UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE EDUCACIÓN
Departamento de Didáctica y Organización Escolar

TESIS DOCTORAL

Pensamiento y leguaje matemático en el contexto de educación infantil: un acercamiento interpretativo

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

María de la Soledad Ros Romero

Directora

Estela d'Angelo Menéndez

Madrid, 2016

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE EDUCACIÓN – CENTRO DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO

Departamento de Didáctica y Organización Escolar

PENSAMIENTO Y LENGUAJE MATEMÁTICO EN EL CONTEXTO DE EDUCACIÓN INFANTIL. UN ACERCAMIENTO INTERPRETATIVO

Memoria de Tesis Doctoral presentada para obtener el Grado de Doctor por:

Dña. María Soledad Ros Romero

Directora:

Dra. Dña. Estela D´Angelo Menéndez

Madrid, 2015

DEDICATORIA Y AGRADECIMIENTOS

A mi padre, ejemplo de honestidad, conocimiento y amor.

Es mi obligación moral estar bien preparada, y compartirlo con otros maestros y maestras, para ofrecer a los niños y niñas herramientas de conocimiento de sí mismos y cultura que les ayude a ser felices y críticos. Ellos y ellas son semillas que cambiarán el mundo, quisiera ser una gotita de su agua.

La elaboración de esta tesis doctoral ha supuesto un proceso muy compartido, desde el cual, ahora que toca a su fin, no puedo más que agradecer infinitamente a todos/as los que han colaborado, de una manera y otra, en su consecución, y que han creído en mí aun cuando yo flaqueaba, sin cuyo apoyo no habría sido posible.

En primer lugar, agradezco muy especialmente el apoyo incondicional brindado por mi familia: mi madre, mi marido y mis hijos, Daniel y Nora. Sin ellos, su ejemplo, su trabajo, sostén, incondicionalidad, infinita paciencia, y amor habría sido literalmente imposible concluir la presente investigación.

Al resto de mi importantísima familia y a los que lo son, sin serlo, cuyo cariño, apoyo y valor de la amistad me ha dado fuerzas en momentos de flaqueza.

Al grupo de compañeras de tesis, por su apoyo incondicional y su ayuda cariñosa e inestimable, al equipo de *aele*, y, en especial, a mi directora la Dra. Estela D´Angelo, por acoger mis inquietudes, apoyarlas, por sus numerosísimas horas de ayuda, dedicación y apoyo, con tanto cariño. Le agradezco especialmente su acogimiento, confianza en mí y las oportunidades brindadas, su cercanía y su compromiso con la educación hasta las últimas circunstancias.

A mis compañeras docentes, que han soportado y acogido siempre mis idas y venidas en las diferentes indagaciones, mis propuestas, inquietudes, mis proyectos locos.

A las maestras que han sido ejemplo, que me han enseñado a buscar y entender otras miradas, que han dedicado su tiempo a mis preguntas sin final: Esmeralda Berdeal especialmente, las docentes con las que compartí un tiempo en el CEIP Fontarrón de Madrid, y la directora de la Casa de Niños de Chapinería, Rufina.

A mis niños y niñas, y a sus familias, por ser siempre mi motor de mejora, y a quienes debo un inmenso cariño y agradecimiento por lo que me enseñan y aportan cada día.

RESUMEN

El presente estudio, de carácter etnográfico, tiene lugar en el contexto de un aula de Educación Infantil con el objeto de registrar en detalle y analizar reflexivamente las características de las prácticas de enseñanza que propician el desarrollo del pensamiento matemático de los niños y las niñas, y su consecuente expresión en situaciones cotidianas. En este sentido, interesa interpretar y comprender la diversidad infantil -tanto a nivel de pensamiento como de formas para expresarlo- en relación con las argumentaciones que eligen para justificar sus decisiones; la formulación de sus descubrimientos o resoluciones originales; la confrontación de ideas con adultos y entre iguales; etc. ante situaciones que les plantean problemas u obstáculos a resolver que, por el "significado pragmático" en que se encuadran, invitan a los niños y niñas a aceptar el desafío de interpretar lo que está sucediendo y buscar soluciones.

El trabajo de campo se asienta en la convicción de que la población infantil reelabora, en interacción cooperativa con otros, conocimientos matemáticos relacionados con los obstáculos cognitivos que están inmersos en las distintas situaciones a la que se enfrenta (reales, realistas y/o imaginarias). Al tiempo, se retroalimenta en la incertidumbre respecto a cómo, cuándo y en qué circunstancias se afianzan estos procesos. Por tanto, con una mirada etnográfica, el estudio busca respuestas recogiendo, analizando e interpretando información a lo largo de los 3 años de escolaridad que atraviesa un grupo de Educación Infantil escolarizado en el Centro de Educación Infantil y Primaria Las Cigüeñas, en la localidad madrileña de Rivas Vaciamadrid.

La investigadora asume, a su vez, el papel docente de este grupo infantil, situación que aporta condiciones óptimas para mantener una estancia prolongada e intensiva en el campo de estudio con el objeto de registrar los sucesos matemáticos, planificados ad hoc o surgidos de forma espontánea, que acontecen durante el proceso de observación participante.

La interpretación de los datos registrados permitió comprender -admitiendo que, la localidad de los mismos no permite extrapolarlos a toda la población infantil- la potencialidad de las prácticas de enseñanza para fomentar, o no, el interés de niños y niñas por utilizar, en situaciones contextualizadas, sus respectivos conocimientos matemáticos (propios del campo aritmético, geométrico y/o algebraico) marcados, obviamente, por la diversidad (en los estilos cognitivos, las formas de expresión, los intereses y motivaciones, etc.).

Palabras clave: conocimiento matemático, situaciones-problema, diversidad, prácticas de enseñanza.

ABSTRACT

This study (*Mathematical language and thinking in the context of pre-school education. An interpretative approach*), of an ethnographic nature, takes place in the context of a pre-school education classroom, and has the goal of registering in detail and reflexively analyzing the characteristics of the teaching practices that foster the development of the mathematical thinking of children and its resulting expression in everyday situations. In this sense, it is interesting to interpret and understand the children's great variety - both at thinking level and its ways of expressing it – in relation with the reasoning they choose to justify their decisions; the form of their findings or original resolutions; the comparison of ideas with adults and between equals; etc., when facing situations that set out problems or obstacles to be solved and that, by the "pragmatic meaning" in which they are framed, encourage children to accept the challenge of interpreting what is happening and to look for solutions.

The field work is based in the conviction that the child population elaborates, in cooperative interaction with others, mathematical knowledge related with cognitive obstacles that are immersed in different situations that they face (real, realistic and/or imaginary). At the same time, the uncertainty about how, when and in which circumstances these processes are consolidated is fed back. Therefore, with an ethnographic look, the study looks for answers by collecting, analyzing and interpreting information along the 3 schooling years of a pre-school education group at the pre-school and primary school centre Las Cigüeñas, in Rivas Vaciamadrid, municipality of Madrid.

The researcher is at the same time the teacher of this group of children. This situation provides the optimal conditions for an extended and intensive stay in the field of study with the objective of registering the mathematical events, planned ad hoc or spontaneous, that occur during the participant observation process.

The interpretation of the registered data allowed to understand –admitting that their locality does not permit to extrapolate the results to the complete child population- the potentiality of the teaching practices to foster, or not, the interest of children in using, in contextualized situations, their respective mathematical knowledge (from the

arithmetical, geometrical and/or algebraic fields) obviously marked by the diversity (in the cognitive styles, expression forms, interests and motivation, etc.).

Key words: mathematical knowledge, problem-situations, diversity, teaching practices.

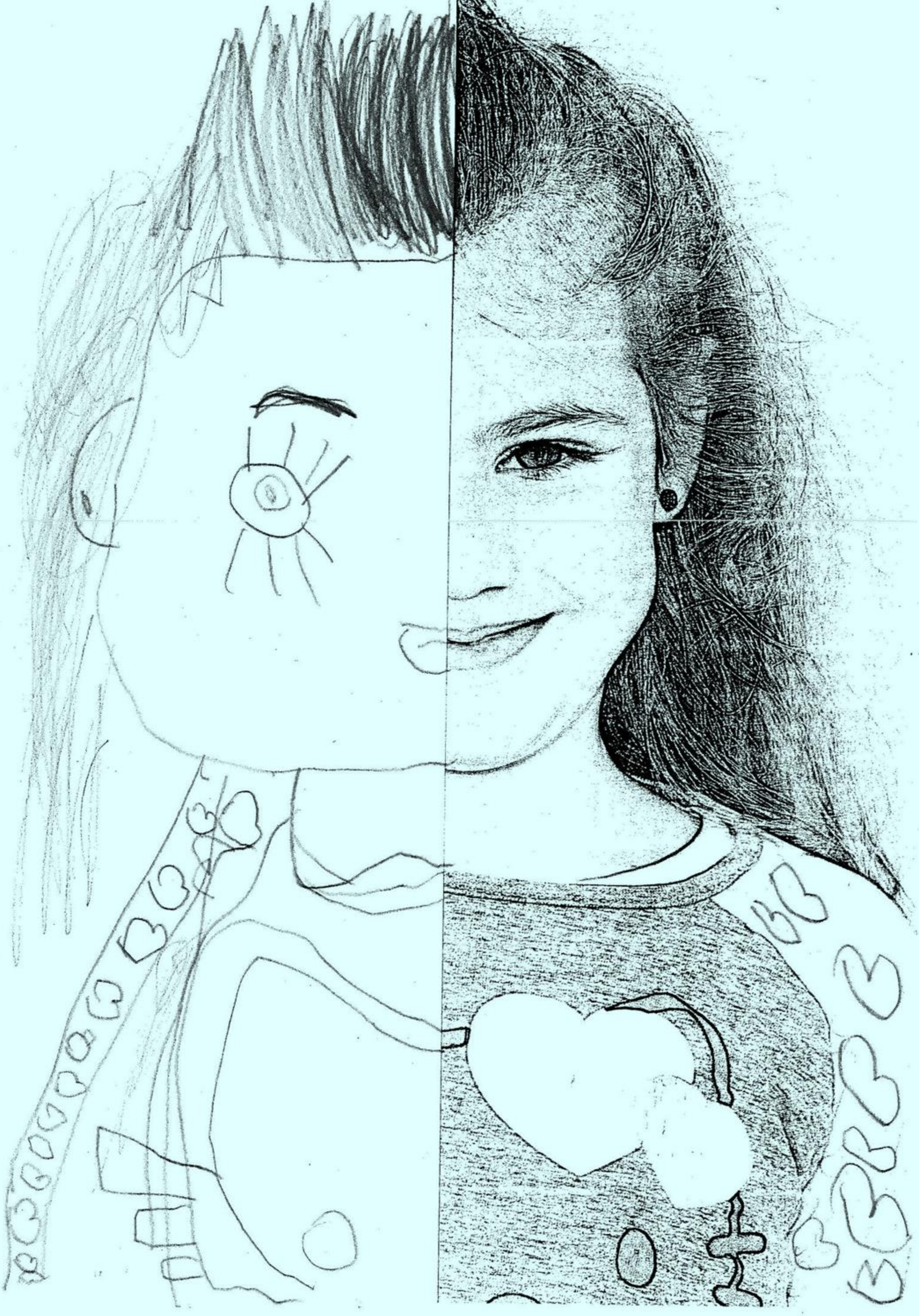


TABLA DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

LISTADO DE SIGLAS, CÓDIGOS Y ABREVIATURAS

- OCDE.- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico.
- PISA.- Programas para la Evaluación Internacional de los Alumnos.
- TIMSS.- Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias.
- IEA.- Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo.
- NCTM.- National Council of Teacher of Mathematics.
- NAEYC.- National Association for the Education of Young Children.
- PME.- The International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- CIAEM.- Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas.
- INECSE.- Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo.
- DCB.- Diseño Curricular Base.
- OP.- Observación Participante.
- GD.- Grupo de Discusión.
- GDD.- Grupo de Discusión Docente.
- GG.- Gran Grupo.
- PG.- Pequeño Grupo.
- I.- Individual.
- MT.- Muestreo Teórico.
- TCA.- Trabajo de Campo en Aula.
- TCGDD.- Trabajo de Campo en Grupo de Discusión entre Docentes.
- MCC.- Método Comparativo Constante.
- TSD.- Teoría de las Situaciones Didácticas.
- EOS.- Enfoque Ontosemiótico.
- TAD.- Teoría Antropológica de lo Didáctico.
- ERM o EMR.- Enfoque Realista de la Educación Matemática, también denominado Educación Matemática Realista.
- ABP.- Aprendizaje basado en problemas/proyectos según autor.
- ABA.- Aprendizaje basado en la acción.
- EI.- Educación Infantil.
- ZDP.- Zona de Desarrollo Próximo
- A.c.n.e.e. Alumno con necesidades educativas especiales.
- N.e.e. Necesidades educativas especiales.
- s.f.- Sin fecha (traducido de APA Sexta Edición –no date-).

Nota explicativa relativa a las decisiones de la investigadora respecto de la codificación empleada en la recogida, organización y análisis de los datos obtenidos en el trabajo de campo:

- Tabla 7. *Situaciones-problema desarrolladas a lo largo de la investigación* (p.249) y Tabla 8. *Núcleo de análisis presentado en la memoria de la investigación* (p.266).- Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

- Tabla 46. *Cronograma y codificación de los encuentros de Grupo de Discusión* (p.245).-Código alfanumérico: la primera cifra corresponde al año de desarrollo de la investigación en el aula, la segunda al trimestre en que tuvo lugar el encuentro del grupo de discusión. A continuación, las tres siguientes letras corresponden a la estrategia de recolección de datos: Grupo de Discusión Docente –GDD-.

- Tabla 50 *Muestreo teórico indagado* (p. 398). Código alfanumérico: MT responde a Muestreo Teórico, y el código numérico al etiquetado de registro.

- Tabla 51 *Unidades de análisis saturadas en el trabajo de campo (aula)* (p. 400). Código alfanumérico: TCA responde a Trabajo de Campo en Aula, y el código numérico responde al etiquetado de registro.

- Tabla 52 *Unidades de análisis saturadas en el grupo de discusión entre docentes* (p.409). Código alfanumérico: TCGDD responde a Trabajo de Campo en Grupo de Discusión entre Docentes, y el código numérico responde al etiquetado de registro.

- *6.1.- Proceso de triangulación de datos*, p.416. Códigos generados en la Identificación de unidades de análisis saturadas y muestro teórico para su fichado: **MT** y código numérico (Muestreo Teórico y número de fichado), **TCA** y código numérico (unidades de análisis saturadas del Trabajo de Campo en Aula, y su número de fichado) y **TCGDD** (unidades de análisis saturadas del Trabajo de Campo en Grupos de Discusión entre Docentes, y número de fichado).
  Aparecen, así mismo, los códigos de la Tabla 7.- *Situaciones-problema desarrolladas a lo largo de la investigación*, pertenecientes a cada situación-problema desarrollada a lo largo de la investigación referidos anteriormente.


14
17

PRIMERA PARTE

ACERCAMIENTO AL OBJETO DE ESTUDIO

CAPÍTULO 1

OBJETO DE ESTUDIO:

JUSTIFICACIÓN, PROPÓSITOS Y FINES DE LA INVESTIGACIÓN

CONTENIDO DEL CAPÍTULO I

Se inicia este trabajo de investigación asumiendo la importancia de enseñar matemáticas desde los primeros años de escolaridad en tanto se trata de un conocimiento que ofrece a la población infantil un conjunto de herramientas útiles para la resolución de problemas de índole práctico así como para la búsqueda de nuevas respuestas o la creación de preguntas diversificadas. Es decir, se entiende que la inclusión de este conocimiento en el desarrollo curricular de Educación Infantil (en adelante, EI) le aporta a esta población distintos tipos de valores, entre ellos los siguientes:

- Valor instrumental: facilita la resolución de situaciones cotidianas aplicando el conocimiento numérico, espacial y de medición que cada uno disponga.
- Valor formativo: contribuye, al igual que otras ciencias, al desarrollo del pensamiento lógico.
- Valor social: aporta un lenguaje para la comunicación.
- Valor cultural: permite participar en un ámbito de conocimiento generado por la humanidad.

Desde esta perspectiva, se concibe la necesidad de que las propuestas de enseñanza que se organicen planteen situaciones problemáticas significativas, contextualizadas en un contexto real o realista, en tanto constituyan desafíos significativos a los que los niños y las niñas se puedan enfrentar desde sus respectivos conocimientos de base y en cuya resolución avanzarán en sus aprendizajes. Es decir, se trata de situaciones que permitan organizar, sistematizar, complejizar, resignificar los conocimientos iniciales y construir otros que resulten ser un nuevo punto de inicio más que uno de llegada respondiendo, de este modo, a la esencia con que la humanidad ha construido (y continúa construyendo) conocimiento matemático. Sin embargo, se observa una alta presencia, en las aulas de EI del ámbito español, de metodologías de corte tradicional que se centran en indicar procedimientos de resolución en torno a conceptos matemáticos –diseñados tanto por los docentes como por diferentes editoriales a través de los materiales conocidos como “fichas”-, en vez de propuestas de indagación en torno a situaciones concretas. En relación a ello, Lera (2007, pp.17) indica que gran parte del profesorado de EI, el 95%, basa su metodología en el sistema de fichas. Esta autora apuntará que este dato es corroborado por las investigaciones de Lebrero (1998; 2002). En estos contextos, los conceptos matemáticos suelen abordarse al margen de la resolución de situaciones contextualizadas, por ejemplo, el concepto de número y el cálculo inicial no están incluidos en la resolución de problemas sino son tratados como conceptos que se “trabajan” como actividades preparatorias de un uso futuro de dichos conceptos. Estas situaciones relegan, de algún modo, el abanico de estrategias de resolución y la interpretación que de estas situaciones matemáticas hacen los niños y niñas.

En este contexto surgen interrogantes que dinamizan el presente estudio de tesis doctoral, tales como los siguientes: ¿qué conocimientos apriorísticos utilizan los niños y las niñas para resolver, desde una desde una perspectiva matemática, distintas situaciones de su entorno?, ¿cómo actuar desde las prácticas de enseñanza para que ellos y ellas establezcan conexiones, de forma evolutiva, entre sus conocimientos primitivos y el lenguaje formal y convencional propios de las matemáticas?, ¿qué tipo de estrategias docentes son colaborativas con este proceso?

1.1.- DESCRIPCIÓN, DELIMITACIÓN Y ARGUMENTACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA QUE SUSTENTA LA INVESTIGACIÓN EN RELACIÓN CON LA PRÁCTICA EDUCATIVA EN EL ÁMBITO DE LAS MATEMÁTICAS

La realidad educativa actual en la sociedad española pone en evidencia la necesidad de buscar distintas alternativas que permitan superar el bajo nivel del desarrollo de la competencia matemática que muestra el alumnado evaluado en las etapas de primaria y/o secundaria, tal como lo reportan diversos documentos, entre otros los que se detallan a continuación y cuyo análisis se retoma en apartados siguientes:

- Programas para la Evaluación Internacional de los Alumnos –PISA-, realizado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (O.C.D.E.);
- Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS), realizado por la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (I.E.A.), dirigido desde el International Study Center del Boston College (E.E.U.U.).

Este panorama aporta un marco general al desarrollo del presente estudio, cuya propuesta se centra en indagar posibilidades que afiancen en la etapa infantil el acercamiento de los niños y las niñas al conocimiento matemático para utilizarlo en la resolución de situaciones que les resulten cercanas y significativas (se trataría de indagar en el contexto de una fase incipiente del desarrollo de la competencia matemática). Por tanto, este marco general marca la necesidad de comprender algunos factores que podrían haber propiciado el mencionado bajo nivel en el desarrollo de la competencia matemática, entre ellos interesa analizar cuál ha sido la situación educativa en los últimos 50 años en nuestro país, entendiendo que las distintas creencias sobre el aprendizaje han dado lugar a diferentes modelos educativos basados en las premisas que de los estudios se derivaban. Cada uno de estos modelos refleja, por tanto, la manera de entender el conocimiento y cómo se adquiere. En este sentido, Baroody (1988) distingue dos teorías generales sobre el aprendizaje que han influenciado la enseñanza del conocimiento y el lenguaje matemático.

La primera de ellas, la **teoría de la absorción**, sostiene que el conocimiento se imprime en la mente desde el exterior fundamentalmente a través de un trabajo de memorización. Así pues, se trata de un proceso de interiorización de datos que a su vez es acumulativo, es decir, el conocimiento se amplía a partir de la memorización de nuevas asociaciones. Se trata de un aprendizaje pasivo y receptivo. Esta teoría da lugar a modelos educativos de corte experimentalista y conductista en los que el maestro ha de transmitir la información que el niño debe aprender y con la que se realizan numerosas y repetitivas actividades para lograrlo. Así, en España, esta manera de entender los procesos de enseñanza-aprendizaje dio lugar a la Ley General de Educación de 1970.

Por otro lado, la **teoría cognitiva** afirma que el conocimiento, para ser significativo, no puede imponerse desde el exterior y es, sin duda, un proceso diferente de la memorización. El conocimiento necesita de la comprensión, es decir, es "un proceso de resolución de problemas: observar los indicios y combinarlos, reordenar las evidencias disponibles y, finalmente, observar el problema desde una perspectiva nueva. Una persona que sabe es alguien que tiene comprensión y posee medios para solucionar problemas nuevos" (Baroody, 1988, p. 22). Para la teoría cognitiva la comprensión se construye activamente desde el interior mediante el establecimiento de relaciones entre informaciones nuevas y lo que ya se conoce. Por tanto, a la luz de esta teoría se desarrollan modelos educativos para los cuales el aprendizaje es una construcción activa del conocimiento y en ellos el maestro actúa como intermediario.

Durante la mayor parte del siglo XX, la corriente psicológica que más influencia tuvo en los diferentes sistemas educativos fue la derivada de la teoría de la absorción. Sin embargo, aunque este enfoque ha presentado valiosas investigaciones sobre el aprendizaje, no ha puesto su mirada en formas más complejas de aprendizaje y pensamiento, tales como el aprendizaje significativo o la resolución de problemas, y lo que es más importante de cara a la enseñanza, sus investigaciones han sido realizadas en el marco del laboratorio y no acerca del aprendizaje escolar.

Hacia el último tercio de siglo, comienzan a tomar fuerza a la luz del aprendizaje escolar, las teorías de corte cognitivo centradas principalmente en el aprendizaje significativo cotidiano y en la resolución de problemas. En España, este nuevo entender del conocimiento da lugar a una Reforma Educativa que se concreta en la L.O.G.S.E. (Ley de Ordenación General del Sistema Educativo, de 1990).

Atendiendo a estas dos líneas teóricas, el **ámbito matemático** recibe su influencia observando, en el caso de la primera de ellas, -la teoría de la absorción-, que esta disciplina es un producto terminado que la población infantil debe aprender a través del maestro. Mientras que, para la segunda -la teoría cognitiva- quien aprende ha de construir una representación cada vez más exacta de las matemáticas acercándose progresivamente a su uso convencional. Se trata de propiciar un entorno que permita descubrir relaciones y construir significados. Según Chamorro (1991), la Reforma del Sistema Educativo español era una cuestión de carácter urgente, y mucho más necesaria en el área de las matemáticas. Esta autora habla de una problemática en el aprendizaje de las matemáticas que en los años previos a la Reforma desencadenaban un alto porcentaje de fracaso escolar.

A partir de 1990 la Reforma Educativa amparada por la L.O.G.S.E. pone de manifiesto las nuevas investigaciones pedagógicas y psicológicas, cuya presencia había sido mínima hasta el momento. La toma en consideración de estas aportaciones daba lugar a nuevas preguntas: ¿qué enseñar? ¿cuándo enseñar? y ¿cómo enseñar? Así mismo, esta Reforma Educativa daba una nueva consideración al área de matemáticas y a su estudio señalándolo no sólo como un ámbito científico en sí mismo sino como herramienta de gran utilidad en distintos campos, al servicio de otras áreas.

Ya en el siglo XXI, con la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación (L.O.E.), aparece como aportación principal la incorporación, en las etapas educativas de carácter obligatorio, de las competencias básicas al currículo, entendidas como aquellas que deben haberse desarrollado al finalizar la enseñanza obligatoria con el fin de poder lograr la realización personal, el ejercicio de una ciudadanía activa, la incorporación a la vida adulta de manera satisfactoria y la capacitación para desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida. La finalidad de las competencias básicas es la de integrar los aprendizajes formales y no formales, utilizándolos de manera efectiva en diferentes situaciones y contextos. Esta particularidad responde a una exigencia de la Unión Europea a sus estados miembros, con el fin de adaptar sus sistemas educativos y de formación a la sociedad del conocimiento, en aras de alcanzar una economía más competitiva y dinámica (Consejo Europeo de Lisboa, marzo de 2000). Entre las ocho competencias básicas propuestas, en España se hace referencia explícitamente a la **competencia matemática**, que consiste en

> la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. (RD 1631/2006, pp. 687)

Evidentemente, se explicita un énfasis especial en el papel funcional de los aprendizajes matemáticos.

En la actualidad, el marco de referencia por el que deben regirse las actuaciones docentes es la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (L.O.M.C.E.). En ella, la competencia matemática aparece ligada a las competencias básicas en ciencia y tecnología, expresándose su fundamental importancia junto con la competencia de comunicación lingüística. Así mismo, aparecen por primera vez, en los tramos educativos obligatorios, los estándares de aprendizaje evaluables para cada área, poniendo especial énfasis en la de matemáticas por considerarse de especial relevancia.

Desde este marco legal, se considera que las matemáticas permiten conocer y estructurar

> La realidad, analizarla y obtener información para valorarla y tomar decisiones; son necesarias en la vida cotidiana, para aprender a aprender, y también por lo que su aprendizaje aporta a la formación intelectual general, y su contribución al desarrollo cognitivo. El uso de las herramientas matemáticas permite abordar una gran variedad de situaciones. (R.D. 126/2014, pp. 19386)

Así mismo, se reconoce que las competencias matemáticas "se aprenden utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria, para ir adquiriendo progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos" (R.D. 126/2014, pp. 19386). Sin embargo, **en el momento de concretar la normativa, las orientaciones metodológicas que se proponen no tienen el carácter funcional que en líneas generales se expresaba en la ley**: "Ciertas cuestiones, como son las tablas de multiplicar, los algoritmos de las operaciones aritméticas, las formas geométricas o las reglas para el cálculo de perímetros, superficies y volúmenes, deberán practicarse hasta conseguir que se conviertan en automatismos seguros, exactos y precisos" (Decreto 89/2014, pp.45).

A pesar de los importantísimos cambios introducidos en la concepción de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y muy especialmente en lo que se refiere a la resolución de problemas, se podría entender, atendiendo a los resultados evaluativos, que esta área de conocimiento ha continuado siendo problemática para nuestro alumnado, tal como se justifica a continuación.

Desde el año 2000 se lleva a cabo un estudio de evaluación internacional del rendimiento de los alumnos de 15 años, realizado a iniciativa y bajo la coordinación de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). Este estudio es el denominado Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos –PISA-. Siendo muy similares a los resultados obtenidos que arrojan los informes de TIMSS [Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias, realizado por la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (I.E.A.), dirigido desde el International Study Center del Boston College (E.E.U.U.)], profundizaremos en el programa de evaluación PISA por ser ésta de carácter más generalista. PISA evalúa el conocimiento y las destrezas de dichos alumnos. El objetivo general es conocer cómo están preparados los alumnos y las alumnas de esta edad para afrontar los retos de la vida adulta en un contexto de vida cotidiana. Según esta organización, PISA no evalúa lo que se les ha enseñado a los alumnos en la escuela, sino los conocimientos y destrezas esperables en un alumno/a próximo a finalizar su escolaridad obligatoria y a punto de incorporarse al mercado laboral o a proseguir sus estudios post-obligatorios (Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo –INECSE-, 2005).

En el año 2000 se realizó la primera evaluación PISA poniendo especial énfasis en el área de la lectura. A pesar de ello, se hizo también un breve análisis de la situación en el área de matemáticas. La escala matemática utilizada midió la capacidad de los alumnos y las alumnas para resolver distintas situaciones, tal como lo expresa INECSE (2004, p.27):

> Para reconocer e interpretar los problemas matemáticos que encuentran en su mundo, para traducir esos problemas a un contexto matemático, para utilizar conocimientos y procedimientos en la resolución de problemas dentro de su contexto matemático, para interpretar los resultados en términos del problema

> original, para reflexionar sobre los métodos aplicados, y para formular y comunicar los resultados.

Según este estudio, los resultados obtenidos en España estaban lejos de alcanzar un alto grado de excelencia. La puntuación media de los alumnos y a alumnas españoles quedaba significativamente por debajo de la media global de los países de la OCDE.

En el año 2003 se realiza una nueva evaluación, esta vez haciendo especial énfasis en el área de matemáticas con pruebas específicas: pruebas de matemáticas y pruebas de solución de problemas. En España, este estudio incluyó a 10.791 estudiantes, de un total de 418.005 estudiantes escolarizados de 15 años de edad y a 383 centros educativos. El dominio sobre matemáticas que se estudia en la prueba PISA 2003 es conocido como **Competencia Matemática**. Este dominio se refiere a las capacidades individuales de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones. Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante está matemáticamente alfabetizado. Así, la competencia matemática es definida por PISA de la siguiente manera:

> La capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades para su vida individual como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. (INECSE, 2004, p.5)

El marco teórico matemático del estudio PISA/OCDE se sostiene en la creencia de que aprender a matematizar debe ser un objetivo básico para todos los estudiantes. La actividad matemática se concreta en la actividad de matematización, que se identifica en el estudio con la resolución de problemas.

Los resultados acerca del rendimiento medio en matemáticas en este estudio del año 2003 muestra que los alumnos y alumnas españoles de 15 años obtienen un rendimiento en matemáticas 15 puntos por debajo del promedio de la OCDE (INECSE, 2004).

En el año 2006, se lleva acabo de nuevo una evaluación poniendo la mirada en el domino de la competencia científica, aunque también dedicando un breve estudio a la competencia matemática y a la comprensión lectora. En esta ocasión los ítems dedicados a la evaluación de la competencia matemática representaban el 30% del total, con lo que la comparación con los resultados arrojados en la evaluación anterior, en la que la evaluación de esta competencia fue el área principal de estudio, es relativa. No obstante, el resultado en esta ocasión (480 puntos) fue ligeramente inferior que en 2003 (485 puntos), siendo el promedio de la OCDE de 498, es decir, 18 puntos por debajo del promedio de la OCDE (Instituto de Evaluación, 2007, p. 69).

El objeto principal de evaluación de PISA 2009 fue la comprensión lectora como ya lo fuera en 2000, pero como en las evaluaciones anteriores, se estudian en menor medida la competencia matemática y la científica. La competencia matemática se situó en este momento en España 13 puntos por debajo de los promedios de la OCDE (Instituto de Evaluación, 2010, p. 75). En términos generales, los resultados españoles en competencia matemática en 2009 son muy similares a los de evaluaciones anteriores. La evolución de los porcentajes de los alumnos españoles en los niveles más bajos en competencia matemática apenas varió en 9 años, y se situaba por encima del promedio OCDE. Lo mismo ocurre con la evolución del porcentaje de alumnos y alumnas con niveles de rendimiento elevados en esta competencia, encontrándose significativamente por debajo del promedio OCDE (Instituto de Evaluación, 2010, p. 147).

En el año 2012 se realiza la evaluación poniendo de nuevo el foco en las matemáticas. Entre las principales conclusiones que destaca el informe de la OCDE aparece que **el rendimiento en matemáticas (como en las áreas de lectura y ciencia) está un poco por debajo de la media de la OCDE y señalan expresamente que se ha producido en un contexto en el que se han realizado reformas educativas a nivel estatal y regional, y se ha aumentado significativamente el gasto en educación desde 2003**. Además de ello, se apunta a una **menor equidad en los resultados, viéndose peores resultados en alumnos/as con situaciones sociales y económicas desfavorecidas, en las alumnas, y en los alumnos repetidores**. Cabe destacar también que el rendimiento en matemáticas tuvo una puntuación media de 484 (la media de la OCDE es de 494), con lo que se observa que **el rendimiento no ha variado desde 2003** (PISA, 2012).

PISA 2012 destaca por realizar una **importante revisión acerca de la cuestión de la alfabetización matemática (*mathematical literacy*)** definiéndola en los siguientes términos:

> La capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ello ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y a realizar juicios y decisiones fundados necesarios para ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. (Traducción propia de PISA, 2015, p. 5)

En PISA 2015, las matemáticas se evaluarán en un segundo término, ya que predominará el estudio de las competencias en ciencias, pero incluirá como novedad la evaluación llevada a cabo a través del uso de ordenadores por parte de los alumnos y alumnas. En esta ocasión, el marco teórico que regirá PISA 2015 en lo referido a las matemáticas, será el establecido en 2012, momento en el que se realizó una profunda revisión acerca de la alfabetización matemática (PISA, 2012). Sin embargo, en el documento en el que se desarrolla este marco, la OCDE hace especial hincapié en subrayar la **importancia de una participación activa en la adquisición de esta competencia matemática en diferentes situaciones matemáticas que impliquen su aplicación y uso** (PISA, 2015).

Desde las diferentes administraciones educativas españolas se intuye una preocupación relacionada con las bases del desarrollo de la competencia matemática, aquella que tiene lugar al inicio de la escolarización, como pilar para un crecimiento sólido en la competencia matemática. En el marco en el que se desarrolla esta investigación, la Comunidad de Madrid, se han puesto en marcha para la etapa de Educación Primaria una serie de medidas con carácter obligatorio que tratan de poner fin al bajo dominio del área de matemáticas:

- Orden 5420-01/2005, de 18 de octubre, del Consejero de Educación, por el que se aprueba el Plan General de Mejora de las Destrezas Indispensables. BOCM núm.310, Madrid, Jueves 29 de diciembre de 2005, pp.65. Se desarrolla en los cursos 2005-2006 y 2006-2007, por la que se toman **medidas de refuerzo** que asienten los conocimientos matemáticos con el fin de reducir el fracaso escolar, la **publicación de los estándares** que se deberán alcanzar y la celebración de evaluaciones de diagnóstico, entre otras;
- Instrucciones de 24 de octubre de 2005, de la Viceconsejería de Educación, para la mejora del aprendizaje de la ortografía, de la comprensión lectora y de las matemáticas en Educación Primaria durante el curso 2005-2006. En ella se expresa que "De acuerdo con el currículo vigente, los escolares deben alcanzar al final de cada uno de los tres ciclos de la Educación Primaria las necesarias destrezas de cálculo. En las programaciones de cada uno de los tres ciclos se incorporarán estas destrezas debidamente graduadas. **En todas las clases de Matemáticas se dedicará de forma sistemática un tiempo al ejercicio del cálculo mental y del cálculo con lápiz y papel**, sin recurrir en este caso al uso de la calculadora" (Viceconsejería de Educación, 2005, pp.7);

- Resolución de 20 de diciembre de 2005, de la Dirección General de Ordenación Académica, por la que se **establecen los estándares o conocimientos esenciales** de las áreas de Lengua Castellana y Literatura y Matemáticas, para los diferentes ciclos de la Educación Primaria en la Comunidad de Madrid. BOCM, Madrid, 3 de enero de 2006;

- Convocatoria de 11 de abril de 2005 para facilitar el uso de **materiales de apoyo para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas** en Educación Primaria. Dirección General de Educación Infantil y Primaria, Consejería De Educación, Comunidad de Madrid. Se llevó a cabo hasta el curso 2010-2011;

- Orden 861/2010, de 19 de febrero, de la Consejería de Educación, por la que se modifica la Orden 676/2009, de 18 de febrero, por la que se regula la suscripción de Convenios de Colaboración, entre la Consejería de Educación y las Entidades Locales de la región, para la realización de Planes Locales de Mejora y Extensión de los Servicios Educativos en Centros Docentes. BOCM; Madrid, 8 de marzo de 2010. Debido a ella, los alumnos y alumnas madrileños tendrían opción a participar en **programas de refuerzo de las áreas de**

matemáticas y lengua en periodos lectivos fuera del horario escolar y/o en periodos y horarios no lectivos;

- Decreto 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria. BOCM, Madrid, 25 de julio de 2014. A partir del mismo, se reforzaría la **asignatura de Matemáticas con una hora lectiva más a la semana**;

Sin embargo, estas **medidas vuelven a centrarse en actividades ciertamente alejadas de situaciones cercanas a los alumnos/as, y al estudio de los conceptos al margen de su uso en situaciones reales o realistas**. Todo lo contrario, pues, a lo que PISA define como competencia matemática: *las matemáticas para resolver situaciones en la vida real*. Por otro lado, **desde la administración educativa no se realiza en ninguna de sus propuestas referencia alguna al trabajo en el área de matemáticas en los primeros años, la etapa de EI**.

Cabe interpretar en este contexto, **qué ha sucedido en las aulas de EI para fomentar el desarrollo del pensamiento matemático y, por ende, de la competencia infantil en este campo.**

Con la Ley General de Educación, de 1970, la Educación Preescolar pasa de tener un carácter meramente asistencial a incluir algunas actividades para el desarrollo de los niños y niñas. Así, en el área de matemáticas, se apunta a la necesidad de realizar "ejercicios lógicos y prenuméricos" (LGE, 1970).

Con el Diseño Curricular Base (D.C.B.) de Educación Infantil (Ministerio de Educación y Ciencia, 1989) que desarrollará a la L.O.G.S.E. en esta etapa educativa, se observa la influencia de las nuevas investigaciones en educación. Así, en la declaración de los principios de intervención educativa de este Diseño, se apunta a la influencia de la información procedente de la investigación pedagógica y psicológica enmarcada en una concepción constructivista del aprendizaje escolar cuyos procesos educativos se consideran inseparables del contexto cultural en el que se producen. Por ello, a la hora de exponer orientaciones didácticas para el trabajo en las aulas en el área de representación matemática en estos primeros años del niño/a, el D.C.B. de EI hace especial hincapié en la necesidad de partir de experiencias concretas, con un sentido para el niño/a, que respondan a un interés y a un objetivo concreto. Así, subrayan especialmente las numerosas situaciones cotidianas que se dan en las aulas y que son susceptibles de un tratamiento matemático.

Por otro lado, la toma en consideración de las nuevas investigaciones en el D.C.B. de Educación Infantil apunta a que:

> El conocimiento de las regularidades del desarrollo evolutivo en las distintas edades y de las leyes que rigen el aprendizaje y los procesos cognitivos en los seres humanos ofrece al currículo un marco indispensable acerca de las oportunidades y

> modos de la enseñanza: cuándo aprender, qué es posible aprender en cada momento, y cómo aprenderlo. (Ministerio de Educación y Ciencia, 1989, p.23)

Es aquí donde se encuentra una clara influencia de Piaget, autor que desarrolla las etapas de la vida del niño/a en las que se va adquiriendo el conocimiento según las capacidades cognitivas propias de cada etapa.

A pesar de la nueva mirada del currículo acercando los conceptos matemáticos al niño desde situaciones significativas para él, con el legado de la teoría de Piaget (que ha sido francamente valioso para el conocimiento del desarrollo infantil) se desencadenó en la tradición educativa el hecho de que la metodología en las aulas girara en torno a la mejora de las capacidades concretas que el niño debía tener en cada fase de su desarrollo y, específicamente en la enseñanza de las matemáticas, en el desarrollo de las estructuras lógico-matemáticas correspondientes a su edad. Así, en el segundo ciclo de Educación Infantil (de 3 a 6 años) se trataba de desarrollar la estructura del pensamiento de las operaciones lógicas: clasificar, seriar e incluir jerárquicamente.

Piaget señaló, en relación con estas estructuras que su desarrollo se alcanzaba a través de la interiorización de acciones. Ello llevó a las aulas una metodología basada en la realización de numerosísimas actividades acerca de clasificaciones y seriaciones (como cuestiones fundamentales para la conceptualización del número) previas a la utilización del número ya que el niño aún no estaba preparado cognitivamente para ello: el concepto de número depende del proceso evolutivo del pensamiento lógico. Así, se fragmentan los contenidos matemáticos en secuencias lógicas y naturales. Kamii (1982) habla de una aplicación errónea de la investigación de Piaget en la que los educadores creen que su tarea consiste en llevar a los niños y niñas al siguiente nivel evolutivo.

Ya en el siglo XXI, y a partir de 2006, la EI se rige desde el marco de la L.O.E., la cual establece como uno de los objetivos generales de esta etapa que se ha de contribuir al desarrollo de las capacidades que permitan a los alumnos iniciarse en las habilidades numéricas básicas (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, Capítulo I, artículo 13). Para conseguir los objetivos propios de esta etapa se establece el Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de la EI. En dicho documento se especifican tres áreas entendidas como ámbitos de actuación: *Conocimiento de sí mismo y autonomía personal*; *Conocimiento del entorno*; y *Lenguajes: Comunicación y representación*. Será en el área de *Conocimiento del Entorno*, en la que se incardinará y desarrollará la lógica-matemática, y no en el área de *Lenguajes*: *Comunicación y Representación*, como hasta el momento (anteriormente, con la L.O.G.S.E., las capacidades lógico-matemáticas se encontraban recogidas en el área de Comunicación y Representación).

Así pues, en el presente siglo, **por un lado, se concede a la competencia matemática un importante papel dada la funcionalidad de la misma en la vida cotidiana, pero por otro, se recorta el uso del lenguaje matemático en su carácter comunicativo. Recordemos que, paralelamente, distintas corrientes europeas**

asumían las matemáticas como una herramienta fundamental para explicar, describir y predecir la realidad.

En la Comunidad de Madrid, región en la que se contextualiza el presente estudio, se desarrollaron estos aspectos regulando la práctica educativa en Educación Infantil a partir del Decreto 17/2008, de 6 de marzo (B.O.C.M. 61 de 12 de marzo de 2008). En dicho Decreto **se establece un horario específico en el último año del segundo ciclo de la Educación Infantil, dedicado expresamente a la representación numérica y a la iniciación al aprendizaje del cálculo** (Artículo 8) cuya duración se establece en una sesión diaria no inferior a cuarenta y cinco minutos. En estas sesiones se habrán de desarrollar capacidades tales como "iniciarse en las operaciones matemáticas básicas de adición y sustracción, conocer, utilizar y escribir la serie numérica para contar elementos, realizar seriaciones con objetos y números, o conocerlos cardinales y los ordinales" (Decreto 17/ 2008, p.11). Se establecen, así mismo, los **criterios de evaluación** con el objeto de conocer la consecución de estos objetivos:

- Agrupar, clasificar y ordenar elementos y colecciones según semejanzas y diferencias (forma, color, tamaño, peso, etcétera) y su comportamiento físico (caer, rodar, resbalar, botar, etcétera);
- Discriminar y comparar algunas magnitudes y cuantificar colecciones mediante el uso de la serie numérica;
- Aprender a contar de forma correcta y conocer los primeros números ordinales y cardinales. Identificar y escribir, al menos, los diez primeros números. Realizar correctamente dictados de números;
- Realizar sumas y restas sencillas;
- Usar instrumentos de medida;
- Conocer e identificar las formas planas y los cuerpos geométricos más elementales: Círculo, cuadrado, triángulo, rectángulo, esfera y cubo.
- Manejar las nociones básicas espaciales (arriba, abajo; dentro, fuera; cerca, lejos, etcétera), y temporales (antes, después, por la mañana, por la tarde, etcétera). (Decreto 17/2008, 2008, p12)

En la actualidad, el currículo de la etapa de Educación Infantil se rige por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (L.O.M.C.E.), sin embargo, para dicha etapa, **no se ha modificado la normativa** anteriormente expuesta en la L.O.E., por lo que permanece de la misma manera.

De nuevo se encorseta la actividad matemática a la realización de tareas conducentes a interiorizar y reproducir la matemática convencional a pesar de tratar de ubicarla como herramienta para el Conocimiento del Entorno. Y por otra parte, **resulta llamativo que no se haya hecho desde la administración educativa una revisión del currículo de Educación Infantil desde 2006 incorporándose las investigaciones de los últimos años**.

1.2.- CONTEXTO EN EL QUE SE VISLUMBRA EL PROBLEMA QUE GENERA LA INVESTIGACIÓN

Estableciendo una íntima conexión con el análisis documental recogido en el apartado anterior, el presente estudio se contextualiza en un ámbito didáctico que, según se aprecia, aún plantea la necesidad de incrementar su comprensión para enriquecer las prácticas de enseñanza centradas en el uso activo y significativo del lenguaje matemático en EI: **la valoración que se ha dado desde los diversos enfoques de aprendizaje -y por ende, las respectivas herencias que han dejado en las prácticas educativas- a los conocimientos matemáticos que aportan los alumnos y las alumnas cuando acceden al sistema educativo en edades tempranas (etapa de EI) así como, las resoluciones que aportan conforme reconstruyen dichos conocimientos.**

En este sentido, se entiende, de acuerdo con Kamii (1982) y Ruiz (2005), que la transferencia de la teoría de Piaget a las aulas ha generado un repertorio de propuestas centradas en la clasificación, la seriación y la inclusión jerárquica (conservación del número) priorizando las formas sobre el significado, y el activismo frente al uso de los conceptos en situaciones reales. Así, se planifica abordar los números comenzando desde el 1 desconociendo que el niño/a tenga tres años, dos hermanos mayores o viva en el veinticinco de su calle, y se aprende memorísticamente la recta numérica antes que usar los números para saber cuál de los dos amigos ganó más cromos en esta partida. De esta forma, las actividades llevadas a cabo en las aulas con la idea de ir procurando la aparición de las próximas capacidades lógico-matemáticas ignoran que los niños y las niñas utilizan el campo numérico en situaciones reales y cotidianas, aunque no lo dominen.

A partir del análisis crítico de este este tipo de situaciones surgen nuevas propuestas en las que el campo numérico y su utilización comienzan a introducirse en las aulas, bajo una perspectiva sociocognitiva. Baroody (1988) considera que la comprensión del número evoluciona lentamente, como resultado de las experiencias directas de contar, de contar significativamente, por lo que la resolución de situaciones problema pasa a ser el eje de la comprensión matemática: la "**matemática informal de los niños se desarrolla a partir de necesidades prácticas y experiencias concretas (…) A su vez, el conocimiento informal de los niños prepara el terreno para la matemática formal**" (Baroody, 1988, p.41. La negrilla es nuestra).

Estas corrientes sociocognitivas de corte vygotskiano señalan que el niño/a accede a las conceptualizaciones del número no por las operaciones de clasificación, seriación e inclusión jerárquica (o conservación) sino por las potencialidades que brinda al pensamiento la mediación del lenguaje, un lenguaje matemático: los números, la serie numérica. Es decir, **al usar el lenguaje matemático en procesos de comunicación**

(que parten de contextos reales) el niño/a tiene la posibilidad de desarrollar su pensamiento. En esta misma línea se expresará Luria (1987). Desde este punto de vista, se empiezan a dar más importancia a los contenidos del campo matemático contextualizados en la vida cotidiana infantil. Se prioriza, por tanto, la utilización del lenguaje matemático en su contexto social aunque no se disponga de estructuras lógicas para abstraer realmente el concepto, pues será la utilización de ese lenguaje matemático lo que permitirá el acceso a conceptualizaciones lógicas más avanzadas, facilitará el desarrollo del pensamiento. Esta perspectiva deriva del concepto de **zona de desarrollo próximo** de Vygotsky. Desde este punto de vista, el niño/a no llega a la escuela como una tabla rasa, sino que trae el bagaje de la vida cotidiana familiar en la que ya ha tenido oportunidad de descubrir el sentido de ciertos usos del lenguaje matemático: ¿Quieres más? Vamos a subir las escaleras: 1, 2, 3… ¡Hay muchos animales! Come poquitos caramelos. ¿Jugamos?, dos para ti y dos para mí. ¿Cuántos hay?...

“Mamá, mira, hay muchos coches tres” (en un aparcamiento repleto de coches);

“¿Te pongo un poco de leche, hijo?” “No, un poco no, quiero tanto tanto”, extendiendo los brazos;

“He hecho pis en el orinal”, mientras muestra cuatro deditos en su mano (quiere decir que ha hecho muchas veces pis en el orinal);

Con una galleta en el desayuno, la parte a la mitad y dice “una para ti y otra para mí”;

“¡Mira! Hay dos pelotas”;

“Eso es uno”, en el lomo de un libro en el que aparece dicho número;

“¿A ver tus dientes? … ¡Tus dientes son más grandes que los míos!”.

(Niño de 28 meses de edad en el ámbito familiar)

En definitiva, estas dos miradas acerca de la adquisición de los conceptos matemáticos (la procedente de las teorías de Piaget y la de corte sociocognitivista), son las que en la tradición educativa han dejado mayor huella. En la etapa de Educación Infantil del sistema educativo español podemos observar la influencia de ambas. En aquellas corrientes educativas más influenciadas por las teorías de Piaget se dará mayor importancia a las operaciones de clasificación, seriación y conservación como medio para favorecer el acceso a las conceptualizaciones. En aquellas de corte sociocognitivista, más influenciadas por corrientes vygotskianas, se subrayará la importancia de los procesos comunicativos para construir significados en contextos cotidianos, lo que ayudará a construir el conocimiento sobre el número. En las primeras, se hará más hincapié a lo que el niño ha de desarrollar en cada momento evolutivo, los algoritmos se trabajarán previamente a su uso para resolver problemas, y las actividades serán en su mayoría pre-numéricas, de carácter preparatorio. En las segundas, se subrayará el uso de los conocimientos que ya trae niño a la escuela y su utilización en contextos significativos y de intercambio comunicativo con otros, los algoritmos se utilizarán como herramienta para resolver situaciones cotidianas y, aunque no se dominen, se irán afianzando a partir de su uso en contextos reales.

En los últimos años, la perspectiva de "contar con sentido" ha empezado a tomar más fuerza en la práctica de las aulas, y cada vez más maestros la incorporan a su estilo de enseñanza, aunque se sigue observando una clara huella derivada del entendimiento de las teorías de Piaget (D´Angelo, 2001). En ocasiones, en las aulas de Educación Infantil se aprecia una complementariedad de ambas, probablemente porque el mero uso del lenguaje matemático no garantiza la comprensión de las relaciones lógicas, así como la exclusiva utilización los conceptos acordes al momento evolutivo del niño/a desaprovecha el conocimiento matemático que los niños y niñas poseen de su vida cotidiana e ignora la zona de desarrollo próximo del niño, su potencial (Vergnaud, 1994; D´Angelo, 2001).

Atendiendo al contexto general descrito en torno a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas en EI dentro de nuestra sociedad, **el presente estudio se sitúa en el micro-contexto de un aula de EI de un colegio público de la Comunidad de Madrid (en Rivas Vaciamadrid) con la intención de realizar un seguimiento etnográfico –de corte longitudinal a lo largo de tres cursos escolares (desde el ingreso de un grupo de niños y niñas de 3 años hasta su paso a la etapa primaria, a la edad de 6 años)- de la cultura matemática que el grupo infantil reconstruye constantemente ante prácticas de enseñanza que dinamizan el uso del lenguaje matemático para resolver, desde la diversidad que cada uno aporta, distintas situaciones problemáticas del ámbito cotidiano.**

1.3.- JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

A la luz de la problemática expuesta en los dos apartados precedentes y del contexto en el que la misma es observada, se entiende que el trabajo en las aulas en todos los niveles del **sistema educativo español**, y especialmente en el que nos ocupa, la EI, **no está dando los resultados esperados en cuanto a formar personas con una competencia y alfabetización matemática adecuada** para enfrentarse a su vida cotidiana, su trayectoria escolar y su futuro en el mundo laboral. A pesar de los cambios introducidos paulatinamente en el currículo, **no se recogen con profundidad las evidencias que de los diferentes estudios e investigaciones** se ha hecho en el campo de la didáctica de las matemáticas y del pensamiento matemático de los niños, así como todas aquellas que se involucran en la enseñanza y el aprendizaje. Esta situación resulta verdaderamente preocupante, por lo que **se pretende arrojar cierta luz sobre las posibles actuaciones que llevar acabo al respecto en las aulas.**

Por otra parte, esta inquietud generada en torno al problema del desarrollo de una apropiada competencia y adquisición de una alfabetización matemática en los niños y niñas tiene como consecuencia la **investigación que tuvo lugar en el marco de la obtención del Diploma de Estudios Avanzados de la investigadora**. A partir de los resultados de la misma, se proyectan unas perspectivas de futuro en las que se propone profundizar en la capacidad de los alumnos y alumnas de estas edades para resolver situaciones matemáticas diversas, así como en prestar especial atención al tipo de actividades que se llevan a cabo en las aulas para que resulten ser verdaderos problemas a resolver en contextos significativos para ellos.

Además de ello, la **creencia de que la base de estos aprendizajes en las primeras edades contribuirá muy positivamente al desarrollo de una competencia y alfabetización matemática adecuada**, moviliza a la investigadora a indagar de una manera mucho más profunda en las actuaciones que se deben llevar cabo en las aulas de infantil sustentadas en un conocimiento de calado de la situación. En esta línea se expresan numerosos autores expertos en la materia: “El combate contra el fracaso escolar en Matemáticas, debe empezar, de forma preventiva, en estos niveles, y no desaprovechar el inmenso regalo que supone la curiosidad infantil” (Chamorro & otros, 2005, prólogo XIII). También lo atestiguan los hallazgos de estudios longitudinales que señalan que las diferencias en el desarrollo numérico temprano permanecen e incluso se acentúan a lo largo de toda la escolaridad (Aubrey, 1993 en Navarro, Aguilar, Marchena, Alcalde & García, 2010) pero que una intervención en los primeros años de escolaridad mejora ostensiblemente el rendimiento de los niños y niñas (Butterworth, 2005; Fuson, 1998, en Navarro, Aguilar, Marchena, Alcalde & García, 2010). En esta línea se expresarán la National Association for the Education of Young Children –NAEYC- & National Council of Teachers of Mathematics –NCTM- (2013) que aportarán que “la investigación acumulada sobre las capacidades y el aprendizaje de los niños en los primeros seis años de vida confirma que las experiencias iniciales tienen resultados duraderos” refiriéndose a los trabajos de Bowman, Donovan y Burns (2001) y Shonkoff y Philips (2000).

Por último, desde el plano de lo personal, atendiendo a la dimensión afectiva como inseparable de lo cognitivo y lo social, y todas ellas estrechamente vinculadas entre sí a los diversos actos de enseñanza y aprendizaje (cuestión que se aborda en las próximas páginas), se considera pertinente señalar que en la biografía escolar de **la investigadora destaca la aversión hacia los conocimientos matemáticos pues no lograba adquirir una competencia adecuada, así como la aprensión a enfrentarse a tareas de esta índole**. Esta cuestión se vio perpetuada hasta que en la edad adulta descubrió la utilidad de las Matemáticas y comenzó a comprender su funcionamiento con mucho agrado. Por tanto, considera que sería deseable que esta situación no se produjera, a nivel micro, en los niños y niñas de su entorno, y a nivel macro, en las actuaciones que pudieran ser útiles a la comunidad educativa de las conclusiones que se deriven de este estudio.

Así pues, se hace necesario delimitar y definir el objeto de estudio, en base a todo lo referido en los apartados anteriores.

1.4.- DELIMITACIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO

El punto de inicio de este trabajo se asienta en el convencimiento de que resulta imprescindible ampliar, desde la práctica docente, la comprensión y la interpretación acerca de cómo los niños y las niñas descubren el sentido del conocimiento matemático y lo utilizan recurriendo a sus propias estrategias de aprendizaje, es decir, es importante aportar conocimiento relacionado con los factores cognoscitivos en este campo: cómo aprenden y piensan, así como su relación con el contexto en el que aprenden y las emociones que les suscita. De esta manera, la selección metodológica en las aulas, así como los materiales y la secuenciación del currículo se asentarán cada vez más en principios de aprendizaje observados. Comprendiendo realmente cómo aprende la población infantil, se pueden prever dificultades en este ámbito (y por tanto, identificar qué necesitan para aprender), así como conocer el alcance de sus avances (Baroody, 1988). Según este autor, si no se tienen en cuenta estos factores, se corre el riesgo de que los niños y las niñas aprendan matemáticas de manera mecánica e, incluso, puedan desarrollar dificultades de aprendizaje. Nos sumamos a esta mirada entendiendo que no se pueden tomar decisiones eficaces en la tarea docente si no se conoce realmente el pensamiento del alumnado.

Por tanto, el presente trabajo de investigación se centra en comprender –con criterio etnográfico y por tanto sin pretender generalizar sus conclusiones a toda la población infantil- **el pensamiento y el lenguaje matemático que ponen en juego, a lo algo de tres años de seguimiento, los niños y niñas incluidos en el estudio de campo, ante la resolución de contextos matemáticos cotidianos en el aula**. De forma puntual, interesa interpretar la **variedad de estrategias que los niños y niñas ejecutan ante una misma situación matemática, así como la interpretación que de estas situaciones hacen, y su relación con la implicación afectiva y emocional que genera el contexto**. De forma complementaria, interesa registrar la **anticipación del pensamiento infantil que da base a interpretar conceptos de carácter abstracto, destinados formalmente a Primaria que bien pudieran estar poniendo en marcha los niños y niñas de EI**.

En síntesis, atendiendo a las problemáticas que se detallan en relación con el objeto del presente estudio y a las características metodológicas que se asumen para aportar conocimiento válido al respecto (analizada en el capítulo 3 de este estudio), no se pretende en ningún caso generalizar las conclusiones a las que se lleguen sino comprender un bagaje de conocimientos infantiles al respecto con el fin de mejorar las actuaciones en el aula acerca del trabajo con problemas de situaciones matemáticas. En síntesis, se definen a continuación los objetos de estudio de esta investigación, los que se focalizan en el aula de EI que aporta el campo de estudio:

- **Pensamiento y el lenguaje matemático en la resolución infantil de contextos matemáticos cotidianos en el aula;**

- **Estrategias de resolución ante una misma situación matemática, así como la interpretación que de estas situaciones hacen los niños y niñas;**

- **Implicación de la dimensión afectiva y emocional infantil en la puesta en marcha de variedad de estrategias de resolución cognitiva relacionadas con el análisis matemático de distintas situaciones;**

- **Pensamiento y acción infantil en la resolución de situaciones matemáticas y su relación con las posibles anticipaciones a conceptos de carácter abstracto que los que el currículo oficial de EI plantea.**

Se hace necesario comprender las formas de resolución y comprensión que tienen los niños y niñas incluidos en el estudio de campo al enfrentarse a situaciones de carácter matemático. Esto es, las ideas, el tipo de pensamiento y el lenguaje que ponen los niños y las niñas de esta etapa, así como su relación con la implicación afectiva que les suscitan los contextos en los que actúan. Y, por otra parte, examinar la anticipación de conceptos tradicionalmente destinados a la Educación Primaria que se intuye ponen en juego cuando las situaciones les son significativas.

Se trata de responder, por tanto, a las siguientes cuestiones:

¿Qué lenguaje, formal e informal, utilizan los niños y las niñas para resolver situaciones matemáticas?

¿Cuáles son las hipótesis que utilizan los niños y niñas de EI para resolver situaciones matemáticas?

¿Qué tipo de estrategias y capacidades ponen en juego los niños y las niñas cuando resuelven situaciones propias del campo matemático?

¿Cómo interpretan los niños y niñas (a través de los distintos tipos de lenguaje) situaciones matemáticas que registran en su vida cotidiana?

¿Cómo conjugan sus conocimientos informales en el ámbito matemático con posibles anticipaciones al conocimiento de carácter más formal?

¿Cómo influye la implicación afectiva y emocional infantil, en relación con la situación matemática, en su disposición para poner en marcha diferentes estrategias de acción?

1.5.- POSICIONAMIENTO EPISTEMOLÓGICO DEL INVESTIGADOR RESPECTO AL OBJETO DE ESTUDIO

En toda investigación de la índole que fuere, el investigador se halla posicionado de algún modo, o bien se siente más cercano a determinadas corrientes, enfoques o teorías que se han descrito en torno a su objeto de estudio. En esta línea se manifestará Martinet (1990) para el que todo trabajo de investigación está atravesado de la visión que tiene del mundo su autor. Se hace imprescindible, pues, esta introspección epistemológica en el campo que nos ocupa.

En este punto, se hace necesario explicitar el **doble papel que asumo, por un lado, como investigadora, en un estudio de carácter etnográfico, y por el otro, como docente que desarrolla prácticas de enseñanza, coordinando la actuación desde la observación participante**. Por tanto, el marco epistemológico recoge ambas cuestiones.

El presente estudio trata de observar la realidad de un aula concreta de EI, con una mirada abierta, tratando de no atravesarla con juicios o respuestas cerradas, sino más bien en actitud de búsqueda, haciéndome preguntas. En este sentido, un enfoque cualitativo desde un modelo etnográfico permitía contemplar la realidad en toda su amplitud, analizándola, sintetizándola e interpretándola (Martínez, 2007). Se trata, pues, de un **estudio de campo ubicado en el contexto de una aula concreta en una escuela determinada, a lo largo de la escolarización que corresponde al segundo ciclo de la EI: 25 niños y niñas de 3 a 6 años en un centro público de la localidad de Rivas Vaciamadrid (Madrid), de la que he sido tutora a lo largo de estos tres cursos, por lo que he participado abiertamente, como etnógrafa**, **coordinando la actuación, observando diariamente, escuchando, recogiendo datos, con la intención de describir e interpretar este contexto en el ámbito matemático para comprender y mejorar la realidad educativa, no de generalizar. El hecho de ser tutora del grupo favorece al estudio etnográfico en tanto que se descubren diversos aspectos en la cotidianeidad, buscando respuestas, replanteándose preguntas y se crean relaciones cercanas que favorecen la recogida de datos –a partir de diarios de campo, registros, grabaciones, entrevistas…- e interpretación de los mismos que de otro modo sería difícil hacer.**

Respecto del objeto de estudio, las cuestiones desarrolladas en el apartado precedente de la *justificación de la investigación* resultan clave para comprender la postura epistemológica a la que me adhiero. El conocimiento de la práctica educativa derivada de los diferentes enfoques y de los currículos oficiales que desde ellos se desarrollaban, la inquietud de la autora que tiene como consecuencia una primera investigación en el marco de la obtención del Diploma de Estudios Avanzados, y la experiencia docente recabada en los últimos 15 años acompañada de una continua formación e indagación de las diferentes cuestiones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje, así como el desarrollo emocional como vínculo inseparable de las anteriores, han dado lugar, de forma evidente, a un ineludible posicionamiento en torno al tema que nos ocupa.

Aparece como fundamental la cuestión de esta interrelación entre la cognición, la afectividad y lo social en los procesos de desarrollo del ser humano a lo largo de toda su vida, y mucho más en lo referido a los primeros años de la infancia. La experiencia como docente me ha hecho intuir a lo largo del ejercicio de la profesión, que los alumnos y alumnas van construyendo sus aprendizajes en íntima conexión con estos parámetros sin existir barreras entre unos y otros. En este sentido, me adhiero a un **planteamiento *socio-cognitivo-emocional***, entendiendo el modelo educativo que se desprende como una forma de mediación en procesos cognitivos, afectivos y enculturación.

Se reconoce, pues,

> la importancia de la construcción personal de representaciones mentales de la realidad y su función mediadora en los procesos cognitivos de gestión de información y, (…) que en esa construcción, los materiales y herramientas empleados tienen, no solo un origen, también un desarrollo y sentido sociales. (Monereo, 2007)

Y, por otra parte, que en los diversos momentos de enseñanza y aprendizaje cobran una importancia fundamental en las determinaciones que tomamos la “percepción de cómo nos sentimos” más allá de “las estrictas demandas lógico-cognitivas que esa situación pueda plantear” (Monereo, 2007). Bandura y Bussey (2004) señalarán la interacción de las influencias cognitivas, afectivas, biológicas y socioestructurales integrando en las teorías del aprendizaje social constructos cognitivos.

En líneas generales, el paradigma sociocognitivo señala que el potencial de aprendizaje se desarrolla por medio de la socialización contextualizada. Se atiende por un lado a los procesos de aprendizaje, las capacidades, destrezas y habilidades que se ponen en juego para aprender, así como al escenario en el que se produce el aprendizaje, y las interacciones e interrelaciones que se posibilitan. Pero se hace necesario subrayar, que en esta interacción, también se involucran los procesos afectivos del individuo. La persona que aprende es la misma que siente (D´Angelo, 1996). Así pues, esta triangulación se hace fundamental para desarrollar un modelo didáctico de Aprendizaje-Enseñanza en el que los roles del profesor, de los compañeros, y de los miembros de una comunidad educativa, ponen el peso en la mediación entre el alumno y la cultura.

Se trata de un aprendizaje mediado como facilitador del desarrollo del potencial de aprendizaje, desde una **perspectiva *sistémica***, que suscribo, entendiendo que situaciones complejas no pueden interpretarse desde cuestiones independientes. En el campo educativo, este enfoque, observa la conexión entre las personas y el contexto atendiendo a sus interacciones recíprocas que se retroalimentan desde la comunicación.

Por otra parte, y en consonancia y coherencia con el enfoque sociocognitivo, me identifico de igual modo con una **perspectiva educativa de corte *constructivista***, para el que el conocimiento es un construcción mental resultado de la actividad cognoscitiva de la persona que aprende a partir de estados transitorios de equilibrio y desequilibrio en los que los conocimientos previos se ponen en duda. El aprendizaje no vendrá únicamente determinado por las disposiciones internas, ni tampoco sólo por el contexto en el que se producen, sino por una interacción entre ambas. El conocimiento es, por tanto, fruto de una construcción de la persona, no una copia de la realidad, y se produce cuando el individuo interactúa con el objeto del conocimiento (influencia de Piaget), lo realiza en interacción con otros (influencia de Vygotsky) y es significativo para la persona (influencia de Ausubel). Bruner, entre sus múltiples aportaciones, apuntará la importancia de la motivación como el interés que predispone a un alumno o alumna hacia el aprendizaje.

Por último, esta perspectiva constructivista se completa, desde mi punto de vista, con un ***enfoque didáctico comunicativo,*** en el que se privilegia el intercambio de significados, orientando la actuación de los alumnos y alumnas, en contextos con sentido social. Al mismo tiempo que se desarrollan habilidades y destrezas se generan reestructuraciones que acercan a un conocimiento progresivamente más formal. Se asignan significados a los conceptos al utilizarlos en contextos significativos y estos conceptos se utilizan para alcanzar determinados propósitos. Desde esta perspectiva, se entiende a la persona como diferenciada de los demás, autónoma, que se comunica con otros (D’Angelo & Medina, 2011). En la negociación de significados en el aula se construye un conocimiento compartido. Ello entronca, de nuevo, con una visión sistémica de la educación en general, y del aula, en particular.

Atendiendo más específicamente al objeto de estudio de esta investigación, la **dimensión matemática**, existen dos perspectivas respecto de los procesos de conceptualización matemática que se derivan de las formas de entender el aprendizaje, esto es, la teoría de la absorción y la teoría cognitiva. Desde la idea de la importancia de la “mediación ejercida por el propio pensamiento infantil en la construcción de conocimiento, y por otro, de la interacción y los contextos sociales en el descubrimiento de significados” (D´Angelo, 2001, p. 127), me sumo a la ***perspectiva cognitiva***. En ella se complementarán las aportaciones de Piaget en las que expresa que el niño aprende los conceptos realizando operaciones de clasificación, seriación y conservación -operaciones lógicas-, y las aportaciones de Vygotsky en las que expresará que el niño accede a la significación a través de procesos comunicativos –operaciones simbólicas-.

En este sentido, de acuerdo con Ruiz (2005), se entiende que “aprender matemáticas es construir matemáticas”. Respecto de los modelos teóricos que de la complementariedad entre Didáctica de las Matemáticas y de la Psicología surgen (empirismo y constructivismo), se asume la afinidad del segundo, es decir, con el ***modelo constructivista*** en tanto que el aprendizaje necesita de la acción, no tanto entendida sobre la manipulación de objetos reales sino sobre lo real, la acción matemática, la anticipación. Así mismo, requiere de equilibrio entre la persona y la situación problema, en procesos de asimilación y acomodación en los que los conocimientos anteriores se reestructuran e incluso se destruyen como parte del acto de aprender (Brousseau, 1998, p.120). Por último, este enfoque explicita que "los conflictos cognitivos entre miembros de un mismo grupo social pueden facilitar la adquisición de conocimientos" (Ruiz, 2005).

Si la dimensión afectiva impregna todos los contextos de aprendizaje y de enseñanza, se entiende el sentido y la dimensión que la misma adquiere en el ámbito del aprendizaje matemático. Numerosas investigaciones subrayan que "**las cuestiones afectivas juegan un papel esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**" (Gil, Blanco & Guerrero, 2005). En Educación matemática, las investigaciones están orientadas hacia "la educación de afectos, creencias y actitudes como determinantes de la calidad de los aprendizajes" (Goldin, 1988a, 1988b; Gómez Chacón, 1997, 1998; & McLeod, 1989a, 1989b, 1992; en Gil, Blanco & Guerrero, 2005).

En síntesis, el posicionamiento epistemológico asumido en relación con los objetos de estudio señalados y las problemáticas que se vislumbran en su entorno, alimenta el proceso de indagación de antecedentes teóricos y conceptuales al respecto y, a su vez, guía la elaboración, conforme se desarrolla el trabajo de campo, del muestreo teórico de la investigación.

1.6.- PROPÓSTITOS QUE GUÍAN EL ESTUDIO: IDEAS ORIENTATIVAS

Como queda recogido en el apartado anterior, este estudio es inseparable de mi condición como docente. En estos años de ejercicio de la profesión, he acumulado dudas en torno a los procesos de desarrollo de la alfabetización matemática y he observado que, de manera natural, los niños y las niñas, iban manejándose en este terreno desde un marco diferente al que las distintas propuestas educativas de la administración o de los libros de texto parecían atender. En esta encrucijada, con la intención primera de mejorar la propia práctica docente y colaborar en un desarrollo matemático competente en el alumnado, me propuse sistematizar lo observado e instalar en el aula un proceso de campo.

Desde este encuadre, nace la presente investigación, en el marco de un estudio destinado a comprender el pensamiento y el lenguaje de los niños y las niñas de un aula determinada en una escuela y contexto concretos, la variedad de estrategias de resolución que ejecutan ante una misma situación matemática, así como la interpretación que de estas situaciones hacen desde sus conocimientos y sus afectos, y por otra parte, vislumbrar el acceso a un conocimiento formal desde los propios informales.

Así, me propongo indagar a lo largo de tres cursos escolares acerca del pensamiento matemático que manifiestan los niños y las niñas de mi aula a partir de las diferentes acciones que lleven a cabo en la resolución de situaciones matemáticas. Por otro lado, pretendo poner la mirada en la motivación para buscar soluciones a situaciones matemáticas cuando éstas estén implicadas en un contexto comunicativo con una implicación afectiva significativa. En este sentido, también considero importante observar, ante una misma situación matemática, las diferentes estrategias de resolución que se ponen en juego. Es necesario atender, además, a la variedad de estrategias que los niños y niñas pueden poner en marcha en la resolución de situaciones matemáticas, observando la interrelación entre el lenguaje formal e informal del ámbito de las matemáticas, para expresar su interpretación de las mismas. Por último, me propongo observar si se manifiestan, en situaciones de resolución de contextos matemáticos, anticipaciones a conceptos matemáticos más abstractos, formales y convencionales, desde sus conocimientos de carácter informal.

1.7.- PRECISIÓN DE OBJETIVOS Y FINALIDADES DE ESTUDIO: ¿QUÉ SE PRETENDE INDAGAR O CONOCER SISTEMÁTICAMENTE?

Se pretenden describir, analizar y categorizar las diversas acciones que utilizan y la comprensión que tienen los niños y niñas de EI que integran la muestra seleccionada al enfrentarse a resolver situaciones de carácter matemático (el estudio de campo se desarrolla en el aula en la que la investigadora es tutora y, a su vez, observadora participante a efectos del presente estudio). Es decir, interesa acercarse a las ideas, el tipo de pensamiento y el lenguaje matemático que ellos y ellas ponen en juego cuando las situaciones en las que actúan les resultan significativas. El alcance de estos propósitos en relación con un grupo infantil determinado, sitúa la presente investigación en un plano de indagación etnográfica que, entendiendo sus posibilidades y límites, no pretende la generalización de sus conclusiones a toda la población infantil, sino aportar un conocimiento emergente que pudiese resultar útil a la comunidad científica y a la educativa que compartan el interés por indagar el pensamiento infantil en este campo.

Por tanto, nuestros objetivos son:

- describir las características del pensamiento y el lenguaje matemático que ponen en juego los niños y niñas, en la resolución de contextos matemáticos cotidianos en el aula;

- comprender el alcance de la variedad de estrategias que los niños y niñas ejecutan ante una misma situación matemática y las hipótesis que los niños y niñas manejan en ella;

- percibir conexiones que se puedan establecer entre la disposición a poner en marcha diferentes estrategias de acción y la implicación afectiva y emocional con la situación matemática;

- analizar la interpretación que de las situaciones matemáticas hacen los niños y niñas;

- reconocer en las situaciones matemáticas que resuelven los niños y niñas de la muestra, anticipaciones de conceptos mucho más abstractos que tradicionalmente no han estado contemplados en esta etapa educativa.

Así, la presente investigación tiene como objetivo fundamental comprender e interpretar en aras de mejorar las actuaciones educativas del campo didáctico de las matemáticas en EI.

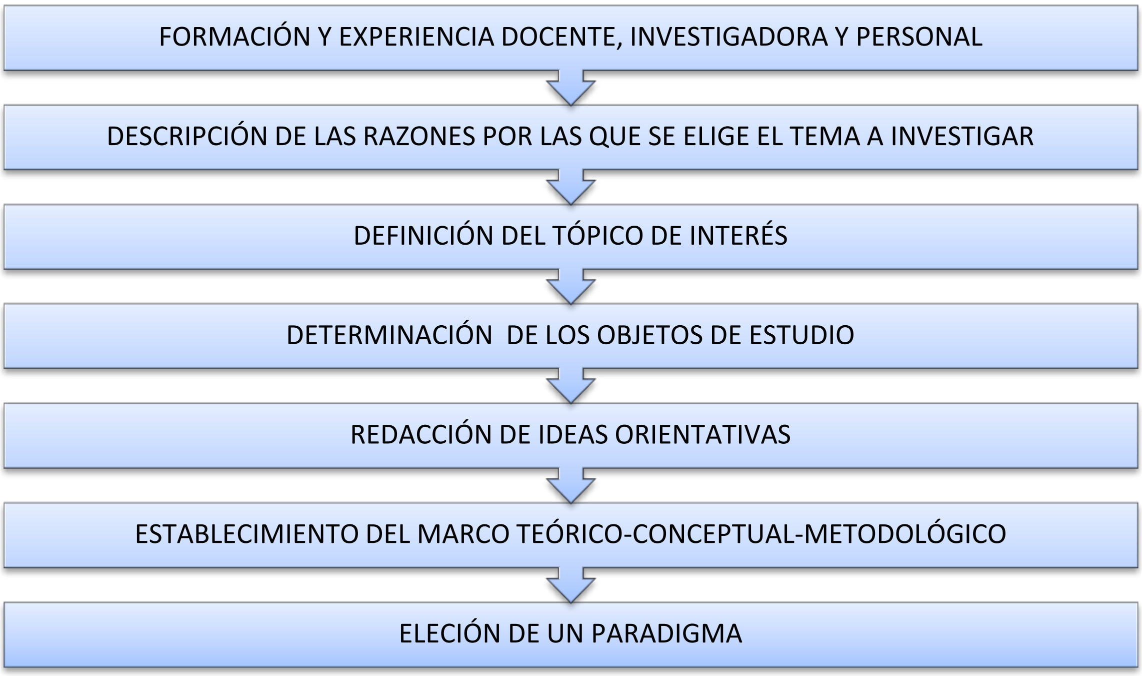


FIGURA 1 ESQUEMA QUE ORGANIZA EL PROCESO DE UNA PRIMERA ETAPA REFLEXIVA


CONSTRUCCIONES
NIÑOS
NIÑAS
3 4 5 6 7 8 9 10
14

SEGUNDA PARTE

CONSTRUCCIÓN DE LOS ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN:

MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

CAPÍTULO II

EVIDENCIAS DEL CONOCIMIENTO CONSTRUIDO EN TORNO AL OBJETO DE ESTUDIO Y A LA PROBLEMÁTICA IDENTIFICADA EN SU ENTORNO

CONTENIDO DEL CAPÍTULO II

Corresponde en este momento, realizar una profunda reflexión acerca del objeto de estudio a partir de una revisión exhaustiva de la bibliografía al respecto. Cabe señalar que, en los últimos diez años, la profusión de estudios relacionados con el campo de las matemáticas en sí mismas, y en su vinculación a los procesos de enseñanza y aprendizaje, ha sido exponencial. Esto supone un acontecimiento fabuloso y aporta innumerables expectativas que pueden reflejarse en el contexto de las aulas. Esperemos que así sea.

Por otra parte, la investigadora hace una selección de las mismas y recoge aquellas que tienen mayor interés para la investigación.

Se hace necesario indagar en torno a algunas cuestiones que nos ayuden a conocer mejor y comprender el objeto de estudio al que nos acercamos en la investigación. Estas cuestiones giran en torno a una serie de ejes temáticos imprescindibles para el tema que nos ocupa. Los detallamos a continuación:

Lenguaje y pensamiento, y su relación con el conocimiento de las matemáticas.

- Lenguaje, pensamiento y conocimiento;
- Pragmática: comunicación y uso del lenguaje;
- El lenguaje matemático y su carácter comunicativo. La relación entre el lenguaje formal e informal;

Niños y niñas de Educación Infantil, procesos de aprendizaje y matemáticas.

- Niños y niñas de Educación Infantil, curiosidad e indagación;
- Cognición situada y aprendizaje -actividad, contexto y cultura-, desde la inclusión, y cultura matemática y enfoque realista;
- La relación de la dimensión emocional en el aprendizaje: afectividad, emociones y matemáticas;
- El error y los procesos de aprendizaje;
- Pensamiento matemático infantil en los primeros años de vida: investigaciones en la resolución de problemas matemáticos;
- El desarrollo del concepto de número a lo largo de la historia y su relación con el pensamiento matemático del niño;

- Estudios sobre la evolución de los procesos infantiles de adquisición de la notación escrita convencional del sistema numérico;
- Anticipaciones y conceptos matemáticos históricamente destinados a la Educación Primaria: relación entre conocimientos informales y formales.

El objeto de las matemáticas y el campo educativo.

- Indagación a nivel macro del objeto de las matemáticas y el campo educativo:
  - ✓ Teorías en torno a la cuestión de la enseñanza de las matemáticas: investigaciones acerca de la didáctica de las matemáticas en Educación Infantil en los últimos años;
  - ✓ Impulso de las organizaciones en torno a la investigación y divulgación de las diferentes formas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas;
  - ✓ Metodologías surgidas en los últimos años en cuanto a la enseñanza de las matemáticas;
  - ✓ Concepto de problemas en el campo matemático y situación problema en el campo educativo.
- Indagación a nivel micro del objeto de las matemáticas y el campo educativo:
  - ✓ La presencia de las matemáticas en la vida cotidiana;
  - ✓ La formación del profesorado;
  - ✓ Potencial de las preguntas en el contexto docente;
  - ✓ Planificación y diseño del contexto de enseñanza-aprendizaje;
  - ✓ Organización del aula de Educación Infantil y su relación con el aprendizaje matemático;
  - ✓ El juego y las matemáticas;
  - ✓ Evaluar contenidos en matemáticas en Educación Infantil.

2.1.- LENGUAJE Y PENSAMIENTO, Y SU RELACIÓN CON EL CONOCIMIENTO DE LAS MATEMÁTICAS

Abordemos pues, en este momento, la cuestión de la relación del lenguaje y pensamiento con el objeto de comprender mejor el aprendizaje de las matemáticas y sus posibles influencias en las diferentes opciones metodológicas del ámbito de la enseñanza.

2.1.1.- LENGUAJE, PENSAMIENTO Y CONOCIMIENTO

Que la torre de la inteligencia la construyen pieza a pieza, asombro a asombro, paso a paso…, si les dejamos.

(Díez Navarro, 1995)

Se hace imprescindible para nuestro estudio comprender qué relación existe entre pensamiento y lenguaje, y su implicación en el conocimiento. Lo abordaremos desde el punto de vista del lenguaje empleado en contextos de comunicación por la importancia que éstos tienen en el pensamiento, la construcción de conocimientos, y el aprendizaje.

Como expresará Oliva (1999),

> Si tenemos en cuenta que la comunicación simbólica es la forma de expresión más acabada de la cultura humana y si consideramos que en el lenguaje de un sujeto se contiene su concepción del mundo y de la cultura, debemos colegir que un conocimiento del lenguaje y de las capacidades lingüísticas de los individuos es determinante para la construcción bioantropológica, psicológica y socio-didacta de los actores humanos a través de sus acciones simbólicas. (pp. 219)

Para Oliva, el ser humano se desarrolla en interacción con el medio, del que recibe la información y la almacena, lo que supone cambios en su conducta, "de tal forma que los procesos de maduración, los procesos de desarrollo y los procesos evolutivo-cognitivos se producen simultánea e interracionalmente en interacción con el medio" (1999). Así, **el aprendizaje se lleva a cabo a partir de una acción fundamentalmente simbólica, y por ello, el lenguaje, esencialmente simbólico, germina en la acción y en él se incardinan sociedad y proceso educativo**.

La cuestión de esta relación entre el pensamiento y el lenguaje vienen de antiguo, son numerosas las disciplinas que han abordado la cuestión y por tanto, se han expresado diferentes miradas en torno al tema.

> Desde la pedagogía (Freire), la psicología (el interaccionismo simbólico de Mead o la psicología sociohistórica de Vygotsky), la filosofía (Habermas), la economía (Sen), la sociología (Beck), y la política (Chomsky) se coincide en señalar la mayor presencia del diálogo en los diferentes ámbitos de la vida social y las relaciones interpersonales. (…) **Interacción y comunicación como factores claves del aprendizaje**. (Aubert, Flecha, García, Flecha, & Racionero, 2008, pp. 24. La negrilla es nuestra)

"La enseñanza, como sistema de comunicación intencional, prioritariamente lingüística va a quedar determinada por la distinta concepción que se tenga sobre el carácter mediacional de la acción lingüística" (Oliva, 1999, pp. 219-220). En este sentido, la psicología de la educación, como hemos expresado en páginas precedentes, ha pasado de tener una concepción internalista e individualista del aprendizaje, a una postura interaccionista ante el mismo, subrayando la relación entre los aprendizajes y los contextos sociales y culturales en los que se producen, es decir, la **importancia en el proceso del aprendizaje de la interacción comunicativa:**

> El aprendizaje no tiene lugar mediante la transmisión o por reproducción, sino que más bien se configura como un proceso de construcción de razones, de los porqués, de los significados, del sentido de las cosas, de los otros, de la naturaleza, de los acontecimientos, de la realidad, de la vida. Se trata de un proceso autoconstructivo; pero, dado que le son profundamente indispensables las razones, los porqués, las interpretaciones, y los significados de los otros, a la vez es también relacional, socioconstructivo. Así entendemos también el conocimiento como un proceso de auto y socioconstrucción, un acto de auténtica y verdadera co-construcción. (Carla Rinaldi, en D´Angelo & Medina, 1999, pp. 75)

Desde una perspectiva anterior, estructuralista, la construcción de la realidad es ajena a la persona, existe independientemente de ella, y de esta interpretación derivaban las teorías de la absorción en las que el aprendizaje consistía en asimilar esa realidad. Ello dará lugar a corrientes de corte conductista en educación, desde las cuales el aprendizaje tiene un carácter individual y en las que se fomenta la memorización mecánica. Desde este punto de vista, el lenguaje "es únicamente un conjunto de respuestas verbales directamente vinculadas a los estímulos que posibilitan su aparición; y aprender un lenguaje es aprender las condiciones estimulares de las respuestas discriminadas (conexiones E-R)" (Oliva, 1999).

En contra de esta postura en la que el lenguaje tenía un carácter externo, aparece la "Teoría de la Gramática Universal" de Chomsky (1977) que viene a cambiar el panorama social y educativo. Para este autor, las personas poseemos una **capacidad innata y universal para adquirir el lenguaje**, de forma que al nacer, todos los individuos tienen una *gramática universal* que les permitirá aprender cualquier lengua que se hable en su entorno, sea cual fuere la estructura de esta. Chomsky abogará por un sistema educativo en el que la educación esté dirigida a enseñar a que los alumnos y alumnas aprendan por sí mismos, cultivando "la capacidad para buscar lo que es significativo" (Chomsky, 2012), y en el que el profesor sea un verdadero "intelectual", no un fiscalizador de los conocimientos de sus alumnos/as.

Habermas, en su teoría de la acción comunicativa, también señala que el ser humano tiene la capacidad del lenguaje, y entiende éste como un medio de entendimiento en el que los participantes negocian significados compartidos por todos. Se trata de una **concepción interpretativa del lenguaje** (Habermas, 2001).

En esta línea en la que se aboga por un conocimiento que se construye en dependencia con el contexto social, desarrollada a partir de una actividad interpersonal, Mead (1973) subrayará que **los pensamientos y las acciones son consecuencia directa del desarrollo social mediado por lenguaje**. Así, la comunicación es simbólica y es social. Este autor, defenderá en las investigaciones en ciencias sociales el uso de una combinación de técnicas tanto del ámbito de la cuantificación, como **narrativas**. Esta cuestión la abordaremos posteriormente en el ámbito de lo educativo.

Freire, hablará del **diálogo como necesidad humana y como lugar de construcción del conocimiento**. Serán las bases de una posterior corriente dialógica. Aunque Freire apunta a ello desde la cuestión de la alfabetización de adultos, sus aportes son extrapolables a la educación en cualquier etapa. Freire criticará enormemente a la enseñanza tradicional en tanto que el alumnado debía reproducir lo que le era enseñado. Califica esta práctica de "bancaria" en tanto que el alumno/a recibe como "depósito bancario" los conocimientos transmitidos por el profesor/a. El propondrá una educación "problematizadora" de la realidad en la que mirar el mundo de forma crítica y tomar una actitud activa, de búsqueda de respuestas, y para ello, subraya la **necesidad del diálogo y la comunicación con los otros** (Freire & Macedo, 1989 y Freire, 2003).

Para Piaget, cuyas teorías han derivado, como expresamos en el capítulo anterior, en concepciones de la enseñanza como preparatorias de las etapas evolutivas que han de darse en un determinado orden y sin las cuáles no se puede acceder a las siguientes, **el lenguaje es una adquisición cognitiva que se va construyendo y reconstruyendo mediante la acción de la persona** como consecuencia de las adquisiciones que se integran en la etapa sensorio-motriz.

> Para Piaget, el lenguaje es un producto de la inteligencia y no al revés, y es la propia acción lingüística del sujeto la que actualiza genéticamente estructuras configuradas por una lógica inmanente e invariante que sirve de mediación entre el propio sujeto y el mundo que le rodea. (Oliva, 1999, pp. 221)

Al hilo de este enfoque, desde una perspectiva subjetiva de la realidad, construida en sociedad, se pondrá el acento a los significados que dan los sujetos a la misma. En este punto, la psicología cognitiva empieza a entender el aprendizaje como un proceso de construcción. Desde esta mirada se desarrollarán teorías constructivistas del aprendizaje en las que los niños y niñas construyen sus conocimientos a partir del desequilibrio que supone contrastar sus conocimientos previos y la comprensión de nuevos aspectos de la realidad, generando significados más completos de ella de los que poseía anteriormente. Esta comprensión del conocimiento dio lugar a una concepción del profesorado como mediador, realizando el *andamiaje* que Bruner acuñaría en su obra (Wood, Bruner, & Ross, 1976). Para Bruner, la **importancia del lenguaje radicará en su papel fundamental para la simbolización como proceso fundamental para el desarrollo cognitivo**. Gracias a esta capacidad de simbolización, el individuo organiza su mundo a partir de símbolos y se libera de la necesidad de la acción y de la imagen:

> El lenguaje se va haciendo cada vez más libre del contexto inmediato de la acción y va adquiriendo un horizonte de integración hasta el punto de ser más relevante "lo que se dice" que "lo que se ve", ampliando así las capacidades intelectuales y los estilos cognitivos del ser humano. (Oliva, 1999, pp.223)

Para Bruner (1966), se han utilizado por el ser humano **dos sistemas de organización del conocimiento, o dos estilos de pensamiento: lógico científico o paradigmático (en relación con los objetos físicos) y narrativo (en relación con los otros y sus acciones).** Los sistemas educativos han puesto generalmente el acento en las formas de pensamiento lógico-científico en detrimento del narrativo, sin embargo, el pensamiento narrativo es indispensable para interpretar la realidad e interpretarse a uno mismo. Desde el lenguaje se construye la realidad, y las interpretaciones sobre lo que somos. De ahí la importancia de la comunicación en el ser humano, que adquiere el conocimiento por el intercambio con los otros. Este es el sentido de alteridad de la comunicación y por ello para algunos autores se le da una especial importancia a **la didáctica, como forma de transmitir el conocimiento, en tanto que ésta es comunicación**:

> El cerebro es algo biológico, pero la mente, en la medida en la que la desarrollamos, es un logro cultural. La mente es algo que se hace y se hace por el individuo y por aquellos cuyo trabajo es fomentar el desarrollo individual. A esas personas las llamamos profesores." (Eisner, 2009)

Eisner dirá que la didáctica es una forma de transmitir conocimiento (1987).

No se trata, sin embargo, de postergar el estilo de pensamiento lógico-científico, sino de apostar por una conjunción de ambas perspectivas, paradigmáticas y narrativas, en tanto que ambas son sistemas de organización del conocimiento para el ser humano:

> Desde una visión postmoderna, se considera que las narrativas a las que aludimos son muy influyentes en la vida de las personas conformando la matriz de conceptos y creencias a través de los cuales se comprenden y comprenden el mundo donde éstas ocurren. De ninguna manera esta cuestión devalúa la importancia del pensamiento lógico-científico. Sin embargo, se apela a la necesidad de la complementariedad entre ambos tipos de pensamiento. Por ejemplo, la ciencia permite explicar el mundo circundante, descubrir su sentido y comprender mejor

> muchos de sus interrogantes, a partir del aporte de estos dos tipos de pensamiento. (D´Angelo & Medina, 2011)

Los aportes de los últimos años en psicología, retoman de nuevo a Vygotsky dando cada vez más **importancia en la adquisición de los aprendizajes a la intersubjetividad y a la comunicación**. Vygotsky, desde su "teoría general de las funciones psíquicas" aporta que la actividad psíquica de la persona está mediatizada por la vida social en la que se desarrolla y esta vida social, desde el lenguaje. Así, explica que el nacimiento del lenguaje interior es una interiorización del diálogo. **El lenguaje surgirá, por tanto, de la necesidad de la comunicación, destacando por tanto su origen social, y al interiorizarse se convierte en pensamiento.**

¿Cómo organizan los niños de Educación Infantil estas las estructuras de pensamiento: lógico-científico y narrativo?

La escuela y la familia son "comunidades de práctica" (Lave, 1991; Acuña y Rodrigo, 1996), contextos interactivos en los que los niños y niñas realizan su desarrollo cognitivo al mismo tiempo narran y razonan en torno a experiencias, conocimientos, creencias, valores, etc. En estas comunidades, todos los participantes, adultos y niños y niñas adquieren diferentes aprendizajes y se van apropiando del uso de diversas prácticas culturales, construyen presupuestos, ideas e hipótesis acerca del mundo.

> El conocimiento es, entonces, parte y producto de la actividad, el contexto y la cultura en que se desarrolla y utiliza. Es decir, el **conocimiento es situado: acción, contexto y cultura son inseparables en este proceso gradual que permite a las personas integrarse en una comunidad o cultura de prácticas sociales.** (D´Angelo & Medina, 2011, pp. 21)

Esta concepción acerca de que el conocimiento es situado en tanto que se desarrolla en interacción con el contexto, la cultura y la acción, es ineludible a nuestro objeto de estudio y, por tanto, la abordaremos en puntos posteriores.

Ahora bien, para Vygotsky no todas las interacciones derivan en desarrollo, sólo aquellas que rebasen un poco la zona de desarrollo que en ese momento el niño/a tiene, lo que llamará Zona de Desarrollo Próximo. Desde este concepto aparecen una serie de cuestiones que atraviesan los actos educativos y se puede comprender:

- Que los niños puedan participar en actividades que no entienden completamente y que son incapaces de realizar individualmente;
- Que en situaciones reales de solución de problemas, no haya pasos predeterminados para la solución ni papeles fijos de los participantes, es decir que la solución está distribuida entre los participantes y que es el cambio en la distribución de la actividad con respecto a la tarea lo que constituye al aprendizaje;
- Que en las ZDP reales, el adulto no actúa sólo de acuerdo con su propia definición de la situación, sino a partir de la interpretación de los gestos y habla del niño como indicadores de la definición de la situación por parte de éste;

- Que las situaciones que son "nuevas" para el niño no lo son de la misma manera para los otros presentes y que el conocimiento faltante para el niño proviene de un ambiente organizado socialmente;
- Que el desarrollo está íntimamente relacionado con el rango de contextos que pueden negociarse por un individuo o grupo social.

(D´Angelo & Medina, 2011)

Retomamos en este punto lo expresado en líneas anteriores. En relación a cuál habrá de ser el diseño de las estrategias de enseñanza, recurrimos al concepto de andamiaje al que aludiríamos anteriormente. De esta forma, se proporciona la ayuda necesaria para que el niño/a mantenga el interés por la consecución de una tarea, no la observe demasiado sencilla ni tampoco en exceso compleja. Posteriormente, en función del desarrollo de este andamiaje, se espera que el niño/a comience a autorregularse, apropiándose de las reglas de interacción que regulan la actividad a aprender. Se privilegia el incorporar y asimilar el significado social y cultural de la actividad sobre el "aprender nuevas destrezas" mediante una instrucción programada propia del conductismo (D´Angelo & Medina, 2011).

Por último, a esta visión de la incardinación del lenguaje, el pensamiento y el conocimiento en un contexto social y cultural, conformado a partir de la comunicación y el diálogo con los otros, C.R.E.A. (Centro Especial en Teorías y Prácticas de Superadoras de Desigualdades, de la Universidad de Barcelona) aporta, enmarcado en las teorías dialógicas del aprendizaje que iniciaría Freire, la importancia de las interacciones dialógicas basadas en la igualdad de todos los participantes en los actos comunicativos y en la valoración de los argumentos en detrimento de las posiciones de poder de las estructuras sociales, así como en la importancia, en el marco educativo, de la participación de todos los miembros de una comunidad educativa, en tanto que el individuo y la sociedad son inseparables (Aubert, Flecha, García, Flecha, & Racionero, 2008).

Atendiendo a todo lo expuesto, recordamos que en el capítulo anterior nos adheríamos a un enfoque educativo de corte comunicativo, que se complementa de alguna manera con los aportes acerca de la importancia de la construcción del conocimiento a partir del diálogo y del juego de intersubjetividades en un contexto y en una cultura.

2.1.2.- PRAGMÁTICA: COMUNICACIÓN Y USO DEL LENGUAJE

El auténtico diálogo y el vínculo afectivo frente al monólogo y al vínculo instructivo, pues con ello favoreceremos que los niños avancen en los grandes pilares de la vida autónoma (autoestima, autoconcepto y autorregulación).
(D´Angelo & Medina, 2011, p. 186)

Como hemos apuntado hasta ahora, el lenguaje, su uso y los diversos actos de comunicación suponen un capítulo muy importante en la vida cotidiana de la escuela. Reflexionar acerca del lenguaje va más allá de presentarlo como un contenido curricular a ser enseñado en el aula, por el contrario hemos de tenerlo fundamentalmente en cuenta como herramienta que propicia el pensamiento. De aquí, la importancia de su estudio.

La pragmática aborda la cuestión del uso del lenguaje, del proceso por el cual producimos e interpretamos significados, como instrumento de comunicación. **Tiene fundamentalmente en cuenta a los hablantes, a sus contextos, y a sus intencionalidades en la comunicación**. Estudia el significado lingüístico en actos de comunicación (a diferencia de la dimensión metalingüística que estudia el lenguaje en sí mismo aislado del contexto en el que podría producirse).

Como vimos anteriormente, **acerca de la adquisición y desarrollo del lenguaje y la comunicación en el niño/a**, existen diversas miradas. Haciendo un recorrido rápido, encontraremos las corrientes conductistas (el lenguaje se adquiere a partir de principios no cognitivos: asociación, imitación y refuerzo), generativistas (el lenguaje es innato), cognitivistas (el lenguaje es producto de la función cognitiva y representa una de las funciones simbólicas), y sociocognitivistas (para Vygotsky, el lenguaje nace como instrumento social de comunicación, aparece primero este uso interpersonal del lenguaje y después el lenguaje interno). Desde el punto de vista de la pragmática, **los primeros significados que hace el niño/a tienen origen en sus primeras locuciones, así estos significados serán pragmáticos**. Los niños y niñas adquirirán el sistema lingüístico a medida que lo usan en contextos comunicativos: acción e interacción social. La pragmática pondrá el acento en la comprensión de lo lingüístico en los actos comunicativos, en el uso del lenguaje para la comunicación, ya que se revela como fundamental para entender la adquisición y desarrollo comunicativo de las personas (Peralta, 2000).

Evidentemente, no ha lugar hacer una revisión más profunda en este estudio acerca de las diferentes concepciones y corrientes sobre la acción lingüística: conductista, generativista de Chomsky, estructuralismo genético de Piaget, sociocognitivista de Vygotsky, entre otras. Por la implicación que se desprende para este estudio, nos posicionaremos en la relación entre el lenguaje, el pensamiento, y la comunicación, y sus implicaciones en el aprendizaje, desde una línea de pensamiento vygotskyana, y desde un entendimiento del lenguaje pragmático y funcional, al servicio de las necesidades comunicativas y de los contextos del entorno comunicativo.

Estos contextos a los que se acerca la pragmática, no sólo lo son desde el punto de vista físico, también aluden al bagaje de conocimientos compartidos que los interlocutores llevan al acto comunicativo, de manera que se asegura un entendimiento entre ellos. Así, el **acto comunicativo será un proceso compartido de interpretación de intencionalidades**. Para Vygotsky, y en relación con su aporte acerca de la Zona de Desarrollo Próximo al que aludimos anteriormente, el aprendizaje tiene lugar en interacción y cooperación con las personas de su entorno, entre las que se ponen en juego sus subjetividades. **El uso de lenguaje en estas situaciones será interpersonal**:

> Cuando los niños y niñas en grupos heterogéneos se ayudan para resolver las actividades, verbalizan (hacen social) los procesos cognitivos individuales que han seguido para solucionar el problema, manifiestan en voz alta sus dudas e interpelan a los compañeros y compañeras, pidiéndoles que repitan la explicación, preguntándole al otro u otra si lo han comprendido, contestando a esas preguntas, explicando lo aprendido o pidiendo más aclaraciones, etc. En todas las ocasiones utilizan el lenguaje de forma interpersonal. (Aubert, Flecha, García, Flecha, & Racionero, 2008)

Para Stubs (1983, en Lomas, Osoro & Tusón, 1993), **en las prácticas comunicativas, lenguaje, acción y conocimiento son inseparables**. Así:

> El acto comunicativo no se entiende como algo estático, ni como un proceso lineal, sino como un **proceso cooperativo de interpretación de intencionalidades**. Al producir un enunciado, el hablante intenta hacer algo, el interlocutor interpreta esa intención y sobre ella elabora su respuesta, ya sea lingüística o no lingüística. Tanto el proceso de manifestación de intenciones como el proceso de interpretación exigen que los interlocutores compartan una serie de convenciones que permitan otorgar coherencia y sentido a los enunciados que se producen, sentido que va más allá del significado gramatical de las oraciones (Lomas, Osoro & Tusón, 1993, pp. 30. La negrilla es nuestra).

Por otra parte, si hay algo que diferencia y define al ser humano es el lenguaje, el cual producirá en estos contextos cambios en la persona misma y en los demás, en la propia conducta y en la de los que nos rodean**. El lenguaje se origina en la acción y en él se incardinan sociedad y proceso educativo** (Oliva, 1999). Cada campo de conocimiento construye sus códigos y símbolos, es el caso de las matemáticas, por ejemplo, pero ninguno puede prescindir del lenguaje ordinario, el cual es el único capaz de hablar de todos los saberes y de sí mismo.

¿Qué vinculación tienen estos enfoques con respecto a la enseñanza-aprendizaje del área de matemáticas en la escuela?

Atendiendo a que, tal y como diría Vygotsky, el aprendizaje se produce en los intercambios comunicativos y con el entorno, y dado que en las aulas se utiliza continuamente el lenguaje en interacción con los otros, en situaciones concretas a partir de la acción, poniendo en juego los conocimientos del alumnado y del maestro, en un proceso de interpretación y coherencia, la vinculación con la escuela es evidente. Ha de cuidarse que estos actos comunicativos tengan una coherencia tal que propicien un acceso correcto a los aprendizajes y al desarrollo del pensamiento. De esta manera, el docente debe preocuparse porque la interpretación de sus alumnos y alumnas sea correcta teniendo en cuenta sus conocimientos y experiencias. Es aquí donde consideramos muy interesante el concepto de **Distancia** definido por Rosetti (1991, en Soprano, 1997), de entre los conceptos que estudia de la teoría pragmática. Para esta autora, "distancia es la ubicación relativa del emisor con respecto al discurso. Puede ser un observador distante, independiente del mundo creador o estar íntimamente conectado, comprometido con él" (pp. 68). Para ejemplificar este concepto, Rosetti propone los siguientes enunciados:

- Las vitaminas son elementos que influyen en la nutrición (distancia máxima).
- Estoy seguro de que las vitaminas te harán bien (distancia mínima, el interlocutor interviene en el enunciado). (Rosetti, 1991, en Soprano, 1997, pp. 68)

Como se ha ido expresando en puntos anteriores, desde las corrientes actuales de educación de corte sociocognitivista se asume la importancia de los procesos comunicativos para construir significados en contextos cotidianos, lo que ayudará a construir el conocimiento sobre el número. Desde esta perspectiva**, la utilización del lenguaje matemático en su contexto social permitirá el acceso a conceptualizaciones lógicas más avanzadas y facilitará el desarrollo del pensamiento**: "La articulación de determinados aspectos de la situación puede ayudar al hablante a aclarar pensamientos y significados y, por tanto, a alcanzar una mayor comprensión", así lo expresará Pimm (1990, pp. 51) en su obra *El lenguaje matemático en el aula*. Atendiendo a este concepto de distancia, y en aras de una mejora en la comprensión y significatividad para el niño/a, asumimos que debieran cuidarse en estos procesos comunicativos la ubicación en la que se encuentran tanto el emisor como el receptor con respecto a la información (alumnado-profesorado). Pero no sólo entre ellos, tal y como expresa Rosetti, entre el emisor y el discurso, **que las situaciones matemáticas sean significativas a los alumnos y alumnas** parece que debiera acortar esta distancia:

> **Para hacer una enseñanza comunicativa de las matemáticas, para que los alumnos comuniquen, deben tener algo que querer expresar** (…) Al hablar sobre los objetos y situaciones, surgen cuestiones de tipo matemático; los símbolos pueden volver a su papel de <<transportadores>>, de medios y no de mensajes. (Pimm, 1990. La negrilla es nuestra)

Otro concepto interesante que acuña Rosetti con respecto a la pragmática es el de **Transparencia**, como "la manera en la que el lenguaje deja ver a través de él, el referente a que apunta. Su opuesto sería la opacidad que dificulta el reconocimiento del referente directo del texto" (Soprano, 1997, pp. 68). Por ejemplo, las metáforas no dejan claro el referente. Con el fin de que el acto comunicativo en las aulas sea claro y comprensible, también parece que debiera atenderse a la **transparencia en el lenguaje utilizado, en las situaciones matemáticas que se proponen en las aulas**. Esta cuestión será abordada por Pimm (1990), obra en la que, asimilará el lenguaje matemático a una metáfora, y en relación a ello, tratará acerca de cómo el lenguaje matemático puede suponer una dificultad en la comprensión por la naturaleza abstracta de los objetos matemáticos, y los símbolos y signos con los que se expresa. Como en el lenguaje natural, la relación entre el símbolo y el significado que representa es convencional. Así, la relación entre los numerales arábigo-hindúes (los símbolos numéricos que utilizamos) y su significado también lo es. Pimm (1990) recuerda que en los sistemas de jeroglíficos egipcios sí había una relación entre significado y símbolo:

> Esta **transparencia** en relación con el significado es una buena razón para pensar que los numerales jeroglíficos egipcios constituirían un sistema de numeración intermedio muy útil para que los niños pequeños lo aprendieran antes de llegar a captar la mayor abstracción de nuestro sistema decimal en el que el valor está relacionado con el lugar que ocupan las cifras. (pp.42)

Para Pimm, la dificultad surge cuando el proceso de enseñanza se centra en los símbolos en vez de en el significado de esos símbolos. Calderón (2012), expresa su preocupación entorno a la relación entre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo del lenguaje, ya que "se relacionan con las maneras de comunicar en las clases de matemáticas y de significar el conocimiento matemático en la escuela" (pp. 100).

Así, la **dimensión comunicativa de las matemáticas** es fundamental, e incluye una gran variedad de formas, orales y escritas, en las que se realizan justificaciones, se precisan situaciones, se clarifican cuestiones, se exponen datos. Así, al comunicar una resolución, se logra explicitar aquello que estaba implícito y se hace posible las personas accedan a ese conocimiento. Al informar, al comunicar lo producido, se reconstruye la acción realizada (Ressia, 1993). Por todo ello, se hace fundamental propiciar situaciones matemáticas en las aulas en las que los niños y niñas argumenten, contrasten, confronten, comparen con sus iguales y otras personas que intervienen en el aula, expliquen, defiendan, validen, revisen sus propias ideas, reciban los aportes de las de sus compañeros/as:

> (…) las interacciones sociales, bajo ciertas condiciones, generan avances en los conocimientos. Mostramos también, por otro lado, cómo **las discusiones favorecen en parte la explicitación, justificación y validación de los conocimientos que los alumnos utilizan en la resolución de problemas, procesos que son constitutivos del sentido de los conocimientos.** No estamos queriendo decir que los niveles de formulación o de validación se trabajen sólo a partir de las puestas en común. Estos niveles del sentido de los conocimientos pueden requerir de otras situaciones específicas que apunten a ellos. Los momentos de discusión generan condiciones que facilitan el avance hacia conceptualizaciones

> de aquellos conocimientos que los alumnos pudieron utilizar en las resoluciones. (Quaranta & Wolman, 2003, pp. 234. La negrilla es nuestra)

Por último, parece conveniente rescatar en este punto los aportes de Austin (1971) en cuanto a los actos del habla, en tanto que con las palabras "hacemos cosas". Para Austin existen tres tipos de actos habla:

- Actos locutivos: aquellos que se dice, una idea, concepto, palabra…;
- Actos ilocutivos: se trata de la intención o finalidad con la que se dicen las cosas;
- Actos perlocutivos: es el efecto que produce en el receptor aquello que se ha dicho, el enunciado.

Recordamos que el lenguaje producía cambios en nosotros mismos y en los demás, en la construcción del conocimiento y en la conducta propia y del otro. Por lo tanto, en lo referido al ámbito escolar en cuanto a las matemáticas, parece fundamental, atender a estos tres actos: **lo que se dice en el aula en torno a una situación matemática** (de forma que sea transparente y se establezca una distancia mínima con el alumnado), **la intención con la utiliza el lenguaje matemático en una situación matemática** (para provocar conflicto cognitivo, generar argumentaciones, propiciar diálogo y puesta en marcha de diferentes estrategias), **el efecto que produce** (motiva, provoca una situación significativa, origina discusiones, da lugar a resoluciones diversas…).

Para Faustino, del Pozo, y Arrocha, en su obra "Fundamentos epistemológicos que intervienen en el desarrollo de la comunicación matemática" (2013, pp. 26):

> La comunicación en el contexto matemático es entendida como el transcurso a través del cual se alcanza una lógica integradora comunicativa mediante la interacción entre todos los sujetos socializadores del proceso matemático formativo, que posibilita el compartir la diversidad de los símbolos matemáticos desde las experiencias significativas de los sujetos co-partícipes en la práctica pedagógica sistemática.

Para estos autores, el proceso de comunicación matemática se potencia cuando el alumno/a interpreta el problema matemático, la situación matemática, en el sentido que se pretende. Desde esta perspectiva, habría que atender fundamentalmente a "**la pertinencia de la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática que se expresa como un proceso de intercambio regulado y que siempre existe una intención por parte de los interlocutores en la formación**" (pp. 27. La negrilla es nuestra).

Todas estas aportaciones nos llevan, ineludiblemente, a la necesidad de estudiar la importancia de la comunicación en matemáticas mediante el uso de un lenguaje matemático.

2.1.3.- EL LENGUAJE MATEMÁTICO Y SU CARÁCTER COMUNICATIVO. LA RELACIÓN ENTRE EL LENGUAJE FORMAL E INFORMAL

*El lenguaje numérico es por lo demás una **cosa viva**, que no se adapta exactamente al rígido plan que los matemáticos le prescribirían muy a gusto.*
(Paul Karlson, 1960)

El año 2000 fue declarado por la UNESCO como el año mundial de las matemáticas. En este momento, se consideró propicio hacer un punto de inflexión y analizar qué desafíos eran más urgentes en la enseñanza de las matemáticas, que pasaban por hacer de ella un contenido más enraizado en la vida cotidiana de los niños y niñas y en las necesidades de la futura sociedad, en continuo cambio. En este contexto Barbá (2000), expresa numerosas necesidades y propuestas para el cambio, entre las que señalará el lenguaje matemático:

> Queremos, en definitiva, crear **un espacio educativo que les ofrezca otra interpretación del mundo** [a los alumnos y alumnas] **que nos rodea, a través del lenguaje de las matemáticas**, donde el error, en lugar de ser considerado un fracaso, pase a convertirse en una parte del camino, un tanteo fallido en la consecución de un fin: aprender. (Barbá, 2000. La negrilla es nuestra)

Nos sumamos a esta preocupación, y también a esta concepción de error, de la que trataremos más adelante.

Como señalábamos en el punto anterior, cada campo de conocimiento establece su propio código y sus propias simbolizaciones. Lo mismo ocurre, pues, en el área de las matemáticas. Hablamos, entonces, de un lenguaje matemático. Las matemáticas, como otras ciencias y disciplinas, establecen un cuerpo propio de contenidos con características, estructura y organización propias. Sin embargo, en el caso de las matemáticas, además, se hace muy evidente su **potente carácter comunicador**, eso sí, conciso y sin ambigüedades. En el lenguaje matemático no hay lugar para diferentes interpretaciones, los enunciados se presentan de forma genuina. Con él expresamos las regularidades que percibimos en el mundo. Se trata de un lenguaje específico, particular, un conjunto de símbolos o caracteres gráficos que son utilizados en matemáticas para su perfecta definición (Pimm, 1990). Para este autor, el conocimiento de este lenguaje matemático es totalmente necesario porque sin su carácter preciso y exacto esta ciencia llevaría a errores y confusiones.

Numerosos autores señalan que el lenguaje matemático resulta esencial para el aprendizaje de las matemáticas. Pimm (1990) lo comparará con el aprendizaje de una segunda lengua, desde una dimensión lingüística, y lo abordará desde aspectos orales y escritos (como acceso a la simbolización). Además, se preocupará especialmente de la dimensión comunicativa de las matemáticas: "Si hemos de considerar las matemáticas como un lenguaje, **la competencia matemática se convierte en una cuestión importante y la comunicación significativa en una preocupación fundamental**. (pp.30. La negrilla es nuestra)". Para Calderón (2012), conviene recordar al abordar las matemáticas desde su consideración como un lenguaje, el papel de éste en el desarrollo del conocimiento y del pensamiento (cuestiones a las que nos acercamos en los puntos anteriores). Así, **considerará la relación entre el lenguaje y el desarrollo del conocimiento matemático como objeto a ser trabajado en la escuela en tanto que construye y legitima el conocimiento, creando contextos de comunicación discursiva de lo matemático, y acercándose al lenguaje matemático como un lenguaje natural**. En la misma línea que Quaranta y Wolman (2003), a las que nos referíamos en el apartado anterior, Calderón (2007) subrayará la importancia del discurso, de la dimensión comunicativa de las matemáticas:

> Las prácticas orales en matemáticas requieren, como en otras áreas, de la manifestación y de la evolución y combinación de distintas modalidades discursivas como la narración, la descripción, la explicación, la argumentación, orientadas a las tematizaciones de los contenidos y de los procesos matemáticos y a la construcción de una cultura matemática. En este contexto, el trabajo en grupos y las plenarias ofrecerán un espacio importante para el desarrollo de una oralidad sobre lo matemático y de una relación afectiva de tipo positivo con este campo de saber. (pp. 98)

El marco de estas prácticas discursivas desde el lenguaje matemático en el aula supone conectar a los alumnos y alumnas con diferentes prácticas orales y escritas (para expresar relaciones, problemas, axiomas, etc.), con diversas maneras de abordar las situaciones matemáticas desde variadas estrategias de resolución, y con diferentes dimensiones de la matemática (aritmética, geométrica, algebraica…):

> Tal variedad de experiencias discursivas constituyen el campo de formación del sujeto escolar en matemáticas y, a la vez, proporciona los elementos para que ese sujeto configure roles discursivos (el profesor, el matemático, el científico, etc.) y enunciativos (el crítico de teorías, el simpatizante de un autor, el detractor de las matemáticas, etc.) y contribuya al flujo evolutivo del género discursivo didáctico de las matemáticas o al de las matemáticas. (Calderón, 2012, pp. 93)

Por otra parte, las expresiones discursivas de los alumnos y alumnas permitirán comprender las elaboraciones de conocimiento que han hecho, es decir, **con el empleo y desarrollo del lenguaje matemático por parte de los niños y niñas, expresarán qué y cómo interpretan de las situaciones matemáticas, pudiendo así el docente llevar a cabo actuaciones conducentes a posicionarles en su zona de Desarrollo Próximo**.

Para Santaló (1994) se hace fundamental desde el ámbito educativo atender en los primeros años de escolaridad al razonamiento lógico, y no sólo a la matemática propiamente dicha, en tanto que éste es la base para la matemática y también un pilar incuestionable para ordenar y asimilar todo los tipos de conocimiento. Así, se trata de llevar a los alumnos y alumnas a la adquisición de un lenguaje apropiado con el que puedan entender la nomenclatura y el funcionamiento de la tecnología y de su base científica.

En este sentido, Alcalá (2002, 2005) pondrá el acento en los aspectos semióticos de las matemáticas en la escuela. Al igual que diría Pimm (1990, reseñado en el punto anterior), entiende que la dificultad a la hora de desarrollar el lenguaje matemático viene dado por la dificultad que supone a los niños y niñas el simbolismo que le es propio a este lenguaje. La mayor parte de los obstáculos que se presentan en los primeros años tiene carácter semántico ya que no se establece una adecuada conexión entre los símbolos y sus significados. Estas dificultades también tienen un carácter sintáctico, en cuanto a la estructura que le es propia al código notacional, y de tipo funcional y pragmática, acerca de cuándo y cómo utilizar este código. Para Alcalá, **es fundamental el abordaje del lenguaje matemático en los primeros años como indispensable para superar estas dificultades**. Este lenguaje matemático comienza en el desarrollo del lenguaje natural en el entorno familiar, en el que irá adquiriendo sus primeros aprendizajes, conceptos relativos a la cantidad, al orden o al espacio al mismo tiempo que utiliza las palabras que se refieren a ellos. Así, se irá conformando fuera de la escuela y del lenguaje formal, un vocabulario inicial que, además, estará conformado por los primeros numerales. De esta forma, **el lenguaje informal irá sirviendo de base a un lenguaje de carácter más formal**, mas habrá que cuidarlo, ya que, en ocasiones, lo usos del lenguaje cotidiano que aparecen en el lenguaje matemático con otros significados, pueden dar lugar a numerosos errores (*total, más, agudo*…). Ahora bien, si la matemática es un lenguaje, cabe preguntarse **cómo se produce la adquisición de ese lenguaje, cómo se construye en la infancia el lenguaje matemático**. Para Alcalá este aprendizaje se llevará a cabo a partir de procesos de asimilación, recreación, apropiación y uso de símbolos y estructuras conformadas por símbolos cada vez más abstractas. Este recorrido se expresa en cuatro tramos o niveles de simbolización superpuestos:

1. Introducción del simbolismo (de la palabra al simbolismo notacional);
2. Las operaciones aditivas y la formación básica del número (el conocimiento operatorio del número natural);
3. Las operaciones multiplicativas y nuevos campos numéricos;
4. El simbolismo de tercer orden. La entrada de lenguaje algebraico y el razonamiento proporcional. (Alcalá, 2004)

Para este autor, el período que nos ocupa en este estudio, la Educación Infantil, situado entre los 3 y los 6 años, tiene lugar el desarrollo de la función simbólica, en paralelo con el desarrollo del lenguaje. Comienza con la adquisición de los primeros numerales (palabras, símbolos de primer orden acerca de cantidades o relaciones entre cantidades referidas directamente a los objetos) y, tras la conquista de las notaciones elementales (símbolos de segundo orden), viene a concluir en la formación de los primeros códigos notacionales, situándose de ese modo en el umbral de las operaciones aditivas. **El concepto de número vendrá, así, dado por el uso del lenguaje oral, en la expresión de la propia experiencia y de los intercambios comunicativos**. De nuevo, el lenguaje como sustrato en la construcción de conceptos. A continuación, entre los 5 y 7 años, se interiorizan las acciones y su codificación a través del lenguaje oral. Aparecen entonces las representaciones gráficas y notaciones de estos conceptos adquiridos mediante el lenguaje oral y las acciones en los objetos, desde los significados personales construidos. Ellos constituirán instrumentos para el pensamiento, el razonamiento y el cálculo. Aparecerán entonces las estructuras sintácticas y semánticas que permitirán operar desde lo abstracto, desde los símbolos que representan cantidades, sin la necesidad de acciones directas, empíricas (Alcalá, 2004).

Este autor se expresa en términos similares a Parra y Saiz (1994) en lo que se refiere al **abordaje temprano en la escuela del lenguaje matemático**, no únicamente de la matemática en sí, sino de las **estructuras que soportan el razonamiento lógico deductivo, en tanto que sobre él se ordena y asimila el conocimiento**. Se trata de ir educando a los niños y niñas en un lenguaje matemático adecuado que permitirá comprender posteriormente la nomenclatura y funcionamiento de la tecnología y de la ciencia de la que nace. Zarate (2003), en este sentido, señala la **conveniencia de incluir esta cuestión en el currículo de manera que se garantizara el trabajo desde experiencias lingüísticas** acerca de la cuantificación de la realidad y la relación de lenguaje con símbolos y signos matemáticos, es decir, traducir las realidades matemáticas expresadas en el lenguaje corriente o eidético a lenguaje matemático u operacional compuesto por signos. El cálculo opera con este lenguaje de símbolos desde su propia sintaxis. Para Zarate, es fundamental este paso del objeto al símbolo y desde él al signo, a partir de un **proceso de esquematización**, es decir, de la realidad, a una representación ideográfica y simbólica de la misma, para llegar al signo como significado. Rothery (1980) también hablará del **lenguaje cotidiano y del lenguaje matemático, y su uso en la enseñanza**. Este autor diferencia tres categorías de palabras usadas en la enseñanza de las matemáticas: vocabulario técnico –separado del lenguaje cotidiano, puede dar problemas a los alumnos-, palabras que se utilizan en el ámbito matemático y cotidiano aunque no necesariamente con el mismo significado –dan lugar a confusiones-, y palabras que se utilizan de las misma manera en ambos contextos. Para Vergnaud (1991), **esta relación entre el lenguaje natural, cotidiano, y el simbólico, también será esencial en las actividades de aprendizaje de las matemáticas**. Sin embargo, a diferencia de los anteriores, Vergnaud no considera las matemáticas como un lenguaje, para él la matemática es más semiótica que lingüística, es un conocimiento más que un lenguaje, **se presenta la acción y el pensamiento del saber matemático por el lenguaje, mediados por él.**

Por otra parte, Chevallard (1991) introdujo el término ***transposición didáctica*** para nombrar el proceso de transición que va del «objeto de saber» -el saber sabio- , al «objeto de enseñanza», -el saber enseñado-. Este concepto nació en torno a la didáctica de las matemáticas, pero pronto se vería tomado por otras disciplinas. Desde este concepto se aborda la cuestión de que lo que se enseña en entornos educativos y lo que aprenden los alumnos y alumnas, no coincide exactamente con las disciplinas que tienen de origen; la teoría desde la ciencia y desde la docencia no son exactamente la misma. Esta situación se da a partir de las adaptaciones que realiza el docente para que el alumnado pueda adquirir el conocimiento. **Ello da lugar a una adaptación del lenguaje y de las herramientas que se utilizan en la enseñanza, y a una simplificación de las aplicaciones.**

Ahora bien, este lenguaje matemático que ha de ser trabajado en el entorno escolar según han expresado los autores a los que hemos hecho mención, viene mediado, en numerosas ocasiones, por **el discurso matemático de los libros de texto y por las interpretaciones de los docentes (**Cordero & Flores, 2007). Recordamos en este punto a Lera (2007), que apuntaba a la utilización masiva de metodología de fichas de diferentes editoriales en EI, para retomar lo aportado por estos autores e intuir que, en los primeros años de escolaridad, las líneas de enseñanza propuestas por las editoriales están marcando en gran medida el lenguaje matemático empleado en las aulas.

El lenguaje matemático también será fundamental para el enfoque Ontosemiótico, que subrayará que los conceptos tienen un carácter empírico, procederán de las prácticas al resolver problemas a través del lenguaje (Godino, Batanero & Font, 2007). Este enfoque acerca del conocimiento y la instrucción matemática, pone su acento en la resolución de problemas matemáticos y en los recursos expresivos, orientados a una instrucción matemática significativa. Para el enfoque ontosemiótico se han de articular los aspectos ontológicos –los objetos y su naturaleza-, epistemológicos –cómo se adquieren los conocimientos-, y socioculturales e instruccionales –cómo se organizan los procesos de enseñanza aprendizaje desde la escuela-, desde la semiótica, la antropología, la ecología, la psicología y la pedagogía, para poder así superar las dicotomías entre los paradigmas opuestos (realismo y pragmatismo, constructivismo y conductismo, etc.). Se entenderá la matemática como actividad para resolver problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual organizado lógicamente. Desde esta mirada, **en los procesos comunicativos que tienen lugar en la resolución de problemas de índole matemático, hay que interpretar no sólo el ámbito de los conceptos sino también las expresiones y argumentaciones que se dan en tono a ellos**.

Todos estos estudios y perspectivas acerca del lenguaje matemático, tienen una importancia fundamental en educación, constituyen una línea de investigación fundamental para el docente en tanto el papel que tiene el lenguaje en la adquisición de los conceptos lógico-matemáticos. Para Resnick y Ford (1990) **la percepción y la representación del lenguaje son claves para enfrentarse a una situación matemática**. La comprensión de los conceptos lógico-matemáticos resulta indicativa de la eficacia con la que se resolverán situaciones sencillas de adición o sustracción, por ejemplo.

Por otra parte, como hemos ido describiendo anteriormente, el niño/a accede a la escuela con un lenguaje cotidiano, natural, y desde él se enfrenta a situaciones matemáticas diversas. Los autores convocados hasta ahora, explicitaban **la importancia de retomar estos lenguajes en las aulas y construir a partir de ellos en contextos de prácticas discursivas con sentido para progresivamente adquirir significados e ir transformando ese lenguaje informal en un lenguaje cada vez más formal, convencional, desde el punto de vista de la disciplina matemática**. Desde este marco, en relación con el uso del lenguaje matemático en situaciones matemáticas significativas y pragmáticas, D´Angelo (2001) expresará que

> El niño/a al utilizar el lenguaje oral de su cultura –por ejemplo, el de la sucesión numérica oral y escrita- aunque no disponga de estructuras lógicas para comprenderlo en su expresión más convencional, descubre significados "provisionales" que le permiten seguir construyendo otros más elaborados, al tiempo, que provoca el desarrollo cognitivo. (pp. 129-130)

Esto es, en un contexto de prácticas comunicativas en la resolución de situaciones matemáticas el uso progresivo del lenguaje matemático posibilita el desarrollo del pensamiento, la construcción de significados, que va a ir dando lugar a un lenguaje más formal.

Este sentido del pensamiento matemático infantil, lo abordaremos en puntos posteriores, sin embargo, se hacía necesario señalarlo en este momento en tanto que, como hemos ido desarrollando, el pensamiento y el lenguaje se entroncan inseparablemente en la construcción del conocimiento, que va ir dando lugar a los usos informales del lenguaje matemático hacia un posterior convencionalismo.

En relación con las acciones interpretativas, argumentativas y propositivas en las situaciones matemáticas a las que aludían, entre otros, Calderón (2012), Pimm (1990), Quaranta y Wolman (2003), D´Angelo (2001), Godino, Batanero y Font (2007), etc. que ponen en juego los alumnos y alumnas en la resolución de problemas significativos, se observa que **subyace en ellas un enfoque de carácter comunicativo de las matemáticas**. Como señalamos en apartados precedentes, en España se ha privilegiado el pensamiento lógico-científico en detrimento del narrativo, pero los niños y niñas organizan sus conocimientos en función de ambos, participando en diferentes escenarios e interactuando con otros, al mismo tiempo que narran y razonan en torno a situaciones matemáticas a la par que se apropian de las diferentes prácticas culturales, conceptos matemáticos en nuestro caso. Se trata de un conocimiento situado: contexto, cultura y acción, desde unos propósitos comunicativos entre todos los agentes que participan de los contextos de enseñanza y aprendizaje (D´Angelo & Medina, 2011). Este enfoque se caracteriza por poner el acento en los significados que se construyen en contextos significativos, funcionales, con sentido social dentro de la vida del aula y comunicativos, en los que cada cual sigue su propio proceso de reestructuraciones hacia la convencionalidad, a partir de la interacción con los otros, en situaciones de mediación cultural, con sentido para sus propósitos, actuando y utilizando lo que sabe. Desde este marco, el docente se compromete con el alumnado en una actitud de escucha de su lenguaje matemático, aunque en principio no sea muy similar al convencional, y le sostiene, le acompaña, contrargumenta sus propuestas atendiendo a su nivel evolutivo, para ayudarlo a evolucionar. Se respeta profundamente que cada alumno y alumna son diferentes, que cada uno de ellos da respuestas diversas ante una misma propuesta, y se apuesta por la inclusión de todos ellos, siendo la diferencia del desarrollo personal de cada uno/a observada como enriquecedora. El error se interpreta como una oportunidad de construcción y se alienta al alumnado a un crecimiento en la autonomía, en la propia responsabilidad (D´Angelo & Medina, 1999).

En el año 2013 se celebra el I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe con el propósito de presentar los resultados de investigaciones acerca de una **comunicación adecuada en las clases de matemáticas**. Desde este espacio se promueven como fundamentales la interacción, la participación activa de los alumnos y alumnas, la argumentación, el diálogo, el debate, la confrontación de interpretaciones, los cuestionamientos del docente y la negociación de significados como claves para obtener significados. **Las investigaciones, según expresan, arrojaron luz acerca de que con estas prácticas comunicativas la clase se convierte en una comunidad que hace, discute y aprende matemáticas** (Suárez, 2013).

2.2.- NIÑOS Y NIÑAS DE EDUCACIÓN INFANTIL, PROCESOS DE APRENDIZAJE Y MATEMÁTICAS

2.2.1.- NIÑOS Y NIÑAS DE EDUCACIÓN INFANTIL, CURIOSIDAD E INDAGACIÓN

Mirad lo que hay en los bolsillos de un niño, y sabréis lo que le interesa.
(Decroly, en Díez, 1995)

Del asombro nace el saber, pues quien se asombra es casi seguro que acabará por advertir y reconocer que no sabe, y un reconocimiento tal de la propia ignorancia (de ese saber que no se sabe) terminará por despertar, con toda certeza, la curiosidad y, con ella, el deseo de conocer; si es que todo eso –asombro, reconocimiento de la ignorancia, deseo de saber y curiosidad– no es, en el fondo, una y la misma disposición.
*(*Fernández Tresguerres, 2006)

Es maravilloso para los docentes observar en el quehacer cotidiano, la **disposición natural de la infancia por conocer y comprender los fenómenos del entorno**, con una capacidad innata para observarlas y sorprenderse. En esta línea se expresará Cortés et al. (2012) al abordar la cuestión del aprendizaje científico. Para Canedo et al. (2006), **los niños y las niñas se encuentran biológicamente preparados para aprender** acerca del mundo en el que viven y se acercan a este conocimiento a partir de sus propias experiencias. García (2006), señalará que **su curiosidad es el motor que les anima a cuestionarse y a indagar** (Cortés, Gándara, Martínez, Ibarra, Arlegui & Gil 2012; Canedo, Castelló & García, 2006; García, 2006; en De la Blanca, Hidalgo & Burgos, 2013).

Para Loris Malaguzzi, coordinador pedagógico de las escuelas maternales e infantiles de Reggio Emilia, **todos los niños y las niñas disponen de una curiosidad y predisposición innatas para construir su propio aprendizaje**, para ello utilizarán todo lo que el ambiente pone a su disposición y la interacción con los otros:

> (…) averiguar, probar, equivocarse, corregir, elegir dónde y con quién, invertir curiosidad, inteligencia, emociones, de apreciar los recursos infinitos de sus manos, de su vista, de su oído, de las formas, los materiales, de los sonidos y los colores: libertad de advertir cómo la razón, el pensamiento, la imaginación crean una trama ininterrumpida entre las cosas y mueven y sacuden el mundo (Malaguzzi, 1984, pp. 7-10).

Esta curiosidad se despliega en el ser humano desde el mismo momento del nacimiento. El bebé desarrollará técnicas de ensayo y error para conocer y aprender el entorno en el que vive. En la edad adulta, se elaboran herramientas con las que poder medir y observar para analizar la información del mundo y desarrollar modelos, se reflexiona acerca del mundo a partir de la observación, recopilación, organización y síntesis de la información. **Se trata de una capacidad propia del ser humano, la *indagación*.**

> Del asombro nace el saber, pues quien se asombra es casi seguro que acabará por advertir y reconocer que no sabe, y un reconocimiento tal de la propia ignorancia (de ese saber que no se sabe) terminará por despertar, con toda certeza, la **curiosidad** y, con ella, el deseo de conocer; si es que todo eso –asombro, reconocimiento de la ignorancia, deseo de saber y curiosidad– no es, en el fondo, una y la misma disposición. (…) Pero saber nace de otros conocimientos firmes y de otras verdades sólidamente establecidas, entre otras razones porque sólo a partir de un estado tal tiene sentido la **indagación**: desde un no saber absoluto o desde una duda total, ni siquiera nos hallaríamos en condiciones de determinar cuáles son las preguntas pertinentes. (Fernández Tresguerres, 2006).

Ahora bien, se hace necesario comprender qué implicaciones se derivan en la EI de este aprendizaje desde la curiosidad y la indagación. En España, ya en los principios de intervención educativa que describía el Diseño Curricular Base de la Educación Infantil, aparecía la necesidad de asegurar la construcción de aprendizajes significativos. Para ello, se expresaba como condición indispensable que el alumno/a estuviera motivado para conectar lo nuevo que está aprendiendo con lo que ya sabe. En otro momento, cuando se exponían las orientaciones didácticas generales, se destacaba que los nuevos ámbitos de experiencia en la escuela se abren al niño/a gracias a su curiosidad. Se señalaba que la escuela tiene múltiples posibilidades de estimular la construcción del conocimiento porque cuenta con la curiosidad y las ganas de saber e incidir en la realidad que los niños y las niñas de estas edades suelen manifestar. A la hora de describir el ciclo de 3-6 años, se subrayaba también que, en el período que transcurre en estas edades, la curiosidad y la necesidad de acción propias del niño/a de esta edad ganan en rigor y en sistematicidad y se ponen al servicio de fines concretos y específicos. En la Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la EI, desarrollando la L.O.E. (recordamos que, en la actualidad, el currículo de la etapa de Educación Infantil se rige por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa -L.O.M.C.E.-, sin embargo, para dicha etapa, no se ha modificado la normativa expuesta en la L.O.E., por lo que permanece de la misma manera), se hace continua referencia a la curiosidad de la infancia por aprender nuevas habilidades, conocer el medio natural y los seres y elementos que lo integran. **En relación con las matemáticas**, se explicita el interés y curiosidad que se despliegan ante los instrumentos de medida, así como que la experimentación con objetos y materiales permite la indagación y el conocimiento de la realidad desde una perspectiva física y lógico-matemática.

Parece claro el acuerdo de que para propiciar aprendizajes significativos ha de partirse de la curiosidad propia de los niños en los primeros años, así como de su capacidad de acción e indagación. Ahora bien, interesa a este estudio indagar acerca de su relación con el aprendizaje de las matemáticas. Mucho hay escrito por diferentes autores sobre los conocimientos que generan curiosidad en los niños acerca del mundo natural (relacionados con la física, la biología, etc.). Sin embargo, en lo que se refiere al área de matemáticas, el número de estudios en estos términos es mucho más reducido. En cualquier caso, suelen relacionarse, como hemos venido describiendo, con la resolución de problemas en contextos reales, para que el niño sienta que lo que hace tiene un sentido. Baroody (1988), en *El pensamiento matemático de los niños,* hablará de la recompensa en sí misma que producen los aprendizajes, satisfaciendo la curiosidad, como regulación interna, y de cómo en la infancia existe esta curiosidad natural por comprender y *desentrañar* el mundo. Para este autor, se ha de atender especialmente a los tiempos de atención de los primeros años, que se ven ampliados cuando las **situaciones matemáticas les comprometen y les son significativas**. De esta forma, suelen prestar poca atención a planteamientos que requieren memorizaciones numéricas, no así cuando descubren estrategias de pensamiento, en las que las combinaciones básicas se adquieren de forma interesante y significativa, facilitando su aprendizaje.

A lo largo de los primeros años de vida, **los niños y las niñas parecen tener un interés natural por la matemática informal**, así,

> (…) observan y exploran dimensiones matemáticas de su mundo. Comparan cantidades, descubren patrones, se desplazan por el espacio, y afrontan problemas reales, como lograr el equilibrio de una construcción con bloques de gran altura o

> compartir equitativamente un plato de galletas con un compañero. Las matemáticas ayudan a los niños a dar sentido al mundo exterior a la escuela y también a construir una base sólida para adaptarse satisfactoriamente a las demandas de la escuela. (National Association for the Education of Young Children –NAEYC- & National Council of Teachers of Mathematics –NCTM-, 2013).

Así, la NAEYC y el NCTM (2013) subrayan que para lograr una educación matemática de calidad para los niños y las niñas de EI, específicamente de 0 a 6 años, los docentes deberían "**potenciar el interés natural de los niños en las matemáticas y su disposición a utilizarlas para dar sentido a su mundo físico y social**. (pp. 4. La negrilla es nuestra)". En este interés natural, ponen en juego conocimientos de carácter intuitivo, de los que trataremos en apartados posteriores, que pueden ser sencillos o de carácter complejo. En esta misma línea se expresará Kamii (1982). Para esta autora, el aprendizaje del conteo, el concepto de número y la adquisición de la aritmética van aumentando gradualmente en tanto que en las vidas de los niños y niñas resultan significativas dadas las numerosas ocasiones cotidianas en las que los utilizan, y estos conocimientos se interconectan progresivamente. Así, al llegar a la escuela, ya poseen un bagaje que supone una comprensión en cierto modo compleja de la cuantificación y del número. Desde esta base, podrán construir estrategias para resolver situaciones matemáticas en las que se ven implicadas operaciones aritméticas sencillas. En resumen, **los niños llegan a la escuela con curiosidad y una inteligencia matemáticamente activa y es obligación del docente explotar este interés natural en el juego como posibilitador para explorar y dominar su mundo, y como mediador para aprender significativamente las matemáticas elementales**. Kamii, subrayará las potencialidades que brindan los juegos en este sentido, cuestión a que abordaremos posteriormente. En este sentido, Abrantes apuntará que "los diferentes juegos de investigación no deberían ser propuestos a la fuerza sino adquiridos a través de la curiosidad del alumnado, que, afortunadamente, **siempre tiene la curiosidad para cualquier propuesta que le sea presentada adecuadamente**" (Abrantes, et al., 2002, pp.39. La negrilla es nuestra). En relación a esta cuestión, Baroody (1988) abogaría por **una enseñanza moderadamente original acorde con los estilos de los niños y las niñas con la intención de mantener su atención y curiosidad, recogiendo los saberes informales de los niños y niñas como base para trabajar conceptos y técnicas matemáticas**. Todo ello, teniendo en cuenta que se habrá de manejar la dificultad de que una misma actividad puede resultar motivadora para unos y aburrida -por desconocida o por estar lejos de su desarrollo- para otros. Como cierre de su libro El pensamiento matemático de los niños Baroody, resaltará este aspecto:

> **Si los maestros se basan en la matemática práctica de los niños, podrán cultivar la curiosidad y la inteligencia para las matemáticas que traen a la escuela y ayudarles, sea cual sea su capacidad, a crecer y manifestar plenamente su potencial**. (pp.250. La negrilla es nuestra).

Mucho tiene que ver ese interés natural de los niños y niñas con los contextos en los que se desarrolla, en los que despliegan su curiosidad matemática y ponen en juego sus bagajes previos. Se aborda a continuación.

2.2.2.- COGNICIÓN SITUADA Y APRENDIZAJE -ACTIVIDAD, CONTEXTO Y CULTURA-, DESDE LA INCLUSIÓN, Y CULTURA MATEMÁTICA Y ENFOQUE REALISTA

Ellos han sido quienes nos han hecho entrever, en la tarea cotidiana, que existía otra forma.
(Díez Navarro, 1995)

Hasta el momento, hemos recuperado las aportaciones de diferentes autores/as que ponían el acento en los aprendizajes matemáticos a partir de situaciones que les fueran significativas y funcionales -útiles para la vida cotidiana- a los alumnos y alumnas, y en cuyas resoluciones se vieran implicadas estrategias de interacción y comunicación, en tanto que todos los alumnos y las alumnas tienen mucho que aportar en estas construcciones. Todo ello apunta, de algún modo, al ***paradigma de la cognición situada***. Este paradigma se encuentra íntimamente relacionado con el enfoque sociocultural vygotskyano que, como ya expresamos, afirmará que el conocimiento es situado. Desde esta perspectiva, **los conocimientos son parte y producto de la actividad, el contexto y la cultura en los que tienen lugar**. En **el área de matemáticas**, ello nos lleva a lo que hemos venido exponiendo hasta el momento, la necesidad de situaciones matemáticas contextualizadas. Esta mirada entronca con el **enfoque de *cultura matemática*** que apuesta por la formación de un pensamiento matemático desde el acercamiento de las matemáticas tal y como las ha desarrollado el ser humano a lo largo de la historia, inmersas en su cultura. Por otra parte, los conocimientos y la cultura se construyen en interacción con los otros, en la negociación de significados, desde las argumentaciones y el diálogo, por lo que se hará fundamental un encuadre del tema desde la ***inclusión***. En este punto, nos acercaremos a estas cuestiones.

En el marco de los reportes que PISA devolvió a España con motivo de las pruebas de 2003 (que ponían el acento especialmente en las matemáticas) y de las numerosas publicaciones que al respecto se hicieron, Hernández (2006) recoge los postulados de diversos autores que señalan, como clave del problema de la baja competencia del alumnado español, que en nuestro sistema educativo no se apuesta por una enseñanza que permita transferir los conocimientos matemáticos a la vida diaria. Así, Cuesta (2005, en Hernández, 2006) explicitará como principal obstáculo el **carácter academicista del currículo español, fundamentalmente sostenido en los libros de texto y con una escasa formación del profesorado que no valora la transferencia de los conocimientos matemáticos a la vida cotidiana y sí lo hace en**

lo referido a la reproducción de contenidos por parte de los alumnos y alumnas. En cualquier caso, según Cuesta, nada tiene que ver con un infantilismo del alumnado, la falta de apoyo familiar o social, o la ley vigente. Para Rico (2005, en Hernández, 2006) la cuestión tiene este carácter que obvia a las matemáticas como instrumento colaborativo con situaciones usuales de la cotidianeidad, desde los primeros años del sistema educativo hasta la universidad, privilegiándose **los conocimientos para superar pruebas o exámenes sobre las transferencias de conocimiento** en aras de ser, como redactaría PISA en 2003, ciudadanos reflexivos, informados y consumidores inteligentes. Todo ello, entronca, tal y como describimos en el capítulo I, con la herencia que han dejado en el currículo español diferentes perspectivas desde las que se entiende el aprendizaje. De esta manera, desde un enfoque de corte tradicional, se han tratado de emular en las aulas actividades científico-sociales que realizan los expertos (matemáticos, físicos, lingüistas) de forma que han quedado alejadas de contextos significativos. **Se ha apostado por prácticas artificiales sobre el enfrentamiento a problemas reales**, con sentido, que promuevan en el alumnado la reflexión, la búsqueda, el cuestionamiento, la argumentación, etc. a partir de su propia acción y en interacción con los otros. Todo lo contrario a la visión desde las perspectivas de corte vygotskiano, desde las que el aprendizaje tiene lugar a partir de la interiorización de símbolos y signos de la cultura y grupo social al que se pertenece, en el que el aprendizaje tiene que ver con una interacción en el contexto, con miembros más experimentados del mismo. Esta manera de entender el aprendizaje tiene como consecuencia, como dijimos, el paradigma de la cognición situada. Díaz Barriga (2003), señalará que este paradigma recoge, como las más representativas, las aportaciones de Vygotsky (1986; 1988), Leontiev (1978), Luria (1987), Rogoff (1993), Lave (1997), Bereiter (1997), Engeström y Cole (1997) y Wenger (2001). Para esta autora, "**el aprendizaje escolar es, ante todo, un proceso de enculturación en el cual los estudiantes se integran gradualmente a una comunidad o cultura de prácticas sociales**" (2003, pp. 2) y, en este proceso, están vinculados aprender y hacer en contextos pertinentes, desde situaciones auténticas, las habituales de la cultura. Ahora bien, según Derry, Levin y Schauble (1995, en Díaz Barriga, 2003), la autenticidad de estas prácticas vendrá determinada por la relevancia cultural y el nivel de actividad social que suscitan, y, por otra parte, deberán ser similares a las que los expertos llevan a cabo en los diferentes campos, como el matemático (Hendricks, 2001, en Díaz, 2003), ahora bien, en contextos significativos, no desnaturalizados.

Desde este entendimiento, cobran muchísima importancia las acciones con los otros, la negociación de significados, la construcción conjunta de saberes, donde **la diversidad es un concepto normalizado y una oportunidad, donde todos tienen palabra, donde existe inclusión.** Así, se valoran las potencialidades y capacidades de cada uno. Esta mirada implica la participación activa y el aprendizaje colaborativo.

> **La inclusión es una experiencia situada. No puede desvincularse del contexto donde se desarrolla, pues debe tener en cuenta el análisis de las diferentes variables sociales. (…) La escuela inclusiva ha de ser una comunidad de aprendizaje, donde todos trabajan juntos por un fin común, por lo que el**

> **trabajo colaborativo se convierte en un elemento central.** (Marchesi, Blanco & Hernández, 2014, pp. 50, 59. La negrilla es nuestra).

Ángel Alsina –incluimos su nombre se pila por su fácil confusión con Claudi Alsina, al que nos referiremos a continuación- y Planas (2008), en su libro *Matemática Inclusiva*, recogen las palabras de Dewey y su preocupación por la cuestión de escuela e inclusión. Para este autor, **el mejor recurso de un aula es su heterogeneidad**, mejor cuanto más diversa, dado el valor de la aportación desde sus diferentes bagajes. Estos autores apuestan por unas matemáticas comprensibles y accesibles para todos los alumnos y alumnas propiciando su implicación, para ello, se ha de tener en cuenta la **dimensión cultural de las matemáticas**, y tener en cuenta los contextos culturales de los que procede el alumnado dejando lugar al pensamiento divergente, a las diferentes interpretaciones, y abriendo el currículo a esta interculturalidad de las matemáticas (que parece no se encuentra en ningún currículo oficial de ningún país). Además, apuestan por unas matemáticas que requieren de las cuestiones de base del pensamiento crítico, la manipulación, el juego y la atención a la diversidad, para lograr una educación matemática de calidad.

Desde una perspectiva inclusiva de la educación, se respetan y valoran como positivas -como oportunidades- la diversidad y las diferencias personales y culturales. Cada niño y cada niña son singulares, únicos, con diferentes intereses, capacidades, motivaciones, y ello está dentro de lo normal, no son anomalías ni suponen dificultades sino oportunidades que enriquecen los procesos de aprendizaje (Blanco, en Peralta & Hernández, 2012). En este sentido se expresarán la NAEYC y el NCTM en su artículo *Matemáticas en Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición*:

> En matemáticas, como en cualquier área de conocimiento, **resulta beneficioso para los alumnos que haya varias formas diferentes de entender un mismo concepto**. Basarse en los puntos fuertes y en el estilo de aprendizaje de cada niño hace que la enseñanza y el currículo de matemáticas sean más efectivos. (2013, pp. 5. La negrilla es nuestra).

Entre los principios del Consejo de profesores de matemáticas de EE.UU. (NCTM), aparece como el primero de ellos, el que se refiere a la ***equidad***, por el que la excelencia matemática necesita de un apoyo importante y altas expectativas para todos los alumnos y alumnas por igual. Desde su perspectiva, para **lograr una educación matemática de calidad en la EI**, entre otros aspectos, se deberían "integrar las matemáticas con otras actividades y otras actividades con las matemáticas" (pp. 4). Esto es, el aprendizaje, también el que se refiere a matemáticas, debe ser **situado**. Desde esta perspectiva de la cognición situada, el aprendizaje involucra el pensamiento, la afectividad y la acción, en un proceso de apropiación cultural que va transformando las formas de comprensión y participación de los niños y las niñas en una actividad conjunta (Baquero, 2002, en Díaz, 2003). El aprendizaje se construirá con sentido, comprendiendo su ámbito de aplicación y su importancia en estas y otras situaciones escolares o para la vida diaria:

> **Aprender a transferir o aplicar conocimientos, estrategias y actitudes de un contexto a otro y buscar relaciones entre ellos** (aunque sean intuitivamente distantes), es un proceso que hay que enseñar, ya que por lo general, no se aprende en forma espontánea. Por supuesto que cuanto más alejado está el contexto de la enseñanza del de la transferencia, más costoso será este proceso. La búsqueda de analogías y generalizaciones entre situaciones y formas de solución, el uso de distintas estrategias para un mismo problema, el descubrimiento de aplicaciones de un mismo concepto o estrategia en contextos diferentes, el relacionar lo que se conoce informalmente y lo que se trata en la clase, son recursos para enseñar a transferir. (Bressan, Bogisic & Crego, 2000. La negrilla es nuestra).

Para estas autoras, en la clase de matemática serán fundamentales los problemas abiertos -que admitan diversas formas de solución y diferentes respuestas- y el trabajo desde proyectos -en los que los alumnos y las alumnas adquieren competencias metodológicas-. Estas formas de encarar el ámbito matemático en las aulas forman parte de las que se han denominado *estrategias de enseñanza situada*:

- Aprendizaje centrado en la solución de problemas auténticos: situaciones reales, o simuladas pero vinculadas al ámbito de conocimiento. En ellas, los niños y niñas deben analizar la situación y construir alternativas para sus solución;
- Análisis de casos (case method): en forma de narrativas en torno a problemas de la vida real;
- Método de proyectos: desde los que los alumnos y las alumnas investigan activamente, construyen y analizan información acerca del objetivo de la tarea, alrededor de actividades experienciales;
- Prácticas situadas o aprendizaje in situ en escenarios reales;
- Aprendizaje en el servicio a la comunidad (service learning): en situaciones de la vida real en sus propias comunidades extendiendo el aprendizaje más allá de las aulas;
- Trabajo en equipos cooperativos: aporta, entre otros aspectos, oportunidades de reflexionar juntos a los compañeros y las compañeras;
- Ejercicios, demostraciones y simulaciones situadas;
- Aprendizaje mediado por las nuevas tecnologías de la información y comunicación (NTIC). (Díaz, 2003)

La cognición situada pues, se trata de un aprendizaje activo desde experiencias auténticas, significativas y motivantes que fomentan el pensamiento crítico a partir del diálogo y la cooperación en grupo, donde el docente culturiza a los alumnos y alumnas generando o recogiendo situaciones problema relevantes, y los sostiene mediante un andamiaje. Aprender y hacer serán cuestiones inseparables. Desde esta perspectiva, el aprendizaje es una construcción social del conocimiento desde la intersubjetividad, confrontación y reflexión a partir de la resolución de problemas contextualizados, en escenarios situados, en los que el alumno/a se autorregula y el grupo se corregula en el proceso de trabajo. (Vargas, 2006).

Esta mirada acerca del aprendizaje situado, se relaciona directamente con las perspectivas de cultura matemática y enfoque realista. Desde la perspectiva cultural, interesa articular el currículo en matemáticas alrededor de la cultura. Bishop encabezará la corriente de *enculturación matemática* y D´Ambrosio aportará el término de *etnomatemática*. Desde estas miradas, se pretende abordar este ámbito de igual manera que el ser humano ha hecho a lo largo de la historia, para acercar el trabajo escolar a la cultura matemática. Conocer esta historia puede ayudar a comprender las dificultades que se les presentan a los niños y las niñas, paralelamente a los que ha tenido la humanidad a lo largo de la historia. Para Jareño (2012), no hay que descuidar en el ámbito de las matemáticas la relación entre éstas, quienes las han desarrollado y sus porqués, ya que forma parte de la propia cultura, así como evidenciar las matemáticas que se hace invisibles, ocultas, abstractas. Así, propone abordar en el aula cuestiones como:

- Conectar las matemáticas con otras áreas del conocimiento (arte, literatura, deporte…);
- extraer las matemáticas que aparecen en los diferentes medios de comunicación (noticias, cine, publicidad…);
- conocer las biografías y aportes de matemáticos y matemáticas importantes a lo largo de la historia, humanizándolas[1];
- encontrar las resoluciones de situaciones reales que dieron lugar a los diversos teoremas; y
- Descubrir el origen y la utilidad de herramientas comunes tales como el calendario, metro, sistemas de numeración, calculadoras, algoritmos de cálculo, etc.

Para este autor, es básico acercar las matemáticas desde actividades situadas, contextualizadas:

> Es muy difícil posibilitar el acceso a nuestro alumnado a la cultura matemática si trabajamos siempre con unas matemáticas descontextualizadas. Deberíamos **plantear problemas o investigar situaciones con contexto, que desvelen la matemática oculta, que conecten con el entorno, que descubran las matemáticas de las ciencias,**

[1] Aprovechamos para subrayar la conveniencia de abordar estas cuestiones desde una perspectiva coeducativa, utilizando las numerosas páginas y blogs de internet que muestran los logros de mujeres matemáticas a lo largo de la historia, toda la historia, la masculina y la femenina. La experiencia como docente me ha colocado de frente a cuestionamientos de los niños y niñas de Educación Infantil, como el siguiente: "Profe, ¿no hay mujeres astrónomas?", en el desarrollo del proyecto de *El Espacio* indagando acerca de Ptolomeo, Copérnico, Galilei, etc. Lo que se sucedió a esta pregunta fue de una riqueza maravillosa.

> **de la tecnología, del arte.** Y para hacerlo, los primeros que tenemos que cambiar la mirada somos nosotros, educadores y educadoras. Si nosotros no descubrimos las matemáticas que hay a nuestro alrededor, no se las podremos mostrar a los demás. (Jareño, 2012, pp. 55. La negrilla es nuestra).

Cuatro son las corrientes más representativas en cuanto a **posturas socioculturales de la educación matemática**: enculturación matemática, etnomatemática, educación matemática crítica y teoría cultural de la objetivación. Inherentes a todas ellas están las siguientes concepciones: las matemáticas son un producto de la actividad social y cultural, la existencia de pensamientos matemáticos diversificados, más allá de los postulados occidentales (cuestión que hace reflexionar acerca de la inclusión no sólo en las aulas sino a nivel intercultural), así como que las dificultades de aprendizaje y enseñanza de esta área no son consustanciales únicamente aspectos cognitivos y metodológicos (Blanco, 2012). Para Bishop (1999), representante principal de la corriente de la *enculturación matemática*, las matemáticas son un producto natural, cultural. Para este autor, actividades matemáticas que realizan todas las culturas son: contar, medir, diseñar, orientarse, jugar y explicar. En el *explicar* aparecen cuestiones acerca de definir, representar, argumentar, que ya vimos en puntos anteriores cuando abordábamos el ámbito matemático desde el lenguaje y la pragmática, bajo el paraguas de un enfoque comunicativo. Acerca del *juego* trataremos posteriormente, por sus importantes conexiones con lo matemático. De otra parte, será muy importante para el docente conocer la cultura matemática que traen sus alumnos y alumnas, la de fuera del entorno escolar, relacionándola con su vida (Bishop, en Blanco & Parra, 2009). Así, "un currículo dirigido al desarrollo de técnicas no puede educar. Solo puede instruir y adiestrar" (Bishop, 1991, pp.26), en lugar de admitir el papel dinámico del alumno y la alumna, que va construyendo su conocimiento cultural desde su experiencia al interactuar con otras personas que atesoran ideas, conocimientos de esa cultura. La enculturación matemática iniciará en símbolos y conceptos de la cultura matemática, respetando a los niños y niñas, y también a la propia cultura. La *etnomatemática* por su parte -término acuñado por D´Ambrosio (1997)-, indaga acerca del pensamiento matemático de los diferentes grupos culturales y de las personas en determinados oficios con la idea de partir de ellos en ámbitos escolares. Estudia la relación entre las matemáticas y la cultura, tiene que ver con el cómo las ideas matemáticas se desarrollan en las personas y, así, diferentes culturas tienen ideas diferentes. En la *Educación matemática crítica* es inherente, a diferencia de las demás perspectivas, un enfoque sociopolítico en el cual la educación matemática se orienta a la adquisición de competencias matemáticas, tecnológicas y reflexivas para formar ciudadanos capaces de analizar situaciones sociales de inequidad, desigualdad, etc. Para Radford (2006, pp. 113), representante de la *teoría cultural de la objetivación*, "el aprendizaje no consiste en construir o reconstruir un conocimiento. Se trata de dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el alumno en su cultura. La adquisición del saber es un proceso de elaboración activa de significados", en aulas en las que se establezcan **comunidades de aprendizaje** y en las que se valoren los conocimientos que los niños y niñas traen de su vida cotidiana y familiar (Blanco, 2012).

Por otra parte, el Enfoque Realista de la Educación Matemática (ERM, también denominado Educación Matemática Realista –EMR-), del que Freudhental es el padre, subraya también la importancia de **las matemáticas como actividad humana**, vinculándolas a la realidad, y esta actividad produce como resultado las matemáticas. Llevado a las aulas, consistiría en emular, de alguna manera, el proceso que el ser humano ha seguido a lo largo de la historia. Desde esta perspectiva, **se admiten las estrategias informales de resolución como anticipación de procedimientos más formales**, en procesos de re-invención de las matemáticas y de modelización (proceso de describir en términos matemáticos un fenómeno real, obteniendo resultados matemáticos e interpretando desde ellos la situación real), a partir de situaciones reales para progresar gradualmente a niveles superiores de abstracción. A este proceso lo denominarán ***matematización*** (Gómez-Chacón & Maestre, 2007). Este concepto implica **traducir los problemas del mundo real al matemático**. Hay dos tipos de matematizaciones: horizontal –de la realidad a los símbolos- y vertical –el movimiento en el mundo de los símbolos- (Freudhental, 1991, en Gómez-Chacón). La matematización horizontal comporta actividades tales como identificar las matemáticas que son importantes para resolver una situación, representar ésta de una manera diferente, relacionar los lenguajes natural, simbólico y formal, encontrar regularidades en el problema y relacionarlo con otros problemas, traducir la cuestión al modelo matemático y utilizar las herramientas adecuadas. Un proceso de matematización vertical consiste en hacer uso de diferentes modelos y representaciones, ajustarlos y combinarlos, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones, argumentar y generalizar. Así, "la matematización horizontal y vertical ocurre para desarrollar conceptos básicos de las Matemáticas o de la lengua matemática formal" (Gómez-Chacón & Mestre, 2007, pp. 3). En lo que se refiere a la **matematización en los primeros años**, Freudhental afirma:

> **(…) La educación matemática de los niños debe apuntar a matematizar la realidad de todos los días.** Los niños no pueden matematizar la matemática, ya que, en un principio, no hay objetos matemáticos que sean de su experiencia real. Además, matematizar objetos disciplinares de la realidad también familiariza a los alumnos con una aproximación matemática a las situaciones de la vida cotidiana. (Gravemeijer & Teruel, 2000. La negrilla es nuestra).

Por otro lado, Freudhental aboga por lo que él llama "matemáticas para todos" en el currículo común. Se manifiesta firmemente a favor de que los estudiantes con diferentes niveles de habilidad deben estar juntos y trabajar desde el mismo marco curricular en grupos heterogéneos de aprendizaje. De alguna manera, **este autor habla en términos de inclusión**.

La propuesta de Freudhental es inversa (y la critica) al concepto de ***Transposición Didáctica*** del francés Chevallard (1991), para el que el punto de partida serán los conocimientos matemáticos de los expertos. Freudhental rechaza el abordaje deductivo. Sin embargo, este concepto ha sido útil a la didáctica de las matemáticas, y por ello tomada por otros ámbitos del saber, en tanto que los conceptos que llegan a las aulas han sufrido tantas adaptaciones para enseñarse que están desnaturalizadas, es decir, alejadas de la matemática original por la que se crearon. Por ello, este autor cuestionará este paso del *saber sabio* al *saber enseñado*, desde una vigilancia epistemológica.

Desde nuestro punto de vista, en realidad ambas no son tan contrapuestas sino más bien complementarias. Por un lado, se nos antoja necesario el trabajo de salir al encuentro de las matemáticas de la vida, porque se desvela su sentido y origen, y en tanto sirven de herramienta a situaciones cotidianas y al desarrollo cognitivo de las personas inmersas en un contexto específico. No debe perderse este sentido en ninguna de las etapas de la escolarización. Pero por otra parte, vigilar que en el abordaje de las matemáticas que se trabajan no se genera una distancia insalvable entre los conceptos en su origen y los enseñados, es también importante, para que no se produzca el aprendizaje de una pseudomatemática. En este sentido, una de las propuestas metodológicas de Jareño (2012) de acercarse a la historia de las matemáticas y de los matemáticos, así como a la de los problemas del ámbito matemático que han dado lugar a axiomas y teoremas, abarcaría ambos enfoques complementariamente. Es decir, no se trataría de adaptar los conocimientos matemáticos originales a la escuela y enseñarlos de forma instruccional, sino de que la escuela alcanzara esos conocimientos desde un trabajo de búsqueda conjunto de ellos en la realidad, para más tarde definirlos matemáticamente.

Alsina (2004; 2007) habla acerca del **realismo en la educación matemática** y critica, de forma elocuente, la tendencia hacia el uso de problemas aparentemente realistas, artificiosos (normalmente extraídos de libros de texto) alejados de la realidad y de la vida cotidiana. Se trata de realidad falseadas, o inusuales, caducadas en cuanto al interés que suscitan, o pertenecientes a culturas alejadas, acerca de hechos no observables, o con realidades no adecuadas a la edad y circunstancias de los estudiantes, o bien realidades inventadas, ficticias. En su lugar, defiende las situaciones matemáticas para interpretar y modelizar la realidad, que sorprendan y emocionen (trataremos acerca de las implicaciones afectivas de las matemáticas en apartados posteriores). Por ello, de acuerdo con Freudhental, Alsina explica lo siguiente:

> Entenderemos por matematización el proceso de trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, debiéndose realizar dicho trabajo en dos direcciones opuestas: **a partir del contexto** deben crearse esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas..., y trabajando entonces matemáticamente hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben **volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado**. (Alsina, 2007, pp. 91. La negrilla es nuestra)

De la misma manera, apuesta por la importancia de la modelización, siendo fundamental para saber estructurar el contexto, matematizar, interpretar lo obtenido tras la matematización, revisar el modelo, y, si fuera necesario, modificarlo, etc., para después volver a los conceptos, a las abstracciones, a las formalizaciones y generalizaciones. Este autor ha generado unas tablas con los tipos de problemas *más negativos* correspondientes a realidades evitables. Por otra parte, presenta diez problemas que considera ejemplares porque representan los postulados por los que aboga (Alsina, 2007). Pero para Alsina, no es suficiente con prestar atención a la realidad y atender a los procesos de modelización, sino también a la afectividad de los alumnos y alumnas, al entorno social y a las propias posibilidades del docente, el cual debe motivar e interesar al alumnado, haciendo de ellos buenas personas. De alguna manera, ello entronca también con una visión socio-política.

En cualquier caso, subyace a todas estas perspectivas la necesidad de que entren en las aulas modelos que acerquen el trabajo escolar y la cultura matemática en aras de acercar al alumnado la matemática real, contextualizada (Jareño, 2012). Existen, además, diversas investigaciones que avalan la efectividad del aprendizaje matemático en contextos de la vida real y en grupos heterogéneos (cuestión ésta cercana a la inclusividad), entre otros los que se exponen a continuación: Terwel, en sus estudios acerca de grupos cooperativos y constructivismo, 1990, 1999; Hoeck, en su tesis doctoral acerca de los grupos cooperativos, 1998; y Roelofs y Terwel, en su estudio sobre el constructivismo y sus implicaciones en el currículo, 1999 (mencionados en Gravemeijer & Teruel, 2000).

Por último, y como curiosidad, la investigadora generó, en el verano de 2013, una *alerta de google* con las palabras “cultura matemática”. A través de esta herramienta, cada vez que se publica en internet un artículo con estas palabras se envía un correo a la persona que lo solicitó con el enlace del artículo. Desde entonces se han publicado más de 100 artículos acerca del tema, desde todos los ámbitos de la sociedad, no solo los escolares, preocupándose por el aprendizaje, la enseñanza, las aplicaciones en distintos ámbitos laborales (abogacía, por ejemplo), doméstico, entrevistas a matemáticos, reseñas de eventos relacionados, las matemáticas desde los primeros años, etc. Cierto es que, no siempre, bajo la premisa de cultura matemática, se trata efectivamente de ella en los términos en los que nos hemos venido manejando hasta el momento en este encuadre acerca de la cuestión matemática, pero nos permite entrever la preocupación social acerca de las cuestiones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y la tendencia hacia la cognición situada.

En el marco educativo, hay cierta predisposición a celebrar cada vez más eventos escolares con la participación de diversas instituciones. Como ejemplo de ello, en junio de 2015 se celebró en Alcobendas la conmemoración del experimento del griego Eratóstenes, que a partir de la medición de una sombra, la estimación de un distancia y unos cuantos cálculos, determinó el radio de la tierra con una exactitud pasmosa. Alumnos y alumnas españoles, en paralelo a otros de diversos países con los que luego se comunicaban vía internet para comparar procesos y resultados, emularon dicho descubrimiento. En dicho encuentro, participaron varios institutos de educación secundaria, el ICMAT (centro mixto del Consejo Superior de Investigaciones Científicas –CSIC-) y tres universidades de Madrid: la Universidad Autónoma, la Universidad Carlos III y la Universidad Complutense.

Hemos analizado, en este punto, perspectivas que ponían el acento en la cognición situada y en los nexos que ella tiene en el ámbito matemático escolar. Nos centramos ahora, en ese entorno para analizar qué implicaciones afectivas tienen las matemáticas.

2.2.3.- LA RELACIÓN DE LA DIMENSIÓN EMOCIONAL EN EL APRENDIZAJE: AFECTIVIDAD, EMOCIONES Y MATEMÁTICAS

> *También nosotros, profesorado de matemáticas, tenemos derecho a hablar de ideales, y de amor y de vida, y de futuro y de colores, y de horizontes y de estrellas. Nosotros no somos únicamente los portavoces de axiomas indiscutibles y verdades racionales. Nosotros somos apasionados por las matemáticas y por compartir esta pasión con los demás. Nosotros creamos ilusión y estímulo, sorpresa y alegría desde la generosidad de nuestro decidido amor por el progreso y la formación de las personas. La matemática rigurosa se enseña con la mente,* ***la matemática hermosa se enseña con el corazón.***
>
> (Claudi Alsina, 2012)

> *El siglo XXI nos ha traído una nueva forma de ver la realidad más diversa sobre el funcionamiento de las personas y estamos tomando conciencia de forma lenta, aunque progresiva, de la necesidad de que la educación de los aspectos emocionales y sociales sean atendidos y apoyados por la familia, pero también de forma explícita por la escuela y la sociedad.*
>
> (Fernández-Berrocal & Ruiz, 2008)

En la actualidad, se perfila un paradigma educativo que apunta claramente hacia la educación emocional, entre sus características esenciales, hacia la potenciación de la inteligencia emocional en tanto que la interacción entre emoción y razón está estrechamente relacionada con un desarrollo cognitivo equilibrado: “todo concepto emocional/afectivo carece de fronteras definidas, el ser humano es una unidad psicosomática, en que todo está interconectado, en su base bioquímica, fisiológica, cerebral y, lo que es más importante aún, mental, verbal y afectiva" (López, 2009). Esta visión, está estrechamente relacionada con un enfoque sistémico al que ya se hacía alusión en el capítulo I (véase apartado 1.5., p. 48). López promueve la idea de un desarrollo integral de los niños y niñas en la escuela, más allá de la comprobada relación que demuestra su correlación con el rendimiento. Ahora bien, se hace innegable esta relación de las emociones con el aprendizaje, y dicha cuestión, ha formado parte de las preocupaciones del ser humano a lo largo de la historia. Así, Sócrates ya aludía a la necesidad de un autoconocimiento personal, y Platón a cómo afectan las emociones a la razón en su obra "La República". Efectivamente, las emociones influyen en el aprendizaje, y lo estimularán o no en función de la calidad de las mismas, positivas o negativas (Quintana, 2009).

En relación con el objeto de estudio, cabe señalar, la generalizada aversión que manifiestan, tanto adultos/as como niños/as en edad de escolaridad obligatoria, hacia el ámbito matemático, con el que se relacionan con ansiedad, sentimientos de fracaso y sensación de que se trata de un tema de gran dificultad, o bien, con emoción y tremendo agrado. En todo caso, lo que parece evidente es que se trata de un tema que evoca, en primera instancia, emociones (Gómez-Chacón, 1997). Como ejemplo de ello, conocidos matemáticos expresan, desde este marco de los afectos, que "no son alienígenas", como dice el matemático peruano Helfgot (2015) que, tras 271 años sin resolución, ha logrado descifrar la conjetura débil de Goldbach.

Se aborda esta cuestión desde dos perspectivas. Por un lado, los factores afectivos del profesorado tienen demostrada influencia en sus alumnos y alumnas. Por otra parte, el tema suscita emociones entre el propio alumnado y tiene consecuencias en sus logros.

Respecto de la relación entre emoción y cognición se ha escrito mucho, tanto para expresar su independencia como su estrecha relación. En nuestro caso, nos adherimos, como ya expresamos en el capítulo I, a una perspectiva socio-cognitivo-emocional en tanto que entendemos que el sujeto que siente es el mismo que aprende (D´Angelo, 1996). Para las corrientes vygotskyanas, el aprendizaje ocurre socialmente, y el desarrollo de las emociones y los afectos también ocurre en sociedad, en el contacto con el otro, al principio con las personas que prodigan cuidados al niño/a (la madre, por ejemplo) para irse después ampliando el círculo, y a partir de estas interacciones, se reconstruye el mundo. Actualmente, existe una mayoría de consenso en afirmar que los aspectos motivacionales y cognitivos deben ser tenidos en cuenta de forma conjunta, y desde ellos, el contexto en el que están inmersos los sujetos. Así, el neurocientífico Aldana asegura que **recordamos con más intensidad aquello que hemos aprendido implicando a nuestras sensaciones y emociones**. **Cuando se involucran las emociones comunicando a otros el rendimiento aumenta**, se trata de un **trabajo interactivo, un aprendizaje cooperativo y colaborativo**, del que ya hemos venido hablando en puntos anteriores (Aldana, 2013). Esta autor dará mucha importancia a la necesidad de **motivar** al alumnado para que sean capaces de mantener la atención y sientan menos fatiga. Por otra parte, recomienda, a partir de los resultados de las encuestas a estudiantes por el Centro De Orientación Integral (D´Alfonso, en Aldana, 2013), que el docente muestre pasión por lo que hace. De ahí la importancia que le dábamos a las emociones de los profesores/as al comienzo de este punto. Entre los factores que ejercen su influencia en el proceso de aprendizaje del cerebro, el emocional resulta clave, así, las emociones repercuten en el aprendizaje.

En esta línea se expresa Gómez-Chacón (2000) para la que se hace fundamental, en aras de establecer un desarrollo adecuado de los aspectos emocionales y afectivos respecto de las matemáticas en el aula, abordar este área desde situaciones "que posibiliten el descubrimiento y la liberación de creencias limitativas del alumnado, la incorporación de experiencias vitales así como la estimación de la emoción y el afecto como vehículos del conocimiento matemático" (en Caballero & Blanco, 2007, pp.5), esto es, desde el punto de vista que se aborda en la presente memoria, a partir de la implicación emocional en situaciones contextualizadas que empoderen al alumnado y le devuelvan una imagen de capacidad.

Guzmán (2001) expresa hasta nueve veces, en su artículo "Tendencias actuales de la matemática", la relación de *placer* que debe generarse en el aula en torno a las matemáticas:

> Se intenta también, a través de diversos medios, que los estudiantes perciban el sentimiento estético, el placer lúdico que la matemática es capaz de proporcionar, a fin de involucrarlos en ella de un modo más hondamente personal y humano. (p. 10)
>
> La teoría, así concebida, resulta llena de sentido, plenamente motivada y mucho más fácilmente asimilable. Su aplicación a la resolución de los problemas, que en un principio aparecían como objetivos inalcanzables, puede llegar a ser una verdadera fuente de satisfacción y placer intelectual, de asombro ante el poder del pensamiento matemático eficaz y de una fuerte atracción hacia la matemática. (p. 11)

Así, para este autor, presentar el ámbito de las matemáticas desde la perspectiva del gusto y las emociones positivas, genera ventajas incuestionables: "actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento, adquisición de procesos válidos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido...." (p. 13).

Claudi Alsina (2012) establecerá una necesaria relación entre emociones y sentimientos positivos y la enseñanza matemática, titulando el artículo a tal efecto "La matemática hermosa se enseña con el corazón". Desde el mismo, recalca la inseparable interacción entre la inteligencia racional y la emocional, y la necesidad de fomentar las emociones positivas en el marco de la educación matemática. Para ello, apuesta por una enseñanza matemática desde la sorpresa: ante la belleza de la matemática, la genialidad de las argumentaciones, los problemas, las soluciones inesperadas, las conexiones con otras áreas o conceptos, etc. Así, se expresa en términos de alegría y diversión dentro de las aulas generadas por diferentes dinámicas de clase, uso de materiales atractivos y lúdicos así como tecnológicos, diversas formas de presentación de los temas, elección de problemas interesantes, etc. Aboga, así mismo, por generar contextos de autoconfianza en los alumnos y alumnas, promoviendo esquemas repetitivos que aporten la seguridad del alcance del éxito en numerosas ocasiones, las propias verificaciones que constatan la adecuación de los resultados, la evaluación global por la que los alumnos y alumnas conocen que los resultados no están ligados exclusivamente a los exámenes eliminando la sensación de que todo lo que se hace en el aula es susceptible de ser evaluado (en términos de puntuación, no de aprendizaje), y la necesaria colaboración desde el trabajo en equipo. Por otra parte, Alsina subraya la necesidad de un ambiente cordial en las aulas, que genere seguridad emocional, y el establecimiento de mecanismos que favorezcan la satisfacción en las mismas: provenientes del trabajo bien hecho y del entendimiento de la materia. En esta línea se expresa cuando conjuga los términos de matemáticas y amor, así, explica la necesidad de que el docente sienta pasión por la materia y por sus alumnos y alumnas, por las personas y las situaciones que hay en ellos y ellas, favoreciendo unas relaciones que rompan con lo tradicionalmente institucionalizado, y cómo es posible “amar” aquello que se conoce, refiriéndose entonces a la matemática en sí. Asegura que, de esta forma, se puede influir en el futuro, en tanto que los alumnos y alumnas así enseñados entraran en el mundo adulto desde el recuerdo de unas matemáticas positivas, que influenciarán a las futuras generaciones desde el entusiasmo hacia unas matemáticas “vivas, que no son algoritmos sino formas de ver y entender el mundo…matemáticamente”. Por tanto, Alsina también remarca la necesidad de centrarse en esta matemática activa en las escuelas sobre la deriva de las legislaciones y programaciones oficiales. Desde la presente memoria, se hace un especial hincapié a esta perspectiva global, holística, que aporta Alsina sobre la matemática, extrapolable a la educación en general.

McLeod (1989b) se centra en tres descriptores básicos del dominio afectivo en matemáticas:

- Creencias (conscientes e inconscientes): acerca de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje, sobre uno mismo –autoconcepto como predictor para el rendimiento respecto a las mismas en función de las expectativas de autoeficacia-, y las suscitadas por el contexto social;
- Actitudes: referidas a las impresiones que el alumnado tiene respecto de la utilidad de las matemáticas, la confianza en sí mismo/a para su abordaje, las representaciones que sobre el tema tiene la familia y el profesorado, y la ansiedad como componente emocional;
- Emociones: como respuestas afectivas a las creencias y actitudes.

Mandler (1989a, en Gil, Blanco & Guerrero, 2005), explica en su *teoría de la discrepancia* las respuestas afectivas que derivan de la relación entre las creencias de los alumnos/as y el abordaje de la resolución de problemas. Resulta especialmente interesante a la presente investigación en tanto que describe las reacciones emocionales del alumnado derivadas de la discrepancia entre sus expectativas y experiencias respecto de la resolución de problemas y la instrucción en el aula. Mandler propone pues, acercarse a estos componentes para trabajar el afecto en la resolución de problemas, ya que

> permite comprender que el estudio de la emoción no está restringido a escenarios simples (tareas de procesamiento, errores, reacción emocional y vuelta a la tarea), sino que este análisis permite también comprender qué está ocurriendo en escenarios de la vida real, por ejemplo, cuando una persona está involucrada en una tarea, comete errores y, en vez de intentarlo de nuevo, abandona y entra sin darse cuenta en fantasías de su propia incompetencia (autocompasión, mecanismos de defensa). (Gil, Blanco & Guerrero, 2005)

Guerrero y Blanco (2004) explicitan esta relación entre las emociones y los afectos, y la resolución de problemas. Así, establecen una relación directa entre estos aspectos y el rendimiento en matemáticas.

Atendiendo a lo expuesto, la investigadora reflexiona acerca del carácter preventivo que la etapa de EI puede ejercer respecto a las respuestas emocionales que la cuestión suscita en el alumnado, proponiendo un abordaje temprano de la resolución de problemas de índole matemático contextualizado, situado, funcional a los ojos de los niños y las niñas, y con una fuerte implicación emocional por su parte que movilice sus intenciones de resolución. Junto con Suárez (2013), tal y como se recoge en su estudio, la presente investigación se posiciona en la idea de que:

> Cuando el aprendizaje es fruto de la interacción y el estudiante tiene la oportunidad de ser partícipe de la construcción de su conocimiento, los conceptos matemáticos se dan de forma natural producto de la negociación de significados (…). De esta manera el estudiante empieza a hallar sentido en lo que hace y piensa y su actitud frente a la matemática puede verse de una manera diferente a la que genera temor, rechazo y desinterés, que en algunos casos aparece debido a la desconexión de la matemática con el mundo real del alumno. (pp. 10)

Para esta autora, a la luz de los resultados de la investigación que llevó a cabo, el aprendizaje de la matemática a partir de prácticas de interacción, argumentación y discusión, el trabajo en grupo, las preguntas intencionadas del docente, la formulación de conjeturas, cuestionamientos y reelaboraciones con los otros/as desde el acuerdo, evidencian cambios motivacionales en el alumnado respecto a la matemática, y muestran un abordaje de la materia desde la confianza de quien puede manifestarse libremente y preguntar, percibiéndola como algo cercano a su mundo. Otro aspecto muy importante a destacar, es que los resultados obtenidos con la puesta en práctica de estas prácticas evidencian que el alumnado de las escuelas se posiciona frente a los problemas utilizando la **creatividad, el ingenio y la experiencia**. Desde la investigación que se describe en la presente memoria, se considera que estos aspectos son claves para el desarrollo del pensamiento matemático.

Sin embargo, parece que los docentes emplean en muchas ocasiones un único modelo comunicativo con los alumnos y alumnas, más centrado en la exposición de contenidos unidireccional y la resolución de ejercicios tipificados en los que se "aplican" esos contenidos, poniendo pues, el peso en los procesos matemáticos "enseñados" sobre el fomento de las estrategias personales (Suárez 2013; Mellado, Blanco, Borrachero & Cárdenas, 2012). Por tanto, puesto que el constructo de creencias y percepciones que de la materia tiene el profesorado ejerce una influencia directa sobre los alumnos y las alumnas, se recapacita acerca de la necesidad de la formación permanente de los docentes.

Desde el estudio llevado a cabo en 2007 por Caballero A. y Blanco, L., se pone de manifiesto como los factores afectivos de los docentes y sus actitudes y creencias ejercen una gran influencia en los alumnos y alumnas y, en consecuencia, en sus logros. Además de ello, son los docentes, en definitiva, los que asumen en el aula qué elementos del currículo van a desarrollar y cómo, desde el marco que genera su propia experiencia y formación –como alumno/a y como maestro/a- (Goñi, 2011, en Mellado, Blanco, Borrachero & Cárdenas, 2012). Numerosos/as autores/as que se definen en esta línea, hacen especial hincapié en que todas estas creencias y concepciones quedan reflejadas en los estilos de evaluación de las matemáticas que adopta el profesorado en el aula (Prieto y Contreras, 2008; Brown y Remesal, 2012; Giménez, 1997; Castro et. Al, 2009; en Mellado, Blanco, Borrachero & Cárdenas, 2012). Así, las prácticas evaluativas de los docentes ofrecen una visión acerca de sus perspectivas alrededor de las matemáticas, y, por otra parte, informan al alumnado de las cuestiones que son consideradas como relevantes para éstos.

En este sentido, las concepciones de los docentes acerca del error y los procesos de aprendizaje de los niños y niñas, son definitorias de las prácticas que se llevan a cabo en el aula.

2.2.4. EL ERROR Y LOS PROCESOS DE APRENDIZAJE

Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de manera errónea es mejor que no pensar.
(Hipatia)

La interpretación que del concepto de *error* se ha venido realizando en educación está estrechamente ligada a la influencia de paradigmas procedentes de la pedagogía y de la psicología, y se ha visto también supeditado a los objetivos y estilos organizativos del currículo de matemáticas (Rico, 1995). En la escuela se ha asociado, en muchas ocasiones, el error a lo que los niños y niñas no saben, y ha dominado la idea de que, cuando saben, no aparecen los errores. Así, se explica el error como falta de conocimiento (Panizza, 2003). Estas concepciones están estrechamente ligadas a lo que se exponía en el apartado anterior acerca de las emociones del alumnado que tienen lugar en torno al ámbito matemático escolar, y a las creencias de los docentes respecto de este área. Como se expuso anteriormente, las prácticas evaluativas de los profesores/as reflejan las cuestiones en las que ponen el acento, los aspectos a los que confieren mayor relevancia, y, por tanto, sus creencias acerca de la educación matemática (y de la educación en general). Tradicionalmente, se ha privilegiado la ejecución de ejercicios de aplicación de los contenidos matemáticos y su posterior corrección por parte del adulto, en posesión de la verdad.

Sin embargo, el error puede entenderse como un proceso en el aprendizaje, como parte del mismo, como una oportunidad de evolución. Esto es, el *error fecundo* de Popper (1979), que ya apuntaba hacia una concepción del mismo en este sentido:

> El avance del conocimiento, afirma, consiste en la modificación del conocimiento anterior, a partir de someter a prueba las afirmaciones tenidas por verdaderas hasta el momento; **la observación, el razonamiento y la intuición** tienen, como función fundamental, contribuir al examen crítico de las conjeturas. Esta postura confiere al **error el status de parte constituyente del proceso de adquisición del conocimiento**: es intrínseco a nuestro modo de conocer, así como lo es la crítica permanente para detectarlo. (En Del Puerto, Minnard y Seminara, 2004. La negrilla es nuestra)

Se interpreta, así, el error como inherente al proceso de construcción y conceptualización del ámbito matemático. Desde este punto de vista, el docente acompaña al niño/a en sus aprendizajes respetando sus saberes, afianzando su autonomía, esperando los errores en este proceso de adquisición de los conocimientos matemáticos como propios de la adquisición del sistema. En este sentido, se hace necesario, en una primera instancia, revisar los criterios e intenciones con los que el profesorado evalúa:

> Un seguimiento evaluativo de los avances y las transformaciones que al respecto evidencian los niños, permitirá actuar en la ZDP de cada uno utilizando estrategias de enseñanza que generen conflictos cognitivos y que signifiquen un desafío interesante para ellos. (D´Angelo & Oliva, 2003, p.36)

En esta línea, González Lemmi (2005) propone instalar en las aulas una “cultura de revisión”, como instrumento de aprendizaje, como técnica didáctica y no como instrumento de control, modificando las actitudes de docentes y alumnado, devolviendo a estos últimos la responsabilidad de su propio aprendizaje, implicándolos de manera activa. El profesor/a invita a los niños y niñas a revisar activamente sus procesos o producciones con la intención de que sean ellos/ellas mismos/as los que reflexionen sobre la validez de los mismos y de sus resultados, tanto si son correctos como si no, y no únicamente cuando aparezcan equivocaciones:

> En la enseñanza tradicional, después de la resolución del problema, el alumno accede a la corrección individual por parte del maestro. El alumno resuelve y, luego del tiempo necesario para que el maestro corrija, recibe una valoración de su producción con conceptos que pueden variar entre "muy bien", "regular", "rehacer", etc. Pero, ¿qué información le da al alumno la corrección en relación a su resolución? ¿Cómo hace para distinguir si se equivocó en el procedimiento que eligió para resolver el problema o si lo que está mal es el resultado que obtuvo? La ilusión que está detrás de este tipo de prácticas es suponer que el alumno por el solo hecho de observar lo producido, va a poder modificar su acción. (Ressia, 2003, en González Lemmi, 2005, p.45)

En este sentido, pretender que los niños y niñas aprendan desde la valoración del adulto sólo por el hecho de observar que sus producciones no son iguales a las que propone el maestro/a, está muy lejos de la eficacia que promueve la movilización intelectual del alumno/a y deniega toda la responsabilidad sobre el propio aprendizaje, convirtiendo a los niños y niñas en dependientes del adulto.

González Lemmi (2005) y Paolone (2009) apuestan por las resoluciones de problemas de carácter grupal, en las que pequeños grupos de trabajo buscan resoluciones conjuntas, las comprueban, corrigen los diversos aportes de sus miembros desde los argumentos, confrontando, colaborando, interaccionando y construyendo juntos sus propios saberes. La restitución de la corrección al alumnado facilita que éste traslade lo aprendido a otras situaciones y no únicamente a la que la suscitó, sin embargo, cuando la responsabilidad recae sobre el profesorado, la corrección solo tiene utilidad a esa circunstancia en particular (Quaranta, 2003, en González Lemmi, 2005). Desde esta perspectiva, se privilegia la comunicación de los procesos y los resultados empleados en la resolución de problemas matemáticos desde el papel del docente que acompaña en la búsqueda de procedimientos cada vez más ajustados y que no penaliza el error sino que lo pone al servicio de la reflexión como motor de aprendizaje. El alumnado, desde este marco, reconoce sus logros y sus errores como formas de mejorar su resolución retroalimentando su propio proceso de aprendizaje.

Desde esta devolución de la responsabilidad al alumnado, Malaspina (2005) expresa que las personas con menos formación matemática recurren de forma natural y exitosa al ensayo y error, a partir de la intuición. Para ello explica la anécdota en la que presentó un problema de matemáticas a profesorado de éste área y a familiares de los alumnos/as, en la que observó como "el tanteo inteligente de los últimos" resultó ser, en este caso, más eficaz que los recursos matemáticos. Desde esta escena, reflexiona sobre la importancia que debe darse en la escuela al desarrollo de la intuición científica y matemática:

> Es muy importante darles tiempo para que **busquen sus propios métodos de solución de problemas y estimular su creatividad y sus iniciativas**. Espero que los lectores no piensen que estoy en contra del

> uso de las herramientas matemáticas. Lo importante es no desligar las herramientas de la intuición y aprovechar más las potencialidades que dan las herramientas. (Malaspina, 2005. La negrilla es nuestra)

Así, se construye el conocimiento a través de las situaciones susceptibles de ser resueltas matemáticamente, y no a la inversa, en las que se necesitaba dominar el conocimiento para ejercitarlo posteriormente en ellas. El docente adopta el desafío de favorecer que el alumnado encuentre sus propios caminos de resolución, aceptando y tolerando el error, a partir de propuestas diversas y nuevas situaciones en las que reutilizar lo aprendido y fortalecerlo (Paolone, 2009). Panizza expone los saberes necesarios que ha de dominar el maestro/a para que los alumnos/as construyan el conocimiento matemático con sentido:

- "Saberes relativos al edificio matemático;
- Saberes relativos al aprendizaje;
- Saberes didácticos".
  (Panizza, en Paolone, 2009, pp.73)

Esta autora pone el acento en que, de la misma manera que el alumno/a construye su propio aprendizaje en la interacción con el otro a partir de procesos de confrontación y reflexión desde el diálogo, así ha de aprender también el maestro/a a construir su propio conocimiento en la acción. Propone pues, que el docente haga el esfuerzo de cambiar la mirada y oriente las prácticas hacia las estrategias de enseñanza expuestas para poder ir familiarizándose con la interpretación del error, el diagnóstico de las concepciones que presentan los niños y niñas y el desarrollo de criterios que les hagan evolucionar en sus conocimientos. De esta manera, a partir de las devoluciones que recibe del alumnado, retroalimenta este proceso.

La perspectiva expuesta hasta el momento respecto de la enseñanza de la matemática y la concepción del error como oportunidad, se enmarca en un concepto que ha evolucionado desde que se expresara en la denominada la "escuela francesa de Didáctica de las Matemáticas" cuyo máximo representante es Brousseau. Este autor desarrolla en su "Teoría de las Situaciones Didácticas" la tipología de situaciones con las que los niños y niñas aprenden matemáticas:

> Toda situación que, por una parte, no puede ser dominada convenientemente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por otra parte, sanciona las decisiones del alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego (Brousseau, 1986, en Aguilar, Ciudad, Laínez & Tobaruela, 2010).

Desde esta perspectiva, los niños y niñas resuelven los problemas desde la motivación y la base de sus conocimientos previos validando por sí mismos los resultados de las elecciones que realiza. El término "sanción" utilizado por Brousseau no se asimila a "castigo" (como aclara Panizza, 2003), sino a esta otra mirada.

El concepto de error ha evolucionado desde entonces:

> En la actualidad el error es considerado parte inseparable del proceso de aprendizaje. Los investigadores en educación matemática sugieren diagnosticar y tratar seriamente los errores de los alumnos, discutir con ellos sus concepciones erróneas, y presentarles luego situaciones matemáticas que les permitan reajustar sus ideas. (Del Puerto, Minnard & Seminara, 2004)

El docente, en primera instancia, y los sistemas educativos, desde su responsabilidad como generadores de marcos de actuación desde el estudio de los aportes que genera el campo científico en materia de educación, deben, en cualquier caso, posicionarse respecto de qué tratamiento curricular le van a dar al error, es decir, en el contexto del área de matemáticas, con qué mirada van a contemplar el error y qué valoración van a hacer del mismo. Estrechamente ligadas a estas decisiones está el conocimiento que se tenga acerca del pensamiento matemático en la infancia. Se aborda esta cuestión a continuación.

2.2.5.- PENSAMIENTO MATEMÁTICO INFANTIL EN LOS PRIMEROS AÑOS DE VIDA

Tumbado en el suelo, a mi lado, como sin hacer nada, mareando la tarde mientras yo escribo esta tesis: "Mamá, deberían haber dicho diez y uno (10 1), diez y dos (10 2), y así, en vez de ciento uno".

(Mi hijo Daniel, 6 años)

Se hace indispensable, para el objeto de estudio que nos ocupa, ahondar en el estilo de pensamiento y desarrollo del mismo que en torno a lo matemático tiene lugar en los primeros años de vida del niño. La pregunta acerca de si los niños comienzan su trayectoria escolar con un bagaje previo de conocimientos matemáticos significativos, ya se la plantea Baroody (1988) como fundamental para abordar después la enseñanza de las matemáticas en la escuela. Es decir, parece incuestionable que cuánto mayor conocimiento se tenga de cómo se desarrolla el pensamiento matemático en la infancia, más ajustadas serán las actuaciones que posteriormente se llevarán a cabo en la escuela.

Así pues, cabe reflexionar respecto a si existe un pensamiento matemático en los primeros años de vida del niño. En este sentido, las investigaciones acerca de cómo los niños acceden al conocimiento numérico, han sido arduas, generándose un caudal de teorías acerca de la relación entre pensamiento y aprendizaje matemáticos en los primeros años, tal como se relaciona a continuación.

Para iniciar este recorrido, se retoma el señalamiento que al respecto se aborda al inicio del presente trabajo respecto a la generación del aprendizaje a través de dos grandes corrientes teóricas ciertamente diversificadas: la naturaleza y la adquisición del conocimiento por un lado, la teoría de la absorción y por otro la teoría cognitiva. En lo que respecta al aprendizaje de las matemáticas, la teoría de la absorción afirma que los alumnos, cuando ingresan en el entorno escolar, lo harán sin conocimiento previo alguno, cual tabula rasa, y en cualquier caso, los conocimientos adquiridos supondrán un inconveniente para el trabajo de una matemática de carácter formal. Sin embargo, las investigaciones de corte cognitivo, sostienen que el niño/a, durante los años previos a su escolarización, ha tenido un amplio desarrollo respecto del pensamiento matemático basado en experiencias concretas: "(…) antes de empezar la escolarización formal, la mayoría de los niños adquiere unos conocimientos considerables sobre contar, el número y la aritmética. Además, este conocimiento adquirido de manera informal actúa como fundamento para la comprensión y el dominio de las matemáticas impartidas en la escuela" (Baroody, 1988, pp.34).

En este sentido, Fischbein (1987) afirma, en su obra acerca de la intuición en matemáticas y ciencias, que "la fuente básica del conocimiento intuitivo es la experiencia acumulada por una persona en condiciones relativamente constantes" (p.85). También en esta oportunidad se señalan, como fuentes de aprendizaje, la propia experiencia y las realidades vividas.

Por su parte, la posición asumida por Ruiz Higueras (2005) señala que "los aprendizajes previos de los alumnos se deben tener en cuenta para construir los nuevos conocimientos, ya que éstos no se producen a partir de la nada, su elaboración está sometida a adaptaciones, rupturas y reestructuraciones, a veces radicales, de los conocimientos anteriores". Ruiz Higueras (2005), retomando a Bachelard y Brousseau, enfatiza esta idea afirmando que "aprendemos a partir de y también en contra de lo que ya sabemos. Los nuevos conocimientos no pueden hacerse más que modificando los precedentes y no por la simple acumulación de los últimos sobre los ya existentes" (p. 23).

Así, se registran los aportes de un número importante de autores que reconocen la existencia y dan valor a esos conocimientos que se han denominado en muchas ocasiones *previos* como base enriquecedora para los que posteriormente se trabajarán en las aulas. En esta línea, Paolone expresará que " los alumnos disponen de conocimientos que, aun siendo incompletos o poco eficientes, les permiten resolver una serie de situaciones que conducen, en el marco de ciertas condiciones, a la adquisición de conocimientos más avanzados" (Paolone, 2009).

Pero, ¿cómo se construyen esos conocimientos, ese pensamiento matemático?

Para Piaget, el individuo construye el conocimiento de la realidad apoyándose en los esquemas cognitivos y conceptuales que ya posee. Como resultado de este proceso, sus esquemas cognitivos se reconstruyen. Piaget hará una diferenciación entre tres tipos de conocimiento atendiendo a su origen y a su reestructuración: conocimiento físico, conocimiento lógico matemático, y conocimiento social. Las fuentes del conocimiento físico y social, serán externas, a partir de una realidad, no así con el conocimiento lógico-matemático, en el que será el propio sujeto el que vaya construyendo relaciones mentales. Así, el niño irá construyendo el concepto de número en función de las relaciones mentales que previamente haya creado con los objetos. Como expresará Kamii (1982), la diferencia entre unos objetos y otros "es una relación creada mentalmente por el sujeto".

De esta manera, el origen del conocimiento lógico-matemático es interno. Esta concepción del conocimiento llevó al entorno educativo a la creencia de que su papel fundamental debía ser el de desarrollar las capacidades cognitivas que conducían a la conceptualización del número, siendo pues el principal propósito de la educación desarrollar las estructuras lógico-matemáticas.

Piaget distinguirá una serie de momentos por los que el niño ha de pasar en su construcción del conocimiento lógico-matemático (en Castro, Olmo & Castro, 2002):

- Período sensoriomotor (0-2 años): se caracteriza por la manipulación de objetos y la percepción y exploración de sus propiedades;
- Período preoperacional (2-7 años): se presenta un conocimiento fundamentalmente de carácter intuitivo a partir de sus percepciones y de sus experiencias. Está conformado por dos subetapas:
    - Preconceptual o simbólica (2-4 años): el razonamiento está enmarcado por la percepción parcial del concepto así como por asociar al mismo cuestiones que pueden tener o no que ver con él;
    - Intuitiva (4 a 7 años): se caracteriza por la influencia que tienen en el pensamiento del niño/a las percepciones inmediatas y sus propias experiencias.
- Período de las operaciones concretas (de 7 a 11 años): en esta etapa aparece la capacidad de pensamiento reversible -puede revertir mentalmente una operación-, la noción de conservación -por la que niños y niñas entienden que las cualidades físicas de los objetos permanecen constantes, a pesar de que se den transformaciones o cambios-, y las operaciones lógicas -por las que aparece la capacidad de clasificación y seriación-. Se caracteriza por el razonamiento inductivo a partir de inferencias y por el descentramiento del pensamiento, por el que se es capaz de tener en cuenta múltiples aspectos a la hora de resolver un problema.
- Período de las operaciones formales (desde los 11 años en adelante): aparece la utilización lógica de símbolos relacionados con los conceptos abstractos, a partir de razonamientos de carácter hipotético-deductivo. Surge en este punto la metacognición, o capacidad de reflexionar sobre los propios pensamientos y sus procesos.

