



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

Proyecto de Innovación

Convocatoria 2019/2020

Nº DE PROYECTO:

177

TÍTULO DEL PROYECTO:

Utilización de metodologías activas de enseñanza para el aprendizaje de las matemáticas, centradas en el estudiante y desarrolladas en el espacio innovador de una hiperaula.

NOMBRE DEL RESPONSABLE DEL PROYECTO:

Carolina Fernández-Salineró Miguel

CENTRO:

Facultad de Educación-Centro de Formación del Profesorado (CFP)

DEPARTAMENTO:

Estudios Educativos

La inauguración de la hiperaula de la Facultad de Educación-CFP (UCM) en abril de 2019 y su prioridad de uso para el Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas durante el curso académico 2019-2020, supone un marco experimental absolutamente novedoso. Estas circunstancias permiten a la responsable del proyecto y a varios profesores participantes en el mismo, algunos de ellos docentes en el mencionado Máster y pertenecientes a diferentes Departamentos y Facultades de la UCM, así como a varios alumni y personal de administración y servicios implicados en el proyecto, utilizar este innovador espacio para la enseñanza de la asignatura de "Innovación docente e iniciación a la investigación educativa" (especialidad de matemáticas del Máster en Formación del Profesorado), empleando para ello metodologías activas de enseñanza centradas en el estudiante.

Este proyecto surge a partir de la comunicación: "Evaluating CAS and DGS at the maths classroom: a proposal for an unbiased experimental study of the impact of the computational role of the students in the meaningful of their learning", presentada al *14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching – ICTMT 14*. Essen, Germany, 22nd to 25th of July 2019, University of Duisburg-Essen, y publicada en el siguiente volumen:

Roanes-Lozano, E., and Fernández-Salinero, C. (2020). Evaluating CAS and DGS at the maths classroom: a proposal for an unbiased experimental study of the impact of the computational role of the students in the meaningful of their learning, en B. Barzel, R. Bebernik, L. Göbel, M. Pohl, H. Ruchniewicz, F. Schacht and D. Thurm (eds.), *Proceedings of the 14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching – ICTMT 14* (pp.328-337). Essen: DuEPublico, Duisburg-Essen Publications Online.

1. Objetivos propuestos en la presentación del proyecto.

Objetivos generales:

1. Promover un trabajo interdisciplinar, interdepartamental e interfacultativo.
2. Sensibilizar al profesorado y al alumnado de posgrado sobre la importancia de utilizar metodologías activas de enseñanza.

Objetivos específicos:

1. Identificar la utilidad de las metodologías activas centradas en el estudiante para la enseñanza de las matemáticas en el Máster en Formación del Profesorado.
2. Diseñar escenarios de aprendizaje diversos para la enseñanza de las matemáticas en una asignatura del Máster en Formación del Profesorado.
3. Utilizar la hiperaula como espacio innovador de aprendizaje.
4. Evaluar los resultados obtenidos con la utilización de metodologías activas de enseñanza en escenarios de aprendizaje diversos.
5. Visibilizar la utilidad de las metodologías activas a través de la elaboración de un manual, útil tanto para el profesorado de matemáticas de Educación Secundaria y Bachillerato, como para el profesorado universitario en general.

2. Objetivos alcanzados.

Todos los objetivos planteados han sido alcanzados.

Dos son los objetivos generales logrados:

1. *Promover un trabajo interdisciplinar, interdepartamental e interfacultativo.* Que se ha logrado gracias al trabajo en equipo que ha sido posible desarrollar entre docentes de las facultades de Educación-CFP, de Ciencias Matemáticas y de

Estudios Estadísticos, combinando conocimientos disciplinares y pedagógicos que han permitido conseguir los resultados previstos en el proyecto.

2. *Sensibilizar al profesorado y al alumnado de posgrado sobre la importancia de utilizar metodologías activas de enseñanza.* Que se ha conseguido mediante la formación del personal docente en la utilización de metodologías activas de enseñanza y la experiencia práctica del alumnado del Máster a través de las prácticas de aula llevadas a cabo.

