pero aún estamos por encima del valor experimental. No obstante, se debería mencionar que si usamos el valor de Q_{EC} experimental en el ^{70}Kr , en lugar del resultado Q_{EC} de nuestros cálculos, obtenemos acuerdo con la vida media experimental. De este modo, la discrepancia encontrada en la vida media del ^{70}Kr se debe enteramente a la discrepancia en el valor de Q_{EC} .

Se puede observar en la Fig. 5.13 una tendencia que podemos seguir por medio de las líneas auxiliares de puntos que unen los datos experimentales de los isótopos par-par por un lado y los de A impar por otro. La tendencia a valores mayores de Q_{EC} en las dos líneas de la Fig. 5.13 están dictadas por el aumento de $(\lambda_{\pi} - \lambda_{\nu})$ a medida que nos acercamos a la línea de goteo de protones. Este comportamiento se puede comprender cualitativamente en el caso de Q_{EC} a partir de sus expresiones dadas por las ecs. (3.104) y (3.106). Como ya hemos mencionado antes, la única excepción a esta tendencia aparece en el valor de Q_{EC} experimental del ^{70}Kr , que está claramente por encima del valor teórico. Dado que en este caso el núcleo hijo ^{70}Br es $N = Z$ e impar-impar, se puede argumentar que la desviación que se observa de la tendencia regular en Q_{EC} y $T_{1/2}$ se debe a una ligadura neutrón-protón extra, que no se tiene en cuenta en nuestro cálculo.

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado la desintegración β^+ en varias cadenas isotópicas de núcleos ricos en protones y de masa media, dentro del marco de un cálculo autoconsistente y deformado de Hartree–Fock con interacciones de Skyrme; las correlaciones de apareamiento entre nucleones de la misma carga se han incluido a través de la aproximación de BCS; y las excitaciones se han calculado en la aproximación de la QRPA. Nuestra interacción residual espín–isoespín contiene una parte partícula–hueco, que se deriva de forma autoconsistente a partir de la fuerza de Skyrme, y una parte partícula–partícula, que es una fuerza separable que representa una interacción de apareamiento neutrón–protón. Los núcleos estudiados son los siguientes: $^{64,66,68,70}\text{Ge}$, $^{68,70,72,74}\text{Se}$, $^{69-78}\text{Kr}$ (incluyendo los isótopos par–par y los de A impar) y $^{76,78,80,82}\text{Sr}$ [SMEC98, SME99, MSEJ01, SME01a, SME01b].

Éste es un método bien fundamentado que ha dado resultados satisfactorios en la descripción de núcleos esféricos y deformados a través de la carta de núcleos. Los méritos de esta aproximación son bien conocidos [SMN96, SMN97, FQV73, QF78, BFH⁺85, BFGQ75, GS81, VB72, Vau73, VS78, AW95, FQKV73, BT75]. Tiene la característica atractiva de tratar las excitaciones y el estado fundamental en un marco autoconsistente sin parámetros libres. Esta característica es particularmente deseable a la hora de tratar núcleos alejados del valle de estabilidad, donde las extrapolaciones de métodos basados en ajustes locales presentan más dudas sobre su validez.

Hemos encontrado isomerismo de forma en la mayoría de los isótopos estudiados. Las distribuciones de intensidad β^+ GT en la aproximación de RPA dependen de la forma (prolada, esférica u oblada) del núcleo madre. Es importante advertir que estos resultados no dependen mucho de la interacción efectiva de Skyrme (Sk3 o SG2) usada. Las diferentes formas nucleares llevan en algunos casos a diferencias notables en el rango observable de la desintegración β^+ . De nuestro estudio, vemos que el ^{74}Kr , $^{76,78,80}\text{Sr}$ son casos particularmente interesantes para buscar experimentalmente efectos de forma en la desintegración β^+ . En estos ejemplos, las intensidades β^+ medidas por debajo de Q_{EC} se podrían usar para identificar sus formas de equilibrio. En particular, hemos observado en el ^{76}Sr varias indicaciones que apuntan en la misma dirección: un estado fundamental prolado que se confirma al comparar con el experimento las vidas medias y la intensidad GT a bajas energías de excitación, si bien los datos experimentales de la intensidad GT [Poi02] aún son preliminares. De forma análoga, para el ^{74}Kr , la

comparación con el experimento parece indicar con bastante claridad una mezcla al 50% de las dos posibles formas oblada y prolada, según los últimos datos [Poi02]. No obstante, aún se precisa de más información experimental para llegar a conclusiones definitivas o ampliarlas a otros núcleos.

También hemos estudiado la dependencia de los resultados de varios aspectos de la teoría, a saber: la interacción residual, las distintas aproximaciones a la hora de tratarlas (2qp, QTDA, QRPA) y las correlaciones de apareamiento. Comparada con la respuesta de dos cuasipartículas no correlacionadas, la RPA desplaza la intensidad GT a energías más altas y reduce la intensidad total. Mientras que el efecto de desplazamiento ya aparece con la descripción de TDA, el efecto de reducción es nuevo en la RPA. Esto es consistente con el hecho de que la intensidad sumada se conserva en la TDA, mientras que la intensidad sumada pesada linealmente en energías se conserva en la RPA.

Las correlaciones de apareamiento de BCS reducen la intensidad de las excitaciones partícula–hueco permitidas y crean nuevas excitaciones; el principal efecto de aumentar la difusividad de Fermi es suavizar el perfil de la distribución de intensidad GT β^+ aumentando la intensidad a altas energías. Por otro lado, si comparamos los resultados con y sin interacción partícula–partícula (pp), encontramos en general un acuerdo mejor con las vidas medias experimentales, si tenemos en cuenta la interacción pp. Merece la pena mencionar que para los isótopos $N = Z$, el acuerdo es comparable al que se obtiene para los otros isótopos con exceso de neutrones. Esto indica que utilizar los valores de *gap* fenomenológicos para neutrones y protones, así como las correlaciones de apareamiento neutrón–protón como una fuerza residual en QRPA, es suficiente para explicar al menos esta información experimental.

También hemos estudiado las distribuciones energéticas de la intensidad M1 de espín y las similitudes y diferencias con sus homólogos de GT. Podemos concluir que las principales características de las distribuciones de intensidad GT y M1 de espín son similares. Esto sugiere que podemos conocer propiedades observables en núcleos altamente inestables (como la desintegración β) a partir de propiedades observables en núcleos estables (como las M1), y viceversa. En núcleos estables, el análisis combinado de datos de dispersión de electrones, fotones y protones ha proporcionado información fiable sobre las distribuciones de intensidad M1 orbitales y de espín [Dej85, Ric95]. En principio, el mismo tipo de experimentos se podría llevar a cabo para los núcleos ricos en protones que consideramos aquí.

Finalmente, hemos analizado las similitudes y diferencias en el tratamiento y en los resultados de núcleos par–par y de A impar. El espectro GT a baja energía de los núcleos de A impar está generado por las transiciones que incluyen el estado del nucleón impar (transiciones 1qp). De este modo, el espectro de excitación hasta una energía dos veces el parámetro de *gap* de apareamiento de neutrones (protones) en la desintegración β^+ de un núcleo con un neutrón (protón) impar da información sobre los estados de protones (neutrones). Cuando no se tiene en cuenta esta intensidad a baja energía en los núcleos de A impar, la distribución de intensidad GT que queda es muy similar a la de los vecinos par–par, pero desplazada a energía de excitación más alta ($E_{\text{ex}} \sim 2\Delta$).

En los núcleos deformados de A impar, por cada transición GT intrínseca permitida,

hay un conjunto de transiciones a estados rotacionales con intensidad cada vez menor a energías altas. Ésta es una característica de los núcleos deformados de A impar, que no está presente en el límite esférico. La intensidad GT que corresponde a transiciones a estados de una banda dada está reducida por factores geométricos relacionados con los momentos angulares. La separación de energía depende del momento angular de la transición con una escala global determinada por el momento de inercia.