Para Vygotsky, sin embargo, la adquisición de las diferentes conceptualizaciones se llevará a cabo a partir de procesos sociales comunicativos. Al contrario que Piaget, para el que el conocimiento se construía de forma individual, este autor habla de una *coconstrucción* entre las personas en su interacción social. Así, los procesos mentales de resolución de problemas y de la planificación tienen un origen social. El niño/a nace con unas habilidades fundamentales (atención, percepción, memoria) y mediante la interacción con los pares y con adultos estas habilidades se transforman en funciones mentales superiores. Éstas, entonces, se manifiestan en el ámbito social (funciones interpsicológicas), y, después en el individual, en el interior del/la propio/a niño/a (intrapsicológicas). Para Vygotsky, los sistemas simbólico y numérico son herramientas psicológicas que, en tanto culturales, se transmiten al alumnado por medio de las interacciones sociales, y después "moldean" su mente. En un primer momento, las personas dependen de los otros/as para, posteriormente y a través de la internalización, adquirir la facultad de actuar por sí mismas y asumir la responsabilidad en esta actuación. En este desarrollo del pensamiento matemático, el *discurso egocéntrico* (interno) ejerce un papel fundamental puesto que lleva al niño/a hacia la autorregulación, la capacidad de planear y guiar su propio pensamiento, y hacia la resolución de problemas (Rafael, 2007).

Ambas miradas, las procedentes de las líneas piagetianas y las enmarcadas en la perspectiva vygotskyana, pueden parecer contrarias, siendo, en realidad, complementarias. Tal y como expresa D´Angelo (2001), Piaget detalla las posibilidades del desarrollo cognitivo del niño/a en cada una de las etapas, y Vygotsky las potencialidades que el lenguaje, en tanto herramienta cultural, ofrece al pensamiento. Así:

> El contacto con el lenguaje matemático por sí mismo no garantiza que el niño/a comprenda las relaciones lógicas que subyacen. Así como, que la exclusiva utilización de las representaciones numéricas acorde al nivel de desarrollo lógico alcanzado (por ejemplo, trabajar sólo con las pequeñas cantidades que creemos que comprende o realizar actividades pre-numéricas, esencialmente clasificaciones y seriaciones, hasta que desarrolle conceptualizaciones numéricas) desaprovecha parte del conocimiento simbólico que los niños/as traen de su hogar y de su entorno, al tiempo que, por no considerar la zona de desarrollo próximo de cada niño/a, limita la potencial ampliación del repertorio de relaciones lógicas. (p.132)

Brissaud (1993, en D´Angelo, 2001), pone en duda, a partir de las evidencias de diversas investigaciones, el sincronismo entre la conservación numérica, inclusión y seriación al que aludiría Piaget, en tanto el niño/a antes de los 10-11 años puede construir el concepto de número sin tener necesariamente que ser simultaneo a la adquisición de las operaciones de clasificación y seriación. Así, aparecen como fundamentales las prácticas socio-culturales del sistema numérico. Las investigaciones realizadas en torno a los conocimientos tempranos del niño en el área matemática afirman que ya desde los seis meses se puede observar en el niño cierto interés por lo numérico y reconocimiento intuitivo de algunas cantidades (Starkey & Cooper, 1980, en Baroody, 1988, p.41). Lago, Rodríguez, Escudero y Dopico (2012), recogen las investigaciones que se han llevado a cabo en esta línea acerca de las competencias numéricas tempranas, haciendo un recorrido exhaustivo por un número significativo de ellas. En este sentido, expresan que:

> En el marco de los estudios sobre la comprensión del número, el conteo se ha ido situando progresivamente en un primer plano a lo largo de las últimas tres décadas. El consenso alcanzado respecto a que es uno de los pilares de la construcción de las nociones numéricas y aritméticas contrasta con la visión de Piaget y Szeminska (1941), según la cual la construcción del número depende de la construcción de la lógica. (p.44)

Para Fernández Bravo (2005), el pensamiento lógico-matemático se alcanza con el desarrollo de las capacidades de observación (enfocada a la percepción de propiedades y las relaciones que se establecen entre ellas), la imaginación (por lo que implica en la variada búsqueda de soluciones a un problema), la intuición y el razonamiento lógico (logrado a partir de las diversas inferencias). Así mismo, este autor relaciona estas capacidades con las premisas que ya expusiera Vergnaud para alcanzar la conceptualización matemática:

- “Relación material con los objetos;
- Relación con los conjuntos de objetos;
- Medición de los conjuntos en tanto al número de elementos;
- Representación del número a través de un nombre con el que se identifica” (Vergnaud, 1991, en Fernández, 2005, p.4).

Se observan con especial interés desde la presente investigación, los aportes relacionados con la intuición, la creatividad, y la búsqueda de métodos de resolución de problemas expresados por del Puerto, Minnard y Seminara (2004), Siemens (2004), Fernández Bravo (2005), Malaspina (2005), y Robinson (2015) –entre otros autores/as- en tanto la relación que tienen estas cuestiones con el desarrollo del pensamiento matemático del niño/a y la necesaria traducción en prácticas de enseñanza respetuosas y favorecedoras de estos aspectos.

Por último, no se puede comprender el desarrollo del pensamiento matemático infantil sin abordar concretamente cómo se adquiere el concepto de número en la infancia. Se desarrolla a continuación.

2.2.6.- EL DESARROLLO DEL CONCEPTO DE NÚMERO A LO LARGO DE LA HISTORIA Y SU RELACIÓN CON EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DEL NIÑO

Desde el primer día de la creación ya surgieron los números. Pues en dicho día separó Dios la luz de las tinieblas, dejando, en consecuencia, "dos" cosas sobre el Universo, y como producto secundario, resultó también creado el número "dos", ¡el primer número! Ciertamente, no hubo entonces ser humano que pudiera darse cuenta de ello, y, por otra parte, hubiese sido necesario un alto grado de abstracción para ver frente a la luz y la oscuridad la duplicidad del "par de objetos". No; los primeros números "visibles" no aparecieron hasta que no hubo grandes conjuntos de cosas iguales: hombres, frutos, estrellas o monos. Aun así, los números debieron esperar bastante para ser descubiertos.

(Paul Karlson, 1960)

Las matemáticas han estado presentes a lo largo de prácticamente toda la historia de la humanidad. El análisis del desarrollo de los sistemas de numeración o del lenguaje algebraico a lo largo de esta historia permite comprender lo que ha costado al ser humano desarrollarlos (a lo largo de miles de años), y entender así, mejor, el proceso que siguen niños y niñas en su adquisición (Jareño, 2012; Kline, 1998, en Lizarzaburu y Zapata, 2001). Bishop (1999), afirma que "las matemáticas son un fenómeno pancultural: es decir, existen en todas las culturas".

Desde los comienzos, la humanidad ha necesitado registrar cantidades de objetos concretos, y no sólo cantidades pequeñas de fácil estimación, sino grandes cantidades para las que se ha visto impelido a construir sistemas que dieran salida a estas necesidades. Bishop expresa que todas las culturas han desarrollado seis actividades matemáticas comunes: contar, medir, diseñar, orientarse, jugar y explicar (Jareño, 2012). Así, "el acto de contar como las ideas numéricas son construcciones universales" (Bishop, 1999, p.46). Ya en la pre-historia, aparecen registros (marcas en diferentes materiales, nudos, piedras, etc.) basados en la equivalencia y las relaciones biunívocas (la coordinabilidad entre conjuntos) de tal manera que hombres y mujeres eran capaces de llevar un control sin tener aún desarrollado el concepto de número. Uno de los registros más significativos es el *hueso de Ishango* (descubierto en el área africana que lleva su nombre), y, en España, se encuentran como ejemplo de ello, en la zona de Salamanca, las *tarjas*, palos usados hasta el siglo pasado en los que se realizaban marcas para llevar la cuenta del dinero debido. A partir de ello, las grandes cantidades abocaron a la necesidad de realizar agrupamientos a partir de símbolos, nuestras actuales *bases* (los antiguos babilonios usaron el 60 como base, por las 12 falanges de una mano y los 5 dedos de la otra –los vestigios de aquel sistema se observan en las actuales docenas, o la medida del tiempo en 12 horas-, los indígenas mayas el 20 –por los dedos de las manos y de los pies-, o nuestro sistema índigo-arábigo, la base 10). Cada civilización, cada cultura, origina un sistema de numeración en relación a sus necesidades, que les permiten representar datos numéricos. Mayas, aztecas, egipcios, sumerios o romanos, por ejemplo, desarrollaron sistemas aditivos, no-posicionales, en los que cada símbolo tiene un valor absoluto que se suma para obtener la cantidad total. En los sistemas de numeración posicionales, sin embargo, el valor de un dígito depende tanto del símbolo utilizado (su valor absoluto), como de la posición que ocupa en el número. Este es el sistema numérico que utilizamos en la actualidad, originado en la India (aproximadamente en el siglo VI) y difundido por los árabes, cuyo potencial radica, también, en la invención del cero (alcanzado igualmente por otras culturas, como el pueblo maya) y en la versatilidad que supone poder calcular y representar cantidades, a partir de un mismo sistema (con los sistemas no posicionales se requería el uso de ábacos, por ejemplo) (Baroody, 1988; Lerner y Sadovsky, 1994; Carbó & Gracia, 2001).

Atendiendo a esta evolución, Baroody (1988) y Lerner y Sadovsky (1994), entre otros autores, reconocen en el desarrollo matemático infantil un gran paralelismo con el que ha conformado la humanidad a partir de "necesidades prácticas y experiencias concretas" (Baroody, 1988, p. 41). Así mismo, observan cómo contar ayuda a comprender el sentido del número: "contar es la base sobre la que hemos edificados los sistemas numérico y aritmético, de papel tan esencial en nuestra civilización avanzada. A su vez, el desarrollo de contar, está íntimamente ligado a nuestros diez dedos" (p.35). Baroody cita a Dantzig (1954) para expresar la importancia y la necesidad del desarrollo del cálculo a partir del uso de los dedos, práctica muy denostada, sin embargo, en el ámbito escolar:

> Contar con los dedos es el trampolín que permite superar las limitaciones de nuestro sentido numérico natural. Donde los antropólogos no han encontrado señales del empleo de los dedos para contar, la percepción del número es muy limitada. (Baroody, 1988, p.36).

Por otra parte, en la historia de la matemática se muestra como la matemática exacta o formal tiene lugar como consecuencia de métodos y formulaciones informales e intuitivas que al cabo se comprueban a partir de pruebas deductivas rigurosas. Desde esta mirada, Baroody (1988) da especial importancia a la matemática informal del niño/a sobre la base de la cual se construirá la matemática formal.

A partir de los indicios perceptivos y de la experiencia concreta los niños y niñas pequeños comienzan a construir conceptos como la magnitud relativa. Por ello, al principio les resulta costosa la conservación de la cantidad ya que no mantienen las relaciones de equivalencia (Piaget, 1965), y ésta se adquirirá de forma progresiva en función de las cantidades –un mismo niño/a presenta la conservación de la cantidad para cifras bajas y no para otras mayores, por ejemplo- (Kamii, 1985). Sin embargo, esta etapa se ve superada cuando encuentran que este conocimiento intuitivo es insuficiente para encarar tareas de índole cuantitativa, por lo que se ven impelidos a numerar y contar, como sistemas más fiables. Este conteo inicial se basa también en un conocimiento intuitivo pero, en su uso, va conformando el concepto de número y proporcionando la base para una aritmética elemental. En resumen, "el descubrimiento de la serie numérica y el concepto de número se desarrollan en forma gradual y espiralada. Este desarrollo se va complejizando, lo cual provoca una mayor comprensión del número" (D´Angelo, 2001, p. 133). Estas cuestiones llevan a Baroody (1988) a exponer las implicaciones educativas que se derivan: por una parte, la necesidad de partir de la matemática informal de niños y niñas como base para acceder a una matemática de carácter formal, y, por otro lado, comprender que, cuando se introduce la matemática formal sin atender al conocimiento informal de los niños/as, suelen producirse aprendizajes memorísticos, problemas en la adquisición de conceptos matemáticos, y emociones y afectos negativos –como se trató en puntos anteriores-. Se hace especialmente relevante contar con sentido, utilizando la serie numérica en situaciones comunicativas reales y funcionales.

Retomando los estudios de Baroody respecto de la comprensión del sentido del número y su adquisición en la infancia, Oliva y D´Angelo (1995, en Sainz y Argos, 2001) llevan a cabo una investigación para sistematizar las estructuras del pensamiento infantil respecto de la cuantificación de objetos *(¿Cuántos objetos hay?)* concluyendo el siguiente proceso:

- Primera estructura. Hipótesis de ausencia de enumeración de objetos: los niños y niñas no enumeran los objetos, y, si utilizan los números, no lo hacen con la función de cuantificación, la cual aún no han descubierto;
- Segunda estructura. Hipótesis de enumeración de la cantidad: Enumeran los objetos haciendo uso de la serie numérica (de forma correcta o no), pero para cuantificar, necesitan retomar el conteo no pudiendo expresar el total de la colección con el último número resultante de ese conteo;
- Tercer estructura. Hipótesis de valor cardinal: Los niños y niñas son capaces de enumerar los objetos haciendo uso de la serie numérica (de forma correcta o no) y de cuantificarla a partir de la expresión de un único cardinal, independientemente de si coincide con el número real de objetos o no. Aún no aparece el concepto de inclusión;
- Cuarta estructura. Hipótesis de cuenta cardinal: son capaces de contar utilizando la serie numérica y de cardinalizar una colección -utilizando un valor cardinal para cuantificar una colección con la conceptualización de la inclusión jerárquica-.

Este estudio abarca las perspectivas de la expresión oral así como de la escrita, la de carácter notacional, en la cual se profundiza en el siguiente apartado.

2.2.7- ESTUDIOS SOBRE LA EVOLUCIÓN DE LOS PROCESOS INFANTILES DE ADQUISICIÓN DE LA NOTACIÓN ESCRITA CONVENCIONAL DEL SISTEMA NUMÉRICO

Al lenguaje corresponde la escritura. Sólo ella podía transferir al futuro el encanto de la palabra sonora. Ésta procura al mismo tiempo orden, evidencia y claridad. Pero así como el hombre logró relativamente pronto encontrar una escritura que produjese adecuadamente su lenguaje, bien fuera ésta una escritura ideográfica, como la jeroglífica, o una escritura literal, como la nuestra, ***necesitó, en cambio, tiempo y tiempo para captar de forma apropiada el tan aparentemente ordenado reino de los números.***

(Paul Karlson, 1960)

El sistema de numeración escrito es el producto de una construcción sociocultural, arbitraria, que se ha ido conformando según las necesidades de representación y operación que la humanidad iba encontrando. Es por tanto, un sistema complejo en tanto que no es perceptible; las marcas notacionales, la escritura de los números, son producto de una representación convencional, representan un concepto con el que no guardan una relación que pueda ser intuida perceptivamente. El sistema de numeración decimal está compuesto por diez signos que se combinan entre sí, está organizado en base 10 –cada dígito equivale a diez unidades del orden anterior a él- y es, además, posicional, ocupando cada cifra un valor diferentes dependiendo del lugar que ocupe. Además de ello, se escribe de izquierda a derecha –las cifras mayores a la izquierda y las menores a la derecha-, y posee el cero con valor absoluto y con valor posicional. Por otra parte, el valor de cada dígito según la posición que ocupa corresponde a las potencias sucesivas del 10 (10^4 será 10000), por lo que no se representan los principios multiplicativos y aditivos de forma de forma evidente sino que han de ser inferidos. Así, el sistema de numeración reviste una gran complejidad en tanto que todas estas reglas no son explícitas para los niños y niñas sino todo lo contrario. Atendiendo a la relación entre la numeración hablado y escrita, se observa que dependiendo del idioma se encuentran sistemas orales más o menos transparentes o regulares (el japonés es muy transparente, y en el francés, por ejemplo, aparecen los principios multiplicativos inherentes al nombre de los números). En castellano, la primera dificultad que los niños y niñas encuentran es que, aunque el sistema de numeración escrita es posicional, el oral no lo es, las cifras se nombran en función de la posición que ocupan, de la potencia que representan (Dos mil cuatrocientos treinta y siete, y no dos cuatro tres siete), y por otro lado, la regularidad del sistema escrito no parece en el oral (once, doce, trece, catorce, quince…, o la nominación aditiva de las decenas -cuarenta y seis- no sirve para números mayores –cuatrocientos treinta y seis-). Sin embargo, numerosas investigaciones apuntan a la importancia de la numeración hablada para acceder al sistema escrito, especialmente para el aprendizaje del conteo y para la escritura de los números de dos cifras. Se hace fundamental conocer y tener en cuenta todas estas cuestiones para el abordaje de la enseñanza y el aprendizaje del sistema escrito del número (Ressia, 2013), y, por tanto, asumir que:

> En la medida en que los niños se enfrenten, en una diversidad de contextos, a producir e interpretar números escritos aun cuando desconozcan sus formas convencionales, en situaciones que requieran estas tareas, serán llevados a utilizar, ampliar y modificar un conjunto de relaciones entre los números que les permitirán comenzar a atrapar de manera paulatina aspectos vinculados con las posibles representaciones. (p. 65)

Esto es, "del uso a la reflexión y de la reflexión a la búsqueda de regularidades" (Lerner y Sadovsky, 1994, p. 141) Estas autoras realizan una interesantísima investigación s(1994) en torno a la cuestión de la apropiación del sistema de numeración escrito desde la perspectiva de que el análisis de las regularidades es imprescindible para la adquisición de las leyes del sistema, ahora bien, sin acotar por niveles educativos las cantidades a trabajar en las aulas sino trabajando desde el comienzo con "diferentes intervalos de la serie" (p. 141), en tanto que se favorecerán la comparaciones de números compuestos por diferente cantidad de cifras y se elaboraran de conclusiones que irán acercando progresivamente a la escritura convencional. Para estas autoras el abordaje en las aulas pasa por proponer situaciones que permitan descubrir la organización de este sistema a partir de situaciones vinculadas con **la relación de orden de los números** (comparando números, produciendo e interpretando escrituras numéricas, buscando regularidades), y también con **las operaciones aritméticas** (resolviendo operaciones, confrontando procedimientos, reflexionando sobre las operaciones mismas, sus leyes), siempre desde la asunción de que coexistirán en el aula -y aún en el mismo/a niño/a- diferentes conceptualizaciones del sistema, y observándose esta diversidad como una oportunidad de progreso para cada uno/a de los/as alumnos/as y del grupo de niños y niñas del aula.

Respecto de las representaciones infantiles sobre las notaciones numéricas -atendiendo a estas relaciones de orden del sistema numérico decimal que expresan Lerner y Sadovsky-, existen diferentes investigaciones. En el estudio presentado por Cañellas y Rassetto (2013) recogen una representación de las mismas a partir de las categorizaciones que de los registros infantiles se obtienen:

- Sastre y Moreno (1980): dibujo sin ninguna relación con el número; dibujos o esquemas en correspondencia biunívoca con cada uno de los objetos; tantas cifras como objetos, grafismo correcto;
- Sinclair, Siegrist y Sinclair (1982): representación global de la cantidad; representación de la clase de objetos; correspondencia uno a uno sin numerales; correspondencia uno a uno con numerales; solo el valor del cardinal y valor cardinal y clase de objetos;
- Hughes (1987): representaciones idiosincrásicas; pictográficas; icónicas; simbólicas;

- Brissiaud (1993): representaciones analógicas de las cantidades (colecciones de muestra); números convencionales;
- Aglio y Martini (1995): imagen-garabato; dibujo de objetos; signos; dibujo de los dedos de la mano; símbolos numéricos personales, símbolos numéricos convencionales; numerales convencionales. (p. 93)

A partir de estos estudios y de los resultados de su propia investigación, estas autoras construyen las siguientes categorías:

- Respuestas idiosincrásicas: los niños y niñas realizan marcas en el papel de las que no se puede inferir significado;
- Respuestas pictográficas: realizan dibujos que tratan de representar en mayor o menor medida los objetos cuantificados, repitiendo tantos como necesiten representar;
- Respuestas icónicas: simbolizan cada uno de los objetos que necesitan ser representados a partir de símbolos o iconos propios.;
- Respuestas usando el símbolo numérico:
    - Repetición de un mismo símbolo numérico: utilizan la grafía del número que corresponde al cardinal que representa una colección, tantas veces como la cantidad de objetos a los que representa (3 3 3, por ejemplo);
    - Escritura de la serie numérica ordenada: representan la colección a través de la escritura de la serie numérica desde 1 (normalmente) hasta el cardinal que expresa el total de dicha colección (1 2 3 4, para una colección de 4 objetos);
    - Escritura del símbolo y su representación icónica: representan la colección por la doble vía de la escritura del cardinal que la designa y a partir de tantos iconos como los que la presenta;
- Respuestas simbólico-convencionales:
    - Uso del símbolo de manera convencional: escriben el cardinal que representa una colección (5);
    - Notaciones mixtas: escriben el cardinal que designa una colección así como expresan de qué se conforma esta colección, bien a partir de palabras o de dibujos (5 COCHES).

Retomando la investigación de Oliva y D´Angelo (1995) con la que se concluía el apartado anterior, se observa que la representación oral de los niños y niñas es más avanzada que la escrita, ante una misma cantidad. Esto es, de la misma manera que se expresaba en el punto precedente que un/a mismo/a niño/a puede mostrar diferentes fases de la adquisición del sentido de número dependiendo de la cantidad mayor o menor del mismo, así, ante una misma cantidad, aparecen diferentes niveles de representación en tanto si se trata del sistema oral o del escrito. Se retoman las estructuras citadas en el estudio de Oliva y D´Angelo atendiendo a la expresión escrita de los niños y niñas:

- Primera estructura. Ausencia de enumeración de objetos: representa gráficamente a partir marcas, en algunos casos tratando de imitar números, pero sin enumerar los objetos;
- Segunda estructura. Enumeración de la cantidad: Utiliza marcas notacionales -ya sea del campo matemático, del lenguaje escrito o del gráfico- tantas como objetos tenga la colección;
- Tercera estructura. Valor cardinal: se representa una colección a partir de un único valor cardinal pero sin sentido de inclusión jerárquica;
- Cuarta estructura. Cuenta cardinal: representa la colección a designar con un único valor cardinal, pero con sentido de inclusión jerárquica.

Alsina (2011b, en Alsina, 2013) realizará también un estudio de la notación numérica en EI con resultados similares a los expuestos (ausencia del código simbólico, aparición de código simbólico y consolidación del mismo con números escritos convencionalmente). Este autor señala, acerca de las prácticas docentes, un aspecto apuntado ya por otros autores como Lerner y Sadovsky (1994), D´Angelo (2001), Ressia (2013), entre otros/as muchos/as:

> La práctica docente basada en dedicar buena parte del tiempo a copiar, seguir el trazo o dibujar números en Educación Infantil repercute negativamente en la alfabetización de los alumnos. (Alsina, 2013, p. 107)

Parece que, desde la escuela, pueda haberse hecho una interpretación errónea de lo que Baroody (1998) aporta respecto de la enseñanza de la escritura del número atendiendo a sus características distintivas y a un plan motriz que ayude al niño/a a darse autoinstrucciones para el trazado de los números, a partir de ejercicios grafomotores de escritura de números. En cualquier caso, se considera oportuno atender a la representación de los números como recurso funcional:

> Valoramos y ponemos por delante la preocupación de los niños por encontrar modos de representar cantidades presentes en el problema, más que la fidelidad del trazado de los números. Preferimos promover que anoten o interpreten números en una amplia variedad de situaciones que favorezcan el poner en juego las ideas que van construyendo sobre aquellos. Anotando y leyendo números en situaciones donde se preserve el sentido de estas escrituras, los niños aprenderán y practicarán el trazado de los dígitos. (Ressia, 2013, p. 74)

Respecto de cómo representan gráficamente los niños y niñas las operaciones aritméticas (se recuerda la doble función del sistema numérico decimal respecto de la posibilidad de cálculo que ofrece así como la de representación de una cantidad, en contraposición con otros sistemas de numeración, véase apartado anterior *2.2.6.- El desarrollo del concepto de número a lo largo de la historia y su relación con el pensamiento matemático del niño*), Lerner y Sadovsky (1994) recogen en su investigación una compilación de producciones infantiles al respecto que analizan detalladamente. Pese a que no construyen en esta obra una categorización exhaustiva, sus observaciones poseen un gran valor en tanto que resuelven muchas cuestiones acerca de cómo los niños y niñas van aproximándose a estas conceptualizaciones y cómo las representan cuando pueden hacerlo sin constreñirse a las pautas escolares para el cálculo. De manera similar lo presenta Ressia (2013) a partir de propuestas de problemas que permiten a los niños y niñas representar de forma gráfica la transformación de una colección. La representación a partir de signos matemáticos supone el final de un extenso proceso ligado a acciones mentales sobre las cantidades y a la apropiación de los convencionales símbolos aritméticos (Sastre y Moreno, 1985, en Ressia 2013).

En síntesis, desde el aula deben asumirse distintos niveles de conceptualización –en el grupo y también individualmente- respecto de la adquisición del sistema de numeración, oral o escrito, que se construye a lo largo de los años, independientemente de la opción metodológica que se utilice o de la secuenciación de contenidos por la que se opte. Así mismo, si se pretende ser respetuoso con las que parecen etapas psicogenéticas de adquisición del sistema, deben privilegiarse situaciones didácticas en las que se descubra de qué manera se compone este sistema así como las propiedades de la estructura numérica que simboliza. Para ello, Ressia (2013), propone **incorporar al aula de Educación Infantil problemas desde diferentes contextos en los que se hace imprescindible el uso de conocimientos numéricos**:

- "Problemas que permitan representar de manera gráfica el cardinal de una colección;
- Problemas que permitan reconocer de manera gráfica las transformaciones de una colección;
- Problemas que permitan reconocer diferentes funciones sociales de los números;
- Problemas que permitan identificar los dígitos;
- Problemas que permitan relacionar los dígitos de la cantidad a la que remiten;
- Problemas que permitan relacionar la numeración oral y la escrita al interpretar números escritos y producirlos;
- Que permitan utilizar ciertos criterios para comparar números escritos." (pp. 65-66).

A partir de ellos, los niños y niñas evolucionarán en la construcción del sistema de numeración en interacción con sus compañeros y compañeras, y con el adulto que los acompaña, de manera paulatina –no inmediata, desde "el tema dado"-.

En la construcción de este sistema, como se ha desarrollado en apartados pretéritos, juegan una especial importancia los conocimientos informales de los niños y las niñas como base de la construcción de los conocimientos formales. A continuación, se aborda esta cuestión en relación con las anticipaciones de los alumnos y alumnas de EI con respecto a los contenidos tradicionalmente reservados para la Educación Primaria.

2.2.8.- ANTICIPACIONES Y CONCEPTOS MATEMÁTICOS HISTÓRICAMENTE DESTINADOS A LA EDUCACIÓN PRIMARIA: RELACIÓN ENTRE CONOCIMIENTOS INFORMALES Y FORMALES

Desde el principio el hombre no tuvo más remedio que ocuparse en la matemática; calculaba, contaba y medía incluso cuando su espíritu estaba lejos de tener conciencia sobre sí mismo, y ni siquiera había aparecido el primer concepto sobre la Tierra (…). Pero, sin embargo, ya se iba preparando la base: de un modo activo y operante el hombre fue adquiriendo sus conocimientos de las formas matemáticas y de las relaciones cuantitativas; ***las conoció mucho antes de aprender a denominarlas y de pensarlas conscientemente.***

(Paul Karlson, 1960)

Se retoman en este punto, cuestiones que han venido siendo señaladas en apartados precedentes respecto de la relación entre los conocimientos matemáticos informales de los niños y niñas y su estrecha relación con la progresiva y paulatina construcción de los conocimientos formales y convencionales. Así, se señalaban autores que abordaban estos aspectos tales como Baroody (1988, véase apartados *2.2.1.- Niños y niñas de Educación Infantil, curiosidad e indagación*, p.80 y *2.2.6.- El desarrollo del concepto de número a lo largo de la historia y su relación con el pensamiento matemático del niño*, p.107), Fischbein (1987), D´Angelo (2001), Ruiz Higueras (2005) recogiendo los aportes de Bachelard y Brousseau, y Paolone (2009) (véase apartado *2.2.5.- Pensamiento matemático infantil en los primeros años de vida*, p.102) entre otros autores/as.

De una manera u otra, todos/as ellos/as, subrayan la importancia de los conocimientos intuitivos y perceptivos que los niños y niñas poseen, desarrollados a partir de sus propias experiencias, los cuales les sirven de base y les preparan para el acercamiento progresivo a una matemática formal. Riviére (1990) retoma los principios del enfoque cognitivo por los que, junto con Baroody (1988), expresa cómo los niños y niñas de EI no acceden a las instituciones escolares sin conocimiento alguno (contrariamente a las ideas expresadas desde la teoría de la absorción), sino que sus experiencias y la enseñanza que reciben en las aulas, se relacionan en un diálogo continuo. Así, como ya se expresó anteriormente, los niños y niñas llegan a las aulas con unos conocimientos considerables acerca del número, el conteo y la aritmética, y éstos preparan el terreno para una matemática formal. Partiendo de la información aportada en puntos anteriores, se exponen a continuación algunas consideraciones realizadas acerca del tema en los últimos años.

La NCTM (2000) vincula las prácticas informales de los alumnos y alumnas, y las matemáticas formales, conectando éstas a las matemáticas intuitivas aprendidas a partir de las experiencias. Estas prácticas informales tienen lugar desde los primeros años del niño/a, existiendo estudios que recogen indicios de ello en los primeros meses de vida (véase apartado *2.2.5.- Pensamiento matemático infantil en los primeros años de vida*, p.102, Starkey & Cooper, 1980, en Baroody, 1988; Lago, Rodríguez, Escudero y Dopico, 2012). Fernández, Gutiérrez, Gómez y Jaramillo (2004, en Alsina, 2012) suman a esta mirada la **universalidad de estos conocimientos informales**, esto es, aparecen en la infancia independientemente de la cultura o entorno socioeconómico; ahora bien, la influencia sociocultural sí parece tener relevancia en su nivel de desarrollo. Alsina (2012, 2014) propone realizar conexiones entre estas matemáticas informales y contenidos matemáticos, procesos matemáticos, otras disciplinas, y la vida cotidiana, interconectándose de manera intra e interdisciplinar. Atendiendo a este carácter informal de las matemáticas del niño/a, Alsina (2014) plantea incorporar a las prácticas de enseñanza, entre otras, situaciones que motiven al razonamiento y a la prueba:

> En las primeras edades el razonamiento es sobre todo informal y se refiere principalmente a la capacidad de explicar, argumentar o justificar las acciones realizadas y las proposiciones, mientras que la prueba implica comprobar el resultado de dichas acciones y proposiciones, más que demostrarlas o validarlas (la demostración, tal como se entiende en matemáticas corresponde a etapas posteriores). Desde este prisma, razonar y comprobar en Educación Infantil implica argumentar las afirmaciones que se hacen (con preguntas, como por ejemplo "¿por qué piensas que es verdad?"); descubrir (con preguntas, como por ejemplo "¿qué piensas que pasará ahora?"); justificar proposiciones (con preguntas, como por ejemplo "¿por qué funciona esto?"); y hacer razonamientos inductivos, basados en la propia experiencia. (p. 9-10)

Dedò (2010) afirma que este plano informal no contradice al rigor de la matemática, todo lo contrario, pertenece a una fase fundamental en el aprendizaje sin el cual éste carece de sentido:

> En Italia, el *Centro matematita* se constituyó (en 2005) como centro de investigación, precisamente partiendo de la convicción de que el problema de la comunicación y el aprendizaje informal de las Matemáticas es un punto crucial, que merece una atención especial. La constatación de la que se ha partido es el hecho de que cualquier forma de enseñanza y/o aprendizaje de las Matemáticas, si se pretende tener esperanza de éxito y sobre todo esperanza de enraizarse en el tiempo, **debe basarse en un conocimiento preestablecido que dé significado a los conceptos que poco a poco se van aprendiendo.** El aprendizaje informal no se ve, por tanto, como algo que se contrapone a un aprendizaje formalizado, sino más bien como un momento precedente, que **constituye un estadio necesario** con el fin de que el paso sucesivo tenga un sentido. (p. 47. La negrilla es nuestra)

Ramírez y De Castro (2014) desarrollan su investigación en la que, a partir de la resolución de problemas, se promueve la aplicación de estrategias informales que colaboran en la comprensión de conceptos propios de un curso superior, según el currículo, tal y como ellos mismos expresan (se refieren específicamente a la comprensión de las decenas y al descubrimiento del valor posicional de los números a partir de problemas de estructura multiplicativa):

> Desde un punto de vista curricular, hemos observado que **los niños pueden manejar conceptos matemáticos de manera informal antes de su incorporación formal en el currículo**. En nuestro trabajo, proponemos incluir tareas informales en la planificación del trabajo en el aula. (p. 62. La negrilla es nuestra)

En esta línea se expresan Sierra y Gascón (2011) cuando recogen las investigaciones realizadas en los últimos años acerca de la inclusión de contenidos en las aulas de EI que tradicionalmente se han reservado para niveles posteriores:

> En los últimos 15 años, se ha empezado a investigar con alumnos de Infantil y Primaria sobre el desarrollo de contenidos matemáticos que previamente se habían tratado sólo con alumnos de mayor edad (Secundaria), como el razonamiento multiplicativo, el álgebra, la exploración y análisis de datos y la modelización matemática.(p. 132)

Así, se observa como la importancia de los aprendizajes de carácter informal en la matemáticas formales continua considerándose como un valor imprescindible en el acceso a la matemática convencional.

Se recoge en este momento el aporte de Ramírez y De Castro (2014), y de Sierra y Gascón (2011) acerca de cómo se observa que **los niños y niñas pueden utilizar conceptos matemáticos de manera informal antes de lo que está previsto para ello en el currículo**, así como lo expresado por Rodríguez et. al (2008, en Bosch, 2012):

> En los niños de Educación Infantil, las competencias matemáticas iniciales, junto a la adquisición de la regla de cardinalidad y el conteo, implican también la capacidad de establecer relaciones entre las cantidades en términos de adicción, sustracción, multiplicación y división. Es más, **los niños de Educación Infantil no sólo tienen una amplia gama de habilidades matemáticas, sino que las utilizan de manera flexible**. (p. 26. La negrilla es nuestra)

En este contexto, Bosch también recupera, por un lado, las afirmaciones de Warfield, en las que expresa que “el conocimiento matemático de los niños es más amplio de lo que tradicionalmente se ha expresado” (Warfield, 2001, p. 161, en Bosch, p. 18), y por otro, las investigaciones acerca de la capacidad de resolución de problemas de carácter multiplicativo o divisivo en EI mucho antes de recibir una “instrucción directa” sobre ellos: Caballero, 2005; Carpenter et. Al, 1993; Clarke & Kamii, 1996; Mulligan y Mitchelmore, 1997; Murray, Olivier & Human, 1991 y 1992; Davis & Hunting, 1990; Davis & Pitketly, 1990; o Davis & Pepper, 1992.

Retomamos estas cuestiones, las cuales nos convocan a la reflexión abarcando dos perspectivas: por un lado, **la configuración de los currículos acerca del ámbito matemático en EI**, y por otro, **las capacidades que niños y niñas ponen en juego cuando se asume este área desde un planteamiento que contextualice y ofrezca sentido a los alumnos y alumnas para que se sientan impelidos a resolver -desde el trabajo colaborativo, el diálogo y la argumentación, y el respeto a la diversidad- situaciones que requieran el uso de conceptos matemáticos**. Así, recogemos los aportes del capítulo I de la presente investigación respecto del currículo español en materia de matemáticas en la etapa de EI para relacionarlos con el análisis ofrecido por Alsina (2013) en el que desgrana éste -haciendo un paralelismo entre los contenidos matemáticos establecidos y los estándares de contenido de la NCTM- y refiere, entre otras, cuestiones tales como:

> En el documento legislativo español se hace hincapié en la representación de las cantidades, aunque se obvian algunas fases imprescindibles. Mientras que en las orientaciones internacionales (CCSSI, 201 0, NCTM, 2003) se manifiesta la necesidad de comprender las diferentes formas de representar los números, en el currículum español se menciona únicamente la iniciación en el uso de la escritura para cumplir finalidades reales, sin subrayar en ningún momento que la evolución de la representación de cantidades discretas debería contemplar diferentes fases o niveles. (p. 124)

Alsina alude, en este punto, a las fases de adquisición del sistema numérico escrito descritas en el apartado anterior según diferentes autores/as, las cuales deberían conocerse por parte del profesorado y contemplarse en el desarrollo de situaciones matemáticas en el aula.

> Otro aspecto especialmente controvertido es que en las orientaciones curriculares españolas no se hace referencia a los cambios de cantidades, es decir, las operaciones aritméticas elementales de suma y resta. Si tenemos en cuenta las orientaciones internacionales, en las que se destaca la necesidad de comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras, o bien calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables, entonces las orientaciones españolas relativas al cálculo en las primeras edades son, sin duda, deficientes. (p. 125)

Este autor recoge las inquietudes de numerosos autores/as respecto de la necesidad de abordar las prácticas de enseñanza en la escuela desde situaciones significativas que promuevan los paulatinos descubrimientos y adquisiciones de los diferentes conceptos, como las transformaciones de una colección, por ejemplo.

> En términos generales, pues, las orientaciones curriculares recogen los principales aspectos a considerar en el trabajo de la medida en las primeras edades, aunque hacen poco hincapié en el proceso de medición. (p. 131)

Alsina pone de manifiesto como el currículo, en muchas ocasiones, señala los contenidos pero no el carácter procesual de su adquisición.

Son sólo algunos ejemplos de un análisis exhaustivo en el que se observa, de la misma manera que se señalaba en el capítulo I de la presente memoria, que pese a que las orientaciones curriculares apuntan hacia un enfoque globalizado e interdisciplinar, respetuoso con las posibilidades de la infancia, y cuyos aportes han supuesto un avance en materia de didáctica de las matemáticas en España, aún existe una mirada anclada en los contenidos y escasa provisión de estrategias metodológicas y fundamentación teórica que convoquen verdaderamente al profesorado a movilizar la curiosidad y la necesidad de indagación de los niños y niñas como procesos fundamentales en la construcción de las matemáticas:

> Aunque estos resultados han tenido una importante repercusión en el terreno de la investigación, sin embargo los currículos de matemáticas escolares han seguido durante mucho tiempo anclados en ideas que provienen de las estructuras matemáticas formales, así como en métodos didácticos centrados en la realización de procedimientos algorítmicos y la memorización. (Boch, 2012, p. 27)

Esto no significa que los niños y niñas puedan hacer más de lo que se ha estudiado hasta el momento, tiene que ver, sin embargo, con que **la metodología no ha respondido a su estilo de aprendizaje, no les ha enseñado desde su cerebro, "el cerebro del que aprende"** (Fernández, 2015).

Superando a Piaget -cuyas aportaciones en el ámbito del conocimiento del desarrollo cognitivo del niño/a son fundamentales-, y atendiendo a las consideraciones hechas por los diferentes autores y autoras en los puntos precedentes, la consecución de metodología que se deriva de un cambio en la mirada de los aprendizajes, conlleva a abordar el ámbito matemático a partir de propuestas significativas y contextualizadas desde el trabajo colaborativo, el fomento del diálogo y la argumentación, la validación de estrategias y resultados desde la comprobación empírica y los acuerdos del grupo, puesto que, y de forma progresiva, **los niños y niñas muestran una serie de posibilidades que no quedan recogidos en los currículos oficiales de la etapa**. En muchos aspectos, el recorrido natural que hacen los niños y niñas para construir el sistema de numeración y los conceptos matemáticos queda muy alejado de las propuestas de aula a tal efecto, produciéndose un choque entre ambas. No se trata de "adelantar" conceptos, de aumentar la calidad a partir de trabajar conceptos para los que aún no están preparados. Tampoco de "primarizar" la EI. **Se propone ampliar la mirada hacia las evidencias de las investigaciones, hacia la conjugación del cómo aprenden los niños y niñas y qué lo favorece en las aulas. Los alumnos y alumnas pueden hacer más de lo que se espera de ellos/as, si estas expectativas están relacionadas con el currículo oficial en lugar de abrir el abanico de prácticas de enseñanza**. Intuimos que éste es el contexto en el que el NCTM desarrolla, junto con la NAEYC (redactado en 2002, y actualizado en 2010), la declaración conjunta sobre matemáticas en Educación Infantil, a partir de la que "establece diez recomendaciones esenciales, basadas en la investigación, para orientar las prácticas en el aula, así como cuatro recomendaciones sobre políticas, cambios en los sistemas, y otras acciones necesarias para facilitar estas prácticas" (En Edma0-6, 2013, p. 3):

> Para lograr una educación matemática de calidad para niños de 3 a 6 años, los maestros y otros profesionales clave deberían:
>
> 1. Potenciar el interés natural de los niños en las matemáticas y su disposición a utilizarlas para dar sentido a su mundo físico y social.
>
> 2. Basarse en las experiencias y conocimientos previos de los niños, incluidos los familiares, lingüísticos, culturales, y los de su comunidad, sus aproximaciones individuales al aprendizaje, y sus conocimientos informales.
>
> 3. Fundamentar los currículos de matemáticas y las prácticas docentes en el conocimiento sobre el desarrollo cognitivo, lingüístico, físico, social y emocional, de los niños.
>
> 4. Utilizar currículos y prácticas docentes que fortalezcan los procesos infantiles de resolución de problemas y razonamiento, así como los de representación, comunicación y conexión de ideas matemáticas.
>
> 5. Asegurar que el currículo sea coherente y compatible con las relaciones y secuencias conocidas de las ideas matemáticas fundamentales.
>
> 6. Facilitar que los niños interactúen de forma continuada y profunda con las ideas matemáticas clave.
>
> 7. Integrar las matemáticas con otras actividades y otras actividades con las matemáticas.
>
> 8. Proporcionar tiempo suficiente, materiales, y apoyo del maestro para que los niños se impliquen en el juego, un contexto en el que explorar y manipular ideas matemáticas con vivo interés.
>
> 9. Introducir activamente conceptos matemáticos, métodos, y lenguaje a través de diversas experiencias y estrategias de enseñanza apropiadas.
>
> 10. Apoyar el aprendizaje de los niños mediante la evaluación continua y reflexiva del conocimiento, destrezas y estrategias de todos los niños.
>
> Para apoyar una educación matemática de calidad, las instituciones, los desarrolladores de currículos, y los responsables políticos deberían:
>
> 1. Establecer una formación inicial de maestros de educación infantil más eficaz y un desarrollo profesional continuo.
>
> 2. Colaborar en procesos para el desarrollo de sistemas bien alineados de estándares de calidad, currículo, y evaluación apropiados.

> 3. Diseñar estructuras institucionales y políticas que apoyen el aprendizaje continuo de los maestros, el trabajo en equipo y la planificación.
>
> 4. Proporcionar los recursos necesarios para que se supere cualquier obstáculo a la competencia matemática infantil en el aula, en el ámbito de la comunidad, las instituciones, y en niveles superiores. (p.4)

Para **trabajar con determinadas nociones matemáticas no es necesario tenerlas dominadas absolutamente, conocer sus definiciones, ya que cada concepto puede irse construyendo en la medida que se interactúa con él en la resolución de situaciones matemáticas**, de la misma manera que para aprender a hablar los niños y niñas hablan, aun sin saber qué es un sustantivo, un adjetivo o un verbo. Resulta contradictorio esperar a introducir determinados conceptos cuando es más constructivo que los alumnos y alumnas los utilicen para solucionar situaciones que les son significativas y funcionales, ya en la EI. Esto es, como se señaló en el apartado *2.2.6.- El desarrollo del concepto de número a lo largo de la historia y su relación con el pensamiento matemático del niño* (véase p.107), efectuar en el aula pasos similares a los históricamente producidos acerca de la construcción de conceptos a partir de las diferentes necesidades que progresivamente ha enfrentado la humanidad -lo cuáles no se han generado de manera secuenciada-, "sin aniquilar el placer de descubrir" (Guzmán, 2001, p. 11). Desde el posicionamiento epistemológico que sustenta a la presente investigación, coincidimos con Guzmán (2001) en la siguiente formulación:

> Una gran parte de los niños más jóvenes pueden ser introducidos de forma agradable en actividades y manipulaciones que constituyen el inicio razonable de un conocimiento matemático. Lo que suele suceder es que un poco más adelante **nuestro sistema no ha sabido mantener este interés y ahoga en abstracciones inmotivadas y a destiempo el desarrollo matemático del niño**. (p.19. La negrilla es nuestra)

Es en este sentido en el que se formula el titular del presente apartado; efectivamente niños y niñas de EI pueden trabajar "anticipadamente" con conceptos que curricularmente están previstos para la Educación Primaria, en su uso real y efectivo a la resolución de problemas que se les plantean como necesarios en su vida escolar y cotidiana, sin por ello tener que, necesariamente, haberlos introducido formalmente y conocer su enunciación desde la matemática formal.

2.3.- EL OBJETO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL CAMPO EDUCATIVO

Una vez recogidos los diferentes aportes teóricos en torno al objeto de estudio respecto del lenguaje y el pensamiento matemático en los niños y niñas de EI, así como de sus procesos de aprendizaje en torno al ámbito matemático, se expone a continuación un recorrido por el tratamiento de éste área, de forma más específica y completando lo mostrado hasta el momento, en el contexto educativo, tanto a nivel macro –referido a teorías, investigaciones, organizaciones…- como a nivel micro –las matemáticas en el aula, el papel del profesorado, organización de espacios y tiempos, juegos, estilos de evaluación, etc.-.

2.3.1.- INDAGACIÓN A NIVEL MACRO DEL OBJETO DE LAS MATEMÁTICAS Y EL CAMPO DE ESTUDIO

Se aborda, a continuación, un análisis acerca de la cuestión de la enseñanza de las matemáticas en las aulas, a partir de las teorías y movimientos surgidos en los últimos años, así como de las propuestas para el abordaje de este ámbito.

2.3.1.1.- TEORÍAS EN TORNO A LA CUESTIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: INVESTIGACIONES ACERCA DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL EN LOS ÚLTIMOS AÑOS

Lo más curioso es que todos aquello que estudian seriamente esta ciencia, caen en una especie de pasión. Verdaderamente, lo que más placer proporciona no es el saber, sino el estudiar; no la posesión, sino la conquista; no es estar aquí, sino el llegar allá.

(Gauss)

Los últimos diez años son clave en el desarrollo de nuevas concepciones y perspectivas en torno a la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil en España. Existen algunos estudios con anterioridad, pero, en los últimos años -tanto a nivel mundial, como en España-, ha tenido lugar un *boom* en la investigación y en la reflexión respecto de cómo enseñar y de cómo aprenden los niños y niñas de EI la matemática. Ya en 2001 Guzmán hablaba acerca de *nuevas tendencias* en educación matemática en las que se observaba un creciente interés, incluso desde la comunidad matemática, por los problemas que plantea la educación. La celebración en 2000 del Año Mundial de las Matemáticas supuso un punto de inflexión en el que se refirieron, entre otras, cuestiones acerca de la importancia de la formación inicial y permanente del profesorado. Guzmán recoge las ideas de cambio en torno al *quehacer matemático,* como lo denominara Lakatos (tesis doctoral no publicada, 1976, en Guzmán, 2001), que tienen lugar como consecuencia de la forma de entender las matemáticas de los mismos matemáticos, orientada hacia la historia de la misma y hacia su consideración desde las culturas en las cuales se origina, así como a sus aplicaciones en las mismas (Guzmán, 2001). Así, se pone el acento en una nueva mirada:

> Es necesario cuidar y cultivar la intuición en general, la manipulación operativa del espacio y de los mismos símbolos. Es preciso no abandonar la comprensión e inteligencia de lo que se hace, por supuesto, pero no debemos permitir que este esfuerzo por entender deje pasar a segundo plano los contenidos intuitivos de nuestra mente en su acercamiento a los objetos matemáticos. (Guzmán, 2001, p.8)

Guzmán recoge también la **creciente preocupación por lo afectivo y lo emocional desde este ámbito matemático** (cuestiones referidas anteriormente, véase 2.2.3.- *La relación de la dimensión emocional en el aprendizaje: afectividad, emociones y matemáticas*, p. 93) para lo que propone la humanización de la matemática a partir de estrategias que motiven e involucren a los alumnos y alumnas de un modo más personal, a partir de:

- La inculturación a través del aprendizaje activo;
- La modelización matemática de la realidad;
- La enseñanza a través de la resolución de **verdaderos** problemas;
- El conocimiento de la historia de la matemática y de los matemáticos/as más relevantes;
- El conocimiento de las aplicaciones de las matemáticas en el mundo;
- El juego como parte fundamental de la vertiente lúdica inherente a la matemática en la historia;
- La atención a la motivación del alumnado fomentando el gusto por la matemática. (Guzmán, 2001)

Todas estas cuestiones continúan teniendo especial relevancia en la actualidad. Así lo recoge Alsina (2013), el cual realiza una revisión -en el marco de la SEIEM (Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática) y, en su seno, el Grupo de Investigación IEMI (Investigación en Educación Matemática Infantil)- acerca de los estudios respecto de la educación matemática en la etapa de EI hasta el año 2012, como ya hicieran también Sierra y Gascón (2011), Godino et. al (2011), Gómez, Cañadas, Bracho, Respreto y Aristizábal (2011), Vallejo, Fernández, Torralbo y Maz (2007) o Llinares (2007). Así, Alsina reconoce el impulso de las investigaciones -especialmente a partir de 2011 como consecuencia de la creación del Grupo de Investigación IEMI-, atendiendo al contenido matemático tratado:

- La adquisición y desarrollo del pensamiento matemático infantil:

    - El conocimiento lógico-ordinal de la serie numérica, de Fernández (2002);
    - El trabajo en el aula a partir de actividades de lógica y relaciones, de Lacasta, Lasa y Wilhelmi (2012);
    - Los operados lógicos y las tareas de transformación, de Ruesga, Giménez y Orozco (2003), incluidas aquellas de carácter multiplicativo, de Bosch, Castro y Segovia (2005, 2012);
    - Estudio de las competencias numéricas de niños de 4 a 5 años de edad tras la implementación de un programa determinado, de Núñez, Castro, del Pozo, Mendoza y Pastor (2010), y de las competencias numéricas a lo largo de la etapa (Salgado y Salinas (2011);
    - La adquisición de la notación numérica, de Alsina (2011b);
    - La geometría en EI, de De Castro y Flecha (2012);
    - La evolución del pensamiento matemático en niños y niñas de 3 a 7 años, de Fernández (2012);
    - Acerca de la resolución de problemas numéricos, de Salgado y Salinas (2012);
- La formación inicial y/o permanente de los docentes de la etapa, de Wilhelmi y Lacasta (2007), Gutiérrez y Berciano (2012a y b), y Alsina (2012a), Edo (2012);
- Propuestas de abordaje para la enseñanza de las matemáticas en EI:
    - El número desde los años 70, de Lacasta y Wilhelmi (2008);
    - Editoriales utilizadas en las aulas de EI respecto de la enseñanza del concepto de número, de Salgado y Salinas (2009);
    - La didáctica de las matemáticas en EI, de Sierra y Gascón (2011).
      (Alsina, 2013)

Sierra y Gascón (2011), por su parte, llevan a cabo una investigación en la que se revisan, igualmente, los estudios más relevantes en torno a la cuestión de la Didáctica de las Matemáticas en EI, en torno a cuatro ejes de clasificación: contenidos matemáticos, enfoque teórico o paradigma utilizado, metodologías de investigación y ámbitos institucionales. Se hace interesante a la presente investigación la visión que estos autores aportan en torno a los diferentes enfoques teóricos que se adoptan respecto de la enseñanza de las matemáticas en las aulas, recogiendo cuatro perspectivas fundamentales:

- Estudios realizados en el marco del PME (The International Group for the Pshycology of Mathematics Education);
- Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD);
- Enfoque Ontosemiótico (EOS); y,
- Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

Respecto de las perspectivas que orientan las investigaciones en el marco del **PME**, éstas se centran especialmente en comprender cómo se lleva a cabo el aprendizaje de los niños y niñas (el papel del conteo en las concepciones del número, las estructuras cognitivas aditivas, multiplicativas o de fracciones, y las representaciones simbólicas), y qué dificultades les surgen. Así, se recoge, por ejemplo, la *teoría de los modelos intuitivos* de Fischbein (1978), los *campos de experiencia* de Boero (1989) o los *campos conceptuales* de Vergnaud (1981), en los que se expresa la influencia de los conocimientos previos, de las experiencias cotidianas y de las intuiciones (el conocimiento informal) en la formación de conceptos así como en el aprendizaje de una matemática de carácter formal. Por otro lado, se revisa la huella de las *teorías constructivistas* (desde los aportes de sus defensores y detractores) emergidas en contraposición a las corrientes conductistas (para las que se hacía necesaria la transmisión directa de los conceptos matemáticos) con la importante contribución de Vergnaud que alertaba de la necesidad de tener en cuenta la "epistemología específica de los conceptos matemáticos" (Sierra y Gascón, 2011, p. 136). Derivados de las teorías constructivistas tienen lugar los estudios relativos al desarrollo temprano de las matemáticas (expresados numerosos de ellos apartados precedentes) con un gran impacto en el PME. En otro orden de ideas, el PME recoge así mismo investigaciones acerca de la teoría proceptual del pensamiento matemático elemental (los símbolos de la aritmética utilizados como concepto y como proceso) y aquellas realizadas desde la perspectiva social constructivista e interaccionista, centradas en las prácticas del aula para fomentar el aprendizaje significativo de las matemáticas construido en interacción a partir del trabajo en equipo.

En los últimos años, tal y como expresan Gascón y Sierra (2011) las investigaciones expuestas en el marco del PME, se han orientado hacia el álgebra temprana (*early algebra*), el razonamiento, los modelos matemáticos, los conceptos numéricos y los procesos de cálculo, dando mucho más énfasis a las cuestiones de resolución de problemas y comunicación de ideas, ante la evidencia de las investigaciones acerca de las capacidades de los niños y niñas de EI (p. 138).

En el escenario del Grupo Internacional de Psicología y Educación Matemática (PME) surge la línea didáctica denominada **Educación Matemática Realista (EMR,** Enfoque Realista de la Educación Matemática –ERM- en otras referencias), de la que posteriormente surge la idea de la **educación matemática en contexto** (Alsina, 2011a) cuya autoría se atribuye a Freudhental, como opositor a un enfoque mecanicista de la matemática (véase 2.2.2.- Cognición situada y aprendizaje -actividad, contexto y cultura-, desde la inclusión, y cultura matemática y enfoque realista, p. 84). Desde esta perspectiva, se entiende la matemática como una actividad de matematización del contexto en la que tienen especial relevancia las situaciones problema y los modelos en entornos de diversidad (entendida ésta desde una mirada de inclusión a la diversificación cognitiva –Freudhental habla de la *matemática para todos*-) en procesos guiados de descubrimiento a partir prácticas educativas que fomenten la investigación, la historia de las matemáticas, y el respeto a las producciones matemáticas espontáneas de los niños y niñas. Se establecen una serie de principios inherentes a esta perspectiva (Bressan, 2005):

- De actividad: conocer la organización de la realidad -matematización- a partir de situaciones problemáticas que generen la necesidad de ser resueltas mediante la utilización de herramientas matemáticas, haciendo y participando en lugar de recibiendo un contenido acabado, desarrollando actitudes positivas hacia la misma;

- De realidad: desde escenarios que así sean, reales o realistas (dependen de las experiencias previas de los niños y niñas y de su capacidad de visualizarlos), contextualizados, vinculados a la cotidianeidad o estrictamente matemáticos bajo la premisa de ser significativos y estimulantes, partiendo de los conocimientos y estrategias informales de los alumnos y alumnas para ir progresando en la adquisición de aquellos de carácter más formal;
- De reinvención: esto es, alcanzando, descubriendo, desde la necesidad de su utilización, los conceptos matemáticos tal y como se han desarrollado a lo largo de la historia, bajo el paraguas de docentes mediadores que favorezcan la reflexión, la indagación, y organicen situaciones adecuadas respetando el aprendizaje en espiral, discontinuo de los alumnos y alumnas;
- De niveles: desde este principio se enuncian los diferentes niveles de comprensión por los que pasan los alumnos y alumnas pudiendo aparecer diferentes niveles de forma sincrónica en un mismo niño/a en función del contenido trabajado: situacional –el conocimiento de la situación y de las estrategias necesarias-, referencial –las diferentes formas de esquematizar un problema-, general –no necesita de la referencia del contexto apareciendo una focalización de carácter matemático en la elección de las estrategias-, y formal -la resoluciones se alcanzan a partir de procedimientos y notaciones con carácter formal y convencional-. Se apuesta por la modelización (desde la elección de situaciones paradigmáticas, materiales físicos o esquemas notacionales intuitivos) y la reflexión como herramientas que colaboran en el acceso a un nivel superior;
- De interacción: como actividad social que necesita de la reflexión conjunta, cooperativa, en la que es necesaria y tiene cabida la diversidad del grupo;
- De interconexión: de contenidos matemáticos y entre disciplinas, con diferentes modelos y lenguajes.

Para Freudhental, esta perspectiva es una filosofía de la educación, una manera de entender la misma, en la que los alumnos y alumnas han de matematizar y los docentes facilitar esta matematización a partir de las situaciones que surgen en las aulas y desde su propia reflexión acerca de estos procesos (Bressan, 2005). Este entendimiento de la matemática se desarrolla en investigaciones que apuestan por la **utilización de contextos de la vida cotidiana** (Reeuwijk, 1997, en Alsina, 2012d) en tanto que son motivadores, colaboran en la comprensión de la matemática, de su necesidad y utilidad, de su valor en la sociedad, desarrollan la creatividad y facilitan el acceso a una matemática abstracta.

Por otra parte, otro cuerpo de investigaciones con gran relevancia se enmarca dentro de la **Teoría de Situaciones Didácticas:** acerca de la enumeración de colecciones, los conocimientos espaciales y el razonamiento natural, y aquellas realizadas en el COREM (Centro para la Observación e Investigación en la Enseñanza de las Matemáticas) de la Escuela Jules Michelet de Talence sobre investigación en Didáctica de las Matemáticas, en el contexto de la EI. Esta teoría, desarrollada por Brousseau –principal representante de la denominada "escuela francesa de la Didáctica de las Matemáticas"- (1998), pondrá el acento fundamentalmente en las situaciones que propicien la construcción de conceptos matemáticos, no en el niño/a que los construye:

> En la TSD, se parte de la hipótesis de que para cada conocimiento matemático existe al menos una situación que lo caracteriza y lo diferencia de los demás (Brousseau, 2000). Por ello, dado un conocimiento matemático determinado, se busca qué tipo de situaciones son capaces de propiciar que aparezca, se utilice y se construya y, en consecuencia, se aprenda. Además, se conjetura que el conjunto de situaciones que caracterizan una noción matemática está estructurado y se puede generar, a partir de un pequeño número de situaciones llamadas fundamentales, a través del uso y manejo de las variables didácticas. (Gascón & Sierra, 2011, p. 142)

Este paradigma de la didáctica de las matemáticas recoge la idea de proponer en las aulas situaciones específicas que generen problemas cuya resolución lleve a la construcción del conocimiento matemático, y presentan una serie de fases comunes: fase de acción (se experimenta y descubre), fase de comunicación (se establecen las hipótesis desde la comunicación, el intercambio lingüístico con los otros/as), fase de validación (a partir de la demostración y la comprobación) y fase de institucionalización (o reconocimiento de lo aprendido y transferencia a otras situaciones). Esta teoría presenta una serie de conceptos fundamentales, como son:

- las situaciones didácticas: aquellas planificadas expresamente para que el alumnado adquiera un conocimiento específico (Panizza, 2003);
- las situaciones a-didácticas: aquellas que, para ser resueltas, requieren de la puesta en práctica de una serie de conocimientos (de aquellos que se pretende sean adquiridos) y que se validan en función de los resultados, sin necesidad de la intervención del docente (Brousseau, 1986);
- el contrato didáctico: la relación que se establece entre docente y alumnado en relación con los conocimientos a adquirir, las expectativas que unos y otros tienen, lo que esperan unos de otros.
- las variables didácticas: "elementos de la situación diseñada que al cambiarlas el maestro hace también que cambie la jerarquía de estrategias que los alumnos han de poner en juego para resolver la situación" (Aguilar, Ciudad, Láinez & Tobaruela, 2010); o
- la devolución: el docente transfiere la responsabilidad del aprendizaje al alumno/a, referida a la autonomía en la resolución de una situación-problema.

Para Brousseau (1998), el sentido de dominar el ámbito matemático "no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, es *ocuparse de problemas* que, en un sentido amplio, incluye tanto encontrar buenas preguntas como encontrar soluciones" (en Aguilar, Ciudad, Láinez & Tobaruela, 2010 p. 24).

En el marco del **Enfoque Ontosemiótico** (EOS), Gascón y Sierra (2011) recogen las investigaciones didácticas sobre matemáticas en el contexto de la Educación Infantil y Primaria. Este enfoque integra diferentes perspectivas y modelos teóricos acerca del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, así "adopta supuestos antropológicos, ecológicos y sistémicos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, integrándolos de manera coherente mediante una ontología explícitamente definida y una interpretación en términos semióticos de los procesos de cognición e instrucción matemáticos" (Godino, Font, Contreras & Wilhelmi, 2006, p. 121). El EOS tiene su origen en la Universidad de Granada en los años 90 generado por el grupo de investigación "Teoría de la Educación Matemática" con la intención de aportar un "marco unificado para el estudio de los fenómenos cognitivos e instruccionales en didáctica de las matemáticas" (p. 117). Este grupo se basa fundamentalmente en la importancia del lenguaje y los procesos de comunicación e interpretación, en los aprendizajes matemáticos, así como en la indagación acerca de la construcción social del conocimiento (socioepistemología) y en los mecanismos que lo institucionalizan: comunidades de prácticas. Así, se aborda el "carácter humano de la actividad matemática" pero desde el planteamiento de que "el objeto matemático es cualquier entidad o cosa referida en el discurso matemático" (conceptos, propiedades, representaciones, procedimientos, etc.) (Godino, Font, Contreras & Wilhelmi, 2006, p. 121). Este enfoque propone el siguiente sistema de nociones:

- Sistemas de prácticas operativas y discursivas ligadas a campos o tipos de problemas: prácticas individuales y personales (cognición matemática individual) junto a prácticas significativas y sociales de resolución de situaciones problemáticas desde el compromiso común de personas en el seno de una institución (o comunidad de prácticas) con las herramientas de las que disponen (objetos institucionales). Así, la práctica matemática es:

  > Toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino & Batanero, 1994, p. 334).

- Objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas: aquellos que surgen de estas prácticas o que intervienen en su resolución. Pueden ser matemáticos (ostensivos –símbolos, gráficos- y no ostensivos –evocados en la actividad matemática-) o didácticos (tipos de problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, proposiciones, argumentaciones), institucionales (compartidos en una comunidad de prácticas) o personales (correspondientes al individuo). La intención de la definición de esta noción de *objeto* estriba en la comprensión de los aprendizajes y las dificultades que pueden tener lugar. Así, *objeto* es desde un concepto matemático a cualquier aspecto que intervenga en la actividad matemática, superando, desde el punto de vista de estos autores, las tradicionales entidades conceptuales y procedimentales;

- Relaciones entre objetos -función semiótica-: la correspondencia entre los objetos de la actividad matemática y de los procesos de construcción, concebidos desde la interrelación a partir de funciones semióticas, es decir, la relación entre los significantes y los significados establecidos por una persona o institución en función de un criterio o código;
- Configuraciones de objetos (relacionados entre sí): como instrumentos para describir los conocimientos matemáticos a partir de procesos matemáticos de comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (a partir de algoritmos, rutinas, etc.) y argumentación, bien de carácter individual (cognitiva) o institucional;
- Dualidades cognitivas: como aspecto clave en la construcción y aplicación del conocimiento matemático (institucionalización-personalización, generalización-particularización; análisis-síntesis; concreción-abstracción; expresión-significación).

(Godino, Font, Contreras & Wilhelmi, 2006)

Para sus autores, el EOS conjuga las dimensiones personales (de perspectivas cognitivistas y epistemológicas) y las institucionales (como las procedentes de la TAD o la TSD) en una "relación dialéctica" (p. 145), considerando la comprensión de los *objetos matemáticos* a partir del uso competente de los mismos en diferentes prácticas a partir de funciones semióticas, esto es, la comprensión como competencia y no como proceso mental. Así, el EOS concede un papel fundamental a la práctica matemática, desde el punto de vista institucional, caracterizada por ser una "acción compartida, situada, intencional, mediada por recursos lingüísticos y materiales" (p. 138) que aglutina perspectivas teóricas socioculturales como el constructivismo social, la socioepistemología o la etnomatemática, sin perder de vista la dimensión cognitiva y afectivo-emocional de la misma.

Por último, siguiendo el esquema propuesto por Gascón y Sierra (2011), existe un último y escaso cuerpo de investigaciones acerca del ámbito matemático en la Educación Infantil y Primaria (en el que destaca la realizada por Ruiz Higueras y García, en 2011), enmarcadas en el contexto de la **Teoría Antropológica de lo Didáctico** (TAD). Esta teoría tiene su origen en Chevallard y en el concepto que desarrolla acerca de la *transposición didáctica* (mencionada en apartados anteriores). Así, Chevallard (1985, 1991) pone de manifiesto la distancia que existe entre el saber en su origen (lo que denomina *saber sabio*) y lo que de este saber llega a las aulas, con sus adaptaciones y transformaciones (*saber enseñado*). Chevallard genera este concepto originariamente pensando en el ámbito matemático, si bien se ha ido extrapolando a otros saberes. Así, se pregunta cuánto del conocimiento originario de las matemáticas queda cuando se trabaja en las aulas acerca de él. Efectivamente reconoce cierta distancia en el paso del *saber sabio* al *saber enseñado,* en la transformación del objeto de saber al objeto de enseñanza, pero concede entonces a la *Didáctica* la capacidad para realizar esta vigilancia epistemológica, de manera que, en este proceso, no se generen "verdaderas creaciones didácticas, suscitadas por las necesidades de enseñanza" (Chevallard, 1991, p. 45). Desde la perspectiva de la presente investigación, se considera que, en el ámbito de la EI, han emergido numerosas *creaciones didácticas* especialmente referidas al terreno matemático procedentes del desconocimiento o de malas interpretaciones de investigaciones, como las de Piaget: orden *lógico* de la presentación de los números, por el 1, etiquetado de *conjuntos* de objetos, los números a partir de símiles no matemáticos -1 soldado, 2 patito…-, el trazado repetitivo del número con *intencionalidad matemática,* y un larguísimo etcétera.

Para algunos autores (Bosch, García, Gascón & Ruiz, 2006), la TAD aparece como una evolución de la TSD, cuyo basamento es común. Para la TAD, "toda actividad humana puede ser modelada mediante *praxeologías* (*praxis* + logos)" (p. 38), y de ello no queda exenta la práctica matemática, la cual no se reduce entonces a "un sistema de conceptos o un proceso cognitivo" (Sierra, 2006, p. 30):

> La TAD propone un *modelo de la actividad matemática institucional*, que incluye la *actividad matemática escolar* como caso particular, y un *modelo del saber matemático* que permite describir *la matemática escolar* como caso particular. Lo *didáctico* aparece, dentro de este enfoque, como todo aquello que tiene relación con el estudio, la producción y la difusión (o reproducción) del saber matemático en las distintas instituciones sociales, lo que sitúa la enseñanza y aprendizaje escolares de las matemáticas como un caso particular de *proceso didáctico*. (Sierra, 2006)

La *praxis* se relaciona con el "saber hacer", en lo referente a la matemática, tipos de problemas y técnicas de resolución de los mismos, y el *logos* con "el saber" en el que se enmarcan los "discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan" (Bosch, García, Gascón & Ruiz, 2006, p. 38). Desde este entendimiento (la *praxeología* como antropológica, como propia del ser humano), el saber matemático es el resultado del estudio de cuestiones problemáticas construyéndose en el proceso el conocimiento matemático, como parte de la actividad matemática: "Las Matemáticas son a la vez una actividad y el producto de dicha actividad (…) construcciones y actividades institucionales, incluyendo todas las connotaciones culturales y sociales que esto puede significar" (Sierra, 2006, p. 31-32). Además, en esta línea, se postula la cuestión de la **modelización matemática** no sólo desde como una dimensión de la actividad matemática sino asumiendo que esta actividad matemática es, en sí misma, una actividad de modelización:

> Lo que es relevante no es la situación concreta propuesta para ser resuelta (…) sino lo que se podrá hacer luego con la solución obtenida. Así, los problemas importantes son aquellos que pueden reproducirse y

> desarrollarse tipos de problemas más amplios y complejos. (Bosch, García, Gascón & Ruiz, 2006, p. 49)

Sierra (2006) subraya un aspecto de la TAD que resulta especialmente interesante a esta investigación, se trata de la dimensión del aprendizaje cooperativo (entre todos los miembros de la *comunidad de estudio*) de la matemática como fundamental, tanto si se refiere al trabajo que realiza el matemático en tanto investigador de su disciplina, como si se trata del docente y el alumnado en el ámbito escolar desde prácticas que conducen al aprendizaje:

> Tanto en el caso en que se construyen matemáticas nuevas –la situación del investigador– como cuando se enseñan y aprenden matemáticas conocidas –situación del profesor y los alumnos–, **la actividad de estudio se realiza en comunidad –las *comunidades de estudio*–,** con la ayuda de uno o varios *directores de estudio* –el investigador principal o el profesor–, y guiado por un *programa de estudio* –en forma de programa de investigación o de currículo–. En este esquema, el profesor aparece como el *director* (o uno de los directores) de una comunidad de estudio formada por él mismo y sus alumnos. Este punto de vista permite, entre otras cosas, considerar la figura del profesor como una más de las figuras integrantes del colectivo que estudia (la comunidad de estudio). (Sierra, 2006. La negrilla es nuestra)

En el proceso de construcción matemática, Chevallard (1999, en Sierra, 2006) define una serie de **momentos didácticos** imprescindibles, que no han de ser necesariamente consecutivos ni experimentados de la misma forma, con la misma intensidad o cantidad de ocasiones:

- Momento del primer encuentro;
- Momento exploratorio;
- Momento tecnológico teórico: estrechamente relacionado con el primer encuentro, se establece una relación con el tipo de tareas elaboradas con anterioridad, o bien con las técnicas que se elaborarán a partir de la consecución de las tareas a realizar;
- Momento del trabajo de la técnica: mejorando la utilizada hasta el momento a partir de un cuerpo adecuado de tareas o emergiendo técnicas nuevas;
- Momento de la institucionalización: como en la TSD, a propósito de explicitar el conocimiento matemático aprendido;
- Momento de la evaluación: por el que se concede un valor a lo aprendido desde la reflexión, y se verifica su validez.
  (Sierra, 2006)

Como cierre a la cuestión de la TAD, se hace necesario señalar que lo didáctico se relaciona entonces con el estudio y aquello que colabora con él. Desde esta perspectiva emerge una nueva manera de entender la Didáctica de las Matemáticas:

> La didáctica de las matemáticas es la ciencia del estudio y de la ayuda al estudio de las matemáticas. Su objetivo es llegar a describir y caracterizar los procesos de estudio –o procesos didácticos- de cara a proponer explicaciones y respuestas sólidas a las dificultades con que se encuentran todos aquellos (alumnos, profesores, padres, profesionales, etc.) que se ven llevados a estudiar o ayudar a otros a estudiar matemáticas. (Chevallard, Bosch & Gascón, 1997, p.60)

A pesar de la proliferación en la última década de teorías y estudios dirigidos a la población de EI en torno al ámbito de las matemáticas, aún parecen insuficientes, y quedan muchas cuestiones por resolver. Además de ello, es muy necesario darle una cohesión a la cuestión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el sentido de aunar criterios para definir currículos escolares coherentes desde las evidencias, abordar la cuestión ineludible de la formación inicial y permanente del profesorado, y fomentar una investigación que favorezca la mayor comprensión de los procesos de aprendizaje así como las prácticas educativas que los promueven atendiendo a criterios de inclusividad y equidad, comprensión y motivación, creatividad y respeto, y en la que las evaluaciones estén orientadas a aportar información útil a los niños y niñas, a sus familias y a los docentes.

Por último, aun cuando estas investigaciones y las teorías que las sustentan tienen un valor fundamental para la comprensión de los procesos de aprendizaje y enseñanza, abarcan numerosas variables en su desarrollo, y llevan a cabo una notable y profunda reflexión, difícilmente llegan a manos de los docentes, ni desde las administraciones educativas –en forma de currículo, por ejemplo- ni desde entornos formativos –inicial y permanente-, y, aunque lo hicieran, se tornarían demasiado oscuras como para extraer de ellas sino retazos de alguna idea que poder implementar en las aulas. Se hace necesario un esfuerzo de difusión y explicación, para que realmente cumplan su función última: favorecer a niños y niñas los aprendizajes acerca de las matemáticas en las aulas de la manera más competente posible.

2.3.1.2.- IMPULSO DE LAS ORGANIZACIONES EN TORNO A LA INVESTIGACIÓN Y DIVULGACIÓN DE LAS DIFERENTES FORMAS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Los encantos de esta ciencia sublime sólo se revelan a aquellos que tienen el valor de introducirse a fondo en su estudio.

(Gauss)

Como acción y efecto del creciente interés e impulso de teorías e investigaciones acerca de cuestiones relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, emergen también organizaciones, equipos, líneas editoriales, que amparan y acrecientan estos movimientos, algunos de los cuales ya han ido apareciendo en el transcurso de este capítulo II que aglutina el marco teórico sobre el objeto de estudio. Se recogen, a continuación, algunos de los más relevantes:

- Sociedades, federaciones, y organizaciones de divulgación de la matemática y centros de recursos:
    - Real Sociedad Matemática de España (RSME): se trata de una asociación dedicada a la promoción y divulgación de la Ciencia Matemática, potenciando la investigación y atendiendo a los aspectos relacionados con su enseñanza. Entre otras actividades, organiza anualmente las Olimpiadas Matemáticas Españolas (OME) enmarcadas en la Olimpiada Matemática Internacional y en la Iberoamericana así como las Jornadas Científicas, participa en congresos, concede premios de investigación, gestiona la Escuela Miguel de Guzmán, el centro virtual de divulgación Divulgamat ;
    - Sociedades matemáticas catalana (SCM), chilena (SOMACHI) ecuatoriana (SEDEM), española de matemática aplicada (SEMA), estadounidense (AMS), londinense (LMS), brasileña (SBM) y paraguaya, entre otras;
    - Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT): con compromiso de investigación y divulgación de las matemáticas;
    - International Mathematical Union (IMU): con la participación de 77 países, fomenta la colaboración internacional acerca de la materia. Entre otras actividades, organiza el Congreso Internacional de Matemáticos;
    - International Comission on Mathematical Instruction (ICMI): fomenta la calidad de la enseñanza de las matemáticas a partir de programas internacionales de actividades y diversas publicaciones;
    - Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OIE): consagrado a la educación en general, tiene una dedicación importante a la enseñanza de la matemática. Cuenta en su portal con una excelente biblioteca y centro de recursos virtual;

    - Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (REDUMATE); nacida en 2012, establece vínculos de cooperación entre los países de la región a fin de impulsar la educación matemática;
    - Unión Matemática Argentina: perteneciente a la IMU, organiza con carácter anual, entre otros eventos, la Reunión de Educación Matemática;
    - Unión Matemática de América Latina y el Caribe (UMALCA): formada por las sociedades matemáticas de dicha región. Se encarga de la organización de los Congresos Latinoamericanos de Matemática;
    - Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM). De ámbito interamericano;
    - CESIRE-Creamat: En el marco del Centro de Recursos Pedagógicos Específicos de Apoyo a la Innovación e Investigación Educativa, de la Generalitat de Catalunya, Creamat es el Centro de Recursos para Aprender y Enseñar Matemáticas;
    - PuntMat: compuesto por un equipo de profesores/as ligado al Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la UAB, dedicado a la divulgación de materiales manipulativos, actividades y reflexiones útiles a los docentes.
- Sociedades y federaciones de profesores de matemáticas y/o investigación:
    - Federación Española de Profesores de Matemáticas (FESPM): cuenta con numerosas sociedades federadas de toda España:
        - Federació d’Entitats per l’Ensenyament de les Matemátiques a Catalunya;
        - Organización Española para La Coeducación Matemática «Ada Byron»;
        - Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales»;
        - Sociedad Aragonesa "Pedro Sánchez Ciruelo" de Profesores de Matemáticas;
        - Sociedad Asturiana de Educación Matemática «Agustín de Pedrayes»;
        - Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas «Isaac Newton»;
        - Asociación Castellana y Leonesa de Educación Matemática «Miguel de Guzmán»;
        - Sociedad dos Ensinantes de Ciencia de Galicia (ENCIGA);
        - Sociedad Extremeña de Educación Matemática «Ventura Reyes Prósper»;
        - Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas «Emma Castelnuovo»;
        - Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria;
        - Sociedad Navarra de Profesores de Matemáticas «Tornamira» /Matematika lraskasicen Nafar Elkartea Tornamira;
        - Sociedad «Puig Adam» de Profesores de Matemáticas;
        - Societat d’Educaciò Matemática de la Comunitat Valenciana «Al-Khwarizmi»;

        - Sociedad Castellano Manchega de Profesores de Matemáticas (SCMPM);
        - Sociedad de Educación Matemática de la región de Murcia (SEMRM);
        - Sociedad Riojana de Profesores de matemáticas «A Prima»;
        - Asociacion Galega de Profesores de Educación Matemática (AGAPEMA);
        - Sociedad Melillense de Educación Matemática;
        - SBM – XEIX Societat Balear de Matemàtiques;
        - Sociedad de Profesorado de Matemáticas de Euskadi–Euskadiko Matematika Irakasleen Elkartea “EMIE 20+11”;
    - Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática: extensamente citada en el apartado anterior (SEIEM), está dedicada fundamentalmente a potenciar la investigación acerca de la educación matemática. Destaca el Grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil (IEMI). Dispone de web de recursos;
    - Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM): creada con el objetivo de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los países iberoamericanos;
    - National Council of Teachers of Mathematics (NCTM): citado a lo largo del presente estudio, constituye un referente internacional por los aportes en materia de educación matemática que realiza. Fundado en 1920, se considera la asociación más grande del mundo en materia de educación matemática, desde la que potencian una educación matemática basada en la igualdad y en la calidad, desde la investigación y el asesoramiento a administraciones públicas para el desarrollo de currículos de matemáticas, así como desde la formación a docentes y la potenciación del uso de la tecnología;
    - European Society for Research in Mathematics Education (ERME): nacida en 1997, promueve la colaboración y visibilidad acerca de la investigación en torno a la educación matemática en Europa;
    - Cátedra de Miguel de Guzmán: fundada por iniciativa de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la UCM, se dedica especialmente a realizar proyectos de reflexión, investigación y docencia en torno al desarrollo de la competencia matemática, la didáctica –destinada a la formación del profesorado- y la transición de la Educación Secundaria a la Universidad, desde la doble vertiente del campo de la matemática y de la educación matemática.
- Grupos de profesorado (nacidos con la vocación de intercambiar experiencias, formarse, divulgar, dinamizar la enseñanza, organizar eventos, elaborar materiales, etc., alrededor de la Educación Matemática):
    - Grupo Perímetre: seminario de maestros y maestras de Educación Infantil y Primaria, y de profesores y profesoras de Secundaria que nace en 2002 en el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Girona;
    - Grupo Alquerque: de Sevilla;

  - Grupo Cero: de Valencia.
- Revistas:
  - UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática: perteneciente a la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM);
  - Revista de Educación Matemática (REM). Publicada por la Unión Matemática Argentina (UMA) adherida a la Unión Matemática Internacional (IMU);
  - Revista Educación Matemática: publicada por la Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal (redalyc.org);
  - Journal of Research in Mathematics Education (REDIMAT): editada por la Universidad de Barcelona, de forma trimestral, con vocación de promover la equidad educativa y la mejora de la sociedad desde la publicación de investigaciones con diversos enfoques teóricos y metodológicos;
  - Revista Latinoamericana de Etnomatemática (RLE):publicación electrónica de carácter cuatrimestral editada por la Red Latinoamericana de Etnomatemática y por el Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño, de Colombia;
  - Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME): publicada por el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME), acoge diferentes paradigmas y perspectivas;
  - Educación Matemática: Revista publicada por la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación Matemática, con carácter trianual y con fuerte vocación de difusión de investigaciones;
  - The International Journal on Mathematics Education (IJME): publicada por el Instituto Nacional de Educación de Singapur, recoge investigaciones así como prácticas en el aula, materiales y uso de tecnologías en torno al tema de la educación matemática;
  - SUMA. Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: publicada para la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM);
  - Revista Matemática Iberoamericana (RMI): publicada por la Real Sociedad Matemática Española (RSME), con carácter trianual, dedicada fundamentalmente a la publicación de artículos de investigación;
  - Matematicalia: revista digital de divulgación matemática;
  - Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas: de la editorial Graó;
  - Revista de Avances de Investigación en Educación Matemática (AIEM): editada por la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM);
  - Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas: editada por la Sociedad Canaria “Isaac Newton” de Profesores de Matemáticas;

  - Edma0-6. Educación Matemática en la Infancia: editada por el Grupo Complutense de Investigación en Didáctica de las Matemáticas;
  - EPSILON: Revista editada por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES Matemática;
  - SIGMA. Revista de Matemáticas: publicada por el Departamento de Educación del Gobierno Vasco en colaboración con los Berritzegunes (centros de orientación pedagógica) hasta 2011;
  - GAMMA. Revista Galega de Educación Matemática: publicada por la Asociación Galega de Profesores de Educación Matemática (AGAPEMA) hasta 2009;
  - SMPC. Boletín Informativo de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria: publicada hasta 2009.
- Portales y webs de divulgación matemática:
  - Divulgamat: Se trata del completísimo portal de divulgación de la Real Sociedad Matemática Española;
  - Mujeres y Matemáticas: También de la RSME;
  - Portal de la Organización de Estados Americanos (OEI): con numerosos recursos para la educación, la ciencia y la cultura, también acerca de su vertiente matemática;
  - Redalyc.org: Hemeroteca gratuita con producción científica de todas las áreas del conocimiento impulsada por la Universidad Autónoma del Estado de México;
  - Tocamates: enmarcado en un proyecto de matemáticas ligadas a la creatividad y gestionado por el profesor José Ángel Murcia, de la UCM;
  - Aula Matemática: gestionada por Abel Martín (profesor del Instituto de Educación Secundaria Pérez de Ayala, de Oviedo), y Marta Martín (Facultad de Matemáticas de Oviedo).
- Simposios, reuniones, conferencias:
  - Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME): celebradas en el marco del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME) con la intención de beneficiar a los sistemas escolares mediante proyectos que los fortalezcan ;
  - Simposios Internacionales de la ETM (Espacio de Trabajo Matemático): organizadas desde la metodología de grupos de trabajo a partir de las ponencias realizadas, con la intención de crear comunidades de investigadores;
  - Simposios de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM): de carácter anual, en el año 2015 celebra su edición decimonovena. Se exponen las investigaciones llevadas a cabo en torno a la cuestión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas;
  - Conferencias Internacionales sobre Etnomatemática (ICEM): organizadas por diferentes grupos de estudio de etnomatemática (entre otros, el Grupo Internacional –ISGE-);

- Congresos Internacionales de Matemáticas (ICM): celebrados bajo el paraguas de la Unión Matemática Internacional (IMU) ;
- Congresos Internacionales en Educación Matemática: surgen en el marco del ICMI (International Comission on Mathematical Instruction) con la intención de profundizar en torno a la cuestión de la educación matemática;
- Reuniones Pampeanas de Educación Matemática (REPEM): surgen en el ámbito de la Universidad Nacional de La Pampa en torno a la inquietud de un equipo de profesores/as de la Facultad de ciencias Exactas y Naturales que desarrollan su actividades en los niveles medios de educación en la relación de entre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas ;
- International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT): en 2015 celebra su decimosegunda edición en el marco del ICMI (International Comission on Mathematical Instruction)
- International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA): organizadas por la Comunidad Internacional de Profesores de Modelización Matemática y Aplicaciones (ICTMA) con la intención de abarcar a todos los niveles educativos desde su doble enfoque matemático y educativo;
- Conferencias Interamericanas de Educación Matemática: convocadas por el Comité Iberoamericano de Educación Matemática (CIAEM) con la intención de promover las diversas posiciones en torno la enseñanza de las matemáticas;
- Anual Conference Educating the Best Teachers: a Challenge for Teacher Education, organizada por la Association for Teacher Education in Europe (ATEE) especialmente centrada en la formación para docentes entre cuyas líneas de trabajo e investigación aparece la Educación Matemática;
- Congresos Iberoamericanos de Historia de la Educación Matemática (CIHEM): llevados a cabo con la intención de profundizar en las investigaciones realizadas en torno a esta temática en América Latina, Portugal y España;
- Congresos Iberoamericanos de Educación Matemática (CIBEM): en 2017 se celebra la octava edición de un congreso promocionado por la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM) a la que pertenece la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) de España, destinado a docentes de la materia;
- Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM): convocadas bianualmente por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) dirigidas a docentes de todos los niveles educativos;
- Conferencias y congresos convocados por la European Society for Research in Mathematics Education (ERME): como el Congress of European Research in Mathematics Education;

- Congresos Internacionales de la Teoría Antropológica de lo Didáctico: realizados fundamentalmente en España y Francia por diversas entidades estrechamente ligadas a la TAD (la última edición se organizó a través del Instituto Universitario de Formación de Maestros –IUFM-), con el objetivo de profundizar y difundir los resultados de las investigaciones alrededor de los fenómenos didácticos.

Estrechamente ligadas a este fenómeno de prosperidad en la investigación y en el desarrollo de diferentes teorías, enfoques y perspectivas respecto de la cuestión de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en las aulas, emergen también una serie de metodologías y prácticas educativas que, con mayor o menor popularidad en el ámbito docente, se están llevando a cabo en los centros educativos. Se aborda a continuación.

2.3.1.3.- METODOLOGÍAS SURGIDAS EN LOS ÚLTIMOS AÑOS EN CUANTO A LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Si sabemos que hay tanta gente que hace tantas cosas, ha llegado el momento de que nos propongamos, entre todos y todas, difundir estas ideas de renovación y cambio a muchos centros y a muchas aulas.

(Claudi Alsina, en Alcalá et. al. 2004)

Como consecuencia del creciente interés por el ámbito de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en EI, surgen también prácticas educativas, relacionadas en algunos casos e independientes de ellas en otros con las teorías expuestas anteriormente. Así, se encuentran en el panorama escolar proyectos, métodos, movimientos, prácticas, que han ido adquiriendo un mayor protagonismo en las aulas de los centros educativos escolares de España. Se exponen a continuación algunos de ellos.

<u>Matemáticas vivenciales y manipulativas</u>. Está basado en la manipulación de numerosos materiales de manera activa, siendo Canals una de sus máximas representantes actualmente. Aunque su origen es anterior (Rousseau, ya apostaba por la utilización de los sentidos en el aprendizaje y el respeto a su original y propia forma de pensar y aprender), fue la llamada "Escuela Activa" alrededor de los años 50, originada por los movimientos de renovación pedagógica, precedidos de Froebel –que desarrolla un sistema de bloques de madera, similar a las posteriores regletas-, Freinet, Decroly y Montessori, entre otros (todos ellos dan una especial importancia al papel de los sentidos y el aprendizaje desde lo concreto), la que tuvo un papel fundamental en la potenciación del uso de los materiales móviles y manipulables para descubrir "haciendo", facilitando la percepción operatoria y los descubrimientos de las reglas matemáticas (Díaz & García, 2004; Serrano, 1993). Bebe por tanto, también, de:

- Pestalozzi (1746-1827) (aporta el ábaco o las tablas para enseñar la aritmética), seguidor de Rousseau, abogaba por un conocimiento progresivo de lo concreto a lo abstracto dándole enorme valor a las impresiones sensoriales y a la intuición;
- la pedagogía iniciada por Montessori (1870-1952): en cuestiones matemáticas (sobre todo en la perspectiva de la necesidad de manipulación de objetos), como pedagógicas (el respeto a la infancia en el trato, en sus tiempos de aprendizaje diversos, en sus necesidades, en el tratamiento del error, las relaciones naturales y afectivas entre docentes y alumnado, etc.). Sin embargo, se presenta evolucionada en tanto algunos de los materiales de cálculo no eran del todo perceptivos (Canals, 2015). Montessori diseña una gran cantidad de materiales para el trabajo del área matemática cuyo uso está propuesto de manera secuenciada, gradual, según el desarrollo del niño/a y creado para estimular cada sentido así como la actividad motriz, propiciar la autocorrección y la actividad individual, cuidando la estética (algunos ejemplos son la escalera corta –similar a las regletas-, escalera café –diez prismas que varían en anchura y altura-, numerales en lija, etc.) (Chateau, 2005; Valverde, 2005);
- Piaget (1896-1980), subraya la importancia del material como medio de aprendizaje por las operaciones que sobre él se llevan a cabo (1965);
- los materiales del matemático y educador Zoltan Dienes (bloques lógicos, bloques aritméticos multibase, la caja de calcular…), el cual siempre estuvo muy preocupado por la educación matemática desde la base de la diversión y la creatividad (a partir de juegos, bailes…) y por la comprensión de los procesos por los que se adquiere (Dienes, 1970);
- el maestro belga Emile George Cuisenaire: las regletas de colores inspiradas en su formación musical e impulsadas por el profesor Caleb Gattegno de la Universidad de Londres, que a su vez generó los geoplanos para la enseñanza de la geometría así como una extensísima obra de didáctica de las matemáticas (Cuisenaire & Gattegno, 1956) (Gattegno, 1967);
- P. y G. Papy desarrollan el Minicomputer de Lemaître para representar números y realizar cálculos (Serrano, 1993);
- Gardner (1987) populariza el pentominós de Golomb, los mosaicos, el tangram chino, o el polihexes);
- Constance Kamii (juegos de puntería, de persecución, de mesa, de cartas…), colaboradora de Piaget y firme defensora del desarrollo de la autonomía del niño/a la hora de pensar, decidir y actuar en detrimento del ejercicio de poder de los adultos de su entorno, lo que también se ve reflejado en sus obras alrededor de la matemática de la infancia (Kamii, 1982, 1985).

Adam (Yáñez, s.f.), gran interesado en el uso de estos materiales en tanto que activan la motivación y la construcción de conocimientos, organiza en 1957 la Exposición Internacional de Material Didáctico y Matemático, celebrada en Madrid, en la que participaron cincuenta miembros del CIEAEM (Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas, nacida en 1950) como los célebres Emma Castelnuovo (1970, estudiosa de las corrientes pedagógicas y psicológicas favorables al uso de materiales concretos, individuales y colectivos, entiende una concepción dinámica del aprendizaje a partir de los mismos), Jacqueline Vanhamme, Caleb Gattegno y Gustav Choquet (Yáñez, s.f.).

Para Canals (2001; en Biniés, 2008), todos los autores y autoras mencionados elaboran materiales como situación real de juego para favorecer una posterior abstracción. Las matemáticas vivenciales y manipulativas, según esta autora, están estrechamente ligadas a las propias vivencias, a la acción acompañada por el docente y a la fundamental expresión verbal de los niños y niñas a partir de la intercomunicación; y pretenden fomentar capacidades de intuición, razonamiento y creatividad, en un marco de motivación, experimentación y descubrimiento bajo procesos de acción-reflexión. Sus materiales concretos están destinados a favorecer el cálculo, la lógica, las medidas, la probabilidad, la geometría y el trabajo con problemas –de resoluciones diversas **destinados al desarrollo del pensamiento y no a la práctica del cálculo**-, bajo el paraguas de objetivos específicos: generar nociones y conceptos, potenciar capacidades o competencias matemáticas, y practicar y consolidar lo aprendido. Para esta autora, las matemáticas del aula deben ser lo más cercanas posible a las matemáticas de la realidad, dotadas de significado. Pero además, el docente debe dominar bien la materia y transmitir ilusión por lo que hace. Canals expresa que la enseñanza de la matemática no garantiza su aprendizaje, por lo tanto, hay que dominar la didáctica, para que sea el niño/a el que realice su propio descubrimiento, a partir de la necesidad real de hacerlo (Canals, 2001; Biniés, 2008). Tiene un gran peso en este proceso, como se enunció anteriormente, **la semántica**, por la que los alumnos/as explican los problemas, cómo han llegado a su solución, primero de forma verbal, después de forma gráfica –dibujo o texto, procesos de simbolización propia, originales de los niños y niñas-, para finalmente utilizar el lenguaje simbólico matemático a partir del uso de símbolos y números. Esta será la base necesaria para la construcción del álgebra. Así, Canals se muestra contraria a iniciar en la EI estos aprendizajes por la numeración escrita ya que se trata de una simbolización que ha de ser posterior. En lo que respecta a esta etapa específicamente, recoge la idea de que el pensamiento lógico es un proceso personal del niño/a, por tanto el trabajo de la lógica tiene que ver con "hacer" para "ir desarrollando su pensamiento" (2008, minuto 6), por lo que el trabajo con fichas no permite esta posibilidad de la acción, no capacita, no admite la deducción, las resoluciones prácticas. La maduración lógica es inseparable de la noción de cantidad, una noción que requiere de un recorrido; el número como identificación de una cantidad se adquiere tras un proceso largo, que no les resulta evidente en tanto que es abstracto, de ahí la necesidad de trabajar con materiales concretos que faciliten el proceso de abstracción (tocando, moviéndose, contando, comparando, estableciendo relaciones), sin forzar su transcurso. Canals retoma los procesos desarrollados por Piaget en la construcción del número y en el desarrollo del pensamiento lógico, y desde ellos, genera materiales que favorezcan las ocasiones de experimentación y acción respetando el ritmo individual de cada niño y niña (Canals ha recogido y elaborado cientos de materiales en su Gabinet de Materials i de Recerca per la Matemática a l´Escola -Gabinete de Materiales y de Investigación para la Matemática en la Escuela-, GAMAR). Para esta autora, los materiales, en un uso adecuado, acompañado de buenas propuestas y generando contextos de comunicación –expresión, que irá de la verbal a la escrita lentamente-, colaboran en el desarrollo del pensamiento lógico: "el niño tiene la inteligencia en la mano" (Montessori, en Canals, 2008), y tienen la utilidad de dar la posibilidad de "imaginar" lo que después se puede comprobar. Es muy importante, según expresa, que el docente recoja y potencie la actitud del niño y la niña de interrogarse ante el material nuevo, que suscite interés auténtico por resolver. Como ejemplo de materiales, fundamentalmente diseñados como juegos, que ayudan al desarrollo de la noción de número, Canals (en su blog, *GAMAR*) propone: juego de peceras, con diferente número de peces de diversos tamaños y disposiciones ("¿dónde hay más?", "pon juntas las peceras en las que halla el mismo número de peces", emparejar por cantidad de peces… para favorecer la clasificación y la ordenación, según distintos criterios, especialmente de cantidad); 18 botes transparentes con caramelos (grandes y pequeños, según el frasco, de fresa, menta y limón, con diferentes cantidades; es decir, con determinadas cualidades –color, tamaño y cantidad-, "¿cómo podrías *hacer montones*?" –han de explicarlo-, "ahora de otra manera"), cartas (la misma idea: clasificar según diferentes atributos, cantidad, tipo de animal,…), series numéricas (como cintas métricas pegadas en la pared), cajas de sumar (en las que se introducen dos grupos de objetos para estimar -"imaginar, calcular mentalmente más o menos"-, la cantidad final), el garaje (caja tapada con seis plazas de aparcamiento en la que dos niños/as introducen su cantidad de coches que deben poder llenar el garaje exactamente según sus plazas), etc. Para Canals (2015), es importante el trabajo en el aula por equipos, en pequeño grupo, no todos los niños y niñas trabajando lo mismo a la vez, para poder llevar a cabo esta utilización de materiales de una forma que genere verdaderos aprendizajes en los niños y niñas.

Además de Canals, otros muchos autores y autoras han dedicado, en los últimos años, capítulos importantes a la cuestión de los materiales concretos en la educación matemática con la intención de darle un cariz vivencial y manipulativo. Así lo recogen, entre otros, los siguientes:

- Alsina, Burgués y Fortuny (1988): entendiendo por materiales aquellos que colaboran en la descripción, entendimiento y consolidación de conceptos matemáticos;
- Calvo, Callejo, Forníes, García, Jiménez y Vivas (1993): acerca de los materiales como medio para potenciar el conocimiento intuitivo de los contenidos matemáticos;
- Rico (1997): presenta los materiales manipulativos como uno de los organizadores del currículo de matemáticas;
- Báez y Hernández (2002): apoyaran el uso efectivo de los materiales a partir del compromiso de docentes y discentes en tanto que potencian la intuición, el razonamiento, la discusión, la comunicación, la reflexión, la validación por parte del alumnado, la resolución de problemas, como "puente" hacia la comprensión de conceptos abstractos;

- Godino, Batanero y Font (2003): revisan los materiales didácticos clasificándolos en aquellos que ayudan al estudio y manipulativos que fomentan el razonamiento matemático, subclasificando éstos últimos en tangibles (de percepción táctil: regletas, ábacos, piedras, balanzas, compases…) y gráfico-textuales-verbales (de percepción visual y/o auditiva: gráficas, símbolos, tablas…, potenciados por las nuevas tecnologías);
- Flores (2006) subraya como imprescindible la necesidad de reflexión acerca del uso de materiales atendiendo a la intencionalidad de su utilización y a la disponibilidad de los recursos, incluyendo entre ellos los softwares educativos;
- Alsina, (2006): clasifica los materiales en inespecíficos y diseñados didácticamente, y en Alsina, y Planas (2008) presentan actividades concretas a partir de materiales manipulables y revisan aquellos propuestos por Estalella.

Una de las críticas que la Federación Española de Sociedades de Profesores de matemáticas (2014) ha hecho al currículo de matemáticas de Educación Primaria desarrollado por la LOMCE, es la de no haber incluido una mención específica a la importancia del uso de materiales concretos, manipulativos, y digitales entre las estrategias de abordaje de la cuestión matemática en las aulas, “como vehículos de conceptualización en el paso de lo concreto a lo abstracto” (p. 9).

Por último, se realiza un rápida recopilación de una pequeñísima parte de los materiales propuestos por todos estos autores y autoras: poliedros, geoplanos –ortométrico, circular e isométrico-, geoespacios, geotiras, espejos, multicubos (multilink), mecanos, varillas, palillos, polígonos, calculadoras, ábacos diversos (Sua-pan, sorobán, schoty, renkerek…), tangrams, Stomachion (Grupo Alquerque, 2007, tipo tangram del matemático Arquímedes) cubos de soma, cubo Steinhaus, regletas, bloques lógicos y multibase, figuras geométricas, polydrón, pentominós, poliamantes, barajas diversas, mosaicos, programas y aplicaciones informáticas (como Geogebra –programa de cálculo, geometría y álgebra dinámicos, y algunos aspectos de la probabilidad) etc.

Método Singapur. Se denomina así a la metodología impulsada por Yeap Ban Har (académico del Instituto Nacional de Educación de la Universidad Tecnológica de Singapur) en 1982 en dicho país, y goza de una creciente popularidad por la mejora en los resultados de las pruebas PISA de los entornos educativos que lo ponen en práctica, especialmente en América Latina. El método parece una cuestión de estado, implicado en la decisión de apostar por la educación como herramienta para desarrollar el país, con alta implicación de las familias que participan voluntariamente en la actividad diaria de las aulas. El sistema educativo utiliza en los primeros años toda la jornada escolar para trabajar matemáticas, ciencias y lenguaje, no así educación física, arte o música, aunque sí lo retomarán en cursos posteriores. Se basa en la práctica de “juegos didácticos” muy manipulativos, a partir de materiales concretos, desde los cuáles los niños y niñas deben explicar cómo alcanzaron los resultados bajo el rol del profesor/a como mediador. Después pasan a un método pictórico para finalizar con la abstracción (enfoque metodológico CPA –concreto, pictórico, abstracto-). El método promulga la inclusividad de todos los alumnos y alumnas, desde la óptica de que todos y todas pueden aprender matemática, sin embargo, niños y niñas realizan evaluaciones constantes que clasifican a los alumnos/as según su rendimiento, con carácter trimestral en las escuelas, y al finalizar las etapas educativas con carácter estatal, que les derivarán a unas u otras opciones educativas. Otro aspecto añadido consiste en que Singapur exige una gran preparación docente, desde la formación inicial, e incentiva con lo que consideran mejores sueldos o premios a la carrera docente. Para Fuentes (2014), se trata de un "programa riguroso, secuenciado y no te puedes saltar nada", pero de forma pausada, sin prisa.

Método algoritmo ABN (algoritmos Abiertos Basados en Números). De la misma manera que los anteriores, está muy ligado al uso de materiales concretos y manipulativos. Fue creado por el inspector de educación y Profesor Asociado de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Cádiz, Martínez Montero. **Centrado especialmente en desarrollo de estrategias de cálculo** destinadas a la Educación Infantil y Primaria, se enmarca, según su autor (Martínez, 2011) dentro del enfoque de la Enseñanza Matemática Realista (EMR) iniciado por Freudhental, de los modelos constructivistas y de las investigaciones acerca de la Didáctica de las Matemáticas, con la siguiente finalidad:

> Se trata de que las matemáticas tengan contacto con la realidad, estén asociadas a las experiencias de los niños y deban tener un valor social y humano. Las matemáticas no deben ser una asignatura a transmitir, sino una oportunidad guiada que deben tener los alumnos para reinventarlas. (Martínez, 2011, p. 98)

Martínez (2011 expresa los principios en los que el método se basa:

- Igualdad: todos los niños y niñas tienen capacidad para enfrentarse al ámbito matemático;
- Experiencia: la necesidad de la experiencia directa a partir de las acciones con objetos;
- Empleo de números completos: ante cantidades elevadas, división del mismo en *números redondos*, pero no "unidades sin sentido" (p. 98);
- Transparencia: evidenciando todos los procesos que requieren los aprendizajes de contenidos y utilizando materiales y recursos de forma fiel a la realidad que tratan de representar;
- Adaptación al ritmo individual de cada sujeto;
- Autoaprendizaje y autocontrol: verificando el alumno o alumna el resultado de su propia acción.

Según la investigación que desarrolla (Martínez, 2011), los niños y niñas mejoran el desarrollo del sentido de número y la competencia matemática, **resolviendo cálculos de manera flexible en función de su desarrollo y dominio de los mismos**. Su denominación hace referencia a esta apertura o flexibilidad de resolución de algoritmos basados en números (y su composición y descomposición), no cifras (a las que, según el método ABN, se les aplica un tratamiento común independientemente de su valor posicional –unidades, decenas, centenas-). Así, este método presenta una manera específica de **abordar la cuestión del aprendizaje del cálculo de las cuatro operaciones básicas a partir de la reunión de cantidades con los criterios que les sean más perceptibles al niño o niña que las enfrenta**.

Como pilares del método, aparecen dos cuestiones básicas: no se ha de comenzar a calcular sin dominar previamente la numeración, y la manipulación es condición imprescindible para el desarrollo de la capacidad de numeración y de cálculo (Martínez, 2015).

Se hace preciso en este punto, llevar a cabo una reflexión acerca de los métodos expuestos centrados en el uso de materiales concretos:

El método ABN favorece una positiva relación lúdica con el cálculo y supone una imprescindible reflexión en torno a la necesidad de acercarse al pensamiento de los niños y niñas en contraposición con las estrategias tradicionales de enseñanza del cálculo, las cuales no parecen haber dado los resultados esperados a pesar de la repetitividad con la que se enfrentan los niños y niñas en las aulas. Por otra parte, aparecen ciertas cuestiones que deben ser meditadas desde otras perspectivas. La cuestión de que los niños y niñas generan estrategias propias de resolución, es decir, "procedimientos originales para encontrar los resultados de las operaciones involucradas, procedimientos que están vinculados a la organización del sistema de numeración decimal" (Lerner & Sadovsky, 1994, pp.162-163) formó parte de una profunda investigación por parte de estas autoras en la que subrayan que estas estrategias aparecen cuando se les alienta a ello y no se les enseñan los algoritmos tradicionales, inventando "algoritmos propios" (p. 171). Así, recogen escritos espontáneos de niños y niñas en los que aparecen procedimientos en la línea de las propuestas de Martínez (pp.164-170, por ejemplo). Ahora bien, Lerner y Sadovsky establecen una relación recíproca entre "los procedimientos infantiles para obtener los resultados de las operaciones y el conocimiento que los niños y niñas van elaborando acerca del sistema de numeración" (p. 163), esto es, una construcción conjunta, necesariamente interconectada. Así, enuncian:

> Por una parte, los procedimientos de los chicos ponen en acto –además de las propiedades de las operaciones- lo que ellos saben del sistema y, por otra parte, la explicitación de esos procedimientos permite avanzar hacia una mayor comprensión de la organización decimal. (p. 163)

Además de ello, estas autoras explicitan la necesidad de poner en común al grupo de la clase las diversas estrategias ya que, por un lado, favorece la adquisición de diferentes procedimientos, y por otro, exige de la argumentación y confrontación de ideas. Desde la presente investigación, se remarca la importancia de esta matemática dialógica. Por otra parte, Lerner y Sadovsky, y Charnay (en Parra y Saiz, 1994) proponen trabajar las operaciones aritméticas como herramientas para resolver problemas, esto es, asociadas a su finalidad, y no en sí mismas. A pesar de los autores y autoras que abogan por unas matemáticas vivenciales, manipulativas, basadas en materiales concretos, en muchos de los casos se aplican estas prácticas de manera individual y restringida, es decir, se orientan hacia prácticas exclusivas de cálculo al margen de la resolución de problemas y de manera personal, cada niño y niña realiza su propio y particular trabajo con el material, generándose escasos momentos de confrontación y diálogo.

En otro orden de ideas, Ressia (2013), expresa como algunos autores y autoras han realizado una interpretación incorrecta acerca del conocimiento desde la acción referida específicamente a la manipulación de materiales concretos, expresando que éstas no se limitan a acciones materiales sino se refieren también a una actividad cognitiva. En esta misma línea se expresa Cascallana (1988) que, defendiendo el uso de los materiales concretos y manipulativos, recuerda que la manipulación por sí misma no redunda en la competencia lógica-matemática. Además de ello, Lerner critica la necesidad de representar las cantidades a partir de objetos o, por ejemplo, "ataditos de diez" para las decenas, de cien, para las centenas, etc.:

> Estos procedimientos para concretar el sistema de numeración tienen dos grandes inconvenientes: el primero es que se deforma el objeto de conocimiento transformándolo en algo muy diferente de lo que él es; el segundo gran inconveniente es que se impide que los chicos utilicen los conocimientos que ya han construido en relación al sistema de numeración (…) hacen desaparecer la posicionalidad de nuestro sistema y lo transforman en un sistema aditivo. (Lerner, 1999, pp.56-57)

Para Lerner (1999) la cuestión radica en enfrentar a los niños y niñas a numerosísimas situaciones en los que se haga necesario interactuar con el sistema de numeración tal y como se hace socialmente fuera de la escuela, a partir de situaciones problemáticas en los que se haga necesario que expliciten sus procedimientos y conceptualizaciones y los confronten con los de los demás, y les supongan nuevos retos cognitivos a partir de los que revisar sus conceptualizaciones actuales. Por último, hacemos nuestra esta reflexión de la autora:

> **Trabajar siempre con material concreto" y "trabajar exclusivamente con problemas de la vida cotidiana" son premisas que, aplicadas indiscriminadamente, pueden obstaculizar el proceso de la construcción del conocimiento matemático. Es necesario definir en qué situaciones es conveniente recurrir a un material concreto y en cuáles no, cuándo es pertinente plantear problemas de la vida cotidiana y cuando no lo es. Esta definición sólo puede hacerse analizando la naturaleza del contenido sobre el cuál se está trabajando y de las estrategias que los niños pondrán en acción para reconstruirlo**. (Lerner, 1999)

Así como esta idea que recoge y sintetiza lo anteriormente reflexionado:

> **Lo que importa entonces no es que una actividad esté catalogada como "tradicional" o "innovadora"; lo que importa es que las propuestas de trabajo reúnan ciertas condiciones**: partir de los problemas que plantea el uso de la numeración escrita, contemplar

> diferentes procedimientos, admitir diferentes respuestas, generar algún aprendizaje sobre el sistema en todos los miembros del grupo, favorecer el debate y la circulación de información, garantizar la interacción con la numeración escrita convencional, propiciar una autonomía creciente en la búsqueda de información, acercar –en la medida de lo posible– el uso escolar al uso social de la notación numérica. (Lerner & Sadovsky, 1994. La negrilla es nuestra)

Estos métodos tienen potencial ineludible para trabajar las matemáticas, especialmente como juego, desde la motivación a partir de unos materiales atractivos o el cambio de roles institucionales en los que la enseñanza deja de ser expositiva y trata de implicar al alumnado desde la acción y los afectos (los defensores del método Singapur declaran que en las preguntas de las pruebas internaciones acerca de la actitud ante la materia los niños y niñas responden con un alto porcentaje manifestando agrado). Sin embargo, desde el punto de vista del presente estudio, existen situaciones útiles al aprendizaje de las matemáticas que subrayan más explícitamente cuestiones fundamentales: el trabajo en equipo, colaborativo e inclusivo, desde situaciones entendidas como verdaderos problemas por los alumnos y alumnas, sin olvidar que la acción no es sólo manipulación.

Respecto de los materiales, en ocasiones éstos se alejan del contenido a enseñar, tratando de representarlo. Godino, Batanero y Font (2003) advierten de que, si bien consideran fundamental su uso, especialmente en las primeras etapas, ya que son básicos para la comprensión matemática, se deben tener algunas consideraciones:

> Cuando trabajamos con materiales (por ejemplo, con “polígonos” o “poliedros” de plástico), en cierta forma “manipulamos” y vemos los sistemas de signos matemáticos, pero no los conceptos matemáticos, que son intangibles e invisibles. Es una idea errónea pensar que los conocimientos matemáticos, incluso los figurales, están plasmados, reflejados o cristalizados en el material tangible. Los objetos que investiga y manipula el razonamiento geométrico son entidades mentales que Fischbein denomina conceptos figurales, los cuales “reflejan propiedades (forma, posición y magnitud), y al mismo tiempo, poseen cualidades conceptuales, como idealidad, abstracción, generalidad y perfección”. (p. 138)

Para estos autores, se hace imprescindible el uso de materiales concretos desde la reflexión profunda, en tanto que de no hacerlo, pueden suponer un obstáculo al aprendizaje, confundiendo las propiedades del material que trata de modelizar estas propiedades:

> Por tanto, lo que se debe considerar como recurso didáctico no es el material concreto o visual, sino la didáctica integral, que atiende tanto a la práctica como al discurso, de la que emergen las técnicas y estructuras conceptuales matemáticas. (…) Es importante también que

> el uso del material no comprometa toda la atención desplazando la propia reflexión matemática. Usar manipulativos tangibles en la enseñanza de las matemáticas es siempre un medio para un fin, nunca un fin en sí mismo (Godino, Batanero & Font, 2003, p. 140-141)

Báez y Hernández (2002) exponen las que consideran ventajas e inconvenientes del uso de materiales concretos. Entre las ventajas, ya apuntadas anteriormente, encontramos la potenciación de la intuición, el razonamiento, la discusión y confrontación de ideas, la validez desde la propia acción, su uso como puente hacia conceptos abstractos, entre otras. Entre las desventajas, señalan la necesaria formación respecto de su uso y el momento adecuado para hacerlo por parte del docente, la cuestión de que el material favorece pero no genera directamente la transferencia hacia la abstracción de los conceptos, y la cuestión ya señalada de que, o bien no se modeliza exactamente aquel concepto que se trata de representar, o bien incluso se distorsiona este concepto en su esencia. Otros autores se expresan en términos similares, como Mialaret (1984, para la que la manipulación se hace necesaria pero no es suficiente si no se acompaña de la verbalización de la acción) o de Castro (2007, acerca de las reflexiones de Baroody y Kamii al efecto).

Se asume la necesidad y la utilidad incuestionable de llevar a cabo en las aulas una matemática que involucre activamente a los niños y niñas, y que el uso de materiales manipulativos, concretos, colabora definitivamente en esta cuestión. Así lo han subrayado desde Rousseau, pasando por todo el movimiento de la Escuela Nueva, hasta numerosos autores y autoras de nuestros días. Sin embargo, también aparece un gran número de voces que alertan de la necesidad de su uso reflexivo y desde la perspectiva de su utilización como colaborador al aprendizaje pero sin descuidar otras perspectivas útiles, contrastadas. Creemos que el error consiste en el entendimiento de que un método único puede abarcar todos los aspectos del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Así, desde la presente investigación, nos adherimos a lo expuesto desde la NCTM cuando exponen que “en un buen proyecto educativo, los maestros hacen uso de varios enfoques, estrategias y materiales para fomentar el interés infantil hacia las matemáticas y la competencia en las mismas” (NCTM 2002, en Edma0-6, 2013).

<u>Proyecto Kovalevskaya</u>. Debe su nombre a la matemática rusa que abordó igualmente el campo de la literatura. Está destinado a los cursos de quinto y sexto de la Educación Primaria (en la investigación que presentan los autores, pero se ha ido extrapolando a otros cursos) en los que se aborda la materia desde recursos literarios ya que se les supone generan una alta motivación favoreciendo una enseñanza interdisciplinar (Marín, 2007, 2013):

> Fomentar y/o mantener la actitud positiva y la motivación hacia las matemáticas, así como su repercusión en el aprendizaje significativo de los contenidos concretos del curso, mediante la utilización de recursos

> literarios que permiten presentar la matemática como un logro cultural de su época, entroncada en la sociedad a la vez que utilizada por ésta fundamentalmente como medio de comunicación y de comprensión, y de explicación y control del entorno, con una estrategia de aula de estilo heurístico. (Marín, Lirio y Calvo, 2006)

Parte de la inquietud por favorecer una actitud positiva hacia la materia en edades en las que, según algunos estudios (Cockcroft, 1985) se generan ya emociones que determinarán sus aprendizajes posteriores e incluso en la vida adulta.

Este enfoque entronca de alguna manera con el que se aborda a continuación acerca de la matemática recreativa, de hecho, Marín, Lirio y Calvo (2006) tomarán algunos problemas propuestos por M. Gardner o Fabretti, representantes de dicha perspectiva.

<u>Matemáticas recreativas</u>. En la línea de la asociación fructuosa entre matemáticas y literatura, se expresa Fabretti (2009), relacionándola con la matemática recreativa. Para este autor, en ambas áreas –matemáticas y literatura- se necesitan métodos similares: “la imaginación, la lógica, la comparación con situaciones anteriores, la búsqueda de reglas de aplicación general…” (p. 42). Fabretti expone como el ser humano lo es gracias al papel que juega el lenguaje y cómo ha transmitido los conocimientos y los ha aprendido a través de relatos. Así, propone el aprendizaje de las matemáticas a partir de éstos (acertijos, microrrelatos, etc.) y propone los textos de Martin Gardner, Smullyan, Gamov, Gómez, Carrol o él mismo, y el aprovechamiento de la historia de las matemáticas. Se hace interesante a esta investigación la siguiente perspectiva que aporta:

> Es lamentable que la presencia de las matemáticas en la literatura sea tan escasa; pero no es menos lamentable (en realidad es la otra cara de la misma moneda) que lo literario-narrativo esté tan ausente de la enseñanza de las matemáticas, y que tan pocos profesores y profesoras sean conscientes de que, **también con las materias científicas, de lo que se trata es, en última instancia, de enseñar a leer y a escribir**. (p. 46. La negrilla es nuestra)

La mirada de matemática desde el apelativo de *recreativa* tiene lugar como consecuencia de la reflexión de numerosos autores y autoras que advierten que los alumnos y alumnas las sienten muy apartadas de sus intereses y realidades, y bajo la propuesta de que los docentes transmitan ilusión y disfrute por la misma, así como una presentación atractiva, cercana, significativa y comprensiva, como clave para su abordaje. Así, está muy relacionada con los afectos. En esta línea se manifiestan autores y autoras (muchos de ellos/as nombrados en el transcurso de la presente memoria) que colaboran además en la autoría de la obra “Matemáticas re-creativas” de 2004, cuyo título es, por sí mismo, toda una declaración de intenciones: Alcalá, Aldana, Alsina, Bishop, Carbó, Colomer, Fernández, Ferrero, García, Giménez, Hans, Monterde, Mora, Muñoz, Pazos, Ramos, Recarens y Segarra. Algunos autores se manifestaron anteriormente en esta línea, tales como Martín Gardner (gran divulgador de las matemáticas apostó por una enseñanza lúdica que despertara la intriga, la curiosidad y el placer del descubrimiento al estudiante), Perelman (matemático ruso autor de numerosas obras acerca de la matemática desde esta perspectiva), Smullyan (matemático y mago, ha publicado numerosas obras acerca de la lógica y el ingenio), o Miguel de Guzmán (relacionó en sus múltiples publicaciones la matemática con la creatividad y la belleza del arte –literatura, arquitectura, artes visuales…- y apostó por un cambio de mirada educativa hacia la heurística –a partir de resolución de problemas-, el trabajo en grupo, la modelización el juego y el fomento del gusto por lo matemático), entre otros/as. Bajo la categoría de matemáticas recreativas, la Real Sociedad Matemática Española, da a conocer numerosas obras de divulgación matemática (alrededor de 127) desde este talante, muy ligadas a lo que ya se abordaba en el apartado 2.2.2.- Cognición situada y *aprendizaje -actividad*, contexto y cultura-, desde la inclusión, y cultura matemática y enfoque realista -p.84-).

Desde este enfoque, los alumnos y alumnas deben ser los protagonistas de su propio aprendizaje, aprendiendo a pensar por sí mismos, colaborando desde la escuela para que conozcan las diversas estrategias y sean capaces de decidir cuáles convienen a cada situación. Se apuesta por una alfabetización matemática la cual se ve favorecida por el abordaje desde el juego y las situaciones lúdicas como favorecedor de la indagación matemática (Segarra, en Alcalá et. al, 2004). Se estiman como recursos imprescindibles la imaginación y la creatividad (Alsina, 2004, en Alcalá et. al., 2004). Como ya se expresara en el apartado 2.2.3.- La relación de la dimensión emocional en el aprendizaje: afectividad, emociones y matemáticas (p.93), Alsina establece una necesaria relación entre las emociones y los afectos positivos y la enseñanza de las matemáticas, a partir de la conquista en las aulas de la sorpresa ante la **belleza de las matemáticas, la genialidad de determinadas argumentaciones o razonamientos, ante problemas estimulantes, soluciones inesperadas, relaciones con otros conceptos o técnicas, etc., desde aulas con dinámicas activas, lúdicas y participativas, en las que se observen diferentes formas de presentar la materia, a partir del uso de materiales concretos y tecnológicos atractivos y motivadores, generando contextos cordiales, afectivos entre docentes y alumnos/as, en los que se respire un ambiente de confianza hacia las propias posibilidades y hacia los demás desde el trabajo en equipo, en los que la evaluación no sea el eje determinante de la actividad del aula sino la satisfacción por el trabajo bien hecho y la comprobación de sus consecuencias, y el propio entendimiento. Para ello, el docente habrá de conocer bien la materia y transmitir pasión por ella, así como tener un profundo respeto y cariño hacia las personas a las que se las enseña, por encima de las programaciones oficiales** (Alsina, 2012).

Se establece desde esta investigación una cercanía con esta perspectiva de abordaje de la matemática en las aulas, así como de la concepción que de la educación se infiere.

<u>Early Algebra o álgebra temprana</u>. Como se ya expresaba en puntos precedentes, el PME (The International Group for the Pshycology of Mathematics

Education) basándose en las investigaciones expuestas en su marco, aporta orientaciones didácticas en torno al álgebra temprana (early algebra), el razonamiento, los modelos matemáticos, los conceptos numéricos y los procesos de cálculo, estableciendo un énfasis mucho más acentuado en las cuestiones de resolución de problemas y comunicación de ideas, ante las evidencias de los diferentes estudios acerca de las capacidades de los niños y niñas de EI (Sierra & Gascón, 2011). Esta propuesta curricular se basa en el trabajo en las aulas desde los primeros años desde "modos de pensamiento algebraicos" (Molina, 2009, p.135) a partir de "la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas y, de este modo, cultivar hábitos de pensamiento que atiendan a la estructura que subyace a las matemáticas" (p. 136). La National Association for the Education of Young Children (Asociación Nacional para la Educación Infantil, NAEYC) y el National Council of Teachers of Mathematics (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas, NCTM) en su declaración conjunta de posición de sobre Matemáticas en la Educación Infantil adoptada en 2002, y actualizada en 2010, se expresa en estos mismo términos. Desde esta declaración enuncian la necesidad de asegurar en la EI un currículo "coherente y compatible con las relaciones y secuencias conocidas de las ideas matemáticas fundamentales" (NCTM, 2013, p.7) incluyendo explícitamente el álgebra y el estudio de patrones: "los patrones (un componente del álgebra) merecen una mención especial, dado que son accesibles e interesantes para los niños, tienden a impregnar todo el pensamiento algebraico, y favorecen el desarrollo del número, el sentido espacial, y otras áreas conceptuales" (p.8). Para ello expresan como específicos de esta etapa ejemplos de conocimientos y destrezas típicos, y de estrategias de enseñanza:

- El niño/a "Descubre y copia patrones con repetición sencillos, como al formar un muro de bloques del tipo largo, corto, largo, corto…";
- El niño/a "Descubre y analiza patrones en aritmética (por ej., sumar uno a cualquier número da como resultado el número siguiente en la secuencia numérica)";
- El docente "Propone, modela, y analiza patrones (por ej., "¿Qué falta?" "¿Por qué crees que es un patrón?" "Después va uno azul"). Anima a los niños a buscar patrones basados en el color y en la forma en el entorno, patrones numéricos en calendarios y tablas (por ej., con los numerales del 1 al 100), patrones en aritmética (por ej., darse cuenta de que al sumar cero a un número, siempre nos queda ese mismo número)". (p.23)

Godino y Font (2003, 2014) subrayan del mismo modo la importancia de desarrollar un razonamiento algebraico a lo largo de todas las etapas educativas, desde la EI, a partir del estudio de patrones numéricos y geométricos, reglas generales y estructuras isomorfas (conceptos matemáticos con las mismas estructuras), así como de la formación de los docentes en las características de este razonamiento algebraico.

Desde esta investigación, se expresa una cercanía con esta propuesta, constatada por la experiencia como docente en el aula, desde la que se observa la capacidad de los niños y niñas de establecer inferencias algebraicas y el gusto y la sorpresa que les provocan estos descubrimientos.

Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el Aprendizaje Basado en la Acción (ABA). Pese a que en el apartado posterior se trata más en profundidad la cuestión de "problema" en el campo matemático, se ha de mencionar en este punto en tanto que se encuentra en la literatura matemática un movimiento con esta nominación específica, ABP. Para Morales y Landa (2004), el denominado Problem-Based Learning (PBL) tiene sus orígenes en Canadá entre los años 40 y 60 (Esteban, 2011) en el ámbito de la facultad de medicina de la universidad de McCaster debido a la necesidad de los alumnos/as que posteriormente, como profesionales, tendrían de enfrentar y solucionar problemas. Este proceso se llamó Razonamiento Hipotético Deductivo. Esta propuesta que terminó por extrapolarse a otras áreas, fundamentalmente a la matemática, promueve un aprendizaje significativo desarrollado "en base a grupos pequeños de trabajo, que aprenden de manera colaborativa en la búsqueda de resolver un problema inicial, complejo y retador, planteado por el docente, con el objetivo de desencadenar el aprendizaje autodirigido de sus alumnos. El rol del profesor se convierte en el de un facilitador del aprendizaje" (p.145). Se trata de una propuesta que delega la responsabilidad de su propio aprendizaje en el alumno/a, y en la que los problemas suponen el foco y el estímulo. En los años 90, esta perspectiva se ve enriquecida con los aportes de la psicología cognitiva, entendiendo el aprendizaje como un proceso constructivo frente a la tradición expositiva de las aulas, que se ve directamente afectado por la metacognición en tanto que la resolución no depende únicamente del conocimiento como del uso de estrategias y métodos adecuados y de la propia evaluación de los logros obtenidos con los mismos. Así, se establecen propuestas contextualizadas, situadas, significativas, reales o realistas, a partir de diferentes situaciones y contextos variados, en las que se fomenta el interés, las emociones positivas y la motivación del alumnado -generando un conflicto cognitivo-, la comprensión sobre la memorización, la diversificación de ideas, interrogantes y soluciones, y el trabajo colaborativo, la confrontación de saberes y propuestas (con el aprendizaje del respeto, las habilidades interpersonales y la responsabilidad que con ello se genera). Morales y Landa recogen los resultados que se obtienen de implementar este enfoque generado a partir de los aportes de numerosos autores y autoras (Coll, Vygotsky, Ausubel, Piaget, entre otros/as muchos/as):

- Facilita la comprensión de los nuevos conocimientos, lo que resulta indispensable para lograr aprendizajes significativos
- El ABP promueve la disposición afectiva y la motivación de los alumnos, indispensables para lograr aprendizajes significativos
- El ABP provoca conflictos cognitivos en los estudiantes
- En el ABP el aprendizaje resulta fundamentalmente de la colaboración y la cooperación
- El ABP permite la actualización de la Zona de Desarrollo Próximo de los estudiantes. (2004, p.151)

Desde esta perspectiva se fomenta el pensamiento crítico, la interdisciplinariedad y la transferencia a diversos contextos, así como el autoconocimiento consciente y fundamentado de los propios progresos.

Para Esteban (2011), la evolución de esta mirada se concreta en el llamado "Aprendizaje basado en la acción" (ABA), como "estrategia complementaria", en tanto que considera que, realmente, no se han llevado a la práctica situaciones verdaderamente significativas que conjuguen una "adecuada mediación instrumental y social y una vinculación intelectual, emocional y territorial" (p. 98). Por ello expresa que, "la aportación del ABA al ABP consiste en el énfasis en la creación de actividades significativas vinculadas con el territorio" (p. 99) Cuando Esteban utiliza el término territorio, se refiere a la comunidad en la que los alumnos/as están inmersos, de tal manera que realicen acciones educativas que permitan mejorarla, tengan lugar "directamente en el mundo real" (p.99) superando así también la idea del "Aprendizaje Basado en Proyectos" -que abordamos a continuación- (para la que se realizan tareas que tienen aplicación en el mundo real, pero no del mundo real, según este autor). Inicialmente este concepto de ABA no está desarrollado expresamente para el área de la matemática, pero su autor lo extrapola a todo el ámbito educativo.

Desde la presente investigación, se valoran los aportes de estas miradas como prácticas educativas útiles a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

<u>Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP, en algunas referencias; ABProyectos en otras)</u>. El aprendizaje basado en proyectos es una propuesta globalizadora ampliamente recogida por autores y autoras como Kilpatrick, Dewey, Decroly, Bruner o Freinet, entre otros/as muchos/as. En la actualidad, está considerada una perspectiva que conjuga estrechamente los saberes que se trabajan en la escuela con la vida cotidiana, de tal forma que se integran los contenidos con numerosas realidades y campos de conocimiento en procesos creativos, abiertos y flexibles, de construcciones únicas realizadas por los grupos en los que se llevan a cabo, en los que se recogen los intereses de niños y niñas bajo el paraguas de docentes que dan cabida a contextos comunicativos y forma a sus propuestas, o que bien las generan desde la sorpresa, convocando a la imaginación (D´Angelo, Burillo & Medina, 2009). Nada tienen que ver con propuestas metodológicas cerradas, basadas en esquemas encorsetados, más allá (aunque importantes) de las conocidas fases de: planteamiento de un tema, preguntas sobre lo que saben los niños y niñas, lo que quieren saber, elaboración de un esquema de trabajo, recogida de información de diversas fuentes, consecución de un plan de trabajo, recogida de información y conclusiones y exposición de las mismas en diversos formatos. Un proyecto de trabajo es único en cada caso, algo vivo, que encierra en sí mismo una concepción de la educación, de la escuela "como espacio abierto, para todos, que invita a explorar nuevas proyecciones, a la búsqueda, a la indagación, como lugar para compartir y reelaborar la cultura" (Medina & Vallejo, 2014, p.12), en la que los alumnos y alumnas son protagonistas y responsables de su aprendizaje movidos por sus propios deseos y proyectos, y en la que los docentes respetan esos procesos acompañando un crecimiento integral y equilibrado en contextos significativos y en un

entorno en el que se favorece la creatividad, la comunicación, la expresión, la interacción, la participación, de docentes, alumnado y familias. Desde esta mirada, se pone un acento especial a la creación en las aulas de climas de seguridad y confianza, de escucha y participación activos e interactivos, en las que se generen marcos de descubrimiento conjunto, placentero, compartido y disfrutado, fomentando la construcción de un pensamiento grupal con significados compartidos, procurando el autoaprendizaje que ofrece la confianza en uno/a mismo/a (Medina & Vallejo, 2014). Así, se trata de una perspectiva en la que:

> Las metodologías de integrar principios metodológicos y de generar contenidos significativos, entre otras posibilidades propias del proceso creativo de un proyecto de trabajo, cobra cada vez más fuerza dentro del panorama de la educación infantil y primaria, aunque paralelamente genera inseguridad ante lo que, desde enfoques metodológicos que subdividen la realidad para analizarla y describirla, se considera una "imprevisión didáctica". La posibilidad del cambio depende de la solidez de los equipos pedagógicos, de su proceso de formación permanente (capacitación docente) y del modelo organizativo del centro. (D´Angelo, Burillo & Medina, 2009, p.39)

En lo referente a esta mirada desde el ámbito más específicamente matemático, la NCTM y la NAEYC (2013) apuestan directamente por esta perspectiva en tanto los proyectos proporcionan escenarios de interdisciplinariedad en los que las matemáticas se ven incardinadas desde escenarios en los que se desarrollan verdaderos problemas de la vida real:

> Los proyectos también atraviesan las fronteras en las asignaturas. Las investigaciones prolongadas proporcionan excelentes oportunidades para que los niños apliquen las matemáticas, así como para que desarrollen su autonomía, perseverancia, y flexibilidad para dar sentido a los problemas de la vida real. Cuando los niños realizan un proyecto o una investigación, se plantean numerosas cuestiones y problemas matemáticos. Con la guía del maestro, reflexionan sobre cómo recoger información y elaborar representaciones que les ayuden a comprender y usar la información y a comunicar los resultados de su trabajo a otros (p. 9)

Desde la presente investigación, se apuesta abiertamente por esta manera de entender la educación y por el especial aprovechamiento de la misma para el abordaje de la matemática en las aulas.

Además de todo ello, hay que hacer una mención especial a la <u>incorporación progresiva de las tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las aulas</u>. La NCTM y la NAEYC (2013), en su declaración de intenciones acerca de las matemáticas en la EI, recomienda activamente introducir la matemática a través de una variedad de experiencias y estrategias de enseñanza, entre ellas, y siempre que su utilización responda a una intención reflexionada, aparecen las herramientas informáticas en tanto que:

> puedan complementar y profundizar en aquello que pueda hacerse por otros medios. Igual que ocurre con otros materiales didácticos, la elección del software y del mejor modo de incorporar el uso de ordenadores en el currículo del día a día, requiere una toma de decisiones reflexiva y bien informada a fin de que las experiencias de aprendizaje de los niños sean ricas y productivas. (p. 11)

Para ambas organizaciones, la tecnología es básica en la enseñanza de la matemática ya que colabora en su comprensión y potencia el aprendizaje de los alumnos y las alumnas, y como tal, queda incluida en los principios de la NCTM para las matemáticas escolares.

Infante, Quintero y Logreira (2010) si bien abogan por su utilización, advierten de que ha de considerarse como "factor transversal", esto es, como herramienta y no como fin en sí misma. Estos autores expresan cómo el alumnado, a través del uso de la tecnología (micromundos, simuladores, tutoriales, sistemas con inteligencia artificial, aplicaciones telemáticas, plataformas webs, calculadoras…), puede "vivir nuevas experiencias matemáticas (difíciles de lograr en medios tradicionales como el lápiz y el papel) en las que él puede manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración" (p. 36), pero siempre atendiendo a "la complejidad del conocimiento matemático a enseñar, la complejidad de los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje de las matemáticas, y el papel fundamental que juegan los diseñadores de currículo y los profesores en el diseño e implantación de situaciones didácticas" (p.36).

Marín (2001) recoge las herramientas didácticas colaboradoras con la enseñanza de las matemáticas y el autoaprendizaje que pueden utilizarse por los docentes en internet (listas de distribución de correo como EDUMAT, documentos multimedia –recogidos por diferentes webs-, softwares, sistemas multiconferencia, conexión a ordenadores remotos –FTP- para el acceso a diferentes archivos –programas, shareware, imágenes, etc.-) cuya implementación debe estar acompañada de una alfabetización digital del profesorado y de una mejora de las infraestructuras de las escuelas, con la intención de, a través de ellas, generar, además, entornos interactivos, estimulantes y motivadores. Tec, Uc, González, García, Escalante y Montañez (2010), así como Marmolejo y Campos (2012), entre otros muchos, apuestan también por el uso de la robótica y los programas de animación, tales como Robots LEGO NXT y Scracht, o LEGO Mindstorms RCX, NQC Baby, BeeBot y Scribbler más específicamente para la matemática en EI y Primaria (Demo, 2009; De Michele, Demo & Siega, 2008), en el marco del proyecto europeo Terecop, de filosofía constructivista, incardinada en proyectos a partir del aprendizaje colaborativo (Pittí, 2011).

El creciente interés por las tecnologías en la enseñanza de la matemática ha derivado en numerosos proyectos, como Intergeo -proyecto de la Unión Europea para impulsar el uso y facilitar la búsqueda de materiales digitales acerca de la geometría, como el anteriormente mencionado Geogebra, entre otros muchos (Recio, 2008)- o el uso de las webquest también en EI –en las que los alumnos y alumnas utilizan los recursos de internet previamente seleccionados por los docentes ante la masividad de la información que se encuentra en las redes- (Aguiar & Cuesta, 2009).

En la actualidad, no se puede obviar el manejo intuitivo que niños y niñas realizan de smartphones, tablets (y de las numerosas aplicaciones que pueden utilizarse), o portátiles, y la herramienta de las PDIs en las aulas, como instrumentos colaboradores a la comprensión de la matemática (para calcular, dibujar, resolver problemas, buscar información), en el marco de lo que estos autores y autoras exponen: generando marcos de indagación y aprendizaje cooperativo.

Todas las prácticas educativas expuestas muestran de una manera u otra la decepción con un sistema tradicional de la enseñanza de la matemática, entendiendo ésta como la que se presenta de manera expositiva, donde el conocimiento es transmitido por el docente y el alumno/a realiza aprendizajes fundamentalmente memorísticos, desde prácticas individuales, repetitivas y descontextualizadas.

De Castro (2007) propone evaluar los métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil (tanto para su elección como después de su implementación) en base a una serie de criterios de idoneidad: matemática –contenidos matemáticos para EI utilizando referentes con una base sólida teórica y práctica y desde la elección reflexionada del enfoque de enseñanza-, cognitiva –atendiendo al grado de dificultad en función del desarrollo evolutivo y lógico-matemático de los niños y niñas-, interaccional –potenciando el aspecto comunicativo y de interacción de las matemáticas-, mediacional –adecuando el uso de recursos didácticos, materiales manipulativos y tiempos-, emocional –atendiendo a los afectos y al autoconcepto que se genera a la hora de enfrentarse a la tarea matemática, así como a las creencias y actitudes hacia la misma-, y ecológica –desde la visión de Chevallard, atendiendo a la adecuación del método teniendo en cuenta, además, el centro escolar, el entorno familiar y el social-. El artículo de De Castro es muy completo y refleja, en cierto modo, la falta de reflexión que, en general, afecta a las aulas de EI a la hora de elegir qué prácticas educativas matemáticas poner en marcha bajo criterios basados en un profundo conocimiento de la situación, cuestión que, por otra parte, proviene, entre otros motivos, de un insuficiente marco curricular normativo.

Desde la presente investigación, se apuesta por un entendimiento del abordaje de la matemática en las aulas de carácter holístico, esto es, las prácticas educativas presentadas en este apartado, así como las perspectivas que se abordaron anteriormente y en los puntos sucesivos, no pueden ser paradigmas y metodologías únicos, válidos por sí mismos para el tratamiento de una didáctica que es compleja, sino que se han de conocer profundamente para poder establecer qué conviene a cada contenido matemático, grupo de alumnado y entorno educativo, edad, situación, intencionalidad, momento evolutivo, etc. Sin embargo, parece claro que se ha de tender hacia una educación matemática como proceso de inculturación, aprovechando lo que la historia de la matemática puede aportar al aula, desde la resolución de verdaderos problemas con sentido para los alumnos y alumnas (los proyectos de trabajo y la vida cotidiana de las aulas son un fantástico trampolín en EI para ello), la modelización, y el juego, a partir herramientas facilitadoras y estimulantes, del trabajo cooperativo, en grupo, generando contextos comunicativos, motivación y gusto por esta área, con la imprescindible formación que para todo ello requiere el docente y la necesaria implicación de las administraciones para el desarrollo de modelos curriculares basados en las evidencias de la investigación en este campo.

2.3.1.4.- CONCEPTO DE PROBLEMAS EN EL CAMPO MATEMÁTICO Y SITUACIÓN PROBLEMA EN EL CAMPO EDUCATIVO

Escena I (cocinando juntas, ella sigue la receta escrita y vamos preparando):
Nora: "Necesitamos ¾ -tres, una rayita, cuatro- de litro de leche, ½ -lo mismo- taza de azúcar…"
Yo: "¿Te acuerdas de cuando hicimos las magdalenas que te conté qué significaban esos números?"
Nora: "Sí" (y sigue preparando la receta con acierto y sin más explicaciones).
Escena II (haciendo los deberes del colegio, después de calcular 20 multiplicaciones):
Una semana tiene 7 días. ¿Cuántos días son 51 semanas?
¿De cuáles es este? Ah, ya, que este es el tema de la multiplicación…

(Mi hija Nora, 7 años)

Para Álvarez, Argerami & Palacios (1995), *problema* está estrechamente relacionado con obstáculo, cuya etimología, de origen griego, se compone de: *pro* (delante) y *blêma* (acción de arrojar). Estos autores entienden, pues, como problema, aquella situación que hay que afrontar, aquella pregunta que se hace necesario responder para encontrar una solución. De una manera general, *problema* es la situación que, generando incertidumbre, convoca a la búsqueda de resolución. Por otra parte, *resolución de problemas* implica un proceso por el que, a partir de la aplicación de conocimientos, se trata de clarificar dicha situación (Dumas-Carré, 1987, Gagné, 1965, Ashmore et al. 1979, en Perales, 1993).

Acerca de la resolución de problemas se ha investigado desde diferentes ámbitos, especialmente desde la psicología (conductista, Gestalt, y cognitiva –con la teoría del procesamiento de la información, la mirada de Piaget o el constructivismo), aunque también desde una muy desarrollada perspectiva empírica, conectada al ámbito de las ciencias, en tanto que desde ellas se trata de dar respuesta a los diferentes interrogantes (Perales, 1993; Ziman, 2003, en Castro, 2008). En el ámbito pedagógico, en el contexto de la Educación Matemática, la cuestión es igualmente compleja y diversa, habiéndose abordado desde la filosofía -por Dewey-, la psicología -por Fischbein, Mayer, Sternberg o Vergnaud, entre otros-, la matemática –por Poincaré o Polya-, y la educación –por Kilpatrick, Puig, Rico o Socas- (Castro, 2008). Como se observa, el abordaje de la cuestión es doble, por un lado la resolución de problemas como herramienta para la enseñanza y el aprendizaje, por otro, como instrumento de actividad científica (Castro, 2008). Las diversas perspectivas en torno a los problemas están condicionadas por las diferentes investigaciones alrededor del tema, las teorías en las que se sustentan y los paradigmas acerca de la enseñanza y el aprendizaje en los que éstas se enmarcan:

> Aun dentro de la misma cultura o en un mismo sistema de educación, los desarrolladores del curriculum, los profesores, los investigadores en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y los matemáticos no necesariamente comparten los mismos puntos de vista sobre lo que es un problema y lo que se enseña en términos de resolución de problemas (Arcavi & Friedlander, 2007, p. 356, en Santos, 2008).

Santos (2008) realiza un interesante recorrido por algunas de las perspectivas acerca del tema, así como de los diferentes abordajes que en los diversos países se hace de la cuestión desde sus programas educativos y sus investigaciones, que apostando por la resolución de problemas, presentan diversos enfoques. Si bien en general se observa que esta mirada se reconoce como una actividad central para el quehacer matemático (el desarrollo del pensamiento y el lenguaje matemático), no parece que haya consenso respecto de cómo organizar el currículo en torno a ello.

En este caso, dada la temática de la presente memoria, y en un esfuerzo de síntesis ante la magnitud de la cuestión, se aborda la cuestión desde la mirada de la didáctica, esto es, la resolución de problemas como herramienta de enseñanza de la matemática, sin obviar que la resolución de problemas “contribuye a la formación intelectual y científica de los estudiantes” (Castro, 2008, p. 7).

La historia de la matemática está ligada a la resolución de problemas, en tanto que, a través de la necesidad de responder a las diversas situaciones originadas, se ha ido conformando y desarrollando. Para Bachelard (1974) esta historia camina de la mano de los interrogantes que han ido surgiendo, sin los cuáles no se desarrolla el conocimiento, y éstos a su vez han dado lugar a nuevos problemas. Para Charnay (1994, en Parra y Saiz) el origen de los problemas y el contexto en el que han tenido lugar son muy diversos: domésticos, vinculados a otras ciencias, a la enseñanza, y a la matemática misma, en tanto que, *hacer matemática* es, sin lugar a dudas, resolver problemas (p. 52). Desde la investigación en educación matemática, Kilpatrick (en Kilpatrick, Gómez & Rico, 1998) expresa cómo se produce progresivamente un cambio de mirada poniendo el acento “en el que aprende” (p.7) dando una especial importancia tanto a las prácticas educativas como a los contextos en los que tienen lugar. Así, se comienzan a desarrollar investigaciones, currículos y programas que subrayan la importancia de "la construcción de modelos matemáticos para el análisis de problemas de la vida real" (p.7), de la misma manera en la que la matemática ha evolucionado, haciendo hincapié en la necesidad de procesos comunicativos entre los alumnos y alumnas. En la misma obra, Rico se expresa en términos similares, y describe los cambios del sistema educativo español, que en los años 90, a nivel de currículo oficial, se producen como consecuencia de esta nueva perspectiva: "ampliando el campo del aprendizaje hasta integrar el dominio de las estructuras conceptuales, ricas en relaciones, procedimientos y estrategias que abren la puerta a la creatividad, a la intuición y al pensamiento divergente de los alumnos" (p. 21). Este autor apuesta abiertamente por un enfoque orientado en esta línea de resolución de problemas, de la misma manera que Kilpatrick, el cual trabajó directamente con Polya y del que recibe su influencia en torno a la heurística de la matemática (término al que ya aludiera Lakatos, 1993). *Heurística*, del griego, significa "hallar, inventar" y suele asociarse a los procesos de descubrimiento. Interesado en estos procesos, Polya (1979, 1981) generaliza un método enfocado a la solución de problemas matemáticos, en cuatro pasos: entender el problema (comprender lo que dice, ser capaz de redefinirlo, reconocer en él los datos relevantes de los que no lo son, reconocer en su estructura problemas similares anteriormente resueltos, etc.), configurar un plan (elegir una estrategia: ensayo y error, búsqueda de patrones, simplificarlo, visualizarlo a partir de figuras, esquemas o diagramas, usar razonamientos directos o indirectos, comenzar por el final, buscar fórmulas, modelizarlo, identificar submetas, etc.), ejecutar el plan (implementar las estrategias escogidas en un tiempo razonable, y, si es necesario, postergarlo), y mirar hacia atrás (advirtiendo si es o no correcta la solución, si existiría otra más sencilla o si se puede generalizar a otros casos). Kilpatrick (1998) observa cómo las investigaciones se han ido desarrollando de la heurística a aquella centrada en *problemas situados* en tanto que ya no se considera necesario aprender específicamente estrategias generales (como las de Polya) o más concretas, particulares al contenido trabajado (como propone Schoenfeld, 1985; Barrantes, 2006) sino a partir de problemas que tengan significado para los alumnos y alumnas, de situaciones auténticas o realistas, con la intención de que se sientan comprometidos a resolverlos y que propicien la construcción de modelos matemáticos (Lesh & Zawojewski, 2007, en Santos, 2008).

Charnay considera que hay problema en tanto los alumnos y alumnas lo perciban como tal, de tal manera que para resolverlo tengan que poner en uso herramientas matemáticas, para que así las construyan con sentido. Parra (1990), en la misma línea, establece que "un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata" (p. 22). Para esta autora, el alumnado debe modelizar una situación para alcanzar su solución, y ha de servir de inicio de nuevas ideas y preguntas. Clemens(1999), que analiza la conveniencia o no del aprendizaje a partir de la resolución de problemas desde las perspectivas de diferentes autores y autoras e investigaciones, habla de la necesidad de llevar a cabo problemas "educativamente enriquecedores": "podemos definir una actividad enriquecedora como la que ayuda a los alumnos a construir, sobre las estructuras cognitivas que ya tienen, mediante la unión de proposiciones, imágenes, destrezas, clasificaciones de tipos de problemas y episodios almacenados en su memoria" (Clemens, 1999, p. 33).

Para Guzmán, la enseñanza de la matemática a partir de la heurística, de la resolución de problemas, es fundamental para alcanzar un aprendizaje activo y una inculturación -como proceso de inmersión por el cual se adquieren las formas propias del quehacer matemático-. Para ello, aboga por el trabajo con verdaderos problemas, así interpretados por los alumnos y alumnas, poniendo el acento en los procesos de pensamiento y aprendizaje, y en los contenidos matemáticos como herramientas eficaces de resolución. Así, Guzmán, recoge ambas perspectivas (la heurística y el trabajo con problemas *situados*) como complementarias. Guzmán subraya la importancia de que el alumnado tenga oportunidad de la manipulación de objetos matemáticos, la acción frente a la pasividad de escenarios expositivos, la creatividad, la reflexión consciente sobre los propios procesos, la realización de transferencias, la adquisición de confianza en sí mismo, la diversión a partir de la actividad mental, y el establecimiento de relaciones con problemas de la vida cotidiana, de la ciencia y de la tecnología. Así mismo, expresa que el abordaje de la matemática a partir de esta perspectiva, genera autonomía en el aprendizaje de los niños y niñas, los prepara para evolucionar y adaptarse a un mundo que es cambiante, ofrece el desarrollo de procesos eficaces frente a "rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido", y proporciona aprendizajes desde la diversión, el disfrute y la creatividad. Desde esta mirada, se supera una matemática que basaba la resolución de problemas en la exposición previa de contenidos que más tarde habían de ejercitarse a partir de enunciados problemáticos, para alcanzar una visión en la que las propuestas de las situaciones problemas pueden emerger de la historia de la matemática, de modelos, juegos, vida cotidiana, etc. en las que, bajo la mediación del profesorado, el alumno/a descubre activamente por sí mismo emulando la tarea de los matemáticos en la historia, siguiendo este proceso:

> - manipulación autónoma por los estudiantes;
> - familiarización con la situación y sus dificultades;
> - elaboración de estrategias posibles;
> - ensayos diversos por los estudiantes;
> -herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados);
> - elección de estrategias;
> - ataque y resolución de los problemas;
> - recorrido crítico (reflexión sobre el proceso);
> - afianzamiento formalizado (si conviene);
> - generalización;
> - nuevos problemas;
> - posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas...
>
> (Guzmán, 1994)

Sin embargo, como ya se expresaba anteriormente, pese a la profunda indagación acerca de la resolución de problemas como práctica que favorece la adquisición de la matemática, la tradición educativa española, y de otros muchos países, se ha fundamentado en la ejercitación de enunciados desde los que poner en práctica los contenidos expuestos, a modo de evaluación. No se trata pues, de problemas, sino de una aplicación de lo aprendido (Chevallard, 1997; Parra, 1994). Por el contrario, Sadovsky (1998) y Chemello (2001) proponen el trabajo a partir de problemas que den sentido a los conceptos, y que desde éste favorezcan su transferencia a diferentes situaciones problemáticas. Desde esta perspectiva, como se ha tratado en puntos precedentes, surgen movimientos, iniciativas, que defienden un modelo matemático basado en la realidad. Entre sus representantes españoles aparece Claudi Alsina, que lo denomina "matemática viva" propugnando la importancia del trabajo a partir de la cotidianeidad, así como de la necesaria implicación de la creatividad para el abordaje de las resoluciones. Surge entonces el enfoque de la Educación Matemática Realista y el movimiento de las *matemáticas recreativas* (véase en los apartados 2.3.1.1.- *Teorías en torno a la cuestión de la enseñanza de las matemáticas: investigaciones acerca de la didáctica de las matemáticas en Educación Infantil en los últimos años*, p.122, y 2.3.1.3.- *Metodologías surgidas en los últimos años en cuanto a la enseñanza de las matemáticas*, p. 139). Desde entonces numerosas voces apuestan por estas estrategias.

En el ámbito de la Educación Infantil, la NAEYC y el NCTM (2013), en su declaración conjunta de posición acerca de las matemáticas en EI, reconocen que la resolución de problemas es inherentes a la vida cotidiana de la infancia en los primeros años de vida (para compartir sus cosas, para construir, etc.) y desde ellas dan significado a su mundo. Es por ello, que basándose en las características de los niños y niñas de estas edades (su curiosidad natural) y en las investigaciones acerca de la cuestión, recomiendan, en aras de lograr una educación matemática de calidad, "utilizar currículos y prácticas docentes que fortalezcan los procesos infantiles de resolución de problemas y razonamiento, así como los de representación, comunicación y conexión de ideas matemáticas" (p.4), favoreciendo con estas prácticas la vivencia de experiencias positivas que colaboran en que niños y niñas desarrollen "la curiosidad, la imaginación, la flexibilidad, la creatividad, y la perseverancia que contribuyen a su futuro éxito dentro y fuera de la escuela" (p.5). Desde esta declaración, se subraya que la esencia de las matemáticas se encuentra en la resolución de problemas y en el razonamiento, teniendo un papel relevante los problemas de la vida real, a los que necesario dar sentido desde las matemáticas, fomentando los retos, implicando a los niños y niñas emocionalmente. En España, entre otros muchos autores y autoras, De Castro y Escorial (2007) apuestan, bajo la fundamentación de sus investigaciones, por la resolución de problemas como "motor de la construcción del conocimiento numérico en los primeros años" (p. 23) reconociendo en el trabajo por *proyectos* un marco potenciador de su uso con significatividad, que genera ambientes de confianza y colaboración, de libertad de elección de estrategias y materiales a partir de un contexto colaborativo e intercomunicativo (no sólo en la búsqueda y ejecución de estrategias sino en la comunicación de procesos y resultados). Proponen también un trabajo complementario a partir de "talleres de resolución de problemas" con la intención de abarcar cuestiones que pueden no surgir en los proyectos en el aula (algunos tienen más posibilidades matemáticas que otros, dependiendo de la temática, y del carácter original y único que procede de cada grupo de alumnos y alumnas) y que también son interesantes y necesarios de acometer, asentándolos en las siguientes premisas:

> Está basado en el interés de los niños y las niñas, sus acciones están orientadas hacia una meta que les da sentido, se favorece el desarrollo de la autonomía intelectual de los pequeños, y el aprendizaje es el resultado de la construcción social de conocimiento dentro del grupo. (De Castro & Escorial, 2007)

Estos autores abogan por unos problemas alejados de la mera aplicación de operaciones aritméticas, sino más bien sentidos como reales, propios, por los niños y niñas. Como otros muchos autores y autoras, reconocen la imprescindible necesidad de una implicación afectiva. Existen diversas clasificaciones de problemas, sin embargo, De Castro y Escorial se decantan por la de Carpenter (1999, en De castro y Escorial, 2007), escogiendo las primeras fases:

- Problemas de estructura aditiva:
    - Cambio creciente;
    - Decreciente;
    - Combinación;
    - Comparación,
- Problemas de estructura multiplicativa:
    - De multiplicación;
    - De división reparto;
    - De división agrupamiento.

La concepciones de prácticas educativas a través de la resolución de problemas que superan la enseñanza tradicional expositiva y de mera aplicación expuestas en este apartado y precedentes, entienden los problemas matemáticos como ***situaciones problema***, desde los cuales, como se ha venido desarrollando, se busca favorecer el trabajo autónomo de los alumnos y alumnas desde escenarios significativos, vinculados de manera activa, como herramienta fundamental para alcanzar la conceptualización y generalizarla a otras situaciones:

> Una situación problema la podemos interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación. (Obando & Muñera, 2003)

Rico (2006), en su análisis de la competencia matemática en el estudio PISA, observa que, en el mismo, se subraya la importancia de afrontar las matemáticas desde una diversidad de situaciones y contextos:

> La situación es aquella parte del mundo del estudiante en la cual se sitúa la tarea. Las situaciones permiten establecer la localización de un problema en términos de los fenómenos de los que surge y que condicionan la cuestión problemática planteada. (Rico, 2006, p. 57).

Para PISA (2004, en Rico, 2006) hay cuatro tipos de situaciones: personales –del ámbito cotidiano-, educativas, ocupacionales o laborales –escolares o del contexto del trabajo-, públicas –del entorno, de la comunidad-, y científicas –tecnológicas, teóricas o matemáticas-. Guzmán (2007) utiliza también esta terminología cuando se refiere a la resolución de problemas como herramienta eficaz a la enseñanza de la matemática, y expone algunos ejemplos dependiendo del origen de las mismas: basadas en la historia, aplicaciones, modelos, juegos… Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) analizan la idoneidad didáctica de los procesos de estudio de la matemática. En este escenario, se preocupan de la idoneidad epistémica (acerca de la representatividad de los significados institucionales y socioculturales respecto de un significado de referencia) desde el marco del Enfoque Ontosemiótico (véase apartado 2.3.1.1.- *Teorías en torno a la cuestión de la enseñanza de las matemáticas: investigaciones acerca de la didáctica de las matemáticas en Educación Infantil en los últimos años*, p.122), y en ese contexto se refiere a situaciones-problemas como aquellas que deben ser "representativas de las incluidas en el significado de referencia y, por otro lado, permitir contextualizar los conocimientos pretendidos, ejercitarlos y aplicarlos a situaciones relacionadas" (p. 9). Así mismo, afirman que la selección de estas situaciones debe tener en cuenta que esté dentro del espectro de los intereses de los alumnos y alumnas, y que en su implementación ha de observarse la creación de un clima de confianza, respeto y trabajo cooperativo en tanto que estos aspectos favorecen los aprendizajes.

Se registra un amplio consenso académico respecto a que las situaciones-problema reivindican la mirada de aprender a pensar y también a sentir, implicando la creatividad; forman a niños y niñas autónomos, con pensamiento crítico y propositivo, impelidos a interrogarse por las situaciones, las interpretaciones y las argumentaciones; generando un criterio propio así como actitudes de respeto hacia los otros. Así pues, se trata de una cuestión más profunda que una herramienta al servicio del aprendizaje de la matemática, supone, más bien, una concepción de la educación.

Desde esta investigación, se apuesta por esta perspectiva de trabajo encontrando en la EI escenarios que favorecen la implementación de estas situaciones problemas desde diversos marcos: vida cotidiana, trabajo por proyectos, juego y actividades lúdicas semiestructuradas, a partir de la implicación de toda la comunidad educativa, esto es, en el contexto de gran grupo o pequeño grupo, con la colaboración del maestro/a y de las familias o personas del entorno educativo, bajo el formato de trabajo de aula, talleres, grupos interactivos, etc. Situaciones y escenarios como los señalados generan conflictos cognitivos pues los conceptos se presentan en su uso y aplicación y fomentan la implicación en la resolución en tanto que niños y niñas se sienten impelidos a ello. Se aboga por su implementación, además, como potenciador del desarrollo cognitivo en tanto que favorece la diversificación del pensamiento, la observación de las situaciones desde diferentes perspectivas, la reflexión, la autonomía en la toma de decisiones, la necesidad del trabajo cooperativo, la potenciación de la comunicación, la validación (o sanción, que diría Brousseau) independiente, el desarrollo de la creatividad y el pensamiento crítico.

2.3.2.- INDAGACIÓN A NIVEL MICRO DEL OBJETO DE LAS MATEMÁTICAS Y EL CAMPO EDUCATIVO

A lo largo del desarrollo del presente marco teórico, se han tratado ya, de una manera u otra, todas las cuestiones que se abordan a continuación. Sin embargo, aunque con mayor brevedad, necesitan de un espacio propio en tanto se consideran fundamentales para el tratamiento del tema que ocupa a la presente investigación.

2.3.2.1.- LA PRESENCIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA VIDA COTIDIANA

La vida diaria, dinámica y cambiante, nos ofrece momentos de intercambio y encuentro, en los que la emoción y la cognición forman parte del proceso apasionante de aprender juntos.

(D´Angelo & Medina, 2011, p.185)

Como se señalaba extensamente en el apartado anterior, y en los precedentes, cada vez más son los autores y autoras que abogan porque las aulas salgan al encuentro de la cotidianeidad de la matemática. Ello entronca directamente con los conceptos de cultura matemática, enfoque realista de la educación matemática, o la resolución de problemas, entre otras miradas, desde una perspectiva en la que estos problemas se vivan como posibles y propios.

"La vida es matemática" según Paulos (2015). Para acercar esta idea a los alumnos y alumnas, son los propios docentes los que han de reconocer, entre otros conocimientos básicos, esta cotidianeidad de la matemática. A menudo, niños y niñas, ante la pregunta de "¿dónde están las matemáticas?" o "¿qué son?", responden: *en el colegio, en los libros, es eso muy difícil que te mandan deberes, no te puedes equivocar porque si no te regañan, mi hermano llora, lo de las sumas*… (transcripción de las respuestas de niños y niñas de 5 años, recogidas por la autora en la investigación llevada a cabo para la obtención del DEA). De sus respuestas se deduce que, algunos maestros y maestras, no han interiorizado la idea de la matemática como herramienta que colabora en la descripción de la realidad. Molina (2012) recoge cómo los niños y niñas son capaces de poner en práctica numerosas estrategias cuando los problemas que resuelven están conectados con su vida cotidiana, y cómo, sin embargo, en la escuela se ha obviado esta realidad:

> Las matemáticas que hemos tratado de enseñar en la escuela han estado frecuentemente desconectadas del modo que tienen los niños de pensar los problemas y resolverlos en sus vidas diarias. (Carpenter et. al, 1999, en Molina, 2012)

Freinet ya recogía esta inquietud cuando decía “no partamos más de los manuales sino de la vida” (en Alsina, 1998). Rodríguez (2010) se referirá a este estilo de enseñanza como “castrador del pensamiento crítico”:

> **El paradigma mecanicista se ha olvidado de la vida, y la experiencia; no ha puesto su mirada en la cotidianidad**. Sin embargo, autores como Heidegger (1980), Durkheim (1990), Bourdieu (2002), entre otros, han intentado acercarse al estudio de lo cotidiano y conciliar la ciencia con la vida. (p.116. La negrilla es nuestra)

Para esta autora, no cabe una pedagogía centrada en el alumno/a que no dé especial relevancia a su realidad, que no valore su cotidianeidad, en tanto que el ser humano se desarrolla en la cotidianeidad de su vida. Como otros/as muchos/as, Rodríguez recuerda que lo cotidiano supone el origen de la matemática, desde la necesidad de alimentación hasta la comprensión de los fenómenos naturales, unido al desarrollo de los pueblos. Así mismo, resalta que precisamente esta condición de la matemática es la que genera una alta implicación cognitiva, emocional y social.

Baroody (1987) y Hughes (1986, en Alsina, 2012d), entre otros muchos autores y autoras, ya reconocían la gran riqueza de conocimientos que niños y niñas desplegaban a partir de actividades cotidianas, sus llamadas “matemáticas informales”.

Como ya se expresara anteriormente, Claudi Alsina ha sido uno de los grandes referentes en torno a esta perspectiva, promulgando el aprendizaje desde la realidad cotidiana. Guzmán (1994), en su análisis acerca de los cambios metodológicos que considera aconsejable acometer en las aulas, subraya, en primer lugar, la necesidad de emular a la matematización que de la realidad ha hecho el matemático a lo largo de la historia. Por otra parte, sugiere una modelización de esta realidad acudiendo, entre otros aspectos, a las circunstancias de la realidad cotidiana. Para ello, apuesta por la resolución de problemas. Bishop (1999) profundiza mucho acerca de esta perspectiva de la inculturación. Godino, Batanero y Font (2003), al igual que estos autores, asimilarán las matemáticas de la vida cotidiana con la cultura matemática. Corbalán, refiriéndose a la falta de perspectiva matemática desde la vida real, expresa que “no nos acostumbramos a observar la realidad con ojos matemáticos y acabamos por no ver ninguno de estos aspectos, y a suponer por tanto que no existen" (1995, en Berini, Bosch, Casadevall, Guevara & Sabaté, 2010). Este autor afirma que, entre los retos a los que se enfrenta la enseñanza de las matemáticas, está "la toma de conciencia de los estrechos vínculos que existen entre las matemáticas y la vida cotidiana" (2000, p. 72).

En el ámbito específico de la etapa educativa de la EI, el NCTM y NAEYC (2013), desde su declaración conjunta de posición para facilitar un buen inicio en las matemáticas en la EI, realizan una serie de recomendaciones para lograr una educación matemática de calidad en las aulas. Subrayan como éstas ayudan a niños y niñas a comprender su entorno y la realidad que les rodea. Reconocen que su competencia aumenta (así como su interés y predisposición) cuando las experiencias nuevas a las que tienen acceso están conectadas con sus experiencias y conocimientos previos, así como a diferentes realidades, contribuyendo a la comprensión de la "amplia aplicabilidad de las matemáticas" (p. 7). Las matemáticas han de trabajarse a lo largo de variadas y diferentes situaciones, entre las que tienen un peso relevante los momentos cotidianos:

> Igualmente, una buena práctica no limita las matemáticas a un período de tiempo determinado o a un momento del día. En su lugar, los maestros de educación infantil ayudan a los niños a desarrollar su pensamiento matemático durante todo el día y a través de todo el currículo. Las actividades infantiles y rutinas diarias pueden utilizarse para introducir y desarrollar ideas matemáticas importantes. (p. 9)

Así mismo, los proyectos de trabajo colaboran en dar sentido a situaciones de la vida real, a través de las investigaciones que se llevan a cabo, y los materiales manipulativos acercan a reproducir estructuras de la vida cotidiana a partir de la percepción de patrones, simetrías, etc.

Alsina (2012), recoge esta perspectiva y apuesta por un currículo de matemáticas en la etapa de la EI que fomente la utilización de las matemáticas en su vida cotidiana, reconociendo como, generaciones que han trabajado en su vida escolar la matemática, tienen enormes dificultades para aplicarla a situaciones comunes tales como interpretar una factura o reconocer si una oferta verdaderamente lo es. De esta manera, la matemática centrada en situaciones de la vida cotidiana debe ser un instrumento que colabore en la interpretación de la realidad con la intención de su mejor comprensión y actuación sobre ella (Alsina, 1998). Desde esta mirada, enlaza este trabajo desde la cotidianeidad con el concepto de alfabetización matemática:

> Se define como la capacidad del individuo para identificar y comprender el rol que juega la matemática en el mundo, para emitir juicios bien fundamentados y para comprometerse con la matemática, de manera que cubran las necesidades de la vida actual y futura de dicho individuo como un ciudadano constructivo, interesado y reflexivo. (OCDE, 2000, en Alsina, 2012)

Por otra parte, Alsina (2012d) resalta el poder de comprender el sentido de las matemáticas a partir de su desarrollo desde la vida cotidiana:

> El uso de contextos de vida cotidiana en la clase de matemáticas, pues, puede contribuir a facilitar el aprendizaje de esta disciplina, pero sobre todo a comprender cuál es el sentido de las matemáticas, cuáles son sus verdaderas funciones: formativa, teniendo en cuenta que los contextos de vida cotidiana permiten pasar progresivamente de situaciones concretas o situaciones abstractas (matematización progresiva); instrumental, al considerar que los contextos son, en realidad, herramientas que favorecen la motivación, el interés o el significado de las matemáticas; y aplicada, al fomentar el uso de las matemáticas en contextos no exclusivamente escolares y, por lo tanto, contribuir a la formación de personas matemáticamente más competentes. (p. 14)

Retomando las ideas expuestas por el NCTM, Alsina (2012d) propone una posible sistematización del trabajo a partir de contextos de la vida cotidiana generados desde el trabajo por proyectos, a modo de fases para “aprender a enseñar matemáticas”:

- Fase 1.- Matematización del contexto: realizada por los docentes, se exploran los contenidos matemáticos susceptibles de ser trabajados en el contexto específico;
- Fase 2.- Trabajo previo en el aula.- se presenta a los niños y niñas generando un diálogo desde el que se reconocen sus experiencias previas y a partir del cual se toman decisiones respecto de qué material es necesario para obtener la información pertinente. El docente dinamiza estos momentos realizando preguntas;
- Fase 3.- Trabajo en contexto: se llevan a cabo los descubrimientos alrededor del contexto determinado y se documentan, de nuevo bajo la dinamización del maestro/a a partir de preguntas;
- Fase 4.- Trabajo posterior en el aula: a partir del diálogo, se ponen en común procesos y descubrimientos, avanzando en el uso de un lenguaje cada vez más convencional, a partir de representaciones gráficas.

Por otro lado, Alsina (1998) describe las potencialidades de esta perspectiva en tanto que: da significado al aprendizaje, sentido a la matemática, se profundiza en el conocimiento y dominio de la realidad y el entorno, y se potencia una forma de análisis y de filosofía de vida.

Bosch (2012) también realiza especial hincapié en esta necesidad de aprovechar las situaciones cotidianas en el aula de EI como claves para el desarrollo del pensamiento lógico matemático. Esta autora cita a Carboni (2008, en Bosch, 2012) para subrayar como la construcción del sentido numérico pasa ineludiblemente por este estilo de trabajo.

La mayoría de estos autores y autoras, y otros muchos/as, reparan en la importancia de la apuesta de esta perspectiva desde la formación del profesorado. Si éste no es capaz de encontrar las matemáticas en el día a día, en el contexto de la vida del aula, en el entorno cercano a sus alumnos y alumnas, difícilmente lo transmitirá a los niños y niñas. Se aborda a continuación.

2.3.2.2.- LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO

El educador tiene una significación preponderante en la vida del ser humano; la docencia no consiste en trasladar conocimientos, sino en estimular en el educando la motivación, el interés por aprender, por formarse, crear un vínculo afectivo con sus semejantes, desarrollar el individuo desde sus intereses, afectividades, potencialidades y entender que no existe la enseñanza colectiva; en el sentido de que todos son diferentes y envueltos en la complejidad de un gran sistema denominado planeta tierra. La función del docente es la de formar personas reflexivas de su mundo de lo que son capaces de hacer a favor de este y de la liberación de la opresión de una educación castradora de las condiciones de ser humano inteligente, sensible.

(Rodríguez, 2010, p. 113)

Educar, es a fin de cuentas, el arte de encender los ojos del entusiasmo y de la alegría para que todo el rostro se ilumine con el resplandor de lo mejor de sí mismo.

(Toro, 2005)

Como ya se expresara en apartados precedentes, la cuestión de la formación del profesorado ha suscitado numerosas páginas de investigación -Wilhelmi y Lacasta (2007), Gutiérrez y Berciano (2012a y b), Alsina (2012a), Edo (2012) entre otras muchas- y de disertación en torno a su relación con la eficacia en las prácticas educativas de enseñanza de la matemática y la influencia que tiene sobre el alumnado. El Año Mundial de las Matemáticas, en 2000, supuso un punto de inflexión para esta cuestión. Guzmán (2001) apuntaba entonces a la importancia de la forma de entender las matemáticas, el conocimiento sobre las mismas (su historia, la cultura en la que se originan) y sobre sus aplicaciones, a la hora de transmitirlas.

Los sistemas tradicionales de enseñanza han conferido al profesor/a el papel de mero transmisor de los conocimientos, desde prácticas expositivas, en las que la verdad estaba en posesión del adulto por el que debían pasar todas las validaciones de las ejecuciones matemáticas. Sin embargo, a partir del desarrollo de las teorías constructivistas del aprendizaje por los que se comienza a entender éste como un proceso de construcción, se empieza a entender el rol del profesor/a como un mediador, aquel que lleva a cabo el *andamiaje* propuesto por Bruner.

Por otra parte, numerosos estudios han puesto la mirada en los factores afectivos de los docentes en tanto que ejercen una gran influencia en su alumnado y tiene consecuencias directas en sus logros (Caballero & Blanco, 2007). En este sentido, Claudi Alsina (2012) apela a la enseñanza de las matemáticas desde la pasión del profesorado, el amor por su tarea y por su alumnado, respetándolo, conociéndolo de cerca: “La matemática hermosa se enseña con el corazón”. Para este autor, el docente debe crear un clima de confianza en la clase, de cordialidad, que garantice una seguridad emocional en su alumnado y le procure momentos de éxito que colaboren en su autoconfianza. Así mismo, aboga por una comunicación clara con los alumnos y alumnas respecto del sistema de evaluación, con la idea de que sepan qué esperar y no genere en ellos tensiones innecesarias, así como que ésta sea variada y no se refiera a un único método. Por otra parte, recuerda que no todo ha de ser evaluable, para que los alumnos y alumnas se enfrenten a las matemáticas desde el placer, la diversión, el interés, y no desde el pensamiento de que están siendo evaluados a cada paso. Se trata, pues, de **romper con la idea de relación profesor/a-alumno/a institucionalizada** para llegar al concepto de un profesor como guía, acompañante de los procesos de aprendizaje, atento a la evolución, propiciador de numerosas y diversas situaciones de conflicto cognitivo desde el fomento por el interés y la motivación, profundo conocedor de su área y de las distintas posibilidades que pueden ofrecerse en las aulas para garantizar su aprendizaje, desde espacios de encuentro, discusión y confrontación, propiciando procesos creativos, construcciones del propio conocimiento y el reconocimiento de los propios progresos. Se trata de un profesorado que eduque para pensar y piense para educar, como el “itinerario docente correcto” (Alsina, en Vila y Corts, 2004, p. 10). Castelnuovo (1999) hará especial hincapié en esta sensibilización hacia el alumno: “se necesita vivir entre los alumnos para sentir sus problemas y saber a menudo, de sus imprevistas observaciones”.

Sin embargo, por lo generan, se observan modelos de comunicación unidireccionales, generalmente centrados en la exposición de contenidos a partir de prácticas mecanicistas (Suárez 2013; Mellado, Blanco, Borrachero & Cárdenas, 2012; Rodríguez, 2010), actitud que parece tener estrecha relación con los modelos de enseñanza con los que el profesorado fue instruido, originados en su propia formación y experiencia como alumnos/as (Goñi, 2011, en Mellado, Blanco, Borrachero & Cárdenas, 2012). Desde la presente investigación, relacionamos **esta situación con la falta de formación desde otra perspectiva, en tanto que, al enfrentarse a las aulas, desprovistos de cualquier otra herramienta, se acude a la experiencia desde la que uno fue educado** (de la misma manera que ocurriría con el ejercicio de la paternidad/maternidad, en algunas situaciones). Además de ello, las concepciones que de la enseñanza de la matemática tiene el docente suelen quedar reflejadas no sólo en las metodologías por las que opta (que denotan el concepto que de la educación tiene, consciente o inconscientemente), sino también en sus estilos de evaluación en tanto que queda reflejado qué aspectos considera verdaderamente relevantes y qué concepción tiene acerca del error –como proceso inherente al aprendizaje o como delatador de aquello que el alumno/a no sabe- (Rico, 1993; Prieto y Contreras, 2008; Brown y

Remesal, 2012; Giménez, 1997; Castro et. Al, 2009; en Mellado, Blanco, Borrachero & Cárdenas, 2012). González Lemmi (2005) propone que el profesorado instale en sus aulas una cultura de la revisión, para devolver al alumno/a la capacidad de validar sus propias acciones y la capacidad de reflexión de sus propios procesos, sin tener que intervenir necesariamente el adulto para ello. Así, el profesor, pasa de ser sancionador (desde el concepto tal y como lo utilizara Brousseau), corrector, a facilitador de procesos motores del aprendizaje, movilizador de la curiosidad, la indagación, la reflexión, el trabajo en equipo, el diálogo y la comunicación.

En relación con la EI, como ya se apuntaba al comienzo de la presente memoria, gran parte del profesorado sustenta su trabajo en una metodología de sistema de fichas (Lebrero 1998, 2002; Lera, 2007) en las que el objeto de conocimiento "matemáticas" de presenta forma descontextualizada y ciertamente artificial. Probablemente, **uno de los factores que genere este tipo de opciones didácticas esté tanto en la formación como en capacidad de crear equipos docentes, pedagógicos, sólidos, con procesos de capacitación permanente conjuntos, y con modelos organizativos de centro que lo favorezcan** (D´Angelo, Burillo & Medina, 2009). El NCTM y la NAEYC (2013), en su declaración conjunta de posición acerca de las matemáticas en EI, expone que, para garantizar una educación matemática de calidad, "las instituciones, los desarrolladores de currículos, y los responsables políticos deberían establecer una formación inicial de maestros de educación infantil más eficaz y un desarrollo profesional continuo" (p.4). Por otra parte, instan al diseño de "estructuras institucionales y políticas que apoyen el aprendizaje continuo de los maestros, el trabajo en equipo y la planificación" (p.4). Esto es, como se expresará a continuación, **el docente no puede eludir su propia y profunda responsabilidad hacia su alumnado en cuanto a su formación, pero no puede recaer en él/ella todo el peso de este compromiso, debe sin embargo adoptarse una perspectiva de carácter holístico: políticas, instituciones de enseñanza coordinadas, recursos y tiempos facilitadores, modelos organizativos de los centros escolares, etc.** Además de ello, en general, el profesorado, carente en ocasiones de argumentos y posiciones fundamentadas, se siente impelido a satisfacer las exigencias curriculares (políticas, institucionales o procedentes de las editoriales) y las demandas de la sociedad, suponiendo esta cuestión un riesgo evidente para los niños y niñas:

> Con la enorme variabilidad propia del desarrollo infantil, ni los políticos ni los maestros deberían establecer un momento determinado para que los niños alcancen cada objetivo de aprendizaje específico. Además del riesgo de etiquetar erróneamente a los niños, los calendarios muy específicos para la adquisición de destrezas representan otra amenaza seria, especialmente ante fuertes presiones por alcanzar resultados. Estas presiones tienden a centrar la atención de los maestros en conseguir que los niños ejecuten destrezas definidas de forma limitada dentro de un plazo fijado, en lugar de asentar los fundamentos conceptuales que beneficiarán a los niños a largo plazo. Tales prescripciones conducen a menudo a una enseñanza superficial y a un

> aprendizaje memorístico a costa de una verdadera comprensión. En estas condiciones, es posible que los niños sólo alcancen a desarrollar unos cimientos inestables para su posterior aprendizaje de las matemáticas. (p. 7)

El NCTM y la NAEYC (2013), en la redacción de las recomendaciones que consideran básicas, observan, además, la necesidad de que el docente conozca profundamente el área matemática y el desarrollo cognitivo de los niños y niñas respecto de la misma: su historia, el propio sistema de numeración en contraposición con otros de diversas culturas y las influencias que en el desarrollo del pensamiento matemático tienen estas diferencias, las diferentes maneras de alcanzar la comprensión de un mismo concepto, los diversos estilos de aprendizaje, los materiales y las estrategias convenientes a cada situación, con la intención de tener conocimientos que le ayuden a "construir puentes entre las experiencias infantiles y los nuevos aprendizajes" (p. 5). Es por ello, que exponen como clave "fundamentar los currículos de matemáticas y las prácticas docentes en el conocimiento sobre el desarrollo cognitivo, lingüístico, físico, social y emocional, de los niños" (p.6). Por otra parte, instan al profesorado a **implicar y acompañar a las familias en el proceso del aprendizaje de la matemática**. **Desde la presente investigación, se subraya la especial relevancia de esta formación de las familias**, **amparadas en un maestro/a que comprenda que la educación, para ser integral, debe acoger a toda la comunidad educativa, y que el conocimiento de las familias revierte directamente en el desarrollo de niños y niñas**. **El tiempo invertido en la formación a familias por parte del profesorado es un tiempo exponencialmente revertido en la educación de los alumnos y alumnas:** familias que comprenden los procesos de sus hijos e hijas los alientan y no juzgan los errores, los disfrutan en tanto que comprenden las fases por las que pueden estar pasando, les proporcionan herramientas de relación y de potenciación de los aprendizajes de sus pequeños y pequeñas, devuelve la confianza en sus maestros/as, y acerca los entornos escolares y familiares en tanto que trabajan por una misma meta: el desarrollo integral de niños y niñas inmersos en su propia realidad cultural. Esta perspectiva, desde la posición de esta investigadora, debería ser crucial en la formación del profesorado y, sin embargo, apenas se nombra en investigaciones acerca de la preparación del docente, desarrollos curriculares a niveles macro y micro, etc.

Alsina (2012d), en el contexto de la EI, aporta que "el trabajo de los profesionales de la Educación Infantil consiste en descubrir las matemáticas que hay en la vida cotidiana para favorecer que los alumnos aprendan a verlas, a interpretarlas, a comprenderlas, para que progresivamente puedan desarrollarse mejor en su entorno inmediato." Esto es, se hace imprescindible formar al maestro en la concepción de su función, entre otras muchas, como generador de prevención.

Kilpactrick (1993) denunciaba a principios de los noventa que, pese a la emergencia acerca de investigaciones sobre los estilos de enseñanza del profesorado y las actitudes y creencias que tienen sobre la materia, así como la influencia que estos aspectos tienen en el alumnado, apenas existían estudios transversales sobre los procesos de crecimiento una vez que comenzaban y desarrollaban su vida profesional. **Es interesante esta perspectiva en tanto que podría observarse la calidad y la incidencia de una formación permanente.** Por otra parte, Kilpatrick expone una situación respecto de la formación inicial que se perpetúa en la actualidad: el maestro de Educación Infantil y Primaria posee una formación psicopedagógica y didáctica más o menos amplia, pero no así con la formación matemática, que expresa como insuficiente. Por otro lado, el profesorado de la Educación Secundaria y Bachillerato, o de la Formación Profesional, tienen una amplia y profunda formación matemática, pero apenas han desarrollado ninguna formación psicopedagógica, más allá de "unos rudimentos de preparación didáctica, la mayoría de veces puramente formales y muy cortos en el tiempo" (p. 24). Kilpatrick denominará a esta situación "deficiente en sus dos extremos". Veintidós años más tarde la situación es prácticamente la misma. Sin embargo, una crítica muy generalizada pone el peso de la responsabilidad sobre su propia formación en el docente, señalando, en algunos casos, la falta de interés por ésta, a lo que Fernández Bravo responde:

> No hay resistencia en el profesorado a hacer los cambios. Lo que hay es apatía, desazón, decepción, porque no se sienten acompañados por ninguna entidad, institución u organismo que realmente lo pueda respaldar. Si yo tengo profesores que hacen 500 horas de formación, en matemáticas por ejemplo, mientras que otros profesores se quedan viendo la televisión, y luego el inspector exige métodos arcaicos sin valorar aquellas 500 horas o las leyes educativas te dicen 'déjese de tonterías, déjese de pensar y empiece a multiplicar como sea' es normal que se cansen. (Fernández, 2015)

Por el contrario, la tal y como señala Kilpatrick, desde los años 70 han tenido lugar numerosas constituciones de sociedades de profesores de matemáticas (véase apartado 2.3.1.2.- *Impulso de las organizaciones en torno a la investigación y divulgación de las diferentes formas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, p.133), líneas editoriales y revistas alrededor de la educación matemática, y realización de numerosos congresos, jornadas, conferencias, cursos, seminarios, grupos de trabajo en torno a la cuestión. Bajo el punto de vista de esta investigadora, **uno de los errores es que se esté dando lugar desde la voluntariedad de grupos de personas y no desde el apoyo institucional que lo aborde como una cuestión compleja** y que debe alcanzar a la totalidad del profesorado en la totalidad de las instituciones de enseñanza responsables de la formación inicial y permanente del profesorado.

Guzmán (1994), cuando subraya la importancia del abordaje de la materia desde la estrategia de resolución de problemas, señala su apuesta por una formación "personal, seria y profunda" a partir de la "formación de pequeños grupos de trabajo" (de cinco o seis personas), a modo de **seminarios docentes**, que trabajan de forma conjunta en períodos de al menos un año en reuniones de alrededor de hora y media de sesión semanal, en tanto que colaboran en la percepción de distintas formas de afrontar las situaciones-problema, proporciona apoyo y estímulo, la capacidad de observar los progresos en uno mismo y en los demás, y la posibilidad de una formación más profunda. Así mismo, Guzmán alerta de que, en los comienzos de estos procesos, se hace necesaria una introspección desde la que observar los propios bloqueos, aptitudes y defectos, con la "elaboración de una especie de retrato heurístico", así como un compromiso de una práctica sostenida de las prácticas educativas que conlleve a un verdadero crecimiento. Guzmán aporta detalladamente sus recomendaciones acerca del proceder de estos grupos para que su trabajo sea realmente fructífero y modificador. **Desde esta investigación, se apuesta abiertamente por este estilo formativo como complementario a otros procedimientos posibles** (cursos, encuentros, etc.).

Rodríguez (2010) reflexiona acerca de la docencia en la actualidad, que mantiene, en muchos casos, una actitud de las aulas propia del pasado que obvia la investigación educativa de los últimos años, basada en una "actividad mecánica, improvisada y fría. El profesor no practica una docencia que además de informar, forme", de tal forma que asumen un papel protagonista, carente de diálogo, desde prácticas en las que predomina la memorización y la repetición, y que, inevitablemente, tienen como consecuencia el rechazo por parte del alumnado (p. 122). Rodríguez interpreta esta situación como resultado de la falta de formación académica. Así, recoge las palabras de Moran que expresan que:

> La transformación académica de toda institución de educación superior pasa necesariamente por una **docencia renovada y por un docente innovador, formado en una doble perspectiva: la disciplinaria y la pedagógica-didáctica. De ahí que en estos tiempos se requiere ejercer una docencia transformadora, profesional, creativa; enseñar para el cambio, para lo nuevo, incluso para lo desconocido**. (2003, p. 18, en Rodríguez, 2010. La negrilla es nuestra)

Desde esta perspectiva, Rodríguez apuesta por una concepción humanista de la docencia, por un profesorado capacitado para una sociedad y una educación en continua transformación, "un matemático-docente-investigador que enseñe lo que investiga y que haga de su práctica docente objeto de estudio; aquel que, según Sánchez (1990), enseña lo que práctica y transmite criterios y procedimientos para superar su propia práctica profesional" (p. 123). Esta autora postula por una docencia que permita la reflexión y genere el pensamiento crítico, que promueva el desarrollo integral de sus alumnos y alumnas "en el marco de la cultura matemática a la cual pertenece, la de su vida cotidiana" (p. 124), desde la interdisciplinariedad y transdisciplinariedad. Además de ello, apela a la responsabilidad del propio docente en lo que se refiere a su propia formación, a su constante actualización, a la revisión de su práctica:

> Una conciencia moral de que ser educador es una responsabilidad digna de revisarse dejando la matemática en alto en el corazón de los educandos, que les permita su formación integral, con un pensamiento crítico que lo diferencia de aquel ser pasivo. (p. 124)

El profesorado debe conjugar, no sólo un inexcusable dominio sobre la cuestión matemática, sino también sobre la semiótica, la pedagogía, la didáctica, la filosofía, la historia de la matemática o la sociología, que ponga en primera línea la motivación del alumnado, creando un clima positivo, capacitándolo integralmente para la vida, desarrollando su pensamiento crítico a través de las matemáticas, desde el trabajo con los otros, respetando sus ritmos, acompañándolo, identificando problemas relevantes para él.

Si bien, desde el presente estudio, nos adherimos absolutamente a esta mirada, y subrayamos la ineludible responsabilidad de cada docente en su propia formación y en la reflexión de su quehacer bajo paraguas fuertemente sustentados en las diferentes teorías, investigaciones y prácticas contrastadas, no se pueden obviar las cuestiones de los desarrollos curriculares de las universidades alejadas en muchos casos de las realidades de las aulas, bajo contextos que priorizan las necesidades administrativas de las universidades frente a las de la formación de los futuros profesionales, e impartidas en algunos casos, por docentes que no son especialistas en la materia. Para Guzmán (1993) **la sociedad debe exigir de la universidad una formación inicial seria** en tanto que los estudiantes universitarios serán los responsables de la educación matemática de las futuras generaciones, y esta debe concretarse en:

- una componente científica adecuada para su tarea específica;
- un conocimiento práctico de los medios adecuados de transmisión de las actitudes y saberes que la actividad matemática comporta;
- un conocimiento integrado de las repercusiones culturales del propio saber específico.

Y, además, desde esta investigación, se añade a las palabras de Guzmán, **la necesidad de concretar un posicionamiento claro respecto del paradigma educativo** que respete el desarrollo de los alumnos y alumnas, la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje, características de las comunidades y entornos, propiciando el trabajo colaborativo y cooperativo de toda la comunidad educativa, dialógico, intercomunicativo, **que rompa no sólo con la relación profesor/a-alumno/a sino profesor/a-familias-comunidades-grupos sociales tradicionalmente establecida**, desde la transmisión de la pasión por lo que se hace, y el establecimiento de climas de seguridad, confianza, motivación, gusto, disfrute, a las que Claudi Alsina o Rodríguez, entre otros, hacen referencia.

No podemos, por tanto, estar de acuerdo con una concepción de la medición de la calidad del profesorado únicamente en función de su conocimiento de la matemática, ni con las variables que se exponen como significativas de su capacidad: “la preparación anterior y las notas en cursos anteriores, su motivación, en particular la intrínseca; y sus creencias sobre la naturaleza de las matemáticas” (p.7) expuestas en la introducción del Estudio Internacional sobre la Formación Inicial en Matemáticas de los Maestros (2013) en tanto excesivamente reduccionistas e ignorantes de todas las variables expuestas hasta el momento. Por otra parte, la evaluación de la formación y calidad del profesorado debe ir, inexcusablemente, acompañada de un plan de formación serio, inicial y permanente, desde todas las instituciones educativas implicadas, las universidades y aquellas a las que se denomina de “educación terciaria”.

Por último, se exponen dos interesantes decálogos acerca de la concepción del profesorado, y de la educación matemática, de dos grandes matemáticos, Adam y Polya, por el valor que les conferimos:

> Decálogo de la didáctica matemática media de Pedro Puig Adam
>
> Se me piden normas didácticas. **Preferiría despertar una conciencia didáctica; sugerir formas de sentir antes que modos de hacer**. Sin embargo por si resultan de interés, ahí van las sugerencias que estimo fundamentales:
>
> I.- No adoptar una didáctica rígida, sino amoldarla en cada caso al alumno, observándole constantemente.
>
> II.- No olvidar el origen concreto de la Matemática ni los procesos históricos de su evolución.
>
> III.- Presentar la Matemática como una unidad en relación con la vida natural y social.
>
> IV.- Guardar cuidadosamente los planos de abstracción.
>
> V.- Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno.
>
> VI.- Estimular dicha actividad despertando interés directo y funcional hacia el objeto del conocimiento.
>
> VII.- Promover en todo lo posible la autocorrección.
>
> VIII.- Conseguir cierta maestría en las soluciones antes de automatizarlas.
>
> IX.- Cuidar que la expresión del alumno sea traducción fiel de su pensamiento.
>
> X.- Procurar a todo alumno éxitos que eviten su desaliento.
>
> (Adam, en De la Llave, 2011. La negrilla es nuestra)

> Los diez mandamientos del profesor (según G. Polya)
>
> 1. Demuestre interés por su materia.
>
> 2. Domine su materia. Si un tema no le interesa personalmente, no lo enseñe, porque no será Vd. capaz de enseñarlo adecuadamente.
>
> 3. Sea instruido en las vías del conocimiento: el mejor medio para aprender algo es descubrirlo por sí mismo.

> 4. Trate de leer en el rostro de sus estudiantes, intente adivinar sus esperanzas y sus dificultades; póngase en su lugar.
>
> 5. No les deis únicamente «saber», sino «saber hacer», actitudes intelectuales, el hábito de un trabajo metódico.
>
> 6. Enseñadles a conjeturar. Primero imaginar, después probar.
>
> 7. Enseñadles a demostrar. «Las matemáticas son una buena escuela de razonamiento demostrativo».
>
> 8. En el problema que estéis tratando, distinguid lo que puede servir, más tarde, para resolver otros problemas.
>
> 9. No reveléis de pronto toda la solución; dejad que los estudiantes hagan suposiciones, dejadles descubrir por sí mismos siempre que sea posible.
>
> 10. No inculquéis por la fuerza, sugerid.
> (Polya, en De la Llave, 2011)

2.3.2.3.- POTENCIAL DE LAS PREGUNTAS EN EL CONTEXTO DOCENTE

Educamos igual que el mar hace orilla: retirándonos.

(Gómez Mayorga, en Aguilar, Ciudad, Láinez & Tobaruela, 2010, p. 254)

Asumiendo la perspectiva expuesta en el apartado anterior respecto del rol de docente y de su inherente entendimiento de la educación, especialmente de la educación matemática, se hace necesario atender a una cuestión que, no por antigua, deja de ser fundamental y actual. Sócrates y Platón ya reseñaron su importancia desde la mayéutica, estableciendo el cuestionamiento y la contrargumentación como medios por los cuales se alcanzaba el conocimiento que estaba en el interior del individuo, a través de su propio razonamiento, la dialéctica y la intuición. Estas cuestiones han sido referidas en numerosas ocasiones puntos precedentes y, sin embargo, ya eran objeto de disertación en el siglo IV a. C. (*Teéteto* y *El Banquete*, de Platón). Habermas, como ya se expresó anteriormente (véase apartado 2.1.1.- *Lenguaje, pensamiento y conocimiento*, p.63) apuesta por el diálogo razonado, desde la argumentación, como herramienta para lograr el consenso acerca de conocimientos construidos conjuntamente (en Parra & Medina, 2007). Para Freire, el diálogo supera la cuestión de la adquisición del conocimiento en aras de generar transformación como medio para alcanzar la libertad y la igualdad. Se trata de desarrollar una competencia dialógica, respondiendo a interrogantes comunes a partir de la cooperación del grupo (Freire, 1994, en Parra & Medina, 2007). Para estos autores, se ha de observar cuidadosamente el respeto hacia el niño/a, de forma que construya sus juicios y conocimientos en una ambiente de confianza, tolerancia y respeto por sus propios argumentos y los de los demás, en igualdad de valoración, en una comunidad de investigación. De nuevo, como se ha expresado en numerosas ocasiones a lo largo de la construcción de este marco teórico, subyace una concepción profunda de la educación. Desde esta perspectiva, **el potencial de las preguntas realizadas por el docente en el escenario de las aulas, radica en la generación de diálogos igualitarios, los cuales colaboran directamente en la promoción de reflexiones acerca de un problema o realidad que debe ir siendo descubierto por el alumnado con el profesor/a como mediador**, y debe también:

> Unir, siempre que sea posible, la pregunta y la respuesta a las acciones que hayan sido practicadas o a las acciones que puedan llegar a ser ejecutadas o rehechas (…). Es preciso que el educando vaya descubriendo la relación dinámica, fuerte, viva, entre palabra y acción, entre palabra-acción-reflexión. (Freire, 1986, pp. 57-58, en Parra & Medina, 2007, p.87)

Freire (1986), en la entrevista “Hacia un pedagogía de la pregunta”, subraya como, desde esta práctica, en el propio proceso de enseñar, el docente aprende a enseñar, cuestión que entronca con lo abordado en el apartado anterior. A su vez, el profesorado asume que la verdad no reside en él, sino más bien el desafío de generar curiosidad, creatividad y gusto por la actividad intelectual y el pensamiento crítico, entendiendo que el conocimiento tiene su origen en una pregunta (véase apartado 2.3.1.4.- *Concepto de problemas en el campo matemático y situación problema en el campo educativo*, p.157). Además, el alumno/a que tiene (y siente) libertad para preguntar, está ayudando con sus interrogantes al profesor/a a comprender su punto de vista, su desarrollo, su crecimiento.

Polya, se expresaba en esta línea, y explicaba, en el contexto de una apuesta por la práctica de la resolución de problemas, como el profesor tiene una gran oportunidad en el fomento de la curiosidad y la creatividad de su alumnado planteándoles problemas y ayudándoles en su resolución a partir de preguntas “estimulantes”, generando así, además, un pensamiento independiente (Cotic & Braicovich, 2012). Así, Himanen (2001, en Malaspina, 2012) dice:

> El aprendizaje, en la sociedad del conocimiento, tiene que estar asociado con la pasión, con el interés por lo desconocido, por las preguntas más que por las respuestas, por el apoyo de otros que conocen, por la resolución de problemas de manera colaborativa. (p. 10)

Así, la cuestión de plantearse preguntas, y considerar las ya realizadas desde nuevos puntos de vista, supone un verdadero avance. Malaspina recoge la expresión de Einstein e Insfeld (1938, en Malaspina, 2012) por la que, lo verdaderamente interesante, es la formulación de problemas más allá de su solución.

Fernández Bravo (2012) también subraya el valor de las preguntas, las realizadas por los docentes, y las expresadas por los alumnos y alumnas, en el contexto de la resolución de problemas matemáticos: preguntas sobre los enunciados, las operaciones, los datos, las soluciones, sobre lo que se pide en el mismo modificándolo. Este autor, recoge lo expuesto por Niss (1999, en Fernández, 2012) sobre las competencias "referidas a la habilidad de preguntar y contestar las preguntas en y con las matemáticas, que son: pensar matemáticamente, modelizar matemáticamente, plantear y resolver problemas matemáticos, y, argumentar matemáticamente" (p. 34).

