

FACULTAD DE ESTUDIOS ESTADÍSTICOS

**MÁSTER EN MINERÍA DE DATOS E
INTELIGENCIA DE NEGOCIOS**

Curso 2024/2025

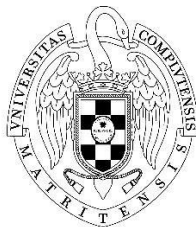
Trabajo de Fin de Máster

***TITULO: Estudio del Riesgo y Diversificación en
una Cartera de Criptomonedas***

Alumno: Adrián Francisco Camero

Tutor: Alicia Perez Alonso

Febrero de 2025



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

Resumen

La presente investigación tiene como objetivo principal analizar y cuantificar el riesgo de mercado asociado a las criptomonedas. Este problema se ha abordado a través de modelos cuantitativos que nos ayudan a predecir la volatilidad de cada activo con el objetivo de cuantificar el valor en riesgo. Posteriormente, en función del riesgo-retorno de cada activo se ha creado la cartera de mínima varianza. A partir de esta se ha analizado el riesgo mediante modelos multivariantes, con el objetivo de ver si la teoría de Markowitz es de utilidad en estos activos extremadamente volátiles.

Para contrastar los modelos, se ha realizado el *backtesting* sobre el valor en riesgo pronosticado, tanto a nivel univariante para cada activo como multivariante para la cartera.

Los resultados ofrecen herramientas valiosas para cuantificar el riesgo de estos activos y evidencian que la teoría de Markowitz presenta limitaciones en este mercado debido a la extrema volatilidad y los altos niveles de correlación dinámica entre los activos. Por ello, se proponen soluciones más innovadoras a la hora de asignar pesos a los activos de la cartera, cómo modelos multivariantes que estiman la matriz de varianzas-covarianzas de manera dinámica. De esta manera se consigue una mayor diversificación y un menor riesgo.

Palabras clave

Criptomonedas, Riesgo de mercado, Valor en Riesgo, Volatilidad, Cartera de mínima varianza, Riesgo-retorno, Modelos multivariantes, Teoría de Markowitz, Backtesting.

Agradecimientos

Alicia Perez Alonso.

Índice

Resumen	2
Palabras clave.....	2
Agradecimientos	2
Índice de figuras	4
Índice de tablas	5
1. Introducción.....	6
1.1 Estado del arte	7
1.2 Objetivos	8
2. Selección de criptomonedas	9
3. Análisis descriptivo	10
4. Metodología	15
4.1 Estimación media-varianza.	15
4.2 Estimación matriz de varianzas-covarianzas (multivariante).	18
4.3 Formación carteras.....	19
4.4 Valor en riesgo.....	22
4.5 <i>Backtesting</i> VeR.	24
5. Riesgo por criptomoneda.	26
5.1 <i>Backtesting</i> del VeR criptomonedas.....	33
6. Creación cartera	37
6.1 Valor en riesgo Cartera.	38
6.3 <i>Backtesting</i> del VeR cartera.	40
7. Cartera dinámica.....	41
8. Conclusiones	44
Bibliografía.....	46

Índice de figuras

Figura 1. Evolución criptomonedas. 02/01/2021-31/10/2024	11
Figura 2. Rendimiento promedio y desviación típica criptomonedas.	12
Figura 3. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - BTC.....	13
Figura 5. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - ETH.....	14
Figura 6. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - BNB.....	14
Figura 7. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - SOL.....	14
Figura 8. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - XRP.....	15
Figura 9. Frontera eficiente de Markowitz.....	21
Figura 10. Ejemplo Valor en Riesgo.....	23
Figura 11. ACF Residuos estandarizados - BTC.....	28
Figura 12. ACF Residuos al cuadrado estandarizados - BTC.....	28
Figura 13. ACF Residuos estandarizados - ETH.....	28
Figura 14. ACF Residuos al cuadrado estandarizados - ETH.....	29
Figura 15. ACF Residuos estandarizados - SOL.....	29
Figura 16. ACF Residuos estandarizados al cuadrado - SOL.....	29
Figura 17. ACF Residuos estandarizados - BNB.....	30
Figura 18. ACF Residuos al cuadrado estandarizados - BNB.....	30
Figura 19. ACF Residuos estandarizados - XRP.....	30
Figura 20. ACF Residuos estandarizados al cuadrado - XRP.....	31
Figura 21. Evolución de los retornos y VeR predicho. BTC.....	34
Figura 22. Evolución de retornos y VeR predicho. ETH.....	34
Figura 23. Evolución de los retornos y VeR predicho. BNB.....	35
Figura 24. Evolución de los retornos y VeR predicho. SOL.....	35
Figura 25. Evolución de los retornos y VeR predicho. XRP.....	35
Figura 26. Relación rentabilidad-riesgo criptomonedas. 01/01/2021- 31/12/2024	37
Figura 27. Evolución retornos y VeR cartera por cada método.....	39
Figura 28. Correlación entre criptomonedas. 01/01/2021-31/12/2024.	40
Figura 29. Correlación y volatilidad estimada último t. EWMA.....	42
Figura 30. Correlación y volatilidad estimada último t. Garch cov EWMA...	43
Figura 31. Correlación y volatilidad estimada último t. DCC-GARCH.....	43

Índice de tablas

Tabla 1. Estadísticos criptomonedas	13
Tabla 2. Mejor modelo de ajuste para cada criptomoneda.	26
Tabla 3. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(0,0) eGARCH(1,1) - BTC.	26
Tabla 4. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(0,0) eGARCH(3,3) - ETH.	27
Tabla 5. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(0,0) GARCH(1,1) - SOL.	27
Tabla 6. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(0,0) eGARCH(3,3) - BNB.	27
Tabla 7. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(1,0) eGARCH(1,3) - XRP.	27
Tabla 8. VeR a horizonte un día para cada criptomoneda.	32
Tabla 9. Ventana móvil con reestimación para backtesting	34
Tabla 10. Resultados backtesting sobre el VeR univariante.....	36
Tabla 11. Pesos cartera mínima varianza y tangente. Matriz varianzas- covarianzas constante.....	37
Tabla 12. VeR cartera.	39
Tabla 13. Backtesting sobre el VeR multivariante.	40
Tabla 14. Pesos cartera. Matriz varianzas-covarianzas dinámica.....	42
Tabla 15. VeR carteras dinámicas	44

1. Introducción

Las criptomonedas son activos digitales que utilizan criptografía avanzada para garantizar la seguridad de las transacciones, controlar la creación de nuevas unidades y verificar la transferencia de activos sin necesidad de intermediarios. Surgieron en 2009 con la introducción de Bitcoin, desarrollado por una entidad anónima bajo el seudónimo de Satoshi Nakamoto. Desde entonces, este nuevo sistema financiero descentralizado ha evolucionado significativamente, dando lugar a miles de criptomonedas con diversos usos, tecnologías y características. Su diseño basado en *blockchain* permite registrar transacciones de manera transparente, inmutable y accesible, lo que ha generado un creciente interés tanto en el ámbito financiero como en sectores tecnológicos y sociales.

El universo de las criptomonedas se presenta como un terreno dinámico y en constante evolución, desafiando las convenciones financieras tradicionales y ofreciendo nuevas oportunidades y desafíos. En enero de 2024, la SEC "U.S. Securities and Exchange Commission" finalmente dio luz verde a los ETF "Exchange-traded funds" de Bitcoin, los cuales abren la posibilidad de adquirir Bitcoin, la primera criptomoneda que se creó, a grandes fondos de inversión e instituciones.

El gran volumen generado con estos ETF llevó a la aprobación del ETF de Ethereum en mayo de 2024. De esta manera se garantiza la seguridad a la hora de invertir en estas monedas, ya que hasta ahora solo era posible acceder a estos mercados a través de un CEX "Centralized Exchange": *exchange* centralizado en el que la custodia de los fondos está a cargo de una empresa o individuo. O a través de un DEX "Decentralized Exchange": *exchange* descentralizado, donde se facilita el intercambio de estos activos sin la necesidad de una empresa o individuo.

Por ello, la aprobación de estos ETF ha generado una fuerte entrada de capital e interés por el ecosistema de las criptomonedas, impulsando así su precio recientemente a máximos históricos. Además, se espera que la regulación de este mercado llegue a Europa en enero a través de la ley MiCA "Markets in Crypto-Assets" (BBVA, 2023), una normativa de la Unión Europea que establece un marco legal uniforme para la emisión y prestación de servicios relacionados con criptomonedas. Su objetivo principal es proteger a los inversores, garantizar la estabilidad financiera y fomentar la innovación de este sector, generando así una mayor confianza a la hora de invertir en este mercado a los inversores europeos.

La relativa juventud y la rápida transformación del mercado de criptomonedas, sumada a la futura facilidad de acceder a ellas, plantean interrogantes significativos sobre la naturaleza del riesgo asociado a estos activos. La volatilidad, significativamente mayor en comparación con los mercados tradicionales (Gómez Fonsenca & Rodríguez Córdoba, 2024), añaden complejidad al análisis de riesgos financieros.

En este sentido, este estudio se presenta como una exploración detallada y necesaria a la hora de evaluar el riesgo asociado a la inversión en criptomonedas.

Además, el trabajo responderá a la duda sobre si la diversificación, que es una estrategia clave para optimizar el riesgo en una cartera, será o no eficiente en este

nuevo mercado que presenta altas correlaciones entre activos. Ya que al igual que en inversiones tradicionales, los fondos de inversión y grandes instituciones se plantearán la manera de construir una cartera de criptomonedas para obtener el mayor rendimiento y mínimo riesgo posible.

La interacción entre distintos activos digitales y su comportamiento en conjunto añaden una capa adicional de complejidad que requiere un análisis minucioso y métodos sólidos de análisis para abordar el problema. A lo largo de este trabajo, se investigarán no solo los fundamentos teóricos del riesgo y la diversificación en el ámbito de las criptomonedas, sino también la aplicación práctica de modelos como ARMA (del inglés Autoregressive Moving Average) y GARCH (del inglés Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) en la estimación y gestión de la volatilidad, para poder obtener posteriormente el valor en riesgo de cada activo. Además, se hará uso de modelos MGARCH (del inglés Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) para la diversificación del riesgo y construcción de la cartera, así como *backtesting* para evaluar los modelos.

Se busca ofrecer una visión integral que no solo sirva como instantánea de la realidad actual, sino que también proporcione una perspectiva valiosa para aquellos interesados en entender y optimizar estrategias de inversión en este innovador panorama financiero.

1.1 Estado del arte

La gestión del riesgo y la construcción de carteras en mercados financieros han sido temas centrales en la literatura económica y financiera desde la formulación de la teoría de carteras por (Markowitz, 1952). Este modelo de optimización proporcionó una base sólida para la asignación eficiente de activos en función del retorno esperado y la volatilidad, proponiendo que los inversores pueden maximizar el retorno para un nivel dado de riesgo mediante la diversificación. Sin embargo, los supuestos de Markowitz, como la constancia de la matriz de varianzas-covarianzas y la normalidad de los retornos, han sido cuestionados en mercados modernos y más volátiles, como el de las criptomonedas.

La evolución de los métodos de medición del riesgo ha llevado al desarrollo de modelos más sofisticados que capturan las características dinámicas de los mercados. Modelos como el GARCH (Engle, 2002), han demostrado ser eficaces para predecir la volatilidad condicional en series temporales financieras. Posteriormente, variantes como el eGARCH (del inglés, exponential GARCH) (Nelson, 1991) y el GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan, & Runkle, 1993) incorporaron características asimétricas en la volatilidad, reconociendo que los choques negativos suelen tener un impacto mayor en los mercados.

Por otro lado, el modelo EWMA (del inglés Exponentially Weighted Moving Average) (Morgan/Reuters, 1996), es ampliamente utilizado en la estimación de la volatilidad debido a su simplicidad computacional y capacidad para capturar cambios recientes en la varianza. Sin embargo, este modelo no considera efectos asimétricos ni dinámicas más complejas entre activos.

La investigación sobre criptomonedas ha crecido exponencialmente en la última

década, reflejando el interés por comprender su comportamiento volátil y sus características únicas. (Baur, Hong, & Lee, 2018) destacaron que las criptomonedas no solo son altamente volátiles, sino que presentan dinámicas de correlación que varían en función de las condiciones del mercado, aumentando su correlación en periodos de crisis.

El uso de modelos GARCH para criptomonedas ha sido explorado por trabajos como el de (Katsiampa, 2017), quien encontró que los modelos GARCH asimétricos son particularmente efectivos para capturar la volatilidad de activos como Bitcoin. Otros estudios, como los de (Bouri, Gupta, Tiwari, & Roubaud, 2017), han utilizado el modelo DCC-GARCH (del inglés Dynamic Conditional Correlation) para analizar las correlaciones dinámicas entre criptomonedas y su capacidad para diversificar el riesgo en carteras.

Aunque la teoría de Markowitz sigue siendo un pilar en la optimización de carteras, sus supuestos no se adaptan completamente a mercados emergentes como el de las criptomonedas. (Stupariu, Ruiz, & Vilariño, 2015) destacaron la necesidad de ajustar las matrices de covarianza para capturar las dinámicas cambiantes del mercado. Por ello, la literatura reciente se ha enfocado en modelos dinámicos para la asignación de pesos, como los modelos multivariantes EWMA y el DCC-GARCH, los cuales permiten capturar tanto la volatilidad condicional como las correlaciones dinámicas.

La cartera de mínima varianza se ha explorado ampliamente en la literatura como una solución robusta para la asignación de activos en mercados volátiles para aquellos inversores que muestran aversión al riesgo. Estudios como los de (Briere, Oosterlinck, & Szafarz, 2015) han señalado que, aunque el Bitcoin puede actuar como un activo de diversificación, su peso en una cartera de mínima varianza tiende a ser dominante debido a su menor riesgo relativo comparado con otras criptomonedas. Sin embargo, investigaciones más recientes proponen carteras dinámicas basadas en modelos multivariantes para mitigar estas limitaciones y mejorar la diversificación.

Este trabajo se enmarca en este contexto, abordando las limitaciones de la teoría de Markowitz en la gestión del riesgo de carteras de criptomonedas mediante la incorporación de modelos dinámicos. Analizando diferentes modelos de predicción del riesgo, como el EWMA, el que llamaremos GARCH "cov EWMA": variante del EWMA que utiliza las varianzas condicionales estimadas por el mejor GARCH univariante para cada activo en su diagonal, y por último el DCC-GARCH. Este estudio busca aportar evidencia sobre la eficiencia de estas metodologías y proponer estrategias de asignación de pesos que consideren las particularidades de este mercado emergente.

El trabajo también contribuye al debate sobre la aplicabilidad de herramientas tradicionales en mercados no tradicionales, subrayando la necesidad de desarrollar enfoques más adaptativos y dinámicos para gestionar el riesgo en criptomonedas.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de este proyecto es cuantificar el riesgo de mercado asociado a las criptomonedas y evaluar si los principios de la teoría de Markowitz, ampliamente

aceptados en los mercados financieros tradicionales, son aplicables y eficientes en un entorno tan volátil y altamente correlacionado como el de las criptomonedas.

El análisis se llevará a cabo mediante la aplicación de modelos econométricos y financieros a un conjunto de criptomonedas seleccionadas. En primer lugar, se ajustarán modelos univariantes paramétricos como ARMA, GARCH, ARMAGARCH y EWMA para predecir la volatilidad de cada activo y calcular el valor en riesgo (VeR) a horizonte un día. Compararemos estos resultados con métodos no paramétricos más sencillos como el de Simulación Histórica.

Posteriormente, se realizará un análisis multivariante utilizando, además del modelo EWMA y GARCH "cov EWMA", el modelo DCC-GARCH para estimar las correlaciones dinámicas y el VeR de la cartera construida bajo el criterio de mínima varianza, basado en la teoría de Markowitz.

Para evaluar la precisión de estos modelos a la hora de predecir el valor en riesgo, realizaremos backtesting con métricas como la ratio de violaciones (VR por sus siglas en inglés), el Bernoulli Coverage test y la prueba de independencia.

Por último, analizaremos el resultado obtenido tras aplicar metodologías multivariantes en la asignación de pesos a la cartera y veremos si esta nueva asignación reduce el riesgo frente a la cartera de mínima varianza que asume constancia en la matriz de varianzas-covarianzas.