Y cinco son los objetivos específicos conseguidos:

1. *Identificar la utilidad de las metodologías activas centradas en el estudiante para la enseñanza de las matemáticas en el Máster en Formación del Profesorado.* Dicho objetivo se ha cumplido a través del diseño e implementación de dos sesiones formativas en las que se han empleado consecutivamente tres estrategias metodológicas: una más tradicional y basada en la enseñanza expositiva y sin tecnología, otra más activa y apoyada en la tecnología sin intervenir en ella y otra aún más activa, interviniendo en la propia tecnología. Concluyéndose que la última estrategia es la más valorada por el alumnado para su aprendizaje.
2. *Diseñar escenarios de aprendizaje diversos para la enseñanza de las matemáticas en una asignatura del Máster en Formación del Profesorado.* Dicho objetivo se ha cumplido mediante el planteamiento de conceptos teóricos y actividades prácticas acordes con los contenidos del Máster y con los propósitos metodológicos del proyecto. Realizando incluso una vídeo-conferencia, seguida de un coloquio, con dos profesores expertos en didáctica de las matemáticas. Todo lo cual ha permitido concluir que un enfoque metodológico activo y participativo resulta más atrayente para los estudiantes.
3. *Utilizar la hiperaula como espacio innovador de aprendizaje.* Este objetivo se ha cumplido pues todas las sesiones formativas se han realizado en la hiperaula, siendo bien valorada por los estudiantes la utilización de este espacio didáctico.
4. *Evaluar los resultados obtenidos con la utilización de metodologías activas de enseñanza en escenarios de aprendizaje diversos.* Dicho objetivo se ha cumplido, empleando para ello el método etnográfico y la técnica de observación no participante, con la que los docentes y alumni implicados en el proceso han podido recoger, en una hoja de registro personal no estructurada, los datos obtenidos de las sesiones formativas planteadas; utilizando asimismo la técnica “one minute paper” para que los estudiantes puedan realizar una reflexión de la experiencia. Concluyendo que las propuestas metodológicas más activas han sido mejor valoradas para conseguir un aprendizaje más significativo.
5. *Visibilizar la utilidad de las metodologías activas a través de la elaboración de un manual, útil tanto para el profesorado de matemáticas de Educación Secundaria y Bachillerato, como para el profesorado universitario en general.* Este objetivo se ha cumplido y se ha traducido en el siguiente libro que adjuntamos a la memoria:

Fernández-Saliner Miguel, C., De la Riva Picatoste, B., Roanes Lozano, E., y Roanes Macías, E. (2020). *Utilización de metodologías activas de enseñanza para el aprendizaje de las matemáticas, centradas en el estudiante y desarrolladas en el espacio innovador de una hiperaula.* Madrid: Los autores. ISBN: 978-84-09-26360-8.

3. Metodología empleada en el proyecto.

Este proyecto surge de la preocupación de varios docentes del Máster en Formación del Profesorado, que imparten sus clases en la Facultad de Educación-CFP, por desarrollar metodologías de enseñanza innovadoras centradas en el estudiante y enmarcadas en la denominada pedagogía activa, la cual aparece históricamente como respuesta a una pedagogía tradicional, centrada en el docente y con un objetivo marcadamente intelectual y moral. Se encuentra respaldada por figuras como Freinet, Montessori, Decroly o Dewey, entre otras, y se vincula a las ideas de la escuela nueva, reformista o progresista. Su objetivo es establecer una organización docente dirigida a eliminar la pasividad del alumnado y la mera memorización de contenidos, utilizando una didáctica de la respuesta que provoca un movimiento de reacción y descubrimiento por parte de los estudiantes. En esta pedagogía, el docente facilita el proceso de aprendizaje, observa y despierta el interés, empleando estrategias metodológicas activas y provocando que el estudiante aprenda a través de la propia decisión, experiencia y participación, siendo el verdadero protagonista de su formación. Facilita además un conocimiento anticipatorio, creatividad y respuesta activa, así como un aprendizaje vivencial, con tratamiento individual y colectivo y feedback inmediato. Asimismo, el aprendizaje activo mejora la comprensión y aumenta el desarrollo de las habilidades cognitivas superiores, como la resolución de problemas y el pensamiento crítico.

