¿Es óptimo pagar intereses por los activos de caja?

Esther Fernández *, †
Universidad Complutense de Madrid

May 21, 2002

Abstract

Remunerar los activos de caja en manos de los intermediarios financieros no es una práctica hoy en día habitual en la economías occidentales. Sin embargo, en Estados Unidos han comenzado a aparecer quienes defienden su uso como instrumento útil para implementar la política monetaria.

En este trabajo se analiza cuál es el valor óptimo del tipo de interés a pagar a los intermediarios financieros por sus activos de caja, cuando dichos intereses se financian bien mediante un impuesto que grava las rentas salariales o bien mediante el impuesto de sociedades. En el primero de los casos, lo óptimo es no remunerar los activos de caja.

Código JEL: E44, E6, G28.

Palabras clave: coeficiente legal de caja, impuestos, restricciones de liquidez.

*Agradezco el apoyo y los valiosos comentarios y sugerencias de Alfonso Novales, así como el apoyo financiero del proyecto del Ministerior PB98-0831. Cualquier error es de mi exclusiva responsabilidad.

†Dirección para comentarios: Departamento de Economía Cuantitativa. Facultad de CC Económicas y Empresariales. Universidad Complutense de Madrid. Campus de Somosaguas. 28223 Madrid. Tlfn: 91 394 23 55; Fax: 91 394 26 13. E-mail: eccua19@sis.ucm.es

1 Introducción

En la actualidad los bancos centrales de las economías occidentales no suelen pagar intereses por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja, pero no siempre esto fue así. La decisión del Banco Central Europeo de que el coeficiente legal de caja fuese tan sólo un 2% y que no se remunerasen los depósitos sujetos al mismo, supuso romper con una práctica que había sido habitual en algunos países. Así, por ejemplo, en España, a finales de los años ochenta, el coeficiente legal de caja estaba entorno al 18% y, por término medio, los intermediarios financieros recibían un interés del 6% por sus activos líquidos.

Por otra parte, en Estados Unidos comienzan a aparecer quienes opinan que sería muy apropiado remunerar los activos en manos de los intermediarios financieros como un instrumento de política monetaria, junto con las operaciones de mercado abierto (Goodfriend (2001)). Esto permitiría, por una parte, eliminar el perjuicio que les supone a los intermediarios financieros mantener activos de caja dominados en rentabilidad por otros activos, lo cual se traduce en un menor crecimiento económico (Chari, Jones and Manuelli (1995), Haslag (1998) y Roubini y Sala-i-Martí (1995)). Por otra parte, permitiría al Banco Central poner en práctica simultáneamente una política basada en el control del tipo de interés y, además, lograr un objetivo para un agregado monetario estrecho.

Friedman (1960) fue el primero en proponer que los gobiernos pagaran intereses por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja para reducir la distorsión que éste genera en la economía. No obstante, recientemente han surgido un par de trabajos (Smith (1991) y Freeman y Haslag (1996)) que cuestionan la bondad de remunerar los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja. Muestran que cuando los agentes viven un número finito de períodos, la optimalidad de pagar tales intereses depende de que el gobierno sea capaz de diseñar y llevar a cabo medidas para eliminar los efectos redistributivos que la citada política genera; efectos que surgen, incluso, cuando el gobierno utiliza un impuesto de suma fija para financiar los citados intereses.

En este trabajo se muestra que no es óptimo pagar intereses por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja cuando éstos se financian con un impuesto que grava las rentas del trabajo, mientras que sí lo es cuando se utiliza el impuesto de sociedades.

El modelo utilizado es una versión del modelo propuesto en Lucas (1990) para analizar los efectos contemporáneos sobre los tipos de interés de cambios transitorios en la tasa de crecimiento monetario. Es un modelo dinámico de equilibrio general que se caracteriza porque explicita los fundamentos de la economía (preferencias, dotaciones iniciales, tecnología) pero también las restricciones existentes sobre las transacciones, que dan lugar a diferentes necesidades de liquidez por parte de los agentes económicos. Se supone que existe una familia representativa cuyos distintos miembros (trabajador, empresario, banquero, consumidor) se separan al principio del período, ejecutan las funciones que les son propias, para reunirse de nuevo al final del período y agregar sus carteras. En el modelo la única actividad del intermediario financiero es canalizar fondos desde el consumidor hacia la empresa. A diferencia de lo que es habitual en los trabajos que analizan los efectos económicos del coeficiente legal de caja, se supone que éstas piden prestado únicamente para pagar los salarios.

Los supuestos realizados dan lugar a que el tipo de interés que los intermediarios financieros cobran a las empresas sea función tanto del coeficiente legal de caja como del tipo de interés de los depósitos sujetos al mismo. Pagar intereses por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja reduce el impacto de éste en el tipo de interés que paga la empresa por su empréstito. Dado que se endeuda para pagar los salarios, su demanda de trabajo depende negativamente del tipo de interés que pagan por el préstamo. En consecuencia, el nivel de empleo de equilibrio tiende a ser mayor cuanto menor sea el coeficiente legal de caja o mayor el tipo al que se remuneran los activos líquidos en manos de los intermediarios financieros.

Cuando se utiliza un impuesto que grava las rentas salariales para financiar dichos intereses, se demuestra que el efecto contractivo que el impuesto provoca sobre la oferta de trabajo es superior al efecto expansivo antes citado, por lo que no es óptimo financiar los intereses sujetos al coeficiente legal de caja. No obstante, es óptimo remunerar los depósitos sujetos al coeficiente legal cuando el gobierno grava los beneficios de la empresa, pudiendo ocurrir que la capacidad de generación de ingresos del impuesto sea insuficiente para eliminar totalmente la distorsión que introduce el coeficiente legal de caja.

El artículo consta de cuatro secciones. En la sección 2 se describe el modelo básico. En la sección 3 se caracteriza el tipo de interés óptimo de los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja bajo los esquemas de financiación antes citados. Finalmente, la sección 4 resume las conclusiones.

2 Modelo

Antes de pasar a describir el comportamiento optimizador de cada uno de los miembros que componen la familia representativa, se describe la secuencia de apertura y cierre de los diferentes mercados, así como las transacciones que se llevan a cabo en cada uno de ellos.

Al principio del período t, el gobierno determina la intensidad del coeficiente legal de caja y el tipo al que remunera los depósitos sujetos al citado coeficiente. Si dicho tipo es positivo, además, elige los tipos impositivos que permiten la financiación del gasto extra que ello genera (impuesto sobre la renta salarial, beneficios empresariales e intereses del ahorro del agente). El consumidor posee todo el dinero existente en la economía en ese momento.

En la primera sesión abren los mercados financieros. El consumidor divide su dinero en dos partes; la primera la mantiene para comprar el bien cuando abra luego el mercado de éste, la segunda la utiliza para demandar depósitos que emite el intermediario financiero. La empresa demanda préstamos para financiar los salarios. El intermediario financiero emite depósitos, concede un préstamo a la empresa y demanda efectivo para satisfacer el coeficiente legal de caja.