2. Selección de criptomonedas

Dada la gran variedad de criptomonedas existentes y la poca utilidad hoy en día en la mayoría de estas, donde con la gran parte de ellas se especula con fines lucrativos y a largo plazo buena muestra acaba desapareciendo, se propone un reto a la hora de cuáles elegir para nuestra cartera. Si nos fijamos en las criptomonedas analizadas en otros trabajos sobre este tema, podemos ver como gran parte de ellas ya no tienen relevancia y han sido sustituidas por otras. Por ejemplo, (Silahli, Dincer Dinger, Cifter, & Aydin, 2021) utilizaron criptomonedas como Litecoin y Dash que hoy en día son menos relevantes.

En un ecosistema donde la variabilidad es la norma y la innovación constante, la elección de activos debe basarse en fundamentos sólidos y una visión a largo plazo. En este contexto, para nuestra cartera trabajaremos con Bitcoin (BTC), Ethereum (ETH), Solana (SOL), Binance Coin (BNB) y Ripple (XRP). Esta elección se fundamenta en la estabilidad histórica y la relevancia de estos activos en el mercado.

Su resistencia a la volatilidad extrema y su capacidad para adaptarse a cambios en el panorama criptográfico las convierten en opciones confiables para una cartera de inversión a largo plazo, dado que actualmente y durante los últimos años se han mantenido en el top por capitalización de mercado, popularidad y fiabilidad. Por ello se espera que siga siendo así durante los próximos años y este análisis sirva para investigaciones futuras.

Además, no todas presentan la misma utilidad por lo que vienen bien para analizar el riesgo y rendimiento en función del tipo de criptomoneda y ver qué peso tomará

cada una en la futura cartera.

Para poner en contexto, hacemos un resumen general de cada una de ellas:

- **BTC:** Creada en 2009, precursora y líder indiscutible del mercado, Bitcoin ha resistido la prueba del tiempo y se ha consolidado como un activo digital de referencia. Su posición como reserva de valor ha sido reforzada por su aceptación generalizada y su sólida infraestructura. La presente demanda por sus ETF ha impulsado su precio a máximos históricos, batiendo numerosos récords en el mercado de las ETF.
- **ETH:** Surgió en 2015 y más que una simple criptomoneda, Ethereum destaca como una plataforma pionera para contratos inteligentes y aplicaciones descentralizadas. Su arquitectura versátil y su papel central en el desarrollo de proyectos *blockchain* han consolidado su posición en el panorama criptográfico, aunque aún se enfrenta a grandes retos como reducir las comisiones y mejorar la escalabilidad.
- **SOL:** Nacida en 2020, Solana es una plataforma blockchain de alta velocidad y bajo costo, conocida por su capacidad de procesar miles de transacciones por segundo. Su estructura innovadora la hace ideal para aplicaciones de gran escala como DeFi (finanzas descentralizadas), NFT (token no fungible) y contratos inteligentes. Ya hay rumores de que puede ser la siguiente en incluirse en un ETF (Akolkar, 2025)
- **BNB:** Surgiendo del ecosistema del mayor intercambio de criptomonedas en 2017, su principal utilidad radica en ofrecer descuentos en las comisiones de trading dentro de la plataforma, aunque su uso se ha ampliado a pagos, servicios financieros y las DAPP (aplicaciones descentralizadas).
- **XRP:** Con un enfoque claro en la mejora de las transferencias transfronterizas, desde 2012 Ripple ha establecido asociaciones significativas en el sector financiero. Su aplicación práctica y su capacidad para abordar problemas fundamentales en el sistema financiero convencional respaldan su inclusión en esta selección.

El periodo de estudio será desde enero de 2021 hasta octubre de 2024, ambos incluidos. Este periodo incluye tanto un mercado alcista como bajista, mostrando así la cara buena y mala de la moneda.

Los datos serán tratados con R Studio y se han obtenido a través de la API de Yahoo Finance. Trabajaremos con el precio de cierre diario. Todos los códigos para replicar este trabajo pueden encontrarse en el Anexo.

3. Análisis descriptivo

Tenemos 5 series temporales con su precio de cierre diario desde el 01/01/21 al 31/10/24.

El mercado de criptomonedas, a diferencia de los mercados tradicionales, está abierto las 24 horas del día todos los días de la semana. Por ello, no hay datos faltantes y tenemos un total de 1400 observaciones por activo.

Podemos representar las 5 series a nivel individual para hacernos una idea de su comportamiento:

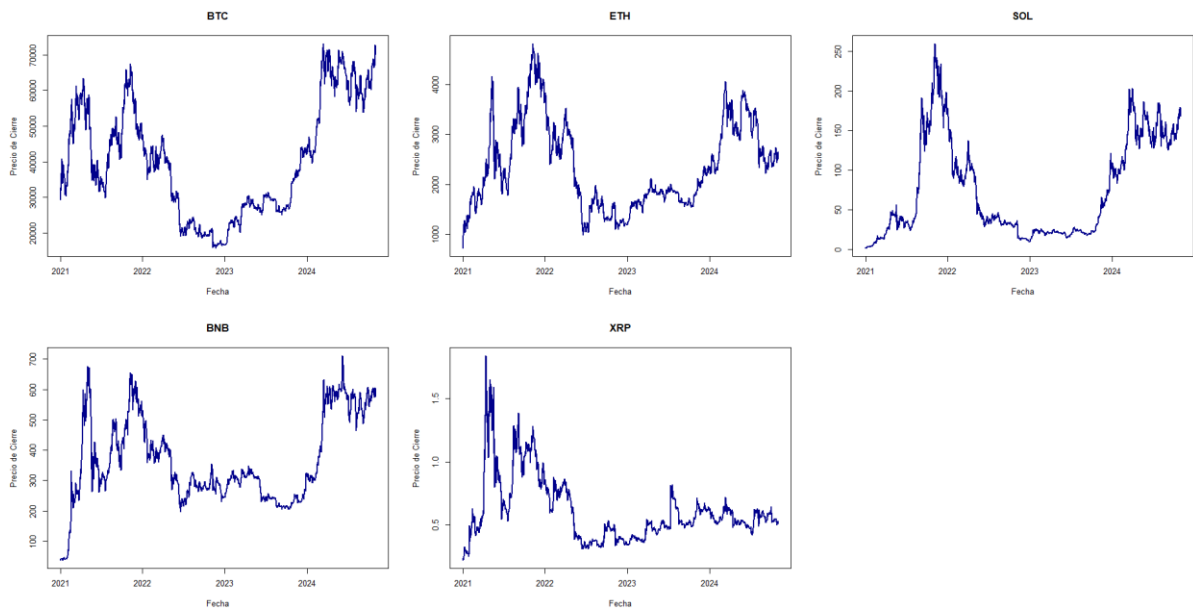


Figura 1. Evolución criptomonedas. 02/01/2021-31/10/2024

En general todas siguen el mismo patrón y comparten ciclos, de manera que las correlaciones se aprecian a simple vista.

Lo siguiente que hacemos es transformar la serie de precios de cierre a la serie de rendimientos logarítmicos, a través de la siguiente fórmula:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

Donde:

R_t: Rendimiento logarítmico en el periodo t.

P_t: Precio de cierre en el periodo t:

P_{t-1}: Precio de cierre en el periodo t-1.

A partir de esta transformación somos capaces de convertir las series en estacionarias, lo cual es fundamental para aplicar posteriormente modelos de predicción del riesgo. Para comprobar que las series son estacionarias, realizamos el test de Dickey-Fuller aumentado (ADF) (Dickey & Fuller, 1979). Los resultados rechazan de manera significativa la presencia de raíz unitaria, lo cual nos indica que la transformación logarítmica es suficiente para convertir las series a estacionarias.

A partir de esta transformación obtenemos el rendimiento promedio diario y desviación típica de cada serie:

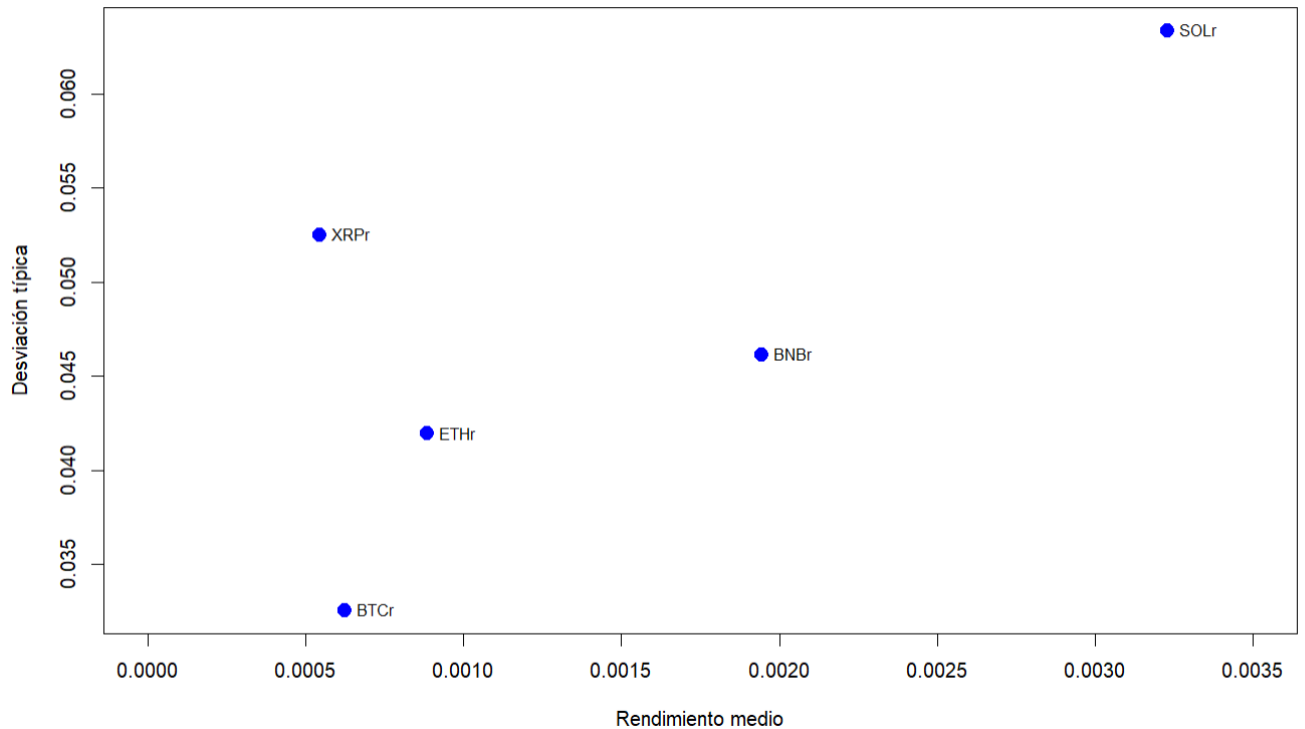


Figura 2. Rendimiento promedio y desviación típica criptomonedas.

Vemos como en este periodo, Solana ha ofrecido mayor rendimiento, aunque también es más volátil. Por otro lado, Bitcoin se mantiene como la menos volátil, aunque con un rendimiento algo menor que el resto "salvo que XRP".

XRP no parece ser una buena opción, ya que presenta el menor retorno en media y una gran varianza, aunque la volatilidad resulta más estable al final del periodo.

Aun así, los rendimientos promedios diarios son bastante altos, alcanzando al menos el 0,05% en todos los casos.

Para hacernos una idea de la distribución que sigue cada criptomoneda y su comportamiento, nos fijamos en la siguiente tabla de estadísticos, donde:

Curtosis: Mide la concentración de los datos en las colas y en el pico de la distribución, comparándola con la distribución normal. Valores mayores a 3 indican colas más pesadas y un pico más alto que una distribución normal. Esto indica mayor probabilidad de eventos extremos, como grandes pérdidas o ganancias, y es típico en datos financieros. Al contrario, si es menor a 3 indica menor probabilidad de eventos extremos.

Por último, un valor cercano a tres nos indica que los rendimientos de la serie se asemejan a la distribución normal.

Asimetría: Nos indica el grado de simetría de la distribución de los datos alrededor de su media. Valores positivos indican que la distribución tiene una cola más larga hacia la derecha (valores extremos positivos más frecuentes). Al contrario, valores negativos de asimetría indican valores extremos negativos más frecuentes "más riesgo en las caídas".

Criptomoneda	Media	Desviación	Curtosis	Asimetría	Máximo	Mínimo
BTC	0,000623	0,0326	6,50	-0,16	0,17	-0,17
ETH	0,000884	0,0419	8,76	-0,32	0,23	-0,32
SOL	0,003228	0,0634	11,22	-0,43	0,31	-0,55
BNB	0,001945	0,0461	24,33	0,87	0,53	-0,40
XRP	0,000545	0,0525	22,31	1,35	0,55	-0,40

Tabla 1. Estadísticos criptomonedas

En este caso, BTC, ETH y SOL presentan una cola más larga hacia la izquierda “pesan más las caídas”. Mientras que en BNB y XRP pesan más las subidas.

En cuanto a la Curtosis, vemos cómo para todas las criptomonedas el valor es bastante alto, lo que indica una mayor probabilidad de eventos extremos.

En las siguientes imágenes podemos ver el histograma de los rendimientos estandarizados de cada criptomoneda junto con su función de densidad empírica y la función de densidad de una Normal (0,1).