En general, hemos encontrado un acuerdo razonable con los datos experimentales disponibles. Sería asimismo interesante comparar nuestros resultados con futuros datos experimentales, por varios motivos. En primer lugar, de nuestro estudio sobre cómo la forma nuclear depende de las distribuciones de intensidad GT, podemos concluir que se puede obtener información sobre la forma del núcleo madre cuando se disponga de datos en toda la ventana de Q_{EC} ; hemos identificado regiones particularmente interesantes de los espectros de excitación de varios núcleos donde los datos pueden ser más concluyentes sobre la forma nuclear. Por otro lado, antes de considerar refinamientos en la teoría (como los efectos del continuo, el apareamiento neutrón–protón en el campo medio o extensiones de la QRPA), es importante saber cómo compara lo que obtenemos teóricamente con los datos experimentales. Finalmente, un punto importante será comprobar si nuestros cálculos producen el mismo nivel de acuerdo en todos los isótopos o se pueden encontrar características especiales en los núcleos con $N = Z$. De momento, un rasgo interesante que hemos observado es la desviación entre la teoría y el experimento en la vida media del ^{70}Kr ; a partir de nuestros cálculos actuales, se puede asociar esta desviación con la diferencia entre los valores experimental y teórico de Q_{EC} , que a su vez puede ser un signo de una ligadura extra en el núcleo hijo impar–impar $N = Z$.

Apéndice A

Ecuaciones de Hartree–Fock

Para determinar la base de HF, se ha de minimizar la energía (2.14) para todas las funciones de Slater Φ o para todas las densidades ρ que cumplan $\rho^2 = \rho$. Dado que una pequeña variación $\rho + \delta\rho$ ha de ser a su vez un proyector, tenemos:

$$(\rho + \delta\rho)^2 = \rho + \delta\rho, \quad (\text{A.1})$$

que, a primer orden en $\delta\rho$, es lo mismo que:

$$\delta\rho = \rho\delta\rho + \delta\rho\rho. \quad (\text{A.2})$$

En la base de HF, donde ρ es diagonal, esto implica que los elementos de matriz partícula–partícula (pp) y hueco–hueco (hh) de $\delta\rho$ han de ser nulos:

$$\rho\delta\rho\rho = \sigma\delta\rho\sigma = 0, \quad (\text{A.3})$$

donde

$$\sigma = 1 - \rho. \quad (\text{A.4})$$

De este modo, para permanecer dentro del conjunto de determinantes de Slater, sólo podemos permitir variaciones $\delta\rho_{mi}$ y $\delta\rho_{im}$ de los elementos de matriz de ρ en la base de HF.

La variación de la energía (2.14) nos da lo siguiente:

$$\delta E^{\text{HF}} = E^{\text{HF}}(\rho + \delta\rho) - E^{\text{HF}}(\rho) = \sum_{kk'} \frac{\partial E^{\text{HF}}(\rho)}{\partial \rho_{k'k}} \delta \rho_{k'k} = \sum_{kk'} h_{kk'} \delta \rho_{k'k} = \sum_{mi} h_{mi} \delta \rho_{im} + c.c., \quad (\text{A.5})$$

con $h = t + \Gamma$, siendo

$$\Gamma_{kk'} = \sum_{ll'} \bar{v}_{kl'k'l} \rho_{ll'}. \quad (\text{A.6})$$

Dado que podemos variar $\delta\rho_{mi}$ como queramos, la condición $\delta E = 0$ viene a decir que los elementos de matriz ph de h tienen que ser nulos:

$$h_{mi} = t_{mi} + \sum_{j=1}^A \bar{v}_{mjj} = 0 \quad (\text{para } i \leq A, m > A), \quad (\text{A.7})$$

en la base en que ρ es diagonal, es decir, h no mezcla estados de partícula y de hueco de ρ , o lo que es lo mismo:

$$[h, \rho] = [t + \Gamma(\rho), \rho] = 0. \quad (\text{A.8})$$

Puesto que la base en la que ρ es diagonal viene determinada sólo hasta transformaciones unitarias entre los niveles ocupados o entre los niveles vacíos, podemos usar esta libertad para hacer que h sea diagonal. Esto define la *base de Hartree-Fock* y convierte (A.8) en un problema de autovalores:

$$h_{kk'} = t_{kk'} + \sum_{i=1}^A \bar{v}_{kik'i} = \epsilon_k \delta_{kk'}. \quad (\text{A.9})$$

Si tenemos en cuenta que esta base viene dada por la transformación D (2.5), obtenemos las *ecuaciones de Hartree-Fock*:

$$\sum_{l'} h_{ll'} D_{l'k} = \sum_{l'} \left(t_{ll'} + \sum_{i=1}^A \sum_{pp'} \bar{v}_{lp'l'p} D_{pi} D_{p'i}^* \right) D_{l'k} = \epsilon_k D_{lk}, \quad (\text{A.10})$$

que representa un problema de autovalores hermitico. No es lineal porque la matriz h depende de la densidad ρ , esto es, de la solución del problema. Los coeficientes D_{lk} que nos dan la solución del problema determinan las funciones de onda asociadas a los operadores a_k^+ .

Así, nos queda un hamiltoniano de partículas independientes:

$$H^{\text{HF}} = \sum_{kk'} h_{kk'} a_k^+ a_{k'} = \sum_{kk'} (t + \Gamma)_{kk'} a_k^+ a_{k'} = \sum_{kk'} \left(t_{kk'} + \sum_{j=1}^A \bar{v}_{kjk'j} \right) a_k^+ a_{k'} = \sum_k \epsilon_k a_k^+ a_k. \quad (\text{A.11})$$

El hamiltoniano h contiene, además de la energía cinética t , un potencial autoconsistente Γ , que depende de la densidad del núcleo. Es un campo a un cuerpo promediado a todas las interacciones a dos cuerpos.

Apéndice B

Cálculos para obtener las ecuaciones de QRPA

B.1 Interacción p-h en función de los operadores β_K^\pm

Partimos del potencial de la ec. (3.15), a saber:

$$V_{\text{GT}} = \chi_{\text{GT}} \sum_{i \neq j} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j (t_i^- t_j^+ + t_i^+ t_j^-); \quad (\text{B.1})$$

y lo desarrollamos en segunda cuantificación, conservando sólo los términos que relacionen un protón con un neutrón, que son los que nos interesan (pues el resto queda incluido en el potencial de HF):

$$\begin{aligned} V_{\text{GT}} &= \frac{\chi_{\text{GT}}}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 (t_1^- t_2^+ + t_1^+ t_2^-) | \overline{\gamma\delta} \rangle a_\alpha^+ a_\beta^+ a_\delta a_\gamma = \\ &= \frac{\chi_{\text{GT}}}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \sum_K (-1)^K \left\{ \langle \alpha_n \beta_p | \sigma_K^1 \sigma_{-K}^2 | \gamma_p \delta_n \rangle a_{\alpha_n}^+ a_{\beta_p}^+ a_{\delta_n} a_{\gamma_p} - \right. \\ &\quad - \langle \alpha_n \beta_p | \sigma_K^1 \sigma_{-K}^2 | \delta_p \gamma_n \rangle a_{\alpha_n}^+ a_{\beta_p}^+ a_{\delta_p} a_{\gamma_n} + \\ &\quad + \langle \alpha_p \beta_n | \sigma_K^1 \sigma_{-K}^2 | \gamma_n \delta_p \rangle a_{\alpha_p}^+ a_{\beta_n}^+ a_{\delta_p} a_{\gamma_n} - \\ &\quad \left. - \langle \alpha_p \beta_n | \sigma_K^1 \sigma_{-K}^2 | \delta_n \gamma_p \rangle a_{\alpha_p}^+ a_{\beta_n}^+ a_{\delta_n} a_{\gamma_p} \right\} = \\ &= \frac{\chi_{\text{GT}}}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \sum_K (-1)^K \left\{ \langle \alpha_n | \sigma_K | \gamma_p \rangle a_{\alpha_n}^+ a_{\gamma_p} \langle \beta_p | \sigma_{-K} | \delta_n \rangle a_{\beta_p}^+ a_{\delta_n} + \right. \\ &\quad + \langle \alpha_n | \sigma_K | \delta_p \rangle a_{\alpha_n}^+ a_{\delta_p} \langle \beta_p | \sigma_{-K} | \gamma_n \rangle a_{\beta_p}^+ a_{\gamma_n} + \\ &\quad + \langle \alpha_p | \sigma_K | \gamma_n \rangle a_{\alpha_p}^+ a_{\gamma_n} \langle \beta_n | \sigma_{-K} | \delta_p \rangle a_{\beta_n}^+ a_{\delta_p} + \\ &\quad \left. + \langle \alpha_p | \sigma_K | \delta_n \rangle a_{\alpha_p}^+ a_{\delta_n} \langle \beta_n | \sigma_{-K} | \gamma_p \rangle a_{\beta_n}^+ a_{\gamma_p} \right\}. \quad (\text{B.2}) \end{aligned}$$