Cuando los mercados financieros han cerrado, abren los mercados reales. En primer lugar, lo hace el mercado de trabajo. El consumidor ofrece trabajo y recibe el salario correspondiente neto de impuestos. La empresa demanda trabajo y produce el único bien de la economía. Posteriormente, abre el mercado del bien. El consumidor demanda el bien de consumo. La empresa vende el bien producido y lleva a cabo la inversión.

Por último, al final del período t, cuando todos los mercados han cerrado, la empresa amortiza el préstamo y paga los intereses correspondientes. El intermediario financiero le entrega al consumidor los intereses y el principal de los depósitos. Asimismo, recibe los intereses por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja. El consumidor recibe los dividendos que reparten tanto el intermediario financiero como la empresa, porque ambos son de su propiedad. Nótese que el gobierno recauda el impuesto que grava las rentas del trabajo mientras el mercado de trabajo está abierto, sin embargo tiene que esperar a que todos los mercados hayan cerrado para recaudar los impuestos que gravan tanto los beneficios de la empresa, como los intereses que recibe el consumidor por su ahorro.

Consumidor

En el período t, el consumidor adquiere c_t unidades del único bien de la economía. Tiene una dotación de tiempo que, para simplificar, se considera igual a la unidad. Destina parte de su tiempo a trabajar (n_t^s) y el resto lo dedica a ocio $(h_t = 1 - n_t^s)$. La función de utilidad depende del consumo y del ocio de la forma habitual:

$$U(c_t, h_t) = \frac{(c_t^{1-\gamma} h_t^{\gamma})^{\psi} - 1}{\psi}, \qquad \psi \neq 0. \tag{1}$$

El consumidor necesita dinero en efectivo para adquirir el bien de consumo, cuyo precio unitario es p_t. La restricción de cash-in-advance a la que se enfrenta es:

$$p_t c_t \leq m_t^c + (1 - \tau_t^{\omega}) \omega_t n_t^s \tag{2}$$

siendo m_t^c las unidades monetarias que demanda el consumidor cuando abre el mercado de dinero en el período t, ω_t el salario nominal en t, y τ_t^{ω} el tipo impositivo que grava las rentas del trabajo.

Al comienzo del período t, el consumidor posee todo el dinero existente en la economía en ese momento $(\bar{M})$, que procede de las actividades que realizó en el período anterior:[1]

$$\begin{aligned} \bar{M} \;\; = \;\; & \left[v_{t-1}^e + v_{t-1}^i + \left(1 + (1 - \tau_{t-1}^d)\left(R_{t-1}^d - 1\right)\right) d_{t-1}^d \right] \\ & + \left[m_{t-1}^c + (1 - \tau_{t-1}^{\omega}) \omega_{t-1} n_{t-1}^s - p_{t-1} c_{t-1} \right], \end{aligned} \tag{3}$$

donde v_{t-1}^i y v_{t-1}^e son los dividendos que reparten el intermediario financiero y la empresa, respectivamente, en $t-1$. d_{t-1}^d denota los depósitos realizados por el consumidor en el intermediario financiero en el período $t-1$. Este activo vence al final de dicho período, siendo su interés bruto nominal R_{t-1}^d. τ_{t-1}^d es el tipo impositivo que grava los intereses de los depósitos que percibe el consumidor en $t-1$. Por último, éste dispone de las unidades monetarias que demandó en el período $t-1$ y que no utilizó.

[1] Como es habitual en los trabajos que analizan la optimalidad de pagar intereses por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja, se supone que la cantidad de dinero permanece constante a lo largo del tiempo. Por tanto, el coeficiente legal de caja no es instrumento utilizado por el gobierno para generar ingresos por señoreaje. Tampoco influye en el multiplicador monetario porque, como se verá, el intermediario financiero modelizado no crea dinero bancario. En consecuencia, el coeficiente legal de caja no cumple ninguna función en esta economía, pero sí introduce distorsiones, por lo que claramente su utilización es subóptima. En este contexto, remunerar los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja cumple la función de paliar la ineficiencia introducida por la citada regulación.

El consumidor reserva una parte de las $\bar{M}$ unidades monetarias para adquirir el bien de consumo (m_t^c), ahorrando el resto (d_t^d):

$$\bar{M} = m_t^c + d_t^d. \tag{4}$$

Por tanto, al comienzo de cada período t, el consumidor resuelve el problema determinista de optimización:

$$\underset{\{c_t, n_t^s, d_t^d, m_t^c\}}{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, 1 - n_t^s)$$

sujeto a:

$$\begin{array}{rcl} p_t c_t & \leq & m_t^c + (1 - \tau_t^\omega)\omega_t n_t^s \\ m_t^c + d_t^d & = & \left[v_{t-1}^e + v_{t-1}^i + \left(1 + (1 - \tau_{t-1}^d)\left(R_{t-1}^d - 1\right)\right) d_{t-1}^d\right] \\ & & + \left[m_{t-1}^c + (1 - \tau_{t-1}^\omega)\omega_{t-1} n_{t-1}^s - p_{t-1} c_{t-1}\right] \\ d_t^d & \geq & 0, \quad c_t \geq 0, \quad m_t^c \geq 0, \quad n_t^s \geq 0, \end{array}$$

dada la condición inicial $\bar{M}$. El consumidor es precioaceptante. La segunda restricción se obtiene al combinar las ecuaciones (3) y (4).

Las condiciones de primer orden una vez eliminados los multiplicadores de Lagrange son:

$$(1 - \tau_t^\omega)\frac{\omega_t}{p_t} = \frac{U_{1-n,t}}{U_{c,t}} \tag{5}$$

$$R_t^d = \left(\frac{U_{c,t}}{\beta U_{c,t+1}}\left(1 + \pi_{t+1}\right) - 1\right)\frac{1}{(1 - \tau_t^d)} + 1 \tag{6}$$

donde $U_{j,t},\ \ j = c, 1 - n$ son las utilidades marginales del consumo y el ocio, respectivamente. La tasa de inflación en el período $t + 1$ es igual a $\pi_{t+1} = \frac{p_{t+1}}{p_t} - 1$.

Las ecuaciones (5) y (6) son las funciones que definen la oferta de trabajo del consumidor, y el tipo de interés mínimo para el cual está dispuesto a demandar depósitos, respectivamente, cuando el consumidor tributa tanto por las rentas salariales como por los intereses de los depósitos.

Resumiendo, las ecuaciones (5) y (6), junto con las dos restricciones del problema de optimización, constituyen un sistema de cuatro ecuaciones que permite resolver las cuatro variables de decisión del consumidor (c_t, n_t^s, d_t^d, m_t^c) en función de los precios y de las variables de estado. En equilibrio, la ecuación (2) se verifica con igualdad si $R_t^d > 1$.

