Documento de Trabajo
8 9 0 6

UNA NOTA SOBRE AGREGACION TEMPORAL

Margarita López Rico

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES.- UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
Campus de Somosaguas. 28023 - MADRID

U N A   N O T A   S O B R E

A G R E G A C I O N   T E M P O R A L

Margarita López Rico

RESUMEN DEL CONTENIDO.

El presente trabajo pretende compensar en parte la laguna existente en relación al tratamiento de la agregación temporal con unidades de distinta longitud. En este sentido, postula un modelo de tendencia lineal para la serie desagregada examinando el efecto de la agregación y su tratamiento en distintos supuestos respecto a la longitud de las unidades utilizadas.

AUTORES.

Margarita López Rico, es Profesor Titular Interino e imparte o ha impartido materias de Estadística y Econometría.

UNA NOTA SOBRE AGREGACION TEMPORAL.

1. INTRODUCCION.

El planteamiento general del problema de la agregación temporal de una serie se recoge en el siguiente argumento. Supongamos que basándose en ciertas consideraciones teóricas, un investigador propone en términos de una unidad temporal determinada el modelo subyacente a una serie cronológica. Sin embargo, a pesar de que existen observaciones de la serie, estas corresponden a una unidad temporal agregación de la utilizada en la formulación del modelo. Conscientes de limitaciones insuperables impuestas en relación al modelo original por la periodicidad de las observaciones efectivas, la forma de proceder consiste en derivar el modelo correspondiente a la unidad temporal de los datos, estimandolo. En este sentido en Stram y Wei (1986) y Weiss(1984) se encuentran resultados y referencias en relación con modelos ARIMA y ARMAX.

Los trabajos de agregación temporal consideran unidades temporales ideales de igual longitud, y ésto no es habitualmente así en la práctica. La complicación adicional del análisis que supone considerar unidades temporales de distinta longitud ha sido tratada, por ejemplo, en Granger (1963), Cleveland y Devlin (1980, 1982), Cleveland y Grupe (1983), Oller

(1978), Pfeffermann y Fisher (1982), Bell y Hillmer (1983), etc. En los trabajos de este grupo que el autor ha podido examinar no hay, sin embargo, una clara e inequivoca aproximación al tema en la línea del párrafo anterior: las especificaciones de las series desagregadas son totalmente generales, y ello cuando raramente se formulan.

El presente estudio tiene por objeto postular un modelo concreto para la serie desagregada, examinando el efecto de la agregación temporal y su tratamiento en distintos supuestos respecto a la longitud de la unidad utilizada.

2. POLINOMIOS DEL TIEMPO.

Supongamos que la serie temporal x_T es una serie flujo tal que,

(1) $$x_T = a + b.T + u_T, \qquad T = 1,\ldots,N$$

donde,

$$E(\underline{u}) = \underline{0} \quad y \quad E(\underline{uu}') = \sigma^2\underline{I}$$

a y b constantes,

es decir, sigue una tendencia lineal. Por supuesto podrían c siderarse potencias del tiempo superiores.

Si ahora agregamos la serie de acuerdo a n unidad temporales de longitud $L_t > 0$, $t = 1,\ldots,n$, tenemos:

(2) $$X_t = a.L_t + b.\mathcal{L}_t + U_t, \qquad t = 1,\ldots,n$$

donde,

$$\mathcal{L}_t = \frac{2.L_t.\sum_{i=1}^{t+1} L_{i-2} + L_t^2 + L_t}{2}$$

$$U_t = \sum_{T=\sum_{i=1}^{t+1} L_{i-2}+1}^{\sum_{i=1}^{t+2} L_{i-2}} u_T, \quad E(\underline{U}) = \underline{0}, \quad E(\underline{UU}') = \sigma^2 \underline{\Omega}$$

$$\underline{\Omega} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 \dots & 0 \\ 0 & L_2 \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & L_n \end{bmatrix}$$

$$L_{-1} = L_0 = 0$$

Si todas las unidades son iguales, es decir, agregamos la serie de acuerdo a n unidades temporales de longitud $L = \frac{N}{n}$ tendríamos por otra parte,

$$X_t^* = a.L + b.\mathcal{L}_t^* + U_t^*, \qquad t = 1,\dots,n$$

donde,

$$\mathcal{L}_t^* = \frac{2.(t-1).L^2 + L^2 + L}{2} = \frac{L(1-L)}{2} + L^2.t$$

y por consiguiente,

$$(3) \qquad X_t^* = a.L + b(\frac{L(1-L)}{2} + L^2.t) + U_t^* = A + B.t + U_t^*$$

con

$$U_t^* = \sum_{T=(t-1).L+1}^{t.L} u_T, \quad E(\underline{U}^*) = \underline{0}, \quad E(U^*U^{*\prime}) = L.\sigma^2 \underline{I}$$

es decir, la serie agregada sigue una tendencia lineal. Esta puede ser la situación cuando se agrega una serie diaria en una serie semanal.

