

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS**  
Departamento de Física Fundamental



TESIS DOCTORAL

**Influencia de las características físicas de los dióptrios en la  
deformación de las señales sonar**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR  
PRESENTADA POR

**Rafael Carbó Fité**

Madrid, 2015

Rafel Carbó Fité

TP  
1982  
144



\* 5 3 0 9 8 5 8 9 2 7 \*  
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

Y-53-03103-3-

INFLUENCIA DE LAS CARACTERISTICAS FISICAS DE LOS DIOPTRIOS  
EN LA DEFORMACION DE LAS SEÑALES SONAR

Departamento de Física Fundamental  
Facultad de Ciencias Físicas  
Universidad Complutense de Madrid  
1982



BIBLIOTECA

**Colección Tesis Doctorales. Nº 144/82**

© Rafael Carbó Fité  
Edita e imprime la Editorial de la Universidad  
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía  
Noviciado, 3 Madrid-8  
Madrid, 1982  
Xerox 9200 XB 480  
Depósito Legal: M-20173-1982

Autor: R A F A E L C A R B O F I T E

TITULO DE LA TESIS DOCTORAL.

INFLUENCIA DE LAS CARACTERISTICAS FISICAS DE LOS  
DIOPTRIOS EN LA DEFORMACION DE SEÑALES SONAR.

Director: Carlos Ranz Guerra  
Investigador Científico del C.S.I.C.  
Jefe del Laboratorio de  
Hidroacústica del Instituto de Acústica

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
Facultad de Ciencias Físicas  
Departamento de Física Fundamental  
Año 1980



AGRADECIMIENTOS  
=====

La presente memoria ha sido realizada en el Instituto de -- Acústica del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, bajo la dirección del Dr. D. Carlos Ranz Guerra, a quien deseo testimoniar -- mi gratitud por su inestimable ayuda en el planteamiento y desarrollo del trabajo.

En particular quiero hacer constar mi sincero agradecimiento al Profesor Dr. D. Rafael Dominguez Ruiz-Aguirre, por sus inestima-- bles sugerencias y correcciones en la elaboración de este trabajo, a la vez que su apoyo presentándolo, como Ponente, ante el Tribunal Ca-- lificador.

No he de olvidar mi profundo reconocimiento al Prof. Dr. D. Carlos Sánchez del Rio por haber acogido con sumo interés esta memo-- ria en su Departamento de Física Fundamental.

Igualmente me encuentro en deuda con el Profesor Dr. D. An-- drés Lara Sáenz, cuyas enseñanzas y consejos tanto han contribuido a mi formación en el campo de la Acústica.

Que el Profesor Dr. D. Georges Bonnet, Director del Centre - d'Etude des Phénomènes Aléatoires de la Facultad de Ciencias de Greno-- ble, encuentre aquí mi gratitud por la ayuda y dirección que me dis-- pensó durante mi estancia en Grenoble.

No puedo tampoco silenciar mi agradecimiento a todos mis compañeros del Instituto de Acústica por sus discusiones y comentarios, - muy útiles en la realización de esta Tesis.

Agradezco finalmente al Sr. Díaz el esmero puesto en los dibujos y rotulación, así como a la Srta. Sánchez por su cuidada labor de mecanografiado, y al Sr. Puicercús por su trabajo de reprografía.

I N D I C E  
=====

INTRODUCCION .....	1
CAPITULO I. REFLEXION DE ONDAS PLANAS POR UNA SUCCESION DE DIOPTRIOS. ....	4
I.1. Reflexión de ondas planas en un dioptrio <u>lí</u> quido - sólido. ....	5
I.1.1. Análisis del coeficiente de reflexión. ..	12
I.2. Reflexión de ondas planas en un dioptrio <u>só</u> lido - líquido. ....	19
I.3. Reflexión de ondas planas en una pared <u>sól</u> da. ....	22
I.3.1. Pared sólida inmersa en agua. ....	29
I.3.2. Pared sólida separando agua y aire. ....	34
CAPITULO II. TRATAMIENTO DEL COEFICIENTE DE REFLEXION. ..	37
II.1. Descomposición de la onda reflejada por -- una pared en sucesión de ondas desfasadas. ....	45
CAPITULO III. REFLEXION DE ONDAS ESFERICAS. ....	45
III.1. Amplitud y fase de la onda reflejada por un dioptrio líquido - sólido. ....	46
III.2. Amplitud y fase de la onda reflejada por una pared que separa dos medios fluidos..	49

CAPITULO IV. ESTUDIO DE LA REFLEXION EN EL ESPACIO TEMPORAL. ....	54
IV.1. Señal radiada, Forma del impulso. ....	54
IV.2. Filtro equivalente a la reflexión. ....	61
IV.2.1. Señal reflejada por un dioptrio plano..	63
IV.2.2. Relaciones de ataque y caída en amplitud y fase. ....	64
IV.2.3. Señal reflejada por una pared plana. ..	67
CAPITULO V. ANALISIS DE LA SEÑAL REFLEJADA. ....	74
V.1. Espacio frecuencial. Alta frecuencia. ....	74
V.1.1. Medida experimental del nivel de las señales. ....	83
V.1.2. Baja frecuencia. ....	94
V.1.2.1. Medida de la fase. ....	98
V.2. Espacio temporal. ....	113
V.2.1. Alta frecuencia. ....	113
V.2.1.1. Impulsos de corta duración. ....	114
V.2.1.2. Impulsos de larga duración. ....	123
V.2.2. Baja frecuencia. ....	128
V.2.2.1. Medida de las relaciones de ataque y caída. ....	131
CAPITULO VI. RESUMEN Y CONCLUSIONES. ....	135

APENDICE I. Obtención de las derivadas del coeficiente de reflexión de una pared. ....	139
APENDICE II. Registros experimentales de la señal reflejada. ....	146
APENDICE III. Medidas experimentales de las relaciones de ataque y caída. ....	160
BIBLIOGRAFIA. ....	178



## I N T R O D U C C I O N

El tipo de señal acústica de uso más conveniente en los sistemas de detección sonar es el de trenes de impulsos de duración y frecuencia determinados. La forma y características del eco reflejado por una o varias discontinuidades del medio en que se propaga la señal, es función de los parámetros geométricos y físicos de estas discontinuidades. Es de interés primordial para la detección submarina tanto en aplicaciones militares, como civiles, el conocimiento del objeto reflectante, al que no se tiene acceso físico, mediante el estudio y tratamiento de la señal acústica (eco) que refleja.

En toda la literatura que nosotros conocemos sobre este aspecto de la detección submarina, unos autores FREEDMAN (1), HASLETT (2), FARAN (3), HICKLING (4), etc., estudian la influencia de los parámetros geométricos en la forma del eco reflejado, es decir, no se pretende en ningún momento extraer información acerca de las características físicas del blanco. Mientras que otros BREKHOVSKIKH (5), UBERALL (6), FIORITTE (7), analizan la reflexión de ondas acústicas por medios estratificados en capas habida cuenta de sus características físicas, y se limitan a determinar la distorsión en la amplitud y en escasas ocasiones la distorsión en la fase de la onda reflejada, pero solo cuando se ha llegado al estado estacionario.

Demostramos aquí como el transitorio de la onda reflejada -- aporta gran información del sistema de dioptrios reflectante, cosa que

en ciertos casos no sucede con la parte estacionaria, como por ejemplo cuando la reflexión se produce en una pared plana que separa el agua - del aire.

Cronológicamente partiremos de algunas experiencias propias - (8), (9) y (10) realizadas en los laboratorios de la Marina francesa - en Grenoble a altas frecuencias (2MHz) de modo que la longitud de onda fuese varias veces inferior al espesor de las discontinuidades, siempre en condiciones de incidencia normal. La continuación, desarrollo y ampliación de este trabajo a bajas frecuencias en incidencia cualquiera, se ha llevado a cabo en el laboratorio de Hidroacústica del Instituto de Acústica del Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

En la primera parte de esta tesis se estudia la reflexión de ondas acústicas propagándose en el agua, por sistemas de dioptrios sólidos planos paralelos. Establecidas las ecuaciones que rigen la propagación de ondas en medios elásticos, se plantean las condiciones de -- continuidad en las superficies límites para obtener la amplitud y fase de la onda reflejada en estado estacionario. Se demuestra como estas -- dos magnitudes son dependientes del ángulo de incidencia y de la fre-- cuencia por una parte y, por la otra del espesor y de la impedancia -- acústica del medio sólido reflector.

Se estudian sucesivamente la reflexión por un dioptrio y por una pared, considerando también el caso en que esta pared separa agua de aire.

En la segunda parte, que es el fundamento de esta tesis, se ob

tiene teórica y experimentalmente la forma del eco dado por un sistema de dioptrios, así como la evolución en su transitorio de la amplitud y fase, en función de los mismos parámetros que en el estado estacionario. Para obtenerlo se define un filtro lineal equivalente al fenómeno de la reflexión cuya respuesta temporal, transformada de Fourier de la ganancia compleja del filtro, nos da la forma de la señal reflejada como producto de convolución de la señal emitida y de dicha respuesta temporal.

Por último analizamos la señal reflejada, el eco, comparándola con la señal incidente en sus transitorios de inicio y final de señal. Definimos las relaciones de ataque y caída tanto para la amplitud como para la fase, por el cociente y la diferencia respectivamente, de los valores que toman estas magnitudes en la señal reflejada y en la señal incidente durante los transitorios de inicio y final de señal. Estas relaciones de ataque y caída determinan la influencia de las características físicas de los dioptrios en la deformación de la señal sonar.

C A P I T U L O I

=====

REFLEXION DE ONDAS PLANAS POR UNA SUCESION DE DIOPTRIOS

En muchos textos clásicos de acústica encontramos la resolución de los problemas que presenta la propagación de ondas elásticas - en medios sólidos ilimitados, a partir de las constantes de dicho medio que ligam las deformaciones producidas a los esfuerzos aplicados; por ejemplo: OFFICER (11), KINSLER & FREY (12) y BREKHOVSKIKH (5).

Tambien, el fenómeno de la reflexión y transmisión de una onda por la superficie plana (dioptrio) que separa dos medios semiinfinitos uno fluido y otro sólido, está estudiado por los autores antes citados, y por GUIEYSSE & SABATHE (13), LINDSAY (14) y STHEPHENS (15).

Todos ellos estudian el problema de forma bastante similar, y se limitan en la mayoría de los casos a incidencia normal, o a la propagación en medios fluidos. Consideramos que el mas completo es el estudio que hace Brekhovskikh de la reflexión de ondas acústicas por -- uno o varios dioptrios plano paralelos que constituyen paredes reflectoras.

Aportamos nosotros en este capítulo el análisis del coeficiente de reflexión de un dioptrio y de una pared, desde el original punto de vista de obtener la identificación del medio o pared sobre el que - inciden las ondas, a partir de la amplitud y fase de la onda reflejada. En tal sentido hemos calculado las curvas de las figuras 2, 3, y 5 a 7

que dan la variación de la amplitud y fase de la onda reflejada con el ángulo de incidencia, y en el caso de la pared con el producto frecuencia x espesor. Dichas curvas corresponden a aquellos materiales que -- luego vamos a utilizar en los ensayos experimentales.

#### I.1. REFLEXION DE ONDAS PLANAS DE UN DIOPTRIO LIQUIDO-SOLIDO

La velocidad compleja con que vibran las partículas de un medio sólido, cuando este es solicitado por una perturbación mecánica -- que se propaga en su seno, puede expresarse mediante un potencial escalar  $\phi$  y un potencial vector  $\psi$ , ambos complejos, usando la conocida expresión (3):

$$v = \text{grad } \phi + \text{rot } \psi \quad (1.1)$$

Para simplificar el estudio del fenómeno de reflexión, restringiremos los cálculos a un plano, el x - y (figura 1), considerando que las trayectorias están en ese plano, y eligiendo el potencial  $\psi$  de manera que solamente tenga componente en el eje y. De acuerdo con la ecuación (1.1) y con las particularizaciones que hemos hecho, el vector velocidad tendrá las siguientes componentes:

$$v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} ; \quad v_y = 0 ; \quad v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \quad (1.2)$$

$\phi$  y  $\psi$  que son los potenciales representativos de las ondas longitudinales y transversales, satisfacen ambos la ecuación de ondas:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} ; \quad \nabla^2 \psi_y = \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

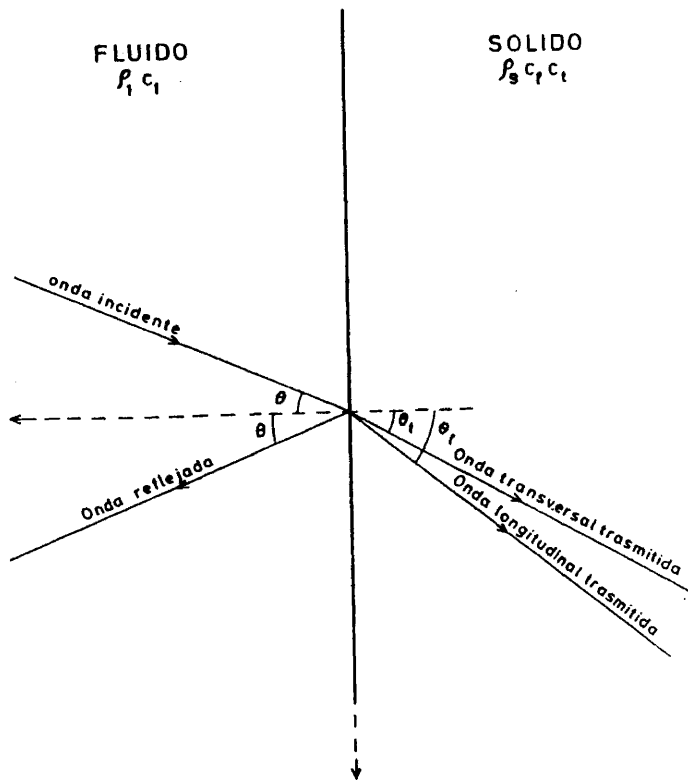


Fig.1. Reflexión de ondas planas por un dioptrio fluido - sólido.

donde  $c_l$  y  $c_t$  son las velocidades de propagación de estas ondas longitudinales y transversales, que son función de las constantes elásticas y másicas del sólido. Si  $\lambda_s$  y  $\mu_s$  son los coeficientes de Lamé y  $\rho_s$  la densidad del sólido:

$$c_l = \sqrt{\frac{\lambda_s + 2\mu_s}{\rho_s}} ; \quad c_t = \sqrt{\frac{\mu_s}{\rho_s}} \quad (1.4)$$

Las magnitudes referentes al sólido llevarán el subíndice s y las referentes al líquido el subíndice q.

Las tensiones y deformaciones que se producen en el sólido a consecuencia de la onda mecánica que se propaga en su interior deberán -- ser funciones continuas en la superficie límite entre el sólido y el líquido. Esta condición ha de cumplirse tanto por las componentes normales como por las componentes tangenciales a dicha superficie; ahora bien, como en un líquido no hay componente tangencial de tensiones, la componente tangencial en el sólido ha de ser nula sobre la superficie.

Las componentes de la tensión en el sólido son (16) (17):

$$Z_x = \mu_s \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) ; \quad Z_y = 0 ; \quad (1.5)$$
$$Z_z = \lambda_s \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu_s \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

En el líquido la elasticidad está caracterizada por el coeficiente de Lamé  $\lambda_q$ , siendo  $\mu_q = 0$ ; la velocidad de propagación de las ondas -- acústicas es  $c_q = \sqrt{\lambda_q / \rho_q}$ , y el campo acústico queda definido con el potencial  $\phi_q$  que cumple todas las relaciones dadas para el medio sólido.

do, haciendo  $\mu = 0$  y  $\psi = 0$ . En particular la ecuación (1.1) que liga la velocidad con el potencial es:

$$v_q = \text{grad } \phi_q \quad (1.6)$$

Si consideramos ahora una onda propagándose en el medio líquido que incide sobre la superficie del sólido con un ángulo  $\theta$  (figura 1), el potencial que la representa es:

$$\phi_{qi} = A_q e^{j(\omega t + k_q x \cdot \text{sen}\theta - k_q z \cdot \text{cos}\theta)} \quad (1.7)$$

la onda reflejada por el dioptrio líquido-sólido tendrá un potencial:

$$\phi_{qr} = B_q e^{j(\omega t + k_q x \cdot \text{sen}\theta + k_q z \cdot \text{cos}\theta)} \quad (1.8)$$

y el campo acústico en el líquido es el resultante de la suma del incidente y el reflejado, es decir:

$$\phi_q = e^{j(\omega t + k_q x \cdot \text{sen}\theta)} \left( A_q e^{-j \cdot k_q z \cdot \text{cos}\theta} + B_q e^{j \cdot k_q z \cdot \text{cos}\theta} \right) \quad (1.9)$$

siendo la presión acústica:

$$P_q = j \cdot \omega \cdot \rho_q \phi_q \quad (1.10)$$

La acción de la onda incidente genera en el sólido ondas longitudinales y ondas transversales; los potenciales de estas ondas pueden escribirse de la forma:

$$\phi_s = A_1 e^{j(\omega t + k_1 x \cdot \text{sen}\theta_1 - k_1 z \cdot \text{cos}\theta_1)} \quad (1.11)$$

$$\psi_s = A_t e^{j(\omega t + k_t x \cdot \text{sen}\theta_t - k_t z \cdot \text{cos}\theta_t)} \quad (1.12)$$

donde los coeficientes  $k_q$ ,  $k_l$ ,  $k_t$ , son los números de onda:

$$k_q = \omega/c_q \quad k_l = \omega/c_l \quad k_t = \omega/c_t \quad (1.13)$$

y  $\theta_l$   $\theta_t$  los ángulos que forma el eje z con la dirección de propagación de las ondas longitudinales y transversales en el sólido. Dichos ángulos como veremos más adelante pueden ser reales (0 a  $\pi/2$ ) o en determinadas condiciones complejos ( $\pi/2 - j\alpha$ ,  $0 < \alpha$ ).

Según las expresiones (1.2) y (1.5) que dan las componentes de la velocidad y de la tensión en el medio sólido, podemos expresarlas en forma matricial como función de los potenciales  $\phi_s$  y  $\psi_s$  del siguiente modo:

$$\begin{pmatrix} v_{sx} \\ v_{sz} \\ Z_{sx} \\ Z_{sz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} jk_l \text{sen}\theta_l & jk_t \text{cos}\theta_t & 0 & 0 \\ -jk_l \text{cos}\theta_l & jk_t \text{sen}\theta_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j\rho_s \omega \cdot \text{cos}(2\theta_t) & j\rho_s \omega \frac{c_t^2}{c_l^2} \text{sen}(2\theta_l) \\ 0 & 0 & j\rho_s \omega \cdot \text{sen}(2\theta_t) & j\rho_s \omega \left(1 - 2 \frac{c_t^2}{c_l^2} \text{sen}^2\theta_l\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_s \\ \psi_s \\ \psi_s \\ \phi_s \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

Análogamente, de las expresiones (1.6) y (1.10) deducimos las componentes de la velocidad y la presión en el medio líquido en función de los potenciales  $\phi_i$  y  $\phi_r$ :

$$\begin{pmatrix} v_{qx} \\ v_{qz} \\ 0 \\ p_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} jk_q \text{sen}\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -jk_q \text{cos}\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -jw\rho_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{qi} + \phi_{qr} \\ \phi_{qi} - \phi_{qr} \\ \phi_{qi} - \phi_{qr} \\ \phi_{qi} + \phi_{qr} \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

Las condiciones de continuidad que han de cumplir los potenciales en la superficie de separación entre líquido y sólido son: las componentes normales de la velocidad y la tensión así como la componente tangencial de la tensión, han de ser funciones continuas en dicha superficie límite. Es decir se cumple:

$$\begin{pmatrix} -jk_1 \text{cos}\theta_1 & jk_t \text{sen}\theta_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j\rho_s w \cdot \text{cos}(2\theta_t) & jw\rho_s \frac{c_t^2}{c_1^2} \text{sen}(2\theta_1) \\ 0 & 0 & j\rho_s w \cdot \text{sen}(2\theta_t) & jw\rho_s (1 - 2\frac{c_t^2}{c_1^2} \text{sen}^2\theta_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 e^{jk_1 x \cdot \text{sen}\theta_1} \\ A_t e^{jk_t x \cdot \text{sen}\theta_t} \\ A_t e^{jk_t x \cdot \text{sen}\theta_t} \\ A_1 e^{jk_1 x \cdot \text{sen}\theta_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -jk_q \text{cos}\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -jw\rho_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_q + B_q \\ A_q - B_q \\ A_q - B_q \\ A_q + B_q \end{pmatrix} \cdot e^{jk_q x \cdot \text{sen}\theta} \quad (1.16)$$

Como estas condiciones límites han de cumplirse para cualquier valor de  $x$ , se deduce la ley de Snell:

$$k_1 \text{sen}\theta_1 = k_t \text{sen}\theta_t = k_q \text{sen}\theta \quad (1.17)$$

y el siguiente sistema de ecuaciones del que se despejaron las amplitudes  $B_q$ ,  $A_1$  y  $A_t$  en función de la onda incidente  $A_q$ :

$$A_q - B_q = \frac{k_1 \cos\theta_1}{k_q \cos\theta} A_1 - \frac{k_t \text{sen}\theta_t}{k_q \cos\theta} A_t \quad (1.18)$$

$$A_q + B_q = \frac{\rho_s}{\rho_q} (1 - 2 \frac{k_1^2}{k_t^2} \text{sen}^2\theta_1) A_1 - \frac{\rho_s}{\rho_q} (\text{sen}2\theta_t) A_t \quad (1.19)$$

$$A_1 k_1^2 \text{sen}2\theta_1 + A_t k_t^2 \cos2\theta_t = 0 \quad (1.20)$$

Resolviendo este sistema se obtienen los coeficientes de reflexión y transmisión del dioptrio para las ondas planas, dados por:

$$R(\theta) = \frac{B_q}{A_q} = \frac{Z_1 \cos^2(2\theta_t) + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) - Z_q}{Z_1 \cos^2(2\theta_t) + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) + Z_q} \quad (1.21)$$

$$T_1(\theta) = \frac{A_1}{A_q} = \frac{\rho_q}{\rho_s} \frac{2Z_1 \cos(2\theta_t)}{Z_1 \cos^2(2\theta_t) + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) + Z_q} \quad (1.22)$$

$$T_t(\theta) = \frac{A_t}{A_q} = \frac{\rho_q}{\rho_s} \frac{-2Z_t \text{sen}(2\theta_t)}{Z_1 \cos^2(2\theta_t) + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) + Z_q} \quad (1.23)$$

donde  $Z_q$ ,  $Z_l$  y  $Z_t$  son las respectivas impedancias acústicas de las ondas planas en el líquido y de las ondas longitudinales y transversales en el sólido para el correspondiente ángulo de incidencia; su expresión es:

$$Z_q = \frac{\rho_q c_q}{\cos\theta} \quad Z_l = \frac{\rho_s c_l}{\cos\theta_l} \quad Z_t = \frac{\rho_s c_t}{\cos\theta_t} \quad (1.24)$$

### 1.1.1. Análisis del coeficiente de reflexión

En incidencia normal ( $\theta = 0$ ) de las ondas acústicas sobre el dioptrio líquido-sólido, se obtiene:  $\theta_l = \theta_t = 0$

$$R(0) = \frac{Z_l - Z_q}{Z_l + Z_q} \quad T_l(0) = \frac{\rho_q}{\rho_s} \frac{2Z_l}{Z_l + Z_q} \quad T_t(0) = 0 \quad (1.25)$$

es decir no se excitan ondas transversales en el sólido comportándose este medio como si fuese un líquido. Al contrario sucede cuando el ángulo de incidencia es:

$$\theta = \text{arc sen } \frac{c_q}{\sqrt{2} c_t}$$

entonces  $\theta_t = 45^\circ$  y  $T(\theta) = 0$  es decir no hay propagación de ondas longitudinales en el sólido.

En la mayoría de los casos particulares, la velocidad del sonido en el líquido  $c_q$  es menor que la velocidad de las ondas longitudinales y transversales en el sólido. De acuerdo con la ecuación (1.17)

tenemos:

$$\text{sen}\theta_1 = (c_1/c_q)\text{sen}\theta \quad \text{sen}\theta_t = (c_t/c_q)\text{sen}\theta \quad (1.26)$$

resultando que cuando  $c_q/c_1 < \text{sen}\theta$ , el  $\text{sen}\theta$  es mayor que 1 y el  $\cos\theta$  es imaginario, lo que corresponde a un ángulo  $\theta$  complejo --  
 ( $\theta = (\pi/2) - j\beta$ , ya que  $\cos(\frac{\pi}{2} - j\beta) = j.\text{sh}\beta$ ;  $\text{sen}(\frac{\pi}{2} - j.\beta) = \text{ch}\beta > 1$ )  
 Por el mismo motivo  $\theta_t$  es complejo cuando  $\theta > \text{arc sen}(c_q/c_t)$ .

La consecuencia de estos resultados es que la onda longitudinal (o transversal) en el sólido es una onda inhomogénea, "deslizante" a lo largo de la superficie límite. El potencial  $\phi_s$  de la ecuación -- (1.11) en este caso es:

$$\phi_s = A_1 e^{k_1 z \sqrt{\text{sen}^2\theta_1 - 1}} e^{j(\omega t + k_1 x \cdot \text{sen}\theta_1)} \quad (1.27)$$

cuya amplitud decrece exponencialmente al aumentar  $z$ , que es negativo. Consecuentemente con el valor imaginario de  $\cos\theta_1$  la impedancia  $Z_1$  -- según (1.24) es imaginaria negativa ( $Z_1 = -j|Z_1|$ ). El coeficiente de reflexión del dioptrio que daba la ecuación (1.21) queda en forma compleja:

$$R(\theta) = \frac{Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) - Z_q - j|Z_1| \cos^2(2\theta_t)}{Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) + Z_q - j|Z_1| \cos^2(2\theta_t)} \quad (1.28)$$

Su módulo es menor que uno, lo que era de esperar, ya que parte de la energía se propaga con la onda transversal.

Usando la terminología de las líneas de transmisión, podemos decir que el dioptrio presenta en este caso una impedancia compleja a la onda incidente:

$$Z_s = Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) + j|Z_1| \cos^2(2\theta_t) \quad (1.29)$$

Cuando el ángulo de incidencia es tal que  $\text{sen } \theta > (c_q/c_t)$  ambos ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_t$  son complejos, lo que significa que las ondas longitudinales y transversales en el sólido son inhomogéneas, propagándose a lo largo de la superficie límite. Las impedancias  $Z_1$  y  $Z_t$  son imaginarias negativas, y el dioptrio presenta una impedancia puramente reactiva a la onda incidente. El coeficiente de reflexión en este caso es:

$$R(\theta) = \frac{Z_q + j(|Z_1| \cos^2(2\theta_t) + |Z_t| \text{sen}^2(2\theta_t))}{-Z_q + j(|Z_1| \cos^2(2\theta_t) + |Z_t| \text{sen}^2(2\theta_t))} \quad (1.30)$$

Su módulo es uno para todo ángulo de incidencia superior al ángulo límite para las ondas transversales ( $\text{arc sen } c_q/c_t$ ), es decir se trata de reflexión total.

Las expresiones del coeficiente de reflexión dadas por las ecuaciones (1.28) y (1.30), al ser complejas, pueden expresarse en la forma módulo-argumento  $R(\theta) = |R| \cdot e^{j\psi}$ , magnitudes que son representadas respectivamente de la amplitud y de la fase de la onda reflejada.

Este desfase que introduce el dioptrio en la onda acústica al

reflejarse es, según los casos:

$$\Gamma = - \operatorname{arc.tg} \left( \frac{|Z_1| \cos^2(2\theta_t)}{Z_t \operatorname{sen}^2(2\theta_t) - Z_q} \right) + \operatorname{arc.tg} \left( \frac{|Z_1| \cos^2(2\theta_t)}{Z_t \operatorname{sen}^2(2\theta_t) + Z_q} \right) \quad (1.31)$$

para  $c_q/c_t > \operatorname{sen} \theta > c_q/c_l$

$$\Gamma = 2 \cdot \operatorname{arc.tg} \left( \frac{|Z_1| \cos^2(2\theta_t) + |Z_t| \operatorname{sen}^2(2\theta_t)}{Z_q} \right) \quad (1.32)$$

para  $\operatorname{sen} \theta > c_q/c_t$

En las figuras 2 y 3 se ha representado la variación con el ángulo de incidencia del módulo y el argumento del coeficiente de reflexión para distintos medios sólidos en contacto con el agua.

El módulo del coeficiente de reflexión tiene un valor para incidencia normal, dado en (1.25), que nos permite determinar la impedancia del medio sólido a las ondas longitudinales, dada por:

$$\rho_s c_l = \rho_q c_q \frac{1 - R(0)}{1 + R(0)} \quad (1.33)$$

Para los materiales presentados en las curvas puede observarse como el módulo del coeficiente de reflexión se mantiene prácticamente constante hasta que el ángulo de incidencia se aproxima al ángulo límite para las ondas longitudinales ( $\theta_L = \operatorname{arc.sen} c_q/c_l$ ), creciendo entonces hasta alcanzar el valor uno para  $\theta = \theta_L$ .

Cuando el ángulo de incidencia está entre  $\theta_L$  y el ángulo límite para las ondas transversales ( $\theta_T = \operatorname{arc.sen} c_q/c_t$ ), el módulo del coeficiente

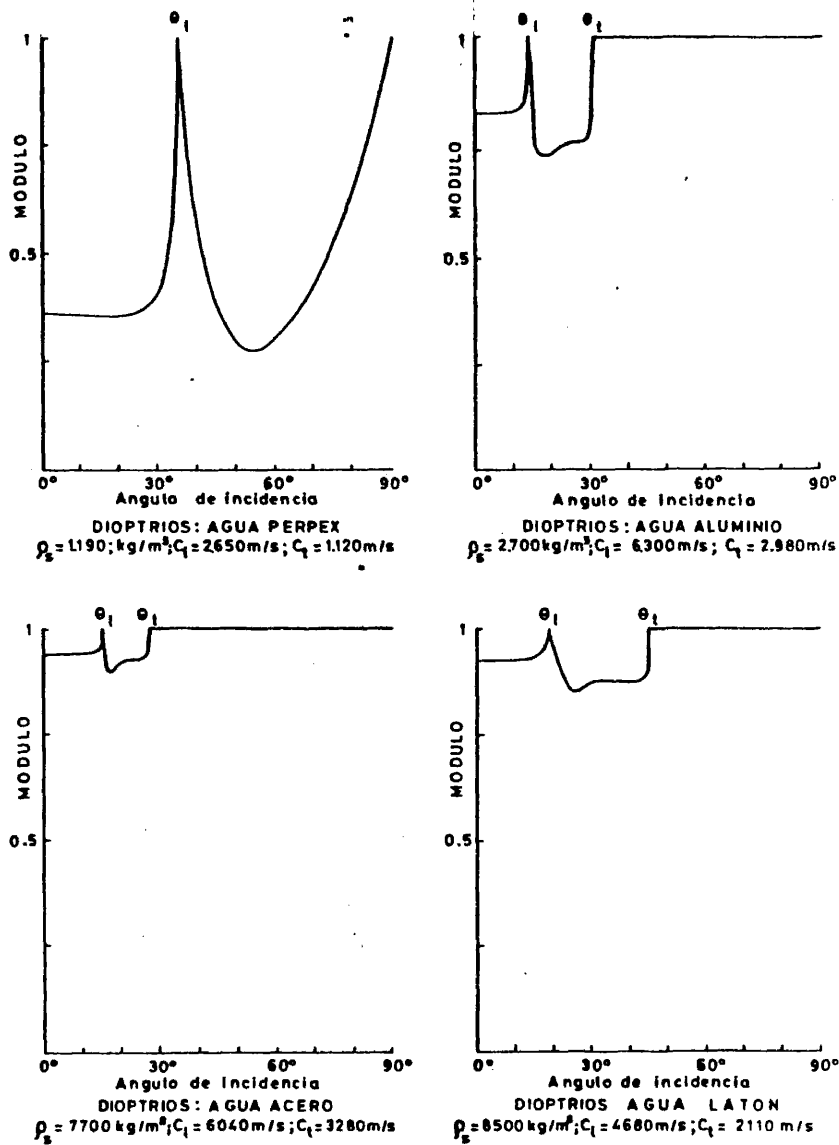


Fig.2. Variación del módulo del coeficiente de reflexión con el ángulo de incidencia. ( $\rho_q = 1000 \text{ Kg/m}^3$   $c_q = 1.500 \text{ m/s}$ )

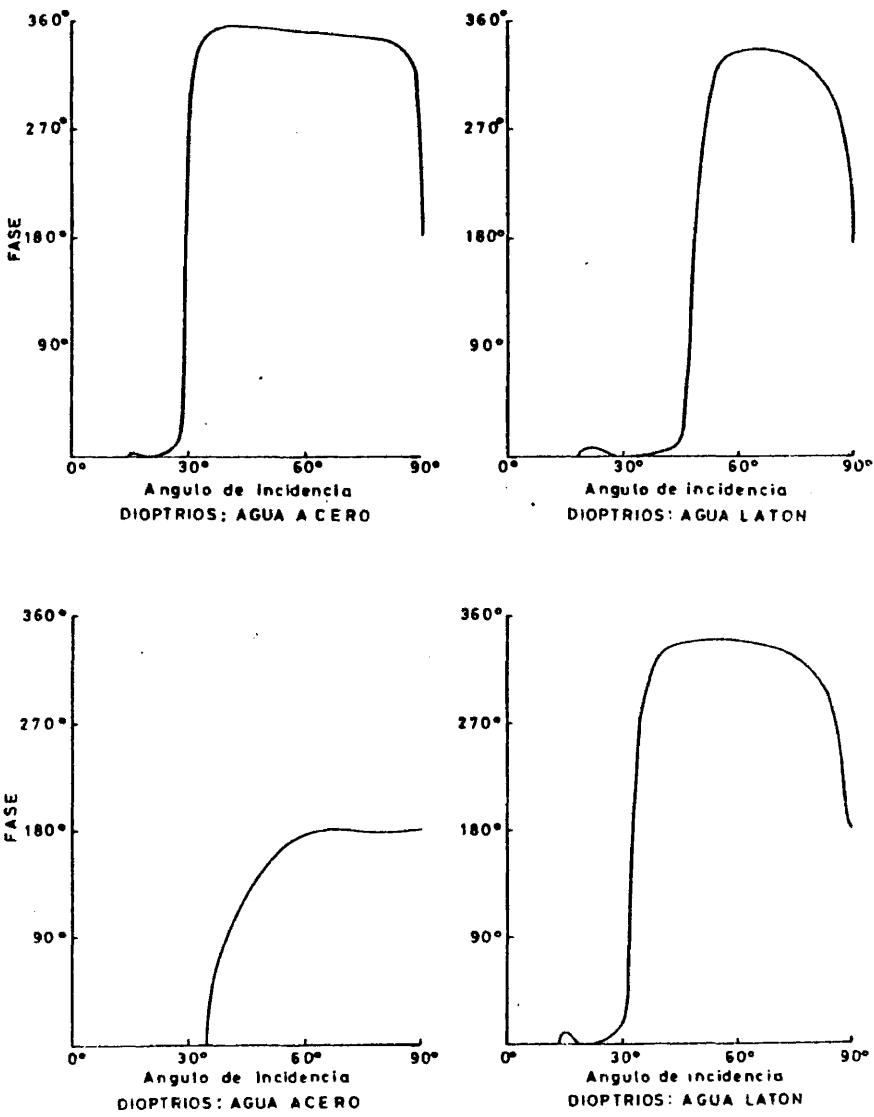


Fig.3. Variación de la fase del coeficiente de reflexión con el ángulo de incidencia.

ficiente de reflexión primero decrece hasta un valor algo inferior al que corresponde a incidencia normal, y luego crece de nuevo hasta volver a valer uno cuando el ángulo de incidencia es  $\theta_T$ . A partir de este ángulo el módulo permanece constante e igual a uno. Si la velocidad de propagación de las ondas transversales es menor que la velocidad de propagación de las ondas en el agua, no hay ángulo límite  $\theta_T$  y el módulo del coeficiente de reflexión solo alcanza el valor uno para los ángulos de incidencia  $\theta_L$  y  $\pi/2$ .

El conocimiento de los ángulos límites para las ondas longitudinales y transversales nos permite determinar las velocidades de propagación  $c_l$  y  $c_t$ , dadas por:

$$c_l = c_q / \text{sen}\theta_L \qquad c_t = c_q / \text{sen}\theta_T \qquad (1.34)$$

Por su parte la fase del coeficiente de reflexión, como vemos en la figura 3, es nula para ángulos de incidencia inferiores a  $\theta_L$ , y para los materiales en ella representados es casi nula para incidencias comprendidas entre  $\theta_L$  y  $\theta_T$ , siempre que  $c_t > c_q$ , y cuando  $c_t$  es menor que  $c_q$ , la fase crece de manera continua hasta valer  $180^\circ$  cuando las ondas transversales se propagan en el medio sólido con una inclinación de  $45^\circ$ .

A partir de que el ángulo de incidencia sobrepasa el ángulo límite para las ondas transversales (siendo  $c_t < c_q$ ) la fase del coeficiente de reflexión crece rápidamente, llegando a producirse una variación de la fase próxima a los  $360^\circ$  con solo modificar, en menos de  $6^\circ$ ,

el ángulo de incidencia como sucede en los materiales metálicos presentados en la figura. El valor de la fase que así se alcanza permanece con valores altos hasta que nos aproximamos a los 90° en el ángulo de incidencia, donde la fase vuelve a decrecer hasta los 180°

#### I.2. REFLEXION DE ONDAS PLANAS EN UN DIOPTRIO SOLIDO-LIQUIDO

Consideramos ahora el caso en que una onda longitudinal con potencial de amplitud  $A_1$  como el de (1.11), se propaga en el medio sólido e incide sobre una superficie plana que forma dioptrio entre el sólido y un medio líquido. Esta onda genera en la superficie límite el siguiente sistema de ondas:

- Una onda longitudinal reflejada de amplitud  $B_1$
- Una onda transversal reflejada de amplitud  $B_t$
- y una onda transmitida en el líquido de amplitud  $D_q$

La vibración de las partículas del medio sólido estará dada por la superposición de los potenciales de las ondas longitudinales incidente y reflejada:

$$\phi_s = A_1 e^{jk_1(x \cdot \text{sen}\theta_1 + z \cdot \text{cos}\theta_1)} + B_1 e^{jk_1(x \cdot \text{sen}\theta_1 - z \cdot \text{cos}\theta_1)} \quad (1.35)$$

y por el potencial de la onda transversal reflejada:

$$\psi_s = B_t e^{jk_t(x \cdot \text{sen}\theta_t - z \cdot \text{cos}\theta_t)} \quad (1.36)$$

En el fluido la onda plana vendrá representada por el potencial:

$$\phi_q = D_q e^{jk_q(x \cdot \text{sen}\theta + z \cdot \text{cos}\theta)} \quad (1.37)$$

Imponiendo a estos tres potenciales que cumplan las condiciones límites establecidas en el apartado anterior, se obtienen los coeficientes de reflexión del dioptrio para las ondas longitudinales:

$$R(\theta)_{ll}^{sq} = \frac{B_l}{A_l} = \frac{Z_q + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) - Z_l \text{cos}^2(2\theta_t)}{Z_q + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) + Z_l \text{cos}^2(2\theta_t)} \quad (1.38)$$

para las ondas transversales:

$$R(\theta)_{lt}^{sq} = \frac{B_t}{A_l} = \frac{c_t^2 \text{sen}(2\theta_l)}{c_l^2 \text{cos}(2\theta_t)} \frac{2 \cdot Z_l \text{cos}^2(2\theta_t)}{Z_q + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) + Z_l \text{cos}^2(2\theta_t)} \quad (1.39)$$

y el coeficiente de transmisión del dioptrio:

$$T(\theta)_{l}^{sq} = \frac{D_q}{A_l} = \frac{\rho_s}{\rho_q} \frac{2 \cdot Z_q \text{cos}(2\theta_t)}{Z_q + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t) + Z_l \text{cos}^2(2\theta_t)} \quad (1.40)$$

Otro caso que debemos considerar es aquel en el que en medio sólido se propaga una onda transversal con potencial de amplitud  $A_t$  - como el definido en (1.12); cuando esta onda incide sobre la superficie que se para el medio sólido del líquido, genera un sistema de ondas representadas por los potenciales siguientes:

$$\phi_s = B_1 e^{jk_1(x \cdot \text{sen}\theta_1 - z \cdot \text{cos}\theta_1)} \quad (1.41)$$

para la onda longitudinal reflejada:

$$\psi_s = A_t e^{jk_t(x \cdot \text{sen}\theta_t + z \cdot \text{cos}\theta_t)} + B_t e^{jk_t(x \cdot \text{sen}\theta_t - z \cdot \text{cos}\theta_t)} \quad (1.42)$$

para las ondas transversales incidente y reflejada, y

$$\phi_q = D_q e^{jk_q(x \cdot \text{sen}\theta + z \cdot \text{cos}\theta)} \quad (1.43)$$

para la onda transmitida en el medio fluido.

Reiterando la aplicación de las condiciones límites a este sistema de ondas en la superficie del dioptrio, obtenemos los respectivos coeficientes de reflexión:

$$R(\theta)_{tt}^{sq} = \frac{B_t}{A_t} = - \frac{Z_q + Z_1 \cos^2(2\theta_t) - Z_t \text{sen}^2(2\theta_t)}{Z_q + Z_1 \cos^2(2\theta_t) + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t)} \quad (1.44)$$

$$R(\theta)_{t1}^{sq} = \frac{B_1}{A_t} = - \frac{c_1^2 \cos(2\theta_t)}{c_t^2 \text{sen}(2\theta_1)} \frac{2 \cdot Z_t \text{sen}^2(2\theta_t)}{Z_q + Z_1 \cos^2(2\theta_t) + Z_t \text{sen}^2(2\theta_t)} \quad (1.45)$$

y el coeficiente de transmisión:

$$T(\theta)_t^{sq} = \frac{D_q}{A_t} = \frac{\operatorname{tg}\theta}{\operatorname{sen}^2\theta_t} \frac{Z_t \operatorname{sen}^2(2\theta_t)}{Z_q + Z_1 \cos^2(2\theta_t) + Z_t \operatorname{sen}^2(2\theta_t)} \quad (1.46)$$

Estas expresiones nos serán útiles más adelante a la hora de obtener y comprobar algunas de las peculiaridades del tratamiento que vamos a dar al coeficiente de reflexión de una pared.

### I.3. REFLEXION DE ONDAS PLANAS EN UNA PARED SOLIDA

Cuando una onda plana propagándose en un medio líquido incide bajo un cierto ángulo sobre una de las superficies planas de una pared sólida (se entiende por pared el espacio comprendido entre dos planos paralelos), que separa ese medio líquido de otro también líquido o gas, genera una onda reflejada cuyas características de amplitud y fase dependen del espesor y material de la pared. Para determinar esta dependencia establecemos a continuación las ecuaciones que rigen el fenómeno de la reflexión de una pared sólida entre dos medios fluidos.

Consideramos, como en el caso de un dioptrio, que dicha onda plana se propaga en el medio líquido de impedancia característica  $\rho_q \cdot c_q$  según una dirección contenida en el plano x-z, e incidiendo con un ángulo  $\theta$  sobre la superficie de la pared sólida coincidente con el plano x-y; de esta manera podemos estudiar también este fenómeno con solo dos coordenadas (figura 4). Suponemos además que la pared tiene un espesor  $d$  y una superficie infinita, su densidad es  $\rho_s$  y la velo

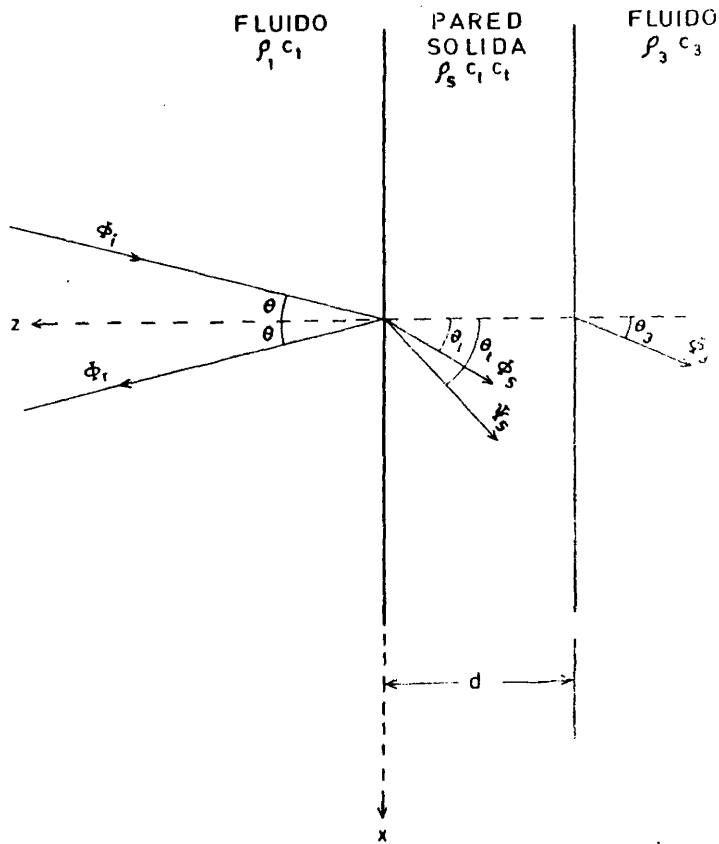


Fig.4. Reflexión de ondas planas por una pared sólida separando dos fluidos.

idad de propagación de las ondas longitudinales y transversales en el medio sólido de la pared son  $c_1$  y  $c_t$ . Por último, el medio líquido o gaseoso que se encuentra al otro lado de la pared tiene una impedancia  $\rho_q^3 \cdot c_q^3$ .

Estableciendo el sistema de potenciales:  $\phi_q^1$  causado por la propagación de las ondas incidente y reflejada en el primer medio:

$$\phi_q^1 = \phi_i + \phi_r$$

$$\phi_q^1 = e^{j(\omega t + k_q^1 x \cdot \text{sen} \theta)} (A_q^1 \cdot e^{-jk_q^1 z \cdot \text{cos} \theta} + B_q^1 \cdot e^{jk_q^1 z \cdot \text{cos} \theta}) \quad (1.47)$$

Si  $\phi_s$  y  $\psi_s$  son los potenciales de las ondas longitudinales y transversales, tanto incidente como reflejada, en el seno de la pared sólida

$$\phi_s = \phi_i^1 + \phi_r^1 \quad (1.48)$$

$$\phi_i^1 = A_1 \cdot e^{j(\omega t + k_1 x \cdot \text{sen} \theta_1 - K_1 z \cdot \text{cos} \theta_1)} \quad (1.49)$$

$$\phi_r^1 = B_1 \cdot e^{j(\omega t + k_1 x \cdot \text{sen} \theta_1 + k_1 (z-d) \text{cos} \theta_1)} \quad (1.50)$$

$$\psi_s = \psi_i^t + \psi_r^t \quad (1.51)$$

$$\psi_i^t = A_t \cdot e^{j(\omega t + k_t x \cdot \text{sen} \theta_t - K_t \text{cos} \theta_t)} \quad (1.52)$$

$$\psi_r^t = B_t \cdot e^{j(\omega t + k_t x \cdot \text{sen} \theta_t + k_t (z-d) \text{cos} \theta_t)} \quad (1.53)$$

y si  $\phi_q^3$  es el potencial de la onda transmitida por la pared al tercer medio

$$\phi_q^3 = A_q^3 \cdot e^{j(\omega t + k_q^3 x \cdot \text{sen} \theta_3 - k_q^3 (z-d) \cos \theta_3)} \quad (1.54)$$

De acuerdo con las expresiones (1.2), (1.5), (1.6) y (1.10) - las componentes de la velocidad y la tensión en cada medio son:

- en el que se propaga la onda incidente:

$$\begin{pmatrix} v_{qx}^1 \\ v_{qz}^1 \\ 0 \\ p_q^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} jk_q^1 \text{sen} \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -jk_q^1 \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -j\omega \rho_q^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_j + \phi_r \\ \phi_i - \phi_r \\ \phi_i - \phi_r \\ \phi_i + \phi_r \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

- en la pared sólida:

$$\begin{pmatrix} v_{sx} \\ v_{sz} \\ Z_{sx} \\ Z_{sz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} jk_1 \text{sen} \theta_1 & jk_t \cos \theta_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -jk_1 \cos \theta_1 & jk_t \cos \theta_t \\ 0 & 0 & -j\rho_s w \frac{c_t^2}{c_1^2} \text{sen} 2\theta_1 & -j\rho_s w \cdot \cos 2\theta_t \\ -j\rho_s w \left(1 + 2 \frac{c_t^2}{c_1^2} \text{sen}^2 \theta_1\right) & -j\rho_s w \cdot \text{sen} 2\theta_t & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_i^1 + \phi_i^1 \\ \psi_i^t - \psi_r^t \\ \phi_i^1 - \phi_r^1 \\ \psi_i^t + \psi_r^t \end{pmatrix} \quad (1.56)$$

- y en el tercer medio, en el que se propaga una sola onda transmitida:

$$\begin{pmatrix} v_{qx}^3 \\ v_{qz}^3 \\ 0 \\ p_q^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} jk_q^3 \text{sen}\theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -jk_q^3 \text{cos}\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -j\omega\rho_q^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_q^3 \\ \phi_q^3 \\ \phi_q^3 \\ \phi_q^3 \end{pmatrix} \quad (1.57)$$

Las condiciones de continuidad a aplicar en las dos superficies límites de la pared son las mismas que considerábamos en la reflexión de los dioptrios fluido-sólido y sólido-fluido, es decir: 1° continuidad de la componente normal de la tensión, 2° componente tangencial de la tensión en el sólido nula y 3° continuidad de la componente normal de la velocidad de vibración de las partículas.

