

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
Departamento de Física de Materiales



**ESTUDIO DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS DE BIOT
EN MATERIALES POROSOS TRIFÁSICOS Y DE LA
INTERACCIÓN EN LAS DISCONTINUIDADES CON UN
MEDIO ELÁSTICO Y CONTINUO**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Tomás Enrique Gómez Álvarez-Arenas

Bajo la dirección del doctor

Enrique Riera Franco de Sarabia

Madrid, 2002

ISBN: 978-84-669-0408-7

©Tomás Enrique Gómez Álvarez-Arenas, 1994

Instituto de Acústica (C.S.I.C.)
U.E.I. Ultrasonidos.

TI-1994/4

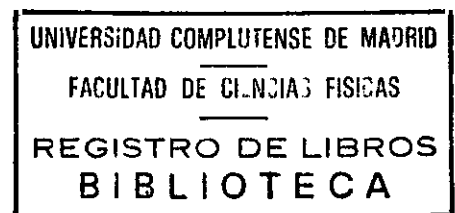


**ESTUDIO DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS
DE BIOT EN MATERIALES POROSOS
TRIFÁSICOS Y DE LA INTERACCIÓN EN LAS
DISCONTINUIDADES CON UN MEDIO
ELÁSTICO Y CONTÍNUO**

Autor: Tomás Enrique Gómez Álvarez-Arenas.

Memoria presentada en el departamento
de Física de materiales de la
Universidad Complutense de Madrid
para optar al grado de Doctor en
Ciencias Físicas

Madrid, Febrero de 1994



N.º REGISTRO 22525

Director: Enrique Riera Franco de Sarabia.

b 16132269
i 25264023

A Gemma

Agradecimientos.

El trabajo que va a ser expuesto en esta memoria ha sido desarrollado en el seno del Instituto de Acústica del C.S.I.C. De esta forma, querría expresar mi agradecimiento a todos aquellos que han hecho posible de forma directa o indirecta, el desarrollo y finalización de este trabajo.

En particular, querría mostrar mi agradecimiento al Dr. D. Enrique Riera Franco de Sarabia, director del trabajo, por sus sugerencias, comentarios y continuo apoyo.

Al Dr. D. Juan A. Gallego Juárez, director del Instituto de Acústica del C.S.I.C. que fue quien me introdujo en el campo de la acústica, y más concretamente de los ultrasonidos. Sus comentarios y sugerencias a lo largo del trabajo fueron de gran ayuda, en especial en lo referente a la determinación de la velocidad de propagación en un medio dispersivo.

Al Dr. D. Francisco R. Montero de Espinosa Freijo, tanto por el trabajo de diseño y desarrollo de los transductores empleados, como por sus comentarios en la determinación del origen del pulso asociado al MLL y por la apertura de nuevos campos de aplicación de los conocimientos desarrollados.

A D. Pedro T. Sanz Sánchez, por sus valiosas aportaciones en la solución del problema de la reflexión y transmisión en una intercara medio elástico continuo-medio poroso.

A mis compañeros de fatigas, Karmele, Cleo, Itziar y Luis becarios también en el Instituto de Acústica, con quienes he tenido la suerte de discutir múltiples aspectos del trabajo, y quienes me han apoyado en todo momento.

Y por último, a mi familia y amigos quienes me han apoyado pacientemente.

Indice

Indice.	5.
Introducción general.	13.
 CAPITULO 1º	
Generalización de la teoría de Biot.	
1.1 Introducción.....	19.
1.2. Formulación de la teoría de Biot.	21.
1.2.a. Introducción.	21.
1.2.b. Energía elástica almacenada en un medio poroso.	22.
1.2.c. Relaciones tensión-deformación.	25.
1.2.c.1. Caso isótropo.	26.
1.2.c.2. Caso anisótropo. Isotropía transversal.	28.
1.2.c.3. Significado físico de las constantes elásticas de un medio poroso. Expresiones de Biot-Willis.	29.
1.2.d. Formulación y resolución de las ecuaciones del movimiento.	30.
1.2.e. Características de la propagación longitudinal en un medio poroso.	34.
1.2.f. Formulación generalizada. Poroviscoelasticidad.	36.
1.2.f.1. Efecto de la presencia de burbujas.	40.
1.3. Generalización de la teoría (1): Teoría de Biot y ecuaciones de continuidad. Cálculo de las constantes elásticas del medio.	43.
1.3.a. Teoría de Biot y ecuaciones de continuidad.	43.
1.3.a.1. Ecuaciones de continuidad.	44.
1.3.a.2. Ecuaciones constitutivas.	45.
1.3.a.3. Ecuaciones del movimiento. Balance de fuerzas.	47.
1.3.b. Isomorfismo entre los modelos teóricos presentados. Aplicación al cálculo de las constantes elásticas de un medio poroso.	48.
1.3.b.1. Caso isótropo, comparación con los resultados de Biot-Willis.	49.
1.3.b.2. Caso anisótropo. Isotropía transversal.	52.
1.4. Generalización de la teoría (2): Reflexión y transmisión en una interfase fluido-medio poroso. Generación de modos.	59.
1.4.a. Introducción.	59.
1.4.b. Planteamiento y resolución del modelo matemático.	61.
1.4.c. Transmisión y reflexión de una onda plana a través de una lámina finita de material poroso.	67.

1.5. Generalización de la teoría (3): Dispersión y conversión de modos en el interior de un medio poroso inhomogeneo.	71.
1.5.a. Introducción.	71.
1.5.b. Dispersión de una onda longitudinal elástica por una inclusión esférica en el seno de un medio elástico continuo.	74.
1.5.c. Dispersión de las ondas de Biot en un medio poroso por una inclusión esférica de tipo fluido.	77.
1.5.d. Cálculo de las secciones eficaces de dispersión y de las constantes de propagación.	81.
1.6. Resultados numéricos de la teoría de la dispersión para algunos casos de interés.	85.
1.6.a. Introducción.	85.
1.6.b. Influencia de la relación de velocidades del MLR al MLL sobre la dispersión.	86.
1.6.b.1. Dispersión del MLR incidente en forma de MLR y MT.	87.
1.6.b.2. Dispersión del MLL incidente en forma de MLL.	90.
1.6.b.3. Dispersión por medio de la conversión de modos.	91.
1.6.b.4. Influencia de la interacción de los dos modos longitudinales en los fenómenos de dispersión.	95.
Bibliografía del capítulo 1º.	97.

CAPITULO 2º

Materiales porosos de tipo fibroso. Caracterización mecánica y acústica.

2.1 Introducción.	103.
2.2. Caracterización mecánica de los materiales porosos de tipo fibroso.	107.
2.2.a. Introducción.	107.
2.2.b. Caracterización mecánica de cada uno de los componentes del medio poroso.	112.
2.2.b.1. Caracterización del sólido que constituye la estructura porosa.	112.
2.2.b.2. Caracterización del fluido que satura la estructura porosa.	115.
2.2.c. Caracterización de la microestructura del sólido poroso.	115.
2.2.d. Caracterización elástica de la estructura porosa.	118.
2.2.d.1. Caracterización de los hilos que componen el material. Regla de las mezclas.	119.
2.2.d.2. Caracterización elástica del tejido.	120.
2.3. Aplicación de la teoría de Biot. Estudio paramétrico y espectral.	131.
2.3.a. Introducción.	131.
2.3.b. Aplicación de la teoría de Biot a tejidos en inmersión acuosa. ...	132.
2.3.b.1. Influencia del módulo de compresibilidad del tejido.	132.

2.3.b.2. Influencia de la resistencia al flujo.	133.
2.3.b.3. Influencia del acoplamiento inercial.	135.
2.3.b.4. Estudio espectral.	136.
2.3.c. Aplicación de la teoría de Biot a tejidos en aire.	137.
2.3.c.1. Influencia del módulo de compresibilidad del tejido.	137.
2.3.c.2. Influencia de la resistencia al flujo.	138.
2.3.c.3. Influencia del acoplamiento inercial.	140.
2.3.c.4. Estudio espectral.	141.
2.3.d. Conclusiones del estudio paramétrico.	142.
2.4. Aplicación de la teoría de Biot generalizada. Efectos viscoelásticos:	
Inclusión de burbujas de aire.	145.
2.4.a. Introducción.	145.
2.4.b. Caracterización del tipo de burbujas que se encuentran en los tejidos.	146.
2.4.b.1. Resultados para el algodón 1.	147.
2.4.b.2. Resultados para el algodón 2.	147.
2.4.b.3. Resultados para el polyester.	148.
2.4.c. Influencia de la presencia de burbujas de aire de tamaño despreciable.	148.
2.4.d. Influencia de la presencia de burbujas de tamaño finito.	151.
2.4.e. Análisis espectral de la influencia de la presencia de burbujas de tamaño finito.	153.
2.5. Simulación teórica del comportamiento acústico de un material biporoso trifásico.	157.
2.5.a. Introducción.	157.
2.5.b. Simulación del comportamiento acústico de una muestra biporosa trifásica.	158.
2.5.b.1. Respuesta en el espacio de la frecuencia.	159.
2.5.b.2. Respuesta en el espacio del tiempo.	164.
2.5.b.3. Análisis espectral de cada uno de los dos modos transmitidos a través del medio poroso.	168.
2.5.c. Factores que influyen en la observabilidad de los dos modos longitudinales.	170.
Bibliografía del capítulo 2º.	173.

CAPITULO 3º

Análisis experimental del medio poroso.

3.1 Introducción.	177.
3.2. Técnicas para la adquisición y tratamiento de la señal.	181.
3.2.a. Dispositivo experimental para la adquisición de la señales.	181.
3.2.b. Técnicas para el tratamiento de la señal.	182.

3.2.b.1. El método del espectro de amplitudes para el cálculo de la velocidad de fase.	184.
3.2.b.2. El método del espectro de fase para la medida de la velocidad de fase.	187.
3.3. Medidas en inmersión.	191.
3.3.a. Introducción.	191.
3.3.b. Dispositivo de medida.	192.
3.3.a.1. Descripción del sistema y procedimiento de medida.	192.
3.3.a.2. Sistema de emisión-recepción.	193.
3.3.c. Influencia del estado del fluido en el proceso de desgasificación de la muestra.	197.
3.3.d. Estudio temporal de la señal transmitida. Influencia del contenido de aire en el interior de las muestras.	204.
3.3.d.1. Transmisión a través de una muestra de aire-agua-tejido.	205.
3.3.d.2. Evolución del comportamiento acústico del algodón 2 en función del tiempo de inmersión.	208.
3.3.d.3. Evolución del comportamiento acústico del polyester en función del tiempo de inmersión.	215.
3.3.d.4. Evolución del comportamiento acústico del algodón 1 en función del tiempo de inmersión.	217.
3.3.d.5. Comparación teórico-experimental de la generación modos en función del contenido de burbujas.	223.
3.3.e. Análisis espectral de la evolución de la señal con el desgasificado de la muestra.	225.
3.3.e.1. Resultados para el algodón 2.	225.
3.3.e.2. Resultados para el polyester.	236.
3.3.e.3. Resultados para el algodón 1.	240.
3.4. Medidas en aire.	247.
3.4.a. Introducción.	247.
3.4.b. Dispositivo y técnica experimental de medida.	248.
3.4.c. Resultados experimentales.	250.
3.5. Dispersión (<i>scattering</i>) resonante de modos longitudinales. Medidas en inmersión para alta frecuencia.	255.
3.5.a. Introducción.	255.
3.5.b. Dispositivo y técnica experimental de medida.	256.
3.5.c. Resultados experimentales.	257.
3.5.c.1. Resultados para el algodón 1.	257.
3.5.c.2. Resultados para el algodón 2.	259.
3.5.c.3. Resultados para el polyester.	261.
3.5.c.4. Resultados para los hilos.	263.
3.5.d. Comparación entre los diversos tipos de resonancias observadas.	264.
Bibliografía del capítulo 3°.	267.

Conclusiones.	271.
Apéndice I. Glosario de símbolos.	277.
Apéndice II. Condiciones de contorno en la superficie de separación entre un fluido y un sólido poroso.	283.
Apéndice III. Aplicación del modelo teórico desarrollado a algunos casos de interés. Observabilidad de los dos modos longitudinales (MLL y MLR).	289.

Introducción general.

Introducción general.

El trabajo que se presenta en esta memoria de tesis ha sido desarrollado bajo la participación en dos proyectos de investigación en los que la UEI de Ultrasonidos del Instituto de Acústica del CSIC ha tomado parte. El primero de ellos el proyecto BRITE N° 3009-89, denominado "*Application of ultrasonics in the physico chemical cleaning of textiles in domestic washing-machines*", en el que colaboramos con las empresas UNILEVER (Vlaardingen -Holanda-) y CIAPEM-THOMPSON (Lyon -Francia-). El segundo de ellos, financiado por el plan nacional de I+D, dentro del programa de Automatización avanzada y robótica CICYT-ROB91, N° 0723, denominado "*Métodos y tecnologías para inspección automatizada mediante ultrasonidos*".

Con motivo del proyecto BRITE se estudiaron los fenómenos de transmisión y reflexión de la energía ultrasónica en las intercaras agua-aire-tejidos, así como las características de la propagación en dichos medios porosos y trifásicos, poniendo especial énfasis en la influencia de los contenidos de gas en el fluido sobre la propagación y sobre los fenómenos de reflexión y transmisión en la superficie de separación entre el medio poroso y el agua.

En el marco del segundo proyecto, el interés se centró en la aplicación de técnicas ultrasónicas para ensayos no destructivos. Había un interés especial en el diseño de modelos teóricos para la propagación en materiales de interés tecnológico, como son los materiales compuestos, y en particular en los compuestos precisamente de tejidos. Este aspecto permitió ampliar las técnicas desarrolladas en el primer proyecto, para el estudio de fenómenos de dispersión (*scattering*) por inclusiones, fallas o precipitados en el seno de materiales porosos e inhomogeneos.

El desarrollo del trabajo se centra en el marco de la teoría de M. A. Biot, la cual estudia la propagación de una onda acústica en un sólido poroso saturado por un fluido. El interés de este tipo de materiales es tan importante como amplio, ya que son objeto de continuo estudio dentro del campo de los absorbentes acústicos, los sedimentos marinos, los materiales compuestos, la acústica médica (p. e. los huesos), prospecciones geofísicas, etc.

Uno de los aspectos más interesantes, y desconocidos de esta teoría de Biot, es la predicción de la existencia de dos modos longitudinales (ondas de Biot) que se propagan a diferente velocidad en el seno de dichos medios porosos. Ambos modos los denominaremos: modo longitudinal rápido (MLR) y modo longitudinal lento (MLL).

Dicha doble propagación longitudinal ha sido muy escasamente observada, y algunos aspectos como los fenómenos de reflexión y transmisión en discontinuidades

medio poroso-medio continuo, o los fenómenos de dispersión y conversión de la energía de un modo al otro, continúan aún hoy prácticamente desconocidos tanto a nivel teórico como experimental.

De esta forma, y aunque en el seno de dos proyectos de investigación muy concretos, el desarrollo tanto teórico como experimental del trabajo aquí expuesto presenta importantes aportaciones de carácter bastante general que permiten un mejor conocimiento de la acústica de los medios porosos, y que abren la posibilidad de posteriores aplicaciones en diferentes campos y con diversas aplicaciones.

Hagamos, ahora, una breve presentación de las materias que se presentan en cada uno de los tres capítulos en los que se ha estructurado el trabajo.

En el capítulo 1° *Generalización de la teoría de Biot*, se expone, en primer lugar dicha teoría, tal y como fue formulada en un principio, para luego dar paso a diversas generalizaciones que se han desarrollado en el seno del trabajo llevado a cabo. En particular, resultan de especial importancia, la aplicación de la teoría a la caracterización de materiales porosos anisótropos (1.3), el estudio de los fenómenos de reflexión y transmisión en una superficie de separación entre un medio poroso y un medio elástico y continuo (1.4) y el estudio de la dispersión (*scattering*) en el seno de un medio poroso (1.5 y 1.6).

En el capítulo 2° *Materiales porosos de tipo fibroso, caracterización mecánica y acústica*, se presenta la aplicación de la teoría de Biot y de las generalizaciones que fueron presentadas en el capítulo 1° al caso de materiales porosos de tipo fibroso, y más concretamente, al caso de materiales textiles. El interés en este tipo de materiales se origina en los estudios asociados al primero de los dos proyectos de investigación mencionados, aunque posteriormente se encuentra que las especiales características de estos medios son de un interés singular en el campo del desarrollo del conocimiento de la acústica de los medios porosos. Los medios a estudiar son detalladamente descritos, y todas las propiedades que son necesarias para su posterior análisis son determinadas, bien de forma concreta o bien dentro de un rango de variación. Para éstas se desarrolla un estudio paramétrico que permite conocer la sensibilidad del comportamiento acústico de los materiales a estudiar en función de sus características. Finalmente, se presenta un detallado estudio del comportamiento de la función de transferencia de diversos tipos de medios, que será de gran utilidad para la comparación teórico-experimental que se desarrollará en el capítulo 3°.

En el capítulo 3° *Análisis experimental del medio poroso*, se presentan los resultados experimentales obtenidos para diversas condiciones de trabajo con tres tipos diferentes de muestras, tanto en inmersión acuosa, como en aire. Inicialmente, se presentan las técnicas espectrales de medida empleadas, así como los diversos dispositivos empleados. En segundo lugar, se presentan las medidas realizadas, y diversas comparaciones con los resultados teóricos que se habían obtenido en el capítulo 2°. Un especial énfasis se pondrá en el análisis de la presencia de una tercera fase (gaseosa) en el interior de las muestras, para el caso de inmersión acuosa. Las diferentes configuraciones de burbujas que pueden localizarse en el interior del medio poroso, da lugar a comportamientos acústicos muy diferentes, por

lo que cada caso será analizado en detalle, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia.

El trabajo viene complementado por tres apéndices. En el primero, se presenta un glosario de símbolos que puede resultar aclaratorio en la lectura de la memoria. En el segundo, se muestra una derivación rigurosa de las condiciones de contorno empleadas en el desarrollo mostrado en la sección 1.4, a partir de las condiciones de contorno empleadas clásicamente por otros autores. En el tercero, se muestran los resultados obtenidos al aplicar el modelo teórico aquí desarrollado a casos experimentales que fueron estudiados por otros autores. El objetivo es mostrar la aplicabilidad de la teoría y las posibilidades de extensión a otros campos de aplicación.

Por último, hay que indicar que en la redacción del trabajo, se ha empleado para la traducción del término inglés *scattering* el término castellano *dispersión*. Esto puede, en algunos casos, inducir a error, ya que el fenómeno de la dispersión se asocia a la variación de la constante de propagación con la frecuencia, y no sólo a los fenómenos de *scattering*. Por este motivo, y al no encontrar una traducción mejor, se ha empleado el término *dispersión* para referirnos a ambos fenómenos, de tal forma que cuando la nomenclatura pueda inducir a error, se incluye el término inglés entre paréntesis.

Capítulo 1º Generalización de la teoría de Biot.

1.1 Introducción.

En este capítulo se abordarán los aspectos teóricos de la propagación de una onda acústica en el seno de un medio poroso. Como seguidamente se explicará, los materiales a estudiar son sólidos porosos tanto saturados como parcialmente saturados por un fluido. Los poros presentes en el interior del sólido constituyen una red conexas, de forma que el fluido puede moverse en su interior, así como también el sólido constituye un medio consolidado. Así mismo, la longitud de onda deberá ser mucho mayor que el tamaño característico de los poros. Ejemplos característicos de estos materiales, son los absorbentes acústicos, los fondos marinos, algunos tipos de materiales compuestos, etc.

Una de las teorías que más exitosamente se ha empleado para el estudio de este tipo de materiales, es la teoría de M. A. Biot, que se puede consultar, al menos en su parte esencial, en las referencias [1-8]. En el seno de esta teoría es en donde se puede enmarcar el trabajo que va a ser presentado tanto en este capítulo, como en la globalidad del trabajo.

Por este motivo, comenzaremos con una exposición, lo más detallada posible, de los aspectos fundamentales de la teoría de M. A. Biot. Abordaremos tanto los aspectos básicos, desarrollados en los primeros años por el propio Biot, así como las aportaciones más recientes de otros autores, que resultan interesantes para los objetivos del trabajo que se va a exponer. Estos aspectos se recogen en la sección 1.2, que bajo el título de "Formulación de la teoría de Biot", presenta de forma clara y concisa todos los conceptos, hipótesis, y resultados que la teoría de Biot proporciona, y que resultan fundamentales para la posterior comprensión de las contribuciones de este trabajo, tanto en el aspecto teórico como experimental.

En la sección 1.3, y bajo el título inicial de "Generalización de la teoría (1)", se aborda, primeramente, una formulación alternativa del modelo de propagación de una onda acústica en el seno de un medio poroso. Como se hizo en el capítulo anterior, se presenta una descripción, aunque esta vez mucho más escueta, de dichos modelos teóricos, tal y como han sido empleados por diversos autores, hasta ahora. La contribución de este trabajo, radica en la realización de un estudio comparativo entre ambos planteamientos, lo cual permite para el caso de medios porosos de geometría simple, la obtención de las constantes elásticas del medio. En el caso de medios porosos isótropos, estas constantes pueden ser obtenidas por otros procedimientos, por lo que se presentará un estudio comparativo entre los resultados de ambos. Para el caso de materiales anisótropos, no existe ningún procedimiento alternativo, por lo que el método aquí presentado es el único que

permite obtener las constantes elásticas de un material poroso y anisótropo, de una forma rigurosa y exacta.

Uno de los aspectos teóricos que no fueron desarrollados inicialmente en la teoría de M. A. Biot, y que incluso hasta nuestros días, a pesar de su importancia, a pasado desapercibido, son los fenómenos de reflexión y transmisión en la superficie de separación entre un medio poroso, y un medio no poroso (en particular, un fluido). En la sección 1.4, y bajo el título inicial de "Generalización de la teoría (2)", se abordarán estos aspectos de forma original, de tal modo que será posible calcular la amplitud del campo tanto reflejado como transmitido. Se desarrollará un procedimiento que permita conocer en detalle lo que sucede en el interior de medio poroso, de forma que se podrá calcular la energía asociada con cada modo de propagación presente en el interior del material, quedando así resuelto el problema de la conversión de modos, lo cual también puede ser empleado para la predicción de la observabilidad de los distintos modos de propagación predichos por Biot.

En la sección 1.5 "Generalización de la teoría (3)", se presenta una de las contribuciones de este trabajo que, a nuestro juicio, de mayor importancia resulta. Esto es, el desarrollo de un modelo teórico, que permite el estudio de la dispersión de una onda acústica, que se propaga en el interior de un medio poroso, producida ésta por un dispersor esférico. Este es un aspecto que no había sido estudiado previamente, y que responde a la realidad de gran número de situaciones experimentales, por lo que resulta de gran importancia, no sólo por la novedad, si no que también por la aplicabilidad a situaciones reales. La última sección de este capítulo se dedica a la presentación de algunos resultados numéricos que pueden ser obtenidos mediante el modelo teórico que se presenta en 1.5. En particular, resulta interesante observar cómo la dispersión en un medio poroso se asemeja a la dispersión en un medio continuo, cuando los diferentes modos de propagación predichos por Biot se encuentran desacoplados.

1.2 Formulación de la teoría de Biot.

1.2.a. Introducción.

El modelo teórico que va a ser presentado en este apartado fué desarrollado, al menos en su parte esencial, por M.A. Biot entre los años 1954 y 1962. En las referencias [1-7] se incluyen los trabajos más importantes del autor, que, precisamente, son aquellos sobre los que nos hemos basado en esta presentación. No obstante, en [8] puede consultarse una bibliografía más exhaustiva de este autor con respecto a este tema.

La teoría que nos ocupa, es un modelo matemático que intenta describir la propagación de una onda acústica, plana y monocromática, en el interior de un sólido poroso que se haya saturado por un fluido simple. Los poros en el interior del material están interconectados, por lo que el fluido es capaz de moverse libremente en su interior. El rozamiento que se produce entre ambas fases da lugar a las pérdidas introducidas por el modelo, que son claramente de origen viscoso. La teoría está formulada en términos macroscópicos, tanto de desplazamientos promediados sobre cada una de las fases, como de velocidades promediadas. Estos promedios se realizan sobre volúmenes de dimensiones características mucho mayores que las dimensiones de los poros. De esta forma el tamaño de poro medio debe ser mucho menor que la longitud de onda, no sólo para que el planteamiento sea consistente, sino que también para que los efectos de dispersión geométrica (*scattering*) puedan ser despreciados tal y como lo hace esta teoría. Por último, el medio se supone infinito, de forma que la existencia de discontinuidades no es contemplada.

En un principio, la teoría fue desarrollada fundamentalmente, para el estudio de fondos marinos, y prospecciones geofísicas, aunque pronto, y debido a su gran generalidad, se impuso en todos los campos de la acústica en los que era necesario un estudio en profundidad, tanto teórico como experimental, de la propagación acústica en un medio poroso. De esta forma, y sin pretender desarrollar una revisión exhaustiva de la bibliografía disponible, podemos decir que, la teoría de Biot, ha sido empleada, con más o menos éxito, en el estudio de materiales compuestos (*composites*) y plásticos [9-14], absorbentes acústicos [15-17], huesos [18] (dentro del campo de la acústica médica), ondas sísmicas [19], sedimentos y fondos marinos [20] y [21], etc.

Una de las ventajas que aporta la teoría es el que las propiedades acústicas (velocidades de propagación y atenuaciones de todos los modos que pueden

propagarse) de un medio tan complejo como puede ser un material poroso, son obtenidas de un número limitado de parámetros macroscópicos que generalmente son medibles.

Los subapartados 1.2.b, 1.2.c, 1.2.d se dedicarán a exponer la teoría de Biot tal y como ésta fué formulada en sus inicios, mientras que en el resto de subapartados de esta sección se incluirán otros aspectos particulares y aportaciones posteriores sobre esta teoría, que resultarán de interés para el desarrollo de este trabajo. En especial, el último apartado se dedicará al estudio de otros tipos de pérdidas aparte de las contempladas originariamente en la teoría (pérdidas viscosas debidas al rozamiento entre ambas fases), y que dieron lugar a una formulación más general denominada, en ocasiones, teoría de la poroviscoelasticidad.

1.2.b. Energía elástica almacenada en un medio poroso.

Consideremos un material tal y como el descrito en la sección anterior. Designaremos las componentes del vector desplazamiento para la matriz sólida por: u_x, u_y, u_z , mientras que para el fluido los designaremos por U_x, U_y, U_z . Hay que indicar que estos desplazamientos son desplazamientos promediados en un volumen mucho mayor que el tamaño medio de poro, pero mucho menores que la longitud de onda de la radiación acústica cuya propagación se desea estudiar. En el caso del fluido, están definidos de tal forma, que el volumen de fluido desplazado a través de una superficie unitaria y normal a las direcciones x, y, z , es respectivamente: fU_x, fU_y, fU_z , donde f indica la porosidad.

Siguiendo ahora el planteamiento de M.A. Biot en [6], consideraremos las tensiones globales sobre este medio compuesto de dos fases

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \sigma_{ij} + \delta_{ij}\sigma \\ \delta_{ij} &= 1, i = j \\ \delta_{ij} &= 0, i \neq j \end{aligned} \tag{1.1}$$

En este caso σ_{ij} y σ representan las tensiones sobre la fase sólida y fluida respectivamente, de forma que la tensión en el fluido está relacionada con la presión hidrostática p_f mediante:

$$\sigma = -fp_f \tag{1.2}$$

Debido a que en el fluido no se considera que pueda haber tensiones transversales, el tensor de tensiones asociado es, en este caso, diagonal, y se representó por $\delta_{ij}\sigma$.

Podemos definir la energía elástica de un medio poroso y elástico como el contenido de energía isoterma libre del sistema sólido-fluido. Así si con W

indicamos la energía elástica libre por unidad de volumen, entonces, para un volumen Ω limitado por una superficie S , la variación de energía elástica es igual al trabajo virtual de las fuerzas de superficie:

$$\iiint_{\Omega} \delta W d\Omega = \iint_S (f_x \delta u_x + f_y \delta u_y + f_z \delta u_z + F_x \delta U_x + F_y \delta U_y + F_z \delta U_z) dS \quad (1.3)$$

En las expresiones $f_i dS$ y $F_i dS$ las componentes de las fuerzas que actúan en la parte sólida y fluida sobre un elemento de superficie dS vienen dadas respectivamente por:

$$\begin{aligned} f_i &= \sum_j \sigma_{ij} n_j \\ F_i &= \sum_j \sigma \delta_{ij} n_j \end{aligned} \quad (1.4)$$

Donde n_j indica las componentes del vector unitario perpendicular al plano j . Introduciendo las relaciones (1.1) y (1.2) podemos expresar estos términos en función de τ_{ij} y p_f :

$$\begin{aligned} f_i &= \sum_j (\tau_{ij} + \delta_{ij} p_f) n_j \\ F_i &= - \sum_j \delta_{ij} p_f n_j \end{aligned} \quad (1.5)$$

Introduciendo estas expresiones en la ecuación (1.3), obtenemos:

$$\iiint \delta W d\Omega = \iint_S \sum_{ij} \tau_{ij} n_j \delta u_i dS - p_f \iint_S (n_x \delta w_x + n_y \delta w_y + n_z \delta w_z) dS \quad (1.6)$$

El vector w_j se define como:

$$w_i = f(U_i - u_i) \quad (1.7)$$

o bien en notación vectorial:

$$\mathbf{w} = f(\mathbf{U} - \mathbf{u}) \quad (1.8)$$

De forma que \mathbf{w} representa la variación de contenido de fluido en la matriz sólida porosa, debido a la deformación.

Aplicando ahora el teorema de Green a la ecuación (1.6), se pueden transformar las integrales de superficie en integrales de volumen. Hagamos esto, en primer lugar, para la primera de las dos integrales de superficie que aparecen en el segundo miembro de la ecuación:

$$\iint_S \sum_{ij} \tau_{ij} n_j \delta u_i dS = \iiint_{\Omega} \sum_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} \delta u_i) d\Omega \quad (1.9)$$

En esta ocasión las coordenadas x, y, z se han designado mediante x_j .

Desarrollando ahora la derivada parcial con respecto a x_j , que aparece en el segundo miembro de (1.9), y teniendo en cuenta que el campo de tensiones total debe satisfacer la condición de equilibrio, que se presenta en (1.10) (las fuerzas de gravedad han sido ignoradas):

$$\sum_j \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (1.10)$$

De esta forma, podemos escribir, finalmente:

$$\sum_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} \delta u_i) = \tau_{xx} \delta e_x + \tau_{yy} \delta e_y + \tau_{zz} \delta e_z + \tau_{yz} \delta \gamma_x + \tau_{xz} \delta \gamma_y + \tau_{xy} \delta \gamma_z \quad (1.11)$$

En donde las magnitudes e_i y γ_i se definen mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} e_x &= \partial u_x / \partial x, & \gamma_x &= (\partial u_y / \partial z) + (\partial u_z / \partial y) \\ e_y &= \partial u_y / \partial y, & \gamma_y &= (\partial u_z / \partial x) + (\partial u_x / \partial z) \\ e_z &= \partial u_z / \partial z, & \gamma_z &= (\partial u_x / \partial y) + (\partial u_y / \partial x) \end{aligned} \quad (1.12)$$

De esta forma el tensor de deformaciones en el sólido poroso viene dado por:

$$e_{ij} = \begin{bmatrix} e_x & \frac{1}{2} \gamma_z & \frac{1}{2} \gamma_y \\ \frac{1}{2} \gamma_z & e_y & \frac{1}{2} \gamma_x \\ \frac{1}{2} \gamma_y & \frac{1}{2} \gamma_x & e_z \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

De igual forma se puede tratar la segunda integral de superficie, que aparece en el segundo miembro de (1.6), para transformarla en una integral de volumen:

$$-\iint_S (n_x \delta w_x + n_y \delta w_y + n_z \delta w_z) dS = \iiint_{\Omega} \delta \zeta d\Omega \quad (1.14)$$

Donde:

$$\zeta = \text{div}[f(\mathbf{u} - \mathbf{U})] \quad (1.15)$$

Para el caso de porosidad uniforme, podemos escribir la ecuación (1.15) como:

$$\zeta = f \operatorname{div}(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \quad (1.16)$$

De esta forma queda claro que la variable introducida (ζ) es una medida de la cantidad de fluido que fluye adentro o afuera de la matriz sólida.

Ahora bien, empleando las ecuaciones (1.6), (1.9), (1.11), y (1.13) obtenemos:

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} \delta W d\Omega &= \\ &= \iiint_{\Omega} (\tau_{xx} \delta e_x + \tau_{yy} \delta e_y + \tau_{zz} \delta e_z + \tau_{yz} \delta \gamma_x + \tau_{zx} \delta \gamma_y + \tau_{xy} \delta \gamma_z + p_f \delta \zeta) d\Omega \end{aligned} \quad (1.17)$$

de donde se sigue claramente:

$$\delta W = \tau_{xx} \delta e_x + \tau_{yy} \delta e_y + \tau_{zz} \delta e_z + \tau_{yz} \delta \gamma_x + \tau_{zx} \delta \gamma_y + \tau_{xy} \delta \gamma_z + p_f \delta \zeta \quad (1.18)$$

De esta forma se aprecia fácilmente que, la energía elástica almacenada en el medio poroso (W) debe ser función de ζ y de las seis componentes de la deformación definidas en (1.12). Es decir:

$$W = W(e_x, e_y, e_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z, \zeta) \quad (1.19)$$

Al ser W una función de estado, δW debe ser una diferencial exacta, entonces:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \partial W / \partial e_x, & \tau_{yz} &= \partial W / \partial \gamma_x \\ \tau_{yy} &= \partial W / \partial e_y, & \tau_{zx} &= \partial W / \partial \gamma_y \\ \tau_{zz} &= \partial W / \partial e_z, & \tau_{xy} &= \partial W / \partial \gamma_z \\ p_f &= \partial W / \partial \zeta \end{aligned} \quad (1.20)$$

Estas relaciones, que pueden obtenerse de diversos métodos, nos conducen directamente al problema de la formulación de las relaciones tensión-deformación para el medio poroso. Puesto que W es la energía libre isoterma, las relaciones (1.20) pueden incluir todo tipo de fenómenos que dependan de la fisico-química del medio poroso, e incluso aquellos que sean expresables en función de variables termodinámicas tales como tensiones superficiales, etc.

1.2.c. Relaciones tensión-deformación.

Después de haber encontrado unas expresiones que nos relacionan las tensiones en el medio poroso con la energía elástica almacenada, y las

deformaciones, el paso siguiente (tal y como el propio Biot desarrolla la teoría) para poder llegar a plantear las ecuaciones del movimiento, y estudiar el comportamiento acústico de un medio poroso, es el planteamiento de las relaciones tensión-deformación. Abordaremos dos casos concretos: En primer lugar el caso isótropo, que por su sencillez resulta ilustrativo del método a emplear en otros casos más complicados, y de los resultados que la teoría proporciona. En segundo lugar, abordaremos el problema de la isotropía transversal, que es un caso más general que el anterior, y que posee un importante interés experimental y aplicado.

1.2.c.1. Caso isótropo.

Las consideraciones de simetría que se pueden hacer en este caso, simplifican mucho el tratamiento. La energía elástica es función de los tres invariantes, bajo transformaciones espaciales, I_1, I_2, I_3 del tensor de deformaciones e_{ij} , y del contenido de fluido ζ :

$$W = W(I_1, I_2, I_3, \zeta) \quad (1.21)$$

Nos restringiremos, ahora, a unas relaciones tensión-deformación dentro del rango lineal. En esta situación, la energía elástica es una forma cuadrática de los invariantes I_1, I_2, I_3 . Por este motivo, nos quedaremos sólo con los que puedan satisfacer esta condición:

$$\begin{aligned} I_1 &= e_x + e_y + e_z = e \\ I_2 &= e_y e_z + e_z e_x + e_x e_y - \frac{1}{4}(\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2) \end{aligned} \quad (1.22)$$

Donde I_3 ha sido eliminado, pues correspondería al determinante de e_{ij} , que al ser un tensor de tercer orden daría una contribución fuera del rango lineal.

De esta manera, la forma cuadrática para W será construída apartir de $e^2, I_2, e\zeta$ y ζ^2 , y una serie de coeficientes, que llamaremos: H, μ, C y M . De esta forma, obtenemos:

$$2W = He^2 - 4\mu I_2 - 2Ce\zeta + M\zeta^2 \quad (1.23)$$

El motivo por el que se eligen unos coeficientes en apariencia tan caprichosos, es por dar al resultado final una mayor compacidad, y simplicidad en la interpretación, al igual que Biot presenta en [3].

Sustituyendo esta expresión en las ecuaciones (1.20) obtenemos las relaciones tensión deformación que buscábamos:

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= He - 2\mu(e_y + e_z) - C\zeta \\
\tau_{yy} &= He - 2\mu(e_z + e_x) - C\zeta \\
\tau_{zz} &= He - 2\mu(e_x + e_y) - C\zeta \\
\tau_{yz} &= \mu\gamma_x, \quad \tau_{zx} = \mu\gamma_y \\
\tau_{xy} &= \mu\gamma_z, \quad p_f = -Ce + M\zeta
\end{aligned} \tag{1.24}$$

Se puede conseguir que estas relaciones presenten una apariencia muy similar a las correspondientes a otros casos más conocidos, como es el de un sólido elástico e isotrópico. Esto se consigue haciendo el siguiente cambio de notación para los parámetros empleados en la construcción de la forma cuadrática W :

$$H = \lambda_c + 2\mu, \quad C = \zeta M, \quad \lambda_c = \lambda + \zeta^2 M \tag{1.25}$$

Con lo que se obtiene:

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= 2\mu e_x + \lambda_c e - \zeta M\zeta \\
\tau_{yy} &= 2\mu e_y + \lambda_c e - \zeta M\zeta \\
\tau_{zz} &= 2\mu e_z + \lambda_c e - \zeta M\zeta \\
\tau_{yz} &= \mu\gamma_x, \quad \tau_{zx} = \mu\gamma_y \\
\tau_{xy} &= \mu\gamma_z, \quad p_f = -\zeta Me + M\zeta
\end{aligned} \tag{1.26.a}$$

O bien, escritas de forma compacta:

$$\begin{aligned}
\tau_{ij} &= 2\mu e_{ij} + \delta_{ij}(\lambda_c e - \zeta M\zeta) \\
p_f &= -\zeta Me + M\zeta
\end{aligned} \tag{1.26.b}$$

La interpretación del resultado obtenido no es excesivamente compleja, dado que existe una clara similitud con el caso elástico continuo. De esta forma, se puede concluir, que los coeficientes λ y λ_c corresponden a los coeficientes isoterma y adiabático de Lamé, para un medio no poroso. De igual forma, el coeficiente μ de las expresiones (1.26), se refiere al segundo coeficiente de Lamé, y que suele ser designado mediante la misma letra que aquí.

Estas expresiones que relacionan las tensiones con las deformaciones en un medio poroso, han sido obtenidas por distintos métodos y autores, y aunque los resultados siempre son equivalentes, la apariencia puede ser distinta. Por este motivo, aquí hemos empleado el método que nos parece más claro, riguroso y general, aunque no es el más difundido. El resultado más conocido es el obtenido por el propio M. A. Biot unos años antes [3] y [4], y que por su interés, ahora reproducimos:

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= 2Ne_x + Ae + Q\varepsilon \\
\tau_{yy} &= 2Ne_y + Ae + Q\varepsilon \\
\tau_{zz} &= 2Ne_z + Ae + Q\varepsilon \\
\tau_{yz} &= N\gamma_x, \quad \tau_{zx} = N\gamma_y \\
\tau_{xy} &= N\gamma_z, \quad p_f = Qe + R\varepsilon
\end{aligned} \tag{1.27}$$

En donde ε viene dado por:

$$\varepsilon = \partial U_x / \partial x + \partial U_y / \partial y + \partial U_z / \partial z \tag{1.28}$$

y la equivalencia entre los coeficientes de (1.26) y (1.27) es la siguiente:

$$N = \mu, \quad A = \lambda + M(\zeta - f)^2, \quad Q = f(\zeta - f)M, \quad R = f^2M \tag{1.29}$$

Antes de aclarar el significado físico de cada uno de estos coeficientes, mostraremos un caso particular de un medio anisótropo, el cual será empleado más adelante, cuando se generalice la teoría, y se muestre un procedimiento alternativo para el cálculo de las constantes elásticas.

1.2.c.2. Caso anisótropo. Isotropía transversal.

Un caso especialmente interesante bajo el punto de vista experimental, es aquel en el que el medio posee un tipo de simetría (nos referimos a las constantes elásticas) denominada como *isotropía transversal*. Esta consiste en que existe un eje de simetría, con respecto al cual el medio se puede considerar isótropo. Es importante este caso, experimentalmente hablando, porque es el tipo de simetría que presentan muchos de los medios a estudiar: sedimentos marinos, rocas, e incluso algún tipo de materiales compuestos y tejidos.

Este caso, es más complicado matemáticamente, pues el número de invariantes que se deben manejar, es obviamente mayor, debido a la menor simetría existente con respecto al caso isótropo. En esta ocasión, son ocho las constantes involucradas, y el resultado final se puede expresar de la siguiente manera (se ha considerado que el eje de simetría corresponde al eje z).

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= 2B_1e_x + B_2(e_x + e_y) + B_3e_z + B_6\zeta \\
\tau_{yy} &= 2B_1e_y + B_2(e_x + e_y) + B_3e_z + B_6\zeta \\
\tau_{zz} &= B_4e_z + B_3(e_x + e_y) + B_7\zeta \\
\tau_{yz} &= B_5\gamma_x, \quad \tau_{zx} = B_5\gamma_y, \quad \tau_{xy} = B_1\gamma_z \\
p_f &= B_6(e_x + e_y) + B_7e_z + B_8\zeta
\end{aligned} \tag{1.30}$$

1.2.c.3. Significado físico de las constantes elásticas de un medio poroso.

Expresiones de Biot-Willis.

Evidentemente, las relaciones tensión-deformación obtenidas, no son utilizables, si no es posible relacionar las constantes elásticas del medio poroso involucradas en dichas expresiones con magnitudes físicas, bien sea medibles o bien calculables a través de otros parámetros relacionados con las características del medio.

En el caso isótropo, existen dos parámetros fundamentales a la hora de establecer dicha relación, estos son: la *compresibilidad empaquetada* (C_b) ("jacketed compressibility"), y la *compresibilidad de la estructura* (C_s) ("unjacketed compressibility")¹. La primera corresponde a la compresibilidad del medio poroso (fluido+estructura sólida porosa) medida en unas condiciones tales que $\zeta=0$, es decir, que el contenido de fluido en el interior de la estructura porosa no varía. La segunda corresponde a la compresibilidad del medio medida en unas condiciones tales que $p_f = 0$, es decir, un sistema abierto, en el que el fluido puede fluir adentro o afuera del sólido poroso sin ninguna dificultad.

Las expresiones por las que los coeficientes (constantes elásticas del medio poroso) de las ecuaciones (1.27) (A , N , Q , R) se relacionan con la compresibilidad empaquetada y la compresibilidad de la estructura, fueron obtenidas por M. A. Biot y D. G. Willis [22], y han sido empleadas en gran número de ocasiones. Estas son:

$$P = A + 2N = \frac{(1-f)(1-f-K_b/K_s)K_s + f(K_s/K_f)K_b}{1-f-K_b/K_s + fK_s/K_f} + \frac{4}{3}N$$

$$Q = \frac{(1-f-K_b/K_s)fK_s}{1-f-K_b/K_s + fK_s/K_f} \quad (1.31)$$

$$R = \frac{f^2K_s}{1-f-K_b/K_s + fK_s/K_f}$$

En donde :

$$K_s = 1/C_s, \quad K_b = 1/C_b \quad (1.32)$$

y N es el modulo de cizalla asociado a la estructura porosa y K_f es el módulo de compresibilidad del fluido en los poros.

Por otro lado, los coeficientes elásticos de las expresiones (1.26) se relacionan con los módulos K_b y K_s de una forma mucho más directa y sencilla:

¹Esta traducción se corresponde con la adoptada por M. Camarasa [21].

$$\begin{aligned} K_b &= 1/(\lambda + \frac{2}{3}\mu) \\ K_s &= (1-f)K_b \end{aligned} \quad (1.33)$$

Un caso experimental de especial interés, y que permite hacer algunas simplificaciones sobre las expresiones (1.31), de forma que queda más claro el significado físico de cada una de estas constantes elásticas, es el caso denominado de alta porosidad. Este caso corresponde a las siguientes condiciones:

$$f \rightarrow 1, \quad 0 < K_b/K_s \leq 1-f \quad (1.34)$$

En estas condiciones, las expresiones (1.31) quedan bastante simplificadas:

$$\begin{aligned} P &= K_b + \frac{4}{3}N + \frac{(1-f)^2}{f} K_f \\ Q &= (1-f)K_f \\ R &= fK_f \end{aligned} \quad (1.35)$$

El significado de éstas constantes se verá más claro cuando se formulen las ecuaciones del movimiento, pero por ahora, y a la luz de las últimas expresiones obtenidas, se puede decir que R es un módulo de compresibilidad del fluido en el interior de la estructura sólida, P es un módulo de compresibilidad del sólido, afectado por un factor de corrección debido al fluido, y Q es un factor "mixto" (un factor de acoplamiento), en el que influyen ambas fases, ya que $(1-f)$ es la porción de volumen ocupada por el sólido, y K_f es una magnitud asociada al fluido.

Para el caso también analizado de isotropía transversal, no existe ninguna derivación rigurosa de la relación existente entre las constantes elásticas B_j y parámetros físicos medibles del medio poroso, aunque hay algunos intentos de generalizar las expresiones del caso isótropo mediante la inclusión de parámetros ajustables (no medibles) que dan cuenta de la anisotropía del material, como es el caso de M. D. Sharma y M. L. Gogna [23].

1.2.d. Formulación y resolución de las ecuaciones del movimiento

Desarrollaremos, ahora, las ecuaciones del movimiento en forma Lagrangiana. Esto supone que, primero, deberemos definir unas coordenadas generalizadas, sobre las que formularemos el problema. Para esto consideraremos un elemento de volumen del medio poroso, de forma que sus dimensiones sean pequeñas con respecto a la longitud de onda, y que, a su vez, las dimensiones de los poros sean pequeñas en comparación a las de dicho elemento de volumen. Al considerar ésta relación entre las dimensiones características del medio y de la propagación, una consecuencia importante es el que el campo de velocidades es el mismo que si el fluido fuese incomprensible. Esto es debido a un principio general

que establece que el campo de velocidades en el seno de un fluido compresible en el que se introduce un obstáculo se aproxima al de un fluido incomprensible cuando la longitud de onda es mucho mayor que la dimensión del obstáculo. Esto está relacionado, evidentemente, con los efectos de dispersión (*scattering*) producidos por dicho obstáculo, que en las condiciones impuestas puede ser ignorado. Consideremos, entonces, que el flujo del fluido relativo al sólido a través de los poros es del tipo de Poiseuille², entonces, en este caso las seis velocidades generalizadas, correspondientes a los desplazamientos generalizados introducidos en 1.2.b, son:

$$\dot{u}_x, \dot{u}_y, \dot{u}_z, \dot{U}_x, \dot{U}_y, \dot{U}_z \quad (1.36)$$

En donde el punto sobre la variable indica la derivada con respecto al tiempo. Ahora bien, la energía cinética del sistema la podemos escribir como una forma cuadrática de estas seis velocidades generalizadas:

$$2T = \rho_{11}[\dot{u}_x^2 + \dot{u}_y^2 + \dot{u}_z^2] + 2\rho_{12}[\dot{u}_x\dot{U}_x + \dot{u}_y\dot{U}_y + \dot{u}_z\dot{U}_z] + \rho_{22}[\dot{U}_x^2 + \dot{U}_y^2 + \dot{U}_z^2] \quad (1.37)$$

Los coeficientes ρ_{ij} están relacionados con las densidades de cada una de las fases, y con el acoplamiento inercial entre ambas. Para una más detallada descripción puede consultarse el apartado 1.3.a.3, en donde una formulación alternativa de las ecuaciones del movimiento, da lugar a una descripción más detallada de estos coeficientes.

Esta expresión (1.37) está basada en la suposición que el material es estadísticamente isótropo, por lo que las direcciones x, y, z son equivalentes, y están dinámicamente desacopladas.

De la misma forma podemos escribir la disipación como una forma cuadrática de estas seis coordenadas generalizadas, ya que ésta depende sólo del movimiento relativo entre el sólido y el fluido. Teniendo, una vez más, en cuenta que las direcciones x, y, z están dinámicamente desacopladas, entonces podemos escribir la función disipación como:

$$2D = b[(\dot{u}_x - \dot{U}_x)^2 + (\dot{u}_y - \dot{U}_y)^2 + (\dot{u}_z - \dot{U}_z)^2] \quad (1.38)$$

Donde el factor b , que se conoce como la resistencia al flujo, está relacionado con la permeabilidad (k) y con la porosidad (f) mediante:

$$b = \mu_f f^2 / k \quad (1.39)$$

² Esta suposición de flujo del tipo de Poiseuille es válida sólo hasta cierto valor de la frecuencia, en particular Biot consideró que esta suposición es válida hasta que $\lambda/4$ (siendo λ la longitud de onda) se aproxima al valor del diámetro del poro. En estas condiciones, Biot incluye una corrección a la viscosidad del fluido, de forma que está pasa a ser una función compleja de la frecuencia. En cualquier caso, este desarrollo no se considera fundamental en la exposición de la teoría, por lo que en este momento se omite, aunque puede consultarse en las referencias [3] y [4].

siendo μ_f la viscosidad dinámica del fluido.

Las ecuaciones de Lagrange para este sistema, en el eje x son:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{u}_x} = q_x$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial \dot{U}_x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{U}_x} = Q_x \quad (1.40)$$

Si sustituimos los valores de T y D , proporcionados por (1.37) y (1.38) obtenemos:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u_x + \rho_{12} U_x) + b \frac{\partial}{\partial t} (u_x - U_x) = q_x$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} u_x + \rho_{22} U_x) - b \frac{\partial}{\partial t} (u_x - U_x) = Q_x \quad (1.41)$$

Empleando ahora las relaciones tensión-deformación (1.27), las ecuaciones dinámicas del movimiento (1.40) nos quedan:

$$N \nabla^2 \bar{u} + \text{grad}[(A + N)e + Q\varepsilon] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \bar{u} + \rho_{12} \bar{U}) + b \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u} - \bar{U})$$

$$\text{grad}[Qe + R\varepsilon] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} \bar{u} + \rho_{22} \bar{U}) - b \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u} - \bar{U}) \quad (1.42)$$

que son las ecuaciones del movimiento, cuya solución proporciona las propiedades de la propagación de una onda acústica a través de un material poroso como el especificado durante la exposición.

Para la resolución del sistema se emplea la descomposición de Helmholtz de los campos de desplazamientos u y U :

$$\bar{u} = \text{grad}(\phi) + \text{rot}(\varphi)$$

$$\bar{U} = \text{grad}(\mathcal{G}) + \text{rot}(\Theta) \quad (1.43)$$

De esta forma, aplicando el operador divergencia a ambas ecuaciones (1.42), obtenemos las expresiones que gobiernan la propagación de una onda longitudinal:

$$\nabla^2 (Pe + Q\varepsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} e + \rho_{12} \varepsilon) + b \frac{\partial}{\partial t} (e - \varepsilon)$$

$$\nabla^2 (Qe + P\varepsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} e + \rho_{22} \varepsilon) - b \frac{\partial}{\partial t} (e - \varepsilon) \quad (1.44)$$

Análogamente, aplicando el operador rotacional a ambas ecuaciones (1.42) obtenemos las expresiones que gobiernan la propagación de una onda transversal:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\bar{\theta} + \rho_{12}\bar{\Omega}) + b\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\theta} - \bar{\Omega}) &= N\nabla^2\bar{\theta} \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\bar{\theta} + \rho_{22}\bar{\Omega}) - b\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\theta} - \bar{\Omega}) &= 0 \end{aligned} \tag{1.45}$$

Siendo:

$$rot(\bar{u}) = \bar{\theta}, \quad rot(\bar{U}) = \bar{\Omega} \tag{1.46}$$

Analizaremos ahora el caso de las ecuaciones que rigen la propagación de una onda longitudinal. Este es un sistema de dos ecuaciones diferenciales acopladas. El análisis de estos acoplamientos, proporciona una clara idea de la física involucrada en el problema. Dichos acoplamientos son de tres tipos:

- 1) Acoplamiento inercial (ρ_{12}).
- 2) Acoplamiento viscoso (b).
- 3) Acoplamiento mecánico (Q).

En 1987, Bourbié, Coussy y Zinszner [24] desarrollaron un símil mecánico que da cuenta de los dos primeros acoplamientos, posteriormente, Rasolofosaon [25], propuso un modelo simplificado, un modelo unidimensional, que por su claridad e interés se expone a continuación de forma breve.

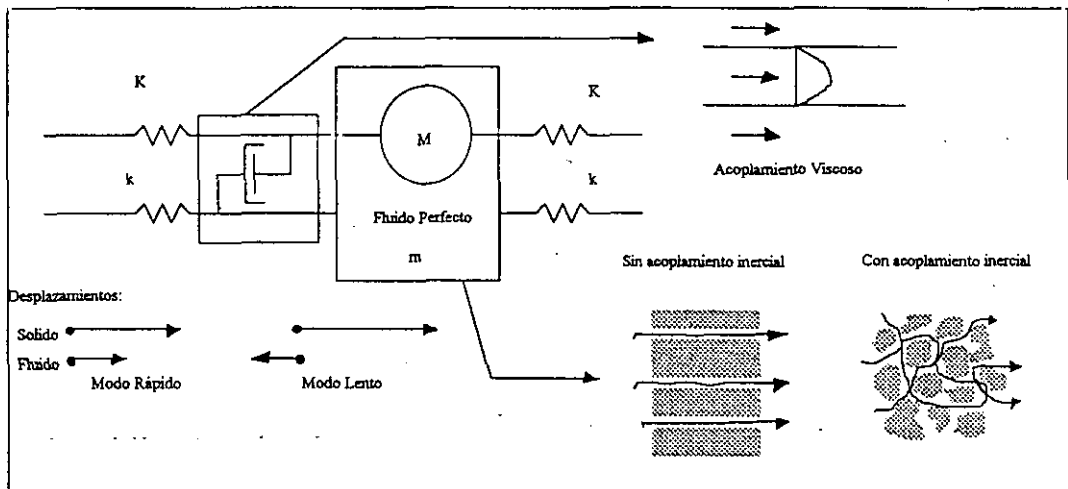


Figura 1.1. Representación esquemática del símil mecánico para un medio poroso según P.N. Rasolofosaon [25]. Pueden apreciarse claramente, el origen de dos de los tres tipos de acoplamientos.

En la figura 1.1 se muestra esquemáticamente la propuesta de este símil. La fase sólida se representa por un conjunto de muelles de constante elástica K separados por masas M , que representan la elasticidad y la inercia del sólido. De forma similar, la fase fluida, es también representada por un sistema de muelles de constante elástica k separados por una masa m . Cada masa M o m corresponde a un nodo de la red. Estas dos redes, se hayan acopladas por dos tipos de mecanismos: uno viscoso y otro inercial. Este modelo proporciona una idea intuitiva de al menos dos de los tres tipos de acoplamientos que tienen lugar en el medio (el acoplamiento mecánico no ha sido descrito), y de los posibles modos normales de vibración del sistema.

Abordaremos ahora el problema de la resolución de los sistemas de ecuaciones (1.44) y (1.45). Esto se consigue suponiendo que θ , Ω , e y ε toman la forma de una onda plana:

$$\begin{aligned}\theta &= C_1' \exp[i(\kappa x + \omega t)] \\ \Omega &= C_2' \exp[i(\kappa x + \omega t)] \\ e &= C_1' \exp[i(kx + \omega t)] \\ \varepsilon &= C_2' \exp[i(kx + \omega t)]\end{aligned}\tag{1.47}$$

En donde ω es la frecuencia angular, y κ y k son las constantes de propagación para el caso transversal y el longitudinal, respectivamente. Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones (1.44), (1.45) se obtienen los valores de κ y k que verifican las ecuaciones del movimiento. En particular, para el caso longitudinal, sustituyendo los valores de e y ε de las expresiones (1.47) en las ecuaciones de la propagación (1.44), obtenemos una ecuación cuadrática para k :

$$\begin{aligned}k^4(RP - Q^2) - k^2[\omega^2(P\rho_{22} + R\rho_{11} - 2\rho_{12}) - i\omega(P + R + 2Q)] - \\ - k^2[\omega^4(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}) - i\omega^3b(\rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{12})] = 0\end{aligned}\tag{1.48}$$

La resolución de la ecuación (1.48) proporciona dos soluciones distintas para k , lo cual supone que el medio es capaz de soportar la propagación de dos modos distintos, es decir, la energía acústica se puede propagar a dos velocidades distintas y, obviamente, con dos atenuaciones diferentes. Este hecho, es el resultado más llamativo de la teoría Biot. Estos dos modos longitudinales distintos los denominaremos como P_1 y P_2 , o bien como modo longitudinal rápido (MLR) y modo longitudinal lento (MLL).

1.2.e. Características de la propagación longitudinal en un medio poroso.

En este apartado proporcionaremos información adicional sobre las características de la propagación de una onda longitudinal en un medio poroso, y que más adelante serán necesarias en el trabajo a desarrollar. En particular, resulta interesante calcular de forma analítica las expresiones de las velocidades de propagación para los dos modos longitudinales rápido y lento (MLR y MLL), a veces también denominados como P_1 y P_2 . Esto puede ser hecho directamente de la ecuación (1.48), de forma que se obtienen expresiones generales para las velocidades, aunque de ellas es difícil hacerse una idea intuitiva de lo que representa cada modo de propagación, y de la física involucrada en cada uno de ellos.

Para obtener unas expresiones más sencillas, que al menos en algún caso aproximado sean válidas, y nos permitan dar un sentido físico claro a cada uno de estos modos, analizaremos el caso propuesto por D. L. Johnson en [26], para el que es posible hacer las siguientes aproximaciones:

viscosidad del fluido $\rightarrow 0$

$$K_f \ll K_s, K_b, N \quad (1.49)$$

Esto es debido a que en este caso particular ahora considerado, el fluido que satura al sólido poroso posee características de superfluidéz. En este caso, la expresión (1.48) se simplifica, y se obtiene que las velocidades de los modos P_1 o MLR y P_2 o MLL vienen dadas por:

$$V_1 = \left[\frac{K_b + \frac{4}{3}N}{(1-f)\rho_s + (1-1/\alpha)f\rho_f} \right]^{1/2} = V_{\text{rápida}} \quad (1.50)$$

$$V_2 = c_f / \sqrt{\alpha} = V_{\text{lenta}}$$

Donde α representa la tortuosidad, que está directamente relacionada con el acoplamiento inercial, y c_f representa la velocidad de propagación del sonido en el fluido.

De esta forma, se puede apreciar cómo la velocidad del MLR (modo P_1) está relacionada más directamente con la propagación en el sólido, siendo la velocidad de propagación para este modo próxima a la correspondiente al sólido. En el otro caso, para el MLL (modo P_2), la velocidad de propagación está directamente relacionada con la del fluido, siendo siempre algo menor, dependiendo esto de la geometría interna del sólido poroso.

Esta aproximación, no debe inducir a error, al pensar que uno de los modos se propaga por la fase fluida (modo lento), mientras que el otro (modo rápido) lo hace por la fase sólida. El medio poroso, en general, se comporta como un todo, y la propagación de ambos modos tiene lugar en ambas fases simultáneamente.

En este sentido, resulta importante profundizar en cuál es la diferencia que existe entre ambos modos longitudinales de propagación. Esta diferencia reside

fundamentalmente en el estado de vibración de cada una de las fases. Partiendo de las ecuaciones del movimiento (1.44) y de la expresión (1.48), podemos obtener la relación entre las velocidades de un punto de la estructura sólida, y de la fase fluida para cada uno de los dos modos de propagación. La expresión que se obtiene es:

$$\Phi_{L,R} = (i\omega b + \rho_{12}\omega^2 - k_{L,R}^2 Q) / (i\omega b - \rho_{22}\omega^2 + k_{L,R}^2 R) \quad (1.51)$$

Donde los subíndices L ; R se refieren a modo lento o modo rápido, respectivamente.

La aplicación de esta expresión a casos reales permite observar cómo en el caso del modo rápido los desplazamientos del sólido y fluido tienden a producirse en fase, mientras que en el caso del modo lento, estos desplazamientos tienden a producirse en contra-fase, aspecto éste que también se mostró en la figura 1.

Por último, otro punto de interés en esta caracterización de la propagación de los modos longitudinales, es la determinación de las impedancias características del medio. Siguiendo el planteamiento de Allard et alia [9] y [15], podemos calcular la impedancia que presenta cada una de las fases con respecto a cada uno de los distintos modos de propagación. De forma que para una onda plana longitudinal tenemos:

$$\begin{aligned} Z_{L,R}^S &= (P + Q\Phi_{L,R})k_{L,R}/\omega \\ Z_{L,R}^F &= (R + Q/\Phi_{L,R})k_{L,R}/\omega \end{aligned} \quad (1.52)$$

Donde el superíndice S o F se refiere a fase sólida o fluida.

Estas expresiones serán empleadas más adelante para el cálculo de los coeficientes de reflexión y transmisión, así como para los estudios de dispersión (*scattering*).

Por último, una de las diferencias más notables entre ambos modos longitudinales de propagación, y que ya fue estudiada por Biot en los primeros artículos, es el comportamiento a baja frecuencia. En estas condiciones, se observa que tanto la velocidad de propagación como la atenuación del MLL son función de la raíz cuadrada de la frecuencia. De esta forma, se concluye que, en estas condiciones, el MLL se comporta como un proceso de difusión o conducción de calor, con una atenuación muy alta [3].

1.2.f. Formulación generalizada. Poroviscoelasticidad.

Hasta ahora, en el modelo expuesto, se ha considerado, únicamente, el caso de una matriz elástica saturada por un fluido viscoso, pero, claramente, este es un caso excepcional dentro de la realidad que el mundo nos presenta, siempre más

compleja que cualquier modelo matemático. En particular, en la propagación acústica en un medio poroso real, se presentan gran cantidad de fenómenos de relajación, asociados tanto a fenómenos físicos como químicos. De hecho, la estructura porosa introduce una extensa área de contacto entre el sólido y el fluido, de forma que en muchas ocasiones los efectos de superficie juegan un papel fundamental. Este es el motivo por el que sólido y fluido no deben ser considerados de forma separada, sino como un todo, como ya fue apuntado en el apartado anterior, al tratar de dar un sentido físico a los dos modos de propagación longitudinal predichos por la teoría.

Dentro de todos los fenómenos de relajación que pueden presentarse, consideremos ahora algunos. Por ejemplo, según Biot [6], podríamos considerar el caso en el que el fluido fuese una solución electrolítica, en la que los componentes de la matriz sólida pudiesen entrar a formar parte de la disolución. En este caso, cualquier desplazamiento del sistema con respecto al equilibrio, produciría un complejo conjunto de reacciones, que involucrarían afinidades químicas, potenciales eléctricos, fuerzas de Van der Waals etc. todas ellas orientadas a reestablecer el equilibrio, pero con un lapso determinado de retardo con respecto a la perturbación original. Es este retardo, el que induce los fenómenos de relajación ya comentados.

Otros efectos que influyen en el espectro de relajaciones del medio poroso, es la existencia de microporos, poros mucho más pequeños que la media, que pueden ser bien grietas en la estructura sólida, o bien pequeñas aberturas entre distintos granos del material sólido. Debido a efectos de tensión superficial, estos pequeños poros pueden inducir importantes variaciones en la tensión efectiva aplicada en un determinado punto, lo que produce un cambio en las propiedades acústicas del medio.

Otro ejemplo es la disipación termoelástica que puede tener lugar entre sólido y fluido. Las tensiones mecánicas originadas por la onda acústica, producen cambios de temperatura, que no son iguales en el sólido que en el fluido, debido a los distintos calores específicos que presentan ambas fases; esto origina un intercambio de calor, lo que da lugar, una vez más, a fenómenos de relajación.

Por último, además de estos fenómenos de interacción sólido-fluido, también cada una de las fases del medio poroso, puede mostrar espectros de relajación propios. El caso más importante, al menos bajo el punto de vista de este trabajo, es el de la presencia de burbujas en el interior del fluido. Estas inducen una relajación en el fluido, producida por fenómenos viscosos en la interacción entre el fluido y las burbujas.

A pesar de la gran diversidad de todos estos fenómenos, es posible formular una teoría general en la que puedan tener cabida todos ellos. Para esto, se considera que el comportamiento del medio poroso queda definido por un cierto número de variables termodinámicas que incluyen las coordenadas mecánicas observables, y unas ciertas coordenadas ocultas, las que incluirían los parámetros físico-químicos que describirían el estado termodinámico del sistema a escala microscópica, y estarían relacionados con los procesos de relajación ya comentados. El conocimiento de esta energía libre generalizada en función de todas esas variables,

daría lugar al establecimiento de las constantes elásticas del medio. El conocimiento de la función disipación para este medio, daría lugar a un problema que estaría listo para ser resuelto de forma análoga a como se ha hecho anteriormente.

La aplicación de la teoría de la relajación a los medio porosos fue desarrollada en un primer momento por Biot [1,5-7], y parte de un principio general de correspondencia por el que los resultados para un medio elástico pueden ser extendidos al caso viscoelástico, mediante una sustitución de los coeficientes elásticos por operadores complejos y función de la frecuencia. Por este principio de correspondencia, las relaciones tensión-deformación para un medio poroso en el que se presentan fenómenos de relajación y viscoelasticidad, son formalmente idénticas al caso ya estudiado.

De esta forma, para el caso isótropo, sustituyendo las constantes elásticas por operadores, las expresiones (1.26.b) se convierten en:

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= 2\bar{\mu}e_{ij} + \delta_{ij}(\bar{\lambda}_e e - \bar{C}\zeta) \\ p_f &= -\bar{C}e + \bar{M}\zeta\end{aligned}\tag{1.53}$$

La línea trazada sobre los coeficientes en la ecuación (1.53), denota que éstos son, ahora operadores. En concreto, el coeficiente ζM ha sido reemplazado por el operador \bar{C} . La teoría termodinámica proporciona una expresión general para estos operadores. Por ejemplo el operador $\bar{\mu}$ puede ser escrito como:

$$\bar{\mu} = \int_0^{\infty} \frac{p}{p+r} \mu(r) dr + \mu + p\dot{\mu}\tag{1.54}$$

En donde p expresa la derivada con respecto al tiempo.

De esta forma hemos planteado el modelo que algunos autores han denominado de la *poroviscoelasticidad*. La solución propuesta es una síntesis de los modelos clásicos de la poroelasticidad de Biot, y de la viscoelasticidad, tal y como se ha expuesto hasta ahora. De tal forma que, de manera esquematizada, podemos decir, que el modelo presenta dos tipos distintos de disipación:

- 1) La disipación asociada a la poroelasticidad que está relacionada con el acoplamiento a nivel macroscópico de sólido y fluido, y que tiene lugar en el flujo macroscópico del fluido viscoso en el interior del sólido poroso.
- 2) La disipación viscoelástica, que tiene un carácter local, y que corresponde a un número más o menos conocido de mecanismos, de los que ya se han comentado algunos.

En la figura 1.2 se muestra la interpretación física de estos distintos fenómenos de disipación según Rasolofosaon [25].

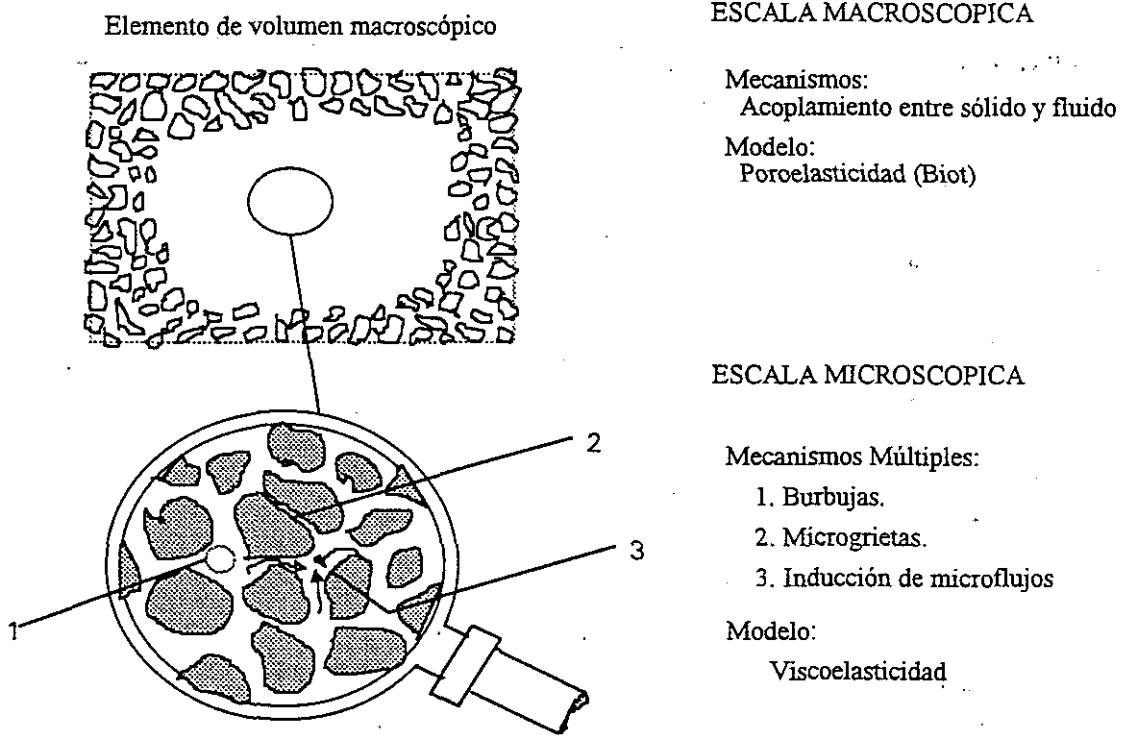


Figura 1.2.

Interpretación física del modelo poroviscoelástico. Se muestra una visualización esquemática de los fenómenos involucrados en cada escala, y para cada tipo mecanismo de disipación.

Antes de entrar a analizar y estudiar en detalle algún tipo específico de fenómeno viscoelástico, es importante, el analizar cuál es la importancia relativa de estos dos tipos de disipación. En [25], y tras analizar diversos casos teóricos y experimentales, se concluye que para la propagación de una onda elástica en un medio poroso infinito, los fenómenos poroelásticos son, en general, despreciables en comparación con los fenómenos viscoelásticos. Al referirnos a un medio poroso infinito, nos referimos a un medio sin límites físicos a nivel macroscópico, y del que también excluimos la presencia de heterogeneidades internas, y efectos de dispersión (*scattering*). De esta forma, y para este caso, el comportamiento del medio puede ser descrito mediante un modelo viscoelástico.

Sin embargo, y a diferencia del caso anterior, los mecanismos de disipación que se contemplan en la teoría de Biot, pueden ser tan importantes o más que los fenómenos viscoelásticos, en el caso que la onda encuentre una discontinuidad física a nivel macroscópico (una frontera en la que se impliquen fenómenos de reflexión y transmisión o bien un objeto que produzca efectos de dispersión -*scattering*-) a través de la cual el flujo del fluido es posible. Desde un punto de vista físico, el mecanismo de dispersión propuesto por Biot está inducido fundamentalmente por el intercambio de fluido contenido en el interior del medio poroso a través de las discontinuidades. De esta forma, ambos modelos (el poroelástico y el viscoelástico) no estarían en competición, sino que serían complementarios, y actuaría a diversas escalas, y en diversas circunstancias, como ya se ha mostrado en la figura 1.2.

Una vez aclarado este punto, pasemos a analizar un caso concreto de disipación viscoelástica, que resultará de especial importancia en el desarrollo posterior del trabajo: la presencia de burbujas en el fluido.

1.2.f.1. Efecto de la presencia de burbujas.

Este efecto correspondería al caso de un fenómeno de viscoelasticidad en una de las fases, y no en la interacción entre ambas. Es un viejo problema dentro del campo de la acústica, que se encuentra bastante estudiado, tanto en el rango lineal como en el no lineal, aunque en este trabajo nos restringiremos al caso lineal. De esta forma, se expondrán, de forma sucinta, los principales efectos involucrados en la propagación de una onda acústica en un fluido que contiene burbujas, así como las expresiones que nos permiten calcular las características acústicas de dicho medio, y el operador que deberá sustituir a las constantes elásticas asociadas al fluido, en las ecuaciones de la propagación según Biot (1.42).

La velocidad de propagación compleja³ de una onda acústica en un fluido viene determinada por la siguiente expresión:

$$c_f = \sqrt{\frac{1}{\rho_f \chi}} \quad (1.55)$$

En donde χ representa la compresibilidad del fluido que según L. D. Rozenberg [27] viene dada por:

$$\bar{\chi} = \bar{\chi}_1 + \bar{\chi}_2 = \frac{1}{\rho_f c_0^2} + \frac{gu}{1 - \frac{f^2}{f_0^2} + i\delta \frac{f}{f_0}} \quad (1.56)$$

Donde χ_1 y c_0 representan la compresibilidad y la velocidad de propagación del sonido en el fluido sin burbujas respectivamente. χ_2 representa la contribución de las burbujas. El resto de los parámetros introducidos son: u que es la concentración de volumen de gas en el fluido, f es, en este caso, la frecuencia de la onda incidente, y f_0 la frecuencia de resonancia de las burbujas (se ha supuesto que son todas iguales). En el caso en el que la amplitud de la vibración sea pequeña en comparación con el radio de las burbujas, la frecuencia de resonancia viene dada, según C. Devin [28] por:

³La velocidad de fase viene dada por: $c = 1/\text{Re}\left(\frac{1}{c_f}\right)$, siendo c_f la velocidad compleja determinada en (1.55)

$$f_0 \cong \frac{1}{2\pi R_0} \sqrt{\frac{3(C_p/C_v)(p_f + 2\sigma/R)}{\rho_f}} \quad (1.57)$$

siendo R_0 el radio de las burbujas, C_p y C_v los calores específicos del gas, σ el coeficiente de tensión superficial entre el gas y el fluido, y p_f la presión hidrostática. Según Rozenberg [27], el coeficiente g de la ecuación (1.56) está determinado por:

$$g = \frac{3}{4\pi^2 \rho (R_0 f_0)^2} \quad (1.58)$$

El coeficiente δ de la ecuación (1.56) es la constante de amortiguamiento (*damping*). En este amortiguamiento, influyen varios factores, que según C. Devin [28], vienen dados por:

- 1) Amortiguamiento térmico, debido a la conducción térmica entre el gas de la burbuja y el fluido circundante.
- 2) Amortiguamiento por radiación de sonido.
- 3) Amortiguamiento viscoso, debido a las fuerzas viscosas que se ejercen en la interfase sólido-fluido.

Como aspecto ilustrativo se puede comentar que, para burbujas de aire en agua, cuya frecuencia de resonancia está comprendida en el rango de 1 kHz hasta 1 MHz (esto corresponde a radios de burbujas entre 3 μm y 3 mm.), la constante de amortiguamiento δ varía suavemente entre 0.08 y 0.13.

1.3 Generalización de la teoría (1): Teoría de Biot y ecuaciones de continuidad. Cálculo de las constantes elásticas del medio.

1.3.a. Teoría de Biot y ecuaciones de continuidad.

Hasta ahora hemos resuelto el problema de la propagación de una onda acústica en un medio poroso, tal y como fue planteado por M. A. Biot, esto es: primero se plantean unas relaciones tensión-deformación generales para el medio poroso, que incluyen consideraciones energéticas y termodinámicas, y después se escriben las ecuaciones del momento (balance de fuerzas), en este caso en formulación lagrangiana. Ambos conjuntos de ecuaciones suponen un sistema completo, esto es, que hay tantas incógnitas como ecuaciones linealmente independientes. Pero para alcanzar un sistema resoluble de ecuaciones, que describan de forma completa al medio poroso, no es éste el único procedimiento. De hecho, hay diversos autores que emplean un método algo diferente [29-32]. Este consiste, básicamente, en lo siguiente:

- 1) Se formulan ecuaciones de continuidad (conservación de masa) tanto para la estructura sólida, como para el fluido en los poros.
- 2) Se formulan, las que podrían llamarse, ecuaciones de estado o ecuaciones constitutivas. En el caso del sólido, éstas son unas relaciones tensión-deformación, mientras que para el fluido, se refiere a la relación termodinámica existente entre presión, densidad y velocidad de propagación.
- 3) Se escriben las ecuaciones del movimiento (ecuaciones del momento), que son formalmente idénticas a las de Biot.

Con todo esto, se obtiene un sistema de ecuaciones análogo al obtenido por la teoría de Biot, que permite el estudio de las propiedades acústicas de dicho medio. Antes de pasar a un análisis más detallado de las consecuencias del isomorfismo que se puede establecer entre ambos planteamientos, y para una mayor claridad, mostraremos el procedimiento más en detalle. Para ésto, seguiremos la formulación de Moore y Lyon [29], que aunque es una formulación unidimensional, da buena cuenta del procedimiento, y permite establecer una conexión directa con los resultados de Biot.

1.3.a.1. Ecuaciones de continuidad.

En primer lugar formularemos las ecuaciones de continuidad para cada uno de los componentes del medio: estructura sólida y fluido. Para ésto, consideremos un pequeño elemento del material poroso, limitado en la dirección x por dos planos, uno en x y otro en $x + \Delta x$, y estudiemos lo que le sucede a cada una de las fases.

A. Fase sólida.

Así pues, manteniendo el criterio de símbolos empleado hasta ahora, podemos decir que el volumen ocupado por la estructura sólida antes de la deformación, viene dado por:

$$V_0^s = (1 - f_0) \Delta x \quad (1.59)$$

Donde f_0 indica la porosidad del medio en el estado no deformado.

Después de una deformación, los planos que habíamos considerado, se habrán desplazado, y lo habrán hecho de forma distinta para el sólido que para el fluido, de acuerdo con los desplazamientos que se producen en cada fase. Así pues, para la estructura sólida, dichos planos se habrán desplazado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{plano en } x &\rightarrow x + u(x) \\ \text{plano en } x + \Delta x &\rightarrow x + \Delta x + u(x + \Delta x) \end{aligned} \quad (1.60)$$

El volumen ocupado por la estructura sólida después de la deformación viene dado por:

$$V_d^s = (1 - f) \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Delta x \quad (1.61)$$

Siendo f la porosidad en el estado deformado. La dilatación de la estructura e (ecuación 1.22) viene dada por:

$$e = \frac{1 - f}{1 - f_0} \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) - 1 \quad (1.62)$$

Quedándonos con términos de primer orden, y despejando f , obtenemos:

$$f = f_0 + (1 - f_0) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - e \right) \quad (1.63)$$

B. Fase fluida.

Para el caso del fluido, los planos en x y en $x + \Delta x$, se desplazan de la siguiente forma:

plano en $x \rightarrow x + U(x)$

plano en $x + \Delta x \rightarrow x + \Delta x + U(x + \Delta x)$ (1.64)

El volumen ocupado por el fluido en el estado deformado es:

$$V_f^d = f \left(1 + \frac{\partial U}{\partial x} \right) \Delta x \quad (1.65)$$

de forma que, como la masa de fluido contenida entre ambos planos permanece constante, la densidad del fluido en el estado deformado debe ser:

$$\rho_f^d = \frac{f_0 \rho_f^0}{f \left(1 + \frac{\partial U}{\partial x} \right)} \quad (1.66)$$

Finalmente, de (1.66) y (1.63), quedándonos sólo con términos lineales, obtenemos:

$$\frac{\Delta \rho_f^d}{\rho_f^0} = - \frac{\partial U}{\partial x} - \left(\frac{1 - f_0}{f_0} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - e \right) \quad (1.67)$$

Donde: $\Delta \rho_f^d = \rho_f^d - \rho_f^0$, representa la componente fluctuante de la densidad del fluido.

1.3.a.2. Ecuaciones constitutivas.

Formularemos ahora las ecuaciones constitutivas para cada una de las fases.

A. Fase fluida.

Para el caso del fluido, escribiremos su ecuación termodinámica de estado, que en el caso de un fluido simple, de composición uniforme, puede ser escrita en función de sólo dos variables independientes (ver por ejemplo S. Temkin [33]). En este caso, elegimos densidad y entropía, de forma que:

$$p_f = p_f(S, \rho_f) \quad (1.68)$$

Siendo p_f la presión en el fluido, tanto presión hidrostática como presión ejercida por la estructura sólida. De esta forma, en condiciones isoentrópicas, se puede obtener ([27], [29]):

$$p_f^* = c^2 \Delta \rho_f^d \quad (1.69)$$

Donde p_f^* indica las fluctuaciones de presión en el fluido.

B. Fase sólida.

Para el sólido las ecuaciones constitutivas a emplear son las relaciones tensión deformación de la teoría de la elasticidad para un medio isótropo. Esto es:

$$\begin{aligned} e_x &= (1/E) [\tau_{xx} - \nu (\tau_{yy} + \tau_{zz})] \\ e_y &= (1/E) [\tau_{yy} - \nu (\tau_{xx} + \tau_{zz})] \\ e_z &= (1/E) [\tau_{zz} - \nu (\tau_{yy} + \tau_{xx})] \end{aligned} \quad (1.70)$$

Para el caso de una geometría de la estructura porosa simple, como es el caso de la mostrada en la figura 1.3, podemos igualar las tensiones laterales con la presión del fluido:

$$\tau_{xx} = -p_s^*, \quad \tau_{yy} = \tau_{zz} = -p_f^* \quad (1.71)$$

donde los signos menos se han incluido siguiendo el criterio de asignar signos negativos a las compresiones y positivos a la dilataciones.

Teniendo en cuenta las expresiones (1.70) y (1.71), obtenemos:

$$p_s^* = 2\nu p_f^* - E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.72)$$

$$e = (1-2\nu) \frac{\partial u}{\partial x} - p_f^* \frac{2(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \quad (1.73)$$

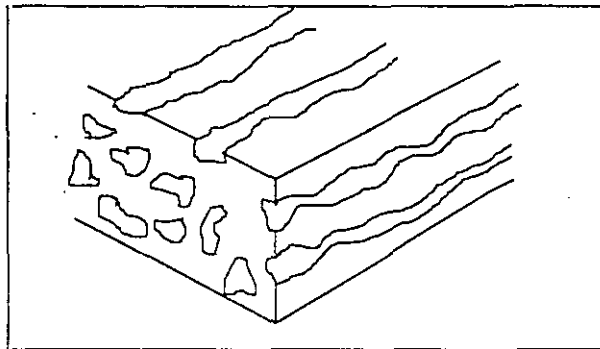


Figura 1.3.
Muestra esquemática del tipo de material poroso que se estudia en este caso.

1.3.a.3. Ecuaciones del movimiento. Balance de fuerzas.

Finalmente, una vez formuladas las expresiones para las ecuaciones de continuidad, y las ecuaciones constitutivas, formularemos expresiones que nos den cuenta del balance de fuerzas presentes en el medio. Según Moore y Lyon [29], estas expresiones son:

$$-f_0 \frac{\partial p_f^*}{\partial x} = f_0 \rho_f^0 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + b \left(\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right) + \rho_f^0 f_0 (K-1) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)$$

$$(1-f_0) \frac{\partial p_s^*}{\partial x} = (1-f_0) \rho_s^0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + b \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial U}{\partial t} \right) + \rho_f^0 f_0 (K-1) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \right) \quad (1.74)$$

De forma que se ha incluido la fuerza ejercida directamente sobre cada una de las fases, un rozamiento viscoso proporcional a la velocidad relativa entre ambas, y finalmente, un acoplamiento inercial proporcional a la aceleración relativa entre ambas fases, que es equivalente al término de incremento de masa descrito por Biot [3], [4] y por Zwikker y Kosten [30]. De esta forma, la equivalencia entre los coeficientes ρ_{11} , ρ_{12} , ρ_{22} empleados por Biot y los ρ_f^0 , ρ_s^0 , K , que se han empleado ahora, vendría dada por:

$$\rho_{11} = (1-f_0) \rho_s^0 + \rho_f^0 f_0 (K-1)$$

$$\rho_{12} = \rho_f^0 f_0 (1-K) \quad (1.75)$$

$$\rho_{22} = \rho_f^0 f_0 K$$

Donde al parámetro K se le suele conocer como factor de estructura, cuyo concepto aclararemos en las siguientes líneas. Podemos escribir estas expresiones de una forma más similar a la de Biot [3], y eliminando el factor de estructura:

$$\rho_{11} = (1-f_0) \rho_s^0 - \rho_{12}$$

$$\rho_{22} = \rho_f^0 f_0 - \rho_{12} \quad (1.70)$$

Ahora queda más clara, la física involucrada en los parámetros densidad incluidos por Biot, estando así, el acoplamiento inercial determinado por el factor K (factor de estructura). Cuando éste toma el valor unidad, el acoplamiento ρ_{12} se anula, y los coeficientes ρ_{11} y ρ_{22} , toman los valores de la densidad de la estructura sólida, y la del fluido en los poros, respectivamente (afectadas por el correspondiente factor volumétrico- porosidad -). Al tomar el factor de estructura valores mayores que la unidad, el acoplamiento inercial ρ_{12} , se hace negativo, lo cual representa un incremento aparente en las masas del sólido y fluido, debido precisamente a este acoplamiento inercial. Como ya se mostró en la figura 1.1, este acoplamiento es debido a que la presencia de la estructura porosa, provoca que los desplazamientos en el fluido se separen de la dirección de la fuerza aplicada, pudiéndose interpretar este efecto, como un incremento de masa inercial.

Para la resolución del sistema (1.74), debemos recurrir a la información previamente obtenida, de forma que con (1.67), (1.69), (1.72) y (1.73), obtenemos:

$$p_f^* = \frac{-\rho_f^0 c_f^2}{1+\beta} \left[\left(\frac{1-f_0}{f_0} \right)^2 v \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} \right]$$

$$p_s^* = - \left(\frac{\rho_f^0 c_f^2 (1-f_0)^4 v^2 / f_0}{1+\beta} + E \right) \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\rho_f^0 c_f^2 2v}{1+\beta} \frac{\partial U}{\partial x} \quad (1.77)$$

donde:

$$\beta = \frac{(1-f_0) \rho_f^0 c_f^2 2(1+v)}{f_0 E / (1-2v)} \quad (1.78)$$

Sustituyendo las expresiones (1.77) en el sistema (1.74), éste resulta resoluble.

Llegado este punto, resulta interesante hacer una comparación entre las expresiones de Biot (1.44), y el resultado ahora obtenido. Esta comparación es equivalente a la que presentan C. Depollier, J. F. Allard y W. Lauriks [34] al comparar diversos modelos desarrollados a partir de las ecuaciones de continuidad para un medio poroso ([30], [31] y [32]), con la teoría de Biot. La principal conclusión de estos autores es que la teoría de Biot es una potente herramienta en el estudio de materiales porosos, en los que como en el caso ahora analizado ahora, la geometría es sencilla (absorbentes acústicos), y se puede hacer un tratamiento simplificado. En estas condiciones, dicha teoría suministra las condiciones de validez de las ecuaciones de continuidad que tradicionalmente se han utilizado para la descripción de estos materiales, y permite detectar inconsistencias en tales expresiones. En algunos casos [30], [31] y [32], este detectar inconsistencias, es hecho de forma sencilla, y gracias a la especial simetría que guarda el coeficiente elástico que da cuenta del acoplamiento mecánico (Q) en las expresiones finales de Biot (1.44). Este término de acoplamiento entre las dos ecuaciones del movimiento que describen al medio, debe ser idéntico en ambas, lo cual no sucede siempre, hecho que está directamente relacionado con las ecuaciones de continuidad empleadas, y con la validez o no de éstas.

1.3.b. Isomorfismo entre los modelos teóricos presentados. Aplicación al cálculo de las constantes elásticas de un medio poroso.

Centremos ahora, el análisis en la comparación entre las expresiones (1.74) obtenidas por Moore y Lyon [29], y las de Biot (1.44). En este caso no se presenta ninguna inconsistencia entre ambos sistemas de ecuaciones, por lo que en principio, las ecuaciones de continuidad empleadas, son compatibles con la teoría de Biot.

Esto no es siempre así, y de hecho, como ya se ha comentado, para los trabajos [30], [31] y [32], ambos conjuntos de ecuaciones son incompatibles. En el caso en el que no exista ninguna incompatibilidad formal entre las ecuaciones de Biot, y las ecuaciones para la propagación obtenidas mediante el procedimiento basado en las ecuaciones de continuidad, entonces es posible dar un paso más en los desarrollos hechos hasta ahora, como muestran T. E. Gómez y E. Riera en [35], y establecer una relación directa entre los coeficientes elásticos de Biot, y los parámetros físicos en función de los cuales se desarrollaron las ecuaciones de continuidad y las ecuaciones constitutivas del medio. Esto permite relacionar las constantes elásticas de la teoría de Biot con otros parámetros físicos aparte de la compresibilidad de la estructura, y de la compresibilidad empaquetada del medio poroso. Para mayor claridad del procedimiento que proponemos, lo aplicaremos ahora a dos casos concretos.

1.3.b.1. Caso isótropo, comparación con los resultados de Biot-Willis

En este caso, como ya se ha comentado, las expresiones (1.74) obtenidas de seguir el procedimiento de Moore y Lyon [29], no presentan ninguna incompatibilidad formal con las expresiones de la teoría de Biot. Ahora, imponemos la condición de que los conjuntos de ecuaciones (1.74) y (1.78) sean idénticos al sistema (1.44), igualando coeficientes, obtenemos las siguientes relaciones:

$$P = (1 - f_0) \left[\frac{K_f (1 - f_0) 4 v^2 / f_0}{1 + \beta} + E \right]$$

$$Q = (1 - f_0) \frac{K_f}{1 + \beta} 2 v \quad (1.79)$$

$$R = f_0 \frac{K_f}{1 + \beta}$$

En donde se ha tenido en cuenta que: $K_f = \rho_f^0 c_f^2$.

La importancia de estas expresiones radica no sólo en que nos proporcionan las condiciones de compatibilidad de las ecuaciones de continuidad (1.67) con la teoría de Biot, sino, también, en que nos proporcionan un método nuevo para el cálculo de las constantes elásticas del medio P , Q y R , que deben ser compatibles (en este caso) con los resultados de Biot-Willis (1.31).

Antes de analizar en profundidad esta semejanza, expondremos de forma clara ventajas e inconvenientes de este procedimiento teórico. La ventaja principal del método ahora propuesto es que no necesita de la caracterización mecánica de la estructura porosa (módulo de compresibilidad de la estructura K_b), que no siempre resulta inmediata, ni experimentalmente simple. Esto es debido, a que éstas consideraciones ya se han incluido en las ecuaciones de continuidad, y en las hipótesis hechas acerca de la geometría de la estructura porosa. Sin embargo, la principal limitación radica en el que dicha geometría debe ser sencilla, y en el caso

aquí desarrollado, de la forma mostrada en la figura 1.3. En caso contrario, las expresiones se complican, (en este caso no hubiera sido posible hacer la aproximación (1.71)) y no es posible establecer una relación directa como en el caso que se ha estudiado. Como ya se ha comentado, este aspecto no es muy decisivo en el estudio de absorbentes acústicos, pues la geometría suele ser sencilla, pero sí en el caso de otros tipos de materiales.

Otra ventaja adicional que presenta éste método, es la posibilidad de calcular de forma exacta las constantes elásticas de un medio no isótropo, requeridas por la formulación de Biot, para lo que no existe ningún procedimiento exacto, como T. E. Gómez y E. Riera muestran en [36], aunque esto lo dejaremos para el siguiente apartado.

Fijémonos ahora en la equivalencia entre las expresiones (1.31) y (1.79). Hacer una comparación algebraica de estas expresiones no es posible, por lo que nos deberíamos restringir a una comparación numérica, pero antes de esto, resulta interesante recurrir a las expresiones (1.34) simplificadas para el caso de alta porosidad (1.35). En este caso las expresiones derivadas por el nuevo método aquí expuesto (1.79), se reducen a:

$$\begin{aligned} P &= (1 - f_0)E + \frac{(1 - f_0)^2}{f_0} 4 \nu^2 K_f \\ Q &= (1 - f_0)K_f 2 \nu \\ R &= f_0 K_f \end{aligned} \tag{1.80}$$

Para el caso en el que el coeficiente de Poisson del sólido tome valores altos, las expresiones ahora obtenidas, tienden a hacerse idénticas a las obtenidas por Biot y Willis para el rango de alta porosidad, por lo que en esas circunstancias se verifica la equivalencia esperada. No obstante, resultará muy interesante hacer una comparación numérica con las expresiones sin simplificar, y para distintos valores de los coeficientes de Poisson.

Procedamos, ahora, con dicha comparación numérica. Para esto consideremos un sólido tal que su módulo de Young y su coeficiente de Poisson tomen los valores: $E=4.38 \times 10^9$ N/m y $\nu=0.45$ respectivamente (es decir, al menos en lo que se refiere al coeficiente de Poisson, cerca de la situación de equivalencia de las ecuaciones (1.80) y (1.35)). Igualmente supongamos que las constantes elásticas de la estructura, satisfacen una ley sencilla, consecuente con el planteamiento desarrollado hasta ahora:

$$E_e = (1 - f_0)E \tag{1.81}$$

siendo E_e el módulo de Young para la estructura, y para el coeficiente de Poisson de la estructura (ν), tomaremos los valores 0.1, 0.2, 0.3 y 0.4. Finalmente, supongamos que el fluido que satura a la estructura porosa es agua, en este caso, las figuras 1.4, 1.5 y 1.6 nos muestran la comparación entre las constantes elásticas P , Q y R

obtenidas mediante las expresiones de Biot y Willis (1.31), y las derivadas mediante el procedimiento aquí expuesto (expresiones (1.79)).

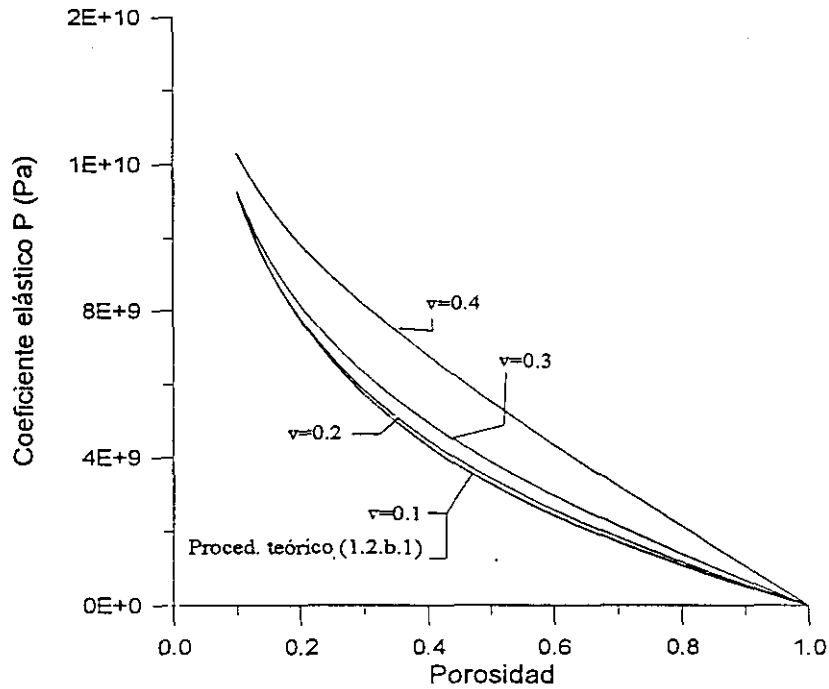


Figura 1.4.

Comparación entre los resultados, para el coeficiente elástico P , de las expresiones (1.31) -Biot Willis- y las (1.79) (Proc. teórico 1.3.b.1), para varios valores del coeficiente de Poisson (ν) de la estructura sólida.

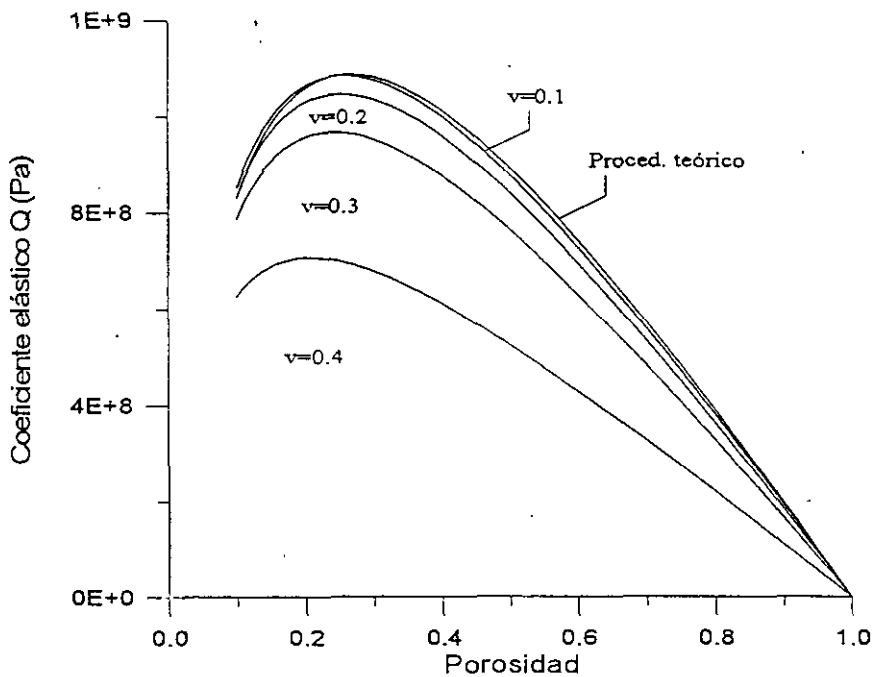


Figura 1.5.