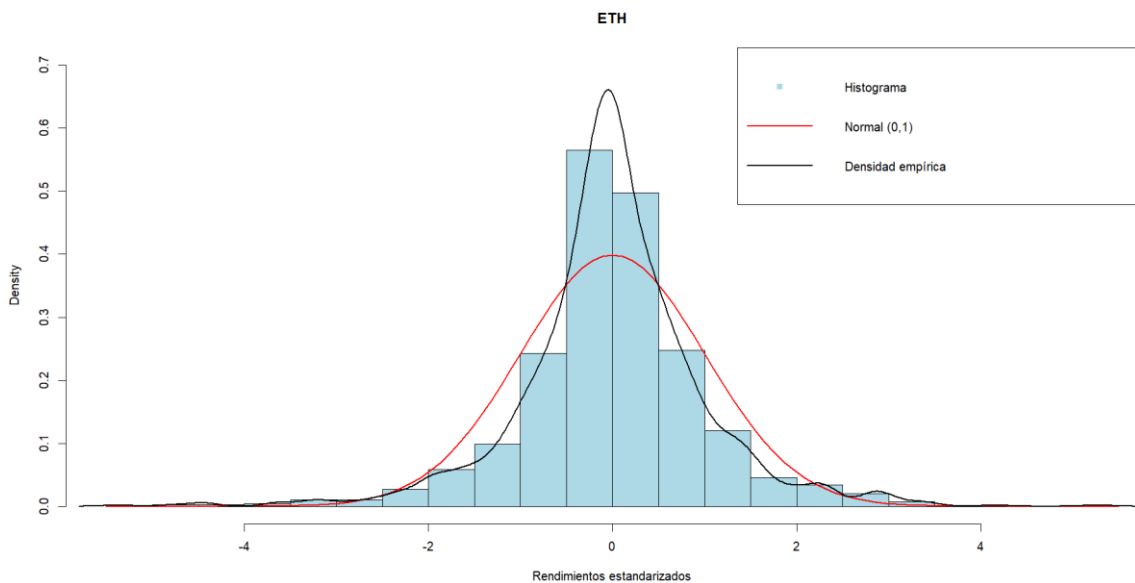


Figura 3. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - BTC

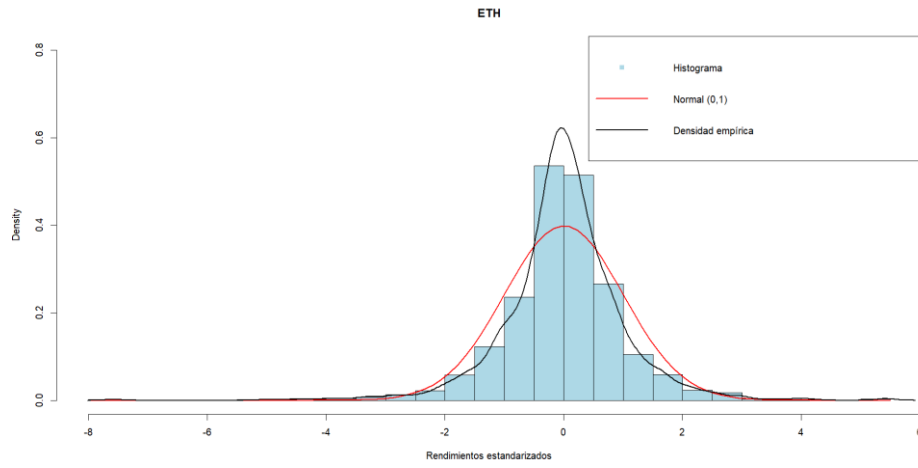


Figura 4. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - ETH

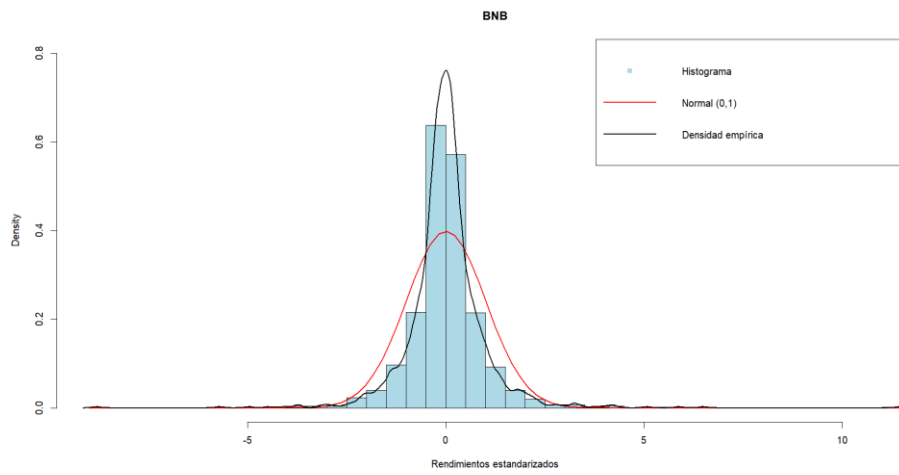


Figura 5. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - BNB

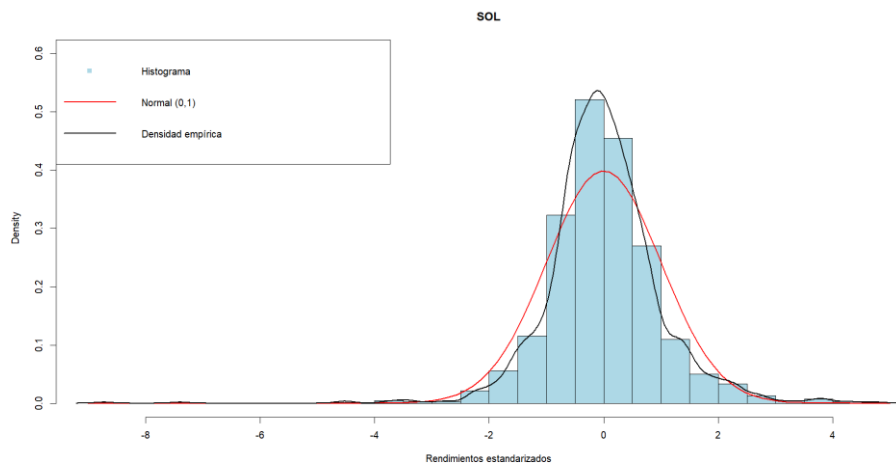


Figura 6. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - SOL.

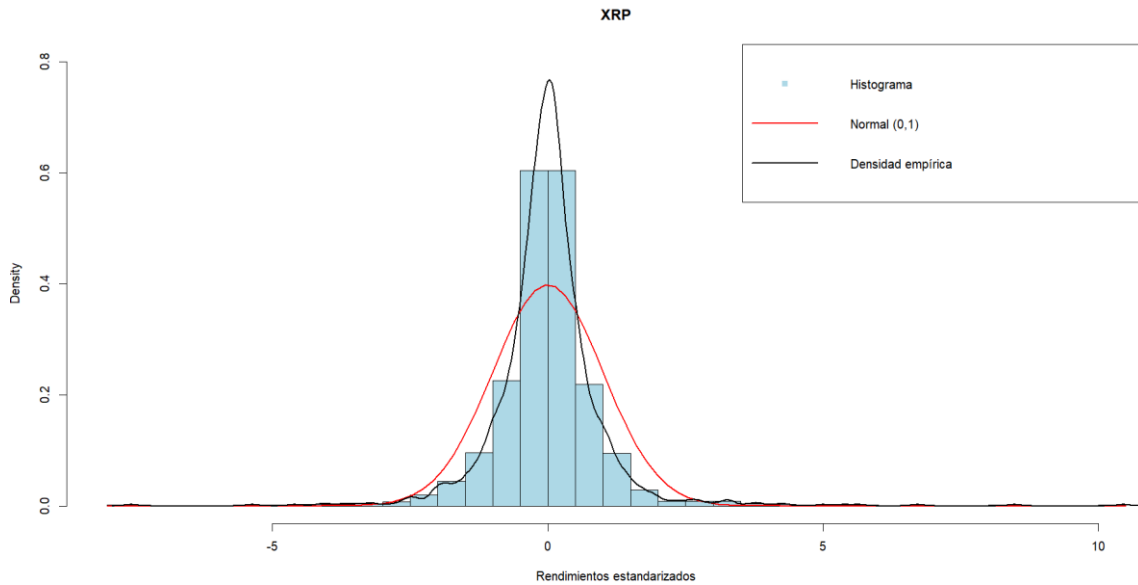


Figura 7. Rendimientos estandarizados vs. Normal (0,1) - XRP.

Vemos cómo los rendimientos se asemejan a una distribución normal, aunque con mayor peso en los extremos de las colas, lo que demuestra la gran volatilidad de estos activos.

Esto se refleja en los valores máximo y mínimo, que reflejan subidas y bajadas diarias extremas, llegando a alcanzar al menos el 17% en todos los casos.

Esta casuística en las distribuciones de rendimientos nos lleva a enfrentarnos a dos problemas comúnmente presentes en modelos cuantitativos de series temporales:

- Qué distribución elegir en los modelos univariantes.
- Qué distribución elegir en el cálculo del valor en riesgo.

Ambas serán abordadas posteriormente en sus puntos correspondientes.

4. Metodología

4.1 Estimación media-varianza.

Queremos encontrar el mejor modelo que se ajuste a cada serie para posteriormente predecir el valor en riesgo de cada criptomoneda.

Usaremos modelos paramétricos, los cuales se basan en suposiciones sobre la distribución estadística subyacente de los datos, como el GARCH y el EWMA.

Métodos paramétricos:

Modelo ARMA:

El modelo ARMA, necesario para calcular la dinámica de la serie se define como:

$$R_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i R_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \epsilon_{t-j} + \epsilon_t \quad (1)$$

Donde:

- R_t : Valor actual de la serie temporal.
- μ : Constante o término independiente.
- ϕ_i : Coeficientes autorregresivos (i varía desde 1 hasta p).
- R_{t-i} : Valores pasados de la serie temporal (hasta el orden p).
- θ_j : Coeficientes de la parte de medias móviles (j varía desde 1 hasta q).
- ϵ_t : Ruido blanco actual; $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.
- ϵ_{t-j} : Errores pasados (hasta el orden q).

Este modelo es útil para capturar las dependencias lineales en los datos, pero no tanto para modelar series con volatilidad cambiante, ya que asumen que la varianza es constante.

Modelo GARCH:

El modelo GARCH, necesario para modelar la volatilidad condicional tiene la siguiente ecuación:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2)$$

Donde:

- σ_t^2 : Varianza condicional en el tiempo t.
- ω : Constante.
- α_i : Coeficientes que reflejan el impacto de los errores pasados.
- β_j : Coeficientes que capturan la persistencia de la varianza.
- $\epsilon_t = z_t \cdot \sigma_t$ donde z_t es un ruido blanco gaussiano con $z_t \sim N(0,1)$.

Modelo ARMA GARCH:

Combina ambas estructuras: la dependencia lineal en los datos (ARMA) y la dinámica de volatilidad cambiante (GARCH).

En este caso, la componente ϵ_t del ARMA tiene en cuenta la varianza condicional estimada en el GARCH, $\epsilon_t = z_t \cdot \sigma_t$ en las ecuaciones (1) y (2).

Cómo mencionamos al final del capítulo 3, debemos decidir a qué distribución condicional se asemejan nuestros datos (R_t) a la hora de especificar el modelo con el objetivo de capturar la estructura de los datos y modelar así el riesgo de manera adecuada.

Ya vimos que los datos contienen colas pesadas, lo que lleva a rechazar la hipótesis de normalidad. Aun así, esto no implica que la distribución condicional no siga una normal, como se explica en (Danielsson, 2011).

Debemos diferenciar entre dos tipos de volatilidad:

Volatilidad incondicional (σ): Volatilidad calculada a lo largo de un periodo de tiempo.

Volatilidad condicional (σ_t): Volatilidad condicional a un periodo de tiempo dado, considerando la historia pasada, el modelo y sus parámetros.

Como la distribución que se asume en el modelo es la condicional, no hay problema en asumir normalidad en esta. Aun así, también probaremos a asumir una t-de Student por si los resultados mejoran.

El mejor modelo será escogido en función de los siguientes criterios:

- Menor AIC y BIC
- Parámetros del modelo significativos
- Residuos del modelo aleatorios

Además, dada la gran volatilidad de estos activos y la presencia de mayor número de eventos en las colas de la distribución, es útil probar con variantes del modelo GARCH.

Se ha probado con las siguientes variantes:

Modelo eGARCH:

Este modelo la varianza condicional logarítmica, lo que permite modelar el "*leverage effect*", es decir, el fenómeno por el cual las caídas en el precio de los activos tienden a aumentar más la volatilidad que los aumentos positivos, como hemos visto que ocurre en alguna criptomoneda. Además, garantiza que la varianza condicional sea siempre positiva sin imponer restricciones explícitas en los parámetros.

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \left| \frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{j=1}^q \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) \quad (3)$$

Donde:

- $\log(\sigma_t^2)$ =: Logaritmo de la varianza condicional en t.
- ω : Término constante.
- β : Persistencia de la volatilidad.
- α : Captura el efecto del tamaño de los movimientos pasados.
- γ : Captura la asimetría en la respuesta de la volatilidad a los movimientos. Valores negativos indican que los movimientos negativos tienen un mayor impacto en la volatilidad que los positivos.
- $\frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \sim N(0,1)$.

Modelo GJR-GARCH:

A diferencia del eGARCH, la asimetría en el GJR-GARCH no se modela con el logaritmo de la varianza, sino que se introduce un término adicional que distingue entre movimientos positivos y negativos.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i \epsilon_{t-i}^2 I_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4)$$

Donde $I_{t-i} = 1$ si $\epsilon_{t-i} < 0$ y 0 en caso contrario.

Método EWMA:

Este método es una reducción del modelo GARCH. Es ampliamente usado debido a su simplicidad, ya que, a diferencia del GARCH, no requiere la estimación de parámetros. Se basa en asignar más pesos a las observaciones recientes y menos peso a las observaciones antiguas, utilizando un factor de suavizado (λ).

Asumimos $\lambda=0,94$, valor establecido por JP Morgan para datos diarios (Morgan/Reuters, 1996).

La fórmula para estimar la varianza condicional es la siguiente:

$$\widehat{\sigma}_t^2 = (1 - \lambda)R_{t-1}^2 + \lambda\widehat{\sigma}_{t-1}^2 \quad (5)$$

Donde:

- $\widehat{\sigma}_t^2$: Varianza condicional estimada en el periodo t.
- R_{t-1}^2 : Rendimiento al cuadrado del activo en el periodo t-1.

A la hora de estimar posteriormente el valor en riesgo para cada activo, tendremos en cuenta el modelo ARMA, GARCH, ARMA-GARCH o alguna de sus variantes que mejor haya realizado la estimación de la media-varianza y el método EWMA.

4.2 Estimación matriz de varianzas-covarianzas (multivariante).

Con la parte univariante somos capaces de calcular el valor en riesgo para cada activo a nivel individual, pero en la gestión de carteras y cuantificación de riesgos no solo basta con esto ya que debemos considerar la relación entre activos para entender cómo interactúan estos entre sí.

Esto requiere modelar la matriz de varianzas y covarianzas dinámica ya que en mercados volátiles como el de las criptomonedas es común que las relaciones entre estas cambien con el tiempo por lo que asumir que la matriz de covarianza es constante podría ser un error.

Se ha estimado esta matriz de varianzas-covarianzas mediante los siguientes métodos:

EWMA: Supone que los cambios en las relaciones entre activos (covarianzas) son suaves y continuos. La matriz de covarianza condicional se calcula como:

$$\Sigma_t = (1 - \lambda) \cdot y_{t-1} \cdot y_{t-1}' + \lambda \cdot \Sigma_{t-1} \quad (6)$$

Donde:

- y_{t-1} es el vector de rendimientos en el tiempo $t - 1$, esto es, $y_{t-1} = (R_{1,t-1}, \dots, R_{k,t-1})'$ con $k=5$ activos.
- Σ_t es la matriz de varianzas-covarianzas condicionales estimada en $t - 1$
- $\lambda = 0,94$; factor de suavizamiento

GARCH "cov EWMA": Vamos a combinar la modelización dinámica de las varianzas individuales mediante modelos GARCH con la estimación dinámica de las covarianzas condicionales obtenidas en el modelo EWMA, método explorado por (Stupariu, Ruiz, & Vilariño, 2015) . Lo que cambia frente al EWMA es la diagonal de la matriz de covarianza condicional, que se sustituye por las varianzas condicionales estimadas por el mejor GARCH univariante para cada activo.

La fórmula para estimar la matriz de varianza condicional es la siguiente:

$$H_t = D_t * P_t * D_t \quad (7)$$

Donde:

- H_t : Matriz de varianzas-covarianzas condicional.
- D_t : Matriz diagonal de las desviaciones estándar condicionales de cada activo
- P_t : Matriz de correlación condicional estimada mediante el EWMA.

DCC-GARCH: A diferencia de los anteriores, permite modelar correlaciones dinámicas que dependen de los choques previos y la estructura pasada, ajustando parámetros específicos para la evolución de R_t . Fue creado por Robert Engle y surgió como una alternativa a los modelos GARCH totalmente parametrizados, que son poco eficientes al trabajar con grandes dimensiones de datos (Engle, 2002).

La fórmula para estimar la matriz de varianzas-covarianzas es equivalente a la ecuación (7).

A diferencia del modelo anterior, el modelo DCC ajusta las correlaciones dinámicas con la siguiente fórmula:

$$P_t = \text{diag}(Q_t)^{-1/2} Q_t \text{diag}(Q_t)^{-1/2} \quad (8)$$

Donde:

$$Q_t = (1 - a - b) \bar{Q} + a(z_{t-1} z_{t-1}^T) + b Q_{t-1} \quad (9)$$

- Q_t : Matriz de varianzas-covarianzas no estandarizada en el tiempo t .
- \bar{Q} : Matriz de covarianza promedio (no condicional).
- a : Parámetro que captura la respuesta inmediata de las correlaciones ante los choques
- b : Parámetro que controla la persistencia en las correlaciones dinámicas.
- z_{t-1} : Residuos estandarizados de las series.

4.3 Formación carteras.

La diversificación es uno de los principios fundamentales de la teoría moderna de carteras. Este concepto parte de la idea de que, al combinar activos con comportamientos no perfectamente correlacionados, es posible reducir el riesgo total de una inversión sin necesariamente sacrificar el retorno esperado. Esto se debe a

que las fluctuaciones negativas de unos activos pueden ser compensadas por las positivas de otros, minimizando la volatilidad general de la cartera.

Matemáticamente, el riesgo de una cartera no es simplemente el promedio ponderado de los riesgos individuales de los activos, sino que depende también de las correlaciones entre ellos. Si los activos tienen correlaciones bajas o negativas, la varianza de la cartera será menor que la suma de las varianzas individuales ponderadas. Esto es lo que hace que una cartera pueda ser menos riesgosa que invertir en un solo activo.

Teoría de Markowitz:

(Markowitz, 1952), en su trabajo seminal de selección de carteras, desarrolló el marco teórico conocido como Teoría Moderna de Carteras (MPT por sus siglas en inglés). Esta teoría formaliza la diversificación y proporciona una metodología para construir carteras óptimas que minimizan el riesgo para un nivel dado de retorno esperado o, alternativamente, maximizan el retorno esperado para un nivel dado de riesgo. A diferencia de modelos posteriores como el de Sharpe, que incorpora un activo libre de riesgo, el enfoque de Markowitz no considera esta posibilidad y se centra únicamente en la relación entre activos de riesgo.

