

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS



**ESTUDIO Y RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN
FENOMENOLÓGICA DE GAROFALO PARA LA FLUENCIA
PLÁSTICA EN ESTADO ESTACIONARIO DE MATERIALES
METÁLICOS POLICRISTALINOS. DETERMINACIÓN DE
SU CAPACIDAD DE APLICACIÓN Y BASE FÍSICA**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Ignacio Rieiro Marín

Bajo la dirección del doctor

Manuel Carsí Cebrián

Madrid, 2004

ISBN: 978-84-669-2415-3

©Ignacio Rieiro Marín, 1997

TI-1997/20

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS



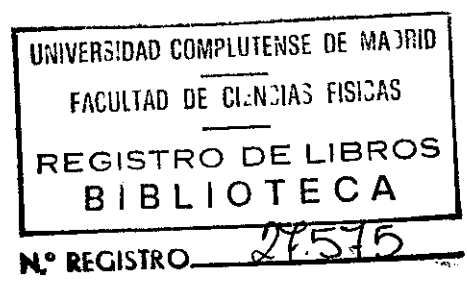
**ESTUDIO Y RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN
FENOMENOLÓGICA DE GAROFALO PARA LA FLUENCIA
PLÁSTICA EN ESTADO ESTACIONARIO DE MATERIALES
METÁLICOS POLICRISTALINOS. DETERMINACIÓN DE SU
CAPACIDAD DE APLICACIÓN Y BASE FÍSICA.**

Ignacio Rieiro Marín

**Memoria de la tesis presentada para optar al grado de Doctor en
Ciencias Físicas por la Universidad Complutense de Madrid**

**Dirigida por el Dr. Manuel Carsí Cebrián
Departamento de Metalurgia Física
Centro Nacional de Investigaciones Metalúrgicas
Consejo Superior de Investigaciones Científicas**

Marzo de 1997



**A la memoria de mi padre, y a
mis hijos. Todo fluye..**

AGRADECIMIENTOS

Esta tesis, realizada en el Departamento de Metalurgia Física del C.E.N.I.M., ha sido dirigida por el Dr. Manuel Carsí Cebrián, a quien en primer lugar le quiero agradecer que tuviese a bien dirigirla, pero además le tengo que agradecer el haberla dirigido con tanta dedicación, confianza, apoyo incondicional y sobre todo paciencia. Creo que sin los dos últimos aspectos nunca habría desarrollado este trabajo. Además es de agradecer la ingente cantidad de horas, dedicadas a ayudarme a superar todas las dificultades, problemas, defectos o errores que surgían a lo largo del proceso

Al Dr. Oscar Ruano Jefe del Departamento de Metalurgia Física del C.E.N.I.M. le agradezco el apoyo prestado y sobre todo el largo tiempo dedicado a las discusiones sobre múltiples aspectos del trabajo y su capacidad crítica al analizarlo.

Al Dr. J.M.Romero Cordero le agradezco su colaboración desinteresada cuando le he consultado alguna duda sobre determinados aspectos estadísticos de la tesis.

A mi buen amigo el Dr. A. Martínez Menéndez le agradezco su ayuda en momentos de gran cantidad de trabajo, y su ánimo a que realizase este trabajo.

A todos los miembros del Departamento de Metalurgia Física les agradezco su ayuda y colaboración que he recibido siempre que la he necesitado.

Al C.E.N.I.M. le agradezco que haya posibilitado la realización de la Tesis.

Al Dr. Cayetano Serna, le agradezco las orientaciones, el seguimiento y el apoyo que me ha prestado a lo largo de estos tres años.

A mi familia le agradezco el apoyo y la comprensión ante tanto y tanto tiempo robado, sin ninguna queja.

Gracias a todos.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1."RESUMEN".....	1
1. Resumen.	2
1.1. Objetivos.	3
1.2. Aportaciones del trabajo.	6
CAPÍTULO 2."INTRODUCCIÓN".....	8
2. Introducción.	9
2.1. Situación actual y marco del trabajo.	12
2.1.1. Situación actual.	16
CAPÍTULO 3."CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA FLUENCIA PLÁSTICA".....	30
3. Consideraciones generales sobre la fluencia plástica.	31
3.1. Fluencia plástica en estado estacionario. El fenómeno de "Creep".	37
3.2. Manifestaciones y determinación del fenómeno de fluencia.	38
3.3. Estudio particular de la ecuación de Garofalo para la fluencia plástica estacionaria. Límites y aproximaciones.	40
3.3.1. Herramientas matemáticas en cada zona.	53
CAPÍTULO 4."ESTUDIO DEL MÉTODO EXPERIMENTAL".....	56
4. Estudio experimental.	57
4.1. Métodos tecnológicos de conformado, técnicas experimentales. Ensayos y simulaciones.	57
4.2. El ensayo de Torsión.	62
4.3. Comparación de los resultados del ensayo de torsión frente a otros ensayos.	72
4.3.1. Ensayos de tracción sobre probetas cilíndricas.	72

4.4. Algunos problemas e inestabilidades en el ensayo de torsión.	75
4.5. Algunos problemas relacionados con el método de Fields y Backoffen.	82
4.6. Capacidad de reproducción de la laminación a partir de los resultados del ensayo de torsión.	91
4.7. La máquina de torsión - Características, obtención de datos.	96

CAPITULO 5. "LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE GAROFALO"..... 104

5. La solución de la ecuación de Garofalo.	105
5.1. Construcción de los códigos.	108
5.2. Algoritmos empleados.	109
5.3. Obtención de valores iniciales para el ajuste de lamejor ecuación de Garofalo.	111
5.4. Aplicación de un método no lineal directo para el ajuste de la ecuación fenomenológica de Garofalo.	121
5.5. Códigos.	133
5.6. Aplicaciones.	135
5.6.1. Validación de los algoritmos, control de fiabilidad y precisión de las soluciones.	135
5.7. El módulo elástico.	168
5.7.1. El módulo elástico y la explotación de datos de ensayos de fluencia por torsión con la ecuación fenomenológica de Garofalo.	188
5.7.2. Efectos de los aleantes sobre el módulo elástico.	204
5.7.3. Algunos efectos sobre la determinación de la energía de activación con la introducción del módulo elástico.	204
5.7.4. Módulos elásticos utilizados.	207
5.7.5. Análisis comparado de tres aleaciones en el caso de estudio del ajuste con tensiones compensadas por el módulo elástico frente a tensiones sin compensar.	207
5.8. Tratamiento de diversos materiales.	

Análisis comparado de los resultados de la base de datos de 20 materiales del A.1 en el caso de compensación de la tensión con el módulo elástico frente al caso alternativo sin compensar con el módulo elástico.	210
CAPÍTULO 6. “MODELOS FÍSICOS TEÓRICOS PARA LA FLUENCIA EN ESTADO ESTACIONARIO”	232
6. Modelo físicos teóricos para la fluencia en estado estacionario.	233
6.1. Plasticidad a baja temperatura.	234
6.2. Modelos de fluencia plástica en estado estacionario para altas temperaturas.	240
6.3. Elementos genéricos comunes.	261
6.4. Modelo físico general de la fluencia por generación y movimiento de dislocaciones basado en la tasa de reacción.	262
CAPÍTULO 7. “APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE GAROFALO AL ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y ESTABILIDAD DE LOS PROCESOS DE CONFORMADO DE MATERIALES.”	286
7. Aplicación de la ecuación de Garofalo al estudio de la eficiencia y estabilidad en los procesos de conformado de materiales en la situación de deformación plástica estacionaria.	287
7.1 Aplicación a diversos materiales	305
CAPÍTULO 8 “ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS RESIDUOS”	309
8. Análisis estadístico de los residuos.	310
8.1. El análisis.	310
8.1.1. Las Herramientas del análisis estadístico.	316
8.2. El análisis primario.	320
8.3. Análisis de conglomerados.	331
8.4. Análisis factorial.	338
8.5. Análisis de regresión por pasos.	
Resultados del análisis de la regresión lineal	

multivariable. Método de regresión por pasos.	344
8.6. Muestras homogéneas.	
Aplicaciones del análisis estadístico a la ecuación fenomenológica de Garofalo.	348
8.7. Relaciones posibles entre las variables de ajuste y algunas constantes de estructura.	353
8.8. Análisis de algunos factores de influencia variable sobre los coeficientes de la ecuación de Garofalo.	355
CAPÍTULO 9 “CONCLUSIONES”	358
9. Conclusiones.	359
BIBLIOGRAFÍA	362

Capítulo. 1.

“Resumen”

1. RESUMEN

Se ha estudiado la aplicación de la ecuación fenomenológica de Garofalo, como ecuación de estado para la fluencia de materiales metálicos policristalinos. Se han implementado los algoritmos precisos para ajustar diversos modelos de dicha ecuación a las bases de datos experimentales. Se han llevado a cabo los ensayos experimentales para obtener datos de fluencia en amplios rangos de tensión aplicada, velocidades de deformación y temperatura de trabajo para veinticuatro materiales. Se han tratado muy diferentes tipos de aceros, tanto inoxidable de diferentes composiciones, como aceros medios en carbono y con alto contenido en carbono, así como aleaciones de aluminio y de titanio. Se ha efectuado un análisis teórico de la viabilidad de dicha ecuación. Se han realizado análisis estadísticos de cada material en cada circunstancia del ajuste de su ecuación de Garofalo y además se han realizado análisis estadísticos de todos los resultados de una colección de materiales distintos, desde un punto de vista global para evaluar la coherencia del método empleado. Se han estudiado los efectos de la composición de los microaleantes. Se han estudiado los efectos de parámetros de estructura y de microestructura. Se han aplicado técnicas estadísticas potentes para la discriminación y el análisis, tanto para la composición como para los rangos de las variables de trabajo y para los parámetros de microestructura. Se han desarrollado las aplicaciones que pueden producir a partir de la ecuación de Garofalo mapas de estabilidad para el conformado del material y posteriores estudios sobre la eficiencia del mismo. Se han efectuado tratamientos por diferentes grupos o familias de aleaciones que permiten obtener resultados sobre posibles modificaciones de la ecuación de Garofalo. Se ha realizado un estudio comparado de los efectos de la introducción del módulo elástico de cizalla en las ecuaciones, tanto para materiales específicos, como para grandes masas de datos. Se ha llevado a cabo un análisis "ad-hoc" sobre el significado físico de las diversas constantes de la ecuación de Garofalo, lográndose una mejora a la misma. Se sostiene la consistencia física de la ecuación sobre su aspecto fenome-

lógico. Se sostiene así mismo la viabilidad de la capacidad de reproducción y de predicción de la ecuación de Garofalo soportada por su base física.

1.1 OBJETIVOS

En los estudios sobre plasticidad, tanto para la fluencia como para la situación de fluencia plástica en estado estacionario, cobra especial relevancia el problema de la obtención de las ecuaciones que relacionan las variables involucradas en los procesos. Se sabe que las variables son de dos grandes tipos, variables externas, y variables internas o del material, estas, según el grado de los rangos dimensionales, se consideran de estructura o de microestructura. La importancia de estas relaciones es amplia. Por una parte la tienen en cuanto que permiten reproducir los procesos y predecir situaciones nuevas. Por otra permiten explicar las transformaciones que ocurren en el interior de los materiales, en la red cristalina. Permiten justificar y explicar la situación final de defectos en el material, densidad de dislocaciones, tamaños de granos, tamaños de las fronteras de grano, volúmenes de activación para diferentes procesos, energías necesarias para la activación de diferentes procesos, tiempos necesarios para la recristalización, obtención de estructuras más o menos deseadas en el material, etc. Al mismo tiempo estos estudios permiten desarrollar métodos laterales que garantizan la viabilidad de un tratamiento termomecánico u otro, la estabilidad de un material frente al mismo y los rendimientos energéticos de determinados tratamientos. Así, en este área se concitan intereses de base física, y tecnológica.

Los métodos de trabajo son muy diversos y el grado de complejidad grande. En muchos casos se acude a simplificaciones que facilitan el tratamiento matemático del problema, pero esas simplificaciones se toman, generalmente, con entidad propia. Para diversos rangos de las variables externas de trabajo se consideran diferentes modelos que explican el fenómeno. Dado que los tratamientos termomecánicos pueden presentar rangos muy amplios de las variables externas y ninguno de los modelos parciales se ajusta o explica todo el amplio rango de las magnitudes, se precisa acudir a modelos de

mayor complejidad matemática y de difícil justificación física, con dudosa validez técnica. Estos modelos aparecen de forma heurística, son ecuaciones que se buscan, siempre con un soporte basado en la experiencia y que en último extremo "ajustan" bien los datos experimentales. La mayor complejidad de estos modelos "ad-hoc" es fundamentalmente matemática, y por ello se suelen utilizar simplificaciones en la determinación de los parámetros de las ecuaciones, con lo cual lo que se gana por una parte, en la mejor explicación de los datos experimentales, se pierde porque las hipótesis con las que se simplifica el tratamiento matemático vuelven el problema al punto de partida inicial.

Sir Isaac Newton en el libro tercero de "Los principios matemáticos de la filosofía natural y su sistema del mundo", por él titulado "Sistema del mundo (Matemáticamente tratado)" (pág.657 de la Edición preparada por Antonio Escohotado, Editora Nacional - 1982) comienza con cuatro reglas que rigen todo el tratado:

Regla primera: "No debemos para las cosas naturales admitir más causas que las verdaderas y suficientes para explicar sus fenómenos".

Regla segunda: "Por consiguiente, debemos asignar tanto como sea posible a los mismos efectos las mismas causas".

Regla tercera: "Las cualidades de los cuerpos que no admiten intensificación ni reducción y que resultan pertenecer a todos los cuerpos dentro del campo de nuestros experimentos, deben considerarse cualidades universales de cualesquiera tipo de cuerpos".

Regla cuarta: " En filosofía experimental debemos recoger proposiciones verdaderas o muy aproximadas inferidas por inducción general a partir de fenómenos, prescindiendo de cualesquiera hipótesis contrarias, hasta que se produzcan otros fenómenos capaces de hacer más precisas esas proposiciones o sujetas a excepciones".

Nos conformaríamos con cometer los errores que cometió Sir Isaac Newton.

Los objetivos de este trabajo son:

1.1.1. Conocer el método experimental de obtención de datos de ensayos de fluencia en estado estacionario para altas temperaturas. Sus limitaciones, los errores experimentales, y la selección y obtención de datos útiles.

1.1.2. Conocer las posibilidades y limitaciones de la ecuación fenomenológica de Garofalo como ecuación de estado para el estado estacionario de la fluencia plástica.

1.1.3. Analizar los modelos físicos que justifican las diferentes ecuaciones utilizadas para rangos cortos de las variables externas, "power-law" (ley potencial), "power-law break-down"(fin de la ley potencial o corte de la ley potencial), y otras.

1.1.4. Analizar los modelos físicos que pueden justificar la ecuación de Garofalo.

1.1.5. Estudiar la relación de la ecuación de Garofalo con los diferentes parámetros de estructura y microestructura de los materiales.

1.1.6. Desarrollar los algoritmos matemáticos para ajustar la ecuación de Garofalo a diferentes resultados de ensayos experimentales con amplios rangos del recorrido de las variables.

1.1.7. Efectuar los ajustes con un control de la exactitud y precisión de los mismos, así como con un análisis estadístico del ajuste, de sus posibilidades y limitaciones.

1.1.8. Obtener del análisis estadístico una realimentación sobre los resultados experimentales que permita discriminar los frecuentes casos de comportamiento anómalo de puntos experimentales que en este ámbito resulta ser un elementos básico.

1.1.9. Efectuar el tratamiento matemático del problema sin aplicar hipótesis reduccionistas que limiten el campo de aplicación de la ecuación.

1.1.10. Verificar las posibles modificaciones de la ecuación de Garofalo.

1.1.11. Llevar a cabo un estudio del significado físico de los parámetros de la ecuación de Garofalo

1.1.12. Comprobar la aplicación de la ecuación de Garofalo a la obtención de mapas de estabilidad y de eficiencia de los tratamientos termomecánicos.

1.1.13. Aplicar el método a desarrollar a diferentes familias de materiales y llevar a cabo un estudio estadístico de los resultados.

1.1.14. Tratar los resultados con técnicas estadísticas potentes e innovadoras que permiten llevar a efecto "a posteriori" un análisis discriminador de las hipótesis previas y por inducción una modificación de la ecuación de Garofalo, si esto fuese preciso.

1.1.15. Valorar la aplicabilidad de las diferentes formas de la ecuación de Garofalo mencionadas.

1.1.16. Valorar la capacidad predictiva de la mejor ecuación de Garofalo.

1.1.17. Analizar críticamente la consistencia de las conclusiones que se alcancen.

1.2 APORTACIONES DEL TRABAJO

Como pensamos demostrar a lo largo de este trabajo , el mismo aporta unos elementos importantes al estudio de los procesos plásticos de la fluencia en estado estacionario para materiales metálicos policristalinos.

Por una parte aporta una herramienta matemática contundente, que permite, con autonomía, ajustar los resultados de ensayos experimentales de fluencia, en estado estacionario. Para altas temperaturas y con amplios rangos de velocidades de deformación del material, de tensiones aplicadas y de temperaturas. Esta herramienta matemática no precisa de hipótesis iniciales, ni de puntos de partida, y entrega la mejor ecuación posible, acompañada de un tratamiento estadístico de la bondad del ajuste, de las características estadísticas de la muestra, realimentando y discriminando la validez de la base de datos experimental. Proporciona así mismo unos intervalos de confianza para la predicción y un término de verificación ("control"), que permite analizar si la ecuación obtenida es valida como elemento predictivo o simplemente explicativo del ensayo experimental.

Por otra parte hemos desarrollado una secuencia de análisis de masas de datos sobre los resultados de grandes conjuntos de materiales diversos que permiten establecer relaciones de dependencia funcional, o en su caso de

inexistencia de relaciones de dependencia entre las constantes de ajuste y diversos elementos variables que se suele aceptar de forma generalizada que pueden influir en estos parámetros, como son: a) La composición de las aleaciones. b) Los parámetros de microestructura de la red. c) Los propios parámetros de ajuste en interdependencia. d) Las variables de tratamiento externas.

Con estos análisis establecemos un procedimiento sistemático de tratamiento que proponemos como método para la mejora de obtención de la ecuación de Garofalo.

Hemos realizado una recensión y revisión crítica de los modelos físicos que pueden sustentar la ecuación de Garofalo de acuerdo con los resultados anteriores.

Se ha desarrollado un método alternativo para la obtención de mapas de funcionamiento de los mecanismos de la fluencia, cuyo objetivo es conocer el campo (rango de las variables de trabajo) de la estabilidad y los valores de la eficiencia de los tratamientos termomecánicos, obteniéndose parámetros físicos de importancia relevante para la técnica y para la física del problema.

Capítulo 2.

