



W
49
(9417)

Documento de Trabajo

Capital público y redistribución presupuestaria gubernamental

Jorge Blázquez
Miguel Sebastián

No. 9417

Diciembre 1994



Instituto Complutense de Análisis Económico

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

Campus de Somosaguas

28223 MADRID



Instituto Complutense de Análisis Económico

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

N.E. 530574018

CAPITAL PUBLICO Y RESTRICCION PRESUPUESTARIA

GUBERNAMENTAL*

Jorge Blázquez

Miguel Sebastián

Universidad Complutense de Madrid

W
49
(9417)

ABSTRACT

The literature on public investment highlights the relationship between public capital and total output, estimating aggregate production functions. Such a procedure biases the positive effect of public capital by ignoring the financial constraint, and thus, the required resource reallocation. We consider both the production externality and the government budget constraint. This allows us to solve for the optimal stock of public capital. We show that technological criteria may lead to an oversized public capital stock, and for a specific range of technological parameters, it occurs even when a crowding-in effect takes place.

RESUMEN

La literatura sobre los efectos económicos de la inversión pública suele centrarse en la relación entre capital público y productividad, estimando funciones de producción agregada. Este procedimiento sesga al alza el efecto beneficioso del capital público al ignorar la reasignación de recursos, fundamentalmente de capital privado, necesaria para financiarlo. En este trabajo consideramos conjuntamente la externalidad en la producción y la restricción presupuestaria gubernamental, lo que permite calcular un nivel óptimo de capital público. Se demuestra que los criterios puramente tecnológicos sobredimensionan el capital público y que, para un rango específico de parámetros tecnológicos, esta sobredimensión ocurre incluso cuando hay un efecto crowding-in.

*Agradecemos los comentarios y sugerencias de José María Bonilla, José Manuel González-Páramo, Javier Suárez y Javier Vallés. Los posibles errores son de nuestra responsabilidad.

D.C.: X-53-157806-1



1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años ha resurgido el interés por los efectos económicos de la inversión pública, no sólo desde una perspectiva puramente teórica, sino también desde un punto de vista empírico. Las propuestas políticas para llevar a cabo grandes inversiones en infraestructuras son frecuentes, especialmente dentro de la Unión Europea. El capital público aparece como una alternativa al gasto público keynesiano (consumo público y transferencias) cuando se busca estimular el crecimiento económico, ya que aumentos del capital público parecen llevar asociados aumentos de la productividad del capital privado y del factor trabajo.

Un reciente trabajo de Baxter y King (1993) trata el tema del capital público como una opción más dentro de las diferentes políticas fiscales frente al gasto público corriente, en un contexto de equilibrio general. En dicho trabajo se destacan los efectos beneficiosos que un aumento permanente de la inversión pública en infraestructuras tendría en la economía americana. Estos resultados están en la línea de los obtenidos por Aschauer (1989) donde se relaciona la caída de la productividad del trabajo con la disminución de las inversiones públicas sufridas por dicha economía americana. Otro enfoque diferente se centra en el capital público como factor de crecimiento, por ejemplo, Barro y Sala-i-Martin (1990), y más recientemente, González-Páramo (1994), donde se plantea el nivel de inversión óptima en un modelo de crecimiento.

Desde un punto de vista empírico, la interpretación de los efectos beneficiosos del capital público se ha basado en trabajos que se han preocupado de cuantificar la importancia que el capital público tiene sobre la producción agregada. En general, el objetivo de muchos de estos trabajos ha consistido en evaluar, a partir de una función de producción agregada, la elasticidad del capital público como una medida de la externalidad positiva del capital público sobre "el conjunto de la economía". Dentro de este grupo, la referencia obligada es, de nuevo, Aschauer (1989) y más recientemente Evans y Karras (1994), que utilizan

un panel de países para "medir" la externalidad del capital público. Otros trabajos estudian elementos tales como los ratios capital público/capital privado y capital público/PIB, comparándolos con los de otros países, o bien tratan de evaluar el efecto *crowding-out* que el capital público puede tener sobre el capital privado. García-Milà (1990) analiza las interacciones dinámicas del capital público con diversas variables económicas, encontrando efectos positivos y persistentes del mismo sobre el PIB para la economía americana. Para el caso español se pueden destacar, entre otros, los estudios de Bajo y Sosvilla (1993), Roldán, González-Páramo y Argimón (1993) y Mas, Maudos, Pérez y Uriel (1993). Sin embargo, buena parte de los análisis empíricos que se dedican a evaluar el impacto (elasticidad) de la infraestructuras sobre la productividad del capital productivo privado o sobre el empleo, ignoran la restricción presupuestaria del gobierno, y por tanto, el efecto final que tiene el capital público cuando se considera simultáneamente con su financiación.

El objetivo de este trabajo es presentar un modelo teórico del capital público en el que se destaquen los posibles efectos que un exceso o un defecto de inversión pública pueden tener en la economía cuando se considera de forma explícita la restricción presupuestaria del gobierno y diferentes funciones objetivo de la autoridad económica. En otras palabras, tratamos de considerar los efectos del capital público no sólo como un factor de producción sino también desde el punto de vista global de su financiación y del bienestar. En un modelo intertemporal de equilibrio general de una economía cerrada, sin incertidumbre y sin crecimiento (estado estacionario) se obtiene que los efectos del capital público son tanto positivos como negativos. Un aumento de las dotaciones de capital público tiene como efecto positivo el incremento en la productividad del capital privado y del trabajo, pero como efecto negativo el aumento del tipo impositivo necesario para financiar el esfuerzo inversor del sector público, lo que reduce la renta disponible y el ahorro privado. En particular, para niveles de inversión pública y tipo impositivos reducidos, un aumento del tipo impositivo (y, por lo, tanto de la inversión pública) tiene efectos positivos en la economía:

un efecto "*crowding-in*" de la inversión privada. Sin embargo, lo contrario ocurre para niveles "excesivamente altos" de capital público, es decir, un efecto "*crowding-out*". Esto se debe a que para altos tipos impositivos, el efecto negativo sobre el ahorro, y por tanto sobre la inversión privada es mayor que el efecto positivo que un aumento del capital público tiene sobre la productividad. Aunque desde un punto de vista tecnológico la elasticidad-output del capital público sea elevada, el modelo va a generar una versión de la llamada "curva de Laffer", es decir, una relación no monotónica entre tipo impositivo y recaudación (en nuestro caso, entre tipo impositivo y capital público) que limita, *per se*, el tamaño razonable el stock de capital público. Además, en nuestro trabajo nos centramos en diferentes funciones objetivo del gobierno y determinamos los tipos impositivos (y por tanto el capital público) que maximizan dichas funciones objetivo, analizando las diferentes implicaciones, tanto desde un punto de vista del impacto sobre las variables del modelo como del bienestar general.

El artículo se organiza de la forma siguiente. En la sección 2 se esboza el comportamiento de los agentes del modelo, en la sección 3 se analiza el nivel de capital público que se obtiene bajo para diferentes funciones objetivo del gobierno, en la sección 4 se ilustra el modelo con el caso español y en la sección 5 se presentan las conclusiones.

2. EL MODELO

Descripción general

Consideramos una economía en la que se produce un único bien no duradero. En esta economía existen tres tipos de agentes diferentes: consumidores, una empresa representativa y un gobierno.

Los consumidores forman parte de generaciones solapadas, cada una de las cuales vive dos periodos. Existe un individuo representativo por generación. En el primer periodo de su vida el individuo, que llamaremos "joven", destina las

rentas de su trabajo al consumo, al ahorro y al pago de impuestos. En el segundo y último período de su vida el individuo, que llamaremos "viejo", no trabaja y consume el ahorro del período anterior, incluyendo los intereses. El individuo asigna su renta entre los dos períodos de forma que maximiza su utilidad intertemporal.

Existe una empresa representativa precio-aceptante que maximiza beneficios y que está dotada de una tecnología con rendimientos constantes a escala en los factores privados de producción (capital privado y trabajo). Sin pérdida de generalidad, el capital privado se deprecia totalmente en cada período t , con lo que el capital disponible coincide con la inversión de cada período.

El gobierno destina todos sus ingresos a la inversión en capital público, que, a su vez, es utilizado en el proceso productivo por la empresa a coste cero (puede pensarse en infraestructuras que se proveen de forma "gratuita"). El capital público también se deprecia totalmente en cada período.

Los consumidores.