La teoría de Markowitz se basa en los siguientes supuestos:

- Racionalidad del inversor: Los inversores son racionales y buscan maximizar su utilidad, tomando decisiones basadas únicamente en el retorno esperado y la varianza del retorno.
- Mercados eficientes: Toda la información relevante ya está reflejada en los precios de los activos, lo que garantiza que las decisiones de inversión se basen en expectativas racionales.
- Distribución normal de los rendimientos: Los rendimientos de los activos siguen una distribución normal, lo que permite caracterizarlos completamente con la media (retorno esperado) y la varianza (riesgo).
- Horizonte temporal único: Los inversores evalúan el rendimiento de sus carteras en un horizonte temporal único y definido.
- Correlaciones constantes: Las relaciones entre los activos, representadas por las correlaciones, son constantes en el tiempo.

Markowitz introdujo el concepto de la frontera eficiente, que representa el conjunto de carteras óptimas que ofrecen el mayor retorno esperado para cada nivel de riesgo. Cualquier cartera situada por debajo de esta frontera se considera ineficiente, ya que existe otra combinación de activos que proporciona un mejor retorno para el mismo riesgo.

En la siguiente imagen podemos ver este concepto de manera más clara:

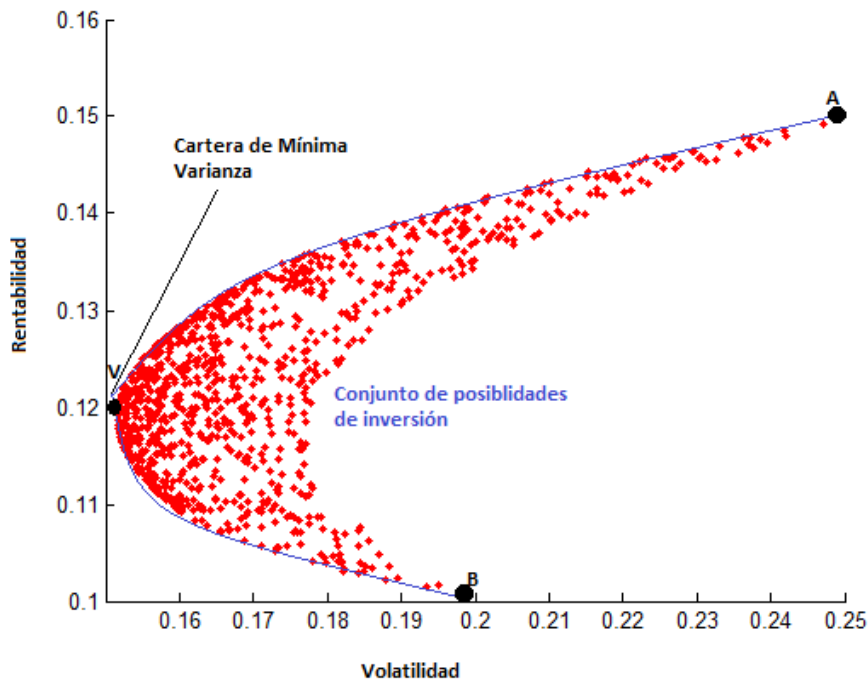


Figura 8. Frontera eficiente de Markowitz.

La asignación de pesos a cada activo se resuelve mediante un problema de optimización. En función del objetivo del inversor, se pueden calcular los pesos de los activos de distintas maneras:

- Cartera de mínima varianza: Busca reducir el riesgo de la cartera para cualquier retorno específico.
- Cartera Tangente: Tiene como objetivo maximizar la relación riesgo-retorno en presencia de un activo libre de riesgo.

Como nuestro objetivo es meramente reducir el riesgo, a la hora de calcular el valor en riesgo de la cartera tendremos en cuenta los pesos obtenidos a partir de la cartera de mínima varianza. Aun así, compararemos el peso que obtiene cada criptomoneda en la cartera de mínima varianza frente a la cartera tangente, ya que inversores más agresivos pueden tener preferencia por esta segunda.

El problema de optimización para cada cartera se define de la siguiente manera, en ambas asumimos que la suma de los pesos debe ser igual a 1 y que no permitimos ventas en corto, por lo que todo peso debe ser mayor o igual a 0.

Cartera de mínima varianza:

$$\sigma_p^2 = w^T \Sigma w \quad (10)$$

Donde w es el vector de pesos y Σ la matriz de varianzas covarianzas.

En este caso, los pesos óptimos se calculan como:

$$\omega^* = \frac{\Sigma^{-1} \cdot \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot \mathbf{1}} \quad (11)$$

Donde Σ^{-1} es la inversa de la matriz de varianzas-covarianza y $\mathbf{1}$ es un vector columna

de unos.

Cartera tangente:

El problema de optimización se define como:

$$\max_w; \frac{w^T(\mu - R_f \mathbf{1})}{\sqrt{w^T \Sigma w}} \quad (12)$$

Los pesos óptimos se calculan de la siguiente manera:

$$w^* = \frac{\Sigma^{-1}(\mu - R_f \mathbf{1})}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1}(\mu - R_f \mathbf{1})} \quad (13)$$

Siendo R_f la tasa libre de riesgo.

4.4 Valor en riesgo.

El valor en riesgo mide la pérdida máxima esperada en un intervalo de tiempo determinado bajo condiciones normales de mercado y un nivel de confianza dado. Para medir el riesgo en situaciones de crisis o turbulencias se utilizan otras métricas como pruebas de estrés.

El horizonte que se usará para estimar el valor en riesgo es de un día, que es el usado para la evaluación interna de riesgos por parte de las entidades financieras.

Para un activo:

Métodos paramétricos o analíticos:

La fórmula utilizada para el cálculo del valor en riesgo es la siguiente:

$$VeR_\alpha = \mu + z_\alpha * \sigma \quad (14)$$

A horizonte un día, el valor en riesgo será:

$$VeR_{t+1,\alpha} = \widehat{\mu}_{t+1} + z_\alpha \cdot \widehat{\sigma}_{t+1} \quad (15)$$

Donde:

- μ : Rendimiento esperado del activo, estimado a partir del modelo univariante.
- z_α : Percentil α de la distribución elegida para los retornos.
- σ : Desviación típica del activo, estimada mediante el modelo univariante.

Podemos ver de manera más sencilla este valor a partir de la siguiente imagen:

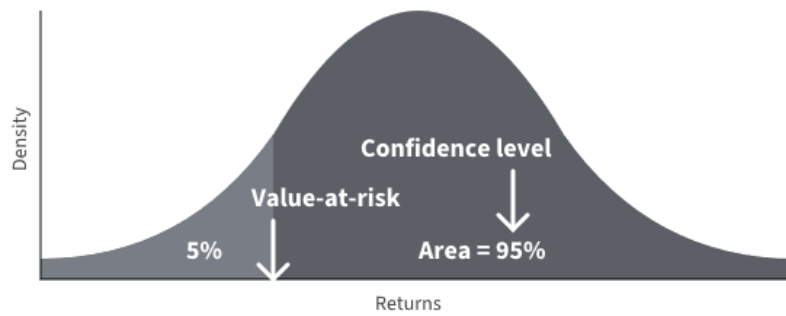


Figura 9. Ejemplo Valor en Riesgo

En este sentido, μ_t y σ_t se estiman por cualquiera de los métodos descritos en la sección 4.1, y se hace la predicción para $t+1$.

Puede ocurrir que el modelo resultante para estimar μ_t resulte ser un ARMA(0,0) pero la constante del modelo sea significativa, en ese caso μ_t será usado en la ecuación (15) como la media estimada. En caso de no ser significativa, asumiremos $\mu = 0$.

Métodos no paramétricos:

Método de simulación histórica (SH):

Este método no utiliza una distribución específica para los rendimientos, sino que se basa directamente en los datos históricos.

Los pasos que sigue son sencillos. Ordena los rendimientos de menor a mayor y dado un nivel de confianza dado (α), selecciona como valor en riesgo el percentil $(1-\alpha)$ de los rendimientos.

Por ejemplo, si tuviésemos 100 datos y buscáramos el valor en riesgo con una confianza del 95%, este método establecería el quinto menor rendimiento como valor en riesgo.

Para una cartera:

Métodos paramétricos o analíticos:

El cálculo del valor en riesgo de una cartera a horizonte un día y con una confianza del 95% es como sigue:

$$VeR_{cartera} = \mu + Z_{0,05} \cdot \sigma_{cartera} \quad (16)$$

Donde:

- μ : Retorno promedio de la cartera (puede asumirse constante o dinámico).
- $VeR_{cartera}$: Valor en Riesgo de la cartera.
- $Z_{0,05}$: Valor crítico de la distribución elegida para los retornos.
- $\sigma_{cartera}$: Volatilidad de la cartera.

Si μ se asume constante:

Para una cartera de n activos con rendimientos esperados μ_i y pesos w_i , el rendimiento esperado de la cartera es:

$$\mu = \sum_{i=1}^k w_i \cdot \mu_i$$

Donde w_i es el peso del activo i en la cartera.

Si μ se asume dinámico estimaríamos μ_i a partir de los métodos de estimación de la sección 4.1.

La volatilidad de la cartera se calcula como:

$$\sigma_{cartera} = \sqrt{\text{Varianza}_{cartera}}$$

Siendo la varianza de la cartera, si se asume constante:

$$\text{Varianza}_{cartera} = w^T \cdot \Sigma \cdot w \quad (17)$$

Donde:

- w : Vector de pesos de los activos en la cartera.
- Σ : Matriz de varianzas-covarianzas de los retornos de los activos. Calculada como la varianza-covarianza histórica de los rendimientos.

Por otro lado, si se asume que la varianza de la cartera es dinámica:

$$\text{Varianza}_{cartera} = \sigma_t^2 = w^T \cdot \Sigma_t \cdot w \quad (18)$$

Siendo Σ_t la matriz de varianzas-covarianzas estimada en el instante t a partir de los modelos de la sección 4.2

4.5 Backtesting VeR.

Mediante el backtesting podemos evaluar si el valor en riesgo pronosticado en el periodo de la muestra coincide con el esperado y así decidir el modelo que mejor se ajusta a cada criptomoneda o cartera.

Se comparará cada valor en riesgo pronosticado en el periodo de estimación con el retorno real del activo o cartera.

Cuando el retorno sea menor que el valor en riesgo pronosticado, contaremos que se ha producido un exceso o violación.

A partir de este número de excesos, se puede calcular la ratio de violaciones, que es la herramienta principal usada para evaluar si el valor en riesgo pronosticado es fiable o no. Esta ratio se define como:

$$VR = \frac{\text{Número observado de violaciones}}{\text{Número esperado de violaciones}}$$

El modelo pronosticará mejor el riesgo cuanto más se acerque a 1 esta ratio. De modo heurístico, se puede interpretar de la siguiente manera:

- VR=1 -> perfecto, aunque con posibilidad de haber sobreajuste.
- VR [0.8, 1.2] -> modelo bueno.
- VR [0.5, 0.8] o [1.2, 1.5] -> mal modelo.
- VR<0.5 or VR>2 -> modelo ineficiente.

Además, para comprobar que no se está sobre ajustando y evaluar la fiabilidad y robustez del modelo a la hora de pronosticar el valor en riesgo, nos basaremos en el Bernoulli Coverage test y en el test de independencia.

El Bernoulli Coverage Test (Len, Gao, & Jia, 2014) es una prueba estadística que verifica si el número de violaciones observado en el periodo de backtesting coincide con el número esperado bajo el nivel de confianza asumido en el modelo. Asume que las violaciones del valor en riesgo deben seguir un proceso de Bernoulli, con una probabilidad constante $p=1-\alpha$, donde α es el nivel de confianza del VeR.

La hipótesis nula del test es que el modelo genera el número correcto de violaciones, es decir, que el modelo no subestima ni sobreestima el riesgo.

El estadístico se calcula como:

$$L_{uc} = -2 \ln \left(\frac{(1 - \hat{p})^{n_0} \hat{p}^{n_1}}{(1 - p)^{n_0} p^{n_1}} \right)$$

Donde:

- $\hat{p} = \frac{n_1}{n_0+n_1}$: proporción observada de violaciones,
- n_1 : número de violaciones observadas,
- n_0 : número de días sin violaciones,
- $p=1-\alpha$: nivel de confianza asumido.

El estadístico L_{uc} sigue una distribución Chi-cuadrado con un grado de libertad. Si el valor del estadístico excede el valor crítico, se rechaza la hipótesis nula, indicando que el modelo no predice adecuadamente las violaciones.

Por otro lado, la prueba de independencia evalúa si las violaciones del VeR son independientes entre sí. En un modelo adecuado, las violaciones deben ser aleatorias y no mostrar patrones de dependencia temporal. Si las violaciones están correlacionadas, esto puede indicar que el modelo no captura adecuadamente la dinámica del riesgo.

La prueba de Independencia se basa en un estadístico de razón de verosimilitud (LR_{ind}) que analiza si la probabilidad de una violación depende de eventos previos. Bajo la hipótesis nula, las violaciones son independientes.

El estadístico se calcula como:

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{L_0}{L_1} \right)$$

Donde:

- L_0 : verosimilitud bajo la hipótesis de independencia,
- L_1 : verosimilitud bajo la hipótesis alternativa de dependencia.

LR_{ind} también sigue una distribución Chi-cuadrado con un grado de libertad. Valores altos de este indican rechazo de la independencia, lo que sugiere deficiencias en el modelo.

5. Riesgo por criptomoneda.

Antes de realizar los cálculos, debemos decidir el modelo de los descritos en el punto 4.1 que mejor captura la media-varianza de cada serie.

Para seleccionar estos modelos, se han tenido en cuenta hasta 3 retardos de la serie, es decir, tendremos en cuenta como máximo los últimos tres retornos para realizar la predicción. Aumentar este número puede llevar a un sobreajuste.

Probando con distintas combinaciones de parámetros para los modelos ARMA, GARCH, ARMA+GARCH y sus variantes, descritas en el punto 4.1, se han obtenido los siguientes modelos como óptimos en función de los criterios mencionados:

	BTC ARMA(0,0) eGARCH(1,1)	ETH ARMA(0,0) eGARCH(3,3)	SOL ARMA(0,0) GARCH(1,1)	BNB ARMA(0,0) eGARCH(3,3)	XRP ARMA(1,0) eGARCH(1,3)
AIC	-4,124	-4,124	-2,896	-3,858	-3,447
BIC	-4,106	-4,106	-2,881	-3,817	-3,402

Tabla 2. Mejor modelo de ajuste para cada criptomoneda.

En las siguientes tablas se muestran las estimaciones de los parámetros de cada modelo junto con el p-valor.

Parámetro	Estimación	Error Estandar	p-valor
mu	0.000615	0.000454	0.175806
omega	-0.337827	0.195463	0.083927
alpha1	-0.048649	0.007111	0
beta1	0.949217	0.028528	0

Tabla 3. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(0,0) eGARCH(1,1) - BTC.

Parámetro	Estimación	Error Estandar	p-valor
mu	0.000465	0.000861	0.589132
omega	-0.048605	0.001193	0
alpha1	-0.167054	0.017174	0
alpha2	-0.017845	0.004233	0.000025

alpha3	0.194830	0.020464	0
beta1	0.714165	0.000003	0
beta2	0.946752	0.000003	0
beta3	-0.668657	0.000021	0
gamma1	0.131500	0.026333	0
gamma2	0.036169	0.016456	0.027956
gamma3	-0.115971	0.015027	0

Tabla 4. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(0,0) eGARCH(3,3) - ETH.

Parámetro	Estimación	Error Estandar	p-valor
mu	0.002167	0.001379	0.116229
omega	0.000276	0.000102	0.006667
alpha1	0.183299	0.032544	0
beta1	0.754259	0.051721	0

Tabla 5. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(0,0) GARCH(1,1) - SOL.

Parámetro	Estimación	Error Estandar	p-valor
mu	0.001050	0.000189	0
omega	-0.013603	0.000250	0
alpha1	-0.076690	0.005401	0
alpha2	-0.003143	0.000612	0
alpha3	0.099473	0.006547	0
beta1	0.999999	0.000000	0
beta2	0.640151	0.000000	0
beta3	-0.642345	0.000000	0
gamma1	0.303817	0.005876	0
gamma2	0.021169	0.001156	0
gamma3	-0.307874	0.006156	0

Tabla 6. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(0,0) eGARCH(3,3) - BNB.