“Introducción”

2. INTRODUCCIÓN

Muchos materiales se usan en condiciones de trabajo que se caracterizan por soportar grandes cargas y altas temperaturas . En general la calificación de las cargas se hace respecto de su límite de fluencia plástica y la de alta temperatura, respecto de su temperatura de fusión. La industria demanda materiales capaces de soportar estas situaciones de trabajo de forma permanente o cíclica. Por otra parte, en el conformado de muchos materiales, estas condiciones extremas son necesarias para llevar a efecto las transformaciones que en forma o estructura interna le son requeridas al material. El problema por lo general no es sencillo, pues en la selección de los materiales van a ser tenidos en cuenta aspectos de base física como es la respuesta del material a las condiciones expuestas, pero además aparecerán otros, como los costes, la facilidad de conformado , la densidad , la resistencia a las condiciones ambientales y la resistencia a la fractura o al fallo generalizado.

Dentro de los procesos de deformación plástica o de fluencia plástica que puede sufrir un material, cuando estamos centrando la atención en situaciones de altas tensiones, altas temperaturas y en muchos casos altas velocidades de deformación, aparece un fenómeno de especial importancia que es el de "creep". Este fenómeno no es específico de ninguna de estas situaciones extremas, depende de cada material, el momento y condiciones en las que se manifiesta ,pero sin duda las situaciones extremas comentadas son características de su aparición. El fenómeno de "creep" se puede caracterizar por la fluencia plástica de un material cuando este se encuentra sometido a condiciones constantes en carga, temperatura y velocidad de deformación, con una modificación de su configuración, manteniendo su volumen constante. A partir de este momento y para emplear un término más común en castellano lo denominaremos fluencia, usando el término inglés, únicamente cuando su acepción pueda prestarse a confusión. Evidentemente no es una definición exhaustiva, pues no incluye fenómenos viscosos viscoelásticos y disipativos, pero es una primera definición válida. El área que cubre el presente trabajo es de especial interés para Físicos de materiales, Físicos metalúrgicos, Ingenieros y Químicos. Según la disciplina que aproxime el estudio, la nomenclatura para

un mismo proceso fenómeno y en muchos casos parámetros, es dispersa. Esto hace que tengamos que definir cuidadosamente todas y cada uno de los conceptos que utilizamos.

Las dimensiones de un material bajo "creep" cambian . La intensidad relativa del cambio de las mismas depende de los valores de una serie de magnitudes entre las que hemos mencionado, la temperatura la tensión de trabajo, la velocidad de deformación, entre otras posibles, así como también depende de otras magnitudes que denominaremos de estructura a nivel de red, como son los parámetros de red, los defectos característicos, el mecanismo de deformación, las fases presentes en el material en el caso de tratarse de aleaciones metálicas, etc. y también dependerá de otro conjunto de parámetros de magnitud lineal superior a los de red, como son los tamaños de grano en el caso de materiales policristalinos, la estructura de subgrano, en los mismos materiales, las fronteras de los granos, el ángulo entre los granos, etc..

Un típico comportamiento de los materiales cuando fluyen plásticamente en estado estacionario (algunos autores denominan "creep", precisamente a éste estado de la fluencia) es la evolución de alguna magnitud lineal de los mismos respecto al tiempo, caracterizándose esta por lo general, por pasar por, al menos tres fases diferenciadas, una de alta velocidad de cambio en longitud, de carácter decreciente con el tiempo o fluencia primaria (creep primario), una segunda fase de crecimiento lento en la longitud con una pendiente cuasi constante o fluencia secundaria o de estado estacionario (creep secundario) y una tercera fase de rápido crecimiento acelerado o fluencia terciaria (creep terciario) que acaba, usualmente, en situación de fallo o rotura.

La manifestación experimental de la dependencia del fenómeno de la fluencia ("creep"), respecto de una serie de variables externas como son la tensión, la temperatura y la velocidad de deformación sobre el comportamiento del material, más las diferentes formas y características geométricas de los materiales a tratar o conformar, hacen que se hayan desarrollado diferentes procedimientos experimentales para la simulación del fenómeno y la obtención de datos de laboratorio, capaces de aportar información para la reproducción de las posibles condiciones de trabajo, con una doble finalidad: De una parte alcanzar una situación del conocimiento del fenómeno que permita simular el

comportamiento de los materiales y de otra una precisión adecuada que permita predecir el comportamiento de los materiales en situaciones de interés físico o de ingeniería, de tratamiento o de diseño..

Las manifestaciones de los fenómenos de fluencia plástica y de "creep" son variadas y su presencia e influencia son de vital importancia para el diseño de materiales. En ocasiones se piensa en materiales para el trabajo en condiciones de desarrollo de punta , pero no es así. Es evidente que muchos materiales que deben trabajar en motores de explosión, en turbinas, en tuberías, materiales para ingenios aeroespaciales, etc. son de especial importancia por que sus condiciones de trabajo serán típicas de los rangos de la fluencia ("creep"), pero algo tan simple, como el filamento de tungsteno de las bombillas de iluminación eléctrica habitual, aporta un ejemplo de la importancia económica de estos procesos. Millones de bombillas acaban su vida útil, después de un proceso de fluencia plástica que acaece por efecto de la carga que el peso de los filamentos induce sobre los extremos o anclajes de los mismos, en situación del altas temperaturas(2300 K) respecto a su punto de fusión(3680 K) y a unas velocidades de deformación casi nulas. La economía hace que el diseño de estas lámparas se deba hacer favoreciendo la resistencia de las componentes al "creep" y buscando las condiciones de temperatura, entorno y geometría que menos favorezcan el desarrollo de la fluencia ("creep"). Pero no sólo se produce éste efecto por causa de las altas temperaturas. Las aleaciones de aluminio para ingenios espaciales que operan por lo general a mucho menores temperaturas pero que pueden estar sometidas a grandes cargas y tensiones y a grandes tiempos de deformación (25000 horas de vuelo) de carácter cíclico, llevan a físicos e ingenieros a buscar aleaciones muy resistentes a la presencia del fenómeno. Los aceros que deben estar sometidos a condiciones extremas, en todas las variables, evolucionan mediante la investigación constante sobre las características de aleaciones resistentes a la fluencia, orientando la investigación hacia aleaciones cada vez más específicas, que permiten un comportamiento diferencial frente a la fluencia y a determinadas condiciones ambientales, pero encareciendo los costes de las aleaciones. La importancia de este fenómeno en los ámbitos de la física experimental puede ser drástica.

Los nuevos materiales para la construcción de dispositivos magnéticos a partir de estructuras nanocristalinas requieren un estudio profundo y preciso no solo de las condiciones de trabajo y de su resistencia y evolución en situaciones de fluencia plástica, sino de las modificaciones que su estructura puede sufrir a efectos de recristalización, generación de granos y crecimiento de los mismos en condiciones de tensión, temperatura y velocidad de deformación variables, ya que todas estas modificaciones van a alterar substancialmente el comportamiento magnético del material, para el cual han sido diseñados, debido a fenómenos como el de la magnetostricción.

2.1 SITUACIÓN ACTUAL Y MARCO DEL TRABAJO

Las ecuaciones constitutivas son las ecuaciones que proporcionan la respuesta del material en cualquier punto, geométrico o de trabajo. Son necesarias para predecir la respuesta a la deformación y a la fractura y no necesariamente están ligadas al fenómeno plástico o a los procesos de fluencia ("creep"), sino que su ámbito de aplicación es más general. Deben tener en cuenta las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad y permitir una descripción matemática de la configuración y de la historia de cargas y tensiones de la vida efectiva del mismo. Una vía del desarrollo de los esfuerzos en la investigación ha sido combinar los ingredientes anteriores en complicados programas, basados en modelos algorítmicos de elementos finitos que finalmente fuesen capaces de repetir la historia conocida y predecir situaciones de tensiones, rangos de deformación plásticas, situaciones de inestabilidad dinámica o estática, crecimiento de las tasas de rotura y otras muchas magnitudes de interés. Este enfoque se ha desarrollado por dos vías diferentes; Una es la del análisis estructural cuyo objetivo es la predicción en tanto en cuanto afecta a seguridad, confianza, duración y estrategias de operación y otra segunda vía que es la del análisis de conformado que está más interesado con la predicción de la respuesta a la deformación y la predicción de fallos en el material.

En un sentido amplio la respuesta a la deformación es gobernada por varios tipos de procesos: deformaciones elásticas(deformaciones en ligaduras interatómicas), deformaciones no elásticas (cambio permanente de ligaduras

interatómicas entre varios átomos en el sólido) y decohesión (rotura de las ligaduras interatómicas) . El primer proceso es muy conocido y por tanto muy predecible a partir de las leyes de la elasticidad. El tercero es muy poco conocido y muy complejo, pues precisa el tratamiento de condiciones de punto y de descripción de campos de tensiones y deformaciones a lo largo del material. La segunda categoría es la que soporta hoy día un mayor esfuerzo en la investigación de las ecuaciones que pueden predecir la respuesta a la deformación no elástica. La predicción necesaria no se puede basar únicamente en la reproducción en laboratorio de hipotéticas condiciones de trabajo, pues muchos materiales van a entrar en situaciones de trabajo no previstas, se van a producir muchas interacciones complejas. Por ello el enfoque de la construcción de ecuaciones constitutivas se orienta más a construir superficies de trabajo generalizadas a las que aplicar los datos de ensayos experimentales de laboratorio y mediante controles matemáticos de la bondad del proceso, extrapolar a las regiones o condiciones no completadas por los datos experimentales. Por otra parte, aparece un complicado proceso histórico en las últimas décadas entre la adopción de ecuaciones constitutivas deducidas de comportamientos puramente matemáticos y la adopción de ecuaciones basadas en el conocimiento de los fenómenos físicos que las soportan. La seguridad en la extrapolación, cuando la ecuación constitutiva esta basada en un soporte físico probado, no puede ser garantizada nunca con la misma fiabilidad cuando únicamente utilizamos soportes estadísticos.

Las ecuaciones constitutivas del fenómeno deben ser fenomenológicamente solventes y se deben basar por tanto en la física subyacente, en tanto en cuanto ésta pueda ser determinada con confianza suficiente. Una estrecha descripción fenomenológica refleja en el fondo, procesos físicos reales involucrados y eso será lo que permita la extrapolación a valores no comprendidos entre los medidos. La solvencia fenomenológica estará centrada en la adecuada elección de variables apropiadas y en la formulación que muestre una suficiente invariancia ante la geometría de los sistemas.

El interés central del trabajo deberá contemplar tres grandes aspectos:

- a). La cinética del flujo bajo la fluencia de activación térmica

- b). La influencia de la plasticidad policristalina para materiales anisótropos.
- c). La descripción de la evolución de parámetros de estado dada por la evolución de la subestructura.

Las ecuaciones constitutivas son un conjunto de ecuaciones algebraicas y de ecuaciones diferenciales acopladas, cuyo objetivo es la descripción del comportamiento del material en cualquiera de los rangos y condiciones de deformación plausibles. Su fiabilidad descansa en la confianza de cada una de las ecuaciones que rigen el comportamiento en los posibles rangos de deformación. Este es el primer objetivo de investigación. No es convincente un proceso de amplia integración de ecuaciones algebraicas y diferenciales acopladas sin un adecuado convencimiento sobre la bondad de la formación de las ecuaciones, por rangos y tipos de deformación. Los tipos de deformación son tres principalmente, la deformación elástica, la deformación viscosa (a veces se denomina en algunos ámbitos superplástica) y la deformación plástica.

La deformación elástica presenta un acoplamiento lineal, directo y proporcional entre la tensión aplicada y la deformación obtenida , que para un sólido isótropo sujeto a tensión uniaxial es:

$$\sigma = \mathbf{E} \cdot \varepsilon \quad (1)$$

siendo E el módulo elástico de Young, que no es sino un caso particular de la ley de Hooke. En situación de cizalla o corte (usaremos indistintamente los dos términos)

$$\tau = \mathbf{G} \cdot \gamma \quad (2)$$

siendo G el módulo elástico de cizalla, τ es la tensión de corte y γ la deformación correspondiente. La relación entre las constantes es conocida

$$E=(2 \cdot \mu + 1)G \quad (3)$$

siendo μ aquí el coeficiente de Poisson entre la deformación transversal y longitudinal. Muchos autores usan el símbolo μ , para el módulo elástico de cizalla y ν , para el coeficiente de Poisson, en su caso lo indicaremos. La deformación viscosa se observa en sólidos a temperaturas muy inferiores a la de

fusión y se caracteriza por que la velocidad de deformación es proporcional a la tensión

$$\dot{\gamma} = \tau / \eta \quad (4)$$

siendo η el coeficiente de viscosidad. La deformación elástica y viscosa pueden producirse simultáneamente, en cuyo caso se trata de una deformación anelástica y en ella la deformación alcanza su valor máximo después de que la tensión haya alcanzado el suyo, tensión y deformación no están en fase. En la deformación plástica, tensión y deformación aparecen simultáneamente pero la deformación no desaparece con la tensión. Debido a que la deformación elástica, viscosa y plástica pueden suceder simultáneamente, esto hace consistente el método de las ecuaciones constitutivas, si bien hay numerosas ocasiones en las que un sólo tipo de deformación es preponderante sobre los otros. En general el "creep" se entiende como una deformación constante bajo carga constante o bien como a una deformación dependiente del tiempo y por tanto puede manifestarse en los rangos elástico, viscoso y plástico. Macroscopicamente el "creep" suele ser tratado como una deformación plástica y las deformaciones elásticas y el flujo viscoso se desprecian. Entre los múltiples problemas de terminología está el doble, o triple, uso que se hace del término "creep". En primer lugar se usa para definir la deformación a tensión constante, pero también se usa para caracterizar la deformación lenta a alta temperatura, ya que estas son las condiciones en las que su observación es sencilla. En la primera y rigurosa definición "creep" y plasticidad son sólo diferentes expresiones para el mismo comportamiento del material. Hay alguna diferencia, muchos autores usan el término "creep" cuando es estudiada la plasticidad cerca del estado estacionario cuando las condiciones de deformación inicial y los estados transitorios del "creep" se han superado. En un trabajo en que usaremos muchas referencias a diferentes etapas de la investigación sobre estos términos, es difícil sustanciar siempre la diferente concepción aplicada. Nosotros decidimos optar por la acepción que asimila "creep", a fluencia plástica en estado estacionario.

2.1.1 SITUACIÓN ACTUAL

Todo proceso de estudio en este campo tiene como objetivo final el modelado físico-matemático del material sometido a deformación, aspirando a cubrir el más amplio conjunto de fenómenos conocidos, dentro de las categorías de fluencia (creep) y plasticidad e incluyendo fenómenos iniciales como los elásticos perturbatorios o como las deformaciones cíclicas. Se pretende conocer los mecanismos del comportamiento elástico en las proximidades de acercamiento gradual al límite elástico, la fenomenología de la sensibilidad de la velocidad de deformación y la sensibilidad a los gradientes térmicos. Además se busca deslindar la fluencia primaria, del estado estacionario de fluencia y determinar los rangos de aplicación correcta de las variaciones de carácter seno hiperbólico de la tensión frente a la velocidad de deformación de la fluencia (creep) estacionaria, teniendo en cuenta el endurecimiento y ablandamiento cíclicos que en esta etapa acaecen, y así determinar las condiciones de restauración estática, restauración dinámica y el efecto de la tensión sobre la restauración, investigando la plataforma (zona plana en las curvas tensión-deformación) de estabilidad en límite de fluencia frente a la temperatura, las sensibilidades de la velocidad de deformación negativas, los fenómenos de cambio con los cambios de tensiones y temperaturas, etc,etc. Todo el amplio campo de objetivos, descansa en un núcleo central, que es la determinación y fundamentación de la mejor ecuación descriptiva del comportamiento de la deformación del material en la situación de fluencia plástica en estado estacionario, sus limitaciones y rangos de aplicación. La vía apuntada por Hart [1-4], y después seguida por muchos otros autores, que conduce a analizar la dependencia de la respuesta de la deformación plástica es que la ecuación central de estudio esté definida para la tasa de deformación del proceso, ecuación que dadas las evidencias experimentales debe depender del estado interno del material a través de las llamadas variables o variable de estructura X , de la tensión y de la temperatura. Cuando los investigadores no pueden asumir la evolución del estado interno X , desarrollan un conjunto de ecuaciones, para cada situación de estado interno del material, dando lugar a un conjunto de ecuaciones para describir la evolución en amplios rangos de velocidad de deformación, tensión y temperatura. Otros autores ante la imposibilidad de des-

cribir la evolución del estado interno, postulan que la ecuación fenomenológica sea la más fundamentada, aproximando por constantes las características que puedan ser variables estructurales y buscan después dependencias de las condiciones estructurales de estas constantes. Otra vía es la de postular una ecuación diferencial de dependencia o cambio de las condiciones estructurales respecto de las variables consideradas de estado, esto es, en primer lugar

$$\dot{\epsilon} = \mathbf{f}(\sigma, T, X) \quad (5)$$

y después

$$\dot{X} = \mathbf{g}(\dot{\epsilon}, T, X) \quad (6)$$

y del acoplamiento de ambas se obtiene el estado o descripción del proceso. Esta modelización que es aparentemente la más correcta llega a implicar unas complicaciones matemáticas de tal magnitud que la suelen hacer inasequible, sin un rodeo, o sin grandes simplificaciones matemáticas. Si se aborda frontalmente, requiere a la vez, un ajuste a los datos experimentales de la primera ecuación y la solución de la ecuación diferencial segunda para proceder punto a punto a un reajuste. Es un problema de ordenadores no convencionales con grandes dificultades numéricas. El rodeo consiste en suponer una ecuación ya ajustada para el caso primero de la velocidad de deformación y posteriormente una solución de la segunda ecuación. De alguna forma se ha remitido el problema al segundo de los supuestos anteriormente planteados, por lo que cualquiera de los tres supuestos planteados parte de una serie de lugares comunes a todos ellos. En general, se ha constatado la dependencia de la temperatura en estos procesos. Dicha dependencia aparece en diversas formas, una es la explícita en un término de Arrhenius de carácter factorial $\exp(-Q/RT)$, siendo Q la energía de activación aparente del proceso y R la constante de los gases perfectos. Se puede hacer aparecer una dependencia de la temperatura para las constantes del material. También se puede incluir una dependencia de la temperatura a través de la más importante de las constantes de estructura, el módulo elástico. Como la mayoría de los procesos de plasticidad y creep son térmicamente activados, el factor de Arrhenius, suele ser la forma más habitual de hacerle aparecer la dependencia con la temperatura (por otra parte muchos investigadores parten de energías de activación supuestamente validas y ya

medidas en algún tipo de proceso experimental) La plasticidad y el creep, sobre todo a altas temperaturas, donde el deslizamiento de fronteras de grano o el flujo difusional dominan, suelen acompañarse de deslizamiento y trepado de dislocaciones, y el trepado puede controlar la tasa a la cual las dislocaciones sobrepasan obstáculos entre fenómenos de deslizamiento. El coeficiente de endurecimiento es bastante diferente en los dos regímenes, siendo bastante grande para plasticidad y moderada para creep a alta temperatura. Este problema se soslaya utilizando la dependencia senohiperbólica e incluyendo la dependencia explícita en la forma de Arrhenius, esto ayuda a la unificación de plasticidad y creep. La base para realizar esto es incluso más sólida en el caso de flujo de estado estacionario, en donde muchos experimentos sostienen que