Comparación entre los resultados, para el coeficiente elástico Q , de las expresiones (1.31) -Biot Willis- y las (1.79) (Proc. teórico 1.3.b.1), para varios valores del coeficiente de Poisson (ν) de la estructura sólida.

En la última de las figuras (1.6), las trazas correspondientes a los valores del coeficiente de Poisson (ν) de 0.3 y 0.4 se han omitido ya que quitaban claridad a la representación. Obviamente, estas trazas se hayan comprendidas entre la de $\nu=0.2$, y la correspondiente a los resultados del procedimiento teórico aquí expuesto.

Como puede observarse, la coincidencia de ambos resultados es bastante buena para valores bajos del coeficiente de Poisson de la estructura (ν), y no sólo dentro del rango de alta porosidad, donde como se esperaba se hace idénticos, sino para todo el rango de porosidad. Esto es un claro indicativo de la bondad del procedimiento. Por otro lado, también puede observarse, que el acuerdo es menor para valores por encima de 0.3, aunque sigue siendo bueno para alta porosidad.

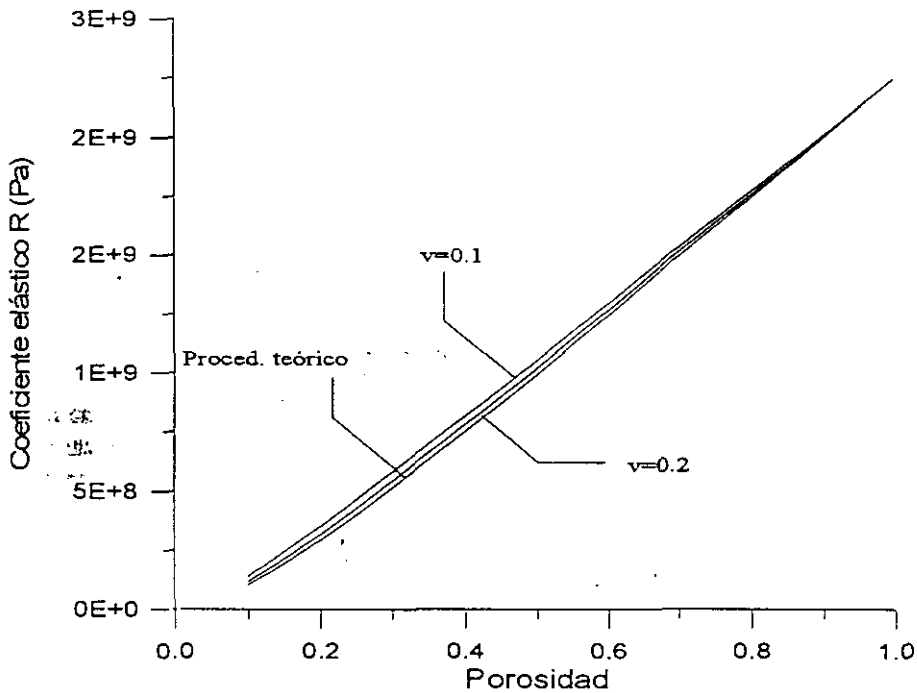


Figura 1.6.

Comparación entre los resultados, para el coeficiente elástico R , de las expresiones (1.31) -Biot Willis- y las (1.79) (Proc. teórico 1.3.b.1), para varios valores del coeficiente de Poisson (ν) de la estructura sólida.

1.3.b.2. Caso anisótropo. Isotropía transversal.

En cualquier caso, el aspecto más interesante de esta comparación teórica entre ambos procedimientos, no reside en la verificación de las constantes elásticas que se obtienen con otro tipo de expresiones ya disponibles, como ha sido el caso analizado en el apartado anterior, al comparar los resultados con las predicciones de Biot y Willis [22]; sino que resulta más interesante, la aplicación de esta técnica al cálculo de las constantes elásticas de medios que no han sido descritos por otros procedimientos. En particular, resulta de especial interés, el análisis de medios porosos no isótropos, los cuales no han sido descritos de una forma tan rigurosa como lo han sido los medios isótropos.

Ahora, nos centraremos en el análisis de un tipo particular de anisotropía, especialmente sencillo e interesante: "isotropía transversal", pero que proporciona suficiente generalidad al tratamiento, como para que pueda ser aplicado a otros casos. Como ya se ha comentado, este caso denominado de isotropía transversal, corresponde a un material que posee un eje de simetría con respecto al cual, puede ser considerado como isótropo.

Para el estudio teórico-experimental de estos materiales que poseen este tipo de simetría, algunos autores como M. D. Sharma y M. L. Gogna [23] han probado una extensión fenomenológica del caso isótropo, de forma que han incluido algunos parámetros, con los que modifican el comportamiento isótropo, y que son ajustados conforme a los resultados experimentales. Evidentemente, resulta una importante limitación el no disponer de expresiones exactas que nos proporcionen las constantes elásticas en el caso no isótropo, y limita de forma importante el rango de aplicabilidad de la teoría.

Aplicaremos, ahora, el procedimiento desarrollado en el apartado anterior, a un medio poroso en el que el sólido que constituye la matriz porosa, presenta unas constantes elásticas anisótropas, en particular, unas relaciones tensión-deformación de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_t & -\nu_{tt}/E_t & -\nu_{tl}/E_t & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{tt}/E_t & 1/E_t & -\nu_{tl}/E_t & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{tl}/E_t & -\nu_{tl}/E_t & 1/E_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{tt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{lt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (1.82)$$

En este caso las relaciones tensión-deformación (1.27) para el medio poroso pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2Ne_x + A(e_x + e_y) + Fe_z + M\varepsilon \\ \tau_{yy} &= 2Ne_y + A(e_x + e_y) + Fe_z + M\varepsilon \\ \tau_{zz} &= Ce_z + F(e_x + e_y) + Q\varepsilon \\ \gamma_{yz} &= Le_{yz}, \quad \gamma_{zx} = Le_{xz}, \quad \gamma_{xy} = Ne_{xy} \\ p_f &= M(e_x + e_y) + Qe_z + M\varepsilon \end{aligned} \quad (1.83)$$

De forma que las ecuaciones del movimiento, tal y como son formuladas por Biot (para la propagación en el eje x) resultan:

$$\begin{aligned}
 2N \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + A \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + F \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial z} + M \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} &= \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u_x + \rho_{12} U_x) + b \frac{\partial}{\partial t} (u_x - U_x)
 \end{aligned} \tag{1.84.a}$$

$$\begin{aligned}
 M \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} \right) + Q \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} + R \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} &= \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} u_x + \rho_{22} U_x) - b \frac{\partial}{\partial t} (u_x - U_x)
 \end{aligned} \tag{1.84.b}$$

Procedamos ahora de forma análoga a como se hizo en el caso anterior. Esto es, desarrollaremos, por simplicidad, un modelo unidimensional para la propagación (según el eje x), de forma que la geometría del sólido permita suponer válidas una vez más las expresiones (1.62), (1.65) y (1.71).

Ahora, y teniendo en cuenta las nuevas relaciones tensión deformación (1.82), las expresiones (1.72) y (1.73) deben ser modificadas. Así pues, y procediendo de forma análoga al apartado anterior, obtenemos:

$$e = A_1 \frac{\partial u}{\partial x} + A_2 p_f \tag{1.85}$$

$$p_s = (v_u + v_u) p_f - E_t \frac{\partial u}{\partial x} \tag{1.86}$$

Donde v_u y v_u son los coeficientes de Poisson del medio, E_t es el módulo de Young en la dirección transversal al eje de simetría y los coeficientes A_1 y A_2 vienen dados por:

$$A_1 = 1 - v_u - v_u$$

$$A_2 = \frac{1}{E_t} \left[(v_u + v_u - 1)(v_u + v_u) - 1 + 3v_u + v_u \right] - \frac{1}{E_t} \tag{1.87}$$

Donde E_t es el módulo de Young del sólido en la dirección del eje de simetría.

Ahora deberíamos sustituir las expresiones (1.85) y (1.86) en las ecuaciones del movimiento, y por comparación con el sistema de ecuaciones derivado por la teoría de Biot (1.84), obtener expresiones para el valor de las constantes elásticas, de forma análoga a como se hizo en el capítulo anterior. De esta forma obtenemos:

$$P = 2A + N = \left[E_t - \frac{K_f}{A_3} (A_1 - 1) \frac{1-f}{f} (\nu_n + \nu_u) \right] (1-f)$$

$$R = \frac{K_f}{A_3} f \quad (1.88)$$

$$M = \frac{K_f}{A_3} (A_1 - 1) (1-f)$$

Donde el coeficiente A_3 viene dado por:

$$A_3 = 1 - K_f \frac{1-f}{f} A_2 \quad (1.89)$$

Para conseguir más información acerca del resto de constantes elásticas, tenemos que hacer un estudio similar, pero para la propagación a lo largo del eje z . Para este caso, las expresiones (1.85) y (1.86) son:

$$e = A_4 \frac{\partial u}{\partial z} + A_5 p_f^* \quad (1.90)$$

$$p_s^* = 2\nu_{tt} \frac{E_t}{E_t} p_f^* - E_t \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.91)$$

Donde los coeficientes A_4 y A_5 vienen dados por:

$$A_4 = \frac{E_t}{E_t} (1 - \nu_n - \nu_u)$$

$$A_5 = -\frac{2\nu_u(1 - \nu_n - \nu_u)}{E_t^2} E_t - \frac{1 - 3\nu_u - \nu_n}{E_t} - \frac{1}{E_t} \quad (1.92)$$

De forma que ahora obtenemos:

$$C = \left(2\nu_u \frac{E_t}{E_t} \frac{K_f}{A_6} (A_4 - 1) - E_t \right) (1-f)$$

$$\underline{Q} = 2\nu_u \frac{E_t}{E_t} \frac{K_f}{A_6} (1-f) \quad (1.93)$$

donde el coeficiente A_6 viene dado por:

$$A_6 = 1 - K_f \frac{1-f}{f} A_5 \quad (1.94)$$

Antes de continuar adelante, hay que hacer notar, que en este caso, una vez más se verifica la compatibilidad de las ecuaciones del movimiento obtenidas a partir de las ecuaciones de continuidad y ecuaciones constitutivas de cada una de las fases del medio, con respecto al planteamiento de la teoría de Biot. Esta compatibilidad formal es la que nos permitió, entonces, el cálculo de las constantes elásticas del medio, que se han presentado en (1.88) y (1.93), y en definitiva, la que nos permite desarrollar dicho cálculo una vez más para este caso.

Para estudiar mejor la influencia de la anisotropía analizaremos algunos casos numéricos, pero antes es importante apreciar cómo las expresiones obtenidas se reducen a las correspondientes al caso isótropo, cuando imponemos las condiciones de isotropía a la matriz sólida. Es decir, si imponemos las siguientes condiciones: $\nu_{tt} = \nu_{tt} = \nu$, y $E_t = E_l = E$, que corresponden a la situación de isotropía, entonces se cumple que $M=Q$ y que $C=P$ reduciéndose las expresiones (1.88) y (1.93) a las presentadas en (1.78).

Analicemos, ahora, como se mencionó, algunos casos numéricos para observar cómo influye la desviación de las constantes elásticas del sólido poroso con respecto al caso isótropo. En la tabla 1.I se presentan los casos a estudiar, mientras que en la tabla 1.II se presentan los resultados obtenidos.

El caso 1 representa la situación de isotropía, en la que se aprecia cómo efectivamente $P=C$ y $Q=M$. En los casos 2 y 3, la única magnitud que se varía es E_t de forma que se puede apreciar cómo influye en los coeficientes elásticos del medio poroso. Análogamente, en 4 y 5 sólo se cambió la magnitud de E_l con respecto al caso isótropo, y en la misma cantidad que en los casos 2 y 3. Finalmente, se variaron los coeficientes de Poisson ν_{tt} y ν_{tl} (casos 6 y 7 respectivamente).

Para un más fácil análisis del efecto que produce la variación de los distintos parámetros de la tabla 1.I sobre los resultados mostrados en la tabla 1.II, calcularemos la variación relativa de dichos resultados con respecto a la variación de los parámetros de la tabla 1.I. Dichos resultados, se muestran en la tabla 1.III.

TABLA 1.I.
Valores del módulo de Young y coeficiente de Poisson para los diversos casos a estudiar

caso	E_t (GN/m)	E_l (GN/m)	ν_{tt}	ν_{tl}
1	6	6	0.25	0.25
2	9	6	0.25	0.25
3	12	6	0.25	0.25
4	6	9	0.25	0.25
5	6	12	0.25	0.25
6	6	6	0.25	0.12
7	6	6	0.12	0.25

TABLA I.II.

Valores de las constantes elásticas del medio poroso, obtenidos para los datos de la tabla 1.I.

caso	P (GN/m)	C (GN/m)	Q (GN/m)	M (GN/m)	R (GN/m)
1	2.56	2.56	0.34	0.34	1.03
2	3.72	2.55	0.23	0.35	1.04
3	4.92	2.53	0.17	0.35	1.05
4	2.52	3.73	0.54	0.36	1.1
5	2.52	4.8	0.72	0.38	1.14
6	2.46	2.46	0.16	0.23	0.96
7	2.46	2.4	0.33	0.25	1.01

TABLA I.III

Variación relativa de las magnitudes P , C , Q , M y R , con respecto a la variación de E_t , E_l , ν_{ll} y ν_{tt}

x	casos	$\Delta P/\Delta x$	$\Delta C/\Delta x$	$\Delta Q/\Delta x$	$\Delta M/\Delta x$	$\Delta R/\Delta x$
E_t	1-2	1.36	≈ 0	0.97	≈ 0	≈ 0
	1-3	0.92	≈ 0	1.0	≈ 0	≈ 0
E_l	1-4	≈ 0	1.36	1.79	≈ 0	0.2
	1-5	≈ 0	0.87	1.12	≈ 0	0.11
ν_{ll}	1-6	≈ 0	≈ 0	0.53	0.27	0.07
ν_{tt}	1-7	≈ 0	≈ 0	≈ 0	0.26	≈ 0

De esta forma, puede apreciarse claramente, cómo la variación de E_t influye fundamentalmente en P , quien varía casi en la misma proporción, mientras que la variación de E_l lo hace sobre C , para quien sucede algo parecido. Además, se aprecia que estos dos parámetros son prácticamente independientes de las variaciones en ν_{ll} y ν_{tt} . Por el contrario, el acoplamiento Q se ve fuertemente influenciado por el cambio de cualquiera de las propiedades de sólido (salvo ν_{tt}), mientras que el acoplamiento M sólo se ve influenciado por la variación en los coeficientes de Poisson. Por último, en lo que al fluido respecta, la magnitud R se ve muy poco afectada por la variación de las propiedades del sólido, siendo E_l la que más influye.

1.4. Generalización de la teoría (2): Reflexión y transmisión en una interfase fluido-medio poroso. Generación de modos.

1.4.a. Introducción.

Como ya se ha visto, en la propagación de una onda acústica en un medio poroso, entran en juego dos tipos de mecanismos dispersores de la energía:

a) Los fenómenos poroelásticos, que son los descritos por la teoría de Biot. Estos corresponden a los mecanismos de disipación que se presentan en un medio compuesto por dos fases que interactúan tanto dinámicamente como mecánicamente. Estos fenómenos tienen lugar a escala del orden de la longitud de onda, esto es, mucho mayor que el tamaño de los poros.

b) Los fenómenos viscoelásticos, que son semejantes a los que tienen lugar en un medio continuo, y que se originan en los fenómenos de relajación tanto en una fase como en la otra e incluso en la interacción entre ambas. A diferencia que en el caso anterior, estos pueden actuar a una escala espacial menor, que se corresponde con las dimensiones típicas de los poros.

Estos dos fenómenos, como ya se indicó, más que competir se apoyan, y resultan complementarios a la hora de entender el complejo problema que supone la interacción de una onda elástica con un medio poroso. El modelo que aglutina a todos estos efectos recibe el nombre de teoría de la "poroviscoelasticidad", que es una teoría general, que aprovecha el isomorfismo existente entre las formulaciones de la teoría de la elasticidad y de la viscoelasticidad.

En particular, Rasolofosaon [25] mostró cómo los fenómenos viscoelásticos son los predominantes cuando se estudia la propagación libre en el seno de un medio poroso. Por el contrario, los fenómenos descritos por Biot (poroelasticidad) resultan prioritarios cuando la onda encuentra discontinuidades que produzcan efectos de dispersión ("*scattering*"), o simplemente existe una superficie que separa el medio poroso de un medio elástico continuo, y en dicha superficie se producen fenómenos de reflexión y transmisión.

Paradójicamente, la teoría de Biot por sí misma, tal y como fue planteada, no da cuenta de los procesos que tienen lugar cuando una onda propagándose por un medio poroso encuentra una superficie de discontinuidad que separa el medio

poroso de un medio elástico continuo. Como hemos visto, es en este caso cuando precisamente son predominantes los fenómenos de poroelasticidad sobre los viscosos, de forma que en ese punto de especial importancia, la teoría de Biot no proporciona la información deseada, mientras que sí lo hace cuando los fenómenos predominantes son los otros, los de tipo viscoelástico. Obviamente, esto representa una clara limitación al estudio de materiales porosos en términos de la teoría de Biot. Por este motivo, es necesario ampliar la aplicabilidad de la teoría tanto a fenómenos de reflexión y transmisión, como a fenómenos de dispersión ("scattering").

En este apartado nos centraremos en el problema de la interacción de una onda acústica con la superficie de separación entre un fluido y un medio poroso, y en el siguiente nos centraremos en el estudio de problemas de dispersión por inclusiones en un medio poroso.

Resulta claro, según ya han demostrado otros autores: H. Deresiewicz et al. [37] y [38] y H. Rosenbaum [39], que la completa resolución del problema que nos ocupa se encuentra ligada a una adecuada descripción de las condiciones de contorno macroscópicas¹ que se pueden imponer en una superficie de discontinuidad entre dos medios, de los cuales, al menos uno es un sólido poroso. Estas condiciones de contorno determinarán la amplitud asociada a cada uno de los modos que se generarán en dicha interfase. En este caso que vamos a estudiar ahora, aparece un problema que no se encuentra en otros campos de la acústica, y es que debido a la existencia de un grado de libertad adicional en el sólido poroso (el cual se manifiesta mediante la aparición de un modo longitudinal de propagación adicional -MLL-), es necesario incluir una condición de contorno adicional.

Nos restringiremos ahora al caso de la discontinuidad entre un medio poroso y un fluido, el cual presenta peculiaridades que no aparecen en otros casos como el de la discontinuidad entre un sólido y un sólido poroso, debido esto a la mayor libertad que posee el fluido en aquel caso. Según exponen S. Feng y D. L. Johnson en [40] y [41], y como también puede apreciarse en el apéndice II, donde se analizan más en detalle el problema de las condiciones de contorno, la condición adicional que requiere la solución del problema, se refiere a el establecimiento de una cierta proporcionalidad entre la discontinuidad en la presión de fluido a través de la superficie de separación entre los dos medios, y la velocidad relativa entre ambas fases del medio poroso. Este tratamiento requiere la inclusión de un cierto parámetro, denominado impedancia de flujo en la superficie, el cual no puede ser determinado de forma exacta. Cuando esta impedancia toma el valor cero, entonces la condición de contorno adicional se reduce a que la presión en el fluido libre debe ser igual a la presión en el fluido en el interior de los poros, lo cual se corresponde con la aproximación de "poro abierto". En el otro extremo, cuando la impedancia de flujo en la superficie toma valores muy altos (tiende a infinito), entonces dicha condición de contorno se reduce a que no se produce flujo relativo entre sólido y fluido en la superficie, lo cual se conoce como la aproximación de "poro cerrado".

¹Recuérdese, que la teoría de Biot esta formulada para el caso en el que la longitud de onda es mucho mayor que el tamaño de los poros, y que, por tanto, los campos de presiones y desplazamiento se obtienen como promedios sobre volúmenes de tamaño asociados a la longitud de onda.

Aparte de los trabajos ya mencionados, existen algunos otros, en la bibliografía disponible, ([19], [42], [43] y [44]), que estudian los fenómenos de reflexión y transmisión en la superficie de separación entre dos medios cuando al menos uno de ellos es un sólido poroso. En general, estos trabajos se interesan por el cálculo de la energía total transmitida, y reflejada, prestando poco interés a la magnitud de la energía asociada con cada modo. Por otro lado, hay que decir que existe un interés específico en el estudio de dicha generación de modos en la superficie entre un medio fluido y un medio poroso, cuando una onda elástica pasa del primero al segundo. Este interés reside en el hecho bien conocido de la extremada dificultad de observar experimentalmente la propagación del MLL. Este hecho en muchas ocasiones está conectado con la posibilidad de que este modo de propagación no sea generado en cantidad suficiente en la superficie del medio poroso cuando la onda elástica incide sobre él. Por este motivo, el conocimiento exacto de la magnitud de la generación de MLL resulta de vital importancia a la hora de predecir la posible observación de este modo. En este sentido, resulta de especial interés el trabajo de K. Wu, Q. Xue y L. Adler [45], en el que hacen un estudio detallado de la energía que se transmite por cada modo en una muestra porosa como las de Biot en función del ángulo de incidencia (para las aproximaciones de poro abierto y cerrado), aunque no analizan la influencia de las propiedades de cada medio sobre la generación de modos, cosa que sí desarrollaremos en este trabajo.

En este apartado nos centraremos en el estudio de los fenómenos de reflexión y transmisión en la superficie de discontinuidad entre un medio fluido y un medio poroso. Siguiendo el planteamiento de T. E. Gómez y E. Riera [46], se obtendrán tanto los campos reflejados y transmitidos, así como una descripción detallada del fenómeno de generación de modos, y la influencia de las características de los materiales constitutivos del medio poroso, en cada uno de estos modos de propagación. Esto se desarrollará de forma original y se obtendrá que para ciertas circunstancias el modelo planteado puede ser resuelto analíticamente sustituyendo la tercera condición de contorno por cierta información entorno al comportamiento global del medio. Así, se obtiene una expresión sencilla para la impedancia de flujo en la superficie reduciéndose los casos extremos antes propuestos (aproximaciones de poro abierto y poro cerrado) a los casos de porosidad uno o porosidad cero respectivamente, lo cual es rigurosamente cierto.

Por último simularemos el comportamiento de una muestra de grosor finito de material poroso en inmersión, en la que las dos superficies (delantera y trasera) interactúan, presentándose resonancias relacionadas con el espesor de la muestra.

1.4.b. Planteamiento y resolución del modelo matemático.

Para la resolución del problema del cálculo de la energía reflejada y transmitida en la superficie de separación entre un medio poroso y un fluido,

recurrimos como en el caso clásico, a las condiciones de continuidad en la superficie. Estas, como es bien sabido, son:

a) Continuidad de la componente normal de la presión en el cambio de medio.

b) Continuidad en las velocidades.

Consideremos ahora los campos de presiones en cada una de las zonas del espacio (fluido y medio elástico), que esquemáticamente se representan en la figura 1.7.

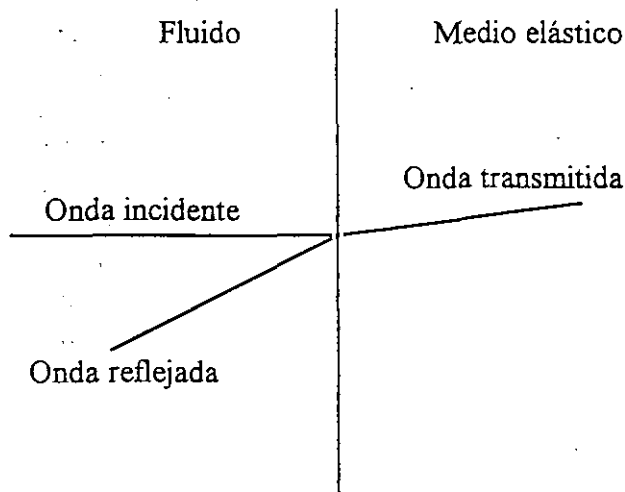


Figura 1.7.

Representación de los fenómenos de transmisión y reflexión de una onda elástica plana en incidencia normal sobre la superficie de separación entre un fluido y un medio elástico continuo.

En el fluido tendremos:

$$P_f = A_i e^{i(kx - \omega t)} + B e^{-i(kx + \omega t)} \quad (1.95)$$

donde A_i y B son la amplitud del campo de presiones incidente y reflejado respectivamente.

Mientras que en el medio elástico tenemos:

$$P_{me} = A_t e^{i(kx - \omega t)} \quad (1.96)$$

donde A_t representa la amplitud del campo de presiones transmitido.

Imponiendo ahora las condiciones de continuidad antes planteadas en la superficie de discontinuidad $x=0$, se obtiene un sistema de ecuaciones, del que podemos obtener el valor de cada uno de los coeficientes (B y A_t).

El sistema a resolver es el siguiente:

$$A_i + B = A_t$$

$$\frac{A_i - B}{Z_0} = \frac{A_t}{Z_m} \quad (1.97)$$

Donde Z_0 y Z_m corresponden a las impedancias acústicas específicas del fluido y del medio elástico respectivamente.

De las expresiones (1.97), pueden entonces calcularse las amplitudes B y A_t , de forma que el problema estaría resuelto.

Consideremos ahora que el medio sobre el que incide la onda elástica es un medio poroso, cuyas características acústicas responden a las proporcionadas por la teoría de Biot. En este caso, tendremos dos modos distintos de propagación para la onda transmitida, tal y como se representa en la figura 1.8.

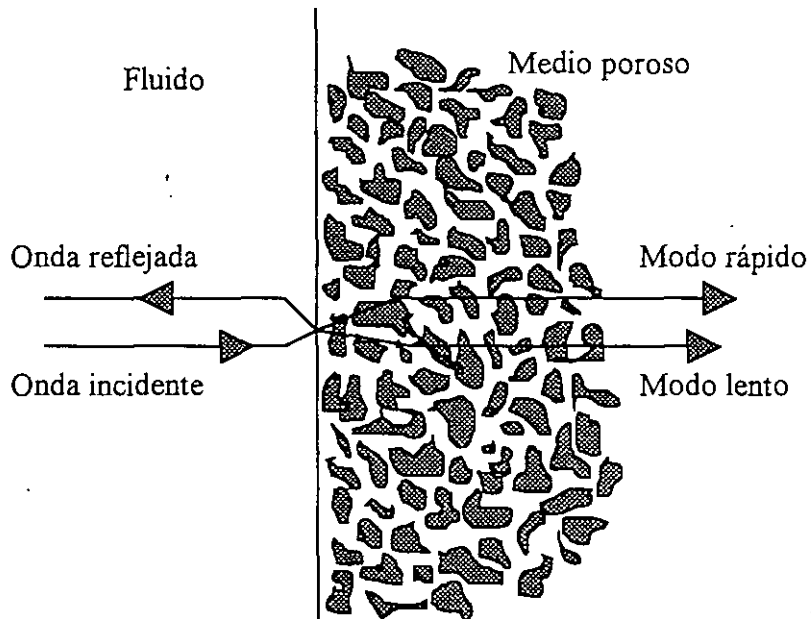


Figura 1.8.

Representación de los fenómenos de reflexión, transmisión y conversión de modos en la superficie de separación entre un fluido y un medio poroso, para incidencia normal.

Los campos de presiones en cada una de las zonas del espacio vendrán ahora representados por:

En el fluido:

$$P_f = A_i e^{i(kx - \omega t)} + B e^{-i(kx + \omega t)} \quad (1.98)$$

Mientras que en el medio poroso tenemos:

$$P_i = A_R e^{i(k_R x - \omega t)} + A_L e^{i(k_L x - \omega t)} \quad (1.99)$$

siendo A_R y A_L las amplitudes de los campos de presión transmitidos al medio poroso, relacionadas con el MLR y el MLL.

De esta forma, las expresiones (1.97) para este caso resultan:

$$\begin{aligned} A_i + B &= A_R + A_L \\ \frac{A_i - B}{Z_0} &= \frac{A_R}{Z_R} + \frac{A_L}{Z_L} \end{aligned} \quad (1.100)$$

Donde Z_R y Z_L representan las impedancias de cada uno de los modos.

Como ya se ha mencionado en la introducción, la resolución de este sistema de ecuaciones requiere el conocimiento de una tercera condición que se deberá satisfacer en la interfase entre el medio poroso y el fluido, condición esta que, como se puede ver en el apéndice II, y ya ha sido mencionado, depende de un cierto parámetro que se denomina impedancia de flujo en la superficie.

Tras algunas transformaciones algebraicas podemos escribir las ecuaciones (1.100) en forma paramétrica tal y como sigue a continuación:

$$\begin{aligned} A_i + B + \Lambda^p / (1 - f) &= A_R^S + A_L^S \\ \frac{A_i - (B - \Lambda^v / (1 - f))}{Z_0} &= \frac{A_R^S}{Z_R^S} + \frac{A_L^S}{Z_L^S} \end{aligned} \quad (1.101.a)$$

$$\begin{aligned} A_i + B - \Lambda^p / f &= A_R^F + A_L^F \\ \frac{A_i - (B + \Lambda^v / f)}{Z_0} &= \frac{A_R^F}{Z_R^F} + \frac{A_L^F}{Z_L^F} \end{aligned} \quad (1.101.b)$$

Donde Λ^p y Λ^v son los parámetros introducidos, de tal forma que el conocimiento de la relación que existe entre ellos es equivalente al conocimiento de la tercera condición de contorno que se puede imponer en la superficie de discontinuidad entre el fluido y el medio poroso, lo cual, junto con las expresiones derivadas de las ecuaciones del movimiento de la teoría de Biot de las que se puede

obtener la relación entre los campos de presiones para cada modo en cada una de las fases componentes del medio poroso (ecs. (1.51)), daría lugar a la resolución del problema. En el apéndice II se demuestra que el conocimiento de dicha relación entre los parámetros introducidos es equivalente a conocer la impedancia del flujo en la superficie.

Consideremos, ahora, que tenemos un caso particular determinado por la siguiente relación entre los parámetros del sistema:

$$\Lambda^p = -\Lambda^v \quad (1.102)$$

En estas condiciones, el sistema definido por (1.101) resulta:

$$\begin{aligned} A_i + B' &= A_R^s + A_L^s \\ \frac{A_i - B'}{Z_0} &= \frac{A_R^s}{Z_R^s} + \frac{A_L^s}{Z_L^s} \end{aligned} \quad (1.103a)$$

$$\begin{aligned} A_i + B'' &= A_R^f + A_L^f \\ \frac{A_i - B''}{Z_0} &= \frac{A_R^f}{Z_R^f} + \frac{A_L^f}{Z_L^f} \end{aligned} \quad (1.103.b)$$

Donde B' y B'' vienen definidas por:

$$\begin{aligned} B' &= B + \Lambda^p / (1 - f) \\ B'' &= B - \Lambda^p / f \end{aligned} \quad (1.104)$$

Puede observarse, que el sistema de ecuaciones definido por (1.103.a) y (1.103.b), es claramente similar al sistema definido por las ecuaciones (1.100). En este sistema aparecen sólido y fluido aparentemente separados, pero B' y B'' no pueden ser relacionadas con los campos reflejados por una u otra fase ya que la relación que se ha supuesto entre la longitud de onda y el tamaño de poro, impone que el cálculo de los campos asociados a cada modo de propagación se haga sobre volúmenes de dimensiones mucho mayores que el tamaño de poro y del orden de magnitud de la longitud de onda. Claramente, este procedimiento impide hacer la asociación arriba comentada. En particular, el significado físico de las magnitudes B' y B'' no es obvio, pero podemos decir que se encuentran relacionados con el campo total reflejado, más o menos una cierta contribución debida a las características del flujo del fluido hacia adentro o afuera del sólido poroso en la superficie de discontinuidad.

Cuando el comportamiento del medio poroso se puede asemejar al de un medio continuo de la forma en que se ha hecho en (1.103), entonces si se tiene en cuenta la información proporcionada por la expresión (1.51), el sistema puede ser resuelto analíticamente de forma sencilla, lo cual es una de las ventajas del

procedimiento. En particular, se obtiene que las amplitudes de los campos de presiones asociadas al MLL y al MLR en cada una de las fases viene determinada por:

$$A_R^F = \left[2A_i - \frac{A_L^F}{F_L} \left(1 + \frac{Z_0}{Z_L^S} \right) \right] F_R / \left(1 + \frac{Z_0}{Z_R^S} \right)$$

$$A_L^F = 2A_i \frac{1 + Z_0/Z_R^S - F_R(1 + Z_0/Z_R^F)}{(1 + Z_0/Z_L^F)(1 + Z_0/Z_R^S) - (1 + Z_0/Z_L^S)(1 + Z_0/Z_R^F)F_R/F_L} \quad (1.105)$$

De esta forma, tenemos completamente resuelto el problema de la transmisión y reflexión en la superficie entre un medio poroso y un fluido, y ha quedado completamente descrito el fenómeno de generación de los modos en función de características acústicas y mecánicas del medio poroso. Como ya se había comentado, éste era precisamente uno de los objetivos buscados, ya que no existen trabajos previos que permitan obtener unas relaciones como las presentadas en (1.105).

La influencia de las propiedades del medio, y de cada uno de los componentes, en la generación de modos, será analizada más en detalle cuando se aplique la teoría a algunos casos experimentales concretos. No obstante, para una mayor clarificación de la física involucrada en el problema, analizaremos ahora algunos casos extremos, que permiten hacer algunas aproximaciones.

Supongamos, en primer lugar, que las impedancias del MLR muy semejantes entre sí: $Z_R^F \cong Z_R^S$, así, para este caso obtenemos:

$$A_L^F = 2A_i \frac{(1 - F_R)}{(1 + Z_0/Z_L^F) - (1 + Z_0/Z_L^S)F_R/F_L} \quad (1.106)$$

Analicemos ahora los valores que puede tomar el coeficiente F_R . Sabemos, que para el modo rápido los desplazamientos tienden a ser semejantes y en fase, pero analicemos su valor más en detalle. Según la ecuación (1.104), tenemos:

$$F_R = \frac{i\omega b + \rho_{12}\omega^2 - k_R^2 Q}{i\omega b - \rho_{22}\omega^2 + k_R^2 R} \quad (1.107)$$

de forma que cuando el término dominante es el asociado a la resistencia al flujo (b), entonces: $F_R \rightarrow 1$, por lo que $A_L^F, A_L^S \rightarrow 0$.

Es decir, cuando las impedancias que presentan sólido y fluido al MLR son semejantes entre sí, y las velocidades de desplazamiento tanto de sólido como del fluido son próximas y en fase, entonces no se genera el MLL predicho por Biot.

Dicho de una forma más sencilla, si las propiedades acústicas del sólido y fluido son muy semejantes, entonces el MLL, que como ya vimos se corresponde con un estado de vibración de sólido y fluido que tiende a ser en contrafase, no se genera, es decir, la onda acústica incidente no es capaz de "separar" el movimiento de ambas fases, de forma que sólo se genera MLR.

Estos resultados proporcionan una primera idea sobre la generación y observabilidad del MLL, que resultará de interés para el resto del trabajo: si el sólido y el fluido son acústicamente muy semejantes, entonces el modo lento no podrá ser observado debido a que no se genera, o que la generación es muy débil.

Volvamos, ahora, sobre la aproximación que se ha hecho para poder resolver el problema. Esta, como se recordará, es la similitud entre el comportamiento del medio poroso y la del medio homogéneo, que se traduce en:

$$\Lambda^p = -\Lambda^v \quad (1.102)$$

Esta condición sustituye a la tercera condición de contorno a imponer, de forma que, debe existir una equivalencia entre esta condición y la que emplean otros autores (ver p.e. S. Feng y D. L. Johnson [40]), referida a la proporcionalidad entre la discontinuidad en presión de fluido a través de la superficie de discontinuidad y la velocidad del flujo del fluido adentro o afuera del medio poroso. En particular, dicha equivalencia se verifica para un cierto valor de la impedancia del flujo en la superficie y viene dada por (ver apéndice II):

$$Z_{FS} = Z_0 \frac{f-1}{f} \quad (1.108)$$

donde Z_{FS} es la impedancia de flujo en la superficie.

Como ya se ha comentado, en la bibliografía especializada no se presentan formas de calcular el valor exacto de Z_{FS} , sino que se emplea una de las dos situaciones límite:

1. Aproximación de poro abierto, $Z_{FS} = 0$. En este caso, la presión sobre el fluido varía de forma continua a través de la superficie de separación entre el fluido y el medio poroso. Según la condición (1.102), la aproximación de poro abierto sólo se produce cuando $f \rightarrow 1$, lo cual resulta lógico, ya que cabe esperar que el flujo de fluido en la superficie de separación sea completamente libre cuando la matriz sólida desaparezca, ya que siempre que se halle presente producirá una cierta modificación en la presión de fluido en el interior del medio poroso.

2. Aproximación de poro cerrado, $Z_{FS} \rightarrow \infty$. En este caso, no hay flujo de fluido adentro o afuera de la matriz sólida. Esta aproximación es especialmente válida cuando tenemos una interfase medio poroso-sólido continuo (R. D. Stoll y T.-K. Kan [47] o también J. E. Santos et al. [42]) o cuando los poros en la superficie se hayan sellados por una capa de sólido (porosidad cero). Según la condición (1.102), la aproximación de poro cerrado sólo se produce cuando $f \rightarrow 0$,

lo cual esta claramente de acuerdo con las condiciones en las que esta condición se emplea.

En la figura 1.9, se muestra la evolución de la impedancia de flujo en la superficie en función de la porosidad del medio, y las zonas de aplicabilidad de las aproximaciones antes especificadas.

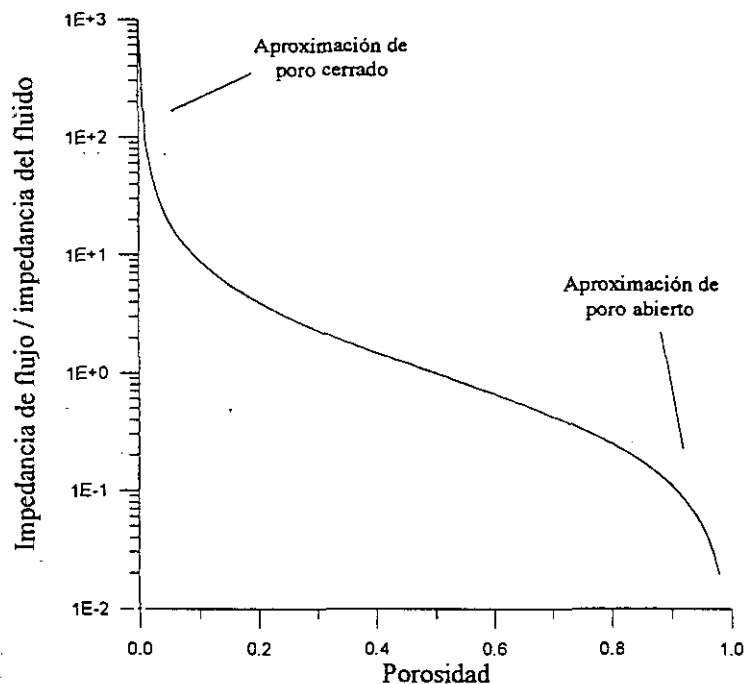


Figura 1.9.

Variación de la impedancia de flujo en la superficie de un medio poroso en función de la porosidad, según el modelo desarrollado apartir de 1.102. Pueden apreciarse las zonas de aplicabilidad de las distintas aproximaciones.

1.4.c. Transmisión y reflexión de una onda plana a través de una lámina finita de material poroso.

Consideremos ahora el problema del cálculo de la energía transmitida a través de una lámina de material poroso de un cierto espesor (l). Este problema es formalmente semejante al anterior, salvo que ahora tenemos dos superficies. De esta forma hay que tener en cuenta, que en la primera superficie, se generarán los dos modos de propagación predichos por la teoría (rápido y lento), pero que en la segunda cara, también se producirán fenómenos de conversión de modos, de forma que el MLR incidente dará lugar tanto a MLR reflejado, como a MLL reflejado, y lo mismo para el MLL incidente en dicha superficie.

La configuración de este problema, se representa de forma esquemática en la figura 1.10.

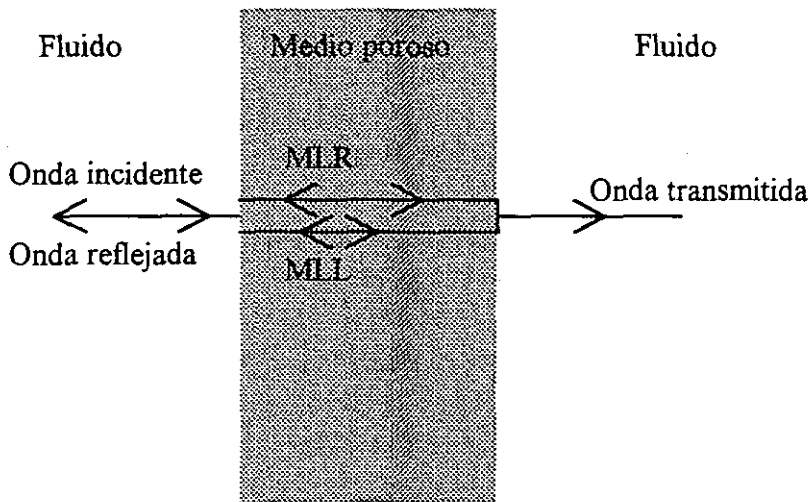


Figura 1.10.

Representación de los fenómenos involucrados en la transmisión a través de una lámina de material poroso para incidencia normal.

Consideremos ahora los campos de presiones en cada una de las zonas del espacio: antes del medio poroso, en el interior del medio poroso, y detrás del medio poroso, zonas que designaremos con los subíndices 1, 2 y 3 respectivamente. Así mismo, supongamos que el medio posee un espesor que denominaremos l . De esta forma, tenemos:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= A_i e^{i(kx - \omega t)} + B e^{-i(kx + \omega t)} \\
 P_2 &= A_R e^{i(k_R x - \omega t)} + A_L e^{i(k_L x - \omega t)} + B_R e^{-i(k_R x + \omega t)} + B_L e^{-i(k_L x + \omega t)} \\
 P_3 &= (A_R^T + A_L^T) e^{i(k(x-l) - \omega t)}
 \end{aligned} \tag{1.109}$$

Donde A_R^T y A_L^T designan la amplitud transmitida correspondientes al modo rápido y al modo lento respectivamente. Estas dos magnitudes no son separables en el espacio de la frecuencia. Al pasar al medio fluido, sólo se puede propagar un sólo modo, por lo que ambas contribuciones siempre aparecen sumadas, y sería imposible discernir cuánto de la energía transmitida se corresponde con cada modo. Si dichas contribuciones se han separado, tanto en el gráfico como en las expresiones, es por indicar de forma más clara los procesos involucrados en la transmisión.

Ahora, habría que imponer las leyes de conservación que ya se emplearon antes, en ambas superficies. De esta forma, obtenemos:

$$A_i + B = A_R + A_L + B_R + B_L$$

$$\text{En } x=0 \quad (1.110.a)$$

$$\frac{A_i - B}{Z_0} = \frac{A_R - B_R}{Z_R} + \frac{A_L - B_L}{Z_L}$$

$$A_R e^{ik_R l} + B_R e^{-ik_R l} + A_L e^{ik_L l} + B_L e^{-ik_L l} = A_R^T + A_L^T$$

$$\text{En } x=l \quad (1.110.b)$$

$$\frac{A_R e^{ik_R l} - B_R e^{-ik_R l}}{Z_R} + \frac{A_L e^{ik_L l} - B_L e^{-ik_L l}}{Z_L} = \frac{A_R^T + A_L^T}{Z_0}$$

Para poder resolver el problema definido por las ecuaciones (1.110), necesitamos cierta información adicional. Esta puede ser suministrada por la aplicación de la tercera condición de contorno en ambas superficies ($x = 0$ y $x = l$), a lo cual tiene que añadirse una cierta suposición con respecto al valor de la impedancia de flujo en la superficie, como ya se ha visto, esto puede ser sustituido por un tratamiento paramétrico en el que se fija una cierta relación entre los parámetros introducidos.

Con el procedimiento expuesto, se puede calcular el campo de presiones a la salida del medio poroso. El problema es que la contribución de ambos modos, rápido y lento, al campo de presiones a la salida, es aditivo, y no es posible separar la contribución de cada uno de ellos, al menos en el espacio de la frecuencia. No obstante, este problema no impide el cálculo de la energía transmitida asociada con la propagación de cada modo, ya que aunque en el espacio en frecuencia dichas contribuciones no son separables, sí lo son en el espacio de tiempos. Esto es debido a la diferente velocidad de propagación para cada uno de los dos modos. De esta forma, si se desea conocer el coeficiente de transmisión para cada uno de los modos, es necesario pasar del espacio en frecuencia al espacio en tiempo. Esto se realiza de forma sencilla mediante una transformada inversa de Fourier. En este espacio ambos modos resultan separables, en especial si se trabaja con pulsos suficientemente cortos, y la diferencia de velocidades es capaz de separar ambos modos a la salida del medio poroso. En este caso, se puede elegir una ventana en torno a cada eco (cada uno asociado con un modo de propagación), y volver a pasar al espacio en frecuencias, para poder hacer un estudio espectral de cada uno de los modos de propagación.

Probablemente, estos aspectos más aplicados, se aclaren algo más cuando se aborden algunos casos experimentales concretos, y se aplique todo el procedimiento explicado, lo cual se desarrollará en el próximo capítulo, y más concretamente en el apartado 2.5.

1.5. Generalización de la teoría (3): Dispersión y conversión de modos en el interior de un medio poroso inhomogeneo

1.5.a. Introducción.

En este apartado se aplicará un procedimiento semejante al que se desarrolló en el apartado anterior para, ahora, estudiar los fenómenos de dispersión que se presentan en el interior de un medio poroso no homogéneo.

Como ya vimos, la teoría de Biot en la formulación actual, sólo proporciona información sobre la propagación en un medio poroso infinito. Con respecto a la formulación primera, la teoría ha visto incorporados otros tipos de pérdidas, o factores de atenuación de la energía (fenómenos de tipo viscoso), a los descritos por Biot en sus primeros trabajos. Estos efectos han sido englobados en una teoría más general que se denominó teoría de la poroviscoelasticidad. Aún así, la teoría presenta una importante laguna, que es la debida a la falta de estudios en el caso de que existan discontinuidades, que la onda encuentra en su propagación.

El caso de discontinuidades de tipo macroscópico fue tratado en el apartado anterior, (fenómenos de reflexión y transmisión en una superficie de separación entre un medio poroso, y un fluido), mientras que ahora abordaremos el problema de las discontinuidades de tipo microscópico. En este caso nos estamos refiriendo a un medio poroso inhomogéneo. El tipo de inhomogeneidades que se considerarán serán la presencia de elementos de tamaño mucho mayor que el tamaño de poro, y de características elásticas distintas a las del medio poroso en el que se hallan insertadas. A estas inhomogeneidades las denominaremos de forma general con el término inclusiones.

A la vista de la figura 1.11 resulta claro que nos estamos refiriendo a obstáculos que son bastante mayores que el tamaño de poro, y cuyas dimensiones en comparación con la longitud de onda, a priori, no es necesario fijar. En el caso de que las inclusiones fueran de un tamaño semejante al tamaño de poro, entonces el tratamiento sería distinto al que aquí se va a exponer, y sólo implicarían una variación de las características elásticas de la estructura sólida o del fluido en los poros, dependiendo de la naturaleza de dicha inclusión. En el caso que nos ocupa, en el que las dimensiones de la inclusión son mucho mayores que las del tamaño medio de poro, el efecto producido en la propagación de una onda acústica dependerá de la relación entre la longitud de onda de la radiación incidente, y del tamaño de la inclusión. De esta forma podremos tener fenómenos de dispersión

cuando las inclusiones sean pequeñas en comparación con la longitud de onda, y resonancias de estas inclusiones cuando las dimensiones de la inclusión se hagan del orden o mayores que la longitud de onda (*scattering resonante*).

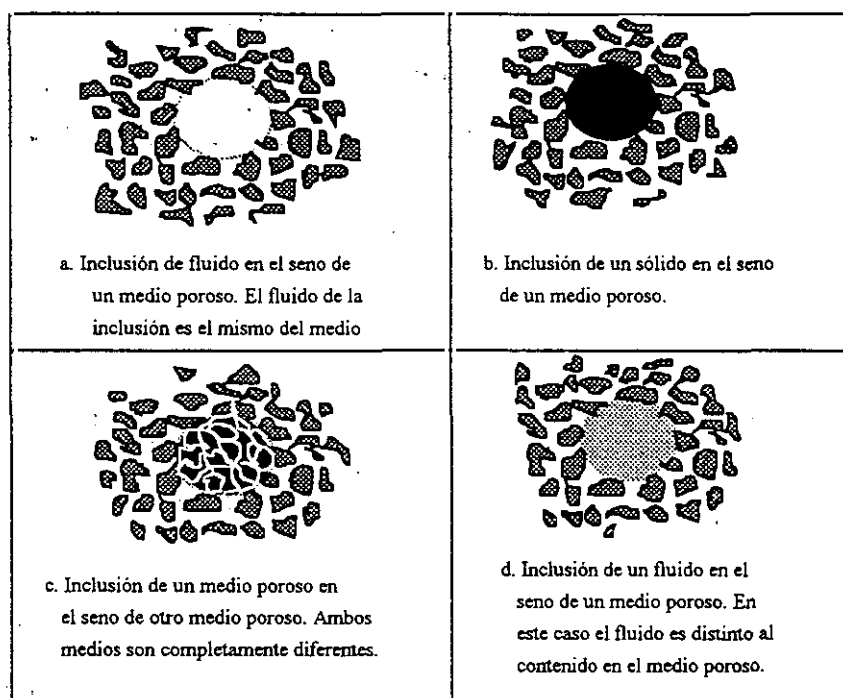


Figura 1.11.

Muestra esquemática de diversos tipos de inclusiones en el seno de un medio poroso.

Existen diversas situaciones experimentales, que deberían ser analizadas en términos de esta teoría, más completa, que va a ser desarrollada. Como ejemplos de ésto mencionaremos cuatro tipos distintos de medios porosos, que en rigor, deberían ser estudiados mediante una teoría como la que se desarrollará:

a) Aquellos medios porosos dentro de los que se puede hallar una inclusión (bien un precipitado o bien un hueco -zona de porosidad uno-), de forma más o menos aislada. Este aspecto es bastante común en materiales con los que nos encontramos a nivel experimental, como fondos marinos, rocas sedimentarias, etc. El caso de un medio que contuviera bien burbujas, o bien una mezcla de fluidos inmiscibles en su interior sería el representado en 1.11.d. siempre que las burbujas, o las gotas de uno y otro fluido fueran suficientemente grandes.

b) Los materiales denominados biporosos. Estos materiales presentan una doble estructura de poros, una de tamaño mucho menor que la otra (sería el caso de la fig 1.11.a. repetida sucesivas veces a lo largo del espacio de forma aleatoria). La diferencia sustancial con los medios incluidos en el apartado a) es que en este caso la concentración de dispersores va a ser alta (por lo que podrán darse efectos de dispersión múltiple) y por lo general poseen un tamaño menor que en el caso anterior. En este caso, al nivel de la estructura de poros de tamaño menor, la teoría de Biot se verifica de forma plena, mientras que la estructura de poros mayores, es

como una macroestructura superpuesta a la anterior, y que da lugar a fenómenos de dispersión sobre las ondas que se puedan propagar en el medio.

c) Materiales biporosos con estructura periódica. Este caso aparecerá más tarde en el estudio experimental y corresponde al caso en el que las inclusiones estén distribuidas de forma periódica en el espacio. Esta periodicidad puede dar lugar a picos de absorción importantes a determinadas frecuencias, asociadas a las distancias características de dicha red de inclusiones.

d) Materiales porosos con estructura fractal. Este caso sería una generalización del segundo, y correspondería al de medios porosos como los mencionados por M. Mandelbrot en [48]. En este caso, tendríamos que, la teoría de Biot se verificaría a una escala intermedia (mucho menor que la longitud de onda, pero no tan pequeña como para que dominen los efectos capilares), mientras que los poros mayores producirían fenómenos de dispersión como los que van a ser analizados ahora. El estudio de la propagación acústica en este caso debería incluir el efecto de la capilaridad, y tensión superficial, que serán especialmente importantes en las escalas más pequeñas.

Obviamente, mediante un procedimiento de este tipo, también podrían estudiarse los fenómenos de dispersión que en el seno de un medio elástico y continuo, produce un dispersor de naturaleza porosa, en cuyo interior se puede aplicar la teoría de Biot.

La resolución del problema que nos ocupa encuentra las mismas dificultades que el del apartado anterior. Esto es, al poder propagarse dos modos longitudinales distintos y uno transversal en el medio poroso, las ecuaciones de conservación de presiones y desplazamientos, no son suficientes para resolver el problema.

Este es uno de los problemas asociados al comportamiento acústico de un material poroso que aún hoy en día, se encuentra más desconocido. Hasta el momento, sólo existen tres trabajos publicados al respecto de este tema, y los tres son completamente teóricos. J. G. Berryman en [49] presenta una expansión multipolar del campo dispersado por una inclusión esférica, cuando la onda incidente es un MLR. En este trabajo no se presenta ningún resultado numérico, y la discusión se reduce al rango de baja frecuencia. De forma simultánea al trabajo de Berryman, A. N. Norris en [50] presentó el cálculo de la función temporal-armónica de Green asociada a una fuerza puntual aplicada en el seno del medio poroso, se obtiene una representación integral de los campos alrededor del dispersor, y se discuten las propiedades formales de las amplitudes de dispersión, pero no se calculan las amplitudes de dispersión, o las secciones eficaces de dispersión, por lo que sus resultados no son directamente aplicables. Posteriormente, S. G. Kargl y R. Lim [51] (y de forma paralela pero independiente al trabajo que aquí se va a exponer) presentaron un trabajo que pretendía salvar las deficiencias detectadas en los otros trabajos ya mencionados. De esta forma, presentan una formulación en forma de matrices de transición (*Transition-matrix formulation*), así como resultados numéricos en un amplio rango de frecuencias para las diversas secciones eficaces que se pueden calcular.

La diferencia del trabajo que se expone en este apartado con respecto a los que se ha mencionado, radica en el tratamiento de las condiciones de contorno en la superficie que delimita al dispersor. En todos los trabajos previos, y sin ninguna justificación especial, se trabaja con la aproximación de poro abierto, para la tercera de las condiciones de contorno. En este desarrollo se continúa con la idea desarrollada en el apartado anterior, y se aplica el criterio de similitud con el comportamiento de un medio continuo, lo cual proporciona (como ya se vió tanto en la sección 1.4 como en el apéndice II), una acepción más general del medio poroso que la de las aproximaciones de poro abierto o poro cerrado, y un tratamiento más sencillo del problema.

Nos centraremos en los casos de las figuras 1.11.a. y 1.11.d. Este caso es un poco más sencillo que los otros, aunque la resolución de éstos otros no aporta ninguna información adicional sobre la física involucrada en el problema, o sobre los procedimientos teóricos que es necesario emplear.

En particular en el caso 1.11.b hay que considerar que dentro de la inclusión habrá tanto ondas longitudinales, como transversales. Mientras que en el caso 1.11.c, que será la situación más compleja, dentro del dispersor estarán presentes los dos modos longitudinales predichos por la teoría de Biot, más uno transversal. Claramente el caso 1.11.a es más sencillo, ya que en el interior de la inclusión sólo puede haber un modo longitudinal, debido a que ésta está formada por un fluido. No obstante, el problema ya es bastante complicado de por sí, ya que a la teoría clásica de la dispersión (*scattering*) hay que añadirle un modo más de propagación, que en este caso se corresponde con el MLL.

Comenzaremos, apartado 1.5.b, con un breve repaso del procedimiento de resolución del problema de la dispersión en un medio elástico continuo producido por una inclusión esférica. Tras ésto, se abordará el problema de la dispersión en un medio poroso. Desarrollaremos el cálculo de las secciones eficaces de dispersión para los casos 1.11.a y 1.11.d y se calculará la constante de propagación apartir de la teoría del *multiscattering*. Se prestará especial atención a la conversión de modos (rápido→lento y lento→rápido) en la superficie del dispersor, y al estudio de la dispersión del MLL, ya que no existe ninguna descripción previa a este trabajo de dicho fenómeno.

1.5.b. Dispersión de una onda longitudinal elástica por una inclusión esférica en el seno de un medio elástico continuo.

Expondremos, ahora, de forma breve, el procedimiento teórico mediante el que se aborda el problema de la dispersión de una onda longitudinal producida por un dispersor esférico en el seno de un medio elástico continuo. Seguiremos los desarrollos de C. Ying y R. Truell [52] y R. Truell, C. Elbaum y B. B. Chick [53].

Como es bien sabido, la dispersión se produce cuando en un medio existen variaciones de las propiedades elásticas de un punto del material a otro.

Para una onda monocromática, el campo de desplazamientos s lo podemos escribir como:

$$s = s_0 e^{i\omega t} \quad (1.111)$$

Donde ω es la frecuencia angular de la onda, t es el tiempo y s_0 es función únicamente de las coordenadas espaciales, y puede ser representado mediante:

$$s_0 = -\nabla\Psi + \nabla \times [\nabla \times (r\Pi)] \quad (1.112)$$

Donde r es la distancia al origen para un sistema de coordenadas esféricas y los potenciales Ψ y Π vienen satisfechas las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} (\nabla^2 + k^2)\Psi &= 0 \\ (\nabla^2 + \kappa^2)\Pi &= 0 \end{aligned} \quad (1.113)$$

Donde: $k = \frac{2\pi}{\text{longitud de onda longitudinal}}$, y $\kappa = \frac{2\pi}{\text{longitud de onda transversal}}$.

De forma que Ψ y Π representan las partes longitudinal y transversal de la onda respectivamente.

En presencia de un dispersor, el campo acústico en cualquier punto del espacio exterior a dicho dispersor, vendrá dado por la suma del campo incidente más el campo dispersado. Esto es:

$$s_0 = s_i + s_s \quad (1.114)$$

Donde los subíndices i y s se refieren respectivamente a la onda incidente y a la dispersada. De esta forma, teniendo en cuenta que la onda incidente se considera longitudinal ($\Pi_i=0$), el campo en cualquier punto del espacio vendrá dado por:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \Psi_i + \Psi_s \\ \Pi_1 &= \Pi_i + \Pi_s = \Pi_s \end{aligned} \quad \text{Fuera del dispersor.} \quad (1.115)$$

$$\begin{aligned} \Psi_2 &= \Psi_q \\ \Pi_2 &= \Pi_q \end{aligned} \quad \text{Dentro del dispersor} \quad (1.116)$$

De forma que el subíndice 1 se refiere al material de la matriz, y el 2 al material del dispersor, mientras que el subíndice q se refiere a la onda en el interior del dispersor.

Debido a la especial geometría del problema (estamos considerando inclusiones esféricas, y que la onda incidente es longitudinal), resulta evidente que las soluciones de la ecuación de ondas serán simétricas alrededor de un eje que atraviese el centro de la esfera, y que sea paralelo a la propagación. De esta forma, si elegimos para este problema coordenadas polares (r, θ, φ) , tomando como origen el centro de la esfera, entonces la solución general de la ecuación de ondas es de la forma:

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_m z_m(lr) P_m(\cos \theta) \quad (1.117)$$

donde los coeficientes c_m son constantes, los z_m combinaciones lineales de las funciones de Bessel y Neumann de orden m , l es el número de onda (k o κ según corresponda) y P_m es el polinomio de Legendre de orden m .

De esta forma, y siguiendo el planteamiento de [51] y [52], las formas tomadas como solución son:

$$\Psi_s = \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} a(2m+1) A_m h_m(k_1 r) P_m(\cos \theta) \quad (118)$$

$$\Pi_s = \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} a(2m+1) B_m h_m(\kappa_1 r) P_m(\cos \theta)$$

$$\Psi_q = \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} a(2m+1) C_m j_m(k_2 r) P_m(\cos \theta) \quad (1.118)$$

$$\Pi_q = \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} a(2m+1) D_m j_m(\kappa_2 r) P_m(\cos \theta)$$

donde a es el radio del dispersor esférico, A_m , B_m , C_m y D_m son constantes adimensionales a calcular empleando las condiciones de contorno del problema, y finalmente, h_m es la función esférica de Hankel de segunda clase de orden m , y j_m es la función esférica de Bessel de orden m .

La onda incidente también puede ser escrita de este modo:

$$\Psi_q = (k_1)^{-1} \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} (2m+1) j_m(k_1 r) P_m(\cos \theta) \quad (1.119)$$

El cálculo de los coeficientes A_m , B_m , C_m y D_m es posible si se imponen las condiciones de frontera que los campos deben cumplir en la discontinuidad entre el medio y el dispersor. Estas condiciones son que tensiones y desplazamientos deben variar de forma continua a través de dicha superficie de separación, de esta forma, si el dispersor es una esfera elástica, tenemos que:

$$\begin{aligned}
S_{ri} + S_{rs} &= S_{rq} \\
S_{\theta i} + S_{\theta s} &= S_{\theta q} \\
\sigma_{ri} + \sigma_{rs} &= \sigma_{rq} \\
\sigma_{\theta i} + \sigma_{\theta s} &= \sigma_{\theta q}
\end{aligned}
\tag{1.120}$$

condiciones que se deben satisfacer para $r=a$. Donde los subíndices r y θ se refieren a las correspondientes componentes en coordenadas esféricas de las tensiones y los desplazamientos. Por otro lado, los subíndices i , s y q hacen referencia al campo incidente, al dispersado y al que penetra en el dispersor, respectivamente.

De esta forma, imponiendo las condiciones (1.120) a las tensiones y desplazamientos que se pueden obtener de (1.118), obtenemos un sistema de ecuaciones para cada valor de m , del que se pueden obtener los coeficientes A_m , B_m , C_m y D_m . Con estos coeficientes queda perfectamente resuelto el problema de la dispersión.

El caso en el que el dispersor sea una esfera fluida es más sencillo, debido a que en el medio fluido no pueden propagarse ondas transversales (es decir Π_q). Debido a esto, las ecuaciones (1.120) nos quedan:

$$\begin{aligned}
S_{ri} + S_{rs} &= S_{rq} \\
\sigma_{\theta i} + \sigma_{\theta s} &= 0 \\
\sigma_{ri} + \sigma_{rs} &= \sigma_{rq}
\end{aligned}
\tag{1.121}$$

Igualmente, ahora, imponiendo estas restricciones a las presiones y desplazamientos que se obtienen de (1.120), teniendo en cuenta que no habrá tensiones transversales en el dispersor, obtenemos un sistema de ecuaciones, que para cada orden m permite obtener los coeficientes buscados.

Definiremos algunas magnitudes de interés que se emplean en el problema de la dispersión, estas son: la sección eficaz de dispersión, y la amplitud de dispersión en campo lejano.

La sección eficaz de dispersión se define como la relación de energía total dispersada por unidad de tiempo a la energía incidente por unidad de área normal a la dirección de propagación y por unidad de tiempo. Esta magnitud viene definida por:

$$\gamma = 4\pi a^2 \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) \left[|A_m|^2 + m(m+1)(k_1/\kappa_1) |B_m|^2 \right]
\tag{1.122}$$

Otra magnitud de interés que emplearemos más adelante es la amplitud de dispersión en campo lejano (*far field scattering amplitude*), que da idea de cómo se distribuye espacialmente la energía dispersada. Esta magnitud viene dada por:

$$f(\theta) = \frac{1}{ik} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) B_m P_m(\cos \theta) \quad (1.123)$$

1.5.c. Dispersión de las ondas de Biot en un medio poroso por una inclusión esférica de tipo fluido.

Estudiaremos ahora la dispersión de una onda longitudinal en el seno de un medio poroso. En primer lugar, como ya se ha comentado, hay que tener en cuenta, que en este tipo de medio se pueden propagar dos tipos distintos de ondas longitudinales, de forma que la onda incidente en el dispersor puede ser de dos tipos distintos. Por otro lado, también podrá haber dos ondas longitudinales distintas dispersadas, así como una transversal. La resolución del problema depende, como ya se vió en el apartado anterior, del tratamiento de sólido y fluido de forma separada, y de la inclusión de la información proporcionada por las ecuaciones del movimiento en lo que se refiere a la relación entre los campos de velocidades o desplazamientos entre cada una de las fases para cada uno de los modos.

La situación se esquematiza en la figura 1.12

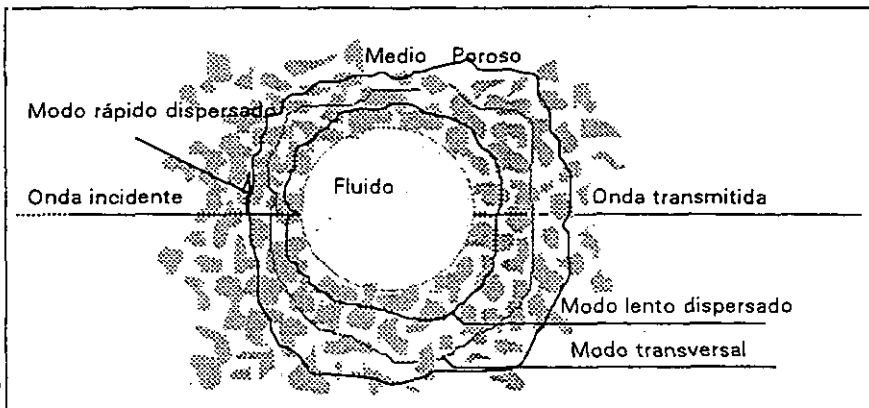


Figura 1.12.

Representación esquemática de la dispersión y conversión de modos por un dispersor esférico en el seno de un medio poroso.

Siguiendo el modelo palteado en la sección 1.4 para el comportamiento de la interfase tenemos:

- a) Interfase sólido del medio poroso-fluido del dispersor:

$$\begin{aligned}
S_{ri}^s + S_{rd}^{sr} + S_{rd}^{sl} &= S_{rp}^s \\
\sigma_{rri}^s + \sigma_{rrd}^{sr} + \sigma_{rrd}^{sl} &= \sigma_{rrp}^s \\
\sigma_{\theta ri}^s + \sigma_{\theta rd}^{sr} + \sigma_{\theta rd}^{sl} &= 0
\end{aligned}
\tag{1.124}$$

b) Interfase fluido del medio poroso-fluido del dispersor¹.

$$\begin{aligned}
S_{ri}^f + S_{rd}^{fr} + S_{rd}^{fl} &= S_{rp}^f \\
\sigma_{rri}^f + \sigma_{rrd}^{fr} + \sigma_{rrd}^{fl} &= \sigma_{rrp}^f
\end{aligned}
\tag{1.125}$$

Donde los subíndices d y p indican la onda dispersada, y la transmitida en el dispersor, y los superíndices s , f , r y l indican respectivamente sólido, fluido, modo rápido y modo lento. Como se puede apreciar, el tratamiento no se ha restringido a que la onda incidente sea algún modo en particular (rápido o lento), sino que esto se determinará en el cálculo final, de forma que el procedimiento tiene un carácter genérico.

Expresaremos ahora la relación existente (ésta es proporcionada, como ya se ha comentado, por las ecuaciones del movimiento) entre los campos de desplazamientos en cada una de las fases del medio poroso, para cada uno de los modos, de una forma genérica, esto es:

$$\begin{aligned}
\Psi_i^s &= \mu_i \Psi_i^f \\
\Psi_d^{sr} &= \mu_r \Psi_d^{fr} \\
\Psi_d^{sl} &= \mu_l \Psi_d^{fl}
\end{aligned}
\tag{1.126}$$

Con todo esto, lo único que queda es escribir las funciones Ψ y Π en forma similar a como se hizo en el apartado anterior, esto es aprovechando la geometría del problema, (en función de las funciones de Bessel y Neumann y de los polinomios de Legendre).

Teniendo en cuenta las relaciones (1.126), las únicas funciones que hay que desarrollar son:

$$\Psi_i^f = \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} \frac{2m+1}{k_i} j_m(k_i r) P_m(\cos \theta)$$

¹En este caso, y como primera aproximación de este nuevo modelo, se ha supuesto que los desplazamientos de la propagación transversal en el seno del fluido del medio poroso se pueden ignorar, cosa que según la teoría de Biot no es en general cierta.

$$\begin{aligned} \Psi_d^r &= \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} a(2m+1)h_m(k_r r)P_m(\cos \theta)A_m \\ \Pi_d^s &= \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} a(2m+1)h_m(\kappa r)P_m(\cos \theta)B_m \\ \Psi_d^l &= \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} a(2m+1)h_m(k_l r)P_m(\cos \theta)C_m \\ \Psi_p^s &= \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} a(2m+1)j_m(k_d r)P_m(\cos \theta)D_m \\ \Psi_p^f &= \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m+1} a(2m+1)j_m(k_d r)P_m(\cos \theta)E_m \end{aligned} \quad (1.127)$$

Donde k_d denota el número de onda para la propagación en el interior del dispersor.

De las expresiones (1.125), (1.126) y (1.127) se obtiene un sistema de ecuaciones, que para cada orden de m permite el cálculo de los coeficientes A , B , C , D y E .

El sistema obtenido es el siguiente:

$$[c_m^{ij}][A_m^j] = [t_m^j] \quad (1.128)$$

Donde $i, j=1-5$ y A^j representa a los coeficientes A , B , C , D y E al variar j de uno a cinco.

Los coeficientes c_m^{ij} vienen dados por:

$$c_m^{11} = -k_r a \left[\frac{m}{k_r a} h_m(k_r a) - h_{m+1}(k_r a) \right]$$

$$c_m^{12} = 0 = c_m^{14}$$

$$c_m^{13} = -k_l a \left[\frac{m}{k_l a} h_m(k_l a) - h_{m+1}(k_l a) \right]$$

$$c_m^{15} = k_d a \left[\frac{m}{k_d a} j_m(k_d a) - j_{m+1}(k_d a) \right]$$

$$c_m^{21} = a h_m(k_r a)$$

$$c_m^{22} = 0 = c_m^{24}$$

$$c_m^{24} = ah_m(k_1 a)$$

$$c_m^{25} = -aj_m(k_d a)$$

$$c_m^{31} = -a\mu_r k_r \left[\frac{m}{k_r a} h_m(k_r a) - h_{m+1}(k_r a) \right]$$

$$c_m^{32} = m(m+1)h_m(\kappa a)$$

$$c_m^{33} = -a\mu_l k_l \left[\frac{m}{k_l a} h_m(k_l a) - h_{m+1}(k_l a) \right]$$

$$c_m^{34} = -ak_d \left[\frac{m}{k_d a} j_m(k_d a) - j_{m+1}(k_d a) \right]$$

$$c_m^{35} = 0$$

$$c_m^{41} = \mu_r \left\{ h_m(k_r a) \left[1 + \frac{4m}{\kappa^2 a^2} - \frac{2m}{\kappa^2 a^2} (m+1) \right] a - \frac{4k_r}{\kappa} h_{m+1}(k_r a) \right\}$$

$$c_m^{42} = h_m(\kappa a) \left[\frac{2m}{\kappa^2 a^2} (m^2 - 1) a \right] - \frac{2m}{\kappa} (m+1) h_{m+1}(\kappa a)$$

$$c_m^{43} = \mu_l \left\{ h_m(k_l a) \left[1 + \frac{4m}{\kappa^2 a^2} - \frac{2m}{\kappa^2 a^2} (m+1) \right] a - \frac{4k_l}{\kappa} h_{m+1}(k_l a) \right\}$$

$$c_m^{44} = - \left\{ h_m(k_d a) \left[1 + \frac{4m}{\kappa^2 a^2} - \frac{2m}{\kappa^2 a^2} (m+1) \right] a - \frac{4k_d}{\kappa^2} j_{m+1}(k_d a) \right\}$$

$$c_m^{45} = 0$$

$$c_m^{51} = \mu_r \left\{ h_m(k_r a) \frac{m-1}{a} - k_r h_{m+1}(k_r a) \right\}$$

$$c_m^{52} = h_m(\kappa a) \left[\frac{1-m^2}{a^2} + \frac{\kappa^2}{2} \right] a - \kappa h_{m+1}(\kappa a)$$

$$c_m^{53} = \mu_l \left\{ h_m(k_l a) \frac{m-1}{a} - k_l h_{m+1}(k_l a) \right\}$$

$$c_m^{54} = c_m^{55} = 0$$

y los ti_m^j vienen dados por:

$$ti_m^1 = \frac{m}{k_i a} j_m(k_i a) - j_{m+1}(k_i a)$$

$$ti_m^2 = -\frac{j_m(k_i a)}{k_i}$$

$$ti_m^3 = \mu_i \left[\frac{m}{k_i a} j_m(k_i a) - j_{m+1}(k_i a) \right]$$

$$ti_m^4 = -\left\{ j_m(k_i a) \left[1 + \frac{4m}{\kappa^2 a^2} - \frac{2m}{\kappa^2 a^2} (m+1) \right] \frac{\mu_i}{k_i} - \frac{4\mu_i}{\kappa^2 a} j_{m+1}(k_i a) \right\}$$

$$ti_m^5 = -\left\{ j_m(k_i a) \frac{\mu_i}{k_i a^2} (m-1) - \frac{\mu_i}{a} j_{m+1}(k_i a) \right\}$$

La resolución de este sistema de ecuaciones, permite resolver el problema de la dispersión. Ahora bien, el sistema, claramente, no es resoluble de forma analítica, por lo que se deberán resolver, de forma numérica, los problemas en concreto que se deseen tratar.

1.5.d. Cálculo de las secciones eficaces de dispersión y de las constantes de propagación:

En este apartado obtendremos las expresiones que nos permitirán calcular las secciones eficaces de dispersión para cada uno de los procesos que se hayan involucrados en la dispersión de una onda acústica en el seno de un medio poroso por una inclusión esférica. También calcularemos las constantes de propagación, que nos permitirán obtener tanto las velocidades de propagación, como la atenuación en el interior de un medio poroso.

Las secciones eficaces de dispersión las obtendremos como una generalización de la expresión mostrada en (1.122). Ahora, habrá que tener en cuenta que el proceso de la dispersión por una inclusión esférica en un medio poroso, como ya se ha visto, es más compleja que en el caso del medio elástico y continuo. Por brevedad, y como ya se comentó, denominaremos al modo longitudinal rápido como MLR, al modo longitudinal lento como MLL y al modo transversal como MT. Para hacer un completo estudio de la dispersión de modos longitudinales, hay que tener en cuenta que la onda incidente en el dispersor puede

ser de dos tipos distintos (ya que en el medio poroso se pueden propagar dos modos longitudinales distintos), estos son: el MLL y el MLR. De esta forma, los fenómenos de dispersión que estudiaremos serán:

1. Dispersión del MLR incidente en MLR y MT (γ^r).
2. Dispersión del MLR incidente en MLL (γ^{r1}).
3. Dispersión del MLL incidente en MLR y MT (γ^{lr}).
4. Dispersión del MLL incidente en MLL (γ^{ll}).

Para los que análogamente a (1.122), la sección eficaz estará dada por:

$$\gamma^r = 4\pi a^2 \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) \left[|A_m|^2 + m(m+1)(k_r/\kappa) |B_m|^2 \right] \quad (1.129)$$

$$\gamma^{r1} = 4\pi a^2 \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) \left[(k_r/k_i) |C_m|^2 \right] \quad (1.130)$$

$$\gamma^{lr} = 4\pi a^2 \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) \left[|A_m|^2 + m(m+1)(k_i/\kappa) |B_m|^2 \right] \quad (1.131)$$

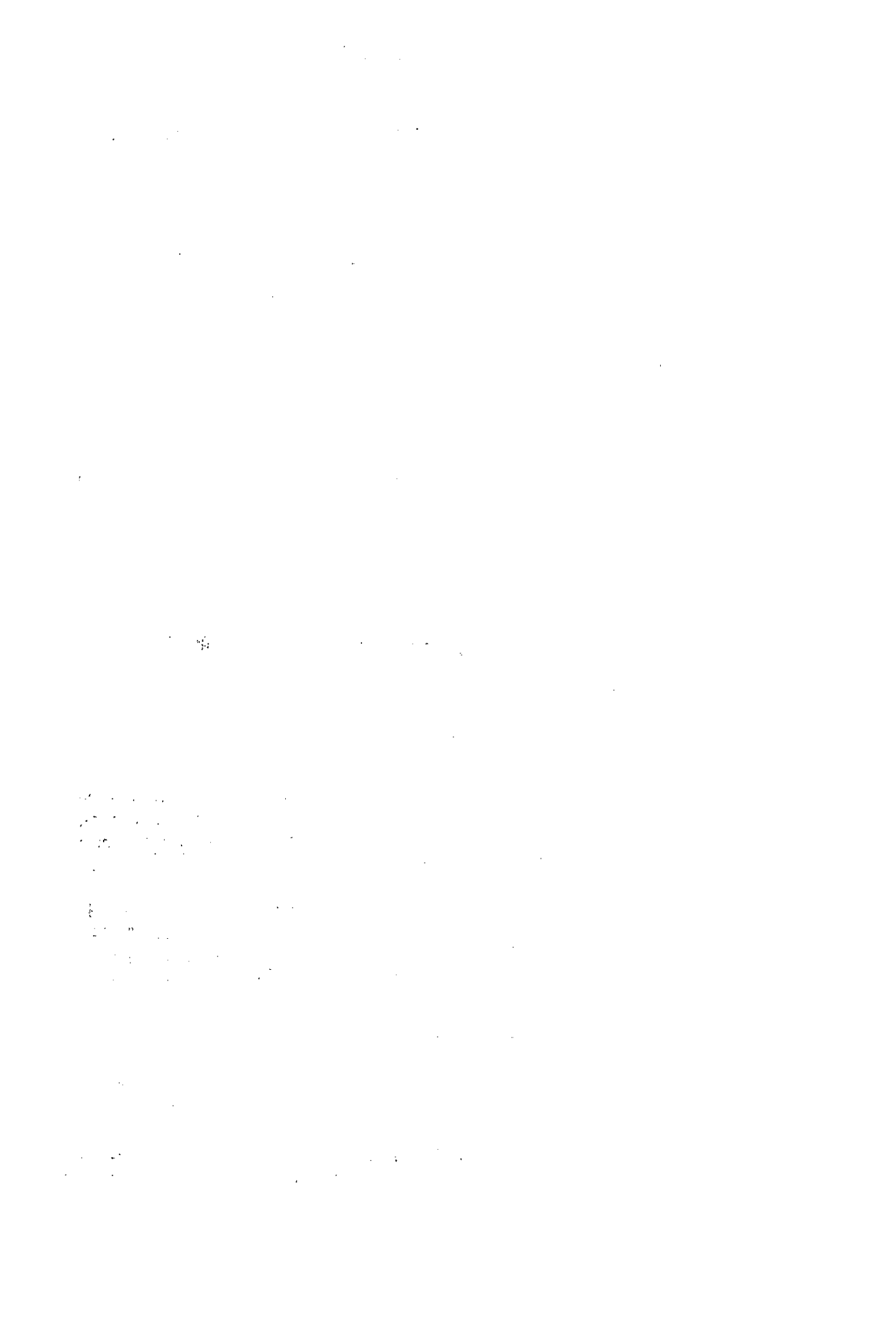
$$\gamma^{ll} = 4\pi a^2 \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) |C_m|^2 \quad (1.132)$$

De esta forma, resulta claro, que las expresiones (1.130) y (1.131) hacen referencia a los denominados como fenómenos de conversión de modos, esto es, cuando la onda longitudinal incidente es de distinta naturaleza (bien MLR o bien MLL) que la onda longitudinal dispersada.

Para el cálculo de la constante de propagación emplearemos el resultado de la teoría de la dispersión múltiple (*multiscattering*) de Waterman y Truell [54]. Esta teoría es aplicable en el caso en el que tengamos dispersores esféricos distribuidos al azar en el interior del material. La expresión que obtienen estos autores para dicha constante de propagación es:

$$\beta = k_i \left[1 + \frac{4\pi n_0 f(\theta)}{k_i^2} + \frac{4\pi^2 n_0^2}{k_i^4} \{ f(0)^2 - f(\pi)^2 \} \right]^{1/2} \quad (1.133)$$

Donde n_0 es el número de dispersores por unidad de volumen y $f(\theta)$ la amplitud de dispersión en campo lejano ($\theta=0$ es la dirección de incidencia y $\theta=\pi$ la de retrodispersión).



1.6. Resultados numéricos de la teoría de la dispersión para algunos casos de interés.

1.6.a. Introducción

Aplicaremos ahora el desarrollo teórico del apartado anterior a algunos casos de interés tanto teórico como experimental. Como ya se puede suponer, a la hora de desarrollar un estudio paramétrico de los efectos de la dispersión, el número de parámetros que se pueden variar es elevado, ya que en este problema entran en juego: las características elásticas del sólido, las de la estructura sólida y las del fluido en los poros, así como las del dispersor, y las características de los acoplamientos entre la fase sólida y fluida. De esta forma es claro, que el número de combinaciones a la hora de desarrollar dicho estudio teórico paramétrico es muy elevado. Por este motivo, en vez de realizar esta tarea de forma exhaustiva, que excedería las pretensiones del trabajo a presentar ahora, analizaremos algunos casos que poseen tanto un interés teórico como experimental, y destacaremos las especiales características que posee la dispersión en el interior de un medio poroso, con respecto a la bien conocida dispersión en un medio elástico continuo.

Dos son los aspectos que resultan de interés para analizar en este apartado. El primero de ellos, la influencia de la presencia de dos modos longitudinales distintos de propagación en el seno del medio poroso, sobre los fenómenos de dispersión. En particular, resulta importante, el análisis de la geometría del campo dispersado, y la influencia del acoplamiento de los diversos modos longitudinales en las secciones eficaces de dispersión. De esta forma podremos determinar el límite de validez de las teorías convencionales (un dispersor elástico y continuo en el seno de una matriz elástica y continua) cuando son aplicadas a medios porosos.

El segundo de estos aspectos, es la influencia de las propiedades mecánicas de los componentes del medio poroso sobre los fenómenos de dispersión, y cuando cabe esperar un mayor acoplamiento de los diversos modos y por lo tanto, una mayor interacción mutua. Como ya se ha comentado, el análisis de la influencia de cada uno de los parámetros que intervienen en la teoría, resultaría excesivamente extenso. Por este motivo, analizaremos la influencia de la relación (velocidad del modo longitudinal rápido)/(velocidad del modo longitudinal lento). Aunque los resultados serán particulares del caso que se analice, resultarán más generales que cualquier estudio paramétrico que se pudiera llevar a cabo. Efectivamente, ya que en este caso con lo que trabajaremos es con factores, que a la postre pueden ser considerados como geométricos, los resultados podrán considerarse, al menos cuantitativamente equivalentes para todos aquellos en que dicha relación de

velocidades sea semejante, independientemente de los parámetros empleados en el cálculo, y de los valores absolutos de dichas velocidades.

Estos dos aspectos serán estudiados de forma conjunta en el subapartado 1.6.b.

1.6.b. Influencia de la relación de velocidades del modo longitudinal rápido al lento sobre la dispersión.

Abordaremos ahora el estudio de la influencia de las características del medio poroso sobre la dispersión. Para ésto, estudiaremos, como ya se ha comentado, el efecto que sobre la dispersión produce la variación de la relación entre las velocidades de ambos modos longitudinales. Para este motivo, se han analizado diversos casos, en los que dicha relación de velocidades variaba. Para ésto, el único parámetro que se ha cambiado ha sido el módulo de Young de la estructura. En la tabla 1.IV se muestran los valores de dicho módulo de Young que se han empleado para la teoría, así como los resultados de la relación de velocidades. El resto de los parámetros empleados para la simulación teórica se muestra en la tabla 1.V, y se corresponden con los que en el capítulo siguiente se calculan para los materiales que se emplearán experimentalmente.

TABLA 1.IV
Módulos de Young y relaciones de velocidades empleadas
para los cálculos teóricos.

Módulo de Young de la estructura sólida (MPa)	Relación de velocidades de propagación (MLR/MLL)
400	1.56
200	2.20
80	3.48
40	4.93
20	6.97
10	9.86
5	13.94

Para el dispersor, se ha supuesto, que es del mismo tipo que el que se definió en la figura 1.11.a, es decir, tenemos una inclusión esférica en el seno de un medio poroso. El tamaño de dicha inclusión es mucho mayor que las dimensiones de los poros, y esta rellena del mismo tipo de fluido que satura al sólido poroso.

Analizaremos, ahora, una a una las cuatro secciones eficaces que se pueden obtener, y que ya se comentaron en el apartado cuarto de este mismo capítulo.

TABLA 1.V
Valores de los parámetros empleados para la aplicación de la teoría de Biot

Nombre del parámetro	Valor empleado
Porosidad	0.68
Resistencia al flujo (Kg.s/m ³)	10 ⁶
Acoplamiento inercial (Kg/m ³)	135
Densidad del sólido (Kg/m ³)	1370
Densidad del fluido (Kg/m ³)	1000
Módulo de Young del sólido (GPa)	8.5
Módulo de compresibilidad del fluido (GPa)	2.25
Frecuencia (KHz)	60

1.6.b.1. Dispersión del MLR incidente en forma de MLR y MT.

Los resultados que se obtienen para la sección eficaz normalizada de dispersión de un MLR en forma de MLR y MT, se muestra en la figura 1.13.

Como puede observarse la variación de la relación V_r/V_l tiene un efecto muy acusado. Para valores de dicha relación próximos a la unidad, aparecen unos agudos picos, que se presentan con cierta periodicidad hasta valores de $ka=4$.

A medida que la relación de velocidades aumenta de valor, varios son los efectos que se pueden apreciar. En primer lugar, el valor medio de la sección eficaz de dispersión, para valores de ka intermedios, disminuye apreciablemente. En segundo lugar, en lo que a los picos se refiere, éstos se desplazan hacia valores de ka más bajos, presentan una frecuencia de repetición más alta, y se atenúan notablemente.

Para valores de la relación de velocidades V_r/V_l suficientemente altas (por encima de 4), prácticamente no se observa variación apreciable de la sección eficaz de dispersión, y además la forma de la función se semeja mucho a la que se obtiene para el caso de un medio elástico y continuo. De esta forma, se puede concluir que cuando la relación de velocidades V_r/V_l toma valores lo suficientemente bajos (< 2.20), entonces, en los fenómenos de dispersión, se produce un fuerte acoplamiento entre los dos modos longitudinales, lo cual produce una fuerte separación del comportamiento de las secciones eficaces con respecto al caso clásico. Por este motivo, puede decirse que en esas circunstancias las teorías convencionales no serían aplicables, y sería más apropiado aplicar la teoría aquí desarrollada.

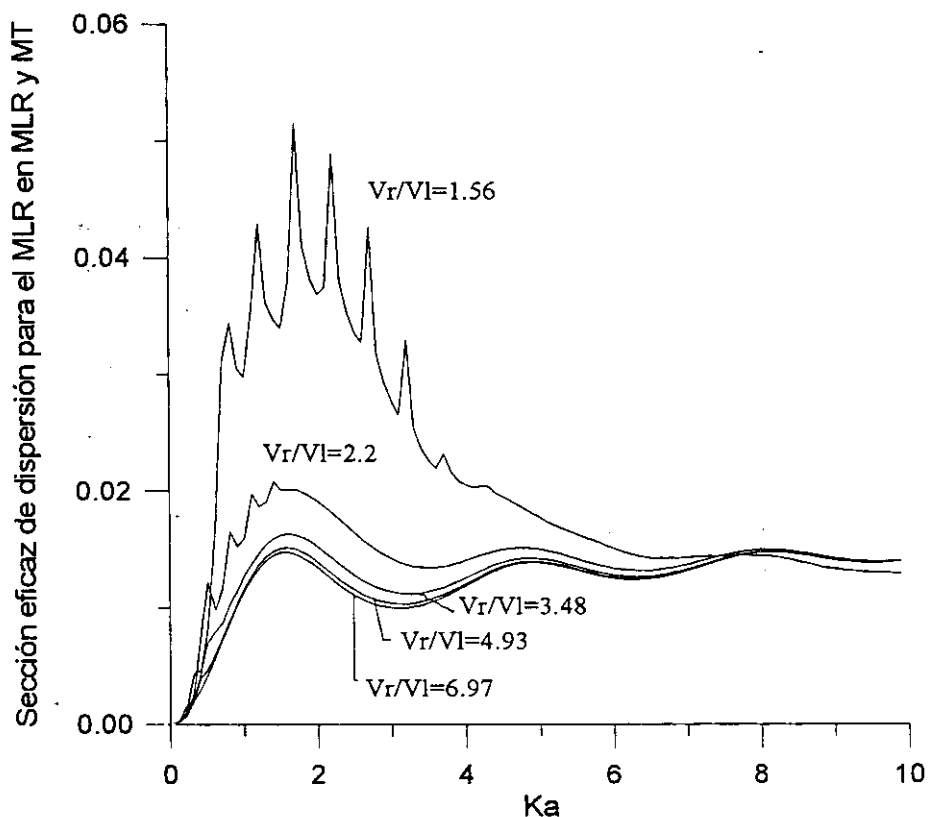


Figura 1.13.

Sección eficaz de dispersión del MLR en MLR y MT, en función de ka y para varios casos diferentes de relación de velocidades de propagación de los modos rápido y lento.

Uno de los aspectos más interesantes, y también novedosos de la dispersión que ahora estamos estudiando, es la aparición de unos agudos picos en las secciones eficaces de dispersión. Estos picos, deben estar relacionados tanto con resonancias debidas al acoplamiento de los dos modos longitudinales. Los valores ka para los que se presentan, en el caso de $V_r/V_l=1.56$, son: 0.75, 1.2, 1.7, 2.3, 2.7, 3.25, 3.75 y 4.2.

Para un mejor entendimiento de estas resonancias, resulta útil analizar la forma de la amplitud del campo dispersado, para cada uno de éstos valores de ka . Estos resultados se presentan en las figuras 1.14-1.21. En donde puede observarse una clara tendencia a que el campo dispersado para estos puntos presente simetría con respecto al origen, de tal forma que la geometría del campo dispersado se asemeja a la de un dipolo ($ka=0.75$), un cuadrupolo ($ka=1.2$), etc. por lo que parece claro, que dichas resonancias son debidas a una fuerte excitación de un cierto modo propio del dispersor.

Para algunas de las resonancias, se puede ver que la geometría del campo dispersado presenta importantes desviaciones con respecto a la simetría esperada, esto es, una simetría con respecto al origen (radial). Es efecto puede ser debido a contribuciones ajenas a la situación de resonancia, asociada con la geometría del dispersor. En efecto, en la sección eficaz de dispersión se pueden distinguir dos

contribuciones distintas, una la asociada a las resonancias, y la otra, un fondo continuo (*background*), de aspecto semejantes a la sección eficaz en el caso clásico.

Esta hipótesis, se verá fortalecida, cuando se estudie la dispersión en el caso de la conversión de modos. Para estos casos, y debido a que los máximos, con respecto al fondo (*background*), son mucho más agudos, las simetrías observadas en el campo dispersado son mucho mayores que en este (figuras 1.28-1.34).

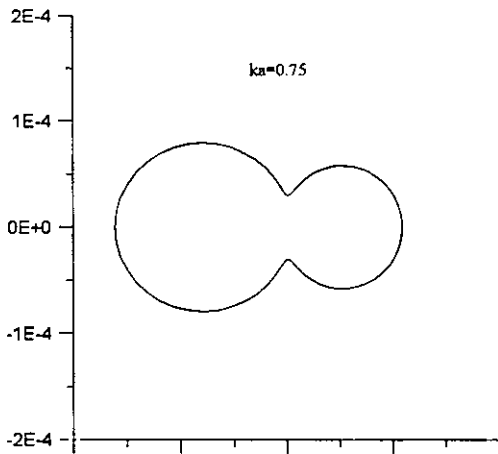


Figura 1.14
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=0.75$)

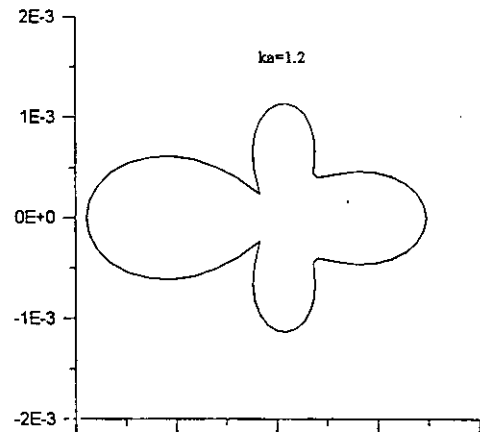


Figura 1.15
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=1.2$)

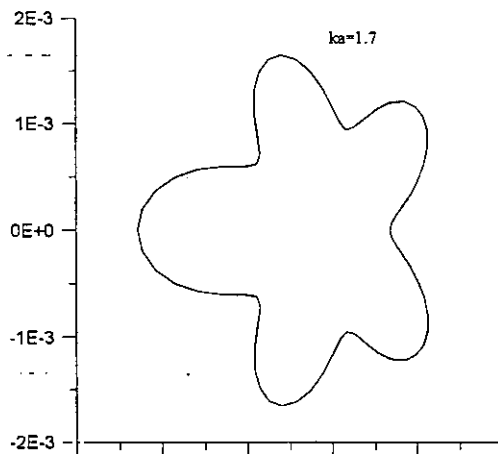


Figura 1.16
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=1.7$)

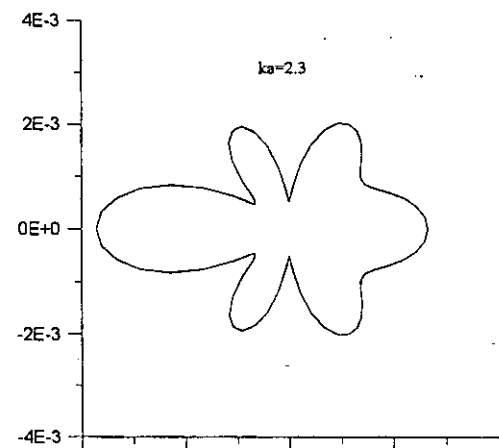


Figura 1.17
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=2.3$)

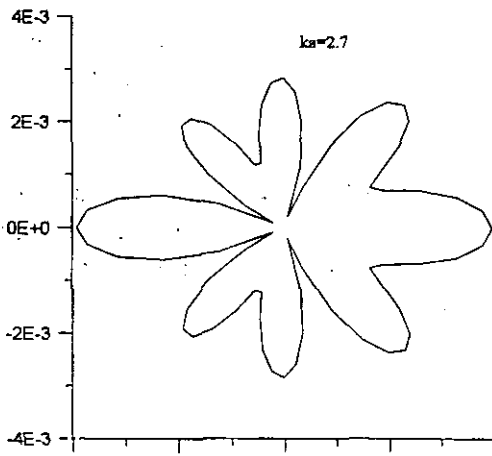


Figura 1.17
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=2.7$)

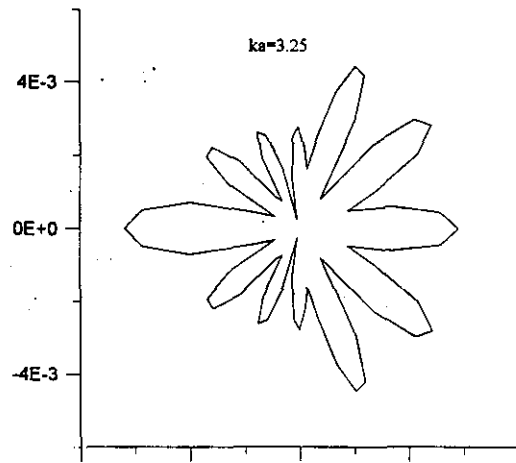


Figura 1.18
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=3.25$)

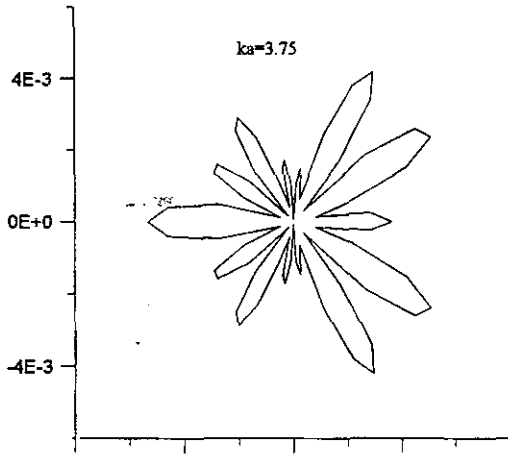


Figura 1.20
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=3.75$)

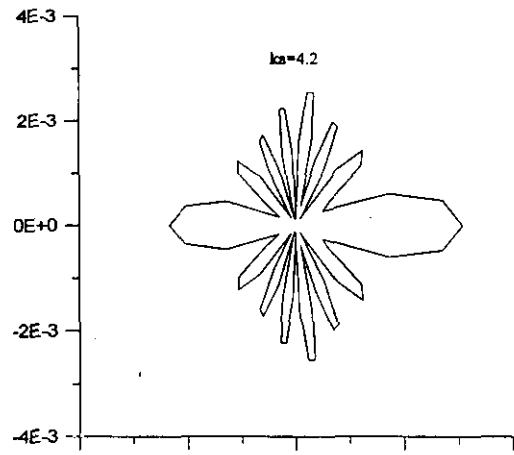


Figura 1.21
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=4.2$)

1.6.b.2. Dispersión del MLL incidente en forma de MLL.