Como ya hemos dicho, esta economía está habitada por una secuencia infinita de generaciones que viven dos períodos y se solapan en el tiempo. La utilidad para cada generación es una función separable en el consumo de ambos períodos de la siguiente forma: $U(C_t^y, C_{t+1}^o) = \ln C_t^y + \ln C_{t+1}^o$, donde C_t^y es el consumo del joven en el período t ; y C_{t+1}^o es el consumo del viejo en el período $t+1$. Cada individuo cuando es joven dispone de una dotación unitaria de tiempo que es ofrecida inelásticamente ($L_t^s=1$), por carecer de preferencia por el ocio. El consumidor nacido en el período t , se enfrenta al siguiente problema:

$$\text{Max } \ln C_t^y + \ln C_{t+1}^o \quad (1)$$

sujeto a:

$$C_t^y + S_t = (1-\theta_t) w_t \quad (2)$$

$$C_{t+1}^o = (1+r_{t+1}) S_t \quad (3)$$

Donde w_t es el salario real que recibe un individuo que trabaja en el período t , θ_t es el tipo del impositivo que grava las rentas del trabajo, S_t representa el ahorro del joven nacido en el período t y r_{t+1} es el tipo de interés real al que se remunera en $t+1$,

La solución del problema del consumidor es:

$$C_t^y = \frac{1}{2}(1-\theta_t)w_t = S_t \quad (4)$$

$$C_{t+1}^o = \frac{1}{2}(1+r_{t+1})(1-\theta_t)w_t \quad (5)$$

La empresa.

Suponemos que la empresa dispone de una tecnología Cobb-Douglas $Y_t = Q_t^\beta L_t^\alpha K_t^{1-\alpha}$, que presenta rendimientos constantes a escala en los factores de producción capital privado (K_t) y trabajo (L_t), en tanto que el capital público (Q_t) aparece como una externalidad para la producción privada, lo que genera rendimientos totales crecientes de los tres factores tomados conjuntamente. La empresa se comporta de forma competitiva por lo que maximiza beneficios tomando los precios como dados (tomamos como numerario del precio del bien):

$$\text{Max } Q_t^\beta L_t^\alpha K_t^{1-\alpha} - w_t L_t - (1+r_t) K_t \quad (6)$$

donde $\beta > 0$ es el parámetro de que mide la externalidad del capital público. Nótese que la empresa utiliza de forma "gratuita" Q_t unidades de capital público en el proceso productivo. Una forma de interpretar este supuesto es que el sector público provee de infraestructuras al sector privado sin cobrar directamente por su uso (puentes, autovías, etc). Del proceso de maximización del beneficio

resultan las funciones de demanda de ambos factores productivos:

$$L^D_t = \left(\frac{\alpha Q_t^\beta}{w_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} K_t \quad (7)$$

$$K^D_t = \left(\frac{(1-\alpha)Q_t^\beta}{1+r_t} \right)^{\frac{1}{\alpha}} L_t \quad (8)$$

Se puede comprobar que en equilibrio la empresa tiene beneficio cero.

El Gobierno.

El Gobierno financia su gasto en inversión pública real Q_t mediante un impuesto sobre las rentas del trabajo de los jóvenes θ_t . La recaudación total es $w_t \theta_t L_t$ (pero $L_t=1$). Imponemos, para simplificar, que el gobierno debe mantener el presupuesto equilibrado período a período. Consideramos, sin pérdida de generalidad, que la inversión pública en el instante t se incorpora al proceso productivo en el instante $t+1$, por lo que la restricción presupuestaria del Gobierno en cada período es:

$$Q_{t+1} = w_t \theta_t \quad (9)$$

Como señalamos anteriormente, el capital público se deprecia totalmente cada período¹.

En cuanto al rango admisible de parámetros tecnológicos, únicamente se considera el caso en que $1-\alpha+\beta < 1$, o lo que es lo mismo, $\beta < \alpha$, es decir, imponemos rendimientos decrecientes en los factores de producción acumulables (capital público y capital privado), tomados conjuntamente. De esta forma, en estado estacionario, esta economía que no tiene progreso técnico, no crece. Si $1-\alpha+\beta=1$ el modelo generaría crecimiento endógeno.

En el modelo, el efecto "directo" del capital público (sin considerar su financiación) es claramente positivo, dado que $\beta > 0$. Así, si consideramos que el capital público "cae del cielo", aumentos del mismo (si suponemos constantes los demás factores de producción) generan aumentos tanto de la productividad del factor trabajo como del capital privado, e incrementan la producción. Esto supone un aumento de la retribución a los factores privados, tanto el salario real como el tipo de interés, y por lo tanto, del bienestar de los individuos y el capital público desde esta perspectiva, no presenta ningún efecto negativo. Sin embargo, aparecen unos efectos negativos como consecuencia de la desviación de recursos de la economía privada hacia el sector público, es decir, cuando consideramos la restricción presupuestaria del gobierno.

El equilibrio competitivo

Partimos de las condiciones dinámicas que determinan el nivel de capital público y de capital privado en cada período t . En equilibrio, el ahorro de los jóvenes en el período $t-1$ determina el capital privado en t :

$$K_t = \frac{1}{2}(1-\theta_{t-1})w_{t-1} \quad (10)$$

Por otra parte, la recaudación del gobierno en $t-1$ es el capital público en el período siguiente:

$$Q_t = \theta_{t-1}w_{t-1} \quad (11)$$

Si en (7) imponemos el equilibrio en mercado de trabajo $L_t^D=L_t^S=1$ para todo t , podemos obtener una relación entre w_t , Q_t y K_t . Sustituyendo las expresiones (10) y (11) en esa relación podemos escribir:

$$w_t = \alpha Q_t^\beta K_t^{1-\alpha} = \frac{\alpha}{2^{1-\alpha}} w_{t-1}^{1-\alpha+\beta} \theta_{t-1}^\beta (1-\theta_{t-1})^{1-\alpha} \quad (12)$$

Análogamente, de (8), (10) y (11) obtenemos:

$$1+r_t = (1-\alpha) Q_t^\beta K_t^{1-\alpha} = \frac{(1-\alpha)}{2^{1-\alpha}} w_{t-1}^{\beta-\alpha} \theta_{t-1}^\beta (1-\theta_{t-1})^{-\alpha} \quad (13)$$

Se puede comprobar que el capital público, el capital privado y el tipo impositivo determinan el salario y el tipo de interés del período siguiente. Dado que el capital se deprecia completamente, el capital existente en la economía en el período t-1, no aparece en estas expresiones². De igual forma, podemos obtener la producción en cada período:

$$Y_t = Q_t^\beta K_t^{1-\alpha} = \frac{1}{2^{1-\alpha}} w_{t-1}^{1-\alpha+\beta} \theta_{t-1}^\beta (1-\theta_{t-1})^{1-\alpha} \quad (14)$$

Es importante resaltar que el gobierno, a través de la secuencia de tipos impositivos, determina completamente todas las variables endógenas del modelo.

El estado estacionario

El estado estacionario en esta economía se consigue imponiendo un tipo impositivo constante, es decir, $\theta_t = \theta$ para todo t. Para obtener el salario de estado estacionario operamos recursivamente en (12):

$$w = \left(\frac{\alpha}{2^{1-\alpha}} \theta^\beta (1-\theta)^{1-\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \quad (15)$$

Para obtener el tipo de interés de estado estacionario, sustituimos (15) en (13):

$$1+r = \frac{2(1-\alpha)}{\alpha(1-\theta)} \quad (16)$$

Se puede comprobar que este estado estacionario es único y estable. De la ecuación del salario en estado estacionario, se puede obtener la producción, el capital público y capital privado de estado estacionario:

$$Y = \frac{1}{2^{1-\alpha}} w^{1-\alpha+\beta} \theta^\beta (1-\theta)^{1-\alpha} \quad (17)$$

$$Q = \theta w = \left(\frac{\alpha}{2^{1-\alpha}} \theta^\alpha (1-\theta)^{1-\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \quad (18)$$

$$K = \frac{1}{2} (1-\theta) w \quad (19)$$

Nótese que, sustituyendo w, dado por (15), en las expresiones (17) a (19) se comprueba que el gobierno determina totalmente las variables endógenas de esta economía en estado estacionario, dados los parámetros tecnológicos α y β

Este modelo genera, en estado estacionario, una versión de la "Curva de Laffer": la recaudación crece con el tipo impositivo hasta alcanzar un máximo y luego decrece. Esta curva es el resultado de dos efectos contrarios. Un aumento del tipo impositivo permite, en principio, un aumento del capital público, Q, que tiene un efecto expansivo en la economía, ya que aumenta la productividad del capital privado y del trabajo y la recaudación (el término θ^α en (18) que podemos llamar "efecto directo"). Pero, por otro lado, tiene un efecto negativo sobre el ahorro y por tanto al considerar su financiación, sobre el capital privado, K, y de ahí sobre la productividad del trabajo y la recaudación³ (el término $(1-\theta)^{1-\alpha}$ en (18) que podemos llamar "efecto financiación"). Esta relación no es monótona: para niveles "bajos" del tipo impositivo, un aumento del mismo hace aumentar la recaudación (el efecto positivo al aumentar el capital público es mayor que el efecto negativo de disminuir el capital privado) haciéndose máxima esta recaudación en $\theta = \alpha$. Tipos impositivos mayores que α provocan una reducción del nivel de capital público (o recaudación). Es importante destacar que el tipo impositivo que maximiza la recaudación no depende de la elasticidad del capital público en la función de producción, β . En el gráfico 1 presentamos esta relación entre tipo impositivo y capital público o recaudación.