Estos condicionantes quedan expresados por las siguientes -- igualdades:

- en el plano  $z = 0$

$$M_q^1 \begin{pmatrix} (A_q^1 + B_q^1) e^{jk_q^1 x \text{sen}\theta} \\ (A_q^1 - B_q^1) e^{jk_q^1 x \text{sen}\theta} \\ (A_q^1 - B_q^1) e^{jk_q^1 x \text{sen}\theta} \\ (A_q^1 + B_q^1) e^{jk_q^1 x \text{sen}\theta} \end{pmatrix} = M_s \begin{pmatrix} (A_1 + B_1) e^{-jk_1 d \text{cos}\theta_1} e^{jk_1 x \text{sen}\theta_1} \\ (A_t - B_t) e^{-jk_t d \text{cos}\theta_t} e^{jk_t y \text{sen}\theta_t} \\ (A_1 - B_1) e^{-jk_1 d \text{cos}\theta_1} e^{jk_1 x \text{sen}\theta_1} \\ (A_t + B_t) e^{-jk_t d \text{cos}\theta_t} e^{jk_t y \text{sen}\theta_t} \end{pmatrix}$$

- y en el plano  $z = d$

$$M_s = \begin{pmatrix} (A_1 e^{-jk_1 d \cos \theta_1} + B_1) e^{jk_1 x \sin \theta_1} \\ (A_t e^{-jk_t d \cos \theta_t} - B_t) e^{jk_t x \sin \theta_t} \\ (A_1 e^{-jk_1 d \cos \theta_1} - B_1) e^{jk_1 x \sin \theta_1} \\ (A_t e^{-jk_t d \cos \theta_t} + B_t) e^{jk_t x \sin \theta_t} \end{pmatrix} = M_d^3 \begin{pmatrix} A_d^3 e^{jk_d^3 x \sin \theta_3} \\ A_d^3 e^{jk_d^3 x \sin \theta_3} \\ A_d^3 e^{jk_d^3 y \sin \theta_3} \\ A_d^3 e^{jk_d^3 x \sin \theta_3} \end{pmatrix} \quad (1.59)$$

donde las matrices  $M_d^1$ ,  $M_s$ , y  $M_d^3$  son:

$$M_d^1 = \begin{pmatrix} 0 & -jk_q^1 \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -j\omega \rho_q^1 \end{pmatrix} \quad (1.60)$$

$$M_s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -jk_1 \cos \theta_1 & ik_t \sin \theta_t \\ 0 & 0 & -j\rho_s w \frac{c_t^2}{c_1} \sin 2\theta_1 & -j\rho_s w \cos 2\theta_t \\ -j\rho_s w (1 + 2 \frac{c_t^2}{c_1} \sin^2 \theta_1) & -j\rho_s w \sin 2\theta_t & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

$$M_d^3 = \begin{pmatrix} 0 & -jk_q^3 \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -j\omega \rho_q^3 \end{pmatrix} \quad (1.62)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones que se desprende de las ecuaciones (3.5) y (3.6), se obtienen los coeficientes de reflexión y transmisión de la pared. El primero de ellos viene dado por la magnitud compleja:

$$R = \frac{(Z_q^3 - Z_q^1)G + j(H \cdot Z_q^1 - Z_q^3)}{(Z_q^3 + Z_q^1)G + j(H \cdot Z_q^1 + Z_q^3)} \quad (1.63)$$

cuyo módulo y argumento nos proporcionan la amplitud y fase de la onda reflejada.

En la expresión (1.63) del coeficiente de reflexión de la pared hemos tomado la notación:

$$H = A^2 + B^2 + 2AB \frac{1 - \cos(ad)\cos(bd)}{\sin(ad)\sin(bd)} \quad G = \frac{A}{\operatorname{tg}(ad)} + \frac{B}{\operatorname{tg}(bd)}$$

$$A = (Z_1/Z_q^1)\cos^2(2\theta_t) \quad B = (Z_t/Z_q^1)\sin^2(2\theta_t) \quad (1.64)$$

$$a = (w/c_1)\cos\theta_1 \quad b = (w/c_t)\cos\theta_t \quad (1.65)$$

El coeficiente de reflexión de la pared depende de su espesor solamente a través de las funciones trigonométricas de (ad) y (bd), es por tanto una dependencia periódica. Por el contrario, el material de la pared interviene al igual que el ángulo de incidencia en todos los factores de la expresión anterior del coeficiente de reflexión. Con respecto al ángulo de incidencia hay que destacar dos ángulos singula-

res, al igual que en la reflexión de ondas planas por un dioptrio líquido-sólido, para incidencia normal ( $\theta = 0$ ) se hace  $B = 0$  y no hay propagación de ondas transversales en la pared; y para incidencia tal que sea  $\theta_t = 45^\circ$  se hace  $A = 0$  y no hay propagación de ondas longitudinales en la pared.

### 1.3.1. Pared sólida inmersa en agua

Vamos a profundizar en el estudio de la reflexión de ondas planas por una pared sólida en el caso particular de que a ambos lados de la pared el medio es el mismo (agua). Al ser las impedancias de los medios 1 y 3 iguales,  $Z_q^1 = Z_q^3$ , la expresión del coeficiente de reflexión de la pared queda simplificado en la forma:

$$R = \frac{H - 1}{(H + 1) - j \cdot 2 \cdot G} \quad (1.66)$$

su módulo que nos determina la amplitud de la onda reflejada, es:

$$|R| = \frac{H - 1}{\sqrt{(H + 1)^2 + 4 \cdot G^2}} \quad (1.67)$$

y el desfase  $\Gamma$  que introduce la pared en la onda plana viene dado -- por:

$$\Gamma = \text{arc.tg} \left( \frac{2 \cdot G}{H + 1} \right) \quad (1.68)$$

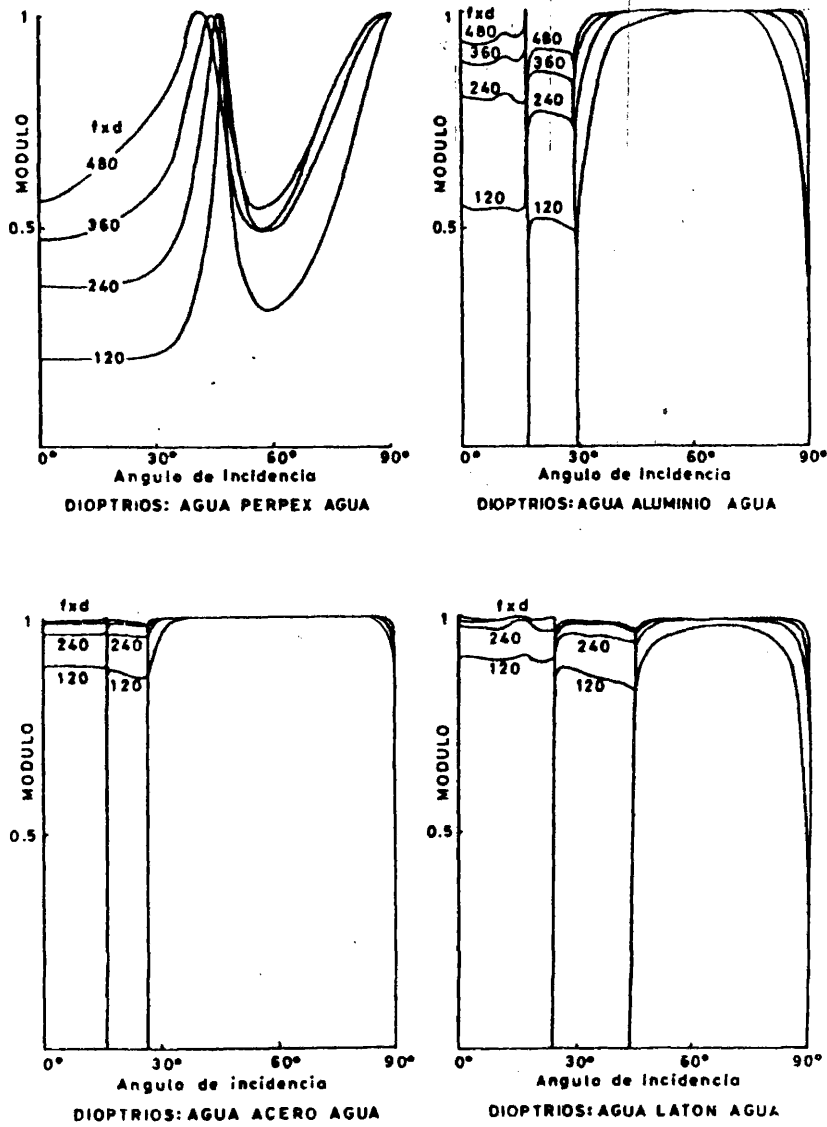


Fig.5. Variación del módulo del coeficiente de reflexión de la pared con el ángulo de incidencia y la frecuencia (f<sub>d</sub> en m/s)

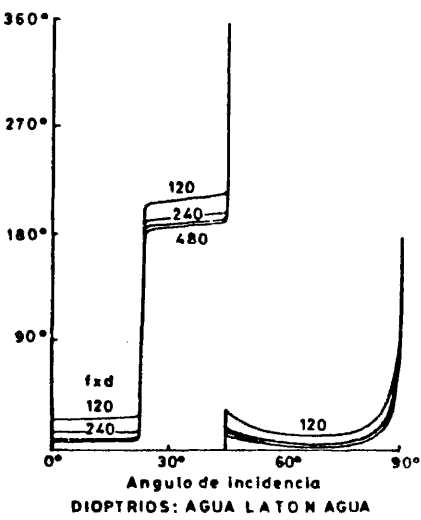
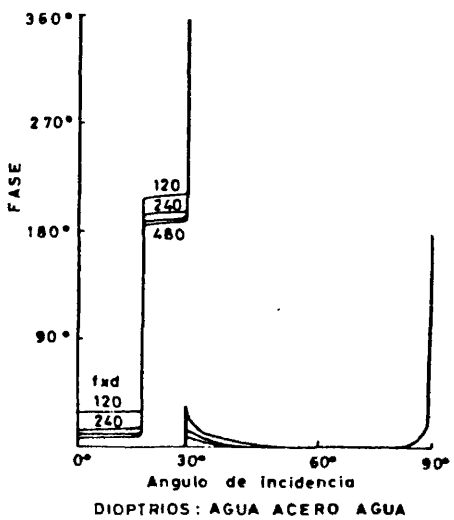
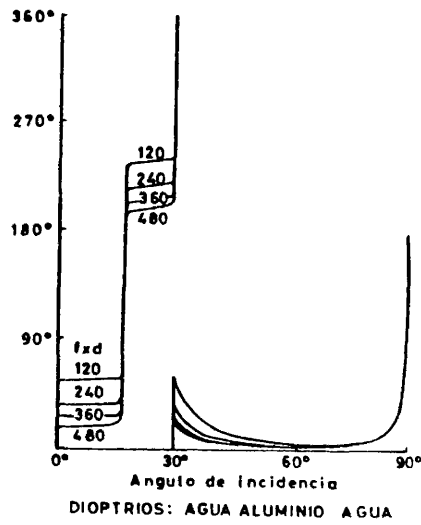
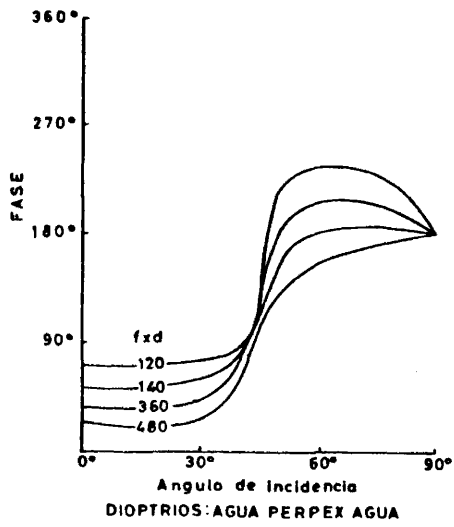


Fig.6. Variación de la fase del coeficiente de reflexión de la pared con el ángulo de incidencia y la frecuencia (f.d en m/s)

Estas dos magnitudes, amplitud y fase de la onda reflejada, -  
presentan singularidades para determinados valores del producto fre--  
cuencia x espesor de la pared, y del ángulo de incidencia, dependiendo  
siempre estos valores del material de la pared. Así tenemos:

$$|R| = 0 \text{ para } H = 1$$

$$\Gamma = \pi/2 \text{ para } H = -1$$

$$\Gamma = \pi \text{ cuando } G = 0$$

En las figuras 5 y 6 se ha presentado la familia de curvas --  
que dan la variación de la amplitud y la fase de la onda reflejada con  
el ángulo de incidencia para distintos valores del producto frecuencia  
x espesor; todo ello en los siguientes materiales: Perpex, Aluminio, -  
Acero y Latón.

Podemos comprobar en esas figuras, como para pequeños valores  
del producto f.d y por debajo del ángulo límite para las ondas longitu--  
dinales, la amplitud y la fase de la onda reflejada permanecen casi --  
constantes cuando varia el ángulo de incidencia. Los valores que toman  
dicha amplitud y fase se aproximan a los correspondientes a incidencia  
normal, que son:

$$|R| = (A^2 - 1) / \sqrt{(A^2 + 1)^2 + 4.A^2 \text{ctg}^2(ad)} \quad (1.69)$$

$$\Gamma = \text{arc.tg} \left[ \frac{2.A}{(A^2 + 1)} \text{ctg}(ad) \right] \quad (1.70)$$

Para valores de  $f.d$  superiores a los representados en las figuras 5 y 6 obtenemos, en incidencia normal, mínimos de la amplitud de la onda reflejada cuando  $a.d$  es un múltiplo entero de  $\pi$ , es decir:

$$|R| = 0 \quad \text{para} \quad f.d = n.(c_1/2) \quad (1.71)$$

Según se aparta de la normal el ángulo de incidencia los mínimos de la amplitud de la onda reflejada van creciendo y las frecuencias a las que se producen varían con el ángulo de incidencia, pero manteniendo siempre su carácter periódico. También cuando se trata de incidencia oblicua se hace ostensible en la amplitud y fase de la onda reflejada las consecuencias de haberse propagado ondas transversales en la pared, apareciendo mínimos de la amplitud cuando  $b.d = n.\pi$ . Estos mínimos son tanto más próximos a cero cuanto más pequeño es el parámetro  $A$ , anulándose para el ángulo de incidencia  $\theta = \text{arc.sen}(c_q^{1/\sqrt{2}}.c_t)$ ; en tal caso, las frecuencias a las que es nula la amplitud de la onda reflejada son:  $f = n.c_t/2.d$ .

En paredes de materiales con impedancia muy superior a la del agua, las soluciones de  $|R| = 0$  se producen para ciertos ángulos de incidencia  $\theta_R$ , cualquiera que sea el valor del producto  $f.d$ , siempre que se mantenga inferior a  $c_1$ . Se observa además como dicho ángulo es también prácticamente solución de  $\Gamma = \pi/2$ , debido a que  $A^2 + B^2 \gg 1$

Los valores del ángulo  $\theta_R$  para los distintos materiales utilizados son:

Material	Latón	Aluminio	Acero
$\theta_R$	23.8°	17.0°	15.7°

En materiales como el perspex, en el que la velocidad de propagación de las ondas transversales  $c_t$  es menor que la velocidad de propagación en el agua  $c_q$ , no existe solución de la ecuación  $|R| = 0$  para bajas frecuencias ( $f < c_1/2.d$ ).

### I.3.2. Pared sólida entre agua y aire

Otro caso de interés práctico es el de la reflexión de ondas planas en una pared sólida que separa dos medios de impedancias muy diferentes, agua y aire. Este supuesto hace que al ser la impedancia del agua mucho mayor que la del aire ( $Z_{\text{agua}} = 1.5 \times 10^6$  rayls,  $Z_{\text{aire}} = 415$  rayls) se simplifica sensiblemente la expresión (1.63) del coeficiente de reflexión, quedando en la forma:

$$R = \frac{-G + j.H}{G + j.H} \quad (1.72)$$

Se deduce de esto que el módulo del coeficiente de reflexión es uno, es decir la amplitud de las ondas planas no varía al reflejarse sobre la pared sólida cuando al otro lado de esta hay aire; independiente de cual sea el ángulo de incidencia, la frecuencia, el espesor de la pared, o el material de esta. No sucede así con la fase que sí varía con estas magnitudes según la expresión:

$$\Gamma = -2.\text{arc.tg}(H/G) \quad (1.73)$$

Ahora solo se presentan dos singularidades de interés:

$$\Gamma = -\pi \quad \text{cuando} \quad G = 0$$

$$\Gamma = 2.\pi \quad \text{cuando} \quad H = 0$$

Todo esto se puede apreciar en la figura 7, donde representamos la familia de curvas que da la variación de la fase del coeficiente de reflexión de la pared con el ángulo de incidencia y con el producto frecuencia por espesor de dicha pared, en los materiales que utilizamos en la experimentación.

Analogamente al caso agua-pared-agua con ángulos de incidencia pequeños, cuando  $a.d = n.\pi$  la fase tiende a  $\pi$ , y cuando  $ad$  es un número impar de  $\pi/2$  tiende a  $2.\pi$ ; lo mismo sucede para ángulos de incidencia próximos a  $\text{arc.sen}(c_q^1/\sqrt{2}.c_t)$ , cuando  $b.d = n.\pi$  la fase tiende a  $\pi$ .

Se observa en el caso agua-pared-aire que para ángulos de incidencia pequeños la fase es prácticamente constante e igual a la correspondiente a incidencia normal, esto es:

$$\Gamma = -2.\text{arc.tg} \left[ \frac{\text{ctg}(a.d)}{\rho_s c_1 / \rho_q c_q} \right] \quad (1.74)$$

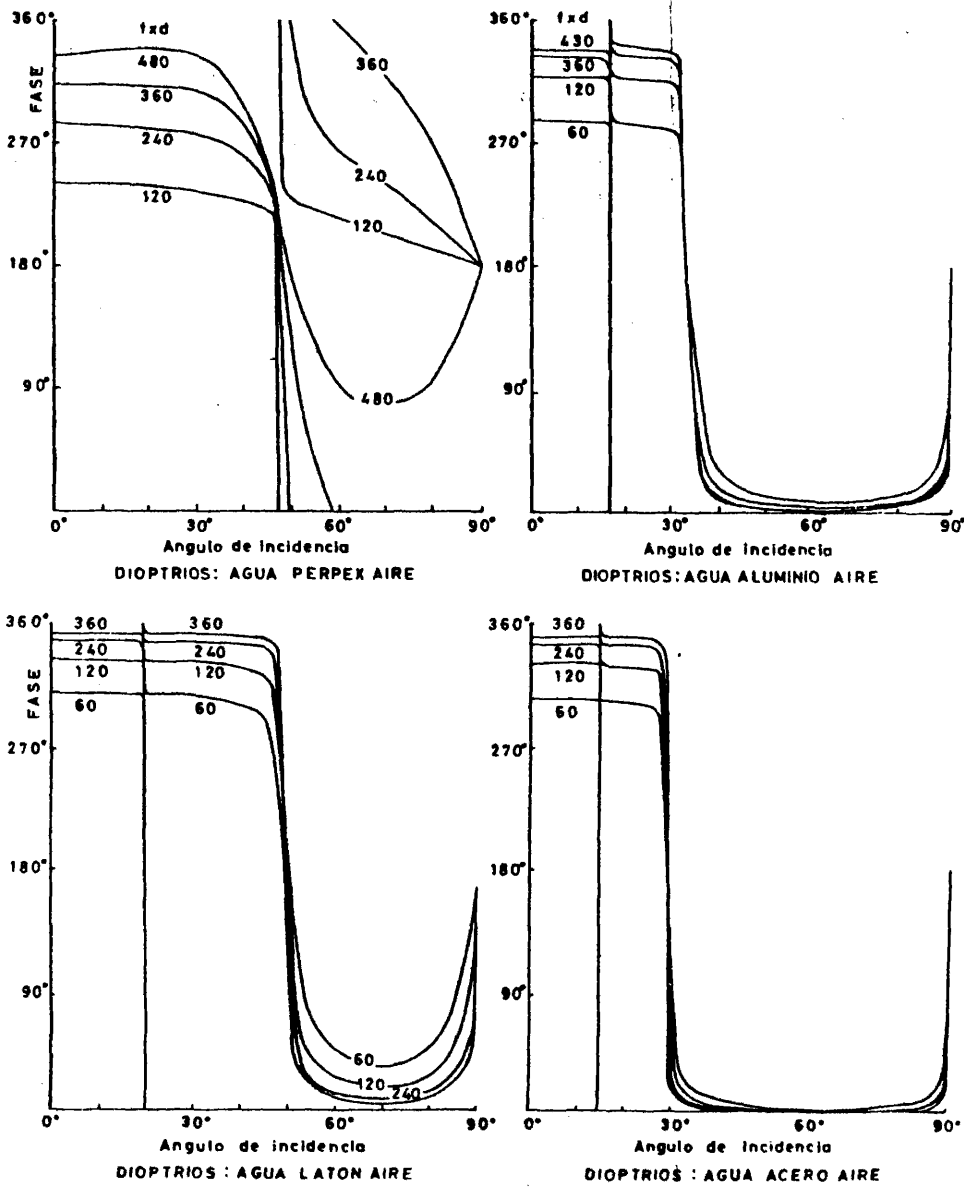


Fig. 7. Variación de la fase del coeficiente de reflexión de la pared entre agua y aire con el ángulo de incidencia y la frecuencia (f,d en m/s)

C A P I T U L O I I  
=====

TRATAMIENTO DEL COEFICIENTE DE REFLEXION

La obtención de la onda reflejada por una pared como superposición de las ondas que transmiten y reflejan reiteradamente cada uno de los dioptrios que forman la pared, lo encontramos en la obra de -- OFFICER (11) BREKHOVSKIKH (5) y DASH (16), pero todos lo hacen única-- mente para incidencia normal, aun habiendo estudiado antes la reflexión de una pared en incidencia oblicua.

Nosotros, en un trabajo anterior (34) y (39), propusimos como se obtenia la descomposición de la onda reflejada en superposición de ondas retardadas, desarrollando en serie de Mac Laurent el coeficiente de reflexión de una pared en incidencia normal. Ahora extendemos este tratamiento al caso general de incidencia oblicua, haciendo el desarrollo respecto de las dos variables, representativas de las ondas longitudinales y de las transversales.

Proponemos también como análisis de la señal reflejada por -- una pared, el espectro de fases de esta señal, al que podriamos llegar mediante la función de intercorrelación entre la señal emitida y la señal reflejada (23).

II.1. DESCOMPOSICION DE LA ONDA REFLEJADA POR UNA PARED EN SUCESTION -  
DE ONDAS DESFASADAS.

En el capítulo I hemos calculado la amplitud y la fase de la onda reflejada para una pared sólida entre dos fluidos, estableciendo

los potenciales de velocidad en los tres medios en condiciones de estado estacionario, y aplicando luego las correspondientes condiciones de contorno. Así se dedujo la ecuación (1.63) del coeficiente de reflexión en forma compleja.

Debe llegarse a un resultado idéntico calculando la onda reflejada por la pared como suma de todas las ondas sucesivamente reflejadas por los dioptrios que forman el sistema reflectante. Esto se comprende fácilmente si tenemos en cuenta que al llegar la onda incidente bajo un ángulo  $\theta$  al primer dioptrio, además de reflejarse genera en la pared una onda longitudinal y una onda transversal propagándose en direcciones distintas (Capítulo I). A su vez estas ondas al llegar al dioptrio posterior de la pared generan por reflexión una onda longitudinal y una onda transversal, y por transmisión una onda que se propaga en el tercer medio. Este fenómeno se repite de manera indefinida como se aprecia en la figura 8.

La suma de todas las ondas que la pared devuelve al primer medio, teniendo bien en cuenta el retardo relativo que existe entre ellas como consecuencia del camino diferente que cada una recorre, nos da la onda reflejada resultante que excita el hidrófono receptor.

El desarrollo en serie de Mac. Laurent de la expresión del coeficiente de reflexión de la pared con respecto a las variables  $x = e^{-j.a.d}$ ,  $y = e^{-j.b.d}$  es:

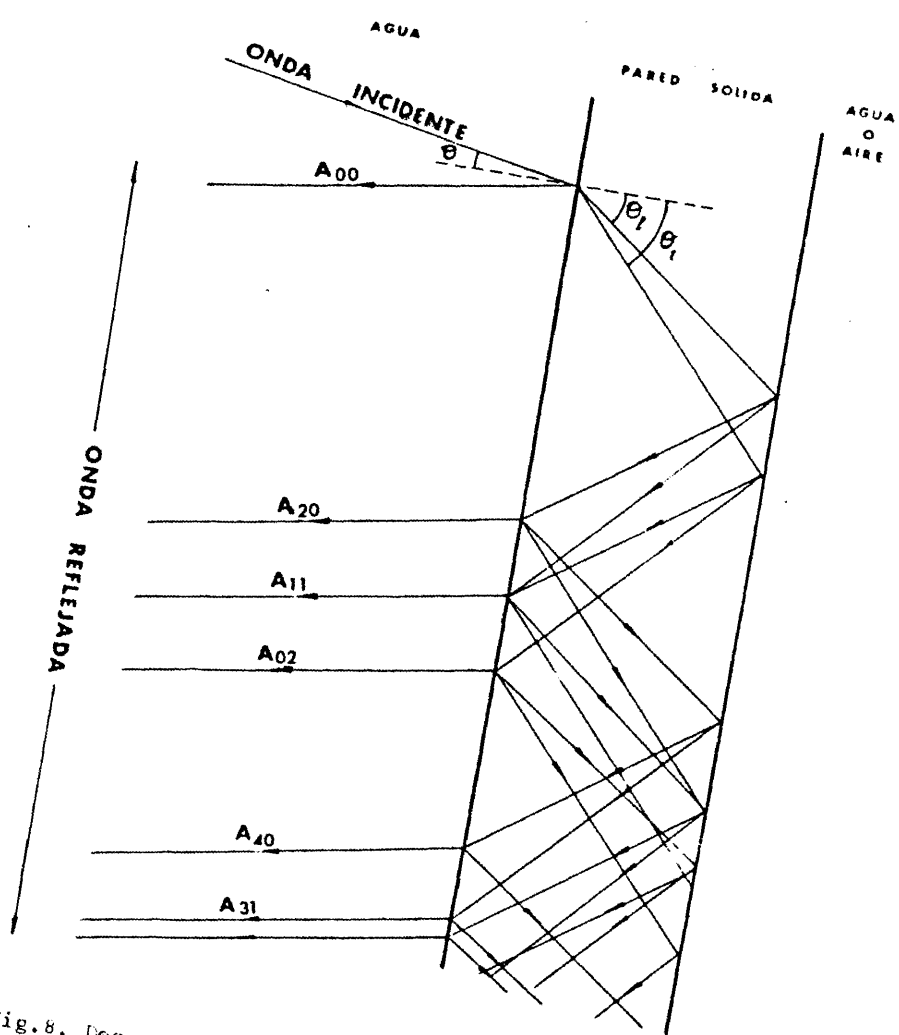


Fig. 8. Descomposición de la onda reflejada en serie de ondas desfasadas.

$$\begin{aligned}
 R(x,y) = & R(o,o) + (\partial R/\partial x)_{o,o} \cdot e^{-jad} + (1/2!).(\partial^2 R/\partial x^2)_{o,o} \cdot e^{-j2ad} + \\
 & + \dots + (\partial R/\partial y)_{o,o} \cdot e^{-jbd} + (1/2!).(\partial^2 R/\partial y^2)_{o,o} \cdot e^{-j2bd} + \\
 & + \dots + (1/2!).2.(\partial^2 R/\partial x\partial y)_{o,o} \cdot e^{-j(a+b)d} + \dots
 \end{aligned} \quad (2.1)$$

y nos devuelve la forma de suma de una serie de ondas cuya amplitud -- viene dada por la derivada parcial correspondiente al número de veces que la onda se ha propagado en la pared longitudinalmente (n) y transversalmente (m), esto es:

$$A_{n,m} = \frac{1}{(n+m)!} \left[ \frac{\partial^{n+m} R}{(\partial e^{-jad})^n (\partial e^{-jbd})^m} \right]_{o,o} \quad (2.2)$$

y el desfase dado por el retardo:

$$\Gamma_{n,m} = n.a.d + m.b.d \quad (2.3)$$

Recordando la expresión (1.63) y escribiendola en función de x e y, si agrupamos los terminos en x<sup>2</sup>, y<sup>2</sup>, x.y, x<sup>2</sup>.y<sup>2</sup> obtenemos como expresión del coeficiente de reflexión de la pared:

$$R = \frac{R^{1s} + R_{tt}^{s1} R_{ll}^{s3} x^2 + R_{ll}^{s1} R_{tt}^{s3} y^2 + R^{3s} x^2 y^2 + (R_{lt}^{s1} R_{tl}^{s3} + R_{tl}^{s1} R_{lt}^{s3}) xy}{1 - R_{ll}^{s1} R_{ll}^{s3} x^2 - R_{tt}^{s1} R_{tt}^{s3} y^2 + R^{1s} R^{3s} x^2 y^2 + (R_{lt}^{s1} R_{tl}^{s3} + R_{tl}^{s1} R_{lt}^{s3}) xy} \quad (2.4)$$

donde R<sup>1s</sup> y R<sup>3s</sup> son los coeficientes de reflexión del dioptrio anterior y posterior de la pared a las ondas planas cuando inciden desde los respectivos medios fluidos (1) y (3). Estan calculados en el Capí-

tulo I, y su expresión en función de A y B son:

$$R_{1s}^{1s} = \frac{A + B - 1}{A + B + 1} \quad R_{3s}^{3s} = - \frac{Z_q^3 - (A+B)Z_q^1}{Z_q^3 + (A+B)Z_q^1} \quad (2.5)$$

Los coeficientes  $R_{1l}^{s1}$ ,  $R_{1t}^{s1}$ ,  $R_{t1}^{s1}$ ,  $R_{tt}^{s1}$  son los de reflexión del dioptrio anterior de la pared a las ondas longitudinales y transversales propagándose en el interior de la pared, y los coeficientes  $R_{1l}^{s3}$ ,  $R_{1t}^{s3}$ ,  $R_{t1}^{s3}$ ,  $R_{tt}^{s3}$ , son los de reflexión correspondientes al dioptrio posterior. Todos ellos fueron también calculados en el Capítulo anterior, siendo su expresión en términos de A y B:

$$R_{1l}^{s1} = - \frac{A - B - 1}{A + B + 1} \quad R_{1l}^{s3} = \frac{Z_q^3 - (A-B)Z_q^1}{Z_q^3 + (A+B)Z_q^1} \quad (2.6)$$

$$R_{1t}^{s1} = \frac{c_t^2 \cdot \text{sen}(2\theta_1)}{c_l^2 \cdot \text{cos}(2\theta_t)} \cdot \frac{2A}{A+B+1} \quad R_{1t}^{s3} = \frac{c_t^2 \cdot \text{sen}(2\theta_1)}{c_l^2 \cdot \text{cos}(2\theta_t)} \cdot \frac{2AZ_q^1}{Z_q^1(A+B)+Z_q^3}$$

$$R_{t1}^{s1} = - \frac{c_l^2 \cdot \text{cos}(2\theta_t)}{c_t^2 \cdot \text{sen}(2\theta_1)} \cdot \frac{2B}{A+B+1} \quad R_{t1}^{s3} = - \frac{c_l^2 \cdot \text{cos}(2\theta_t)}{c_t^2 \cdot \text{sen}(2\theta_1)} \cdot \frac{2BZ_q^1}{Z_q^1(A+B)+Z_q^3}$$

$$R_{tt}^{s1} = \frac{A - B + 1}{A + B + 1} \quad R_{tt}^{s3} = - \frac{Z_q^3 + (A-B)Z_q^1}{Z_q^3 + (A+B)Z_q^1} \quad (2.7)$$

Resulta también interesante recordar, en función de A y B, los coeficientes de transmisión del dioptrio anterior de la pared:

$$\begin{aligned}
 T_1^{1s} &= \frac{\rho_1}{\rho_s} \frac{2A/\cos(2\theta_t)}{A+B+1} & T_t^{1s} &= -\frac{\rho_1}{\rho_s} \frac{2B/\sin(2\theta_t)}{A+B+1} \\
 T_1^{s1} &= \frac{\rho_s}{\rho_1} \frac{2\cos(2\theta_t)}{A+B+1} & T_t^{s1} &= \frac{\rho_s}{\rho_1} \frac{2\sin(2\theta_t)}{A+B+1}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Realizadas las sucesivas derivadas de la función R, n veces respecto de x, y m veces respecto de y (apendice I) se obtiene la amplitud de la onda correspondiente.

Comprobamos como el primer sumando  $R(0,0)$  es el coeficiente de reflexión del dioptrio anterior de la pared  $R^{1s}$  que damos en (2.5). Además la amplitud  $A_{nm}$  de todos los sumandos para los que n+m es impar es nula, resultado lógico este último puesto que es necesario un número par de transmisiones en la pared para obtener onda reflejada.

El resultado obtenido para las ondas con n+m par está de acuerdo con el fenómeno físico que representa, pues su amplitud  $A_{nm}$  es el producto del coeficiente de transmisión del dioptrio de entrada en la pared, por el producto de los coeficientes de reflexión de los dioptrios anterior y posterior de la pared en sus distintos modos, longitudinal o transversal, tantas veces como estas reflexiones tengan lugar, por el coeficiente de transmisión del dioptrio de salida de la pared. Es decir, para la ondas propagadas solo de modo longitudinal:

$$A_{2n,0} = T_1^{1s} \cdot (R_{11}^{s1})^{n-1} \cdot (R_{11}^{s3})^n \cdot T_1^{s1} \tag{2.9}$$

y para las ondas propagadas solo de modo transversal:

$$A_{o,2m} = T_t^{1s} \cdot (R_{tt}^{s1})^{n-1} \cdot (R_{tt}^{s3})^n \cdot T_t^{s1} \quad (2.10)$$

Para las derivadas cruzadas se demuestra en el citado apéndice como la amplitud de la onda  $n+m$  es la suma de las de todas las ondas obtenidas como posibles combinaciones de caminos dentro de la pared -- siempre que se propague  $n$  veces longitudinalmente y  $m$  veces transversalmente, independiente del orden en que estos se sucedan, ya que al final saldrán de la pared con el mismo retardo.

Es conveniente hacer notar como hemos descompuesto la onda reflejada en suma de ondas sinusoidales de igual frecuencia pero distinta amplitud y fase. Podemos por tanto pensar a partir de ahora en algo similar al análisis espectral de una onda de ruido, la cual en lugar de ser composición de un conjunto de ondas sinusoidales de distinta frecuencia y amplitud, lo sean de distinta fase y amplitud. Así podríamos establecer un espectro de fases en lugar de un espectro de frecuencias para la onda reflejada. Este espectro de fases de la onda que devuelve una pared plana de espesor constante sería un espectro de rayas como puede verse en la figura 9.

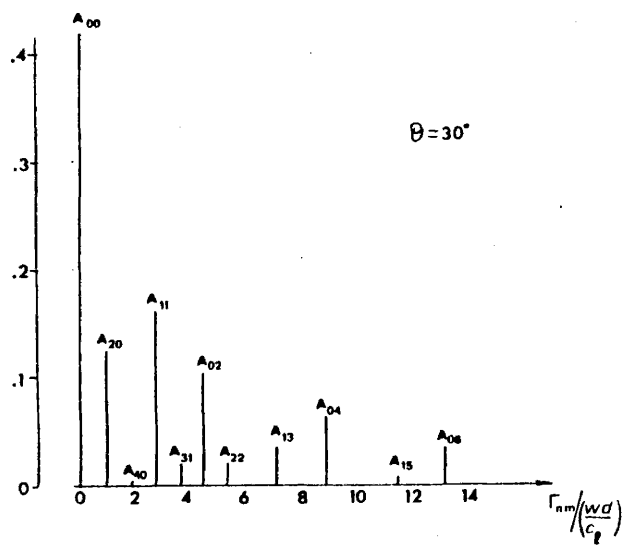
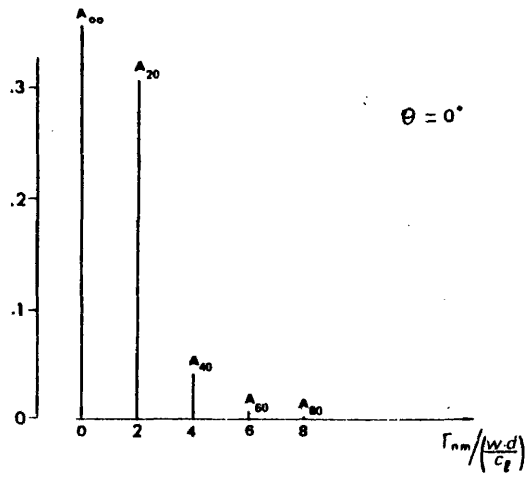


Fig.9. Amplitudes y fases de una pared de perpex para incidencias de  $0^\circ$  y  $30^\circ$ .

C A P I T U L O III  
=====

REFLEXION DE ONDAS ESFERICAS

Salvo cuando el receptor y emisor están a distancia prácticamente infinita de los dioptrios reflectantes, tendremos que considerar la propagación en los distintos medios de ondas esféricas en lugar de planas. La reflexión de ondas esféricas por un dioptrio plano ha sido estudiada por BREKHOVSKIKH, L.E. PITTS & W.G. MAYER (19) y UBERALL(20) entre otros. No sucede así con la reflexión de ondas esféricas sobre una sucesión de dioptrios dada la complejidad del cálculo, suponemos que por este motivo no se encuentra tratado este problema de forma teórica en la bibliografía consultada.

Nosotros aprovechamos la descomposición de la onda reflejada por una pared en sucesión de ondas retardadas que hicimos en el Capítulo II para, dividiendo la superficie de la onda esférica en elementos  $dS$ , conseguir reducir el fenómeno de la reflexión de ondas esféricas por una pared plana, en una composición de reflexiones de ondas planas elementales sobre dicha pared con distinto ángulo de incidencia según el número de reflexiones que sufra la onda elemental en la pared.

No tratamos el caso de la incidencia por encima del ángulo límite que nos llevaría a considerar las ondas superficiales cuyo estudio está hecho por Officer, Brekhovskikh, o Uberall.

### III.1. AMPLITUD Y FASE DE LA ONDA REFLEJADA POR UN DIOPTRIO LIQUIDO SOLIDO.

La reflexión de una onda esférica en un dioptrio plano que se para dos medios, presenta gran dificultad a consecuencia de la diferencia de simetría entre la onda y la superficie límite. La forma más conveniente de resolver este problema es la descomposición de la onda esférica en haces elementales de ondas planas que se propagan en direcciones diferentes, dadas por el vector de onda  $k$ . La reflexión y refracción de ondas planas por un dioptrio líquido-sólido ha sido ya estudiado anteriormente.

Vamos a estudiar lo que ocurre en uno de los planos que pasan por el foco emisor y son perpendiculares al dioptrio; en este plano - tomamos el sistema de coordenadas cartesiano rectangular  $O x z$  que aparece en la figura 10.

Dejando aparte el factor temporal  $e^{j\omega t}$ , y el factor  $O(\theta)$  que caracteriza la potencia de la fuente emisora en la dirección  $\theta$  por unidad de ángulo sólido, el potencial de las ondas esféricas se representa de la forma:

$$\psi = e^{j.k.r/r} \quad (3.1)$$

La onda que el dioptrio refleja debe también representarse como una superposición de las ondas planas elementales, resultantes de la reflexión de todos los elementos  $dS$  de la onda esférica incidente. Después de la reflexión, la amplitud y la fase de la onda plana quedan

afectadas por el coeficiente de reflexión  $R(\theta_i)$ , donde  $\theta_i$  es el ángulo de incidencia sobre el dioptrio (fig. 10). Además debemos tener en cuenta el cambio de fase debido al camino seguido por la onda de la fuente al dioptrio y de este al punto de medida.

Suponiendo que la fuente radia desde una distancia  $z_0$  del dioptrio, las proyecciones de la dirección que sigue la onda en el plano a que nos limitamos, son  $x$  y  $z-z_0$ , la expresión de la onda reflejada es la de una onda esférica generada en un punto fuente virtual  $S'$  simétrico del  $S$  respecto del plano  $z=0$ , con una potencia  $Q(\theta_i).R(\theta_i)$ . El potencial de la onda reflejada en el punto  $R$  de coordenadas  $(x,z)$  es:

$$\psi_r = \frac{Q(\theta_i).R(\theta_i)}{\sqrt{x^2+(z+z_0)^2}} e^{j(\omega t+k_q x.\text{sen}\theta_i+k_q(z+z_0)\text{cos}\theta_i)} \quad (3.2)$$

Al mismo punto llega también directamente la onda esférica radiada por la fuente, sin reflejarse en el dioptrio, siendo su potencial:

$$\psi_d = \frac{Q(\theta_d)}{\sqrt{x^2+(z-z_0)^2}} e^{j(\omega t+k_q x.\text{sen}\theta_d+k_q(z_0-z)\text{cos}\theta_d)} \quad (3.3)$$

La relación de las presiones entre la onda directa y la onda reflejada es de acuerdo con (1.10):

$$\frac{P_r}{P_d} = \frac{Q(\theta_i)}{Q(\theta_d)} R(\theta_i) \frac{\text{cos}\theta_i}{\text{cos}\theta_d} . e^{jk_q(x(\text{sen}\theta_i-\text{sen}\theta_d)+(z_0+z)\text{cos}\theta_i-(z_0-z)\text{cos}\theta_d)} \quad (3.4)$$

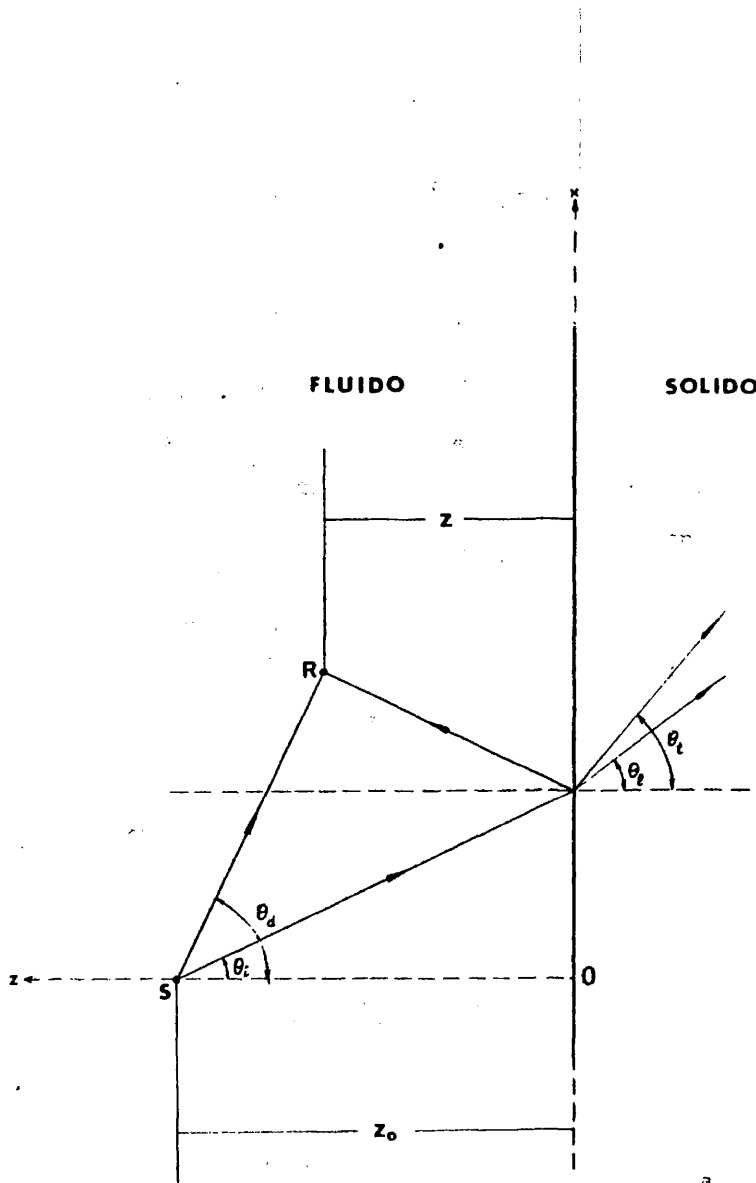


Fig.10. Reflexión de ondas esféricas por un dioptrio plano fluido - sólido.

La relación de amplitudes es función, para un ángulo de incidencia determinado, de la directividad de la fuente y del coeficiente de reflexión del dioptrio a esa incidencia.

El retardo  $\tau$  entre la onda directa y la reflejada es:

$$\tau = \frac{k_q}{w} (x(\text{sen}\theta_i - \text{sen}\theta_d) + (z_o + z)\text{cos}\theta_i - (z_o - z)\text{cos}\theta_d) \quad (3.5)$$

y puede simplificarse si tenemos en cuenta que, según la figura 10,

$$x = (z_o - z)\text{tg}\theta_d \quad x = (z_o + z)\text{tg}\theta_i \quad (3.6)$$

quedando reducido a:

$$\tau = \frac{1}{c_q} \left( \frac{z_o + z}{\text{cos}\theta_i} - \frac{z_o - z}{\text{cos}\theta_d} \right) \quad (3.7)$$

Cuando la fuente se encuentra a gran distancia de la superficie reflectora, volvemos a encontrar las relaciones obtenidas para ondas planas, ya que cuando  $z_o$  tiende a infinito los ángulos  $\theta_i$  y  $\theta_d$  coinciden quedando la relación de amplitudes independiente de la directividad de la fuente y función solo del coeficiente de reflexión.

### VII.2. AMPLITUD Y FASE DE LA ONDA REFLEJADA POR UNA PARED SOLIDA QUE SEPARA DOS MEDIOS FLUIDOS.

Vamos a determinar en el punto de medida cual es la amplitud y fase de la onda reflejada por una pared sólida inmersa en agua, si sobre dicha pared incide una onda esférica. Utilizaremos para ello la

descomposición de la onda elemental reflejada en sucesión de ondas planas (Capítulo II), desfasadas tras reflejarse reiteradamente en los dioptrios anterior y posterior de la pared.

Geométricamente, de la figura 11 se deduce que, para que un haz elemental de onda esférica llegue al punto de medida tras propagarse en la pared  $n$  veces como onda longitudinal y  $m$  veces como onda transversal, es necesario que incida sobre el dioptrio anterior bajo un ángulo  $\theta_{nm}$  dado por:

$$(z_o + z) \operatorname{tg} \theta_{nm} + n \cdot d \cdot \operatorname{tg} \theta_{nm}^l + m \cdot d \cdot \operatorname{tg} \theta_{nm}^t = (z + z_o) \operatorname{tg} \theta_o \quad (3.8)$$

donde:  $\theta_{nm}^l$  es el ángulo con el que se propagan las ondas longitudinales en la pared, siendo  $\operatorname{sen} \theta_{nm}^l = (c_l / c_q) \operatorname{sen} \theta_{nm}$  (3.9)

$\theta_{nm}^t$  es el ángulo con el que se propagan las ondas transversales,

siendo:  $\operatorname{sen} \theta_{nm}^t = (c_t / c_q) \operatorname{sen} \theta_{nm}$  (3.10)

y  $\theta_o$  es el ángulo con que incide el haz de la onda esférica que alcanza el punto de medida tras una simple reflexión en el dioptrio anterior de la pared.