Por lo tanto, al hablar actualmente de la pedagogía activa nos estamos refiriendo a un cambio de paradigma en el diseño, implementación y evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje, el cual se apoya en distintas estrategias metodológicas que permiten identificar procedimientos secuenciados que configuran la manera de actuar del docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Las estrategias metodológicas se especifican en metodologías o formas de organizar los recursos y presentar el contenido para alcanzar los objetivos y estas, a su vez, en técnicas, que son planteamientos que llevan a la práctica las metodologías y están definidas por normas de implementación. Pero seleccionar una buena estrategia metodológica no resulta fácil, pues requiere, inicialmente, precisar una clasificación, a continuación, elegir y emplear en cada momento del proceso de enseñanza-aprendizaje aquella que resulte más útil y, finalmente, adecuarla a las características de los participantes, a los objetivos y contenidos propuestos, al contexto de referencia, a los medios disponibles y a los tiempos establecidos (Bernal et al, 2019).

Para poner en marcha una pedagogía activa de las características señaladas, nos hemos apoyado en este proyecto en una metodología cualitativa, que pretende conseguir una aproximación a la realidad "desde dentro", junto con las personas implicadas y comprometidas en dicha realidad (Bisquerra, 2009). Este tipo de metodología podemos definirla como: "una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también al descubrimiento" (Sandín, 2003: 123).

4. Recursos humanos.

El equipo del proyecto, que se compone de diez miembros, es uno de sus principales efectivos, porque en él se reúnen diferentes tipos de perfiles.

Por un lado, está el personal docente e investigador, compuesto por profesores con dedicación a tiempo completo, profesores con dedicación a tiempo parcial y un colaborador honorífico. Profesorado que, además, pertenece a diferentes áreas de conocimiento (Teoría de la Educación, Didáctica de las Matemáticas, Álgebra, Análisis Matemático y Estadística), está vinculado a distintos Departamentos (Estudios Educativos; Didáctica de las Ciencias Sociales, Experimentales y Matemáticas; Álgebra, Geometría y Topología; Análisis Matemático y Matemática Aplicada; Estadística y

Ciencia de los Datos) y también a distintas Facultades de la UCM (Educación-CFP, Ciencias Matemáticas y Estudios Estadísticos); contando la docente responsable del proyecto con cuatro evaluaciones excelentes consecutivas en el Programa Docencia. Por otro lado, está el alumnado participante en el proyecto, consistente en dos alumni doctores que han cursado el Máster en Formación del Profesorado y una estudiante de Doctorado. Los dos primeros tienen una visión experiencial muy interesante y la segunda una actitud de indagación e investigación muy útil. Finalmente, contamos en el equipo con un representante del PAS, que además es especialista en temas informáticos y conocedor del software empleado en la docencia de la asignatura de matemáticas del Máster.

Los datos más específicos de los recursos humanos implicados en el proyecto se presentan a continuación:

Responsable:

Carolina Fernández-Salineró Miguel. Profesora Titular de Universidad. Departamento de Estudios Educativos. Facultad de Educación-CFP-UCM.

PDI-UCM:

Daniel Gómez González. Profesor Titular de Universidad. Departamento de Estadística y Ciencia de los Datos. Facultad de Estudios Estadísticos-UCM.

Gustavo Adolfo Muñoz Fernández. Profesor Titular de Universidad. Coordinador de la especialidad de matemáticas del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas-UCM. Departamento de Análisis Matemático y Matemática Aplicada. Facultad de Ciencias Matemáticas-UCM.

Beatriz De La Riva Picatoste. Profesora Asociada. Doctora en Pedagogía. Departamento de Estudios Educativos. Facultad de Educación-CFP-UCM.

Eugenio Roanes Lozano. Catedrático de Universidad. Departamento de Didáctica de las Ciencias Sociales, Experimentales y Matemáticas. Facultad de Educación-CFP-UCM.

PAS-UCM:

Daniel Lucas Burgos. Técnico Informático. Laboratorio de Medios Audiovisuales e Informática. Facultad de Educación-CFP-UCM.