(GRÁFICO 1)

El efecto antes descrito conlleva que el salario, en términos del tipo impositivo, también alcance un máximo. Nuevamente, si el tipo impositivo es "bajo" un incremento del mismo genera un aumento del capital público que compensa el "efecto financiación" negativo sobre el ahorro. El salario alcanza un máximo en $\theta = \beta / (1-\alpha+\beta)$. El tipo de interés, sin embargo, aumenta de forma monótonica con el tipo impositivo: es mínimo para $\theta=0$ y máximo para $\theta=1$, donde presenta una asíntota.

Por último, el aumento del tipo impositivo tiene dos efectos sobre el capital privado K. Un efecto negativo que también podemos llamar "efecto financiación" (ya que hace caer la renta y por tanto el ahorro) y un efecto indirecto que está, en principio, indeterminado: por un lado, el efecto positivo que un aumento del capital público tiene en la productividad del capital privado y, por otro, el efecto negativo que supone el aumento del tipo de interés. El resultado de estas dos fuerzas determina el aumento o disminución del capital privado ante un aumento de θ , lo que llamamos "efecto crowding-out". El máximo de esta función se alcanza en $\theta=\beta$. Esto quiere decir que, en el estado estacionario sólo si $0 < \theta < \beta$ un aumento del capital público (es decir, de θ) no genera *crowding-out* del capital privado. En el gráfico 2 presentamos la relación entre tipos impositivos y capital privado, lo que hemos denominado "efecto crowding-out".

(GRÁFICO 2)

Una forma de resumir el contenido informativo de los gráficos anteriores es a partir del ratio capital privado/capital público, que viene dado por $K/Q = (1-\theta)/2\theta$. Este ratio es monótonicamente decreciente con el tipo impositivo, pero hay que destacar tres tramos diferentes en esta curva (véase el gráfico 3):

Tramo 1: $0 < \theta < \beta$. Crece K y crece Q. Hay efecto *crowding-in*.

Tramo 2: $\beta < \theta < \alpha$. Decrece K y crece Q. Hay efecto *crowding-out* del capital privado.

Tramo 3: $\alpha < \theta < 1$. Decrece K y decrece Q. No sólo hay efecto *crowding-out* del capital privado sino que el propio capital público se "expulsa a sí mismo" (el tramo derecho del la "Curva de Laffer").

(GRÁFICO 3)

En cuanto al precio relativo de factores, $w/(1+r)$, este presenta un perfil similar al gráfico 2 con dos tramos: un primer tramo con $0 < \theta < \beta$ donde la ratio aumenta con θ , y un segundo tramo con $\beta < \theta < 1$ donde este ratio disminuye⁴.

Para resumir, el estado estacionario del modelo descrito parte de una restricción tecnológica en la que el capital público genera, de forma "permanente" una externalidad positiva sobre la productividad de los factores privados (capital y trabajo) y, por tanto, sobre el conjunto de la economía y el bienestar social. En un contexto competitivo intertemporal sin crecimiento endógeno, cuando se considera la restricción presupuestaria del gobierno, se genera una versión de la "Curva de Laffer": hay un nivel de capital público por encima del cual, aumentos sucesivos del mismo requieren unos tipos impositivos tales que el consiguiente nivel de ahorro privado no es capaz de generar rentas del trabajo y, por tanto, una recaudación impositiva necesaria para financiarlo. De esta forma, un aumento del capital público, una vez consideradas sus necesidades de financiación, puede resultar contraproducente a pesar de ser tecnológicamente productivo. Además de este tramo de la curva de Laffer, existe otro conjunto de parámetros en los que, aún encontrándose los tipos impositivos y, por tanto, el capital público, en la parte izquierda de dicha curva, el capital público también puede resultar "excesivo": los casos en los que se produce un efecto "crowding-out" o efecto expulsión del capital privado por el público. Para evaluar este caso, hay que introducir las preferencias sociales y el concepto de optimalidad, algo que se deja para más adelante.

Interacción dinámica entre capital público y privado.

Para entender las implicaciones de considerar o ignorar la restricción presupuestaria del gobierno realizamos el siguiente ejercicio dinámico: partimos de una situación inicial de estado estacionario con un capital público inicial Q_0 (y un tipo impositivo θ_0 que financia este capital), y aumentamos el mismo hasta Q_1 , en el período⁵ t , y analizamos como cambian las variables endógenas del modelo a lo largo del tiempo hasta alcanza el nuevo estado estacionario. Vamos a distinguir 2 casos:

- i) un aumento del capital público, en el período t , suponiendo que no se financia ("maná").
- ii) un aumento del capital público considerando la restricción presupuestaria gubernamental.

El interés del ejercicio radica en distinguir la interacción dinámica entre los dos tipos de capitales, cuando la economía se encuentra en tramos diferentes de la curva de Laffer.

i) Aumenta el capital público sin financiación impositiva ("maná")

Suponemos que el capital público aumenta en el período t y pasa $Q_1 > Q_0$ sin que varíe el tipo impositivo, que se mantiene en θ_0 .

Este aumento del capital público hace aumentar el salario del período $t+1$, que se puede expresar como:

$$w_{t+1} = \left[\frac{Q_1}{Q_0} \right]^\beta w_t \quad (20)$$

Por otro lado, como no aumenta el tipo impositivo en t , no se reduce el

ahorro privado en $t+1$, y por lo tanto, el capital privado se mantiene constante. ($K_{t+1} / K_t = 1$).

En los períodos siguientes $t+2, t+3...$ el aumento del salario genera un aumento del ahorro y por tanto del capital privado, hasta alcanzar el nuevo estado estacionario. En el nuevo estado estacionario, el capital privado y el capital público son mayores que los iniciales (y, por supuesto, el tipo impositivo permanece constante), siendo el nuevo capital público Q_1 y el capital privado $K = (Q_1 / Q_0)^{\beta/\alpha} K_0$. En el gráfico 4, dibujamos las sendas de los capitales privado y público, normalizados en el primer período, en la que se produce un aumento del 10% en el capital público, para esta economía con "maná"⁶.

(GRÁFICO 4)

Este ejercicio recoge el efecto tecnológico permanente de un aumento del capital público (vía la externalidad positiva) en ausencia de la restricción presupuestaria del gobierno (y por tanto en la ausencia de "curva de Laffer").

ii) Aumenta el capital público con financiación impositiva

En este caso consideramos explícitamente la restricción de financiación y, por tanto, el resultado dependerá del tramo de la "curva de Laffer" en la que se encuentre la economía. Partimos de la situación ya descrita. Suponemos que en el instante t el gobierno decide aumentar el capital público Q_0 a Q_1 , pero en este caso tiene que aumentar el tipo impositivo θ_0 a θ_1 para financiarlo. Se puede demostrar que las sendas a lo largo del tiempo de las variables antes mencionadas son las que aparecen en el cuadro 1:

CUADRO 1

	Q_{Tt} / Q_{Tt-1}	K_{Tt} / K_{Tt-1}	w_{Tt} / w_{Tt-1}	$1+r_{Tt} / 1+r_{Tt-1}$
$t=0$	θ_1 / θ_0	$(1-\theta_1)/(1-\theta_0)$	g	δ
$t=1$	$(g^{1-\alpha+\beta})^{t-1}$	$(g^{1-\alpha+\beta})^{t-1}$	$(g^{1-\alpha+\beta})^t$	$((1/g)^{\alpha-\beta})^{t-1}$

donde,

$$g = \left[\frac{\theta_1}{\theta_0} \right]^\beta \left[\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0} \right]^{1-\alpha} \quad (21)$$

$$\delta = \left[\frac{\theta_1}{\theta_0} \right]^\beta \left[\frac{1-\theta_0}{1-\theta_1} \right]^\alpha \quad (22)$$

siendo: $\delta > 1$ para todos los valores del rango de parámetros
 $g > 1$ si $\theta_0 < \theta_1 < \beta / (1 - \alpha + \beta)$ y
 $g < 1$ si $\beta / (1 - \alpha + \beta) < \theta_0 < \theta_1$.

Si $g > 1$, existe crecimiento de w , K y Q , aunque este crecimiento es cada vez menor y la tasa se hace cero cuando se alcanza el nuevo estado estacionario.

Es importante destacar que, para cualquier tramo de la curva de Laffer, un aumento del capital público tiene a corto plazo (en el primer período) efectos claros sobre capital privado y tipo de interés: se produce una disminución del capital privado y un aumento del tipo interés, aunque el efecto sobre la producción y el salario es indeterminado.

Sin embargo, tanto la magnitud del impacto inicial como el valor final en estado estacionario y la dinámica de ajuste dependen del tramo de la curva de Laffer en el que se encuentre el capital público inicial. Podemos distinguir 3 situaciones diferentes que se corresponden con los tres tramos mencionados en la sección anterior. Llamamos Q_β al capital público que corresponde al tipo impositivo $\theta = \beta$ y Q_α al que corresponde al tipo $\theta = \alpha$.