Recordemos ahora la descomposición de la onda reflejada en sucesión de ondas desfasadas que hicimos en el capítulo II. En el medio anterior al dioptrio el potencial de la onda que se propaga bajo el modo  $nm$  en la pared es:

$$\psi_r^{nm} = \frac{Q(\theta_{nm})}{r_{nm}} A_{nm} \cdot e^{j\Gamma_{nm} \cdot e^{j(\omega t + k_q x \cdot \operatorname{sen} \theta_{nm} + k_q (z + z_o) \cos \theta_{nm})}} \quad (3.11)$$

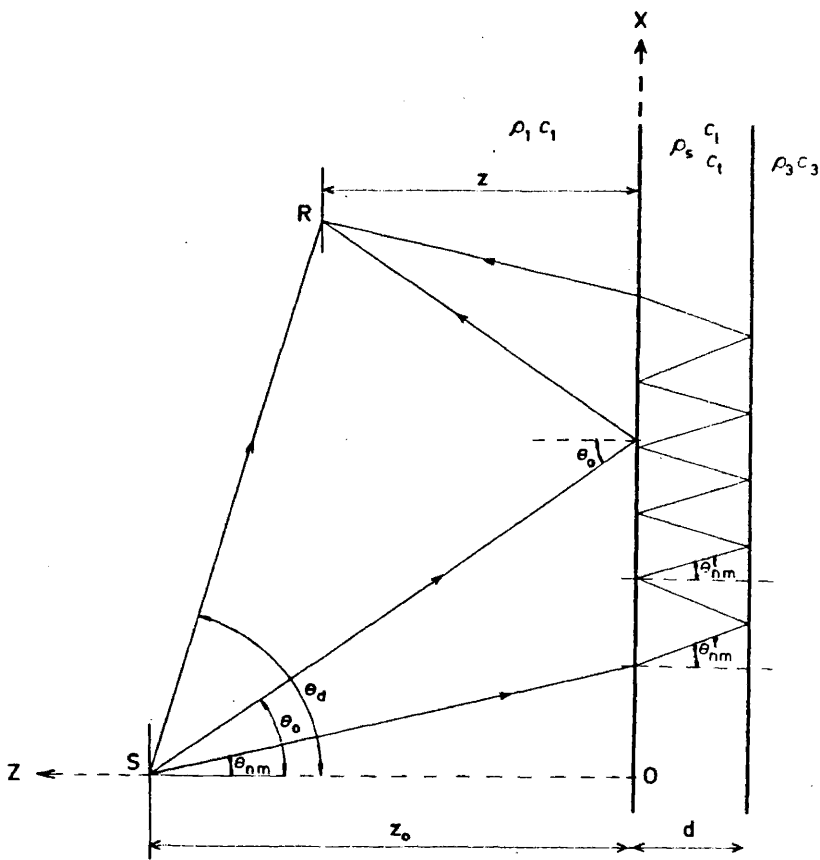


Fig. 11. Reflexión de ondas esféricas por una pared sólida y plana que separa dos fluidos.

donde:

$$r_{nm} = \frac{z+z_0}{\cos\theta_{nm}} + \frac{n.d}{\cos\theta_{nm}^1} + \frac{m.d}{\cos\theta_{nm}^t} \quad (3.12)$$

Es decir, como si una fuente virtual a distancia  $r_{nm}$  del punto de medida y en la dirección  $\theta_{nm}$ , radiase ondas esféricas de amplitud  $Q(\theta_{nm}) A_{nm}(\theta_{nm})$  desfasadas en  $r_{nm} = nad+mbd$ .

Por otra parte, geoméricamente podemos deducir que:

$$x = (z_0+z)tg\theta_{nm} + n.d.tg\theta_{nm}^1 + m.d.tg\theta_{nm}^t \quad (3.13)$$

lo que nos permite, sustituyendo en la expresión del potencial de la onda plana elemental reflejada, obtener la expresión:

$$\psi_r^{nm} = \frac{Q(\theta_{nm})}{r_{nm}} A_{nm} \cdot e^{j(\omega t + k_q \frac{z+z_0}{\cos\theta_{nm}} + k_1 \frac{n.d}{\cos\theta_{nm}^1} + k_t \frac{m.d}{\cos\theta_{nm}^t})} \quad (3.14)$$

Comparando esta onda con la reflejada en el dioptrio anterior de la pared, dada por el potencial:

$$\psi_r^{oo} = \frac{Q(\theta_o)}{\frac{z+z_0}{\cos\theta_o}} R(\theta_o) \cdot e^{j(\omega t + k_q (z+z_0)/\cos\theta_o)} \quad (3.15)$$

obtenemos la relación de las amplitudes de las presiones respectivas:

$$R_{nm} = \frac{p_r^{nm}}{p_r^{oo}} = \frac{Q(\theta_{nm})}{Q(\theta_o)} \frac{A_{nm}}{R(\theta_o)} \frac{(z+z_0)/\cos\theta_o}{r_{nm}} \quad (3.16)$$

y el retardo relativo:

$$\tau_{nm} = \frac{z+z_o}{c_q \cos \theta_o} - \frac{z+z_o}{c_q \cos \theta_{nm}} - \frac{n.d}{c_l \cos \theta_{nm}^l} - \frac{m.d}{c_t \cos \theta_{nm}^t} \quad (3.17)$$

Notemos que a este mismo valor del retardo podríamos haber llevado por simples consideraciones geométricas.

El elemento de onda plana total reflejada por la pared es la resultante de la superposición de todas las ondas planas elementales - habida cuenta de su amplitud  $P_r^{nm}$  y de su retardo  $\tau_{nm}$ , siendo por tanto la presión en el punto de medida cuando sobre la pared incide una onda esférica:

$$P = P_r^{oo} \left( 1 + \sum_{\substack{n=1 \\ m=1}}^{\infty} R_{nm} \cdot e^{j\omega \tau_{nm}} \right) \quad (3.18)$$

También ahora como en el caso de un solo dioptrio si hacemos tender  $z_o$  a infinito obtenemos nuevamente las expresiones del capítulo II para ondas planas.

Como era de esperar la presión de la onda reflejada es diferente según que la onda incidente sea plana o esférica, salvo en el caso particular de incidencia normal. De manera análoga se deduce que cuando la pared separa el agua del aire no es el coeficiente de reflexión igual a 1 e independiente del ángulo de incidencia y del producto frecuencia por espesor.

C A P I T U L O . I V  
=====

ESTUDIO DE LA REFLEXION EN EL ESPACIO TEMPORAL

En este capítulo se estudia primero la señal como consecuencia de las características de los transductores electroacústicos que penetran y captan las ondas acústicas en el agua.

La elección de un filtro lineal que transforma dicha señal emitida en la señal reflejada por uno o varios dioptrios, nos permite llegar a obtener en el espacio temporal la señal reflejada, a partir de la emitida y del coeficiente de reflexión de la sucesión de dioptrios.

Definimos por último, para caracterizar la transformación que sufre la señal en el espacio temporal, las relaciones de ataque y caída, resultado de comparar las amplitudes y fases en el transitorio de ambas señales.

IV.1. SEÑAL RADIADA. FORMA DEL IMPULSO.

Todas las experiencias han sido realizadas en un tanque hidroacústico de dimensiones limitadas, lo que tiene como consecuencia que las condiciones de campo libre no se cumplen, es decir, al estar limitado el medio soporte de la propagación de ondas acústicas por las paredes del tanque, a las ondas directa y reflejada en el sistema de dioptrios en estudio se sumarán en el punto de medida las ondas reflejadas múltiples veces por las paredes laterales, fondo y superficie, lo que -

es conocido como reverberación del tanque.

Esta restricción puede soslayarse si en lugar de trabajar con onda continua, lo hacemos con trenes de impulsos de duración  $T$  y frecuencia de repetición  $N$ . Una elección adecuada de estos dos parámetros en relación con las dimensiones del tanque y las posiciones del emisor, punto de medida y sistema de dioptrios, permite separar el impulso que viaja directamente de la fuente al punto de medida, del impulso reflejado en el sistema de dioptrios y de los impulsos reflejados por las paredes del tanque, gracias a que cada uno llega al punto de medida en un instante distinto.

A esta condición hay que añadir que en el tiempo  $T$  de duración del impulso deben contenerse un número de ciclos de la onda portadora, tal que el estado estacionario sea alcanzado plenamente para poder así obtener valores de las magnitudes a medir correspondientes al caso de la onda continua en campo libre.

La expresión matemática de la señal impulso eléctrico con que excitamos la fuente radiante es la parte real de:

$$S(t) = S_0(U(t) - U(t-T)) \cdot e^{j(\omega t - \phi)} \quad (4.1)$$

donde  $U(t)$  es la función de Heaveside o función escalón que vale uno para  $t > 0$ , y nula para  $t < 0$ .

La fuente generadora de ondas acústicas es un transductor piezoeléctrico cuyas características fundamentales, directividad y varia-

ción relativa con la frecuencia de la amplitud y la fase, es necesario conocer.

Las tres magnitudes han sido medidas y los valores que toman pueden verse en la figura 12; en estas curvas se ve como se presenta una resonancia a la frecuencia de 60kHz, con ancho de banda de 20kHz y que es omnidireccional en el plano perpendicular a su eje para frecuencias inferiores a los 100kHz. En la figura 13 se dan de manera análoga las características del receptor.

La respuesta del emisor piezoeléctrico al impulso de excitación viene condicionada por un tiempo de respuesta, tiempo que tarda en establecerse el régimen estacionario de radiación de ondas acústicas tanto en amplitud como en fase. Es interesante conocer este transitorio de la transducción electromecánica; como se sabe (12), el desplazamiento con que vibra la superficie radiante es la parte real de:

$$\xi = \frac{F \cdot e^{j(\omega t - \phi')}}{\omega \cdot Z_m} \left[ 1 - e^{-\alpha t + j(\omega_d - \omega)t} \right] \quad (4.2)$$

donde  $F$  es una magnitud proporcional a la tensión eléctrica  $S_0$  aplicada al transductor,  $Z_m$  es su impedancia mecánica. El factor  $F/(\omega \cdot Z_m)$  da la variación con la frecuencia de la amplitud de la vibración en el estado estacionario;  $\phi'$ , que también varía con la frecuencia (fig. 12), es el desfase de la parte de señal en estado estacionario respecto del instante de inicio de la señal,  $\omega_d$  es la frecuencia angular de amortiguamiento:

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \omega_0 \sqrt{1 - (1/2Q)^2} \quad (4.3)$$

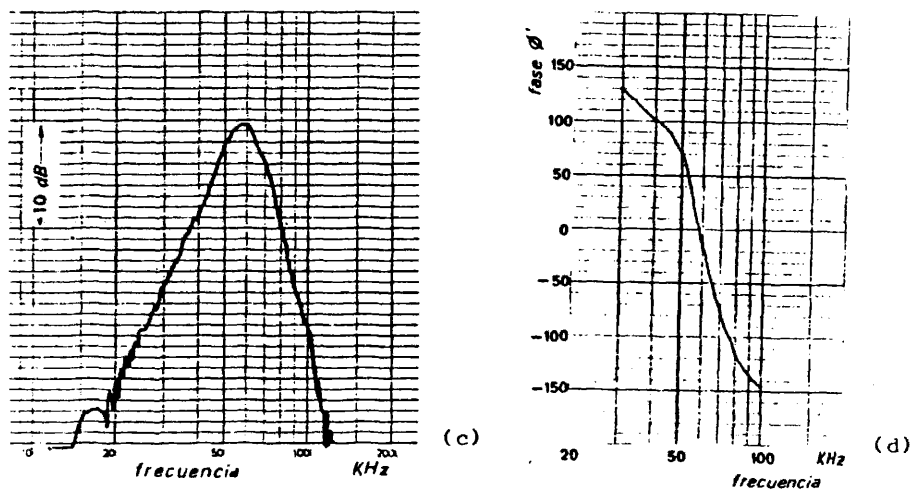
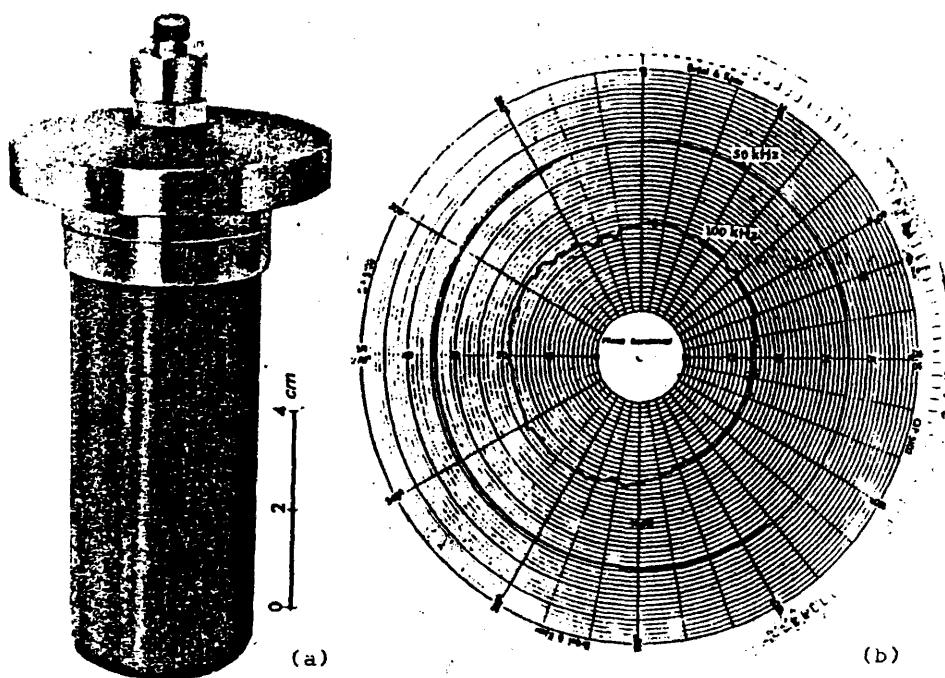


Fig.12. (a) Emisor y características de la señal radiada en función de la frecuencia (b) directividad (c) amplitud (d) fase con relación a la fase en la frecuencia de resonancia.

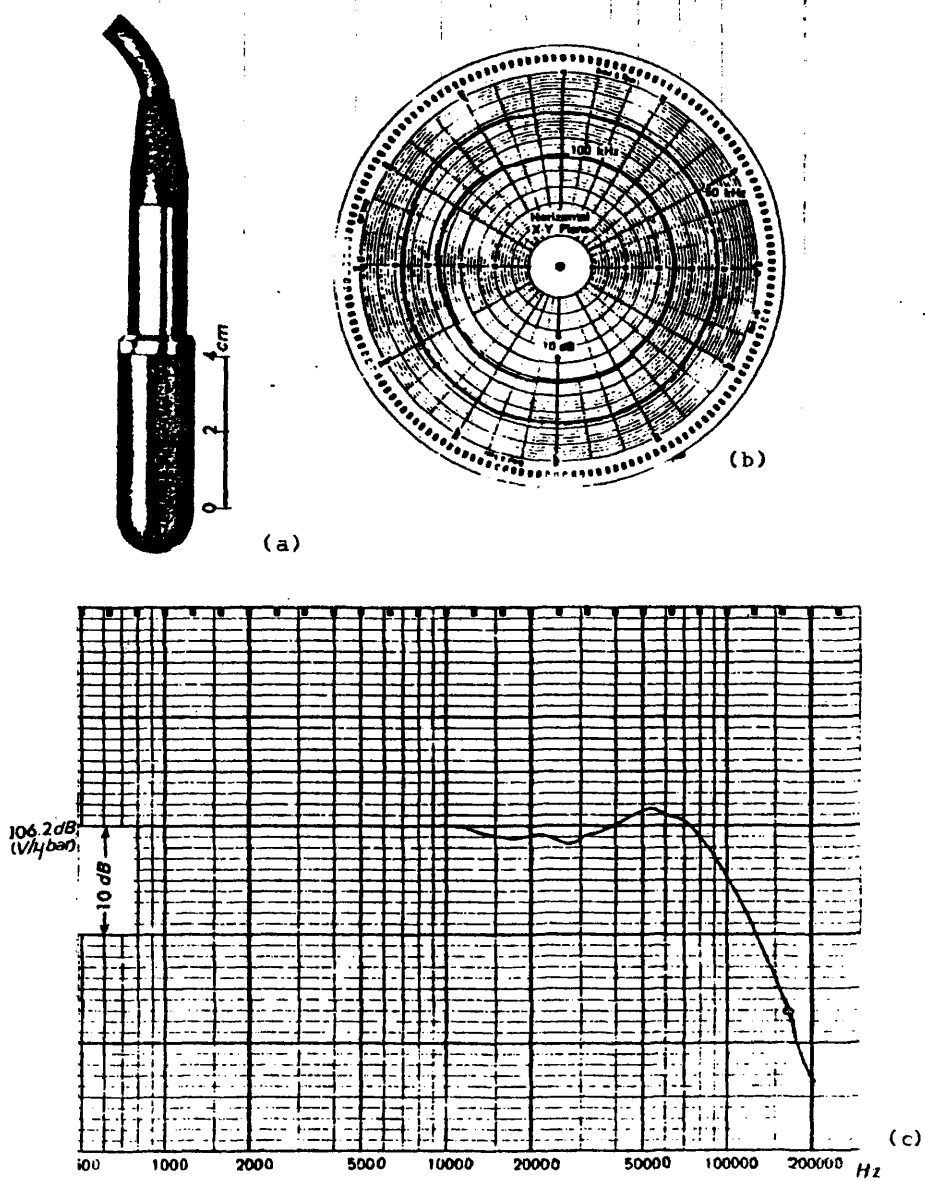


Fig.13. (a) Receptor (b) su directividad y (c) sensibilidad en función de la frecuencia.

$\alpha$  es el coeficiente de amortiguamiento ( $\alpha = (w_2 - w_1/2)$ ), siendo  $w_2 - w_1$  el ancho de banda a 3 dB respecto de la frecuencia angular de resonancia  $w_0$ .

El resultado de los transitorios de inicio y final de la señal, que llamaremos ataque y caída, respectivamente, es que al llegar al punto de medida el impulso tiene una duración mayor que T como se aprecia en la Fig. 14. Su expresión matemática es, para el ataque:

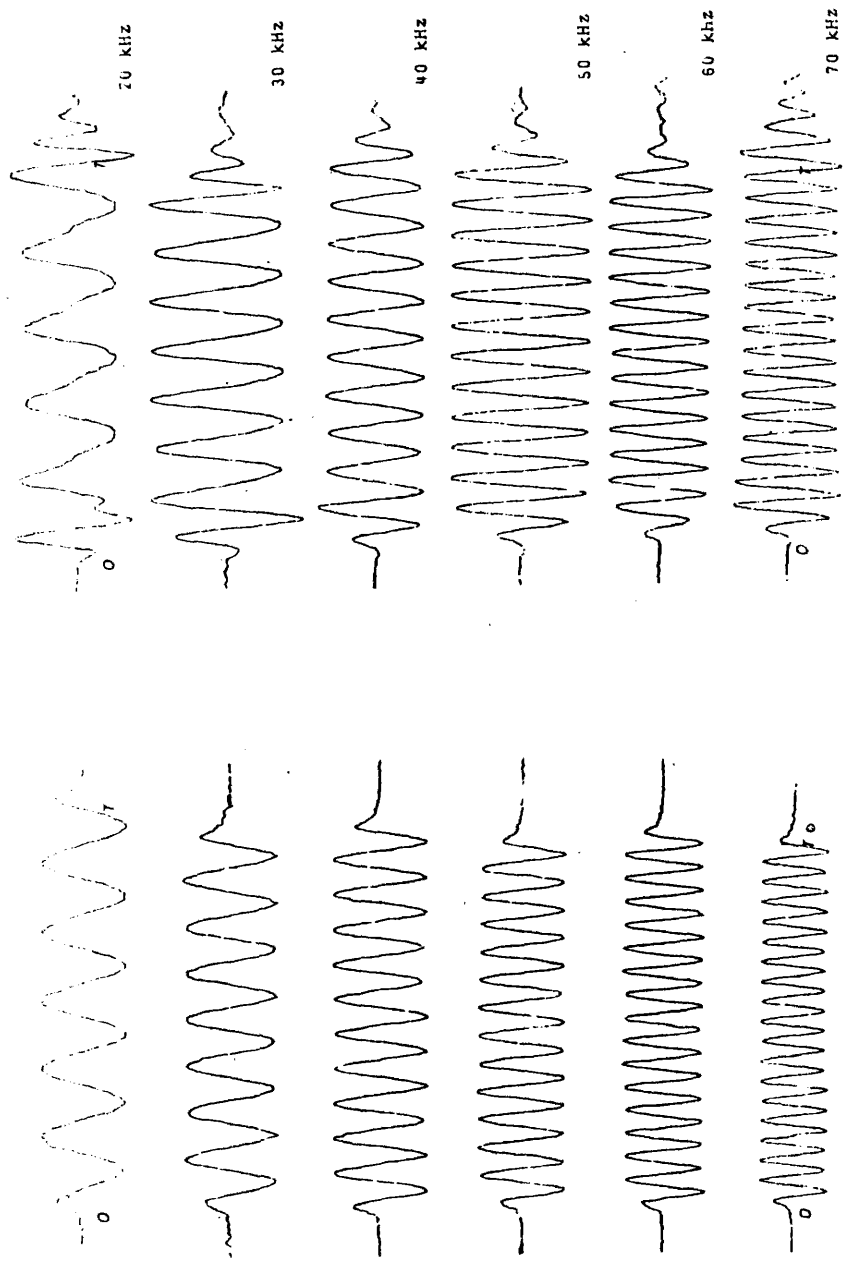
$$S'_a(t) = S'_0 \left[ 1 - e^{-\alpha t + j(w_d - w)t} \right] e^{j(wt - \phi')} \cdot U(t) \quad (4.4)$$

y para la caída:

$$S'_c(t) = S'_0 \left[ 1 - e^{-\alpha T + j(w_d - w)T} \right] e^{-\alpha(t-T) + jw_d(t-T)} e^{j(wT - \phi')} \cdot U(t-T) \quad (4.5)$$

Hacemos notar que en los registros de la figura 14 está incluido, en la frecuencia de amortiguamiento  $w_d$  y en el coeficiente de amortiguamiento  $\alpha$ , los efectos de amortiguamiento correspondientes al registrador X-Y, despreciables en el osciloscopio.

Se aprecia que la forma de la señal eléctrica es la misma para cualquier frecuencia, no sucede así con la señal acústica debido al amortiguamiento de los hidrófonos como acabamos de explicar. Notemos como en la caída de la señal acústica, ésta toma la frecuencia  $w_d$  distinta de la que tenía en su estado estacionario; esto se ve claramente a frecuencias bajas donde  $w_d$  se aleja de  $w$ .



señal acústica

Fig. 14. Señal eléctrica

#### IV.2. FILTRO EQUIVALENTE A LA REFLEXION.

Definimos un filtro lineal equivalente al fenómeno de la reflexión, como aquel que transforma la señal de entrada al filtro, la presión  $P_i(t)$  de la onda incidente sobre el sistema de dioptrios, en la señal de salida del filtro, la presión de la onda reflejada  $P_r(t)$ .

Recordemos ahora brevemente, algunas definiciones de un filtro lineal que nos interesan (38):

- Describimos el filtro por un operador  $F$  que pasa de la señal  $X(t)$  a  $Y(t)$ , siendo:

$$Y(t) = F\{X(t)\} \quad (4.6)$$

- Llamamos respuesta percusional o función de transferencia a la señal que obtenemos a la salida del filtro, cuando en la entrada tenemos un impulso de Dirac  $\delta(t)$ :

$$X(t) = \delta(t) \quad , \quad Y(t) = F\{\delta(t)\} = H(t) \quad (4.7)$$

El conocimiento de esta respuesta percusional, permite calcular la respuesta del filtro a cualquier señal, ya que está dada por el producto de convoluciones de la señal de entrada por la respuesta percusional del filtro (teorema de Vaschy) (17), es decir:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\theta) \cdot X(t-\theta) \cdot d\theta \quad (4.8)$$

- Llamamos ganancia compleja del filtro a su respuesta a una señal sinusoidal,  $X(t) = e^{j\omega t}$ ; dicha respuesta es, según el teorema anterior:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\theta) \cdot e^{j\omega(t-\theta)} d\theta = h(\omega) \cdot e^{j\omega t} \quad (4.9)$$

donde:

$$h(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\theta) \cdot e^{-j\omega\theta} \cdot d\theta \quad (4.10)$$

es la ganancia compleja del filtro, transformada de Fourier de la respuesta percusional.

Tenemos pues dos representaciones del filtro, ambas exhaustivas: en el tiempo la respuesta percusional  $H(t)$  y en la frecuencia la ganancia compleja  $h(\omega)$ .

Volviendo a nuestro filtro equivalente, si la presión de la onda incidente es del tipo  $P_i = P_o \cdot e^{j\omega t}$  la ganancia compleja del filtro es:

$$R(\omega) = P_r(\omega) / P_o \cdot e^{j\omega t} \quad (4.11)$$

y su transformada inversa de Fourier será la respuesta percusional:

$$H(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R(\omega) \cdot e^{j\omega t} \cdot d\omega \quad (4.12)$$

Es decir el filtro equivalente del fenómeno de la reflexión es un operador que nos permitirá determinar la forma de la señal refle

jada conocida la forma de la incidente, como veremos a continuación para un dioptrio y para una pared plana.

#### IV.2.1. Señal reflejada por un dioptrio plano

La ganancia compleja del filtro equivalente es, en este caso, independiente de la frecuencia ya que es el coeficiente de reflexión del dioptrio dado por (1.21) para las ondas planas y por (7.4) para las esféricas. La respuesta percusional de este filtro vendrá dada por la transformada inversa de Fourier del coeficiente de reflexión:

$$H(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R \cdot e^{j\omega t} d\omega = R \cdot \delta(t) \quad (4.13)$$

donde R es el coeficiente de reflexión del dioptrio para un ángulo de incidencia determinado.

La señal reflejada Y(t) que obtenemos cuando la señal incidente es un impulso como el S<sub>0</sub>'(t) definida en el apartado IV.1, es en ataqué:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_0' \left[ 1 - e^{-\alpha s + j(\omega_d - \omega)s} \right] \left[ U(s) - U(s-T) \right] e^{j(\omega s - \phi')} \cdot H(t-s) \cdot ds \quad (4.14)$$

(de manera análoga sería para la caída)

sustituyendo la respuesta percusional de este filtro equivalente --

H(t-s) = R · δ(t-s) da:

$$Y(t) = S_0' \cdot R \cdot \left[ 1 - e^{-\alpha t + j(\omega_d - \omega)t} \right] \left[ U(t) - U(t-T) \right] \cdot e^{j(\omega t - \phi')} \quad (4.15) "$$

resultado que podría esperarse, la señal reflejada es igual a la señal incidente multiplicada por el coeficiente de reflexión. La modificación en amplitud y fase que sufre la señal incidente  $S'_0$  al reflejarse en el dioptrio es debida exclusivamente al módulo y argumento de  $R$  y tiene lugar en el instante de inicio de la señal.

#### IV.2.2. Relaciones de ataque y caída en amplitud y fase

Llamaremos relación de ataque en amplitud  $\eta_a(t)$  al cociente de las amplitudes de los impulsos de la onda reflejada y de la incidente para el tiempo  $0 < t < T$  y relación de ataque en fase  $\mu_a(t)$  a la diferencia de fase de las señales reflejada e incidente, considerando en ambas el mismo tiempo de inicio, y para  $0 < t < T$ . Igualmente, definiremos las relaciones de caída en amplitud  $\eta_c(t)$  y fase  $\mu_c(t)$  para  $t > T$ . (32).

De acuerdo con estas definiciones, vamos a determinar las relaciones de ataque y caída en amplitud y fase para un dioptrio plano.

La señal que radia la fuente acústica en un punto que dista  $r_d$  de esta tiene la forma:

- en ataque:

$$S_d^a(t) = \frac{S'_0}{r_d} \left[ 1 - e^{-\alpha t + j(\omega_d - \omega)t} \right] e^{j(\omega \cdot t - k_q r_d - \phi')} \cdot U(t) \quad (4.16)$$

- en caída:

$$S_d^c(t) = \frac{S'_0}{r_d} \left[ 1 - e^{-\alpha T + j(\omega_d - \omega)T} \right] e^{j(\omega \cdot T - k_q r_d - \phi')} \cdot e^{-(\alpha + j\omega_d)(t-T)} \cdot U(t-T) \quad (4.17)$$

Su "forma de impulso" resulta de obtener el módulo de estas - expresiones. En el caso de la relación de caída si consideramos que la duración del impulso radiado es suficientemente grande como para que - se llegue a establecer el estado estacionario, es decir  $\alpha T \gg 1$ , la curva "forma del impulso" de la señal radiada es:

- en ataque:

$$\epsilon_d^a = \sqrt{1 + e^{-2\alpha t} - 2e^{-\alpha t} \cos(\omega_d - \omega)t} \cdot \frac{S'_0}{r_d} \cdot U(t-T) \quad (4.18)$$

- y en caída:

$$\epsilon_d^c = e^{-\alpha(t-T)} \frac{S'_0}{r_d} \cdot U(t) \quad (4.19)$$

y, en cada instante, la fase de la señal radiada, considerando el cero de tiempos en el inicio de la señal, es:

- en ataque:

$$\zeta_d^a = \text{arc.tg.} \left[ \frac{-e^{-\alpha t} \text{sen}(\omega_d - \omega)t}{1 - e^{-\alpha t} \text{cos}(\omega_d - \omega)t} \right] \quad (4.20)$$

- en caída:

$$\zeta_d^c = \omega_d (t-T) + \omega T \quad (4.21)$$

De manera análoga, para la señal reflejada  $Y(t)$  en el punto de medida, al que llega tras recorrer un camino  $r_r$ , su forma de impulso - es:

- en ataque:

$$\epsilon_r^a = \frac{S'_0 \cdot |R|}{r_r} \sqrt{1 + e^{-2\alpha t} - 2e^{-\alpha t} \text{cos}(\omega_d - \omega)t} \cdot U(t) \quad (4.22)$$

- y en caída:

$$\epsilon_r^c = \frac{S'_0 \cdot |R|}{r_r} e^{-\alpha(t-T)} U(t-T) \quad (4.23)$$

La fase de la señal reflejada es diferente de la fase de la incidente tan solo en el argumento  $\Gamma$  del coeficiente de reflexión  $R$ , es decir:

$$\zeta_r^a = \zeta_d^a + \Gamma \quad \zeta_r^c = \zeta_d^c + \Gamma \quad (4.24)$$

Se deduce de esto que la relación de fase en ataque y caída es independiente del tiempo, ya que la variación de fase que introduce el dioptrio produce su efecto desde el instante en que se inicia la reflexión de la señal, al ser el argumento del coeficiente de reflexión independiente del tiempo.

Las relaciones de ataque y caída en amplitud que, según las definimos, están dadas por el cociente entre los valores que toman sus "formas de impulsos" en cada instante de tiempo:

$$\eta_a = \eta_c = \frac{\epsilon_r(t)}{\epsilon_d(t)} = |R| \frac{r_d}{r_r} \quad (4.25)$$

por tanto, son constantes e independientes del tiempo.

Hemos podido verificar lo dicho en párrafos anteriores para el dioptrio agua-aire que forma la superficie del tanque, cuyo coeficiente de reflexión es:

$$R = \frac{Z_{\text{aire}} - Z_{\text{agua}}}{Z_{\text{aire}} + Z_{\text{agua}}} \quad (4.26)$$

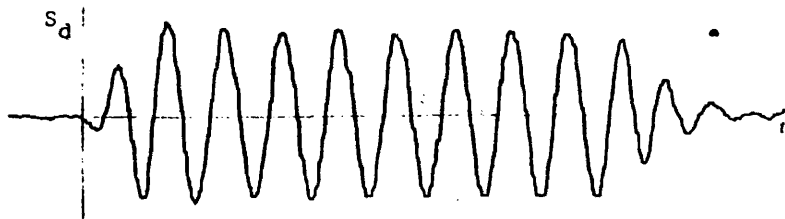
aproximadamente igual a -1 para cualquier ángulo de incidencia ya que  $(\rho_c)_{\text{agua}} \gg (\rho_c)_{\text{aire}}$ . Es decir, siempre el módulo del coeficiente de reflexión de este dioptrio es uno y el desfase  $180^\circ$ , lo que implica que la relación de ataque y caída en amplitud sea uno, si no tenemos en cuenta las pérdidas en amplitud de cada señal con la distancia que recorren hasta llegar al receptor; y la relación de ataque y caída en fase es de  $180^\circ$  para toda frecuencia y ángulo de incidencia.

En la figura 15 puede verse como la señal directa difiere de la señal reflejada tan solo en la amplitud, debido a la atenuación con la distancia, y en que la primera comienza decreciendo y la segunda -- creciendo, debido al desfase de  $180^\circ$  que introduce el dioptrio.

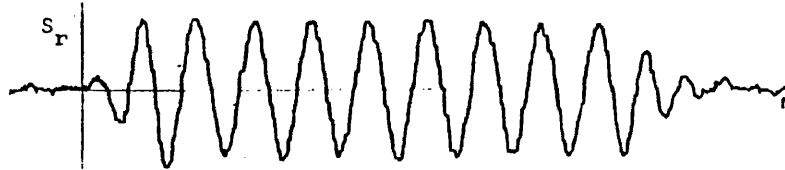
En esa figura 15 hemos hecho coincidir los instantes de inicio de la señal directa y de la reflejada, representándose además las curvas de forma del impulso y fase de ambas señales que obtenemos a partir de sus registros.

#### IV.2.3. Señal reflejada por una pared plana

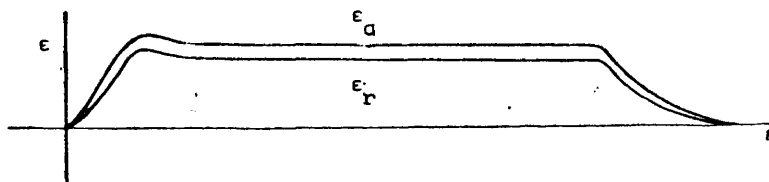
La ganancia compleja del filtro equivalente a la reflexión por una pared plana  $\Gamma_d$  viene dada por el coeficiente de reflexión  $P(\omega)$  que obtuvimos en el capítulo I (3.7) o mejor aún por su expresión en serie de ondas retardadas del capítulo II (6.2) la cual nos permite -- calcular más fácilmente su transformada inversa de Fourier, que es la respuesta percusional del filtro equivalente  $\Gamma_d$ .



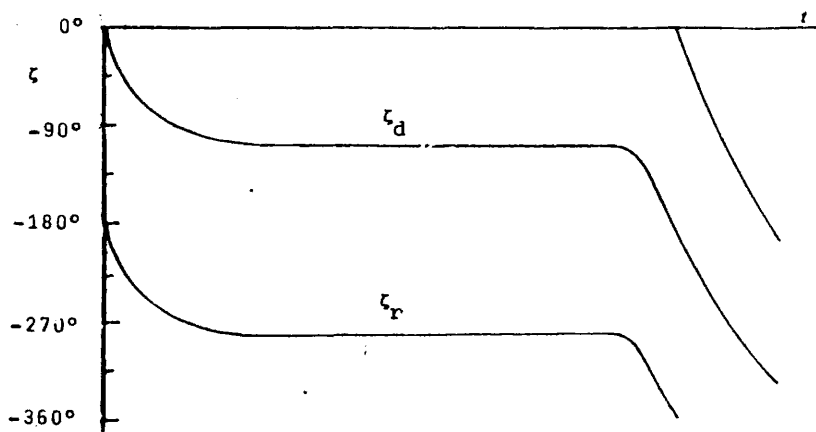
a) Señal directa



b) Señal reflejada



c) Forma del impulso de la señal directa y reflejada



d) Fases de las señales directa y reflejada

Fig. 15

Recordamos entonces que la ganancia compleja es:

$$R(\omega) = \sum_{\substack{n=0 \\ m=0}}^{\infty} A_{nm} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot \tau_{nm}} \quad (4.27)$$

y su transformada es:

$$H(t) = \sum_{\substack{n=0 \\ m=0}}^{\infty} A_{nm} \cdot \delta(t - \tau_{nm}) \quad (4.28)$$

es decir, el filtro equivalente de la reflexión de ondas planas (o esféricas) por una pared es una sucesión de filtros en paralelo, estando cada uno de ellos constituido por un amplificador de ganancia  $A_{nm}$  y una línea de retardo  $\tau_{nm}$ . (Fig. 16).

La respuesta del filtro a la señal sonar  $S'(t)$  que venimos considerando, será la señal reflejada que puede calcularse por el producto de convoluciones  $S'(t) * H(t)$ , es decir:

$$Y(t) = \sum_{\substack{n=0 \\ m=0}}^{\substack{n_i \\ m_j}} A_{nm} S'_0 \left( 1 - e^{-\alpha(t-\tau_{nm}) + j(\omega_d - \omega)(t-\tau_{nm})} \right) \left[ U(t-\tau_{nm}) - U(t-\tau_{nm}-T) \right] \cdot e^{j(\omega(t-\tau_{nm}) - \phi')} \quad (4.29)$$

siendo  $n_i$  y  $m_j$  tales que  $\tau_{n_i, m_j} \leq t$

La señal reflejada es la superposición de señales iguales a la incidente multiplicadas por un coeficiente  $A_{nm}$  y retardadas en el tiempo  $\tau_{nm}$ .

Cuando esta señal reflejada llega al punto de medida la expres-

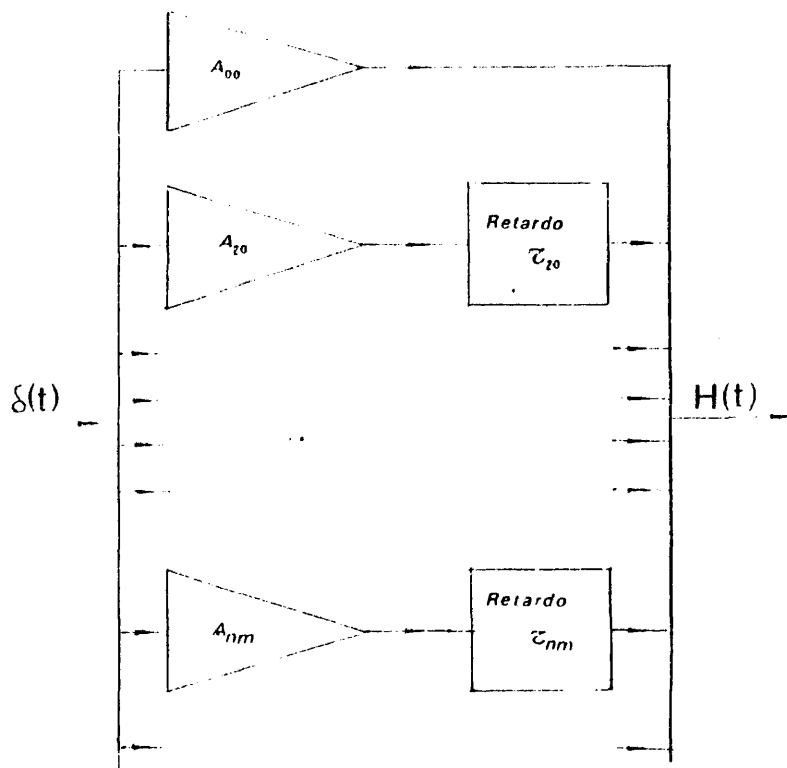


Fig.16. Filtro equivalente a la reflexión por una pared inmersa en agua.

ción matemática de su ataque es:

$$S_r^a(t) = \frac{S'_0}{r_r} \left\{ \sum_{\substack{n=0 \\ m=0}}^{m_i n_i} A_{nm} \left[ 1 - e^{-\alpha(t-\tau_{nm}) + j(\omega_d - \omega)(t-\tau_{nm})} \right] e^{j\omega(t-\tau_{nm})} \cdot e^{-j(k_1 r_r + \phi')} \cdot U(t-\tau_{nm}) \right\} \quad (4.30)$$

análogamente en caída:

$$S_r^c = \frac{r_d}{r_r} e^{jk_1(r_r - r_d)} \sum_{\substack{n=0 \\ m=0}}^{m_i n_i} A_{nm} S_d^c(t-\tau_{nm}) \quad (4.31)$$

Si definimos ahora las funciones  $B_{nm}$  y  $C_{nm}$  por:

$$B_{nm} = A_{nm} \left\{ \cos[\omega(t-\tau_{nm})] - e^{-\alpha(t-\tau_{nm})} \cos[\omega_d(t-\tau_{nm})] \right\} \cdot U(t-\tau_{nm}) \quad (4.32)$$

$$C_{nm} = A_{nm} \left\{ \text{sen}[\omega(t-\tau_{nm})] - e^{-\alpha(t-\tau_{nm})} \text{sen}[\omega_d(t-\tau_{nm})] \right\} \cdot U(t-\tau_{nm}) \quad (4.33)$$

la envolvente de la señal reflejada por la placa es como en casos anteriores el módulo del vector  $S_r^a(t)$ , es decir:

$$\epsilon_r^a(t) = \frac{S'_0}{r_r} \sqrt{\left( \sum_{\substack{n=0 \\ m=0}}^{n_i m_i} B_{nm} \right)^2 + \left( \sum_{\substack{n=0 \\ m=0}}^{n_i m_i} C_{nm} \right)^2} \quad (4.34)$$

Desarrollando el cuadrado de cada suma y componiendo de manera adecuada termino a termino llegaremos a la expresión:

$$\epsilon_r^a(t) = \frac{S'_0}{r_r} U(t-\tau_{pq}) \left\{ \sum_{\substack{n_i, m_i \\ n, p=0 \\ m, q=0}}^{n_i, m_i} A_{nm} A_{pq} \left[ \cos[\omega(\tau_{nm} - \tau_{pq})] - e^{-\alpha(t-\tau_{nm})} \cos[(\omega - \omega_d)t - (\omega\tau_{pq} - \omega_d\tau_{nm})] - e^{-\alpha(t-\tau_{pq})} \cos[(\omega - \omega_d)t - (\omega\tau_{nm} - \omega_d\tau_{pq})] + e^{-\alpha(\tau - (\tau_{nm} + \tau_{pq}))} \cos[\omega_d(\tau_{nm} - \tau_{pq})] \right] \right\}^{1/2} U(t-\tau_{nm}) \quad (4.35)$$

La relación de amplitud en ataque, evidentemente vendrá dada por:

$$\eta_a = \epsilon_r^a / \epsilon_d^a \quad (4.36)$$

y la relación de fase en ataque por la diferencia que existe en cada instante, entre la fase de la señal reflejada por la pared y la fase de la señal incidente es decir:

$$\text{arc.tg} \left[ \frac{\sum_{n,m=0}^{n_i, m_j} C_{nm}}{\sum_{n,m=0}^{n_i, m_j} B_{nm}} \right] = \zeta_d^a \quad (4.37)$$

Análogamente podrían obtenerse las relaciones de amplitud y fase en caída.

Estas relaciones han sido calculadas teóricamente para incidencia normal con paredes de diversos materiales y espesores con agua a ambos lados o con agua y aire (fig. 17 a 20). En el primer caso, se comprueba como en bajas frecuencias ( $d.f < c_1/2$  ver capítulo I) la relación de ataque en amplitud decrece desde el valor del coeficiente de reflexión del dioptrio anterior de la pared hasta alcanzar un nivel estacionario, siendo el decrecimiento tanto más rápido cuanto más bajo sea el valor de f.d. La relación de ataque en fase crece desde cero hasta estabilizarse en el desfase correspondiente al estado estacionario, siendo el crecimiento más rápido para los valores más bajos de f.d.

Cuando la pared separa agua y aire la relación de ataque en amplitud presenta gran interés debido a que decrece desde el valor del

coeficiente de reflexión del dioptrio anterior de la pared hasta alcanzar un valor mínimo y luego crecer para valer uno en el estado estacionario, independientemente del espesor y material de la pared. Ahora -- bien el instante en que se presenta el mínimo y el valor de la relación de ataque en él son función tanto del espesor como del material de la pared. El tiempo del mínimo es tanto mayor cuanto mayor es el espesor y mayor es la velocidad de propagación en la pared.

La relación de ataque en fase, también en este caso, crece desde cero hasta el ángulo correspondiente al estado estacionario.