Para este caso los resultados se muestran en la figura 1.22. Puede apreciarse claramente cómo, los efectos que se producen son claramente diferentes a los observados en el caso anterior. En esta ocasión, la sección eficaz de dispersión toma valores mayores, poniendo de manifiesto una más fuerte dispersión del MLL en comparación con el MLR. Por otro lado, también puede observarse, que a medida que la relación V_r/V_l aumenta, la sección eficaz de dispersión disminuye, sin que, en apariencia, haya ningún valor límite como se apreciaba en el caso anterior. Por último, se aprecia una cierta componente oscilante y periódica. En esta componente, se aprecia claramente, que a medida que aumenta el cociente V_r/V_l aumenta notablemente la frecuencia con la que oscila.

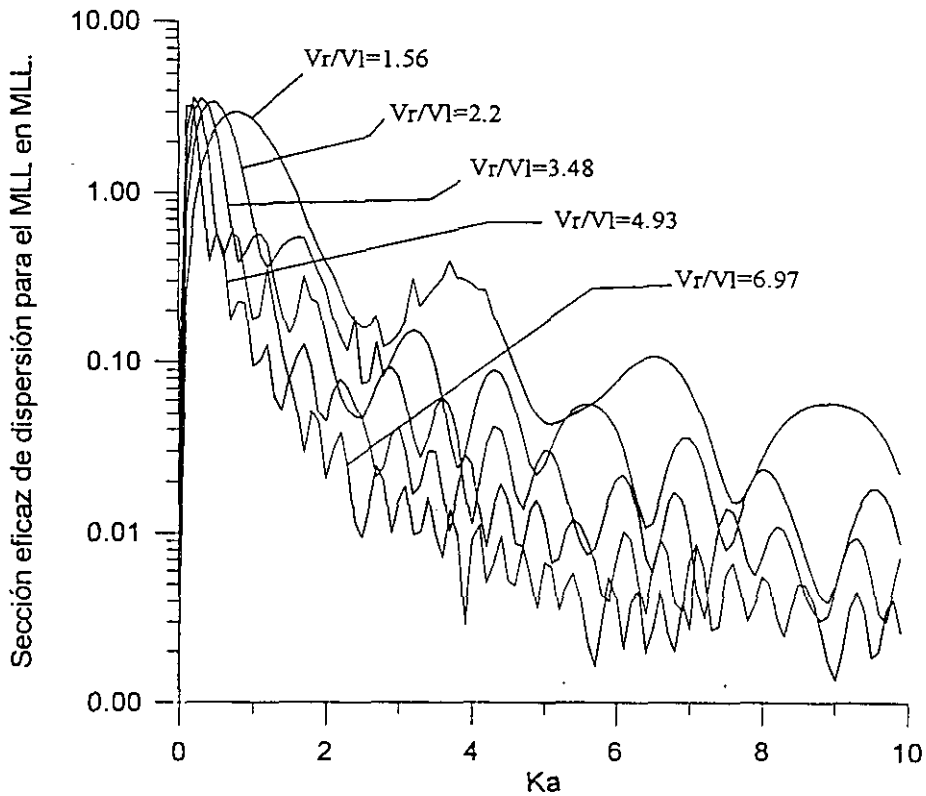


Figura 1.22.

Sección eficaz de dispersión del MLL en MLL, en función de ka y para varios casos diferentes de relación de velocidades de propagación de los modos rápido y lento.

1.6.b.3. Dispersión por medio de la conversión de modos:

a.) Dispersión del MLR en MLL.

Este es uno de los aspectos más novedosos que se presentan en la dispersión en el interior de un medio poroso, ya que no existe ningún símil con respecto al caso del medio elástico y continuo con el que se pueda establecer una comparación. Las secciones eficaces que se mostrarán en este apartado dan una idea de cómo debido a la dispersión por una inclusión esférica en el seno de un medio poroso, la energía acústica pasa de ser transportada por un modo longitudinal al otro.

En la figura 1.23 se muestran los resultados obtenidos para la sección eficaz de dispersión del MLR en MLL. En este caso puede observarse, cómo una vez más el efecto de la variación de la relación V_r/V_l es muy acusado. Para valores próximos a la unidad, aparecen picos semejantes a los ya analizados, pero lo más significativo es el alto valor que alcanza la sección eficaz, que incluso llega a ser hasta del mismo orden que la correspondiente al proceso de dispersión del MLR en MLR, lo cual da idea de que la interacción entre ambos modos, en esos valores de V_r/V_l , es muy fuerte. A medida que la relación V_r/V_l aumenta, la dispersión de MLR en MLL se va haciendo cada vez más pequeña, hasta que llega a ser

despreciable, lo cual indica que ambos modos no interaccionan en el proceso de dispersión.

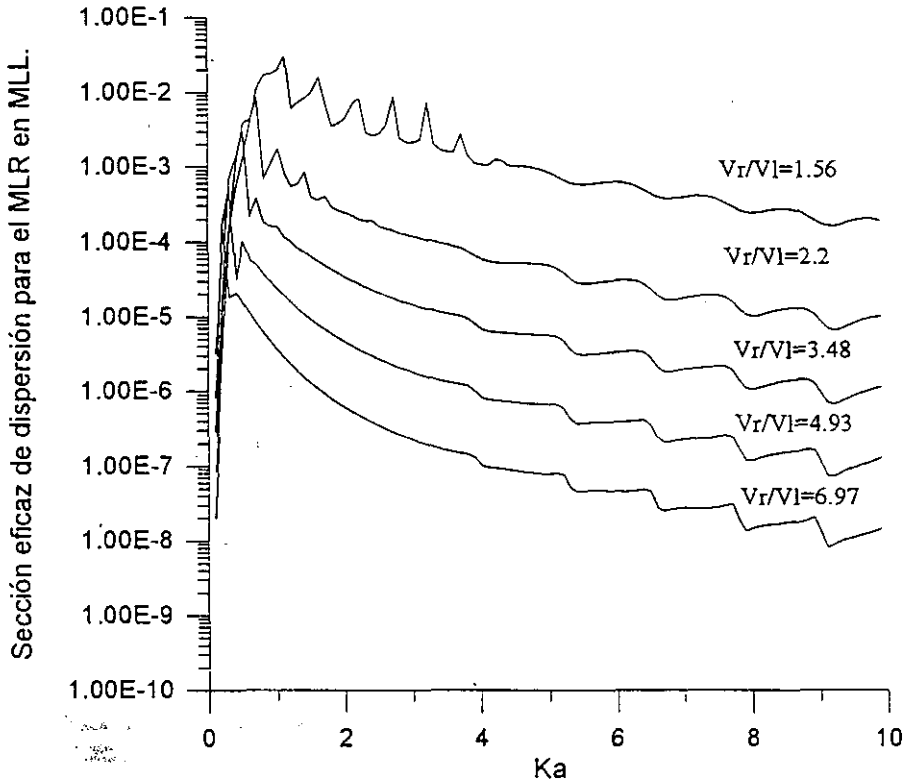


Figura 1.23.

Sección eficaz de dispersión del MLR en MLL, en función de ka y para varios casos diferentes de relación de velocidades de propagación de los modos rápido y lento.

b.) Dispersión del MLL en MLR.

Estudiaremos ahora la sección eficaz de dispersión para el proceso de conversión de modos del MLL al MLR. Estos resultados, por cuestiones de visibilidad, no resulta ilustrativo representarlos de forma simultánea. Por este motivo es por lo que se muestran por separado en las figuras 1.24-1.27.

En este caso lo que se observa es una mayor influencia de los picos de absorción con respecto a lo que pasaba en el caso anterior. Ahora el efecto más importante del aumento de la relación V_r/V_l reside en la variación de la situación y amplitud de los picos de absorción. Debido a que en este caso dichos picos aparecen de forma muy nítida, este es un caso idóneo para estudiar la geometría del campo dispersado, y poder relacionar estas resonancias con la excitación de modos propios del dispersor.

Al igual a como se hizo en el apartado 1.6.b.1, ahora presentaremos los diagramas polares de la amplitud de dispersión en campo lejano: figuras 1.28-1.34.

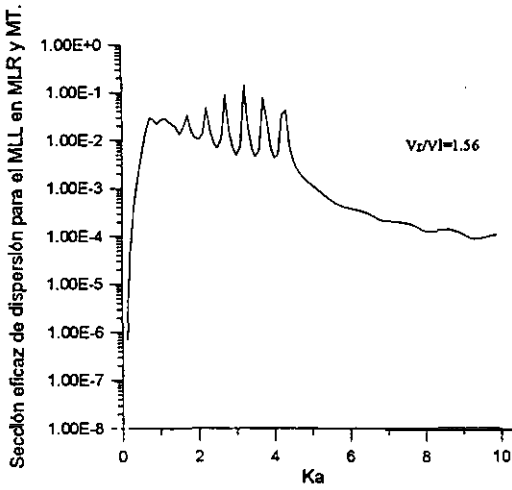


Figura 1.24

Sección eficaz de dispersión del MLL en MLR y MT, en función de ka y para $V_r/V_l=1.56$

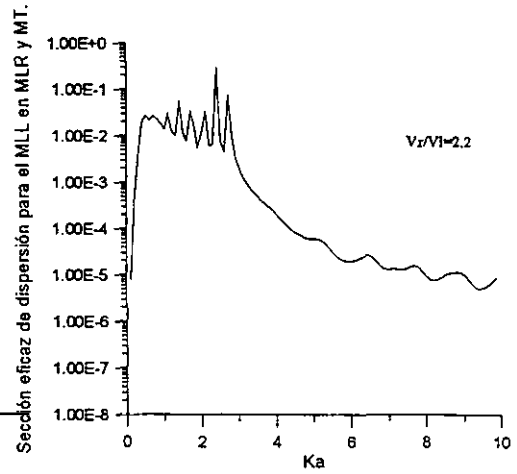


Figura 1.25

Sección eficaz de dispersión del MLL en MLR y MT, en función de ka y para $V_r/V_l=2.20$

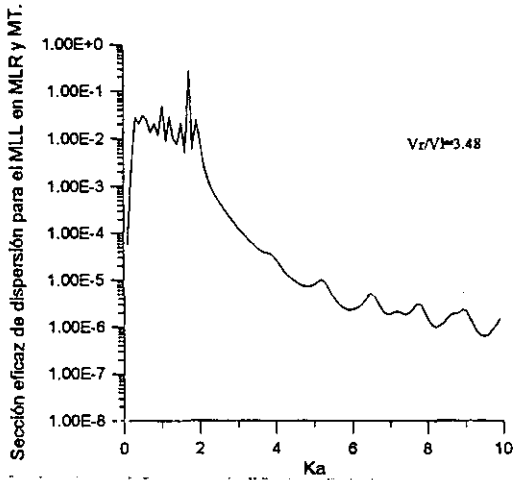


Figura 1.26

Sección eficaz de dispersión del MLL en MLR y MT, en función de ka y para $V_r/V_l=3.48$

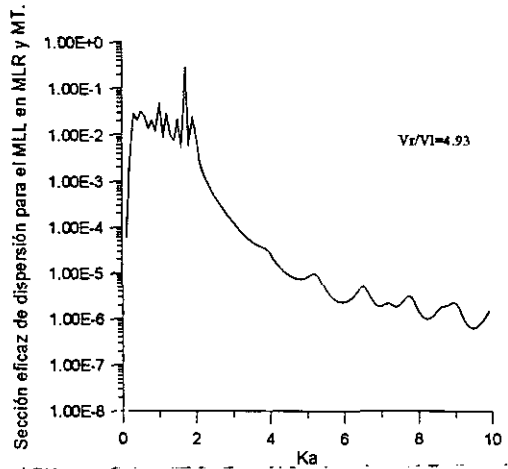


Figura 1.27

Sección eficaz de dispersión del MLL en MLR y MT, en función de ka y para $V_r/V_l=4.93$

En este caso puede observarse de forma mucho más clara la geometría radial del campo dispersado, así como la evolución a medida que se va aumentando el valor de ka . De esta forma para los valores de $ka=1.8, 2.2, 2.6, 3.2, 3.73$ y 4.2 podemos observar cómo el número de lóbulos, que aparecen en el diagrama polar de la amplitud de campo dispersado, es: 2, 4, 8, 10, 12 y 14 respectivamente (siguiendo la geometría anteriormente discutida de dipolo, cuadrupolo, etc.). Además, se observa, que la situación de estas resonancias es prácticamente idéntica al caso que se analizó en el apartado 1.6.b.1.

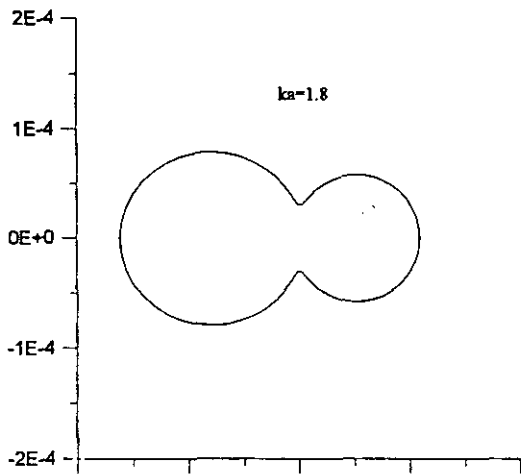


Figura 1.28
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=1.8$)

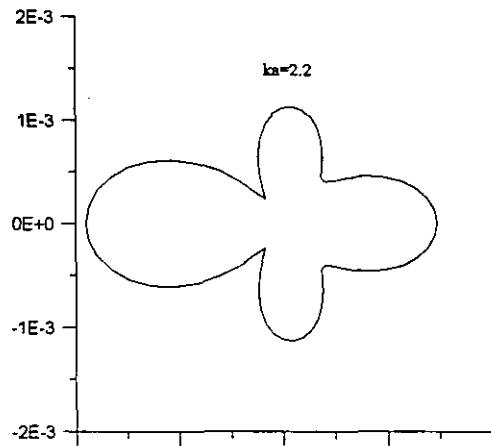


Figura 1.29
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=2.2$)

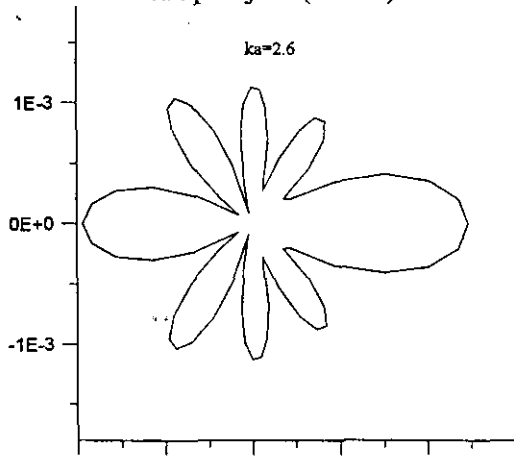


Figura 1.30
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=2.6$)

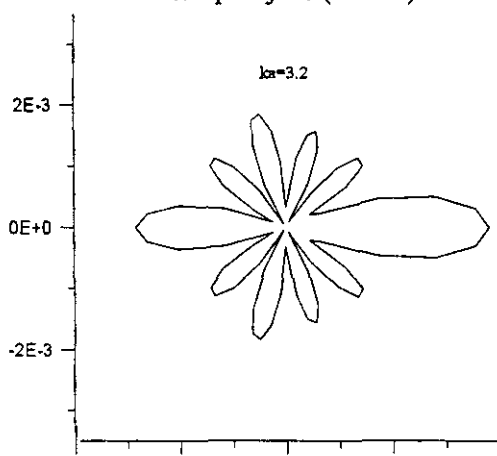


Figura 1.31
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=3.2$)

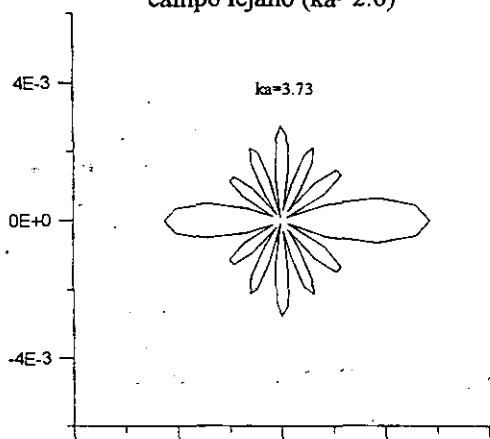


Figura 1.32
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=3.73$)

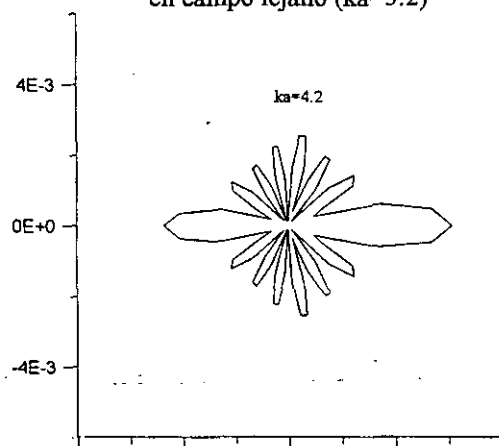


Figura 1.33
Diagrama polar de la amplitud de dispersión en campo lejano ($ka=4.2$)

1.6.b.4. Influencia de la interacción de los modos longitudinales en los fenómenos de dispersión.

A la luz de lo visto hasta ahora resulta claro que la influencia de la presencia del MLL en los fenómenos de dispersión en el interior de un medio poroso, es más notable cuanto más semejantes son las velocidades de propagación de los dos modos longitudinales que se pueden propagar.

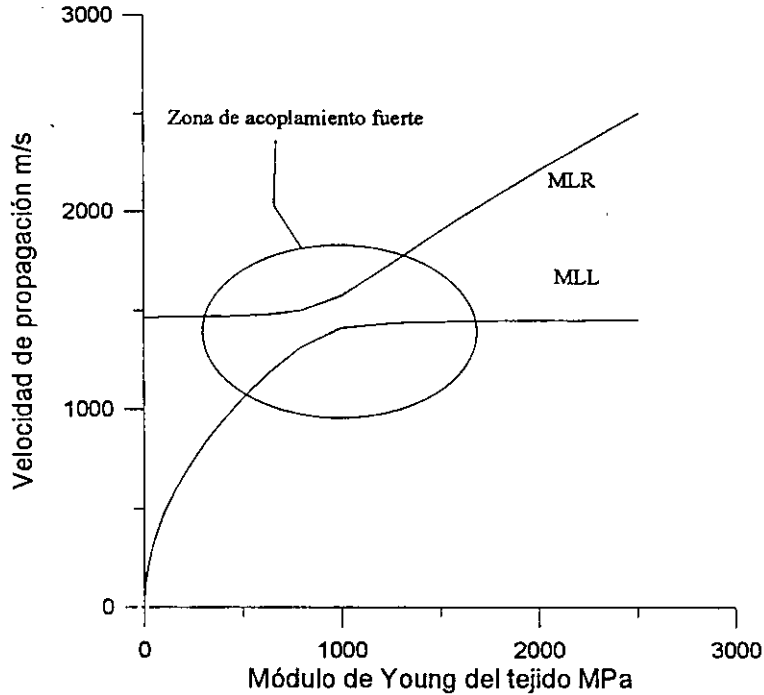


Figura 1.34.
Variación de la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales en función de el módulo de Young de la estructura sólida. En este caso la estructura es tipo tejido.

Para el estudio que aquí se ha desarrollado dicha relación se ha variado por medio del cambio del módulo de Young de la estructura sólida. Si se representan simultáneamente las velocidades de propagación de el MLR y el MLL en función de dicho parámetro, sería fácil entonces predecir dónde la influencia del acoplamiento entre modos va a tener una contribución importante en los fenómenos de dispersión. Este aspecto es el que se representa en la figura 1.34. Se puede percibir claramente cómo en la zona en la que las dos ramas de las relaciones de dispersión se aproximan, la interacción y acoplamiento entre los dos modos será más alta.

Bibliografía para el capítulo 1°.

1. M. A. Biot "Theory of stress-strain relations in anisotropic viscoelasticity and relaxation phenomena". J. Appl. Phys. 25 (11) 1954, 1385-1391.
2. M. A. Biot. "Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid". J. Appl. Phys. 26 (2) 1955, 182-185.
3. M. A. Biot. "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. low-frequency range". J. Acoust. Soc. Am. 28 (2) 1956, 168-178.
4. M. A. Biot. "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. higher frequency range". J. Acoust. Soc. Am. 28 (2) 1956, 179-191.
5. M. A. Biot. "Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid". J. Acoust. Soc. Am. 27 (5) 1956, 459-467.
6. M. A. Biot. "Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media". J. Appl. Phys. 33 (4) 1962, 1482-1498.
7. M. A. Biot. "Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media". J. Acoust. Soc. Am. 33 (4) 1962, 1254-1264.
8. "Acoustics, elasticity, and thermodynamics of porous media. Twenty-one papers by M. A. Biot". (Ivan Tolstoy, Editor). 1992 N.Y. Acoustical Society of America
9. J. F. Allard y A. Auknine. "Théorie de Biot et propriétés acoustiques des matériaux fibreux et des mousses plastique à forte porosité". Acustica 56 1984, 221-227.
10. R. F. Lambert. "The acoustical structure of highly porous open-cell foams". J. Acoust. Soc. Am. 72 (3) 1982, 879-887.
11. R. F. Lambert. "Propagation of sound in highly porous open-cell elastic foams". J. Acoust. Soc. Am. 73 (4) 1983, 1131-1138.
12. R. F. Lambert. "Surface acoustic admittance of highly porous open-cell, elastic foams". J. Acoust. Soc. Am. 73 (4) 1983, 1139-1146.
13. R. F. Lambert y J. S. Tesar. "Acoustic structure and propagation in highly porous, layered, fibrous materials". J. Acoust. Soc. Am. 76 (4) 1984, 1231-1237.
14. D. M. Chase. "Wave propagation in liquid-saturated open-cell foam". J. Acoust. Soc. Am. 65 (1) 1979 1-8.

15. J. F. Allard, Y. Champoux y C. Depollier. "Modelization of layered sound absorbing materials with transfer matrices". J. Acoust. Soc. Am. 82 (5) 1987, 1792-1796.
16. K. Attenborough "Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials". J. Acoust. Soc. Am. 73 (3) 1983 785-799.
17. K. Attenborough "The influence of microstructure on propagation in porous fibrous absorbents". J. Sound Vib. 16 (3) 1971, 419-442.
18. J. L. Williams "Ultrasonic wave propagation in cancellous and cortical bone: Prediction of some experimental results by Biot's theory". J. Acoust. Soc. Am. 91 (2) 1992, 1106-1112.
19. J. O. Parra. "Analisis of elastic wave propagation in stratified fluid-filled porous media for interwell seismic application". J. Acoust. Soc. Am. 90 (5) 1991, 2557-2575.
20. R. Carbó y M. Camarasa. "Velocidad de propagación y absorción de energía de ondas acústicas en el sistema trifásico agua-arena-aire". Anales de Física serie B. 85 1989.
21. M. Camarasa. "Contribución a la teoría de Biot sobre la propagación de ondas acústicas en sedimentos saturados de una mezcla de fluidos: teoría generalizada de Biot". Tesis doctoral presentada en el departamento de óptica de la UCM. 1992.
22. M. A. Biot D. G. Willis "The elastic coefficients of the theory of consolidation". ASME J. Appl. Mech. 24 1957, 594-601.
23. M. D. Sharma y M. L. Gogna "Wave propagation in anisotropic liquid-saturated porous solids". J. Acoust. Soc. Am. 90 (2) 1991, 1068-1073.
24. T. Bourbié, O. Coussy, B. E. Zinszner. "Acoustic of porous media". Gulf, Houston TX. 1987.
25. P. N. J. Rasolofosaon. "Plane acoustic waves in linear viscoelastic porous media: Energy, particle displacement, and physical interpretation". J. Acoust. Soc. Am. 89 (4) 1991, 1532-1550.
26. D. L. Johnson. "Equivalence between fourth sound in liquid He II at low temperatures and the Biot slow wave in consolidated porous media". Appl. Phys. Lett. 37 (12) 1980, 1065-1067.
27. L. D. Rozenberg (editor) "Physical principles of ultrasonic technology" vol.(2), Plenum Press.
28. C. Devin "Survey of thermal, radiation, and viscous damping of pulsating air bubbles in water". J. Acoust. Soc. Am. 31 (12) 1959, 1654-1667.

29. J. A. Moore y R. H. Lyon "Application of a generalized acoustic propagation theory to fibrous absorbers". J. Sound Vib. 19 (1) 1971, 49-64.
30. C. Zwikker y C. W. Kosten. "Sound absorbing materials". Elsevier Press 1949, Amsterdam.
31. L. Beranek "Acoustical properties of homogeneous isotropic rigid tiles and flexible blankets". J. Acoust. Soc. Am. 19 1947, 556-568
32. G. S. Rosin "Oscillations induced in porous materials with an elastic matrix by sound waves at normal incidence". Sov. Phys. Acoust. 19, 1973, 60-64.
33. S. Temkin "Elements of acoustic". John Wiley and Sons, 1981, New York
34. C. Depollier, J. F. Allard, W. Lauriks. "Biot theory and stress-strain equations in porous-absorbing materials. J. Acoust. Soc. Am. 84 (6) 1988, 2277-2279.
35. T. E. Gómez, E. Riera y J. A. Gallego. "Theoretical procedure to obtain the mechanical behaviour of porous materials by the Biot's theory and the continuity equations". J. de Physique IV, 2, 1992, 767-770.
36. T. E. Gómez y E. Riera. "Bulk modulus of porous materials from Biot's theory and continuity equations". Proceedings of the 14th Int. Congress on Acoustics, Septiembre 1992, Beijing (China) A7-10.
37. H. Deresiewicz y J. T. Rice. "The effect of boundaries on wave propagation in a fluid filled porous solid: III Reflection of plane waves at a free plane boundary (general case)". Bull. Seismol. Soc. Am. 52, 1962, 595-625.
38. H. Deresiewicz y R. Skalak. "On uniqueness in dynamic poroelasticity". Bull. Seismol. Soc. Am. 53, 1963, 783-788.
39. J. H. Rosenbaum. "Synthetic microseismograms: logging in porous formations". Geophysics, 39, 1974, 14-32.
40. S. Feng y D. L. Johnson. "High-frequency acoustic properties of a fluid/porous solid interface. I. New surface mode". J. Acoust. Soc. Am. 74 (3), 1983, 906-914.
41. S. Feng y D. L. Johnson. "High-frequency acoustic properties of a fluid/porous solid interface. II. The 2D reflection Green's function". J. Acoust. Soc. Am. 74 (3), 1983, 915-924.
42. J. E. Santos, J. M. Corbero, C. L. Ravazzoli y J. L. Hensley. "Reflection and transmission coefficients in fluid-saturated porous media." J. Acoust. Soc. Am. 91 (4) 1992, 1911-1923.
43. T. Oyhoshi "Characterization of an immersed porous layer by ultrasonic waves". 14th ICA, 1992, A8-1.

44. G. Zhu y Y. Pan "Acoustic relaxation of fluid saturated porous sample". 14th ICA, 1992. A8-6.
45. K. Wu, Q. Xue y L. Adler. "Reflection and transmission of elastic waves from a fluid-saturated porous solid boundary". J. Acoust. Soc. Am. 87 (6), 1990, 2349-2358.
46. T. E. Gómez y E. Riera. "The generation of the Biot's slow wave in a fluid-porous solid interface. Influence of impedances mismatch". Journal de Physique IV, Mayo 1994 (en prensa).
47. R. D. Stoll y T.-K. Kan. "Reflection of acoustic waves at water-sediment interface". J. Acoust. Soc. Am. 70 (1), 1981, 149-156.
48. M. Mandelbrot. "Los objetos fractales" . ed. Tusquets. 1988 página 21.
49. J. G. Berryman "Scattering by a spherical inhomogeneity in a fluid-saturated porous medium". J. Math. Phys. 26 (6), 1985, 1408-1419.
50. A. N. Norris. "Radiation from a point source and scattering theory in a fluid-saturated porous solid". J. Acoust. Soc. Am. 77 (6), 1985, 2012-2023.
51. S. G. Kargl y R. Lim " A transition-matrix formulation of scattering in homogeneous, saturated, porous media". J. Acoust. Soc. Am. 94 (3), 1993, 1527-1550.
52. C. Ying y R. Truell "Scattering of a plane longitudinal wave by a spherical obstacle in an isotropically elastic solid". J. Appl. Phys. 27, 1956, 1086-1097.
53. R. Truell, C. Elbaum y B. B. Chick. "Ultrasonic methods in solid state physics". Academic Press 1989.
54. P. C. Waterman y R. Truell. "Multiple scattering of waves". J. Math. Phys. 2 (4), 1961, 512-537.

**Capítulo 2° Materiales porosos de tipo fibroso.
Caracterización mecánica y acústica.**

2.1 Introducción.

En este capítulo se analizarán los materiales empleados en el la parte experimental de este trabajo. Dichos materiales serán textiles de diversas características (algodones, poliésteres nylons...).

En primer lugar (apartado 2.2.a.), revisaremos cuáles son los requerimientos de la teoría, es decir, cuáles son las características que necesitamos conocer tanto de cada uno de los componentes, como del medio poroso en general, para poder aplicar con éxito la teoría de Biot tal y como fue planteada en el capítulo anterior. Se hará una presentación esquemática de dicha teoría, que permita obtener una visión suficientemente clara de los de parámetros involucrados en la caracterización acústica de un medio poroso.

En segundo lugar (apartados 2.2.b, 2.2.c y 2.2.d), determinaremos, tanto las propiedades mecánicas de los materiales a emplear: sólido, fluido y estructura porosa (tejido), como la forma de la microestructura del medio poroso. Para esto, recurriremos a trabajos previos tanto teóricos como experimentales, de forma que podamos, bien encontrar los valores que toman los parámetros referidos a nuestros materiales, o bien desarrollar procedimientos teóricos que nos permitan calcularlos. No obstante, habrá parámetros para los que no será posible encontrar un valor determinado, sino que tendremos que conformarnos con fijar un rango de variación.

En tercer lugar (apartado 2.3), desarrollaremos la caracterización acústica de estos medios según la teoría de Biot, tal y como fué formulada en el apartado 1.2. Se obtendrán las constantes de propagación para cada uno de los modos que se propagan en el medio, así como las relaciones entre los campos velocidad de desplazamiento para cada una de las fases, y para cada modo de propagación. Con los parámetros que, como ya se ha comentado, sólo es posible determinar un cierto rango de variación, se desarrollará un estudio paramétrico. Esto es, dichos parámetros se irán variando, dentro del rango determinado, uno a uno, de forma que obtendremos una idea de la exactitud de las predicciones teóricas, y de la sensibilidad de los resultados a la indeterminación de ciertas cantidades.

En el apartado 2.4, se incluirá un estudio del efecto de las burbujas de aire en el interior de las muestras sobre las propiedades acústicas del medio poroso según la teoría de Biot (1.2). Se analizará el efecto del tamaño de burbuja y de las resonancias asociadas a éstas. De la misma forma, se analizará el efecto de una distribución de burbujas de diferentes tamaños sobre el comportamiento acústico del medio.

Por último (apartado 2.5), se presentará una simulación del comportamiento acústico de una muestra finita de material poroso, consistente en un tejido, agua y burbujas de aire de diferentes tamaños. En dicha simulación, se incluirán los efectos de las burbujas de aire (según el desarrollo hecho en 1.3), el efecto de las superficies del medio (según se desarrolló en 1.4) y finalmente el efecto de la dispersión *scattering* producida por la microestructura de las muestras.

En cualquier caso, antes de abordar los aspectos más concretos de los materiales a emplear, echaremos un primer vistazo al interés que poseen dichos materiales, y al porqué fueron elegidos éstos y no otros.

Como ya se comentó en la introducción general a este trabajo, existen dos tipos de motivaciones que justifican el empleo de estos materiales. Un primer grupo de motivos más de tipo académicos y relacionados con la investigación básica, y con la observabilidad a nivel experimental de las predicciones teóricas que se habían realizado con anterioridad, y en segundo lugar, unas razones más directamente relacionadas con el campo de la física aplicada, y el desarrollo de tecnologías físicas de cara a aplicaciones de carácter industrial y comercial.

Dentro del primer grupo de razones estarían algunas propiedades importantes de estos materiales, como es su estructura biporosa, que permitirá la aplicación de la teoría de la dispersión desarrollada en 1.5 para un medio poroso. Así como la capacidad de estos materiales para retener aire en su interior al ser sumergidos en el agua, de forma que se podrán analizar los fenómenos viscoelásticos producidos por las burbujas de aire, así como el efecto de las propiedades del fluido en la generación de modos en la intercara entre el sólido poroso y el fluido. Por último, estos materiales poseen una especial característica que no poseen la mayoría de los materiales empleados para trabajar, en el plano experimental, con la teoría de Biot. Esta característica es el muy bajo valor que toma el módulo de compresibilidad de la estructura porosa en comparación con el del sólido que la constituye.

Con respecto al segundo grupo de motivaciones, hay que decir que este trabajo se enmarca fundamentalmente dentro de dos proyectos de investigación en los que se ha tomado parte. El primero de ellos, el proyecto BRITE N° 3009-89, denominado "*Application of ultrasonics in the physico chemical cleaning of textiles in domestic washing-machines*", en el que, como su propio nombre indica, se buscaba el desarrollo de una tecnología que permitiese aplicar la energía ultrasónica en el lavado doméstico de textiles. El segundo, financiado por el plan nacional de I+D, dentro del programa de Automatización avanzada y robótica, denominado: "*Métodos y tecnologías para inspección automatizada mediante ultrasonidos*". CICYT-ROB-91-0723.

Con respecto al primero, podemos decir que el interés en aplicar ultrasonidos a fenómenos de limpieza radical, fundamentalmente, en un fenómeno conocido como cavitación. Básicamente este fenómeno se produce cuando en un líquido se propaga una onda acústica de alta intensidad, y dicho en pocas palabras, consiste en que bien las burbujas de aire contenidas en el fluido, o bien el propio gas disuelto en el fluido, debido a las fuertes oscilaciones de presión producidas por el

campo acústico, acaban implotando, liberándose grandes cantidades de energía, que puede resultar aprovechable para procesos de lavado.

La aplicación de este fenómeno a procesos de limpieza es una técnica ya empleada desde hace bastante tiempo, aunque se ha restringido siempre a la limpieza de piezas sólidas, rígidas y normalmente de carácter metálico. La aplicación a tejidos, también a sido estudiada, y se han probado diversas soluciones, a veces incluso con carácter comercial, pero los resultados nunca han sido tan satisfactorios como en el caso de la limpieza de sólidos rígidos de carácter no poroso. Los motivos para que esta técnica funcione peor en el caso de los textiles son diversos, y aún hoy no están completamente aclarados. No obstante, parece que se pueden achacar fundamentalmente al carácter poroso de las muestras. Este produce una capacidad de absorción de aire, que no poseen los otros materiales, que da lugar no sólo una fuerte atenuación de la energía acústica, sino que también a una fuerte reflexión, no pudiendo ser posible para la onda acústica el acceso al interior del medio. Por otro lado, y según ha mostrado la teoría, la porosidad del medio induce la generación de dos modos longitudinales distintos, lo cual reduce la cantidad de energía efectiva de cara al los procesos de lavado, que se puede poner dentro del sólido, más aún si se tiene en cuenta que uno de estos dos modos es atenuado fuertemente.

En cualquier caso, las ventajas que aportan las técnicas ultrasónicas al proceso de lavado son claras. Fundamentalmente reducción del tiempo y temperatura de lavado, con el consiguiente ahorro energético que esto supone.

Para resolver los problemas que surgen en la aplicación de los ultrasonidos en el lavado de textiles, se abordó un estudio preliminar, con el que se deseaba conocer en detalle las características de la interacción de la onda acústica con este tipo de medios, para poder predecir la energía útil en el interior del medio, y cómo influían en esto las características de dicho medio, como concentración de gas, presencia de burbujas, viscosidad del agua, tensión superficial etc. De esta forma, resultaba de particular importancia la simulación teórica de los procesos de reflexión y transmisión en la intercara entre el tejido y el fluido, así como la atenuación en el interior del medio, y el efecto de las burbujas.

Con respecto al segundo de los proyectos, "*Métodos y tecnologías para inspección automatizada mediante ultrasonidos*" (CICYT-ROB-91-0723), el interés se centró en la aplicación de técnicas ultrasónicas para ensayos no destructivos. Especial interés existía en el diseño de modelos teóricos para la propagación en materiales de interés tecnológico, como son los materiales compuestos, y en particular en los compuestos precisamente de tejidos. Este aspecto permitió aplicar las técnicas desarrolladas en el primer proyecto, para el estudio de fenómenos de dispersión (*scattering*) por inclusiones, fallas o precipitados, en materiales completamente análogos a los primeros.

2.2 Caracterización mecánica de los materiales porosos de tipo fibroso.

2.2.a. Introducción.

Dedicaremos este capítulo a la descripción de las características de los materiales porosos que se emplearán en la parte experimental, y que son necesarias para la aplicación de la teoría de Biot. En general, dada la complejidad de la teoría, y la gran cantidad de fenómenos que entran en juego, el número de parámetros requeridos es alto. Para una mayor claridad en el estudio de estos parámetros, de forma que pueda identificarse de forma sencilla cuál es el origen y la razón de ser de cada uno de ellos, incluiremos ahora unos cuadros esquemáticos, que resumen el planteamiento de la teoría antes expuesta, y que ayudarán a la exposición que se va a presentar en este capítulo.

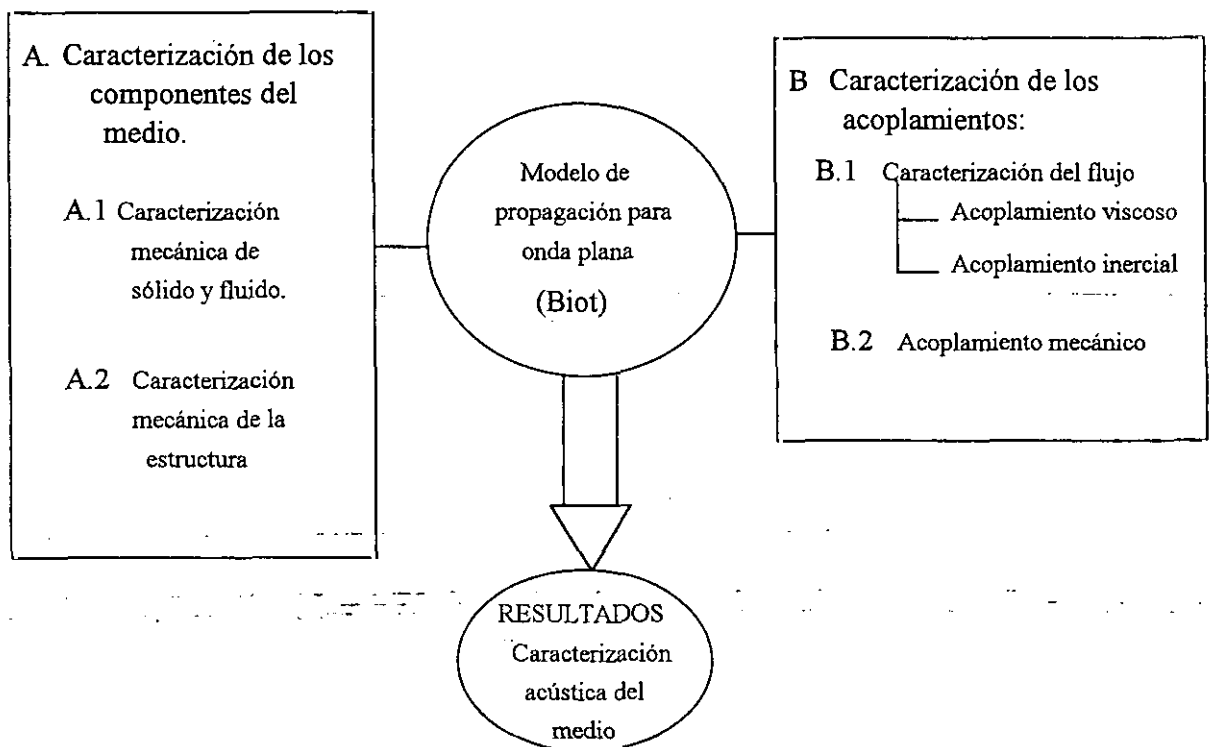


Figura 2.1.

Muestra esquemática de la estructura de datos que requiere la teoría de Biot para poder ser aplicada a un problema experimental concreto

La figura 2.1 representa una vista general de la teoría, con las entradas de datos necesarias al modelo, divididas en dos grandes bloques: la caracterización de los componentes por separado, y la caracterización de los acoplamientos.

A su vez, cada uno de los recuadros de la figura 2.1 puede ser desglosado, de forma que se muestren claramente los parámetros necesarios en cada paso de la resolución del problema.

1.- En primer lugar, la caracterización de las propiedades de cada uno de los componentes por separado. Dentro de esto, y como un primer paso (A.1), se debe proceder a una caracterización de carácter mecánico de tanto el sólido que conforma la estructura porosa (A.1.a), como del fluido que se haya presente en el interior de los poros (A.1.b). Este es el paso más sencillo, debido a que estas características suelen ser fácilmente medibles, o localizables en la bibliografía disponible, o bien se hayan tabulados. Las magnitudes a las que nos estamos refiriendo se muestran esquematizadas en la figura 2.2.

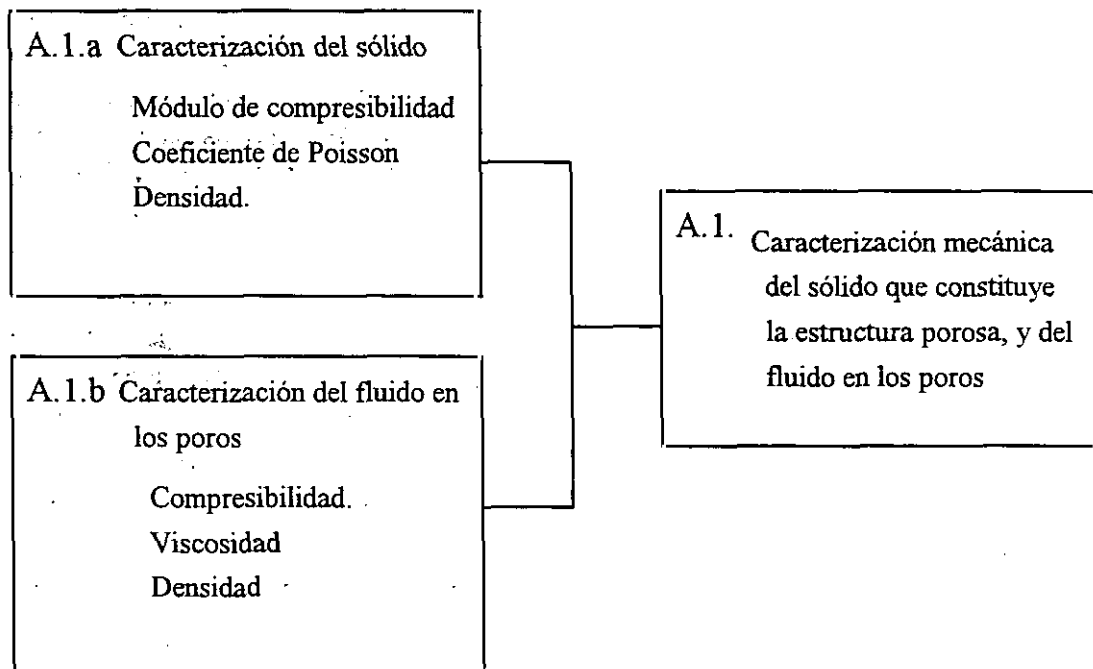


Figura 2.2.

Muestra esquemática de los parámetros necesarios para la caracterización del sólido que constituye la estructura y del fluido contenido en el interior de los poros.

Después de este estudio de cada uno de los componentes por separado, y antes de analizar los acoplamientos, es necesario el estudio de la estructura sólida porosa (A.2). Para esto, se pueden emplear tanto procedimientos teóricos, que han sido desarrollados fundamentalmente para el estudio de materiales compuestos (composites), como diversas técnicas experimentales; pero dejaremos los detalles para más adelante, y ahora sólo mostraremos el planteamiento general. El diagrama de bloques que representa las magnitudes de interés en este caso se representa en la figura 2.3.

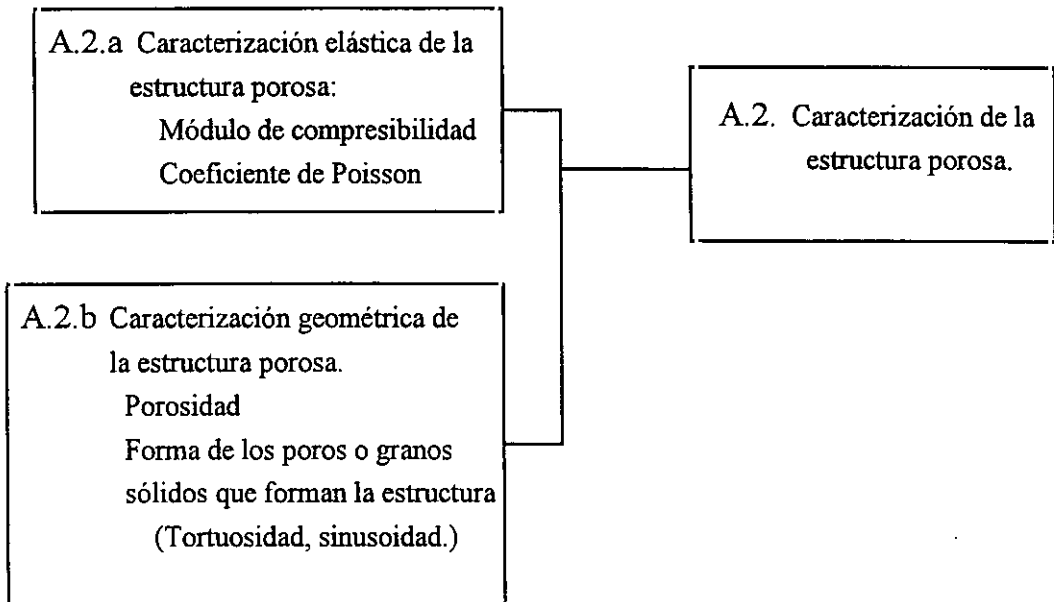


Figura 2.3.

Esquema de las magnitudes involucradas en la caracterización de la estructura porosa, tanto de forma mecánica como estructural.

2.- En segundo lugar, se deben caracterizar los acoplamientos. Este aspecto es mucho más complicado que los anteriores, dado que entran en juego parámetros que en muchas ocasiones no son medibles, y que sólo pueden ser determinados dentro de un rango de variación. La aplicabilidad de la teoría, y la exactitud de los resultados, dependerán de la sensibilidad de los resultados finales con respecto a dichos parámetros.

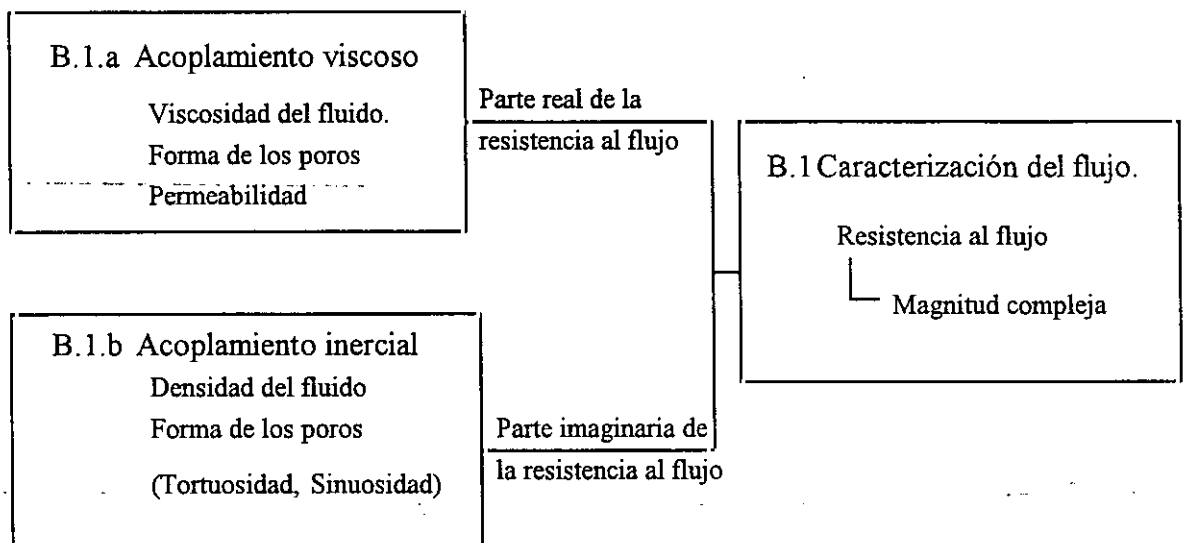


Figura 2.4.

Representación esquemática de las magnitudes relacionadas con la caracterización del flujo del fluido en el interior del medio poroso, y con los acoplamientos viscoso e inercial

En las figuras 2.4 y 2.5 se muestran de forma esquemática los parámetros involucrados en el cálculo de los acoplamientos.

De la figura 2.4, y como ya se vió en el primer capítulo (especialmente en la figura 1), se puede apreciar con claridad, cómo los acoplamientos tanto inercial como viscoso están relacionados con la dinámica del flujo en el interior del medio poroso. Por el contrario el acoplamiento mecánico tiene un origen distinto, e incluso menos visualizable. En la figura 2.5 se muestran de forma esquemática las magnitudes relacionadas con dicho acoplamiento mecánico, que como se puede ver involucra tanto al sólido como al fluido y a la estructura porosa.

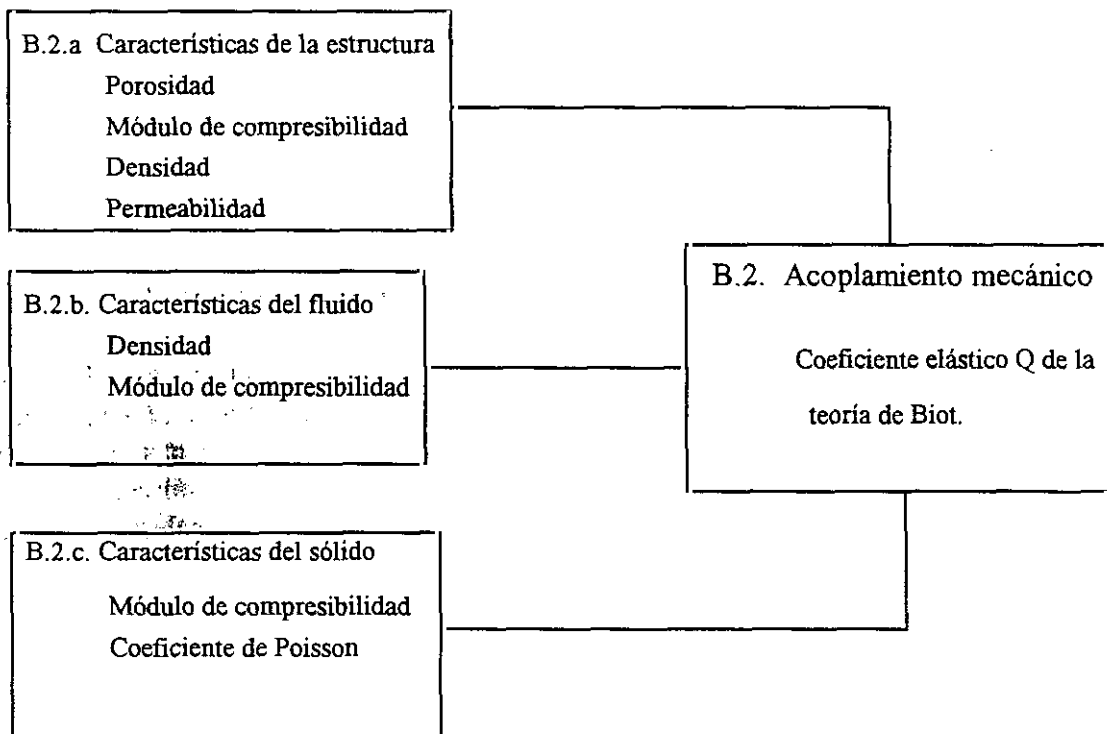


Figura 2.5.

Figura esquemática que muestra los parámetros implicados en la caracterización del acoplamiento mecánico entre el sólido y el fluido contenidos en el interior de un medio poroso.

Como se puede apreciar de las figuras 2.2-2.5, no todas las magnitudes a determinar para la ejecución del modelo teórico, y que han sido expuestas son independientes entre sí, sino que muchas de ellas se hallan interrelacionadas, por lo que el número de parámetros no es tan alto como en un principio se podría suponer.

Dado el interés específico que poseen, se resumen a continuación las relaciones más importantes, y que han sido empleadas durante la modelización (Algunas de estas expresiones ya han aparecido a lo largo de la exposición teórica que se hizo en el primer capítulo. Para esos casos el número que figura junto a la ecuación es el correspondiente al primer capítulo).

- Relación entre la resistencia al flujo y la permeabilidad:

$$b = \mu f^2 / k \quad (1.39)$$

- Relación entre el acoplamiento inercial y el factor de estructura:

$$\rho_{12} = \rho_f f_0 (1 - K) \quad (1.69)$$

- Relación entre el radio de Biot y la sinusoidad (ξ) con la resistencia al flujo. Esta relación depende de la forma de la sección transversal de los poros :

$$b = \frac{8 \mu f \xi}{a_b^2} \quad (2.1)$$

TABLA 2.1
Magnitudes empleadas para la modelización¹.

Densidad del sólido	Caracterización mecánica del sólido (A.1.a) Caracterización geométrica de la estructura porosa (A.2.b.) ²
Densidad del fluido	Caracterización mecánica del fluido (A.1.b.) Caracterización del acoplamiento inercial (B.1.b) Caracterización del acoplamiento mecánico (B.2.b)
Módulo de Young del sólido	Caracterización mecánica del sólido (A.1.a) Caracterización mecánica de la estructura porosa (A.2.b.) ²
Coefficiente de Poisson del sólido	Caracterización mecánica del sólido (A.1.a) Caracterización mecánica de la estructura porosa (A.2.b.) ²
Modulo de compresibilidad del fluido	Caracterización mecánica del fluido (A.1.b.) Caracterización del acoplamiento mecánico (B.2.b)
Viscosidad del fluido	Caracterización mecánica del fluido (A.1.b.) Caracterización del acoplamiento viscoso. (B.1.a.)
Porosidad ³	Caracterización geométrica de la estructura porosa (A.2.a).
Permeabilidad o resistencia al flujo ³	Caracterización geométrica de la estructura porosa (A.2.b.) Caracterización del acoplamiento viscoso. (B.1.a.) Caracterización del acoplamiento mecánico (B.2.b)

¹ En este caso, como se desarrollará en este trabajo, se supone que se posee un modelo matemático que permite obtener las propiedades mecánicas de la estructura sólida a partir de las del sólido que la constituye.

² Para lograr ese objetivo se emplea dicho modelo matemático que determina las propiedades de la estructura porosa a partir de las del sólido que lo constituye.

³ Generalmente el modelo para la descripción de la estructura porosa permite el cálculo de esta magnitud, por lo que no es necesario el conocimiento previo.

Por último, incluimos un cuadro (tabla 2.I) en el que se representan las magnitudes que finalmente hemos elegido para la simulación. Efectivamente, esta elección no es única, pero es la que resulta más clara y documentada bajo el punto de vista bibliográfico, de todas las que se podían escoger. Junto a cada magnitud se explica, de forma breve, para qué son necesarias dentro del modelo teórico.

2.2.b. Caracterización mecánica de cada uno de los componentes del medio poroso.

En este apartado se proporcionarán los valores, y los rangos de variación dentro de los que se encuentran los tipos de muestra empleados, correspondientes a las magnitudes representadas en el cuadro de la figura 2.2. En primer lugar, abordaremos el caso del sólido que constituye la estructura porosa, y en segundo lugar, al fluido que satura a dicha estructura.

2.2.b.1. Caracterización del sólido que constituye la estructura porosa.

Como ya se ha comentado, los materiales a estudiar son tejidos. En particular, se emplearon muestras de algodón, polyester y nylon. Estos materiales han sido bastante investigados dentro del campo de la industria textil, en el de los materiales compuestos (materiales plásticos reforzados mediante fibras textiles), o en el de los polímeros.

El desarrollo de una caracterización detallada y exhaustiva de los diferentes tipos de fibras con los que vamos a trabajar, es un trabajo bastante complejo y extenso no solo por la diversidad de propiedades y características que han sido estudiadas, sino también por el gran número de parámetros que influyen en las propiedades finales. Como ejemplo de esto, puede consultarse el cuadro que presenta J. W. S. Hearle [1], en el que se indican los parámetros que se requieren para el estudio detallado de las propiedades mecánicas de diversos tipos de fibras. Estos parámetros pueden alcanzar el número de veinte, y se refieren tanto a características del polímero que constituye la fibra, como a características de la microestructura.

Debido a dicha complejidad, y a que la información sea abundante, nos limitaremos ahora a exponer una revisión de las características de dichos materiales que son imprescindibles para el desarrollo posterior de este trabajo. Para conseguir este objetivo, dividiremos la exposición en tres partes; en primer lugar, hablaremos de fibras naturales, entre las que nos fijaremos en el algodón y celulosas y en segundo y tercer lugar, analizaremos el caso de fibras de poliamida, esto es: fibras de polyester y nylon.

A.- Fibras de algodón.

La compleja estructura del algodón ha sido objeto de numerosos estudios [2-5]. Ahora no analizaremos sus propiedades en detalle, sino que haremos una revisión de las características más resaltables, y de más interés para el desarrollo posterior del trabajo. Según S. C. O. Ugbole [6], el algodón está compuesto por fibras de celulosa. La celulosa puede cristalizar de cinco formas distintas, estando las propiedades finales de la fibra, especialmente las propiedades mecánicas fuertemente influenciadas por el tipo de cristalización, y la orientación de las cadenas de moléculas. En particular, las propiedades de interés para el desarrollo posterior, los rangos de variación y la referencia de donde se han extraído los valores se muestran en la tabla 2.II.

TABLA 2.II.
Características mecánicas de las fibras de algodón y celulosa.

	<u>Rango de variación</u>	<u>Autor</u>	<u>[Referencia]</u>
Densidad (Kg/m ³)	Algodón		
	≈1380 1300-1500	T.Radhakrishnan	[8]
	Celulosa	L.D. van den Brekel	[9]
	≈1200	D.J.Hannant	[10]
Módulo de Young (GPa)	Algodón		
	8.0-9.0	B.C. Goswami	[11]
	Celulosa		
	≈10	D.J.Hannant	[10]
Coeficiente de Poisson	Algodón		
	≈0.3	B.C. Goswami	[11]

TABLA 2.III.
Características mecánicas de las fibras de polyester (PET)

	<u>Rango de variación</u>	<u>Autor</u>	<u>[referencia]</u>
Densidad (Kg/m ³)	1340-1390	S. Murase	[12]
	1310-1390	R. Gutmann	[13]
	1340-1380	J.A. Cuculo	[14]
	≈1380	S.C.O. Ugbole	[6]
	1290-1400	W.D. Callister	[15]
	1100-1400	N.L. Hancox	[16]
Coeficiente de Poisson	≈0.3	W.D. Calister	[15]
	0.35-0.36	N.L. Hancox	[16]
Módulo de Young (GPa)	≈12	S.C.O. Ugbole	[6]
Tenacidad (GPa)	0.3-0.65	R. Gutmann	[13]

B.- Fibras de polyester.

De entre todas las fibras de polyester, la más importante es la conocida como PET, poly(etileno tereftalato). Estas fibras tienen un carácter semicristalino, y su

estructura ha sido objeto de numerosos estudios, entre los que podemos citar S. C. O. Ugbole [6], que es una revisión general, en donde puede encontrarse una bibliografía más exhaustiva, y J. E. McIntyre [7], que se centra más en el caso de este tipo de fibras.

En la tabla 2.III se resumen las propiedades más importantes del polyester (PET).

C.- Fibras de nylon.

Los dos tipos de nylons más conocidos y usados son los denominados nylon 6.6 y nylon 6, los cuales se clasifican dentro del grupo de las polyamidas (S. C. O. Ugbole [6]). Las principales propiedades mecánicas de algunos tipos de nylon, que se encuentran disponibles en la bibliografía, se muestran en la tabla 2.IV.

TABLA 2.IV.
Propiedades mecánicas de algunos tipos de nylons

	Rango de variación	Autor	[referencia]
Densidad (Kg/m ³)	Nylon 6.6		
	≈1140	S.C.O. Ugbole	[6]
	1130-1150	W.D.Callister	[15]
	≈1140	S.C.O. Ugbole	[6]
	Nylon 1010		
	≈1046	J.F.Shackelford	[17]
	Nylon 242		
	≈1140	D.J.Hannant	[10]
Módulo de Young (GPa)	Nylon 6.6		
	1.4-2.8	S.C.O. Ugbole	[6]
	≈5	S.C.O. Ugbole	[6]
	Longitudinal ≈4	S. Kawabata	[18]
	Transversal 1.5-2	S. Kawabata	[18]
	Nylon 6		
	Transversal 1-2	S. Kawabata	[18]
	Longitudinal 2-4	S. Kawabata	[18]
	Nylon-1010		
	≈2.9		
Nylon 242		J.F.Shackelford	[17]
	< 4		
		D.J.Hannant	[10]
Resistencia a la tracción (MPa)	Nylon 6.6		
	76-94	W.D.Callister	[15]
	≈90	S.C.O. Ugbole	[6]
Coeficiente de Poisson	Nylon 6.6		
	0.3	S.C.O. Ugbole	[6]
	Nylon-1010		
	0.41	J.F. Shackelford	[17]
	Nylon 242		
	0.4	D.J.Hannant	[10]

2.2.b.2. Caracterización del fluido que satura la estructura porosa.

Este caso es mucho más sencillo, ya que en los casos que se estudiarán, los fluidos que se emplearán para saturar los poros del sólido serán agua y aire. Los valores de las magnitudes asociadas a dichos fluidos, y que serán necesarias para los posteriores cálculos que se desarrollarán son:

A.- Agua

Viscosidad dinámica: 0.0013 Kg/m seg

Viscosidad cinemática: 10^{-6} m²/seg

Densidad: 1000 Kg/m³

Módulo de compresibilidad: 2.25 GPa

B.- Aire

Viscosidad dinámica: 1.8×10^{-5} Kg/m seg

Viscosidad cinemática: 1.5×10^{-5} m²/seg

Densidad: 1.2 Kg/m³

Módulo de compresibilidad: 130.7 KPa

Se contemplará la posibilidad de que el fluido pueda contener burbujas. Para este caso, que será el que se analice cuando se incluyan los fenómenos de viscoelasticidad, (esto se desarrollará en la sección 2.4) se aplicarán las expresiones obtenidas en 1.2.f.1.

2.2.c. Caracterización de la microestructura del sólido poroso.

Este apartado lo dedicaremos al desarrollo más exhaustivo de parte del esquema de la figura 2.3. En particular abordaremos el punto A.2.b. Obtendremos los valores de la porosidad y analizaremos la forma y tamaño de los poros presentes en la estructura sólida.

Una de las propiedades más importantes de la microestructura de los materiales empleados es la biporosidad. Esta propiedad se refiere a que en el interior del material se presentan dos tipos bien diferenciados de poros. Dicha diferenciación radica, en este caso, en el tamaño. Estos dos tipos de poro se corresponden, para el caso de los más grandes, con los poros de la red textil, con un tamaño del orden 100 micras; mientras que los poros más pequeños se asocian a los de los propios hilos que constituyen el tejido. En efecto, estos hilos están, a su vez, formados por cientos de fibras, que se hallan enrolladas las unas sobre las otras, dando lugar a una gran cantidad de poros muy pequeños, del orden de las micras. Por este motivo, habrá que tener en cuenta la contribución de estos dos tipos de poros a ciertas magnitudes como la porosidad, o la permeabilidad; pero antes de analizar estos aspectos, veremos un poco más detalladamente cómo era la estructura de los materiales empleados.

En particular, y como ya se mostró en la figura 2.3, los parámetros que nos interesan son: la porosidad y la descripción de la forma de los poros o fibras (lo cual implicará conocer también la sinuosidad y tortuosidad de los poros). En la tabla 2.V se resumen algunas de estas propiedades, que pueden ser encontradas en la bibliografía disponible. Se puede apreciar cómo influye el efecto de la biporosidad en estos materiales. En concreto, para el caso del polyester, dicha biporosidad produce una disminución de la permeabilidad, y un aumento de la porosidad. Aspecto éste que es esperable se reproduzca en otro tipo de muestras.

TABLA 2.V.
Propiedades estructurales de los materiales textiles

	Rango de variación	Autor [referencia]
Porosidad entre hilos	Algodón 0.4-0.5 Polyester Biporoso ≈0.45	L.D. van den Brekel [9]
Porosidad de los hilos	Algodón 0.35-0.45 Polyester Biporoso ≈0.35	L.D. van den Brekel [9]
Porosidad total	Algodón 0.6-0.73 Polyester Biporoso 0.6-0.65 Polyester Monoporo ≈0.5	L.D. van den Brekel [9]
Permeabilidad (m ²)	Algodón (3.6±0.9)×10 ⁻¹⁰ Polyester Biporoso (5.8±0.42)×10 ⁻¹¹ Polyester Monoporo (10.13±0.61)×10 ⁻¹¹	L.D. van den Brekel [9]
Tortuosidad	1.1-3.5	M.M. Tomadakis [19]

Micrografías de los tres tipos de materiales que se emplearon para la experimentación, se muestran en las figuras 2.6, 2.7 y 2.8. Estas micrografías fueron realizadas con un microscopio óptico, y con las muestras en inmersión acuosa, por lo que es posible observar algunas burbujas.

De estas micrografías se pudo medir las dimensiones asociadas a los hilos, y a los nudos de la red, estas dimensiones serán de interés para cuando más adelante se analicen los efectos de las resonancias en las curvas de dispersión y atenuación. Estas medidas se presentan en la tabla 2.VI.

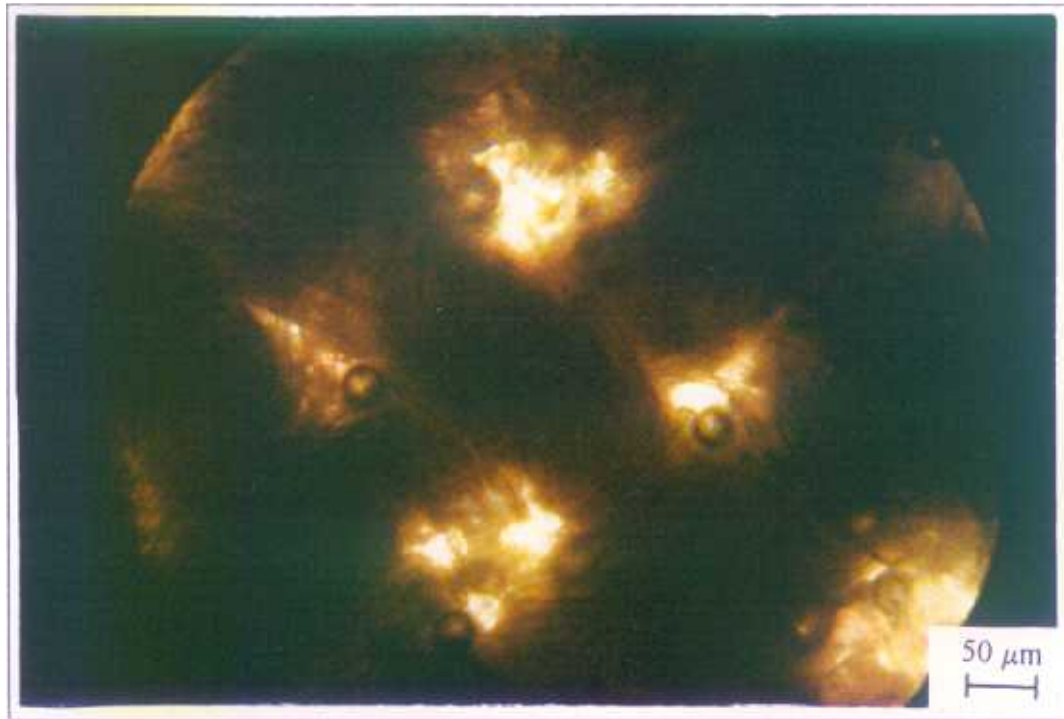


Figura 2.6
Micrografía del algodón-1en inmersión acuosa 200 aumentos

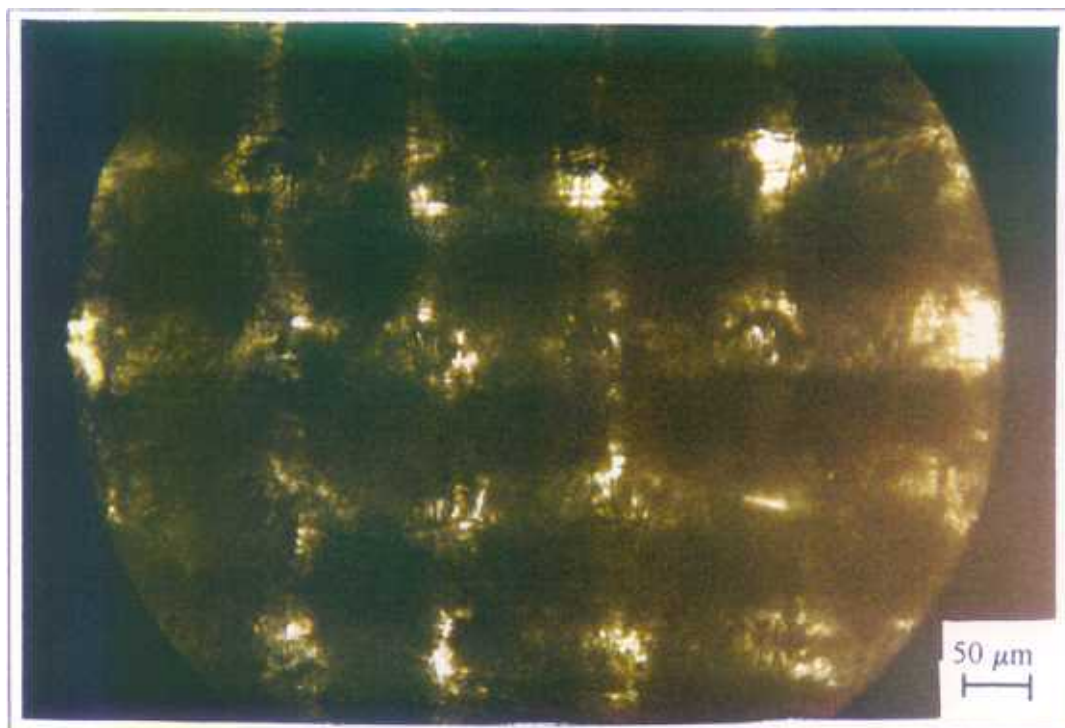


Figura 2.7.
Micrografía del algodón-2en inmersión acuosa 200 aumentos

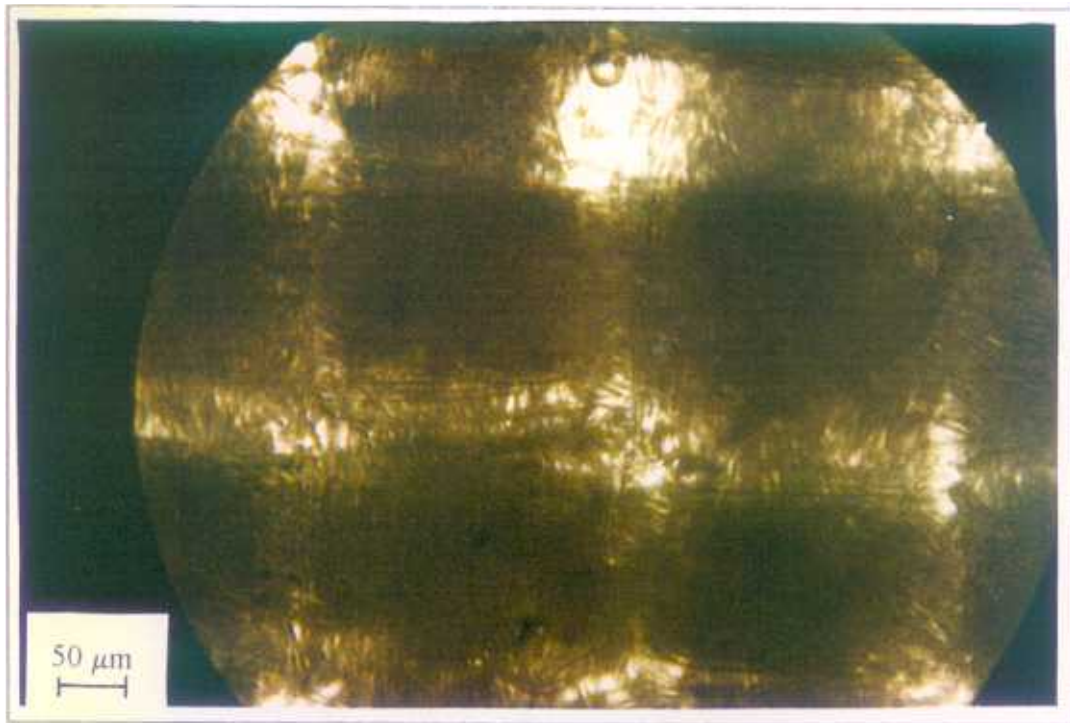


Figura 2.8.

Micrografía de la estructura del polyester en inmersión acuosa a 200 aumentos.

TABLA 2.VI.

Resultados de las medidas desarrolladas a partir de las figuras 2.6-2.8.

	Diámetro de la fibras (μm)	Diámetro de los nudos de la red (μm)
Algodón-1	99 ± 13	185 ± 15
Algodón-2	63 ± 7	106 ± 8
Polyester	129 ± 12	219 ± 15

2.2.d. Caracterización elástica de la estructura porosa.

En este apartado abordaremos la caracterización elástica del tejido. Desarrollaremos este objetivo en varias etapas. En primer lugar, caracterizaremos los hilos de los que está compuesto el material. Para esto partiremos de las propiedades de las fibras y de los valores de la porosidad de los hilos que se han proporcionado en los apartados anteriores. En segundo lugar, estudiaremos la estructura del tejido, y la caracterizaremos elásticamente suponiendo que no hay ningún tipo de interacción entre los hilos. En tercer lugar, tendremos en cuenta las interacciones que se producen entre los hilos. Fundamentalmente se corresponden con deformaciones que se pueden producir en la zona de contacto de unos hilos con otros, y con flexiones de los hilos entre dos puntos de contacto. Por último, reuniremos todos estos efectos, para proporcionar una descripción mecánica del tejido lo más completa posible.

2.2.d.1 Caracterización de los hilos que componen el material. Regla de las mezclas.

Como ya se ha visto, los hilos que componen el tejido, son a su vez porosos, debido a que están formados por un gran número de fibras. Este hecho da lugar a que antes de estudiar las características del tejido, tengamos que conocer las propiedades de los hilos en función de la porosidad que presentan, y de las fibras que los componen. Para calcular las constantes elásticas de los hilos a partir de los datos que hemos obtenido hasta ahora para las fibras, emplearemos la regla de las mezclas, que es el procedimiento más sencillo, que ha sido bastante empleado en el campo de los materiales compuestos, y que se ajusta al tipo de materiales que estamos considerando. Algunos autores, también incluyen el efecto del arrollamiento de unas fibras sobre otras, pero para esto es necesario conocer el ángulo de torsión con el que se constituye el hilo a partir de las fibras. Como primera aproximación, este efecto será ignorado en los cálculos posteriores.

En general, el módulo elástico de un material compuesto de un medio fibroso y una matriz, se puede escribir como:

$$Q_c = \frac{Q_m(1 + \xi \chi v_f)}{1 - \chi v_f} \quad (2.2)$$

donde

$$\chi = \frac{Q_f - Q_m}{Q_f + \xi Q_m} \quad (2.3)$$

ξ es un parámetro que varía entre cero e infinito Q_c , Q_f y Q_m representan el módulo elástico del material compuesto, el material fibroso y la matriz, y v_f representa la fracción de volumen de fibra en el material compuesto.

De esta forma, existen dos algoritmos límites diferentes, que nos proporcionan las propiedades de una mezcla en función de las propiedades de cada uno de los componentes. Estos corresponden al caso longitudinal (Voigt) y al transversal (Reus).

El caso longitudinal se obtiene cuando $\xi \rightarrow \infty$, con lo que la expresión para Q_c resulta:

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} Q_c = Q_m + (Q_f - Q_m)v_f \quad (2.4)$$

mientras que el caso transversal se corresponde con: $\xi \rightarrow 0$, de forma que ahora Q_c resulta:

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} Q_c = \frac{Q_m Q_f}{Q_f - (Q_f - Q_m) v_f} \quad (2.5)$$

Para el caso que nos ocupa ahora, esto es, el del cálculo de módulo de compresibilidad de la estructura sólida, (la presión del fluido en el interior del sólido poroso se anula) los resultados obtenidos se muestran en la tabla 2.VII.

TABLA 2.VII.
Resultados de la regla de las mezclas para los hilos.

	Porosidad de los hilos	Módulo de Young de la fibra (GPa)	Módulo de Young de los hilos (GPa)
Polyester	0.35	12.0	7.8
Alogodón (1 y 2)	0.4	8.5	5.1
Nylon	0.35	Longitudinal	Longitudinal
		3.0	1.95
		Transversal	Tranversal
		1.5	0.98

2.2.d.2. Caracterización elástica del tejido.

En este apartado se estudiarán las constantes elásticas del tejido como función de las del sólido que lo constituye, y de la estructura interna que posee. Existen diversos procedimientos para la caracterización de materiales compuestos en los que uno de los componentes es un tejido. Entre dichos procedimientos se pueden citar, como los más conocidos: la teoría de las laminaciones ("*lamination theory*") [20], [21], métodos energéticos ("*energy method*") [22], o el método de los promedios ("*averaging method*") [23].

El método de las laminaciones es un procedimiento bien conocido y que ha sido ampliamente aplicado. Permite el cálculo de las propiedades termoelásticas de un material compuesto en el que uno de los componentes es un tejido. El principal problema que presenta es la aplicación a estructuras de carácter tridimensional, debido a que se basa en la teoría de placas y cáscaras.

El método energético, tiene en cuenta extensiones, flexiones y compresiones laterales de los hilos. Debido a que este procedimiento es capaz de tener en cuenta estas interacciones de los hilos entre sí, es más útil en el estudio de tejidos que para el caso de materiales compuestos, en donde apenas se produce interacción entre los hilos (debido esto a que al embeber el tejido en una matriz plástica de carácter rígido, esta capacidad de interactuar desaparece). La principal limitación de este

modelo es que ha sido escasamente probado, y comparado con resultados experimentales.

Por último, el método de los promedios permite obtener una caracterización mecánica de materiales compuestos en los que los hilos poseen unas determinadas orientaciones en el espacio. Esto es realizado mediante transformaciones tensoriales (rotaciones de los tensores elásticos del material en cada punto, de acuerdo con la orientación de la fibra) y promediados espaciales. La principal ventaja de este método, es la capacidad de trabajar con muestras de complicada estructura, aunque no tiene en cuenta la contribución de la interacción entre distintos hilos, que como ya se ha visto, puede ser importante en el caso de un tejido.

El modelo que mostraremos aquí es una ampliación del desarrollado por J.H. Byun y T.-W. Chou [24], quienes desarrollan un modelo teórico para el estudio de las propiedades mecánicas de un material compuesto basado en un tejido con estructura tridimensional. Dicha ampliación se basa en la incorporación de un cierto tipo de interacción entre fibras, en concreto, y como ya se comentó, de la deformación que tiene lugar en los puntos de contacto y de las flexiones de los hilos. De esta forma, en los subapartados (que ahora siguen) A y B desarrollaremos la descripción de la estructura del tejido y de su caracterización elástica según [24]. En el subapartado C estudiaremos el efecto de la interacción entre fibras sobre las propiedades elásticas del tejido en su conjunto, y finalmente, en D, propondremos una descripción global que incluya ambos mecanismos.

A. Estructura interna del tejido.

Para esta exposición, nos centraremos en el caso de tejidos con geometría tridimensional, de forma que la posterior aplicación a casos bidimensionales, si es necesaria, pueda hacerse de forma inmediata. En la figura 2.9 se muestran dos tipos distintos de estructura tridimensional, en las que se indican los parámetros que se emplean para la caracterización: $[N_f, N_{fl}]$, y que definiremos a continuación.

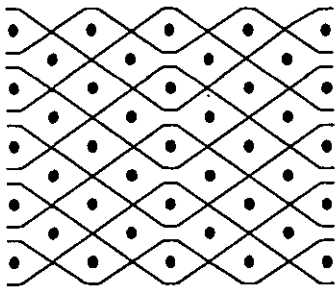


Figura 2.9.a
Representación esquemática de un
tejido de estructura [9,3]

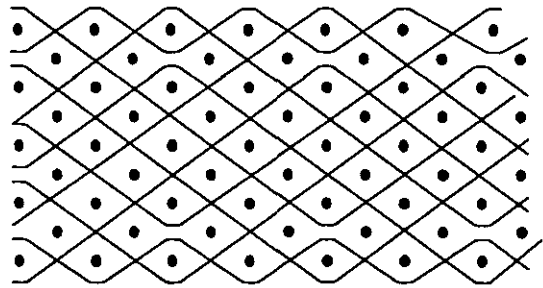


Figura 2.9.b
Representación esquemática de un tejido de
estructura [9,7]

Normalmente, los autores que trabajan en este campo diferencian dos tipos de hilos en las estructuras que se pueden observar bien en la figura 2.9, o bien en 2.10. Esta diferenciación se hace en función del papel que desempeñan en la

estructura del tejido. En el caso más sencillo, el de un tejido bidimensional, éste puede ser fabricado mediante dos conjuntos de hilos; unos rectos, paralelos y contenidos todos en el mismo plano (a éstos los llamaremos hilos de la base "weft yarn"), y otros que los van entrelazando, dando una estructura compacta al material (hilos del entrelazado "warp yarn"). En el caso tridimensional, la estructura es, obviamente, más complicada, pero sigue siendo posible establecer una relación de este tipo, en la que existe una dirección asociada al entrelazado y otra a los hilos de la base. De esta forma, para la caracterización de la microestructura del tejido, se emplean dos parámetros: N_f y N_{ft} . El primero se define como el número de hilos de la base en la dirección del entrelazado, mientras que el segundo se refiere al número de hilos de la base que son entrelazados por uno de los hilos del otro tipo.

En la figura 2.10, se muestra en detalle la estructura de ambos tipos de hilos en dos direcciones distintas del tejido. Esta figura resultará importante para el posterior cálculo de las constantes elásticas.

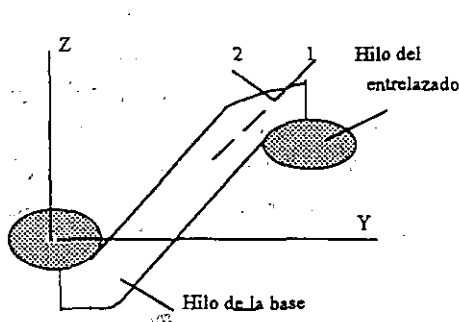


Figura 2.10.a.
Modelo geométrico para una sección
y-z de un tejido tridimensional

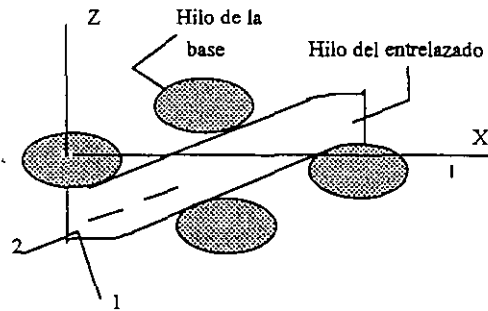


Figura 2.10.b.
Modelo geométrico para una sección x-z de
un tejido tridimensional.

B. Constantes elásticas del tejido.

Ahora, calcularemos las constantes elásticas del tejido en función de las de los hilos, que ya son conocidas, y del modelo geométrico que hemos establecido. Para esto, tendremos en cuenta, que, como ya se comentó, no se considerarán interacciones elásticas entre los hilos que componen el tejido.

Según se aprecia claramente de la figura 2.10, ambos tipos de fibras poseen dos partes diferenciadas, una parte rectilínea, y otra curvada. Centraremos ahora la discusión en el cálculo de los elementos que componen el tensor de deformabilidad (inverso del tensor de rigidez). Para calcular dichas magnitudes, pero referidas al sistema xyz, que es el que nos interesa bajo el punto de vista del tejido, debemos hacer una transformación (rotación) de tanto tensiones como deformaciones. Para esta transformación, hay que tener en cuenta que el tratamiento del tensor de deformabilidad en forma matricial (con subíndices reducidos) no tiene carácter tensorial, por lo que en este caso, una rotación supone una operación algebraica algo más complicada que la correspondiente al caso tensorial [25]. En particular es fácilmente deducible que si queremos pasar las constantes elásticas de los hilos que están en el sistema de coordenadas 123 (correspondiente al hilo -ver figura 2.10-) al

sistema xyz (correspondiente al tejido -ver figura 2.10-), la transformación viene dada por una matriz tal como:

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & 0 & n^2 & 0 & 2mn & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ n^2 & 0 & m^2 & 0 & -2mn & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & -n \\ -mn & 0 & mn & 0 & m^2 - n^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & 0 & m \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Donde $m = \cos\theta$, y $n = \sin\theta$. Siendo θ el ángulo correspondiente a la rotación del cambio de sistema de referencia.

De esta forma la matriz de deformabilidad correspondiente a la zona rectilínea del hilo (referida al sistema xyz) quedaría:

$$[S]^{xyz} = [T]^t [S]^{123} [T] \quad (2.7)$$

Donde el superíndice t denota la matriz transpuesta.

Para la parte curvada, hay que tener en cuenta que el ángulo de inclinación va variando. De esta forma:

$$S_{ij}^c = \frac{1}{2\theta} \int_0^{2\theta} S_{ij}^n d\phi \quad (2.8)$$

donde los S_{ij}^n representan los elementos de la matriz de deformabilidad de un segmento infinitesimal del hilo, que se encuentra inclinado un ángulo $\theta - \phi$ con respecto al eje x.

Los elementos del tensor de deformabilidad de un hilo completo vendrían dados por el promediado de los correspondientes a las zonas rectilínea y curvilínea:

$$S_{ij} = S_{ij}^r \lambda_1 + S_{ij}^c \lambda_2 \quad (2.9)$$

donde los coeficientes λ_1 y λ_2 representan la fracción de longitud de las zonas rectilínea y curvilínea respectivamente.

Finalmente, una vez obtenidos los elementos del tensor de deformabilidad que representan el comportamiento de los hilos referido al sistema de referencia

asociado al tejido, se trata de invertirlos, para obtener los módulos de rigidez, y entonces hacer un promedio espacial.

Los resultados obtenidos (módulos de Young y coeficientes de Poisson en función de la porosidad del tejido) para las estructuras que aparecen en la figura 2.9 se muestran en las figuras 2.11 y 2.12. En ambos casos, se ha supuesto que la estructura estaba constituida por fibras de polyester, por lo que los datos correspondientes a los hilos constituyentes del tejido se han tomado de la tabla 2.VII. La variación de la porosidad se ha tenido en cuenta por medio del cambio de las distancias entre fibras, (ambos tipos de fibras: base y entrelazado).

Por último, y dado el interés específico que posee, se analiza el caso de la geometría [1,1], que es el que se corresponde con la situación experimental. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 2.13.

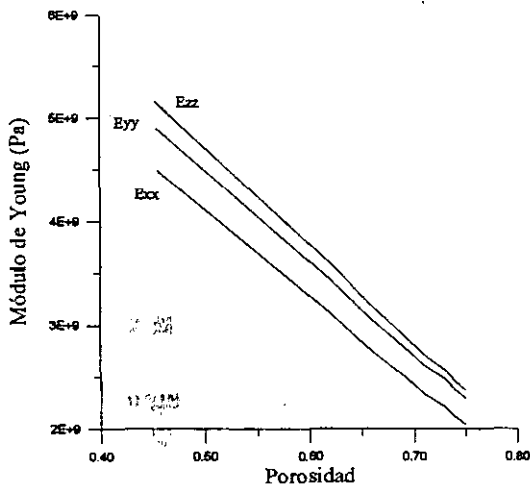


Figura 2.11.a

Módulos de Young para un tejido de estructura [9,3] (ver fig. 2.9.a.)

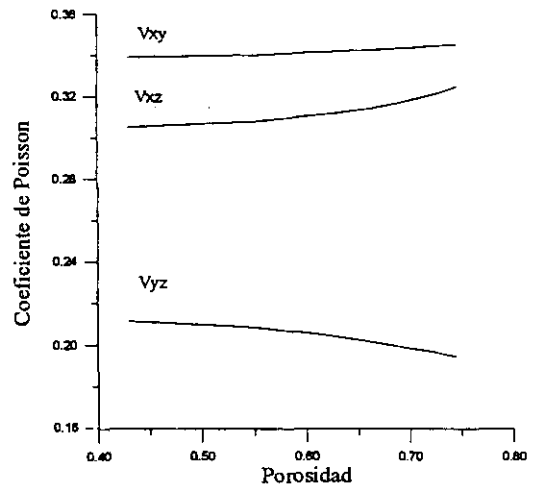


Figura 2.11.b.

Coefficientes de Poisson para un tejido de estructura [9,3] (ver fig. 2.9.a)

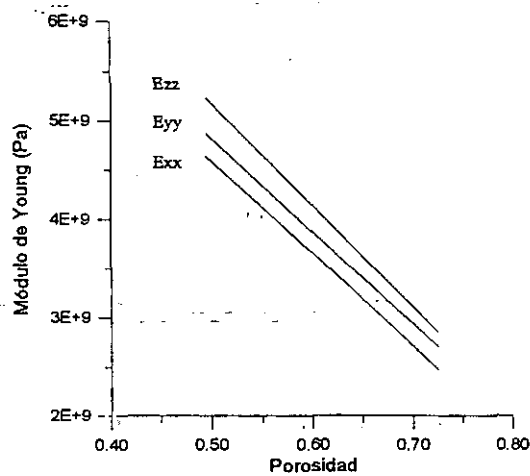


Figura 2.12.a

Módulos de Young para un tejido de estructura [9,7] (ver fig. 2.9.b.)

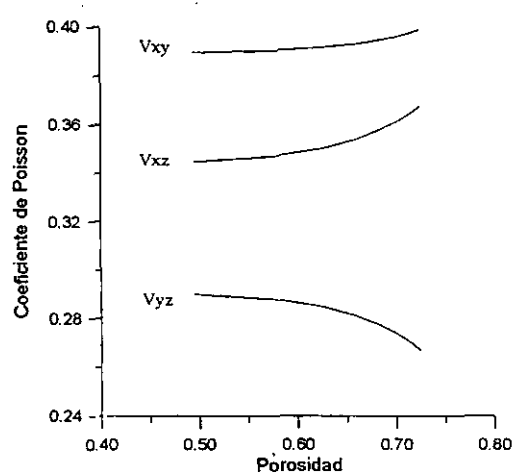


Figura 2.12.b.

Coefficientes de Poisson para un tejido de estructura [9,7] (ver fig. 2.9.b)

De las figuras 2.11-2.13, se puede apreciar un claro comportamiento anisótropo de las constantes elásticas del material. En el caso extremo de la geometría [1,1], se puede apreciar la existencia de un eje de simetría, que coincide precisamente con el eje normal al plano del tejido. Este caso es precisamente el denominado en la bibliografía como "anisotropía transversal", y en el que se hizo un énfasis especial durante la exposición teórica del primer capítulo.

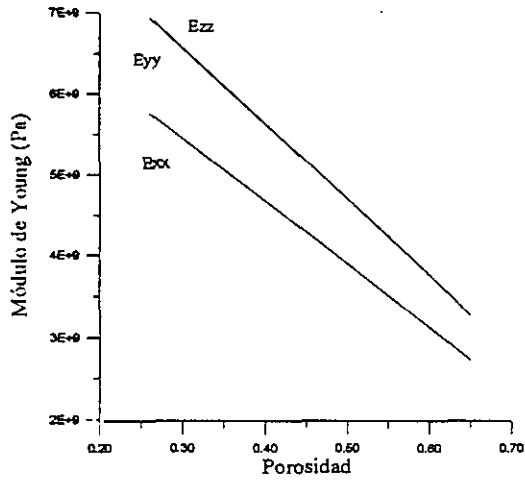


Figura 2.13.a
Módulos de Young para un tejido de estructura [1,1]

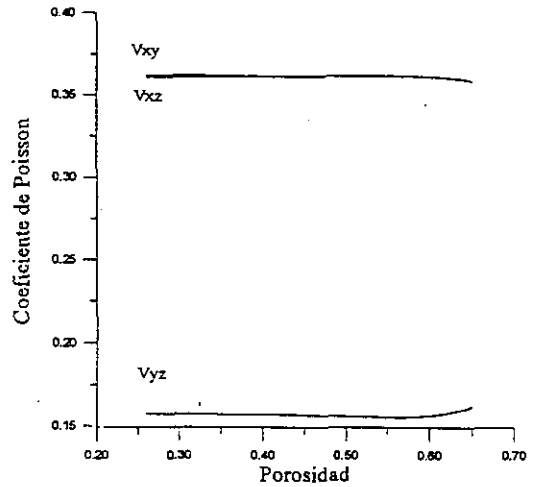


Figura 2.13.b.
Coeficientes de Poisson para un tejido de estructura [1,1]

C. Caracterización de la interacción entre los hilos.

La interacción entre hilos tiene lugar fundamentalmente por medio de dos mecanismos diferentes. En primer lugar, debido a la deformación que se produce en el punto de contacto entre dos hilos, y en segundo lugar, la flexión que sufre el hilo en aquellas zonas donde el eje longitudinal no está contenido en el plano del tejido. Comenzaremos por el estudio de la interacción de dos fibras en la zona de la intersección. En ese punto, cabe esperar que se produzcan de formaciones asociadas a la presión que una fibra puede ejercer sobre otra. El modelo que se expondrá ahora es el desarrollado por D. J. Sides, K. Attenboroug y Mullholand en [26], en el que se estudia la propagación acústica en un absorbente de tipo fibroso y que puede ser aplicado a nuestro caso.

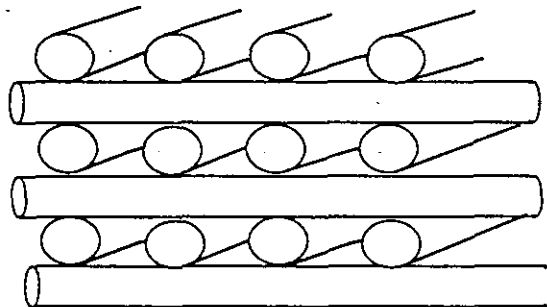


Figura 2.14
Modelo simplificado para un medio poroso.

Por simplicidad, supondremos ahora una geometría simplificada como la expuesta por Sides et al. en [26], que se muestra en la figura 2.14, y que ignora la posibilidad de flexiones en los hilos.

Consideremos ahora, que dos cilindros de los representados en la figura son presionados. La contracción que sufren puede ser medida mediante el acercamiento (α) entre los centros de ambos cilindros. Este acercamiento está relacionado con la fuerza resultante mediante [26]:

$$\alpha = \left[3F(1 - \nu^2) / 2Er^{1/2} \right]^{2/3} \quad (2.10)$$

Donde r es el radio de los hilos, E el módulo de Young y ν el coeficiente de Poisson. Si consideramos que se aplica una presión, llamémosla P_x sobre dos planos entre los que colocamos la muestra, la fuerza resultante por unidad de área debe compensar a la presión aplicada, esto es:

$$F = \left[\pi r / 2(1 - f) \right]^2 P_x \quad (2.11)$$

donde, siguiendo la notación del primer capítulo, f indica la porosidad. De esta forma, la contracción entre los centros de las fibras viene dada por:

$$\alpha = \left[3\pi^2 r^{3/2} (1 - \nu^2) P_x / 8E(1 - f)^2 \right]^{2/3} \quad (2.12)$$

La deformación e_{xx} es entonces:

$$e_{xx} = \frac{\alpha}{2r} = \left[3\pi^2 (1 - \nu^2) / 16\sqrt{2}E(1 - f)^2 \right]^{2/3} P_x^{2/3} \quad (2.13)$$

Para las deformaciones transversales, obtenemos:

$$e_{yy} = e_{zz} = -4(1 - f)\nu e_{xx} / \pi \quad (2.14)$$

De las ecuaciones (2.13) y (2.14), se pueden obtener el módulo de Young y el coeficiente de Poisson:

$$\nu_t = -e_{xx} / e_{yy} = -e_{xx} / e_{zz} = (4\nu/\pi)(1 - f) \quad (2.15)$$

$$E_b = \left. \frac{\partial P_x}{\partial e_{xx}} \right|_{P_f} = \left[\frac{8 \sqrt{3 P_f} E (1-f)^2}{\pi^2 (1-\nu^2)} \right]^{2/3} \tag{2.16}$$

donde P_f es la tensión estática en el fluido.

En la figura 2.15, se muestran los resultados de este modelo para hilos de polyester, en función de la porosidad del tejido.