Teniendo ahora en cuenta la ec. (3.43), nos queda:

$$V_{\text{GT}} = \chi_{\text{GT}} \sum_K (-1)^K (\beta_K^+ \beta_{-K}^- + \beta_K^- \beta_{-K}^+). \quad (\text{B.3})$$

Considerando las relaciones de conmutación de los operadores β_K^\pm :

$$[\beta_K^+, \beta_{K'}^+] = \sum_{np} \langle n | \sigma_K | p \rangle \sum_{n'p'} \langle n' | \sigma_{K'} | p' \rangle [a_n^+ a_p, a_{n'}^+ a_{p'}] = 0, \quad (\text{B.4})$$

$$[\beta_K^-, \beta_{K'}^-] = \sum_{np} \langle p | \sigma_K | n \rangle \sum_{n'p'} \langle p' | \sigma_{K'} | n' \rangle [a_p^+ a_n, a_{p'}^+ a_{n'}] = 0, \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} [\beta_K^+, (\beta_{K'}^+)^+] &= (-1)^{K'} [\beta_K^+, \beta_{K'}^-] = \\ &= (-1)^{K'} \sum_{np} \langle n | \sigma_K | p \rangle \sum_{n'p'} \langle p' | \sigma_{-K'} | n' \rangle [a_n^+ a_p, a_{p'}^+ a_{n'}] = \\ &= (-1)^{K'} \sum_{np} \langle n | \sigma_K | p \rangle \sum_{n'p'} \langle p' | \sigma_{-K'} | n' \rangle \{ \delta_{pp'} a_n^+ a_{n'} - \delta_{nn'} a_{p'}^+ a_p \} = \\ &= (-1)^{K'} \sum_{npn'p'} \{ \delta_{pp'} \langle n | \sigma_K | p \rangle \langle p' | \sigma_{-K'} | n' \rangle a_n^+ a_{n'} - \\ &\quad - \delta_{nn'} \langle p' | \sigma_{-K'} | n' \rangle \langle n | \sigma_K | p \rangle a_{p'}^+ a_p \}, \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} [\beta_K^-, (\beta_{K'}^-)^+] &= (-1)^{K'} [\beta_K^-, \beta_{-K'}^+] = \\ &= (-1)^{K'} \sum_{np} \langle p | \sigma_K | n \rangle \sum_{n'p'} \langle n' | \sigma_{-K'} | p' \rangle [a_p^+ a_n, a_{n'}^+ a_{p'}] = \\ &= (-1)^{K'} \sum_{np} \langle p | \sigma_K | n \rangle \sum_{n'p'} \langle n' | \sigma_{-K'} | p' \rangle \{ \delta_{nn'} a_p^+ a_{p'} - \delta_{pp'} a_{n'}^+ a_n \} = \\ &= (-1)^{K'} \sum_{npn'p'} \{ \delta_{nn'} \langle p | \sigma_K | n \rangle \langle n' | \sigma_{-K'} | p' \rangle a_p^+ a_{p'} - \\ &\quad - \delta_{pp'} \langle n' | \sigma_{-K'} | p' \rangle \langle p | \sigma_K | n \rangle a_{n'}^+ a_n \}, \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

y sabiendo que:

$$\sum_K (-1)^K \beta_{-K}^+ \beta_K^- = \sum_{K'} (-1)^{-K'} \beta_{K'}^+ \beta_{-K'}^- = \sum_K (-1)^K \beta_K^+ \beta_{-K}^-, \quad (\text{B.8})$$

llegamos a:

$$V_{\text{GT}} = 2\chi_{\text{GT}} \sum_K (-1)^K \beta_K^+ \beta_{-K}^-. \quad (\text{B.9})$$

B.2 Obtención de las ecuaciones de la RPA

Partiendo de la expresión (3.27) y adoptando la aproximación cuasibosónica, tenemos lo siguiente para la primera ecuación:

$$\begin{aligned}
\langle RPA|[a_i^+ a_m, [H, Q_\nu^+]]|RPA\rangle &= \\
&= \langle RPA|[a_i^+ a_m, HQ_\nu^+]|RPA\rangle - \langle RPA|[a_i^+ a_m, Q_\nu^+ H]|RPA\rangle = \\
&\simeq \langle HF|[a_i^+ a_m, HQ_\nu^+]|HF\rangle - \langle HF|[a_i^+ a_m, Q_\nu^+ H]|HF\rangle = \\
&= \langle HF|a_i^+ a_m H \sum_{nj} X_{nj}^\nu a_n^+ a_j|HF\rangle - \langle HF|a_i^+ a_m Q_\nu^+ H|HF\rangle = \\
&= M_1 - M_2.
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Pasemos ahora a calcular cada uno de estos términos M_1 y M_2 , tomando el hamiltoniano de la ec. (3.29) y obviando en la interacción residual los términos ya incluidos en el potencial de HF:

$$\begin{aligned}
M_1 &= \langle HF|a_i^+ a_m H \sum_{nj} X_{nj}^\nu a_n^+ a_j|HF\rangle = \\
&= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \langle HF|a_i^+ a_m \left(\sum_k \epsilon_k a_k^+ a_k + \frac{1}{4} \sum_{kk'll'} \bar{v}_{kk'll'} a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l \right) a_n^+ a_j|HF\rangle = \\
&= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \left(\sum_k \epsilon_k \langle HF|a_i^+ a_m a_k^+ a_k a_n^+ a_j|HF\rangle + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{4} \sum_{kk'll'} \bar{v}_{kk'll'} \langle HF|a_i^+ a_m a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l a_n^+ a_j|HF\rangle \right) = \\
&= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \{ \delta_{mn} \delta_{ij} (\epsilon_m - \epsilon_i) + E_F \delta_{mn} \delta_{ij} + \bar{v}_{mj in} \}
\end{aligned} \tag{B.11}$$

$$\begin{aligned}
M_2 &= \langle HF|a_i^+ a_m \sum_{nj} (X_{nj}^\nu a_n^+ a_j - Y_{nj}^\nu a_j^+ a_n) \times \\
&\quad \times \left(\sum_k \epsilon_k a_k^+ a_k + \frac{1}{4} \sum_{kk'll'} \bar{v}_{kk'll'} a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l \right) |HF\rangle = \\
&= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \sum_k \epsilon_k \langle HF|a_i^+ a_m a_n^+ a_j a_k^+ a_k|HF\rangle - \\
&\quad - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \sum_k \epsilon_k \langle HF|a_i^+ a_m a_j^+ a_n a_k^+ a_k|HF\rangle + \\
&\quad + \frac{1}{4} \sum_{nj} X_{nj}^\nu \sum_{kk'll'} \bar{v}_{kk'll'} \langle HF|a_i^+ a_m a_n^+ a_j a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l|HF\rangle - \\
&\quad - \frac{1}{4} \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \sum_{kk'll'} \bar{v}_{kk'll'} \langle HF|a_i^+ a_m a_j^+ a_n a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l|HF\rangle =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \sum_{k < k_F} \epsilon_k \delta_{mn} \delta_{ij} - \frac{1}{4} \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \sum_{kk' ll'} \bar{v}_{kk' ll'} [\delta_{nk} \delta_{mk'} (\delta_{jl} \delta_{il'} - \delta_{j'l'} \delta_{il}) + \\
&\quad + \delta_{nk'} \delta_{mk} (\delta_{j'l'} \delta_{il} - \delta_{jl} \delta_{il'})] = \\
&= \sum_{nj} X_{nj}^\nu E_F \delta_{mn} \delta_{ij} - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \bar{v}_{mnij}. \tag{B.12}
\end{aligned}$$