Productor

Al principio del período t, la empresa dispone de las k_t unidades de capital productivo existentes en la economía en ese momento. Utiliza éstas, junto al trabajo n_t^d, para producir el único bien de la economía y_t. Se endeuda para remunerar al factor trabajo, siendo l_t^s la cuantía del empréstito en el período t y R_t^l la rentabilidad nominal que paga por dichos fondos en t :

$$l_t^s = \omega_t n_t^d. \tag{7}$$

La función $F(.)$ representa la cantidad de bien producida en cada período t:

$$F(k_t, n_t^d) = y_t = k_t^\alpha \left(n_t^d\right)^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0,1).$$

El problema determinista que resuelve la empresa es:

$$\underset{\{k_{t+1}, n_t^d\}}{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{t+1} \frac{U_{c,t+1}}{p_{t+1}} (1-\tau_t^v) \left[p_t F(k_t, n_t^d) - R_t^l \omega_t n_t^d - p_t \left(k_{t+1} - (1-\delta)k_t\right)\right],$$

con $n_t^d \geq 0$, $k_{t+1} \geq 0$ y dado k_0. La empresa, que es propiedad del consumidor, reparte dividendos cuando el mercado del bien ya ha cerrado. Por tanto, el consumidor tiene que esperar al período siguiente para poder gastarse en el bien de consumo dicho flujo de renta. Por este motivo, los beneficios de la empresa en el período t se descuentan por $\beta^{t+1} \frac{U_{c,t+1}}{p_{t+1}}$.[2] La empresa paga un impuesto proporcional sobre sus beneficios: τ_t^v.

Las condiciones de primer orden son:

$$R_t^l \frac{\omega_t}{p_t} = F_{n,t} \quad , \tag{8}$$

$$\beta \frac{U_{c,t+2}}{p_{t+2}} p_{t+1} (1-\tau_{t+1}^v) \left[F_{k,t+1} + (1-\delta)\right] = \frac{U_{c,t+1}}{p_{t+1}} p_t \ (1-\tau_t^v), \tag{9}$$

donde $F_{n,t}$ y $F_{k,t}$ denotan la productividad marginal en el período t del trabajo y del capital, respectivamente. La ecuación (8) recoge la función que define la demanda de trabajo. Indica que cuanto mayor es el tipo de interés nominal de los préstamos mayor es el coste total que soporta la empresa por alquilar una unidad de trabajo y, por tanto, menor es la cantidad de trabajo que contrata. La ecuación (9) es la función que define la demanda de capital productivo.

Por tanto, la empresa elige la demanda de empleo (n_t^d), de capital (k_{t+1}) y el volumen de endeudamiento (l_t^s) que resuelve el sistema de ecuaciones formado por (7), (8) y (9). El sistema está perfectamente identificado, puesto que la empresa toma como dados los precios y los tipos de interés nominales.

[2] Esta forma de descontar los beneficios de la empresa es habitual en los modelos de participación limitada (Christiano (1991) y Christiano y Eichenbaum (1995), entre otros). Además, es la forma adecuada de hacerlo para que la solución descentralizada (que es la presentada en estas páginas) coincida con la solución centralizada del modelo que es aquella en la que se plantea un único problema de optimización para la familia representativa en su conjunto; Lucas (1990) y Fuerst (1992), entre otros, son ejemplos de esta segunda forma de plantear el problema.

Intermediario financiero

El intermediario financiero es una empresa cuya única actividad consiste en tomar prestado d_t^s del consumidor, que tiene un exceso de fondos, y prestar l_t^d a la empresa que tiene una carencia de los mismos. Actúa en régimen de competencia perfecta. Por tanto, en equilibrio obtiene beneficios nulos. Además, no incurre en costes por llevar a cabo la intermediación de fondos. Por último, dispone de la misma información que la empresa relativa a la viabilidad de los proyectos de inversión de ésta y del estado de la tecnología. Este último supuesto garantiza que no existen imperfecciones en el mercado de capital en el sentido de que no hay razones para que se produzca racionamiento de crédito.

En cada período t, el intermediario financiero debe satisfacer un requisito legal: está obligado a mantener m_t^i activos líquidos que, como mínimo, han de ser una proporción ϕ de sus depósitos. El problema de optimización estático que resuelve el intermediario financiero es:

$$\underset{\{d_t^s\}}{Max} \left[R_t^l l_t^d + (1+\xi_t)m_t^i - R_t^d d_t^s\right]$$

sujeto a:

$$m_t^i \geq \phi d_t^s,$$

$$d_t^s \geq l_t^d + m_t^i,$$

con $d_t^s \geq 0$, $m_t^i \geq 0$, $l_t^d \geq 0$, donde $\xi_t \geq 0$ es el tipo de interés que paga el gobierno por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja.

Una vez eliminados los multiplicadores de Lagrange, la solución del problema anterior está caracterizada por las restricciones legal y de caja, junto con:

$$R_t^d = \phi(1+\xi_t) + (1-\phi)R_t^l, \tag{10}$$

Si $R_t^l > 1+\xi_t$ el efectivo es un activo dominado en rentabilidad por los préstamos, por lo que la restricción legal se verifica con igualdad. La ecuación (10) indica que, en equilibrio, el tipo de interés nominal de los depósitos es una media ponderada de la rentabilidad de los activos que componen la cartera del intermediario financiero. Por último, obsérvese que si los activos líquidos son remunerados al tipo de interés de los préstamos, las tres rentabilidades coinciden ($R_t^d = R_t^l = 1+\xi_t$). No es posible que $R_t^l < 1+\xi_t$ pues, en este caso, el intermediario financiero no concedería ningún préstamo a la empresa, pues sería un activo dominado en rentabilidad, lo que generaría que la empresa no contratara trabajo y, por tanto, no produjese nada del único bien existente en la economía.

Gobierno

El gobierno utiliza los impuestos que gravan las rentas del trabajo, los intereses de los depósitos y los beneficios de la empresa para financiar los intereses por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja:

$$\xi_t m_t^i = \tau_t^\omega \omega_t n_t^s + \tau_t^d (R_t^d - 1) d_t^d + \tau_t^v v_t^e. \tag{11}$$

Equilibrio competitivo

Un **equilibrio competitivo** es el conjunto de funciones definidas sobre (0,∞): $\{c_t, n_t, d_t, k_{t+1}, l_t, m_t^i, m_t^c\}$ tales que, dadas un conjunto de condiciones iniciales: $\bar{M} > 0$ y $k_0 < 0$, verifican que:

1) dados $p_t, R_t^d, \omega_t, v_t^e, v_t^i, \tau_t^\omega, \tau_t^d, \tau_t^v$ y la condición inicial $\bar{M}$, entonces el vector de funciones $\{c_t, n_t, d_t, m_t^c\}$ resuelve el problema de maximización de la utilidad del consumidor.

2) dados p_t, R_t^l, ω_t y la condición inicial k_0, entonces las funciones:$\{n_t, k_{t+1}, l_t\}$ resuelven el problema de maximización de la empresa.

3) dados R_t^d y R_t^l entonces las funciones $\{d_t, l_t, m_t^i\}$ resuelven el problema del intermediario financiero.

4) Mercado de trabajo: $n_t^s = n_t^d = n_t$, para todo t.

5) Mercado de préstamos: $l_t^s = l_t^d = l_t$, para todo t.

6) Mercado de dinero: $\bar{M} = m_t^c + l_t + m_t^i$, para todo t.