Artigue y Messano (2012) reconocen en el aprendizaje basado en problemas un proceso de indagación en el que las preguntas, las dudas y las incertidumbres son una oportunidad de aprendizaje en comunidades de investigación. Estos cuestionamientos deben partir tanto del alumnado como de los docentes como elementos clave de este estilo de enseñanza.

En el marco específico de la EI, el NCTM y la NAEYC, en su declaración de posiciones conjunta para el inicio de una educación matemática adecuado, expresan como "los maestros pueden reforzar el aprendizaje matemático si plantean preguntas que provoquen aclaraciones, ampliaciones, y el desarrollo de nuevos conocimientos" (p. 10). Desde esta perspectiva, el uso de preguntas abiertas favorece el desarrollo de un pensamiento matemático que permite al maestro/a conocer cómo piensa y en qué punto se encuentra su alumnado. En esta misma línea se expresa Alsina (2008), para el que surgen preguntas "maravillosas" (p. 14) en el deseo respetado de descubrir las matemáticas del entorno social y cultural que impelan a alumnos/as y docentes a investigar juntos. Para ello, el aprendizaje matemático a partir resolución de problemas y de proyectos matemáticos y de investigación fomenta la formulación de preguntas (2012c, 2013b). Para este autor, es posible sistematizar el trabajo matemático a partir de proyectos que surgen de la vida cotidiana del alumnado y en cuyas fases las preguntas juegan un papel fundamental: matematización del contexto –por el que el docente analiza las posibilidades matemáticas del contexto-, trabajo previo en el aula –desde el que se inicia un diálogo dinamizado por las preguntas-, trabajo en contexto –desde el que se producen los descubrimientos, y en el que el docente intervienen haciendo preguntas que provoquen conflicto cognitivo, argumentación, etc.-, y trabajo posterior en el aula –exponiendo a través del diálogo y los diferentes estilos de representación gráfica lo descubierto desde un lenguaje matemático- (2012c, 2012d). Alsina insta al docente a plantear "buenas preguntas" que fomenten el planteamiento de hipótesis, la argumentación de las acciones, el relato del proceso seguido y de los resultados alcanzados, la interacción, la negociación y el diálogo en el aula (2013b), que animen a los niños y niñas a construir nuevos conocimientos, a argumentar también sus afirmaciones, a justificar sus proposiciones, a aclarar y consolidar conceptos, que impliquen de manera cooperativa la puesta en marcha de estrategias diversas. Este autor recoge los beneficios de las preguntas que expone Mercer (2001, en Alsina, 2013b):

> En los procesos de interacción, diálogo y negociación en el aula de matemáticas, las preguntas se erigen como uno de los instrumentos de

> mediación más idóneos, justamente porque **pueden hacer avanzar desde unos primeros niveles de concienciación sobre lo que uno ya sabe o es capaz de hacer hacia niveles más superiores en los cuales va entreviendo la manera como puede avanzar mejor en el aprendizaje**. (p. 13. La negrilla es nuestra)

Alsina recoge las características que han de tener las preguntas en Educación Infantil para ser *buenas preguntas*, basándose en las ideas de Sullivan y Liburn (2002, en Alsina, 2013b):

- Más que recordar un hecho o reproducir una acción, requieren comprensión de la tarea, aplicación de técnicas y estrategias y análisis y síntesis de los conceptos implicados;
- Permiten que los niños aprendan respondiendo preguntas, y que los maestros aprendan a partir de las respuestas de los niños; y
- Permiten diversas respuestas aceptables. (Alsina, 2013b)

En educación matemática las preguntas de los docentes, y la creación de ambientes seguros y de confianza que propicien las preguntas de los alumnos/as, fomentan la comunicación matemática, de sus propios procesos y de las estrategias que se ponen en práctica, a partir de una adquisición progresiva de un lenguaje matemático cada vez más convencional. Acerca de la creación de estos ambientes, a partir de la planificación reflexionada y el diseño de dichos contextos, se trata a continuación.

2.3.2.4.- PLANIFICACIÓN Y DISEÑO DEL CONTEXTO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

Decididamente, la opción está clara. No podemos aparcar la vida en la puerta de la escuela. No podemos rociar a los niños de "conocimiento puro" sin el peligro real de una intoxicación muy seria: el abandono, el odio o la apatía… No podemos dejar de enamorarnos de la cotidiana pelea, del cotidiano derramarse la pintura, o de la cotidiana vida que, disfrazada de mosca, nos interrumpe la programación, y nos desprograma, desplanifica, desordena…, para bien del conocimiento de los niños.

(Díez Navarro, 1995)

El enfoque didáctico al que se adscribe un docente tiene estrecha relación con la selección que realiza de contextos y estrategias de enseñanza. Como se deduce de los aportes propios realizados en torno a los temas expuestos hasta el momento en el marco teórico, del posicionamiento epistemológico de corte socio-cognitivo-emocional y de la adhesión al enfoque didáctico comunicativo expuestos en el capítulo I, desde esta investigación se aboga por entornos educativos que respeten el desarrollo natural de los niños y niñas, en los que alumnos y alumnas tienen palabra, se comunican espontáneamente, construyen discursos genuinos, y van adoptando autonomía y responsabilidad sobre sí mismos sin necesidad de estar continuamente acreditados para ello por el adulto. Todo ello, genera necesariamente aulas que den lugar a la espontaneidad desde los espacios y desde los tiempos:

> Constituyen auténticos contenidos curriculares (de distintas áreas: conocimiento de sí mismo y autonomía personal, conocimiento del entorno, lenguajes: comunicación y representación) en relación con los objetivos de la etapa educativa. (D´Angelo & Medina, 2011, p. 43)

Esta perspectiva contrasta fuertemente con la tradición educativa que necesita de la presentación de contenidos de forma parcelada, pautada, descontextualizada, sin sentido social. Desde el enfoque didáctico comunicativo los contenidos se establecen inmersos en "la trama comunicativa que se establece en el contexto del aula con la activa participación de los niños" (p. 44). Aparentemente, esta perspectiva puede parecer poco planificada, sin diseño, pero por el contrario, exige del docente un conocimiento mucho más profundo y ágil del currículo y del desarrollo de niños y niñas, capacitándole para **recoger y propiciar numerosas y diversas situaciones de abordaje de los contenidos** emergentes o propuestos desde:

- Contextos cotidianos y habituales: rutinas, asambleas, rincones de juego, talleres, grupos interactivos, juegos…
- Contextos ocasionales: talleres específicos, salidas, festejos, visitas, actividades lúdicas semiestructuradas…
- Contextos de los proyectos: desde las investigaciones, a partir de problemas, interrogantes, organización de propuestas acordadas, ejecución de las mismas... (D´Angelo, 2001).

Todo ello, entendido desde la reflexión compartida y construida en equipos docentes de su propia práctica y concepciones. De esta manera, no se apuesta por la improvisación, sino por una planificación con criterios de flexibilidad, atendiendo a la evolución de los hechos que se desarrollan en un grupo determinado, anticipando y organizando en función de lo sucedido anteriormente, recogiendo lo previsible y lo espontaneo, en una planificación realista y útil:

> La planificación tiene que adoptar una estructura que capte de forma continua, por un lado, los aspectos que se pueden anticipar y, por otro, los procesos comunicativos que surgen en el contexto del día a día y que, por tanto, son imprevisibles. (D´Angelo & Medina, 2011, p. 51).

Se fundamenta en la idea de que se desarrollan las habilidades y destrezas desde su puesta en marcha de manera reiterada y variada en contextos con sentido social. Desde esta mirada, la construcción de significados se realiza desde la acción, reflexión, y análisis conjunto del grupo. Así, por ejemplo, se utiliza el lenguaje matemático con códigos propios mientras se descubren en su uso sus reglas y convencionalismos. Al contrario que el desarrollo de un currículo desde un enfoque didáctico reglado, que promulga la presentación de contenidos desde la consideración del adulto de la dificultad que suponen al niño/a, desde lo más simple a lo complejo, desde actividades de ejercitación bajo rígidas premisas dadas, el enfoque comunicativo no presenta los contenidos atendiendo a la dificultad sino que “se utilizan con el fin de alcanzar determinados propósitos” -con intencionalidades y finalidades diversas, acordadas y significativas para todos los niños y niñas, por ejemplo, estableciendo cuántos euros necesitaremos para pagar la entrada a…- (D´Angelo y Medina, 2011, p.45) con la intención de que no pierdan su sentido, sin necesidad de ejercitaciones previas (pre-cálculo, por ejemplo, o de lo que se ha dado en llamar pre-matemáticas). De esta forma, la regulación de los procesos de aprendizaje será autónoma, interna, inherente al propio alumno/a, que va asumiendo su propia responsabilidad frente a él, con el acompañamiento del maestro/a. Mueve a los niños y niñas la propia satisfacción relacionada con la concreción de las finalidades acordadas o propias, alejada del control exterior del adulto. Por otra parte, las actividades no tienen necesariamente que estar diseñadas prioritariamente por el docente, tienen una especial cabida las propuestas que las personas de la comunidad educativa, niños y niñas y adultos (asumiendo el contexto cultural), llevan al aula, relacionadas con sus intenciones. Tampoco han de ser generales (iguales para todos/as y ejecutadas al mismo), por el contrario se desarrollan actividades con diferentes modalidades de agrupamientos –en pequeño grupo, en gran grupo o individuales- y con diferentes niveles de complejidad, desde intenciones diversas según el alumno/a, y con una mayor o menor implicación y participación, dependiendo de sus intereses. Se infiere, entonces, que se entiende a cada uno de ellos como diferenciado de los demás, desde una perspectiva integral de la diversidad y de la inclusividad. El papel del profesorado radica, pues, en una escucha atenta que le permita contrargumentar y “ayudarlo a transformar sus capacidades” (p. 47).

Se trata de planificar tanto lo previsto como lo imprevisto, los aspectos que se pueden prever y aquellos que surgen “en la espontaneidad de la dinámica del aula” (p. 48):

- Planificación de los aspectos previsibles: aquellos que se pueden anticipar en función de la dinámica que se esté desarrollando en un aula (proyecto de investigación, intereses manifestados puntuales o duraderos, etc.). Exige:
  - Definir objetivos, capacidades y valores que se pretenden desarrollar estrechamente relacionados con el currículo;
  - Seleccionar los contenidos matemáticos (procurando la interrelación con otras áreas);
  - Organizar diferentes actividades a partir de agrupamientos diversos (que generen la acción y en la que se concreten los diversos contenidos);
  - Evaluar lo previsto (del aprendizaje, de las estrategias empleadas, de la concreción curricular);
  - Planificar materiales y recursos necesarios para el desarrollo de todas las actuaciones previstas;

    - Definir las estrategias de enseñanza, las intervenciones del docente y el rol que asume.
- Planificación de los aspectos imprevistos: aquellos que de alguna manera pueden anticiparse en función del desarrollo habitual de la vida escolar a lo largo de un curso pero que no tienen concreción. Han de tenerse en cuenta situaciones y espacios en los que se tiene lugar la vida de un centro:
    - Plan Anual: esto es, la planificación habitual de festejos y eventos culturales de la comunidad educativa (Carnaval, Día del Libro, Semana Cultural…);
    - Espacios y sus contextos: todos los momentos y lugares en los que se desarrolla la cotidianeidad de un grupo de alumnos y alumnas determinado:
        - Patios (generan numerosos momentos susceptibles de ser aprovechados desde la matemática);
        - Aula:
            - Asambleas;
            - Rincones de juego;
            - Talleres;
            - Proyectos;
            - Rutinas.
        - Otros espacios comunes: biblioteca, laboratorio, sala de psicomotricidad, salón de actos, pasillos y vestíbulos, etc.
- Planificación (registro) a partir de los acontecimientos surgidos, imprevistos:
    - Determinación de los nuevos objetivos, capacidades y valores tratados a partir de los hechos;
    - Descripción de los nuevos contenidos curriculares abordados a partir de las situaciones emergidas;
    - Definición de las nuevas actividades llevadas a cabo y de la organización de agrupamientos que fueron necesarios;
    - Especificación de los procesos de evaluación incorporados en el proceso tanto referidos a los aprendizajes, a las estrategias de enseñanza y al resto de componente curriculares;
    - Descripción de los materiales y recursos necesitados a partir de los acontecimientos surgidos;
    - Registro de las diferentes estrategias de enseñanza y de las intervenciones que el docente a llevado a cabo para apoyar el aprendizaje de sus alumnos/as.

(D´Angelo & Medina, 2011, pp. 52-53)

Desde el presente estudio, apostamos por la planificación y el diseño de la educación matemática desde esta perspectiva, en tanto que recoge plenamente las posibilidades de la vida del aula desde un paradigma respetuoso y de desarrollo integral de los niños y niñas, teniendo en cuenta a toda la comunidad educativa, y en tanto que es realista con el escenario de las aulas, con la vida escolar, con la situaciones que en ésta tienen cabida.

Atendiendo a lo más específicamente matemático, El NCTM y la NAEYC (2013), en su declaración conjunta de posiciones para un buen comienzo de la educación matemática en EI, apuesta por la introducción activa y reflexiva de conceptos, lenguaje y métodos matemáticos desde una variedad de experiencias, enfoques, materiales y estrategias:

> Además de incorporar un aprendizaje significativo de las matemáticas en el juego, las rutinas del aula y las experiencias educativas a través del currículo, un buen proyecto educativo para la iniciación a las matemáticas debe proporcionar también experiencias cuidadosamente planificadas que centren la atención de los niños sobre una idea matemática en particular o un conjunto de ideas relacionadas. Ayudar a los niños a poner nombre a ideas como "horizontal" o "par e impar", a medida que van encontrándose e inventando numerosos ejemplos de dichas categorías, ofrece a los niños un medio para conectar y hacer referencia a estas ideas que acaban de surgir. Estos conceptos pueden introducirse y explorarse en actividades en pequeño o gran grupo y en centros de aprendizaje. Los grupos pequeños son especialmente adecuados para concentrar la atención de los niños en una idea. Por otra parte, en ese contexto el maestro es capaz de observar lo que cada niño comprende y lo que no, y hacer participar a cada niño en la experiencia de aprendizaje a su propio nivel. (p.10)

Se expresa así mismo, que, en la planificación de proyectos de investigación y de actividades en el aula, los maestros/as deben procurar también momentos de revisión de conceptos que ya hayan sido anteriormente trabajados con la intención de vincularlas con nuevas formas de uso y aplicabilidad. Por ejemplo, la forma de presentación de juegos y la introducción de modificaciones en los mismos, colabora en el aprendizaje de conceptos matemáticos, los enriquece y adecúa a diferentes niveles de desarrollo. Por otra parte, el uso de materiales informáticos debe partir también de una profunda reflexión, procurando experiencias ricas y productivas, y sirviendo de complemento a otras estrategias.

En cualquier caso, exponen, si bien ha de planificarse con cuidado el trabajo matemático, no puede dejar de vincularse a la vida cotidiana de los niños y niñas, acogiendo sus conocimientos matemáticos informales y experiencias previas.

En otro orden, en esta esta declaración conjunta se expresa que la planificación y el diseño deben partir de un currículo cuya responsabilidad parta de los maestros y maestras, responsables políticos, agencias estatales e instituciones competentes en la materia que sirva de marco y orientación al trabajo en las aulas. Desde este contexto se debe garantizar el espacio a la innovación y a la diversidad, a la exposición de los resultados esperables y los principios que han de abordarse respetando la significatividad y asegurando la flexibilidad. Además de ello, tal y como se señalaba anteriormente, observa la importancia del trabajo docente en equipo a la hora de planificar y de asegurar momentos para ello, así como de procurar que tengan acceso a expertos en la materia y a la visita a otras aulas como complemento a la formación.

Alsina (2010) presenta una propuesta de planificación matemática en las aulas de EI haciendo un paralelismo con la pirámide alimenticia, por la que se establecen qué alimentos deben comerse y con qué asiduidad para estar saludable. De la misma manera, Alsina sitúa en la base de la *pirámide de la educación matemática* (p. 13) las situaciones matemáticas, la matematización del entorno y las vivencias con el propio cuerpo, a continuación la utilización de recursos manipulativos (inespecíficos, comercializados o diseñados), en un siguiente escalafón aparecen los recursos lúdicos (los juegos), a continuación los literarios (narraciones, adivinanzas, canciones…) y después los tecnológicos (ordenador, calculadora, y añadimos desde esta investigación smartphones, tablets y PDIs). Como último escalón, aparece el libro (entendido como el texto de trabajo en el aula). Todo ello, teniendo en cuenta que debe llevarse a cabo a partir de diferentes organizaciones del alumnado a partir de contextos comunicativos, dialógicos, acordados por el grupo y su docente. Pese a que, con el fin de ajustarse a un símil muy visual y fácil de recordar, las diferentes situaciones se establecen algo encorsetadas, y a que desde esta investigación se especificaría en el primer escalón algo más acerca de proyectos de trabajo, talleres, o grupos interactivos, y que, por otra parte, de alguna manera, los juegos también los incluiríamos en la base de la pirámide por su versatilidad y la generación de una altísima motivación, la propuesta de Alsina resulta muy positiva por dos cuestiones: clarifica al docente las diversas posibilidades de planificación y diseño de la tarea matemática sin descuidar su finalidad comunicativa y la necesaria adquisición a través del grupo, y, por otra, este autor escribe directamente a los docentes, fundamentando desde el currículo y las diferentes teorías e investigaciones la propuesta de trabajo, de forma accesible, lo que conlleva a que sea más fácil que se generen cambios en las prácticas educativas.

Para Ressia y Quaranta (2009), la implementación de diseños curriculares de matemáticas en las aulas debe ir acompañado de una capacitación docente en tanto que consideran que se trata de un área compleja y requiere la definición de enfoques claros. Así, la resolución de problemas significativos y contextualizados aparece como una cuestión necesaria (en tanto que los contenidos se proveen entonces de toda su significación y sentido en su uso y aplicabilidad) pero no suficiente para el aprendizaje de los saberes matemáticos; han de tenerse en cuenta los conocimientos:

- Numéricos y aritméticos: orales y escritos, que, dada su complejidad, requieren de un extenso campo de problemas y una gran variedad de situaciones para construirlos en un sentido amplio;
- Espaciales: por lo general no se adquieren de manera espontánea sino que requieren de una planificación de situaciones específicas desarrolladas en el espacio real (ubicarse, guiar, comunicar informaciones, utilizar o construir maquetas y planos, describir…):

- Geométricos: proponiendo problemas que favorezcan el análisis de objetos geométricos a partir de su comparación, reproducción, construcción, identificación y descripción;
- De la medida: a partir de propuestas que permitan a los niños y niñas aproximarse a estos contenidos –tamaño, longitud, capacidad, masa y tiempo-. Los contextos de la vida cotidiana son un marco fundamental para su desarrollo, así como la propuesta de situaciones que permitan realizar comparaciones y medidas (con instrumentos diversos convencionales o no, que el niño/a habrá de elegir según la conveniencia) en el contexto de los usos sociales de la medida, las rutinas de la clase y la resolución de problemas emergentes en el aula. (Ressia y Quaranta, 2009; Ressia, 2013).

Añadimos a esta relación aquellos pertenecientes al ámbito algebraico.

Las situaciones propuestas en las aulas, como dinámica general, deben poder resolverse de forma autónoma, sin recaer la responsabilidad de la validación en el adulto, y generar reflexión sobre las estrategias y procesos utilizados.

Giarrizzo (2010) propone una serie de preguntas que pueden ayudar a reflexionar al docente a la hora de planificar y diseñar su actuación, así como de evaluarla posteriormente:

- ¿Cuál es mi propósito al seleccionar esta actividad? ¿Qué contenidos permite abordar? ¿Plantea la resolución de un problema? ¿Qué actividades podría proponerles previamente a mis alumnos?
- ¿Cuál es la finalidad para los alumnos? ¿Cuáles son los conocimientos disponibles necesarios para su resolución? ¿Qué modificaciones hay que considerar para que pueda ser resuelta por mis alumnos? ¿Responden a variables didácticas?
- Los materiales, ¿son considerados como un medio para favorecer el desarrollo de las capacidades de los alumnos y para que muestren con sus acciones sobre ellos la comprensión de las nociones involucradas llevando a cabo diferentes procedimientos de resolución? De no ser así, ¿cuáles elegiría para lograrlo?
- ¿Cómo organizaría la sala *(aula)*? ¿Cómo daría la consigna?
- ¿Cuáles serían las estrategias que utilizarían mis alumnos al presentarles esta actividad? ¿Responde a una situación que da lugar a procesos de validación?
- ¿Cuál sería la intencionalidad de mis intervenciones durante la clase? ¿Y frente a los errores?
- ¿Cuándo y cómo organizaría la puesta en común? ¿A qué conclusiones tienen que llegar los alumnos?
- ¿Cómo participaron los alumnos durante los diferentes momentos de la clase? ¿Qué procedimientos utilizaron? ¿Cómo fueron mis intervenciones?

- ¿Fueron seleccionadas adecuadamente las producciones que se retomaron en la puesta en común? ¿Se propició la reflexión sobre los modos de resolución? ¿Cuándo y cómo se realizó la institucionalización de los conocimientos?
- ¿Es necesaria la realización de nuevas modificaciones a la propuesta? ¿Cuáles? ¿Por qué?
- ¿Qué nuevas actividades podría proponerles a mis alumnos para que avancen en sus conocimientos?

(Giarrizzo, 2010, pp. 3-4)

En este sentido, D´Angelo y Medina (2011), ofrecen una extensa guía que permite un análisis muy exhaustivo con el que el docente puede interrogarse a partir del proceso de una secuencia didáctica y de las habilidades, destrezas y actitudes pueden desarrollar los niños y niñas a partir de ella (p. 59-61). A modo de ejemplo, se expone un primer paso, aquel relacionado con la *situación de inicio*:

- ¿plantea un problema?;
- ¿requiere la resolución de alguna cuestión?;
- ¿propone explorar datos?...
- Analicemos qué habilidades, destrezas y actitudes pueden desarrollar los alumnos/as:
    - Sentirse implicados en una situación;
    - Anticipar posibles resoluciones;
    - Argumentar alternativas;
    - Conversar sobre los emergentes que surgen;
    - Tratar una misma información a través de distintos lenguajes.

Todo lo expuesto en este apartado, tiene una estrechísima relación con el abordaje de la evaluación en la EI, aspecto que se trata en apartados posteriores pero del que no puede ni debe desvincularse.

2.3.2.5.- ORGANIZACIÓN DEL AULA DE EDUCACIÓN INFANTIL Y SU RELACIÓN CON EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

Dentro de la escuela tenemos el aula, un espacio abstracto que se repite exactamente con la misma forma más de 20 veces. Y lo raro es que, en ella, con el mismo mobiliario y con los mismos instrumentos, los alumnos se quedan horas y horas sentados haciendo cualquier cosa: lengua, matemáticas, arte, música…

(Tonucci, 2013)

En el momento en que se accede a un aula de EI y se observa por unos instantes su organización, la disposición de mobiliario y materiales, la decoración de paredes y diferentes espacios, el lugar que ocupan los niños y niñas, la ubicación de la mesa del maestro/a…, y se escuchan (o no) las voces infantiles, sus conversaciones, acciones y la respuesta que todo ello genera en su profesor/a, puede hacerse una gran aproximación del paradigma educativo por el que éste optó y por el modelo de centro en el que se encuentra. Así, dependiendo del enfoque adherido, la organización del aula de EI será muy diferente. Desde un enfoque de carácter tradicional, por ejemplo, es fácil observar una mesa del profesor/a desde la que se puede vigilar todo el espacio de la clase, los pupitres de los alumnos y alumnas, en los que pasan la mayor parte de la jornada, ocupan un importante y protagónico espacio de la totalidad del mismo en el aula, y no suelen generar, por su disposición, contextos de diálogo y trabajo compartido. Los materiales diversos están dispuestos según los esquemas organizativos de un adulto, que suele planificar quién, cuándo, cómo, dónde y para qué se utilizarán. La decoración del aula poco tiene que ver con las producciones de los niños y niñas, y, si así fuera, éstas no serían espontáneas y habrían estado específicamente dirigidas, pautadas.

Como ya se expresó en el apartado precedente, desde la presente investigación se opta por un paradigma de corte socio-cognitivo-emocional enmarcado en un enfoque didáctico comunicativo. Es por esto que se hace necesario emparentar directamente la cuestión de la organización del aula de EI con la abordada en el apartado anterior, en tanto que la planificación y el diseño de la Educación Matemática en la etapa de infantil está directamente relacionada con las decisiones organizativas de espacios, tiempos y agrupamientos que se adoptan. Por ello, se parte de lo expuesto ineludiblemente (véase apartado 2.3.2.4.- *Planificación y diseño del contexto de enseñanza-aprendizaje*, p. 179) para añadir, en este momento algunas cuestiones. Se retoma, por tanto, **la propuesta de las distintas modalidades organizativas de los contextos en la subdivisión de cotidianos, ocasionales y propios de los proyectos, a partir de actividades planificadas o emergidas de ellos –previstas o imprevistas-, atendiendo a las diferentes modalidades de agrupamientos: -pequeño grupo, gran grupo e individual-.**

Desde este encuadre, encontramos una propuesta de organización de un aula de EI, a nuestro juicio, muy completa, realista y respetuosa en los términos en los que nos venimos refiriendo, en la expuesta por Aguilar, Ciudad, Láinez y Tobaruela, definida, entre otros documentos, en su obra "Construir, jugar y compartir. Un enfoque constructivista de las matemáticas en Educación Infantil" (2010). Como **ejes organizadores para la actividad matemática** aparecen;

1. Los rincones;
2. Las situaciones cotidianas;
3. Los proyectos.

Para estas autoras, la organización por **rincones** es fundamental, pero entendidos como:

- Una forma de organizar y diseñar la actividad del aula (espacios, tiempos, materiales, agrupamientos, tipos de relaciones) en la que no todos hacemos lo mismo a la vez;
- Un sistema que se basa en diluir la dicotomía juego-trabajo;
- Una opción que respeta las diferentes necesidades de aprendizaje y que atiende a la diversidad;
- Un enfoque que favorece que el aprendizaje tenga lugar desde la comunicación y el intercambio de experiencias.

(Aguilar, Ciudad, Láinez & Tobaruela, 2010, p.39)

Son muchos los argumentos que aducen para la elección de esta organización:

- Se favorece la autonomía de los niños y niñas en la elección, organización y regulación de su actividad y del tiemplo empleado;
- Se asume que estos contextos potencian la comunicación, el trabajo colaborativo, la construcción de significados conjunta, etc.;
- Se adopta el juego como base para el aprendizaje y se comprende el error como instrumento de crecimiento, como oportunidad de desarrollo;
- Se realizan actividades significativas, contextualizadas, relevantes para los niños y niñas;
- Permite una mayor observación, y por tanto un conocimiento más profundo, por parte del docente de sus alumnos y alumnas;
- Responde a una atención completa y compleja de la diversidad en tanto que se garantiza que, cada día, el docente habrá podido trabajar con todos los alumnos y alumnas en pequeño grupo de una manera mucho más cercana e individualizada, por un lado, y por otro, las tareas a acometer son muy diversas, de diferentes niveles y responden a numerosos intereses, por lo que se incluye a todos los niños y niñas, desarrollando cada uno de ellos, todo su potencial;
- Permite la flexibilidad en tanto se pueden acometer desde los rincones diversas propuestas, un amplio rango de contenidos, o proyectos;
- Colabora en el uso del lenguaje oral y escrito como “vehículo de desarrollo” (p. 40) de forma contextualizada y funcional;
- Ofrece al docente el rol de mediador, favorecedor de aprendizajes, acompañante;
- Potencia el desarrollo de la solidaridad, la resolución de conflictos de forma pacífica a partir del diálogo y los argumentos, el sentido del trabajo en equipo desde el respeto y la colaboración, la aceptación de la diversidad, y las relaciones afectivas sanas;
- Constituye grupos de alumnos y alumnas muy unidos, con objetivos comunes, que son capaces de, progresivamente, autorregularse y organizarse.

(Aguilar, Ciudad, Láinez & Tobaruela, 2010)

Estas autoras explicitan que no se han de contar previamente con unas condiciones determinadas en términos de espacio o dotación de recursos, más bien proponen una gestión de los mismos flexible, creativa, e incluso, recicladora (los espacios pueden no tener una única función y los materiales no han de ser siempre los comercializados). Las condiciones que se requieren tienen que ver con otros aspectos:

- Delimitar claramente los espacios, materiales y acuerdos de utilización de cada rincón;
- Organizarlos de manera que resulten cómodos a los niños y niñas;
- Separarlos por el tipo de actividad que se desarrolla en ellos (alejando los de más movimiento de aquellos en los que la actitud es más relajada –éstos necesitan de menos espacio físico-);
- Los niños y niñas, las familias, y la comunidad educativa pueden elaborar y aportar materiales diversos (de uso concreto, o flexible y variado y multifuncional).

Aguilar, Ciudad, Láinez y Tobaruela aseguran que la clave del éxito reside en una organización que permita a los niños y niñas gestionarse de forma cada vez más autónoma, para lo que proponen organizar el tránsito de los rincones con *paneles de control* que permitan a los alumnos y alumnas el registro tras su paso.

La organización que presentan en cuanto a los tiempos es sumamente interesante también, estructurándose en función de unos criterios claros:

- Realización de una asamblea inicial, establecimiento de rotaciones en los rincones (adquiriendo esta organización de manera paulatina, de manera que los alumnos sepan dónde, cuándo y cuántos pueden acudir a cada uno de ellos, en función de los acuerdos adoptados entre todos y las actividades planificadas, de forma que los niños y niñas acudan finalmente a todos ellos –no necesariamente en la misma sesión o jornada-), encuentro en asamblea final (en la que compartir y poner en común);
- Los tiempos de permanencia en cada rincón son flexibles, dependiendo del tipo de actividad que se va a desarrollar y de la maduración de los niños y niñas -van aumentando conforme crecen-.

Aportan, además otra serie de pautas en cuanto al tipo de rincones a organizar y al cariz que en ellos pueden adquirir las tareas.

Para las autoras, este modelo de organización del aula, en cuanto a espacios, tiempos, actividades y agrupamientos, facilita el trabajo alrededor del ámbito matemático desde una perspectiva constructivista. Así mismo, desde esta organización, “en todos los rincones es posible que tengan lugar situaciones matemáticas, si así lo diseñamos (…) las matemáticas están en todas partes” (p. 44). Además de ello, proponen como un rincón específico de trabajo matemático aquel al que denominan “oficina de la seño”. En este espacio, se proponen “situaciones didácticas diseñadas expresamente para la consecución de conocimientos matemáticos concretos” (p. 95) atendiendo a **cuatro grandes bloques de contenidos**: la actividad lógica, el número y la numeración, las relaciones espaciales y geométricas, y la construcción de magnitudes continuas, cuyo referente es la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau.

Esta misma propuesta de contenidos matemáticos se aborda desde los **proyectos de trabajo** (véase apartado *2.3.1.3.- Metodologías surgidas en los últimos años en cuanto a la enseñanza de las matemáticas*, p.139), desde los cuales la matemática se adquiere cargada de funcionalidad, significatividad y sentido. Todos los proyectos de trabajo son adecuados para el abordaje de la matemática, sin embargo, reconocen que ciertas temáticas (la astronomía, por ejemplo) favorecen una aparición más intensa de la necesidad de resolver problemas a partir de conocimientos matemáticos, entre ellos, los que tienen que ver específicamente con el arte.

En cuanto a los contextos, estas autoras expresan que las **situaciones cotidianas** suponen un marco privilegiado desde el que las matemáticas tienen un por qué claro. Se trata de:

- la asamblea,
- los rincones,
- los cuentos,
- la psicomotricidad,
- el patio y los juegos tradicionales,
- el taller de cocina,
- y las salidas.

Desde estos marcos generan una extensa propuesta de trabajo matemático con clara significatividad y funcionalidad.

Ibáñez Sandín 1992) o Díez Navarro (1995) comenzaban ya a apuntar un estilo organizativo en esta línea, alejado de las rígidas estructuras de la escuela tradicional. La organización, como se dijo al comienzo, no es arbitraria, responde a una clara concepción de la educación en general, y de la matemática en particular.

Desde la presente memoria, en relación a la organización espacial y temporal expuesta por Aguilar et. al, opinamos que no es necesario estructurar tanto la organización de la clase, pero entendemos su enorme valor para que maestros y maestras cambien la mirada, encuentren un punto de apoyo desde el que comenzar con nuevas prácticas educativas, para después desarrollar la autonomía y confianza suficientes como para adaptar a las necesidades propias de su contexto las propuestas. Por otra parte, la configuración de toda esta propuesta **implica una profunda comunicación con las familias**, sobre la que ya se ha tratado en puntos precedentes, y que es también **piedra angular** (véase apartado 2.3.2.2.- *La formación del profesorado*, p. 168).

2.3.2.6.- EL JUEGO Y LAS MATEMÁTICAS

El placer de jugar debe procurarse, al menos, desde cero a cien años.

(Pazos, en Alcalá et. al. 2004, p. 38)

Se trata de un hecho universal, observable en todos los países y épocas: existe una especie de curiosidad natural e innata en el ser humano, que lo impulsa a la resolución de adivinanzas. Sin ir más lejos, las nueve décimas partes de las matemáticas, aparte de las que tienen su origen en necesidades de orden práctico, consisten en la resolución de adivinanzas.

(Jean Dieudonné, en Apéry et. al., 1984)

En la antigüedad, los juegos matemáticos formaba parte muy importante de la vida cotidiana de romanos, griegos o egipcios: juegos de azar, de estrategia, de habilidad... – el juego de Cnosos de Grecia, Wari, el juego de las semillas de Etiopía, La pasión de Nerón, en Roma, o Perros y Chacales, en Egipto- (Rodríguez y Fernández, 2014). Para Guzmán, el juego forma parte de la belleza de la matemática y ha supuesto a los matemáticos un tremendo disfrute a lo largo de toda la historia de la humanidad. Se pregunta, entonces, por qué no se ha abordado en muchas ocasiones el tratamiento de la materia desde el aprovechamiento de este carácter lúdico: el binomio juego y belleza. En las palabras de Guzmán se recoge la misma pasión que se encuentra en Alsina; ambos exigen una entrada de las emociones en las aulas, emoción que, por otra parte, desde la neurociencia (Aldana, 2013), se subraya como imprescindible para el aprendizaje. Así lo recoge Guzmán (1984):

> Si cada día ofreciésemos a nuestros alumnos, junto con el rollo cotidiano, un elemento de diversión, incluso aunque no tuviese nada que ver con el contenido de nuestra enseñanza, el conjunto de nuestra clase y de nuestras mismas relaciones personales con nuestros alumnos variarían favorablemente.

Para este autor, la ventaja del juego radica en que es interesante en sí mismo, provoca motivación y placer por sí solo (no por el provecho que se pueda obtener de él), e impele a una rápida puesta en acción. Por otra parte, libera tensiones y supone un alto en la rutina. Otra interesante ventaja para el aula, es la capacidad que se genera a través del juego de estrechar la relación entre quienes lo llevan a cabo, muy importante en contextos en los que “crear grupo” es básico para generar un clima cordial, positivo, seguro, desde el que poder aprender y crecer como persona. Pero, especialmente, el juego, bien elegido e implementado, colabora claramente en la eficacia del logro de muchos de los aprendizajes matemáticos.

Para este autor, la enseñanza de las matemáticas a través del juego puede abordarse desde un doble esquema:

1. **El desarrollo heurístico a través de los juegos**: la resolución de problemas, para desarrollar en el alumnado hábitos de pensamiento adecuados (véase apartado 2.3.1.4.- *Concepto de problemas en el campo matemático y situación problema en el campo educativo,* p.157);
2. **Temas, actitudes, actividades y juegos específicos para motivar y aprender** (los títulos son fieles a lo que Guzmán expresa) : *sorpresas matemáticas* –los teoremas de Desargues, Pascal, Dteiner, Poncelet…, la infinitud de los números primos, etc.-, *cuentos con cuentas* –referidos a interesantísimos hechos matemáticos que deberían ser contados, como lo referente a la banda Möbius-, *sistemas de numeración* –base de muchos juegos-, *criterios de divisibilidad* –juegos basados en las prácticas-, *inducción* –como las *torres de Hanoi* y el teorema de Euler-, *contar sin contar* –trucos para obtener información cuantitativa-, *deducción lógica,* "*elemental, querido Watson*" –acerca de resolución de problemas desde las normas de la heurística-, *simetría*, *"hazte un dibujo"* –la esquematización como medio que colabora en una mayor comprensión-, *utilización de colores, comenzar por lo fácil ayuda a resolver lo difícil* –principio heurístico-, "*piensa al revés, supongamos el problema resuelto"* –también se trata de otro principio de la heurística-, *solitarios matemáticos* –como el cubo de Rubik o el Tangram-, *partidos matemáticos* –como el tres en raya-, *analogías escondidas* –como en el juego de Moser y el tres en raya-, *falacias, y "feliz idea"* –como puntos de partida- .

Guzmán (1984) apuesta por la introducción a la matemática aprovechando el carácter lúdico del juego, y reprocha a matemáticos y profesores españoles del momento no haber recogido este recurso en la educación matemática:

> Sin embargo, es claro que, especialmente en la tarea de iniciar a los más jóvenes en la labor matemática, el sabor a juego puede impregnar de tal modo el trabajo, que lo haga mucho más motivado, estimulante, incluso agradable y, para algunos, aún apasionante. De hecho, como veremos, han sido numerosos los intentos de presentar sistemáticamente los principios matemáticos que rigen muchos de los juegos de todas las épocas, a fin de poner más en claro las conexiones entre juegos y matemáticas. Desafortunadamente para el desarrollo científico en nuestro país, la aportación española en este campo ha sido casi nula. Nuestros científicos y nuestros enseñantes se han tomado demasiado en serio su ciencia y su enseñanza y han considerado ligero y casquivano cualquier intento de mezclar placer con deber. Sería deseable que nuestros profesores, con una visión más abierta y más responsable, aprendieran a aprovechar los estímulos y motivaciones que este espíritu de juego puede ser capaz de infundir en sus estudiantes. (Guzmán, 1984)

La perspectiva de este matemático coincide plenamente con la aportada por Gardner:

> Con seguridad el mejor camino para despertar a un estudiante consiste en ofrecerle un intrigante juego, puzle, truco de mata, chiste, paradoja, pareado de naturaleza matemática o cualquiera de entre una veintena de cosas que los profesores aburridos tienden a evitar porque parecen frívolas. (Gardner, 1980, en Guzmán, 1994)

Desde luego, no puede hablarse de la relación del juego y las matemáticas sin referenciar a Gardner, del que, además de su obra, es muy conocida la sección de "Juegos Matemáticos" que escribía en el *Scientific American* desde 1976 por la que muchos matemáticos y matemáticas confiesan el despertar de su interés por este área. Además de ello, era gran aficionado a la magia, la cual relacionó estrechamente con la matemática. A Gardner se le atribuye el acercar la matemática a todo tipo de público (Colm & Richard, 2014). Esta es la base de matemática recreativa: divulgación desde la mirada del disfrute. Alcalá, Segarra, Bishop, Alsina, Carbó, Ramos, son solo algunos de los autores y autoras que difunden esta perspectiva.

Si bien estos autores y todos aquellos y aquellas que apuestan por la matemática desde una perspectiva recreativa, constructivista y/o manipulativa (véase apartado 2.3.1.3.- *Metodologías surgidas en los últimos años en cuanto a la enseñanza de las matemáticas*, p. 139) abogan por la inclusión del juego en Educación Matemática, esta mirada adquiere una <u>especial relevancia en el ámbito de la EI</u> en tanto que el juego es una pieza clave en el desarrollo integral del mismo. Para Piaget (1985), el niño/a asimila la realidad a través del juego, reviviéndola y dominándola para comprenderla a través de sí mismo/a. Para Vygotsky (1966) el juego impulsa el desarrollo mental del niño/a ampliando continuamente su Zona de Desarrollo Próximo. Por otra parte, en cuanto al <u>juego referido desde el ámbito matemático</u>, el informe Cockcroft (1982) recomienda (para cualquier edad y nivel de conocimientos) el uso de los juegos matemáticos y los puzles para colaborar en la comprensión de conceptos y desarrollar el pensamiento lógico, bajo la premisa de una utilización planificada reflexivamente (en Edo et. al, 2007). El NCTM y la NAEYC (2013), en su declaración de intenciones conjunta para un buen comienzo de la Educación Matemática en los primeros años, apoyan el uso de juegos matemáticos como un contexto adecuado en el que "explorar y manipular las matemáticas con vivo interés" (p. 4), en tanto que niños y niñas suelen implicarse con intensidad, en equipo, fomentando así la construcción de significados en grupo, aportando y aprendiendo unos/as de otros/as. Así mismo, le asignan un alto valor para el maestro/a:

> Por último, **el maestro puede observar el juego para aprender más sobre el desarrollo y los intereses infantiles y utilizar después este conocimiento para mejorar el currículo y la enseñanza**. Con la guía del maestro, el interés particular de un niño en el juego puede llevar al desarrollo de una investigación prolongada, o un proyecto para toda la clase, que incluya un aprendizaje matemático muy valioso. En las aulas

> en las que los maestros están atentos a todas estas posibilidades, el juego infantil supone un estímulo continuo y enriquece las exploraciones matemáticas y el aprendizaje. (p.10. La negrilla es nuestra)

Para Ressia (2013) el juego es un derecho del niño/a, una expresión social y cultural por el que desarrolla la socialización –en tanto que se construye en la alteridad-, así como la creatividad o la expresión, y desde el que se alcanzan numerosos aprendizajes. Para esta autora, el juego que se practica fuera de las aulas y el que se lleva a cabo en ellas con una intencionalidad didáctica es diferente en tanto que el segundo requiere de una planificación de objetivos, tiempos, recursos, reglas, modificaciones para incrementar progresivamente la dificultad, etc. que los primeros no necesitan. Entiende así el juego (en las aulas) como una herramienta reflexionada que impela a los niños y niñas a enfrentarse a nuevos problemas, observando unas reglas que permiten compartirlo de forma libre y aceptada por todos los/las que lo practican y que definen los límites, donde se mezclan esfuerzo sostenido y placer, desde el que los conocimientos tienen carácter verdaderamente matemático y realmente sirven como instrumentos para resolver problemas, que generarán otros nuevos desde los que habrá que acudir a herramientas actualizadas a ellos. Para ello, se ha de cuidar que se trabajen realmente contenidos específicos e integrados en un proyecto a largo plazo, han de suponer un obstáculo, se ha de aprender algo nuevo, deben permitir la reflexión, discusión y comparación, se ha de permitir utilizar estrategias propias para poder confrontarlas con las de los demás entendiendo el error como una oportunidad de tal manera que el docente actúe como mediador, y las estrategias utilizadas se han de explicitar como contenidos matemáticos para poder identificarlos como útiles a la resolución de problemas. Cuanto más se juegue a un mismo juego, en contextos de diálogo e intercambio entre los niños y niñas, mejor se puede reflexionar de forma conjunta acerca de las estrategias que aportan mayor éxito, cuáles no resultan válidas, cuáles son más eficaces para ganar (al comienzo, recordando juegos previos, al finalizar, retomando lo sucedido, discutiendo acerca de la validez de las estrategias, argumentando, defendiendo las elecciones, conversando sobre los errores, buscando analogías con otros juegos o problemas…); para esto el aula es un escenario inigualable en tanto que aporta al juego una finalidad educativa, didáctica, haciendo las modificaciones necesarias en cuanto a reglas (por ejemplo, al jugar a la oca puede hacerse con un dado de puntos, o de números, o usando dos o más dados, o dados de 8-10-12 caras…), tiempos, espacios o materiales que generen nuevos obstáculos, retos, que exijan confrontar las propias ideas y las de los otros y otras. En esta misma línea se expresa Belmonte (en Chamorro, 2011) acerca de las consideraciones didácticas que ha de tener el juego en la enseñanza de las matemáticas en EI. Para este autor, los juegos matemáticos son una oportunidad para desarrollar el pensamiento lógico del niño/a (como el tres en raya, o el cuatro en raya como variante), para usar el número comparando cantidades y anticipando resultados a partir de juegos cuantitativos *(¡A* *casa!* o *Las parejas*), y con el propósito de avanzar en la estructuración del espacio (Tangram y diversos puzles).

Como en el apartado anterior, Ressia (2013) señala que habrán de tomarse decisiones organizativas, siendo favorables las agrupaciones en pequeños equipos, en los que el resto de niños y niñas se dedican a otras tareas, de modo que el maestro/a pueda dedicarse a aquellos que se inician en los juegos, aclarar dudas, etc. y asegurar que se enfrentan a la resolución de problemas y que identifican lo aprendido. Gómez Chacón (1992) asimila los pasos de estas resoluciones a las que han de seguirse con los juegos de estrategias (comprender el juego-enunciado del problema, reconocer analogías con juegos-problemas realizados anteriormente, elaboración de estrategias-conjeturas, desarrollo del juego-ejecución del plan de resolución, análisis de las estrategias utilizadas en función de los resultados, generalización a otros juegos-problemas).

Edo, Deulofeu y Badillo (2007) conceden a los juegos la capacidad de generar aprendizajes “en aspectos conceptuales (sentido numérico), en la práctica de técnicas (cálculo mental) y en el desarrollo de estrategias (resolución de problemas). El contexto de juego posibilita además un trabajo cooperativo y un progresivo desarrollo de la autonomía”. Estos autores y autoras clasifican los juegos en tres categorías: juegos de puro azar, como la oca, juegos con alguna estrategia favorecedora, como el parchís, y juegos de estrategia, como el tres en raya.

Kamii y Devries (1980) propusieron igualmente el juego como una de las situaciones de aprendizaje de las matemáticas en el aula que supone un contexto excelente, exponiendo algunos ejemplos útiles: juegos de puntería –bolos, canicas, etc., en los que se hace necesario anotar las puntuaciones, compararlas…-, juegos de escondite –que implican particiones de conjuntos y conllevan a la resolución por adición y sustracción-, carreras y juegos de persecución –como el juego de las sillas, en los que hay que cuantificar y ordenar objetos-, juegos de adivinanzas –en los que hay que tratar de averiguar determinados números a partir de pistas-, juegos de mesa –como el *Parchís*, la *Oca*, *Toboganes y escaleras*, *Cherry 0*… que implican conteo, cuantificaciones, etc.-, o los juegos de cartas –*Guerra*, *el cinquillo*…, para desarrollar el pensamiento lógico y numérico-. Kamii señala que estos juegos, en general de competición, son también una oportunidad de trabajo de otros aspectos básicos en la infancia, tales como la importancia de disfrutar del juego y no tanto del resultado del mismo, restar importancia por tanto al hecho de ganar o perder, ayudando los docentes a superar los sentimientos que se generan.

Cruz (2013) aprovecha las ventajas descritas que a lo largo de la historia ha aportado el juego en la enseñanza de las matemáticas para ampliar sus beneficios haciendo de éstos unas **propuestas de aprendizaje colaborativo o cooperativo**. Esta autora propone crear grupos de trabajo con una meta común para resolver problemas, en los que los éxitos o fracasos pertenecen al grupo y no al individuo. En éstos, los niños y niñas colaboran dialogando, planteando estrategias y soluciones, y no se “enfrentan” en el juego sino que lo resuelven unidos. El maestro/a debe conformar grupos heterogéneos en tanto a desarrollo, habilidades, destrezas, nivel madurativo, etc.

Por último, tal y como propone Aguilar, Ciudad, Láinez & Tobaruela (2010) y Edo (s.f.), desde la psicomotricidad se encuentra un contexto magnífico para el juego matemático desde la vivencia corporal, referido al espacio (a partir de la exploración y transformación de espacios con objetos, por ejemplo), y al también al tiempo (juegos de ritmo, con determinadas duraciones…), a partir del movimiento. Así mismo, se integran en este contexto numerosos juegos de reglas (*el pañuelo*, los bolos, la *rayuela*…). Así, a partir del diseño de determinadas situaciones y juegos, se ponen en juego conocimientos matemáticos, desde la actividad física y el movimiento.

Desde el juego, tal y como se ha desarrollado, se posibilita la adquisición de contenidos matemáticos desde su uso y aplicabilidad en el marco del disfrute, estableciendo una necesaria conexión entre las emociones y la razón. Desde esta mirada, la evaluación de la calidad de estos aprendizajes supone, igualmente, un necesario posicionamiento epistemológico y paradigmático que refleje la concepción que se adhiere acerca de la educación en términos generales. Se aborda a continuación.

2.3.2.7.- EVALUAR CONTENIDOS DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL

La evaluación no es un proceso de medición del aprendizaje individual sino un proceso de lectura de una experiencia compartida.

(Tonucci, 2006)

De la misma manera que la planificación y el diseño de la actividad a desarrollar en el aula, así como su organización espacial, temporal, de agrupamientos, etc. estaban pautados, consciente o inconscientemente, por una elección paradigmática de la educación, la evaluación (íntimamente relacionada con esta planificación y organización) no solo no es ajena a esta cuestión sino que expresa con nitidez el enfoque educativo al que el docente se adhiere, aquello a lo que concede especial relevancia. Así, desde una perspectiva de corte tradicional (derivada de la teoría de la absorción), la evaluación exige la reproducción de contenidos y estrategias, presentadas bajo un esquema encorsetado, cuantificando los saberes del alumno y catalogando el error como ausencia de conocimiento. El propósito de esta evaluación se encuentra ligado a la calificación y promoción académica. Las prácticas de evaluación se encuentran, por tanto, vinculadas a las prácticas docentes.

Desde la mirada adquirida en este estudio, posicionado en una perspectiva socio-cognitivo-emocional y bajo un enfoque didáctico comunicativo, la planificación se vincula inexorablemente a la evaluación en tanto que “aporta conocimiento válido sobre los aprendizajes de los alumnos y los procesos de enseñanza que permiten tomar decisiones para volver constantemente a la planificación con la intención de enriquecerla y, como reflejo, enriquecernos –tanto los niños como los adultos-" (D´Angelo & Medina, 2011, p.55). Para estas autoras, la evaluación tiene un carácter holístico e integral, con una finalidad clara de crecimiento en toda su amplitud, y eminentemente inclusiva. Esta evaluación integra diversos aspectos interrelacionados entre sí:

- Observación planificada y escucha activa (guiada por un proyecto, en situaciones espontaneas, desde esquemas más rigurosos dada la situación didáctica acaecida…) de la transformación de capacidades y valores, reestructuraciones del conocimiento, expresión progresivamente ajustada de las emociones, y de competencias -lo que niños y niñas son "capaces de saber, de saber hacer y de ser" así como de "querer hacer"- (p. 165);
- Registro de procesos, producciones, resoluciones, comentarios, forma de organizarse, etc. en el contexto cotidiano y natural, a partir de un diario personal o cuaderno de campo que recoja los procesos tanto individuales como colectivos de manera sistemática;
- Valoración del equipo docente (de su rol de mediador en las investigaciones, de su capacidad de inclusión de todos los niños y niñas, de su construcción de un entorno seguro y amoroso desde el que construir la propia identidad y desde el que sentir confianza para indagar y probar las propias hipótesis, de la capacidad de presentar problemas a resolver desde la diversidad de estrategias, de su capacidad de realizar una escucha activa y respetuosa, de organizar ambientes estimulantes, de utilizar estrategias que desarrollen el conocimiento metacognitivo, de favorecer procesos comunicativos, de potenciar una progresiva autorregulación, de propiciar la colaboración con las familias, de favorecer los aprendizajes desde la acción y la emoción, etc.) , y realizada en equipo docente;
- Evaluación formativa, procesual y global;
- Toma de datos habitual, interpretándolos y tomando decisiones en consecuencia;
- Utilización de diferentes instrumentos: observación cotidiana, registros, recogida de producciones, análisis de las acciones en la ZDR y la ZDP;
- Comunicación estrecha y compartida con las familias, para un mejor conocimiento mutuo, interpretando juntos;
- Interacción con los alumnos y alumnas: explicitando lo aprendido juntos, los logros, las posibilidades de mejora, haciendo partícipes a los niños y niñas de este proceso de una manera natural, desde una reflexión conjunta.

Se subraya desde este estudio que esta última proposición es posible en EI y es tremendamente enriquecedora, no sólo para el alumno/a sino también para el docente. En esta misma línea se expresa Aguilar (2011), que subraya que en la evaluación se ha de implicar activamente a los niños y niñas para que "también construyan sus propias estrategias de autocontrol y autovalidación" (p. 59) descubriendo por sí mismos si han alcanzado aquello que deseaban hacer, así como que ha de ser abordada con tranquilidad y naturalidad. Para esta autora, la evaluación "es la mirada de la enseñanza y no su objeto".

Ahondando en esta mirada, Tonucci (2006) expresa que la evaluación no puede seguir entendiéndose como una medición de la cantidad de saberes que se *embutieron* en el niño/a, culpabilizándole de lo que no logró en tanto otros sí lo hicieron con las mismas estrategias. Subraya como, especialmente en EI:

> la evaluación será una delicada e importante experiencia de lectura de la vivencia escolar misma para que ésta sea comprensible y, si es necesario, modificable por parte de todos los actores que concurren en ella: los niños, los padres, las maestras: todos están dentro, todos tienen mérito y todos tienen responsabilidad. (Tonucci, 2006)

Para ello, apuesta por una evaluación por competencias, adoptando instrumentos de evaluación (tales como las producciones infantiles diversas, fechadas, notas de sus interacciones comunicativas, fotografías, etc.) que puedan revisarse para no basarla "en recuerdos y sensaciones". Tonucci advierte que la evaluación por competencias no supone el establecimiento de unos rangos de "normalidad" que haya que cumplir, desde los cuáles "se esconde una peligrosa idea de homogeneidad" en tanto que niños y niñas son diversos, como los son sus situaciones personales, ritmos de maduración o preferencias.

En lo referente al <u>ámbito matemático</u>, Baroody, en los años ochenta, ya reflexionaba en esta dirección poniendo el peso de la evaluación en los aprendizajes significativos y en la capacidad de pensar, y no solo en el dominio de determinados datos. Así, abogaba por la profundización de la comprensión de los conocimientos que los niños y niñas tenían, y por el uso que hacían de ellos en la resolución de problemas, esto es, las estrategias (Baroody, 1988). Torrance y Taylor (1995, en González Lemmi, 2006) también identificaron estas dos posturas conceptualmente distintas haciendo referencia a una evaluación convergente –lo que el alumno/a sabe, comprende, puede hacer, determinado desde la perspectiva del docente que mide el rendimiento- y una evaluación divergente –lo que el niño/a aprende y cómo lo aprende implicándole en el proceso de evaluación desde una perspectiva formativa con la intención de obtener información tanto del producto como del proceso de aprendizaje-. Baroody (1988) expone una serie de premisas indispensables para obtener una información adecuada del **conocimiento matemático** de los niños y niñas:

- Debe examinar tanto el conocimiento informal como el formal: Se trata de conocer en profundidad la matemática informal con la que los niños llegan a la escuela, y que dará lugar al nivel de preparación que tienen para aprender la matemática formal;
- Debe detallar los puntos fuertes y débiles de cada niño/a: para una planificación educativa eficaz, ya que este conocimiento permite "adaptar la enseñanza, diseñar un programa de enseñanza individualizada eficaz o seleccionar actividades complementarias útiles" (p. 72);

- Debe determinar la precisión y la eficacia de las técnicas matemáticas básicas: ya que muchas de ellas se combinan más adelante entre sí para formar técnicas más complejas;
- Debe evaluar conceptos: "puesto que una enseñanza y corrección eficaces implican fomentar un aprendizaje significativo, además de la adquisición de técnicas" (p.72);
- Deben indagar acerca de las estrategias seguidas para llegar a una solución: con la intención de observar cómo comprenden los problemas, a partir de qué métodos alcanzan las soluciones y, por tanto, sobre qué estrategias y conocimientos formales es necesario poner el énfasis;
- Debe considerar los errores como fuente valiosa de información.

Para González Lemmi (2006) la evaluación debe llevarse a cabo a partir de un trabajo grupal, colaborativo, compartido entre el maestro/a y el alumno/a, pero también entre el alumno/a y sus compañeros/as. Para su consecución, expone, como indicadores de evaluación específicamente de la resolución de problemas matemáticos, los siguientes:

- Comprensión del problema planteado;
- Responsabilidad ante la tarea;
- Participación en la búsqueda de soluciones;
- Respeto por las ideas del otro dentro del pequeño grupo.

Villalonga (2006), en términos similares, subraya la necesidad de una evaluación integral que retroalimente el proceso de enseñanza-aprendizaje matemática para enriquecerlo desde procesos abiertos en los que tienen cabida todos los implicados realizando interpretaciones conjuntas, desde múltiples fuentes de información que promuevan inferencias válidas sobre los aprendizajes, en consonancia con lo expresado por Tonucci. Para esta autora, el epicentro de la evaluación debe estar en la resolución de problemas y en la capacidad del alumno/a para "comunicar matemática".

El NCTM y la NAEYC (2013), asumen en su declaración conjunta de posición respecto de la Educación Matemática en los primeros años, que la evaluación ha de ser continua y reflexiva referida a tres aspectos fundamentales: conocimientos, destrezas y estrategias, y útil tanto a maestros/as como a los niños y niñas. La evaluación es, para estas organizaciones, una herramienta indispensable para el desarrollo de una enseñanza eficaz, favoreciendo que el docente conozca el alcance de estos tres aspectos clave para orientar su planificación. En sintonía con lo expresado anteriormente, proponen una recogida sistemática de información de manera longitudinal: observación, recogida de gráficos y otras representaciones y trabajos elaborados, notaciones de las conversaciones infantiles, etc. Apuestan, igualmente, por una evaluación respetuosa que se sirva de la información obtenida para mejorar los procesos de enseñanza y planificar el currículo (no para etiquetar al niño/a), desde el conocimiento profundo de las estrategias matemáticas infantiles, diferentes de las de los adultos, desde la que cuidar la implicación de todos los alumnos y alumnas en la matemática en aras de fomentar la igualdad:

> Los educadores deben cuidar que la evaluación no suponga una visión reduccionista del currículo ni conduzca inapropiadamente a etiquetar a los niños. **Si los resultados de la evaluación excluyen a algunos niños de recibir estímulos adecuados con actividades de aprendizaje, se está socavando el principio de equidad educativa**. (p. 12.La negrilla es nuestra)

Alsina y Coronata (2015) proponen la utilización de un instrumento de evaluación que recoja explícitamente:

- la presencia de la resolución de problemas: como esencia de la matemática y generados de estilos de pensamiento;
- el razonamiento y la prueba: validando procesos y resultados en tanto se observan contextualizados, en su uso y aplicabilidad;
- la comunicación: en tanto se generan contextos de intercambio y reflexión, desde el que construir un lenguaje matemático progresivamente más convencional;
- las conexiones: referidas a la interdisciplinariedad de la matemática, las áreas de conocimiento que atraviesa y su uso en la vida cotidiana; y
- la representación: de las ideas matemáticas a partir de diferentes instrumentos (tablas, gráficos, números, letras, etc.).

Todos ellos son los estándares de *procesos matemáticos* recogidos por el NCTM (2000), a partir de indicadores de referencia. Desde estos procesos se favorece la comprensión y la utilización de los contenidos matemáticos en contextos significativos.

Atendiendo a todas estas cuestiones, y recogiendo trabajos previos en los que se revisaba la cuestión de la enseñanza de la matemática en base a 50 ideas clave relativas al conocimiento matemático que el docente despliega en el aula así como al conocimiento didáctico en el que basa su práctica, ambos autores construyen, con el asesoramiento de diversos expertos, el instrumento de evaluación por el que medir a partir de indicadores la presencia de los procesos matemáticos imprescindibles en el currículo (2014), y a partir de los que construir planificaciones que aseguren su mayor implementación. Se muestran algunos ejemplos:

- Indicador 1 acerca de la resolución de problemas: “realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras)”;
- Indicador 2 acerca del razonamiento y la prueba: “Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: ¿Y tú qué piensas?, ¿cómo crees tú que se podría resolver esta situación?)”;

- Indicador 5 acerca de la comunicación: “Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática).”;
- Indicador 7 acerca de las conexiones: “Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana. (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida)”;
- Indicador 1 acerca de la representación: “Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica. (Pregunta y promueve un diálogo reflexivo acerca de las matemáticas)”.
  (Alsina & Coronata, 2014, pp. 28-30).

Estos autores indican la escasez de investigaciones referidas al ámbito matemático en la EI en cuanto al análisis de los procesos matemáticos de enseñanza y aprendizaje que tienen lugar en las aulas. Es por ello que aportan la necesidad de instrumentos de generación de reflexiones profundas acerca de las decisiones tomadas (o no) en cuanto a las prácticas educativas y que colaboran en cambios de mirada acerca del abordaje de esta área en el lugar base de su ejecución: las aulas.

TERCERA PARTE

DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

CAPÍTULO III

PLAN DE INVESTIGACIÓN

CONTENIDO DEL CAPÍTULO III

Habiendo realizado una aproximación al marco teórico y documental relacionado con el objeto de estudio y la problemática identificada en su entorno, se aborda en las siguientes páginas el plan de investigación que guía el trabajo de campo, la recolección de datos significativos y la interpretación triangulada de éstos a la luz del planteamiento epistemológico en el que se encuadra la indagación realizada.

Tal como se señala en el capítulo 1, el objeto de estudio está conformado por los siguientes aspectos:

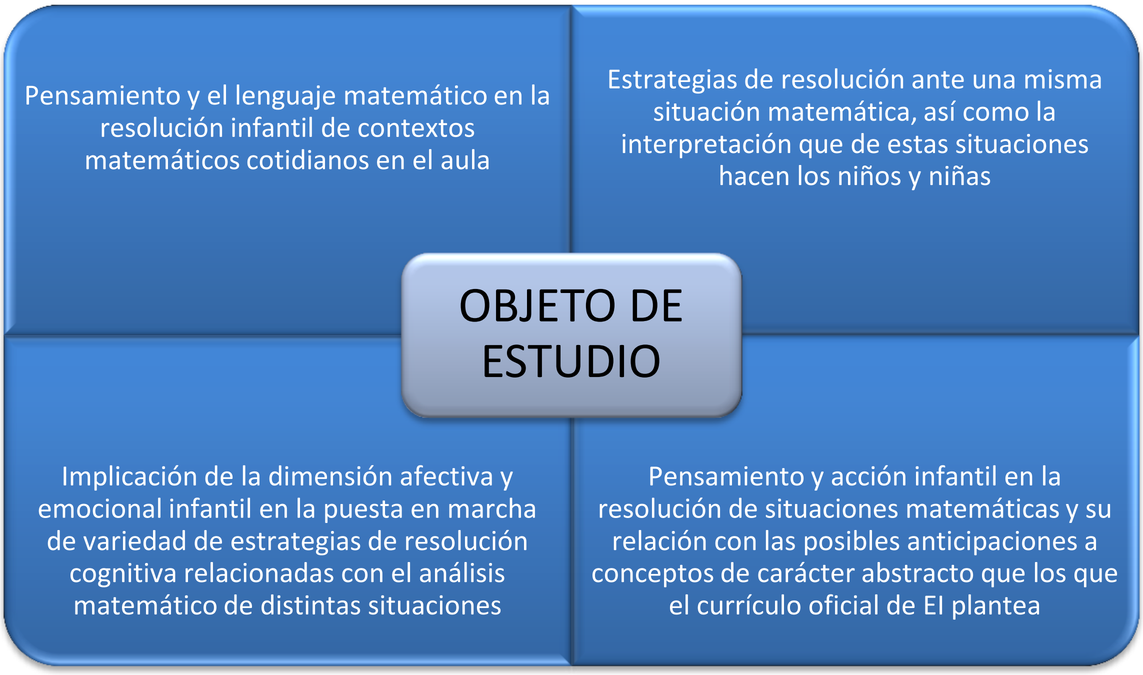


FIGURA 2 OBJETO DE ESTUDIO DE LA INVESTIGACIÓN

El primer paso en el proceso de acercamiento a la complejidad del objeto de estudio, se centra en focalizar el contexto –en sus distintas dimensiones- en el que se desarrolla la investigación atendiendo a los objetivos que se pretenden lograr (siguiendo el planteamiento que al respecto se señala en el primer capítulo de esta memoria):

OBJETIVOS

- Conocer y comprender el pensamiento y el lenguaje matemático que ponen en juego los niños y niñas, en la resolución de contextos matemáticos cotidianos en el aula.
- Comprender la variedad de estrategias que los niños y niñas ejecutan ante una misma situación matemática y las hipótesis que los niños y niñas manejan en ella.
- Percibir la relación entre la disposición a poner en marcha diferentes estrategias de acción y la implicación afectiva y emocional con la situación matemática.
- Entender la interpretación que de las situaciones matemáticas hacen los niños y niñas.
- Reconocer en el pensamiento y acción infantil para la resolución de situaciones matemáticas posibles anticipaciones a conceptos mucho más abstractos que los que tradicionalmente se han destinado a estas edades.

FIGURA 3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1.- CONTEXTO EN EL QUE SE DESARROLLA LA INVESTIGACIÓN

La investigación no se desarrolla en un ámbito único, sino que está conformada por una serie de contextos que la dan identidad: contexto global -en relación con el marco en el que se lleva a cabo-, poblacional e institucional –a partir de las personas que se ven involucradas alrededor del entorno escolar-, temporal –en tanto que tiene lugar en un momento determinado-, local y curricular –sobre el aula concreta y lo que en ella se trabaja-.

3.1.1.- CONTEXTO GLOBAL

El presente estudio se enmarca en el contexto del sistema educativo español, siendo la Comunidad de Madrid el lugar en el que se lleva a cabo la investigación. La etapa educativa en la que se inscribe es la EI, por lo que se enmarca en la normativa que desarrolla el currículo de este período educativo según la normativa vigente en esta comunidad. En la actualidad, el currículo de la etapa de EI se rige por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (L.O.M.C.E.), mientras que, durante el desarrollo del presente estudio, estuvo vigente la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (L.O.E.). En la Comunidad de Madrid, se desarrollan ambas leyes regulando la práctica educativa en EI a partir del Decreto 17/2008, de 6 de marzo (B.O.C.M. 61 de 12 de marzo de 2008).

3.1.2.- CONTEXTO POBLACIONAL E INSTITUCIONAL

La presente investigación observa la realidad de un aula concreta de EI -con una mirada abierta que evite un análisis con prejuicios o respuestas cerradas, sino más bien en actitud de búsqueda para retroalimentar las preguntas infantiles acerca del conocimiento matemático y de facilitar su expresión.

Se trata, pues, de un estudio de campo ubicado en el contexto de una aula de EI, a lo largo de la escolarización que corresponde al segundo ciclo de la misma: 25 niños y niñas de 3 a 6 años, en un centro público de la localidad de Rivas Vaciamadrid (Madrid), de la que he sido tutora a lo largo de tres cursos -así, los niños y niñas han sido los mismos en el desarrollo de toda la investigación-, por lo que he participado abiertamente, como etnógrafa, coordinando la actuación, desarrollando el programa, observando diariamente, escuchando, grabando en diferentes formatos –audio y vídeo-, recogiendo datos, analizándolos, con la intención de describir e interpretar este contexto en el ámbito matemático para comprender y mejorar la realidad educativa, no de generalizar.

El centro público en el que tiene lugar esta investigación está ubicado en la zona antigua de la localidad, con la particularidad de compartir las características de un pueblo pequeño, y, a su vez, estar rodeado de una amplia y relativamente nueva zona residencial. La población de este entorno es la más joven de la Comunidad de Madrid, y las familias que acuden al centro son bastante heterogéneas: coexisten familias de clase media con familias procedentes de los edificios de realojo cercanos, familias con situaciones sociales desfavorecidas y en situación de desempleo y otras con sus miembros empleados, y contextos familiares letrados con otros de baja preparación académica. Aunque minoritariamente, enriquecen a sus aulas alumnos y alumnas procedentes de Marruecos y de etnia gitana, fundamentalmente.

En relación con los alumnos y las alumnas del aula que conforman los distintos grupos de las clases, cabe señalar que se tiene en cuenta diferentes variables para que los mismos tengan equilibrio entre variables tales como el número de niños y de niñas, y fechas de nacimiento de enero a diciembre en número similar, dentro de lo posible, como es el caso del aula en el que se desarrolla el trabajo de campo de este estudio. En la configuración de este grupo, se incluyen tres alumnos que, por sus respectivos diagnósticos, son considerados con necesidades educativas especiales, y, por otra parte, dos niños pertenecen a familias cuyas relaciones están desestructuradas, cuestión que genera factores de alto riesgo social.

3.1.3.- CONTEXTO TEMPORAL

La presente investigación se desarrolla a lo largo del segundo ciclo completo de escolarización de EI, es decir, desde primero a tercero, a lo largo de los cursos escolares: 2011-2012, 2012-2013, 2013-2014. Así, la recopilación de datos comienza en septiembre de 2011 y finaliza en junio de 2014. Se trata, pues, como acabamos de señalar, que en el mismo estudio se incluyen los mismos niños y niñas a lo largo de los tres cursos escolares.

3.1.4.- CONTEXTO LOCAL

Debido al doble papel asumido en la investigación, docente e investigadora, se hizo necesario conjugar las intervenciones de las situaciones matemáticas en la clase que aportan datos a esta investigación, con el desarrollo curricular propio de un aula de EI. Así, se organizaron las intervenciones de manera que se recogieran datos de todas las edades -3 años, 4 años y 5 años-, longitudinalmente, y en cada una de ellas, situaciones realizadas en diferentes contextos –vida cotidiana, proyectos, juegos y actividades lúdicas semiestructuradas-. Dentro de estos parámetros, se hacía necesario recoger datos a partir de la observación participante en gran grupo y en pequeños grupos, y realizando grupos de discusión con los niños y niñas también en ambos estilos de agrupamiento.

De esta manera, se trató de realizar un barrido lo más completo posible atendiendo a dichas cuestiones.

En relación con los diferentes contextos, se señalan las siguientes características:

1. Encuentros cotidianos: se refiere a las rutinas del aula, las situaciones que suelen aparecer todos los días (registrar número de alumnos/as que han acudido o no al aula esa jornada, marcar en el calendario el día que es, repartir materiales entre el alumnado sabiendo cuántos están en cada mesa de trabajo…);
2. Proyectos: temáticas de trabajo interesante para los niños y niñas desde las que el grupo-clase investiga de forma conjunta –en el transcurso de esta investigación, entre otros, se abordaron El Cuerpo Humano, los Castillos o El Espacio- con una finalidad y unos objetivos claros para el alumnado (ayudar al esqueleto que se ha instalado en la clase a conocerse mejor, colaborar con una bufona para que encuentre su castillo, citarse con un mago de las estrellas para dar un paseo por las estrellas, por ejemplo);
3. Juegos: como actividad lúdica que se realiza para divertirse y disfrutar bajo la observación de unas determinadas reglas y que suele ejercitar capacidades y destrezas;
4. Actividades lúdicas semiestructuradas: se trata de momentos orientados a la diversión pero que no poseen una reglas determinadas para su consecución y en las que existe cierto esquema acerca de cómo se han de desarrollar (por ejemplo, se propone a los niños y niñas que expresan, en un contexto determinado, cuántos objetos habría su añadiéramos tres más o quitáramos dos).

3.1.5.- CONTEXTO CURRICULAR

Se trabajan en el aula situaciones matemáticas que recojan los contenidos matemáticos relacionados con la aritmética –el estudio del número, de sus propiedades y de sus transformaciones-, la geometría –el estudio de las propiedades de los objetos: forma, tamaño, posición- y el álgebra –el estudio de las cantidades resultantes de una medición o magnitud-, atendiendo a que estos contenidos se expresan de forma oral y escrita y se suscitan a partir de los diferentes contextos que se dan en un aula: vida cotidiana, proyectos, juegos y actividades lúdicas semiestructuradas, como se refleja a continuación:

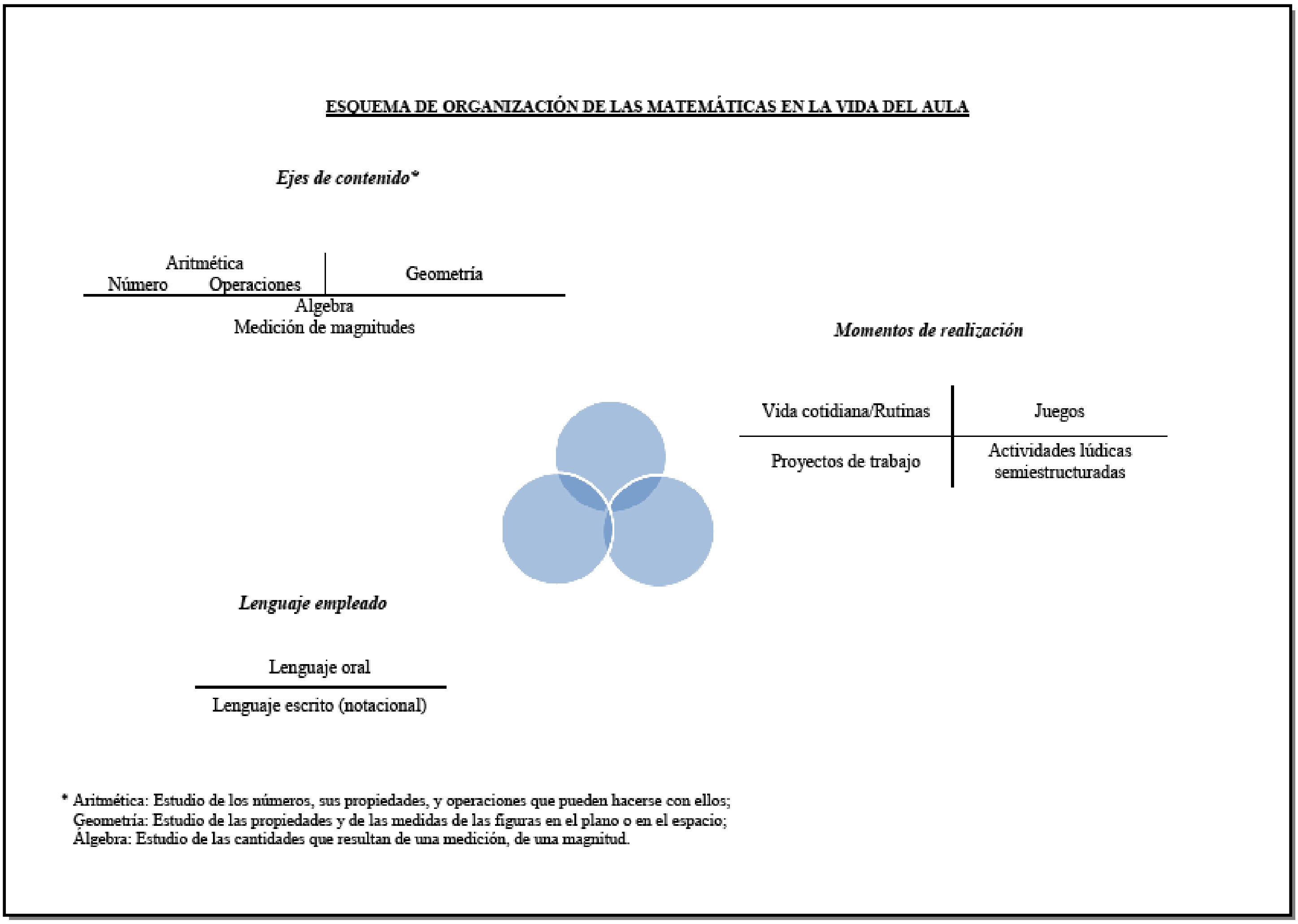


FIGURA 4 ORGANIZACIÓN DE LAS ACTIVIDADES MATEMÁTICAS EN LA VIDA DEL AULA

3.2.- ENFOQUE EPISTEMOLÓGICO Y PLAN METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación dedicada a la educación -y dentro de este marco, específicamente a la docencia- se ha transformado paulatinamente durante las últimas décadas: de ser descontextualizada y producida fuera de las aulas con resultados poco transferibles a la práctica, ha llegado a contemplar las situaciones reales de la práctica docente. De esta forma, los resultados han podido tener en la práctica una real pertinencia didáctica y pedagógica. En efecto, hasta mediados de los años 50 del siglo pasado, la investigación en el área de la docencia se desarrollaba fuera del aula (por ejemplo, se podía evidenciar, a través de distintos tipos de cuestionarios, las cualidades de un docente o una docencia eficaz o, incluso, comparar la eficacia de los distintos métodos por el análisis de los resultados obtenidos por el alumnado). Es decir, sin la observación real del aula y sin documentación de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, los resultados que arrojaban las investigaciones presentaban escasa utilidad en la práctica (Medley, 1972). Los cambios empezaron a emerger a mediados de los años 50, cuando se instalaron sistemas de observación del alumnado en las aulas. No obstante, recién a principios de los años 70 comienzan las preguntas acerca de si la práctica docente podría ser decisiva para el aprendizaje del alumnado. Esta tradición ha evolucionado en las décadas siguientes al amparo de distintos enfoques, llegando a incluir la perspectiva del docente como investigador. Sin embargo, hoy aún se mantiene el desafío de superar la histórica distancia que se ha establecido entre investigadores y docentes a cuenta de una *política de conocimiento* hegemónica en el campo educativo que, desconociendo el saber de la práctica, considera que el conocimiento legítimo y valioso es sólo aquel que es producido en función de un conjunto de principios y reglas, y a través de una serie de procedimientos muy precisos, propios de la *investigación científica.* Esta perspectiva asume que los espacios interinstitucionales sirven para que los docentes *reciban* los conocimientos validados científicamente que se producen a través de los procesos de investigación. Se considera que la pasividad asignada al docente en esta distribución del conocimiento, corre el riesgo de lentificar y trabar el proceso de interpretación, comprensión y transformación de las prácticas del aula pues, si bien las prácticas docentes y las de investigación remiten a conocimientos y a *oficios diferentes*, la integración de miradas permite entender la complejidad de los hechos estudiados en su contexto y la especificidad de las aristas analizadas. Asimismo, el docente, al reconocer su subjetividad en el proceso de investigación, interactúa en un contexto para comprenderlo y mejorar su trabajo.

Efectivamente, esta será la finalidad del presente estudio, en el que la investigadora, inmersa plenamente en el contexto de estudio por el ejercicio de la docencia, integrando ambos procesos, investigación y enseñanza, se zambulle plenamente en el contexto rescatando la oportunidad de conocerlo en profundidad y generando procesos de interpretación y comprensión para mejorar las prácticas docentes.

3.2.1.- EL ENFOQUE EPISTEMOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN: SU RELACIÓN CON LOS FINES Y OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Cada enfoque o perspectiva epistemológica constituye una mirada propia y característica sobre los diversos fenómenos del problema que genera un determinado proceso de investigación, el que, en el caso del presente estudio, se ha asumido en el inicio de este estudio. En el campo social, las orientaciones epistemológicas se inspiran en las concepciones que sobre la realidad y las formas de conocerla se relacionan con formas diversas de mirar la realidad para ubicar y caracterizar el conocimiento. Como registra la literatura científica al respecto, se constata esta variedad de enfoques, aportando la perspectiva singular de esta diversidad de alternativas respecto a la articulación, respuestas, reacción y posicionamiento que posibilitan comprender conceptos y contextualizar los fenómenos y las redes interactivas que están involucradas en el hecho observado. Consecuentemente, cada uno de los enfoques o perspectivas epistemológicas da posibilidades específicas para visualizar y hacer explícitas las intencionalidades de quienes pretenden construir conocimiento a través de distintos procesos de investigación. En este marco, se observa que cada enfoque se armoniza con una variedad de métodos, técnicas e instrumentos de investigación, y desde su posicionamiento, cada guía, orienta y sustenta el diseño de intervención, y articula la producción teórica, metodológica y práctica de la investigación.

En este contexto, cabe señalar que el campo de las "ciencias sociales" ha estado marcado por una larga discusión sostenida entre dos posiciones paradigmáticas fundamentales siendo regidas, respectivamente, por el paradigma positivista y el humanista (siendo Emile Durkheim el principal exponente del primero y Max Weber, del segundo). Si bien ambos paradigmas dirigen sus esfuerzos a un "macro objeto" común -la sociedad-, cada uno de ellos posee diferentes perspectivas para acercarse a ella atendiendo a la específica área de interés que cada una posee. Por su parte, la investigación social centrada en el paradigma positivista tiene como principal preocupación el establecimiento de leyes generales en torno a los sucesos de determinados hechos sociales. Paralelamente, la posición sustentada en el paradigma humanista pone énfasis en la interpretación de los fenómenos particulares que acontecen en un contexto de tiempo y espacio definido (Cárcamo, 2005). Esta doble dimensión epistemológica ha dado lugar a que devinieran, respectivamente, dos lógicas de investigación con, respectivamente, intencionalidades diferentes en el campo de las ciencias sociales: la cuantitativa y la cualitativa. Siguiendo a Sirvent (1999, 2004), se observa que las principales características de estas dos lógicas de investigación se resumen en los siguientes términos:

TABLA 1 LA LÓGICA CUANTITATIVA Y LA CUALITATIVA EN INVESTIGACIÓN: VISIÓN COMPARATIVA

LÓGICA CUANTITATIVA	LÓGICA CUALITATIVA
Su intención **está próxima al proceso hipotético deductiva y de buscar explicación, verificación de teoría y generalización estadística, Se enfatiza el** contexto de verificación**.**	Su **intención** es enfatizar la inducción analítica y de buscar la comprensión, la generación de teoría, la especificidad. Se enfatiza el **contexto de descubrimiento e interpretación**.
Plantea el problema **al objeto de investigación en términos de variables y sus relaciones que orientan investigaciones descriptivas, explicativas y/o predictivas. Orientan los análisis univariados y multivariados.**	El **problema** demanda preguntas que dan flexibilidad y libertad al investigador para explorar el fenómeno en profundidad. En tanto la pregunta inicial es amplia, se vuelve progresivamente más focalizada durante el proceso de investigación. La pregunta en un estudio cualitativo es un interrogante que identifica el fenómeno a ser estudiado; se focaliza en el objeto y en lo que se desea saber sobre el tema. A lo largo del trabajo en terreno se va "ajustando la lente" con

LÓGICA CUANTITATIVA	LÓGICA CUALITATIVA
	preguntas emergentes más específicas.
El marco teórico es elaborado según la literatura teórica existente**. Se comienza con un sistema teórico, se deducen conceptos y relaciones (hipótesis); se identifican variables que se definen teórica y operacionalmente. La definición operacional consiste en enunciar los procedimientos (Instrumentos) con los cuales obtendrá determinada información empírica (Indicadores) que permitirán "medir" conceptos. La noción de medición es básica. La intención es "bajar a terreno" para verificar teoría. La teoría es el apoyo para definir el "status" de las variables en una relación de causa y efecto: variables independientes, intervinientes, y dependientes.**	**La teoría orienta el trabajo en terreno con el propósito de generar teoría a partir del mundo empírico**. La teoría "pre-existente" es "usada" de acuerdo a las manifestaciones del fenómeno en la realidad pero, además, se busca generar nuevas teorías, es decir nuevos conceptos y relaciones consistentes con las manifestaciones observadas. Se busca y se trabaja con la teoría para: a) descubrir categorías (clases), sus propiedades y las relaciones entre clases en la construcción de una trama diferente, que trace a una unidad de sentido diferente; b) ir relacionando con las teorías existentes a lo largo del proceso en terreno; c) comenzar con teorías conocidas y abrirlas; d) desarrollar un proceso de ida y vuelta donde es importante "el insight" y la noción de "*saturación*" apoyada en una "*sensibilidad teórica*" (Glazer y Strauss, 1967). En síntesis, la sensibilidad teórica es la habilidad de reconocer qué es importante en los datos y darle su significado. Ayuda a formular teoría útil para el fenómeno. ¿Cómo estimularla? a) estirando el pensamiento fuera de los confines de la literatura técnica; b) desafiando las formas "standard" de ver los fenómenos; c) estimulando el proceso inductivo; d) escuchando lo que dice la gente y lo que puede significar; e) forzando el continuo cuestionamiento y a las respuestas provisionales; f) permitiéndose categorías fructíferas aunque provisionales; g) descubriendo clases, propiedades y relaciones a partir de los datos; y h) preguntándose y re-preguntándose continuamente.
La estrategia general para seleccionar la muestra de una investigación se centra en seleccionar **muchos casos a través de criterios de muestreo estadístico. Se apoya en nociones básicas de teoría de las probabilidades y de la representatividad estadística. Conceptos de distribución ¨normal¨, nivel de significación y margen de error.**	**La estrategia general para seleccionar la muestra de una investigación se centra en seleccionar a** pocos casos seleccionados según determinados criterios: a) Muestra intencional: casos seleccionados como punto de partida del trabajo en terreno; b) Muestreo teórico: procesos progresivos y secuenciales de ampliación o reducción de la muestra según las categorías teóricas que van emergiendo en el camino combinado de la obtención y análisis de la información. El ¨cierre¨ se hace por *saturación.* Tres conceptos importantes se entrelazan en la lógica cualitativa: *muestreo teórico*; *método comparativo constante*; y *saturación.* Criterios de selección que se aplican tanto para la muestra intencional como para el muestreo teórico: 1. Selección exhaustiva: cada caso o elemento de una

LÓGICA CUANTITATIVA	LÓGICA CUALITATIVA
	población relevante. Se cubre la totalidad de una población. 2. Selección por cuotas (o uso del concepto de espacio de tributos): el investigador determina dos, tres o cuatro atributos y se obtiene, o bien un número según porcentaje o proporción en la población total. 3. Bola de nieve o selección por redes: cada participante o grupo sucesivo es seleccionado por el grupo o individuo precedente. Este procedimiento puede ser, a su vez, un procedimiento de selección y análisis de datos. Se accede al entrevistado a la vez que se va descubriendo la trama. Se cierra con la *saturación* de la red. 4. Características de las poblaciones. 5. Casos extremos: se tensionan al máximo las diferencias. 6. Casos típicos: se determinan atributos de los casos típicos. Ej.: selección de un director típico de una escuela para realizar un análisis de esta función institucional (Goetz y Lecompte, 1988) 7. Casos únicos: (Goetz y Lecompte,1988) 8. Casos refutados: se seleccionan los casos según lo que indica la población. 9. Casos ideales: según criterios de comportamiento seleccionados por el investigador.
Técnicas de obtención de la Información: **la encuesta, los censos, etc.**	**Técnicas de obtención de la Información:** a) entrevistas abiertas b) entrevistas ¨flash¨ c) observación participante d) observación sistemática e) historias de vida f) entrevistas colectivas g) videos h) films i) dramatizaciones j) juegos k) dibujos l) la cámara oculta para desentrañar el conocimiento, las normas o pautas de rutina m) Etcétera. Tiene importancia la técnica de registro de información de datos en tres columnas**: a) datos observables, b) comentarios sobre los datos observados; y c) análisis de lo observado (primera interpretación: unidad de sentido o categorías de análisis provisionales).**
Técnicas de análisis de la información. **Análisis lineal estadístico:** a) **Univariado: medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y de dispersión para conocer el comportamiento de las variables. Se aplican según el nivel de medición de las variables: nominal, ordinal o de intervalo.** b) **Bivariado: para el análisis de la asociación o correlación entre dos variables (chi cuadrado, hipótesis nula, r de Pearson, cálculos de regresión). Las medidas se seleccionan según el**	**Técnicas de análisis de la información**. Proceso en espiral de combinación, obtención y análisis de datos. Importancia del *Método Comparativo Constante* pues apoya el proceso inductivo de generación de teoría y no de prueba estadística de hipótesis. El método no suplanta a la disciplina de trabajo y a la sensibilidad teórica. Permite el proceso de *doble hermenéutica*: se asigna al investigador un rol de productor de la teoría; y a la teoría, un doble papel: de orientadora en la construcción del objeto y de emergente de la

LÓGICA CUANTITATIVA	LÓGICA CUALITATIVA
nivel de medición de las variables (Cohen & Manion, 2002) c) **Multivariado: análisis de trayectorias.**	confrontación con la realidad (Glaser y Strauss, 1967). En una apretada síntesis, se define en los siguientes pasos el proceso de análisis de datos que plantea el *Método Comparativo Constante*: 1) Elaboración de un registro de tres columnas (tal como se señala en el apartado anterior), distinguiendo los primeros conceptos que sugiere el registro. 2) Fichaje de los recortes de información que presentan una unidad de sentido. 3) Comparación de las fichas de diversas entrevistas y/u observaciones para identificar los aspectos comunes y no comunes Aparecen recurrencias, diferencias, alertas, etc. que orientan al investigador para: -encontrar nuevas preguntas; -identificar clases y propiedades; -identificar relaciones entre clases; -identificar tipologías; -identificar conceptos que dan unidad de sentido a la realidad; -identificar necesidad de muestreo teórico hasta su saturación.
La validación **se consigue mediante criterios de confiabilidad y validación estadísticos.**	**Se redefinen los criterios de confiabilidad y validez:** 1) Vigilancia epistemológica a lo largo de todo el proceso. 2) La historia natural de la investigación. 3) Consistencia teórica y datos observables. 4) Triangulación entre fuentes, métodos, investigadores, niveles micro y macro. 5) Saturación. 6) Acción. 7) Instancias participativas: triangulación *in situ.* 8) Procesos de cristalización

Podría entenderse que la estrategia de la oposición entre los enfoques cuantitativos y cualitativos ha dado paso, de alguna manera, a la integración dialógica entre ambos, llegando a la combinación de las dos lógicas (cuanti- cualitativas o cuali-cuantitativas) para la selección de casos (Sirvent, 1999, 2004) así como para la selección de estrategias para recolectar información. Tan sólo la perspectiva investigadora por la que se opte, permite definir, y al mismo tiempo limitar, el nivel de realidad con el cual se trabaja, lo que implica la posibilidad de elegir planos diversos, que no excluyentes, de la realidad a investigar. En todo caso, se trata de saber en qué punto se está y a dónde se pretende llegar; si se quiere cualificar o cuantificar un proceso social, o si se quiere hacer ambas cosas a la vez. Esto indica, a su vez, que no cabe adjudicar la pertinencia o la insuficiencia de un método al método en sí, sino a su adecuación, o no, al contexto en que se usa y a su relación con el problema y el propósito que guía el estudio. Resulta imprescindible, por tanto, mantener una reflexión que actúe de vigilancia epistemológica para establecer si la forma en que se investiga es pertinente tanto con la problemática identificada por los investigadores como con los objetivos propuestos para el desarrollo del estudio.

En este sentido, frente a los enfoques de investigación de índole positivista han ido surgiendo diversas perspectivas cualitativas en investigación educativa que ofrecen recursos para interpretar y comprender lo que sucede en las comunidades de aprendizaje que se generan en las aulas: culturas, identidades, mentalidades, estilos de toma de decisiones, estrategias comunicativas, formas de gestionar tanto la información como el conocimiento, modos de integrar su tejido socio-relacional que, en suma, terminan configurando su capacidad educadora.

Este panorama abre un desafío metodológico para los investigadores que pretenden comprender e interpretar procesos educativos que, por su carácter cultural, forman a la población infantil y juvenil como miembros activos de una sociedad. Desde esta perspectiva se observan los aportes que ofrece la modalidad de investigación etnográfica, teniendo en cuenta que "la etnografía es el estudio descriptivo (*graphos*) de la cultura (*ethnos)* de una comunidad" (Aguirre Baztán, 1995, p.3).

La modalidad etnográfica iniciada en el ámbito de la antropología a finales del siglo XIX y principios del XX, ha formado parte de la caja de herramientas de la investigación cualitativa en muchas otras disciplinas: sociología, psicología, ciencias de la comunicación, educación, medicina, ciencias políticas y ciencias empresariales. En el caso de la educación, los etnógrafos han abierto campos de estudio, aportando atentas descripciones y modelos para comprender la dinámica escolar; y han explorado las perspectivas, estrategias y culturas de docentes y alumnado. Sin embargo, su fin último es la mejora de la práctica dado que, como plantea Torres (1988, p.17), "las etnografías no deben quedarse exclusivamente en su dimensión descriptiva, sino que, como modalidad de investigación educativa, deben coadyuvar también a sugerir alternativas, teóricas y prácticas, que conlleven una intervención pedagógica mejor". En este sentido, se ha convertido en una de las formas más básicas para abordar la investigación educativa en tanto atiende al carácter social de este ámbito y guarda una estrecha semejanza con la manera cómo la gente otorga sentido a las cosas de la vida cotidiana. Sin embargo, como expresan Hammersley & Atkinson (1994), se trata de un enfoque de investigación que tiene tanto seguidores como detractores:

> Algunos autores ven en ello su fuerza básica, mientras otros lo ven como una importante debilidad. Ha sido a veces descalificada como impropia para las ciencias sociales porque los datos e información que ella produce son «subjetivos», meras impresiones idiosincrásicas que no pueden proporcionar un fundamento sólido para el análisis científico riguroso. Sin embargo, otras propuestas argumentan que sólo a través de la etnografía puede entenderse el sentido que da forma y contenido a los procesos sociales. Métodos «artificiales», tales como experimentos y entrevistas codificadas, son rechazados bajo el argumento de que

> estos procedimientos son incapaces de captar el significado de las actividades humanas cotidianas. (p. 1)

Cabe señalar que, en el contexto de la globalidad que caracteriza la sociedad actual, la etnografía no consiste solamente en la reflexión del afuera sino que, promueve también la autorreflexión teniendo inmersión en la vida cotidiana. Esta circunstancia ha permitido que adquiriera sentido en el campo educativo promoviendo relaciones entre procesos de prácticas y reflexión teórica para construir teorías, que orienten y potencien adecuadamente un quehacer pertinente y relevante en relación con el objeto que se estudie.

Por tanto, se requiere un acercamiento al campo de estudio para registrar datos situados y contextualizados bajo la óptica del trabajo etnográfico con la pretensión de comprender lo que sucede en la realidad investigada: observación, entrevista, documentos, etc. Una estrategia de investigación que engloba estas acciones es la Observación Participante (OP), que consiste en pasar largas temporadas entre la gente e involucrase en sus actividades cotidianas. Por tanto, permite una diversidad de aproximaciones a la realidad, entendiendo que ésta siempre se muestra poliédrica como los distintos ángulos desde los que una escultura puede ser contemplada (Guasch, 1997, p.37).

Es decir, la idea de la OP, o trabajo de campo, se centra en aprehender la totalidad de la información relacionada con el problema de investigación (Velasco y col, 1997): observar a la vez que participar en las actividades del grupo que se está investigando. Malinowski (1922), el primer autor que estructura la OP (Guasch, 1997), afirma al respecto que, para conocer bien a una cultura, es necesario introducirse en ella para participar en la vida normal de la comunidad, observando las actividades cotidianas de la gente que en ella vive y obteniendo una visión desde adentro de la situación comprendiendo las razones y el significado de las costumbres y prácticas, tal y como los individuos y grupos estudiados las entienden. Por su parte, Taylor y Bogdan (1990, p.31) utilizan la expresión OP para designar la investigación que involucra la interacción social entre el investigador y los informantes en el *milieu* (en su entorno) y durante la cual se recogen datos de modo sistemático y no intrusivo. Podría entenderse que se trata de captar la realidad social y cultural de una sociedad o grupo social determinado, mediante la inclusión del investigador en el colectivo objeto de su estudio (Maestre, 1990, p.55) para observar y registrar lo observado utilizando tanto el estilo narrativo (diario o notas de campo) como el audiovisual (fotografías, vídeos…). Incluso es importante, siguiendo a Taylor y Bogdan (1990), que el investigador recuerde todo aquello que ve, oye, siente, etc. mientras está en el campo, por ello estos autores recomiendan realizar la Observación Participante teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- prestar atención;
- cambiar la lente del objetivo: pasar de una visión amplia a otra más reducida;
- buscar palabras claves en las observaciones de la gente;

- concentrarse en las observaciones primeras y últimas de cada conversación.
- reproducir mentalmente las observaciones y escenas;
- abandonar el escenario en cuanto haya observado todo lo que esté en condiciones de recordar;
- tomar notas tan pronto resulte posible, después de la observación;
- dibujar un diagrama del escenario y trazar sus movimientos en él;
- grabar conversaciones y acontecimientos;
- etc.

La OP es pues algo más que una técnica, es la base de la investigación etnográfica, que se ocupa del estudio de los diferentes componentes culturales de las personas en su medio: las relaciones con el grupo, sus creencias, sus símbolos y rituales, los objetos que utilizan, sus costumbres, sus valores, etc. Como tal, admite la posibilidad de incorporar una pluralidad de técnicas a la investigación, de hecho podría considerarse como un ejercicio de alternancia y complementariedad entre observación y entrevista, aunque ambas se utilizan desde la óptica de que el investigador forma parte de la situación estudiada.

En síntesis, la OP parte de la idea de que existen muchas realidades que no pueden ser observadas de forma unitaria, por lo que cabe una diversificación en la interpretación de dicha realidad. Ofrece la posibilidad de comprender los fenómenos y de indagar sus intencionalidades. La fuente de los datos son las situaciones naturales, siendo el investigador el principal instrumento de recogida de datos: investigador y sujeto de investigación se interrelacionan de forma tal que se influyen mutuamente.

Por tanto, atendiendo al planteamiento epistemológico de la investigadora respecto al objeto de estudio y a la problemática que genera el presente trabajo, así como a los objetivos que guían su proceso, se asume la coherencia que aporta el enfoque etnográfico, con su correspondiente modalidad y estrategia de OP para abordar la realidad educativa, para alcanzar dichas metas, tal como se especifica a continuación:

TABLA 2 CARACTERÍSTICAS DE LA MODALIDAD ETNOGRÁFICA Y SUS APORTES AL PRESENTE DISEÑO DE ESTUDIO

CARACTERÍSTICAS DE LA MODALIDAD DE INVESTIGACIÓN ETNOGRÁFICA EN EDUCACIÓN	QUÉ APORTAN ESTAS CARACTERÍSTICAS AL DISEÑO DEL PRESENTE ESTUDIO DE TESIS DOCTORAL
La actividad central de la etnografía es construir conocimiento y, por medio de ello, apuntar a nuevas posibilidades de relación con el trabajo educativo (…) A menudo se combina la búsqueda de conocimiento	El objetivo último de la presente investigación se centra en interpretar el conocimiento matemático que expresan, desde su propia diversidad, los niños y las niñas de Educación Infantil de la muestra intencional seleccionada, al interactuar entre pares y/o con

CARACTERÍSTICAS DE LA MODALIDAD DE INVESTIGACIÓN ETNOGRÁFICA EN EDUCACIÓN	QUÉ APORTAN ESTAS CARACTERÍSTICAS AL DISEÑO DEL PRESENTE ESTUDIO DE TESIS DOCTORAL
con la construcción de relaciones o prácticas alternativas, y las consecuencias son importantes para ambos procesos (Rockwell, 2009).	adultos para resolver situaciones-problema que aportan "significado pragmático" (Widdowson, 1996) para la población infantil. Del mismo modo, interesa interpretar las interrelaciones que se pueden generar entre el conocimiento matemático de los niños y las niñas, y las prácticas de enseñanza que lo promueven.
La etnografía se refiere tanto a una forma de proceder en la investigación de campo como al producto final de la investigación: clásicamente, una monografía descriptiva (Rockwell, 2009).	El diario de campo registra en el terreno de trabajo distintos sucesos relacionados con las situaciones interactivas señaladas en el apartado anterior utilizando para ello tres estrategias propicias para interpelar la realidad e interpretar lo que allí sucede: 1) observación participante; 2) grupos de discusión entre niños y niñas con la coordinación de la investigadora; y 3) grupos de discusión entre docentes en el contexto del grupo de investigación. La interpretación de los datos registrados mediante el Método Comparativo Constante (Glaser y Strauss, 1967) permite identificar unidades de análisis recurrentes en distintas fuentes de información (saturación de unidades de análisis) para llegar a la elaboración del informe descriptivo final.
Carácter inductivo en la elaboración de teoría a partir de los datos: interpretación profunda de las situaciones observadas. **Achilli (2008) señala que "el acceso al campo de lo denominado por distintos autores antropólogos como la 'documentación de lo no documentado (…)" implica "interés por conocer aquellos aspectos de la vida social que habitualmente no se hacen públicos (…)", es decir, "los modos tácitos de conocimiento que los sujetos generan en los contextos de su vida diaria (…)"**	El desafío de este estudio se centra en el hecho de que la investigadora pone en duda la relación que tienen las prácticas de enseñanza tradicionales sobre el conocimiento matemático en Educación Infantil con la variedad de conocimiento que construyen los niños y las niñas de esta edad cuando se encuentran ante situaciones que le resultan significativas. Desde este planteamiento centrado en la incertidumbre, decide adoptar una perspectiva etnográfica para interpretar, a lo largo de tres años de seguimiento, el conocimiento matemático que expresan los niños y las niñas de la muestra intencionada ante la resolución de las situaciones reales presentadas de forma sistémica, muy alejadas de los modelos de enseñanza tradicional que descontextualizan los contenidos para presentarlos de forma individual. Se pretende que este conocimiento inductivo respecto al conocimiento matemático infantil aporte elementos reflexivos útiles para la construcción de teorías didácticas centradas en la innovación de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil.

CARACTERÍSTICAS DE LA MODALIDAD DE INVESTIGACIÓN ETNOGRÁFICA EN EDUCACIÓN	QUÉ APORTAN ESTAS CARACTERÍSTICAS AL DISEÑO DEL PRESENTE ESTUDIO DE TESIS DOCTORAL
No aporta una modalidad de investigación aséptica ni neutral, por lo tanto no se puede utilizar en cualquier contexto.	Se asume que, atendiendo a los límites de la modalidad etnográfica de esta investigación, no es pertinente generalizar a toda la población infantil los resultados alcanzados con la muestra seleccionada; por el contrario, se pretende comprender e interpretar las actuaciones puntuales de los niños y las niñas de la muestra seleccionada en relación con la resolución matemática de distintas situaciones-problema, poniendo las conclusiones alcanzadas a disposición de la comunidad científica interesada por este campo, principalmente del ámbito didáctico.

En este proceso cabe señalar la particularidad de que la investigadora asume el presente estudio desde una mirada etnográfica, con la intención de interpretar los acontecimientos que suceden en el programa de intervención matemática en Educación Infantil en el que ella actúa como docente, el proyecto sentó una de sus principales bases en la elaboración de un relato autobiográfico en torno a su experiencia de aprender matemáticas dentro y fuera de la escuela. Esto permitió, como señala Condominas (1991, p.41) "exponer [sus] coordenadas personales, con el fin de que sea posible mesurar la influencia que ha ejercido [su experiencia], sin saberlo, sobre los resultados [de su estudio] (…)". Se considera que la utilidad de este paso, siguiendo a este autor, "no afecta únicamente al tipo de trabajo abordado, sino a la naturaleza misma de la investigación etnográfica". Es decir, se entiende que el análisis de los relatos personales, tematizándolos y poniéndolos en relación unos con otros para comprender las experiencias personales, está presente en la mirada de, por un lado, la docente que desarrolla el programa estableciendo relaciones entre los aprendizajes matemáticos y las estrategias de enseñanza que los facilitan y por otro, en el propio trabajo de campo que realiza como investigadora. Se considera que esta doble función en el campo de estudio posibilitó el acceso a una descripción densa (Geertz, 1973) de situaciones interactivas plausibles de ser analizadas con mirada etnográfica, así como de interpretar todas sus características en el contexto de un proceso flexible y abierto, con capacidad de adecuarse a los cambios que se fueron produciendo en el contexto del estudio, y de identificar segmentos mínimos dotados de significado relevantes para la investigación (unidades de análisis significativas).

3.2.2.- MODALIDAD Y ESTRATEGIAS DE INVESTIGACIÓN PARA RECOGER INFORMACIÓN DESDE DISTINTAS FUENTES: SU RELACIÓN CON LA PROBLEMÁTICA IDENTIFICADA Y LOS PROPÓSITOS QUE GUÍAN EL ESTUDIO

En este apartado se concreta la planificación del diseño siguiendo la línea iniciada en los apartados anteriores respecto a las bases epistemológicas e instrumentales que justifican la elección de la modalidad de investigación etnográfica, y por ende la estrategia de OP, para desarrollar este estudio teniendo en cuenta el planteamiento problemático que lo origina y los objetivos que se pretenden alcanzar con su concreción.

Teniendo en cuenta que la modalidad etnográfica implica una continua interacción de, al menos, dos componentes (el investigador -el yo- y el grupo -el otro-), se observa que en este estudio se conjugan las conceptualizaciones de los niños y las niñas de la muestra intencional (perspectiva de los actores o *emic*) con las conceptualizaciones con las que el observador aborda el proceso de OP (perspectiva del investigador o *etic*) para llegar al conocimiento más aproximado a la realidad observada (Harris, 1997).

TABLA 3 ACTOR/*EMIC* DEL PRESENTE ESTUDIO

Investigadora (Yo) **Conceptualizaciones del investigador o *etic***	**Grupo infantil (otros)** **Conceptualización de los actores o *emic***
• ¿Se pueden mejorar las prácticas de enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil atendiendo al conocimiento que al respecto expresan los niños y las niñas? • Para buscar respuestas resulta necesario indagar dicho conocimiento infantil observando de forma sistemática cómo esta población resuelve situaciones problemáticas en las que interviene el investigador.	• El conocimiento, el pensamiento, el lenguaje y las estrategias matemáticas que los niños y niñas despliegan en el aula ante situaciones-problema contextualizadas, con carácter pragmático y en el marco de escenarios comunicativos. • Participación del grupo de niños y niñas de EI a lo largo de los tres años en los que se desarrolla la investigación en las situaciones-problema que tienen lugar en el aula.
SE CONJUGAN AMBAS PERSPECTIVAS	

En relación con esta conjugación de perspectivas, Harris (1997) considera que la meta del investigador es obtener conocimiento tanto de los aspectos mentales como del comportamiento observado. Los aspectos mentales se corresponderían con las ideas, pensamientos, sentimientos de las personas mientras que los del comportamiento se corresponden con lo que estas personas hacen y con las actividades y sucesos que tienen lugar en esa cultura. Además, estos dos aspectos se pueden estudiar desde dos perspectivas, la de los participantes y la de los observadores. Para resolver esta cuestión epistemológica, Harris propone la distinción entre *emic* y *etic* (conceptos que había desarrollado en otro campo el lingüista Kenneth Pike): *emic* se refiere a las descripciones y explicaciones razonables y significativas para los participantes y *etic*, a las descripciones y explicaciones consideradas apropiadas por la comunidad de observadores científicos. La meta de las explicaciones *etic* es generar teorías científicas sobre las diferencias y similitudes socioculturales.

La estrategia propicia para concretar esta conjugación de perspectivas acorde con la modalidad de investigación etnográfica, es la OP en tanto ésta consiste en participar en la vida normal de la comunidad, observando las actividades cotidianas de la gente que en ella vive y obteniendo una visión desde adentro de la situación. Es decir, se trata de una estrategia que ofrece recursos para comprender las razones y el significado de las costumbres y prácticas, tal y como los individuos y grupos estudiados las entienden. En este tipo de observación es imprescindible señalar dos elementos que marcan la posición del investigador respecto al uso de esta estrategia:

- El grado de participación: aproximación del observador y los observados.
- El acceso al campo de estudio: estrategia para introducirse en el contexto natural de la observación.

En la siguiente tabla (Tabla 4 Intervención-programa en los contextos del aula) quedan recogidos los escenarios en los que se desarrolla el proceso de OP:

TABLA 4 INTERVENCIÓN-PROGRAMA EN LOS CONTEXTOS DEL AULA

	EDAD DE LOS NIÑOS/AS											
	3 AÑOS				**4 AÑOS**				**5 AÑOS**			
	CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				***CONTEXTOS DE REALIZACIÓN***				***CONTEXTOS DE REALIZACIÓN***			
	VIDA COTIDIANA	PROYECTOS	JUEGOS	ACTIVIDADES LÚDICAS SEMIESTRUCTURADAS	VIDA COTIDIANA	PROYECTOS	JUEGOS	ACTIVIDAES LÚDICAS SEMIESTRUCTURADAS	VIDA COTIDIANA	PROYECTOS	JUEGOS	ACTIVIDADES LÚDICAS SEMIESTRUCTURADAS
OBSERVACIÓN PARTICIPANTE GRAN GRUPO												
OBSERVACIÓN PARTICIPANTE PEQUEÑO GRUPO												
GRUPO DE DISCUSIÓN ENTRE LOS NIÑOS GRAN GRUPO												
GRUPO DE DISCUSIÓN ENTRE LOS NIÑOS PEQUEÑO GRUPO												

Por otra parte, la estrategia OP requiere una cuidadosa planificación: ¿qué investigar?, ¿cómo observar?, ¿dónde observar?, ¿qué observar?, ¿cuándo observar?, ¿cómo registrar?, ¿cómo analizar?

TABLA 5 PLANIFICACIÓN DEL USO DE LA ESTRATEGIA OP

Planificación que requiere el uso de la estrategia OP	Planificación del uso de la estrategia OP en el presente estudio
¿Qué investigar?	Interesa investigar las distintas formas de resolución y comprensión matemática que tiene la población infantil, incluida en el estudio de campo, al enfrentarse a situaciones que le resultan problemáticas. Es decir, se focaliza la diversidad de estilos de pensamiento matemático que subyace en las acciones infantiles y el lenguaje con que lo expresan; los recursos cognitivos que tienen para actuar y/o comentar lo actuado; etc. , así como su relación con la implicación afectiva que les suscitan los contextos en los que actúan. Y, por otra parte, interesa examinar la anticipación de conceptos tradicionalmente destinados a la Educación Primaria que ponen en juego cuando las situaciones les son significativas.
¿Cómo observar?	Atendiendo a que la investigadora-etnógrafa asume, a su vez, el papel como docente del grupo infantil de la muestra, se generan condiciones óptimas para permanecer de forma intensiva en el campo de estudio para poder registrar los sucesos, planificados ad hoc o surgidos de forma espontánea, que se incluyen en el proceso de observación participante (OP).
¿Dónde observar?	El trabajo de campo se realiza en el aula de Educación Infantil del grupo tutorizado por la investigadora, en el centro público de Educación Infantil y Primaria "Las Cigüeñas" en la localidad madrileña de Rivas Vaciamadrid, a lo largo de 3 cursos escolares continuos (coincidiendo con la edad de 3, 4 y 5 años de los niños y niñas del grupo).
¿Qué observar?	Durante los momentos de OP se registra información acerca de los contenidos matemáticos emergentes de las situaciones-problema planteadas, los estilos de pensamiento infantil, la diversificación de aportes ante una misma circunstancia, el lenguaje utilizado, etc. Por otra parte, y de forma interrelacionada con el registro de los sucesos a nivel infantil, interesa registrar las características de la mediación docente que incentivan la participación infantil y propician el desarrollo de la competencia matemática en el marco de la diversidad del grupo.
¿Cuándo observar?	En contextos de la vida cotidiana del aula donde se desarrolla el estudio a lo largo de los tres años de escolaridad (2011/12 -2013/14).
¿Cómo registrar?	Los datos obtenidos en contextos de observación participante y grupos de discusión mediante la recolección de datos obtenidos en contexto de observación participante, desde la utilización de cuadernos de campo, grabaciones de audio y grabaciones de vídeo, fotografías y recogida de producciones escritas de los niños y niñas, en la propia aula en la que se desarrolla la investigación. La subjetividad de las interpretaciones se controlará

Planificación que requiere el uso de la estrategia OP	Planificación del uso de la estrategia OP en el presente estudio
	utilizando procesos de triangulación y cristalización.
¿Cómo analizar?	Se identifican en los datos recogidos los segmentos mínimos dotados de significado relevante a efectos de la investigación (primer nivel de interpretación de datos), es decir, las unidades de análisis, identificadas a partir la implementación del Método Comparativo Constante. La saturación de las categorías de análisis que se interpretan (segundo nivel de interpretación de datos), es decir su repetitividad y significatividad en distintos ámbitos de análisis, propicia la triangulación de la información (tercer nivel de interpretación de datos) con el muestreo teórico y la información aportada por otras fuentes (Grupo de Discusión entre Docentes), así como la cristalización, permitiendo acceder a las perspectivas de la investigadora y de los participantes reconociendo la realidad de cada significado.

Se entiende que, ajustándonos a las características de la modalidad etnográfica que asume esta investigación, no es apropiado generalizar a toda la población infantil los resultados obtenidos; por el contrario, se persigue comprender e interpretar las actuaciones puntuales de los niños y las niñas del aula en la que se desarrolla el estudio en relación con la resolución matemática de distintas situaciones-problema, disponiendo las conclusiones alcanzadas a disposición de la comunidad científica interesada por este campo.

3.2.3.- POBLACIÓN Y MUESTRA SELECCIONADA

En las investigaciones de corte cualitativo, la población es el conjunto de individuos (objetos, medidas…) que presentan aspectos o rasgos comunes observables en un lugar y momento concretos, y sobre los que se desea indagar en torno a alguna cuestión determinada. A la hora de llevar a cabo investigaciones, se deben tener en cuenta cuestiones esenciales para la elección de la población objeto de estudio: homogeneidad (que tengan las mismas características que se contemplan en el estudio), tiempo (período en el que se ubicará la población de interés), espacio (lugar en el que se ubica esta población) y cantidad (referida al tamaño). En este tipo de investigaciones, se busca describir situaciones, interpretarlas, profundizar en ellas. En el estudio que se presenta, la población accesible o la población de estudio se conforma a partir de los niños y niñas escolarizados en la etapa de EI. Se ha de recordar, en este punto, que el criterio etnográfico que define la investigación presentada, da lugar a una interpretación y no a una generalización de las conclusiones a toda la población infantil.

La recolección de datos, sin embargo, no se realiza de toda la población sino que para ello se emplea una muestra, delimitando así la población. En los procesos de carácter cualitativo, la muestra es el grupo de personas, sucesos o comunidades sobre los que se recolectan los datos. No necesariamente han de ser representativos de la población que se estudian (Hernández, 2006). En el tipo de estudios como el que aquí se acomete, el tamaño de la muestra no es relevante en tanto que no interesa generalizar los resultados a una población más extensa sino más bien adquirir profundidad en el entendimiento del objeto de estudio. Tal y como se expresó previamente, el presente estudio se desarrolló bajo la selección de una muestra intencionada o deliberada (método de muestreo no probabilístico), siguiendo un criterio estratégico. Este tipo de muestreo se utiliza sobre la base de conocimiento y criterios del investigador, basado, principalmente, en la experiencia con la población. Es por ello que, esta muestra intencionada se conformó con los niños y niñas de Educación Infantil de la tutoría de la investigadora, en el CEIP Las Cigüeñas de Rivas Vaciamadrid, a lo largo de los tres años en los que tuvo lugar la investigación, de los 3 a los 6 años de edad.

3.3.- DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN A TRAVÉS DE DISTINTOS MOMENTOS

Atendiendo a la modalidad etnográfica que guía el desarrollo de esta investigación, se organiza un proceso de acercamiento al campo de estudio con la intención de recabar información relevante a través de distintos momentos, tal como se señala a continuación:

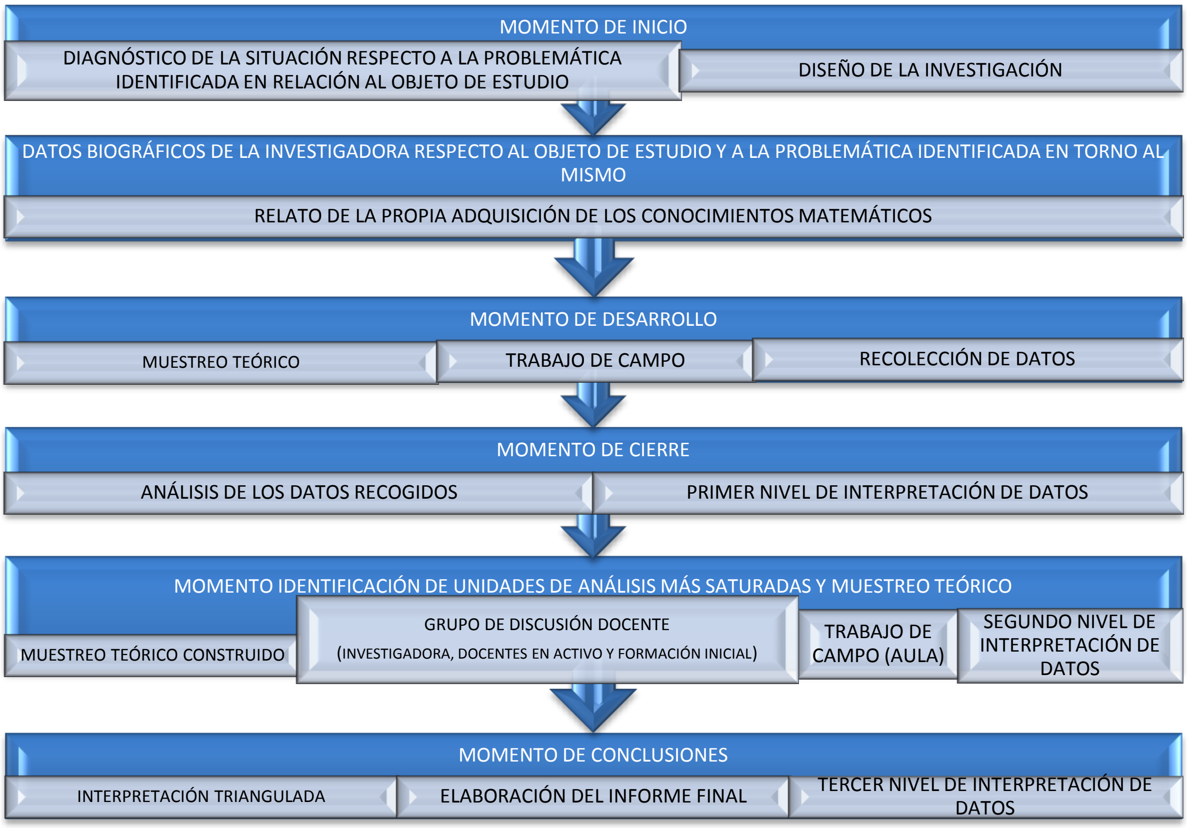


FIGURA 5 ESQUEMA DE LA ORGANIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

3.3.1.- MOMENTO DE INICIO: DIAGNÓSTICO DE LA SITUACIÓN Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El momento inicial de la investigación tuvo lugar desde el diagnóstico de una situación identificada que da lugar al objeto de estudio. Así, se realizó posteriormente un acercamiento a dicho objeto de estudio en el que se justificó su realización y se describieron sus propósitos y fines. Por otra parte, se hizo necesaria una exhaustiva indagación de las evidencias del conocimiento construido en torno al objeto de estudio, a la problemática y al contexto de la investigación. En la presente memoria, se detallan con precisión y se describen densamente cada uno de estos momentos en los dos primeros capítulos.

La realidad educativa actual en la sociedad española pone en evidencia la necesidad de buscar distintas alternativas que permitan superar el bajo nivel del desarrollo de la competencia matemática que muestra el alumnado en las etapas de primaria y/o secundaria. Se observa que el trabajo en las aulas en todos los niveles del sistema educativo español, y especialmente en el que nos ocupa, la EI, no está dando los resultados esperados en cuanto a formar personas con una competencia y alfabetización matemática adecuada para enfrentarse a su vida cotidiana, su trayectoria escolar y su futuro en el mundo laboral. Esta situación generó en la investigadora la necesidad de indagar posibilidades que afiancen en la etapa infantil el acercamiento de los niños y las niñas al conocimiento matemático para utilizarlo en la resolución de situaciones que les resulten cercanas y significativas, indagando, pues, en el contexto de una fase incipiente del desarrollo de la competencia matemática en tanto numerosos estudios expresan la importancia de un abordaje temprano para un desarrollo posterior más exitoso. Se llevó a cabo, en un primer lugar, una investigación realizada en el marco de la obtención del Diploma de Estudios Avanzados y desde éste se proyectaron perspectivas de futuro que se recogen en la presente investigación (véase capítulos 1 y 2).

Por otra parte, se hizo necesario recoger e interpretar la autobiografía de la investigadora en relación al objeto de estudio y a la problemática identificada en torno al mismo, debido a la influencia que podía tener en ésta a la hora de desarrollar la investigación.

3.3.2.- DATOS BIOGRÁFICOS DE LA INVESTIGADORA RESPECTO AL OBJETO DE ESTUDIO Y A LA PROBLEMÁTICA IDENTIFICADA EN TORNO AL MISMO

Tal y como se expresa en páginas anteriores, se observa la necesidad de elaborar un relato autobiográfico en torno a la experiencia de la investigadora de aprender matemáticas en tanto que desde éste se hacía posible sopesar la influencia que estaba ejerciendo, aun sin saberlo, en el desarrollo de la investigación e incluso en el abordaje de la misma (véase apartado 3.2.1. *El enfoque epistemológico de la investigación: su relación con los fines y objetivos de la investigación*, pp. 212-222).

En las líneas siguientes se afronta el relato autobiográfico, expresado en primera persona en este caso debido a su carácter de narrativa personal y particular:

Los primeros recuerdos que tengo acerca de las matemáticas responden a las exigencias del aprendizaje de las operaciones aritméticas de la suma y la resta como si de instrucciones de un juego se trataran. No entendía, aunque era capaz de resolver -no sin cierta dificultad- las expresiones y el sentido de “me llevo una”, “la que me llevo se la pongo a éste”, etc., ni sabía bien qué era objeto de ser llevado, ni a dónde o con quién. Ello dio lugar a una base matemática insuficiente y completamente descontextualizada y falta de funcionalidad, que acabó por derrumbar el edificio ya en 4º de la antigua EGB. En este punto, la nota de NM (Necesita Mejorar) cayó como un jarro de agua fría a una niña por lo general responsable y estudiosa. En este nivel educativo, recuerdo con claridad los esquemas que se dibujaban en el libro de texto de matemáticas en torno a la conversión de unidades de medida: de decímetros a metros, de kilos a gramos, de decilitros a litros…: x 10, x 10, x 10, : 10, : 10, :10… sin tener idea si quiera de cuánto suponía cada magnitud, su utilidad y la de las conversiones, etc. A ello se sumaba que, cuando reunía el coraje suficiente para preguntar las dudas a las profesoras, o bien releían el cuadrito amarillo que contenía “lo importante” de la explicación, o subrayaban las carencias que mis preguntas demostraban…

Recuerdo con gusto, sin embargo, los juegos de mesa: el bingo, las cartas… y las colecciones de cromos, los juegos de construcciones, las carreras y sus puntajes en el scalextric de mis vecinos, las competiciones a las chapas, el diseño de cabañas estables, las tardes de bingo y un largo etcétera. Pero entonces, para mí, eso no era matemática.

En este contexto familiar, mis padres mostraban gusto y facilidad por la materia, e incluso habían estudiado una Ingeniería Industrial y estudios que en la actualidad equivaldrían a una diplomatura de Ciencias Económicas respectivamente. Siempre escuché de mi padre, gran estudioso de las matemáticas a lo largo de toda su vida, la cantidad de datos absurdos que se daban en las noticias, matemáticamente imposibles, y cómo un conocimiento matemático adecuado hacía que las personas ejercieran un pensamiento mucho más crítico (coincido absolutamente, ahora, en la actualidad). Sin embargo, yo había generado una gran aversión hacia las matemáticas, al menos, hacia las escolares, arrastrando a lo largo de toda la escolaridad una historia de logros muy ajustados y casi siempre más tarde de lo que era deseable. Para mayor escarnio, cada vez que requería de otra explicación para llevar a cabo los deberes en el ámbito doméstico, siempre se explicitaba que no tenía adquiridos determinados conceptos para abordarlos. En cuanto tuve ocasión, en bachillerato, di esquinazo a la materia. Nunca comprendí qué interés podía tener el calcular la distancia que habían recorrido dos trenes antes de cruzarse, ni entendí qué significaba que los aviones volaran gracias a los logaritmos neperianos y las derivadas. Sin embargo, sí encontraba utilidad, y gustaba de su estudio, a los silogismos de la asignatura de filosofía, por los cuáles se llevaban a cabo razonamientos deductivos.

Ya en la universidad, impartí clases particulares a un estudiante de 4º de la ESO de todas las asignaturas que se desarrollaban en su nivel educativo. El libro de texto de matemáticas, como era habitual, presentaba contenidos esquemáticos y numerosos ejercicios para su resolución. Nada nuevo. Sin embargo, cada uno de los temas contenía un apéndice que el profesor obviaba lección tras lección: la relación del contenido del tema con la vida cotidiana o con la historia de la humanidad. Cada una de estas páginas fue un descubrimiento maravilloso del porqué de cada uno de los conceptos, detestados hasta el momento, que ambos disfrutamos realmente. Por otra parte, la ejecución de una pequeña investigación en el marco de una materia del departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación, con bastante éxito, me devolvieron el gusto por el ámbito matemático y, sobre todo, la confianza en mis propias posibilidades.

En mi caso personal, la falta de gusto por las matemáticas no influyó como docente en mi labor educativa, reproduciendo modelos vividos, sino todo lo contrario, me llevó a numerosas reflexiones que terminaron desembocando en un tremendo interés por la enseñanza de las mismas, una interminable formación y el desarrollo de una primera investigación. Sin embargo, la realización del DEA me puso de frente con una aún inmadura percepción de las matemáticas (en toda su amplitud, la cultura matemática que expresara Bishop -1991; 1999-), lo que indica, de alguna manera, que la experiencia temprana alrededor de la materia sí podía estar ejerciendo algún influjo en mi labor docente, aunque luchara contra ello. Ello derivó en una continuación de mi formación y en la consecución de esta investigación, con la intención clara de aportar un grano de arena al desarrollo del pensamiento crítico de los niños y niñas.

Una vez relatada la experiencia autobiográfica de la investigadora con respecto al objeto de estudio, se hace necesario describir el momento de desarrollo de la investigación desde los escenarios en los que se llevó a cabo: el trabajo de campo, así como las estrategias de recogida de datos empleadas.

3.3.3.- MOMENTO DE DESARROLLO: TRABAJO DE CAMPO Y RECOLECCIÓN DE DATOS

Se hace necesario distinguir dos contextos en la recolección de datos en el desarrollo de la presente investigación en el campo de estudio:

- el marco de actuaciones realizadas en el aula de EI, y
- el contexto de la recogida de datos en el grupo de discusión que tuvo lugar desde el seminario de formación permanente de docentes.

En ambos marcos, el tiempo en el que tienen lugar corresponde a los cursos escolares de 2011 a 2014. La Tabla 7 (véase p.249) muestra el cronograma en el que se ubican las situaciones-problema desarrolladas en la investigación en el contexto de aula, y la Tabla 46 (véase p.245) el correspondiente a los encuentros del grupo de discusión.

En el primero de los contextos, el aula, las numerosas sesiones se realizaron a lo largo de los tres cursos escolares, durante los tres trimestres que componen un curso. En el contexto de los Grupos de Discusión entre docentes, las sesiones tuvieron lugar una vez al finalizar cada trimestre escolar, en un total de nueve encuentros.

A partir del diario de campo, las grabaciones de audio y video, las fotografías que se realizaron, y la recogida de producciones escritas de los niños y niñas, se registran en el terreno de trabajo distintos sucesos relacionados con las situaciones-problema utilizando para ello tres estrategias propicias para interpelar la realidad e interpretar lo que allí sucede:

- observación participante;
- grupos de discusión entre niños y niñas con la coordinación de la investigadora; y
- grupos de discusión entre docentes en el contexto del grupo de investigación.

Para el análisis de los datos cualitativos recogidos en este proceso, se opta por utilizar el método comparativo constante (MCC) propuesto por la «grounded theory» a partir de los trabajos de Paul Glaser y Anselm Strauss (1967) y posteriores revisiones (Strauss y Corbin, 1990; Sirvent, 2003) por considerarlo un riguroso procedimiento analítico, no matemático, para generar teoría desde los fenómenos que se pretenden comprender a partir de los datos obtenidos en el trabajo de campo teniendo en cuenta las siguientes características: reconocimiento del rol activo de las personas en «darle forma» al mundo en que viven; énfasis en el cambio, el proceso, la complejidad y la variabilidad de los fenómenos sociales; importancia de la interrelación entre condiciones, sentido y acción para la comprensión de los fenómenos sociales; necesidad de que el investigador actúe en el campo para entender en profundidad los hechos investigados (sin desconocer sus expectativas prejuicios, en tanto elementos con los que inevitablemente inicia su tarea); importancia de una teoría basada, fundamentada, en los datos de la realidad.

La interpretación de los datos registrados mediante el Método Comparativo Constante (Glaser y Strauss, 1967) permitió identificar unidades de análisis recurrentes en las distintas fuentes de información (saturación de unidades de análisis) para llegar a la elaboración del informe descriptivo final basado en la triangulación de dichas unidades de análisis, tal y como se expresa a continuación.

3.3.4.- MOMENTO DE CIERRE: ANÁLISIS DE LOS DATOS RECOGIDOS. PRIMER NIVEL DE INTERPRETACIÓN DE DATOS

Tal y como se acaba de expresar en el apartado anterior, una vez recogidos y transcritos los datos en el campo de trabajo en ambos contextos explicitados, se hace necesario una exhaustivo análisis de los mismos. En la presente investigación, dadas las características del estudio, el Método Comparativo Constante puesto que apuntala el proceso inductivo de generación de nuevos aportes que colaboran con la generación de teoría (Sirvent, 1993). El proceso de análisis tiene lugar a partir de la elaboración de un registro de tres columnas distinguiendo en ellas una columna dedicada al *registro* (con las transcripciones recogidas a partir de las grabaciones de audio y vídeo, cuaderno de campo, etc. de todas las situaciones matemáticas que se llevaron a cabo), otra a los *comentarios* de la investigadora (emociones, reacciones, preconceptos, valoraciones que se originan de la realidad examinada), y una última al *análisis* (identificando los segmentos mínimos dotados de significado relevante a efectos de la investigación -unidades de análisis-). A continuación, se llevó a cabo una profunda y exhaustiva lectura que dio lugar a una percepción global identificando fragmentos del discurso, unidades de significado, especialmente relevantes para el objeto de estudio, dando estas categorías sentido a los aspectos recogidos en las columnas anteriores. En este punto, se reconocieron los temas emergentes, unidades de sentido significativos para la investigación, categorizándolos todos y cada uno, observando aquellos que se repetían con mayor frecuencia. Se realizó un fichado de estos temas recurrentes, seleccionando aquellos con mayor repetitividad, se titularon y compararon, buscando a qué propiedad de una categoría pertenece a un dato o a qué parte de una teoría emergente pertenece a un incidente. Se hizo imprescindible entonces, identificar las unidades de análisis más saturadas en el contexto de aula y en el grupo de discusión docente.

3.3.5.- MOMENTO DE IDENTIFICACIÓN DE UNIDADES DE ANÁLISIS SATURADAS Y MUESTREO TEÓRICO: SEGUNDO NIVEL DE INTERPRETACIÓN DE DATOS

Paralelamente al desarrollo de la investigación, en un proceso de construcción interactivo entre las manifestaciones teóricas y las evidencias registradas, se llevó a cabo un muestreo teórico con el fin de poder realizar una interpretación más profunda de los datos recogidos en el trabajo de campo, a partir de un proceso de saturación del mismo, orientando la teoría emergente. Además de ello, dado el carácter etnográfico de la investigación, se llevó a cabo una comparación de incidentes con la intención de encontrar unidades de sentido y categorías que aunaran fragmentos en los que se compartiera una misma idea (Sirvent, 2003). Para ello, tras el proceso de análisis que dio lugar al primer nivel de interpretación, se trató de explicar el mayor número de variaciones dentro de la teoría. En el momento en que la relación entre las categorías emergentes no daba lugar a nuevos datos, se cerró el proceso por saturación.

3.3.6.- MOMENTO DE PROCESO DE TRIANGULACIÓN Y CRISTALIZACIÓN DE DATOS Y SUS APORTES AL ÁREA DE ESTUDIO, Y CONCLUSIONES: ELABORACIÓN DEL INFORME FINAL. TERCER NIVEL DE INTERPRETACIÓN DE DATOS

Una vez aplicadas las técnicas de análisis de la información, corresponde llevar a cabo una validación mediante criterios de confiabilidad. Entre las herramientas de comparación de diferentes tipos de datos y técnicas de confrontación, la ***triangulación*** puede contribuir a validar estudios de tipo cualitativo y ayudar a la interpretación y conclusiones que en éstos se generan. En el contexto del campo de la educación, retomando los aportes de diferentes autores (Denzin, 1979; Morse, 1991; Cowman, 1993) se asume esta estrategia para realizar un contraste, confrontación y comparativa de los datos desde diferentes perspectivas. Se admite que "la investigación cualitativa, el estudio de casos y la etnografía pueden hacer contribuciones valiosas a la investigación educativa y que las evidencias que aportan los métodos cualitativos caen dentro del rango de los métodos que pueden considerarse científicos" (Erickson & Gutiérrez, 2002, p.21, en Sabiote et al, 2006). Para Denzim y Lincoln (2000), la investigación cualitativa:

> Es una actividad que sitúa al observador en el mundo (…) y consiste en una serie de prácticas interpretativas que hacen el mundo visible. Estas prácticas interpretativas transforman el mundo, pues lo plasman en una serie de representaciones textuales a partir de los datos recogidos en el campo mediante observaciones, entrevistas, conversaciones, fotografías, etc.". (pp. 3, en Moral, 2006, pp. 148)

Sin embargo, será en esta interpretación en la que radicará la dificultad de este tipo de investigaciones. Es por esto que el investigador recoge datos desde diferentes perspectivas en un proceso de análisis desde diversos ángulos –triangulación- en aras de comprender en profundidad el fenómeno estudiado. Ahora bien, la triangulación se interpreta como el producto o consecuencia de múltiples realidades interpretadas simultáneamente. Por ello, numerosos autores/as proponen la validez de las investigaciones de corte cualitativo a partir de la ***cristalización***, en tanto que el investigador expresa la misma realidad abordada desde múltiples perspectivas, esto es, no se considera que exista una correcta interpretación de cada incidente o acontecimiento, sino más bien, que cada interpretación responde a una perspectiva diferente del suceso (Moral, 2006). Es por esta razón que, en el presente estudió, se optó por abarcar ambas perspectivas: triangulación y cristalización.

Además de ello, en el presente estudio se da cuenta de los **criterios y procedimientos que aportan confiabilidad y validez a esta investigación** (véase Capítulo VI, *Proceso de triangulación y cristalización de la información recogida. Tercer nivel de interpretación de datos. Informe final* , p. 413) recogidos por los diferentes autores (Anfara, et al., 2002, Hodder, 2000, y Denzim, 1998, Feurer, Towne, L. & Salvenson, R.J., 2002, en Moral, C., 2006) así como los expresados por el National Research Council (2002, en Feurer, Towne & Salvenson, 2002):

- Persistente y prolongada observación;
- Clarificación de la fundamentación del investigador;
- Comprobación por los miembros de la investigación;
- Justicia e imparcialidad;
- Acción y práctica;
- Apertura y publicidad, no sólo de las conclusiones sino también de los datos recogidos;
- Posesión de preguntas significativas susceptibles de ser investigadas empíricamente;
- Relación de la investigación con teoría relevante;
- Utilización de métodos que posibiliten focalizar la investigación hacia las preguntas significativas que la generan;
- Transparencia en el diseño de la investigación (paradigma de investigación que sustenta el estudio, método de recogida y análisis de los datos).

A partir de todos ello, se trató de conferir rigurosidad y consistencia a la investigación, así como coherencia con la perspectiva epistemológica, teorías y métodos adoptados por la investigadora para el desarrollo del estudio.


Dora
SURF
CHAMPS
Summer Finals

CUARTA PARTE

DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

CAPÍTULO IV

TRABAJO DE CAMPO, REGISTRO Y ANÁLISIS DE DATOS

PRIMER NIVEL DE INTERPRETACIÓN

CONTENIDO DEL CAPÍTULO IV

De acuerdo con el plan de investigación presentado en el capítulo anterior, se aborda en este su concreción focalizando el trabajo de campo etnográfico realizado con el objeto de alcanzar, a través de una descripción densa de las situaciones relacionales observadas, un conocimiento situado que facilite acercarse a las resoluciones y expresiones matemáticas que ponen en evidencia los niños y las niñas del grupo infantil de EI seleccionado. Es decir, se pretende un acercamiento al campo de estudio para, sin protocolos de observación predeterminados, comprender e interpretar en profundidad las evidencias que emergen de las interacciones registradas contando con la guía del muestreo teórico seleccionado.

Se trata, en definitiva, de construir un conocimiento emergente del proceso de indagación etnográfico de corte longitudinal seguido a lo largo de tres cursos escolares (desde el ingreso de un grupo de niños y niñas de 3 años hasta su paso a la etapa primaria, a la edad de 6 años)- en el contexto local de un aula de EI de un colegio público de la Comunidad de Madrid (en la localidad de Rivas Vaciamadrid). Interesa registrar, interpretar y categorizar la cultura matemática que el grupo infantil reconstruye constantemente ante prácticas de enseñanza que dinamizan el uso del lenguaje matemático para resolver, desde la diversidad que cada uno aporta, distintas situaciones problemáticas del ámbito cotidiano. No se pretenden generalizar sus conclusiones, como se ha señalado, sino comprender el pensamiento y lenguaje matemático que los niños y niñas ponen en juego a lo largo de los tres años de seguimiento así como la interpretación que de estas situaciones hacen, y su relación con la implicación afectiva y emocional que genera el contexto. De forma complementaria, interesa registrar la anticipación del pensamiento infantil que da base a interpretar conceptos de carácter abstracto, destinados formalmente a Primaria que bien pudieran estar descubriendo sus bases los niños y niñas de EI.

Se requiere, pues, de una aproximación al campo de estudio desde la observación participante para registrar datos contextualizados desde la óptica de un estudio etnográfico con la intención de comprender lo que sucede en la realidad investigada. El trabajo de campo se centró en la aprehensión de la máxima información relacionada con el problema de la investigación. En el presente estudio, se ven involucrados los alumnos y alumnas de EI del aula concreta así como los docentes que participan en el Grupo de Discusión Docente desde el seminario de formación permanente. Se desarrollan, a continuación, en los siguientes apartados, los aspectos relativos a la recogida de la información en ambos contextos: el aula y el grupo de discusión.

4.1.- RECOGIDA DE INFORMACIÓN EN EL TRABAJO DE CAMPO (AULA)

Se recoge información relevante utilizando la estrategia Observación Participante en distintas situaciones, bien planificadas para el desarrollo de la investigación, bien emergentes en la cotidianeidad de la vida del aula, así como de los Grupos de Discusión entre los niños y niñas, y el análisis documental de las producciones escritas de los niños.

4.1.1.- RECOGIDA DE INFORMACIÓN EN EL PROCESO DE OBSERVACIÓN PARTICIPANTE

La OP, como base de la investigación etnográfica, se centra en aprehender la máxima información posible relacionada con el objeto de la investigación. Desde ésta, el investigador ha de pasar largas temporadas entre la población en la que se centra el estudio e involucrarse en sus actividades cotidianas. La investigadora asumió, pues, este rol desde su tarea como docente del grupo de alumnos y alumnas de EI a lo largo de los tres cursos escolares en los que se desarrolló la investigación, recogiéndose así datos de modo sistemático y no intrusivo. Para ello, la investigadora observó y registró lo observado haciendo uso de un estilo narrativo –desde el diario o notas de campo- así como audiovisual –fotografías, vídeos, grabaciones en audio, producciones escritas de los niños y niñas-, anotando, al abandonar el escenario, lo observado atentamente en él.

Así, se pueden observar en las siguientes escenas, **ejemplificaciones de registros** atendiendo a la planificación del desarrollo de la investigación o bien a las situaciones emergentes en la cotidianeidad del aula:

Cuaderno de Campo.- Cód. 4.1.33 OP-PG (véase anexo, p.512). *4.1.33 OP-PG.- Situación espontánea: cómo establecer cuánto tiempo permanecer cada uno* en el balancín. Se consideró la necesidad de realizar un registro en el cuaderno de campo desde la riqueza que proporciona la narrativa de una situación cuando emerge espontáneamente en un espacio como es el patio del colegio en tiempo de recreo, en el que no estaba previsto el abordaje de ninguna situación-problema.

Grabaciones de vídeo.- Cód. 4.1.35 OP-PG (véase anexo, p.512). *4.1.35 OP-PG.- Pegada de gometts en un papel según el número indicado en el* mismo. Se adoptó la decisión de realizar un registro a partir de la grabación en vídeo debido a la importante cantidad de información de carácter no verbal y gestual que podía desprenderse de la situación-problema planificada para la consecución y desarrollo de la investigación.

Grabaciones de audio.- Cód. 5.1.82 OP-GG (véase anexo, p.550). *5.1.82 OP-GG.- Asamblea sobre los cuidados de una planta a partir de la lectura* de sus características. Se escogió la recogida de datos se realizó a partir de la grabación de audio en tanto que la situación-problema emergió de la cotidianeidad de la vida del aula y no se debía perder tiempo en preparar el sistema de vídeo recurriendo a la grabadora de la que siempre disponía rápidamente la investigadora en el aula.

Fotografía.- Cód. 3.1-2.7 OP/PG (véase anexo, p.590). *3.1-2.7 OP-PG Anotación de la propia talla de zapatos. Fotografía que ilustra la búsqueda del número en la* recta numérica. Se optó por la realización de la fotografía ya que la imagen recogía perfectamente la motivación y el interés por encontrar una solución a la situación-problema desde la cooperación y el intercambio de aportes.

Producciones escritas de los niños y niñas (se realiza una referencia más exhaustiva en los puntos posteriores).- Cód. 4.1.29 OP-PG/GD-PG (véase anexo, pp. 581 y siguiente). *4.1.29 OP-PG/GD-PG Organizando datos. Tablas que recogen la información de los lugares de vacaciones de los alumnos. Escaneado* de producciones escritas. Se consideró la idoneidad de la recogida de las producciones escritas de los niños y niñas para reflejar la resolución de la situación-problema desarrollada.

La técnica escogida en cada situación dependió, como se dijo anteriormente, de la emergencia espontánea o de la planificación de cada situación problema. Así, en las situaciones que surgieron de la espontaneidad y cotidianeidad de la vida del aula fueron registradas, o bien con el instrumento más pertinente para la recogida de estos datos concretos, o bien con aquel que la investigadora tuviera más accesible, usualmente, cámara de fotos o grabadora. En el caso de las situaciones-problema planificadas para el desarrollo de la investigación, ya se tenía adoptada una decisión previa sobre el instrumento más conveniente a efectos de recogida de datos. Sin embargo, el trabajo con niños y niñas de EI, obliga a la investigadora a permanecer alerta y a ser resolutiva y flexible a las cuestiones que, pese a la planificación, puedan surgir en cualquier momento, decidiendo, en ocasiones, rápidamente, lo más conveniente para la recogida de datos.

4. 1. 2. RECOGIDA DE INFORMACIÓN: GRUPOS DE DISCUSIÓN ENTRE NIÑOS Y NIÑAS

Entre las estrategias propicias para interpelar la realidad e interpretar lo que sucede en el aula, se optó por los Grupos de Discusión (GD) entre niños y niñas con la coordinación de la investigadora. Se generaban, en estos casos, momentos y espacios de conversación entre el alumnado, procurando la investigadora reducir sus intervenciones, dinamizando a través de preguntas, con la intención de que se desarrollaran las narrativas con fluidez y de que estos debates interactivos, las co-construcciones de significados y reflexiones conjuntas mostraran el pensamiento y el lenguaje matemático infantil en esencia. Se ha de tener en cuenta, dada la naturaleza de este estudio en un aula de EI, con las características propias de esta edad, que muchas de las situaciones-problema se pueden dividir en subescenas, de manera que en algunas de ellas la investigadora adopta, según el desarrollo de la misma, una estrategia de OP más activa, y en otro momento también de GD en la que deja espacio al diálogo (véase apartado *4.3.- Análisis de la información recogida en el contexto de aula. Primer nivel de interpretación de datos*, p. 247). Así pues, en el caso del presente estudio, ambas estrategias resultan complementarias y trabajan de forma conjunta, ayudando a complementar en la fase de análisis la información obtenida.

Como en el caso de la OP, las situaciones podían distinguirse entre emergentes, no planificadas, propiciadas por sucesos cotidianos del aula, o bien planificadas ad hoc para el estudio. En el caso de la recogida de información a partir de los Grupos de Discusión entre niños y niñas, se procedió del mismo modo que en el caso de la OP, realizando la elección de instrumentos de recolección de datos con los mismos criterios descritos. De esta manera, en las siguientes escenas se recogen ejemplificaciones de registros llevados a cabo desde los Grupos de Discusión distinguiendo entre aquellas que son producto de la planificación para la consecución de la investigación de las situaciones espontaneas:

Grabaciones de vídeo.- Cód. 4.3.63 GD-GG (véase anexo, p.540). *4.3.63 GD-GG.- Asamblea Cuadro de Picasso –Las Señoritas de Avignon-: Constitución de equipos por* número de componentes. Al estar esta situación-problema planificada ad hoc para la consecución del estudio, la investigadora prevé, atendiendo a las características de la misma, que va a suscitar necesidad de resolución a partir del movimiento y, por tanto, considera que la grabación en vídeo puede recoger mejor este lenguaje corporal y gestual.

Grabaciones de audio.- Cód. 5.2.123 GD-GG (véase anexo, p.578). *5.2.123 GD-GG Análisis de las fechas de nacimiento de* renombrados astrónomos. La escena se desarrolló en el marco de la lectura conjunta de algunos datos biográficos de astrónomos ilustres de la historia, al mismo tiempo que se mostraba el material alusivo elaborado por la investigadora. Se suscitó, de manera espontánea, una conversación en torno a la edad con la que falleció de Ptolomeo. La investigadora recurrió entonces a la grabadora de audio, accesible de forma ágil, en el momento en que observó que la escena tenía cariz matemático.

Fotografías.- Cód. 5.2.123 GD-GG (véase anexo, p.578). *5.2.123 GD-GG Análisis de las fechas de nacimiento de* renombrados astrónomos. En el caso de la escena anteriormente citada, se realizó, además, una fotografía del material que suscitó la conversación, para recoger con exactitud el desencadenante de la situación-problema.

Producciones escritas de los niños y niñas.- Cód. 3.2.15 OP-PG/GD-GG (véase anexo, p. 580). *3.2.15 OP-PG/GD-GG Medición, anotación de la propia medida y comparación con la de los compañeros. Uso del metro.* En el caso de esta situación-problema, se optó por la recogida de la documentación escrita producida por los niños y niñas, en tanto que complementaba el debate que había tenido lugar previamente y durante su ejecución respecto de cómo resolver la situación.

En cualquier caso, este material escrito, rico, diversificado, necesitaba, además, de un tratamiento propio, como se expresa a continuación.

4.1.3. ANÁLISIS DOCUMENTAL: PRODUCCIONES INFANTILES

A lo largo del desarrollo de la investigación en el contexto del aula, la investigadora recogió las producciones escritas de los niños y niñas organizándolas por portafolios de documentación individual de cada uno de los alumnos y alumnas. De esta manera, se pudo ir observando la evolución que cada uno de ellos/as había ido desplegando, recogiéndose información acerca de cómo conceptualizaban, cómo representaban con lenguaje gráfico, su nivel de abstracción de los conceptos, el tipo de elaboraciones que mostraban, etc. Se ha se señalar que el interés de esta investigación no radica en el estudio de caso, sin embargo, la recogida de datos respecto a la evolución de cada alumno/a, como se ha dicho, ayuda a la interpretación, la complementa:

Portafolio individual de la alumna cód. Ic., con producciones de 2011 a 2014.- (Véase anexo, p. 603). *Representación de muestras del portafolio individual del alumno IC. pertenecientes a la recolección de datos en el campo (*aula) a efectos de ser referidas en la presente memoria Se escogió este tipo de portafolio, como se ha expresado anteriormente, para observar la evolución en los diversos aspectos matemáticos que presenta cada alumno/a.

Por otra parte, también se organizaron estas producciones (fotocopiándolas y escaneándolas) en portafolios de grupo. En éstos se registraba el material alusivo a las mismas situaciones problema -cada una de ellas con la recolección de las 25 producciones escritas (de cada niño/a), o bien con reproducciones grupales, según el caso-. Con ello, se pudieron observar los diferentes estilos de notación, los registros de las que los alumnos/as consideraban como informaciones relevantes, la diversidad de estrategias de resolución, el tipo de representación gráfica que explicitaban, etc.:

Portafolio colectivo de los alumnos/as perteneciente a la recolección de datos en el campo (aula).- (Véase anexo, p.611) *Representación de muestras del portafolio colectivo de los alumnos perteneciente a la recolección de datos en el campo (aula) relativos a la situación- problema.*

Todo ello se realizó con la intención de interpretar, con el uso esta herramienta complementaria, lo que se había recogido desde las grabaciones de vídeo y audio, o las fotografías.

4.2.- RECOGIDA DE INFORMACIÓN: GRUPO DE DISCUSIÓN ENTRE INVESTIGADORES, DOCENTES Y ALUMNADO DEL GRADO DE MAGISTERIO

Con la intención de comprender en profundidad el alcance y las características del objeto de estudio, se incorporan al proceso de interpretación de datos, los aportes de la estrategia Grupo de Discusión entre maestros/as en activo así como estudiantes del Grado en Maestro de Educación Infantil y Primaria

Se realizaron tres encuentros anuales, uno cada trimestre, a lo largo de los tres años en los que se desarrolló la investigación, de 90 minutos de duración, en el que participaron 10 personas (no son siempre las mismas exactamente, algunos de ellos/as acuden a varios encuentros y otros/as a uno). La investigadora adoptó en estos momentos el papel de moderadora, dinamizando la discusión, formulando preguntas abiertas, observando cómo se sucedía todo con atención. Se recogió la información a partir de grabaciones y cuaderno de campo.

TABLA 6 CRONOGRAMA Y CODIFICACIÓN DE LOS ENCUENTROS DEL GRUPO DE DISCUSIÓN ENTRE DOCENTES[2]

	1er. TRIMESTRE	Codificación	2º TRIMESTRE	Codificación	3er. TRIMESTRE	Codificación
CURSO 2011-2012	Diciembre	1.1.GDD	Marzo	1.2.GDD	Mayo	1.3.GDD
CURSO 2012-2013	Diciembre	2.1.GDD	Abril	2.2.GDD	Junio	2.3.GDD

[2] Código alfanumérico: la primera cifra corresponde al año de desarrollo de la investigación en el aula, la segunda al trimestre en que tuvo lugar el encuentro del grupo de discusión. A continuación, las tres siguientes letras corresponden a la estrategia de recolección de datos: Grupo de Discusión entre Docentes –GDD-.

CURSO 2013-2014	Diciembre	3.1.GDD	Marzo	3.2.GDD	Mayo	3.3.GDD

Cada una de las sesiones de Grupo de Discusión entre Docentes, se diseñaba previamente y posteriormente se desarrollaba, como se muestra a continuación:

Fase previa al encuentro

- Planificación del contenido a tratar
- Guión de objetivos
- Elección de los temas de conversación motivo de interés
- Guión de posibles preguntas abiertas

Organización del encuentro

- Duración: 90 minutos
- Número de asistentes: 10
- Tipo de intervención de la investigadora: moderadora, dinamizadora, observadora, realizadora de preguntas abiertas
- Estrategia de recogida de información: cuaderno de campo

Desarrollo del encuentro

- Presentación del contenido investigado (a partir de audio/vídeo/cuaderno de campo/narrativas)
- Conversaciones emergentes respecto al contenido presentado
- Programación del siguiente encuentro y cierre.

FIGURA 6 ESQUEMA DEL DISEÑO Y DESARROLLO DE LOS ENCUENTROS DEL GRUPO DE DISCUSIÓN

En cada uno de estos encuentros, se intercambiaron opiniones y se recogieron los diferentes puntos de vista a partir de la exposición del desarrollo de la investigación hasta ese momento.

El tratamiento del material obtenido a través de los distintos registros (OP, GD entre niños/as, análisis documental y GD entre docentes) consistió, una vez que fuera transcripto, en su clasificación, ordenación y codificación organizarlo cronológica y temáticamente. Este abordaje fue generando un proceso reflexivo constante sobre el transcurso de la investigación, desplegándose un proceso de construcción activo, en el que el tratamiento de la información y las reflexiones que de su registro se derivaban, influían en el desarrollo posterior de la misma. Es el caso, además, de la conversación constante con el conocimiento construido en el contexto científico, el muestro teórico, que también producía esta incesante construcción.

Una vez que el análisis dio comienzo, se reconceptualizaron los datos según temas y categorías, descomponiendo los textos en fragmentos, como se expone a continuación.

4.3.- ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA EN EL CONTEXTO DE AULA. PRIMER NIVEL DE INTERPRETACIÓN DE DATOS

Una vez finalizada la recolección de datos, se contabilizaron 127 registros de situaciones-problema que, al ser analizadas en una primera instancia, permitieron identificar en cada una de ellas varios focos de interés a efectos del presente estudio, por lo que, finalmente, se conforma un corpus de 240 tramos de escenas sometidas a análisis (véase Tabla 7.- Situaciones-problema desarrolladas a lo largo de la investigación, p. 249).

El resumen de todas las 127 situaciones-problema que han resuelto los niños y niñas, con sus propios conocimientos matemáticos, se refleja en la Tabla 7. La identificación de estas situaciones se realizó atendiendo a los diferentes aspectos que, de una u otra manera, aportan una perspectiva sistémica de las mismas: edad de los niños y niñas en el momento de llevarse a cabo, estrategia de recolección de datos, tipo de agrupamiento, técnica de recogida de la información, tipo de situación matemática, momento en el que se llevó a cabo, eje de contenido observado –aritmética, geometría y álgebra-, contexto de realización –vida cotidiana, proyectos de trabajo, juegos y actividades lúdicas semiestructuradas-, y lenguaje empleado –oral y escrito-.

El código alfanumérico que permite identificar las distintas situaciones analizadas, y que se recogen en dicha tabla se conforma de la el siguiente manera: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual–I-. Estos códigos se registran, como corresponde, en la tabla de códigos utilizados a lo largo de esta memoria (véase en Listado de Códigos, p.23).

En dichos tramos de escenas, se identifican los segmentos mínimos dotados de significado relevante a efectos de la investigación (unidades de análisis: primer nivel de interpretación de datos). La identificación de las unidades de análisis consideradas saturadas por su presencia reiterada y significativa en distintos contextos de la investigación (segundo nivel de interpretación de datos), afianza el proceso de triangulación y cristalización de la información (tercer nivel de interpretación de datos).

Dado el volumen de los tramos de escenas sometidas a análisis y con la intención de realizar un análisis lo más exhaustivo posible de todo el material que las mismas aportan, se organizaron 6 núcleos de análisis contando, respectivamente con 40 tramos-escenas con equivalencia de representatividad. Es decir, en cada uno de estos seis núcleos se incluye, asumiendo el carácter arbitrario de esta selección, material registrado a través de diferentes estrategias de recolección de datos: diversos agrupamientos –observación participante y grupos de discusión en gran y pequeño grupo-, así como de los aspectos matemáticos emergentes en ellos –aritmética, geometría y álgebra-.

Una vez organizados los seis núcleos, se identifican en cada uno de ellos los segmentos mínimos dotados de significado relevante a efectos de la investigación (unidades de análisis: primer nivel de interpretación de datos, tal como se indica en apartados anteriores). A efectos del espacio disponible, en la presente memoria, se presenta, a modo de demostración del proceso seguido en todos los núcleos, el análisis realizado en uno de ellos (véase Tabla 8, p.266).

La saturación de las categorías de análisis que se interpretan en, los seis núcleos, es decir su repetitividad y significatividad en distintos ámbitos de análisis (segundo nivel de interpretación de datos), propicia la triangulación y cristalización de la información (tercer nivel de interpretación de datos) con el muestreo teórico y la información aportada por otras fuentes, tal como se informa en el Capítulo 5 (véase p. 395).

TABLA 7.- SITUACIONES-PROBLEMA DESARROLLADAS A LO LARGO DE LA INVESTIGACIÓN

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
3-4-5.1-2-3.1 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Elaboración del cartel que informa a las familias de la celebración de cumpleaños y su fecha	2011/ 2014	x			x				x	x
3-4-5.1-2-3.2 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Anotación en el calendario de los eventos del mes	09/13 10/13	x			x				x	x
3.1.3 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego del Bingo (números del 1 al 5)	11/11	x					x		x	x
3.1.4 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego de Dominó de animales	11/11	x	x				x		x	
3.1-2.5 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego de Bingo número-cantidad	11/11 02/12	x					x		x	x
3.1.6 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Asamblea acerca del número de la talla de los zapatos	12/11 02/12	x		x		x			x	
3.1-2.7 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as Fotografía	Anotación de la propia talla de zapatos	12/11 01/12 02/12	x				x			x	x
3.1.8 OP-GG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego "Tapa la tabla" (tapar tantas casillas como cantidad salga en un dado hasta completar la tabla)	12/11 05/12	x					x		x	x
3.1-2.9 OP-PG	Observación	Por equipos	Cuaderno de	Juego de recorrido (tipo Oca	12/11	x					x		x	x

Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
	Participante	Pequeño Grupo	Campo	pero con menos casillas)	01/12									
3.2-3.10 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego "Cherry 0" (obtener tantas piezas como puntuación obtenida en un dado hasta que se terminen)	01/12 02/12 05/12	x					x		x	x
3.2-3.11 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Construcción de casas iguales a partir de bloques de construcciones	02/12 03/12 05/12	x	x					x	x	
3.2.12 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego "Cuadraditos tantos como" (obtener grupos de figuras cuadradas en función de la puntuación obtenida con un dado)	02/12	x	x				x		x	x
3.2.13 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Composición de una figura sencilla a partir de las piezas de un tangram	02/12	x	x				x		x	
3.2.14 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Asamblea sobre la medida de nuestros cuerpos	02/12	x		x		x			x	
3.2.15 OP-PG GD-PG	Observación Participante Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as Fotografía	Medición, anotación de la propia medida y comparación con la de los compañeros. Uso del metro	02/12 03/12	x		x		x			x	x
3.2.16 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Asamblea sobre el peso del propio cuerpo	03/12	x		x		x			x	
3.2.17 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño	Cuaderno de Campo	Medición, anotación del propio peso y comparación	03/12	x		x		x			x	x

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
		Grupo	Producciones escritas de los niños/as Fotografía	con el de los compañeros. Uso de la báscula										
3.3.18 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Búsqueda del número de teléfono y llamada a la granja-escuela para contratar visita y concertar fecha	04/12	x				x			x	
3.3.19 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Elección de la compañía de autobuses tras la comparacion de dos presupuestos dados	04/12	x		x		x			x	x
3.3.20 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Búsqueda del número de teléfono y llamada para la contratación de autobuses concertando fecha y hora de recogida	04/12	x				x			x	
3.3.21 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Anotación en el calendario común de la fecha de salida a la granja-escuela	04/12	x				x			x	x
3.3.22 GD-GG	Grupo de Discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Elección de la pareja con la que se viajará en autobús y anotación del orden de las mismas	04/12	x				x			x	x
3.3.23 OP-PG GD-PG	Observación Participante Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Análisis del mapa de la Comunidad de Madrid y del trayecto entre la localidad del colegio y la de la granja-escuela	04/12		x			x			x	x
3.3.24 OP-PG	Observación	Por equipos	Cuaderno de	Juego de la Oca	04/12	x					x		x	x

Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

Código alfanumérico	**ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS**	**AGRUPAMIENTO**	**TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS**	**SITUACIÓN - PROBLEMA**	**FECHA**	**EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS**			**CONTEXTOS DE REALIZACIÓN**				**LENGUAJE EMPLEADO**	
						Aritmética	**Geometría**	**Álgebra**	**Vida cotidiana/ Rutinas**	Proyectos de trabajo	**Juegos**	Actividades lúdicas semiestructuradas	**Oral**	**Escrito**
	Participante	Pequeño Grupo	Campo Fotografía											
3.3.25 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego del Bingo (números del 1 al 20)	04/12 05/12	x					x		x	x
4.1-2-3.26 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Gráfica del tiempo del mes	2012/ 2013	x			x				x	x
4-5.1-2-3.27 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Elaboración del calendario del mes	2012/ 2014	x			x				x	x
4-5.1-2-3.28 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Comparación de los valores de los termómetros externo e interno y relación con la sensación térmica en el aula y fuera de ella	2012/ 2014	x			x				x	
4.1.29 OP-PG GD-PG	Observación Participante Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo Vídeo Fotografía Producciones escritas de los niños/as	Organizando datos Tablas que recogen la información de los lugares de vacaciones de los alumnos/as	08/10/12 10/10/12 17/10/12 07/11/12	x				x			x	x
4.1.30 OP-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Como ha venido nuevo un amigo, cuántos somos ahora	30/10/12	x			x				x	
4.1.31	Observación	Toda la clase	Audio	Tarjetas conformando el	23/10/12	x			x				x	

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
OP-GG GD-GG	Participante Grupo de discusión	Gran Grupo		nombre propio letra a letra Resolución del problema: ¿Cuántas bolitas de blu-tack son necesarias según el número de letras del nombre?	20/11/12 05/11/12 07/11/12 13/11/12 14/11/12									
4.1.32 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Medida de la temperatura interior y exterior, comparación de los valores y relación con la sensación térmica en el aula y fuera de ella	23/10/12	x		x	x				x	
4.1.33 OP-PG	Observación Participante	Algunos niños Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Audio	Situación espontánea: cómo establecer cuánto tiempo permanecer cada uno en el balancín	24/10/12	x		x	x				x	
4.1.34 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Resolución de un problema: si Iván se incorpora a nuestra clase, cuántos amigos seremos	30/10/12	x			x				x	
4.1.35 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Vídeo Producciones escritas de los niños/as	Pegada de gomets en un papel según el número indicado en el mismo	07/11/12 12/11/12 19/11/12	x						x	x	x
4.1.36 OP-GG	Observación Participante	Toda la clase Gran Grupo Por equipos	Cuaderno de Campo	Gráfica del tiempo que hizo en octubre de 2012	21/11/12	x			x				x	x
4.1.37 OP-I	Observación Participante	Individual	Cuaderno de Campo Fotografía	Registro de libros de préstamo de la biblioteca de aula en tabla teniendo en cuenta fecha y número (código) del ejemplar	09/11/12 16/11/12 23/11/12 30/11/12	x			x				x	x
4.1.38 OP-PG	Observación	Por equipos	Cuaderno de	Merienda matemática con	15/11/12	x	x					x	x	

Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
	Participante		Campo	compañeros de 4º de primaria: mitades, cantidades										
4.1.39 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea sobre cómo cortar un papel en dos mitades iguales	26/11/12	x	x		x				x	x
4.1.40 OP-PG GD-PG	Observación Participante Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo	Vídeo Producciones escritas de los niños/as	Gráfica del tiempo	3/12/12 28/01/13 25/02/13	x			x				x	x
4.1.41 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Elaboración de un marco con serie de gomets	14/12/12	x	x		x				x	x
4.2.42 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego del Bingo (números del 1 al 20)	14/01/13 11/02/13 4/03/13	x					x		x	x
4.2.43 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Vídeo Fotografía Producciones escritas de los niños/as	Juego de recorrido tipo Oca pero más breve (esqueleto)	14/01/13 16/01/13 23/01/13	x					x		x	x
4.2.44 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego de dados (coger tantas fichas y del color que indique la tirada de los dados)	18/01/13	x					x		x	x
4.2.45 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea sobre cuántos niños tendrían que venir a la clase para que fuéramos en total 30	24/01/13	x			x				x	
4.2.46 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Vídeo Producciones escritas de los niños/as	Reproducción de un modelo con petición por escrito de pegatinas necesarias para realizarlo (esqueleto)	21/01/13 23/01/13 29/01/13 30/01/13	x						x	x	x
4.2.47	Participante	Toda la clase	Audio	Reflexión sobre cómo	30/01/13	x			x				x	

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
GD-PG	Grupo de discusión	Por equipos Pequeño grupo		completar una recta numérica a la que le faltan números										
4.2.48 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Vídeo Producciones escritas de los niños/as	Cuánto pesamos. Medición, anotación del propio peso y comparación con el de los compañeros. Uso de la báscula	23/01/13 8/04/13	x		x		x			x	x
4.2. 49 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea sobre la actividad de medirnos	04/02/13	x		x		x			x	
4.2.50 GD-PG	Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo	Vídeo Fotografía Producciones escritas de los niños/as	Cuánto medimos. Medición, anotación de la propia medida y comparación con la de los compañeros. Uso del metro	4/02/13 11/02/13	x		x		x			x	x
4.2.51 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Vídeo	Asamblea sobre la talla de los zapatos de cada uno	13/02/13	x		x		x			x	
4.2.52 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Vídeo Producciones escritas de los niños/as	Recogida por escrito de la talla de zapatos de cada uno y comparativa con el resto	13/02/13	x		x		x			x	x
4.2.53 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Realización de puzle de sombras (atributos de las figuras)	25/02/13		x				x		x	
4.2.54 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Manipulación de un pulmón de cerdo (atributos del órgano y asociación con el sistema respiratorio)	25/02/13	x	x			x			x	
4.2.55 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Manipulación de un cerebro de cerdo (atributos del órgano y asociación con el sistema nervioso)	25/03/13	x	x			x			x	

Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
4.2.56 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego de la Oca	03/13	x					x		x	x
4.2.57 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Manipulación de riñones de cerdo (atributos del órgano y asociación con el sistema urinario)	04/03/13	x	x			x			x	
4.3.58 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea sobre el número de zapato	04/03/13	x		x		x			x	
4.3.59 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Vídeo	Asamblea sobre medidas iguales con diferentes instrumentos de medida	07/03/13	x		x		x			x	
4.2.60 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Gráfica del tiempo del mes	11/03/13 22/04/13	x			x				x	x
4.2.61 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea sobre la medida del intestino	08/04/13	x				x			x	
4.3.62 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Vídeo Producciones escritas de los niños/as	Elaboración del cartel del calendario del mes de mayo	30/04/13	x			x				x	
4.3.63 OP-GG GD-GG OP-PG GD-PG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo Por equipos Pequeño Grupo	Vídeo	Cuadro de Picasso: Las señoritas de Avignon: - Asamblea acerca del cuadro y su composición; - Constitución de equipos por número de componentes necesario;	17/04/13 18/04/13 22/04/13 24/04/13 06/05/13	x	x			x		x	x	

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
				- Elección de señorita por cada alumno; - Resolución de conflictos de la elección de señoritas; - Formación del cuadro con nuestros cuerpos; - Realización del cuadro atendiendo a la organización espacial.										
4.3.64 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea sobre cómo expresar cuántos niños y cuántas niñas somos	05/06/13	x			x				X	
4.3.65 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio Producciones escritas de los niños/as	Asamblea sobre la simetría de la cara	06/05/13	x	x			x			x	
4.3.66 OP-I	Observación Participante	Individual	Vídeo	Dibujo de la simetría del propio rostro	06/05/13 08/05/13		x			x				x
4.3.67 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego de la "Caja de cerillas" (composición y descomposición numérica)	20/05/13	x					x		x	
4.3.68 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego de cartas "Guerra" (comparación de cantidades)	27/05/13	x					x		x	x
4.3.69 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Asamblea acerca de la cifra por la que comienza cada decena y otros números mayores	29/05/13	x			x				x	
4.3.70 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase	Vídeo	Asamblea acerca de qué son y para qué sirven las sumas, y	17/06/13	x				x			x	

Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
		Gran Grupo		qué son las matemáticas										
4.3.71 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Asamblea acerca de los números de nuestro cuerpo	17/06/13	x				x			x	
4.3.72 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Asamblea acerca del peso y la medida de nuestro cuerpo	18/06/13	x		x		x			x	
5.1-2-3.73 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as Fotografía	Elaboración de un cuadrante de riego de plantas analizadas sus características	2012/ 2014	x			x				x	x
5.1.74 GD-PG	Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo	Audio	Reflexión acerca de cómo se escribe el número 25 y los números infinitos	18/09/13	x			x				x	
5.1.75 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea sobre el número de zapato de cada uno	03/10/13	x		x		x			x	
5.1.76 OP-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Análisis del mapa de Villarejo y búsqueda de la torre	17/10/13	x	x			x			x	x
5.1.77 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio Fotografía	Asamblea para elegir la compañía de autobuses en función de dos presupuestos dados	21/10/13	x		x		x			x	x
5.1.78 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Asamblea acerca de si cabremos o no en el autobús a partir del plano del mismo	21/10/13	x	x			x			x	x

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
5.1.79 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea acerca de en qué número de asiento viajaremos en el autobús	22/10/13	x				x			x	
5.1.80 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea para decidir cuántos autobuses se necesitan en función de su número de plazas	22/10/13	x				x			x	x
5.1.81 OP-I	Observación Participante	Individual	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Dibujo de un castillo a partir de unir los números de forma ordenada	29/10/13 30/10/13	x				x			x	x
5.1.82 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea sobre los cuidados de una planta a partir de la lectura de sus características	31/10/13	x			x				x	
5.1.83 GD-PG	Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía Producciones escritas de los niños/as	Búsqueda de un monumento en un mapa a partir de varias premisas	06/11/13 12/11/13		x			x			x	x
5.1.84 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Audio Producciones escritas de los niños/as	Resolución de un problema aritmético: La torre más alta	06/11/13 07/11/13	x				x			x	
5.1.85 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Audio Producciones escritas de los niños/as	Completar las casillas vacías de una serie numérica	08/11/13	x		x				x	x	x
5.1.86 OP-PG	Observación	Por equipos	Cuaderno de	Construcción de una figura	11/13	x	x				x		x	

Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
	Participante	Pequeño Grupo	Campo Fotografía	dada a partir de las piezas de un tangram	01/14									
5.1.87 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego de la oca utilizando dos dados de puntitos	05/11/13 26/11/13 21/01/14	x					x		x	
5.1.88 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego de cartas: guerra (sumas y comparación de cantidades)	11/13	x					x		x	
5.1.89 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Construcción de figuras complejas a partir de figuras simples dadas (círculo, cuadrado, triángulo)	11/13 12/13		x				x		x	
5.1.90 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego de Camelot (colocación de piezas de madera para solucionar un problema dado)	11/13 01/14		x				x		x	
5.1.91 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego de simetrías con tapones (tablero doble en el que colocar las piezas de forma simétrica)	11/13	x	x				x			
5.1.92 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego de pesca (suma de puntuaciones según el valor de los peces)	11/13	x					x		x	
5.1.93 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea acerca de qué son y para qué se usan los números ordinales	13/11/13	x			x				x	
5.1.94 OP-GG	Observación Participante	Toda la clase	Cuaderno de Campo	Asamblea sobre el *Juego de los Chinos* (Sumas)	18/11/13	x		x			x		x	

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
GD-GG	Grupo de discusión	Gran Grupo												
5.1.95 OP-GG OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Taller de bolas de malabares: construcción según instrucciones y decisión de cuántas elaborar, y asamblea para decidir cuántas se venden en cada trueque	20/11/13	x				x			x	
5.1.96 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Audio Producciones escritas de los niños/as	Reproducción de un modelo con petición por escrito de pegatinas (castillo)	25/11/13 26/11/13 03/11/13 09/11/13	x				x			x	x
5.1.97 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Asamblea sobre el cálculo del dinero que necesitaremos llevar para pagar la entrada al castillo	28/11/13	x				x			x	x
5.1.98 OP-GG	Observación Participante	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Análisis del plano del aula de psicomotricidad y decisión de la distribución de puestos del mercadillo medieval	29/11/13	x	x			x			x	x
5.1.99 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía Producciones escritas de los niños/as	Taller de aromas: elaboración según receta por cucharadas de ingredientes	04/12/13	x				x			x	x
5.1.100 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Asamblea sobre cuántos autobuses se necesita contratar para viajar las cuatro clases juntas	04/12/13	x				x			x	
5.1.101 GD-GG	Grupo de	Toda la clase	Audio	Asamblea sobre si cabremos en un autobús con los	04/12/13	x				x			x	

Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
	discusión	Gran Grupo		niños/as de la clase de al lado										
5.1.102 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio Fotografía Producciones escritas de los niños/as	Asamblea sobre si cabremos en un autobús de 60 plazas la clase de al lado y la nuestra	05/12/13	x				x			x	
5.1.103 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio Fotografía	Asamblea sobre qué trayecto de autobús elegir según el presupuesto dado por la compañía	05/12/13	x				x			x	
5.1.104 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Juego de encontrar las diferencias entre dos imágenes iguales dadas	12/13 03/14	x	x				x		x	x
5.1.105 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Audio Fotografía	Reflexión sobre la receta de elaboración de pan para nuestro mercadillo medieval	11/12/13	x				x			x	
5.2.106 GD-PG	Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo	Audio	Reflexión sobre qué día es hoy si el viernes fue día 10	13/01/14	x			x				x	
5.2. 107 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Realización de un castillo de números completando los que faltan siguiendo el orden de la serie numérica	20/01/14	x		x		x			x	x
5.2.108 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Recuento de 220 castañas para llevar un control y que no se pierdan	31/01/14	x			x				x	

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
5.2.109 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Elaboración de una agenda con los cumpleaños de todos los compañeros	01/14 02/14 03/14 04/14 05/14	x						x	x	x
5.2.110 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Práctica de sumas con el formato de los mayores de primaria	01/14 02/14 03/14	x						x	x	x
5.2.111 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego del Uno (juego de cartas de comparación de cantidades, atendiendo a diferentes propiedades como el color de la carta)	01/14 02/14 03/14	x					x		x	x
5.2.112 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego del Buscanúmeros (completar serie numérica con los números ocultados)	01/14 03/14	x						x	x	x
5.2.113 OP-PG GD-PG	Observación Participante Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Invención por parte de los niños de problemas matemáticos de forma oral	02/14	x						x	x	
5.2.114 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego de la oca con dos dados de números, no puntitos	02/14 04/14	x					x		x	x
5.2.115 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo	Juego del Bingo del 1 al 99	02/14	x					x		x	x
5.2.116	Observación	Toda la clase	Audio	Cuántos niños/as investigan	14/02/14	x				x			x	

Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
OP-GG	Participante	Gran Grupo		cada planeta para que sea equilibrado y haya el mismo número de niños/as										
5.2.117 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Asamblea sobre el número de estrellas en el cielo y edad de las mismas	24/02/14	x				x			x	
5.2.118 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Seguimiento por observación directa y anotación diaria de las fases de la luna a lo largo de un mes	03/14		x			x			x	x
5.2.119 OP-PG GD-PG	Observación Participante Grupo de discusión	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía Producciones escritas de los niños/as	Síntesis de la información obtenida de cada planeta por equipos de trabajo: tamaño, tiempos de rotación y traslación, atributos, número de satélites	03/14 04/14	x	x	x		x			x	x
5.2.120 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Análisis de diferentes constelaciones por su forma, número de estrellas, estrella alpha e historia mitológica	03/14 04/14 05/14	x	x			x			x	x
5.2.121 GD-PG	Grupo de Discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio	Operación de la resta: recuento de botes necesarios para hacer cada uno la manualidad del caleidoscopio de la constelación de la Osa Mayor	03/14	x				x			x	
5.2.122 OP-I	Observación Participante	Individual	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Investigación de la propia constelación en función de la fecha de nacimiento	03/14	x	x			x			x	x

Código alfanumérico	ESTRATEGIA DE RECOLECCIÓN DE DATOS	AGRUPAMIENTO	TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS	SITUACIÓN - PROBLEMA	FECHA	EJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS			CONTEXTOS DE REALIZACIÓN				LENGUAJE EMPLEADO	
						Aritmética	Geometría	Álgebra	Vida cotidiana/ Rutinas	Proyectos de trabajo	Juegos	Actividades lúdicas semiestructuradas	Oral	Escrito
5.2.123 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Audio Fotografía	Análisis de las fechas de nacimiento de renombrados astrónomos	04/14 05/14	x				x			x	x
5.2.124 GD-GG	Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo	Cuaderno de Campo	Puesta en común de los datos obtenidos de la observación directa de la luna durante un mes	10/04/14	x	x			x			x	x
5.3.125 OP-PG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía Producciones escritas de los niños/as	Elaboración del índice del libro realizado en la clase a partir de la investigación acerca del espacio, y paginación del mismo	22/04/14 23/04/14	x		x		x			x	x
5.3.126 OP-GG GD-GG	Observación Participante Grupo de discusión	Toda la clase Gran Grupo Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Producciones escritas de los niños/as	Análisis del mapa de la localidad y del punto de encuentro con el mago de las estrellas	13/05/14	x	x			x			x	x
5.3.127 OP-PG	Observación Participante	Por equipos Pequeño Grupo	Cuaderno de Campo Fotografía	Juego "Cierra la caja" (adición y composición/descomposición numérica)	05/14	x					x		x	x

Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

Tal como se señala en párrafos anteriores, cada uno de los seis núcleos de situaciones que se organizan a efectos de su análisis está conformado, equitativamente, por las diferentes estrategias de recolección de la información con los estilos de agrupamiento utilizados y atendiendo a los aspectos matemáticos surgidos en los distintos tramos de escenas. Se especifica a continuación la configuración del tramo que se presenta en la presente memoria (en la que se mantienen los mismos códigos que se utilizan en el caso de la información global de las situaciones-problema -véase Tabla 7, p.249-).

TABLA 8.- NÚCLEO DE ANÁLISIS PRESENTADO EN LA MEMORIA DE INVESTIGACIÓN

EDAD DE LOS NIÑOS/AS EN EL MOMENTO DE LA REALIZACIÓN	EJE DE CONTENIDO MATEMÁTICO	OBSERVACIÓN PARTICIPANTE GRAN GRUPO	OBSERVACIÓN PARTICIPANTE PEQUEÑO GRUPO	GRUPO DE DISCUSIÓN GRAN GRUPO	GRUPO DE DISCUSIÓN PEQUEÑO GRUPO
3 AÑOS DE EDAD	***Aritmética***	3.3.18.- Búsqueda del número de teléfono y llamada a la granja-escuela para contratar visita y concertar fecha	3.1.7.- anotación de la propia talla de zapatos	3.3.22.- Elección de la pareja con la que se viajará en autobús y anotación del orden de las mismas	
	Geometría		3.2-3.11.- Construcción de casas iguales a partir de bloques de construcciones		3.3.23.- Análisis del mapa de la Comunidad de Madrid y del trayecto entre la localidad del colegio y la de la granja-escuela
	Álgebra			3.3.19.- Elección de la compañía de autobuses tras la comparación de dos presupuestos dados	
4 AÑOS DE EDAD	***Aritmética***	4.1.31.- Tarjetas conformando el nombre propio letra a letra Resolución del problema: ¿Cuántas bolitas de *blue-tack* son necesarias según el número de letras del nombre? 4.1.32.- Medida de la temperatura interior y exterior, comparación de los valores y relación con	4.1.29.- Organizando datos Tablas que recogen la información de los lugares de vacaciones de los alumnos/as 4.2.43.- Juego de recorrido tipo Oca pero más breve (esqueleto)	4.3.59.- Asamblea sobre medidas iguales con diferentes instrumentos de medida 4.2.61.- Asamblea sobre la medida del intestino	4.2.47.- Reflexión sobre cómo completar una recta numérica a la que le faltan números

EDAD DE LOS NIÑOS/AS EN EL MOMENTO DE LA REALIZACIÓN	EJE DE CONTENIDO MATEMÁTICO	OBSERVACIÓN PARTICIPANTE GRAN GRUPO	OBSERVACIÓN PARTICIPANTE PEQUEÑO GRUPO	GRUPO DE DISCUSIÓN GRAN GRUPO	GRUPO DE DISCUSIÓN PEQUEÑO GRUPO
		la sensación térmica en el aula y fuera de ella			
	Geometría	4.1.39.- Asamblea sobre cómo cortar un papel en dos mitades iguales 4.3.65.- Asamblea sobre la simetría de la cara	4.3.63.- Cuadro de Picasso: Las señoritas de Avignon. Formación del cuadro con nuestros cuerpos	4.3.63.- Cuadro de Picasso: Las señoritas de Avignon: -Asamblea acerca del cuadro y su composición; -Constitución de equipos por número de componentes necesario	4.3.63.- Cuadro de Picasso: Las señoritas de Avignon: Realización del cuadro atendiendo a la organización espacial.
	Álgebra			4.3.69.- Asamblea acerca de la cifra por la que comienza cada decena y otros números mayores	4.2.50.- Cuánto medimos. Medición, anotación de la propia medida y comparación con la de los compañeros. Uso del metro
5 AÑOS DE EDAD	***Aritmética***	5.1.95.- Taller de bolas de malabares: asamblea de decisión de cuántas vender 5.2.116.- Cuántos niños/as investigan cada planeta para que sea equilibrado y haya el mismo número de niños/as	5.1.95.- Taller de bolas de malabares: construcción según instrucciones y decisión de cuántas elaborar 5.1.105b.- Receta de elaboración de pan para nuestro mercadillo medieval 5.2.107.- Realización de un castillo de números completando los que faltan siguiendo el orden de la serie numérica	5.1.77.- Asamblea para elegir la compañía de autobuses en función de dos presupuestos dados 5.1.97.- Asamblea sobre el cálculo del dinero que necesitaremos llevar para pagar la entrada al castillo 5.1.100-103.- Asamblea sobre cuántos autobuses se necesita contratar para viajar las cuatro clases juntas. Asamblea sobre si cabremos en un autobús con los niños/as de la clase de al lado. Asamblea sobre si cabremos en un autobús de 60	5.2.106.- Reflexión sobre qué día es hoy si el viernes fue día 10 5.2.121.- Operación de la resta: recuento de botes necesarios para hacer cada uno la manualidad del caleidoscopio de la constelación de la Osa Mayor

EDAD DE LOS NIÑOS/AS EN EL MOMENTO DE LA REALIZACIÓN	EJE DE CONTENIDO MATEMÁTICO	OBSERVACIÓN PARTICIPANTE GRAN GRUPO	OBSERVACIÓN PARTICIPANTE PEQUEÑO GRUPO	GRUPO DE DISCUSIÓN GRAN GRUPO	GRUPO DE DISCUSIÓN PEQUEÑO GRUPO
				plazas la clase de al lado y la nuestra. Asamblea sobre qué trayecto de autobús elegir según el presupuesto dado por la compañía	
	Geometría	5.1.76.- Análisis del mapa de Villarejo y búsqueda de la torre	5.1.86.- Construcción de una figura dada a partir de las piezas de un tangram	5.1.78.- Asamblea acerca de si cabremos o no en el autobús a partir del plano del mismo	5.1.83.- Búsqueda de un monumento en un mapa a partir de varias premisas
	Álgebra	5.1.94.- Asamblea sobre el Juego de los Chinos (Sumas)		5.1.93.- Asamblea acerca de qué son y para qué se usan los números ordinales 5.2.108.- Recuento de 220 castañas para llevar un control y que no se pierdan	5.1.74.- Reflexión acerca de cómo se escribe el número 25 y los números infinitos

La interpretación de los núcleos de situaciones-problema registradas, organizadas en seis núcleos siguiendo las pautas de distribución que se muestran en el que se presenta en esta memoria (véase Tabla 8, p. 266), ha sido realizado, según se indica en el diseño de investigación (Capítulo 3), mediante un proceso de codificación conjunta (MacQueen, McLellean, Kay, y Milstein, 1998; Saldaña, 2009), comparación constante entre códigos y establecimiento de categorías centrales (Corbin y Strauss, 1990) teniendo en cuenta las revisiones que sobre este tipo de categorización aporta Sirvent (2003) en el contexto del Método Comparativo Constante (M.C.C.), cuyo pasos se especifica a continuación:

<u>Primer paso</u>: Se aborda la transcripción de todos los materiales empíricos disponibles (transcripciones, textos, entrevistas, documentos, relatos, etc.) en un registro a tres columnas:

REGISTRO	COMENTARIOS	ANÁLISIS

En el caso de la presente investigación, la primera columna, *Registro*, se completó con las transcripciones recogidas a partir de las grabaciones de audio y vídeo, entrevistas, cuaderno de campo, etc. de todas las situaciones matemáticas que se llevaron a cabo.

La segunda columna, *Comentarios*, recoge la subjetividad de la investigadora: se registran las emociones, reacciones, preconceptos, valoraciones que se originan de la realidad examinada. Estas expresiones colaboraron más tarde con el proceso de entramado entre las significaciones que se realizaron y las que surgieron del campo de estudio.

Completar la tercera columna, *Análisis*, implica identificar los segmentos mínimos dotados de significado relevante a efectos de la investigación (unidades de análisis); este proceso se lleva a cabo a partir los siguientes pasos.

Segundo paso: Seguidamente, se trata de realizar una inmersión lo más exhaustiva posible acerca del fenómeno que se estudia. Así, se realizó una re-lectura detenida, intensiva y crítica de los materiales recogidos en el escenario que posibilitó una visión de conjunto para asegurar un buen proceso de categorización, identificando fragmentos del discurso, unidades de significado, que sostuvieran aspectos relevantes al objeto de estudio. Cada una de las categorías trató de dar sentido a una frase, párrafo o idea que apareció en las dos columnas anteriores.

Tercer paso: Este paso implica el reconocimiento de los temas emergentes, unidades de sentido llamativos para la investigadora, con la intención de llevar a cabo un etiquetado de las mismas que los identifique. Este proceso comparativo continuó hasta que todas las unidades de sentido (o incidentes) fueron categorizadas.

Cuarto paso: Este paso radica en el reconocimiento de los temas recurrentes a partir de las categorías o grupos de categorías -y el análisis de los conceptos que de ellos se derivan- que se repiten con mayor frecuencia en la tercera columna.

Quinto paso: En este punto se realiza el fichado de los temas recurrentes, seleccionando las categorías que han aparecido con mayor asiduidad y utilizándolas como títulos bajo los cuáles se transcriben las informaciones, los incidentes, que se repiten con mayor frecuencia y que han sido categorizados con este nombre, etiqueta o código en cada uno de los materiales de campo recogidos.

Sexto paso: Este paso requiere abordar la comparación de los incidentes contenidos en el fichado en busca de aspectos comunes y no comunes. En su transcurso, es habitual hallar atributos diferentes entre los incidentes de una misma categoría, propiedades de las categorías. A continuación, se busca qué propiedad de una categoría pertenece a un dato o a qué parte de una teoría emergente pertenece a un incidente.

Séptimo paso: Por último, se realiza la escritura de pequeños informes en los que se registran los progresos que se van extrayendo en la teorización. Se recomienda el uso de gráficos, redes, u otros objetos por parte de los autores del Método Comparativo Constante que muestren de forma potente las relaciones y nexos entre los datos.

A continuación, se presenta la identificación de segmentos de los análisis realizados en esta etapa de la investigación, atendiendo al núcleo de situaciones al que se aludió anteriormente, y siguiendo el orden expresado en la tabla 7 (véase p. 249).

4.3.1.- ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS DE LOS DISTINTOS TRAMOS DEL NÚCLEO 1 DE LA INVESTIGACIÓN

Situación matemática 3.3.18 OP-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Búsqueda del número de teléfono y llamada a la granja-escuela para contratar visita y concertar fecha*. Tras revisar los niños y niñas de la clase varios folletos publicitarios de granjas-escuelas y elegir por votación cuál de ellas les gustaba más para acudir, se suscita la duda de si podremos ir, cuándo, cómo, etc. Se decide llamar por teléfono para preguntar todas estas cuestiones y se diseña la entrevista que se hará a la persona responsable. Cuando ésta está lista, se disponen a llamar por teléfono. Esta situación está enmarcada en los previos al comienzo de un proyecto en el que se investigará un animal concreto.

TABLA 9 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 3.3.18

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Subescenas 1) El folleto de la granja-escuela está a la vista de todos y todas en la asamblea. Se busca entre todos, el teléfono. La docente pregunta cómo lo encontraremos: "tiene números", apuntan unos cuantos. Algunos se levantan y señalan números y otros pequeños grupos de letras (titulares). Discuten sobre cuáles son números: "Como los de ahí" (señalando el calendario), "y los de la numérica" (señalando la recta de números que hay en la zona de asamblea, en la pared). 2) Los niños y niñas encuentran diversos números en el folleto: el de la dirección y código postal, el de las edades para la realización de actividades, los que expresan	Se observa en la primera subescena como algunos niños no reconocen en el folleto la diferencia entre números y letras, específicamente cuando son grupos de las mismas fuera de un texto extenso, como son los titulares. Se repara en que el resto de niños y niñas recurren a los números que están expuestos en la clase para ejemplificar (calendario, recta numérica). Implícitamente se los señala ya con la funcionalidad para la que se los utiliza en el aula (fechas importantes, conteo con un orden concreto…). Para reconocer cuál será el número de teléfono de entre los números, los niños y niñas recurren a tres estrategias: ensayo –error	***Contenidos matemáticos*** - Función del número como código o etiqueta; - Acercamiento a la aritmética: las propiedades del número, regularidad de la serie numérica; - El número como expresión de diferentes realidades; - Categorización en función de atributos; - La representación gráfica del número –la grafía-; ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>:

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
precios, el punto kilométrico, el número de niños y niñas que conforman los grupos, etc. 3) Surge la duda, ¿cuál de todos estos números es el de teléfono? Muchos sugieren probar a llamar, otras señalan al azar algunos de ellos. Se decide entre todos y todas probar con algunos de los números. La docente pone su teléfono con el altavoz conectado para que se pueda escuchar. Pide que le dicten los números. Salen algunos niños para hacerlo, y comienzan a nombrar en voz alta números entre los que saben unos y los que reconocen otros, pero aparecen algunos de ellos que no reconocen y el resto de niños y niñas les convocan a mirar cuál es recitando en la recta numérica que está en la asamblea, y así lo hacen. Se marcan algunos números que no corresponden a teléfonos (códigos postales, dirección, etc.) y se escucha en el altavoz que los números marcados no existen. 4) La docente pregunta qué podemos hacer, y una niña dice que tiene que tener muchos números. Se produce un debate en la búsqueda, pero sólo hay un grupo con bastantes cifras, el teléfono, así que probamos y llamamos. Efectivamente es el número de teléfono y responden a la llamada. 5) Se produce un gran alboroto y no se escucha nada, hasta que se les hace conscientes de ello y van pidiendo turno de palabra. Preguntan cuándo pueden ir, e instan a la profesora a anotar en el calendario la fecha que se propone –estaba acordado de antemano-, así lo hace. 6) También si hay que ir en avión, andando, cohete, en el coche de mamá, o en autocar (decidieron que autocar pertenece al ámbito escolar y autobús a los públicos de la calle en conversaciones previas). Desde la granja les sugieren autocar para que vayan todos juntos y por la distancia. Preguntan si hay comedor, si hay caballos, tractores, jirafas o leones, si dormiremos allí, y qué tienen que llevar, si pueden	(*sugieren probar a llamar*), azar y apelación al recuerdo desde sus conocimientos previos (*una niña dice que tiene que tener muchos números*), reconociendo que un número de teléfono implica muchas cifras. Se percibe como los niños y niñas han entrado en contacto a partir del folleto con números que se utilizan con diferentes funciones (codificación –el código postal-, memoria de cantidad - grupos de alumnos que componen los grupos-, expresión de magnitudes –medida, distancia que indica el punto kilométrico-, etc.). Se aprecia que los niños y niñas conocen implícitamente la función del número como etiqueta o código, no realizan ningún conteo ni tratan de explicar que se designa ninguna cantidad u orden. Cuando la docente pide que le dicten los números lo hacen sin más. Se subraya que la devolución acerca de si las estrategias empleadas por los alumnos y alumnas están siendo útiles, se da entre los propios compañeros y compañeras y en el resultado de su uso en la acción: *Se decide entre todos y todas probar con algunos de los números* o bien *Se marcan algunos números que no corresponden a teléfonos (códigos postales, dirección, etc.) y se escucha en el altavoz que los números marcados no existen.* Los niños y niñas ya observaron la regularidad de la recta numérica que se da en el orden de colocación de los números, siempre el mismo. Es por ello que, cuando no reconocen la grafía de un número, acuden a la misma ya que el recitado de la serie les llevará al reconocimiento de la grafía: 5 será *cinco*. Los alumnos y alumnas, en el uso cotidiano que se hace de él en el aula, reconocen y utilizan para la resolución de sus planificaciones, el calendario. Así, instan a la profesora a anotar la fecha que la responsable de la granja-escuela propone para la	Estrategias concretas: - Exploración de diferentes caminos de resolución; - Procedimientos informales: azar y ensayo-error; - Procedimientos más formales desde el punto de vista de la matemática convencional: acudir a la recta numérica, reconocer la utilidad del calendario. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Ausencia de ayuda por objetos concretos (alusión al recuerdo por la experiencia). - Relación con experiencias anteriores: transferencia; <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Contestan utilizando un valor cardinal; - Establecen categorías por atributos. Ámbito de la respuesta: - En el contexto de la asamblea, buscando estrategias diversificadas para la resolución de la situación. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema ***Otros aspectos emergentes*** De acuerdo al contexto, los niños y niñas reconocen que los números transmiten información, en este caso, como código. La situación está vinculada con una de las funciones del número. Los niños y niñas utilizan sus conocimientos no escolares para enfrentarse a las situaciones matemáticas: un número de teléfono “tiene muchos números”.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
montar en pony, etc. La responsable da respuestas a sus preguntas.	visita. En él, los números son nominaciones de los días del mes, y los niños y niñas pueden estimar los días que faltan o han pasado para determinados eventos. Se distingue que los niños y niñas apelan a la categoría de *transportes* cuando preguntan en qué medio hay que acudir: *avión, andando, cohete, en el coche de mamá, o en autocar*. Sin embargo, aún no tienen formada una categoría de *animales de granja* puesto que evocan animales sin más. En ningún momento, ningún alumno/a dice que no puede/sabe.	Pluralidad de aportes: los procedimientos que niños y niñas utilizan se combinan para llegar a una resolución que les parece óptima. Se verifica la validez de los procedimientos y resultados empíricamente, a partir de la experiencia. El desarrollo de la cotidianidad del aula ha dado lugar a una situación que debe ser resuelta a partir de procedimientos de índole matemática.

<u>Situación matemática 3.1.7 OP-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contexto: *Anotación de la propia talla de zapatos*. A lo largo del primer trimestre del curso de 3 años se lleva a cabo un proyecto denominado "Así soy yo" cuyo objetivo es el autoconocimiento, el conocimiento y respeto de los demás y sus características, y la creación de sentimiento de grupo en el aula. En este marco, el conocimiento de las propias características puestas en comparación con las de los demás, lleva a la búsqueda de las distintas tallas de zapatos. Tras una asamblea en la que experimentan en sus cuerpos y conversan acerca del tema: su utilidad, los contextos en los que es necesario conocer este dato, etc., se procede por equipos a buscar en el calzado la expresión numérica del tamaño del pie y su significado, y a registrar la propia en una hoja. En situaciones posteriores compararán este registro con el de los demás y su relación con el tamaño de los pies.