Otros:

Eugenio Roanes Macías. Colaborador Honorífico. Departamento de Álgebra, Geometría y Topología. Facultad de Ciencias Matemáticas-UCM.

Pablo Arcadio Flores Vidal. Graduado en Estadística Aplicada-UCM. Máster en Formación del Profesorado-UCM, especialidad matemáticas. Doctor del Programa "Data Science". Facultad de Estudios Estadísticos-UCM.

Valentina Giorgis. Máster en Formación del Profesorado-UCM, especialidad matemáticas (alumna en el curso 2018-2019). Doctora en Nanotecnología.

Eva Sáez Maestro. Grado en Matemáticas y Máster en Matemáticas Avanzadas. Estudiante actualmente de Doctorado en el Programa de "Investigación Matemática", continuando en el curso 2019-20. Facultad de Ciencias Matemáticas-UCM.

5. Desarrollo de las actividades.

La metodología cualitativa del proyecto ha mediatizado el plan de trabajo, el cual se ha desarrollado en cuatro fases, adaptadas de las establecidas en la obra de Bisquerra de 2009 y consideradas fundamentales en el diseño de un proyecto de estas características:

1) Fase exploratoria y de reflexión. Esta fase se ha implementado durante los meses de septiembre y octubre en la Facultad de Educación-CFP. En ella, se diseñó, convocó y celebró una sesión informativa y formativa con todo el equipo del proyecto, la cual tuvo lugar el miércoles 16 de octubre de 2019, en la hiperaula de la Facultad de Educación-CFP. En dicha reunión se estableció el cronograma de las actividades a desarrollar en el proyecto y se desarrolló un breve seminario formativo (impartido por la responsable del proyecto y uno de los docentes implicados en el mismo) sobre las metodologías activas, las técnicas a emplear y los recursos físicos (hiperaula) e informáticos (software docente) a utilizar en la asignatura "Innovación docente e iniciación a la investigación educativa" (especialidad de matemáticas) del Máster en Formación del Profesorado.

2) Fase de planificación e implementación (trabajo de campo) (de octubre a diciembre). El trabajo de campo ha consistido en impartir dos temas de la asignatura del Máster en Formación del Profesorado: "Innovación docente e iniciación a la investigación educativa" (especialidad de matemáticas), en dos sesiones (13 y 27 de noviembre de 2019), con una estrategia metodológica mixta, esencialmente activa, que ha utilizado como métodos: la metodología expositiva, con la técnica de lección magistral; la simulación, con la técnica de simulación informática y, sobre todo, el aprendizaje basado en investigación (Inquiry-Based Learning-IBL"). Para ello, se han establecido tres escenarios dentro del aula en los que se han ido empleando cada una de las tres metodologías. Las sesiones de clase han tenido una duración de 3 horas cada una y el número de estudiantes asistentes a las mismas ha sido de 24.

En la sesión del 13 de noviembre se ha desarrollado el tema de sumas de Riemann, incluido en "La integral definida. Teoremas del valor medio y fundamental del cálculo integral. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas". (Asignatura: Matemáticas II, 2º de Bachillerato, Especialidad Ciencias. Bloque 3; BOE-A-2015-37.pdf, p.421). El desarrollo del tema se ha realizado del siguiente modo:

ESCENARIO I: CLASE SIN TECNOLOGÍA. Material: papel milimetrado, regla graduada y calculadora. Explicación breve del contenido del tema. Práctica: Representar sobre el papel milimetrado (apaisado) la función $\text{seno}(x)$ (con ayuda de la calculadora para calcular el valor de la función en los extremos de los intervalos). Calcular (aproximadamente) las sumas de Riemann superiores e inferiores en la gráfica anterior de la función $\text{seno}(x)$. Cálculo del área bajo la curva por la regla de Barrow (integrar la función "a mano"). Comparar los resultados obtenidos. Hacer lo mismo con otras funciones sencillas.