7) Mercado de depósitos: $d_t^s = d_t^d = d_t$, para todo t.

8) La restricción presupuestaria del Gobierno.

Por tanto, las ecuaciones que caracterizan el equilibrio general dinámico de esta economía son: (5), (6), (8), (9) a (11), junto con: i) las restricciones de cada uno de los problemas de optimización propuestos y ii) las condiciones de equilibrio de los mercados de trabajo, dinero, préstamos y depósitos. Por la ley de Walras, lo anteriormente expuesto garantiza que el mercado de bienes está en equilibrio:

$$y_t = c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t. \tag{12}$$

3 Análisis bajo distintas estructuras impositivas

En esta sección se calcula la rentabilidad óptima de los activos líquidos en manos del intermediario financiero en tres escenarios que se diferencian entre sí en el impuesto concreto utilizado por el gobierno para financiar dicho gasto. En cada caso, el gobierno sólo dispone de uno de los impuestos de la siguiente cesta: aquellos que gravan las rentas del trabajo (τ^ω), los intereses de los depósitos (τ^d) y los beneficios empresariales (τ^v).

Se define el tipo de interés óptimo (ξ^{opt}) de los depósitos sujetos al coeficiente de caja como aquél que maximiza la utilidad U^* de estado estacionario de la familia representativa.

3.1 Impuesto sobre renta salarial

A continuación se analiza que implicaciones tiene en términos de la utilidad de estado estacionario que el gobierno sólo utilice el impuesto que grava las rentas del trabajo para financiar los intereses de los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja; por tanto, $\tau_t^d = \tau_t^v = 0$. La primera de las proposiciones recoge el rango factible de ξ.

Proposición 1: *Si $\phi < \beta$, $\forall \xi \in \left[0, \beta^{-1} - 1\right]$ se verifica que $\tau^{\omega *} \in [0, 1)$. Si $\phi \geq \beta$,* $\tau^{\omega *} \in [0, 1)$ si y sólo si $\xi \in \left[0, \phi^{-1} - 1\right]$.
Demostración: ver apéndice. ■

Por tanto, dado que el tipo de interés de los préstamos en el estado estacionario es: $R^{l*} = [1/\beta - \phi(1+\xi)](1-\phi)^{-1}$, sólo si $\phi < \beta$ es factible pagar el tipo de interés $\xi = 1/\beta - 1$ por los activos de caja, lo cual elimina completamente la distorsión que introduce el coeficiente legal de caja.

Proposición 2: *Sea* $A = \left[\frac{\beta^{-1} - (1-\delta)}{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$. $\frac{\partial U^*}{\partial \xi} < 0$ *si y sólo si:*

$$\xi < \frac{(1 - \delta A^{1-\alpha}) \frac{1}{\beta} - (1-\alpha)}{[(1 - \delta A^{1-\alpha}) - (1-\alpha)]\,\phi} - 1 \tag{13}$$

Demostración: ver apéndice. ■

Proposición 3: *$\forall \xi$ factible verifica (13).*
Demostración: Ver apéndice. ■

Corolario 1: $\frac{\partial U^*}{\partial \xi} < 0$, $\forall \xi$ *factible.* ■
Por tanto, no es óptimo que el gobierno financie los intereses que paga por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja con un impuesto que grava las rentas salariales ($\xi^{opt} = 0$).

Cuando el gobierno financia los intereses de los activos líquidos en manos del intermediario financiero mediante un impuesto que grava las rentas del trabajo, se producen dos efectos de signo contrario sobre el mercado de trabajo. Por una parte, la oferta de trabajo se contrae debido a que el impuesto reduce el salario real neto de impuestos. Por otra parte, la demanda de trabajo aumenta debido a que este factor es ahora más barato. Dado que la rentabilidad de los depósitos ($R^{d*} = \beta^{-1}$) es independiente de los instrumentos de política económica, cualquier cambio en éstos repercute íntegramente en el tipo de interés de los préstamos. En concreto, un aumento en el tipo de interés de los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja ξ reduce $R^{l*} = [1/\beta - \phi(1+\xi)](1-\phi)^{-1}$. Dado que la empresa pide prestado para pagar los salarios, la reducción del tipo de interés de los préstamos estimula la demanda de trabajo.

De los dos efectos señalados prima la contracción de la oferta de trabajo sobre la expansión de la demanda. Por tanto, que el gobierno financie los intereses de los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja mediante un impuesto que grava las rentas del trabajo, reduce el nivel de empleo de estado estacionario. El stock de capital disminuye porque ambos factores productivos (trabajo y capital) son complementarios. El nivel de producción cae pues la empresa utiliza una menor cantidad de ambos factores productivos. El consumo de estado estacionario disminuye con ξ; puesto que el ocio aumenta, esa es la única explicación de la caída en la utilidad de estado estacionario en respuesta al aumento en el tipo de interés que el gobierno paga por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja.

3.2 Impuesto sobre los intereses del ahorro

Es irrelevante que el gobierno financie los intereses que paga por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja exclusivamente mediante un impuesto que grava el rendimiento de los depósitos, ya que la siguiente proposición ilustra que el nivel de utilidad no se ve afectado por un cambio en ξ.

Proposición 4: $\forall \xi \in \left[0, \frac{1/\beta - 1}{1-\phi}\right]$, $\frac{\partial U^*}{\partial \xi} = 0$ y $\tau^{d*} \in [0,1)$.

Demostración: Ver apéndice. ■

En este caso, tanto el tipo de interés al que el gobierno remunera los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja, como el tipo impositivo que grava el rendimiento de los depósitos influyen sobre la rentabilidad de los préstamos de estado estacionario. Además, ambos efectos son de igual magnitud pero de signo contrario. En consecuencia, la demanda de trabajo y, por tanto, el resto de las variables de la economía no se ven influidas por la política del gobierno. En un modelo distinto al presentado en este trabajo, Freeman y Haslag (1996) obtienen un resultado similar al de la proposición 2.

3.3 Impuesto sobre los beneficios

Por último, se analiza cómo influye sobre el nivel de utilidad de estado estacionario pagar intereses por los activos de caja cuando se financian mediante un impuesto que grava los beneficios que obtiene la empresa que produce el único bien de la economía.

Proposición 5: *Si* $\phi < \frac{\alpha}{1-\beta(1-\delta)(1-\alpha)}$, $\forall \xi \in [0, 1/\beta - 1]$ *se verifica que* $\tau^{d*} \in [0,1)$. *En caso contrario,* $\tau^{d*} \in [0,1)$ *si y sólo si* $0 < \xi < \bar{\xi} = \frac{\left(\frac{1}{\beta} - \phi\right)\alpha\left(\frac{1}{\beta} - 1\right)}{\phi\left(\beta^{-1} - (1-\delta) - \alpha\delta\right)}$.