una representación de $\frac{\dot{\epsilon}_{ss}}{D_{eff}}$ frente a $\ln(\sinh(\frac{\sigma_{ss}}{E}))$, de los datos del experi-

mento dan lugar a una representación lineal, siendo el subíndice "ss" indicador del estado estacionario y D_{eff} un coeficiente efectivo de difusión que los autores (algunos) suelen tomar de datos bibliográficos, esto lleva a muchos investigadores hoy día a aceptar de forma fenomenológica la dependencia senohiperbólica de la relación. No obstante, hay ocasiones en las que la representación no ajusta a una línea recta adecuada y está abierta la discusión de como completar correctamente esta ecuación. Uno de los objetivos de este trabajo de investigación, va a ser probar que esta relación es un buen compromiso entre simplicidad y seguridad, es más, pretendemos fundamentar que el mejor acondicionamiento a este tipo de dependencia es una significativa evidencia de la situación de estado estacionario. Por otra parte la bondad de esta dependencia, hace pensar que pudiera ser de carácter "general" en la respuesta a la deformación, dadas las características matemáticas de la misma. Las funciones tipo senohiperbólico y su asociada el coseno hiperbólico son respuestas acopladas a ecuaciones diferenciales muy sencillas y cuando las densidades de cualesquiera elementos que sustenten el proceso de deformación dependen de forma puntual de una expresión exponencial. Esto, que es frecuente, cuando los procesos se tratan probabilísticamente, tiene un gradiente que responderá a una expresión hiperbólica. Realizaremos un estudio detallado de

las condiciones generales en las que esto se pueda dar. Alcanzar este convencimiento puede llevar a utilizar la expresión general de carácter hiperbólico en sus expresiones asintóticas y según sean las condiciones de frontera para otras situaciones del proceso de deformación. Dicho de otra forma, esta expresión que en principio puede responder a la situación de estado estacionario en un modelo desacoplado y para unas condiciones de estructura no muy variables, puede responder en el modelo acoplado a situaciones de tipo general haciendo evolucionar las condiciones de estructura mediante la ecuación diferencial que rige las mismas. El argumento complementario, esto es, si aceptamos la bondad del modelo para la situación de carácter estacionario la misma ecuación debe responder a las diferencias entre la deformación monótona y la cíclica. La estructura variable será diferente en el caso monótono que en el cíclico. La diferencia en respuesta pueden ser interpretadas en termino de efectos de una tensión residual sobre la formación o disolución de estructuras isotropas como los subgranos. La resistencia a la deformación debe ser incluida en este caso mediante un término de tensión de fricción producido por la deformación, también se debe producir un ablandamiento debido a tensiones residuales. Se observan además fenómenos como el de la dependencia inversa con la temperatura o sensibilidad de tasa de deformación de las tensiones de fluencia sobre todo en materiales endurecidos con solutos que conducen a un límite elástico con oscilaciones de sierra y concentraciones de flujo plástico. Los procesos que controlan el fenómeno son el anclaje en atmósferas de soluto por dislocaciones móviles alcanzando la fuerza de anclaje o frenado un máximo a temperaturas intermedias y tasas de deformación intermedias. Estos procesos deben incluir un término de estructura variable o tensión de fricción debida a los solutos, que depende de la temperatura y la tasa de deformación. En resumen el proceso de configuración de las ecuaciones es una mezcla de información sobre mecanismos físicos e informaciones fenomenológicas. El principio fundamental del modelado es que los bloques básicos son ecuaciones cuantitativas que gobiernen procesos físicos específicos y las variables en estas ecuaciones deben ser las variables con entidad física real involucradas en el proceso, como : densidad de dislocaciones , posiciones atómicas, ten-

siones locales internas, etc. Estos bloques principales se deben después ensamblar, bien de forma cerrada o por soluciones numéricas en modelos de procesado más complejo como el creep por trepado y deslizamiento pero siendo su característica principal que presentan una suficiente representación discreta de las cantidades físicas de importancia. Sucede que es generalmente admitido en el estudio físico-fenomenológico que el comportamiento que gobierna los procesos es demasiado complejo para ser modelado y representado en términos de entidades físicas reales. Realmente se sabe poco de bosques de dislocaciones, de celdas y de subgranos. Sucede lo mismo con la variación de vectores de Burgers al cambiar de planos de deslizamiento. Por ello primero hay que atender al concepto de variables de estado, cada una de las cuales corresponda a una de las variables físicas involucradas de forma que exista una correspondencia entre las variables de estado empleadas y el comportamiento real de las variables físicas internas involucradas. Por ello el modelo requiere una apropiada selección de las variables de estado y de las formas para las ecuaciones que ligan a las variables de estado y una selección adecuada de las expresiones algebraicas internas dentro de las ecuaciones. Aquí es donde entra en juego la parte fenomenológica. Se deben realizar medidas de las variables de estado que gobiernan la/s ecuación/nes y de las variables internas de estructura, duplicando las observaciones en las mismas condiciones. Todo este proceso involucra los llamados ajuste/ajustes de las expresiones a los datos que gobiernan las variables internas y el comportamiento microscópico, para dar a las ecuaciones un significado físico que no está presente en una simple ecuación empírica.

A altas temperaturas ($T > 0.5 T_m$, para algunos autores) la deformación de estado estacionario es dependiente de la tasa de deformación y de la temperatura y esas dependencias provienen de los procesos físicos subyacentes y comprobados experimentalmente que son procesos controlados por difusión como el trepado de dislocaciones sobre obstáculos. A temperaturas intermedias, existe un acuerdo ($0.2 T_m < T < 0.5 T_m$) de que la deformación en estado estacionario está controlada por procesos de difusión, como la difusión por los núcleos de las dislocaciones "pipe dislocations" diferente a la difusión de tipo autodifusión de la red a altas temperaturas. La evidencia de estos cambios la

aporta las diferentes medidas de la energía de activación de los procesos . Para temperaturas inferiores a $0.2 T_f$, la información respecto a la velocidad de deformación es compleja pues para alcanzar el estado estacionario se requieren valores muy altos de esta última.. La mayor parte de los autores simplifican los procesos de deformación fuera del estado estacionario asumiendo que la dependencia con la temperatura de la deformación en general es la misma que la dependencia con la temperatura de la deformación en estado estacionario No obstante, las evidencias de la variación de la energía de activación con la temperatura, para algunos autores, condiciona la dependencia con la temperatura. Por una parte la evidencia experimental de dos grandes zonas de temperatura con valores asintóticos de Q , y una zona de transición evidencia la presencia simultánea de dos regímenes diferentes de deformación de la red, con zonas de neto predominio de uno u otro. Esto se salva, por una parte, mediante una formulación del tipo

$$D_{\text{eff}} = D_{o1} \cdot e^{-\frac{Q_1}{R \cdot T}} + f_p \cdot D_{op} \cdot e^{-\frac{Q_p}{R \cdot T}} \quad (7)$$

siendo evidentemente f_p la fracción de lugares participando en un proceso p.e., difusión por tuberías ("pipe diffusion") y Q_1 , Q_p las energías de activación de los procesos competitivos, p.e. difusión en red y por tuberías (por el núcleo de la dislocación) . Esta formulación es compleja pues f_p es de muy difícil definición, requiere un conocimiento de la densidad de dislocaciones y de su dependencia con la temperatura y además los datos experimentales en ocasiones no recorren los rangos precisos para poderla ajustar correctamente. Esto lleva a una formulación alternativa . Como la energía de activación aparente del creep Q_c medida, presenta es una constancia a partir de un cierto valor de la temperatura que podemos denominar T_c y una variación que se puede suponer en primera aproximación lineal para temperaturas inferiores y próximas a T_c , podemos postular a partir de la definición operativa de Q_c , que es

$$Q_c = -R \cdot \frac{\partial(\ln(\dot{\epsilon}))}{\partial(1/T)} \quad (8)$$

y mediante una integración, teniendo en cuenta la variación de Q medida experimentalmente, tendremos una dependencia de la tasa de deformación con la temperatura que verifica la variación experimental observada:

$$\dot{\theta} = \begin{cases} e^{-\frac{Q_i}{R \cdot T_c} \left[\ln\left(\frac{T_c}{T}\right) + 1 \right]} & \text{si } T \leq T_c \\ e^{-\frac{Q_i}{R \cdot T}} & \text{si } T \geq T_c \end{cases} \quad (9)$$

con

$$\dot{\epsilon} = \dot{\theta} \cdot f(X, \sigma) \quad (10)$$

Esto no es otra cosa que formalizar una separación de variables. Presenta esta formulación el problema de la determinación de la temperatura de cambio y eso complica sumamente el problema de los ajustes numéricos de datos empíricos. La ecuación central de la cinética de fluencia incluye las variables de estructura y se cree que la relación fundamental que gobierna el flujo plástico es la ecuación de Orowan la cual relaciona la tasa de deformación con términos que dependen de los sucesos de deslizamiento de dislocaciones

$$\dot{\epsilon} = g \cdot \rho_m \cdot v \cdot b \quad (11)$$

Donde ρ_m es la densidad media de dislocaciones móviles, b es el vector de Burgers de la red soporte, g es un factor geométrico que depende del caso y en muchas ocasiones se toma como uno, y v es la velocidad media de las dislocaciones. Esta velocidad y la densidad también dependen de la tensión y de la temperatura. Pese a su claro sentido físico no sirve bien la última ecuación para utilización directa dentro del objetivo de determinar la mejor ecuación que rige la cinética de la fluencia, ya que las condiciones de contorno internas a nivel de red son de gran complejidad. No obstante la ecuación de Orowan es un indicador de las variables de estructura interna que debemos tener en cuenta. Los aspectos de la estructura interna material que afectan al movimiento de las dislocaciones son muchos. En un primer nivel de aproximación algunos incluyen fuerzas de Peierls(debidas a máximos de energía locales entre las posiciones de equilibrio de una dislocación en la red), fronteras de grano, átomos de soluto y partículas de dispersoides y precipitados, estos son mecanismos de endurecimiento intrínsecos ya que están presentes antes de efec-

tuarse ninguna deformación , todos ellos pueden dar lugar a una variable de estructura que vamos a englobar y a denominar F_{sol} . Sucede que pueden aparecer efectos de endurecimiento y ablandamiento debidos a otras dislocaciones. Estos procesos dependen de la historia de la deformación y no necesariamente son preexistentes a la deformación. Estos mecanismos son la formación de bosques de dislocaciones y estructuras de celdas y subgranos y estos dan lugar a una variable de estructura nueva que vamos a denominar F_{def} . Otra variable de estructura importante tiene en cuenta las tensiones internas debidas a efectos de apilamientos, crecimientos de grano y curvatura de celdas y paredes de subgranos, los cuales generan una tensión que tiende a mantener en reposo al material y se opone a la acción de las tensiones externas. Los agrupamos en una nueva variable R .

Así una forma muy general de la ecuación central de la cinética para la fluencia plástica puede adoptar la forma:

$$\dot{\epsilon} = f(\sigma, T, F_{sol}, F_{def}, R) \quad (12)$$

Cuando aparecen efectos de densidad de bosques de dislocación produciendo resistencia y frenado una relación funcional estudiada tiene la forma, [5]

$$[\dot{\epsilon}]_T = f\left(\frac{\left[\frac{\sigma}{E}\right]}{\sqrt{\rho}}\right) \quad (13)$$

Similarmente el efecto de los subgranos de tamaño medio λ sobre la tensión de fluencia ha sido estudiado y condiciona en su caso la forma de la ecuación, [5]

$$[\dot{\epsilon}]_T = f\left(\left[\frac{\sigma}{E}\right] \cdot \lambda\right) \quad (14)$$

por todo esto la expresión de una ecuación incluyendo la variable de estructura F_{def} debe ser en descripción [6] muy general

$$\dot{\epsilon} |_T = f_1\left(\frac{\sigma}{E} / f_2(F_{def})\right) \quad (15)$$

La evolución en este caso de la variable de estructura presenta una forma general:

$$\dot{F}_{def} = H \cdot |\dot{\epsilon}| - d(F_{def}) \cdot |\dot{\epsilon}| - r(F_{def}, T) \quad (16)$$

El primer termino representa la multiplicación de dislocaciones y formación de estructuras heterogéneas y depende de la tasa de deformación y del coeficiente de endurecimiento H, el segundo término representa los procesos de restauración dinámica como aniquilación por deslizamiento cruzado de dislocaciones de signo opuesto que pasan suficientemente cerca unas de otras, término negativo que se incrementa con el propio valor de F_{def} y con la tasa de deformación, de acuerdo con la función de restauración dinámica $d(F_{def})$ y el tercer termino representa la restauración estática debida a aniquilación de dislocaciones de signo opuesto por trepado y crecimiento de una red de subgranos, y es también una contribución negativa . Pero la restauración estática esta activada térmicamente y no depende de la velocidad de deformación. El efecto de endurecimiento direccional mencionado anteriormente se comporta [7-8], como si se crease un conjunto de tensiones internas de media cero en todo el volumen , pero habitualmente en la dirección de la tensión aplicada actúa como una tensión que se opone a su acción . Matemáticamente el efecto neto del campo de tensiones internas se representa en función de una tensión de retroceso que se sustrae de la tensión aplicada , e identificando esta tensión σ_b con la variable de estructura R, tendríamos una relación funcional [8]

$$\dot{\epsilon} \Big|_T = f(|\sigma - R|) \cdot \text{signo}(\sigma - R) \quad (17)$$

Por razones similares a las expresadas en el caso de la variable de estructura F_{def} , la ecuación que gobierna la evolución de R, puede ser postulada como [8]

$$\dot{R} = H \cdot \dot{\epsilon} - d(|R|) \cdot |\dot{\epsilon}| \cdot R - r(|R|, T) \cdot R \quad (18)$$

en donde el significado de los términos esta anteriormente especificado.

La interacción de frenado causado por el soluto, asociada a la variable interna F_{sol} presenta una relación

$$\dot{\epsilon} \Big|_{\tau} = f \left(\left[\frac{\sigma}{E} \right] F_{sol} \right) \quad (19)$$

con esta formulación la componente de F_{sol} que corresponde a endurecimiento por el efecto de fronteras de grano es consistente con la ecuación de Hall-Petch, para la dependencia de la tensión de fluencia con el tamaño de grano d :

$$[\sigma]_{\tau}^I = f(\dot{\epsilon}) \cdot (k_1 + k_2 \cdot d^{-1/2}) \quad (20)$$

y si la dependencia se debe a partículas de precipitados o dispersoides la expresión es coherente con la ecuación de Orowan:

$$[\sigma]_{\tau}^{II} = f(\dot{\epsilon}) \cdot (1 / \sqrt{l}) \quad (21)$$

Siendo "l" espaciado medio entre partículas. La expresión que gobierna la evolución de F_{sol} es:

$$F_{sol} = C_1 \cdot e^{\left\{ \frac{\left[\ln\left(\frac{|\dot{\epsilon}|}{\dot{\theta}}\right) - c_2 \right]^2}{\beta} \right\}} \quad (22)$$

en este caso las constantes tienen un valor de ajuste numérico más que un sentido físico y se deben a parámetros de ajuste ante la forma de la evolución de la fuerza de resistencia o frenado observada experimentalmente.

Determinada la forma y la influencia de las variables de estructura queda discutir la forma de la función central de la cinética de la fluencia. Amplios datos de importantes experimentos de Sherby et al [9], muestran que una forma apropiada es una función de variables separadas:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\theta}(T) \cdot f \left(\left[\frac{\sigma}{E} \right], F_{def}, F_{sol}, R \right) \quad (23)$$

Si trabajamos con datos de estado estacionario y para aleaciones metálicas se obtienen dependencia de la forma [10]:

$$\dot{\epsilon}_{ss} = K \cdot \left[\frac{\sigma}{E} \right]^5 \quad (24)$$

y en el caso de tamaño de subgrano constante se obtiene [11]:

$$\dot{\epsilon}_{ss} = K \cdot \lambda^3 \cdot (\sigma_{ss} / E)^8 \quad (26)$$

coherente con la anterior por el hecho de que en estado estacionario el tamaño de subgrano es una función única de la tensión en la forma conocida[11]:

$$\lambda_{ss} = K \cdot \left(\frac{\sigma_{ss}}{E} \right)^{-1} \quad (26)$$

Situándonos en el estado estacionario y en condiciones de estructura constante algunas consideraciones son básicas; En dicha situación existe un equilibrio dinámico entre endurecimiento y restauración produciendo esto que la tasa de cambio de estructura sea cero, p.e.:

$$\dot{F}_{def} = 0 \quad (27)$$

En esta situación la ecuación fenomenológica que mejor se ajusta a datos experimentales de amplios rangos de recorridos en las variables es la conocida ecuación de Garofalo [12]:

$$\dot{\epsilon}_{ss} = B \cdot \dot{\theta} \cdot \left[\sinh \left(\alpha \cdot \left(\frac{\sigma_{ss}}{E} \right) \right) \right]^n \quad (28)$$

Aquí claramente A , y α son constantes de estructura del material que son constantes en este marco de hipótesis (en promedio estadístico sobre el volumen del material y sobre el tiempo), sin embargo n es una constante discutida y discutible que puede depender mucho de la geometría del proceso dominante sobre la deformación del material. Esta ecuación se ha probado muy eficaz en la mayoría de los materiales, y en algunos casos como en experimentos sobre Aluminio [13], ha ajustado convenientemente los datos para 21 ordenes de magnitud en parámetro de Zener:

$$Z = \dot{\epsilon} / \dot{\theta} \quad (29)$$

$$Z = \dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{RT}}$$

Si consideramos un material en el que $F_{sol}=0$, esto es un metal de gran pureza o una aleación sustitucional, muy homogénea e isótropa, con todo lo anteriormente relacionado resulta que un par de ecuaciones acopladas que satisfacen la evolución sin campos de tensiones internos significativos serán:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\epsilon} = \mathbf{B} \cdot \dot{\theta} \cdot \left\{ \sinh \left[\left(\frac{(\sigma/E)^{3/2}}{\sqrt{F_{def}}} \right)^2 \right] \right\}^n \\ \dot{F}_{def} = \mathbf{H} \cdot \dot{\epsilon} - \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \cdot \dot{\theta} \cdot \left[\sinh(A^3 \cdot F_{def}^2) \right]^n \end{array} \right. \quad (30) \quad (31)$$

La justificación de la elección de determinados aspectos de la forma de estas ecuaciones como de otras muchas no es tanto ya algo basado en la parte física de los modelos o en la fenomenológica como en aspecto de tipo matemático y/o numérico. En primer lugar para el estado estacionario tendríamos:

$$d(F_{def})/dt = 0 \quad (32)$$

con lo cual se llegaría a que

$$\dot{\epsilon}_{ss} = \mathbf{B} \cdot \dot{\theta} \cdot \sinh[A^3 \cdot F_{def,ss}^2]^n \quad (33)$$

Esencialmente se ha asumido que en este caso la estructura varia con la tasa de deformación compensada de temperatura de acuerdo con la misma ley seno hiperbólica de la ecuación de la deformación en estado estacionario. Despejando el valor de $F_{def,ss}$, para el estado estacionario en la primera de las ecuaciones obtenemos otra vez la ecuación de Garofalo. La forma funcional en la que aparece F_{def} dentro de una raíz cuadrada esta justificada por la evidencia experimental de que la respuesta, tensión deformación, fuera del estado estacionario se debe esperar parabólica cuando domina endurecimiento (hardening) isótropo. Si consideramos además la tensión interna de frenado la expresión sería, directamente:

$$\dot{\epsilon} = \mathbf{B} \cdot \dot{\theta} \cdot \left\{ \sinh \left[\left(\frac{|\frac{\sigma}{E} - R|}{\sqrt{F_{def}}} \right)^{1.5} \right] \right\}^n \cdot \text{sgn} \left(\frac{\sigma}{E} - R \right) \quad (34)$$

La forma general para la ecuación diferencial que rige la evolución de R estará condicionada por que en la situación de estado estacionario la variable R será proporcional a la tensión aplicada, por lo que deberá plantearse una dependencia senohiperbólica de R con la temperatura en la misma forma que aparece en la ecuación para la tasa de deformación:

$$\dot{R} = H_1 \cdot \dot{\varepsilon} - H_1 \cdot B \cdot \dot{\theta} \cdot [\sinh(A_1 |R|)]^n \cdot \text{sgn}(R) \quad (35)$$

la expresión anterior produce un valor de R para el estado estacionario que sustituido en la ecuación para la deformación en tasa de deformación produce que esta se reduzca a la ecuación de Garofalo, y para el estado estacionario se obtiene $R_{ss}=(A/A_1)(\sigma_{ss}/E)$. Sin incluir en este estudio, comportamientos cíclicos que no son de especial interés en esta introducción. Una ecuación que introduce todas las variables de carácter interno conforme todas las definiciones anteriores de las ecuaciones diferenciales de las tres variables de estado internas y capaz de restituir la ecuación de Garofalo en estado estacionario es, [5]:

$$\dot{\varepsilon} = B \cdot \dot{\theta} \left\{ \sinh \left[\left(\frac{\left| \frac{\sigma}{E} - R \right|}{\sqrt{F_{sol} + F_{def} \cdot (1 + F_{soll})}} \right)^{1.5} \right]^n \right\} \cdot \text{sgn} \left(\frac{\sigma}{E} - R \right) \quad (36)$$

Esta ecuación, junto con el conjunto de ecuaciones diferenciales que rigen la evolución de las variables de estructura interna, anteriormente expuestas determinan la dinámica de los procesos de deformación, y en el caso de estado estacionario todas ellas nos devuelven la ecuación de Garofalo. La Ecuación de Garofalo, por tanto, controla y domina el campo del tratamiento numérico de los problemas de simulación y modelización de los mecanismos plásticos.