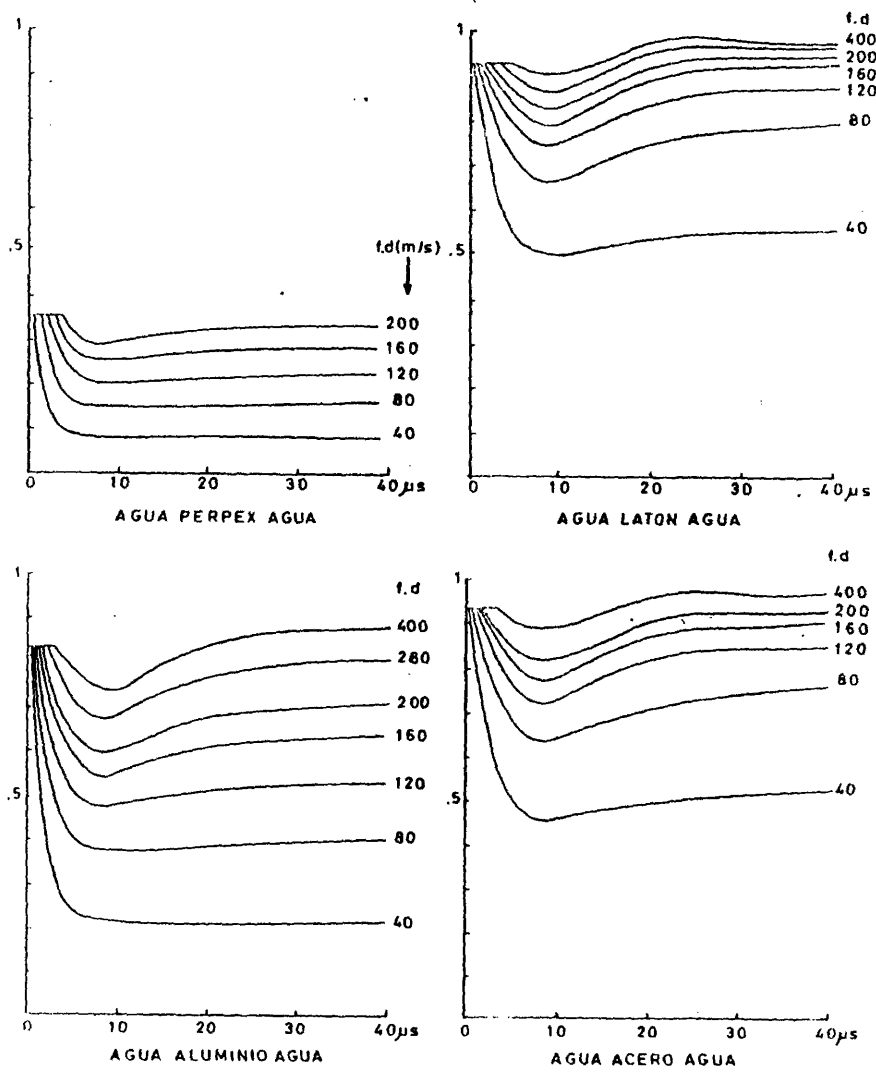
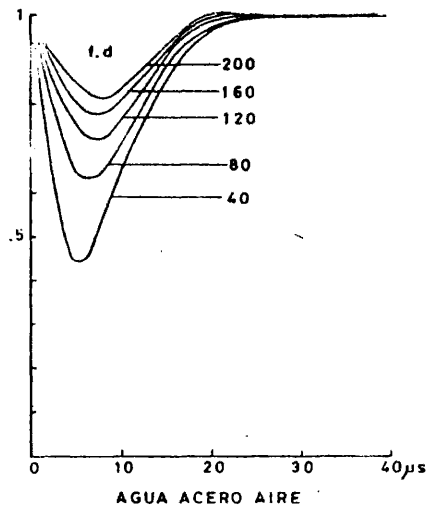
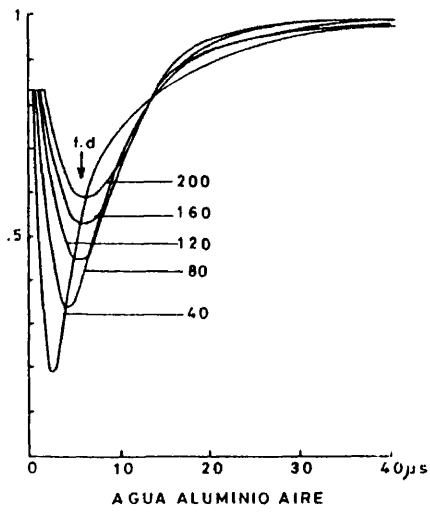
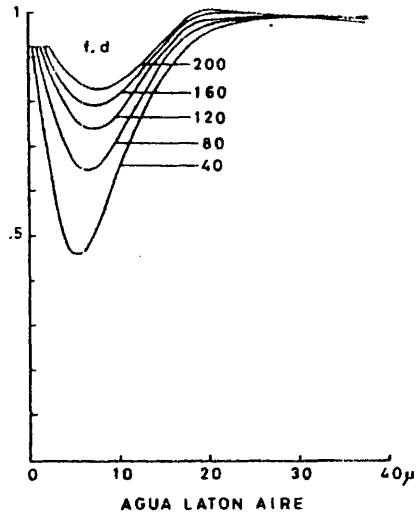
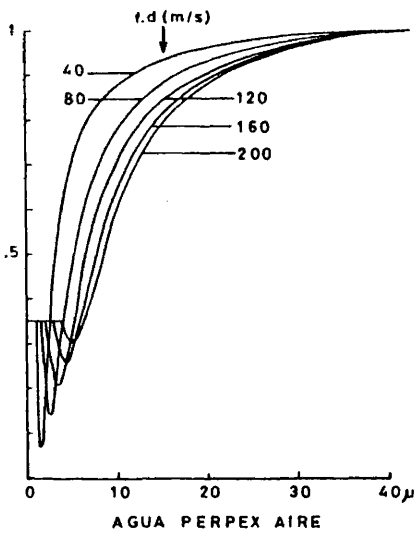


Fig. 17. Relaciones de choque en amplitud



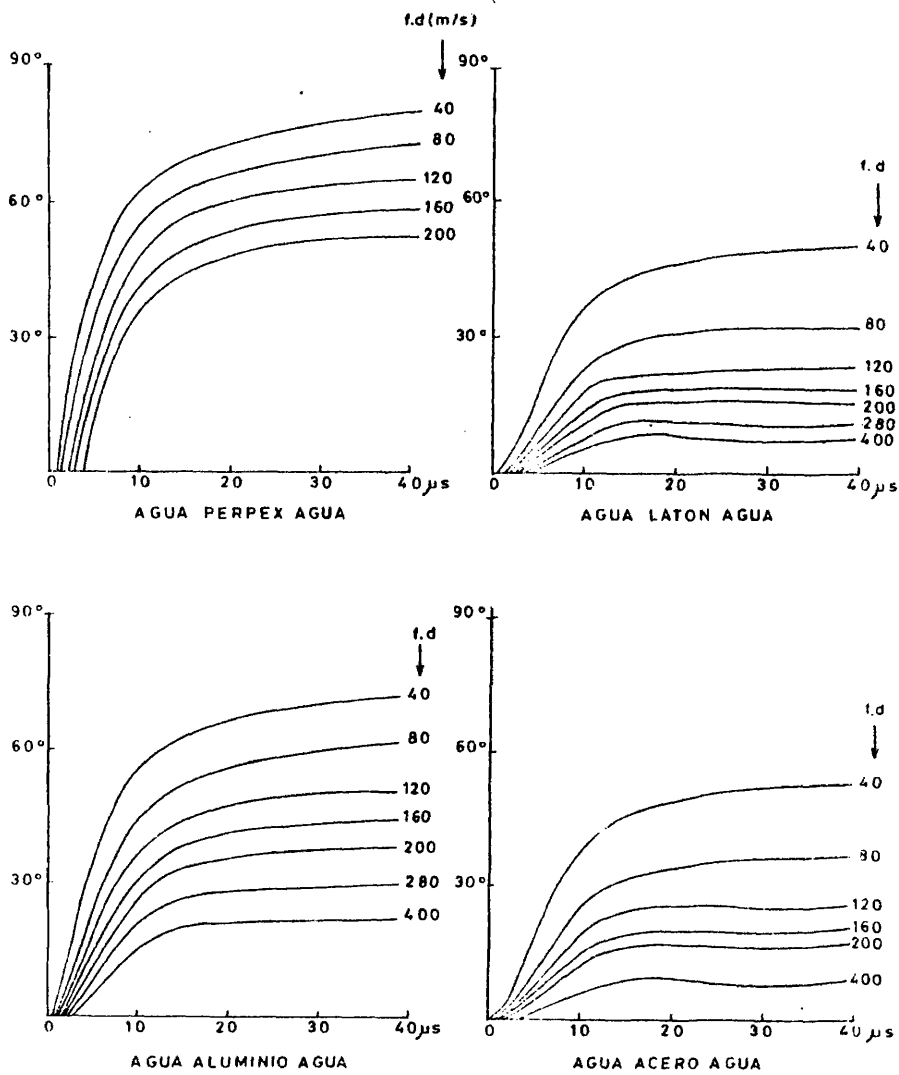
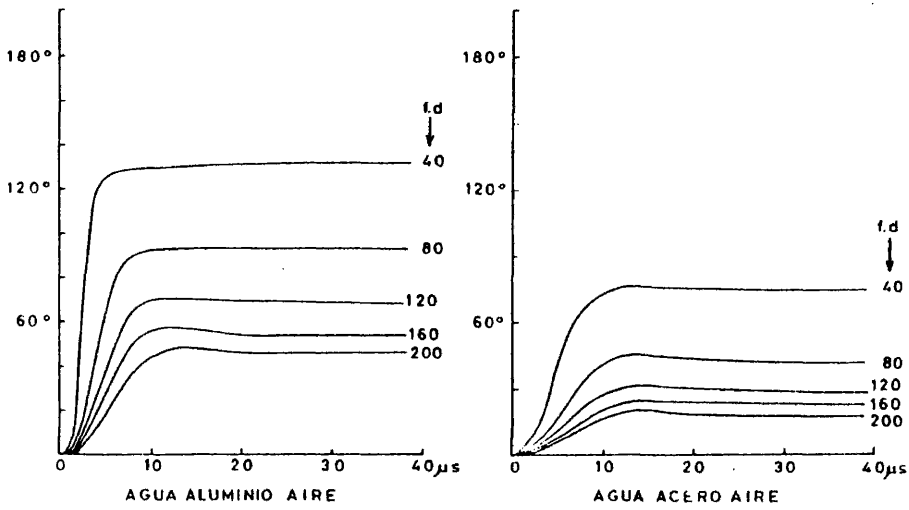
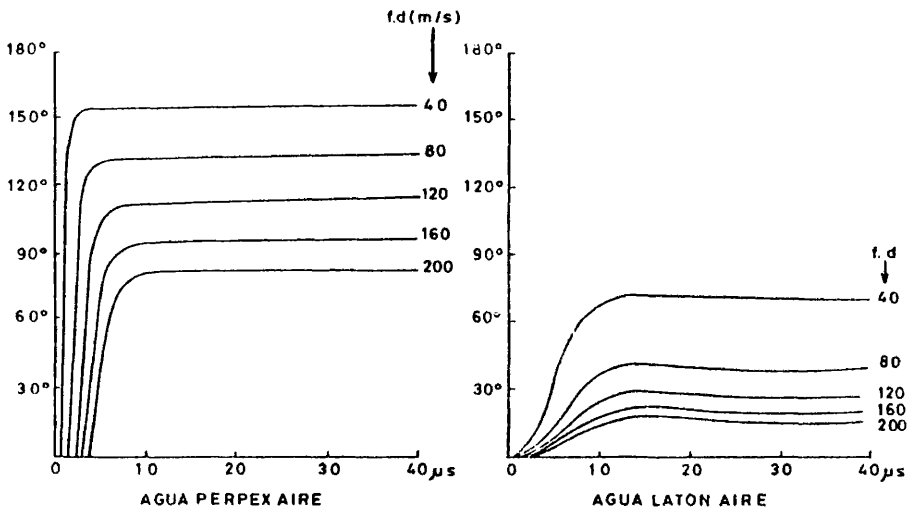


Fig. 1b. Relaciones de ataque en fase



C A P I T U L O V  
=====

ANALISIS DE LA SEÑAL REFLEJADA

A continuación vamos a analizar la señal reflejada por una pared inmersa en agua, o entre agua y aire, comparando la información que obtenemos del transitorio de dicha señal para una frecuencia fija (espacio temporal) con la que se obtiene del estacionario variando la frecuencia de la señal (espacio frecuencial).

V.1. ESPACIO FRECUENCIAL - ALTA FRECUENCIA.

Comencemos por el caso más simplificado que es el de incidencia normal, en el que podemos considerar que se trata de reflexión de ondas planas, y además en el sólido no hay propagación de ondas transversales. Recordemos que en este caso de incidencia normal el coeficiente de reflexión de una pared inmersa en agua se deduce de (1.66) haciendo  $\theta = 0^\circ$

$$R = \frac{\left(\frac{\rho_s c_1}{\rho_q c_q}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\rho_s c_1}{\rho_q c_q}\right)^2 + 1 - j2 \frac{\rho_s c_1}{\rho_q c_q} \operatorname{ctg}(2\pi f \cdot d / c_1)} \quad (5.1)$$

En el supuesto de que dispongamos de un sistema sonar con ancho de banda suficiente como para que el producto  $f \cdot d$  alcance el valor  $n(c_1/2)$ , ( $n=1,2,3,\dots$ ) obtendremos en incidencia normal una onda reflejada de amplitud nula para las frecuencias  $f_n = n \cdot (c_1/2 \cdot d)$ . El conoci-

miento de las frecuencias de dos ceros de reflexión consecutivos, permite determinar mediante la diferencia de esas frecuencias, la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en el sólido si conocemos el espesor de la pared; y viceversa, conocida la velocidad se puede determinar el espesor.

$$f_{n+1} - f_n = c_1/2.d \qquad c_1 = 2.d(f_{n+1} - f_n) \qquad (5.2)$$

El valor de la amplitud de la onda reflejada en una frecuencia media entre las de dos ceros de reflexión consecutivos,  $f = (2n+1)/2 \cdot (c_1/2d)$ , es la de un máximo de reflexión, dada por:

$$R_{\max} = \frac{A^2 - 1}{A^2 + 1} = \frac{Z_1^2 - Z_q^2}{Z_1^2 + Z_q^2} \qquad (5.3)$$

obteniéndose de ella la impedancia del sólido a las ondas longitudinales:

$$\rho_s c_1 = \rho_q c_q \sqrt{\frac{1 + R_{\max}}{1 - R_{\max}}} \qquad (5.4)$$

lo que nos permite determinar la densidad  $\rho_s$  de la pared supuesta conocida la velocidad de propagación  $c_1$ .

Conocemos por tanto dos relaciones entre los tres parámetros -  $\rho_s$ ,  $c_1$ , y  $d$  que deseamos determinar; para obtener la tercera relación que necesitamos hemos de estudiar lo que sucede en incidencia oblicua.

Si en lugar de una pared sólida se tratase de una capa fluida, al no existir propagación de ondas transversales el coeficiente de reflexión en incidencia oblicua es:

$$R = \frac{A^2 - 1}{(A^2 + 1) - j(2A \cdot \text{ctg}(ad))} \quad (5.5)$$

siendo  $\underline{A}$  y  $\underline{a}$  las expresiones dadas en (1.64) y (1.65). La amplitud de la onda reflejada se anula a frecuencias que cumplen  $a \cdot d = n \cdot \pi$ , siendo por tanto:

$$f_n = n \frac{c_2}{2 \cdot d \sqrt{1 - [(c_2/c_1) \text{sen}\theta]^2}} \quad (5.6)$$

al aumentar el ángulo de incidencia la frecuencia  $f_n$  crece, tendiendo - asintóticamente hacia infinito cuando alcanzamos el ángulo límite,  $\theta_L$  (fig. 21 línea discontinua). Determinando este ángulo conoceremos la - velocidad de propagación:

$$c_2 = c_1 / \text{sen}\theta_L \quad (5.7)$$

Aunque no alcanzemos este ángulo límite, el solo conocimiento de las frecuencias  $f_n$  para incidencia normal y para otro ángulo no muy próximo a cero, nos permite a partir de (5.6) obtener la velocidad de propagación en la pared.

$$c_2 = \frac{c_1 \sqrt{1 - [f_n(0)/f_n(\theta)]^2}}{\text{sen}\theta} \quad (5.8)$$

Al tratarse de una pared sólida, la evolución de los mínimos de

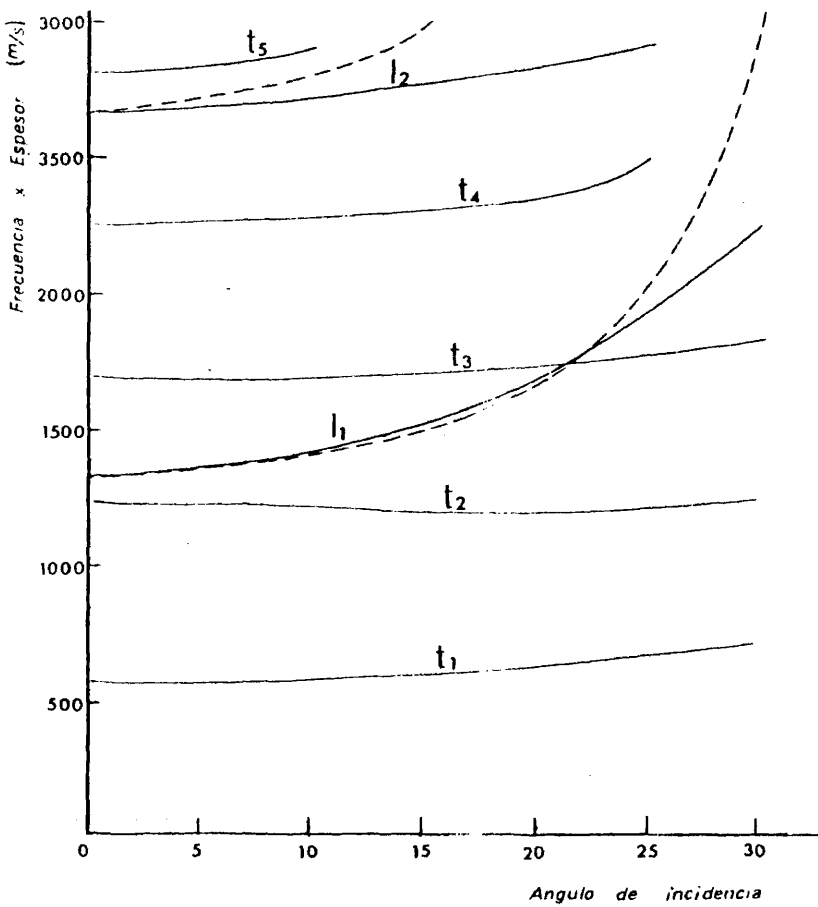


Fig.21. Valores de frecuencia y ángulo de incidencia en que es mínimo el coeficiente de reflexión de una pared sólida ( $c_1 = 2650$  m/s  $c_t = 1120$  m/s), línea continua. Y de una pared fluída ( $c_2 = 2650$  m/s) línea de puntos.

reflexión con el ángulo de incidencia y la frecuencia no sucede de manera tan sencilla, puesto que el coeficiente de reflexión está ahora dado por la expresión completa (1.66) y aunque  $a.d$  valga  $n.\pi$ , dicho coeficiente no se anula, salvo para incidencia normal, debido a la propagación de ondas transversales en la pared ( $B \neq 0$ ). Su expresión en este caso es:

$$R = 1 / \left[ 1 - j \frac{\text{sen}(bd)}{B(1-\cos(bd))} \right] \quad \text{para } ad = n\pi$$

Esto hace que las frecuencias de los mínimos correspondientes a las ondas longitudinales no crezcan con el ángulo de incidencia de acuerdo a la ley dada por (5.6), según se aprecia en la fig. 21, resultando en consecuencia más difícil la detección del ángulo límite para las ondas longitudinales.

Por otra parte también aparecen, para incidencia oblicua, mínimos de reflexión correspondientes a las ondas transversales, la frecuencia a las que se producen varía con el ángulo de incidencia; y la separación entre dos de estas frecuencias consecutivas tiende a  $c_t/2d$  cuando el ángulo de incidencia tiende a cero, lo que nos permite determinar el valor de  $c_t$ , supuesto conocido el espesor de la pared.

Los ceros de reflexión de una pared sólida inmersa en agua están dados por las frecuencias y ángulos de incidencia que satisfacen la ecuación:

$$\frac{1 - \cos(a.d).\cos(b.d)}{\text{sen}(a.d).\text{sen}(b.d)} = \frac{A^2+B^2-1}{2.A.B.} \quad (5.9)$$

la cual no puede resolverse algebraicamente, pero si gráficamente; de este modo comprobamos que puede haber ángulos de incidencia para los cuales (5.9) no tenga solución.

Para materiales con impedancia bastante mayor que la del agua se cumple  $A^2 + B^2 \gg 1$  y por tanto los mínimos de reflexión se producen para los mismos ángulos y frecuencias en los que el desfase es  $\pm \pi/2$ .

Para una placa de perspex, hemos calculado con ayuda de un ordenador la variación del nivel de la señal reflejada  $NS_R$  con la frecuencia para los ángulos de incidencia que previamente habíamos medido con ayuda del dispositivo presentado en las Fig. 22 y 23.

Llamamos nivel de la señal reflejada a:

$$NS_R = 20 \cdot \text{Log}(|R|) \quad (5.10)$$

Se ha elegido para el cálculo teórico y para realizar la comprobación experimental una placa de perspex por ser en este material la velocidad de propagación de las ondas acústicas bastante próxima a la del agua y se produce por tanto el primer mínimo de reflexión a una frecuencia no muy elevada para espesores relativamente fáciles de manejar ( $d = 30 \text{ mm.}$ ).

Podemos comparar las curvas teóricas con los registros experimentales de la fig. 24, y observaremos la buena adecuación entre ellas si tenemos en cuenta que el nivel de la señal reflejada que hemos medido experimentalmente es:

$$NS_E = NS_D + 20 \cdot \text{Log}(t_d/t_r) + NS_R \quad (5.11)$$

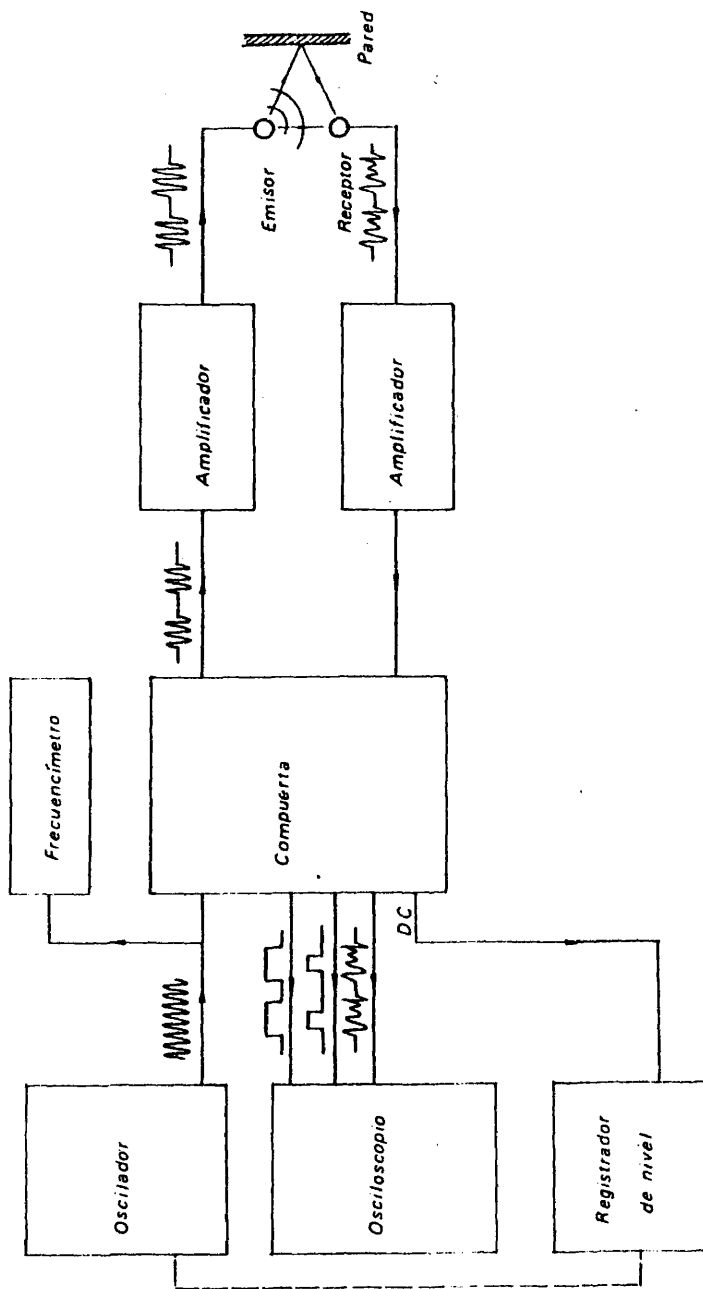


Fig.22. Diagrama bloque de obtención del nivel de las señales

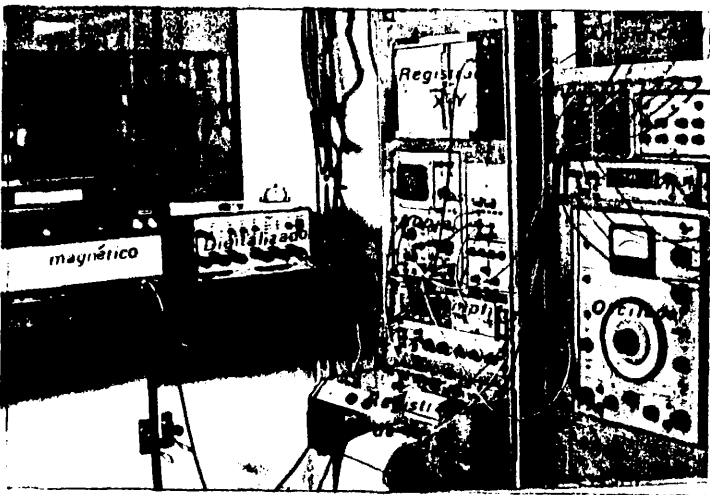


Fig.23. Vista del equipo de medida y del montaje en el tanque de experiencias hidroacusticas.

Para llegar a esta expresión hemos considerado, (Capítulo III fig. 11), que al receptor R llega primero la señal directa y luego la reflejada en la pared muestra. El tiempo que tarda en llegar la señal directa es:

$$t_d = c_1 \cdot \sqrt{x^2 + (z_o - z)^2} \quad (5.12)$$

y el tiempo que tarda en llegar la señal reflejada:

$$t_r = c_1 \cdot \sqrt{x^2 + (z_o + z)^2} \quad (5.13)$$

Recordando la expresión (3.4) sabemos que la relación de amplitudes de la señal reflejada a la directa es:

$$\frac{P_r}{P_d} = R(\theta_i) \frac{t_d}{t_r} \quad (5.14)$$

teniendo en cuenta que el emisor en la banda de frecuencias en la que trabajamos es omnidireccional  $Q(\theta_i) = Q(\theta_d)$  (Fig. 12 b).

Será entonces el nivel de la señal reflejada:

$$NS_E = 20 \cdot \text{Log}(P_r/P_o) \quad (5.15)$$

y el de la señal directa:

$$NS_D = 20 \cdot \text{Log}(P_d/P_o) \quad (5.16)$$

su diferencia con ayuda de las expresiones (5.10) (5.12) (5.13) y (5.14), nos da la ecuación (5.11).

La fase de la onda reflejada es también función de las caracte-

terísticas de la pared, y viene dada para incidencia normal, cuando hay agua a ambos lados, por (a partir de 5.1):

$$\Gamma = \arg[R] = \text{arc.tg.} \left[ \frac{2 \frac{\rho_s c_1}{\rho_q c_q} \text{ctg}(2\pi f.d/c_1)}{\left(\frac{\rho_s c_1}{\rho_q c_q}\right)^2 + 1} \right] \quad (5.17)$$

Se deduce que para aquellas frecuencias  $f_n$  que hacen nula la amplitud ( $f_n = n.c_1/2.d$ ), la fase es  $(2.n+1) \pi/2$ , es decir la señal directa y la reflejada están en cuadratura. Por el contrario, para las frecuencias que hacen máxima la amplitud de la señal reflejada, la fase está en fase u oposición de fase con la señal directa.

Ciertamente la aportación de la fase de la señal reflejada para el conocimiento de las características de la pared no añade nada nuevo que no supiésemos después de analizar su amplitud. Solamente cuando la pared sólida separa el agua del aire (como es el caso de un objeto hueco inmerso en el agua) ya vimos en el apartado I.3.2 que el módulo del coeficiente de reflexión de la pared es uno para toda frecuencia y espesor; sin embargo el argumento sí varía con estas magnitudes.

Este argumento para incidencia normal es:

$$\Gamma = -2.\text{arc.tg.} \left[ \frac{\rho_q c_q}{\rho_s c_1} \text{ctg} (2\pi f.d/c_1) \right] \quad (5.18)$$

Las señales directa y reflejada estarán en cuadratura para frecuencias que cumplan:  $\text{tg} (2\pi f.d/c_1) = \rho_q c_q / \rho_s c_1$ ; en oposición de fase

se para  $f = n.c_1/2.d$ , y en fase cuando  $f = (2.n+1).c_1/4.d$

#### V.1.1. Medida experimental del nivel de las señales.

Los registros de los niveles de las señales directa y reflejada que presentamos en la figura 24, se han obtenido del siguiente modo:

En el tanque de nuestro laboratorio de hidroacústica, de dimensiones 7,5 x 4,5 x 4,5 m, y sobre un eje perpendicular a su dimensión mayor, hemos colocado el proyector emisor de las ondas acústicas Bendix y el hidrófono receptor Bruel & Kjaer, cuyas características describimos en el Capítulo IV. Frente a ellos la pared muestra, cuyas características deseamos determinar, estando como los transductores a media profundidad.

Describimos primero el sistema de emisión (fig. 22) constituido por un oscilador de batido de frecuencia Bruel & Kjaer modelo 1013, que engendra una señal sinusoidal en el margen comprendido entre 20 Hz. y 200 kHz., con nivel constante, hasta 4 voltios para una impedancia de salida de 6  $\Omega$ . Un contador digital de frecuencia Hewlett Packard modelo 5233C nos permite conocer con precisión de un Herzio la frecuencia de la señal emitida.

La onda generada por el oscilador es modulada por una compuerta Bruel & Kjaer modelo 4440, en forma impulsos cuya duración puede ir de 0.1 ms. a 900 ms. y con una frecuencia de repetición de 0.5 a 15 impulsos por segundo. El mismo módulo de la compuerta nos da en otra sa-

lida el impulso rectangular modulador, y que nos ha de servir para controlar el disparo de un osciloscopio. Por último, la señal modulada en impulsos es amplificada debidamente en un General Radio modelo 1206-B, con respuesta plana en la banda de frecuencias que nos proporciona el oscilador.

En recepción, la señal captada por el hidrófono, tras ser amplificada en un Bruel & Kjaer modelo 2650, pasa de nuevo por la compuerta en el módulo de medida, la cual nos da en una de sus salidas un voltaje de continua proporcional a la amplitud de la señal en la entrada, en la zona de ésta que seleccionemos mediante una nueva compuerta. En otra de sus salidas disponemos del impulso rectangular que define la zona de señal seleccionada; la anchura de este nuevo impulso y su retardo respecto al de la compuerta pueden variarse entre 0.03 ms y 900 ms, y entre 0.01 ms y 900 ms, respectivamente.

Para completar la cadena de medida disponemos de dos medios de representación gráfica, uno especialmente efectivo en el espacio temporal, que es un osciloscopio Tektronix modelo 7633 de dos canales, uno para observar las formas de las señales directa y reflejada, y el otro para controlar el impulso de la compuerta que selecciona la zona de señal cuya amplitud deseamos medir. El segundo medio gráfico es un registrador de nivel Bruel & Kjaer modelo 2505, el cual mediante un arrastre mecánico varía la frecuencia del oscilador; a su entrada llega la tensión continua que proporciona la compuerta, y nos representa en un papel calibrado el nivel en decibelios de esa tensión cuando varía la frecuencia de la señal.

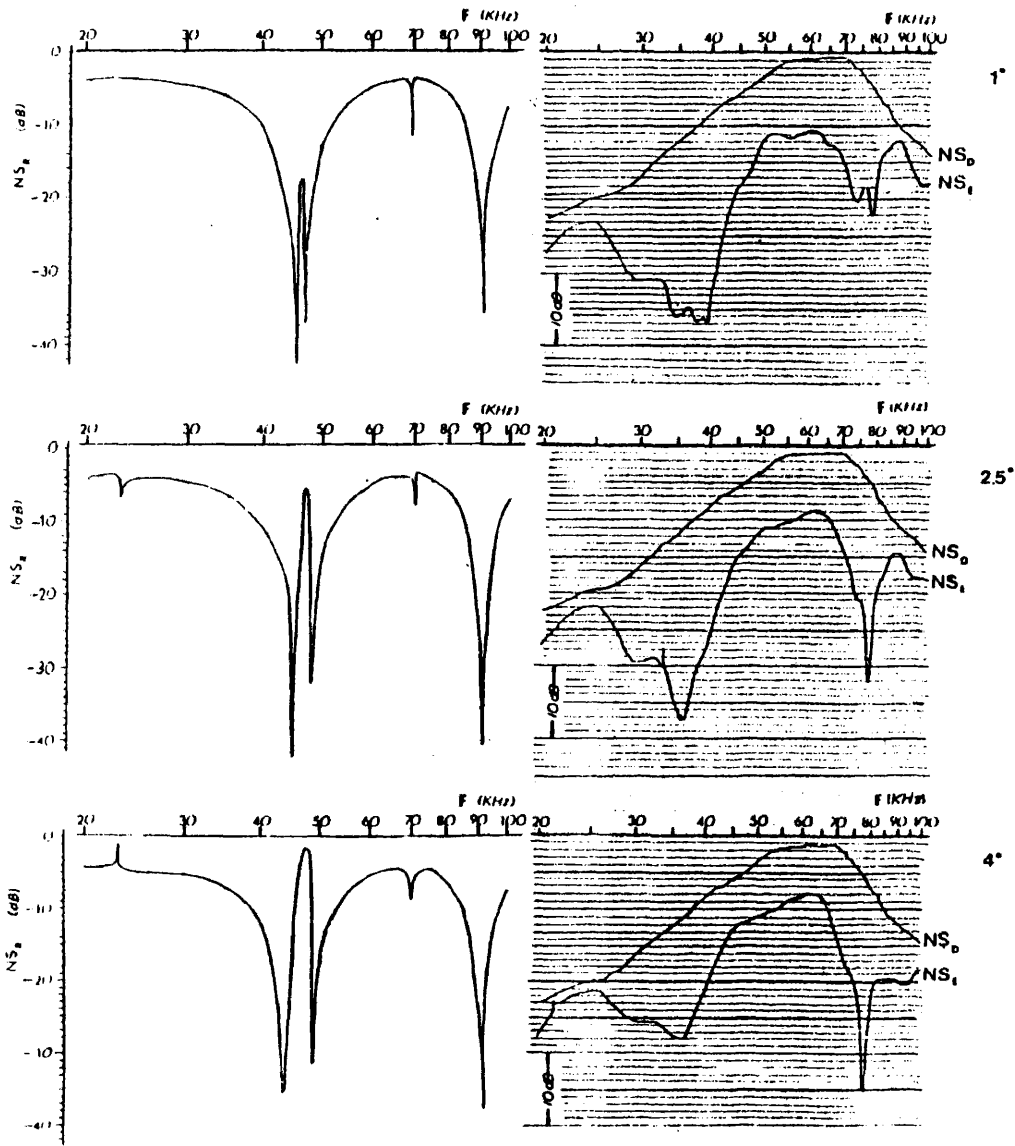
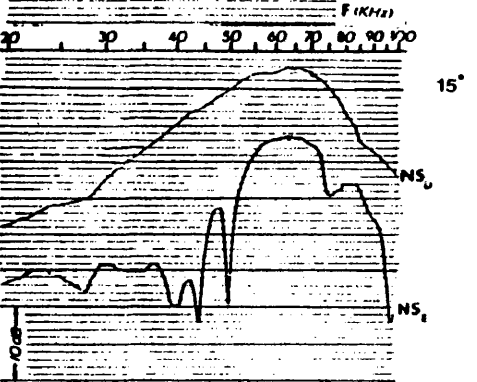
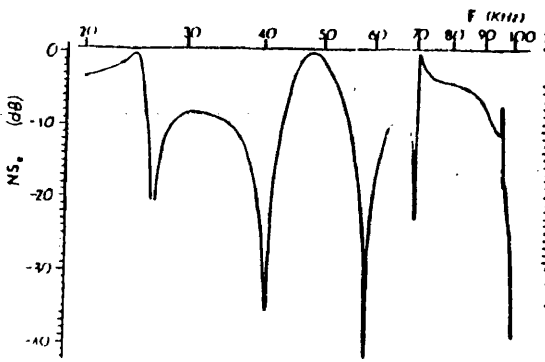
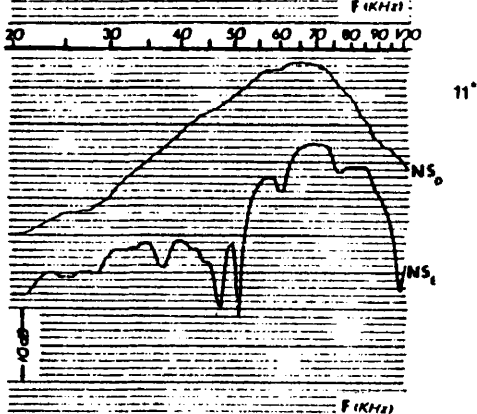
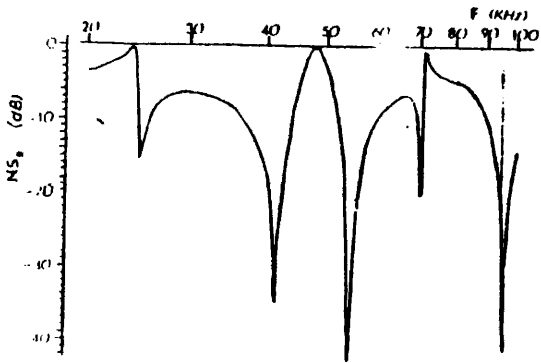
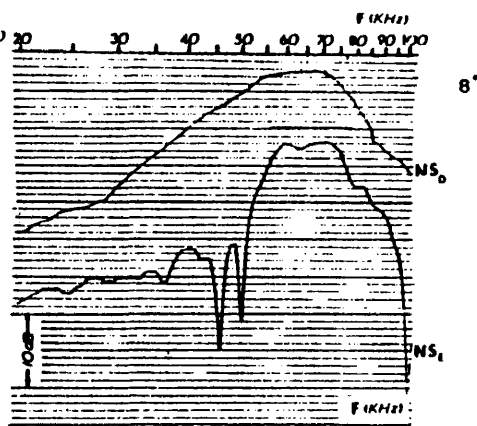
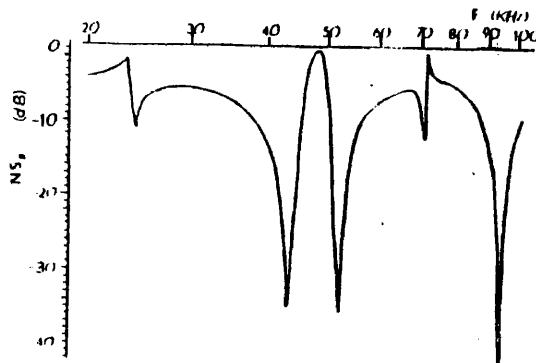
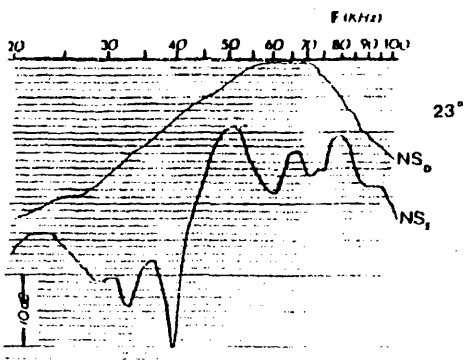
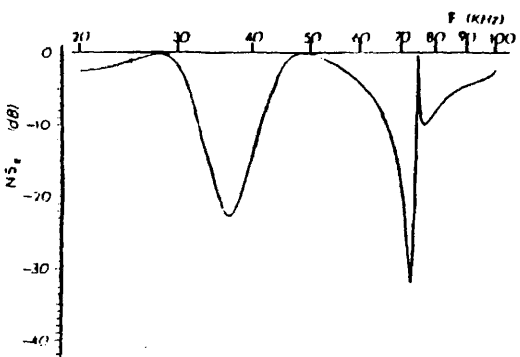
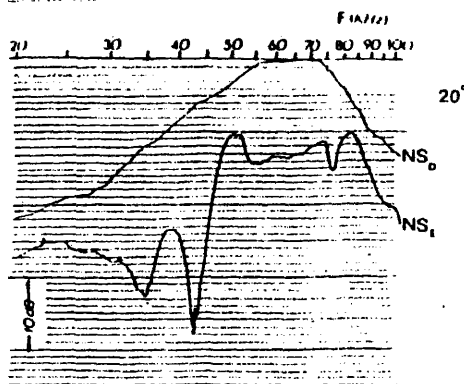
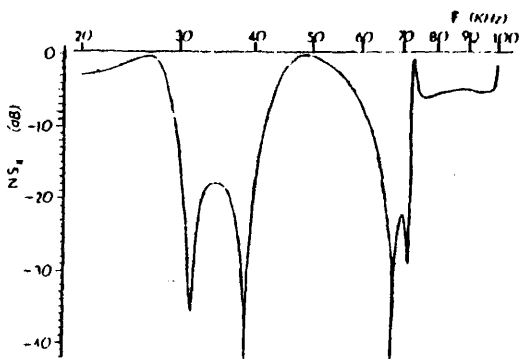
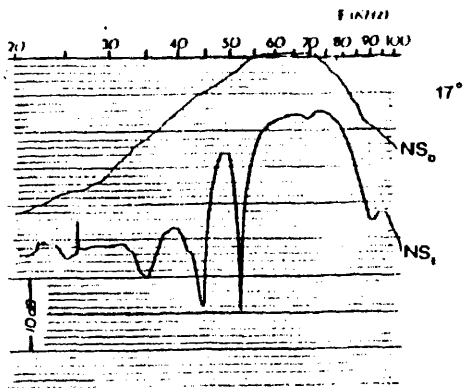
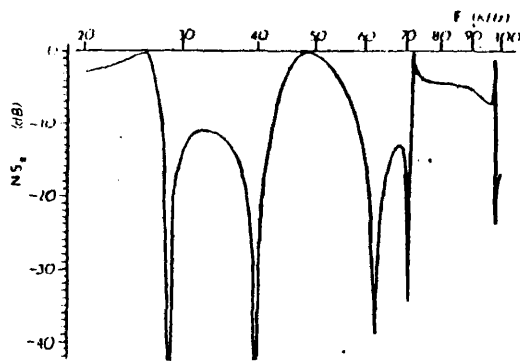


Fig.24. Nivel teórico de la señal reflejada ( $NS_R$ ), nivel de eco ( $NS_E$ ) y nivel de la señal directa ( $NS_D$ ) medidos experimentalmente para frecuencias comprendidas entre 20 y 100 kliz, en incidencia oblicua. En la columna de la derecha ángulo de incidencia.





V.1.2. Baja frecuencia.

Si el sistema sonar de que disponemos no permite alcanzar frecuencias que superen el valor  $c_t/2.d$ , no detectaremos ningún mínimo de reflexión, siendo entonces necesario, si queremos determinar las características de la pared, utilizar el ábaco de la figura 25., obtenido a partir de las expresiones:

$$|R| = \frac{\left(\frac{Z_1}{Z_q}\right)^2 - 1}{\sqrt{\left[\left(\frac{Z_1}{Z_q}\right)^2 + 1\right]^2 + \left[2\frac{Z_1}{Z_q} \operatorname{ctg}(2.\pi.f.d/c_1)\right]^2}} \quad (5.19)$$

$$\Gamma = \operatorname{arc.tg.} \left[ \frac{2\frac{Z_1}{Z_q} \operatorname{ctg}(2.\pi.f.d/c_1)}{\left(\frac{Z_1}{Z_q}\right)^2 + 1} \right] \quad (5.20)$$

De dicho ábaco se extraen los valores de la impedancia de la pared a las ondas longitudinales referida a la impedancia del agua, y el valor del espesor dividido por la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en la pared, llevando sobre el eje de ordenadas el valor que medimos experimentalmente de la amplitud de la señal reflejada, y sobre el eje de abscisas el valor de la fase. La precisión de este ábaco aumenta al aproximarse la impedancia de la pared a la del agua. Utilizando el mismo equipo experimental de medida que el presentado en la sección anterior, hemos registrado la variación de los

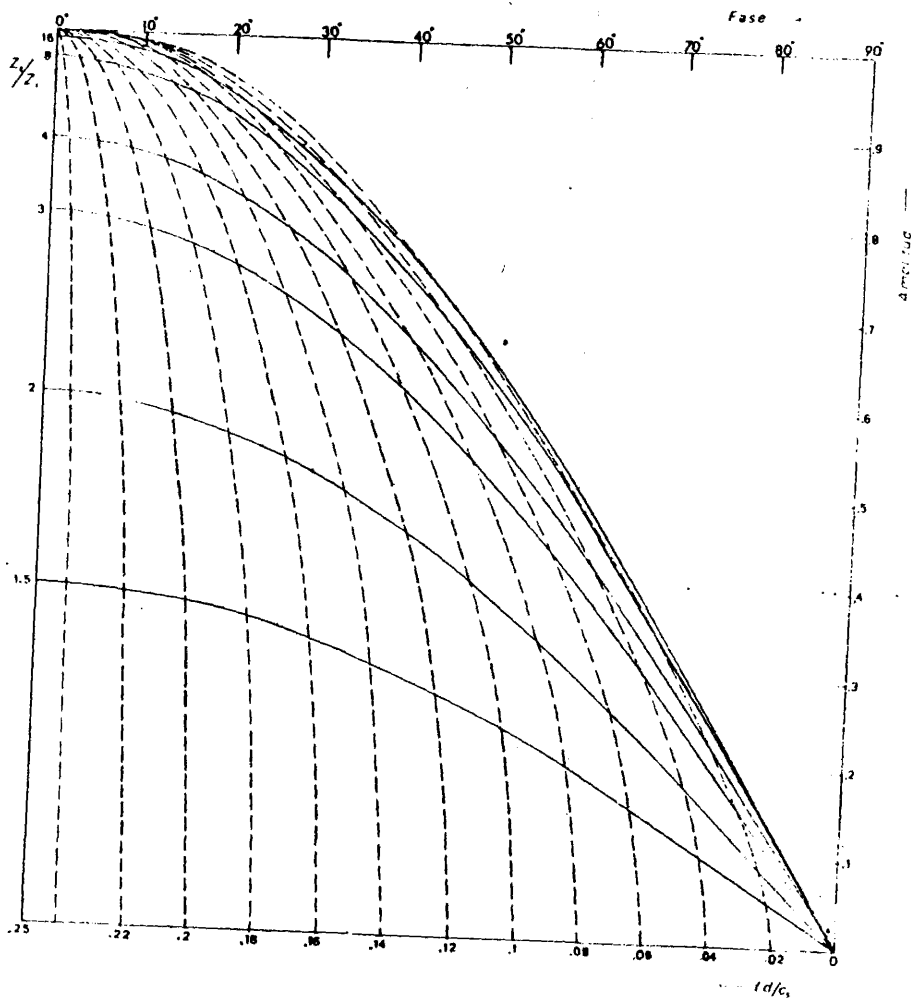
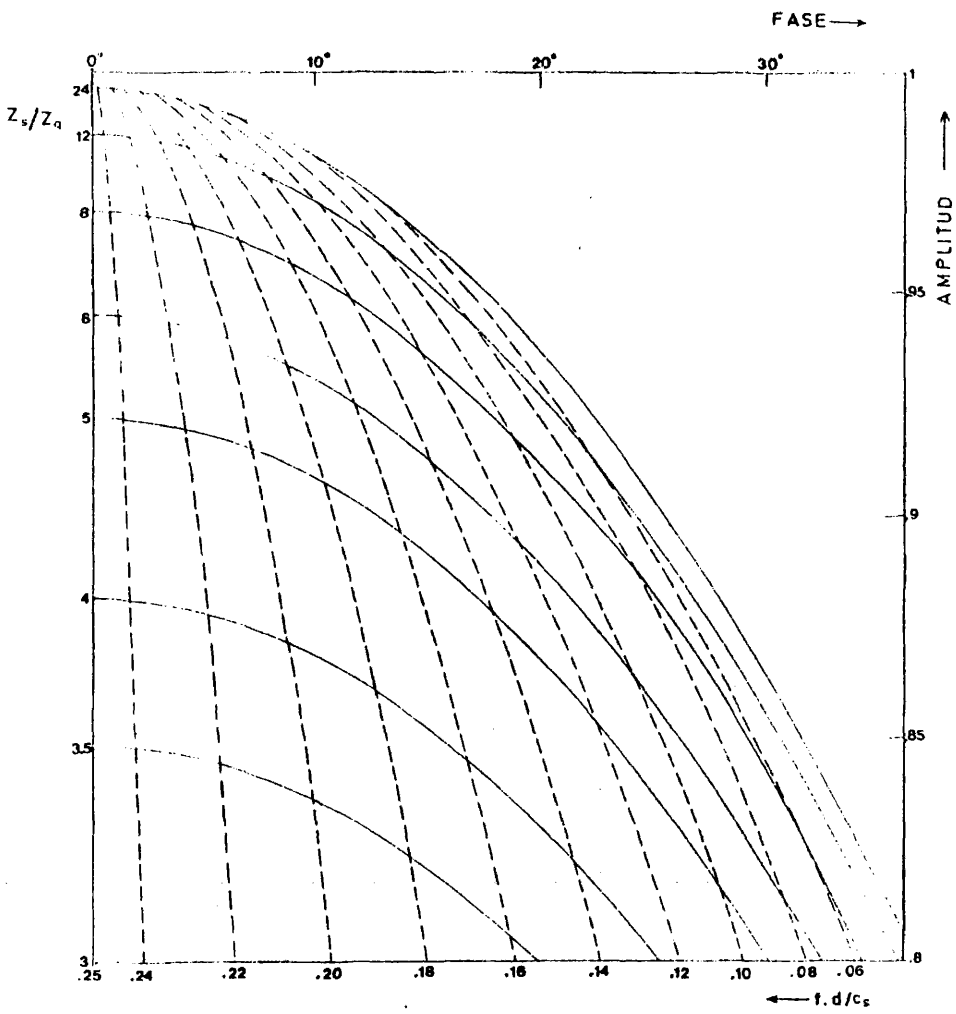


Fig. 25. Abaco para la obtención de las características de la pared a partir de la amplitud y fase de la señal reflejada.



Ampliación del ábaco en la zona de altas impedancias.

niveles de la señal directa  $NS_p$  y del eco  $NS_E$  con la frecuencia en la banda de 20 a 60 kHz. para distintos espesores de paredes sólidas -- (perpex, aluminio, acero, latón) inmersas en agua, (fig. 26). También se ha representado sobre estos registros en línea de trazos discontinuos la variación teórica del nivel del eco ( $NS_E$ ) deducida de acuerdo con la expresión (5.11), una vez que se ha medido en el osciloscopio -- los tiempos de llegada de la señal directa  $t_d$  y reflejada  $t_r$ .

Podemos observar en dichos registros como la adecuación de los resultados experimentales con la teoría está dentro de un margen de --  $\pm 2$  dB. Esta inexactitud en la medida del nivel del eco, supone un -- error relativo en el valor del coeficiente de reflexión del 22%, que -- no es aceptable, especialmente cuando dicho coeficiente de reflexión -- está próximo a uno. Por ello es indispensable conocer el nivel de las señales directa y reflejada a varias frecuencias para determinar con -- menor error el valor del módulo del coeficiente de reflexión de la pa -- red.

En lo que respecta a su argumento hemos de recordar que se de -- finió en el Capítulo III el desfase entre la señal directa y la refle -- jada por  $\Gamma + \omega\tau$ , donde  $\Gamma$  es ese argumento del vector coeficiente de re -- flexión y  $\tau$  la diferencia de tiempos de llegada al hidrófono receptor de las señales directa y reflejada. Si conseguimos registrar ambas se -- ñales retardando de manera artificiosa el inicio de las señales direc -- ta para que coincida con el inicio de la reflejada, obtendríamos direc -- tamente el valor de  $\Gamma$  al comparar la fase de ambas señales en su esta -- do estacionario.