Demostración: ver apéndice. ■

Por tanto, dado que el tipo de interés de los préstamos en el estado estacionario es: $R^{l*} = [1/\beta - \phi(1+\xi)]\,(1-\phi)^{-1}$, sólo si $\phi < \frac{\alpha}{1-\beta(1-\delta)(1-\alpha)}$ es factible elimina completamente la distorsión que introduce el coeficiente legal de caja pagando intereses por los depósitos sujetos al mismo. Si los parámetros estructurales fueran, por ejemplo, $\alpha = 0.35$, $\beta = 1.03^{-0.25}$, $\delta = 0.02$, los cuales son habitualmente utilizados en la literatura RBC, esto ocurriría siempre que $\phi < 0.81$. Por lo que podríamos decir que, en general, en las economías occidentales siempre va a ser factible pagar el interés de mercado por los activos de caja si se financia mediante un impuesto que grava los beneficios empresariales.

Proposición 6: *Sea* $A = \left[\frac{\beta^{-1} - (1-\delta)}{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha - 1}}$. $\forall \xi$ *factible* $\frac{\partial U^*}{\partial \xi} > 0$ *si y sólo si:*

$$\xi < \frac{1}{\beta\phi} - \frac{(1-\alpha)(1-\phi)}{(1-\delta A^{1-\alpha})\,\phi} - 1. \tag{14}$$

Demostración: ver apéndice. ■

Proposición 7: $\forall \xi$ *factible verifica (14).*

Demostración: ver apéndice. ■

Corolario 2: $\frac{\partial U^*}{\partial \xi} > 0$, $\forall \xi$ *factible.* ■

Por tanto, en una economía en la que el gobierno financia los intereses de los activos de caja con un impuesto que grava los beneficios empresariales, el tipo de interés óptimo (ξ^{opt}) es positivo. En concreto, $\xi^{opt} = \beta^{-1} - 1$ siempre y cuando el tipo impositivo asociado no exceda del 100%. En caso contrario, ξ^{opt} es el máximo tipo factible, el cual se corresponde con $\tau^{v} \simeq 1$.

Como sucedía en los análisis previos, el tipo de interés de los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja estimula la demanda de trabajo de estado estacionario, puesto que presiona a la baja el tipo de interés de los préstamos. Sin embargo, el incremento en el tipo impositivo que grava los beneficios de la empresa no distorsiona, en el estado estacionario, ninguna de las reglas de decisión de los agentes privados. Por tanto, esta situación tiene ciertas características comunes con una economía en la que el gobierno dispone de un impuesto de suma fija para financiar $\xi > 0$. No obstante, la diferencia entre ambas situaciones es muy importante. Consiste en que el impuesto que grava los beneficios no permite financiar cualquier tipo de interés de los activos líquidos en manos de los intermediarios financieros. El factor de descuento intertemporal del consumidor (β), la participación de las rentas del capital en la renta total (α), la tasa de depreciación del capital (δ) y el coeficiente legal de caja (ϕ), conjuntamente, determinan la capacidad de recaudación del impuesto que grava los dividendos.

Resumiendo, en esta sección se ha mostrado que, cuando se utiliza impuestos distorsionantes para financiar los intereses por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja puede ser que no sea factible pagar el tipo de interés de mercado. Además, en términos de la utilidad de estado estacionario, la optimalidad o no de pagar intereses por los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja depende del mecanismo de financiación disponible.

4 Conclusiones

En la literatura se ha mostrado que puede no ser óptimo pagar intereses por los activos de caja debido a los efectos redistributivos que la medida genera. En estas páginas se muestra que, al margen estos efectos, puede no ser óptimo remunerar los activos líquidos en manos de los intermediarios financieros cuando el gobierno no dispone de un impuesto de suma fija para financiarlos.

En un modelo de equilibrio general de agente representativo similar al utilizado en otros trabajos para analizar los efectos económicos de la política monetaria, se supone que el gobierno puede obtener los ingresos necesarios para remunerar los depósitos sujetos al coeficiente legal de caja mediante tres impuestos diferentes: impuesto sobre las rentas salariales, sobre los intereses del ahorro de las familias y sobre los beneficios empresariales.

La contribución de este trabajo es mostrar que el tipo óptimo de interés a pagar por los activos de caja es diferente para cada uno de los posibles impuestos. Así, con el impuesto que grava las rentas del trabajo el tipo de interés ξ óptimo es cero, mientras que con el impuesto que grava los intereses del ahorro privado es óptimo cualquier tipo de interés no superior al que recibe el consumidor, neto de impuestos, por el citado ahorro. Por último, con el impuesto que grava los beneficios, el tipo de interés óptimo es único y positivo, aunque no siempre su utilización eliminará completamente las distorsiones introducidas por el coeficiente legal de caja; que esto suceda depende del valor del citado coeficiente y de algunos parámetros estructurales. Es decir, el gobierno debe pagar el tipo de interés que recibe el consumidor por su ahorro o, en su defecto, el tipo de interés asociado a gravar completamente (100%) la base imponible del impuesto (es decir, la renta salarial o los dividendos). En el primer caso, pagar intereses por los activos líquidos en manos del intermediario financiero elimina completamente la ineficiencia que introduce el coeficiente legal de caja en la economía, mientras que en el segundo caso tan sólo la elimina parcialmente.

References

[1] Chari, V.V., Larry E. Jones y Rodolfo E. Manuelli (1995): "The growth effects of monetary policy". Federal Reserve Bank of Minneapolis *Quaterly Review* 19, nº4, 18-32.

[2] Christiano, Lawrence J. (1991): "Modelling the liquidity effect of a money shock". *Quaterly Review* Federal Reserve Bank of Minneapolis, 15, 1-34.

[3] Christiano, Lawrence J. y Martin Eichenbaum (1995): "Liquidity effects, monetary policy and the business cycle". *Journal of Money, Credit and Banking,* 27, 4, part 1, 1113-1136.

[4] Fuerst, Timothy (1992): Liquidity, loanable funds, and real activity". *Journal of Monetary Economics,* 29, 3-24.

[5] Freeman, Scott y Joseph Haslag (1996): "On the optimality of interest-bearing reserves in economies of overlapping generations". *Economic Theory*, 7, 557-565.

[6] Goodfriend, Marvin (2001): "Interest on reserves and monetary policy". *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review (*forthcoming).

[7] Haslag, Joseph H (1998): "Monetary policy, banking and growth" *Economic Inquiry* 36, 3, 489-500.

[8] Friedman, Milton (1960): *A program for monetary stability.* New York: Fordham University Press.

[9] Lucas, Robert E. (1990): "Liquidity and interest rates". *Journal of Economic Theory*, 50, págs 237-264.

[10] Roubini, Nouriel y Xavier Sala-i-Martin (1995): "A growth model of inflation, tax evasion and financial repression". *Journal of Monetary Economics,* 35, 275-301.

[11] Smith, Bruce D. (1991): "Interest on reserves and sunspot equilibria: Friedman's proposal reconsidered". *Review of Economic Studies*, 58, 93-105.