FIGURA 7 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 3.1.7.

TABLA 10 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 3.1.7

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) En cuanto se recuerda que se va a anotar la talla de los zapatos de cada uno/a, se descalzan rápidamente. Les provoca una motivación enorme el hecho de quitarse los zapatos y mirarse los unos a los otros pies y calcetines. Reproducen situaciones llevadas a cabo en la asamblea: poner pies contra pies –unos comparando tamaños, otros por el placer de juntar los pies con el amigo/a-, buscar números en el calzado, quitarse compulsivamente los calcetines… Hay muchas risas y complicidad entre los miembros del grupo. 2) Tras unos minutos en los que se deja que transcurran todos estos momentos, se retoma la finalidad de la actividad y se pregunta qué vamos a anotar: "*lo grande del pie, que ya soy mayor, qué pone en mi zapatilla, lo de aquí –señalando el número de la talla-, números*". 3) Se procede a buscar el número de la talla. Unos están en la suela, otros en la lengüeta, otros no tienen expresión numérica de la talla. Cuando no encuentran se fijan en dónde lo han encontrado los demás, o piden ayuda a la docente o a los compañeros/as. En las lengüetas hay muchos números –tallajes de diferentes países-. Ante la confusión, la docente rodea con un rotulador el número que se está buscando. Los niños y niñas anotan en el recuadro su talla: la mayoría de ellos trata de reproducir la marca notacional que se expresa en su zapato. Algunos de ellos, sin embargo, no tratan de imitar la notación y realizan marcas similares a las que realizan en la escritura de letras, propias de la segunda etapa de adquisición del sistema de escritura descrito por Ferreiro & Teberosky (1979), y Háschem (2002), en la que se realizan grafías primitivas. Algunos lo hacen expresando después su sentido matemático	Se observa como la docente trata de respetar la necesidad de actividad física estrechamente relacionada con la emocional, el contacto entre iguales, la emoción de compartir: *Hay muchas risas y complicidad entre los miembros del grupo.* Se advierte que los niños y niñas están altamente motivados con la situación, la viven como propia. Lo primero que hacen los niños y niñas es evocar la experiencia anterior que tuvo lugar en la asamblea, repitiendo algunas de las acciones que habían tenido lugar: *Reproducen situaciones llevadas a cabo en la asamblea: poner pies contra pies –unos comparando tamaños, otros por el placer de juntar los pies con el amigo/a-, buscar números en el calzado, quitarse compulsivamente los calcetines…* Se repara en que la docente, al preguntar cuál es la finalidad de la actividad, propicia la reformulación de la situación indicando con sus respuestas el nivel de comprensión de cada uno/a. Al explicar los niños y niñas en voz alta, parecen tener más claro el objetivo**:** *lo grande del pie, que ya soy mayor, qué pone en mi zapatilla, lo de aquí –señalando el número de la talla-, números.* Los niños y niñas recuperan para sí las estrategias de otros/as cuando no saben cómo solucionar: *Cuando no encuentran se fijan en dónde lo han encontrado los demás, o piden ayuda a la docente o a los compañeros/as.* También recurren al adulto. Se da cabida a los diferentes tipos de notación, más o menos cercanos a la convencionalidad. Este registro por escrito tiene	***Contenidos matemáticos*** - Función del número como expresión de una realidad o atributo (número en relación con la talla o tamaño del pie); - Función del número como memoria de un atributo; - Acercamiento al número para comparar realidades; - Acercamiento al sistema posicional de la numeración decimal (numeración arábiga). ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Anotar sin atender a establecer un paralelismo con la grafía del número (grafías primitivas), sin darle sentido matemático; - Anotar a partir de la realización de grafías primitivas pero comunicando su sentido numérico; - Anotar tratando de imitar la grafía que observa escrita en su calzado, sin asignarle un significado numérico; - Anotar tratando de imitar la grafía que observa escrita en su calzado y asignándole un significado numérico; - Anotar dándose autoinstrucciones: *con un dos y con un tres*; - Recitado de la serie numérica para encontrar el nombre de la grafía numérica de su zapato; - Adoptar las estrategias empleadas por otros/as como forma de resolución. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos emocionales y afectivos: *que ya soy mayor, qué pone en **mi** zapatilla…;* - *Procedimientos informales que requieren objetos concretos (acudir a los zapatos);* - *Procedimientos más formales desde el punto de vista de una matemática convencional: descomponer el número en cifras, acudir a la recta numérica.*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
(*es pequeñito porque soy una niña*) y otros no. En el momento de escribir su talla, muchos de ellos expresan oralmente la composición de la cifra: un dos y un tres. Algunos de ellos acuden a la recta numérica y recitan la serie hasta encontrar la grafía del número para asociarla a su nombre o expresión oral. Otros tratan de copiar la talla sin atender al nombre de la misma. La docente les insta a decir cuál es su talla y recoge las estrategias que emplearon los demás para reconocerla. La mayoría de ellos, entonces, recurre a la recta numérica por imitación.	carácter aritmético y ayudará en situaciones posteriores a recuperar la información. La docente trata de dar un soporte a los alumnos y alumnas que tienen confusión ante la información que encuentran: rodea la talla del zapato. La docente, al pedir a los alumnos /as que escriben su talla sin asociarla a un número, les convoca a resignificar las acciones, a recuperar el sentido de esa notación: *Otros tratan de copiar la talla sin atender al nombre de la misma. La docente les insta a decir cuál es su talla y recoge las estrategias que emplearon los demás para reconocerla. La mayoría de ellos, entonces, recurre a la recta numérica por imitación.* La docente trata de dar cabida a la pluralidad de estrategias con el fin de enganchar a los alumnos y alumnas en aquellas que les sean más cercanas a su zona de desarrollo próximo (en lo sucesivo, ZDP).	<u>Lenguaje oral y escrito matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Utilizan atributos o propiedades matemáticas para describir una realidad: *lo grande del pie, números;* - Expresan oralmente un valor cardinal*: un dos y un tres;* - Expresan por escrito notaciones con distintos niveles de convencionalidad: copiar la grafía expresando o no oralmente su significado, realizar una notación primitiva con o sin sentido matemático, registrar el número de forma convencional nombrándolo. Ámbito de la respuesta: - Oral y escrita en el contexto de registro de la información como memoria de datos que pueden ser utilizados posteriormente. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema; - Trata de vehicular las diferentes estrategias hacia las ZDP de los alumnos/as ***Otros aspectos emergentes*** Aparece la necesidad de movimiento, implicación emocional e intercambio con los otros/as, dándole sentido a la situación matemática.

<u>Situación matemática 3.2-3.11 OP-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contexto: *Construcción de casas iguales a partir de bloques de madera.* La situación tiene lugar como propuesta de actividad lúdica semiestructurada. El material utilizado es un juego de construcciones que consta de bloques de madera de formas y colores diferentes. Se propone a los niños y niñas que unos construyan sus casitas y que otros traten de hacerlas de forma que se vean igual. En situación de pequeño grupo, y por turnos, construyen con cuatro o cinco bloques. Los compañeros/as han de reproducirlas atendiendo al número de bloques, forma, color, tamaño y posición de las piezas.

FIGURA 8 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 3.2-3.11

TABLA 11 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 3.2-3.11

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) Al comenzar, algunos de los niños/as se sienten más motivados por experimentar con las construcciones libremente que por hacerlo siguiendo las instrucciones. Se deja un tiempo de juego y después se les recuerda la finalidad. 2) Tras ello, al principio, los niños/as cogen las fichas libremente, y acaban utilizando tantas piezas que a los que esperan para reproducir se les hace muy extensa esta espera, o bien muy difícil copiar la casita por tener demasiadas fichas o no tener ya suficientes iguales en la caja. Se decide acotar el número de fichas, dejando disponibles sus pares iguales. 3) En general, el/la niño/a que construye, no trata de verbalizar el número de piezas, posición, color, etc. más bien relacionan su construcción con casitas, cohetes, torres, etc. 4) Después, aunque se propuso realizarlo por parejas, se implican el resto de niños de la mesa en la tarea de copiar la construcción. Se permite porque el intercambio es rico. Como son varios/as, sí debaten: *no, esta no va aquí; pone un de este color; hay que ponerla derechita (vertical)…* En general, todos/as participan y obtienen las copias porque entre ellos se corrigen, sugieren. La docente permanece atenta por si algún niño/a no se implica pedirle su opinión o animarle a que pruebe. Si la torre a copiar es muy alta, algunos niños/as dejan de fijarse en los colores y formas para reproducir la altura: *yo gano, la mía es grande grande.* 5)	Se observa que la docente trata de respetar sus tiempos e intereses dejando un espacio a la libre experimentación. Cuando los niños y niñas sólo tenían que prestar atención a lo que hacía el otro/a, su atención era muy corta. Se percibe que se trata de ajustar el desarrollo de la tarea a su ZDP: *Se decide acotar el número de fichas, dejando disponibles sus pares iguales.* Los niños/as que realizan la casita modelo, no sienten la necesidad de expresar cantidades y atributos. Sí los que copian, pareciendo que les sirven de autoinstrucciones. La docente trata de atraer la atención de todos/as procurando que se involucren en la tarea. Aunque no se domine el lenguaje los niños y niñas tratan de suplirlo con otras explicaciones que implican la manipulación de objetos: *pone un de este color*.	***Contenidos matemáticos*** - Geometría: propiedades de los objetos y ubicación en el espacio; - Aritmética: número de piezas implicadas. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Procedimientos más primitivos: Realización de construcciones sin atender al número de piezas, colocación en el espacio o atributos; - Procedimientos más elaborados: construir entre varios, tocando, poniendo y quitando a partir de la comparación con la otra construcción que sirve de modelo, y atendiendo a los argumentos que aporta el grupo. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Verbalizaciones de número, posición o atributos en interacción con los otros; - Correcciones entre los miembros del grupo; - Procedimientos emocionales y afectivos: *yo gano, la mía es grande grande.* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje cotidiano para expresar propiedades matemáticas: *de este color;* - Aritmética: *pone **<u>un</u>** de este color* - Geométrica: *no, esta no va aquí; hay que ponerla derechita (vertical); la mía es más grande.*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
El tiempo de juego no excede siete/ocho minutos, después de esto, se distraen, tratan de levantarse, dejan de interesarse y abandonan.		Ámbito de la respuesta: - En el marco del trabajo en equipo. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema; - Ajusta la actividad en función de las dificultades que los niños y niñas van mostrando, tratando de hacerla accesible a su ZDP; - Convoca a todos los alumnos/as a participar. ***Otros aspectos emergentes*** En los tiempos de espera en los que sólo se involucra la atención, esta decae muy rápido. Las resoluciones son mucho más ricas cuando se implica el grupo que cuando tienen carácter individual. Se flexibilizan las instrucciones de la tarea desde la observación de su desarrollo: *Después, aunque se propuso realizarlo por parejas, se implican el resto de niños de la mesa en la tarea de copiar la construcción. Se permite porque el intercambio es rico. Como son varios/as, sí debaten.*

<u>**Situación matemática 3.3.22 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso**</u>

Contexto: *Elección de la pareja con la que se viajará en autobús y anotación del orden de las mismas.* En el marco de una próxima salida en la que hay que desplazarse en autocar, los niños y niñas eligen su pareja de viaje para los asientos. La docente va anotando las parejas acordadas siguiendo el orden de elección: 1ª pareja, 2ª pareja… y pide implicación para anotar cuál es el orden de cada una de ellas.

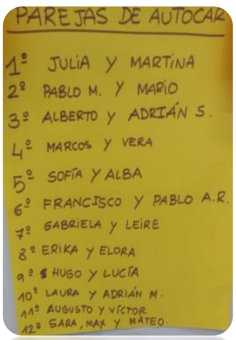


FIGURA 9 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 3.3.22

TABLA 12 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 3.3.22

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) La docente explica que va a anotar las parejas que los niños y niñas vayan acordando, siguiendo un orden, y ejemplifica (al mismo tiempo que escribe a la vista de todos/as): *la primera pareja es la de J. y M., ya tenemos la primera. A ver, ahora la…* Muchos niños y niñas dicen la 2, atendiendo a que ven escrito un uno y se está señalando justo debajo. *Sí, la dos, pero aquí decíamos la primera, esta entonces será la se….* Casi todos responden: *segunda.* 2) *¡Es como lo de casa, lo que subes!* Añade una niña. La docente reconoce que está refiriéndose al ascensor (a la numeración de los pisos por ordinales), y pregunta al resto si conocen esa cuestión. Muchos de los que viven en edificios sí se acuerdan*: donde le das así* (aludiendo al teclado del ascensor) 3) A continuación, se conforma la siguiente pareja por acuerdo entre ambos: P. (Profesora): (Retoma las anteriores) *Venga, la primera, la segunda y la…* N. (Niños/as): *Tercera*, responden muchos de ellos. 4) Después de esta pareja, les cuesta mucho decir el orden, saben que va el 4, y si no lo saben lo van a buscar en la recta numérica, pero ya no lo asocian con el nombre. Necesitan la pista verbal para poder seguir: *cuar…* (cuarta), *quin…* (quinta), *sex…* (sexta). A partir de aquí lo dice la docente. 5) La docente explica que estos números con el circulito que nombramos así: primero, segundo, tercero… los mayores los llaman *ordinales*. Un niño dice que *porque están ordenados así: 1, 2, 3…*, y la docente explica a todos que así es. Entonces, otro niño dice que es	La docente da pistas verbales para ayudarles a evocar lo que ella cree que ya conocen por su entorno. Los niños y niñas reconocen los ordinales en sus vidas cotidianas, aunque no sepan que se llaman así: *¡Es como lo de casa, lo que subes!* Algunos niños y niñas son capaces de deducir que tienen que ver con el orden. Reconocen esta regularidad del sistema. Se trabajan los números ordinales en el marco de una situación funcional para la vida del aula: anotar las parejas que viajarán juntas en el autocar. Se trata de poner en común el aporte de cada uno/a para que sirva de estrategia al resto. La docente retoma las anteriores en la idea de que con el "repaso" ayudará al razonamiento de las siguientes subtareas. Los niños y niñas acuden a la recta numérica para saber continuar la serie. Se observa que al conocimiento informal de los niños y niñas la profesora le da un lenguaje más formal: *estos números con el circulito que nombramos así:*	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: agrupamientos de dos en dos (parejas); sucesión de la serie numérica; ordinales. - Álgebra: en tanto que reflexionan acerca de una regularidad del sistema numérico: los ordinales siguen el mismo orden que los cardinales. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Procedimientos formales desde el punto de vista de una matemática convencional: acudir a la recta numérica; Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Utilización de conocimientos previos y establecimiento de relaciones con la situación matemática tratada: *¡Es como lo de casa, lo que subes! Añade una niña. La docente reconoce que está refiriéndose al ascensor (a la numeración de los pisos por ordinales);* - Relación de los conocimientos previos con aspectos emocionales y afectivos: *¡Es como lo de casa, lo que subes!; como en el cole de su hermano mayor;* - Ausencia de ayuda por objetos concretos: alusión al recuerdo por la propia experiencia. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Oral: utilizan respuestas ordinales, y cuando desconocen éstos, cardinales; - Corporal: levantarse y señalar el número en la recta numérica. Ámbito de la respuesta: - En el marco de una asamblea en la que recogen los aportes de todos/as y se convoca a cada uno/a a participar. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Trata de permanecer alerta para recoger las relaciones con las experiencias previas; - Intenta recoger los aportes de todos/as para que sirvan de andamiaje al resto. ***Otros aspectos emergentes*** Las pistas de tipo oral ayudan a evocar conocimientos que no se muestran en un primer

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
como en el cole de su hermano mayor (del edificio de los mayores de primaria). La docente reconoce en su expresión que se refiere a la nomenclatura de las aulas según el grado: 1ºA, 3ºC… Y lo pone en común con el resto.	*primero, segundo, tercero… los mayores los llaman ordinales.*	momento pero que sin embargo sí estaban adquiridos. Parece que el "repaso", la explicitación, el retomar de nuevo lo hecho hasta el momento en lugar de dar por hecho que el conocimiento ya está adquirido por haberse acabado de decir, ayuda a tomar conciencia y continuar con más éxito. Los niños y niñas recurren a la recta numérica como herramienta para apoyar el recitado de la serie. Parece que los niños y niñas acceden a un conocimiento formal desde sus conocimientos informales con el andamiaje del adulto: *estos números con el circulito que nombramos así: primero, segundo, tercero… los mayores los llaman ordinales.*

<u>Situación matemática 3.3.19 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contexto: *Elección de la compañía de autobuses tras la comparación de dos presupuestos dados.* En el marco de la preparación conjunta de una salida relacionada con el proyecto de trabajo que se está llevando a cabo en el aula, se presenta a los niños/as dos presupuestos de dos compañías de autobuses diferentes para que elijan una de ellas. Se les da la consigna de que deben elegir la más barata, la que cueste menos, porque aún necesitaremos dinero para pagar las entradas y otras cuestiones relativas a la salida (los presupuestos son falsos, elaborados por la docente).

TABLA 13 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 3.3.19

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) Se presentan dos hojas tamaño A4. En cada una de ellas aparece el nombre de una compañía de autobuses, la fotografía de un autobús y una cantidad. Una de las compañías oferta el viaje por **20**€ y la otra por **34**€. Se eligen cantidades que, según el currículo, están fuera del alcance de niños y niñas de 3 años, según su nivel de desarrollo. 2) Se les pregunta cuál creen que es la que nos va a costar menos dinerito, la que va a salir más barata. Al principio responden al azar: *¡la azul! ¡la verde!* Se trata de los colores de fondo de las hojas. Se insiste: *¿pero dónde miráis?, ¿cómo sabéis lo que cuesta?* Hay respuestas muy variadas: *ahí; lo que pone ahí; lo del autobús…* 3) La docente trata de reconducir y les	Se reconoce cierta comprensión intuitiva de la inclusión: *La compañera había dicho que 34 eran más euros porque estaba más lejos que el 20*. Y se pregunta el parecer de los demás. Entonces uno de ellos se levanta y dice: *mira*, -y va tocando los números-, *tardas más.* Se observa que la docente trata de adaptar el lenguaje para facilitar la comprensión. Cuando la atención se dispersa o los aportes se alejan demasiado de la cuestión, la docente	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: mayor y menor, la serie numérica, concepto de inclusión, el número como expresión de una realidad; - Álgebra: comparación de cantidades; regularidad de la serie en decenas. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Acudir a la recta numérica para conocer el nombre del número; - Acudir a las diferentes herramientas de las que se dispone en la asamblea para encontrar la respuesta matemática; - Acudir al cartel con los números del 1 al 100 y contarlos tocando uno a uno.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
pregunta cómo sabrán cuántos euritos cuesta cada autobús. Entonces varios niños/as responden*: ahí, donde los números, donde pone eso* (se refieren al símbolo de €). 4) La docente lo retoma: *Vale, vamos a mirar aquí entonces, donde los números. ¿Qué números son?* Muchos niños y niñas reconocen rápidamente el 20 y lo nombran: *el 20* (estamos en abril y ya tienen mucho manejo debido a que todos los días cuentan cuántos han venido, cuántos faltan, lo buscan en la recta numérica y lo anotan en el cartel de presentes y ausentes, etc.), otros muchos dicen: *el del 2 y el 0,* y algunos que *hay que contar*. La profesora les pregunta cómo pueden estar seguros y en seguida algunos se levantan a contar en la serie numérica. Contamos juntos hasta llegar al 20. Ya están seguros de que se llama así. 5) Se pone la atención, entonces, en el otro número. No saben cómo se llama y dicen números al azar. Se les pregunta cómo pueden saberlo y van a buscarlo a la recta numérica, pero ésta sólo llega hasta el número 30. Miran en el calendario del mes, a propuesta suya, y tampoco. Se dan cuenta de que puede estar en un cartel grande que hay en la asamblea con los números del uno al 100 colocados por decenas. A primera vista no lo encuentran. Deciden muchos de ellos/as contar. Así lo hacemos, pero al llegar al 29, a continuación no saben seguir. Dos o tres dicen *veintidiez.* La docente les hace fijarse en que empieza por el tres, que suena *treeee*, y entonces algunos niños/as dicen 30. Se pregunta a los demás si están de acuerdo, y así es. Así pues, se sigue contando hasta llegar al 34. Ahora ya saben cómo se llama. 6) En este momento, se les pregunta cuál de ellos es el que cuesta menos euros. De nuevo, al principio, responden rápidamente, al azar, sin pensarlo mucho. Y contestan ambas cifras: 20 y 34. Así que se pregunta de otra forma*: ¿dónde hay más euros, en 20 o en 34?* Se señalan las cifras en el cartel de los 100 números, con intencionalidad (es	deja un espacio para la conversación y después focaliza de nuevo la cuestión para poder avanzar en su comprensión. En las diversas informaciones que aparecen en ambos presupuestos, los niños y niñas reconocen que la que tiene que ver con el precio es la numérica. Los niños y niñas parecen tener una imagen mental de los euros como moneditas en las que aparece el número 1. Por esta razón, parece que estén comprendiendo mejor cuando se reformula la situación: *¿dónde hay más euros, en 20 o en 34?* La docente trata de utilizar el lenguaje informal de los niños y niñas para que accedan más fácilmente al conocimiento: *Entonces, ¿cuál cuesta menos euros, os acordáis que no queremos gastar mucho dinerito para luego poder pagar las entradas? A lo que algunos dicen que 20 es más poquito. ¿Entonces vamos en la compañía de autobuses que vale 20€ para gastar poquito? Todos están de acuerdo.* Cuando a los niños y niñas les falta el vocabulario, la docente pone palabras a sus explicaciones informales: *ahí, donde los números, donde pone eso (se refieren al símbolo de €). La docente lo retoma: Vale, vamos a mirar*	Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos emocionales y afectivos: *Al principio responden al azar: ¡la azul! ¡la verde!*; *porque me lo dijo mi madre*; *mi padre tiene 34€, bueno, 100;* - Procedimientos más formales desde el punto de vista de la matemática convencional: reconocimiento de la cifra como información pertinente aunque no sepan nombrarla (*el 2 y el 0*), puesta en marcha de estrategias de sus conocimientos previos (conteo), elección de la herramienta más útil para la resolución (cartel de los 100 números) <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Informal: *ahí; lo que pone ahí; más poquito;* - Contestan utilizando un valor cardinal, de forma más o menos exacta: *el 2 y el 0; el 20*; - Vocabulario de carácter matemático convencional: *más grande*. Ámbito de la respuesta: - En el marco de una conversación conjunta, en la asamblea, para resolver una cuestión matemática necesaria para la consecución de un plan diseñado entre todos/as los niños/as en el desarrollo del proyecto que se lleva a cabo en el aula. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel dinamizador de las conversaciones que se suscitan; - Se recogen los diversos aportes con la intención de darles cabida y de ayudar a generar debate para alcanzar una solución a la que todos/as puedan acceder; - Da cabida a la verificación desde las actuaciones de los niños y niñas, no desde su criterio: *La profesora les pregunta cómo pueden estar seguros y en seguida algunos se levantan a contar en la serie numérica. Contamos juntos hasta llegar al 20. Ya están seguros de que se llama así;* - Pone palabras, expresa, lo que los niños y niñas tratan de explicar y no alcanzan aún por falta de vocabulario o madurez en el lenguaje. ***Otros aspectos emergentes***

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
muy visual, al estar dispuestos en filas de diez). Una de las niñas dice *que el 34 está más lejos y por eso es más grande, tiene más euros*. Otro dice que *es el 34 porque me lo dijo mi madre*, y otra niña que *mi padre tiene 34 €, bueno, 100.* Ello suscita que todos hablen del dinero de su familia, y que todos tengan más, o menos porque sus papás no trabajan… 7) Se reconduce de nuevo. *La compañera había dicho que 34 eran más euros porque estaba más lejos que el 20*. Y se pregunta el parecer de los demás. Entonces uno de ellos se levanta y dice: *mira*, -y va tocando los números-, *tardas más.* Se pregunta entonces cuál es más grande, cuál tiene más euros. Muchos dicen ahora que el 34. *Entonces, ¿cuál cuesta menos euros, os acordáis que no queremos gastar mucho dinerito para luego poder pagar las entradas?* A lo que algunos dicen que *20 es más poquito. ¿Entonces vamos en la compañía de autobuses que vale 20€ para gastar poquito?* Todos están de acuerdo.	*aquí entonces, donde los números.* La docente trata de respetar el nivel evolutivo de cada uno/a y les ayuda en su ZDP: *pero al llegar al 29, a continuación no saben seguir. Dos o tres dicen veintidiez. La docente les hace fijarse en que empieza por el tres, que suena treeee, y entonces algunos niños/as dicen 30. Se pregunta a los demás si están de acuerdo, y así es.* Cuando la niña dice que su padre tiene 34€, de repente le parece poco, y dice 100€. Muestra un acercamiento a las magnitudes.	Formular y reformular la cuestión recogiendo los aportes diversificados para tratar de situarla en su ZDP parece que ayuda a los niños y niñas a mejorar el nivel de comprensión. Se reconoce cierta comprensión intuitiva de la inclusión: *el 34 está más lejos y por eso es más grande, tiene más euros*. Se respetan los aportes diversificados, más o menos convencionales, y desde ellos se focaliza de nuevo la cuestión, lo que parece favorecer su comprensión. Es probable que los niños y niñas tengan una imagen mental del euro como moneda en la que aparece un número 1. Parece que acudir a esa imagen ayuda a comprender mejor la situación matemática. Ante una situación matemática que les resulta compleja, alternar entre respetar las conversaciones que se suscitan con sus diferentes aportes, y retomar algunos de ellos, más ajustados, focalizando de nuevo la atención en la cuestión concreta, ha ayudado a que los niños y niñas puedan resolver la situación matemática. Parece que la ayuda fonológica, comenzar a decir una palabra, ayuda a evocar un conocimiento que está aunque no muy instaurado: *al llegar al 29, a continuación no saben seguir. Dos o tres dicen veintidiez. La docente les hace fijarse en que empieza por el tres, que suena treeee, y entonces algunos niños/as dicen 30. Se pregunta a los demás si están de acuerdo, y así es.*

Situación matemática 3.3.23 GD-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contexto: *Análisis del mapa de la Comunidad de Madrid y del trayecto entre la localidad del colegio y la de la granja-escuela.* En el marco de la preparación de la salida a la granja, se presenta a los niños y niñas un mapa real pero sencillo de carreteras de la Comunidad de Madrid en el que aparecen marcadas especialmente (se retocaron) ambas localidades. Se les propone trazar el trayecto y llevarlo el día de la salida por si el conductor o conductora del autocar no conociese el camino (efectivamente así lo hicieron, lo recordaban con claridad). No es la primera vez que se enfrentan a un mapa o plano, en la clase los hay aportados por las familias para la biblioteca de aula, y los niños y niñas los han traído de parques recreativos en los que estuvieron y se los han explicado a los demás.

TABLA 14 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 3.3.23

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) Se presenta por equipos el mapa de la Comunidad de Madrid y se les explica la intención: ubicar ambas localidades, buscar el camino de carretera que debe hacer el autobús para llevarnos hasta allí, y marcarlo para no olvidarlo y así poderlo utilizar posteriormente. Cada dos niños/as tienen un mapa en tamaño A3 (el tamaño A4 resultaba una maraña de carreteras). 2) Después de ello, se les pregunta dónde está Rivas y dónde Chapinería. Chapinería lo localizan rápidamente porque se ha visto la palabra escrita varias veces en el folleto de la granja-escuela. Después, Rivas lo encuentran porque suena /r/ fuerte, algunos dicen “la de la patada” porque en la grafía en mayúsculas el último trazo al escribir parece “una patada”. Después, una vez localizadas las localidades, se pregunta cómo sabremos llegar, cuál es el camino. Muchos dicen *que estos son los caminitos*, siguiendo las líneas de las carreteras. Entonces, la mayoría de ellos siguen con el dedo las carreteras que están representadas en trazos más gruesos (la mayor parte del recorrido se hace por autovía o carretera de circunvalación). Las parejas se van corrigiendo: *no, por aquí no, por aquí; sí, y luego vamos por este caminito…* Les resulta muy sencillo, casi ninguna pareja tiene dudas, una vez localizados los pueblos. Después de seguir el recorrido con el dedo, lo marcan con el rotulador, a propuesta de la profesora. Por su motricidad fina, aún inmadura, el trazo no es muy exacto, pero no se le da importancia.	Los niños y niñas reconocen en la representación gráfica de las carreteras en los mapas, los *caminitos* a seguir. Llama la atención que les resulte tan sencillo de comprender el lenguaje gráfico del mapa. La docente presenta el mapa en A3 para facilitar la observación del mismo. La ejecución por parejas parece haber facilitado el desarrollo de la tarea. Se observa que no se le da importancia a la exactitud de la grafomotricidad y sí a la comprensión del mapa y su utilidad. Se repara en que se ha perdido una oportunidad para conversar acerca de cómo creían ellos/as que podríamos conocer el camino a la granja, dónde se busca esa información, para haber ahondado en sus conocimientos previos acerca del tema. Así mismo, convendría haber recogido antes sus observaciones: ¿qué veis? ¿qué significan esas rayitas?	***Contenidos matemáticos*** - Geometría: Información espacial a través del lenguaje gráfico, representación de algunos elementos de una mapa (localidades y carreteras). ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Seguir los trazos de las carreteras con el dedo, tocando por encima; - Repasar las carreteras con rotulador (a propuesta de la profesora). Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Comprensión de la representación de localidades y su ubicación en el mapa; - Comprensión de la representación de carreteras y su utilidad para la ejecución de la situación matemática. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Del ámbito de lo cotidiano, a partir de un lenguaje informal: *no, por aquí no, por aquí; sí, y luego vamos por este caminito…* Ámbito de la respuesta: - En situación de argumentación por parejas y hacia el pequeño grupo. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema; ***Otros aspectos emergentes*** La presentación del mapa en formato A3 parece haber facilitado su observación, así como el resaltado de las dos localidades. En el marco de la resolución de una situación concreta para el desarrollo del proyecto, parece haber facilitado la comprensión del mapa y de su utilidad en este caso.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
		Parece que una tarea ejecutada entre dos, por parejas, al comprometer los aportes de ambos, facilita la comprensión. La grafomotricidad aún inmadura no interfiere ni se requiere para el desarrollo de la situación matemática que se desarrolla en esta escena. En esta ocasión, se descuida un posible debate acerca de la representación del espacio geográfico que hubiera sido muy rico.

Situación matemática 4.1.31 OP-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Tarjetas conformando el nombre propio letra a letra. Resolución del problema: ¿Cuántas bolitas de blu-tack* (masilla adhesiva reutilizable que funciona presionándose sobre una superficie) *son necesarias según el número de letras del nombre?* Cada día, en situación de asamblea, el/la responsable del día conforma su nombre en la pizarra a partir de tarjetas de letras individuales, las cuales adhiere con bolitas de blu-tack. Al día siguiente, las bolitas del compañero anterior quedan pegadas, y se observa si se necesitarán más o menos para el/la siguiente responsable.

TABLA 15 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.1.31

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) *Bolitas nombre Dav.* P.- A ver Se., Se., mira para acá ¿cuántas bolitas tenía Ju.?, ¿cuántas bolitas tenía Ju.? N.- 5 P.- A ver, contadlas, cuéntalas tú Dav. N.- 1, 2, 3, 4 y 5 P.- Vale y ¿cuántas bolitas necesita Dav.? N.- 5 P.- ¿Por qué sabes que Dav. necesita 5? N.- Porque tiene 5 letras. P.- ¿Estás segura?, ¿lo comprobamos? Dav., vamos a comprobarlo, ¿dónde está tu nombre?, que lo comprueben ellos ¿dónde está? N.- Aquí. P.- Aquí, venga, enséñaselo a ver cuántas letras tiene. N.- 1, 2, 3, 4 y 5. P.- Entonces, ¿necesita Dav. más bolitas? N.- No P.- ¿Necesita que quite alguna bolita? N.- No P.- No, vale, vale chicos pues ala, Dav. (procede a poner su nombre) *2)* *Bolitas nombre Ik.* P.- ¿Cuántas letras?, ¿cuántas bolitas de blu-tack necesitas tú, Ik.?	La docente va interpelando para ir atrayendo la atención de todos/as. Entre todos y todas van comprobando y verificando en la acción. Se recogen los aportes de cada uno/a y se ponen como ejemplo de estrategia al resto del grupo, para diversificar estilos de pensamiento: *Contarlas dice Á. Venga, vamos a contar las letras de tu nombre. ¿Dónde está tu nombre?; A ver, lo que dice O., vamos a contar las bolitas, a ver.* Les gusta responder, aunque sea sin pensar mucho lo que dicen, repitiendo lo que dice otro o reafirmándose diciendo lo contrario, o simplemente chichando	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: operaciones aritméticas de suma y resta (composición numérica); concepto de igualdad; concepto de inclusión; el número para anticipar resultados; la correspondencia; el número como memoria de cantidad. ***Análisis de la resolución del alumnado*** Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos): Estrategias concretas: - Conteo tocando o señalando las bolitas de blu-tack; - Sobreconteo, tocando o señalando las bolitas de blu-tack. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- 4 N.- 5 P.- P. dice que 4 ¿quién dice que 5? N.- Yo, yo P.- D. dice que 5 N.- 3 P.- L. dice que 3 N.- 4 N.- 5 P.- Á. 4, J. 4, I. ¿tú que dices? N.- 4 P.- 4. Bueno, pues, ¿cómo podemos estar seguros? N.- Hay 4 N.- Contarlas P.- Contarlas dice Á. Venga, vamos a contar las letras de tu nombre. ¿Dónde está tu nombre? Aquí. Cuéntalo tú Iker, aquí, aquí, cuenta las letras de tu nombre. Espera Iker, Iker, saca el dedito, el dedito Iker, venga. N.- 1, 2, 3 y 4 P.- Vale ¿cuántas letras tienes tú en tu nombre? N.- 4 P.- Ik., ¿cuántas tienes? N.- 4 P.- Entonces, ¿cuántas bolitas necesitas Iker? N.- 4 P.- 4, vale N.- Vamos a contar las bolitas (las que hay pegadas del día anterior) P.- A ver, lo que dice O., vamos a contar las bolitas, a ver N.- 1, 2, 3, 4, 5 N.- Te has pasado P.- ¿Qué es lo que me he pasado, D.? P.- Á. dice que vuelva a contar, a ver, 1, 2, 3 y 4, N.- Ya P.- ¿y paro?, ¿tengo que parar, S.? ¿y qué hago? N.- Quitar, 1, 2, 3 y 4 P.- O sea, que a partir de aquí tengo que quitarlas N.- Sí P.- Vale, ¿seguro que así habrá 4?, C. ¿seguro? N.- Sí, los ha contado P.- ¿Quién los ha contado? N.- Á., vale N.- Y yo N.- Hay 4 P.- D., tú que dices, ¿están bien así o no? N.- Sí P.- Y tú, ¿Qué ves Cl.? N.- Hay 4 P.- Hay 4, y ¿cuántas tiene que haber para las letras de Ik.? N.- 4 P.- Vale, jo chicos, qué bien *3)* *Bolitas nombre I.*	un poquito.	emocionales y afectivos: respuestas al azar por el placer de hablar, decir lo mismo que los otros, o de llevarles la contraria; - Ausencia de ayuda por objetos concretos: alusión al recuerdo por la propia experiencia (David sabe que su nombre tiene 5 letras sin necesidad de contarlas); - Subitizing: son capaces de, en un golpe de vista, saber cuántas bolitas hay sin necesidad de contar (hasta 4 ó 5); - Aprovechan la acción de conteo de la profesora o de un/a compañero/a de las bolitas del día anterior para observar cuándo se llega al mismo número de letras del nombre del día actual y, a partir de ese punto, deducir cuántas hay que quitar, o añadir. Realizan entonces un conteo desde ese punto (sobreconteo). En el caso de añadir, cuentan con ritmo (7 y 8, hay que poner 2). <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Contestan utilizando un valor cardinal; - Utilizan un lenguaje informal: *así es demasiado*; - Utilizan un lenguaje matemático más convencional: más, menos. Ámbito de la respuesta: - Oral, en el marco de un diálogo común en el que se realizan aportes diversificados. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador; - Interpelación de todos/as para que compartan sus

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Si vamos a poner el nombre de I. (D., por favor...), si vamos a poner el nombre de I. y quedan 6 bolitas de blu-tack del nombre de ayer ¿pues qué hago ahora? N.- Pues poner una más P.- ¿Una más? N.- Sí P.- ¿Todos estáis de acuerdo? N.- Sí N.- Las contamos P.- ¿Qué dices tú, Cl.? N.- Las contamos P.- ¿Qué es lo que tenemos que contar? N.- Las bolas N.- Las letras P.- ¿Las letras de I.?, a ver I., vamos a ayudarle a contar N.- 1, 2, 3, 4 5, 6, 7, 8 P.- 8, vale. Pues aquí hay seis puestas, ¿qué tengo que hacer? N.- Poner otra N.- Poner 2 más P.- Dice M. 2 más y dice J. 1 más, ¿qué hago? N.- 2 más P.- Pa. dice 2, ¿qué pensáis, 1 ó 2? N.- 2 N.- 1 P.- A ver, voy a probar con 1 y vemos qué pasa, a ver T.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 P.- ¿Con 7 nos valía? N.- 1 más N.- 1 más P.- 1 más, vale, a ver, ahí está N.- Así es demasiado P.- ¿Así?, vamos a contar a ver. T.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8 P.- 8, ¿está bien así?, pues ale I., empieza a poner las letras de tu nombre, corazón. *4)* *Bolitas nombre Ju.* P.- A ver, acabo de quitar las letras de Ik. y he dejado sus bolitas ¿qué hacemos Ju.? N.- Poner 1 más P.-¿Por qué 1 más? N.- Porque..., voy a contarlas, 1, 2, 3, 4 y 5 P.- ¿Por qué necesitas una más? N.- Porque tengo 5 letras N.- No P.- ¿no? ¿qué piensas tú, Pa.?, las letras de Julia ¿cuántas son? N.- 5 N.- 4 P.- ¿4 ó 5, chicos? N.- 5 P.- ¿Qué podemos hacer para estar seguros? N.- Contar las letras P.- Contar las letras de su nombre, dice Lu. ¿os parece?, venga, a ver Lu. N.- 4 N.- 5		estrategias diversas y mantengan o recuperen la atención en el tema; - Propicia la verificación de los resultados por parte del grupo y no por la exposición de su criterio. ***Otros aspectos emergentes*** Aparecen muchos momentos en los que los niños y niñas dan respuestas al azar. La focalización de nuevo en el tema por parte de la docente se hace fundamental para la comprensión y resolución.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Cl. dice 4, Ma. dice 5. Vamos a probar. A ver, vamos a contarlas. Preparados, listos, ya T.- 1, 2, 3, 4 y 5 P.- ¿Cuántas letras tiene Ju.? T.- 5 P.- ¿Qué podemos hacer cuando no estamos seguros de cuántas letras hay? N.- Contar N.- 1, 2, 3, 4 y 5 P.- Venga, perfecto		

Situación matemática 4.1.32 OP-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Medida de la temperatura interior –del aula- y exterior –del patio-, comparación de los valores en relación con la sensación térmica en el aula y fuera de ella.* Se ha propuesto a las familias que traigan al aula objetos matemáticos cotidianos (relojes, básculas, reglas, vasos medidores de cocina, cronómetros…) dentro de la dinámica de hacer partícipe a la comunidad educativa de la vida del aula y posibilitando la comprensión del enfoque comunicativo desde el que se trabaja en la clase. En este contexto, un alumno trae al aula un segundo termómetro.

TABLA 16 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.1.32

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) El día anterior, S. regala a la clase un nuevo termómetro. Como ya son dos los que tenemos, colocamos uno en el exterior de la cristalera (dando al patio) y dejamos como estaba el que sitúa en la asamblea, en el interior de la clase. 2) Tomamos la medida de ambos: el exterior da una temperatura de 13º y el interior de 22º. 3) Así pues, les pregunto qué significará eso. P. y L. no lo dudan: fuera hace más frío y dentro más calor. Los demás están de acuerdo. 4) Entonces les pregunto qué número es el que indica más calor, y cuál más frío de los dos, y ambas lo tienen claro. El resto de compañeros y compañeras se muestran de acuerdo con ellas.	Se observa como la docente trata de llegar al concepto de número como consecuencia directa de la experiencia y como instrumento de descripción de realidades concretas. Se observa cómo se pierde una oportunidad de profundizar en el tema pudiendo haber solicitado argumentación a las alumnas que participan activamente, y al resto del alumnado sobre su respaldo a la formulación de las alumnas. Los niños y niñas tienen claro en esta situación que se presenta en la cotidianidad, el significado que expresan los números: las variaciones de temperatura.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: Identificación del concepto de número y de medida, el número como expresión de una realidad, e interpretación de la información numérica. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Procedimientos más formales desde el punto de vista de una matemática convencional (acudir a la medida que da el instrumento). Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Ausencia de ayuda por objetos concretos (deducción a partir de la experiencia vivida de la temperatura antes de entrar en el aula y la que en ese momento se da en el interior). <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Contestan utilizando un valor cardinal; - Utilizan el número para describir una realidad. Ámbito de la respuesta:

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
		- En situación de diálogo grupal, conjugando los saberes de cada uno/a. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema. ***Otros aspectos emergentes*** Parece que los niños y niñas, al ser esta una situación comunicativa real, son capaces de comparar cantidades y reconocer en ellas el significado de la realidad que expresan.

Situación matemática 4.1.39 OP-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Asamblea sobre cómo cortar un papel en dos mitades iguales*. En el marco del desarrollo del proyecto del Cuerpo Humano, los niños y niñas traen al aula diversos materiales recabados con sus familias para organizar un rincón de consulta hospitalaria: cajas vacías de medicinas, mascarillas, batas, calzas, gorros de quirófano, jeringas, depresores linguales, recetas médicas, etc. Ante tanto material, se observa la necesidad de clasificarlo en contenedores y etiquetarlo. Para ello, se utilizan folios cortados a la mitad, en los que se escribe el contenido de la caja y se pega en la misma para un rápido reconocimiento. En este contexto, en la asamblea, se procede a cortar uno de esos folios a la mitad.

TABLA 17 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.1.39

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Para poner el cartel (…), para poner el cartel de "medicinas", de "mascarillas", sólo necesito media hoja, ¿qué hago para que este folio se convierta en media hoja? N.- Cortarlo N.- Cortarlo P.- ¿Cortarlo por dónde? N.- Por el medio P.- Ajá, por el medio ¿y cómo sé yo cuál es el medio de esta hoja? N.- Doblando ahí P.- Ahí, entonces, ¿lo doblo verticalmente?, ¿lo doblo horizontalmente? (a la vez que coloca el papel en esta posición), ¿cómo lo doblo? N.- Lo doblas por el medio y luego lo abres y lo cortas P.- Lo corto ¿por dónde, por la marca? N.- Por el medio P.- Vale ¿y cómo hago yo para que esta hoja sepa yo cual es el medio? N.- Doblarla así P.- Doblarla por cualquier parte ¿así? N.- No P.- ¿Cómo?	La docente utiliza un lenguaje matemático formal a la vez que realiza la acción, posibilitando con ésta su comprensión: *¿lo doblo verticalmente?, ¿lo doblo horizontalmente?* Parece que los niños y niñas tengan alguna experiencia previa acerca de cortar un papel por la mitad, se deduce de la estrategia de juntar las puntas del papel. La docente pierde la oportunidad de escribir en la pizarra cómo expresan matemáticamente los mayores el concepto	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: operaciones complementarias de la **multiplicación y división** (*Vale, pero ahora os digo: son 4 palabras y sólo tengo dos mitades, ¿qué hago?; Y ¿cuántas hojas he necesitado para hacer 4 mitades*); **medición e instrumentos de medida** (la regla); **concepto de igualdad; mitad, medio a través del eje de simetría** (*Vale ¿y cómo hago yo para que esta hoja sepa yo cual es el medio?* *N.- Doblarla así* *P.- Doblarla por cualquier parte ¿así?* *N.- No* *P.- ¿Cómo?* *N.- Volver a las puntas con la otra hoja* *P.- ¿así, juntando las puntas?, a ver, voy a probar. Junto las puntas ¿y ahora qué, Pa.?* *N.- Apretar por la mitad);*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- Volver a las puntas con la otra hoja P.- ¿así, juntando las puntas?, a ver, voy a probar. Junto las puntas ¿y ahora qué, Pa.? N.- Apretar por la mitad P.- Apretar por la mitad dice Ma. A ver, así, vale N.- Luego lo abres P.- Luego lo abro ¿y qué pasa? N.- Y luego lo cortas P.- Y si lo corto, ¿seguro que van a quedar dos mitades? N.- Sí P.- ¿Seguro? N.- Sí P.- A ver, voy a cortar, voy a cortar lo que me decís vosotros. Un segundito, Á. N.- Marisol P.- Más o menos así, vale, ahora, ¿cómo sé que esto son iguales, cómo sé que son iguales qué es una mitad? N.- Con una regla. N.- Porque lo has cortado P.- Vale, pero yo ¿cómo se ahora que son del mismo tamaño? N.- Midiéndolos P.- ¿Cómo los mido, Ja.? N.- Pues juntándolos P.- Los junto, venga, ¿así? N.- Han quedado iguales porque es el medio P.- Muy bien, han quedado iguales, ah, o sea que doblando, juntando las puntas, he conseguido que me salgan dos mitades de la misma hoja ¿verdad? N.- También con tijeras P.- También podría haberlo hecho con tijeras, es verdad, pero como no tenía a mano, por eso lo he hecho así, separando las dos mitades por la línea que me habíais dicho vosotros. P.- Vale, pero ahora os digo: son 4 palabras y sólo tengo dos mitades, ¿qué hago? N.- Coger otra P.- Otra qué N.- Otro papel P.- ¿Y si cojo otro papel, ahora que hago con él? N.- Pues lo cortas P.- Los corto ¿por dónde? N.- Por la mitad. P.- ¿Igual que antes? N.- Lo doblas P.- Lo doblo y lo corto como antes, y, ¿seguro que quedarán 4 mitades? N.- Sí N.- Marisol ¿voy a por las tijeras? P.- No te preocupes, me apaño bien doblándolo bien. A ver, vamos a ver N.- Te queremos ver P. Vale, pues esta vez lo hago aquí, pero ponte bien Ju., I., que si no los amigos no lo pueden ver. Así, ¿cuántas han quedado? N.- 4	de mitad: ½, así como de explicitar que el doblez de la hoja es el eje de simetría, y así lo llaman los mayores. Los niños y niñas muestran mucha seguridad en sus respuestas. Van dando instrucciones precisas para la resolución de la situación. Aportan variedad de estrategias: juntar las puntas, medir con la regla, juntar las piezas resultantes… La actividad tiene lugar como resultado de una necesidad para el desarrollo del proyecto, es real y funcional.	- Geometría: conceptos de horizontalidad, verticalidad, mitad, medio, eje de simetría. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Gesticular posicionando las manos unidas por las muñecas y cerrándolas como si de un libro se tratase; Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Alusión a su experiencia, a conocimientos previos: juntar las puntas del papel; - Explicación paso a paso de la resolución adecuada al problema; - Diversidad de estrategias (unas más informales y otras más convencionales matemáticamente hablando): *juntándolos; midiéndolos*. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Oral, en el marco del diálogo y la reflexión conjunta para resolver; - Contestan utilizando un valor cardinal; - Responden utilizando un lenguaje de corte más formal, convencional: *Apretar por la mitad; Midiéndolos; Han quedado iguales porque es el medio;* - Dan respuestas precisas, no necesitan reflexionarlo mucho: *Vale, pero ahora os digo: son 4 palabras y sólo tengo dos mitades, ¿qué hago? N.- Coger otra.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de la resolución conjunta de un problema común a todos/as. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan; - Se muestra la necesidad de ayuda a los alumnos y alumnas y la confianza en su capacidad para resolver; - Se recogen las aportaciones de todos/as y se les da cabida, se ponen en común para reflexionar

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Y ¿cuántas hojas he necesitado para hacer 4 mitades? N.- 2 P.- 2 dice Pa. P.- ¿tú cuantas dices, A.? N.- 2 P.- 2, es verdad. Vale, perfecto, pues entonces vamos a poner las palabras.		juntos/as sobre ellas; - Utilización de un lenguaje formal, de carácter matemático, desde la experimentación, con la intención de hacerlo comprensible y accesible. ***Otros aspectos emergentes*** Se interpela a los niños y niñas nombrándolos, pidiendo sus opiniones, aportes, etc. para dar cabida a todos los estilos de pensamiento y con la intencionalidad de no perder su atención. Los niños y niñas no dudan en sus respuestas, con los aportes de todos construyen rápidamente una solución, ya sea de carácter geométrico (hacer mitades de papel), o aritmético (multiplicación/división). La actividad tiene lugar desde una necesidad para el desarrollo del proyecto, es real y funcional. Los niños y las niñas se implican rápidamente. La verificación de todas las resoluciones se hace en el marco de una actuación conjunta, no con la expresión del criterio de la docente. La falta de dominio fluido de los conceptos matemáticos hace que la investigadora pierda oportunidades de expresar en lenguaje formal conceptos que están emergiendo en el desarrollo de la situación matemática: expresión en fracciones y eje de simetría.

<u>Situación matemática 4.3.65 OP-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Asamblea sobre la simetría de la cara*. En el marco del desarrollo del proyecto del Cuerpo Humano, y trabajando éste en un período determinado desde la expresión artística y plástica a partir de autorretratos conocidos (sobre todo de Van Gogh), se propone a los niños y niñas realizar su propio autorretrato a partir de una fotografía de su rostro, pero la fotocopiadora ha presentado un problema, se les explica, y sólo vemos una parte de la cara. En esa imagen, sólo se aprecia la parte izquierda de sus caras, desde el eje de simetría de las mismas. Se les muestran los resultados de las copias, y se provoca una conversación acerca de las mismas.

FIGURA 10 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.3.65

TABLA 18 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.3.65

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Se muestra en asamblea la fotocopia del rostro de una niña de la clase, en la que sólo se ve la mitad de la cara. 1) N.- Es la cabecita de Ja.. P.- Sí , pero qué le pasa N.- (jaleo) P.- Pero así no me entero. Cl. empieza N.- No tiene el otro ojo. P.- No tiene el otro ojo N.- No tiene la otra parte del pelo. N.- no tiene la otra parte del cuello, ni la otra parte de camiseta. N.- Porque lleva algo blanco. P.- Tiene algo blanco dice I. P. ha dicho que le falta la otra parte de la cara P.- ¿Qué dices tú, Da.? Le voy a preguntar a Da. N.- Que hay que hacer la otra parte. P.- La otra parte. Y si hay que hacer la otra parte ¿cómo la haremos? N.-Pues pintando con un lápiz. P.- Sí, pero a esa otra parte qué es lo que habrá que ponerle. N.- Haciéndole la cabeza, los ojos. P.- Los ojos, ¿dos ojos le ponemos? N.- No uno. P.- ¿Por qué uno sólo? N.- Porque le falta uno P.- Sólo le falta uno. Vale, y que más le hacemos. N.- La nariz. P.- ¿Una nariz entera? N.- No N.- Media nariz P.- ¿Qué significa eso de media nariz? N.- Que le falta media nariz. P.- ¿Qué significa Ju. que hay que hacer media nariz?. N.- Que hay que hacer la otra parte. P.- Que hay que hacer la otra parte de la nariz. ¿Qué más le haremos? N.- El ojo N.- La otra parte de la camiseta. P.- La otra parte de la camiseta. ¿Y qué más? N.- La otra parte del cuello. P.- La otra parte del cuello. N.- La oreja 2) P.- Mirad lo que voy a hacer, ¿me dejas que haga una cosa con tu foto Ja.? N.- ¿Vas a hacer un avión? P.- ¿Qué he hecho? N.- Doblarla. P.- Doblarla. ¿Cómo la he doblado Da.? N.- Doblándola. P.- Sí, pero cómo N.- Como un avión. N.- Por la raya. P.- Por la rayita, y ¿cómo ha quedado? N.- Porque hay que hacer la cara así y después la	Les llama mucho la atención ver que se trata de un compañero de clase. Hay bastante motivación. Comprenden implícitamente que hay un eje de simetría: *Los ojos, ¿dos ojos le ponemos?* *N.- No uno.* *P.- ¿Por qué uno sólo?* *N.- Porque le falta uno;* *P.- Vale, y que más le hacemos.* *N.- La nariz.* *P.- ¿Una nariz entera?* *N.- No* *N.- Media nariz* La docente dobla el papel por el eje de simetría para profundizar un poco más en el concepto desde la experiencia concreta en el aula. O., ante la cuestión de qué habrá que hacer con la fotografía, responde: *votar*, aludiendo a la estrategia otras veces empleada en la clase cuando hay disparidad de opiniones a la hora de tomar una decisión. No reconoce en esta ocasión, que no se trata de una cuestión abierta, sino que se solicita que se describa con mayor profundidad cómo se va a resolver. En la 4ª subescena, la docente aprovecha para poner lenguaje	***Contenidos matemáticos*** - Geometría: simetría; eje de simetría; concepto de mitad (medio); concepto de igualdad. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Ninguna. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Respuestas rápidas que dan a entender seguridad en el conocimiento*: N.- No tiene el otro ojo.* *N.- No tiene la otra parte del pelo.* *N.- no tiene la otra parte del cuello, ni la otra parte de camiseta.* - Apelar al recuerdo, a la propia experiencia: *P.- Mirad lo que voy a hacer, ¿me dejas que haga una cosa con tu foto Ja.?* *N.- ¿Vas a hacer un avión?* *P.- ¿Qué he hecho?* *N.- Doblarla.* *P.- Doblarla. ¿Cómo la he doblado Da.?* *N.- Doblándola.* *P.- Sí, pero como* *N.- Como un avión.* *N.- Por la raya.* - Procedimientos emocionales y afectivos*: Para que el equipo que vote más, pues entonces ese el que ha elegido esa elección pues gana y hacemos esa elección.* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Contestan utilizando un valor cardinal: *Porque le falta uno;* - Lenguaje informal: *No tiene la otra parte del pelo;* - Lenguaje más formal, convencional, matemático: *Media nariz.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de un diálogo

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
otra cara P.- Mirad, si os enseño este lado ¿aquí a quién veis? N.- A Ja. medio P.- ¿Y si os enseño este otro lado? N.- No le vemos N.- A blanco. P.- Ha dicho Cl. que vemos a Ja. medio, sí la mitad de Ja. vemos, ¿verdad? ¿y aquí? N.- Nadie P.- ¿Y lo que hay que hacer en el lado que está blanco es lo mismo que hay en el lado que está dibujado, o no? N.- No, no N.- Sí P.- A ver, los que dicen que no, que me cuenten lo que hay que hacer entonces. N.- Hay que pintar el otro lado. P.- Hay que pintar el otro lado, vale. La otra parte de la cara. ¿Sabéis? 3) N.- Hay que votar P.- ¿Qué es lo que quieres que votemos O.?, porque el otro día lo que votamos fue si escribíamos una carta entre todos o una carta cada uno de nosotros. N.- Pues entonces votamos si está mal o está bien. P.- Para qué, ¿para qué quieres que votemos?. N.- Para que el equipo que vote más, pues entonces ese el que ha elegido esa elección pues gana y hacemos esa elección. P.- Vale, y si ganan los otros qué es lo que ganan N.- No P.- ¿Que no lo hacen? N.- Sí P.- ¿Y hay alguien que no quiera hacer su foto? N.- Yo sí, yo sí, yo sí. N.- Yo no. P.- ¿No quieres hacer la tuya? N.- Yo no N.- Yo sí. P.- Bueno ahora vemos como nos vamos a organizar. Pero… N.- Vamos a votar, votar, votar. 4) P.- O. espera. ¿Sabéis cómo llamamos los mayores cuando tenemos un dibujo que es igual por un lado que por otro? ¿Sabéis cómo lo llamamos? N.- No P.- Los mayores lo llamamos simetría. N.- Sí P.- ¿A ver quién sabe decir esa palabra? N.- Simetría, simetría. P.- Por ejemplo, vamos a ver... mirad lo que tengo en la mano N.- Un caballito P.- ¿Qué tengo en la mano? N.- Una serpiente. P.- I. ¿qué tengo en la mano? N.- Una serpiente. P.- Si yo la doblo por la mitad, así, un poquito ¿es igual por un lado que por el otro? N.- Sííííí P.- ¿Seguro?, mirad por este lado tiene la boca, pero	formal a lo que se ha estado hablando: introduce el término simetría con posterioridad al diálogo sobre el rostro. La docente trata de ahondar en el concepto buscando junto a ellos objetos que tengan la propiedad de la simetría. Se toca solamente un poco por encima ya que se aprecia que los niños y niñas ya están cansados. La docente se da cuenta de ello y no insiste más.	generado en la asamblea para comprender el desarrollo de una actividad. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel dinamizador y mediador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema; - Se recogen las intervenciones de los alumnos/as para ofrecer un feed-back de carácter más formal desde un punto de vista matemático de la simetría; - Se explicitan todos los aportes de los niños y niñas dándoles cabida como contribuciones para resolver la situación; - Se va apelando a muchos alumnos y alumnas para ir centrando su atención y que también participen; - Trata de hacer más cercano y accesible el concepto desde la acción: doblando el papel, desde objetos concretos (serpiente, tijeras). ***Otros aspectos emergentes*** Aunque no sepan nombrar el concepto, reconocen que hay un eje de simetría en el rostro: *P.- Los ojos, ¿dos ojos le ponemos?* *N.- No uno.* *P.- ¿Por qué uno sólo?* *N.- Porque le falta uno;* *P.- Vale, y que más le hacemos.* *N.- La nariz.* *P.- ¿Una nariz entera?* *N.- No* *N.- Media nariz* Se introduce el lenguaje formal acerca de lo que se ha trabajado en ese momento*: Los mayores lo llamamos simetría.* Parece que el cansancio en los niños y niñas influye a la hora de ahondar sólo desde la atención en el concepto de simetría buscando objetos con esta propiedad. Los niños y niñas no acaban de reconocer la simetría en las tijeras puesto que no se puede llevar la misma estrategia que con el papel, aún no han generalizado, abstraído la propiedad de la simetría.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
por este tiene la cola. ¿Son iguales los dos lados? N.- No N.- No porque lo has doblado. P.- Pues entonces no son simétricos los dos lados. Vamos a probar con otra cosa. P.- Mirad lo que tengo aquí. N.- Una tijera. P.- Si yo hago así y os enseño este lado de la tijera ¿Este lado de la tijera es igual al otro lado? N.- No N.- Sí N.- No puedes doblarlo, no puedes doblarlo porque es muy duro. P.- Es verdad, pero si yo ahora te enseño el otro lado ¿El otro lado es igual, Cl.? N.- Sí N.- Sí N.- No P.- ¿No es igual?, ¿por qué es diferente, Da.? N.- No porque ……………….. P.- Bueno, pues investigaremos más sobre esto. A ver si encontramos cosas que sean iguales por un lado y por el otro. 5) N.- ¿votamos? P.- No, ahora no vamos a votar porque no hay dos opciones, ahora lo que vamos a hacer es que cada uno va a hacer su otra parte de la cara, no lo vamos a hacer todos a la vez, ahora veréis como lo vamos a hacer ¿vale?		

Situación matemática 4.1.29 OP-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Organizando datos. Tablas que recogen la información de los lugares de vacaciones de los alumnos/as.* A la vuelta de las vacaciones, los lugares visitados han generado multitud de conversaciones, algunos compañeros y compañeras han coincidido y otros/as no. También han traído fotos de las que están escribiendo los pies con sus impresiones, y señalado en el mapa de la clase los destinos. Así pues, se propone organizar estas expresiones de una forma visual e inequívoca. Se trata de la primera parte de la elaboración de un libro sobre nuestras vacaciones que recogerá, mediante representaciones gráficas, el grado de asistencia a los diferentes destinos vacacionales (si han ido muchos o no al campo, cuántos para ser exactos, a la playa, etc.). En la situación que se describe en este momento, se recoge la información por equipos. Cada uno de estos equipos tiene una hoja en formato A3 en la que tienen que plasmar esa información: quién ha ido a cada lugar, y los totales. Posteriormente, en asamblea, se pondrán en común las informaciones de los cuatro equipos y se elaborará una gráfica resumen que recogerá la información de todos los equipos.

FIGURA 11 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.1.29

TABLA 19 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.1.29

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1er. Equipo P.- Mirad, os he traído esta hoja que dice….. ¿tenéis idea de qué pondrá aquí? A ver, id pensando qué pondrá. N.- Cuántos días hemos estado de vacaciones P.- ¿Algo sobre las vacaciones?, vale, pues vamos a leerlo, vale ¿dónde hemos estado … N.- de vacaciones N.- Donde hemos estado de vacaciones P.- Y si empieza por PU ¿qué será? Pue e e e, pue………… N.- Pueblo P.- En el pueblo, vale ¿tú no has estado en el pueblo? ¿y tú Se.? N.- No P.- ¿Vosotros habéis estado en el pueblo? N.- Yo sí P.- ¿Tú sí? N.- Sí N.- Yo no tengo pueblo P.- Yo tampoco tengo pueblo, vale mirad, y aquí este que empieza por (…) la M, que pondrá, la M y la O, ¿cómo suena? Mmmoooo… N.- Montaña P.- Montaña. ¿Alguno de vosotros ha estado en la montaña, So.? N.- Yo sí P.- ¿Tú sí has estado en la montaña?, pero en la foto no salía una montaña So. N.- Yo sí en la montaña P.- ¿Tú sí? Y aquí ¿qué pondrá? N.- Porque la sierra está en la montaña P.- Claro, la sierra está en la montaña, sí Á., muy bien, y aquí ¿qué pondrá en esta tan cortita que empieza por la R?, Is., mira ¿qué pondrá?, empieza por la R ¿qué pondrá?, Se. N.- Pero pone otro nombre P.- Sí, claro, pero ahora vamos a mirar esto: rrr…, y ahora ésta cuál es ¿cuál es ésta? N.- La I (…) N.- Río P.- ¿Alguien ha estado en el río? N.- Yo, yo he estado en el río P.- Vale, ¿quién más ha estado en el río?	Se aprecia que se genera un campo semántico antes de abordar la expresión gráfica para asegurar atención y comprensión del tema. Se analiza despacio la propuesta: lo que dice en el eje de abscisas (los lugares de vacaciones) y qué habrá que escribir en el eje de ordenadas (los nombres de los componentes del equipo). Se les pregunta continuamente qué creen que hay que hacer y ellos/as van deduciendo. En el segundo equipo, es la docente la que se pone de ejemplo para garantizar la comprensión. Se busca reforzar, las iniciativas, los saberes de cada uno/a: *¿ves como sí sabes?* La docente insta a que sean ellos/as mismos/as los/las que verifiquen ante las dudas, trata de no dar la respuesta: *N.- No sé si va a*	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: aproximación a una tabla de coordenadas cartesiana (aunque los diagramas cartesianos conjugan geometría y álgebra, en esta situación, sólo se aplica el ámbito de la aritmética); el número para anticipar resultados (operación de la suma); relaciones de equivalencia y desigualdad (más que, menos que); distancia (lejos, cerca); el 0 como valor nulo de una magnitud. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Prueban celdas al azar, sin tener en cuenta la información de la tabla; - Tocan la celda que recoge una de las dos informaciones a tener en cuenta: lugar y nombre del niño/a; - Siguen con el dedo la fila de su nombre y lo colocan en la celda correspondiente que hace la intersección entre su nombre y el lugar de vacaciones; - Cuentan el número de gomets para saber cuántos han visitado cada destino y escribir el número; - Acuden a la recta numérica cuando desconocen la grafía de un número, el cual

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- Yo, yo P.- Jolín, pues todos habéis estado en toda partes. Aquí pone los que habéis estado en Rivas, y aquí pone los que habéis estado en la playa y los que os habéis ido fuera de España ¿quién ha ido fuera de España? N.- Yo P.- Se., ¿tú dónde has ido? N.- A España P.- Fuera, fuera de España ¿dónde has ido? Que fuiste en avión, ¿dónde? N.- A Italia P.- A Italia. Y tú ¿dónde fuiste, So.? N.- En el avión P.- Sí, pero donde vive tu papá ¿dónde fuiste? N.- En el avión P.- Maaaarrrrruuuuuueeee… N.- A Marruecos P.- Bueno, pues qué creéis que habrá que hacer N.- Yo he ido a Ecuador en avión P.- Claro, pero este año no has ido a Ecuador en avión ¿verdad? En verano no, sí has ido a tu pueblo, vale. Mirad, ¿qué creéis que habrá que poner aquí? N.- Cuántos días hemos estado en el pueblo P.- No, pero escucha ¿qué creéis que habrá que poner aquí? Para que sepamos quién ha ido a cada sitio ¿qué habrá que poner?, I., ¿tú qué crees? N.- Yo he ido al pueblo P.- Tú has ido al pueblo y ¿qué habrá que poner para saber que tú has ido al pueblo? N.- Podemos escribir P.- Podemos escribir N.- Contar P.- ¿Y qué tendremos que contar? N.- Aquí P.- ¿quién tiene otra idea? ¿qué se podrá escribir para que sepamos dónde ha ido cada uno? N.- Los nombres P.- Los nombres, ¿ponemos los nombres?, venga Á. empieza, primero vamos a poner vuestros nombres y así sabemos luego dónde habéis ido. A ver Á., ven, ah, vas a por la tarjeta (todos van a por su tarjeta del nombre propio como ayuda para escribirlo) P.- Empieza Á., aquí, ahí. (Á. poniendo su nombre…) (…) Muy bien Á., ¿a quién se lo vas a pasar? (la hoja de A3) N.- A Se. P.- Venga Se., te toca, ¿dónde vas a poner tú el nombre, Se., enséñamelo con el dedito, ¿Dónde vas a poner tú el nombre? (Se. señala la segunda casilla) P.- Vale, pues venga. A ver qué bien están esperando los demás, paciencia para que Se. se concentre (Se. está escribiendo su nombre) Vale, Se., pásaselo a Is., corazón. Venga Is., corazón. Así sabemos cada uno N.- No sé si va a caber… P.- ¿Es muy largo? ¿cuántas letras tiene el nombre	*caber…* *P.- ¿Es muy largo? ¿Cuántas letras tiene el nombre de Is.?* *N.- 5* *P.- ¿5? Compruébalo a ver, a ver si son 5, Cl., compruébalo a ver* *N.- 1,2,3,4,5,6,7,8* *8* *P.- ¿Cuántas letras tiene?* *N.- 8* La docente interpela a todos/as los alumno/as del equipo para que realicen sus aportes y expliciten sus estrategias de pensamiento: *P.- ¿Para qué creéis que habré traído yo gomets para pegar en esa hoja ?* *N.- Para pegarlos donde ponga dónde hemos ido* *P.- ¿Os parece bien la idea de Á., poner el gomet donde ponga dónde hemos ido? ¿Qué os parece, Is., te parece eso bien o no, o tienes otra idea? ¿Qué piensas tú?* Se observa que, en vez de decir que una respuesta es incorrecta, se hace otra pregunta que ayude a volver a pensar de nuevo desde otra perspectiva, sin el sentimiento de fracaso: *P.- Por ejemplo, Cl. ¿tú dónde has ido de vacaciones?* *N.- A Lozoya* *P.- Y Lozoya ¿qué es, una playa, un pueblo, una montaña?*	encuentran contando desde 1, tocando número a número de la serie; - Escriben los cardinales correspondientes. No se da importancia a la calidad de la grafía, lo hacen *a su manera*; - Necesidad de ver la fotografía de las vacaciones para situarse en el tiempo sobre el que se está tratando, las vacaciones (alumno con n.e.e.). Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Intuyen que la situación se resuelve matemáticamente: *P.- Mirad, os he traído esta hoja que dice… ¿tenéis idea de qué pondrá aquí? A ver, id pensando qué pondrá.* *N.- Cuántos días hemos estado de vacaciones* - Analizan el eje de abscisas (leyendo los destinos) y deducen el eje de ordenadas con ayuda del adulto; - Estiman el espacio: para escribir los nombres en la celda de la tabla, en función del número de letras, anticipan si cabrá o no; - Algunos niños/as no sienten la necesidad de contar; para responder a *cuántos*, dirán *muchos*; - Muchos niños/as saben que es necesario contar para responder a *cuántos*; - Interpretan la cantidad de niños y niñas que han ido a cada destino a partir de la expresión gráfica que han llevado a cabo; - Algún niño/a no siente la necesidad de expresar el valor nulo de una magnitud con el número 0 y realiza marcas más primitivas para expresarlo; - La mayor parte de ellos/as reconoce en el 0 su significado de valor nulo de una magnitud y lo utilizan para expresarlo; - Procedimientos emocionales y afectivos: *yo de pequeño he ido a la playa; yo he ido una vez con mis abuelos.* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta:

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
de Is.? N.- 5 P.- ¿5? Compruébalo a ver, a ver si son 5, Cl., compruébalo a ver N.- 1,2,3,4,5,6,7,8 8 P.- ¿Cuántas letras tiene? N.- 8 No le va a caber P.- ¿Es más largo que el nombre de Se. o más corto? N.- Más largo P.- Más largo porque tiene… N.- El mío es más corto N.- Anda que te pasas P.- No pasa nada Is., no importa. Venga, ¿a quién le toca ahora chicos? Venga, So. N.- Jolines, yo la última P.- So., ¿dónde lo vas a escribir?, mira donde te dice Se., ahí, vamos , venga, empieza tú (So. está escribiendo su nombre) P.- Perfecto, So., Cl., te toca ¿dónde lo vas a poner tú? N.- Aquí, P.- Vale, vas muy bien, Cl. Qué paciencia, qué bien están esperando los amigos del equipo ¿eh? Muy bien N.- ¿y aquí, aquí, aquí, y aquí? P.- ¿Qué haremos ahí? ¿Qué crees tú que haremos? ¿Qué podremos hacer? N.- Escribir a dónde hemos ido P.- Podría ser, te voy a enseñar una cosa que he traído, a ver qué crees tú que vamos a hacer con eso N.- Unos gomets P.- Sí ¿y para qué habré traído yo esos gomets? N.- Para pegarlos P.- ¿Para pegarlos dónde, Is.? N.- Aquí P.- Y ¿por qué vamos a pegar unos gomets ahí, para qué los pondremos? ¿Para qué creéis que habré traído yo gomets para pegar en esa hoja? N.- Para pegarlos donde ponga dónde hemos ido P.- ¿Os parece bien la idea de Á., poner el gomet donde ponga dónde hemos ido? ¿Qué os parece, Is., te parece eso bien o no, o tienes otra idea? ¿Qué piensas tú? N.- Yo he ido al pueblo P.- Tú has ido al pueblo, entonces ¿dónde pondrás tú el gomet? N.- Aquí P.- Donde el pueblo, vale. Vamos a esperar a I. y empezamos. Muy bien I., ponte allí al lado de Á. y Cl. se va a poner… Nos hemos colocado todos en fila para poderlo ver bien. Bueno, entonces, ahora ¿qué hacemos con estos gomets? N.- Ponerlos P.- Por ejemplo, Cl. ¿tú dónde has ido de vacaciones? N.- A Lozoya P.- Y Lozoya ¿qué es, una playa, un pueblo, una montaña? N.- Es un pueblo P.- Entonces tú ¿dónde vas a poner el gomet? N.- Aquí	*N.- Es un pueblo* *P.- Entonces tú ¿dónde vas a poner el gomet?* *N.- Aquí* *P.- Donde pone pueblo. Pero ¿encima de la palabra pueblo?* *N.- Aquí* *P.- Aquí podría ser, pero aquí está el nombre de Ál.* *N.- Aquí* *P.- Perfecto, pues hala, ponlo tú ¿has ido sólo al pueblo o has ido a algún sitio más?* Se observa que la actividad les es cercana porque se recogen sus experiencias vividas, unas experiencias que, además, son muy motivadoras y que apelan a lo afectivo. A So. le cuesta mucho enganchar con las actividades, y, sin embargo, en esta ocasión participa continuamente y da su parecer a los/las compañeros/as, está conectada con la situación. So. no siente la necesidad de contar. A la pregunta de ¿cuántos? dice: *muchos.* La docente propicia que se ayuden unos a otros constantemente: *Necesitamos tu ayuda, si no lo hacemos entre todos no nos va a salir bien, necesitamos tu cabecita pensando también.*	- Respuestas imprecisas, con lenguaje informal: aquí, ahí… - Respuestas más elaboradas desde el punto de vista del lenguaje: *Escribir a dónde hemos ido;* - Utilizan un cardinal para dar la respuesta; - Emplean vocabulario más convencional de matemáticas: más corto, más largo, lejos,…; Ámbito de la respuesta: - En el marco del diálogo y la puesta en común de estrategias para resolver una tarea de equipo. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa, bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema; - Se recogen las aportaciones de todos/as para ponerlas al servicio de los demás, como estrategias posibles; - Se potencia la ayuda mutua, el trabajo en equipo, no sólo desde la solidaridad, sino también por lo que puede aportar al desarrollo cognitivo de cada uno/a; - Se refuerza especialmente a los alumnos/as a los que les cuesta más expresar sus estrategias o que no tienen mucha confianza en ellas, devolviéndoles una imagen de capacidad. ***Otros aspectos emergentes*** Parece que generar un campo semántico en torno a la situación matemática facilita la atención en la cuestión y una mayor comprensión. Se considera que interpelar a todos/as los niños y niñas en esta situación matemática específica ayuda a captar su atención y a que expresen sus estilos de pensamiento, sirviendo éstos de posibles estrategias a los demás, facilitando que la docente conozca su ZDR y, a la vez, ayudando a organizar su propio pensamiento: *P.- ¿Para qué creéis que habré traído yo gomets para pegar en esa hoja ?*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Donde pone pueblo. Pero ¿encima de la palabra pueblo? N.- Aquí P.- Aquí podría ser, pero aquí está el nombre de Ál. N.- Aquí P.- Perfecto, pues hala, ponlo tú ¿has ido sólo al pueblo o has ido a algún sitio más? N.- He ido a la playa P.- Pues si has ido a la playa, entonces ¿qué hacemos? N.- Poner otro P.- Venga ¿Dónde dices tú? N.- Aquí P.- Pero, ¿aquí pone playa? N.- No P.- ¿Dónde pone playa? N.- Aquí P.- Muy bien, So. Entonces ¿dónde tiene que poner el gomet Cl.? N.- Aquí P.- Perfecto. Jolín, Cl., qué suerte, vaya vacaciones buenas. I. ¿y tú, dónde has estado de vacaciones? N.- En Marina D'Or P.- En Marina D'Or, y ¿qué es Marina D'Or, un río?, N.- No P.- ¿Qué es? N.- Una playa P.- Una playa N.- Es a Oropesa P.- Claro a Oropesa, y ¿entonces qué vas a hacer, I., dónde lo vas a poner? Antes habías dicho aquí y ahora dices aquí ¿dónde crees tú de los dos, I.? N.- Aquí (señala la celda correcta) P.- Vale N.- También he ido al pueblo P.- Pues hala, a por ello, ¿qué vas a hacer con el pueblo?, pero pueblo es así pupu.... ¿Dónde pondrá pueblo, Á., necesitamos ayuda, S. ¿a ver dónde pondrá pueblo? N.- Ahí P.- Aquí, vale, pues venga, ahí, perfecto I. A ver Á., te toca a ti, que Á. ha estado de vacaciones en todas partes, a que sí, Á. A ver, por qué vas a empezar N.- Al zoo P.- Lo que pasa es que aquí no pone Zoo, tenemos que pensar de las otras que hemos puesto, hemos puesto pueblo, montaña, río, Rivas, playa y fuera de España. Á., ¿dónde vas a poner tú los gomets entonces? N.- En la playa P.- Pues hala, en la playa N.- Esta es la playa P.- Muy bien So., ahí está la playa. Vale, Á. N.- En la montaña P.- Pues hala, ¿dónde pone montaña, Á.? Chicos, Á. no encuentra la montaña, ¿dónde pone montaña?. Ahí, vale N.- Empieza por la O P.- Empieza por mo mo mo mo.	Se reconocen como válidas diferentes estrategias resolutivas: *P.- Vale, pues ¿qué hacemos aquí, qué hacemos?* *N.- Lo tachamos* *P.- ¿Tú qué piensas, Is.?, pero ¿hacemos así una crucecita de tacharlo?* *N.- Yo quiero tachar* *P.- Esperad, chicos, ¿Qué otra cosa podemos hacer en vez de tachar?* *N.- Poner un 0* *P.- Y ¿por qué podríamos hacer un 0, I.?* *N.- Porque no hay nadie* *P.- Dile a los amigos qué les parece esa idea ¿qué os parece la idea de I. de poner un 0?, tú ¿qué opinas, Is.? ¿Te parece un 0?* *N.- No* *P.- no, ¿por qué? ¿Tú prefieres tachar?, pues a ver qué hacemos ¿ponemos un 0 o tachamos, qué hacemos? A ver, ¿cuántos de vosotros queréis tachar?* *N.- yo, yo……* *P.- Y ¿cuántos queréis poner un 0?* *N.- yo, yo……* *P.- Pues que lío, porque vosotros queréis tachar y poner un 0 ¿qué hacemos entonces?* *N.- Tachar y poner un 0* *P.- ¿Sí?, pues venga, Is., tacha y pon un 0, las dos cosas* *(Is. hace una crucecita y pone un 0)* Algunos niños/as conocen el valor	*N.- Para pegarlos donde ponga dónde hemos ido* *P.- ¿Os parece bien la idea de Á., poner el gomet donde ponga dónde hemos ido? ¿Qué os parece, Is., te parece eso bien o no, o tienes otra idea? ¿Qué piensas tú?* La verificación de las soluciones la realizan los alumnos y alumnas, no la ofrece la docente. Parece que rehacer las preguntas, enfocarlas desde otra perspectiva, ayuda a los niños y niñas a emplear otras estrategias diferentes de las que no les han llevado a la resolución correcta. Así mismo, se observa que esta estrategia no les genera sentimiento de fracaso: *P.- Por ejemplo, Cl. ¿tú dónde has ido de vacaciones?* *N.- A Lozoya* *P.- Y Lozoya ¿qué es, una playa, un pueblo, una montaña?* *N.- Es un pueblo* *P.- Entonces tú ¿dónde vas a poner el gomet?* *N.- Aquí* *P.- Donde pone pueblo. Pero ¿encima de la palabra pueblo?* *N.- Aquí* *P.- Aquí podría ser, pero aquí está el nombre de Ál.* *N.- Aquí* *P.- Perfecto, pues hala, ponlo tú ¿has ido sólo al pueblo o has ido a algún sitio más?* La situación matemática da lugar expresión gráfica a una realidad vivida por ellos que, además, les es emocionalmente cercana y motivadora: sus propias vacaciones de verano. Parece que la ayuda mutua facilita a los que ayudan a concentrarse de nuevo, o a tomar conciencia de lo que saben, y a los que son ayudados, a conocer estrategias diferentes de las suyas. Los niños/as acuden naturalmente a la recta numérica si desconocen la grafía de un número que les es necesario anotar. Se pone el acento en el significado de la representación gráfica, en el entendimiento del número, no tanto en el reconocimiento o trazado de grafía.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
¿Algún sitio más, Á.?¿dónde más has ido? N.- Al río P.- Al río, pues hala hala al río N.- Algún día yo también he ido al río P.- ¿Cómo está el agua? N.- Fría P.- Muy fría N.- Yo ya me voy a ir de acampada P.- De acampada, qué suerte, haz fotos y nos las traes Venga, a ver cómo has ido al río. Tiene dudas Á., Se., necesita ayuda, Is., S. ¿dónde pondrá rrrííííooo? N.- Aquí P.- Vale, perfecto Á., pues a ver qué hacemos N.- Quedan 3 P.- No pasa nada, si faltan ¿qué puedo hacer?, si faltan gomets ¿qué puedo hacer? N.- Traer más P.- Traer más. Vale. A ver Se., y tú ¿dónde has ido de vacaciones?, Á., fantástico eh, ¿tú dónde has ido de vacaciones? N.- A Roma P.- A Roma. Roma estaba fuera de España, ¿te acuerdas? A ver donde ponemos la de fuera de España de Se. P.- Muy bien, ¿dónde más has ido? N.- A Valencia P.- Y eso que es, ¿playa, montaña? N.-Playa P.- Playa, pues hala, vamos allá. Mira Á., Se. también ha estado en un montón de sitios. ¿Algún sitio más, Se.? N.- A Calpe P.- Y Calpe ¿dónde está? N.- No sé, está muy lejos P.- Sí, pero es de playa o de montaña? N.- De playa P.- Mira, como ya tienes puesto éste aquí de playa ya no nos hace falta poner otro, ¿vale?, ya no nos hace falta, S., porque ya sabemos que has estado en la playa, aunque sean 2 playas, ¿vale, te parece?. Pues hala, vamos a dejar a Is. Is. ¿tú dónde has ido de vacaciones? N.- A Ecuador y a la playa P.- ¿Así que has ido a Ecuador este verano, seguro? Y ¿Ecuador está en España o fuera de España? N.- Fuera P.- Fuera de España, pues venga, a ver dónde lo pones, mira ahí es la fila de Á., ¿dónde está tu fila? N.- Aquí P.- Muy bien So., muy bien. Vamos a cogérsela a Á., porque Á. no ha ido, toma, en tu fila ¿vale? A ver chicos, necesita Is. un poco de ayuda, Á., no sabe dónde poner su gomet de las vacaciones fuera de España, venga, id a echarla una mano ¿dónde pone Is., chicos? N.- Aquí P.- ¿Y dónde tendrá que poner el gomet de fuera de España N.- Aquí P.- Eso es, muy bien Is. ahora, muy bien. Vale, ¿has ido a algún sitio más?	numérico pero no la grafía de un número determinado. Saben resolverlo acudiendo a la recta numérica. Se observa que no se da importancia a la calidad o precisión de las grafías numéricas y sí a la comprensión de lo que significa. Se refuerza a A., que no tiene seguridad en sí mismo y que, sin embargo, hace aportes muy valiosos. Cuando la actividad se ha realizado en dos momentos diferentes, al retomar, se trata de que, entre todos, se recuerde y explique de nuevo, lo que parece afianzar su comprensión. En el segundo equipo, la docente aporta las estrategias que llevaron a cabo los niños/as del primer equipo, resultándoles útiles a los niños/as.	Parece que el cansancio afecta a su motivación y razonamientos, así pues, se posterga la tarea para otro momento cuando se observa esta situación. Algunos niños/as comienzan a entender el 0 como valor nulo de una magnitud, otros, prefieren hacer representaciones más primitivas: tachar en la columna en la que no hay ninguno. Ante su diversificación de aportes, se admiten diferentes estrategias de resolución. Al repasar la actividad, entre las explicaciones de la docente y los aportes de los niños/as, parece que se ha generado una mayor comprensión y un afianzamiento de lo trabajado: son capaces de recordar a partir de la visualización e interpretación de la tabla que han generado juntos/as.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- A la playa P.- A la playa, pero no me quedan gomets N.- Ve a por otro P.- ¿Cuántos tengo que traer? N.- 1 P.- ¿1 sólo?, ¿y So. cuántos va a necesitar? N.- Muchos P.- Vamos a ver, si Is. necesita 1 para la playa, So. necesita 1 para Marruecos y 1 para la playa ¿cuántos tengo que traer? N.- Muchos P.- Pero cuántos, necesitamos para Is. y para Sofía N.- Tres P.- Voy a traer 3 entonces, a ver qué pasa, ¿me esperáis? P.- Mirad chicos, he traído 3, pero ahora no sé si los he traído bien o no. ¿Cuántos necesitaba Is.? N.- 1 P.- Pues hala, cógetelo ¿y qué haces con ese uno, Is.?¿dónde está la playa chicos?, que Is. no sabe dónde está la playa N.- Aquí P.- ¿Y la fila de Is., dónde está? N.- Aquí P.- Vale, perfecto, vale Is. Ya sólo nos faltas tú, So. N.- Y a mí, porque yo he ido a Pedrezuela P.- Pero yo creí que el de Pedrezuela era el del pueblo N.- Sí P.- Pues mira, ya está puesto. So., ¿dónde ponemos los tuyos? N.- Yo iba con el delfín , con el tiburón, con el perrito y con el castillito P.- Entonces, si has ido con el delfín, has estado ¿dónde has estado? N.- En la playa P.- Pues venga, vamos a poner el de la playa N.- El delfín estaba en la playa P.- Venga, cógelo y ponlo en la playa, venga, ponlo en la playa, a ver P.- Muy bien, So. Y tú también estuviste en otro sitio ¿dónde estuviste?, pero cuando fuiste con papá, estuviste en Marruecos. P.- Ah, muy bien N.- También fui al río P.- ¿También fuiste al río?, pues vamos a por otro gomet. Ponlo tú en el río P.- Mirad bien qué ha pasado, mirad. Mira, So., mira ¿qué le ha pasado a la hoja? N.- No lo sé P.- ¿Qué es lo que vemos, no vemos nada? Mira, mira, ¿qué pasa por aquí? ¿qué pasa por aquí?... N.- Que hay muchos P.- Que hay muchos ¿dónde hay muchos? N.- En todas partes P.- ¿Qué quiere decir que hay muchos aquí? ¿Qué querrá decir? N.- Que hemos ido todos a la playa P.- Sí señor, que hemos ido todos a la playa. Cuéntalos a ver cuántos habéis ido a la playa N.- 1,2,3,4,5,6 P.- Vale, pues ¿qué número podemos poner ahí?		

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- El 6 P.- Venga, ¿Quién se atreve? ¿cuál es el 6? Chicos, pregunta Cl. N.- Yo sé P.- ¿Cuál es? ¿por qué no lo miras en algún sitio, Cl.? Para estar segura N.- Ahí P.- Venga, vete a ver. Á., vete con ella (Cl. y Á. se van a la recta numérica y cuentan hasta encontrar el 6) N.- Ya lo hemos encontrado P.- Venga, ¿ya lo habéis encontrado? Ponen el 6 debajo de la columna de la playa. P.- Chicos, estamos cansados, ¿verdad? ¿lo dejamos para luego? Días más tarde. P.- A ver, chicos, vamos a recordar que pasaba aquí, ¿qué es lo que hicimos el otro día? ¿Qué es lo que hicimos? N.- Este es el mío P.- Vale, y ¿qué hiciste tú, Is.?¿Qué hiciste tú? ¿Para qué había esos gomets puestos, chicos? N.- Para saber dónde habíamos ido de vacaciones P.- Vale, y ¿entonces qué hacíamos con los gomets? N.- Pegarlos donde íbamos: a la playa, al río… P.- Vale, entonces, chicos, mirando bien la hoja, mirando ahora la hoja, So., mírala bien, acércate a verla, So., mirándola bien, mirando bien la hoja ¿qué es lo que veis que ha pasado?, ¿qué ha pasado? N.- Que aquí hay muchos P.- Que hay muchos. Entonces eso ¿qué significa, Se.?¿qué significa? N.- Que han ido todos al río P.- Al río, mira a ver, léelo despacito N.- Ríííííooo P.-Río, mirar, hay no pone rrr, ¿qué pone, chicos?, ayudar un poco a Se. N.- Playa P.- Playa N.- Todos han ido a la playa P.- Todos han ido a la playa, vale. Cl., Y entonces el otro día contamos así y dijimos 1,2,3,4,5,6, 6 han ido ¿a dónde? N.- A la playa P.- A la playa. Bueno, ¿qué hacemos con los demás? N.- Pues tapar P.- ¿Tapar el qué, hijo? ¿con gomets?, pero si ponemos un gomet aquí querrá decir que tú has ido a Rivas, que tú has estado en Rivas ¿tú has estado en Rivas o has estado en el pueblo? A ver, vamos a contar, a ver, vamos a verlo bien, Cl., a ver, ¿cuántos amigos habéis ido al pueblo? Venga, mirar a ver, ¿cuántos amigos hay en el pueblo? N.- 2 P.- 2, pues ¿qué hacemos aquí? N.- Poner el 2 P.- ¿Te atreves tú?, venga N.- ¿El 2 cuál es? P.-Chicos, ¿qué puede hacer Cl. si no sabe cuál es el 2? N.- Mirar en el cartel		

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Corre a ver el cartel, a ver cuál es el 2, venga, que te acompaña Á. (3 niños se van a ver la recta numérica) N.- Mira ese es el 2 P.- A ver ese 2, vale, perfecto Chicos ¿qué hacemos con los de la montaña? N.- Ponemos un 1 P.- ¿Estáis de acuerdo con Cl., ponemos un 1, I.? N.- Sí P.- ¿Por qué ponemos un 1? ¿por qué un 1 y no un 3, por qué un 1, chicos? N.- Porque un gomet P.- Sólo 1, Á., que él todavía no lo ha hecho, venga Á. ¿tú sabes poner el 1? ¿te hace falta ir a buscarlo o así solito?, venga, a ver cuál es el 1, él solito ahora, S. N.- El 1 es así P.- Venga, a ver, ¿dónde lo vas a poner, Á. A ver, dímelo otra vez, Cl., ¿cómo se hace? (Cl. dibuja un 1 en el aire) P.- Vale, venga, a ver dónde lo pones Á., el 1 ¿por qué íbamos a poner un 1, chicos, por qué? N.- Aquí P.- Vale N.- hala, así no es P.- Así es a su manera. A ver ¿I., qué pasa con los del río? N.- Que ya no caben más P.- ¿Ya no caben más del río?, pero mirar a ver cuántos han ido al río, mirad a ver N.- hay 2, 2 P.- Vale, pero ¿qué número ponemos en los del río? N.- El 2 P.- I. no lo ha intentado todavía N.- Media luna, tobogán y me tumbo 2 P.- Vale, Se. te ha ayudado muy bien ¿eh?, bueno, y ¿qué hacemos con los de Rivas? ¿qué pasa con la columna de Rivas?, mirad N.- Vivo en Rivas P.- Pero en verano, Á., el otro día dijiste que en verano no habías estado en Rivas porque habías estado en la sierra, habías estado en la playa y en el río, por eso aquí no pusimos nada, ¿qué pasa con éstos? N.- ¿Aquí qué pone? P.- Pone Riiiiivas N.- Yo he ido a Rivas P.- Sí pero eso ahora, hablábamos del verano, por eso tú no pusiste el otro día gomet en el verano porque tú habías estado en Marruecos, ¿te acuerdas? Vale, entonces ¿aquí hay algún gomet? N.- No P.- No ¿quiere decir que alguien ha estado en Rivas de vacaciones o que no? ¿qué piensas, Is.? Mirad, entonces ¿alguien estuvo en Rivas? N.- No P.- Vale, pues ¿qué hacemos aquí, qué hacemos? N.- Lo tachamos P.- ¿Tú qué piensas, Is.?, pero ¿hacemos así una crucecita de tacharlo? N.- Yo quiero tachar P.- Esperad, chicos, ¿Qué otra cosa podemos hacer		

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
en vez de tachar? N.- Poner un 0 P.- Y ¿por qué podríamos hacer un 0, I.? N.- Porque no hay nadie P.- Dile a los amigos qué les parece esa idea ¿qué os parece la idea de I. de poner un 0?, tú ¿qué opinas, Is.? ¿Te parece un 0? N.- No P.- no, ¿por qué? ¿Tú prefieres tachar?, pues a ver qué hacemos ¿ponemos un 0 o tachamos, qué hacemos? A ver, ¿cuántos de vosotros queréis tachar? N.- yo, yo…… P.- Y ¿cuántos queréis poner un 0? N.- yo, yo…… P.- Pues que lío, porque vosotros queréis tachar y poner un 0 ¿qué hacemos entonces? N.- Tachar y poner un 0 P.- ¿Sí?, pues venga, Is., tacha y pon un 0, las dos cosas (Is. hace una crucecita y pone un 0) P.- Vale, como el de la playa ya está listo ¿qué hacemos con los que están fuera de España? ¿Cuántos han ido fuera de España este verano? N.- 3 P.- A ver, contamos otra vez para estar seguros N.- 1,2,3 P.- A ver, ¿quién falta por escribir? N.- yo, yo, yo P.- Cl., tú ya has escrito y Á. e Is. también. I., Se. y So. faltan, como no pueden escribir los tres ¿qué hacemos? ¿quién pone el 3?, I., tú sí que has escrito, entonces faltan Se. y So., ¿cuál de los dos lo pone? ¿Qué podemos hacer? ¿Lo sorteo?, venga a ver (…). Te toca, So., ¿qué número íbamos a poner, So.? N.- El 3 P.- Y ¿sabes cuál es el 3? N.- Sí P.- Vete con Cl. y contáis allí 1, 2 y 3, a ver cuál es el 3, corre. Chicos, un segundito, cómo ahí no llegáis a contarlo ¿dónde más podéis contar?, So. mira con Cl., cuéntalo tú So. 1,2 y 3 a ver N.- 1,2,3 P.- ¿Ya está?, pues hala, vamos, hala So., vamos allá. So. ¿dónde lo tienes que poner, cariño? Chicos So. se ha despistado un poco en el camino y no se acuerda dónde lo tiene que poner. Á., ¿dónde lo tendrá que poner? N.- Aquí P.- Pero ahí ¿encima del gomet? N.- Aquí P.- Ahí, venga So. (So. pone un 3 al final de la columna). Perfecto chicos, esta vez, fenomenal. 2º Equipo (Se leen entre todos las palabras referidas a destinos, en el eje de abscisas) P.- A ver ¿dónde estuviste tú? ¿En la playa, en la montaña? N.- En un pueblo P.- Sólo en un pueblo. Casi todos los días ¿qué		

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
hiciste allí en Murcia? N.- Me bañé y nadé en la playa P.- En la playa, tú estuviste en la playa N.- Pero también con el abuelo a mi lado P.- Muy bien, qué valiente. Y tú, A., ¿dónde estuviste tú? N.- En el pueblo P.- Y tú Da.? N.- En la playa P.- Y ¿C.? N.- En (el nombre de un pueblo) P.- Y eso era un pueblo, era una playa, ¿qué era? N.- Era un pueblo con muchas piscinas P.- ¿Sabéis para qué os he traído esto? N.- ¿Para qué? P.- Para que cada uno digamos si hemos estado en el pueblo, en la montaña, en Rivas…… ¿Sabéis cómo lo vamos a hacer?, necesitamos primero poner algo aquí, ¿qué se os ocurre que pongamos para que sepamos? N.- Los nombres P.- Pues venga, vamos a poner los nombres (…) Vale, chicos, le voy a poner yo a I. para acordarnos de que falta él. Mirad, entonces he traído estos gomets N.- ¿Para qué? P.- Para ponerlos donde hemos estado y que se vea bien dónde hemos estado. Aquí, si fuera yo y aquí pusiera Marisol, como yo he estado en la playa, yo pondría un gomet aquí en la playa, donde dice playa y en mi nombre, lo pondría aquí. Lu., ¿tú dónde has estado? N.- En el pueblo y en la playa P.- Vale, pon un gomet en el pueblo y otro gomet en la playa N.- ¿Y dónde pone pueblo? P.- A ver, ¿dónde pondrá pueblo?, piénsalo bien, vamos a decirlo, pupupupueeeeeeblo, ¿dónde pondrá pueblo? (…) N.- Esta P.- ¿Por qué crees que es ésta, C.? N.- Porque empieza por la P P.- Pues hala, L. N.- Pueblo, pueblo es aquí P.- Muy bien visto, A., ¿ves como sí sabes? L., aquí pone tu nombre y aquí pone pueblo ¿dónde vas a poner el gomet? N.- Aquí P.- Ahí, perfecto. También has estado en la playa y ¿dónde pondrá playa? N.- PPPPPPPPP P.- Vale, ¿cuál será? N.- Esta P.- Esa, perfecto N.- Yo he estado en el pueblo, pero no me cabe P.- ¿Por qué no te cabe? ¿Dónde está tu nombre? N.- Aquí P.- Ahí, pasa con el dedito a ver dónde lo puedes poner N.- Aquí		

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- ¿Ahí es buena idea?, toma. ¿Tú sólo has estado en el pueblo, A.? N.- También en la piscina de mi pueblo P.- Ah, eso, como es la piscina de tu pueblo, lo dejamos en el pueblo ¿vale? D., y tú, ¿dónde has estado? N.- En la playa P.- En la playa, entonces ¿dónde vas a poner tú el gomet?. L., mira bien, a ver qué tal va D. ¿Dónde lo vas a poner tú? N.-Aquí P.- ¿Qué pone aquí? N.- Playa (…) P.- Vale, aquí tienes playa y tu nombre ¿dónde está? ¿dónde está tu nombre? N.- Aquí P.- Ahí, pues ¿dónde pones el gomet, entonces? N.- Aquí P.- Pero aquí está el nombre de A. Este es tu nombre y ¿dónde está la playa?, aquí, esta es tu fila, D.,L., A., necesitamos ayuda, algo pasa aquí, D.se nos despistó de repente y no encuentra otra vez dónde pone playa N.- Aquí P.- Pues tenéis que ayudarla, chicos, D. ¿qué hacemos?, si pone playa aquí y aquí pone tu nombre, ¿qué hacemos? N.- Aquí P.- ¿Qué os parece ahí, chicos, ahí hay que ponerla?, A. N.- Aquí P.- Sí, pero esta es la fila de tu nombre. ¿Tú qué crees, C.? L., necesitamos tu ayuda, si no lo hacemos entre todos no nos va a salir bien, necesitamos tu cabecita pensando, también N.- Aquí P.- Vale, le toca a C., díselo a ellos, ¿dónde has ido tú? N.- Al pueblo P.- ¿Aquí pone pueblo? Pupupueeeeblo, A., no encontramos el pueblo ¿dónde lo pone? N.- Aquí P.- Mira, A. lo sabe porque él ha ido al pueblo ¿dónde ponemos el gomet? N.- Aquí P.- Ahí, vale, ponlo. Mira L., mira lo que pasa, ven, ven aquí conmigo, acércate. Mira A., ahora queremos sabes ¿cuántos habéis ido al pueblo de este equipo? N.- Yo P.- ¿Cuántos habéis ido?, mirad, mirad la hoja ¿cuántos de vosotros habéis ido al pueblo? ¿De éste equipo cuántos habéis ido al pueblo? N.- 1, 2 y yo 3 P.- ¿3 habéis ido al pueblo? A ver si hemos puesto 3 gomets dónde el pueblo, a ver ¿cuántos gomets hemos puesto en el pueblo? N.- 1, 2, 3, 4 y 5 P.- Ah, perfecto ¿pero, éstos son del pueblo? N.- No P.- ¿De dónde son éstos?		

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- De la playa		
P.- Entonces al pueblo ¿cuántos habéis ido?		
N.- 3		
P.-¿ Alguien se atreve a poner un 3 aquí para saber cuántos hemos ido?		
N.- Yo, ¿sola?		
P.- Tú sola ¿te acuerdas de cómo es el 3?		
N.- Sí		
P.- Perfecto. ¿Cuántos habéis ido a la montaña?		
N.- Ninguno		
P.- ¿Qué hacemos si no habéis ido ninguno?		
N.- 0		
P.- ¿Ponemos un 0 ahí, chicos?		
N.- Sí,		
P.- Ninguno habéis ido a la montaña. Y aquí ¿cuántos habéis ido? ¿cuántos habéis ido al río?		
N.- Nadie		
P.- Pues, ¿qué hacemos?		
N.- 0		
P.- Hala, L., pero el río no está aquí, ésta es la montaña ¿Qué hacemos entonces?, D., ¿tú qué crees?		
N.- Aquí		
P.- A., mira lo que dice D., que si ninguno hemos ido al río ¿dónde ponemos el 0?		
N.- Aquí		
P.- Ahí ¿os parece bien a los demás?, A. ¿ahí te parece bien?		
N.- Sí, pero una rayita más y ya está		
P.- ¿Qué lo cierre? (se refiere al trazo del 0, que ha quedado sin terminar), ciérralo, L. ¿Cuántos nos hemos quedado en Rivas de vuestro equipo?		
N.- Ninguno		
P.- ¿Algunos nos hemos quedado en Rivas? Mirad la hoja ¿tenemos algo en Rivas?		
N.- Nadie		
P.- Vale, ¿qué hacemos, chicos?		
N.- Un 0		
P.- Vale, ¿dónde lo ponemos?		
N.- Aquí		
P.- Mira, asómate, lo han puesto aquí ¿te parece bien?		
N.- Sí		
P.- Vale, bueno y ¿cuántos habéis ido a la playa?, ¿cuántos habéis ido a la playa, chicos?		
N.- 2		
P.- ¿Por qué 2, D.?		
N.- 1, 2		
P.- ¿Quiénes habéis ido a la playa?, A. ¿quién ha ido a la playa de este equipo?		
N.- 1 y 2. 2		
P.- 2, ¿qué 2? ¿Quiénes de vosotros habéis ido a la playa?		
N.- D. y L.		
P.- Pues entonces ¿qué número ponemos ahí?		
N.- Yo de pequeño he ido a la playa		
N.- Yo he ido una vez con mis abuelos		
P.- Pero de este verano, de este equipo verde, ¿cuántos habéis ido a la playa?		
N.- 2		
P.- ¿Tú crees que 2?		
N.- Yo de pequeño he ido a la playa		

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- No, de pequeño no, de este verano, lo que acabamos de poner aquí ¿quién ha puesto su gomet en la playa porque ha ido a la playa este verano? N.- A ver, D. ha puesto aquí y L. P.- Entonces, ¿cuántos habéis ido a la playa? N.- 2 P.- 2 pues ¿qué hacemos? N.- Ponemos un 2 P.- ¿dónde lo ponemos, A.? N.- En la columna de la playa P.- Enséñale a L. dónde lo tiene que poner N.- Aquí P.- Ahí, vale. ¿Qué tal, chicos, así está bien?, entonces ¿cuántos hemos ido al pueblo? N.- 3 P.- ¿Y a la montaña? N.- Ninguno P.- ¿Y al río, C.? N.- Ninguno P.- ¿Y a Rivas? N.- Ninguno P.- ¿Y en la playa? N.- 2 P.- Vale, ¿así está perfecto o no? N.- Sí P.- ¿Algo más?, ¿lo dejamos así? N.- Sí P.- Venga, vale chicos, lo habéis hecho fenomenal ¿Qué pasa?, ¿no te quedas convencida de este 3? ¿Quieres que lo borre o lo dejamos así? ¿Cuál te gusta más? N.- Éste es el bueno P.- Éste, ya está, así perfecto, chicos. Al día siguiente un compañero que estuvo ausente en el desarrollo de la situación, se incorpora y se retoman sus datos: P.- Mirad, chicos, ¿os acordáis de qué fue lo que hicimos aquí? Y terminamos de pegar las pegatinas. Tienes que mirar aquí. Vale ¿qué fue lo que hicimos aquí el otro día? N.- Poner gomets donde hemos ido P.- Vale, pero no los pudimos poner todos N.- Porque no estaba Ik. P.- Porque no estaba Ik. Mira, L. puso un gomet aquí porque fue ¿a dónde fue?, mira Ik. ¿Dónde fuiste? Al puuuuu N.- Al pueblo P.- Y puso otro gomet aquí ¿Por qué? N.- Fue a la playa P.- Porque fue a la playa. A. ¿dónde fuiste? N.- Al pueblo P.- Y ¿D.? N.- A la playa P.- A la playa. Mira Ik., mira y ¿C. dónde fue? N.- A la playa, y al pueblo P.- Vale, pues ahora le vamos a preguntar a Ik. ¿Ik., dónde has ido estas vacaciones?? N.- Al médico P.- Espera, te voy a enseñar la foto tuya, la que nos trajiste de vacaciones ¿vale?, mirad todos, chicos, os		

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
voy a enseñar la foto de Ik. ¿dónde estuviste, Ik.?, dímelo tú N.- Estaba en la playa P.- En la playa, ¿con quién fuiste a la playa? N.- Con Jorge, con amigos P.- Mira lo que pusiste aquí: he ido a la playa, he hecho arena, estoy con Jorge ¿verdad que estuviste en la playa? (se refiere al pie de foto que ha escrito el niño días antes) N.- Sí P.- Claro, tu estuviste en la playa de vacaciones, entonces mira, aquí pone pueblo, montaña, río, Rivas, playa, fuera de España ¿tú dónde has ido entonces de vacaciones? N.- He ido al médico porque tenía aquí en la boca un grano P.- Pero eso fue el otro día, cuando fuiste con papá y mamá, pero de vacaciones mira bien donde estuviste ¿dónde estuviste? N.- En la playa P.- En la playa. Chicos, vamos a ayudar a Ik., ¿dónde pone aquí playa? C. ¿dónde pone playa? N.- Aquí P.- Entonces, Ik., ¿dónde vas a poner tu pegatina? ¿En el pueblo, seguro? N.- En la playa P.- Mira, aquí está tu nombre, vamos a seguir con el dedito, ponlo tú. Pero ahora pasa algo, A., pasa algo ahora, ya no está como debería ¿alguien sabe qué pasa? mirad bien que ha pasado N.- Que aquí no hay ninguno, ni ahí tampoco, ni ahí tampoco P.- Vale, eso ya lo pusimos, por eso pusisteis esto de aquí que son ¿qué son éstos? N.- Ceros P.- Ceros. Y aquí pusisteis 3, ¿verdad?, pero aquí teníamos puesto otra cosa, D., ¿qué teníamos puesto aquí?, C. ¿qué teníamos puesto? N.- Un 2 P.- ¿Y vale este 2, vale o no? ¿Qué hacemos con esto, A.? ¿L., qué hacemos con esto? N.- Ahora hay que poner 3 P.- ¿Tú que crees, D., ahora hay que poner 3? N.- Sí P.- ¿Sí? A ver que lo borre, A. ¿tú estás de acuerdo con eso? N.- Vale P.- A ver, cuenta, estate seguro N.- 1,2,3 N.- Lo voy a rellenar yo P.- Espera que te coloque la hoja. Vale chicos, pues ya está. (En los otros dos equipos, no se aprecia ningún aspecto diferente de los que se expresan en estos anteriores).		

Situación matemática 4.2.43 OP-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Juego de recorrido.* En el marco de una situación lúdica, inmersa en el proyecto de El Cuerpo Humano, se propone jugar a los niños y niñas a un juego de recorrido (tipo Oca) pero con menos casillas (10 en total), con una posición de salida y otra de llegada. Para ello, cada uno dispone de su tablero, en el cual, van poniendo tantos gomets como número les indique el dado al tirar (uno por casilla, desde la salida).

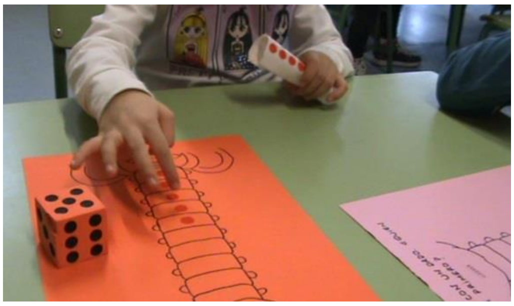


FIGURA 12 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.2.43

TABLA 20 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.2.43

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Os voy a contar, ¿vale?, ya os he contado antes en qué consiste el juego, pero me tenéis que decir si os acordáis desde dónde empezamos, si empezamos desde abajo o empezamos desde arriba. N.- Desde abajo P.- Desde abajo, a ver A., desde dónde empiezas tú. N.- Desde abajo. P.- Desde abajo, ¿y tú Ik.? N.- Desde abajo P.- Venga, pues va empezar la partida Ik. Ik., tira el dado ¿qué te salió?, ¿qué número es ese?, cuéntalo N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6 P.- 6, pues hala, vamos a colocar los 6 gomets ¿dónde están tus gomets?, aquí, toma, vamos a poner los 6, Ik., empezando desde abajo. Ahora, ¿ Ik. habrá llegado muy lejos o no con 6 puntos? N.- Muy lejos P.- Sí, muy lejos, dice L. Vamos a contar con Ik. N.- 1, 2, 3, 4, 5, y 6 P.- Muy bien Ik, que buena tirada. D., tira el dado. ¿Qué te salió?, una sola vez, venga (quiere tirar otra vez) N.- 1 P.- 1, pues venga, vamos a ponerlo, ¿cuántos vas a poner? N.- 1 P.- ¿D. ha llegado muy lejos o muy cerca se ha quedado de la salida? N.- Muy poco	D. es capaz de anticipar que, con una tirada de un punto, no va a llegar muy lejos. Sabe que no es una buena tirada, por eso hace el amago de volver a tirar. La docente va realizando cuestiones para provocar que vayan interpretando los que sucede desde las matemáticas, y anticipando lo que puede suceder. Se pide a los niños/as que verifiquen los resultados de sus acciones, no se corrigen por parte del adulto. Para asegurarse de cuántos gomets le faltan a A. por poner, vuelve a contarlos. A. no tiene mucha confianza en sus posibilidades, se refuerzan por tanto sus	***Contenidos matemáticos*** - El número cardinal (¿cuántos?); el número ordinal (el orden de los jugadores para empezar y continuar el juego, comparación sobre quién va primero, segundo…); el número como memoria de cantidad (avanzar tantas casillas como indica el dado); el número para anticipar resultados, para calcular. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Contar los puntitos que aparecen en cada cara del dado para poder responder un cardinal; - Mostrar el cardinal que ha salido en la tirada del dado con los dedos, en vez de decirlo oralmente. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Anticipar a partir de los números cardinales, lo que

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Muy poco dice Ik. A., ¿tú que crees? N.- 1 sólo P.- Muy cerca. ¿Y tú, C., cómo se ha quedado Daniela? N.- Cerca P.- ¿Cerca?, sí, A., te toca a ti, haz la tirada ¿qué número ha salido? N.- 1, 2, 3, 4, 5 P.- Venga, a ver cuántos gomets vas a poner en tu tablero. Ayudarle a contar a A., N.- 1, 2, 3, 4 P.- ¿Ya están los cinco? N.- 1, 2, 3, 4, falta uno P.- Venga, falta uno, a ver, y..... 5. Mirar que buena estrategia ha tenido A.,, ha comprobado cuántos gomets había puesto, como se equivocó, gracias a que lo ha comprobado, ha podido poner el que faltaba. Muy bien, A.,. C., te toca la tirada, chicos le toca a C., a ver cómo sale C. N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6 P.- ¿Cuántos gomets vas a poner? N.- 6 P.- Mientras C. los pone ¿cómo creéis que se habrá quedado C., con muchas casillas o con pocas? N.- Muchas P.- ¿Tú qué crees, Ik., que tendrá muchas casillas o pocas?¿cuántas ha conseguido? N.- Muchas, como yo P.- ¿Cómo has dicho, Ik.? N.- Como yo lo ha conseguido P.- Como tú lo ha conseguido N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6 P.- Muy bien, ah, cómo va C. A ver, tirada de L. ¿cuántos te han salido? N.- 3: 1, 2, 3 P.- Venga, pues a ver que pones N.- 1, 2, 3 P.- Chicos, ¿cómo va L.?, N.- Muy bien P.- Mirar, mira, mira, ya está, muy bien L. ¿A quién le toca tirar ahora? N.- A mí P.- A ti, muy bien Ik., tira, un segundo, antes de que tires, mirad los tableros, los vuestros y los de los demás ¿quién va ganando? N.- Yo P.- Ik., y ¿quién más? N.- Y yo P.- Y C. N.- Parece que también yo (lleva 5 casillas) P.- Tú vas muy avanzado, es verdad. Muy bien, venga Ik., tira. UNO, a ver cuántos vas a poner ¿cuántos vas a poner, Ik.? N.- 1, voy ganando P.- Muy bien vas. A ver, D., tira N.- 1, 2, 3, 4, 5 P.- Venga, a ver cómo vas ahora. ¿Listo? ¿Ya has puesto 5, seguro? N.- Sí, mira, 1, 2, 3, 4 y 5 P.- Pero ¿y el que tenías de antes? Antes tenías	estrategias, porque, además son muy válidas. Se les pide opinión o participación para que se mantengan activos y focalicen la atención. Ik. es un a.c.n.e.e. que tiene baja tolerancia a la frustración. En esta situación es capaz de concentrarse, de argumentar, de anticipar (por eso se molesta cuando ve las puntuaciones de los otros/as) l, y de controlarse a sí mismo.	puede suceder o lo que va a suceder: *P.- A., te voy a preguntar una cosa ¿qué te tiene que salir en el dado la próxima tirada para que ganes?* *N.- Faltan 2 y después gano* - Subitizing (capacidad de percibir de un golpe de vista cuántos objetos hay sin necesidad de contarlos); - Algunos/as niños/as no se aseguran de los resultados de sus acciones, no sienten la necesidad de contar para comprobar, pero, al pedirles verificación, sí lo hacen: *P.- ¿Cerca?, sí, A.,, te toca a ti, haz la tirada ¿qué número ha salido?* *N.- 1, 2, 3, 4, 5* *P.- Venga, a ver cuántos gomets vas a poner en tu tablero. Ayudarle a contar a A.* *N.- 1, 2, 3, 4* *P.- ¿Ya están los cinco?* *N.- 1, 2, 3, 4, falta uno* - Procedimientos afectivos y emocionales: *N.- Eh, yo quiero estar ganando (Ik. se pone nervioso porque quiere ser el ganador).* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Gestual: muestra con los dedos el número del dado; - Lenguaje informal: muchas, pocas; - Explicitan el conteo; - Contestan utilizando un valor cardinal. Ámbito de la respuesta: - En el marco de una situación de juego, en la que se van interpretando entre todos los hechos matemáticos que acontecen, se aportan estrategias diversas y se da ayuda entre compañeros/as. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se refuerzan las estrategias que dan buenos resultados; - Se propician mediante preguntas la reflexión sobre lo que sucederá, las anticipaciones a partir del

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
uno ya puesto N.- 1, 2, 3, 4 P:- ¿Qué pasó? N.- falta 1 P.- Ah, ¿qué pensáis vosotros, está bien? N.- Sí P.- Sí, A., te toca N.- Marisol, éste P.- ¿El 3 te salió?, venga, vamos a ver cómo va este turno de juego. C. te está ayudando a contar para que no pierdas el ritmo, eso es N.- 1, 2, y 3 N.- Anda, está ganando P.- ¿Sí? ¿Por qué sabes que está ganando? N.- Porque le queda esto N.- Eh, yo quiero estar ganando (Ik. se pone nervioso porque quiere ser el ganador). P.- No pasa nada Ik., ya te acuerdas de lo que hemos dicho antes, no pasa nada, si al final vais a ganar todos. ¿Qué pasa? A., te voy a preguntar una cosa ¿qué te tiene que salir en el dado la próxima tirada para que ganes? N.- Faltan 2 y después gano P.- Muy bien. Hala tira, vamos a ver, C. N.- 1, 2, 3, 4 P.- Venga, vamos a ver N.- 1, 2, 3 y 4 P.- Ay, casi ¿qué te tiene que salir en la siguiente tirada para ganar? N.- 1 P.- Un 1, uyyy, venga, L., tu turno, cógete el dado, que lo tiene C. Un 1, venga, vamos allá. Guau, vale L., ¿y tú que tienes que sacar para ganar, qué número tienes que sacar la próxima tirada?, a ver ¿qué número tienes que sacar para llegar hasta aquí arriba? N.- 5 P.- ¿5?, a ver, comprueba a ver N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6 P.- Ah, 6. Bueno, Ik., no tires el dado todavía ¿me lo dejas un momento? Mira, mira, mira D., mira que emoción, porque Ik. está muy cerca. Ik. ¿qué número tendrías que tirar en el dado para ganar ahora mismo, qué número tendrías que tirar? N.- (Muestra cuatro dedos) P.- El 4, pero Ik., me acabas de dejar impresionada ¿listo?, si no te sale un 4, no te enfades, a la siguiente ya te saldrá ¿vale? ¿No te vas a enfadar? ¿a que no?, venga, toma el dado, tira fuerte…. ¿qué ha salido ahí?, cuéntalo en alto, cuéntalo N.- 1, 2, 3, 4, 5,6 P.- 6, a ver, a ver qué pasa, ayudarle a contar para poner los gomets N.- 1, 2 P.- Espera, espera a que lo coja para que no se despiste N.- 3 y 4 P.-¡ Ha ganado Ik., muy bien!. Vamos a seguir tirando ¿vale? para que los demás también		número; - Se favorece la ayuda entre compañeros/as, no sólo por la solidaridad sino por compartir la diversidad de estrategias a las que se pueden adherir según su necesidad. ***Otros aspectos emergentes*** Parece que a los niños/as les sirve de ayuda el que se reclame a menudo su atención pidiéndoles opinión y participación, para expresar sus estrategias y focalizar de nuevo en lo que se está haciendo.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
llegueís hasta la meta. A ver, antes de tirar vamos a pensar, D., ¿qué número te tendría que salir para que ya ganaras? N.- 5 P.- 5, vamos a tirar. Un 1, no pasa nada en la siguiente tirada te saldrá, venga, vamos a poner ahí ese 1, muy bien, te toca, A., ¿qué número te ha salido? N.- 4. 1, 2, 3 y 4 P.- ¿Y qué crees que va a pasar? ¿Vas a ganar? N.- Sí , 1, 2, y 3 P.- Muy bieeeeennnnn. C., te toca, vamos allá, a ver ¿qué ha pasado, C.? ¿Has ganado o no con 4? N.- 1 P.- Con uno sólo te ha valido, bieennnn. L., te toca, el 1, venga, fenomenal, vas subiendo. ¿Qué tirada tienes que hacer la próxima vez para ganar? ¿Qué te tiene que salir? N.- 6 P.- ¿Un 6?, vale. Ik., tú como ya has ganado, pasamos. Daniela, haz tu tirada, corazón ¿qué te ha salido? N.- 1,2,3,4,5 P.- ¿Seguro que son 5?, cuenta otra vez, chicos, ¿es 5 ese? N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6 P.- 6, vale, ¿crees que has ganado?, D. ¿crees que has ganado? N.- Sí P.- ¿Seguro que has llegado a la meta? N.- 1, 2 y 3 P.- Toma ya, muy bien, D. Hala, C., ay, sólo quedas tú, L., venga, que haya suerte, a ver que tirada buena puedes hacer ahí, a ver, ¿qué te ha salido? N.- 1, 2, 3, 4, 5 P.- 5. A ver, vamos a comprobar, chicos, ¿qué creéis , que ya ha ganado o que no? a ver, vamos a comprobar, ¿qué crees tú, L., que has ganado o que no? N.- 1, 2, P.- Venga, que te está ayudando C. a contarlo N.- 3, 4 y 5 P.- Y 5, ¿ha ganado ya L.? N.- No P.- ¿Cuántos puntos le faltan a L. para ganar? N.- (muestran un dedo) P.- Venga, L., vamos a tirar otra vez, tira el dado. El 1, muy bieeeen N.- A la meta P.- ¿Cuánto os ha gustado este juego, chicos? N.- Muuuchoooo P.- Vale, fenómeno (En el resto de equipos que juegan, no aparece nada diferente de lo que se observa en este).		

Situación matemática 4.2.63 OP-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: En el marco del proyecto de *El Cuerpo Humano*, trabajando el tema desde las artes plásticas, se observan y reproducen diferentes pinturas y esculturas significativas (*La mano*, de Botero; *El viejo desnudo al sol*, de Fortuny, *La maja desnuda*, de Goya, el *David*, de Miguel Ángel…). En este contexto, se lleva al aula el cuadro de Picasso *Las señoritas de Avignon*. Tras una asamblea muy rica acerca de esta pintura, se propone, por una parte, representar el cuadro con nuestros propios cuerpos, y por otro, reproducirlo en papel a partir de las figuras de cada una de las señoritas. Los niños y niñas formaron equipos de cinco miembros (con denominación específica para esta actividad: equipo Avignon, equipo Señoritas, equipo Cubista…), debatiendo sobre cómo los podían conformar para resultar efectivamente cinco en cada uno de ellos (división 25:5) y, después, eligieron, dentro de su grupo, la señorita a la que querían representar. Se repartieron fotocopias de cada una de las señoritas por separado para que tomaran la que eligieron y firmaran por detrás.

FIGURA 13 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN PROBLEMA 4.3.63

TABLA 21 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.3.63

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Representando el cuadro con el propio cuerpo Equipo Picasso P.- Mírala bien, un brazo arriba, otra mano aquí en la cintura… N.- Yo quiero esta P.- Pero ya no la podemos cambiar que ya le hemos puesto el nombre, D. Cl, acaba de ponerle el nombre, para que no se te olvide. ¿A ver cuál es tu postura?, ¿y la tuya, cuál es tu postura? Mira a ver como está, si está de pie o sentada, ponte como esté de verdad. Vale, la tuya está de pie. ¿Y la tuya, D.? Vale chicos, pues ahora nos vamos a colocar como si estuvierais en el cuadro P.- A ver cómo hacéis, a ver quién va al lado de quién N.- Yo voy al lado de D. P.- ¿Al lado de cuál? N.- De D. P.- Vale, ¿quién es el de D.? ¿Quién es el que tiene esa	La docente va poniendo palabras a las posturas de cada una de las señoritas y ayudando a que los niños y niñas se fijen en cada uno de los detalles posturales, haciendo diferentes preguntas. Aparece la dificultad de la orientación, colocarse como en el cuadro, no en espejo. En un primer momento, se ubican respecto	***Contenidos matemáticos*** - Geometría: los objetos y su ubicación en el espacio; conocimientos geométricos para anticipar y modelizar las relaciones espaciales; espacio bidimensional y tridimensional. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Colocarse sin reflexionar sobre la ubicación, aunque sí sobre la postura;

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
postura? N.- La de la cara negra. N.- Yo al lado de J. P.- Esta parece ésta, ¿no chicos?, sí porque está de pie y tiene un brazo así como para arriba. S., si tú eres ésta ¿dónde se tiene que poner C.? ¿O dónde te tienes que poner tú? N.- Yo me tengo que poner al lado de aquí N.- Yo aquí P.- Tú aquí, y C. ¿dónde se tiene que poner? A ver, vamos a poner los brazos como en el cuadro, cada uno en su sitio N.- Yo soy aquí, tú ponte aquí P.- Mirad, se está sentando C. y está Se. de pie, los demás ¿dónde os ponéis? N.- Yo soy ese N.- Entonces, yo a tu lado P.- ¿Qué le pasa a C.? ¿Nos quiere decir algo? N.- Ese está sentado P.- C. está sentada y entonces S.... Á., ¿tú cuál eres? ¿Esta señorita?, pero si C. está aquí ¿tú dónde te tienes que poner, Á.? ¿Cómo lo hacemos? N.- Pues lo hacemos al revés P.-¿ A ver cómo lo hacéis al revés? N.- Yo me tengo que poner aquí, Á. se pone aquí y D. ahí y C. ahí P.- Ah, ya lo veo, ya lo veo, venga, pues No, S., tú eres éste, cariño, tú eres éste. ¿A ver entonces cómo te colocas? Chicos, mirad que bien están haciendo el cuadro, está S. con la mano arriba, C. sentada, está D. con los dos codos para arriba, J. con un codo para arriba y Á.... Chicos, lo han conseguido, y era súper difícil, mirad que bien les ha quedado el cuadro. Yo lo único es que en el cuadro los veo más pegados, ¿cómo los veis vosotros? N.- Más pegados P.- Venga, poneros más juntitos, a ver. A ver S., colócate. C., colócate, sí, y S. ¿delante o detrás? ¿Dónde te tienes que poner? N.- Ahí P.- Pues venga, colócate, S., colócate. Chicos, mirad, yo creo que se merecen un aplauso, pero qué bien, chicos, os ha salido de miedo. Un aplauso gordo, chicos ___ Equipo Avignon P.- Vosotros sois del equipo… N.- Avignon P.- Del equipo Avignon. Voy a sacar las señoritas, fijaros bien cuáles hay en el cuadro, para ver cuál queréis ser cada uno. Poneos en círculo y conversad quién quiere ser cada una y cuando ya lo sepáis, me lo pedís N.- Yo la sentada P.- Sí pero no os he dicho que me lo digáis a mí, he dicho poneros en círculo y lo conversáis entre vosotros y cuando lleguéis a un acuerdo me decís quién es cada uno N.- No chicos, mirad, así, como hace Lu., así P.- ¿Ya lo tenéis decidido? ¿Habéis llegado a un acuerdo?, pues venga, poneros allí y me lo vais diciendo de uno en uno y las voy buscando.	del compañero que les toca al lado según la imagen. Después algunos/as se dan cuenta de la orientación, y colocan a sus compañeros/as: *N.- Pues lo hacemos al revés* *P.-¿ A ver cómo lo hacéis al revés?* *N.- Yo me tengo que poner aquí, Á. se pone aquí y D. ahí y C. ahí.* El equipo Avignon, sin embargo, se da cuenta rápidamente y lo resuelve sin problemas. La docente procura no solucionar las dificultades, pide la opinión del grupo: *¿Cómo lo hacemos?* La docente provoca un avance en el uso del lenguaje, desde el infantil informal, hacia uno más convencional: *P.- ¿Cómo tiene esa mano?* *N.- Así* *P.- ¿Arriba?, ¿Abajo?, ¿a un lado?, ¿dónde la tiene?* *N.- Arriba*	- Tratar de colocarse atendiendo a la ubicación con respecto de uno/a de los compañeros/as; - Probar a situarse en el espacio atendiendo a la ubicación del resto de compañeros; - Observar la lámina de la pintura de Picasso y compararla con la realidad. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Atender a la necesidad de realizar la misma postura corporal que la figura elegida; - Prestar atención a la ubicación propia respecto de otro/a compañero/a; - Advertir la necesidad de fijarse en la ubicación de todos/as y cada uno/a; - Reparar en la necesidad de comparar su ubicación en el espacio tridimensional con la del plano bidimensional. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal: al lado de aquí, ahí, así; - Lenguaje más formal: *yo a tu lado*; *Lo ha puesto con un poco de curva; arriba, abajo;* Ámbito de la respuesta: - En el marco de la conversación y el debate acerca de cómo colocarse en el espacio para representar el cuadro. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se propician las resoluciones a partir de los diversos aportes de los niños y niñas, no tanto los del adulto; - Se realizan continuamente preguntas para favorecer la expresión oral desde el ámbito matemático, para

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
(…) L., ¿cuál es la que eliges tú? La que tiene un codo arriba, bien N.- Yo la sentada P.- J., de esas cinco que he dejado ahí, mira a ver cuál es la que tiene sólo un codo arriba. ¿Esta?, vale J., toma Lu., vete poniéndole el nombre para que sepamos que ese es el tuyo. So., ¿cuál es el que quieres tú? N.- La que tiene la mano arriba P.- La que tiene la mano arriba, perfecto, J., venga, genial ¿ésta? N.- Sí P.- ¿Sí?, venga, toma, corazón, vete poniéndole el nombre N.- Yo la sentada P.- Tú la sentada. J., busca la sentada N.- Ahí P.- Ahí, perfecto, toma, Is., para que le vayas poniendo el nombre. I., ¿cuál quieres tú? N.- La de los dos codos P.- ¿La de los dos codos?. J., la de los dos codos. Venga, genial. Y A., entonces, ¿qué señorita va a ser? N.- La de negro, yo si acaso la de negro P.- Claro, ¿por qué has elegido esa? N.- Son las mismas P.- Espera, que nos lo cuente A. por qué ha elegido esa ¿por qué has elegido esa, corazón? N.- Porque se parece a un chico P.- ¿Parece un chico?, vale. Pues venga, la tuya, vete poniéndole el nombre ¿vale? N.- Dice D. como yo que es muy fea P.- Venga, irle poniendo el nombre. Mirad bien, id practicando la postura que tenéis que poner en el cuadro mientras los demás acaban de firmar, id practicando la postura. ¿Y tú, So., qué postura vas a tener que poner tú? ¿Y la tuya Lu.? N.- Así P.- Y los brazos ¿cómo los vas a poner? Vale, vale, ahí os veo practicando, vale, y me los quedo para luego cuando los vayamos a poner en el cuadro. Chicos, ahora necesitan más concentración porque ahora tienen que colocarse como en el cuadro. A ver cómo os colocáis, chicos. A ver, pero, eso, así, ahí te veo, eso, a ver... Oye chicos, a la primera, chicos a la primera. Un aplauso a este cuadro de las señoritas N.- Mira, ha ponido el pie así P.- A ver, ¿cómo te parece que tiene que poner el pie, So.?, D., ¿cómo lo tiene que poner? N.- Lo ha puesto con un poco de curva P.- Un poco de curva, a ver intenta ponerlo así como en el cuadro, So., a ver. Vale, chicos, un aplauso a estas señoritas. Más fuerte este aplauso, genial, nos está quedando de miedo Equipo Málaga P.- Yo veo aquí a D., a P,, a C,, a Ik, y a A. Venga, equipo Málaga, vamos chicos, aquí os dejo a vosotros las figuras preparadas para que nos ayudéis, ¿vale? ¿vale Iv.?		provocar la reflexión, la contraposición de argumentos, el aporte de diferentes estrategias; - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema. ***Otros aspectos emergentes*** Parece que la motivación del trabajo del espacio con el propio cuerpo favorece la rápida superación de las dificultades que surgen con relación a las diferentes ubicaciones en el espacio, con respecto a la propia postura, a la situación respecto de los demás, y a la organización en el cuadro. Ninguno/a dice que no puede o sabe, ni siquiera los a.c.n.e.e.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
(...) Conversad sobre quien queréis ser cada uno N.- Vamos chicos N.- Ya está P.- ¿Ya lo tenéis?, vengas pues poneos por orden, poneros ahí en la fila, a ver, ¿quién está ya colocado?, a ver, D., cuéntanos cuál vas a representar tú N.- La que tiene una mano así P.- ¿Cómo tiene esa mano? N.- Así P.- ¿Arriba?, ¿Abajo?, ¿a un lado?, ¿dónde la tiene? N.- Arriba P.- Arriba. J., ah, Lu. ya la encontró, vale, Lu.; pero, ¿es ésta la que quieres? N.- Sí P.- Pero ¿esta cuál es? N.- Esta P.-¿Esta es seguro que es esa? N.- Sí N.-Esa yo me la he pedido P.- Pero mira, ésta de aquí mira hacia la pared y esta que te he dado yo no mira hacia la pared ¿seguro que es la misma? N.- Es la de la cara negra P.- Ah, esta que estoy cogiendo dice D. que es la de la cara negra. Entonces cuál, ah, vale, Lu., gracias. ¿Ésta es la que quieres tú? N.- Sí P.- Pues hala, toma, vete poniéndole el nombre P. N.- La que tiene un codito arriba P.- La que tiene un codito arriba, ¿cuál es la que tiene un codito arriba?, vale, venga P., vete poniéndole el nombre. Al., ¿tú cuál vas a querer? N.- La sentada P.- La que está sentada, venga, vale chicos, toma corazón, vete poniéndole el nombre A., no te despistes. Ik., ¿cuál es la que quieres tú? N.- La que tiene la mano arriba la había pedido yo P.- Hay dos que tienen la mano arriba, mira, esta también tiene la mano arriba N.- Ésta, ésta, Marisol P.- Toma, corazón, ponle el nombre, Ik. Y, ¿cuál falta, C, cuál quieres tú? N.- Yo quiero la de los dos codos arriba P.- La de los dos codos arriba, venga, gracias Lu y J. Venga, chicos, pues id poniéndole el nombre y cuando le hayáis puesto el nombre vais practicando la postura ¿vale? Pero mira P., no se le ve la mano y a ti te veo la mano por arriba, ahí, eso, muy bien, con ese codito arriba. A ver cómo vas tú C. practicando, fenomenal N.- Marisol, me he equivocado P.- Pues inténtalo otra vez, Ik., te esperamos. A., ¿acabaste de poner el nombre?, vale, vete practicando la postura, A. N.- Pero yo no quería ésta P.- ¿Y entonces qué hacemos, Ik.? Porque los demás ya han elegido las demás, yo creí que habíais llegado a un acuerdo, yo creo que lo puedes hacer muy bien, Ik., yo creo que lo vas a hacer fenomenal porque a ti esa postura te sale muy bien, Ik. A ver, voy a ir cogiéndoos las hojas, y me esperáis un		

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
momento, las quito para que tengáis espacio. Ik., qué bien lo vas a hacer, lo vas a hacer fenomenal. A ver, las pongo allí en mi mesa. Vale chicos, (...) acabo de pedirles es que os coloquéis como en el cuadro N.- Aquí, aquí a mi lado P.- Venga, ahora ¿dónde vas tú, C.?. C., ayuda a Ik., a ver cómo le dices cómo se tiene que poner. A ver chicos, ¿así? ¿Estáis listos? ¿Qué pensáis los demás, que están bien colocados o que no? N.- Síííííííí P.- Que sí, un aplauso al equipo Málaga, chicos, más fuerte, muy bien		
Equipo cubista P.- Venga, a ver, chicos del grupo cubista, a ver cómo os colocáis como el cuadro, chicas y Ad. también, Ad., arriba, muy bien, Ad., muy bien, pero ¿dónde te tienes que poner, corazón?, mira lo que te dice Ju., Ad., muy bien Ana (profesora que ha acudido a colaborar porque al equipo le falta un componente).- Tú estás sentada, y yo ¿dónde voy? N.- Aquí Ana.- ¿Allí tengo que ir? P.- Vale, a ver que os vea bien, chicos, me gusta, pero hay algo que veo que no está igual que en el cuadro, hay algo que no sé qué es . Sí, sí, Ad. sí está como en el cuadro, pero hay algo que no, no sé. N.- Ana P.- Sí, a Ana sí que la veo como en el cuadro ¿chicos, qué será?, los que estáis en las otras mesas, ¿qué veis que no es como el cuadro? N.- Ca. P.- Ca. sí la veo como en el cuadro. N.- Ad. P.- A Ad. también le veo como en el cuadro N.- M., Lu. P.-¿Qué le pasa Lu., O.? N.- Que tenemos que estar pegados P.- Ah, ¿Qué tenéis que estar pegados? A ver, probad estando pegados. Pero a Ad le veo las piernas y en el cuadro no veo las piernas de esa señorita N.- Es que Lu. tiene que estar aquí P.- A ver ahora, chicos ¿qué os parece? N.- Bien P.- Ahora ¿qué tal chicos? N.- Bien P.- Pues un aplauso al grupo cubista, un aplauso		

Situación matemática 4.2.61 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Asamblea sobre la medida del intestino*. En el marco del proyecto de *El Cuerpo Humano*, los niños y niñas han aportado, junto con sus familias, diferentes materiales para investigar acerca del tema: enciclopedias, información de internet, revistas de medicina y salud, libros de la biblioteca, cds, etc. Por otra parte, el curso anterior, con la intención de hacer partícipes a las familias del estilo de trabajo del aula, se solicitaron objetos cotidianos relacionados con las matemáticas (básculas, termómetros, cintas métricas, vasos medidores, relojes, balanzas…). Así mismo, los alumnos y alumnas se han dividido por equipos para analizar la información más a fondo, cada uno de un órgano, y dar al resto una conferencia sobre lo descubierto. En este contexto, los niños y niñas encuentran una información acerca del intestino que les deja impresionados, y que, además, aparece igual en todos los textos relacionados con el tema: el intestino mide siete metros, en un adulto. Se suscita una conversación intensa alrededor de estos datos.

TABLA 22 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.2.61

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- A ver chicos, yo quiero saber, Se. acaba de decir que el intestino mide 7 metros N.- Se., mide 7 metros. P.- ¿Dices que son 7 metros la distancia como de hombro a hombro? ¿Y cómo podemos saber si eso son 7 metros o no? N.- Con una regla. P.- Con una regla, a ver trae una regla, Cl. N.- Con esto de medir. P.- ¿Con la cinta métrica?, a ver, vete por una. N.- Marisol, tengo una cosa en el intestino. P.- Espera, vamos a ver si conseguimos saber… N.- Con la báscula. P.- ¿Con la báscula podemos saber cuánto son 7 metros? N.- No P.-¿ Por qué no? P.- ¿Para medirnos usas una báscula? N.- No N.- Sí P.- A ver, ¿qué me traes?, a ver, me trae O. y me trae I. una cinta métrica que mide un metro y medio, entonces ¿7 metros es más que un metro y medio o menos que un metro y medio? ¿Uno es más o menos que siete? N.- 7 es más que 1. P.- ¿7 es más que uno?, pues vamos a ver qué podemos hacer y si, a ver, déjame esa N.- ¿Y si contamos en esta pero así de larga? N.- ….otra más (trae otra cinta métrica) P.- Otra más, a ver esta ¿cuánto mide? Mira, ya lo tengo, lo tengo aquí, mira, ponte ahí corazón, mirad, lo tengo aquí, trata si quieres, esta...gracias corazón. N.- Para ver el número	Es muy bonito ver, como sucedió en el origen de la medida del ser humano, que comienzan dando una estimación de los 7 metros a partir de partes del cuerpo: *¿Dices que son 7 metros la distancia como de hombro a hombro?* Después, le dan importancia al uso de instrumentos de medida, aunque algunos/as no tengan muy claro exactamente qué miden: un regla, una cinta métrica, una báscula. A partir de la acción y el debate, van viendo la necesidad de traer más cintas métricas. Después, al ver que ninguna mide 7 metros, buscan algunas más larga. Algunos buscan en la numeración de la cinta métrica la solución, buscan el 7. Aunque la respuesta sea incorrecta al problema, se mueven en el ámbito de lo matemático, razonan desde él: *P.- Mirad, este tamaño, J., este tamaño es 1 metro, pues ¿Cuánto serán 7?* *N.- La mitad.* Valoran como interesante en la búsqueda de la solución, la consulta a los diferentes textos que han traído (libros específicos, revistas, etc.). Algunos se dan cuenta de que dos cintas métricas de un metro, han de medir los mimo, otros aún las ven como objetos independientes:	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: Medida [Capacidad y volumen (cómo cabe en un adulto 7 metros de intestino: *te va a caber*); longitud]; los números cardinales como expresión de una realidad; comparación entre números naturales (mayor y menor). ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Buscar instrumentos de medida por la clase: básculas, reglas, cintas métricas…; - Colocar las cintas métricas una a continuación de la otra, hasta 7 de ellas; - Gesticular para apoyar el argumento: *P.- (…) ¿Pero cómo me caben a mí? (…) A ver, ¿cómo me van a caber a mí 7 metros de intestino aquí metidos?* *N.-Mide muchísimo* *P.- Y, ¿por qué me caben?* *N.- Está dando vueltas (gesticula haciendo círculos con la mano a la altura de su estómago)* *P.- Ah, está dando vueltas así con la mano S., como si estuviera…* *N.- Es así de churrito, por eso te cabe.* *P.- Ah, ¿te refieres a enrollado? ¿Estarán enrollados?* *N.- Sí, por aquí, luego sube*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Vale, pero tenéis que poner bien ese culete, culete, a ver, So., esto mide un metro, esta cinta métrica que ha traído… N.- P. P.- P., mide un metro, pero esta dice que mi intestino mide 7 metros ¿cómo podemos saber cuánto son 7 metros? N.- Con esta que es más larga P.- Con esta que es más larga, pero aquí yo tengo N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6 P.- Esto de aquí, esto de aquí es 1 metro, esto de aquí, P., esto de aquí es un metro ¿y 7 cuánto será? ¿Será más que este tamaño o menos? N.- Menos, menos N.- Yo puedo contarlo P.- Pero mirad si esto es un metro y son 7 N.- 1, 2, 3, 4, 5,6, 7 P.- Sí, esta es la que tiene número, pero yo no quiero mirar ahora los números. Mirad, este tamaño, J., este tamaño es 1 metro, pues ¿Cuánto serán 7? N.- La mitad. P.- ¿La mitad?, pero entonces será medio y yo, esto es uno, si lo doblo a la mitad es medio N.- Pues entonces P.- Pero no queremos saber medio, queremos saber 7 N.- A ver, voy a ver esta foto (en el libro del Cuerpo Humano) N.- Y yo también P.- No, espera, espera, espera aquí ha habido otra, que si no nos hacemos un lío. Mirad, esto también es uno, ya tenemos dos N.-Mide es lo mismo P.- ¿Mide lo mismo? chicos, ¿miden lo mismo las dos cintas métricas? N.- No es lo mismo P.- Ya tenemos dos y ahora cómo podemos hacer para saber si… N.- Yo sé, hay que juntarlo todo N.- Yo lo sé, yo lo sé, P.- ¿Cómo podemos saberlo? N.- Tengo una idea P.- A ver, voy a buscar…, a ver chicos poned bien ese culete, a ver si tengo guardadas… N.- Marisol, tengo una idea P.- ¿Qué idea tienes cariño? (…) Voy a buscarlo que lo tengo por aquí…., a ver los culetes. En este cajón no, a ver si lo tengo en este otro cajón, a ver si lo tengo aquí N.- ¿Tienes una cinta métrica? N.- Tienes otra más P.-Mirad, todas estas que tengo aquí, A., que las cogí el otro día, O., cuando	*P.- Mirad, esto también es uno, ya tenemos dos* *N.-Mide es lo mismo* *P.- ¿Mide lo mismo? chicos, ¿miden lo mismo las dos cintas métricas?* *N.- No es lo mismo* Después de ir aportando ideas, trayendo diferentes objetos, comparando cintas métricas, surge la idea de juntar cintas métricas, unirlas: *P.- Ya tenemos dos y ahora cómo podemos hacer para saber si…* *N.- Yo sé, hay que juntarlo todo* *N.- Yo lo sé, yo lo sé,* *P.- ¿Cómo podemos saberlo?* *N.- Tengo una idea* *P.- A ver, voy a buscar…, a ver chicos poned bien ese culete, a ver si tengo guardadas…* *N.- Marisol, tengo una idea* *P.- ¿Qué idea tienes cariño? (…) Voy a buscarlo que lo tengo por aquí…., a ver los culetes. En este cajón no, a ver si lo tengo en este otro cajón, a ver si lo tengo aquí* *N.- ¿Tienes una cinta métrica?* *N.- Tienes otra más* *P.-Mirad, todas estas que tengo aquí, A., que las cogí el otro día, O., cuando fui a Ikea a mirar unos muebles, todas estas miden un metro. ¿Cuántas saco para saber cuánto mide el intestino?, ¿cuántas saco?* *N.- 7* La docente se da cuenta de que se acercan a la solución y decide plantearles un nuevo conflicto cognitivo que les provoque tener que definir más sus hipótesis: *P.- A ver, a quien voy a pedir que me eche una mano porque está muy tranquilo, a ver P. e I., a ver, idlas colocando una a continuación de la otra, a ver (la docente las pone en paralelo)* *N.- Así no* *P.-Pero a continuación ¿cómo dices tú, Á?* *N.- Así,* *P.- Ah, a continuación, I., mira te dice Á. que la pongas así, mira ¿estamos haciendo como una serpiente?* *N.- Y como un gusano* Son los niños y niñas los que van colocando las cintas métricas una	*por aquí* Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos informales: Estimar medidas a partir del propio cuerpo (*de hombro a hombro);* - Procedimientos emocionales y afectivos: *porque el mío es más chiquitito;* - Procedimientos más formales desde el punto de vista de una matemática convencional. Ausencia de ayuda por objetos concretos: *7 es más que 1;* conteo. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Utilizan valores cardinales; - Usan vocabulario matemático para describir realidades: *grande, largo, la mitad, menos, mide muchísimo…;* - Respuestas desde un lenguaje informal basadas en la experiencia: sí, por aquí, luego sube por aquí. Ámbito de la respuesta: - En el marco de una conversación de asamblea suscitada por la información obtenida en un texto. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa, bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema; - Se va provocando una y otra vez el conflicto cognitivo, para que avancen en su razonamiento; - Se procura que las verificaciones o refutaciones vengan de los propios niños. ***Otros aspectos emergentes*** Se observa como los niños y niñas, en esta ocasión, muestran los diferentes niveles de desarrollo que la humanidad en su evolución matemática: la medida desde el

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
fui a Ikea a mirar unos muebles, todas estas miden un metro. ¿Cuántas saco para saber cuánto mide el intestino?, ¿cuántas saco? N.- 7 P.- 7, a ver, una, dos… N.- 3, 4, 5, 6 y 7 P.- A ver, yo os digo una cosa, ya tenemos 7 cintas y ahora vamos a averiguar qué hacernos para saber N.- Hay que contar hasta 7 P.- A ver, a quien voy a pedir que me eche una mano porque está muy tranquilo, a ver P. e I., a ver, idlas colocando una a continuación de la otra, a ver (la docente las pone en paralelo) N.- Así no P.-Pero a continuación ¿cómo dices tú, Á? N.- Así, P.- Ah, a continuación, I., mira te dice Á. que la pongas así, mira ¿estamos haciendo como una serpiente? N.- Y como un gusano P.- Como un gusano… por aquí cariño P.- A ver I., por aquí cariño. D., mira como está quedando. N.- Marisol está muy larga. P.- Sí, déjala así, déjala así, ven a poner esta por aquí ¿cómo está quedando? N.- Muy larga P.- Mira, mira, mira cómo está quedando de larga, chicos. N.- Ha crecido mucho P.- Claro, hemos añadido metros, claro, por eso hemos puesto… ¿Cuántas? N.- P.- Pero, ¿cuántas? N.- 7 P.- A ver que dice So., 7 P.- 7, porque O. nos ha contado que el intestino tiene… Mirad como es de largo el intestino, chicos, que ya va a empezar. Mirad que ya hemos preparado… mirad como es de largo el intestino, ¿cómo puede ser así de largo que nos quepa dentro? ¿Por qué nos cabe dentro chicos, si es muy largo? N.- Porque el mío es más chiquitito P.- Si pero, ¿a mí como me cabe siendo el intestino así de largo? N.- Porque tú eres más grande. P.- Pero yo no soy tan grande, mira N.- Hasta los pies. P.- (…) ¿Pero cómo me caben a mí? (…) A ver, ¿cómo me van a caber a mí 7 metros de intestino aquí metidos? N.-Mide muchísimo P.- Y, ¿por qué me caben? N.- Está dando vueltas (gesticula haciendo círculos con la mano a la	a continuación de la otra, la manipulación es suya. La docente procura que sean los niños y niñas los que lleguen al final de la cuestión, sin solucionar: *P.- Si pero, ¿a mí como me cabe siendo el intestino así de largo?* La docente pone un lenguaje formal al suyo más informal, aunque acertado: *N.- Es así de churrito, por eso te cabe.* *P.- Ah, ¿te refieres a enrollado? ¿Estarán enrollados?* *N.- Sí, por aquí, luego sube por aquí*	propio cuerpo, instrumentos de medida convencionales. El tema suscita interés por lo insólito, y porque tiene que ver con los propios cuerpos. No es un aprendizaje memorístico sino más bien incidental, surge, y la docente tiene que recogerlo y usarlo a su favor, para el aprendizaje. Se van yuxtaponiendo los aportes de unos /as y otros/as, hasta que se consigue resolver la situación. Es un logro de equipo. Todas las estrategias sirven para avanzar, aunque no todas sean convencionales. Se construye desde la acción y reflexión compartidas. Parece que el hecho de ir poniendo lenguaje formal a sus expresiones informales, les hace avanzar en el aprendizaje del mismo, porque lo hace cercano y comprensible.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
altura de su estómago) P.- Ah, está dando vueltas así con la mano S., como si estuviera… N.- Es así de churrito, por eso te cabe. P.- Ah, ¿te refieres a enrollado? ¿Estarán enrollados? N.- Sí, por aquí, luego sube por aquí P.- ¿Por aquí?, a ver, voy a mirar a ver si a mí me cabrían, voy a mirar. P.- A ver chicos, mirad, a ver, si lo enrollo así por donde el dibujo N.- Te va a caber P.- ¿Cabe? N.- Sí P.- Esta tarde nos van a contar más, Á. (refiriéndose a la conferencia sobre la función del intestino en el cuerpo).		

Situación matemática 4.2.59 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Asamblea sobre medidas iguales con instrumentos diferentes*. En el marco del proyecto del Cuerpo Humano, se analizan las diferentes informaciones sobre el Cuerpo que los niños y niñas y sus familias aportan a la clase. Cada grupo de alumnos/as está preparando una conferencia para ilustrar al resto de compañeros/as sobre un órgano. En este caso, se trataba de los riñones. Se provoca en la conversación la duda acerca de si la medida que se puede observar en una regla acerca del tamaño de los riñones será la misma en otras reglas, cintas métricas, etc., es decir, si 10 cm. son iguales independientemente del instrumento con el que se mida.

TABLA 23 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.3.59

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Mirad, ha dicho Cl. como cuando Iv…. nos contó que los riñones miden 10 cm. Y yo os pregunto, pero ¿cómo cuanto son 10 cm? ¿Cómo podemos estar seguros? Cl. fue a por esta cinta métrica y pudimos ver cuánto son 10 cm., pero ahora yo os pregunto, ¿si ahora C. cogiera otra regla y miráramos 10 cm. en otra regla ¿qué pasaría?, ¿sería igual que aquí o no?, ¿qué pensáis? N.- Sí P.- A ver, quién dice que sí N.- Yo P.- D., Ju., pero ¿por qué decís que sí? Is., D., ¿por qué si cogemos otra regla 10 cm. van a ser igual de largos que aquí? (…) N.- Porque sí P.- Pero ¿por qué van a ser igual? N.- Porque miden igual	En muchas ocasiones, los niños y niñas responden impulsivamente, por eso se les requieren argumentaciones, para ayudarles a pensar, a no responder sin más, tanto a los que responden en un sentido como a los que lo hacen en el contrario. Se recogen momentos cotidianos del desarrollo del proyecto de aula que pueden ser útiles a la evolución de su pensamiento matemático. Están deseosos de participar, dar su opinión, buscar entre los objetos de la clase alguno que lleve a solucionar la cuestión. La docente apela a la propia experiencia de los niños y niñas para que hagan sus deducciones:	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: Medida (longitud); equivalencia; los números cardinales como expresión de una realidad. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Levantarse de la asamblea a buscar diferentes instrumentos de medida: cintas métricas, reglas, una báscula. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Pensar en diferentes

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- ¿Y da igual donde lo miremos? N.- No P.- No, ¿Quién dice que no van a medir lo mismo 10cm. de esta cinta métrica que en otra regla? N.- Yo P.- ¿Por qué no van a medir lo mismo, chicos? N.- Porque puede que sea más larga. P.- Puede que sea más larga. Bueno pues ¿qué hacemos para estar seguros? N.- Un libro del cuerpo humano. P.- Ya, pero ¿qué hacemos para estar seguros de que en otra regla? P.- Cógete una regla de las duras, a ver qué pasa. N.- Tengo una cosa, una idea para coger. P.- ¿Qué idea tienes? pero cuéntamela aquí P.- Otra cinta métrica, venga vale, vete a por otra cinta métrica. Cl. que coja otra regla pero de las duras a ver qué pasa. N.- O un puzle P.- ¿Pero en los puzles podemos medir los centímetros? N.- No P.- ¿Dónde podemos medir los centímetros? Venga a ver, vamos a ver. P.- Chicos, Á. cogió la báscula ¿en la báscula podemos medir los centímetros? N.- No P.- ¿Por qué pero si también salen números? N.- siete P.- ¿Nos sirve la báscula para medir los centímetros? N.- No P.- Pero, ¿por qué no? N.- Porque nos pesamos y seguro que no pone ese número N.- Porque si… nosotros nos medimos el cuerpo sólo… N.- Yo tengo un problema en los riñones P.- No, nosotros no, ah, ¿y por eso la báscula no nos vale Iv.? N.- No P.- Pero la báscula ¿qué era lo que medía? ¿Si somos más altos es lo que medía la báscula? N.- No, si hemos engordado P.- Y si hemos engordado, eso qué es ¿altura o peso? N.- Si hemos engordado y si somos más altos. P.- ¿Y eso es medir alto o medir	*P.- Chicos, Á. cogió la báscula ¿en la báscula podemos medir los centímetros?* *N.- No* *P.- ¿Por qué pero si también salen números?* *N.- siete* *P.- ¿Nos sirve la báscula para medir los centímetros?* *N.- No* *P.- Pero, ¿por qué no?* *N.- Porque nos pesamos y seguro que no pone ese número* Concluyen que 10 cm. son siempre iguales, no solo porque vean que las distintas reglas y cintas métricas señalan los números en la misma posición, sino también porque el objeto no cambia. La docente no esperaba esta respuesta.	instrumentos como posibles para medir independientemente de que se trate de la longitud, el peso o cálculo; - Pensar en diferentes instrumentos de medida atendiendo a la propiedad de longitud; - Asimilar la medida a la longitud del instrumento sobre la del objeto; - Reflexionar sobre la equivalencia entre medidas independientemente del instrumento de medida con el que se haga; - Conjeturar acerca de que las medidas iguales lo son porque el objeto es el mismo independientemente del instrumento con el que se mida (una u otra regla o cinta métrica). <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal, impreciso: *Porque si… nosotros nos medimos el cuerpo sólo…* - Con lenguaje cercano a lo convencional desde el punto de vista de las matemáticas: *porque miden igual*; - Utilizan atributos o propiedades matemáticas para referirse a una realidad: *Porque puede que sea más larga.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de una conversación de asamblea, a partir de las investigaciones que se están llevando a cabo del propio cuerpo. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa, dinamizadora, mediadora; - Provoca que la verificación sea empírica, no por su juicio: *P.- ¿Quién dice que no van a medir lo mismo 10cm. de esta cinta métrica que en otra regla?* *N.- Yo* *P.- ¿Por qué no van a medir lo mismo, chicos?*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
peso? ¿Qué es? N.- Medir peso P.- Peso. Á., ¿nos va a valer la báscula?, cariño N.- No P.- No ¿seguro? Venga, ahora vamos a mirar la cinta métrica, bien sentados para que lo podamos ver. Listos, listos, venga trae otra regla D., trae otra regla. N.- Y yo también P.- Ya, ya, pero si vamos todos entonces nos despistamos. J., porfa, ponte ahí. Vamos a ver, vamos a ver N.- Esta que es de las duras. P.- Esta es de las duras, vamos a ver lo de los 10cm. Venga, vamos a comparar, me pongo aquí con esta..., ésta por favor. Á. siéntate para que lo vean bien todos. A ver, voy a probar 10cm. de una cinta y de otra. A ver, por aquí, a ver, aquí pone 10 y aquí pone 10, en el mismo sitio, en estas dos el 10 está en el mismo sitio. ¿Pruebo con otra? N.- Sí, ahora con esta P.- A ver con ésta. No, pero eso es N.- Porque es corta esta. P.- Ah, porque es corta, a ver con ésta, chicos aquí igual, el 10 y el 10 coinciden. A ver, coged una de las duras. No, no, no, no, han ido ya suficientes, chicos, a ver quién está bien sentado, porfa. N.- Yo no he ido. P.- Ya la están trayendo. Hala qué bien, mira, mira, mira, qué bien están ahí esperando. A ver, tráelo, tráelo a ver, a D. se le ha ocurrido una cosa y no sé si vale o no vale. D. ha traído la calculadora, que también tiene números ¿con la calculadora podemos ver lo de los 10 cm.? N.- No N.- Si porque tiene los mismos números. P.- ¿Y si pongo 10, podemos saber cómo es de largo 10cm.? N.- No P.- Eso sí, pero ¿el largo lo podemos ver? N.- No. N.- Sí. P.- Vale, mirad en esta, a ver, ya lo tengo aquí, mirad chicos ¿coinciden los dieces? N.- No P.- Mirad N.- Sí P.- Sí que coinciden, en todas las		*N.- Porque puede que sea más larga.* *P.- Puede que sea más larga. Bueno pues ¿qué hacemos para estar seguros?* *N.- Un libro del cuerpo humano.* *P.- Ya, pero ¿qué hacemos para estar seguros de que en otra regla? Cógete una regla de las duras, a ver qué pasa;* - Pregunta continuamente para propiciar el conflicto cognitivo, o bien que, al poner palabras a sus intuiciones, se clarifique su propio pensamiento; ***Otros aspectos emergentes*** La investigadora, en su papel de docente, recoge en ocasiones respuestas que no espera. Debe permanecer alerta para escucharlas y reflexionar sobre ellas, sobre los distintos estilos de pensamiento: *P.- Sí que coinciden, en todas las reglas 10cm. son igual ¿Por qué en todas las reglas 10cm. son igual?* *N.- Porque siempre es igual la cosa* Los niños y niñas se enfrentan a una cuestión completamente ajena a su currículo, perteneciente a etapas posteriores, y, sin embargo, el trabajo cooperativo les conduce a razonamientos y deducciones de aspectos matemáticos propios de otros cursos.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
reglas 10cm. son igual ¿Por qué en todas las reglas 10cm. son igual? N.- Porque siempre es igual la cosa P.- Porque siempre es igual la cosa.		

Situación matemática 4.2.63 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Asamblea acerca del cuadro de Las Señoritas de Avignon, de Picasso, y su composición.* En el marco del proyecto del Cuerpo Humano, como se expuso anteriormente de forma más detallada, se trabaja el mismo desde la dimensión del lenguaje plástico. En este contexto, se muestra una lámina de esta pintura y se provoca la reflexión acerca de cómo son las figuras que se representan en el cuadro, desde el ámbito de la geometría, especialmente.

TABLA 24 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN PROBLEMA 4.2.63

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) P.- A ver, se titula Las Srtas. De Avignon. Y yo digo ¿cuántas señoritas hay aquí? N.- 3, 4, 5, 5 P.- 5 señoritas, y ¿están colocadas normalmente? N.- No P.- ¿Cómo son? N.- Están desnudas P.- Vale, están desnudas, es verdad N.- Son diferentes P.- ¿Por qué son diferentes?, P. dice que son diferentes N.- Porque tienen otras caras P.- Tienen otras caras ¿qué les pasa a estas caras? N.- Porque están feas P.- Sí, ¿Por qué?, ¿qué les pasa a las caras? N.- No sé, porque están revueltas P.- Están revueltas. ¿Qué es eso de revueltas, C.? ¿Qué te parece que es eso de revueltas? N.- Porque están arrebujadas P.- Arrebujadas, que más, ¿Qué les pasa? A ver, que levante la mano el que vea cosas diferentes. N.- Están aplastadas P.- Están aplastadas, son planas, ¿verdad?, son planas, qué más, ¿qué les pasa? Espera un momentito J., O., vamos por turnos. ¿Qué más les pasa, L.? Espera, que le toca a L. cariño. D., le toca a L., si quieres hablar pide el turno ahora cariño N.- Están pintadas P.- Están pintadas. ¿Qué más les pasa, D., que más les pasa? N.- Están pintadas finitas. P.- ¿Te has fijado que están finitas? ¿Qué es eso?, ¿qué quieres decir con que están finitas? (…) N.- Que está más pequeño y más largo P.- El qué está más pequeño y más largo ¿la que tiene los brazos hacia arriba?, ¿qué es lo que le pasa? N.- Que está finita	La docente recoge sus expresiones y las devuelve con un lenguaje más formal: *Están aplastadas, son planas, ¿verdad?, son planas;* *P.- Como un piquito ¿sabéis como le dicen los mayores a esos piquitos?* *N.- No* *P.- Ángulos, ángulos, (…)* *N.- Como triángulos* La docente va nombrando a unos /as y a otros/as con la intención de recuperar su atención y de que expresen su opinión, también a los a.c.n.e.e.s. So. sigue sorprendiendo por su interés en participar, normalmente la cuesta. La docente trata de llevar a los niños y niñas a la reflexión desde el marco de la experiencia: que se coloquen ellos como las señoritas.	***Contenidos matemáticos*** - Geometría: atributos (fino, largo…); formas (círculo, triángulo); posición en el espacio (arriba, abajo…) como descriptores de una realidad. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Dibujar con el dedo en el aire para tratar de expresar una cualidad: *P.- A mira, Carmen hace así con el dedo como pintando ¿el qué?* *N.- Una forma* *P.- ¿Una forma de qué?* *N.- De triángulo;* *P.- ¿Quién más ve cosas?* *N.- Tiene una sandía por debajo* *P.- Una sandía, ¿pero es una sandía cómo las que vemos nosotros en la frutería o las que tenemos en casa?* *N.- No* *P.- ¿Cómo es esta sandía? ¿Qué tiene de diferente esta sandía? Mira lo que hace So. con el dedo ¿qué estás dibujando?* *N.- La sandía* *P.- ¿Y qué forma tiene?* *N.- Una forma de luna.*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- ¿Está finita? Ajá N.- Está muy aplastada P.- Está muy aplastada dice Cl. C., ¿tú que ves?, ¿qué te parece a ti este cuadro? N.- Que tiene la cara muy fea, tiene un ojo tapado y está la mano levantada y con una rodilla muy fea P.- ¿Qué le pasa a esta rodilla? Es verdad que es extraña la rodilla ¿Qué le pasa? N.- Que está finita. P.- También está finita. A mira, Ca. hace así con el dedo como pintando, ¿el qué? N.- Una forma P.- ¿Una forma de qué? N.- De triángulo P.- De triángulo. Es verdad, la rodilla parece como un triángulo. También dice Dav. como con forma de trueno. P.- ¿Nosotros tenemos estos piquitos? N.- No N.- Tenemos la rodilla como un círculo. P.- Es verdad, nosotros tenemos la rodilla como un círculo, redondeada, ¿y ella cómo la tiene? N.- Como un piquito P.- Como un piquito ¿sabéis como le dicen los mayores a esos piquitos? N.- No P.- Ángulos, ángulos, (…) N.- Como triángulos P.- Sí, como triángulos, claro, (jaleo) P.- A., ¿tú como ves este cuadro?, ¿qué le ves?, ¿qué le pasa? N.- Que tiene la cara con los ojos así. P.- ¿Cómo son esos ojos?, ¿qué le pasa a los ojos, chicos? N.- El que está sentado. P.- El que está sentado, ajá, ¿qué le pasa a esos ojos? N.- Que no me gustan P.- No te gustan ¿por qué? N.- Porque esa mujer es muy fea P.- Esa mujer es muy fea N.- La nariz la tiene muy grande. P.- Claro, mira lo que dice Cl., tiene un ojo más grande y un ojo más pequeño. O. dice que la nariz la tiene muy grande. Qué más, Ik., ¿tú qué ves? N.- Es que tiene la cara fea P.- Es que tiene la cara fea, ¿por qué se la ves fea? N.- Porque está en negro. N.- Porque está en negro y el negro es muy feo P.- Es verdad N.- El negro es muy feo. P.- Qué cuadro tan extraño ¿verdad? ¿Alguien ve más cosas en este cuadro? N.- Yo P.- So. ¿Qué ves tú? N.- Que P.- Mirarlo bien a ver que más ves So., no te pierdas N.- La que tiene tapado el ojo P.- ¿Cuál es la que tiene el ojo tapado? ¿Cuál? N.- Esta		Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos emocionales y afectivos: *P.- ¿qué le pasa a esos ojos?* *N.- Que no me gustan* *P.- No te gustan ¿por qué?* *N.- Porque esa mujer es muy fea* - Reflexión desde parámetros matemáticos: *forma de triángulo, círculo, es largo, es más pequeño…* Lenguaje oral matemático empleado: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal desde el ámbito de la experiencia: *Son diferentes*; *Porque tienen otras caras*; *Porque están feas*; *están revueltas*; *porque están arrebujadas*; *están aplastadas; Que tiene la cara con los ojos así; Está la mano así;* - Lenguaje más cercano a lo convencional, más formal: *N.- Están pintadas finitas.* *P.- ¿Te has fijado que están finitas? ¿Qué es eso?, ¿qué quieres decir con que están finitas?* *(…)* *N.- Que está más pequeño y más largo;* *P.- A mira, Carmen hace así con el dedo como pintando ¿el qué?* *N.- Una forma* *P.- ¿Una forma de qué?* *N.- De triángulo;* - Utilizan atributos o propiedades matemáticas para describir una realidad: *circulo, triángulo, largo…* Ámbito de la respuesta: - En el marco de una conversación de asamblea donde se genera el debate y la duda. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Busca generar el conflicto cognitivo, llevarles a un nivel de reflexión superior: *P.- ¿Nosotros tenemos estos piquitos?* *N.- No* *N.- Tenemos la rodilla como un*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- ¿La que tiene la cara negra?, es verdad, está el ojo muy obscuro. ¿Quién más ve cosas? N.- Tiene una sandía por debajo P.- Una sandía, ¿pero es una sandía cómo las que vemos nosotros en la frutería o las que tenemos en casa? N.- No P.- ¿Cómo es esta sandía? ¿Qué tiene de diferente esta sandía? Mira lo que hace So. con el dedo ¿qué estás dibujando? N.- La sandía P.- ¿Y qué forma tiene? N.- Una forma de luna P.- Una forma de luna, o una forma aplatanada, de plátano, es verdad, y la sandía…. N.- Una piña P.- Oye, ¿y están desnudas del todo? N.- Sí N.- No P.- ¿Seguro? N.- No, una no está desnuda, la que tiene la mano así tiene como una faldita. P.- Tiene como una faldita. Pero tenéis que mirarlo sentados porque si no, desde atrás Ju. no lo ve, Da., que si no los de atrás no lo ven, cariño. N.- Tiene así, un pañuelo atado por detrás P.- Parece como un pañuelo atado por detrás, parece como un pañuelo ¿verdad? N.- Tienen uvas. 2) P.- Ah, y tienen uvas también. Es verdad, que parece como que tienen pañuelos. Oye, pues este cuadro lo vamos a pintar, lo vamos a pintar, lo vamos a pintar entre todos, pero en vez de hacer el cuadro gigante como hicimos el de Renoir, cada equipo va a hacer el suyo. Pero antes de hacerlo, vamos a hacer como un teatro. Vamos a intentar ser como las señoritas de Avignon, y nos tenemos que intentar colocar como las Srtas. De Avignon. Por ejemplo si nos colocáramos como esta señorita, ¿cuál sería la postura que tendríamos que tener?, ah, sí, un brazo arriba y el otro brazo N.- Abajo P.- Abajo, claro. Si nos colocáramos como esta Srta., ¿cómo tendríamos que colocarnos? Un brazo con el codo doblado en la cabeza ¿y el otro brazo?, lo vamos a intentar. A ver cómo está, a ver cómo es la postura de ésta N.- Está así la mano, está así, no así. P.- ¿Sólo una mano, C.?, ésta, ésta N.- La tiene un poquito así P.- Si, pero tú estás todavía hablando de esta Srta., ¿verdad? Y yo digo de esta otra que tiene los brazos hacia arriba pero con los codos ¿cómo? N.- Uno arriba y otro abajo. P.- Doblados ¿y a ver esta?, ¿cómo está esta?, la que está hacia abajo N.- Así, sentadita. P.- Sentada, pero a ver la postura que tiene N.- Así P.- Así no está, A., ésta, a ver, a ver, cómo está, L. N.- Está así		*círculo*; - Trata de poner un lenguaje formal a sus expresiones informales para acercarles a un lenguaje más convencional desde la experiencia: *Están aplastadas, son planas, ¿verdad?, son planas;* *P.- Como un piquito ¿sabéis como le dicen los mayores a esos piquitos?* *N.- No* *P.- Ángulos, ángulos, (…)* *N.- Como triángulos* - Apela continuamente a unos/as y otros/as (también a los a. c. n. e. e. s.) para generar debate y dar cabida a todos/as desde sus diversos estilos de pensamiento: *Qué más, Ik., ¿tú qué ves?* - Trata de trabajar la posición en el espacio propia y respecto de otros objetos desde la experiencia: realizar el cuadro con sus cuerpos. ***Otros aspectos emergentes*** Los niños y niñas son capaces de establecer paralelismos entre la realidad y lo figurativo, bajo el paraguas de lo matemático, aunque no sean conscientes de ello: *P.- El que está sentado, ajá, ¿qué le pasa a esos ojos?* *N.- Que no me gustan* *P.- No te gustan ¿por qué?* *N.- Porque esa mujer es muy fea* *P.- Esa mujer es muy fea* *N.- La nariz la tiene muy grande.* *P.- Claro, mira lo que dice Cl., tiene un ojo más grande y un ojo más pequeño. O. dice que la nariz la tiene muy grande.*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Con las manos en las rodillas N.- Sí P.- ¿Y ésta, la del ojito así? No chicas, ahí no, chicas ahí no N.- Está sentada y está con un brazo así. P.- Ajá, vale pues ahora (¿qué ha pasado chicos?) N.- Ha sonado P.- ¿Qué ha sonado? N.- Pues el reloj (…) P.- Vale chicos, a ver…..		

Situación matemática 4.3.69 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Asamblea acerca de la cifra por la que comienza cada decena y otros números mayores*. En muchas ocasiones, por ejemplo, a diario, en asamblea, cuando vemos cuántos compañeros/as están ese día en el aula, se hace necesario a los niños y niñas buscar en la recta numérica cómo se escribe el 22, 23, 24... En ese contexto, a uno de los niños se le ocurre "un truco" para que no sea necesario hacer esa búsqueda diaria y pueda resolverse de manera más rápida y efectiva. Ello suscita una conversación posterior acerca de la escritura de los números.

TABLA 25 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.3.69

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Da., ¿cuál es esa idea que has tenido para que no nos equivoquemos más? N.- Porque el 20 se empieza por el 2 y el 30 empieza por el 3 P.- ¿Y los "cuarenta y", empiezan por el mismo número? N.- No, por los 4 P.- Ah, por los 4 ¿y los "cincuenta Y"? N.- Pues por el 5 P.- Y dice D. los "noventa y" N.- Por el 9 P.- Ah, por el 9, o sea que todos… N.- Y los sesenta empiezan por el 6 y los setenta empiezan por el 7 P.- ¿Y entonces el 68 por qué numero empieza? N.- Por el 6 N.- Por el 8 P.- ¿Por el 6 o por el 8, el 68? N.- Yo sé contar	Este tema les resulta muy motivador, les gusta reflexionar sobre las regularidades de la serie, y probar con números muy grandes: *N.- ciento noventa y nueve mil ¿por cuál?* *P.- ¿Por cuál?, el ciento noventa y nueve mil ¿por cuál?, A.* *N.- El no existe* *P.- ¿No existe el ciento noventa y nueve mil?* *N.- Si existe, por el uno* *N.- Por el uno* *P.- Ah, vale* *N.- ¿y el 140?* *P.- ¿Por qué número empezará el 140?* *N.- Por el 100* *P.- Por el 100* *N.- ¿y el 1000?* *P.- ¿Y el 1000 por cuál empezará?* *N.- Por el 1 y luego y luego tres ceros* Los niños y niñas han descubierto algunos patrones y regularidades entre la	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: la serie numérica; los números cardinales; las decenas. - Álgebra: como percepción de regularidades y patrones de la serie numérica, y su utilidad en la vida cotidiana (*Da., ¿cuál es esa idea que has tenido para que no nos equivoquemos más?*). ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Realizar de forma acusada el sonido de la primera o primeras sílabas de una cifra para advertir sus similitud con uno de los primeros nueve cardinales. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos emocionales y afectivos: *P.- Ah, por un 1 y luego tres ceros el mil ¿todos pensáis eso que dice Ju.?* *N.- No* *N.- Sí, es de verdad, eso es* *P.- Eso es, vale* *N.-Sí, es de verdad, me lo ha dicho mi madre.* - Reflexionar acerca del comienzo regular de cada decena: *P.- Da., ¿cuál es esa idea que has tenido para que no nos equivoquemos más?* *N.- Porque el 20 se empieza por el 2 y el 30 empieza por el 3*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
hasta 100. Desde el uno sé contar hasta… N.- ciento noventa y nueve mil ¿por cuál? P.- ¿Por cuál?, el ciento noventa y nueve mil ¿por cuál?, A. N.- El no existe P.- ¿No existe el ciento noventa y nueve mil? N.- Sí existe, por el uno N.- Por el uno P.- Ah, vale N.- ¿y el 140? P.- ¿Por qué número empezará el 140? N.- Por el 100 P.- Por el 100 N.- ¿y el 1000? P.- ¿Y el 1000 por cuál empezará? N.- Por el 1 y luego y luego tres ceros P.- Ah, por un 1 y luego tres ceros el mil ¿todos pensáis eso que dice Ju.? N.- No N.- Sí, es de verdad, eso es P.- Eso es, vale N.-Sí, es de verdad, me lo ha dicho mi madre. P.- Vale N.- Y yo también lo sé N.- P.- ¿A ti también te ha dicho tu madre que eso no es?, ¿el 1000 empieza por el 300? N.- El 100 P.- Vale chicos, pues vamos a seguir con el 3 N.- Con un 3 empieza el trescientos, tres trescientos, trescientos, tres P.- (…) Mirad el truco que se le ha ocurrido a Ju., dice: los trescientos empiezan por tre tre tres. ¿Así hay que escuchar?, por ejemplo ¿hay que escuchar así?,	escritura de los números y la manera oral en qué se dicen: N.- Con un 3 empieza el trescientos, tres trescientos, trescientos, tres *P.- (…) Mirad el truco que se le ha ocurrido a Ju., dice: los trescientos empiezan por tre tre tres. ¿Así hay que escuchar?, por ejemplo ¿hay que escuchar así? ¿ese truco nos vale para más números? ¿el 30 por qué número empezará?* *N.- Por el 3* *P.- ¿Y suena a tres, treinta?* *N.- Tre, tre, tre* *P.- ¿Suena un poco a tres?* *N.- Sí* So. reflexiona acerca de lo que están diciendo sus compañeros y compañeras sobre el comienzo de cada decena en función del patrón de sonido relacionado con uno de los primeros nueve cardinales. Está completamente atenta y lo lleva más allá: el 100 no suena a uno, suena a /c/. Cada vez está más conectada a las conversaciones de grupo. Una vez descubierto el patrón, se empiezan a encontrar excepciones. La docente les insta a reflexionar sobre ello a partir de sus intervenciones: *P.- Dan. dice que el 100 por el uno cero cero* *N.- Por el uno* *P.- Chicos, mirad el número que ha dicho Dan., porque con el número que ha dicho Dan. el truco de Ju. creo que no nos vale porque 100 dice Dan. que empieza por el 1* *N.- Sí y dos ceros.* *P.- Pero, Ah, dice So. que empieza por la c, pero digo que si el 100 suena a uno* *N.- Pues no* *P.- Ah, ahí no nos vale pero en noventa* *N.- Nueve* *P.- ¿A qué suena noventa? ¿a que suena noventa?,* *N.- A nueve*	*P.- ¿Y los "cuarenta y", empiezan por el mismo número?* *N.- No, por los 4* *P.- Ah, por los 4 ¿y los "cincuenta Y"?* *N.- Pues por el 5* *P.- Y dice D. los "noventa y"* *N.- Por el 9* *P.- Ah, por el 9, o sea que todos…* *N.- Y los sesenta empiezan por el 6 y los setenta empiezan por el 7* - Asociar el comienzo de la decena con el sonido oral semejante de los primeros nueve cardinales: *N.- Con un 3 empieza el trescientos, tres trescientos, trescientos, tres* *P.- (…) Mirad el truco que se le ha ocurrido a Ju., dice: los trescientos empiezan por tre tre tres. ¿Así hay que escuchar?, por ejemplo ¿hay que escuchar así?, ¿ese truco nos vale para más números?, ¿el 30 por qué número empezará?* *N.- Por el 3* *P.- ¿Y suena a tres, treinta?* *N.- Tre, tre, tre* *P.- ¿Suena un poco a tres?* *N.- Sí* - No relacionar el sonido con la primera cifra sino con la letra, el fonema (un solo caso). Descubre que esta regularidad no sirve en todos los casos: *P.- Dan. dice que el 100 por el uno cero cero* *N.- Por el uno* *P.- Chicos, mirad el número que ha dicho Dan., porque con el número que ha dicho Dan. el truco de Ju. creo que no nos vale porque 100 dice Dan. que empieza por el 1* *N.- Sí y dos ceros.* *P.- Pero, Ah, dice So. que empieza por la c, pero digo que si el 100 suena a uno* - Tratar de imaginar números muy elevados encontrando en ellos la excepción a la regla descubierta: *P.- Pero, Ah, dice So. que empieza por la c, pero digo que si el 100 suena a uno* *N.- Pues no;* *P.- ¿Por cuál?, el ciento noventa y nueve mil ¿por cuál?, A.* *N.- El no existe* *P.- ¿No existe el ciento noventa y nueve mil?* *N.- Si existe, por el uno* *N.- Por el uno* *P.- Ah, vale* *N.- ¿y el 140?* *P.- ¿Por qué número empezará el 140?* *N.- Por el 100* *P.- Por el 100* *N.- ¿y el 1000?* *P.- ¿Y el 1000 por cuál empezará?* *N.- Por el 1 y luego y luego tres ceros* *P.- Ah, por un 1 y luego tres ceros el mil ¿todos pensáis eso que dice Ju.?* *N.- No* *N.- Sí, es de verdad, eso es* *P.- Eso es, vale*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
¿ese truco nos vale para más números?, ¿el 30 por qué número empezará? N.- Por el 3 P.- ¿Y suena a tres, treinta? N.- Tre, tre, tre P.- ¿Suena un poco a tres? N.- Sí P.- Dan. dice que el 100 por el uno cero cero N.- Por el uno P.- Chicos, mirad el número que ha dicho Dan., porque con el número que ha dicho Dan. el truco de Ju. creo que no nos vale porque 100 dice Dan. que empieza por el 1 N.- Sí y dos ceros. P.- Pero, Ah, dice So. que empieza por la c, pero digo que si el 100 suena a uno N.- Pues no P.- Ah, ahí no nos vale pero en noventa N.- Nueve P.- ¿A qué suena noventa?, ¿a qué suena noventa? N.- A nueve P.- Vale chicos.	La docente se refiere a las decenas como los "cuarenta y" o los "cincuenta y" para hacerles comprender que se refiere a el conjunto de los diez números de esa decena, y parece que lo logra.	<u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Para referirse a la escritura de los números de dos cifras, se refieren a la primera que compone la decena con el número cardinal; - Utilizan números del 1 al 100, y después de centenas y millares. Ámbito de la respuesta: - En el marco del debate conjunto en la asamblea acerca de la escritura de diferentes números. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Adapta el lenguaje al nivel de los niños y niñas para asegurar su comprensión, en este caso, del concepto de decena sin nombrarlo: *P.- ¿Y los "cuarenta y", empiezan por el mismo número?* *N.- No, por los 4* *P.- Ah, por los 4 ¿y los "cincuenta Y"?* *N.- Pues por el 5* *P.- Y dice D. los "noventa y"* *N.- Por el 9* - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema; - Se recogen continuamente los aportes de todos/as y se ponen en común con el resto para generar debate o la apropiación de diferentes estrategias-estilos de pensamiento; - Se propicia que las verificaciones sean realizadas por el grupo de niños y niñas, no por el adulto. ***Otros aspectos emergentes*** Los niños y niñas se interesan verdaderamente por los números. Se observa que han reflexionado sobre ellos previamente a esta conversación escolar. Tienen mucho conocimiento respecto de la serie numérica sobre los primeros 100 números, pero también han cavilado, y con gusto, sobre número mucho mayores (1000, 100000, etc.). Parece que esta cuestión ajena al currículo de Educación Infantil, y aparentemente fuera del alcance de su desarrollo cognitivo, genera en los niños y niñas numerosas reflexiones y suscita emociones positivas.

<u>Situación matemática 4.2.47 GD-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Conversación en el equipo sobre cómo completar la recta numérica a la que le faltan números*. En situación de trabajo en equipo, pequeño grupo, se presenta la tarea que se va a llevar a cabo. Se trata de una banda numérica pero le faltan algunos números, hay algunas casillas en blanco. Se trata de que los niños y las niñas pongan en común sus ideas acerca de qué hay que hacer y cómo creen que lo resolverán, qué estrategias creen que les serán útiles a ellos/as mismos/as y a los demás.

TABLA 26 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.2.47

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- Los que faltan P.- Hay que poner los que faltan, dice Da. Y también ha dicho antes que hay que poner los números donde van. ¿Verdad?, vale, pero y ¿cómo sabéis cuál es el número que va? N.- Pues contando P.- Contando, como lo haremos, a ver T.- 1, 2, 3, 4, 5 P.- Vale, y ¿qué ponemos ahí, entonces? N.- El 5 P.- Vale, otra idea, además de contar, por la que podemos saber cuál es el número que falta, a ver N.- El 8 P.- ¿Cómo podemos saberlo? N.- Contando P.- Contando ¿y cómo más? N.- Empezando P.- ¿Empezando otra vez desde el 1?, a ver N.- No T.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 P.- Vale, y si me despisto de repente contando y no me sale, ¿qué puedo hacer para saber cuál es el número qué falta? N.- Coger algo de números P.- Coger algo de número, coger las tarjetas de números N.- No N.- O contar ahí en la recta numérica. P.- P. dice o contar ahí en la recta numérica N.- O en el calendario P.- O en el calendario N.- Hay que poner las letras que faltan P.- ¿Seguro que son letras? N.- O en el cartel P.- O en el cartel de los 100 números, ¿verdad Da.? Que lo estabas señalando P.- Oye, pues tenéis varias estrategias, mirar, Da., ¿me dejas que retome? Mira A., con lo que han dicho los amigos tenéis varias estrategias para que os salga muy bien: una, la que habéis dicho de contar, empezar contando desde el 1 y ver cuál falta y ponerlo; otra estrategia que ha dicho P. ha sido	Antes de comenzar la tarea se les pregunta su parecer, cómo creen ellos/as que se resuelve. Parece que ello pone en marcha ideas previas, hipótesis, experiencias anteriores o similares. Los niños y niñas exponen al grupo las estrategias que creen más convenientes, la docente no dice de entrada qué hay que hacer y cómo. La docente busca diversidad de estrategias con la intención de que después cada uno/a se adhiera a la que se sienta más cómodo. La docente retoma las estrategias expuestas y las explicita de nuevo, las repasa, con el ánimo de hacerlas más cercanas y útiles.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: afianzamiento de la serie numérica; propiedad +1 de la serie numérica de los números naturales. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Ninguna. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Reflexión sobre las estrategias que utilizarán en la resolución de esta situación son: contar desde el comienzo de la serie –desde el número 1-, y fijarse en algún material de la clase con números –bandas, rectas, calendario, cartel del 0 al 100-. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Cercana al lenguaje convencional: *contando, contar ahí en la recta numérica, coger algo de números…* Ámbito de la respuesta: - En el marco de la reflexión previa en la mesa de trabajo en pequeño grupo. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se pone el acento en la interpretación de la actividad y el tipo de resolución que hacen los alumnos y alumnas; - La investigadora no explica la tarea ni la forma en que ha de resolverse; - Se recogen las aportaciones de todos/as; - Se repasa al final, sintetizando las estrategias de resolución aportadas por todos/as, poniéndolas al alcance de

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
mirar en la recta numérica a ver cuál es el que falta; otra que ha dicho Da. es mirar en el cartel de los 100 números y Ju. ha dicho que podemos mirar en el calendario. ¿Alguna idea más?, ah, y Da. dijo que también podíamos coger los cartelitos de los números, los que tenemos en la caja de números y letras. N.- Empezamos a contar P.- O empezar a contar, como dice C. Hay varias maneras ¿verdad? Bueno, mirar, para que nadie se equivoque y todo el mundo sepa cuál es su hoja, como siempre vamos a poner… N.- nuestro nombre P.- Nuestro nombre, vale, y lo vamos a hacer con lápiz de escribir, con lápiz de escribir. Tenéis varias, vale (…) ¿Listos?, venga, pues a ello, chicos.		todos los niños y niñas. ***Otros aspectos emergentes*** En ningún momento los niños y niñas dijeron que no sabían, más bien se centraron en las diferentes formas de resolución.

Situación matemática 4.2.63 GD-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Realización del cuadro Las Señoritas de Avignon, de Picasso, atendiendo a la organización espacial.* Como se explicó anteriormente, en el marco del proyecto del Cuerpo humano, y el acercamiento a este conocimiento desde la expresión artística y plástica, se propone reproducir el cuadro teniendo en cuenta la ubicación y orientación de cada señorita con respecto a las demás y en relación al espacio total de la pintura. Cada niño y cada niña tiene una fotocopia de una de las señoritas del cuadro, la que representarán físicamente, y han de ponerse de acuerdo entre todos sobre cómo las ubicarán antes de pegarlas y añadirle lo que sea necesario al cuadro, para que sea como el de Picasso.

FIGURA 14 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.3.63

TABLA 27 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.3.63

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Primer equipo P.- Chicos, mirar, ahora tenéis que mirar bien el cuadro para ver dónde va cada señorita y probar a montarla aquí antes de pegarla a ver cómo las tenemos que poner N.- Aquí N.- Yo no sé dónde va N.- Pues mira en el cuadro P.- I. y tú ¿dónde vas a colocar la tuya, cariño? N.- Yo aquí N.- Aquí va D. y aquí voy yo P.- ¿Qué tal chicos?, ¿así es?, I. ¿así es, como lo han colocado?, mira a ver, comprueba, I., vete a comprobar, venga. O., ¿tú qué opinas?, N.- Bien P.- Tú ¿qué opinas?, D. N.- No P.- ¿No?, ¿qué le pasa? N.- Porque esa no se le ven los pies P.- Chicos, mirad lo que dice, Ju., que no se le ven los pies N.- ¿Dónde está el cuadro? P.- Mira, está aquí, lo he traído aquí, I. ¿Qué tal, y ahora qué? N.- M. tiene que estar con los pies debajo de mí P.- M., dice O. que tiene que estar con los pies debajo de ella ¿Qué tal ahora, chicos?, comprobar ahora N.- ¿Dónde va esta? N.- Esta es Cl. N.- Cl., te tienes que poner al lado mío P.- A ver, I., ven a echar un vistazo a ver qué te parece ahora N.- A ver, esta soy yo, este es D., este es… (…) P.- Entonces, ¿correcto ahora? N.- Sí P.- Pues hala, chicos, entonces empezad a pegarlas __________ Segundo equipo P.- Id colocando las muñecas en su sitio y luego vais colocando los papeles azules N.- Primero las señoritas P.- Eso, id colocando las señoritas primero, mirad a ver dónde las tenéis que colocar. Chicos, si las colocáis así todas a la vez no sé cómo va a quedar N.- Yo no veo la mía N.- Tiene que ir al revés P.- A ver cómo lo vais a hacer chicos, a ver cómo lo vais a colocar N.- Tiene que ser así P.- Pues a ver cómo os organizáis para que quede igual que en el cuadro. Chicos, no se pueden salir del cuadro ¿vale? S., algo está pasando en el cuadro que no están	Se observa una gran participación y alta motivación, disfrutan haciéndolo y lo toman muy en serio. Hay bastante respeto en las intervenciones y en la acogida de las propuestas de los otros/as. Sólo un niño manifiesta que le resulta complicado, pero ninguno/a dice que no puede o que no sabe. Todos/as participan ya que cada uno/a de ellos/as tiene su propia señorita que posicionar en la lámina.	***Contenidos matemáticos*** - Geometría: las figuras en el plano; orientación; distancia. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Probar aleatoriamente a colocar las figuras en la lámina; - Fijarse en el cuadro original e ir colocando y comprobando; - Colocar las figuras atendiendo a autoinstrucciones e instrucciones de los demás. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos emocionales y afectivos: *Y yo ¿dónde me pongo?, yo no quepo* - Observación de la imagen atendiendo a la perspectiva: *P.- ¿No?, ¿qué le pasa?* *N.- Porque esa no se le ven los pies* - Indicaciones unos/as a otros/as desde la ubicación de la propia señorita: *M. tiene que estar con los pies debajo de mí; Cl., te tienes que poner al lado mío;* - Expresión verbal de cómo ha de ser la ubicación y orientación de las figuras, y atención al espacio: *Tiene que ir al revés*; *No cabe la mía; Es que C. tiene mucho sitio; hay que ponerlas muy apretadas;* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal: *aquí, ahí, así…* - Lenguaje más formal o convencional: *encima, debajo, al revés, a su lado…* Ámbito de la respuesta: - En el marco de la resolución de la situación en pequeño grupo, a partir de la acción y de la reflexión conjunta ***Tipo de intervención de la***

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
quedando igual N.- No, porque G. me ha dicho que lo haga a su manera, a su lado. N.- Mi señorita no está, no sé dónde está mi señorita P.- ¿No es esa, la que tiene ahora Á.? N.- Ponla aquí N.- Y yo ¿dónde me pongo?, yo no quepo P.- Mirad lo que dice Á., que él ahora no cabe, algo ha pasado ahí que no puede ser ¿qué ha pasado?, mirar bien el cuadro, a ver qué ha pasado N.- Es que C. tiene que ser aquí P.- A ver cómo lo puedes hacer N.- No cabe la mía N.- Y la mía tampoco P.- ¿Por qué en el cuadro caben y a nosotros no nos caben?, algo pasa N.- Es que C. tiene mucho sitio P.- Y entonces, ¿cómo lo vas a solucionar D.?, mira bien el cuadro, a ver dónde está cada una. S., Mira bien el cuadro, a ver qué pasa. N.- Marisol, hay que ponerlas muy apretadas P.- ¿Hay que ponerlas muy apretadas?, C. dice muy apretadas, vosotros ¿qué pensáis? N.- Porque mira N.- Es que Á. va encima de C. P.- Ah, es que Á. va encima de C., a ver cómo lo haces así, poniéndola encima de C., chicos, a ver quitar esas de ahí para que Á. vaya encima de C. N.- Entonces esta la tenemos que quitar y yo ponerme aquí P.- Vale, a ver N.- Yo al lado de Á. P.- No des más pegamento, tú espera a ver cómo las vamos colocando N.- No, tú vas por ahí P.- Algo está pasando aquí chicos. S., ponte por ese lado para que tú puedas verlo por ese lado N.- No, tú tienes que ponerla aquí N.-Yo tengo que ir encima de aquí P.- Vale, y en medio del cuadro, a un lado, al otro lado ¿dónde tiene que ir? Venga, pues a ver cómo la movéis de sitio, a ver. Primero hay que colocarlas, J. C., a ver tú cómo la vas poniendo. S., con cuidado que se rompen, cariño ¿Esa seguro que es ésta? N.- No P.- Se. dice que no N.- No, va ahí P.- C., A., a ver qué pensáis vosotros, asomaros por aquí N.- No, porque tiene que ir por aquí, vale D., porque si no yo no entro N.- Tú la pones aquí, ¿vale D.? N.-Sí, porque esta tiene que ir aquí N.- Vale, y entonces ¿ahora qué? N.- Vale, Á., ahora sí N.- Á., ya pones la tuya P.- ¿Qué tal ahora, chicos?, ¿sí?, fenomenal. Pues ahora ir poniendo los trocitos azules y los		***investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador: *¿tú qué opinas?, ¿cómo os vais a organizar? ¿qué ha pasado?, ¿Por qué en el cuadro caben y a nosotros no nos caben?* - Se delega la responsabilidad de las elecciones en los niños y niñas: *a ver cómo os organizáis para que quede igual que en el cuadro*; - Se favorece que la verificación proceda de la interpretación que los niños y niñas hacen de los resultados, no de la opinión del adulto; *N.- No, porque tiene que ir por aquí, vale D., porque si no yo no entro* *N.- Tú la pones aquí, ¿vale D.?* *N.-Sí, porque esta tiene que ir aquí* *N.- Vale, y entonces ¿ahora qué?* *N.- Vale, Á., ahora sí* *N.- Á., ya pones la tuya* *P.- ¿Qué tal ahora, chicos?, ¿sí?, fenomenal;* *N.- ¿Dónde va, Marisol?* *P.- No lo sé, tenéis que mirarlo en el cuadro, Ad., tú mira el cuadro, mira el cuadro aquí, tenéis que colocarlo igual que aquí, venga, a ver cómo lo colocáis;* *P.- mira a ver, comprueba, I., vete a comprobar.* - Se procura dar la palabra a todos/as: *C., A., a ver qué pensáis vosotros, asomaros por aquí; L., pásala un poquito para acá para que Ad. vaya viendo si le parece bien o no, Ad. mira el cuadro, aquí mira Ad., aquí, a ver qué te parece* (se trata de un a. c. n. e. e.) ***Otros aspectos emergentes*** Los niños y niñas se respetan entre sí, tanto por sus acciones como por sus diferentes estilos de resolución. Los niños y niñas se sienten capaces, ninguno/a expresa que no pueda o sepa resolver la situación. Parece que el hecho de que cada

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
blancos, donde vosotros veáis que hay que ponerlos. Tercer equipo P.- Chicos, coged cada uno vuestra señorita y vamos a intentar colocarlas igual que hizo Picasso en el suyo. Id colocándolas a ver cómo las tenemos que poner. So., vete acercando… N.- Ésta va aquí N.- No, no, no, primero ésta. P.- A ver, I. viene a comprobar cómo va en el cuadro. Chicos, comprobar a ver cómo va. N.- Esto es muy complicado. N.- Esta aquí N.- M., tú aquí P.- ¿Y qué hacemos con la de So.? ¿Así? N.- Sí P.- A ver, mirad el cuadro con el vuestro ¿va bien así? N.- sí P.- Perfecto chicos, pues empezamos a pegar y os traigo los trocitos para montar el resto del cuadro ¿vale? Cuarto equipo P.- J., vamos a intentar colocar las figuras igual que en el cuadro, así, a ver como lo hacéis, tiene que estar igual que en el cuadro ¿vale L.? N.- ¿Dónde va, Marisol? P.- No lo sé, tenéis que mirarlo en el cuadro, Ad., tú mira el cuadro, mira el cuadro aquí, tenéis que colocarlo igual que aquí, venga, a ver cómo lo colocáis. Ad., mira el cuadro, mira aquí la lámina. L., pásala un poquito para acá para que Ad. vaya viendo si le parece bien o no, Ad. mira el cuadro, aquí mira Ad., aquí, a ver qué te parece N.- Esa no va ahí, esa tiene que ir aquí. P.- ¿Así está bien, chicos?, ¿qué tal ahora, chicos? N.- Así P.- ¿Seguro?, ahí hay algo que no veo como en el cuadro N.- Esta P.- Claro, igual que yo, Lu., a esa chica yo nunca la veo las piernas. N.- Tienes que poner la sentada P.- ¿Qué tal ahora, chicas y chicos? N.- Así P.- ¿Así bien? ¿Estáis de acuerdo todos?, Ad., fíjate en él, ¿así está bien, Ad.?, venga, pues empezad a pegarlo, chicos, ir a por el pegamento.		uno/a tuviera su señorita, le implicaba personalmente, les convocaba a todos/as a a participar

Situación matemática 4.2.50 GD-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Cuánto medimos. Medición, anotación de la propia medida y comparación con la de los compañeros. Uso del metro.* En el marco del proyecto de El Cuerpo Humano, se estudia el propio: peso, medida, etc. En esta situación, se trató de medir a cada uno de ellos, anotar su nombre al lado de su medida en la cinta métrica pegada en la puerta de la clase, y que ellos lo registraran en una ficha propia. Además, se comparaban con los valores anotados allí mismo el curso pasado, y entre ellos y ellas ese mismo curso (¿quién es el más alto?, ¿quién es más bajito que yo?...).