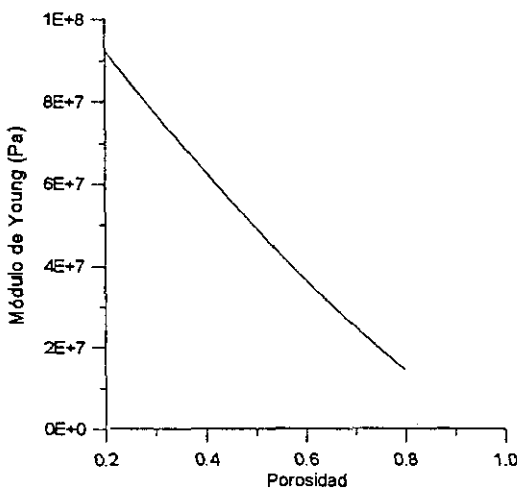


Figura 2.15.a
Módulo de Young para un tejido según el modelo de contacto.

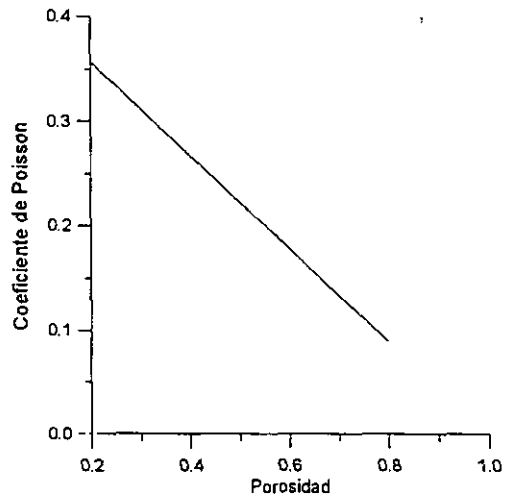


Figura 2.15.b.
Coeficiente de Poisson para un tejido según el modelo de contacto.

Estudiemos ahora el efecto de las flexiones de los hilos. Para esto, es necesario volver sobre los modelos geométricos mostrados en 2.10.a y 2.10.b. De esta forma es claro, que si el tejido sufre una deformación según la dirección z (cambio de espesor), muy probablemente haya habido una torsión de los hilos.

Supongamos que una de las muestras representadas en las figuras 2.10 es sometida a una presión según el eje z. Como resultado de esta presión, el espesor de la muestra experimentará una variación (Δd). Ahora, para poder incorporar la contribución de las torsiones al modelo explicado, consideremos por un momento que tenemos un medio continuo e isótropo. Una deformación como la expuesta daría lugar a una energía elástica por unidad de volumen almacenada en el sólido (U) que vendría dada por:

$$U = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 E^* \tag{2.17}$$

Donde E^* sería el módulo de Young de este medio.

Si fijamos la atención en la estructura microcópica del medio, como se muestra en la figura 2.16, podemos relacionar el espesor del material con las variables microscópicas R , α , l y θ mediante:

$$d = l \operatorname{sen} \theta + 2R \frac{\operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \theta/2}{\operatorname{sen} \left(\frac{180 - \theta}{2} \right)} + 2a \quad (2.18)$$

Donde R y θ son el radio de curvatura del hilo, y el ángulo que cubre la zona curvada, l es la longitud del hilo en la zona rectilínea y a es el radio de los hilos. Por simplicidad se ha supuesto, que la zona curva describe un arco de circunferencia.

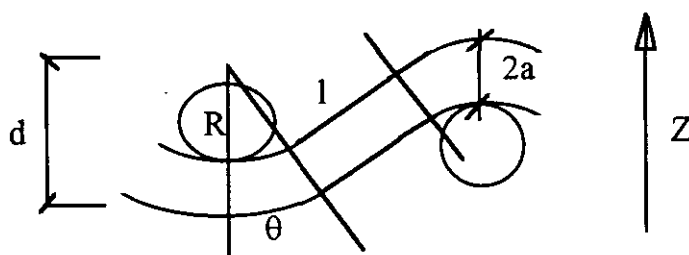


Figura 2.16.
Estructura microscópica del tejido para el estudio de las torsiones de los hilos.

Al estar producido el cambio de espesor por un gran número de torsiones microscópicas de los hilos que componen la muestra, entonces, podemos expresar la energía elástica almacenada como la suma de la producida por la torsión de cada hilo. En una celda unidad del material como la mostrada en la figura 2.16, dicha energía vendría dada por.

$$U = \frac{EI}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R} \right)^2 \theta R \quad (2.19)$$

De esta forma, comparando las expresiones 2.17 y 2.19, tenemos que el módulo de Young efectivo E^* vendrá dado por:

$$E^* = \frac{EId^2}{(\Delta d)^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R} \right)^2 \theta R \frac{1}{V} \quad (2.20)$$

Donde V es el volumen de la celda unidad para la que se calculó la energía mostrada en 2.19, y que es necesario incluir en 2.17, ya que ésta era una energía por unidad de volumen.

De esta forma, podemos calcular cuál sería el módulo de Young equivalente de un tejido que sólo se pudiera deformar mediante torsiones de sus hilos. El

resultado final, nos proporciona un módulo de Young para el tejido que es sólo función de la geometría interna del mismo y de las características elásticas de los componentes.

Analicemos ahora un caso particular que puede ilustrar el resultado:

$$\begin{aligned} l &= 150 \mu\text{m} \\ \theta &= \pi/5 \\ R &= 127 \mu\text{m} \\ a &= 50 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Para el estado deformado, tomaremos:

$$\begin{aligned} \theta &= \pi/6 \\ R &= 153 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Para este caso, obtenemos: $E^* = 5 \times 10^{-3} E$. Es decir, como era de esperar, la inclusión de los efectos de torsión en las fibras, produce una acusada disminución del módulo de Young del tejido en comparación con el de los hilos.

D. Comportamiento global del tejido.

Ahora consideraremos simultáneamente el hecho de la porosidad de los hilos (2.2.d.2.), la compleja estructura del tejido (A y B), y la interacción entre distintas fibras (C). Para esto, y como ya se ha hecho, los datos necesarios tanto para A y B como para C referentes a las constantes elásticas de los hilos, son los proporcionados mediante el apartado 2.2.d.2. Por último, y de lo que se trata ahora, es de incorporar los resultados tanto de la técnica de promediado espacial, como de la del modelo de contacto, a una sólo modelización del medio.

El modelo que se propone para esto es el mostrado en la figura 2.17.

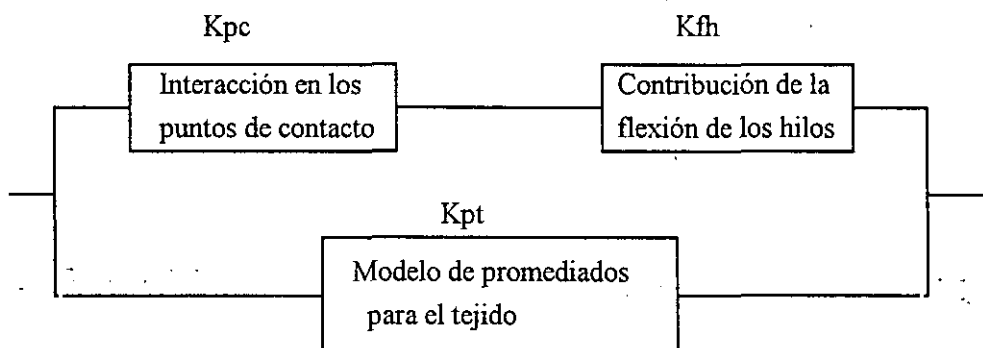


Figura 2.17.

Representación esquemática del modelo teórico para la descripción del comportamiento elástico de un tejido. K_{pc} , K_{ft} y K_{pt} son los módulos de compresibilidad correspondientes a cada uno de los fenómenos indicados

Este modelo, recoge claramente todas las contribuciones que se han estudiado. En la rama inferior, aparece el modelo teórico que se presentó en los subapartado A y B, y que corresponde al modelo de los promediados. Ahora bien, ya que este modelo no es suficiente, debido a que no considera la interacción entre fibras, dichas interacciones se incluyen en la rama superior. Estas se añaden en paralelo (estamos hablando de módulos elásticos), de la misma forma en la que se incluyó el efecto de las burbujas sobre el módulo de compresibilidad del fluido (ecuación 1.56).

Según el modelo expuesto en la figura 2.17, el módulo de compresibilidad del tejido vendría dado por:

$$K = \frac{1}{1/(K_{pc} + K_{fh}) + 1/K_{pt}} \quad (2.21)$$

Donde K denota el módulo de compresibilidad del tejido obtenido según el modelo de la figura 2.17

Teniendo en cuenta las fluctuaciones del módulo de Young de las fibras y los hilos que se mostraron en la tabla 2.VII, que cubrían el rango de 7.8 GPa, para el polyester, hasta 1.95 GPa para el nylon, obtenemos que, según el modelo planteado en la figura 2.17, el módulo de Young del tejido debe variar entre 7 MPa y 25 MPa.

2.3 Aplicación de la teoría de Biot. Estudio paramétrico y espectral.

2.3.a. Introducción.

En este apartado aplicaremos la teoría de Biot, tal y como fue formulada en la sección 1.2. De esta forma, obtendremos velocidades de propagación para ambos modos longitudinales, así como las atenuaciones. Además, centraremos también la atención en los estados de vibración de ambas fases (sólida y fluida), para cada uno de los dos modos longitudinales que se pueden propagar en el interior, ya que esto proporciona una clara idea de la física involucrada en los resultados proporcionados por la teoría.

En esta primera aproximación, aplicaremos la teoría para los casos en los que los fluidos con los que se trabaja para la saturación del sólido poroso son aire y agua.

En primer lugar, desarrollaremos un estudio paramétrico, como se mencionó en la introducción, de forma que se variarán los parámetros que no han podido ser determinados de forma exacta, en los capítulos anteriores. Esto se realizará dentro del rango de variación que se determinó para cada uno de ellos, y se analizará el efecto de estos cambios sobre los resultados finales de la teoría, esto es, sobre las propiedades acústicas que el modelo proporciona. De esta forma se determinará la aplicabilidad de la teoría, y la exactitud que cabe esperar de los resultados teóricos al compararlos con las medidas experimentales. En particular, y como resumen de la sección anterior (2.2), los parámetros que se variarán y los rangos de variación se muestran en la tabla 2.VIII.

TABLA 2.VIII.
Rangos de variación y valores base para el estudio paramétrico

Parámetro	Valor base	Rango de variación
Módulo de Compresibilidad del tejido	10 MPa	5 MPa- 30 MPa
Acoplamiento inercial		
Aire	0.22 Kg/m ³	>0.45 Kg/m ³
Agua	175 Kg/m ³	>350 Kg/m ³
Resistencia al flujo		
Aire	5×10 ⁴ Kg.s/m ³	10 ⁴ -2×10 ⁵ Kg.s/m ³
Agua	10 ⁶ Kg.s/m ³	10 ⁶ -8×10 ⁶ Kg.s/m ³

En segundo lugar, calcularemos velocidades de propagación y atenuaciones de ambos modos longitudinales en función de la frecuencia. Este estudio espectral se llevará a cabo dentro del rango que se empleará experimentalmente para el estudio de la teoría de Biot, esto es entre 5 kHz y 200 kHz. Para este estudio se emplearán las magnitudes denominadas como valor base en la tabla 2.VIII, así como los demás parámetros determinados en el apartado 2.2, en el que se proporcionó un estudio detallado de las características de estos materiales.

2.3.b. Aplicación de la teoría de Biot a tejidos en inmersión acuosa.

Aplicaremos ahora la teoría de Biot, tal y como se mencionó en la introducción, al caso de inmersión en agua. Comenzaremos con el estudio paramétrico, para lo que mantendremos fijos dos de los tres parámetros a estudiar, que se mostraron en la tabla 2.VIII, mientras que para el tercero se hace un barrido dentro del rango de variación que ya se ha determinado. Los resultados teóricos sobre los que centraremos la discusión serán: velocidades de propagación y atenuación para cada uno de los dos modos longitudinales, y amplitud y fase relativa entre la velocidad de desplazamientos de sólido y fluido, también para cada uno de los dos modos longitudinales. Para finalizar, mostraremos los resultados de velocidad de propagación y atenuación de ambos modos longitudinales, obtenidos del estudio en frecuencia.

2.3.b.1 Influencia del módulo de compresibilidad del tejido

Como ya se mencionó, el rango que se estudiará es el comprendido entre los valores de 5 MPa y 30 MPa. Los resultados obtenidos para la velocidad de propagación, atenuación y amplitud y fase relativas entre las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, se muestran en las figuras 2.17-2.20.

Como se puede apreciar de las figuras 2.17-2.20, la variación del módulo de compresibilidad del tejido en el rango de 5 MPa hasta 30 MPa, no produce prácticamente ningún cambio en el estado de vibración relativo de las partículas de ambas fases (sólida y fluida). Para el MLL dicha vibración se produce en contrafase, mientras que para el MLR se produce muy próxima al desfase cero. Igualmente, se puede apreciar, que la vibración posee una mayor amplitud en el sólido que en el fluido para el caso del MLR, mientras que para el MLL, la vibración es ligeramente mayor en el fluido. Con respecto a la velocidad de propagación, sólo el MLL se ve afectado, variando la velocidad de propagación para dicho modo entre 80 m/s y 220 m/s. De la misma forma, el efecto de la variación del módulo de compresibilidad del tejido sólo influye en la atenuación del MLL, variando ésta entre 220 Np/m y 85 Np/m.

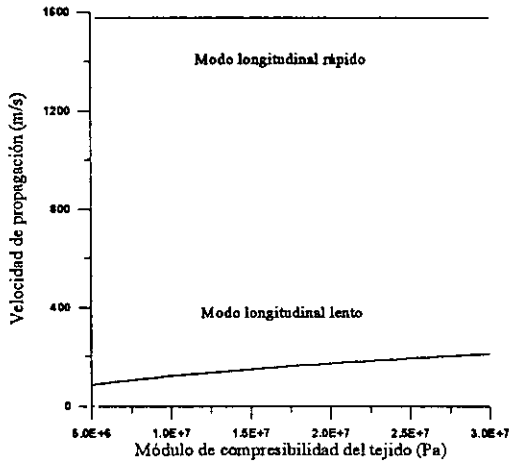


Figura 2.17

Variación de la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del tejido.

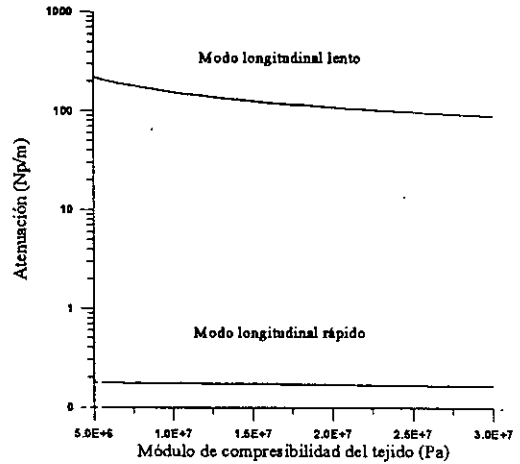


Figura 2.18

Variación de la atenuación de ambos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del tejido.

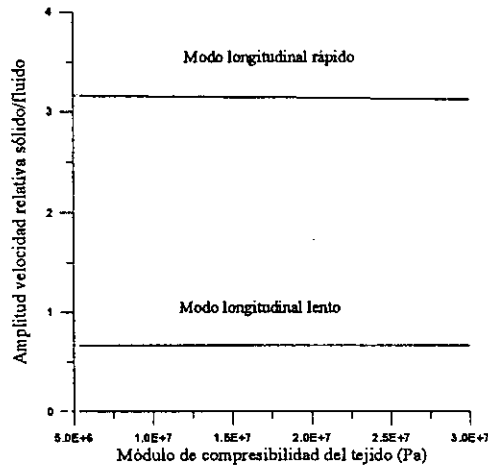


Figura 2.19

Variación del módulo del cociente de las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, en función del módulo de compresibilidad del tejido.

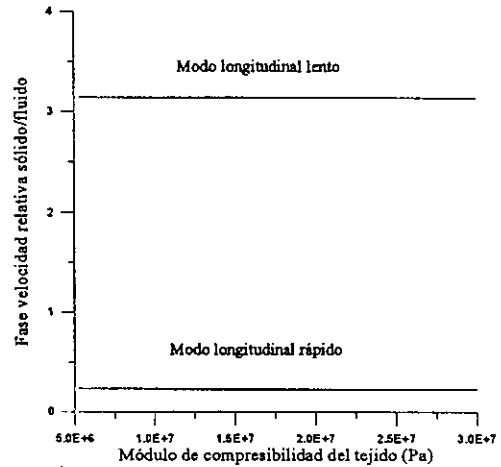


Figura 2.20

Variación de la fase relativa (radianes) entre las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del tejido

2.3.b.2. Influencia de la resistencia al flujo.

Analizaremos ahora, la influencia de la variación de la resistencia al flujo, dentro del rango que ya se mencionó, esto es, en el intervalo de $10^6 - 8 \times 10^6$ Kg.s/m³. Los resultados obtenidos para la velocidad de propagación de los dos modos longitudinales, atenuación y amplitud y fase relativas entre las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, se muestran en las figuras 2.21-2.24.

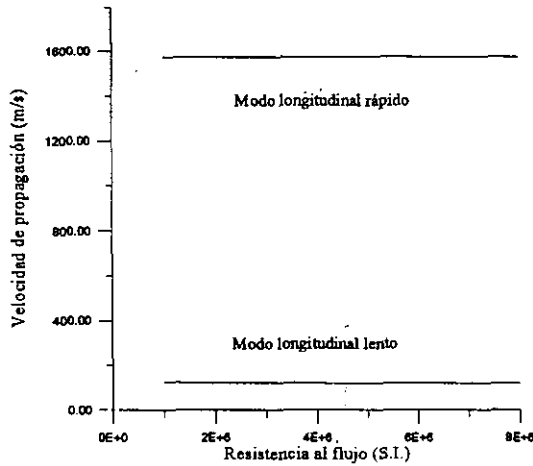


Figura 2.21

Variación de la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales en función de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

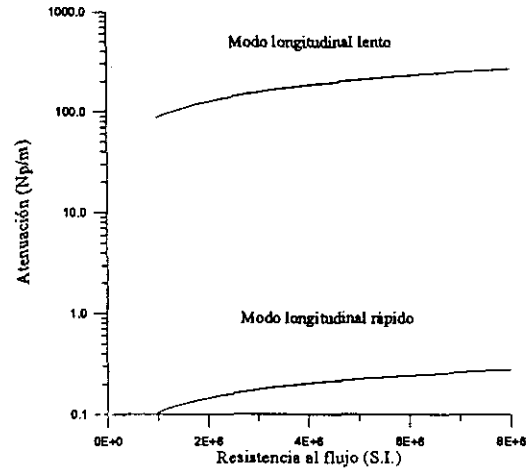


Figura 2.22

Variación de la atenuación de ambos modos longitudinales en función del módulo de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

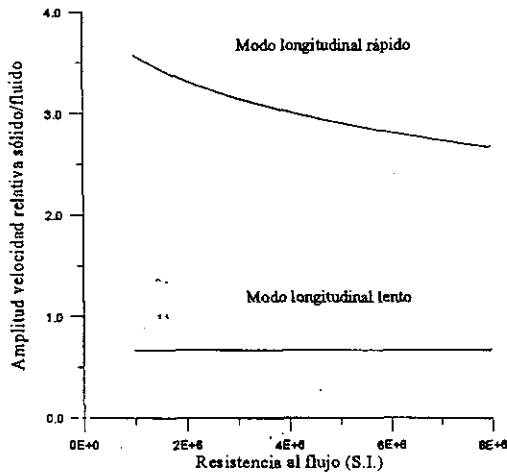


Figura 2.23

Variación del módulo del cociente de las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, en función de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

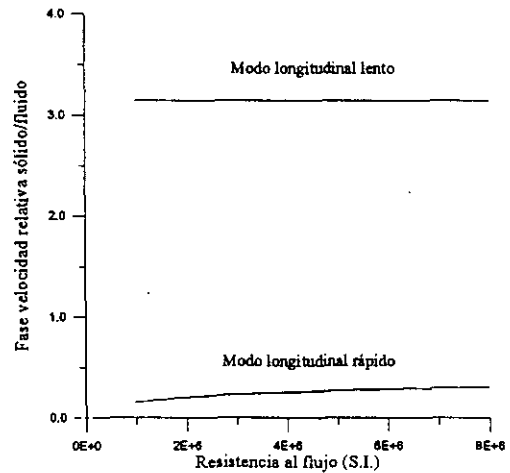


Figura 2.24

Variación de la fase relativa (radianes) entre las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales en función de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

Como se puede apreciar de las figuras 2.21-2.24, el efecto de la variación de la resistencia al flujo, se manifiesta fundamentalmente, como era esperable, en los resultados de atenuación para ambos modos. Para el MLL, la atenuación varía entre 90 Np/m y 290 Np/m, mientras que para el MLR varía entre 0.1 Np/m y 0.29 Np/m. Por el contrario las velocidades de propagación no se ven afectadas manteniéndose la del MLR en 1575 m/s, y la del MLL en 220 m/s. Con respecto al estado de vibración de las partículas de ambas fases, sólo el MLR se ve afectado. Como es lógico, el incremento de la resistencia al flujo, produce una disminución de la amplitud de vibración relativa del sólido con respecto al fluido, pasando ésta de 3.5 a 2.6. Igualmente, también las velocidades de desplazamiento para el MLR se van desfasando, incrementándose dicha fase relativa de 0.3 radianes a 0.6 radianes.

2.3.b.3. Influencia del acoplamiento inercial.

En este apartado analizaremos la influencia del acoplamiento inercial sobre la caracterización acústica del medio. El rango de variación a emplear para nuestras muestras, como ya se indicó, corresponde al intervalo: 10 Kg/m^3 - 350 Kg/m^3 . Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 2.25-2.28.

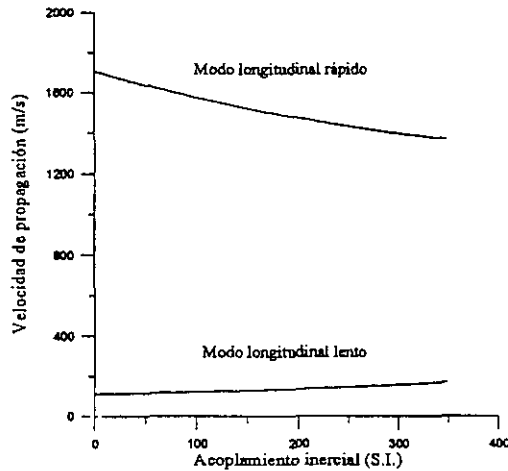


Figura 2.25

Variación de la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales en función del acoplamiento inercial entre sólido y fluido.

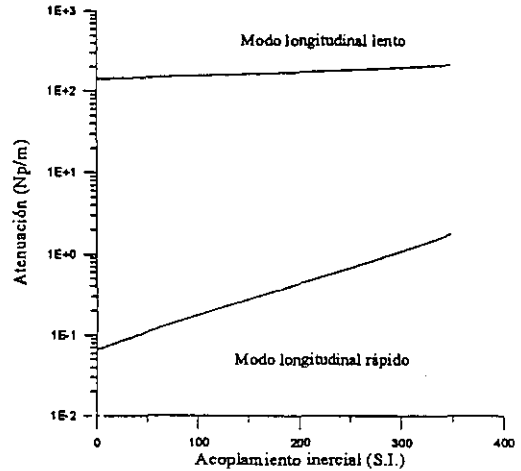


Figura 2.26

Variación de la atenuación de ambos modos longitudinales en función del acoplamiento inercial entre sólido y fluido.

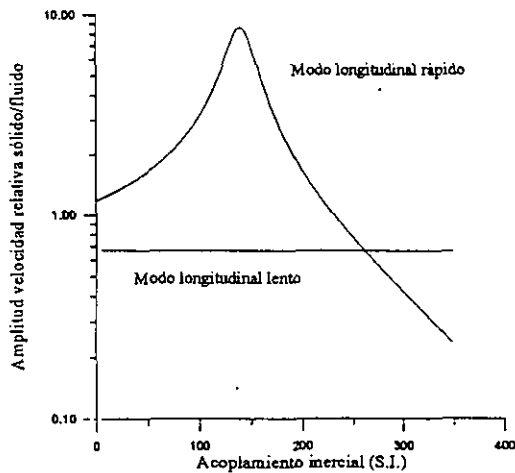


Figura 2.27

Variación del módulo del cociente de las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, en función del acoplamiento inercial entre sólido y fluido

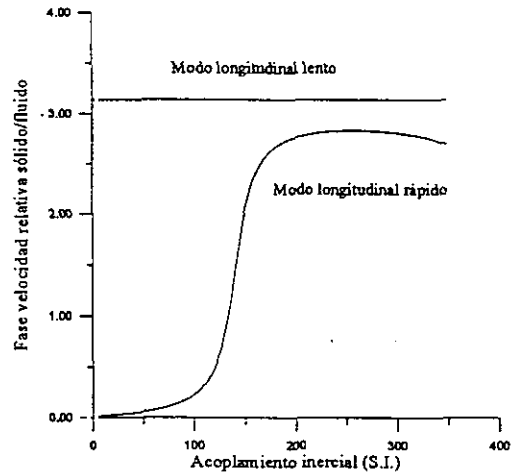


Figura 2.28

Variación de la fase relativa (radianes) entre la velocidad de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales en función del acoplamiento inercial entre sólido y fluido.

Como se puede apreciar de las figuras 2.25-2.28, la variación del acoplamiento inercial entre 10 y 350 Kg/m^3 produce un cambio radical en el estado de vibración relativo de las fases sólida y fluida para el MLR, mientras que prácticamente no afecta al MLL. A partir de un cierto valor ($\approx 100 \text{ Kg/m}^3$) la fase

relativa de la velocidad de desplazamiento entre sólido y fluido para el MLR aumenta bruscamente, de forma que pasa de un desfase próximo a cero a un desfase próximo a π . Consecuentemente con este cambio, la atenuación del MLR aumenta notablemente (de 0.07 NP/m a 20 NP/m), e igualmente varía la velocidad (de 1700 m/s a 1390 m/s).

Para el MLL las diferencias observadas son mucho menores, de forma que el estado de vibración apenas varía, y la velocidad y atenuación aumentan ligeramente.

2.3.b.4. Estudio espectral.

Analizaremos ahora el efecto de la frecuencia de la onda sobre la velocidad de propagación y la atenuación. El rango de frecuencia que se estudiará será el comprendido entre 5 kHz y 200 kHz, que se corresponde con el que se empleará en la experimentación para el análisis de la teoría de Biot.

En la figura 2.29 se muestran los resultados para la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales. Se puede apreciar, que el efecto de la frecuencia es muy pequeño, es decir no se presentan fenómenos de dispersión.

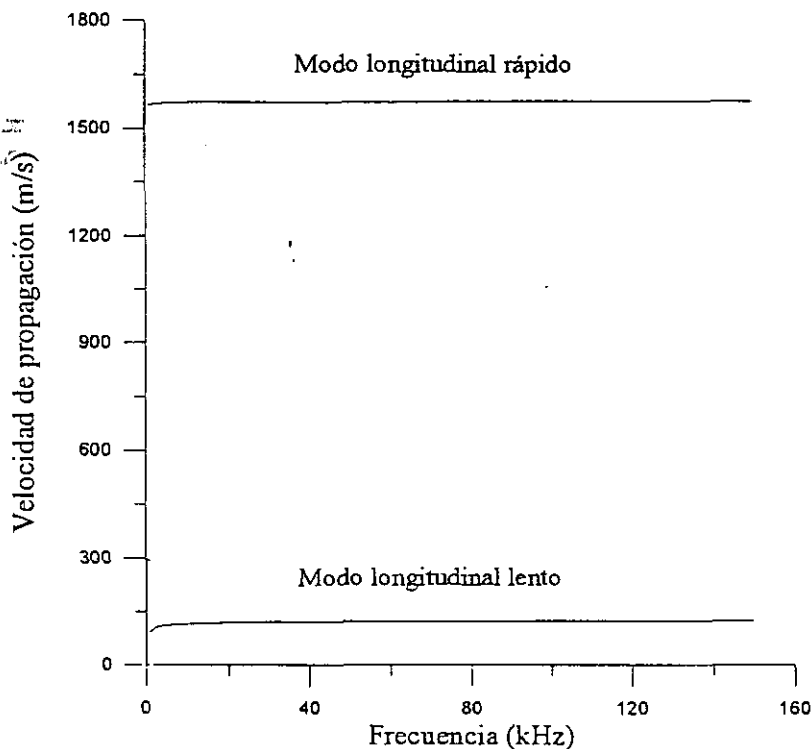


Figura 2.29

Variación de la velocidad de propagación para ambos modos longitudinales en función de la frecuencia de la onda

En la figura 2.30 se presentan los resultados de atenuación. En este caso, sí que puede observarse una cierta influencia de la frecuencia en los resultados obtenidos, de forma que para ambos modos se presenta un claro aumento de la atenuación con la frecuencia.

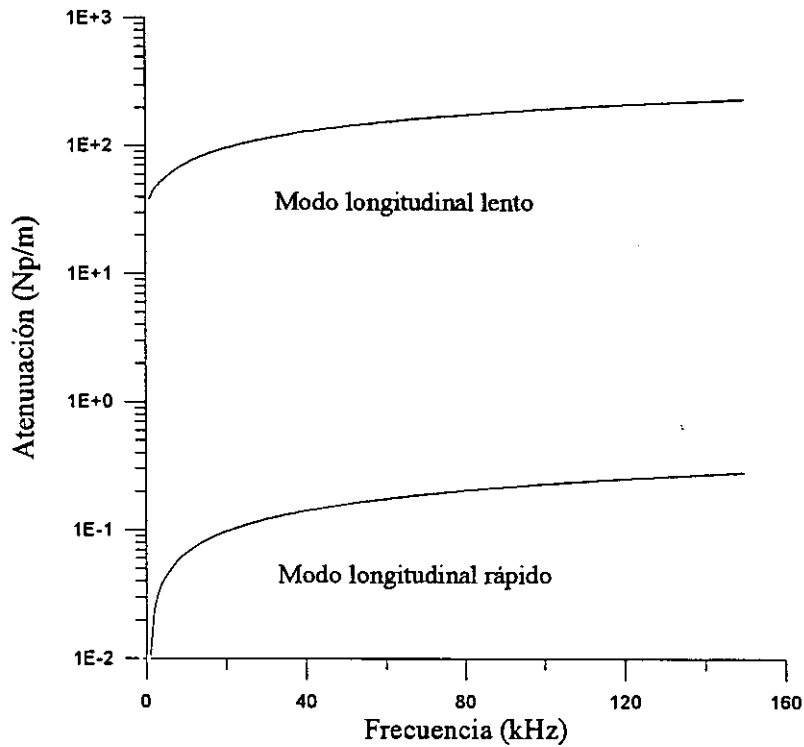


Figura 2.30

Variación de la atenuación para ambos modos longitudinales en función de la frecuencia de la onda

2.3.c. Aplicación de la teoría de Biot a tejidos en aire.

Desarrollaremos ahora un estudio equivalente al mostrado en el apartado anterior, pero para el caso en el que el fluido sea aire. Los parámetros que se han estudiado son, como en el caso anterior el módulo de compresibilidad del tejido, el acoplamiento inercial y la resistencia al flujo. Los rangos de variación y los valores medios que se han empleado se corresponden con los que se mostraron en la tabla 2.VIII. Así mismo, también incluiremos un estudio espectral.

2.3.c.1. Influencia del módulo de compresibilidad del tejido.

Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 2.31-2.34. La variación del módulo de compresibilidad del tejido apenas produce ningún efecto sobre el MLR, pero el MLL sí que se ve afectado. Su velocidad de propagación aumenta de 105 m/s hasta 250 m/s, la atenuación disminuye ligeramente (desde 2.6 Np/m hasta 1.8 Np/m) y también el estado de vibración de cada una de las fases para este MLL varía. La amplitud relativa de la velocidad de vibración se incrementa de 0.7 a 1.05, y la fase disminuye ligeramente, de 3.06 radianes a 2.5 radianes. Esto explica la disminución de la atenuación del MLL al aumentar el módulo de compresibilidad del tejido, ya que este aumento se traduce en un estado de vibración en el que el rozamiento entre ambas fases se hace menor. De igual forma se puede explicar la

alta atenuación del MLR (≈ 180 Np/m), ya que el desfase en la velocidad de vibración de ambas fases es muy alto (2.35 radianes) y la relación entre la amplitud de velocidades también lo es (2.5).

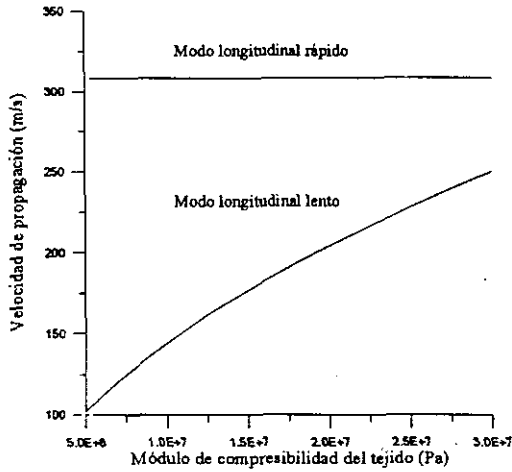


Figura 2.31

Variación de la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del tejido.

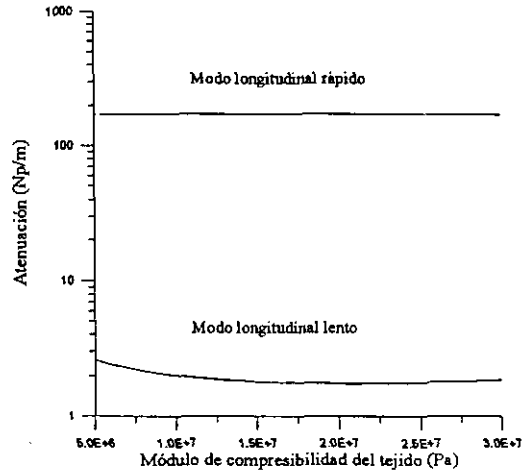


Figura 2.32

Variación de la atenuación de ambos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del tejido

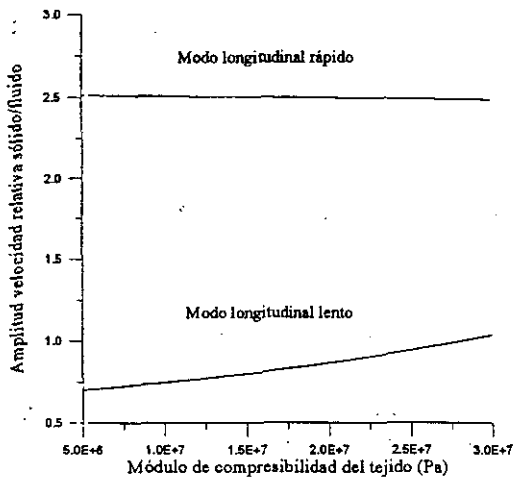


Figura 2.33

Variación del módulo del cociente de las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, en función del módulo de compresibilidad del tejido.

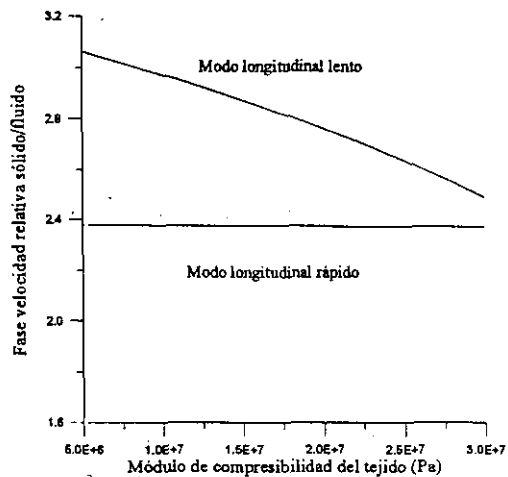


Figura 2.34

Variación de la fase relativa (radianes) entre la velocidad de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del tejido

2.3.c.2. Influencia de la resistencia al flujo.

Analizaremos ahora, la influencia de la variación de la resistencia al flujo, dentro del rango que ya se mencionó, esto es, en el intervalo de 10^4 - 2×10^5 Kg.s/m³. Los resultados obtenidos para la velocidad de propagación de los dos modos longitudinales, atenuación y amplitud y fase relativas entre los

desplazamientos de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, se muestran en las figuras 2.35-2.38.

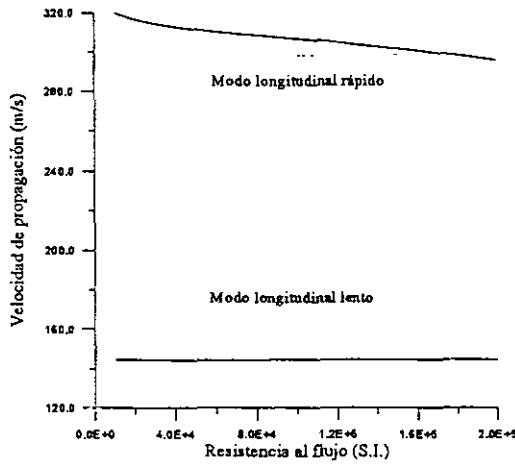


Figura 2.35

Variación de la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales en función de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

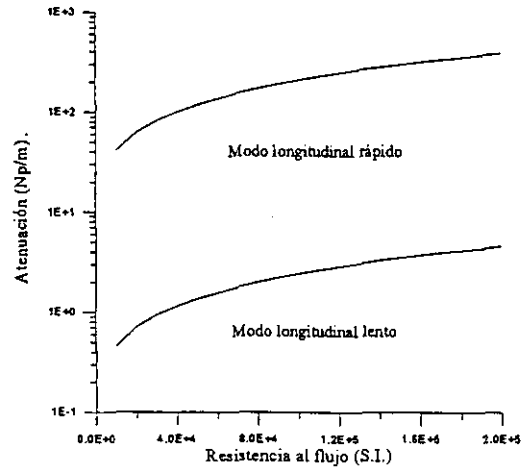


Figura 2.36

Variación de la atenuación de ambos modos longitudinales en función del módulo de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

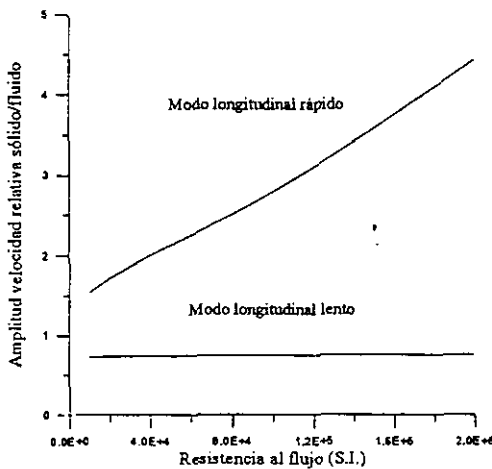


Figura 2.37

Variación del módulo del cociente de las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, en función de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

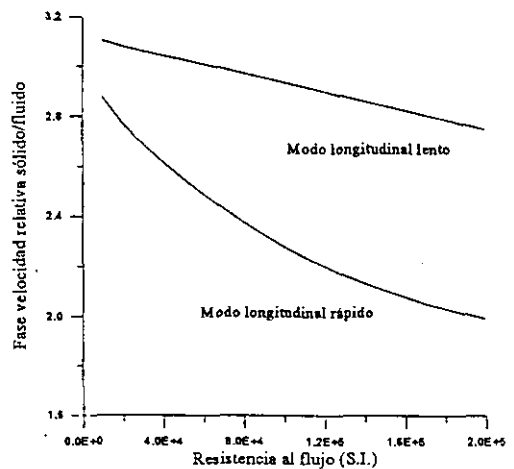


Figura 2.38

Variación de la fase relativa (radianes) entre la velocidad de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales en función de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

En este caso, se producen cambios en ambos modos, aunque los más notables se refieren al MLR. En ambos casos, y como era de esperar, la atenuación aumenta. Para el MLR, la velocidad de propagación también disminuye (de 320 m/s a 295 m/s), mientras que para el MLL no se aprecia ningún cambio. En lo que al estado de vibración de cada una de las fases en comparación con la otra para cada uno de los dos modos longitudinales se refiere, los cambios más acusados se encuentran también en el MLR. La relación de amplitudes aumenta notablemente (de 1.5 a 4.4), mientras que el desfase decrece (de 2.87 radianes hasta 1.95

radianes). Para el MLL, salvo el incremento en la atenuación ya comentado, la única otra variación es una ligera disminución de la fase relativa de las velocidades de sólido y fluido (de 3.1 radianes a 2.75 radianes).

2.3.c.3. Influencia del acoplamiento inercial.

Analizaremos ahora, la influencia del acoplamiento inercial sobre la caracterización acústica de estos medios. Como se hizo en los casos anteriores, ahora, presentamos los resultados obtenidos en las figuras 2.39-2.42.

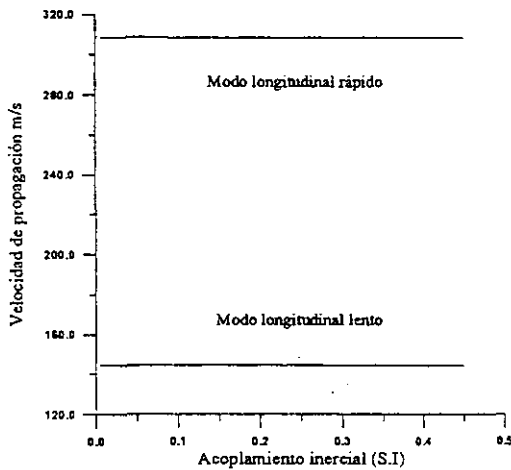


Figura 2.39

Variación de la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales en función de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

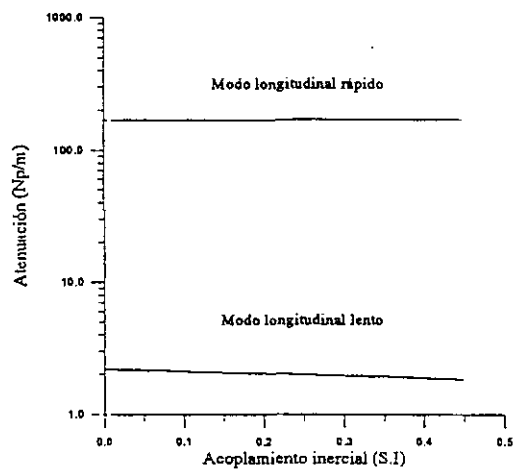


Figura 2.40

Variación de la atenuación de ambos modos longitudinales en función del módulo de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

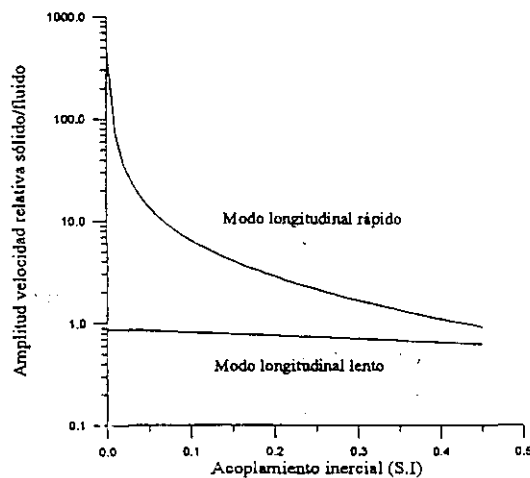


Figura 2.41

Variación del módulo del cociente de las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, en función de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

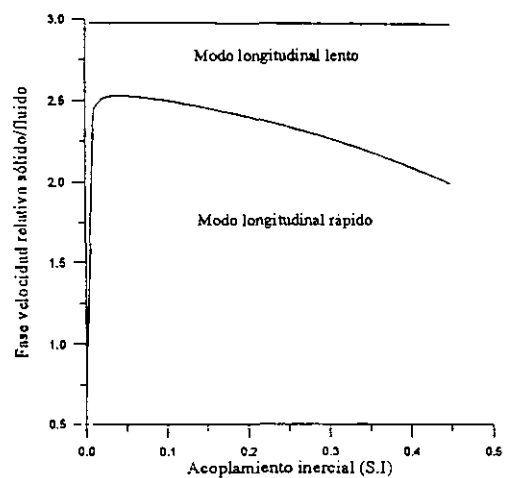


Figura 2.42

Variación de la fase relativa (radianes) entre las velocidades de desplazamiento de sólido y de fluido para cada uno de los dos modos longitudinales en función de la resistencia al flujo en el interior del sólido poroso.

En este caso, las propiedades acústicas del medio (velocidad de propagación y atenuación) para ambos modos longitudinales, apenas se ven modificados. Para el MLL, la velocidad de propagación se mantiene en 145 m/s, mientras que la atenuación varía ligeramente en torno a los 2 Np/m. Para el caso del MLR, tenemos 320 m/s y 170 Np/m. En lo que sí que se ve afectado el MLR, no así el MLL, es en el estado de vibración de cada una de las fases del medio. Para un acoplamiento inercial cero, prácticamente toda la oscilación tiene lugar en el sólido, mientras que al aumentar dicho acoplamiento, la vibración se transmite al fluido, y tiende a vibrar con la misma amplitud, y con un desfase relativamente alto (≈ 2 radianes).

2.3.c.4. Estudio espectral.

Analizaremos ahora el efecto de la frecuencia de la onda sobre las características de la propagación. El rango de frecuencia que se estudiará será el comprendido entre 5 KHz y 200 KHz, que se corresponde con el que se empleará en la experimentación para el análisis de la teoría de Biot.

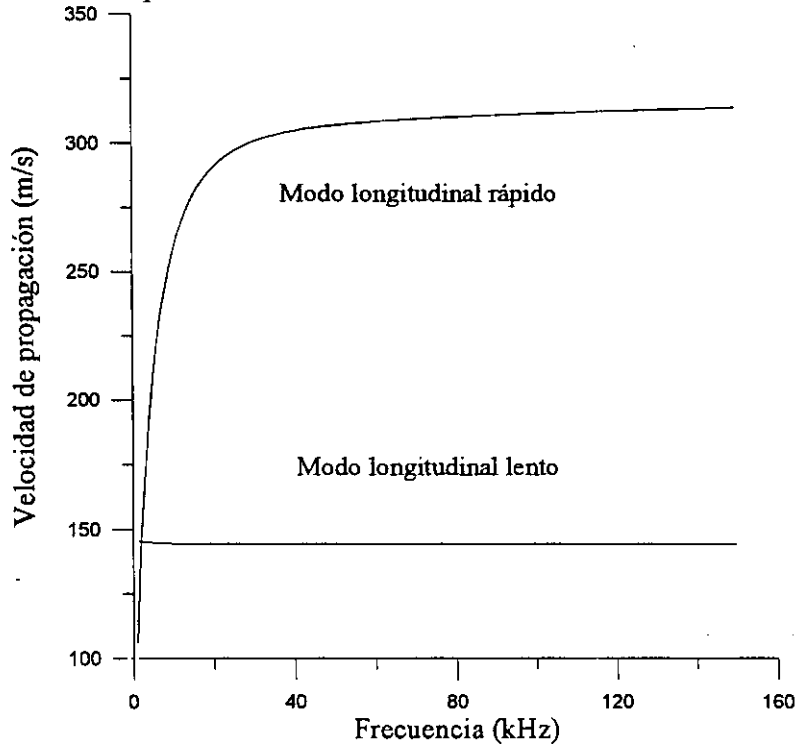


Figura 2.43

Variación de la velocidad de propagación para ambos modos longitudinales en función de la frecuencia de la onda

En la figura 2.43 se muestran los resultados para la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales.

Puede apreciarse un fuerte cambio de la velocidad de propagación del MLR con la frecuencia para valores bajos de ésta. Sin embargo, para frecuencias por encima de 44 kHz, la velocidad de propagación se aproxima a un valor estacionario entorno a 320 m/s

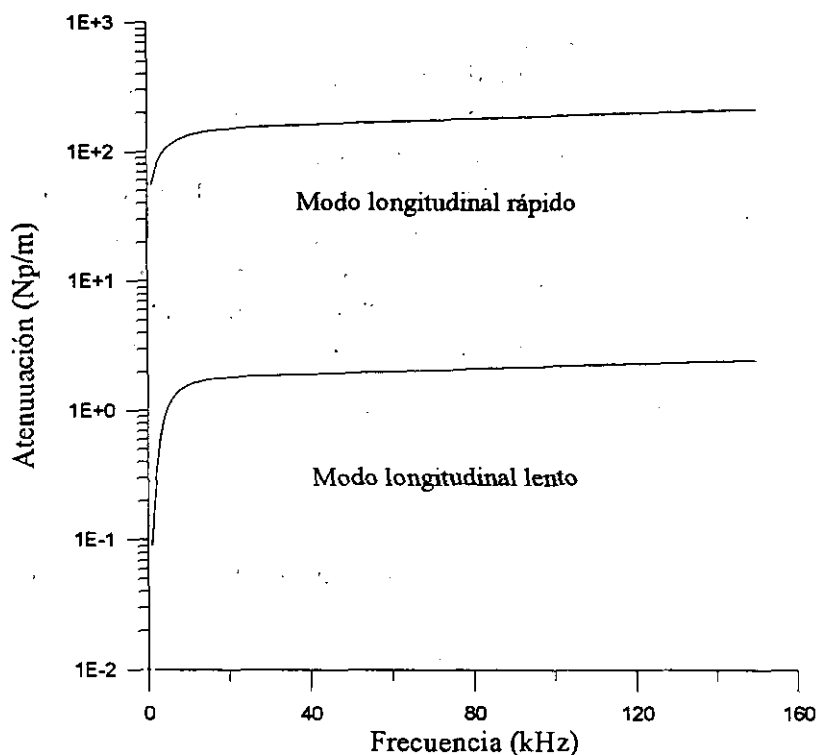


Figura 2.44

Variación de la atenuación para ambos modos longitudinales en función de la frecuencia de la onda.

Los resultados para la atenuación se muestran en la figura 2.44. Al igual que en el caso anterior, las variaciones de la atenuación con la frecuencia se restringen, fundamentalmente, a la zona de baja frecuencia (por debajo de 10 kHz).

2.3.d. Conclusiones del estudio paramétrico.

Para una mejor y más rápida comprensión de los resultados obtenidos con el estudio paramétrico que se ha realizado, presentaremos ahora dos cuadros en los que se mostrarán la relación existente entre el error relativo que se comete en la caracterización acústica del medio, con respecto al error relativo asociado a la indeterminación de los parámetros analizados. Así pues, multiplicando el número que aparece en la tabla por la indeterminación en el parámetro correspondiente, se obtiene el error relativo en la propiedad acústica asociada, debido a dicha indeterminación. De esta forma puede verse claramente cuales son los parámetros más críticos, y cuales las magnitudes más sensibles.

En la tabla 2.IX se muestran los resultados para el caso de que el fluido fuese agua. El parámetro que más influye en los resultados proporcionados por la teoría de Biot es la resistencia al flujo. El error en el cálculo de este parámetro produce una indeterminación media algo inferior a la mitad de ese error en los resultados tanto de velocidad como atenuación para el MLL. El acoplamiento

inercial también posee un fuerte efecto sobre la atenuación del MLL, y el módulo de compresibilidad del tejido, influye fundamentalmente sobre el MLL.

TABLA 2. IX
Resultados del estudio paramétrico en agua.

		Módulo de compresibilidad	Resistencia al flujo	Acoplamiento inercial
Modo rápido	Velocidad	~0	~0	0.06
	Atenuación	~0	0.42	0.1
Modo lento	Velocidad	0.37	~0	0.17
	Atenuación	0.35	0.42	0.53

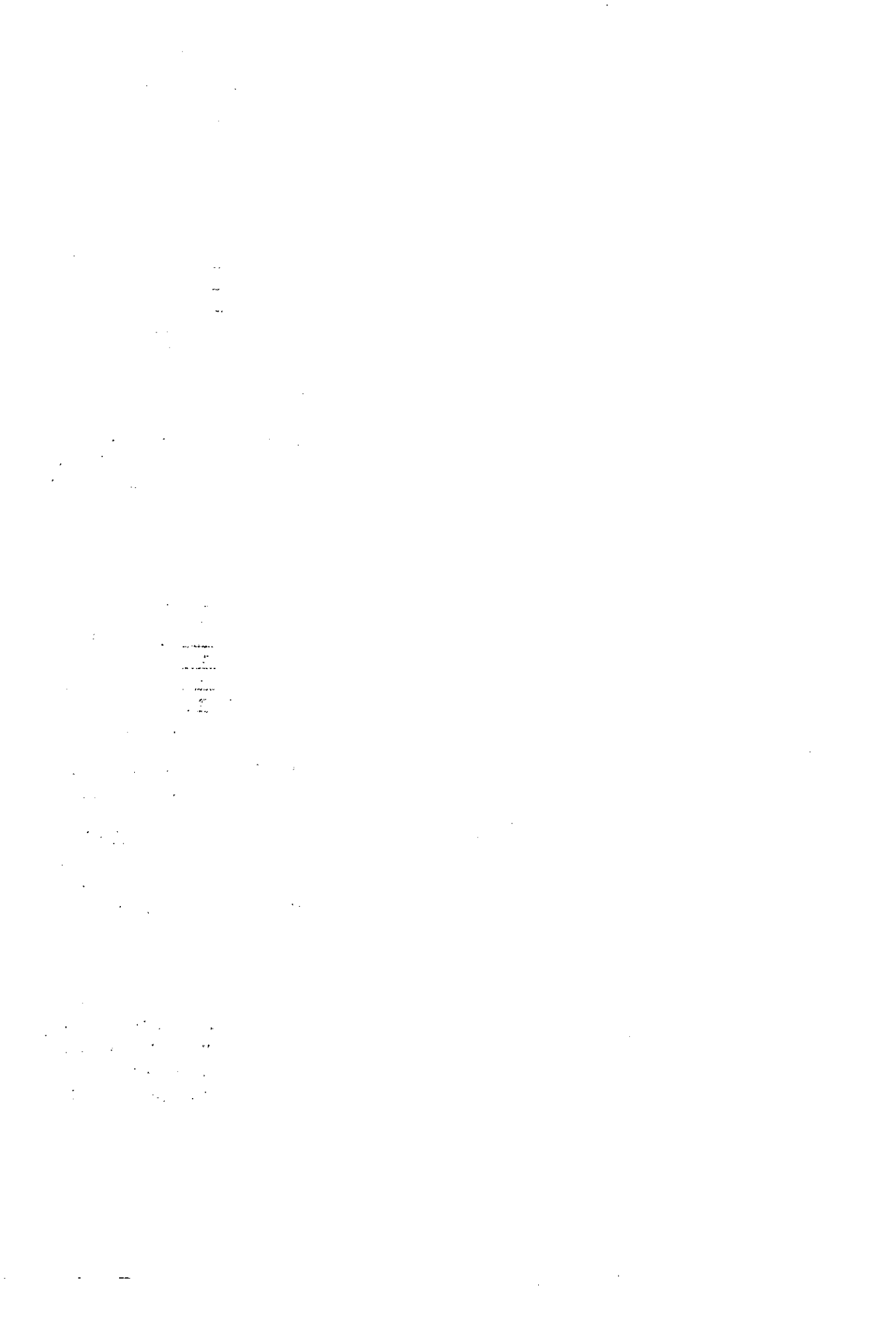
En la tabla 2.X, se muestran los resultados para el caso en el que el fluido sea aire. Como puede apreciarse, dichos resultados son semejantes a los mostrados en 2.IX, salvo que el efecto del acoplamiento inercial y del módulo de compresibilidad del tejido es apreciablemente menor. Por el contrario, el efecto de la resistencia al flujo es especialmente acusado, en este caso, sobre las atenuaciones de ambos modos longitudinales

TABLA 2. X
Resultados del estudio paramétrico en aire.

		Módulo de Young	Resistencia al flujo	Acoplamiento inercial
Modo rápido	Velocidad	~0	0.03	~0
	Atenuación	~0	0.65	~0
Modo lento	Velocidad	0.32	~0	~0
	Atenuación	0.15	0.65	~0

Analizemos un caso concreto. Supongamos que tenemos una indeterminación en la obtención del módulo de compresibilidad del tejido de un 15%, y un valor absoluto dentro del rango estudiado (esto es, entre 5 MPa y 30 MPa). Entonces, si trabajamos en agua, el error que se puede esperar en el cálculo de la velocidad de propagación del MLL debido a esa indeterminación, la obtenemos multiplicando el número que aparece en la casilla: "Modo lento - velocidad / Módulo de compresibilidad", esto es: $15\% \times 0.37 = 5.5\%$. En el caso en que trabajemos en aire, esta indeterminación resulta ser del: 4.8%.

De esta forma, también obtenemos una clara idea (al menos dentro de los rangos analizados) de las posibilidades de caracterizar al material con uno y otro modo de propagación. En particular, resulta claro, que la determinación tanto del módulo de compresibilidad de la estructura sólida como del acoplamiento inercial de sólido y fluido en el interior del medio poroso, por medio de medidas acústicas, es preferible realizarlo por medio de medidas sobre el MLL, mucho más sensible a dichos parámetros que el MLR.



2.4 Aplicación de la teoría de Biot generalizada. **Efectos viscoelásticos: Inclusión de Burbujas de aire**

2.4.a. Introducción.

En este apartado incluiremos el efecto de la aparición de burbujas de aire en el interior del material. Este efecto posee una importancia de carácter práctico fundamental, ya que como se verá en la parte experimental del trabajo (capítulo 3°), al introducirse las muestras en el medio acuoso, la cantidad de burbujas que quedan atrapadas es muy alta. La presencia de éstas burbujas modifica notablemente el comportamiento de los medios que se están estudiando. Se produce una fuerte variación de las impedancias de éste, variando radicalmente los valores del coeficiente de reflexión, así como de la velocidad de propagación y de la atenuación.

Como ya se vió en la introducción teórica del primer capítulo, los efectos viscoelásticos dominan en la propagación acústica en un medio poroso infinito, sin discontinuidades, mientras que en las discontinuidades predominan los fenómenos poroelásticos. Por éste motivo, para la descripción teórica de la propagación acústica en este tipo de materiales es absolutamente imprescindible tener en cuenta el efecto de la existencia de burbujas en el interior del fluido, así como también resultaría necesario incluir cualquier otro fenómeno viscoelástico que tuviese lugar en el interior del medio.

En primer lugar, proporcionaremos una descripción del tipo de burbujas que se hallaban presentes en los materiales estudiados. Esta caracterización, se llevó a cabo por medio del estudio de microfotografías como las mostradas en las figuras 2.6, 2.7 y 2.8, en donde también pudieron observarse algunas burbujas. Los resultados referentes a la distribución de la concentración de burbujas en función del tamaño serán mostradas en el apartado 2.4.b, de forma que se proporcionarán los datos necesarios para la posterior aplicación de la teoría.

Tras esta descripción experimental, el efecto de las burbujas se estudiará en dos pasos. En primer lugar, se considerarán burbujas muy pequeñas, de forma que la frecuencia de trabajo esté muy por debajo de la frecuencia de resonancia. En este primer paso, no se considerarán efectos viscoelásticos, es decir, no se introducirá una atenuación debida a la existencia de burbujas. El único efecto que se considerará es el de la reducción del módulo de compresibilidad del fluido debido a la presencia de burbujas, pero éste seguirá siendo una magnitud real y no dependiente de la frecuencia. Como en la sección anterior (2.3), se estudiarán los efectos producidos

sobre la velocidad, la atenuación y el estado de oscilación de cada una de las fases, para cada uno de los dos modos longitudinales.

En un segundo paso, se considerará la atenuación que introducen las burbujas. Para ésto, se considerará un tamaño no nulo de las burbujas, lo cual da lugar a un módulo de compresibilidad complejo, que fue calculado mediante la expresión que se obtuvo en el apartado 1.2.f.1 (ecuación 1.56) que es función de la frecuencia. Presentaremos los resultados obtenidos dentro de la banda de frecuencia de 5 kHz hasta 200 kHz, y para diferentes configuraciones de burbujas (diferentes distribuciones).

2.4.b. Caracterización del tipo de burbujas que se encuentran en los tejidos.

Cuando un sólido poroso se introduce en el interior de un fluido, se produce la formación de gran cantidad de burbujas de aire en el interior de éste. Esto es debido a la dificultad que encuentra el fluido para penetrar en todos los poros y desplazar, de esta forma, al aire que antes los ocupaba. Esto da lugar a una situación dinámica, que evoluciona con el tiempo, y en la que cada vez hay menos aire contenido en el interior del sólido poroso y, por el contrario, más agua. Esto es debido a la presión que se ejerce en el seno del fluido que hace que el aire se vea desplazado.

En la realidad, la situación no es tan simple, pues se da el caso de que el gas disuelto en el fluido se precipita sobre la superficie del sólido poroso, formándose así nuevas burbujas, que incluso pueden crecer gracias a fenómenos de difusión de gas a través de la superficie de la burbuja.

Todos estos aspectos se verán más en detalle en el apartado 3.3.c. cuando se estudie, de forma experimental, el efecto del estado del fluido sobre el proceso de desgasificación de las muestras. Lo que vamos a presentar ahora, son algunos resultados de las observaciones que se han realizado con respecto a las burbujas que se han encontrado en el interior de las muestras empleadas, y que son debidas más al primero de los efectos mencionados que al segundo.

Las áreas inspeccionadas fueron, aproximadamente de 3.56 mm², 2.67 mm² y 4 mm², para el algodón 2, el algodón 1 y el polyester respectivamente.

2.4.b.1. Resultados para el algodón 1.

Número total contado: 168;
 Dispersión (σ_n): 1.87;
 Valor medio: 27.5 μm ;

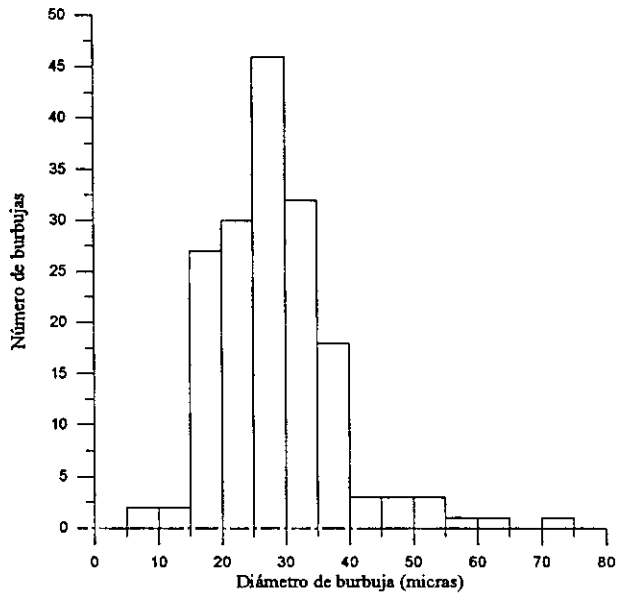


Figura 2.45
 Distribución de diámetros de burbuja en el interior del algodón 1.

2.4.b.2. Resultados para el algodón 2.

Número total contado: 218;
 Dispersión (σ_n): 2.2;
 Valor medio: 32.5 μm ;

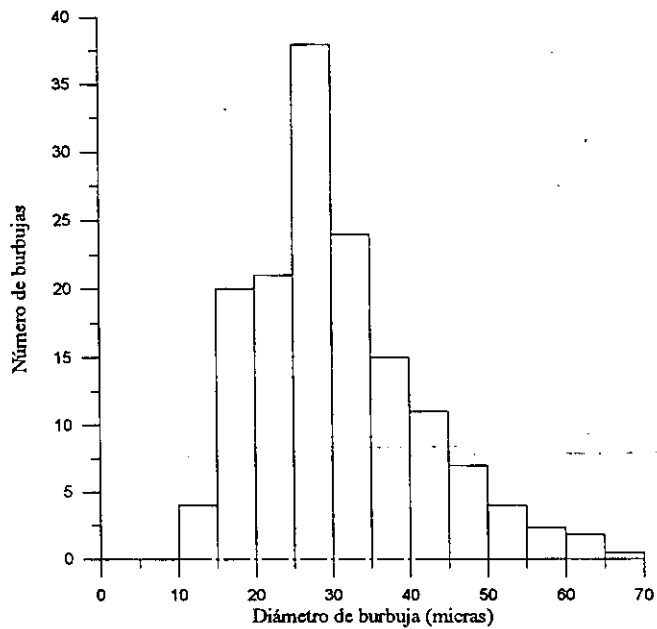


Figura 2.46
 Distribución de diámetros de burbuja en el interior del algodón 2.

2.4.b.3. Resultados para el polyester.

Número total contado: 91;
 Dispersión (σ_n): 2.6;
 Valor medio: 32.5 μm ;

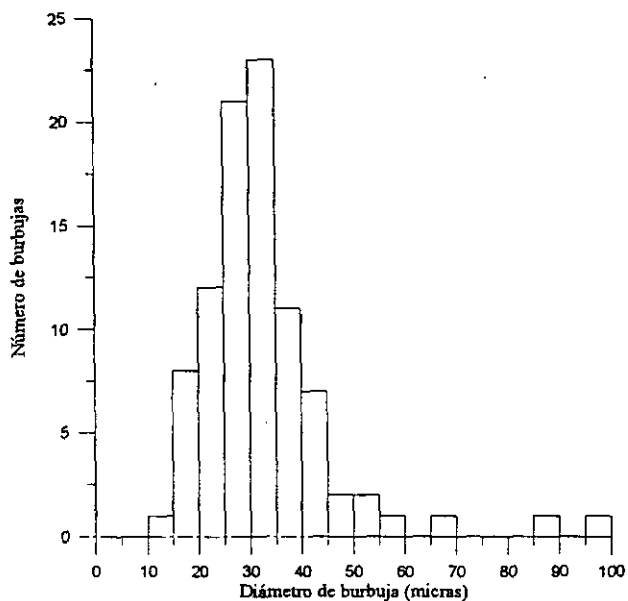


Figura 2.47
 Distribución de diámetros de burbujas en el interior del polyester.

2.4.c. Influencia de la presencia de burbujas de aire de tamaño despreciable.

Como ya se indicó en la introducción, analizaremos, ahora, el efecto de las burbujas sobre las propiedades acústicas del medio poroso, para el caso en que las burbujas sean muy pequeñas, tamaño nulo, de forma que su efecto sólo se ve traducido en un cambio del valor del módulo de compresibilidad del fluido, y que éste sigue siendo una magnitud real.

En la figura 2.48, se muestra el efecto de la variación del módulo de compresibilidad del fluido sobre la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales. Puede observarse un efecto similar al que se observó en la figura 1.34 al estudiar el efecto del módulo de compresibilidad del tejido. Para el MLR, la disminución del módulo de compresibilidad del tejido, esto es, el aumento de la concentración de gas en el medio, se traduce, inicialmente, en un descenso de la velocidad de propagación, que alcanza el límite inferior de 120 m/s el cual no supera aunque la concentración de gas en el fluido siga aumentando. Al contrario, el MLL se mantiene, inicialmente constante, pero al aproximarse el MLR a su valor límite, la velocidad de propagación del MLL disminuye si a partir de ese punto la concentración de gas en el fluido aumenta.

El hecho de que el MLR alcance un valor límite al disminuir el módulo de compresibilidad del fluido, resulta de gran interés, ya que, de esta forma, este valor puede ser medido experimentalmente con relativa facilidad (como se verá en el capítulo 3º). La importancia de esto se debe a que dicho valor límite está

directamente determinado por el valor del módulo de compresibilidad del tejido, el cual, como ya se vió no es fácil de determinar y además produce una cierta indeterminación en las predicciones teóricas. De esta forma, este procedimiento permite obtener de una forma relativamente fácil y semiempírica el valor del módulo de compresibilidad del tejido.

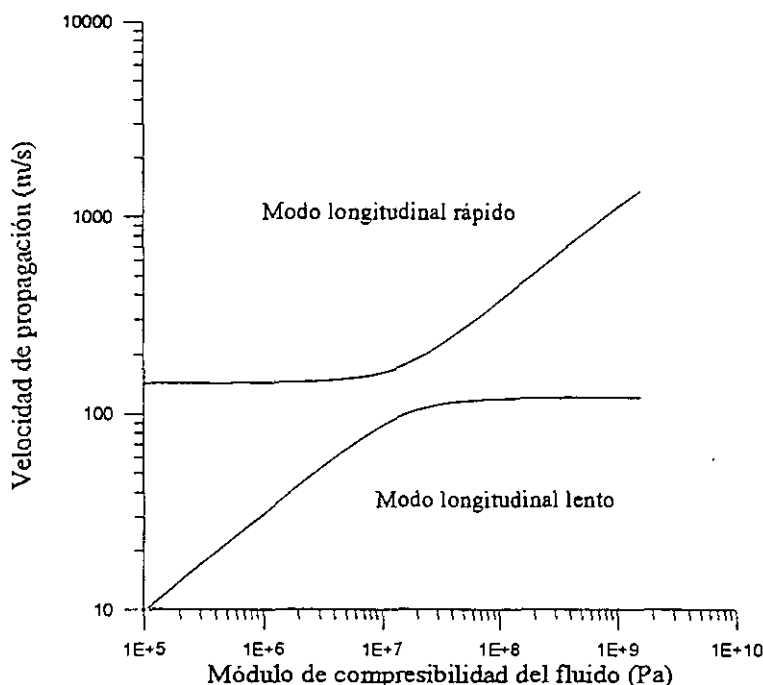


Figura 2.48

Variación de la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del fluido.

En la figura 2.49, se muestra cómo el módulo de compresibilidad del tejido influye efectivamente en dicho valor límite, el cual disminuye al decrecer el módulo de compresibilidad del tejido.

En la figura 2.50 se muestra la variación de la atenuación de ambos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del fluido. La atenuación del MLL aumenta suavemente de 200 Np/m hasta 800 Np/m al disminuir el módulo de compresibilidad del fluido de 2.25 GPa hasta 0.1 MPa. No obstante, el efecto más acusado es el que se observa en el MLR. Para el valor del módulo de compresibilidad del fluido de 60 MPa se observa un mínimo de atenuación muy acusado.

La explicación para dicho mínimo de atenuación nula se obtiene del estudio del estado vibracional de cada una de las fases bajo la acción del MLR y se haya ligada a la aparición de una situación que Biot denominó "situación de compatibilidad dinámica". Esta consiste en que para un cierto modo longitudinal, ambas fases (sólido y fluido) se mueven con la misma amplitud y con desfase cero. Como las únicas pérdidas consideradas en el modelo son las correspondientes al rozamiento entre ambas fases (recuérdese que aunque ahora hemos considerado la presencia de burbujas, no hemos introducido ninguna atenuación asociada a este

hecho), entonces resulta claro que en la situación de compatibilidad dinámica la atenuación para el modo que satisface esa condición será nula.

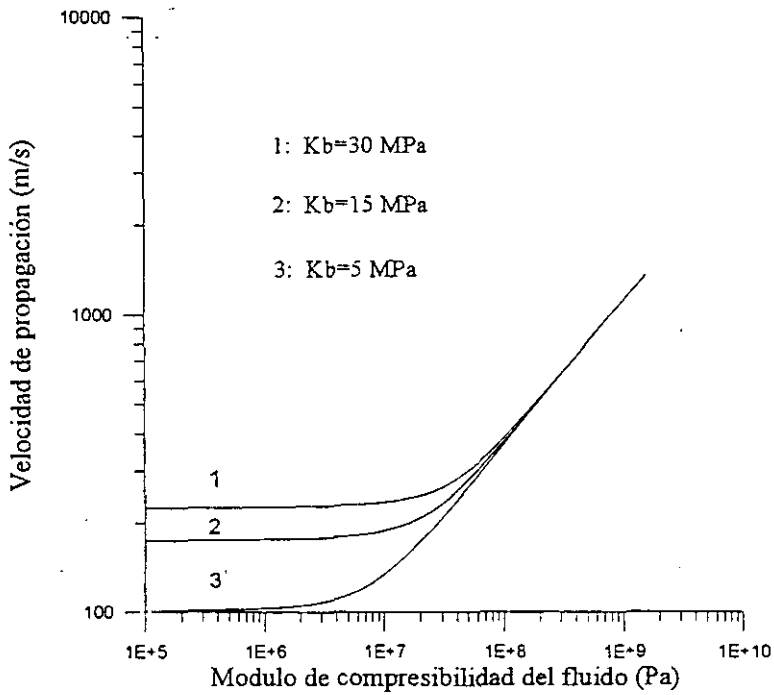


Figura 2.49

Variación de la velocidad de propagación del MLR en función del módulo de compresibilidad del fluido para varios valores del módulo de compresibilidad del tejido (Kb)

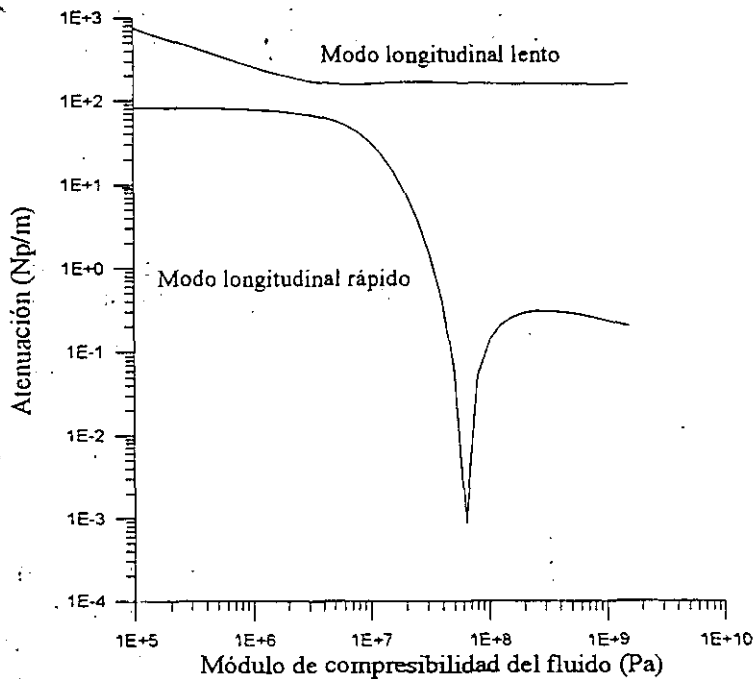


Figura 2.50

Variación de la atenuación para ambos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del fluido.

En las figuras 2.51 y 2.52, se muestran la relación entre la amplitud de la velocidad de desplazamiento en cada fase (sólido y fluido) y para cada uno de los modos longitudinales, así como también la fase relativa de la velocidad de desplazamiento entre sólido y fluido para ambos modos

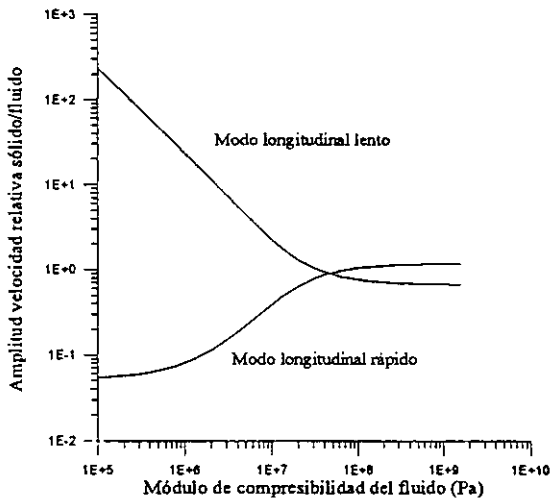


Figura 2.51

Variación del módulo del cociente de las velocidades de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales, en función del módulo de compresibilidad del tejido.

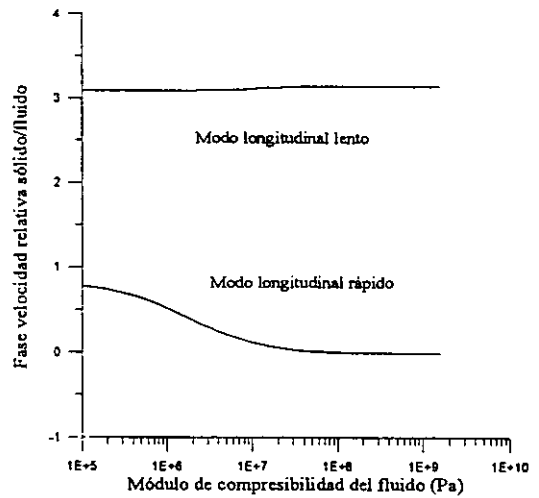


Figura 2.52

Variación de la fase relativa (radianes) entre la velocidad de desplazamiento de sólido y fluido para cada uno de los dos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del tejido.

Puede observarse cómo efectivamente, para el valor del módulo de compresibilidad del fluido en el que aparecía un acusado mínimo de atenuación para el MLR (60 MPa), el movimiento entre sólido y fluido para dicho modo tiene lugar con un desfase cero y una relación de amplitudes de uno, es decir, estamos efectivamente en condiciones de compatibilidad dinámica.

2.4.d. Influencia de la presencia de burbujas de tamaño finito.

Analizaremos, ahora, el efecto de la presencia de burbujas de tamaño finito, esto es, el módulo de compresibilidad del fluido no sólo verá reducido su valor al aumentar el contenido de gas, sino que además será una magnitud compleja, es decir, consideraremos que dichas burbujas introducen una cierta atenuación.

Analizaremos los casos de burbujas de 5 μm , 10 μm y 15 μm . Teniendo en cuenta que emplearemos una frecuencia de trabajo de 60 kHz, esto quiere decir que la relación frecuencia de trabajo/frecuencia de resonancia tomará los valores: 0.17, 0.48 y 0.87 respectivamente.

En la figura 2.53, se muestran los resultados de velocidad de propagación para ambos modos longitudinales. Puede apreciarse cómo el efecto del tamaño de burbuja es muy pequeño en comparación con el de la disminución del módulo de compresibilidad del fluido provocado por las mismas burbujas.

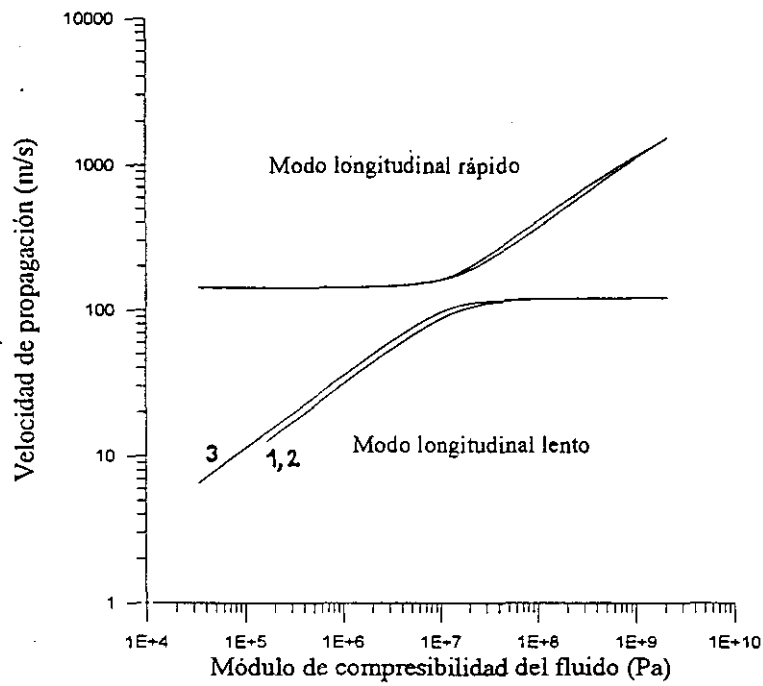


Figura 2.53
Variación de la velocidad de propagación de ambos modos longitudinales en función del módulo de compresibilidad del fluido para varios tamaños de burbuja.

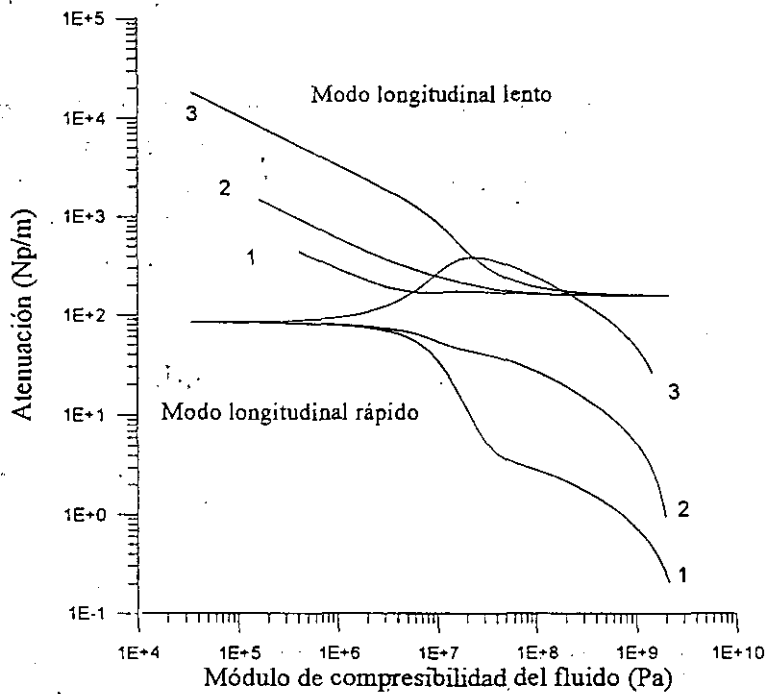


Figura 2.54
Variación de la atenuación de ambos modos longitudinales con el módulo de compresibilidad del fluido, para tres tamaños de burbujas 1: 5 μm, 2: 10 μm y 3: 15 μm.

En la figura 2.54, se muestra el efecto del tamaño de burbuja sobre la atenuación de ambos modos longitudinales. En este caso sí que se observa un fuerte efecto del tamaño de burbuja sobre la atenuación de ambos modos longitudinales.

En primer lugar, el mínimo asociado a la atenuación del MLR desaparece, y la atenuación va aumentando a medida que el tamaño de burbuja es mayor, de forma que llega a superar a la atenuación del MLL

Para el MLL, el efecto del tamaño de burbuja sólo se pone de manifiesto cuando la concentración es alta, y por lo tanto el módulo de compresibilidad del fluido es suficientemente bajo (por debajo de 0.1 GPa).

2.4.e. Análisis espectral de la influencia de la presencia de burbujas de tamaño finito.

Analizaremos ahora la respuesta en frecuencia del medio poroso en el que se hallan presentes un cierto número de burbujas de tamaño finito. En primer lugar consideraremos todas las burbujas iguales, y en segundo lugar, consideraremos la existencia de una cierta distribución de tamaños de burbuja.

En las figuras 2.55 y 2.56, se muestran los resultados de la velocidad de propagación del MLR y del MLL en función de la frecuencia para un tejido que contiene burbujas todas iguales y de 15 μm de radio.

Puede apreciarse claramente, cómo el efecto de la resonancia es mucho más acusado sobre el MLR que sobre el MLL.

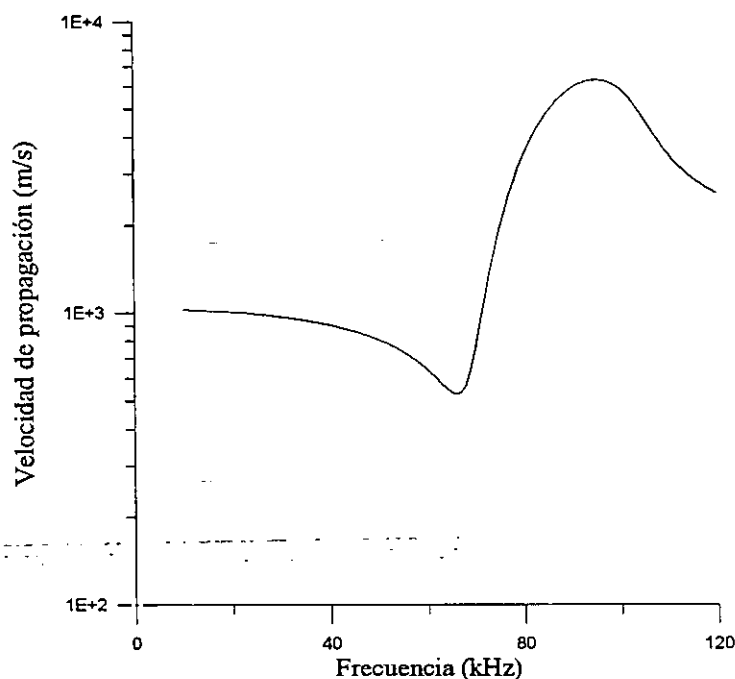


Figura 2.55.

Variación de la velocidad de propagación del MLR en función de la frecuencia, para un medio poroso que contiene burbujas

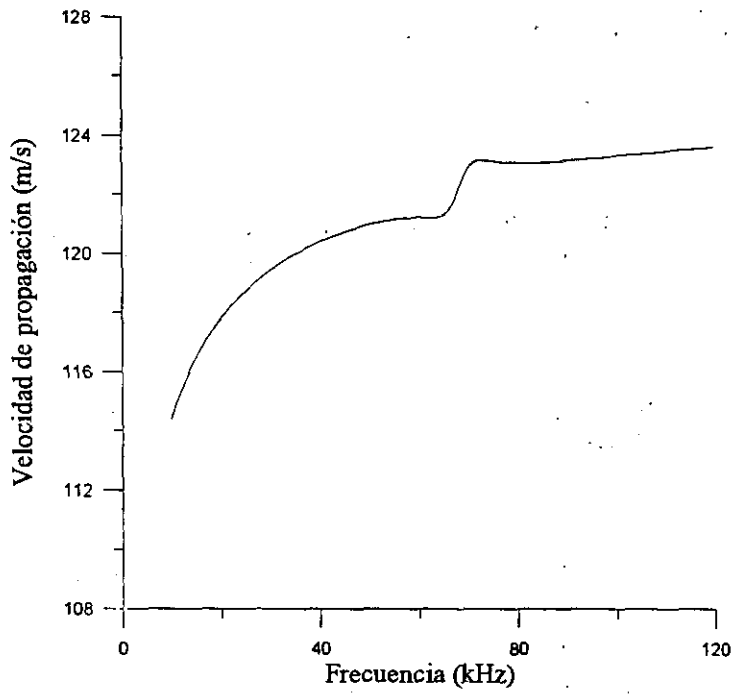


Figura 2.56.
Velocidad de propagación del MLL en función de la frecuencia para un medio poroso que contiene burbujas.

En la figura 2.57, se muestra el efecto de las burbujas sobre la atenuación de ambos modos longitudinales, al igual que pasó con las velocidades, el efecto es mucho más acusado sobre el MLR que sobre el MLL.

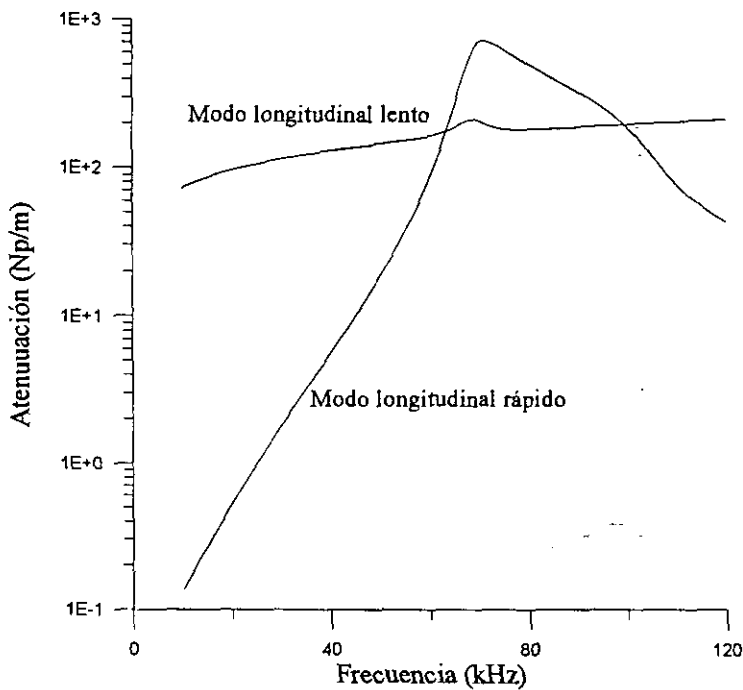


Figura 2.57
Variación de la atenuación de ambos modos longitudinales con la frecuencia, para un medio poroso que contiene burbujas.

Como ya se vió en la figura 2.54, ahora puede confirmarse cómo para frecuencias próximas a las de resonancia, la atenuación del MLR es mayor incluso que la del MLL.

Analícemos ahora un caso que, desde el punto de vista práctico resulta más interesante. Este es el caso en el que tengamos una cierta distribución de tamaños de burbuja. Para los cálculos que se mostrarán a continuación, emplearemos la distribución de burbujas que se muestra en la figura 2.58, que es similar a las medidas experimentalmente.

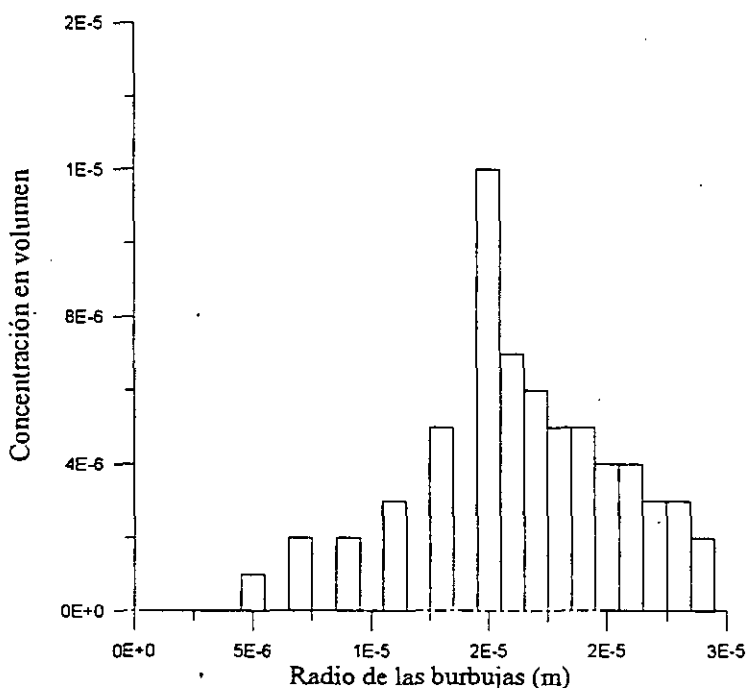


Figura 2.58.

Distribución de burbujas en el interior del medio poroso.

Los resultados de velocidad de propagación para ambos modos longitudinales se muestran en la figura 2.59, mientras que en la figura 2.60, se muestran los resultados de atenuación.

Puede observarse cómo el efecto de la distribución de burbujas produce diferencias notables con respecto al caso analizado anteriormente. El efecto sobre la velocidad de propagación del MLR es mucho más acusado, mientras que, una vez más, puede observarse cómo la atenuación del MLR supera a la del MLL, cuando estamos cerca de la frecuencia de resonancia asociada a las burbujas de aire contenidas en el medio.

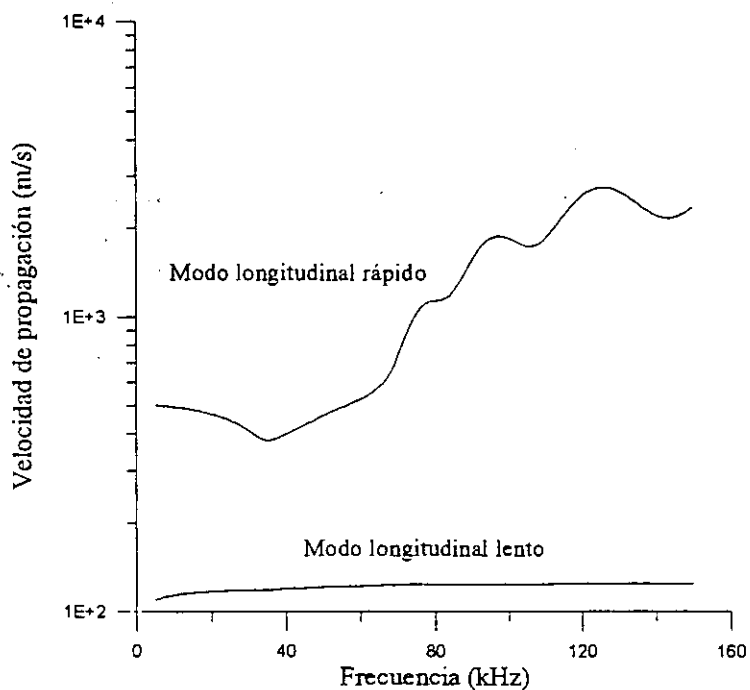


Figura 2.59
Variación de la velocidad de propagación para ambos modos longitudinales en función de la frecuencia para la distribución de burbujas mostrada en 2.58.

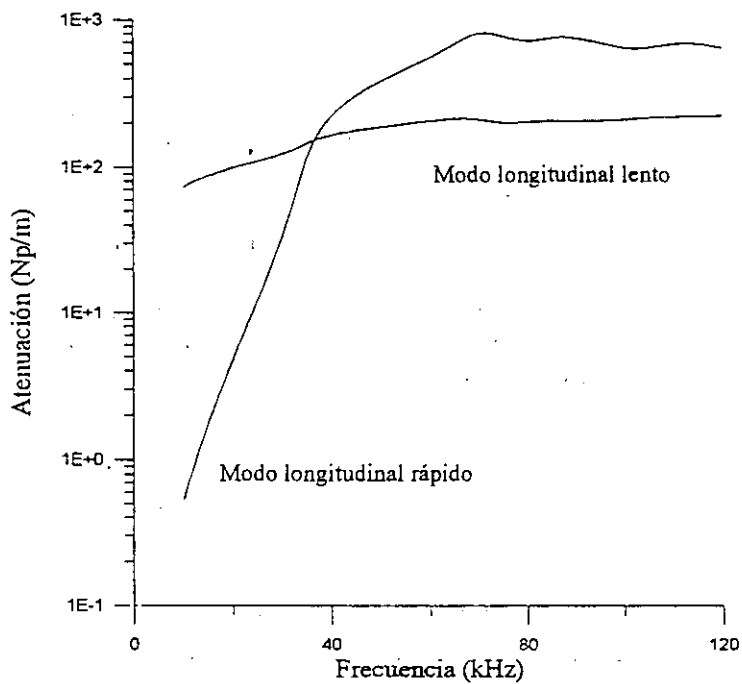


Figura 2.60.
Atenuación de ambos modos longitudinales en función de la frecuencia para la distribución de burbujas mostrada en 2.58

2.5. Simulación teórica del comportamiento acústico de un material biporoso trifásico.

2.5.a. Introducción.

Hasta ahora hemos aplicado la teoría de Biot tal y como fue formulada en sus comienzos, esto es, sin incluir ninguna de las generalizaciones que han sido desarrolladas en este trabajo, como el efecto de las superficies y el de la presencia de dispersores.

Dedicaremos esta sección a la simulación teórica del comportamiento acústico de una muestra de espesor finito de un material biporoso, como los descritos en las secciones anteriores, inmerso en agua, que contiene en su interior dos fases fluidas diferentes: agua y burbujas de aire, esto supone no sólo el considerar las generalizaciones que fueron desarrolladas en capítulo 1º, sino también el estudio de la respuesta a una cierta señal incidente.

Dicha simulación se compone de varias partes, las cuales se detallan a continuación:

A. Estudio de la propagación en el medio poroso (ignorando la presencia tanto de dispersores, como de burbujas de aire). Esto se realiza por medio de la aplicación de la teoría de Biot, tal y como fue formulada en la sección 1.2 ("*Formulación de la teoría de Biot*"). Los resultados de la aplicación de este modelo han sido analizados en la sección 2.3 ("*Aplicación de la teoría de Biot. Estudio paramétrico y espectral*").

B. Estudio de la influencia de la presencia de burbujas de aire en el interior del medio poroso. Para esto, es también válida la formulación generalizada en la formulación del propio Biot, y que fue mostrada en la sección 1.2 ("*Formulación de la teoría de Biot*"). Los resultados de este efecto se mostraron en la sección 2.4 ("*Aplicación de la teoría de Biot generalizada. Efectos viscoelásticos: inclusión de burbujas de aire*").

C. Estudio de la influencia de los límites físicos de la muestra. Como ya hemos mencionado, consideraremos muestras finitas inmersas en agua, lo cual implica la necesidad de analizar los fenómenos de reflexión y transmisión de energía a través de la muestra porosa. Para este estudio es necesario incorporar el modelo

teórico desarrollado en la sección 1.4 ("*Generalización de la teoría (2): Reflexión y transmisión en una interfase fluido-medio poroso. Generación de modos*").

D. Estudio de la influencia de la presencia de dispersores en el interior del medio poroso (biporosidad). Para este estudio es necesario incorporar el modelo teórico desarrollado en la sección 1.5 ("*Generalización de la teoría (3): Dispersión y conversión de modos en el interior de un medio poroso inhomogéneo*"), y 1.6 ("*Resultados numéricos de la teoría de la dispersión para algunos casos de interés*").

Con todo este trabajo teórico se puede, entonces, simular el comportamiento acústico de una gran variedad de materiales, y reproducir una gran cantidad de situaciones experimentales diferentes.

2.5.b. Simulación del comportamiento acústico de una muestra biporosa trifásica.

Consideremos, ahora, que tenemos una muestra biporosa, como los tejidos previamente discutidos, en inmersión acuosa. Las propiedades de dichos medios se hallan indicadas en la tabla 2.VIII y en el apartado 2.2.