Apéndice

El estado estacionario del modelo descrito en la sección 2 está definido por las ecuaciones:

$$(1-\tau^{\omega})\left(\frac{\omega}{p}\right)^{*}=\frac{\gamma c^{*}}{(1-\gamma)(1-n^{*})} \tag{a.1}$$

$$R^{d*}=(\beta^{-1}-1)(1-\tau^{d})^{-1}+1 \tag{a.2}$$

$$R^{l*}\left(\frac{\omega}{p}\right)^{*}=(1-\alpha)\left[\left(\frac{k}{n}\right)^{*}\right]^{\alpha} \tag{a.3}$$

$$\beta\left[\alpha\left[\left(\frac{k}{n}\right)^{*}\right]^{\alpha-1}+(1-\delta)\right]=1 \tag{a.4}$$

$$R^{d*}=\phi(1+\xi)+(1-\phi)R^{l*} \tag{a.5}$$

$$m^{i*}=\phi d^{*} \tag{a.6}$$

$$d^{*}=l^{*}+m^{i*} \tag{a.7}$$

$$\frac{l^{*}}{p^{*}}=\left(\frac{\omega}{p}\right)^{*}n^{*} \tag{a.8}$$

$$\xi\left(\frac{m^{i}}{p}\right)^{*}=(\tau^{\omega})^{*}\left(\frac{\omega}{p}\right)^{*}n^{*}+\tau^{d}(R^{d*}-1)\left(\frac{d}{p}\right)^{*}+\tau^{v}\left(\frac{v^{e}}{p}\right)^{*} \tag{a.9}$$

$$\bar{M}=m^{c*}+l^{*}+m^{i*} \tag{a.10}$$

$$(k^{*})^{\alpha}(n^{*})^{1-\alpha}=c^{*}+\delta k^{*} \tag{a.11}$$

donde el asterisco denota que se trata del valor de la variable en estado estacionario. La expresión (a.1) se corresponde con (5) y la (a.2) con (6) -nótese que la tasa de inflación es nula ya que no existe ni crecimiento exógeno en el estado de la tecnología ni crecimiento de la oferta monetaria-. Las ecuaciones (a.3) y (a.4) se corresponden con (8) y (9), respectivamente. Las ecuaciones (a.5)-(a.7) se corresponden con (10), la restricción legal y la restricción de recursos del intermediario financiero, respectivamente. La ecuación (a.8) define la demanda de préstamos en estado estacionario, siendo la ecuación (a.9) la restricción presupuestaria del gobierno. Las ecuaciones (a.10) y (a.11) definen el equilibrio de los mercados de dinero y bien, respectivamente.

Demostración de la proposición 1

Cuando $\tau^d = 0$, de (a.2) se deduce: $R^{d*} = \beta^{-1}$ que, sustituido en (a.5) da lugar a:

$$R^{l*} = \left[\beta^{-1} - \phi(1+\xi)\right](1-\phi)^{-1}. \tag{a.12}$$

Para que el intermediario financiero realice préstamos es necesario que éstos no estén dominados en rentabilidad por los activos de caja; por tanto, $R^{l*} \geq 1+\xi$, de donde se deduce que $\xi \leq \beta^{-1} - 1$. Si $\xi = \beta^{-1} - 1$ se verifica que $\left(R^d\right)^* = \left(R^l\right)^* = 1+\xi$, por lo que el coeficiente legal de caja no introduce ninguna distorsión en la economía.

La ecuación (a.9), cuando $\tau^d = \tau^v = 0$, es análoga a:

$$\xi \left(\frac{m^i}{p}\right)^* = (\tau^\omega)^* \left(\frac{\omega}{p}\right)^* n^*. \tag{a.13}$$

Además, de (a.6)-(a.7) se deduce que:

$$\left(\frac{m^i}{p}\right)^* = \frac{\phi}{1-\phi}\left(\frac{l}{p}\right)^*,$$

que sustituido en (a.13), junto con (a.8), implica que:

$$(\tau^\omega)^* = \frac{\phi}{1-\phi}\xi. \tag{a.14}$$

Si $\xi = \beta^{-1} - 1$, $(\tau^\omega)^* = \frac{\phi}{1-\phi}\left(\beta^{-1} - 1\right) < 1$ si y sólo si $\phi < \beta$. En este caso, dado que $\frac{\partial(\tau^\omega)^*}{\partial\xi} > 0$, $(\tau^\omega)^* < 1$ para $\xi < \beta^{-1} - 1$.

Si $\phi \geq \beta$, $(\tau^\omega)^* = \frac{\phi}{1-\phi}\xi < 1$ si y sólo si $\xi < \phi^{-1} - 1 \leq \beta^{-1} - 1$.■

Demostración de la proposición 2.

De (a.4) se deduce que: $\left(\frac{k}{n}\right)^* = A = \left(\frac{\alpha}{\beta^{-1}-(1-\delta)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$. Combinando (a.1), (a.3) y (a.11) se obtiene, bajo el supuesto $\tau^d = \tau^v = 0$:

$$n^* = \left[\frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{(1-\delta A^{1-\alpha})}{(1-\alpha)} \frac{R^{l*}}{(1-\tau^{\omega *})} + 1 \right]^{-1} \tag{a.15}$$

$$c^* = \left(1-\delta A^{1-\alpha}\right) A^{\alpha} \left[\frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{(1-\delta A^{1-\alpha})}{(1-\alpha)} \frac{R^{l*}}{(1-\tau^{\omega *})} + 1 \right]^{-1} \tag{a.16}$$

donde R^{l*} y $\tau^{\omega *}$ ya se calcularon en la demostración anterior [ecuaciones (a.12) y (a.14)].

Se define el nivel de utilidad de estado estacionario en función de ξ como $U^*(\xi) = U(c^*, 1-n^*)$. Diferenciando la expresión de la utilidad de estado estacionario, se deduce que:

$$\frac{\partial U^*}{\partial \xi} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial c^*/\partial \xi}{\partial n^*/\partial \xi} > \frac{U^*_{1-n}}{U^*_c}, \tag{a.17}$$

pues $\frac{\partial n^*}{\partial \xi} < 0$.[3]

Por otra parte, obsérvese que, a partir de las ecuaciones (a.15) y (a.16), se obtiene:

$$\frac{\partial c^*/\partial \xi}{\partial n^*/\partial \xi} = A^{\alpha}\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right). \tag{a.18}$$

Además, a partir de la función de utilidad descrita en (1), se deduce:

$$\frac{U^*_{1-n}}{U^*_c} = \frac{\gamma c^*}{(1-\gamma)(1-n^*)}. \tag{a.19}$$

Sustituyendo las ecuaciones (a.18)-(a.19) en (a.17) y, posteriormente utilizando los valores de estado estacionario del consumo y el empleo ((a.15) y (a.16)), se obtiene:

$$1-\delta A^{1-\alpha} > (1-\alpha)\,\frac{1-\phi(1+\xi)}{\beta^{-1}-\phi(1+\xi)}. \tag{a.20}$$

De donde se deduce que:

[3] De (a.12) y (a.14) se deduce que:

$$\frac{R^{l*}}{1-\tau^{\omega *}} = \frac{\beta^{-1}-\phi\,(1+\xi)}{1-\phi\,(1+\xi)} \Rightarrow \frac{\partial\left(R^{l*}/(1-\tau^{\omega *})\right)}{\partial \xi} = \frac{\beta^{-1}-1}{\left(1-\phi\,(1+\xi)\right)^2} > 0.$$

Diferenciando (a.15) y teniendo en cuenta el resultado anterior, se obtiene que: $\frac{\partial n^*}{\partial \xi} < 0$.

$$\xi < \frac{\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)\frac{1}{\beta}-(1-\alpha)}{\phi\left[\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)-(1-\alpha)\right]}-1,$$

dado que $(1-\delta A^{1-\alpha})-(1-\alpha)=\frac{\alpha\left(\beta^{-1}-1\right)}{\beta^{-1}-(1-\delta)}>0$ donde se ha sustituido A por su valor. Luego la desigualdad anterior es una condición necesaria y suficiente para que el nivel de utilidad de estado estacionario dependa negativamente de ξ.■

Demostración de la proposición 3.