FIGURA 15 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.2.50

TABLA 28 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 4.2.50

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Cl. A ver Cl., a ver tú, tú estabas aquí, mira, date la vuelta, ¿qué número es éste, Cl.? Chicos, necesitamos vuestra ayuda, Cl. no sabe qué número es éste, el 1 el 0 y el 6. No, intentarlo vosotros primero antes de avisar a Da. N.- No puedo P.- Díselo a los amigos del equipo N.- Da. P.- ¿Tú lo sabes Ju., cuál es el 1 el 0 y el 6?, a ver D. si tú lo sabes N.- ¿El 1, el 0 y el 6?, es el 106 P.- ¿El 106?, venga, Cl., vamos a apuntarlo, dice Da. que es el 106 ¿tú estás de acuerdo? N.- Sí P.- ¿Es el 106?, sí, bueno, vale, pues venga, vamos a apuntarlo, el 1, el 0 y el 6 en tu hoja, vamos a por él, venga, apúntalo, Cl. Mirad, mientras viene Cl. ¿tú cuánto medías, D.? ¿Te acuerdas de qué número es éste? N.- No P.- 109 centímetros ¿Y tú Ju., cuánto medías? N.- 116 P.- 116. ¿Tú, cuanto medías, Dav.? N.- 112 P.- El 112, 112 centímetros. A ver, Ik., ¿tú cuánto	Como los niños y niñas saben que hay un compañero de la clase que es especialmente “entendido” en números, cuando tienen dudas, antes de pensarlo prefieren recurrir a él. Hay unos cuántos niños y niñas que también tienen muy buen dominio, pero el conocimiento de este chico les resulta más convincente. Las aportaciones de unos/as y otros/as les llevan a poder saber el nombre de algunos números, sin necesidad de tener que recurrir siempre al compañero “experto”. Se insiste demasiado en	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: nombres de los números y notación de los mismos; unidades de medida; - Álgebra: comparación de magnitudes (longitud): más alto-bajo. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Preguntar a otros/as acerca del nombre del número; - Colocarse frente a la recta numérica para medirse y ver cuál es el número que indica su altura o longitud. Estrategias mentales (estilo de

<table>
<tr><th>REGISTRO EN CAMPO</th><th>COMENTARIOS</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr>
<td>medías? ¿Cuánto medías Ik.? , a ver Ik., Ik. era 110, te faltaba un 1 aquí, corazón. Y tú O., ¿cuánto medías?
N.- 108
P.- 108 dice Ju., ¿tú qué dices, O.?, ¿qué número es éste O.?
N.- 108
N.- No, no es 108
P.- ¿Qué pensáis que es el 1 el 0 y el 8?
N.- Yo sí, porque yo sé que es el 108
P.- Dav., antes de preguntarle nada a Da. ¿tú qué crees que es el 1 el 0 y el 8?, míralo a ver cuál es, Da., mira para acá
N.- 128
P.- Los veintis ¿qué tenían?
N.- Un 2
P.- Un 2, ¿éste lleva un 2?
N.- No
P.- Ah, ¿y entonces será 128, Dav.?
N.- No, es 108
P.- ¿Tú qué dices D.?
N.- 108
P.- Tú lo llamas 108, ¿tú qué crees?
N.- Lo mismo que yo, 108
N.- 108
P.- ¿Tú también ahora crees que es 108?, vale ¿Y Cl.? 106 centímetros, vale, ahora vamos a ver, aquí dice ¿quién es más alto que yo?, ¿quién es más alto que D.?, ¿quién es el más alto de todo el equipo, chicos?
N.- Yo
P.- Ju. ¿seguro que es la más alta?
N.- Sí,
P.- ¿116 es el más alto? A ver, vamos a comprobar, Ju., ponte al lado de D. a ver qué pasa, y al lado de Dav. ¿chicos, quién es más alto de los 3?
N.- Ella
P.- ¿Ju.?, ¿seguro?, Ik. y O., poneros con Ju. ¿quién es más alto?
N.- Ju.
P.- A ver, ponte al lado tú también
N.- El 112 es más alto que el 106
P.- Mirad, ¿Cl. es más alta que Ju., o no?, Ju., Cl. ¿entonces qué número quiere decir que es más alto?
N.- El 116
P.- El 116 dice Ju., Ik., no te enfades, si tú estás creciendo mucho
N.- El 112 es el más alto
P.- Pero si el 112 fuera el más alto ¿Por qué tú eres más bajito que Ju.?
N.- Ya, pero el 116 es más alto que el 112
P.- Vale, pues vamos a apuntarlo, en quién es más alto que yo, apuntarlo
N.- Yo soy más alta
P.- Pues tú pon: “yo soy las más alta”. Y los demás a quién tenéis que poner en “quién es más alto que yo”, ¿qué tenéis que poner?, ¿qué vais a poner aquí?, ¿quién es más alto que tú, O.? La más alta ¿quién es?
N.- Ju.
P.- Pues venga, apuntad a Ju., chicos, mientras</td>
<td>el nombre de los números, se les hace pesado, y se pierden otros aspectos más interesantes.

La docente trata de ajustar su lenguaje para que se comprenda la situación:
P.- ¿cuál es el número que quiere decir más bajito? D. ¿cuál es el número que quiere decir que es el más bajito de esta mesa?; P.- vale, y ahora digo yo ¿cuál de vosotros es más alto?, ¿cuál es el que mide hasta más arriba?

La docente trata de fomentar el trabajo cooperativo:
P.- Gracias, Da., si te necesitamos te volvemos a llamar. Ik., vamos a apuntarlo en tu hoja, vamos a apuntarlo. Dav. ponte con Ik. a apuntar el 110 en su hoja.

Los niños y niñas tienen sus propias hipótesis sobre el nombre de los números elevados:
N.- ¿ciento uno seis? (refiriéndose al 116).

Los niños y niñas entendían mejor las cifras cuando comparaban directamente, desde sus cuerpos, las diferentes alturas entre ellos.</td>
<td>pensamiento):
- Procedimientos emocionales y afectivos: (Ik. quiere ser el más alto, se molesta por no serlo, y O., su amigo, lo apoya)
P.- ¿cuál de vosotros es más alto?, ¿cuál es el que mide hasta más arriba?
N.- Yo, yo, yo
P.- A ver, id a ver al cartel. Mira, D. ya está mirando ¿cuál es la más alta?
N.- Ju.
P.- Ju. dice D. porque dice que es la que llega más arriba ¿vosotros qué decís?, ¿quién será el más alto?
N.- Yo soy el más alto
P.- Pero ¿cómo se sabe cuál es el más alto?
N.- Ju. es, hasta arriba del todo del nombre
P.- ¿Qué decís vosotros, chicos?
N.- Yo soy más alto
P.- A ver, vamos a ver cuál es más alto, a ver, vente Ik., vamos a ponerte al lado de Ju., ven aquí a mi lado, a ver chicos ¿quién es más alto?
N.- Yo, (dice Ju.)
P.- ¿Quién es más alto?, D., ¿quién es más alto?
N.- ¡No puedes ponerte de puntillas!;
- Reflexión acerca del nombre de los números (tienen sus propias hipótesis):
P.- No, mira el uno, uno seis, porque hay que ir en la misma raya, aquí, el 1, 1, 6
N.- El 106
P.- Pero tiene un 1, 1,1,6
N.- ¿ciento uno seis?
- Comparación entre medidas:
Ya, pero el 116 es más alto que el 112.

<u>Lenguaje oral matemático empleado</u>:

Tipo de respuesta:
- Lenguaje más formal y convencional: El 112 es más alto que el 106; Yo soy más alta; O. mide un poco más.

Ámbito de la respuesta:</td>
</tr>
</table>

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
tanto voy a ayudar a C., mientras apuntáis. A ver, Ju., léenos aquí que pone. N.- Quién es más alto que yo P.- No, no, no, léelo despacio N.- Quién es más bajo que yo P.- ¿Quién es más bajo que vosotros, chicos? N.- Cl. P.- ¿Cl. es la más bajita? N.- Yo P.- ¿Por qué sabéis que Cl. es la más bajita? N.- Porque tiene pocos números P.- ¿Su número es el más bajo, seguro? N.- Sí P.- Vamos a comprobar, a ver chicos poneros en fila a ver quién es el más bajito, venga, poneros todos juntos a ver quién es el más bajito ¿Sabes Cl. que cuando yo era pequeña era siempre la más bajita de la clase? Y luego, mira como me he puesto, tú también crecerás. Venga, D., a ver quién es más bajito de todos ¿quién es, chicos, quién es el más bajito o la más bajita? N.- Cl. P.- ¿Cl.es más bajita que O.?, poneos O. y Cl., a ver ¿quién es? N.- O. mide un poco más P.- Entonces, ¿cuál es el número más bajo, el 106 de Cl. o el 108 de O.? N.- 108 P.- ¿El 108 es más pequeño que el 106? ¿D.? N.- Sí P.- ¿cuál es el número que quiere decir más bajito? D. ¿cuál es el número que quiere decir que es el más bajito de esta mesa? N.- El 108 P.- ¿Tú eres más bajito que C.? Chicos ¿quién era más bajito, C. u O.? N.- Cl. P.- Vale, entonces ¿cuál es el número más pequeño el 106 o el 108? N.- 106 P.- Pues venga, ponerlo. ¿Quién es más bajito que yo?, ¿a quién vais a poner? N.- O. P.- O. no, ¿quién era? N.- Cl. P.- Vámonos con nuestra hoja a ver en el cartel de las medidas vamos ver, nos sentamos aquí en el suelo, vente aquí al suelo, D. Vamos a ver el cartel, está aquí el cartel ¿por qué hay 2 veces el nombre de D.?, mirad, aquí tiene D. su nombre en rojo y aquí tiene también D., oye ¿por qué tiene D. 2 nombres? N.- Porque uno es de cuando éramos pequeños P.- Ah, cuando erais pequeños ¿cuál es, el azul o el rojo? N.- El azul P.- El azul aquí, ¿y aquí? N.- Es mayor P.- Ahora que es mayor ¿todo esto ha crecido Dav.?, ¿todo eso?, ¿todo eso has crecido, Dav.? N.- Nooo P.- ¿Sí o no?		- En el marco de la ejecución de la tarea de medirse, comparar las alturas entre los niños, y de ellos mismos con respecto al curso anterior. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Trata de llevar a los niños y niñas a la comparación de magnitudes, pero también a la reflexión de que cada número expresa una realidad, la describe: *P.- ahora vamos a ver, aquí dice ¿quién es más alto que yo?, ¿quién es más alto que D.?, ¿quién es el más alto de todo el equipo, chicos?* *N.- Yo* *P.- Ju. , ¿seguro qué es la más alta?* *N.- Sí,* *P.- ¿116 es el más alto? A ver, vamos a comprobar, Ju., ponte al lado de D. a ver qué pasa, y al lado de Dav. ¿chicos, quién es más alto de los 3?* *N.- Ella* *P.- ¿Ju.?, ¿seguro?, Ik. y O., poneos con Ju. ¿quién es más alto?* *N.- Ju.* *P.- A ver, ponte al lado tú también* *N.- El 112 es más alto que el 106* - Como la situación se hace complicada para algunos/as de los niños y niñas, reformula las preguntas, busca otras reflexiones: *P.- Entonces, ¿cuál es el número más bajo, el 106 de Cl. o el 108 de O.?* *N.- 108* *P.- ¿El 108 es más pequeño que el 106? ¿D.?* *N.- Sí* *P.- ¿cuál es el número que quiere decir más bajito? D. ¿cuál es el número que quiere decir que es el más bajito de esta mesa?* *N.- El 108* *P.- ¿Tú eres más bajito que C.? Chicos ¿quién era más bajito, C. u O.?* *N.- Cl.* *P.- Vale, entonces ¿cuál es*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- Sí P.- Claro, porque este trocito, todo esto de aquí, entonces Dav. ¿tú qué número mides ahora?, ven a ver, enséñamelo, a ver qué número mides ahora N.- Este P.- Ah, este de ahí, ¿qué número es este, lo lees? N.- 101 P.- El 1 y el 2 ¿cómo se llama? N.- 102 P.- ¿Qué dices tú por aquí, Ju.? N.- El 12 P.- 112 dice Ju., porque tiene un 1 un 1 y un 2. Espera, ¿le preguntamos a alguien experto, Dav.? Da., necesitamos tu opinión, Da. ven, necesitamos tu opinión de este número, ¿cómo se llamará éste, el 1,el 1 y el 2? Dice Dav. 102 y dice Ju. 12 ó 112, no lo tiene muy claro, ¿tú qué dices, Da.? N.- 112 P.- 112, ¿qué decís los demás, sí, 112?, gracias Da. Pues, apúntatelo Dav. que el tuyo es el 112, uno, uno dos, apúntatelo aquí en tu hoja N.- ¿dónde? P.- Aquí donde dice soy así de alto, aquí. A ver, ahora vamos a ver el de D., D. ¿dónde está tú?, ¿dónde estás tú, D.? Vale, éste es el de cuando eras pequeña ¿verdad?, ¿y ahora dónde estás?, aquí mira, aquí estás, ostras D., todo esto has crecido, ¿eh? Qué pasada y ¿cuál es tu número entonces ahora, D.? N.- Aquí P.- ¿Qué números hay ahí, D.? N.- Un 1 un 0 y el 9 P.- El 1, el 0 y el 9, ¿alguien sabe cómo se llama el 1, el 0 y el 9? N.- Yo P.- ¿Cómo se llama? N.- Yo sé, 109 P.- 109, vale, pues apúntate D., apúntate el 109. Dav., nos estás ayudando mucho ¿eh? Vamos con Ik., Ik. vente, vamos a buscar tu nombre ¿a ver dónde estás ahora tú de alto?, ¿dónde has firmado tú, Ik.? N.- Aquí P.- Aquí de pequeño, vale ¿y ahora que es mayor, dónde está? Ah, mira, aquí le veo yo. Jolín Ik., ¿todo esto has crecido Ik.?, todo esto has crecido, Ik. , entonces ¿cuál es tu número ahora?, ¿cuánto mides? Mira, vamos a hacer así, Ik., dame tu dedito, por la línea, aquí Ik., ¿qué número es éste? Chicos, ¿cuál es el de Ik.? Es un 1 un 1 y un 0 ¿qué creéis que es? Chicos, 1 1 0, ¿qué número será ese? N.- 101 P.- Un 1, un 1 y un 0 N.- 110 P.- 110 dice Da., ¿tú qué opinas? N.- No P.- ¿No, no es 110?, ¿tú qué opinas, D., 110 o no?, un 1 un 1 y un 0, ¿tú qué dices, O.? Dice Dav. 110. ¿Tú qué dices O.? N.- El ochenta y cero P.- Ochenta, pero a mí ochenta no me suena,		*el número más pequeño el 106 o el 108?* *N.- 106* - Se trata de potenciar el trabajo en equipo, cooperativo: *P.- Gracias, Da., si te necesitamos te volvemos a llamar. Ik., vamos a apuntarlo en tu hoja, vamos a apuntarlo. Dav. ponte con Ik. a apuntar el 110 en su hoja.* ***Otros aspectos emergentes*** Pese a que las cantidades exceden a la mayoría a su desarrollo cognitivo, tenían mucha carga y significatividad para los niños y las niñas ya que pertenecían a medidas propias, de su propia altura, y que, además les hacían comprender cuánto habían crecido desde el curso pasado, aunque no fuera en términos de centímetros, si en medidas informales: *¡has crecido todo esto!* Se intuye que el adverbio “más” para referirse a un atributo menor (más bajito, más frío…) les confunde a la hora de comparar cantidades: *P.- ¿Cl.es más bajita que O.?, poneos O. y Cl., a ver ¿quién es?* *N.- O. mide un poco más* *P.- Entonces, ¿cuál es el número más bajo, el 106 de Cl. o el 108 de O.?* *N.- 108* *P.- ¿El 108 es más pequeño que el 106? ¿D.?* *N.- Sí* *P.- ¿Cuál es el número que quiere decir más bajito? D. ¿cuál es el número que quiere decir que es el más bajito de esta mesa?* *N.- El 108* *P.- ¿Tú eres más bajito que C.? Chicos ¿quién era más bajito, C. u O.?* *N.- Cl.* *P.- Vale, entonces, ¿cuál es el número más pequeño el 106 o el 108?* *N.- 106* Van asimilando en su uso práctico vocabulario propio de la situación matemática:

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
suena a 8 el ochenta y yo veo un 1 un 1 y un 0. A ver Ik., ¿tú qué piensas? Un 1 un 1 y un 0 ¿cuál será? N.- No lo sé P.- ¿No lo sabes? ¿ Pedimos ayuda a Da.?, chicos ¿pedimos ayuda a Da.? N.- Sí P.- Da., otra vez necesitamos tu ayuda, te necesitamos otra vez, pues mira, que no sabemos cuál es el 1 el 1 y el 0 N.- El 1, el 1 y el 0 es el 110 P.- El 110, Dav., tú también decías eso N.- Sí P.- Entonces ¿qué hacemos, Ju., lo damos por bueno? 110 N.- Sí P.- Gracias, Da., si te necesitamos te volvemos a llamar. Ik., vamos a apuntarlo en tu hoja, vamos a apuntarlo. Dav. ponte con Ik. a apuntar el 110 en su hoja. A ver, Ju., a ver ¿dónde está tu número, dónde está tu altura? N.- Aquí P.- Ahí ¿cuál es tu número de altura? N.- Este ¿el uno, uno siete? P.- No, mira el uno, uno seis, porque hay que ir en la misma raya, aquí, el 1, 1, 6 N.- El 106 P.- Pero tiene un 1, 1,1,6 N.- ¿ciento uno seis? P.- ¿Cómo se llama el 1 y el 6 cuando están solitos? N.- 16 P.- ¿Y entonces cuál será el 1 el 1 y 6? N.- Yo no lo sé P.- Un segundito, cariño, que le voy a decir a los demás lo que tienen que hacer ¿vale? (…) P.- Da., creo que vamos a necesitar otra vez tu ayuda, Ju. quiere saber cuál es su número N.- El 1, 1, 6 P.- El 106 dice D. ¿tú qué dices, Da.? N.- El 1 y el 6 P.- Pero el 1, 1, 6, ¿cómo se llama? N.- El 116 P.- 116, Dav. ¿tú qué crees, 1, 1, 6 será el 116 como dice Da. ó 106? Vente a ver, vente N.- Sí, es el 116 dice Ju. P.- ¿Sí, por qué será 116, Ju.? N.- Porque el 100 tiene aquí un 0 N.- No, el 100 es un 1 y dos ceros P.- ¿Tú qué dices, Dav.? N.- Es que aquí, entonces, aquí dos unos es el N.- El 16 N.- No, 106 P.- ¿Entonces éste cuál es?, ¿cuál será éste? N.- Es el 106 P.- ¿Y éste? N.- 106 P.- ¿Los dos son 106? N.- Este es el 126 P.- ¿éste es el 126? Y ¿por qué será un veinte? 126 ¿por qué será un veinte?		*P.- ¿Aquí qué pone?* *N.- Centímetros* *P.- ¿Y qué quiere decir centímetros?* *N.- Cuanto pesamos* *P.- ¿Cuánto pesamos?* *N.- No, cuánto medimos* Los niños y niñas entienden mejor la diferencia entre dos cifras altas cuando pueden verificar su significado empíricamente: *P.- ¿116 es el más alto? A ver, vamos a comprobar, Ju., ponte al lado de D. a ver qué pasa, y al lado de Dav. ¿chicos, quién es más alto de los 3?* *N.- Ella* *P.- ¿Ju.?, ¿seguro?, Ik. y O., poneros con Ju. ¿quién es más alto?* *N.- Ju.* *P.- A ver, ponte al lado tú también* *N.- El 112 es más alto que el 106* *P.- Mirad, ¿Cl. es más alta que Ju., o no?, Ju., Cl. ¿entonces qué número quiere decir que es más alto?* *N.- El 116* *P.- ¿Cl.es más bajita que O.?, poneos O. y Cl., a ver ¿quién es?* *N.- O. mide un poco más* *P.- Entonces, ¿cuál es el número más bajo, el 106 de Cl. o el 108 de O.?* *N.- 108* *P.- ¿El 108 es más pequeño que el 106? ¿D.?* *N.- Sí* *P.- ¿Cuál es el número que quiere decir más bajito? D. ¿cuál es el número que quiere decir que es el más bajito de esta mesa?* *N.- El 108* *P.- ¿Tú eres más bajito que C.? Chicos, ¿quién era más bajito, C. u O.?* *N.- Cl.* *P.- Vale, entonces ¿cuál es el número más pequeño el 106 o el 108?* *N.- 106* La docente insiste demasiado en la reflexión del nombre de los números, que excede a las posibilidades de la mayoría. Debió haberlo hecho alguna vez para poner en marcha sus

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- Porque hay un 0 aquí P.- ¿Sí?, vale, vale. Dav., ayuda a Ik. a poner el 110, a poner el 1, el 1 y el 0. ¿Tú te apuntaste, Ju.?, pues apúntate el tuyo. O., te toca a ti, cariño, ¿dónde está tu nombre ahora? N.- Aquí P.- Vale ¿entonces cuál es el número de tu altura?, desde aquí, vamos a hacer así, así, así El 1, el 0 y el N.- 8 P.- Apúntatelo. Da. ¿cuál es éste, el 1, el 0 y el 8? N.- El 1, el 0 y el 8 es el 108 P.- Vale, pues venga, vamos a apuntarlo, chicos. ¿Aquí qué pone? N.- Centímetros P.- ¿Y qué quiere decir centímetros? N.- Cuanto pesamos P.- ¿Cuánto pesamos? N.- No, cuánto medimos P.- Ah, cuánto medimos. A ver, apunta tu número. Tú ya lo has puesto ¿no? Tú ya has puesto……… N.- 1, 1, 6 P.- 1, 1, 6, el 116. ¿Tú? N.- 1, 0, 8 P.- 108 centímetros ¿y tú, Dav.? N.- Esto P.- 112, el 1, el 1 y el 2; 112 centímetros. ¿Y tú eras…? Casi, el 1 y el 0. ¿Y tú? 109, vale, y ahora digo yo ¿cuál de vosotros es más alto?, ¿cuál es el que mide hasta más arriba? N.- Yo, yo, yo P.- A ver, id a ver al cartel. Mira, D. ya está mirando ¿cuál es la más alta? N.- Ju. P.- Ju. dice D. porque dice que es la que llega más arriba ¿vosotros qué decís?, ¿quién será el más alto? N.- Yo soy el más alto P.- Pero ¿cómo se sabe cuál es el más alto? N.- Ju. es, hasta arriba del todo del nombre P.- ¿Qué decís vosotros, chicos? N.- Yo soy más alto P.- A ver, vamos a ver cuál es más alto, a ver, vente Ik., vamos a ponerte al lado de Ju., ven aquí a mi lado, a ver chicos ¿quién es más alto? N.- Yo, (dice Ju.) P.- ¿Quién es más alto?, D., ¿quién es más alto? N.- ¡No puedes ponerte de puntillas! P.- Dav., ¿quién es más alto?, O. ¿quién es más alto? N.- Ik. P.- ¿Ik. es más alto que Ju.? N.- Noooo, soy yo P.- O. ¿tú qué dices, quien es más alto? N.- Que es I. P.- ¿Quién llega más arriba, Ju. o Ik.? N.- Ju. P.- Ju. dice D. y, P. ¿qué dice?, ¿quién llega más arriba? N.- Ik. P.- Pero mira N.- No puede ser ponerte de puntillas		reflexiones y deducciones, pero no todas las veces que resultaba pesado y poco productivo. Debió dar ella esa información y poner el acento en otros aspectos: altura, los centímetros que habían crecido, la comparación entre su medida pasada y la actual, entre las medidas de los miembros del equipo… Algunos niños y niñas son capaces de reconocer números superiores a 100 si tienen que ver con el recuerdo de algo personal: *¿cuánto medías tú?,* o por deducción desde las decenas.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- No te pongas de puntillas, ponte así de normal ¿así de normal quién es más alto? N.- Ik. P.- ¿De verdad?, ¿quién llega más arriba? N.- Ik. P.- Pero vosotros lo decías porque es vuestro amigo, pero de verdad, de verdad ¿quién mide un poquito más?, ¿quién es un poquito más alto? N.- Ik. P.- No, lo decís por bromear, a que sí porque sabéis que es Ju. Bueno, pues aquí dice ¿quién es más alto que yo?, ¿quién es más alto? Lo vamos a escribir.		

Situación matemática 5.1.95 OP-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Taller de bolas de malabares: asamblea en la que se toma la decisión de cuántas vender cada vez.* En el marco del proyecto "La Edad Media", sucede en la clase que una bufona se ha perdido junto con su caballero, y no son capaces de encontrar su reino y el castillo en el que habitan. Después de muchas vicisitudes, los niños y niñas consiguen localizarlo y los llevan hasta allí, a Manzanares el Real, en autocar. Tras ello, desean celebrar, como festejo a todas las aventuras que se han vivido, un banquete medieval. Sin embargo, no nos queda dinero para organizarlo (así se les dice). Tras muchas asambleas, encontramos la solución: fabricar objetos medievales y venderlos en un mercadillo en el colegio a cambio de productos para el banquete. Así se hizo. En la ocasión que se presenta, tras fabricar bolas de malabares, como las que usaban los bufones, cabe la duda de cuántas vender en cada trueque.

TABLA 29 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.95

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Al finalizar el taller, nos reunimos todos, familias y niños y niñas, en la asamblea a mostrar cómo nos han quedado las bolas. Han hecho bastantes más que una para cada uno, en total 43. Les propongo que contemos juntos cuántas han fabricado. Voy parándome al final de cada decena para que sean ellos los que digan la cifra siguiente. Después de 29 a algunos les cuesta, pero otros no tienen dudas (P., D., Da., Dan., S....). En este punto, explicamos a las familias cómo las vamos a vender, y les pregunto cuántas bolas vamos a dar en cada trueque. Al principio algunos dicen 4, pero entonces S. dice que nos quedaríamos en seguida sin bolas y no habría para todos, así que él propone 2. Todos estaban de acuerdo cuando Cl. dice que tienen que ser 3 porque los	Las familias se quedan impresionadas al escuchar los razonamientos de los niños y niñas. Los niños y niñas responden con naturalidad, reflexionando sobre lo que aportan los demás. Se llega al acuerdo desde las reflexiones de todos/as.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: la serie numérica y su utilidad para el conteo; utilidad de la multiplicación/división aunque no conozcan esta operación aritmética; estimación de cantidades. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Contar el número de bolas malabares. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Utilización de conocimientos previos*: tienen que ser 3 porque los bufones usaban 3 al hacer malabares*; - Ausencia de ayuda por parte de objetos concretos; - Predicción de situaciones a partir de conocimientos matemáticos: *explicamos a las familias cómo las vamos a vender, y les*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
bufones usaban 3 al hacer malabares. I. está de acuerdo, dice que se necesitan 3 para hacer malabares. Todos conformes y se acuerda que así será.		*pregunto cuántas bolas vamos a dar en cada trueque. Al principio algunos dicen 4, pero entonces S. dice que nos quedaríamos en seguida sin bolas y no habría para todos, así que él propone 2.* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje más formal, cercano a la convencionalidad: cardinales. Ámbito de la respuesta: - En el marco de una conversación de asamblea para resolver la situación pragmática de la venta de productos en el mercadillo. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se da un margen para la reflexión, para evocar el recuerdo y para la expresión del conocimiento de unos/as y de otros/as: *Les propongo que contemos juntos cuántas han fabricado. Voy parándome al final de cada decena para que sean ellos los que digan la cifra siguiente;* - Se trata de llevar a los niños y niñas a un campo matemático destinado para niveles superiores en el currículo escolar (operación de multiplicación y división, como complementarias), a partir de la resolución de una situación real, pragmática, situada, contextualizada, en un proceso comunicativo real, a partir de las aportaciones de todos y todas; - No se expone ninguna reflexión de parte del adulto, sólo se dinamizan las de los niños y niñas. ***Otros aspectos emergentes*** Los niños y niñas, son capaces de alcanzar el razonamiento adecuado aunque no se nombre en ningún momento dichas operaciones. Muchos niños y niñas tienen bastante fluidez en el conteo hasta cifras superiores a las que se exige en el currículo (43 en este caso). El acuerdo se alcanza desde las argumentaciones de carácter matemático.

<u>Situación matemática 5.2.116 OP-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Asamblea acerca de cuántos niños y niñas investigan cada planeta para que sea equilibrado y haya el mismo número de personas*. En el marco del proyecto de aula “El espacio”, se investiga el sistema solar. Se llevará acabo como algunas otras veces: se divide la investigación más profunda, al detalle, por equipos, y se realizan ciclos de conferencias para exponerla al resto de la clase. En este contexto, surge la duda, ¿cuántos alumnos y alumnas deben formar cada equipo de trabajo para estudiar los ocho planetas y el sol?

TABLA 30 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.2.116

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Vamos a investigar... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 cosas del cielo, 8 planetas y el sol, 9 cosas ¿verdad? Vamos a investigar. Pero en clase ¿cuántos amigos somos? N.- 26 P.- 26 conmigo, pero esta vez yo no voy a investigar, voy a dejar que investiguéis vosotros ¿vosotros cuántos sois? N.- 25 P.- 25. ¿Cuántos amigos tendrán que investigar cada uno de los planetas o el sol para que todos podáis investigar? N.- 9 P.- Pero si ponemos 9 amigos en el sol van a ser demasiados amigos ¿no?, ¿cómo lo haremos? N.- P.- Mirar, yo lo que digo es, por ejemplo ¿cuántos pongo a investigar?, chicos, Lu., digo, por ejemplo, Ju., cuántos pongo a investigar Júpiter, cuántos pongo a investigar Marte, cuántos en la Tierra, cuántos en Venus, cuántos en Mercurio. ¿Cuántos tenemos que poner en cada uno para ser más o menos iguales? N.- 6 P.- Para ser más o menos equipos iguales N.- 7 P.- ¿7 amigos en cada uno? N.-6 P.- ¿6 amigos en cada uno? N.- No 6 y sólo en uno 7 P.- Pero si pongo 6, por ejemplo en Saturno, y en Urano pongo 7. A ver, pon 6 dedos ahí N.- No, ahí no puedes poner 7 hay muchos huecos. P.- Iv., pon tu 7. Imaginaros que tenemos 6 en Saturno y 7 en Urano, son 1,2,3,4,5,6 7,8,9,10,11,12 y 13. Uh N.- Puedes poner 7 en Neptuno porque hay mucho hueco P.- Ah, porque el hueco del papel es mucho N.- Sí, para Neptuno es mucho P.- Pero si voy dejando un trocito así parecido en cada uno, por ejemplo como he dejado un trocito así parecido en cada uno, aquí pongo una rayita y ya no escribo más debajo, para que haya así un trocito más o menos igual en cada uno N.- 4 P.- 4 amigos en cada uno. Necesito Se. que me traigas un lápiz y una goma ¿vale? A ver, imaginar lo que dice Dav., Dav. me	La docente busca diferentes formas de expresión para que se comprenda bien la situación planteada. Se verifican las hipótesis poniéndolas a prueba. Se solicitan los aportes de todos/as y se ponen en común para llegar a acuerdos. Van haciendo sus deducciones a partir de los propios aportes y de los del resto.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: las operaciones aritméticas (multiplicación/división) para resolver situaciones reales. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Comenzar diciendo números al azar, pero no imposibles (no más de los que somos en total, por ejemplo). Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Hacen estimaciones con cifras más aproximadas (6,7); - Piensan que la división establecida por equipos del aula (6,6,6,7) puede ser útil; - Entienden que el espacio que queda en el papel debajo del nombre del planeta, debe tener que ver con el número de niños/as que pueden investigarlo (a más espacio, más niños/as): *N.- Puedes poner 7 en Neptuno porque hay mucho hueco* *P.- Ah, porque el hueco del papel es mucho;* - Desde las comprobaciones de las hipótesis previas, se van ajustando las estimaciones: *P.- ¿somos 36?* *N.- No, somos 25* *P.- ¿Entonces qué hago?* *N.- 3 amigos en cada uno* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal: *hay mucho hueco*; - Lenguaje más formal y convencional: responden dando un valor cardinal, o argumentando: *no hay suficientes niños.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de la reflexión conjunta en la asamblea para resolver una situación real, pragmática, en la que se expresan diferentes estrategias y se alcanzan acuerdos desde las

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
dice que ponga 4 amigos en cada uno. Voy a hacer eso, a ver 1, 2, 3, y 4. 1, 2, 3 y 4. 1, 2, 3, y 4. 1, 2, 3, y 4. 1, 2, 3 y 4, así, así. A ver, ¿cuántos son esos? Ayudadme a contar chicos N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35 y 36 P.- ¿somos 36? N.- No, somos 25 P.- ¿Entonces qué hago? N.- 3 amigos en cada uno P.- ¿3 amigos en cada uno?, a ver, vamos a probar eso N.-Es que no hay que poner ninguna rayita, es que hay que poner hasta la… P.- A ver, explícame eso Ju. N.- Si está aquí el Sol, ponemos hasta Mercurio, si está aquí Mercurio ponemos hasta Venus... P.- Y ¿cómo sabemos cuántos amigos tendrán que investigarlo para que haya el mismo número de amigos? N.- A ver, tenemos que poner el mismo número de mesa P.- ¿El mismo número de mesa? Pero hay más planetas que mesas N.- Juntamos mesas P.- Si juntamos mesas habrá más planetas que mesas juntamos. A pensar Lu., que no sé cómo resolverlo. A ver, A. está levantando la mano fenomenal, ¿qué ideas tienes, A.? N.- 2 P.- A. dice 2 en cada grupo, vamos a probar la idea de A., Je. ¿tú crees que A. ha calculado 2 en cada grupo y nos va a salir bien esa idea?, A ver, vamos a probar a ver. Ja., ¿tú qué piensas, 2 en cada grupo nos irá bien? N.- Sí P.- Quién cree que 2 en cada grupo nos irá bien N.- Yo P.- ¿Quién es yo?, L., Lu. N.- Discutiremos P.- Ah, dice Cl. que discutiremos ¿por qué discutiremos, Cl.? N.- Porque iremos por las parejas. P.- ¿Sí?, vamos a contar a ver qué tal nos sale esta idea de A. N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,y 18 P.- ¿Qué pasa? N.- Que no hay suficientes niños N.- Necesitamos 3 N.- 5 P.- ¿Probamos primero con 3 y luego con 5 S.? A. ha pensado muy bien, porque antes nos sobraban demasiados. ¿Verdad		argumentaciones matemáticas. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se busca adaptar el lenguaje del adulto para generar mayor comprensión de la situación problemática planteada: *Mirar, yo lo que digo es, por ejemplo ¿cuántos pongo a investigar?, chicos, Lu., digo, por ejemplo, Ju., cuántos pongo a investigar Júpiter, cuántos pongo a investigar Marte, cuántos en la Tierra, cuántos en Venus, cuántos en Mercurio. ¿Cuántos tenemos que poner en cada uno para ser más o menos iguales?* - Se van adaptando las acciones y las contrargumentaciones a las interpretaciones que rápidamente se van haciendo de sus respuestas: *N.- Puedes poner 7 en Neptuno porque hay mucho hueco* *P.- Ah, porque el hueco del papel es mucho* *N.- Sí, para Neptuno es mucho* *P.- Pero si voy dejando un trocito así parecido en cada uno, por ejemplo como he dejado un trocito así parecido en cada uno, aquí pongo una rayita y ya no escribo más debajo, para que haya así un trocito más o menos igual en cada uno;* - Se busca la participación de todos/as, interpelándoles, pidiendo su opinión: *Je. ¿tú crees que A. ha calculado 2 en cada grupo y nos va a salir bien esa idea?, A ver, vamos a probar a ver. Ja., ¿tú qué piensas, 2 en cada grupo nos irá bien?;* - La responsabilidad de las verificaciones se da a los alumnos/as, no la tiene el adulto; - Se trata de mediar y dinamizar las conversaciones. ***Otros aspectos emergentes*** La docente debe estar siempre alerta reconociendo en sus palabras hechos, experiencias, asociaciones… para darles cabida o bien hacerlas comprensible al resto. Se verifican las hipótesis poniéndolas a prueba: *N.- 4* *P.- 4 amigos en cada uno. Necesito Se. que me traigas un lápiz y una goma ¿vale? A ver, imaginar lo que dice Dav., Dav. me dice que ponga 4 amigos en cada uno. Voy a hacer eso, a ver 1, 2, 3, y 4. 1, 2, 3 y 4. 1, 2, 3, y 4. 1, 2, 3, y 4. 1, 2, 3 y 4, así, así. A*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
que A. ha pensado fenomenal, porque antes nos faltaban un montón, ahora ya no nos faltan tantos, a que no?, muy bien pensado, A., muy buena cabeza. Vamos a probar eso que dicen J. y Cl. vamos a poner 3, ¿cuántos más tengo que poner? Venga, ve señalando y me vas ayudando ¿vale J.?, preparados Iv., échame una mano, Iv. N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 y 27. Es que contigo y María (profesora de apoyo) así somos 27 P.- Bueno, queréis que María y yo también investiguemos N.- Sí P.- ¿Lo dejamos así?, entonces ¿ya estamos el mismo número de personas para cada investigación?, entonces 3 para cada investigación N.- Yo contigo		*ver, ¿cuántos son esos? Ayudadme a contar chicos* *N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35 y 36* *P.- ¿somos 36?* *N.- No, somos 25* Ningún niño o niña dice que no puede o sabe.

Situación matemática 5.1.76 OP-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Análisis del mapa de Villarejo de Salvanés y búsqueda de la torre.* En el marco de la realización del proyecto de aula “La Edad Media”, como explicamos con anterioridad, una bufona pide ayuda a los niños y niñas porque se ha perdido con su caballero, cumpliendo una misión real, y no saben regresar a su castillo. Como les ha cogido el invierno, se han refugiado en una torre, esperando a que llegue la primavera para emprender de nuevo la búsqueda de su reino. Entre tanto, los niños y niñas han de ayudarles a recordar dónde está. Para ello, se decide ir a visitar a la bufona y al caballero con la intención de recabar más información. Los niños y niñas se dan cuenta de que no sabemos llegar hasta allí y, a petición suya (de los alumnos/as), escriben una nota y la cuelgan en la cristalera solicitando a las familias que nos traigan un mapa de la localidad. Cuando por fin traen varios, los niños y niñas analizan el mapa y buscan la torre. Días más tarde, quieren llevarlo para que el conductor/a del autobús no se pierda, y así lo hacen.

TABLA 31 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.76

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
En situación de asamblea, cada dos o tres tienen su propio mapa. En la pizarra de la clase hay colgado otro. Analizan el mapa. Reconocen que los símbolos del mapa representan lugares reales: N.- Eso es una casita con una cruz N.- No, eso es lo del tejado de que si llueve N.- Esa es la cruz de Dios N.- ¡Es la Iglesia! Donde la misa. La docente va haciendo preguntas que les ayuden a interpretar otros	Están muy motivados porque si descubren cómo llegar a la torre, iremos allí a recabar pistas. Van buscando mirando o repasando los diferentes espacios con el dedo.	***Contenidos matemáticos*** - Geometría: el mapa como la representación gráfica del espacio; interpretación de símbolos; reconocer un itinerario. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Acomodar el mapa en el suelo e ir buscando con el dedo o con la mirada los diferentes

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
símbolos: un sobre –correos- (eso qué es, quién lo lleva a las casas…), otra casita –el ayuntamiento-. Entre todos van desentrañando el mapa, que es sencillo. Interpretan el mapa. Encuentran la torre, lo que les provoca mucha emoción. No es muy difícil de interpretar, se trata de un símbolo que parece un castillo, y no hay más como ese. Después deciden ver cómo llegarán hasta ella. Saben que la carretera por la que irán es la A3, la docente se lo ha explicado, así que siguen con el dedito desde la carretera por las calles hasta la torre: “por aquí, por aquí, y por aquí”. Como en otras ocasiones, después repasan ese trayecto con rotulador, para verlo mejor. No tienen muchas dudas de cómo usar un mapa ya que lo han hecho más veces.	La docente realiza preguntas para ponerles en situación de reflexión. Usan el mapa sin dominar su utilización.	símbolos; - Seguir con el dedito el trayecto posible que realizaremos hasta la torre. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Tratan de interpretar los diferentes símbolos del mapa: *N.- Esa es la cruz de Dios* *N.- ¡Es la Iglesia! Donde la misa;* - Reconocen en las líneas el trazado de carreteras; - Reconocen la importancia de llevarlo el día de la salida, por si el conductor no sabe llegar. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - De tipo informal: *por aquí, por aquí y por aquí; esa es una casita con una cruz*; Ámbito de la respuesta: ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador; - Se realizan preguntas continuamente para poner a los niños y niñas en conflicto cognitivo y que den un paso más en su pensamiento: *un sobre –correos- (eso qué es, quién lo lleva a las casas…);* - Se diseña la actividad tal y como se llevaría a cabo en la vida adulta: consulta de un mapa para poder acudir a un lugar, de forma pragmática -para visitar a la bufona-; - Se procura que el análisis se vaya haciendo en la asamblea de forma cooperativa. ***Otros aspectos emergentes*** La situación es pragmática, en contexto. Se aprende a usar el mapa usándolo, sin dominar cuestiones previas.

<u>Situación matemática 5.1.94 OP-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Asamblea sobre el juego de Los chinos (sumas).* En situación de asamblea, se practican sumas con el mismo formato en el que las hacen “los mayores”: con los signos de las operaciones (+ e =). En este contexto, observan una regularidad que les llama mucho la atención y suscita una conversación intensa: **la propiedad conmutativa de la suma**.

TABLA 32 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.94

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
En situación de asamblea, jugamos a Los Chinos. Tratamos durante un	Descubrir el patrón de que el orden de	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: la operación de la suma/resta;

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
buen rato de poner diferentes cantidades con una sola mano, y con las dos (¿Quién puede poner un tres usando una sola mano? Ahora, otra vez tres dedos, pero usando las dos manos). Poco a poco todos entienden el juego y les va saliendo bien. A Ad. le ayudan sus compañeros a poner las cifras usando las dos manos, ya que con una sola le sale bien. A continuación, lo hacemos en la pizarra "como los mayores". Ponemos los sumandos y el signo de más. Hacemos unas cuantas con cantidades bajas. Aparecen varias sumas cuyo resultado es el mismo: 7 (4+3, 5+2, 6+1). Esto les divierte a todos y llegan a la conclusión de que hay varias maneras de llegar al 7. De repente ven que 4+3 y 3+4 dan el mismo resultado. Les pregunto si importa cuál pongamos primero y todos menos Ad. dicen que no importa. Les explico cómo a esto los mayores lo llaman "Propiedad Conmutativa". En seguida Ó. dice que si los mayores mayores como su hermana, que está en 6º de Primaria, y les digo que sí. Esto les emociona. Da., que está disfrutando mucho, me pide que ponga 90+90, y me dice que eso son 180. Le pregunto cómo lo sabe y responde "¡porque lo sé!". Entonces Ju. me dice "mira, pon 40+40. Eso son 80" "¿Cómo lo has calculado?" "Pues sumo 4+4 que son 8 y le pongo el 0". Dav. se emociona y me dice: "¿sabes? 100+100 son 200 y 1000+1000, 2000". Entra entonces la monitora de comedor y tenemos que dejarlo. Desde entonces, andan jugando entre ellos al juego de los chinos.	los sumandos no altera el producto les entusiasma verdaderamente. Saber que es un conocimiento de "mayores" también. Se desarrolla todo con muchísima naturalidad, y atención por parte de todos/as. La docente propone comenzar usando los dedos , dando un apoyo físico. De forma espontánea, los niños y niñas ayudan al compañero que tiene más dificultades: a poner los dedos, repitiendo el número solicitado… Es capaz de poner el cardinal solicitado con una sola mano, pero no cuando se trata de componerlo con las dos. La docente pasa de la suma de forma concreta a la abstracción de los símbolos, apoyándose primero en los objetos para después ir a la abstracción de la representación numérica y los símbolos. No sólo les gusta la situación sino que piden más, y con mayor complicación.	composición y descomposición de los números naturales; diferentes composiciones de un mismo número; sumas de números elevados; suma intuitiva por unidades y decenas; valor posicional del 0; - Álgebra: reflexión sobre una regularidad, regla general o propiedad de las sumas –la propiedad conmutativa-. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Procedimientos informales que requieren objetos concretos: utilizar los dedos como objeto que apoya la operación; colocar los dedos al compañero que lo necesita; juntar los dedos de las dos manos para calcular, moviendo cada uno de ellos a la vez que se recita la serie numérica y tocando con ellos la barbilla para ir marcando cada uno. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos afectivos y emocionales: los niños y niñas perciben la noción de suma también desde el campo de lo afectivo-emocional: *Les explico cómo a esto los mayores lo llaman "Propiedad Conmutativa". En seguida O. dice que si se trata de los mayores mayores como su hermana, que está en 6º de Primaria, y les digo que sí. Esto les emociona*; *¡porque lo sé!;* - Reconocer diferentes composiciones para un mismo número; - Procedimientos más formales desde el punto de vista de una matemática convencional: sumar los dígitos por unidades y decenas para dar un resultado; - Intuir el valor posicional del 0*: Entonces Ju. me dice "mira, pon 40+40. Eso son 80" "¿Cómo lo has calculado?" "Pues sumo 4+4 que son 8 y le pongo el 0"*. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Utilizan palabras del campo matemático en el contexto de su experiencia del campo aritmético: *¿sabes? 100+100 son 200 y 1000+1000, 2000*; - Contestan utilizando un valor cardinal; - Utilizan vocabulario matemático de carácter convencional: *Pues sumo 4+4 que son 8 y le pongo el 0*. Ámbito de la respuesta: - En situación de juego, en asamblea, todo el grupo. ***Tipo de intervención de la investigadora***

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
		- Se observa como la investigadora (docente), trata de trabajar la suma como composición y descomposición de números naturales, desde una forma lúdica hacia otra más formal, y con el uso del lenguaje oral para después acceder al notacional, con la intención de poner en juego los saberes y conocimientos de todo el alumnado y construir el concepto juntos; - La investigadora (docente) también trata de acercar a los niños y niñas a un lenguaje más convencional a partir de sus expresiones y sus experiencias: *Les pregunto si importa cuál pongamos primero y todos menos A. dicen que no importa. Les explico cómo a esto los mayores los llaman "Propiedad Conmutativa"*; - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema; - Se recogen las intervenciones de los alumnos y alumnas para ofrecer un feed-back de carácter más formal desde el punto de vista del concepto matemático de la suma. ***Otros aspectos emergentes*** Se observa como algunos niños y niñas de 5 años son capaces de comprender conceptos matemáticos -propiedad conmutativa de la suma- y realizar operaciones matemáticas: *Entonces J. me dice "mira, pon 40+40. Eso son 80" "¿Cómo lo has calculado?" "Pues sumo 4+4 que son 8 y le pongo el 0"*, reservados en el curriculum escolar para edades posteriores, a partir de la experiencia, el diálogo igualitario entre ellos, y el juego como forma de acceso al aprendizaje.

Situación matemática 5.1.95 OP-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Taller de bolas de malabares, construcción según instrucciones y decisión de cuántas elaborar*. Desde el contexto del proyecto llevado a cabo en el aula acerca de "La Edad Media", en el marco de la realización de un taller para vender nuestros productos en el mercadillo medieval, se están realizando productos para ser vendidos. Se les comunicó previamente a los niños y niñas que nos habíamos quedado sin dinero con las salidas. Ellos/as querían hacer un banquete medieval pero no teníamos cómo prepararlo (así se les dijo). Así, se decide entre todos/as montar un mercadillo y realizar un trueque en los puestos: nuestros productos por cosas para el banquete (gusanitos, patatas...). Para ello, se organizaron talleres con padres y madres, con el fin de que nos ayudaran a fabricar "cosas medievales". En este contexto, se llevó a cabo el taller de realización de bolas para hacer malabares, como las que usaban los bufones.

TABLA 33 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.95

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Me acerco a cada equipo y les cuento que cada uno de ellos va a hacer una bola, pero que cada bola necesita dos globos. Les pregunto cuántos globos he de dejarles. El equipo "Elefantes" propone varias cosas, al principio se cuentan y me piden 5, pero les vuelvo a decir que necesitarán dos globos cada uno. Entonces Da. cuenta a los niños dos veces y concluye que necesitarán 10. Les pregunto a los demás si están de acuerdo y todos dicen que sí. Así pues, empiezo a sacar los globos de uno en uno y les pido que me ayuden a contar (Ad. también los cuenta). Cuando llego a 8 les pregunto cuántos globos me faltan por darles y todos menos Ad. contestan que dos. Repito la operación con el equipo Pokemon. Al principio sucede lo mismo. Cuando les recuerdo que necesitarán dos globos cada uno, Ju. va señalando a sus compañeros pero cuenta dos números para cada uno (1 y 2, 3 y 4, ...). Decide que necesitarán 14. Les pregunto si están de acuerdo y todos lo están. El equipo China anda más disperso. No se les ocurre y dicen cifras al azar. Les cuento las estrategias de los equipos anteriores y ponen en práctica la del equipo elefante, cuentan dos veces. En el equipo "Tortugas Ninja", L. y D. cuentan dando también dos vueltas.	Se observa que los niños resuelven el problema multiplicativo a partir del conteo de compañeros, ya sea dando dos vueltas en este conteo, o utilizando dos cardinales para cada niño. Los niños y niñas están en este momento con las familias en las mesas. No se coartan y dan diversas respuestas. Se observa que los niños y niñas emplean un razonamiento propio en la respuesta, nada mediado por la intervención de los adultos que allí se encuentran.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: las operaciones aritméticas para resolver situaciones reales –suma/resta y multiplicación/división; ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Contar a todos los miembros del equipo, pero dos veces, en dos vueltas: 1,2,3,4,5-6,7,8,9,10. Esta es la estrategia más utilizada; - Contar a cada miembro del equipo dos veces: 1-2, 3-4, 5-6, 7-8, 9-10;. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Estrategias más primitivas: responder un cardinal al azar, sin poner en marcha ninguna estrategia. No sienten la necesidad de contar, se basan en indicios perceptivos; - Más elaboradas: el conteo, aunque dicho conteo no sea el adecuado para resolver la situación. Necesitan que se les recuerde cuál es la situación problemática; - De carácter más convencional: el conteo en relación con la problemática a resolver; - Recogida de las estrategias de otros como válidas para resolver los problemas propios. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Contestan utilizando valores cardinales. Ámbito de la respuesta: - En el marco del trabajo en pequeño grupo, para resolver una situación necesaria para ese momento concreto, desde la reflexión conjunta. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - La investigadora se hace muchas veces la despistada, como que no sabe, para que sean los niños y niñas los que tengan que poner en marcha diferentes estrategias y así aprovechar cualquier momento para convertirlo en situación-problema: *Así pues, empiezo a sacar los globos de uno en uno y les pido que me ayuden a contar (Ad. también los cuenta). Cuando llego a 8 les pregunto cuántos globos me faltan por darles y todos menos Ad. contestan que dos*; - La investigadora (docente) trata de llevar a los niños y niñas a un campo matemático destinado para niveles superiores en el currículo escolar (operación de multiplicación y división, como complementarias), a partir de la resolución de situaciones reales,

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
		situadas, contextualizadas, en un proceso comunicativo real, a partir de las aportaciones de todos y todas; y como los niños y niñas, son capaces de alcanzar el razonamiento adecuado aunque no se nombre en ningún momento dichas operaciones; - La investigadora (docente) rescata las diferentes estrategias de resolución, todas ellas como válidas, y las acerca a los niños y niñas para que cada uno de ellos la acomode a su desarrollo y estilo de pensamiento en ese momento, ayudándoles a superar el conocimiento intuitivo como insuficiente para resolver cuestiones cuantitativas; - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno al tema. ***Otros aspectos emergentes*** La situación se vive como funcional, pragmática, necesaria a para la consecución de la tarea. Ningún niño/a dice que no sabe o no puede. Las familias que están presentes en el aula perciben las intenciones de la investigadora y se sorprenden de las estrategias de los niños y niñas.

Situación matemática 5.1.105 OP-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Elaboración, por equipos, de una receta de pan.* En el mismo contexto que la situación precedente (proyecto “La Edad Media”), la realización de talleres para fabricar cosas que vender en el mercadillo con el fin de obtener productos mediante trueque con los que llevar a cabo un banquete, se pone en marcha un taller en el que se realiza pan siguiendo una receta específica.

TABLA 34 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.105

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Dice aquí. Esta receta que me ha pasado Auxi, pone: receta del pan. O. ya sabe uno de los ingredientes, a ver O. ¿qué habrá que echarle? N.- Harina, sal P.- Espera, harina, harina hay que echar 700 gramos. Un bote así, lo podemos apuntar para que no se nos olvide, la tengo aquí escrita. Y, ¿qué tiene que haber en este bote para saber que son 700 gramos? N.- Agua P.- No, pero para estar seguros de que son 700 gramos N.- Una jarra que tiene números P.- Una jarra que tiene números N.- Yo tengo una de esas P.- ¿Y nosotros, dónde tenemos una	La conversación fluye naturalmente, como necesaria para poder llevar a cabo la receta de pan. Se respetan todas las aportaciones. Se aprovecha el taller de pan para recoger y fomentar su carácter matemático. Se interpreta la receta de cocina poniendo en marcha los saberes de	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: el número como representación de una realidad; unidades de medida (peso); números elevados y su notación; el número como memoria de una cantidad; comparación de cantidades elevadas (mayor, menor); medidas menos convencionales (cucharaditas) y más convencionales (gramos); interpretación de una receta de cocina. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Buscar en la cocinita un vaso medidor con

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
jarra de esas? N.- En la cocinita P.- En la cocinita, vale. Y, ¿cómo vamos a buscar el 700?, ¿alguien sabe cómo se pone 700? N.- Un 7 y un 200 N.- Un 7 y un 0 y un 0 P.- ¿Qué dices tú Is.? N.- Un uno y dos ceros P.- ¿Quién más sabe? N.- Eso es un 100 P.- Ah, eso es un 100, entonces Is. ¿cómo podremos hacer 700? N.- Un 7 Un 1 y un 00 P.- ¿Sí? N.- Pues un 7 y tres ceros P.- Un 7 y tres ceros N.- Da. sabe mucho de números P.- Ah, que Da. sabe mucho de números. Entonces ¿le preguntamos a Da.? N.- Sí P.- Da., ¿cómo se escribe 700? N.- 7 y tres ceros es un 7000 P.- Ah, entonces no nos vale y queremos un 700, ¿cómo lo ponemos? N.- Un siete y cero cero P.- Dice Dav. que un siete y dos ceros, ¿tú qué dices? N.- Sí, sí, un siete y dos ceros P.- Un siete y dos ceros. Entonces, cuando vayamos echando el harina en la jarra medidora N.- Pero no hay un 700 P.- Vete a ver, busca una jarra medidora, una de las grandes para estar seguros, están donde pone cacharritos de la cocinita N.- Hay que hacer un churro con el pan P.- Sí, pero eso es otra parte, vamos primero con los ingredientes ¿vale Iv.? Cuando estemos seguros de los ingredientes ahí veremos cómo hacerlo, cómo elaborarlo ¿vale? Trae las jarras medidoras, a ver, mira Iv., que vamos a por ellas. A ver, vamos a ver esta, esta tiene….está en inglés, pero no importa, a ver, esta está en francés. Aquí donde pone farine, quiere decir harina, pero esta llega hasta 250, ¿250 es más que 700 o es menos? N.- Menos P.- Menos dice Cl., entonces ese no nos vale, espera, vamos a buscar uno. A ver, esta tenemos, aquí donde pone farine otra vez, que eso significa harina, llega hasta 400 ¿esta nos vale? N.- No P.- ¿Por qué no, Da.? N.- Porque no tiene un 7 y es muy pequeña	todos/as. La docente trata de que todos/as expongan sus estilos de pensamiento, sus estrategias. Se respira respeto a las aportaciones de todos/as. Ningún niño o niña manifiesta ser incapaz o no saber cómo resolver la situación.	capacidad suficiente para 700 gramos de harina; - Comprobar directamente en el vaso si aparece la cantidad necesaria: *N.- Pero no hay un 700.* Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Acuden a la propia experiencia para diseñar estrategias de resolución: *P.- No, pero para estar seguros de que son 700 gramos* *N.- Una jarra que tiene números* *P.- Una jarra que tiene números* *N.- Yo tengo una de esas* *P.- ¿Y nosotros, dónde tenemos una jarra de esas?* *N.- En la cocinita*; - Explicitan diferentes hipótesis y llegan a un acuerdo teniéndolas en cuenta: *P.- En la cocinita, vale. Y, ¿cómo vamos a buscar el 700?, ¿alguien sabe cómo se pone 700?* *N.- Un 7 y un 200* *N.- Un 7 y un 0 y un 0* *P.- ¿Qué dices tú Is.?* *N.- Un uno y dos ceros* *P.- ¿Quién más sabe?* *N.- Eso es un 100* *P.- Ah, eso es un 100, entonces Is., ¿cómo podremos hacer 700?* *N.- Un 7 Un 1 y un 00* *P.- ¿Sí?* *N.- Pues un 7 y tres ceros* *P.- Un 7 y tres ceros* *N.- Da. sabe mucho de números* *P.- Ah, que Da. sabe mucho de números. Entonces ¿le preguntamos a Da.?* *N.- Sí* *P.- Da., ¿cómo se escribe 700?* *N.- 7 y tres ceros es un 7000* *P.- Ah, entonces no nos vale y queremos un 700 ¿cómo lo ponemos?* *N.- Un siete y cero cero* *P.- Dice Dav. que un siete y dos ceros, ¿tú qué dices?* *N.- Sí, sí, un siete y dos ceros;* - Comparan entre cantidades elevadas: *P.- Aquí donde pone farine, quiere decir harina, pero esta llega hasta 250, ¿250 es más que 700 o es menos?* *N.- Menos* *P.- Menos dice Cl., entonces ese no nos vale, espera, vamos a buscar uno. A ver, esta tenemos, aquí donde pone farine otra vez, que eso significa harina, llega hasta 400 ¿esta nos vale?* *N.- No* *P.- ¿Por qué no, Da.?* *N.- Porque no tiene un 7 y es muy pequeña* *P.- Porque es muy pequeña y eso no es 700,vale, pues ala, ésta también la*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Porque es muy pequeña y eso no es 700,vale, pues ala, ésta también la descartamos N.- Si no llega hasta 700 no hay problema porque yo tengo una que llega hasta 700 P.- Vale, mira, aquí sí pone harina, pero esta, ¿hasta dónde llega? N.- Ay, aquí está el 700 P.- Pero en la columna del azúcar, pero en la del harina pone 100, 200,300, 400, 500, 600 ¿nos vale? N.- No P.- Venga, vamos a ver en esta, Iv., en la columna de la harina, oye, también lo pone en inglés “flour”. A ver, qué tal, esta ¿nos vale o no nos vale? N.- Pero qué significa flour P.- Flour significa harina en inglés. ¿Esta nos vale, llega a 700? N.- Sí P.- Oye, y ¿por qué esta llega a 700 y las otras no? N.- Porque es grande P.- Porque es grande, porque es enorme, porque es súper enorme. ¿Tú que has dicho, O.? N.- Yo tengo esa P.- Entonces ésta sí nos vale, la dejamos aquí preparada. Ahora, ¿Dónde tengo la receta?, aquí. A ver, O., tú que sabías mucho de pan, ya tenemos la harina, ¿Qué más hace falta? N.- Sal P.- Sal, aquí dice 1 cucharada de sal, vale, pues eso como tenemos cuchara lo tenemos muy claro. Vale ¿qué más habrá que echarle al pan?, a la receta del pan N.- Aceite P.- En esta no N.- Agua P.- Para hacer bizcocho como yo sé que tú haces en casa, sí, pero para hacer pan no. Agua sí, pero dice aquí, medio litro de agua ¿cuánto es eso? N.- Es la mitad N.- Medio agua P.- Todos estáis diciendo que es la mitad, que cuando llegue al medio ya lo tienes pero, ¿dónde lo echamos para saber…? N.- ¿Cómo partimos el agua? P.- Ah, mira lo que dice A. ¿cómo partimos el agua? N.- Sacamos un poquitín de agua y luego echamos la otra y ya es P.- ¿Y cómo estamos seguros de que es medio litro? N.- Con los números P.- ¿Con qué números?		*descartamos* *N.- Si no llega hasta 700 no hay problema porque yo tengo una que llega hasta 700* *P.- Vale, mira, aquí sí pone harina, pero esta ¿hasta dónde llega?* *N.- Ay, aquí está el 700* *P.- Pero en la columna del azúcar, pero en la del harina pone 100, 200,300, 400, 500, 600 ¿nos vale?* *N.- No* *P.- Venga, vamos a ver en esta, Iv., en la columna de la harina, oye, también lo pone en inglés “flour”. A ver, que tal, esta ¿nos vale o no nos vale?* *N.- Pero qué significa flour* *P.- Flour significa harina en inglés. ¿Esta nos vale, llega a 700?* *N.- Sí* *P.- Oye, y ¿por qué esta llega a 700 y las otras no?* *N.- Porque es grande;* - Deducen a partir de las propiedades y atributos de los objetos: *P.- Si hacemos un bizcocho, si hacemos pan, si hacemos magdalenas y no le echamos esto cuando lo metemos en el horno no se pone gordito* *N.- Se queda como antes* *P.- Sé que lo conocéis, ¿os doy más pistas? Mirad, si no le echamos esto no se pone gordito. Otra pista, la palabra empieza por la L y acaba por la A* *N.- Levadura;* - Ponen en marcha estrategias informales para resolver: *Sacamos un poquitín de agua y luego echamos la otra y ya es;* - Utilizan estrategias de carácter más formal o convencional desde el punto de vista matemático: *N.- Aquí pone unos numeritos que son un 1 y un 2;* *P.- ¿Y cómo estamos seguros de que es medio litro?* *N.- Con los número* *P.- ¿Con qué números?* *N.- Con los de la jarra* *P.- ¿Con los de la jarra? Y con los de la jarra como sabremos cuál es medio? A ver, ven, toma la jarra* *N.- El que está en el medio.* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal: *partimos el agua, medio agua; Sacamos un poquitín de agua y luego echamos la otra y ya es;* - Lenguaje más convencional, con carácter formal: *más/menos, grande/pequeño, números cardinales para dar una respuesta,* Ámbito de la respuesta:

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- Con los de la jarra P.- ¿Con los de la jarra? Y con los de la jarra como sabremos cuál es medio? A ver, ven, toma la jarra N.- El que está en el medio P.- El que está en el medio, dice O. A ver, Iv., ¿qué se te ocurre? N.- Aquí pone unos numeritos que son un 1 y un 2 P.- Ah, mirad que números ha descubierto aquí Ju., Ju. ha cogido con Dav. y con Da., ha mirado toda la raya de números y ha buscado dónde estaba la mitad, dice que venía un cero y un 5, pero que también venía un 1 con una barrita y un 2, oye ¿sabéis qué significa eso? N.- Media agua P.- Mirad, dicen los mayores, un litro de agua que lo parto en 2 es medio litro. Cojo una parte de las 2 en las que dividí el agua, por eso pone aquí en la jarra, como dice Ju. y como dice Da. y Dav. un 1 una barrita y un 2. Esto significa medio, medio litro. Vale, vamos a ver qué más falta, tenemos harina, tenemos sal. Déjame que repase lo que hemos decidido. Tenemos harina, habíamos dicho harina 700 gamos, agua: medio litro, sal: una cucharada. N.- Le falta P.- Iván dice que le falta un ingrediente ¿qué le falta Iván? N.- ¿Miga? P.- La miga se hace después, cuando amasas. Mirad, si no le echamos esto que falta, os voy a dar una pista, porque estoy segura, O. de que alguien sabe lo que es N.- Aceite P.- Si hacemos un bizcocho, si hacemos pan, si hacemos magdalenas y no le echamos esto cuando lo metemos en el horno no se pone gordito N.- Se queda como antes P.- Sé que lo conocéis, ¿os doy más pistas? Mirad, si no le echamos esto no se pone gordito. Otra pista, la palabra empieza por la L y acaba por la A N.- Levadura P.- Levadura, cuéntanos cómo es la levadura, Ja. ¿la has visto? N.- No P.- ¿Quién la ha visto? N.- Yo P.- A ver, Dav., ¿cómo es la levadura? N.- Marrón, blanco P.- Hum, casi, casi, son unos polvitos blancos que parecen como azúcar. Pues aquí dice 2 cucharadas de levadura. Estos son los ingredientes y		- En el marco de la reflexión conjunta para poder sacar adelante la receta, con las argumentaciones de todos/as y desde el respeto. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - La investigadora hace como que no sabe, y realiza preguntas para provocar la puesta en marcha de diferentes estrategias: *P.- ¿Y nosotros, donde tenemos una jarra de esas?* *N.- En la cocinita* *P.- En la cocinita, vale. Y, ¿cómo vamos a buscar el 700?, ¿alguien sabe cómo se pone 700?* *N.- Un 7 y un 200* *N.- Un 7 y un 0 y un 0* *P.- ¿Qué dices tú Is.?* *N.- Un uno y dos ceros* *P.- ¿Quién más sabe?* *N.- Eso es un 100* *P.- Ah, eso es un 100, entonces Is., ¿cómo podremos hacer 700?* *N.- Un 7 Un 1 y un 00;* - Da a los alumnos/as la responsabilidad de la verificación, no recae en el adulto; - Interpela a los alumnos/as que no se muestran activos para recuperar su atención y que ofrezcan sus aportes: *Iv., ¿qué se te ocurre?*; - Se pone lenguaje formal y se explicitan conceptos que aparecen en sus conocimientos informales: *P.- Mirad, dicen los mayores, un litro de agua que lo parto en 2 es medio litro. Cojo una parte de las 2 en las que dividí el agua, por eso pone aquí en la jarra, como dice Julia y como dice Da. y Dav. un 1 una barrita y un 2. Esto significa medio, medio litro.* ***Otros aspectos emergentes*** Se resuelve una situación-problema con el carácter pragmático que da la necesidad de poder llevar a cabo una tarea con sentido, en un contexto para solucionar una determinada cuestión. Algunos niños y niñas deducen a un nivel muy superior al que se les pide en el currículo oficial, conceptos que se suponen a cursos superiores: *P.- Agua sí, pero dice aquí, medio litro de agua ¿cuánto es eso?* *N.- Es la mitad* *N.- Medio agua* *P.- Todos estáis diciendo que es la mitad, que cuando llegue al medio ya lo tienes pero, ¿dónde lo echamos para saber…?* *N.- ¿Cómo partimos el agua?*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
ahora vamos a ver cómo se hace, ¿cómo se hace?, así meto el cuenco de harina, el poquito de sal, el poquito de levadura N.- No, hay que mezclarlo P.- Hay que mezclarlo y ¿cómo se mezcla Pa.? N.- Así N.- Con una batidora P.- No vamos a tener batidora N.- Con un tenedor P.- Mira, lo vamos a hacer con las manos, nos vamos a poner pringosos, pringosísimos N.- Oh… (se sorprenden y emocionan) P.- Oye, y después ¿sabéis qué vamos a hacer?, cuando hagamos el pan se lo vamos a llevar a María José N.- ¿El qué? P.- El pan para que nos lo meta en el horno y lo hornee y hornee y el jueves lo tenga listo para vender en el mercadillo N.- Es el viernes P.- Es verdad, es el viernes N.- El viernes yo no me quedo a comedor		*P.- Ah, mira lo que dice A. ¿cómo partimos el agua?* *N.- Sacamos un poquitín de agua y luego echamos la otra y ya es* *P.- ¿Y cómo estamos seguros de que es medio litro?* *N.- Con los número* *P.- ¿Con qué números?* *N.- Con los de la jarra* *P.- ¿Con los de la jarra? Y con los de la jarra como sabremos cuál es medio? A ver, ven, toma la jarra* *N.- El que está en el medio* *P.- El que está en el medio, dice O. A ver, Iv. ¿qué se te ocurre?* *N.- Aquí pone unos numeritos que son un 1 y un 2* *N.- Aquí pone unos numeritos que son un 1 y un 2* *P.- Ah, mirad que números ha descubierto aquí Ju., Ju. ha cogido con Dav. y con Da., ha mirado toda la raya de números y ha buscado dónde estaba la mitad, dice que venía un cero y un 5, pero que también venía un 1 con una barrita y un 2, oye ¿sabéis que significa eso?* *N.- Media agua* *P.- Mirad, dicen los mayores, un litro de agua que lo parto en 2 es medio litro. Cojo una parte de las 2 en las que dividí el agua, por eso pone aquí en la jarra, como dice Julia y como dice Da. y Dav. un 1 una barrita y un 2. Esto significa medio, medio litro.* Ningún niño/a manifiesta que no puede o no sabe encontrar soluciones a las situaciones que se plantean en el taller.

<u>Situación matemática 5.2.107 OP-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Realización de un castillo de números completando los que faltan siguiendo el orden de la serie numérica.* En el marco de la realización del proyecto de aula "La Edad Media", se presenta a los niños y niñas un castillo de números ordenados y por decenas, al que se le ha suprimido alguno de ellos para ser completado por los alumnos/as.

TABLA 35 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.2.107

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Equipo elefante: Explicada la actividad, les pregunto cómo podemos resolverlo: - Ó.: contando; - Ch.: con la tarjeta de los números; - D.: en la recta numérica. Ó. lo resuelve contando. A partir del 14 busca los	La docente favorece el hecho de que los niños y niñas, antes de comenzar, realicen una reflexión sobre las distintas posibilidades que hay para resolver la situación, y se	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: dominio de la serie numérica. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Cuentan tocando cada casilla, hasta llegar a la que está vacía;

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
números en la tarjeta. Lu. hace lo mismo. Ja. va contando, y no necesita buscar cómo se escribe el número que concluye que ha de poner y lo escribe directamente. Ó. se pierde en ocasiones, y necesita recontar, a veces me pide ayuda para hacerlo. Lu. y D. le ayudan a contar en la tarjeta. Ch. también. Ja. acaba y ayuda a Ad., D. a Lu.. A Ó. le cuesta seguir la direccionalidad, del 19 pasa al 25 porque baja de casilla. Lo resuelvan todos rápido menos Ad. Equipo Tortugas Ninja: Dav. lo resuelve contando en voz alta, L. V. mentalmente, Da., rápido y sin dudar. Dav. también, muy seguro y rápido. Al. va comparando la tarjeta de los números y copiando. Je. dice que es mejor contar. So. y ella se despistan a menudo, se cansan, pero tienen el recurso de ir mirando la tarjeta. Todos logran terminarlo.	planifiquen. Se ponen en común las diferentes estrategias con el ánimo de que cada uno/a se adhiera a la que le sea más cercana a su estilo de pensamiento. Existe respeto entre las aportaciones de todos/as. Los niños y niñas se ayudan entre sí. Ad. necesita ayuda extra.	- Comparan con la banda numérica, desde el instrumento que fuere (tarjetas con los números del uno al diez, recta numérica…) y copiando los números encontrados; - Combinan estrategias dependiendo de hasta qué parte de la serie numérica dominen mejor: *Ó. lo resuelve contando. A partir del 14 busca los números en la tarjeta. Lu. hace lo mismo;* - Piden ayuda cuando se despistan. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Planifican cómo lo van a llevar acabo (favorecido por la investigadora); - Cuentan (en voz alta o mentalmente) sin necesidad de tocar las casillas y sin tener que comparar con ningún modelo. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - De carácter formal, cercano a lo convencional desde el punto de vista matemático: *contando, con la tarjeta de los números, en la recta numérica*; - Utilizan la serie numérica verbal o mentalmente. Ámbito de la respuesta: - En el marco de la reflexión conjunta sobre cómo resolver la situación, y después en la expresión oral de cómo efectivamente lo llevan a cabo. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Intervención activa bajo un papel mediador y dinamizador; - Se favorece la cooperación para resolver; - Se da a los alumnos/as la responsabilidad de la verificación, no la ofrece el adulto. ***Otros aspectos emergentes*** Se predispone a los niños y niñas a hacer una reflexión previa a la realización de la actividad, supone una planificación, formulación de hipótesis sobre posibles estrategias válidas, pensar sobre los procedimientos a emplear, explorar los distintos caminos de resolución. Se favorece el trabajo cooperativo, la ayuda unos/as a otros/as, no sólo desde la solidaridad, sino también por el beneficio de la ayuda entre iguales y porque el que ayuda parece que afianza sus conocimientos: *Ó. se pierde en ocasiones, y necesita recontar, a veces me pide ayuda para hacerlo. Lu. y D. le ayudan a contar en la tarjeta. Ch. también. Ja. acaba y ayuda a Ad., D. a Lu..* Ad., a.c.n.e.e., no puede terminar la actividad, queda fuera de sus posibilidades, sin embargo, se pone a ello como los demás y realiza hasta donde sabe, con la ayuda que le brindan sus compañeros/as. Los demás consiguen terminarlo, con más o menos facilidad. Para uno de los niños, la direccionalidad, volver a comenzar en la siguiente línea, supuso una dificultad.

Situación matemática 5.1.86 OP-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: C*onstrucción de una figura dada a partir de las piezas de un tangram*. En el marco de una situación de juego, se les ofrece a los niños y niñas, por equipos, jugar al antiguo juego chino del Tangram. Se propone a los alumnos y alumnas realizar las figuras que aparecen en unas láminas con las piezas geométricas que hay en el juego. En esta ocasión, las láminas se presentan con las figuras diferenciadas, en ocasiones posteriores se introducirán figuras en las que no se aprecian las formas que las componen.

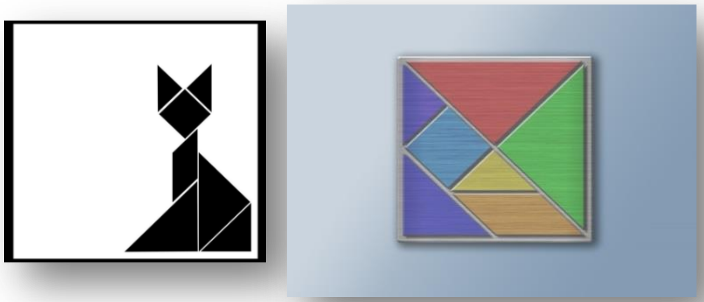


FIGURA 16 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.86

TABLA 36 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.86

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Se presenta el juego en cada equipo. En un primer momento, se favorece que los niños y niñas jueguen libremente con las piezas, las láminas, etc. Surgen muchas risas al ver representadas con formas geométricas distintas figuras: personas en diversas actitudes y poses, animales, medios de transporte, casas, etc. Después, por parejas, toman una de esas láminas y tratan de reproducir la figura allí representada. Como en otras ocasiones han surgido inconvenientes, para que no se les muevan las piezas y ello suponga una dificultad añadida, se les han pegado pequeños imanes planos en una de las dos caras de la figura (excepto en el paralelogramo, en el que se han pegado imanes en las dos caras, ya que su orientación sí influye en el resultado de la imagen). Así, juegan sobre pizarrillas imantadas. Tienen diversas estrategias para resolver el reto: - No enuncian las formas de las que se compone la figura, las cogen sin más; - Enuncian las formas de las que	Hace mucho que no juegan con el Tangram. Se respeta la necesidad inicial de los niños y niñas de manipular el juego a su antojo. Les llaman la atención las piezas y los colores, así como que tengan un pequeño imán adherido que permite que se queden las piezas imantadas sobre las pizarrillas. Las láminas les suscitan mucha curiosidad, les gustan las figuras que representan de esa manera extraña (planas, conformadas por formas geométricas). Se trata de adaptar el material para facilitar su manejo, con el fin de que el esfuerzo no se diluya en recolocar	***Contenidos matemáticos*** - Geometría: figuras geométricas (triángulo, cuadrado y paralelogramo); atributos de las mismas (grande, pequeño); orientación; ubicación en el plano. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Al comienzo, algunos niños y niñas tratan de poner las piezas sobre la lámina de referencia pero abandonan rápidamente porque la escala no es la misma; - Colocan las piezas por ensayo y error; - Colocan las piezas fijándose en la lámina de referencia atendiendo a la posición en el plano (arriba, abajo…); - Colocan las piezas fijándose en la lámina de referencia atendiendo a la posición en el plano y a la orientación (la mayoría de ellos); - Buscan pieza a pieza (la oreja, la otra oreja, la carita…); - Verbalizan las formas que necesitan por su forma, no por lo que representan (muy pocos): - Prueban diferentes orientaciones de una misma figura, la reconocen como necesaria

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
se compone la figura antes de cogerlas; - Buscan pieza a pieza; - Ensayo y error: van probando; - Tratan de poner las piezas encima de la lámina pero no coinciden los tamaños; - Discuten acerca de la orientación o la posición según los grados de una forma geométrica. Sus principales dificultades aparecen en la orientación del paralelogramo, y en la colocación según los grados de las figuras (ponen un triángulo, pero con la base hacia arriba, en vez de colocarla de lado, por ejemplo…). Les cuesta mucho cuando se desorientan con ello, pero al final todos lo consiguen trabajando en parejas (se observa que algunos niños y niñas, solos, hubieran tenido dificultades). Se les ayuda haciéndoles preguntas: ¿Dónde tiene los piquitos de las orejas el gato?, ¿dónde tiene la vela pequeña este barco?, ¿y la punta? Vamos a ver cómo podemos pegarle la cabeza del pato a su cuello… ¿En qué lado del tejado está la chimenea? Se van ayudando y corrigiendo entre ellos.	una y otra vez las piezas que se mueven, sino en formar la misma figura que en la imagen. Se favorece el trabajo en equipo, con iguales. Se les hacen preguntas que les ayuden a reflexionar y llegar a estrategias que solos no hubieran llegado. Hay parejas y grupitos muy rápidos, y a otros les cuesta más. Todos consiguen terminar sus figuras con más o menos esfuerzo.	pero les cuesta colocarla en la posición correcta. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - No necesitan verbalizar sus acciones, las realizan sin más; - Reflexionan en pareja acerca de la orientación de la figura y la posición en el plano. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal: *aquí, ahí, hay que dar la vuelta, esta, esa…* - Lenguaje de tipo formal, convencional: *arriba, debajo (también abajo), encima, triángulo, cuadrado.* Ámbito de la respuesta: - En el marco del juego compartido. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se adapta el material para favorecer la concentración sobre aquellos aspectos por los que se propone el juego (de índole geométrica); - Se les pregunta tratando de llevarles a su ZDP; - Se interviene bajo un papel mediador y dinamizador. ***Otros aspectos emergentes*** El juego se verifica por sí mismo, no necesita de la intervención del adulto para ello. Se favorecen las situaciones de trabajo conjunto, cooperativo. Parece que el trabajo cooperativo favorece la puesta en marcha de diversas estrategias, el acceso a la ZDP.

<u>Situación matemática 5.1.97 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Asamblea sobre el cálculo del dinero que necesitaremos llevar para pagar la entrada al castillo.* En el marco de la realización del proyecto de aula “La Edad Media”, explicado en los análisis precedentes, y una vez deducido a partir de las premisas que se tenían cuál era el castillo de la bufona y el caballero, se decide llevarlos allí en autocar, para que puedan volver a su reino y a su hogar. Pero entrar al castillo cuesta dinero, y se ha de calcular entonces, cuánto se necesita en total.

TABLA 37 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.97

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) En asamblea, les cuento que desde el castillo nos dicen que hemos de llevar el dinero en efectivo para poder entrar, y les pregunto que si cada uno ha de pagar 3€, cuántos euros tengo que llevar en total. 2) Al principio, proponen pedirlo a los padres, sacarlo de la hucha... pero cuando les explico que lo pagaremos las profes dicen cifras al azar, así que les digo que tengo que llevar una bolsita con monedas de un euro, y necesito saber cuántas monedas tengo que meter. Ja. propone que nos contemos dos veces, y que así lo sabremos, pero Ju. alega que no son dos euros sino tres los que vale la entrada. Así que Se. propone contar de esta forma: 1,2 y 3 (señala a un compañero), 4, 5 y 6 (señala al siguiente), 7, 8, 9 (al siguiente). Les pregunto qué les parece esa idea y a todos les gusta. Así pues, Se. va contando con ritmo tres números para cada compañero mientras el resto le acompaña. 3) Cuando vamos llegando al final, Cl. se da cuenta de que faltan tres alumnos, y Ó. propone poner a tres que ya están contados, como si fueran los que faltan. Al resto les parece muy bien y así lo hacen. Concluyen que tendremos que llevar 78€. 4) Se. me pide que lo apunte en un papel y lo ponga en la pizarra, para que no se nos olvide. Le pido que lo haga él. Se guía por el sonido de las cifras que componen el número: dice que suena "setenta" a 7 y luego a 8.	La docente reformula la cuestión para ayudarles una mayor comprensión. Parece que el símil de un euro por moneda les ayuda a comprenden mejor y ajustar las estrategias. Están muy interesados en resolver la cuestión. Se respetan en sus aportaciones. Cl. es capaz de discernir que la ausencia de tres compañeros/as va alterar el resultado de la operación.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: la operación aritmética (multiplicación) como instrumento para resolver adecuadamente la situación; el número como memoria de cantidad. ***Análisis de la resolución del alumnado*** Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos): Estrategias concretas: - Dicen cifras al azar, de forma impulsiva; - Se utiliza un ritmo específico, en tres golpes de sonido, por cada niño o niña contados. Parece que les ayuda a no perderse en el conteo de 3 números para cada uno/a; - Cuentan a tres niños/as que ya habían sido contados para suplir a los que estaban ausentes ese día; - Anotan la cantidad final para no olvidarla: *Se. me pide que lo apunte en un papel y lo ponga en la pizarra, para que no se nos olvide;* - Marcan el sonido al decir un número para deducir de qué cifras se compone: *Se guía por el sonido de las cifras que componen el número: dice que suena "setenta" a 7 y luego a 8.* Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos emocionales y afectivos: *pedirlo a los padres, sacarlo de la hucha...;* - Proponer contar a los alumnos/as dos veces, en dos vueltas. Se desestima porque son tres euros por persona; - Proponer contar tres números por cada uno/a de ellos/as: 1,2 y 3, 4,5 y 6, 7,8 y 9…; - Anticipar una situación-problema que alterará el resultado final: *Cl. se da cuenta de que faltan tres alumnos;* - Proponer volver a contar a tres alumnos que ya han sido contados para suplir la falta de los ausentes: *Ó. propone poner a tres que ya están contados, como si fueran los que faltan.* Lenguaje oral matemático empleado: Tipo de respuesta: - Lenguaje cercano al convencional y formal: responden utilizando valores cardinales Ámbito de la respuesta: - En el marco de la reflexión conjunta y de la realización de aportes diversos para poder resolver la situación plateada. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se reformula la situación para favorecer la comprensión: *les digo que tengo que llevar una bolsita con monedas de un euro, y necesito saber cuántas monedas tengo que meter;*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
		- Se interviene mediando y dinamizando la conversación; - Se calla cuando la conversación es fluida, y escucha atentamente. ***Otros aspectos emergentes*** Se trata de una situación completamente pragmática, funcional, resolviéndola se podrá visitar el castillo. Parece que asociar el dinero a objetos concretos, un euro por moneda, les ayuda a ajustar las estrategias. Muchos niños y niñas son capaces de realizar la operación aritmética de la multiplicación, sin conocer su denominación, para resolver la situación concreta, a pesar de estar históricamente destinada a cursos superiores. Reconocen implícitamente en el uso la economía de la multiplicación. Los niños y niñas respetan las aportaciones de los demás. En ningún momento ninguno expresa no poder o saber resolver la situación.

<u>Situación matemática 5.1.77 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Asamblea para elegir la compañía de autobuses en función de dos presupuestos dados.* En el marco de la realización del proyecto de aula "La Edad Media", como se explicita en el análisis anterior, se decide acudir a la torre de Villarejo, en la que se encuentran refugiados pasando el invierno la bufona y el caballero, para recabar más pistas que nos ayuden a encontrar el castillo y el reino del que se han perdido. Se hace necesario elegir la compañía de autobuses más barata a partir de dos presupuestos. Los niños y niñas comparan ambos presupuestos y deciden cuál habrá de ser la compañía a contratar.

FIGURA 17 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.77

TABLA 38 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.77

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) P.- Mirad chicos, lo que vamos a hacer ahora es elegir qué compañía de autobuses es la que nos viene mejor para ir a Villarejo. No vamos a elegir parejas, vamos a elegir qué compañía de autobuses nos sale más barata ¿qué quiere decir más barata? N.- Que valga poco dinero P.- Dav. y Ju. dicen que valga poco dinero, ¿qué quiere decir? (más barata), ¿que valga mucho dinero o que valga poco? N.- No, poco (…) N.- Porque hay crisis P.- Por la crisis, fíjate. Tendremos que mirar a ver cuál es la que nos sale más barata. A ver, voy a poner aquí, traje 2 compañías de autobuses, las que encontré que querían llevarnos a Villarejo, una era autobuses Federico Bueno y otra era Autobuses Campillo Bárez. N.- El azul P.- ¿De verdad queréis que la elijamos por el color? N.- Sí P.- ¿Por qué podemos elegir una u otra, a ver? N.- Por la que sea más barata 2) P.- Vale, dos compañeras dicen…, ellas dicen por la que sea más barata. A ver, ¿cómo podemos saber cuánto cuesta cada una? N.- Por los números P.- L. dice que deberíamos fijarnos en los números, ¿en cuáles, en estos de arriba o en estos de abajo? N.- En los de abajo P.- ¿Por qué no nos valen los de arriba? N.- Es el número P.- ¿El número de qué? N.- Del teléfono 3) N.- Porque 220 es más que esto y este es menos P.- Da. dice que este de aquí ¿cómo has dicho que es este número? N.- 220 N.- Y este es 275 euros P.- Esta nos cuesta contratar el autobús para ir a Villarejo, D., ha leído aquí Da. y Ju. y Dav. han leído 220 € la de Federico Bueno y esta de Campillo Bárez, ¿cuánto nos sale? N.- 275€ P.- 275€, ¿es verdad que pone 275? N.- No 27 P.- Pero aquí hay otra cosa N.- 25, 26 P.- Ven a verlo bien aquí, Da., hay un 2, un 7 y un 5	La docente quiere asegurarse de que se comprende el vocabulario. Ik., a.c.n.e.e., quiere ir en el autobús azul, el resto de reflexiones le sobran, quiere ir en el azul porque le parece más bonito. Sus amigos O. y So. lo apoyan. El debate se les hace muy intenso y largo. El niño que abandera el criterio del color lo defiende con vehemencia y hace dudar a algunos niños/as que se habían expresado en términos matemáticos. Otros, sin embargo, se mantienen firmes. Llama la atención como el respeto permanece a pesar de la intensidad del debate. Después de un debate intenso, los niños y niñas quieren zanjar la cuestión: sea eligiendo sin más argumentaciones, sorteando o votando.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: comparación de cantidades; valor posicional de los números; el 0 como valor absoluto. ***Análisis de la resolución del alumnado*** Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos): Estrategias concretas: - Van señalando en el cartel unidades, decenas y decenas de ambas cifras para compararlas en bloques: N.- *Que éste es mayor que esté porque tiene un 7, un 2 y un 5 y el otro tiene un 2, un 2 y un 0 y este es más, este podemos montar porque aquí hay un 0 que es más poco, estos más poco y esto es más poco y esto es más, esto es más y esto es más.* Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos afectivos y emocionales (tres casos): elegir por el color del autobús; elegir por el que quiere mi amigo/a. Pero trata de dar argumentos matemáticos: *N.- Que 200 más 700 y 2, mira* *P.- A ver Ik., te escuchamos* *N.- Esto es como un millón* *P.- Esto de 220 es como un millón* *N.- Esto vale como un millón y esto, como tiene un 7, pues vale más poco dinero porque 700 son más poco;* *Porque el color nos gusta. Yo quería la azul, como no es barata. Esta vale un millón, porque si hay un 0 y 2 de estos, vale un millón y un millón es más que mil;* *Porque 2 más 2. Cuando hay 2 son un millón porque esto es cuando los dinosaurios existían, así que esto vale más porque setecientos no vale casi nada;* - Dos niños eligen de forma impulsiva, sin reflexionar: *el azul;* - Definen el criterio

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- 275 P.- Vale, 275 ¿tú estás de acuerdo con eso, Da., con lo que ha dicho Ja.? N.- Sí P.- Da., opina… ¿cuál crees tú que es más dinero y cuál menos dinero? N.- Este es menos y este es más P.- ¿Por qué? N.- Mira, porque mira 220, aunque es el mismo número 275 es más que 220 P.- Y, ¿por qué 275 tú crees que es más que 220? N.- Porque sí, porque mira, el 7 es más que el 2 P.- El 7 es más que el 2 N.- Sí y porque este es menos y este es más P.- ¿Quién opina lo mismo que Da.? N.- Yo N.- Yo P.- Ju., Lu., L. G., S., So., Pa., Se., L. V., A., Dav., ah, todos opináis los mismo que Da. N.- Yo no P.- Ik. dice que él no opina lo mismo. ¿Por qué tú no opinas lo mismo?, O. e Ik. no opinan lo mismo, ¿por qué no opináis lo mismo, chicos? N.- Porque este número es más grande y este más pequeño P.- ¿Porque éste está escrito más grande y éste más pequeño de tamaño?, entonces ¿tú crees que éste es más dinero que éste? N.- Sí P.- ¿Qué creéis vosotros, chicos? El que quiera dar su opinión que levante la mano para que O. la escuche, porque todos a la vez O. no ha entendido nada. A ver, S., L., ¿por qué crees que lo que dice O. no nos vale?, ¿por qué? N.- Porque este vale más dinero, que este es más que 100 N.- Que el 1000 es más que 100 P.- ¿Esto es más que 100 y por eso vale más? N.- 75 es mucho más que 20 P.- Eso dice Ja. Y además ¿Al.? N.- Este está escrito más pequeño y por eso vale menos P.- ¿Entonces tú crees que porque este está escrito de manera más pequeña es menos dinero que éste?. Y vosotros, ¿qué pensáis chicos? Lu., te veo moviendo la cabeza diciendo no ¿qué opinas tú, Lu.? N.- Que no vale más por ser más grande P.- Que no vale más por ser más grande, entonces ¿en qué nos tenemos que fijar? N.- No en el tamaño de los números. P.- Si no nos escuchamos no podemos llegar a un acuerdo y hay que contratar hoy el autobús. Dav. estaba dando una opinión, decía que no nos fijáramos en el tamaño de los números ¿por qué, Da.? N.- Porque el 275 es más.		conveniente para elegir la compañía de autobuses: *Por la que sea más barata;* - Reflexionan sobre cuál es la información matemática relevante: *P.-A ver, ¿cómo podemos saber cuánto cuesta cada una?* *N.- Por los números* *P.- L. dice que deberíamos fijarnos en los números, ¿en cuáles, en estos de arriba o en estos de abajo?* *N.- En los de abajo* *P.- ¿Por qué no nos valen los de arriba?* *N.- Es el número* *P.- ¿El número de qué?* *N.- Del teléfono;* - Analizan los números para reconocer su nombre: *N.- 275€* *P.- 275€, ¿es verdad que pone 275?* *N.- No 27* *P.- Pero aquí hay otra cosa* *N.- 25, 26* *P.- Ven a verlo bien aquí, Da., hay un 2, un 7 y un 5* *N.- 275* *P.- Vale, 275 ¿tú estás de acuerdo con eso, Da., con lo que ha dicho Ja.?* *N.- Sí* - Comparan las dos cantidades con diferentes criterios: ○ Valoran como importante el tamaño de la grafía con la que están escritos los números (un solo niño): .- *Porque este número es más grande y este más pequeño;* ○ Rebaten el criterio sobre el tamaño de la grafía: *N.- Que no vale más por ser más grande* *P.- Que no vale más por ser más grande, entonces ¿en qué nos tenemos que fijar?* *N.- No en el tamaño de los números;* *N.- Aunque éste sea más pequeño que éste, éste vale más que éste;*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- No P.- Espera, no grites, levantas la mano N.- Que levante la mano el que quiera hablar P.- Se., ¿qué opinión es la tuya? N.- Es por el tamaño P.- Entonces, ¿el que está escrito más grande es el más caro y el que está escrito más pequeño es el más barato? N.- No P.- Entonces, ¿en qué nos tenemos que fijar, Se.? N.- En que este está escrito con ordenador y este otro con *rotu* P.- Vale, entonces, ¿cuál elegimos?, ¿cuál es el más barato, el que nos cuesta menos dinero? N.-Pues el verde P.- ¿Esta? N.- El azul P.- ¿Qué pensáis los demás? ¿Quién piensa que la verde es la que es más barata? N.- Yoooo P.- Menos L., So. y O., piensan que no N.- Y yo, y yo, yo P.- A ver, el que tenga que dar alguna otra opinión, que levante la mano. Si quieres dar tu opinión, levanta la mano... A., Ik. lleva un buen rato levantando la mano y está muy calladito. Ik… N.- Que 200 más 700 y 2, mira P.- A ver Ik., te escuchamos N.- Esto es como un millón P.- Esto de 220 es como un millón N.- Esto vale como un millón y esto, como tiene un 7, pues vale más poco dinero porque 700 son más poco. P.- ¿Más poco que qué, que un millón? Ah. Manos arriba, manos arriba. O. y tú ¿qué dices? N.- Que 7 es más que 0 P.- Entonces ¿cuál es la que es más dinero y cuál es menos dinero?, ¿esa vale más dinero?, ¿esta vale menos o vale más?, ¿cuál es el que tenemos que coger para gastar poco dinero? Y, los demás ¿qué le decís a eso, a O.? N.- Dame el turno a mí P.- Vale, te doy el turno a ti, Da. N.- Aunque éste sea más pequeño que éste, éste vale más que éste. P.- Aja, mirar lo que dice Da. Da. Dice que no importa el tamaño en el que estén escritos los números, éste vale más que éste ¿qué decís a eso? A ver, sin enfadaros, vamos a hacer una prueba de lo que dice Da. Imagínate Al. que escribo un uno así de chiquitín y ahora voy a escribir un uno así de grande. Si yo hago estos dos unos, uno muy pequeñito y otro muy grande ¿son iguales o no son iguales? N.- No		○ Intuyen que las centenas son iguales pero decenas y unidades suponen la diferencia: *Mira, porque mira 220, aunque es el mismo número 275 es más que 220; 75 es mucho más que 20;* ○ Atienden a las decenas: *Porque sí, porque mira, el 7 es más que el 2;* ○ Lo saben aunque no lo explican: *Porque el 275 es más;* ○ Comparan el valor absoluto de las cifras sin atender a la posición *(un caso): N.- Que 7 es más que 0;* ○ Algunos niños y niñas comienzan a dudar sobre la importancia del tamaño de la grafía; ○ Aparece el valor absoluto del 0 como argumento: *El 0 no vale nada;* ○ Se atiende al valor absoluto de las cifras pero agrupándolas sin tener en cuenta que no son iguales (se compara el 2 de las centenas de 275 con el 2 2 de 220 como si se tratara de un 22): *N.- Estos son 2 y estos también son 2* *P.- Está enseñándonos el 22 de la recta numérica y el 2 y el 2 de 220, vale* *N.- Así que mira con 2 en la recta numérica sale el 22* *P.- ¿Y entonces éste, el de 275?* *N.- El 2 es menos que* *P.- ¿Y por qué no coges de aquí 2, igual que haces aquí que coges el 2 y el 2, y no coges el 2 y el 7?, mira a ver, mira*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- De tamaño no, pero me refiero, imaginar, si yo tengo 1 caramelo y pongo aquí el uno en pequeñito o lo pongo en grande ¿cuántos caramelos tengo si cojo el uno pequeñito? N.- 1 P.- ¿Y cuántos caramelos tengo si cojo el uno grande? N.- 2, 2, 2, 1 P.- D., mirar, D. piensa que 1, Lu. y Cl. han dicho que 2 y tengo. ¿Si tengo un 1 grande son 2 caramelos? N.- No P.- A ver, Ja. tiene una idea, ¿qué idea tienes tú, Ja.? N.- Que eso no importa, lo único que pasa es que eso lo han escrito los conductores P.- Claro, dice Ja., no importa el tamaño en el que estén escritos los números, lo que importa es lo que quiere decir cada número ¿verdad? Mirar, si yo tengo 1 caramelo y pongo un 1 pequeño y pongo un 1 grande sigo teniendo… N.- 1 P.- Un caramelo. Eso dicen Pa., Lu., L. G. y Ju. Sólo tengo 1, aunque ponga el 1 chiquitito o ponga el 1 grande N.- Tú sabes más de dinero P.- ¿Yo sé más de dinero?, bueno, claro, porque yo gano dinerito por venir a trabajar, pero vosotros también sabéis mucho de dinero. Mirar, entonces, chicos, que levante la mano el crea que es más barata, que nos cuesta menos dinerito, menos euritos, la compañía Campillo Bárez. Que levante la mano el que crea que es más barata, que nos vale poco N.- El azul o el verde P.- El azul. ¿Quién cree que vale poco?, O., Ik., Al.. So. ¿tú crees que esta vale menos o más? N.- Menos P.- ¿Esta vale menos, por qué vale menos, So.? ¿Quién cree entonces que hay que coger la compañía de Autobuses Federico Bueno, la que tiene el cartel verde?, ¿quién cree que esta es la que vale poco dinero? P.- ¿Cogemos la Federico Bueno? N.- Sí, sí, sí, sí, no no (…) P.- ¿Qué dice L.G.? , los demás respetan su opinión. N.- Que éste es mayor que esté porque tiene un 7, un 2 y un 5 y el otro tiene un 2, un 2 y un 0 y este es más, este podemos montar porque aquí hay un 0 que es más poco, estos más poco y esto es más poco y esto es más, esto es más y esto es más. P.- Vale, cuando dices más poco estás señalando este, el de Federico Bueno, el 2, el 2 y el 0. Cuando dices que es más, dices que es éste. A ver, chicos, mirar lo que		*a ver dónde está* *N.- Mira, el 2 está aquí, el 7 está aquí, y el 22 está aquí.* *P.- Ah, tú dices que el 2 queda más cerca y el 22 más lejos y por eso el 22 es más grande, pero ¿y si cogieras el 2 y el 7 como aquí el 27 en la recta numérica?* *N.- Pero el 27 es más grande que el 22.* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal fuera del ámbito de lo matemático: *porque esto es cuando los dinosaurios existían*; - Lenguaje informal pero del ámbito matemático: *Esto es como un millón*; *porque aquí hay un 0 que es más poco, estos más poco y esto es más poco y esto es más, esto es más y esto es más*; - Lenguaje más formal, convencional: *Que 7 es más que 0; Por la que sea más barata; Porque sí, porque mira, el 7 es más que el 2.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de un intenso debate en el que se combinan argumentaciones emocionales con otras de índole matemático. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se asegura de que se comprende el vocabulario: *P.- ¿Qué quiere decir más barata?* *N.- Que valga poco dinero* - Reconduce la conversación cuando se pierde un poco: *P.- ¿Por qué podemos elegir una u otra, a ver*___?___ *(con qué criterio elegir la compañía de autobuses);* - Permanece alerta para ser capaz de interpretar qué es lo que quieren decir los niños y niñas y así poder dar un feed-back adecuado: *N.- Porque este número es*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
pasa, Dav., todos pensáis que la más barata es esta de 220, pero Ik. y O. no acaban de estar seguros de lo que decís. P.- Ik., O., Ju. piensa que no estáis buscando la que es más barata sino la que os gusta más el color. ¿Qué es lo que vosotros decís, Ik. y O.? N.- Porque el color nos gusta. Yo quería la azul, como no es barata. Esta vale un millón, porque si hay un 0 y 2 de estos, vale un millón y un millón es más que mil P.- Vale N.- Pero Marisol, mira, y si hay un 0 pues es más que esto, porque 7 más que 0 es N.- El 0 no vale nada P.- El 0 no vale nada. Eh chicos, mirar lo que dice A., A. dice… Ik. dice que el 0 vale un millón y A. dice “pero hombre, si el 0 no vale nada”. Y vosotros ¿qué pensáis? N.- Que el 7 vale más que el 0 P.- Chicos, no me entero de nada. No vamos a poder llamar a los autobuses N.-Llama al verde y punto P.- Pero espera que Ik. acabe de decirnos lo que opina (…) N.- Es que mira, aunque el 0 no valga nada, pues estos son más P.- El 2 y el 2 son más N.- Porque 2 más 2. Cuando hay 2 son un millón porque esto es cuando los dinosaurios existían, así que esto vale más porque setecientos no vale casi nada P.- Vale,. y tú ¿qué decías, O.?, ahora escuchar que O. va a contárnoslo. N.- Mira, como en la recta numérica P.- A ver, mirar, que está diciendo algo de la recta numérica O.. Da., atento, a ver a ver si esta es la solución. N.- Estos son 2 y estos también son 2 P.- Está enseñándonos el 22 de la recta numérica y el 2 y el 2 de 220, vale N.- Así que mira con 2 en la recta numérica sale el 22 P.- ¿Y entonces éste, el de 275? N.- El 2 es menos que P.- ¿Y por qué no coges de aquí 2, igual que haces aquí que coges el 2 y el 2, y no coges el 2 y el 7?, mira a ver, mira a ver dónde está N.- Mira, el 2 está aquí, el 7 está aquí, y el 22 está aquí. P.- Ah, tú dices que el 2 queda más cerca y el 22 más lejos y por eso el 22 es más grande, pero ¿y si cogieras el 2 y el 7 como aquí el 27 en la recta numérica? N.- Pero el 27 es más grande que el 22. P.- Ah, pero mira lo que dice Ja., que el 27 sería más que el 22, entonces ¿qué? ¿Cómo hacemos entonces? Casi todos queréis la compañía de autobuses Federico Bueno y sólo 2 quieren la compañía Campillo Bares, y ahora digo, que hacemos para elegir una		*más grande y este más pequeño* *P.- ¿Porque éste está escrito más grande y éste más pequeño de tamaño?, entonces ¿tú crees que éste es más dinero que éste?* *N.- Sí;* - Se da la palabra a todos/as y se valoran todas las aportaciones, aunque no se ajusten a las necesidades de resolución; - Trata de argumentar, hacer comprender a los niños que eligen por el color del autobús: *P.- Aja, mirar lo que dice Da. Da. Dice que no importa el tamaño en el que estén escritos los números, éste vale más que éste ¿qué decís a eso? A ver, sin enfadaros, vamos a hacer una prueba de lo que dice Da. Imagínate Al que escribo un uno así de chiquitín y ahora voy a escribir un uno así de grande. Si yo hago estos dos unos, uno muy pequeñito y otro muy grande ¿son iguales o no son iguales?* *N.- No* *P.- De tamaño no, pero me refiero, imaginar, si yo tengo 1 caramelo y pongo aquí el uno en pequeñito o lo pongo en grande ¿cuántos caramelos tengo si cojo el uno pequeñito?* *N.- 1* *P.- ¿Y cuántos caramelos tengo si cojo el uno grande?* *N.- 2, 2, 2, 1* *P.- D., mirar, D. piensa que 1, Lu. y Cl. han dicho que 2 y tengo. ¿Si tengo un 1 grande son 2 caramelos?* *N.- No;* - Respeta las aportaciones de todos/as, aunque no sean adecuadas. Trata de conducirlas; - Solicita argumentaciones a las respuestas; - Trata de no hacer sentir mal a los dos niños que opinan diferente y admite la votación como solución final, sabiendo cual va a ser el resultado de la misma. ***Otros aspectos emergentes***

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
u otra N.- Votar P.- Ca. y Al. dicen votar N.- Dav., ¿tú qué dices? N.- Un sorteo P.- ¿Lo elegimos por sorteo? Y si pagamos entonces la que tiene mucho dinero ¿qué hacemos? N.- Pues pinto pinto P.- Y si sale la más cara ¿nos quedamos con la más cara? ¿la que nos valga más dinero? N.- No N.- El que toca, toca P.- Y si nos toca pagar mucho dinero ¿lo pagamos? N.- Sí y si nos gusta, nos sacamos la cartera y lo pagamos entre todos P.- A ver, Cl., ¿qué hacemos, lo hacemos por sorteo o elegimos la más barata? A ver, chicos, necesito que me digáis que nos conviene más: ¿pagar mucho o pagar poco? N.- Por sorteo P.- Entonces ¿la solución es sortear? N.- No N.- Pinto pinto P.- Pero un pinto pinto es un sorteo y puede que nos salga la cara, la que vale mucho dinero y habéis dicho que tenemos que viajar con poco dinero N.- Pero pinto pinto. En qué lugar en Portugal… P.- Vale, escuchad, y nos sale ésta que es la cara la que nos vale mucho dinero ¿nos vamos con estos?, chicos, si hacemos pinto pinto gorgorito y nos sale esta que es la más cara. Si hacemos un sorteo que es lo que decís algunos para que no sea lo que dice la mayoría ni sea lo que dicen Os. e Ik. y haciendo pinto pinto gorgorito y en el sorteo sale la que vale más dinero ¿nos vamos en la que vale mucho dinero? N.- No N.- Tardaremos mucho N.- Yo quiero la de poco dinero P.- Mirad lo que dice So., yo quiero la de poco dinero y los demás ¿qué queréis, la de poco dinero? Ns.- Sí, sí, sí N.- Si cogemos la que vale mucho dinero, entonces perderemos un montón porque tendremos que ir al Banco P.- Entonces si lo que habéis dicho es que vayamos en la más baratita porque, si no, no tendremos suficiente dinero, entonces ¿en qué quedamos?, ¿cuál es la más barata, la que nos sale menos? N.- la verde P.- La verde, venga N.- No P.- Pero O., sólo Ik. y tú… N.- Votemos P.- A ver, Ju. dice que votemos. A ver, que		Los niños y niñas escuchan lo que sucede a su alrededor e interpretan lo que ocurre, en esta ocasión, con mucho acierto, interpretan el por qué queremos la compañía más barata: *N.- Porque hay crisis* Los niños y niñas (tres) que eligieron el autobús con un criterio de carácter emocional se instalan en él. Parece que los argumentos racionales no superan a los emocionales y afectivos. Dos de ellos lo hacen por lealtad a un tercero, que es el que toma la decisión del color. Se ha de reflexionar sobre ello y tenerlo en cuenta. Esta vez, ante el intenso debate con criterios tan dispares, una niña cree que son poco competentes para decidirlo y quiere delegar la responsabilidad en el adulto: *Tú sabes más de dinero.* La investigadora trata de devolverles esa competencia, la capacidad para resolver: *¿Yo sé más de dinero?, bueno, claro, porque yo gano dinerito por venir a trabajar, pero vosotros también sabéis mucho de dinero.* Los niños/as con un conocimiento más formal no dudan ante las argumentaciones de carácter afectivo, sin embargo, aquellos/as que aún no lo tienen bien establecido, se muestra dubitativos ante la vehemencia del compañero. El debate se les hace duro, una vez expuestos todos los argumentos. Una niña desea zanjar el tema sin más: *Llama al verde y punto*. Otros, resolverlo mediante votación o sorteo. Los niños y niñas se respetan a pesar de la disparidad de opiniones.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
levante la mano el que quiera la verde, la de Federico Bueno. 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18 y 19. Ahora, manos abajo, que levanten la mano los que quieran la Compañía del papel azul: 1 y 2, pero ¿no habías dicho la otra Al.?, 1 y 2. Entonces, ¿a cuál llamamos? Ns.- A la verde		

<u>Situación matemática 5.1.100/101/102 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Asamblea sobre cuántos autobuses se necesita contratar para viajar las cuatro clases juntas, sobre si cabremos en un autobús con los niños y niñas de la clase de al lado, y sobre si cabremos en un autobús de 60 plazas ambas aulas.* En el marco de la realización del proyecto de aula "La Edad Media", y en el contexto de la necesidad de llevar a cabo una salida para resolver la misión que se nos ha encomendado, se debate en asamblea el número de autobuses que serán necesarios para viajar los niños y niñas de las cuatro clases al mismo tiempo. En el transcurso del debate, surgen variables que no habíamos tenido en cuenta: el número total de personas que acudirán y la cantidad de asientos que tiene cada autobús. Al finalizar, se anota para no olvidarlo.

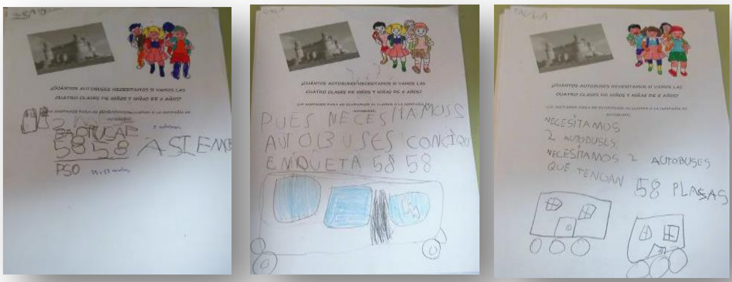


FIGURA 18 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.100/101/102

TABLA 39 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.100

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
1) P.- Para poder llamar a la compañía de autobuses tendremos que saber cuántos autobuses necesitamos. Manos arriba chicos, que nos podamos enterar bien. A ver, Iv., ¿tú cuántos autobuses crees que necesitamos? N.- 4, porque los demás también P.- Ah, tú dices un autobús para cada clase, pero, ¿la otra vez también necesitamos un autobús para cada clase? N.- No	La docente trata de representar gráficamente para esquematizar la idea que expresa un niño. Todos/as están muy atentos, y muy motivados. Ik. sorprende por el grado de atención y reflexión mostrados, ha ido haciendo el cálculo mental de cuántas personas más irán a la salida, además de los alumnos/as y las tutoras. Se van conjugando todas las aportaciones, y gracias a cada una	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: Operaciones aritméticas de la suma y división para resolver una situación concreta, surgida en el desarrollo del proyecto; Mitad; Estimación de cantidades; - Geometría: distribución de las personas atendiendo a la cantidad y al espacio. ***Análisis de la resolución del alumnado***

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- ¿Cómo lo hicimos? N.- 2 clases en un autobús P.- 2 clases en un autobús N.- 26 en la parte de delante, 26 en la parte de atrás, 26 en el otro autobús delante y 26 en la parte de atrás. P.- Vale, tú dices, voy a pintar aquí este autobús y aquí este otro, y tú dices que vayan 26 delante y 26 detrás ¿no?, y aquí 26 delante y 26 detrás, porque ya con el 26 has contado con los profes, igual que en los otros, pero vienen también la bufona, el caballero, la profe que está aprendiendo en clase de Sonia, la profe que está aprendiendo en clase de Ana, ¿sí o no?, y también van a venir 1 mamá de la clase de los leones, 1 mamá de la clase de las jirafas, 2 mamás de la clase de los osos, 3 mamás de la clase de los elefantes N.- Yo quiero que venga mi madre. Y yo la mía… P.- Y también va a venir Concha N.- ¿Quién es Concha? P.- La profe esa que es una princesa con el pelo larguísimo rubio N.- Ah, sí, la princesa esa P.- Vale, también va a venir Concha. Bueno, ¿qué hacemos con toda esta gente? N.- Son 12 P.- ¿Todos estos son 12?, Ah, Ik. estaba contándolos, a ver, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10, 11, y 12. Ik., estabas contándolos mientras todos hablábamos N.- Y después va el 27 P.- Somos 26 después va el 27 ¿y qué hacemos con estos 12? N.- Yo vi ayer un autobús pequeño que caben 12 y pueden ir ellos en el otro autobús que caben 12. P.- Es verdad, pero ya tendríamos que contratar en vez de 2 autobuses 3 y no tenemos dinero para 3 autobuses N.- La mitad en uno y la mitad en otro P.- A ver, Pa. propone que la mitad vaya en un autobús y la mitad vaya en otro N.-La mitad son 6 P.- Se. dice que la mitad son 6 y que 6 van en un autobús y 6 van en otro. ¿Qué opináis los demás? N.- Que así sí cabemos, en los asientos P.- En los asientos. A ver, pongo aquí 6 ¿y aquí cuántos pongo?	de ellas se va concretando y acercando a una resolución cada vez más ajustada a las necesidades. Todas las aportaciones resultan útiles. Ningunos/a se desanima ni dice que no puede o que no sepa, tienen el objetivo muy claro y muchísimo interés por conseguirlo. Los aportes son de muy diversa índole pero todos ellos ajustados a las necesidades de la situación.	<u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Necesidad de contar en objetos concretos: cuentan el número de niños y niñas a partir de la fotocopia de la lista de la clase con sus fotografías; - Realizar un cálculo desde el apoyo de la banda numérica: *P.- Nos ha dicho la señora de la Compañía de autobuses que si vamos a ir 58 en cada autobús, nos ofrece 2 autobuses de 60 plazas y yo os pregunto ¿cabemos o no cabemos?* *N.- Sí* *P.- A mira lo que ha hecho Pa., se ha venido al cartel, ha puesto el dedo y ha dicho 59 y 60, sobrarán 2 asientos ¿qué opináis los demás?* Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Asocian término a término sin tener en cuenta otras variables -un autobús para cada aula (un niño)-; - Utilizan conocimientos previos y experiencias pasadas -**el mismo número de autobuses que en la salida anterior**-: *26 en la parte de delante, 26 en la parte de atrás, 26 en el otro autobús delante y 26 en la parte de atrás*; **o el tipo de autobuses que conocen según su capacidad:** *Yo vi ayer un autobús pequeño que caben 12 y pueden ir ellos en el otro autobús que caben 12*; - Calculan mentalmente -el número de personas extra que irán a la salida con respecto a la vez anterior (un caso)-: *N.- Son 12* *P.- ¿Todos estos son 12?, Ah, Ik. estaba contándolos, a ver, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10, 11, y 12. Ik., estabas contándolos mientras todos hablábamos*; - Reflexionan realizar un reparto equitativo de las personas extra en los dos autobuses a partir del concepto de mitad (operación de la división implícita): *N.- La mitad en uno y la mitad en otro*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- 6 2) P.- 6. Vale, entonces yo ahora quiero preguntaros una cosa, O., hay autobuses que tienen más plazas, más asientos y hay autobuses que tienen menos asientos y yo lo que os pregunto es, ¿cuántos asientos tiene que tener cada autobús para que todos podamos ir sentados. Ya sabéis que la policía no deja ir a nadie de pie por la seguridad, entonces, necesitamos un autobús en el que todos vayamos sentados y sabemos que van a ir 26 de una clase, 26 de otra y la mitad de las mamás y las profes, y aquí van 26 de una clase, 26 de otra clase y la mitad de las mamás y las profes, ¿cuántos asientos necesitamos? N.- 26 más… 26 y 6 P.- A ver, dice Pa. que eso es N.- 26 más otros 26 y 6 P.- Ah, o sea, que hay que sumar 26 más 26 y 6, ¿y cómo sumamos eso?, ¿cómo hacemos eso? N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26 P.- Vale, ya tienes 26 ¿y ahora qué hacemos? N.- 27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45 P.- ¿Será 45? N.- 47 P.- ¿Será 47?, ¿cómo podemos estar seguros?, ¿cómo podemos hacer? N.- 60, 55 P.- Hay algunos que dicen 55, 60, sí, puede ser, yo no lo sé, pero digo, ¿qué forma podemos encontrar para estar seguros? A., ¿qué se te ocurre? N.- Haciendo sumas P.- Haciendo sumas, pero, ¿cómo lo hacemos? Y aquí, en nuestro caso, ¿cómo sabemos cuántos asientos tiene que tener nuestro autobús? N.- Contando P.- Contando el qué, ¿los niños? ¿Y cómo lo hacemos? N.- Vamos a la otra clase y contamos P.- Ah, vale, mirar lo que dice Ca., a ver, ha dicho que vayamos a la otra clase, contemos y veamos. Vamos a mandar a alguien, a ver, vamos a mandar a Ja. y a Lu., ¿qué tendréis que hacer, Ja. y Lu.? N.- Llamar a la puerta P.- Y luego que le tendréis que decir		*P.- A ver, Pa. propone que la mitad vaya en un autobús y la mitad vaya en otro* *N.-La mitad son 6* *P.- Se. dice que la mitad son 6 y que 6 van en un autobús y 6 van en otro. ¿Qué opináis los demás?* *N.- Que así sí cabemos, en los asientos*; - Estiman los posibles resultados de una suma con resultados posibles, aproximados (26+6)+(26+6): *47, 60, 55*; - Reconocen en la operación aritmética de la suma un instrumento de resolución útil a algunas situaciones-problema: *Haciendo sumas*; - Reflexionan estrategias para poder llevar a cabo la suma de cantidades que exceden a sus posibilidades inmediatas: *Vamos a la otra clase y contamos*; *Nos juntamos y contamos* (las dos clases) - Comparan situaciones vividas pasadas a las presentes, tratan de que con el mismo número de asientos de los autobuses en los que viajamos anteriormente, quepan más personas: *¿Por qué las mamás no se sientan con nosotros?* (tomándolos en brazos). La estrategia es correcta, aunque no válida bajo la convencionalidad de la vida adulta; - Proponen que los adultos extra que acuden a la salida se ubiquen en los asientos de aquellos/as que falten. Se trata de una correspondencia término a término, correcta desde el punto de vista de las matemáticas, aunque no se tenga en cuenta que no se puede predecir el número de ausentes; - Estiman espacios y cantidades (números de asientos): *No caben 12 en 2 autobuses*, si se viaja con los mismos de la vez anterior; - Necesitan los objetos para sumar cantidades altas; obtenido el dato de que en la clase de al lado hay 26 personas, solicitan el acto físico de contar directamente el número de personas de la

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- Buenos días P.- Pero, ¿qué más?, ¿y luego a qué vais? N.- A contar los niños P.- A contar N.-A todas las clases P.- ¿A todas las clases? N.- A las 4 clases que hay ahí P.- Vale, pero como me habíais dicho que en un autobús iban 2 clases ¿nos hará falta contar las 4 clases? N.- No porque tenemos 2 clases P.- Al final ¿qué hacemos, que cuenten todas las clases o que sólo cuenten 2? N.-2 P.- ¿Por qué 2? N.- Porque hay 2 para cada autobús P.- Porque en cada autobús caben 2 clases, vale N.- Pero como nosotros somos una y tenemos que hacer las 3 P.- ¿Cómo 3? N.- ¿Por qué las mamás no se sientan con nosotros? P.- Porque no nos deja la policía y cada mamá tiene que tener su asiento N.- No caben 12 en 2 autobuses P.- Pero, cuando fuimos a Villarejo ¿cuántas clases íbamos en cada autobús? N.-2 P.- Entonces, vamos a probar a ver si así lo hacemos igual, vamos a contar, mirar, por si faltan amigos (ausentes por enfermedad) en clase de Auxi, contad las tarjetas (con su nombre y foto), y luego aquí contamos las tarjetas igual. Id, os esperamos. Ha pedido el turno Je., a ver Je. N.- Por qué no se sientan en un asiento que los niños han faltado P.- Pero no sabemos qué niños van a faltar N.- Si A. no viene, una mamá se sienta en el asiento de delante P.- Eso puede ser, pero vamos a ver si A. puede venir al final, tendremos que esperar. (Van a contar a los niños y niñas de la clase de al lado) 3) P.- Dice Ja. y dice Lu. que en la clase de Auxi hay 25, ¿ahora qué hacemos? N.- Con la profe 26 P.- Con la profe 26, ¿ahora qué? N.- En la otra clase, pues contarlos		clase de al lado y de la nuestra; - Algunos no necesitan recontar, continúan a partir de número dado (sobreconteo); - Suman por conjuntos de personas: - No necesitan volver a realizar los cálculos porque valoran que a igualdad de condiciones, con cifras equivalentes, los resultados han de ser los mismos: *P.- Pues, si nos ha salido 58 ¿cuántas plazas tiene que tener nuestro autobús?* *Ns.- 58* *P.- Ah, 58, entonces, a ver, que me lo apunte, yo lo he puesto. Mirar, 26 de Auxi, 26 de los elefantes, 6 mamás, hemos dicho ¿cuántos?* *N.- 58* *P.- ¿y cuántos tendrá que tener el autobús de los osos y los leones?* *N.- 58* *P.- ¿Y por qué 58 si no los habéis contado?, ¿por qué?* *N.- Porque ahora los volvemos a contar* *P.- Pero si no lo habéis contado y no tengo las* *N.- Son 25 y con la profe 26 más 26 son 52* *P.- Ajá, y entonces, ¿aquí que pasa, por qué no los volvemos a contar?* *N.- Porque... (jaleo)* *P.- Bueno, para llamar a los autobuses y ya pedir los dos, ¿de cuántas plazas pedimos éste?* *¿Nos va a hacer falta ir a contar a los de Ana y a los de Sonia?* *N.- No, son 58* *P.- Pa. dice que no hace falta, que son 58, ¿y cómo lo sabes si no los has contado?* *N.- Porque ellos también son 26* *P.- Y tú, ¿qué dices, María?* *N.- Que me da lo mismo que a Pa.* *P.- ¿Por qué?* *N.- Porque da lo mismo* - Argumentan a partir de razonamientos de índole matemático: *P.- Nos ha dicho la señora de la Compañía de autobuses que si vamos a ir 58 en cada autobús,*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- ¿Cómo lo… qué hacemos, Ca.? N.- Pues tú vas contando P.- ¿Aquí en las tarjetas?, a ver, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18 ayudadme 19,20,21,22,23,24,25 y 26, pero y ¿cuánto son 26?, Bea, Auxi y 26 nosotros? N.- Que no, vamos a contar la de y la de… (se refiere a las otras dos clases restantes) P.- Vale, pero antes vamos a resolver la de Auxi y la nuestra N.- Nos juntamos y contamos P.- ¿Nos juntamos? , ¿nos vamos allí y contamos estando todos delante?, ¿sí, lo solucionamos así o se os ocurre alguna otra idea? Bueno, le voy a preguntar a Auxi si puede, ¿vale? (No podemos acudir porque están en pleno momento de trabajo) No pueden venir porque están trabajando, pero entonces le he dicho: déjame una lista con las fotos a ver si así no apañamos. ¿Quién tiene una idea de qué podemos hacer ahora? N.- Contar en las fotos P.- Venga, empiezo Ns.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18 ayudadme 19,20,21,22,23,24,25 P.- ¿Y ahora qué? Ah, 26, 27, 28, 29, 30, me he despistado. N.- Aquí hay 25 P.- Ah, entonces que no vuelva a contar todo, vale, 25 Ns.- 26,27,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50, P.- 50 ¿y yo? N.- 51 P.- ¿Y Auxi? N.- 52 P.- 52 ¿y ahora qué hacemos con las 6 mamás? N.- Pues contarlas P.- A ver, 52 Ns.- 53, 54, 55, 56,57 y 58 P.- y 58 ¿cuánto nos ha salido? Ns.- 58 P.- Pues, si nos ha salido 58 ¿cuántas plazas tiene que tener nuestro autobús? Ns.- 58 P.- Ah, 58, entonces, a ver, que me lo apunte, yo lo he puesto. Mirar, 26		*nos ofrece 2 autobuses de 60 plazas y yo os pregunto ¿cabemos o no cabemos?* *N.- Sí* *P.- A mira lo que ha hecho Pa., se ha venido al cartel, ha puesto el dedo y ha dicho 59 y 60, sobrarán 2 asientos, ¿qué opináis los demás?* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal: *Si A. no viene, una mamá se sienta en el asiento de delante*; - Lenguaje más formal y convencional desde el punto de vista de lo matemático: *Nos juntamos y contamos; Haciendo sumas; No caben 12 en 2 autobuses; La mitad son 6.* - Respuestas abiertas, descriptivas: *Yo vi ayer un autobús pequeño que caben 12 y pueden ir ellos en el otro autobús que caben 12*; - Respuestas concretas: responden dando valores cardinales. Ámbito de la respuesta: - En el marco de un intenso debate para resolver una cuestión concreta, con un gran aporte de estrategias y desde el respeto a todas ellas. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se da a los alumnos/as la responsabilidad de la verificación: *¿cómo podemos estar seguros?, ¿cómo podemos hacer?; Hay algunos que dicen 55, 60, sí, puede ser, yo no lo sé, pero digo ¿qué forma podemos encontrar para estar seguros? A., ¿qué se te ocurre?;* - Se interpela a los niños y niñas para que todos/as participen y realicen sus propios y diversos aportes; - Se generan dudas provocar reflexiones más profundas: *P.- Al final ¿qué hacemos, que cuenten todas las clases o que sólo cuenten 2?*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
de Auxi, 26 de los elefantes, 6 mamás, hemos dicho ¿cuántos? N.- 58 P.- ¿y cuántos tendrá que tener el autobús de los osos y los leones? N.- 58 P.- ¿Y por qué 58 si no los habéis contado?, ¿por qué? N.- Porque ahora los volvemos a contar P.- Pero si no lo habéis contado y no tengo las N.- Son 25 y con la profe 26 más 26 son 52 P.- Ajá, y entonces ¿aquí que pasa, por qué no los volvemos a contar? N.- Porque… (jaleo) P.- Bueno, para llamar a los autobuses y ya pedir los dos, ¿de cuántas plazas pedimos éste? ¿Nos va a hacer falta ir a contar a los de Ana y a los de Sonia? N.- No, son 58 P.- Pa. dice que no hace falta, que son 58, ¿y cómo lo sabes si no los has contado? N.- Porque ellos también son 26 P.- Y tú, ¿qué dices, Ma.? N.- Que me da lo mismo que a Pa. P.- ¿Por qué? N.- Porque da lo mismo P.- ¿Por qué da lo mismo? N.- Porque da lo mismo P.- Ik., Iv., ¿tú por qué lo piensas? ¿tú piensas que hay que pedir otro de 58 o que no? N.- Sí P.- Sí, ¿pero por qué? P.- Dav., ¿tú qué opinas? N.- Que faltan todas las mamás del cole N.- 60 Con el caballero y la bufona P.- Pero estos eran el caballero y la bufona, ya los puse. Entonces, ¿de cuántas plazas es éste autobús? N.- 28 P.- ¿28?, pues no van a caber N.- 58 P.- Pero, ¿por qué 58? N.- Porque ellos son 26 y con ellos son 26 P.- O sea, ¿Que son los mismos niños que nosotros? N.- Sí P.- Pues entonces vamos a pedir los dos autobuses ¿de cuántas plazas? N.- 58 P.- Bueno, como ya llevamos un rato largo y estamos un poco cansados, vamos a dibujar los autobuses, a apuntad que necesitamos 2 autobuses de 58 plazas para que no		*N.-2* *P.- ¿Por qué 2?;* - Se ajustan las situaciones a las necesidades de los niños y niñas pero no se resuelven, se provoca la reflexión: *No pueden venir porque están trabajando, pero entonces le he dicho: déjame una lista con las fotos a ver si así no apañamos.* *¿Quién tiene una idea de qué podemos hacer ahora?;* - Se retoma la finalidad del proceso, se reformula para procurar una mejor comprensión de lo hecho hasta el momento y del propósito con el que se hace: *P.- y 58 ¿cuánto nos ha salido?* *Ns.- 58* *P.- Pues, si nos ha salido 58 ¿cuántas plazas tiene que tener nuestro autobús?* *Ns.- 58* *P.- Ah, 58, entonces, a ver, que me lo apunte, yo lo he puesto. Mirar, 26 de Auxi, 26 de los elefantes, 6 mamás, hemos dicho ¿cuántos?* *N.- 58* - Se da la responsabilidad de los alumnos/as del recuerdo de los resultados obtenidos y cómo afectan a la situación planteada para, efectivamente, poder resolverla: *apuntad cuántos autobuses, de cuántos asientos, para que cuando llamemos no se nos olvide, ¿vale?;* - Intervención bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que tienen lugar. ***Otros aspectos emergentes*** Desde el punto de vista del currículo, los hechos sucedidos podrían transformarse en un problema matemático formal en el que intervinieran para su resolución las operaciones aritméticas de multiplicación y división, lo que lo situaría en un nivel de 3º/4º de primaria. Sin embargo, a partir de un trabajo cooperativo, y generando espacios de argumentación y respeto, los niños y niñas de 5 años pueden llegar a resolverlo con éxito.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
se nos olvide cuando llamemos a la Compañía de autobuses. ¿Vale chicos?, apuntar cuántos autobuses, de cuántos asientos, para que cuando llamemos no se nos olvide, ¿vale? Pues chicos, elegir jefes de equipos. 4) (Después de comer, les explico que he llamado a la compañía de autobuses para preguntarles si tienen autobuses de 58 plazas)). P.- Nos ha dicho la señora de la Compañía de autobuses que si vamos a ir 58 en cada autobús, nos ofrece 2 autobuses de 60 plazas y yo os pregunto, ¿cabemos o no cabemos? N.- Sí P.- A mira lo que ha hecho Pa., se ha venido al cartel, ha puesto el dedo y ha dicho 59 y 60, sobrarán 2 asientos, ¿qué opináis los demás? N.- Que sí P.- ¿Que sí?, pues ya los tenemos contratados, perfecto.		Los niños y niñas permanecen continuamente atentos, calculando en cada momento lo necesario para resolver, aunque no se solicite que lo hagan: *P.- Dice Ja. y dice Lu. que en la clase de Auxi hay 25, ¿ahora qué hacemos?* *N.- Con la profe 26* Ningún niño/a manifiesta no poder o no saber. Los aportes de los niños y niñas son muchos y muy diversificados, sin embargo, todos ello se ajustan a las necesidades de resolución que la situación requiere.

<u>Situación matemática 5.1.103 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Asamblea sobre qué trayecto de autobús elegir según el presupuesto dado por la compañía.* En el marco de la realización del proyecto de aula "La Edad Media", y en el contexto de la resolución de los diferentes problemas que se han ido planteando en su desarrollo, se hace necesario tomar una decisión: recoger a la bufona y al caballero en la torre de Villarejo y desde allí llevarlos a su castillo en Manzanares el Real, o bien, esperar a que lleguen al colegio y desde allí partir todos juntos hacia su reino. La compañía de autobuses ofrece un presupuesto para cada trayecto, y se ha de decidir cómo proceder.

FIGURA 19 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.103

TABLA 40 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.103

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Tenemos que llamar para contratar el autobús, pero cuando yo les escribí un correo electrónico a Federico Bueno, los de la otra vez que llamamos, les escribí un correo y les dije, mirad tenemos un problema, queremos llevar a la bufona y al caballero a su castillo y entonces no sabemos si irles a buscar a Villarejo y después ir al castillo de Manzanares, o ir directamente al Castillo de Manzanares y decirles a la bufona y al caballero que vengan aquí y que desde aquí les llevamos. Y me dijo la señora de la Compañía de Federico Bueno: "mira Marisol, lo que voy a hacer es que voy a mandar…" N.- ¿Cómo es que sabe tu nombre? P.- Porque como ya les hemos llamado más veces... "Os voy a mandar el presupuesto, lo que cuesta desde el cole a Villarejo y desde Villarejo a Manzanares, y también el presupuesto, lo que cuesta desde el cole hasta Manzanares y lo que vosotros decidáis, así me decís". Y, yo os digo, mirad, tendríamos, So., porque como estamos un poco justitos… N.-Ya falta muy poquito P.- Ya falta muy poquito. So., mira, date la vuelta. Chicos, como andamos muy justitos de dinero deberíamos elegir el presupuesto que sea más barato, ¿vale?, ¿qué quiere decir el más barato? N.-El que cuesta más dinero (un niño) P.- ¿El que cuesta más? N.-El que cuesta menos (muchos niños/as). P.- Vale, el que cuesta menos. Bueno, pues mirad los presupuestos, esto es lo que él me mandó por correo electrónico, Dav. Pone aquí, Autobuses Federico Bueno, el teléfono, presupuesto a Villarejo de Salvanés primero y a Manzanares el Real después ¿cuánto dinero? N.-200 N.-283 N.- Eso es muchísimo P.-¿ Eso es muchísimo **283**? El otro dice, presupuesto únicamente a Manzanares el Real, ¿cuánto vale? N.- **245** N.- 244 P.- Pero acaba en 5, mira, doscientos... N.- 85 P.- Este, este, el que estoy señalando el 2, el 4 y el 5 N.- 245 P.- Vale, o sea que tenemos para ir a… N.- Eso es muchísimo, los dos es muchísimo P.- Los dos es mucho, pero necesitaría	La docente ha elaborado la presentación de los presupuestos teniendo en cuenta la vicisitudes que tuvieron lugar en la anterior elección de presupuestos de autobuses. Por ello, ha escrito las cifras con el mismo tamaño, e ilustrado con un único autobús. Parece que ello ha hecho que la discusión sea más matemática, esté más centrada en los valores numéricos. So. duda de los argumentos de sus compañeros ya que observa que las unidades del que dicen ser más barato son mayores que las del otro. Es genial que sea capaz de planteárselo y expresarlo, significa que está activa en el aula, reflexionando. Los argumentos llegan desde todo tipo de expresiones (más o menos convencionales): *es la culpa del 8*; *Yo sólo creo en el último…* La mayoría de los niños y niñas realizan sus aportaciones, bien de manera espontánea, bien porque se les solicita. Se observa muchísimo interés por resolver la cuestión.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: Interpretación de los valores numéricos cardinales como descriptores de una realidad; Comparación entre cantidades elevadas (mayor, menor); valor posicional de los números. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Tocan los números de los presupuestos para indicar posición. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Comprenden, la mayoría de ellos/as –no todos/as-, que el adverbio "más" junto al atributo "barato" ha de suponer una cantidad menor (dos cursos atrás, con tres años de edad, "más" suponía a los niños y niñas mayor cantidad y no se asociaba al atributo "barato"): *P.- ¿Qué quiere decir el más barato?* *N.-El que cuesta más dinero (un niño)* *P.- ¿El que cuesta más?* *N.-El que cuesta menos (muchos niños/as).* - Interpretan cantidades desde la realidad que se analiza -valoran que las cantidades expresadas suponen mucho dinero-: *P.- ¿Cuánto dinero?* *N.-200* *N.-283* *N.- Eso es muchísimo* *P.- ¿Eso es muchísimo 283? El otro dice, presupuesto únicamente a Manzanares el Real, ¿cuánto vale?* *N.- 245* *N.- 244* *P.- Pero acaba en 5, mira, doscientos...* *N.- 85* *P.- Este, este, el que estoy señalando el 2, el 4 y el 5* *N.- 245* *P.- Vale, o sea que tenemos para ir a…* *N.- Eso es muchísimo, los dos es muchísimo;* - Tratan de nominar las cifras que aparecen en los presupuestos, y lo resuelven con bastante rapidez; - Llevan a cabo procedimientos de carácter afectivo y emocional: *P.- A ver O., qué tienes tú que decir* *N.- Este es menos que este* *P.- Que el 245 es menos que el 283, y tú, ¿por qué lo sabes?* *N.- Porque una vez mi hermana contó*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS

saber cuál es el más barato para poder llamar ahora. A ver, 283 primero a Villarejo y luego a Manzanares, y 245 a Manzanares. Quien tenga una idea para que esto no sea un jaleo, que levante la mano.
N.- Yo
P.- A ver, Da., tú qué opinas
N.- 245
P.- Y ¿por qué 245 es menos?
N.- Porque 245 es menos que 283
P.- Y, ¿por qué es menos?
N.- Aunque los 2 tienen el mismo 200, mira los 80 son más que los 40
P.- Los 80 son más que los 40. ¿Quién más tiene algo que opinar?, Se., ¿tú qué opinas?
N.- Porque este tiene un 8 y este tiene un cuatro en el medio pues este es más y es menos
P.- ¿Alguien tiene alguna otra idea?, ¿tú qué tienes que decir Ik.?
N.- Como este tiene un 8, este vale más poco
P.- Vale, perfecto, ¿alguien más tiene otra idea?
N.- Sí, yo
P.- L. G., tú ¿qué tienes que decir?
N.-Este vale menos
P.- ¿Menos? Piensa, a ver, ¿qué propones tú?, ¿cómo podemos saber cuál es?
N.-Este vale menos
P.- ¿Menos el 245?, ¿por qué sabes?
N.- Porque tiene un 2, un 4 y un 5
P.- Y, ¿qué pasa porque tenga un 2, un 4 y un 5?
N.-Porque el 2 es menos
P.- ¿El 2? Pero este también tiene un 2
N.- El 4 es menos que el 8
P.- Lu. dice que es la culpa del 8, ¿es así?, ¿tú que tienes que decir Ju.?
N.-Pues que como éste tiene un 2, un 8 y un 3, 283, es menos, 245 es menos, aunque el 3 sea menos que el 5
P.- ¿Por qué? Entonces ¿qué es lo que vale para saber que éste es más caro que éste?, ¿qué es lo que vale para saber qué es más?
N.- Es que aunque los 2 empiecen por el 2, el 8 es más que el 4, por eso éste es más barato.
P.- Ajá, vale, vale, a ver… ¿Quién tiene algo más que aportar?
N.- Yo
P.- So., ¿tú qué opinas?
N.- Este vale 3, así que es poco.
P.- Este vale 3, así que es poco, y entonces, ¿cuál es el que cuesta menos dinero, el 283 o el 245?
N.- El 283
P.- Chicos, So. tiene una duda, dice: “¿cómo puede ser que éste sea más
	Hay mucho respeto por las aportaciones de los demás.	*hasta este y este estaba más lejos que éste*
		- Argumentan acerca de qué cantidad es mayor y cuál es menor:
		  ○ Atienden al valor posicional de los números (unidades, decenas, centenas) comparándolos: *Aunque los 2 tienen el mismo 200, mira los 80 son más que los 40; Porque este tiene un 8 y este tiene un cuatro en el medio pues este es más y es menos; N.- El 4 es menos que el 8 P.- Lu. dice que es la culpa del 8 ¿es así?, ¿tú que tienes que decir Ju.? N.-Pues que como este tiene un 2, un 8 y un 3, 283, es menos, 245 es menos, aunque el 3 sea menos que el 5; N.- Es que aunque los 2 empiecen por el 2, el 8 es más que el 4, por eso éste es más barato; N.- Que el 8 es más que el 2 P.- ¿Y hay que comparar el 8 con el 2? N.- No P.- ¿No?, ¿con cuál lo comparamos? N.- Con el 4 P.- Con el 4, ¿por qué lo comparamos con el 4 y no con el 2? N.- Porque están en el mismo sitio P.- Están en el mismo sitio, ¿y eso hay que tenerlo en cuenta? N.- Sí P.- ¿Por qué creéis que hay que tenerlo en cuenta donde está colocado el número? N.- Pero el 5 es más que el 3 P.- Entonces, ¿hay que tener en cuenta o no hay que tener en cuenta donde está colocado el número? N.- Sí, hay que tenerlo en cuenta P.- ¿Sí? ¿Por qué hay que tenerlo en cuenta? N.- Porque el 8 es más que el 4;*
		  ○ Dan un argumento matemático aunque no sea ajustado (un caso): *Como este tiene un 8, este vale más poco;*
		  ○ Se fijan únicamente en el valor de las unidades, por lo que

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
barato si el 3 es más pequeño que el 5?” N.- Es la culpa del 8 P.- Dice Ju. que es la culpa del 8. Y Dav., ¿qué dice? N.- Sí, es la culpa del 8 P.- So. está diciendo que el 3 va antes que el 5, no le queda claro a So. N.- Es la culpa del 8 P.- ¿No nos fijamos en el 3 y en el 5? ¿nos fijamos en el 8 de 80 y en el 4 de 40? N.-Es la culpa del 8 porque mira, 1,2,3,4,5,6,7 y 8, es más P.- Es más, ¿tú qué piensas entonces, So.?, ¿no, no te convence? N.- Marisol, es que el 8 es más que el 5, por eso el 245 es más barato, porque es la culpa del 8 porque cuesta más que el 5 P.- Ah, ¿porque 83 es más que 45? N.-Sí P.- ¿En vez de fijarnos en 3 y en 5?, mirad, vamos a verlo aquí en el cartel de los números hasta el 100, vamos a buscar el 83, que está aquí, y vamos a buscar el 45 que está aquí, ¿en cuál caben más números? N.- En el 45 P.- Pero mira, aquí hay menos filas y aquí hay un montonazo de filas ¿cuál será más, el 83 o el 45?, So. N.- El 83 P.- ¿Este será más, sí?, N.- Sí P.- ¿Ahora te parece mejor eso So.? P.- A ver O., qué tienes tú que decir N.- Este es menos que este P.- Que el 245 es menos que el 283, y tú ¿por qué lo sabes? N.- Porque una vez mi hermana contó hasta este y este estaba más lejos que éste P.- Una vez tu hermana contó hasta 245 y 283 estaba más lejos y más lejos ¿es que es más? N.- Sí P.- Ajá, ya veo. L. V., a ver N.- Este es más P.- ¿Por qué es más L.?. Je., a ver tú qué opinas, cariño estate aquí cerquita para ver si tú opinas lo mismo o tienes alguna otra idea. N.- Aunque los dos van en Euros, este es más P.- Chicos, mirad lo que dice L.: aunque los dos van en Euros, ¿qué pasa? N.- Este es más barato P.- Este es más barato, y tú, ¿por qué lo sabes? N.- Porque este tiene el 2, el 4 y el 5 y éste tiene el 2, el 8 y el 3 P.- Ajá, vale, vale L. Cl y tú, ¿qué opinas? N.- Pues que el 8 es más alto que el 5 y que el 4 y que el 2 P.- Vale. ¿Alguien más?		dudan del resto de argumentos y contrargumentan: *P.- Chicos, So. tiene una duda, dice: “¿cómo puede ser que éste sea más barato si el 3 es más pequeño que el 5?”;* *P.- So. está diciendo que el 3 va antes que el 5, no le queda claro a So.* ○ Atienden a los valores absolutos de las cifras, sin tener en cuenta los valores posicionales (tres casos): *N.- Pues que el 8 es más alto que el 5 y que el 4 y que el 2. N.- Y que el 3 P.- Y que el 3, ¿alguien más? N.- El 3 es más que el 2; N.- Yo sólo creo en el último; N.- Porque como el 8 es más que el 5 y que el 4.* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal: *Porque una vez mi hermana contó hasta este y este estaba más lejos que éste;* - Lenguaje más primitivo pero con intención matemática: .- *Pues éste es más poco y éste es más*; - Lenguaje más formal, más cercano a lo convencional: *Aunque los 2 tienen el mismo 200, mira los 80 son más que los 40.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de una intensa y profunda reflexión acerca del valor de las cifras en el contexto de una resolución pragmática para las necesidades del aula en ese momento. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Una vez expuesto el problema, define las necesidades, reformula la situación para procurar una mayor comprensión: *Chicos, como andamos muy justitos de dinero deberíamos elegir el presupuesto que sea más barato, ¿vale?, ¿qué quiere decir el más barato?;* - Se proponen estas dos cifras intencionadamente, al ser las unidades del presupuesto más barato mayores que las del presupuesto más caro, con el objetivo de provocar reflexión hacia el valor posicional de los números: *P.- ¿Por qué? Entonces ¿qué es lo que vale para saber que éste es más caro que éste?, ¿qué es lo que vale para saber qué*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
N.- Y que el 3 P.- Y que el 3, ¿alguien más? N.- El 3 es más que el 2 P.- Ajá, y tú ¿qué dices, J.?, chicas, J. está queriendo contarnos algo, ¿tú qué opinas, J.? A ver. N.- Pues que el 8 es muuucho más alto que el 45 y porque el 45 más el 83 sale un número menos válido el 45 P.- ¿Es menos que el 83?, ¿verdad? N.- Es mucho más barato éste P.- ¿Porque el 8 está casi en el 9 ya y el 4 está más lejos? N.- Y el 4 está cerca del 43, por eso el 83 es más que 245 P.- Vale, vale. Pa., ¿tú qué opinas? N.- Que estos números son más bajitos P.- Que el 245 es un número más bajito. ¿Alguien más? N.- Yo P.- ¿Qué, O.? N.- Que este es menos que este P.- Que el 245 es menos que el 283. Je., ¿tú tienes algo que añadir? N.- Sí P.- ¿Qué tienes que añadir? N.- Que como aquí hay un 4 y un 5, esto es menos poco P.- Menos poco. Vale N.- El 2 no cuenta porque ya son iguales P.- Ah, dice O. que el 2 no cuenta porque son iguales ¿estáis de acuerdo con eso? N.- Sí N.- No P.- No, ¿tú no Dav., por qué? Por qué el 2 no cuenta porque son iguales ¿por qué? A ver, que A. no estaba de acuerdo, vamos a ver N.- Yo sólo creo en el último P.- ¿En el último?, tú sólo crees en el último, y entonces, ¿qué hacemos con el último? Chicos, A. dice que él sólo cree en el último número, agacharos un momentito para que lo veáis N.- El último número es el 5 y yo sólo creo en ese P.- Pero el 5 es más que el 3, ¿no A.? N.- No, es que yo creo más en estos 3 números P.- Ajá, porque tú crees que estos, ¿qué les pasa? N.- Porque es por la culpa del 8, así que yo creo en éste P.- Te quedas con el 245. Nos quedamos, para poder llamar… Nos falta una idea N.-Porque como el 8 es más que el 5 y que el 4 P.- Sí N.- Pues éste es más poco y éste es más. P.- Perfecto, vale N.-5 es más que 8		*es más?* *N.- Es que aunque los 2 empiecen por el 2, el 8 es más que el 4, por eso éste es más barato;* - Se escriben ambas cantidades del presupuesto en el mismo tamaño, y se ilustra con un único autobús, para eliminar las variables que supusieron una distracción en situaciones matemáticas anteriores (ver análisis de la situación-problema 5.1.77, p. 357); - Se procura recabar las estrategias y aportes de todos/as: *¿Quién tiene algo más que aportar?; ¿alguien más?; ¿Tú que tienes que decir?; ¿tú qué opinas?;* - Se reinterpretan y reformulan las aportaciones de los niños y niñas para hacerlas comprensibles al resto: *N.- Marisol, es que el 8 es más que el 5, por eso el 245 es más barato, porque es la culpa del 8 porque cuesta más que el 5* *P.- Ah, ¿porque 83 es más que 45?* *N.-Sí;* *N.- Pues que el 8 es muuucho más alto que el 45 y porque el 45 más el 83 sale un número menos válido el 45* *P.- ¿Es menos que el 83?, ¿verdad?* *N.- Es mucho más barato éste* *P.- ¿Porque el 8 está casi en el 9 ya y el 4 está más lejos?* *N.- Y el 4 está cerca del 43, por eso el 83 es más que 245* - Se les ayuda a razonar hacia el siguiente nivel, un paso más, hacia su ZDP: *P.- Ah, ¿porque 83 es más que 45?* *N.-Sí* *P.- ¿En vez de fijarnos en 3 y en 5?, mirad, vamos a verlo aquí en el cartel de los números hasta el 100, vamos a buscar el 83, que está aquí, y vamos a buscar el 45 que está aquí, ¿en cuál caben más números?* *N.- En el 45* *P.- Pero mira, aquí hay menos filas y aquí hay un montonazo de filas ¿cuál será más, el 83 o el 45?, So.* *N.- El 83* *P.- ¿Este será más, sí?,* *N.- Sí* *P.- ¿ahora te parece mejor eso So.?;* - El papel que se ejerce es de mediador y dinamizador, a la vez que se busca realizar un andamiaje y fomentar reflexiones que ayuden a los niños y niñas a evolucionar. ***Otros aspectos emergentes*** Parece que es muy importante la capacidad de continua adaptación a lo que el grupo va enseñando a la docente, en este caso

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- ¿5 es más que 8? N.- Es más que 3 y que 2 N.- No, porque mira, 1,2,3,4,5, 6,7,8 P.- Ah, vale, vale. Entonces, ¿con qué presupuesto nos quedamos? Las 2 últimas ideas y decidimos, a ver, Iv., ¿tú que tienes que decir? N.- Me quedo con este porque es por la culpa del 8 P.- Vale. ¿Y tú, S.? N.- Que el 8 es más que el 2 P.- ¿Y hay que comparar el 8 con el 2? N.- No P.- ¿No?, ¿con cuál lo comparamos? N.- Con el 4 P.- Con el 4 ¿por qué lo comparamos con el 4 y no con el 2? N.- Porque están en el mismo sitio P.- Están en el mismo sitio ¿y eso hay que tenerlo en cuenta? N.- Sí P.- ¿Por qué creéis que hay que tenerlo en cuenta donde está colocado el número? N.- Pero el 5 es más que el 3 P.- Entonces ¿Hay que tener en cuenta o no hay que tener en cuenta donde está colocado el número? N.- Sí, hay que tenerlo en cuenta P.- ¿Sí? ¿Por qué hay que tenerlo en cuenta? N.- Porque el 8 es más que el 4 P.- Vale chicos, entonces ¿el presupuesto a Villarejo o sólo a Manzanares? N.- A Manzanares. P.- A Manzanares, vale, pues vamos a llamar N.- Sí		investigadora. Si el tamaño en el que se escriben las cifras o el color de los autobuses interfiere en el razonamiento, se debe captar y reconducir la siguiente situación. Se observa que el docente debe estar siempre alerta. Algunos niños y niñas que aparentemente no estaban conectados con los hechos que se sucedían en el aula, comienzan a mostrar interés, manifestarse, y contrargumentar. Aunque sus razonamientos sean más primitivos, son matemáticos, y están activos. Son capaces de reflexionar sobre el tema y dar su propia visión: *P.- So. está diciendo que el 3 va antes que el 5, no le queda claro a So.* El lenguaje de los niños y niñas puede ser más primitivo, pero el fondo de sus razonamientos es en muchos casos bastante profundo: *Es la culpa del 8*, refiriéndose a que el 8 como decena, es mayor que el 4, lo que hace a esta cifra superior. Se observa mucho respeto entre los niños y niñas a las diferentes aportaciones que hacen los compañeros/as.

Situación matemática 5.1.78 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Asamblea acerca de si cabremos o no en el autobús a partir del plano del mismo.* En el marco de la realización del proyecto de aula "La Edad Media", necesitamos hacer una salida para resolver el problema que se ha planteado y poder recabar más información del mismo. En ese contexto, se debe visitar la localidad de Villarejo de Salvanés. Una vez decidido esto, se han de contratar los autobuses, pero para ello, hay que constatar si cabemos o no en ellos. En esta ocasión, se reflexiona a partir del plano del autobús.

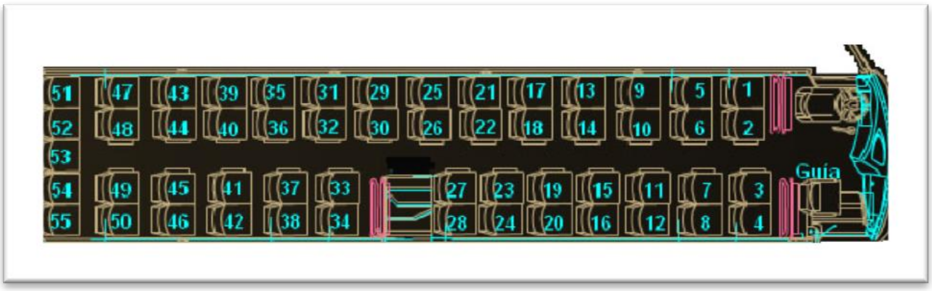


FIGURA 20 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.2.78

TABLA 41 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.78

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Se presenta a los niños un plano en tamaño A3 en el que aparecen representados asientos del autobús en el que viajaremos a Villarejo. Con el plano a la vista de todos/as en la pizarra, se les pregunta si cabremos o no en el autobús y cómo lo podremos saber. En primer lugar, se trata de interpretar el plano, "¿Qué veis?": - Lo de los numeritos son las sillas; - ¿Dónde va el conductor? ¡Pues alante del todo!, donde va el volante circular como el del coche pero muyyy grande; - Y aquí por donde subimos que te dan la mano porque no llegas; Les pregunto si saben qué son las líneas paralelas que hay en mitad del autobús y lo tienen claro: "por donde tú tienes miedo y te pones ahí para que no nos caemos abajo" (las escaleras de salida). Pensamos ahora si cabemos en el autobús para ir a Villarejo: "Sí, porque mira, hay muchas sillas". Proponen contar y lo hacen entre todos. **"**Sí cabemos porque somos 26 y el 5 5 (dice cinco cinco) es más". Les pregunto cómo pueden estar seguros. Una niña dice que podemos pegar las fotos en los asientos. Les pregunto a los demás si están de acuerdo y lo están. Así lo hacen. Las pegan por parejas, tal y como han decidido viajar. Se ponen todos delante y dicen que dejan la parte de atrás para los niños y niñas de la clase de al lado. "¿Cómo podemos estar seguros de que cabrán?" Acuerdan llevarles el plano para que peguen sus fotos. Cuando nos lo devuelven, quedan varios asientos libres. Nos los asignan	Los niños y niñas resuelven inusualmente rápido la situación matemática. Les encanta el resultado posterior de sus caritas pegadas en el plano. Interpretan el plano con mucha naturalidad.	*Contenidos matemáticos* - Aritmética: el número como memoria de posición; el número como identificador (de cada siento). - Geometría: interpretación de la representación gráfica de un espacio; utilidad del plano. *Análisis de la resolución del alumnado* <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Conteo: Contar los asientos; - Manipular el plano: Pegar fotos de los rostros de los niños en cada asiento. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Comparar cantidades: la cantidad de asientos con el número de niños de la clase; - Proponer actuar sobre el plano para estimar su capacidad: pegar sus propias fotografías y, después, que los niños y niñas del aula aledaña completen los asientos restantes con las suyas para asegurarse de que caben después de haber ocupado los asientos delanteros con sus fotos; - Reconocer en el último número de la colección como el total de la misma y resolver sin necesidad de contar: *Sí cabemos porque somos 26 y el 5 5 (dice cinco cinco) es más*; - Interpretar el resultado de la estrategia empleada: pegar las fotografías; - Resolver el uso de los asientos libres. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal: *Lo de los numeritos son las sillas;* - Lenguaje más formal, cercano a la convencionalidad*: Sí cabemos porque somos 26 y el 5 5 (dice cinco cinco) es más.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de la reflexión conjunta para resolver la cuestión determinada. *Tipo de intervención de la investigadora* - Se trata de mediar y dinamizar las conversaciones que surgen en torno a la situación matemática; - Se facilita que los niños y niñas pongan en marcha sus propias estrategias; - La verificación de los resultados de sus aportes se lleva a cabo en la acción y reflexión de los alumnos, no del adulto; - Se proponen situaciones que susciten reflexiones profundas, con resultados divergentes. *Otros aspectos emergentes* Parece que los niños y niñas se sienten actores y conductores de las resoluciones de la situación matemática.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
rápidamente a las profesoras.		No hay ningún alumno/a que exprese que no sabe/puede encontrar una solución a la cuestión presentada. A pesar de presentar todos los asientos numerados siguiendo una secuencia ordenada (del 1 al 55), necesitan contarlos, uno a uno. Sorprende a la investigadora, con los debates tan intensos que supone cada decisión, que en esta ocasión se resuelva tan rápido, y tomen el acuerdo de dar por válida la estrategia de las fotografías. Se interpreta en este punto, que es probable que les resultara atractiva la idea de ver sus caritas en el autobús junto con las parejas que habían elegido previamente. Posteriormente, la imagen del autobús repleta de sus rostros, le gustó muchísimo y la revisaban de cerca continuamente. No conocer el nombre de un número no impide en este caso poder hacer una reflexión sobre el mismo: *Sí cabemos porque somos 26 y el 5 5 (dice cinco cinco) es más*.

Situación matemática 5.1.93 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Asamblea acerca de qué son y para qué se usan los números ordinales*. Muchos días, en la asamblea, analizamos el menú: qué hay de primero y de segundo, de dónde son típicos los platos del día (buscamos en el mapa de España y Europa –merluza a la romana, cocido madrileño, lacón a la gallega…-), qué aportan al organismo... Pero en esta ocasión, se reflexiona acerca de la forma en que se usan los números para expresar qué plato se come antes y cuál después.

TABLA 42 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.93

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- A estos números, si les ponemos el circulito y la rayita los mayores les llaman ordinales, ¿por qué les llamarán así? N.- Están ordenados P.- Porque están ordenados, porque va el primero N.- El segundo, el tercero, el cuarto P.- Además de en el menú que tenemos primer plato, segundo plato, ¿cuándo más tenemos estos números así que decimos primero, segundo, tercero? N.- En una clase P.- En las clases como primero de primaria, ¿verdad? claro N.- 3º de infantil P.- O 3º de infantil N.- 3ºB P.- O 3º B N.- 4º de primaria P.- O 4º de primaria y ¿cuándo más usamos estos números? ¿Alguien	Los niños y niñas acuden rápidamente a sus propias experiencias y las relacionan con el tema. La docente debe estar ágil para interpretar las expresiones de sus propias experiencias, reconocer en ellas el conocimiento que pretenden expresar, y ponerles un lenguaje más formal que les lleve a avanzar en sus conocimientos y reflexiones.	***Contenidos matemáticos*** - Álgebra: Identificación de un patrón numérico, una regularidad de la serie numérica –el conjunto de los ordinales corresponde al conjunto de los números cardinales, siguen la misma sucesión, pero expresan orden-. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Ninguna. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Relacionar sus conocimientos previos y experiencias con la situación matemática planteada: *En una clase; En las casas; En los bares también hay en el menú;* - Deducir a partir de la regularidad de la serie:

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
sabe cuándo más usamos estos número de 1º, 2º? N.- En las páginas P.- ¿En las páginas, sí?, pero, ¿en las páginas tienen también un circulito? N.- No P.- No, ¿entonces dónde más los podremos usar? N.- En casa P.- En casa ¿por qué en casa, L.? N.- En los edificios P.- En los edificios, por qué cuando le doy al ascensor para subir a casa digo, voy a subir al N.- Primero P.- Al primero, o voy a subir al segundo N.- En los bares también hay en el menú P.- Mirad lo que dice Ju., que en los bares también hay en el menú el primero, el segundo N.- O el tercero, el cuarto, el sexto, el octavo P.- O el octavo, el octavo es muy arriba, ¿qué número será el octavo?, el 7 al 7º y el 8º ¿cuál será? N.- El 8 P.- El 8 dicen M. y Ju. Chicos, sabéis una barbaridad, pues ale, vamos a seguir con el menú, vamos a seguir viendo el 1º y 2º del menú.		*N.- Están ordenados;* *P.- O el octavo, el octavo es muy arriba, ¿qué número será el octavo?, el 7 al 7º y el 8º ¿cuál será?* *N.- El 8.* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje formal, cercano a lo convencional: *O el tercero, el cuarto, el sexto, el octavo; Están ordenados.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de la situación cotidiana de la lectura del menú del día del comedor escolar, la investigadora propone una reflexión y los niños y niñas responden a ella de forma natural relacionándola con sus propias experiencias y realizando deducciones a partir de ello. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se interpretan sus expresiones para reconocer en ellas los conocimientos que hay sobre el tema: *P.- Además de en el menú que tenemos primer plato, segundo plato, ¿cuándo más tenemos estos números así que decimos primero, segundo, tercero?* *N.- En una clase* *P.- En las clases como primero de primaria, ¿verdad? Claro;* - Se aprovecha una situación cotidiana para reconocer las matemáticas formales en ella. ***Otros aspectos emergentes*** Los niños y niñas son capaces de reconocer en este caso aspectos matemáticos en la cotidianeidad, desde la experiencia, y deducir a partir de ella las cuestiones de carácter más formal (*están ordenados…*).

<u>Situación matemática 5.2.108 GD-GG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Recuento de 220 castañas para llevar un control y que no se pierdan.* En el marco de la estación del otoño, los niños y niñas de la clase traen frutos para jugar con ellos en el rincón de cocinita (nueces, bellotas, almendras…): los cuentan, pesan, usan para dar de comer a los muñecos, los rompen a escondidas para comérselos… En este contexto, aprovechando una salida personal a un castañar, la docente les lleva una bolsa de castañas.

TABLA 43 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.2.108

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Les traigo castañas para el cajón de cosas de otoño (220) y les propongo contar cuántas he traído. Así, nos ponemos a contar juntos. Hasta 30 casi todos lo hacen sin problemas. Después Da. y Ju. van marcando el cambio de decena, y a partir de 50 es Da. el que da la pauta. Después de 100, es Ó. el que da el paso a 130 y Ch. en 190. No saben cuál decir después de 199, algunos como Sergio dicen 1000. Da. Dice que después de 199 va el 200, y después de ello, llegan al 220 sin dudar.	Se consigue completar el conteo de las castañas con las aportaciones que van haciendo unos/as y otros/as. Les motiva saber cuántas castañas hay, es una bolsa grande. Cuanto más lejos llegan en el conteo, más les gusta.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: la utilidad de la serie numérica para el conteo; el número como memoria de cantidad; - Álgebra: la regularidad de la serie numérica, exploración del patrón inherente a la serie en base 10. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Conteo: cuentan las castañas una por una. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Se apoyan en la sucesión de los primeros nueve números de la serie numérica; - Se apoyan en el conocimiento del alumno que “sabe mucho sobre números” para hacer el paso del 199 al 200. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Utilizan valores cardinales. Ámbito de la respuesta: - En el marco de la resolución de una situación con los aportes de diversos niños y niñas. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se generan situaciones en las que los alumnos/as tengan que poner en marcha conocimientos y saberes “más avanzados” de los que tradicionalmente se ha relacionado con su edad; - Se propicia el desarrollo de la resolución de manera conjunta, cooperativa, con los aportes de todos/as; - Se dinamiza el desarrollo de la situación. ***Otros aspectos emergentes*** Aunque el currículo de Educación Infantil proponga el trabajo con la primera decena, en esta situación funcional y pragmática, los niños y niñas son capaces, coordinando los saberes de todos/as, de alcanzar un uso mucho más avanzado de la serie numérica.

<u>Situación matemática 5.2.106 GD-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Reflexión en pequeño grupo acerca de qué día es hoy si el viernes fue día 10.* En el marco del trabajo por equipos, cada día se elige un responsable que firma en un cuadrante y pone la fecha. Normalmente, si hay dudas, el calendario las resuelve, pero esta vez, no está puesto.

TABLA 44 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.2.106

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- El viernes era día 10, ¿vale?, no tenemos el calendario puesto ¿quién sabe, si el viernes fue día 10, hoy lunes qué día es? N.- 13 P.- A ver, Ju., J. y P. dicen que 13; Dav. dice 11, S. ¿tú qué dices? N.- 13 P.- A ver, Da., tú ¿por qué crees que es 11?, ¿por qué? A ver, Ju. Dice: "si pasó el fin de semana", ¿qué quiere decir eso de que pasó el fin de semana? N.- Porque 10, 11 y 12 P.- Mirad lo que dice Ju., ¿estáis de acuerdo con eso?, Ju. ha sacado los dedos y ha puesto un dedo en el 10, un dedo de sábado en el 11, otro de domingo en el 12 y el cuarto que es el del lunes en el 13 ¿qué decís vosotros? N.- Es que el viernes fue 10, el sábado fue 11, el domingo fue 12 y hoy es 13 P.- ¿Qué os parece a los demás?, ¿con qué día firmamos? N.- 13 P.- ¿Sí, estáis todos convencidos? N.- Sí P.- ¿Tú también, Dav.?, ¿sí? Venga, pues ala, vamos a poner el 13.	Los niños y niñas se involucran rápidamente en la situación para resolverla. La situación finaliza cuando hay un acuerdo sobre la resolución. Se aprovecha la situación de la firma del responsable y el hecho de que el calendario no esté colgado en la pared ese día (se cayó).	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: el número como identificador (los días en el calendario); las operaciones aritméticas para resolver situaciones (la suma). ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Utilizar objetos concretos para resolver una operación aritmética desde el sobre conteo -se apoyan en el uso de dedos y en la recta numérica-: *Ju. ha sacado los dedos y ha puesto un dedo en el 10, un dedo de sábado en el 11, otro de domingo en el 12 y el cuarto que es el del lunes en el 13* Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Sobre conteo sin tener en cuenta todos los datos -paso del fin de semana-: *11*. - Deducción a partir del paso del tiempo –deducen cuántos días habrá que añadir si el fin de semana son dos días-: *Ju. Dice: "si pasó el fin de semana"; Es que el viernes fue 10, el sábado fue 11, el domingo fue 12 y hoy es 13;* - Sobre conteo teniendo en cuenta todos los datos: cuentan mentalmente desde el 10 los 3 días que van del viernes al lunes. <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Contestan utilizando un valor cardinal: *Porque 10, 11 y 12*. Ámbito de la respuesta: - En el marco del trabajo de equipo, resolviendo una situación cotidiana partir de las aportaciones que hacen los niños y las niñas. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se aprovecha cualquier situación cotidiana que sea susceptible de ser resuelta mediante estrategias de índole matemático: la firma del responsable de equipo con la fecha en la que ejerce esta función; - Se convoca a todos y todas a dar su opinión, realizar sus aportes y participar con sus estrategias; - Se trata de mediar y dinamizar la conversación acerca del tema tratado. ***Otros aspectos emergentes*** Los niños y niñas realizan y conjugan sus diferentes y diversos aportes para resolver, en equipo, la situación planteada.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
		Se favorece la toma de acuerdos entre los niños y niñas para alcanzar la resolución desde los argumentos de todos/as.

Situación matemática 5.2.121 GD-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: *Operación de la resta: recuento de botes necesarios para hacer cada uno la manualidad del caleidoscopio de la constelación de la Osa Mayor*. En el marco del proyecto de trabajo de aula “El Espacio”, se va a elaborar, con el tubo de un bote de patatas de una conocida marca, una suerte de caleidoscopio que llevará la imagen de la Osa Mayor. Se hace necesario saber cuántos hay y si habrá para todos/as.

TABLA 45 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.2.121

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- Vamos a retomar, estábamos con la idea de que necesitábamos 12 botes, pero de repente vimos que no son 12, que hay que quitar uno de esos 12 que creíamos, porque Ca. ya lo había traído. Ya os he dicho, lo voy a escribir como lo hacen los mayores. He puesto 12 – 1 y os he preguntado ¿cuánto son 12-1? Y me dijo Ju. “pues son 11 porque hay que mirar el número de antes, el número de antes es el 11”. Y digo yo, ¿hay alguna otra manera en la que podamos saber cuánto es 12-1? N.- Sí P.- ¿De otra manera diferente? N.- Con los dedos P.- ¿Y cómo hacemos con los dedos Lu.? N.- Pues ponemos 12 y quitamos 1 P.- ¿Y luego qué? N.- Y ya son 11 P.- M. dice que con los dedos quitando 1. Lu., ¿tu idea era esa? N.- Es que no tenemos suficientes dedos P.- Vale, ¿y si no tenemos suficientes dedos? N.- Lo metemos dentro de la cabeza P.- ¿Cómo, cómo lo metemos? N.- Podemos pedir ayuda a	En el desarrollo de una actividad, surge un impedimento y se toma como una oportunidad para trabajar contenido matemático. La docente no realiza juicios de valor acerca de cada estrategia diferente para resolver una resta, simplemente las recoge y las pone en común con el resto, valorándolas por igual. Los niños y niñas expresan sus diferentes estilos para resolver una misma cuestión, y todos/as respetan esa diversidad.	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: el número como memoria de cantidad; operación aritmética de la resta –diferentes estrategias de resolución-. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Utilizar objetos concretos para resolver la operación aritmética de la resta: ○ Utilización de los dedos: *N.- Con los dedos* *P.- ¿Y cómo hacemos con los dedos Lu.?* *N.- Pues ponemos 12 y quitamos 1* *P.- ¿Y luego qué?* *N.- Y ya son 11;* ○ Atender a la cantidad del minuendo y compararla con el número de dedos con los que se puede operar individualmente: *Es que no tenemos suficientes dedos; .- Podemos pedir ayuda a otro amigo para poner los dedos que nos faltan;* ○ Utilizar objetos de apoyo al conteo diferentes de los dedos de la mano: *Poner lápices.* Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Utilizar una estrategia mixta entre lo concreto y la estrategia mental –se refieren a partir del minuendo expresado en primer lugar en dedos y después retenido como memoria de cantidad, para desde él descontar con el apoyo de los dedos-: *Lo metemos dentro de la cabeza*; - Resolver la operación aritmética de la resta desde la recta numérica, tomando como punto de partida el minuendo y descontando en la recta el número de puestos que indica el sustraendo: *pues son 11 porque hay que mirar el número de antes, el número de antes es el 11;*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
otro amigo para poner los dedos que nos faltan P.- Dicen L. V. y M. que lo metamos en la cabeza y L. G. dice: podemos pedir ayuda a otro amigo para poner los dedos que nos faltan. N.- Poner lápices P.- O poner lápices y quitar 1 ¿así te refieres, M.? ¿Quién más tiene otra idea? C. N.- Pues metiéndolo en la cabeza P.- Vale, metemos el 12 ¿y ahora qué hacemos?, ¿cuántos quitamos?, ¿cómo podemos hacer para estar seguros, C.? N.- Mira, quito 1 y ya.		<u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal, más primitivo: *Lo metemos dentro de la cabeza;* - Lenguaje más formal, cercano a lo convencional: *pues son 11 porque hay que mirar el número de antes, el número de antes es el 11.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de la resolución de una situación que surge y necesita ser solucionada para poder desarrollar la actividad prevista, desde los diferentes aportes de los niños y niñas. Se reflexiona sobre las diferentes maneras que tienen unos/as y otros/as para resolver una misma cuestión: la resta. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se aprovecha esta situación surgida de la cotidianeidad, de la necesidad para la realización de una actividad. En lugar de ser resulta por el adulto, propone a los niños y niñas reflexionar sobre la solución posible; - Se favorece que los niños y niñas generen diferentes estrategias desde los aportes diversos para resolver una misma cuestión; - Se media y dinamiza la conversación surgida en torno al tema; - Se saca provecho de la situación para expresar en lenguaje formal una situación incidental: *P.- Vamos a retomar, estábamos con la idea de que necesitábamos 12 botes, pero de repente vimos que no son 12, que hay que quitar uno de esos 12 que creíamos, porque Ca. ya lo había traído. Ya os he dicho, lo voy a escribir como lo hacen los mayores. He puesto 12 – 1 y os he preguntado ¿cuánto son 12-1?* - No se realizan juicios de valor acerca de las diferentes estrategias de resolución, se recogen y aportan al resto como posibles nexos entre sus estilos de pensamiento y la resolución de una situación concreta; - Se permanece atento para poder interpretar y poner lenguaje más formal a los aportes diversos expresados desde el lenguaje informal: N.- Poner lápices *P.- O poner lápices y quitar 1 ¿así te refieres, M.?;* - Se trata de propiciar la expresión de las estrategias de todos/as: *¿Quién más tiene otra idea?; ¿cómo podemos hacer para estar seguros, C.?* ***Otros aspectos emergentes*** Los niños y niñas son capaces de reflexionar y expresar diferentes estilos de pensamiento para resolver una misma cuestión: la resta. Además de ello, se debe permanecer atento para interpretar en qué momento evolutivo se encuentra cada uno de ellos según sus aportes: más primitivos, más cercanos a lo convencional, más elaborados.

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
		Se valoran como positivas las diferentes formas de resolver una misma cuestión: la resta. Ningún niño/a expresa no poder o no saber enfrentarse a esta situación. Los niños y niñas respetan la diversidad de las estrategias de sus compañeros/as.

<u>Situación matemática 5.2.83 GD-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Búsqueda de un monumento en un mapa a partir de varias premisas*. En el marco del proyecto de trabajo de aula "La Edad Media", como ya se ha explicado en varios de los análisis precedentes, la bufona, cuando vamos a visitarla a la torre en la que está refugiada, nos explica que recuerda cuatro aspectos acerca de su castillo (en Manzanares El Real):

1. Hay un lago cerca;
2. Está en la Comunidad de Madrid;
3. El lugar tiene el nombre de una fruta;
4. Es un castillo muy grande.

En función de estas premisas, en pequeño grupo, se analizan los mapas de la Comunidad de Madrid.

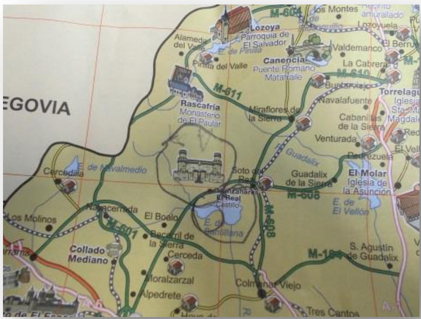



FIGURA 21 IMAGEN ACLARATORIA DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.2.83

TABLA 46 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.2.83

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Los niños y niñas, en otro momento, habían escrito las cosas que la bufona recordaba sobre su castillo. Con el recuerdo de ello, buscan por parejas, y en pequeño grupo, el lugar que cumple las condiciones. Hay uno y sólo uno, así que es cuestión de analizarlo	En general, los equipos trabajan en el mapa muy concentrados. Hay jaleo, pero se trata de las explicaciones que se dan unos a otros. Están nerviosos y emocionados, saben que la solución a todas las	***Contenidos matemáticos*** - Geometría: interpretación de la representación gráfica de la realidad representada en el mapa. - Lógica-matemática: razonamiento deductivo a partir de premisas. ***Análisis de la resolución del alumnado*** <u>Estrategias cognitivas de resolución</u>

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
despacio. No siempre tienen en cuenta las cuatro condiciones que deben darse, pero como lo van poniendo en común con el grupo, se van refutando unos a otros. En algunas ocasiones confunden el símbolo del castillo con una iglesia o monasterio, otras no tienen en cuenta que ha de haber un lago cerca (no tienen dudas con respecto a la representación gráfica del agua), y en la mayoría de los casos, lo último en tener en cuenta es el nombre de la localidad, han de leerla. Requiere menos impulsividad, y están ansiosos por descubrir dónde está el castillo. Después de un rato, los equipos van encontrando el único lugar posible: Manzanares El Real. Están nerviosos. La docente propone entonces acudir a la asamblea para poner en común los resultados de la búsqueda. La emoción es absoluta cuando se dan cuenta de que coinciden y que, por fin, hemos resuelto el enigma y podemos decírselo a la bufona y al caballero.	situaciones que se han generado desde el proyecto de investigación en el aula está cerca. Constatar que los demás equipos han llegado a las mismas conclusiones les emociona.	<u>(procedimientos)</u>: Estrategias concretas: - Análisis del mapa: búsqueda del castillo siguiendo las indicaciones de la bufona; - Marcar en el mapa los lugares que recogen varias o todas las premisas dadas. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Interpretación de los símbolos del mapa; - Consideración de algunas de las premisas; - Atención a todas las premisas dadas; - Contraargumentaciones: *No siempre tienen en cuenta las cuatro condiciones que deben darse, pero como lo van poniendo en común con el grupo, se van refutando unos a otros.* <u>Lenguaje oral matemático empleado</u>: Tipo de respuesta: - Lenguaje de carácter informal, referido a las premisas. Ámbito de la respuesta: - En el marco del trabajo cooperativo, argumentando y contraargumentando las propias decisiones y las de los demás. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se posibilita la resolución de la situación en equipo; - Se ejerce un papel mediador y dinamizador; - La solución a la cuestión planteada pasa por la responsabilidad de los niños y niñas, no la ofrece el adulto. ***Otros aspectos emergentes*** Se percibe en la clase movimiento y conversación, sin embargo, se trata del bullicio de las conversaciones, las reflexiones compartidas y las argumentaciones. Todos/as se implican en la tarea. Ningunos expresa no poder o saber llevar a cabo la búsqueda en el mapa. La tarea tiene un carácter eminentemente pragmático: encontrar el castillo de la bufona para poder solucionar su regreso. La afectividad y las emociones impregnan el desarrollo de la tarea de búsqueda en el mapa.

<u>Situación matemática 5.1.74 GD-PG: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: *Reflexión acerca de cómo se escribe el número 25 y sobre los números infinitos.* En el marco del trabajo de mesa, se retoma una conversación que se ha iniciado en la asamblea a partir de las rutinas que realiza el encargado/a a diario (anotar cuántos han venido, quiénes han faltado, la fecha, etc.) y se trata de profundizar en ella en pequeño grupo.

TABLA 47 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN-PROBLEMA 5.1.74

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
P.- A ver, a ver, cuando, cuando Ch. fue a poner 25, porque hoy somos 25, Ad., me dijo: "¿y cuál va primero?", entonces L. le dijo: "el 2 va primero", y yo os dije: "claro, porque si pusiéramos primero el 5 y luego el 2…", y varios me dijisteis que ese sería el 52 ¿verdad? Así que estuvimos contando hasta el 52 y de repente me pedisteis que por qué no contábamos hasta 100, que hemos acabado agotados de contar. Pero al acabar de contar, de repente Iv. me dijo "oye Marisol", ¿qué me dijiste? N.- Que hay más números P.- Que hay más números después de 100 y luego… y yo me quedé alucinada, pero de repente Dav., escucha, escucha Al., de repente Dav. me dijo algo que me dejó un poco alucinada. ¿Qué me dijiste, Dav.? N.- Que los números son infinitos, no se acaban. P.- Que los números son infinitos ¿y eso que significa? N.- Que no acaban P.- Que no acaban, ¿quién está de acuerdo con Dav. que los números son infinitos? N.- Yo, yo, yo P.- Da. opina lo mismo también, Ik. y D. ¿Por qué lo sabes tú, Dav.? N.- Y yo también N.- Me lo ha dicho mi madre P.- Te lo ha dicho tu madre (…) Da., ¿qué nos ibas a decir? N.- Porque mira cayó un meteorito volcanes, erupciones N.- No porque yo tengo un libro sobre los dinosaurios y que explica cómo desaparecieron los dinosaurios y dice que… P.- Entonces tú lo de los dinosaurios lo sabes por un libro, y sin embargo, Dav. me ha dicho que lo de los números lo sabe porque se lo ha dicho	Los niños y niñas muestran un interés espontaneo fabuloso respecto de lo numérico, considerándolo casi como mágico. Iv. parece no estar en muchas ocasiones, y a menudo hay que rescatarle para que intervenga, sin embargo, en esta ocasión, da muestra de su interés de su reflexión interior: *Pero al acabar de contar, de repente Iv. me dijo "oye Marisol", ¿qué me dijiste? N.- Que hay más números P.- Que hay más números después de 100 y luego… y yo me quedé alucinada.*	***Contenidos matemáticos*** - Aritmética: el número como memoria de cantidad; la notación numérica; - Álgebra: exploración, identificación y descripción de propiedades del sistema numérico: la importancia de la posición de los números en las cifras, y la reflexión sobre la infinitud de la serie numérica. ***Análisis de la resolución del alumnado*** Estrategias cognitivas de resolución (procedimientos): Estrategias concretas: - Ninguna. Estrategias mentales (estilo de pensamiento): - Procedimientos emocionales y afectivos: *P.- ¿quién está de acuerdo con Dav. que los números son infinitos?* *N.- Yo, yo, yo* *P.- Da. opina lo mismo también, Ik. y D. ¿Por qué lo sabes tú, Dav.?* *N.- Y yo también* *N.- Me lo ha dicho mi madre* *P.- Te lo ha dicho tu madre (…) Da., ¿qué nos ibas a decir?* *N.- Porque mira cayó un meteorito volcanes, erupciones* *N.- No porque yo tengo un libro sobre los dinosaurios y que explica cómo desaparecieron los dinosaurios.* - Reflexión acerca de la serie numérica: *Que hay más números* (después de 100); *Que los números son infinitos, no se acaban.* Lenguaje oral matemático empleado: Tipo de respuesta: - Lenguaje informal: *Que hay más números*; - Lenguaje formal, cercano a lo convencional: *Que los números son infinitos, no se acaban.* Ámbito de la respuesta: - En el marco de la reflexión en pequeño grupo acerca de un tema surgido en la asamblea. ***Tipo de intervención de la investigadora*** - Se da cabida a todo tipo de aportes y reflexiones en torno al tema, sin juzgarlos, sólo poniéndolos a disposición del resto para hacer deliberaciones sobre ellos de forma conjunta: *¿alguien sabe otra cosa de los números?;* - Se retoma una cuestión del ámbito matemático para profundizar sobre él dado que interesa especialmente a los niños y niñas;

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
su mamá. ¿Alguien sabe otra cosa de los números? N.- Es infinito P.- También es infinito, ¿el qué Da.? N.- Yo también tengo un libro de dinosaurios que me explica cómo se murieron. (Entra la monitora de comedor y dejamos la conversación).		- Se ejerce un papel de mediador y dinamizador de la conversación suscitada en torno al tema; - Se respetan los aportes de todos/as. ***Otros aspectos emergentes*** El tema de las grandes cantidades a los ojos de los niños y niñas y la cuestión de la infinitud aparecen revestidas en este caso de una profunda carga emocional y afectiva: les impacta y resulta casi mágico.

4.4.- ANÁLISIS DE LOS DATOS EN GRUPO DE DISCUSIÓN DOCENTE

De la misma manera con la que se procedió en el análisis de la información recogida en el contexto de aula, se llevó a cabo el análisis de los datos recogidos en el marco de Grupos de Discusión entre docentes, bajo los pasos que describirá Sirvent (1993) descritos en el apartado anterior, a partir del Método Comparativo Constante. Ello se hace necesario para captar el sentido de la información registrada identificando los elementos más significativos y repetitivos, segmentando y categorizando en unidades de contenido, y agrupándolas después conceptualmente, para interpretarlas.

Se presenta a continuación, el análisis detallado de dos de los encuentros.

Seminario permanente-Grupo de Discusión 2.3.GDD: Análisis de los distintos tramos del discurso

Contextualización: Se presenta a los asistentes un esquema inicial acerca de aquello que se ha trabajado en el aula a lo largo del trimestre en el contexto del desarrollo del proyecto de aula: *El Cuerpo Humano*, en el marco del énfasis que se ha dado a la cuestión intrincada con las artes y en el cierre acerca de las matemáticas que se pueden encontrar en el propio cuerpo *–los números de nuestro cuerpo-*. Así mismo, se presentan el resto de tareas planteadas como situaciones-problema a lo largo del trimestre.

TABLA 48 ANÁLISIS DE LA SESIÓN DE GRUPOS DE DISCUSIÓN ENTRE DOCENTES 2.3.GDD

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Al presentar el esquema de desarrollo de los aspectos trabajados en el aula a lo largo del trimestre algunos/as de los asistentes se muestran entusiasmados con el contenido, sin embargo, otros, miran con cierta incredulidad o desacuerdo. Se comienza por los audios y vídeos que tienen que ver con las tareas realizadas alrededor del cuadro de Picasso *Las señoritas de Avignon* (4.3.63). Se escuchan/visionan los materiales al respecto y se comentan posteriormente, además, los análisis de la investigadora. Lo mismo ocurre con los referidos a los juegos: *Guerra*, de cartas (4.3.68 OP-PG), y *Caja de cerillas* (4.3.67 OP-PG), y a la *asamblea acerca de la cifra por la que comienza cada decena y otros números mayores* (4.3.69 OP-GG/GD-GG). No dará tiempo a profundizar en el resto por alcanzar el fin de la sesión.	Muchos/as de los asistentes muestran dificultades por reconocer dónde están los aspectos matemáticos trabajados, cuáles son y en qué área se enmarcan (aritmética, geometría, álgebra). Les resulta más fácil en los juegos que en el proyecto de aula. A algunos de los asistentes les cuesta reconocer los conceptos matemáticos inherentes a las situaciones presentadas, sin	***Reflexiones acerca del conocimiento matemático de los niños y niñas*** Reconocen que los niños y niñas tienen un conocimiento matemático más profundo de lo que se espera habitualmente: - *Los niños saben más de lo que parece pero no sabemos bien cómo hacerlo;* - *No pensaba que supieran tanto de los números.* ***Reflexiones acerca de la metodología empleada*** Expresan la dificultad que entienden supone dirigir las conversaciones en el aula de tal forma que se expresen numerosos aspectos matemáticos y se favorezcan las deducciones en equipo: - *Es difícil conducir así la asamblea, o no decirles –eso no- y darles la*

<table>
<tr><th>REGISTRO EN CAMPO</th><th>COMENTARIOS</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr>
<td>Con respecto a las situaciones planteadas alrededor de Las señoritas de Avignon:

- No imaginaba que se pudieran trabajar tantas matemáticas alrededor de un cuadro, y menos que tuviera que ver con un proyecto como el del Cuerpo Humano;
- A mí no me parece que haya tantas matemáticas. Para colocarse como en el cuadro o pegar las señoritas sólo hay que fijarse en él;
- Se les hace necesario a algunos/as asistentes que se expliquen con mayor detenimiento los aspectos matemáticos inherentes a las situaciones-problema trabajadas. Después de ello, sí las reconocen, pero no a algunos no les parecen suficientemente formales, es más como un jueguito;
- Hay demasiadas idas y venidas en la clase, yo me agobio, los demás no están quietos, vienen y te… no sé, así yo no me veo. Necesito que estén sentados haciendo algo;
- Los niños saben más de lo que parece pero no sabemos bien cómo hacerlo;
- Me encanta, pero si le digo que hagamos esto a las compañeras me matan, no iban a querer, es que, ¿por dónde empiezas?;
- En mi clase no se puede, con J. (un alumno), que no para, es autista, yo no puedo;
- ¿Nunca habías trabajado las formas matemáticas solas, por separado: el círculo, el cuadrado…?;
- Tú le pones un nombre bonito, así, como muy formal, y parecen más matemáticas, pero yo, no sé, no veo tanto;
- Está muy bien que lo hagan con sus cuerpos, así lo viven.

Con respecto a los juegos de Guerra y La Caja de Cerillas:

- Bueno, son divertidos, pero yo he aprendido matemáticas como siempre se ha hecho y no me ha pasado nada;
- Está bien, pero ¿los demás que hacen mientras?;
- Pero, ¿qué matemáticas se están trabajando exactamente?;
- Aprenden divirtiéndose;
- Aquí lo veo más claro que con lo del cuadro;
- Claro, es más divertido, pero a mí</td>
<td>embargo, admiten su existencia cuando se realiza un desglose uno por uno.

Aquellos/as a los que no les encaja este estilo de trabajo lo expresan en sus rostros, niegan en ocasiones con la cabeza. Otros expresan sorpresa, descubrimiento en algunos casos.</td>
<td>respuesta.

Se imagina que debe haber una parte formal que la investigadora no explicita. Aun cuando esta metodología les resulta coherente, les parece matemáticamente escasa. Si no hay, además, una explicación formal y un trabajo de corte tradicional, les resulta insuficiente. Admiten este enfoque como complementario al tradicional:
- Evidentemente las matemáticas vividas, que salen de las necesidades cotidianas son una manera de aprender en la vida y para la vida; pero es evidente que tendrá que haber sesiones concretas para trabajar aspectos matemáticos y explicarlos; esa es la parte que apenas hemos tratado en esta sesión, pero es cierto que no da tiempo para más. Me imagino que hay sesiones en las que trabajas las matemáticas y los conceptos matemáticos puro y duro; esa es la parte que falta de ver cómo trabajarla.

Se asocia esta forma de trabajar las matemáticas a una serie de exigencias previas: gran cantidad de trabajo extra, una formación muy específica, y una necesaria implicación del equipo docente, una tipología determinada de alumnos/as:
- No tengo tanto tiempo para hacer cajitas y todas esas cosas, me encanta pero falta tiempo para todo eso;
- Me encanta, pero si le digo que hagamos esto a las compañeras me matan, no iban a querer, es que, ¿por dónde empiezas?;
- En mi clase no se puede, con J. (un alumno), que no para, es autista, yo no puedo;
- No tengo tanto tiempo para hacer cajitas y todas esas cosas, me encanta pero falta tiempo para todo eso;
- La sabiduría que tiene que tener la maestra, el equipo de profes, bueno … la formación inicial de magisterio que no es buena.

Reflexiones acerca de la visión que sobre las matemáticas explicita el profesorado

Aparece una gran dificultad en identificar en la vida cotidiana del aula situaciones-problema susceptibles de ser trabajados con carácter matemático:
- No imaginaba que se pudieran</td>
</tr>
</table>

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
siempre se me han dado bien y las he estudiado como siempre se ha hecho; - *No tengo tanto tiempo para hacer cajitas y todas esas cosas, me encanta pero falta tiempo para todo eso;* - *Yo jugaba a eso de pequeña, nunca creí que estuviera aprendiendo matemáticas;* - *Es verdad que están haciendo sumas sin darse cuenta;* - *En el juego de Guerra están viendo mayor y menor y lo están pasando bien.* Respecto a la asamblea acerca de la cifra por la que comienza cada decena y otros números mayores: - *¿Son de 4?* (años); - *No me imaginaba que supieran tanto;* - *No pensaba que supieran tanto de los números;* - *Lo bonito es que ya veo que es porque lo van sacando entre todos;* - *Aquí veo más matemáticas, pero aun así, no están trabajando: ¿y las grafías? Porque es muy importante que sepan escribir los números;* - *Es difícil conducir así la asamblea, o no decirles –eso no- y darles la respuesta.* En el cierre se expresan algunas ideas finales libremente: - *Evidentemente las matemáticas vividas, que salen de las necesidades cotidianas son una manera de aprender en la vida y para la vida; pero es evidente que tendrá que haber sesiones concretas para trabajar aspectos matemáticos y explicarlos; esa es la parte que apenas hemos tratado en esta sesión, pero es cierto que no da tiempo para más. Me imagino que hay sesiones en las que trabajas las matemáticas y los conceptos matemáticos puro y duro; esa es la parte que falta de ver cómo trabajarla;* - *Tienes que saber muchas matemáticas;* - *La sabiduría que tiene que tener la maestra, el equipo de profes, bueno … la formación inicial de magisterio que no es buena;* - *¿Y no haces sumas o regletas o seriaciones… esas cosas?*		*trabajar tantas matemáticas alrededor de un cuadro, y menos que tuviera que ver con un proyecto como el del Cuerpo Humano.* Aparece cierta dificultad para organizar los conceptos matemáticos en áreas de contenidos: aritmética, geometría y álgebra, en este grupo de situaciones ajenas a actividades tipo de libro de texto al uso: - *Se les hace necesario a algunos/as asistentes que se expliquen con mayor detenimiento los aspectos matemáticos inherentes a las situaciones-problema trabajadas. Después de ello, sí las reconocen, pero no a algunos no les parecen suficientemente formales, es más “como un jueguito”;* Surge la relación entre la forma en la que fueron aprendidas las matemáticas en la infancia del profesorado que acude a las sesiones con el entendimiento de cómo ha de desarrollarse esta área en la clase: - *Bueno, son divertidos, pero yo he aprendido matemáticas como siempre se ha hecho y no me ha pasado nada;* - *Claro, es más divertido, pero a mí siempre se me han dado bien y las he estudiado como siempre se ha hecho;* - *Ojalá me hubieran enseñado así a mí las matemáticas.* Se aprecia como matemática aquella referida a la aritmética, especialmente aquella relativa a las operaciones elementales: - *Aquí lo veo más claro que con lo del cuadro;* - *Es verdad que están haciendo sumas sin darse cuenta;* - *En el juego de Guerra están viendo mayor y menor y lo están pasando bien.*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
- *Yo soy más de ABN;* - *Al no seguir una secuencia ordenada, al ir tirando de lo que va pasando en la clase, cómo se sabe que se está trabajando todo el Curriculum. Es que te haces un lío, ¿estás cumpliendo con todo?;* - *Yo creo que en primaria también se podría trabajar así, pero el Curriculum nos ahoga: Menos contenidos que nos asfixian a los docentes con los temarios y no nos dejan disfrutar de la docencia;* - *Muchísimos aspectos positivos: contenidos más afianzados por el trabajo más manipulativo con las matemáticas, clases más divertidas y amenas. Mayor creatividad y más pensamiento matemático en nuestro niños/as;* - *En general me convence bastante,… no obstante también de vez en cuando trabajo "fichas matemáticas", con trazos, sencillos problemas, sumas y restas,…;* - *Ojalá me hubieran enseñado así a mí las matemáticas.*		

<u>Seminario permanente-Grupo de Discusión 3.1.GDD: Análisis de los distintos tramos del discurso</u>

Contextualización: Se presenta a los asistentes un esquema inicial de aquello que se ha trabajado en el aula a lo largo del trimestre en el contexto del desarrollo del proyecto de aula: *La Edad Media*, así como del resto de tareas planteadas como situaciones-problema que se han realizado.