Parámetro	Estimación	Error Estandar	p-valor
mu	0.002018	0.001054	0.055591
ar1	-0.067469	0.030596	0.027444
omega	-0.875358	0.059201	0
alpha1	-0.032177	0.020059	0.108680
beta1	0.392048	0.068215	0
beta2	0.823393	0.003704	0
beta3	-0.366817	0.065507	0
gamma1	0.325780	0.022211	0

Tabla 7. Estimaciones y significatividad de los parámetros del modelo ARMA(1,0) eGARCH(1,3) - XRP.

En las siguientes imágenes se muestra como cada modelo cumple con la hipótesis de residuos aleatorios, ya que las barras de los residuos estandarizados están dentro del intervalo de confianza. Además, tampoco existe autocorrelación significativa en los residuos al cuadrado estandarizados, lo que nos indica que los modelos consiguen capturar la heteroscedasticidad de las series.

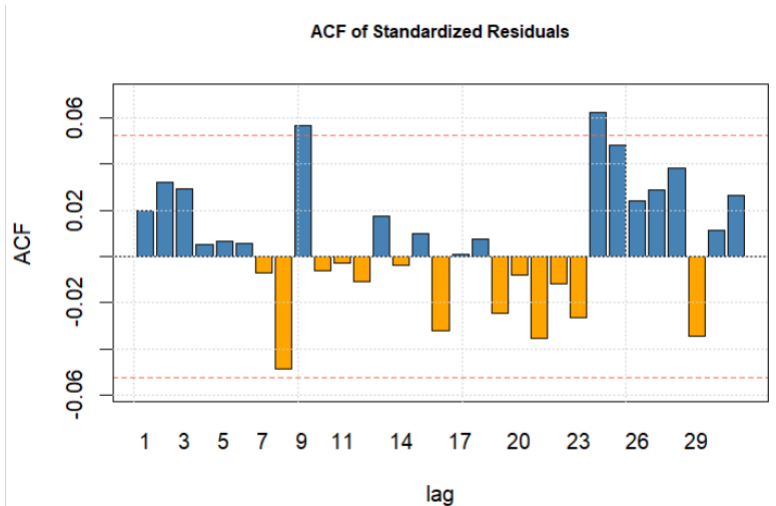


Figura 10. ACF Residuos estandarizados - BTC.

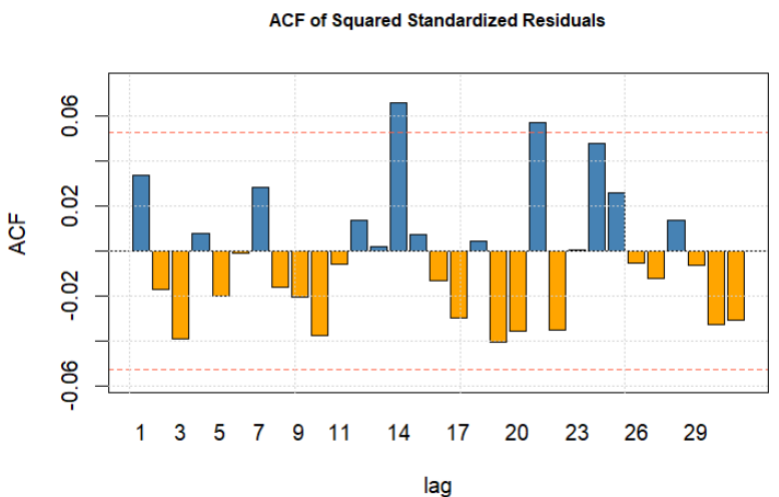


Figura 11. ACF Residuos al cuadrado estandarizados - BTC.

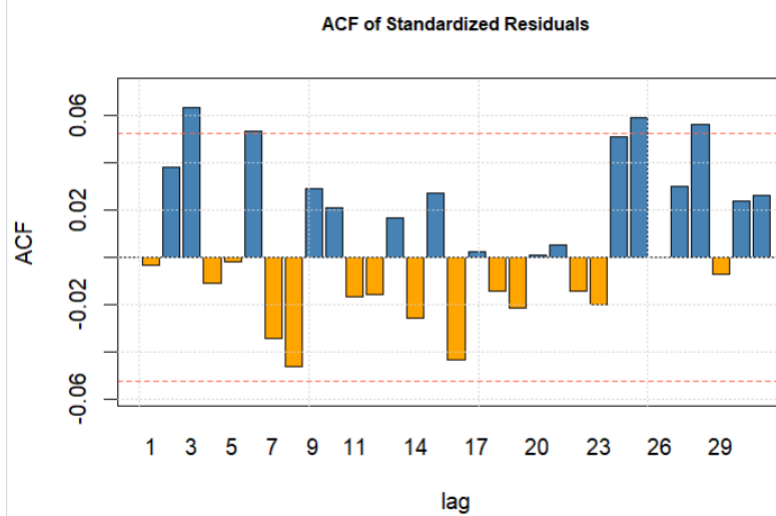


Figura 12. ACF Residuos estandarizados - ETH.

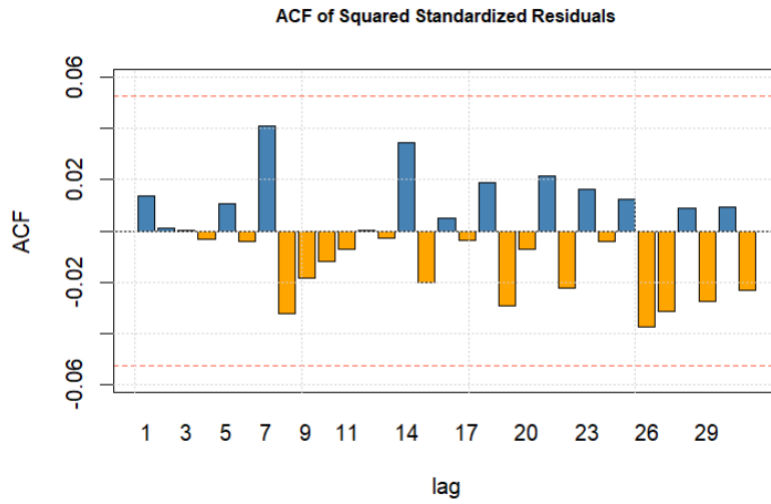


Figura 13. ACF Residuos al cuadrado estandarizados - ETH.

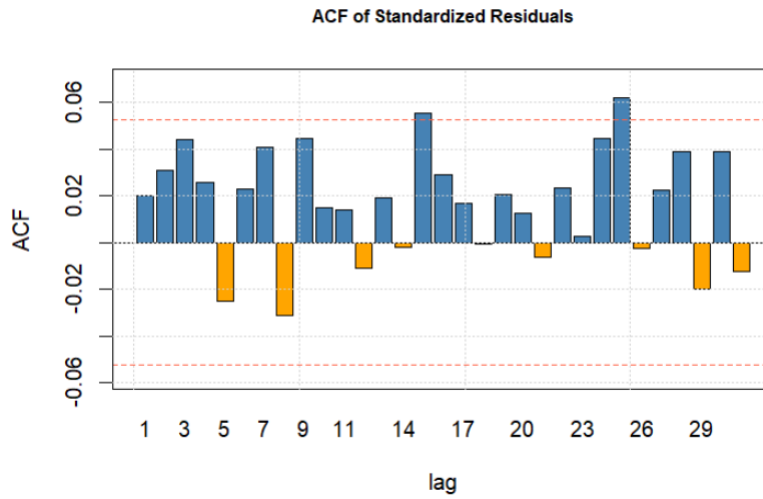


Figura 14. ACF Residuos estandarizados - SOL.

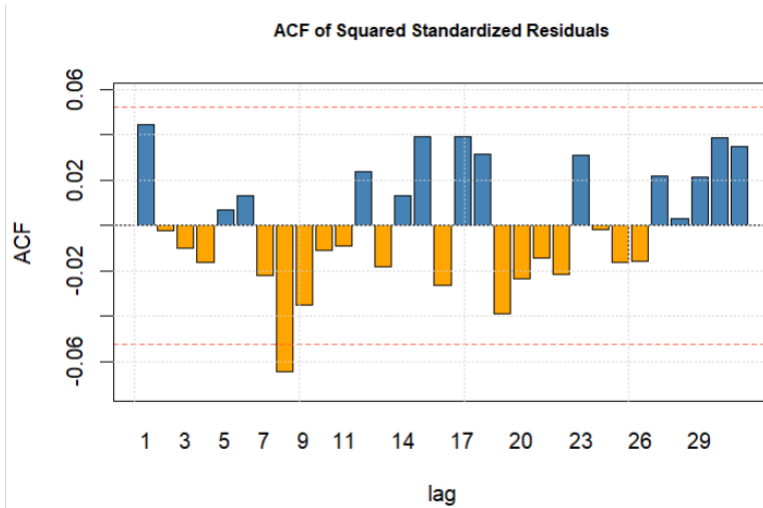


Figura 15. ACF Residuos estandarizados al cuadrado - SOL.

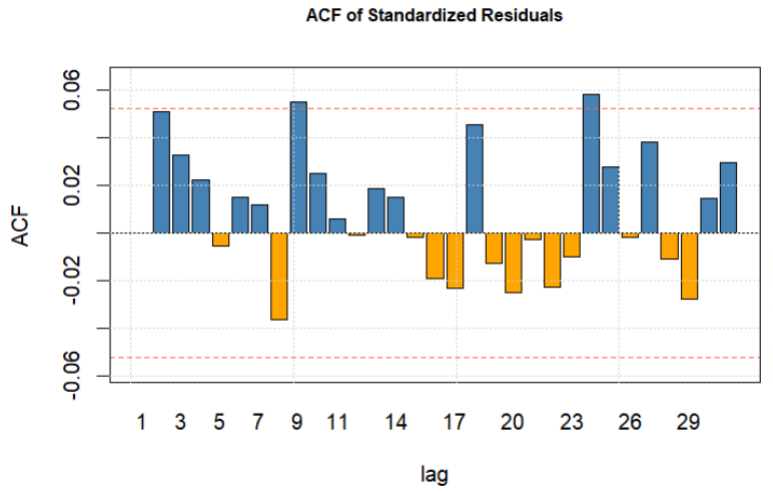


Figura 16. ACF Residuos estandarizados – BNB.

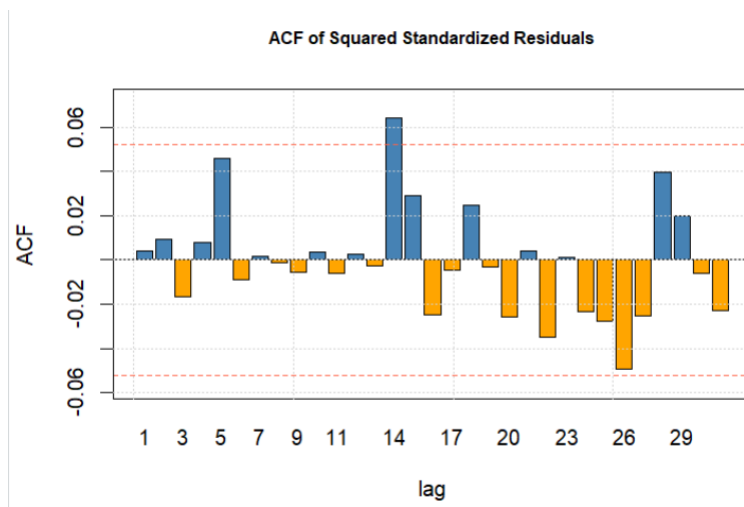


Figura 17. ACF Residuos al cuadrado estandarizados - BNB.

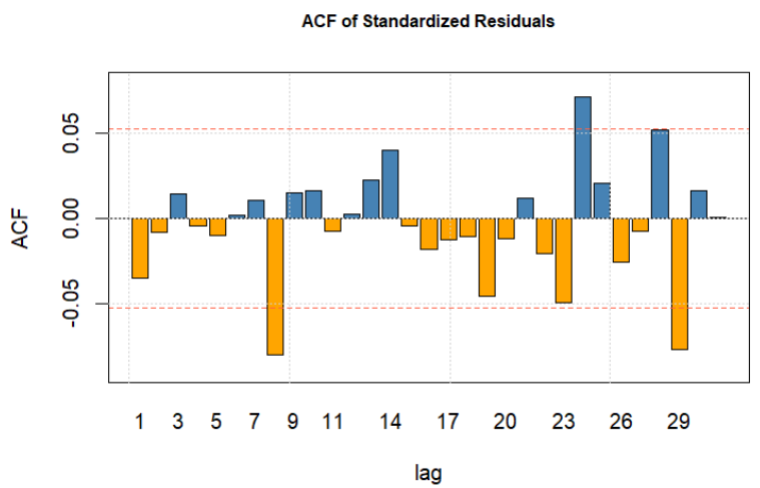


Figura 18. ACF Residuos estandarizados – XRP.

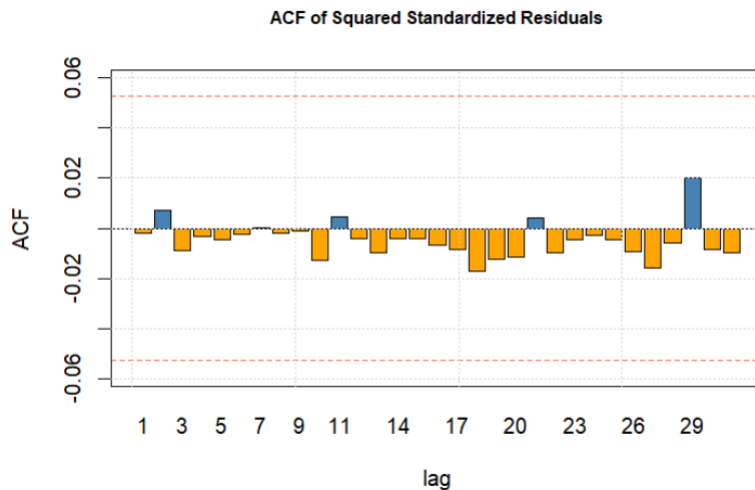


Figura 19. ACF Residuos estandarizados al cuadrado - XRP.

La variante eGARCH ha resultado seleccionada en la mayoría de las criptomonedas, resultando así la importancia del efecto de asimetría en las series.

El GARCH simple ha resultado óptimo únicamente en la criptomoneda Solana. Esto se debe a la complejidad para modelar los rendimientos de esta criptomoneda sin llegar al sobreajuste, lo cual es complicado por su enorme volatilidad en el periodo de estudio. De ahí que presente el mayor AIC y BIC en comparación con el resto.

Por otro lado, el modelo solo es capaz de modelar la media en XRP, única criptomoneda con algún parámetro ARMA significativo. Esto ya lo esperábamos ya que la componente ARMA no suele resultar eficiente a la hora de modelar activos con volatilidad cambiante. Sin embargo, en el análisis descriptivo vimos como la volatilidad de XRP se había reducido en el periodo final de estudio, de ahí que se estime la media con mayor facilidad.

En el apartado 4.4, se mencionó que, aunque se utilice un modelo ARMA(0,0), puede darse el caso de que la estimación de la media sea significativa. Esto requeriría considerar la constante estimada (μ) en el cálculo del VeR. Sin embargo, en este trabajo, la media solo resulta significativa en el caso de BNB, donde $\mu=0.001050$.

A pesar de ser significativa, incluir este valor en la estimación del VeR tiene un impacto prácticamente nulo, ya que solo implicaría una variación del 0.1%. Por tanto, para mantener la coherencia metodológica con el resto de las criptomonedas, se ha decidido no considerar μ en la estimación del VeR para BNB y asumirla igual a 0, tal como se hace en los modelos del resto de las criptomonedas.

En el caso de XRP, el modelo ARMA(1,0) se utiliza para estimar la media, y su contribución se incluirá directamente en la estimación del VeR de esta criptomoneda.

Una vez ajustados los modelos óptimos para predecir la volatilidad condicional, podremos calcular el valor en riesgo para cada criptomoneda.

El nivel de confianza que vamos a usar es únicamente del 95%. Esto se debe a que, como veremos en el *backtesting*, si usáramos el 99% esperaríamos muy pocas observaciones a la hora de sobrepasar el valor en riesgo, lo que no es consistente

para evaluar el modelo de manera adecuada. Para usar el 99% nos haría falta más muestra.

En el capítulo 3 comentamos la importancia de ser capaces de capturar el peso de las colas de la distribución para no subestimar el riesgo de estos activos. Para el cálculo del valor en riesgo, una posible alternativa hubiera sido asumir que la distribución incondicional de los retornos se asemeja a una t de Student, caracterizada por su capacidad para modelar colas más pesadas y reflejar de manera más precisa los eventos extremos, según (Bollerslev, 1986).