Cuando se sustituye $\xi=\beta^{-1}-1$ en (13) y se hacen operaciones se tiene:

$$\frac{\phi}{\beta}\left[\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)-(1-\alpha)\right]<\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)\frac{1}{\beta}-(1-\alpha)\Leftrightarrow\phi<\frac{\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)-\beta(1-\alpha)}{\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)-(1-\alpha)}=\bar{\phi},$$

dado que, como ya se mostró en la demostración de la proposición 2: $(1-\delta A^{1-\alpha})-(1-\alpha)=\frac{\alpha\left(\beta^{-1}-1\right)}{\beta^{-1}-(1-\delta)}>0$.

Por definición $\phi<1$, y puesto que $1<\bar{\phi}=\frac{\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)-\beta(1-\alpha)}{\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)-(1-\alpha)}$ al ser $\beta\in(0,1)$, se verifica que $\phi<\bar{\phi}$. Luego, $\xi=\beta^{-1}-1$ satisface (13). Obviamente, cualquier $\xi<\beta^{-1}-1$ también verifica la citada condición. ■

Demostración de la proposición 4.

Combinando las ecuaciones (a.6), (a.9) y (a.2), bajo el supuesto $\tau^{\omega}=\tau^{\upsilon}=0$, se obtiene:

$$\tau^{d*}=\frac{\beta\xi\phi}{1-\beta+\beta\xi\phi}, \tag{a.21}$$

por lo que $\tau^{d*}<1,\ \forall\xi$.

Sustituyendo (a.21) en (a.2):

$$R^{d*}=\frac{1}{\beta}+\phi\xi,$$

que sustituido en (a.5), da lugar a:

$$R^{l*}=\frac{\beta^{-1}-\phi}{1-\phi}. \tag{a.22}$$

Para que el intermediario financiero realice préstamos es necesario que éstos no estén dominados en rentabilidad por los activos de caja; por tanto, $R^{l*}\geq 1+\xi$, de donde se deduce que: $\xi\leq\frac{\beta^{-1}-1}{1-\phi}$.

De (a.4) se deduce que $\left(\frac{k}{n}\right)^* = A = \left(\frac{\alpha}{\beta^{-1}-(1-\delta)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$. Combinando las ecuaciones (a.1), (a.3), (a.11), bajo el supuesto de que $\tau^\omega = \tau^v = 0$, se obtiene:

$$n^* = \left[\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{(1-\delta A^{1-\alpha})}{(1-\alpha)}R^{l*}+1\right]^{-1}, \tag{a.23}$$

$$c^* = \left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)A^\alpha\left[\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{(1-\delta A^{1-\alpha})}{(1-\alpha)}R^{l*}+1\right]^{-1}. \tag{a.24}$$

De (a.22) se deduce que $\frac{\partial R^{l*}}{\partial \xi} = 0$, por lo que $\frac{\partial n^*}{\partial \xi} = \frac{\partial c^*}{\partial \xi} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U^*}{\partial \xi} = 0$. ■

Demostración de la proposición 5.

De (a.2) y (a.5), bajo el supuesto $\tau^\omega = \tau^d = 0$, se obtiene que: $R^{d*} = \beta^{-1}$ y $R^{l*} = \left[\beta^{-1} - \phi(1+\xi)\right](1-\phi)^{-1}$. Préstamos no dominados en rentabilidad si y sólo si $1+\xi \leq R^{l*} \Leftrightarrow \xi \leq \beta^{-1} - 1$.

De (a.4): $A = \left(\frac{k}{n}\right)^* = \left(\frac{\alpha}{\beta^{-1}-(1-\delta)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$.

De (a.9):

$$\xi\left(\frac{m^i}{p}\right)^* = \tau^v\left(\frac{v^e}{p}\right)^*,$$

donde

$$\left(\frac{v^e}{p}\right)^* = (k^*)^\alpha(n^*)^{1-\alpha} - \left(R^l\right)^*\left(\frac{\omega}{p}\right)^* n^* + \delta k^* = \left[\alpha A^\alpha + \delta A\right]n^*,$$

donde se ha utilizado que $\left(\frac{k}{n}\right)^* = A$ y que $\left(R^l\right)^*\left(\frac{\omega}{p}\right)^* = (1-\alpha)A^\alpha$; esto último se desprende de (a.3).

Por otra parte, combinando (a.6)-(a.8) se obtiene:

$$\left(\frac{m^i}{p}\right)^* = \frac{\phi}{1-\phi}\left(\frac{\omega}{p}\right)^* n^*,$$

que es igual a $\frac{\phi}{1-\phi}\frac{(1-\alpha)A^\alpha}{\left(R^l\right)^*}n^*$ cuando se despeja $\left(\frac{\omega}{p}\right)^*$ de (a.3).

Por tanto,

$$\xi\left(\frac{m^i}{p}\right)^* = \tau^v\left(\frac{v^e}{p}\right) \Leftrightarrow \xi\frac{\phi}{1-\phi}\frac{(1-\alpha)A^\alpha}{\left(R^l\right)^*} = \tau^v\left[\alpha A^\alpha + \delta A\right],$$

de donde se deduce que:

$$\tau^{v*} = \frac{\phi\left(1-\alpha\right)\xi}{\left(\beta^{-1}-\phi\left(1+\xi\right)\right)\left(\alpha-\delta A^{1-\alpha}\right)}. \tag{a.25}$$

donde se ha sustituido $\left(R^{l}\right)^{*}$ por su valor de equilibrio.
Se verifica que $\tau^{v*} < 1$ si y sólo si:

$$\phi\left(1-\alpha\right)\xi < \left(\beta^{-1}-\phi\left(1+\xi\right)\right)\left(\alpha-\delta A^{1-\alpha}\right) \Leftrightarrow \xi < \frac{\left(\frac{1}{\beta}-\phi\right)\left(\alpha-\delta A^{1-\alpha}\right)}{\phi\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)}. \tag{a.26}$$