TABLA 49 ANÁLISIS DE LA SESIÓN DE GRUPOS DE DISCUSIÓN ENTRE DOCENTES 3.1.GDD

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
Se presenta un guion bastante más denso que en la sesión anterior. Se comenta cómo el proyecto de aula ha dado lugar a numerosas situaciones-problema susceptibles de ser abordadas desde el ámbito matemático, y cómo han surgido muchas otras cuestiones matemáticas a lo largo del trimestre. Se revisan los materiales acerca de las situaciones relacionadas con el proyecto de aula "La Edad Media" (5.1.77; 5.1.78; 5.1.83; 5.1.95; 5.1.105; 5.1.76; 5.1.97; 5.1.100-103), y con otras situaciones matemáticas: *Asamblea sobre los cuidados de una planta a partir de la*	Aparece un debate rico, más participativo que en la sesión anterior. Las situaciones presentadas alrededor del proyecto de aula suscitan emociones diversas: algunos/as asistentes parecen abrumados. Muchos/as	***Reflexiones acerca del conocimiento matemático de los niños y niñas*** Expresan desconocer el alcance de los conocimientos matemáticos de los niños y no dominar su desarrollo: - *Ni por asomo podría haber imaginado que los niños sabían tanto de matemáticas, hay que aprender a escucharles y darles espacio para ello;* - *Me parece que los niños tienen muchísimos recursos.* Consideran que el alumnado alcanza determinados razonamientos porque se les

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
lectura de sus características (5.1.82) y tarea de *completar las casillas vacías de una serie numérica* (5.1.85). La sesión se alarga más de lo establecido inicialmente, por lo que no dará tiempo a profundizar en el resto de situaciones trabajadas. Con respecto a las situaciones-problema relacionadas con el proyecto de" La Edad Media": - Se sorprenden cuando se explicitan los contenidos matemáticos trabajados en las sesiones de aula. Expresan no ser capaces de reconocer todos los aspectos matemáticos abordados**;** - *Ni por asomo podría haber imaginado que los niños sabían tanto de matemáticas, hay que aprender a escucharles y darles espacio para ello;* - *Es que tú les vas diciendo en realidad, con tus preguntas. No lo saben pero lo van sacando;* - *¿Y en este tiempo no habéis hecho además fichas de mates? Sumas, escritura de números…;* - *Esto requiere de un trabajo impresionante y de un equipo muy bien avenido y con muchísima creatividad;* - *Debéis tener muchos recursos en el colegio;* - *Me parece que los niños tienen muchísimos recursos.* Con respecto a la situación-problema *asamblea sobre los cuidados de una planta a partir de la lectura de sus características:* - *Es impresionante lo que se puede trabajar sólo teniendo plantas en la clase;* - *Saben mucho, pero en todas las clases hay unos cuantos listillos y otros que no saben ni por dónde les va el aire.* Con respecto a la situación problema: de *completar las casillas vacías de una serie numérica.* - *Me parece muy serio que los niños no sepan reconocer o escribir las grafías del 1 al 10 con cinco años;*	participantes tienen dificultades para reconocer los ámbitos matemático que emergen de cada situación. Reconocen motivación e ilusión en el alumnado. Se sorprenden del número de situaciones-problema presentados al inicio. Parece que algunos/as asistentes se sienten contradichos al presentar las diferentes situaciones que se han vivido en el aula. No responde a sus esquemas de conocimiento previos y a su estilo de trabajo, y se muestran un poco a la defensiva.	conduce expresamente a ello: - *Es que tú les vas diciendo en realidad, con tus preguntas. No lo saben pero lo van sacando.* No reconocen la variedad de estilos de pensamiento y estrategias correspondientes a la diversidad del alumnado: - *Saben mucho, pero en todas las clases hay unos cuantos listillos y otros que no saben ni por dónde les va el aire.* Reconocen como válidas la estrategias diversas que emplean los alumnos y alumnas en la resolución de situaciones-problema: - *Son los propios niños quienes tienen que servirse de sus propias estrategias para resolver dichas situaciones*. ***Reflexiones acerca de la metodología empleada*** Les parece una metodología adecuada pero sienten una enorme dificultad para implementarla por razones diversas: - Desconocimiento del currículo oficial para reconocer los objetivos del mismo en las tareas realizadas (*¿se está trabajando todo lo que el Curriculum prescribe?);* - Sentimientos de sobre exigencia por parte del currículo como para acometer este estilo de trabajo (*En primaria sería fenomenal, si no fuera por las exigencias del Curriculum, que nos roba casi todo el tiempo);* - Falta de tiempo para preparar las sesiones o para acometerlas (*Está muy bien, sí, siempre y cuando tengamos tiempo que es el mayor inconveniente; El tiempo para dedicarle…*); - Situación laboral del profesorado (itinerancia, interinidad, equipo docente con el que trabaja, etc.): *si no tienes destino definitivo en un centro, a tu llegada al mismo, tienes que adaptarte al material que el equipo de profesores tiene ya fijado y esto muchas veces implica tener que dejar en algunos casos aparcada esta metodología y en otros utilizarla como complemento al material establecido, o bien hacer uso del material ya fijado por el centro como complemento a esta metodología.* - Entorno escolar, y más específicamente el tipo de alumnado (*Creo que sí, es posible llevar a cabo*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
- *Tengo mucho más claro lo que se trabaja en esta actividad que en las anteriores. Es más de Infantil;* - *Me ha parecido muy interesante la cantidad de estrategias diferentes que pueden tener para hacer una misma cosa. Efectivamente hay que escucharles más.* En el cierre se expresan algunas ideas finales libremente: - *Como no se sigue una secuencia ordenada, así no se sabe qué se está trabajando;* - *Por un lado, parecen muchas matemáticas, pero por otro, ¿se está trabajando todo lo que el Curriculum prescribe?;* - *En primaria sería fenomenal, si no fuera por las exigencias del Curriculum, que nos roba casi todo el tiempo;* - *No encuentro tantas matemáticas en el día a día de la clase, para eso hay que estar muy bien preparado;* - *Hay que estar muy bien preparado, y yo no tengo tiempo personal. Deberían apoyar más formación en los centros para no tener que recurrir a nuestro tiempo privado;* - *Esto es muy bonito, pero no es lo que se van a encontrar en primaria, puede que sepan mucho pero lo que les van a pedir no tanto.* - *Está muy bien, sí, siempre y cuando tengamos tiempo que es el mayor inconveniente;* - *El tiempo para dedicarle…;* - *Es vital para los niños y niñas, porque así entienden las matemáticas, disfrutan , participa toda la comunidad, cada día es diferente…como la vida misma;* - *Si no tienes destino definitivo en un centro, a tu llegada al mismo, tienes que adaptarte al material que el equipo de profesores tiene ya fijado y esto muchas veces implica tener que dejar en algunos casos aparcada esta metodología y en otros utilizarla como complemento al material establecido, o bien*		*este enfoque en cualquier tipo de aulas de EI, en mayor o menor medida, y atendiendo a las características de tus alumnos, pero este enfoque vale para cualquier aula. Lo difícil es el entorno escolar y compañeros; No sé cómo resultaría en aulas unitaria. Hay demasiadas, al haber diferentes etapas cursos y niveles, pero en un aula con un solo curso o nivel, a mí me parece que es totalmente posible ponerla en práctica).* - Recursos materiales y económicos (*Debéis tener muchos recursos en el colegio*). Opinan que se trata de una metodología adecuada pero insuficiente, escasa: - *¿Y en este tiempo no habéis hecho además fichas de mates? Sumas, escritura de números…* Consideran que este estilo de trabajo presenta carencias: - *Me parece muy serio que los niños no sepan reconocer o escribir las grafías del 1 al 10 con cinco años;* - *Está bien, pero faltan las matemáticas matemáticas, las de las sumas, las restas, los números, la de practicar.* Se asocia esta metodología con una buena formación del profesorado: - *(…) para eso hay que estar muy bien preparado;* - *Expresan no ser capaces de reconocer todos los aspectos matemáticos abordados;* - *Hay que estar muy bien preparado, y yo no tengo tiempo personal. Deberían apoyar más formación en los centros para no tener que recurrir a nuestro tiempo privado;* - *El seguir investigando metodologías, seguir leyendo lo que otras personas han investigado y experimentando, poner en común lo que hacemos y poder valorar, criticar, comentar…* Se valora, sin explicitar pre-requisitos, este estilo de trabajo como válido para la formación del pensamiento matemático: - *Se trabajan planteando a los niños situaciones de aprendizaje que tienen sentido y son útiles para ellos, para su vida y son los propios niños quienes tienen que servirse de sus propias estrategias para resolver dichas*

REGISTRO EN CAMPO	COMENTARIOS	ANÁLISIS
hacer uso del material ya fijado por el centro como complemento a esta metodología; - *Muy positiva en general, lo que lleva es mucho trabajo para el/la maestro/a y hay que estar siempre innovando y generando materiales…;* - *Creo que sí, es posible llevar a cabo este enfoque en cualquier tipo de aulas de EI, en mayor o menor medida, y atendiendo a las características de tus alumnos, pero este enfoque vale para cualquier aula. Lo difícil es el entorno escolar y compañeros;* - *El seguir investigando metodologías, seguir leyendo lo que otras personas han investigado y experimentando, poner en común lo que hacemos y poder valorar, criticar, comentar….";* - *Se trabajan planteando a los niños situaciones de aprendizaje que tienen sentido y son útiles para ellos, para su vida y son los propios niños quienes tienen que servirse de sus propias estrategias para resolver dichas situaciones. Les ayuda a comprender e interiorizar cualquier contenido ya que parten de la vivencia del mismo;* - *Está bien, pero faltan las matemáticas matemáticas, las de las sumas, las restas, los números, la de practicar;* - *Creo que realmente los niños llegan a entender* (entrecomilla haciendo un gesto con los dedos) *lo que son las matemáticas y cómo se utilizan en la vida real. Son capaces de generalizar lo aprendido con sentido.*		*situaciones. Les ayuda a comprender e interiorizar cualquier contenido ya que parten de la vivencia del mismo;* - *Creo que realmente los niños llegan a entender (entrecomilla haciendo un gesto con los dedos) lo que son las matemáticas y cómo se utilizan en la vida real. Son capaces de generalizar lo aprendido con sentido* ***Reflexiones acerca de la visión que sobre las matemáticas explicita el profesorado*** No reconocen los aspectos matemáticos emergentes de la cotidianeidad, ni todos aquellos susceptibles de ser trabajados en el aula a partir de situaciones como las presentadas, sobre todo si están alejadas de las actividades tipo de los libros de texto: - Se sorprenden cuando se explicitan los contenidos matemáticos trabajados en las sesiones de aula. Expresan no ser capaces de reconocer todos los aspectos matemáticos abordados; - *No encuentro tantas matemáticas en el día a día de la clase;* - *Tengo mucho más claro lo que se trabaja en esta actividad que en las anteriores. Es más de Infantil* (completar una banda numérica). Equiparan la Educación Infantil a una fase preparatoria para la Educación Primaria, y, por lo tanto, esta forma de trabajo no responde a los cuestionamientos que el alumnado se encontrará en la etapa posterior: - *Esto es muy bonito, pero no es lo que se van a encontrar en primaria, puede que sepan mucho pero lo que les van a pedir no tanto.* El ámbito matemático emergente del trabajo por proyectos en el aula parece abrumar a algunos/as asistentes: mucha preparación personal, exigencia de trabajo, colaboración del equipo docente, etc. Algunos/as asistentes se muestran algo a la defensiva al observar que el estilo de trabajo en el ámbito matemático no encaja con sus prácticas docentes en el aula.


LAURA
ADRIAN M
PABLO A
AUGUSTO
LUCIA
MARTINA
ADRIAN S
PESO:

CAPÍTULO V

IDENTIFICACIÓN DE UNIDADES DE ANÁLISIS SATURADAS Y MUESTREO TEÓRICO

SEGUNDO NIVEL DE INTERPRETACIÓN DE DATOS

CONTENIDO DEL CAPÍTULO V

La saturación de las categorías de análisis que se interpretan en el nivel anterior, es decir su repetitividad y significatividad en distintos ámbitos de análisis –referidos al contexto del aula y a la información aportada por el grupo de discusión-, propicia la triangulación y cristalización de la información (tercer nivel de interpretación de datos) junto con el muestreo teórico, tal y como se muestra en los puntos posteriores. Llegado este punto, se describen e interpretan los significados de las categorías, comparándolas entre sí. Así, el segundo nivel de interpretación de datos se aborda conjugando los siguientes aspectos:

FIGURA 22 SEGUNDO NIVEL DE INTERPRETACIÓN DE DATOS

5.1.- MUESTREO TEÓRICO QUE DA APOYO AL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

Al tratarse el presente estudio de un diseño de investigación cualitativa, tal y como se expresa en el capítulo 3 dedicado al diseño de la investigación, se realizó un muestreo teórico que permitiera llevar a cabo una interpretación más profunda de cada uno de los núcleos, seleccionando, codificando y analizando la información teórica. Se trataba, pues, de efectuar un proceso de construcción interactivo entre las manifestaciones teóricas y las evidencias registradas guiando la interpretación significativa de las mismas (Maxwell, 1996). La construcción de este muestreo tiene lugar en paralelo a la investigación, retroalimentándose ambas de esta interacción, no con el propósito de ir verificando los hechos que se producen sino con la intención de ir haciendo emerger la teoría, a partir de un proceso de saturación. No se trató, pues, de una teoría previa a la investigación; a diferencia de ésta, el muestreo teórico (referido en el apartado 5.4.1., p. 398), se desarrolló con ella y en interacción con el trabajo de campo, orientando así la teoría emergente. Este proceso se cerró por *saturación*, alcanzada ésta cuando la información recopilada no aportó nada nuevo al desarrollo de las categorías de análisis. Este aporte conforma en parte la teoría emergente.

5.2.- IDENTIFICACIÓN DE UNIDADES DE ANÁLISIS SATURADAS EN EL TRABAJO DE CAMPO (AULA)

Como se ha venido explicitando a lo largo de la presente memoria de investigación, la intención de ésta es subrayar la inducción analítica y la búsqueda de comprensión del objeto de estudio, con el propósito de generar aportes de interés a la comunidad educativa. Este marco de acción desde una investigación de corte cualitativo, da lugar a que, en esta etapa, se llevara a cabo una comparación de incidentes con la intención de encontrar unidades de sentido y categorías que aunaran fragmentos en los que se compartiera una misma idea (Sirvent, 2003). Para ello, tal y como se observa en el capítulo anterior (véase p. 247), se registran las observaciones, textos procedentes del cuaderno de campo y las transcripciones de audio y de vídeo siguiendo un esquema a tres columnas: registro en campo, comentarios y análisis. Este proceso de análisis responde, a los pasos que define el Método Comparativo Constante para concretar un primer nivel de análisis, tal como se explicita en el apartado correspondiente al plan de investigación (capítulo 3). Una vez se analiza y explicita el mayor número de variaciones dentro de la teoría, y cuando la relación entre las categorías emergentes no daba lugar a nuevos datos, se cerró el proceso por saturación.

5.3.- IDENTIFICACIÓN DE UNIDADES DE ANÁLISIS SATURADAS EN GRUPO DE DISCUSIÓN ENTRE DOCENTES

Revisada la naturaleza del discurso originado por el conjunto de docentes a partir del proceso del Método Comparativo Constante (Sirvent, 1993), se identifican las categorías más repetitivas y significativas.

Tras la lectura de las transcripciones completas de los discursos intercambiados entre docentes e investigadora durante los grupos de discusión, se identifican los *segmentos mínimos dotados de significado relevantes* (unidades de análisis) en relación con los temas abordados y las impresiones suscitadas al respecto. Una vez obtenido este material, se procede a la reducción de datos en procesos de segmentación y categorización, considerando como unidades aquellos fragmentos que expresan una idea o se refieren a algún tema o tópico concreto. En el apartado 5.4.3. del presente capítulo (véase p. 409) se presentan aquellas unidades que han resultado ser las más saturadas.

5.4.- ESPECIFICACIÓN DEL MUESTREO TEÓRICO INDAGADO Y DE LAS UNIDADES DE ANÁLISIS SATURADAS EN EL TRABAJO DE CAMPO (AULA) Y EN EL GRUPO DE DISCUSIÓN ENTRE DOCENTES

Fruto de los procesos de análisis anteriormente desarrollados, se presenta -a continuación- la relación obtenida del muestreo teórico indagado así como las unidades de análisis más saturadas en los contextos del trabajo de campo en el aula y en el registro de los grupos de discusión establecidos entre la investigadora y el profesorado en formación a través del seminario permanente establecido.

5.4.1.- MUESTREO TEÓRICO INDAGADO

TABLA 50 MUESTREO TEÓRICO INDAGADO[3]

EN RELACIÓN CON EL LENGUAJE Y EL PENSAMIENTO INFANTIL Y SU VÍNCULO CON EL CONOCIMIENTO DE LAS MATEMÁTICAS	
MT 1.	Sistemas de organización del conocimiento: pensamiento lógico-científico y pensamiento narrativo. Las narrativas como indispensables en la construcción de la realidad y en su interpretación (Bruner, 1966; Mead,

[3] El código alfanumérico de la presente tabla responde a las siguientes especificaciones: MT – Muestreo Teórico- y el código numérico responde al etiquetado de registro.

1973). MT 2. Conocimiento situado: la interacción de contexto, cultura y acción. El acento en los significados que se construyen en contextos significativos, funcionales, con sentido social y en procesos comunicativos (D´Angelo y Medina, 2011; Díaz Barriga, 2003). MT 3. El lenguaje, la acción y el conocimiento como factores inseparables (Stubs, 1983). MT 4. La interacción comunicativa como clave en el proceso de aprendizaje: intersubjetividad y comunicación (Vygotsky 1986; Carla Rinaldi en D´Angelo & Medina, 1999). El diálogo en la construcción del conocimiento (Freire, 2003). MT 5. La alteridad de la comunicación: el conocimiento adquirido en el intercambio comunicativo con los otros/as (Aubert, Flecha, García, Flecha, & Racionero, 2008). MT 6. La comunicación en el contexto matemático: el acceso a los símbolos desde experiencias significativas en procesos de intercambio (Faustino, del Pozo y Arrocha, 2013). MT 7. Utilización del lenguaje matemático en su contexto social permitiendo en el acceso a conceptualizaciones lógicas más avanzadas y facilitando el desarrollo del pensamiento: Zona de Desarrollo Próximo (Luria, 1987; Vygotsky, 1988; Pimm, 1990; D´Angelo, 2001). MT 8. Enseñanza comunicativa de las matemáticas (Pimm, 1990; Quaranta & Wolman, 2003; Fernández Bravo, 2014).
EN RELACIÓN CON LOS PROCESOS DE APRENDIZAJE DE LOS NIÑOS Y NIÑAS DE EDUCACIÓN INFANTIL Y SU VINCULACIÓN CON LAS MATEMÁTICAS
MT 9. Valor de los conocimientos informales basados en las experiencias concretas de los niños y niñas -Teorías cognitivas- (Baroody, 1988). MT 10. Nivel de desarrollo potencial determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración de otro compañero más capaz –Zona de Desarrollo Próximo- (Vygotsky, 1988). MT 11. El andamiaje como estrategia de enseñanza (Wood, Bruner & Ross, 1976). MT 12. El conocimiento informal de los niños y niñas acerca de las matemáticas abona el terreno para la matemática formal (Baroody, 1988). MT 13. El aprendizaje de las matemáticas a partir de prácticas comunicativas: interacción, diálogo, negociación de significados, argumentación, confrontación de interpretaciones (Suárez, 2013). MT 14. El aprendizaje es colaborativo ya que permite compartir, colaborar, discutir y reflexionar con otros. El aprendizaje se distribuye a través de redes –de personas y/o, digitales- (Teoría de la Conectividad, Siemens, 2004).
EN RELACIÓN CON EL OBJETO DE LAS MATEMÁTICAS Y EL CAMPO EDUCATIVO
MT 15. La inclusión como integradora de la diversidad de estrategias de resolución. El valor del pensamiento divergente en la educación matemática. (D´Angelo & Medina, 1999; Alsina y Planas, 2008; NAEYC &

NCTM, 2013; Marchesi, Blanco & Hernández, 2014).

MT 16. Admisión de las estrategias informales de resolución como anticipación de procedimientos más formales (Freudhental, 1991; Gómez-Chacón & Maestre, 2007).

MT 17. El error como oportunidad de construcción (Broitman, 1998; D´Angelo & Medina, 1999).

MT 18. La dimensión sociocultural de la educación matemática: cultura matemática – matemáticas contextualizadas, descubrimiento de las matemáticas en el entorno, tal y como lo ha hecho la humanidad- (Bishop, 1999; Freudhental, 1991; Jareño, 2012).

MT 19. El uso del lenguaje matemático en situaciones matemáticas significativas y pragmáticas (Rosetti, 1991; D´Angelo, 2001)

MT 20. La formación del profesorado como uno de los factores clave en el aprendizaje de las matemáticas (Guzmán, 2001; Wilhelmi y Lacasta, 2007; Gutiérrez & Berciano, 2012a y b; Alsina, 2012a; Edo, 2012).

MT 21. El desarrollo numérico temprano para una posterior mejora del rendimiento (Aubrey, 1993 en Navarro, Aguilar, Marchena, Alcalde & García, 2010; Fuson, 1998, en Navarro, Aguilar, Marchena, Alcalde & García, 2010; Butterworth, 2005; NAEYC & NCTM, 2013).

MT 22. Aprovechamiento del interés natural de la infancia por la matemática informal (NAEYC & NCTM, 2013).

MT 23. El juego como consubstancial a la actividad matemática (Guzmán, 1989).

5.4.2.- UNIDADES DE ANÁLISIS SATURADAS EN EL TRABAJO DE CAMPO (AULA)

TABLA 51 UNIDADES DE ANÁLISIS SATURADAS EN EL TRABAJO DE CAMPO (AULA)[4]

EN RELACIÓN CON LOS CONTENIDOS MATEMÁTICOS ABORDADOS EN EL AULA DE EDUCACIÓN INFANTIL

TCA 1. Funciones del número:

- 1.1. Como código o etiqueta;
- 1.2. Como expresión de una realidad:
  - 1.2.1. Categorización en función de atributos;
  - 1.2.2. El número como memoria de un atributo;
  - 1.2.3. Comparación de realidades a través del número;
- 1.3. Para anticipar resultados, para calcular;
- 1.4. Como memoria de cantidad;
- 1.5. El número como memoria de posición.

TCA 2. Aritmética:

- 2.1. Concepto de número;

[4] El código alfanumérico de la presente tabla responde a las siguientes especificaciones: TCA – Trabajo de Campo en Aula- y el código numérico responde al etiquetado de registro.

- 2.2. Las propiedades del número natural:
  - 2.2.1. Sucesión de la serie numérica;
  - 2.2.2. Números cardinales y números ordinales;
  - 2.2.3. Propiedad +1 de la serie numérica de los números naturales;
  - 2.2.4. El 0 como valor absoluto;
  - 2.2.5. Concepto de inclusión;
  - 2.2.6. Comparación de los números naturales (mayor/menor…).
- 2.3. La nominación de los números;
- 2.4. La notación de los números: su representación gráfica;
- 2.5. Utilidad de la serie numérica en el conteo;
- 2.6. Acercamiento al sistema posicional de la numeración decimal (numeración arábiga):
  - 2.6.1. Valor posicional de los números: las unidades, las decenas, las centenas;
  - 2.6.2. Valor posicional de 0.
- 2.7. Composición y descomposición numérica;
- 2.8. Operaciones aritméticas:
  - 2.8.1. Suma;
  - 2.8.2. Resta;
  - 2.8.3. Multiplicación;
  - 2.8.4. División;
  - 2.8.5. Agrupamientos de personas u objetos en función de un número establecido;
  - 2.8.6. Complementariedad de las operaciones aritméticas;
  - 2.8.7. Estimación de cantidades;
  - 2.8.8. Las operaciones aritméticas como medio de resolución de situaciones reales.
- 2.9. Concepto de igualdad-equivalencia y desigualdad;
- 2.10. El 0 como valor nulo de una magnitud;
- 2.11. Correspondencia;
- 2.12. Interpretación de la información numérica;
- 2.13. Medida:
  - 2.13.1. Concepto;
  - 2.13.2. Unidades de medida;
  - 2.13.3. Capacidad, longitud y peso;
  - 2.13.4. Instrumentos de medida;
- 2.14. Tablas de coordenadas cartesianas.

TCA 3. Geometría:

- 3.1. Propiedades y atributos de los objetos;
- 3.2. Ubicación de los objetos en el espacio:
  - 3.2.1. Orientación;
  - 3.2.2. Distancia;
  - 3.2.3. Anticipación de relaciones de los objetos en el espacio a partir de atributos de forma y posición;
  - 3.2.4. Conceptos de horizontalidad y verticalidad;
  - 3.2.5. Modelización de los objetos en el espacio a partir de atributos

de forma y posición;
- 3.2.6. Dimensiones en el espacio: bidimensionalidad y tridimensionalidad.
- 3.3. El mapa como representación gráfica del espacio:
  - 3.3.1. Representación de elementos en un mapa/plano;
  - 3.3.2. Información espacial a través del lenguaje gráfico;
  - 3.3.3. Interpretación de símbolos y leyendas;
  - 3.3.4. Reconocimiento de un itinerario.
- 3.4. Simetría:
  - 3.4.1. Eje de simetría:
  - 3.4.2. Mitad, medio.
- 3.5. Algunas figuras: triángulo, cuadrado, círculo, rectángulo, paralelogramo, pirámide, cilindro…

TCA 4. Álgebra:
- 4.1. Regularidades y patrones de la serie numérica;
- 4.2. Comparación, relación y correspondencia de los números cardinales y los números ordinales;
- 4.3. El patrón inherente a la serie en base 10;
- 4.4. Comparación de cantidades y magnitudes;
- 4.5. Las propiedades del número (propiedad conmutativa).

TCA 5. Lógica-matemática: razonamiento deductivo a partir de premisas.

EN RELACIÓN CON LOS ESTILOS DEL ALUMNADO PARA RESOLVER LAS SITUACIONES-PROBLEMA DE CARÁCTER MATEMÁTICO

TCA 6. Estrategias concretas (de acción):
- 6.1. Procedimientos informales o más primitivos:
  - 6.1.1. Pruebas al azar;
  - 6.1.2. Ensayo-error;
  - 6.1.3. Ausencia de valoración de la necesidad de aspectos matemáticos para la resolución de una situación-problema;
  - 6.1.4. Búsqueda de ayuda por parte de otros/as compañeros;
- 6.2. Procedimientos más formales desde el punto de vista de la matemática convencional:
  - 6.2.1. Manipulación de objetos o del propio cuerpo y de los demás (posiciones y posturas, uso de dedos, gesticulaciones, sonidos, ritmos…) con intención matemática: calculando, modelizando, recordando, resolviendo o argumentando a partir de dicha manipulación:
    - 6.2.1.1. Conteo;
    - 6.2.1.2. Sobreconteo;
    - 6.2.1.3. Subitizing o conteo súbito;
    - 6.2.1.4. Comparaciones con otras realidades;
  - 6.2.2. Uso de la recta numérica;
  - 6.2.3. Uso de instrumentos útiles:

6.2.3.1. Al conteo;
6.2.3.2. Al reconocimiento de los números;
6.2.3.3. A la medida (capacidad, longitud, peso);
6.2.4. Recitado de la serie numérica para encontrar un determinado número;
6.2.5. Anotaciones gráficas de la situación-problema: escritura de números;
6.2.6. Uso de autoinstrucciones.

TCA 7. Estrategias mentales:

7.1. Procedimientos emocionales y afectivos:
7.1.1. Expresiones que aluden a su familia;
7.1.2. Expresiones que aluden a su condición: edad, inteligencia, gustos, propiedad, amistad, situaciones vitales –reales o no-;
7.1.3. Expresiones que aluden a competiciones.
7.2. Procedimientos informales**:**
7.2.1. Resoluciones basadas en el azar;
7.2.2. Resoluciones basadas en la intuición perceptiva o en la estimación pero sin sentir la necesidad de emplear estrategias más precisas.
7.3. Procedimientos más formales desde el punto de vista de la matemática convencional -Estrategias de carácter matemático-:
7.3.1. Análisis de la situación-problema, reflexiones y deducciones sobre la misma y sobre su posible resolución atendiendo a algunas o a todas las premisas que lo definen desde parámetros matemáticos;
7.3.2. Redefinición de la situación-problema;
7.3.3. Reflexión sobre la información matemática relevante para la resolución de la situación-problema;
7.3.4. Reflexión sobre las diferentes estrategias posibles para abordar la resolución de una situación-problema determinada;
7.3.5. Elaboración de hipótesis de resolución;
7.3.6. Modelización de la situación-problema;
7.3.7. Capacidad de anticipar a partir de argumentos de índole matemática;
7.3.8. Reconocimiento de los números como información útil a la resolución de la situación-problema sepan o no nominarlos;
7.3.9. Reflexiones acerca del número, sus propiedades y regularidades;
7.3.10. Reconocimiento de criterios espaciales para la resolución de determinadas situaciones-problema (ubicación, relación con el resto de objetos, perspectiva, atributos…);
7.3.11. Reconocimiento y comprensión de las representaciones gráficas del espacio y de su utilidad cotidiana;
7.3.12. Uso de estrategias de cálculo:
7.3.12.1. Conteo;
7.3.12.2. Sobreconteo;

7.3.12.3. Reconocimiento del último número de una colección como el cardinal que la designa;
7.3.12.4. Composición y descomposición numérica en situaciones reales;
7.3.12.5. Comparación de cantidades atendiendo a uno, varios o todos los criterios posibles (valor absoluto de las cantidades, tamaño de la grafía, posición de las cifras…);
7.3.12.6. Estimación de posibles resultados de una operación;
7.3.12.7. Planificación de estrategias de resolución para resolver operaciones aritméticas que exceden a sus posibilidades inmediatas: modelización, uso de objetos concretos, etc.

7.3.13. Reconocimiento de las operaciones aritméticas como instrumentos útiles para la resolución de determinadas situaciones-problema;
7.3.14. Reconocer en la recta numérica un instrumento útil para la resolución de determinadas situaciones-problema;
7.3.15. Nominaciones de los números;
7.3.16. Reconocimiento de los instrumentos útiles al conteo, al reconocimiento de los números y a la medida, y elección de la herramienta más útil a cada situación;
7.3.17. Ausencia de ayuda por objetos concretos:
7.3.17.1. El recuerdo de la experiencia propia;

7.4. Procedimientos formales desde el punto de vista cognitivo:
7.4.1. Transferencia: relación de experiencias o conocimientos previos con la situación-problema;
7.4.2. Verbalizaciones de procedimientos, argumentaciones y contraargumentaciones más o menos ajustadas en interacción con los otros/as;
7.4.3. Ajuste progresivo de las estrategias en función de la utilidad que se constata que tiene en el momento de la resolución de una situación-problema;
7.4.4. Recogida de las estrategias de los/as compañeras como posibles caminos de solución a situaciones-problema;
7.4.5. Valoración de la corrección de estrategia por la validez que le concede el grupo para resolver las situaciones-problema;
7.4.6. Deducción y/o reconocimiento de conceptos matemáticos en su uso y de procedimientos formales de cálculo;
7.4.7. Interpretación de los resultados de una situación-problema;
7.4.8. Ausencia de verbalizaciones. Ejecución directa:
7.4.8.1. No necesitan verbalizarlo;
7.4.8.2. No saben cómo verbalizarlo.
7.4.9. Verificaciones empíricas de la validez de los resultados, a partir de la experiencia.

EN RELACIÓN CON LENGUAJE (ORAL) DEL CAMPO MATEMÁTICO QUE EMPLEAN LOS NIÑOS Y NIÑAS

TCA 8. Tipo de respuestas:

- 8.1. Uso de lenguaje informal sin intención de resolución de carácter matemático;
- 8.2. Uso del lenguaje cotidiano para expresar de manera informal o imprecisa propiedades matemáticas;
- 8.3. Uso del lenguaje corporal: tocar, señalar, dirigirse hacia objetos, etc. para expresar una respuesta;
- 8.4. Utilización de un lenguaje más formal desde el punto de vista del ámbito matemático:
  - 8.4.1. Expresión oral de valores cardinales y ordinales para describir realidades;
  - 8.4.2. Utilización oral de estrategias de resolución de cálculo;
  - 8.4.3. Establecimiento de categorías por atributos;
  - 8.4.4. Uso de atributos o propiedades para describir realidades concretas;
  - 8.4.5. Utilización de vocabulario informal que expresa propiedades de la aritmética, geometría y álgebra;
  - 8.4.6. Utilización de vocabulario convencional de carácter matemático;
  - 8.4.7. Respuestas abiertas y descriptivas;
  - 8.4.8. Respuestas concretas, concisas;
  - 8.4.9. Expresión escrita: notaciones con diferentes niveles de convencionalidad.

TCA 9. Ámbito de la respuestas:

- 9.1. En el contexto de la asamblea, desde el diálogo y el respeto, en la búsqueda de estrategias diversificadas para la comprensión -desde la conjugación de los saberes de todos/as-, la interpretación y la resolución de una situación-problema determinada que es común al grupo;
- 9.2. En el marco de registro de la información como memoria de datos que pueden ser utilizados posteriormente;
- 9.3. En el contexto de la argumentación en el trabajo con diferentes agrupaciones de alumnado;
- 9.4. En el contexto de búsqueda de resoluciones en situaciones de juego en la que se van interpretando entre todos/as los hechos matemáticos que acontecen, se aportan estrategias diversas y se ofrece ayuda mutua entre compañeros/as;
- 9.5. En el marco de la ejecución de las diversas estrategias de resolución.

EN RELACIÓN CON LA METODOLOGÍA EMPLEADA EN EL AULA PARA ABORDAR EL ÁMBITO MATEMÁTICO

TCA 10. Intervención activa, bajo un papel mediador y dinamizador de las conversaciones que se suscitan en torno a los temas emergentes de las situaciones-problema;

TCA 11. Canalización de las diferentes estrategias hacia las ZDP del alumnado;

TCA 12. Ajuste de la actividad en función de las dificultades que el alumnado va mostrando en su desarrollo;

TCA 13. Promoción de la interpretación del alumnado respecto al abordaje de la cuestión-tarea;

TCA 14. Apelación a todos/as los alumnos/as para:

14.1. propiciar su participación;
14.2. mantener o recuperar su atención;
14.3. favorecer una retroalimentación desde sus aportes.

TCA 15. Expresión y redefinición de la diversidad de aportes por:
15.1. su utilidad como andamiaje al resto del alumnado;
15.2. su valor como contribuciones para la resolución de la situación;
15.3. la presencia en ellas de conceptos matemáticos expresados con lenguaje informal, con la intención de explicitarlos y dotarlos de un lenguaje convencional.

TCA 16. Escucha atenta para reconocer en las expresiones del alumnado relaciones con experiencias previas;

TCA 17. Respeto y ausencia de enjuiciamiento de las aportaciones del alumnado, aun cuando estén alejadas de las necesidades para la resolución de situaciones-problema;

TCA 18. Fomento de la asunción de la responsabilidad de la decisión del tipo de resolución por parte de los alumnos/as: la verificación desde la comprobación empírica de sus actuaciones y no desde el criterio del adulto;

TCA 19. Redefinición de las expresiones del alumnado, aquello que tratan de explicar pero que, bien por falta de vocabulario, bien por inmadurez en el lenguaje, no alcanzan a expresar adecuadamente, para ponerlo al alcance de todos/as;

TCA 20. Uso de un lenguaje formal, convencional, y conceptual, en el contexto de la resolución de situaciones-problema con la intención de hacerlo accesible y comprensible al alumnado desde la evidencia empírica de la experimentación;

TCA 21. Adaptación del lenguaje o reformulación de preguntas para asegurar la comprensión de la situación-problema o de conceptos emergentes en torno a ella;

TCA 22. Promoción de la ayuda mutua y el trabajo en equipo, desde la solidaridad y desde el aporte al desarrollo cognitivo tanto del alumnado que ayuda como del que es ayudado;

TCA 23. Refuerzo al alumnado al que le cuesta más expresar sus estrategias o que no tiene mucha confianza en ellas, devolviéndoles una imagen de capacidad;

TCA 24. Realización de preguntas para:
24.1. favorecer la expresión oral desde el ámbito matemático;
24.2. provocar la reflexión;
24.3. propiciar la generación de anticipaciones;
24.4. favorecer la contraposición de argumentos;
24.5. propiciar el aporte de diferentes estrategias;
24.6. provocar una redefinición de las intuiciones del alumnado que dé lugar a una clarificación de su propio pensamiento;
24.7. provocar conflicto cognitivo para que el alumnado avance en sus razonamientos.

TCA 25. Reformulación de las situaciones-problema para favorecer su comprensión;

TCA 26. Realización de una síntesis de los aportes diversos de los niños y niñas para ponerlos al alcance de todo el alumnado;

TCA 27. Generación de propuestas:
27.1. en las que tengan cabida diferentes estrategias de resolución y reflexión

sobre las mismas;

27.2. destinadas a niveles escolares superiores a partir de situaciones que tratan de ser reales, pragmáticas, situadas, contextualizadas, desde procesos comunicativos reales, con las aportaciones de todo el alumnado;

27.3. a partir de situaciones cotidianas, rescate de situaciones incidentales, desde el proyecto de trabajo del aula, desde la propuesta de juego, etc.

TCA 28. Asunción de un papel de ignorancia, de desconocimiento o despiste, aprovechando gran variedad de situaciones para convertirlas en situaciones-problema susceptibles de ser resueltas desde el ámbito matemático;

TCA 29. Reflexión acerca de las respuestas y estrategias del alumnado para reconocer el nivel de desarrollo lógico-matemático en cada uno/a de los alumnos/as.

EN RELACIÓN CON LOS ASPECTOS EMERGENTES A LO LARGO DEL ANÁLISIS

TCA 30. Reconocimiento y comprensión –en diferentes niveles- del alumnado, de la utilidad y las funciones del número, la aritmética, la geometría y el álgebra, aun cuando desconozcan el nombre o el ámbito de estos aspectos, para resolver situaciones-problema, bajo las condiciones de contextualización, pragmatismo, funcionalidad y en situaciones comunicativas;

TCA 31. Despliegue del alumnado de conocimientos ajenos a la escuela, de su vida cotidiana, para enfrentarse a las situaciones matemáticas;

TCA 32. Pluralidad y diversificación de aportes del alumnado enmarcados o no en el currículo propio de la etapa de EI;

TCA 33. Necesidad de movimiento, implicación corporal y emocional e intercambio con los otros/as para la resolución de situaciones-problema sin atender a la dificultad de las mismas;

TCA 34. La generación de un campo semántico en torno a la situación matemática, parece facilitar la atención en la cuestión y una mejor comprensión;

TCA 35. En los tiempos de espera en los que sólo se involucra la atención, y en situaciones prolongadas, ésta decae muy rápido;

TCA 36. Las resoluciones son mucho más ricas y alcanzan mayor profundidad en la comprensión cuando se implican varios niños y niñas que cuando tienen carácter individual;

TCA 37. Carácter flexible de la organización de las tareas en cuanto a agrupamientos del alumnado, posibilidades diversas de resolución, aceptación movimientos o traslados por el aula, etc.;

TCA 38. Las pistas o ayudas de tipo oral y/o fonológico parecen ayudar a la evocación de conocimientos que no se muestran en un primer momento pero que, sin embargo, están presentes en mayor o menor grado de instauración;

TCA 39. La reflexión previa, la planificación, la formulación de hipótesis sobre posibles estrategias válidas, la exploración de distintos caminos de resolución, el repaso, la explicitación, la reformulación, el aporte de estrategias diversificadas, el retomar lo hecho hasta el momento en lugar de dar por hecho que el conocimiento ya está adquirido, parecen ayudar a tomar conciencia, mejorar la comprensión y resolver con más éxito;

TCA 40. Reconocimiento de los niños y niñas de conceptos matemáticos de forma intuitiva y aparente acceso de los niños y niñas a conocimientos formales desde sus conocimientos informales con el andamiaje del adulto o de los compañeros/as;

TCA 41. Ante situaciones matemáticas complejas, la alternancia entre el respeto al desarrollo de las conversaciones y la recopilación de algunos aportes más ajustados para focalizar de nuevo la atención en la cuestión concreta, parece ayudar a resolver la situación-problema desde un enfoque matemático;

TCA 42. La grafomotricidad aún inmadura y la escritura no convencional de los números, así como el desconocimiento del nombre de algunos números, no interfieren en la resolución de la mayoría de situaciones-problema registradas;

TCA 43. Observación de cierto paralelismo entre el desarrollo lógico-matemático de los niños y niñas y el realizado por la humanidad en el uso de las matemáticas útiles a la vida cotidiana;

TCA 44. El trabajo cooperativo, la resolución construida desde la acción y reflexión compartida, la experiencia directa y el juego, parecen favorecer el acceso a razonamientos y deducciones de aspectos matemáticos propios de la presente etapa y también de etapas posteriores independientemente de las características individuales del alumnado, con diferentes niveles de profundización;

TCA 45. Los acuerdos se alcanzan desde las argumentaciones de carácter matemático;

TCA 46. En algunos casos, los argumentos de índole emocional y afectiva, tienen un mayor peso en la elección de estrategias de resoluciones, que los de carácter más matemático y convencional;

TCA 47. Observación de un verdadero interés infantil por cuestiones del ámbito numérico ajenas al entorno escolar –reflexiones propias-, y despliegue de conocimientos superiores a lo establecido en el currículo de esta etapa, que suscitan emociones positivas;

TCA 48. En la gran mayoría de los casos, los niños y niñas no expresan no saber o no poder resolver la situación-problema que se plantea;

TCA 49. Observación del respeto infantil por las expresiones y aportaciones diversificados de sus compañeros/as;

TCA 50. En el desarrollo del tercer año de investigación, algunos niños y niñas que aparentemente no conectaban con las diferentes situaciones propuestas en el aula, comienzan a mostrar interés, manifestarse y contrargumentar sin necesidad de apelaciones directas; independientemente de la convencionalidad de sus aportes, son de índole matemática;

TCA 51. La convencionalidad del lenguaje desplegado por los niños y niñas del aula concreta en la que se desarrolla la investigación no está directamente relacionada con el nivel de desarrollo de sus razonamientos lógico-matemáticos;

TCA 52. Necesidad de mayor formación matemática de la docente-investigadora para recoger todas las situaciones que se presentan o bien darles el sentido matemático más ajustado posible.

5.4.3.- UNIDADES DE ANÁLISIS SATURADAS EN EL GRUPO DE DISCUSIÓN ENTRE DOCENTES

TABLA 52 UNIDADES DE ANÁLISIS SATURADAS EN EL GRUPO DE DISCUSIÓN ENTRE DOCENTES[5]

EN RELACIÓN CON LOS CONTENIDOS MATEMÁTICOS ABORDADOS EN EL AULA	
TCGDD 1.	Reconocimiento de unas nociones matemáticas en los niños y niñas más avanzadas a lo esperado.
TCGDD 2.	Desconocimiento de las capacidades matemáticas reales de los niños y niñas de esta etapa.
TCGDD 3.	Desconocimiento de la diversidad de estilos de pensamiento y estrategias de resolución de situaciones-problema de los niños y niñas de EI.
TCGDD 4.	Reconocimiento de la validez de las estrategias diversificadas de resolución de situaciones-problema que despliega el alumnado.
TCGDD 5.	Creencia de que las expresiones matemáticas más avanzadas en el alumnado responden al estilo de conducción de las sesiones por la investigadora, y no por una aprehensión real.
EN RELACIÓN CON LA METODOLOGÍA EMPLEADA EN EL AULA DONDE SE DESARROLLA EL TRABAJO DE CAMPO	
TCGDD 6.	Dificultad para dinamizar las conversaciones en el aula en torno a aspectos matemáticos con el objetivo de generar inferencias, deducciones, expresión de contenidos matemáticos, etc.
TCGDD 7.	Admisión del enfoque como complementario al de corte tradicional. El estilo de trabajo presentado a partir de la investigación resulta escaso a los docentes, insuficiente, para el abordaje de una matemática de carácter formal.
TCGDD 8.	Desconocimiento del currículo oficial. Falta de reconocimiento de los objetivos del mismo en la investigación presentada en el contexto de aula.
TCGDD 9.	Dificultad de implementación del enfoque presentado debido a su asociación a diversas premisas: 9.1. Excesivo tiempo de preparación de materiales y actividades; 9.2. Falta de tiempo para llevar a cabo en el aula este estilo de trabajo; 9.3. Necesaria colaboración del resto del equipo docente cercano al maestro; 9.4. Tipología del alumnado; 9.5. Excelsa y extensa formación inicial y permanente del profesorado; 9.6. Sobre exigencia al profesorado a consecuencia del extenso currículo escolar; 9.7. Inestabilidad en la situación laboral del profesorado (itinerancia, interinidad, equipo docente variable); 9.8. Características del entorno escolar y del centro en sí mismo;

[5] El código alfanumérico de la presente tabla responde a las siguientes especificaciones: TCGDD – Trabajo de Campo en Grupo de Discusión entre docentes- y el código numérico responde al etiquetado de registro.

9.9. Determinados recursos materiales y económicos.	
TCGDD 10.	Consideración de serias carencias del enfoque de trabajo presentado en la investigación (necesidad de trabajar cuestiones de grafomotricidad, cálculo en fichas de sumas y restas, reconocimiento de las grafías numéricas, etc.).
TCGDD 11.	Apreciación del estilo de trabajo presentado debido a la solidez que le aporta la justificación teórica.
TCGDD 12.	Valoración del enfoque de trabajo presentado como valioso para la formación del pensamiento matemático.
EN RELACIÓN CON LA VISIÓN RESPECTO AL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DE LOS DOCENTES PARTICIPANTES EN EL GRUPO DE DISCUSIÓN	
TCGDD 13.	Dificultad para identificar en la vida cotidiana del aula situaciones-problema susceptibles de ser trabajadas con carácter matemático.
TCGDD 14.	Dificultad para organizar los conceptos matemáticos en áreas de contenidos: aritmética, geometría y álgebra en las situaciones-problema presentadas.
TCGDD 15.	Establecimiento de relación directa y clara entre las matemáticas escolares y a las operaciones aritméticas elementales.
TCGDD 16.	Relación entre la forma en que los docentes aprendieron contenidos matemáticos en la etapa escolar y la emisión de juicios sobre cómo ha de encararse esta área en la escuela.
TCGDD 17.	Expresión verbal o gestual de sensación abrumada ante el ámbito matemático emergente del trabajo por proyectos en el aula.
TCGDD 18.	Posicionamiento defensivo al constatar que el estilo de trabajo presentado es diferente de las propias prácticas docentes.

A partir de la combinación de estrategias para la recolección de datos (Observación Participante, Grupos de Discusión entre niños y niñas, Grupos de Discusión entre Docentes, etc.), y desde la identificación de unidades de análisis consideradas saturadas por su presencia reiterada y significativa en los distintos contextos de la investigación, se desarrolla una comprensión más profunda del objeto de estudio a través de un proceso de triangulación y cristalización de unidades, en tanto segmentos mínimos dotados de significados relevantes. Atendiendo a la modalidad etnográfica que asume esta investigación, se persigue comprender e interpretar las acciones de los niños y niñas del aula en la que se desarrolla el estudio en relación con la resolución matemática de distintas situaciones-problema, poniendo las conclusiones alcanzadas a disposición de la comunidad científica interesada por este campo. Se desarrolla esta cuestión en el capítulo siguiente (véase p. 413).

CAPÍTULO VI

PROCESO DE TRIANGULACIÓN Y CRISTALIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA

TERCER NIVEL DE INTERPRETACIÓN DE DATOS

INFORME FINAL Y CONCLUSIONES

Como ya se abordara en el capítulo III de la presente memoria, se asume que, entre los instrumentos que colaboran para la realización de las comparativas entre los diferentes tipos de datos obtenidos en el contexto de los estudios de corte cualitativo en campo, los procesos de triangulación y cristalización ayudan a la interpretación de datos y a generar conclusiones a partir de éstos, controlándose de esta manera la subjetividad de las interpretaciones (véase apartado 3.3.6.- *Momento de proceso de triangulación Y CRISTALIZACIÓN de datos y sus aportes al área de estudio, y conclusiones: Elaboración del informe final. Tercer nivel de interpretación de datos*, p.234).

En este sentido, se detallan a continuación otros procedimientos junto con los citados anteriormente, y que se consideran apropiados para aportar validez y confiabilidad a la presente investigación (Anfara, et al., 2002, Hodder, 2000, y Denzim, 1998, Feurer, Towne, & Salvenson, 2002, en Moral, 2006):

- **Persistente y prolongada observación**: tal como se señala a lo largo de toda la memoria, se trata de un estudio longitudinal, a lo largo de tres cursos escolares, de 2011 a 2014, cuyo trabajo de campo en aula responde a una inmersión absoluta en la misma dado el doble papel que asume la investigadora como docente;
- **Proceso de triangulación**: desde la triple perspectiva que conceden las estrategias de OP y GD en el aula, así como los GD entre docentes fuera de ella, interrelacionando estos aspectos con el muestro teórico construido interactivamente con el proceso de desarrollo de la investigación;
- **Clarificación de la fundamentación del investigador**: a partir de la definición del marco epistemológico asumido, de las evidencias del conocimiento construido en torno al objeto de estudio, a la problemática y al contexto de la investigación, las narrativas autobiográficas de la investigadora y la co-construcción de la investigación junto con el muestro teórico;
- **Comprobación por los miembros de la investigación**: desde los GD entre docentes a partir del seminario de formación permanente que tuvo lugar paralelamente al desarrollo del estudio en el aula;
- **Justicia e imparcialidad**: desde la explicitación de todos las realidades observadas, todos los puntos de vista, argumentaciones y aportes de los participantes (alumnos/as y docentes), sin omitir ninguno de ellos;
- **Acción y práctica**: "busca desarrollar la capacidad para fomentar la acción, la habilidad para implicar a los que han participado en la investigación en alguna acción dirigida al cambio y la mejora" (Moral, C., 2006, p. 158). En este sentido, el GD entre docentes tuvo lugar en el marco de un seminario de formación permanente, es decir, de reflexión y crecimiento profesional a partir de los aportes que en éste tenían lugar;
- **Apertura y publicidad, no sólo de las conclusiones sino también de los datos recogidos**: en tanto que se explicitan con claridad y detalle la

construcción de categorías y la elaboración de las conclusiones, y serán públicas, en caso de superar la defensa, en la base de datos de tesis doctorales TESEO para su análisis si fuera el caso;

- **Proceso de cristalización**: permitiendo acceder a las perspectivas de la investigadora y de los participantes reconociendo la realidad de cada significado;
- **Utilización de preguntas significativas susceptibles de ser investigadas empíricamente** (principio de investigación acordado por el National Research Council, 2002, en Feurer, M, Towne, L. & Salvenson, R.J., 2002): presentadas en el capítulo I *Objeto de estudio: Justificación, propósitos y fines de la investigación* de la presente memoria (véase, p. 46) que se recuerdan a continuación:
    - ¿Qué lenguaje, formal e informal, utilizan los niños y las niñas para resolver situaciones matemáticas?
    - ¿Cuáles son las hipótesis que utilizan los niños y niñas para resolver situaciones matemáticas?
    - ¿Qué tipo de estrategias y capacidades ponen en juego los niños y las niñas cuando resuelven situaciones propias del campo matemático?
    - ¿Cómo interpretan los niños y niñas (a través de los distintos tipos de lenguaje) situaciones matemáticas que registran en su vida cotidiana?
    - ¿Cómo conjugan sus conocimientos informales en el ámbito matemático con posibles anticipaciones al conocimiento de carácter más formal?
    - ¿Cómo influye la implicación afectiva y emocional infantil, en relación con la situación matemática, en su disposición para poner en marcha diferentes estrategias de acción?
- **Relación de la investigación con teoría relevante** (principio de investigación acordado por el National Research Council, 2002, en Feurer, M, Towne, L. & Salvenson, R.J., 2002): desde el marco epistemológico asumido hasta el muestreo teórico construido se conforma una continua relación e interrelación con esta teoría fundamental;
- **Utilización de métodos que posibiliten focalizar la investigación hacia las preguntas significativas que la generan:** desde la etnografía, a partir de la OP y los GD entre niños y niñas, así como los GD entre Docentes;
- **Transparencia en el diseño de la investigación (paradigma de investigación que sustenta el estudio, método de recogida y análisis de los datos)**: la cual se explica pormenorizadamente en toda la tercera parte de la presente memoria D*iseño Metodológico de la Investigación* (véase capítulo III *Plan de investigación*, p.205, capítulo IV *Trabajo de*

campo, registro y análisis de datos, p.239, capítulo V *Identificación de unidades de análisis saturadas y muestro teórico. Segundo nivel de interpretación de datos*, p.395, y el presente capítulo). Esta investigación, como ya se ha expresado en distintos apartados de esta memoria, se enmarca en una modalidad etnográfica desde su dimensión descriptiva y coadyuvante de la sugerencia de alternativas, teóricas y prácticas, que den lugar a una intervención pedagógica mejorada (Torres, 1998), produciendo conocimiento situado y facilitando detalles de la vida social a través de descripciones densas de las situaciones observadas en lugar de abstraer los detalles para producir modelos explicativos reductores (Geertz, 1993; Denzin y Lincon, 1998).

Se asume en este estudio un doble proceso de cierre a partir de la integración de ambas perspectivas: triangulación y cristalización, para la interpretación de los datos recogidos en aras de aportarle una mayor confiabilidad y validez a los resultados obtenidos.

6.1.- PROCESO DE TRIANGULACIÓN DE DATOS

La corroboración de las intenciones se ha realizado sistemáticamente por el procedimiento de la triangulación (Denzim, 1978), a partir de ejes temáticos[6] que se observan estrechamente relacionados entre sí:

1. La diversidad del alumnado como un hecho social;
2. los conceptos matemáticos y la vida real, la cotidianeidad y los aprendizajes incidentales;
3. el lenguaje y la generación de campos semánticos;
4. la afectividad, la autonomía emocional y la atención cognitiva;
5. prácticas de enseñanza.

[6] Han de tenerse en cuenta los códigos generados en la Identificación de unidades de análisis saturadas y muestro teórico para su fichado (véase,5.4.- *Especificación del muestreo teórico indagado y de las unidades de análisis saturadas en el trabajo de campo (aula) y en el grupo de discusión entre docentes*, p.398): **MT** y código numérico (Muestreo Teórico y número de fichado), **TCA** y código numérico (unidades de análisis saturadas del Trabajo de Campo en Aula, y su número de fichado) y **TCGDD** (unidades de análisis saturadas del Trabajo de Campo en Grupos de Discusión entre Docentes, y número de fichado).
Por otra parte, aparecen los códigos de la Tabla 7.- *Situaciones-problema desarrolladas a lo largo de la investigación*, p.248, pertenecientes a cada situación-problema desarrollada a lo largo de la investigación. Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

TABLA 53 PROCESO DE TRIANGULACIÓN DE DATOS. EJE 1 LA DIVERSIDAD

Eje 1. LA DIVERSIDAD DEL ALUMNADO COMO UN HECHO SOCIAL

La diversidad en relación con las estrategias, aportes, estilos de pensamiento del alumnado, en situaciones-problema, enriquece el pensamiento infantil al tiempo que los entusiasma.

Se reconoce, tras un cruzado análisis de los datos registrados durante el trabajo de campo, una **rica diversidad de resolución ante una misma propuesta** por parte de los niños y niñas: multiplicidad de estrategias, extensa variedad de aportes y despliegue de diferentes estilos cognitivos, como se recoge en las unidades de análisis saturadas TCA.6 y TCA.7:

TCA .6: <u>**Estrategias de acción**</u>:

6.1 Procedimientos informales o más primitivos:
- 6.1.1. Pruebas al azar**;**
- 6.1.2. Ensayo-error;
- 6.1.3. Ausencia de valoración de la necesidad de aspectos matemáticos para la resolución de una situación-problema;
- 6.1.4. Búsqueda de ayuda por parte de otros/as compañeros;

6.2. **Procedimientos más formales desde el punto de vista de la matemática convencional**:
- 6.2.1. Manipulación de objetos o del propio cuerpo y de los demás (posiciones y posturas, uso de dedos, gesticulaciones, sonidos, ritmos…) con intención matemática: calculando, modelizando, recordando, resolviendo o argumentando a partir de dicha manipulación:
  - 6.2.1.1. Conteo;
  - 6.2.1.2. Sobreconteo;
  - 6.2.1.3. Subitizing o conteo súbito;
  - 6.2.1.4. Comparaciones con otras realidades;
- 6.2.2. Uso de la recta numérica;
- 6.2.3. Uso de instrumentos útiles:
  - 6.2.3.1. Al conteo;
  - 6.2.3.2. Al reconocimiento de los números;
  - 6.2.3.3. A la medida (capacidad, longitud, peso);
- 6.2.4. Recitado de la serie numérica para encontrar un determinado número;
- 6.2.5. Anotaciones gráficas de la situación-problema: escritura de números;
- 6.2.6. Uso de autoinstrucciones.

TCA .7: <u>**Estrategias mentales**</u>

7.1. **Procedimientos emocionales y afectivos:**
- 7.1.1. Expresiones que aluden a su familia**;**
- 7.1.2. Expresiones que aluden a su condición: edad, inteligencia, gustos, propiedad, amistad, situaciones vitales –reales o no-;
- 7.1.3. Expresiones que aluden a competiciones.

7.2. **Procedimientos informales:**
- 7.2.1. Resoluciones basadas en el azar;
- 7.2.2. Resoluciones basadas en la intuición perceptiva o en la estimación pero sin sentir la necesidad de emplear estrategias más precisas.

7.3. **Procedimientos más formales desde el punto de vista de la matemática convencional -Estrategias de carácter matemático-:**
- 7.3.1. Análisis de la situación-problema, reflexiones y deducciones sobre la misma y

Eje 1. LA DIVERSIDAD DEL ALUMNADO COMO UN HECHO SOCIAL

sobre su posible resolución atendiendo a algunas o a todas las premisas que lo definen desde parámetros matemáticos;

7.3.2. Redefinición de la situación-problema;
7.3.3. Reflexión sobre la información matemática relevante para la resolución de la situación-problema;
7.3.4. Reflexión sobre las diferentes estrategias posibles para abordar la resolución de una situación-problema determinada;
7.3.5. Elaboración de hipótesis de resolución;
7.3.6. Modelización de la situación-problema;
7.3.7. Capacidad de anticipar a partir de argumentos de índole matemática;
7.3.8. Reconocimiento de los números como información útil a la resolución de la situación-problema sabiendo o no nominarlos;
7.3.9. Reflexiones acerca del número, sus propiedades y regularidades;
7.3.10. Reconocimiento de criterios espaciales para la resolución de determinadas situaciones-problema (ubicación, relación con el resto de objetos, perspectiva, atributos…);
7.3.11. Reconocimiento y comprensión de las representaciones gráficas del espacio y de su utilidad cotidiana;
7.3.12. Uso de estrategias de cálculo:
    7.3.12.1. Conteo;
    7.3.12.2. Sobreconteo;
    7.3.12.3. Reconocimiento del último número de una colección como el cardinal que la designa;
    7.3.12.4. Composición y descomposición numérica en situaciones reales;
    7.3.12.5. Comparación de cantidades atendiendo a uno, varios o todos los criterios posibles (valor absoluto de las cantidades, tamaño de la grafía, posición de las cifras…);
    7.3.12.6. Estimación de posibles resultados de una operación;
    7.3.12.7. Planificación de estrategias de resolución para resolver operaciones aritméticas que exceden a sus posibilidades inmediatas: modelización, uso de objetos concretos, etc.
7.3.13. Reconocimiento de las operaciones aritméticas como instrumentos útiles para la resolución de determinadas situaciones-problema;
7.3.14. Reconocimiento en la recta numérica como un instrumento útil para la resolución de determinadas situaciones-problema;
7.3.15. Nominaciones de los números;
7.3.16. Reconocimiento de los instrumentos útiles al conteo, al reconocimiento de los números y a la medida, y elección de la herramienta más útil a cada situación;
7.3.17. Ausencia de ayuda por objetos concretos:
    7.3.17.1. El recuerdo de la experiencia propia;

7.4. **Procedimientos formales desde el punto de vista cognitivo:**

7.4.1. Transferencia: relación de experiencias o conocimientos previos con la situación-problema;
7.4.2. Verbalizaciones de procedimientos, argumentaciones y contraargumentaciones más o menos ajustadas en interacción con los otros/as;
7.4.3. Ajuste progresivo de las estrategias en función de la utilidad que se constata que tiene en el momento de la resolución de una situación-problema;
7.4.4. Recogida de las estrategias de los/as compañeras como posibles caminos de

Eje 1. LA DIVERSIDAD DEL ALUMNADO COMO UN HECHO SOCIAL

solución a situaciones-problema;

7.4.5. Valoración de la corrección de estrategia por la validez que le concede el grupo para resolver las situaciones-problema;

7.4.6. Deducción y/o reconocimiento de conceptos matemáticos en su uso y de procedimientos formales de cálculo;

7.4.7. Interpretación de los resultados de una situación-problema;

7.4.8. Ausencia de verbalizaciones. Ejecución directa:

7.4.8.1. No necesitan verbalizarlo;

7.4.8.2. No saben cómo verbalizarlo.

7.4.9. Verificaciones empíricas de la validez de los resultados, a partir de la experiencia.

Se encuentra una multitud de ejemplos a lo largo de toda la investigación en los que los niños y niñas **muestran esta diversidad de manera natural en el marco del diálogo y la reflexión que comparten**:

5.1.84 OP-PG –anexo-:
P.- (…) ¿Cuántas tienen entre los dos?
N.- 1, 2, 3, 4,y 5
N.- 1,2 3,4, y 5
N.- 5
P.- Yo creo que todos lo resolvéis contando los cubos. (…) ¿Habría otra manera de resolverlo además de contar los dibujos?
P.- Sumar
P.- ¿Sumar cómo?, a ver ¿cómo lo harías tú M.?
N.- 2 y 3
P.- 2 y 3, en una mano 2 y en otra 3, dice M. ¿tú dices lo mismo, C.?, ¿tú decías que eso hacías?, ajá, ¿hay otra manera de resolver esto?
N.- Pensando
P.- ¿Pensando cómo? A ver.
N.- Pensar…. Un amigo y su pareja, él te ayuda.
P.-Vale, perfecto, ya habéis puesto. Pues vale, vamos a poner cuántas piezas tienen entre los dos, entre Da. y L. G., ven, pues hala, ponedlo.
N.- 5
N.- Fijarse
P.- Fijarse, ¿dónde quieres fijarte?
N.- Fijarse ahí
P.- Mira, M. dice que ella se ha fijado en la recta numérica
N.- 5
P.- Vale, muy bien, ha servido M., tu estrategia le ha servido a As., venga perfecto, también en esta otra recta dice Pa.
N.- ¿Dónde lo pongo?
P.- Aquí
N.- Hay que fijarse en las que tenemos sueltas.
P.- ¿De dónde te puedes fijar?, ah, de las que tenemos ahí sueltas para cuando nos hacen falta, ¿verdad?

De este modo, la expresión divergente del pensamiento infantil en relación con la educación matemática aporta un valor (MT.15) para alcanzar un **ambiente educativo**

Eje 1. LA DIVERSIDAD DEL ALUMNADO COMO UN HECHO SOCIAL

inclusivo. Se considera que esta expresión de la diversidad (en el pensamiento, las estrategias de resolución, etc.) aporta múltiples beneficios a sus respectivos procesos de aprendizaje: la **interacción infantil incrementa la construcción de sus respectivos conocimientos** relacionados con la cultura matemática; la diversidad de argumentaciones en sus diálogos **genera contextos ricos y complejos propicios para mediar hacia conceptualizaciones generalizables** acorde con el planteamiento de NAEYC & NCTM (2013):

> En matemáticas, como en cualquier área de conocimiento, resulta beneficioso para los alumnos que haya varias formas diferentes de entender un mismo concepto. Basarse en los puntos fuertes y en el estilo de aprendizaje de cada niño hace que la enseñanza y el currículo de matemáticas sean más efectivos. (pp. 5)

Esta admisión de las diferentes estrategias, aun las de carácter informal, actúa como **facilitadora de anticipaciones de procedimientos más formales** (MT. 16) y da cabida a los **intereses naturales** de la infancia por la matemática (MT.22), observados a lo largo de toda la investigación. La diversidad de estrategias y pensamiento divergente de los niños y niñas y la mediación de los demás que acompaña a ese pensamiento, **promueve mayores niveles en la conceptualización de distintos contenidos.** Por otra parte, se observa desde esta investigación la **importancia de hacer partícipes a las familias de esta mirada de la diversidad y de la inclusión que tiene en la dinámica del aula, para que sea comprendida y acompañada con naturalidad también fuera del entorno escolar**. Es importante generar escenarios en los que las familias vivan en primera persona esta perspectiva:

> 5.1.95 OP-PG: *Se organizaron talleres con padres y madres, con el fin de que nos ayudaran a fabricar "cosas medievales". En este contexto, se llevó a cabo el taller de realización de bolas para hacer malabares, como las que usaban los bufones. Me acerco a cada equipo y les cuento que cada uno de ellos va a hacer una bola, pero que cada bola necesita dos globos. Les pregunto cuántos globos he de dejarles.*
> *El equipo "Elefantes" propone varias cosas, al principio se cuentan y me piden 5, pero les vuelvo a decir que necesitarán dos globos cada uno. Entonces Da. cuenta a los niños dos veces y concluye que necesitarán 10. Les pregunto a los demás si están de acuerdo y todos dicen que sí. Así pues, empiezo a sacar los globos de uno en uno y les pido que me ayuden a contar (Ad. también los cuenta). Cuando llego a 8 les pregunto cuántos globos me faltan por darles y todos menos Ad. contestan que dos.*
> *Repito la operación con el equipo Pokemon. Al principio sucede lo mismo. Cuando les recuerdo que necesitarán dos globos cada uno, Ju. va señalando a sus compañeros pero cuenta dos números para cada uno (1 y 2, 3 y 4, ...). Decide que necesitarán 14. Les pregunto si están de acuerdo y todos lo están.*

Eje 1. LA DIVERSIDAD DEL ALUMNADO COMO UN HECHO SOCIAL

> *El equipo China anda más disperso. No se les ocurre y dicen cifras al azar. Les cuento las estrategias de los equipos anteriores y ponen en práctica la del equipo elefante, cuentan dos veces.*
> *En el equipo "Tortugas Ninja", L. y D. cuentan dando también dos vueltas.*

Se advierte, sin embargo, que **los docentes expresan una gran dificultad para reconocer las capacidades matemáticas que los niños y niñas son capaces de poner en marcha** (TCGDD.2) , y reconocen, a la luz de las situaciones-problema expresadas en la investigación, estar sorprendidos ante las nociones que, en el contexto de grupo, los niños y niñas son capaces de desplegar (TCGDD.1):

> 2.3. GDD: *Los niños saben más de lo que parece pero no sabemos bien cómo hacerlo.*

Asumen desconocer la diversidad de estilos de pensamiento y estrategias de resolución de situaciones-problema, sin embargo, a la luz de la exposición y narración de intenciones de las tareas llevadas a cabo en la investigación, son capaces de reconocer que las estrategias que emplean los niños y niñas son válidas, cada uno desde su nivel de acercamiento al concepto matemático, en aras de un crecimiento personal y cognitivo, no de una **innecesaria resolución tipificada** (TCGDD.3 y TCGDD.4). Sin embargo, aparecen docentes que, a la luz del desarrollo de la investigación, opinan que las avanzadas resoluciones de algunos alumnos y alumnas responden al manejo de las conversaciones por parte de la investigadora más que a reflexiones asentadas en desarrollos cognitivos.
Desde la investigación, se aprecia que, efectivamente, parecen estar influyendo las prácticas de enseñanza llevadas a cabo en esta diversificación de estrategias del alumnado, pero se trata de una canalización de las mismas hacia las **zonas de desarrollo próximo** de los niños y niñas (TCA.11; MT.10). Por otra parte, parecen estar **favoreciendo la diversificación y la inclusión las estrategias de apelación continua a todo el alumnado, continuamente, para propiciar su atención, mantenerla o recuperarla y favorece una retroalimentación de sus aportes** (TCA14). Así, se observa que **todos** los niños y niñas se ven **implicados en la búsqueda de estrategias**:

> 5.2.123 GD-GG –anexo-: *P.- Y ¿tú qué crees Da. de todo esto? (…) ¿tú tienes alguna idea al respecto?, ¿alguien tiene alguna idea?*
>
> 5.1.85 –anexo-: P.- *As. también ha traído los números, As. ha contado hasta 14, pero como no sabe cómo se escribe vuelve a contar en la recta numérica a ver cuál es el 14 ¿qué quieres hacer tú para descubrir cuál es este número, Iv., ¿qué estrategia vas a emplear?*

Además de ello, **las estrategias de expresión y redefinición de sus aportes por parte**

Eje 1. LA DIVERSIDAD DEL ALUMNADO COMO UN HECHO SOCIAL

del docente, les confiere utilidad al resto del alumnado, valor, y devolución desde un lenguaje más formal, que se comprende más rápidamente (TCA.15).

La diversidad se presenta como un **concepto normalizado**, desde el que todos y todas tienen la palabra, una palabra recogida desde el **respeto**, tal y como se expresa en el TCA.17: *Respeto y ausencia de enjuiciamiento de las aportaciones del alumnado, aun cuando estén alejadas de las necesidades para la resolución de situaciones-problema*. Y **devuelve al alumnado una imagen de capacidad** (TCA.23):

> 4.1.35. OP-PG –anexo-: P.- *Ah, tú vas contando a la vez que las pones, muy buena estrategia, Ju.*

Se observa en la mayoría de situaciones que, efectivamente, se respira **entusiasmo** en los niños y niñas:

> 4.3.59 GD-GG -columna de *comentarios*-: *Están deseosos de participar, dar su opinión, buscar entre los objetos de la clase alguno que lleve a solucionar la cuestión.*
> 5.1.76 OP-GG –columna de *comentarios*-: *Están muy motivados porque si descubren cómo llegar a la torre, iremos allí a recabar pistas.*

Este eje 1 acerca de la Diversidad se encuentra estrechamente relacionado con el resto de ejes:

- Eje 2. *Los conceptos matemáticos y la vida real, la cotidianeidad y los aprendizajes incidentales*: Se observa que los niños y niñas se implican en mayor medida y generan mayor diversificación se estrategias en tanto la situación-problema es entendida como significativa para el grupo, pertenece a su entorno y realidad, con sentido social (MT.2), a partir de la cual tiene lugar la interacción comunicativa que se establece en el grupo para alcanzar una solución que le es necesaria (MT.4). Para ello, se hizo inexcusable generar contextos de diálogo (TCA.9.1), en los que el respeto del docente a los alumnos y alumnas, y entre ellos y ellas, fue patente para una expresión segura y confiada (TCA. 17, TCA.36, TCA.49):

> 5.2.83 GD-PG –columna de *comentarios*-: *En general, los equipos trabajan en el mapa muy concentrados. Hay jaleo, pero se trata de las explicaciones que se dan unos a otros. Están nerviosos y emocionados, saben que la solución a todas las situaciones que se han generado desde el proyecto de investigación en el aula está cerca. Constatar que los demás equipos han llegado a las mismas conclusiones les emociona.*

> 5.2.121 GD-PG –columna de *comentarios*-: *La docente no realiza juicios de valor acerca de cada estrategia diferente para resolver una resta, simplemente las recoge y las pone en común con el resto, valorándolas por igual.*

Eje 1. LA DIVERSIDAD DEL ALUMNADO COMO UN HECHO SOCIAL

- Eje 3. *El lenguaje y la generación de campos semánticos*: Se aprecia que la diversidad de aportes se ve favorecida cuando se genera un binomio de diálogo y acción, en tanto se comparten y se construyen conocimientos en la alteridad (MT. 1, MT.3, MT. 5), y mientras la responsabilidad de las resoluciones recaiga sobre niños y niñas, se sientan impelidos a resolver por sí mismos/as y no bajo el paraguas verificador del adulto (TCA.18):

> 5.1.105 OP-PG –Columna de *comentarios*-: *La conversación fluye naturalmente, como necesaria para poder llevar a cabo la receta de pan. Se respetan todas las aportaciones. Se aprovecha el taller de pan para recoger y fomentar su carácter matemático. Se interpreta la receta de cocina poniendo en marcha los saberes de todos/as. La docente trata de que todos/as expongan sus estilos de pensamiento, sus estrategias. Se respira respeto a las aportaciones de todos/as. Ningún niño o niña manifiesta ser incapaz o no saber cómo resolver la situación.*

- Eje 4. *La afectividad, la autonomía emocional y la atención*: Se observa que el hecho de generar contextos en los que se favorece el alcance de acuerdos a partir la colaboración y de las argumentaciones diversificadas de carácter matemático (TCA. 45) y no desde el criterio docente, colabora progresivamente en una mayor percepción de capacidad y seguridad en uno mismo, impele a la interacción y favorece el mantenimiento de la atención (MT. 13, MT. 14, TCA.14.2):

> TCA 50: *En el desarrollo del tercer año de investigación, algunos niños y niñas que aparentemente no conectaban con las diferentes situaciones propuestas en el aula, comienzan a mostrar interés, manifestarse y contrargumentar sin necesidad de apelaciones directas; independientemente de la convencionalidad de sus aportes, son de índole matemática.*
>
> 4.2.63 OP-PG: *P.-* (…) *poneros en círculo y lo conversáis entre vosotros y cuando lleguéis a un acuerdo me decís quién es cada uno.*
> *N.- No chicos, mirad, así, como hace Lu., así.*
> *P.- ¿Ya lo tenéis decidido? ¿Habéis llegado a un acuerdo?, pues venga, poneros allí y me lo vais diciendo de uno en uno y las voy buscando.*
> *(…)*
> *L., ¿cuál es la que eliges tú? La que tiene un codo arriba, bien.*
> *N.- Yo la sentada.*
>
> 3.2-3.11 OP-PG: *Cuando los niños y niñas sólo tenían que prestar atención a lo que hacía el otro/a, su atención era muy corta.*

Por otra parte, se observa un verdadero interés de los niños y niñas por realizar reflexiones propias de cuestiones del ámbito numérico que suscitan en ellos/as verdaderos sentimientos de emoción (TCA. 47) y generan intercambios de conocimientos muy diversos que colaboran en la construcción de significados

Eje 1. LA DIVERSIDAD DEL ALUMNADO COMO UN HECHO SOCIAL

comunes (MT.5):

> 5.1.94 OP-GG: *A continuación, lo hacemos en la pizarra "como los mayores". Ponemos los sumandos y el signo de más. Hacemos unas cuantas con cantidades bajas. Aparecen varias sumas cuyo resultado es el mismo: 7 (4+3, 5+2, 6+1). Esto les divierte a todos y llegan a la conclusión de que hay varias maneras de llegar al 7. De repente ven que 4+3 y 3+4 dan el mismo resultado. Les pregunto si importa cuál pongamos primero y todos menos Ad. dicen que no importa. Les explico cómo a esto los mayores lo llaman "Propiedad Conmutativa". En seguida Ó. dice que si los mayores mayores como su hermana, que está en 6º de Primaria, y les digo que sí. Esto les emociona.*
> *Da., que está disfrutando mucho, me pide que ponga 90+90, y me dice que eso son 180. Le pregunto cómo lo sabe y responde "¡porque lo sé!". Entonces Ju. me dice "mira, pon 40+40. Eso son 80" "¿Cómo lo has calculado?" "Pues sumo 4+4 que son 8 y le pongo el 0". Dav. se emociona y me dice: "¿sabes? 100+100 son 200 y 1000+1000, 2000".*
>
> -Columna de *comentarios- Descubrir el patrón de que el orden de los sumandos no altera el producto les entusiasma verdaderamente. Saber que es un conocimiento de "mayores" también. (...) De forma espontánea, los niños y niñas ayudan al compañero que tiene más dificultades: a poner los dedos, repitiendo el número solicitado... Es capaz de poner el cardinal solicitado con una sola mano, pero no cuando se trata de componerlo con las dos*.

- Eje 5. *Prácticas de enseñanza*. Se observa, basándonos en el análisis realizado, que la metodología empleada en el aula parece estar favoreciendo las expresiones de diversidad, la diversificación de estilos de pensamiento y la aportación de diferentes estrategias de resolución (MT. 10-29):

> 5.1.100 GD-GG: *Todos/as están muy atentos, y muy motivados. Ik. (a.c.n.e.e.) sorprende por el grado de atención y reflexión mostrados, ha ido haciendo el cálculo mental de cuántas personas más irán a la salida, además de los alumnos/as y las tutoras.*

Recordamos que forman parte del grupo de estudio tres alumnos considerados con **necesidades educativas especiales**, y, por otra parte, dos niños pertenecientes a familias de **alto riesgo social** cuyas relaciones están desestructuradas. En ningunos de los casos se entendió la diversidad por la atención especializada a estos niños y niñas específicamente fuera del aula, sino que fueron incluidos, como el resto, en el desarrollo de todas las tareas y las resoluciones de situaciones-problema en contexto, y que, como los demás niños y niñas, pusieron en marcha una gran variedad de estrategias y desarrollo del pensamiento lógico-matemático, aportando sus capacidades al grupo, **creciendo con los aportes de los demás y ayudando a crecer con los suyos propios.**

TABLA 54 PROCESO DE TRIANGULACIÓN DE DATOS. EJE 2 LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS Y LA VIDA REAL, LA COTIDIANEIDAD Y LOS APRENDIZAJES INCIDENTALES

Eje 2. LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS Y LA VIDA REAL, LA COTIDIANEIDAD Y LOS APRENDIZAJES INCIDENTALES
Alrededor del ámbito matemático, la tradición educativa ha separado los conceptos de su origen y relación funcional con la vida real. Sin embargo, tal y como la humanidad los ha desarrollado a lo largo de la historia, así los niños y niñas los integran desde situaciones similares a las que los dieron lugar, y desde ambientes emergidos en la vida cotidiana que confieren enorme valor a las potencialidades que brindan los aprendizajes incidentales. Por otra parte, desde los currículos escolares, se han secuencializado los contenidos matemáticos anclándolos a entrenamientos de técnicas preparatorias independientes de los contextos reales en los que son necesarios.
Se observa que los **contenidos matemáticos** que pueden tener cabida en las aulas mantienen una **estrecha relación con los ambientes que en éstas se generan y con las prácticas de enseñanza** que los docentes desarrollan en ellas. Así, a lo largo del estudio, los niños y niñas han entrado en contacto con los contenidos que se expresan a continuación, que son, por otra parte, los que se han recogido con mayor incidencia: **TCA 1. <u>Funciones del número:</u>** 1.1. Como código o etiqueta; 1.2. Como expresión de una realidad: 1.2.1. Categorización en función de atributos; 1.2.2. El número como memoria de un atributo; 1.2.3. Comparación de realidades a través del número; 1.3. Para anticipar resultados, para calcular; 1.4. Como memoria de cantidad; 1.5. El número como memoria de posición. **TCA 2. <u>Aritmética:</u>** 2.1. Concepto de número; 2.2. Las propiedades del número natural: 2.2.1. Sucesión de la serie numérica; 2.2.2. Números cardinales y números ordinales; 2.2.3. Propiedad +1 de la serie numérica de los números naturales; 2.2.4. El 0 como valor absoluto; 2.2.5. Concepto de inclusión; 2.2.6. Comparación de los números naturales (mayor/menor…). 2.3. La nominación de los números; 2.4. La notación de los números: su representación gráfica; 2.5. Utilidad de la serie numérica en el conteo; 2.6. Acercamiento al sistema posicional de la numeración decimal (numeración arábiga): 2.6.1. Valor posicional de los números: las unidades, las decenas, las centenas; 2.6.2. Valor posicional de 0. 2.7. Composición y descomposición numérica;

- 2.8. Operaciones aritméticas:
  - 2.8.1. Suma;
  - 2.8.2. Resta;
  - 2.8.3. Multiplicación;
  - 2.8.4. División;
  - 2.8.5. Agrupamientos de personas u objetos en función de un número establecido.
  - 2.8.6. Complementariedad de las operaciones aritméticas;
  - 2.8.7. Estimación de cantidades;
  - 2.8.8. Las operaciones aritméticas como medio de resolución de situaciones reales.
- 2.9. Concepto de igualdad-equivalencia y desigualdad;
- 2.10. El 0 como valor nulo de una magnitud;
- 2.11. Correspondencia;
- 2.12. Interpretación de la información numérica;
- 2.13. Medida:
  - 2.13.1. Concepto;
  - 2.13.2. Unidades de medida;
  - 2.13.3. Capacidad, longitud y peso;
  - 2.13.4. Instrumentos de medida;
- 2.14. Tablas de coordenadas cartesianas.

TCA 3. **<u>Geometría:</u>**

- 3.1. Propiedades y atributos de los objetos;
- 3.2. Ubicación de los objetos en el espacio:
  - 3.2.1. Orientación;
  - 3.2.2. Distancia;
  - 3.2.3. Anticipación de relaciones de los objetos en el espacio a partir de atributos de forma y posición;
  - 3.2.4. Conceptos de horizontalidad y verticalidad;
  - 3.2.5. Modelización de los objetos en el espacio a partir de atributos de forma y posición;
  - 3.2.6. Dimensiones en el espacio: bidimensionalidad y tridimensionalidad.
- 3.3. El mapa como representación gráfica del espacio:
  - 3.3.1. Representación de elementos en un mapa/plano;
  - 3.3.2. Información espacial a través del lenguaje gráfico;
  - 3.3.3. Interpretación de símbolos y leyendas;
  - 3.3.4. Reconocimiento de un itinerario.
- 3.4. Simetría:
  - 3.4.1. Eje de simetría:
  - 3.4.2. Mitad, medio.
- 3.5. Algunas figuras: triángulo, cuadrado, círculo, rectángulo, paralelogramo, pirámide, cilindro…

TCA 4. **<u>Álgebra:</u>**

- 4.1. Regularidades y patrones de la serie numérica;
- 4.2. Comparación, relación y correspondencia de los números cardinales y los números ordinales;
- 4.3. El patrón inherente a la serie en base 10;
- 4.4. Comparación de cantidades y magnitudes;
- 4.5. Las propiedades del número (propiedad conmutativa).

TCA 5. **<u>Lógica-matemática: razonamiento deductivo a partir de premisas.</u>**

Se reconoce, por tanto, basándonos en las situaciones observadas, la importancia de generar **conocimientos situados en interacción con el contexto, la cultura y la acción**, desde los que se propicie que niños y niñas construyan significados en escenarios funcionales y con sentido social, desde **procesos interactivos y comunicativos** que den valor a la alteridad en estos intercambios así como a la **construcción del conocimiento a través del diálogo, la reflexión y el trabajo cooperativo y colaborativo** (MT2, MT3, MT5, MT14; Freire, 2003; Carla Rinaldi; 1999; Siemens, 2004):

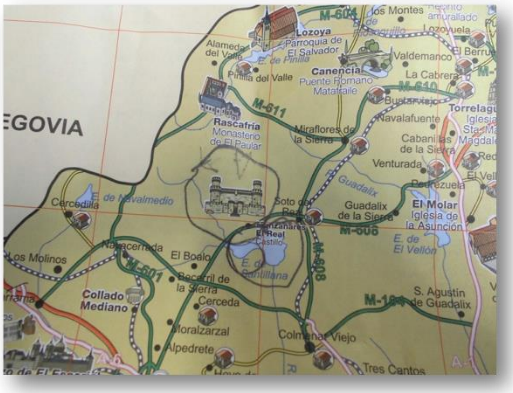
> El aprendizaje escolar es, ante todo, un proceso de enculturación en el cual los estudiantes se integran gradualmente a una comunidad o cultura de prácticas sociales. (Díaz Barriga, 2003, pp. 2)

Los conceptos matemáticos se asimilan desde la experiencia vivida. Ello hace necesario responder a las miradas que abogan por una **dimensión sociocultural de las matemáticas** (MT.18) para las que la educación matemática pasa por el descubrimiento de los conceptos en el entorno, es decir, desde unas matemáticas contextualizadas, tal y como las ha desarrollado la humanidad (Bishop, 1999; Jareño, 2012). Desde este punto de vista, se recogen numerosas situaciones a lo largo de la investigación, en las que los niños y niñas se acercan a los diferentes conceptos matemáticos desde la necesidad de su utilización para la resolución de diferentes situaciones-problema:

> Situación 5.1-2-3.73 OP-GG/GD-GG (anexo). *Elaboración de un cuadrante de riego de plantas analizadas sus características*: se hacen necesarias estimaciones de cantidades, frecuencias, interpretación de datos, etc. desde la construcción de un cuadrante de riego elaborado a partir de las inferencias que de la lectura del cuidado de cada planta compartida en el aula se hicieron entre todos y todas.

> Situación 5.1.83 GD-PG (anexo). *Búsqueda de un monumento en un mapa a partir de varias premisas*: se organizan las estrategias de

resolución desde la deducción e inferencia a partir de unas premisas dadas, la representación gráfica de espacios, la representación de realidades a partir de leyendas y símbolos, etc. para resolver la situación generada desde el proyecto de aula (devolver a una bufona y a su caballero al castillo del que se han perdido):



Esta interacción con los contenidos matemáticos en contextos situados posibilita el **uso de los mismos**, como se observa en el trabajo de campo, **aun cuando no se domine su conceptualización, desde diferentes niveles de acercamiento: objeto, experiencia, conocimiento y concepto**. **La diversidad de estrategias, el pensamiento divergente, y la mediación de los otros/as promueve mayores niveles de conceptualización.**

Se hacen indispensables las **frecuentes ocasiones de aprendizaje incidental**, tal como expresa Riviére (1983), dada la potencialidad que tienen para el aprendizaje matemático con carácter situado, así se hace imprescindible ampliar la capacidad del docente para detectarlas y aprovecharlas para el desarrollo de competencias matemáticas:

4.2.61 GD-GG: *Asamblea sobre la medida del intestino*. En el marco del proyecto de *El Cuerpo Humano*, los niños y niñas han aportado, junto con sus familias, diferentes materiales para investigar acerca del tema: enciclopedias, información de internet, revistas de medicina y salud, libros de la biblioteca, cds, etc. Por otra parte, el curso anterior, con la intención de hacer partícipes a las familias del estilo de trabajo del aula, se solicitaron objetos cotidianos relacionados con las matemáticas (básculas, termómetros, cintas métricas, vasos medidores, relojes, balanzas…). Así mismo, los alumnos y alumnas se han dividido por equipos para analizar la información más a fondo, cada uno de un órgano, y dar al resto una conferencia sobre lo descubierto. En este contexto, los niños y niñas encuentran una información acerca del intestino que les deja impresionados, y que, además, aparece igual en todos los textos relacionados con el tema: el intestino mide siete metros, en un adulto. Se suscita una conversación

> intensa alrededor de estos datos.(…) El tema suscita interés por lo insólito, y porque tiene que ver con los propios cuerpos. No es un aprendizaje memorístico sino más bien incidental, surge, y la docente tiene que recogerlo y usarlo a su favor, para el aprendizaje.

Sin embargo, en el marco de los GDD, algunos **maestros/as expresan dificultades para identificar en la vida cotidiana del aula situaciones susceptibles de ser trabajadas con carácter matemático, así como para organizar los conceptos matemáticos en áreas de contenidos: aritmética, geometría y álgebra** (TCGDD13 y TCGDD14). No obstante, establecen relaciones directas entre las matemáticas escolares y las operaciones aritméticas elementales (TCGDD15) así como entre las formas en que ellos mismos aprendieron los contenidos matemáticos y los juicios sobre cómo ha de encararse la enseñanza de este ámbito en la escuela. (TCGDD16).
Se reflexiona desde los datos recogidos en estos escenarios, la **necesidad de aportar otras miradas a la formación del profesorado, que, por otra parte, así lo demanda** (MT.20):

> 2.3.3.GDD: *La sabiduría que tiene que tener la maestra, el equipo de profes, bueno … la formación inicial de magisterio que no es buena.*

Por tanto, a la luz de las interpretaciones que de los datos con más repetitividad e incidencia se recogen, se subraya la **importancia del desarrollo de un pensamiento y lenguaje matemáticos desde situaciones interactivas y situadas; la construcción del conocimiento desde la conjunción de intersubjetividades a partir de experiencias vividas con un objetivo declarado**:

> (…) Las competencias matemáticas importantes para todo el alumnado no se adquieren sin su involucración en actividades significativas, acompañadas de los necesarios momentos de discusión y reflexión, y sin que se desarrolle una predisposición hacia las matemáticas. (Bishop & Goffree, 1986, en Abrantes et al., 2002)

Desde las diferentes experiencias analizadas desde la presente investigación, se constata que a partir del abordaje de la matemática desde la cotidianeidad y los aprendizajes incidentales, facilitando el desarrollo del pensamiento desde la ZDP (MT.7; TCA.11), se permite el **acceso a conceptualizaciones lógicas cada vez más avanzadas** y el **acceso progresivo a los símbolos desde experiencias significativas en procesos de intercambio** (MT.6). Todo ello a partir de un **enfoque comunicativo de las matemáticas** (MT.8):

> 5.1.93 GD-GG: *Asamblea acerca de qué son y para qué se usan los números ordinales*: *Muchos días, en la asamblea, analizamos el menú: qué hay de primero y de segundo, de dónde son típicos los platos del día (buscamos en el mapa de España y Europa –merluza a la romana,*

cocido madrileño, lacón a la gallega...-), qué aportan al organismo... Pero en esta ocasión, se reflexiona acerca de la forma en que se usan los números para expresar qué plato se come antes y cuál después.
P.- A estos números, si les ponemos el circulito y la rayita los mayores les llaman ordinales, ¿por qué les llamarán así?
N.- Están ordenados
P.- Porque están ordenados, porque va el primero
N.- El segundo, el tercero, el cuarto
P.- Además de en el menú que tenemos primer plato, segundo plato, ¿cuándo más tenemos estos números así que decimos primero, segundo, tercero?
N.- En una clase
P.- En las clases como primero de primaria, ¿verdad? claro
N.- 3º de infantil
P.- O 3º de infantil
N.- 3ºB
P.- O 3º B
N.- 4º de primaria
P.- O 4º de primaria y ¿cuándo más usamos estos números? ¿Alguien sabe cuándo más usamos estos número de 1º, 2º?
N.- En las páginas
P.- ¿En las páginas, sí?, pero, ¿en las páginas tienen también un circulito?
N.- No
P.- No, ¿entonces dónde más los podremos usar?
N.- En casa
P.- En casa, ¿por qué en casa, L.?
N.- En los edificios
P.- En los edificios, por qué cuando le doy al ascensor para subir a casa digo, voy a subir al
N.- Primero
P.- Al primero, o voy a subir al segundo
N.- En los bares también hay en el menú
P.- Mirad lo que dice Ju., que en los bares también hay en el menú el primero, el segundo
N.- O el tercero, el cuarto, el sexto, el octavo
P.- O el octavo, el octavo es muy arriba, ¿qué número será el octavo?, el 7 al 7º y el 8º ¿cuál será?
N.- El 8
P.- El 8 dicen M. y Ju. Chicos, sabéis una barbaridad, pues hale, vamos a seguir con el menú, vamos a seguir viendo el 1º y 2º del menú.

Se advierte, por otra parte, que estas experiencias concretas ponen en acción numerosos **conocimientos informales** (MT.9; TCA.6,7,8) **que van abonando el terreno para una matemática cada vez más formal** (MT.12), como se puede observar en la **amplitud y profundidad de los contenidos matemáticos abordados en el aula** (TCA. 1-5). Para ello, el **docente debe realizar una reflexión continua** de las respuestas y estrategias de los niños y niñas y reconocer en ellos el nivel de desarrollo lógico-matemático de cada uno/a (TCA.29) para poder actuar en consecuencia (TCA.10-29): ajustando y reajustando la tarea en función de las dificultades o retos que puedan ir emergiendo (TCA.12), poniendo en común las diferentes estrategias explicitadas por

la utilidad como andamiaje al resto, dándoles valor y devolviéndolas dotadas de un lenguaje convencional (TCA15), escuchando atentamente las expresiones de niños y niñas y reconociendo en ellas su relación con experiencias previas (TCA.16), reformulando las situaciones-problema para favorecer su comprensión (TCA.25), etc.
Así, a lo largo del análisis, se percibe el **despliegue de conocimientos ajenos a la escuela, de su vida cotidiana, que el alumnado pone en marcha para enfrentarse a situaciones matemáticas** (TCA.30):

> 5.1.105 OP-PG. *Elaboración, por equipos, de una receta de pan*.
> *P.- Dice aquí. Esta receta que me ha pasado Auxi, pone: receta del pan.*
> *O. ya sabe uno de los ingredientes, a ver O. ¿qué habrá que echarle?*
> *N.- Harina, sal*
> *P.- Espera, harina, harina hay que echar 700 gramos. Un bote así, lo podemos apuntar para que no se nos olvide, la tengo aquí escrita.*
> *Y, ¿qué tiene que haber en este bote para saber que son 700 gramos?*
> *N.- Agua*
> *P.- No, pero para estar seguros de que son 700 gramos*
> *N.- Una jarra que tiene números*
> *P.- Una jarra que tiene números*
> *N.- Yo tengo una de esas*
> *P.- ¿Y nosotros, dónde tenemos una jarra de esas?*
> *N.- En la cocinita*
> *P.- En la cocinita, vale. Y, ¿cómo vamos a buscar el 700?, ¿alguien sabe cómo se pone 700?*
> *N.- Un 7 y un 200*
> *N.- Un 7 y un 0 y un 0*
> *P.- ¿Qué dices tú Is.?*
> *N.- Un uno y dos ceros*
> *P.- ¿Quién más sabe?*
> *N.- Eso es un 100*
> *P.- Ah, eso es un 100, entonces Is. ¿cómo podremos hacer 700?*
> *N.- Un 7 Un 1 y un 00*

Bressan (2005) establece el principio de realidad por el que se accede a los **contenidos matemáticos vinculándolos a la cotidianeidad**, o bien, bajo el condicionante de ser significativos y estimulantes, partiendo de los conocimientos y estrategias de carácter informal de los niños y niñas para ir adquiriendo progresivamente un mayor convencionalismo y formalización.

Por otra parte, tal y como se enuncia en el encabezamiento de esta ficha, se observa desde la investigación como los niños y las niñas adquieren los **conceptos matemáticos** con un gran paralelismo a como lo ha realizado la humanidad a lo largo de la historia: **emergidos de situaciones de la vida cotidiana de manera incidental, dentro de procesos de investigación acerca del mundo circundante, desde la resolución de situaciones problemáticas, y a partir del entretenimiento y el juego**. Así, dentro de la estrecha relación que tienen unos ejes con otros, se aprecia como especialmente relevante la **vinculación con las prácticas de enseñanza**, en tanto que **la organización y planificación docente debe pasar por tener en cuenta estas**

realidades. En el caso de la presente investigación, se advierte que la implicación de los alumnos y alumnas, su motivación, el despliegue de una gran diversificación de aportes y estrategias, el abordaje de numerosos conceptos, y el desarrollo del pensamiento matemático, guardan una estrecha relación con las prácticas en las que han tenido lugar.

TABLA 55 PROCESO DE TRIANGULACIÓN DE DATOS. EJE 3. EL LENGUAJE Y LA GENERACIÓN DE CAMPOS SEMÁNTICOS

Eje 3. EL LENGUAJE Y LA GENERACIÓN DE CAMPOS SEMÁNTICOS
La interacción comunicativa es clave en los procesos de aprendizaje matemático: posibilita el acceso a los conceptos y símbolos a partir de procedimientos de intercambio -desde la intersubjetividad en la comunicación-, en experiencias significativas y pragmáticas.
Las observaciones recabadas en la presente investigación, están en la línea de numerosos autores que abogan por una enseñanza comunicativa de las matemáticas (MT8; Pimm, 1990; Quaranta & Wolman, 2003; Fernández Bravo, 2014). Se trata, a nuestro parecer, de poner la mirada en ambos sentidos: **la utilización del lenguaje desde su dimensión comunicativa para el aprendizaje de las matemáticas,** y la inmersión en **situaciones matemáticas significativas para la adquisición de un lenguaje formal en contexto:** 5.1.77 GD-GG *Ámbito de la respuesta: en el marco de un intenso debate en el que se combinan argumentaciones emocionales con otras de índole matemático.* 5.1.75 GD-GG (anexo) *P.- A ver, si lo hacemos bajito, nos juntamos con el que tenemos al lado y medimos nuestros pies. A ver cómo son, quién los tiene más grandes, quién los tiene más pequeños, medid los pies a ver quién los tiene más grandes, quién los tiene más pequeños. Mide con algún amigo A.* *N.- Yo lo tengo más grande que O.* *P.- ¿Tú lo tienes más grande que O.? ¿Qué pasa con los vuestros Á. e Is.? ¿Cómo son vuestros pies, los de Á. y los de Is.?* *N.- El mío es más grande que el de Cl.* *P.- El tuyo es más grande que el de Cl. Tú ganas a Ik, ¿Quién más?* *N.- Yo a Da. y a So.* *P.- ¿También ganas a Da. y a So.? ¿Qué quiere decir que les ganas?* *N.- El número* *P.- ¿El número? ¿Qué es más pequeño que el tuyo o más grande?, Ah, ya.., ¿quieres medir conmigo, eh?* *P.- Tú qué número tienes, mira a ver si encuentras un número. Mira a ver si encuentras un número.* *N.-Marisol, yo he ganado a Lu.* *P.- Qué quiere decir que la has ganado,... ¿habéis echado una carrera y has ganado tú?, ¿qué quiere decir eso Lu.?*

N.- El 27
P.- Ah, tú tienes un 27 y tú, un 3 y un 1 que por ahí ha dicho Ju. que era un 31, ¿y el de Lu.?
N.- Un 29
P.- Un 29 tú
N.- El mío es un 28
P.- A ver, veo que algunos estáis mirando en la recta numérica y habéis dicho, eso qué significa, eso que he oído a algunos, a alguno le he oído decir "mi talla es esta" y señalar un número, ¿qué es eso de talla?, ¿qué quiere decir talla?
N.- El número
P.- El número. Lo estáis viendo
P.- El 28 Ju, y tu Á., ¿cuál es tu talla?

Suarez (2013) resalta la importancia del aprendizaje de las matemáticas a partir de prácticas comunicativas: **interacción, diálogo, negociación de significados, argumentación, confrontación de interpretaciones** (MT.2,4,5,8), en contextos significativos, funcionales y con sentido social (MT.2):

4.3.63 GD-GG
P.- Mirad para acá
N.- Íbamos a hacer el cuadro
P.- Íbamos a hacer el cuadro pero no lo hemos hecho, no nos ha dado tiempo, pero antes vamos a hacer una cosa, mirad, os pregunté esta mañana cuántas señoritas hay en el cuadro de Las Señoritas de Avignon, ¿cuántas?
N.- 5
P.- 5, a ver, contar
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Vale, pero tengo un problema porque quiero que hagamos el cuadro con estos dibujos que he traído, mirar, os he traído a cada una de las señoritas pero sin la cara porque a lo mejor en la cara le ponemos nuestra foto.
Os he traído a una de las señoritas, la que está sentada, la que está de pie con la mano levantada…, todas, las 5 os las he traído, están por aquí todas, la que tiene un codo arriba y una mano abajo, la que tiene los dos codos arriba, la que tiene la mano arriba y la otra detrás… Las cinco señoritas os he traído y quiero que cada uno de vosotros tenga su propia señorita
N.- Porque no hay bastantes
P.- ¿No hay bastantes?, ¿por qué no hay bastantes?
N.- Porque solo son 5
P.- Porque sólo son 5
N.- Y nosotros somos 24
P.- Y nosotros somos 24, ¿pues qué podemos hacer?
N.- Hacer el otro
P.- ¿Hacer otro cuadro?, vale,
N.- Hacemos más dibujos
P.- ¿Cuántos dibujos hacemos?
N.- 24

P.- ¿24 dibujos con 5 señoritas?, pero si cada uno tiene el suyo con 5 señoritas, ya no tenemos cada uno nuestra señorita, tenemos 5
N.- Pues uno a cada señorita
P.- 1 a cada señorita, entonces, imagínate, yo tengo este de aquí con cinco señoritas y tengo, por ejemplo, a Iv., a Cl., a Da., a M. y a O., ellos 5 ya tienen un cuadro de Las Señoritas ¿y los demás qué hacéis?
N.- Lo pueden hacer
P.- Pero si los demás también queréis hacer el cuadro
N.- Lo hacemos todos juntos
P.- Lo hacemos todos juntos, ¿y cómo…?
N.- Pero si lo hacemos todos juntos tenemos que hacerlo grande como el de…
P.- Claro, pero así no puedo daros uno a cada uno, ya tendría que daros una señorita para varios y yo os he hecho las fotocopias para daros una señorita a cada uno
N.- Yo creo que hay que 5 niños
P.- ¿Sí?, vale, vamos a hacer eso que dice…
N.- A lo mejor cada equipo puede hacer la señorita
P.- ¿Cada equipo las señoritas?
N.- Espera
P.- Espera a ver lo que dice O.
N.- A lo mejor un equipo puede hacer unas señoritas, las otras otro, las otras otro
P.- Eso me parece muy buena idea, Ju. y O.
N.- Es que así somos 4 equipos
P.- Claro, somos 4 equipos y ¿cuántos niños hay en cada equipo?
N.- 6
P.- 6 y aquí ¿cuántas señoritas hay?
N.- 5
N. - En el equipo rojo hay 5
P.- No, en el equipo rojo ya sois 6 porque sois Ad., Pa., M., Se., As. y también Ic.? Y en los equipos hay 6, ¿qué hacemos?
N.- Pues hacemos más
P.- ¿Más qué?
N.- Más cuadros
P.- ¿Más cuadros?
N.- Ponemos 6 en cada uno
P.- ¿6 señoritas?, pero hay 5
N.- Hacemos más cuadros
P.- Hacemos más cuadros ¿qué has dicho, Ju.?
N.- Que hacemos más cuadros
P.- Mira lo que está haciendo Dav., Dav., ¿qué estás haciendo?
N.- Contando
P.- ¿Para qué estás contando?, ¿qué podemos hacer para saber cuántos cuadros hay que hacer?
N.- El equipo verde somos 4
P.- No, en el equipo verde sois también 6. D., necesitamos tu ayuda también. Sí, todos sois equipos de 6
N.- Hacemos 6 cuadros
P.- Mirad lo que dice O., hacemos 6 cuadros. Eso podría ser ¿cómo podemos estar seguros de cuántos cuadros tenemos que hacer?

N.- 5 deberán hacer sus señoras
P.- Claro, 5 deberán hacer sus señoras. A ver, vamos a coger 5: Iv.
N.- 1
P.- Cl.
N.- 2
P.- Da.
N.- 3
P.- M.
N.- 4
P.- Y O.
N.- Y 5
P.- Vale, ¿aquí ya tendríamos un cuadro, chicos?
N.- Sí
P.- ¿Y ahora qué hacemos?
N.- Y ahora otro equipo cogemos
P.- Venga, vamos a coger otro como dice Cl.
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Poneos juntitos
N.- Otro equipo
P.- Vosotros 5, aquí
N.- Otro equipo
P.- Otro equipo dice ., 1, 2, 3, 4, y 5, poneos juntitos
N.- Otro equipo
P.- Otro equipo, venga, a ver 1, 2, 3, 4, y 5, poneos juntitos.
¿Y ahora qué hago, chicos, qué hago ahora?
N.- Ahora somos 4
P.- ¿Ahora somos 4?, mirad lo que pasa aquí, chicos, aquí sólo hay 4 ¿qué hacemos?, pero aquí si son 4 y las señoritas son 5 ¿qué hacemos?
N.- Con Ana (la profe de apoyo)
P.- Con Ana, esa es buena idea, y si Ana no está me puedo poner yo, ¿vale?, vale pues aquí entonces, ¿cuántos cuadros vamos a hacer?
N.- Necesitamos uno más
P.- ¿Por qué uno más?
N.- Porque tenemos 24 cuadros
P.- Pero entonces ¿para qué estamos haciendo estos grupos?
N.- Tienen que ser 5 niños
P.- A ver, tenemos grupos de 5 niños ¿para qué hemos hecho los grupos de 5 niños?, poneros muy juntitos los grupos de 5 niños ¿para qué hemos hecho los grupos?, me pongo con vosotros, chicos, miramos al centro ¿vale?, cada uno abrazado a su equipo.
(…)
P.- Mirar, mirar a los demás, ¿qué ha pasado?, mirar a los demás ¿qué ha pasado?, ¿cuántos grupos somos ahora?
N.- 5
P.- Entonces, ¿cuántos cuadros podremos hacer?
N.- 5
P.- ¿Hacemos 5 cuadros de las señoritas?
N.- Sí
P.- ¡Síííí, lo hemos conseguido, chicos!, pues sabéis que vamos a hacer, vamos a firmar cada grupo para ver cómo hacemos los cuadros,

¿vale?, vamos a firmar.

Se aprecia como la **organización del conocimiento** está vinculada al **binomio pensamiento lógico-científico y pensamiento narrativo.** Estas narrativas se observan en la investigación como indispensables en la construcción del conocimiento matemático (MT.1).

Se observa igualmente que, como se señala en la ficha del eje 2, esta utilización progresiva del lenguaje matemático enmarcado en escenarios funcionales y sociales, desde experiencias significativas, **favorecen el acceso a conceptualizaciones lógicas más avanzadas y a simbología facilitando el desarrollo del pensamiento en la ZDP** (MT6, 7):

> 5.1.95 OP-GG: *Al finalizar el taller, nos reunimos todos, familias y niños y niñas, en la asamblea a mostrar cómo nos han quedado las bolas. Han hecho bastantes más que una para cada uno, en total 43. Les propongo que contemos juntos cuántas han fabricado. Voy parándome al final de cada decena para que sean ellos los que digan la cifra siguiente. Después de 29 a algunos les cuesta, pero otros no tienen dudas (P., D., Da., Dan., S....). En este punto, explicamos a las familias cómo las vamos a vender, y les pregunto cuántas bolas vamos a dar en cada trueque. Al principio algunos dicen 4, pero entonces S. dice que nos quedaríamos en seguida sin bolas y no habría para todos, así que él propone 2. Todos estaban de acuerdo cuando Cl. dice que tienen que ser 3 porque los bufones usaban 3 al hacer malabares. I. está de acuerdo, dice que se necesitan 3 para hacer malabares. Todos conformes y se acuerda que así será.*

Por otra parte, se han recogido desde el presente en relación al lenguaje oral matemático empleado por los niños y niñas una rica **diversidad de respuestas que fluctúan desde una lenguaje informal a otro progresivamente más convencional progresivamente**:

TCA 8. Tipo de respuestas:

8.1 Uso de lenguaje informal sin intención de resolución de carácter matemático;

8.2 Uso del lenguaje cotidiano para expresar de manera informal o imprecisa propiedades matemáticas;

8.3 Uso del lenguaje corporal: tocar, señalar, dirigirse hacia objetos, etc. para expresar una respuesta;

8.4 Utilización de un lenguaje más formal desde el punto de vista del ámbito matemático:

- 8.4.1 Expresión oral de valores cardinales y ordinales para describir realidades;
- 8.4.2 Utilización oral de estrategias de resolución de cálculo;
- 8.4.3 Establecimiento de categorías por atributos;
- 8.4.4 Uso de atributos o propiedades para describir realidades concretas;

8.4.5 Utilización de vocabulario informal que expresa propiedades de la aritmética, geometría y álgebra;
8.4.6 Utilización de vocabulario convencional de carácter matemático;
8.4.7 Respuestas abiertas y descriptivas;
8.4.8 Respuestas concretas, concisas;
8.4.9 Expresión escrita: notaciones con diferentes niveles de convencionalidad.

El uso del lenguaje matemático, más o menos formal o convencional, tiene lugar a lo largo de la investigación **cuando se generan contextos comunicativos, cooperativos y funcionales**:

TCA 9. Ámbito de la respuestas:

9.1. En el contexto de la asamblea, desde el diálogo y el respeto, en la búsqueda de estrategias diversificadas para la comprensión -desde la conjugación de los saberes de todos/as-, la interpretación y la resolución de una situación-problema determinada que es común al grupo;

9.2. En el marco de registro de la información como memoria de datos que pueden ser utilizados posteriormente;

FIGURA 23 ANOTACIÓN DE INFORMACIÓN EN EL CALENDARIO -ANEXO-

9.3. En el contexto de la argumentación en el trabajo con diferentes agrupaciones de alumnado;

9.4. En el contexto de búsqueda de resoluciones en situaciones de juego en la que se van interpretando entre todos/as los hechos matemáticos que acontecen, se aportan estrategias diversas y se ofrece ayuda mutua entre compañeros/as;

4.2.43 OP-PG Juego de recorrido.
P.- ¿El 3 te salió?, venga, vamos a ver cómo va este turno de juego. C. te está ayudando a contar para que no pierdas el ritmo, eso es
N.- 1, 2, y 3
N.- Anda, está ganando
P.- ¿Sí? ¿Por qué sabes que está ganando?
N.- Porque le queda esto

N.- Eh, yo quiero estar ganando (Ik. se pone nervioso porque quiere ser el ganador).
P.- No pasa nada Ik., ya te acuerdas de lo que hemos dicho antes, no pasa nada, si al final vais a ganar todos.
¿Qué pasa? A., te voy a preguntar una cosa ¿qué te tiene que salir en el dado la próxima tirada para que ganes?
N.- Faltan 2 y después gano
P.- Muy bien. Hala tira, vamos a ver, C.
N.- 1, 2, 3, 4
P.- Venga, vamos a ver
N.- 1, 2, 3 y 4
P.- Ay, casi ¿qué te tiene que salir en la siguiente tirada para ganar?
N.- 1
P.- Un 1, uyyy, venga, L., tu turno, cógete el dado, que lo tiene C. Un 1, venga, vamos allá. Guau, vale L., ¿y tú que tienes que sacar para ganar, qué número tienes que sacar la próxima tirada?, a ver ¿qué número tienes que sacar para llegar hasta aquí arriba?
N.- 5
P.- ¿5?, a ver, comprueba a ver
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6
P.- Ah, 6. Bueno, Ik., no tires el dado todavía ¿me lo dejas un momento? Mira, mira, mira D., mira que emoción, porque Ik. está muy cerca. Ik. ¿qué número tendrías que tirar en el dado para ganar ahora mismo, qué número tendrías que tirar?
N.- (Muestra cuatro dedos)
P.- El 4, pero Ik., me acabas de dejar impresionada ¿listo?, si no te sale un 4, no te enfades, a la siguiente ya te saldrá ¿vale? ¿No te vas a enfadar? ¿a que no?, venga, toma el dado, tira fuerte…. ¿qué ha salido ahí?, cuéntalo en alto, cuéntalo
N.- 1, 2, 3, 4, 5,6
P.- 6, a ver, a ver qué pasa, ayudarle a contar para poner los gomets
N.- 1, 2
P.- Espera, espera a que lo coja para que no se despiste
N.- 3 y 4
P.-¡ Ha ganado Ik., muy bien!. Vamos a seguir tirando ¿vale? para que los demás también lleguéis hasta la meta. A ver, antes de tirar vamos a pensar, D., ¿qué número te tendría que salir para que ya ganaras?
N.- 5
P.- 5, vamos a tirar. Un 1, no pasa nada en la siguiente tirada te saldrá, venga, vamos a poner ahí ese 1, muy bien, te toca, A., ¿qué número te ha salido?
N.- 4. 1, 2, 3 y 4
P.- ¿Y qué crees que va a pasar? ¿Vas a ganar?
N.- Sí , 1, 2, y 3
P.- Muy bieeeeennnnn. C., te toca, vamos allá, a ver ¿qué ha pasado, C.? ¿Has ganado o no con 4?
N.- 1
P.- Con uno sólo te ha valido, bieennnn. L., te toca, el 1, venga, fenomenal, vas subiendo. ¿Qué tirada tienes que hacer la próxima vez para ganar? ¿Qué te tiene que salir?
N.- 6

9.5. En el marco de la ejecución de las diversas estrategias de resolución.

Además de ello, **la convencionalidad del lenguaje desplegado por los niños y niñas** del aula **no está directamente relacionada con el nivel de desarrollo de sus razonamientos lógico-matemáticos** (TCA.51), esto es, en numerosas ocasiones se aprecia que intuyen un concepto o una relación matemática más allá de lo que son capaces de expresar:

5.2.123 GD-GG –anexo-:
P.- A ver, voy a volvéroslo a enseñar, si Ptolomeo nació en el año 100 y murió en el año 170, ¿con cuántos años se murió?
N.- Con 70
P.- Dav. dice con 70, ¿por qué sabes que con 70?
N.- Porque lo pone
P.- Lo pone, ¿dónde?
N.- Ahí
P.- Aquí pone 100 y 170 pero a mí me gustaría saber cómo has sabido que si nació….
N.- En el otro pone 70
P.- ¿Dónde pone 70?
N.- Ahí
P.- Ah, en el 170, en el uno siete cero, ¿pero y cómo sabes que entonces se murió con 70?
N.- Porque lo pone
P.- A ver, ven a enseñármelo, a ver, sé que me vas a señalar, pero sigo sin entender bien qué quieres decir con que lo pone
N.- (toca el 7 y el 0 de 170)

Desde las prácticas de enseñanza desarrolladas en la investigación, se observa la importancia, también, del **uso del lenguaje por parte del docente**. Así, se recoge que:

- TCA.15: la expresión y redefinición, por parte del maestro/a, de la diversidad de aportes del alumnado propicia su utilidad como andamiaje al resto del alumnado, le concede valor como contribuciones para la resolución de situaciones y recoge la presencia de conceptos matemáticos lo cuales explicita y dota de un lenguaje convencional;
- TCA.19: desde la redefinición de las expresiones del alumnado - aquello que tratan de explicar pero que, bien por falta de vocabulario, bien por inmadurez en el lenguaje, no alcanzan a expresar adecuadamente- se pone al alcance del resto;
- TCA.20: se hace necesario el uso de un lenguaje formal, convencional, y conceptual, en el contexto de la resolución de situaciones-problema con la intención de hacerlo accesible y comprensible al alumnado desde la evidencia empírica de la experimentación. Este es el sentido del concepto ***Dieta lingüística*** desde el que se expresa que, cuanto más rica y variada sea, mejor acceso tendrán los alumnos/as a los conceptos y más facilidad de expresión desde el lenguaje matemático:

5.1.105 OP-PG
P.- Agua sí, pero dice aquí, medio litro de agua, ¿cuánto es eso?
N.- Es la mitad
N.- Medio agua

P.- Todos estáis diciendo que es la mitad, que cuando llegue al medio ya lo tienes pero, ¿dónde lo echamos para saber…?
N.- ¿Cómo partimos el agua?
P.- Ah, mira lo que dice A., ¿cómo partimos el agua?
N.- Sacamos un poquitín de agua y luego echamos la otra y ya es
P.- ¿Y cómo estamos seguros de que es medio litro?
N.- Con los números
P.- ¿Con qué números?
N.- Con los de la jarra
P.- ¿Con los de la jarra? Y con los de la jarra como sabremos cuál es medio? A ver, ven, toma la jarra
N.- El que está en el medio
P.- El que está en el medio, dice O. A ver, Iv., ¿qué se te ocurre?
N.- Aquí pone unos numeritos que son un 1 y un 2
P.- Ah, mirad que números ha descubierto aquí Ju., Ju. ha cogido con Dav. y con Da., ha mirado toda la raya de números y ha buscado dónde estaba la mitad, dice que venía un cero y un 5, pero que también venía un 1 con una barrita y un 2, oye, ¿sabéis que significa eso?
N.- Media agua
P.- Mirad, dicen los mayores, un litro de agua que lo parto en 2 es medio litro. Cojo una parte de las 2 en las que dividí el agua, por eso pone aquí en la jarra, como dice Ju. y como dice Da. y Dav. un 1 una barrita y un 2. Esto significa medio, medio litro.

- TCA. 21: se observa como favorecedora de la comprensión de la situación-problema, o bien de los conceptos que emergen en torno a la misma, la adaptación del lenguaje o la reformulación de las preguntas por parte del docente, atento/a para su reelaboración en sincronía con el momento en el que tiene lugar.
- TCA. 24: se advierte a lo largo del estudio que la realización de preguntas en torno a una cuestión problemática determinada en lugar de la generación de respuestas por parte del adulto favorece la expresión oral de niños y niñas desde el ámbito matemático, provoca su reflexión, propicia generación de anticipaciones, favorece la contraposición de argumentos, suscita el aporte de diferentes estrategias, motiva a una redefinición de las intuiciones dando lugar a una clarificación del pensamiento y produce conflictos cognitivos con la intención de que el alumnado avance en sus razonamientos.
- TCA.26: se advierte que la realización de una síntesis de los aportes diversos de los niños y niñas colabora en situarlos al alcance de todos y todas.
- TCA. 39: la reflexión previa, la planificación, la formulación de hipótesis sobre posibles estrategias válidas, la exploración de distintos caminos de resolución, el repaso, la explicitación, la reformulación, el aporte de estrategias diversificadas, el retomar lo hecho hasta el momento en lugar de dar por hecho que el conocimiento ya está adquirido, parecen ayudar a tomar conciencia, mejorar la comprensión y resolver con más éxito.

Por otra parte, se advierte que **la generación de campos semánticos en torno a situaciones matemáticas, parece facilitar la atención en las cuestiones abordadas desde las situaciones-problema y colabora en una mayor comprensión hacia las mismas y hacia los contenidos implicados en ellas**:

> 4.1.29 OP-PG –columna de *comentarios*-: Se aprecia que se genera un campo semántico antes de abordar la expresión gráfica para asegurar atención y comprensión del tema. Se analiza despacio la propuesta: lo que dice en el eje de abscisas (los lugares de vacaciones) y qué habrá que escribir en el eje de ordenadas (los nombres de los componentes del equipo). Se les pregunta continuamente qué creen que hay que hacer y ellos/as van deduciendo. En el segundo equipo, es la docente la que se pone de ejemplo para garantizar la comprensión.

Además, tal y como se reconoce desde la neurociencia (Aldana, 2013), **las preguntas y las ayudas fonológicas parecen haber ayudado a los niños y niñas a evocar conocimientos que están presentes aunque con mayor o menor grado de instauración** (TCA.34 y TCA.38). Este autor resalta que en el aprendizaje incidental los participantes –niños y niñas- se convierten en usuarios de la lengua, a partir de un uso contextualizado, con significados pragmáticos, desde la comunicación entre iguales y con otros miembros de la comunidad educativa en el contexto de situaciones funcionales:

> 4.2.50 GD-PG*: El 112 es más alto que el 106; Yo soy más alta; O. mide un poco más.*

TABLA 56 PROCESO DE TRIANGULACIÓN DE DATOS EJE 4. AFECTIVIDAD, AUTONOMÍA EMOCIONAL Y ATENCIÓN

Eje 4. AFECTIVIDAD, AUTONOMÍA EMOCIONAL Y ATENCIÓN COGNITIVA
En el aprendizaje infantil, emoción y cognición van de la mano. El desarrollo de estas emociones y los afectos ocurre en sociedad, en el contacto con el otro.
Desde la neurociencia, se señala que recordamos con más intensidad aquello que hemos aprendido implicando a nuestras sensaciones y emociones. **Cuando se involucran las emociones comunicando a otros el rendimiento aumenta, se trata de un trabajo interactivo, un aprendizaje cooperativo** (Aldana, 2013) tal y como se ha observado en el trabajo de campo en el aula a lo largo de la investigación. Este autor da mucha importancia a la necesidad de motivar al alumnado para que sean capaces de mantener la atención y sientan menos fatiga, y para ello, **se hace necesario incardinar en las situaciones problema cuerpo y movimiento**, mucho más si se trata de niños y niñas de EI. Se aprecia desde este estudio la necesidad de movimiento, implicación corporal y emocional e intercambio con los otros/as para la resolución de

situaciones problema, independientemente de la dificultad de las mismas (TCA.33):

> 3.1.7 OP-PG –columna de *comentarios- Se observa como la docente trata de respetar la necesidad de actividad física estrechamente relacionada con la emocional, el contacto entre iguales, la emoción de compartir: Hay muchas risas y complicidad entre los miembros del grupo.*

Sin embargo, en los tiempos de espera en los que sólo se involucra la atención, y en situaciones muy prolongadas, ésta decae rápidamente (TCA.35). Para ello, se hizo necesario **generar en el aula organizaciones flexibles en cuanto a agrupamientos, posibilidades diversas de resolución y aceptación de movimientos o traslados por el aula** (TCA.37). Pese a ello, algunos docentes expresan que este tipo de organización les genera estrés y sensación de falta de control sobre el aula:

> 2.3.GDD: *Hay demasiadas idas y venidas en la clase, yo me agobio, los demás no están quietos, vienen y te… no sé, así yo no me veo. Necesito que estén sentados haciendo algo.*

Por otra parte, **la percepción del error como oportunidad de construcción del conocimiento** (MT16) será fundamental en las emociones y afectos que suscite en el alumnado, se recogen numerosas evidencias en este estudio sobre ello:

> 5.2.121 GD-PG –columna de *comentarios-*: *La docente no realiza juicios de valor acerca de cada estrategia diferente para resolver una resta, simplemente las recoge y las pone en común con el resto, valorándolas por igual. Los niños y niñas expresan sus diferentes estilos para resolver una misma cuestión, y todos/as respetan esa diversidad.*
>
> 5.1.96 OP-PG –anexo-.
> *N.- Marisol, me he equivocado*
> *P.- Pues pídele la goma… Qué bien se la has pedido*
> *N.- He hecho el 5 como un 2*
> *P.- Ah, mira, es verdad, qué bien te has dado cuenta, ya veo que estás mirando la recta numérica para poder hacerlo muy bien.*

No obstante, cuando se sondea acerca de las percepciones que obtienen de sus hermanos y hermanas mayores acerca de las matemáticas, se aprecian sensaciones punitivas y de rigor escolar, descontextualizadas:

> 4.3.70 GD-GG -anexo-. Acerca de para qué sirven las sumas y las matemáticas:
> *(…)*
> *P.- Ah, y ¿qué son sumas?*
> *N.- Son deberes*
> *P.- ¿Qué más?*

N.- Mira, las sumas son 1 más 0 igual a 1
P.- Y ¿para qué sirven las sumas?
N.- Y 2 más 1 igual 3
P.- Ah, ya veo lo que haces J., tú estás diciendo 1 más 2 igual a 3 y estás poniendo los dedos. Pero, chicos ¿para qué valen las sumas?
N.- Para aprender números
P.- Para aprender números, ¿para qué más valen?
N.- Para contar
P.- ¿Para contar? ¿Sí? Para contar ¿el qué? ¿Para qué, Pa.?
N.- Números
P.- ¿Para qué más, chicos?, ¿quién sabe para qué sirven las sumas?
N.- Para aprender
P.- Para aprender ¿el qué? Bueno, chicos
N.- Para corregir
P.- ¿Para corregir?, ¿eso qué es?
N.- Es algo de las sumas
P.- ¿Y eso quién lo hace?
N.- Los mayores
P.- ¿Los mayores corrigen?, ¿qué es eso de corregir, para qué vale eso?
N.- Para si lo has hecho bien o mal
N.- Para copiar unos deberes
P.- ¿Para copiar unos deberes?, ¿vosotros hacéis deberes?
N.- Sí, no
N.- Mi hermano hacía lengua y mates
P.- Lengua y mates
N.- Yo hago en inglés
P.- Tú haces deberes en inglés ¿Y las sumas, las sumas son deberes?
N.- Son matemáticas
P.- ¿Son matemáticas? huy lo que ha dicho Ju., las sumas son matemáticas y, ¿qué son las matemáticas?
N.- Son de ordenadores, son sumas y demás cosas
P.- Se., ¿tú tienes alguna idea de que es eso de las matemáticas que está diciendo Ju.?, ¿alguien tiene alguna idea de que es eso de las matemáticas? Cl., L., ¿estáis pensando en algo, chicas?, ¿qué es eso de las matemáticas que dice Ju.?
N.- Unos deberes que te mandan repetir para que tú los hagas
N.- Son unos deberes muy importantes
P.- ¿Por qué son tan importantes?
N.- Porque así aprendes muchos números
N.- Hay que copiarlos
P.- ¿Hay que copiarlos?, ¿dónde hay que copiarlos?
N.- En el ordenador, se pueden copiar muchas cosas, en el ordenador se pueden copiar
P.- Mirad, chicos, Ic. está pidiendo el turno ¿quién la está escuchando?
N.- Que las sumas se hacen con muchos números y hay que tener cuidado porque si no te equivocas.
P.- Mirad chicos, dice Ic. que las sumas se hacen con muchos números y hay que tener cuidado porque si no te equivocas ¿alguien quiere decir algo sobre eso?
N.- Yo no

Desde la enseñanza de corte tradicional, se ha descontextualizado el aprendizaje de las matemáticas, generando dependencia con el adulto a la hora de decidir las estrategias a utilizar y validar los resultados. Sin embargo, desde los aprendizajes colaborativos, se genera una autonomía con respecto a estas dos cuestiones, que, por otra parte, repercute en las emociones que las situaciones-problemas sus citan. La base de la inclusión se asienta desde estos estilos de enseñanza.

Atendiendo a estos aspectos, desde el estudio, en relación con la metodología empleada, se advierte la importancia de:

- TCA.23: el refuerzo al alumnado al que le cuesta más expresar sus estrategias o que no tiene mucha confianza en ellas, **devolviéndoles una imagen de capacidad:**

  4.1.29 OP-PG: *P.- Muy bien visto, A., ¿ves como sí sabes?*

- TCA.33: **el movimiento, implicación corporal y emocional e intercambio con los otros/as** para la resolución de situaciones-problema sin importar la dificultad de las mismas;
- TCA.18: **el fomento de la asunción de la responsabilidad de la decisión del tipo de resolución por parte de los alumnos/as**: la verificación desde la comprobación empírica de sus actuaciones y no desde el criterio del adulto.

En la gran mayoría de las situaciones observadas, **los niños y niñas no expresan no saber o no poder resolver las situaciones-problemas que se les plantean. Se sienten válidos y capaces** (TCA.48). Además de ello, el trabajo cooperativo y colaborativo parece haber propiciado el **respeto infantil por las expresiones y aportaciones diversificadas de sus compañeros/as** (TCA.49).

Así mismo, numerosos estudios conceden especial importancia a las **emociones del docente con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**, ya que éstas incidirán en sus prácticas de enseñanza. Desde esta investigación, se advierte que, además, **estas emociones están también relacionadas con las asociaciones que se construyen en torno a la implementación de un enfoque comunicativo y cooperativo de las matemáticas** como el que se presenta a lo largo del estudio, según los datos recogidos en los Grupos de Discusión Docente:

TCGDD.9 Dificultad de implementación del enfoque presentado debido a su asociación a diversas premisas:

9.1 Excesivo tiempo de preparación de materiales y actividades;
9.2 Falta de tiempo para llevar a cabo en el aula este estilo de trabajo;
9.3 Necesaria colaboración del resto del equipo docente cercano al maestro;
9.4 Tipología del alumnado;

9.5 Excelsa y extensa formación inicial y permanente del profesorado;
9.6 Sobre exigencia al profesorado a consecuencia del extenso currículo escolar;
9.7 Inestabilidad en la situación laboral del profesorado (itinerancia, interinidad, equipo docente variable);
9.8 Características del entorno escolar y del centro en sí mismo;
9.9 Determinados recursos materiales y económicos.

Por último, la **implicación de las familias**, **tanto por sus aportaciones indirectas** (de materiales matemáticos cotidianos y de cambios de mirada respecto de las matemáticas y, por tanto, de su actitud en las actividades cotidianas con sus hijos e hijas) **como por su participación activa en el aula, ha supuesto un doble trabajo del ámbito emocional**: por un lado, los niños y niñas están siendo más respetados en su diversidad de estrategias y estilos de pensamiento por los adultos que les sostienen emocionalmente, por otro, las familias se emocionan con los niños y niñas y crecen en su comprensión:

> 4.1.32 OP-PG: *Se ha propuesto a las familias que traigan al aula objetos matemáticos cotidianos (relojes, básculas, reglas, vasos medidores de cocina, cronómetros…) dentro de la dinámica de hacer partícipe a la comunidad educativa de la vida del aula y posibilitando la comprensión del enfoque comunicativo desde el que se trabaja en la clase.*
>
> 5.1.95 OP-GG: *Al finalizar el taller, nos reunimos todos, familias y niños y niñas, en la asamblea a mostrar cómo nos han quedado las bolas. (…) Las familias se quedan impresionadas al escuchar los razonamientos de los niños y niñas.*

Esta participación beneficia emocionalmente no sólo a las familias y a los niños y niñas, sino también a la docente, que, en su esfuerzo de ir dando estrategias a las familias (no sólo desde las reuniones trimestrales sino desde los encuentros en el aula a partir de talleres y otras muchas colaboraciones conjuntas), se siente progresivamente más valorada y apoyada en su tarea educativa:

> 5.1.95 OP-PG: *Las familias que están presentes en el aula perciben las intenciones de la investigadora y se sorprenden de las estrategias de los niños y niñas.*

Sin embargo, **esta participación se percibe como intrusiva y genera inseguridad** a numerosos docentes:

> 3.2.GDD: *Las familias participan mucho en tu aula, y dices muchas cosas delante de ellos. Yo no me veo capaz, me pone muy nerviosa y pienso que me están analizando cada cosa (…) Muchos compañeros no quieren que las familias se asomen por su clase.*

Los niños y niñas, por otra parte, viven a sus padres y madres como copartícipes de todo lo que sucede en el aula, y son capaces de interpelarlos de forma ajustada cuando les es necesario:

	5.1.76 OP-GG: *Los niños y niñas se dan cuenta de que no sabemos llegar hasta allí y, a petición suya (de los alumnos/as), escriben una nota y la cuelgan en la cristalera solicitando a las familias que nos traigan un mapa de la localidad. Cuando por fin traen varios, los niños y niñas analizan el mapa y buscan la torre. Días más tarde, quieren llevarlo para que el conductor/a del autobús no se pierda, y así lo hacen.*

TABLA 57 PROCESO DE TRIANGULACIÓN DE DATOS EJE 5. PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA

Eje 5. PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA

La adopción de unas prácticas de enseñanza u otras pone de manifiesto el lugar en el que el docente pone el acento. Se hace muy necesaria la reflexión acerca de las mismas y el posicionamiento epistemológico desde el que se generan.

En los ejes temáticos expuestos hasta el momento, se expresan ya numerosos aspectos relacionados con las prácticas de enseñanza, sin embargo, se hace necesario explicitar algunas cuestiones añadidas. Se advierte desde la investigación la importancia de apuntar a:

- la necesaria promoción de la **ayuda mutua y el trabajo en equipo**, **desde la solidaridad y desde el aporte al desarrollo cognitivo** tanto del alumnado que ayuda como del que es ayudado (TCA.22);
- el **andamiaje y la mediación** como estrategias de enseñanza (MT.11, TCA.10);
- la importancia de la **realización de preguntas** para:
    - favorecer la expresión oral desde el ámbito matemático;
    - provocar la reflexión;
    - propiciar la generación de anticipaciones;
    - favorecer la contraposición de argumentos;
    - propiciar el aporte de diferentes estrategias;
    - provocar una redefinición de las intuiciones del alumnado que dé lugar a una clarificación de su propio pensamiento;
    - provocar conflicto cognitivo para que el alumnado avance en sus razonamientos (TCA.24):

> 4.3.59 GD-GG: *P.- Mirad, ha dicho Cl. como cuando Iv.... nos contó que los riñones miden 10 cm. Y yo os pregunto, pero ¿cómo cuanto son 10 cm? ¿Cómo podemos estar seguros? Cl. fue a por esta cinta métrica y pudimos ver cuánto son 10 cm., pero ahora yo os pregunto, ¿si ahora C. cogiera otra regla y miráramos 10 cm. en otra regla ¿qué pasaría?, ¿sería igual que aquí o no?, ¿qué pensáis?*

- la importancia de la **reformulación de las situaciones-problema para favorecer su comprensión** (TCA.25) y de la realización de una **síntesis de los aportes diversos de los niños y niñas para ponerlos al alcance** de todo el alumnado (TCA.26):

5.2.121 GD-PG: *P.- Vamos a retomar, estábamos con la idea de que necesitábamos 12 botes, pero de repente vimos que no son 12, que hay que quitar uno de esos 12 que creíamos, porque Ca. ya lo había traído.*

3.3.19 GD-GG: *La docente trata de reconducir y les pregunta cómo sabrán cuántos euritos cuesta cada autobús. Entonces varios niños/as responden: ahí, donde los números, donde pone eso (se refieren al símbolo de €).*
La docente lo retoma: Vale, vamos a mirar aquí entonces, donde los números. ¿Qué números son? Muchos niños y niñas reconocen rápidamente el 20 y lo nombran: el 20 (estamos en abril y ya tienen mucho manejo debido a que todos los días cuentan cuántos han venido, cuántos faltan, lo buscan en la recta numérica y lo anotan en el cartel de presentes y ausentes, etc.), otros muchos dicen: el del 2 y el 0, y algunos que hay que contar. La profesora les pregunta cómo pueden estar seguros y en seguida algunos se levantan a contar en la serie numérica. Contamos juntos hasta llegar al 20. Ya están seguros de que se llama así.

- la conveniente asunción de un **papel de ignorancia, de desconocimiento o despiste**, aprovechando gran variedad de situaciones para convertirlas en situaciones-problema susceptibles de ser resueltas desde el ámbito matemático desde la implicación activa del alumnado (TCA.28):

4.2.59 GD-GG: *P.- (…) a D. se le ha ocurrido una cosa y no sé si vale o no vale. D. ha traído la calculadora, que también tiene números, ¿con la calculadora podemos ver lo de los 10 cm.?*
N.- No
N.- Sí porque tiene los mismos números.
P.- ¿Y si pongo 10, podemos saber cómo es de largo 10cm.?
N.- No

- la necesaria generación de propuestas:
  - en las que tengan cabida **diferentes estrategias de resolución y reflexión** sobre las mismas;
  - **diversificadas**, pese a que en ocasiones parezcan destinadas a niveles escolares superiores, a partir de **situaciones que tratan de ser reales, pragmáticas, situadas, contextualizadas, desde procesos comunicativos reales, con las aportaciones de todo el alumnado**;
  - **a partir de situaciones cotidianas, rescate de situaciones incidentales, desde el proyecto de trabajo del aula, desde la propuesta de juego, etc. (**TCA.27).

Por otra parte, Chevallard (1991) aborda la cuestión de que lo que se enseña en entornos educativos y lo que aprenden los alumnos y alumnas, no coincide exactamente con las disciplinas que tienen de origen; la teoría desde la ciencia y desde la docencia no son exactamente la misma. Esta situación se da a partir de las adaptaciones que realiza el docente para que el alumnado pueda adquirir el conocimiento. Ello da lugar a una acomodación del lenguaje y de las herramientas que se utilizan en la enseñanza, y a una simplificación de las aplicaciones. Así, expresa la **importancia de realizar una vigilancia respecto del respeto los conceptos matemáticos desde las prácticas que tienen lugar en las aulas**. En las situaciones diversas que han tenido lugar en el aula a lo largo del trabajo de campo, no ha sido necesario realizar adaptaciones de conceptos matemáticos para ser enseñados, sino que se trabajaron desde su emergencia, en su uso y aplicabilidad, desde el pragmatismo y funcionalidad.

Los datos recogidos en los Grupos de Discusión entre Docentes, apuntan a que este tipo de prácticas de enseñanza **se perciben como difíciles de implementar debido a que se asocian a diversas premisas** (TCGDD.9):

- 9.1 Excesivo tiempo de preparación de materiales y actividades;
- 9.2 Falta de tiempo para llevar a cabo en el aula este estilo de trabajo;
- 9.3 Necesaria colaboración del resto del equipo docente cercano al maestro;
- 9.4 Tipología del alumnado;
- 9.5 Excelsa y extensa formación inicial y permanente del profesorado;
- 9.6 Sobre exigencia al profesorado a consecuencia del extenso currículo escolar;
- 9.7 Inestabilidad en la situación laboral del profesorado (itinerancia, interinidad, equipo docente variable);
- 9.8 Características del entorno escolar y del centro en sí mismo;
- 9.9 Determinados recursos materiales y económicos.

Por otra parte, se observa cierto desconocimiento del currículo oficial que hace difícil el reconocimiento de objetivos y contenidos en las prácticas de enseñanza presentadas (TCGDD.8). Además, en algunos casos, aprecian en este enfoque serias carencias en tanto que manifiestan la necesidad de trabajar cuestiones de grafomotricidad, cálculo en fichas de sumas y restas, reconocimiento de las grafías numéricas, etc. (TCGDD.10), a pesar de que, muchos de ellos/ellas reconocen la solidez teórica en la que se sustenta (TCGDD.11, TCGDD.12).

Por último, con una incidencia significativa, la investigadora reconoce la **necesidad propia de una mayor formación matemática** (y pedagógica) para recoger todas las situaciones que se presentan o bien darles un sentido matemático lo más ajustado posible (TCA.52), cuestión estrechamente vinculada a la formación docente (MT.20).

A partir de este proceso de triangulación, la investigadora ha podido interpretar simultáneamente múltiples realidades desde diferentes ángulos plasmándolo en las representaciones textuales que se presentan en las tablas precedentes a partir de los ejes temáticos descritos.

6.2.- PROCESO DE CRISTALIZACIÓN

Con la intención de llevar a cabo una interpretación que cristalice los datos registrados y analizados, se utilizan las preguntas de indagación formuladas en torno al objeto de estudio y a la problemática observada -señaladas en el capítulo I de la presente memoria- como guía orientativa para que, constituyéndolas con el mayor número de elementos, permitan dar respuestas a dichas inquietudes originales, desde la perspectiva de los niños y niñas así como de las prácticas de enseñanza[7]:

Preguntas de indagación 1 y 4. ¿Qué lenguaje, formal e informal, utilizan los niños y las niñas para resolver situaciones matemáticas? ¿Cómo interpretan los niños y niñas (a través de los distintos tipos de lenguaje) situaciones matemáticas que registran en su vida cotidiana?

TABLA 58 PROCESO DE CRISTALIZACIÓN. PREGUNTAS DE INDAGACIÓN 1 Y 4

DESDE LA PERSPECTIVA DEL PENSAMIENTO INFANTIL Y SU FORMA DE COMUNICARLO	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
Aunque en algunas ocasiones aparece un lenguaje informal que no conlleva intenciones comunicativas matemáticas (TCA8.1), por lo general los niños y niñas suelen hacer uso del mismo a partir de un lenguaje cotidiano que trata de expresar cuestiones relacionadas con las situaciones-problema desde el ámbito matemático. (TCA8.2) Hacen uso, igualmente, de un lenguaje corporal, en el marco de la acción: tocar, señalar, dirigirse hacia objetos, con la intención de	Las **situaciones que dan lugar a un uso del lenguaje, más o menos formal, por parte de los niños y niñas** se generan en **contextos de asamblea y de trabajo en equipo, desde el diálogo y el respeto, en la búsqueda de estrategias diversificadas para la comprensión -desde la conjugación de los saberes de todos/as-, la interpretación y la resolución de una situación-problema determinada que es común al grupo** (TCA9.1), en el marco de **registro de la información** como

[7] De la misma manera que en apartado anterior, 6.1., han de tenerse en cuenta los códigos generados en la Identificación de unidades de análisis saturadas y muestro teórico para su fichado (véase,5.4.- *Especificación del muestreo teórico indagado y de las unidades de análisis saturadas en el trabajo de campo (aula) y en el grupo de discusión entre docentes*, p.396): **MT** y código numérico (Muestreo Teórico y número de fichado), **TCA** y código numérico (unidades de análisis saturadas del Trabajo de Campo en Aula, y su número de fichado) y **TCGDD** (unidades de análisis saturadas del Trabajo de Campo en Grupos de Discusión entre Docentes, y número de fichado).
Por otra parte, aparecen los códigos de la Tabla 7.- *Situaciones-problema desarrolladas a lo largo de la investigación*, p.248, pertenecientes a cada situación-problema desarrollada a lo largo de la investigación. Código alfanumérico: la primera cifra corresponde a la edad de los niños en el momento de la realización de la actividad, la segunda al trimestre en que se llevó a cabo, y la tercera responde la nomenclatura de la actividad. A continuación las dos siguientes letras se refieren a la estrategia de recolección de datos: Observación Participante –O.P.- y Grupo de Discusión –G.D.-, y por último, lo referente al tipo de agrupamiento: Gran Grupo –G.G.-, Pequeño Grupo –P.G.-, individual –I-.

DESDE LA PERSPECTIVA DEL PENSAMIENTO INFANTIL Y SU FORMA DE COMUNICARLO	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
expresar soluciones de las situaciones-problema (TCA8.3). Así, **aparecen como inseparables el lenguaje, la acción y el conocimiento** (MT.3, Stubs, 1983). Por otra parte, se observa que **progresivamente la mayoría de los niños y niñas utilizan un lenguaje más formal desde el punto de vista del ámbito matemático** (TCA.8.4): Expresión oral de valores cardinales y ordinales para describir realidades, utilización oral de estrategias de resolución de cálculo, establecimiento de categorías por atributos, uso de atributos o propiedades para describir realidades concretas, utilización de vocabulario informal que expresa propiedades de la aritmética, geometría y álgebra, utilización de vocabulario convencional de carácter matemático, respuestas abiertas y descriptivas, respuestas concretas, concisas, y expresión escrita –notaciones- con diferentes niveles de convencionalidad. Se recuerda en este punto que Alcalá (2005) expresa que, **el lenguaje informal irá sirviendo de base a un lenguaje de carácter más formal.** A través de estos lenguajes **dan significado a las situaciones-problema**, reformulándolas, reinterpretándolas a partir de los continuos cuestionamientos que realiza la investigadora -que ponen en duda sus primeras impresiones para llevarlos a un nivel de razonamiento superior-, de los aportes que realizan los compañeros/as, y de las comparaciones con situaciones vividas –que colaboran en	memoria de datos que pueden ser utilizados posteriormente (TCA9.2), en el contexto de la **argumentación** en el trabajo con diferentes agrupaciones de alumnado (TCA9.3), en escenarios de búsqueda de resoluciones en situaciones de **juego** en la que se van **interpretando** entre todos/as los hechos matemáticos que acontecen, se **aportan estrategias diversas y se ofrece ayuda mutua entre compañeros/as** (TCA9.4), y en el espacio de la **ejecución de las diversas estrategias** de resolución (TCA9.5). Parra y Sainz (1994) subrayan la importancia de **ir educando a los niños y niñas en un lenguaje matemático adecuado que permitirá comprender posteriormente la nomenclatura y funcionamiento de la tecnología y de la ciencia de la que nace**. La **interpretación** de los niños y niñas de las situaciones-problema pasa por dos **fases**, una primera en la que la investigadora **da pie a que los niños y niñas se expresen, hagan sus primeras aproximaciones, analogías con experiencias vividas**, y una segunda en la que **provoca la reflexión desde la dinamización de las conversaciones** (TCA.10), **canaliza sus expresiones y estrategias hacia sus ZDP** (TCA.11), **la expresa formalmente y reinterpreta sus aportes respecto del abordaje de la cuestión** (TCA.13) (Fernández Bravo, 2001): En esta etapa se puede orientar al sujeto de esta forma: <<Eso que tú dices…se dice…>>, <<Eso que tú escribes como…se escribe…>>, <<Lo

DESDE LA PERSPECTIVA DEL PENSAMIENTO INFANTIL Y SU FORMA DE COMUNICARLO	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
la categorización de la situación-problema- (Gadino, 2011). Se interpretan las situaciones cotidianas y las que surgen en los proyectos de trabajo como situaciones susceptibles de ser resueltas desde el trabajo en equipo, el diálogo y la reflexión conjuntas. Una vez reconocido el problema, interpretado, se buscan estrategias para su solución. **En el uso de estos diferentes lenguajes que utilizan los niños y niñas en contexto, a partir de las narrativas que se generan, construyen e interpretan las realidades que tienen lugar en el aula y que les convocan a movilizarse** (MT.1, Bruner, 1966, Mead, 1973). Así, la interacción comunicativa se muestra clave en el proceso de aprendizaje, el **diálogo como llave en la construcción del conocimiento** (MT.4, Vygotsky 1986; Carla Rinaldi en D´Angelo & Medina, 1999, Freire, 2003). Por otra parte, **el grado de madurez y el nivel más o menos convencional del lenguaje utilizado por los niños y niñas en el aula no está directamente relacionada, en algunos casos, con el nivel de desarrollo de sus razonamientos lógico-matemáticos** (TCA.51), esto es, en muchas situaciones puede interpretarse de las expresiones informales de los niños/as un acercamiento a los conceptos matemáticos superior al que pueden explicar: Situación-problema 5.2.123 GD-GG (anexo) *P.- A ver, voy a volvéroslo a enseñar, si Ptolomeo nació en el año 100 y murió en*	que tú llamas…se llama…>>, <<lo que tú expresas de la forma… se expresa…>>, <<Lo que tú indicas con…se indica…>> (pp.84). **Continuamente apela a todos y todas** (TCA.14) a que expresen qué entienden de la situación, qué hay que hacer, cómo abordarlo, qué interpretan respecto de cómo encararla (TCA.13). Estas **verbalizaciones colaboran en la organización y clarificación de los propios pensamientos de los niños y niñas, al hacerlos explícitos, y en el acceso de los demás a estilos de pensamiento diferentes o más avanzados de los suyos** (Gadino, 2011). Se observa desde el estudio la importancia de **propiciar en el aula la alteridad de la comunicación, el conocimiento adquirido en el intercambio comunicativo con los otros** (MT.5, Aubert, Flecha, García, Flecha, & Racionero, 2008). Por otra parte, la investigadora ejerce una **escucha atenta para reconocer en las expresiones del alumnado relaciones con experiencias previas** (TCA.16), así como **adapta**, en ocasiones, su propio lenguaje y **reformula** las preguntas que realiza **para asegurar la comprensión** de la situación problema o de conceptos emergentes en torno a ella (TCA. 21 y 25). Todas estas cuestiones son observadas por los docentes en los Grupos de Discusión como problemáticas para llevar a la práctica, en tanto que se interpreta como muy dificultosa la tarea de dinamización de las conversaciones en el

DESDE LA PERSPECTIVA DEL PENSAMIENTO INFANTIL Y SU FORMA DE COMUNICARLO	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
el año 170, ¿con cuántos años se murió? *N.- Con 70* *P.- Dav. dice con 70, ¿por qué sabes que con 70?* *N.- Porque lo pone* *P.- Lo pone, ¿dónde?* *N.- Ahí* *P.- Aquí pone 100 y 170 pero a mí me gustaría saber cómo has sabido que si nació….* *N.- En el otro pone 70* *P.- ¿Dónde pone 70?* *N.- Ahí* *P.- Ah, en el 170, en el uno siete cero, ¿pero y cómo sabes que entonces se murió con 70?* *N.- Porque lo pone* *P.- A ver, ven a enseñármelo, a ver, sé que me vas a señalar, pero sigo sin entender bien qué quieres decir con que lo pone* *N.- (toca el 7 y el 0 de 170)* *P.- Porque miras aquí el 0 y el 0 y aquí el 7 y el 0 ¿y con eso ya sabes?* Se observa que **los niños/as van accediendo a diferentes niveles de formalidad del lenguaje con ritmos diferentes que responden a su diversidad**. Así mismo, la investigadora busca **la interpretación que los alumnos y alumnas hacen, desde el lenguaje propio, de las situaciones-problema.** Situación-problema 5.1.75 GD-GG (anexo): *P.- (…) O., ¿**qué significa** que tengamos números en los zapatos?* *N.- Para saber, para saber qué altos somos.* *P.- A ver, dice O. que el número de los zapatos quiere decir qué altos somos* *N.- Para saber si el pie es grande.* *P.- A ver, dice Ju. que para saber si el pie es grande. A ver, ¿qué dices tú, Da.?* *N.- Que para saber de qué tamaño es nuestro pie.* *P.- ¿El número que querrá decir del*	aula (TCGDD.6), así como una muy necesaria formación continua del maestro/a para manejar todos estos aspectos expuestos en relación al lenguaje y la interpretación que de las situaciones matemáticas hacen los niños y niñas (TCGDD.9.5). La investigadora trata de favorecer el acceso a un lenguaje cada vez más formal desde las situaciones-problema que se desarrollan en el aula, y desde la reformulación de las expresiones del alumnado, para **conferir significado a este lenguaje más específico.** Situación-problema 3.3.22 GD-GG (capítulo IV, apartado 4.3.): *La docente explica que estos números con el circulito que nombramos así: primero, segundo, tercero… los mayores los llaman ordinales. Un niño dice que porque están ordenados así: 1, 2, 3…, y la docente explica a todos que así es.* *Entonces, otro niño dice que es como en el cole de su hermano mayor (del edificio de los mayores de primaria). La docente reconoce en su expresión que se refiere a la nomenclatura de las aulas según el grado: 1ºA, 3ºC… Y lo pone en común con el resto.* Situación-problema 5.1.94 OP-GG (capítulo IV, apartado 4.3.): *En situación de asamblea, jugamos a Los Chinos. Tratamos durante un buen rato de poner diferentes cantidades con una sola mano, y con las dos (¿Quién puede poner un tres usando una sola mano? Ahora, otra vez tres dedos, pero usando las dos manos). Poco a poco todos entienden el juego y les va saliendo bien. A Ad. le ayudan sus compañeros a poner las cifras usando las dos manos, ya que con una sola le sale bien.*

DESDE LA PERSPECTIVA DEL PENSAMIENTO INFANTIL Y SU FORMA DE COMUNICARLO	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
tamaño del pie?, a ver, ¿por qué con un número en el zapato? *N.- Porque, porque…así sepamos así…..podemos ver el número y a la vez qué tamaño* *P.- Vale, dice Da. que según el número que tengamos (…), que según el número así sabemos el tamaño que tiene.*	*A continuación, lo hacemos en la pizarra "como los mayores". Ponemos los sumandos y el signo de más. Hacemos unas cuantas con cantidades bajas. Aparecen varias sumas cuyo resultado es el mismo: 7 (4+3, 5+2, 6+1). Esto les divierte a todos y llegan a la conclusión de que hay varias maneras de llegar al 7. De repente ven que 4+3 y 3+4 dan el mismo resultado. Les pregunto si importa cuál pongamos primero y todos menos Ad. dicen que no importa. Les explico cómo a esto los mayores lo llaman "Propiedad Conmutativa". En seguida Ó. dice que si los mayores mayores como su hermana, que está en 6º de Primaria, y les digo que sí. Esto les emociona.* *Da., que está disfrutando mucho, me pide que ponga 90+90, y me dice que eso son 180. Le pregunto cómo lo sabe y responde "¡porque lo sé!". Entonces Ju. me dice "mira, pon 40+40. Eso son 80" "¿Cómo lo has calculado?" "Pues sumo 4+4 que son 8 y le pongo el 0". Dav. se emociona y me dice: "¿sabes? 100+100 son 200 y 1000+1000, 2000".*

Preguntas de indagación 2 y 3. ¿Cuáles son las hipótesis que utilizan los niños y niñas de EI para resolver situaciones matemáticas? ¿Qué tipo de estrategias y capacidades ponen en juego los niños y las niñas cuando resuelven situaciones propias del campo matemático?

TABLA 59 PROCESO DE CRISTALIZACIÓN. PREGUNTAS DE INDAGACIÓN 2 Y 3

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
Las hipótesis con las que operan los niños y niñas se observan a partir de las interpretaciones que hacen de las situaciones (desarrolladas en la *Tabla 58 Proceso de cristalización. Preguntas de indagación 1 y 4*), es decir, las **resignificaciones** de las situaciones-	Con la intención de crear un clima de seguridad y confianza, en el que **la individualidad de cada uno/a es observada como enriquecedora para el grupo**, la investigadora **respeta y no enjuicia las**

<table>
<tr><th>DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE</th><th>DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA</th></tr>
<tr><td>problema a las que se enfrentan, y las reformulaciones de las mismas desde su propio lenguaje (TCA8.1, TCA8.2, TCA8.3 y TCA8.4) e interpretación, a partir de las narrativas que desarrollan en actos comunicativos y colaborativos en el grupo (MT.1, MT.4, MT.14).
Por otra parte, estas hipótesis se explicitan en las decisiones que toman respecto de cómo abordar la resolución de situaciones problemas. Se observa con Siemens (2004) que, la toma de decisiones es, en sí misma, un proceso de aprendizaje. Han de diferenciarse dos tipos de estrategias en el abordaje de la resolución de situaciones-problema que presentan los niños y niñas, estrategias de acción (TCA.6) y estrategias mentales (TCA.7):
TCA 6: <u>Estrategias de acción</u>:
6.2 Procedimientos informales o más primitivos:
6.2.7. Pruebas al azar;
6.2.8. Ensayo-error;
6.2.9. Ausencia de valoración de la necesidad de aspectos matemáticos para la resolución de una situación-problema;
6.2.10. Búsqueda de ayuda por parte de otros/as compañeros;
6.3. Procedimientos más formales desde el punto de vista de la matemática convencional:
6.3.1. Manipulación de objetos o del propio cuerpo y de los demás (posiciones y posturas, uso de dedos, gesticulaciones, sonidos, ritmos…) con intención matemática: calculando, modelizando, recordando, resolviendo o argumentando a partir de dicha manipulación:
6.3.1.1. Conteo;
6.3.1.2. Sobreconteo;
6.3.1.3. Subitizing o conteo súbito;
6.3.1.4. Comparaciones con otras realidades;</td><td>aportaciones del alumnado, sus hipótesis y estrategias, aun cuando se hallen alejadas de las necesidades para la resolución de las situaciones-problema (TCA.17). Por otra parte, fomenta, como indispensable para el desarrollo de estrategias y capacidades del alumnado, la asunción de la responsabilidad del tipo de resolución por parte de los alumnos/as, es decir, que la verificación de los resultados tenga lugar desde la comprobación empírica de sus actuaciones y no desde el criterio del adulto (TCA.18).
En este sentido, se consideran las estrategias de acción de los niños como inseparables del lenguaje y el conocimiento (MT.3), teniendo en cuenta que, para que se desarrollen éstas y las capacidades inherentes a las mismas, deben enmarcarse en el aula, como así se hizo, en contextos situados. Se observa, pues, como fundamental, la interacción entre contexto, cultura y acción, poniendo el acento en los significados que se construyen en contextos significativos, funcionales, con sentido social y en procesos comunicativos (D´Angelo y Medina, 2011, MT.2). Así, se observa, de acuerdo con Riviére (1983), la necesidad de fomentar estrategias y habilidades</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE</th><th>DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA</th></tr>
<tr><td>6.3.2. Uso de la recta numérica;
6.3.3. Uso de instrumentos útiles:
6.3.3.1. Al conteo;
6.3.3.2. Al reconocimiento de los números;
6.3.3.3. A la medida (capacidad, longitud, peso);
6.3.4. Recitado de la serie numérica para encontrar un determinado número;
6.3.5. Anotaciones gráficas de la situación-problema: escritura de números;
6.3.6. Uso de autoinstrucciones.

TCA 7: <u>Estrategias mentales</u>
7.5. Procedimientos emocionales y afectivos:
7.5.1. Expresiones que aluden a su familia;
7.5.2. Expresiones que aluden a su condición: edad, inteligencia, gustos, propiedad, amistad, situaciones vitales –reales o no-;
7.5.3. Expresiones que aluden a competiciones.
7.6. Procedimientos informales:
7.6.1. Resoluciones basadas en el azar;
7.6.2. Resoluciones basadas en la intuición perceptiva o en la estimación pero sin sentir la necesidad de emplear estrategias más precisas.
7.7. Procedimientos más formales desde el punto de vista de la matemática convencional -Estrategias de carácter matemático-:
7.7.1. Análisis de la situación-problema, reflexiones y deducciones sobre la misma y sobre su posible resolución atendiendo a algunas o a todas las premisas que lo definen desde parámetros matemáticos;
7.7.2. Redefinición de la situación-problema;
7.7.3. Reflexión sobre la información matemática relevante para la resolución de la situación-problema;
7.7.4. Reflexión sobre las diferentes estrategias posibles para abordar la resolución de una situación-problema</td><td>relacionadas con las tareas, vinculando los contenidos a propósitos claros y a situaciones interactivas.
Sin embargo, algunos docentes expresan en los Grupos de Discusión, que este enfoque es insuficiente para el desarrollo de las capacidades matemáticas de los niños y niñas (TCGDD.7, TCGDD.10) y que presenta serias carencias puesto que no recoge actividades relacionadas con la grafomotricidad, fichas de cálculo, y reconocimiento de las grafías numéricas, entre otras.

3.1.GDD: ¿Y en este tiempo no habéis hecho además fichas de mates? Sumas, escritura de números…

En algunos casos, valoran las prácticas de enseñanza presentadas desde la investigación como complementarias a las de corte tradicional:

Evidentemente las matemáticas vividas, que salen de las necesidades cotidianas son una manera de aprender en la vida y para la vida; pero es evidente que tendrá que haber sesiones concretas para trabajar aspectos matemáticos y explicarlos; esa es la parte que apenas hemos tratado en esta sesión, pero es cierto que no da tiempo para más. Me imagino que hay sesiones en las que trabajas las matemáticas y los conceptos matemáticos puro y</td></tr>
</table>

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
determinada; 7.7.5. Elaboración de hipótesis de resolución; 7.7.6. Modelización de la situación-problema; 7.7.7. Capacidad de anticipar a partir de argumentos de índole matemática; 7.7.8. Reconocimiento de los números como información útil a la resolución de la situación-problema sabiendo o no nominarlos; 7.7.9. Reflexiones acerca del número, sus propiedades y regularidades; 7.7.10. Reconocimiento de criterios espaciales para la resolución de determinadas situaciones-problema (ubicación, relación con el resto de objetos, perspectiva, atributos…); 7.7.11. Reconocimiento y comprensión de las representaciones gráficas del espacio y de su utilidad cotidiana; 7.7.12. Uso de estrategias de cálculo: 7.7.12.1. Conteo; 7.7.12.2. Sobreconteo; 7.7.12.3. Reconocimiento del último número de una colección como el cardinal que la designa; 7.7.12.4. Composición y descomposición numérica en situaciones reales; 7.7.12.5. Comparación de cantidades atendiendo a uno, varios o todos los criterios posibles (valor absoluto de las cantidades, tamaño de la grafía, posición de las cifras…); 7.7.12.6. Estimación de posibles resultados de una operación; 7.7.12.7. Planificación de estrategias de resolución para resolver operaciones aritméticas que exceden a sus posibilidades inmediatas: modelización, uso de objetos concretos, etc. 7.7.13. Reconocimiento de las operaciones aritméticas como instrumentos útiles para la resolución de determinadas situaciones-problema;	*duro; esa es la parte que falta de ver cómo trabajarla* (2.3.GDD). Por otra parte, algunos maestros y maestras del GDD valoran el enfoque del trabajo presentado como valioso para la formación del pensamiento matemático y lo encuentran bien fundamentado a la luz del marco teórico en el que se encuadra, que, bajo su punto de vista, le aporta solidez (TCGDD.11 y TCGDD.12). Se encuentran a lo largo de la investigación un gran número de escenas desarrolladas con las prácticas de enseñanza explicitadas: Ejemplo de práctica situada en un contexto comunicativo, con un objetivo claro para los niños y niñas: Situación-problema 5.1.95 OP-GG. *En el marco del proyecto “La Edad Media”, sucede en la clase que una bufona que se ha perdido junto con su caballero, y no son capaces de encontrar su reino y el castillo en el que habitan. Después de muchas vicisitudes, los niños y niñas consiguen localizarlo y los llevan hasta allí, a Manzanares el Real, en autocar. Tras ello, desean celebrar, como festejo a todas las aventuras que se han vivido, un banquete medieval. Sin embargo, no nos queda dinero para organizarlo (así se les dice). Tras muchas asambleas, encontramos la solución: fabricar objetos medievales, y venderlos en un mercadillo en el colegio a cambio de productos para el banquete. Así*

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
7.7.14. Reconocer en la recta numérica un instrumento útil para la resolución de determinadas situaciones-problema; 7.7.15. Nominaciones de los números; 7.7.16. Reconocimiento de los instrumentos útiles al conteo, al reconocimiento de los números y a la medida, y elección de la herramienta más útil a cada situación; 7.7.17. Ausencia de ayuda por objetos concretos: 7.7.17.1. El recuerdo de la experiencia propia; 7.8. **Procedimientos formales desde el punto de vista cognitivo:** 7.8.1. Transferencia: relación de experiencias o conocimientos previos con la situación-problema; 7.8.2. Verbalizaciones de procedimientos, argumentaciones y contraargumentaciones más o menos ajustadas en interacción con los otros/as; 7.8.3. Ajuste progresivo de las estrategias en función de la utilidad que se constata que tiene en el momento de la resolución de una situación-problema; 7.8.4. Recogida de las estrategias de los/as compañeras como posibles caminos de solución a situaciones-problema; 7.8.5. Valoración de la corrección de estrategia por la validez que le concede el grupo para resolver las situaciones-problema; 7.8.6. Deducción y/o reconocimiento de conceptos matemáticos en su uso y de procedimientos formales de cálculo; 7.8.7. Interpretación de los resultados de una situación-problema; 7.8.8. Ausencia de verbalizaciones. Ejecución directa: 7.8.8.1. No necesitan verbalizarlo; 7.8.8.2. No saben cómo verbalizarlo. 7.8.9. Verificaciones empíricas de la validez de los resultados, a partir de la experiencia.	*se hizo. En la ocasión que se presenta, tras fabricar bolas de malabares, como las que usaban los bufones, cabe la duda de cuántas vender en cada trueque. Al finalizar el taller, nos reunimos todos, familias y niños en la asamblea a mostrar cómo nos han quedado las bolas. Han hecho bastantes más que una para cada uno, en total 43. Les propongo que contemos juntos cuántas han fabricado. Voy parándome al final de cada decena para que sean ellos los que digan la cifra siguiente. Después de 29 a algunos les cuesta, pero otros no tienen dudas (P., D., Da., Dan., S....).* *En este punto, explicamos a las familias cómo las vamos a vender, y les pregunto cuántas bolas vamos a dar en cada trueque. Al principio algunos dicen 4, pero entonces S. dice que nos quedaríamos en seguida sin bolas y no habría para todos, así que él propone 2. Todos estaban de acuerdo cuando Cl. dice que tienen que ser 3 porque los bufones usaban 3 al hacer malabares. I. está de acuerdo, dice que se necesitan 3 para hacer malabares. Todos conformes y se acuerda que así será.*

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
Por otra parte, las **capacidades** que se observan en los niños y niñas se desprenden de las estrategias empleadas explicitadas previamente: **habilidades comunicativas, trabajo en equipo, flexibilidad en el pensamiento, respeto de la singularidad de los demás** (TCA.49)**, búsqueda activa de soluciones, responsabilidad en la verificación de las mismas, análisis y reflexión sobre las situaciones, deducciones e inferencias, relaciones, generación de analogías, anticipaciones a partir de estimaciones y cálculos, y transferencias,** entre las capacidades que tienen mayor incidencia en el desarrollo de la investigación (Gadino, 2011). Ahora bien, **se considera que tienen lugar asociadas a determinadas prácticas de enseñanza del aula** (TCA.10-29). Así, se observan numerosísimas situaciones en las que estas estrategias y capacidades tienen lugar: Ejemplo de deducciones e inferencias, situación-problema 4.3.69 GD-GG (capítulo IV, apartado 4.3.1): *En muchas ocasiones, por ejemplo, a diario, en asamblea, cuando vemos cuántos compañeros/as están ese día en el aula, se hace necesario a los niños y niñas buscar en la recta numérica cómo se escribe el 22, 23, 24... En ese contexto, a uno de los niños se le ocurre "un truco" para que no sea necesario hacer esa búsqueda diaria y pueda resolverse de manera más rápida y efectiva. Ello suscita una conversación posterior acerca de la escritura de los números.* *(…)* *P.- Da., ¿cuál es esa idea que has tenido para que no nos equivoquemos más?* *N.- Porque el 20 se empieza por el 2 y el 30 empieza por el 3* *P.- ¿Y los "cuarenta y", empiezan por el mismo número?* *N.- No, por los 4* *P.- Ah, por los 4 ¿y los "cincuenta Y"?* *N.- Pues por el 5* *P.- Y dice D. los "noventa y"*	

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
N.- Por el 9 *P.- Ah, por el 9, o sea que todos…* *N.- Y los sesenta empiezan por el 6 y los setenta empiezan por el 7* *P.- ¿Y entonces el 68 por qué numero empieza?* *N.- Por el 6* *N.- Por el 8* *P.- ¿Por el 6 o por el 8, el 68?* *N.- Yo sé contar hasta 100. Desde el uno sé contar hasta…* *N.- ciento noventa y nueve mil ¿por cuál?* *P.- ¿Por cuál?, el ciento noventa y nueve mil ¿por cuál?, A.* *N.- El no existe* *P.- ¿No existe el ciento noventa y nueve mil?* *N.- Si existe, por el uno* *N.- Por el uno* *P.- Ah, vale* *N.- ¿y el 140?* *P.- ¿Por qué número empezará el 140?* *N.- Por el 100* *P.- Por el 100* *N.- ¿y el 1000?* *P.- ¿Y el 1000 por cuál empezará?* *N.- Por el 1 y luego y luego tres ceros* *P.- Ah, por un 1 y luego tres ceros el mil ¿todos pensáis eso que dice Ju.?* *N.- No* *N.- Sí, es de verdad, eso es* *P.- Eso es, vale* *N.-Sí, es de verdad, me lo ha dicho mi madre.* *P.- Vale* *N.- Y yo también lo sé* *N.-* *P.- ¿A ti también te ha dicho tu madre que eso no es?, ¿el 1000 empieza por el 300?* *N.- El 100* *P.- Vale chicos, pues vamos a seguir con el 3* *N.- Con un 3 empieza el trescientos, tres trescientos, trescientos, tres* *P.- (…) Mirad el truco que se le ha ocurrido a Ju., dice: los trescientos empiezan por tre tre tres. ¿Así hay que escuchar?, por ejemplo ¿hay que escuchar así?, ¿ese truco nos vale para más números?, ¿el 30 por qué número empezará?* *N.- Por el 3* *P.- ¿Y suena a tres, treinta?* *N.- Tre, tre, tre*	

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
P.- ¿Suena un poco a tres? *N.- Sí* *P.- Dan. dice que el 100 por el uno cero cero* *N.- Por el uno* *P.- Chicos, mirad el número que ha dicho Dan., porque con el número que ha dicho Dan. el truco de Ju. creo que no nos vale porque 100 dice Dan. que empieza por el 1* *N.- Sí y dos ceros.* *P.- Pero, Ah, dice So. que empieza por la c, pero digo que si el 100 suena a uno* *N.- Pues no* *P.- Ah, ahí no nos vale pero en noventa* *N.- Nueve* *P.- ¿A qué suena noventa?, ¿a qué suena noventa?* *N.- A nueve*	

Pregunta de indagación 5. ¿Cómo conjugan sus conocimientos informales en el ámbito matemático con posibles anticipaciones al conocimiento de carácter más formal?

TABLA 60 PROCESO DE CRISTALIZACIÓN. PREGUNTA DE INDAGACIÓN 5

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
Los niños y niñas reconocen y comprenden, desde diferentes niveles, la utilidad y las funciones del número, la aritmética, la geometría y el álgebra, aun cuando desconozcan el nombre o ámbito de estos aspectos, para resolver situaciones-problema (TCA.30). Se observa, así mismo, que **despliegan conocimientos ajenos a la escuela**, de su vida cotidiana, para enfrentarse a las situaciones del ámbito de las matemáticas (TCA.31). **Las anticipaciones que han tenido lugar a lo largo de la investigación se han desarrollado a partir de la pluralidad y diversificación de los aportes del alumnado. No todos los niños y niñas alcanzan todas las anticipaciones que se han observado,**	Desde el aula, se han dado condiciones de **contextualización, pragmatismo y funcionalidad, en situaciones comunicativas** (TCA.30). Así mismo, se observa que **las resoluciones son mucho más ricas y el alumnado alcanza mayor profundidad en la comprensión cuando se implican varios niños y niñas que cuando tienen carácter individual** (TCA.36). Parece tener relación, así mismo, el hecho del **carácter flexible de la organización de las tareas en cuanto a agrupamientos del alumnado, la admisión de posibilidades diversas de resolución y la aceptación por parte del adulto de movimiento y traslados de los niños y niñas** (TCA.37). Además de ello, se reconoce como fundamental, junto con Luria (1987), Vygotsky (1988), Pimm (1990) y D´Angelo

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
pero sí han dado lugar a un desarrollo cognitivo importante y han servido de base a conceptos superiores, desde sus ZDP, y a la adquisición de estrategias de las que no disponían. Se observan numerosísimos ejemplos en el contexto del trabajo de campo en el aula. Se exponen a continuación algunos de ellos. En la situación 4.3.63 GD-GG (anexo) se observa como tras una intensa conversación y realización de aportes, los niños y niñas resuelven una situación necesaria para el desarrollo del proyecto en la que había que dividir 25:5. En la situación 3.3.19 GD-GG (capítulo IV, apartado 4.3.1) se observa como los niños y niñas eligen el autobús que les llevará de excursión bajo el criterio de "más barato". En las situaciones 4.2.29 y 4.2.60 (anexo) los niños y niñas son capaces de representar gráficamente a partir de gráficas de barras datos de sus vacaciones o del tiempo meteorológico e interpretar éstas.  En la situación 4.2.61 GD-GG (capítulo IV, apartado 4.3.1) los niños y niñas descubren, en el marco del proyecto del cuerpo humano, que el intestino tiene 7 metros de longitud y buscan comprender esa medida a partir de diferentes instrumentos y estrategias.	(2001), la **utilización del lenguaje matemático en su contexto social**, como el que se genera en el aula objeto de estudio, puesto que **permite el acceso a conceptualizaciones lógicas más avanzadas y facilita el desarrollo del pensamiento desde la ZDP** (MT.7). Se observa, en este sentido, que **la comunicación y los procesos de intercambio, en el contexto matemático y desde experiencias significativas, posibilita el acceso a símbolos y abstracciones** (MT.6). Así mismo, se asume, junto con Robinson (2015) y Siemens (2004) –desde la **teoría de la conectividad**- la necesidad propiciar estos **escenarios educativos que fomenten el pensamiento creativo desde las redes que conforman los otros, los conocimientos, las acciones y las experiencias ya que, como se observa, parece que posibilitan el acceso a conocimientos que, desde la escuela tradicional, se consideran ajenos a las posibilidades de los alumnos/as si no se dan las condiciones de entrenamiento de técnicas previas descontextualizadas** (MT.14). Se aclara en este punto, que no se trata de avanzar conocimientos ajenos a las posibilidades de los alumnos y alumnas, ni de adelantar contenidos matemáticos para los que el alumnado no está preparado. Se pretende, únicamente, explicitar que, desde determinadas prácticas educativas, los niños y niñas muestran intereses, estrategias y capacidades que la escuela no ha observado suficientemente hasta ahora. Así pues, las prácticas de enseñanza que se han llevado a cabo desde la presente investigación, reivindican: • el **valor de los conocimientos informales** basados en

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
Desde la situación 5.1.95 OP-GG (capítulo IV, apartado 4.3.1), se observa cómo, a partir del desarrollo de un taller en el que han de fabricar bolas de malabares en el contexto del proyecto de aula “La edad Media”, son capaces, desde estimaciones multiplicativas, de calcular cuántas han de elaborar. Se retoma en este punto a Karlson (1960), dado el paralelismo que se observa a la luz de los datos observados, cuando expresa que “**de un modo activo y operante el hombre fue adquiriendo sus conocimientos de las formas matemáticas y de las relaciones cuantitativas; las conoció mucho antes de aprender a denominarlas y de pensarlas conscientemente**” (pp. 13-14. La negrilla es nuestra). Ahora bien, el progresivo acceso a una matemática formal se ha observado en el contexto de la interacción comunicativa en escenarios colaborativos vividos como significativos (MT.1-14).	experiencias concretas (MT.9) puesto que, como expresa Baroody (1988) abona el terreno para la matemática formal (MT.12), • el potencial de las prácticas de enseñanza que posibilitan las resoluciones de situaciones-problema bajo la **mediación de un adulto o en colaboración con otros compañeros** más capaces (MT.10), • y el **interés natural** de la infancia por la matemática informal (NAEYC & NCTM, 2013; MT.21). Desde esta mirada, las prácticas de enseñanza desarrolladas en el trabajo de campo en el aula, generan **propuestas de trabajo**: • en las que tengan cabida diferentes estrategias de resolución y reflexión sobre las mismas; • tradicionalmente destinadas a niveles escolares superiores a partir de situaciones que tratan de ser reales, pragmáticas, situadas, contextualizadas, desde procesos comunicativos reales, con las aportaciones de todo el alumnado; • a partir de situaciones cotidianas, rescate de situaciones incidentales, desde el proyecto de trabajo del aula, desde la propuesta de juego (como consubstancial a la actividad matemática –MT.23-, etc. (TCA.27).

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
	Por otra parte, ante situaciones matemáticas complejas, la **alternancia entre el respeto al desarrollo de las conversaciones y la recopilación de algunos aportes más ajustados para focalizar de nuevo la atención en la cuestión concreta, parece ayudar a resolver la situación-problema desde un enfoque matemático** (TCA.41). Así mismo, como se ha venido expresando hasta el momento, el **trabajo cooperativo, la resolución construida desde la acción y reflexión compartida, la experiencia directa y el juego, parecen favorecer el acceso a razonamientos y deducciones de aspectos matemáticos propios de la presente etapa y también de etapas posteriores independientemente de las características individuales del alumnado, con diferentes niveles de profundización** (TCA.44). Sin embargo, desde los Grupos de Discusión entre Docentes (GDD), se reconoce **desconocer las capacidades matemáticas** que son capaces de desplegar los niños y niñas en estos contextos (TCGDD.1), así como una manifiesta **dificultad para identificar las posibilidades que, a estos efectos, ofrecen los aprendizajes incidentales, las escenas de la vida cotidiana y los proyectos de trabajo**, susceptibles de ser trabajados desde el ámbito matemático (TCGDD.13). Es por ello que, ante la presentación de estas prácticas educativas, se muestran abrumados (TCGDD.17), y, en algunos casos, desarrollan respuestas defensivas puesto

DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS, DE SU PENSAMIENTO Y SU LENGUAJE	DESDE LA PERSPECTIVA DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA
	que las viven como contrarias a las suyas propias (TCGDD.18): 2.3.GDD: *No imaginaba que se pudieran trabajar tantas matemáticas alrededor de un cuadro, y menos que tuviera que ver con un proyecto como el del Cuerpo Humano.* 2.3.GDD: *Tú le pones un nombre bonito, así, como muy formal, y parecen más matemáticas, pero yo, no sé, no veo tanto.*

Desde este proceso de cristalización, se ha podido expresar una misma realidad desde múltiples perspectivas que se conjugan esencialmente en dos: por un lado, la que presentan los niños y niñas, desde su pensamiento y lenguaje; y por otro, la de las prácticas de enseñanza que actúan de modelaje para que éstos se generen y desarrollen.

6.3.- INFORME FINAL Y CONCLUSIONES

(…) nos invita a liberarnos de una realidad escolar que, algunas veces, se presenta cerrada, encasillada y aburrida. A convertir el ir a la escuela cada día en una aventura interesante para los niños, para nosotros y para las familias. A vivir con pasión nuestra profesión y permitir que nuestros alumnos vivan con pasión sus aprendizajes en la vida cotidiana de la escuela.

(D´Angelo & Medina, 2011)

Los aportes interpretativos alcanzados en esta esta investigación etnográfica permiten adherir al hecho que anticipara la obra de Baroody (1988) respecto a la necesidad de introducir las matemáticas desde la acogida de los conocimientos informales de los niños y niñas, ya en la enseñanza inicial, integrando en este proceso la resolución de situaciones-problema, bien planificadas ex profeso o desde la alerta a los aprendizajes incidentales, sin aplazarlo hasta que se encuentren dominadas las técnicas básicas. Estas cuestiones deben constituir el currículo desde los primeros años. A lo largo del estudio, los alumnos y alumnas, desde sus matemáticas informales, ponen en juego estrategias propias que derivan, desde el diálogo, la reflexión conjunta y el trabajo cooperativo y colaborativo, en resoluciones con carácter aritmético, geométrico y algebraico, al mismo tiempo que adquieren estos conceptos, cada cual desde su nivel de desarrollo -desde el objeto, la experiencia, el conocimiento y el concepto- sin haberse dado anteriormente un entrenamiento previo en los requisitos que, tradicionalmente, se asocian como necesarios para su logro. Se encuentran evidencias, como expresarían Parra, Sadovsky y Sainz (1994) de que "aprender matemática es construir el sentido de los conocimientos, y la actividad matemática esencial es la resolución de problemas y la reflexión alrededor de los mimos". Sin embargo, se señala que hay que observar cuidadosamente que estas prácticas estén enmarcadas en la resolución de verdaderos problemas para los niños y niñas, y se aproveche la curiosidad que por el ámbito matemático sienten.

La perspectiva de Vygotsky, se define en esta línea. Parece fundamental presentar las matemáticas a partir de la matemática informal del niño/a, desde el campo en el que se encuentra, el objeto y la experiencia, para que a través de ellos llegue al conocimiento, sin forzar situaciones que se comprueba carecen de sentido para el desarrollo cognitivo.

Como ya se describió en el marco teórico, y en coincidencia con Brown, Collins y Duguid (1989, en Díaz Barriga 2003, p.34) "desde una visión situada se aboga por una enseñanza centrada en prácticas educativas auténticas, las cuales requieren ser coherentes, significativas y propositivas; en otras palabras: simplemente definidas como las prácticas ordinarias de la cultura". A la luz de las interpretaciones que de este estudio se derivan, se apuesta por esta perspectiva de *cultura matemática*, desde la que los niños y niñas de la investigación, parecían encontrar sentido, utilidad y un objetivo claro que les movilizaba a poner en juego estrategias diversificadas desde el trabajo en grupo y el respeto a la individualidad de cada miembro: "La educación matemática de los niños debe apuntar a matematizar la realidad de todos los días" (Freudhental, en Gravemeijer & Teruel, 2000). Freudhental se opondría a Chevallard para el que el punto de partida en las aulas debe ser el conocimiento matemático de los expertos, desde un abordaje deductivo. Desde el punto de vista de esta investigadora, en realidad ambas perspectivas no son tan contrapuestas sino más bien complementarias. Por un lado, se antoja necesario el trabajo de salir al encuentro de las matemáticas de la vida, porque se desvela su sentido y origen, y en tanto sirven de herramienta a situaciones cotidianas y al desarrollo cognitivo de las personas inmersas en un contexto específico. No debe perderse este sentido en ninguna de las etapas de la escolarización, tampoco en la Educación Infantil. Pero por otra parte, vigilar que en el abordaje de las matemáticas que se trabajan no se genera una distancia insalvable entre los conceptos en su origen y los enseñados, es también importante, para que no se produzca un aprendizaje de una pseudomatemática. En este sentido, una de las propuestas metodológicas de Jareño (2012) de acercarse a la historia de las matemáticas y de los matemáticos, así como a la de los problemas del ámbito matemático que han dado lugar a axiomas y teoremas, abarcaría ambos enfoques complementariamente. Es decir, no se trataría de adaptar los conocimientos matemáticos originales a la escuela y enseñarlos de forma instruccional, sino de que la escuela alcanzara esos conocimientos desde un trabajo de búsqueda conjunta de ellos en la realidad, para más tarde definirlos matemáticamente. Se subraya en este punto, la conveniencia de abordar estas cuestiones desde una perspectiva coeducativa, utilizando las numerosas páginas y blogs de internet que muestran los logros de mujeres matemáticas a lo largo de la historia, toda la historia, la masculina y la femenina. La experiencia como docente me ha colocado de frente a cuestionamientos de los niños y niñas de Educación Infantil, como el siguiente: "Profe, ¿no hay mujeres astrónomas?", en el desarrollo del proyecto de El Espacio indagando acerca de Ptolomeo, Copérnico, Galilei, etc., en el transcurso de esta investigación.

Por otra parte, se encuentran evidencias en esta investigación acerca de que los niños y niñas emplean y desarrollan un pensamiento que les conduce hacia la matemática formal a partir de la utilización de sus propias estrategias en verdaderas situaciones-problema. Como se recoge en el capítulo II:

> el proceso de aprendizaje matemático debería tener lugar, en cualquier nivel educativo, de una forma semejante a la que el hombre ha seguido en su creación de las ideas matemáticas. Por tanto, el profesor debería tratar de estimular en los alumnos su búsqueda autónoma, su propio descubrimiento paulatino de estructuras matemáticas sencillas, de problemas interesantes relacionados con situaciones que surgen de modo natural, delante de las situaciones-problema en las que tuvo lugar la gestación de las ideas que pretende trabajar (Guzmán, 1989, p. 23).

Como ya se expresó anteriormente, una situación sólo se podrá considerar problema si los niños y niñas la perciben como tal, tienen un proyecto, un objetivo visible y claro.

Además de ello, los datos recogidos permiten advertir la estrecha relación que se establece entre el aprendizaje matemático y el aprendizaje colaborativo, en el que la responsabilidad individual de cada uno da lugar a la consecución de logros colectivos: la resolución de la situación-problema. Se observa que, en contextos en los que se desarrolla la capacidad de una adecuada comunicación en el grupo –dialógico-, se favorece el acceso a diferentes estilos de pensamiento (y por tanto flexibilidad en el mismo) y a diferentes niveles de conceptualización matemática, desde las Zonas de Desarrollo Próximo de cada niño/a. Se entiende, por tanto, desde la interpretación de los resultados de la investigación, la necesidad de orientar las prácticas de enseñanza de las matemáticas hacia escenarios comunicativos y colaborativos, en tanto que la pluralidad de aportes enriquece el aprendizaje y la expresión de las propias ideas clarifica el propio pensamiento al hacerlo explícito. El hecho de que los niños y niñas reformulen en estos contextos las situaciones-problema indica su nivel de comprensión y favorece el entendimiento del mismo así como colabora al acceso de los demás. En este sentido, desde el presente estudio se explicita el valor de la diversidad y la inclusión de todos los niños y niñas en el ámbito matemático, entendiéndolo como un concepto normalizado, desde el que todos y todas tienen la palabra, en el que se respetan y valoran como positivas la singularidad y las diferencias personales y culturales. Freudhental se expresa en esta línea cuando habla de "matemáticas para todos" abogando claramente por la heterogeneidad de los grupos. Desde la teoría emergente de la conectividad (Siemens, 2004) –que, superando las teorías de corte constructivista, trata explicar el lazo entre el aprendizaje individual y el organizacional- se expresa que no sólo la experiencia propia sino también la ajena son fundamentales para el aprendizaje, en tanto que el individuo solo no puede experimentarlo todo, necesita de las experiencias de los otros y otras, y de sus comunicaciones, por tanto cobra especial importancia el aprendizaje colaborativo, ya que permite compartir, colaborar, discutir y reflexionar con otros. Así, el aprendizaje y el conocimiento dependen de la diversidad de opiniones. El aprendizaje se distribuye a través de redes –de personas y/o, digitales-. Esta mirada comunicativa abarca no sólo las relaciones entre los niños y niñas a la hora de enfrentar una situación-problema, también los actos comunicativos del adulto que los propicia. Así, la reformulación del lenguaje informal de los niños y niñas en un lenguaje formal, específico del ámbito matemático, parece estar colaborando en un mejor acceso al mismo. Una dieta lingüística rica, parece que genera mejor acceso a los conceptos y más facilidad de expresión desde el lenguaje matemático al alumnado.

En otro orden de cuestiones, desde numerosos estudios reseñados en la presente memoria, una parte significativa del alumnado –y del profesorado- en las diferentes etapas gestiona el ámbito matemático desde dimensiones afectivas de angustia y ansiedad (Gómez- Chacón, 2000, 2001). Es indudable, en la actualidad, la relación entre la afectividad y los procesos metacognitivos. Sin embargo, desde la presente investigación, se observa que un enfoque matemático situado, con significados pragmáticos, desde grupos heterogéneos en los que cada cual tiene una respetada identidad propia que se valora como positiva para el conjunto y en los que se genera ayuda mutua, no se desarrollan estos sentimientos negativos, por lo que se valora desde este estudio este tipo de prácticas como preventivas.

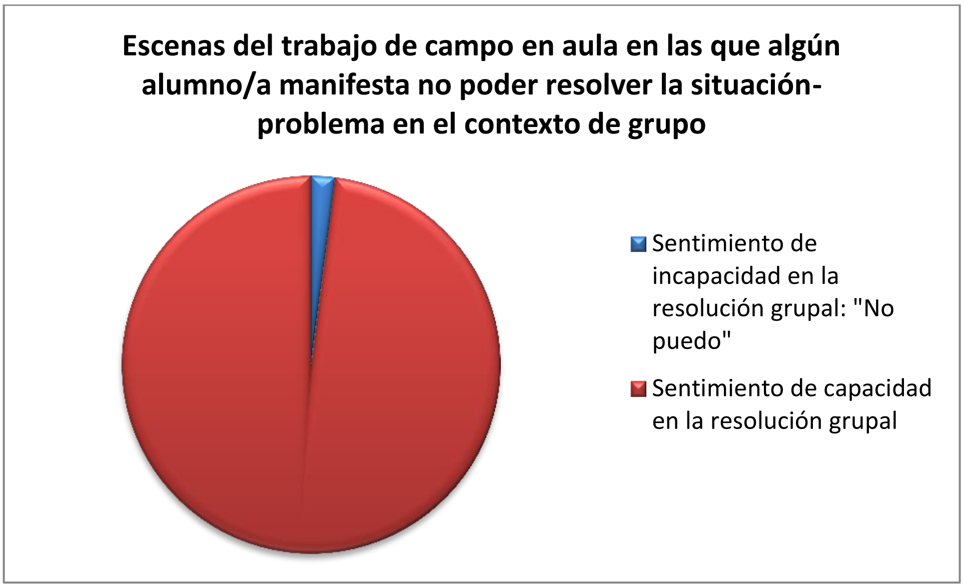


FIGURA 24 PORCENTAJE DE EXPRESIONES DE INCAPACIDAD POR PARTE DE LOS ALUMNOS/AS EN EL TOTAL DE ESCENAS RECOGIDAS EN EL TRABAJO DE CAMPO EN EL AULA

Se aprecia que se requieren, ya desde la Educación Infantil, propuestas que, comprometiendo todas las capacidades infantiles (perceptuales, motrices, lúdicas, cognitivas, comunicativas, emocionales…), propicien el desarrollo armonioso y emocionalmente estable, de los niños y niñas. Estas propuestas no consisten en una anticipación de ejercicios y deberes previstos que pretendan un precoz adiestramiento hacia el área de las matemáticas, de modo que el principal desafío a la hora de enseñar consiste en lograr que los alumnos y alumnas se apropien del sentido de los conocimientos. Esto implica colocar en el centro de la actividad tanto la resolución de situaciones que a los niños y niñas les signifiquen "auténticos problemas a resolver" como la reflexión en torno a ellos. Así, la apropiación de los conocimientos matemáticos requiere de prácticas educativas relacionadas con el "quehacer matemático":

- explorar caminos de resolución diversificados para los problemas,
- resignificar estos problemas,
- planificar,
- relacionar,
- buscar analogías con otras situaciones,
- evocar experiencias previas que ayuden a categorizar la situación-problema,

- preguntar,
- ensayar,
- tantear,
- anticipar,
- experimentar,
- formular hipótesis,
- interpretar,
- verificar resultados,
- confrontarlos con los iguales,
- corregir,
- revisar,
- argumentar,
- registrar para poder volver a la información obtenida,
- presentar los resultados, comunicarlos de forma oral y/o en términos de lenguaje formal,
- pensar sobre los procedimientos empleados,
- transferir los procedimientos a otras situaciones, etc.

Fernández Bravo (en Carlavilla & Marín, 2001) también subraya la necesidad de un aprendizaje desde la comprensión a partir contraste de las ideas (observaciones, relaciones, transferencias, intuiciones, diversidad de resoluciones, etc.).

Desde las evidencias encontradas, se observa con Aldana (2013) que cuando se involucran las emociones comunicando a otros, el rendimiento aumenta, desde el trabajo interactivo y el aprendizaje cooperativo. Para este autor, se ha de dar mucha importancia a la motivación del alumnado para que sean capaces de mantener la atención, motivación que encuentran, desde las realidades observadas en la investigación, en el quehacer matemático expresado en escenarios funcionales, con sentido para los niños y niñas. Así, también apunta a la necesidad de los niños y niñas de implicar sus cuerpos, de movimiento, para generar aprendizajes. Desde la investigación, se constatan estos aspectos, con los que las prácticas educativas han de ser consecuentes. No se puede pretender, si el objetivo es desarrollar aprendizajes matemáticos y de toda índole, que los niños y niñas se muestren en el aula callados, quietos, resolviendo como cuestiones únicas actividades de lápiz y papel, exigiendo a todos y todas el mismo ritmo. En este sentido, se incorpora, junto con Widdowson (1996) el concepto de *tarea* relacionada con su significado pragmático, la funcionalidad que desprende para los niños y niñas, en contraposición de la *actividad*, más relacionada con significados semánticos independientes del contexto. Por otra parte, Aldana hace especial incidencia en la importancia de que los alumnos y alumnas observen en sus maestros y maestras "pasión" por lo que hacen, y que éstos generen aprendizajes desde las continuas preguntas y cuestionamientos al alumnado que lo impliquen en lo que está sucediendo en el aula, tal y como se ha recogido en la presente investigación.

En esta línea, la interpretación de las observaciones recogidas en el presente estudio parecerían confirmar que las concepciones o creencias del maestro/a conforman un constructo de convencimientos desde los cuales asume ideas sobre su papel, los procesos de enseñanza-aprendizaje, la función social de la educación, y desde las que encara su tarea e interpreta lo que sucede en el aula. Así, hay una estrecha vinculación entre estos pensamientos e ideas y las prácticas de enseñanza que desarrollan en entornos educativos (Marcelo, 1987, Gómez-Chacón, 2001, 2002). Diversos estudios han encontrado que los puntos de vista predeterminados de los profesores sobre las matemáticas estaban relacionados con sus opiniones acerca de qué constituyen evidencias de la comprensión de las matemáticas de sus alumnos y alumnas, y sus percepciones del propósito de la planificación de las actividades matemáticas (Thompson, 1992, Caballero & Blanco, 2007). Ello lleva a la reflexión acerca de la formación inicial y permanente del profesorado. En lo que se refiere a la carrera inicial, el grado de Magisterio, el profesorado parece no adquirir la formación suficiente como para comprender el pensamiento matemático del niño/a en las primeras etapas de su vida, como expresan los maestros/as en los Grupo de Discusión entre Docentes llevados a cabo en la presente investigación. Por otro lado, a lo largo de la vida profesional del docente existe el hándicap de superar con el conocimiento suficiente la necesidad de recurrir inconscientemente al modelo educativo en el que se aprendió. Por tanto, se aprecia que las creencias-concepciones del profesor/a sobre las matemáticas se trasfieren a sus prácticas de enseñanza. Sobre el contenido de estas creencias Bromme señala que “son ideas sobre los fundamentos epistemológicos de las matemáticas y el aprendizaje de las matemáticas, y sobre las relaciones entre las matemáticas y otros ámbitos de la vida y el conocimiento” (Bromme, 1994, p. 74). Desde la presente investigación, se apuesta por crear espacios de encuentro y formación entre docentes que den lugar a la reflexión acerca de las prácticas desde una fundamentación teórica en tanto se considera fundamental que el docente conozca los procesos de adquisición del sistema numérico decimal, el complejo y espiralado desarrollo del pensamiento matemático y el paralelismo que muestra con la historia de la matemática de la humanidad.

Estrechamente relacionado con la dimensión afectiva de los niños y las niñas, y de los docentes, se encuentra la vinculación que las familias (padres y madres, hermanos/as, abuelos/as, tíos/as…) pueden establecer con la escuela. A pesar de que se observa como necesaria, en muchos casos se percibe como intrusiva y genera inseguridad a los maestros y maestras, tal y como se recoge en los Grupos de Discusión entre Docentes. Sin embargo, desde esta investigación, se recogen evidencias de los beneficios que a todos y todas reporta su implicación. La relación habitual de las familias en las aulas genera, por una parte, aprendizaje por parte de éstas desde el modelaje que lleva a cabo el docente y desde el descubrimiento del estilo de tareas matemáticas que se pueden llevar a cabo con sus hijos e hijas; por otra parte, una mayor comprensión del desarrollo del pensamiento matemático infantil genera un mayor respeto hacia su diversidad de estrategias, estilos de pensamiento y ritmos de adquisición. Las familias se emocionan cuando reconocen en sus hijos e hijas procesos que aprenden a mirar en el aula con el apoyo del docente. Así, el sostén emocional que proporcionan, desde la concepción del error como parte del proceso de aprendizaje y como oportunidad de desarrollo, no sólo no interfiere sino que colabora con las prácticas del docente.

Las familias, por otra parte, valoran y confían mucho más en un maestro que les incluye verdaderamente en la vida del aula, que les enseña a hacer preguntas reflexivas, a encontrar las matemáticas en la vida cotidiana, que les forma e informa continuamente desde las reuniones, circulares habituales, artículos pedagógicos, entrevistas, etc. Desde las evidencias recogidas a lo largo de la investigación, cuando las familias participan de la cotidianeidad del aula, no evalúan al docente sino que, progresivamente, por el contrario, colaboran, apoyan y aprenden:

> *Lo que más me gusta de cuando vengo a los grupos no es sólo que puedo estar con mi hija y ver cómo está aquí en el cole, sino lo que aprendo de ver cómo tú les dices, cómo resuelves lo que va sucediendo, y también las cosas que puedo hacer con ella en casa. ¡Nunca pensé que se pudiera aprender tanto con una Oca!* (Madre de Ic.)

Para ello, se observa que en la organización y planificación del docente las familias deben estar muy presentes, dándoles cabida en la mayor parte de escenarios escolares posibles a partir de una colaboración estrecha y comprometida en una tendencia a la generación de comunidades de aprendizaje en las aulas.

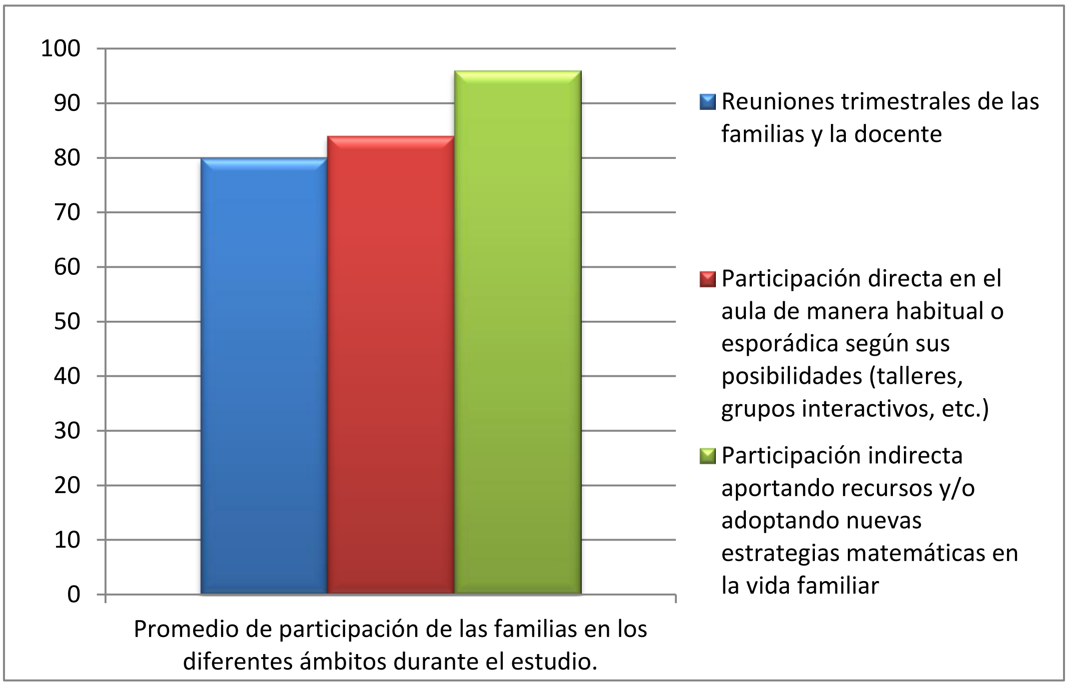


FIGURA 25 PARTICIPACIÓN DE LAS FAMILIAS EN DIFERENTES ÁMBITOS RELACIONADOS CON EL TRABAJO DE CAMPO

En otro orden, se observa en esta investigación que, desde el estilo de las prácticas de enseñanza descritas, se propician anticipaciones de conceptos relacionados con la aritmética, geometría y álgebra que, tradicionalmente, se reservan desde el currículo para niveles posteriores. Se favorece desde este estilo de enseñanza que se vayan construyendo posibles aprendizajes con un carácter más formal de lo que se atribuye habitualmente a la Educación Infantil.