Finalmente, si la agregación se realiza de acuerdo a n unidades temporales de longitud $L_{jk} > 0$, $L_{jk} = L_{j'k}$, $j = 1,\ldots,m$ y $k = 1,\ldots,q$, tendríamos de (2) para $k = 1,\ldots,q$,

$$X_{jk} = a.L_{jk} + b.\mathcal{L}_{jk} + U_{jk}, \qquad j = 1,\ldots,m$$

donde,

$$\mathcal{L}_{jk} = \frac{2.L_{jk}\left(\sum_{i=1}^{k+1} L_{j,i-2} + (j-1).\sum_{k=1}^{q} L_{jk}\right) + L_{jk}^2 + L_{jk}}{2} =$$

$$= \frac{2.L_{jk}\left(\sum_{i=1}^{k+1} L_{j,i-2} - \sum_{k=1}^{q} L_{jk}\right) + L_{jk}^2 + L_{jk}}{2} +$$

$$+ j.L_{jk}\sum_{k=1}^{q} L_{jk}$$

y por consiguiente,

$$(4) \qquad X_{jk} = a.L_{jk} + b\left(\frac{2.L_{jk}\left(\sum_{i=1}^{k+1} L_{j,i-2} - \sum_{k=1}^{q} L_{jk}\right) + L_{jk}^2 + L_{jk}}{2} +\right.$$

$$\left. + j.L_{jk}.\sum_{k=1}^{q} L_{jk}\right) + U_{jk} = A_{(k)} + B_{(k)}.j + U_{jk}$$

con

$$U_{jk} = \sum_{T=\sum_{i=1}^{k+1} L_{j,i-2} + (j-1)\sum_{k=1}^{q} L_{jk} + 1}^{\sum_{i=1}^{k+2} L_{j,i-2} + (j-1)\sum_{k=1}^{q} L_{jk}} u_T$$

$$E(\underline{U}_{(k)}) = \underline{0}, \qquad E(\underline{U}_{(k)}\underline{U}'_{(k)}) = L_j.\sigma^2\underline{I}$$

$$L_{j,-1} = L_{j,0} = 0$$

es decir, para cada k la serie agregada sigue una tendencia lineal. Esta puede ser la situación cuando se agrega una serie diaria en una serie mensual excepto por los febreros bisiestos.

Puesto que tenemos solamente datos agregados se estimarían, en principio, el modelo (3) y el modelo (4) por mínimos cuadrados ordinarios, y el modelo (2) por mínimos cuadrados ponderados. La eficiencia del estimador siempre disminuye con el nivel de agregación. Las series L_t y $\mathcal{L}_t$ en (2) estarán en la mayoría de los casos fuertemente correlacionadas. Esto provoca problemas de multicolinealidad que deberán resolverse en el contexto de los procedimientos usuales. La posibilidad de estimar una regresión para cada k evita el problema en ese caso concreto.

Si en (1) u_T sigue algún proceso ARMA, Stram y Wei (1986) proporcionan el modelo de U_t^* en (3). En relación a (4) es preciso tener en cuenta que la primera unidad es de longitud $\sum_{i=1}^{k} L_{ji}$ mientras que las siguientes son de longitud $\sum_{k=1}^{n} L_{jk}$. Se desconoce la existencia de resultados para U_t en (2).

3. CONCLUSIONES.

Los modelos del epigrafe anterior no son un mero ejercicio algebraico, tienen como finalidad contribuir al objetivo principal del análisis univariante de series temporales: la previsión. En este sentido los resultados pueden ser muy satisfactorios puesto que la longitud de las unidades temporales futuras es conocida la mayoría de las veces. Esta información junto con el supuesto de permanencia en el tiempo del modelo (1) puede utilizarse para mejorar las previsiones, especialmente a corto plazo donde es más fácil asumir una tendencia que no varie.

En la práctica si la serie agregada sigue una tendencia lineal se procederá directamente a estimar la regresión correspondiente a las unidades temporales utilizadas. Si hay razones para considerar que además está involucrado un modelo ARMA puede seguirse para la identificación del mis a Bell y Hillmer (1983) y Liu (1986).

BIBLIOGRAFIA.

Bell, W. R. and Hillmer, S. C. (1983)

Modeling Time Series with Calendar Variation.

J.A.S.A., 78, nº 383.

Cleveland, W. S. and Devlin, S. J. (1980)

Calendar Effects in Monthly Time Series: Detection by Spectrum Analysis and Graphical Methods.

J.A.S.A., 75, nº 371.

Cleveland, W. S. and Devlin, S J. (1982)

Calendar Effects in Monthly Time Series: Modeling and Adjustment.

J.A.S.A., 77, nº 379.

Cleveland, W. S. and Grupe, M. R. (1983)

Modeling Time Series when Calendar Effects are present.

Applied Time Series Analysis of Economic Data. A. Zellner (editor). Bureau of the Census.

Granger, C. W. J. (1963)

The Effect of Varying Month-Length on the Analysis of Economic Time Series.

L'Industria. Milano.-

Liu, Lon-Mu (1986)

Identificatión of Time Series Models in the Presence of

Calendar Variation.

International Journal of Forcasting, 2

Öller, L. E. (1978)

Time Series Analysis of Finnish Foreing Trade.

Finnish Statistical Society.

Pfeffermann, D. and Fisher, J. M. (1982)

Festival and Working Days Prior Adjustments in Economic Time Series.

International Statistical Review, 50.

Stram, D. O. and Wei, W. W. S. (1986)

Temporal Aggregation in the Arima Process.

Journal of the Time Series Analysis, 7, nº 4.

Weiss, A. A. (1984)

Systematic Sampling and Temporal Aggregation in Time Series Models.

Journal of Econometrics, 26