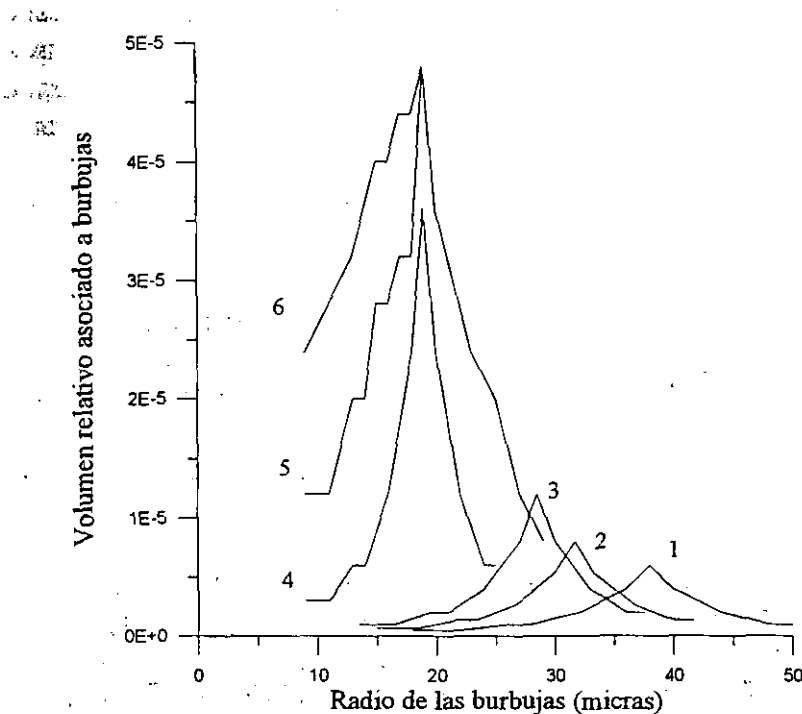


Figura 2.61.

Distribuciones de tamaño y concentración de burbujas dentro de las muestras para la simulación teórica.

Estudiaremos el comportamiento de dichas muestras para diversos contenidos de burbujas. En la figura 2.61, se muestran las distribuciones de burbujas con las que trabajaremos. Como se podrá apreciar posteriormente en el apartado

3.3.c, las distribuciones mostradas en la figura 2.61, se asemejan mucho a la forma en la que tiene lugar el proceso de desgasificación de una muestra como la que estamos estudiando, cuando es sumergida en agua, siendo este el motivo por el que han sido elegidas.

La curva de la figura 2.61 marcada con el número 6, correspondería a una alta concentración de burbujas, y de tamaño relativamente pequeño, sería una distribución semejante a las mostradas en las figuras 2.45-2.46. Las sucesivas distribuciones de la figura 2.61 (5, 4, 3, 2 y 1) se corresponden con concentraciones de gas cada vez menores, así como a tamaños de burbuja cada vez mayores.

Analizaremos, ahora, el comportamiento de dichas muestras en tres pasos. En primer lugar, mostraremos un estudio espectral, en el que analizaremos el comportamiento del coeficiente de transmisión, la velocidad de propagación y la atenuación para los dos modos longitudinales, y para las diferentes configuraciones de contenidos de aire. En segundo lugar, procederemos al análisis de la respuesta en el espacio del tiempo, donde mostraremos la forma de la señal transmitida, y el efecto de la presencia de burbujas sobre dicha señal. Por último, separaremos, en el espacio de tiempos, las contribuciones a la señal transmitida, correspondientes a cada uno de los dos modos longitudinales, y las analizaremos espectralmente lo cual nos permitirá conocer más en detalle las características de la propagación de cada modo.

2.5.b.1. Respuesta en el espacio de la frecuencia.

Analicemos, en primer lugar, la forma de los coeficientes de transmisión¹ a través de una muestra de un espesor de 5 mm (se toma este espesor pues, como se verá en el capítulo 3º, es similar a los empleados experimentalmente), que contiene una distribución de burbujas como una de las mostradas en la figura 2.61. El rango de frecuencia de trabajo será el comprendido entre 1 kHz y 400 kHz. Estos resultados (para cada una de las distribuciones mostradas en 2.61) se muestran en las figuras 2.62-2.64. El resultado más llamativo es la aparición de un rizado de alta frecuencia, que se superpone a un continuo.

Dicho rizado se debe a la interacción del MLR con el MLL. El MLL, a la salida del medio poroso, lleva un cierto retraso con respecto al MLR (debido a su menor velocidad de propagación). La suma de ambas ondas a la salida, se traduce en el espacio de la frecuencia, como se verá en el apartado 3.2.b.1., en un rizado como el observado, que resulta ser de mayor frecuencia cuanto mayor es la separación, en el espacio del tiempo, entre las ondas transmitidas asociadas al MLR y al MLL. De esta forma, y como se verá posteriormente al analizar la respuesta en el espacio del tiempo, la aparición de este rizado se corresponde con la aparición de una señal transmitida, que es originada por la propagación del MLL en el interior del medio poroso, esto es: con la aparición del MLL en el interior de la muestra.

¹Los coeficientes de transmisión se obtienen como la relación entre la presión transmitida y la incidente y no, como suele ser habitual, como el cuadrado de dicha relación.

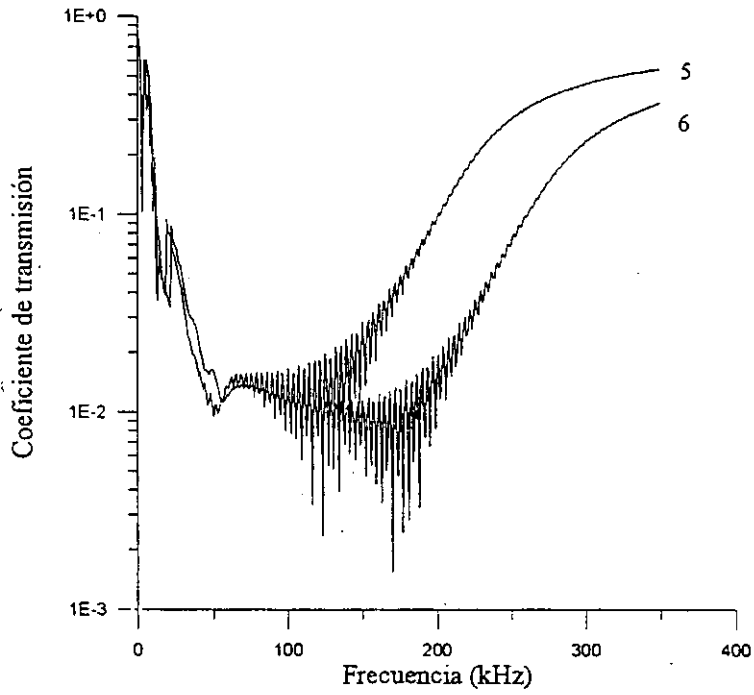


Figura 2.62
Coeficiente de transmisión para una muestra textil biperosa que contiene burbujas según las distribuciones 5 y 6 de la figura 2.61

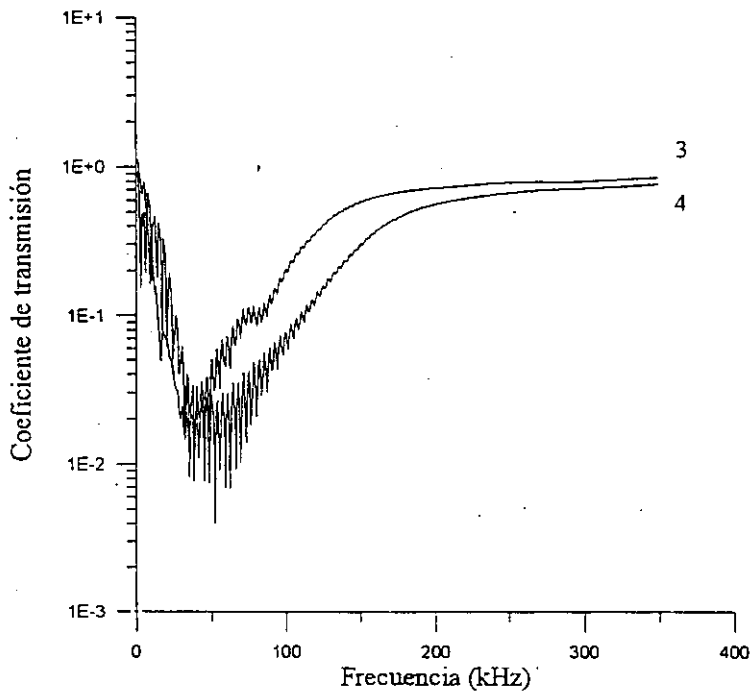


Figura 2.63
Coeficiente de transmisión para una muestra textil biperosa que contiene burbujas según las distribuciones 3 y 4 de la figura 2.61

Puede observarse claramente, que este rizado tiende a desaparecer a medida que se van considerando concentraciones de burbujas menores, lo cual indicaría una menor observabilidad del MLL para situaciones en las que el contenido de burbujas sea menor.

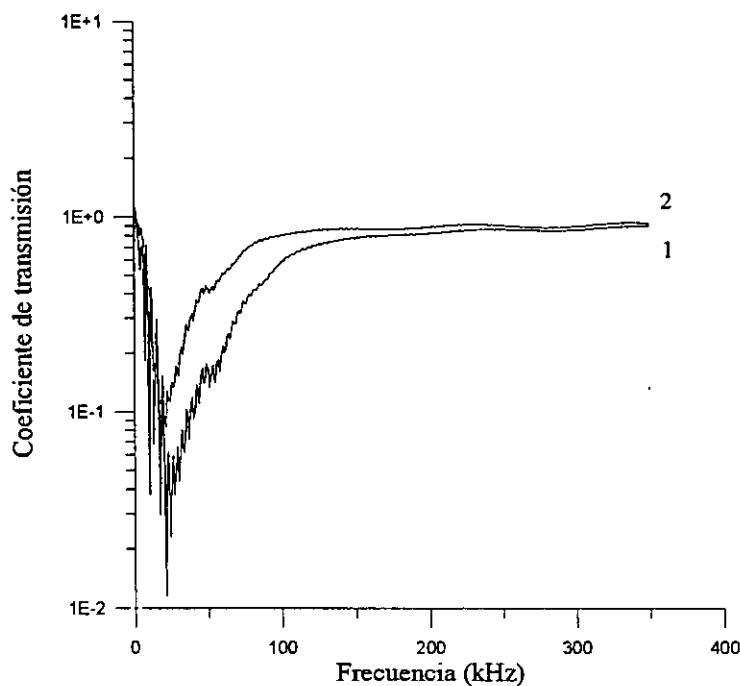


Figura 2.64

Coeficiente de transmisión para una muestra textil biperforada que contiene burbujas según las distribuciones 1 y 2 de la figura 2.61

Así mismo, también puede observarse el efecto de la resonancia asociada a las burbujas. Aparece un pico de absorción, localizado en la frecuencia de resonancia asociada a la distribución de burbujas correspondiente, de forma, que al aumentar el tamaño medio de las burbujas, la frecuencia a la que el pico de absorción se localiza, disminuye. También puede observarse, cómo al desaparecer las burbujas más pequeñas, la transmisión para alta frecuencia (100 kHz-200 kHz) aumenta notablemente, debido a una disminución de la atenuación.

En la figura 2.65, se muestra el comportamiento del coeficiente de reflexión², en el que además se incluye el caso en el que el material poroso no contenga burbujas de aire. La modulación de baja frecuencia que se observa, es debida a las resonancias del espesor de la muestra asociadas al MLR.

El efecto más acusado que, sobre el coeficiente de reflexión, produce la disminución del contenido de aire en el interior de la muestra, es la disminución de dicho coeficiente. Igualmente, el aumento del tamaño de burbuja produce una disminución a alta frecuencia. Así mismo también se produce un ligero cambio de la localización en frecuencia de las resonancias asociadas al espesor de la muestra, debido ésto a la variación de la velocidad de propagación que produce la presencia de distintas configuraciones de burbujas en el interior de la muestra.

²Como en el caso del coeficiente de transmisión, el coeficiente de reflexión también se refiere a la relación entre las presiones incidente y reflejada, y no al empleado convencionalmente, que se refiere a la relación entre las intensidades incidente y reflejada.

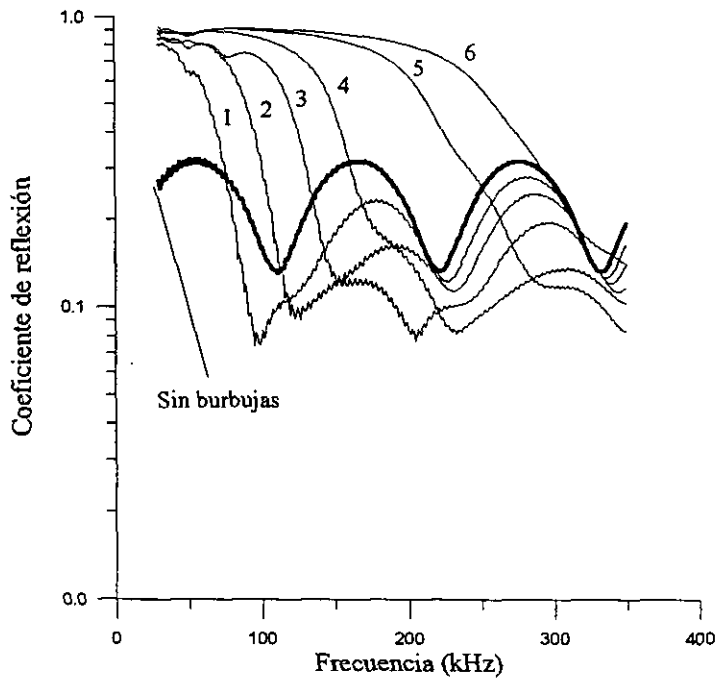


Figura 2.65

Coeficiente de reflexión en función de la frecuencia para una muestra textil biporosa que contiene burbujas según las distribuciones mostradas en la figura 2.61. También se muestra el caso de saturación por agua.

En la figura 2.66 y 2.67, se muestran las velocidades de propagación del MLR y del MLL en función de la frecuencia, y para los diversos contenidos de burbujas que se mostraron en la figura 2.61.

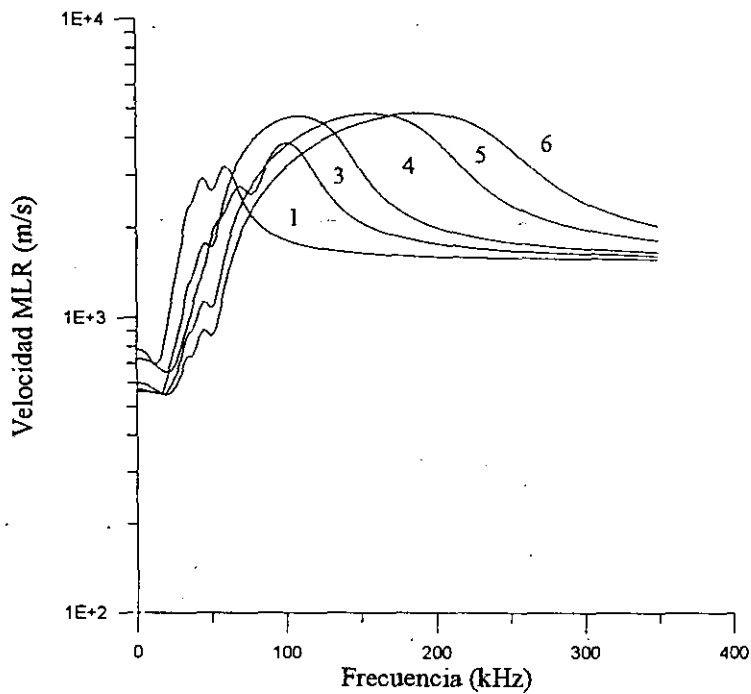


Figura 2.66

Variación de la velocidad de propagación del MLR con la frecuencia para los diversos contenidos de burbujas que se mostraron en 2.61.

Tanto en la velocidad de propagación del MLR (figura 2.66), como en la velocidad de propagación del MLL (figura 2.67), se pueden apreciar los efectos de la resonancia asociada a las burbujas, aunque éstos son mucho más acusados en el caso del MLR que en el caso del MLL. Para el MLR, y frecuencias bajas, la velocidad de propagación llega a alcanzar valores cercanos a los 500 m/s, mientras que para frecuencias altas, la velocidad de propagación se aproxima a los 1500 m/s.

Para el MLL, como ya hemos mencionado, el efecto de las burbujas sobre la velocidad de propagación es menor. Para frecuencias altas, suficientemente por encima de la frecuencia de resonancia de las burbujas, apenas se aprecia ningún efecto sobre la velocidad de propagación del MLL. Por otro lado y para concentraciones de gas bajas, la resonancia apenas aparece, y se reduce a un leve escalón.

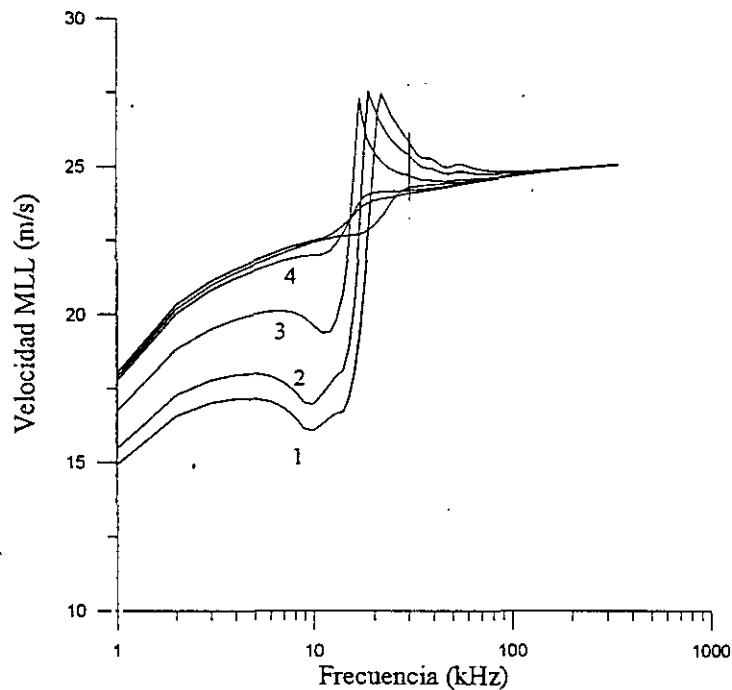


Figura 2.67

Variación de la velocidad de propagación del MLL con la frecuencia para los diversos contenidos de burbujas que se mostraron en 2.61.

En la figura 2.68, se muestra la atenuación tanto del MLR como del MLL. Una vez más, puede observarse, cómo el efecto de la presencia de burbujas es mayor en el MLR que en el MLL, alcanzando la atenuación del MLR valores superiores a los del MLL.

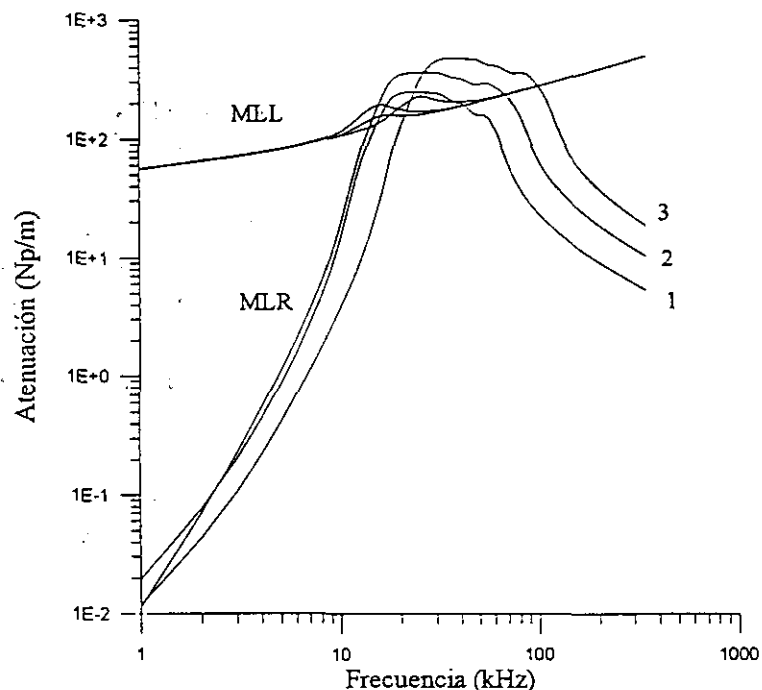


Figura 2.68.

Variación de la atenuación del MLL y del MLR en función de la frecuencia para varios contenidos de burbujas (según la figura 2.61)

2.5.b.2. Respuesta en el espacio del tiempo.

Supongamos ahora que tenemos una muestra como la analizada previamente, esto es, de un material biporoso, de 5 mm de espesor, inmersa en agua y con una configuración de burbujas en su interior que puede ser descrita por alguna de la distribuciones mostradas en la figura 2.61. Supongamos que sobre dicha muestra incide un pulso³ como el que se muestra en la figura 2.69.

El procedimiento a seguir es: En primer lugar, se calcula la transformada de Fourier del pulso mostrado en la figura 2.69.a. En segundo lugar, esta transformada es multiplicada por el coeficiente de transmisión (cuyo módulo fue mostrado para diferentes casos en las figuras 2.62-2.64). Por último, se calcula la transformada de Fourier inversa, con lo que se obtiene la señal transmitida por la muestra estudiada cuando el pulso incidente es el mostrado en la figura 2.69.a.

Los resultados se muestran en las figuras 2.70-2.72. En la figura 2.70, se representan, simultáneamente, la forma de la señal transmitida para una muestra de las características que estamos considerando, y que contiene una concentración de burbujas como los casos 6, 5, 4, 3 y 2 que mostraron en la figura 2.61.

³Como se verá en el capítulo 3º, esta señal es precisamente la misma que la proporcionada por el transductor array de 60 kHz, por lo que la comparación con los resultados experimentales puede hacerse de forma directa, al menos en lo que a este transductor se refiere.

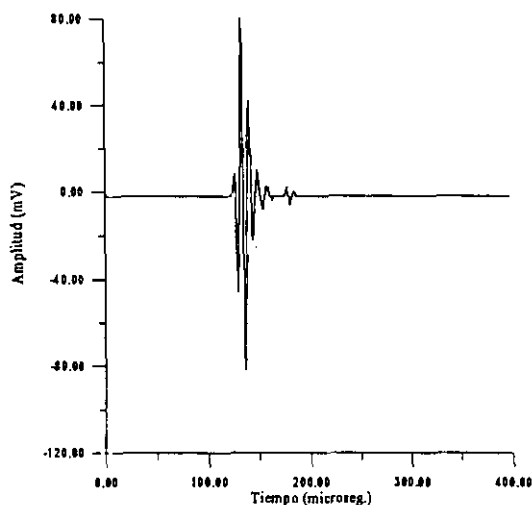


Figura 2.69.a
Señal temporal empleada para la
simulación teórica.

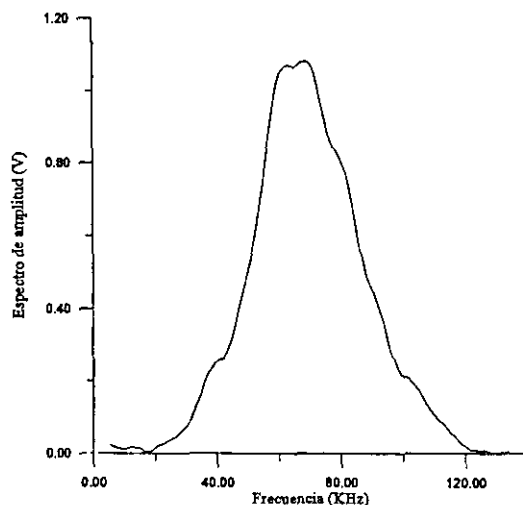


Figura 2.69.b.
Espectro de amplitud de la señal
mostrada en 2.69.a.

En la figura 2.70, puede observarse cómo para algunos casos, la propagación de los dos modos longitudinales que la teoría predice, es claramente observable, mientras que en otros, sólo se observa uno de los dos. En particular, para contenidos de burbujas altos (5 y 6), el pulso asociado con la propagación del MLR no es observable, mientras que sí lo es el correspondiente al MLL. Al disminuir el contenido de aire en el interior de las muestras (4) el pulso asociado a la propagación del MLR en el interior de las muestras, empieza a ser detectado a la salida del medio. Este efecto se ve acentuado al aumentar el tamaño de las burbujas y disminuir la concentración. De esta forma el pulso asociado a la propagación del MLR en el interior de la muestra, se hace cada vez más grande, así como disminuye su deformación con respecto al pulso incidente. Por otro lado, se puede observar cómo el pulso asociado a la propagación del MLL en el interior de la muestra, presenta una deformación que va cambiando claramente de un caso a otro. El origen de esta deformación se verá al analizar espectralmente cada uno de los pulsos.

Los últimos estadios de esta simulación del proceso de desgasificación de la muestra se pueden ver en las figuras 2.71 y 2.72. En la figura 2.71, se puede observar la forma de la señal transmitida para el caso de la distribución de burbujas marcada con el n° 1 en la figura 2.61, y finalmente, en la figura 2.72, se muestra la forma de la señal transmitida cuando la muestra no contiene ningún tipo de burbujas.

En estas dos figuras, puede observarse, cómo el pulso asociado a la propagación del MLR en el interior de la muestra se hace prácticamente igual a la señal incidente, mientras que el asociado al MLL desaparece.

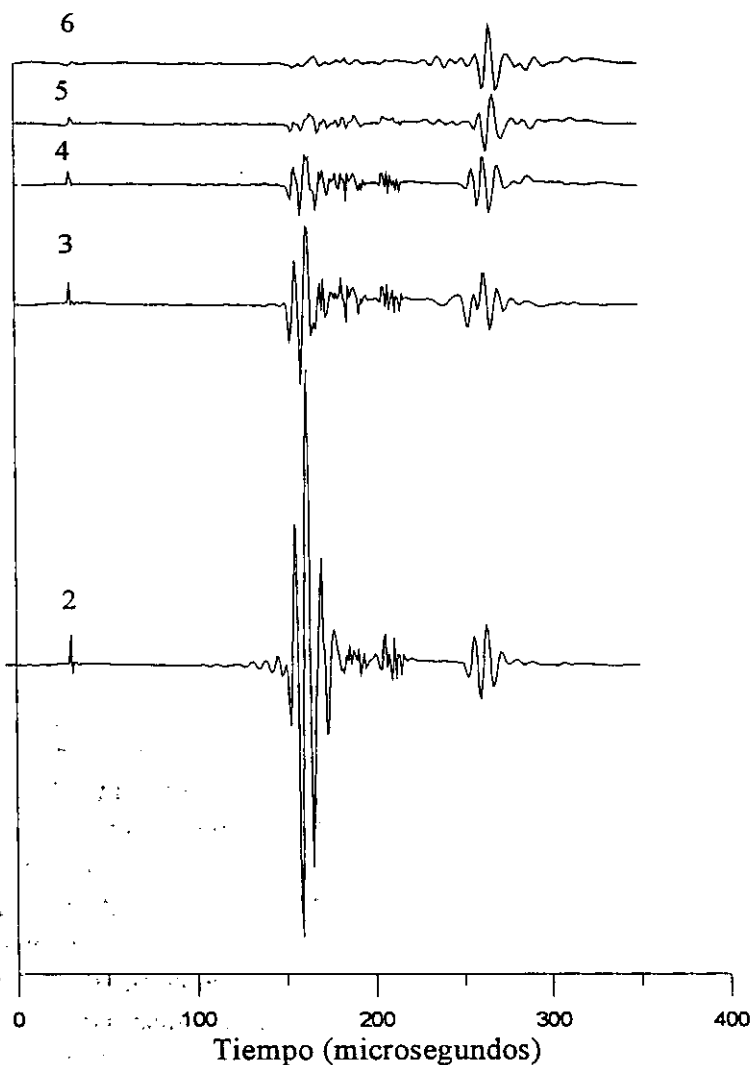


Figura 2.70
Evolución de la forma de la señal transmitida en una muestra biporosa para diferentes configuraciones de burbujas (según la figura 2.61)

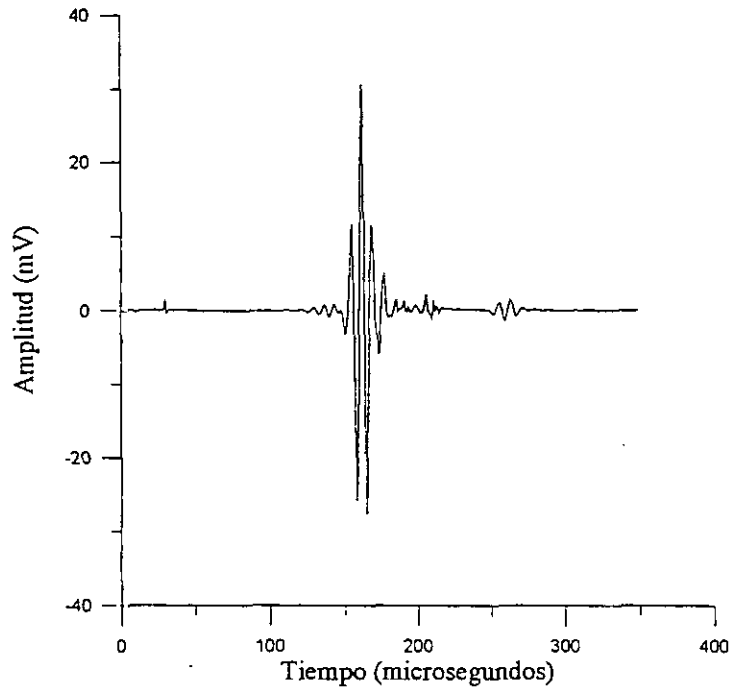


Figura 2.71.

Señal transmitida a través de una muestra biporosa que contiene una distribución de burbujas como la marcada con el n°1 en la figura 2.61

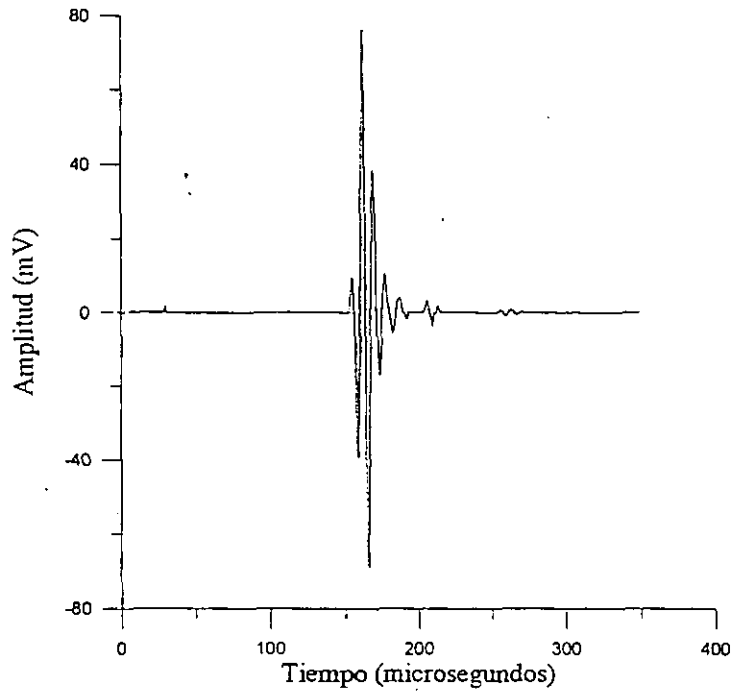


Figura 2.72.

Señal transmitida a través de una muestra de material biporoso que no contiene burbujas en su interior.

2.5.b.3. Análisis espectral de cada uno de los dos modos longitudinales transmitidos a través del medio poroso.

Como hemos visto en el apartado anterior, debido a la gran diferencia que existe entre la velocidad de propagación del MLR y la del MLL, y la corta longitud temporal del pulso empleado, la contribución de cada uno de los dos modos a la señal transmitida (en el espacio del tiempo) es separable de la del otro modo. En este apartado, mostraremos un análisis espectral de cada uno de los dos pulsos que se observaron a la salida (los correspondientes al MLL y al MLR), de esta forma podremos profundizar aún más en los fenómenos involucrados en la propagación de cada uno de los dos modos longitudinales en el interior del medio poroso.

En la figura 2.73, se muestra la variación del coeficiente de transmisión del MLR en función de la frecuencia para tres configuraciones distintas de burbujas en el interior del medio poroso (2, 3 y 4 según la figura 2.61). Para el coeficiente de transmisión del MLR correspondiente a la distribución de burbujas nº 4 de la figura 2.61, marcada, igualmente con el número 4, se observan tres mínimos de transmisión bastante claros. El primero marcado con la letra A, es debido a la resonancia de las burbujas, para los otros, B y C, no es fácil determinar el origen, pero deben ser debidos a resonancias en el espesor de la muestra para este modo de propagación. Esta misma configuración de mínimos se puede observar también para el caso 2, mientras que para el 3, los mínimos A y B no pueden ser diferenciados. Por debajo de 20 kHz y por encima de 110 kHz, las variaciones observadas deben ser debidas a efectos del borde de la banda.

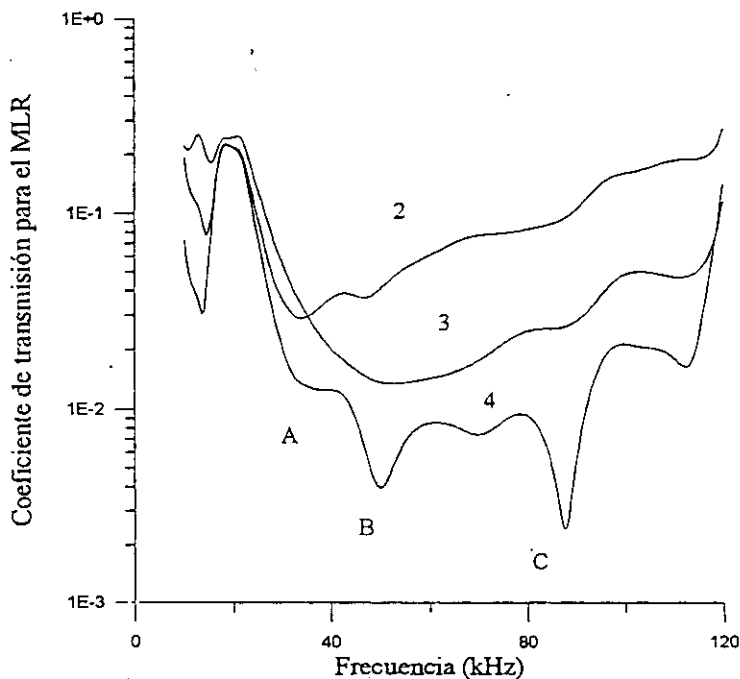


Figura 2.73

Variación del coeficiente de transmisión del MLR en función de la frecuencia para tres configuraciones de burbujas (según fig. 2.61)

En la figura 2.74, se muestra la variación del coeficiente de transmisión del MLL en función de la frecuencia para tres configuraciones distintas de burbujas en el interior del medio poroso (2, 3 y 4 según la figura 2.61). Para el coeficiente de transmisión del MLL correspondiente a la distribución de burbujas nº 2 de la figura 2.61, marcada, igualmente en este caso con un 2 se puede observar un acusado mínimo, el cual aparece a una frecuencia más alta para el caso 4. Dado que el efecto de las burbujas sobre la atenuación del MLL (como se vió en la figura 2.68) es muy pequeño, no cabe esperar que dicho mínimo sea debido a las burbujas. El origen, por el contrario, se debe a una interacción del MLL con el MLR. En efecto, al atravesar la segunda cara del medio, el MLL produce una reflexión tanto de MLL como de MLR. Debido a su mayor velocidad de propagación, este MLR reflejado es capaz de volver hacia atrás, ser reflejado en la primera superficie, volver a atravesar la muestra y, finalmente, solaparse con el pulso asociado al MLL que fué quien lo originó, dando lugar, a ciertas frecuencias, a interacciones destructivas, que son el origen de dichos mínimos de transmisión.

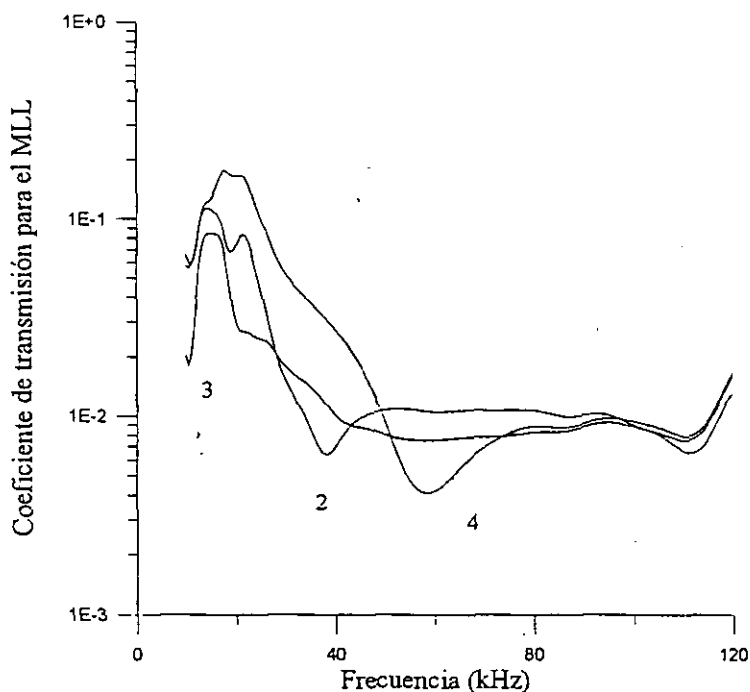


Figura 2.74.

Variación del coeficiente de transmisión del MLL en función de la frecuencia para tres configuraciones de burbujas (según fig. 2.61)

Aunque en el análisis experimental (Capítulo 3º) se profundizará más en estos aspectos, en la figura 2.75 se muestra de forma esquemática el proceso explicado. Se puede ver el pulso asociado al MLL, y cómo el MLR reflejado en la segunda intercara sale del medio con un retraso de unos 13 microsegundos con respecto al pulso asociado al MLL. Como la anchura del pulso es de unos 30 microsegundos, esto supone que ambas contribuciones aparecerán solapadas. En esta situación, la interacción dará lugar a un mínimo a la frecuencia de 76 kHz, como se indica en la figura.

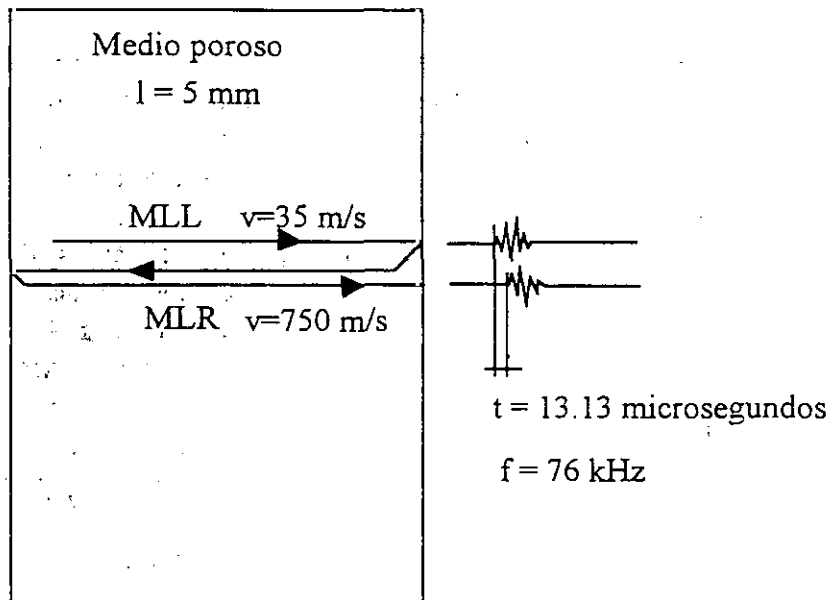


Figura 2.75.

Explicación de los fenómenos de interacción del MLL con el MLR a la salida del medio.

2.5.c. Factores que influyen en la observabilidad de los dos modos longitudinales.

Como se ha podido observar del estudio teórico hasta ahora desarrollado, y como se verificará en la parte experimental de este trabajo, existe un cierto rango de valores para el contenido de aire en el interior de la muestra para el cual ambos modos de propagación predichos por Biot deben ser observables. Este es un resultado importante, ya que hasta ahora uno de los principales problemas con los que se había encontrado la verificación experimental de la teoría de Biot, era la observación de ambos modos longitudinales simultáneamente. Hasta ahora, esta dificultad se había atribuido generalmente a la alta atenuación del MLL, aunque ésta no es una justificación del todo satisfactoria. El trabajo teórico aquí expuesto, permite profundizar aún más en el origen de la observabilidad de bien el MLL o el MLR o ambos simultáneamente, ya que se ha desarrollado una minuciosa caracterización de los fenómenos que tienen lugar en la intercara fluido-medio poroso.

Supongamos que una onda acústica plana y monocromática propagándose por un fluido, incide perpendicularmente sobre la superficie de un medio poroso. Empleando el modelo desarrollado en 1.4 podemos calcular la cantidad de energía que será transmitida al MLR, y la que lo será al MLL. En la figura 2.76, se muestra la presión asociada a cada uno de los dos modos en función del módulo de compresibilidad del fluido que ocupa los poros, para una muestra de material poroso como las que se han estudiado en el apartado anterior. Puede verse claramente, como para valores del módulo de compresibilidad del fluido próximos al del agua (2.25 GPa), el MLL apenas es generado en la superficie de separación entre fluido y medio poroso, por lo que difícilmente podrá ser observado (como puede verse en 2.72). Por otro lado, al disminuir el módulo de compresibilidad del fluido (esto

puede producirse al aparecer burbujas de aire en su interior), la generación de MLR en dicha superficie disminuye mientras que la generación de MLL aumenta, llegando incluso a superar a la generación de MLR. Esto explica la evolución de la señal temporal mostrada en las figuras 2.70, 2.71 y 2.72. Esto es, al desaparecer las burbujas del medio poroso el MLL no es observado, mientras que para contenidos altos, es claramente visible, e incluso con una amplitud mayor que el MLR.

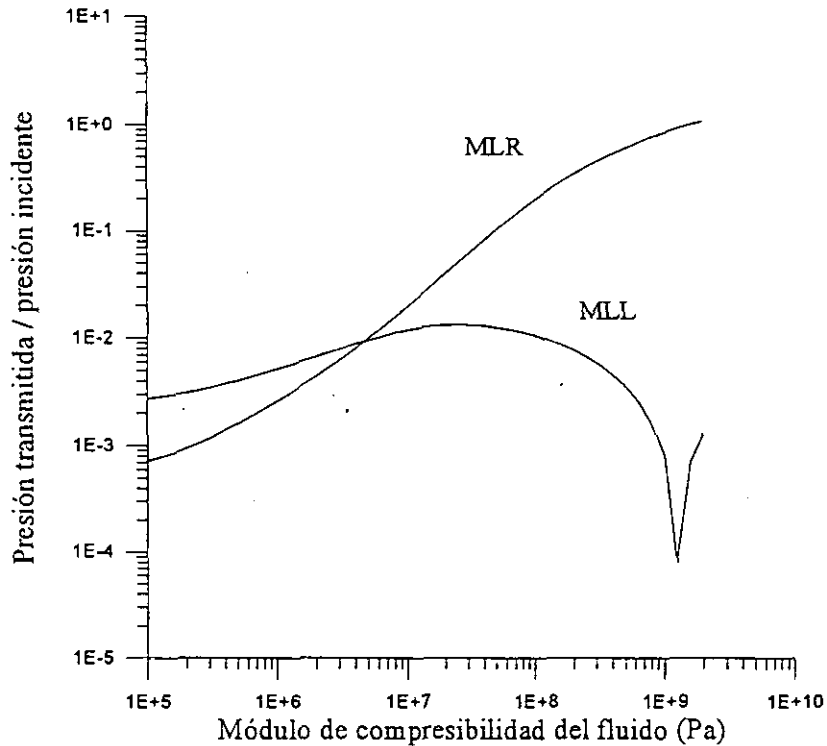


Figura 2.76

Presión de MLL y MLR en la superficie de separación entre un medio poroso y un fluido al incidir normalmente una onda plana sobre el medio poroso semiinfinito, en función del módulo de compresibilidad del fluido

Este hecho puede observarse más claramente en la figura 2.77, en donde se representa la relación entre las presiones de ambos modos en la superficie de separación. Puede verse, cómo al disminuir el módulo de compresibilidad del fluido, la generación del MLL en comparación con la del MLR se va haciendo cada vez más importante.

De esta forma, hemos demostrado, teóricamente, que la observabilidad de los dos modos longitudinales de propagación no depende sólo de la atenuación, sino también de la generación de ambos modos en la superficie del medio, lo cual está directamente relacionado con las propiedades mecánicas de los componentes del medio poroso y del fluido.

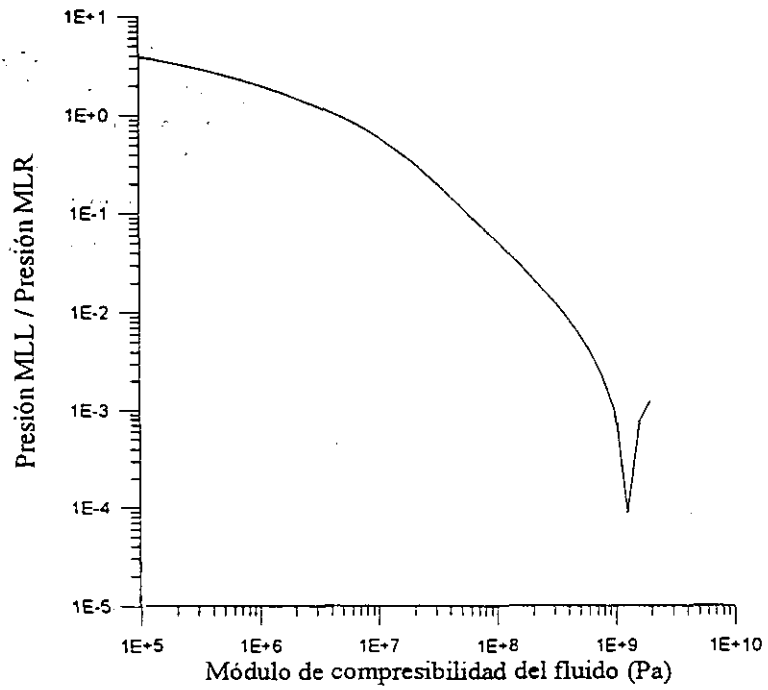


Figura 2.77

Relación entre las presiones mostradas en la figura 2.76.

Bibliografía para el capítulo 2°.

1. J.W.S. Hearle. "Understanding and control of textile fiber structure". J. Appl. Poly. Sci.: Appl. Poly. Symposium 1991 47, 1-31.
2. J.W.S. Hearle y R. Greer "Fiber structure" Text. Prog. 1970, 2 (4)
3. R. Meredith. Text. Prog. 1975, 7, (4).
4. L. Segal y P.J. Wakelyn. "Handbook of fiber science and technology" Vol. IV: Fiber Chemistry. New York 1985, 809.
5. L.Segal, L.Loeb, y J.J. Creely J. Polym. Sci. 1954, 13, 193.
6. S. C. O. Ugbolue, "Structure/property relationships in textile fibers". Text. Prog. 1990, 20, (4), 1-49.
7. J. E. McIntyre "Handbook of fiber science and technology" Vol. IV: Fiber Chemistry" Dekker, New York 1985, página 1.
8. T. Radhakrishnan y P. Neelakantan. "Airflow through fiber plugs. Part I: Review of theory and its limitations". Text. Research Inst. Mayo 1990, 293-296.
9. L. D. M. van den Brekel y E. J. de Jong. "Hydrodynamics in packed textile beds" Text. Res. Inst. Agosto 1989, 433-440
10. D.J. Hannant "Handbook of composites" vol. IV Fabrication of composites. North Holland, página 437.
11. B. C. Goswami, R. C. Anandjiwala y M. Carmical. "Engineering of fiber properties for spinning on various systems". J. Appl. Pol Sci.: Applied Polymer Symposium 47, 1991, 463-485.
12. S. Murase, K. Kudo y M. Hirami. "Fiber formation by high speed spinning under high stresses". J. Appl. Pol Sci.: Applied Polymer Symposium 47, 1991, 161-169
13. R. Gutmann y H. Herlinger. "Structure and dyeing properties of high speed spun polyester blend fibers". J. Appl. Pol Sci.: Applied Polymer Symposium 47, 1991, 199-221.
14. J. A. Cuculo, P. A. Tucker y G.-Y. Chen. "Properties of poly(ethylene terephthalate) fibers spun with a liquid isothermal bath". J. Appl. Pol Sci.: Applied Polymer Symposium 47, 1991, 223-247.

15. W.D. Callister "Materials science and engineering". 1985. John Wiley & Sons
16. N.L.Hancox "Hanbook of composites" vol. IV Fabrication of composites. North Holland, página 17.
17. J. F. Shackelford. "Introduction to materials science for engineers" New York 1988, Macmillan Publishing Company.
18. S. Kawabata."Measurement of the transverse mechanical properties of hihg-performance fibres". J. Tex. Inst. 1990, **81** (4), 432-447.
19. M. M. Tomadakis y S. V. Sotirchos. "Effective Knudsen diffusivities in structures of randomly overlapping fibers". AICHE Journal. Enero 1991, **1**, vol. 37 74-86
20. J. M. Yang, C. L. Ma y T. W. Chou. "Fiber inclination model of three-dimensional textile structural composites" J. Compos. Mater., 1986, **20**, 472.
21. T. J. Whitney y T. W. Chou. J. Compos. Mater. 1989, **23**, 472.
22. C. L. Ma, J. M. Yang y T. W. Chou. en ASTM Special tecnichal publication 893, American Society for Testing and materials, Philadelphia, PA, U.S.A. 1986, 405.
23. A. F. Kregers y G.A. Teters. Mech. Compos. Mater. 1982, **1**, página 14.
24. J. H. Byun y T. W. Chou."Elastic properties of three-dimensional angle-interlock fabric preforms". J. Text. Inst. 1990, **81**, n°4, 538-548.
25. S. Timoshenko "Teoría de la elasticidad". 1946, El Ateneo
26. D. J. Sides, K. Attenborough y K. A. Mulholland. "Application of a generalized acoustic propagation theory to fibrous absorbents". J. of Sound and Vib. 1971, **19** (1),. 49-64.
27. L. D. Landau y E. M. Lifshitz "Teoría de la elasticidad". 1969, Ed. Reverté S.A.

Capítulo 3° Análisis experimental del medio poroso

3.1. Introducción.

En este capítulo abordaremos el trabajo experimental realizado con los materiales que han sido descritos en el apartado anterior. Expondremos las técnicas de medida empleadas, así como los resultados. La interpretación de los resultados se hará por medio de la teoría desarrollada en el primer capítulo, y que ha sido aplicada en el capítulo segundo. También haremos una comparación entre las predicciones teóricas y los resultados experimentales, de forma que, podremos verificar la validez y el grado de aproximación del modelo desarrollado.

En el apartado 3.2 presentaremos las técnicas empleadas para la adquisición, digitalización y tratamiento de las señales. Estas técnicas se emplearon siempre, independientemente del tipo de medida efectuado, ya sean en aire, o en inmersión, tanto en el rango de los kHz, como en el de los MHz. Por este motivo, se presentan de forma separada y al comienzo del capítulo.

En el apartado 3.3 presentaremos las medidas en inmersión en el rango de frecuencia entre 10 kHz y 110 kHz, y que son interpretables en términos de la teoría de Biot. Tras explicar las técnicas de medida empleadas, se presentarán, separadamente, los resultados obtenidos en el espacio de tiempos (evolución de la forma de onda), y los resultados espectrales (funciones de transferencia y velocidades de fase). Los aspectos más importantes que serán mostrados en este apartado, son: la observación de los distintos modos de propagación longitudinales predichos por Biot, y la influencia de las propiedades del fluido en la generación de los diferentes modos. En particular, la propiedad del fluido que se verá variada será la compresibilidad. Esto se realizará efectuando las medidas para distintos contenidos de aire en el fluido. Igualmente se estudiará la presencia de resonancias debidas a la presencia de burbujas, y serán comparadas con los resultados teóricos. Por último, el análisis espectral permitirá detectar picos de absorción en la función de transferencia del modo longitudinal lento que serán relacionados con fenómenos resonantes (espesor, periodicidad del medio poroso, dispersión, etc...).

En el apartado 3.4 se presentarán medidas, semejantes a las del apartado 3.3, pero realizadas éstas en aire. Se mostrará cómo los resultados obtenidos son predecibles de las conclusiones que se obtienen de las medidas en inmersión. El aspecto más importante es la observación del modo lento de Biot, y la verificación de la importancia de los desacoplos de impedancia para la generación del modo lento en la interfase medio poroso-fluido.

Por último, en el apartado 3.5, se presentará una comparación entre los picos de absorción que el espectro del MLL (modo longitudinal lento) presentaba, con medidas en el rango de los MHz, para los mismos valores de la longitud de onda, y para un modo longitudinal convencional (no es aplicable la teoría de Biot). De esta forma, se compararán los fenómenos de dispersión resonante para la onda lenta (rango de kHz e inéditos) con los de otro tipo de onda longitudinal.

No obstante, antes de ocuparnos con estos objetivos, resulta importante hacer una breve revisión del estado actual en el que se encuentra la experimentación entorno a la caracterización acústica de sólidos porosos dentro del marco de referencia de la teoría de Biot. Como ya se ha puesto de manifiesto, uno de los aspectos más interesantes es la predicción de la existencia de dos modos longitudinales distintos, que se pueden propagar en el interior del medio poroso. La primera observación experimental de estos dos modos longitudinales fue realizada por T. J. Plona [1] 24 años después de que Biot hubiese formulado la teoría de la propagación de una onda acústica en un medio poroso. La confirmación teórica de que las medidas de Plona correspondían con las predicciones de Biot fue realizada poco después por J. G. Berryman [2] y N. C. Dutta [3].

Los materiales empleados por Plona, especialmente diseñados para ese tipo de experiencias, estaban constituidos por un agregado de pequeñas esferas de cristal sintetizadas a alta temperatura, y colocados posteriormente en inmersión acuosa. Las medidas se realizaron trabajando con impulsos de banda ancha centrados en torno a varios MHz. Después de este primer trabajo, pueden encontrarse, en la literatura disponible, algunas otras observaciones de ambos modos de propagación longitudinal, especialmente del modo lento. En particular, D. L. Johnson [4], en el mismo año que Plona, mostró que las observaciones de Shapiro y Rudnick [5] acerca del 4° sonido (4th sound) en un empaquetamiento de partículas de aluminio inmersas en helio líquido son, en realidad, el MLL de Biot. El mismo autor, como se puede ver en [6] y [7], llevó a cabo medidas para el mismo tipo de sólido poroso que Plona había empleado, pero, esta vez, inmersas en helio líquido. El helio líquido, por sus especiales cualidades (se anulan las pérdidas por viscosidad), ha sido empleado como el fluido en el que sumergir las muestras sólidas, no sólo en el caso de las muestras del mismo tipo que las empleadas por Plona (pequeñas esferas cristalinas sintetizadas a alta temperatura), sino también en el caso de polvos compactados, (como ya se ha dicho de [5] y como M. Kriss e I. Rudnick presentan en [8]) o rocas de origen arenoso [9]. En cualquier caso, resulta claro, que el empleo de helio líquido hace que la técnica de medida se complique en exceso.

Materiales de tipo sintético han sido ampliamente estudiados en el marco de la teoría de Biot, aunque la detección del MLL ha sido pocas veces posible. Por ejemplo podemos citar los trabajos de P.N.J. Rasolofosaon [10] con granos de arena sintéticamente compactados, y K. Attenborough [11] con partículas de plomo compactadas y en aire. También se puede citar el trabajo de J.F. Allard et al. [12], con una espuma de poliuretano comercial, aunque en este caso, la existencia del MLL es determinada apartir de medidas de impedancia (de la misma forma que se hizo en [11]).

La experimentación en el campo de la teoría de Biot no sólo ha dado resultados positivos cuando se han empleado materiales artificiales, sino que también existen algunos resultados para el caso de materiales naturales. P.B. Nagy y L. Adler en [13] emplearon tanto esferas sintetizadas como rocas naturales, en aire. El modo longitudinal lento (MLL) pudo ser claramente observado, aunque en estos casos no se detectó el modo longitudinal rápido (MLR), por lo que no se observó la doble propagación longitudinal predicha por Biot. F. A. Boyle y N. P. Choritos [14] emplearon sedimentos marinos y frecuencia más bajas que las empleadas por otros autores, en este caso entre 30 kHz y 60 kHz. Sus resultados muestran la propagación de un segundo frente de ondas, aunque no resulta claro si corresponde a la onda lenta de Biot, o si, por el contrario, se debe a una propagación transversal.

A pesar de estos trabajos que brevemente se han expuesto, resulta claro, como también en [13] se reconoce, que los criterios para la determinación de cuándo se puede esperar que la onda lenta sea observable, permanecen, aún hoy, bastante oscuros. De hecho, la mayoría de los trabajos experimentales publicados en el marco de la teoría de Biot, no son capaces de mostrar este tipo de propagación longitudinal (MLL). Hasta hace poco, se había considerado que el motivo por el que el MLL no era observable era su alta atenuación, pero tal y como se expone en [13], la razón de esta dificultad reside no sólo en la alta atenuación, sino que también en el ruido introducido por el modo rápido u otras componentes dispersadas. Al final de este trabajo, podremos demostrar, que uno de los aspectos más importantes que se encuentran vinculados con la posible observación del MLL es en la capacidad de que dicho modo sea generado en la interfase sólido poroso-fluido. Como se verá, en este aspecto, las propiedades mecánicas de sólido y fluido juegan un papel fundamental.

3.2 Técnicas para la adquisición y tratamiento de la señal.

3.2.a. Dispositivo experimental para la adquisición de las señales.

El dispositivo experimental empleado para la adquisición de las señales, salvo el tipo de sonda o receptor, que varía según el rango de frecuencia en el que se trabaje, es común a todos los experimentos realizados, por lo que pareció oportuno exponerlo de forma separada y al comienzo del capítulo, de forma que no sea necesario volver a repetirlo cuando se presenten las técnicas empleadas para la medida.

El sistema experimental empleado se muestra, de forma esquemática, en la figura 3.1. La señal era adquirida por medio de un micrófono, un hidrófono, u otro transductor, dependiendo del tipo de medidas de que se trate, de forma que cada uno de estos dispositivos se describirá más en detalle cuando se aborde cada una de las diferentes técnicas. Una vez adquirida era transferida a un osciloscopio y de este, digitalizada, se almacenaba en un ordenador personal.

La digitalización de la señal en el osciloscopio se realizaba tomándose una muestra de 1024 puntos (sobre el eje de tiempos), y 256 niveles diferentes para la amplitud. Para dicha adquisición, y con objeto de mejorar la relación señal ruido, se limitó el ancho de banda del osciloscopio hasta 20 MHz (-3dB de 13 MHz a 24 MHz), así como promediados de hasta 64 adquisiciones.

El 2402A Tekmate, que aparece en la figura 3.1, es un AT (compatible con IBM) con un microprocesador 80C286 a 16 MHz. La memoria RAM es de 1M-byte, y en la configuración empleada carecía tanto de teclado como de pantalla, siendo estas interfases proporcionadas por el propio osciloscopio. Dicho aparato carece de disco duro, pero dispone de dos unidades de disco de 1.44 M-bytes. La primera de ellas se utilizaba para la introducción del sistema operativo (MS-DOS 3.3) y del software para la interacción con el osciloscopio 2432A. La otra unidad de disco se empleaba para el almacenamiento tanto de señales y como de otros datos proporcionados por el 2402A Tekmate (transformadas de Fourier, configuraciones del osciloscopio, programación automática de las secuencias de medida, etc.).

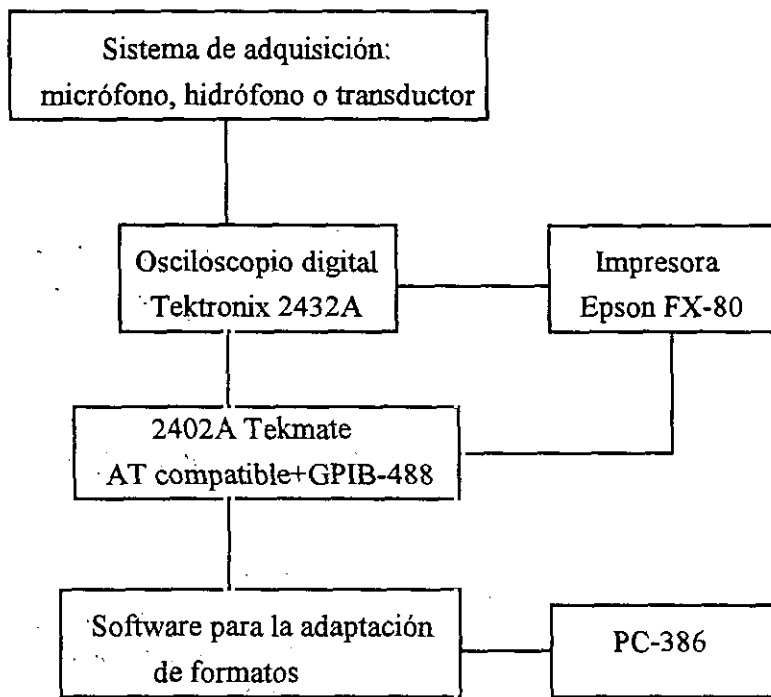


Figura 3.1

Esquema del sistema experimental para el tratamiento de la señal.

En los casos en los que era necesario estudiar la evolución de la señal con el tiempo, el 2402A Tekmate, podía ser programado, de forma que la señal podía ser adquirida, en intervalos de tiempo a determinar, durante largos períodos, la única restricción la imponía la capacidad de almacenamiento del disco, en el que podían almacenarse hasta casi 1000 señales.

El 2402A Tekmate almacenaba las señales en ficheros en el formato TEK-ADIF (*Tektronix analog data interchange format*), que es una estructura especial de datos que permite el intercambio de éstos datos entre diferentes equipos de dicha marca. En particular, dicho formato consistía en un cabecero, en texto del DOS, en el que se detallaban, entre otros aspectos, la fecha de adquisición, las escalas, los tipos de promediado etc. A continuación, se presentaban los valores numéricos de la muestra digitalizada, en código ASCII. El primer trabajo consistió en el desarrollo de un programa que permitiese traducir dichos formatos a tablas numéricas que pudieran ser utilizadas de forma directa por los programas de cálculo disponibles en el laboratorio (matlab).

3.2.b. Técnicas para el tratamiento de la señal.

Una vez adquirida la señal y transferida ésta, en un formato adecuado, al ordenador de cálculo, uno de los aspectos más importantes era el análisis espectral, para el cálculo de coeficientes de reflexión y transmisión, de la atenuación y de las velocidades de fase. Las señales con las que normalmente se ha trabajado tenían una apariencia similar a la mostrada en la figura 3.2.a. Esto es, aparecían diversos ecos

que era necesario estudiar de forma separada. Para esto, se emplearon dos tipos de ventanas: la ventana *flat top*, empleada fundamentalmente para el tratamiento de señales monocromáticas, (ya que es la que el propio osciloscopio lleva incorporada) y la ventana de Hanning, empleada para señales en banda ancha. Las expresiones algebraicas de este tipo de ventanas se pueden encontrar en [15], y la forma de dichas ventanas, en el espacio de tiempos, se representa en la figura 3.2.a.. Antes de calcular los espectros, se hacían actuar las ventanas sobre los ecos a estudiar, posteriormente, los pulsos así aislados eran situados en el centro de la ventana, y el número de puntos de las muestra incrementado hasta 4096, mediante la inclusión de ceros tanto al comienzo como al final, de forma semejante a como puede verse en [16]. El espectro era entonces obtenido mediante una FFT (*fast Fourier transform*). La razón de incrementar el número de puntos de las señales era para mejorar la resolución en frecuencia de los espectros obtenidos. La razón por la que el pulso se colocaba en el centro de la ventana se verá a continuación, al discutir el cálculo del espectro de fase.

De la información proporcionada por la transformada rápida de Fourier (FFT) $-F(\omega) = F_r(\omega) + i \times F_i(\omega)$ - se obtenían el espectro de amplitud y fase, tal y como se indica en las ecuaciones 3.1.

$$|F(\omega)| = [F_r^2 + F_i^2]^{1/2} \quad (3.1.a)$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1}[F_i(\omega) / F_r(\omega)] \quad (3.1.b)$$

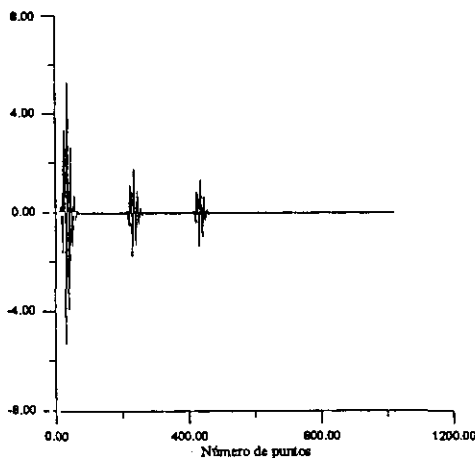


Figura 3.2.a
Ejemplo de señal temporal adquirida en el osciloscopio.

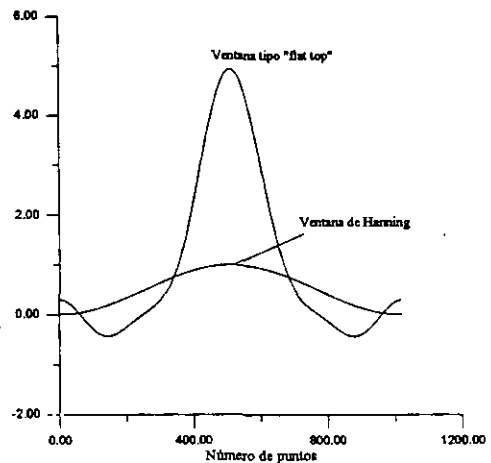


Figura 3.2.b
Ventanas empleadas para el tratamiento de los diferentes ecos por separado.

Al calcularse el espectro de fase a partir de la función inversa de la tangente, resulta claro que el algoritmo de cálculo limitará los resultados en el intervalo de $-\pi$ a π . De esta forma, se obtendrán discontinuidades de π cada vez que la magnitud $\phi(\omega)$ se haga mayor o menor que cero o 2π . Estas discontinuidades pueden corregirse sumando o restando (según convenga) la magnitud del salto en cada

discontinuidad. Además hay que tener en cuenta que el resultado se verá afectado por la posición del pulso dentro de la ventana.

De esta forma, la razón de colocar el pulso en el centro de la ventana es, tal y como justifican tanto Fitting y Adler en [16] o Sachse y Pao en [17], para que el espectro de fase se mantenga entre los valores de $-\pi$ y π , evitándose de esta forma, las ya mencionadas discontinuidades, así como errores en el origen de las fases.

Este tratamiento espectral resulta de especial importancia en aquellos casos en los que se trabaja con materiales dispersivos, esto es, que producen una cierta distorsión de los pulsos con respecto a la señal de referencia (esto es debido a que la velocidad de fase varía con la frecuencia dentro de la banda de medida, de forma apreciable). Para estos casos, y con objeto de poder medir la velocidad de fase, se emplearon dos procedimientos diferentes, basados en técnicas espectrales ambos, y que permiten obtener la velocidad de fase para el caso de materiales dispersivos. Estos procedimientos se denominan: el método del espectro de amplitud y el método del espectro de fase. A continuación expondremos, de forma sucinta, dichos procedimientos.

3.2.b.1. El método del espectro de amplitudes para el cálculo de la velocidad de fase.

Para la exposición seguiremos el tratamiento de T. Pialucha, C.C.H. Guyott y P. Cawley en [18]. La velocidad de fase se calcula, mediante este procedimiento, por medio de los siguientes datos experimentales: las frecuencias de resonancia longitudinal (asociadas al espesor de la muestra), el orden asociado a cada resonancia, y el espesor de la muestra a estudiar.

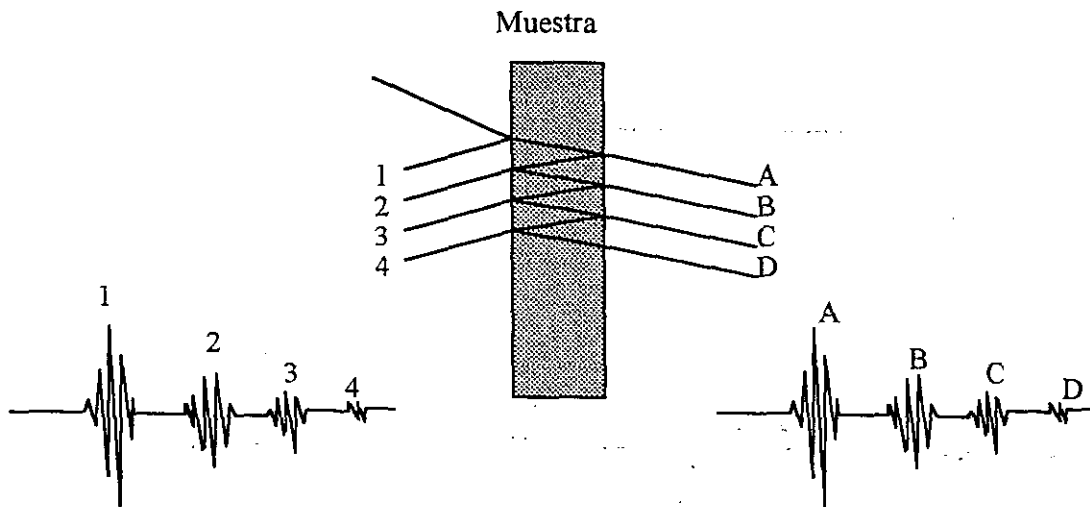


Figura 3.3.

Esquema de la situación experimental. Se puede ver la muestra, las distintas trayectorias del haz en el interior de dicha muestra, y un ejemplo del tipo de configuración de ecos que se pueden obtener tanto en reflexión como en transmisión

La técnica a emplear es la de pulso-eco, bien en transmisión, o bien en reflexión, y en banda ancha para cualquiera de los dos casos. La situación experimental se esquematiza en la figura 3.3.

Una configuración como la mostrada en la figura 3.3, esto es, una serie de ecos, debidos a las sucesivas reflexiones en el interior de la muestra, y por tanto situados periódicamente, da lugar a un espectro de amplitud con una configuración de resonancias, situadas éstas a frecuencias tales que:

$$F_{res} = mc / (2L) \quad (3.2)$$

Donde L es el espesor de la muestra, m es el orden de la resonancia, y c es la velocidad de propagación en el interior de la muestra, a dicha frecuencia. De esta forma, midiendo la frecuencia a las que dichas resonancias tienen lugar, y conociendo el orden, es posible determinar la velocidad de propagación de la onda acústica en un medio de espesor conocido.

En la figura 3.4, se muestra una señal como las que pueden ser obtenidas en un dispositivo de pulso-eco, seleccionando las reflexiones en la primera y segunda cara, y su correspondiente espectro de amplitud. En dicho espectro, pueden observarse, claramente, las correspondientes resonancias, por lo que para cada una de esas frecuencias es posible medir la velocidad de fase mediante la expresión 3.2. Claramente, para este caso, es mucho más adecuado emplear otros métodos, ya que la velocidad puede ser medida directamente sobre la señal temporal, o también es posible emplear el método del espectro de fase.

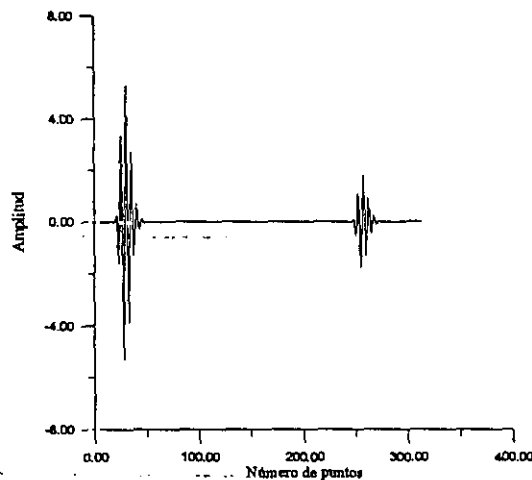


Figura 3.4.a.
Ejemplo de señal temporal adquirida en una experiencia de pulso-eco.

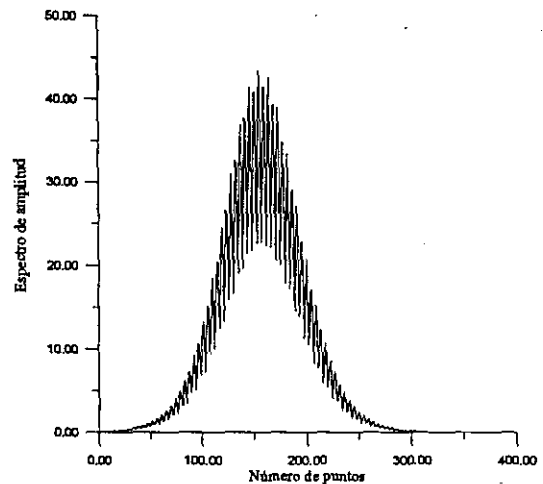


Figura 3.4.b.
Espectro de amplitud de la señal mostrada en la figura 3.4.a.

No obstante, la ventaja fundamental y motivo por lo que este método será empleado es la posibilidad de obtener la velocidad de fase incluso cuando los diferentes ecos (como los mostrados en 3.3 ó 3.4.a.) aparecen solapados, de forma que los otros métodos mencionados no son aplicables. Esto suele suceder en muestras delgadas, o a bajas frecuencias. En estos casos, la señal adquirida se

asemeja a la mostrada en la figura 3.5.a. En esta figura aparecen tres ecos solapados, por lo que la medida de la velocidad en el espacio de tiempos es absolutamente imposible, así como la aplicación del método del espectro de fase. Sin embargo, y como se muestra en la figura 3.5.b., en el espectro de amplitud, se pueden encontrar, como en el caso anterior, las resonancias asociadas al espesor de la muestra. Por este motivo, conocido el espesor, basta con medir las frecuencias a las que dichas resonancias aparecen, determinar el orden, y entonces la medida de la velocidad resulta inmediata a partir de la expresión 3.2.

La consideración de los fenómenos de dispersión da lugar a una corrección sobre la expresión 3.2, que no vamos a considerar ahora, pero que es posible ver en [18].

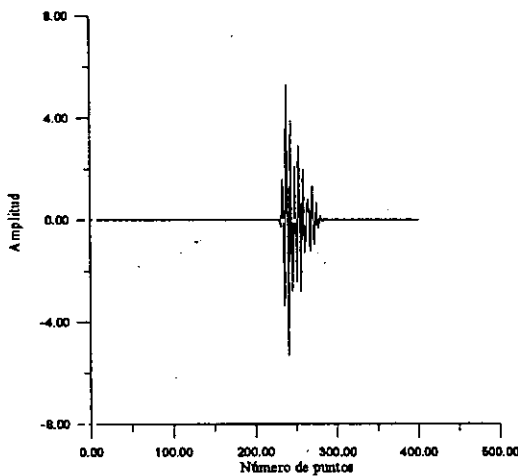


Figura 3.5.a.
Señal temporal adquirida en una experiencia de pulso-eco para una muestra suficientemente delgada. Tres ecos aparecen solapados.

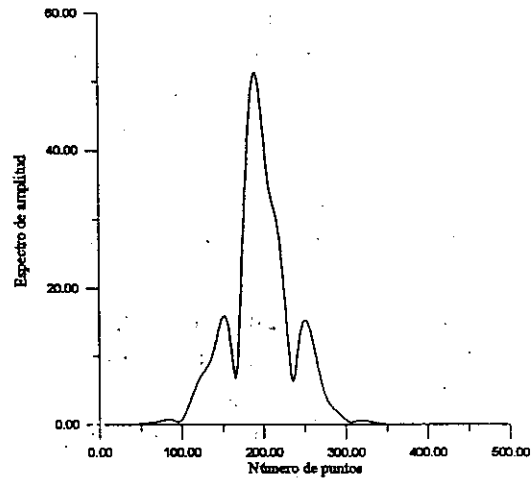


Figura 3.5.b.
Espectro de amplitud de la señal mostrada en la figura 3.5.a. De los mínimos observados es posible determinar la velocidad de fase

En el seno de este trabajo, este método para el cálculo de la velocidad de fase se aplicará al caso en el que dentro de la muestra se puedan propagar varios modos a diferentes velocidades. Este es el caso de una muestra sólida, cuando tenemos incidencia oblicua, ya que tendremos la propagación de un modo longitudinal y otro transversal, o bien el caso de una muestra de tipo poroso, en la que, como ya sabemos, se pueden propagar dos modos longitudinales diferentes y uno transversal.

Para este caso, en el que en la muestra se pueden propagar diferentes modos a diferentes velocidades, la situación experimental correspondiente a la mostrada en la figura 3.3 se muestra en la figura 3.6, en donde por simplicidad, se han obviado las reflexiones múltiples que se pueden dar en el interior del material, y que ya fueron mostradas en la figura 3.3.

Dependiendo de la diferencia de velocidades entre ambos modos, la frecuencia de trabajo, la anchura de la banda y el espesor de la muestra, los pulsos asociados a la propagación de cada uno de los dos modos en el interior de la

muestra aparezcan solapados o separados (en el espacio del tiempo) a la salida de la muestra. Lo que resulta claro según lo visto previamente, es que el espectro de la señal transmitida mostrará una serie de máximos y mínimos debido a la interacción de ambos pulsos. En estas circunstancias, si se conoce el orden de la interferencia, la frecuencia a la que tiene lugar, el espesor de la muestra y la velocidad de propagación de uno de los dos modos, entonces, se puede calcular la velocidad de propagación del otro modo de acuerdo¹ con:

$$V_1 = \frac{V_2 L}{L - f m V_2} \quad (3.3)$$

Donde V se refiere a la velocidad y el subíndice al modo de propagación. f es la frecuencia, m el orden y L el espesor de la muestra.

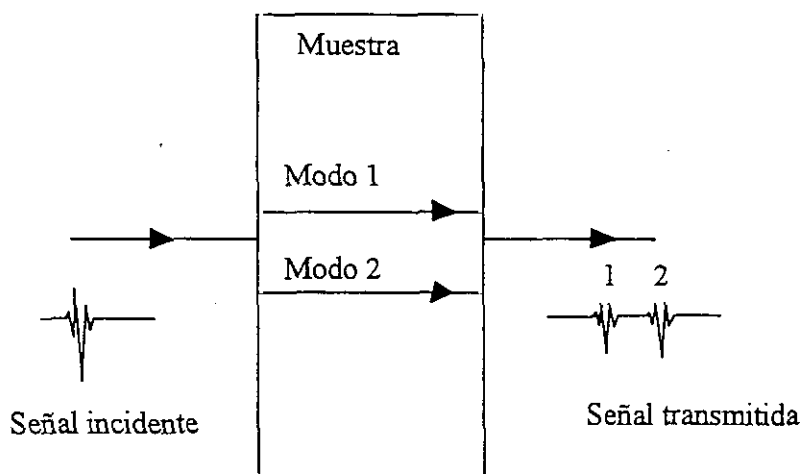


Figura 3.6..

Muestra esquemática de la situación experimental para el caso en el que la muestra soporte la propagación de dos modos a distinta velocidad.

3.2.b.2. El método del espectro de fase para la medida de la velocidad de fase.

Este método fue desarrollado, inicialmente, para medidas por transmisión y en contacto. Dicho desarrollo se debe W. Sachse y Y. Pao [17]. Debido a que en este trabajo se emplearán técnicas de inmersión, se utilizará entonces, el resultado posterior de Lee, Lahham y Martin [19], quienes aplicaron la técnica de W. Sachse y Y. Pao para el caso de medidas en inmersión.

La situación experimental en la que se emplea esta técnica, se esquematiza en la figura 3.7. El procedimiento consiste en calcular el espectro de fase de la señal de referencia adquirida sin la muestra, y la señal transmitida a través de la muestra que se desea estudiar. Para no introducir errores en el espectro de fase, es necesario que ambos pulsos (el de referencia y el transmitido a través de la muestra) se

¹Esta expresión no tiene en cuenta los posibles desfases entre ambos modos que se pueden introducir en las transmisiones y reflexiones. En el caso de muestras delgadas, este efecto puede ser una fuente de error importante, por lo que dicha corrección debe ser incluida en las expresiones.

encuentren en el mismo punto dentro de la ventana temporal. En algunos casos de muestras altamente dispersivas esto puede resultar extremadamente complicado², debido a la dificultad de fijar una referencia. En general, y como se muestra en la figura, debido a la distinta velocidad de propagación en la muestra y en el fluido (normalmente es agua para el caso de medidas en inmersión), dichos pulsos aparecerán desplazados en el tiempo. Si la velocidad de propagación es mayor en la muestra que en el agua, la señal transmitida aparecerá adelantada, en caso contrario, lo hará con cierto retraso. Dicho desplazamiento deberá ser eliminado, ya sea desplazando la ventana del osciloscopio, o desplazando la sonda donde se adquiere la señal, o bien añadiendo o eliminando ceros al comienzo o al final de la señal, cuando se realice el tratamiento numérico por ordenador. Cualquiera de estos procedimientos es válido e imprescindible. De otra forma, los espectros de fase de las distintas señales, no podrán ser comparados.

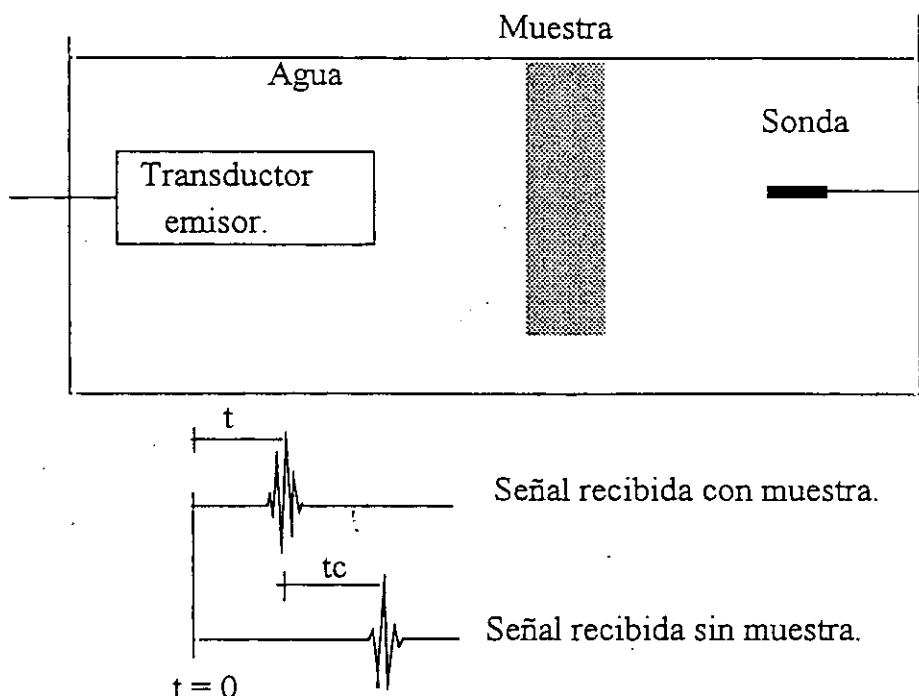


Figura 3.7

Representación esquemática de la situación experimental para medidas de velocidad de fase en inmersión mediante la técnica del espectro de fase.

Calculando como se ha mencionado los espectros de fase, y teniendo en cuenta que la diferencia temporal entre ambos ecos es t_c (tal y como se indica en la figura), entonces si ϕ_r y ϕ_m representan el espectro de fase de la señal de referencia y el espectro de fase de la señal transmitida a través de la muestra, entonces:

$$V_f = c \left/ \left(1 + \frac{t_c}{t} \right) \right. + \frac{c - \beta}{2\pi f} \quad (3.4)$$

Donde β viene dada por:

²En estos casos puede buscarse la situación dentro de la ventana en la que ambos pulsos (referencia y medida) muestran una correlación máxima.

$$\beta = \frac{2\pi}{360^\circ L} [\phi_m - \phi_r] \quad (3.5)$$

Como se puede apreciar del procedimiento explicado, el método del espectro de fase, a diferencia del método del espectro de amplitud, permite el cálculo de la velocidad de fase sobre un continuo en frecuencia, siempre, como es lógico, dentro de la banda del sistema transductor emisor-sonda receptora. Sin embargo, este método no es aplicable cuando los pulsos aparecen solapados, y esto no sólo debido a la imposibilidad de separar temporalmente ambos ecos, sino también a la dificultad de interpretación de los resultados del espectro de fase en dicha situación. Por el contrario, el método del espectro de amplitud sí que es capaz de proporcionar algunos resultados.

El espectro de fase proporciona resultados erróneos cuando varios ecos aparecen superpuestos. En la figura 3.8.a se muestra una señal en la que dos ecos aparecen solapados. La situación es similar a la mostrada en las figuras 3.5.a y 3.5.b. Debido a dicho solapamiento, se pueden observar dos mínimos en el espectro de amplitud (figura 3.8.a), asociados a la interacción entre los dos ecos. El espectro de fase de la señal mostrada en 3.8.a, se presenta en la figura 3.9, junto con el espectro de fase de la señal en la que no aparece solapamiento. Puede apreciarse de forma clara, cómo el efecto de la superposición de dos ecos induce importantes variaciones en el espectro de fase, con respecto a una señal en la que no se da ningún solapamiento.

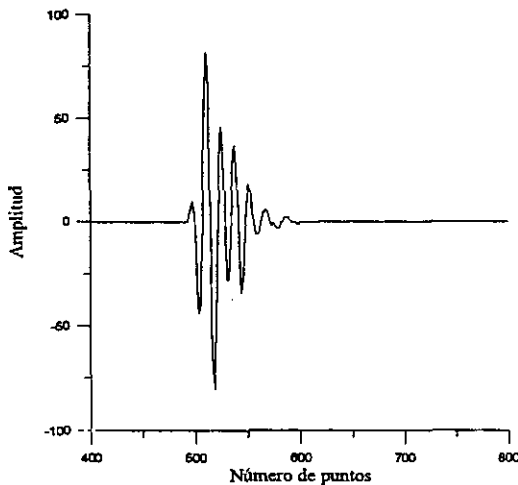


Figura 3.8.a
Señal temporal en la que aparecen dos ecos solapados

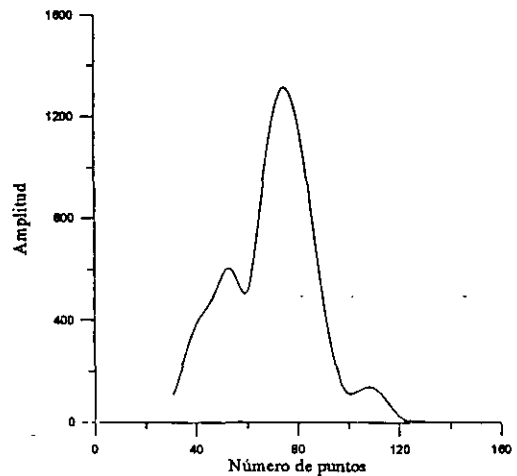


Figura 3.8.b
Espectro de amplitud de la señal mostrada en la figura 3.8.a.

Estos aspectos ahora discutidos, resultarán de especial importancia cuando se desarrolle el estudio espectral de las señales experimentales. Como se verá, para algunos casos, en una misma señal aparecen ecos debidos tanto a diversos modos de propagación dentro de las muestras, como a reflexiones múltiples en el interior de éstas, de forma que algunos pueden aparecer solapados y otros no. El tener en cuenta las posibilidades y limitaciones de cada uno de los dos métodos explicados

para el estudio de la velocidad de fase, resulta clave para una correcta interpretación de los resultados.

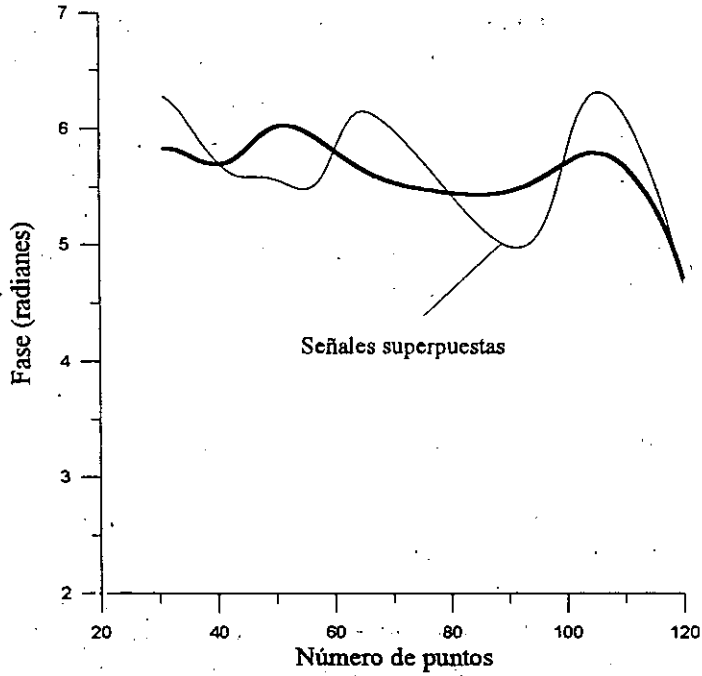


Figura 3.9
Espectro de fase de la señal mostrada en la figura 3.8.a.

3.3 Medidas en inmersión.

3.3.a. Introducción.

En este capítulo presentaremos las medidas llevadas a cabo en inmersión para la verificación de la teoría de Biot. Esto quiere decir que la frecuencia de trabajo será lo suficientemente baja (10 kHz-110 kHz) como para que la aproximación de Biot de que la longitud de onda es mucho mayor que el tamaño de poro sea válida. En la última sección de este capítulo se presentarán, también, medidas en inmersión, pero la diferencia radica en que las que allí se presentarán estarán realizadas en un rango de frecuencia mucho mayor (MHz), para el que no podrá ser empleada la teoría de Biot en la explicación de los resultados, pero como ya se verá, el objetivo de dichas medidas es otro.

Primeramente, procederemos a describir tanto el sistema experimental de medida, al menos aquellas partes que no quedaron descritas en la sección 3.2, como el procedimiento de medida empleado. Posteriormente, pasaremos a presentar los resultados experimentales.

Como se verá, uno de los aspectos fundamentales va a ser la presencia de gas, en forma de pequeñas burbujas, en el interior de las muestras. Por este motivo, se analizará, en primer lugar, cómo las propiedades del fluido influyen en el proceso de desgasificación; para pasar en un segundo lugar a un aspecto más interesante, que es el cómo este proceso de desgasificación influye en las propiedades acústicas del medio. Para esto se mostrará un estudio detallado de la influencia del proceso de desgasificación en la forma, amplitud y componentes espectrales de la señal transmitida.

Como primer resultado de dicho estudio, mostraremos, claramente, cómo los dos modos longitudinales predichos por Biot pueden ser observados, siendo así ésta la primera ocasión en la que esta doble propagación longitudinal se encuentra en un medio trifásico, agua-aire-sólido. Además, podremos determinar de forma experimental, la influencia de las propiedades del fluido en la aparición de los diferentes modos longitudinales. Así mismo, calcularemos la función de transferencia y la velocidad de fase de cada uno de los modos mencionados, en función del contenido de gas de las muestras (concentración y tamaño medio de las burbujas). Dicho estudio espectral, permitirá encontrar unos fuertes picos de absorción en el MLL, que no se habían observado con anterioridad en ningún otro tipo de materiales, que serán relacionados con fenómenos de dispersión resonante

(serán precisamente estos resultados los que den lugar al trabajo comparativo que se presentará en la sección 3.5 de este mismo capítulo).

3.3.b. Dispositivo de medida.

3.3.b.1. Descripción del sistema y procedimiento de medida.

En la figura 3.10 se muestra de forma esquemática el sistema experimental para las medidas en inmersión. El generador de pulsos era un Hewlett-Packard 8116A, que permitía excitar pulsos de longitud variable (número de ciclos), de frecuencia hasta 50 MHz y con una amplitud pico a pico de 16 voltios. Como ya se comentó en la sección anterior el osciloscopio era un Tektronix 2432A, y el AT al que se encuentra conectado por una interfase GPIB-488 (fig. 3.10) es un 2402A Tekmate.

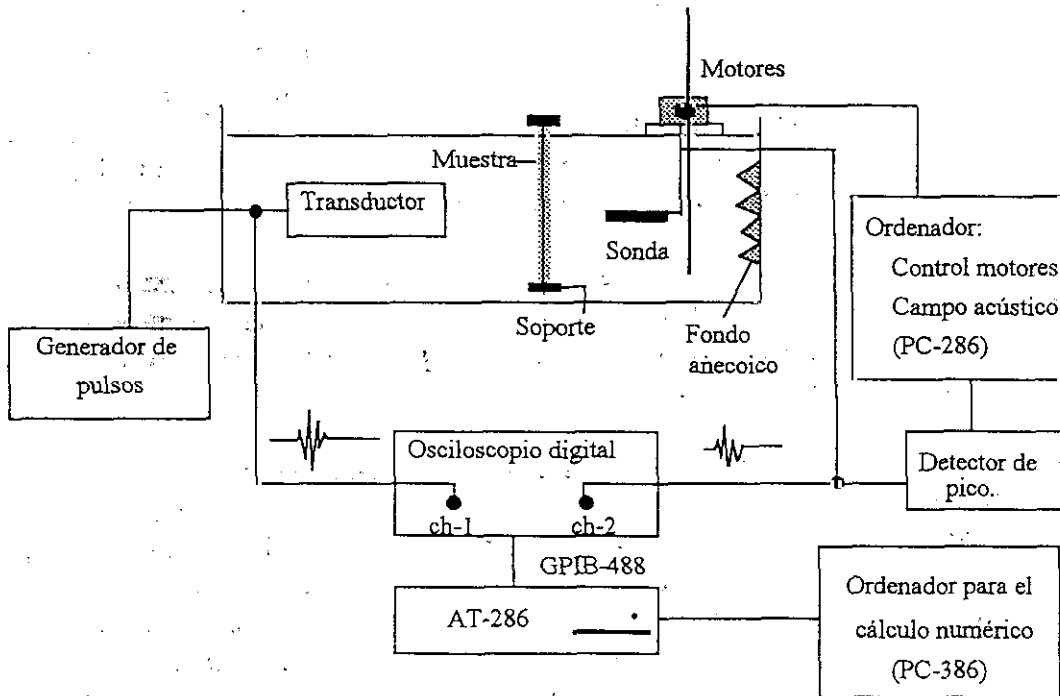


Figura 3.10.

Muestra esquemática del dispositivo experimental empleado para las medidas en inmersión en el rango de los kHz.

La piscina en la que se hallaban inmersos muestra, sonda y transductores, fue diseñada especialmente para estas medidas y consistía de un tanque de metacrilato con estructura metálica, con una capacidad de 1 m^3 . Así mismo, dicha piscina disponía de dos motores, controlados por ordenador, que permitían tanto un preciso posicionamiento de la sonda así como el desarrollo de barridos bidimensionales (con un paso mínimo de 1 milímetro) para la obtención de diagramas de la distribución del campo en planos verticales. Para este objetivo era para lo que se empleaba el detector de pico, para lo que se empleó un amplificador de medida Brüel & Kjær

tipo 2607 (la banda de dicho aparato llegaba hasta los 200 kHz). Dicho sistema de barrido y adquisición de datos se hallaba controlado por medio de un programa denominado SARA (Sistema de adquisición y representación automatizada), desarrollado por la empresa TECAL para nuestro laboratorio (y en concreto para el desarrollo de este trabajo) dentro del contexto del programa BRITE nº BE-3009-89, que ya ha sido mencionado. En concreto la utilización del SARA se restringió fundamentalmente al posicionamiento de la sonda y, en ocasiones, a la caracterización del campo proporcionado por el transductor.

Las muestras (que fueron descritas en el capítulo anterior), eran montadas en un soporte que las mantenía tensas y unidas entre sí. Las dimensiones de dicho soporte eran lo suficientemente grandes como para que los bordes no interaccionasen con el campo acústico. El número de capas que se empleó oscilaba entre 2 y 17, dependiendo del aspecto a estudiar. Para analizar los procesos de desgasificación se empleaban pocas capas, mientras que para los estudios de propagación se empleaban muestras más gruesas llegando hasta los 5 milímetros de espesor para algunos casos.

El procedimiento de medida era, entonces, el siguiente: Las muestras se montaban sobre el soporte especialmente diseñado y que ya ha sido mencionado. Después de esto eran introducidas lentamente en el agua, y se situaban en incidencia normal, y en la zona de campo lejano del transductor. De esta forma, resulta claro, que las muestras recién introducidas en el agua presentan una concentración de aire atrapado en su interior, en forma de burbujas de tamaño variable, muy alta. A medida que el tiempo de inmersión aumentaba, y dependiendo de las características del agua, tenía lugar un proceso de desgasificación consistente no sólo en la reducción de la cantidad de aire contenida en el interior de los tejidos, sino que también, en el cambio del tamaño y concentración de las burbujas. Dicho proceso resulta de especial interés, ya que, como se verá próximamente, las características del medio poroso variaban de forma drástica en función del contenido de aire, del tamaño de las burbujas, y de las propiedades del fluido. Dicho proceso de infiltración del agua en el interior de las muestras podía resultar relativamente largo, hasta 48 horas para las muestras más gruesas e hidrófobas y para altas viscosidades en el agua. Debido a esto, se automatizó el proceso de medida, mediante la programación del Tekmate 2402A. Las señales, tanto reflejada como transmitida, eran almacenadas en un disco flexible de 1.44 Mb cada pocos minutos, durante los intervalos de tiempo que fueran necesarios, hasta que se llegase a la saturación de agua en los tejidos.