No vamos a entrar aquí en el problema de la resolución de las ecuaciones constitutivas de la dinámica que sería tema de otra o de muchas tesis doctorales, solamente nos vamos a centrar en dos aspectos: Uno y muy significativo es el método de configuración, que parte de la obtención de la ecuación de Garofalo a nivel de estado estacionario, para después implementarle las ecuaciones diferenciales de evolución, y por ello la exactitud de todo modelo depende de la exactitud de la obtención de los parámetros de dicha ecuación, y de la obtención estudio y análisis del sentido físico de la ecuación de Garofalo va a depender todo lo que posteriormente se efectúe. El otro aspecto es el numérico, que centrado sólo en la resolución de un conjunto de ecuacio-

nes diferenciales acopladas y una ecuación algebraica puede ser un trabajo difícil, pero más o menos abordado en la literatura, sin embargo el problema de fondo que es el ajuste primario a los datos del estado estacionario de la ecuación de Garofalo es numéricamente un problema de difícil solución, tanto por la dificultad de la obtención de los datos precisos como por la fuerte no linealidad de la ecuación.

Por tanto es preciso entre otros aspectos:

- 1) Garantizar la coherencia de la forma apropiada de la ecuación de Garofalo
- 2) Completar un método robusto y consistente de resolución de la ecuación de Garofalo que permita iniciar los procesos con suficiente garantía
- 3) Dotar a los parámetros y variables que entran en la ecuación del mayor contenido y significado físico posible
- 4) Garantizar un rigor matemático en el proceso de solución, hoy día inexistente, que permita trabajar con suficiente fiabilidad, tanto a los efectos de la predicción, como a los de soporte para situaciones no estacionarias.

Se ha preparado un instrumento eficaz con soporte físico y rigor matemático.

Capítulo. 3.

“Consideraciones generales sobre la fluencia plástica”

3. CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA FLUENCIA PLÁSTICA

Supuesto un sólido como un medio continuo, este puede ser descrito mediante unas variables generales, denominadas intensivas, como son la presión, y la temperatura, y otras como la entropía, el volumen o número de moles, que se denominan extensivas. Cuando bajo la acción de fuerzas externas el cuerpo es sometido a un proceso de deformación, cambia la forma y esta modificación dependerá en su sentido e intensidad de unas variables relevantes según cual sea el proceso de deformación. Las fuerzas que actúan sobre las superficies del sólido afectan al interior, y en toda su extensión se define un tensor de tensiones, (a partir de la consideración de la fuerza por unidad de área) y en todo punto del sólido:

$$\tilde{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (37)$$

en donde los subíndices (ij), pueden tomarse como direcciones {x,y,z}. Según sea el signo de las tensiones tendremos situaciones de tracción o compresión, y las tensiones de subíndice (ij) con $i \neq j$, son las tensiones de cizalladura. La nomenclatura es la sobradamente conocida (i=eje normal a la dirección sobre la que actúa la tensión, j=dirección en la que actúa la tensión). El vector de tensión sobre un plano cualquiera en un punto P, normal a una dirección arbitraria (n_1, n_2, n_3) es

$$\mathbf{T}_i = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} \cdot \mathbf{n}_j \quad (38)$$

con $i=1,2,3$. Los elementos σ_{ii} , son las tensiones normales y los demás son las tensiones tangenciales o de cizalla o corte. Podremos mediante el cambio de coordenadas conveniente diagonalizar el tensor de tensiones [14]

$$\tilde{\sigma}^* = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad (39)$$

siendo $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, las tensiones principales, y la traza del tensor sabemos que no depende del sistema de coordenadas. La presión hidrostática se define como [14],

$$P = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3. \quad (40)$$

Siempre es posible descomponer el tensor de tensiones en parte hidrostática y una parte desviadora o cizalladora con traza igual a cero, y esto es tanto más importante o necesario cuanto menor sea la presión hidrostática respecto a las tensiones desviadoras:

$$\tilde{\sigma} = \begin{pmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{11} - P & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - P & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - P \end{pmatrix} \quad (41)$$

Mediante la acción de las fuerzas aplicadas un punto definido por x_i en el cuerpo se mueve bajo la trayectoria de un vector desplazamiento $u(x_i) = (u, v, w)$. En los procesos de deformación, el desplazamiento no es el mismo para todos los puntos. Cuando el desplazamiento no es uniforme, el gradiente del desplazamiento entre puntos próximos proporciona en primera aproximación la deformación en las dimensiones de un elemento de volumen diferencial

$\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ ($i, j = 1, 2, 3$). Definiendo un tensor de deformaciones para el sólido como:

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (42)$$

tensor que es simétrico por lo que sólo habrá 6 componentes independientes.

El problema central es dar cuenta del comportamiento mecánico de los materiales, en su deformación bajo la acción de fuerzas externas y en condiciones de variables termodinámicas bien conocidas. Pero este proceso de deformación involucra a las propiedades de la materia, a sus estructuras y características a nivel atómico. El comportamiento de los materiales en estas situaciones se describe por ecuaciones constitutivas, que pueden ser de muy dife-



rentes grados de complejidad, desde la mera descripción algebraica, a la de ecuaciones diferenciales acopladas o ecuaciones que se pueden obtener a partir de principios variacionales de mínimo. Las ecuaciones constitutivas van a quedar definidas por los parámetros de la mecánica, por las variables termodinámicas de interés y por los parámetros de la materia característicos del material. Los parámetros del material dependen a su vez de la temperatura y de la presión así como de la particular microestructura del mismo, esto para todas las escalas del material [14]. En una primera aproximación podemos considerar todas estas últimas variables como constantes fenomenológicas y no preocuparnos en principio de la física microscópica que las determina.

Con este último enfoque los comportamientos descriptivos del material sometido a deformación pueden ser considerados, según el tipo de deformación en [14]:

- a) Elásticos
- b) Plásticos
- c) Viscosos

Los procesos elásticos, son en principio, procesos termodinamicamente reversibles. El cuerpo sujeto a un estado o campo de tensiones adquiere "instantáneamente" un campo de deformaciones. La energía elástica de deformación se almacena en el material y cuando se relajan las tensiones "instantáneamente" desaparecen las deformaciones y la energía almacenada es instantáneamente restaurada sin ninguna disipación(simplificando muchos procesos).

La ecuación constitutiva es la ley de Hooke, una ecuación de estado mecánico verdadera, relativa a estados termodinámicos bien definidos, e independiente del camino seguido para alcanzarlos. La relación lineal resultado de desarrollos en primer orden entre las tensiones y las deformaciones es, [15]:

$$\sigma_{ij} = \sum_{kl} C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (43)$$

Las constantes elásticas C_{ijkl} , representan las propiedades del material dependientes de las fuerzas interatómicas en el sólido. El número de constantes elásticas independientes depende de la simetría del mismo, de su estructura. Para los cristales cúbicos hay solo tres constantes independientes. Para los

sólidos isotrópicos, como son los agregados policristalinos sin ninguna orientación preferente, hay sólo dos constantes elásticas independientes λ , μ y la ecuación constitutiva resulta ser:

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \cdot \lambda \cdot \sum_i \varepsilon_{ii} + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon_{ij} \quad (44)$$

con la notación habitual de las deltas de Kronecker. Además la variación relativa de volumen será

$$\sum_i \varepsilon_{ii} = \frac{\Delta V}{V} \quad (45)$$

Los casos sencillos de interés son:

a) Compresión o tracción uniaxial. Con $\sigma_{11} = \sigma$, y los demás valores nulos, de donde:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\lambda + \mu}{\mu \cdot (3\lambda + 2\mu)} \cdot \sigma \quad (46), (47)$$

$$\varepsilon_{22} = -\frac{\lambda}{\mu \cdot (6\lambda + 4\mu)} \cdot \sigma = \varepsilon_{33}$$

b) Compresión hidrostática $\sigma_i = P$

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \frac{1}{3\lambda + 2\mu} \cdot P \quad (48)$$

c) Cizalla simple, con $\sigma_{23} = \sigma$ no nulo y el resto nulo:

$$\varepsilon_{23} = \frac{1}{2\mu} \cdot \sigma_{23} \quad (49)$$

Los procesos viscosos son representativos de mecanismos disipativos y por tanto irreversibles. En un flujo viscoso una tensión de cizalla, que puede ser pequeña, causa la fluencia del material. Éste se deforma con una velocidad de deformación de cizalla, [15]:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\eta} \cdot \sigma \quad (50)$$

que es el caso de una fluencia viscosa lineal, siendo el coeficiente η , la viscosidad del material, que en el caso de ser independiente de la tensión σ , que es el caso lineal, se trata de un proceso de viscosidad Newtoniana. Los procesos viscosos disipan energía a una tasa (potencia disipada por unidad de volumen)[14]:

$$\dot{W} = \sigma \cdot \dot{\varepsilon} \quad (51)$$

Si la tensión es eliminada un tiempo después de comenzar a actuar queda una deformación permanente, [14,15]:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} \cdot t. \quad (52)$$

En ocasiones la fluencia viscosa se inicia cuando la tensión es mayor que un valor umbral σ_T , por debajo del cual la velocidad de deformación viscosa es cero y por encima del mismo es:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma - \sigma_T}{\eta} \quad (53)$$

Para tensiones mucho mayores que la del umbral, la diferencia entre un sólido en fluencia viscosa y la de un fluido Newtoniano es meramente académica, a los efectos de este trabajo.

Existen procesos en los que hay mecanismos elásticos y viscosos en confluencia, en cuyo caso:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\mu} \cdot \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (54)$$

Un sólido perfectamente plástico no sufre deformación permanente si la tensión aplicada es menor que una tensión umbral o límite de plasticidad σ_P . Cuando la tensión alcanza el valor de σ_P aparece una deformación con carácter permanente que puede alcanzar en principio cualquier valor. Si el sólido ha sufrido un endurecimiento ("work hardening") la tensión aplicada debe ser incrementada sobre la tensión umbral para conseguir progresivamente mayores deformaciones.

La deformación plástica es una deformación de cizalla a volumen constante que solo puede ser creada por tensiones de cizalla, ya que la presión hidrostática no puede causar deformaciones permanentes en los sólidos que no sean porosos. La deformación plástica es un proceso disipativo e irreversible [14,15]. En la práctica en procesos de deformación impuestos a velocidad de deformación constantes la tensión necesaria para alcanzar la deformación plástica está determinada por las propiedades del material. La fluencia plástica de algunos sólidos policristalinos a altas temperaturas, bajas tensiones y bajo

tensión constante puede ser considerada como un proceso de fluencia viscosa, [14,15]:

Conviene reseñar que los procesos microscópicos de fluencia, sea ésta plástica o viscosa, tienen un comportamiento típico de los procesos de relajación temporal y así existirá un tiempo de relajación τ , que caracterizará al material. Un material dado podrá fluir como un fluido viscoso, o plástico sobre una escala de tiempos suficientemente mayor que su tiempo de relajación, mientras que se comportará como un sólido rígido o elástico en una escala más corta de tiempos. En la deformación plástica, ésta es observada con la aplicación de tensión pero no desaparece con ésta.

Los procesos elástico, viscoso y plástico, pueden ocurrir simultáneamente

En el proceso general de la fluencia intervienen diferentes mecanismos. Estos pueden ser distintos en sus manifestaciones microscópicas y también es factible que ante un proceso macroscópicamente bien definido, éste pueda ser producido por diferentes procesos a nivel microscópico. La diferenciación microscópica no siempre es fácil, pero puede quedar determinada mediante variables macroscópicas, como son la velocidad de deformación, la deformación, la tensión y la temperatura de trabajo, además de poder evaluarse parámetros como el tamaño de grano inicial y final del proceso, entre otros. Sin embargo la diferenciación de los procesos microscópicos que pueden contribuir a un mismo proceso macroscópico es mucho más difícil de evaluar y en muchos casos para hacerlo se acude a modelos físicos que justificando mejor que otros el comportamiento macroscópico, dan una cierta garantía de lo que está sucediendo o ha sucedido a nivel microscópico, además de la aplicación de técnicas experimentales de diferentes tipos, que contribuyen a la determinación del proceso microscópico.

En ocasiones aparecen evidencias experimentales de la presencia de procesos superplásticos, en el sentido físico o tecnológico, cuyo límite es la fluencia viscosa. De estos procesos se han reseñado en la bibliografía elementos para su estudio y análisis [16,17,18,19], considerando que la deformación superplástica permite muy altas deformaciones, (más del 600% sin que el material alcance la ruptura), los exponentes de las ecuaciones que obedecen a

leyes potenciales para este tipo de fluencia van desde $n=2$ a $n=1$, siendo el caso extremo considerado, como de viscosidad, a modo de un fluido Newtoniano. Suponen algunos investigadores [16-19] que la microestructura de los materiales es de grano muy fino y que los procesos se producen a bajas velocidades de deformación aunque hay evidencias de la aparición del fenómeno en un cierto rango de velocidades de deformación.

3.1 FLUENCIA PLÁSTICA EN ESTADO ESTACIONARIO.- EL FENÓMENO DE "CREEP"

Cuando un metal fluye a bajas o altas temperaturas con deformación continua bajo una carga o tensión constante se dice que sufre un proceso de "creep" [20,21,22]. Podemos generalizar que la fluencia en los metales es equivalente al "creep". En general el "creep" se refiere a deformación que es dependiente del tiempo y puede incluir en el proceso de fluencia mecanismos elásticos, viscosos o plásticos. Macroscópicamente, el "creep", (la fluencia) se trata generalmente como una deformación plástica y las deformaciones elásticas o viscosas son, en determinadas situaciones, despreciadas. No obstante, desde el enfoque macroscópico del fenómeno de fluencia, a partir de un tratamiento plástico, en ocasiones se alcanzan formulaciones que formalmente son coincidentes con los mecanismos viscosos. La situación general en la cual podemos asumir que es irrelevante la consideración elástica o viscosa es aquella en la que el proceso alcanza grandes deformaciones y el material se encuentra sometido a altas tensiones. También es similar a lo anterior el caso en el que la temperatura en la que comienza la fluencia es una temperatura baja, para una tensión dada (son niveles comparativos, no olvidemos que tratamos con problemas de relajación temporal). No obstante todo lo anterior siguiendo a F.Garofalo [21], debemos considerar que para un conocimiento correcto del fenómeno de fluencia ("creep"), se debe tener en cuenta el comportamiento del material desde el punto de vista:

- a) De su deformación plástica
- b) De su deformación viscosa

c) Del número de modos en que puede sufrir una deformación plástica, a niveles microscópicos y submicroscopicos. Esto es considerando efectos de grano, de subgrano y de red.

d) Su comportamiento respecto de propiedades como son la difusión, la auto-difusión, y en caso de aleaciones, la difusión de aleante y microaleantes.

3.2 MANIFESTACIONES Y DETERMINACIÓN DEL FENÓMENO DE FLUENCIA. - ["CREEP"]

Una manifestación del fenómeno de FLUENCIA ("creep") se lleva a cabo mediante la denominada curva de "creep", que representa gráficamente la función experimental entre deformación y tiempo [21,22], $\epsilon = f(t)$. Esta curva presenta diferentes zonas . Una deformación instantánea ϵ_0 , se obtiene por la presencia de la carga o tensión, incluyendo efectos conjuntos de tipo plástico y elástico. La velocidad de deformación (de creep) decrece rápidamente durante un intervalo que se denomina de creep primario. En un segundo estadio la velocidad de deformación permanece casi constante indicando una situación que se conoce como de estado "cuasi estacionario" o estacionario. La tasa de creep secundario (velocidad de fluencia) o de estado estacionario sería:

$$\dot{\epsilon}_{ss} = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{t_2 - t_1} \quad (56)$$

Tomando como puntos de referencia (1) y (2) aquellos de principio y fin del proceso. A partir del punto señalado por el subíndice (2) la velocidad de deformación crece rápidamente , hasta la rotura o fallo, en el intervalo denominado de fluencia terciaria (creep terciario). Esta división realmente es arbitraria y se establece para facilitar la descripción y el estudio.

En la realidad los fenómenos de creep se suelen producir bien bajo una situación de carga constante o bien bajo una situación de velocidad de deformación constante. No será ésta la manifestación que se evidenciará siempre. Por otra parte según el tipo de experiencia no es lo mismo considerar "carga"

constante (fuerza) que tensión constante, situación está última de difícil consecución en determinados experimentos o ensayos como son los de tracción [23] .