Situación 1: $0 < Q_0 < Q_1 < Q_\beta$. Esta situación corresponde al tramo donde, en estado estacionario, hay efecto *crowding-in* del capital privado: un aumento del capital público (y del tipo impositivo necesario para financiarlo) genera, a

largo plazo, un aumento del capital público aún mayor que Q_1 y también del capital privado. (véase el gráfico 5)⁷. Nótese que en este caso el capital público aumenta más que en el caso "maná" porque hay un efecto de retroalimentación del capital privado al público a través de la recaudación impositiva. Sin embargo el capital privado aumenta menos.

(GRÁFICO 5)

Situación 2: $Q_\beta < Q_0 < Q_1 < Q_\alpha$. En este tramo hay efecto *crowding-out* del capital privado: un aumento del capital público lleva, a largo plazo, a un capital público mayor que Q_0 (pero puede ser menor que Q_1), pero disminuye el capital privado. (véase el gráfico 6).

(GRÁFICO 6)

Situación 3: $Q_\alpha < Q_0 < Q_1$. Donde Q_0 se encuentra a la derecha en la "Curva de Laffer" de Q_α , es decir, $\theta_0 > \alpha$. En este tramo hay efecto *crowding-out* del capital privado y del capital público: no sólo se reduce el capital privado, sino que el aumento del tipo impositivo necesario para financiarlo lleva a largo plazo a una disminución del propio capital público, por debajo de Q_0 . (véase el gráfico 7).

(GRÁFICO 7)

3. FUNCIONES OBJETIVO DEL GOBIERNO

Hasta ahora hemos analizado el papel conjunto del capital público y los tipos impositivos sobre el resto de variables de la economía, es decir, considerando θ como una variable exógena del modelo.

En esta sección nos preguntamos por los diferentes valores estos tipos impositivos pueden tomar según las funciones objetivo de gobierno que los decide (es decir, endogeneizamos θ). Para justificar la existencia de estas funciones, podemos suponer que el gobierno tiene intereses diferentes a los de los individuos o bien desconoce sus preferencias y utiliza funciones objetivos que aproximan estas proxis (por ejemplo, la producción, el stock de capital, etc.).

Para cada uno de los casos, obtenemos los tipos impositivos que maximizan las diferentes funciones objetivo y estableceremos un *ranking* entre ellos, en términos de los ratios capital público/capital privado que se obtienen valorándolas según las correspondientes utilidades sociales. Las funciones objetivo y los tipos impositivos, θ , que vamos a considerar son:

- a- "Bienestar social" bajo el sistema competitivo. (θ^a).
- b- Producción (consumo del viejo). (θ^b)
- c- Recaudación o capital público. (θ^c)
- d- Capital privado (consumo del joven). (θ^d)
- e- El Óptimo Paretiano.

a- Función de bienestar social

Suponemos que la función objetivo del gobierno consiste en maximizar la utilidad de una generación representativa en estado estacionario bajo el sistema competitivo, cuyas reglas de comportamiento se han descrito en el modelo. La función objetivo del gobierno puede expresarse, por tanto, como:

$$V = \ln \frac{1}{2}(1-\theta)w + \ln \frac{1}{2}(1-\theta)(1+r)w \quad (23)$$

Esta función de utilidad depende positivamente del nivel de inversión pública y negativamente del tipo impositivo. Un aumento del capital público hace aumentar el salario y el tipo de interés, al aumentar la productividad del trabajo y del capital privado. Sin embargo, un aumento del tipo impositivo reduce la renta disponible del consumidor, disminuyendo su utilidad. Por lo tanto, el tipo impositivo es un "mal" y el capital público es un "bien" con sus correspondientes curvas de indiferencia crecientes. Por otro lado, el capital público y el tipo impositivo están ligados por la "curva de Laffer" descrita en la ecuación (18). Para maximizar esta función, sustituimos en la función objetivo V las ecuaciones

(15) y (16). De las condiciones de primer orden, el tipo impositivo que maximiza la función de utilidad de una generación representativa es:

$$\theta^a = \frac{2\beta}{2-\alpha+\beta} \quad (24)$$

Análogamente, definiendo $(Q/K)^a$ como el ratio capital público sobre capital privado elegido bajo esta función objetivo, se obtiene $(Q/K)^a = 4\beta/(2-\alpha-\beta)$. El resultado se muestra en el gráfico 8, en el que aparece el tipo impositivo que maximiza el bienestar. En este sentido, el capital público puede resultar "excesivo" incluso encontrándose en el tramo izquierdo de la curva de Laffer: cuando se encuentre por encima de este "nivel óptimo".

(GRÁFICO 8)

Se puede observar que $\partial\theta^a/\partial\alpha > 0$, lo que significa que, si disminuye la elasticidad-output del capital privado, aumenta el tipo impositivo que maximiza el bienestar, es decir, se requiere un aumento del capital público para compensar la disminución de la productividad del capital privado. El ratio capital público/privado deseado también aumenta con α . Por otro lado, $\partial\theta^a/\partial\beta > 0$, un aumento de la elasticidad-output del capital público genera un aumento del tipo impositivo que maximiza el bienestar, ya que en ese caso el capital público, en términos del capital privado, sería más productivo y, de igual forma, el ratio capital público/privado deseado aumenta con β .

b- Producción

Supongamos que el gobierno se interesa por maximizar el output. Es frecuente el uso del PIB real como objetivo de política económica, y aunque en este modelo hay pleno empleo, una forma alternativa de interpretar esta función es en términos de reducciones en la tasa de paro. En este caso la función objetivo es:

$$Y = Q^\beta K^{1-\alpha} \quad (25)$$

Si sustituimos Y por la expresión (17) y w por la (15), de las condiciones de primer orden, la solución a este problema es:

$$\theta^b = \frac{\beta}{1-\alpha+\beta} \quad (26)$$

y el correspondiente ratio capital público/capital privado, $(Q/K)^b = 2\beta/(1-\alpha)$.

Se puede comprobar que θ^b es también el tipo impositivo que maximiza el consumo del individuo viejo.

c- Recaudación o capital público

Supongamos que el gobierno se interesa por maximizar los ingresos del gobierno. esta función objetivo puede racionalizarse en términos de un gobierno que desea reducir el déficit, aunque en este modelo no consideramos la posibilidad de endeudamiento; alternatively que, por razones ideológicas, se persigue maximizar el tamaño del sector público en la economía sin poner en entredicho el sistema competitivo. En este caso la función objetivo es:

$$Q = \theta w \quad (27)$$

Si sustituimos w por la ecuación (15) y derivamos las condiciones de primer orden obtenemos la solución al problema:

$$\theta^c = \alpha \quad (28)$$

y el ratio correspondiente es, $(Q/K)^c = 2\alpha/(1-\alpha)$.

Nótese que, en este caso, ni el tipo impositivo (que es el que alcanza el máximo de la curva de Laffer) ni el ratio capital público/privado dependen del parámetro tecnológico del capital público, β .

d- Capital privado

El gobierno pretende en este caso maximizar el capital privado de la economía en estado estacionario. Para justificar esta función de objetivo, se pueden aducir razones ideológicas, de imagen externa o de competencia entre gobiernos para atraer capital extranjero. Su función objetivo es, por tanto:

$$K = (1-\theta) w \quad (29)$$

Si sustituimos w por (15) y derivamos, el tipo impositivo que maximiza esta función es:

$$\theta^d = \beta \quad (30)$$

El tipo impositivo θ^d , es además, aquel que maximiza el consumo del individuo joven en estado estacionario. Bajo este tipo que no depende del parámetro tecnológico del capital privado, α , el efecto "crowding-in" es máximo (gráfico 2). El ratio capital público/privado correspondiente a este tipo impositivo es $(Q/K)^d = 2\beta/(1-\beta)$, que tampoco depende de α y que crece con β .

e- El planificador social: Óptimo Paretiano

Al contrario que en todos los anteriores, en este caso vamos a prescindir del sistema competitivo y, partiendo de las preferencias y restricciones tecnológicas, consideramos al gobierno como un planificador que puede decidir el capital privado, el capital público, el consumo y la distribución temporal del mismo entre individuos independientemente del sistema de asignación de recursos, es decir, caracterizamos la asignación Pareto Óptima. Ignoramos, por tanto, las reglas del comportamiento de los agentes que se obtienen bajo el sistema competitivo, incluyendo los impuestos. El problema se puede plantear de la siguiente forma:

$$\text{Max } \ln C^y + \ln C^o \quad (31)$$

$$\text{s.a.: } C^y + C^o + Q + K = Y \quad (32)$$

El planificador decide los niveles de capital público y capital privado que maximizan la utilidad y que son, respectivamente:

$$Q^e = [(1-\alpha)^{1-\alpha} \beta^\alpha]^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \quad \text{y} \quad K^e = [(1-\alpha)^{1-\beta} \beta^\beta]^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \quad (33)$$

El ratio capital público/capital privado que escogería un planificador central es $(Q/K)^e = \beta/(1-\alpha)$.