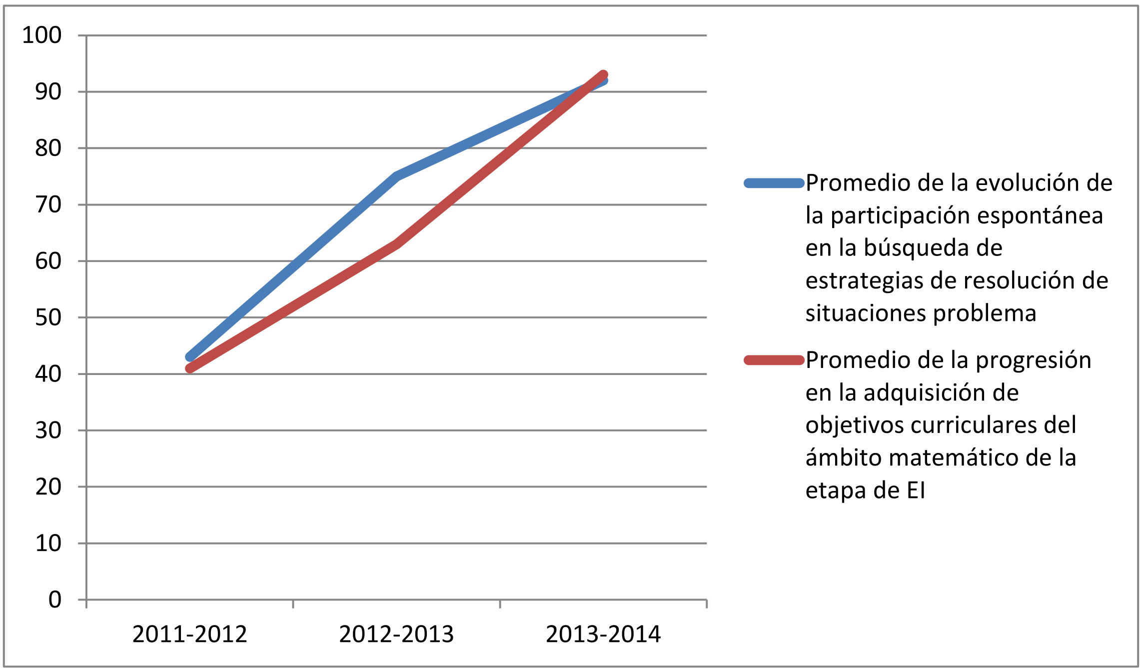


FIGURA 26 EVOLUCIÓN DE LA PARTICIPACIÓN ESPONTÁNEA Y DE LA ADQUISICIÓN DE LOS OBJETIVOS CURRICULARES DE ETAPA

Esto no quiere decir que todos los niños y niñas los logren, lo que sucede en muchos casos, sino que se posibilita y se da base a su construcción desde contextos situados y en escenarios comunicativos de una manera significativa y pragmática, con la ayuda de un adulto que cuestiona e interpela a los alumnos y alumnas continuamente, provocando una mayor atención y una continua reflexión. El docente, a la luz de estas evidencias, debe llevar a cabo prácticas en las que se generen oportunidades al mismo tiempo que incertidumbres, que respeten el rol activo de los niños y niñas, su diversidad, su necesidad de movimiento, exploración, indagación y descubrimiento, de búsqueda de posibles respuestas o soluciones desde las experiencias vividas, desde la creatividad, desde el juego, desde un clima de intercambio e inclusión, y desde el placer, las emociones y los afectos:

> Los niños arriesgan, improvisan, no tienen miedo a equivocarse; y no es que equivocarse sea igual a creatividad, pero sí está claro que no puedes innovar si no estás dispuesto a equivocarte, y los adultos penalizamos el error, lo estigmatizamos en la escuela y en la educación, y así es como los niños se alejan de sus capacidades creativas (Robinson, 2015).

Por otra parte, no se puede olvidar, que en la historia de la humanidad, matemáticas y creatividad han crecido de la mano, y que la creatividad infantil –entendiendo este concepto desde una perspectiva que excede a lo estilístico- es un recurso inagotable.

Por último, desde la presente memoria se apuesta por una visión holística de la educación matemática, la cual necesita de una respuesta global: política, curricular, de investigación, de formación docente, de modelos organizativos de centro, de organizaciones y planificaciones docentes, de prácticas de enseñanza, de recursos, así como de un posicionamiento claro sobre la manera de entender la educación, atendiendo a que esta educación matemática trasciende al desarrollo personal de la persona, de los niños y niñas, y adquiere un valor de inserción social y cultural que contribuye a la inclusión, la igualdad y la equidad.

CAPÍTULO VII

PERSPECTIVA DE FUTURO EN RELACIÓN CON LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

En una escuela para pensar, los niños y los maestros forman parte de algo vivo, hecho entre todos. Están siempre alerta, curiosean la realidad, buscan soluciones libremente. Allí se siente cada cual seguro como individuo y se sabe miembro de un grupo con el que trabajar, investigar o jugar.

(Díez Navarro, 1995)

Con las limitaciones que se desprenden de una investigación de corte etnográfico desde la que, por lo tanto, no se pretende generalizar en ningún caso sus resultados, se vislumbra la importancia de observar no sólo qué hacen los niños y niñas sino qué llevan a cabo los docentes para que ellos y ellas actúen de una u otra manera. Se percibe, pues, la conveniencia de desplazar la mirada centrada únicamente en la infancia para ampliarla, confrontarla, construirla de manera conjunta con las prácticas de enseñanza que dinamizan la vida en el aula implicando a los niños y niñas.

La escuela ha generado innovaciones interesantes hasta la actualidad, conocidas y reconocidas, pero también tiene un saber pedagógico por defecto, un "café para todos": todos los niños y niñas aprendiendo los mismos contenidos al mismo tiempo. A pesar de que se exprese la necesidad de cambios, surgen situaciones estandarizadas, niños y niñas rellenando fichas "matemáticas" en las que no hay que decir nada, en las que no se despliegan sus experiencias ni deducciones, sin los aportes del grupo. Parece, pues, que no sólo se requiere hacer cosas nuevas, sino desplegar metodologías emergentes de procesos de investigación centrados en observar a los niños y niñas con interrogantes respecto a lo que ellos y ellas puedan ser capaces de resolver. El estudio realizado señala la conveniencia de revisar el fondo epistemológico e ideológico, político si cabe, respecto a qué, cómo y para qué se enseña matemáticas en EI. Se intuye que, si el profesorado no le da valor al sentido que tiene la autonomía emocional y cognitiva de los niños y niñas para descubrir y afianzar el pensamiento crítico, de poco servirán las implementaciones de nuevas prácticas de enseñanza que solo focalicen la revisión de las actividades con el consiguiente peligro de gestionar cierto "activismo".

De forma paralela, la perspectiva de la inclusión, desde su más amplio significado, se percibe estrechamente relacionada con el trabajo cooperativo y colaborativo; con las situaciones educativas contextualizadas; con experiencias infantiles diversificadas; con el uso de estrategias de enseñanza que signifiquen oportunidad, enriquecimiento, desarrollo cognitivo, vivencia grupal. Estudios como el presentado en esta memoria pueden colaborar para ampliar y asumir el carácter cultural de las matemáticas; la necesidad de incorporar al desarrollo curricular el conocimiento empírico de los niños y niñas; el error como ocasión; y entender la heterogeneidad como recurso enmarcado valor.

Se entiende que los resultados de este estudio también pueden interesar, para su discusión en el contexto de la formación del profesorado pues el proceso de toma de conciencia y transformación de las prácticas de enseñanza se favorece con los espacios de participación en procesos de investigación -también sobre su propia acción y dentro del contexto del aula- y de formación desde escenarios comunicativos, analíticos, compartidos con especialistas y otros docentes. Parece relevante relacionar lo que piensan los profesores con lo que se proponen hacer y con lo que efectivamente hacen o pueden hacer.

En síntesis, apoya la necesidad de seguir indagando en torno a una educación integral de los niños y niñas que, probablemente, pase por incluir a toda la comunidad educativa, especialmente a las familias. Por tanto, se repara en una posible conveniencia de redefinición de los contextos y ámbitos de verdadera participación y formación compartida, que se aprecia beneficiosa en todos los ámbitos de la educación, y especialmente en la educación matemática: compleja, social, cultural, creativa, emocionante.


Back To School!
Back To School!

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P. , et al. (2002). *La resolución de problemas en matemáticas*. Barcelona: Graó.

Achilli, E. (2008). *Investigación y Formación Docente*. Rosario: Laborde.

Acuña, M., & Rodrigo, M. (1996). La organización de las actividades cotidianas de los niños. Un análisis de curriculum educativo y familiar. *Cultura y educación, 4*, pp.19-30.

Aguiar, M. V. (2009). Importancia de trabajar las TIC en Educación Infantil a través de métodos como la webquest. *Pixel-Bit, Revista de Medios y Educación, 34*, pp. 81-94.

Aguilar, B., Ciudad, A., Láinez, M. C., & Tobaruela, A. (2010). *Construir, jugar y compartir. Un enfoque constructivista de las matemáticas en Educación Infantil*. Jaén: Novedades Educativas.

Aguilar, B. (2011). *El cuerpo humano*. Madrid: Grupo Anaya.

Aguirre, A. (1995). *Etnografía: metodología cualitativa en la investigación sociocultural.* Barcelona: S.A. Marcombo.

Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático.* Barcelona: Graó.

Alcalá, M., Aldana, J. M., Alsina, C., Bishop, A. J. Carbó, Colomer, T., Fernández, A., Ferrero, L., García, A., Giménez, J., Hans, J. A., Monterde, M., Mora, J. A., Muñoz, J., Pazos, M., Ramos, N., Recarens, E. & Segarra, L. (2004). *Matemáticas re-creativas*. Barcelona: Graó.

Alcalá, M. (2004). La matemática escolar interpretada como lenguaje. *Revista Cooperación Educativa-Kikirikí, nº 73*, pp.25-36.

Alcalá, M. (2005). Resumen de la ponencia: La construcción del lenguaje matemático: los primeros códigos notacionales. *Actas del congreso Celebrar la infancia, 8º congreso internacional de Educación Preescolar e Infantil.* Madrid.

Aldana, H. (2013). Claves para aprender y enseñar teniendo en cuenta el potencial del cerebro. [Archivo de vídeo]. *Seminario Internacional de Psiconeuroeducación. La neurociencia entra en el aula*. Chile. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=cud6MoCot4A

Allen, J. (2015). *La vida es matemáticas. Las ecuaciones que explican los avatares de nuestra biografía.* Barcelona: Tusquets Editores.

Alsina, Á., Callís, J. & Figuera, E. (1998). Matemática y realidad. Un instrumento y un fin. Uno. [Versión electrónica], 15, pp. 1-6.

Alsina, Á. (2006): *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años.* Barcelona: Octaedro/Eumo.

Alsina, Á., Aymerich, C. & Barba, C. (2008). Una visión actualizada de la matemática en educación infantil. *Uno, Revista de Didáctica de las matemáticas, 47*, pp. 10-19.

Alsina, Á. & Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible.* Madrid: Narcea ediciones.

Alsina, Á. (2010). La «pirámide de la educación matemática» Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa, 189*, pp. 12-16.

Alsina, Á. (2011a). *Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años*. Barcelona: Horsori, Cuadernos de Educación 62.

Alsina, Á. (2011b). La notación numérica en Educación Infantil: un estudio sobre el proceso de adquisición. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco & M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 237-246). Ciudad Real: SEIEM.

Alsina, Á. (2012a). Contextos de vida cotidiana para desarrollar el pensamiento matemático en Educación Infantil. En Marín, M. & Climent, N. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 409-426). Ciudad Real: SEIEM.

Alsina, Á. (2012b). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 1*(1), pp. 1 -1 4. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1 970/1 /Edma0-6_v1n1_1 -1 4.pdf

Alsina, Á. (2012c). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *NÚMEROS Revista Didáctica de las Matemáticas, 80*, pp. 7-24.

Alsina, Á. (2012d). Cómo enseñar matemáticas en las primeras edades a partir de contextos de la vida cotidiana. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 61*, pp. 97-106.

Alsina, Á. (2013). Early Childhood Mathematics Education: Research, Curriculum, and Educational Practice*. REDIMAT Journal of Research in Mathematics Education, 2* (1), pp. 100-153. doi: http: //doi.dx.org/1 0.4471 /redimat.201 3.22

Alsina, Á. (2013b). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *NÚMEROS Revista Didáctica de las Matemáticas, 86*, pp. 5-28.

Alsina, Á. & Coronata, C. (2015). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 3*(2), pp. 23-36.

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. Mª. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Editorial Síntesis.

Alsina, C. (15 de septiembre de 2004). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. [Archivo de vídeo]. En *XVI Simposio Iberoamericano de la enseñanza de la matemática en el nivel medio.* Castellón. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=1yuSdFqNTSk

Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación, 43,* pp. 85-101.

Alsina, C. (18 de diciembre de 2012). *La matemática hermosa se enseña con el corazón*. [Artículo de la web de la Red Iberoamericana de Docentes]. Conferencia del Instituto Iberoamericano de la Enseñanza de las Ciencias y la Matemática –

IBERCIENCIA- organizada por la Organización de Estados Iberoamericanos –OIE-. Recuperado de: http://www.iberciencia oei.org/alsina1.php

Álvarez, A., Argerami, O. & Palacios, A. (1995). *Biografía de las palabras: pesquisas en el lenguaje matemático*. Buenos Aires: Magisterio del Río de la Plata.

Anderson, G. (1989). Critical ethnography in education. Origins, current status, and new directions. *Review of Educational Research, 59*, pp. 249-270.

Anfara, V. A., Brown, K.M. & Mangione, T.L. (2002). Qualitative analysis on stage: Making the research process more public*. Educational Researcher, octubre,* pp. 28-38.

Apéry, R., Caveing, M., Desclés, J.-P., Dieudonné, J., Fraïssé, R., de Gandt, R., Gochet, P., Lévy-Leblond, J.-M., Loi, M. Mandelbrot, B., Pont, J.-C. & Thom., R. (1984). *Pensar la matemática*. Barcelona: Tusquets.

Artigue, V. & Messano, C. (2012). Estudio exploratorio sobre la incorporación de la Resolución de Problemas en las prácticas habituales de docentes de Matemática. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 32*, pp. 85-104.

Aubert, A., Flecha, A., García, C., Flecha, R., & Racionero, S. (2008). *Aprendizaje dialógico en la sociedad de la información.* Barcelona: Hipatia Editorial.

Aubrey, C. (1993). An investigation of the mathematical knowledge and competencies wich childrens bring into school. *Bristish Educational Research Journal, 19 (1)*, pp. 27-41.

Austin, J. L. (1971). *Cómo hacer cosas con palabras.* Buenos Aires: Paidós.

Bachelard, G. (1974). *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo.* Buenos Aires: Siglo XXI editores.

Báez, M. D. J., & Hernández, S. (2002). El Uso de Material Concreto para la Enseñanza de la Matemática. *Taller de Matemáticas del Centro de Ciencia de Sinaloa, 13,* p. 2007*.* Recuperado de: http://scholar.google.es/scholar?sourceid=navclient&ie=UTF-8&aq=&oq=&hl=es&rlz=1T4MDNF_es___ES467&q=baez+y+hernandez+2002+materiales

Baquero, R. (2002). Del experimento escolar a la experiencia educativa. La transmisión educativa desde una perspectiva psicológica situacional. *Perfiles Educativos, 24* (97-98), pp. 57-75.

Bandura, A., & Bussey, K. (2004). On broadening the cognitive, motivational, and socioestructural theorizing about gender development and functioning: En Martin, Ruble & Szkrybalo. *Psychological Bulletin*, *130* (5), pp. 691-701.

Barbá, D. (2000). La enseñanza de las matemáticas desde el 2000. *Cuadernos de pedagogía, 288*, pp. 52-54.

Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático en los niños.* Madrid: Visor.

Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos De Investigación Y Formación En Educación Matemática, 1* (1). Recuperado de: http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%204.pdf

Bereiter, C. (1997). Situated cognition and how to overcome it. En D. Kirshner & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition. Social, semiotic and psychological perspectives* (pp. 281-300). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Berini, M., Bosch, D., Casadevall, M., Guevara, I., & Sabaté, D. (2010). *Suma, 64*, pp. 15-24.

Biniés, P. (2008). *Conversaciones matemáticas con María Antonia Canals. O cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante*. Barcelona: Graó.

Bishop, A. & Goffree, (1996). Classroom organization and dynamics. En Christiansen, B., Howson, A. G. & Otte, M. (Eds.). *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordtrecht: D. Reidel.

Bishop, A. (1991). *La enculturación matemática*. Madrid: Paidós.

Bishop, A. L. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Buenos Aires: Paidós.

Blanco, H., & Parra, A. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 2(1),* pp. 69-74. Recuperado de: http://www.etnomatematica.org/v2-n1-febrero2009/blanco-parra.pdf

Blanco, H. (2012). Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la educación matemática en maestros en formación inicial. *REDIMAT Journal of Research in Mathematics Education 1* (1), pp. 57-55. doi: 10.4471/redimat.2012.03

Blanco, R. (2012). Educación inclusiva y atención a la diversidad. En Peralta, V. & Hernández, L. (coords.), *Antología de experiencias de la educación inicial iberoamericana* (pp. 80-87). Madrid: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

Boero, P. (1989). Mathematical literacy for all experiences and problems. En Vergnaud, G., Rogalski, J. & Artigue, M. (Eds.), *Proceedings of the 13th PME International Conference, 1*, pp. 62-76.

Bosch, M. A. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles en los primeros niveles. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 1*(1), pp. 15-37.

Bosch, M. A., Castro, E. y Segovia, I. (2005). El pensamiento multiplicativo en los primeros niveles. Una investigación en curso. En Maz, A., Gómez, B. & Torralbo, M. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. IX Simposio SEIEM* (pp. 1 -1 0). Córdoba: SEIEM.

Bosch, M. A., García, F. J., Gascón, J. & Ruiz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática, 18* (2), pp. 37-74.

Bosch, M. A. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma0-6. Educación Matemática en la Infancia, 1* (1), p.15-37.

Bosch, M.A., Castro, E. y Segovia, I. (2012). Pensamiento multiplicativo en los primeros niveles. Una tesis en marcha. En Marín, M. & Climent, N. (Eds.), *Investigación en*

Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM (pp. 229-240). Ciudad Real: SEIEM.

Bowman, B. T., Donovan, M. S., & Burns, M. S. (Eds.) (2001). *Eager to learn: Educating our preschoolers.* Washington, DC: National Academy Press.

Bressan, A., Bogisic, B. & Crego, K. (2000). *Razones para enseñar geometría en la Educación básica. Mirar, construir, decir y pensar*. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.

Bressan, A., Zolkower, B., & Gallego, M. F. (2005). Los principios de la educación matemática realista. En Alagia, H., Bressan, A. & Sadovsky, P., *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática* (pp. 69-98). Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Brissaud, R. (1993). *El aprendizaje del cálculo*. Madrid: Visor.

Broitman, C. (1998). La enseñanza de la división en el primer ciclo. *En el Aula,* 6. Buenos Aires: Ministerio de Cultura y Educación.

Brousseau G. (1986): Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. En Publicaciones FAMAF, *Serie B, Trabajos de Matemática, 19* (versión castellana 1993). Córdoba: Facultad de Matemática Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensé Sauvage.

Brousseau, G. (2000). Les différents univers de la mesure et leurs situations ondamentales. Un exemple d'utilisation de la théorie des situations pour l'ingénierie. *Quaderni di Ricerca in Didattica, 9*. Recuperado de: http://dipmat.math.unipa.it/~grim/quaderno9.htm.

Brown, J., Collins, A. & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Research*, 18 (1), pp. 32-42.

Brown, G.T.L. & Remesal, A. (2012). Prospective teachers' conceptions of assessment: a cross-cultural comparison. *The Spanish Journal of Psychology*, *15*, pp. 75-89.

Bruner, L. (1996). *Realidad mental y mundos posibles. Los actos de la imagnación que dan sentido a la experiencia.* Barcelona: Gedisa.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 46* (1), pp. 3-18.

Caballero, S. (2005). *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil*. [Tesis Doctoral inédita]. Universidad Complutense de Madrid, España.

Caballero, A. & Blanco, L. J. (2007), Las actitudes y emociones ante las Matemáticas de los estudiantes para Maestros de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. En *XI SEIEM. Simposio de Investigación y Educación Matemática.* Universidad de La Laguna.

Calderón, D. (2012). El lenguaje en las mamtemáticas escolares. En D. Calderón, B. D´Amore, J. Godino, C. Vasco, O. León, & A. Sáenz, *Perspectivas en la didáctica de las mamtemáticas* (pp. 79-107). Bogotá: CADE.

Calvo, C., Callejo, I., Forníes, R., García, A., Jiménez, M. F. & Vivas, L. (1993). Recursos materiales. En Callejo, M. L., Pérez, A., Calvo, C., Callejo, I., Forníes, R., García, A., Jiménez, M. F. & Vivas, L. *Guía de aprovechamiento de Recursos Didácticos. Área de Matemáticas*. Madrid: MEC.

Calvo, C., Callejo, I., Forníes, R., García, A., Jiménez, M. F. & Vivas, L. (1994). *Didáctica de la Educación Primaria: Área de Matemáticas. Curso de actualización científica y didáctica de Educación Primaria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Canals, M. A. *GAMAR. Gabinete de Materiales y de Investigación para la Matemática en la Escuela.* [Página web]. Recuperado de: http://www.udg.edu/GAMAR/Publicacions/Altrespublicacions/tabid/18095/language/ca-ES/Default.aspx

Canals, M. A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Octaedro-Rosa Sensat.

Canals, M. A. (4 de julio de 2008). *El conocimiento lógico-numérico en la Etapa Infantil*. [Archivo de vídeo]. Conferencia en la E. U. de Bilbao. Recuperado de: http://ehutb.ehu.es/es/video/index/uuid/509110167da94.html

Canals, M. A. (3 de mayo de 2015). *María Montessori: una nueva manera de comprender la relación entre la educadora y los niños y las niñas.* [Archivo de vídeo]. Conferencia en el VII Congreso de AMEIGI (Asociación Madrileña de Escuelas Infantiles de Gestión Indirecta). Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=JchxKogA2ss

Candela, A., Rockwell, E. & Coll, C. (2009). ¿Qué demonios pasa en las aulas? La investigación cualitativa en las aulas? *Revista de Investigación Educativa, 8.*

Canedo, S., Castelló, J. & García, P. (2006). La construcción de significados científicos en la etapa de educación infantil: una experiencia con planos inclinados. *Enseñanza de las ciencias, núm. extra,* pp. 1- 6.

Cañellas, A. M. & Rassetto, M. J. (2013). Representaciones infantiles sobre las notaciones numéricas. *TED, 33*, pp. 87-101.

Carbó, L. & Gràcia, V. (coords.) (2004). *El mundo a través de los números*. Lleida: Milenio.

Cárcamo, H. (2005). Hermenéutica y Análisis Cualitativo. *Cinta de Moebio 23*, 204-216. Recuperado de: www.moebio.uchile.cl/23/carcamo.htm

Cascallana, M. T. (1988). *Iniciación de la Matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.

Castelnuovo, E. (1970). *El Material para la Enseñanza de las Matemáticas*. Madrid: Aguilar.

Castelnuovo, E. (1999). *Didáctica de la matemática moderna*. México: Trillas.

Castro, E., del Olmo, M. A. & Castro E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. *Investigación en educación matemática, XII,* p. 6. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Castro, H., Martínez, E. & Figueroa, Y. (2009). *Fundamentaciones y orientaciones para la implementación del decreto 1290 del 16 de abril del 2009. Evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes en los niveles de educación básica y media.* Colombia: MEN. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-213769_archivo_pdf_evaluacion.pdf.

Chamorro, C. (1991). *El aprendizaje significativo en el área de las matemáticas.* Madrid: Alambra Longman.

Chamorro, C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil.* Madrid: Pearson Educación.

Chateau, J. (2005). *Los grande pedagogos*. México: FCE.

Chemello, G, (2001). *Didácticas especiales*, Buenos Aires: Aiqué.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.* Buenos Aires: Aiqué Grupo Editor. (1985 en su primera edición, Grenoblé: La Pensée Sauvage).

Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje.* Barcelona: ICE/Hosori.

Chevallard, Y. (1999). L´analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Reserches en Didactique des Mathématiques, 19* (2), pp. 221-226.

Chomsky, N. (1977). *El lenguaje y el entendimiento.* Marcelona: Barral.

Chomsky, N. (7 de mayo de 2012). *Purpouse of education.* [Archívo de vídeo-entrevista al autor en página web Alaya. Difundiendo infancia]. Recuperado de: http://www.alaya.es/2012/05/07/noam-chomsky-sobre-la-educacion/

Clemens, M. A. (1999). Planteamiento y resolución de problemas: ¿Es relevante Polya para las matemáticas escolares del siglo XXI? *Suma, 30*, pp. 27-36.

Cockcroft, W. H. (1985). Las matemáticas sí cuentan. Madrid: MEC.

Cohen, L. & Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla, S.A.

Colm, M. & Richards, D. (2014). Cien años con Martin Gardner. *Investigación y Ciencia, 457*. Recuperado de: http://www.investigacionyciencia.es/revistas/investigacion-y-ciencia/numero/457/cien-aos-con-martin-gardner-12443

Condominas, G. (1991). *Lo exótico es cotidiano*. Gijón: Júcar.

Convocatoria de 11 de abril de 2005 para facilitar el uso de materiales de apoyo para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria. Recuperado de: http://www.madrid.org/cs/Satellite?blobcol=urldata&blobheader=application%2Fpdf&blobheadername1=Content-disposition&blobheadername2=cadena&blobheadervalue1=filename%3DConvocatoria+matematicas+2008-09.pdf&blobheadervalue2=language%3Des%26site%3DPortalEducacion&blobkey=id&blobtable=MungoBlobs&blobwhere=1202793999917&ssbinary=true

http://www.madrid.org/cs/Satellite?blobcol=urldata&blobheader=application%2Fpdf&blobheadername1=Content-disposition&blobheadername2=cadena&blobheadervalue1=filename%3DConvocatoria_Matematicas_10_11.pdf&blobheadervalue2=language%3Des%26site%3DPortalEducacion&blobkey=id&blobtable=MungoBlobs&blobwhere=1271716697231&ssbinary=true

Corbalán, F. (1995). *Las matemáticas aplicadas a la vida cotidiana*. Barcelona: Graó.

Corbalán, F. (2000). Matemáticas emprendedoras. *Cuadernos de Pedagogía, 288*, pp. 68-71. Recuperado de: http://www.guiasensenanzasmedias.es/verpdf.asp?area=mates&archivo=GR113.pdf

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10* (1), pp. 7-38.

Cortés, A. L., Gándara, M. de la, Calvo, J.M., Martínez, M.B., Ibarra, M., Arlegui, J. & Gil M.J. (2012). Expectativas, necesidades y oportunidades de los maestros en formación ante la enseñanza de las Ciencias en la Educación Primaria. *Enseñanza de las Ciencias, 30* (3), pp. 155-176.

Cotic, N. S. & Braicovich, T. S. (2012). Editorial del monográfico: Resolución de Problemas. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 32*, pp. 5-6.

Cowman, S. (1993). Triangulation: a mean of reconciliation in nursing research. *Journal of Advanced Nursing*, 18, pp. 788-792.

Cruz, I. M. (2013). Matemática Divertida: Una estrategia para la enseñanza de la matemática en la educación básica. En Ramírez, A. & Morales , Y.(eds.), *I CEMACYC, Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*. (pp. 1403-1417). Santo Domingo: Red de Educación Matemática de américa centra y El Caribe. Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra.

Cuesta, R. (2005). *Felices y escolarizados. Crítica a la escuela en la era del capitalismo.* Barcelona: Octaedro.

Cuisenaire, G. & Gattegno, C. (1956). *Números en color: nuevo procedimiento de cálculo por método activo, aplicable a todos los grados de la escuela primaria*. Madrid: Sección de Publicaciones de la Secretaría General Técnica del Ministerio de Educación Nacional.

D'Ambrosio, U. (1997). Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. En A. Powell, & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 1324). Albania, EE.UU: Universidad del Estado de Nueva York.

D´Angelo, E. (1996). *La intervención psicopedagógica en niños/as con factores de alto riesgo biológico durante su desarrollo centrada en los estilos comportamentales de la familia: un estudio etnográfico en el ámbito hospitalario.* [Tesis Doctoral inédita]. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de Educación, España.

D´Angelo, E., & Medina, Á. (1999). Elección de materiales desde un enfoque comunicativo. *0 a 5. La educación en los primeros años, Novedades Educativas*, *2*, pp. 52-77.

D´Angelo, E. (2001). La matemática y su lenguaje. En Sainz, M. C. & Argos, J. *Educación Infantil. Contenidos, procesos y experiencias* (pp.121-146). Madrid: Narcea.

D´Angelo, E., & Medina, A. (2011). *Aprender a aprender en los contextos cotidianos del aula de educación infantil.* Madrid: Ediciones de la Torre.

D´Angelo, E., & Oliva (coords.), J. (2003). *Lectura y escritura en contextos de diversidad.* Madrid: Comunidad de Madrid. Conserjería de Educación. Dirección General de Promoción Educativa.

D´Angelo, E., Burillo, J. & Medina, Á. (2009). Escenas de otro tiempo histórico en el juego de hoy: proyecto de trabajo los castillos y la época medieval. En Nora, S. (comp.), *Ciencias Sociales. Una aproximación al conocimiento del entorno social* (pp. 34-57). Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.

Dantzig, T. (1954). *Number: the language of science*. Nueva York: The Free Press.

Davis, G. & Hunting, R.P. (1990). Spontaneus Partitioning: Pre-schoolers and Discrete Items. *Educational Studies in Mathematics, 21*, pp. 367-374.

Davis, G. & Pepper, K. (1992). Mathematics Problem Solving by Pre-school Children. *Educational Studies in Mathematics, 23* (4), pp. 397-415.

Davis, G. & Pitkethly, A. (1990). Cognitive Aspects of Sharing. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(2), pp. 145-153.

Decreto 17/2008, de 6 de marzo, del Consejo de Gobierno, por el que se desarrollan para la Comunidad de Madrid las enseñanzas de Educación Infantil. B.O.C.M. Nº61, Art. 8, de 12 de marzo de 2008. Recuperado de: http://www.madrid.org/wleg/servlet/Servidor?opcion=VerHtml&nmnorma=4922&cdestado=P

Decreto 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Primaria. B.O.C.M. nº 175, de 25 de julio de 2014. Recuperado de: http://www.bocm.es/boletin/CM_Orden_BOCM/2014/07/25/BOCM-20140725-1.PDF

De la Blanca, S., Hidalgo, J. & Burgos, C. (2013). Escuela infantil y ciencia: la indagación científica para entender la realidad circundante. *IX Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias.* Girona, pp. 979-983. Recuperado de: http://congres.manners.es/congres_ciencia/gestio/creacioCD/cd/articulos/art_773.pdf

De Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 11,* pp. 59-77.

De Castro, C. & Escorial, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa, Boletín de Estudios de Investigación, Monografía IX,* pp. 23-47.

De Castro, C. y Flecha, G. (2012). Buscando indicadores alternativos para describir el desarrollo del juego de construcción con niños de 2 y 3 años. En Marín, M. & Climent, N. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 455-472). Ciudad Real: SEIEM.

Dedò, M. (2010). *Matemática informal: ¿una contradicción?* En R. Mallavibarrena (Ed.), *Escuela de Educación Matemática "Miguel de Guzmán": enseñar divulgando,* pp. 47-72. Madrid: Ministerio de Educación, Secretaria General Técnica.

De la Llave, C. (2011). Aprender a enseñar matemáticas. *Padres y maestros*, 338, pp. 15-19.

Del Puerto, S. M., Minnard, C. L. & Seminara, S. A. (2004). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, pp. 1-13.

De Michele, M. S., Demo, G. B., & Siega, S. (2008). A piedmont schoolnet for a k-12 mini-robots programming project: Experiences in primary schools. En *Workshop proceedings of SIMPAR 2008 Intl. Conf. on simulation, modeling and programming for autonomous robots* (pp. 90-99). Recuperado de: http://www.terecop.eu/downloads/simbar2008/MicheleDemoSiega.pdf

Demo, B. (2009). Experiencias de uso de la Robótica Educativa en las escuelas italianas. *Encuentro europeo Open Day sobre robótica educativa. Proyecto europeo Terecop*. Universidad Pública de Navarra. Recuperado de: http://lrobotikas.net/es/proyectos-educativos/54-general/85-la-robotica-como-apoyo-al-aprendizaje; https://sites.google.com/site/upnabots/encuentro; http://www.di.unito.it/~barbara/#MASTER SCIENZE

Denzin N. K. (1989). *Strategies of Multiple Triangulation. The Research Act: A theoretical Introduction to Sociological Methods*. Nueva York: McGraw Hill.

Denzin, N. & Lincoln, Y.S. (1994). *Handbook the Qualitative Research*. Nueva York: Sage.

Denzin, N. K. (1997). *Interpretative Ethnography*. Thousand Oaks, CA.: Sage.

Denzin, N. K. & Lincoln, Y.S. (1998).Entering the field of qualitative research. En NK. Denzin Y.S. & Lincoln (Eds.), *Collecting an interpreting qualitative materials* (pp.1-34). Londres: Sage Publications.

Derry, S., Levin, J. y Schauble, L. (1995). Stimulating statistical thinking through situated simulations. *Teaching of Psychology, 22* (1), pp. 51-57.

Díaz, F. & García, J. (2004). *Evaluación criterial del área de matemática. Un modelo para Educación Primaria.* Barcelona: Praxis.

Díaz Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 5* (2)*.* Recuperado de: http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html

Dienes, Z. P. (1970) *Los primeros pasos en matemáticas. Lógica y juegos Lógicos*. Barcelona: Teide.

Díez, C. (1995). *La oreja verde de la escuela. Trabajo por proyectos y vida cotidiana en la escuela de educación infantil*. Madrid: Ediciones de la Torre.

Edo, M. (s.f.). Didáctica de la Matemática en el Grado de Educación Infantil en la Universitat Autònoma de Barcelona. Barcelona: Departamento de Didàctica de les Matemàtiques i les CCEE. Recuperado de: http://www.seiem.es/congresos/Seminario%20Castro/Edo090411.pdf

Edo, M., Deulofeu, J., & Badillo, E. (2007). Juego y matemáticas: Un taller para el desarrollo de estrategias en la escuela. En *Actas XIII JAEM, Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*.

Edo, M. (2012). Situaciones interdisciplinarias para el desarrollo del pensamiento matemático en Educación Infantil en la formación de maestros. En Marín, M. & Climent, N. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 427- 453). Ciudad Real: SEIEM.

Eisner, E. W. (1987). *Procesos cognitivos y currículo.* Barcelona: Martínez Roca.

Eisner, E. W. (2009). El museo como lugar para la educación. *I Congreso Internacional Los museos en la Educación. La formación de los educadores*, (pp. 12-23). Madrid: Museo Thyssen-Bornesmisza.

Elboj, C., Puigdellívol, I., Soler, M., & Valls, R. (2002). *Comunidades de aprendizaje. Transformar la educación.* Barcelona: Graó.

El Consejo Europeo extraordinario de Lisboa (marzo de 2000): hacia la Europa de la innovación y el conocimiento. (2000). Recuperado de: http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=URISERV:c10241

Engeström, Y. & Cole, M. (1997). Situated cognition in search of an agenda. En D. Kirshner y J. A. Whitson (Eds.). *Situated cognition. Social, semiotic and psychological perspectives* (pp. 301-309). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Erickson, F. & Gutiérrez, J.K. (2002). Culture, rigor and science in educational research. *Educational Researcher*, *31* (8), pp. 21-24.

Esteban, M. (2011). Del "Aprendizaje Basado en Problemas" (ABP) al "Aprendizaje Basado en la Acción" (ABA). Claves para su complementariedad e implementación. *Revista de Docencia Universitaria, 9* (1), pp. 91-107.

Fabretti, C. (2009). Literatura y matemáticas. *Revista de Didáctica de las Matemáticas, 50*, pp. 42-46.

Faustino, A., del Pozo, E., & Arrocha, O. (2013). *Fundamentos epistemológicos que intervienen en el desarrollo de la comunicación matemática.* Ibagué-Tolima: GMM.

Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. Grupo de trabajo de Primaria (FSPM) (2014). *Informe sobre el currículo de la LOMCE.* Madrid: FSPM. Recuperado de: http://www.fespm.es/IMG/pdf/Conclusiones_GT_Primaria_FESPM.pdf

Fernández, A. (2006). De la curiosidad. Elogio de la curiosidad y refutación de sus críticos. *El Catobeplas, 48*, p. 3. Recuperado de: http://nodulo.org/ec/2006/n048p03.htm

Fernández, C. (2002). Entrevistas clínicas individuales a escolares de 3 a 6 años: una modelización de las competencias ordinales en Educación Infantil. En Murillo, J., Arnal, P.M., Escolano, R. & Gairín, J.M. (Eds.), *Actas del VI Simposio de la SEIEM* (pp. 95-136). Logroño: SEIEM.

Fernández, C. (201 2). Diagnosis del pensamiento matemático en escolares de 3 a 6 años. Proyecto. En Marín, M & Climent, N. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 473-487). Ciudad Real: SEIEM.

Fernández, K., Gutiérrez, I., Gómez, M., Jaramillo, L. & Orozco, M. (2004). El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. *Zona Próxima, 5*, pp. 42-73.

Fernández-Berrocal, P. & Ruiz, D. (2008). La inteligencia emocional en educación. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa, 6* (2), pp. 421-436.

Fernández Bravo, J. A. (2000). *Didáctica de la Matemática en Educación Infantil*. Madrid: Ediciones Pedagógicas.

Fernández Bravo, J. A. (2001). Generación de conceptos lógicos en Educación Infantil. En Carlavilla, J.C. & Marín, M (coords.), *La Educación Matemática en el 2000. Actas del Ier. Congreso regional de Educación Matemática*. Cuenca: Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.

Fernández Bravo, J. A. (2005). *Grupo Mayéutica.* [Archivo de vídeo] Recuperado de http://www.grupomayeutica.com/documentos/desarrollomatematico.pdf

Fernández Bravo, J.A. (2008). Desarrollo del pensamiento matemático: el concepto de número y otros conceptos. Madrid: Grupo Mayéutica CONPA.

Fernández Bravo, J.A. (2012). Incidencia de la invención y reconstrucción de problemas en la competencia matemática. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 32, pp. 29-44.

Fernández Bravo, J.A. (2014). Enseñar matemáticas en Educación Infantil. ¿Teorías de buenas prácticas o práctica de buenas teorías? *XV Jornadas Matemáticas de Sestao*. [Archivo de vídeo]. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=NKLBRwRcOHs

Fernández Bravo, J.A. (2014). *El Informe PISA y el estado actual de la educación en España*. [Archivo de vídeo]. Universidad Camilo José Cela, canal de youtube de la universidad. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=pow7U2wQkSQ

Fernández Bravo, J.A. (8 de enero de 2015). Uno de nuestros mejores profesores señala el gran error en la enseñanza de matemáticas [Entrevista] *El Confidencial*. Recuperado de: http://www.elconfidencial.com/alma-corazon-vida/2015-01-08/el-gran-error-que-cometemos-al-ensenar-matematicas-y-8-ideas-para-mejorar-su-aprendizaje_599881/

Fernández Bravo, J.A. (2015). Enseñar desde el cerebro que aprende. Comunicación presentada en *El ser creativo, VI Mentes brillantes*: Madrid 15 y 16 de octubre. Recuperado de: https://drive.google.com/file/d/0B88h79nfY8LTOExGdm1FMndRNzg/view?invite=CJyviMML&ts=5637b731

Fernández Tresguerres, A. (2006). De la curiosidad. Elogio de la curiosidad y refutación de sus críticos. *El Catoblepas, 48*, p. 3. Recuperado de: http://www.nodulo.org

Ferreyra, N., Ascheri, M. E.. & Pizarro, R. A. (2012). Introducción al uso de métodos numéricos a través de la resolución de problemas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 32*, pp. 123-134.

Feuer, M., Towne, L., Shavelson, R.J. (2002). Scientific culture and educational research. *Educational Researcher*, *31* (8), pp. 4-14. En Fischbein, E. (1987). *Intution in science and mathemattics: An educational aproach.* Dordretcht: Reidel.

Fischbein, E. (1978). Intuition and mathematical education. En Cohors-Fresenborg, E. & Wachsmuth, I. (Eds.), *Proceedings of the 2nd PME International Conference* (pp.148-176).

Flores, P. (2006). Los materiales y recursos didácticos en la formación de profesores de matemáticas. *Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO*, *12* (41), pp. 77-97.

Freire, P. (2003). *Pedagogía del oprimido.* Madrid: Siglo XXI.

Freire, P. (1986). *Hacia una pedagogía de la pregunta. Conversaciones con Antonio Faúndez*. Buenos Aires: Ediciones La Aurora. Recuperado de: http://germanvasquez.cl/documents/PauloFreireHacialaPedagogiadelaPregunta.pdf

Freire, P., & Macedo, D. (1989). *Alfabetización. Lectura de la palabra y lectura de la realidad.* Barcelona: Paidós.

Freudhental, H. (1991) *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.

Fuentes, M. (2014). Matemática Método Singapur. Resolución de problemas y desarrollo del pensamiento. [Archivo de video]. *Conferencia de la Sociedad de Dislexia de Uruguay*. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=S6VLWw6zw_8

Fuson, K. (1988). *Children´s counting and Concepts of Number.* Nueva York: Springer-Verlag.

Gadino, A. (2001). *Gestionar el conocimiento. Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Rosario, Santa Fe: Homo Sapiens Ediciones.

García, M. (2006). El rincón de ciencias cómo hacerlo posible a lo largo del año escolar. En Soto, C. (Ed.). *El rincón de ciencias en la escuela infantil ¿Cómo hacerlo posible a lo largo del curso escolar?* Argentina: Infancia en red.

Gardner, M. (1987). *Carnaval matemático*. Madrid: Alianza Editorial.

Gattegno, C. (1967). *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar.

Geertz, C. (1973). *The interpretation of Cultures*. New York: Basic Books (publicado en español, *La interpretación de las culturas* (1988). Barcelona: Gedisa).

Giarrizzo, M. A. (2010). La medida en el nivel inicial. Una herramienta para resolver problemas. Revista Iberoamericana de Educación, 53, pp. 1-9. Recuperado de: http://www.rieoei.org/expe/3354Giarrizzo.pdf

Gil, N., Blanco, L. & Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 2*, pp. 15-32.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discover of grounded theory*. Chicago: Aldine Publishing Company.

Godino, J. D. & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques 14* (3), pp. 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.

Godino, J. D. y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. Recuperado de: http://www.ugr.es/local/jgodino/

Godino, J. D., Font, V., Contreras, Á., & Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 9*(1), pp. 117-150. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362006000100006&lng=es&tlng=es.

Godino, J., Bencomo, D., Font, V. & Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de estudio de las matemáticas. *X Simposio de la SEIEM*. Recuperado de: http://www.ugr.es/local/jgodino

Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. *The International Journal on Mathematics Education, 39* (1-2), pp. 127-135.

Godino, J.D., Carrillo, J., Castro, W.F., Lacasta, E., Muñoz-Catalán, M.C. & Wilhelmi, M.R. (2011). Métodos de investigación en Educación Matemática. Análisis de los trabajos publicados en los simposios de la SEIEM (1997-2010). En Marín, M., Fernández, G. Blanco, L. J. & Palarea, M. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 33-50). Ciudad Real: SEIEM.

Godino, J. D., Aké, L., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, *32* (1), pp. 199-219.

Goetz, J. & Lecompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo*. Madrid: Morata.

Gómez, P., Cañadas, M.C., Bracho, R., Restrepo, A.M. & Aristizábal, G. (2011). Análisis temático de la investigación en Educación Matemática en España a través de los simposios de la SEIEM. En Marín, M., Fernández, G., Blanco, L.J. & Palarea, M. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp.371 -382). Ciudad Real: SEIEM.

Gómez-Chacón, I. M. (1992). *Los juegos de estrategia en el curriculum de matemáticas*. Madrid: Narcea.

Gómez-Chacón, I. M. (1997). *Procesos de aprendizaje en matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas*. [Tesis Doctoral Inédita]. Universidad Complutense de Madrid, Departamento de Métodos de Investigación y diagnóstico en Educación, España.

Gómez-Chacón, I.M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático.* Madrid: Narcea.

Gómez Chacón, I. (2001). The emotional dimension in mathematics education: a Bibliography. *Statistical Education Research Newsletter 2* (2). International Association for Statistical Education.

Gómez- Chacón, I. M. & Maestre, N. A. (2007). *Módulo ESCEMMat de Escenarios multimedia en formación de futuros profesores de matemáticas de secundaria*. Proyecto de Innovación y Mejora de la Calidad Docente, Vicerrectorado de Innovación y Mejora de la Calidad docente, Facultad de Ciencias Matemáticas. Madrid: Universidad Complutense de Madrid. Recuperado de: http://www.mat.ucm.es/~imgomezc/Geogebra_inv_policial/principios_enfoque.html y http://www.mat.ucm.es/~imgomezc/almacen/PIMCD_463/Materiales_Secundaria_2/pdf/modulo-mr-investig.pdf

González Lemmi, A. (2005). La corrección de las actividades matemáticas. *Novedades Educativas, 170*, pp. 44-49.

González Lemmi, A. (2006). La evaluación divergente, una práctica posible. Educación matemática, entre las tradiciones y los cambios. *Novedades Educativas, 182*, pp. 55-59.

Goñi, J.M. (2011). Las finalidades del currículo de matemáticas en secundaria y bachillerato. En Goñi, J.M. (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas*, pp.9-25. Barcelona: Graó.

Gravemeijer, K. & Teruel, J. (2000). Hans Freudhental: a mathematician on didactics and curriculum theory. *J.Curriculum Studies, 32* (6), 777-796. Traducción de: Saggesse, N., Gallego, F. & Bressan, A. del GPDM (Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática).

Grupo Alquerque (2007). Stomachion. El cuadrado de Arquímedes. *SUMA, 50*. Recuperado de: http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&id=10127:mayo-2007-stomachion-el-cuadrado-de-arqudes-publicado-en-la-revista-suma-no-50-2005&directory=67

Guasch, O. (1997). *Observación Participante*. Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas, Colección "Cuadernos Metodológicos", 20.

Guerrero, E. y Blanco, L.J. (2004). Diseño de un programa psicopedagógico para la intervención en los trastornos emocionales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación, 33*(5). Recuperado de: http://www.campus-oei.org/revista/psi_edu13.htm

Gutiérrez, G. & Berciano, A. (2012a). Desarrollo del pensamiento matemático y su didáctica en el Grado de Educación Infantil. De la manipulación a la comunicación visual. En Marín, M. & Climent, N. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 489-503). Ciudad Real: SEIEM.

Gutiérrez, G. & Berciano, A. (2012b). Un experimento de enseñanza sobre la influencia del ABP en la competencia matemática con futuras maestras de Educación Infantil. En Estepa, A., Contreras, Á., Deulofeu, J., Penalva, M. C., García, F. J. & Ordóñez, L. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 353-362). Jaén: SEIEM.

Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. (pp. 10-14). Santa Cruz de Tenerife: Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton.

Guzmán, M. (1989a). Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática. Studia Paedagogica. *Revista de Ciencias de la Educación, 21*, pp.19-26.

Guzmán, M. (1989b). Juegos y matemáticas. *SUMA, 4*, pp. 61-64.

Guzmán, M. (1994). *Tendencias innovadoras de la Educación Matemática.* OEI: Editorial Popular. Recuperado de: http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/migueldeguzman/legado/educacion/tendenciasInnovadoras

Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la Educación Matemática. *Sigma, Revista de matemáticas, 19*, pp. 5-25.

Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de la educación, 43*, pp. 19-58.

Habermas, J. (2001). *Teoría de la acción comunicativa. Volúmenes I y II.* Madrid: Taurus.

Hammersley, M. & Atkinson, P. (1994). *Etnografía. Métodos de Investigación*. Barcelona: Paidós.

Harris, M. (1997). *Culture, people, nature: an introduction to general anthropology*. Nueva York: Longman.

Helfgott, H. A. (16 de mayo de 2015). Los matemáticos no somos alienígenas. *Perú21*. Recuperado de: http://peru21.pe/actualidad/harald-andres-helfgott-matematicos-no-somos-alienigenas-2218942

Hendricks, Ch. (2001). Teaching causal reasoning through cognitive apprenticeship: What are results from situated learning? *The Journal of Educational Research, 94* (5), pp. 302-311.

Heredero, C. & Muñoz, E. (dir. y coord.). *Otras miradas. Aportaciones de las mujeres a las matemáticas. Para integrar en el curriculum de Secundaria*. Madrid: Federación de Enseñanza de CCOO.

Hernández, F. (2006). El informe PISA: una oportunidad para replantear el sentido del aprender en la escuela secundaria. *Revista de Educación, nº extraordinario 2006*, pp. 357-359.

Hernández, R., Fernández, C. & Pilar, L. (2006). *Metodología de la investigación.* México D.F.: Mc Graw Hill.

Hodder, I. (2000). The interpretation of documents and material culture. En Denzin, N.K. & Lincoln, Y. S. (Eds.). *Handbook of Qualitative Research*, pp.703-717. Londres: Sage.

Hoek, D. (1998). *Social and Cognitive Strategies in Co-operative Groups*. [Tesis doctoral] Graduate School of Teaching and Learning, Universidad de Amsterdam.

Ibáñez, C. (1992). *El Proyecto de Educación Infantil y su práctica en el aula*. Madrid: Editorial La Muralla.

Infante, P., Quintero, H. & Logreira, C. (2010). Integración de la tecnología en la Educación Matemática. *Télématique, Revista Electrónica de Estudios Telemáticos, 9* (1), pp. 33-46.

Instituto de Evaluación (2007). *PISA 2006. Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE. Informe Español.* Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Secretaría General de Educación.

Instituto de Evaluación (2010). *PISA 2009. Programa de Evaluación Internacional de los Alumnos. O.C.D.E. Informe español.* Madrid: Ministerio de Educación, Secretaría General Técnica.

I.N.E.C.S.E. (2004). *Resumen de los primeros resultados en España. Evaluación PISA 2003.* Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Secretaría General Técnica.

I.N.E.C.S.E. (2005). *Resultados en España del estudio PISA 2000. Conocimientos y destrezas de los alumnos de 15 años.* Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Secretaría General Técnica.

Instrucciones de 24 de octubre de 2005, de la Viceconsejería de Educación, para la mejora del aprendizaje de la ortografía, de la comprensión lectora y de las matemáticas en Educación Primaria durante el curso 2005-2006. Recuperado de: http://www.ucetam.org/legislacion/normas/I_24_oct_2005.pdf

Jareño, J. (2012). Saberes para acercar la cultura matemática al aula. *Cuadernos de pedagogía, 421*, pp. 52-55.

Jefatura del Estado Español (1990). *Ley 1/1990 de 3 de Octubre de Ordenación General del Sistema Educativo*. B.O.E. nº 238 de 4 de Octubre de 1.990.

Jefatura del Estado Español (2006). *Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.* B.O.E. nº 106/06 de 4 de mayo de 2006.

Kamii, C. & Devries, R. (1980). *Juegos colectivos en la primera enseñanza: implicaciones de la teoría de Piaget.* Madrid: Visor.

Kamii, C. (1982). *El número en la Educación Preescolar.* Madrid: A. Machado libros.

Kamii, C. (1985). *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Aprendizaje Visor.

Karlson, P. (1960). *La magia de los números.* Barcelona: Editorial Labor.

Kilpatrick, J., Gómez, P. & Rico, L. (1998) *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*. Bogotá: Universidad de los Andes.

Lacasta, E & Wilhelmi, M. R. (2008). Juanito tiene cero naranjas. En Luengo, R., Gómez, B., Camacho M. & Blanco, L.J. (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 403-414). Badajoz: SEIEM.

Lacasta, E., Lasa, A. & Wilhelmi, M.R. (2012). Actividad lógica y relacional en Educación Infantil. En Estepa, A., Contreras, Á., Deulofeu, J., Penalva, M.C., García, F.J. & Ordóñez, L. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 363-373). Jaén: SEIEM.

Lago, M. O., Rodríguez, P., Escudero, A. & Dopico, C. (2012). ¿Hay algo más que contar sobre las habilidades numéricas de los bebés y los niños? *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 1*(1), pp. 38-53.

Lakatos, I. (1993). *La metodología de los programas de investigación científica*. Madrid: Alianza.

Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica.* Barcelona: Paidós.

Lave, J. (1997). The culture of acquisition and the practice of understanding. En D. Kirshner y J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition. Social, semiotic and psychological perspectives* (pp. 17-35). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lebrero, M.P. (1998). *Estudio: la situación de la educación infantil en España*. Madrid: Dyckinson.

Lebrero, M.P. (2002). *Estudio: diagnóstico de los centros infantiles en las CC.AA. de España*. Madrid: Dyckinson.

Leontiev, A. (1978). *Actividad, conciencia y personalidad*. Buenos Aires: Ciencias del Hombre.

Lera, M. (2007). Calidad de la Educación Infantil: instrumentos de evaluación. *Revista de Educación, 343, mayo-agosto*, pp. 301-323.

Lerner, D. & Sadovsky, P. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En Parra, C. & Saiz, I. (Comps). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones,* pp. 95-184. Buenos Aires: Paidós,

Lerner, Delia (1999). Reflexiones sobre: uso del material concreto en Matemáticas; problemas de la vida cotidiana. *Revista Quehacer Educativo, 34*, pp. 56-60.

Lizarzaburu, A. & Zapata, G. (Coords.) (2001). *Pluralidad y aprendizaje de la matemática en América Latina*. Madrid: Morata.

Llinares, S. (2007). Agendas de investigación en Educación Matemática en España. Una aproximación desde "ISI-web of knowledge" y ERIH. En Luengo, R., Gómez, B., Camacho, M. & Blanco, L.J. (Eds), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 25-54). Badajoz: SEIEM.

Lomas, C., Osoro, A., & Tusón, A. (1993). *Ciencias del lenguaje, competencia comunicativa y enseñanza de la lengua.* Barcelona: Paidós.

López, F. (2009). *Las emociones en la educación*. Madrid: Morata.

Luria, A. (1987). *Desarrollo histórico de los procesos cognitivos.* Madrid: Akal.

MacQueen, K. M., McLellan, E., Kay, K. & Milstein, B. (1998). Codebook development for team-based qualitative analysis. *Cultural Anthropology Methods*, *10*, pp. 31-36.

Maestre, J. (1990). *La investigación en antropología social*. Madrid: Akal.

Malaguzzi, L. (1984). *L´Occhio se salta il muro,* catálogo de la Exposición (Centro cultural de la Villa de Madrid, 28 de febrero al 28 de marzo de 1984), 7-10. Madrid: Comune di Reggio Emilia.

Malaspina, U. (2005). El rincón de los problemas. *UNIÓN Revista iberoamericana de educación matemática, 2*, pp. 119-121.

Malaspina, U. (2012). Enseñanza de las matemáticas: retos en un contexto global y aportes en una retrospectiva histórica. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 32*, pp. 9-28.

Malinowski, B. (1975 ed.). *Los Argonautas del Pacífico Occidental*. Barcelona: Península.

Mandler, G. (1989a). Affect and learning: Causes and consequences of emotional interactions. En McLeod, D.B. & Adams, V.M. (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective* (pp. 3-19). Nueva York: Springer-Verlang.

Marchesi, A., Blanco, R. & Hernández, L. (coords.) (2014). *Avances y desafíos de la educación inclusiva en Iberoamérica*. Madrid: Organización de Estudios Iberoamericanos.

Marín, M. (2001). Estudio de los ambientes de enseñanza-aprendizaje generados en redes de ordenadores. [Tesis doctoral inédita]. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, España.

Marín, M., Lirio, J., Calvo, M. J. (2006). *Proyecto Kovalevskaya. Investigación matemático-literaria en el aula de Primaria*. Madrid: MEC, Secretaría General Técnica.

Marín, M. (2007). El valor matemático de un cuento. *Sigma*, *31*, pp. 11-26.

Marín, M. (2013). *Cuentos para enseñar y aprender matemáticas, en Educación Infantil.* Madrid: Narcea.

Marmolejo, J. E. & Campos. (2012). Pensamiento lógico-matemático con Scratch en nivel básico. *Vínculos, 9* (1), pp. 87-95.

Martinet, A. (1990). *Epistémologie et sciences de gestión.* París: Economica.

Martínez, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón, 63* (4), pp. 95-110.

Martínez, J. (10 de septiembre de 2015). *10 consejos para iniciarse en el método ABN*. [Artículo del autor en su blog]. Recuperado de: http://algoritmosabn.blogspot.com.es/2015/09/10-consejos-para-iniciarse-en-el-metodo.html

Martínez, M. (2000). *La investigación cualitativa etnográfica en educación*. México, D. F.: Trillas.

Maxwell, J. A. (1996). *Qualitative research design. An Interactive Approach*. Thousand Oaks: Sage.

McLeod, D.B. (1989b). Beliefs, attitudes, and emotions: new view of affect in mathematics education. En McLeod, D.B. & Adams, V.M. (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective* (pp. 245-258). Nueva York: Springer-Verlang.

McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En Grouws, D.A. (Ed.). *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-598). Nueva York: Macmillan.

Mead, G. H. (1973). *Espíritu, persona y sociedad. Desde el punto de vista del conductismo social.* Barcelona: Paidós.

Medina, Á. & Vallejo, A. (2014). Los proyectos de trabajo. Hacer realidad los deseos investigando y creando respuestas. *Aula de Infantil, 74*, pp. 11-13.

Medley, D.M. (1972). Early history of research on teacher behavior. *Review of Education, 18,* pp. 430-439.

Mellado, V., Blanco, L., Borrachero, A. B. & Cárdenas, J. (2012). *Las emociones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Vol. I. España: Grupo de Investigación DEPROFE.

Mialaret, G. (1984). *Las matemáticas: cómo se enseñan, cómo se aprenden*. Madrid: Visor

Ministerio de Educación y Ciencia y de la Vivienda (1970). *Ley 14/1970, de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa***.** Madrid: B.O.E. 187/70 de 6 de agosto de 1970.

Ministerio de Educación y Ciencia (1989). *Diseño Curricular Base: Educación Infanti*l. Madrid: publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.

Ministerio de Educación y Ciencia (1989). *Diseño Curricular Base: Educación Primaria*. Madrid: publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.

Ministerio de Educación y Ciencia. (2006). *Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil.* Madrid: B.O.E. nº 4, de 4 de enero de 2007. Recuperado de: http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/04/pdfs/A00474-00482.pdf

Ministerio de Educación y Ciencia. (2006). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.* Madrid: B.O.E. nº 5, de 5 de enero de 2007. Recuperado de: http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf

Ministerio de Educación y Ciencia (2008). *Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil*. Madrid: B.O.E. nº 5, de 5 de enero de 2008. Recuperado de: https://www.boe.es/boe/dias/2008/01/05/pdfs/A01016-01036.pdf

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013). *TEDS-M. Informe español. Estudio Internacional sobre la formación inicial en matemáticas de los maestros. IEA. Volumen II. Análisis Secundario*. Madrid: Secretaría De Estado De Educación, Formación Profesional Y Universidades Dirección General De Evaluación Y Cooperación Territorial Instituto Nacional de Evaluación Educativa. Recuperado de: http://www.mecd.gob.es/inee/Ultimos_informes/TEDS-M.html

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de Educación Primaria.* Madrid: B.O.E.: 52, de 1 de marzo de 2014. Recuperado de: http://www.boe.es/boe/dias/2014/03/01/pdfs/BOE-A-2014-2222.pdf

Molina, E. (2012). Narración de un taller de resolución de problemas aritméticos con niños de 4 años. *Edma0-6. Educación Matemática en la Infancia, 1* (1), p. 63-79.

Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: Integración del pensamiento algebraico en Educación Primaria. *PNA, 3*(3), pp. 135-156.

Moral, C. (2006). Criterios de validez en la investigación cualitativa actual. *Revista de Investigación Educativa*, *24* (1), pp. 147-164.

Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria, 13* (1), pp. 145-157.

Morse, J. M. (1991). Approaches to Qualitative-Quantitative Methodological Triangulation. Methodology Corner. *Rev. Nursing Research*, *40* (1), pp. 23-45.

Mulligan, J. & Mitchelmore, M.C. (1997). Young Children's Intuitive Models of Multiplication and Division*. Journal for Research in Mathematics Education, 28* (3), pp. 309-330.

Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1991) Young children's division strategies. En Furinghetti, F. (Ed.). *Proceedings of the Fifteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, *3*, pp. 49-56. Assisi, Italia.

Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1992) The development of young students' division strategies. En Geeslin, W. & Graham, K. (Eds.). *Proceedings of the Sixteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 2*, pp. 152-159. Durham: Holanda.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics*. Traducido al castellano (2003) en *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

National Association for the Education of Young Children –NAEYEC- & National Council of Teachers –NTMC- (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6, Educación Matemática en la Infancia, 2*(1), pp. 1-23. Recuperado de: http://edma0-6.es/index.php/edma0-6

Navarro, J., Aguilar, M., Marchena, E., Alcalde, C., & García, J. (2010). Evaluación del conocimiento matemático temprano en una muestra de 3º de Educación Infantil. *Revista de Educación, 352*, pp. 601-615.

Núñez, C., de Castro, C., del Pozo, A., Mendoza, C. & Pastor, C. (2010). Inicio de una investigación de diseño sobre el desarrollo de competencias numéricas con niños de 4 años. En Moreno, M., Carrillo, J., Estrada, A. & Sierra, T.A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 463-474). Lleida: SEIEM.

Obando, G. & Muñera, J. (2003). Las situaciones problemas como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista de Educación y Pedagogía, XV* (35), pp. 185-189.

O.C.D.E. (2013). *España. Nota País. PISA 2012-Resultados.* O.C.D.E. Recuperado de: http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-spain-ESP.pdf

O.C.D.E. (2013). *PISA 2012. Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012. Matemáticas, Lectura y Ciencias.* Madrid: MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. Recuperado de http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/marcopisa2012.pdf?documentId=0901e72b8177328d

O.C.D.E. (18 de 07 de 2013). *PISA 2015. Draft Mathematics Framework.* PISA: OCDE Publishing. Recuperado de http://www.mecd.gob.es/inee/estudios/pisa.html

Oliva, J. & D´Angelo, E. (1995). La intervención psicopedagógica en la formación permanente del profesorado a través del trabajo en el aula: una investigación en el ámbito del lenguaje escrito y de lasmatemáticas. En *II Congreso Internacional de Psicopedagogía e Intervención Psicopedagógica*. Madrid.

Oliva, J. (1999). *La escuela que viene.* Granada: Comares. Colección: Enseñar y aprender.

Orden 5420-01/2005, de 18 de octubre, del Consejero de Educación, por el que se aprueba el Plan General de Mejora de las Destrezas Indispensables. B.O.C.M. Nº 310, DE 29 DE DICIEMBRE DE 2005. Recuperado de: http://www.madrid.org/dat_capital/deinteres/impresos_pdf/plan_mejora_bocm.pdf

Orden 86/2010, de 19 de febrero, por la que se modifica la Orden 676/2009, de 18 de febrero, por la que se regula la suscripción de Convenios de Colaboración, entre la Consejería de Educación y las Entidades Locales de la región, para la realización de Planes Locales de Mejora y Extensión de los Servicios Educativos en Centros Docentes. B.O.C.M. nº 56, de 8 de marzo de 2010. Recuperado de: http://www.bocm.es/boletin/CM_Orden_BOCM/2010/03/08/BOCM-20100308-12.PDF

Panizza, M. (2003). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Buenos Aires: Paidós.

Paolone , M. (2009). Lo que saben los niños y el maestro. Reflexiones entre la teoría y la práctica. *Novedades Educativas, 226*, pp. 70-73.

Parra, B.M. (1990). Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas*.* *Educación Matemática, 2* (3), pp. 22-31.

Parra, C. & Saiz, I. (Comps). (1994). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires: Paidós.

Parra, R & Medina, J. (2007). La comunidad de investigación y la formación de ciudadanos: Consideraciones a partir del pensamiento de Matthew Lipman y Paulo Freire. *Telos, 9*, pp. 80-89.

Paulos, J. A. (2015). La vida es matemática. Barcelona: Tusquets.

Perales, F. J. (1993). La resolución de problemas: una revisión estructurada. *Enseñanza de las ciencias*, 11, pp. 170-178.

Peralta, J. (2000). Adquisición y desarrollo del lenguaje y la comunicación: una visión pragmática constructivista centrada en contextos. *Límite. Revista de filosofía y psicología, 7*, pp. 54-66.

Piaget, J. (1965). The child´s conception of number. Nueva York: Norton.

Piaget, J. (1985). *Seis estudios de psicología*. Barcelona: Editorial Planeta.

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula.* Madrid: Morata.

Pittí, K. (2011). La robótica educativa como un entorno tecnológico que promueve el aprendizaje colaborativo. En Hernández, A. & Olmos, S. (Eds.), *Metodologías de aprendizaje colaborativo a través de las tecnologías* (pp. 185-193). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.

Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery: On understanding, learning and teaching problem solving*. Nueva York: Wiley.

Popper, K. (1979). *El desarrollo del conocimiento científico*. México: Siglo XXI.

Popper, K. (1991). *Conjeturas y refutaciones*: *El desarrollo del conocimiento científico.* Barcelona: Paidós Ibérica.

Prieto, M. & Contreras, G. (2008). Las concepciones que orientan las prácticas evaluativas de los profesores: Un problema a desvelar. *Estudios Pedagógicos, XXXIV* (2), pp. 245-262.

Quaranta, M., & Wolman, S. (2003). Discusiones en la clase de matemática: qué, para qué y cómo se discute. En M. Panizza, *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y en el primer ciclo de la Enseñanza General Básica. Análisis y propuestas* (pp. 189-244). Buenos Aires: Paidós.

Quintana, S. (2009). Cómo tiene lugar el aprendizaje en el ser humano. *Revista Digital Innovación y Experiencias Educativas, 25*, pp. 1-12.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, 9*(4), pp. 103-129.

Rafael, A. (2007). *Desarrollo Cognitivo: Las teorías de Piaget y Vygotsky*. Master en paidopsiquiatría. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.

Ramírez, M. & De Castro, C. (2014). Descubrimiento del valor posicional a través de la resolución de problemas. *Revista de Didácticas Específicas, 11*, pp. 40-46.

Recio, T. (2008). El Proyecto Europeo de Geometría Dinámica INTERGEO. *Boletín informativo de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria*, *10*, pp. 9-12.

Resnick, L. B. & Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. *Temas de Educación*. Barcelona: Paidós-M.E.C.

Resolución de 20 de diciembre de 2005, de la Dirección General de Ordenación Académica, por la que se establecen los estándares o conocimientos esenciales de las áreas de Lengua Castellana y Literatura y Matemáticas, para los diferentes ciclos de la Educación Primaria en la Comunidad de Madrid. B.O.C.M., Madrid, 3 de enero de 2006. Recuperado de: http://www.madrid.org/wleg/servlet/Servidor?cdestado=P&nmnorma=3406&opcion=VerHtml

Ressia, B. (2003). La enseñanza del sistema de numeración ene el nivel Inicial y en el Primer Ciclo de la EGB. En M. Panizza, *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y en el Primer Ciclo de la Educación General Básica* (pp. 73-130). Buenos Aires: Paidós.

Ressia, B. (2013). *La enseñanza de contenidos numéricos en Educación Inicial. Propuestas para salas.* Buenos Aires: Aique Educación.

Ressia, B. & Quaranta, M. E. (2009). La tarea de la enseñanza en el nivel inicial: matemática. Buenos Aires: Subsecretaría de Educación. Dirección Provincial de Educación Superior y Capacitación Educativa. Dirección de Capacitación

Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. En Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L., *Educación Matemática* (pp. 69-108). Méjico: Grupo Editorial Iberoamérica.

Rico, Luis (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En Rico, L., Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M. & Socas, M. M. (Eds.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Madrid: ice - Horsori.

Rico, L. (2005). Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el estudio PISA 2003. PISA 2003. En I.N.E.C.S.E., *Pruebas de matemáticas y de Solución de Problemas* (pp.11-25). Madrid: M.E.C.

Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. *PNA, 1* (2), pp. 47-66.

Riviére, A. (1983). ¿Por qué fracasan tan poco los niños? *Cuadernos de Pedagogía, Julio-Agosto*, pp. 103-104.

Riviére, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje las matemáticas: una perspectiva cognitiva. En Marchesi, A., Coll, C. & Palacios, J. (Comps.) *Desarrollo psicológico y educación, III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar* (pp. 155-182). Madrid: Alianza.

Robinson, K. (14 de agosto de 2015). ¿La escuela mata la creatividad? *Periódico La Vanguardia, edición digital*. Recuperado de: http://www.lavanguardia.com/estilos-de-vida/20120203/54247867713/la-escuela-mata-la-creatividad.html

Rockwell, E. (2009) Between the community and the state: the changing role of the "director de escuela" in post-revolutionary Mexico. *Journal of Educational Administration and History, 41*(3), pp. 267-283.

Rodríguez, C., Pozo, T., & Gutiérrez, J. (2006). La triangulación analítica como recurso para la validación de estudios de encuesta recurrentes e investigaciones de réplica en Educación Superior. *Relieve, 12* (2). Recuperado de: http://www.uv.es/RELIEVE/v12n2/RELIEVEv12n2_6.htm.

Rodríguez, J. & Fernández, C. (2014). Juegos y pasatiempos de la antigüedad. Valladolid: Glyphos Publicaciones.

Rodríguez, M. E. (2010). El papel de la escuela y el docente en el contexto de los cambios devenidos de la praxis del binomio matemática-cotidianidad. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 21*, pp. 113-125.

Roelofs, E. & Terwel, J. (1999) Constructivism and authentic pedagogy: state of the art and recent developments in the Dutch national curriculum in secondary education. *Journal of Curriculum Studies, 31*(2), pp. 201-227.

Rogoff, B. (1993). *Aprendices del pensamiento. El desarrollo cognitivo en el contexto social.* Barcelona: Paidós.

Rosetti, M. (1991). *La pragmática. Por qué interesa hoy.* Buenos Aires: La Obra.

Ruesga, M.P., Giménez, J. & Orozco, M. (2003). Sobre la equilibración y la introducción de tareas de transformación mediante flechas en educación infantil. En Castro, E. (Ed.), *Investigación en educación matemática: séptimo Simposio de la SEIEM* (pp. 323- 338). Granada: Universidad de Granada.

Ruiz Higueras, L. (2005a). Aprendizaje y Matemáticas. La construcción del conocimiento matemático en la Escuela Infantil. En C. Chamorro, *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil* (pp. 1-38). Madrid: Pearson Educación.

Ruiz Higueras, L. (2005b). La actividad lógica en la Escuela Infantil. En Chamorro, C. (coord.)(2005). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infanti* (pp. 101-140). Madrid: Pearson Educación.

Ruiz Higueras, L. & García, F. J. (2011). Análisis de las praxeologías didácticas: implicaciones en la formación de maestros. En M. Bosch, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage & M. Larguier (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 431-464). CRM Documents, 10. Barcelona: Centre de Recerca Matemàtica.

Sadovsky, P, (1998). *Pensar la matemática en la escuela*. Buenos Aires: Aiqué.

Salgado, M. & Salinas, M.J. (2011). Competencias numéricas de los niños/as al comenzar la Educación Infantil. En Moreno, M. & Climent, N. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación de la SEIEM. XIV Simposio de la SEIEM* (pp. 439-451). Lleida: SEIEM.

Salgado, M. & Salinas, M.J. (2012). Estrategias de resolución de problemas numéricos de sumar y restar en la etapa Infantil. En Marín, M. & Climent, N. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 505-517). Ciudad Real: SEIEM.

Saldaña, J. (2009). The coding manual for qualitative researchers. Los Ángeles: SAGE.

Santaló, L. (1994). Matemática para no matemáticos. En C. Parra, & I. Sáiz, *Didáctica de matemáticas. aportes y reflexiones* (pp. 21-38). Buenos Aires: Paidós.

Santos, M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. En Luengo, R., Gómez, B., Camacho, M., & Blanco, L. (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 159-192). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1193/1/Santos2008La_SEIEM_159.pdf

Sastre, G. & Moreno, M. (1985).*Descubrimiento y construcción de conocimientos. Una experiencia de pedagogía operatoria*. Barcelona: Gedisa.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving.* Orlando: Academic Press.

Serrano, M. A. S. (1993). Didáctica de las Matemáticas. *Ensayos: Revista de la Facultad de Educación de Albacete, 8*, pp. 173-194.

Shonkoff, J. P., & Phillips, D. A. (eds.) (2000). *From neurons to neighborhoods: The science of early childhood development.* Washington, DC: National Academy Press.

Siemens, G. (12 de diciembre de 2004). *Una teoría del aprendizaje para la era digital*. [Artículo de página web] Recuperado de: http://es.slideshare.net/lepirex/siemens2004-conectivismopdf-presentation http://www.elearnspace.org/Articles/connectivism.htm (versión original del autor).

Sierra, T. A. (2006). *Lo matemático en el diseño y analisis de organizaciones didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes*. [Tesis doctoral inédita]. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, España.

Sierra, T.A. & Gascón, J. (2011). Investigación en Didáctica de las Matemáticas en la Educación Infantil y Primaria. En Marín, M., Fernández, G., Blanco, L.J. & Palarea, M.

(Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 1 25-1 63). Ciudad Real: SEIEM.

Sirvent, M. T. (1999). Problemática metodológica de la investigación educativa. En *Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación. Año VIII, nº 14*. Agosto de 1999c. Miño y Dávila Editores.

Sirvent M. T. (2003). El Proceso de investigación, las dimensiones de la metodología y la construcción del dato científico. En Sirvent M.T. *El Proceso de Investigación*, 2003. Investigación y Estadística I Cuadernos de la Oficina de Publicaciones de la Facultad de Filosofía y Letras (Opfyl). Recuperado de: http://www.infanciaenred.org.ar/margarita/etapa2/PDF/010.pdf 13

Sirvent, M. T. (2004). Cuadro comparativo entre lógicas según dimensiones del diseño de investigación. En Sirvent, M. T. *El proceso de investigación*. 2ª edición (revisada) 2004. Investigación y Estadística I. Cuadernos de la Oficina de Publicaciones de la Facultad de Filosofía y Letras (Opfyl).

Soprano, A. M. (1997). *La "hora del juego" lingüística. Disfasias-Afasias-Autismo-Evaluación-Orientación.* Buenos Aires: Belgrano.

Starkey, P., & Cooper, R. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science 210*, pp. 1033-1035.

Strauss, A. L. & Corbin, J. (1990). *Basics of Qualitative Research: Grounded Theory, procedures and techniques*. Newbury Park: Sage Publications.

Suárez, N. (2013). Estrategias comunicativas en la clase de matemáticas. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe. Santo Domingo*. Recuperado de: http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/320-560-1-DR-C.pdf

Taylor, S.J. & Bogdan, R. (1990). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Buenos Aires: Paidós.

Tec, B., Uc, J., González, C., García, M., Escalante, M., & Montañez, T. (2010). Análisis comparativo de dos formas de enseñar matemáticas básicas: robots lego nxt y animación con scratch. En *Memorias de la Conferencia Conjunta Ibero-americana sobre Tecnologías para el Aprendizaje,* (pp. 103-109).

Terwel, J. (1990) Real maths in cooperative groups. En N. Davidson (ed.), *Cooperative Learning in Mathematics*. (pp. 228-264). MenloPark, CA: Addison-Wesley.

Terwel, J. (1999). Constructivism and it implications for curriculum theory and practice. *Journal of Curriculum Studies, 31*(2), pp. 195- 200.

Thompson, A. (1992). Teachers´ beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En Grouws, D. (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* Nueva York: MacMillan.

Tonucci, F. (2006). Desarrollo, aprendizaje y evaluación en la escuela infantil. En *El proceso de evaluación preescolar: significado e implicaciones, Guía del Taller General de Actuación.* (pp. 18-23). México: SEP.

Tonucci, F. (12 de septiembre de 2013). El alimento de la escuela debería ser la experiencia de los niños. [Entrevista digital en blog]. Ticing Blog. Recuperado de:

http://blog.tiching.com/francesco-tonucci-el-alimento-de-la-escuela-deberia-ser-la-experiencia-de-los-ninos/

Toro, J. M. (2005). *Educar con co-razón*. Bilbao: Editorial Descleé de Brower.

Troman, G; Jeffrey, B.; & Waldorf, G. (2005). *Methodological issues and practises in ethnography. Studies in educational ethnography*. Amsterdam: Elsevier JAI.

Vallejo, M., Fernández, A., Torralbo, M. & Maz, A. (2007). La investigación española en educación matemática desde el enfoque conceptual inserto en sus tesis doctorales. *Enseñanza de las Ciencias, 25*(2), pp. 259–266. Recuperado de: http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/87877/216411

Valverde, H. (2011). *Aprendo haciendo. Material didáctico para la Educación Preescolar*. Costa Rica: Editorial EUNED

Vargas, E. (2006). La situación de la enseñanza y aprendizaje como sistema de actividad: el alumno, el espacio de interacción y el profesor. *Revista Iberoamericana de Educación, 39* (4). Recuperado de: http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2030512

Velasco, H. & Díaz de Rada, A. (1997). *La lógica de la investigación etnográfica*. Madrid: Trotta.

Vergnaud, G. (1987). About constructivism. En *Proceedings of the twelfth Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 42-54). Montreal: Universidad de Quebec.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad.* México: Trillas.

Vergnaud, G. (1994). *Aprendizajes y didáctica, ¿qué hay de nuevo?* Buenos Aires: Edicial.

Vila, A. & Callejo, M. L. (2005). Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas. Madrid: Narcea.

Villalonga, P. (2006). Evaluar contenidos en matemáticas. Algunos criterios orientadores. Educación matemática, entre las tradiciones y los cambios. *Novedades Educativas, 182*, pp. 60-65.

Vygostsky, L. (1966).El juego y su papel en el desarrollo psíquico del niño. *Revista Cuestiones de Psicología, 6*, pp. 62-75.

Vygostsky, L. (1986). *Pensamiento y lenguaje.* Buenos aires: La Pléyade.

Vygotsky, L. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. México: Grijalbo.

Wax, R. H. (1971): *Doing Fieldwork. Warnings and Advice*. Chicago: University of Chicago Press.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica, aprendizaje, significado e identidad.* Barcelona: Paidós.

Widdowson, H. G. (1996). *Oxford introduction to Language Study: Linguistics*. Oxford: Oxford University Press.

Wilhelmi, M.R. & Lacasta, E. (2007). Un modelo docente para la formación en geometría de maestros en educación infantil. En Camacho, M., Flores, P., & Bolea, M.P. (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 31 5-324). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: SEIEM.

Wood, R., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 17* (2), pp. 89-100.

Yáñez, J. M. (s.f.). *Materiales manipulativos. Utilización didáctica de los materiales manipulativos en España en siglo XX*. [Artículo de blog]. Recuperado de: http://jomyanez.galeon.com/grz2hima.htm

Zarate, S. (2003). Programa: Desarrollo de estrategias para el aprendizaje del niño preescolar -Nociones lógico matemáticas. *Actas del 3er. Encuentro Internacional de Educación Inicial y Escolar.* Monterrey Nuevo León.

ANEXO

AGREGADO DE TRANSCRIPCIONES REPRESENTATIVAS DEL CUADERNO DE CAMPO EN EL AULA PRESENTADOS A EFECTOS DE SER REFERIDOS EN LA PRESENTE MEMORIA

4.1.30 OP-GG.- COMO HA VENIDO NUEVO UN AMIGO, CUÁNTOS SOMOS AHORA

P.- ¿Cuántos somos ahora en la clase?
N.- 24
P.- ¿Por qué ahora somos 24?
N.- Porque hay un niño nuevo
P.- Y antes, ¿cuántos éramos?
N.- 22
P.- ¿22 ó 23?
N.- 23
P.- 23 y 23 más un amigo nuevo ¿cuántos somos ahora?
N.- 24
P.- Pues ahora cuando estemos todos seremos…
N.- 24
P.- 24, muy bien.

4.1.33 OP-PG.- SITUACIÓN ESPONTÁNEA: CÓMO ESTABLECER CUÁNTO TIEMPO PERMANECER CADA UNO EN EL BALANCÍN

En el patio de recreo, varios niños quieren jugar al balancín. J. quiere participar pero están subidos Se. y Ch. y no le dejan subir, así pues J. se pone a contar hasta 12. Sin darme aún cuenta del momento matemático precioso que se está produciendo, le pido (pensando en que los niños que acaban de subir disfruten un poco más) que cuente hasta 20. Consciente de repente de que J. está utilizando el conteo como medida del tiempo, empiezo a grabar en audio la situación. J. quiere contar hasta 12 para que se bajen y le toque a él. Los demás lo aceptan. Corto la grabación porque han pegado a D. y viene llorando, pero los niños que montaban bajan del balancín y J. se sube.

4.1.35 OP-PG.- PEGADA DE GOMETTS EN UN PAPEL SEGÚN EL NÚMERO INDICADO EN EL MISMO

<u>Primer equipo</u>

P.- Mirad, ¿qué tenemos aquí?
N.- Un 1
P.- ¿Cuántos gomets vamos a poner?
N.- 1
P.- ¿Y aquí?
N.- 2
P.- A ver, buscar el 2.
N.- Está aquí
P.- Vale ¿cuántos gomets vamos a poner?
N.- 2
P.- ¿Y éste número cuál es?
N.- El 3
P.- ¿cuántos gomets vamos a poner?

N.- 3
P.- ¿Y aquí?
N.- 4
P.- ¿Y éste cuál es?, mira, 1, 2, 3 y 4 ¿cuántos gomets vamos a poner?
N.- 4
P.- ¿Y aquí, qué hacemos?
N.- El 5
P.- El 5, y ¿cuántos gomets ponemos?
N.- 5
P.- Venga, vamos a empezar
N.- Empezamos por el 1
P.- Buena idea, A., empezamos por el 1.
¿Cuántos tienes que poner aquí, Ik.?, mira ¿qué número es éste?
N.- El 5
P.- ¿Seguro?, ¿cuál es el primero de todos?, mira a ver, vamos a contar así, ¿vale?, ¿por cuál empezamos?, ¿cómo se llama?, a ver
N.- No sé
P.- ¿No lo sabes cómo se llama? ¿chicos, quién ayuda a Ik,?, ¿quién ayuda a Ik,?, ¿cómo se llama éste?
N.- 1
P.- El 1 ¿cuántas estrellas hay que poner?
N.- 1
P.- ¿Y aquí hay una estrella?, ¿cuántas hay?
N.- 1, 2, 3
P.- Perfecto. Pero yo sólo quiero que haya 1, porque aquí pone 1 ¿cómo hacemos para que sólo haya 1?, ¿qué hacemos, Ik,?, si hay muchas y sólo quiero una ¿qué hacemos?
N.- Quitarlas
P.- Quitarlas, pues venga, quítalas. Mira D. lo que te dice A., ¿qué puedes hacer?, ¿qué tiene que hacer, A.? Enséñaselo a A., C. Mira A. lo que te enseña C. Muy bien hecho, C. Muy bien, Ik., esto está fenomenal ¿y ahora éste, cuál será?, mira, éste era el 1, 1 y…
N.- 2
P.- ¿Cuántas estrellas ponemos?
N.- 1
P.- Pero, este es el 2 ¿cuántas estrellas ponemos si hay un 2?
N.- Muchas
P.- A ver, 1 y 2. Pon 2 deditos, enséñame 2 deditos
N.- (los pone)
P.- Muy bien Ik.
N.- Mira profe
P.- A ver, vamos a ver qué pasa con el de I. ¿El 1 cuántos gomets pueden ser?
N.- 1
P.- ¿Y en el 2?, ¿cuántos gomets pueden ser?
N.- 2
P.- ¿Y en el 3?
N.-3
P.- ¿Y en el 4?
N.- 1, 2, 3, 4
P.- ¿Seguro?
N.- Chicos, ¿vosotros estáis de acuerdo con eso que dice I.?
N.- No, 6
P.- Hay 6, pues ¿qué puedes hacer para que haya 4?, mira lo que te dice D., prueba a ver, a ver ¿qué puedes hacer para que te salga 4?, si hay más ¿qué tendrás que hacer?
N.- Quitarlas
P.- Pues a ver cómo las quitas, a ver ¿cuántas tienes que quitar? A ver, Ik., vamos contigo. Mirad lo que dice A. ¿4 es así? C., échanos una mano, pregunta A. si 4 es así

N.- Las he contado
P.- Las has contado
N.- Bien
P.- Y tú ¿qué dices?
N.- 1, 2, 3 y 4, está bien
P.- Perfecto
P.- A ver, A., ¿qué es lo que has hecho ahora, A.?
N.- El 5
P.- A ver, cuéntalos a ver cuántos hay
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Sí, pero cuántos gomets has puesto en el número 5, a ver, cuéntalos a ver qué has puesto.
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- ¿Hay 5?
N.- Sí
P.- Muy bien A., ¿me lo enseñas?, perfecto, a guardar, A.
A ver el tuyo, Lu., venga, comprueba el 5 otra vez, a ver qué pasa, fuerte, a ver que te oiga.
N.- 1, 2, 3, 4, 5 y 6
P.- Ay, te has pasado ¿qué hacemos entonces?
N.- Quitar otro
P.- ¿Quitar otro?, pues venga. A ver Lu., enséñame cariño, venga, cuenta a ver si hay 5
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- ¿Hay 5?
N.- Sí
P.- Fenomenal, Lu., hala, a guardar, corazón.

<u>Segundo equipo</u>

P.- Vale chicos
N.- ¿Que si tenemos que coger gomets?
P.- Sí, los he traído aquí, pero antes quiero que me contéis que habrá que hacer donde dice 1
N.- 1 pegatina
P.- 1 pegatina. Y donde dice 2
N.- 2 pegatinas y un 3, 3 pegatinas, y un 4, 4 pegatinas
P.- ¿Y qué hacemos en la última casilla que está vacía?
N.- Ponemos un 5
P.- ¿Y por qué ponemos un 5?
N.- Porque no está
P.- Pues vale, a ver, os voy a ir dando, toma Ju. y vais empezando
N.- ¿Podemos hacerlo ya?
P.- Sí, ya podéis empezar
N.- 1, 2, 3, y 4
P.- Ah, tú vas contando a la vez que las pones, muy buena estrategia, Ju.
N.- No tengo más
P.- ¿Qué necesitas?
N.- Más gomets
P.- Muy buena estrategia, O., las cuentas para estar seguro ¿verdad?
N.- Ya está
P.- A ver que lo vea, ¿me lo enseñas?, ¿tú estás seguro que donde dice 5 has puesto 5 gomets? A ver, ¿qué puedes hacer para estar seguro?
N.- Contar, 1, 2, 3, 4, 5
P.- Perfecto, comprueba a ver si en el del 4 también hay 4 gomets
N.- 1, 2, 3, 4
P.- Perfecto, muy bien Dav., Dav., ¿te atreves a escribir por detrás un recta numérica como la que tenemos en la asamblea?, prueba, que seguro que te sale, inténtalo
N.- No sé

P.- Puedes ir a la asamblea y mirarla allí, si quieres.
N.- Marisol, ya he terminado
P.- ¿Te sobran gomets?, perfecto, bueno, pues dejadlo así y ahora juntarlas todas. O., repasa a ver si hay 4 de verdad donde dice 4
N.- 1, 2, 3, 4
P.- Perfecto ¿y dónde dice 5?
N.- 1, 2, 3, 4
P.- ¿Qué pasó?
N.- Que no hay más
P.- ¿Qué necesitas?
N.- Gomets
P.- ¿Cuántos necesitas?
N.- Ehhh, 5
P.- ¿5 gomets necesitas?
N.- 1
P.- 1, vale, cógeselo a Da., que Da. te lo deja, cógelo de aquí, de su hoja.
Ju., ¿me lo enseñas?, vale, comprueba que lo has hecho bien ¿a ver cómo lo puedes comprobar?
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- ¿Está bien?
N.- Sí
P.- Comprueba el de 4
N.- 1, 2, 3 y 4
P.- Perfecto, a ver, sigue, que puedes hacer más. Enséñale a Ju. dónde está la recta numérica, para que Ju. haga la suya detrás de la hoja. Ju. te puedes ir a la asamblea a hacerlo.
¿Me lo enseñas P.?, ¿sí?, ponlo así. Vale, ¿has comprobado?
N.- Sí
P.- A ver, recuenta, a ver si de verdad están bien colocados.
N.- El 2, el 3
P.- ¿Y cómo sabes que ahí hay 3 sólo haciendo así?
N.- Porque he contado después
P.- ¿Lo contaste después?, a ver qué más
N.- El 4
P.- ¿Cómo sabes que son 4?
N.- Porque lo he contado
P.- Vale, a ver, cuenta otra vez a ver si realmente hay 4 donde tienen que estar
N.- 1, 2, 3 y 4
P.- Perfecto, ¿Y el 5 está bien, lo has comprobado?
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Perfecto, hala, vete a hacer tu recta, si quieres
¿Cómo vas Da.?
N.- Se me ha olvidado el 3
P.- ¿Se te ha olvidado el 3?, pues hala, coge los gomets que necesites, O.
N.- Pues quita este
P.- ¿Por qué tiene que quitar éste, Da.?
N.- Porque aquí tiene que haber 2 gomets
P.- ¿Dónde tiene que haber 2?
N.- Aquí
P.- ¿Por qué?, ¿qué número hay?, ¿qué número es el que lo indica?, ¿dónde está el número que dice cuántos gomets hay que poner?
N.- Aquí
P.- Tócalo, toca el número que hay que poner. ¿Y qué número es ese?
N.- El 4
P.- ¿Y cuántos gomets tiene que poner?
N.- 4
P.- Muy bien, Da.. A ver O.

N.- He puesto 4: 1, 2, 3, 4
P.- Venga, con el de 3 a ver qué es lo que pasa. Venga, Ju., a ver qué tal. Cógete un lápiz, vete a la asamblea a ver cómo haces tu recta numérica. Da., ¿cómo vas?
N.- Mira, ya está
P.- ¿Ya has comprobado que está todo bien?, compruébalo, a ver
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19…..
P.- Vale, y ahora dime una cosa, Da., ¿cómo sabes que has puesto el número de pegatinas que el número te dice?, ¿cómo sabes que aquí has puesto 4 pegatinas?, ¿cómo lo puedes saber?
N.- 1, 2, 3 y 4
P.- Perfecto, volviendo a contar es como lo sabes. Perfecto, Da,, hala, vete a hacer tu recta ¿vale?, no, no lo guardes, cógete un lápiz y vete a escribir tu recta numérica, que Ju. te lo explique, que está en la asamblea haciéndolo ya, dile, Ju.: "explícamelo"
¿Qué tal vas, O.?
N.- Bien, 1, 2, 3, 4, 5
P.- ¿Cómo sabes que aquí hay 5?
N.-Porque es el 5
P.- ¿Y cómo estás seguro de que has puesto 5 y no has puesto más?
N.- Mira, 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Perfecto, O.
N.- ¿Cómo se llama el diez y cuatro?
P.- Los mayores lo llamamos 14. Perfecto, O., muy bien.

<u>Tercer equipo</u>

P.- A ver, ¿qué pensáis que habrá que hacer donde dice 1?
N.- Poner un gomet
P.- ¿Y dónde dice 2?
N.- 2 gomet
P.- ¿Y tú qué dices, Se.?
N.- Donde pone 1 hay que poner 1, donde pone 2 hay que poner 2, donde pone 3 hay que poner 3, donde pone 4 hay que poner 4
P.- ¿Y en el último?
N.- Y luego hay que poner el 5 y poner 5 pegatinas
P.- I. ¿tú qué crees, así hay que hacerlo?
N.- Sí
P.- Vale. ¿Alguno de vosotros tiene el 5 puesto?
N.- No
P.- ¿Entonces qué haréis?
N.- Pues ponerlo
P.- Ponerlo vosotros. Pues venga, el que quiera poner el 5 ya o el que quiera empezar con los gomets, vosotros os organizáis
N.- Yo
P.- ¿Tú quieres empezar con gomets o poner el 5?
N.- Con gomets
P.- Venga, pues vamos a empezar, chicos, venga, empezar, empezar
N.- 1, 2
N.- No tiene el 2
P.- ¿No tiene los gomets puestos?
N.- No tiene el 2
P.- ¿Qué número es ese, Cl.?
N.- El 5
P.- Es que lo estás viendo del revés, enséñaselo bien Se., para que ella vea bien como es…., gira un poquito la hoja para que ella lo vea. Mira a ver cuál es, ¿qué número es ese, Cl.?
N.- El 2
P.- Es que lo veías del revés y parecía un 5 ¿verdad?

N.- Sí
N.- 3. 1, 2, 3
P.- Qué buena estrategia, Á., tú vas contando a la vez que los pones ¿verdad?, así estás seguro de que no te despistas, ¿a que sí?
Mirad chicos lo que está haciendo I., I. ha repasado los que ya había colocado, para estar segura de que los había colocado bien, y se ha puesto a contarlos
N.- Y yo
N.- Pero si no he puesto 2 aquí
P.- Mira que bien, con la estrategia de I. te has dado cuenta enseguida, ¿a que sí?, pues hala, hala, a ver cómo lo arreglas, corazón. ¿Qué necesitas?
N.- Más gomets
N.- Yo ya he terminado
P.- Vale, ahora ¿qué te falta?
N.- El 5, ya está, Marisol mira
P.- Venga, cuéntame cómo vas
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Oh, ¿qué pasa?
N.- 1, 2, 3, 4
P.- Pues venga, pon los 5 gomets
N.- Ya lo he hecho
P.- Venga, enséñamelo. Vale, Se., ¿cómo sabes que en el 4 has puesto 4 gomets? Comprueba a ver si de verdad son 4
N.- 1, 2, 3, 4
P.- ¿Son 4?, ¿sí?
N.- Sí
P.- ¿Y en el 5?
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Perfecto, muy bien, Se., ahora te vas a la asamblea y te haces la recta numérica pero tú en tu hoja, toma. La recta numérica la escribes tú en tu hojas, por detrás, toda la recta numérica esa que hay ahí debajo de la pizarra, tú la copias en la hoja ¿vale?
N.- ¿Cómo se copia?
P.- Pues poniendo el 1 primero y luego el………..
N.- 2
P.- Y luego el……..
N.- 3
P.- Y luego el………..
N.- 4
P.- Y así sigues.
Vale, Á., esto está fenomenal, pero necesito estar segura de que donde pone 4 has puesto 4 gomets.
N.- 1, 2, 3, 4
P.- ¿Has puesto 4?
N.- Sí
P.- ¿Y en el 5?
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Perfecto, Á., muy bien, hala, vete a hacer tu recta numérica a la asamblea,
N.- Marisol, necesito más gomets
P.- ¿cuántos necesitas?
N.- Necesito 3
P.- ¿Cómo has sabido que son 3 los que te tengo que dar?, ¿cómo lo has sabido?
N.- Contando en la recta numérica
P.- Toma ya, pues a ver que te de 3, toma corazón, ¿te he dado 3?, ¿hay 3 ahí?
N.- Sí
P.- Venga, sigue, sigue, que lo estás haciendo muy bien.
A ver, Cl., ¿cómo sabes que aquí has puesto 4?

N.- Porque hay un 4
P.- A ver, ¿cómo puedes estar segura de que has pegado 4 gomets y no has pegado más?
N.- 1, 2, 3, 4
P.- Perfecto, ¿y en 5?
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Perfecto, Cl., muy buen trabajo. Vete a hacer tu recta numérica, ¿vale?
N.- Mira
P.- A ver que lo vea yo, hala, qué bonito, muy bien hecho ¿seguro que hay 5 ahora que has puesto esos 3 gomets?, ¿seguro que hay 5?
N.- Sí
P.- Comprueba a ver
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Perfecto, hala, vete a hacer tu recta numérica.
A ver, I., vamos a mirar ¿cuántos gomets has puesto aquí?, cuéntalo a ver
N.- 1
P.- Perfecto, ¿y aquí cuántos has puesto?
N.- 2
P.- Cuéntalos, a ver
N.- 1, 2
P.- Perfecto, ¿y aquí?
N.- 3. 1, 2, 3
P.- Fantástico, ¿y aquí, cuántos has puesto?
N.- 4. 1, 2, 3, 4, 5
P.- Oh, ¿qué hacemos?
N.- Quitar
P.- ¿Quitar cuántos?, ¿cuántos vas a quitar?
N.- 1
P.- Vale, buena idea, Is., buena idea. Venga, comprueba a ver si ahora ya hay 4
N.- 1, 1, 2, 3, 4
P.- Fenomenal, ¿y ahora cuántos tiene que haber aquí?
N.- 5
P.- Vale ¿y qué hacemos con esos otros?
N.- Los quitamos
P.- Vale ¿cuántos vas a quitar?
N.- 3
P.- A ver, comprueba a ver si ahora hay 5 de verdad
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Fantástico Is., ¿quieres ir a hacer tu recta?, venga
P.- Vamos a contar juntos, D., C., vamos a contar con él
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Entonces qué hago, Iv. ¿qué hago?, ¿quito uno más?
(con otro niño) 1, 2, 3, 4, 5
p.- Venga, y ahora, ¿abajo del todo qué hay que hacer?
A ver, vamos contigo Ik. a ver si ya lo podemos hacer ¿cuántas pegatinas hay que poner aquí?
P.- A ver, comprueba a ver
N.- Que me faltan
P.- ¿entonces qué hacemos?
N.- Quitarlas
P.- ¿Cuántas tiene que haber?
N.- 5
P.- Entonces si hay 4 y tú quieres poner 5 ¿qué tienes que hacer?
N.- Quitar
P.- Mira si quito, cuenta ahora a ver
N.- 1, 2, 3
P.- ¿cuántas tiene que haber?

N.- 5
P.- ¿Y qué hacemos, entonces?
N.- 1, 2, 3, 4, y 5
P.- ¿Y ahora, qué hacemos?
N.- Quitar
P.- ¿Cuántas vas a tener que quitar para que haya 5?
N.- 1
P.- Comprueba I., venga, comprueba a ver qué tal
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- ¿Qué tal ahora?, ah, muy bien, enséñasela a Ana, enséñasela. Perfecto.
A ver aquí, A. ¿qué número teníamos que poner aquí?
N.- El 5, porque mira, 1, 2, 3, 4, 5
P.- Dilo tú en alto, ¿tú qué crees, 3 ó 5? ¿3 ó 5, A.?, ¿tú que piensas?
N.- Creo que es el 3
P.- ¿Crees que es el 3?, pero y después del 4 ¿cuál va?
N.- 3
P.- Vete a ver a la recta numérica a ver cuál va después del 4. ¿Qué hacemos?, ¿cuál vas a poner?
N.- Lo dejo así
P.- ¿Con un 3 o con un 5?
N.- Con el 5
N.- Mmm el 5, sí, lo dejo así, vale
P.- ¿Pero entonces cuántos gomets vas a poner?
N.- Lo dejo así
P.- Pero ¿son 3 o son 5, A.?
N.- No sé
P.- Pero ¿cuál va después del 4?, búscalo, enséñamelo a ver
N.- (señala el 5)
P.- ¿Y es cuál es?, cuenta desde el principio, cuenta desde el 1, a ver
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- ¿Cuál es?
N.- 5
P.- El 5, pues venga, vamos a ver cómo lo arreglamos, venga, pues a ver qué falta o qué sobra o qué tienes que hacer
N.- Hay 3, voy a poner otra más
P.- ¿Qué vas a poner?, toma aquí tienes todos los gomets, coge los que quieras, no, todos no los saques, coge lo que necesites
N.- Este trocito
P.- Despega los que te hagan falta, despega A. los que te hagan falta
N.- 2 más
N.- Ya está, 1, 2, 3, 4 y 5
P.- ¿Sí, ya está listo?, ¿me lo enseñas?, Muy bien

<u>Cuarto equipo</u>

P.- Bueno chicos, mirad bien la hoja ¿qué tenemos aquí?
N.- Un 1
P.- ¿Y aquí?
N.- Un 2
P.- ¿Y aquí?
N.- Un 3
P.- ¿Y aquí?
N.- Un 4
P.- ¿Y aquí qué habrá que poner?
N.- Un 5

P.- ¿Y tú qué dices, Cl.?
N.- Un 5
P.- ¿Y tú?
N.- Un 5
P.- ¿Y tú, C., qué dices?
N.- Un 5
P.- ¿Y tú qué dices, J.?
N.- Un 5
P.- ¿A., qué número habrá que poner aquí, cariño?
N.- El 5
P.- Vale, y dónde dice 1 ¿cuántos gomets habrá que pegar?
N.- Uno
P.- ¿Y dónde dice 2?
N.- 2
P.- ¿Y dónde dice 3?
N.- 3
P.- ¿Y dónde dice 4?
N.- 4
P.- ¿Y dónde pongáis vosotros 5?
N.- 5
P.- Vale, os voy a dar unos poquitos gomets a cada uno ¿vale? y vamos empezando
N.- Yo tengo pocos
P.- ¿Qué quieres que haga, corazón?,¿quieres que haga algo, Cl.?,¿te quito los gomets?
N.- Sí
P.- ¿Te los quito o te los dejo así?
N.- Sí
P.- ¿Y qué te doy?
N.- Más gomets, vale
P.- A ver, A., mira ¿cuántos gomets hay que poner aquí?, ¿qué número es éste?
N.- El 1
P.- El 1, ¿pues cuántos gomets tienes que poner dónde pone 1?
N.- 1
P.- 1 sólo, pues a ver cómo lo haces para que haya 1 sólo. A ver, concéntrate A., ¿cuántos me has dicho que tienes que poner aquí?
N.- 1
P.- Pues a ver cómo haces para que sólo haya 1 ¿qué tendrás que hacer?
N.- Quitarlos
P.- Quitarlos, vale. A ver, corazón, vale, ahora comprueba que has puesto los que corresponden en cada uno, compruébalo
N.- 1, 2, 3, 4, y 5
P.- ¿Hay 4 de verdad?, ¿Hay 5 de verdad?
N.- Sí
P.- Sí, mira a ver
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Perfecto, pues ya lo puedes guardar, J.
Comprueba a ver
N.- 1; 1, 2; 1,2,3;1,2,3,4;1,2,3,4 y 5
P.- ¿Cómo sabes que hay 4?
N.- Porque aquí hay un 4
P.- A ver, cuéntalos, a ver si hay 4
N.- 1, 2, 3 y 4
P.- Muy bien. ¿Y en la de 5?
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Perfecto, ahora a guardar, M.

Enséñame, Cl., mira, revisa el 3, a ver qué pasa con él, cuéntalo en alto, cariño, a ver, que yo te oiga
N.- 1, 2, 3, 4
P.- Pues ¿qué hacemos?
N.- Quitamos 1
P.- Pues venga, venga, a ver
A ver, tú Lu., ¿cómo vas?, vale, perfecto, vamos a revisar ahora donde pone 4, a contar
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Vale, ¿pues qué hacemos ahí, Luna?
N.- Quitar 1
P.- Pues venga, vale, corazón
A., ahora mira, mira aquí, dime cuál es éste
N.- El 1, el 2, el 3 y el 4
P.- Y aquí ¿qué habría que poner?
N.- El 5
P.- El 5, vamos a buscar el 5, A., vete a la recta numérica a buscar el 5, A., en los números de abajo, en la recta numérica
N.- Aquí
P.- ¿Cuál es?, perfecto, a ver cómo lo pones aquí
A ver, Cl., ¿me lo enseñas?, comprueba el 5, comprueba que hay 5 gomets, cuéntalos fuerte fuerte que te oiga yo
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- ¿Está bien?
N.- Sí
P.- Perfecto, a guardar corazón.
Vale, Lu., el 4 ya lo has dejado fenomenal, comprueba el 5, a ver qué pasa con el 5, cuenta fuerte, vale, que yo te oiga
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
P.- Vale, ¿pues qué hacemos?
N.- Quitar 1
P.- ¿1?, quita 1 a ver qué pasa

4.2.45 GD-GG.- ASAMBLEA SOBRE CUÁNTOS NIÑOS TENDRÍAN QUE VENIR A LA CLASE PARA QUE FUÉRAMOS EN TOTAL 30

P.- Imaginaros. No, quiero preguntaros como estaba bromeando P. que éramos 30, cuando estamos todos somos 24, quiero preguntaros ¿cuántos niños tendrían que venir para que fuéramos 30?
N.- Muchos, muchos, muchos, muchos.
P.- Sí, pero ¿cuántos?, ¿a cuántos niños tendríamos que invitar?
N.- 40, 44 niños.
P.- Ju., a ver, dime tú, ¿cuántos tendrían que venir?
N.- Sí porque yo decía que, mira, 1, 2, 3, 4, 5, 6
P.- Ah, tú has contado en la recta numérica desde el 24 hasta el 30 cuántos hay, ¿verdad? Y así sabes cuántos amigos habría que llamar para que fuéramos 30.
P.- ¿Quién más está de acuerdo con lo que ha hecho Ju.?
P.- M., A., guau, me acabo de quedar impresionada chicos
N.- Yo no
P.- Pues yo sí

4.2.48 OP-PG.- CUÁNTO PESAMOS. MEDICIÓN, ANOTACIÓN DEL PROPIO PESO Y COMPARACIÓN CON EL DE LOS COMPAÑEROS. USO DE LA BÁSCULA

Primer equipo

P.- Chicos, pues ahora nos vamos a subir para pesarnos y saber cuánto pesamos, ¿quién creéis que pesa más de todo el equipo, a ver, ¿quién creéis que pesa más?
N.- Yo
P.- ¿Tú eres el que más pesa?
N.- Sí
P.- ¿Sí?, ¿y quién creéis que es el que menos pesa de todo el equipo?
N.- Yo, yo
P.- C. cree que es la que menos pesa, A. cree que pesa menos, ¿qué pasa Ik.?
N.- Que yo lo quería decir
P.- Venga, ¿quién crees que pesa más?
N.- Yo
N.- Menos que Iv.
P.- ¿Todos pesáis menos que Iv.?, ¿sí?, ¿lo comprobamos? Ik., sube a la mesa, le damos un golpecito, cuando se pongan los ceros te subes, a ver, ya están los ceros, súbete. ¿Chicos que pone?, asomaros ¿qué números son éstos?
N.- El 1, el 8, el 9
P.- ¿Cuál es éste?, es un 7, aunque tenga este palito de aquí, es un 7. Un 1, un 7 y un puntito y un 9, 17 con 9, apúntatelo, corre, el 1, el 7 y el 9, vamos corre, vamos a apuntártelo. Dejad que se lo apunte.
Ik., a ver cómo te lo apuntas. Sólo lo apunta Ik..
¿Y cuál es el número que se llama un 1 y un 7? Que se escribe un 1 y un 7. El 1, el 7 ¿cuál es el 7, lo sabes? Vamos a buscarlo, cuéntalo, Ik., muy bien el 7 y ahí un palito, dice C., y ahora salía un puntito en la báscula y ahora ¿qué número salía? El último que salía, el 17 con….
N.- Con 9
P.- Con el 9 dice D., ¿sabes cuál es el 9, Ik.?, venga, a ver, vamos a ponerlo. Así que Ik. pesa 17, ¿17 qué…?
N.- Peso un montón
P.- ¿17 qué? ¿17 metros?,
N.- No
P.- ¿Cuánto pesa Ik.?
N.- 17 tomates (se trata de una broma que les hago a menudo para que expresen el cardinal junto con la unidad de medida o con los objetos que se cuentan)
P.- No, venga, dilo bien
N.- 17 ciruelas
P.- Oh…… venga, quien lo sabe como un mayor ¿17….?
N.- Peras
P.- ¿17…..?
N.- Sardinas
P.- No, dilo bien, 17 ki……
N.- los
P.- 17 kilos, el 1 y el 7, 17 con 9 kilos ¿quién creéis que pesa más? ¿Ik. o C.?
N.- C.
P.- ¿Quién pesa más, Ik. o C.?
N.- Ik.
P.- ¿Seguro?, vamos a mirarlo. Arriba C., baja, baja, hay que esperar a que salga el 0, ahora ¿qué números tenemos aquí?
N.- El 1, el 5 y el 7
P.- Un 1, el 5, el puntito y el 7 ¿cómo se llama el 1 y el 5, chicos?, ¿cuál es el número que es un 1 y un 5?
N.- El 25

P.- A ver, cuenta aquí a ver como se llama. A., ayuda a contar a L.
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14, y 15
P.- Pues, ¿cuántos kilos pesa C.?
N.- 15
P.- 15 con 7, venga, vamos a apuntarlo C., y ¿qué es más, 15 ó 17?
N.- 17
P.- ¿Por qué es más 17 que 15? 15 con 7 ¿te acuerdas?, ¿quién le ayuda a saber cuál es el número que tenía que poner?
N.- El 1 y el 5
P.- El 1 y el 5, el puntito ¿os acordáis que en la báscula salía un puntito?, A., ¿te acuerdas?, ¿qué número salía después del puntito?, ¿qué número le salía a C. después del 15, chicos? 15 con….
N.- 9
P.- ¿Con 9?, no, no te salía 15 con 9. 15 con 7 le salía ¿C., tú qué crees, qué pesas más que Ik. o menos?
N.- Más que Ik.
P.- ¿Sí?, ¿por qué crees que pesas más que Ik.?
N.- Porque lleva el número más grande
P.- ¿Cuál es el número que es más grande?, ¿el 15 ó el 17?
N.- El 15
P.- ¿Por qué 15 es más grande que 17? A ver ¿cuál está más lejos, el 15 o el 17?, ¿dónde está el 15?, a ver. ¿Quién la ayuda, chicos?, ¿quién la ayuda a saber cuál es más grande, el 15 o el 17?
N.- Este
P.- Ese es el que está más lejos, es más grande el 17 entonces, ¿quién pesa más?
N.- Yo
P.- Pero el 17 está más lejos ¿qué creéis, quién pesa más?
N.- Ik.
P.- ¿Tú qué crees, D.?
N.- Ik.
P.- Entonces ¿qué número es más grande el del 15 o el 17?, ¿cuál es el que significa que C. pesa más o pesa menos?
N.- 17
P.- 17 ¿pesa más o pesa menos?
N.- 17 más
P.- Bueno a ver, a ver A., vamos arriba, cuidado con la ficha, ¿vale A.? Chicos ¿a ver qué número le sale a A.? Atentos todos. ¿Cuál es éste, L.?
N.- El 2
P.- ¿Y éste, C.?
N.- El 0
P.- ¿Y cuál es el número que es un 2 y un 0?, ¿quién sabe cuál es un 2 y un 0?, ¿cuál será?, buscarlo aquí a ver, buscarlo, hala baja, vamos a buscar ese número que te ha salido. ¿Cuál es el 2 y el 0, chicos?, a ver quién lo encuentra para saber cuánto pesa, ah, aquí está, lo ha encontrado L. y ¿cómo se llama este número?
N.- No lo he encontrado yo
P.- Ah, D., ¿y cómo se llama este número, cómo se llama?
N.-1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25
P.- ¿Cómo se llama?
N.- 25
P.- Vamos a contar juntos, chicos, preparada L.
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11, 12,13,14,15,16,17,18,19 y...20
P.- 20 ¿pues cuántos kilos pesas tú?
N.- 20
P.- ¿Y eso es más que C. o menos?, venga apúntalo
N.- No sé
P.- ¿Cuál te había salido en la báscula?
N.- No me acuerdo

P.- Venga, súbete otra vez, ¿cuál número es éste?
N.- Un 2
P.- ¿Y éste?
N.- Un 0
P.- ¿Y cómo se llamaba un 2 y un 0?
N.- No sé
P.- ¿Cómo se llamaba?
N.- ¿Veinticero?
P.- Veinticero, casi ¿cómo se llamaba el 2 y el 0, chicos?, ¿cómo se llamaba?
N.- Es éste
P.- Sí, pero ¿cómo se llamaba?
N.- 20
P.- 20, el 20, era un 20 y un 7, ¿a que sí? Venga, apúntalo, veinte con 7.
Chicos, estáis dormidillos hoy ¿eh?¿a que sí? Venga, L., arriba, ¿cuánto pesarás tú?, ¿cuánto crees que pesas, L.?
N.- Creo que peso 22
P.- Tú crees que pesas 22 ¿lo miramos?, venga, arriba ¿cuánto pesas, qué número es ese?
N.- Un 2 con un 0
P.- ¿Y cuál es el 2 con el 0? ¿Lo miramos, lo cuentas a ver cuánto es?, venga, vete a contar, a ver. Muy bien, pero el tuyo era un 20 con un puntito y un 7 ¿te acuerdas? porque pesas 20 con 7 kilos
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20, 21, 22, 23
P.- Yo creo que te lo has pasado, L., a ver cómo encuentras el 20, el 2 y el 0 ¿cuál es el 2 y el 0? ¿Cuánto pesa D.?
N.- 1, 6 y un 4
P.- 1, 6 y un 4 ¿cuál es el 1 con el 6?, ¿cuál es el 1 con el 6, chicos, cuánto pesa D,? ¿Un 1 y un 6, cuál es?
N.- El 16
P.- El 16, dice L., A., ¿tú qué opinas?, ¿cuál es el 1 con el 6? ¿C., tú qué opinas?, ¿cuál es el uno con el 6?, ¿tú qué piensas, Iv.?
N.- 16
P.- 16, apúntatelo
N.- Yo no pienso nada
P.- ¿Tú no piensas nada?, pues ayúdame, venga, vamos a pensar tú y yo un poco, mira, que ahora ya te toca a ti, vamos a buscar el 1 con el 6, saca tu dedito, ¿listo? Ayudadnos a contar, chicos.
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15 y 16
P.- ¿Cómo se llama el 1 y el 6?
N.- 16
P.- 16, muy bien Iv., 16 con 4 era ¿te acuerdas? Con un puntito y un 4.
N.- ¿Me subo ya?
P.- Espera que lo apunte D., ¿vale?, el 1 y el 6 ¿te acuerdas?, míralo aquí ¿ese es el 16?, fíjate bien, yo creo que ahí no pone 16, que ahí pone 61, ¿cómo hacemos para que sea 16? Chicos, creo que D. necesita ayuda porque ha puesto 61 y ella no era 61, era 16.
N.- Es el 1 con el 6
P.- Ah, mira lo que te dice Iv., explícaselo, primero el 1 y luego el 6 y era con 4 ¿quieres que te deje una goma?
N.- Sí
P.- 16 y el tuyo era con 4, con un puntito y un 4, 16 con 4.
Venga, vamos a ver Iv., ¿tú qué crees D., que I. pesa más que tú o menos que tú?, qué crees tú, Iv. que pesas más que D. o que pesas menos?
N.- Yo creo que peso mucho
P.- ¿Quién crees que pesa poco, Ik.?, ¿quién pesa poco?, ¿quién crees que pesa poco?
N.- Iv.
P.- ¿Iv. pesa poco o mucho?

N.- Poco
P.- ¿Poco?, vamos a ver, chicos, a ver qué pesa Iv., asomaros, venga, a ver ¿cuánto pesa Iv.?, a ver sube. Chicos ¿qué número le sale aquí a Iv.? L., ¿qué número le sale aquí a Iv.?, asomaros, chicos, asómate, A., asómate, ¿qué le sale?
N. Un 2, un 3 y un 5
P.- Y el 2 y el 3 ¿qué número son?, ¿qué número es el 2 con el 3?
N.- el 23
P.- El 23 dice C. ¿tú que crees?
N.- el 25
P.- Mira el 23 con el 2 y con el 3. 23 con 5 Iv., Iv., míralo bien que ahora lo tienes que escribir. Venga, bájate otra vez, venga, vamos a apuntarlo, corre Iv., vamos a apuntarlo, venga, a ver cómo lo apuntas, 23. Ayúdale a buscar el 23 A., vamos a contar
N.-1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
P.- Ah, no, C. ayuda a A. a ir despacito y a hacerlo tranquilamente hasta que encontréis el 23, tú también, L., venga ayúdale
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22, y 23.
P.- Mira Iv., A. díselo cuál es, el 23
N.- El 2 y el 23
P.- Venga, el 2 y 3, apúntalo

Segundo equipo

P.- So., mirar, vamos a trabajar hoy nosotros, éste equipo, el equipo azul ¿vale Da.?, vosotros ¿cuánto pesáis?, ¿no sabéis cuánto pesáis?
N.-Yo 27
P.-27 ¿qué?
N.-27
P.- ¿27 centímetros, 27 kilos, 27 litros, qué pesará Da.?
N.- ¿27 kilos?
P.- ¿27 kilos pesará Da.? Y ¿cómo podemos comprobar si Da. pesa 27 kilos?
N.- 27, porque mira, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
P.- Ah, eso te refieres al intestino de esta mañana, pero yo ahora pregunto ¿cómo podemos comprobar si Da. pesa 27 kilos o no pesa 27 kilos?
N.- En la báscula
P.- En la báscula, tráetela, vamos a ver, mira, ponla aquí encima, ponla encima de la mesa, bueno ¿alguien sabe cómo funciona una báscula?
N.- Sí, yo
P.- ¿Qué hay que hacer?
N.- Ponemos aquí el pie, lo quitamos
P.- ¿Y luego?
N.- Hasta que ponga los ceros
P.- Los ceros, vale ¿y luego?
N.-Nos subimos
P.- ¿Y qué pasa cuándo nos subimos?
N.- Que salen los números
P.- ¿Y qué significan esos números?
N.- Los números que pesamos
P.- ¿Los números que pesamos?, ¿queréis saber cuánto pesáis, probamos?
N.- Sí
P.- L., empezamos contigo ya que estás ahí, ¿qué número te pone a ti?
N.- Un 2, un 8 y un 5 más
P.- Un 2, un 8 y un 5 más. Ah, no es un 8 ¿qué pasa Da.?
N.- No es un 8 es un 0
P.- Es un 0
N.- Así que es 20 con 5

P.- ¿Por qué con 5?, ¿por qué no dices que es 205? Porque es un 2, un 0 y un 5¿por qué es 20 con 5?
N.- Porque eso es
P.- ¿Qué hay para saber que no es 205? ¿qué hay, Da.?, ¿qué hay chicos,? Ven a mirar, ¿solamente hay números?, ¿qué más hay?, ¿qué hay entre los números?, ¿qué es esto que hay aquí en medio aquí abajo? Estoy que hay aquí entre el 0 y el 6 ¿qué hay?, ¿hay algo, verdad?, ¿qué hay entre el 0 y el 6?
N.- Un punto
P.- Ah, ¿por eso dices tú que es 20 y no 206?
N.- Sí
P.- 20 kilos pesas, el 2 y el 0, 20.
A ver, bájate L,
N.- Yo más eh,
P.- Vamos a ver, y entonces si pesas más que 20, ¿cuánto puedes pesar más que 20, a ver?
N.- Porque 27 es más que 20
P.- Venga, a ver, prueba a ver, súbete ¿cuánto pesa Da.?
N.- Un 1 un 9 y un 4
N.- 194
P.- Sí, pero acuérdate de lo que has hecho tú antes, tu antes has leído las 2 primeras nada más porque luego ya venía el punto, y las 2 primeras, el 1 y el 9 ¿qué número será?, ¿qué número es un 1 y un 9, chicos?, ¿cómo se llama el 1 y el 9?
N.- 19 con 4
P.- 19 con 4 kilos, ¿pesas más que L. o menos?
N.- Más
P.- ¿Qué pensáis, chicos? Mirad, L. pesa 20 kilos y Da. 19 kilos, y le estoy preguntando a Da. si pesa más que L. o menos ¿qué pensáis vosotros, 19 es más que 20 ó 20 es más que 19?, ¿cómo lo sabemos eso, Á., cómo podemos saberlo?
N.- Mirarlo ahí
P.- Venga, vete a ver, vete, id a verlos chicos, id a ver cuál es el que tiene más
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19
P.- ¿Cuál va antes, Á., el 19 o el 20?
N.- El 19
P.- Y entonces ¿19 es más que 20 o menos?
N.- Menos que 20
P.- Menos que 20, ¿vosotros qué decís, chicos?, ¿entonces Da. pesa más que L. o menos?
N.- Menos
P.- ¿Y eso por qué lo hacéis chicos?
N.- Para ver quién es más alto
P.- Vale, y con la báscula ¿se puede saber quién es más alto?
N.- Sí
P.- ¿Seguro?, ¿qué es lo que estamos viendo que pasa con la báscula, la medida?, ¿entonces para qué nos sirve la cinta métrica de la puerta, esa cinta métrica que tenemos ahí?, ¿para qué nos sirve?
N.- Para medirnos
P.- Para medirnos, dice Á,, ya pero Á, dice que la cinta métrica de la puerta es para medirnos, entonces, la báscula ¿para qué sirve?
N.- Para pesarnos con los pies
P.- Para pesarnos con los pies, vale. Vamos a dejarlo así.
Súbete Is., a ver cuánto pesas tú, a ver qué número sale, chicos, asomaros a ver qué número sale ¿qué sale?
N.- Un 2 y un 1
P.- Un 2 y un 1, vale, y el puntito y luego el 6 pues, ¿qué número son un 2 y un 1?, ¿qué número es el 2 y el 1, chicos?, ¿cómo se llama el 2 y el 1?
N.- Esa es una S
P.- ¿Hay una S aquí chicos, hay una S en la báscula?

N.- Sí
P.- ¿Dónde hay una S?, a ver, bájate otra vez Is. y vuélvete a subir ¿dónde hay una S?
N.- Ahí
P.- ¿Pero eso es una S?
N.- No
P.- A ver, asomaros L. y D., ¿eso es una S?
N.- No, es un 2
P.- ¿Sí?, ¿estáis de acuerdo todos ahora o no?
N.- Sí
P.- Mira a ver, date la vuelta y mira por aquí, So., date la vuelta, ven a mirar por aquí, mira ¿qué es?
N.- Un 2
P.- Un 2 y un1 y yo pregunto que cómo se llama el 2 y el 1 ¿cómo se llama?, chicos ¿alguno sabéis cómo se llama un 2 y un 1?, si no lo sabéis ninguno ¿qué podéis hacer para saberlos?
N.- Contar allí
P.- Venga, a ver, a contar allí, ¿quién acompaña a Á. a contar a ver hasta el 2 y el 1?, El 2 y el 1, Á. y So., Á., enséñaselo A. hasta dónde tienen que contar
N.- Hasta aquí
P.- Venga, a ver cuál será
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21 30
P.- ¿Seguro que un 2 y un 1 es un 30?
N.- No
P.- ¿Cuál es?
N.- El 31
P.- ¿Seguro? Vamos todos a contar a la recta numérica, pon el dedo en el 2 y el 1 para que no se despisten, .
N.- 19
P.- ¿Pero si este no es un 2 y un 1? Y ese ¿cómo se llama?
N.- 19
P.- A ver, va a contar A. sólo y A. le pone el dedo en el 21 para que no se despiste, y le ayudamos a contar, venga, Da.
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20
P.- ¿Cómo se llama, entonces?, ¿cómo se llama?
N.- 20
P.- A ver, 18, 19, 20, y….
N.- 21
P.- Y 21. Venga, vamos a ver, entonces ¿Is. cuánto pesa?
N.- 21
P.- Vale, va a subirse a pesar, a ver..., A. y los demás vamos a mirar a ver cuánto pesa A. ¿Cuánto pesa A.?, ¿cuánto pesa A., chicos?
N.- Un 1, un 9 y el 2
P.- Un 1, un 9 y el 2. ¿Qué número es el 1 y el 9, chicos?
N.- Es un 5
P.- ¿Es un 2 o un 5?, ¿qué pensáis los demás?, ¿es un 5 o un 2?
N.- Sí
N.- No, no es un 5
P.- A ver, ir a mirar a la recta a ver si es un 5 o un 2 ¿qué es, A., un 5 o un 2?
N.- Un 5
N.- No, un 2
P.- Chicos, es un 2, el 5 es al revés
N.- Un 2
P.- Un 2 está diciendo allí So. (desde la recta), vale. Pues entonces un 1 y un 9 ¿qué número es, chicos?
N.- 19
P.- Se va a subir... Á., a ver Á., venga A., a ver cuánto pesas ¿cuánto pesas, Á.?

N.- Un 1, un 8 y un 4
P.- Un 1, un 8 y un 4. Vale, y el 1 y el 8 ¿qué número es, chicos?, ¿cuál será?, bueno el 1 y el 8 es lo que pesas tú, vale Á.
¿Falta alguien por pesarse?
N.- Yo
P.- So., venga So., arriba, vamos a ver cuánto pesas tú.
Chicos, mirar a ver cuánto pesa So., asomaros, mirar a ver cuánto pesa So., tú también Is., Á., asómate cariño
N.- Un 1 un 8 y un 4
P.- Un 1 un 8 y un 4, vale y dijimos que miráramos los 2 primeros, ¿alguien más pesaba un 1 y un 8?, ¿quién más pesaba un 1 y un 8?, ¿chicos, quién más pesaba un 1 y un 8?
N.- Aquí, aquí
P.- Muy bien A., pero alguien más de esa mesa pesaba un 1 y un 8 ¿quién más pesaba un 1 y un 8?
N.- Yo
P.- ¿-tú? Tú también pesabas un 1 y un 8. Da. ¿tú cuánto pesabas?
N.- El 19
P.- Y tú ¿qué números tenías?
N.- No me acuerdo
P.- ¿Quién se acuerda de lo de Is.?, ¿quién se acuerda? Nos ha costado mucho saber cómo se llamaba ese número. Súbete otra vez Is,, vamos a ver, venga Is,, vamos a ver, un 2 y un qué
N.- Un 2 y un 1
P.- Un 2 y un 1, el que antes habéis dicho al final 21, que nos ha costado un rato. ¿Y tú, L., cuánto pesabas?
N.- 19
P.- Venga, pues ahora vamos a hacer otra cosa, ven aquí, A. Vamos a apuntar aquí, en la báscula de la clase, aquí dentro vamos a apuntar cuánto pesamos ¿vale?
N.- ¿Y cómo se hace el número? Enséñame a ver cómo se hace
P.- ¿Cómo se hace el número? A ver, ¿queréis coger unos números para fijaros?
N.- Sí
P.- Corre, L., vete a por unos números, de los de la bandeja de números, donde están los números y las letras por si os hace falta
N.- Este
P.- Vale, por ejemplo, ese nos va muy bien. Mira, ya lo está leyendo Da.
N.- Yo peso
P.- Yo peso... A ver ¿cuánto pesaba So.?, ¿cuánto pesabas tú?, a ver, búscalo aquí. Encuentra el número, a ver, ¿cuál era tu número, So.?, algo está pasando aquí, chicos, algo está pasando, mirad que So. no encuentra… ¿tú te acuerdas cuáles eran los números que salían en la báscula, So.?, ¿qué números te salían a ti?, ¿qué números te salían?
N.- Un 2 y un 1
P.- ¿Un 2 y un 1 te salía a ti?, ¿a ti no te salía un 1 y un 8, So.?, ¿chicos, que le salía a So., el 1 y el 8?
N.- Sí
P.- Á. se acuerda, yo también me acuerdo que eran el 1 y el 8 y ¿dónde está ahí el 1 y el 8, chicos?
N.- Aquí
P.- Ahí, pues vamos a ver cómo se llama ese uno y 8 ¿cómo se llama?
N.- 18
P.- 18, pues venga, apúntatelo, So., dentro de la báscula (dibujada en la hoja), apúntatelo
N.- Aquí, un 1 y un 8
P.- ¿Por qué lo apuntamos?, ¿qué pasaría si no lo apuntáramos, chicos, nos acordaríamos de cuánto pesamos?, se nos olvidaría.
Hala, L., ¿tú cuánto pesabas?
N.- 19
P.- 19, venga, vamos allá, chicos ¿cómo se hace el 19?, vamos a ver ¿cómo se hace?

N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,1011,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21
N.- Noooo
P.- Te dice A., no L., éste es el 19 ¿cuál es A.?
N.- Este
P.- Ah, éste de aquí, te dice Á. también, venga ya lo tenemos, el 19, venga, anótatelo para que no se te olvide, si no, luego se nos va a olvidar cuánto pesamos.
E Is. ¿cuánto pesaba Is.?, ¿cuánto pesabas tú, Is.?
N.- 18
P.- ¿Seguro que Is. pesaba 18
N.- No
P.- Y yo estoy de acuerdo con
N.- Un 1 y un 2
P.- Un 1 y un 2, pero ¿primero iba el 1 y luego el 2 o primero el 2 y luego el 1?, ¿cómo era, Is.?
N.- Primero el 2 y luego el 1
P.- Primero el 2 y luego el 1, ¿alguien sabe cómo se llama éste?
N.- 21
P.- 21 dice Da. Claro, pero estaba preguntándole a Is. si era el que primero tenía un 1 y luego el 2 o si era el que primero tenía el 2 y luego el 1 y me ha dicho que era el que primero tenía el 2 y luego el 1, y Da. le ha dicho que es el 21. Corre, anótatelo para que no se te olvide que pesas 2 y el 1. Pero, este 2 y este 1 ¿cómo se llama?, ¿cómo se llama el 2 y el 1?, ¿chicos, cómo se llama el 2 y el 1?
N.- 21
P.- 21, muy bien, A. O sea que Is. pesa 21 kilos.
Venga, Da., ¿tú cuánto pesabas?
N.- 19 con 4
P.- 19 con 4, pues hala, anótalo
N.- ¿Pongo el número?
P.- Claro, ahí para que no se nos olvide
N.- ¿Da. cuánto pesaba?
P.- Pues él ha dicho 19 con 4 kilos, Lo ha puesto muy bien
N.- ¿Y quién es más mayor?
P.- Eso lo vamos a ver ahora también, quien es más mayor ¿te refieres a quién tiene más años o a quién mide más, a quién es más alto?
N.- A quién es más alto
P.- ¿Y eso lo podemos saber con la báscula quién es más alto?
N.- No
P.- Porque con la báscula ¿qué es lo que sabemos?
N.- Cuanto miden los pies
P.- ¿Cuánto miden los pies es lo que sabemos con la báscula? Y entonces ¿el número del zapato para qué vale? Ay, que os habéis distraído con los amigos que han venido
Ese cuál es te está preguntando
N.- Pues estoy haciendo un 4
P.- El 19 con 4 está haciendo ahora. Vale Á., y tú ¿cuánto pesabas?
N.- 18
P.- Venga, pues anótalo. Vete poniendo el nombre, L. Chicos, id poniendo el nombre para que sepamos que es la vuestra
N.- ¿Dónde?
P.- Arriba del todo, por ejemplo. ¿Cuál es el 18, Á.?
N.- Este
P.- Venga, pues a ver como lo apuntas, que pesas tú 18 kilos. Vale Á., fenomenal y A., ¿cuánto pesaba?, ¿cuánto pesaba A., chicos? A. ¿tú cuanto pesabas? ¿No lo sabes?
N.- No
P.- Vete a pesar otra vez, vete a pesar, corre ¿cuánto pesabas?
N.- El que hace así y así

P.- ¿Y lo encuentras aquí a ver cuál es ese que hace esas cosas? Pero, A., ¿has encontrado un número que sea igual que el que sale en la báscula?¿cuál es el que es igual que el tuyo?
N.- Este
P.- ¿Igual que éste, el 1 y el 9? Y ¿cómo se llama este uno y este 9?, ¿chicos, cómo se llama el 1 y el 9?
N.- 21
P.- 21, a ver, cuenta desde el 1 a ver si se llama 21. Á., ayúdale a contar
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,1011,12,13,14,15,16,17,18,19: 19
P.- 19, dice Á., vale, pues apúntate, apúntate que tú pesas 19, A.
N.- Yo también peso 19
P.- Ah, dice Da. que él también pesaba 19 ¿qué quiere decir eso chicas y chicos? Mirad lo que ha pasado, resulta que A. y Da. pesan 19 ¿eso qué quiere decir?
N.- Y yo
P.- ¿Y tú también 19?, ¿eso qué quiere decir?, ¿qué quiere decir que vosotros 3 pesáis 19?, ¿qué significa eso?
N.- Tú pesas menos porque 19 es más
P.- ¿19 es más que qué?
N.- Que 18
P.- Ah, entonces tú pesas más que quién
N.- Que So.
P.- Tú pesas más que So., ¿y hay alguien que pese más que tú?, ¿quién pesa más que Da. que pesa 19?
N.- Yo
P.- Pero tú tienes el mismo número que él. ¿Quién es el que más pesa de la mesa?, a ver ¿quién pesa más?
N.- Yo, yo
P.- Is. dice que es ella y L. también, ¿quién pesa más, L. o I.?
N.- Yo
P.- ¿Qué es lo que queréis hacer para saber quién pesa más? Ah, os estáis midiendo la altura, pero a ver, a ver, Á., vete a coger en brazos a L., corre, vete a coger en brazos a L., vale, ahora coge en brazos a I., ¿quién te cuesta más?
N.- L.
P.- ¿Te cuesta más coger a L. que a Is.? A ve, prueba tú, S., coge a L., vale, ahora coge a Is., ¿quién te cuesta más levantar, a Is. o a L.?
N.- A Is.
P.- ¿A Is. cuesta más cogerla?, prueba tú, Da., coge en brazos a L., corre, vale, ahora coge a Is., ¿quién pesa más, quién te cuesta más? D., ¿quién te cuesta coger más a Is. o a L.?
N.- Is.
P.- Pues, ¿quién creéis que pesa más, L. o Is.?
N.- Is.
P.- Is., claro, pues hala, ponedlo aquí, aquí pone ¿quién pesa más que yo? Pues ¿quién pesa más que vosotros, chicos?
N.- Is.
P.- Pues ponedlo aquí, Is.
N.- Yo
P.- Pero cuando te cogen en brazos Is. cuesta más que tú. A ver, ponedlo aquí, Is., que pesa más que tú Is.
A., a ver cómo pones Is.
N.- Ya está, Is.
P.- D. y ¿cómo lo sabes que Is. pesa más?
N.- Porque lo he escuchado
P.- Ah, ¿nos has estado escuchando este rato?, Is.
Y, ¿quién pesa menos que vosotros? A ver, mirar a alguien que pese menos que vosotros, Is., ¿quién pesa menos que tú?
N.- L.

P.- L., pues venga, ponlo "quién pesa menos que yo", pues pon aquí L.
L., ¿quién pesa menos que tú?, ¿quién pesa menos que 19?
N.- Ellos
P.- Ellos 2, vale, venga, pues pónselo a Á. y a So.
P.- ¿Qué estás poniendo, L.?
N.- A.
P.- A. pesa menos que tú ¿seguro que A. pesa menos que tú? Porque Al. también tiene un 19, ¿qué querrá decir que A. tiene un 19 como tú?, ¿pesará menos, pesará igual o pesará más?
N.- Igual, A. pesa igual que tú. Busca alguien en la mesa que pese menos que tú
P.- Á., vale, L. ¿Quién pesa menos que tú, Da.?
N.- So.
P.- So., pues venga, apúntalo, So. pesa menos que tú. L., ¿quién pesa menos que tú, L.? Has dicho Á. y has dicho So.
N.- Is.
P.- ¿Is. pesa menos que tú? Vale, So., ¿alguien pesa menos que tú, So. en la mesa?
N.- Is.
P.- ¿Is. pesa menos que tú?
N.- No
P.- Chicos, ¿alguien pesa en la mesa menos que So.?
N.- Yo
P.- ¿Quién pesará menos, el de 18 o el de 19?
N.- Más yo
P.- Tú ¿más que quién, Da.?
N.- Que So., porque tiene el número 18 y yo tengo el 19 y 19 es más
P.- (So. se dispone a tomar en brazos a Da.) So., ¿vas a coger a Da. en brazos? A ver, cógele ¿qué tal, cuánto pesa?, ¿qué tal So., cuánto pesa Da.?
N.- Esto
P.- ¿Esto poquito?
N.- Sí

<u>Equipo</u>

P.- ¿Qué dice ahí de que tenemos una báscula en clase?, ¿qué báscula tenemos en clase?
N.- Aquella
P.- Ah, tráela Se., Tráela. Y ¿para qué sirve esa báscula que tenemos en la clase?
N.- Para ver qué kilos tenemos
P.- Para ver qué kilos tenemos, vale,
N.- ¿Qué es eso de kilos?
P.- ¿Qué es eso de kilos? Pregunta Iv., ¿qué es eso de kilos?
N.- Para ver cuánto pesamos
N.- Por ejemplo, Dav. pesa un kilo
P.- Entonces lo de los kilos, ¿qué es?
N.- Para saber cuánto pesamos
P.- Dice Da. que es para saber cuánto pesamos, Se., tráete un lápiz
N.- 8 kilos, 10 kilos, 20 kilos
P.- ¿Siempre hay que decir un número?
N.- Sí
P.- Vale, pues vamos a hacer una cosa, vamos a llamar……, vamos a llamar…….a Se., Se., súbete a la báscula, ¿qué pone?, hay 2 números, un puntito y otro número ¿qué pone?
N.- Un 2 y un 1
N.- 21 kilos
P.- Claro, 21 kilos con 6. Apúntatelos dentro de tu báscula, 21 con 6. A ver M. Vete apuntando Se., vete apuntando 21 con 6
N.- ¿Cómo era?
P.- 21, un puntito y un 6. A ver, M. súbete a la báscula ¿cuánto pesas M.? Un 2 y un 1 qué es

N.- 21
P.- 21 con……….
N.- 6
P.- Con 6. ¿Tú también pesas 21 con 6? Qué raro. Se., pásaselo, que lo apunte M.
Chicos. Dice J. que ha vuelto a salir 21 con 6 porque no hemos esperado a que saliera un cero, puede ser, vamos a esperar a que se apague. Písalo un momentito, M., espera a que salga el cero, venga, arriba, 21 con…..
N.- 8
P.- 21 con 8, pues venga, apúntate. ¿Qué quiere decir 21 con 8? ¿Que mide 21 con 8 de alta?
N.- Eso es lo que pesa
P.- Es lo que pesa, ah, vale
N.- Es que las zapatillas pesan un montón
P.- ¿Cómo pone el 21?, Cl., ¿cómo pone el 21?
N.- Un 2 y un 1
P.- Y ahora para poner el con 8 ¿qué tiene que poner?
N.- Un 8
P.- Un puntito y un 8. Venga, J., venga arriba, oh oh, se apagó otra vez ¿estás comprobando cuánto pesa?, ¿cuánto pesas, Jaime?
N.- 2 con 11
P.- Mira, se lee las 2 primeras juntas y luego el otro
N.- ¿2 con 1?
P.- Las 2 primeras, un 2 y un 1 ¿qué número es?
N.- El 21
P.- 21 con…..
N.- 21 con 1
P.- 21 con 1, apúntate, corre. Chicos, a ver cuánto pesa O., ¿habéis oído cuánto pesaba J.? Vamos a repasarlos, Se. pesaba 21 con 6, M. pesaba 21 con 8 y J. pesaba 21 con 1. A ver O., ven aquí O. ¿a ver cuánto pesas tú?, baja, espera a que salga el 0, venga, súbete ahora ¿cuánto pesa O.?
N.- 5, 0 y 1
P.- Este número, ¿cuál es?
N.- El 1
P.- ¿Y este?, este no es un 0
N.- El 8
P.- Y el 1 y el 8 ¿qué número es?
N.- El 18
P.- 18 con………….
N.- 5
P.- 18 con 5, venga, apúntate, 18, un puntito y el 5. Espera, Da., hay que esperar a que se apague, cariño
Apúntate O., cógete el lápiz. J., ¿le dejas el lápiz a O. que se apunte el 18 con 5?
Sube, Da.
N.- Que no se ha apagado
P.- ¿Y tú?, ¿cuánto pesas tú?
N.- 19 con 8, hala
P.- 19 con 8, apúntate ese 19 con 8
N.- Sí que peso, eh
P.- Sí que pesas, sí, 19 con 8. Venga, A., venga, sube, sube bien ¿cuánto pesas?
N.- 1, 8, 3
P.- Y ¿cuál es un 1 y un 8?, chicos… ¿Qué número es el 1 y el 8?
N.- 28
P.- ¿28 es el 1 y el 8, chicos?
N.- 18
P.- 18 ó 28, ¿cuál es?
N.- 18

P.- C., ¿cuál es el 1 y el 8, corazón? Que ya te veo ahí buscarlo (en la recta numérica)
N.- Hala, 18 con 3
P.- 18 con 3, pues hala, apúntatelo A. A ver, C., vamos allá, vamos a esperar a que se apague. 18 con 3, Á.
¿Cuánto pesas, C.?
N.- 1, 6 con 4
P.- ¿1, 6?, ¿esto es un 6?
N.- No, un 7
P.- Y ¿cuál es el 1 y el 7?
N.- 17
P.- ¿17 con 4 pesas tú?
N.- Sí
P.- Venga, pues apúntate, 17 con 4. Cl., te toca. Á., ¿le dejas el lápiz, porfa? A C., que C. lo necesita.
Y tú ¿cuánto pesas?
N.- 17 con 4
P.- ¿Otra vez 17 con 4?, vamos a ver si es coincidencia o es que ha vuelto a pasar lo de antes, vamos a esperar a que salgan los ceros ¿será que pesan lo mismo, chicos?, pues sí que pesas 17 con 4. Sí, Cl. pesa 17 con 4 y C. también ¿qué pasa?
N.- Que son las 2 iguales
P.- Que son las 2 iguales. Hala, vete a apuntar, corre. Se., repárteles lápices a todos para que pongan el nombre en su tarea, ¿vale?
Ahora le toca a Iv., arriba Iv., venga ahora Iv., vamos a poner los ceros, bajas, venga, ahora ¿cuánto pesa Iv.?
N.- 17
P.- Si es un 2 y un 3,
N.- Espera
P.- Espera dice J.
N.- Es 23
P.- 23 con 9 Iv., apúntatelo, corre. Id poniendo el nombre, chicos. 23 con 9
N.- No sé ponerlo
P.- Pues ven, ven a verlo otra vez, ven, vuélvete a subir, cariño, vuélvete a subir y así lo compruebas. Oh, sale otra cosa ahora, 24 con 2 ¿¡pesas más de un rato a ahora!? 24 con 2, apúntate, Iv.
N.- El 17, ¿cuál es?
P.- Míralo en la recta numérica a ver cuál es el 17. C. necesita Cl. una mano para saber cuál es el 17 para apuntarlo. Da., échale una mano a Iv. para apuntar 24 con 1, Da., échale una mano a Iv., ¿vale? para apuntar 24 con 1
L. ¿Tú ya te has pesado?
N.- No
P.- Vente, corazón ¿cuánto pesas tú?
N.- Un 1 un 9 y un 8
P.- ¿cuál es un 1 y un 9?
N.- 29
P.- ¿29, seguro, el 1 y el 9? Chicos ¿qué número es el 1 y el 9?
N.- 19
P.- A ver, comprobar ahí a ver si es 19 o es 29
N.- Mira, 29
P.- Ah, 29 es con un 2, dice Pa., entonces el 1 y el 9 ¿cuál es?
N.- 19 con 8
P.- Venga, pues apúntate 19 con 8. Venga, Ik. ¿cuánto pesas tú?
N.- 19 con 0
P.- ¿19 con 0? ¿19 kilos pesas tú? J., échale una mano a Ik. para que no se le olvide el número, corre a apuntarlo, corre, pero lo tiene que escribir él, ¿vale?
Venga P., arriba, J. échale una mano ¿cuánto pesas tú, P.?

N.- 19 con 5
P.- 19 con 5, pues venga, apúntate
Hala, C., ven a pesarte tú, vamos a esperar a que esté apagado del todo.
Da., ¿has puesto ya tu nombre? Venga C., arriba, ¿cuánto pesas tú, C.?
N.- 26
P.- ¿26? Es un 1 y un 5. Chicos, ¿cuál es el 1 con el 5?
N.- 25
P.- 25…, pero los veintis eran lo que empezaban por… vete a la recta numérica a ver qué pasa.
C., buscamos el 1 con el 5. Vamos a empezar, te dice P. Tú lo marcas ahí y va contando P., P. ¿cómo se llama?
N.- 15
P.- Venga, vamos a recordar cuánto pesabais cada uno, ¿cuánto pesaba C.?
N.-E l 1 y el 5
P.- El 1 y el 5 ¿cuál era, cariño?, ¿cuál era el 1 y el 5, chicos, chicas?
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15
P.- Ese cuál es
N.- 15
P.- ¿Cuánto pesaba C., chicos?
N.- 15
P.- 15 kilos Y Cloe, ¿cuánto pesaba?
N.-E l 1, el 6 y el 6
P.- Y el 1 y el 6, ¿cómo se llama?, ¿chicos, cómo se llama el 1 y el 6?
Cógete unos números, C. Mira Cloe, vamos allá, a ver cuál es el 1 y el 6
N.- 16
P.- 16, entonces tu pesas 16 con 6 kilos, C. 15 kilos con 9 y Cl. 16 con 6 y D. ¿cuánto pesa?
N.- 17 con 3
P.- 17 con 3. E Ik. ¿cuánto pesa?, ¿cuánto pesa Ik.? Súbete Ik., vamos a verlo otra vez, súbete, corre, 19 con 0 ¿verdad?, ah, sí es verdad, lo habías escrito tú aquí muy bien y ¿cuánto pesa Dav.?
N.- 21 con 0
P.- 21 con 0. Pues chicos, os voy a preguntar ¿quién pesa más que cada uno de vosotros?, ¿quién pesa más que C.? ¿C., quién pesa más que tú?
N.- D.
P.- D., ¿y quién pesa menos que tú?, ¿alguien de esta mesa pesa menos que tú?
N.- Cl.
P.- Pero tú pesas 15 y Cl. pesa 16, ¿cuál es menos, 15 ó 16?
N.- 15
P.- C., ¿hay alguno que pese menos que tú?
N.- Dav.
P.- ¿Dav. pesa menos que tú? Pero Dav. pesa 21
N.- Ik.
P.- Ik. pesa 19. No estamos ¿eh? No estamos aquí, ¿a que no? Bueno lo vamos a dejar estar así, ya seguiremos……
N.- Yo peso más
P.- ¿Tú pesas más? ¿Y hay alguien que pese más que tú, Ik.?, ¿quién pesa más que tú en esta mesa?
N.- Ya está, ya he puesto el 15
P.- Venga, lo vamos a dejar aquí, chicos

4.2.49 GD-GG.- ASAMBLEA SOBRE LA ACTIVIDAD DE MEDIRNOS

P.- Chicos, cuando estuvimos con las mamás jugando el viernes, el equipo que estaba dónde la puerta, Ik., ¿qué estuvisteis haciendo? a ver.
N.- La gráfica del médico.

P.- La gráfico del médico. Ah….
N.- La gráfica del tiempo.
N.- Contar un cuento.
P.- No, no, vale, sí estuvisteis con la gráfica del tiempo, no, me refiero no a los que estuvieron fuera sino a los que estaban aquí en la puerta.
N.- Medirnos.
P.- Mediros y que es eso de mediros.
N. Medirnos es cuanto pesamos.
P.- ¿Cuánto pesáis?, ¿os subisteis a la báscula?
N.- No.
P.- Entonces ¿qué hicisteis?
N.-Pesar es lo mismo que medir porque se puede decir que los que pesan como pesas y cuanto mides.
P.- Como pesas y como mides, entonces el otro día que fue, ¿pesar o medir?
N.- Medir
P.- Medir por qué, O. ¿Qué hacíais para mediros?
N.- Estábamos así con las cuerdas.
P.- Ah. Esas cuerdas que cómo se llamaban esas cuerdas largas así.
N.- Cintas de medir, metro.
P.- Cintas de medir, metro, cinta métrica también las llaman algunos mayores. Y que hacíais con esas cintas métricas
N.- La agarrábamos del 1 y la estirábamos donde estábamos nosotros y nos poníamos tiesos
P.- Os poníais tiesos en la puerta y os medían las mamás, por aquí, por aquí, vale, y con eso que hacían las mamás, de sacar la cinta métrica, ponérosla como está haciendo esta (del dibujo) que la pone desde la cabeza hasta los pies, con eso qué sabíais
N.- La ponía hasta los talones.
P.- Hasta los talones, vale, y con eso, sacando la cinta y estando muy quietos, y desde la cabeza hasta los pies, con eso ¿que sabíamos?
N.- Cuanto medimos
P.- Cuanto medimos
N.- Cuanto pesamos.
P.- Y que quiere decir cuánto medimos
N.- Que es alto o bajo.
P.- Ah, que es alto o bajo, entonces como sabes si eres alto o bajo con la cinta métrica.
N.- Con números.
N.- Con la cinta métrica se sabe si mides mucho o poco
P.- Y como sabes si es mucho, dice Ju. que sabes si es mucho o poco con la cinta métrica y O. ha dicho ahora mismo.
N.- Yo creo que nos medimos a ver si llega hasta el techo o con algo y también los números.
P.- O. dice que también lo sabes. Ik. que no te veo la carita, cariño y C. a ti tampoco,…Cl. O. dice que lo sabes por los números.
P.- Y cómo puede ser que sepas si eres alto o bajo por los números O.
N.- Contando 1, 2, 3, 4, 5, 6,7
P.- Y ¿cómo sabes con un número si eres alto, contando?
N.- Porque los vemos ahí donde nos hemos medido
P.- En la cinta métrica, vale. Y entonces los altos cómo son, cómo saben que son altos los altos.
N.- Yo soy alto,
N.- Yo alto así
P.- Iv. dice que es alto altísimo y dice J. que también, pero, ¿cómo sabes que tú eres alto?
N.- Yo también soy muy alta,
N.- Y yo,
N.- Yo soy así,
N.- Yo llego hasta el techo,
N.- Yo mira
P.- Pero, pero, ¿cómo sabéis que eso es ser alto?, ¿cómo lo sabéis que eso es ser alto?

N.- A. es más alto porque cumple 5 años.
P.- A. es más, a ver A. ven, ponte de pie. A. es más alto porque cumple 5. A ver Iv., tú, ponte de pie.
N.- Y mira yo
P.- Ya, espera un segundito, con A. y con Iv., ¿vale?, vente aquí Iv. Pero Iv. es un poquito más alto e Iván tiene 4
N.- Es posible un poquito más grande
P.- ¿Sube por encima de A. porque tiene la cabeza más grande o porque es más alto en todo su cuerpo más alto? Es más alto dice Ju.
N.- Si los pies son tan largos y el cuerpo así, tiene que ser muy alto.
P.- Pero escuchar una cosa, A. es de 5, Iv. es de 4, pero Iv. yo le veo aquí más alto, ¿no le veis vosotros que es un trocito así más alto?
N.- Porque tiene las zapatillas.
P.- Pero sus zapatillas son con la misma suela, tienen la misma suela
N.- Es el pelo.
P.- A ver aplástate el pelo, huy no, no, no porque le aplasto el pelo y sigue siendo más alto que As.
N.- Es por el cuello,
P.- Ah, por el cuello. A ver, vamos a probar con otros dos, gracias chicos. Vamos a probar con C. que es del mes de marzo, C., ven
N.- Y yo….Y yo
P.- Y con
N.- I. o Cl.
P.- Y con Is. que es del mes de agosto. ¿Quién es más mayor, C. o Is.?
N.- C.
P.- C. porque nació primero. ¿Y quién es más alta?
N.- Is.
P.- Is. es más alta. ¡Huy!, pues no sabemos quién es más alta por cuando nació
N.- Is.
P.- Es verdad que Is. es más alta pero habéis dicho que C. es más mayor porque nació primero. ¡Huy! que lío, a ver, quieres …
N.- Es chiquitina.
P.- A ver, ahora nos miramos
N.- ¿Me puedo medir yo?
P.- A ver, yo quiero saber, vosotros cuando os medisteis con las mamás ¿qué os decían las mamás?
N.- Que I. era más alta.
P.- Vale, que I. era más alta y luego ¿qué es lo que mirabais? Cl.
N.-
P.- Bueno, no pasa nada Cl. Pero, ¿qué es lo que mirabais en la cinta métrica?, ¿qué es lo que mirabais?
N.- Los números.
P.- Los números, un momento cariño, y ¿qué quieren decir esos números que mirabais en la cinta métrica?
P.- ¿Para qué valen esos números que mirabais en la…
N.- Para saber cuánto medimos.
P.- Para saber cuánto medís, y con ese número, ¿sabéis si alguien es más alto o es más bajo?, ¿sí?, ¿con ese número lo sabemos?
P.- Á. dice que sí, ¿quién más dice que sí?
N.- Yo
P.- ¿Alguien no está? J. dice que sí, Iv. también, ¿alguien no está de acuerdo con eso?
N.- Yo no, yo no.
P.- ¿Quién no está de acuerdo?
N.- Yo no
P.- Tu no Dav., ¿por qué no?

N.- Porque Is.
P.- Y el número de Is., ¿cómo es?
N.- Un 2 y un 8.
P.- Un 2 y un 8, pero tú…, Ju. se está mirando el zapato, pero para ver cómo somos de altos ¿qué número miramos, el del zapato o el de la cinta métrica?
N.- El del zapato
N.- Cinta métrica, cinta métrica
N.- El 27
P.- Ajá, pero para saber si… Vale, pero yo pregunto una cosa, para saber si uno es alto o uno es bajo, ¿hay que mirarse el número del pie o el número de la cinta métrica?
N.- El número del pie
P.- ¿El número del pie dice si tú eres más alto o eres más bajo?.
N.- No
P.- Pa. dice que no, ¿por qué que no Pa.?
N.- Mi número está abajo.
P.- Un segundo, Pa., ¿por qué no hay que mirar el número del zapato?
N.- Porque eso es para saber si son más grandes los pies.
P.- Ah, que eso es para saber si el pie es más grande. Pero, ¿y para saber quién es más alto qué número hay que mirar entonces?
N.- Porque con las zapatillas somos más grandes.
P.- A ver, y ¿qué pasa porque con las zapatillas somos más grandes?
N.- Porque están un poco altas.
P.- Ah, tú dices la suela. ¿Pero el número del zapato quiere decir como de gorda es la suela?
N.- No, no
N.- La mía no es
P.- ¿Qué quiere decir el número del zapato?
N.- Que es más grande
P.- Que es más grande ¿el qué?
N.- El pie
P.- Ah, el pie dice Ju., vale. Pero entonces, para saber si somos más altos o más bajos ¿dónde miramos?
P.- A ver, que no me he enterado, decías, (no veo). Ah, dice So., la cinta.
N.- Yo también el 22
P.- ¿Sabéis lo que vamos a hacer? (…) Vamos a llamar a equipo por equipo. Vamos a ver dónde apuntaron las mamás (…) vamos a ver dónde apuntaron las mamás vuestra altura para saber cómo de altos sois.
N.- En la puerta
P.- Y vamos a ver quién es más alto, quién es más bajo y lo vamos a apuntar y luego lo vamos a contar a los demás ¿vale?, ¿vale? vale. Vale chicos

4.3.58 OP-GG.- ASAMBLEA SOBRE EL NÚMERO DE ZAPATO

P.- Te acuerdas cuando el año pasado éramos pequeñitos y éramos de 3. Un día estuvimos mirando nuestros pies y vimos, ¿qué vimos?, ¿qué pasaba con nuestros pies?
N.- Que había números
P.- Que había números ¿en el pie?
N.- No, en las zapatillas
P.- ¿Y qué significaban los números de las zapatillas cuando lo vimos el año pasado?
N.- La medida del pie
P.- La medida del pie, dice J. Vale, y ¿qué quiere decir? Chicos, ahora nos vamos a mirar los pies, un segundito solo. ¿Qué quiere decir eso que dice J. de que el número de la zapatilla es la medida del pie?, ¿qué quiere decir?
N.- Que estamos más altos
P.- ¿Qué más Iv.?

N.- Que estamos más bajos
P.- Y el número de la zapatilla ¿qué significa?
N.- Cómo mide nuestro pie
P.- Ah, mirad lo que dice Pa., como mide nuestro pie. El número de la zapatilla, dice Pa., que quiere decir como mide nuestro pie. Ah, ¿pero no tenéis el pie todos del mismo tamaño?
N.- Nooo
P.- ¿Mi pie no es igual que el vuestro?
N.- Tu pie es más grande porque te ha crecido
P.- Ah, mirad lo que dice Cl., que mi pie es más grande porque me ha crecido ¿Mi pie es más grande que el de O.?, voy a mirar que número pone mi zapato, mi zapato pone un 37 con un 3 y un 7, ¿y el tuyo O.?
N.- 32
P.- A ver que lo vea, en esta no te lo pone, en la otra tampoco, te voy a quitar la zapatilla, vamos a buscar dentro, que a veces el número ¿sabéis dónde viene? En la lengüeta, aquí, mira 27, mira te viene aquí, con un 2 y un 7. Mirad, mi número es el 37 y el de O. el 27, ¿qué número quiere decir pie más grande, el 37 o el 27?
N.- El tuyo
P.- El mío que es un 37. Quitaros los zapatos a ver qué número tenéis, chicos, sólo hace falta que os quitéis un zapato ¿el tuyo?
N.- 26
P.- 26 ¿y el tuyo?
N.- 27
P.- 27, a ver, el tuyo un 28
N.- 30
P.- El tuyo…, aquí no lo pone, vamos a ver en el otro pie, a ver, que vamos a ver el de todos, chicos ayudad a los amigos a mirar el número de pie. Aquí, que pone, un 29. Aquí lo pondrá, no en este no, prueba en la otra zapatilla
N.- Y el mí
P.- Un 28 mira a ver con el 2 y con el 8
N.- El 22
P.- A ver, enséñamelo, ¿dónde viene el número?, la talla del zapato ¿y qué número dices que es?, no te acuerdas, míralo, míralo.
Un 31, con el 3 y con el 1. Chicos, ahora que tenéis la zapatilla en la mano, mirad, poneros sentados, mirad lo que le voy a hacer a mi compañera que tengo al lado con la zapatilla de A., pero tenéis que sentaros, poneros en el borde porque vais a necesitar un compañero al lado ¿me dejas tu zapatilla, A.?, mirad lo que vamos a hacer So. y yo, mirad, vamos a comparar su zapatilla con la de A., ¿cuál es más grande?
N.- La de So.
P.- ¿Seguro?,
N.- Porque es una bota
P.- Sí pero es la suela lo que hay que mirar para ver, porque es así para ver cómo es de grande el pie, el resto es pierna, esto de la bota es pierna ¿a que sí?, ¿qué bota es más grande por la suela?
N.- La de A.
P.- La de A. parece un pelín más grande ¿verdad? Mirad vuestras zapatillas con las del compañero de al lado a ver quién tiene la zapatilla más grande
Yo la miro contigo, Da., ven, vente conmigo, a ver, ¿cuál es más grande?
N.- La tuya
P.- La mía, la mía es un 37 ¿y la tuya?
N.- Ninguna
P.- Hala, ven que te lo miro, ven tú tienes aquí en tu lengüeta……
N.- Marisol, mira ha ponido 27
P.- Míralo, 27, muy bien, un 27
¿Quién tiene la zapatilla más pequeña, D. o tú?, mira hay una que es más pequeña que la otra ¿Cuál es la que es un poco más pequeña?
N.- La de D.

P.- La de D., enséñasela a D. y a ver qué número tienes tú
N.- Marisol, porque aquí viene primero un 26
P.- Porque hay zapatos que tienen 2 números 26-27 para que te duren un poco más
N.- Mira
P.- A ver, ¿cuál es más grande? ¿Quién tiene el zapato más grande?
N.- Yo
P.- Tú, a ver qué número tienes tú y que número tiene Cl. de zapato. Mirad qué número tenéis cada uno
N.- Mira
P.- A ver, enséñamelo, ¿dónde está? No lo veo
N.- 25
P.- ¿Y dónde está ese en la recta numérica?, ¿dónde está ese número en la recta numérica? A ver, búscalo
N.- Aquí
P.- Muy bien. A ver, vamos a ver, mira, tú tienes este, ¿cuál es éste, el 2 y el 6?, ¿sabes cómo se llama?
N.- No
P.- Vete a contar a la recta a ver cómo se llama ese.
Da., ¿has comprobado tu pie con el de Ik.?, ¿quién tiene el pie más grande?
N.- Yo
P.- A ver, ¿me los traéis que los vemos?
N.- Yo lo tengo más grande
P.- Da., mirad, ¿quién tiene el pie más grande?, Ik. tiene el pie un poquito más grande, tú eres un 28 y tú eres un 27 ¿verdad?, ¿cuál es el número más grande, el 27 o el 28?
N.- El 28,
P.- Mira, un 28. Pues chicos, ahora vamos a contar, cuando nos vayamos al equipo Cl., ¿qué tendréis que buscar aquí, Cla.? (la hoja tiene varias siluetas de pies y cada una de ellas un número en su interior)
N.- La medida de nuestro pie
P.- D. dice la medida de nuestro pie, y ¿eso qué era?
N.- Yo digo que el mismo número
P.- Vale, la medida de nuestro pie, el mismo número de nuestro pie, por ejemplo si Iv. tenía un 31, coloreáis ésta y ésta
N.-No
P.- ¿Y esta de aquí?
N.- Sííííí
P.- Cada uno colorea la suya, y dice aquí ¿cuál es tu número de zapato?, pues ponemos el número del zapato, pero antes de irnos os quería preguntar, ¿O., tú qué número tienes?, ¿te lo miro o lo miras tú? Esto de aquí que es ¿qué número es un 2 y un 7?
N.- El 27
P.- El 27. e Iv., ¿qué número tenías?
N.- 31
P.- Ahora, sin mirar los zapatos, si O. tiene un 27 en su pie e Iv. tiene un 31, ¿quién pensáis que tiene el número más grande?
N.- Iv.
P.- ¿Por qué pensáis que Iv. tiene el pie más grande?
N.- Porque su zapatilla es más grande
P.- Porque su zapatilla es más grande, vale, ¿Por qué más pensáis que tiene el pie más grande?
N.- Porque su pie es más grande y más largo
P.- Su pie es más grande y más largo, ¿Tú qué dices, So., por qué piensas que el número 31 de Iv. es más grande que el 27 de O. o es más pequeño?
N.- Porque le ha crecido más
P.- Le ha crecido más, vale chicos, pues nos vamos a…………

4.3.63 GD-GG.- ASAMBLEA CUADRO DE PICASSO –LAS SEÑORITAS DE AVIGNON-: CONSTITUCIÓN DE EQUIPOS POR NÚMERO DE COMPONENTES

P.- Mirad para acá
N.- Íbamos a hacer el cuadro
P.- Íbamos a hacer el cuadro pero no lo hemos hecho, no nos ha dado tiempo, pero antes vamos a hacer una cosa, mirad, os pregunté esta mañana cuántas señoritas hay en el cuadro de Las Señoritas de Avignon, ¿cuántas?
N.- 5
P.- 5, a ver, contar
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Vale, pero tengo un problema porque quiero que hagamos el cuadro con estos dibujos que he traído, mirar, os he traído a cada una de las señoritas pero sin la cara porque a lo mejor en la cara le ponemos nuestra foto.
Os he traído a una de las señoritas, la que está sentada, la que está de pie con la mano levantada, todas, las 5 os las he traído, están por aquí todas, la que tiene un codo arriba y una mano abajo, la que tiene los dos codos arriba, la que tiene la mano arriba y la otra detrás… Las cinco señoritas os he traído y quiero que cada uno de vosotros tenga su propia señorita
N.- Porque no hay bastantes
P.- ¿No hay bastantes?, ¿por qué no hay bastantes?
N.- Porque solo son 5
P.- Porque sólo son 5
N.- Y nosotros somos 24
P.- Y nosotros somos 24, ¿pues qué podemos hacer?
N.- Hacer el otro
P.- ¿Hacer otro cuadro?, vale,
N.- Hacemos más dibujos
P.- ¿Cuántos dibujos hacemos?
N.- 24
P.- ¿24 dibujos con 5 señoritas?, pero si cada uno tiene el suyo con 5 señoritas, ya no tenemos cada uno nuestra señorita, tenemos 5
N.- Pues uno a cada señorita
P.- 1 a cada señorita, entonces, imagínate, yo tengo este de aquí con cinco señoritas y tengo, por ejemplo, a Iv., a Cl., a Da., a M. y a O., ellos 5 ya tienen un cuadro de Las Señoritas ¿y los demás qué hacéis?
N.- Lo pueden hacer
P.- Pero si los demás también queréis hacer el cuadro
N.- Lo hacemos todos juntos
P.- Lo hacemos todos juntos, ¿y cómo…?
N.- Pero si lo hacemos todos juntos tenemos que hacerlo grande como el de…
P.- Claro, pero así no puedo daros uno a cada uno, ya tendría que daros una señorita para varios y yo os he hecho las fotocopias para daros una señorita a cada uno
N.- Yo creo que hay que 5 niños
P.- ¿Sí?, vale, vamos a hacer eso que dice…
N.- A lo mejor cada equipo puede hacer la señorita
P.- ¿Cada equipo las señoritas?
N.- Espera
P.- Espera a ver lo que dice O.
N.- A lo mejor un equipo puede hacer unas señoritas, las otras otro, las otras otro
P.- Eso me parece muy buena idea, Ju. y O.
N.- Es que así somos 4 equipos
P.- Claro, somos 4 equipos y ¿cuántos niños hay en cada equipo?
N.- 6
P.- 6 y aquí ¿cuántas señoritas hay?
N.- 5

N. - En el equipo rojo hay 5
P.- No, en el equipo rojo ya sois 6 porque sois Ad., Pa., M., Se., As. y también Ic.? Y en los equipos hay 6, ¿qué hacemos?
N.- Pues hacemos más
P.- ¿Más qué?
N.- Más cuadros
P.- ¿Más cuadros?
N.- Ponemos 6 en cada uno
P.- ¿6 señoritas?, pero hay 5
N.- Hacemos más cuadros
P.- Hacemos más cuadros ¿qué has dicho, Ju.?
N.- Que hacemos más cuadros
P.- Mira lo que está haciendo Dav., Dav., ¿qué estás haciendo?
N.- Contando
P.- ¿Para qué estás contando?, ¿qué podemos hacer para saber cuántos cuadros hay que hacer?
N.- El equipo verde somos 4
P.- No, en el equipo verde sois también 6. D., necesitamos tu ayuda también. Sí, todos sois equipos de 6
N.- Hacemos 6 cuadros
P.- Mirad lo que dice O., hacemos 6 cuadros. Eso podría ser ¿cómo podemos estar seguros de cuántos cuadros tenemos que hacer?
N.- 5 deberán hacer sus señoras
P.- Claro, 5 deberán hacer sus señoras. A ver, vamos a coger 5: Iv.
N.- 1
P.- Cl.
N.- 2
P.- Da.
N.- 3
P.- M.
N.- 4
P.- Y O.
N.- Y 5
P.- Vale, ¿aquí ya tendríamos un cuadro, chicos?
N.- Sí
P.- ¿Y ahora qué hacemos?
N.- Y ahora otro equipo cogemos
P.- Venga, vamos a coger otro como dice Cl.
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Poneos juntitos
N.- Otro equipo
P.- Vosotros 5, aquí
N.- Otro equipo
P.- Otro equipo dice ., 1, 2, 3, 4, y 5, poneos juntitos
N.- Otro equipo
P.- Otro equipo, venga, a ver 1, 2, 3, 4, y 5, poneos juntitos.
¿Y ahora qué hago, chicos, qué hago ahora?
N.- Ahora somos 4
P.- ¿Ahora somos 4?, mirad lo que pasa aquí, chicos, aquí sólo hay 4 ¿qué hacemos?, pero aquí si son 4 y las señoritas son 5 ¿qué hacemos?
N.- Con Ana (la profe de apoyo)
P.- Con Ana, esa es buena idea, y si Ana no está me puedo poner yo, ¿vale?, vale pues aquí entonces, ¿cuántos cuadros vamos a hacer?
N.- Necesitamos uno más
P.- ¿Por qué uno más?
N.- Porque tenemos 24 cuadros

P.- Pero entonces ¿para qué estamos haciendo estos grupos?
N.- Tienen que ser 5 niños
P.- A ver, tenemos grupos de 5 niños ¿para qué hemos hecho los grupos de 5 niños?, poneros muy juntitos los grupos de 5 niños ¿para qué hemos hecho los grupos?, me pongo con vosotros, chicos, miramos al centro ¿vale?, cada uno abrazado a su equipo.
(…)
P.- Mirar, mirar a los demás, ¿qué ha pasado?, mirar a los demás ¿qué ha pasado?, ¿cuántos grupos somos ahora?
N.- 5
P.- Entonces, ¿cuántos cuadros podremos hacer?
N.- 5
P.- ¿Hacemos 5 cuadros de las señoritas?
N.- Sí
P.- ¡Sííí, lo hemos conseguido, chicos!, pues sabéis que vamos a hacer, vamos a firmar cada grupo para ver cómo hacemos los cuadros, ¿vale?, vamos a firmar.

4.3.64 OP-GG.- ASAMBLEA SOBRE CÓMO EXPRESAR CUÁNTOS NIÑOS Y CUÁNTAS NIÑAS SOMOS

P.- Cuando estaba apuntando Ik. que hoy había 22 niños y niñas, dice Da.….díselo Da, lo que has dicho tú.
N.- Pues que aquí no faltan 22 niños y niñas, ahí no faltan 22 niñas y niños
N.- Sólo hay 8 niños
P.- Ah, mira lo que dice Cl., claro, hay 8 niños y ¿niñas cuántas?
N.- 8
P.- A ver Cl., cuenta. Cl. está contando a ver cuántas chicas hay, cuantas niñas hay. Chicos ha contado 8
N.- 11
P.- ¿Seguro 11?, a ver cuántas chicas hay y cuántos chicos hay hoy, que los estáis contando
N. 1, 2, 3, 4, 5, 6
N.- En clase hay 10
P.- 8 chicos ¿y chicas?
N.- 11
P.- Vamos a contarlos, a ver, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Yo he contado 12 chicas. A ver, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, huy que lío, a ver, nos tenemos que ordenar un poco, porque si no, no podemos contarnos. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Yo cuento 12 chicas y ¿cuántos chicos contáis?
N.- 8
P.- A ver, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Cuento 10 chicos y 12 chicas.
N.- 5
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
P.- ¿Y tú?
N.- 10
P.- 10 chicos
P.- Mirad, ¿qué podemos hacer?, porque hemos contado un montón de veces todos y nos sale todo el rato números distintos
N.- Nos ponemos las chicas juntas y los chicos juntos.
P.- Venga, a ver eso que dice Ju., nos ponemos las chicas juntas y los chicos juntos. Poneros, a ver, en algún lado juntos.
N.-Las chicas en la pared
P.- Ju. os pide a las chicas que en la pared. Chicos, ¿vosotros dónde os ponéis?
N.- En la rayita.
P.- En la rayita. Venga, a ver si así, a ver si así nos podemos contar un poco mejor

P.- Chicos juntos, a ver, poneros chicos juntos. (…) a ver, venga a ver ahora, ¿qué hacemos? A., vente un poquito para acá con los chicos
N.- Ahora contar
P.- Venga, pues vamos a ver, ¿cuántas chicas hay ahora?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
N.- Alboroto
N.- 12
P.- Pero espera, pero tienes que contar So. para estar segura.
N.- 12
P.- ¿12 chicas?
N.- No, 11
N:- 12
N.- 11
N.- 12
P.- Pero C., ¿has contado para ver si sois 11 ó 12?
P.- Vamos a hacerlo, chicos, como hay disparidad de opiniones, vamos a hacerlo todos a la vez. ¿Vale?
P.- Empezamos por P., chicos
Todos.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
P.- ¿Cuántas chicas han salido?
N.- 12
P.- 12. Vamos con los chicos, a ver
Todos.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10
P.- ¿Cuántos chicos hay?
N.- 10
P.- ¿Y chicas?
N.- 12
P.- 12. Pues ahora os voy a hacer una pregunta de las de los mayores, pero de las de 3º o 4º de primaria eh. Pero como sois muy listos, os vais a quedar alucinados cuando veáis que lo sabéis. ¿Adelante?, ¿voy con ella?
N.- Sí
P.- Atentos, ¿Cuántos serán 12 más 10?
N.- 2
N.- 29
P.- Piensa antes de decirlo
N.- 28
N.- No, 40, 40
N.- 60 no
P.- ¿Por qué no, Da.? ¿Por qué sesenta no podrá ser 10 más 12?
N.- Yo lo sé, 31
N.- Porque es mucho
P.- Ah, porque es mucho, ¿y 10 más 12 puede ser 10?
N.- No
P.- No, ¿por qué no D.?
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22
P.- Mirad lo que ha hecho Da. como solución, mirad lo que ha hecho Da. como solución, a ver qué os parece como solución. Mirad lo que ha hecho Da. Ha dicho, pues si 10 son los chicos y 12 son las chicas, voy a contarlos a todos juntos. Ha contado a todos juntos y ¿cuánto te ha salido?
N.- Pues 22
P.- 22. ¿Qué os parece eso?, ¿qué os parece eso, As.?
N.- Pues 22
P.- ¿Sí somos 22 en total?
N.- 18
P.- Pero, ¿cuántos somos hoy?

N.- 22
N.- 22
N.- 18
P.- 18. ¿Por qué, Á.?
N.- 22
N.- 18
P.- Pero, ¿por qué?
N.- No, mira, mira, mira. Ahora vamos a contar todos juntos.
P.- Venga, vamos a contar todos juntos como dice Da. Preparados, un segundito Da., preparados Cl., Iv., listos, ya.
Todos.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21 y 22
P.- Pues, ¿cuántos son 10 más 12?
N.- 22
P.- Claro, pero yo no me conté entre las chicas.
N.- Y tú, 23
P.- Claro, y yo, 23. Así que sí que sabéis cuánto son 10 más 12, ¿no?
N.- Somos 23
P.- Claro pero como yo no me conté antes entre las chicas, si queréis me cuento, entonces ya no sois 12 ¿cuántas somos si yo me cuento?
N.- 16
P.- ¿Si antes erais 12 y yo me cuento, cuántas somos ahora?
N.- 13
P.- 13, muy bien Dav., muy bien. Vale chicos, vale.

4.3.70 GD-GG.- ASAMBLEA ACERCA DE QUÉ SON Y PARA QUÉ SIRVEN LAS SUMAS, Y QUÉ SON LAS MATEMÁTICAS

P.- Mirad, lo que hoy os voy a preguntar es, Cl., un poco de mayores
N.- Sumas
P.- ¿Las sumas son de mayores? (No era esta la pregunta que les iba a hacer, tenía que ver con el proyecto).
N.- Sí
P.- Y, ¿por qué son de mayores?
N.- Porque sí
P.- Porque tienen
N.- 7 años
P.- ¿Quién más piensa que las sumas son de mayores? Ma., ¿por qué?
N.- De mayores y pequeños
P.- ¿De mayores y pequeños piensas tú, Da.? Y, ¿Por qué?
N.- Porque mira, como los mayores saben hacer sumas muy bien, y los pequeños también saben hacer muchas sumas muy bien
P.- Ah, y ¿qué son sumas?
N.- Son deberes
P.- ¿Qué más?
N.- Mira, las sumas son 1 más 0 igual a 1
P.- Y, ¿para qué sirven las sumas?
N.- Y 2 más 1 igual 3
P.- Ah, ya veo lo que haces J., tú estás diciendo 1 más 2 igual a 3 y estás poniendo los dedos. Pero, chicos ¿para qué valen las sumas?
N.- Para aprender números
P.- Para aprender números, ¿para qué más valen?
N.- Para contar
P.- ¿Para contar? ¿Sí? Para contar ¿el qué? ¿Para qué, Pa.?
N.- Números

P.- ¿Para qué más, chicos?, ¿quién sabe para qué sirven las sumas?
N.- Para aprender
P.- Para aprender ¿el qué? Bueno, chicos
N.- Para corregir
P.- ¿Para corregir?, ¿eso qué es?
N.- Es algo de las sumas
P.- ¿Y eso quién lo hace?
N.- Los mayores
P.- ¿Los mayores corrigen?, ¿qué es eso de corregir, para qué vale eso?
N.- Para si lo has hecho bien o mal
N.- Para copiar unos deberes
P.- ¿Para copiar unos deberes?, ¿vosotros hacéis deberes?
N.- Sí, no
N.- Mi hermano hacía lengua y mates
P.- Lengua y mates
N.- Yo hago en inglés
P.- Tú haces deberes en inglés ¿Y las sumas, las sumas son deberes?
N.- Son matemáticas
P.- ¿Son matemáticas? huy lo que ha dicho Ju., las sumas son matemáticas y, ¿qué son las matemáticas?
N.- Son de ordenadores, son sumas y demás cosas
P.- Se., ¿tú tienes alguna idea de que es eso de las matemáticas que está diciendo Ju.?, ¿alguien tiene alguna idea de que es eso de las matemáticas? Cl., L., ¿estáis pensando en algo, chicas?, ¿qué es eso de las matemáticas que dice Ju.?
N.- Unos deberes que te mandan repetir para que tú los hagas
N.- Son unos deberes muy importantes
P.- ¿Por qué son tan importantes?
N.- Porque así aprendes muchos números
N.- Hay que copiarlos
P.- ¿Hay que copiarlos?, ¿dónde hay que copiarlos?
N.- En el ordenador, se pueden copiar muchas cosas, en el ordenador se pueden copiar
P.- Mirad, chicos, Ic. está pidiendo el turno ¿quién la está escuchando?
N.- Que las sumas se hacen con muchos números y hay que tener cuidado porque si no te equivocas.
P.- Mirad chicos, dice Ic. que las sumas se hacen con muchos números y hay que tener cuidado porque si no te equivocas, ¿alguien quiere decir algo sobre eso?
N.- Yo no
P.- No, Dav., ¿tú querías decir algo?, ¿qué sabes tú de las sumas, corazón?
N.- Nada
P.- ¿Nada, seguro? Iv., ¿y tú?

4.3.71 GD-GG ASAMBLEA ACERCA DE LOS NÚMEROS DE NUESTRO CUERPO

P.- Mirad chicos, hoy yo quería hacer una pregunta, a ver esa pregunta, chicos. (…)
Mirad, me han dicho que tenemos números en nuestro cuerpo, me han dicho: “¿tú sabes algo de los números de tu cuerpo?” Yo digo: “¿número de mi qué?”
N.- Nada de verdad, no es verdad
P.- ¿No?, ¿no hay números en nuestro cuerpo?
N.- No, no es nada de verdad
P.- Pensad, pensad un poco
N.- Este es el 1 (levantando un dedo)
P.- ¿Dónde está el 1, a ver? Mirad lo que estaba haciendo C., C. enséñaselo, mirad lo que hace con los deditos. C., ¿cuántos deditos tienes en la mano?
N.- Diez

P.- Oye, ¿y tenéis dedos en los pies? sí ¿cuántos dedos tenéis?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
P.- No, pero ahora no nos quitamos los zapatos, chicos. (…) Mirad, me habéis dicho que tenéis 10 deditos en las manos y 10 deditos
A ver, lo que os estaba preguntando……
N.- Sobre sumas
P.- Ah, de sumas, sí, de sumas hemos estado hablando un buen rato, pero os había preguntado algo de los números del cuerpo, al principio parecía que no teníais pero C. nos enseñó sus dedos y de repente vimos que tenemos 5 dedos en cada mano, 5 dedos en cada pie
N.- Y son 10
P.- Buenos, 10 dedos en total en las manos y 10 dedos en total en los pies, ¿verdad que sí? ¿Tenemos más cosas que se puedan contar en nuestro cuerpo?
N.- Los ojos, la nariz
P.- ¿Cuántos ojos tenemos?
N.- 2
N.- Los dientes
P.- Los dientes… ¿cuántos dientes tenemos?
N.- 40
P.- Hace C. así porque dice que son muchos, y huesos ¿cuántos huesos teníamos? A ver chicos, que Da. quiere decir algo
N.- Que son números de verdad, no números invisibles
P.- Ah, ¿te refieres al número escrito? Pero podemos tener números sin que estén escritos porque tenemos 10 dedos pero no tenemos escrito el 10
N.- Números de la talla
P.- Ah, números de la talla
N.- 27, yo tengo 27
P.- Ya tenemos otro número más, número de la talla, vale, y ¿qué otros números tenemos? Ya tenemos varios, mirad, tenemos el número de dientes, el número de dedos, el número de la talla de pie, ¿qué otro número podemos tener?
N.- El del zapato
P.- La talla del zapato, claro ¿qué otros números?
N.- La talla de la camiseta
P.- ¿8 números?, chicos, mirad lo que dice Cl., que tenemos 8 números en el cuerpo
N.- Yo tengo un 9 y un 0
P.- ¿Dónde tienes tú un 9 y un 0?, en el pie, en el zapato, ah…. Y cuando vais al médico y os hacer esa revisión que os ha hecho de los 4 años, ¿qué más os ha hecho?, ¿hay alguna cosa más de nuestro cuerpo para el que nos hagan falta números?
¿Quién dice que sí?
N.- Yo, hay huesos
P.- Ah, hay huesos
N.- Una votación
P.- Una votación nos valdría, pero mejor si alguien piensa que hay más números en nuestro cuerpo, que levante la mano
N.- La nariz, la boca, los dedos, los dedos de los pies

5.1.75 GD-GG.- ASAMBLEA SOBRE EL NÚMERO DE ZAPATO DE CADA UNO

P.- ¿Alguien se acuerda de cómo sabemos de qué tamaño es nuestro pie y quién tiene un pie más grande o más pequeño que los demás?
N.-Me acuerdo de mi número el 27.
P.- Da. dice que él se acuerda de su número que él tenía el 27
N.- El 3 con el 1
P.- Iv. dice el 3 con el 1
N.- El 28.

P.- L. el 28
N.- El 28
N.- El 29
P.- El 28 dice I. y tu Is., digo L.? P. el 27 y tú ¿qué número de pie tenías? ¿No tenías un número en esta zapatilla?, ¿en esta bota?
N.- No
P.- Luego lo miramos despacito, el tuyo aquí pone, oye el de Á. pone un 2 y un 8, ¿eso qué significa?
N.- Un 28
P.- Ah, un 28, le quiero preguntar, esperar, esperar, esperar, le quiero preguntar a los amigos, el que lo sepa que levante la mano para que nos concentremos un poco y todos nos oigamos ¿qué significa eso de que tengamos números en los zapatos?
N.- (Varios hablan)
P.- (…) O., ¿qué significa que tengamos números en los zapatos?
N.- Para saber, para saber qué altos somos.
P.- A ver, dice O. que el número de los zapatos quiere decir qué altos somos
N.- Para saber si el pie es grande.
P.- A ver, dice Ju. que para saber si el pie es grande. A ver, ¿qué dices tú, Da.?
N.- Que para saber de qué tamaño es nuestro pie.
P.- ¿El número que querrá decir del tamaño del pie?, a ver, ¿por qué con un número en el zapato?
N.- Porque, porque…así sepamos así…..podemos ver el número y a la vez que tamaño
P.- Vale, dice Da. que según el número que tengamos (…), que según el número así sabemos el tamaño que tiene, y entonces pregunto yo que tengo, en mi bota pone un 37 y en el zapato de Iv. ha dicho un 3 y un 1, por cierto que era un 3 y un 1?
N.- Un 31, el 31, el 31, el 13
P.- Vale, ¿qué quiere decir?, ¿qué pasa porque el mío sea un 37 y el de Iv. un 31?
N.- Porque tú eres más mayor.
P.- ¿Y qué pasa porque yo sea más mayor?
N.- Porque el zapato es más grande
P.- El zapato es más grande ¿y el pie?
N.- Más grande.
P.- ¿Cuál es más grande, mi pie o el de Iv.?
N.- El tuyo, el tuyo, el mío
P.- ¿El tuyo es más grande que el mío? , prueba a ver. ¿De quién es más grande el pie?
N.- El tuyo.
P.- El mío era un 37 ¿y el tuyo?
N.- El mío, el mío.
P.- A ver, si lo hacemos bajito, nos juntamos con el que tenemos al lado y medimos nuestros pies. A ver cómo son, quién los tiene más grandes, quién los tiene más pequeños, medid los pies a ver quién los tiene más grandes, quién los tiene más pequeños. Mide con algún amigo A.
N.- Yo lo tengo más grande que O.
P.- ¿Tú lo tienes más grande que O.? ¿Qué pasa con los vuestros Á. e Is.? ¿Cómo son vuestros pies, los de Á. y los de Is.?
N.- El mío es más grande que el de Cl.
P.- El tuyo es más grande que el de Cl. Tú ganas a Ik, ¿Quién más?
N.- Yo a Da. y a So.
P.- ¿También ganas a Da. y a So.? ¿Qué quiere decir que les ganas?
N.- El número
P.- ¿El número? ¿Qué es más pequeño que el tuyo o más grande?, Ah, ya.., ¿quieres medir conmigo, eh?
P.- Tú qué número tienes, mira a ver si encuentras un número. Mira a ver si encuentras un número.
N.-Marisol, yo he ganado a Lu.

P.- Qué quiere decir que la has ganado,... ¿habéis echado una carrera y has ganado tú?, ¿qué quiere decir eso Lu.?
N.- El 27
P.- Ah, tú tienes un 27 y tú, un 3 y un 1 que por ahí ha dicho Ju. que era un 31, ¿y el de Lu.?
N.- Un 29
P.- Un 29 tú
N.- El mío es un 28
P.- A ver, veo que algunos estáis mirando en la recta numérica y habéis dicho, eso qué significa, eso que he oído a algunos, a alguno le he oído decir mi talla es esta y señalar un número, ¿qué es eso de talla?, ¿qué quiere decir talla?
N.- El número
P.- El número. Lo estáis viendo
P.- El 28 Ju, y tu Á., ¿cuál es tu talla?
N.- Marisol, ¿cuál es mi número?
P.- Tu número, a ver vamos a ver si es posible, aquí pone…es que pone muchos números pero el que es de tu talla es un 2 y un 6
P.- ¿Tu talla cuál es?, ¿cuál es el tuyo Da.?, ¿cuál es tu talla?
N.- El 27.
P.- (…) A ver, por lo que he estado viendo hoy que el otro día no lo veía, por lo que he estado viendo, tenéis todos tallas diferentes Da. ¿Algunos coincidís con algunos?
N.- Sí, yo con I.
P.- Tú coincides con I.
P.- P. y Cl. coinciden. So. y C. coinciden.
N.- Yo coincido con Dav.
P.- Tú coincides con Dav.
P.- Vale, alguien tiene, alguien tiene, alguien tiene un pie, chicos…oye, chicos ¿alguien se ha fijado en mi pie?
N.- Es como el mío.
P.- ¿Cómo es mi pie chicos?
N. Grande
P.- Y ¿por qué mi pi es grande?
N.- Porque tú eres más mayor.
P.- Pero cuando yo me voy y me mido los zapatos con el resto de profes (…) mi pie es siempre el más pequeño. ¿Por qué decís que mi pie es grande? A ver, que levante la mano el que me quiera decir. ¿Por qué decís que mi pie es grande?
N.- Porque ha crecido tu pie
N.- Porque has crecido más.
P.- Pero si mi pie es el más pequeño del de las profes.
N.- No, es grande, ¿tu cuál número tienes?
P.- Yo tengo un 37 y si yo mido los zapatos de las profes
N.- El 37 es mucho.
P.- El 37 es mucho ¿por qué?, si es el pie más pequeño de las profes. ¿Por qué es mucho el 37? (…)
N.-Porque nunca te pones playeras.
P.- A ver, pero ¿por qué decís que mi pie es grande?
N.- Porque, porque, porque tú ¿cuántos años tienes?
P.- Yo voy a cumplir muchos años más que vosotros. Pero…
N.- 28, 24, 38
P.- Pero ¿no será que mi pie es más grande que el vuestro pero más pequeño que el de mis compañeras?
N.- Si es que nosotros somos pequeños y tú eres mayor.
N.-No, es que cuando eres mayor tienes que ponerte un zapato grande y cuando eres pequeño un zapato pequeño.
P.- Bueno, pues mirad lo que vamos a hacer hoy, hoy lo que vamos a hacer, vamos a ir a los equipos y el equipo rojo y el equipo azul van a hacer esa hoja en la que venían un montón de

pies con un montón de números y hay que encontrar el pie que tiene el mismo número que el nuestro, que a eso Ju. lo llama talla, tenemos que buscar el pie de nuestra talla en esa hoja. No sólo vamos a hacer eso, tenemos que ver de nuestro equipo quién tiene el pie más grande que nosotros y quién tiene el pie más pequeño que nosotros.
N.- Yo tengo más grande.

5.1.79 OP-GG.- ASAMBLEA ACERCA DE EN QUÉ NÚMERO DE ASIENTO VIAJAREMOS EN EL AUTOBÚS

P.- Mirar, os he traído -pero todo el mundo bien sentado, no hace falta que nadie se levante-, lo voy a dejar aquí en medio y lo miramos desde nuestro sitio, -Oscar porfa, lo miramos desde el sitio, ¿vale? (…) ¿qué es lo que he traído?, a ver.
N.- Un autobús
P.- Sí, pero ¿un autobús cualquiera?
N.- No, un autobús de Villarejo de Salvanés.
P.- El autobús con el que vamos a ir a Villarejo de Salvanés. ¿Y qué es lo que se ve de este autobús?, a ver.
N.- Por dentro
N.- Tiene números
P.- Por dentro, dice Ca. y tiene números dice Ju.
N.- Los números de los asientos.
P.- Los números de los asientos dice Ca. Y, ¿para qué nos sirven los números de los asientos?
N.- Para sentarnos en ese asiento.
P.- Para sentarnos en ese asiento ¿Y cómo vamos a saber si nos estamos sentando en el asiento que queremos o no?, ¿cómo lo vamos a saber?
N.- Porque tiene números y tienes que mirar a ver si tiene tu número
P.- Eso es, Je. dice porque tiene números y tienes que mirar a ver si tiene tu número…
N.- Decimos adiós a la abuela por la ventana
P.- Ahora hablamos de eso Da., ahora… ¿cómo sabemos?
N.- Nos lo tenéis que decir vosotras.
P.- (…) A ver, mirar, Je., cariño, ¿cómo sabemos si cabemos todos en ese autobús o no?
N.- Porque mira, mira
N.- Contando
N.- Mira, estos asientos, dos, dos, dos, dos
P.- Vale, estás señalando (…) tú estás señalando las parejas de asientos, ¿no?. Pero y ¿cómo sabemos si en esas parejas de asientos vamos a caber los niños de Auxi y nosotros?
N.- Contando
P.- ¿Contando el qué?
N.- Los números
P.- A ver espera, Ca., chicos, Ca. lo va a mirar. Perdona Ca. que no te he escuchado lo que me has dicho.
N.- Que podemos contar todos los números y si son 26, en una fila vayan los osos y en otra están los de Auxi.
P.- O sea, que tu propones que en una fila vayamos los osos y propones que en otra los elefantes. ¿Y cómo sabemos si en esta fila vamos a caber nosotros?, por ejemplo
N.- Contando.
P.- A ver, prueba a ver.
N.- 1, 2, 3
P.- Espera, que Ca. de repente tiene una duda porque como los asientos están numerados, ella estaba contando y de repente ha visto que la numeración no era igual que lo que ella estaba contando. A ver, ¿qué idea se te ocurre? A ver, prueba a ver.
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26
P.- ¿Cuántos contamos?
N.- 26

P.- ¿Por qué 26?
N.- Porque somos 26.
P.- ¿Hasta aquí cabemos nosotros?
N.- Sí
P.- Vamos a contar ahora a ver si caben los de Auxi ¿vale?, estos dos no los hemos contado ¿verdad? Vamos a contarlos a ver si caben los de Auxi, vamos a contarlos.
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26
P.- ¿Caben?
N.- Sí
P.- ¿Y qué pasa con esos asientos?
N.- Para las profes.
P.- ¿Cabremos aquí Auxi y yo?
N.- Sí
P.- Y aun así, ¿qué pasa?
N.- Queda uno.
P.- Sobra uno
N.- Sí, puede venir una profe más
P.- Vamos a hacer una cosa chicos, a ver que…súper bien sentados, porque vamos a ir a preguntar a los osos dónde quieren ir ellos y saber nosotros dónde queremos, si queremos ir en la parte de adelante, desde el mapa donde está la puerta hacia adelante o desde el mapa hacia atrás. (…)
P.- Mirar, ahora quiero saber, los osos, Je., se han pedido la parte delantera del autobús. Pero ahora quiero saber, si ellos se han pedido la parte delantera del autobús ¿a partir de qué asiento podemos ir nosotros?
N.- Detrás
P.- Sí, pero a partir de qué asiento. Espera, espera, espera
N.- A partir del asiento 27
P.- Pa. dice que a partir del asiento 27. ¿No es eso Pa. lo que dices?
N.- Podemos ir uno en cada lado.
P.- Sí, pero ¿Por qué a partir del asiento 27, Pa.?
N.- O del 26
P.- O del 26, ¿cuántos son ellos?
N.- 26
P.- Ellos son 26 ¿y a partir de ahí nos ponemos nosotros?
N.- Aquí hay una salida.
P.- Ahí hay una salida, sí.
N.- Aquí está el conductor y hay otra salida.
P.- Perfecto.- Venga, pues vamos a ir eligiendo el asiento

5.1.82 OP-GG.- ASAMBLEA SOBRE LOS CUIDADOS DE UNA PLANTA A PARTIR DE LA LECTURA DE SUS CARACTERÍSTICAS

P.- A ver, ha traído Dav. esta planta que se llama *Chamaedorea*, que ese era el nombre científico porque el nombre común era "palmera de salón"; hemos dicho que necesita sombra, que no puede soportar bien el frío, pero aquí es donde viene el quid de la cuestión, que por eso es por lo que yo he dicho, huy, tenemos que pensárnoslo bien, dice que sólo la podemos regar 2 veces al mes en invierno, o sea, ¿cómo la regamos entonces?
N.- En diciembre
P.- Vale, en diciembre ya es invierno, lo que pasa es que cuando ponen invierno se refieren en realidad a otoño e invierno, pero dice 2 veces al mes, o sea, ¿cuántas veces en noviembre?
N.- 2
P.- ¿Cuántas veces en diciembre?
N.- 3. 1. 2
P.- 2 ¿3?, si dice 2 veces al mes. ¿Cuántas veces en enero?