En cualquier caso algunas experiencias muestran que el fenómeno de creep es un fenómeno térmicamente activado, al menos en algunos rangos de las variables en el que las agitaciones térmicas locales proporcionan la energía añadida que es superior a la proporcionada mecánicamente para sobrepasar barreras de energía que se oponen al fenómeno de deformación. La tensión aplicada proporciona ayuda para sobrepasar las barreras y además es el elemento que dirige direccionalmente al flujo. La dependencia de la temperatura, es función del material y una temperatura que puede ser baja para observar creep en hierro a una tensión dada puede ser alta para el plomo, por tanto la referencia de temperatura debe ser cuantificada respecto a la temperatura de fusión del material. Es el cociente T/T_f el que da un indicador de la dependencia. La expresión de las curvas de creep es marcadamente dependiente del cociente T/T_f .

Para T/T_f entre 0.05 y 0.3 la deformación varía linealmente con el logaritmo de t (tiempo) [21]:

$$\varepsilon(t) = \alpha \cdot \ln(t) + C \quad (56)$$

y por tanto [21]:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \alpha / t \quad (57)$$

que presenta una singularidad en el origen. Esta expresión se prueba adecuada para muchos materiales con estructura cristalina f.c.c. y b.c.c.. Por otra parte, muchos materiales no presentan concordancia con la expresión salvo para cortos intervalos de tensión. Una modificación adecuada es:

$$\varepsilon = \alpha \cdot \ln(1 + v \cdot t) \quad (58)$$

con lo cual

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\alpha \cdot v}{1 + v \cdot t} \quad (59)$$

por lo que la velocidad de deformación inicial presenta un valor finito. Para rangos de T/T_f , entre 0.2 y 0.7 la expresiones deben incluir la evolución del

creep primario y las del creep secundario, las primeras expresiones encontradas presentan la forma:

$$\varepsilon(\mathbf{t}) = \varepsilon_0 + \beta \cdot \mathbf{t}^m + \mathbf{k} \cdot \mathbf{t} \quad (60)$$

presentando graves dificultades, como una inspección matemática elemental muestra. Una propuesta de Andrade [24], es:

$$\varepsilon(\mathbf{t}) = \varepsilon_0 + \varepsilon_{tr} \cdot (1 - e^{-r \cdot \mathbf{t}}) + \dot{\varepsilon}_{ss} \cdot \mathbf{t} \quad (61)$$

que nos proporciona la siguiente velocidad de deformación:

$$\dot{\varepsilon}(\mathbf{t}) = \varepsilon_{tr} \cdot r \cdot e^{-r \cdot \mathbf{t}} + \dot{\varepsilon}_{ss} \quad (62)$$

lo que indica que el primer término tiene el carácter de un transitorio y para $t > 6/r$ será realmente insignificante quedando solo el segundo término representativo del tramo estacionario o cuasi estacionario. Cuando las temperaturas se aproximan a la de fusión la curva de creep se vuelve esencialmente lineal, sobre todo a bajas tensiones, respondiendo a una expresión de la forma:

$$\varepsilon(\mathbf{t}) = \varepsilon_0 + \dot{\varepsilon}_{ss} \cdot \mathbf{t} \quad (63)$$

Una expresión integradora de todo lo anterior la proporciona Li,[25]:

$$\varepsilon(\mathbf{t}) = \varepsilon_0 + \frac{\dot{\varepsilon}_{ss}}{\mathbf{k}_1} \cdot \text{Ln} \left[1 + \frac{\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_{ss}}{\dot{\varepsilon}_{ss}} \cdot (1 - e^{-\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{t}}) \right] + \dot{\varepsilon}_{ss} \cdot \mathbf{t} \quad (64)$$

De este tipo de formulaciones se obtienen numerosas simplificaciones que no son sino adecuaciones a situaciones particulares. Los métodos de ajuste numérico a los datos, permiten obtener las constantes de las curvas y de ellas interpretaciones de los fenómenos en estudio.

3.3 ESTUDIO PARTICULAR DE LA ECUACIÓN DE GAROFALO PARA LA FLUENCIA PLÁSTICA ESTACIONARIA. LÍMITES Y APROXIMACIONES

El estudio del "creep" a partir de las ecuaciones $\varepsilon = \mathbf{f}(\mathbf{t})$, sin dejar de tener un interés no es la mejor fuente de información ya que la dependencia de la ecuación deformación "versus" tiempo con los parámetros de interés requiere un gran esfuerzo de modelización y al final pasa por transformaciones respecto de las dependencias de otras variables, por lo que se hacen más eficaces los estudios más directos.

Uno de los enfoques de interés es la dependencia del creep respecto de la tensión. Teniendo en cuenta unos recorridos respecto de la temperatura (arbitrarios pero indicativos), en los que se asume el creep logarítmico en el rango de 0.05 a 0.3 veces la T_f , el creep primario y secundario en el rango de 0.2 a 0.7 T_f y el creep en estado estacionario sin creep primario entre 0.5 y 0.9 T_f [21]. Si atendemos a la deformación inicial cuando se aplica la carga, según en que experimento, la extensión inicial se alcanza en muy poco tiempo y por tanto estamos en una situación de alta velocidad (según Garofalo 10^{-2} seg^{-1} o mayores) de deformación. La dependencia de la deformación con la tensión (entendemos que iniciales) está gobernada por los mecanismos de endurecimiento ("work-hardening") de la deformación plástica y así nada más salir de la región puramente elástica y para metales (sobre todo aceros y aceros inoxidables)

$$\tau_{\max} = \tau_0 + \chi(\gamma_{\max})^{\frac{1}{2}} \quad (65)$$

siendo τ_{\max} la tensión máxima de cizalla y donde γ_{\max} es la máxima deformación de cizalla, además τ_0 es la tensión necesaria para comenzar el proceso y χ es el coeficiente de endurecimiento. Para la zona transitoria de creep, y para algunos materiales está comprobado que el factor de endurecimiento es apreciablemente menor que el observado para el creep instantáneo, lo cual es más acusado al final de la zona transitoria. Esto se relaciona con la restauración dinámica que ocurre durante el creep primario, aunque no sólo durante la fluencia primaria. La dependencia del creep primario respecto de la tensión se manifiesta en diferentes dependencias según sean las tensiones bajas o altas. Para bajas tensiones la dependencia de la tasa de creep (velocidad de deformación) es suave y crece lentamente pero para altas tensiones la dependencia aumenta muy rápidamente. Para algunos materiales como el aluminio y sus aleaciones la dependencia de la tasa de deformación con la tensión para bajas tensiones y bajas temperaturas es manifiestamente clara, [21]:

$$\dot{\epsilon}_1 = A_1 \cdot \sigma^n \quad (66)$$

siendo A y n independientes de la tensión (lo cual no es cierto para otros materiales como los aceros inoxidables). Por otra parte en los materiales en los

que se verifica adecuadamente la ecuación anterior y para el rango de tensiones y temperaturas bajas se encuentra una buena concordancia de la constante multiplicativa [21]:

$$A_i = B_i \cdot e^{-\frac{\Delta H_c}{RT}} \quad (67)$$

siendo ΔH_c la energía de activación aparente para el creep y las demás variables las usuales, T , temperatura en K, R la constante de los gases perfectos y B una constante del material.

La determinación de la dependencia de la tasa de deformación con la tensión es un elemento clave para el conocimiento del fenómeno llamado creep.

Tanto para metales como para aleaciones en ensayos a temperatura constante, la dependencia de la tensión con la velocidad de deformación de fluencia (creep), para el caso de la velocidad de fluencia secundaria (creep secundario) y para bajos niveles de tensión se encuentra que es:

$$\dot{\epsilon}_s = A \cdot \sigma^n \quad (68)$$

similarmente a las relaciones encontradas para las otras etapas anteriormente mencionadas. En principio, muchos experimentos muestran que en metales y aleaciones, en las condiciones anteriormente expresadas, $n \in [1,7]$. Hay discrepancias sobre la dependencia o no de n respecto a las características del material así como también la hay sobre la posible dependencia de A y n de la temperatura. Según las fuentes, los ensayos y materiales, se postulan hipótesis diferentes. En las condiciones en las que la causa del creep puede ser atribuida a migración de vacantes inducida por la tensión y para altas temperaturas $0.8 T_f$, n se aproxima a 1 para diversos metales y aleaciones. Para altos niveles de tensión la dependencia de la tasa de creep secundaria se encuentra en numerosos experimentos y para muchos materiales y aleaciones:

$$\dot{\epsilon}_s = A_s \cdot e^{\beta \sigma} \quad (69)$$

Siendo en este modelo y conforme a los resultados experimentales que A_s y α, β son en principio independientes de la tensión (en su rango). También es un punto conflictivo, la dependencia o independencia de estas constantes con

la temperatura, mientras que para A_s está clara la misma, no sucede esto con α , [27]

Un aspecto muy importante es la variabilidad de la dependencia observada experimentalmente de la tasa de deformación en el creep respecto de la tensión con los diferentes rangos de tensión de trabajo. Esto ha hecho pensar en un principio que para el creep secundario existen diferentes mecanismos responsables del mismo, para bajas y altas tensiones. Por ésta última razón una vía de trabajo ha sido trabajar con cada supuesto mecanismo, de forma independiente. Alternativamente se han desarrollado otras vías de trabajo que han buscado enfoques unificadores.

Debemos pensar que es muy improbable que se produzca un cambio brusco en la evolución de los mecanismos responsables de la fluencia, y por lo tanto caben diversas hipótesis, para dilucidar uno u otro enfoque de los dos mencionados en el párrafo anterior:

a) Que exista una sustitución progresiva de los mecanismos responsables, unas zonas donde domina cada mecanismos de forma manifiesta, y una zona de superposición y sustitución progresiva de uno por otro. Esta hipótesis llevaría a una formulación matemática problemática para la representación de la dependencia con la tensión de la tasa de deformación para el creep secundario. Una posible propuesta de trabajo en esta línea pensamos que sería postular un comportamiento de la forma (y esta es una hipótesis nuestra):

$$\dot{\epsilon}_s = f_1(\sigma) \cdot (A_1 \cdot \sigma^n) + f_2(\sigma) \cdot (A_2 \cdot e^{\alpha \cdot \sigma}) \quad (70)$$

con $f_1(\sigma) + f_2(\sigma) = 1 \forall \sigma$, con las condiciones de contorno adecuadas, respecto de una tensión crítica (arbitraria) centro del intervalo de cambio de soporte a la fluencia σ_c :

$$\lim_{\frac{\sigma}{\sigma_c} \rightarrow 0} f_1(\sigma) \rightarrow 1$$

$$\lim_{\frac{\sigma}{\sigma_c} \gg 1} f_1(\sigma) \rightarrow 0$$

$$\lim_{\frac{\sigma}{\sigma_c} \rightarrow 0} f_2(\sigma) \rightarrow 0$$

$$\lim_{\frac{\sigma}{\sigma_c} \gg 1} f_2(\sigma) \rightarrow 1$$

(71),(72),(73),(74)

existiendo una gran familia de funciones que pueden satisfacer el conjunto de relaciones. En nuestro trabajo cuando inicialmente hemos analizado posibles ecuaciones, para las condiciones de contorno, de las mismas, hemos encontrado que la familia de funciones siguiente justificaría el enorme esfuerzo numérico del ajuste, p.e.:

$$f_1(\sigma) = K \cdot e^{-\frac{\sigma}{\sigma_c}} \quad (75) \quad (76)$$

$$f_2(\sigma) = 1 - k \cdot e^{-\frac{\sigma}{\sigma_c}}$$

Otra posible hipótesis [1],[2],[3],[14],[21],[26],[27] es la de que el comportamiento en todos los rangos posibles de tensiones pueda ser englobado en una única función "ad-hoc", que precisamente satisfaga las condiciones de contorno planteadas por el diferente comportamiento en los rangos de tensiones extremos, función de carácter fenomenológico y cuya expresión sería únicamente de índole matemática. Dicha función debería presentar en sus límites el comportamiento asintótico de las expresiones tradicionalmente obtenidas de los ensayos experimentales. Esto es, dada $\dot{\epsilon}_s = f(T, \sigma)$, debería satisfacer:

$$f(T, \sigma)_{\frac{\sigma}{\sigma_c} \ll 1} \approx \sigma^n \quad (77) \quad (78)$$

$$f(T, \sigma)_{\frac{\sigma}{\sigma_c} \gg 1} \approx e^{-\alpha \sigma}$$

c) La tercera hipótesis es una extensión de la segunda que nos saca del ámbito fenomenológico y coincide con los modelos de Hart (tratados en el apartado anterior), al nivel de aplicación de nuestro trabajo. Consistiría en suponer que la manifestación macroscópica de los mecanismos que dominan en el proceso de creep en uno u otro rango presentan una posible formulación conjunta en cuanto a "forma" variando los parámetros de estructura o de microestructura. Esta hipótesis no es contradictoria con la segunda hipótesis, anteriormente formulada, pero sí con la primera. La expresión matemática deberá satisfacer las condiciones de contorno, en los límites de los rangos, que hemos planteado en la hipótesis segunda pero precisa la justificación de la modelización física que soporte una expresión genérica en la dependencia (T, σ) y una modificación de parámetros estructurales de la expresión que evolucionen a su vez con T y σ .

La aceptación de la hipótesis primera conlleva un conjunto de postulados no fenomenológicos que expliquen el comportamiento de las funciones de peso f_1 y f_2 . Por otra parte precisa de numerosos parámetros y sería de muy difícil ajuste a los datos experimentales. Además y como dificultad añadida no permite establecer una correspondencia entre las constantes de la expresión de la relación funcional a bajas tensiones y las de la relación funcional a altas tensiones. La segunda de las hipótesis formuladas precisa, en primer lugar de una formulación fenomenológica "ad-hoc". Esta, indudablemente es la de la expresión propuesta por Garofalo (1963)[21] (entre otras muchas que veremos en la revisión de modelos) :

$$\dot{\epsilon}_s = B \cdot (\text{Senh}[\alpha \cdot \sigma])^n = B \cdot \left(\text{Senh} \left[\frac{\sigma}{\sigma_c} \right] \right)^n \quad (79)$$

La expresión en expansión en serie de potencias con su radio de convergencia sería:

$$\text{Sinh}(z) = \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{z^{2k+1}}{(2 \cdot k + 1)!} \quad (|z| < \infty) \quad (80)$$

las condiciones en las cuales se puede aproximar $\text{Sinh}(z)$ por z , dependerán del error máximo que deseemos cometer en la aproximación. Si ponemos una cota de error experimental en el 6% y no queremos que una aproximación supere el 3% de error relativo, el valor de z , máximo para el cual es factible la aproximación $\text{Sinh}(z)$ como z sería $z=0.4$ y si pretendemos que no sea superior al 6%, z no será superior a 0.6. Si pretendemos evaluar por encima de este valor el orden de aproximación en términos, deberemos valorar el error relativo que se comete al considerar nuevos términos. Así para $z=0.6$, tendríamos que la inclusión del término $z^3/6$ implica eliminar un error del 6% y el término $z^5/5$ implicaría un error relativo del orden del 0.1%. Por lo tanto $\text{Sinh}(z)$ puede ser aproximado para $z < 0.6$ por z , con un error relativo máximo del 6%. A partir de $z=0.6$ la expresión que garantiza una buena aproximación sería $z+z^3/6$. Suponiendo la ampliación del término $z^5/120$ sólo una modificación de valor menor de 0.1%. Esto sería así hasta $z=1.8$, a partir de este valor la aproximación de dos términos comenzaría a producir errores relativos superiores al 6%. Ahora

bien, estas aproximaciones estarán condicionadas por valores de la expresión (80). Así, si consideramos que la aproximación más correcta fuese

$$\text{Sinh}(z) = z + z^3/6 \quad (81)$$

tendríamos que:

$$\hat{\epsilon}_s \cong A \cdot \left[(\alpha \cdot \sigma)^n + n \cdot \frac{(\alpha \cdot \sigma)^{n+2}}{6} \right] \quad (82)$$

con las aproximaciones y truncamientos pertinentes, que se pueden deducir con un álgebra elemental. Si a partir de esta expresión calculamos una cota inferior del error relativo que cometemos al aproximar por $\hat{\epsilon}_s = A \cdot (\alpha \cdot \sigma)^n$, sería, como se puede trivialmente obtener :

$$E_r = \frac{1}{1 + \frac{6}{n \cdot (\alpha \cdot \sigma)^2}} \quad (83)$$

observamos lo primero y más inmediato; El error relativo real dependerá del valor de n. ¿ Que quiere esto decir ? . Simplemente, que si el ajuste se realiza, para un rango de tensiones, adoptando la forma de " ley potencial" y, por tanto, el error relativo respecto de una expresión que justifique un ajuste para un rango mayor depende del valor de n que hemos ajustado a este rango reducido, la expresión potencial es un "mal predictor". En concreto si tratamos con valores de $(\alpha\sigma) = 0.6$, y el ajuste potencial presenta un valor de $n=5$, (valor por otra parte muy frecuente) el error relativo que cometemos en la aproximación es del 23%, que es un alto valor. Mientras que si el material presenta un valor de $n=2$, tendríamos un error relativo del orden del 11%, que sigue siendo excesivo. Si pretendemos ajustar el error relativo a un máximo de un 6%, obtenemos fácilmente que:

$$(\alpha \cdot \sigma) < \sqrt{\frac{6 \cdot E_r}{n \cdot (1 - E_r)}} \quad (84)$$

si $E_r=0.6$, entonces $(\alpha \cdot \sigma) < \frac{0.62}{\sqrt{n}}$ y para $n=2$ la aproximación resultaría válida

justo hasta $(\alpha\sigma) = 0.44$, pero para $n=5$, sólo serviría hasta 0.28. Este análisis nos prueba que si se desean utilizar las relaciones potenciales en referencia a la ecuación de Garofalo, hay que tener en cuenta: 1) Que el rango de la aproximación es menor del tradicionalmente utilizado hasta la fecha. 2) Que el rango de aproximación va a depender drásticamente del material a través del valor de n . Esta claro que estos problemas de aproximación se plantean solamente ante el deseo de unificar en un modelo único muchos de los modelos potenciales parciales, o en el caso de querer explotar resultados de ajustes de diferentes leyes, que aparecen en la bibliografía. Evidentemente el ajuste que numerosos investigadores hacen dentro de un rango, no es muy discutible en ese rango, pero sí lo es, si tratamos con valores de ajustes obtenidos para otros rangos o con otras expresiones. Si tratamos del extremo superior de las

tensiones, debemos considerar la expresión $\text{Sinh}(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$, por lo tanto

la aproximación consecuente es la de tomar $\text{Sinh}(z)$ como $(e^z)/2$. Esta aproximación produce un error relativo que trivialmente es:

$$E_r = -1 + \frac{1}{(1 - e^{-2z})^n} \quad (85)$$

y que como es lógico depende del valor de $z=(\alpha\sigma)$ y del valor de n , esto es del material concreto de que se trate. Así para un material dado y para un error relativo máximo a cometer, en la aproximación:

$$(\alpha \cdot \sigma) \cdot \text{Ln} \left(\sqrt[1 - \frac{1}{\sqrt[n]{1 + E_r}}]{} \right) \quad (86)$$

si se trata de no cometer un error mayor del 6% y el material tiene un valor de n característico, n=5, tendríamos en este caso que el valor de $\alpha\sigma$, debería ser mayor que 2.2 mientras que para n=2 el valor debería ser mayor que 1.8, por lo tanto la región de aproximación se encuentra entre 1.8 y 2.3 para la mayoría de los casos más frecuentes. De todo esto nos resulta un esquema global que anula la validez de la aproximación de forma genérica y podemos plantear que la zona "no aproximable" para n=5 sería el intervalo [0.28;2.2] y para n=2 sería [0.44;1.8], y en ambos casos para no cometer un error mayor del 6%. De las aproximaciones además debemos deducir, que de dar validez al proceso de consideración de las leyes exponenciales y potenciales como situaciones en los límites de una ley global genérica, entonces se debe cumplir un conjunto de condiciones, que trivialmente se obtienen de

$$\dot{\epsilon} = A_1 \cdot \sigma^n$$

$$\dot{\epsilon} = A_3 \cdot e^{\beta \cdot \sigma}$$

$$\dot{\epsilon} = A_2 \cdot [\text{Sinh}(\alpha \cdot \sigma)]^n$$

$$\dot{\epsilon} = A_2 \cdot (\alpha \cdot \sigma)^n$$

(87),(88),(89),(90),(91),(92)

$$\dot{\epsilon} = A_2 \cdot (\alpha \cdot \sigma)^n \cdot \left(1 + n \cdot \frac{(\alpha \cdot \sigma)^2}{6} \right)$$

$$\dot{\epsilon} = A_2 \cdot \frac{e^{n \cdot \alpha \cdot \sigma}}{2^n}$$

y producen el siguiente conjunto de relaciones, intrínsecamente necesarias

$$A_1 = A_2 \cdot \alpha$$

$$A_3 = \frac{A_2}{2^n} \quad (93),(94),(95)$$

$$\beta = n \cdot \alpha$$

Estas relaciones puede parecer que implican de forma implícita que el valor de n que se obtiene en la forma potencial, sea el mismo que deberíamos obtener en la forma general con el $\text{Sinh}(z)$, y así se entiende en numerosos trabajos, pero esto no será cierto por varias razones. La primera por los motivos aducidos sobre el error relativo anteriormente expuestos ya que pequeñas extralimitaciones de los intervalos adecuados de la aproximación van a modificar substancialmente el valor de n de la zona potencial y además, según la zona en la que trabajemos, por lo mismo obtendremos diferentes valores de n , no representativos del comportamiento realmente producido. Por otra parte para forzar la igualdad si tuviésemos que hacerlo habría que tomar el valor de A_1 , obtenido en la expresión potencial y modificar ésta en la forma:

$$\dot{\epsilon} = \frac{A_1}{\alpha} [\text{Sinh}(\alpha \cdot \sigma)]^n \quad (96)$$

siendo la expresión a ajustar diferente de la anteriormente planteada. Dicho de otra forma, habríamos limitado un grado de libertad al espacio del sistema de la función a ajustar ya que impondríamos el valor de la constante. Cuando las condiciones de los ensayos experimentales son tales que la temperatura, y la estructura se mantienen constantes o casi constantes, se puede determinar con claridad la dependencia con la tensión de la velocidad de deformación. Cuando no se tiene un soporte teórico sobre la evolución de la estructura, esto es, unos modelos sobre el mecanismo de control del proceso, se define un termino de estructura de carácter general que engloba algunos de los parámetros de estructura de carácter particular [28,29,30,31,32,33,34,35,36]. Se ha demostrado que para tensión constante en diferentes tipos de ensayos sobre metales puros y soluciones sólidas diluidas para temperaturas de $0.5 T_f$ y mayores:

$$\dot{\epsilon} = e^{-\frac{\Delta H_c}{R \cdot T}} \cdot Z \quad (97)$$

donde Z es el parámetro de Zener-Hollomon, el cual es constante a deformación constante y depende de la tensión y de parámetros de estructura o bien depende de la temperatura, velocidad de deformación y parámetros de estructura. En definitiva, el parámetro de Zener-Hollomon se traduce de forma fenomenológica en una separación de variables, siendo ΔH_c una energía de activación aparente para la fluencia y en principio se ha considerado independiente de la tensión aplicada o de la deformación por fluencia (en algunos modelos esto no será cierto).

Como hemos planteado anteriormente, la velocidad de deformación presenta diferentes dependencias funcionales, para bajas y altas tensiones. Incluyendo esta variación, junto con la dependencia respecto de las constantes de estructura y con ellas o a través de ellas, con la temperatura, se deben hacer algunas consideraciones. Para bajas tensiones tendremos que asumir:

$$Z(S', \sigma) = \dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{\Delta H_c}{R \cdot T}} = S' \cdot \sigma^n \quad (98)$$

y para altas tensiones:

$$Z(S'', \sigma) = \dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{\Delta H_c}{R \cdot T}} = S'' \cdot e^{\beta \cdot \sigma} \quad (99)$$

para todo el recorrido de tensiones:

$$\dot{\epsilon} = A \cdot e^{-\frac{\Delta H_c}{R \cdot T}} [\text{Sinh}(\alpha \cdot \sigma)]^n \quad (100)$$

Siendo consecuentes con lo anterior, la constante A, debe presentar una variabilidad con la estructura en la evolución del rango de tensiones. Las evidencias experimentales demuestran que en algunos casos la fluencia involucra procesos térmicamente activados. Estos procesos muestran una dependencia de la tasa de deformación con la temperatura a través del parámetro que ya hemos especificado $e^{-\frac{\Delta H_i}{R \cdot T}}$, siendo ΔH_i , la energía de activación para el proceso que controla la fluencia. Esta dependencia de la velocidad con las características de microestructura del mecanismo que controla la velocidad del proceso, requiere un paso inicial que es conocer el valor de la energía de activación del proceso. Como el proceso de fluencia es complejo pueden estar actuando varios mecanismos de microestructura a la vez. En este caso la energía de activación que se determine no será significativa de ningún mecanismo concreto. La forma de operar de los mecanismos va a denotar la correspondencia de la energía de activación medida. Si los mecanismos son dependientes, o sea, actúan en serie, será el más lento, el que requiera mayores energías de activación, el que controlará el proceso. Pero si los mecanismos son independientes, o sea, si actúan en paralelo, será por el contrario, el más rápido y que requiera menor energía de activación el que controle la fluencia. Realmente no se determina el valor real de ΔH_i , sino un valor ΔH_c , que es una energía aparente de activación de la fluencia, la cual con seguridad incluye valores diferentes de la energía ΔH_i . Al igual que para el proceso de análisis de la dependencia de la velocidad con la tensión se ha tenido que analizar históricamente separando los rangos de magnitud de la tensión hasta buscar una expresión unificadora los efectos de estructura llevan a separar el análisis sobre la energía de activación según dos rangos diferentes de temperatura, bajas y altas temperaturas, siempre en relación a la temperatura de fusión del material. Es comúnmente aceptado [20,21,22,23] (aunque no lo aceptan otros autores [14]) que a bajas temperaturas la fluencia está gobernada por mecanismos no controlados por la difusión y a altas temperaturas por el contrario la fluencia está gobernada por mecanismos controlados por difusión y para mu-

chos metales y aleaciones se ha establecido que a altas temperaturas los mecanismos controlados por difusión que gobiernan la fluencia incluyen mecanismos de auto-difusión. A temperaturas homólogas inferiores a $0.5 T_f$ y cuanto más bajas con mayor seguridad, la fluencia estará gobernada por mecanismos no controlados por la difusión, fundamentalmente y mediante el uso de modelos teóricos se han postulado tres mecanismos fundamentales para la fluencia a bajas temperaturas: a) Deslizamiento cruzado de las dislocaciones b) Intersección de dislocaciones, c) Fricción con la red proveniente de la fuerza de "Peierls" [37]. Los cálculos teóricos de las energías de activación de estos modelos, se ha realizado de diferentes formas, y se han comparado con resultados obtenidos experimentalmente reproduciendo las condiciones que permitirían justificar lo adecuado o apropiado a estos mecanismos.

Las evidencias experimentales (para algunos autores), reiteramos que indican que la fluencia a altas temperaturas es un fenómeno controlado por la difusión y para metales puros parece predominar la auto-difusión. En el caso de aleaciones, la fluencia puede depender intensamente de la presencia de impurezas de elementos aditivos. Para las aleaciones la energía de activación medida para la fluencia es casi idéntica en muchos casos a la energía de activación para la difusión de uno de los elementos de la aleación , usualmente de aquel que exhibe la menor difusividad . Se acepta generalmente que la autodifusión en los metales es controlada predominantemente por un mecanismo de vacantes el cual incluye el movimiento de átomos a través de la red por intercambio de posiciones con las vacantes [20].

Como la fluencia depende de procesos térmicamente activados, es probable que para muchos de estos procesos la tensión aplicada tienda a disminuir la barrera de potencial que se opone a la deformación por fluencia. En cuyo caso para un proceso dominante o controlador de energía de activación ΔH_i , se podrá medir a lo sumo:

$$\Delta H_c = \Delta H_i - V \cdot f(\sigma) \quad (101)$$

donde V es un volumen de activación (aparente) y σ , la tensión aplicada. Si no tenemos identificado un mecanismo por algún procedimiento no podemos medir (identificar la medida) la energía de activación del mecanismo controlador de la fluencia. Por otra parte existe una cierta evidencia de que el volumen de activación presentará una dependencia con la temperatura, y con la tensión, [38].

3.3.1 HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS EN CADA ZONA

Cuando se llevan a efecto ensayos experimentales en diferentes condiciones para muchos materiales en primer lugar las diversas formas de las funciones (de las curvas) que se obtienen cambia mucho de las zonas de bajas a las de altas temperaturas y por otra parte en unos casos interesan unos tipos de relaciones y en otros casos otros. En cualquier caso se pueden utilizar curvas , deformación-tiempo $\varepsilon = \{f(t)\}_{\sigma, T}$. Evidentemente éstas curvas serán a tensión y/o temperatura constante. A bajas temperaturas pueden ser útiles las representaciones, velocidad de deformación-deformación a tensión y/o temperatura constante $\dot{\varepsilon} = \{f(\varepsilon)\}_{\sigma, T}$. Cuando aumenta la tensión a temperatura constante o cuando aumenta la temperatura a tensión constante, aumenta la velocidad de deformación para alcanzar una determinada deformación. En el régimen de altas temperaturas la forma de las curvas es menos monótona que a bajas temperaturas. Por otra parte, para el que hemos denominado “creep primario”, las relaciones son claramente de la forma

$$\dot{\varepsilon} = \{f(\sigma, T, t)\} = \{f(\sigma, T, \varepsilon)\} \quad (102)$$

Evidentemente, estas expresiones, al incluir la deformación, no pueden dar lugar a una ecuación de estado. Para el rango de creep secundario o de tasa de fluencia en estado estacionario $\dot{\varepsilon}_s = f(\sigma, T)$ y las numerosas evidencias experimentales que hemos reseñado en el apartado anterior permiten plantear una separación de variables, al menos en primera aproximación

$$\dot{\varepsilon}_s = f_1(\sigma) \cdot f_2(T) \quad (103)$$

que con las hipótesis mencionadas en el apartado anterior es evidente que una posibilidad es:

$$f_2(T) \propto e^{-\frac{Q_c}{R \cdot T}} \quad (104)$$

por lo que resulta interesante la representación de $\text{Ln}(\dot{\epsilon}_s)$, frente a $1/T$, ya que en la relación planteada

$$\text{Ln}(\dot{\epsilon}_s) = K_1 - \left(\frac{Q_c}{R}\right) \cdot \frac{1}{T} \quad (105)$$

y la pendiente, en rangos reducidos de T , permite obtener Q_c . En condiciones de que exista una garantía de la regresión lineal, o sea de la dependencia lineal, si hemos realizado dos medidas, $\dot{\epsilon}_1, T_1, \dot{\epsilon}_2, T_2$, podemos estimar, (que es como se ha venido haciendo históricamente):

$$Q_c = -R \cdot \left(\frac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1}\right) \cdot \frac{\text{Ln}\left(\frac{\dot{\epsilon}_1}{\dot{\epsilon}_2}\right)}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} \quad (106)$$

pero esta estimación no tiene la mínima validez si en la representación mencionada no se presenta una dependencia lineal, clara y única. La falta de dependencia lineal puede provenir de dos orígenes. Por una parte, por un cambio o sustitución de mecanismos que actúan en serie, pasando de ser mecanismo de control uno para que lo sea otro, en cuyo caso el tratamiento por intervalos de temperatura en los que comportamiento lineal esté garantizado, obtendríamos de alguna manera una $Q_c=f(T)$, de tipo salto, como hemos referido anteriormente, con una zona de transición no bien definida, pero si la situación es la de mecanismos actuando en paralelo, tendríamos

$$\dot{\epsilon}_s = \left(\left(k_1 \cdot e^{-\frac{Q_1}{R \cdot T}} \right) + \left(k_2 \cdot e^{-\frac{Q_2}{R \cdot T}} \right) \right) \cdot f_1(\sigma) \quad (107)$$

en cuyo caso la expresión de carácter general

$$Q_c = -R \cdot \frac{d(\text{Ln}(\dot{\epsilon}_s))}{d(1/T)} \quad (108)$$

conduciría trivialmente a

$$Q_c = \frac{k_1 \cdot Q_1 \cdot e^{-\frac{Q_1}{R \cdot T}} + k_2 \cdot Q_2 \cdot e^{-\frac{Q_2}{R \cdot T}}}{k_1 \cdot e^{-\frac{Q_1}{R \cdot T}} + k_2 \cdot e^{-\frac{Q_2}{R \cdot T}}} \quad (109)$$

y así entonces obtendríamos una media ponderada de las energías de activación de los mecanismos concurrentes. La determinación de los factores de peso es una tarea nada fácil.

Tradicionalmente como se ha trabajado con expresiones de la forma:

$$\dot{\epsilon} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{e}^{-\frac{Q}{RT}} \cdot \left(\frac{\sigma}{E}\right)^n \quad (110)$$

si se conoce Q, como anteriormente se ha explicado, se suele construir el factor

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A} \cdot \left(\frac{\sigma}{E}\right)^n \quad (111)$$

que en forma logarítmica, permite, representando $\ln(\mathbf{Z})$ frente a $\ln(\sigma/E)$, obtener n, a partir un coeficiente del ajuste de la recta de regresión. Sucedió que con estas herramientas se obtenían valores variables de n, no sólo por zonas, en las que las hipótesis físicas permitiesen postular diferentes mecanismos, sino también variaciones en el coeficiente n, en zonas con modelos supuestamente fijos para n. Además el valor de Q, obtenido anteriormente fluctuaba evidentemente y estaba sometido a errores muy ligados a las temperaturas elegidas.

Nos resulta evidente que la posibilidad de obtener valores representativos de los parámetros anteriores para rangos amplios de las variables intensivas presenta un interés en si mismo. Además, si fuese posible restituir de alguna forma a partir de los resultados del ajuste de una ecuación de amplia aplicabilidad, los parámetros de sentido físico anteriormente mencionados en su variabilidad con la tensión y la temperatura, se habría logrado obtener de forma sintética una gran cantidad de información.

Capítulo. 4.

“Estudio del método experimental”

4. ESTUDIO EXPERIMENTAL

4.1 MÉTODOS TECNOLÓGICOS DE CONFORMADO, TÉCNICAS EXPERIMENTALES. ENSAYOS Y SIMULACIONES

La elaboración de productos de materiales metálicos se basa en propiedades tecnológicas como son la ductilidad, maleabilidad, resiliencia, fusibilidad, etc. En general, fuera del contexto de la fundición, la forma final del material tratado se obtiene actuando mecánicamente y de manera directa sobre los materiales, estando estos por lo general en estado plástico, bien sea caliente, semi-caliente o en frío. Las deformaciones plásticas pueden realizarse por tanto en frío o en caliente, según sean las propiedades del material metálico, las propiedades finales deseadas y la forma y estructura del producto a obtener.

Las principales operaciones plásticas del tratamiento de los metales y sus aleaciones son:

- 1) Forja
- 2) Laminación
- 3) Trefilado
- 4) Extrusión

La forja es el proceso plástico por el que damos forma al metal mediante percusión o compresión y son forjables los materiales que se pueden deformar en frío o en caliente sin que produzcan fracturas en los mismos. Son forjables en caliente los materiales que, antes de fundir, presentan un amplio periodo de fluencia plástica.

Por medio de la laminación se produce una acción de tracción y compresión, que en su caso acompaña procesos de torsión. Se aplica a lingotes de las acerías o fundiciones produciéndoles mediante lo anterior unas formas o perfiles prefijados.

El trefilado es una elaboración plástica que consiste básicamente en una reducción de la sección del material mediante un esfuerzo de tracción. También se puede producir una forma a la sección del trefilado. En este

proceso existen esfuerzos de tracción, de compresión y cabe que exista procesos de torsión.

La extrusión es una elaboración plástica en la que se actúa por compresión induciendo a la matriz del material a pasar por secciones o matrices huecas con formas determinadas. Es el procedimiento que más se usa para fabricar perfiles de aleaciones.

Existen también en el ámbito tecnológico unas operaciones de conformado específicas de las chapas que son diferentes a las anteriormente citadas siendo más indicadas para el trabajo sobre lingotes, coladas o fundición directa. Estas tareas de conformado sobre las chapas son:

1) El punzonado o troquelado 2) El doblado o plegado 3) El embutido 4) El estampado 5) El perfilado, entre otros de menor importancia.

Las operaciones anteriores desde el punto de vista tecnológico demandan maquinarias diferentes pero sus principio mecánicos participan de las mismas bases físicas que las de los trabajos de conformado principales anteriormente indicados.

En resumen las formas operativas a inducir sobre los metales y aleaciones, con independencia de los trabajos de fundición son producidas generalmente por dos vías:

- 1) Por procesos de deformación plástica, en los cuales el volumen y la masa del metal son conservados.
- 2) Por procesos de eliminación, mecanizado, en los cuales el material es eliminado parcialmente para darle la forma requerida.