#### V.1.2.1. Medida de la fase.

Pasado un cierto tiempo  $t_e$  desde el inicio de la señal, directa o reflejada, se alcanza su estado estacionario por ser  $\alpha t_e$  mucho mayor que 1 (4.4). Los  $n$  primeros ciclos de la señal directa duran un tiempo  $t_{nd}$  que supondremos mayor que  $t_e$ , es decir  $t_{nd}$  está en la zona estacionaria de la señal, recordemos que la señal directa en el estado estacionario se puede escribir:

$$S_d(t) = \text{sen}(wt - \phi'_d) \quad (5.21)$$

Como para el instante  $t_{nd}$  la amplitud de la señal es cero se cumplirá  $w.t_{nd} - \phi'_d = n.\pi$  lo que nos permite deducir la fase de la señal directa:

$$\phi'_d = w.t_{nd} - n.\pi \quad (5.22)$$

Analogamente en la señal reflejada el tiempo que duran los  $n$  - primeros ciclos es  $t_{nr}$ , y su desfase viene dado por:

$$\phi'_r = w.t_{nr} - n.\pi \quad (5.23)$$

Las expresiones (4.22) y (4.23) son válidas para todo  $n$  que cumpla -- que  $t_{nd}$  y  $t_{nr}$  sean mayores que  $t_e$ .

El desfase entre ambas señales, supuesto que hacemos coincidir sus inicios, es:

$$\Gamma = \phi'_r - \phi'_d = w(t_{nr} - t_{nd}) \quad (5.24)$$

que es a su vez el argumento del coeficiente de reflexión de la pared.

Disponemos de dos métodos para obtener experimentalmente este desfase: uno es midiendo sobre el osciloscopio los tiempos  $t_{nd}$  y  $t_{nr}$ , el otro es registrar gráficamente en un X-Y las señales y conocida la escala de tiempos sobre el registro, medir en él los tiempos buscados.

Para obtener, según este último método, el registro gráfico de la señal, es necesario que los 300  $\mu$ s que dura, sean registrados en unos 25 cm de papel, lo que supone un barrido de tiempos del orden de  $10^6$  - cm/seg. cosa imposible para un registrador gráfico. Este inconveniente lo evitamos almacenando en un registrador magnético Ampex las señales directa y reflejada, gravándolas a 60 rpm. y reproduciendo a 15/16 rpm. con lo cual obtenemos que la señal dure un tiempo unas sesenta veces - mayor (El magnetofón tiene una respuesta lineal hasta los 300 kHz). La señal así ampliada en la escala de tiempos la digitalizamos en un digital event recorder Bruel & Kjaer con frecuencia de muestreo de 100.000 muestras/seg. En estas condiciones si es posible obtener en un registrador X-Y las señales directa o reflejada en las condiciones deseadas. (Diagrama bloque del instrumental de medida según figura 27).

A partir de los registros de nivel de la señal directa y reflejada en función de la frecuencia (fig. 26) y de los registros amplitud tiempo obtenidos gráficamente según el último procedimiento que acabamos de explicar (fig. 28), se ha obtenido el módulo y fase del coeficiente de reflexión, y de ellos, mediante las expresiones (5.19) y -- (5.20), los valores de la impedancia relativa del sólido a las ondas longitudinales y del cociente espesor de la pared dividido por la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en el sólido.

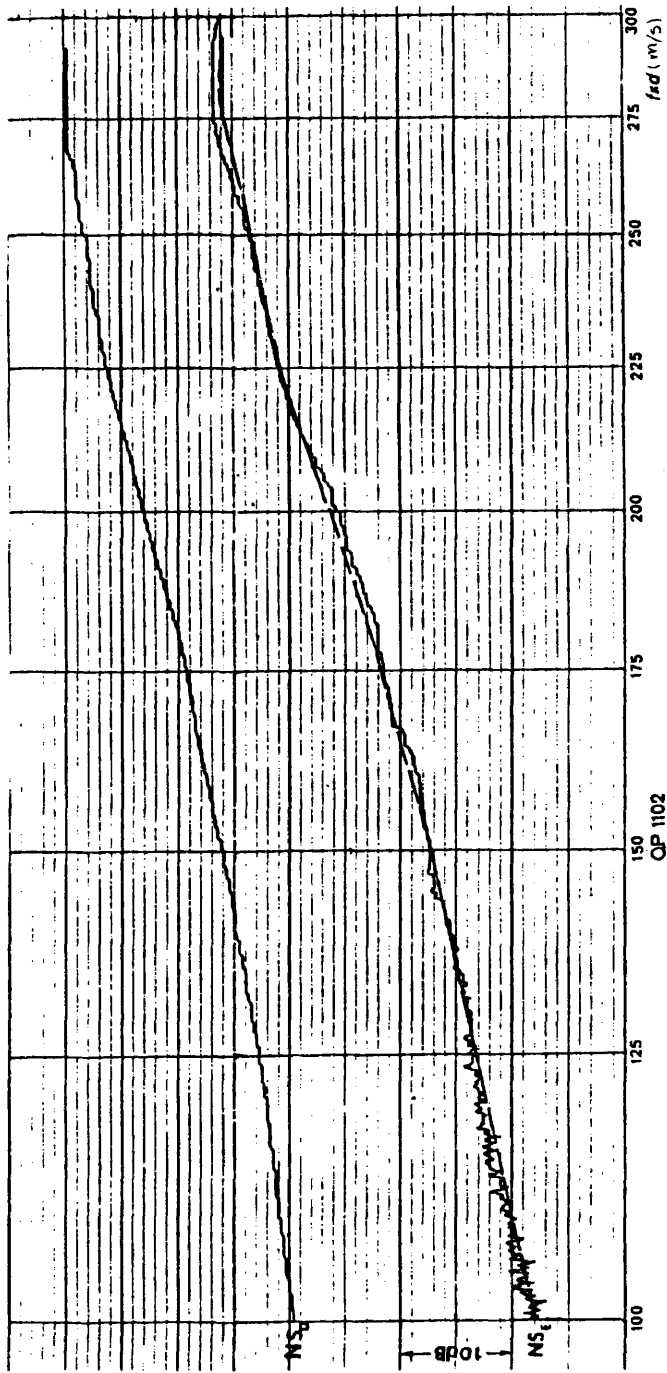
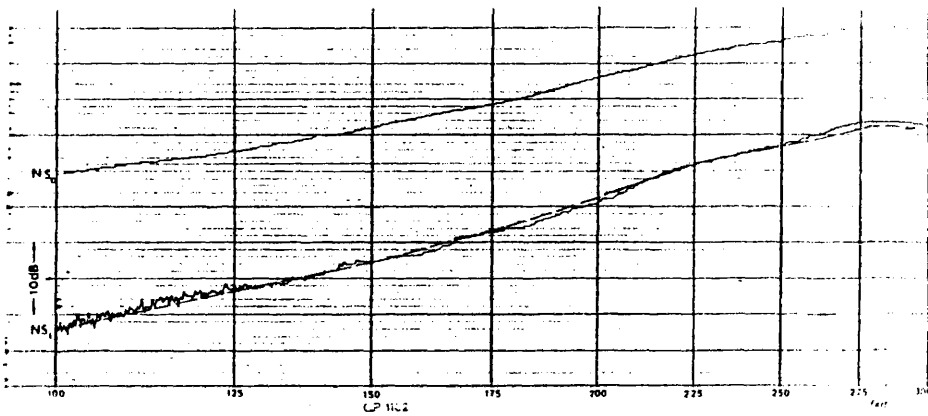
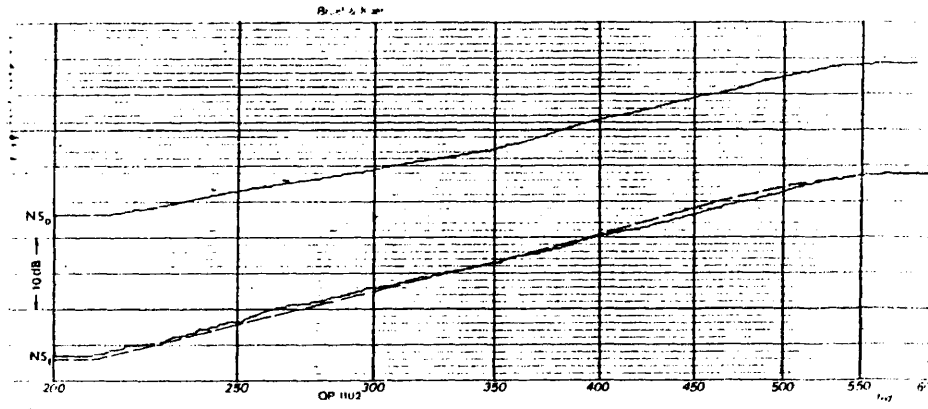


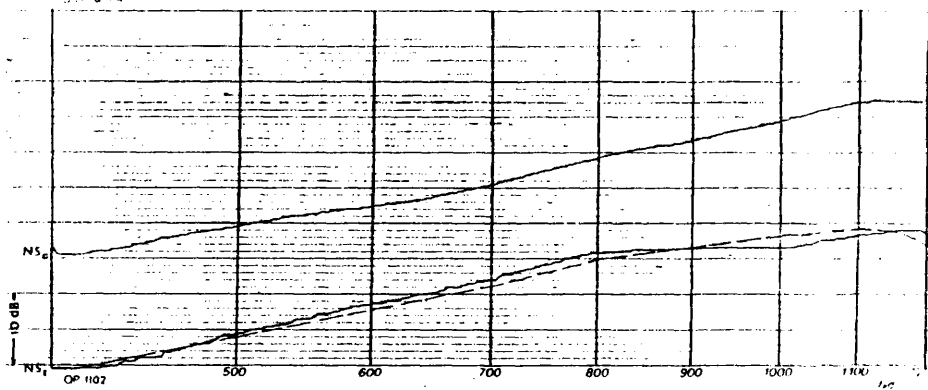
Fig.26. Nivel de la señal directa ( $NS_D$ ) y del eco ( $NS_E$ ) en función de  $f_s$ , para una pared de perpex con 5 mm. de espesor inmersa en agua. (Tiempo de llegada de la señal directa  $t_d=400\mu s$  y del eco  $t_r=930\mu s$ ). Para la frecuencia de 40 kHz  
 $NS_D-NS_E = 17$  dB  $R = 0.328$ .



Espesor 5mm.

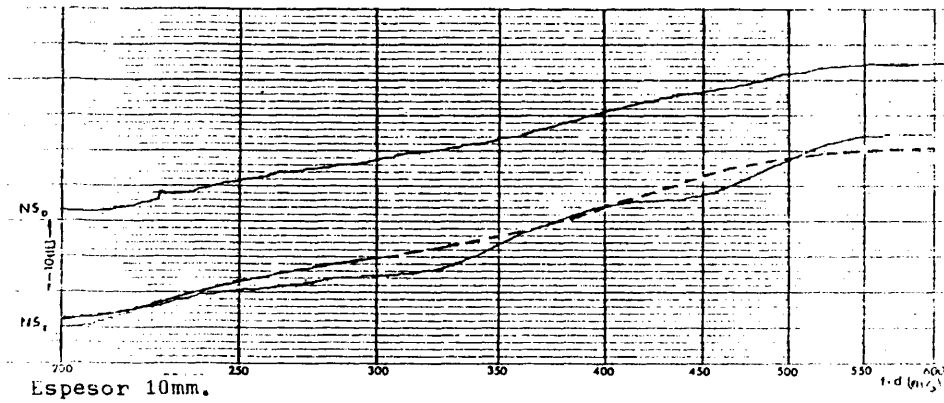
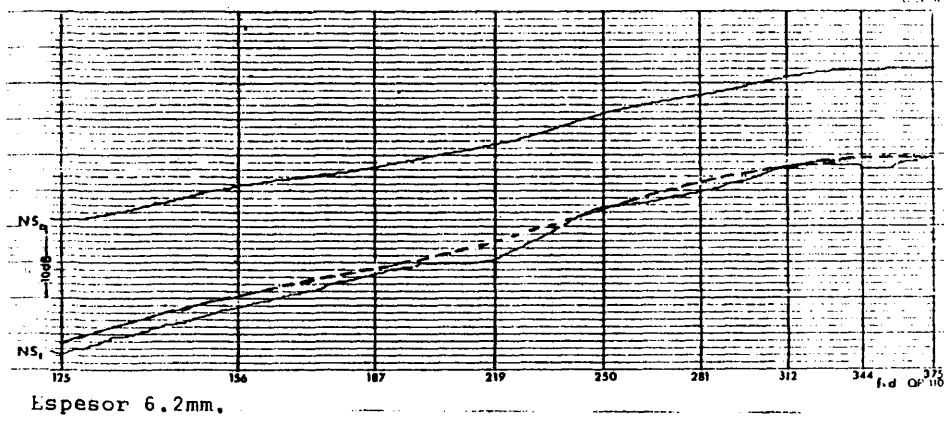
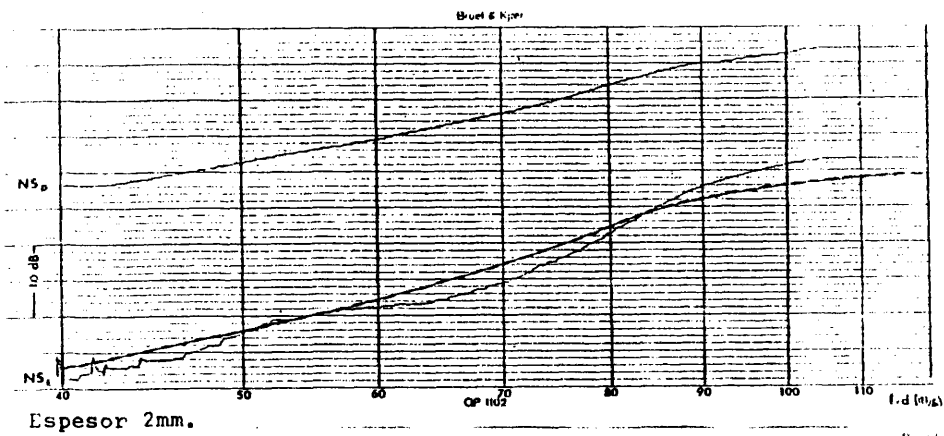


Espesor 10mm.

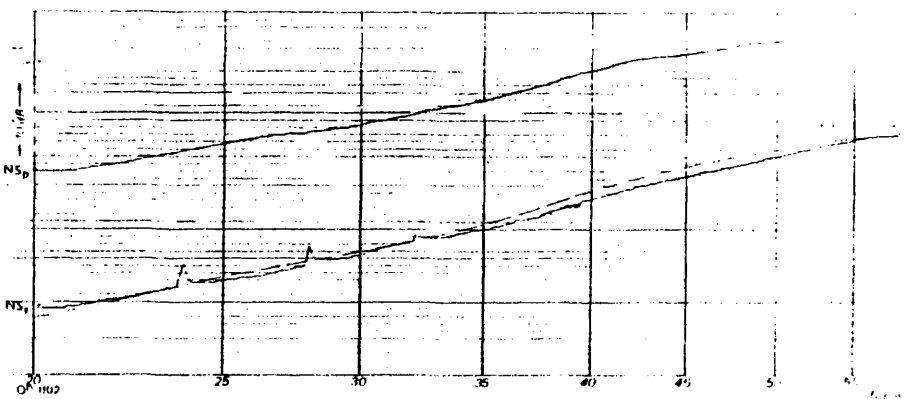


Espesor 20mm.

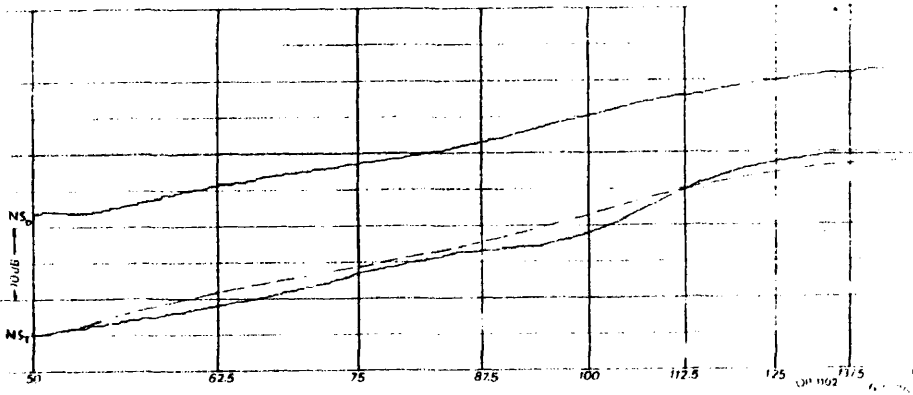
Nivel de las señales directa y reflejada por una pared de perperx inmersa en agua.



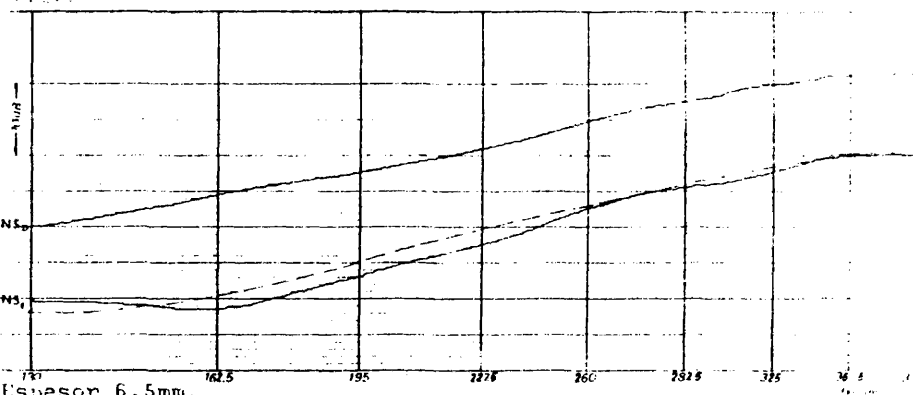
Nivel de las señales directa y reflejada por una pared de aluminio inmersa en agua.



Espesor 1mm.

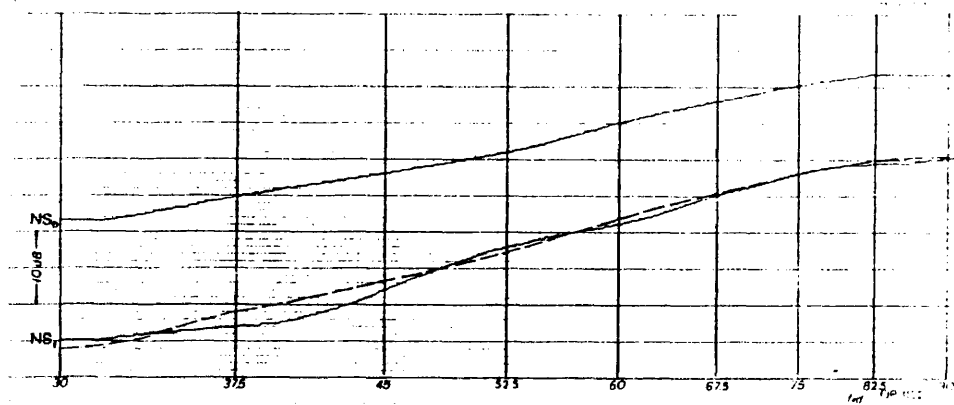


Espesor 2.5mm.

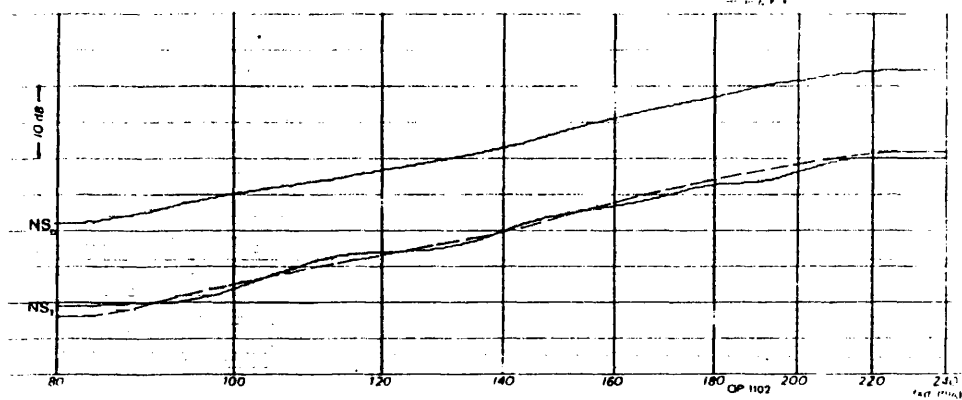


Espesor 6.5mm.

Nivel de las señales directa y reflejada por una pared de acero inmersa en agua.



Espesor 1.5mm.



Espesor 4mm.

Nivel de las señales directa y reflejada por una pared de latón inmersa en agua.

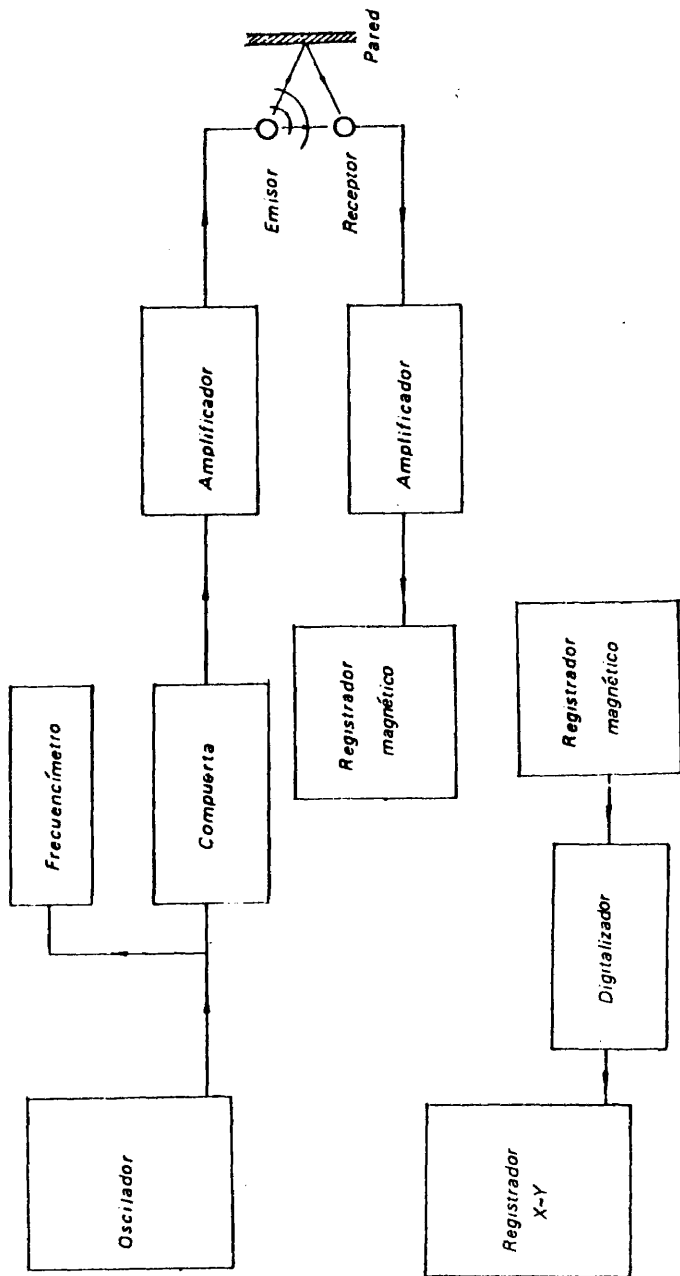
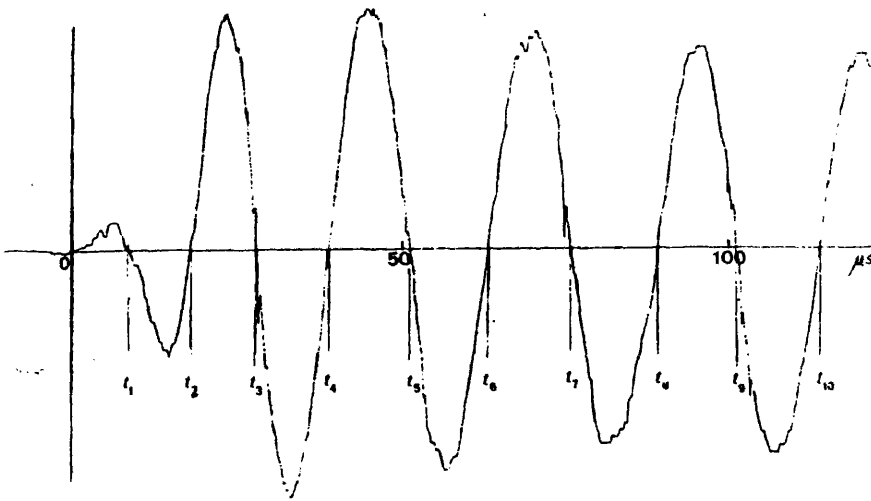


Fig.27. Diagrama bloque para registrar la señal en función del tiempo



Señal reflejada por una pared de perspex con 5 mm de espesor inmersa en agua ( $t_{10,r} = 113\mu s$ )

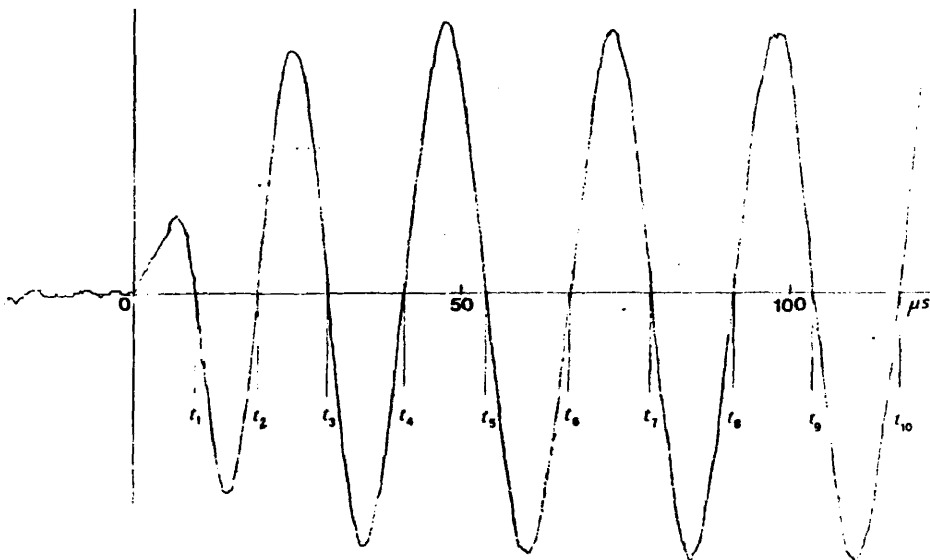
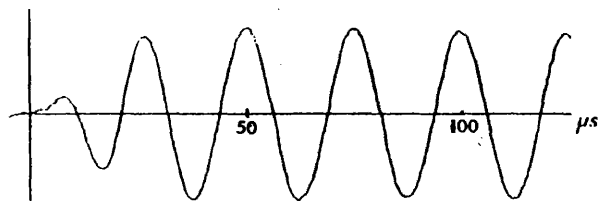
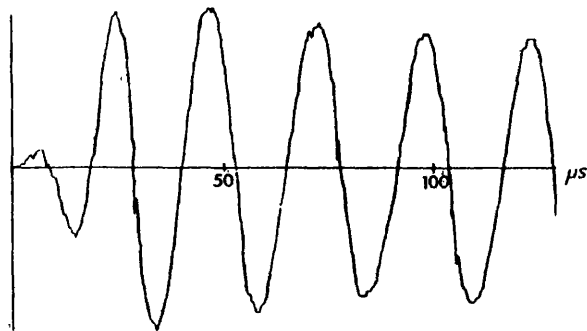


Fig.28. Señal directa a 40 kHz. ( $t_{10,d} = 116.7\mu s$ )

$$\Gamma = w \cdot (t_{10,d} - t_{10,r}) = 53.3^\circ$$

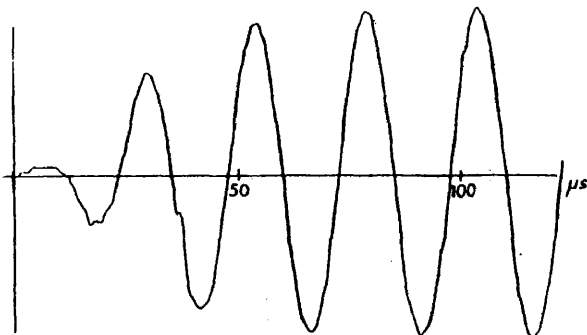


Señal directa

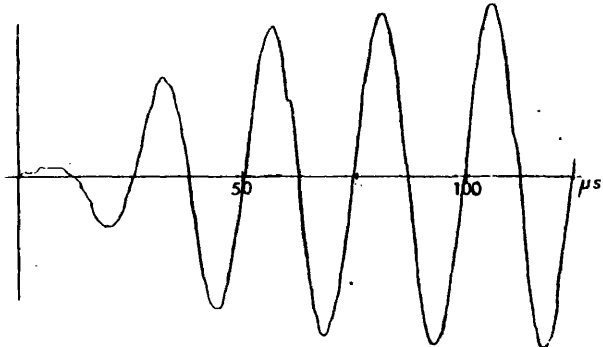


Señal reflejada

Espesor 5mm.

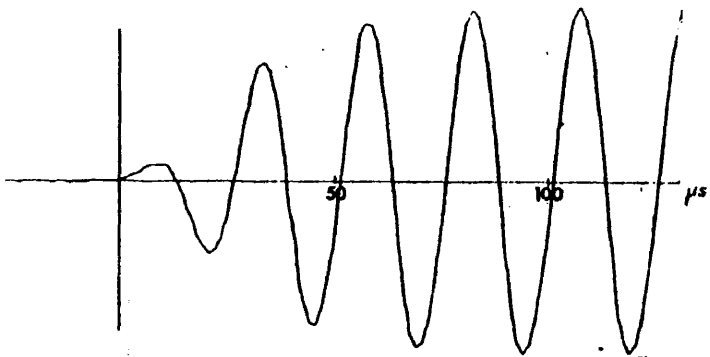


Espesor 10mm.

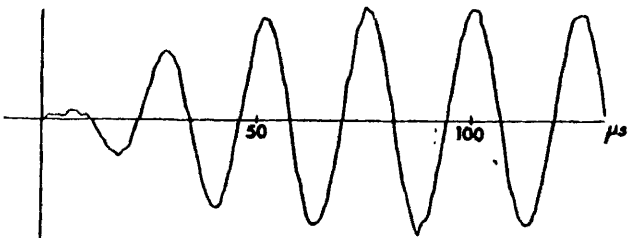


Espesor 20mm.

Inicio de las señales directa y reflejada por una pared de perspex inmersa en agua a 40 kHz.

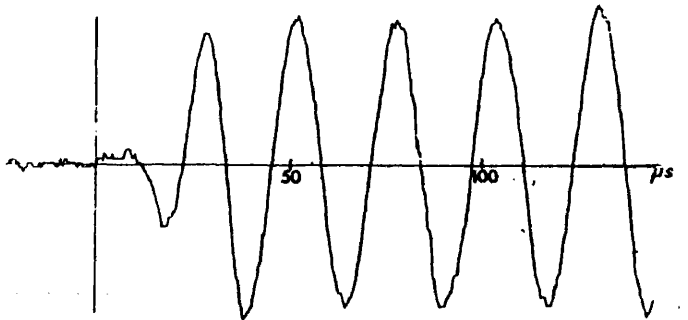


Señal directa

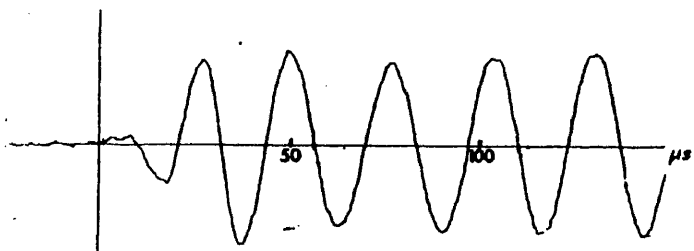


Señal reflejada

Espesor 2mm.

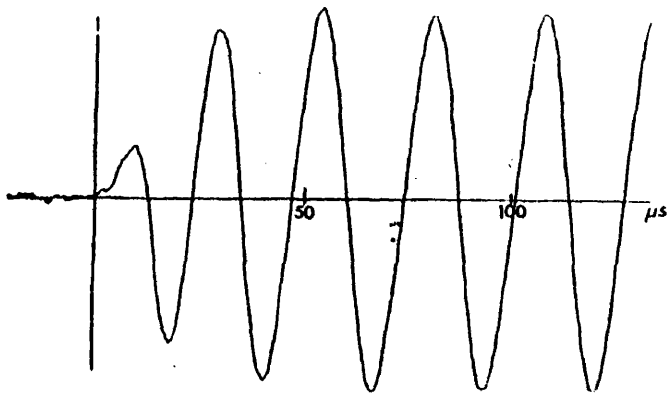


Espesor 6,2mm.

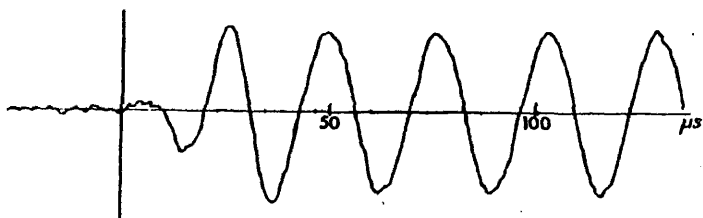


Espesor 10mm.

Inicio de las señales directa y reflejada por una pared de aluminio inmersa en agua a 40 kHz.

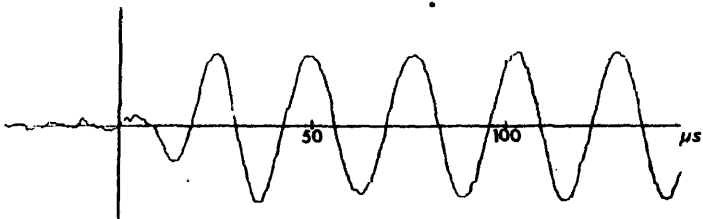


Señal directa

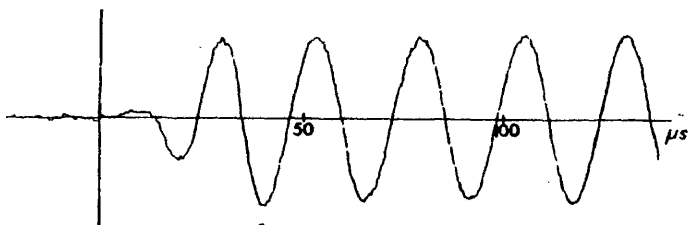


Señal reflejada

Espesor 1mm.

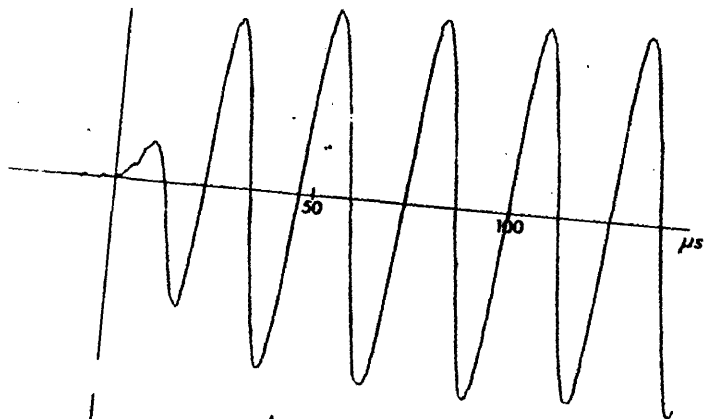


Espesor 2.5mm.

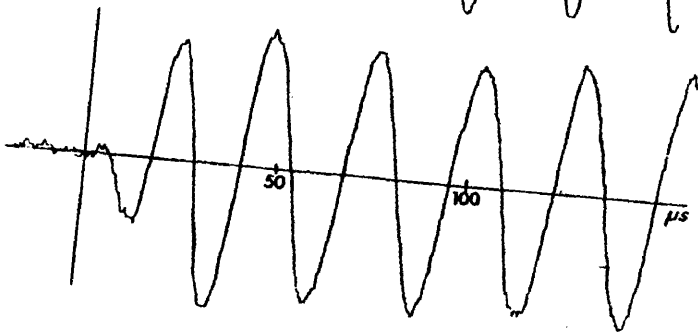


Espesor 6.5 mm.

Inicio de las señales directa y reflejada por una pared de acero inmersa en agua a 40 kHz.

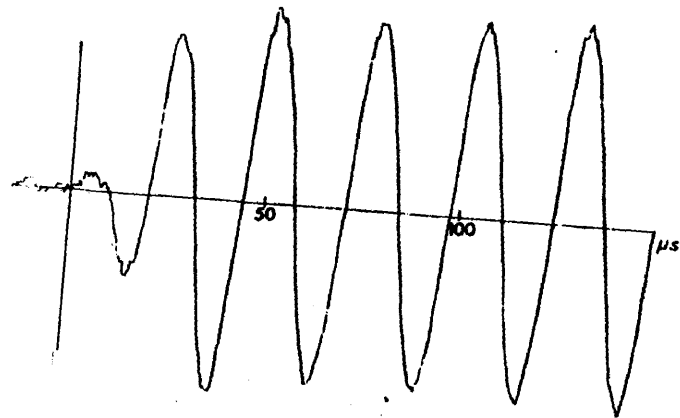


Señal directa



Señal reflejada

Espesor 1.5mm.



Espesor 4mm.

Inicio de las señales directa y reflejada por una pared de latón inmersa en agua a 40 kHz.

En la tabla 2 se dan los valores así obtenidos del módulo y fase del coeficiente de reflexión, y los valores de  $Z_1/Z_q$  y  $d/c_1$  que se deducen.

Aunque experimentalmente se mida el módulo y la fase del coeficiente de reflexión con un error pequeño, los resultados que se deducen para  $Z_1/Z_q$  y  $d/d_1$  de esas medidas pueden ser muy distintos de los teóricos correspondientes, cuando  $R/\cos \Gamma$  esté próximo a 1, pudiendo incluso obtenerse valores imaginarios cuando sea mayor que 1. (En estos casos no se ha dado en la tabla ningún valor).

Por tanto, los valores de  $Z_1/Z_q$  y  $d/c_1$  que se obtienen de las medidas experimentales son tanto más inexactos cuanto más lejos esté la impedancia característica de la pared de la del agua, al ser  $R$  próximo a 1.

En incidencia oblicua y para bajas frecuencias, se mantiene este mismo problema, siendo además ineficaces las medidas por no variar prácticamente con el ángulo de incidencia ni el módulo ni la fase del coeficiente de reflexión para ángulos inferiores al ángulo límite.

El ángulo máximo de incidencia con que podemos trabajar viene fijado por las dimensiones del tanque y por la duración mínima del impulso, que debe permitir la medida en la zona de estado estacionario.



T A B L A 2

Material	Espesor (mm)	$Z_1/Z_q$		$d/c_1$ ( $\mu s$ )	
		teórico	experim.	teórico	experim.
Perpex	5	2.08	2.25	1.88	1.34
	10	"	2.09	3.77	3.20
	20	"	2.14	7.55	5.33
	30	"	1.88	11.3	10.4
Aluminio	2	11.34	8.02	0.32	0.39
	6.2	"	5.8	0.99	3.8
	10	"	11.75	1.60	1.96
Acero	1	31.0	20.1	0.16	0.22
	2.5	"	32.9	0.41	0.26
	6.5	"	--	1.08	--
Latón	1.5	26.5	--	0.32	--
	4	"	14.3	0.85	1.11

## V.2. ESPACIO TEMPORAL

Veremos a continuación como en muchos casos el conocimiento de la forma de la evolución temporal de la señal reflejada por una pared sólida colocada entre dos medios fluídos, aporta más información sobre el objeto reflectante que la obtenida a través de su respuesta en el espacio de frecuencias. Especialmente, si en emisión disponemos de impulsos con duración muy breve. Desaparece también la dificultad que presentaban los materiales con alta impedancia a la hora de determinar sus características.

La ventaja del estudio de la reflexión en el espacio temporal resulta evidente cuando la pared sólida separa agua y aire, como es el caso del casco de un barco. Recordemos que el estudio en frecuencias de la amplitud de la señal reflejada por esta sucesión de dioptrios, no aportaba ninguna información, al ser el coeficiente de reflexión igual a  $-1$  para toda frecuencia y ángulo de incidencia. Por esto es necesario recurrir al estudio de la fase, lo que era insuficiente para determinar la velocidad en la pared y su impedancia para bajas frecuencias.

### V.2.1. Alta frecuencia.

Según demostramos en el capítulo III, la onda reflejada por una pared plana es composición de una sucesión de ondas con distintas amplitudes  $A_{nm}$  y retardos  $\tau_{nm}$ . Consideraremos ahora el caso de que la longitud de onda de la señal emitida sea varias veces inferior al espesor de la pared.

V.2.1.1. Impulsos de corta duración.

Si la duración de los impulsos radiados es también inferior a dos veces el tiempo que tardan en atravesar la pared las ondas que se propagan más rápido (ondas longitudinales), el eco que da esa pared - estará formado por una sucesión de impulsos bien diferenciados en el tiempo.

En incidencia normal, los impulsos de la señal reflejada están espaciados en el tiempo:

$$\tau_{2n,o} = 2n \frac{d}{c_1} \quad (5.25)$$

y la medida de este retardo nos permite determinar el cociente  $d/c_1$ . La amplitud de los impulsos decrece de forma monótona a partir de  $n=1$  con el número de orden del impulso, según:

$$A_{0,o} = \frac{A - 1}{A + 1}$$

$$A_{2n,o} = \frac{-4A}{(A+1)^2} \left[ \frac{A-1}{A+1} \right]^{n-1} \left[ \frac{-Z_3 + AZ_1}{Z_3 + AZ_1} \right]^n \quad (n > 0) \quad (5.26)$$

donde  $A$  es la relación de la impedancia de la pared para las ondas -- longitudinales a la impedancia del agua. Todos los impulsos  $S_{2n,o}$  ( $n \neq 0$ ) están en oposición de fase con el primero  $S_{0,o}$ , ya que para todos los materiales sólidos de uso común es  $A > 1$ .

Centrando nuestro interés en los casos particulares que más nos preocupan, nos damos cuenta que:

a) Cuando a ambos lados de la pared sólida hay agua, la relación de -- las amplitudes del primer y segundo impulso nos permite determinar la impedancia del material de la pared si previamente hemos medido la del agua:

$$\frac{A_{2,0}}{A_{0,0}} = \frac{-4A}{(A+1)^2} \quad (5.27)$$

b) Cuando la pared separa agua y aire (incidiendo la onda desde el medio líquido), la relación entre las amplitudes del primero y segundo impulso es:

$$\frac{A_{2,0}}{A_{0,0}} = \frac{-4A}{A^2-1} \quad (5.28)$$

y a partir de ella también ahora podemos determinar la impedancia de la pared a las ondas longitudinales.

En la figura 29 a y b, vemos como la señal reflejada por una pared de perspex presenta proporcionalidad de la separación entre impulsos al espesor de la pared, manteniéndose independientes de dicho espesor las amplitudes. Por el contrario en la figura 30 a y b, se aprecia como la señal reflejada por una pared de espesor fijo para distintos materiales, presenta variación en la separación de impulsos proporcional a la velocidad con que se propagan las ondas longitudinales en la pared, y sus amplitudes también varían según la impedancia de esos materiales. Notemos en la figura 30 b como cuando la pared separa agua y aire la amplitud del segundo impulso puede ser mayor que la del primero si la relación de su impedancia a la del agua no es muy grande --

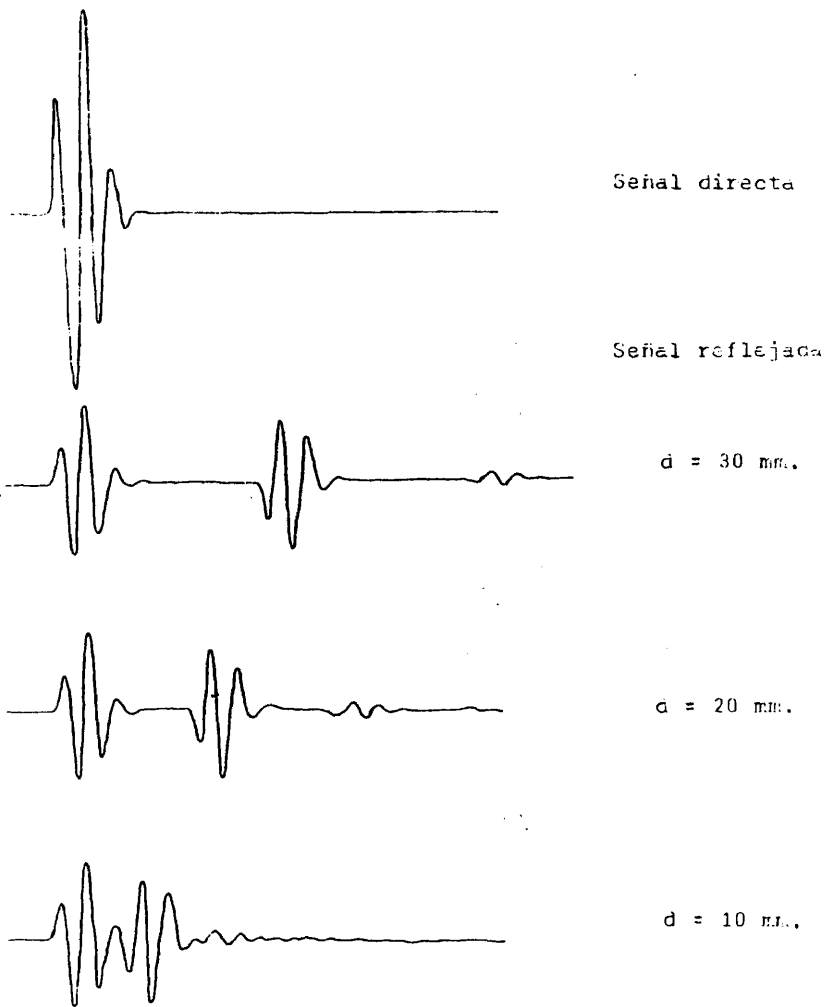
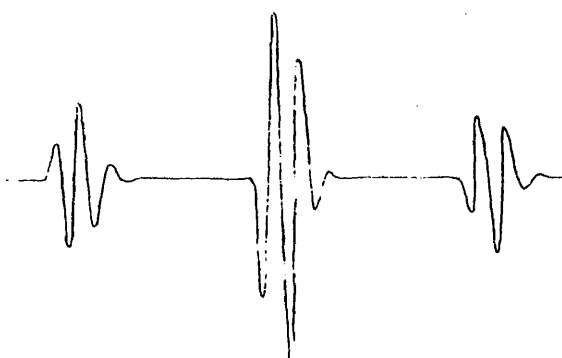
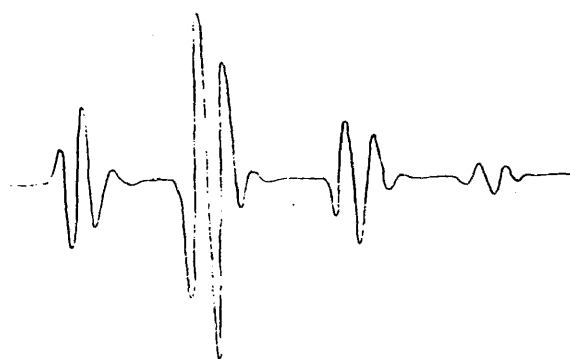


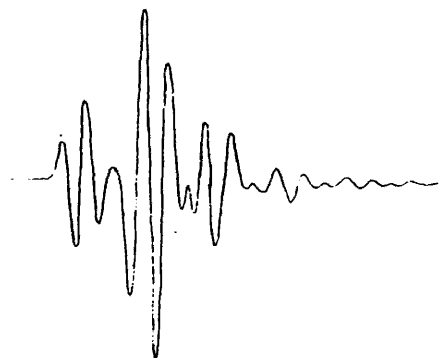
Fig.29a. Variación de la señal reflejada con el espesor de la pared. Dioptrios: agua-perpex-agua. Incidencia normal.



d = 30 mm.



d = 20 mm.



d = 10 mm.

Fig.29b. Variación de la señal reflejada con el espesor de la pared. Dioptrios: agua-perpex-aire. Incidencia normal.