3.3.b.2. Sistema de emisión-recepción.

En este apartado, describiremos el sistema de emisión-recepción. Dicho sistema, como se puede observar en la figura 3.10 se compone, en primer lugar, de un transductor, que era empleado tanto como emisor, como, como receptor de la señal reflejada en la superficie de las muestras. En segundo lugar, se disponía de un hidrófono, para la recepción de la señal transmitida a través de las muestras. Empezaremos por describir el hidrófono, para posteriormente explicar cómo eran

los transductores empleados, que fueron especialmente diseñados para este tipo de experiencias (ver p.e. I. Gonzalez et alia [20]).

Como se ve en la figura 3.10, la señal transmitida a través de la muestra a estudiar era recibida por una sonda. Dicha sonda era un hidrófono de la casa Brüel & Kjær del tipo 8103, y que se esquematiza en la figura 3.11.

En la tabla 3.I, se muestran las características fundamentales de dicho hidrófono Brüel & Kjær 8103, que se mostró en la figura 3.11, y que han sido tomadas de la carta de calibración suministrada por el propio fabricante.

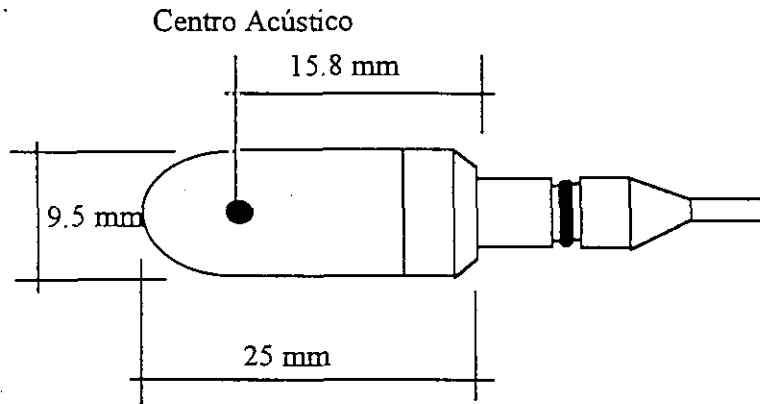


Figura 3.11.

Esquema de la sonda empleada para las medidas en inmersión en el rango de los kHz.

Con respecto a los transductores, se deseaba cubrir el rango de 15 kHz hasta 110 kHz, Para lo que se diseñaron dos transductores diferentes de banda ancha, uno con frecuencia de resonancia entorno a los 20 kHz, y el otro sobre los 60 kHz. Ambos transductores estaban compuestos por un conjunto de elementos transductores piezoeléctricos de tipo *sandwich*. De esta forma, se disponía de dos *arrays* diferentes para la generación de la señal acústica.

TABLA 3.I.

Características del hidrófono empleado para las medidas en el rango de los KHz.

Rango de frecuencia útil	0.1 Hz-180 KHz. (+2 dB -10 dB)
Rango de respuesta lineal	0.1 Hz-20 kHz (+0.5 dB -1.5 dB) 0.1 Hz-100 kHz (+0.5 dB -3.5 dB)
Directividad horizontal	± 2 dB
Directividad vertical	± 4 dB

El transductor *array* de frecuencia central entorno a los 60. kHz estaba formado por 17 monoelementos (transductores piezoeléctricos tipo *sandwich*) tal y como el que se muestra en la figura 3.12. Los elementos piezoeléctricos estaban constituidos por cerámicas PZT-8, la sección trasera era de acero y la cabeza

radiante, de sección cónica, de aluminio. Como capa de adaptación para la radiación en agua se pegó a la cabeza radiante una capa de acoplamiento constituida por un polímero. Los 17 elementos transductores se colocaron en un molde, se conectaron eléctricamente en paralelo y antes de encapsularlos en una silicona, se situó una espuma polimérica sobre la superficie trasera.

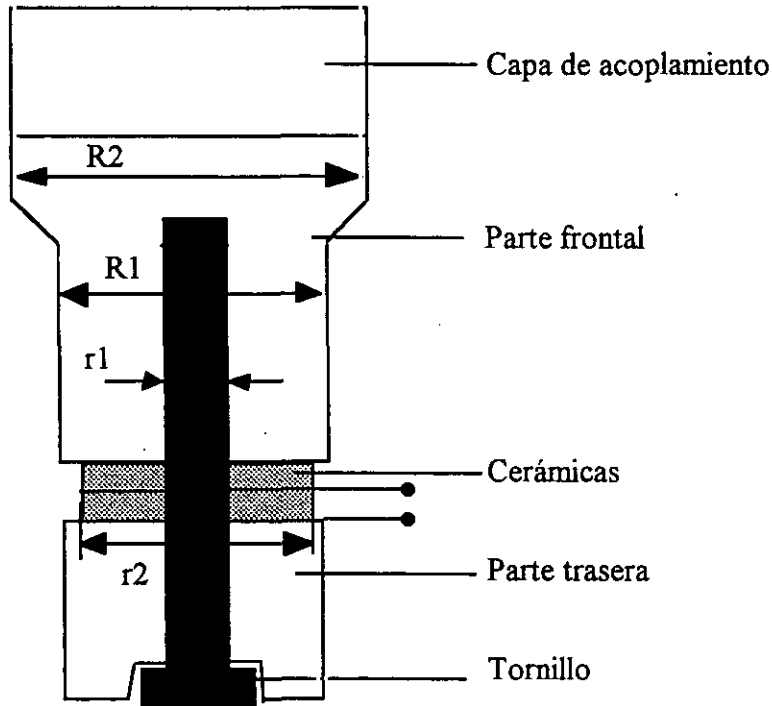


Figura 3.12.
Representación esquemática de uno de los elementos transductores del *array*.

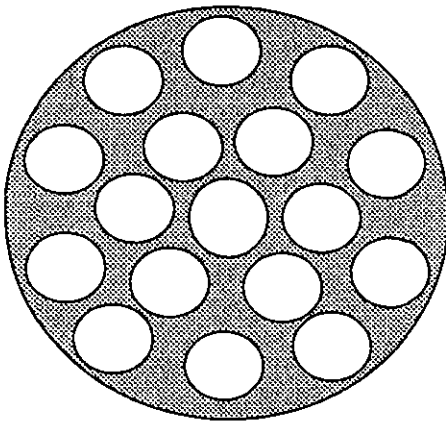


Figura 3.13.a.
Distribución espacial de los monoelementos transductores para el *array* de 60 kHz.

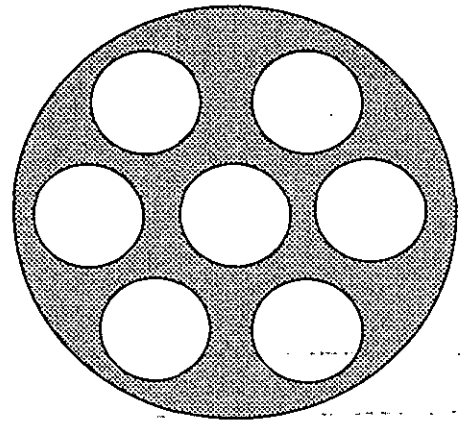


Figura 3.13.b.
Distribución espacial de los monoelementos transductores para el *array* de 20 kHz.

Para el transductor de 20 kHz se empleó una técnica semejante, pero sólo se emplearon 7 monoelementos como los descritos en el párrafo anterior. En la figura 3.13 se muestra la distribución espacial de ambos diseños finales. En la tabla 3.II, se

muestran las características de ambos transductores *array*, en lo que se refiere a las dimensiones y a los materiales empleados.

En la tabla 3.II, h se refiere al grosor, y para el caso de las cerámicas r_1 y r_2 se refieren a los radios del orificio del tornillo, y externo respectivamente. En lo que se refiere a R_1 y R_2 , dichas magnitudes se hayan especificadas en la figura 3.12, y se refieren a las dimensiones de la parte delantera.

TABLA 3.II.
Características finales de los *arrays* diseñados.

Frec. kHz	Dimensiones (mm)				Materiales			
	Parte trasera	Cerámicas	Parte delantera	Capa adaptación	Parte trasera	Cerámicas	Parte delantera	Capa adaptación
	h	r_1, r_2, h	R_1, R_2, h	R, h				
20	35×40	13×38×6.4	40/50×40	49.5×21.5	Acero	PZT-8	Al	Araldit-D
60	12×15	1.5×4.5×2.5	12/18×12	18.5×8	Acero	PZ-26	Al	Araldit-D

Las respuestas tanto en tiempo, como en frecuencia de los sistemas transductor-hidrófono se muestran en las figuras 3.14 y 3.15. En la primera se muestra tanto la respuesta en tiempos a un impulso de 20 kHz y 6 voltios de amplitud pico a pico, para el transductor *array* diseñado para trabajar a dicha frecuencia, como el análisis espectral de dicha señal, en concreto el espectro de amplitud, el cual muestra la banda efectiva de trabajo del sistema emisor receptor. La segunda figura (3.15), presenta ésto mismo, pero para el caso del transductor *array* de 60 kHz.

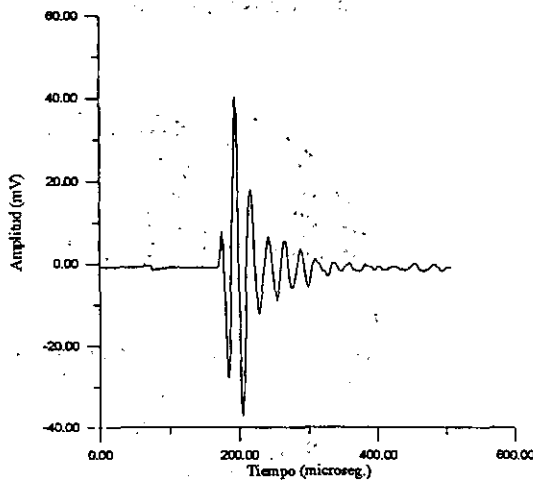


Figura 3.14.a

Respuesta en tiempo del sistema *array*-20 kHz, sonda a un pulso de la misma frecuencia y 6 V de amplitud.

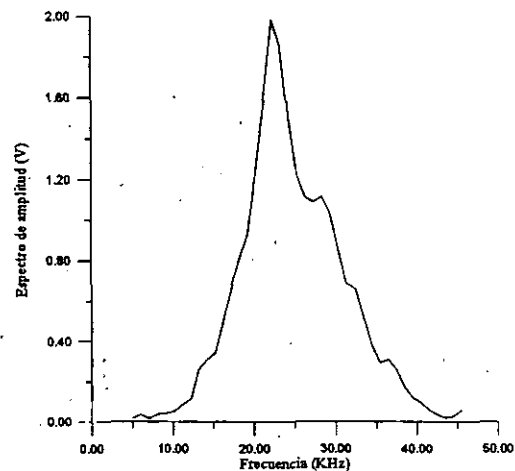


Figura 3.14.b.

Espectro de amplitud de la señal mostrada en 3.14.a.

Como puede observarse, en ambos casos se aprecia una banda bastante ancha. La razón para éste comportamiento radica (según I. Gonzalez [20]) en que las dimensiones transversales y longitudinales de la capa de acoplamiento son muy similares, mostrando, de esta forma, un modo de vibración fuertemente acoplado.

Este modo transmite, eficientemente, la energía acústica tanto al agua como a la silicona empleada para encapsular el sistema. Sin embargo, los patrones de radiación del dispositivo diseñado son similares a los de un pistón ideal de dimensiones semejantes.

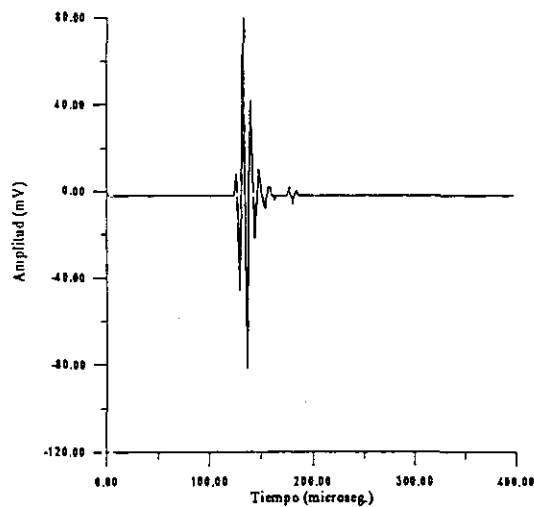


Figura 3.15.a
Respuesta en tiempo del sistema *array*-60 kHz, sonda a un pulso de la misma frecuencia y 6 V de amplitud.

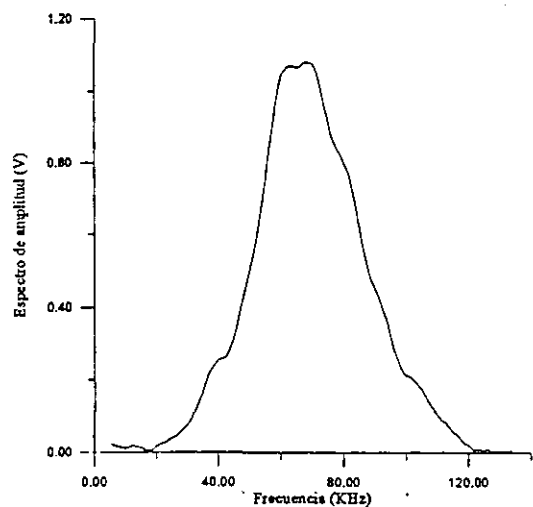


Figura 3.15.b.
Espectro de amplitud de la señal mostrada en 3.15.a.

3.3.c. Influencia del estado del fluido en el proceso de desgasificación de la muestra.

Una de las variables que más fuertemente influye en el proceso de desgasificación de la muestra es el estado del fluido (densidad, viscosidad, presencia de partículas en suspensión, temperatura, concentración de aire...). Dicho proceso consiste en la saturación de las muestras por agua, lo cual tiene lugar por la invasión de líquido en los poros. A esa escala microscópica, resultan de gran importancia magnitudes como la tensión superficial o la viscosidad del fluido, por lo que pequeñas variaciones de dichas cantidades pueden dar lugar a cambios importantes en la forma en la que el proceso de desgasificación tiene lugar. En este sentido, se puede consultar el trabajo de R. Lenormand [21].

Uno de los aspectos directamente estudiados, es la influencia del contenido de gas disuelto en el fluido, sobre dicho proceso de desgasificación. Cuando dicha concentración se encuentra por encima de la saturación, que es lo que sucede para el caso del agua que ha sufrido una fuerte agitación (p.e. la que puede salir de un grifo, la cual suele denominarse *tap water*) la inclusión de cualquier sólido en el interior de dicho fluido provoca la aparición, en la superficie sólido-agua, de pequeñas burbujas de aire, que tienen su origen en la precipitación del excedente de gas disuelto. Dichas burbujas aumentan de tamaño según transcurre el tiempo, y no se eliminan de forma fácil. Más aún en el caso de los tejidos, donde la complicada

microestructura, que como ya se ha comentado introduce una extensa área de contacto entre ambos medios, proporciona un lugar idóneo para no sólo la aparición de dichas burbujas, sino también que no sean expulsadas del líquido. Todo esto se traduce en que la saturación por fluido de los poros del tejido tarda mucho tiempo en alcanzarse, y que el tamaño de burbuja es grande por lo que la resonancia acústica asociada a las burbujas se haya a una frecuencia relativamente baja. En estos casos, y a una temperatura que oscilaba alrededor de los 14 °C, se medía una concentración de oxígeno disuelto en el agua del orden de 10 ppm.

Por el contrario, cuando el agua, por haber permanecido en reposo el tiempo necesario, ha perdido toda la concentración de aire que poseía en exceso (en estas circunstancias la concentración de oxígeno disuelto que se medía era del orden de 7 ppm para una temperatura entorno a los 18 °C), entonces, al introducir la muestras en el fluido, las únicas burbujas, que aparecen en el interior de éstas, son las que quedan atrapadas en los propios poros del tejido. Para las burbujas atrapadas en los poros más grandes, el tiempo de permanencia en la muestra no es muy grande, ya que conforme aumenta el tiempo de inmersión, y por un proceso de difusión, dichas burbujas aumentan de tamaño, y son, finalmente liberadas por el propio empuje que experimentan hacia arriba en el seno del fluido. Por el contrario, las burbujas que se hayan atrapadas en los poros más pequeños, permanecen más tiempo en el interior del tejido, ya que no experimentan un empuje tan fuerte, y su capacidad de crecer se haya limitada por las propias dimensiones de dichos poros y por efectos de la tensión superficial.

En las figuras 3.16-3.19 se muestra la evolución del coeficiente de transmisión para una muestra compuesta por dos capas de material (dos tejidos) en función del tiempo de inmersión y para los dos transductores que se describieron en la sección 3.3: 20 kHz y 60 kHz. Las medidas se realizaron para en el caso de inmersión en agua en distintas condiciones. Hay que tener en cuenta, que este coeficiente de transmisión se refiere a la relación entre presión incidente y presión transmitida, y no al que normalmente se emplea, el cual se refiere a la relación de intensidades acústicas entre la onda incidente y la transmitida.

En las figuras 3.16 y 3.17 el agua había permanecido en reposo en el interior del tanque de medida por un espacio de tres meses, tiempo necesario para que la concentración de aire disuelto en exceso en el agua desapareciera. En ambos casos se aprecia cómo el hecho de la saturación de los tejidos por agua supone que el coeficiente de transmisión tome un valor igual a la unidad, esto quiere decir que las muestras, en condiciones de saturación acuosa, son completamente transparentes a la energía acústica, lo cual quiere decir, que las propiedades (acústicas) del tejido son prácticamente iguales a las del agua. Así mismo, también puede observarse, cómo el proceso es relativamente rápido, 60 minutos para el caso de 20 kHz (para ambas muestras), y 110 minutos para el algodón 1 y 20 minutos para el algodón 2 en el caso de 60 kHz. Por otro lado, se verifica la hipótesis hecha de que en estas circunstancias la desgasificación de los tejidos debía de tener lugar de forma rápida.

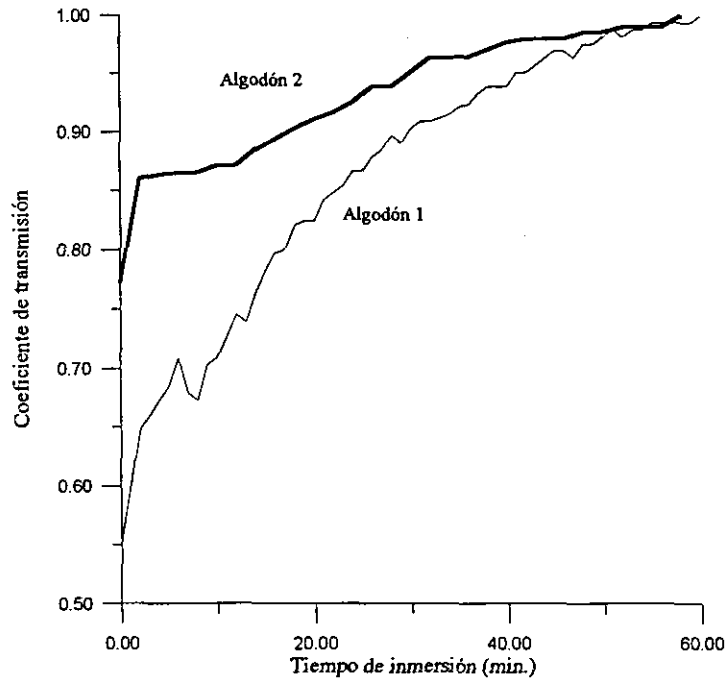


Figura 3.16.

Evolución del coeficiente de transmisión para dos muestras diferentes (dos capas). Transductor de 20 kHz.

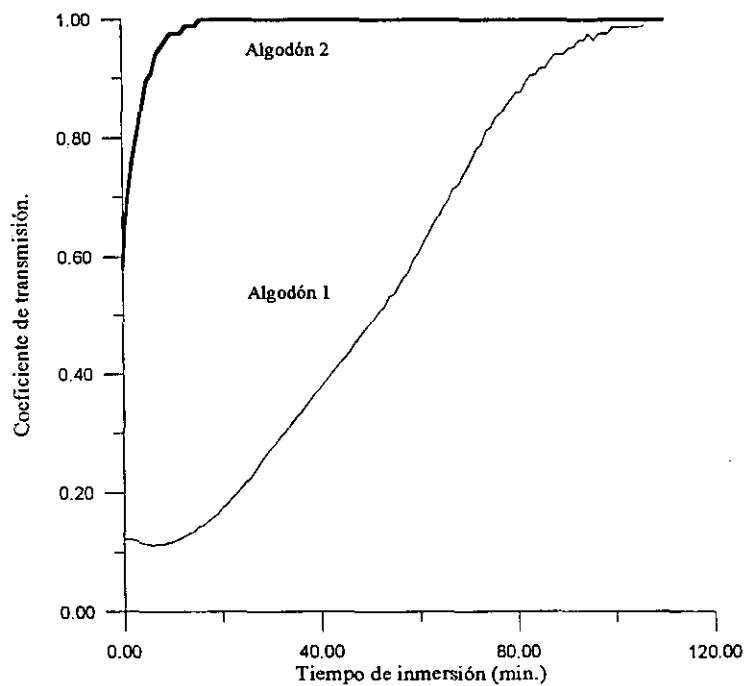


Figura 3.17.

Evolución del coeficiente de transmisión para dos muestras diferentes (dos capas). Transductor de 60 kHz.

En particular, resulta especialmente interesante la evolución del coeficiente de transmisión mostrada por el algodón 1 en la figura 3.17. En este caso, puede observarse, cómo inicialmente el coeficiente de transmisión se mantiene constante y

con un valor bastante bajo. Esto sería debido a la compensación de dos fenómenos contradictorios. Algunas burbujas crecen de tamaño, lo cual produce una disminución del coeficiente de transmisión, pero a la vez, el proceso de desgasificación de los tejidos va avanzando, es decir, se van liberando burbujas de aire que van abandonando la muestra. A los pocos minutos, y debido a que las únicas burbujas que permanecen en el interior del tejido son las que inicialmente quedaron atrapadas, el proceso de desaparición de burbujas empieza a superar al efecto de las burbujas que crecen de tamaño, por lo que el coeficiente de transmisión comienza a aumentar.

Bastante diferente y en ocasiones radicalmente opuesta, es la evolución del coeficiente de transmisión que se muestra en las figuras 3.18 y 3.19. En estos casos, las medidas fueron realizadas para un estado del agua en el que la cantidad de gas disuelto era mucho mayor. El principal efecto de dicho gas es que al introducir las muestras, la cantidad sobrante de gas en el fluido se deposita en la superficie fibra-agua, siendo este proceso capaz de equilibrar a la penetración de agua en el interior del tejido, por lo que se llega a situaciones en las que no se alcanza la saturación.

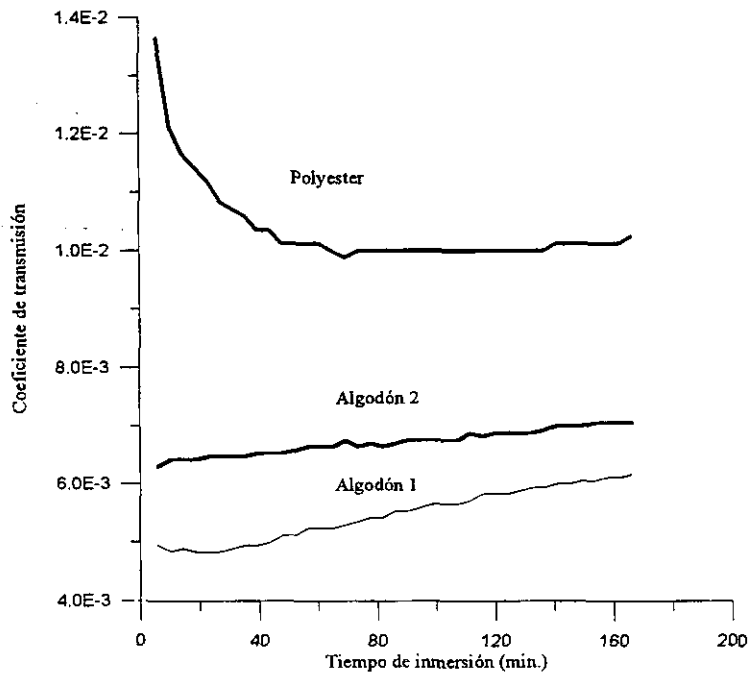


Figura 3.18.

Evolución del coeficiente de transmisión para tres muestras diferentes (dos capas). Transductor de 20 kHz.

Como puede observarse en dichas figuras, los tiempos de inmersión alcanzados son mayores que en el caso anterior (figuras 3.16 y 3.17), en torno a las tres horas, y los coeficientes de transmisión se hayan muy lejos de alcanzar los valores de la saturación (se encuentran entorno a valores próximos a 0.008). En estas circunstancias, y una vez transcurrido un cierto tiempo (≈ 30 minutos para el polyester) se forma una configuración de burbujas en el interior del tejido que es muy estable, y que varía poco en función del tiempo.

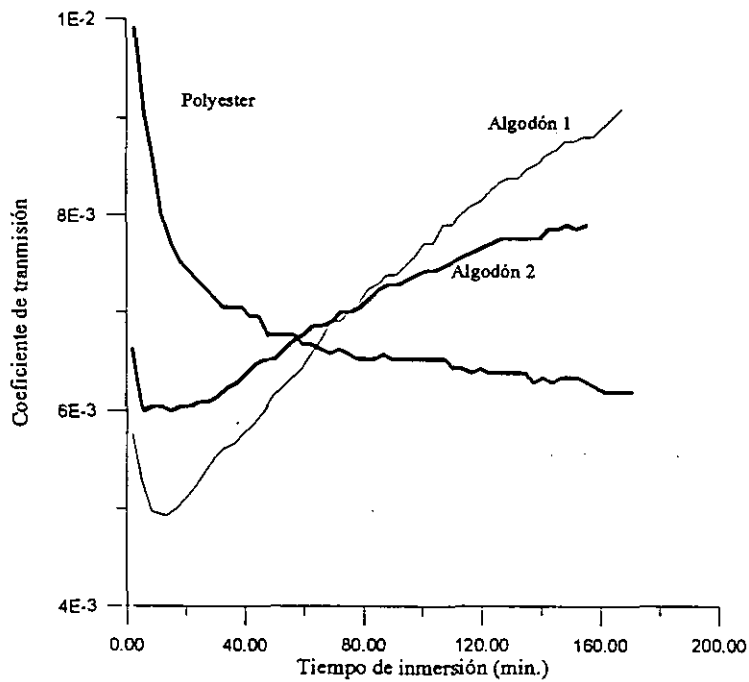


Figura 3.19.

Evolución del coeficiente de transmisión para tres muestras diferentes (dos capas). Transductor de 60 kHz.

Conviene diferenciar el comportamiento del polyester con respecto al de los algodones. En efecto, dicho tejido es mucho más hidrófobo (como pudo verse en los datos de permeabilidad mostrados en la tabla 2.V.), así pues se observa que tanto en el caso de 20 kHz como en el de 60 kHz, el coeficiente de transmisión disminuye inicialmente hasta alcanzar un valor estacionario. La situación de estacionariedad también aparece en los algodones en la medida a 20 kHz, pero no en la medida a 60 kHz, donde se observa un decrecimiento inicial, al igual que para el polyester, pero posteriormente no se alcanza un valor estacionario, sino que el coeficiente de transmisión aumenta.

Aunque hemos verificado que para el caso de altas concentraciones de aire en el fluido la desgasificación ocurre mucho más lentamente, no queda tan claro (desde las medidas presentadas) que en estas circunstancias dicho fenómeno se deba a la persistencia de las burbujas más grandes en el interior del tejido. Para aclarar este punto, presentaremos ahora la evolución del coeficiente de absorción, para cada una de las muestras y para cada uno de los dos transductores *array*. Como es bien sabido, la absorción que presentan las burbujas, al menos en el rango de frecuencia en el que ahora nos movemos, es de tipo resonante, de esta forma, al medir la absorción con el transductor *array* de 20 kHz, estaremos *mirando*, de forma casi exclusiva, a las burbujas más grandes (burbujas cuyo radio está comprendido entre 131 μm y 220 μm), mientras que para el transductor *array* de 60 kHz, la absorción que midamos se referirá, fundamentalmente, a burbujas mucho más pequeñas (radios entre 41 μm y 60 μm). Estos resultados se presentan en las figuras 3.20, 3.21 y 3.22.

El coeficiente de absorción se ha calculado apartir de los coeficientes de reflexión y transmisión. En las figuras 3.20, 3.21 y 3.22, se representa dicho

coeficiente de absorción tanto a 20 kHz como a 60 kHz, para cada una de las tres muestras. Para los dos algodones, puede observarse que la absorción a 20 kHz apenas varía con el tiempo y que es muy similar para todos ellos (entorno a 0.2), lo cual indica, que las burbujas más grandes (que como ya se ha mencionado son originadas por la precipitación del gas excedente en el interior del fluido sobre la superficie de las muestras), no están muy influenciadas por el tipo de muestra, sino por el estado del fluido, el cual es el mismo para los tres casos. Por el contrario, la absorción a más alta frecuencia (60 kHz), sí que presenta importantes variaciones entre los dos diferentes tipos de muestras. Para el algodón 1, dicho coeficiente (a 60 kHz), va disminuyendo suavemente, lo cual indica que las burbujas pequeñas van desapareciendo. Para el algodón 2, la evolución del coeficiente de absorción a 60 kHz es mucho más rápida, lo cual indica una desaparición de las burbujas más pequeñas mucho más veloz, mientras que, como ya se ha comentado, las grandes se mantienen estables. Por último, para el polyester la absorción debida a las burbujas más pequeñas apenas varía, pero, una vez más, al aumentar el tiempo de inmersión, aumenta el efecto de las burbujas grandes en comparación con las pequeñas, en esta ocasión debido a un aumento de la absorción a 20 kHz al aumentar el tiempo de inmersión. Una vez más, se pone de manifiesto el carácter más hidrófobo del polyester que ya fue comentado.

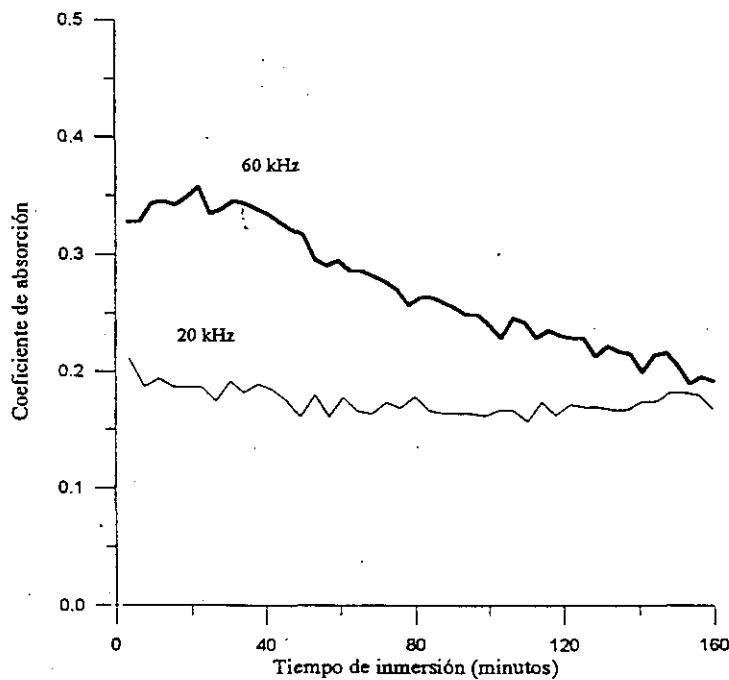


Figura 3.20.
Coeficiente de absorción a 20 kHz y 60 kHz
para el algodón 1.

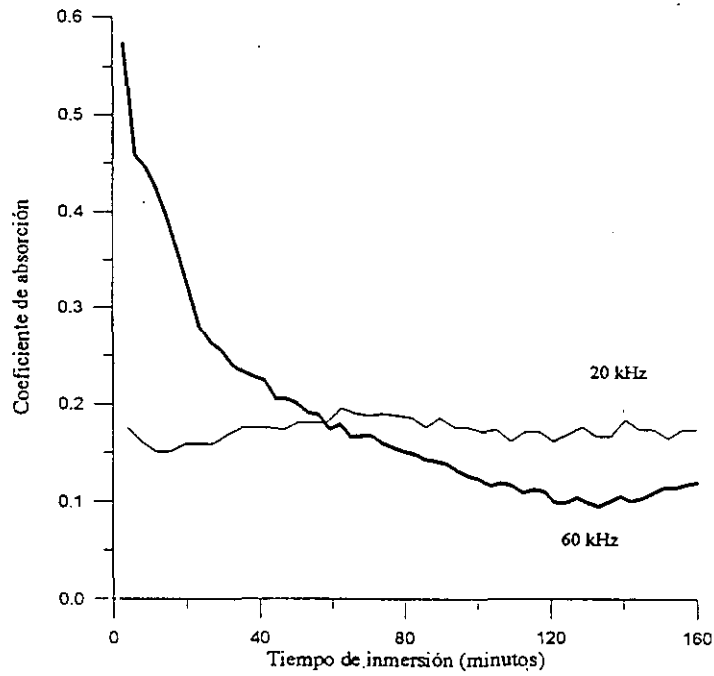


Figura 3.21.
Coeficiente de absorción a 20 kHz y 60 kHz
para el algodón 2.

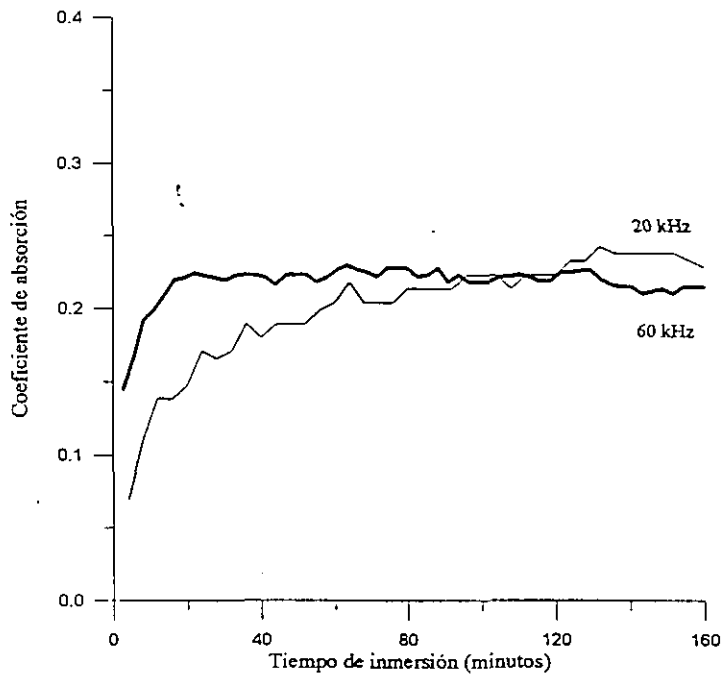


Figura 3.22.
Coeficiente de absorción a 20 kHz y 60 kHz
para el polyester.

Estas observaciones resultan de especial importancia si se tiene en cuenta que, durante todo el trabajo experimental desarrollado, los dos modos de propagación longitudinal sólo pudieron ser observados cuando se satisfacían dos condiciones. La primera, que las muestras contuvieran una cierta cantidad de burbujas en su interior, y la segunda, que el proceso de desgasificación no era muy

lento. Esto es, tal y como se explicó en el apartado 1.3.b. el MLL sólo aparece cuando hay una diferencia suficientemente apreciable entre las propiedades acústicas del sólido y del fluido. Esto sólo sucede cuando el fluido contiene burbujas, puesto que como ya se ha visto, en saturación acuosa, los tejidos son transparentes. Se ha podido observar, que no es válida cualquier configuración de burbujas. En efecto, en los procesos en los que la saturación se alcanza de forma más lenta, el MLL no aparece. Estos procesos, como ya se ha mencionado, se pueden relacionar con aquellos en los que las burbujas de mayor tamaño son las predominantes. El que en estos casos no se detecte la propagación del MLL en el interior de las muestras, se debe tanto a que la frecuencia de trabajo se halla por encima de la frecuencia de relajación asociada a las burbujas, como a los efectos de *scattering* que dichas burbujas producen sobre el modo longitudinal lento, lo cual produce una muy alta atenuación de dicho modo, por lo que no puede ser observado.

3.3.d. Estudio temporal de la señal transmitida. Influencia del contenido de aire en el interior de las muestras.

En este apartado mostraremos dos aspectos importantes que se presentan en la señal transmitida a través de las muestras en función del tiempo transcurrido tras la inmersión. En primer lugar, una discusión acerca de la forma de dichas señales, para un cierto instante intermedio en el proceso de saturación de las muestras por agua (3.3.d.1). En segundo lugar, presentaremos la evolución de dicha la señal a lo largo del tiempo, desde el momento de la inmersión, hasta la saturación por agua (3.3.d.2-3.3.d.4).

Antes de entrar a analizar más en detalle dicha evolución, resulta importante el hacer un estudio previo de la forma que presentan las señales transmitidas a través de las muestras, en el espacio de tiempos. Dicho estudio nos proporcionará las claves para la comprensión de los procesos involucrados durante el proceso de desgasificación de la muestra. Estos dos aspectos han sido, en parte, descritos por T.E. Gómez et alia en [22] y [23].

Para construir las muestras se emplearon 15 capas de tejido, todas de la misma clase, de forma que se disponía de tres tipos diferentes de muestras (algodón 1, algodón 2 y polyester). Tal y como se discutió en el apartado anterior, mostraremos sólo los casos en los que la saturación tenía lugar de forma rápida (esto dependía, como ya se dijo, de las condiciones del fluido), ya que para otros casos no era posible la observación del MLL, lo cual es uno de los aspectos más relevantes y novedosos del presente estudio.

3.3.d.1. Transmisión a través de una muestra de aire-agua-tejido.

En las figuras 3.23, 3.24 y 3.25, se muestra la forma de la señal transmitida, para el caso del transductor de 60 kHz, (en el espacio de tiempos), a través de las

muestras de algodón 1, algodón 2 y polyester, respectivamente, para un tiempo de inmersión determinado, e intermedio, dentro de dicho proceso de saturación (12, 10 y 20 horas, respectivamente).

En las tres figuras se puede apreciar una configuración de ecos que resulta semejante. Analicemos, ahora, en detalle la figura 3.23. En este caso aparecen tres ecos claramente diferenciados, denominados sobre la figura como 1, 2 y 3. Claramente, el primer pulso que aparece, se corresponde con la señal directamente transmitida a través de la muestra. Para determinar el origen del segundo y del tercero, se variaron las posiciones relativas entre el transductor, la muestra y la sonda, de forma que pudo observarse que según aumentaba o disminuía la distancia entre el transductor y la muestra, así mismo aumentaba o disminuía la distancia entre el primer pulso y el tercero, pero que la diferencia de tiempos entre el primero y el segundo no variaba. Midiendo distancias y tiempos, pudimos determinar de forma clara que el tercer pulso se correspondía con la señal que era reflejada en la superficie de la muestra, incidía en la superficie del transductor, se transmitía a través de la muestra e incidía, finalmente, en el hidrófono.

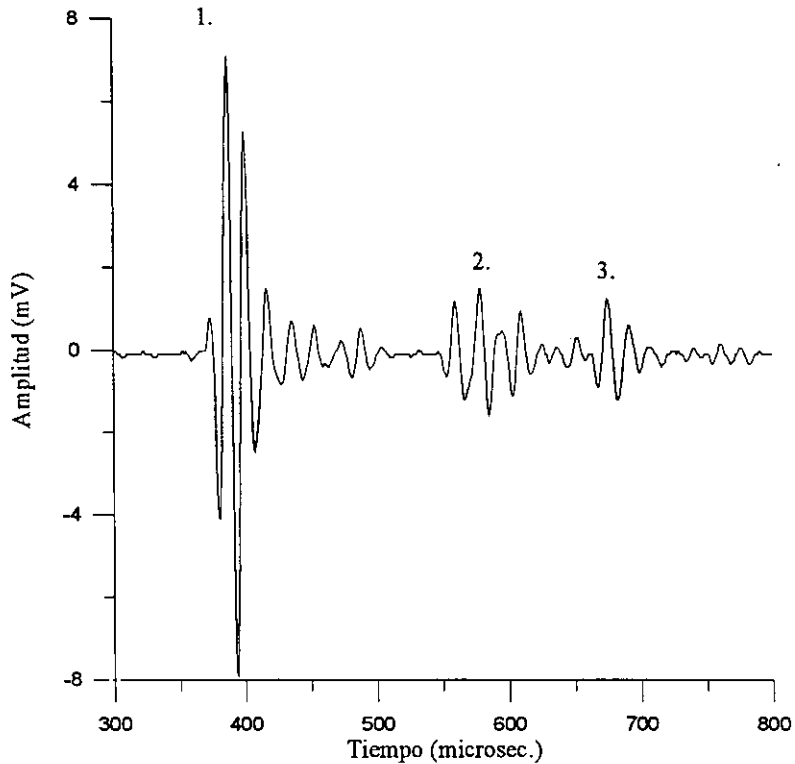


Figura 3.23.
Señal transmitida a través de 15 capas de algodón 1, tras
12 horas de inmersión. (Array: 60 kHz).

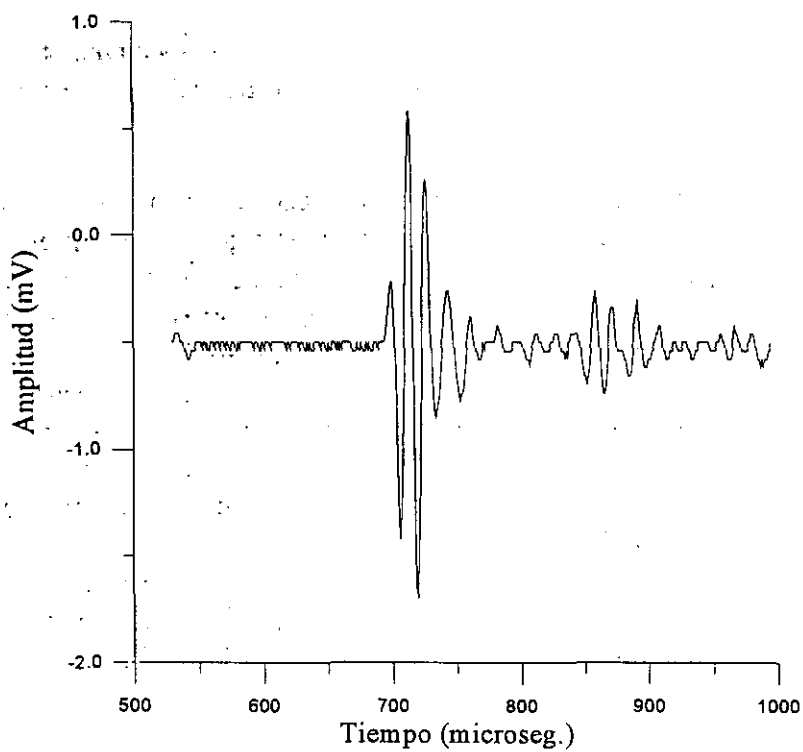


Figura 3.24.
Señal transmitida a través de 15 capas de algodón 2 tras
10 horas de inmersión (Array: 60 kHz).

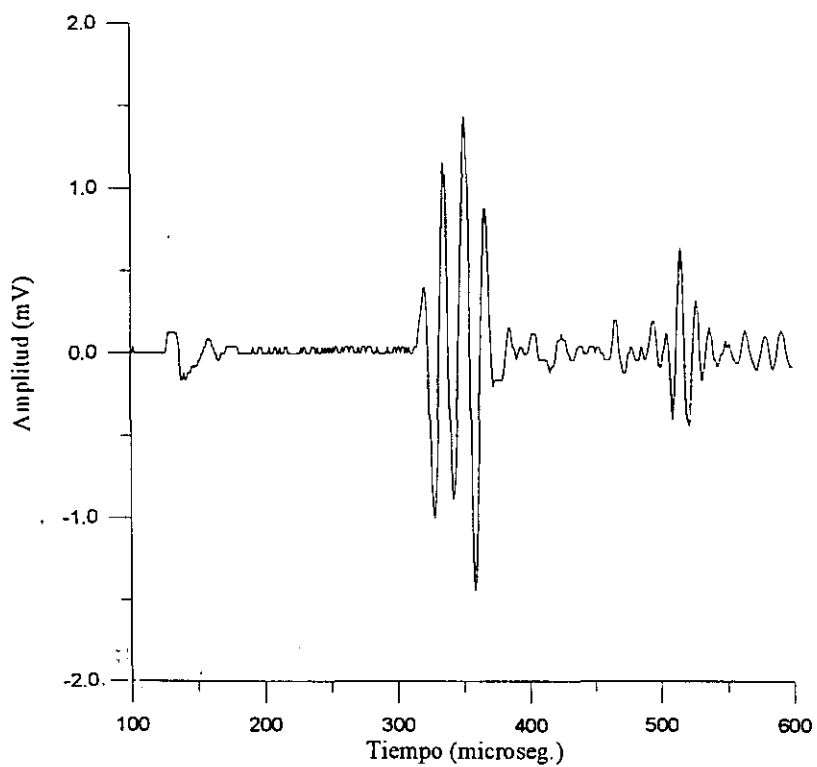


Figura 3.25.
Señal transmitida a través de 15 capas de polyester tras 20 horas
de inmersión (Array: 60 kHz).

Con respecto al segundo pulso que se observa en la figura 3.23 (indicado por un 2), y como ya se ha mencionado, la relación de tiempos con respecto al primer pulso no variaba, al cambiar las distancias relativas de la configuración transductor-muestra-hidrófono, por lo que podemos concluir que este segundo eco corresponde con una propagación longitudinal (estamos trabajando en incidencia normal) que se produce en el interior de la muestra, y que se propaga a una velocidad mucho más baja que la correspondiente a la propagación asociada al primer pulso. Este procedimiento para la aclaración del origen de los pulsos que se reciben es similar al empleado por T. J. Plona en [1], (en la que se considera que es la primera visualización de la doble propagación longitudinal en el interior de un medio poroso) y que ya fue empleado en una discusión semejante por T. E. Gómez et al. en [22].

El mismo proceso para la determinación del origen de los ecos se realizó para las señales mostradas en 3.24 y 3.25, apreciándose el mismo comportamiento que el que se ha descrito para el caso del pulso n° 2 de la figura 3.23 que, es el que en dichas figuras aparece en segundo lugar.

Un aspecto notable de las observaciones que acaban de ser descritas, es el que las muestra empleadas no estaban saturadas de fluido (agua en este caso), sino que lo que teníamos era un material trifásico, esto es con tres fases como componentes: líquido, sólido y gas. Esta característica resulta de particular importancia, ya que como se vió en la introducción de este capítulo (sección 3.1), la observación del modo lento de Biot sólo se había hecho en condiciones de saturación (material compuesto de dos fases), por lo que las observaciones aquí descritas suponen la primera observación de dicho tipo de propagación en un medio trifásico.

Un trabajo similar fue llevado a cabo con el transductor *array* de 20 kHz. En este caso, como se puede comprobar en la figura 3.26, la propagación del MLL no pudo ser detectada, en el espacio de tiempos, debido a la mayor longitud de los pulsos a esta frecuencia, y para este transductor, de banda algo más estrecha que el de 60 kHz. Precisamente, esta mayor longitud de los pulsos en el espacio de tiempos, es la que produce que la transmisión del MLR y la del MLL aparezcan solapados, y no sea posible determinar si aparece o no el MLL. Para esto será necesario aplicar las técnicas espectrales que se presentaron en la sección 3.2 lo cual será el objeto del trabajo a presentar en el apartado 3.3.e.

Analizaremos, ahora, la evolución de la señal transmitida en función del tiempo de inmersión. Para esto, es importante, tener en cuenta cómo tiene lugar el proceso de degasificación. Como ya se ha comentado, pero es oportuno recordar, hay dos fenómenos involucrados, en primer lugar, la disminución de la concentración de aire, y, en segundo lugar, y sólo para los estadios iniciales, el incremento de tamaño de las burbujas más grandes, por fenómenos de difusión, hasta que son liberadas. Así pues, durante dicho proceso, el cambio fundamental en el medio, se produce en el módulo de compresibilidad del fluido, y los cambios que se observen en la señal transmitida a través de la muestra podrán ser relacionados con cambios en dicha propiedad del fluido.

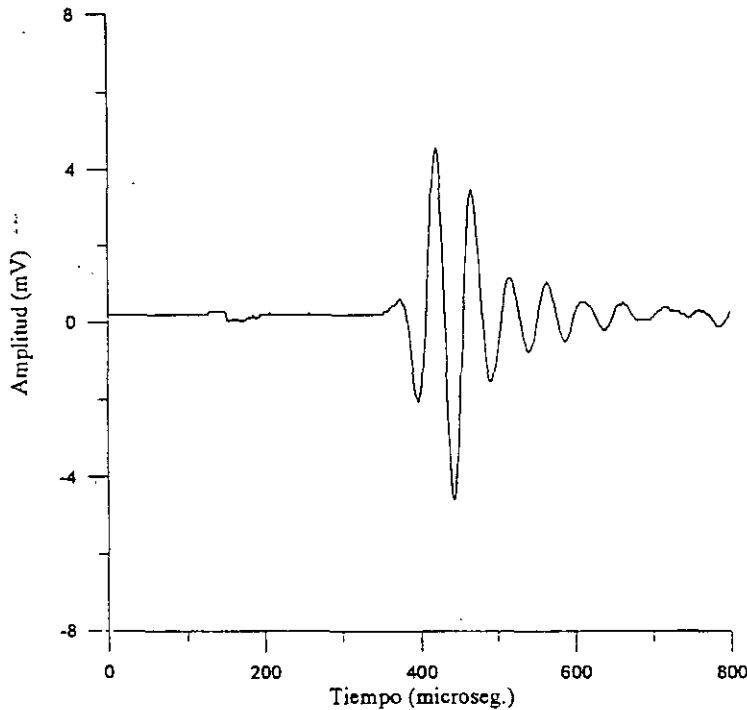


Figura 3.26.
Señal transmitida en el algodón 2 tras 3 horas de inmersión.
(transductor *array*: 20 kHz)

3.3.d.2. Evolución del comportamiento acústico del algodón 2 en función del tiempo de inmersión.

Analizaremos, ahora, la evolución tanto de la señal reflejada, como de la transmitida en la muestra de algodón 2 en función del tiempo de inmersión, esto es, en función del contenido y tamaño de burbujas que se hallan presentes en su interior. En primer lugar, mostraremos los resultados obtenidos con el transductor *array* de 60 kHz para cada una de las muestras. En segundo lugar, presentaremos los resultados obtenidos con el transductor *array* de 20 kHz.

A. Evolución de la señal transmitida. Resultados con el transductor *array* de 60 kHz.

En las figuras 3.27-3.30 se muestra la evolución de la señal transmitida a través de una muestra de algodón 2 desde el momento de la inmersión (primera traza de la figura 3.27), hasta 22 horas después (figura 3.30).

Varios son los aspectos interesantes que se pueden apreciar en dichas figuras. Antes de analizarlos en detalle, digamos que el primer pulso que se observa (entre 700 y 800 microsegundos) corresponde con el MLR transmitido, mientras que el segundo (entre 850 y 900 microsegundos) se corresponde con el MLL (la identificación de dichos pulsos se hizo siguiendo el procedimiento determinado previamente). Puede observarse claramente, cómo nada más introducir la muestra, tenemos en la transmisión, casi únicamente, MLR, siendo dicho pulso de una

amplitud mucho menor, así como de frecuencia más baja (debido a la absorción de las frecuencias altas).

Cuando se presenten los resultados del análisis espectral, se verá más claro, pero ahora puede observarse, a simple vista, cómo dicha señal se propaga mucho más lentamente que en el caso de la saturación. Esto indica la existencia de una gran cantidad de burbujas, y de un tamaño grande, que presentan la resonancia en torno a los 60 kHz. Cuando se presenten las medidas de velocidad y función de transferencia, se podrán verificar de forma clara estas afirmaciones y, además, cuantificar tanto el tamaño de burbuja, como la concentración.

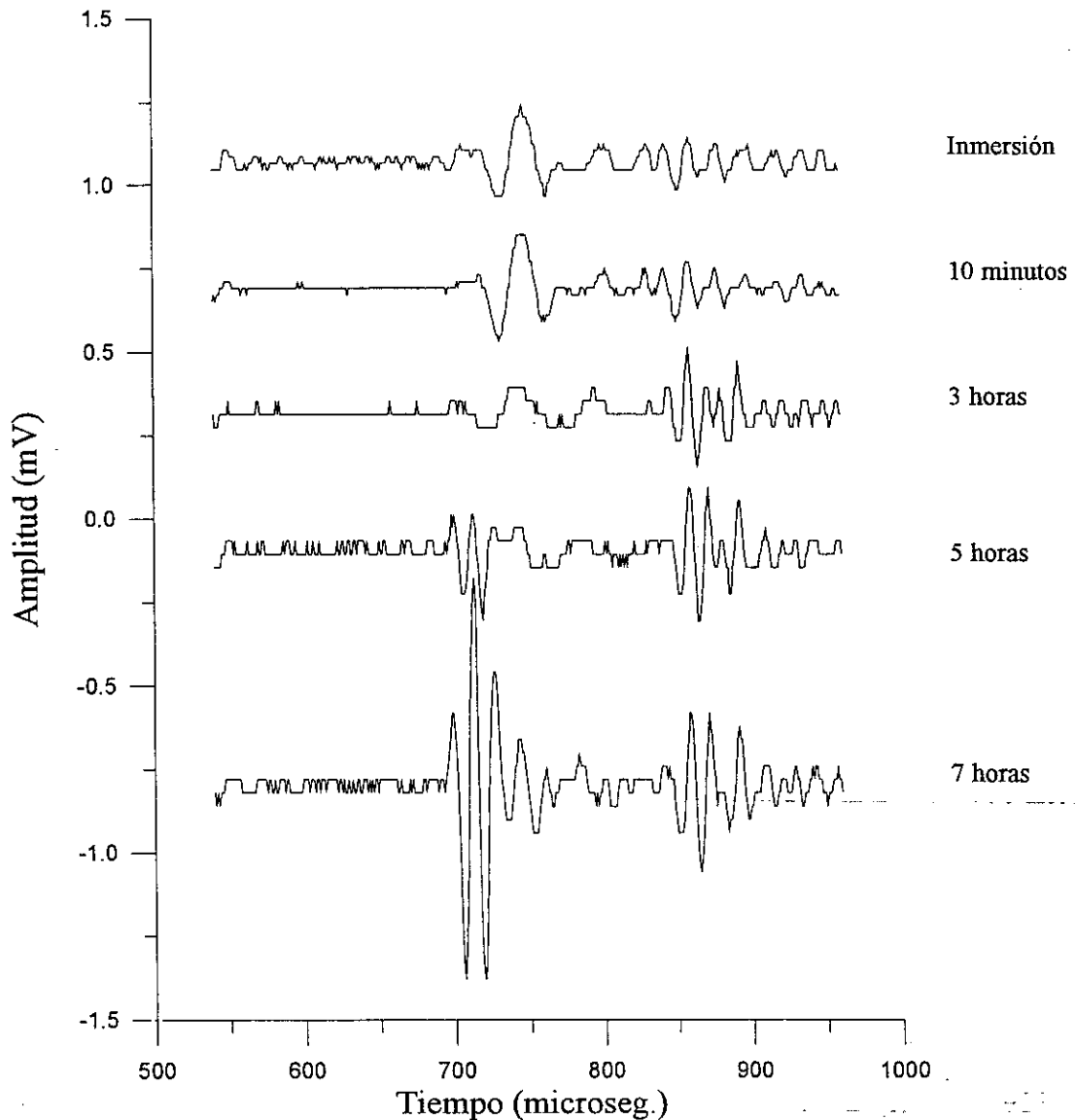


Figura 3.27

Señal transmitida en el algodón 2 para varios tiempos de inmersión.
Transductor array: 60 kHz

En lo que al pulso asociado a la propagación del MLR se refiere, el efecto del incremento del tiempo de inmersión se puede separar en dos partes. Inicialmente, las componentes en frecuencia de dicho pulso se desplazan hacia

valores más bajos, decreciendo también la amplitud de dicho pulso por efecto de la banda del sistema array-hidrófono. Este proceso pasa por un punto de inflexión marcado por la práctica desaparición del pulso asociado a la propagación del MLR en el interior de la muestra. Efectivamente, dicho proceso de decrecimiento tanto de la amplitud, como de las componentes en frecuencia y de la velocidad de propagación, da lugar, finalmente a que la amplitud de dicho pulso se anule. Apartir de este punto, y en lo que la transmisión del MLR se refiere, empiezan a observarse la transmisión de las frecuencias más altas, que, como se puede ver, se propagan a una mayor velocidad. Este hecho se encuentra directamente relacionado con el desplazamiento del tamaño medio de las burbujas hacia valores mayores, y con el descenso de la concentración en valores absolutos. Finalmente, la amplitud de dicho pulso aumenta hasta que se alcanza un valor prácticamente idéntico al de la señal de referencia, esto es, la señal adquirida sin la muestra.

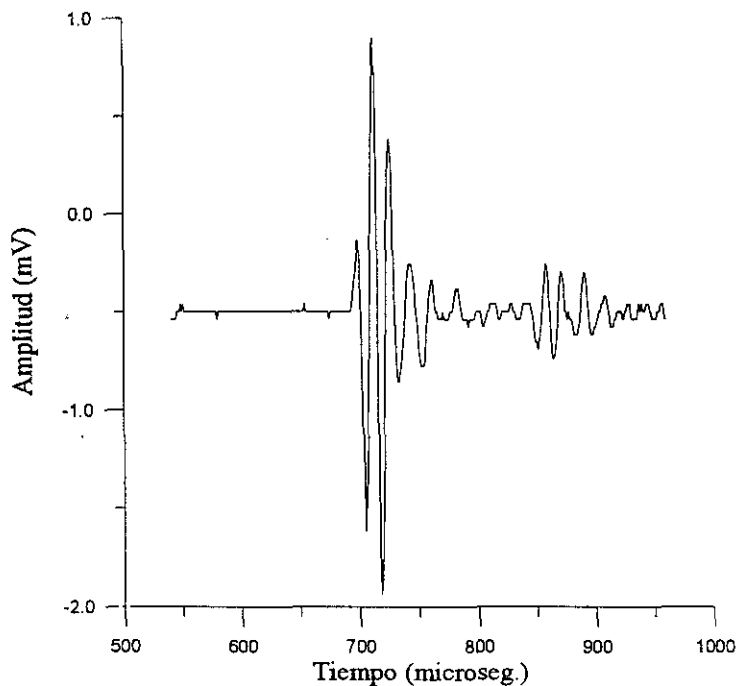


Figura 3.28
Señal transmitida en el algodón 2 tras 15 horas de inmersión.
Transductor *array*: 60 kHz.

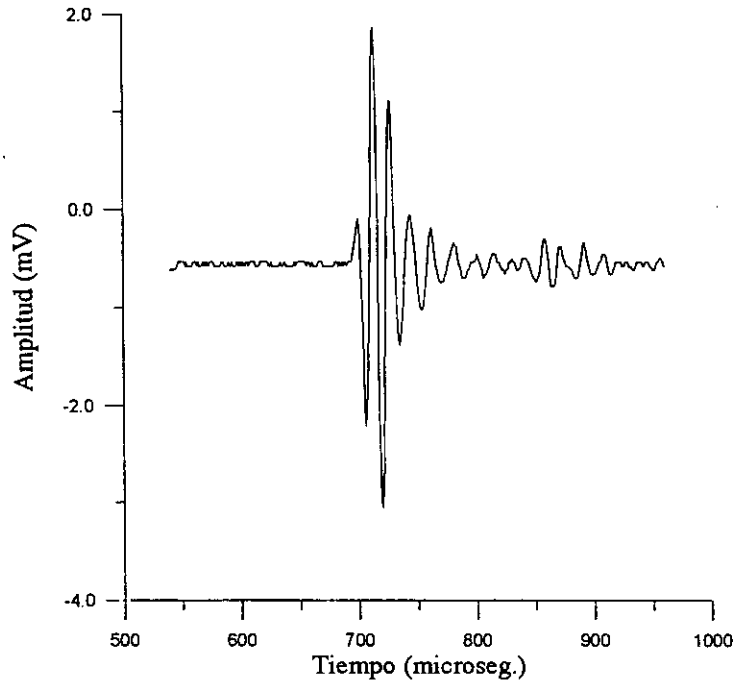


Figura 3.29
Señal transmitida en el algodón 2 tras 20 horas de inmersión.
Transductor *array*: 60 kHz.

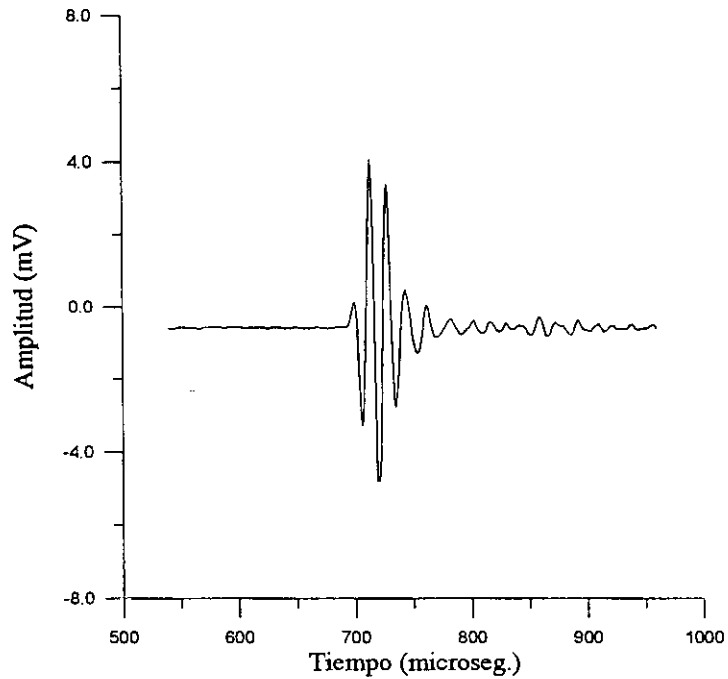


Figura 3.30.
Señal transmitida en el algodón 2 tras 22 horas de inmersión.
Transductor *array*: 60 kHz.

Igualmente importante, resulta el análisis de lo que sucede con el pulso asociado a la propagación del MLL en el interior de la muestra. Dicho pulso es el que, como ya se ha comentado, se encuentra entre 850 y 900. Los cambios que pueden apreciarse en este caso son, en primer lugar, el de la forma del pulso, y el del

cambio de amplitud. En lo referente al cambio de forma, podemos decir que por lo general, estos pulsos, los asociados al MLL, aunque también, en ocasiones, los asociados al MLR, presentaban una fuerte distorsión con respecto al pulso de referencia, lo cual justifica el empleo de técnicas espectrales tanto para el cálculo de la atenuación, como de la velocidad de fase. Con respecto al cambio de amplitud, podemos decir que inicialmente es difícilmente observable, y que en los estadios finales, y coincidiendo con el fuerte aumento de amplitud que experimenta el pulso asociado al MLR, la amplitud del pulso asociado al MLL decrece hasta, finalmente, desaparecer.

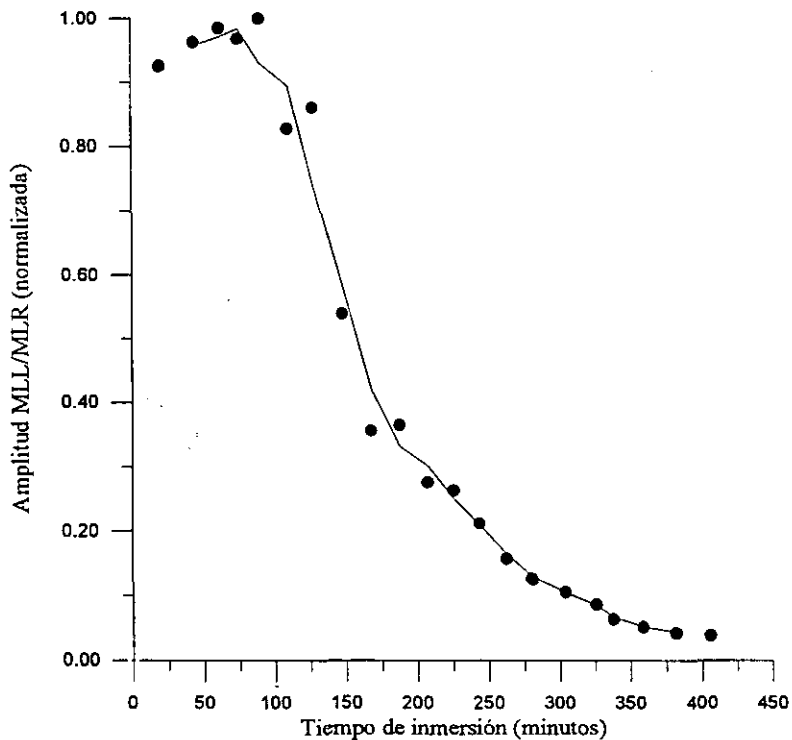


Figura 3.31.

Evolución del cociente de amplitudes pico a pico del MLL al MLR, normalizadas, en función del tiempo de inmersión.

Aunque el análisis espectral revelará de forma más clara los aspectos más importantes de la evolución ahora presentada, hay un par de conclusiones que, a luz de lo que se ha expuesto, pueden ser obtenidas. En primer lugar, se observa que, la aparición del pulso asociado a la propagación del MLL sólo aparece cuando hay, en el interior del tejido, una cierta concentración de burbujas, y que se hace despreciable cuando dichas burbujas son eliminadas. Esto es, cuando las propiedades acústicas de sólido y fluido, debido a la presencia de burbujas, se hacen bien diferentes, es posible detectar el MLL, cosa que, cuando no hay burbujas, y el material es prácticamente transparente al modo rápido no sucede. Como se recordará, esta conclusión era esperada a la luz del desarrollo teórico expuesto en 1.3.b. donde se estudiaron los fenómenos de reflexión y transmisión a través de una muestra porosa en inmersión, y de las señales mostradas en el apartado 2.5. De esta forma, resulta claro, que la aparición o no del pulso asociado con la propagación del MLL en el interior de la muestra se debe a la generación o no de dicho modo en la interfase fluido-medio poroso. En segundo lugar, a la luz de las figuras 3.27-3.30,

también puede observarse que, al menos dentro del rango de medida, la influencia de la variación de la distribución de burbujas (tamaño y concentración) en el interior del medio, sólo influye al MLR (componentes en frecuencia y amplitud), mientras que el MLL sólo se ve influenciado por el cambio de impedancia del fluido asociado a la presencia de burbujas, y no es tan importante el tamaño de éstas.

Veamos, ahora, cómo es la evolución de la amplitud medida pico a pico del MLL en comparación con la del MLR, correspondiente a las señales mostradas en 3.27-3.30, y observemos cómo es esta evolución a lo largo del tiempo. Esto se muestra en la figura 3.31, y pueden observarse algunos de los efectos ya comentados, fundamentalmente, la desaparición del modo MLL en comparación con el MLR a medida que el tiempo de inmersión aumenta.

B. Evolución de la señal reflejada. Resultados con el transductor array de 60 kHz.

En la figura 3.32, se puede ver la evolución de la forma de la señal reflejada en las muestras con el tiempo de inmersión. En particular se han representado las adquisiciones para el momento de la inmersión y tras 3, 7 y 20 horas.

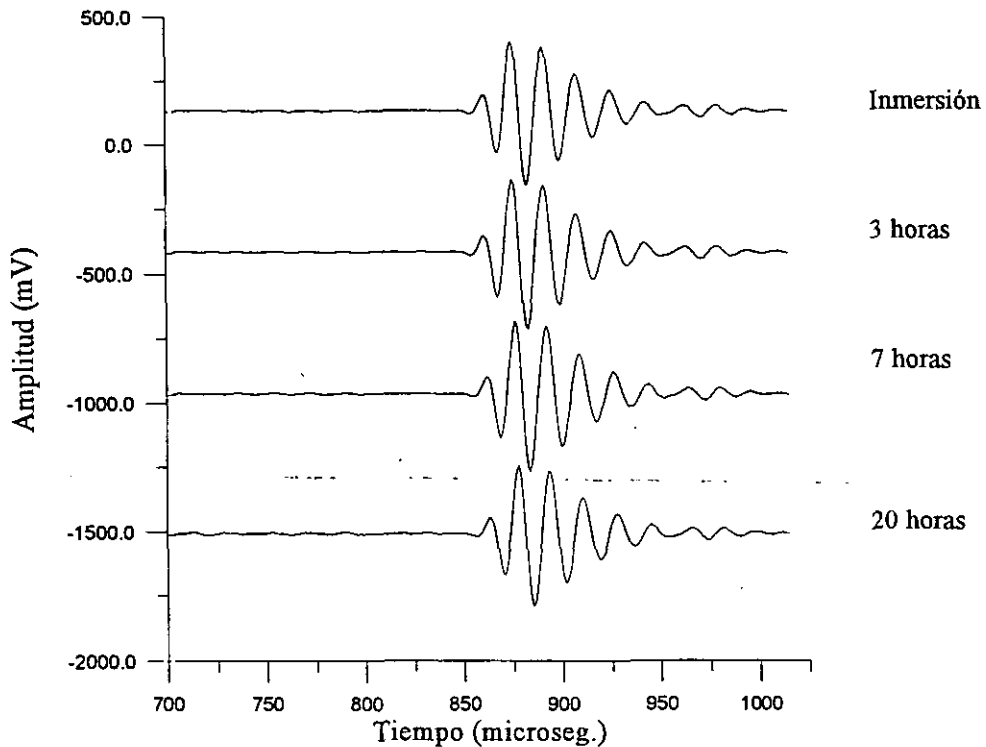


Figura 3.32

Señal reflejada en la superficie del algodón 2 para varios tiempos de inmersión. Transductor *array*: 60 kHz.

Para poder analizar de forma más precisa cómo evoluciona la señal reflejada en el algodón 2 al aumentar el tiempo de inmersión, es necesario desarrollar un análisis espectral, ya que las variaciones observadas en el espacio del tiempo, como se puede apreciar en la figura 3.32, son muy pequeñas, por este motivo,

posponemos esta discusión al apartado 3.3.e.1, donde se desarrollará de forma más precisa.

C. Evolución de la señal transmitida. Resultados con el transductor array de 20 kHz.

Para el array de 20 kHz, y el caso del algodón 2, la evolución de la señal transmitida en función del tiempo de inmersión se muestra en la figura 3.33. Al igual que en casos anteriores, la primera señal corresponde a la adquisición llevada a cabo pocos minutos después de la inmersión, mientras que las sucesivas señales son tomadas para tiempos mayores, siendo la penúltima señal la adquirida a las 9 horas de la inmersión.

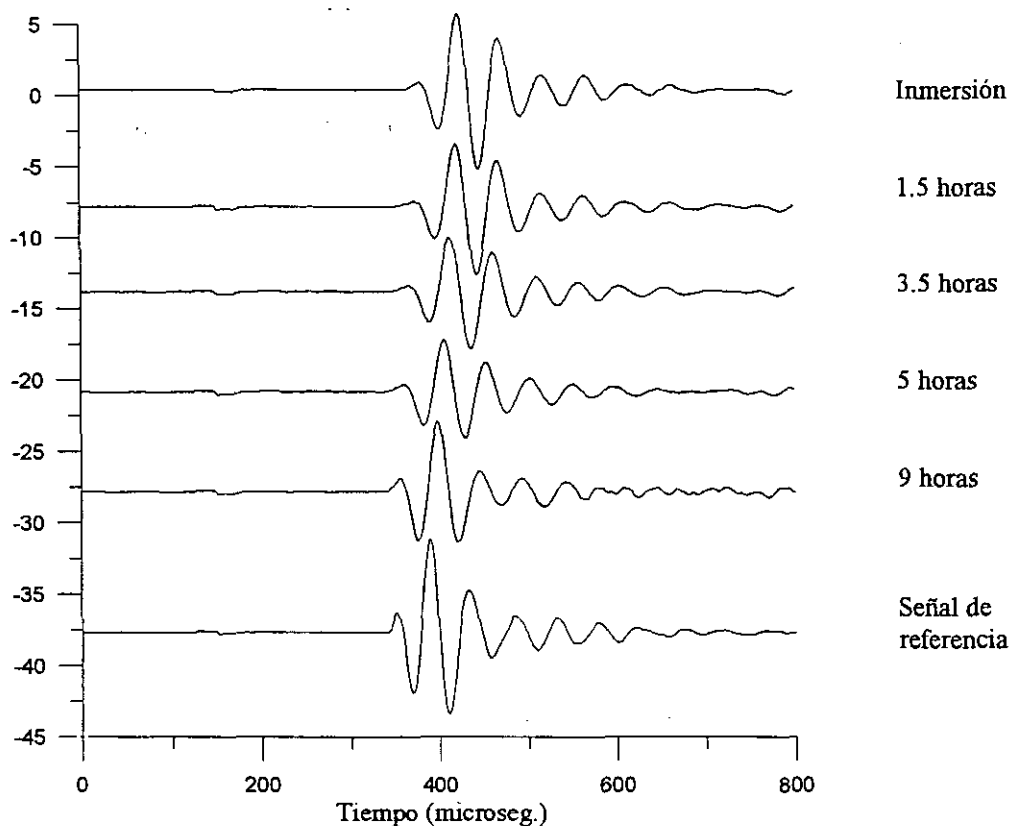


Figura 3.33.

Evolución de la señal transmitida a través del algodón 2 para varios tiempos de inmersión. Transductor *array*: 20 kHz.

En este caso, como ya se comentó en la discusión de la figura 3.26, no se detecta el pulso asociado a la propagación del MLL en el interior de la muestra, y el único que aparece es el asociado al modo longitudinal rápido, apareciendo este pulso, prácticamente sin ninguna deformación. Para una más fácil comparación, la última traza que se representa en la figura 3.33 corresponde a la señal de referencia, aunque la relación de amplitudes no se corresponde con la realidad (la señal de referencia es mucho mayor), pero se ha dibujado así para que la comparación de la forma de los pulsos y velocidad de propagación pueda hacerse sin dificultad en el caso de los tiempos de inmersión más altos). De esta forma, puede apreciarse, que

aunque la deformación que presentan los pulsos con respecto a la señal de referencia es baja, ésta aumenta al aumentar el tiempo de inmersión. Sin embargo, el efecto más notable es el cambio de velocidad de propagación que se puede apreciar de forma muy clara en la evolución de las señales, lo cual está relacionado con la disminución de la cantidad de burbujas contenidas en el tejido.

D. Evolución de la señal reflejada. Resultados con el transductor array de 20 kHz

En la figura 3.34, se muestra la forma de la señal reflejada en el algodón 2 para varios tiempos de inmersión. Al igual que sucedía con la señal reflejada cuando se trabajaba con el transductor de 60 kHz, la variación con el tiempo de inmersión es prácticamente nula, de forma que analizaremos más en detalle la información proporcionada por la reflexión cuando procedamos al análisis espectral.

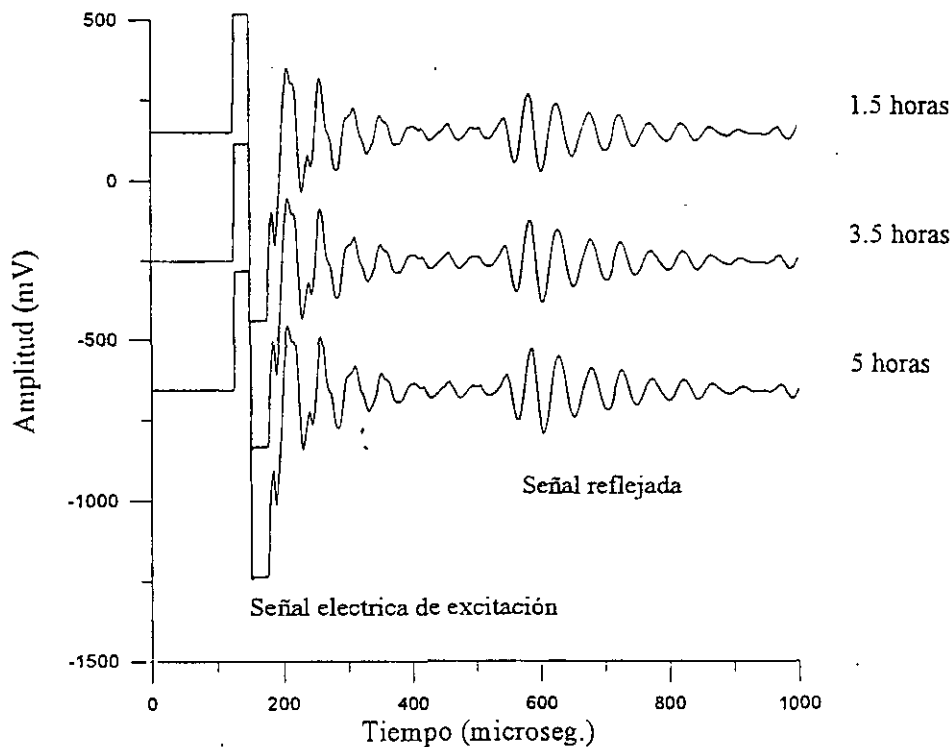


Figura 3.34.

Señal reflejada en el algodón 2 para varios tiempos de inmersión
Transductor *Array*: 20 kHz.

3.3.d.3. Evolución del comportamiento acústico del polyester en función del tiempo de inmersión.

Analizaremos, ahora, la evolución tanto de la señal reflejada, como de la transmitida en la muestra de polyester en función del tiempo de inmersión, esto es, en función del contenido y tamaño de burbujas que se hallan presentes en su interior.

A. Evolución de la señal transmitida. Resultados con el transductor array de 60 kHz.

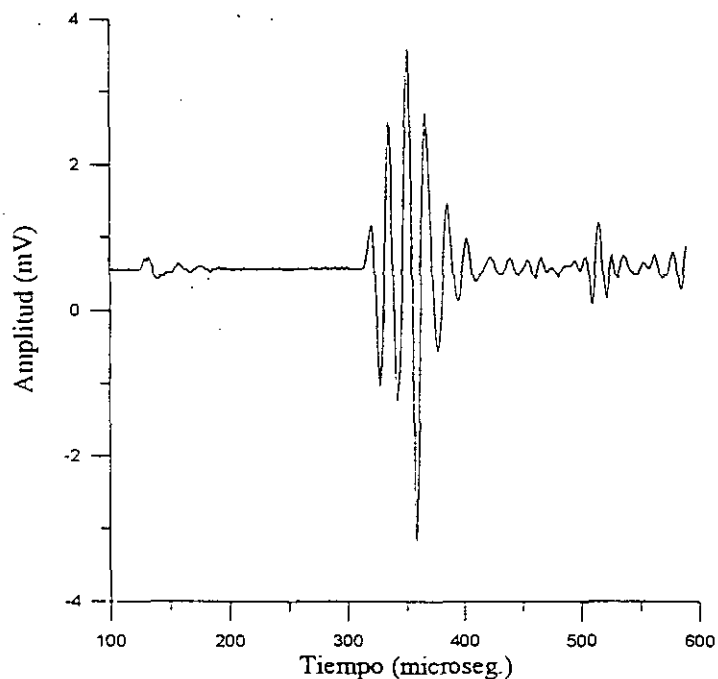


Figura 3.35
Señal transmitida en el polyester tras 22 horas de inmersión.
Transductor *array*: 60 kHz.

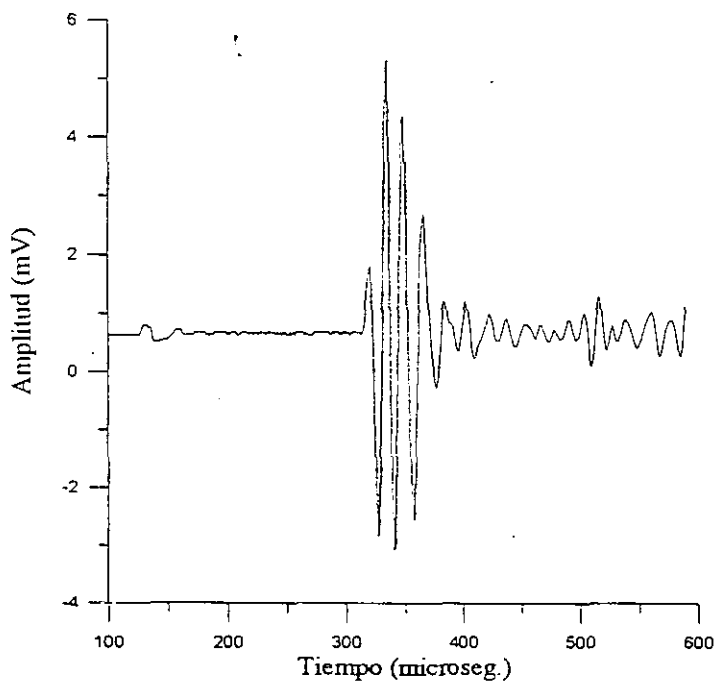


Figura 3.36.
Señal transmitida en el polyester tras 24 horas de inmersión.
Transductor *array*: 60 kHz.

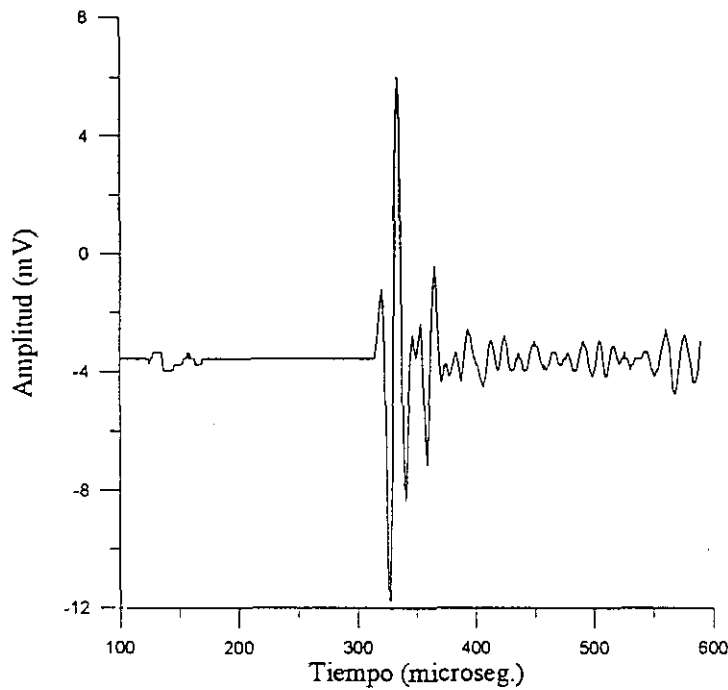


Figura 3.37.
Señal transmitida en el polyester tras 28 horas de inmersión.
Transductor *array*: 60 kHz.

En las figuras 3.35-3.37, se muestra la evolución posterior de la señal mostrada en la figura 3.25, que correspondía a la transmisión a través de una muestra de polyester tras 20 horas de inmersión. En particular, en la figura 3.35, se muestra la señal transmitida tras 22 horas de inmersión, en la figura 3.36, tras 24 horas y en la figura 3.37 tras 28 horas de inmersión.

En este caso, puede observarse, no sólo una clara disminución de la amplitud del pulso asociado a la propagación del modo longitudinal lento, en comparación con la correspondiente al otro pulso, sino que también, un cambio, bastante acusado, en la forma del pulso asociado al modo longitudinal rápido. El motivo de dicho cambio en la forma de dicho pulso se podrá determinar claramente cuando se aborde el estudio espectral, en particular, al estudiar los espectros de amplitud.

B. Evolución de la señal reflejada. Resultados con el transductor *array* de 60 kHz.

En las figuras 3.38-3.40, se muestra la evolución de la señal reflejada en el polyester entre la 22 horas y las 28 horas de inmersión. Se puede apreciar a simple vista cómo la amplitud de la señal reflejada disminuye al aumentar el tiempo de inmersión lo cual puede proporcionar cierta información sobre la evolución del estado de la muestra. En cualquier caso, y como se dijo para el algodón 2, los detalles de lo que sucede con el coeficiente de reflexión, se analizarán al desarrollar el estudio espectral.

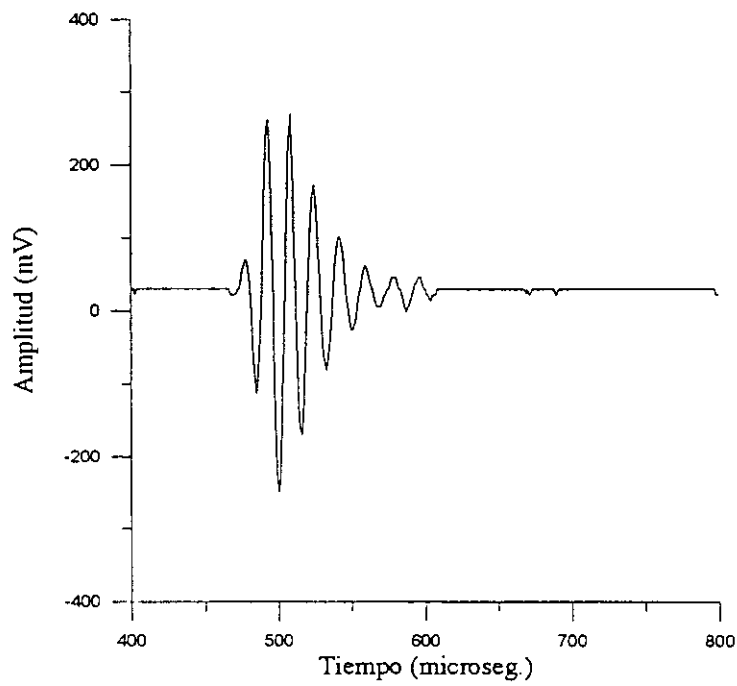


Figura 3.38.
Señal reflejada en el polyester tras 22 horas de inmersión.
Transductor *array*: 60 kHz.

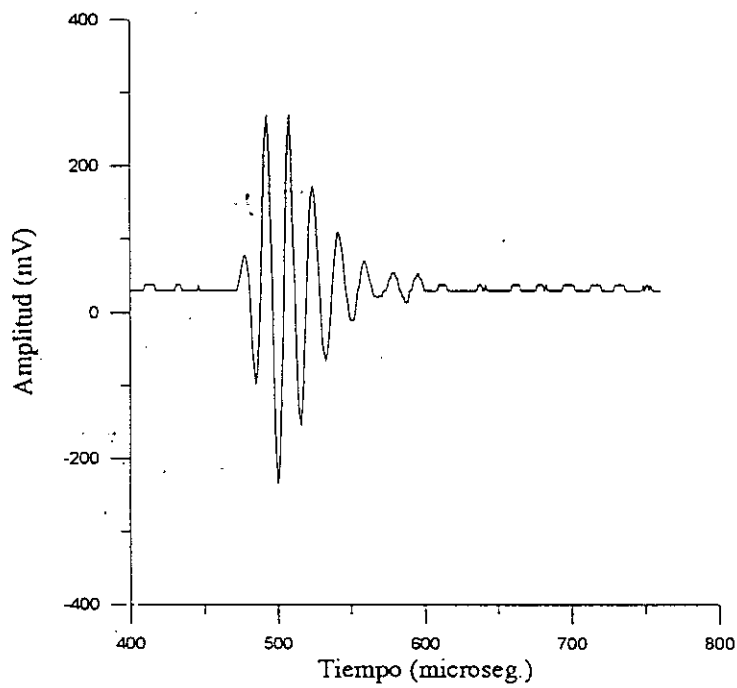


Figura 3.39
Señal reflejada en el polyester tras 24 horas de inmersión.
Transductor *array*: 60 kHz.

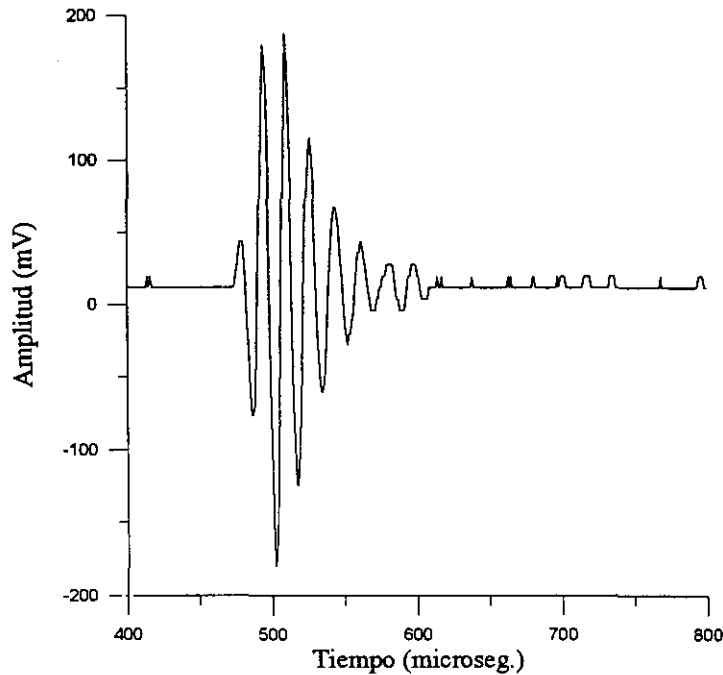


Figura 3.40.
Señal reflejada en el polyester tras 28 horas de inmersión.
Transductor *array*: 60 kHz.

3.3.d.4. Evolución del comportamiento acústico del algodón 1 en función del tiempo de inmersión.

Analizaremos, ahora, la evolución tanto de la señal reflejada, como de la transmitida en la muestra de algodón 1 en función del tiempo de inmersión, esto es, en función del contenido y tamaño de burbujas que se hallan presentes en su interior.

A. Evolución de la señal transmitida. Resultados con el transductor *array* de 60 kHz.

En la figura 3.41 se muestra la evolución de la señal transmitida para el caso del algodón 1 en los primeros estadios del proceso de saturación de la muestra por agua. La evolución en los estadios finales será mostrada posteriormente. Para este tipo de muestras, y como ya se vió en las figuras 3.16-3.19 el proceso de saturación tiene lugar de una forma más lenta que para el algodón 2, de esta forma, se pueden apreciar de forma más detallada cada estadio de dicho proceso.

En dicha figura, y al igual que sucedía para el algodón 2, se puede apreciar cómo inicialmente no aparece el pulso asociado al MLL, y el correspondiente al MLR aparece sólo con las componentes en frecuencia más bajas, y con una velocidad de propagación igualmente más baja. A medida que el tiempo de inmersión aumenta, la velocidad de propagación, la amplitud y las componentes en frecuencia del pulso asociado al MLR decrecen, hasta que se pasa por un punto crítico en el que prácticamente no se aprecia ningún tipo de transmisión. Después de este momento, comienza a aparecer el pulso asociado al MLL en el interior de la muestra y su amplitud va incrementándose al transcurrir el tiempo. Los pasos finales de la evolución se muestran en las figuras 3.42-3.45. En este caso, se observa cómo

mientras el pulso asociado a la propagación del MLR en el interior de la muestra se aproxima a la forma y amplitud de la señal de referencia (figura 3.12.a), el pulso asociado a la propagación del MLL en el interior de la muestra desaparece.

La completa explicación de los fenómenos aquí mostrados tendrá que esperar hasta que se analicen espectralmente las señales adquiridas, aunque algunos de los aspectos más evidentes pueden ser aclarados ahora. En particular, la disminución tanto de las componentes en frecuencia como de la velocidad de propagación del MLR, indican que se está produciendo tanto un aumento del tamaño de burbuja, lo cual provoca una disminución de la frecuencia de resonancia, con lo que las componentes en frecuencia de la señal transmitida deben decrecer, como un aumento de la concentración de aire (debida al aumento de tamaño de las burbujas), lo cual produce una disminución en la velocidad de propagación. Lo que no queda claro es el motivo por el que el MLL no se observa al principio, y sí en los estadios finales, si en ambas circunstancias la muestra presenta burbujas y por tanto un cierto desacoplo entre sólido y fluido. La respuesta a este problema se puede encontrar en el análisis de la evolución de la señal reflejada, y de forma más clara, en el análisis espectral de ésta.

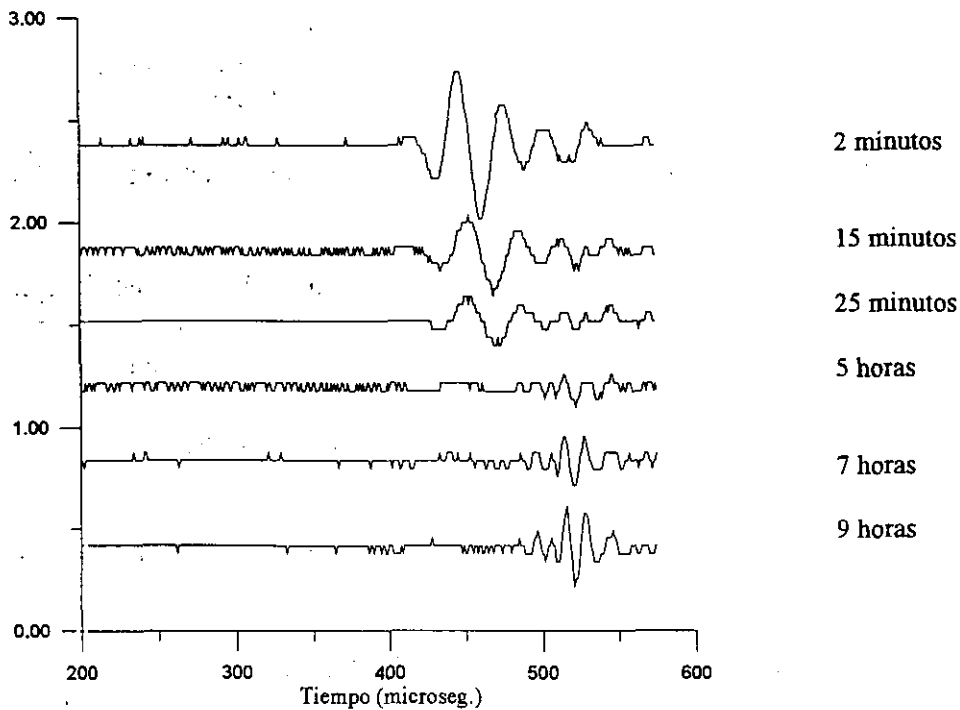


Figura 3.41.

Evolución de la señal transmitida a través del algodón 1 para varios tiempos de inmersión. Transductor *array*: 60 kHz.

Antes de analizar lo que sucede con la reflexión, mostraremos la evolución de la señal transmitida en los estadios finales del proceso de saturación por agua. Estas señales se muestran en las figuras 3.42-3.45, en las que se puede ver la evolución posterior de la señal que fue presentada en la figura 3.23. Como ya se vió tanto para el caso del algodón 2 como para el polyester, se puede apreciar cómo el pulso asociado al MLR se va haciendo, tanto en forma como en amplitud, cada vez más semejante al pulso de referencia, mientras que el MLL desaparece.

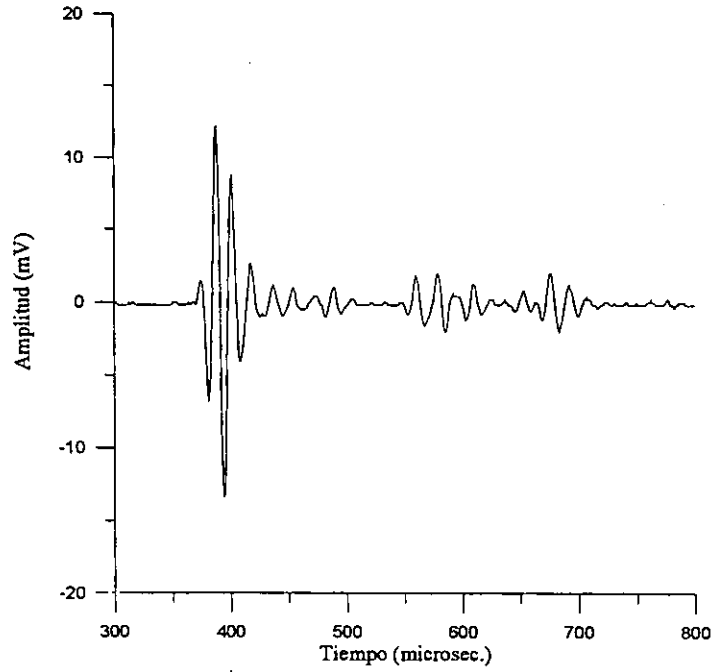


Figura 3.42.
Señal transmitida a través de 15 capas de algodón 1 tras
13 horas de inmersión. Transductor *array*: 60 kHz.