ESCENARIO II: SIMULACIÓN. Material: software Maple y su paquete Student. Explicación obviada (ya dada antes). Práctica: Buscar la ayuda del comando "RiemannSum" (del paquete "Student[Calculus1]"). Calcular y representar las sumas de Riemann superiores e inferiores con el comando "RiemannSum" para la función $\text{seno}(x)$. Refinar los intervalos. Ver la evolución de la aproximación al área bajo la curva. Cálculo de la integral bajo la curva por la regla de Barrow (utilizando el comando "int" para calcular la primitiva, de modo interactivo). Comparar los resultados obtenidos. Hacer lo mismo con otras funciones sencillas.

ESCENARIO III: ESTUDIANTE DESARROLLADOR. Material: software Maple. Explicación obviada (ya dada antes). Práctica: i) Desarrollar un programa en Maple que calcule las sumas de Riemann superiores e inferiores para una función $f(x)$ entre dos valores, a y b , con n intervalos de la misma longitud (no se pide representar los

rectángulos). Pista: usar los comandos "maximize" y "minimize". ii) Desarrollar un programa en Maple que, usando el comando "int", calcule el área bajo la curva entre dos valores, a y b , de una función en la variable x (utilizando la Regla de Barrow). Aplicarlos a la función $\sin(x)$ entre 0 y π . Refinar los intervalos en ambos casos y ver cómo las sumas superiores e inferiores se aproximan al valor de la integral definida. Hacer lo mismo con otras funciones sencillas.

El día 27 de noviembre se desarrolló el tema relativo al Bloque 2 del Temario de Matemáticas II de 2º de Bachillerato (BOE-A-2015-37.pdf, p.421), cuyo contenido esencial es: "Rango de matrices y su aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales". Se trata aquí de resolver sistemas lineales con dos (o tres) incógnitas y relacionar el número de soluciones con las posiciones relativas de las rectas (o planos), que representan las variedades lineales definidas por las ecuaciones del sistema. En líneas generales los sucesivos escenarios serían los siguientes.

ESCENARIO I: CLASE SIN TECNOLOGÍA. El profesor expone (o recuerda) brevemente cómo resolver sistemas lineales con dos o tres incógnitas, previendo el número de soluciones por comparación de los rangos de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada con los términos independientes. A continuación, los estudiantes resuelven a mano, o con ayuda de una calculadora numérica, algunos sistemas y representan gráficamente las ecuaciones, para justificar el número de soluciones de los sistemas propuestos (los coeficientes de las ecuaciones se eligen de modo que se eviten cálculos tediosos).

ESCENARIO II SIMULACIÓN. Similar al anterior, pero ahora ejecutando los cálculos con ayuda de un sistema computacional apropiado, que permita directamente calcular rangos de matrices, resolver sistemas lineales y representar gráficamente las rectas o planos definidos por las ecuaciones de los sistemas lineales.

ESCENARIO III: ESTUDIANTE DESARROLLADOR. Similar al primero, pero ahora guiando a los estudiantes en el proceso de elaboración de un programa informático que permita automatizar el proceso anteriormente descrito, de cálculo de rangos de las matrices de coeficientes y del sistema ampliado, para finalmente devolver las soluciones del sistema y visualizar las gráficas de las ecuaciones del sistema.

Los sistemas computacionales utilizados han sido GeoGebra y Maple. El primero de ellos con la ventaja de que el sencillo uso de sus deslizadores permite alterar cómodamente los valores numéricos de los coeficientes de las ecuaciones, para observar el efecto producido sobre el número de soluciones del sistema. Y el segundo de ellos con la ventaja de que su cómoda programación (en sentido informático), permite elaborar fácilmente el proceso descrito en el Escenario III.

En esta fase se ha utilizado el estudio de casos como técnica dentro de la metodología cualitativa, con el objetivo de conocer la repercusión de la utilización de las técnicas didácticas empleadas en el aula de la especialidad de matemáticas del Máster en Formación del Profesorado. Esta técnica la ha empleado el profesor responsable de la asignatura. Junto a la misma, parte del equipo del proyecto (dos docentes y una alumna) y la responsable del mismo, han utilizado la observación no participante perteneciente a la metodología etnográfica, como técnica útil para analizar el comportamiento de los estudiantes en cada uno de los escenarios (Bisquerra, 2009). Apoyándose en una herramienta concreta para la recogida de datos: la hoja de registro personal no estructurada. Contando asimismo con las percepciones del alumnado recogidas de sus respuestas a la técnica de "one minute paper", utilizada como complemento a la hoja de registro personal no estructurada.