En las ecs. (B.11) y (B.12), $E_F = \sum_{k < k_F} \epsilon_k$. Por lo tanto, la ec. (B.10) queda ahora como sigue:

$$\begin{aligned}
\langle RPA | [a_i^+ a_m, [H, Q_\nu^+]] | RPA \rangle &= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \{(\epsilon_m - \epsilon_i) + \bar{v}_{mj in}\} + \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \bar{v}_{mnij} \\
&= \sum_{nj} A_{minj} X_{nj}^\nu + \sum_{nj} B_{minj} Y_{nj}^\nu. \tag{B.13}
\end{aligned}$$

Dado que la parte de la derecha de la primera ecuación de (3.27) es:

$$\begin{aligned}
\langle RPA | [a_i^+ a_m, Q_\nu^+] | RPA \rangle &\simeq \langle HF | [a_i^+ a_m, Q_\nu^+] | HF \rangle = \\
&= \langle HF | a_i^+ a_m Q_\nu^+ | HF \rangle = \\
&= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \langle HF | a_i^+ a_m a_n^+ a_j | HF \rangle = \\
&= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \delta_{mn} \delta_{ij} = X_{mi}^\nu, \tag{B.14}
\end{aligned}$$

la unión de (B.13) y (B.14) nos da la primera parte de la ecuación de RPA (3.30).

La segunda ecuación de (3.27) nos dará la otra parte de (3.30):

$$\begin{aligned}
\langle RPA | [a_m^+ a_i, [H, Q_\nu^+]] | RPA \rangle &= \\
&= \langle RPA | [a_m^+ a_i, HQ_\nu^+] | RPA \rangle - \langle RPA | [a_m^+ a_i, Q_\nu^+ H] | RPA \rangle = \\
&\simeq \langle HF | [a_m^+ a_i, HQ_\nu^+] | HF \rangle - \langle HF | [a_m^+ a_i, Q_\nu^+ H] | HF \rangle = \\
&= -\langle HF | HQ_\nu^+ a_m^+ a_i | HF \rangle + \langle HF | Q_\nu^+ H a_m^+ a_i | HF \rangle = \\
&= -M'_1 + M'_2. \tag{B.15}
\end{aligned}$$

Haciendo el cálculo por partes, como antes, obtenemos:

$$\begin{aligned}
M'_1 &= \langle HF | HQ_\nu^+ a_m^+ a_i | HF \rangle = \langle HF | \left(\sum_k \epsilon_k a_k^+ a_k + \frac{1}{4} \sum_{kk' ll'} \bar{v}_{kk' ll'} a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l \right) \times \\
&\quad \times \sum_{nj} (X_{nj}^\nu a_n^+ a_j - Y_{nj}^\nu a_j^+ a_n) a_m^+ a_i | HF \rangle = \\
&= \sum_{nj} X_{nj}^\nu \sum_k \epsilon_k \langle HF | a_k^+ a_k a_n^+ a_j a_m^+ a_i | HF \rangle -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \sum_k \epsilon_k \langle HF | a_k^+ a_k a_j^+ a_n a_m^+ a_i | HF \rangle + \\
& + \frac{1}{4} \sum_{nj} X_{nj}^\nu \sum_{kk' ll'} \bar{v}_{kk' ll'} \langle HF | a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l a_n^+ a_j a_m^+ a_i | HF \rangle - \\
& - \frac{1}{4} \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \sum_{kk' ll'} \bar{v}_{kk' ll'} \langle HF | a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l a_j^+ a_n a_m^+ a_i | HF \rangle = \\
& = - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \sum_{k < k_F} \epsilon_k \delta_{mn} \delta_{ij} + \sum_{nj} X_{nj}^\nu \bar{v}_{ijmn} = \\
& = \sum_{nj} X_{nj}^\nu \bar{v}_{ijmn} - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu E_F \delta_{mn} \delta_{ij}, \tag{B.16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M'_2 & = \langle HF | Q_\nu^+ H a_m^+ a_i | HF \rangle = \langle HF | \sum_{nj} (X_{nj}^\nu a_n^+ a_j - Y_{nj}^\nu a_j^+ a_n) \times \\
& \times \left(\sum_k \epsilon_k a_k^+ a_k + \frac{1}{4} \sum_{kk' ll'} \bar{v}_{kk' ll'} a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l \right) a_m^+ a_i | HF \rangle = \\
& = - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \sum_k \epsilon_k \langle HF | a_j^+ a_n a_k^+ a_k a_m^+ a_i | HF \rangle - \\
& - \frac{1}{4} \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \sum_{kk' ll'} \bar{v}_{kk' ll'} \langle HF | a_j^+ a_n a_k^+ a_{k'}^+ a_{l'} a_l a_m^+ a_i | HF \rangle = \\
& = - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu [\delta_{mn} \delta_{ij} (\epsilon_m - \epsilon_i + E_F) + \bar{v}_{inmj}]. \tag{B.17}
\end{aligned}$$

Juntando ambos términos y teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned}
\langle RPA | [a_m^+ a_i, Q_\nu^+] | RPA \rangle & \simeq \langle HF | [a_m^+ a_i, Q_\nu^+] | HF \rangle = \\
& = - \langle HF | Q_\nu^+ a_m^+ a_i | HF \rangle = \\
& = \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \langle HF | a_j^+ a_n a_m^+ a_i | HF \rangle = \\
& = \sum_{nj} Y_{nj}^\nu \delta_{mn} \delta_{ij} = Y_{mi}^\nu, \tag{B.18}
\end{aligned}$$

nos queda la segunda mitad de la ec. (3.30):

$$\begin{aligned}
\langle RPA | [a_m^+ a_i, [H, Q_\nu^+]] | RPA \rangle & = \\
& = - \sum_{nj} X_{nj}^\nu \bar{v}_{ijmn} - \sum_{nj} Y_{nj}^\nu [(\epsilon_m - \epsilon_i) \delta_{mn} \delta_{ij} + \bar{v}_{inmj}] = \\
& = - \sum_{nj} B_{minj}^* X_{nj}^\nu - \sum_{nj} A_{minj}^* Y_{nj}^\nu. \tag{B.19}
\end{aligned}$$

B.3 Obtención de las ecuaciones de la QRPA

Análogamente al apartado anterior, partimos de la siguiente ecuación:

$$\langle \varphi_{\text{BCS}} | [\alpha_{k'} \alpha_k, [H, Q_\nu^+]] | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \langle \varphi_{\text{BCS}} | [\alpha_{k'} \alpha_k, Q_\nu^+] | \varphi_{\text{BCS}} \rangle. \quad (\text{B.20})$$

Teniendo en cuenta las propiedades del estado fundamental de BCS (φ_{BCS}), según la sección 2.2, la parte de la derecha da lo siguiente:

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{\text{BCS}} | [\alpha_{k'} \alpha_k, Q_\nu^+] | \varphi_{\text{BCS}} \rangle &= \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k Q_\nu^+ | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \\ &= \sum_{l>l'} X_{ll'}^\nu \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k \alpha_l^+ \alpha_{l'}^+ | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \\ &= \sum_{l>l'} X_{ll'}^\nu \delta_{kl} \delta_{k'l'} = X_{kk'}^\nu. \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