Esta asignación óptima no se puede conseguir bajo el sistema competitivo, bajo la elección de ningún tipo impositivo. Si el gobierno escoge el tipo impositivo $\theta^e = \beta/(2-2\alpha+\beta)$, que es el tipo que garantiza la relación $(Q/K)^e$, los niveles de capital público y privado que se obtienen cuando los agentes siguen sus reglas de comportamiento, no van a ser los dados por (33). En adelante, vamos a suponer que el gobierno bajo este criterio elige el tipo impositivo que garantiza el ratio capital público/capital privado resultante es Pareto Óptimo, aunque el nivel de bienestar no es el paretiano porque el sistema impositivo bajo el sistema competitivo no garantiza una distribución óptima de los recursos de la economía. Por ello, este ratio $(Q/K)^e$, alcanzable bajo el sistema competitivo, lo identificamos a partir de ahora a caso como "el ratio óptimo".

Comparación de resultados

En este apartado establecemos un orden, de menor a mayor, entre los 5 ratios (Q/K) obtenidos. Para todo el rango admisible de los parámetros tecnológicos (α y β) se verifica que:

$$(Q/K)^d < (Q/K)^a < (Q/K)^b < (Q/K)^c \quad (34)$$

Esta ordenación es razonable⁸: para todo el rango de los parámetros tecnológicos el mayor ratio capital público/capital privado y la máxima presión fiscal se obtienen bajo la función objetivo que maximiza el peso del sector público, $(Q/K)^c$. En segundo lugar en el *ranking* de tamaños aparece el ratio capital público/privado bajo el criterio que maximiza la producción, $(Q/K)^b$. Este es el objetivo en el que parecerían englobarse los partidarios de centrarse solamente en lo que hemos llamado "efecto maná" del capital público sobre el conjunto de la producción. En los últimos lugares del *ranking* por tamaño del ratio capital público/privado, se encuentran los correspondientes a los criterios de la utilidad de una generación representativa, $(Q/K)^a$, y el capital privado, $(Q/K)^d$. La colocación en el *ranking* del ratio capital público/privado "Pareto Óptimo" va a depender de los parámetros tecnológicos. Distinguimos tres áreas diferentes, que aparecen dibujadas en el gráfico 9.

área I) Este área esta definida por: $2\alpha-1 < \beta$ y en ella se verifica:

$$(Q/K)^e < (Q/K)^d$$

área II) Este área esta definida por : $3\alpha-2 < \beta < 2\alpha-1$ y la colocación correspondiente es:

$$(Q/K)^d < (Q/K)^e < (Q/K)^a$$

área III) Este área esta definida por: $\beta < 3\alpha-2$ y se cumple:

$$(Q/K)^a < (Q/K)^e < (Q/K)^b$$

En cualquiera de las tres casos, el ratio óptimo se encuentra por debajo tanto del que maximiza la recaudación, $(Q/K)^c$, como la producción, $(Q/K)^b$. Estos dos criterios, por tanto, "sobredimensionan", en relación al óptimo, el peso del capital público sobre el conjunto de la economía. En cuanto a la comparación con el resto de criterios, el ratio capital público/privado óptimo puede encontrarse en el tramo donde existe *crowding-out* del capital privado, $(Q/K)^e > (Q/K)^d$, (áreas II y III). Podría incluso ser mayor que aquel ratio que maximiza la utilidad de una

generación representativa, bajo el sistema competitivo, $(Q/K)^c > (Q/K)^p$, tal y como ocurre en el área II. Sin embargo, el resultado más llamativo es que en el área I, el ratio óptimo, $(Q/K)^p$, puede encontrarse incluso por debajo de todos los restantes. Esto ocurre cuando los parámetros tecnológicos son tales que la elasticidad del capital privado es relativamente grande (α pequeño, dado β) o la elasticidad del capital público es relativamente grande (β grande, dado α). En particular estamos siempre en este caso si $\alpha < 0.5$. En este área, el ratio capital público/privado óptimo es menor que el que se obtiene bajo el criterio de maximizar el capital privado en la economía, es decir, incluso utilizando la función objetivo que "minimiza el peso relativo del sector público en la economía", $(Q/K)^d$, el capital público queda sobredimensionado: $(Q/K)^c < (Q/K)^d$. Una lectura de este resultado es que, guiarse por el criterio de observar exclusivamente el parámetro tecnológico β , tal y como se hace frecuentemente en la literatura, sesga al alza el verdadero impacto positivo del capital público sobre el conjunto de la economía. Se hace necesario evaluar no sólo la elasticidad del capital público, sino también del capital privado, ya que es necesario poner en relación ambos parámetros, para determinar correctamente el impacto del capital público. De centrarnos únicamente en el parámetro β , el capital público puede acabar sobredimensionado, incluso hallándose en el tramo tecnológico en que hay efecto *crowding-in*.

4. UN APLICACIÓN AL CASO ESPAÑOL

En esta sección ilustramos los resultados de nuestro modelo aplicando las estimaciones obtenidas en diferentes estudios empíricos donde se ha tratado de "medir" el impacto del capital público en la economía, evaluando la elasticidad-output del mismo. Conviene resaltar que no pretendemos aquí ofrecer estimaciones propias ni juzgar la calidad econométrica que obtenemos de otros autores, sino de ilustrar con un ejemplo práctico nuestra idea básica de que analizar exclusivamente el impacto tecnológico puede llevar a sobredimensionar el nivel de capital público. Los estudios que utilizamos en esta sección son de

Bajo y Sosvilla (1993), dos estimaciones de Mas *et al* (1993) (estimación nacional y regional) y el trabajo de Argimón *et al* (1993). Los dos primeros evalúan las elasticidades de los factores productivos bajo la hipótesis de que los *inputs* privados de producción presentan rendimientos constantes a escala, tal y como exige nuestro modelo. Argimón *et al* (1993) no consideran dicha restricción pero, dado que sus estimaciones verifican la condición $\alpha > \beta$, podemos emplearlas para ilustrar nuestro análisis, bajo el supuesto adicional que la elasticidad del capital privado es $1-\alpha$. Las estimaciones de las elasticidades del trabajo (α) y el capital público (β) para los trabajos mencionados aparecen en las dos primeras columnas del cuadro 2. En las dos últimas columnas se recogen los ratios del capital público sobre capital privado que se obtienen de nuestro modelo teórico para dos funciones objetivo: por un lado, el caso *crowding-in*, $(Q/K)^d$, ratio a partir del cual el capital público comienza a expulsar al capital privado y, por otro, el ratio Pareto Óptimo, $(Q/K)^p$. Nótese que este último se encuentra por debajo del anterior porque, para todos los casos, los parámetros tecnológicos se sitúan en lo que hemos denominado área I, en la acumular stock de capital público hasta el punto de explotar todo el efecto *crowding-in* llevaría a una sobredimensión del mismo, bajo el criterio paretiano. González-Páramo (1994) emplea estos mismos estudios para determinar si en la economía española la dotación de capital público es óptima bajo los resultados de su modelo teórico.

Las series de capital público y privado, elaboradas por Corrales y Taguas (1989), permiten evaluar el ratio capital público/capital privado, Q/K , observado en la economía española. Para el período 1964-1988 dicho ratio era por término medio 0,13 y si consideramos el período 1982-1988 este ratio aumenta a 0,15. Para los tres primeros casos considerados el ratio capital público sobre privado observado se encuentra por debajo del óptimo. Sin embargo, para la estimación regional de los parámetros tecnológicos (véase la última fila del cuadro 2) el ratio observado en la economía española ya se encuentra por encima del óptimo, aunque todavía se encontrase en el tramo donde hay efecto *crowding-in*. Estos resultados son similares a los obtenidos por González-Páramo (1994) para un

modelo de agente representativo en un modelo de crecimiento.

CUADRO 2

	Parámetros Tecnológicos		Ratios Q/K teóricos resultantes	
	α	β	<i>Crowding-in</i>	<i>Optimo</i>
Argimon et al (1993)	0,35	0,21	0,53	0,32
Bajo y Sosvilla (1993)	0,40	0,18	0,44	0,30
Mas et al (1993)	0,39	0,29	0,82	0,47
Mas et al (1993) ⁹	0,37	0,08	0,17	0,13

Para el resto de los casos, como ya se ha dicho, el ratio observado se encuentra por debajo del óptimo, pero ¿justifica esta situación una políticas de inversión en infraestructuras como las que se proponen con frecuencia?