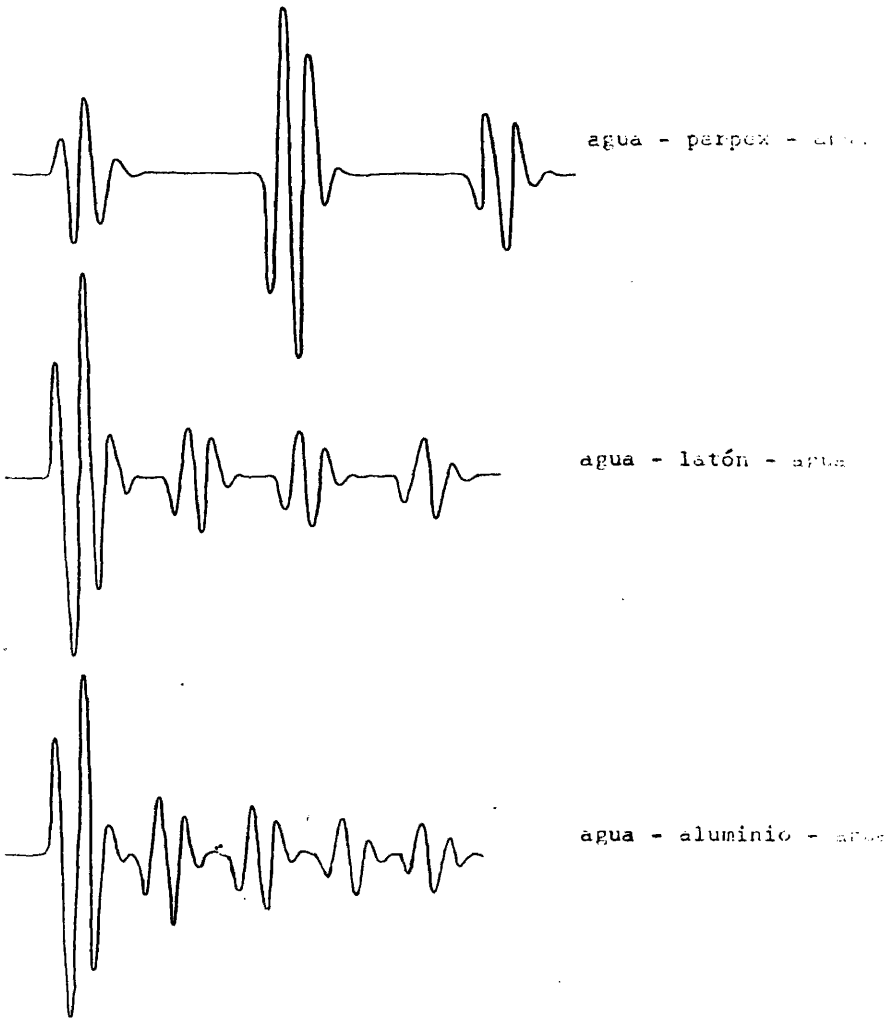


Fig. 30a. Variación de la señal reflejada con el material de la pared. Espesor 30 mm. Incidencia normal.

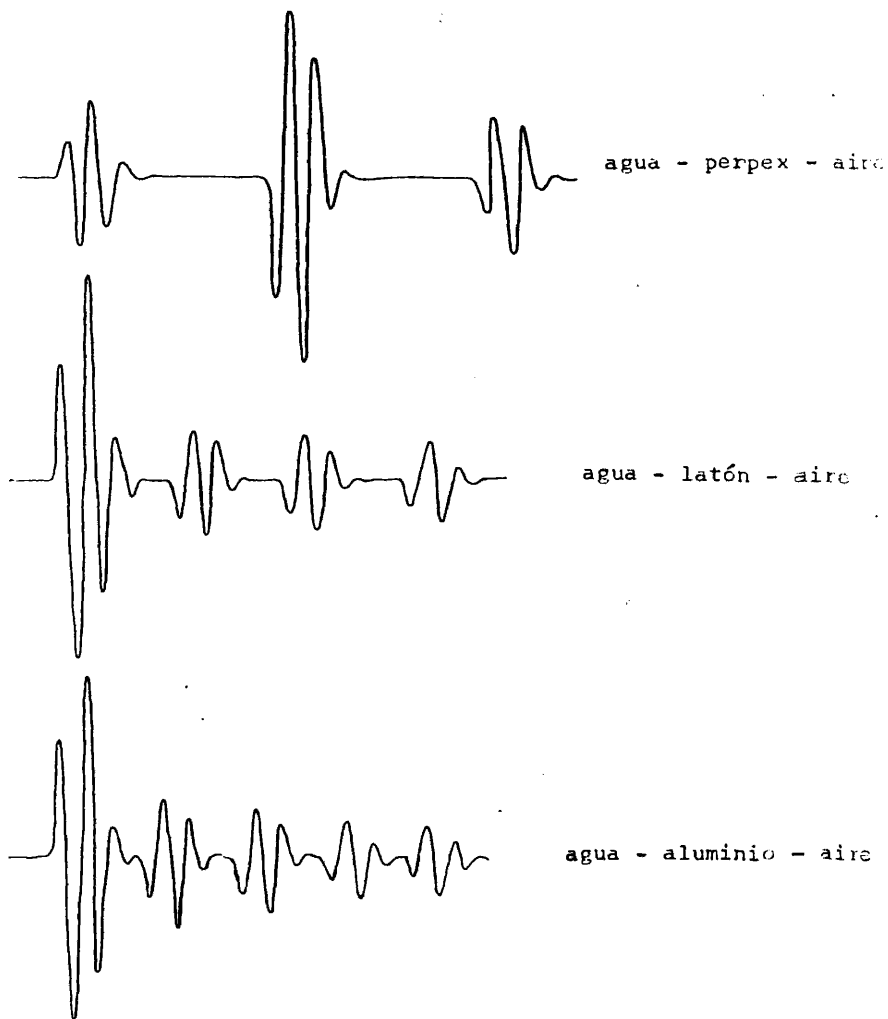


Fig. 30b. Variación de la señal reflejada con el material de la pared. Espesor 30 mm. Incidencia normal.

( $A < 2 + \sqrt{5}$ ), cosa que no sucede en ningún caso cuando a ambos lados de la pared hay agua. Por último también apreciamos que con pared inmersa en agua la amplitud del segundo impulso es tanto más próxima a la del primero cuanto más cerca esté su impedancia de la del agua, siendo más débil en el resto de impulsos frente a los dos primeros.

En incidencia oblicua aparecen otras series de impulsos consecuencia de la propagación de ondas transversales en la pared (fig. 31). Fijandonos de momento solo en los impulsos consecuencia de las ondas longitudinales, observamos como estos se van distanciando según aumenta el ángulo de incidencia de acuerdo con (3.17)

$$\tau_{2n,o} = \frac{z+z_o}{c_q \cos\theta_o} - \frac{z+z_o}{c_q \cos\theta_{2n,o}} - \frac{2nd}{c_q \cos\theta_{2n,o}} \quad (5.29)$$

Siempre que mantengamos las distancias del emisor y receptor al plano de la pared ( $z$  y  $z_o$  en la fig. 11), midiendo los tiempos de llegada del primer impulso reflejado para incidencia normal  $t_r(0^\circ)$  y para incidencia oblicua  $t_r(\theta)$ .

$$t_r(0^\circ) = \frac{z_o+z}{c_q} \quad t_r(\theta^\circ) = \frac{z_o+z}{c_q \cos\theta_o} \quad (5.30)$$

y aplicando la condición (3.8) particularizada:

$$(z+z_o) (\operatorname{tg}\theta_o - \operatorname{tg}\theta_{2n,o}) = 2nd \operatorname{tg}\theta_{2n,o} \quad (5.31)$$

podemos determinar el ángulo de incidencia  $\theta_{2n,o}$  y el retardo:

$$\tau_{2n,o}^* = \frac{2nd}{c_1 \sqrt{1 - \left[ \frac{c_1}{c_q} \operatorname{sen}\theta_{2n,o} \right]^2}} \quad (5.32)$$

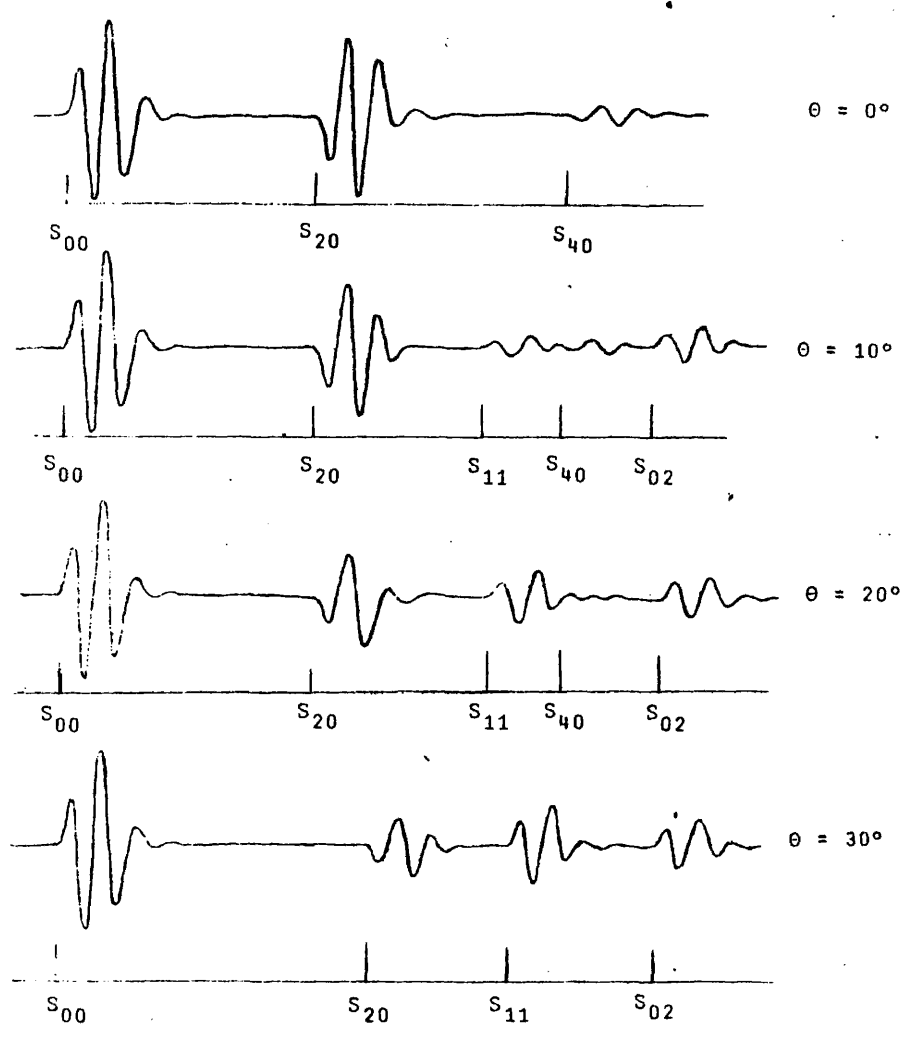


Fig. 31. Variación de la señal reflejada con el ángulo de incidencia. Dioptrios: agua-perpex-agua. Espesor 30 mm.

Con esta expresión y la del retardo en incidencia normal (5.25) podemos calcular el valor de la velocidad de propagación  $c_1$ , y en consecuencia el espesor de la pared  $d$  y su densidad  $\rho_s$ . Si continuamos aumentando el ángulo de incidencia y vamos midiendo el tiempo de retardo del segundo impulso respecto del primero, obtendremos una curva que tiende asintóticamente al ángulo límite para las ondas longitudinales, ya que para dicho ángulo el tiempo de llegada de cualquier impulso propagándose de modo longitudinal en la pared ha de ser infinito.

El primer eco que aparece distinto de los debidos a las ondas longitudinales, es siempre el que corresponde a la onda que se ha propagado en la pared, una vez de modo longitudinal y otra de modo transversal ( $S_{11}$ ), ya que todas las ondas que se hayan propagado al menos una vez de modo transversal tardarán más en llegar al receptor, al ser  $c_t < c_1$ .

El tiempo de llegada de este impulso, o mejor su retardo respecto del impulso  $S_{00}$  es:

$$t_{11} = \frac{z+z_0}{c_q} \left[ \frac{1}{\cos\theta_0} - \frac{1}{\cos\theta_{11}} \right] - \frac{d}{c_1 \cdot \cos\theta_{11}^l} - \frac{d}{c_t \cdot \cos\theta_{11}^t} \quad (5.33)$$

De forma análoga a como hicimos antes, midiendo los tiempos  $t_r^{(0^\circ)}$  y  $t_r^{(0)}$ , y estableciendo la condición geométrica (3.8) particularizada:

$$(z+z_0) (t_{g\theta_0} - t_{g\theta_{11}}) = d(t_{g\theta_{11}}^l + t_{g\theta_{11}}^t) \quad (5.34)$$

podemos deducir el valor de la velocidad de propagación de las ondas transversales en la pared, previo cálculo del ángulo  $\theta_{11}$ .

Para identificar los impulsos correspondientes a ondas que se han propagado alguna vez de modo transversal en la pared, tendremos en cuenta que están en oposición de fase con las propagadas de modo longitudinal, es decir, si en éstas el impulso comienza con pendiente positiva en las otras lo hace con pendiente negativa. Esto es consecuencia de que el término A es mayor que B+1. Además la amplitud de los impulsos de modos transversales crece con el ángulo de incidencia, al contrario de lo que ocurre con los de los modos longitudinales.

En conclusión, para altas frecuencias, trabajando con impulsos de corta duración, se pueden determinar todas las características acústicas de la pared, así como su espesor, lo cual no resultaba posible en el espacio de frecuencias.

#### V.2.1.2. Impulsos de larga duración.

Si la duración del impulso emitido es grande comparada con el valor de  $2.d/c_1$  (del orden de diez veces o más) se producirá una superposición de ecos teniendo en cuenta la amplitud y la fase de cada uno de ellos (21). Esta señal reflejada presenta una forma escalonada con duración de escalones  $\tau_{nm}$ , lo que nos permite determinar los valores de  $c_1$  y d, haciendo, como en el caso de impulsos de corta duración, las medidas en incidencia normal y en incidencia oblicua. La precisión ahora es menor y depende del factor de calidad del sonar, dado que --

cuanto menor sea más redondeados serán los escalones.

Para obtener la densidad del material ya no resulta efectivo medir las relaciones de amplitudes de los dos primeros escalones, puesto que ahora la amplitud del segundo es función de la frecuencia.

La forma de la señal reflejada presenta características peculiares para determinadas frecuencias. Así por ejemplo en incidencia normal y para frecuencias tales que el espesor de la pared sea un número entero de semilongitudes de onda, el desfase entre los sucesivos impulsos que devuelve la pared es:

$$\Gamma_{2n,0} = w \cdot \tau_{2n,0} = 2\pi f \frac{2nd}{c_1} = 2\pi h \quad (5.35)$$

es decir, el retardo no introduce desfase y las amplitudes de cada impulso se sumaran con su signo respectivo.

La amplitud de los escalones para tiempos inferiores a la duración del impulso  $T$  ( $\tau_{2(n-1),0} < t < \tau_{2n,0} < T$ ) es:

$$H_n^a = A_{00} + \sum_{h=1}^n A_{2h,0} \quad (5.36)$$

$$H_n^a = - \frac{1-A}{1+A} + \frac{4A}{(1+A)^2} \sum_{h=1}^n \left( \frac{1-A}{1+A} \right)^{h-1} \left[ \frac{Z_q^3 - AZ_q^1}{Z_q^3 + AZ_q^1} \right]^h \quad (5.37)$$

y para tiempos superiores a T ( $T + \tau_{2(n-1),0} < t < \tau_{2n,0} + T$ )

$$H_n^c = H_m^a - H_n^a$$

siendo  $H_m^a$  la amplitud del escalón alcanzada para el instante T.

Cuando se trata de una pared inmersa en agua (fig. 32 a) la amplitud de los escalones es, para  $t < T$ :

$$H_n^a = \left[ \frac{A - 1}{A + 1} \right]^{2n+1} \quad (5.38)$$

Como  $(A-1)/(A+1) < 1$ , las amplitudes  $H_n^a$  son cada vez menores, y tienden a anularse de manera más o menos rápida según el valor de A. Para materiales de baja impedancia como el perpeX en solo cinco escalones - la amplitud ha decrecido en más de un 99%, y para materiales de alta impedancia como el latón en ese mismo número de escalones cae solo el 31,4%.

Si la duración del impulso es suficiente para que haya llegado a anularse prácticamente la amplitud de la señal en el instante  $t = T$ , dicha amplitud crece rápidamente hasta el valor inicial  $-(A-1)/(A+1)$ , para decrecer de nuevo según:

$$H_n^c = - \left[ \frac{A - 1}{A + 1} \right]^{2n+1} \quad (5.39)$$

Recordemos que en el espacio de frecuencias la amplitud de la señal reflejada por la pared en estas condiciones es nula en esas frecuencias, lo que está de acuerdo con el resultado obtenido en el espa

cio de tiempos cuando se alcanza el estado estacionario.

Cuando por el contrario la pared separa agua y aire (fig.32b), para tiempos inferiores a la duración del impulso la amplitud de los escalones es:

$$H_o^a = \frac{A-1}{A+1} \quad , \quad H_n^a = -1 + \left( \frac{2A}{A+1} \right) \left( \frac{-A+1}{A+1} \right)^n \quad (n>0) \quad (5.40)$$

valor que tiende a -1 cuando crece el número de escalones pasando por ser nula en un cierto instante en el que se produce una inversión de fase. A partir de  $t = T$  la amplitud de los escalones crece rápidamente hasta el valor:

$$H_o^c = -1 - \frac{A-1}{A+1} \quad (5.41)$$

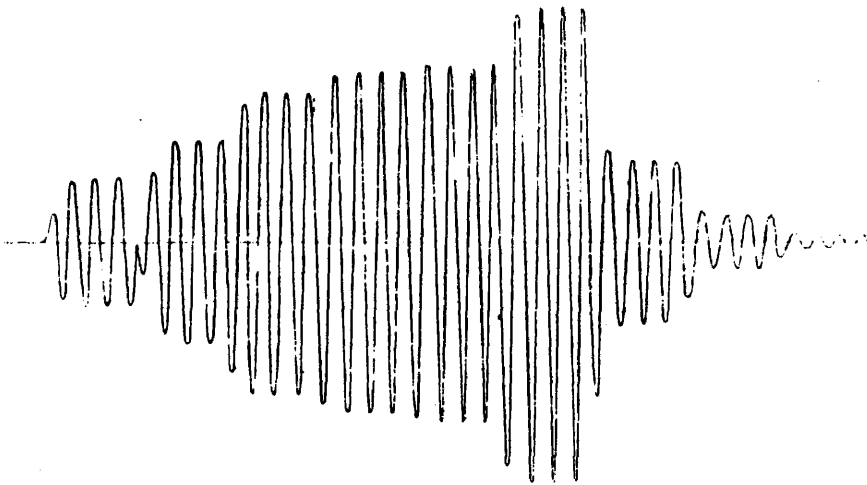
para luego decrecer hasta anularse de acuerdo con:

$$H_n^c = - \frac{2A}{A+1} \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^n \quad (n>0) \quad (5.42)$$

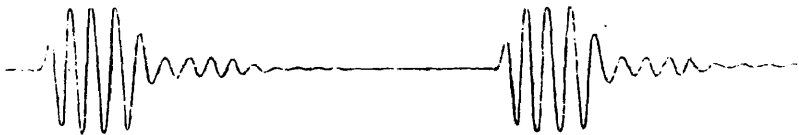
En el espacio de frecuencias la amplitud de la señal reflejada era -1 al igual que el obtenido en el espacio de tiempos cuando se alcanza el estado estacionario.

Las formas de señal correspondientes a estas frecuencias -- ( $f = n.c/2d$ ) son las más características y las que de modo más sencillo aportan información sobre la pared.

Para otras frecuencias, también en incidencia normal, la forma



b) agua-perpex-aire.



a) agua-perpex-agua

Fig. 32. Señal reflejada a alta frecuencia por una pared de perpex con espesor  $d = \lambda/2$ , tanto con aire como con agua detras de la pared. ( $f = 530$  kHz, duración del impulso  $T=38\mu s$ ).

ción de los escalones es diferente debido a que cambia el desfase entre impulsos.

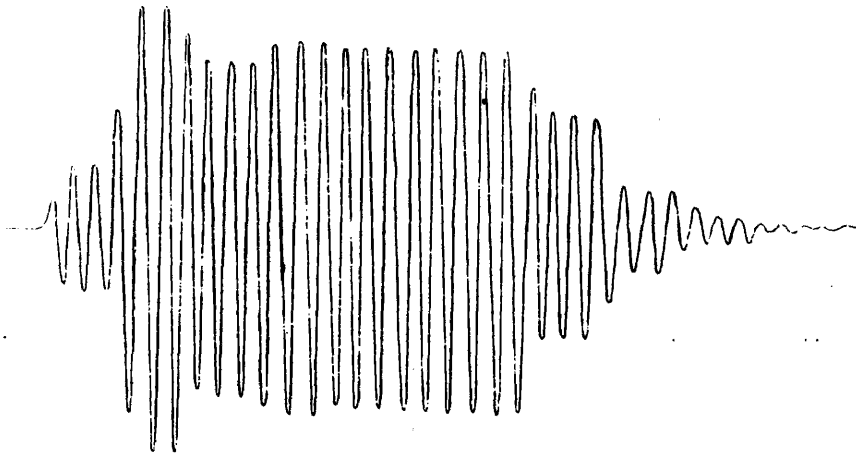
Otro caso interesante, pero no tan singular como el anterior, es cuando el espesor de la pared sea un número impar de cuartos de longitud de onda. En este caso los desfases  $\tau_{2n,0}$  son un número par o impar de  $\pi$  según el número de orden del escalón; resultando una señal de forma escalonada cuya amplitud oscila alrededor del valor estacionario de manera amortiguada como vemos en la figura 33. La amplitud de los escalones será:

$$H_n^a = A_{00} + \sum_{h=1}^n (-1)^h A_{2h,0} \quad (5.43)$$

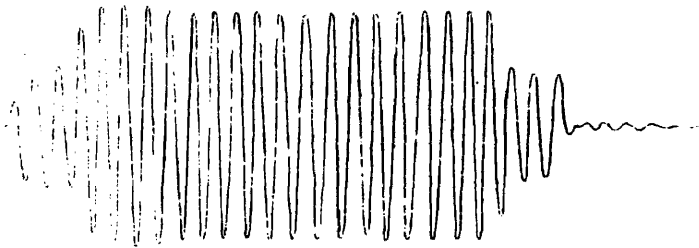
Para otras frecuencias la forma de la señal también es escalonada aun cuando el desfase entre los impulsos no sea igual para todos.

#### V.2.2. Baja frecuencia.

Las ondas elásticas al propagarse en el agua se atenúan más o menos según sea su longitud de onda (11), de modo que esta atenuación aumenta con la frecuencia, a 30 kHz es de 0.0003 dB/m. y a 2 MHz de -1 dB/m. Si bien en las experiencias en tanque, dado que las distancias no son muy grandes, la atenuación no nos preocupa mucho, en condiciones reales, es decir en el mar con propagación a grandes distancias resulta ineficaz trabajar con altas frecuencias, dado que la onda al llevar al objeto reflectante tendría amplitud prácticamente nula.



b) agua-perpex-aire



a) agua-perpex-agua

Fig. 33. Señal reflejada a alta frecuencia por una pared de perpex con espesor  $d = \lambda/4$ , tanto con aire como con agua detrás de la pared. ( $f = 530$  kHz, duración del impulso  $T=38\mu s$ ).

Por esto las frecuencias normales de trabajo en sonar son bajas para obtener mayor alcance. Resulta por ello de mayor interés práctico conocer la deformación de la señal sonar al reflejarse en uno o varios dioptrios para bajas frecuencias.

Siendo la longitud de onda superior al espesor de la pared la forma del eco no es escalonada y por tanto no se puede medir directamente los tiempos  $\tau_{nm}$ . Tampoco es posible que la duración del impulso sea tan corta para que se pueda diferenciar los distintos impulsos reflejados, pues sería necesario que durasen menos de un ciclo, lo cual, si es posible para un impulso eléctrico, no lo es para el acústico, dada la Q del sistema.

Para obtener en este caso la señal reflejada hemos de superponer los sucesivos impulsos que nos devuelve la pared considerando su amplitud  $A_{nm}$  y el desfase entre ellos  $\tau_{nm}$  que ahora es inferior a  $2\pi$ .

De esta suma de impulsos resulta una señal reflejada que presenta distorsión en amplitud y fase respecto de la incidente. Recordemos que dicha señal incidente puede expresarse como:

$$S_I^{a(c)} = \frac{S'_0}{r_d} \epsilon_d^{a(c)}(t) \cdot e^{j\zeta_d^{a(c)}(t)} \quad (5.44)$$

y que la reflejada por la pared es:

$$S_R^{a(c)} = \frac{S'_0}{r_r} \epsilon_r^{a(c)}(t) \cdot e^{j\zeta_r^{a(c)}(t)} \quad (5.45)$$

estando todas estas magnitudes definidas en el capítulo anterior.

En la figura 34 mostramos la forma teórica de la señal directa y del eco producido por una pared de perspex inmersa en agua, de espesor inferior a la longitud de onda: En la fig. 35, se muestran las formas experimentales. Así mismo en el apéndice II se presentan los impulsos obtenidos tras reflejarse en paredes de distinto material, espesor y ángulo de incidencia.

#### V.2.2.1. Medida de las relaciones de ataque y caída.

Las relaciones en amplitud y fase son curvas continuas en el tiempo dadas por el cociente  $\epsilon_r^{a(c)} / \epsilon_d^{a(c)}$  y la diferencia  $\zeta_r^{a(c)} - \zeta_d^{a(c)}$  respectivamente. Experimentalmente obtenemos las curvas  $S_I(t)$  y  $S_R(t)$ , y de ellas sacamos los puntos en que son máximos y mínimos, estos puntos pertenecen a las curvas  $\epsilon_d(t)$  y  $\epsilon_r(t)$  respectivamente (fig. 34). Del cociente de las amplitudes obtenemos las relaciones de ataque y caída en amplitud para los instantes de tiempo en que se han medido. De la medida de los tiempos en que las señales  $S_I(t)$ ,  $S_R(t)$  se anulan obtenemos las relaciones de fase.

La primera condición sucederá en los instantes  $t$  que cumplan  $\cos \left[ \zeta_d^{a(c)}(t) \right] = 1$  para  $S_I$ , y en los que  $\cos \left[ \zeta_r^{a(c)}(t) \right] = 1$  para  $S_R$ , lo cual no tendrá lugar en el mismo valor de  $t$ . La segunda condición, respectiva a las relaciones de fase, sucede cuando  $\cos \left[ \zeta_d^{a(c)}(t) \right] = 0$  para  $S_I$  y cuando  $\cos \left[ \zeta_r^{a(c)}(t) \right] = 0$  para  $S_R$ , y tampoco aquí es probable que tenga lugar para un mismo instante de  $t$ . Esto lleva consigo que las medidas experimentales de las relacio

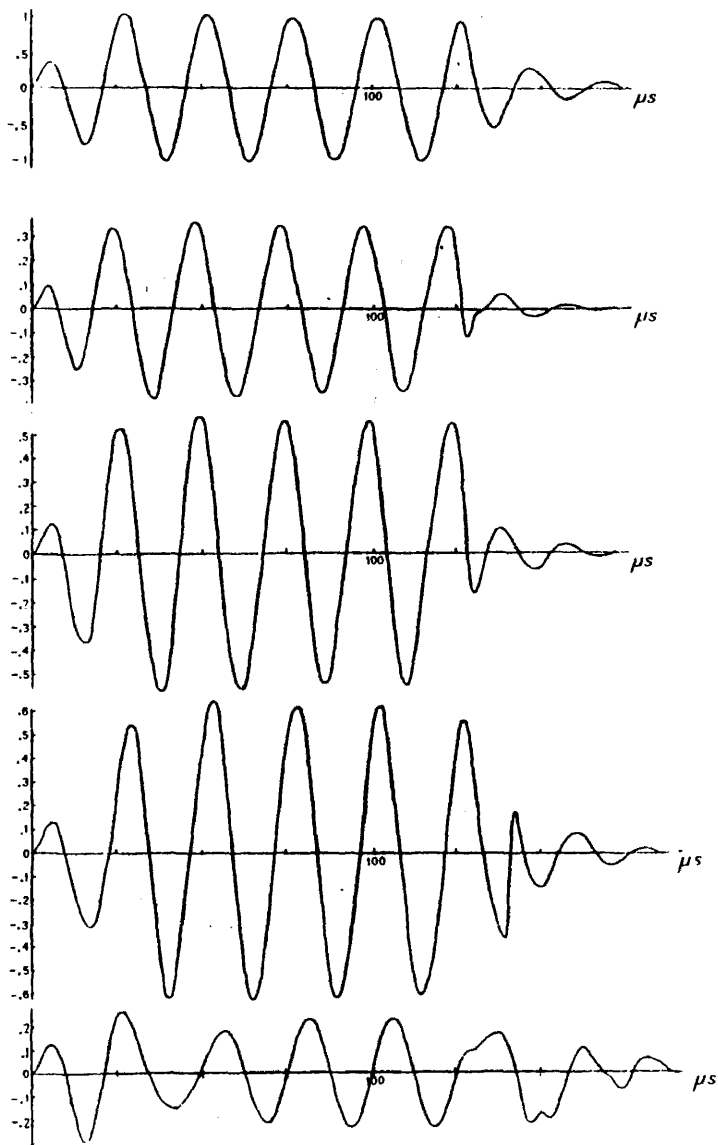


Fig. 44. Señal directa y eco de una pared de perpex inmersa en agua con espesor inferior a la longitud de onda, obtenida según los resultados teóricos.

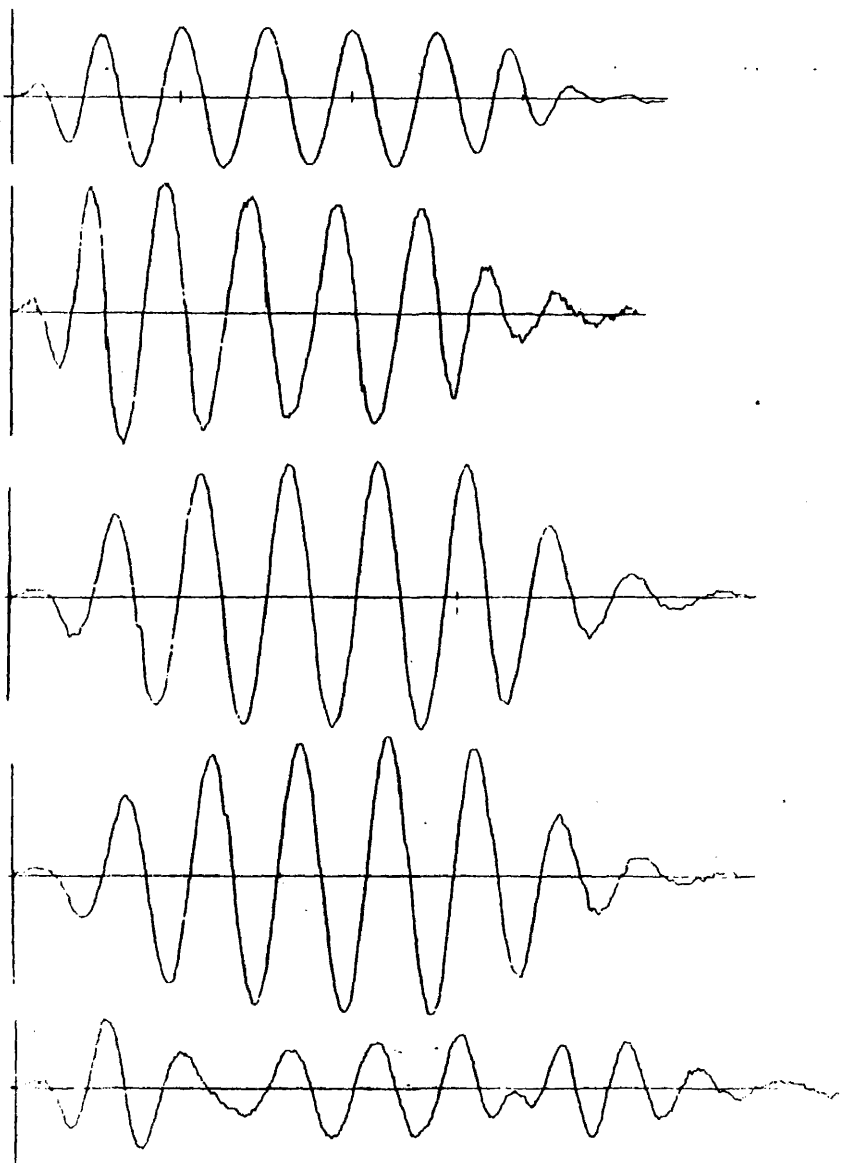


Fig. 35. Señal directa y eco de una pared inmersa en agua ( $d < \lambda$ ), obtenida experimentalmente.

nes de amplitud y fase sean resultado de interpolaciones cuya precisión es relativa, especialmente en bajas frecuencias.

En el apéndice III se han representado las medidas de estas relaciones para distintas paredes.

C A P I T U L O VI  
=====

RESUMEN Y CONCLUSIONES

En el trabajo expuesto en esta memoria se establece el mecanismo de la reflexión de ondas planas y esféricas, que propagándose en un medio fluido continuo, inciden sobre dioptrios planos fluido-sólido y paredes sólidas de caras plano-paralelas.

En el análisis de la variación del módulo y fase del coeficiente de reflexión de un dioptrio fluido-sólido, hemos demostrado que se pueden deducir la densidad y velocidades de propagación de las ondas longitudinales y transversales en el sólido, si conocemos la densidad y velocidad de propagación en el fluido.

Para ello basta medir el coeficiente de reflexión en incidencia normal, y los ángulos límites para los dos tipos de ondas que se propagan en el sólido, caracterizados por hacerse en ellos el coeficiente de reflexión igual a la unidad.

El módulo y la fase del coeficiente de reflexión de una pared sólida tienen una dependencia con la frecuencia de la onda incidente, que va siempre ligada al espesor de la pared. La determinación de las características de dicha pared (densidad, velocidades y espesor) resulta bastante complicada y a veces imposible en las frecuencias bajas ( $d > \lambda$ ). Por el contrario, en las altas, la determinación de aquellas

frecuencias en las que se hace mínimo el coeficiente de reflexión, para cada ángulo de incidencia, sirve para calcular, en incidencia normal, la impedancia de la pared para las ondas longitudinales (relativa a la del agua) y el tiempo que tardan en atravesar la pared las ondas longitudinales ( $d/c_1$ ) y, en incidencia oblicua, el tiempo que tardan las ondas transversales.

Desarrollando en serie de Mac. Laurent el coeficiente de reflexión de una pared para el caso de incidencia oblicua hemos obtenido la descomposición de la onda reflejada en una superposición de ondas con distinta amplitud y retardo relativo, lo que nos permite, de una parte, establecer el espectro de fases de la pared y, de otra, estudiar la reflexión de ondas esféricas por una pared plana.

La elección de un filtro lineal que transforma la señal emitida en la señal reflejada por uno o varios dioptrios nos ha servido para obtener esta señal en el espacio temporal, a partir de la emitida y del coeficiente de reflexión del conjunto de dioptrios.

Para caracterizar la transformación que sufre la señal en el espacio temporal al reflejarse, definimos las relaciones de ataque y caída, resultado de comparar sus amplitudes y fases en el transitorio de ambas señales.

Para altas frecuencias ( $d < \lambda$ ) e impulsos de gran duración -- ( $T > d/c_1$ ) la señal reflejada tiene forma escalonada. La duración de los escalones  $\tau_{nm}$  permite determinar en incidencia normal el tiempo --

$d/c_1$  y en incidencia oblicua el tiempo  $d/c_t$ . La amplitud de los escalones es diferente según que al otro lado de la pared haya agua o aire, pero siempre la relación entre el primero y segundo escalón permite determinar la impedancia de la pared a las ondas longitudinales.

Distinguir un caso de otro es simple, pues cuando a ambos lados de la pared hay agua, la amplitud de los escalones varía desde el coeficiente de reflexión del dioptrio anterior al valor del coeficiente de reflexión de la pared, manteniéndose siempre ésta en fase. Por el contrario cuando la pared está entre agua y aire, la amplitud de los escalones es también inicialmente el coeficiente de reflexión del dioptrio anterior pero termina valiendo + 1 y estando en oposición de fase, es necesario por tanto que exista un cierto instante en que la amplitud de dicho escalón se anule.

Para altas frecuencias e impulsos cortos, la señal reflejada está formada por una sucesión de impulsos bien diferenciados en el tiempo. Conocer la separación entre ellos en incidencia normal y oblicua, permite determinar los tiempos que tardan las ondas longitudinales y transversales en atravesar la pared.

Es fácil identificar los impulsos debidos a la propagación de ondas longitudinales en la pared, y diferenciarlos de los debidos a las ondas transversales, ya que los primeros se inician de modo contrario al impulso reflejado en el dioptrio anterior de la pared, es decir si este lo hace con pendiente creciente los otros lo hacen decreciendo. Los debidos a ondas transversales tienen la misma pendiente inicial que

el primer impulso. La relación entre las amplitudes del primer y segundo impulso, en incidencia normal, determina la impedancia de la pared sólida a las ondas longitudinales.

Para bajas frecuencias, en las que solo cabe el caso de impulsos de larga duración, ( $d \ll \lambda$ ), queda demostrada la buena concordancia del cálculo teórico de la señal reflejada y los resultados experimentales.

La señal reflejada presenta distorsión en amplitud y fase respecto de la incidente y para caracterizar estas distorsiones definimos las respectivas relaciones de ataque.

La relación de ataque en amplitud decrece desde el valor del coeficiente de reflexión del dioptrio anterior de la pared hasta alcanzar un nivel estable, siendo el decrecimiento tanto más rápido cuanto más bajo es el valor de f.d. La relación de ataque en fase crece desde cero hasta el desfase correspondiente al estado estacionario, creciendo más rápidamente cuanto más bajo sea f.d.

Cuando la pared separa agua y aire la relación de ataque en amplitud pasa por un mínimo que se presenta en un instante de tiempo que es función del espesor y del material de la pared, siendo tanto mayor cuanto mayores sean el espesor y la velocidad de propagación de las ondas en la pared.

A P E N D I C E I  
 =====

OBTENCION DE LAS DERIVADAS DEL COEFICIENTE DE REFLEXION DE UNA PARAL.

Para obtener las sucesivas derivadas parciales del coeficiente de reflexión R respecto de las variables x e y, expresaremos dicho coeficiente como cociente de dos funciones N y D.

$$R = \frac{N(x,y)}{D(x,y)}$$

donde

$$N(x,y) = R^{1s} + R_{tt}^{s1} R_{ll}^{s3} x^2 + R_{ll}^{s1} R_{tt}^{s3} y^2 + R^{3s} x^2 y^2 + (R_{lt}^{s1} R_{tl}^{s3} + R_{tl}^{s1} R_{lt}^{s3}) xy$$

$$D(x,y) = 1 - R_{ll}^{s1} R_{ll}^{s3} x^2 - R_{tt}^{s1} R_{tt}^{s3} y^2 + R^{1s} R^{3s} x^2 y^2 + (R_{lt}^{s1} R_{tl}^{s3} + R_{tl}^{s1} R_{lt}^{s3}) xy$$

Teniendo en cuenta que a partir de la tercera, las derivadas de las funciones N y D respecto de x o de y son todas nulas, resulta:

$$\frac{\partial R}{\partial x} = \frac{1}{D} \left( \frac{\partial N}{\partial x} - R \frac{\partial D}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \left( \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} - R \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial D}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial^3 R}{\partial x^3} = - \frac{3}{D} \left( \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} \right)$$

.....  
 .....

$$\frac{\partial^{2n} R}{\partial x^{2n}} = - \frac{2n}{D} \left[ \frac{2n-1}{2} \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^{2n-2} R}{\partial x^{2n-2}} + \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial^{2n-1} R}{\partial x^{2n-1}} \right]$$

De forma análoga se obtienen las derivadas sucesivas respecto de la variable y (basta sustituir en las expresiones anteriores x por y).

Al particularizar las derivadas.

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 2(R_{tt}^{s1R^{s3}} + R^{3s}y^2)x + (R_{lt}^{s1R^{s3}} + R_{tl}^{s1R^{s3}})y$$

$$\frac{\partial D}{\partial x} = 2(-R_{ll}^{s1R^{s3}} + R^{1sR^{3s}}y^2)x + (R_{lt}^{s1R^{s3}} + R_{tl}^{s1R^{s3}})y$$

en el punto  $x = 0$   $y = 0$  descubrimos que

$$\left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right]_{(00)} = 0 \quad \left[ \frac{\partial D}{\partial x} \right]_{(00)} = 0$$

de ello resulta que:

$$\left[ \frac{\partial R}{\partial x} \right]_{(00)} = \left[ \frac{\partial^3 R}{\partial x^3} \right]_{(00)} = 0 \quad \dots \quad \left[ \frac{\partial^{2n-1} R}{\partial x^{2n-1}} \right]_{(00)} = 0$$

es decir, todas las derivadas impares son nulas y por tanto las ondas que se han propagado en la pared de modo longitudinal (o transversal) un número impar de veces tienen una amplitud nula en la onda total reflejada.

Las derivadas segundas de N y D respecto de x para  $x = 0$ ,  $y = 0$  son:

$$\left[ \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} \right]_{(oo)} = 2R_{tt}^{s1} R_{11}^{s3} \quad \left[ \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \right]_{(oo)} = -2R_{11}^{s1} R_{11}^{s3}$$

$$\left[ \frac{\partial^2 K}{\partial x^2} \right]_{(oo)} = 2R_{tt}^{s1} R_{11}^{s3} + 2R_{11}^{s1} R_{11}^{s3} = 2T_1^{s1} R_{11}^{s3} T_1^{s1}$$

y la amplitud de la onda que se propaga en la pared dos veces de modo longitudinal, es:

$$A_{2o} = T_1^{s1} R_{11}^{s3} T_1^{s1}$$

Igualmente las derivadas segundas respecto de y son:

$$\left[ \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right]_{(oo)} = 2R_{11}^{s1} R_{tt}^{s3} ; \left[ \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \right]_{(oo)} = -2R_{tt}^{s1} R_{tt}^{s3} ; \left[ \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \right]_{(oo)} = 2T_t^{s1} R_{tt}^{s3} T_t^{s1}$$

y la amplitud de la onda que se ha propagado dos veces de modo transversal es:

$$A_{o2} = T_t^{s1} R_{tt}^{s3} T_t^{s1}$$

Dado que la primera derivada de D respecto de x es nula, y sustituyendo la expresión obtenida para la derivada segunda se llega a:

$$\left[ \frac{\partial^2 n_R}{\partial x^{2n}} \right]_{(oo)} = 2n(2n-1) R_{11}^{s1} R_{11}^{s3} \left[ \frac{\partial^2 n_{-2R}}{\partial x^{2n-2}} \right]_{(oo)}$$

Aplicando un proceso de sustitución reiterada se obtiene:

$$\left( \frac{\partial^{2n} R}{\partial x^{2n}} \right)_{(oo)} = (2n)! (R_{11}^{s1} R_{11}^{s3})^{n-1} \left( \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} \right)_{(oo)}$$

resultando que la amplitud de la onda que se ha transmitido 2n veces de modo longitudinal es:

$$A_{2n,o} = T_1^{1s} (R_{11}^{s1})^{n-1} (R_{11}^{s3})^n T_1^{s1}$$

De igual manera se obtiene la amplitud de las ondas propagadas en la pared de modo transversal.

$$A_{o,2m} = T_t^{1s} (R_{tt}^{s1})^{m-1} (R_{tt}^{s3})^m T_t^{s1}$$

Las derivadas cruzadas de la función K, correspondientes a las ondas parciales que se han propagado en la pared unas veces de modo longitudinal y otras de modo transversal, después de particularizarse en  $x = 0$  y  $y = 0$  son:

$$\left( \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial y} \right)_{(oo)} = \frac{1}{D(oo)} \left[ \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial y} - R \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \right]_{(oo)}$$

Como

$$\left( \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial y} \right)_{(oo)} = \left( \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \right)_{(oo)} = R_{1t}^{s1} R_{t1}^{s3} + R_{t1}^{s1} R_{1t}^{s3}$$

resulta de acuerdo con lo previsto

$$A_{1,1} = \left( \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial y} \right)_{(\infty)} = (1-R^{1s})(R_{lt}^{s1} R_{tl}^{s3} + R_{tl}^{s1} R_{lt}^{s3}) = - (T_t^{1s} R_{tl}^{s3} T_l^{s1} + T_l^{1s} R_{lt}^{s3} T_t^{s1})$$

$$\left( \frac{\partial^3 R}{\partial x^2 \partial y} \right)_{(\infty)} = \left( \frac{\partial^3 R}{\partial x \partial y^2} \right)_{(\infty)} = 0 \quad \text{es decir } A_{1,2} = A_{2,1} = 0$$

resultado esperado por corresponder a un número impar de transmisiones

$$\left( \frac{\partial^4 R}{\partial x^2 \partial y^2} \right)_{(\infty)} = \frac{1}{D(\infty)} \left[ \frac{\partial^4 N}{\partial x^2 \partial y^2} - R \frac{\partial^4 D}{\partial x^2 \partial y^2} \right]_{(\infty)} - \frac{1}{D(\infty)} \left[ \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \right]_{(\infty)}$$

Sustituyendo cada derivada parcial por su expresión antes - obtenida, en función de los coeficientes de reflexión y transmisión, deducimos la amplitud de la onda  $A_{2,2}$

$$A_{2,2} = T_l^{1s} R_{lt}^{s3} R_{tl}^{s1} T_t^{s1} + T_t^{1s} R_{tl}^{s3} R_{lt}^{s1} T_l^{s1} + T_t^{s1} R_{lt}^{s3} R_{tl}^{s1} T_l^{1s} + T_l^{s1} R_{tl}^{s3} R_{lt}^{s1} T_t^{1s}$$

$$\left( \frac{\partial^4 R}{\partial x^3 \partial y} \right)_{(\infty)} = - \frac{3}{D(\infty)} \left[ \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \right]_{(\infty)}$$

de esta se obtiene:

$$A_{3,1} = - (T_t^{1s} R_{t1}^{s3} R_{l1}^{s1} R_{l1}^{s3} T_l^{s1} + T_l^{1s} R_{l1}^{s3} R_{l1}^{s1} T_t^{s1} + 2T_t^{1s} R_{l1}^{s3} R_{l1}^{s1} R_{l1}^{s3} T_l^{s1})$$

De la derivada parcial ( $\partial^4 R / \partial x \partial y^3$ ) obtenemos

$$A_{1,3} = - (T_l^{1s} R_{l1}^{s3} R_{l1}^{s1} R_{l1}^{s3} T_t^{s1} + T_t^{1s} R_{l1}^{s3} R_{l1}^{s1} R_{l1}^{s3} T_l^{s1} + 2T_t^{1s} R_{l1}^{s3} R_{l1}^{s1} R_{l1}^{s3} T_l^{s1})$$

El resultado en todos los casos es que la amplitud de la onda parcial es el producto del coeficiente de transmisión del dioptrio de entrada en la pared, por la suma de todas las combinaciones de -- productos de los coeficientes de reflexión de los dioptrios anterior y posterior de la pared, correspondientes a los posibles modos, longitudinal o transversal, que puede seguir la onda en la pared, tantas veces como tengan lugar dichas reflexiones, por el coeficiente de transmisión de salida de la pared. Como comprobación vamos a ver lo que sucede con derivadas cruzadas de orden superior:

$$\left[ \frac{\partial^{2n} R}{\partial x^{2n-1} \partial y} \right]_{(\infty)} = - \frac{2n-1}{D(\infty)} \left[ \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \frac{\partial^{2n-2} R}{\partial x^{2n-2}} \right]_{(\infty)} - \frac{(2n-1)(2n-2)}{2 \cdot D(\infty)} \left[ \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^{2n-2} R}{\partial x^{2n-3} \partial y} \right]_{(\infty)}$$

Sustituyendo las derivadas parciales que ya hemos calculado, podemos escribir:

$$\left[ \frac{\partial^{2n} R}{\partial x^{2n-1} \partial y} \right]_{(\infty)} = a_{2n-1} + b_{2n-1} \left[ \frac{\partial^{2n-2} R}{\partial x^{2n-3} \partial y} \right]_{(\infty)}$$

siendo

$$a_{2n-1} = - (2n-1) ! T_1^{1s} \left[ (R_{11}^{s1})^{n-2} R_{1t}^{s1} R_{t1}^{s3} (R_{11}^{s3})^{n-1} + \right. \\ \left. + (R_{11}^{s1})^{n-2} R_{t1}^{s3} R_{1t}^{s1} (R_{11}^{s3})^{n-1} \right] T_1^{s1} \cdot 2$$

$$b_{2n-1} = (2n-1) (2n-2) R_{11}^{s1} R_{11}^{s3}$$

rebajando por sustituciones reiteradas el orden de la derivada parcial del segundo miembro de la ecuación anterior, obtenemos:

$$\left[ \frac{\partial^{2n} R}{\partial x^{2n-1} \partial y} \right]_{(\infty)} = a_{2n-1} + \sum_{h=2}^{n-1} a_{2n-2h+1} \prod_{i=1}^h b_{2n-2i+1} + \\ + \prod_{h=1}^{n-1} b_{2n-2h+1} \left[ \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial y} \right]_{(\infty)}$$

Haciendo las operaciones aquí indicadas y sustituyendo la derivada llegamos a obtener la amplitud de la onda propagada  $2n-1$  veces de modo longitudinal y una vez de modo transversal:

$$A_{2n-1,1} = - (n-1) T_1^{1s} (R_{11}^{s1})^{n-2} R_{1t}^{s1} R_{t1}^{s3} (R_{11}^{s3})^{n-1} T_1^{s1} - \\ - (n-1) T_1^{1s} (R_{11}^{s1})^{n-2} R_{t1}^{s3} R_{1t}^{s1} (R_{11}^{s3})^{n-1} T_1^{s1} - \\ - T_t^{1s} R_{t1}^{s3} (R_{11}^{s1})^{n-1} (R_{11}^{s3})^{n-1} T_1^{s1} - T_1^{1s} R_{1t}^{s3} (R_{11}^{s1})^{n-1} (R_{11}^{s3})^{n-1} T_t^{s1}$$

resultado de acuerdo con lo dicho en la pagina anterior.