La parte de la izquierda de la ec. (B.20) se desarrolla como sigue:

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{\text{BCS}} | [\alpha_{k'} \alpha_k, [H, Q_\nu^+]] | \varphi_{\text{BCS}} \rangle &= \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k [H, Q_\nu^+] | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \\ &= \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k H Q_\nu^+ | \varphi_{\text{BCS}} \rangle - \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k Q_\nu^+ H | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \\ &= M_1 - M_2. \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Sustituyendo ahora la interacción residual por su valor en función de las cuasipartículas (2.57) y considerando invariancia temporal, llegamos a las siguientes expresiones para los dos términos M_1 y M_2 :

$$\begin{aligned} M_1 &= \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k \left(\sum_\lambda E_\lambda \alpha_\lambda^+ \alpha_\lambda + \frac{1}{4} \sum_{\mu\lambda\mu'\lambda'} \bar{v}_{\mu\lambda\mu'\lambda'} a_\mu^+ a_\lambda^+ a_{\lambda'} a_{\mu'} \right) \sum_{l>l'} X_{ll'}^\nu \alpha_l^+ \alpha_{l'}^+ | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \\ &= \sum_\lambda E_\lambda \sum_{l>l'} X_{ll'}^\nu \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k \alpha_\lambda^+ \alpha_\lambda \alpha_l^+ \alpha_{l'}^+ | \varphi_{\text{BCS}} \rangle + \\ &\quad + \frac{1}{4} \sum_{\mu\lambda\mu'\lambda'} \bar{v}_{\mu\lambda\mu'\lambda'} \sum_{l>l'} X_{ll'}^\nu \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k a_\mu^+ a_\lambda^+ a_{\lambda'} a_{\mu'} \alpha_l^+ \alpha_{l'}^+ | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \\ &= \sum_{l>l'} X_{ll'}^\nu (E_k + E_{k'}) \delta_{kl} \delta_{k'l'} + \frac{1}{4} \sum_{l>l'} X_{ll'}^\nu (4u_k u_{k'} u_l u_{l'} \bar{v}_{kk'l'l'} + 4u_k v_{k'} u_l v_{l'} \bar{v}_{kl}\bar{k}l' - \\ &\quad - 4u_k v_{k'} v_l u_{l'} \bar{v}_{k\bar{k}l'l'} - 4v_k u_{k'} u_l v_{l'} \bar{v}_{k'l}\bar{k}l' + 4v_k u_{k'} v_l u_{l'} \bar{v}_{k'l}\bar{k}l' + 4v_k v_{k'} v_l v_{l'} \bar{v}_{l'l}\bar{k}\bar{k}') = \\ &= \sum_{l>l'} X_{ll'}^\nu \{ (E_k + E_{k'}) \delta_{kl} \delta_{k'l'} + \bar{v}_{kk'l'l'} (u_k u_{k'} u_l u_{l'} + v_k v_{k'} v_l v_{l'}) + \\ &\quad + \bar{v}_{k\bar{l}\bar{k}l'} (u_k v_{k'} u_l v_{l'} + v_k u_{k'} v_l u_{l'}) - \bar{v}_{k\bar{l}\bar{k}l'} (u_k v_{k'} v_l u_{l'} + v_k u_{k'} u_l v_{l'}) \}, \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

$$M_2 = \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k \sum_{l>l'} (X_{ll'}^\nu \alpha_l^+ \alpha_{l'}^+ - Y_{ll'}^\nu \alpha_l \alpha_{l'}) \frac{1}{4} \sum_{\mu\lambda\mu'\lambda'} \bar{v}_{\mu\lambda\mu'\lambda'} a_\mu^+ a_\lambda^+ a_{\lambda'} a_{\mu'} | \varphi_{\text{BCS}} \rangle =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4} \sum_{l>l'} X_{ll'}^\nu \sum_{\mu\lambda\mu'\lambda'} \bar{v}_{\mu\lambda\mu'\lambda'} \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k \alpha_l^+ \alpha_{l'}^+ (u_\mu v_\lambda u_\lambda v_{\mu'} \alpha_\mu^+ \alpha_\lambda \alpha_{\lambda'} \alpha_{\mu'}^+ + \\
&\quad + v_\mu u_\lambda u_\lambda v_{\mu'} \alpha_{\bar{\mu}} \alpha_\lambda^+ \alpha_{\lambda'} \alpha_{\bar{\mu}'}^+ + v_\mu v_\lambda v_\lambda v_{\mu'} \alpha_{\bar{\mu}} \alpha_\lambda \alpha_{\bar{\lambda}'} \alpha_{\bar{\mu}'}^+ | \varphi_{\text{BCS}} \rangle - \\
&\quad - \frac{1}{4} \sum_{l>l'} Y_{ll'}^\nu \sum_{\mu\lambda\mu'\lambda'} \bar{v}_{\mu\lambda\mu'\lambda'} \langle \varphi_{\text{BCS}} | \alpha_{k'} \alpha_k \alpha_l \alpha_{l'} u_\mu u_\lambda v_\lambda v_{\mu'} \alpha_\mu^+ \alpha_\lambda^+ \alpha_{\bar{\lambda}'} \alpha_{\bar{\mu}'}^+ | \varphi_{\text{BCS}} \rangle = \\
&= -\frac{1}{4} \sum_{l>l'} Y_{ll'}^\nu (-4v_k v_{k'} u_l u_{l'} \bar{v}_{ll' \bar{k} \bar{k}'} - 4u_k u_{k'} v_l v_{l'} \bar{v}_{kk' \bar{l} \bar{l}'} + 4u_k v_{k'} u_l v_{l'} \bar{v}_{kl \bar{k}' \bar{l}'} + \\
&\quad + 4v_k u_{k'} v_l u_{k'} \bar{v}_{k'l' \bar{k} \bar{l}} - 4u_k v_{k'} v_l u_{l'} \bar{v}_{kl' \bar{k}' \bar{l}} - 4v_k u_{k'} u_l v_{l'} \bar{v}_{k'l \bar{k} \bar{l}'}) = \\
&= \sum_{l>l'} Y_{ll'}^\nu \{ \bar{v}_{kk' \bar{l} \bar{l}'} (u_k u_{k'} v_l v_{l'} + v_k v_{k'} u_l u_{l'}) - \bar{v}_{kl \bar{k}' \bar{l}'} (u_k v_{k'} u_l v_{l'} + v_k u_{k'} v_l u_{l'}) + \\
&\quad + \bar{v}_{k'l' \bar{k}' \bar{l}} (u_k v_{k'} v_l u_{l'} + v_k u_{k'} u_l v_{l'}) \}, \tag{B.24}
\end{aligned}$$

que son las expresiones de los elementos de matriz de A y B de QRPA, como se puede ver en las ecs. (3.40) y (3.41).