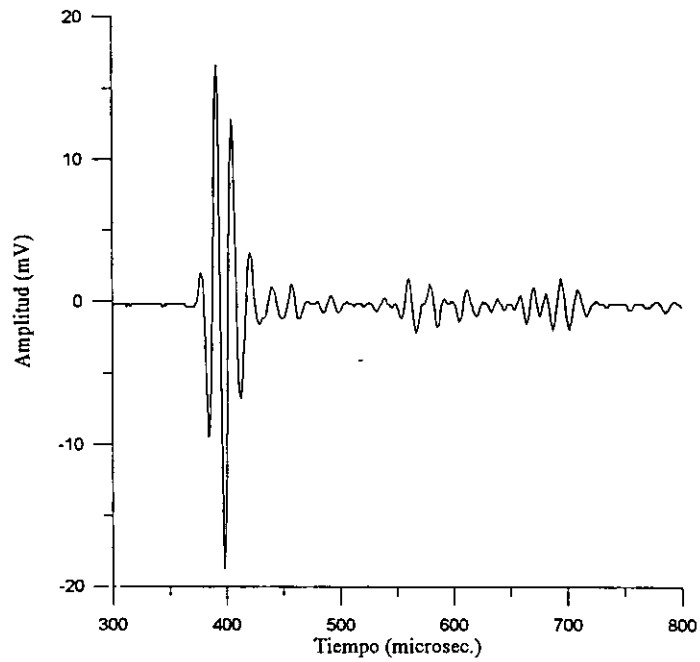


Figura 3.43.
Señal transmitida a través de 15 capas de algodón 1 tras
15 horas de inmersión. Transductor *array*: 60 kHz.

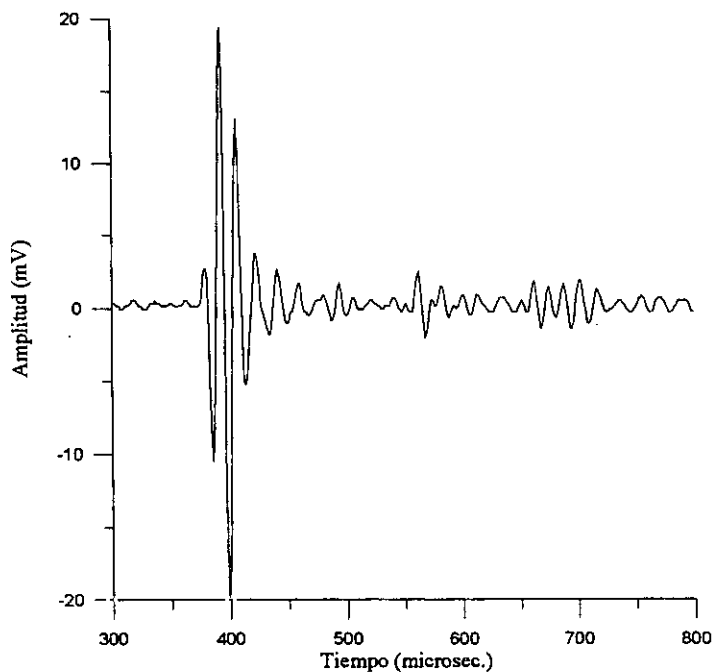


Figura 3.44.
Señal transmitida a través de 15 capas de algodón 1 tras 17 horas de inmersión. Transductor *array*: 60 kHz.

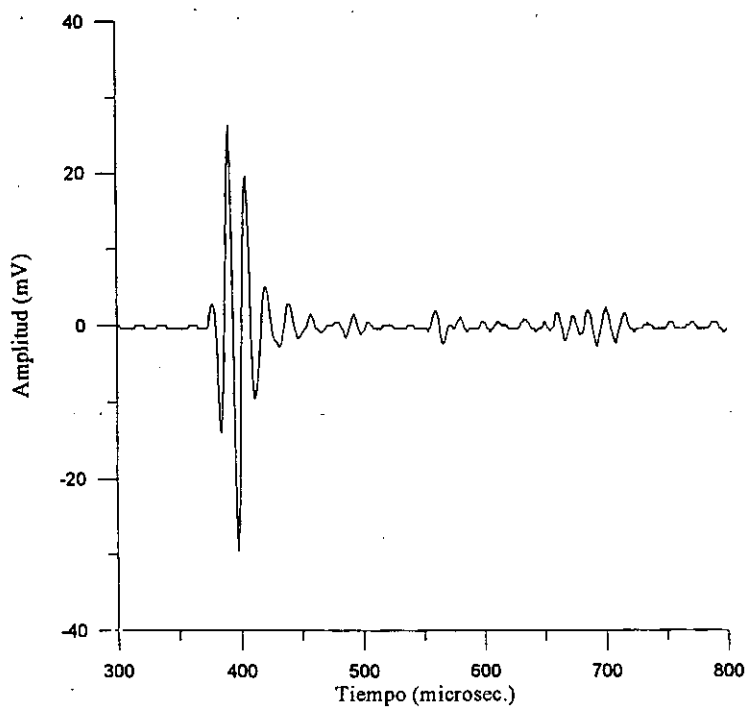


Figura 3.45.
Señal transmitida a través de 15 capas de algodón 1 tras 19 horas de inmersión. Transductor *array*: 60 kHz.

B. Evolución de la señal reflejada. Resultados con el transductor array de 60 kHz.

En la figura 3.46, se muestra la evolución temporal de la señal reflejada en el algodón 1, y que fue adquirida simultáneamente a las señales mostradas en 3.41. La traza superior se corresponde con la traza superior de la figura 3.41, esto es, sólo hay MLR transmitido. La traza intermedia se corresponde con la traza de la figura 3.41 correspondiente a las 5 horas de inmersión. La última de las trazas de la figura 3.46, se corresponde con la última de las trazas de la figura 3.41, esto es, para las nueve horas de inmersión.

El aspecto más importante que se puede apreciar en esta figura, 3.46, es el aumento de la amplitud de la señal reflejada, lo cual implica un aumento del coeficiente de reflexión. Entre el momento de la inmersión, y las 9 horas, dicho coeficiente de reflexión (entendido como relación entre presiones) pasa de un valor de 0.5 a 0.7. Lo cual implicaría una variación de la velocidad de propagación de 500 m/s a 260 m/s (60 kHz). De esta forma, podemos concluir que el MLL no es observado en los primeros estadios del proceso de saturación debido a que el desacoplamiento de las impedancias de las partes sólida y fluida no es suficientemente importante. Este resultado supone un notable paso adelante, ya que implica una acotación a cuánto de grande debe ser el desacoplo de impedancias entre la parte sólida y la fluida para que, al menos para este tipo de muestras, el MLL sea suficientemente generado como para que sea observable. Este desacoplo de la fase fluida con respecto a la sólida, debe, por tanto, estar por encima del 67 %, o bien, hablando en términos del coeficiente de reflexión, éste debe situarse, por encima del valor 0.7.

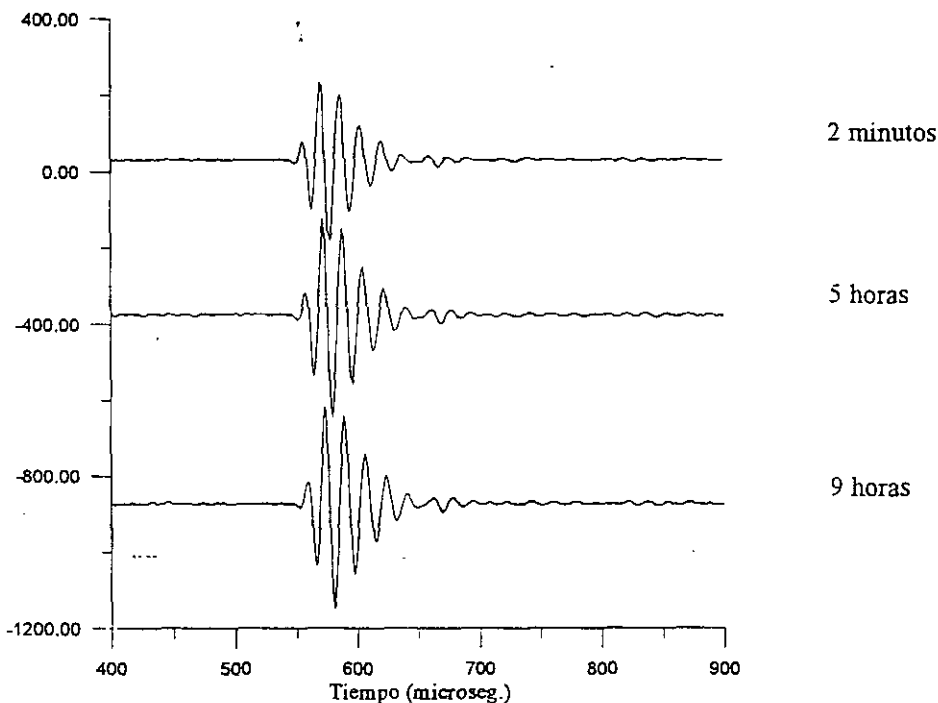


Figura 3.46.

Evolución de la señal reflejada en la superficie del algodón 1 para varios tiempos de inmersión. Transductor *array*: 60 kHz.

3.3.d.5. Comparación teórico-experimental del comportamiento acústico de las muestras en función del contenido de burbujas.

La comparación entre los resultados teóricos y los experimentales, en lo que se refiere a la influencia del contenido de burbujas en el interior de la muestra sobre el comportamiento acústico global de ésta, se puede hacer directamente, a partir de los resultados mostrados en las figuras 2.70-2.72. En dichas figuras, se mostraba la influencia de la presencia de diversas concentraciones de burbujas en el interior de la muestra sobre la apariencia de la señal transmitida. Los aspectos fundamentales que allí fueron predichos han sido observados claramente en las medidas que en esta sección se han presentado. Estos pueden resumirse en los siguientes puntos:

A. Para contenidos de burbujas próximos a la saturación de las muestras por agua, el MLL prácticamente desaparece, mientras que el coeficiente de transmisión para el MLR se aproxima a la unidad.

B. Para contenidos de burbujas altos, el MLR no se observa, y sólo aparece MLL en la transmisión.

C. La aparición o no del pulso asociado al MLL se encuentra directamente relacionada con el coeficiente de reflexión. Sólo para valores bastante altos de dicho coeficiente (>0.7), resulta observable el MLL.

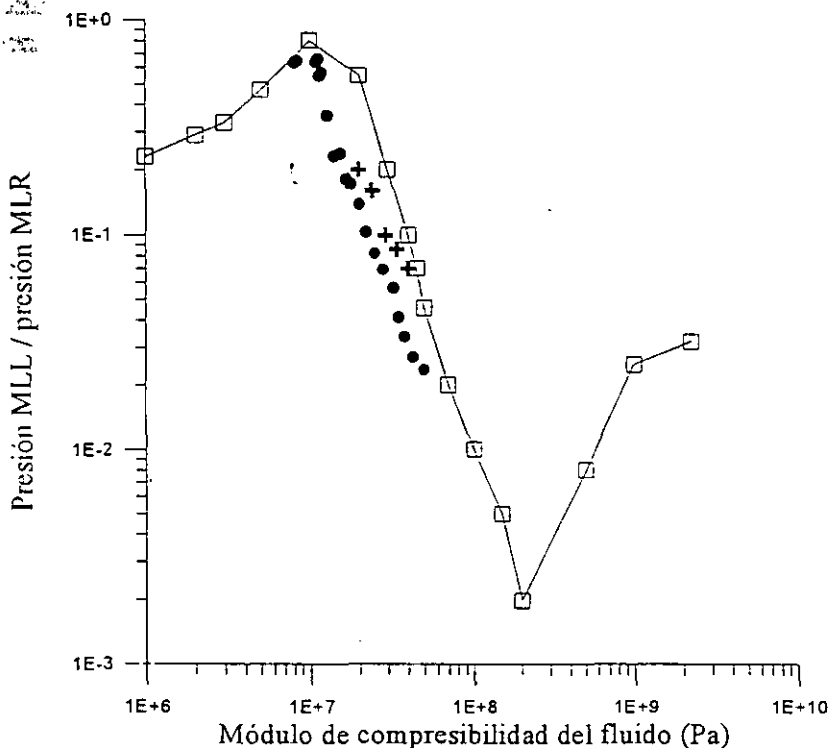


Figura 3.47

Presión del MLL / presión del MLR normalizada en función del módulo de compresibilidad del fluido. (+), (•) y (□) resultados experimentales para el algodón 2, algodón 1 y resultados teóricos respectivamente.

D. En el pulso asociado al MLL, se aprecia una fuerte deformación, que varía notablemente con la configuración de burbujas.

Por último, resulta interesante hacer una comparación directa entre la relación que existe entre la presión transmitida debida al MLL y al MLR, y el módulo de compresibilidad del fluido, de forma que podamos tener una idea más cuantitativa del acierto teórico, y de los rangos numéricos en los que para dicha magnitud, cabe esperar la propagación de un modo u otro o ambos simultáneamente. Dicha comparación se muestra en la figura 3.47, en donde puede apreciarse cómo, efectivamente, al disminuir el módulo de compresibilidad del fluido, la generación de MLL se hace más importante, obteniéndose un buen acuerdo teórico-experimental.

3.3.e. Análisis espectral de la evolución de la señal con el desgasificado de la muestra.

En este apartado, mostraremos los resultados tanto de la velocidad de fase como del coeficiente de transmisión, a través de las muestras estudiadas, para las señales mostradas en el apartado anterior (3.3.d.). Hay que llamar la atención en este momento sobre la definición del coeficiente de transmisión. En efecto, como ya se comentó en el apartado 3.3.c, el coeficiente de transmisión se refiere, usualmente, a la relación entre las intensidades acústicas asociadas a las ondas transmitida e incidente, y en este trabajo, nos referimos a la relación entre las presiones. Las técnicas espectrales que se emplearán, especialmente para el cálculo de la velocidad de fase son las que se presentaron en el apartado 3.2.b. Como se verá, especial importancia tiene el método del espectro de amplitud, ya que la solapación de pulsos (MLL y MLR o también MLR y MLR) es uno de los aspectos más comúnmente observados.

Presentaremos, de forma separada, los resultados para cada una de la muestras empleadas, de tal forma que, el apartado 3.3.e.1. lo dedicaremos al caso del algodón 2, el 3.3.e.2. al polyester, y el 3.3.e.3. al algodón 1. En cada uno de estos apartados, presentaremos conjuntamente, los resultados tanto de velocidad de fase, como del coeficiente de transmisión.

3.3.e.1. Resultados para el algodón 2.

Presentaremos, ahora, los resultados espectrales obtenidos para el caso del algodón 2. Estos resultados se refieren a las adquisiciones presentadas en el apartado 3.3.d.2.

A. Coeficiente de transmisión del MLR medido con el transductor array de 60 kHz.

En la figura 3.48, se muestran los resultados para el coeficiente de transmisión del MLR en función de la frecuencia para varios tiempos de inmersión. A los pocos minutos de producirse la inmersión de la muestra en el agua, y como ya se comentó al analizar las señales temporales correspondientes (figura 3.27), sólo se observa transmisión a baja frecuencia (15 kHz-35 kHz). Sobre el coeficiente de transmisión, y como ya se vió en las predicciones teóricas, aparecen una serie de picos de absorción que, como ya se discutió en 2.5.b.3, deben ser debidos a la absorción resonante producida por las burbujas, y a resonancias del espesor de la propia muestra. En primer lugar, mostraremos una comparación teórico-experimental, para después pasar a un análisis más detallado del origen y significado de los diferentes picos de absorción.

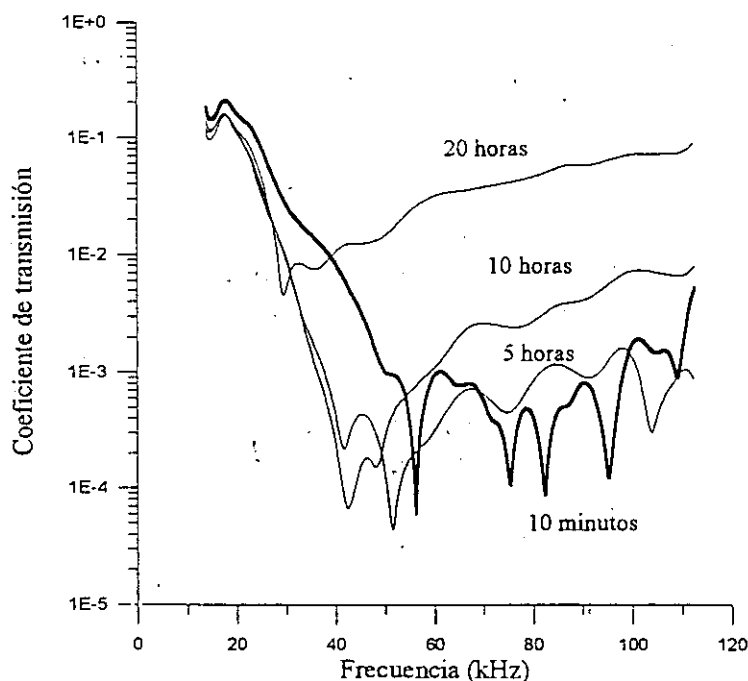


Figura 3.48.

Coeficiente de transmisión del MLR en el algodón 2 en función de la frecuencia, para varios tiempos de inmersión.

En la figura 3.49, se presenta dicha comparación para los resultados del coeficiente de transmisión. En particular, se presentan las medidas correspondientes al coeficiente de transmisión para el MLR en el algodón 2 tras 20 horas de inmersión, y la predicción hecha a partir de los valores base que se indicaron en la tabla 2.VIII y una distribución de burbujas como la mostrada en 2.61, y que se indicó con el número 2¹. Puede apreciarse un acuerdo entre las predicciones y los valores medidos bastante buena, lo cual permite aclarar la procedencia de los picos

¹Para estos casos, las señales temporales transmitidas a través de la muestra, presentan una gran similitud.

de absorción observados en 3.47, al igual que se hizo en la discusión llevada a cabo al presentar los resultados teóricos. Así mismo, es también posible determinar la concentración y tamaño de las burbujas, lo cual viene dado por la distribución que ya se ha indicado.

De esta forma, el pico de absorción que aparece en 3.48 a más baja frecuencia estaría relacionado con las burbujas contenidas en la muestra, de forma que se puede apreciar claramente cómo al aumentar el tiempo de inmersión éstas van siendo eliminadas, así como que van aumentando su tamaño (la frecuencia a la que aparece la resonancia disminuye). Los otros picos que aparecen, estarían debidos con toda probabilidad a resonancias en el espesor de la muestra, de forma que sería posible determinar la velocidad de propagación del MLR empleando el método del espectro de amplitudes. De esta forma, se puede obtener que, por ejemplo, tras 5 horas de inmersión la velocidad de propagación a 51.5 kHz y a 108 kHz debería ser de 309 m/s y 324 m/s respectivamente.

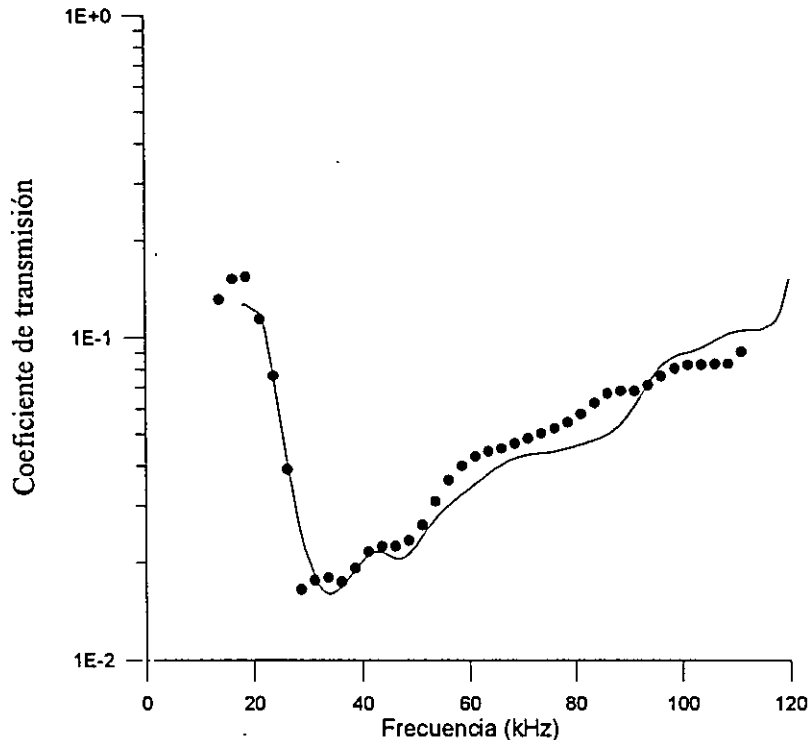


Figura 3.49.

Comparación entre la predicción teórica para el coeficiente de transmisión correspondiente a la distribución de burbujas nº2 (figuras 2.61 y 2.73) y las medidas para el algodón 2 tras 20 horas de inmersión (●).

B. Coeficiente de reflexión medido con el transductor array de 60 kHz.

En la figura 3.50, se presentan las medidas del coeficiente de reflexión del algodón 2 para varios tiempos de inmersión y para el transductor array de 60 kHz. Puede observarse, que para el momento de la inmersión y tras 20 horas, el coeficiente de transmisión es muy similar, mientras que para los casos de 3 y 7 horas dicho coeficiente también es muy similar, pero algo mayor que para los casos anteriores. En particular, a 77 kHz, el coeficiente de reflexión pasa de 0.88 a 0.94 al

incrementarse el tiempo de inmersión de cero a 3 horas. Al pasar a 7 horas, disminuye hasta 0.91, para caer hasta 0.86 al subir el tiempo de inmersión hasta las 20 horas. Si tenemos en cuenta que la relación entre la presión transmitida asociada a la propagación del MLL y la correspondiente al MLR es, para esos tiempos de inmersión, de 0.57, 2.7, 0.4 y 0.11 (como se puede medir de las figuras 3.27 y 3.29), se puede apreciar una vez más la íntima relación existente entre el coeficiente de reflexión y la generación de MLL, como ya se puso de manifiesto al discutir la figura 3.46 en el apartado 3.3.d.4. De esta forma, una vez más observamos que el MLL es más fácilmente observable (al menos para este tipo de muestras) cuanto mayor sea el coeficiente de reflexión de la muestra, siendo imposible su observación para valores por debajo del 0.7.

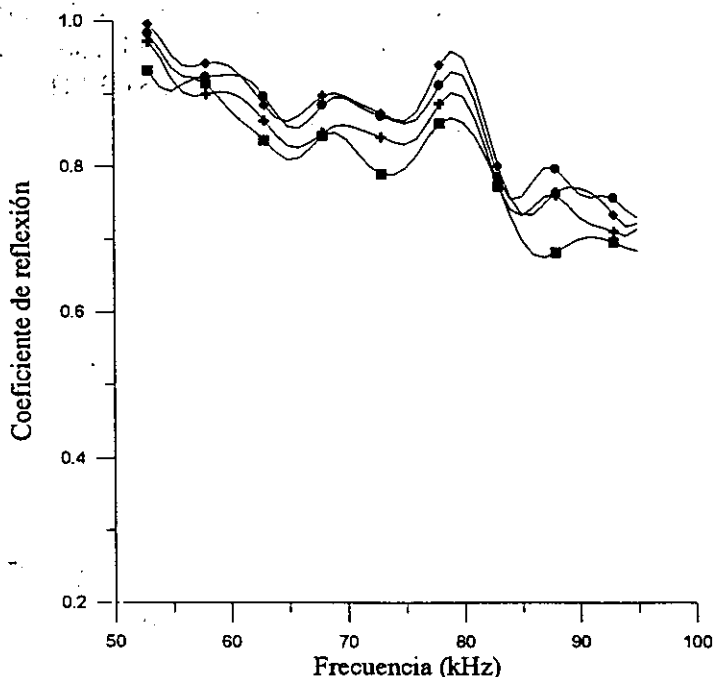


Figura 3.50.

Coefficiente de reflexión del algodón 2 para varios tiempos de inmersión. (■) 20 horas, (◆) 7 horas, (●) 3 horas, (+) Inmersión.

Tabla 3.V.

Comparación teórico-experimental entre los valores del coeficiente de reflexión y la relación entre las presiones del MLR y del MLL para una frecuencia de 77 kHz. Entre paréntesis se presentan los resultados teóricos.

Comentario ²	Presión MLL / Presión MLR	Coefficiente de reflexión
inmersión (nº5)	2.7 (≈2)	0.94 (0.91)
3 horas (nº4)	0.57 (0.6)	0.91 (0.85)
7 horas (nº3)	0.4 (0.4)	0.86 (0.78)
20 horas (nº2)	0.11 (0.09)	0.84 (0.75)

Teniendo en cuenta la forma de la señal que se predijo en 2.5.b.2 para diversas concentraciones de burbujas, podemos establecer una comparación teórico-

²En esta columna se incluye el tiempo de inmersión correspondiente a los datos experimentales y, entre paréntesis, el número de la distribución de burbujas (según aparece en la figura 2.61) que se ha empleado para la obtención de los datos teóricos.

experimental entre la relación existente entre el coeficiente de reflexión, y el valor que toma la relación entre la presión transmitida del MLL y la del MLR. Esta comparación se muestra en la tabla 3.V.

En dicha comparación, puede observarse una concordancia entre los resultados teóricos y las medidas experimentales, que puede ser considerada como satisfactoria y que en ningún caso supera el 10% de desviación.

C. Coeficiente de transmisión del MLL medido con el transductor array de 60 kHz.

Analizaremos, ahora los resultados referentes al coeficiente de transmisión para el MLL. En la figura 3.51, se muestran los resultados obtenidos para dicha magnitud tras 20 horas, 10 horas y 3.5 horas de inmersión. Al igual que en el caso anterior, también se observan una serie de mínimos que, al igual que antes pueden ser asociados con resonancias en el espesor, o con resonancias de burbujas.

El pico de absorción que aparece marcado con el número 2 en la figura 3.51, es debido a la resonancia de las burbujas, ya que aparece situado a la misma frecuencia en que dicha resonancia se detectaba para el MLR. Los marcados con los números 1 y 3 están relacionados con resonancias en el espesor para el MLR. El origen de este fenómeno se puede explicar mediante el esquema que se muestra en la figura 3.52.

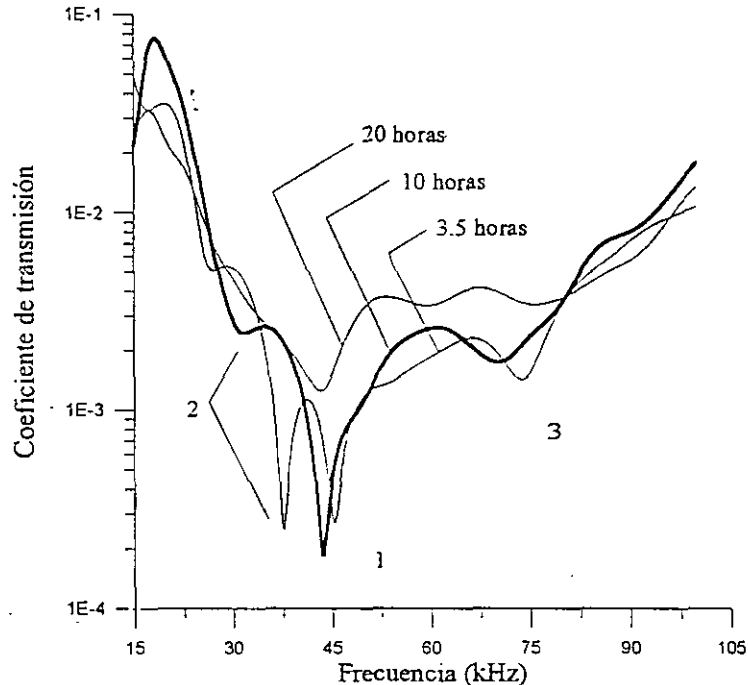


Figura 3.51.

Variación del coeficiente de transmisión para el MLL en función de en el la frecuencia para el algodón 2 y para varios tiempos de inmersión.

Como puede observarse en dicha figura, al incidir el MLL en la segunda cara de la muestra, una parte es transmitida y otra reflejada. Como es claro, en dicha

reflexión tendrá lugar una conversión de modos, de forma que originará tanto una onda longitudinal rápida, como una onda longitudinal lenta reflejada (aunque en dicha figura y para una mayor claridad, sólo se ha representado el MLR). Debido a su mayor velocidad de propagación, al MLR que origina la reflexión del MLL en la segunda cara, éste es capaz de volver a la primera cara de la muestra, ser reflejado, y finalmente transmitirse a través de la muestra, solapándose a la salida con el MLL directamente transmitido; tal y como se representa en la figura 3.52. Por simplicidad hemos omitido otros procesos de conversión de modos que también aparecen, pero que no son relevantes en esta discusión.

De esta forma, resulta claro que, en el MLL transmitido se hayan solapadas otras señales que, están directamente relacionadas con la propagación del MLR en el interior de la muestra. De igual forma, dentro del pulso asociado con la transmisión del MLR pueden aparecer varios ecos solapados, como se verá más adelante. Como ya se comentó en 3.2.b.1., al exponer el método del espectro de amplitudes para el cálculo de la velocidad de fase, cuando tenemos dos o más ecos solapados en una señal, en el espectro de amplitud se pueden detectar unos mínimos asociados con interferencias destructivas de dichos ecos a tales frecuencias, lo cual permite el cálculo de la velocidad de un modo a partir de medidas en el coeficiente de transmisión del otro modo. En este caso, la aparición de un mínimo de estas características en el coeficiente de transmisión del MLL en torno a 45 kHz, indicaría una velocidad de propagación del MLR alrededor de los 260 m/s. Como ya se comentó en 3.2.b.1, en este resultado no se han tenido en cuenta posibles cambios de fase en las reflexiones y transmisiones. Debido a que tenemos un espesor pequeño, estos desfases pueden dar lugar a errores de medida, al emplear este método, que pueden ser importantes.

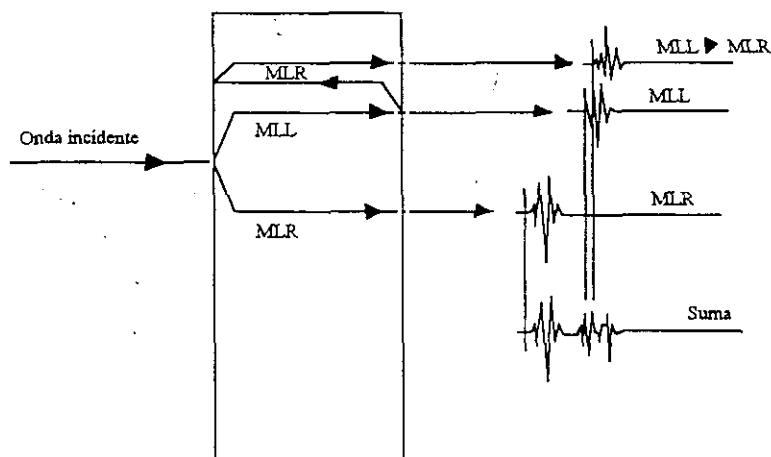


Figura 3.52.

Representación esquemática de los fenómenos involucrados en la transmisión a través de la muestra.

En la figura 3.53, se muestra una comparación entre medidas experimentales correspondientes al coeficiente de transmisión para el MLL y resultados teóricos que, una vez más, resulta satisfactoria. Para realizar esta comparación, se han empleado los datos experimentales para las 20 horas de inmersión, y los datos teóricos correspondientes a la distribución de burbujas número 2 que se mostró en la figura 2.61.

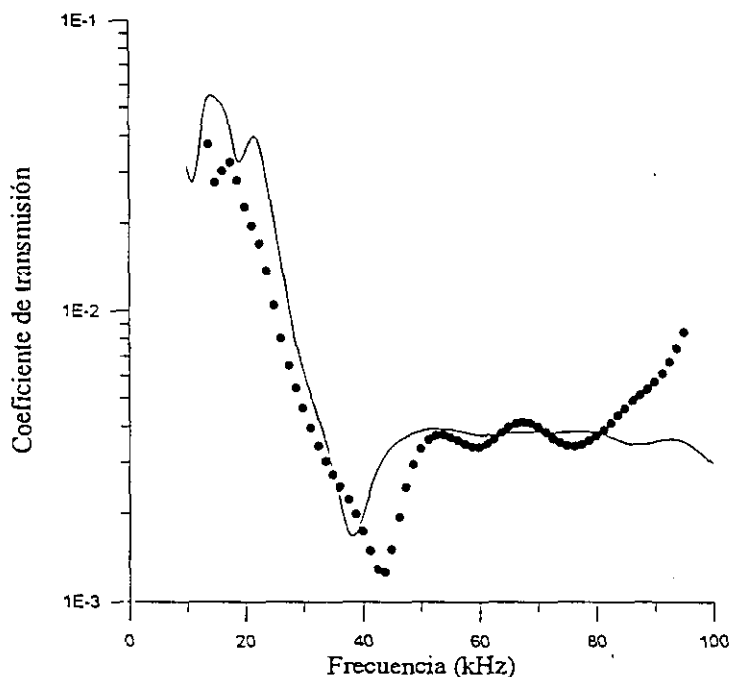


Figura 3.53.

Comparación entre la predicción teórica para el coeficiente de transmisión del MLL correspondiente a la distribución de burbujas nº2 (figuras 2.61 y 2.73) y las medidas para el algodón 2 tras 20 horas de inmersión (●).

C. Coeficiente de transmisión medido con el transductor array de 20 kHz.

Dado que, para bajos tiempos de inmersión la transmisión se restringe a la banda de frecuencia entre 15 kHz y 35 kHz resulta más adecuado trabajar con el transductor *array* de 20 kHz. Presentamos, ahora, los resultados espectrales correspondientes a las señales mostradas en la figura 3.33, que son los obtenidos con el transductor *array* de 20 kHz.

Uno de los aspectos interesantes del estudio espectral de las señales obtenidas para el caso del transductor de 20 kHz es la posible detección del MLL. Debido que la frecuencia de trabajo es ahora más baja, los pulsos son más largos, por lo que resulta imposible detectar, en el espacio de tiempos, la aparición del pulso asociado a la propagación del MLL. Ambos pulsos, MLR y MLL, deben aparecer solapados. De esta forma, cabe esperar la aparición de picos de absorción asociados a la interferencia entre dichos ecos.

En la figura 3.54 se presentan las medidas correspondientes al coeficiente de transmisión en el algodón 2 para varios tiempos de inmersión. Puede observarse cómo dicha magnitud disminuye tanto al aumentar la frecuencia, como al aumentar el tiempo de inmersión. Esta disminución del coeficiente de transmisión con el tiempo de inmersión, estaría asociada a un aumento del tamaño de burbuja. El fuerte descenso que se produce al aumentar la frecuencia, se debería tanto a la aparición de una resonancia del espesor para el MLR, como a la presencia de burbujas. Sin embargo, los esperados picos asociados a la interacción con el MLL no se observan.

La explicación de este fenómeno, puede deberse a que los mínimos de transmisión debidos a la interferencia del MLL con el MLR, se vean camuflados por el correspondiente a la interacción del MLR consigo mismo y con las burbujas, mucho más importante éstas que aquella. De esta forma, resulta interesante estudiar el comportamiento del coeficiente de reflexión, ya que en este caso, las resonancias del espesor asociadas al MLR, tienen un efecto mucho menor, y se hayan más espaciadas en frecuencia. Debido a esto, cabe esperar una influencia del efecto de la interacción del MLR con el MLL mucho mayor en la reflexión.

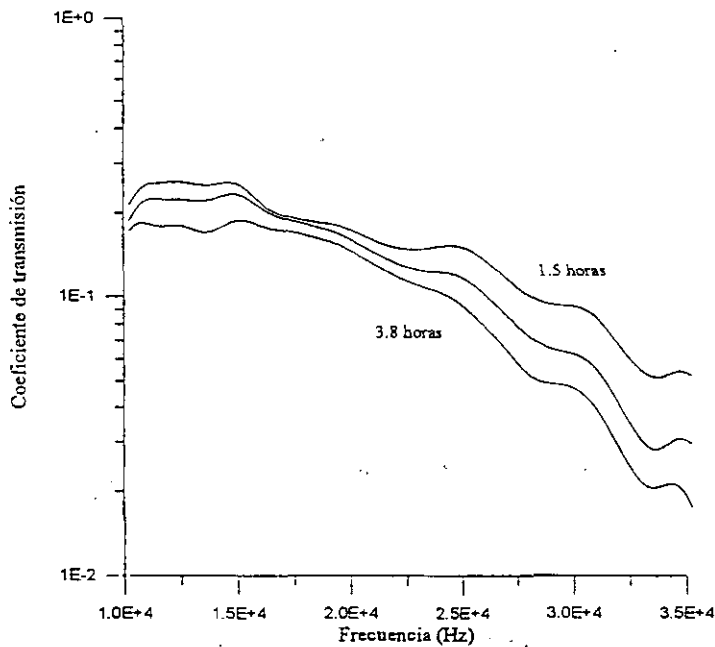


Figura 3.54.

Coeficiente de transmisión del MLR a través del algodón 2 en función de la frecuencia para varios tiempos de inmersión (array 20 kHz).

D. Coeficiente de reflexión medido con el transductor array de 20 kHz.

En la figura 3.55, se muestra el coeficiente de reflexión para el caso del algodón 2 tras 1.5, 3.5 y 5 horas de inmersión. En este caso, puede observarse una clara oscilación del coeficiente de reflexión, presentando claros máximos y mínimos que, cabe pensar, deben estar relacionados con la interacción del MLR con el MLL. Con respecto a la influencia del tiempo de inmersión, puede observarse que ésta no es muy grande y, fundamentalmente, produce un descenso del valor promedio de dicha magnitud. Una vez más se corrobora la validez del valor umbral para el desacople de impedancias entre sólido y fluido, ya que en este caso tenemos coeficientes de reflexión que oscilan entorno al 0.8, lo cual significa un desacople entorno al 89%.

En la tabla 3.VI, se presentan la frecuencias a las que se observa un mínimo de reflexión (para el caso de 1.5 horas), y la velocidad del MLL que se obtiene empleando el método del espectro de amplitudes.

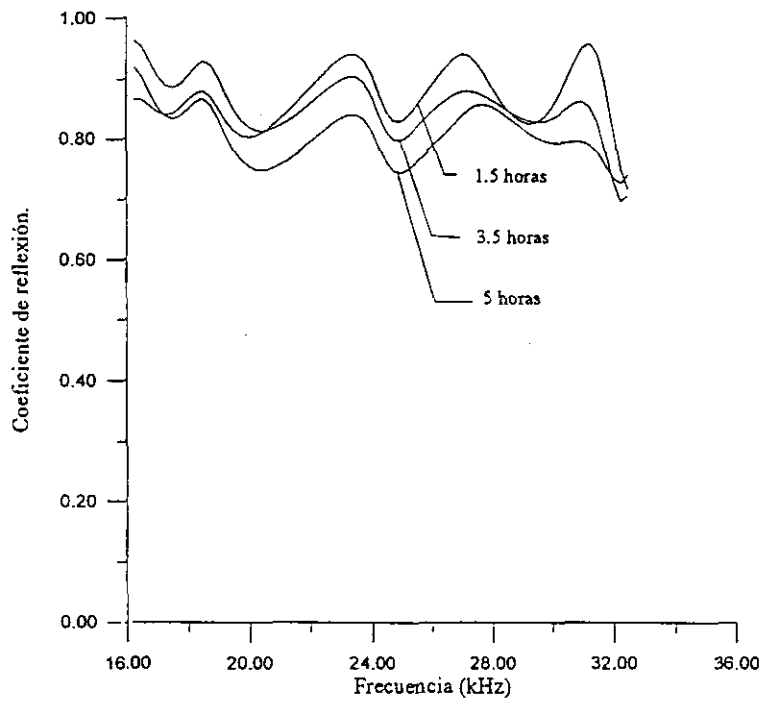


Figura 3.55.

Coeficiente de reflexión para el algodón 2 en función de la frecuencia y para varios tiempos de inmersión.

TABLA 3. VI.

Velocidad de propagación del MLL obtenida de la medida del coeficiente de reflexión del MLR y el método del espectro de amplitud.

Frecuencia (kHz)	Velocidad (m/s)
17.5	27.8
20.2	26
24.8	28.1
29.4	29

E. Velocidades de propagación para ambos modos.

Una vez estudiados los comportamientos de los coeficientes de reflexión y transmisión, analizaremos el comportamiento de las velocidades de propagación para ambos modos.

En la figura 3.56, se muestra la velocidad de propagación del MLR en función de la frecuencia (medido con el transductor *array* de 60 kHz) para varios tiempos de inmersión. Igualmente, se muestran resultados teóricos para una distribución de burbujas semejante a la mostrada con el n° 2 en la figura 2.61.

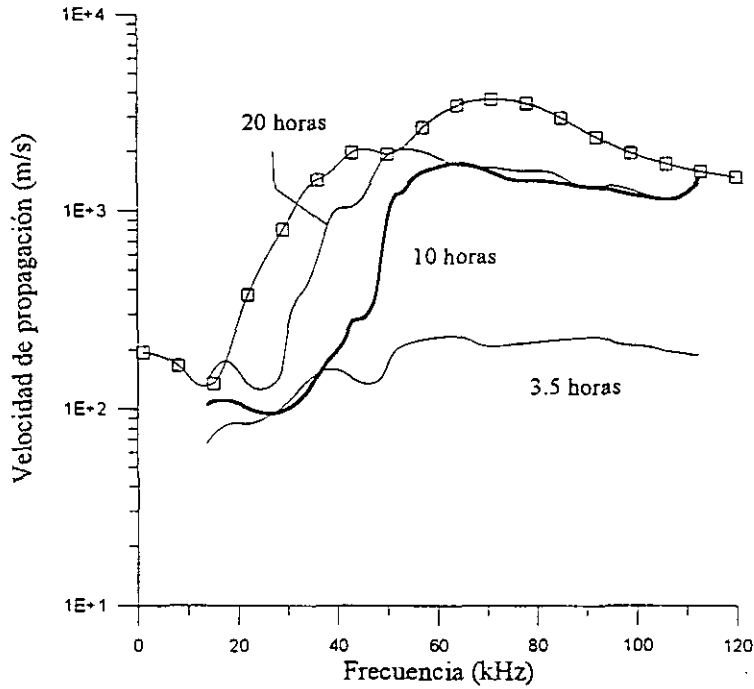


Figura 3.56.

Velocidad de propagación experimental del MLR en el algodón 2 en función de la frecuencia para varios tiempos de inmersión y resultados teóricos (□). Transductor *array*: 60 kHz.

Como ya se indicó en 3.2.b.2, la aplicación de la técnica del espectro de fase al cálculo de la velocidad de propagación cuando aparecen ecos solapados puede dar resultados erróneos debido a la modificación de la fase producida no por la diferencia de velocidades que la muestra introduce para frecuencias distintas, sino al solapamiento de diversos ecos. De esta forma, es posible dar una justificación de la dispersión entre los resultados medidos y los que la teoría proporciona.

Uno de los aspectos más destacables que se pueden observar de la figura 3.56, es el efecto de la resonancia de las burbujas. En efecto, a medida que el tiempo de inmersión aumenta, se observa claramente, cómo la frecuencia de resonancia disminuye, lo cual se asocia a un aumento del tamaño de burbuja, así como también cómo el valor de la velocidad, tras la resonancia, aumenta, indicando ésto, una disminución de la concentración de gas.

En la figura 3.57, se muestra la velocidad de propagación obtenida con el transductor *array* de 20 kHz. Puede apreciarse claramente, cómo la velocidad de propagación aumenta a medida que el tiempo de inmersión aumenta. Resulta interesante la comparación entre las medidas de velocidad ahora proporcionadas y los resultados teóricos obtenidos en el capítulo 2º. Según la discusión que se abordó a raíz de la figura 2.49, resulta posible determinar el coeficiente de compresibilidad del tejido a partir de la velocidad de propagación del MLR en condiciones de muy alta concentración de aire. En concreto, para los valores que se estimaron (entre 5 MPa y 30 MPa), la velocidad de propagación oscilaba entre 100 m/s y 220 m/s. Las medidas ahora mostradas, en las que se ha obtenido una velocidad de 75 m/s, indican que el coeficiente de compresibilidad del tejido, debe ser algo menor que el entonces estimado.

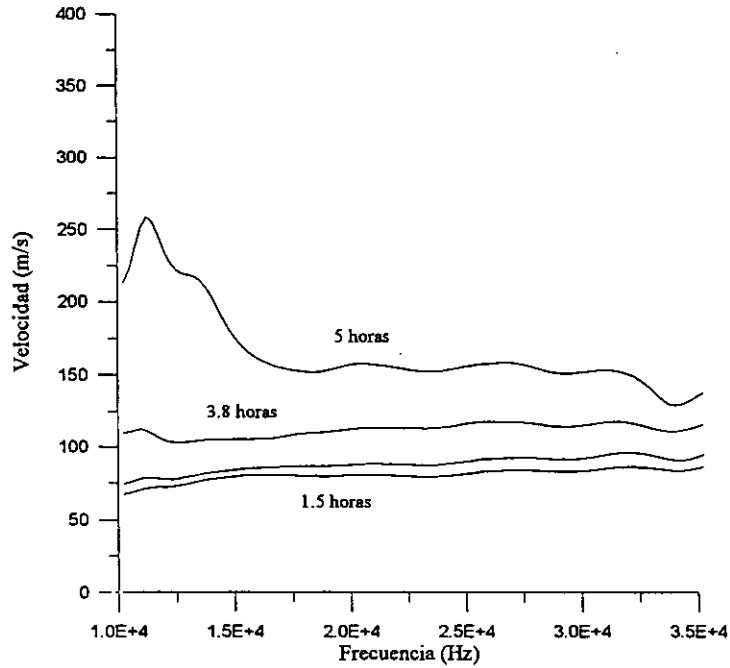


Figura 3.57.
 Velocidad de propagación del MLR a través del algodón 2
 en función de la frecuencia, para varios tiempos de inmersión.
 Transductor *array*: 20 kHz.

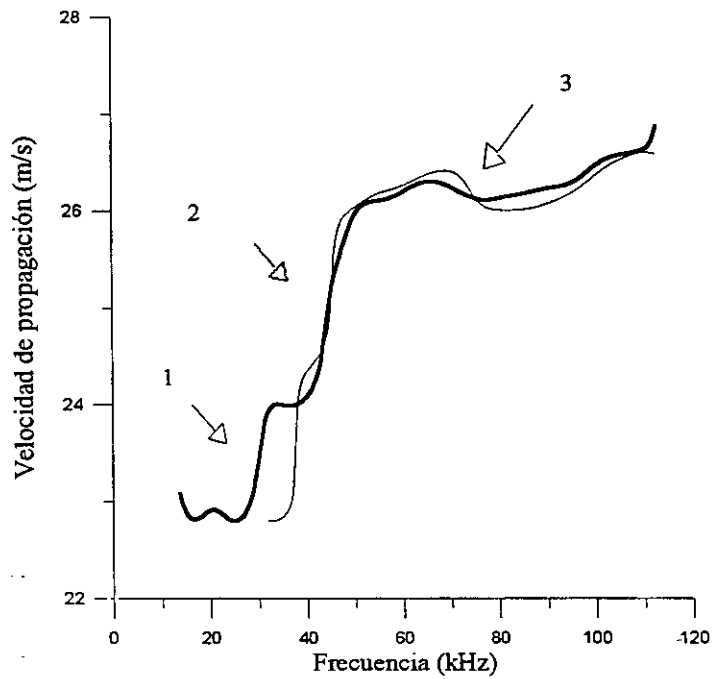


Figura 3.58.
 Velocidad de propagación del MLL en el algodón 2 tras 3.5 horas (-)
 y 10 horas (-) de inmersión. Transductor *array* 60 kHz.

En la figura 3.58, se muestra la variación de la velocidad de propagación del MLL en el algodón 2, en función de la frecuencia y para dos tiempos de inmersión diferentes. Pueden observarse tres escalones, que se han indicado con los números

1, 2 y 3, y que se corresponden con los picos de absorción que aparecían en el coeficiente de transmisión (figura 3.51). El marcado con el número 1 corresponde a la absorción resonante de las burbujas. Se puede apreciar que el efecto de la presencia de burbujas es similar al predicho teóricamente, esto es, la aparición de un escalón a dicha frecuencia. El desplazamiento de dicho escalón hacia frecuencias más bajas al aumentar el tiempo de inmersión, indica el aumento de tamaño de las burbujas. Los escalones 2 y 3, como ya se analizó a raíz de la figura 3.51, son debidos a resonancias en el espesor del MLR, lo cual produce una variación de la fase en el pulso transmitido asociado a la propagación del MLL.

3.3.e.2. Resultados para el polyester.

Presentaremos, ahora, los resultados obtenidos para las muestras de polyester. En primer lugar mostraremos los resultados para el MLR, tanto del coeficiente de transmisión, como de la velocidad de propagación calculada por el método del espectro de amplitud. En segundo lugar, presentaremos los resultados concernientes al MLL.

A. Coeficiente de transmisión y velocidad de propagación del MLR medido con el transductor array de 60 kHz.

En la figura 3.59, se muestra la evolución del coeficiente de transmisión del MLR para varios tiempos de inmersión. Puede observarse claramente, la aparición de varios picos de absorción que, como en casos anteriores, están relacionados tanto con resonancias de burbujas, como con fenómenos de resonancia en el espesor. De esta forma, empleando el método del espectro de amplitud, es posible determinar, a esas frecuencias, la velocidad de propagación del MLR. Dichos resultados se presentan en la tabla 3.VII. Debido a que dentro de la banda de medida se observan varios picos de absorción, resulta más aconsejable, en este caso, obtener la velocidad a partir del método del espectro de amplitudes, en vez de emplear el método del espectro de fase.

De los resultados mostrados en la tabla 3.VII, se observa, claramente, cómo la velocidad de propagación es, para tiempos de inmersión bajos, prácticamente constante, en función de la frecuencia, pero bastante baja. Esto es debido a una presencia de gran cantidad de burbujas de pequeño tamaño. En particular, y según se mostró en 2.59, donde se estudió el valor del módulo de compresibilidad del tejido en función de la velocidad de propagación del MLR para altas concentraciones de gas, en este caso, y teniendo en cuenta que la velocidad toma valores entorno a los 400 m/s, debemos tener, entonces, un módulo de compresibilidad próximo a 60 MPa.

Al aumentar el tiempo de inmersión, y según se aprecia en la tabla 3.VII, la velocidad de propagación para frecuencias bajas se mantiene constante, mientras que para las frecuencias altas aumenta de valor. Esto es debido a un aumento del tamaño de burbuja, como ya se ha visto en el caso de otras muestras, que trae consigo una disminución de la frecuencia de resonancia.

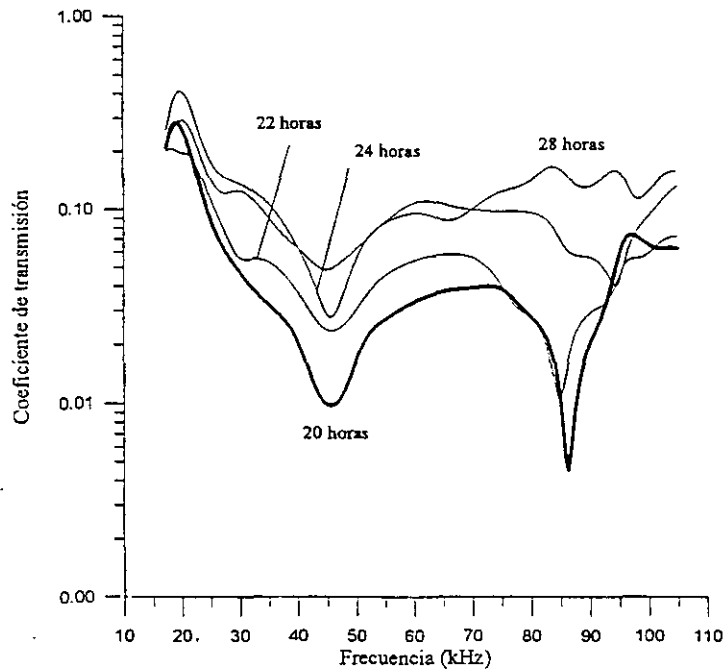


Figura 3.59.
Coeficiente de transmisión del MLR a través del poliestere
en función de la frecuencia y para varios tiempos de inmersión.

TABLA 3.VII.
Velocidad de propagación del MLR en poliestere a partir de la fig. 3.59.

Tiempo de inmersión (h.)	Frecuencia (kHz)	Velocidad (m/s)
20	44.6	409.4
	86.3	396.1
22	44.3	406.7
	86.0	394.7
24	44.3	406.7
	94.4	431.5
28	44.1	404.8
	98.2	450.7

B. Coeficiente de transmisión del MLL medido con el transductor array de 60 kHz.

Presentaremos, ahora, no sólo medidas del coeficiente de transmisión del MLL, sino también medidas de la velocidad de propagación del MLR que pueden ser realizadas a partir del mencionado coeficiente, empleando el método del espectro de amplitudes.

En las figuras 3.60-3.62, se muestra la evolución del coeficiente de transmisión a través del poliestere, en función de la frecuencia y para varios tiempos de inmersión. Para una mayor claridad, los diferentes resultados para diferentes tiempos de inmersión, se muestran por parejas. De esta forma, en la figura 3.60, se muestran los resultados para los 25 minutos y 14 horas. En 3.61, se muestran los

resultados correspondientes a 14 y 15 horas y, finalmente, en 3.62, se muestran los resultados para 15 y 19 horas.

En torno a los 90 kHz, y para todos los casos, se observa un pico de absorción que, apenas varía su posición al aumentar el tiempo de inmersión. Este pico, está relacionado con una resonancia de la microestructura de las muestras. En este caso, y del retraso temporal observado en la figura 3.25, la velocidad de propagación del MLL es, dentro del rango de frecuencia empleado, de 31 m/s, lo cual supone, que el producto ka (constante de propagación por radio del dispersor) a 90 kHz es de 1.17 (para lo que se ha considerado que los dispersores son los hilos que componen el material -ver tabla 2.VI- Una discusión más detallada de este problema se muestra en la páginas 244 y 245 y en el apartado 3.5).

Resulta interesante destacar el hecho de que estamos detectando una resonancia de dispersores del tamaño de cientos de micras con una frecuencia entorno a los 90 kHz. Este hecho, que podría resultar sorprendente, es sólo posible debido a la muy baja velocidad de propagación de dicho MLL, lo cual produce valores de la longitud de onda muy bajos, aunque la frecuencia de trabajo sea relativamente baja.

Este hecho aquí presentado, la observación de un pico de absorción asociado con la dispersión resonante del MLL, es uno de los aspectos más novedosos que se presentarán en este estudio. Efectivamente, los pocos trabajos experimentales publicados entorno a este tipo de propagación (MLL), sólo hacen referencia al hecho de la detección, y al acuerdo entre la velocidad medida y la calculada por la teoría. Así pues, no existe ningún trabajo en el que se estudien efectos de dispersión de dicho MLL, y menos aún, efectos de resonancia.

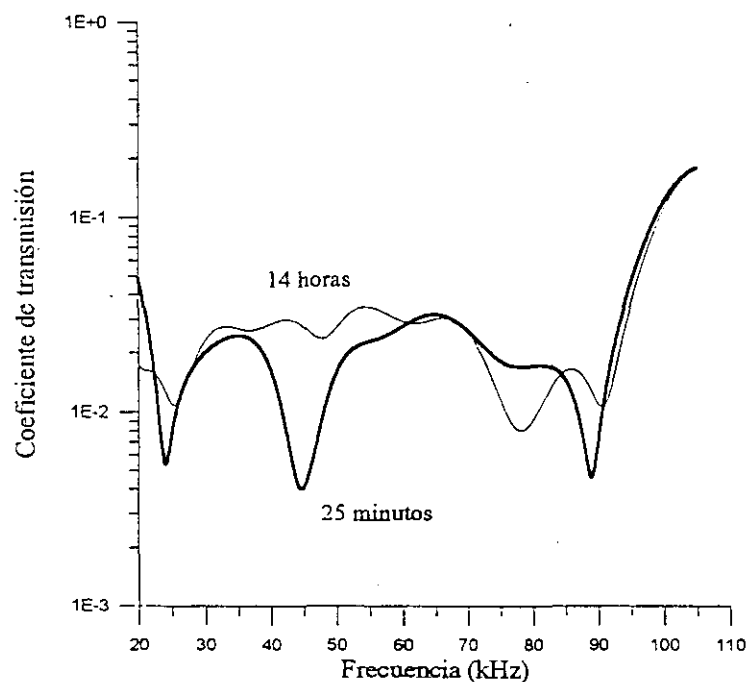


Figura 3.60.

Coefficiente de transmisión del MLL para el polyester en función de la frecuencia, y para varios tiempos de inmersión.

Los demás picos que se observan corresponden al fenómeno que se explicó en la figura 3.52, de forma que, es posible, como ya se hizo en casos anteriores, calcular la velocidad de propagación del MLR, a partir de los picos observados. Estos resultados se presentan en la figura 3.63.

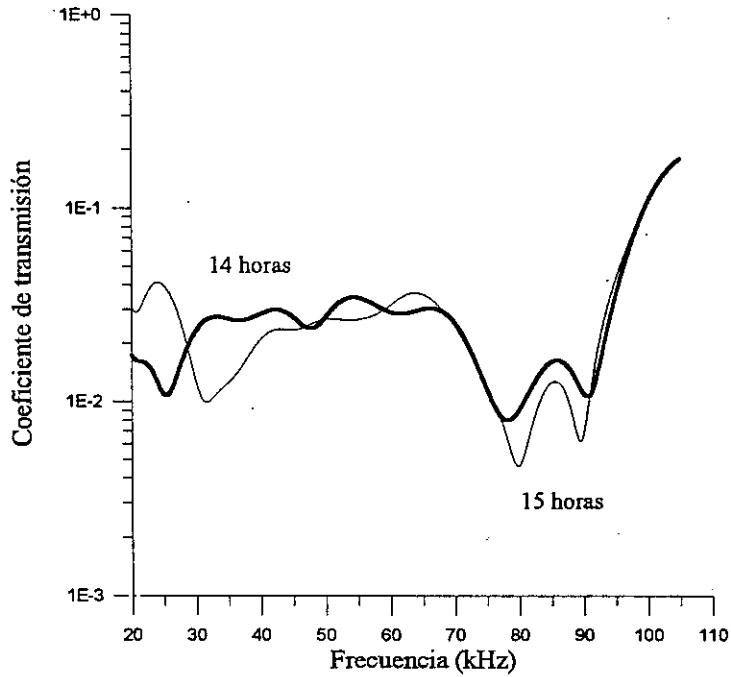


Figura 3.61. Coeficiente de transmisión del MLL para el polyester en función de la frecuencia, y para varios tiempos de inmersión.

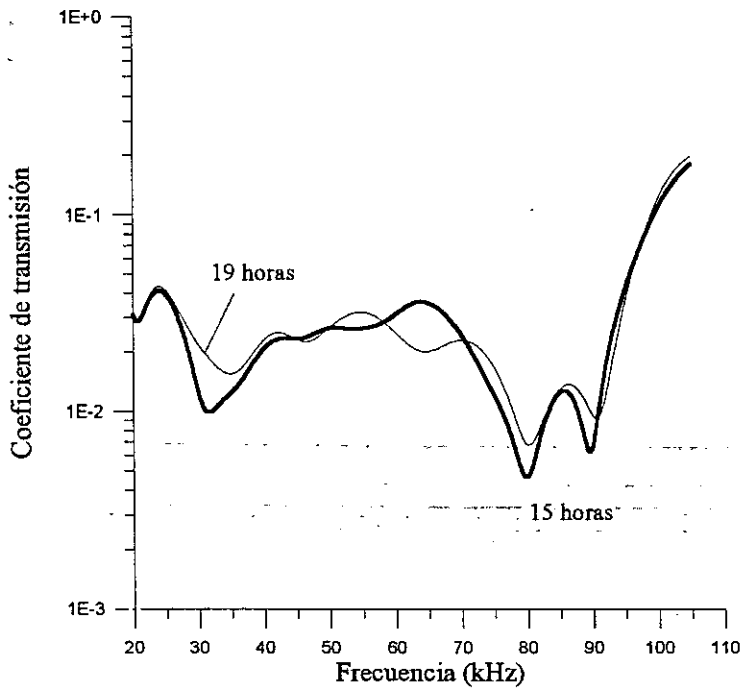


Figura 3.62. Coeficiente de transmisión del MLL para el polyester en función de la frecuencia, y para varios tiempos de inmersión.

Como puede observarse en la figura 3.63, a medida que el tiempo de inmersión aumenta, la velocidad de propagación también aumenta, siendo este fenómeno más acusado para el caso de las bajas frecuencias. El acuerdo con las medidas presentadas en la tabla 3.VII, que se obtuvieron directamente del MLR, resulta bastante bueno, de forma que al estudiar el MLL también es posible obtener información acerca del MLR, al menos de la velocidad de propagación de dicho modo.

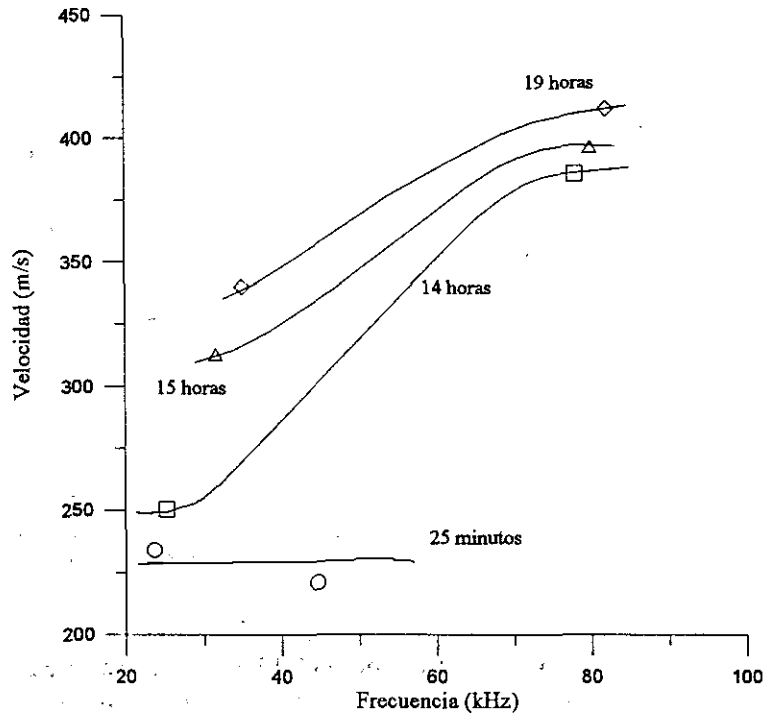


Figura 3.63

Velocidad de propagación del MLR en función de la frecuencia y del tiempo de inmersión, obtenida del coeficiente de transmisión del MLL.

Según se muestra en 3.63, la velocidad de propagación del MLR para altas concentraciones de aire, toma valores menores que los que habíamos medido previamente, y que habían sido mostrados en la tabla 3.VII, lo cual indica que el módulo de compresibilidad puede ser aún menor que el que allí se dedujo. En particular, y según la figura 2.59, dicho módulo debe tomar valores entorno a los 20 MPa.

3.3.e.3. Resultados para el algodón 1.

Presentaremos, ahora, los resultados referidos al algodón 1. Los análisis espectrales que mostraremos, se corresponden con las señales mostradas en las figuras 3.23 y 3.41-3.45. Como se vió, en estos casos, se puede apreciar claramente, la existencia de ambos modos de propagación. Como ya se comentó, para desarrollar el estudio espectral de ambos pulsos separadamente, se emplearon ventanas de Hanning.

A. Coeficiente de transmisión del MLR medido con el transductor array de 60 kHz.

Analicemos, ahora, espectralmente, las señales mostradas en 3.41, que se corresponden con los primeros estadios del proceso de desgasificación. En la figura 3.64, se muestra el coeficiente de transmisión del MLR a través de la muestra de algodón 1 para tiempos de inmersión de 2 minutos, 15 minutos y 25 minutos (esto correspondería a parte decreciente del coeficiente de transmisión en función del tiempo de inmersión que se mostró en la figura 3.17). Puede observarse claramente, cómo solo las bajas frecuencias son transmitidas, y cómo a medida que el tiempo de inmersión aumenta, dicha transmisión disminuye. Además, puede observarse la presencia de un pronunciado pico de absorción, de tal forma que, a frecuencias más altas que la correspondiente a dicho pico, prácticamente, no se observa transmisión. Dicho pico estaría relacionado con una resonancia bien de las burbujas contenidas en la muestra o bien del espesor, tal y como se vió para los otros casos analizados.

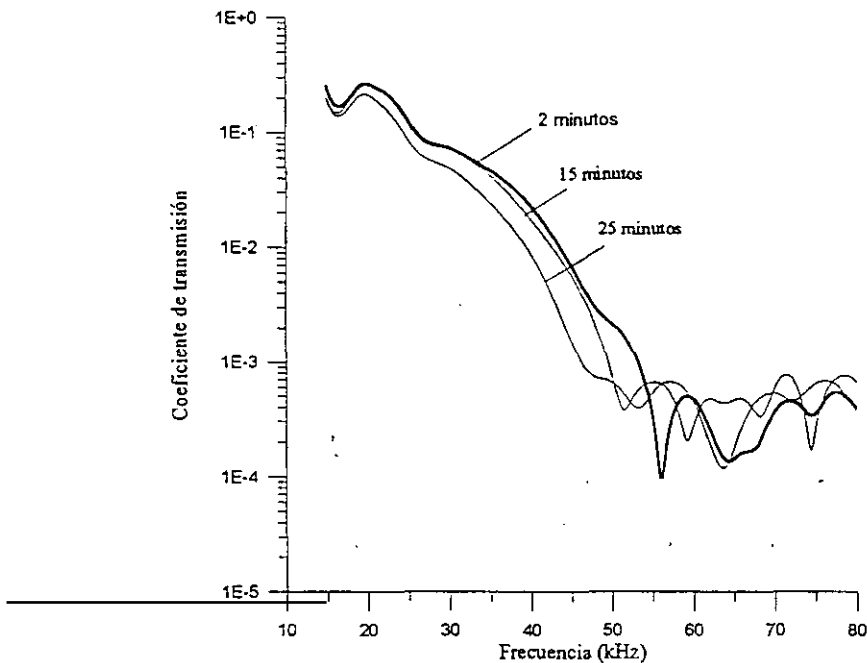


Figura 3.64.

Variación del coeficiente de transmisión del MLR a través del algodón 1, para varios tiempos de inmersión.

El motivo por el que la transmisión desaparece más allá del pico de absorción, se debe a la alta atenuación que introducen las burbujas, ya que estamos en las proximidades de la frecuencia de resonancia.

En la figura 3.65, se muestran los resultados del coeficiente de transmisión del MLR para tiempos de inmersión mayores. Como puede apreciarse, y como ya se había comentado a partir de las observaciones en el espacio de tiempos, la transmisión aumenta, a medida que el tiempo de inmersión aumenta. Así mismo, pueden observarse dos picos de absorción situados en torno a los 25 kHz y 37 kHz. El origen del primer pico está asociado a la resonancia de las burbujas presentes en el interior de la muestra, mientras que el segundo de ellos está relacionado con una

resonancia en el espesor, asociada ésta al mismo modo que estamos analizando (MLR). De esta forma, si aplicásemos el método del espectro de amplitudes, podríamos calcular la velocidad de propagación a esa frecuencia, la cual resulta ser de 340 m/s.

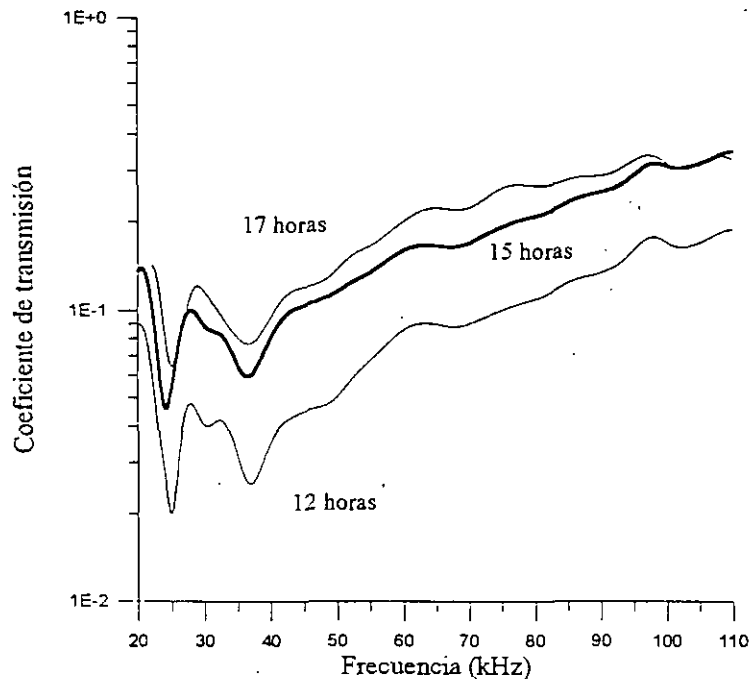


Figura 3.65.
Coeficiente de transmisión del MLR para el algodón 1 y diversos tiempos de inmersión.

Así mismo, resulta también interesante la comparación de las medidas de velocidad ahora obtenidas, con los resultados teóricos obtenidos en el capítulo segundo. En particular, y según la discusión que abordó a raíz de la figura 2.49, resulta posible determinar el coeficiente de compresibilidad del tejido a partir de la velocidad de propagación del MLR en condiciones de alta concentración de aire. En concreto, para los coeficientes de compresibilidad del tejido estimados, que estaban entre 5 MPa y 30 MPa, los datos allí proporcionados correspondientes a velocidades de propagación, se situaban entre 100 m/s y 220 m/s.

B. Velocidad de propagación de los MLR y MLL medido con el transductor array de 60 kHz.

En la figura 3.66, se representa la variación de la velocidad de propagación en el algodón 1 en función de la frecuencia para varios tiempos de inmersión. Los resultados obtenidos concuerdan bastante bien con los proporcionados por el método del espectro de amplitudes aplicado a las medidas del coeficiente de transmisión del MLR. También puede observarse un aumento de la velocidad de propagación al aumentar el tiempo de inmersión, lo cual pone de manifiesto el avance del proceso de desgasificación.

En la figura 3.67, se muestran los resultados obtenidos para la velocidad de propagación del MLL. La velocidad de dicho modo se sitúa entorno a los 24 m/s y

además aparecen una serie de escalones, semejantes a los que se observaron en el algodón 2, y que serán analizados detalladamente al presentar los resultados correspondientes al coeficiente de transmisión del MLL.

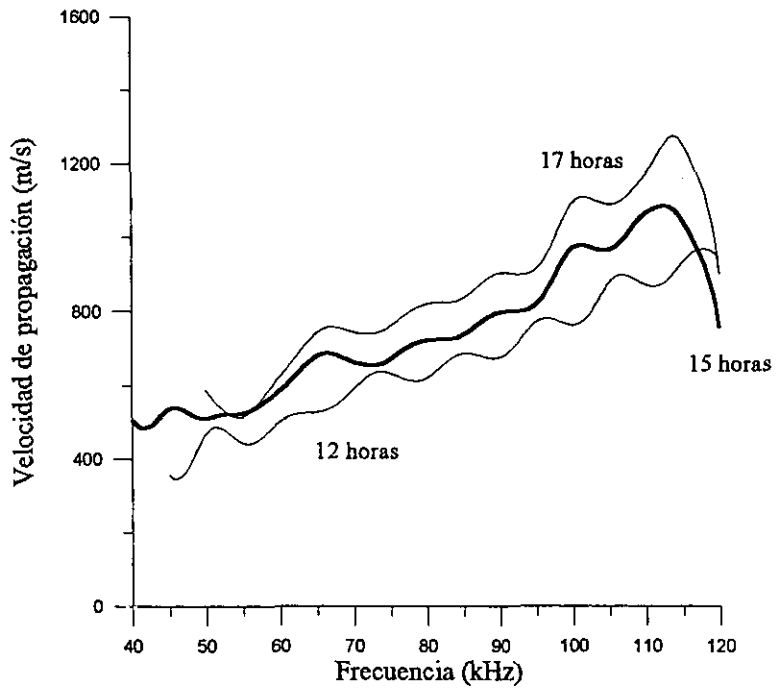


Figura 3.66.
Velocidad de fase del MLR en el algodón 1 en función de la frecuencia y para varios tiempos de inmersión.

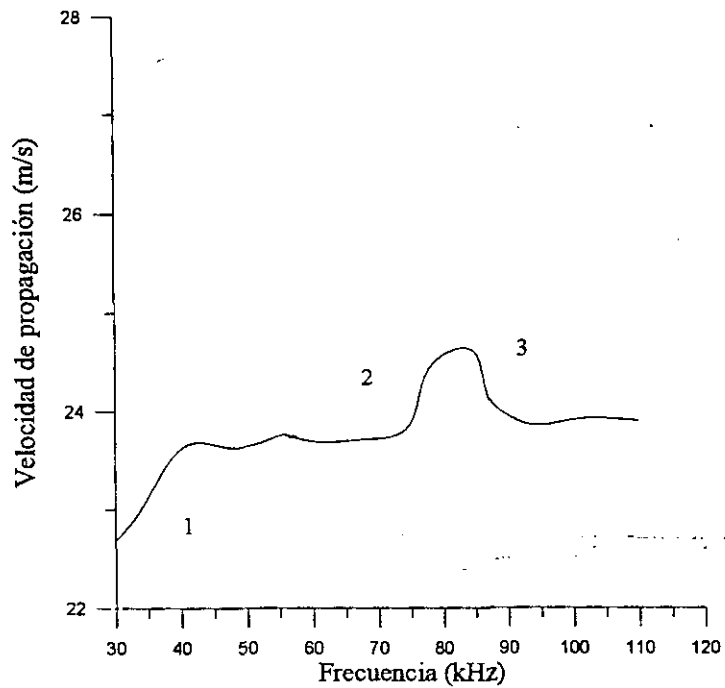


Figura 3.67.
Velocidad de fase del MLL en el algodón 1 en función de la frecuencia, tras 12 horas de inmersión.

C. Coeficiente de transmisión del MLL medido con el transductor array de 60 kHz.

En la figura 3.68, puede observarse, el coeficiente de transmisión para el MLL, tras 12 y 15 horas de inmersión. En ambos casos se aprecian unos picos de mínima transmisión que, son los causantes de la acusada deformación que posee el pulso asociado al MLL en comparación con la señal de referencia y que están directamente relacionados con los escalones que aparecían en la velocidad de propagación.

En el caso del coeficiente de transmisión tras 12 horas de inmersión, se aprecian claramente tres picos de mínima transmisión, situados en 25 kHz, 77 kHz y 86 kHz respectivamente. Para un tiempo de inmersión mayor (15 horas), el mínimo situado a más baja frecuencia ya no aparece, así como el de 77 kHz se suaviza y baja de frecuencia. El mínimo situado en 86 kHz no cambia de frecuencia, pero sí que se suaviza ligeramente.

Este es uno de los aspectos más interesantes de las observaciones realizadas entorno al MLL. En efecto, en los trabajos previos, desarrollados por otros autores, en los que se muestra una detección de dicho modo de propagación, nunca se observaron fenómenos de absorción tan acusados, y a su vez, tan localizados, por lo que el fenómeno aquí descrito, parcialmente discutido por nosotros mismos en [23], es la primera vez que es observado. La determinación del origen de estos picos resulta, entonces de gran importancia, dado que es ésta una de las contribuciones experimentales más claras de este trabajo. Para aclarar el origen de dichos picos, resulta fundamental, la obtención de la velocidad de propagación de cada uno de dichos modos de propagación, que es lo que se ha mostrado previamente.

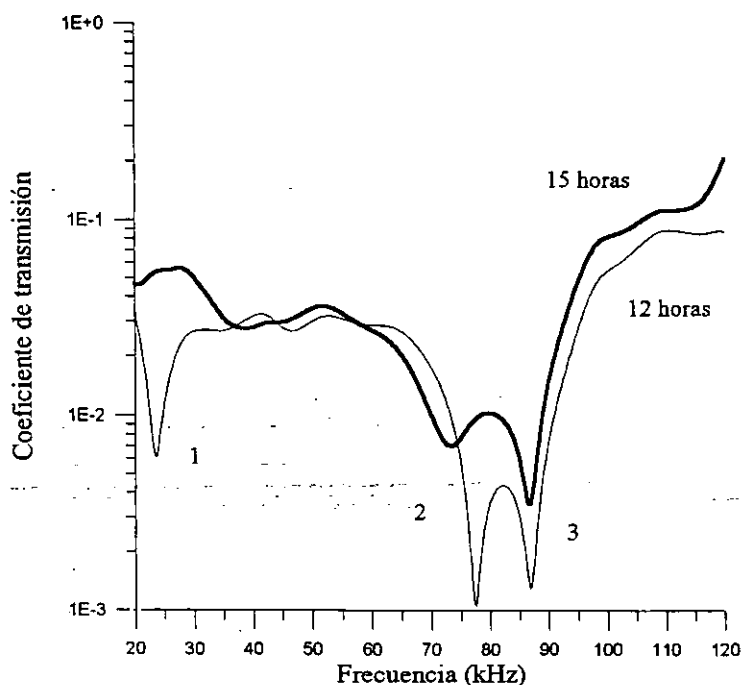


Figura 3.68.

Coeficiente de transmisión del MLL para el algodón 1 tras 12 y 15 horas de inmersión.

El mínimo que aparece a más baja frecuencia, como en los casos anteriores, se encuentra relacionado con la presencia de burbujas en el interior de la muestra, de hecho, aparece a la misma frecuencia que como en el caso del MLR, como era de esperar.

Ahora, se trataría de clarificar el origen de los otros dos mínimos de transmisión que se habían observado al estudiar el MLL. Analizaremos, en primer lugar, el caso del mínimo que cambia de lugar (en frecuencia) a medida que el tiempo de inmersión aumenta. En particular, dicho valor de la frecuencia pasa de 77 kHz a 73 kHz, al pasar el tiempo de inmersión de 12 a 15 horas. Mientras, la velocidad del MLR pasa de valer 800 m/s (12 horas y 77 kHz) a 710 (15 horas y 73 kHz). Resulta interesante observar que, la relación de velocidades del MLR $800/710=1.126$ es muy semejante (6 % de error) a la relación de frecuencias a las que aparece el mínimo de transmisión en el MLL: $77/73=1.055$. Este hecho revela que existe una clara relación entre ése mínimo de absorción del MLL y la velocidad de propagación del MLR.

Calculemos, así pues, la velocidad de propagación del MLR a 77 kHz y 73 kHz a partir de los picos observados en el coeficiente de transmisión del MLL. Los resultados obtenidos son 706 m/s y 670 m/s respectivamente, lo cual representa un acuerdo bastante bueno con respecto a las medidas realizadas por medio del método del espectro de fase para el MLR, que se presentaron en la figura 3.36. Este hecho resulta sorprendente, ya que apartir de medidas referidas al coeficiente de transmisión del MLL es posible determinar la velocidad de propagación del MLR.

De esta forma, debido a que los picos de absorción que se presentan en 77 kHz (12 horas de inmersión) y 73 kHz (15 horas de inmersión) tienen su origen en la interacción (suma) de dos señales diferentes, para esas frecuencias, el escalón que muestran las gráficas de la velocidad de fase obtenida por el método del espectro de fase, proporciona valores que no se corresponden con variaciones reales de la velocidad de fase, ya que la fase, para éstos valores, no puede ser relacionada directamente con la de ninguno de los pulsos solapados. Es decir, dichos escalones, como en los casos anteriores, no tienen su origen en ningún proceso de atenuación o *scattering*, sino en la propia geometría de la muestra.

Aclarado el origen del primer pico de absorción, pasaremos ahora a estudiar el origen del segundo. Este segundo, no ve alterada su ubicación por el hecho de que el MLR varíe su velocidad de propagación. Por este motivo, el origen de dicho pico de absorción debe ser buscado en otros procesos de absorción. Para esto, conviene recordar las dimensiones características de la microestructura del algodón 1. Según se vió en la tabla 2.VI. para dicha muestra, el diámetro de las fibras era de $99 \pm 13 \mu\text{m}$, mientras que el diámetro de los nudos de la red era de $185 \pm 15 \mu\text{m}$. Teniendo en cuenta que el mínimo (para 12 horas) sucede a 86 kHz, y que la velocidad de propagación, a dicha frecuencia, es de 24.4 m/s, entonces la longitud de onda es $283.7 \mu\text{m}$. y la constante de propagación (k) de 22146 m^{-1} . De esta forma el producto constante de propagación por radio de las fibras (ka) resulta ser: 1.0962, con lo que parece claro que, este pico de absorción se halla relacionado con una resonancia geométrica de alguno de los componentes de la microestructura del tejido (*scattering* resonante).

En particular, resultan de especial importancia las medidas aquí presentadas, ya que permitirán comparar cómo es la dispersión, y las resonancias debidas a dicha dispersión para un MLL, y cómo es la dispersión en el caso convencional. Este aspecto, se abordará en la última sección de este capítulo, cuando se presenten las medidas realizadas, para el mismo tipo de muestras, pero en el rango de frecuencia entorno a varios MHz, donde no es aplicable la teoría de Biot, sólo existe un modo de propagación longitudinal, y estamos en el mismo rango de k_a que para el caso del MLL ahora analizado.

3.4. Medidas en aire.

3.4.a. Introducción.

En la sección anterior, hemos visto cómo la presencia de burbujas de aire influye notablemente en la posibilidad de observación de la propagación del MLL en el interior de las muestras. Este fenómeno está claramente relacionado con la generación del MLL en la superficie fluido-medio poroso.

Como ya se expuso en la parte teórica de este trabajo, concretamente en la sección 1.3, para que una onda acústica que se propaga por un fluido, genere dicho MLL al incidir en la superficie de separación entre dicho fluido y un medio poroso, es necesario que las impedancias acústicas de la parte sólida y la fluida sean bien diferentes. En caso contrario, un buen acoplamiento de impedancias entre ambas fases, no es posible que dicho MLL se genere, ya que, como se vió, no es posible producir el movimiento en contrafase de sólido y fluido que caracteriza la propagación de dicho MLL. Este hecho, que fue teóricamente predicho en el apartado 1.3, se ha visto confirmado por las medidas presentadas en 3.3, en las que se ha podido ver claramente, cómo cuando las burbujas de aire desaparecen, también desaparece dicho MLL, debido precisamente a que la impedancia del agua libre de burbujas es muy similar a la del tejido, confirmado este hecho por el que el coeficiente de transmisión sea muy próximo a la unidad en el caso de saturación de las muestras por agua.

Tras dichas medidas, resultaba interesante observar experimentalmente qué sucedería en el caso en que las muestras estuviesen completamente saturadas por aire, lo cual supondría un caso límite con respecto a lo observado anteriormente (T. E. Gómez y E. Riera [25]). En este caso, tejidos y aire, el desacoplo de impedancias entre los dos componentes es muy alto (próximo al 100%), por lo que cabía esperar una alta generación de MLL, y una fuerte reflexión del MLR (de acuerdo con las medidas presentadas hasta ahora y con el estudio teórico desarrollado). Además, este caso presenta algunas ventajas en comparación con el anterior. En efecto, en el caso en el que la muestra se compone de tejido, burbujas y agua, hay un primer problema que es el control de las burbujas. Las burbujas que aparecen en el interior del tejido durante el proceso de saturación de éstos por agua, están fuertemente influenciadas por gran cantidad de parámetros (viscosidad del agua, tensión superficial, densidad, temperatura...), que no es fácil controlar. Un segundo problema, sería el tiempo de medida, que, como ya se ha visto, en algunos casos, excede las 24 horas. Para el caso de tejidos en aire, ninguno de estos dos problemas

se presenta, y además se tiene la ventaja de que resulta sencillo variar el espesor de las muestras para realizar medidas de atenuación, lo cual no era posible en el caso de la inmersión. La única dificultad era, entonces, el adecuar la técnica de medida al caso del aire. En particular, era necesario un nuevo transductor, que pudiera radiar en aire con la suficiente eficiencia, un micrófono, y un montaje anecoico.

Los aspectos que abordaremos a continuación son los siguientes. En primer lugar, apartado 3.4.b, presentaremos el dispositivo y la técnica de medida empleadas. En segundo lugar, 3.4.c., y para finalizar esta sección, presentaremos los resultados tanto de velocidad de propagación como de atenuación para cada una de las muestras empleadas que, al igual que en la sección anterior, son: algodón 1, algodón 2 y polyester.

3.4.b. Dispositivo y técnica experimental de medida.

Para las medidas en aire, que son la que van a ser presentadas ahora, se empleó un sistema experimental, puesto a punto por D. Luis Elvira Segura, que ha sido desarrollado en los laboratorios del Instituto de acústica del CSIC, para el estudio del campo acústico confinado en cavidades de distinta geometría, dentro de un programa de estudio de aglomeración de aerosoles por ultrasonidos, y de la realización de su propia tesis doctoral. Aunque dicho sistema se haya descrito bastante bien en [26] y [27], por el mismo L. Elvira, explicaremos ahora los aspectos más interesantes, en lo que a las medidas realizadas en el contexto de este trabajo se refiere, lo cual puede verse también en [28] (T.E. Gómez, L. Elvira y E. Riera).

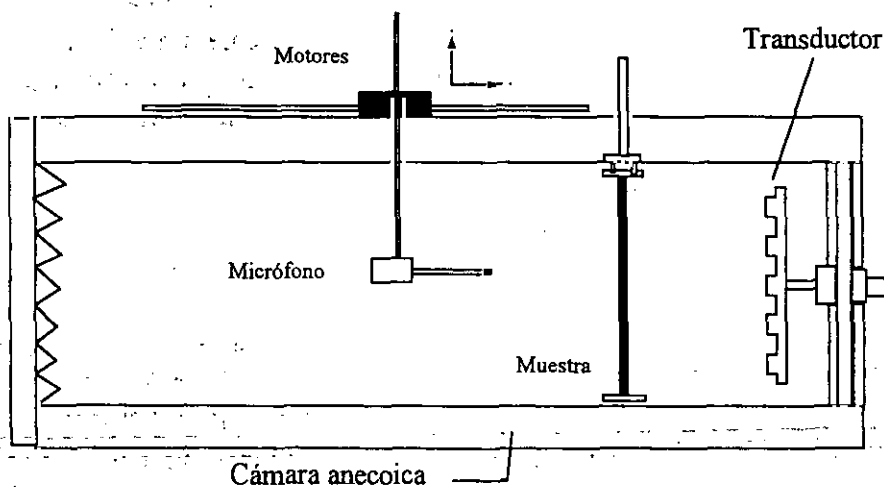


Figura 3.69.

Representación esquemática del sistema experimental para las medidas en aire.

El sistema empleado se encuentra representado, de forma esquemática, en la figura 3.69, y se haya compuesto de los siguientes elementos. Un transductor piezoelectrico de placa escalonada [29], que era excitado por un generador de

señales Hewlett-Packard 8116A, en onda continua, y a las frecuencias de resonancia del transductor. Este era colocado en el interior de una pequeña cámara anecoica paralelepédica de sección cuadrada, de 2.3 m de largo y 1.0 m de ancho, de forma que obteníamos condiciones de propagación en campo libre, como las propias medidas de campo realizadas revelaron. La adquisición de la señal se realizaba por medio de un micrófono Brüel&Kjær del tipo 4138 (de 1/8"), cuya banda era plana hasta una frecuencia de 50 kHz. Así mismo, dicho micrófono, estaba montado sobre un soporte, el cual era movido por unos motores que, a su vez, estaban controlados por ordenador. De esta forma, y al igual que para las medidas en agua, era posible hacer un barrido, aunque en esta ocasión en planos normales a la superficie radiante, de forma que la amplitud de la señal era adquirida en cada punto, y posteriormente era posible obtener un diagrama de la distribución del campo.

El sistema de adquisición de la señal era el mismo que en la medidas de inmersión, esto es, del micrófono la señal era llevada a un osciloscopio digital (Tektronix 2432A), y de ahí, digitalizada y enviada a un ordenador personal, como ya se hizo en los casos anteriores, para un análisis espectral más detallado.

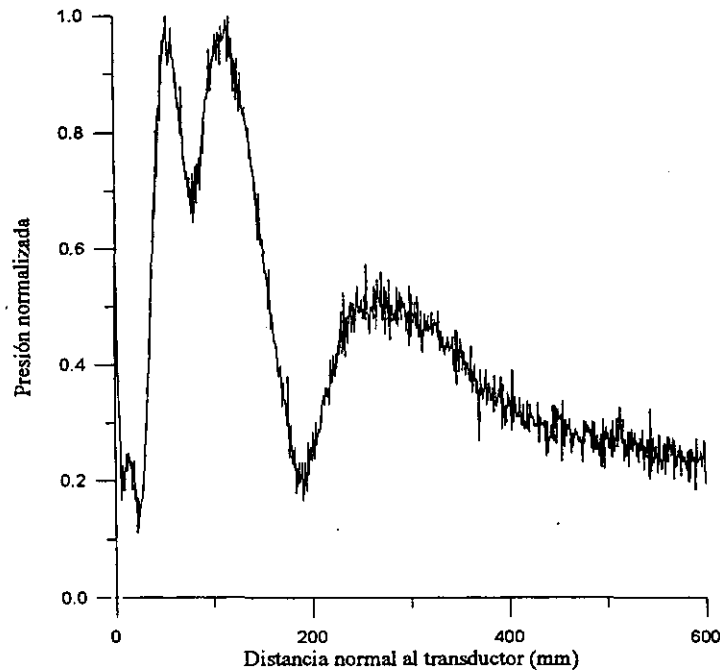


Figura 3.70.

Distribución axial del campo acústico en el interior de la cámara.

Como se deseaba realizar tanto medidas de velocidad de propagación, como de atenuación, lo primero que se hizo fué caracterizar el campo en el interior de la cavidad. En efecto, interesaba realizar las medidas en una zona en la que la distribución fuera plana, para que la inclusión de las muestras entre el transductor y el micrófono no produjera cambios en el nivel de la señal de referencia debido a variaciones de la geometría del campo relacionado con la distancia al emisor, y el camino acústico recorrido, es decir, como teníamos condiciones de propagación semejantes a las del campo libre, lo que nos interesaba era colocarnos fuera de la zona del campo próximo del transductor. Para una frecuencia de 21.97 kHz, la

distribución de campo se muestra en la figura 3.70. En dicha figura, pueden observarse claramente las fuertes fluctuaciones del campo en la zona de campo próximo, así como a partir de una distancia entorno a los 400 mm, entramos en el campo lejano, y ya no aparecen más fluctuaciones como las anteriores. Por este motivo, la distancia transductor-muestra que se empleó para las medidas fue de 500 mm.

3.4.c. Resultados experimentales.

Las medidas se llevarán a cabo, como ya se ha comentado, en onda continua, de esta forma, se irán introduciendo diversos espesores de material, de menos a más, y se medirá, para cada caso, tanto el desfase que se produce, como el cambio de amplitud. De esta forma, se podrán obtener tanto la velocidad de propagación, como la atenuación. Como ejemplo, en la figura 3.71, se muestran las señales adquiridas para los casos de 1, 4, 6 y 8 capas de algodón 1, habiendo excitado el transductor a 20.9 kHz. Puede observarse claramente, cómo al ir incrementando el número de capas, decrece la amplitud de la señal y aumenta el retraso. Las medidas de desfase y amplitud fueron realizadas tanto directamente sobre la señal temporal, como empleando técnicas espectrales, para lo que la ventana empleada fue una *flat-top* que ya fue presentada en la sección 3.2 al exponer las técnicas para el tratamiento de la señal. El acuerdo entre ambos tipos de medida era bastante bueno (se obtuvo una desviación media del 0.2%), y se encontraba por debajo del error cometido por otros factores de tipo experimental, en particular, la dispersión entre las medidas realizadas por cada uno de los métodos (medidas con distintos espesores, en torno al 10% como se verá después), era mayor que la dispersión apreciada entre los resultados, tanto velocidad como atenuación para un cierto espesor, de ambos métodos entre sí.

En las figuras 3.72 y 3.73, se muestran los resultados de velocidad de propagación y atenuación para el caso de las muestras de algodón 1 y 2. Así mismo, también pueden observarse las desviaciones típicas medias, que suponen un error, para el caso de la velocidad, entorno al 10%, mientras que para el caso de la atenuación, se sitúa alrededor del 15%, aunque para valores mayores de la frecuencia el error puede aumentar aún más. También se muestran las predicciones teóricas obtenidas para dos casos en los que lo único que se ha variado el tamaño de los poros (situación ésta que responde a la realidad). Para el primero de los casos el radio de poro empleado es de 34 micras, que es comparable con el algodón 2, mientras que para el segundo, el radio elegido es de 54 micras, el cual, a su vez, es comparable con el algodón 1. Para ambos tipos de medida, velocidad y atenuación, y ambas muestras, se observa un buen acuerdo teórico-experimental, ya que las predicciones se mantienen dentro del margen de error de las medidas.

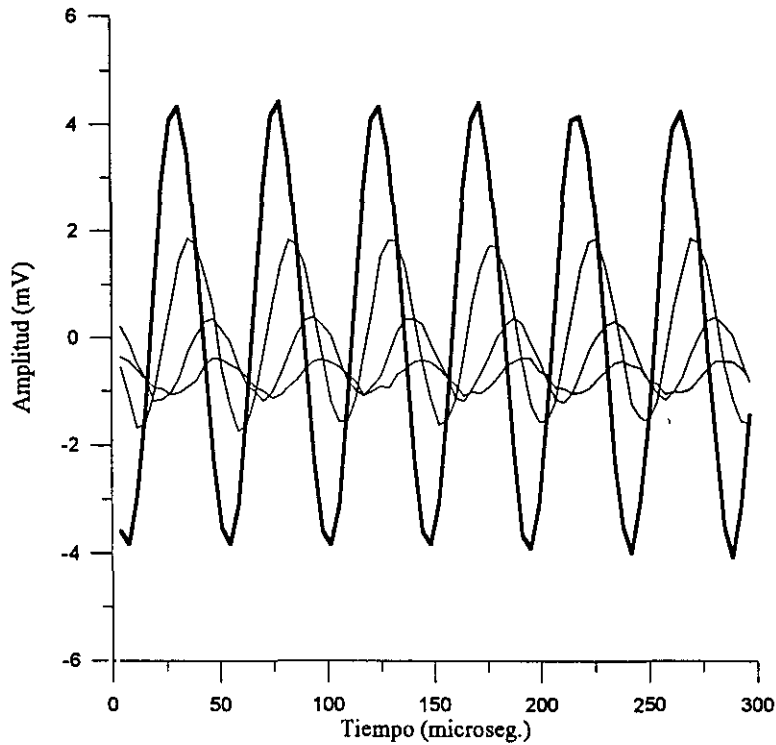


Figura 3.71.
Señal transmitida a través de 1, 4, 6 y 8 capas de algodón 1.
Frecuencia: 20.9 kHz.

De la figura 3.72, puede observarse, que la velocidad de propagación varía ligeramente con la frecuencia (las variaciones se encuentran prácticamente dentro del error experimental), así como que es mayor en el caso del algodón 1, que es el que posee un tamaño de poro mayor. En la figura 3.73, se presentan los resultados de atenuación. Consecuentemente con las medidas de velocidad, es ahora, el algodón 2 el que posee una mayor atenuación. La atenuación aumenta con la frecuencia, aunque no es posible determinar el tipo de dependencia, ya que las variaciones observadas no son mucho mayores que el rango de variación del error experimental.

Para el polyester la atenuación era mucho mayor, lo cual impedía el hacer un tratamiento estadístico de las medidas (recuerdese que el procedimiento de medida consistía en ir variando el espesor de la muestra), al medir a alta frecuencia. Por estos motivos, es por lo que no se presentan los resultados de dicho material. En concreto, para la frecuencia de 20.9 kHz se obtuvo una velocidad de propagación de 60 ± 5 m/s y una atenuación de 1900 ± 300 Np/m, para lo cual se emplearon muestras de entre 1 y 5 capas. Hay que tener en cuenta que el espesor de los tejidos de polyester es bastante mayor que el del algodón 2, en particular, la atenuación por capa a 20.9 kHz era para el algodón 1, el algodón 2 y el polyester de 0.36 Np, 0.44 Np y 0.63 Np respectivamente, con lo que se aprecia claramente que es el polyester el más absorbente, y por lo tanto para quien se pueden tomar un menor número de capas para conformar la muestra. Por este motivo el número de medidas que podían ser realizadas para el polyester, era mucho menor.

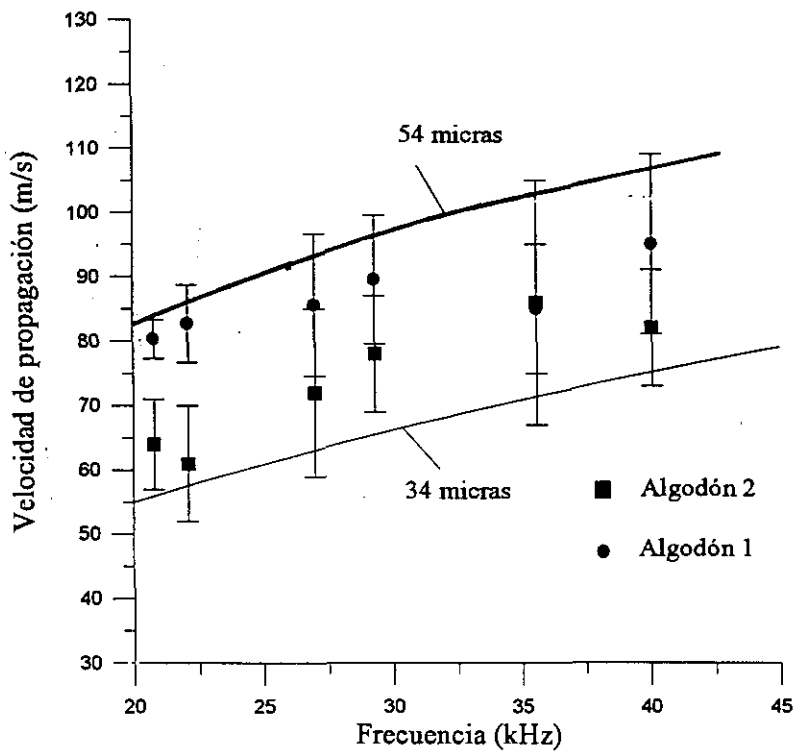


Figura 3.72.
Velocidad de propagación en el algodón 1 y 2 en aire.