Para utilizar esta distribución en el cálculo del valor en riesgo para cada criptomoneda, necesitaríamos determinar los grados de libertad de cada una. De esta manera, podríamos determinar el percentil de cada distribución con una confianza del 95%. Sin embargo, al proceder a ajustar los retornos de las series a distribuciones t de Student para estimar estos grados de libertad, se obtuvieron valores muy altos de este en todas las criptomonedas analizadas, lo que implica mayormente una proximidad a una normal estándar.

Esta conclusión se ve reforzada por el test de Kolmogorov-Smirnov, el cual rechazó la hipótesis de que los rendimientos sigan una distribución t de Student. Como resultado, se optó por asumir una distribución normal para los retornos, simplificando así la modelización y el cálculo del valor en riesgo, en línea con los enfoques tradicionales en los mercados financieros (Jorion, 2007).

Dicho esto, en la ecuación (15) z_α es igual a $-1,644$, valor que acumula el 5% de probabilidad en la distribución Normal (0,1). Además, por lo descrito en el capítulo 5, asumiremos $\widehat{\mu}_{t+1}=0$ en todas las criptomonedas salvo XRP.

El valor en riesgo en valor absoluto estimado a horizonte un día con una confianza del 95% para cada criptomoneda a partir de cada método es el siguiente:

VeR	BTC	ETH	BNB	SOL	XRP
GARCH	0,0449	0,0543	0.0506	0,0716	0,0644
EWMA	0,0353	0,0457	0,0320	0,0530	0,0384
HS	0,0521	0,0651	0,0616	0,0893	0,0714

Tabla 8. VeR a horizonte un día para cada criptomoneda.

Nota*: La fila GARCH incluye el mejor modelo para estimar la media-varianza de cada criptomoneda que vimos en la Tabla 2.

Esta tabla nos indica que, por ejemplo, si invertimos 100\$ en Bitcoin, el valor en riesgo a un día es de 4,49\$ con una confianza del 95% en condiciones normales de mercado. Otra forma de decirlo es: se espera que 1 de cada 20 días la pérdida sea superior a 4,49\$.

Podemos ver como mayormente Bitcoin presenta un menor valor en riesgo estimado en la mayoría de los modelos, mientras que en Solana el riesgo es mayor. En general, los pronósticos son bastante altos, esto haría que si una entidad bancaria decide

invertir en criptomonedas tenga que contar con gran cantidad de capital en reservas para poder asumir la posible pérdida.

El método EWMA pronostica menor riesgo en todos los casos, mientras que el de simulación histórica pronostica el más alto.

Para tomar una decisión sobre qué modelo pronostica mejor el riesgo para cada criptomoneda, debemos realizar el backtesting de cada uno de ellos.

5.1 Backtesting del VeR criptomonedas.

El modelo óptimo para pronosticar el riesgo será aquel que presente la mejor ratio de violaciones y cumpla con las hipótesis del Bernoulli Coverage test y la prueba de independencia.

Antes de realizar el backtesting, es esencial definir el tamaño de la ventana de estimación que utilizaremos para calibrar los parámetros del modelo. Según (Danielsson, 2011), para modelos GARCH es recomendable utilizar al menos 500 días en la ventana de estimación, ya que una menor cantidad de datos podría generar estimaciones inestables de los parámetros y, en consecuencia, del valor en riesgo.

Sin embargo, al probar con una ventana de 500 días en nuestro análisis, nos encontramos con problemas de convergencia en algunos modelos debido a la complejidad de estos. Por este motivo, se optó por ampliar la ventana de estimación a 1000 días, una longitud que garantiza la estabilidad de las estimaciones y minimiza los problemas de convergencia.

Esta ventana se desplaza un día a medida que avanzamos en el análisis. Esto significa que en cada paso del tiempo se ajustan nuevamente los parámetros del modelo, utilizando únicamente los últimos 1000 días, para realizar la predicción del valor en riesgo a un día.

Este método no solo permite incorporar la información más reciente en los cálculos, sino que también asegura que las estimaciones reflejen las condiciones del mercado en tiempo real.

El proceso puede representarse de la siguiente manera, donde We es la longitud de la ventana móvil de estimación:

Inicio de la ventana	Fin de la ventana	Predicción del VeR
t	t + We - 1	VeR (t + We)
1	1000	VeR(1001)
2	1001	VeR(1002)
.	.	.
.	.	.

400	1399	VeR(1400)
-----	------	-----------

Tabla 9. Ventana móvil con reestimación para backtesting

Como la ventana móvil de estimación es de 1000 días y nuestra muestra es de 1400, disponemos de un total de 400 observaciones para evaluar el modelo. Si el nivel de confianza para el cálculo del valor en riesgo hubiese sido del 99%, esperaríamos 4 violaciones del valor en riesgo. Este valor es muy bajo para realizar comparaciones robustas con el valor predicho, motivo por el cual se decidió usar un nivel de confianza del 95%, donde el total de violaciones esperadas asciende a 20.

En las siguientes imágenes podemos ver los retornos de cada criptomoneda en la ventana de estimación junto con las predicciones del valor en riesgo para cada modelo:

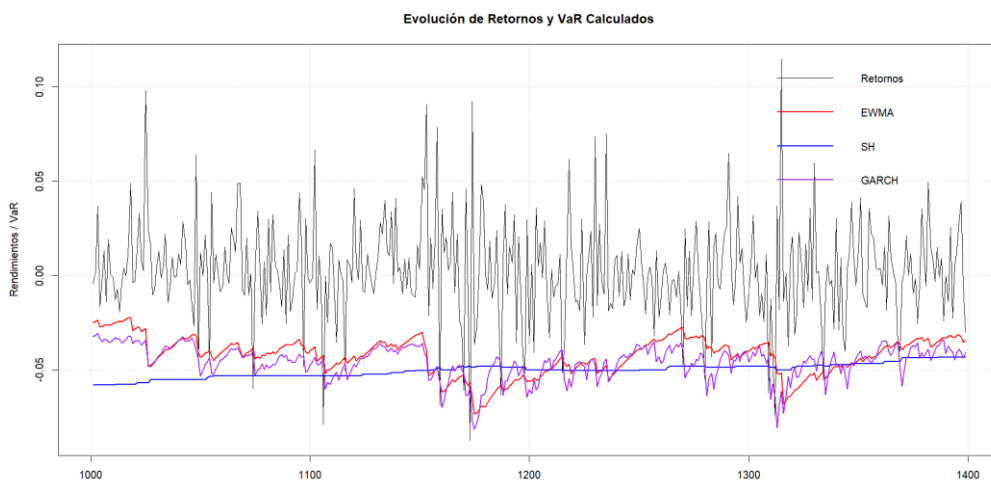


Figura 20. Evolución de los retornos y VaR predicho. BTC.

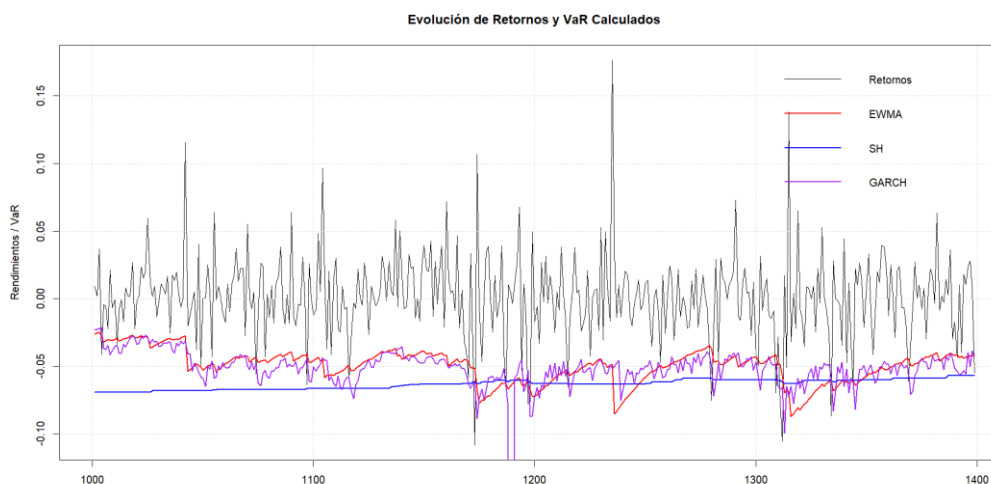


Figura 21. Evolución de retornos y VaR predicho. ETH.

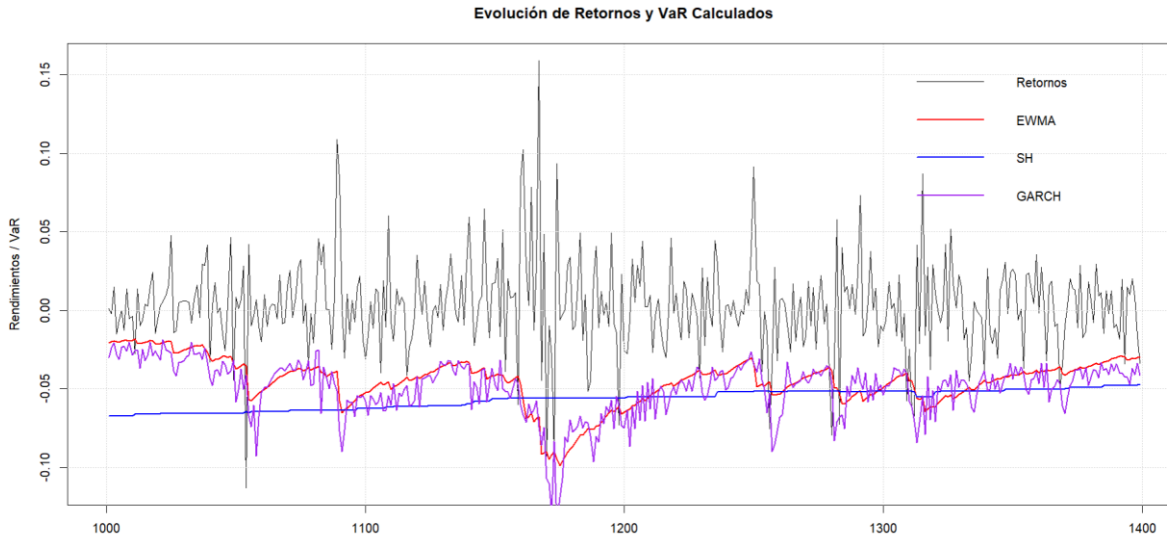


Figura 22. Evolución de los retornos y VeR predicho. BNB.

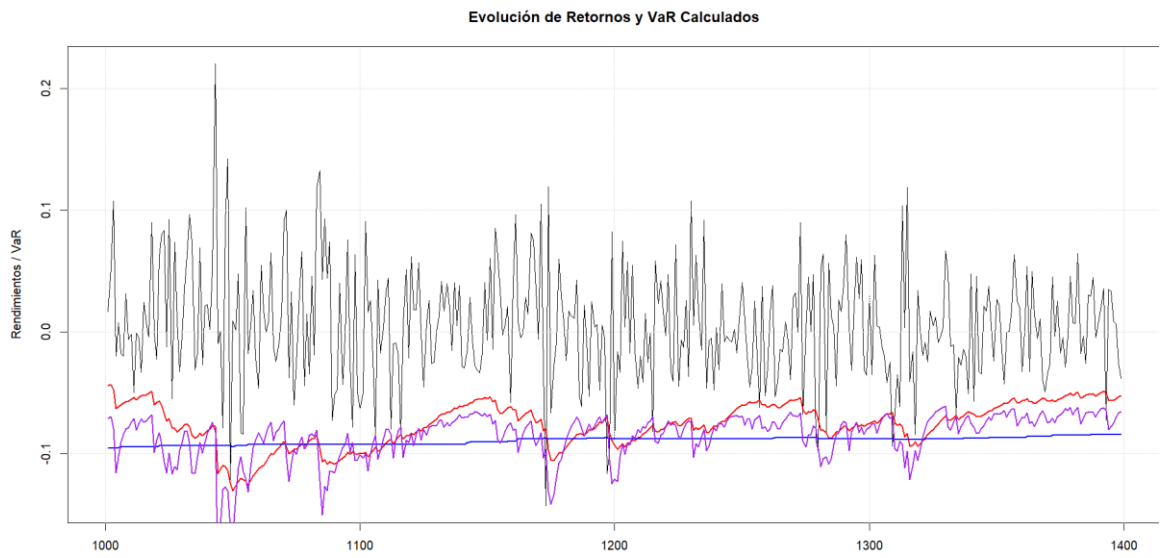


Figura 23. Evolución de los retornos y VeR predicho. SOL.

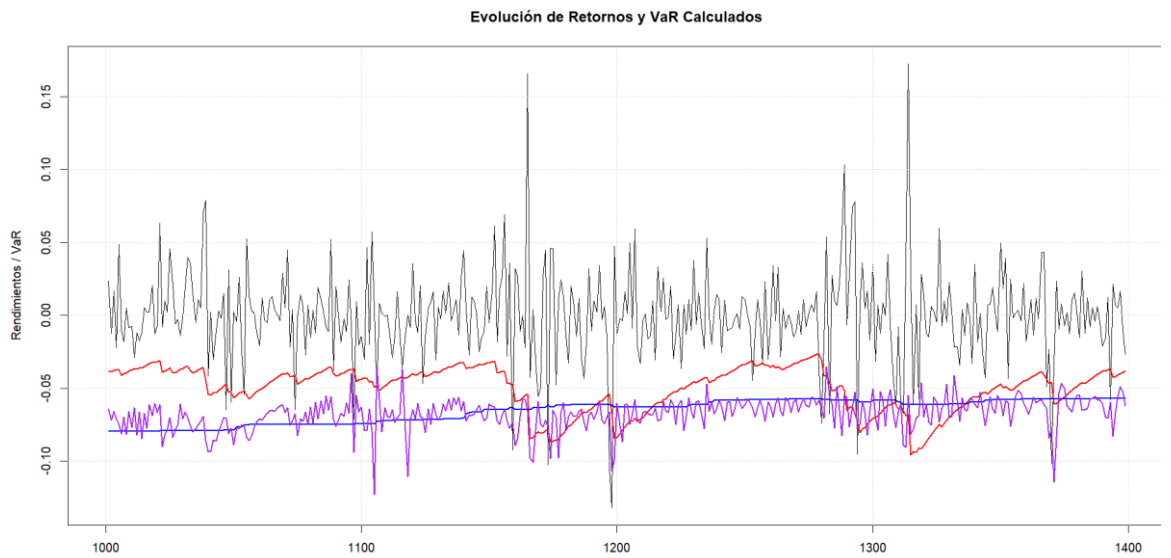


Figura 24. Evolución de los retornos y VeR predicho. XRP.

Podemos decir que los métodos EWMA y GARCH se ajustan de manera eficiente a las series, mientras que el de simulación histórica no es útil ya que no capta la dinámica de la volatilidad.

Ya definidos los criterios de evaluación del modelo en el capítulo 4.5, podemos fijarnos en la siguiente tabla. En la que se muestra la VR obtenida para cada criptomoneda a partir de cada método, junto con el p-valor resultante del Bernoulli Coverage test y de la prueba de independencia.

		We = 1000		
		EWMA	HS	GARCH
BTC	VR	1,003	0,602	0,852
	p-value ; Bernoulli	0,031	0,643	0,183
	p-value; Ind.	0,227	0,450	0,766
ETH	VR	1,153	0,602	0,852
	p-value ; Bernoulli	0,494	0,049	0,487
	p-value; Ind.	0,158	0,044	0,707
SOL	VR	0,602	0,401	0,451
	p-value ; Bernoulli	0,049	0,002	0,005
	p-value; Ind.	0,044	0,007	0,187
BNB	VR	0,902	0,551	0,802
	p-value ; Bernoulli	0,649	0,025	0,348
	p-value; Ind.	0,213	0,298	0,666
XRP	VR	1,103	0,602	0,501
	p-value ; Bernoulli	0,643	0,049	0,012
	p-value; Ind.	0,487	0,044	0,239

Tabla 10. Resultados backtesting sobre el VeR univariante.

La tabla refleja que los métodos EWMA y GARCH son capaces de medir el riesgo de manera eficiente ya que la VR obtenida es próxima a 1 para todas las criptomonedas excepto SOL.

Se ha escogido como mejor modelo aquel que presenta una VR más próxima a uno y cumple con las hipótesis de Bernoulli e independencia.