B.4 Obtención de las ecuaciones de la QRPA para nuestro caso concreto

Partimos de la ec. (3.47). El segundo miembro de la ecuación nos da lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\omega_K \langle \phi_0 | A_{\gamma_K} \Gamma_{\omega_K}^+ | \phi_0 \rangle &= \omega_K \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} \langle \phi_0 | \alpha_n \alpha_{\bar{p}} \alpha_n^+ \alpha_{\bar{p}'}^+ | \phi_0 \rangle = \\
&= -\omega_K \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} \delta_{pp'} \delta_{nn'} = -\omega_K X_{\gamma_K}^{\omega_K}. \tag{B.25}
\end{aligned}$$

La parte de la izquierda de la ecuación (3.47) se desarrolla como sigue:

$$\begin{aligned}
\langle \phi_0 | A_{\gamma_K} [H, \Gamma_{\omega_K}^+] | \phi_0 \rangle &= \langle \phi_0 | A_{\gamma_K} H \Gamma_{\omega_K}^+ | \phi_0 \rangle - \langle \phi_0 | A_{\gamma_K} \Gamma_{\omega_K}^+ H | \phi_0 \rangle = \\
&= \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} \langle \phi_0 | A_{\gamma_K} H A_{\gamma'_K}^+ | \phi_0 \rangle - \\
&\quad - \langle \phi_0 | A_{\gamma_K} \Gamma_{\omega_K}^+ (V_{GT} - \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle) = \\
&= M_1 - M_2. \tag{B.26}
\end{aligned}$$

En lo que viene a continuación, calculamos los respectivos valores de M_1 y M_2 de la ecuación anterior¹, sin tener en cuenta los términos que no contribuyan directamente a las excitaciones consideradas:

¹Para ello, tendremos en cuenta que H y V_{GT} vienen dados por las ecs. (3.49) y (3.42)–(3.43), respectivamente.

$$\begin{aligned}
M_1 &= \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} \langle \phi_0 | A_{\gamma_K} H A_{\gamma'_K}^+ | \phi_0 \rangle = \\
&= \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} \left(\sum_{n''} E_{n''} \langle \phi_0 | \alpha_n \alpha_{\bar{p}} \alpha_{n''}^+ \alpha_{n''} \alpha_{n'}^+ \alpha_{\bar{p}'}^+ | \phi_0 \rangle + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{p''} E_{p''} \langle \phi_0 | \alpha_n \alpha_{\bar{p}} \alpha_{p''}^+ \alpha_{p''} \alpha_{n'}^+ \alpha_{\bar{p}'}^+ | \phi_0 \rangle + \right. \\
&\quad \left. + \langle \phi_0 | \alpha_n \alpha_{\bar{p}} V_{GT} \alpha_{n'}^+ \alpha_{\bar{p}'}^+ | \phi_0 \rangle - \langle \phi_0 | \alpha_n \alpha_{\bar{p}} \alpha_{n'}^+ \alpha_{\bar{p}'}^+ | \phi_0 \rangle \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle \right) = \\
&= \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} \left\{ (-E_n - E_p + \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle) \delta_{pp'} \delta_{nn'} - 2\chi_{GT} (a_{\gamma_K} a_{\gamma'_K} + b_{\gamma_K} b_{\gamma'_K}) \right\} = \\
&= -X_{\gamma_K}^{\omega_K} [(E_n + E_p) - \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle] - 2\chi_{GT} \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} (a_{\gamma_K} a_{\gamma'_K} + b_{\gamma_K} b_{\gamma'_K}), \quad (\text{B.27})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_2 &= \langle \phi_0 | A_{\gamma_K} \Gamma_{\omega_K}^+ (V_{GT} - \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle) | \phi_0 \rangle = \\
&= \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} \langle \phi_0 | \alpha_n \alpha_{\bar{p}} \alpha_{n'}^+ \alpha_{\bar{p}'}^+ V_{GT} | \phi_0 \rangle - \\
&\quad - \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} \langle \phi_0 | \alpha_n \alpha_{\bar{p}} \alpha_{n'}^+ \alpha_{\bar{p}'}^+ | \phi_0 \rangle - \\
&\quad - \sum_{\gamma'_K} Y_{\gamma'_K}^+ \omega_K \langle \phi_0 | \alpha_n \alpha_{\bar{p}} \alpha_{n'} \alpha_{p'} V_{GT} | \phi_0 \rangle = \\
&= \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle X_{\gamma_K}^{\omega_K} + 2\chi_{GT} \sum_{\gamma'_K} Y_{\gamma'_K}^{\omega_K} (a_{\gamma'_K} b_{\gamma_K} + a_{\gamma_K} b_{\gamma'_K}), \quad (\text{B.28})
\end{aligned}$$

donde las a_{γ_K} y b_{γ_K} están definidas en las ecs. (3.54)–(3.56). Uniendo ahora las ecs. (B.25) a (B.28), llegamos a:

$$\begin{aligned}
-\omega_K X_{\gamma_K}^{\omega_K} &= -X_{\gamma_K}^{\omega_K} \mathcal{E}_{\gamma_K} - 2\chi_{GT} \sum_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} (a_{\gamma_K} a_{\gamma'_K} + b_{\gamma_K} b_{\gamma'_K}) - \\
&\quad - 2\chi_{GT} \sum_{\gamma'_K} Y_{\gamma'_K}^{\omega_K} (a_{\gamma'_K} b_{\gamma_K} + a_{\gamma_K} b_{\gamma'_K}) = \\
&= -X_{\gamma_K}^{\omega_K} \mathcal{E}_{\gamma_K} - 2\chi_{GT} \left\{ a_{\gamma_K} \sum_{\gamma'_K} (a_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} + b_{\gamma_K} Y_{\gamma'_K}^{\omega_K}) + \right. \\
&\quad \left. + b_{\gamma_K} \sum_{\gamma'_K} (b_{\gamma'_K} X_{\gamma'_K}^{\omega_K} + a_{\gamma'_K} Y_{\gamma'_K}^{\omega_K}) \right\} = \\
&= -X_{\gamma_K}^{\omega_K} \mathcal{E}_{\gamma_K} - 2\chi_{GT} (a_{\gamma_K} \mathcal{M}_+^{\omega_K} + b_{\gamma_K} \mathcal{M}_-^{\omega_K}), \quad (\text{B.29})
\end{aligned}$$

con definiciones obvias para $\mathcal{M}_{\pm}^{\omega_K}$. Reordenando la última ecuación, llegamos a la expresión que aparece en (3.50).

Para obtener la ec. (3.51), se actúa de modo análogo al descrito, sólo que partiendo de la ec. (3.48).

B.5 Relaciones de dispersión para el caso sin interacción pp

Para eliminar las $X_{\gamma_K}^{\omega_K}$ y $Y_{\gamma_K}^{\omega_K}$, sustituimos las ecs. (3.50)–(3.51) en las ecs. (3.52)–(3.53):

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_+^{\omega_K} &= \sum_{\gamma_K} \left[a_{\gamma_K} \frac{2\chi_{GT}}{\omega_K - \epsilon_{\gamma_K}} (a_{\gamma_K} \mathcal{M}_+^{\omega_K} + b_{\gamma_K} \mathcal{M}_-^{\omega_K}) - \right. \\ &\quad \left. - b_{\gamma_K} \frac{2\chi_{GT}}{\omega_K + \epsilon_{\gamma_K}} (b_{\gamma_K} \mathcal{M}_+^{\omega_K} + a_{\gamma_K} \mathcal{M}_-^{\omega_K}) \right] \\ \mathcal{M}_-^{\omega_K} &= \sum_{\gamma_K} \gamma_K \left[b_{\gamma_K} \frac{2\chi_{GT}}{\omega_K - \epsilon_{\gamma_K}} (a_{\gamma_K} \mathcal{M}_+^{\omega_K} + b_{\gamma_K} \mathcal{M}_-^{\omega_K}) - \right. \\ &\quad \left. - a_{\gamma_K} \frac{2\chi_{GT}}{\omega_K + \epsilon_{\gamma_K}} (b_{\gamma_K} \mathcal{M}_+^{\omega_K} + a_{\gamma_K} \mathcal{M}_-^{\omega_K}) \right].\end{aligned}\quad (\text{B.30})$$