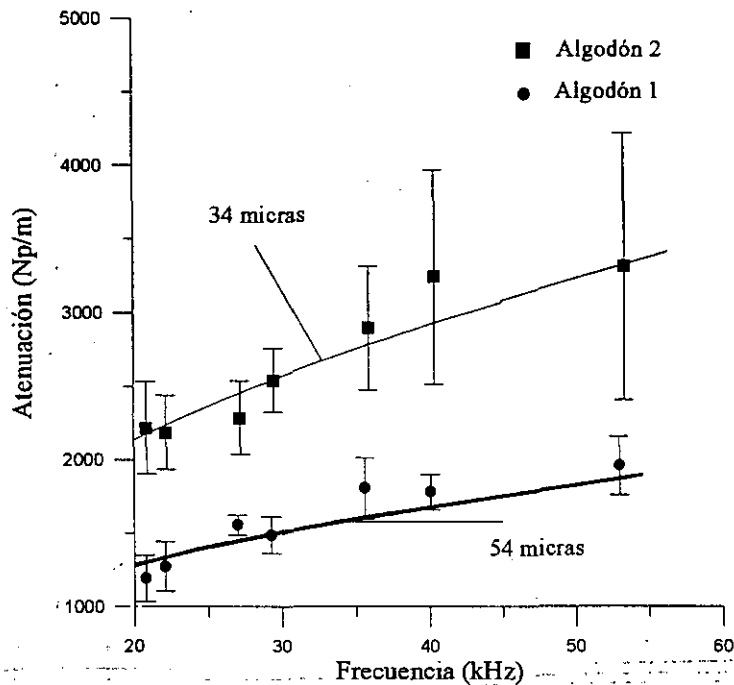


Figura 3.73.
Atenuación en el algodón 1 y 2 en aire.

En este caso, tejidos en aire, y vistos los resultados tanto de velocidad como de atenuación obtenidos, podemos afirmar, que lo único que se observa es el MLL. Como cabía esperar de las medidas presentadas en el apartado anterior (tejidos en agua) y de las predicciones teóricas desarrolladas en el capítulo segundo, en este caso, el MLR es completamente reflejado, de forma que el único modo que se

propaga es el MLL. Esto es confirmado tanto por los resultados de velocidad como por los de atenuación, los cuales denotan, claramente, que la propagación observada corresponde con el MLL. Esta técnica, para conseguir la observación del MLL ya fue empleada de forma exitosa por P. B. Nagy y L. Adler [13], quienes observaron la propagación de dicho MLL en una roca sedimentaria al ponerla en aire, habiendo sido imposible la detección de dicho modo en agua. Para estos autores, el problema de la dificultad de observación del MLL, se haya en el ruido que introduce el MLR en el canal de medida, de esta forma, dicho ruido oculta o camufla al MLL, siendo así su observabilidad muy difícil. Según ellos, la solución es, entonces, evitar la propagación del MLR, lo cual consiguen, de forma intuitiva, haciendo que éste sea completamente reflejado debido a un fuerte desacoplo de impedancias.

Por el contrario, y tras el trabajo tanto teórico como experimental que hemos desarrollado, podemos afirmar, que la observabilidad del MLL en el caso de trabajar en aire, no sólo es debido al ruido que puede introducir el MLR, como se afirmaba en [13], sino que al igual que el desacoplo de impedancias (entre fluido y sólido poroso) produce que el MLR sea completamente reflejado, el acoplo de impedancias produce que el MLL no sea generado, por lo que no es observable. De esta forma, el producir un fuerte desacoplo de impedancias, como hacen Nagy y Adler, produce no sólo la reflexión del MLR, y la consecuente disminución del ruido, sino también, una mayor generación del MLL con lo que las condiciones de observación mejoran notablemente, como también se ha podido observar a lo largo de este trabajo.

3.5. Dispersión (*scattering*) resonante de modos longitudinales. Medidas en inmersión para alta frecuencia

3.5.a. Introducción.

En esta sección mostraremos las medidas que se llevaron a cabo en inmersión acuosa, tanto para el mismo tipo de muestras con las que se había trabajado en las secciones 3.3 y 3.4, como para el caso de hilos que no conforman un tejido; pero en esta ocasión para frecuencias mucho más altas: en el rango de los MHz, en concreto, entre 2 MHz y 7 MHz.

A las frecuencias a las que ahora se va a trabajar, ya no es aplicable la teoría de Biot. Esto es debido a que, ahora, la longitud de onda no es mucho mayor que el tamaño medio del poro, sino que tiene unas dimensiones comparables, por lo que uno de los requerimientos fundamentales de dicha teoría no es satisfecho.

El motivo por el que se presentan estas medidas es para comparar los picos de absorción debido a una dispersión resonante (*resonance scattering*) que se observaron para el caso de un MLL con el que presenta una onda longitudinal que se propaga por un medio elástico y continuo y encuentra una discontinuidad, que sería el caso que se va a presentar ahora. De esta forma, podremos tener una idea más intuitiva de cómo se produce la dispersión del MLL por una inclusión, ya que vamos a compararla con un problema bien conocido. Se trabajará tanto con tejidos, como con hilos separados del tejido para poder separar el efecto del tejido del efecto de los hilos individualmente, y, finalmente, hilos de nylon. De esta forma se espera poder determinar si las resonancias son producidas por la microestructura del tejido, o por las dimensiones de los hilos.

Esta es la razón por la que se trabaja en el mencionado rango de frecuencia. Efectivamente, dentro de dicho rango es donde podemos obtener la relación $ka=1$ (k =constante de propagación, a =radio del dispersor), por lo que estaremos trabajando en un rango de ka similar al que se tuvo para el MLL.

En primer lugar, apartado 3.5.b, presentaremos el dispositivo experimental, las muestras y la técnica de medida que fueron empleados. En el apartado 3.5.c, se presentarán los resultados obtenidos para el caso de los tejidos, mientras que los resultados para los hilos se presentarán en 3.5.d.

3.5.b. Dispositivo y técnica experimental de medida.

Para la generación y recepción de las señales, se trabajó con 2 parejas de transductores de la marca Panametrics, de banda ancha, para inmersión, de frecuencias de resonancia situadas en: 2.25 MHz y 5 MHz. De esta forma se cubrió el rango de frecuencia entre 1 MHz y 7 MHz. Para la excitación de los transductores, así como para la adquisición y tratamiento de la señal, se emplearon las mismas técnicas que las descritas en la sección 3.2.

En la figura 3.74, se muestra el esquema experimental empleado para estas medidas. Este consistía de un soporte para la colocación de los transductores, el cual garantizaba tanto el que estuviesen enfrentados, como el paralelismo de las superficies. Las muestras, constituidas por un número variable de capas, se situaban en contacto con el transductor receptor, montadas en un soporte que impedía la formación de rugosidades. La distancia entre los transductores era de 11 cm, la necesaria para que las medidas fuesen realizadas fuera de la zona de campo próximo.

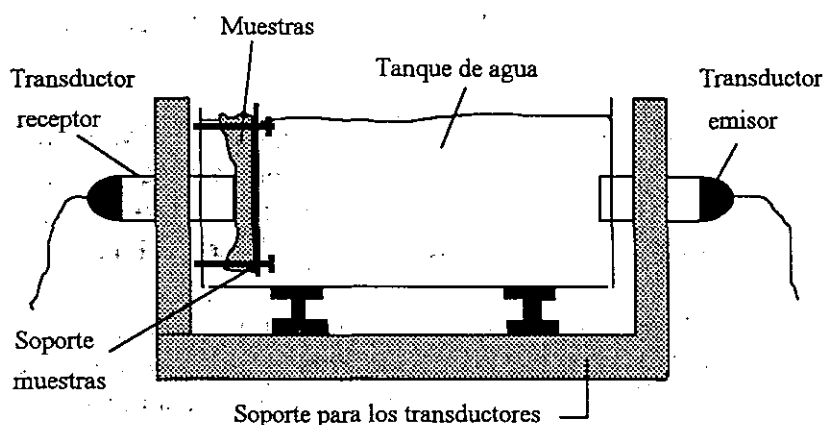


Figura 3.74

Muestra esquemática del sistema experimental.

Para estas medidas, se evitó la presencia de burbujas de aire, ya que lo que se buscaba era la detección de las resonancias asociadas a la microgeometría del tejido o a las dimensiones de los hilos. Las señales eran adquiridas para diferentes números de capas constituyendo la muestra (entre 10 y 20), de forma que podía medirse tanto la atenuación como la velocidad de fase.

Otro de los objetivos propuestos, como ya se mencionó en la introducción, era el estudiar a los hilos separadamente del tejido, para observar cuál es la influencia de éste en las resonancias observadas. Con este motivo se emplearon dos tipos distintos de muestras. Para las primeras, se extrajeron los hilos del tejido, y se fabricaron unas muestras, tal y como se presenta en la figura 3.75. Para las segundas, se emplearon hilos de nylon no porosos.

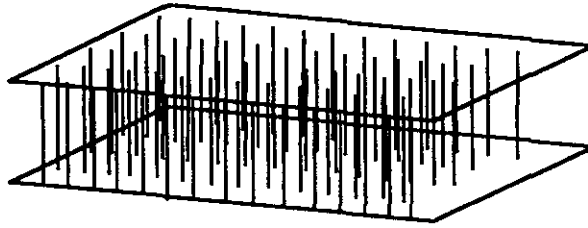


Figura 3.75.
Esquema de las muestras empleadas para el estudio de los hilos separadamente del tejido.

El motivo por el que se ideó un montaje de este tipo era para que los efectos de los hilos resultasen observables. Lo que se buscaba era poner un gran número de dispersores, de tal forma que sus efectos fuesen aditivos, y así más claramente observables. Así pues, y para conseguir este objetivo, la separación entre los hilos se determinó de tal forma que se pudiese considerar que los efectos de la dispersión producida por los hilos sobre el campo acústico fuese aditiva, es decir, que para el campo dispersado por cada hilo los demás hilos están situados en condiciones de campo lejano.

Para el análisis espectral, y el tratamiento de la señal, se empleó, para ambos tipos de muestras, las técnicas ya explicadas en la sección 3.2.

3.5.c Resultados experimentales.

Mostraremos, ahora, los resultados obtenidos para ambos tipos de muestras. Comenzaremos por los tejidos, cada una de las tres clases, y finalmente, estudiaremos los hilos. Para cada uno de los casos, mostraremos los resultados de velocidad de fase y atenuación, así como la desviación típica media.

3.5.c.1. Resultados experimentales para el algodón 1.

En la figura 3.76, se muestran los resultados de atenuación para el algodón 1 entre 1 MHz y 7 MHz. Para las medidas entre 1 MHz y 2.5 MHz se empleó la pareja de transductores de 2 MHz, mientras que para las frecuencias mayores se emplearon los transductores de 5 MHz. Puede apreciarse un claro pico de atenuación situado en los 2.76 MHz que, tras las medidas de velocidad, podrá ser relacionado con las dimensiones de los hilos. El error en la medida, para el caso de los transductores de 2 MHz, se sitúa entorno al 5% hasta valores de 2.4 MHz, mientras que para valores mayores que 2.6 MHz, el error aumenta, debido a los efectos del borde de la banda, y alcanza valores entorno al 10%, por lo que, para esas frecuencias, se emplearon los transductores de 5 MHz, para los que el error experimental se situaba en el 5% para el rango de frecuencia entre 2.5 MHz y 6.5 MHz.

En la figura 3.77, se muestran los resultados de velocidad de propagación en el algodón 1, obtenidos por medio del método del espectro de fases. Al igual que antes, hasta la frecuencia de 2.5 MHz se emplearon los transductores de 2 MHz, y para frecuencias superiores se emplearon los transductores de 5 MHz. En este caso, la dispersión de las medidas para los transductores de 2 MHz, toma valores más altos a baja frecuencia (a 2.5 MHz hay un 2.8%), mientras que por encima de 3.5 MHz se mantiene en torno al 1.3%. Para los transductores de 5 MHz, entre 4 MHz y 6.5 MHz, la dispersión de las medidas se mantiene en un 1.5%.

Tanto de los resultados de velocidad como de los de atenuación, puede observarse claramente, la aparición de una resonancia situada a 2.67 MHz. El origen de esta resonancia puede ser determinado si calculamos la constante de propagación (k) a dicha frecuencia, lo cual se obtiene directamente de las medidas de velocidad y frecuencia. En este caso el resultado es $k=1.054 \times 10^4 \text{ m}^{-1}$. De esta forma, el producto ka (siendo a el radio de los hilos, que son los dispersores -ver tabla 2.VI-) resulta ser: $ka=0.527$, con lo que parece que dicho pico de atenuación se debe a una dispersión resonante de los hilos. Otra posibilidad, sería considerar que dicha resonancia es producida por los nudos de la red, con lo que tendríamos una relación $ka=0.975$.

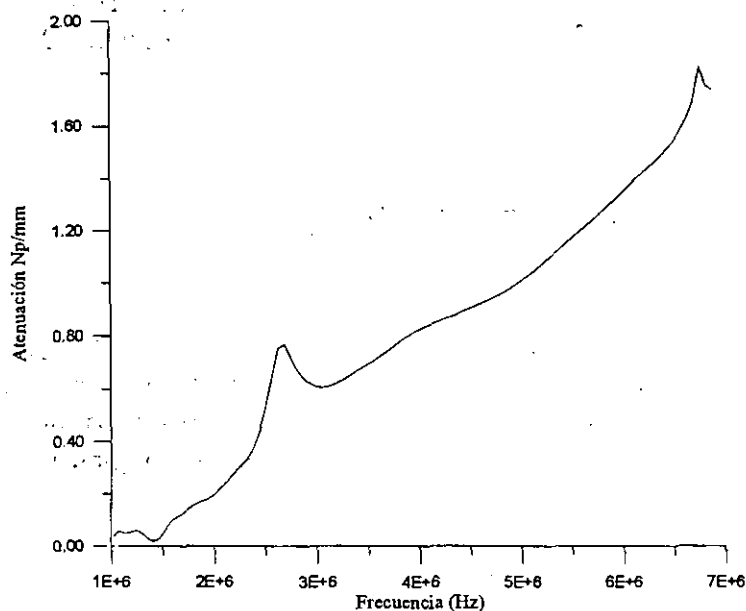


Figura 3.76.

Atenuación en el algodón 1 en función de la frecuencia
(1 MHz - 7 MHz).

Recordemos, ahora, que en el caso de la onda lenta, obteníamos una resonancia situada en una relación $ka=1.092$, donde se consideró que el dispersor eran los propios hilos, de donde se puede apreciar una clara diferencia entre el proceso de dispersión de un MLL, con respecto al que ahora se ha estudiado ahora, (hay un factor 2 de diferencia en las relaciones ka para un caso y otro) y que resulta mucho más conocido (con respecto a la dispersión en estructuras tipo malla, puede consultarse, por ejemplo, [30], [31] y [32]).

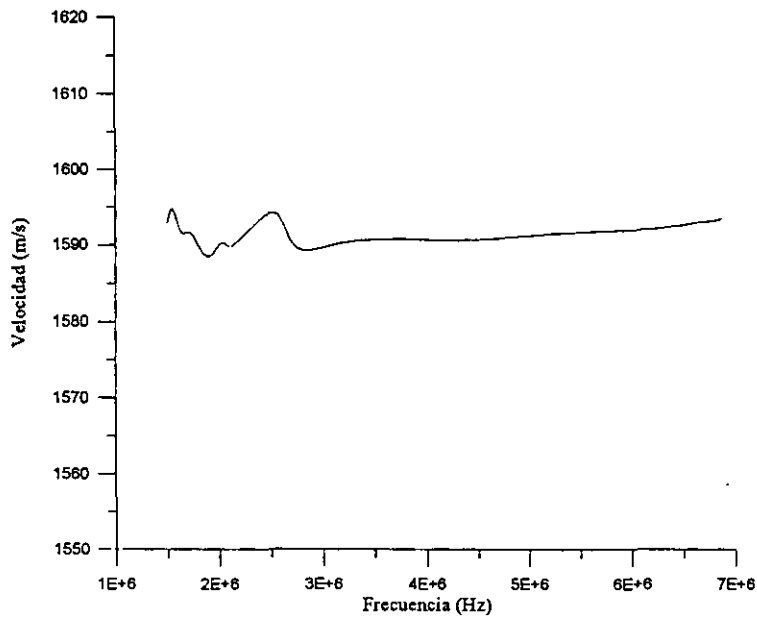


Figura 3.77.

Velocidad de propagación en el algodón 1 en función de la frecuencia. (1 MHz - 7 MHz)

3.5.c.2. Resultados para el algodón 2.

Mostraremos ahora los resultados obtenidos para el algodón 2. Recordemos que el material que compone el tejido es el mismo que en el caso del algodón 1, y que la única diferencia radica en la microestructura, siendo las dimensiones de poros e hilos menores en el caso del algodón 2 que para el algodón 1. Así mismo, también la porosidad toma valores menores en este caso.

En las figuras 3.78 y 3.79, se muestran los resultados de atenuación y velocidad de propagación respectivamente, para este tipo de muestras. Como en el caso anterior, la dispersión de las medidas de velocidad se haya entorno al 1%, mientras que para la atenuación, dicha dispersión, toma valores mayores, que se sitúan en torno al 5%.

Puede observarse claramente, la aparición de una resonancia a 4.78 MHz, lo cual, teniendo en cuenta los resultados de velocidad mostrados en la figura 3.79, supone una constante de propagación $k=1.818 \times 10^4 \text{ m}^{-1}$. Teniendo en cuenta que para el algodón 2 el diámetro de los hilos ($2 \times a$) es de 63 micras (ver tabla 2.VI), entonces, obtenemos que, en la resonancia, $ka=0.572$, relación muy semejante a la obtenida para el algodón 1. De igual forma que como se vió anteriormente, podemos considerar que los dispersores son los nudos de la red, entonces, y según la tabla 2.VI, la relación ka toma un valor de $ka=0.964$.

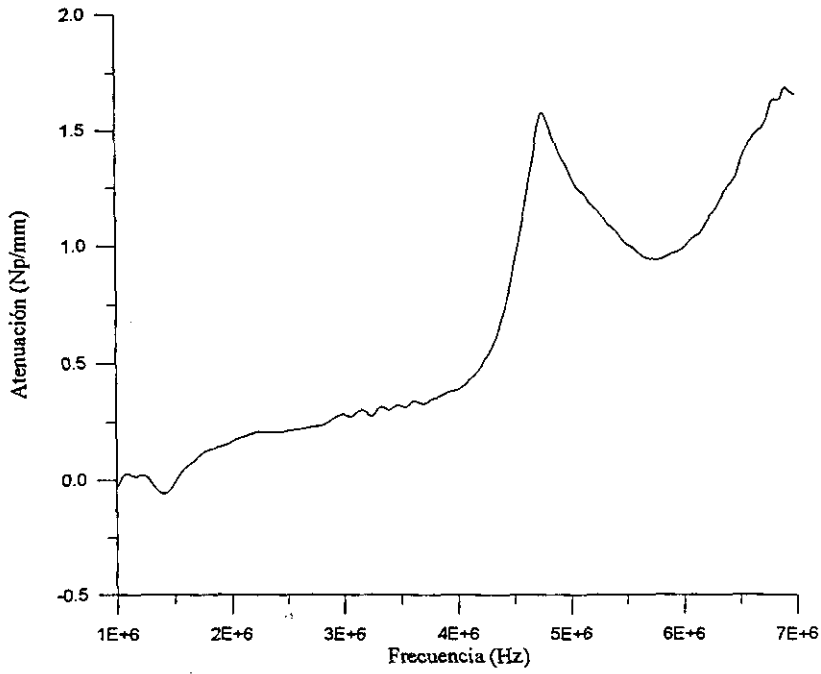


Figura 3.78
Atenuación en el algodón 2 en función de la frecuencia
(1 MHz - 7 MHz).

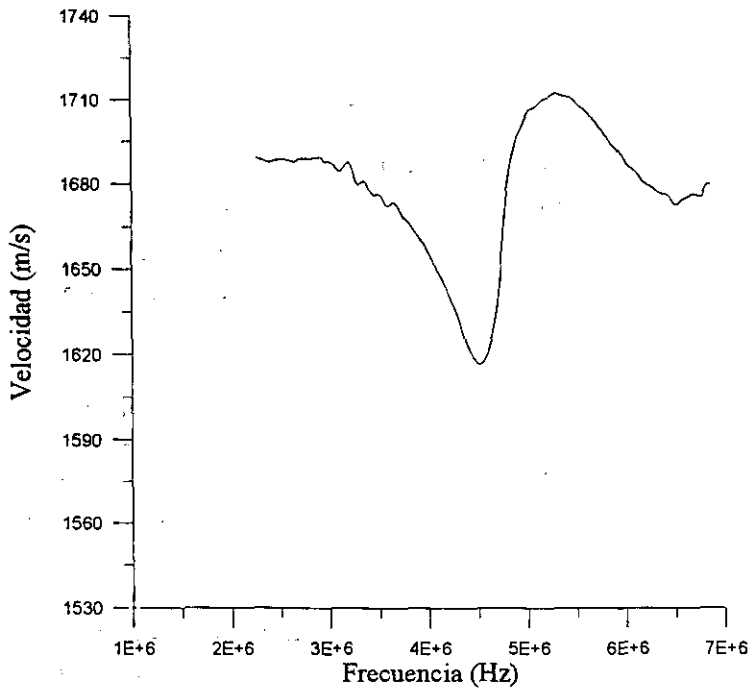


Figura 3.79.
Velocidad de propagación en el algodón 2 en función de la
frecuencia. (1 MHz - 7 MHz)

Como se recordará, para el caso del MLL en el algodón 2 no se mostró la aparición de ningún pico de absorción que se pudiese relacionar con la dispersión resonante asociada a la microestructura del tejido, ahora bien, el motivo es claro.

Efectivamente, si este caso siguiese la misma relación (en lo que a valores de k_a en la resonancia se refiere) que el que se acaba de estudiar (algodón 1), cabría esperar la aparición de un pico de absorción para el MLL en el algodón 2, entorno a 145 kHz. De esta forma, teniendo en cuenta que la banda de medida, como bien se sabe, sólo alcanzaba hasta los 120 kHz, entonces, este hecho confirma la no observación de ningún pico de absorción para el MLL asociado a la dispersión resonante por los hilos, ya que esto sucedería a frecuencia mayores.

3.5.c.3. Resultados para el polyester.

En las figuras 3.80 y 3.81, se muestran los resultados de atenuación y velocidad de propagación obtenidos para el caso del polyester.

En este caso, a diferencia de los anteriores, se puede apreciar la aparición de dos picos de atenuación uno a 2.91 MHz y otro a 3.86 MHz, lo cual proporciona unas relaciones k_a de 0.66 y de 0.9 respectivamente.

La explicación de la aparición de dos picos puede deberse a que en el caso del polyester, sea necesario considerar la presencia de dos tipos distintos de dispersores, los nudos de la red, y los hilos. En este caso, cada resonancia correspondería a un tipo distinto de dispersor, siendo entonces las relaciones k_a de 1.11 y 0.9 respectivamente. En el caso del algodón 2 esta segunda resonancia, asociada a los nudos de la red, estaría fuera del rango de medida, mientras que para el algodón 1, y según se puede apreciar de las fotografías mostradas en las figuras 2.6, 2.7 y 2.8, no es tan claro el que existan dos tipos diferenciados de dispersores, que pudiesen dar lugar a dos resonancias bien diferenciadas.

Otra posibilidad, para la explicación de los dos picos de absorción que exhibe el polyester, es la excitación de diferentes órdenes de dispersión (*scattering*) de un mismo dispersor, los hilos, que es lo que veremos que sucede en el caso que analizaremos a continuación, que se corresponde con el caso de los hilos aislados.

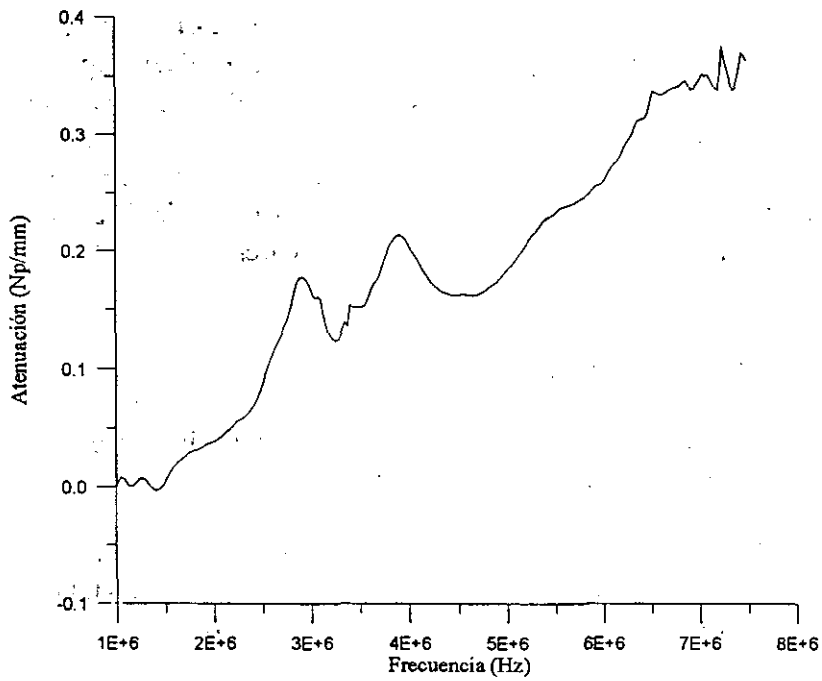


Figura 3.80.
Atenuación en el polyester en función de la frecuencia
(1 MHz - 7 MHz).

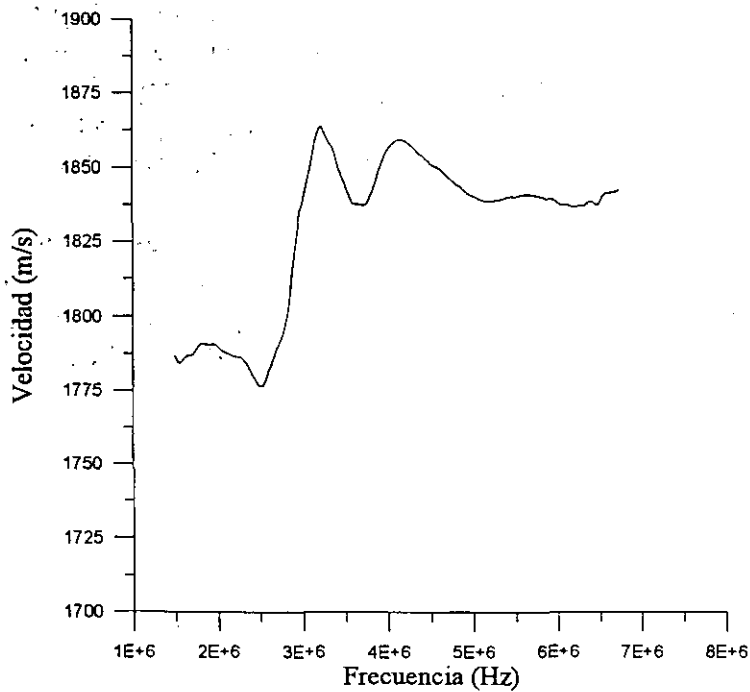


Figura 3.81.
Velocidad de propagación en el polyester en función de la
frecuencia. (1 MHz - 7 MHz)

3.5.c.4. Resultados para los hilos.

En este caso, las muestras eran las descritas en el apartado 3.5.b. donde los hilos empleados poseían un radio de 110 micras y eran hilos de nylon¹. Para este caso, sólo se emplearon los transductores de 2 MHz, pues con la banda proporcionada por éstos era necesario para cubrir el rango de ka que interesaba. En las figuras 3.65 y 3.66, se muestran los resultados de atenuación y velocidad de propagación obtenidos.

Se puede observar claramente, de las figuras 3.82 y 3.83, la aparición de dos resonancias asociadas a los hilos, situadas a frecuencias de 1.85 MHz y 2.93 MHz, lo cual supone unas relaciones ka de 0.84 y 1.34 respectivamente. La aparición de estos dos picos es perfectamente explicable mediante la teoría de la dispersión resonante (*resonance scattering*), ver p.e. L. Flax, G.C. Gaunard y H. Überall [31]. En particular, para un hilo de nylon, como el empleado, con una densidad de 1046 gr/cm^3 , una velocidad de propagación longitudinal de 1700 m/s y una velocidad de propagación transversal de 790 m/s , obtenemos que los órdenes de dispersión $n=2$ (cuadrupolo) y $n=3$, se hayan situados, según [33], en $ka=0.84$ y $ka=1.33$, lo cual supone un acuerdo muy bueno con lo que se ha medido experimentalmente, y que se ha presentado en las figuras 3.82 y 3.83

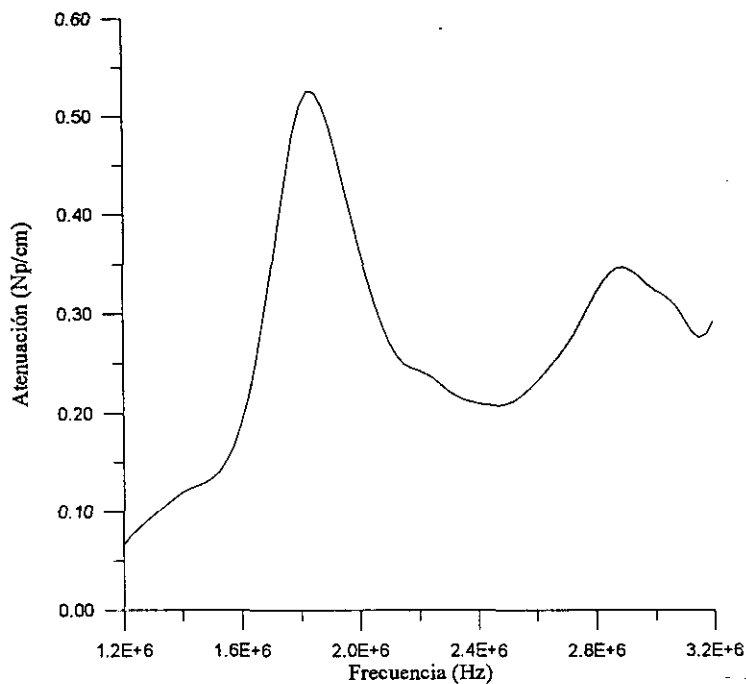


Figura 3.82.
Atenuación en la muestra constituida por hilos.
(transductores de 2.25 MHz)

¹Para los hilos extraídos de las muestras no se observó ningún tipo de resonancia en el rango de frecuencia en el que se ha trabajado, por lo que este resultado parece apuntar a que las resonancias en el tejido son producidas por la geometría de la malla y no por los hilos que la componen.

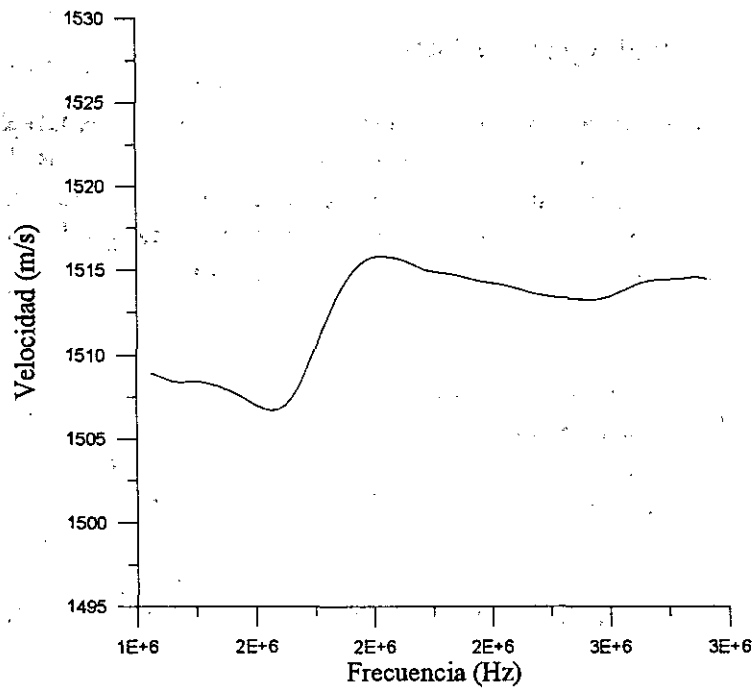


Figura 3.83.
Velocidad de propagación en la muestra de hilos.
(transductores de 2.25 MHz)

3.5.d. Comparación entre los diversos tipos de resonancias observadas.

Hasta el momento, hemos estudiado las resonancias asociadas a la microgeometría de las muestras para tres casos diferentes:

- a. A baja frecuencia (kHz) y para los tejidos, en el marco de la teoría de Biot, para el caso del MLL.
- b. A altas frecuencias (MHz) y para los tejidos, fuera del rango de aplicabilidad de la teoría de Biot, reproduciendo situaciones experimentales bien conocidas [30] y [31].
- c. A altas frecuencias (MHz) y para hilos sin conformar un tejido.

Los resultados obtenidos son diferentes en cada caso, lo cual revela diferencias en el modo en el que los procesos de dispersión son producidos. Entre b. y c. la diferencia viene dada por la microestructura de la muestra, en un caso tenemos un tejido y en el otro los hilos libres de interactuar. Por el contrario para los caso a. y b. se empleó el mismo tipo de muestra, mientras que la diferencia viene dada por el tipo de onda incidente, en el caso a. es el MLL de la teoría de Biot.

En la figura 3.84, se representan, sobre una regla de valores ka , la situación de los diversos picos observados, para las diversas situaciones, de forma que se puede hacer una comparación inmediata.

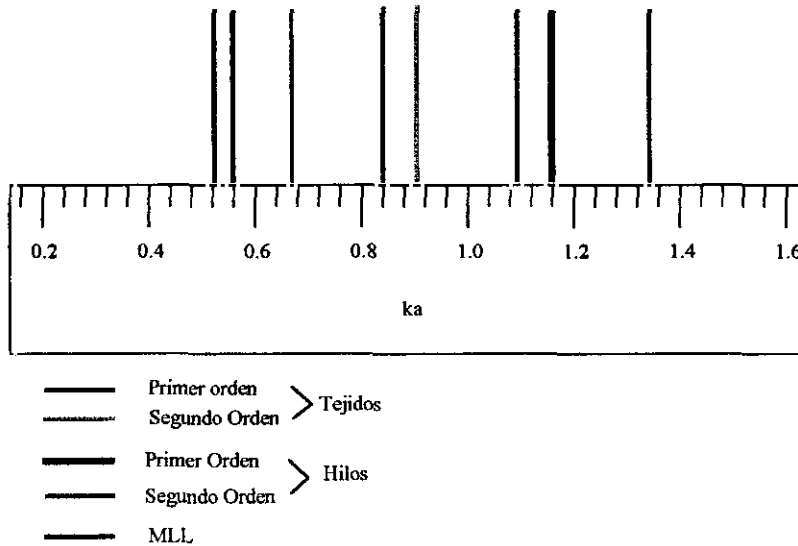


Figura 3.84.
Muestra esquemática de la comparación entre la ubicación de las distintas resonancias estudiadas.

Comparemos, en primer lugar, los casos b tejidos y altas frecuencias (negro y gris) y c hilos libres (verde). Puede observarse claramente, cómo las resonancias para el caso del tejido aparecen desplazadas hacia valores de ka más bajos, así como que también los distintos órdenes aparecen más próximos entre sí.

Por el contrario, de la comparación entre a. MLL (rojo) y b, apreciamos cómo las resonancias asociadas al MLL aparecen desplazadas hacia valores de ka mayores en comparación al caso de los hilos (c), y en una proporción semejante a la disminución experimentada en los valores ka por el caso del tejido en comparación al de los hilos, como ya se vió, para el caso del MLL, sólo se observa un orden de dispersión.

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that this is crucial for ensuring transparency and accountability in the organization's operations.

2. The second part of the document outlines the various methods and tools used to collect and analyze data. It highlights the need for consistent and reliable data collection processes to ensure the validity of the findings.

3. The third part of the document describes the results of the data analysis and the key findings. It identifies the main trends and patterns observed in the data, which provide valuable insights into the organization's performance and challenges.

4. The fourth part of the document discusses the implications of the findings and the recommendations for future actions. It suggests specific strategies and measures that can be implemented to address the identified issues and improve the organization's overall performance.

5. The fifth part of the document provides a conclusion and summarizes the key points of the report. It reiterates the importance of ongoing monitoring and evaluation to ensure that the organization remains on track and continues to improve its performance over time.

6. The sixth part of the document includes a list of references and sources used in the research. It provides a comprehensive overview of the literature and data sources that informed the analysis and findings of the report.

7. The seventh part of the document contains a list of appendices and supplementary materials. These materials provide additional details and data that support the findings and conclusions of the report.

Bibliografía para el capítulo 3°.

1. T. J. Plona. "Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies". Appl. Phys. Lett. 36 1980, 259-261.
2. J.G. Berryman. "Confirmation of Biot's theory". Appl. Phys. Lett. 37 1980, 382-384.
3. N.C. Dutta. "Theoretical analysis of observed second bulk compressional wave in a fluid in a fluid saturated porous solid at ultrasonic frequencies". Appl. Phys. Lett. 37 1980, 898-900.
4. D.L. Johnson. "Equivalence between fourth sound in liquid He II at low temperatures and the Biot slow wave in consolidated porous media". Appl. Phys. Lett. 37 1980, 1065-1067.
5. K. A. Shapiro e I. Rudnick. "Experimental determination of the fourth sound velocity in Helium II". Phys. Rev. 137 (5A) 1965, 1383-1391.
6. D.L. Johnson. "Probing porous media with superfluid acoustics". J. Phys. Condens. Matt. 2 1990, SA449-SA455.
7. D.L. Johnson. "Equivalence between fourth sound in liquid He II at low temperatures and the Biot slow wave in consolidated porous media." Appl. Phys. Lett. 37, 1980, 1065-1067.
8. M. Kriss e I. Rudnick, "Size effects in He II as measured by fourth sound. J. Low Temp. Phys. 3 (4), 1970, 339-357.
9. D.L. Johnson, T.J. Plona y H. Kojima. "Physics and chemistry of porous media". (Eds. J.R. Banavar, J. Koplik y K.W. Winkler) AIP, New York, 1987, 243-277.
10. P.N.J. Rasolofosaon. "Importance of interface hydraulic conditions on the generation of second bulk compressional wave in porous media". Appl. Phys. Lett. 52 (1), 1988, 780-782.
11. K. Attenborough. "On the acoustic slow wave in air filled granular media". J. Acoust. Soc. Am. 81 (1), 1987, 93-102.

12. J. F. Allard, C. Depollier y A. L'Esperance. "Observation of the Biot slow wave in a plastic foam of high flow resistance at acoustical frequencies". J. Appl. Phys. 59 (10), 1986, 3367-3370.
13. P. B. Nagy y L. Adler. "Slow wave propagation in air filled porous materials and in natural rocks". Appl. Phys. Lett. 56 (25), 1990, 2504-2506.
14. F. A. Boyle y N. P. Choritos. "Experimental detection of a slow acoustic wave in sediment at shallow grazing angles". J. Acoust. Soc. Am. 91, 1992, 2615-2619.
15. S. Gade H. Herlufsen. "Windows to FFT analysis". Sound and Vib. Instrumentation reference issue. Marzo 1988, 14-22.
16. D. W. Fitting y L. Adler "Ultrasonic spectral analysis for nondestructive evaluation". Plenum Press 1981, New York.
17. W. Sachse y H. Y. Pao. "On the determination of phase and group velocities of dispersive waves in solids". J. Appl. Phys. 49 (8), 1978, 4320-4327.
18. T. Pialucha, C. C. H. Guyott y P. Cawley. "Amplitude spectrum method for the measurement of phase velocity." Ultrasonics. 27, 1989, 270-279.
19. C. C. Lee, M. Lahham y B. G. Martin. "experimental verification of the Kramers-Kronig relationship for acoustic waves". IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control 37 (4) 1990, 286-294.
20. I. Gonzalez, F. Rodríguez, F. R. Montero y A. Ramos. "Electrical, vibrational and acoustic field testing of array transducers for ultrasonic cleaning". Acoustic sensing and probing, 4th Course of the international school on physical acoustics. 3-10 Octubre 1991, Erice (Italia). World Scientific Publishing. 257-266.
21. R. Lenormand. "Liquids in porous media" J. Phys.: Condens Matter 2, 1990, SA79-SA88.
22. T.E. Gómez, E. Riera y F. R. Montero. "Observation of a very slow ultrasonic bulk compressional wave in an inhomogeneous porous material". Ultrasonics. 32 (2) 1994, 131-140.
23. T. E. Gómez y E. Riera. "Biot's slow wave in porous materials I: Velocity dispersion measurements". Ultrasonics International 93 Conference Proceedings. pp 351-354. (ed. Butterworth-Heinemann). Viena 3-10 Julio 1993
24. T. E. Gómez y E. Riera, "Biot's slow wave in porous materials II: Resonant scattering phenomena". Ultrasonics International 93 Conference Proceedings. pp 845-848. (ed. Butterworth-Heinemann). Viena 3-10 Julio 1993
25. T. E. Gómez y E. Riera. "The generation of the Biot's slow wave in a fluid-porous solid interface. Influence of impedances mismatch". Journal de Physique IV. Mayo 1994.

26. L. Elvira y E. Riera. "Study of the nearfield radiated by stepped plate ultrasonic transducers in air". Ultrasonics International 93 Conference Proceedings, pp 351-354. (ed. Butterworth-Heinemann). Viena 3-10 Julio 1993.
27. L. Elvira, I. Gonzalez y E. Riera. "Distribución de campo acústico en una cavidad resonante (I)". XXIV Reunión Bienal de la R.S.E.F. Jaca (Huesca) Sept. 1993. AC6
28. T. E. Gómez, L. Elvira y E. Riera. "Propagación ultrasónica en un medio poroso de tipo fibroso en aire: Detección de la onda lenta de Biot". XXIV Reunión Bienal de la R.S.E.F. Jaca (Huesca) Sept. 1993. AC7.
29. J. L. San Emeterio, J. A. Gallego y G. Rodriguez. High axisymmetric modes of vibration of stepped circular plates. *J. Sound and Vib.* 114 (3) 1987.
30. E. Riera y J. A. Gallego . "Ultrasonic velocity and attenuation measurements in fabric-reinforced composites", 12th International Congress on Acoustic, Toronto (Canadá), Julio 1986, vol. II, G6-2.
31. J. A. Gallego y E. Riera. "Studio sperimentale sulla propagazione degli ultrasuoni nei materiali compositi di fibra di carbonio" Acta del Convegno AIA, 1986.
32. F.R. Montero de Espinosa. "Metallic mesh as components on multilayer ultrasonics transducers" *Ultrasonics Int. Conf. Proc.* 1989. 622-627
33. L. Flax, G.C. Gaunaurd y H. Überall. "Theory of resonance scattering". *Physical Acoustics*. vol. XV. Editor: W.P. Mason.



Conclusiones

Conclusiones.

El objetivo de este trabajo ha sido la realización de un estudio sobre la propagación de las ondas longitudinales de Biot en el interior de un material poroso trifásico y de la interacción en las discontinuidades con un medio elástico y continuo, en particular, de los procesos de reflexión, transmisión y dispersión (*scattering*). Una vez alcanzado el final, y a modo de conclusiones, queremos señalar los siguientes puntos:

1. Como contribuciones más importantes a la comprensión teórica de los diferentes fenómenos involucrados en la propagación de una onda acústica en el seno de un material poroso, trifásico e inhomogeneo, hay que subrayar que:

a) Se ha establecido un procedimiento teórico que permite el cálculo de las constantes elásticas de un medio poroso anisótropo. Esto se consigue para materiales de geometría simple, para los que es posible establecer un isomorfismo entre las ecuaciones de Biot y las ecuaciones de continuidad para dicho material. Este aspecto resulta importante, ya que gran cantidad de los materiales estudiados en el marco de la teoría de Biot no pueden ser considerados como isótropos, y hasta ahora la caracterización mecánica del medio poroso era hecha por medio de métodos aproximados. Gracias a este desarrollo, la aplicación de la teoría a casos en los que el sólido poroso no puede ser considerado como isótropo no requiere, ahora de la inclusión de parámetros no calculables, que deben ser ajustados de forma experimental, sino que puede ser hecho de forma directa.

b) Se ha desarrollado un modelo teórico para el estudio de los fenómenos de reflexión y transmisión en una discontinuidad medio elástico poroso - medio elástico continuo. Esto se ha hecho de una forma original con respecto a como este problema había sido abordado hasta ahora, de forma que se ha obtenido un planteamiento más general, que para ciertos casos particulares se reduce a las aproximaciones normalmente empleadas hasta ahora (poro abierto o cerrado), pero que para otros casos más genéricos, es capaz de proporcionar una solución.

Gracias a este procedimiento, es posible determinar la cantidad en la que cada uno de los modos es generado en la intercara, como función de las características de cada una de las fases y de los acoplamientos mutuos entre ambas, de forma que se pudo determinar, de forma genérica, que el desacoplo de impedancias entre ambas fases debe ser alto para que el MLL sea generado, al menos, en el tipo de materiales estudiados.

c) Por último, y gracias a los conocimientos desarrollados en b), se abordó el problema de la dispersión de una onda de Biot por una discontinuidad esférica presente en el seno de un medio poroso. Este desarrollo permite abordar de una forma nueva y más precisa los problemas de dispersión (*scattering*) de una estructura porosa, o de una inclusión elástica y continua en el seno de una matriz porosa.

Se contemplaron diversos tipos de discontinuidades y se estudió el efecto del acoplamiento entre los distintos modos longitudinales sobre la dispersión (*scattering*) de cada uno de ellos. Cuando las velocidades de propagación de ambos modos son próximas entre sí, aparecen agudas resonancias en las secciones eficaces de dispersión, asociadas a resonancias geométricas de los dispersores, y originadas por el acoplamiento entre ambos modos longitudinales. A medida que las velocidades de propagación de ambos modos se van haciendo más diferenciadas, dicho acoplamiento entre ambos modos longitudinales disminuye, con lo que las secciones eficaces se aproximan a las obtenidas mediante la teoría clásica de la dispersión.

2. Como resultados experimentales más relevantes, tanto como verificación de los resultados teóricos previamente obtenidos, como en lo referente a observaciones que no habían sido realizadas con anterioridad por otros autores, queremos señalar:

a) La primera de las contribuciones de este trabajo, en el mencionado aspecto experimental, es la detección de los dos diferentes modos de propagación longitudinal, predichos por Biot, en el interior de los medios porosos estudiados. Para el MLR la velocidad de propagación medida variaba, según los casos, entre 100 m/s y 1500 m/s, mientras que para el MLL, se situaba entre 25 m/s y 31 m/s

La importancia de estas observaciones radica no sólo en dicha detección de la doble propagación longitudinal, sino también en el hecho de que las muestras eran medios trifásicos (agua-aire-sólido), materiales en los que observaciones de este tipo no habían sido previamente realizadas.

b) La influencia del contenido de aire (presencia de burbujas en los poros del tejido) fue analizada en detalle, de forma que pudo determinarse de forma experimental, ya se había hecho de forma teórica, la influencia de las propiedades mecánicas del fluido en la generación de los diversos modos longitudinales. Pudo observarse que en función del contenido de gas, era posible observar la propagación bien de sólo uno de los dos modos longitudinales (MLR o MLL) o bien de ambos modos. De estas medidas pudo determinarse que el desacoplo de impedancias de sólido a fluido para que el MLL sea suficientemente generado en la interfase fluido-medio poroso, para este tipo de muestras, debe ser alto, debiendo situarse el coeficiente de reflexión por encima del 0.7.

fluido en vez de agua fuese aire. El MLL pudo ser claramente observado (con una velocidad de propagación entre 70 m/s y 80 m/s), y los resultados previos verificados. Por el contrario el MLR no fue detectado, debido ésto al fuerte desacople de impedancias que se da para este caso.

d) La presencia de burbujas en el interior de la muestra (para el caso de medidas en inmersión acuosa) introdujo fuertes efectos viscoelásticos, cuya influencia sobre ambos modos de propagación pudo ser claramente observada. Se pudo comprobar, tal y como se había predicho teóricamente, que la presencia de burbujas introducía una resonancia, que es más claramente observable en el MLR que en el MLL.

e) Mediante el análisis espectral de cada uno de los dos pulsos asociados a la propagación de los dos diferentes modos de Biot en el interior de las muestras, se pudieron detectar resonancias en el espesor, lo cual permitía el cálculo de la velocidad de propagación de uno de los dos modos a partir de medidas en el coeficiente de transmisión para el otro modo, empleando el método del espectro de amplitudes.

f) Mediante el análisis espectral del MLL se pudo determinar la aparición de agudas resonancias asociadas a la microgeometría de las muestras. Estas resonancias en el MLL no habían sido detectadas con anterioridad por ningún otro autor y en ningún otro tipo de muestras y son las que inician el estudio teórico de la dispersión de ondas de Biot en el seno de un medio poroso.

Estas resonancias fueron comparadas con las que se pueden observar a frecuencias de varios MHz, tanto para el mismo tipo de muestras, como para el caso de hilos aislados, y que han sido ampliamente estudiadas, tanto en nuestros laboratorios, como por diversos autores.

3. Con respecto a las posibles aplicaciones futuras de este trabajo, cabe destacar:

a) La aplicación del modelo desarrollado, el cual permite predecir la observabilidad o no de la propagación de ambos modos longitudinales en el interior de un material poroso, facilita la labor experimental y permite determinar las condiciones de trabajo en las que se podrán observar ambos modos, o sólo uno, y en este caso cuál de los dos será. Este desarrollo ha sido aplicado en el apéndice III a dos situaciones experimentales diferentes, dando buena cuenta del comportamiento observado.

En particular, las conclusiones del presente trabajo han sido empleadas en la determinación de las condiciones de trabajo en las que el aprovechamiento de la energía ultrasónica para el lavado de textiles resulta óptima. Estas se refieren a estado del fluido, importancia de la generación de modos, influencia viscoelástica de la presencia de burbujas de aire, y rango de frecuencia más adecuado para el trabajo.

Por otro lado, la aplicación de este modelo aquí desarrollado y de los resultados obtenidos pueden ser empleados en la mejora del diseño de absorbentes acústicos, ya que al conocerse la cantidad de energía transmitida a cada modo en función de las propiedades del material, se pueden variar éstas de tal forma que se intente conseguir que en la transmisión al material poroso se produzca por medio del modo más atenuado (normalmente el MLL).

Igualmente interesante resulta la aplicación de este modelo para la determinación de la posibilidad de detección del MLL en aquellos casos en los que, debido a la información que se busca obtener, es mejor caracterizar el material poroso por medio del MLL que del MLR. Esta información se refiere, fundamentalmente, a parámetros como la tortuosidad, o a las características del fluido que satura la estructura porosa, o el módulo de compresibilidad de dicha estructura. En particular, esto puede resultar de interés en el campo de las aplicaciones médicas: en la caracterización de huesos (determinación del módulo de Young del hueso e influencia de las características del fluido sobre los resultados).

b) El desarrollo de una nueva teoría de la dispersión (*scattering*) en el seno de un medio poroso, abre la posibilidad de estudiar estos problemas en los casos en los que un material poroso se encuentra involucrado, ya sea como matriz o como dispersor.

En particular, de especial interés puede resultar la aplicación de estas técnicas para el estudio y desarrollo de técnicas de ensayos no destructivos en nuevos materiales. Materiales de tipo *composite*, y de forma más inmediata en los que uno de los componentes es de tipo fibroso (fibra de carbono, kevlar, polyester, etc.).

De igual forma, podría aplicarse, a la caracterización de fondos marinos, y con especial utilidad en el caso del estudio de la retrodispersión (*backscattering*) de objetos sólidos inmersos en un fondo sedimentario de tipo poroso, ya que en este caso el problema responde, de forma directa, al planteamiento desarrollado en el capítulo 1°.

En conclusión, podemos decir que el trabajo aquí desarrollado supone una profundización en la comprensión de los fenómenos que tienen lugar en la propagación de una onda acústica en el seno de un material poroso. Se ha prestado especial interés a algunos de los aspectos tanto teóricos como experimentales que permanecían más oscuros. Estos son: la generación de los dos modos longitudinales de Biot en una discontinuidad, la influencia de las propiedades de los componentes del medio en dicha generación de modos, la influencia de los fenómenos viscoelásticos en la propagación de ambos modos y, por último, la forma en la que los diferentes modos son dispersados por una discontinuidad en el seno de un medio poroso. Se ha logrado visualizar algunos de los aspectos experimentales más oscuros de la teoría, así como también se ha logrado un buen acuerdo teórico-experimental.

Apéndice I.

Glosario de símbolos.

a = radio del dispersor; radio del hilo

a_b = radio (del poro) de Biot

$A = \lambda + M(\zeta - f)^2$ = coeficiente elástico de Biot

A_i = amplitud de la presión acústica incidente en el fluido (sección 1.4)

$A_{L,R}^{S,F}$ = amplitud de la presión acústica transmitida correspondiente al modo lento (o rápido) en el sólido (o fluido)

$A_{R,L}^T$ = amplitud de la presión acústica transmitida correspondiente al modo lento (o rápido) en el fluido

A_t = amplitud de la presión acústica transmitida en el medio elástico (sección 1.4)

$b = \mu f^2 / k$ = resistencia al flujo.

B = amplitud de la presión acústica reflejada en el fluido (sección 1.4)

$B_{R,L}$ = amplitud de la presión acústica reflejada correspondiente al modo lento (o rápido) en el interior del medio poroso (sección 1.4)

$c = c_f$ = velocidad de propagación del sonido en el fluido (o en la muestra)

$C = \zeta.M$ = coeficiente elástico de Biot

\bar{C} = operador C (incluye fenómenos viscoelásticos)

C_b = compresibilidad empaquetada

C_p, C_v = calor específico del gas a presión y volumen constante

C_s = compresibilidad de la estructura

d = espesor de la muestra fibrosa (apartado 2.2.d.2.)

D = función disipación en el interior del medio poroso

e = dilatación de la estructura

e_{ij} = tensor deformaciones ($\gamma_z = e_{xy}; \gamma_y = e_{xz}; \gamma_x = e_{yz}$)

e_{ij} = tensor deformaciones caso anisótropo ($\gamma_{yz} = Le_{yz}; \gamma_{zx} = Le_{zx}; \gamma_{xy} = Ne_{xy}$)

E = módulo de Young

E^* = módulo de Young efectivo del tejido

E_b = módulo de Young del tejido (modelo de contacto)

$E_e = (1 - f_o)E$ = módulo de Young de la estructura

E_L = módulo de Young del sólido en la dirección del eje de simetría (medio poroso anisótropo)

E_T = módulo de Young del sólido en dirección transversal al eje de simetría (medio poroso anisótropo)

f = porosidad; frecuencia onda incidente; porosidad medio deformado

$f(\theta)$ = amplitud de dispersión en campo lejano

f_i = fuerzas sobre la fase sólida

f_o = frecuencia de resonancia; porosidad medio no-deformado

F = coeficiente elástico de Biot

F_i = fuerzas sobre el fluido

$$F_{L,R} = \Phi_{L,R} \frac{Z_{L,R}^F}{Z_{L,R}^S}$$

$$g = \frac{3}{4\pi^2 \rho (R_o f_o)^2} = \text{coeficiente (apartado 1.2.f.1)}$$

G_n, G_u = módulo de cizalla (medio poroso anisótropo)

h_m = función esférica de Hankel de segunda clase y orden m

$H = \lambda_c + 2\mu$ = coeficiente elástico de Biot

i, s, q = subíndices referentes al campo incidente, dispersado y que penetra en el dispersor (sección 1.5)

I_1, I_2, I_3 = invariantes espaciales de primer, segundo y tercer orden de un tensor de tercer orden.

j_m = función esférica de Bessel de orden m

k = permeabilidad

k_d = número de onda para la propagación en el interior del dispersor (sección 1.5)

$k_{L,R}$ = número de onda del modo lento (o rápido)

K = cte propagación longitudinal; factor de estructura; módulo de compresibilidad del tejido

$K_b = 1 / C_b = 1 / (\lambda + 2 / 3\mu)$ = módulo de compresibilidad de la estructura

$K_f = \rho_f c^2 = \rho_f^o c_f^2$ = módulo de compresibilidad fluido

$K_s = 1 / C_s = (1 - \zeta) K_b$ = módulo de compresibilidad del sólido

l = espesor de una lámina de material poroso (sección 1.4); número de onda (k o κ según corresponda) (sección 1.5); longitud del hilo (en zona rectilínea) (apartado 2.2.d.2.)

L = coeficiente elástico de Biot;

$m = \sin\theta$; (capítulo 2°) orden de la resonancia (capítulo 3°)

M = coeficiente elástico de Biot

MLL = modo longitudinal lento en el medio poroso

MLR = modo longitudinal rápido en el medio poroso

MT = modo transversal en el medio poroso

$n = \cos\theta$

$N = \mu$ = coeficiente elástico de Biot: módulo cizalla estructura porosa

n_j = componente vector unitario normal al plano j

n_o = número de dispersores por unidad de volumen

P = coeficiente elástico de Biot: módulo compresibilidad sólido afectado factor de corrección debido al fluido

p_f = presión hidrostática en el fluido

P_f = presión acústica en el fluido

$p_f^* = c^2(\rho_f^d - \rho_f^o) = c^2 \Delta \rho_f^d$ = fluctuaciones de presión en el fluido en condiciones isentrópicas

P_m = polinomio de Legendre de orden m

P_{me} = presión acústica en el medio elástico (sección 1.4)

P_t = presión acústica transmitida en el medio poroso (sección 1.4)

P_x = presión sobre los planos de la muestra fibrosa (apartado 2.2.d.2)

$P_{1,2,3}$ = campo de presión acústica antes, en el interior y detrás del medio poroso (sección 1.4)

$Q = f(\zeta - f)M$ = coeficiente elástico de Biot: factor acoplamiento mecánico.

Q_c = módulo elástico del material compuesto (apartado 2.2.d.1)

Q_f = módulo elástico del material fibroso (apartado 2.2.d.1)

Q_m = módulo elástico de la matriz (apartado 2.2.d.1)

q_x, Q_x = coordenadas Lagrangianas (capítulo 1°)

r = distancia al origen (en coordenadas esféricas) (sección 1.5); radio de los hilos

r, θ, φ = coordenadas polares

$R = f^2 M$ = coeficiente elástico de Biot (capítulo 1°); radio de curvatura del hilo (apartado 2.2.d.2);

R_o = radio de burbuja (apartado 1.2.f.1)

$s = s_o e^{i\alpha x}$ = campo de desplazamientos correspondiente a onda monocromática;

S = entropía

S_{ij}^n = matriz de deformabilidad de un segmento infinitesimal de hilo (apartado 2.2.d.2)

T = energía cinética (coord. lagrangianas) (capítulo 1°)

$[T]$ = tensor de deformabilidad de las fibras

U = energía elástica por unidad de volumen almacenada en el sólido

u_x, u_y, u_z = componentes vector desplazamiento para la matriz sólida

U_x, U_y, U_z = componentes vector desplazamiento para el fluido

$\dot{u}_x, \dot{u}_y, \dot{u}_z$ = componentes vector velocidad para la matriz sólida

$\dot{U}_x, \dot{U}_y, \dot{U}_z$ = componentes vector velocidad para el fluido

V_d^s = volumen estructura sólida deformada

V_o^s = volumen estructura sólida sin deformar

V_f^d = volumen de fluido en el estado deformado

$V_r = V_1$ = velocidad del MLR

$V_l = V_2$ = velocidad del MLL

x, y, z = coordenadas cartesianas

\bar{w} = variación de contenido de fluido en la matriz sólida porosa

W = energía elástica libre/unidad de volumen

Z_o = impedancia acústica específica del fluido

Z_{FS} = impedancia de flujo en la superficie (sección 1.4 y apéndice II)

$Z_{L,R}^{S,F}$ = impedancia acústica específica del modo lento (o rápido) en el sólido (o fluido)

Z_m = impedancia acústica específica del medio elástico

1,2,3 = sistema de coordenadas del hilo (apartado 2.2.d.2)

α = tortuosidad; contracción (o acercamiento) entre los centros de las fibras (apartado 2.2.d.2)

$$\beta = \frac{(1 - f_o) \rho_f^o c_f^o 2(1 + \nu)}{f_o E / (1 - 2\nu)} \quad (\text{sección 1.3})$$

β = constante de propagación

γ = sección eficaz de dispersión

δ = cte. de amortiguamiento (apartado 1.2.f.1)

$\varepsilon = \text{div} \bar{U}$

$\zeta = \text{div} [f(\bar{U} - \bar{u})]$ = flujo de fluido que fluye hacia adentro (o afuera) de la matriz sólida porosa

Θ = variable

θ = ángulo de rotación del cambio de sistema de referencia en las fibras

κ = cte propagación transversal

λ = coeficiente isoterma de Lamé

$\lambda_c = \lambda + \zeta^2 M$ = coeficiente adiabático de Lamé

$\lambda_{1,2}$ = fracción de longitud de las zonas rectilínea y curvilínea de la fibra (apartado 2.2.d.2)

μ = viscosidad del fluido = segundo coeficiente de Lamé

ν = coef. Poisson

ν_f = velocidad del fluido; fracción de volumen de fibra en el material compuesto

ν_r = coeficiente de Poisson para el tejido (modelo de contacto)

$\nu_n; \nu_h$ = coeficientes de Poisson del medio poroso anisótropo

ξ = sinusoidad

Π = parte transversal de la onda de presión en una inclusión

Π_s = onda transversal dispersada por una inclusión esférica

$\rho_f = \rho_f^o$ = densidad fluido sin deformar

ρ_f^d = densidad del fluido en el estado deformado

ρ_s = densidad sólido

ρ_{11} = densidad de la matriz sólida

ρ_{22} = densidad del fluido en los poros

$\rho_{12} = \rho_f f_o (1 - K)$ = acoplamiento inercial

σ = coef. tensión superficial

σ = fuerza sobre el fluido

σ_{ij} = fuerza sobre cada cara del sólido

ζ = coeficiente elástico de Biot

τ_{ij} = tensor de tensiones

ϕ_m = espectro de fase de la señal transmitida (capítulo 3°)

ϕ_r = espectro de fase de la señal de referencia (capítulo 3°)

$\Phi_{L,R}$ = relación entre velocidades en un punto de la estructura sólida y de la fase fluida para el modo lento (o rápido)

$\bar{\chi} = \bar{K}_f$ = operador compresibilidad del fluido

Ψ = parte longitudinal de la onda de presión en una inclusión

Ψ_s = onda longitudinal dispersada por una inclusión esférica

ω = frecuencia angular

$\bar{\omega} = rot(\bar{u})$

Ω = volumen de medio poroso limitado por una cierta superficie (S)

$\bar{\Omega} = rot(\bar{U})$

Apéndice II

Condiciones de contorno en la superficie de separación entre un fluido y un sólido poroso.

II.1. Introducción.

Como ya se ha comentado en la exposición realizada en la sección 1.4, la resolución del problema de la interacción de una onda acústica con una discontinuidad entre dos medios de los cuales al menos uno de ellos es un sólido poroso, requiere una descripción adecuada de las condiciones de contorno macroscópicas que se deben emplear.

La diferencia entre un medio poroso (en el rango de aplicabilidad de la teoría de Biot) y un medio elástico y continuo radica en la aparición (para el caso del medio poroso) de un grado de libertad adicional, que se manifiesta por medio de un modo longitudinal de propagación extra. Dicho grado de libertad adicional requiere la consideración de una ecuación de continuidad más, aparte de las dos que se emplean convencionalmente (continuidad en los campos de presiones y velocidades normales a la interfase), lo cual permite, entonces la resolución del problema de la interacción de una onda acústica con la superficie de un medio poroso.

Dicha condición de contorno adicional es obtenida por diversos autores¹ considerando que la discontinuidad (a través de la superficie de separación entre el medio poroso y el fluido libre) en la presión de fluido es proporcional al flujo relativo de fluido adentro o afuera de la estructura porosa. La constante de proporcionalidad se denomina impedancia de flujo en la superficie, y es un parámetro no calculable, y que es ajustado experimentalmente según las condiciones de trabajo.

En este apéndice mostraremos, cómo las expresiones (1.101) empleadas en la sección 1.4 son equivalentes al modelo desarrollado con tres condiciones de contorno, calcularemos la equivalencia entre los parámetros Λ^p y Λ^v y el parámetro introducido por la teoría clásica: la impedancia de flujo en la superficie (Z_{FS}). Así mismo analizaremos las consecuencias que tiene la suposición (1.102), y calcularemos el valor de la impedancia de flujo en la superficie que hace buena dicha

¹Ver p.e. S. Feng y D.L. Johnson: J. Acoust. Soc. Am. 74 (3), 1983, 906-914.

aproximación, demostrando también que en los casos extremos de porosidad cero o uno se reproducen los casos de poro abierto o poro cerrado, ya analizados por otros autores.

II.2. Condiciones de contorno.

Seguiremos ahora el planteamiento de S. Feng y D. L. Johnson. Las condiciones de contorno son:

1. Continuidad en la presión total en la superficie.
2. Conservación del volumen de fluido (continuidad en velocidades de desplazamiento).
3. Proporcionalidad entre la discontinuidad en la presión y el flujo relativo de fluido a sólido en la interfase del medio poroso.

Consideremos una onda plana que se propaga por un fluido libre y que incide, normalmente, sobre la superficie de un medio poroso. Sean los campos de presiones en ambas regiones del espacio los determinados por:

$$P_f = A_T e^{i(kx - \omega t)} + B e^{-i(kx + \omega t)} \quad (\text{II.1})$$

en el fluido y:

$$P_t = A_R e^{i(k_R x - \omega t)} + A_L e^{i(k_L x - \omega t)} \quad (\text{II.2})$$

en el medio poroso.

Supongamos que la superficie de separación entre ambos medios se situa en $x = 0$, de esta forma las condiciones de contorno se pueden expresar como:

$$1. \quad A_T + B = A_R + A_L \quad (\text{II.3})$$

$$2. \quad \frac{A_T - B}{Z_0} = f \frac{A^F}{Z^F} + (1 - f) \frac{A^S}{Z^S} \quad (\text{II.4})$$

$$3. \quad (A_T + B) - (A_R^F + A_L^F) = Z_{FS} f \left(\frac{A^F}{Z^F} - \frac{A^S}{Z^S} \right) \quad (\text{II.5})$$

La tercera condición de contorno la podemos escribir como:

$$A_i + \left[B - Z_{FS} f \left(\frac{A^F}{Z^F} - \frac{A^S}{Z^S} \right) \right] = A_R^F + A_L^F \quad (\text{II.6})$$

Consideremos, ahora, la primera condición de contorno, (II.3), la cual puede ser escrita como:

$$(1-f)A_i + fA_i + (1-f)B'' + fB' = (1-f)A_R^S + fA_R^S + (1-f)A_L^S + fA_L^S \quad (\text{II.7})$$

Donde B' viene definida por:

$$B' = B - Z_{FS} f \left(\frac{A^F}{Z^F} - \frac{A^S}{Z^S} \right) \quad (\text{II.8})$$

y B'' debe cumplir que:

$$(1-f)B'' + fB' = B \quad (\text{II.9})$$

Teniendo en cuenta las expresiones (II.6) y (II.7), esto es, las condiciones de contorno primera y tercera, obtenemos:

$$A_i + B'' = A_R^S + A_L^S \quad (\text{II.10})$$

Donde B'' viene dada por:

$$B'' = B + Z_{FS} \frac{f^2}{1-f} \left(\frac{A^F}{Z^F} - \frac{A^S}{Z^S} \right) \quad (\text{II.11})$$

Consideremos ahora la segunda de las ecuaciones de continuidad:

$$f \frac{A_R^F}{Z_R^F} + f \frac{A_L^F}{Z_L^F} + (1-f) \frac{A_R^S}{Z_R^S} + (1-f) \frac{A_L^S}{Z_L^S} = \frac{A_i - B}{Z_0} \quad (\text{II.12})$$

Escribámosla, ahora, de forma paramétrica, tal y como se hizo en el apartado 1.4, y siguiendo el mismo criterio de separación que se ha empleado con las condiciones de continuidad 1ª y 3ª:

$$\frac{A_R^F}{Z_R^F} + \frac{A_L^F}{Z_L^F} = \frac{A_i - (B + C/f)}{Z_0}$$

$$\frac{A_R^S}{Z_R^S} + \frac{A_L^S}{Z_L^S} = \frac{A_i - (B - C/(1-f))}{Z_0} \quad (\text{II.13})$$

Donde C es el parámetro que se ha introducido.

Si restamos las dos expresiones (II.13) y tenemos en cuenta la tercera condición de contorno, podemos calcular el valor del parámetro C para que el sistema (II.13) sea compatible con dicha condición:

$$C = Z_0 f(1-f) \left(\frac{A^F}{Z^F} - \frac{A^S}{Z^S} \right) \quad (\text{II.14})$$

De esta forma, el sistema de ecuaciones definido por las expresiones: (II.6) y (II.10) (obtenidas de las condiciones de contorno 1ª y 3ª) y (II.13) y (II.14), (obtenidas de las condiciones de contorno 2ª y 3ª), es equivalente (junto a (II.8) y (II.9)) al sistema definido por las tres condiciones de contorno tal y como se expusieron en (II.3), (II.4) y (II.5).

II.3. Comparación con el modelo desarrollado en la sección 1.4

Ahora, resulta inmediato realizar una comparación entre el modelo desarrollado clásicamente (ver referencias [37]-[41] del capítulo 1º), y el modelo desarrollado en el apartado 1.4. La equivalencia entre ambos métodos, viene dada por las relaciones:

$$\Lambda^v = C = Z_0 f(1-f) \left(\frac{A^F}{Z^F} - \frac{A^S}{Z^S} \right) \quad (\text{II.15})$$

$$\Lambda^p = Z_{FS} f^2 \left(\frac{A^F}{Z^F} - \frac{A^S}{Z^S} \right) \quad (\text{II.16})$$

De esta forma, hemos demostrado la equivalencia entre el modelo paramétrico planteado en 1.4 y la teoría clásica.

Analicemos ahora, el significado de la suposición de que el medio poroso se comporta de forma paralela al medio continuo, esto es:

$$\Lambda^p = -\Lambda^v \quad (\text{II.17})$$

En este caso, de las expresiones (II.15) y (II.16), obtenemos el valor de la impedancia de flujo en la superficie que hace que el medio poroso se comporte de tal forma, esta (como ya se mostró en 1.4) es:

$$Z_{FS} = Z_0 \frac{f-1}{f} \quad (\text{II.18})$$

Como ya se comentó en la sección 1.4, en la bibliografía especializada no se presentan formas de calcular el valor exacto de Z_{FS} , sino que se emplea una de las dos situaciones límite: aproximación de poro abierto o de poro cerrado.

La aproximación aquí desarrollada, se basa en la suposición de una cierta similitud entre el comportamiento de la frontera entre un medio poroso y un fluido, y la frontera entre un sólido continuo y un fluido. Al igual que las aproximaciones de poro abierto o cerrado, la validez de esta aproximación deberá ser comprobada experimentalmente. La ventaja con respecto a las otras aproximaciones (poro abierto o cerrado) es que esta es más general, ya que se reduce a uno u otro caso para ciertas características del medio poroso, y permite estudiar la interfase medio poroso-fluido, cuando ninguna de las aproximaciones clásicas son válidas.

Apéndice III.

Aplicación del modelo teórico desarrollado a algunos casos experimentales de interés. Observabilidad de los dos modos longitudinales (MLL y MLR).

III.1. Introducción.

Como ha quedado de manifiesto durante la exposición del trabajo, uno de los aspectos más interesantes de la propagación acústica en el interior de un medio poroso es la posibilidad de observar dos modos longitudinales que se propagan con distinta velocidad.

Como se expuso en el capítulo 1º, se ha desarrollado un procedimiento teórico que permite conocer la función de transferencia de una muestra de material poroso de grosor finito. Este desarrollo permite conocer con anterioridad a la realización de las medidas si es posible detectar ambos modos de propagación o no.

En este apéndice pretendemos recoger de una forma clara y sistemática, las condiciones que producen que el MLL no sea observable, que ya fueron expuestas durante el trabajo. Para ilustrar estos aspectos, aplicaremos el procedimiento teórico desarrollado a diferentes casos experimentales que ya han sido estudiados por otros autores. De esta forma, este análisis teórico-experimental supone una validación más a la teoría, en particular de la suposición de paralelismo entre el comportamiento de las intercaras medio poroso-fluido y solido continuo-fluido (1.102), a la vez que una clara visualización de los efectos que se desean mostrar.

En primer lugar, y a modo de resumen, presentaremos los problemas que se pueden encontrar a la hora de intentar realizar la observación de los dos modos longitudinales en un medio poroso. Para cada caso proporcionaremos una referencia experimental para la que posteriormente se mostrarán los resultados que se pueden obtener teóricamente.

III.2. Problemas que se plantean en la observabilidad del MLL.

De los dos modos longitudinales que se pueden propagar en el interior del medio poroso, el que más problemas plantea en lo que a su observabilidad se refiere es el MLL. Prueba de esto es, como ya se comentó en el capítulo 3º, que se tardó 24 años en encontrar experimentalmente dicho modo de propagación después de que fuese predicho por Biot. Por este motivo nos centraremos en los problemas que plantea la observabilidad del MLL.

Estos problemas son:

1. *Alta atenuación.*

Tradicionalmente, hasta el trabajo de P. B. Nagy y L. Adler ([12] capítulo 3º), esta fue la única razón que se proporcionaba para explicar la imposibilidad de observar el MLL. Como demostraremos posteriormente, esta razón es especialmente aplicable al caso de sedimentos marinos, pero no es suficiente para explicar el porqué en una gran cantidad de trabajos experimentales con distintos materiales y distintas condiciones de trabajo dicho MLL no podía ser observado.

2. *Ruido introducido por el MLR.*

Este fue el nuevo aspecto proporcionado por P. B. Nagy y L. Adler. Normalmente, la amplitud del pulso transmitido asociado al MLR a través de una muestra porosa es mucho mayor que el asociado al MLL, debido esto a la ya mencionada mayor atenuación. El problema es que el MLL podría ser observable, pero debido al ruido que introduce el MLR, aquel aparece camuflado por éste. Obviamente en este apartado habría que distinguir diversas razones, como efectos de anchura de banda, resonancias de espesor en la muestra, alta dispersión del MLR, etc. En este trabajo, figuras 3.36 y 3.37, este efecto también pudo ser observado.

3. *Generación del MLL en los límites físicos del medio poroso, o eficiencia del proceso de conversión de modos.*

Como ya se expuso en la discusión del capítulo 1º al respecto de la influencia de los fenómenos viscoelásticos y los poroelásticos (Biot), los segundos son los dominantes en las discontinuidades, mientras que los primeros lo son en la propagación libre. De esta forma, sólo cabe esperar que se generen dos modos de propagación distintos en la superficie de separación entre el medio poroso y un continuo. Según se ha demostrado en este trabajo, existen ciertas condiciones bajo las cuales el MLL apenas es generado, con lo cual no es posible observarlo. Siguiendo esta idea se puede conseguir la propagación de uno sólo de los dos modos longitudinales, forzando las condiciones experimentales de tal forma que el desacople de impedancias del otro modo con el medio sea muy alta, como se hizo al analizar el comportamiento de los tejidos en aire.

Dentro de este punto, también hay que considerar la influencia de la posibilidad de flujo de fluido a través de la intercara entre el fluido y el medio continuo.

III.3. Aplicación de la teoría a las medidas de T. J. Plona. Observación de ambos modos de propagación.

Para comenzar aplicaremos la teoría a un caso bien conocido, en el que ambos modos longitudinales son claramente observables. Este es el caso de las medidas presentadas por T. J. Plona ([1] capítulo 3°), que además fueron la primera observación de los dos modos longitudinales de propagación predichos en la teoría de Biot. Los datos empleados para la simulación son los proporcionados por J. G. Berryman y N. C. Dutta ([2] y [3] capítulo 3°).

Como señal incidente, se empleó la señal proporcionada por un transductor de 2.25 MHz de banda ancha de la casa Panametrics, cuya respuesta impulsiva se muestra en la figura III.1.

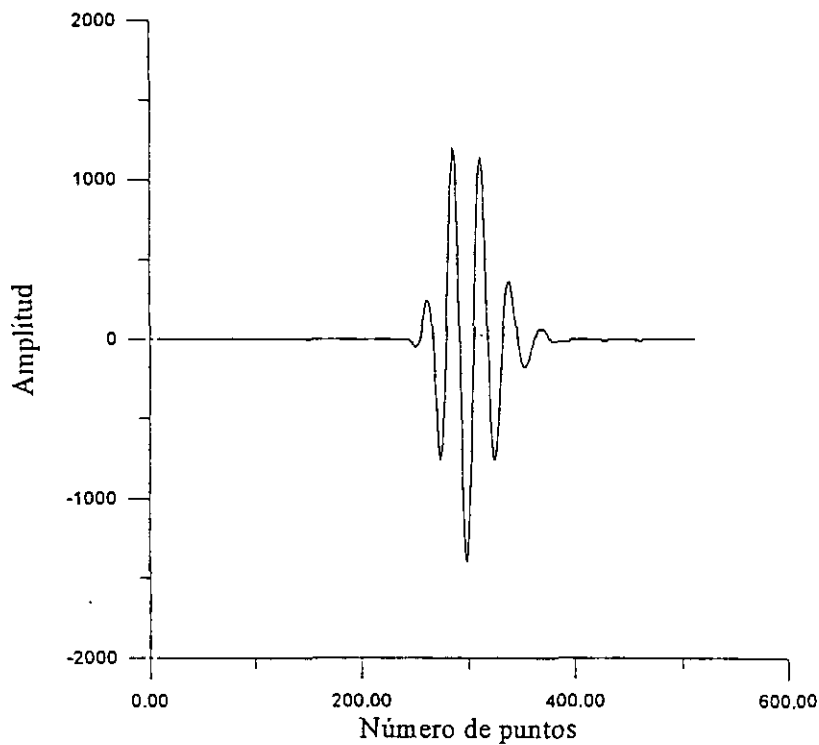


Figura III.1.

Forma temporal del pulso empleado para la simulación teórica.

La señal transmitida, predicha teóricamente, a través de una muestra como la que describe Plona, se muestra en la figura III.2. Como puede observarse, se obtiene una respuesta similar a la medida por Plona, en donde los dos modos de propagación longitudinales pueden ser claramente observados.

La relación de las amplitudes de las presiones correspondientes a los pulsos asociados a MLL y a MLR es, para la simulación teórica de 0.28, mientras que en los resultados de Plona esta relación era de 0.26. El acuerdo alcanzado es satisfactorio, con lo que se prueba la aplicabilidad del modelo a situaciones diferentes de las ya estudiadas, así como la capacidad de predecir la observabilidad del MLL.

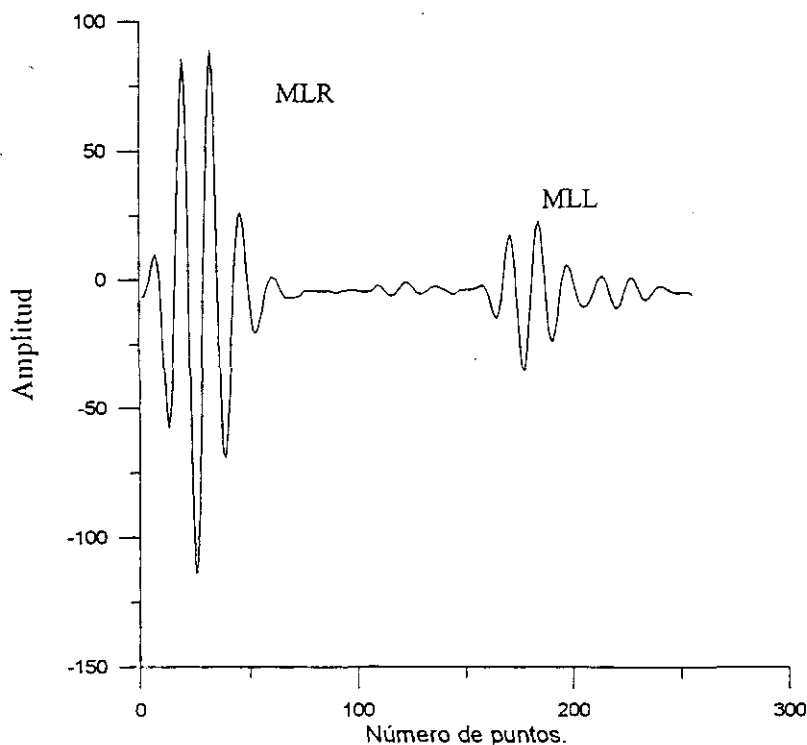


Figura III.2.

Señal transmitida (teórica) a través de una muestra como las de T. J. Plona.

III.4. Influencia de la alta atenuación. Observabilidad del MLL en sedimentos marinos.

Analizaremos, ahora, el comportamiento acústico de diversos tipos de sedimentos marinos. Para esto emplearemos los datos proporcionados por M. Camarasa en [21] (capítulo 1º). En particular analizaremos la influencia de la permeabilidad sobre la forma de la señal transmitida por una capa de sedimento arenoso de 2 cm de espesor inmersa en agua. La señal incidente será la mostrada en III.1, y según M. Camarasa, la permeabilidad variará entre los valores 10^{-8} m^2 y 10^{-12} m^2 .

Como ya se ha discutido en capítulos anteriores, el efecto de la disminución de la permeabilidad lleva asociado un aumento de la resistencia al flujo, el cual produce un aumento de atenuación, especialmente importante en el MLL. En este caso, una variación de la resistencia al flujo entre 10^4 Kg.s/m^3 y 10^7 Kg.s/m^3 , lleva asociado un cambio de la permeabilidad entre $4.6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ y $4.6 \times 10^{-11} \text{ m}^2$.

Las señales transmitidas, calculadas teóricamente, a través de una muestra de sedimento arenoso de 2 cm de espesor, y para diferentes valores de la permeabilidad, dentro del rango indicado, se muestran en las figuras III.3-III.5.

Como puede observarse, sólo para los valores más altos de la permeabilidad, esto es, para los valores de atenuación más bajos, es posible observar la aparición en la señal transmitida del pulso asociado a la propagación del MLL en el interior de la muestra.

En las figuras III.6 y III.7, se muestran las señales transmitidas a través de muestras de sedimento arenoso para las que se han tomado valores de la permeabilidad muy grandes (fuera del rango de variación proporcionado por M. Camarasa), estos son: $4.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ y $4.6 \times 10^{-7} \text{ m}^2$. De esta forma, se consigue una reducción notable de la atenuación para el MLL en el interior del sedimento, siendo claramente observable la propagación del MLL en el interior de la muestra.

Esto prueba la importancia que posee la alta atenuación del MLL en la observación de dicho modo en muestras como los sedimentos arenosos, y la imposibilidad de observarlo en los casos en los que esta atenuación alcanza valores altos, incluso para muestras relativamente delgadas.

Por último, y como verificación de lo dicho hasta ahora, en la figura III.8, se muestra la atenuación del MLL en función de la frecuencia, para varios valores de la permeabilidad. Puede observarse cómo, efectivamente, el incremento de atenuación es muy notable al disminuir la permeabilidad.

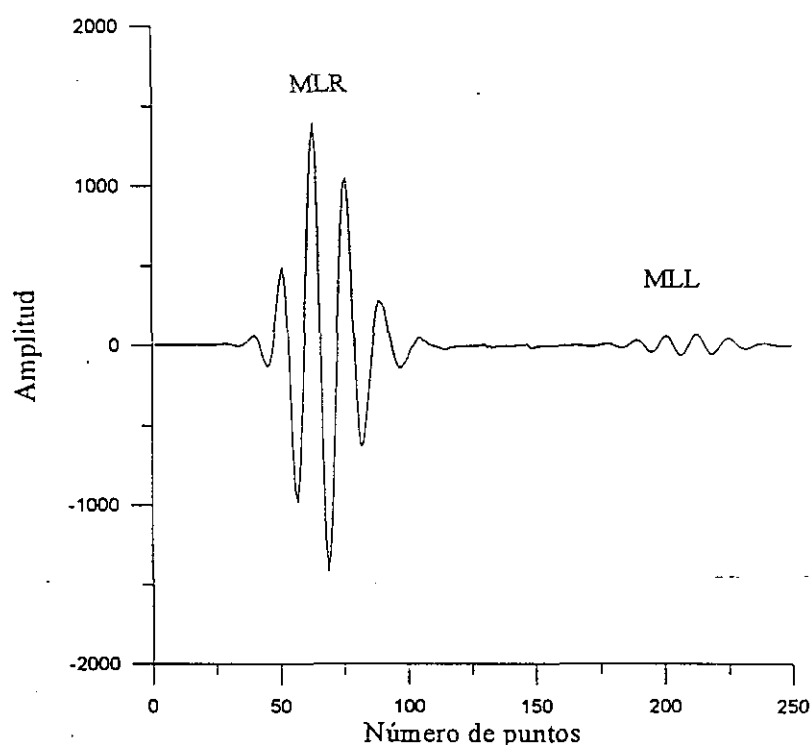


Figura III.3

Señal transmitida a través de un sedimento poroso de permeabilidad $4.6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$.

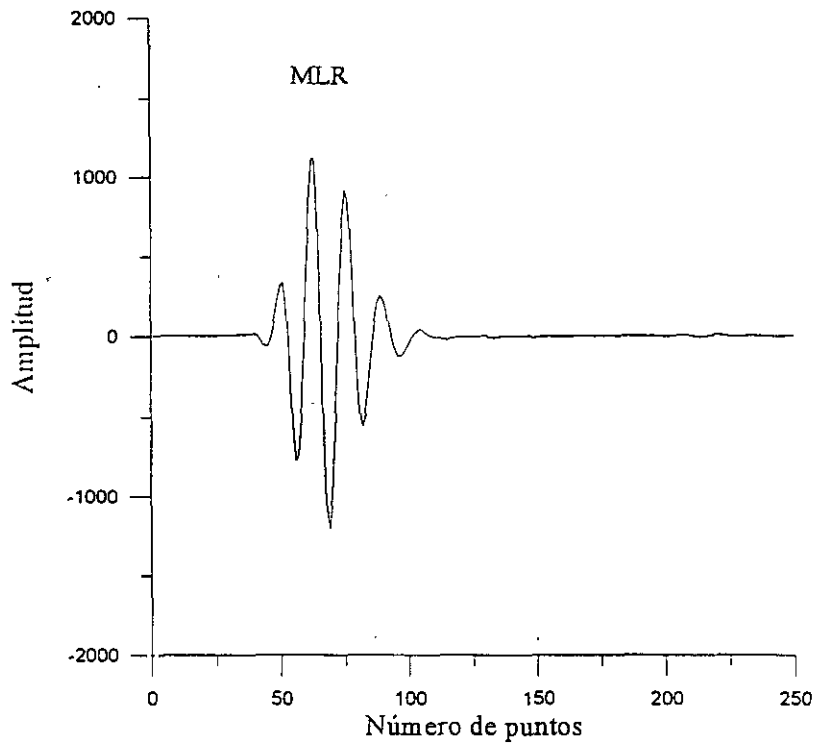


Figura III.4

Señal transmitida a través de un sedimento poroso de permeabilidad $4.6 \times 10^{-9} \text{ m}^2$.

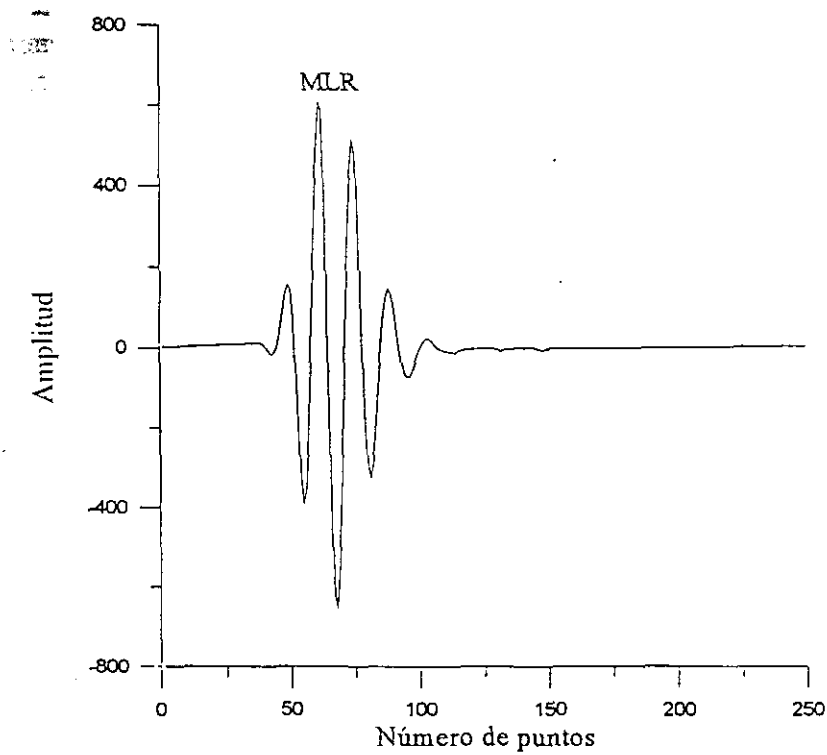


Figura III.5

Señal transmitida a través de un sedimento poroso de permeabilidad $4.6 \times 10^{-10} \text{ m}^2$.

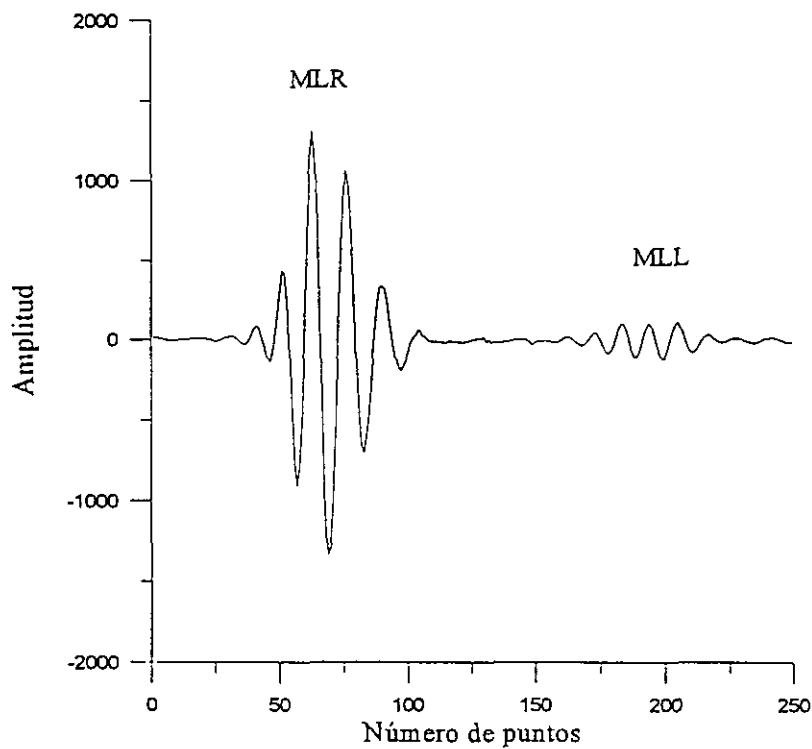


Figura III.6.

Señal transmitida a través de un sedimento poroso de permeabilidad $4.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

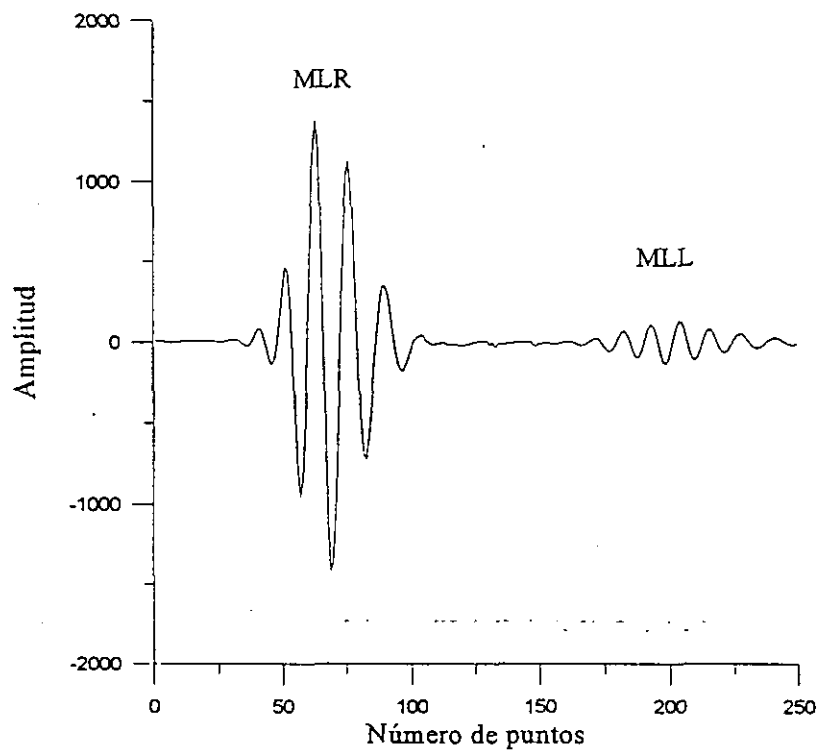


Figura III.7.

Señal transmitida a través de un sedimento poroso de permeabilidad $4.6 \times 10^{-7} \text{ m}^2$.

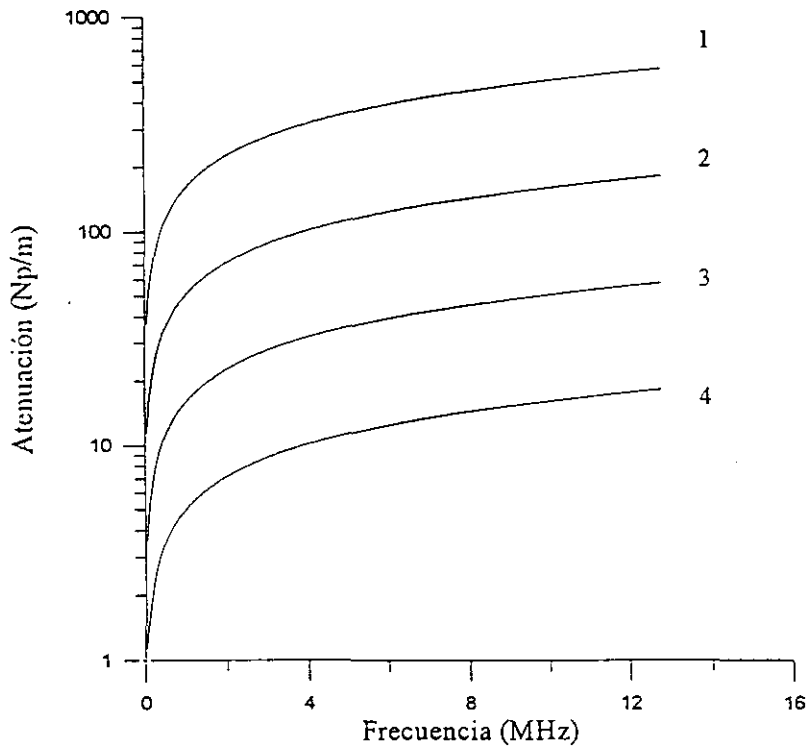


Figura III.8.

Atenuación del MLL en un sedimento arenoso saturado de agua para diferentes valores de la permeabilidad. 1: $4.6 \times 10^{-9} \text{ m}^2$, 2: $4.6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$, 3: $4.6 \times 10^{-7} \text{ m}^2$, 4: $4.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

III.5. Influencia de la eficiencia del proceso de conversión de modos en la observabilidad del MLL.

Este ha sido un aspecto estudiado en bastante detalle durante el desarrollo del presente trabajo, por lo que estimamos que no es necesario reproducir más resultados, ya teóricos o experimentales.

La aclaración de la contribución de este fenómeno a la observabilidad del MLL permite aclarar el porque en algunas ocasiones, a pesar de no mostrar una atenuación muy alta, el MLL no puede ser observado. Este es el caso de los tejidos. Para estos materiales, y los espesores empleados en este trabajo, el MLL debería ser observado incluso en condiciones de saturación acuosa. El que esto no sea así es solamente explicable por medio de este mecanismo. En efecto, como ya se vió, en condiciones de saturación acuosa, el MLL apenas es generado lo cual impide su observación, aunque la atenuación no es demasiado alta como para hacerlo desaparecer.

En este trabajo, se ha discutido la influencia de las impedancias de cada uno de los componentes del medio poroso en la generación de los distintos modos longitudinales predichos por la teoría, pero esta no es la única posibilidad. Según mostró P. N. J. Rasolofosaon en [10] (capítulo 3°), también influyen notablemente las condiciones de contorno del problema. En particular, dicho autor demostró que

si el intercambio de fluido a través de la superficie de separación entre el medio poroso y el líquido en el que se sumerge no es posible, entonces el MLL no se genera en dicha interfase, por lo que no es observable.