En los trabajos tecnológicos de conformado de materiales al igual que es importante el procedimiento de conformado, presenta mayor importancia, sobre todo con los materiales avanzados, el control de las propiedades mecánicas del proceso de conformado. En muchos productos las propiedades mecánicas dependen de del control del endurecimiento por la deformación durante el procesado. En otros procesos se precisa el control de la deformación, de la temperatura y velocidad de deformación durante el procesado como imprescindible para desarrollar propiedades y estructuras

óptimas. Desde el punto de vista de las entidades mecánicas básicas de trabajo las categorías de la deformación son:

- a) Procesos de compresión directa
- b) Procesos indirectos de compresión
- c) Procesos de tensión (tracción).
- d) Procesos de flexión
- e) Procesos de torsión

El análisis de tensiones en el proceso de metales y aleaciones es uno de los objetivos del análisis científico aplicado a estos procesos tecnológicos. Debido a que las fuerzas y deformaciones son bastante complejas, es usual en una primera aproximación realizar hipótesis simplificadoras tales como despreciar deformaciones elásticas sobre todo cuando estamos trabajando en situación de deformación plástica en caliente. Por otra parte, prácticamente se suele considerar al material como homogéneo e isotropo lo cual es una aproximación bastante arriesgada por que por otra parte en ocasiones se asume que la deformación no será uniforme. El objetivo final de muchos estudios aplicados al campo tecnológico será determinar las fuerzas o tensiones requeridas para producir una deformación dada para una cierta geometría, lo que permitirá seleccionar el equipo de trabajo. También es muy importante predecir la deformación límite a alcanzar por encima de la cual pueda producirse la fractura del material. Por otra parte los procesos tecnológicos precisan de una información práctica concreta: ¿En qué regiones de tensión, temperatura y velocidad de deformación puedo trabajar sin que el material entre en zonas de inestabilidad que puedan producir todo tipo de fenómenos no deseados (fracturas, coalescencia de cavidades, ruptura intergranular, sobrecalentamiento etc).?

Los procesos de deformación plástica se pueden dividir en primer lugar según la temperatura, en deformación plástica en caliente y en frío, siempre respecto a su temperatura de fusión. Así los procesos de conformado quedarán caracterizados por su temperatura. Además será otra característica

de los mismos la cantidad de deformación y la velocidad de deformación. Estos parámetros vendrán caracterizados por sus recorridos. Siguiendo el trabajo de J.J Urcola y otros [39], sintetizamos algunos datos:

	Velocidad	Deformación	Deformación por pasada	Deformación Acumulada
	$\dot{\epsilon}$	ϵ	ϵ	$\sum \epsilon$
Laminación	$[10^{-2}, 10^2] \text{seg}^{-1}$		[0.2, 0.5]	5
Extrusión	$[5 \cdot 10^{-2}, 10^{-1}] \text{seg}^{-1}$	[2, 5]		
Forja Pasadas	$[10^{-2}, 25] \text{seg}^{-1}$		[0.2, 1]	[0.1, 2]
Forja Percusión	$[10, 1000] \text{seg}^{-1}$			[0.2, 2]

Tabla 1. Representación de algunos intervalos típicos, de deformación, velocidades de deformación y deformación acumulada, para algunos de los procesos de conformado industrial.

Para estudiar el comportamiento de un material en un proceso industrial de conformado, lo mejor es analizar el propio proceso, solo que esto es muy caro, y de difícil de reproducción. Para economizar esfuerzos y costes, se acude a los ensayos de laboratorio. Los más empleados son:

- a) Tracción
- b) Compresión axisimétrica
- c) Compresión plana
- d) Torsión
- e) Torsión combinada con tracción

En estos ensayos se buscan obtener múltiples parámetros, sobre todo la tensión de fluencia en dependencia con las demás magnitudes de interés del fenómeno y la ductilidad.

El ensayo de tracción permite obtener directamente la curva tensión deformación. Pero como veremos, adolece de múltiples limitaciones. En las formas convencionales de máquinas con desplazamiento del cabezal a

velocidad constante, la velocidad de deformación disminuye conforme avanza la deformación:

$$\dot{\epsilon} = \left[\frac{d \ln \frac{l}{l_0}}{dt} \right] = \frac{\dot{l}}{l} \quad (112)$$

ya que la variación se verá que no difícilmente es uniforme

Además la inestabilidad plástica de la tracción denominada estricción, provoca que la curva de fluencia obtenida en tracción sea muy limitada alcanzando sólo a producir resultados fiables para deformaciones del orden de 0.3. En los trabajos de conformado en caliente, este valor se sobrepasa en casi todos los procedimientos de conformado.

En la compresión axisimétrica el problema de "barreling" debido a los procesos de fricción, obliga a realizar complejas correcciones para obtener las curvas "tensión - deformación". En este caso, la velocidad aumenta cuando aumenta la deformación. Se llegan a deformaciones del orden de 0.7, que pueden ser útiles para algunos procesos de laminación.

La compresión plana se produce de tal forma, que se deben corregir los datos de fricción y ensanchamiento de la probeta en la dirección transversal. Con este proceso se alcanzan deformaciones equivalentes del orden de 2.5.

El ensayo de torsión parece ser el más adecuado para la simulación de conformados en caliente, para grandes tasas de deformación. La velocidad de giro suele permanecer constante, pero la velocidad de deformación y la deformación varían a lo largo del radio de la probeta

Las fórmulas de deformación de cizalla y la velocidad de deformación de cizalla en un punto del radio "r", para una probeta de longitud "L" y a un ángulo de giro θ , y velocidad de giro $\dot{\theta}$, son:[40]:

$$\gamma(r) = \frac{r}{L} \cdot \theta$$

$$\dot{\gamma}(r) = \frac{r}{L} \cdot \dot{\theta} \quad (113) \quad (114)$$

El problema del gradiente radial de deformaciones complica la obtención de la tensión de cizalla τ , a partir del par de torsión Γ . Según los modelos o criterios de obtención de la tensión de corte, tendremos unas relaciones u otras. Como veremos, aplicando el procedimiento de Fields y Backoffen [41] obtenemos la tensión de cortadura en el radio superficial de la probeta:

$$\tau = \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi \cdot a^3} \cdot (3 + m + n)$$

$$n = \left(\frac{\partial \ln \Gamma}{\partial \ln \theta} \right)_\theta \quad (115) \quad (116) \quad (117)$$

$$m = \left(\frac{\partial \ln \Gamma}{\partial \ln \dot{\theta}} \right)_\theta$$

siendo "a", en este caso el radio externo de la probeta. Por esto en el marco de este modelo, que es uno de los posibles, no el único, la obtención de la tensión de cizalla requiere un procesado previo con ensayos a diferentes velocidades de deformación, que permitan calcular el parámetro m para una deformación en giro, dada.

Para obtener los valores de tensión y deformación equivalentes, con el fin de comparar con otros ensayos y para poder reducir y aplicar los resultados a procesos de conformado industriales, se debe aplicar un criterio de fluencia como puede ser el de Von Mises, aunque no es el único posible. Aplicado este criterio, los valores de tensión y deformación equivalentes:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3} \cdot \tau$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\gamma}{\sqrt{3}} \quad (118) \quad (119)$$

en los ensayos de torsión se alcanzan valores de deformación mayores de 2

Procederemos a analizar los ensayos de forma minuciosa, sus conversiones y sus relaciones con algún proceso básico de conformado.

4.2. EL ENSAYO DE TORSIÓN

El ensayo de torsión es uno de los anteriormente mencionados. Por sus características permite tanto determinar parámetros del comportamiento

plástico de los materiales de interés, como realizar simulaciones de conformados de materiales en condiciones similares a las de fabricación. La importancia de este tipo de ensayo estriba, en que se puede llevar a efecto para altas deformaciones y altas velocidades de deformación siendo especialmente útil para el trabajo en caliente. No está limitado por los condicionantes de los ensayos de tensión por tracción y compresión, con sus problemas de variación de la sección eficaz en un caso, y de abombamiento, en el otro. Estos dos tipos de ensayos presentan problemas de forma que hacen especialmente difícil la obtención de parámetros del comportamiento plástico suficientemente homologables. No sucede esto en el ensayo de torsión, en el cual se pueden llevar a cabo deformaciones muy notorias a temperaturas elevadas sin que exista un cambio de forma sustancial. En contra del ensayo de torsión, tenemos la compleja geometría que acompaña a la determinación de tensiones y deformaciones y la dificultad en la obtención de una tensión límite de fluencia que sea susceptible de comparar con los otros ensayos y con los diferentes tipos de conformado industrial.

La utilización de los parámetros del ensayo de torsión requieren para que su utilización sea generalizable, una correcta conversión del par medido en la máquina en tensión de corte y de ella la obtención de la tensión equivalente. También se requiere una adecuada conversión de la rotación angular sufrida por la probeta trabajada en deformación de corte y de ella la deformación equivalente. De manera similar, se debe convertir correctamente la velocidad angular en velocidad de deformación de corte y posteriormente en velocidad de deformación equivalente.

La conversión del par en tensión de cizalladura se ha realizado por diferentes métodos uno de ellos habitual es el de Fields y Backofen [41], que se basa en que la tensión de cizalla en un punto depende sólo de la deformación de cizalla acumulada y de la tasa de deformación equivalente en ese punto. Estas hipótesis no son esencialmente válidas, cuando el material sufre una restauración dinámica, en cuyo caso la tensión de fluencia dependerá adicionalmente de la tasa de deformación y de la temperatura a la cual las deformaciones previas se han aplicado. Dicho de otra forma, en esta

situación, la ecuación que relaciona determinados parámetros de la fluencia no será de estado, pues dependerá del camino seguido para alcanzar la deformación dada. Pese a lo anterior, se han desarrollado modelos que son aplicables a cualquier ley de endurecimiento. También se presentan problemas para realizar las conversiones de deformación de cizalla en deformaciones equivalentes a causa de la rotación del eje principal de deformación.

La dificultad en determinar la tensión de corte superficial $\tau(R)$, siendo R el radio máximo o superficial, proviene del problema de invertir la ecuación integral:

$$\Gamma = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^R \tau(r) \cdot r^2 \cdot dr \quad (120)$$

donde Γ es el par desarrollado y R el radio externo de la probeta. El método más antiguo es el denominado método diferencial el cual requiere llevar a cabo dos ensayos a la misma velocidad de giro de la máquina, con dos probetas de radios diferentes R_1 , y R_2 de valores próximos. Entonces la diferencia entre los pares es:

$$\Gamma_2 - \Gamma_1 = 2 \cdot \pi \cdot \bar{\tau} \cdot \frac{(R_2^3 - R_1^3)}{3} \quad (121)$$

con lo cual se obtiene finalmente:

$$\bar{\tau} = \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{R_2^3 - R_1^3} \quad (122)$$

este valor se asocia a una deformación de cizalladura específica dada por :

$$\bar{\gamma} = \frac{(R_1 + R_2) \cdot \theta'}{2} \quad (123)$$

siendo θ' la cantidad de giro (número de vueltas) por unidad de longitud. El valor de la tensión así obtenida debe asociarse a un radio R_3 dentro del intervalo $[R_1, R_2]$, diferente de su valor medio. Existe con este método por lo tanto, una cierta incertidumbre en el valor de la deformación de cizalla en la superficie. También es obvio y de sencillo cálculo, que el error relativo en la tensión de cizalladura dependerá de la diferencia entre los dos pares medidos.

El método de Nadai [42] requiere que la tensión de cizalladura dependa sólo de la deformación de cizalladura, por tanto, su aplicación estará circunscrita a materiales insensibles a la velocidad de deformación. En esta hipótesis :

$$\Gamma = \left(\frac{2 \cdot \pi}{\theta^3} \right) \cdot \int_0^{\gamma(R)} \tau(\gamma) \cdot \gamma^2 \cdot d\gamma \quad (124)$$

siendo $\gamma(R)$ es la deformación de cizalla en el radio exterior. Diferenciando respecto a θ y de manera directa se obtiene:

$$\tau = \left(\frac{\Gamma}{2 \cdot \pi \cdot R^3} \right) \cdot \left(3 + \frac{d \ln \Gamma}{d \ln \theta} \right) \quad (125)$$

este método no puede ser aplicado a altas temperaturas en donde la tasa de sensibilidad no puede despreciarse .

El método de Fields y Backofen es el más habitualmente usado. La obtención de la tensión de cizalla parte de la hipótesis de :

$$\tau(\mathbf{r}) = \mathbf{f}(\bar{\epsilon}, \bar{\dot{\epsilon}}, \mathbf{T}) \quad (126)$$

por lo tanto es inmediato que

$$\Gamma = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^R \tau(\bar{\epsilon}, \bar{\dot{\epsilon}}, \mathbf{T}) \cdot r^2 \cdot dr \quad (127)$$

mediante integración por partes, se alcanza

$$\Gamma = \frac{2 \cdot \pi \cdot R^3}{3} \cdot \tau(R) - \frac{2 \cdot \pi}{3} \int_0^R \frac{d\tau(\bar{\epsilon}, \bar{\dot{\epsilon}}, \mathbf{T})}{dr} \cdot r^3 \cdot dr \quad (128)$$

como

$$\frac{d\tau}{dr} = \left(\frac{\partial \tau}{\partial \bar{\epsilon}} \right) \cdot \left(\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial \tau}{\partial \bar{\dot{\epsilon}}} \right) \cdot \left(\frac{\partial \bar{\dot{\epsilon}}}{\partial r} \right) = \left(\frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{3} \cdot L} \right) \cdot \left[\mathbf{N} \cdot \left(\frac{\partial \tau}{\partial \bar{\epsilon}} \right) + \dot{\mathbf{N}} \cdot \left(\frac{\partial \tau}{\partial \bar{\dot{\epsilon}}} \right) \right] \quad (129)$$

y dado que

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{N}} = \left(\frac{4 \cdot \pi^2}{\sqrt{3} \cdot L} \right) \cdot \int_0^R \frac{\partial \tau}{\partial \bar{\epsilon}} \cdot r^3 \cdot dr \quad (130)$$

y similarmente para $(\partial \Gamma / \partial \mathbf{N}')$ se obtiene otra ecuación formalmente equiparable a la anterior y con las dos se obtiene:

$$\tau(\mathbf{R}) = \left(\frac{\Gamma}{2 \cdot \pi \cdot \mathbf{R}^3} \right) \cdot \left(\mathbf{3} + \frac{\partial \ln \Gamma}{\partial \ln \mathbf{N}} + \frac{\partial \ln \Gamma}{\partial \ln \dot{\mathbf{N}}} \right) \quad (131)$$

siendo N y N', el número de vueltas medidas en la máquina de torsión y la velocidad de la máquina en r.p.m. o rps. Identificando $m = (\partial \ln \Gamma / \partial \ln N')$ y $n = (\partial \ln \Gamma / \partial \ln N)$ se llega a la formula clásica:

$$\tau(\mathbf{R}) = \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi \cdot \mathbf{R}^3} \cdot (\mathbf{3} + \mathbf{m} + \mathbf{n}) \quad (132)$$

Lo que realmente se pretende obtener es una tensión de fluencia equivalente. Para encontrar la relación debemos tener en cuenta la geometría de este tipo de ensayos. También se deben tener en cuenta los parámetros clásicos en el modelo de elasticidad en aproximación lineal. Definiendo la deformación generalizada equivalente:

$$\bar{\varepsilon}^2 = \frac{2}{3} \cdot \sum_{i,j} (\varepsilon_{i,j})^2 \quad (133)$$

y la velocidad de deformación generalizada

$$\bar{\dot{\varepsilon}}^2 = \frac{2}{3} \cdot \sum_{i,j} (\dot{\varepsilon}_{i,j})^2 \quad (134)$$

Se supone que el limite de fluencia, o la tensión del límite de fluencia es:

$$\sigma_0 = f(\bar{\varepsilon}, \bar{\dot{\varepsilon}}, T) \quad (135)$$

Pudiendo, esta tensión definirse a partir de diferentes expresiones entre las que se pueden destacar:

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cdot \bar{\varepsilon}^n \cdot \bar{\dot{\varepsilon}}^m \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}} \quad (136)$$

o bien

$$\sigma_0 = \frac{1}{\alpha} \cdot \operatorname{arcsinh} \left[\left(\frac{\left(\bar{\dot{\varepsilon}} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}} \right)^{\frac{1}{n}}}{\mathbf{A}} \right) \right] \quad (137)$$

es evidente que la segunda de las dos últimas expresiones puede representar adecuadamente el comportamiento de la tensión de fluencia, ya que en las

condiciones perfectas, es independiente de la deformación. Esto no será así, en las zonas en las que la tensión varía con la deformación, esto es, cuando se produce un comportamiento elasto-plástico, o en el caso de que, por calentamiento adiabático o recristalización dinámica, no se alcance una plataforma estacionaria o estado estacionario de fluencia "creep".

La denominación usual para m , es la de sensibilidad diferencial a la velocidad de deformación o coeficiente visco-plástico y n es el coeficiente de acritud o de endurecimiento. Se sabe por diferentes razonamientos de estabilidad que $1 < n$ y $m < 1$

La probeta se supone cilíndrica, que es lo usual en este tipo de máquinas. Además se supone que la deformación sólo tiene lugar por cizallamiento puro, así como que la probeta presenta homogeneidad a lo largo de todo el eje de la misma, y no se precisa homogeneidad en la dirección radial de la sección recta, en cuanto al comportamiento mecánico.

El procedimiento experimental consiste, en programar una velocidad de rotación fija para el utillaje a lo largo de todo el proceso para cada probeta, así como una temperatura fija a lo largo de la experiencia. El aparato registra una deformación dada en número de vueltas y el par de torsión en función del número de vueltas o revoluciones realizadas por la maquinaria.

De acuerdo con las Figs. [1] y [2] , definiendo el vector de desplazamientos (en coordenadas cilíndricas por comodidad) como

$$\vec{U} = (u_r, u_\theta, u_z) \quad (138)$$

en el punto de aplicación $M(r, \theta, z)$. Teniendo en cuenta que para las condiciones planteadas con anterioridad $u_z=0$, $u_r=0$, $u_\theta= r \cdot \theta_z$. Siendo θ_z la rotación en el punto M cuando la probeta ha realizado una rotación total θ_T . Sabido es que $\theta_z=z \cdot \theta_T/L$. De acuerdo con la geometría del problema.