En el cuadro 3 mostramos unas predicciones¹⁰ del ratio Q/K para la economía española bajo diferentes políticas de inversión en capital público¹¹ partiendo del valor observado en 1988 de Corrales y Taguas (1989). La política de inversión que planteamos consiste en dedicar una proporción constante del PIB a inversión en capital público, tal y como se plantea en el Programa de Convergencia comunitario que establece el compromiso de "mantener el gasto en infraestructuras del conjunto de las AA.PP. en torno al 5% del PIB" (pag. 22). En cada una de las columnas aparece, para cada año, el ratio capital público/privado resultante de aplicar una política de inversión pública sobre PIB constante del 3%, 5% y 7% respectivamente. Estas tasas de inversión tratan de recoger diferentes posibles políticas de infraestructuras para la economía española y no están basadas en una determinación óptima de la tasa de inversión.

CUADRO 3

	RATIOS CAPITAL PÚBLICO/PRIVADO BAJO DIFERENTES POLÍTICAS DE INVERSIÓN EN CAPITAL PÚBLICO		
	3% del PIB	5% del PIB	7% del PIB
1988	0,17	0,17	0,17
1994	0,21	0,26	0,32
1998	0,23	0,32	0,41
2002	0,26	0,37	0,48
2006	0,27	0,41	0,55
2010	0,27	0,44	0,60
2014	0,30	0,47	0,64

Para el caso regional, como ya se ha dicho, el capital público se encontraba sobredimensionado ya en 1988. Bajo la regla del 7% en el año 2002 se sobredimensiona el ratio capital público/privado incluso bajo la estimación más favorable que tal y como se recogía en el cuadro 2 era aquel consistente con los parámetros estimados por Mas *et al* (0,47). Incluso para un política del 5%, esta sobredimensión ocurre en el año 2014, para el criterio más favorable. Para el resto de la estimaciones que coinciden con la estimación "media", el ratio óptimo capital público/privado estaba en torno al 0,30. Una política del 7% llevaría a sobredimensionar las infraestructuras en el presente. Una política del 5%, tal y como se propone (la inversión media para el período 1990-1993 ha sido el 4,9% del PIB), lo sobredimensionaría en 1997. Una regla del 3% no lo sobredimensionaría bajo esta estimación "media" hasta el año 2014. Como criterio alternativo de política de infraestructuras alternativo, se propone fijar a priori un objetivo de ratio capital público/ privado que se considera apropiado (por general de 30%) y elaborar planes de inversión pública en porcentaje del PIB que por término medio no sobredimensionen este nivel.

5. CONCLUSIONES

Es frecuente encontrar trabajos que se centran exclusivamente en valorar la externalidad tecnológica positiva del capital público sobre el conjunto de la producción. En este artículo partimos de una perspectiva más amplia y presentamos un modelo de equilibrio general sencillo donde el gobierno toma en consideración tanto el nivel de capital público como el tipo impositivo necesario para financiarlo. Cuando se considera la restricción presupuestaria del gobierno, un incremento del capital público tiene, por un lado, un efecto positivo sobre la productividad del trabajo y del capital privado, pero, por otro, el necesario aumento del tipo impositivo tiene efectos negativos sobre la renta disponible, y sobre el ahorro y el capital privado. El impacto final sobre la economía es, en principio, indeterminado. Al considerar la restricción presupuestaria del gobierno, el modelo presenta en estado estacionario una versión de la "curva de Laffer", es decir, una relación no monotónica entre tipos impositivos y recaudación y, por tanto, entre tipos impositivos e inversión pública "alcanzable". Para toda la "curva de Laffer", el ratio capital privado/capital público es siempre decreciente con el tipo impositivo; cuando el tipo es suficientemente "bajo", un aumento del capital público lleva asociado un efecto *crowding-in* sobre el capital privado, pero, a medida que el capital público y el tipo impositivo necesario para financiarlo crecen, el efecto positivo sobre el capital privado desaparece y el capital público termina expulsando capital privado (efecto *crowding-out*).

A partir de la existencia de este posible *trade-off* entre capital público y capital privado compatible con la externalidad tecnológica positiva, en el trabajo estudiamos los ratios capital público/privado que maximizan diferentes funciones objetivo del gobierno, llevando a cabo el análisis, bajo diferentes rangos de los parámetros tecnológicos. Se demuestra que, utilizando el criterio paretiano como referencia, el ratio capital público/privado puede estar sobredimensionado incluso bajo funciones objetivo que minimizan el peso relativo del sector público. Este caso ocurre cuando el parámetro tecnológico que mide la elasticidad del capital

público es elevado, que es el caso que lleva a reclamar una mayor inversión pública por parte de aquellos que se centran en estimar únicamente funciones de producción. De esta forma, la estimación del parámetro tecnológico en una función de producción agregada puede segar al alza el efecto beneficioso del capital público sobre el conjunto de la economía.

En particular, cuando se aplica el modelo a diversas estimaciones de los parámetros tecnológicos realizadas para la economía española, es posible encontrar casos que llevarían a no rechazar la hipótesis de que el capital público en la economía española se encuentra en la actualidad sobredimensionado. Mas aún, para un conjunto amplio de parámetros tecnológicos la regla de política que sugiere mantener un esfuerzo constante de inversión pública en términos del PIB, por ejemplo del 5%, podrían llevar a una sobredimensión del capital público antes del año 2000.

1. Este tipo de modelo ha sido utilizado por P. Kehoc (1987). A. Ghosh (1991) utiliza este modelo grava las rentas del capital y no del trabajo, pero no tiene efectos directos sobre el capital privado porque no modifica la decisión de ahorro. En ambos casos se analizan los efectos del gasto público en economías abiertas.

2. Incluir una depreciación para ambos capitales, no supone ninguna mejora cualitativa del modelo. Dado que este modelo no genera crecimiento endógeno, una economía con una tasa de depreciación del capital, $\delta < 1$, tendría, en estado estacionario, una dotación de capital público, $Q = (\theta w)/\delta$ y de capital privado, $K = (1-\theta)w/(2\delta)$. Como puede observarse el modelo propuesto puede extenderse fácilmente a una economía con una tasa de depreciación inferior a 1.

3. En un modelo como el que se presenta, la decisión del consumidor trabajo-ocio no se vería alterada por la presencia de una mayor o menor dotación de capital público. Se puede demostrar que el individuo, en un contexto de generaciones solapadas donde solo trabaja cuando es joven, ofrece trabajo de manera inelástica.

Si partimos de la siguiente función de utilidad del individuo:

$$\text{Max } \ln C^y_t + \ln C^o_{t+1} + \gamma \ln h_t$$

donde, h_t es el ocio del individuo cuando es joven, sometidas a la siguiente restricciones:

$$C^y_t + S_t = w_t(1-\theta)L_t$$

$$C^o_{t+1} = (1+r_{t+1})S_t$$

$$L - L_t = h_t$$

donde L_t es el tiempo que dedica a trabajar y L es la dotación total de tiempo que puede dedicar a trabajar o al ocio, entonces, la decisión de trabajo (y por tanto de ocio) es:

$$L_t = \frac{2}{2+\gamma}L$$

Como se observa es una decisión que no depende del salario, ni del tipo impositivo, por lo tanto en este modelo la política fiscal no afecta a la decisión trabajo-ocio.

4. En general, este ratio dependerá de la relación K/L existente en la economía, aunque en nuestro caso, el trabajo está fijado exógenamente a la unidad.

5. En nuestro modelo el ahorro no depende del tipo de interés, por lo que el ejercicio es válido incluso bajo previsión perfecta. En modelos más generales, los agentes internalizarían movimientos futuros en las variables que determinan el tipo de interés. En ese caso este ejercicio deberá reinterpretarse como "aumentos inesperados del capital público".

6. En el gráfico 4 el aumento del capital privado en estado estacionario es $((1.1)^{M^a} - 1)$

7. El estudio de M. Baxter y R. King (1993) sitúa a la economía americana en esta situación.

8. Nuevamente, estos resultados son coincidentes con los de González-Páramo (1994). Aunque en su caso el ratio capital público/privado que maximiza la utilidad coincide con el ratio capital público/privado que maximiza el capital privado $((Q/K)^a = (Q/K)^b)$.

9. Las estimaciones de los parámetros en este caso se efectúan con datos regionales de capital público y no nacionales como en los tres anteriores. Esto supone que la estimación de la elasticidad del capital público puede estar sesgada a la baja, ya que no se recoge el efecto *desbordamiento* del capital público.

10. Para efectuar las proyecciones del ratio Q/K se han efectuado los siguientes supuestos: i) la inversión en capital privado es el 10% del PIB, que corresponde, por término medio, con la inversión para el período 1964-1988, ii) las tasas de depreciación del capital privado y del capital público son las utilizadas por Corrales y Taguas y iii) suponemos una tasa constante del crecimiento del PIB de 1,5%.

11. Nuestro modelo únicamente permite realizar un análisis empírico tomando como variable relevante el ratio stock de capital público/privado, Q/K. Un análisis empírico en base a inversión de capital público e inversión de capital privado no tiene sentido ya que hemos considerado una depreciación del 100% en ambos capitales.