Por ello, podemos decir que el modelo GARCH se adapta mejor a criptomonedas más estables, como BTC y ETH. Mientras que el EWMA, a pesar de ser más sencillo, consigue capturar la dinámica de las series BNB y XRP de manera más eficiente.

Por último, el modelo de simulación histórica no es capaz de superar a los modelos paramétricos en ningún caso, por lo que no se tendrá en cuenta en el modelado multivariante para la cartera.

Podemos concluir que el cálculo del valor en riesgo asociado a cada criptomoneda, con una confianza del 95% y asumiendo normalidad en las series, es eficiente mediante el uso de modelos de volatilidad dinámica como el EWMA y el GARCH.

6. Creación cartera

En esta parte del trabajo buscamos reducir el riesgo que presentan los activos a nivel individual a partir de la creación de una cartera que asigne distintos pesos a cada activo.

En la siguiente imagen podemos ver los resultados en términos rentabilidad-riesgo de cada criptomoneda y las distintas carteras posibles en función del objetivo del inversor, definidas en el punto 4.3:

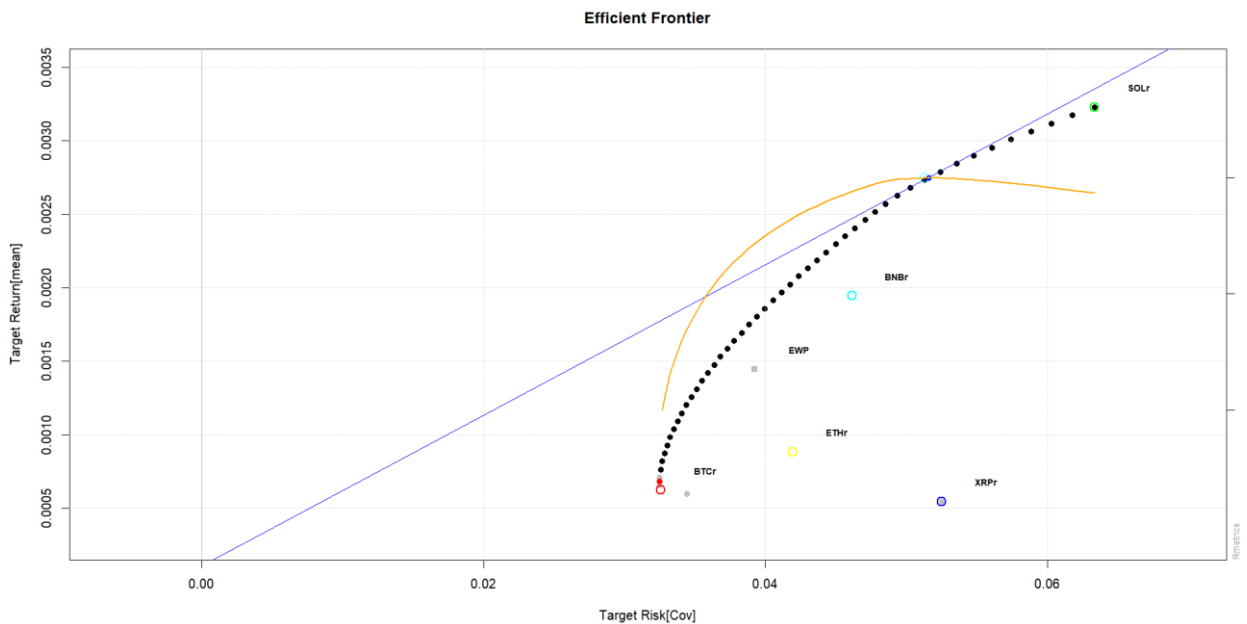


Figura 25. Relación rentabilidad-riesgo criptomonedas. 01/01/2021-31/12/2024

Para la cartera tangente hemos asumido un *risk free* del 4%, basándonos en el Bono de los Estados Unidos a un año. Este rendimiento es necesario pasarlo a diario como sigue:

$$(1 + 0,04)^{(1/365)} - 1 = 0.0001074598$$

Vemos como Bitcoin queda muy próximo a la cartera de mínima varianza, mientras que BNB y SOL ofrecen un mayor retorno, aunque con mayor riesgo, tomando mayor relevancia en la cartera tangente.

Los pesos de la cartera de mínima varianza y tangente resultan en:

	BTC	ETH	SOL	BNB	XRP
Min. Var	0,935	0	0	0,047	0,018
Tangente	0	0	0,626	0,374	0

Tabla 11. Pesos cartera mínima varianza y tangente. Matriz varianzas-covarianzas constante.

La fuerza de Bitcoin en este mercado queda reflejada en la cartera de mínima varianza, donde prácticamente asume casi todo el peso. El atractivo retorno que ofrece esta criptomoneda, sumado a la menor volatilidad que presenta frente al resto,

genera que pese de manera significativa en la cartera de mínima varianza.

Por otro lado, la cartera tangente se forma únicamente por SOL y BNB, ya que han ofrecido mayores retornos en el periodo de estudio, aunque con una mayor volatilidad.

En mercados volátiles como el de criptomonedas, minimizar el riesgo es crucial para evitar grandes fluctuaciones en el valor de la cartera. La cartera tangente, al estar enfocada en el retorno, puede exponer al inversor a riesgos significativamente mayores.

Por ello, al cuantificar el valor en riesgo optamos por la cartera de mínima varianza, que permite al inversor con aversión al riesgo tener algo de capital invertido en criptomonedas distintas a Bitcoin, pero centrando la mayor parte del capital en este.

El objetivo ahora es ver si con esta cartera, a pesar de tener poca exposición al resto de criptomonedas, conseguimos reducir el riesgo de manera significativa frente a invertir únicamente en Bitcoin.

6.1 Valor en riesgo Cartera.

Si asumimos que la matriz de varianzas-covarianzas es constante al igual que en el enfoque de Markowitz para llegar a los pesos de la cartera de mínima varianza, deberíamos asumir la media y varianza de la cartera como constantes en el cálculo del valor en riesgo, como se describe en la ecuación (16).

En este sentido, el retorno medio de la cartera = 0.000684 y su desviación típica = 0.0324, por ello, el valor en riesgo de la cartera, sustituyendo en la fórmula, será equivalente a una pérdida del 5,27%. Lo cual es bastante elevado y no demuestra una reducción del riesgo significativa.

Aunque los pesos de la cartera de mínima varianza han sido obtenidos bajo el supuesto de una matriz constante, es interesante explorar cómo las dinámicas del mercado afectan la medición del riesgo. Los métodos dinámicos ofrecen una representación más precisa del entorno actual del mercado al incorporar información sobre cambios recientes en volatilidades y correlaciones entre activos.

Esto hace interesante llevar el cálculo del valor en riesgo de la cartera con métodos que estiman la matriz de varianzas-covarianzas de forma multivariante, lo que permite estimar el riesgo de la cartera en cada momento y adaptándose a las condiciones del mercado más recientes.

Además, para realizar comparaciones robustas del valor en riesgo de cada criptomoneda con el valor en riesgo de la cartera, conviene utilizar también métodos dinámicos, ya que así se hizo al estudiar el riesgo de cada criptomoneda.

Como vimos en el punto 4.2, los métodos usados para estimar la matriz de varianzas-covarianzas necesaria para el cálculo del valor en riesgo a horizonte un día han sido el EWMA, GARCH "cov EWMA" y el DCC-GARCH.

En cuanto al DCC-GARCH, tras evaluar la significatividad de los parámetros, la

aleatoriedad residual y teniendo en cuenta el menor AIC y BIC, se obtuvo como modelo óptimo para la cartera el modelo DCC-GARCH(1,1).

El objetivo, es comparar estos tres modelos para ver cuál es más eficiente a la hora de estimar el riesgo de la cartera.

En cuanto a la ecuación (18) hemos asumido que el rendimiento promedio esperado de la cartera es equivalente a 0, ya que buscamos una evaluación más conservadora en la evaluación del riesgo y así se hizo en el capítulo 5.

Tras aplicar esta fórmula teniendo en cuenta la matriz de varianzas-covarianzas dinámica estimada con cada uno de los métodos, obtenemos los siguientes valores en riesgo para la cartera, a horizonte un día y una confianza del 95%:

	EWMA	GARCH "cov EWMA"	DCC-GARCH
VeR Cartera	0,0345	0,0400	0,0407

Tabla 12. VeR cartera.

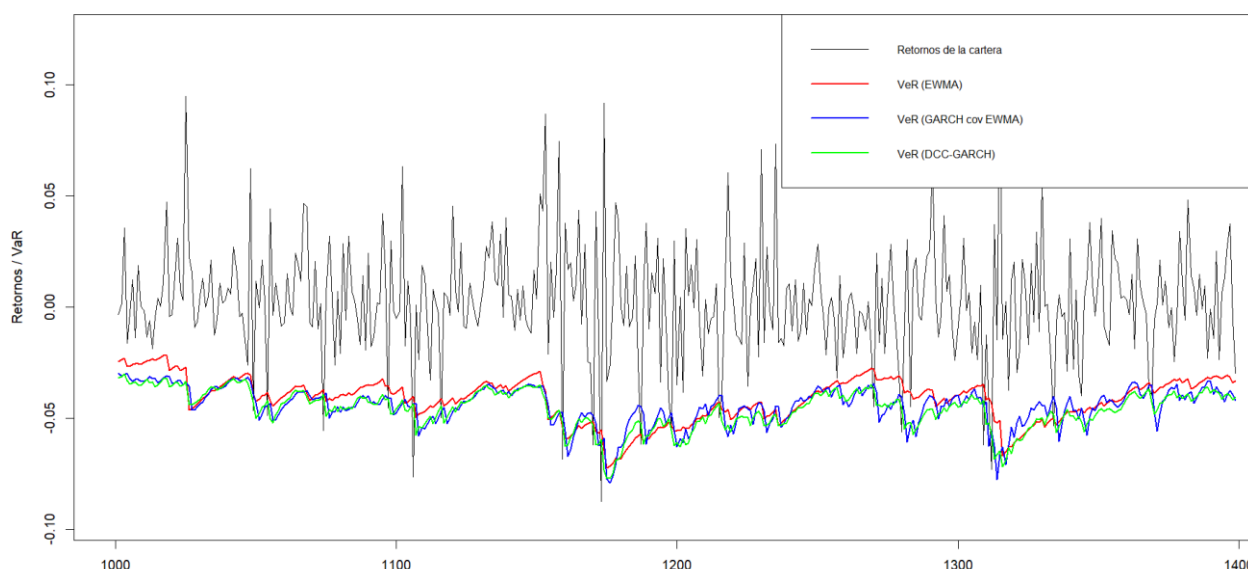


Figura 26. Evolución retornos y VeR cartera por cada método.

Vemos como esta metodología se adapta mejor a las condiciones del mercado a la hora de predecir el riesgo en un momento dado.

En cuanto a los modelos, el EWMA, al igual que en el caso univariante, tiende a presentar un menor pronóstico sobre el VeR, mientras que el GARCH "cov EWMA" y el DCC-GARCH son más prudentes.

Recordamos que, para Bitcoin, el mejor modelo univariante fue el GARCH, el cual pronosticaba un valor en riesgo igual a 0,0449. Este valor se logra reducir al crear la cartera, aunque no de manera significativa ya que el peso de Bitcoin en la cartera es muy elevado.

El problema de diversificación que ocurre en la cartera de mínima varianza se debe principalmente a la elevada correlación directa en las criptomonedas, que, como podemos ver en el siguiente gráfico, son bastante elevadas:

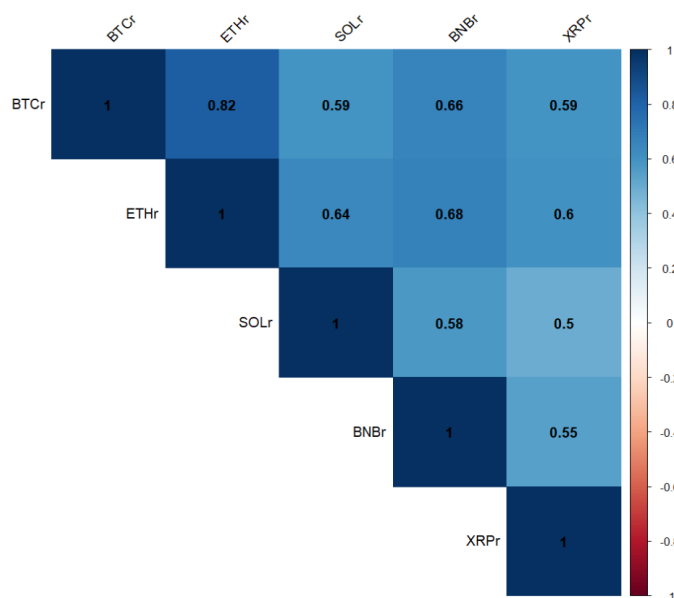


Figura 27. Correlación entre criptomonedas. 01/01/2021-31/12/2024.

Por ello, en el último punto del trabajo, buscaremos una solución a este problema de diversificación, el cual se basará en asignar los pesos a la cartera de mínima varianza asumiendo una matriz de varianzas-covarianzas dinámica en lugar de constante.

6.3 Backtesting delVeR cartera.

Al igual que en los modelos univariantes, debemos decidir qué modelo es más eficiente a la hora de pronosticar el valor en riesgo de la cartera. Además, para fiarnos de los resultados anteriores, debemos realizar el backtesting sobre el valor en riesgo calculado para la cartera.

Para ello, nos fijaremos de nuevo en la VR, el Bernoulli Coverage test y la prueba de independencia. La ventana móvil de nuevo volverá a ser de 1000 días.

Tras realizar el backtesting de cada modelo obtenemos lo siguiente:

	EWMA	GARCH "cov EWMA"	DCC-GARCH
VR	1,10	0,95	0,80
p - value; Bernoulli	0,64	0,83	0,35
p-value; Ind.	0,14	0,92	0,25

Tabla 13. Backtesting sobre el VeR multivariante.

Todos los modelos son buenos a la hora de predecir el riesgo de la cartera ya que presentan la VR próxima a uno y cumplen con las hipótesis de Bernoulli e independencia. Destaca ligeramente por encima del resto el modelo GARCH "cov EWMA". Dados estos resultados podemos concluir que los métodos multivariantes elegidos pronostican de una manera eficiente el riesgo de la cartera.

Por otro lado, si comparamos el valor en riesgo de la cartera con el valor en riesgo de las criptomonedas individualmente, conseguimos reducir ligeramente el riesgo de la cartera, aunque la diversificación no es eficiente ya que el 93,5% del peso de la cartera cae en Bitcoin. Por ello, dadas las peculiaridades de estos activos, se propone como una posible solución la asignación de pesos de la cartera de manera dinámica a través de modelos multivariantes.

7. Cartera dinámica

Los resultados obtenidos al crear la cartera de mínima varianza bajo las hipótesis de Markowitz muestran una ligera reducción del riesgo. Sin embargo, se evidencian limitaciones significativas, ya que la diversificación es mínima y el Bitcoin toma el 93,5% del peso de la cartera. Esto pone de manifiesto que la teoría de Markowitz presenta desafíos en mercados emergentes como el de las criptomonedas, donde la volatilidad y las correlaciones entre activos son altamente dinámicas y cambiantes.

Ante estas limitaciones, proponemos la creación de una cartera dinámica, que permita aprovechar las características propias de este mercado. La idea es lograr una mayor exposición al resto de criptomonedas, que, aunque son más volátiles, también ofrecen retornos atractivos. Este enfoque busca superar la rigidez de Markowitz, que considera una matriz de varianzas-covarianzas constante en el tiempo. En su lugar, buscaremos la cartera de mínima varianza, pero estimaremos esta matriz de manera dinámica utilizando modelos multivariantes, tal como se describió en el apartado 4.2.

El problema de optimización de la ecuación (10), se actualiza a:

$$\sigma_t^2 = w^T \Sigma_t w$$

Donde σ_t^2 representa la varianza de la cartera, w es el vector de pesos, y Σ_t es la matriz de varianza-covarianza estimada dinámicamente.

El objetivo principal es evaluar si los modelos dinámicos, que tienen en cuenta las fluctuaciones temporales de las correlaciones y la volatilidad, asignan una mayor diversificación al resto de los activos de la cartera.