Agrupando los coeficientes de las \mathcal{M} 's, tenemos:

$$\begin{aligned}0 &= \left[2\chi_{GT} \sum_{\gamma_K} \left(\frac{a_{\gamma_K}^2}{\omega_K - \epsilon_{\gamma_K}} - \frac{b_{\gamma_K}^2}{\omega_K + \epsilon_{\gamma_K}} \right) - 1 \right] \mathcal{M}_+^{\omega_K} + \\ &\quad + \left(2\chi_{GT} \sum_{\gamma_K} a_{\gamma_K} b_{\gamma_K} \frac{2\epsilon_{\gamma_K}}{\omega_K^2 - \epsilon_{\gamma_K}^2} \right) \mathcal{M}_-^{\omega_K} \\ 0 &= \left(2\chi_{GT} \sum_{\gamma_K} a_{\gamma_K} b_{\gamma_K} \frac{2\epsilon_{\gamma_K}}{\omega_K^2 - \epsilon_{\gamma_K}^2} \right) \mathcal{M}_-^{\omega_K} + \\ &\quad + \left[2\chi_{GT} \sum_{\gamma_K} \left(\frac{b_{\gamma_K}^2}{\omega_K - \epsilon_{\gamma_K}} - \frac{a_{\gamma_K}^2}{\omega_K + \epsilon_{\gamma_K}} \right) - 1 \right] \mathcal{M}_+^{\omega_K}.\end{aligned}\quad (\text{B.31})$$

En forma matricial, podríamos escribirlo del siguiente modo:

$$ZM = 0, \quad (\text{B.32})$$

con:

$$M = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_+^{\omega_K} \\ \mathcal{M}_-^{\omega_K} \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 2\chi_{GT}Z_0 - 1 & 2\chi_{GT}Z_1 \\ 2\chi_{GT}Z_1 & 2\chi_{GT}Z_2 - 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.33})$$

y notaciones obvias para las Z_i ($i = 0, 1, 2$). La ec. (B.32) tiene una solución cuando: $\det M = 0$, esto es:

$$4\chi_{GT}^2 Z_0 Z_2 - 2\chi_{GT} Z_0 - 2\chi_{GT} Z_2 + 1 - 4\chi_{GT}^2 Z_1^2 = 0. \quad (\text{B.34})$$

Para $K = 0$, debido a la propiedad ii) de la pág. 31, se cumple $\sum_{\gamma_0} = 2 \sum_{i_0}$. Por lo tanto, tenemos:

$$16\chi_{GT}^2 Z'_0 Z'_2 - 4\chi_{GT} Z'_0 - 4\chi_{GT} Z'_2 + 1 - 16\chi_{GT}^2 Z'_2 = 0, \quad (\text{B.35})$$

o, lo que es lo mismo:

$$\left(\frac{1}{4\chi_{GT}} \right)^2 = \frac{1}{4\chi_{GT}} (Z'_0 + Z'_2) + Z_1'^2 - Z'_0 Z'_2, \quad (\text{B.36})$$

que es igual a la ec. (3.59) si consideramos las Z'_i iguales a las Z_i , pero con los sumatorios recorriendo sólo los pares i_0 .

Para $K = \pm 1$, como los modos se relacionan por inversión temporal, (v. propiedad i) de la pág. 31), no hay que hacer cambios en la ec. (B.34), salvo que las sumas recorren ahora los pares $i_\rho (\rho = \pm 1)$:

$$\left(\frac{1}{2\chi_{GT}} \right)^2 = \frac{1}{2\chi_{GT}} (Z_0 + Z_2) + Z_1^2 - Z_0 Z_2, \quad (\text{B.37})$$

que es el resultado de la ec. (3.60).

Bibliografía

- [ABBW97] G. Audi, O. Bersillon, J. Blachot, and A.H. Wapstra. *Nuclear Physics*, A(624):1, 1997.
- [AW95] G. Audi and A.H. Wapstra. *Nuclear Physics*, A(595):409, 1995.
- [BBFH57] E.M. Burbidge, G.R. Burbidge, W.A. Fowler, and F. Hoyle. *Review of Modern Physics*, 29:547, 1957.
- [Bea95] J. Bea. *Ph. D. Thesis*. Universidad de Valencia, 1995.
- [Bec99] F. Becker *et al.* *The European Physical Journal*, A(4):103–105, 1999.
- [BFGQ75] M. Beiner, H. Flocard, N. Van Giai, and P. Quentin. *Nuclear Physics*, A(238):29, 1975.
- [BFH⁺85] P. Bonche, H. Flocard, P.H. Heenen, S.J. Krieger, and M.S. Weiss. *Nuclear Physics*, A(443):39, 1985.
- [BFKZ96] I.N. Borzov, S.A. Fayans, E. Kromer, and D. Zawischa. *Zeitschrift für Physik*, A(355):117, 1996.
- [BFT95] I.N. Borzov, S.A. Fayans, and E.L. Trykov. *Nuclear Physics*, A(584):335, 1995.
- [BKS67] W.H. Bassichis, A.K. Kerman, and J.P. Svenne. *Physical Review*, 160:746, 1967.
- [BM75] A. Bohr and B. Mottelson. *Nuclear Structure*. Benjamin, New York, 1975.
- [BRA⁺90] F. Buchinger, E.B. Ramsay, E. Arnold, W. Nue, R. Neugart, K. Wendt, R.E. Silverans, P. Lievens, L. Vermeeren, D. Berdichevsky, R. Fleming, D.W.L. Sprung, and G. Ulm. *Physical Review*, C(41):2883, 1990.
- [BRG⁺93] J. Bea, B. Rubio, A. Gadea, L. Garcia-Raffi, J. Rico, J.L. Taín, M.J.G. Borge, O. Temblad, S. Skoda, J. Eberth, H. Keller, R. Kirchner, and E. Roeckl. *Detailed study of the ⁷⁵Kr beta decay properties*. GSI Scientific Report, 1993.
- [BT75] G.F. Bertsch and S.F. Tsai. *Physics Reports*, 18:125–158, 1975.

- [Cam57] A.G.W. Cameron. *Chalk River Report CRL-41*, 1957.
- [dA98] G. de Angelis *et al.* *Proposal to the ISOLDE Committee*. 1998.
- [Dej85] C. DeJali *et al.* *Physics Letters*, B(164):269, 1985.
- [dVdJdV87] H. de Vries, C.W. de Jager, and C. de Vries. *Atomic Data Nuclear Data Tables*, 36:495, 1987.
- [EBD⁺99] J. Engel, M. Bender, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, and R. Surnam. *Physical Review*, C(60):014302, 1999.
- [EK94] S. El-Kateb *et al.* *Physical Review*, C(49):3128, 1994.
- [ELV96] J. Engel, K. Langanke, and P. Vogel. *Physics Letters*, B(389):211–216, 1996.
- [EVZ88] J. Engel, P. Vogel, and M.R. Zirnbauer. *Physical Review*, C(37):731, 1988.
- [FHZ95] F. Frisk, I. Hamamoto, and X.Z. Zhang. *Physical Review*, C(52):2468, 1995.
- [Foc30] V.A. Fock. *Zeitschrift für Physik*, 61:126, 1930.
- [FQKV73] H. Flocard, P. Quentin, A.K. Kerman, and D. Vautherin. *Nuclear Physics*, A(203):433–472, 1973.
- [FQV73] H. Flocard, P. Quentin, and D. Vautherin. *Physics Letters*, B(46):304, 1973.
- [FS99] R.B. Firestone and V.S. Shirley. *Table of Isotopes*. 8th Edition. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1999.
- [Gaa81] C. Gaarde *et al.* *Nuclear Physics*, A(369):258, 1981.
- [Gaa83] C. Gaarde. *Nuclear Physics*, A(396):127c, 1983.
- [Gar91] E. Garrido *et al.* *Physical Review*, C(44):R1250, 1991.
- [GM71] N.B. Gove and M.J. Martin. *Nuclear Data Tables*, 10:205, 1971.
- [Goo79] A.L. Goodman. *Advances in Nuclear Physics*, 11:263, 1979.
- [GS81] N. Van Giai and H. Sagawa. *Physics Letters*, B(106):379, 1981.
- [Ham65] I. Hamamoto. *Nuclear Physics*, 62:49, 1965.
- [Har28] D.R. Hartree. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 24:89, 1928.
- [HBH⁺96] H. Homma, E. Bender, M. Hirsch, K. Muto, H.V. Klapdor-Kleingrothaus, and T. Oda. *Physical Review*, C(54):2972, 1996.