REFERENCIAS

- Argimón, I., J. M. González Páramo, M. J. Martín y J. M. Roldán (1993). "Productividad e infraestructuras en la economía española" Documento de Trabajo del Banco de España, 9313
- Aschauer, D. (1989). "Does public capital crowd out private capital?". Journal of Monetary Economics 24 171-188.
- Aschauer, D. (1989). "Is public expenditure productive?". Journal of Monetary Economics 23 177-200.
- Bajo, O. y S. Sosvilla (1993). "Does public capital affect private sector performance?". Economic Modelling, July 1993, 179-184
- Baxter, M. y R. King (1993). "Fiscal policy in general equilibrium". The American Economic Review, June 1993, 315-334
- Barro, J. y X. Sala-i-Martin (1992). "Public finance in models of economic growth". Review of Economic Studies, 59, 645-661.
- Corrales A. y D. Taguas (1989). "Series macroeconómicas para el período 1954-88: un intento de homogeneización". Instituto de estudios fiscales, 78
- González-Parámo, J. M. (1994). "Infraestructuras y productividad: La evidencia empírica y sus implicaciones normativas", mimeo, Banco de España.
- Evans P. y G. Karras (1994). "Is government capital productive? Evidence from a panel of seven countries." Journal of Macroeconomics, vol 16, 2 , 271-279.
- García-Milà, T. (1990). "Un modelo dinámico de capital público". Investigaciones Económicas, 14, 369-383.
- Ghosh A. (1991). "Strategic aspects of public finance in world with high capital mobility". Journal of International Economics, 30, 229-247
- Kehoe, P. (1987). "Coordination of fiscal policies in a world economy". Journal of Monetary Economics, 19, 349-376
- Mas, M., J. Maudos, F. Pérez y E. Uriel (1993). "Capital público y productividad de la economía española". Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas. WP-EC 93-08.
- Roldán, J. , J. González-Páramo y I. Argimón (1993) "Inversión privada, gasto público y efecto expulsión", mimeo, Banco de España