Además de las sesiones formativas señaladas se llevó a cabo una vídeo-conferencia, celebrada con antelación, el día 23 de octubre de 2019, e impartida vía Skype en el horario de la asignatura del Máster, por Josep M. Fortuny (catedrático de la Universidad Autónoma de Barcelona) y Tomás Recio (catedrático de la Universidad de Cantabria), que versó sobre el tema: "El papel de la tecnología en el proceso de enseñanza-

aprendizaje de las matemáticas". Fue financiada gracias a la asignación económica recibida del Máster en Formación del Profesorado (UCM), pues el presente proyecto de innovación no percibió ninguna ayuda económica. La vídeo-conferencia tenía por objetivo despertar el interés del alumnado hacia la utilización de la tecnología en la docencia de las matemáticas.

El programa de la vídeo-conferencia fue el siguiente.

- “Visualización automática” a cargo del profesor Tomás Recio.
- “Mediación Tecnológica” a cargo del profesor Josep M. Fortuny.
- Debate con los asistentes.

Dicha actividad fue valorada positivamente por el alumnado participante.

3) Fase de recogida y análisis de la información (de enero a marzo). En esta fase se analizaron los resultados obtenidos tras las tres actividades más significativas llevadas a cabo en el presente proyecto: las dos sesiones formativas organizadas en tres escenarios y la vídeo-conferencia de los dos expertos en didáctica de las matemáticas.

En relación a las sesiones formativas desarrolladas en la asignatura de "Innovación docente e iniciación a la investigación educativa" (especialidad de matemáticas del Máster en Formación del Profesorado), se analizan a continuación los resultados obtenidos de la hoja de registro personal no estructurada que se utilizó como herramienta de la técnica de observación no participante del método etnográfico. La mencionada hoja de registro se presenta seguidamente:

Metodología: Etnografía.				
Técnica: Observación no participante				
Herramienta: Hoja de registro personal no estructurada.				
VENTAJAS			INCONVENIENTES	
Docente	De contenido (técnicas)	De percepción (emocionales)	De contenido (técnicos)	De percepción (emocionales)

Los resultados obtenidos del análisis de los datos recogidos en la mencionada hoja de registro (cumplimentada por los docentes y alumni del proyecto presentes en las dos sesiones formativas), nos permiten concluir lo siguiente:

- Aspectos positivos/ventajas: técnicamente, en el Escenario II y más en el III, los estudiantes comprenden mejor la materia, realizan más rápidamente los ejercicios y consiguen un aprendizaje más significativo. Emocionalmente, en el Escenario II y más en el III, los estudiantes se involucran más en la tarea, se muestran más colaborativos, concentrados y relajados.
- Aspectos negativos/inconvenientes: técnicamente, en el Escenario II y más en el III, algunos estudiantes se focalizan más en la tecnología utilizada que en la tarea a realizar o finalizan la tarea encomendada y no toman la iniciativa para realizar otra hasta que el docente se lo indica. Emocionalmente, en el Escenario II y más en el III, algunos estudiantes se frustran al no conseguir hacer el ejercicio y su trabajo es más individual.

Para completar esta visión, a los estudiantes se les pidió que, al finalizar cada sesión, hicieran una valoración de la experiencia formativa, empleando la técnica de "one minute paper", en los siguientes términos:

Metodología: Activa.		
Técnica: One minute paper		
Herramienta: Hoja de registro personal		
Sexo	Edad	Titulación de procedencia
Estudiante	¿Qué he aprendido?	¿Qué dificultades he encontrado?