- [HS67] J.A. Halbleib and R.A. Sorensen. *Nuclear Physics*, A(98):542, 1967.
- [HS93] I. Hamamoto and H. Sagawa. *Physical Review*, C(48):R960, 1993.
- [HSMKK91] M. Hirsch, A. Staudt, K. Muto, and H.V. Klapdor-Kleingrothaus. *Nuclear Physics*, A(535):62, 1991.
- [HZ95] I. Hamamoto and X.Z. Zhang. *Zeitschrift für Physik*, A(353):145, 1995.
- [KAB⁺95] M. Keim, E. Arnold, W. Borchers, U. Georg, A. Klein, R. Neugart, L. Vermeeren, R.E. Silverans, and P. Lievens. *Nuclear Physics*, A(586):219, 1995.
- [Kan95] Juhani Kantele. *Handbook of Nuclear Spectrometry*. Academic Press, 1995.
- [KM84] J. Krumlinde and P. Möller. *Nuclear Physics*, A(417):419–446, 1984.
- [KS88] V.A. Kuz'min and V.G. Soloviev. *Nuclear Physics*, A(486):118, 1988.
- [LLM91] K. Liu, H. Luo, and Z. Ma. *Nuclear Physics*, A(534):25, 1991.
- [LPOR73] D. Lode, W. Pessara, H. Ohlsson, and E. Roeckl. *Zeitschrift für Physik*, 260:253, 1973.
- [LS78] C.M. Lederer and V.S. Shirley. *Table of Isotopes*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1978.
- [Mar93] J. Margraf *et al.* *Physical Review*, C(47):1474, 1993.
- [MBK89] K. Muto, E. Bender, and H.V. Klapdor. *Zeitschrift für Physik*, A:125–129, 1989.
- [MBOKK92] K. Muto, E. Bender, T. Oda, and H.V. Klapdor-Kleingrothaus. *Zeitschrift für Physik*, A(341):407, 1992.
- [MDP⁺99] Ch. Miché, Ph. Dessagne, Ch. Pujol, G. Walter, B. Johnson, M. Lindroos, and The ISOLDE Collaboration. *European Physical Journal*, A(5):143, 1999.
- [Mig67] A.B. Migdal. *Theory of Finite Systems*. Interscience, New York, 1967.
- [MK88] K. Muto and H.V. Klapdor. *Physics Letters*, B(201):420, 1988.
- [Moy86] E. Moya de Guerra. *Physics Reports*, 138(6):293, 1986.
- [MR90] P. Möller and J. Randrup. *Nuclear Physics*, A(514):1, 1990.
- [MSEJ01] E. Moya de Guerra, P. Sarriguren, A. Escuderos, and J. Jung. *Nuclear Physics*, A(690):276c–279c, 2001.

- [Mue97] A.C. Mueller *et al.* *NuPECC report on Nuclear Structure under Extreme Conditions of Isospin, Mass, Spin and Temperature*, 1997.
- [MZ93] E. Moya de Guerra and L. Zamick. *Physical Review*, C(47):2604, 1993.
- [Neg70] J.W. Negele. *Physical Review*, C(1):1260, 1970.
- [Oin97] M. Oinonen *et al.* *Physical Review*, C(56):745, 1997.
- [Oin00] M. Oinonen *et al.* *Physical Review*, C(61):035801, 2000.
- [Ost92] F. Osterfeld. *Reviews of Modern Physics*, 64(2):491–557, 1992.
- [PHM73] T. Paradellis, A. Houdayer, and S.K. Mark. *Nuclear Physics*, A(201):113, 1973.
- [Piq99a] I. Piqueras *et al.* *Experimental Nuclear Physics in Europe*. B. Rubio *et al.* (Eds.), American Institute of Physics, 1999.
- [Piq99b] I. Piqueras *et al.* *Experimental Nuclear Physics in Europe*. B. Rubio *et al.*, AIP Conf. Proc. No. 495, AIP, Melville, NY, 1999.
- [Piq02] I. Piqueras. *Tesis Doctoral*. Universidad Complutense de Madrid, 2002.
- [Piq03] I. Piqueras *et al.* *The European Physical Journal*, A(16):313–329, 2003.
- [PN01] A. Poves and F. Nowacki. The nuclear shell model. In J.M. Arias and M. Lozano, editors, *An Advanced Course in Modern Nuclear physics*, pages 70–101. Springer, 2001.
- [Poi02] E. Poirier. *Tesis Doctoral*. Université Louis Pasteur Strasbourg, 2002.
- [PSF96] A. Petrovici, K.W. Schmid, and A. Faessler. *Nuclear Physics*, A(605):290, 1996.
- [PSHR99] A. Petrovici, K.W. Schmid, A. Faessler H.H. Hamilton, and A.V. Ramayya. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 43:485, 1999.
- [QF78] P. Quentin and H. Flocard. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 28:253, 1978.
- [Ran73] J. Randrup. *Nuclear Physics*, A(207):209, 1973.
- [Rap83] J. Rapaport *et al.* *Nuclear Physics*, A(410):371, 1983.
- [Ric93] A. Richter. *Nuclear Physics*, A(553):417c, 1993.
- [Ric95] A. Richter. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 34:261, 1995.
- [RMM⁺87] S. Raman, C.H. Malarkey, W.T. Milner, C.W. Nestor Jr., and P.H. Stelson. *Atomic Data Nuclear Data Tables*, 36:1, 1987.

- [Ron93] T. Ronnqvist *et al.* *Nuclear Physics*, A(563):225, 1993.
- [Row70] D.J. Rowe. *Nuclear Collective Motion*. Methuen, London, 1970.
- [RS80] P. Ring and P. Schuck. *The nuclear many body problem*. Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [Sch98] H. Schatz *et al.* *Physics Reports*, 294:167–263, 1998.
- [SHGG75] H. Schmeing, J.C. Hardy, R.L. Graham, and J.S. Geiger. *Nuclear Physics*, A(242):232, 1975.
- [Sky56] T.H.R. Skyrme. *Philosophical Magazine*, 1:1043, 1956.
- [Sky59] T.H.R. Skyrme. *Nuclear Physics*, 9:615–634, 1959.
- [SLV81] D.W.L. Sprung, S.G. Lie, and M. Vallières. *Nuclear Physics*, A(352):19, 1981.
- [SLVQ79] D.W.L. Sprung, S.G. Lie, M. Vallières, and P. Quentin. *Nuclear Physics*, A(326):37, 1979.
- [SME99] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, and A. Escuderos. *Nuclear Physics*, A(658):13–44, 1999.
- [SME01a] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, and A. Escuderos. *Nuclear Physics*, A(691):631–648, 2001.
- [SME01b] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, and A. Escuderos. *Physical Review*, C(64):064306, 2001.
- [SMEC98] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, A. Escuderos, and A.C. Carrizo. *Nuclear Physics*, A(635):55–85, 1998.
- [SMN96] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, and R. Nojarov. *Physical Review*, C(54):690, 1996.
- [SMN97] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, and R. Nojarov. *Zeitschrift für Physik*, A(357):143, 1997.
- [Suz81] T. Suzuki. *Physics Letters*, B(104):92, 1981.
- [SV84] B. Singh and D.A. Viggars. *Nuclear Data Sheets*, 42:233, 1984.
- [SV87] B. Singh and D.A. Viggars. *Nuclear Data Sheets*, 51:225, 1987.
- [UH98] P. Urkedal and I. Hamamoto. *Physical Review*, C(58):R1889, 1998.
- [Vau73] D. Vautherin. *Physical Review*, C(7):296, 1973.
- [VB72] D. Vautherin and D.M. Brink. *Physical Review*, C(5):626, 1972.

- [Vet92] M.C. Vetterli *et al.* *Physical Review*, C(45):997, 1992.
- [VS78] M Vallières and D.W.L. Sprung. *Canadian Journal of Physics*, 56:1190, 1978.
- [Zie93] W. Ziegler *et al.* *Nuclear Physics*, A(564):366, 1993.