A P E N D I C E II  
=====

REGISTROS EXPERIMENTALES DE LA SEÑAL REFLEJADA

Usando el método experimental que explicamos en el apartado - V.1.2.1. se ha obtenido el registro de los impulsos reflejados por - paredes distintas en espesor y material, cuando el ángulo de inciden - cia varía de 0° a 25°. La frecuencia de emisión es de 40 kHz. y la du - ración del impulso de 175  $\mu$ s.

En dichos registros comprobamos como estos impulsos son muy pa - recidos entre sí para los diferentes ángulos de incidencia, al menos dentro de los márgenes en que nos ha sido posible experimentar. Sola - mente cuando el espesor se acerca a  $\lambda/2$  (caso de la pared de perpex - de 30 mm) apreciamos como el tercer ciclo del ataque y el primero de la caída sí sufren modificación cuando varía el ángulo de incidencia.

Por el contrario, hay diferencias claras entre los impulsos - reflejados por paredes de distinto espesor cuando este es comparable con la longitud de onda. El ataque de los impulsos que reflejan pare - des con espesor mucho menor que  $\lambda/4$  (perpex de 5 mm, aluminio de 6.5 y 10 mm) tiene un primer ciclo con duración bastante inferior al pe - ríodo y la amplitud de pico del segundo ciclo es superior a la que - tiene la señal en el estado estacionario (5° a 6° ciclo por ejemplo).

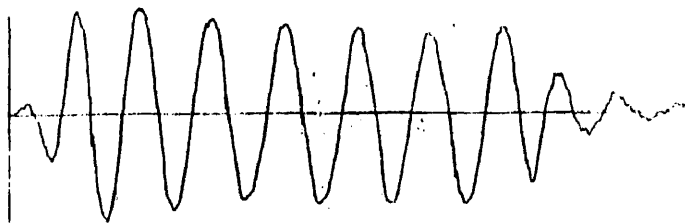
En paredes con espesor próximo a  $\lambda/4$  (perpex de 10 y 20 mm) la duración del primer ciclo se aproxima al período, y la amplitud de pi - co crece de manera continua desde el primer ciclo. Cuando el espesor

se aproxima a  $\lambda/2$  aparece una clara distorsión en el tercer ciclo debido a que las ondas reflejadas en la cara posterior de la pared -- ( $A_{20}$  ,  $A_{40}$  , etc.) están casi en oposición de fase con la onda reflejada en la cara anterior ( $A_{00}$ ). También aparece distorsión en el eco cuando comienza la caída, es decir, pasado el tiempo  $T$  de duración del impulso eléctrico y la duración del eco es mucho mayor que la de casos anteriores.

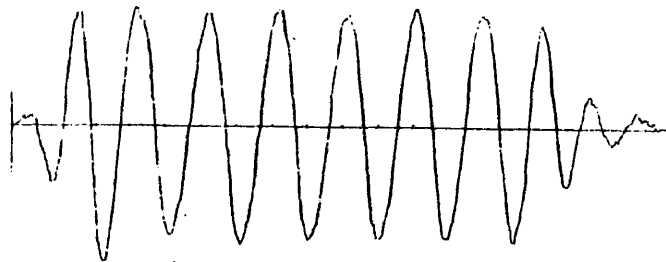
No es fácil distinguir, cuando se trata de bajas frecuencias ( $f \ll c/d$ ), las diferencias que pueden existir entre los ecos de paredes con distinto material, para espesores que tengan la misma relación con la longitud de onda correspondiente.

Todas estas consideraciones cualitativas sobre la deformación de las señales reflejadas por distintas paredes, están traducidas numéricamente en las relaciones de ataque y caída de amplitud y fase.

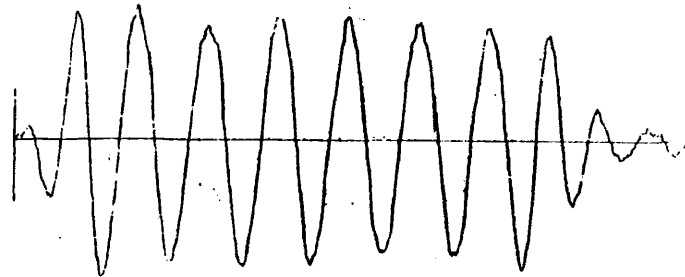
Angulo de  
incidencia



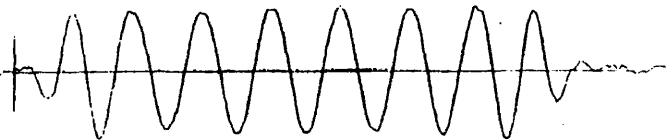
0°



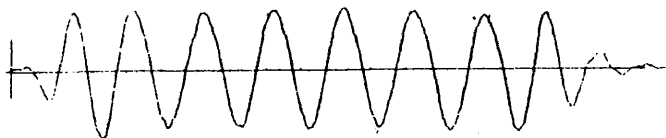
5°



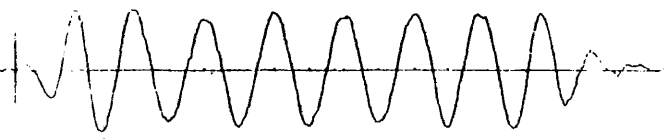
10°



15°



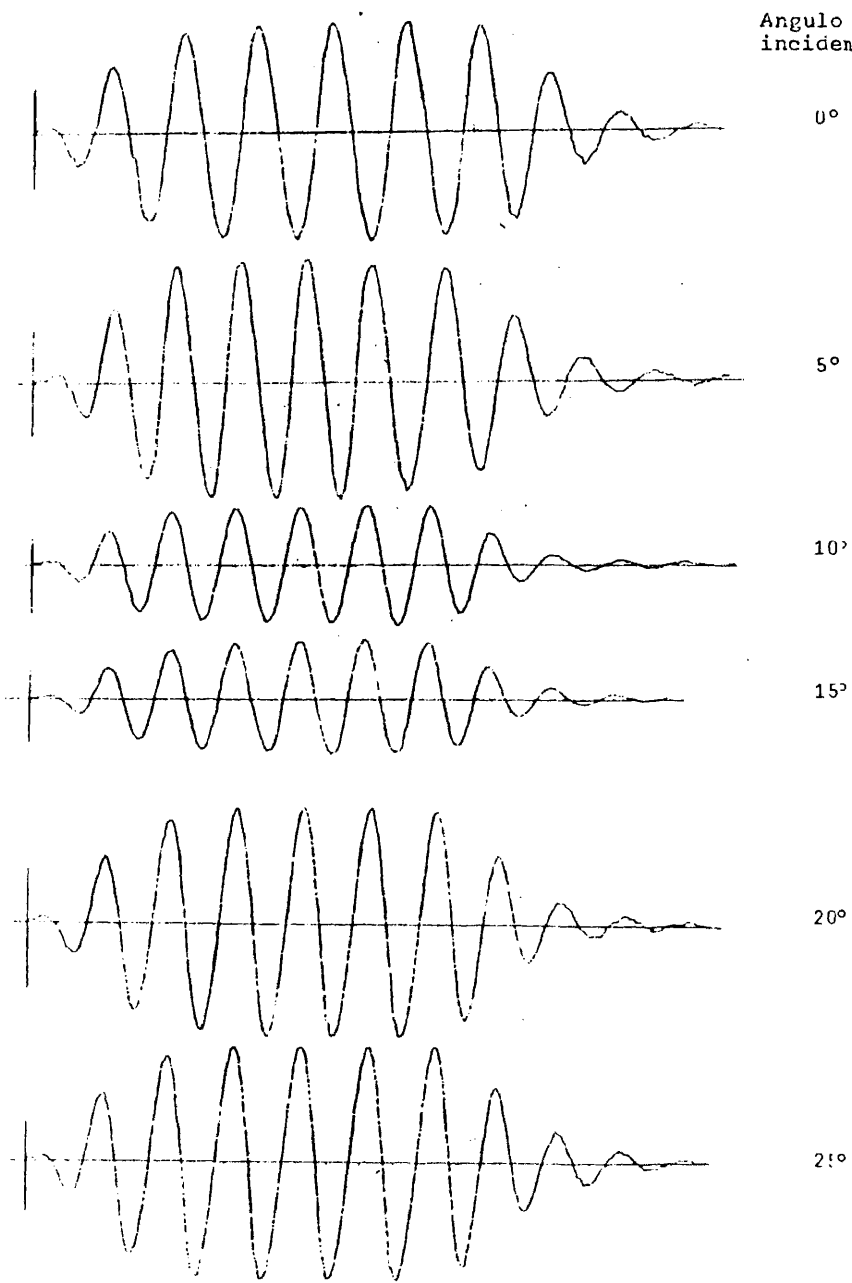
20°



25°

Agua - perspex - agua

espesor 5 mm.



Angulo de  
incidencia

0°

5°

10°

15°

20°

25°

Agua - perspex - agua

espesor 10 mm.

Angulo de  
incidencia

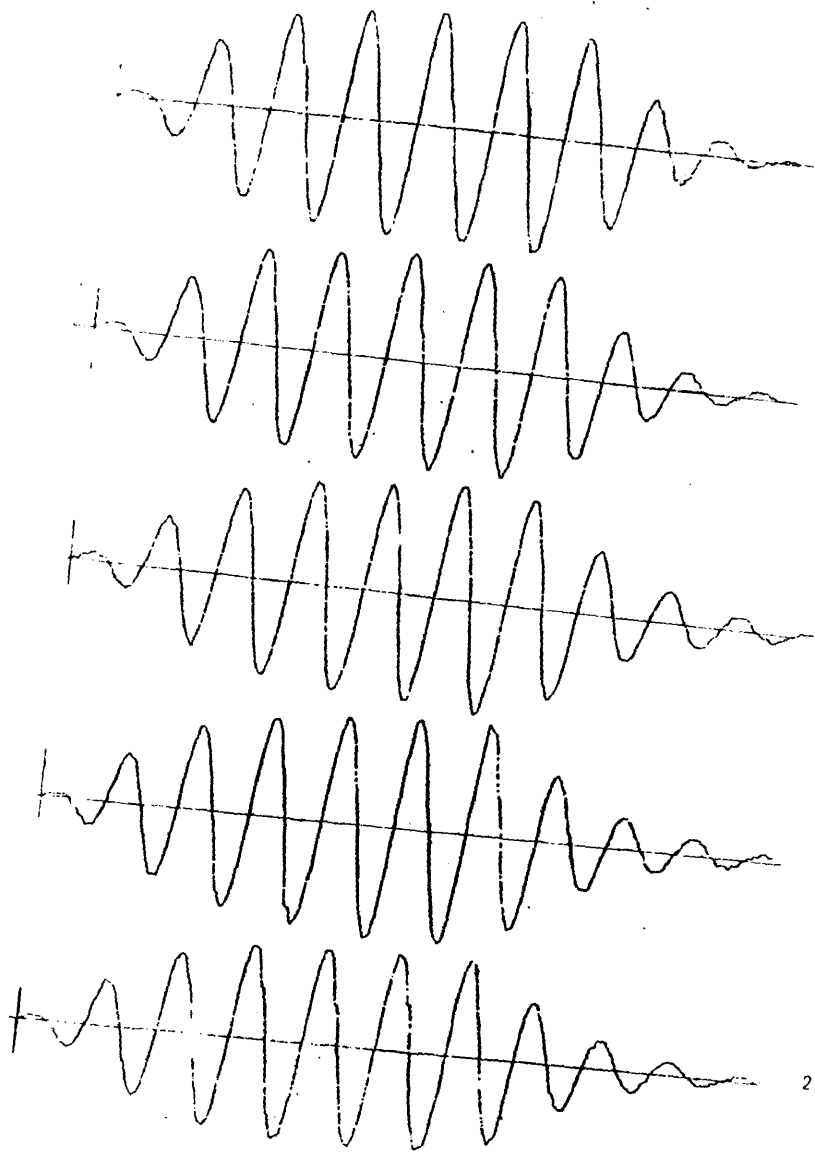
0°

5°

10°

15°

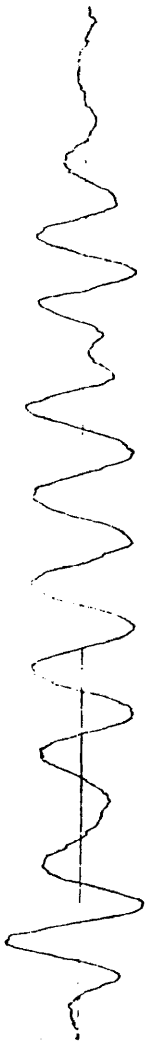
20°



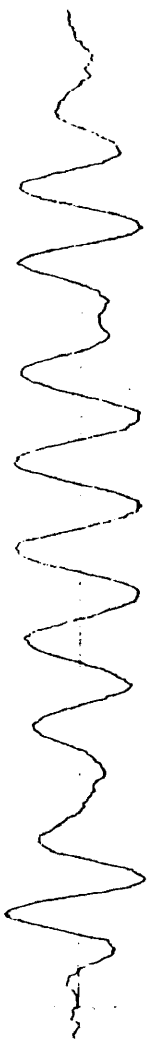
Agua - perspex - agua  
espesor 20 mm.

ángulo de  
incidencia

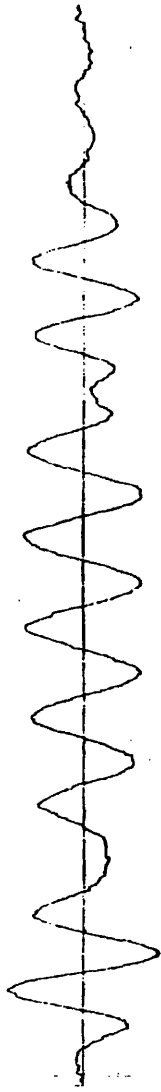
0°



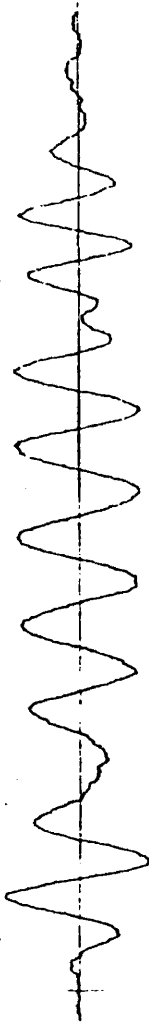
5°



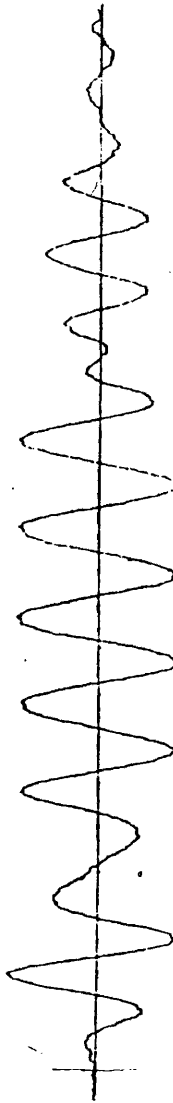
10°



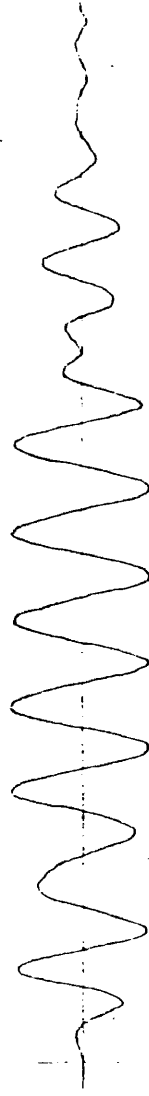
15°



20°

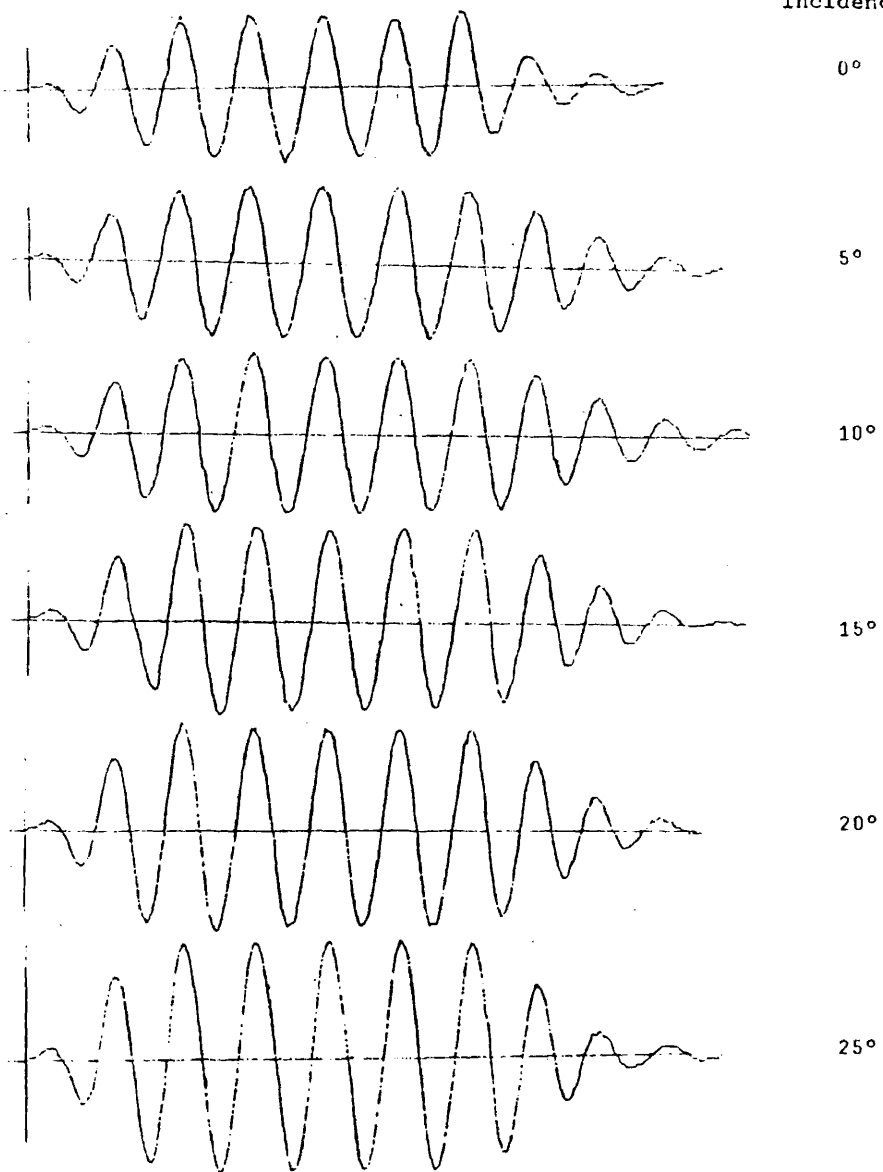


25°



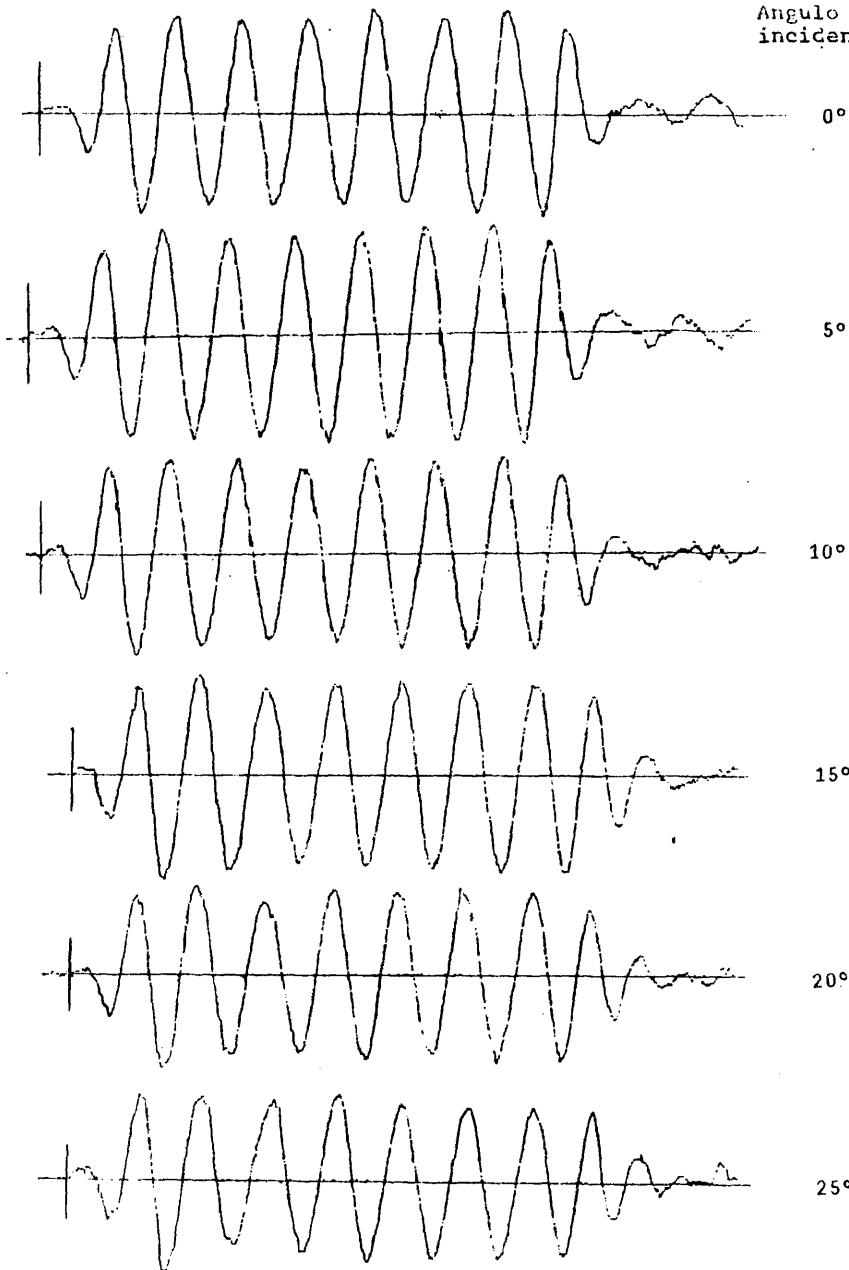
Agua - Petrex - agua  
espesor 30 mm.

Angulo de  
incidencia



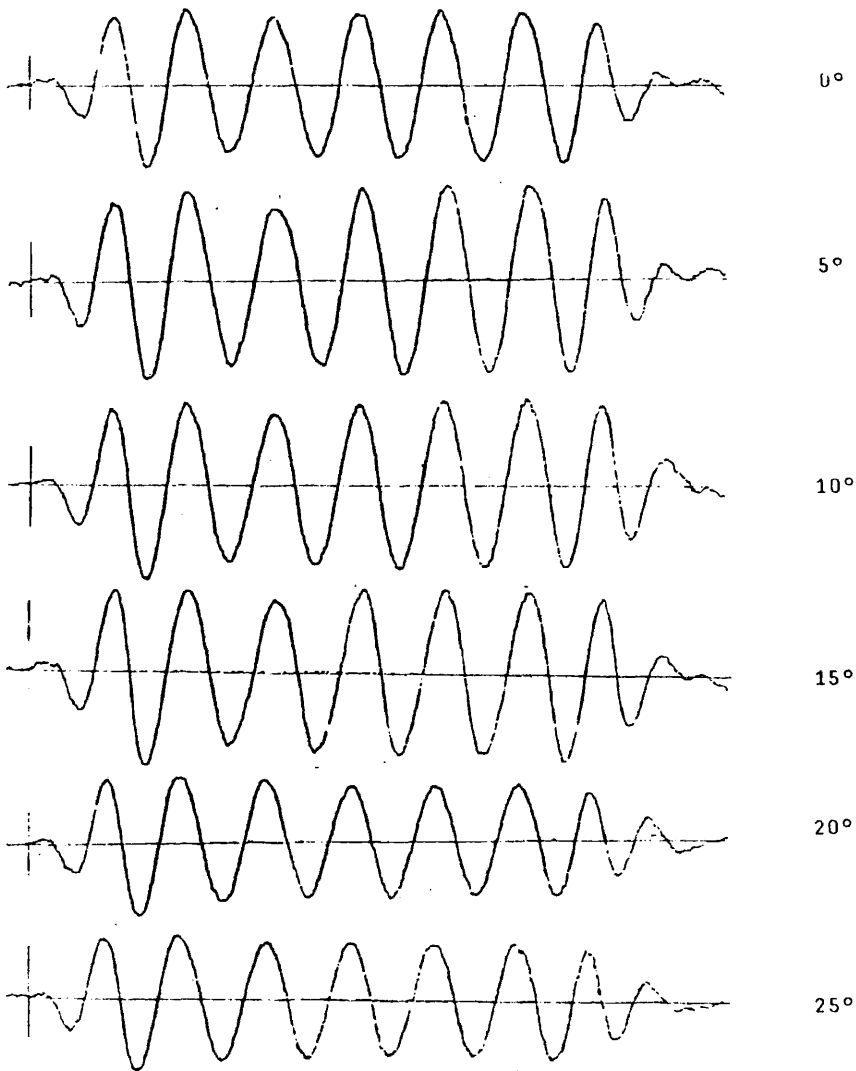
Agua - aluminio - agua      espesor 2 mm.

Angulo de  
incidencia

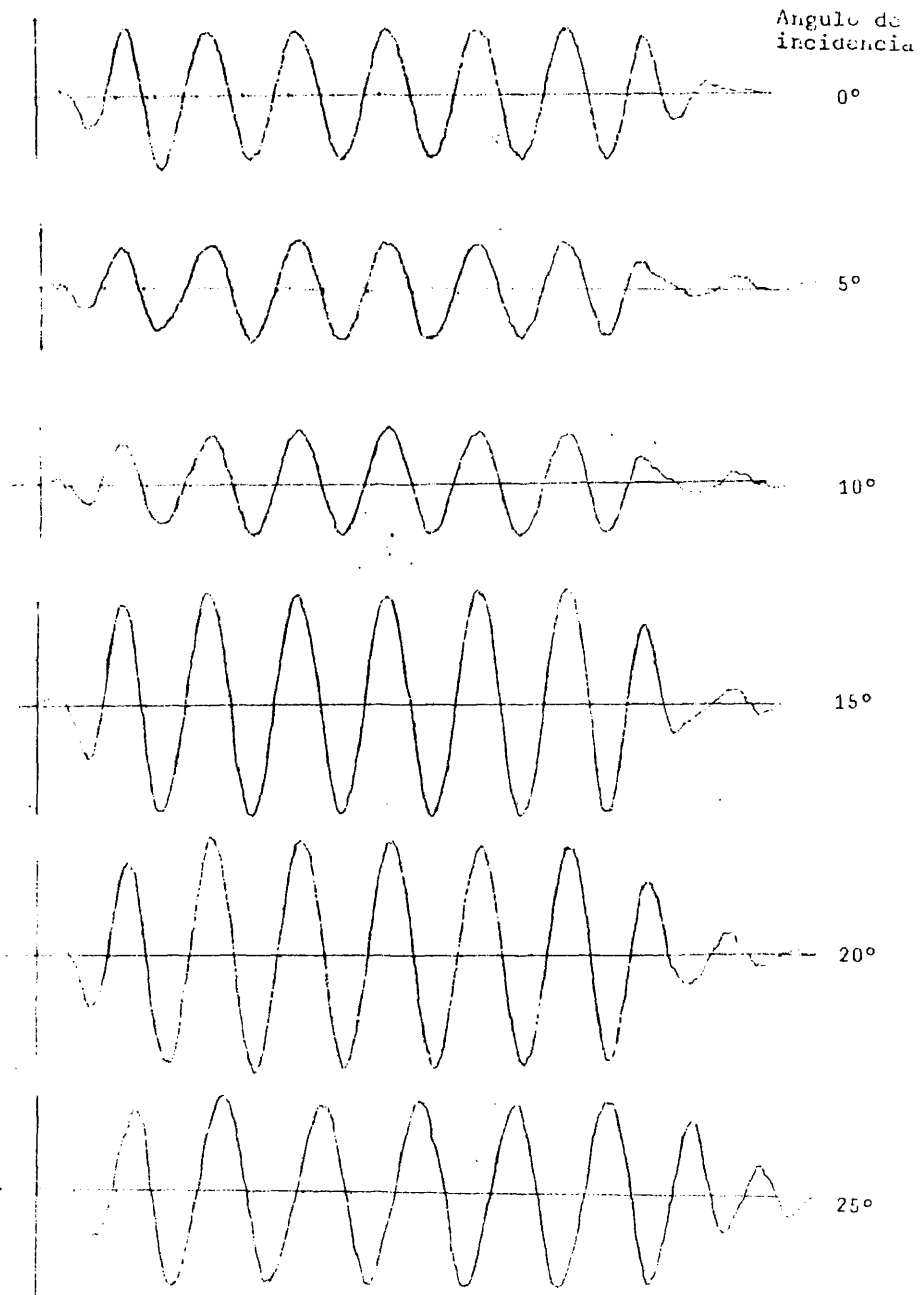


Agua - aluminio - agua      espesor 6.5 mm.

Angulo de  
incidencia

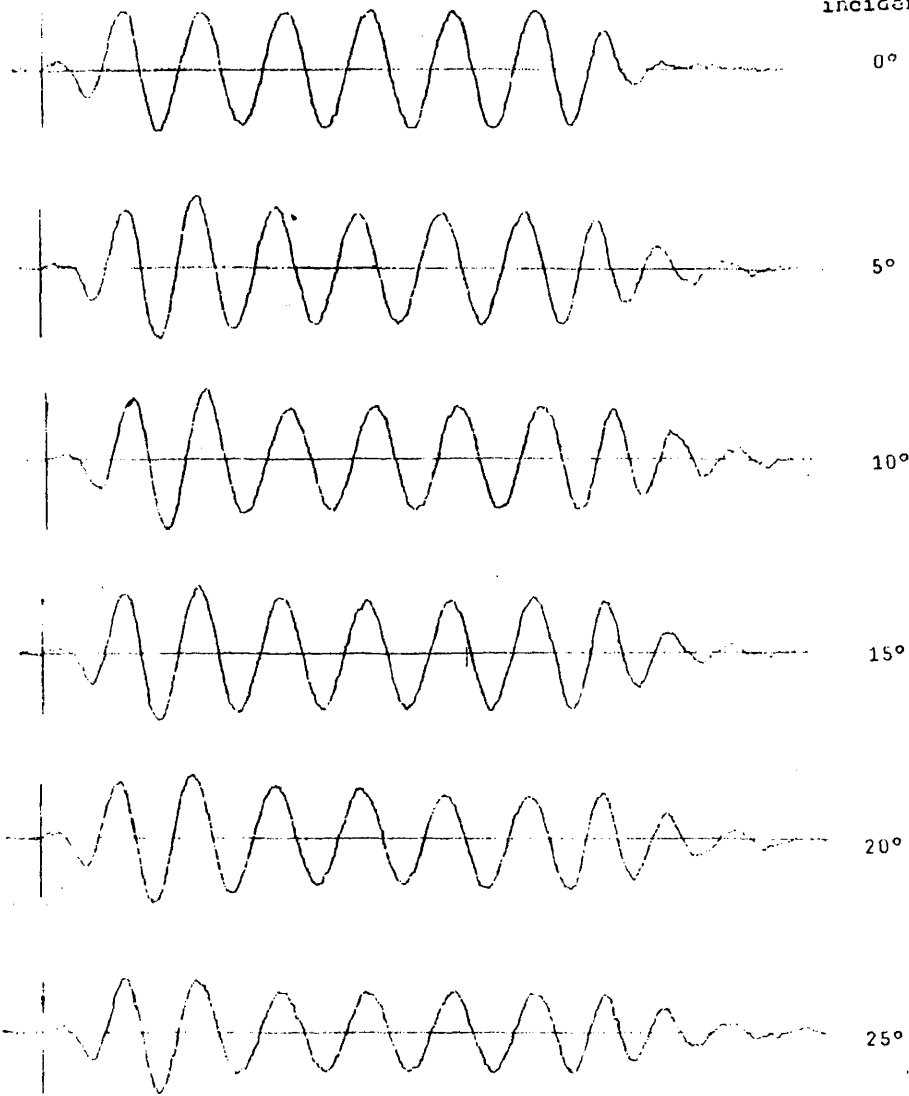


Agua - aluminio - agua      espesor 10 mm.



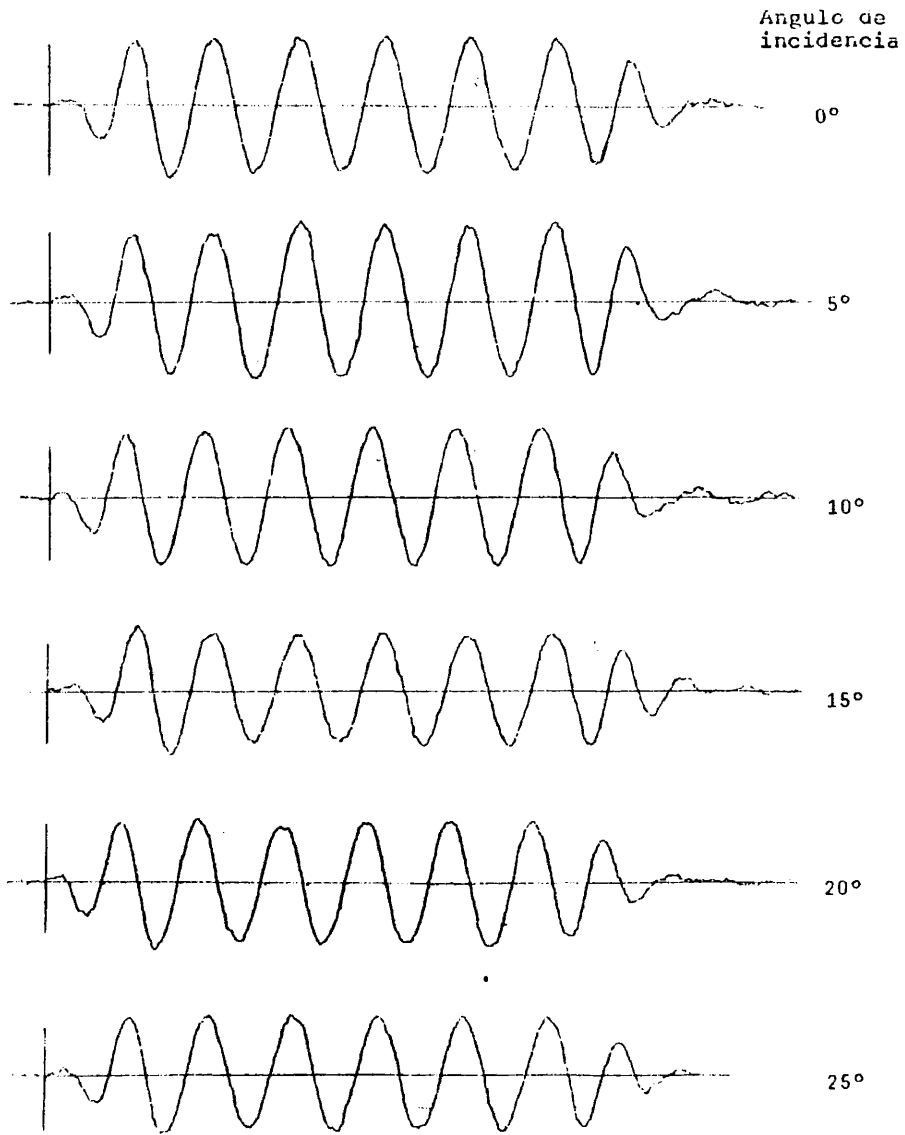
Água - acero - água espesor 1 mm.

Angulo de  
incidencia

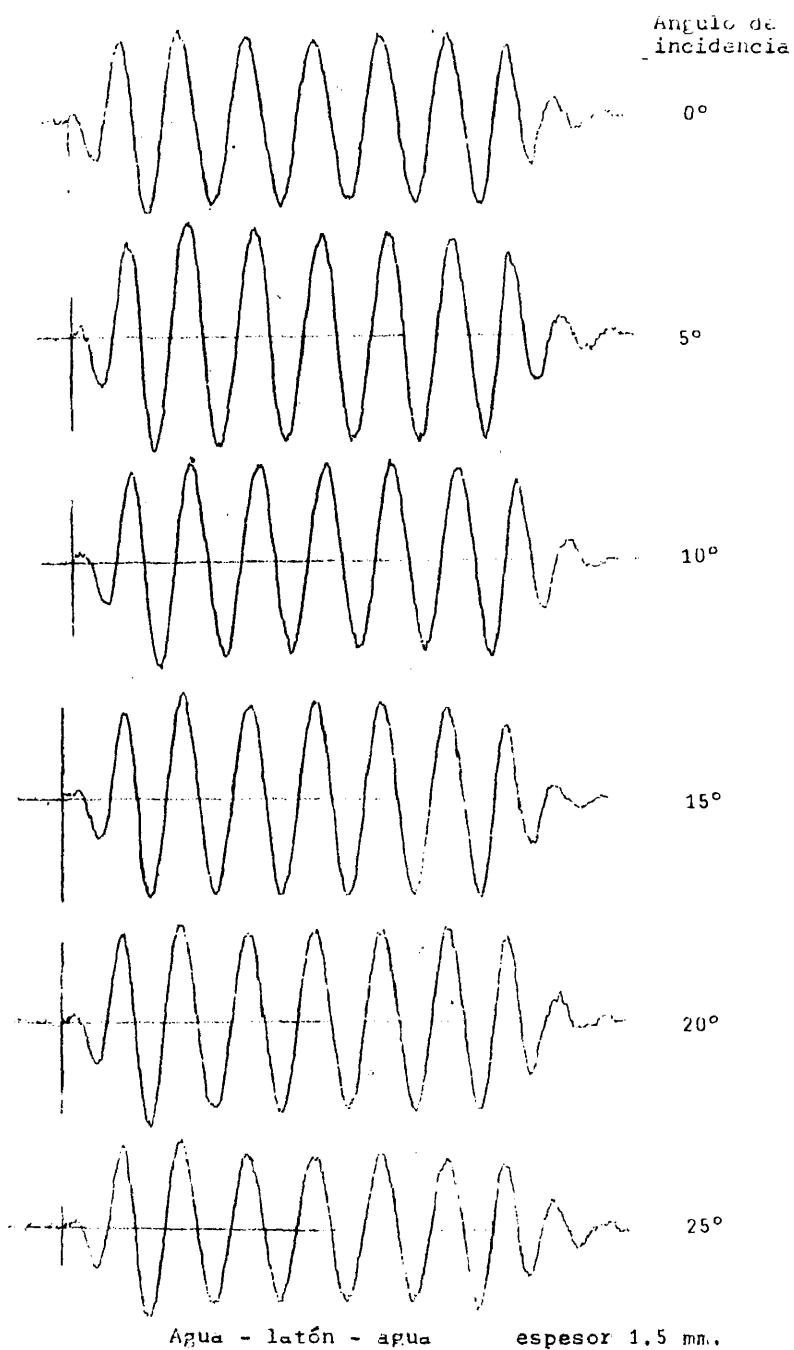


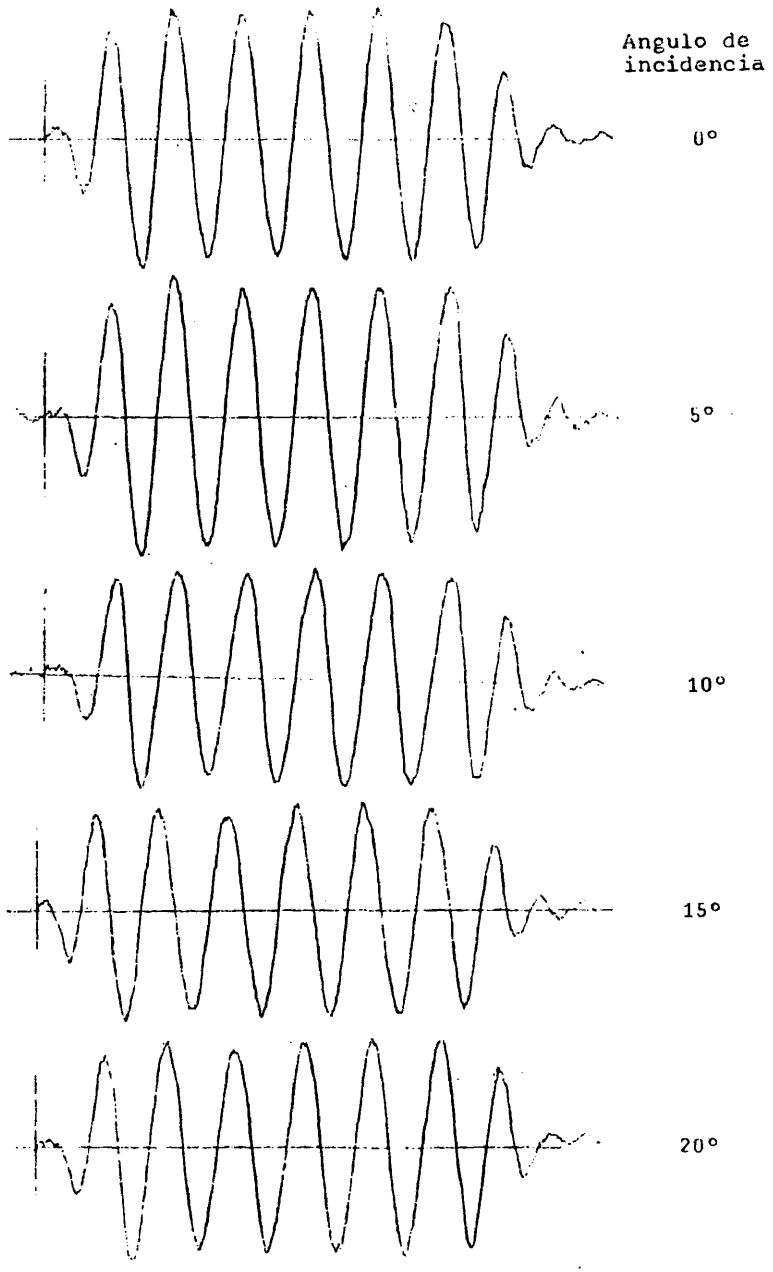
Agua - acero - agua

espesor 2.5 mm.



Agua - acero - agua      espesor 6.5 mm.





Agua - latón - agua      espesor 4 mm.

A P E N D I C E III  
=====

MEDIDAS EXPERIMENTALES DE LAS RELACIONES DE ATAQUE Y CAIDA

En las figuras presentadas en este apéndice se dan los valores obtenidos en las medidas de las relaciones de ataque y caída para la amplitud y la fase de las señales reflejadas por paredes sólidas, con distintos materiales y espesor, inmersas en agua. Las medidas están hechas en incidencia normal (representadas en las figuras por el símbolo o) y en incidencias oblicuas de  $10^\circ$  por el símbolo (x) y de  $20^\circ$  por el símbolo ( ).

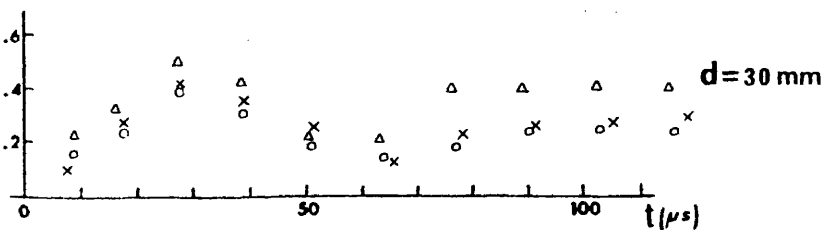
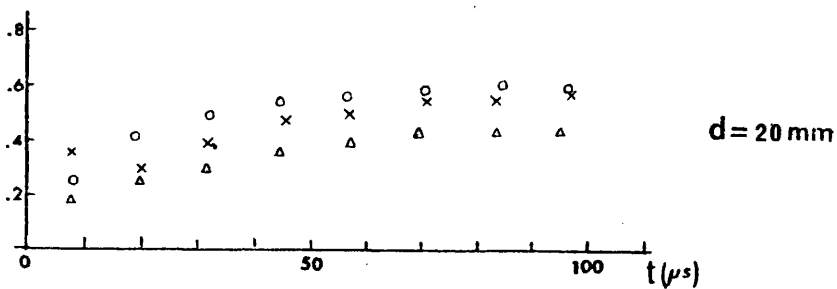
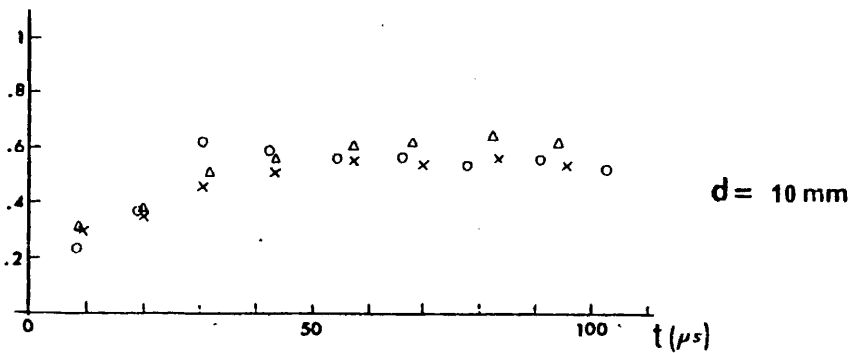
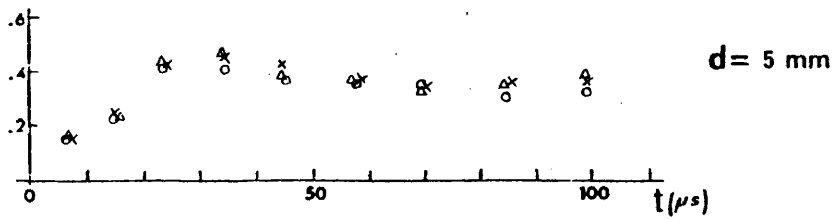
Se observa, en todos los materiales, como los valores de la relación de ataque en amplitud cuando el espesor de la pared es muy inferior a la longitud de onda, van creciendo a lo largo del tiempo hasta un máximo para luego disminuir tendiendo al valor estacionario. Cuando el espesor de la pared se aproxima a un cuarto de longitud de onda desaparece el máximo, creciendo de manera continua los valores de la relación de ataque con el tiempo hasta alcanzar los que corresponden a régimen estacionario. Si el espesor está por encima de un cuarto de longitud de onda y próximo a media longitud de onda reaparece de nuevo el máximo al que sigue un mínimo antes de llegar al valor que se obtiene para onda continua.