$\forall\xi \in [0, \beta^{-1}-1]$ la expresión anterior se verifica si lo hace para $\xi = \beta^{-1}-1$, lo cual sucede si y sólo si:

$$\begin{aligned}
\beta^{-1}-1 &< \frac{\left(\frac{1}{\beta}-\phi\right)\left(\alpha-\delta A^{1-\alpha}\right)}{\phi\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)} \Leftrightarrow \phi\left[\beta^{-1}-1+\alpha-\delta A^{1-\alpha}\beta^{-1}\right] < \beta^{-1}\left(\alpha-\delta A^{1-\alpha}\right) \\
&\Leftrightarrow \phi\left[\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)-\beta\left(1-\alpha\right)\right] < \alpha-\delta A^{1-\alpha} \Leftrightarrow \phi < \frac{\alpha-\delta\frac{\alpha}{\beta^{-1}-(1-\delta)}}{1-\delta\frac{\alpha}{\beta^{-1}-(1-\delta)}-\beta\left(1-\alpha\right)},
\end{aligned}$$

donde se ha sustituido A por su valor. La desigualdad anterior es análoga a:

$$\begin{aligned}
\phi &< \frac{\alpha\left(\beta^{-1}-1\right)}{\beta^{-1}-\left(1-\delta\right)-\alpha\delta-\left(1-\alpha\right)+\beta\left(1-\alpha\right)\left(1-\delta\right)} \\
&= \frac{\alpha\left(\beta^{-1}-1\right)}{\beta^{-1}-1-\left(1-\beta\right)\left(1-\alpha\right)\left(1-\delta\right)} = \frac{\alpha}{1-\beta\left(1-\alpha\right)\left(1-\delta\right)}.
\end{aligned} \tag{a.27}$$

Por tanto, es necesario que se verifique (15) para que $\tau^{v} < 1$ si $\xi \leq \beta^{-1}-1$. En consecuencia, si $\phi \geq \frac{\alpha}{1-\beta(1-\alpha)(1-\delta)}$, entonces ξ no puede exceder de $\bar{\xi} = \frac{\left(\frac{1}{\beta}-\phi\right)\alpha\left(\frac{1}{\beta}-1\right)}{\phi\left(\beta^{-1}-(1-\delta)-\alpha\delta\right)}$ que se obtiene sustituyendo el valor de A en (a.26).■

Demostración de la proposición 6.
Combinando las ecuaciones (a.1), (a.3) y (a.11) se obtiene:

$$n^{*} = \left[\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)}{\left(1-\alpha\right)}R^{l*}+1\right]^{-1} \tag{a.28}$$

$$c^{*} = A^{\alpha}\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)\left[\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{\left(1-\delta A^{1-\alpha}\right)}{\left(1-\alpha\right)}R^{l*}+1\right]^{-1}, \tag{a.29}$$

donde $R^{l*} = \left[\beta^{-1}-\phi(1+\xi)\right](1-\phi)^{-1}$ y $A = \left(\frac{\alpha}{\beta^{-1}-(1-\delta)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, ya calculados en la demostración de la proposición 5.

Dado que $\frac{\partial R^{l*}}{\partial \xi} < 0$ y que $\frac{\partial n^*}{\partial R^{l*}} < 0$, se deduce que: $\frac{\partial n^*}{\partial \xi} = \frac{\partial R^{l*}}{\partial \xi}\frac{\partial n^*}{\partial R^{l*}} > 0$. Teniendo en cuenta este resultado, cuando se diferencia la expresión de la utilidad de estado estacionario $U^*(\xi) = U(c^*, 1-n^*)$, se deduce que:

$$\frac{\partial U^*}{\partial \xi} = U_c^* \frac{\partial c^*}{\partial \xi} - U_{1-n}^* \frac{\partial n^*}{\partial \xi} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial c^*/\partial \xi}{\partial n^*/\partial \xi} > \frac{U_{1-n}^*}{U_c^*}, \tag{a.30}$$

Por otra parte, obsérvese que, a partir de las ecuaciones (a.28) y (a.29), se obtiene:

$$\frac{\partial c^*/\partial \xi}{\partial n^*/\partial \xi} = A^{\alpha}\left(1 - \delta A^{1-\alpha}\right). \tag{a.31}$$

A partir de la función de utilidad descrita en (1), se deduce:

$$\frac{U_{1-n}^*}{U_c^*} = \frac{\gamma c^*}{(1-\gamma)(1-n^*)}. \tag{a.32}$$

y dado que eliminando el salario real del sistema de ecuaciones formado por (a.1) y (a.3) se obtiene:

$$\frac{\gamma c^*}{(1-\gamma)(1-n^*)} = (1-\alpha)\frac{A^{\alpha}}{R^{l*}}, \tag{a.33}$$

entonces $\frac{U_{1-n}^*}{U_c^*} = (1-\alpha)\frac{A^{\alpha}}{R^{l*}}$ que, sustituido en (a.30), junto con (a.31):

$$1 - \delta A^{1-\alpha} > (1-\alpha)\frac{1-\phi}{\beta^{-1} - \phi(1+\xi)}, \tag{a.34}$$

donde se ha sustituido R^{l*} por su valor de equilibrio. La expresión anterior es análoga a:

$$\xi < \frac{1}{\beta\phi} - \frac{(1-\alpha)(1-\phi)}{(1-\delta A^{1-\alpha})\,\phi} - 1.$$

Por tanto, ésta es una condición necesaria y suficiente para que el nivel de utilidad de estado estacionario dependa positivamente de ξ.■

Demostración proposición 7.

$\xi = \beta^{-1} - 1$ verifica la desigualdad (14) si y sólo si:

$$\frac{1}{\beta} - 1 < \frac{1}{\beta\phi} - \frac{(1-\alpha)(1-\phi)}{(1-\delta A^{1-\alpha})\,\phi} - 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\beta}\left(\frac{\phi-1}{\phi}\right) < -\frac{(1-\alpha)(1-\phi)}{(1-\delta A^{1-\alpha})\,\phi} \Leftrightarrow \frac{1}{\beta} > \frac{1-\alpha}{1-\delta A^{1-\alpha}},$$

si sustituimos A por su valor $\left[A = \left(\frac{\alpha}{\beta^{-1}-(1-\delta)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\beta} &> \frac{1-\alpha}{1-\delta\frac{\alpha}{\beta^{-1}-(1-\delta)}} \Leftrightarrow \frac{1}{\beta} - \frac{\alpha\delta}{1-\beta(1-\delta)} > 1-\alpha \\
&\Leftrightarrow \left(\frac{1}{\beta} - 1 + \alpha\right)(1-\beta(1-\delta)) > \alpha\delta \Leftrightarrow (1-\beta(1-\alpha))\,(1-\beta(1-\delta)) > \beta\alpha\delta \\
&\Leftrightarrow 1 > \beta\left[1-\delta+(1-\alpha)\,(1-\beta(1-\delta))+\alpha\delta\right] \Leftrightarrow \frac{1}{\beta} - 1 > (1-\alpha)(1-\delta)(1-\beta) \\
&\Leftrightarrow \frac{1}{\beta} > (1-\alpha)(1-\delta),
\end{aligned}$$

que se verifica siempre dado que $\beta, \alpha, \delta \in (0,1)$. Luego, $\xi = \beta^{-1} - 1$ verifica la desigualdad (14) y, por consiguiente, $\forall \xi < \beta^{-1} - 1$ también la satisface. ■