Los resultados obtenidos tras el análisis del contenido de las 48 hojas de registro personal recogidas (24 en cada una de las dos sesiones), nos permiten llegar a las siguientes conclusiones: el 90% de los 24 estudiantes involucrados en el proceso de enseñanza-aprendizaje (sin distinción por sexo o titulación de procedencia) se ha encontrado más cómodo utilizando tecnología para desarrollar las tareas académicas encomendadas (Escenario II y, especialmente, III), resolviendo los problemas planteados más fácilmente y con menores errores. Percibiendo además la utilidad de dicha tecnología para ahorrar tiempo y esfuerzo. El 10% restante (los más mayores del grupo, con edades comprendidas entre 35 y 45 años) se han encontrado más cómodos en el Escenario I (el más tradicional) por ser el que más conocen y más han utilizado. La única dificultad encontrada, que se repite en varias ocasiones y que merece destacarse, es la necesidad de tener un conocimiento adecuado de los programas informáticos para poder utilizarlos correctamente y que las instrucciones dadas por el docente sean claras y se entiendan bien. Por lo tanto, podemos afirmar, tras los resultados analizados, que los planteamientos metodológicos más activos e innovadores, es decir, aquellos que dan más protagonismo a los estudiantes en su proceso de aprendizaje y que se apoyan en la tecnología como vehículo, resultan más significativos y útiles para el alumnado del Máster en Formación del Profesorado de la especialidad de matemáticas, especialmente para los nativos digitales.

En definitiva, la hipótesis de que la incorporación de los sistemas actuales de matemática computacional a problemas matemáticos (como el cálculo del área bajo una curva o la resolución de sistemas de ecuaciones lineales) supone grandes ventajas, al evitarse los cálculos tediosos y al poder visualizar cómodamente la interpretación geométrica del problema, ha quedado confirmada por las valoraciones realizadas por los estudiantes, pues la gran mayoría expresó su preferencia por trabajar con un sistema computacional.

Por otro lado, con respecto a la vídeo-conferencia celebrada el día 23 de octubre de 2019 e impartida por los profesores Josep M. Fortuny (Universidad Autónoma de Barcelona) y Tomás Recio (Universidad de Cantabria), se obtuvieron tres tipos de resultados: una percepción positiva expresada por parte de los estudiantes al preguntar a cada uno de los asistentes, al final de la sesión, cómo valoraban la experiencia; una valoración positiva por parte del equipo del proyecto de innovación, pues la vídeo-conferencia facilitó la implicación de los ponentes y de los asistentes en tareas posteriores de colaboración a lo largo del desarrollo de la asignatura; y, finalmente, una percepción positiva por parte de la UCM, al considerar la vídeo-conferencia digna de ser financiada con una partida presupuestaria procedente del Máster en Formación del Profesorado.

4) Fase de evaluación final y de elaboración del informe. Esta fase iba a desarrollarse de abril a junio, pero sin embargo ha culminado en diciembre, tras la solicitud de una prórroga de seis meses para poder cumplir con el último de los objetivos planteados; desarrollándose del siguiente modo:

- Elaboración de las conclusiones del proyecto (abril-mayo).
- Difusión de los resultados al equipo del proyecto, a los estudiantes participantes y al profesorado del Máster. Esta actividad se ha llevado a cabo en el mes de

septiembre, pues la pandemia y el confinamiento han impedido que se haya podido realizar antes. Siendo la vía para su transmisión el correo electrónico.

- Elaboración del manual sobre metodologías activas en la enseñanza de las matemáticas, publicado como libro, que ha sido finalizado en el mes de diciembre, gracias a la prórroga conseguida, y que se presenta completo en un archivo adjunto.
- Presentación de la memoria final del proyecto en el mes de diciembre, según lo establecido en la prórroga concedida.

6. Anexos

Se incluye en este apartado el título del manual elaborado que se aporta como documento adjunto:

Fernández-Salineró Miguel, C., De la Riva Picatoste, B., Roanes Lozano, E., y Roanes Macías, E. (2020). *Utilización de metodologías activas de enseñanza para el aprendizaje de las matemáticas, centradas en el estudiante y desarrolladas en el espacio innovador de una hiperaula*. Madrid: Los autores. ISBN: 978-84-09-26360-8.