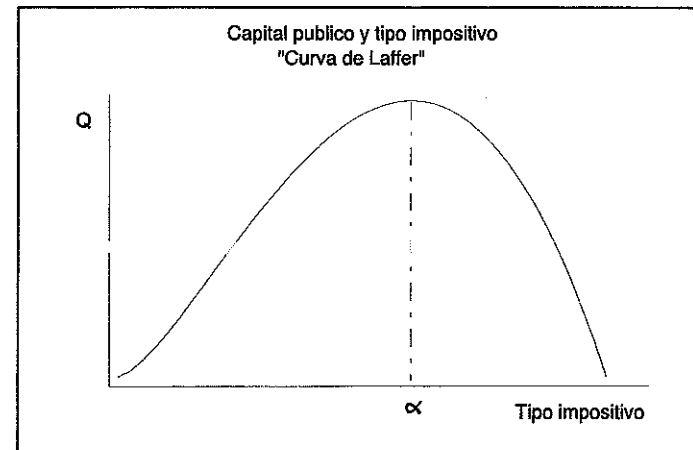


GRÁFICO 1

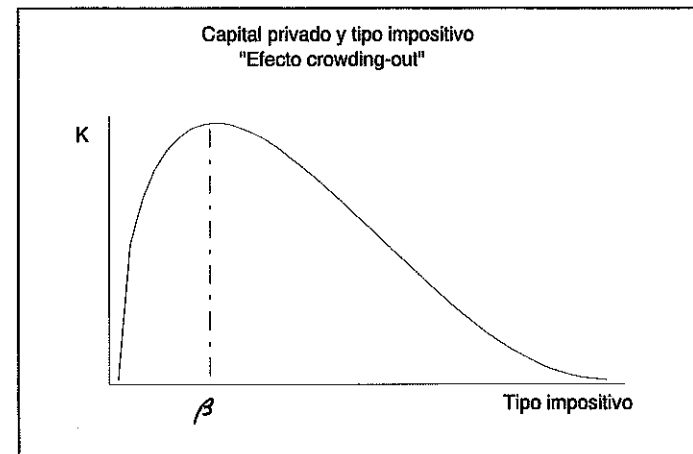


GRÁFICO 2

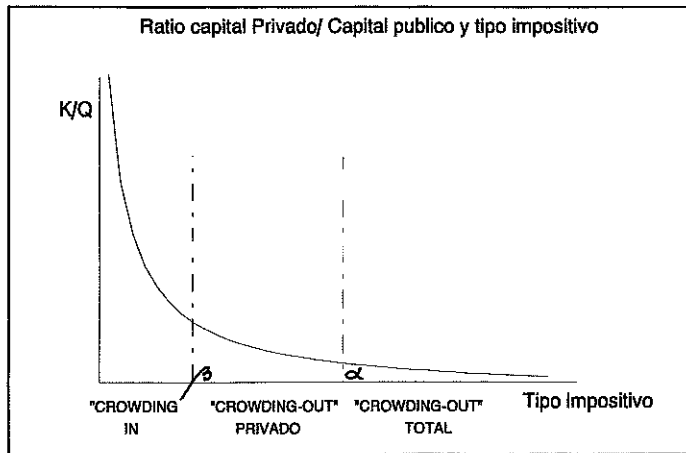


GRÁFICO 3

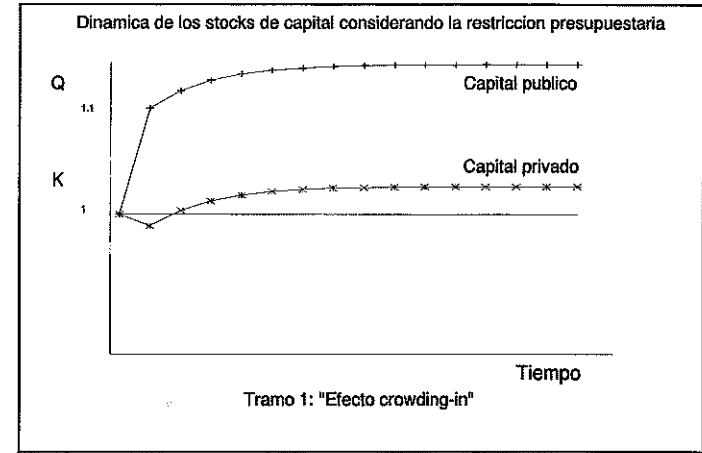


GRÁFICO 5

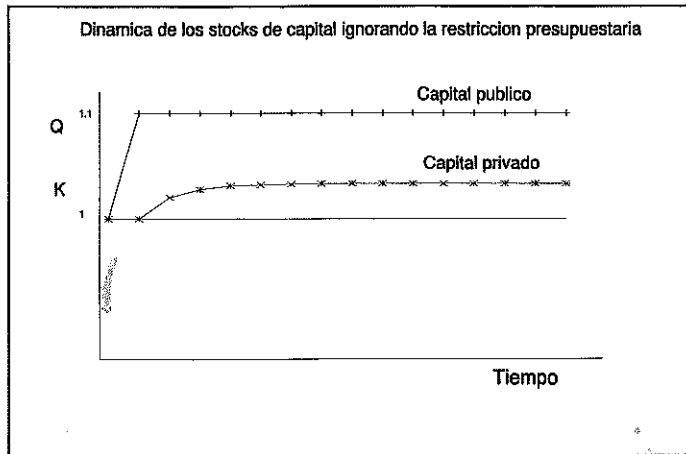


GRÁFICO 4

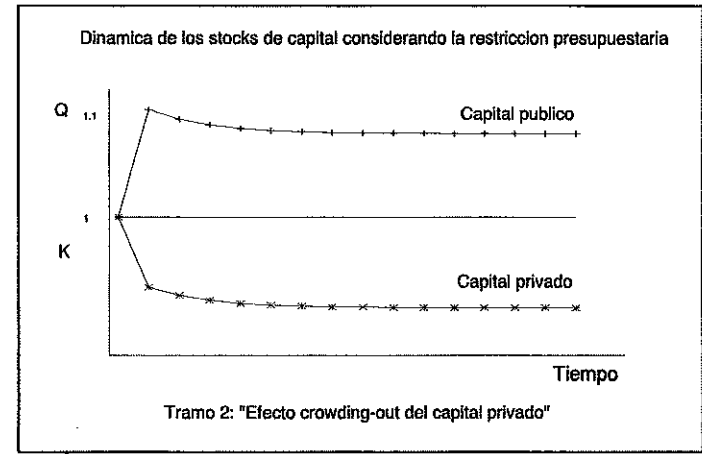


GRÁFICO 6

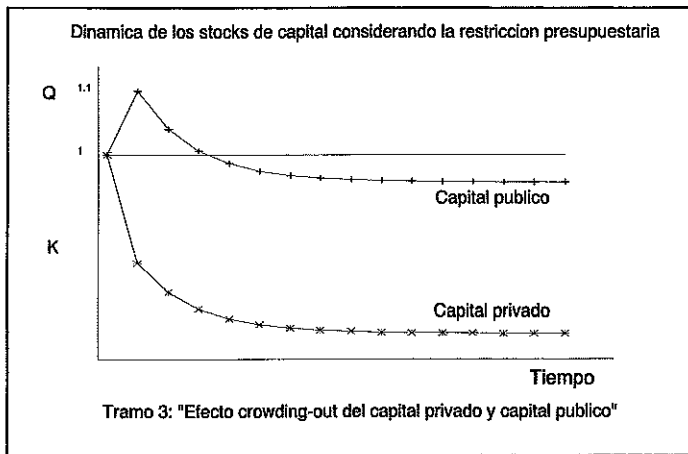


GRÁFICO 7

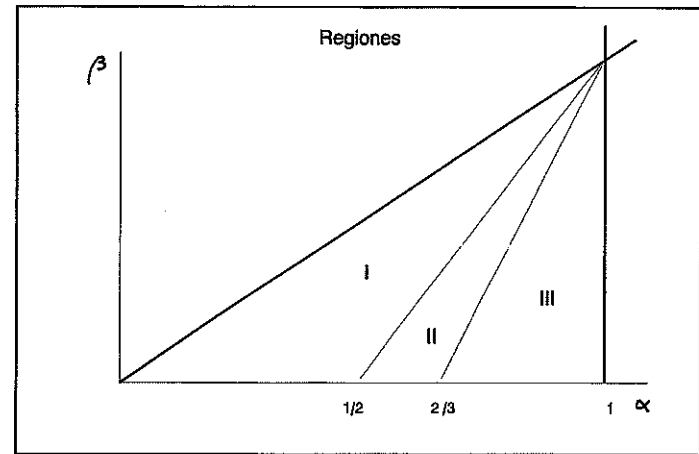


GRÁFICO 9

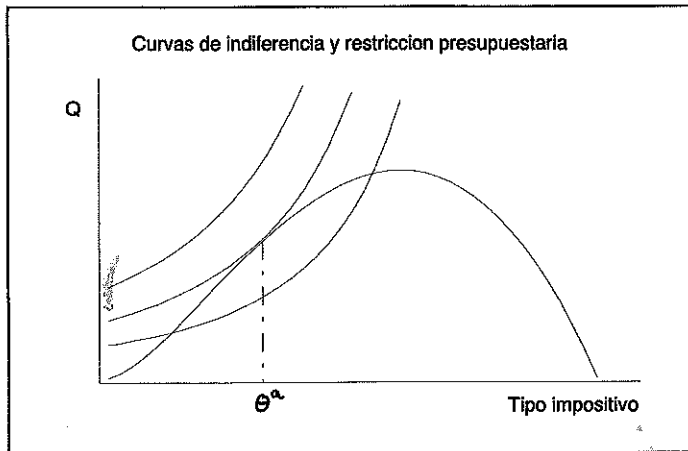


GRÁFICO 8

SERIE DE DOCUMENTOS DE TRABAJO DEL ICAE

- 9301 *"Análisis del comportamiento de las cotizaciones reales en la Bolsa de Madrid bajo la hipótesis de eficiencia"*. Rafael Flores de Frutos. Diciembre 1992. (Aceptado para publicar en Estadística Española)
- 9302 *"Sobre la estimación de primas por plazo dentro de la estructura temporal de tipos de interés"*. Rafael Flores de Frutos. Diciembre 1992.
- 9303 *"Cambios de estructuras de gasto y de consumo en el cálculo del IPC"*. Antonio Abadía. Febrero 1993. (Publicado en Revista de Economía Aplicada, Vol.1, N°1)
- 9304 *"Tax Analysis in a Limit Pricing Model"*. Félix Marcos. Febrero 1993.
- 9305 *"El tipo de cambio propio: reformulación del concepto y estimación para el caso español"*. José de Hevia Payá. Junio 1993. (Publicado en Revista Española de Economía, Vol.11, N°1, 1994)
- 9306 *"Price Volatility Under Alternative Monetary Instruments"*. Alfonso Novales. Abril 1992.
- 9307 *"Teorías del tipo de cambio: una panorámica"*. Oscar Bajo Rubio y Simón Sosvilla Rivero. Junio 1993. (Publicado en Revista de Economía Aplicada, Vol.1, N°2).
- 9308 *"Testing Theories of Economic Fluctuations and Growth in Early Development (The Case of the Chesapeake Tobacco Economy)"*. Rafael Flores de Frutos y Alfredo M. Pereira. Diciembre 1992.

- 9309 "Maastricht Convergence Conditions: A Lower Bound for Inflation?". Jorge Blázquez y Miguel Sebastián. Marzo 1992.
- 9310 "Recursive Identification, Estimation and Forecasting of Nonstationary Economic Time Series with Applications to GNP International Data". A. García-Ferrer, J. del Hoyo, A. Novales y P.C. Young. Marzo 1993. (De próxima aparición en un volumen de homenaje a A. Zellner)
- 9311 "General Dynamics in Overlapping Generations Models". Carmen Carrera y Manuel Morán. Enero 1993. (Aceptado para publicar en Journal of Economic Dynamics and Control)
- 9312 "Further Evidence on Forecasting International GNP Growth Rates Using Unobserved Components Transfer Function Models". A. García-Ferrer, J. del Hoyo, A. Novales y P.C. Young. Septiembre 1993.
- 9313 "Public Capital and Aggregate Growth in the United States: Is Public Capital Productive?". Rafael Flores de Frutos y Alfredo M. Pereira. Julio 1993.
- 9314 "Central Bank Structure and Monetary Policy Uncertainty". José I. García de Paso. Abril 1993.
- 9315 "Monetary Policy with Private Information: A Role for Monetary Targets". José I. García de Paso. Julio 1993.
- 9316 "Exact Maximum Likelihood Estimation of Stationary Vector ARMA Models". José Alberto Mauricio. Julio 1993. (Aceptado para publicar en Journal of the American Statistical Association)
- 9317 "The Exact Likelihood Function of a Vector ARMA Model". José Alberto Mauricio. Julio 1993.
- 9318 "Business Telephone Traffic Demand in Spain: 1980-1991, An Econometric Approach". Teodosio Pérez Amaral, Francisco Álvarez González y Bernardo Moreno Jiménez. Septiembre 1993. (Aceptado para publicación en Information Economics and Policy)
- 9401 "Contrastes de momentos y de la matriz de información". Teodosio Pérez Amaral. Junio 1994. (Publicado en Cuadernos Económicos del ICE, N° 55, 1993/3)
- 9402 "A Partisan Explanation of Political Monetary Cycles". José I. García de Paso. Junio 1994.
- 9403 "Estadísticos para la detección de observaciones anómalas en modelos de elección binaria: una aplicación con datos reales". Gregorio R. Serrano. Junio 1994. (Aceptado para publicar en Estadística Española)
- 9404 "Effects of Public Investment in Infrastructure on the Spanish Economy". Rafael Flores de Frutos, Mercedes Gracia Díez y Teodosio Pérez Amaral. Junio 1994.
- 9405 "Observaciones anómalas en modelos de elección binaria". Mercedes Gracia y Gregorio R. Serrano. Junio 1994. (Aceptado para publicar en Estadística Española)
- 9406 "Permanent Components in Seasonal Variables". Rafael Flores y Alfonso Novales. Junio 1994.
- 9407 "Money Demand Instability and the Performance of the Monetary Model of Exchange Rates". Rodrigo Peruga. Junio 1994.
- 9408 "Una nota sobre la estimación eficiente de modelos con parámetros cambiantes". Sonia Sotoca. Junio 1994.



- 9409 *"Distribución de la renta y redistribución a través del IRPF en España"*. Rafael Salas. Junio 1994.
- 9410 *"Trade Balances: Do Exchange Rates Matter?"*. Rodrigo Peruga. Junio 1994.
- 9411 *"A Retrial System with Constant Attempts"*. Mercedes Vázquez. Octubre 1994.
- 9412 *"A Retrial Model at Nonstationary Regime"*. Mercedes Vázquez. Octubre 1994.
- 9413 *"Equívocos y singularidades en el sistema financiero español"*. Jaime Terceiro Lomba. Noviembre 1994.
- 9414 *"On Univariate Forecasting Comparisons: The Case of the Spanish Automobile Industry"*. A. García-Ferrer, J. del Hoyo, A.S. Martín-Arroyo y P.C. Young. Junio 1994. (Aceptado para publicar en Journal of Forecasting)
- 9415 *"Horizontal and Vertical Inequality in a Social Welfare Framework"*. Rafael Salas. Noviembre 1994.
- 9416 *"A Model of Appointing Governors to the Central Bank"*. José I. García de Paso. Octubre 1994.
- 9417 *"Capital público y restricción presupuestaria gubernamental"*. Jorge Blázquez y Miguel Sebastián. Diciembre 1994.
- 9418 *"Efectos dinámicos de perturbaciones de demanda y oferta en la economía española"*. Esther Fernández Casillas, José Luis Fernández Serrano, Baltasar Manzano González y Jesús Ruiz Andújar. Diciembre 1994.