N.- 2
P.- ¿Cuántas veces en el mes de febrero?
N.- 2
P.- Y entonces, el calendario que teníamos nosotros de regar las plantas no era mensual, era para la... ¿para qué nos valía el calendario ese del cartel?
N.- Para regar las plantas
P.- Pero para cuándo, para cada cuánto tiempo
N.- Para octubre
P.- Para octubre, hummm, ¿cuántos días aparecen ahí en ese calendario de regar las plantas?
N.- Lunes, martes, jueves y viernes
P.- O sea, que no es un mes ¿cuánto tiempo es eso, lunes, martes, miércoles, jueves, viernes?
N.- Una semana
P.- Una semana, nuestro cartel es solamente para saber cuándo hay que regarlas a la semana
N.- Pues hacemos otro
P.- ¿Hacemos otro? Y ¿cómo lo hacemos Pa.?
N.- Haciéndolo
P.- Pero cómo, ¿qué ponemos, Dav.?
N.- Poniendo hasta diciembre
P.- Los días hasta diciembre y ¿cuántos tendríamos que marcar?
N.- Cincuenta mil
P.- Pero eso no es lo que pone tu información ¿qué pone tu información? A ver, ¿a quién se le ocurre algo más, Is.? Is., ¿se te ocurre algo más?, ¿cómo podemos hacer para saber cuándo hay que regar la planta de Dav.?
N.- Hacemos uno con los vagones de los trenes (cada uno de ellos representa un mes, y en ellos ponemos la fotografía del niño/a que cumple los años ese mes).
P.- Vale, hacemos un calendario con todos los vagones, vale, ¿y luego qué hacemos?
N.- Pero más grande
P.- Más grande, ¿más grande que qué?
N.- Que éste
P.- ¿Qué el calendario de la semana de regar las plantas?, vale, ¿y qué más ponemos?
N.- Habría que poner una palmera y una planta
P.- ¿Pero dibujado?, ¿cómo pintó D. la planta en el cartel?
N.- Sí
P.- Y luego, ¿qué días marcamos para la planta de Dav.?
N.- El lunes y el miércoles
P.- Dice Dav. que si marcamos lunes y miércoles
N.- No
P.- No por qué, ¿por qué, Cl.?
Claro, porque si la regamos los lunes y los viernes, ¿qué va a pasar, Cl.?
N.- Se va a morir
P.- ¿Por qué?
N.- De calor
N.- De sed
P.- Pero la información de Dav., ¿qué era lo que decía que había que hacer?
N.- 2 días
P.- ¿2 días cada cuánto tiempo?
N.- Al mes
P.- Mirad, Dav. me pide que haga un calendario… Mira, mira la idea de As., a ver qué os parece eso, di As.
N.- ¿Y por qué no haces un calendario como ese?
P.- Como el que tenemos para apuntar cada mes si hay cumpleaños, si nos vamos de excursión, qué días cada…
N.- Sí
P.- Eso podría ser una buena idea, pero ya lo tenemos hecho, ¿para qué hacemos 2?
N.- Uno para Halloween y otro de no Halloween

P.- Pero no estamos ahora con Halloween, estamos con la planta de Dav.
N.-
P.- ¿Uno de plantas y otro de la clase?
N.- Sí
P.- ¿Hacemos 2?
N.- Sí
P.- Y cuando ya tengamos el calendario de noviembre, por ejemplo ¿qué hacemos?
N.- Hacemos como ese
P.- Hacemos como ese, cuando ya tengamos el calendario de noviembre, dice Ca. que lo hagamos como ese, como el de octubre, vale y cuándo ya lo tengamos, ¿qué hacemos para saber qué días vamos a regar la planta de Dav.?
N.- ¿Y cuándo se acabe el invierno?
P.- Ya, pero contesta a mi pregunta, ¿qué hacemos cuando tengamos el calendario de noviembre para saber qué hacemos con la planta de Dav.?
N.- Apuntamos como 2 muy grandes
P.- Apuntamos 2 qué
N.- 2 días
P.- ¿2 días? Uno por delante, uno al principio del mes y otro por detrás al final del mes ¿qué os parece eso?
N.- Sííííí
P.- ¿Quién está de acuerdo con esa idea de Dav. y de As., y de Ca.. Vale, Lu. está de acuerdo, So., Ca., Is., L., Je., J. de acuerdo, Ik. de acuerdo, Iv., Pa., D., ¿todos de acuerdo?, ¿hay alguien que no esté de acuerdo con esa idea?. Entonces ¿luego haces un calendario de noviembre para buscar que días vas a regar?
N.- Sí
P.- Pero tendrás que recordarme que luego preparemos el de diciembre y así
P.- A ver, estábamos viendo las características de la planta que se llama en nombre común palmera de salón y decía que tenía que estar a la sombra, que no soportaba bien el frío.

5.1.84 OP-PG.- RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA ARITMÉTICO: *LA TORRE MÁS ALTA*

Primer equipo

P.- A ver qué pone aquí en el título para saber qué será esto.
N.- La to rre más al ta (lee)
P.- ¿Qué significará eso de la torre más alta? ¿Pero qué significará?
N.- A ver cuál torre es más alta
P.- ¿A ver cuál torre es más alta?
N.- Esta
P.- ¿Cómo se sabe cuándo una torre es más alta que otra?
N.- Contándolas
P.- ¿Contando las fichas?, vale, vale, pues vamos a ver qué pasó, mira, en la clase hay unos amigos que juegan a hacer torres por parejas ¿vale?, ¿qué quiere decir que juegan por parejas?
N.- Que juegan juntos
P.- ¿Juntos cuántos?
N.- 2
P.- 2, vale, y dice: cada pareja construye una sola torre, ¿vale? y tenemos aquí, Je. trae ¿cuántas piezas?
N.- 3
P.- 3, vale, e Ik. trajo….
N.- 4
P.- 4, vale, pues ¿cuántos cubos tienen entre los dos, entre Je. e Ik.?, si Je. trajo 3 e Ik. trajo 4 ¿cuántos cubos traen entre los dos?

N.- 5
P.- ¿5?, a ver vamos a ver cuántos son
N.- 1,2,3,4,5,6,7
P.- ¿cómo lo has hecho?
N.- Contando
P.- ¿Quién piensa lo mismo que I., Pa. y M. ¿tú que piensas?, vamos a contar
N.P.- 1,2,3,4,5,6,7
P.- ¿Y tú que crees?
N.- Que 7
P.- ¿7?, pues venga, vamos a ponerlo ahí, 7. Muy bien, muy bien Dav.
N.- Ya
P.- Vale, ¿ya lo tenemos?, vale, ahora dice Da.
N.- Pa. ha hecho el 7 al revés.
P.- Si lo ha hecho bien, mira es que estás mirando tú de lado. Vale, tenemos otra pareja, Da. y L.G. ¿Da. trajo cuántas?
N.- 2
P.- ¿Y L. G.?
N.- 3
P.- 3, pues cuántas pues, ¿cuántas tienen entre los dos?
N.- 1, 2, 3, 4,y 5
N.- 1,2 3,4, y 5
N.- 5
P.- Yo creo que todos lo resolvéis contando los cubos. M.; P., Je., digo perdón, L., I., As. y Pa. ¿Habría otra manera de resolverlo además de contar los dibujos?
P.- Sumar
P.- ¿Sumar cómo?, a ver ¿cómo lo harías tú M.?
N.- 2 y 3
P.- 2 y 3, en una mano 2 y en otra 3, dice M. ¿tú dices lo mismo, C.?, ¿tú decías que eso hacías?, ajá, ¿hay otra manera de resolver esto?
N.- Pensando
P.- ¿Pensando cómo? A ver.
N.- Pensar…. Un amigo y su pareja, él te ayuda.
P.-Vale, perfecto, ya habéis puesto. Pues vale, vamos a poner cuántas piezas tienen entre los dos, entre Da. y L. G., ven pues hala, ponedlo.
N.- 5
N.- Fijarse
P.- Fijarse ¿dónde quieres fijarte?
N.- Fijarse ahí
P.- Mira, M. dice que ella se ha fijado en la recta numérica
N.- 5
P.- Vale, muy bien, ha servido M., tu estrategia le ha servido a As., venga perfecto, también en esta otra recta dice Pa.
N.- ¿Dónde lo pongo?
P.- Aquí
N.- Hay que fijarse en las que tenemos sueltas.
P.- ¿De dónde te puedes fijar?, ah, de las que tenemos ahí sueltas para cuando nos hacen falta, ¿verdad? Vale, ahora mirar que le voy a dar la vuelta, chicos, mirar, dice aquí ¿qué pareja puede hacer la torre más alta? ¿Je. e Ik. o Da. y L.?
N.- A ver, Ik.
P.- ¿Por qué, por qué Je. e Ik.?
N.- Porque mira, aquí hay 5 y aquí hay 7
P.- ¿Y qué pasa con que haya 5 y 7?
N.- Si la juntas es más grande
P.- ¿Si juntas 7 piezas es más alto que 5 piezas?
N.- Sí

N.- Marisol, ¿y si juntabas Ik. y Je. en fila?
P.- ¿Todos juntaban?
N.- Sí
P.- Pues que sería ¿cómo?
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8…..
N.- Más alto
P.- Más alto todavía, pero imaginaros que no quieren compartir y que cada pareja quiere hacer su propia torre, Je. e Ik. hacen la suya y Da. y L. hacen la otra ¿cuál de las dos torres será más alta?
N.- Esta
P.- ¿La de Je. e Ik. decís vosotras?
N.- Sí
P.- ¿Por qué?
N.- Porque mira, si las juntas, estas son 7.
P.- Ajá, ¿las dos estáis de acuerdo en que 5 es menos que 7?
N.- No
P.- ¿Tú no?, ¿qué es lo que crees tú, As.?
N.- Yo creo que es más alta.
P.- Ah, eso, eso estaban diciendo ellas, eso dicen ellas. Pues venga, ponerlo, si eso es lo que pensáis todos, ponerlo, la pareja de Je. e Ik.
N.- La pareja de Je. e Ik.
P.- Ellas están poniendo la pareja de Je. e Ik., eso están poniendo ellas
N.- Que ponga As.
P.- As., quieren que pongas la tarjeta aquí para fijarse ellas también, como Je. se escribe un poco diferente ¿verdad?
N.- Sí, ¿lo ponemos separado?
P.- Claro.
P.- Tomad chicos, aquí, toma Ca. Dav., ¿tú has leído las tarjetas? Mira, mira a ver lo que pone Dav. que te vas a quedar impresionado.
N.- Ya estoy, no me ha cabido
P.- Muy bien, muy bien, corazón, muy bien y estas rayitas fenomenal, vale, Je.
N.- Marisol, mira
P.- Muy bien chicas, ¿os atrevéis con las otras letras?
N.- ¿Cuáles?
P.- Las otras las de las otras tarjetas, tienen que estar por ahí ¿no están ahí?, muy bien chicas, pues cambiárselas a Dav.
N.- Ya
P.- Vale, ahora dice aquí chicas y chicos, chicas y chicos, dice ahora, dibujo una torre con el mismo número de cubos que Je. y que Ik.
N.- ¿Qué?
P.- Dibujo una torre aquí con el mismo número de piezas que Je. y que Ik.
N.- Vale, pero si…
P.- No dice que la separes, dice que hagas una torre con las piezas juntas
N.- Vale
P.- A ver
N.- A ver, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7
N.- Ya
P.- ¿Cómo la has hecho tú Ca.?
N.- Poniendo una así y luego así
P.- ¿Y cómo sabes cuántas piezas tiene?
N.- Porque hay 5 y…
P.- A ver, cuenta a ver si son las que quieres
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7
P.- ¿Hay 7?, perfecto
N.- Ya Marisol

P.- ¿Tú cuántas tienes?
N.- 7
P.- ¿Y son 7 las que hay que tener?
N.- Sí
P.- Vale ¿Y tú?
N.- 7
P.- ¿Sí?, perfecto
P.- Muy bien, ayúdales a leerlo a ellas también para que lo vean, perfecto, vamos a esperar a I. y As. a que hagan las suyas
P.- ¿Cómo vas?
N.- Bien
P.- Mirar que bien As. cómo se ha dado cuenta de que si las va recontando sabrá si ya las tiene todas, le faltan o cómo tiene que hacer
N.- 7
P.- Perfecto As., enséñaselas a ellas para que lo lean también. Mira, I. también recuenta, a ver, prueba otra vez
N.- Una me falta
N. P.- 1, 2, 3, 4, 5, 6
P.- ¿Qué pasa?
N.- Falta una
P.- Falta una más, muy bien As. una más. Chicos, sois unos expertos en torres. Muy buen trabajo chicos.

Segundo equipo
P.- Vale, ¿lo tenemos ya el nombre?, ¿tú también Ju.?
N.- Yo antes que tú
P.- Venga, vamos allá, vamos a leer el título a ver qué pone
N.- La torre más alta
P.- La torre más alta. ¿Cómo tiene que ser una torre alta?
N.- Hasta el cielo
P.- Hasta el cielo, fíjate, imagínate, a que sí Ik.
N.- Hasta aquí
P.- Hasta ahí, ¿hasta esta altura?, ¿hasta la altura de tus hombros, más o menos?
N.- No, hasta aquí
P.- Tú dices por encima de tu cabeza
N.- No hasta aquí, hasta el techo
P.- Hasta el techo, imagínate. Vamos a ver qué hay que hacer, venir aquí, vamos a ver aquí. Dice, en la clase hay unos amigos que juegan a hacer torres por parejas, si juegan a hacer torres por parejas ¿cuántos amigos hay?
N.- Es un amigo del cole
P.- Ik., pero si juegan
N.- 7
P.- Chicos, si juegan a hacer torres por parejas. Estaba yo preguntando, ¿cuántos amigos hay si jugamos por parejas?
N.- 5
P.- En una pareja ¿cuántos amigos hay?
N.- 2
P.- 2. Vale, 2. Ahora dice aquí, cada pareja construye una sola torre, ¿vale?. Je. trajo 3 cubos, Ik., huy Ik., te he puesto con gorra, ¿te gustas?, tú trajiste 4 cubos, ¿cuántos cubos?
N.- 4
P.- Estamos con la pareja de Je. y de Ik. y dice: Je. trajo 3 e Ik. trajo 4 ¿cuántos cubos tienen entre los dos para hacer una torre?
N.- 2 y 2 son 4 y otros 2 son 6 y más uno 7
P.- Vale, tú has ido hacienda grupitos de cubos para contarlos, alguien tiene una idea distintas de cuántos son. Ik. los cuenta directamente y tú, Sa., ¿cómo sabes cuántos son?

N.- Son 7 cubitos
P.- Tú los has contado en el dibujo ¿verdad Cl.? Y tú ¿cómo has resuelto, Sa.?. Tú contando, Ic. también cuenta y tú ¿cómo lo has hecho?
N.- Yo también cuento
P.- Pues venga, vamos a ponerlo aquí, 7 cubos. A ver cómo ponemos 7 ahí
P.- Ahora te cuento, primero vamos a poner el 7 de los 7 cubos. Mirar que bien Cl., que a Cl. de repente le entraron las dudas y se fue a la recta numérica a ver cuál era el 7. ¿Alguien más necesita?, increíble Pa., muy bien. Ik., ¿tú cómo vas a hacer el 7 ahí?, ¿cómo lo vas a hacer tú?
N.- ¿Me das la goma por favor?
P.- Vale, pero se hace cruzadito, así. Vale, pero aquí Ik., aquí. Espera Sa., espera. Vale, ahora dice… ¿lo tenemos? Chicos ¿lo tenemos todos?. Vale, Sa. lo hizo sin mirar en la recta, ¿verdad?, tú lo hiciste como tú te sabías el 7, Ic. y Ju. lo mismo ¿verdad? Vale, mirar lo que dice Cl., Cl. se adelantó y empezó a mirar, Da. puso 2 cubos y L. puso 3 ¿cuántos cubos tienen entre los dos? (esa eres tú, L. G. Ya sabía yo que te iba a hacer gracia), ¿cuántos cubos tenéis entre Da. y tú?, Lu.
N.- 5
P.- ¿Cómo sabes que son 5?, a ver
N.-1, 2, 3,4, 5
P.- Sa. y L. están contando en el papel. ¿Cómo lo resuelves tú, Se.?
N.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- Cl. también lo resuelve así, contando. Venga, pues lo vamos a ir poniendo ahí, 5. ¿Tú como lo resuelves Ik., tú también cuentas o cómo lo haces tú?
N.- Contando
P.- Venga a ver, vamos a contarlos
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Venga, pues a ver cómo va este 5 ahí, Ik. Muy bien chicos muy bien. Ahora tenéis que ir leyendo tarjetas ir cambiando el juego. Ahora verás, mirar bien antes de que le demos la vuelta, la pareja de Je. e Ik., ¿cuántos cubos tenía?
N.- 7
P.- ¿Y la de Da. y L.?
N.- 5
P.- Mirar lo que dice, vamos a darle la vuelta, Ik., dice aquí ¿qué pareja puede hacer la torre más alta?
N.- Los de 7
P.- ¿Por qué los de 7, Cl.?
N.- Porque son más
P.- ¿Todo el mundo piensa como Cl.?
N.- Sí
P.- Entonces, ¿cuál es la pareja que tiene las 7 piezas?
N.- esta
P.- Je. e Ik.. Venga, vamos a ponerlo "Je. e Ik.", venga Ik., vamos allá
P.- Pues mira, aquí estaban preguntándose los amigos cual sería la torre más alta, la de Je. e Ik. o la de Da. y L. ¿tú qué crees?
N.- La de Je. e Ik.
P.- La de Je. e Ik., ¿por qué?
N.- Porque tienen más
P.- Pues venga, vamos a ponerlo aquí "Je. e Ik.", vamos a ponerlo ahí "Je. e Ik."
N.- Esa no es la J es G
P.- Si es que ya sabes… pero estaba muy bien escuchado, L., estaba muy bien escuchado, es que solamente en Je. esta jota suena como en inglés, es que la jota en inglés es así
N.- Je.
P.- Muy bien y el otro miembro de la pareja ¿quién es?
N.- Ik.

P.- Ik., pues venga vamos allá. M., M. que no estás concentrada. Perfecto. Ahora dice aquí "dibujo la torre de Je. e Ik. con el mismo número de cubos que ellos. A ver cómo dibujas esa torre.
P.- Muy bien, pues ahora dice: dibuja una torre con el mismo número de piezas que Je. y que Ik. ¿Cómo dibujas esa torre?
N.- El 7
P.- Lucía dice "el 7". ¿Te estabas concentrando para ver cuántas piezas tenías que dibujar?
N.- Sí
P.- Vale. Recuerda que es una torre, Se., no es un tren, es una torre, a ver cómo puedes hacer
P.- Vale Lucía, y si quieres que sea más alta, ¿cómo pones esas piezas para que sea muy alta, lo más alta posible?
N.- Pues esta torre la pongo aquí y hago así, así y así
P.- Así, así, así ¿significa uno encima de otro?
N.- Sí,
P.- Pues venga, prueba a ver para que sea una torre alta de verdad
N.- Ya está más alta
P.- Pero, ¿para que sea una torre alta de verdad?
N.- Ya está más alta
P.- Vale ¿cómo sabes que hay 7 piezas?, a ver, comprueba a ver, a ver qué puedes hacer. Te dice L. que tienes que borrar 1. ¿Tú también?, pues venga a ver como la borras, prueba a ver
N.- ¿Me das la goma?
P.- ¿Me dejáis una goma Ca.?, Ca. déjame una goma, chicos, gracias, que quiere borrar aquí Ju.
N.- Ya está
P.- Vale, fenomenal, vamos a ir esperando a los que… ¿ésta es la torre? Y ¿ésta de quién es?
N.- Esta es la torre de un malo
P.- ¿De un malo?, de un malo, vale, vale, venga Ik. a ver cómo haces tu torre con la piezas de Je. y tuyas
N.-Marisol, ya
P.- Esto esta fenomenal pero ¿y si quieres que la torre sea la más alta?, ¿cómo la pones?, ¿cómo pones las piezas?
N.- Rectas
P.- Venga, a ver rectas, como dices tú rectas,
P.- ¿Cómo hiciste tú la torre, corazón? y ¿cuántas piezas tenía la torre?, a ver, enséñame
N.- 1, 2, 3, 4
P.- Pero, ¿ahí están dispuestas como una torre?,
N.- No
P.- No, ¿por qué?
N.-Porque tendría que ser alto
P.- Tendría que ser alto y hace así con las manos como dibujando una torre, a ver, prueba a ver, L., prueba a ver ¿aquí ya hay 7 piezas?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6
P.- Venga, entonces ¿cuántas piezas habrá que hacer ahí, hay que poner, hay que quitar, que hay que hacer?
N.- Ahora otra y ya
P.- Otra y ya, vale
N.- Marisol, ya
P.- Vale, vale
N.- Marisol, yo quiero colorear
P.- ¿Cómo vas a poner las piezas al final?
N.- Ahora, ¿qué hacemos?
P.- Esperar a que ellos terminen
N.- Ya está
P.- Y ¿así es lo más alta posible?
N.- Sí

P.- ¿Seguro? ¿Ya has hecho la torre con el mismo número de piezas? Cl., L., vamos a ayudar a los amigos que no han terminado
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
P.- ¿Y así queda de la manera más alta posible?
N.- Sí
P.- ¿Seguro?, vale, Se., ¿tú crees que si pones las piezas a los lados está lo más alta que se puede?
N.- Sí
P.- Y los demás ¿qué pensáis?
N.- No
P.- No, ¿por qué?, Cl.
N.- Porque tendría que ser más alta
P.- ¿Cómo puedes hacerla más alta?
N.- Así, haciendo más para arriba
P.- ¿Dónde habría que poner estas piezas?
N.- Aquí
P.- ¿Abajo?, así ¿una encima de otra? ¿tú que crees…?
N.- La mía tiene 9
P.- ¿Tiene 9?, ¿cuántas tiene que tener, Ik.?
N.- 7
P.- 7, pues ¿Qué vas a hacer?
N.- Borrar
P.- Te dice borrar Se., ¿cuántas tendrías que borrar, Ik.?
N.- 3
N.- 2
P.- Sa. dice 3, Se. dice 2
N.- Borra el 9 y el 8
P.- Muy bien Sa., que buen pensamiento ha sido ese. Vale, Ik., ¿cuántas tienes que quitar?
N.- 3
P.- A ver, prueba a quitar 3 a ver qué pasa
P.- ¿Tu torre ya está lista?, L., ¿así es lo más alta que se puede?
N.- Hay que cambiar
P.- ¿Cómo puedes hacerla más alta?, ¿cómo se puede hacer más alta?
N.-Igual que la de Ik.
P.- Pero para que sea igual que la de Ik., ¿cuántas piezas tendrá que tener?
N.- Así está muy alto
P.- Vale, le has dado la vuelta a la hoja y has comprobado cuántas tenía. Venga a ver como la haces de 7
N.- Ya la tengo
P.- ¿Sí? ¿Y así es lo más alto que se puede?
N.- Si
P.- ¿Sí?, vale.

<u>Tercer equipo</u>
P.- Vamos a poner el dedo aquí arriba en la L a ver qué pone
N.- Ya lo he leído
P.- Venga, vamos a leerlo juntos
N.- La torre más alta
P.- Laaa tooorreee
N.- Laaa tooorreee
N.- La torre más alta
P.- La torre más alta, vale, ahora dice aquí, poner el dedo en la E para ir leyendo “en la clase hay unos amigos que juegan a (a qué juegan Dav., ve leyéndolo) que juegan a hacer, ¿qué hacen?, léelo, léelo, que hacen qué, hacen torres por…
N.- En la clase hay unos amigos que juegan a hacer torres por ¿parejas?

P.- Parejas, ¿qué quiere decir que hacen torres por parejas?
N.- Poner los cubos esos y subiéndolos a ellos
P.- ¿Y parejas qué significa parejas?
N.- Que son unas parejas juntas que hacen lo mismo, una torre, otra
P.- Vale, ¿cuántos amigos hay en una pareja?
N.- 2
P.- 2 dice Dav., tú también
N.- 3
P.- ¿3 amigos hay en una pareja?
N.- Sí
P.- So., mírame, mírame, ¿cuántos amigos hay cuando juegan en parejas?
N.- 4
P.- No, no aquí en el dibujo ¿cuántos amigos hay cuando juegan en parejas, cuántos amigos son?, ¿qué pensáis los demás?
N.- 2
P.- Son 2, cuando juegan por parejas son 2, vale, dice aquí: cada pareja construye una sola torre, ¿vale? Venga, vamos a ver, Je. trajo ¿cuántos trajo?
N.- 3
P.- 3 cubos, no corras, 3 cubos, e Ik., ¿Ik. cuántos trajo?
N.- Ik. no
P.- Ik. sí, mírale, Ik. trajo, ¿cuántos?
N.- 4
P.- 4 cubos, vale. ¿Dónde está Je. y dónde está Ik.?, a ver
N.- Aquí está Je. y aquí está Ik.
P.- Y aquí está Ik., vale, y dice que Je., ¿cuántos trajo?
N.- 3
P.- 3, e Ik., ¿cuántos trajo?
N.- 4
P.- 4, vale, ahora dice aquí, vamos a leerlo Dav., Da., tú también
N.- Cuántos cubos tienen entre los dos
P.- ¿Cuántos cubos tienen entre los dos?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 7
P.- Da. los ha contado, ¿tú cómo sabes que son 7?
N.- Porque los he contado
P.- ¿Ahí en el dibujo?, ¿tú qué crees? Estos son Je. e Ik., ¿cómo haces tú para saber cuántos tienen entre los dos, So.?
N.- Los voy a contar
P.- Tú los vas a contar en el dibujo, ¿y tú, que vas a hacer para saberlo?
N.- Contar
P.- Contarlos en el dibujo ¿y tú que vas a hacer, Je.?
N.- Contarlos
P.- Venga, a ver cuántos tienes entre tú e Ik., aquí, aquí, entre Ik. y Je., venga, ¿cuántos?
N.- 7
P.- 7, pues venga, vamos a ponerlo aquí, son 7
N.- ¿El 7 cómo es?
P.- ¿Cómo es el 7 Je.?, si no sabes cómo es ¿qué puedes hacer?, ¿mirar dónde?, ¿dónde puedes mirar, Je.?, ¿dónde puede mirar cómo hace el 7, chicos?
N.- En la recta numérica
P.- En la recta numérica te dice Dav.
N.- O en los de números
P.- A ver, ¿cuántos cubos tienen entre Je. e Ik., Da.?
N.- 7
P.- 7, a ver cómo lo poner ahí. Tú también Dav., ponlo ahí
N.- Ya está
P.- Vale, ahora, ¿tú ya pusiste el 7 So.?

N.- ¿Cómo es?
P.- ¿Cómo puedes hacer para saber cuál es el 7, So.?, a vale, tú igual que Dav., mirando en la recta numérica ¿listo?, pero no corras Dav., vamos a hacerlo juntos ¿encontraste el 7, So.?, venga, empieza otras vez, cuenta fuerte
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
P.- Muy bien ese 7 So. Lo hacemos con una rayita, aunque ahí no venga, hay que ponerla ahí. Venga, vamos a ver qué pasó con Da., vete leyendo L., a ver qué pasó con Da.
N.- Da. ha traído 2 cubos
P.- ¿Da. puso cuántos cubos?
N.- 2
P.- 2, ¿y L., cuántos puso?
N.- 3
P.- 3, vale, y ahora dice aquí ¿cuántos cubos tienen entre los dos?
N.- 5
P.- Vale, ¿cómo lo has hecho?
N.- Contando
P.- Contando, ¿tú qué dices, So.?, ¿hay 5?
N.- Los voy a contar
P.- ¿Y tú?, no, pero no los de todos, sólo los de Da. y L., a ver tú ¿cuántos cubos dices que tienen Da. y L.?
N.- Son 5
P.- 5, pues venga, a ver cómo lo pones y tú también Da., ahí
P.- Muy bien Je., muy bien
N.- Yo no sé hacer el 5
P.- ¿Cómo se hace?, a ver, lo habías hecho muy bien, te puedes fijar aquí, si quieres. El tuyo estaba perfecto Je., era una maravilla de 5, el tuyo estaba muy, pero que muy bien.
Ahora verás, ¿ya tenéis los 5, chicos? Vamos a darle la vuelta, chicos, le damos la vuelta, ahora dice aquí: ¿qué pareja puede hacer la torre más alta? ¿La de Jessica e Iker o la de Darío y Lucía Gómez?, ¿quién puede hacer la torre más alta?, mira he dicho
N.- La de Ik.
P.- Dice aquí ¿quién puede hacer la torre más alta? ¿Je. e Ik. o Da. y L. G.?
N.- Ik.
P.- Ik., ¿por qué crees que Je. e Ik. pueden hacer la torre más alta?
N.- Porque tienen puente levadizo
N.- Porque tienen más
P.- Porque tienen más, ¿7 es más que 5? la cosa era, ¿qué pareja puede hacer la torre más alta?
N.- La de 7
P.- La de 7, dice Da.
N.- L. y Da.
P.- ¿Sí? ¿Por qué crees que Lu. y Da. pueden hacer una torre más alta?, mira a ver, mira a ver tú Je., a ver quién puede hacer la torre más alta, mira a ver cuál de los dos puede hacer una torre más alta.
N.- …
P.- Sí, pero juntando sus fichas, ¿quién puede hacer la torre más alta, L.?
N.- Esta
P.- Je. e Ik., ¿por qué?, ¿por qué pueden hacer ellos la torre más alta?
N.- Porque tienen más
P.- ¿Tienen más fichas, tienen más cubos?, ¿tú que crees, L.?
N.- …
P.- ¿Quién puede?, ¿quién puede hacer la más alta?, ¿cuál de las dos parejas, Je. con Ik. o Da. con L.?
N.- Esta
P.- ¿Por qué esta, L.?, ¿por qué la de Da. con L.?
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- ¿Y ellos cuántas tienen?

N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
P.- ¿Entonces de quién será la más alta de los dos?, ¿hacen falta muchas piezas o pocas piezas para hacer una más alta?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 7
P.- Como Je. Ik., ¿por qué?, ¿por qué como Je, e Ik,, por qué, L,? Tú que crees Je., Dav, dice que porque tienen más piezas, ¿tú quién crees que tiene más piezas?, ¿cuántas son más piezas, 7 piezas o 5 piezas?
N.- 7
P.- ¿7 piezas?, ¿dónde hay más piezas?
N.- Aquí
P.- ¿Aquí?, vamos a probar, vamos a hacer una torre de 7 y una torre de 5, a ver cuál es más alta.
N.- Sí, pues mira
P.- A ver, vamos a ver
N.- P.- 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7
P.- ¿Vale?, ahora vamos a hacer una de 5
N.- P.- 1, 2, 3, 4 y 5
P.- ¿Cuál es más alta?
N.- La de 7
N.- Yo quiero esta
P.- ¿Cuál es la que llega más arriba?
N.- Esta
P.- ¿De verdad que ésta llega más arriba?
N.- No
P.- Mira, ¿cuál llega más arriba de las dos?
N.- Esta
P.- Claro, esta, vale, L. Pues venga, entonces, ¿qué tendréis que poner aquí, Je. e Ik. o Da. y L.?
N.- Je. e Ik.
P.- Pues venga, ponerlo aquí, Je. e Ik.
P.- ¿Por qué te enfadas?, ¿porque las niñas corren más?
N.- No es por eso
P.- Pero otro día podemos preguntar cuál es la torre más baja
N.- Sí, ya pero esta
P.- No pasa nada, no era una carrera de torres, era sólo un juego
N.- Pues no me ha gustado
P.- Bueno, venga a ver cómo lo buscáis, Je., Ik. Vale, ahora dice aquí, la dibujo la torre con el mismo número de cubos que Je. y que Ik.. A ver cómo dibujáis una torre con el mismo número de cubos que Je. y que Ik.
N.- ¿con el mismo número?
P.- Con el mismo número de piezas que tienen ellos
P.- Mirar que estrategia acaba de tener Da., Da. ha hecho una cosa fenomenal ¿cómo has sabido, cómo estás seguro de que has hecho 7 piezas en tu torre?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6,7
P.- Mirar como lo ha comprobado él, ha comprobado que hay 7
P.- No has puesto el nombre aquí de Je. y de Ik. ¿quieres que lo ponga yo? O lo quieres poner tú
N.- No
P.- Pero tú no has perdido nada, Da., tú no has perdido nada. A ver, comprueba a ver
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
P.- ¿Por qué no puede poner ahí Da. y Je., L.?
N.- Porque hay sitio
P.- Mira lo que te dice L., So. Esta es la de Da. y L.
N.- Me está distrayendo
P.- No pasa nada, si era ella que no puede hacerla hasta que termine, si no, no se concentra
N.- Me están distrayendo ellos

P.- ¿Tú ya tienes la torre?, ¿la tuya con Ik.?, ¿estás segura? Pero ¿no dijiste que tenía 7 piezas la torre tuya?
N.- No, mira, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
P.- ¿Y aquí cuántas has puesto?
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Venga Je., a ver, vamos a ver. 1, 2, 3, 4, 5
N.- Ahora hay 7, mira, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
P.- Muy bien, pues venga, a ello. Mira, está aquí So., la de Ik. está aquí y Je. ya lo has puesto
N.- Ahora el 8 va, ahora el 8
P.- Pero, ¿cuántas piezas tenías tú?
N.- 3
P.- ¿Y juntos teníais, cuántas?, ¿cuántas son esas?
N.- 2
P.- ¿Seguro?, a ver
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 7
P.- ¿Y cuántas has puesto aquí ya?
N.- Pues
P.- Perfecto

5.1.85 OP-PG.- COMPLETAR LAS CASILLAS VACÍAS DE UNA SERIE NUMÉRICA

Primer equipo

P.- A ver, ¿qué hay que hacer, probar a ver cuál toca cuál no toca? ¿Qué hay que hacer Ik., probar, qué hacemos? Mira lo que está haciendo As., As. está contando desde el principio, qué te parece esa estrategia, Iv.
N.- Bien
P.- ¿Y quién ha traído estos números?
N.- As.
P.- As. también ha traído los números, As. ha contado hasta 14, pero como no sabe cómo se escribe vuelve a contar en la recta numérica a ver cuál es el 14 ¿qué quieres hacer tú para descubrir cuál es este número, Iv., ¿qué estrategia vas a emplear?
N.-
P.- ¿Este que número es?
N.-
P.- ¿Y en la recta numérica cómo lo haces?
N.-
P.- A ver, Iv., ¿después del 13, antes del 13 está el 21?
N.-
P.- ¿Entonces será el 13 el que hay que poner aquí?
N.- El 12
P.- ¿El 12 es el que hay que poner?
N.- Sí
P.- ¿Después del 21 va el 12?, ¿seguro?, vamos a contar a ver cómo se llama, Iv., cuenta desde el principio
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13………………..
P.- Pero estos 2 son iguales, ¿van 2 números iguales juntos?
N.- No
P.- No, a ver que podrá ser, a ver Iv., ¿cómo es este número, qué tiene?
N.-
P.- No, no te he preguntado cómo se llama, cariño, te he preguntado qué tiene, qué 2 números tiene ¿cuál es éste, éste de aquí, éste solito, cuál es?, ¿qué número es éste?
N.- El 2
P.- El 2 ¿y éste?

N.- El 1
P.- Vamos a ver si encontramos aquí un 2 y un 1
N.- Marisol, ¿es éste?
P.- No lo sé, a ver, compruébalo tú
N.- Marisol, mira
P.- A ver, dime una cosa, As., 2 números iguales ¿van juntos?, aquí van juntos, aquí has puesto 26, 26 y aquí 28, 28 ¿eso podrá ser?
N.- No
P.- No, a ver vamos a verlo en la recta
N.-
P.- A ver, vamos a empezar desde el principio, Iv.
N.-0, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13, 14
P.- ¿Sabes cómo se escribe el 14, Iv.? El 14, a ver
N.- (lo escribe)
P.- Vale, pues a decorarlo, venga
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18
P.- 18 y…
N.- 20
P.- No, 18 y 20 no
N.-19
P.- Muy bien, mira a ver cuál será el 19, míralo aquí en la recta numérica, qué vas a hacer para saberlo con seguridad, cuál será el 19
N.-
P.- Vale, has encontrado muy buena estrategia, buscas el número anterior y compruebas cuál es el siguiente, muy buena estrategia, Iv.
N.-
P.- Muy bien, perfecto, y ¿cómo seguimos?¿cómo seguimos, Iv.?
N.- 20
P.- Espera, espera, ¿dónde está el 20?
N.- Aquí
P.- ¿Está debajo del 19?, ¿seguro? Si miras aquí no está el 20
N.- Empiezo
P.- Ah, hay que volver a empezar, pues venga, a ver cómo vuelves a empezar en tu casilla. Igual que aquí has vuelto a empezar, aquí vuelves a empezar. A ver, cómo será, ¿será aquí?, ¿será aquí?, ¿dónde habrá qué seguir?, ¿será aquí a la derecha debajo del 19?, ¿será aquí debajo del 10 que hay otro número? También cabe el 0. No a escribir, vamos contando así, ¿por cuál habrá que seguir contando, Iv.?
N.- 16, 17, 18, 19, 20
P.- As. te ayuda y te dice que el 20 es éste de aquí,
N.- 20, 21, 22
P.- 20, 21 ¿cuál será Iv.?
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21, y 22
P.- ¿Te convence eso, Iv.?
N.- Sí
P.- Fenomenal
N.-
P.- Aquí has puesto un 2 y un 3, ¿cómo se llama un 2 y un 3? Un veinti…………..
N.- 23
P.- Lo teníamos aquí
N.- 24, 25, 26
P.- 26, veinti……………
N.- 27
P.- 27, ¿entonces esto lo dejamos así?, ¿qué hacemos?
N.- Lo ponemos
P.- Vale ¿y qué ponemos?, ¿cómo será el 27?, ¿cómo será?

N.- Un 2 y un 7
P.- Iv., estás hecho un magnífico. Vale, vamos allá, Iv., vuelve aquí cariño
N.-
P.- Venga, que vamos a hacer
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28
P.- 28 y veinti………….
N.- 29
P.- Muy bien, 29, si es un 29, ¿qué números serán?
N.- Un 2 y un 9
P.- Muy bien, y además fíjate ¿aquí también está al lado del 28 el 29?, te pregunto si está justo al lado del 28 o no
N.- Sí, sí
P.- Ah, vale, fenomenal

Segundo equipo

P.- Mirad la estrategia que tiene L. G., cuando duda se va a la recta numérica y va contando a la vez. Ju., sin embargo, cuenta en voz alta a ver si…
A ver qué idea tienes tú Ik., Ik. está contando, a ver, está fenomenal pero concéntrate, 10, 11, 12, 13 y…
N.- 14
P.- Muy bien ese 14 Ik., Muy bien, chicos mirad, Ik. de repente no sabe cuál es el 14 y se va a la recta numérica y lo busca contando.
N.- Ya he terminado
P.- Pero aquí hay cosas que no andan bien, vete a por la recta numérica, corre, a ver si está todo como tiene que estar
P.- Muy bien Ik., muy bien.
N.- Lo he comprobado
P.- Vale Ju., pues a decorarlo
N.- Ya he terminado, sabes por qué lo sé, porque me he fijado en los números que están aquí
P.- En qué te has fijado exactamente, a ver
N.- Como no sabía cómo era el número, he mirado esto
P.- Ah, te refieres a cómo se escribe el número
N.- Este va bien
P.- Seguro, entonces lo tenías bien
N.- Ya he terminado
P.- Comprueba todos Sa., hay algunos que están bien colocados y otros que no, ¿qué te parece?
N.- Son iguales
P.- ¿Seguro?, míralos bien a ver si son iguales el que va después del 28
N.- Míralos y luego te fijas en éste
P.- ¿Cómo le dices tú que haga?, Se.
N.- Mi idea
P.- Como es la tuya a ver si nos vale a los demás
N.- Te fijas en el número que hay que hacer aquí
P.- Uno que ya está escrito para que te salga bien. Muy buena idea.
P.- Revisa, revisa más, sigue revisando Sa.
P.- Mira lo único es que estos están del revés, pero lo demás está fenomenal
N.- Ya está
P.- Te fijaste lo que había pasado aquí Ik.?, después del 18, ¿cuál teníamos que poner?
N.- 19
P.- ¿Qué te había pasado Sa.?
N.- Que aquí había puesto el mismo que éste
P.- ¿Y puede haber 2 números iguales en la recta numérica?
N.- No
P.- ¿Y por qué no puede haber 2 números iguales?

N.- Porque falta esto
P.- Ah

Tercer equipo

P.-Je., Que pone aquí, sólo las…
N.- Grises
P.- Je., ¿qué quiere decir eso entonces, dónde hay que poner los números?
N.- Sólo las grises
P.- Sólo las grises, ¿y en las blancas que están vacías, habrá que ponerlo?
N.- No
P.- En estas otras que están vacías ¿hay que ponerlo? Qué pone, solo…
N.- las grises
P.- Pues venga
N.- Sólo las grises
P.- Perfecto A., ¿en cuáles So. son las que hay que poner números?
N.- En las grises
P.- Pues venga, vamos a empezar, ¿por dónde empezamos, por cualquier casilla gris?
N.- Por aquí
P.- Ah, por la de arriba, vale So.
N.- Ya la he puesto
P.- Muy bien, ¿de ahí cual era, cómo sabes cuál va a ir ahí?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6., Un 6
P.- Y para estar seguro has contado desde el principio
N.- Sí, porque no hacen falta las blancas
P.- Vale, y ¿cómo lo estás haciendo tú?
N.- 1, 2, 3….
P.- Tú también estás contando desde el principio Dav., y tú Je., ¿cómo lo estás haciendo para saber qué número hay que poner?, ¿cómo sabías que ahí iba un 2?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6
P.- Ah, tú también vas contando ¿y tú L.?
N.- ¿El 10 es el que va?
P.- Sí pero, ¿después del 9 empezamos por abajo o volvemos a empezar?, ¿qué hacemos?
N.- Por abajo
P.- Vale ¿y tú cómo sabías que números tenías que poner?, ¿cómo lo sabías?
N.- 10, 11, 12 Un poquito con la mente
P.- Con la mente, están todos fenomenal, solamente éstos están dados la vuelta y los tienes que colocar derechitos
N.- Una recta del número
P.- ¿Tú necesitas una recta numérica?, si la necesitas cógela, no pasa nada
N.- El 26 me ha dicho
P.- ¿Dónde hay que poner un 26? Pero tú ¿por qué casilla vas a empezar, So.?, ¿cuál de las casillas grises es la primera que vas a rellenar? Y ¿cómo sabes qué número hay que poner ahí?
N.- El 2
P.- ¿Y por qué el 2?
N.- Porque aquí está el 1
P.- Ah vale, ¿y después del 1 siempre va el 2?
N.-
P.- ¿No, sí? ¿Qué opináis chicos, después del 1 siempre va el 2?, ¿sí? Mirad ahí en la recta numérica a ver si después del 1 siempre va el 2
N.- Pero si yo he traído una
P.- Ah, vale, tú has traído una, ¿y después del 1 va el 2?
N.- Sí, mira
P.- Entonces, ¿qué hacemos, So.?
N.- Un 2 ahí

P.- Un 2 ahí, vale
N.- Marisol aquí falta este
P.- Está fenomenal, lo único que tienes que hacer es darle la vuelta
N.- Marisol, ¿cuál es el 11?
P.- ¿Cuál será el 11?
N.- Un 1 y un 7
P.-No lo sé, ¿dónde puedes mirar tú para saber cuál es el 11?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,11
N.- Ya está
N.- Es que cuento desde el principio
P.- ¿Qué falta en esa recta?, ¿te has traído una con pocos número, no?, ¿qué puedes hacer?, mira, L. dice que te va a buscar una que tenga más números
N.- Ya está
P.- Muy bien, pues ponte a decorarlos, tráete las pinturas, ¿vale?
P.- Je., ¿cómo vamos cariño?, ya vas por aquí por el 6 y ahora ¿Qué vas a hacer?
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11. ¡11!, Marisol
P.- Ah, 11, lo has encontrado, fenomenal, lo has encontrado tu solo en la recta numérica. ¿Y tú qué vas a hacer?
N.- Ya he terminado
P.- ¿No se puede hacer 2 dieces?
N.- No
P.- ¿No?, ¿qué hago entonces?
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11
P.- 9, 10, 11, Ah, vale, ¿entonces ahí cuál va?, ¿cuál va ahí entonces?
N.- El 11
P.- Ah, muy bien, el 11, a por él, ¿sabes cómo se escribe el 11?
N.- Entonces, ¿qué hay que poner?
P.- No sé, piensa, piensa tú a ver qué es lo que crees. Je., ¿qué hacemos entonces?, ¿cuál ponemos aquí?
N.- 11
P.- El 11, vale ¿sabes cuál es el 11?
N.- No
P.- ¿Y entonces que puedes hacer para saber cuál es el 11?
N.- Ver la recta numérica
P.- Pues hala, toma la recta numérica
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
P.- Muy bien Je., buenas noticias, ¿y tú Al., qué vas a hacer entonces después del 13, qué vas a hacer?
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13
P.- Este es el 13, y éste ¿cómo se llamará?
N.- 14
P.- Este se llama 14, vale. ¿Cómo vas tú, corazón?, Ah, vas muy bien. ¿Y tú qué vas hacer ahí So.?
N.- El 14
P.- El 14, vale, venga, pues a ver qué haces ahora Al.
N.- Pues contar
P.- ¿Contar dónde?
N.- Aquí
P.- Aquí en la recta, fenomenal. Je., ¿qué tal vas corazón?, Ah, muy bien ese 11
N.- Después del 11 con el 12
P.- Muy bien, ¿por qué no te vas a por otra recta numérica, que hay más allí?, Al. ve tú, L. te ayuda, ves, ha ido allí para ayudarte. Genial So., fenomenal
N.- Ya está
P.- Muy bien, pues a poner la segunda, Dav., con lápiz, ¿vale Dav.?. Je., ¿por dónde vas corazón?, ah, mira Je., el 11 ya lo tienes, ¿ya ahora qué?, ¿por dónde vas cariño?

N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10, 11, 12, Marisol, 13 ahí
P.- No, no lo veo corazón, a ver ¿cuál es la casilla gris que tienes que completar ahora?
N.- Esta
P.- Vale, ¿y qué número tendrás que poner en ésta?
N.- 16
P.- Pero así como si fuera un acertijo no, habrá que estar seguros
N.- ¿Más de 5?
P.- Porque yo veo aquí este 20 que tú señalas aquí lo veo aquí puesto, venga, piensa a ver qué puedes hacer para estar completamente seguro, Al., Lu. ha venido del otro equipo porque quiere darte una pista, ¿qué pista tienes tú?
N.- Está por aquí
P.- Ah, está por aquí te dice y, ¿cómo sabes que está por aquí?, ¿en qué te has fijado Lu., en qué te has fijado?
N.- Si fuera éste, éste ya está escrito aquí
P.- Claro, si fuera éste ya está escrito aquí el 20 ¿entonces que pasa Lu.?, dile a Al., explícale un poquito
N.- Que si pone el 20 va a estar equivocado
P.- Claro, va a estar equivocado porque ya está ahí puesto, entonces, ¿qué tiene que hacer Al. para estar seguro de cuál es?, ¿en qué se tiene que fijar?
N.- Empieza a contar aquí
P.- Claro, empiezas a contar aquí o miras allí y tiene que ser justo el que va después del número….
N.- Yo puedo contar desde aquí
P.- Vale, pues cuéntalo tú Al., a ver cuál
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19
P.- ¿Cuál es éste, cómo se llama?, cuenta otra vez para estar seguro
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19, 21 Marisol
P.- ¿Seguro?, vamos a contar otra vez, Alan, despacio
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19
P.- 19, con un uno y con un
N.-9,
P.- Venga, a ver qué hacemos ahora
N.- Ya lo sé, hay que poner éste, Marisol
P.- ¿Pero cuál es la siguiente casilla gris que tú tienes que completar, Al.?, si ya has hecho esta, volvemos a em….
N.- Empezar
P.- Venga, pues volvemos a empezar por la línea de abajo ¿cuál será la siguiente casilla?
N.- Esta
P.- Esta, vale. Je., tú ya tienes ésta, te falta ésta ahora, ¿no?, venga a ver qué hacemos ahora
N.- Poner aquí
P.- ¿Por qué?, ¿qué vas a poner aquí, Je.?
N.-
P.- Si te parece pero no estás segura, ¿qué puedes hacer para estar segura?, venga, pues vale
N.-
P.- Venga Al., ¿cuál será el que tienes que hacer ahora, cariño? Je., mira Je., después de éste ¿va éste?
N.- No
P.- ¿Pues qué vas a hacer para estar segura, Je.?
N.- Contar
P.- A ver, Je., vamos a empezar, empieza por ahí. Al., venga, a contar, a ver, ¿cuál es éste Al.? Sí, empieza por el principio como siempre Je. Tú empieza también por tu hoja
N.- No entiendo cuál es
P.- Vamos a hacer una cosa, So.
N.- ¿14? Marisol ¿14?
P.- Pero empieza desde aquí

N.- Ya está
P.- Vale Dav., tienes como misión ahora ayudar a So., no decirle, sino ayudarla a pensar
N.- Marisol, se empieza por aquí, mira
P.- Venga, pero ¿cómo se cuenta Al., hacia dónde va?
N.- 0, 1, 2, 3,
P.- Ah, pero Al., ¿dónde tienes que poner el dedo para contar 0, 1, 2,3?
N.- Aquí
P.- Pues venga, hala pues vamos, vamos
N.- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18, 21
P.- Dieci
N.- 19
P.- 19
N.- 20,21 y 22, un 20 y un 2
P.- Eso es, ¿cómo será, a ver cómo será?, ¿cómo será 22 chicos?
N.- Con un 2
P.- Con un 2 y con un
N.- Un 3
P.- ¿Un 3?, entonces sería ¿veinti……?
N.- 23
P.- 23, para que sea 22?
N.- Otro 2
P.- Otro 2 dice So., 22, Je., pues si tú estás de acuerdo con eso, hala, a por ello
N.- Marisol, mira cuántas casillas me quedan
P.- Sí, pero si lo acabas de decir a Al., venga a ver. Pero siéntate, Je. Hay que trabajar, bien sentados, concentrados, es importante para que las cosas salgan bien. Venga So., ¿cómo vas tú, cariño?
N.- Por aquí
P.- Ah, vale So., vas por aquí, pues venga, empezamos otra vez a ver cuál toca aquí. Ayúdale a contar, Dav.
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: 19, a mí me faltan 2
P.- Vamos Al., pues venga, empieza a contar otra vez. Venga Je., que te falta menos
N.- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27 Un 7 y un 2
P.- Perfecto, vale, fenomenal, 27, Muy bien Al.
N.- Sólo me falta una
P.- Vale, pero, ¿dónde va a ir ese?
N.- 19, Marisol
P.- Ah, pero después del 13 mira cuál va, ¿cuál va después del 13?
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28 y 29
P.- Muy bien Al., muy bien. ¿Cómo vas tú corazón?, muy bien So., ¿te has fijado que después del 18 viene un 19?
N.- Sí
P.- Muy bien So., en la recta numérica te has fijado fenomenal, muy bien. Hala, cámbiale el sitio a Je., corazón, ya puedes decorarlo
N.- Por qué
P.- Porque ahora me voy a poner más despacio con Je., vamos Je., ¿cómo vamos?, ah, ibas muy bien ¿pero es que el 14 lleva primero el 4 y luego el 1?
N.- No
P.- Pues venga, colócalo como
N.- Así
P.- Ah, vale pues fenomenal, pues venga, cámbialo. Je., atenta a lo que estás, ¿cuál es la siguiente casilla que hay que hacer?
N.- Esta
P.- Esta vale, pues ¿qué haremos para saber qué número es éste?
N.- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
P.- Ve despacito, ve despacito

N.- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26
P.- ¿Cuál va después del 26, entonces?, mira aquí el 26, ¿cuál va inmediatamente después?
N.- Este
P.- ¿Sabes cómo se llama?
N.- 22
P.- ¿22, seguro?, ¿qué número es éste Je.?
N.- 26
P.- Pero éste, este de aquí, ¿cómo se llamará?
N.- 27
P.- Ah, vale, pues fenomenal, pues hala ponlo allí
N.-
P.- Vas muy bien So., ya veo que lo que tú haces es contar y luego fijarte en la recta numérica para ver cuál es el que está al lado ¿verdad?
N.- Sí
P.- Vale So., muy bien
N.- Ya sólo me falta uno
P.- Pues venga, a por él
N.- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26, 27,28,
P.- ¿Cuál es el que estás buscando, entonces?
N.- 29
P.- 29, pues vale, vamos a buscar
N.- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26, 27,28,29
P.- ¿Pero este seguro que es el 29?, ¿29, seguro?, ¿cuál va después del 28?
N.- Este
P.- Ajá, entonces ¿éste es el 29?, no este es el 30 ¿verdad? Vamos a quitarlo y vamos a poner
N.- Yo sé contar hasta 30
P.- Ya lo sé, tú sabes contar… vas muy bien, So.
N.- Yo sé contar hasta 30 sin la recta numérica
P.- ¿Sin la recta numérica?, vale, pero ahora lo que tenemos que poner es el número que falta
N.- No sé
P.- Sí sabes
N.- No sé cuál es
P.- Sí sabes, inténtalo, So.
N.- (está contando) 26
P.- Fantástico, Je., muy bien corazón, pues a ponerlo aquí. Ahora, entonces, ¿cuál va después del 26?
N.- El 27
P.- Fenomenal, hala, vamos a por él
N.-
P.- Este no es el 7, el 7 es como éste
N.-
P.- ¿Qué te falta, So.?
N.- El 29
P.- Muy bien el 29, perfecto. Vale, So., lo pones y a desayunar.

Cuarto equipo

P.- A ver, chicos, contadme que hay qué hacer
N.- Poner el nombre
P.- Mirad lo que está haciendo D., está leyendo lo que pone, vamos a leer lo que pone, venga
N.- Busca números que faltan en las casillas grises
P.- Vale, entonces qué hay que hacer
N.- Que hay que poner los números en las casillas grises
P.- ¿Y en las otras hay que poner algo?
N.- No

P.- No, vale, pues hala, vamos allá
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
P.- ¿Dónde vas a poner ese 10?, ah, el 10 lo tienes aquí, ¿entonces?
N.- 11
P.- 11, vale. Lu. también emplea la misma estrategia de contar, ah, mira, y Lu., como no está segura, se va a mirar la recta numérica, claro, mira qué buena idea. D., ha tenido una buena idea Lu. y Cl., Cl., si quieres coge tú la recta de ahí abajo, de las de ahí abajo. D. cógete una regla de las de ahí abajo, así no te tienes que levantar
N.- 14, 14 aquí
P.- Fenomenal, O., esta te ha salido directamente
N.- 14……….
P.- 14, te asaltan las dudas, ¿qué puedes hacer?, ¿dónde puedes mirar a ver cómo es el 14?
N.- Aquí
P.- Vale, fenomenal
N.- …
P.- ¿Seguro que ese es un 14?
N.- Un 1 y un 4
P.- ¿Entonces qué opinas, Cl.?
N.- Ya está
P.- ¿Dónde te has fijado esta vez?, ¿allí has ido a buscar cuál iba después del 13?
N.- Sí
P.- Vale, fenomenal. ¿Y tú, cómo lo estás haciendo, D.?, ¿tú cómo lo haces para estar segura?
N.- 28
P.- Vale, tú lo has hecho sólo con la mente, ibas calculando e ibas escribiendo, vale J., ¿no te has tenido que fijar en la recta?
N.- No
P.- Vale, J., pues hala, pon la fecha, la fecha, lo guardas y te vienes
N.- 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18, 19
P.- Muy bien, fantástico
N.- Para el 19 un 1 y un 2
P.- Un 1 y un 2 ¿seguro? Pero hay un 1 y un 2 aquí detrás
N.- Aquí se pasa
P.- Claro, venga, vas fenomenal, lo estás haciendo fantástico
N.- Un 9 y un 2
P.- ¿Un 9 y un 2?, ¿dónde hay que poner un 9 y un 2?
N.- Un 2 y un 9
P.- Ah, un 2 y un 9, ¿y dónde lo vas a poner el 2 y el 9?
N.- Aquí
P.- ¿Aquí, después del 18?, pero mira, después del 18, ¿aquí que hay?
N.- El 19
P.- El 19 vale ¿y cómo es el 19?
N.- Con un 1 y un 9
P.- Ah, vale, entonces ahora yo creo que ahora sí que está igual que esto, perfecto
N.- Ya está
P.- ¿Y tú cómo lo has hecho, D.? ¿Cómo lo has hecho tú?
N.- (señala las columnas, coinciden en las unidades)
P.- Mira, O., mira lo que ha descubierto D., por columnas los números acaban igual, la fila del 1, la fila del 2, la fila del 3
N.- la fila del 4, la fila del 5, la fila del 6, la fila del 7, la fila del 8
P.- Qué bien, D., ¿y así te has ido fijando por filas?
N.- Sí
P.- Muy bien D., una idea fabulosa
N.- 22, 22………….
P.- Vale, fenomenal, 22
N.- Ya he terminado

P.- Sí, pero comprueba si estos 2 están igual, compruébalo, mira aquí, porque Lu. está queriendo usar ésta
N.- Ya está, un 2 y un 2, un 2 y un 2
P.- 0, 1 y… ¿cuál va después del 1, Ad., cuál va?
N.- 2
P.- Muy, bien, pues hala, a ver cómo haces el 2, muy bien Ad.
N.-
P.- Venga, a ver cuál te falta a ti, O.
N.- 29, 29, 29…
P.- Fantástico, ponlo ahí. Uy, pero ha salido 72. A ver Ad., ven aquí corazón, Ad., 0, 1 y…
N.- 4
P.- ¿Seguro que después del 1 va el 4?, 1 y…, si tú lo sabes, mira, mira aquí en la recta numérica, míralo aquí, después del 1 cuál va
N.- El 2
P.- El 2, fenomenal, Ad., pues venga, ponlo tú, agarra el papel para que no se te vaya, y a ver ese 2 que bien te sale, venga, a ver cómo acabas ese
N.-
P.- Habías puesto 72, a ver cómo es el 27, ahí vuelve a ser 72 ¿cómo puedes hacer?, ya pero mira, el 27 no empezaba así, venga corazón, vamos a contar
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- 5 y…
N.- 6
P.- 6, vale, venga, ponlo tú
N.- Ya está

5.1.96 OP-PG.- REPRODUCCIÓN DE UN MODELO CON PETICIÓN POR ESCRITO DE PEGATINAS (CASTILLO)

Primer equipo

P.- Mirad mi torre, ¿cómo es mi torre, chicos?
N.- Con gomets morados y con gomets verdes
P.- M. dice que con gomets morados y con gomets verdes, y ¿dónde están esos gomets?
N.- El morado arriba y el verde abajo
P.- Vale, pues mirad, tenéis que mirar bien cómo es mi torre, porque luego la voy a guardar, la voy a esconder y vosotros tenéis que hacer una torre igual que la mía, hay que mirarla bien, Iv., pero me voy a quedar sordita y las cosas que necesitéis me las tenéis que poner por escrito.
N.- Como el año pasado
P.- ¿Qué hicimos el año pasado que se parecía a esto, As.?
N.- Pues escribirte las cosas……..
P.- Igual, ¿vale? mirar bien para que yo lo pueda guardar
N.- A ver
P.- ¿Sí?, ahora os voy a dar una hoja para cada uno, le ponéis el nombre y me escribís lo que necesitéis. Iv., el nombre lo primero, ¿vale? (los niños y niñas comienzan a escribir y me pasan las notas)
N.- Gomets verdes, ay no, que me he confundido
P.- Marisol, necesito gomets, ¿me das gomets de colores verdes y morados?
5 gomets morados
N.- 5 gomets morados
P.- ¿Qué dices Pa.?
N.- 5 gomets verdes
P.- ¿6 morados?, ¿sí Ca.?, quiero gomets morados y verdes
Ah, Pa. dice ¿cuántos?, muy bien
N.- 5 gomets verdes

N.- Marisol, Marisol, que estoy esperando
P.- Necesito gomets de color………..
N.- Verde, 5 gomets verdes
N.- ¿5 gomets verdes has puesto?
P.- Quiero gomets, 5 morados y 4 verdes.
¿Me lo lees?
N.- 5 gomets verdes
P.- 5 gomets verdes, ah…
N.- Y 5 gomets morados
P.- Verdes 4, ah…, verdes y morados, 5 y 4, verdes y morados, 5 y 4. No sé, 5 y 4
N.- No, 4 verdes
P.- Vete a comprobarlo, Pa., a ver si está bien (la torre original está colgada en otro lugar de la clase, al finalizar la suya comparan con ella).
¿Sí?, ¿está igual?, pues a decorar tu torre.
A ver tú si me entero
N.- A ver si te enteras ahora, 5 gomets verdes
P.- 5 gomets… ¿dónde pone eso?, ¿dónde pone 5 gomets verdes?
N.- 5 morados y 4 verdes
P.- Pero ahí pone 24
N.- No, no pone 24
P.- Sí, un 2 y un 4
N.- Marisol. 5 morados
P.- 5 morados, vale.
¿Me das gomets, por favor, de color morado 6 y gomets verdes 4? Ah, gomets verdes 4
N.- Al revés, Iv., así, así tienes que poner los morados
P.- ¿Me lo lees?
N.- 4 gomets verdes
N.- Marisol, necesito otros…
P.- Ahora está mucho mejor, coloréalo.
Ah, ven a comprobar a ver si está igual, a ver, morados 5, verdes 4, morados 5, verdes 4, tienes que comprobar si está igual que el mío ¿vale?
N.- Está igual
P.- ¿Está igual, seguro?, ¿seguro que están iguales?, ¿seguro?, ¿no hay ninguna diferencia?, venga arréglalo que tú sabes.
¿El tuyo está igual?
N.- Sí
P.- Vale, pues entonces ya puedes decorarlo como tú quieras
N.- ¿Y el mío?
P.- No está igual, si lo sabes
N.- Está igual
P.- ¿Por qué?, a ver, ¿por qué no está igual?, a ver, mira la parte de arriba, ¿cuántos gomets hay?, ¿qué ha pasado?, a ver, ¿qué ha pasado, Iv.?
N.- Que…
P.- Pues venga, a ver cómo lo arreglas, corazón.
¿Están iguales?
N.- Sí
P.- Pues hala, a decorar tu torre
N.- Quiero gomets
P.- Tendrás que pedírmelos.
Marisol, necesito mora… necesito gomets verdes
N.- gomets morados 5
P.- ¿Esto es un 5?, ¿seguro?
N.- Es un 2
N.- Marisol, necesito gomets morados
P.- 5 gomets………….

N.- Es que no me sale verde
P.- Muy bien, corazón, a ver, comprueba a ver si está igual ¿está igual?
N.- Sí
P.- Ah, ¿y de dónde has sacado los verdes?, Ah, porque has vuelto a escribir sobre lo que a tenías, ah, pues hala, ya los puedes decorar, muy bien
N.- Marisol, ¿y los gomets verdes?
P.- Ya te los di
N.- Pues no los tengo
P.- Aquí, mira
Ay qué bonito, Ca.
Decóralo
N.- ¿Con qué?
P.- Con ceras, con rotus

<u>Segundo equipo</u>

P.- ¿Listos? Mirad, vamos a hacer este castillo ¿cómo he decorado yo este castillo, a ver?
N.- Con gomets morados y verdes
P.- Con gomets morados arriba y verdes abajo, dice L. y, ¿son los mismos gomets aquí que aquí?
N.- Aquí hay 4 y aquí hay 5
P.- Vale, pues ahora lo tenéis que mirar un buen rato porque luego lo voy a esconder y tenéis que hacer el mismo castillo que el mío, pero sin verlo y me voy a quedar como si estuviera sordita, así que tenéis que apuntar lo que necesitáis en una hoja y me la enseñáis, y con lo que yo entienda, así os lo doy ¿sí, Da.? Miradlo bien, míralo bien Dav. que lo voy a guardar enseguida
N.- 1, 2, 3, 4, 5
P.- Mirad que estrategia está usando L., los está contando para estar segura de cuántos me tiene que pedir
N.- 4 y 5 te tengo que pedir
P.- ¿Je., ya te lo sabes?
N.- 5 y 4
P.- Vale chicos, tomad, ponéis el nombre y apuntáis que es lo que queréis que yo os dé, poned el nombre lo primero para que yo sepa quién me ha pedido las pegatinas.
A ver, a ver, qué me vais a pedir….. Da., hala, apunta que mes vas a pedir
N.- 5 morados y 4 verdes
P.- A ver, voy a leer lo que me han puesto, 4 pegatinas verdes me ha puesto L., ah, lo entiendo muy bien, 4 pegatinas verdes, pues 4 pegatinas verdes
N.- 5 gomets verdes
P.- ¿Eso pone aquí, seguro? ¿5 gomets verdes?, no lo entiendo Je., necesito que me pongas algo más, no lo entiendo bien. Necesito que me pongas algo más, no lo entiendo bien
Dav. me dijo 4 verdes y 5 moradas,
Ic. dice 5 pegatinas moradas
¿Me lo lees?
N.- 5 pegatinas moradas
P.- ¿Eso pone?, ¿dónde pone 5?
N.- Ah, vale es que se me ha olvidado ponerlo
P.- Ah, vale ¿quieres que lo lea?
N.- Pone 5 moradas
P.- Vale, pues ahora comprueba a ver si está igual que la mía ¿está igual?
N.- No
P.- ¿Qué falta?, ¿qué pasa?, ¿qué es lo que tienes?
N.- Marisol, ya he terminado
P.- ¿Sí?, vete a comprobar con la torre a ver si es igual, está aquí la torre, vete a comprobar a ver si es igual

1 morada, toma una morada.
A ver, aquí Da. me pone 5 pegatinas moradas y 4 pegatinas, ¿5 pegatinas moradas y 4 pegatinas? 5 pegatinas moradas, eso sí lo sé, pero 4 pegatinas
N.- ¿y ahora?
P.- A ver, ahora ¿está igual?, mira a ver, sí, muy bien, hala ponle tu nombre y cógete la careta.
(…)
N.- Con la e
P.- Ahora sí, fenomenal, Da.
N.- Marisol, me he equivocado
P.- Pues pídele la goma
Qué bien se la has pedido
N.- He hecho el 5 como un 2
P.- Ah, mira, es verdad, qué bien te has dado cuenta, ya veo que estás mirando la recta numérica para poder hacerlo muy bien.
5 gomets morados, vale
N.- Mira, lo he hecho igual
P.- ¿Qué tal vas, Je.? Venga, ¿comprobamos?, ¿qué tal?, ¿bien?, hala, pues pon tu nombre y a hacer la careta, cielo
¿Qué pasó con las pegatinas verdes que me pediste 5?
N.- Que 1 me sobraba
P.- ¿Qué una te sobraba?, vale
A ver, Da., comprueba tú a ver ¿cómo está, corazón? Da., ¿cómo está?
N.- Bien
P.- ¿Sí?, que cara de contento, te gusta cuando está bien. Hala, pon ahí el nombre, lo guardas para hacer la careta, mira, ésta te la guardé a ti para ser caballero el día del banquete.
Je., tienes que guardar tu castillo primero

<u>Tercer equipo</u>

P.- Tenéis que hacer una torre igualita que la mía, igualita que la mía, mirad la mía ¿cómo es esta torre?, ¿cómo es esta torre, Ad.? Para que sea igualita que la mía ¿qué hay que hacer?
N.- Hay que ponerlos aquí como esto
P.- Hay que ponerlos arriba y abajo como aquí, como en mi torre
N.- Poner 3, 4, 5
P.- Cl., 5 cómo
N.- 5 de morado
P.- 5 de morado, ¿y abajo?
N.- 1, 2, 3, 4 verdes
P.- 4, ya veo que los estáis contando todos, pero va a ser un poco difícil, Ad., porque la voy a esconder, la voy a guardar, así que tenéis que tenerlo aquí en la memoria, y una cosa más, me voy a quedar como sorda, así que lo que necesitéis me lo tenéis que escribir en el papel y que yo lo entienda bien para que os lo pueda dar, porque si no lo entiendo bien no os voy a poder dar lo que me pedís, venga, miradla un momento que se va. A ver cómo vais a apuntar aquí lo que necesitáis, yo lo tengo aquí preparado y anotadme lo que necesitáis.
Ad., apúntalo ahí los gomets que necesitas para tu castillo, sí, pues ponlo, necesito gomets y me dices cuántos, Ad.
4, 7 y 2 tomates, 7 y 2 pelos ¿qué necesitará?, ¿qué necesitas, O.?
N.- 3
P.- Pues Ad., necesito gomets, ¿cuántos gomets necesitas, Ad.?, ¿qué has puesto Ad., qué has puesto?, ¿me lo lees?, léemelo, corre, ¿qué has puesto? léemelo
N.- Como igual
P.- Como igual que ésta, y aquí ¿qué has puesto?, léemelo ¿qué has querido decirme aquí?
N.- Quiero gomets
P.- Vale, y ¿cuántos quieres, Ad., cuántos gomets quieres?
N.- 5

P.- 5, ¿de qué color?
N.- verde
P.- Venga, apúntalo ahí, 5 verdes, si es eso lo que necesitas.
¿Me lo lees, Lu.?
N.- 5 gomets morados
P.- 5 gomets morados
N.- Ya está, Marisol
P.- Con V. ¿Qué has puesto, Ad., aquí, qué has puesto?, ¿me lo lees, porfa?
N.- Necesito 5 gomets morados
P.- A ver, O., no lo puedo entender, no lo puedo entender todavía
N.- 5 morados y 4 verdes
P.- 5 morados y 4 verdes, dice D.
N.- 5 morados y 4 verdes
P.- Esto lo he entendido, 4 verdes y 5 morados
O., necesito más pistas, no lo entiendo
Ad., ¿me lo lees?, ¿me lo lees, cariño?, ¿qué has puesto ahí?, ¿cuántos gomets necesitas?, ¿de qué color?
A ver, necesito gomets morados 5, 4 verdes, vale, 5 morados, 4 verdes, vale corazón.
O., a ver cómo lo poner que no me he enterado de lo que has puesto,
Pero ¿dónde se ponen los gomets? Adrián, ¿dónde se ponen?, ¿dónde hay que ponerlos, Ad.?
N.- En la torre
P.- ¿Y dónde estaban los verdes en la torre, dónde estaban?
¿Qué vas a hacer, O.?
Comprueba a ver si es igual, ven aquí a comprobarlo, a ver. 4 verdes, vale.
O., ¿qué podrás hacer para que yo sepa lo que quieres?, a ver ¿cuántos de éstos necesitabas?
N.- 5
P.- Venga, a ver, pero éstos no eran 5.
Vete a comprobarlo, corre, a ver si está igual
N.- Está igual
P.- ¿Está igual?, pues a decorar
5, pero ¿de qué color?
N.- Morado
P.- Venga, a ver
Ad., ¿qué más necesitas? Ad., mira, mira el castillo otra vez, Ad.
N.- El mío es éste
P.- Vale, pero tú lo tienes que hacer igual que el mío ¿cómo lo vas a hacer para que sea igual que el mío?, míralo bien, Ad., ¿qué color hay arriba?
N.- Morado
P.- ¿Y abajo?
N.- Verde
P.- ¿Cuántos hay arriba?, ¿qué Adrián, qué?, no te oigo, Ad., chicos que no oigo a Ad., ¿qué me has dicho?
N.- Morados
P.- Morados, venga, y estabas escribiendo mo….
N.- Morado
P.- Pues venga, escríbelo aquí, pero hay que empezar por aquí, O., porque si no te va a salir del revés, mooooorado
N.- Momomo…
P.- Ad., ¿necesitas algo más?, ¿necesitas algo más, Ad.?, ¿quieres más gomets?
Moraaaaados, moraaaaados
N.- La O
P.- Muy bien
N.-Ya está
P.- Ves, ahora lo entiendo fenomenal

Muy bien, O., a ver que te falta. Venga, ahora anótame lo que necesites pero que yo lo pueda comprender
Qué bonito, Ad., muy bonito ¿quieres seguir Ad.?
N.- Quiero 4 verdes
P.- Pues apúntalo, ya sabes que yo necesito que lo apuntes, apúntalo O., venga ¿qué te falta, O.?, poner ahí morado, cua………… ¿qué es lo que necesitas de verdad?
N.- 4 verdes
P.- Venga, a ver, 4 verdes. Venga O., a ver, ¿cómo vas a poner 4 verdes?, vale, perfecto, como tú elijas ponerlo, no pasa nada, venga, 4 verdes
N.- Ya está, 4 verdes
P.- ¿Dónde pone verdes?
N.- Aquí
P.- No, aquí pone morado y aquí pone 4,4, venga a ver, ya pusiste el 4 ¿no? ya pusiste el 4. 4 verdes
N.-la b
P.- Muy bien, veeeerdes, 4 veeeerrrrr, veeerrrde
N.- Ya está
P.- Muy bien, hala, ahora ya sí

<u>Cuarto equipo</u>

P.- Chicos, vamos a ver, mirar, yo voy a tener mi castillo, ¿vale?, y a mi castillo le voy a poner unos gomets, fíjate bien como se los voy a poner. ¿Listos?, voy a coger y voy a poner ¿atentos?
N.- Un morado, uno verde, un morado, uno verde
P.- ¿Seguro que lo estoy poniendo así?
N.- Morado, morado
N.- Una línea morado, una línea verde
P.- Tú dime que he puesto, Ju., dime que he puesto
N.- Morado
P.- Morado, vale, ahora
N.- Ahora verde
P.- Ahora veras, voy a ponerlos, ¿vale?, mira Se. Ik. está contando con el dedito, se ha puesto a contar
N.- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
P.- ¿Por qué has contado hasta 9?, Ik.
N.- Hay 9
P.- ¿Porque hay 9 gomets?
N.- 5
P.- Cl. dijo 5 porque los contó todos seguidos, sin embargo, Se. Dijo 5 señalando arriba y cuatro señalando abajo
N.- Porque este es más largo
N.- 5 más 4 igual a 9
P.- Ah, cómo dijo Ik. Pues mirar, tenéis que fijaros bien en este castillo porque tenéis que hacer un castillo igual que el mío, pero el mío no lo vais a poder ver porque yo lo voy a esconder. Ahora veréis que más, mirarlo un rato, sólo os digo una cosa, no me vais a poder hablar, si queréis los gomets, tenéis que anotarlo en este papel y darme el mensaje sin hablar, porque yo me voy a quedar sordita, no voy a oír nada y si queréis decirme que gomets queréis tenéis que anotarlo en este papel, os dejo un rato para que os aprendáis el castillo de memoria para poder hacer el mismo que el mío.
N.- Esta chupado, uh chupadito.
P.- Venga, a ver, tú ¿qué dices?, ¿ya te lo sabes?, ¿y tú?, ¿ya lo puedo guardar? Cl., ¿tú qué dices?, venga, míralo bien un ratito, míralo bien un ratito Ik., míralo bien un ratito. Tienes que mirarlo Ik., si no, no lo aprenderás, ¿lo tienes?, ¿ya te lo sabes?, ¿y tú?
N.- Sí

P.- Chicos, ahora somos mudos, ponéis el nombre y me anotáis lo que necesitéis. Poner el nombre
N.- Está chupado
P.- Ya estamos mudos, Ik., ya estamos mudos
N.- Chupado
P.- Cada uno que me ponga el mensaje por escrito aquí de lo que necesitáis
N.- Está chupado
P.- Ik., pon el nombre lo primero. Lo que tú quieras, pero ya
N.- Un cuento de los castillos
P.- Ju. y Se. han escrito morado y yo les he dado un morado, Sa. e Ik. lo mismo y Cl. ha escrito lo mismo, así que le he dado un morado. Ju. vuelve a escribir morado así que le he dado un morado. Se. escribe verde, así que le doy verde. Morado escribe L., así que morado. Morado escribe Cl.
P.- Tú no me estás pidiendo nada Ik. Ik., no es para colorear, cariño, es para que me pidas qué necesitas.
P.- Morado escribe Se. Morado escribe Ju. Tú escribes otra vez morado y L. lo mismo. Morado escribe Cl., Cl. ha escrito 3 veces morado. Ya ha escrito L. 4 veces morado, me los pide así y Ju., lo mismo, morado. Verde, morado. ¿Qué necesitas, Ik.?
N.- Cuál es la b?
P.- Verde, la de las barrigotas. L. ya ha escrito 5 veces morado y Sa., lo mismo, cada uno escribe morado, lo mismo Cl. y lo mismo Se.
N.- Yo necesito verde
P.- A ver cómo lo has puesto, verde
N.- Morado
P.- Morado, no oigo nada, yo sólo puedo leerlo. Ahí pone verde
N.- Morado
P.- No oigo, si quieres algo escríbelo aquí, no oigo nada
N.- Ya está
N.- Morado, verde
P.- Se. lo tiene, Se., ven a comprobar aquí si es igual que el tuyo, a ver, ¿tú me pides algo más? Vete a comprobar si es igual que el tuyo. Tú también, vete a comprobar si es igual
N.- Es igual
P.- Pues ala, decóralo cómo tú quieras
N.- ¿y yo?
P.- A ver, vete a comprobar si es igual. Te has puesto contento ¿eh?
N.- Pero necesito un
P.- No, está bien así. Pero, ¿con eso?, ¿no quieres lápices de colores? Usa lápices de colores.
P.- ¿Es igual?, muy bien
N.- Lo voy a pintar, ¿vale?
N.- Lo voy a pintar, por favor
P.- Sí, lo que tú quieras, lo puedes decorar cómo tú quieras
P.- Ik. escribe o a i, pero me dice que está escribiendo morado (para el audio)
P.- ¿Quieres ir a comprobarlo, Cl.?, a ver, pues quédatelo y a decorarlo, Cl. (…)
N.- Verde
P.- Perdón, Ik., perdón, que estoy poniendo la mano
P.- A decorarlo, Claudia
P.- ¿Qué has puesto, cariño?
N.- Morado

5.2.123 GD-GG ANÁLISIS DE LAS FECHAS DE NACIMIENTO DE RENOMBRADOS ASTRÓNOMOS

P.- A ver, voy a volvéroslo a enseñar, si Ptolomeo nació en el año 100 y murió en el año 170, ¿con cuántos años se murió?
N.- Con 70
P.- Dav. dice con 70, ¿por qué sabes que con 70?
N.- Porque lo pone
P.- Lo pone, ¿dónde?
N.- Ahí
P.- Aquí pone 100 y 170 pero a mí me gustaría saber cómo has sabido que si nació….
N.- En el otro pone 70
P.- ¿Dónde pone 70?
N.- Ahí
P.- Ah, en el 170, en el uno siete cero, ¿pero y cómo sabes que entonces se murió con 70?
N.- Porque lo pone
P.- A ver, ven a enseñármelo, a ver, sé que me vas a señalar, pero sigo sin entender bien qué quieres decir con que lo pone
N.- (toca el 7 y el 0 de 170)
P.- Porque miras aquí el 0 y el 0 y aquí el 7 y el 0 ¿y con eso ya sabes? Y los demás, a ver quién opina algo, el que opina algo que levante la mano. Tú qué opinas Cl.
N.- A lo mejor porque murió en los años que tenía y los años que tenía eran para morir
P.- Pero, ¿y tú estás de acuerdo con eso que dice Dav. de que se murió con 70 años? Pero, ¿por qué con 70?
N.- Porque lo pone ahí en los años que murió
P.- Pero aquí sólo pone un 100 y un 170 y ya os he explicado que el 100 es el año en el que nació y el 170 es el año en el que murió
N.- Porque murió en ese año y tenía los mismos años
P.- Aja, tú qué crees, Ik.
N.- Que es verdad, es que si era tan viejo ya moriría
P.- Claro, pero como sabemos si es verdad lo que dice Dav. que murió con 70 años, a ver Ju.
N.- Porque a lo mejor, como ahí hay un uno y el uno es muy poco, es un número mucho menos
P.- Ajá, dice Ik. que levantemos la mano para ver si estamos de acuerdo con lo que dice Dav. que murió con 70 años. A ver, pero J. estaba intentando explicarme algo de porqué, por qué, J. ¿Tú también crees que murió con 70 o tú has dicho con71?
N.- Con 1 más
P.- Y ¿por qué dices que con 1 más? ¿Tú por qué crees que murió con 71, que pensaste?
N.- Pero tendría que estar un 7 y un 1 y ahí no hay 1
P.- Ah, si fuera 71 dice Dav. que tendría que haber muerto en el año 71, ¿es eso, Dav.?
N.- No, es que tendría que haber un 7 y un 1, pero no lo hay
P.- Y ¿tú qué crees Da. de todo esto?, ¿tú de verdad crees que murió con 70 años?, pero ¿tú como sabes que murió con 70?, pero, ¿por qué con 70, cómo sabes que Dav. tiene razón?
N.- Pues porque lo pone en la hoja
P.- Pero en la hoja pone 170 no 70, yo pregunto ¿por qué pensáis que de verdad tenía 70?, Da. ¿tú tienes alguna idea al respecto?, ¿alguien tiene alguna idea?
N.- No
P.- Sí, L. tiene una, ¿qué pasa, L.?
N.- Imagínate que quitas el 1, son 70
P.- Quitando el 1 del 100, ah, el 1 del 170. Vale chicos

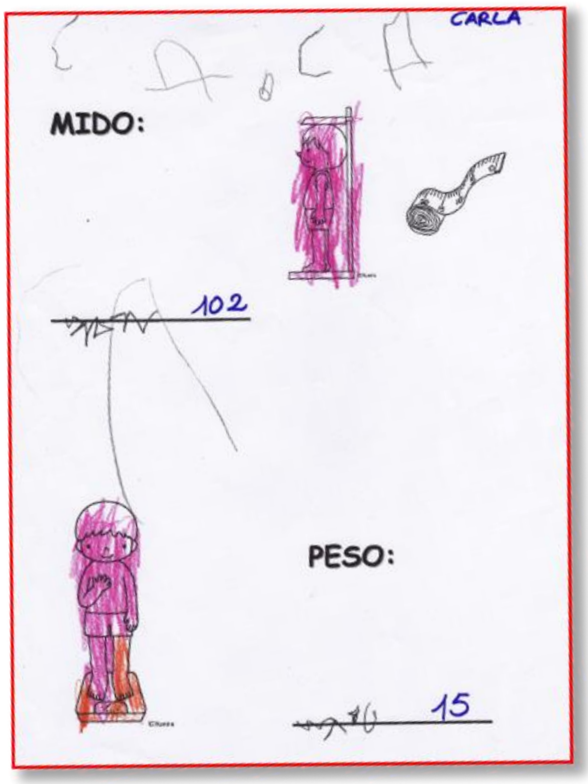
DOCUMENTACIÓN REPRESENTATIVA PRODUCIDA POR LOS NIÑOS Y NIÑAS PRESENTADOS A EFECTOS DE SER REFERIDOS EN LA PRESENTE MEMORIA

3.1-2.7 OP-PG ANOTACIÓN DE LA PROPIA TALLA DE LOS ZAPATOS. ESCANEADO

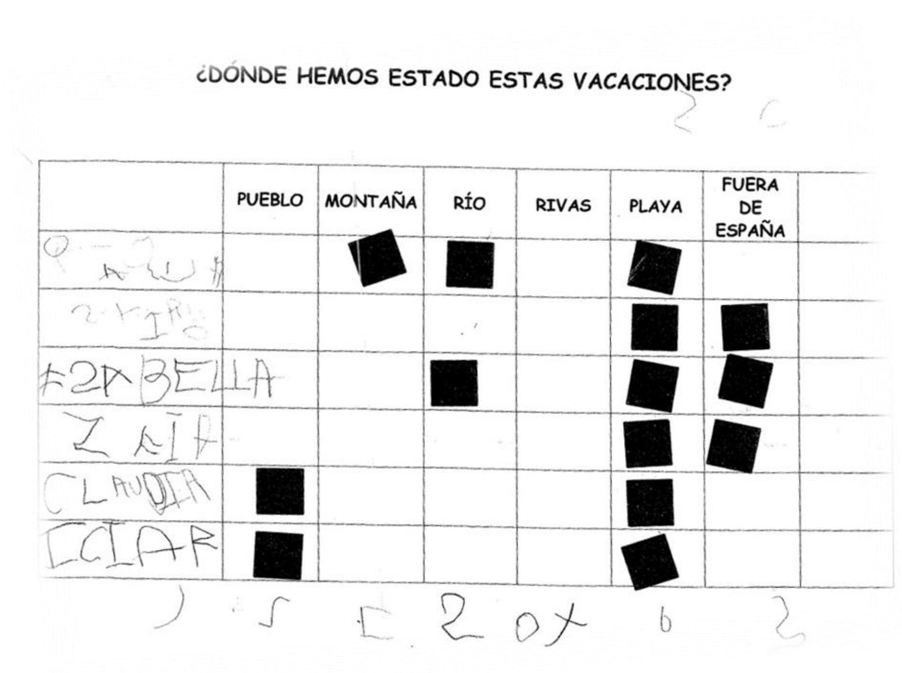
DE PRODUCCIONES ESCRITAS

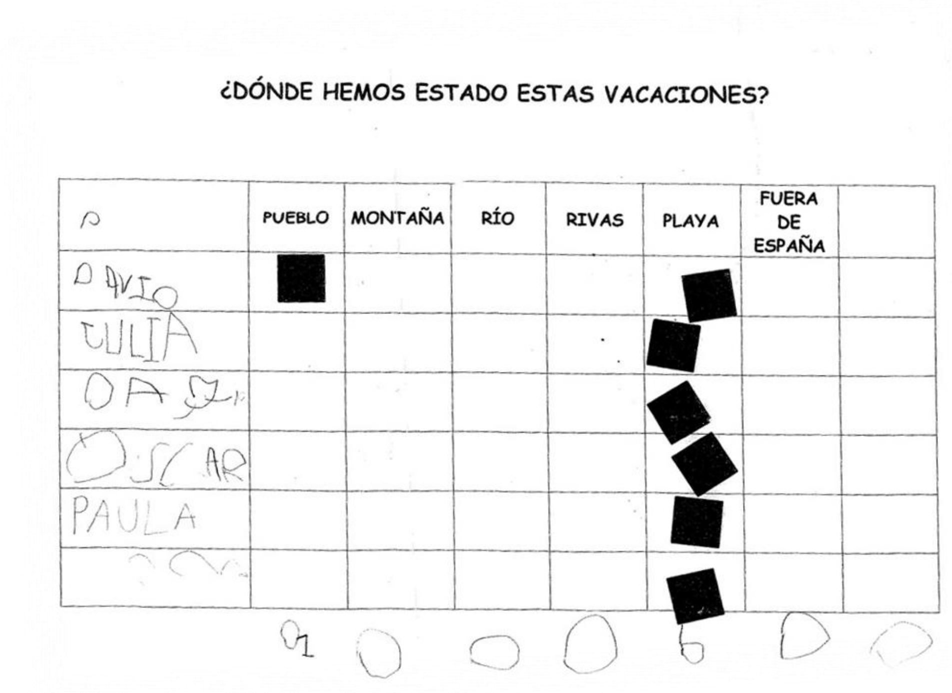
3.2.15 OP-PG/GD-GG MEDICIÓN, ANOTACIÓN DE LA PROPIA MEDIDA Y COMPARACIÓN CON LA DE LOS COMPAÑEROS. USO DEL METRO.

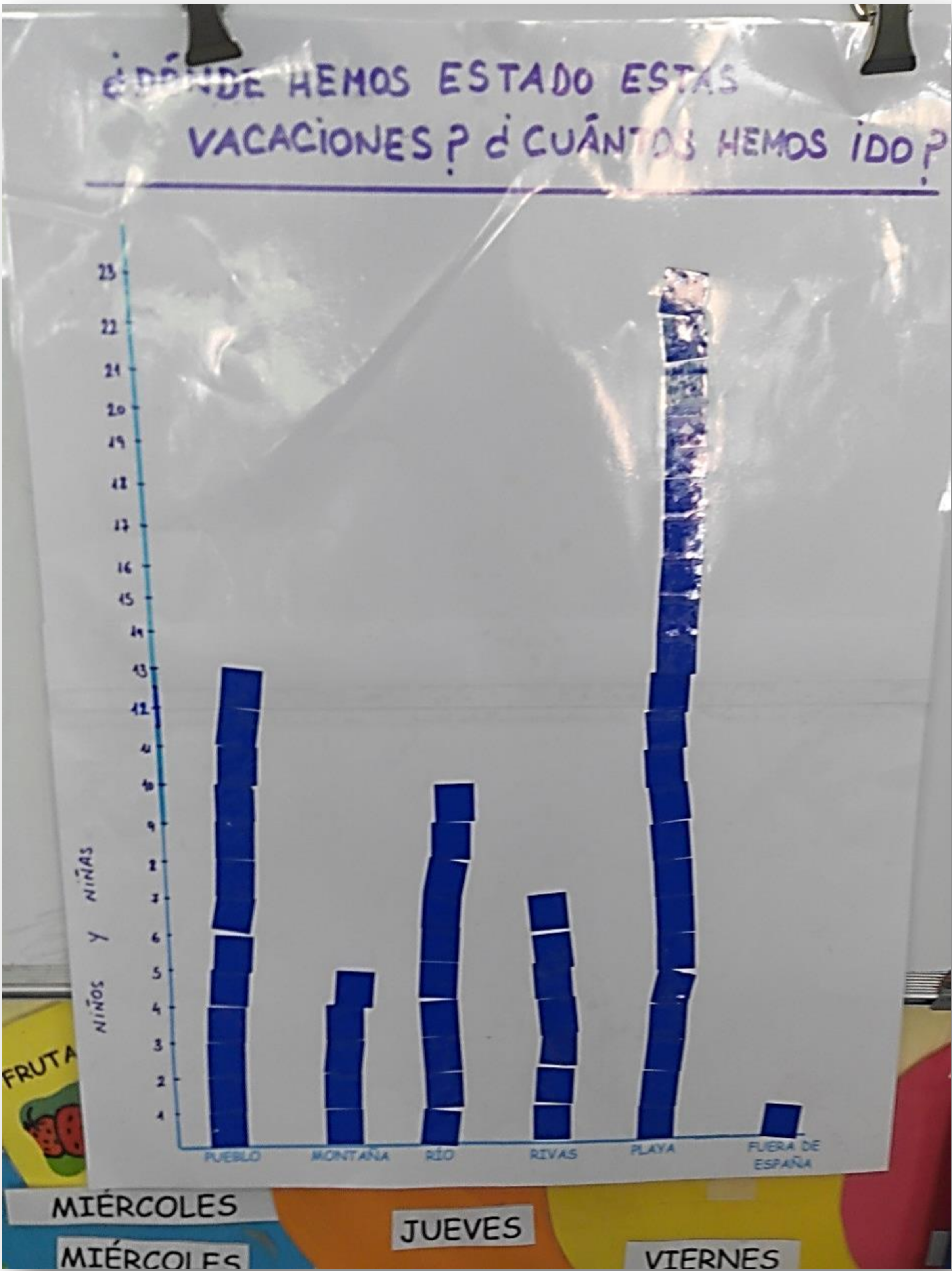
3.2.17 OP-PG MEDICIÓN, ANOTACIÓN DEL PROPIO PESO, Y COMPARACIÓN CON EL DE LOS COMPAÑEROS. ESCANEADO DE PRODUCCIONES ESCRITAS



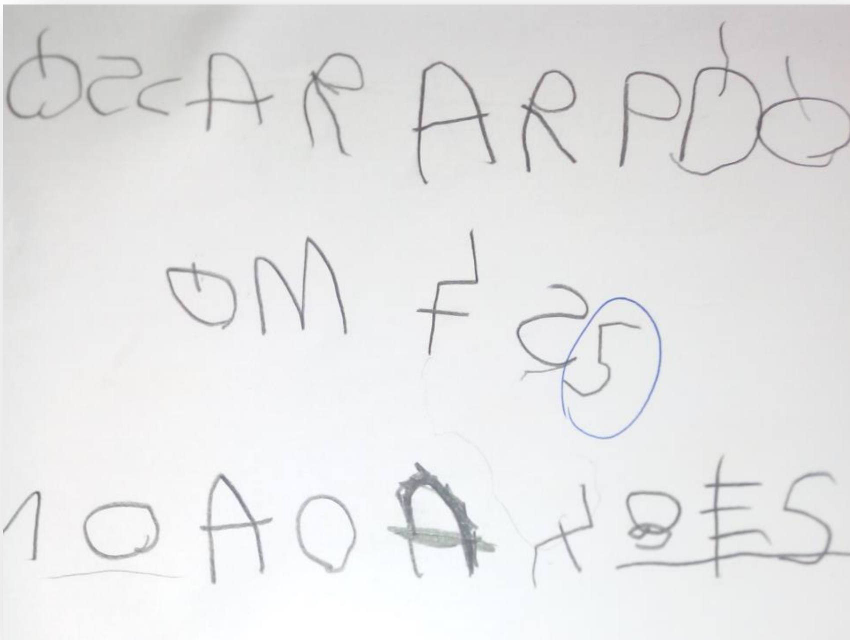
4.1.29 OP-PG/GD-PG ORGANIZANDO DATOS. TABLAS QUE RECOGEN LA INFORMACIÓN DE LOS LUGARES DE VACACIONES DE LOS ALUMNOS. ESCANEADO DE PRODUCCIONES ESCRITAS

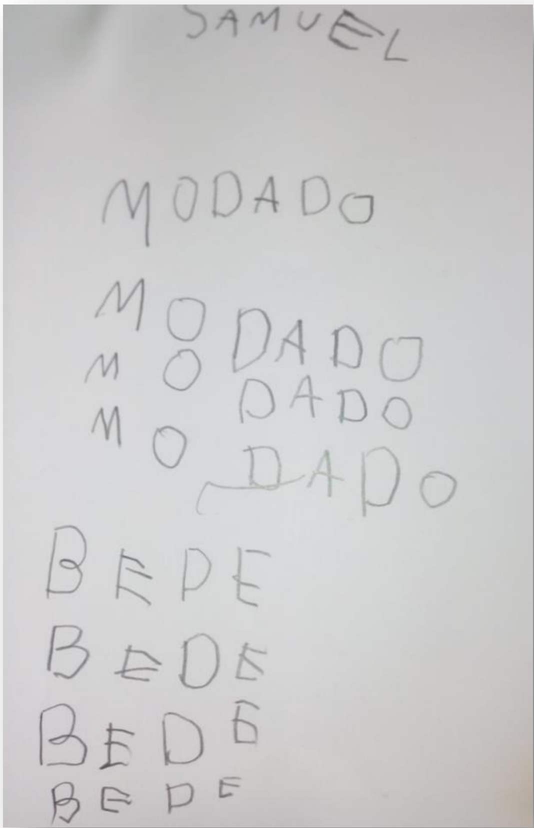


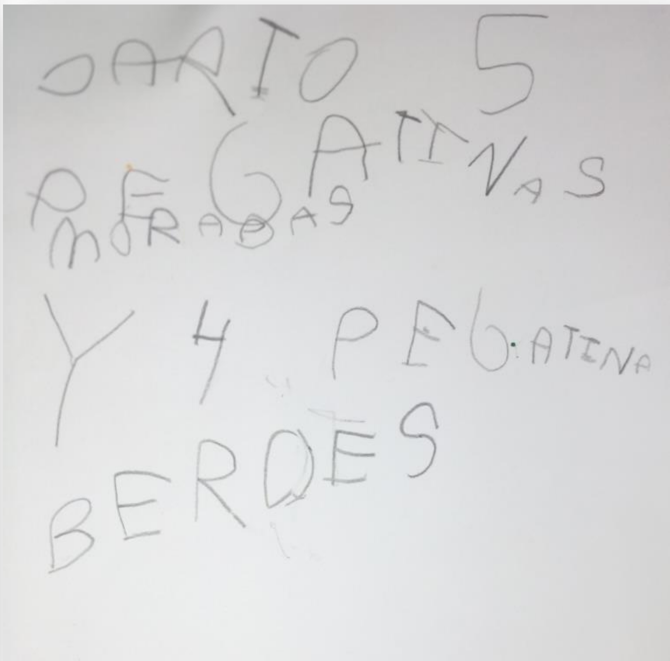



¿DÓNDE HEMOS ESTADO ESTAS VACACIONES? ¿CUÁNTOS HEMOS IDO?
NIÑOS Y NIÑAS
PUEBLO
MONTAÑA
RÍO
RIVAS
PLAYA
FUERA DE ESPAÑA
MIÉRCOLES
JUEVES
VIERNES
FRUTA

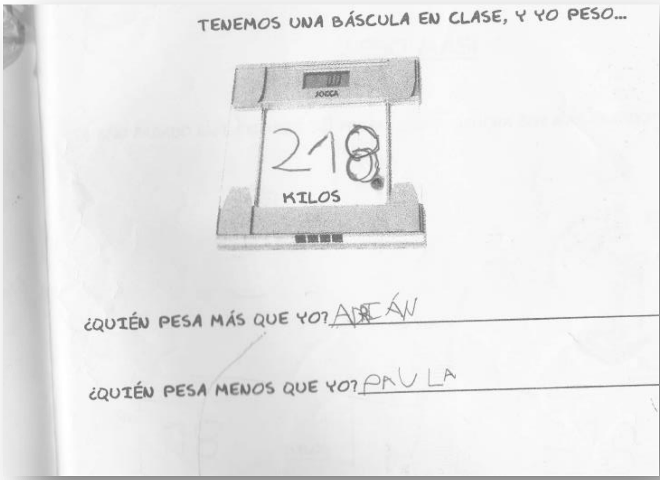
4.2.46 OP-PG REPRODUCCIÓN DE UN MODELO CON PETICIÓN POR ESCRITO DE PEGATINAS NECESARIAS PARA REALIZARLO (ESQUELETO). ESCANEADO DE PRODUCCIONES ESCRITAS



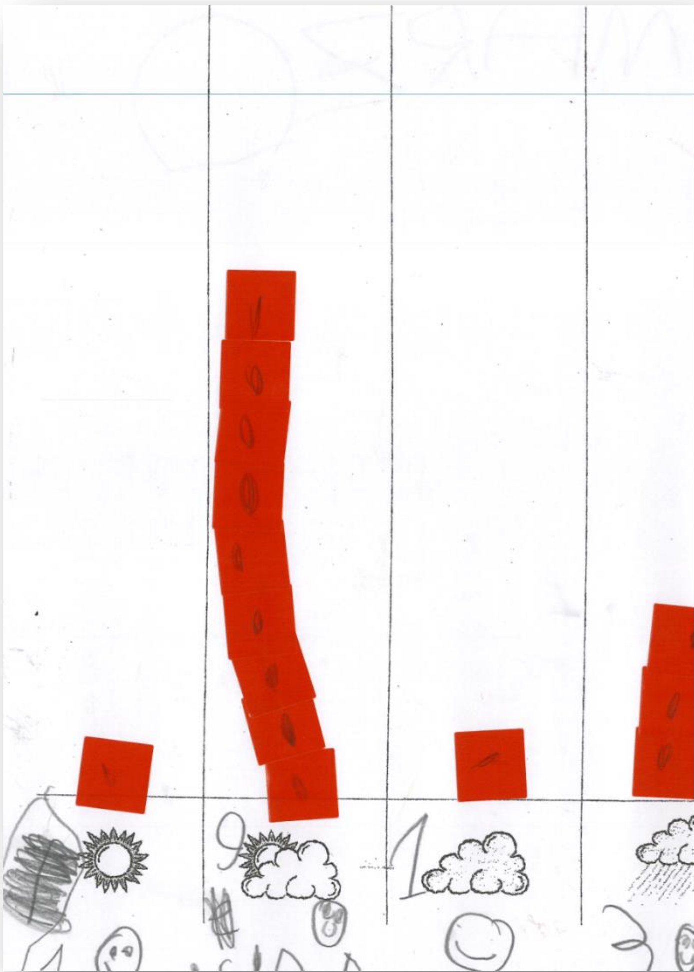




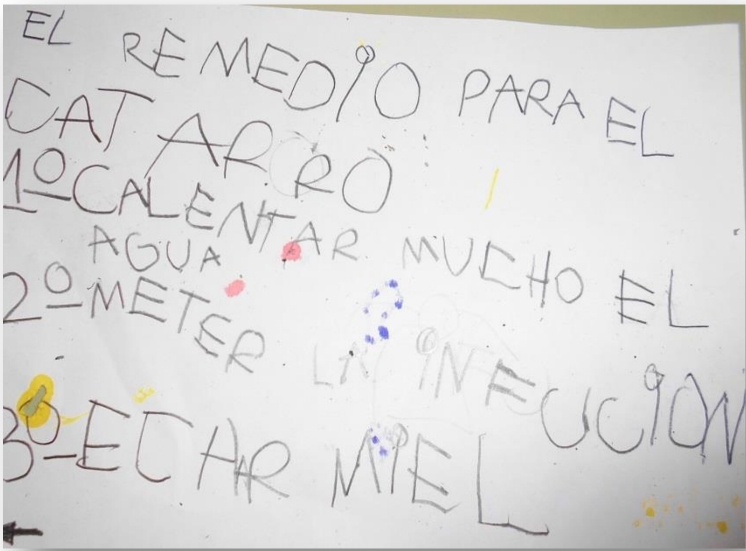
4.2.48 OP-PG CUÁNTO PESAMOS. MEDICIÓN, ANOTACIÓN DEL PROPIO PESO Y COMPARACIÓN CON EL DE LOS COMPAÑEROS. USO DE LA BÁSCULA

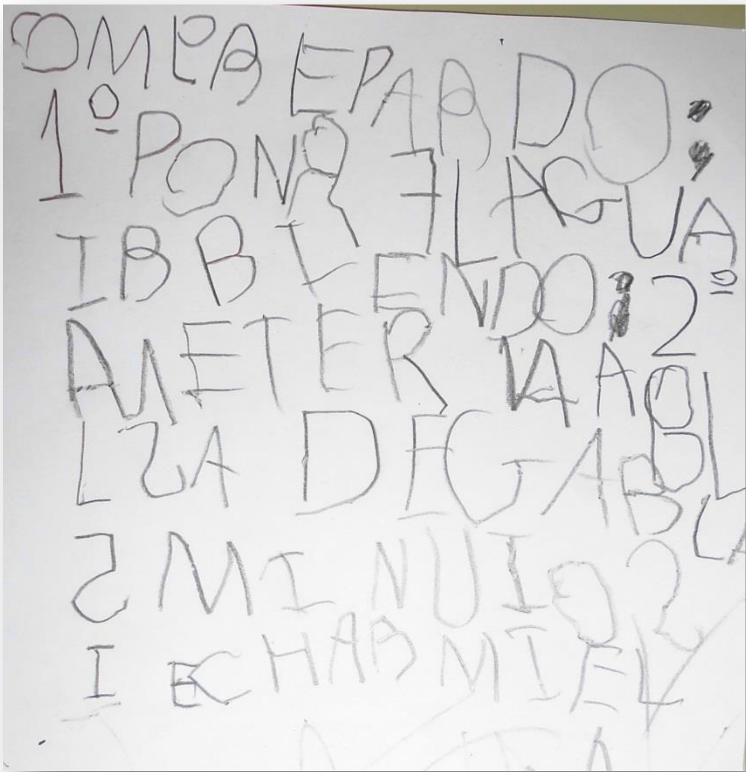


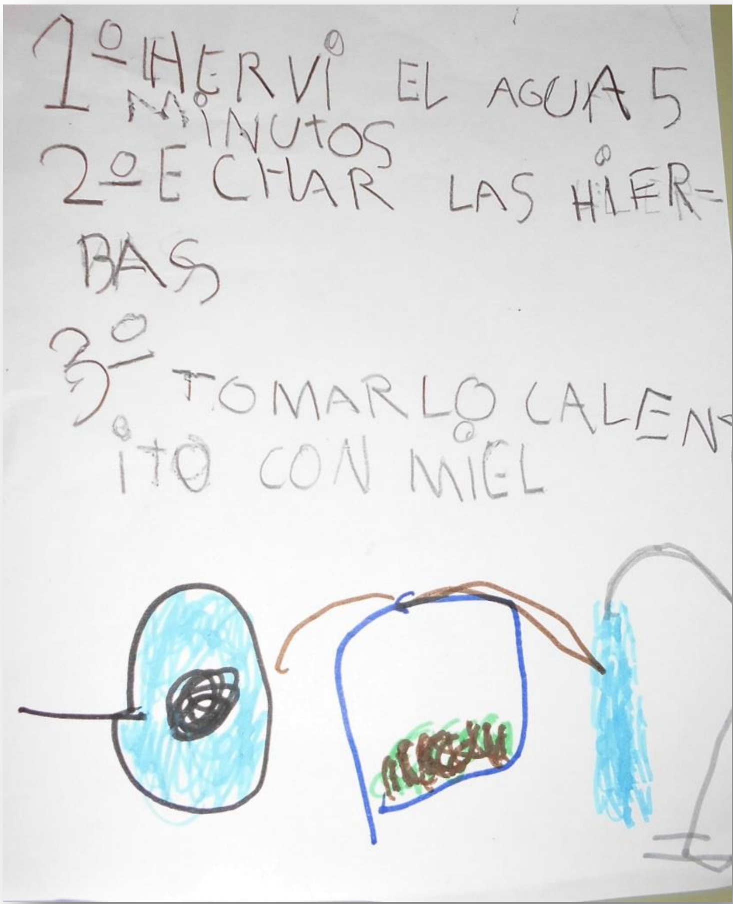
4.2.60 OP-PG GRAFICA DEL TIEMPO DEL MES. ESCANEADO DE PRODUCCIONES ESCRITAS

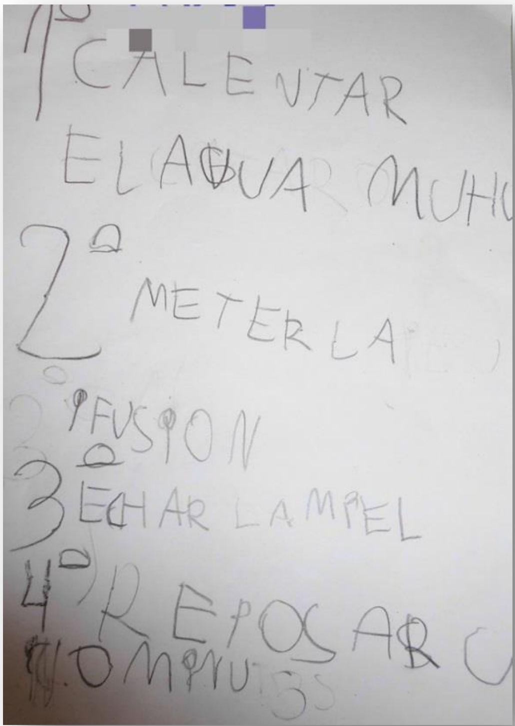


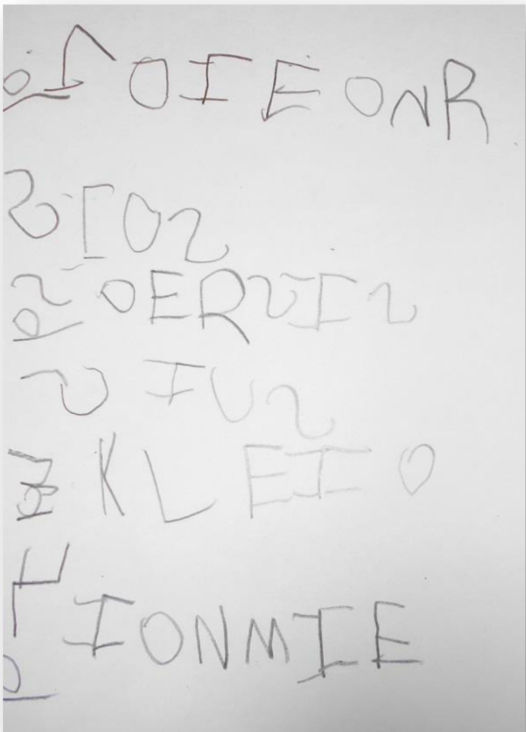
5.1.99 OP-PG TALLER DE AROMAS: ELABORACIÓN SEGÚN RECETA POR CUCHARADAS DE INGREDIENTES. ESCANEADO DE PRODUCCIONES ESCRITAS



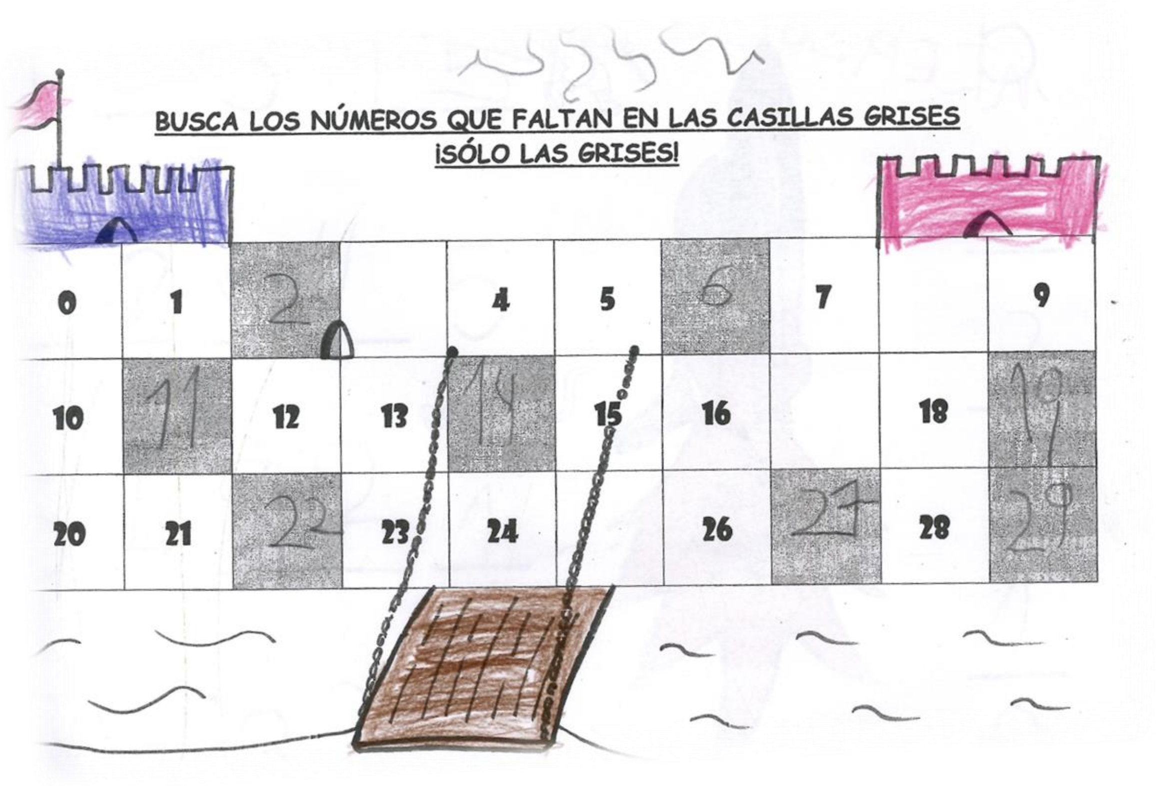



1º HERVI EL AGUA 5 MINUTOS
2º ECHAR LAS HIER-BAS
3º TOMARLO CALENTITO CON MIEL


1º CALENTAR EL AGUA MUH
2º METERLA
IFUSION
3º ECHAR LA MIEL
4º REPOSAR
10 MINUTOS



5.2.107 OP-PG REALIZACIÓN DE UN CASTILLO DE NÚMEROS COMPLETANDO LOS QUE FALTAN SIGUIENDO EL ORDEN DE LA SERIE NUMÉRICA. ESCANEADO DE PRODUCCIONES ESCRITAS

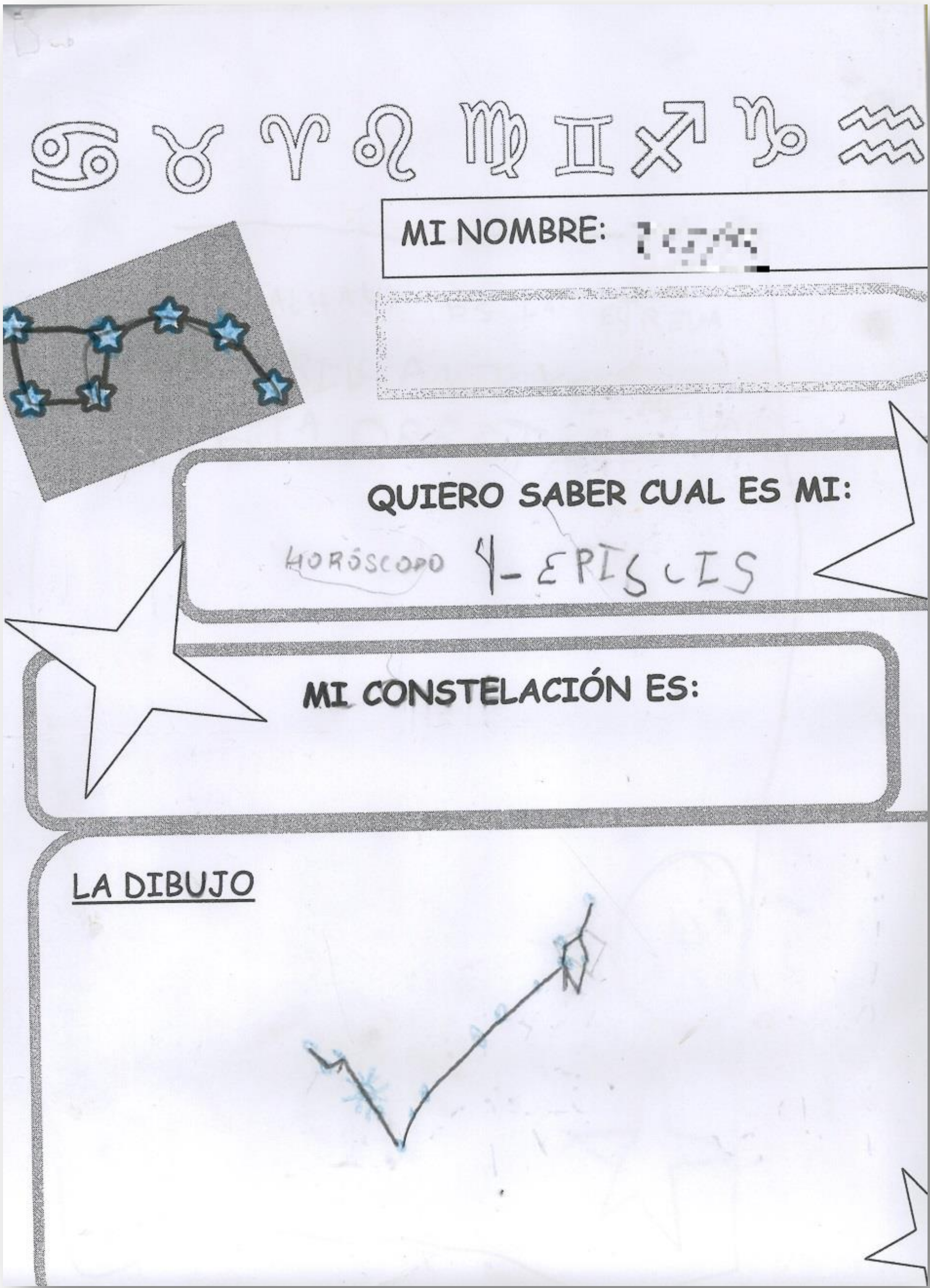


5.2.109 OP-PG ELABORACIÓN DE UNA AGENDA CON LOS CUMPLEAÑOS DE TODOS LOS COMPAÑEROS/AS. ESCANEADO DE PRODUCCIONES ESCRITAS

LOS CUMPLEAÑOS DE SEPTIEMBRE

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
						1
2	3	4	5	6	7	8 LUNA
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

5.2.122 OP-I INVESTIGACIÓN DE LA PROPIA CONSTELACIÓN EN FUNCIÓN DE LA FECHA DE NACIMIENTO. ESCANEADO DE PRODUCCIONES ESCRITAS



FOTOGRAFÍAS REPRESENTATIVAS PERTENECIENTES A LA RECOLECCIÓN DE DATOS EL TRABAJO DE CAMPO (AULA) A EFECTOS DE SER REFERIDAS EN LA PRESENTE MEMORIA

3.1-2.7 OP-PG ANOTACIÓN DE LA PROPIA TALLA DE ZAPATOS. FOTOGRAFÍA QUE ILUSTRA LA BÚSQUEDA DEL NÚMERO EN LA RECTA NUMÉRICA

3.1.8 OP-GG JUEGO "TAPA LA TABLA" (TAPAR TANTAS CASILLAS COMO CANTIDAD SALGA EN UN DADO HASTA COMPLETAR LA TABLA). FOTOGRAFÍA QUE DESCRIBE LA SITUACIÓN-PROBLEMA

3.3.25 OP-PG JUEGO DEL BINGO (NÚMEROS DEL 1 AL 20). FOTOGRAFÍA QUE DESCRIBE LA SITUACIÓN

4-5.1-2-3.27 OP-GG/GD-GG ELABORACIÓN DEL CALENDARIO DEL MES. FOTOGRAFÍA DE LA PRODUCCIÓN ELABORADA POR LOS NIÑOS Y NIÑAS

4.1.37 OP-I REGISTRO DE LIBROS DE PRÉSTAMO DE LA BIBLIOTECA DE AULA EN TABLA TENIENDO EN CUENTA FECHA Y NÚMERO (CÓDIGO) DEL EJEMPLAR

4.2.43 OP-PG JUEGO DE RECORRIDO TIPO OCA PERO MÁS BREVE (ESQUELETO). FOTOGRAFÍA DE LA SITUACIÓN

4.2.54 OP-PG MANIPULACIÓN DE UN PULMÓN DE CERDO (ATRIBUTOS DEL ÓRGANO Y ASOCIACIÓN AL SISTEMA RESPIRATORIO). FOTOGRAFÍA DE LA SITUACIÓN

4.3.68 OP-PG JUEGO DE CARTAS "GUERRA" (COMPARACIÓN DE CANTIDADES). FOTOGRAFÍA QUE DESCRIBE LA SITUACIÓN-PROBLEMA

5.1-2-3.73 OP-GG/GD-GG ELABORACIÓN DE UN CUADRANTE DE RIEGO DE PLANTAS ANALIZADAS SUS CARACTERÍSTICAS. FOTOGRAFÍA DE LA PRODUCCIÓN GRÁFICA DE LOS NIÑOS Y NIÑAS

5.1.83 GD-PG BÚSQUEDA DEL MONUMENTO EN UN MAPA A PARTIR DE VARIAS PREMISAS. FOTOGRAFÍA QUE DESCRIBE EL MATERIAL EMPLEADO Y EL TRABAJO DE LOS NIÑOS Y NIÑAS

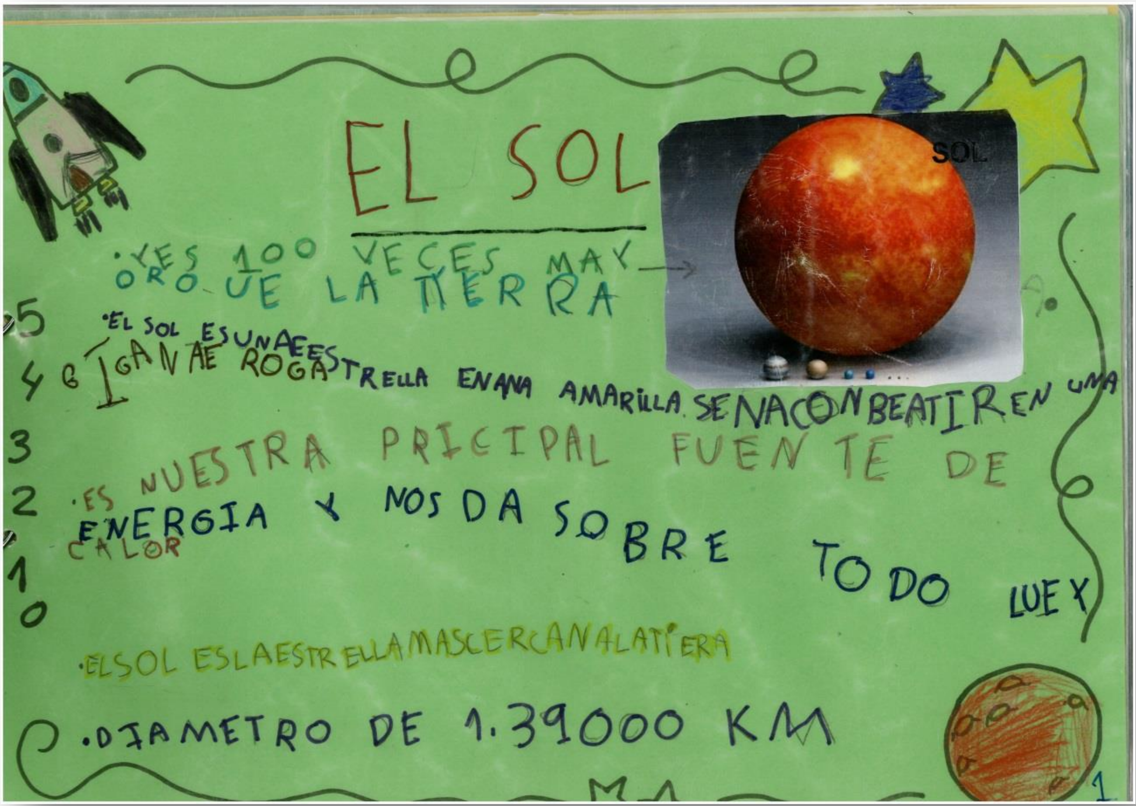
5.1.99 OP-PG TALLER DE AROMAS: ELABORACIÓN SEGÚN RECETA POR CUCHARADAS DE INGREDIENTES. FOTOGRAFÍA QUE DESCRIBE LA SITUACIÓN-PROBLEMA

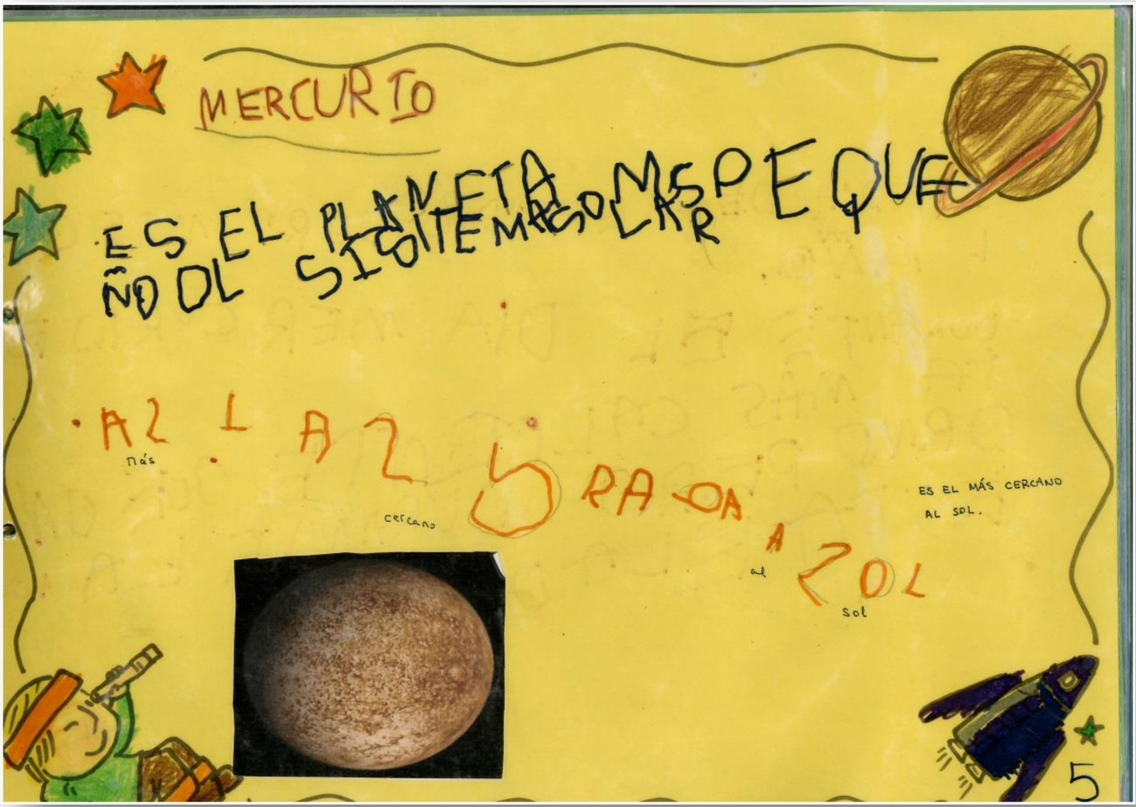
5.1.105 OP-PG REFLEXIÓN SOBRE LA RECETA DE ELABORACIÓN DE PAN PARA NUESTRO MERCADILLO MEDIEVAL. FOTOGRAFÍA DE LA ELABORACIÓN DE LA RECETA COMO ACTIVIDAD CONSECUENTE CON LA REFLEXIÓN PREVIA

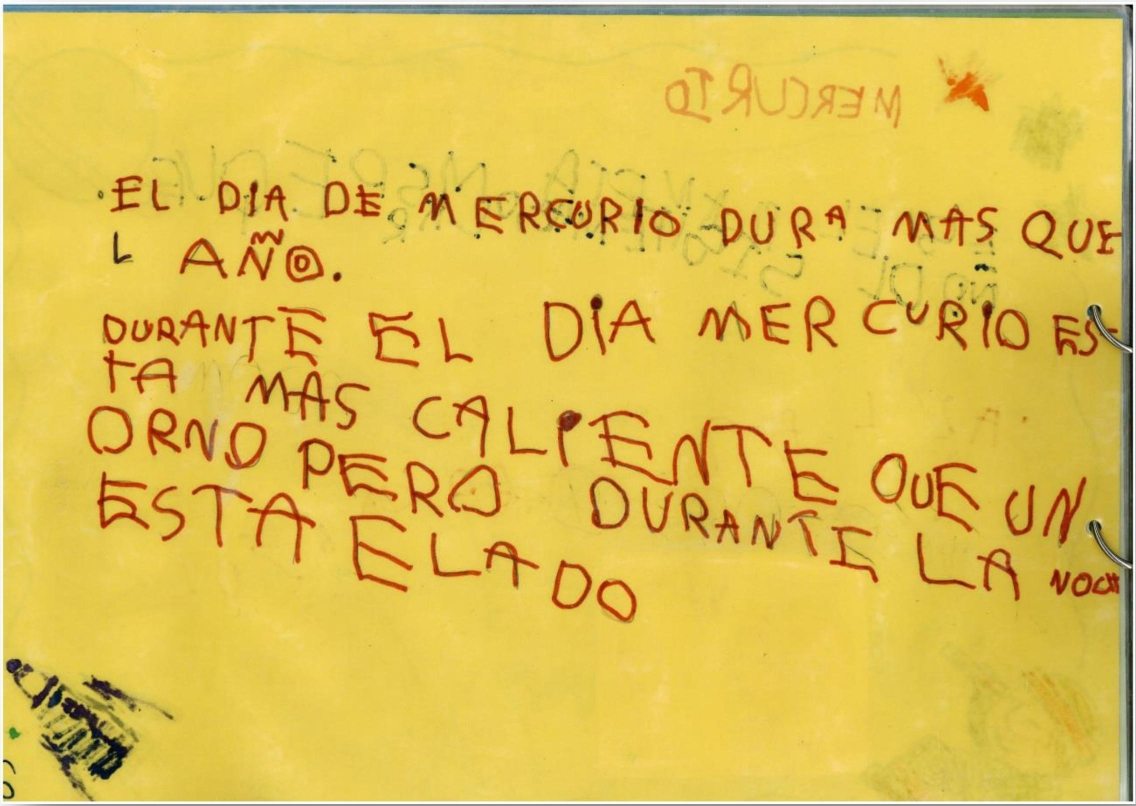
5.2.112 OP-PG JUEGO DEL BUSCANÚMEROS (COMPLETAR SERIE NUMÉRICA CON LOS NÚMEROS OCULTADOS. FOTOGRAFÍA QUE DESCRIBE EL JUEGO

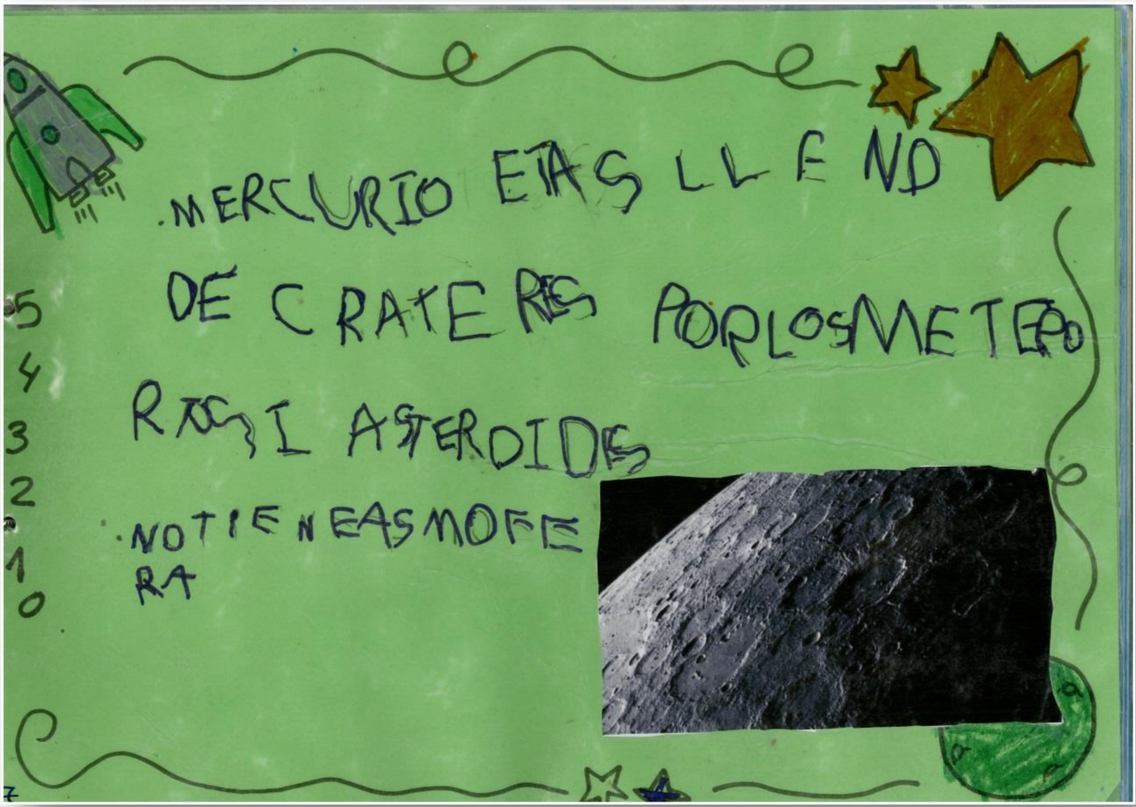
5.2.114 OP-PG JUEGO DE LA OCA CON DOS DADOS DE NÚMEROS, NO PUNTITOS. FOTOGRAFÍA QUE DESCRIBE LA SITUACIÓN

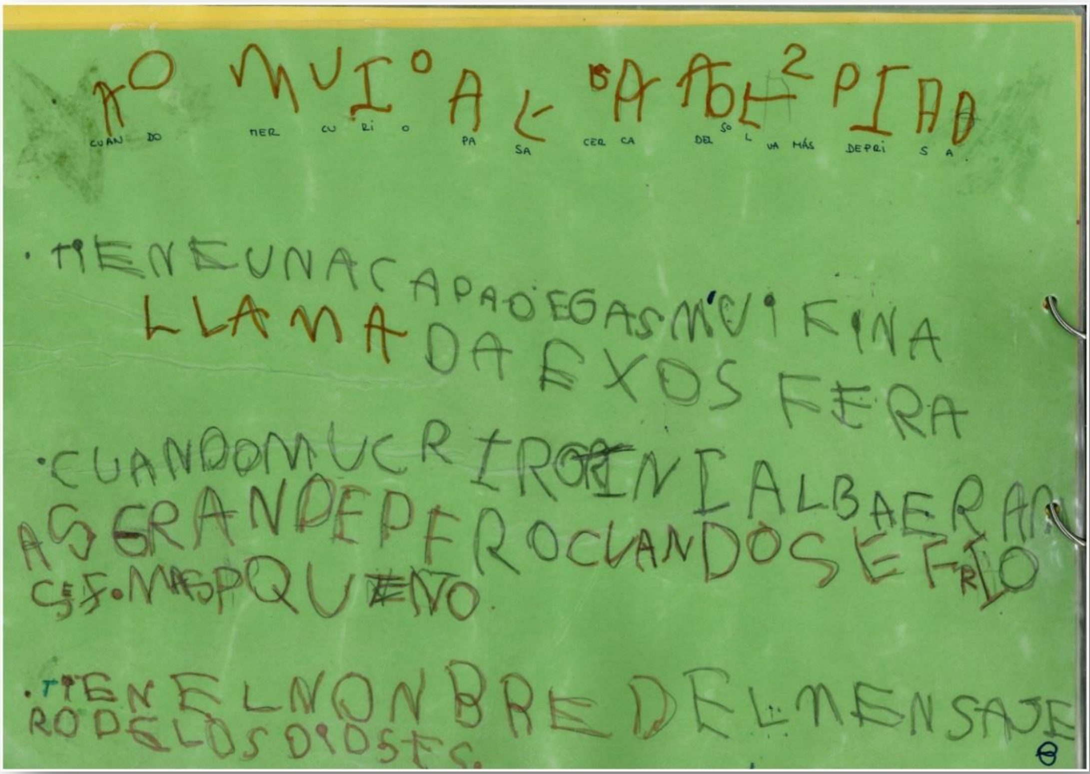
5.2.119 OP-PG/GD-PG SÍNTESIS DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA DE CADA PLANETA Y EL SOL POR EQUIPOS DE TRABAJO: TAMAÑO, TIEMPOS DE ROTACIÓN Y TRASLACIÓN, ATRIBUTOS, NÚMERO DE SATELITES. FOTOGRAFÍA DEL MATERIAL ELABORADO POR LOS NIÑOS Y NIÑAS



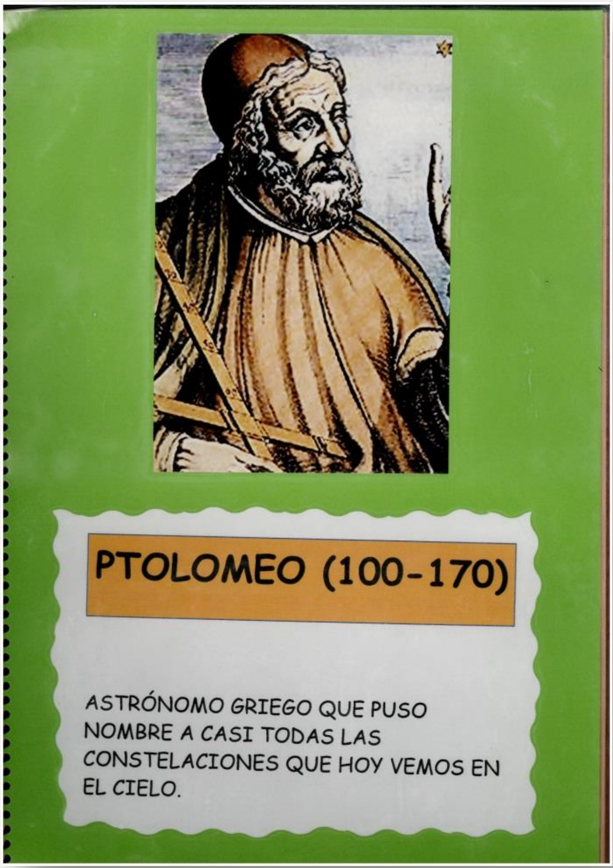



EL DIA DE MERCURIO DURA MAS QUE
L AÑO.
DURANTE EL DIA MERCURIO ES
TA MAS CALIENTE QUE UN
ORNO PERO DURANTE LA NOC
ESTA ELADO

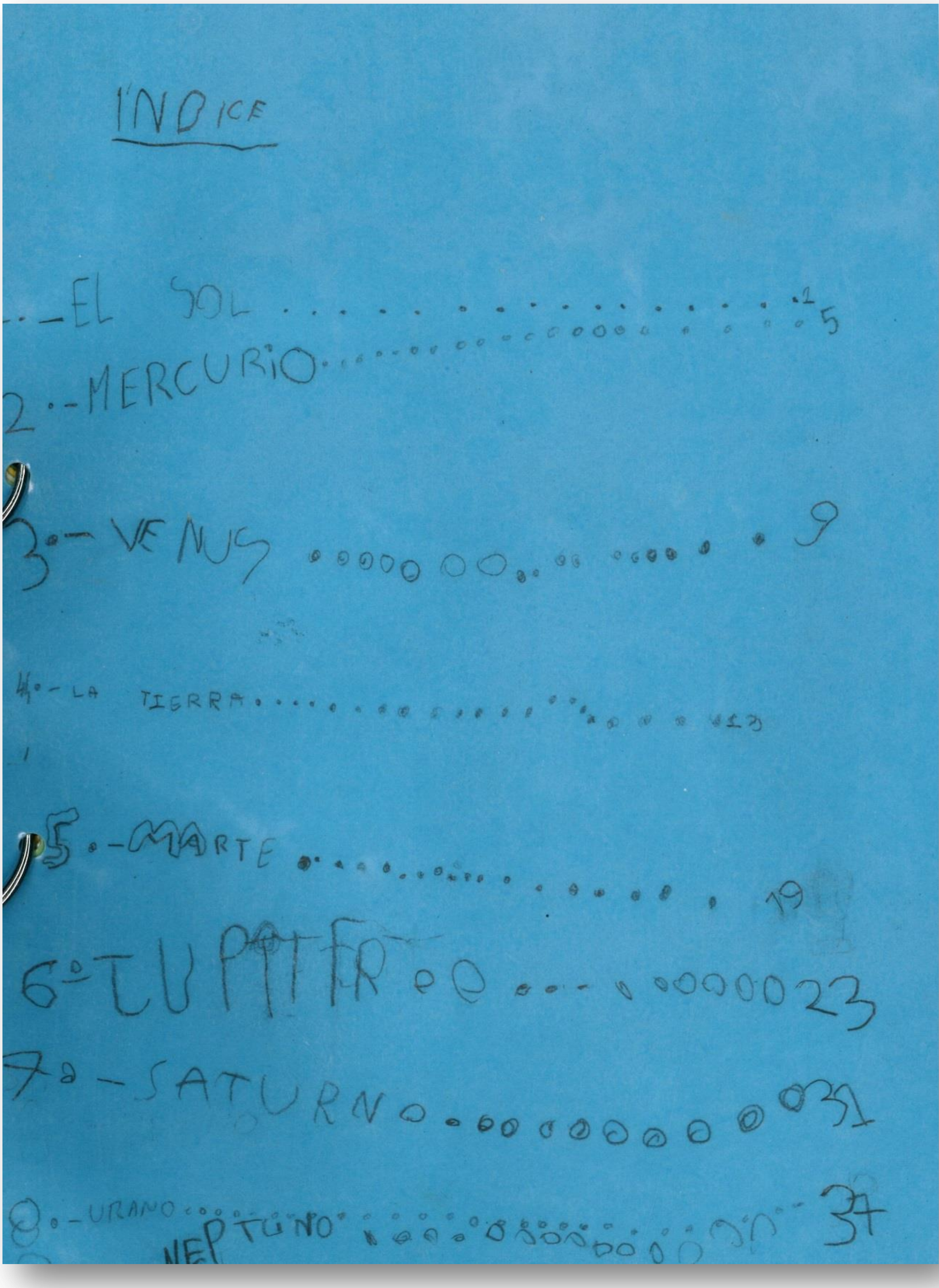

MERCURIO ETAS LLENO
DE CRATERES PORLOSMETEO
ROS I ASTERDIDES
NOTIENEASMOFE
RA
5
4
3
2
1
0



5.2.123 OP-GG/GD-GG ANÁLISIS DE LAS FECHAS DE NACIMIENTO DE RENOMBRADOS ASTRÓNOMOS. FOTOGRAFÍA DEL MATERIAL QUE SUSCITA LA SITUACIÓN-PROBLEMA



5.3.125 OP-PG/GD-GG ELABORACIÓN DEL ÍNDICE DEL LIBRO REALIZADO EN LA CLASE A PARTIR DE LA INVESTIGACIÓN ACERCA DEL ESPACIO, Y PAGINACIÓN DEL MISMO. FOTOGRAFÍA DEL MATERIAL ELABORADO POR LOS NIÑOS Y NIÑAS

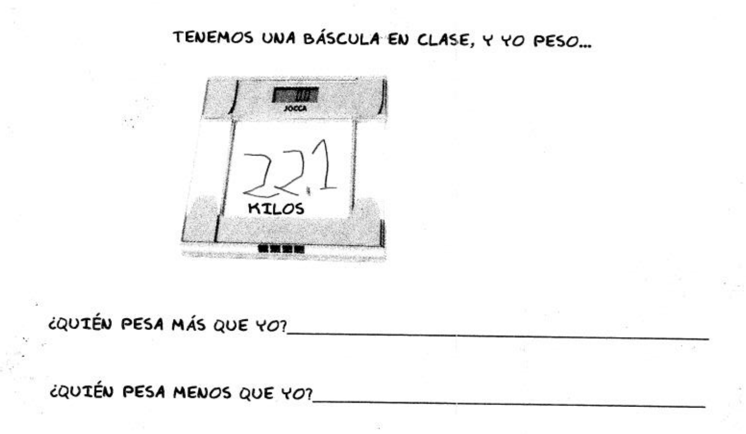


5.3.127 OP-PG JUEGO "CIERRA LA CAJA" (ADICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN NUMÉRICA). FOTOGRAFÍA QUE DESCRIBE EL JUEGO

REPRESENTACIÓN DE MUESTRAS DEL PORTAFOLIO INDIVIDUAL DEL ALUMNO IC. PERTENECIENTES A LA RECOLECCIÓN DE DATOS EN EL CAMPO (AULA) A EFECTOS DE SER REFERIDAS EN LA PRESENTE MEMORIA

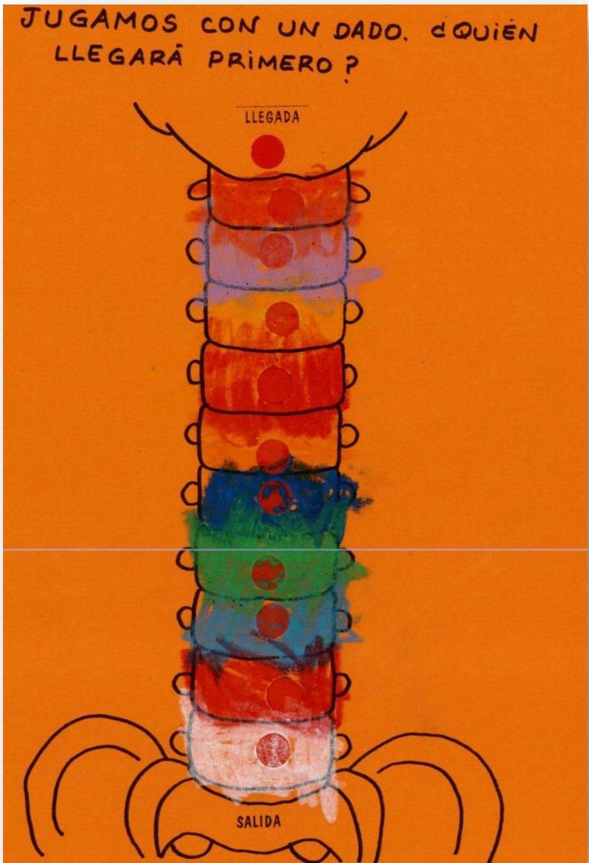
3.1-2.7 OP-PG ANOTACIÓN DE LA PROPIA TALLA DE ZAPATOS

3.2.17 OP-PG MEDICIÓN, ANOTACIÓN DEL PROPIO PESO Y COMPARACIÓN CON EL DE LOS COMPAÑERO/AS. USO DE LA BÁSCULA

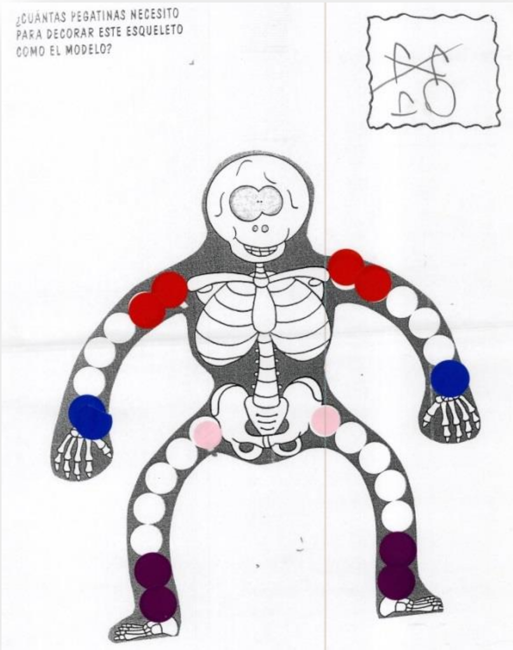


4.1.41 OP-PG ELABORACIÓN DE UN MARCO CON SERIE DE GOMETS

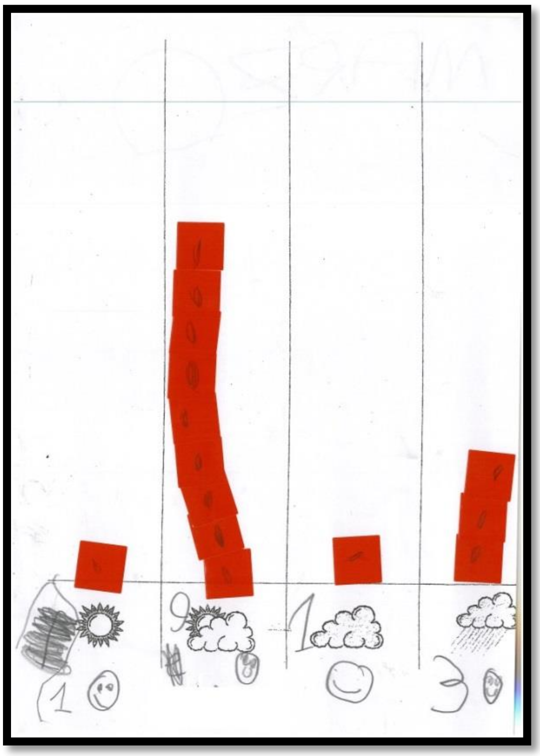
4.2.43 OP-PG JUEGO DE RECORRIDO TIPO OCA PERO MÁS BREVE (ESQUELETO)

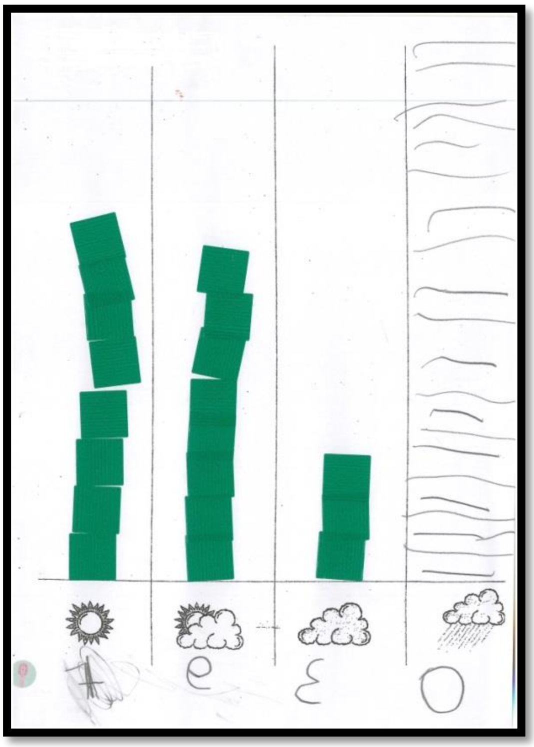


4.2.46 OP-PG REPRODUCCIÓN DE UN MODELO CON PETICIÓN POR ESCRITO DE PEGATINAS NECESARIAS PARA REALIZARLO (ESQUELETO)

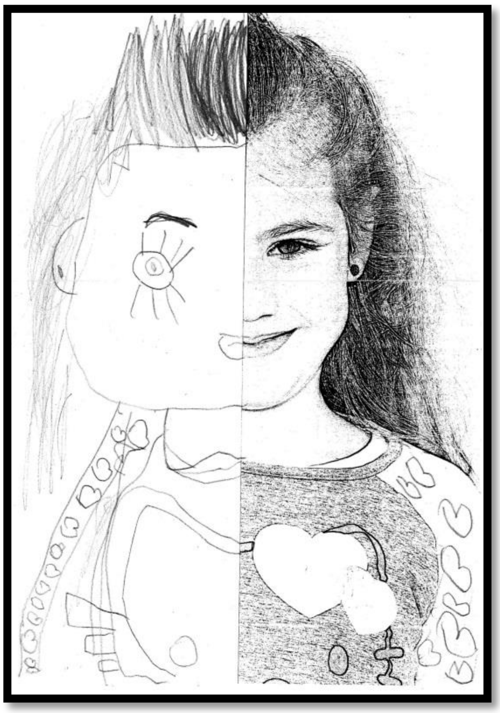


4.2.60 OP-PG GRÁFICA DEL TIEMPO DEL MES

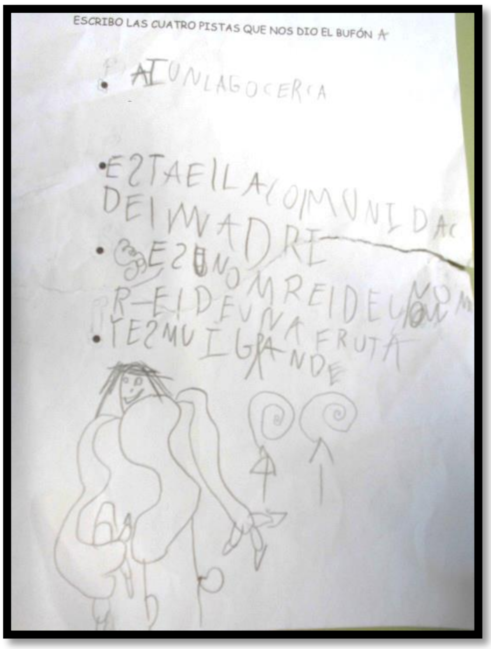




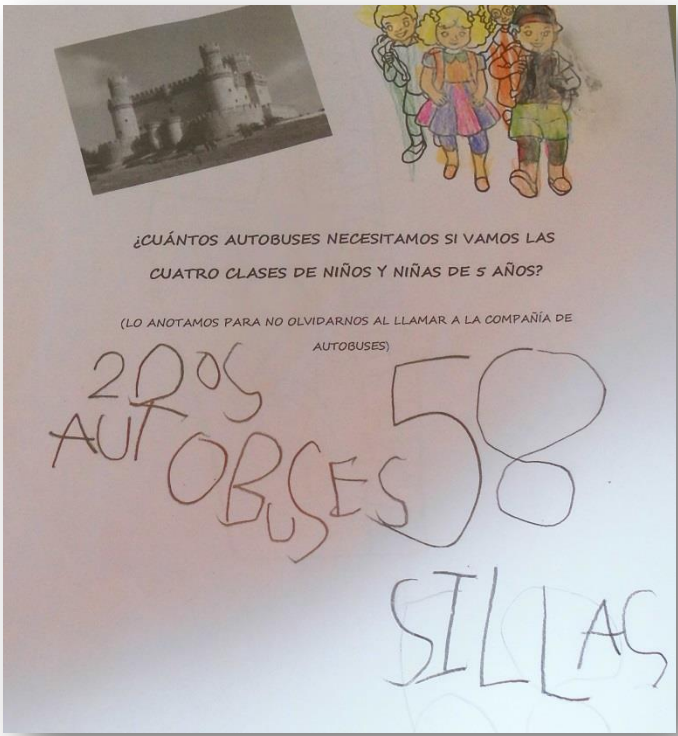
4.3.66 OP-I DIBUJO DE LA SIMETRÍA DEL PROPIO ROSTRO



5.1.83 GD-PG BÚSQUEDA DE UN MONUMENTO EN UN MAPA A PARTIR DE VARIAS PREMISAS (ANOTACIÓN DE LAS MISMAS)



5.1.102 GD-GG ASAMBLEA SOBRE SI CABREMOS EN UN AUTOBÚS DE 60 PLAZAS LA CLASE DE AL LADO Y LA NUESTRA



5.2.107 OP-PG REALIZACIÓN DE UN CASTILLO DE NÚMEROS COMPLETANDO LOS QUE FALTAN SIGUIENDO EL ORDEN DE LA SERIE NUMÉRICA

5.2.109 OP-PG ELABORACIÓN DE UNA AGENDA CON LOS CUMPLEAÑOS DE TODOS LOS COMPAÑEROS

CUMPLEAÑOS DE NOVIEMBRE

NO AI CUNPLEAÑOS

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

CUMPLEAÑOS DE OCTUBRE

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14 SAMUEL ÓSCAR	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27 ÓSCAR
28	29	30	31			

CUMPLEAÑOS DE DICIEMBRE

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
						1
2	3	4	5	6	7	8
9 SOFIA	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21 JESIA	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

LOS CUMPLEAÑOS DE LA CLASE

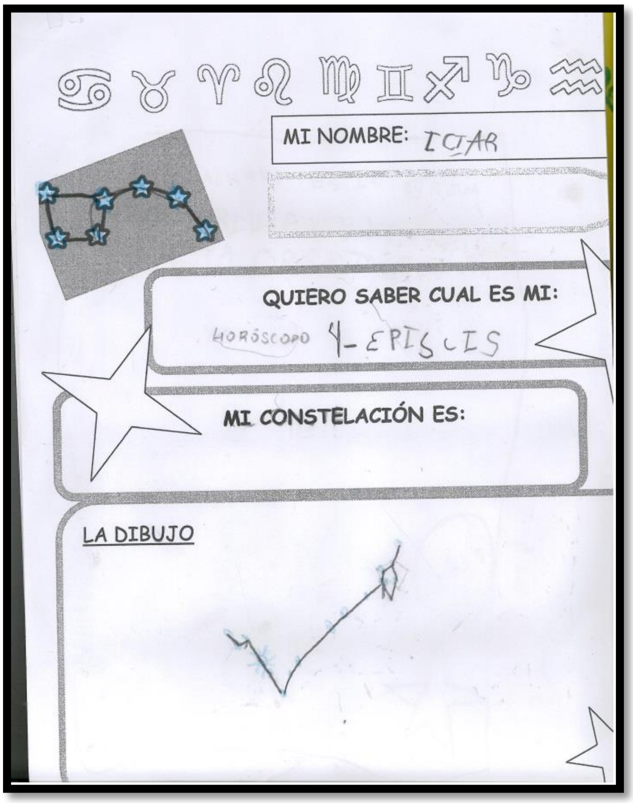
ENERO ASIER 21 ALAN 5	FEBRERO PAULA 19 PAULIS 27	MARZO IGIAR 4 CLAUDIA P
ABRIL LUCIA 16 JAIME 19	MAYO JULIA 4 SERGIO 4 ANA 4 CHLO EIA 19	JUNIO EVA 28 DANIELA
JULIO DARIO 24 MARTA 19 CARLA 21	AGOSTO LUCIA 17 ISABELLA 13 IRENE 12	SEPTIEMBRE LUNA 8
OCTUBRE SAMUEL 14 ÓSCAR 27	NOVIEMBRE 0	DICIEMBRE SOFIA 9 JESICA 21

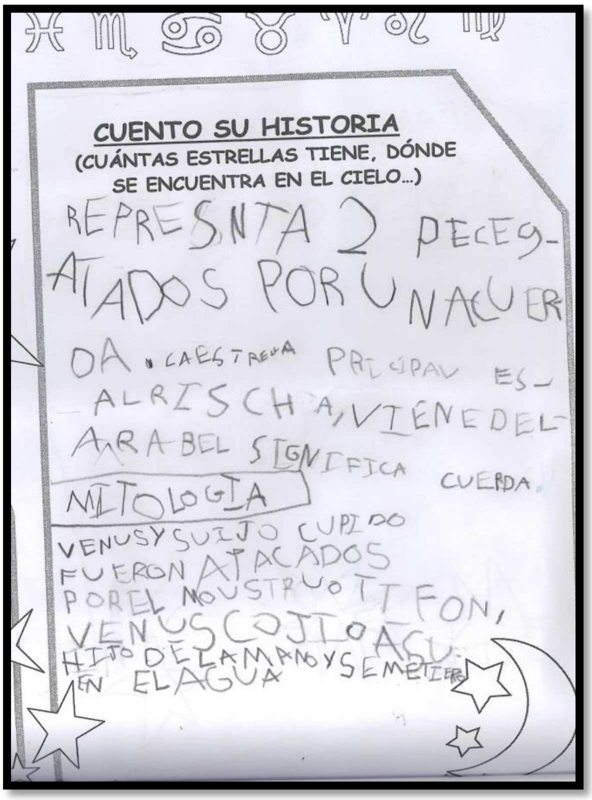
+ CUMPLEAÑOS AGOSTO 0 CUMPLEAÑOS NOVIEMRE

ESCRIBE EL MES DE TU CUMPLEAÑOS MARZO

5.2.120 OP-PG/GD-DD ANÁLISIS DE DIFERENTES CONSTELACIONES POR SU FORMA, NÚMERO DE ESTRELLAS, ESTRELLA ALPHA E HISTORIA MITOLÓGICA

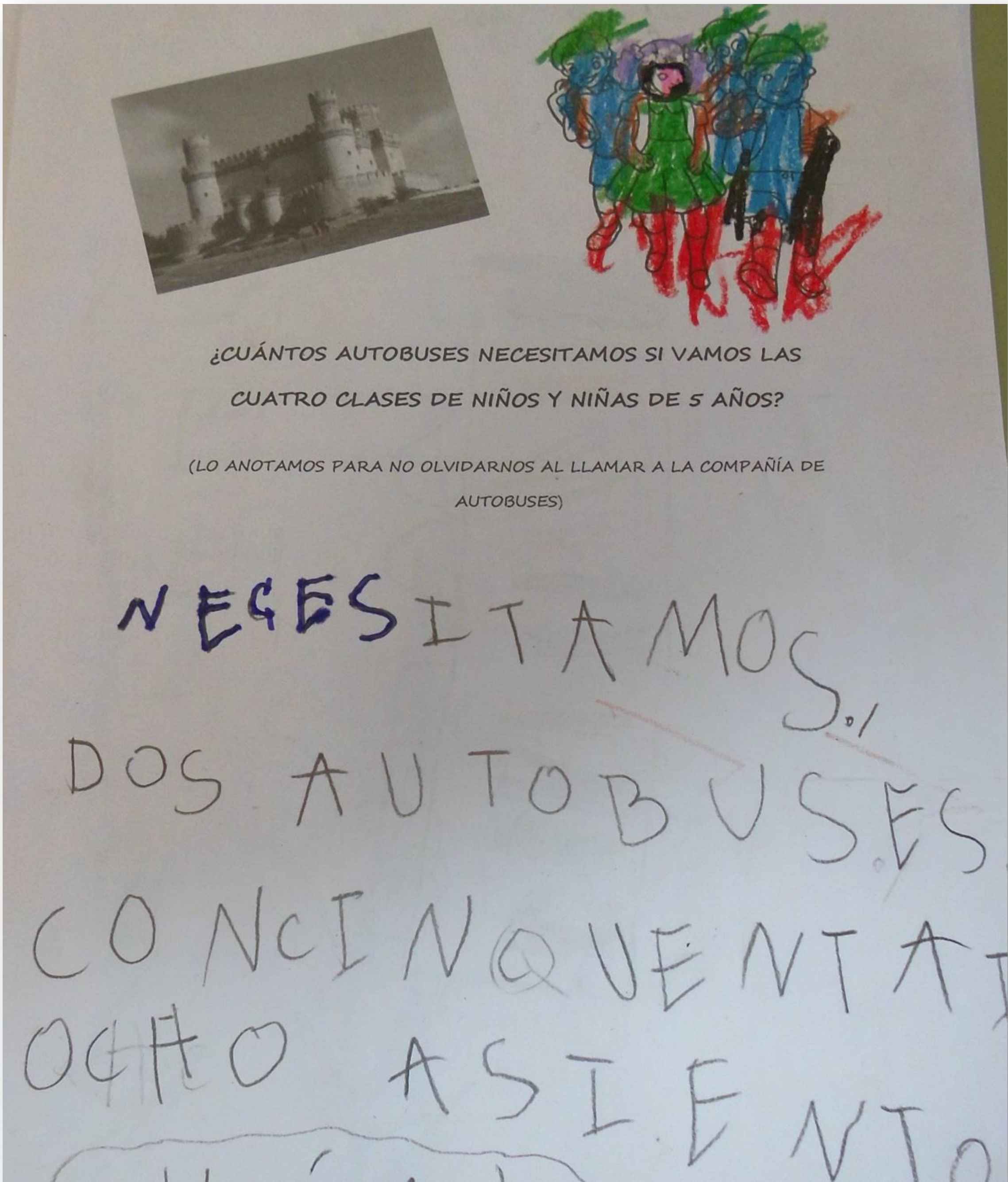
5.2.122 OP-I INVESTIGACIÓN DE LA PROPIA CONSTELACIÓN EN FUNCIÓN DE LA FECHA DE NACIMIENTO

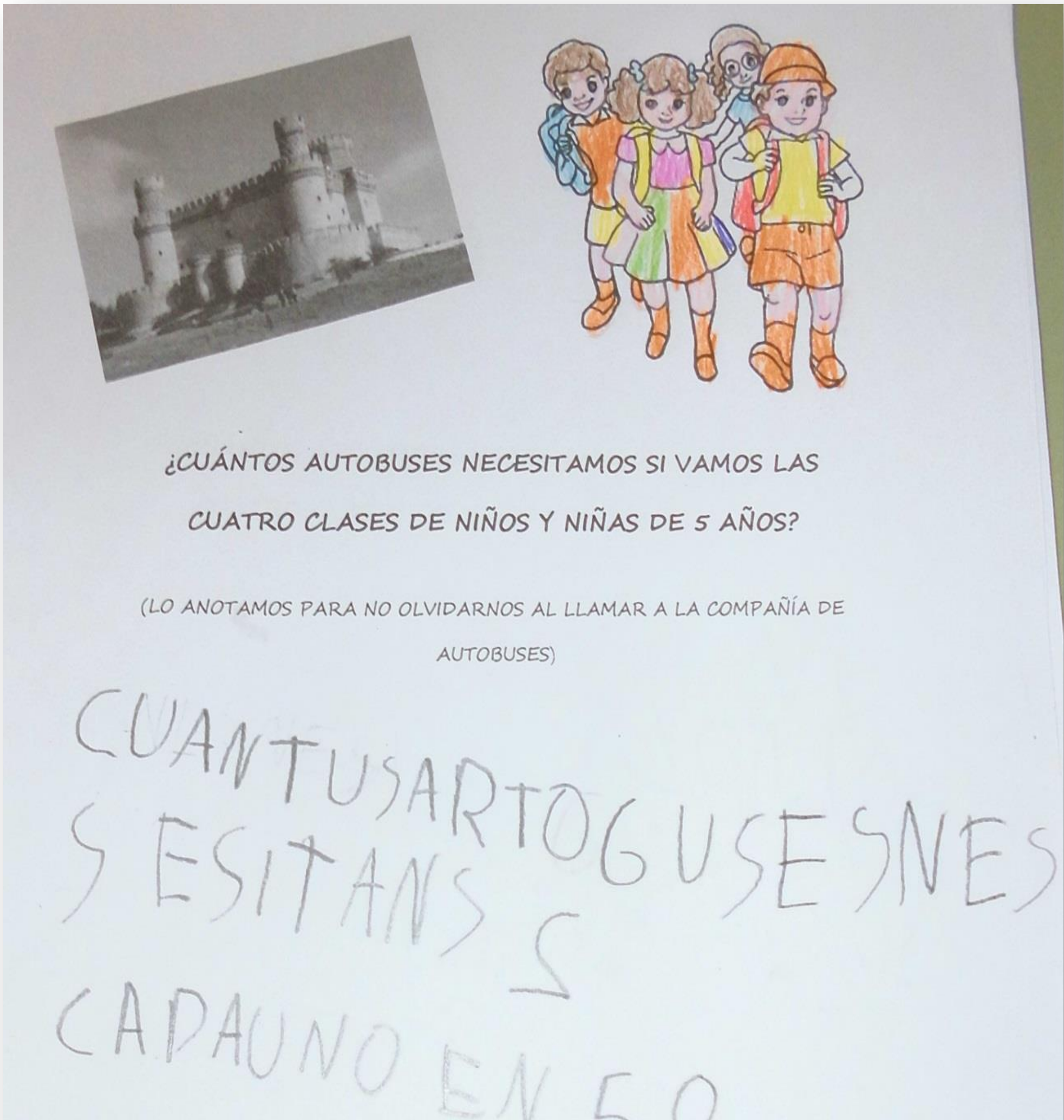




REPRESENTACIÓN DE MUESTRAS DEL PORTAFOLIO COLECTIVO DE LOS ALUMNOS PERTENECIENTE A LA RECOLECCIÓN DE DATOS EN EL CAMPO (AULA)

5.1.102 GD-GG ASAMBLEA SOBRE SI CABREMOS EN UN AUTOBÚS DE 60 PLAZAS LA CLASE DE AL LADO Y LA NUESTRA

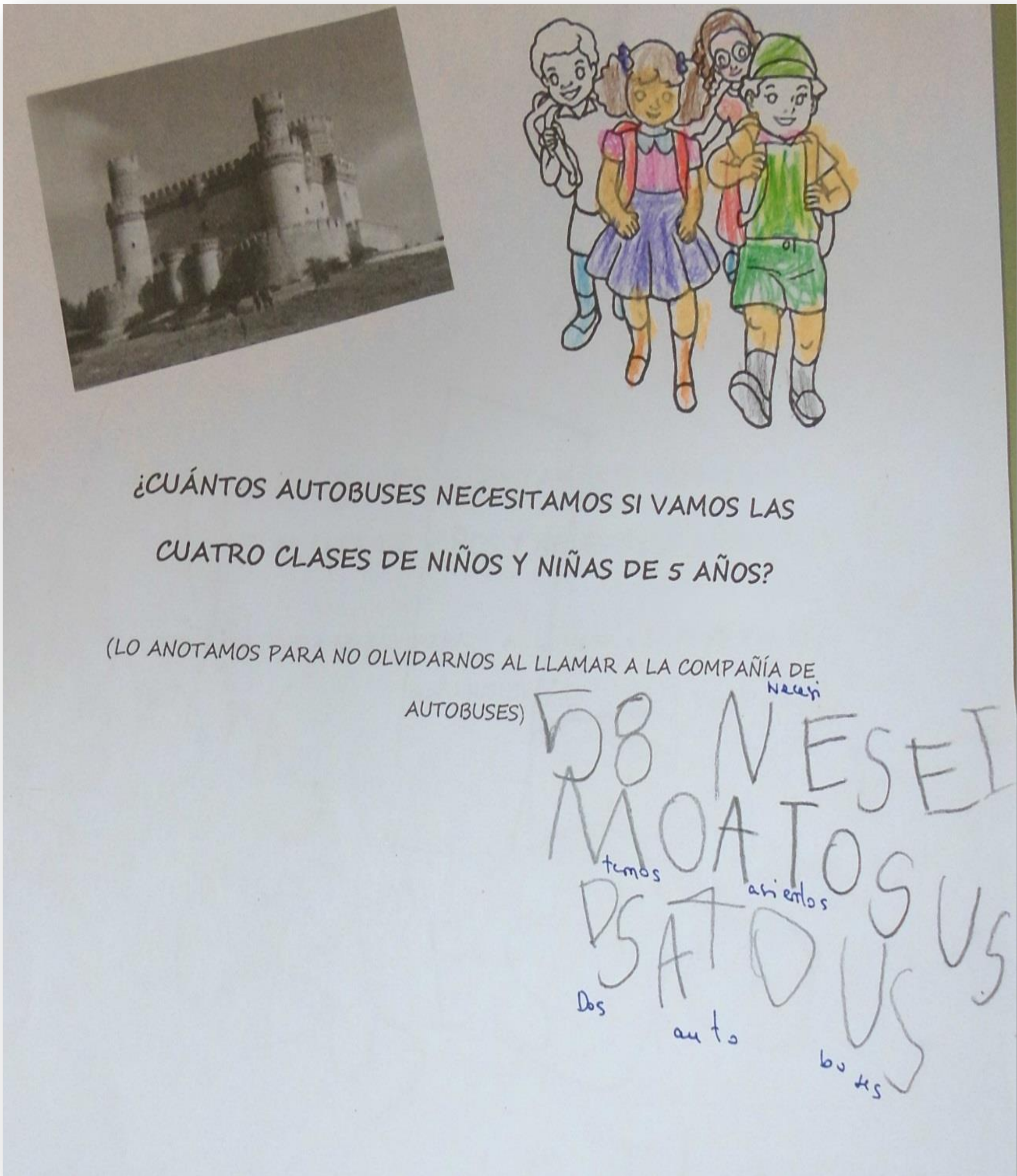




¿CUÁNTOS AUTOBUSES NECESITAMOS SI VAMOS LAS CUATRO CLASES DE NIÑOS Y NIÑAS DE 5 AÑOS?

(LO ANOTAMOS PARA NO OLVIDARNOS AL LLAMAR A LA COMPAÑÍA DE AUTOBUSES)

CUANTUSARTOGUSESNES
SESITANS
S
CADAUNO EN 58



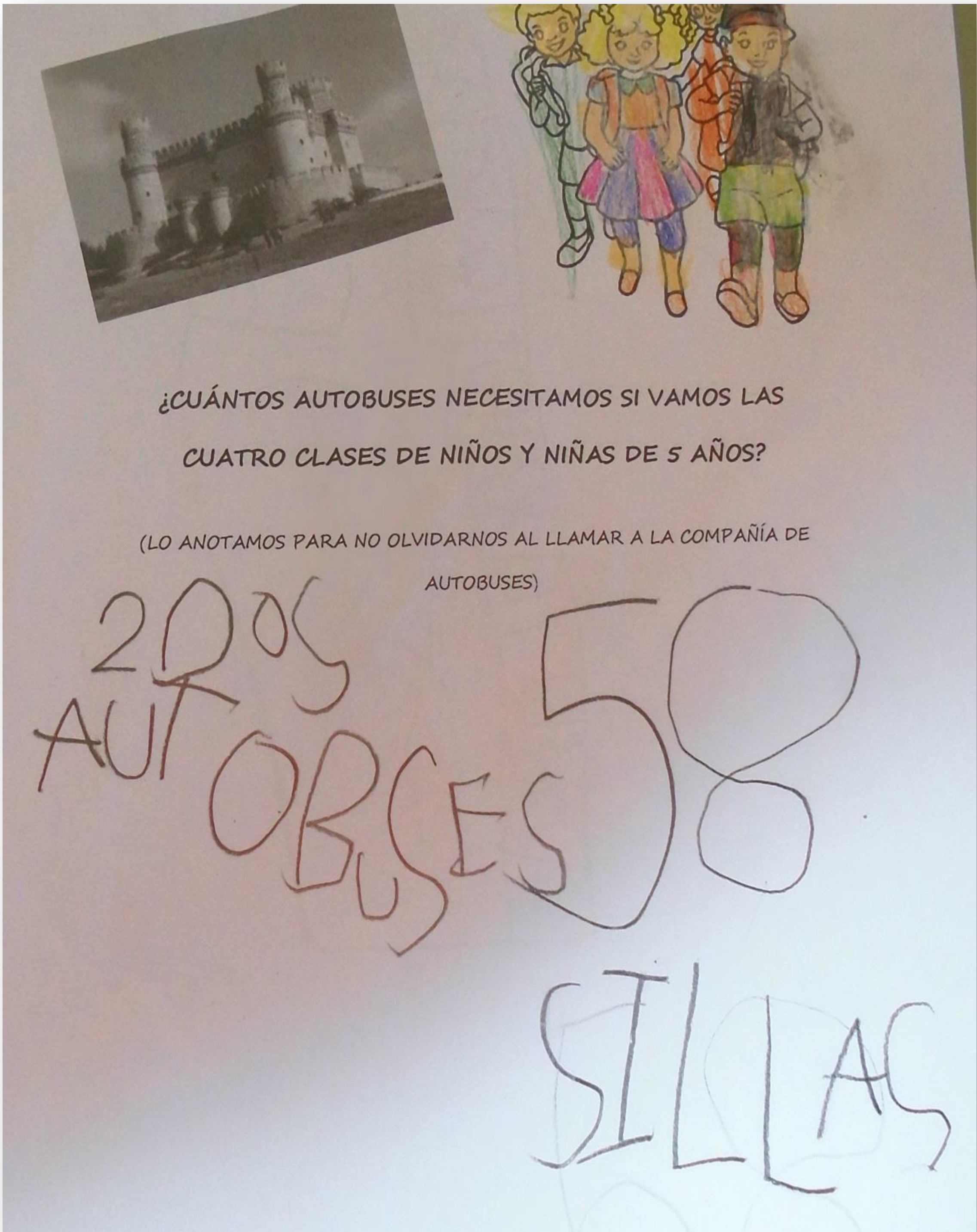
¿CUÁNTOS AUTOBUSES NECESITAMOS SI VAMOS LAS CUATRO CLASES DE NIÑOS Y NIÑAS DE 5 AÑOS?

(LO ANOTAMOS PARA NO OLVIDARNOS AL LLAMAR A LA COMPAÑÍA DE AUTOBUSES)

58 NESEI MOATOS US DSATDUS

Necesi temos asientos

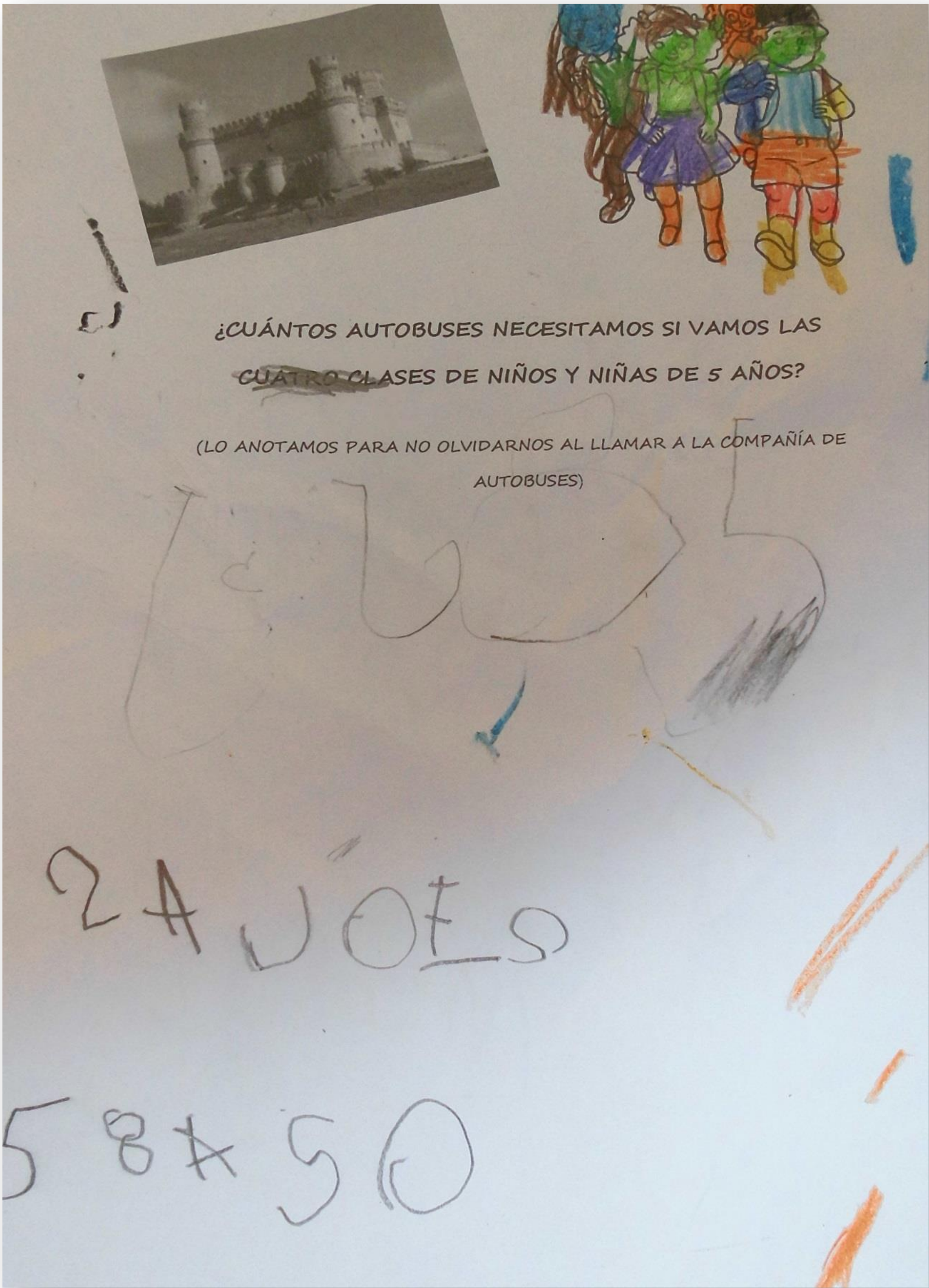
Dos auto bu us

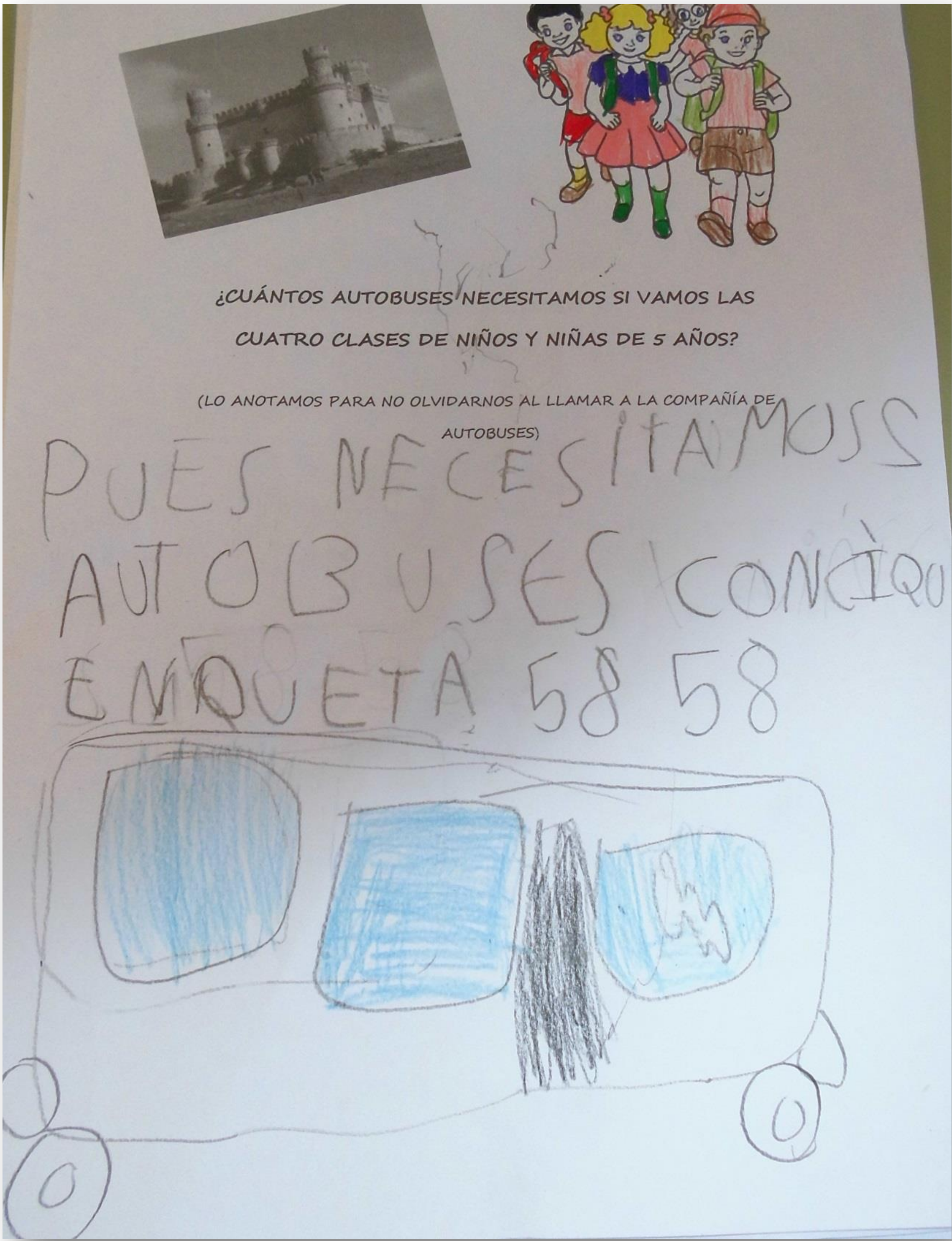


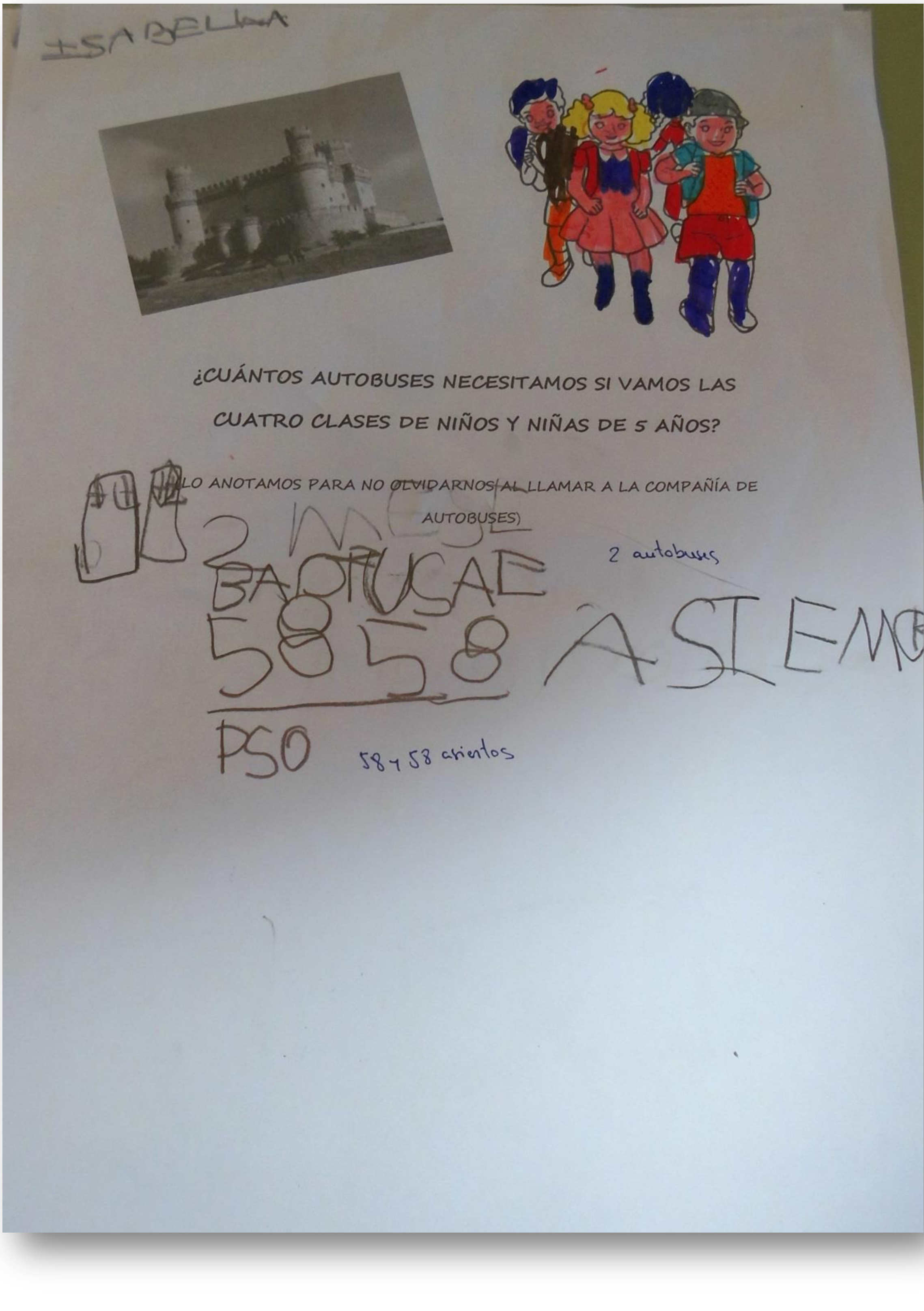
¿CUÁNTOS AUTOBUSES NECESITAMOS SI VAMOS LAS CUATRO CLASES DE NIÑOS Y NIÑAS DE 5 AÑOS?

(LO ANOTAMOS PARA NO OLVIDARNOS AL LLAMAR A LA COMPAÑÍA DE AUTOBUSES)

2 DOS AUTOBUSES 58 SILLAS


¿CUÁNTOS AUTOBUSES NECESITAMOS SI VAMOS LAS
~~CUATRO~~ CLASES DE NIÑOS Y NIÑAS DE 5 AÑOS?
(LO ANOTAMOS PARA NO OLVIDARNOS AL LLAMAR A LA COMPAÑÍA DE AUTOBUSES)


¿CUÁNTOS AUTOBUSES NECESITAMOS SI VAMOS LAS
CUATRO CLASES DE NIÑOS Y NIÑAS DE 5 AÑOS?
(LO ANOTAMOS PARA NO OLVIDARNOS AL LLAMAR A LA COMPAÑÍA DE AUTOBUSES)
PUES NECESITAMOSS
AUTOBUSES CONCIQU
ENQUETA 58 58

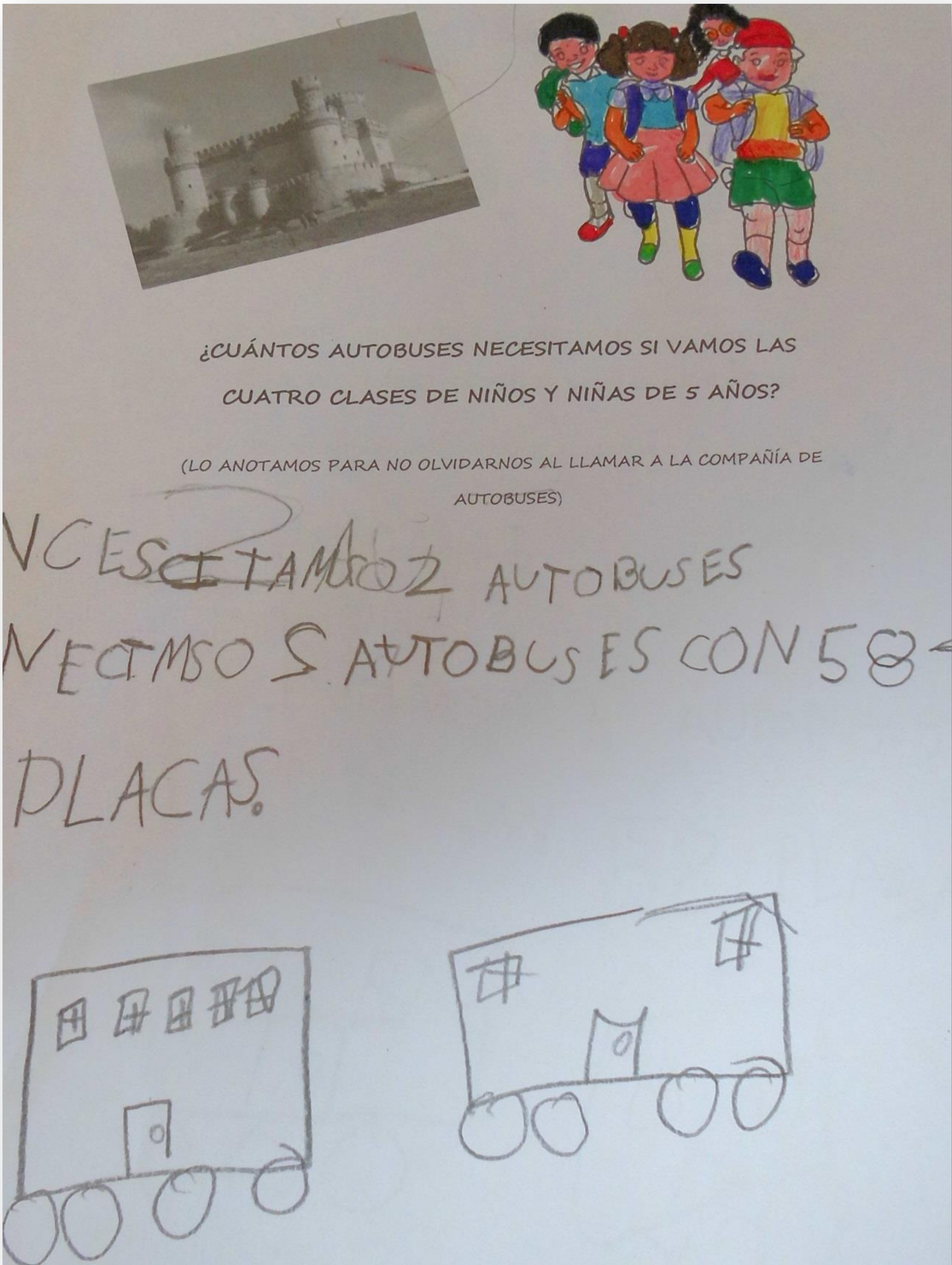

ISABELLA

¿CUÁNTOS AUTOBUSES NECESITAMOS SI VAMOS LAS CUATRO CLASES DE NIÑOS Y NIÑAS DE 5 AÑOS?

(LO ANOTAMOS PARA NO OLVIDARNOS AL LLAMAR A LA COMPAÑÍA DE AUTOBUSES)

2 autobuses

58 y 58 asientos

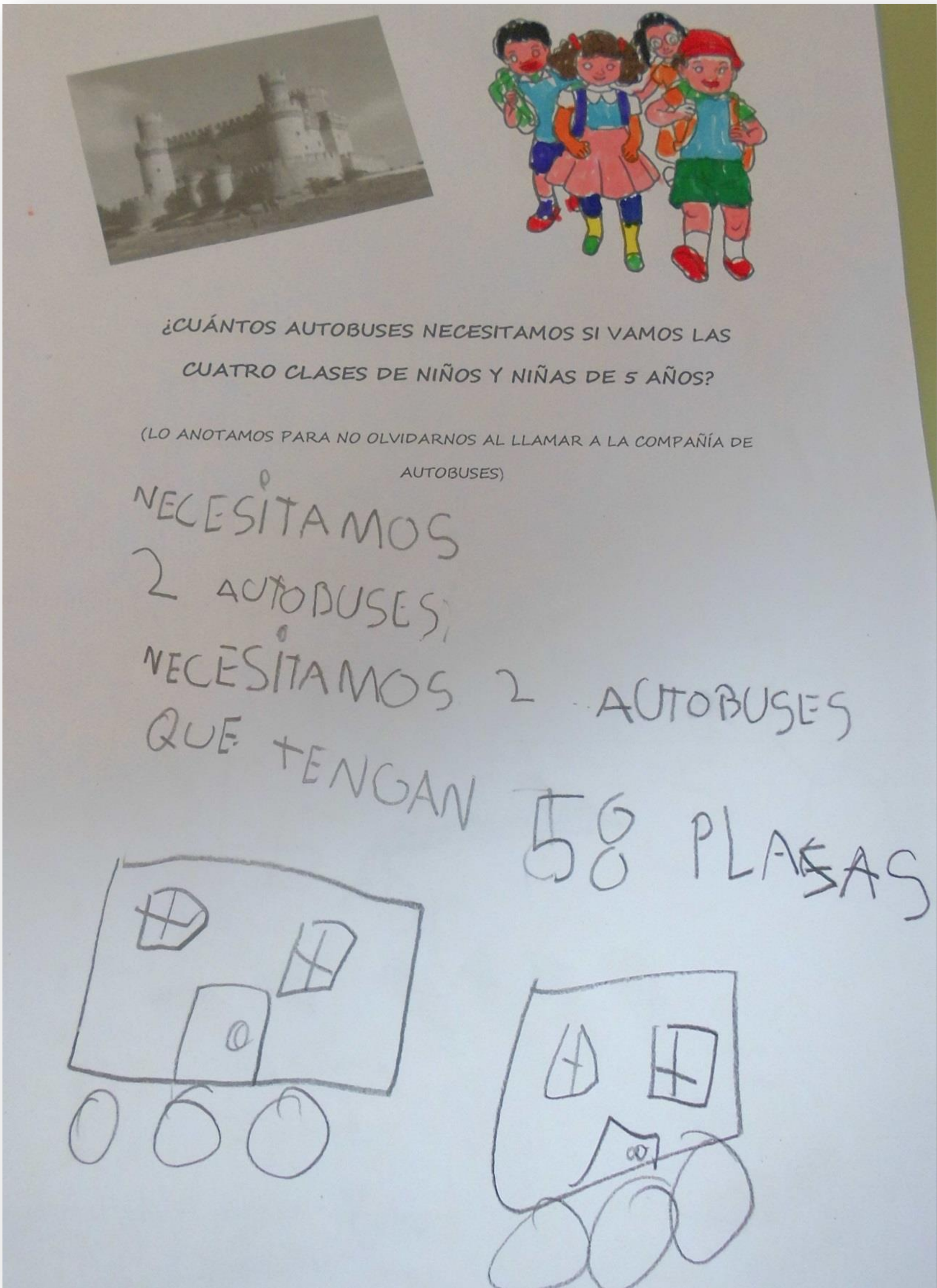


¿CUÁNTOS AUTOBUSES NECESITAMOS SI VAMOS LAS CUATRO CLASES DE NIÑOS Y NIÑAS DE 5 AÑOS?

(LO ANOTAMOS PARA NO OLVIDARNOS AL LLAMAR A LA COMPAÑÍA DE AUTOBUSES)

NCESCITAMOS 2 AUTOBUSES

NECTMSO 2 AUTOBUSES CON 58 PLACAS.



¿CUÁNTOS AUTOBUSES NECESITAMOS SI VAMOS LAS CUATRO CLASES DE NIÑOS Y NIÑAS DE 5 AÑOS?

(LO ANOTAMOS PARA NO OLVIDARNOS AL LLAMAR A LA COMPAÑÍA DE AUTOBUSES)

NECESITAMOS 2 AUTOBUSES

NECESITAMOS 2 AUTOBUSES QUE TENGAN 58 PLASAS