Por lo que respecta a la relación de fase en ataque y para pequeños espesores frente a la longitud de onda, se tiene el valor estacio-

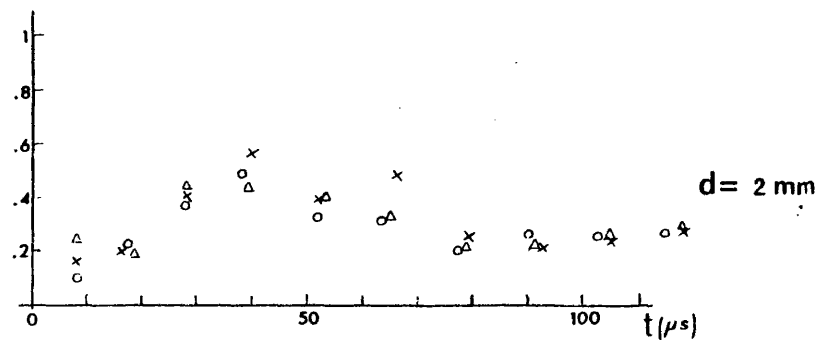
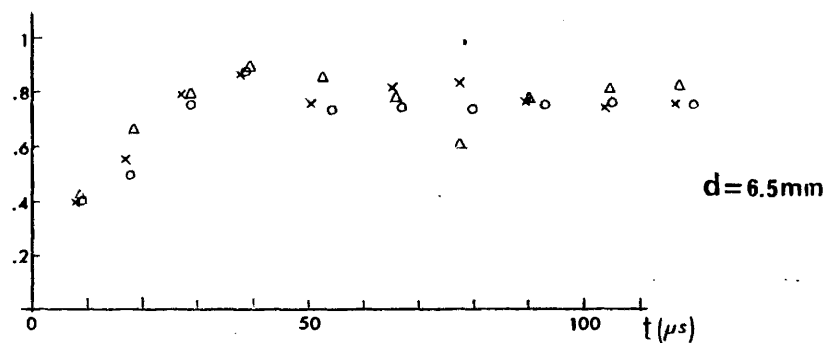
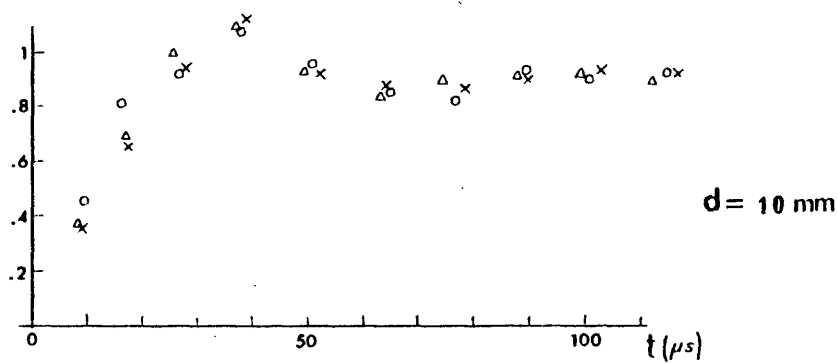
ario practicamente desde el primer punto medido. Igualmente sucede para espesores del orden de un cuarto de longitud de onda, ya que, el desfase ha de ser nulo durante el primer semiciclo por no haber llegado todavia la parte de señal reflejada por la cara posterior de la pared, y ser casi nulo el desfase en el estado estacionario. Solamente cuando el espesor de la pared se acerca a media longitud de onda el desfase es nulo durante el primer ciclo, pero cambia bruscamente llegado el instante  $t = 4.d/c_1$ , es decir cuatro veces el tiempo que tardan las ondas longitudinales en atravesar la pared.

En las relaciones de caída en amplitud y fase, se ha considerado como cero de la escala de tiempos el instante T en que termina la radiación del impulso.

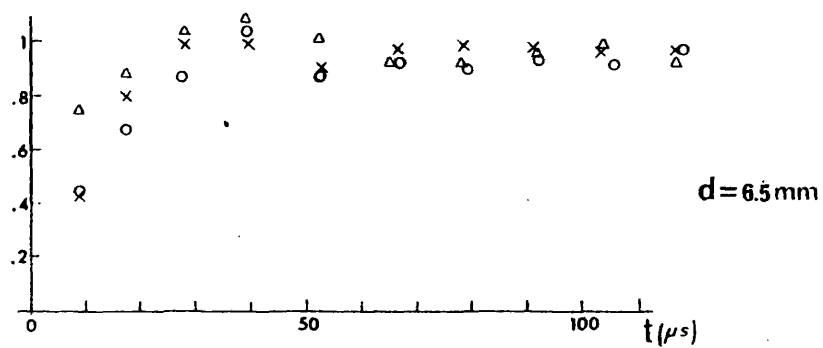
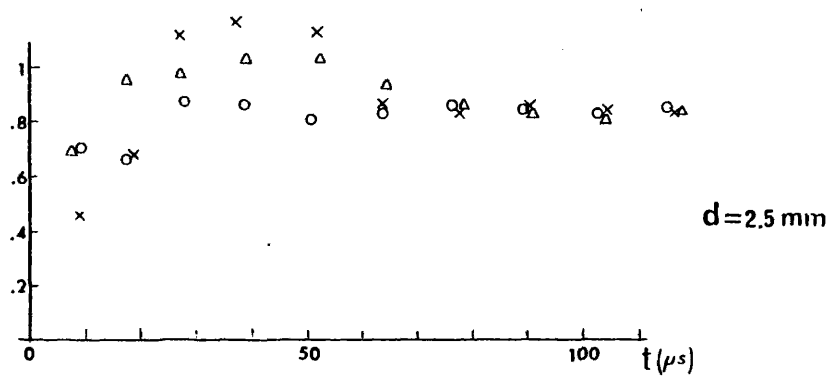
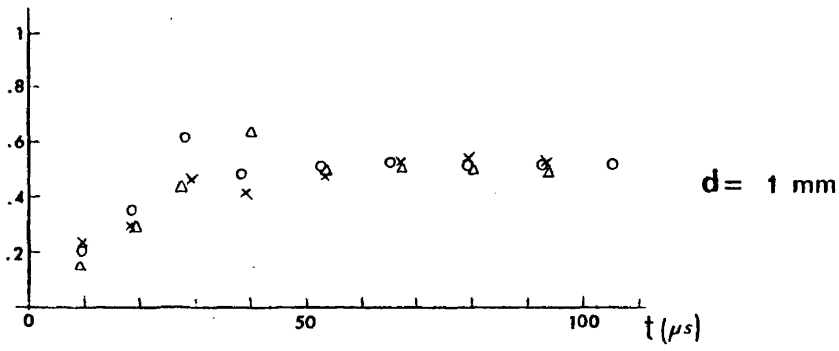
Para espesores pequeños frente a la longitud de onda no se presenta ninguna peculiaridad diferenciadora, ya que para casi todos los materiales las relaciones de caída en amplitud se mantienen constantes y las de fase son en general crecientes, e independientes del ángulo de incidencia dentro de los margenes estudiados. No sucede igual cuando el espesor de la pared se aproxima a media longitud de onda, entonces la relación de caída en amplitud crece rapidamente y de igual manera para los tres ángulos de incidencia considerados. La relación de caída en fase para este espesor es muy distinta según el ángulo de incidencia: para incidencia normal la fase crece de  $-60^\circ$  a  $+120^\circ$ , para incidencia de  $10^\circ$  crece de  $-50^\circ$  a  $+220^\circ$  y para incidencia de  $20^\circ$  es decreciente de  $-40^\circ$  a  $-180^\circ$  donde tiene un mínimo y luego crece a  $-100^\circ$ .



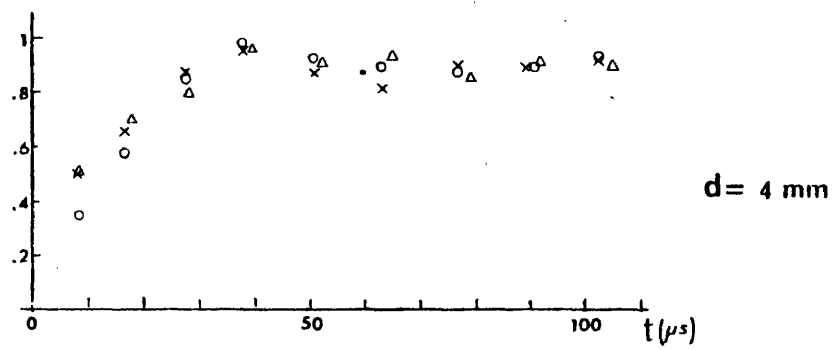
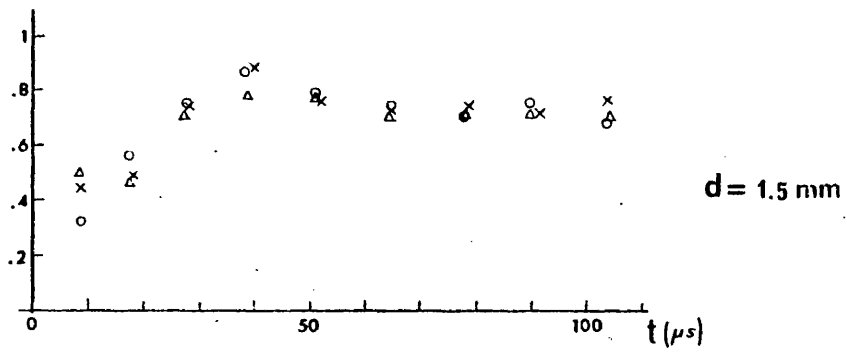
Relación de ataque en amplitud de una pared de perpex.



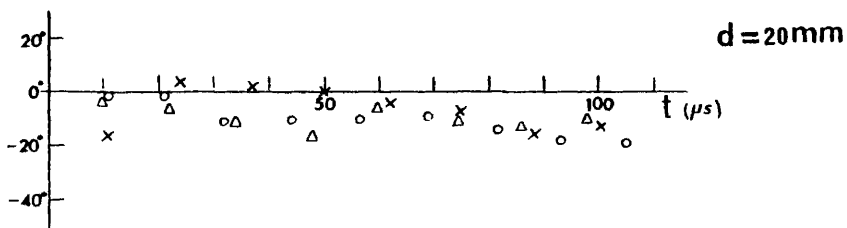
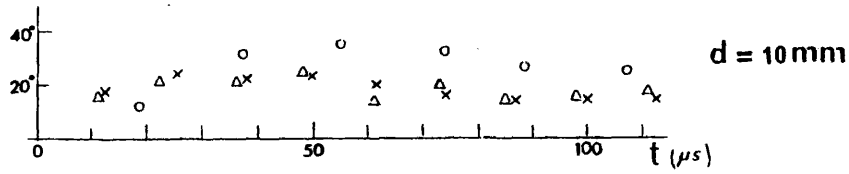
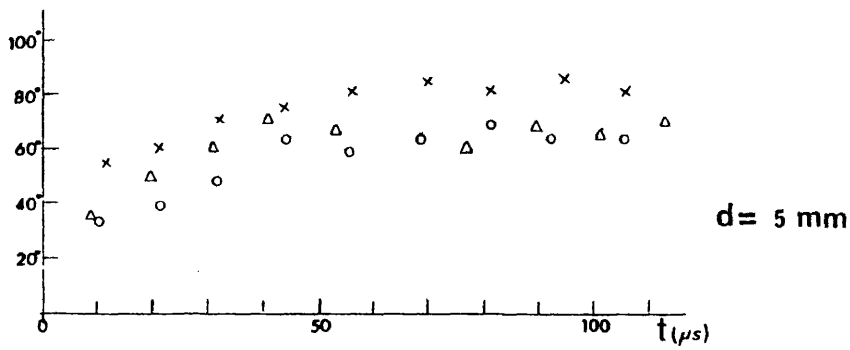
Relación de ataque en amplitud de una pared de aluminio.



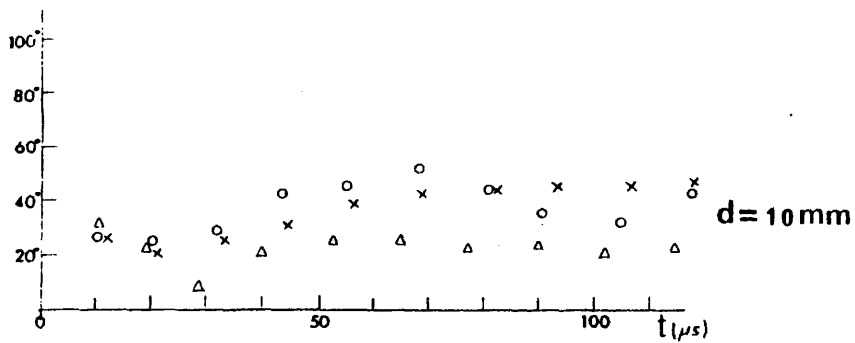
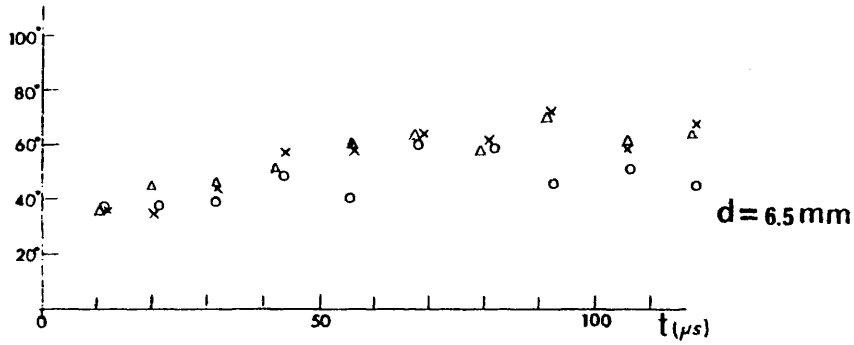
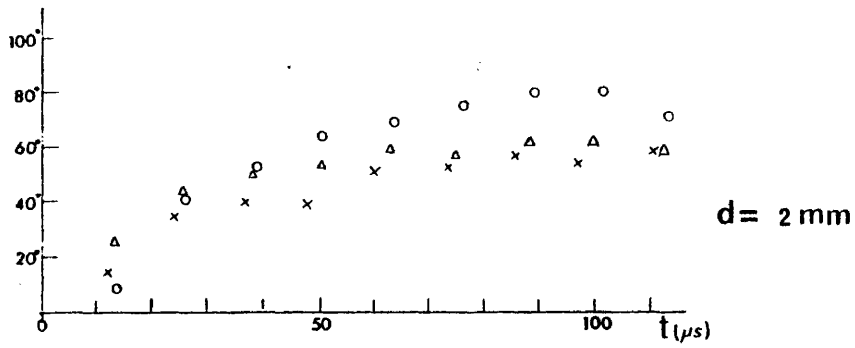
Relación de ataque en amplitud de una pared de acero.



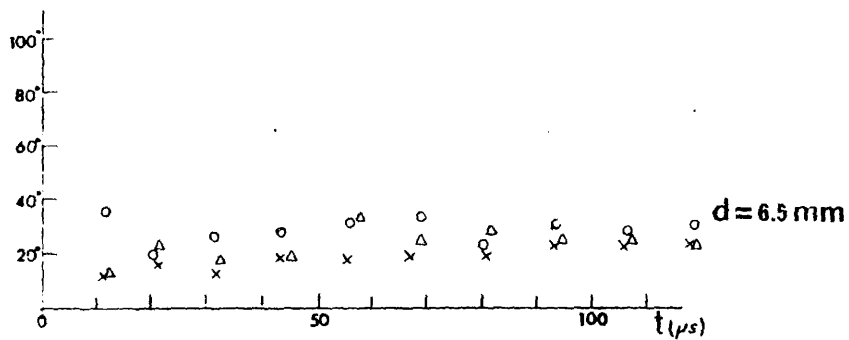
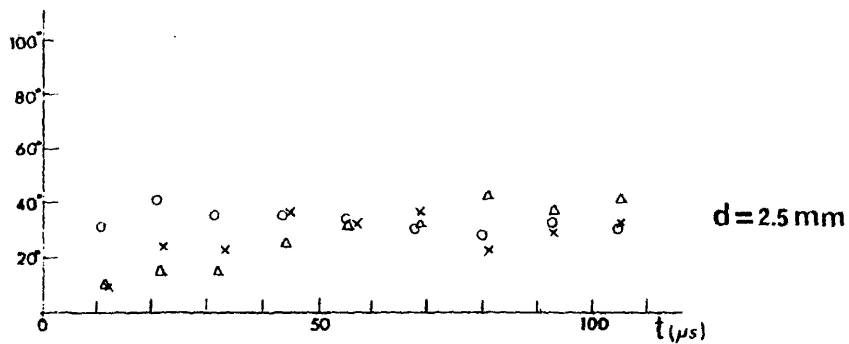
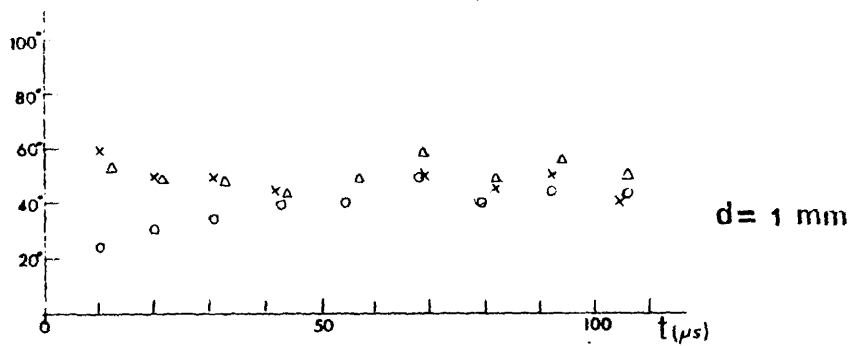
Relación de ataque en amplitud de una pared de latón.



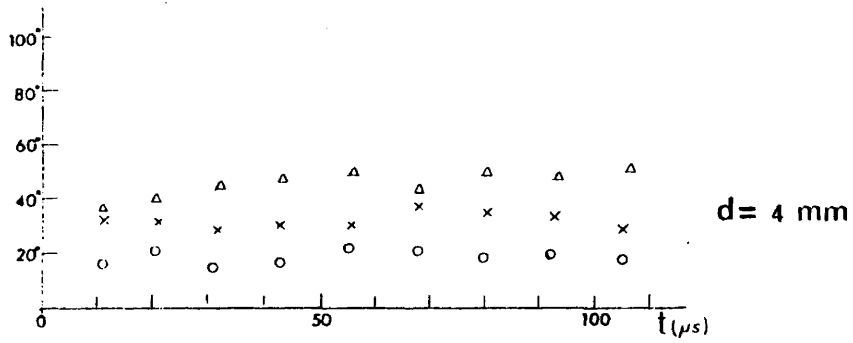
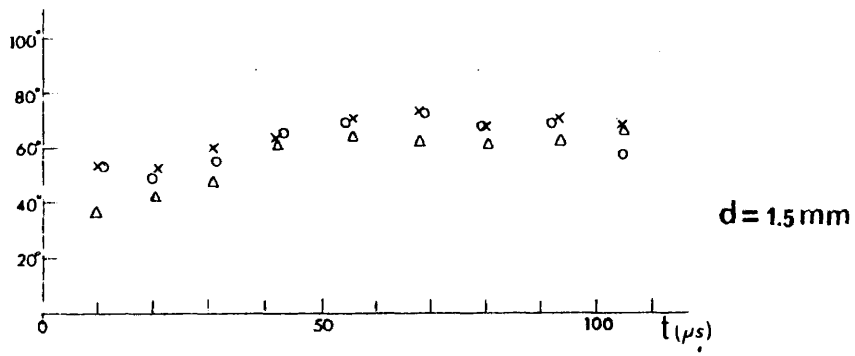
Relación de ataque en fase de una pared de perpex.



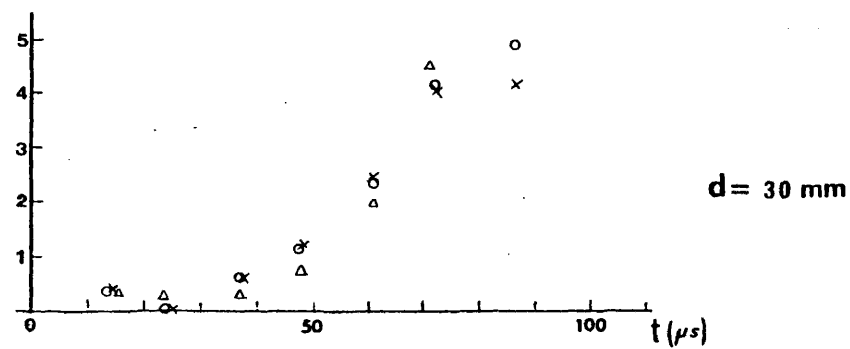
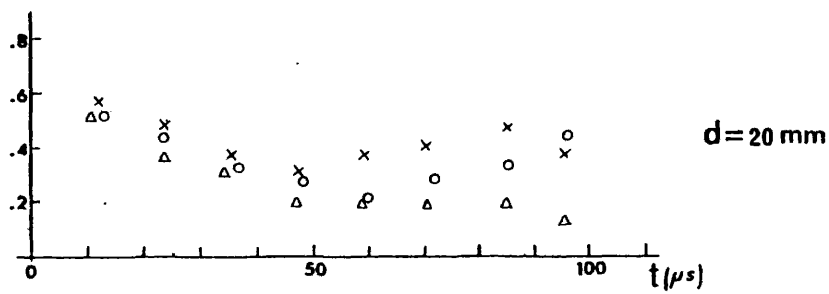
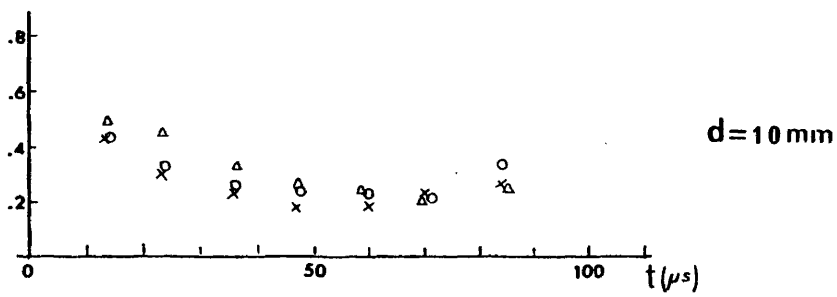
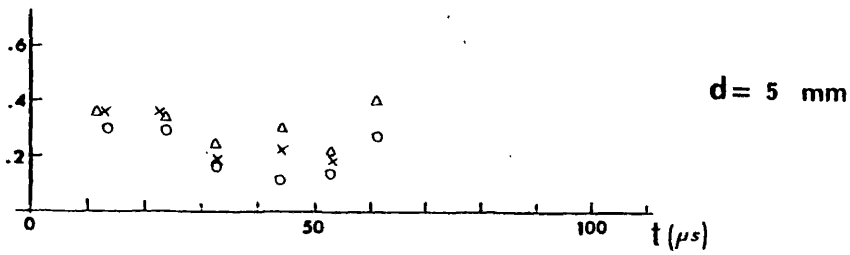
Relación de ataque en fase de una pared de aluminio.



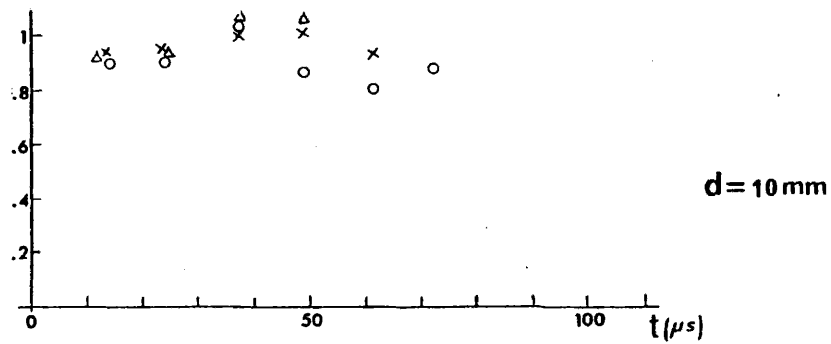
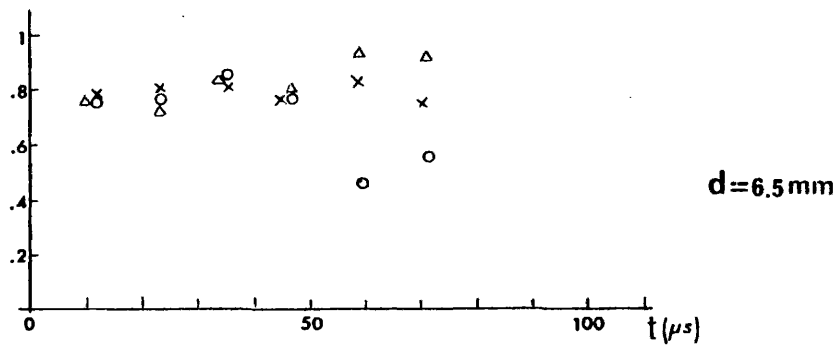
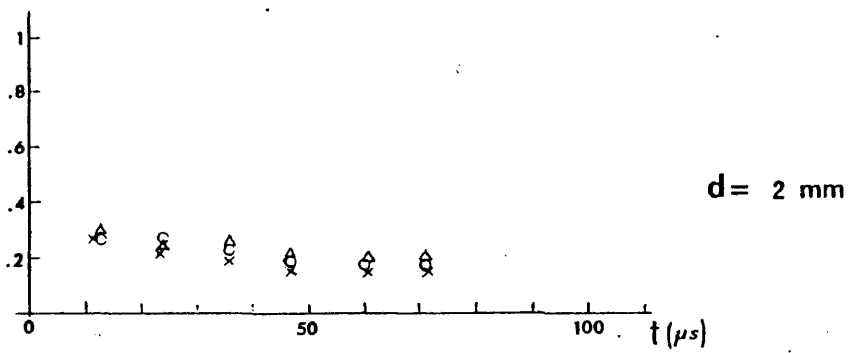
Relación de ataque en fase de una pared de acero.



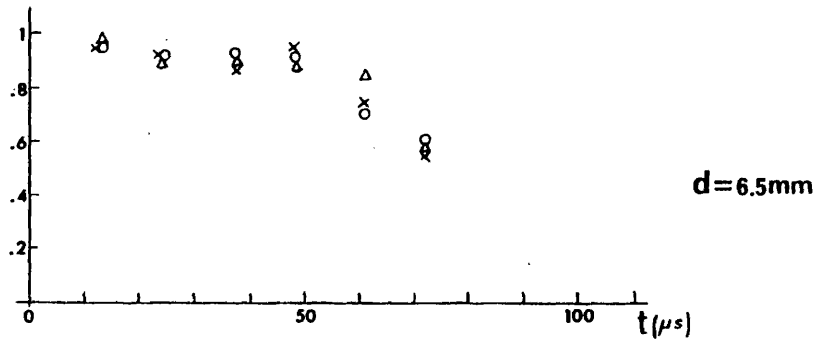
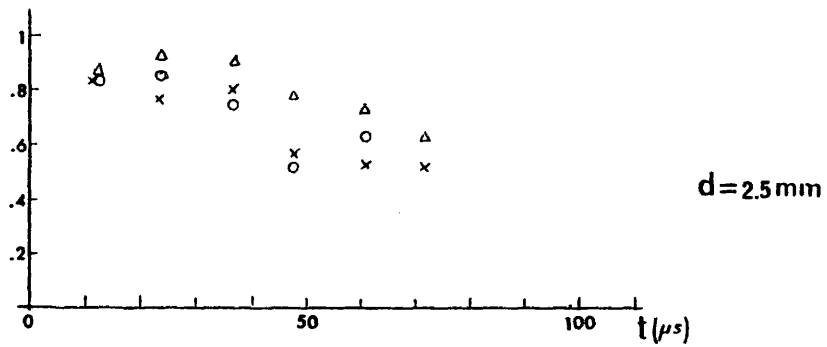
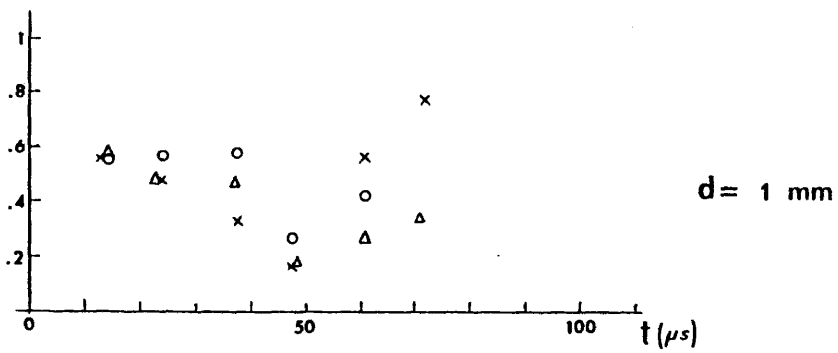
Relación de ataque en fase de una pared de latón.



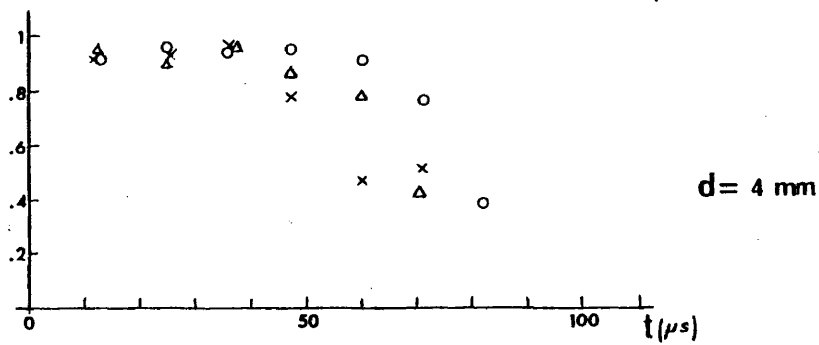
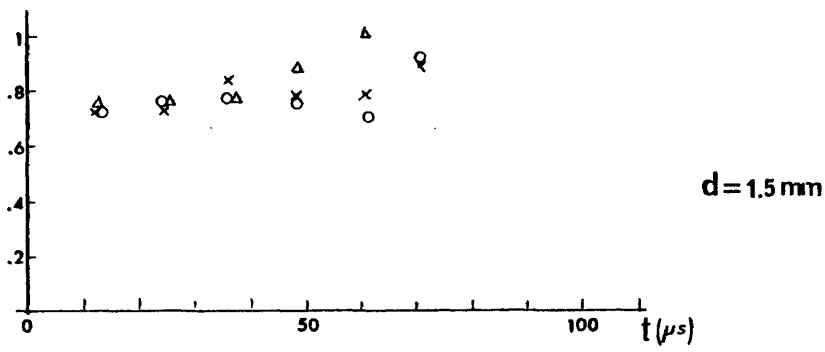
Relación de caída en amplitud de una pared de perspex.



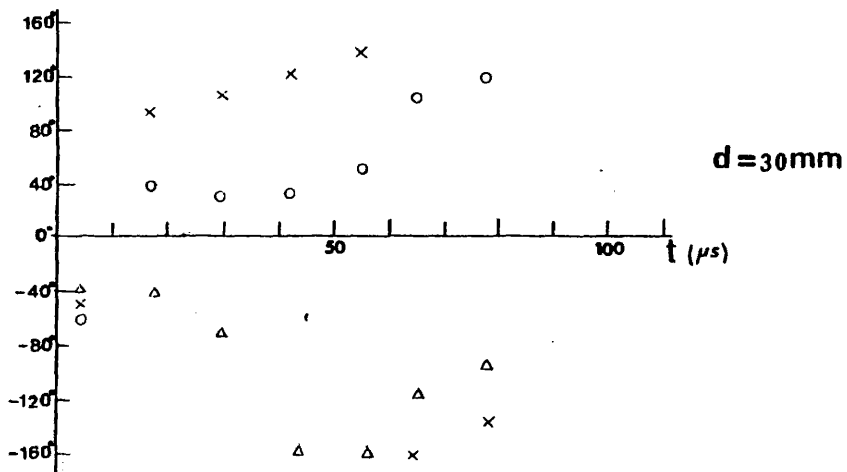
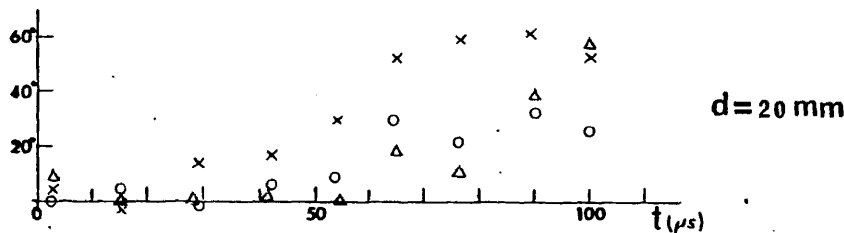
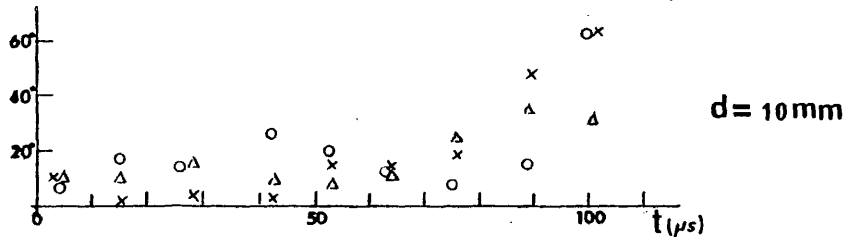
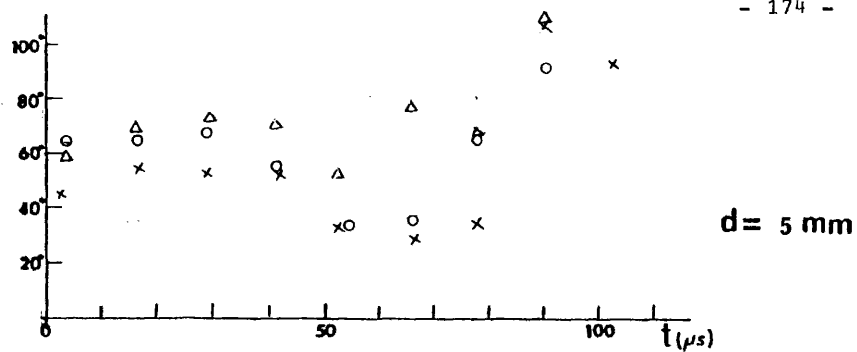
Relación de caída en amplitud de una pared de aluminio.



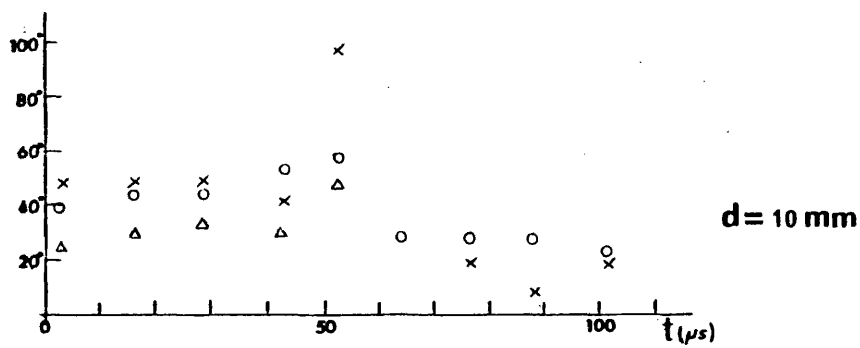
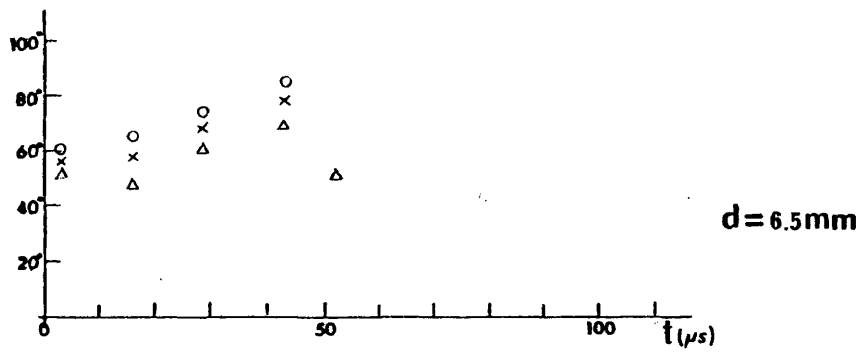
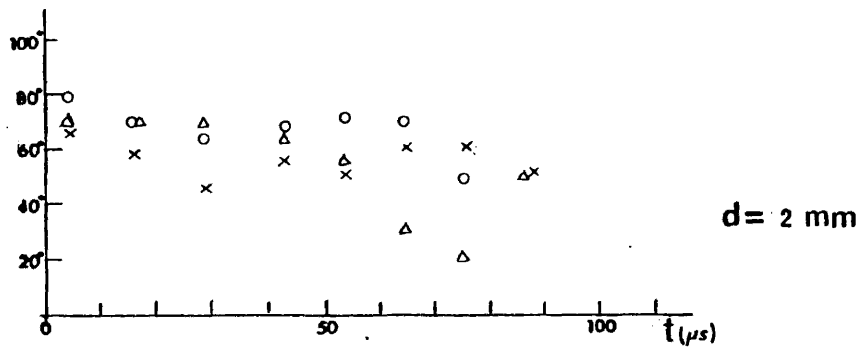
Relación de caída en amplitud de una pared de acero.



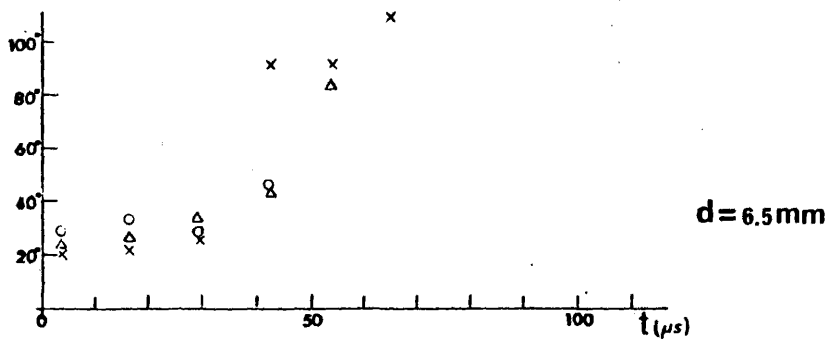
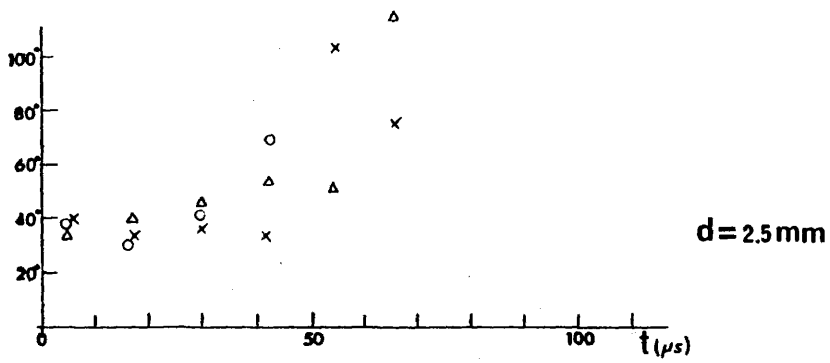
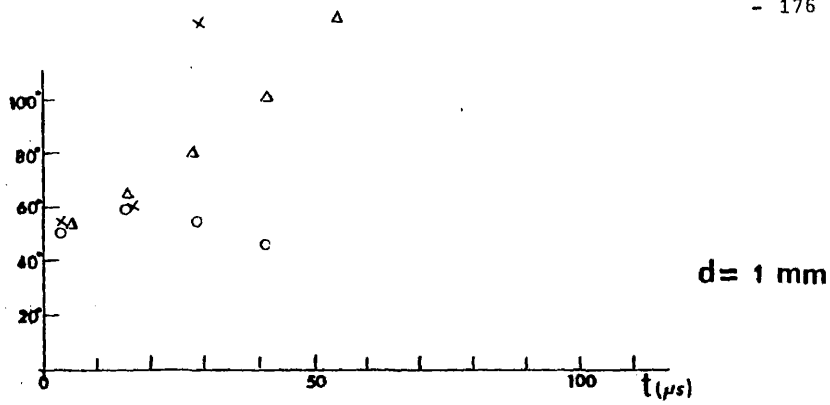
Relación de caída en amplitud de una pared de latón.



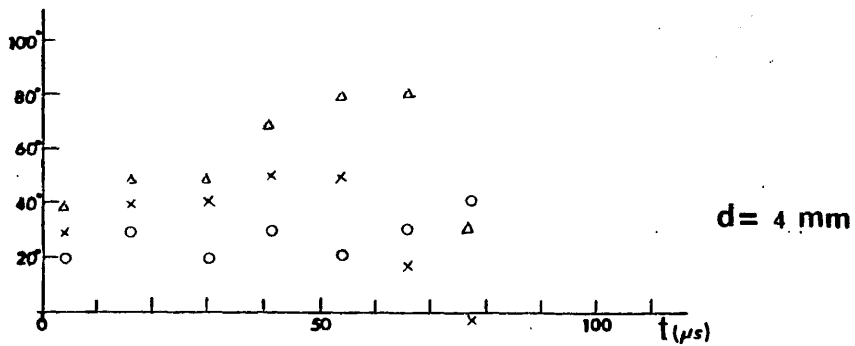
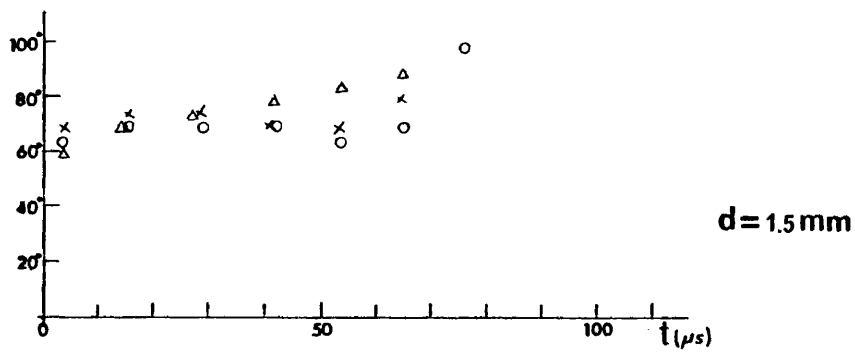
Relación de caída en fase de una pared de perpex.



Relación de caída en fase de una pared de aluminio.



Relación de caída en fase de una pared de acero.



Relación de caída en fase de una pared de latón.

B I B L I O G R A F I A  
=====

- 1.- A. FREEDMAN. "A Mechanism of Acoustic Echo Formation" *Acustica*,  
Vol. 12, 1962, pag. 10.
- 2.- R.W.G. HASLETT. "Determination of the Reflectivities of Solids".  
*Proc. Phys. Soc.* 79, 1962, pag. 559.
- 3.- J. FARAN. "Sound Scattering by Solid Cylinders and Spheres".  
*J.A.S.A.* (Journal of the Acoustical Society of America,  
Vol. 34, n°10, 1962, pag. 1582.
- 4.- R. HICKLING. "Analysis of Echoes from a Solid Elastic Sphere in  
Water". *J.A.S.A.*, Vol.36, n°6, 1964, pag. 1124.
- 5.- L.M. BREKHOVSKIKH. "Waves in Layered Media". Academic Press, New  
York, 1960.
- 6.- H. UBERALL. "Surface Waves in Acoustics". *Physical Acoustics*, Vol.  
X, 1973, pag. 1-60.
- 7.- R. FIORITO; G.C. GAUNAURD y W. MADIGOSKY. "Acoustic Scattering of  
Finite Beams by Simple Geometrical Bodies". *J.A.S.A.*  
Vol. 58, 1975, 5100(A).
- 8.- J. de LUSTRAC. "Mécanisme de formation des échos acoustiques de  
corps creux immergés". *Ann. du Colloque Nato-MMI*, --  
1967.

- 9.- J. DE LUSTRAC. "Regime transitoire de la reflexion des ondes acoustiques sur une lame épaisse". Ann. Télécomm. Tome 23, n°3-4, 1968, p.87.
- 10.- R. CARBO, J. DE LUSTRAC. "Réponse percussive des spheres et cylindres creux inmerpés". Acustica, Vol. 20, n°1, - 1968, pag. 21.
- 11.- C.B. OFFICER. "Introduction of the Theory of Sound Transmission". Mc.Graw-Hill, New York, 1958.
- 12.- L.E. KINSLER; A.R. FREY. "Fundamentals of Acoustics". John Wiley & Sons Inc. New York, 1962.
- 13.- L. GUIEYSSE; P. SABATHE. "Acoustique sous-marine". Dunod, Paris, 1964.
- 14.- R.W.B. STEPHENS. "Underwater Acoustics". Wiley-Interscience, New York, 1970.
- 15.- R.B. LINDSAY. "Mechanical Radiation". Mc. Graw-Hill. New York, 1960.
- 16.- R.DASH. "Point Source Radiation Through a Composite Medium". Journal of Sound and Vibration. Vol. 43, n°3, 1976, pages 365-377.
- 17.- A. BLANC-LAPIERRE; B. PICINBONO. "Propriétés statistiques du bruit de fond". Masson et Cie. 1961.

- 18.- R. FIORITO; W. MADIGOSKY Y H. UBERALL. "Resonance Theory of Acoustic Waves Interacting with an Elastic Plate". --  
J.A.S.A., Vol. 66, n°6, Dec. 1979.
- 19.- L.E. PITTS; W.G. MAYER. "Non-specular Reflection from Solid Plates and Half-spaces". Ultrasonics, September 1977, pag. -  
201-204.
- 20.- H. UBERALL, G.V. FRISK. "Creeping Waves and Lateral Waves in Acoustic Scattering by Large Elastic Cylinders". J. Acoust. Soc. Am. Vol. 59, n°1, 1976, pag. 46-54.
- 21.- R. CARBO. "Phénomènes d'interférences liés à la formation des --  
échos". Thèse à la Faculté des Sciences de l'Universi  
té de Grenoble, 1969.
- 22.- P.H. HUANG, W.G. MAYER. "Plane Wave Reflection from a Plate Immerged in and Floating on a Liquid". Acustica. Vol. 40,  
1978, pag. 223-228.
23. C. GAZANHES. "Mesure des coefficients de réflexion d'un milieu stratifié par voie ultrasonore et corrélation". Revue --  
d'Acoustique, N°46, 1978, pag. 171-176.
- 24.- L.C. LYNNWORTH, J.N.C. CHEN. "Energy Transmission Coefficients at Liquid/Solid Interfaces". Ultrasonics Symposium Proceedings, 1975, pag. 575-578.

- 25.- K.W. ALKIER. "Underwater Acoustic Backscattering and Echo Structure Characteristics for a Thin Stiffened Plate". J.A.S.A. Vol. 63, n°3, 1978, pag. 704-708.
- 26.- E. KITTINGER AND W. REHWALD. "Improvement of Echo Shape in Low Impedance Materials". Ultrasonics, September 1977, pag. 211-215.
- 27.- K.J. DIERCHKS, R. HICKLING. "Echoes from Hollow Aluminum Spheres in Water". J.A.S.A., Vol. 41, n°2, 1967, pag. 389-393.
- 28.- A.A. CREWS, R.L. ERATH. "Non-specular Reflections from Underwater Objects". 64 Meeting of the Acoustical Society of America, November 7-10, 1962, Seattle, Washington.
- 29.- L.R.B. DUYKERS. "Deformation of an Exponential Pulse with a Finite Rise Time in the Region of Total Reflection". J.A.S.A. Vol. 37, n°6, 1965, pag. 1052-1055.
- 30.- J.W. RAYLEIGH. "Theory of Sound". Vol. II, Mc. Millan & C London - 1929.
- 31.- P.M. MORSE. "Vibration and Sound". Mc. Graw - Hill, New York, 1936.

- 32.- R. CARBO, C. RANZ. "Influence of Geometrical and Physical Parameters of Dioptrics on Echo Signal in Water". Proceedings of the Acoustics Meeting at AUWE Portland, 1976.
- 33.- R. CARBO. "Tratamiento de la señal sonar producida por objetos huecos sumergidos". Revista de Acústica, Vol. VI, 1975, nº1.
- 34.- J. DE LUSTRAC, R. CARBO. "Propriétés de la reflexion acoustique des lames courbes". 2<sup>eme</sup> Colloque sur traitement du signal et ses applications, Nice 1969.
- 35.- C. RANZ, R. CARBO. "Echo Formation by Dioptrics Systems with High Acoustic Impedance mismatch". Proceedings of the XXIV-th open seminar on acoustics, Gdansk, 1977.
- 36.- R. CARBO, C. RANZ. "Underwater Echo Distorsion Caused by Solid Dioptrics". IX-th International Congress on Acoustics, Madrid, 1977.
- 37.- R. CARBO. "Transversal Waves Velocity Evaluation in Sand Bottom". U.A.S.A., Vol.65, 1979, pag. 108.
- 38.- G. BONNET. "Considérations sur la représentation et l'analyse harmonique des signaux déterministes et aléatoires". Annales des Télécommunications, Tome 23, nº3-4, 1968.
- 39.- L.Q. SPIELVOGEL. "Plane Waves in Layered Media". Jour. of Applied Physics, Vol. 42, 1971, nº10.