Tras estimar la matriz de varianzas-covarianzas correspondiente al último día del periodo de análisis mediante cada modelo y resolver el problema de optimización descrito, los pesos obtenidos para cada activo son los siguientes:

	BTC	ETH	SOL	BNB	XRP
EWMA	0,255	0	0	0,535	0,210
GARCH "cov EWMA"	0,450	0	0	0,375	0,174
DCC-GARCH	0,527	0	0	0,385	0,088

Tabla 14. Pesos cartera. Matriz varianzas-covarianzas dinámica.

A partir de los métodos analizados, se observa como Bitcoin sigue concentrando una gran parte del peso en las carteras dinámicas. Sin embargo, se logra una mayor diversificación, especialmente en el caso del EWMA, que asigna un peso significativamente mayor a BNB. Este resultado refleja la capacidad de los métodos dinámicos para obtener una mayor diversificación al incorporar información actualizada sobre las varianzas y covarianzas.

En las siguientes imágenes podemos ver como varía la estimación de las correlaciones y volatilidad dinámica de cada criptomoneda para el periodo t en función de cada método:

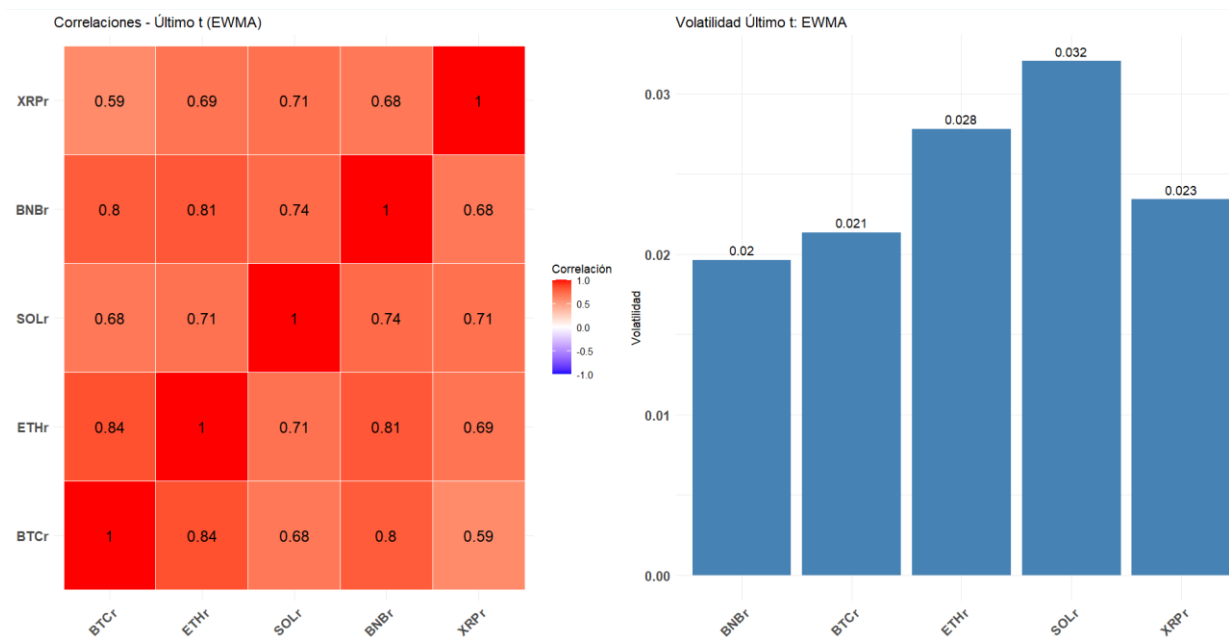


Figura 28. Correlación y volatilidad estimada último t. EWMA.

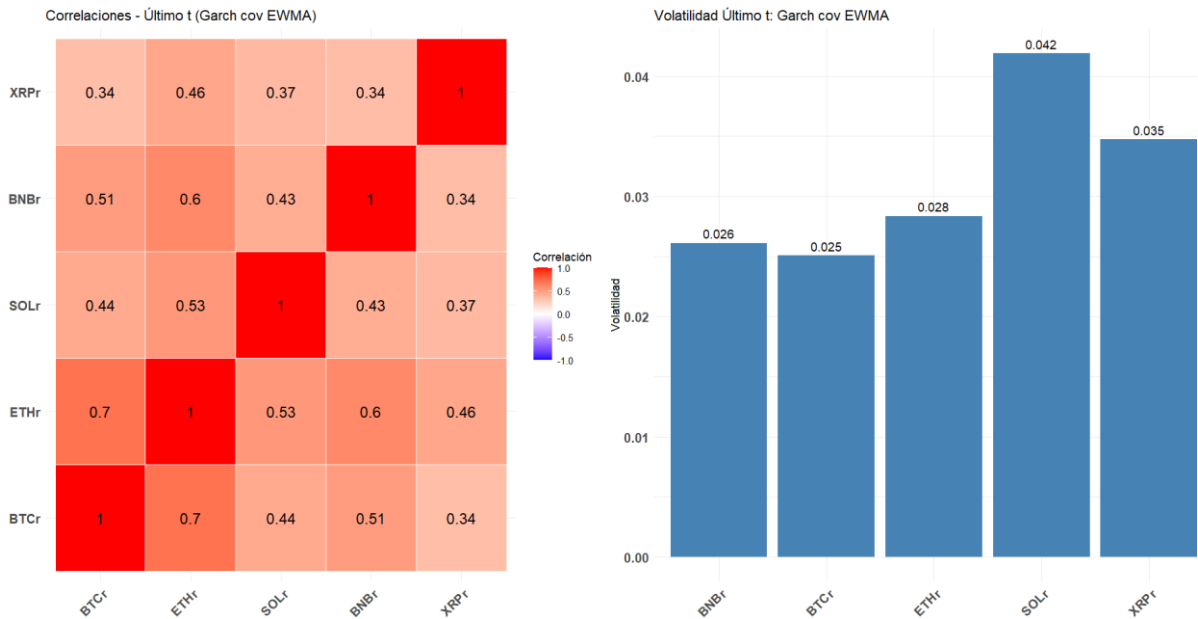


Figura 29. Correlación y volatilidad estimada último t. Garch cov EWMA.

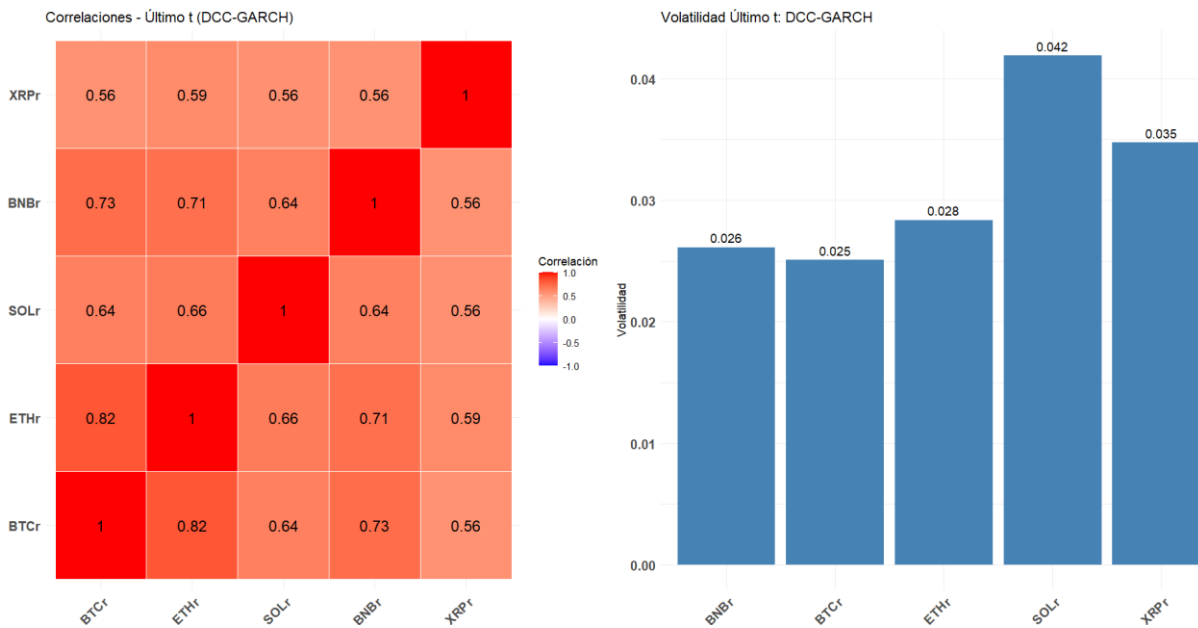


Figura 30. Correlación y volatilidad estimada último t. DCC-GARCH.

Lo ideal sería que con las carteras dinámicas se reduzca el valor en riesgo en comparación con la cartera que asume una matriz de varianzas-covarianzas constante.

Para evaluar esta hipótesis, aplicamos la ecuación (18) considerando un promedio de rendimiento de la cartera igual a 0, como se asumió en la sección anterior. Los pronósticos del valor en riesgo a un horizonte de un día y con una confianza del 95% se presentan a continuación:

	EWMA	GARCH "cov EWMA"	DCC-GARCH
VeR Cartera	0,031	0,0353	0,0389

Tabla 15. VeR carteras dinámicas

En este cálculo, el valor en riesgo para cada cartera se estimó utilizando los pesos óptimos determinados por el mismo método que generó la matriz de varianzas-covarianzas. Es decir:

- En el caso del VeR estimado a partir de la matriz de varianzas-covarianzas del EWMA, se utilizaron los pesos óptimos asignados por dicho modelo.
- Para el VeR basado en el modelo GARCH "cov EWMA", se emplearon los pesos óptimos obtenidos por ese mismo método.
- De manera similar, el VeR derivado del modelo DCC-GARCH se calculó con los pesos asignados por este último.

Al comparar cada estimación del valor en riesgo para las carteras dinámicas con el resultado obtenido para la cartera que asignó los pesos asumiendo una matriz constante de varianzas-covarianzas (presentado en la Tabla 7), se puede concluir que los modelos dinámicos logran reducir el valor en riesgo.

Además, se consigue una mayor diversificación al ajustar los pesos de manera más precisa en función de las relaciones dinámicas entre los activos. Esto valida la capacidad del modelo dinámico para reflejar relaciones actuales y potencialmente ofrece oportunidades de diversificación no capturadas con el enfoque estático.

Aunque la asignación de pesos a través de modelos dinámicos mejora en comparación con Markowitz, la diversificación en criptomonedas sigue siendo un desafío debido a su alta correlación y volatilidad. Por lo tanto, es crucial seguir investigando enfoques alternativos para optimizar carteras en este mercado emergente.

8. Conclusiones

Las criptomonedas representan inversiones de alto riesgo, caracterizadas por su elevada volatilidad y correlaciones dinámicas. Estas propiedades las convierten en un desafío para las entidades bancarias y otros inversores institucionales, que deben cumplir con estrictos requerimientos regulatorios de riesgo. Este trabajo se centró en analizar y cuantificar el riesgo asociado a un conjunto representativo de criptomonedas, proponiendo y evaluando diferentes modelos de medición y gestión del riesgo.

A nivel univariante, los modelos paramétricos como el EWMA y el eGARCH mostraron ser herramientas robustas para predecir el valor en riesgo de la mayoría de las criptomonedas. Sin embargo, para otras extremadamente volátiles como Solana, los resultados evidenciaron limitaciones en la capacidad de los modelos para capturar el riesgo. Este hallazgo refuerza la importancia de ajustar cuidadosamente los modelos a las características específicas de cada activo.

La aplicación de la teoría de Markowitz para la creación de una cartera de criptomonedas permitió reducir ligeramente el riesgo agregado. No obstante, esta metodología mostró claras limitaciones al asumir que la matriz de varianzas-covarianzas es constante a lo largo del tiempo. Esta suposición resultó en una diversificación muy limitada, asignando el 93.5% del peso de la cartera al Bitcoin, mientras que otras criptomonedas quedaron excluidas o muy poco representadas.

Para abordar estas limitaciones, se evaluó la posibilidad de una cartera dinámica basada en modelos multivariantes, que estiman la matriz de varianzas-covarianzas de manera dinámica en lugar de asumirla como constante. Estos han sido el EWMA multivariante, el GARCH con matriz de covarianza propia del EWMA y el DCC-GARCH. Estos métodos, además de proporcionar predicciones precisas del valor en riesgo de la cartera, permitieron una asignación de pesos más diversificada, logrando reducir el riesgo frente a la cartera que asume constancia en la matriz de varianzas-covarianzas.

A pesar de ello, la diversificación sigue siendo limitada, activos como Ethereum y Solana no logran representación en la cartera debido a su alta correlación con Bitcoin y volatilidad, respectivamente.

La propuesta de una cartera dinámica basada en modelos multivariantes permitió incluir otros activos como BNB y XRP con mayor peso, reduciendo parcialmente la dependencia de Bitcoin. Sin embargo, estas carteras aún enfrentan desafíos debido a las características intrínsecas del mercado de criptomonedas, como la alta correlación entre activos, fuertes volatilidades y caídas simultáneas en periodos de crisis.

En conclusión, este trabajo demuestra que, aunque la teoría de Markowitz para la construcción de carteras es útil, los mercados de criptomonedas requieren enfoques más dinámicos y adaptativos. Los modelos que estiman la matriz de varianzas-covarianzas dinámicamente ofrecen una base sólida para gestionar el riesgo y asignar pesos en este entorno volátil. Sin embargo, aún existen limitaciones en la diversificación que deben ser abordadas en futuros trabajos, explorando nuevas estrategias, como la inclusión de activos menos correlacionados o la integración de métodos basados en *machine learning* para mejorar la asignación de activos y gestión del riesgo. Este trabajo proporciona un marco inicial para gestionar carteras de criptomonedas y sienta las bases para avanzar en la optimización de estrategias en este mercado emergente.

Bibliografía

- Akolkar, B. (2025). *Solana (SOL) price outperformance can continue in 2025, driven by Solana ETF approval*. Retrieved from Coinspeaker: <https://www.coinspeaker.com/sol-price-outperformance-can-continue-2025-driven-solana-etf-approval/>
- Baur, Hong, & Lee. (2018). Bitcoin: Medium of exchange or speculative assets? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 54, 177-189.
- BBVA. (2023). BBVA. Obtenido de Regulación europea sobre Mercados de Criptoactivos (MiCA): ¿Qué es y por qué es importante?: <https://www.bbva.com/es/innovacion/regulacion-europea-sobre-mercados-de-criptoactivos-mica-que-es-y-por-que-es-importante/>
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Bouri, Gupta, Tiwari, & Roubaud. (2017). Does Bitcoin hedge global uncertainty? Evidence from wavelet-based quantile-in-quantile regressions. *Finance Research Letters*, 23, 87-95.
- Briere, Oosterlinck, & Szafarz. (2015). Virtual Currency, Tangible Return: Portfolio Diversification with Bitcoin. *Journal of Asset Management*, 365-373.
- Danielsson, J. (2011). *Financial risk forecasting: The theory and practice of forecasting market risk with implementation in R and Matlab*. Wiley.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427-431.
- Dirk G. Baur, K. H. (2018). Bitcoin: Medium of exchange or speculative assets? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*.
- Engle, R. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate GARCH models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20, 339-350.
- Fuller, D. &. (1979).
- Glosten, L., Jagannathan, R., & Runkle, D. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*, 48(5), 1779-1801.
- Gómez Fonsenca, & Rodríguez Córdoba. (2024). *Análisis de la volatilidad de un portafolio de criptomonedas mediante modelos de series de tiempo*. Universidad Colegia Mayor de Cundinamarca, Facultad de Administración y Economía. Monografía Regular.
- Jorion, P. (2007). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk* (Vol. 3). New York: McGraw-Hill.
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 148, 3-6.
- Lawrence R Glosten, R. J. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*.

- Len, J., Gao, X., & Jia, G. (2014). Quantitative Risk Analysis of the Futures Company's Own Business Based on VaR Model. *Journal of Financial Risk Management*, 3, 143-150.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7, 77-91.
- Morgan/Reuters, J. (1996). *RiskMetrics™ - Technical Document*. New York.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59(2), 347-370.
- Silahli, B., Dincer Dingec, K., Cifter, A., & Aydin, N. (2021). Portfolio value-at-risk with two-sided Weibull distribution: Evidence from cryptocurrency markets. *Finance Research Letters*, 38(101425), 1544-6123.
- Stupariu, P., Ruiz, J. R., & Vilariño, Á. (2015). Modelos VaR para calcular el capital mínimo regulatorio por riesgo de mercado. *Papeles de Europa*, 28(1), 27-59.