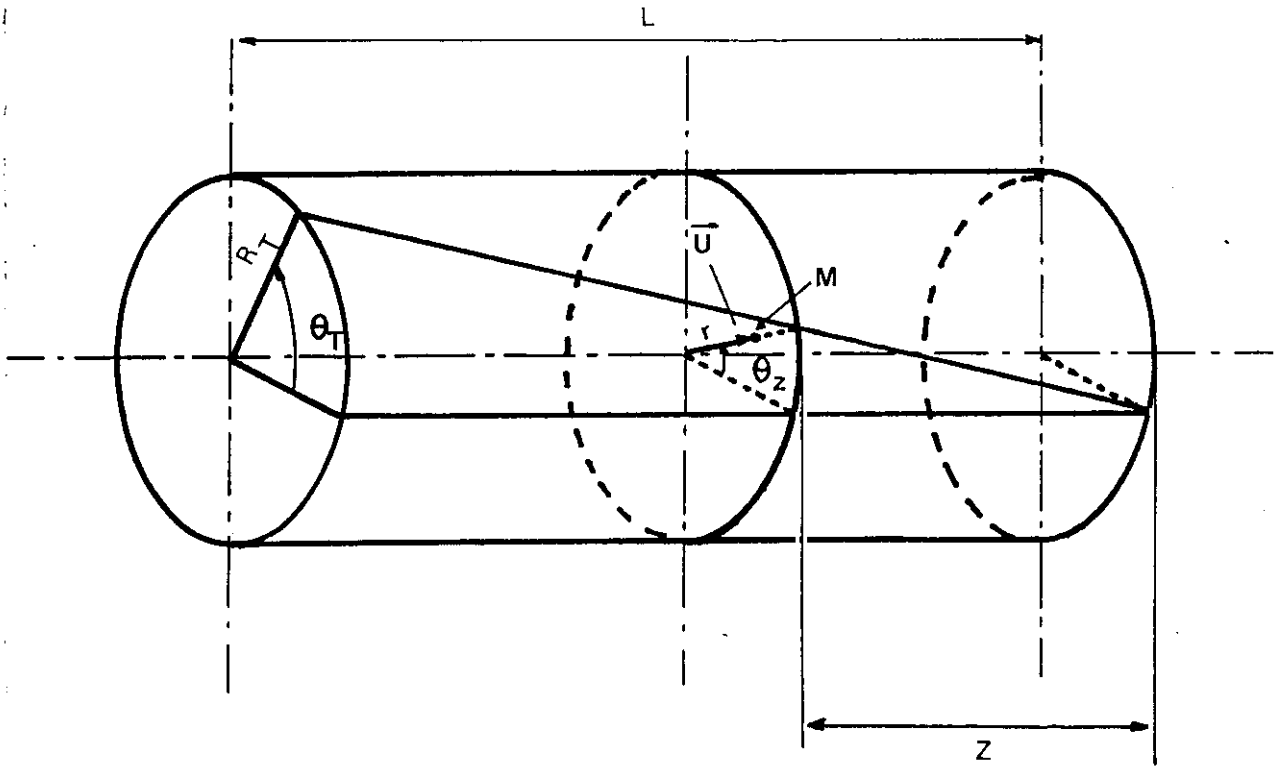


Fig.(1). Representación de las deformaciones en una simplificación elemental de una probeta cilíndrica sometida a un par de torsión.

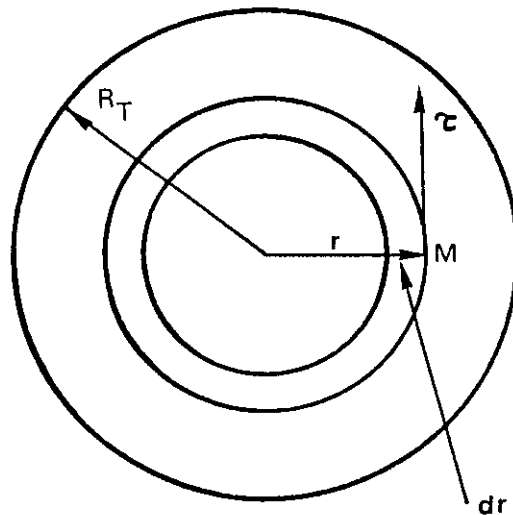


Fig.(2). Representación de los elementos básicos de una sección de una probeta cilíndrica.

Los tensores de deformación y de velocidad de deformación equivalentes serán:

$$[\bar{\varepsilon}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r \cdot \theta_T}{2 \cdot L} \\ 0 & \frac{r \cdot \theta_T}{2 \cdot L} & 0 \end{bmatrix} \quad (139).(140)$$

$$[\dot{\bar{\varepsilon}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r \cdot \dot{\theta}_T}{2 \cdot L} \\ 0 & \frac{r \cdot \dot{\theta}_T}{2 \cdot L} & 0 \end{bmatrix}$$

aplicando los resultados anteriores obtenemos:

$$\bar{\varepsilon}(\mathbf{R}) = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \mathbf{R}}{\sqrt{3} \cdot L} \right) \cdot \mathbf{N} \quad (141)$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}}(\mathbf{R}) = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \mathbf{R}}{\sqrt{3} \cdot L} \right) \cdot \dot{\mathbf{N}} \quad (142)$$

de la misma forma para el tensor de tensiones tenemos el siguiente resultado directo

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\theta z} \\ 0 & \sigma_{z\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (143)$$

con $\sigma_{\theta z} = \tau(r)$, con lo cual y aplicando el criterio de Von Mises para la condición de flujo plástico, que es:

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 6 \cdot (\sigma_{r\theta}^2 + \sigma_{\theta z}^2 + \sigma_{zr}^2) - 2 \cdot \sigma_0^2 = 0 \quad (144)$$

llegamos a la relación que determina la tensión de fluencia:

$$\sigma_0 = \tau(\mathbf{R}) \cdot \sqrt{3} \quad (145)$$

por lo tanto, teniendo en cuenta la relación entre la tensión de cizalladura y el momento medido en la máquina obtenemos finalmente:

$$\sigma_0 = \left(\frac{\sqrt{3} \cdot \Gamma}{2 \cdot \pi \cdot R^3} \right) \cdot (3 + m + n) \quad (146)$$

Sin embargo, muchos estudios requieren conocer las estructuras obtenidas, requiriendo este caso, un radio eficaz para la reducción, distinto del radio superficial, debido a fuertes problemas que surgen en relación con la oxidación o la descarburación.

Con las relaciones anteriormente expuestas se pueden explotar los datos experimentales del ensayo de torsión, para obtener el valor de la tensión de fluencia para cada velocidad de deformación y temperatura.

Si se tiene garantía de que nos encontramos en la zona estacionaria de fluencia ("creep"), podemos tomar con cierta seguridad $n=0$, o muy próximo a cero, y en cualquier caso un valor pequeño y cuasi-constante. En caso contrario, se precisa la evaluación de n y m para poder determinar el valor de la tensión de fluencia. Para hacer esto se puede proceder de dos formas diferentes: Una de ellas consiste en suponer una ecuación que relaciona la tensión de fluencia con la deformación equivalente la velocidad de deformación equivalente y la temperatura, esto es, en el caso de "creep", se trata de suponer una de las posibles ecuaciones de estado postuladas en la bibliografía. Sucede, que uno de los objetivos de estos ensayo de fluencia es precisamente ese, establecer cuál es la forma óptima de la susceptible ecuación de estado para la fluencia estacionaria, por lo que este método no es válido sino se plantea como un método iterativo a convergencia. Nosotros hemos ensayado este método con mejoras no significativas, sobre todo debido a que los procesos de iteración introducen ciertos errores numéricos que invalidan los que se pretende corregir. La otra forma planteada es la de obtener los valores a partir de interpolar sobre las superficies de los datos experimentales.

La máquina, que está, en nuestro caso, computerizada, entrega unos registros que aportan N (número de vueltas) N' (velocidad en r.p.m.), t (tiempo en ms), momento (en Nm). A partir de estos registros disponemos de las curvas

$$\Gamma = \left[f(N) \right]_{\substack{T=cte \\ N=cte.}} \quad (147)$$

Esto es, podemos, de ellas, fácilmente obtener funciones $n=f(N,T)$ y su mapa de curvas de nivel asociado.

A partir de los registros entregados por la estructura experimental podemos construir las funciones

$$\Gamma = \left[f(\dot{N}) \right]_{\substack{N=cte \\ T=cte}} \quad (148)$$

Este tipo de funciones requieren una reducción específica, la cual se puede realizar a partir de los datos experimentales. Obteniendo las expresiones para ε , podemos obtener las funciones

$$\Gamma = \left[f(\bar{\varepsilon}) \right]_{\substack{N=cte. \\ T=cte}} \quad (149)$$

A partir de esta secuencia de trabajo se pueden obtener las funciones:

$$\Gamma = f(\bar{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}, T) \quad (150)$$

para un valor de $T=cte$, ya que para trabajar tridimensionalmente precisamos hacer constante una de las tres variables. De estas funciones experimentales, se puede proceder mediante ajuste "spline", o bien, proceder a ajustar una función de estado, si bien, no en la forma adecuada, ya que será una aproximación. El mapa de curvas de nivel asociado como representación bidimensional, permite valorar por cortes los coeficientes que se necesitan para las reducciones. Obtenidas estas funciones, mediante derivación logarítmica, se pueden obtener directamente las funciones de la sensibilidad diferencial

$$m = \left[f(\bar{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}) \right]_{T=cte} \quad (151)$$

Estas funciones, después se reintroducen en las ecuaciones de reducción que hemos planteado anteriormente. Realmente, la secuencia general que hemos planteado para la reducción, en el caso de trabajar en la zona de fluencia plástica en estado estacionario, resulta muy simplificada y reducida, como es evidente. No obstante el proceso descrito es el general de reducción de datos, que en una forma compleja, o en una forma directa y sencilla, es preciso realizar.

4.3. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL ENSAYO DE TORSIÓN FRENTE A OTROS ENSAYOS

4.3.1. ENSAYOS DE TRACCIÓN SOBRE PROBETAS CILÍNDRICAS

A efectos de realizar una comparación de los valores que se restituyen en el ensayo de torsión, con los que se obtienen con otros ensayos, hemos realizado una revisión del ensayo de tracción, para presentar finalmente los resultados que se obtienen en ambos. Este apartado tiene la finalidad de analizar las diferencias y analogías y de alguna forma las ventajas de usar el ensayo de torsión

El método general del ensayo, es someter al espécimen o probeta a un continuo incremento de tensión uniaxial, mientras se mide simultáneamente la elongación de la probeta en el sentido del eje sobre el que se aplica la tensión (la dirección de aplicación de la tensión da lugar a una diferenciación entre tracción y compresión)

Un ensayo que se suele realizar, para verificar la capacidad para la forja de los materiales metálicos, es la tracción de probetas cilíndricas entalladas.

El ensayo se realiza, midiendo, además de la longitud usual, el diámetro de la probeta a fondo de entalladura, al mismo tiempo que la tensión de tracción, y esto es así, porque la ruptura dúctil por coalescencia generalizada aparece en el núcleo en el plano del diámetro más pequeño de entalladura. El análisis mecánico de Bridgman [43], que tiene en cuenta la geometría del problema para valorar conjuntamente con los parámetros del ensayo, el problema de la estricción, indica que:

$$\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\theta\theta} = -\frac{\varepsilon_{zz}}{2}$$

$$\varepsilon_{zz} = 2 \cdot \ln\left(\frac{d_0}{d}\right) \quad (152).(153).(154)$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} - \bar{\sigma}$$

expresando el radio de curvatura en el plano $z=0$ por la relación aproximada:

$$s(r) = \frac{a \cdot R}{r} \quad (155)$$

siendo r , el punto radial de medida R , la longitud del entallamiento recto y "a" el radio real de la probeta en el momento de estimación. La tensión principal es fácilmente determinable

$$\sigma_{zz} = \bar{\sigma} \cdot \left(1 + \frac{a^2 - r^2}{2 \cdot a \cdot R}\right) \quad (156)$$

y se relaciona la fuerza total de tracción como:

$$F_z = \pi \cdot a^2 \cdot \bar{\sigma} \cdot \left(1 + \frac{a}{4 \cdot R}\right) \quad (157)$$

la tasa de tensión de tracción sobre el eje de la probeta, para $r=0$, es:

$$\frac{\sigma_{zz}}{\bar{\sigma}} = 1 + \frac{a}{4 \cdot R} \quad (158)$$

En el ensayo de tensión, las dimensiones originales de la probeta cambian continuamente durante el ensayo. El área de la sección transversal de la probeta decrece así mismo durante el ensayo. La tensión media basada en el área original decrece y produce una caída en la curva tensión-deformación, hacia el punto de máxima carga. Si se usa una tensión efectiva basada en el área de la sección eficaz, se observa que la curva tensión deformación no presenta una caída brusca sino un crecimiento o una estabilización. La tensión efectiva, en función de la deformación lineal media sería:

$$e = \frac{L - L_0}{L_0}$$

$$A \cdot L = A_0 \cdot L_0 \quad (159). (160). (161)$$

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \cdot (e + 1)$$

Esta tensión está deducida asumiendo la constancia del volumen. La deformación real (efectiva o verdadera, según los diferentes autores), será:

$$\varepsilon = \ln[e + 1] \quad (162)$$

que con la condición de igualdad de volumen:

$$\varepsilon = \ln\left[\frac{A_0}{A}\right] = 2 \cdot \ln\left[\frac{D_0}{D}\right] \quad (163)$$

La estricción, en este tipo de ensayo produce grandes dificultades de medida, inestabilidades mecánicas y aumenta los efectos de interacción con la

velocidad lineal de la máquina, siendo estas algunas de las razones por las que la medida del diámetro es necesaria, de forma puntual, en el desarrollo del proceso. El modelo desarrollado por Bridgman proporciona una corrección a la tensión media axial mediante una compensación por la introducción de tensiones transversales, fruto de la estricción, como se puede observar en las ecuaciones (152),(153), y (154). Las hipótesis que subyacen el modelo son : 1) El contorno de estricción se aproxima por un arco de circunferencia. 2) La sección eficaz de la región de estricción permanece circular a través de todo el ensayo (lo cual manifiestamente no es cierto, ya que aparecen numerosas veces, bandas del máximo de estricción con un ángulo sobre el eje perpendicular al de tracción). 3) Se aplica el criterio de Von Mises para la fluencia. 4) Las deformaciones son constantes sobre la sección eficaz de estricción. El análisis matemático de Bridgman, proporciona una tensión de fluencia uniaxial correspondiente a la que existiría en el ensayo de tensión si la estricción no introdujera tensiones triaxiales y que es en síntesis:

$$\sigma_{efec} = \frac{\sigma_{zz}}{\left(1 + \frac{2R}{a}\right) \cdot \left[\ln\left(1 + \frac{a}{2.R}\right)\right]} \quad (164)$$

No tiene este análisis un interés específico sobre nuestro trabajo. Únicamente se plantea por dos razones: 1) Mostrar algunos de los aspectos que hacen que la aparente sencillez del ensayo de tracción, no es tal. 2) Indicar el proceso de reducción que es preciso realizar para homologar medidas de nuestro ensayos de torsión, con los ensayos de tracción, necesarios si se quieren valorar las masas de datos que aportamos en este trabajo.

Realmente las correcciones de Bridgman hacen que la curva tensión deformación, efectivas, sufra una disminución en el valor de la tensión de fluencia.

Para llevar a efecto un proceso de comparación elemental, entre este ensayo y el de torsión, sin efectuar compensaciones y teniendo en cuenta las direcciones principales, presentamos en la tabla siguiente las comparaciones de ambos ensayos, tensión en tracción y torsión.

Ensayo de tracción	Ensayo de torsión
$\sigma_1 = \sigma_{\max}; \sigma_2 = \sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = -\sigma_3; \sigma_2 = 0$
$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{\sigma_{\max}}{2}$	$\tau_{\max} = \frac{2 \cdot \sigma_1}{2} = \sigma_{\max}$
$\epsilon_{\max} = \epsilon_1; \epsilon_2 = \epsilon_3 = -\frac{\epsilon_1}{2}$	$\epsilon_{\max} = \epsilon_1 = -\epsilon_3; \epsilon_2 = 0$
$\gamma_{\max} = \frac{3 \cdot \epsilon_1}{2}$	$\gamma_{\max} = \epsilon_1 - \epsilon_3 = 2 \cdot \epsilon_1$
$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2}$	
$\bar{\epsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2 \right]^{1/2}$	
$\bar{\sigma} = \sigma_1$	$\bar{\sigma} = \sqrt{3} \cdot \sigma_1$
$\bar{\epsilon} = \epsilon_1$	$\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \epsilon_1 = \frac{\gamma}{\sqrt{3}}$

Tabla (2). Cuadro resumen para la comparación de los ensayos en torsión y en tracción uniaxial.

No tiene interés formalizar los ensayos más complejos en tracción y los ensayos bajo compresión, que pueden a su vez ser de varios tipos.

4.4. ALGUNOS PROBLEMAS E INESTABILIDADES EN EL ENSAYO DE TORSIÓN.

Pese a que el ensayo de torsión no presenta los problemas de estricción, y las inestabilidades en la fluencia derivadas de ello, así como los efectos de acoplamiento y deformación por la velocidad lineal de la cabeza de la máquina, sí que presenta algunos problemas a considerar.

En el caso de ensayos de torsión en caliente, que pueden ser llevados a cabo bajo un amplio rango de velocidades de deformación, se pueden simular

fácilmente condiciones de trabajo metalúrgico a escala industrial. Además, como no sufre estricción ni abarilamiento (engrosamiento, "barreling"), se pueden alcanzar muy grandes deformaciones. Sabemos que para convertir las curvas de par-número de vueltas, en tensión de cizalla frente a deformación de cizalla, se puede utilizar el análisis de Fields y Backofen [41]:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \theta'} = \frac{\Gamma}{\theta'} \cdot (m + n)$$

$$\tau(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r^3} \cdot (3 + m + n) \quad (165).(166).(167)$$

$$\theta' = \frac{\theta}{L}; \gamma = r \cdot \theta'$$

siendo m la sensibilidad de la velocidad de deformación, n el exponente de endurecimiento, y los demás elementos de las fórmulas, los usuales, anteriormente explicados. En el ensayo de torsión se produce una inestabilidad plástica, en forma de bandas de deformación fuertemente localizadas. Las condiciones bajo las cuales se produce una localización del flujo han sido determinadas por Semiatin et al. [44]. Bajo la hipótesis de que el par es una función de la deformación, la velocidad de deformación y la temperatura, resulta ser, el par y su variación diferencial:

$$\Gamma = \Gamma(\theta, \dot{\theta}, T)$$

$$d\Gamma = \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} \right)_{\dot{\theta}, T} d\theta + \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\theta}} \right)_{\theta, T} d\dot{\theta} + \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial T} \right)_{\theta, \dot{\theta}} dT \quad (168). (169)$$

La inestabilidad ocurre cuando:

$$d\Gamma = 0 \quad (170)$$

$$\left[\frac{\left[\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} \right)_{\dot{\theta}, T} d\theta + \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial T} \right)_{\theta, \dot{\theta}} dT \right]}{\Gamma \cdot d\theta} \right] \cdot \Gamma \cdot d\theta + \frac{\Gamma}{\dot{\theta}} \cdot \left[\frac{\partial \ln \Gamma}{\partial \ln \dot{\theta}} \right] \cdot d\dot{\theta} = 0 \quad (171)$$

de donde

$$\frac{1}{\dot{\theta}} \cdot \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} = - \frac{\frac{1}{\Gamma} \cdot \left(\frac{d\Gamma}{d\theta} \right)_{\dot{\theta}}}{\left(\frac{\partial \ln \Gamma}{\partial \ln \dot{\theta}} \right)_{\theta, T}} \quad (172)$$

la localización de flujo en torsión está definida como la fracción de cambio en el giro local, más específicamente, en la variación de giro local por unidad de giro. Materiales con bajos valores de la sensibilidad de la velocidad de deformación y un valor grande y negativo del ablandamiento del par son candidatos a sufrir fenómenos de intensa localización de flujo, como es de inmediata deducción a partir del análisis de la fórmula (172).

Por otra parte, aparece en los ensayos de torsión en caliente un efecto negativo que dificulta la explotación de las medidas. Cuando una probeta es cargada tan rápidamente (grandes velocidades de deformación) que no hay tiempo suficiente para que se produzcan situaciones de equilibrio térmico con el medio. La aplicación de la tensión se hace a entropía constante y bajo condiciones adiabáticas. En una aproximación grosera se puede estimar el cambio de temperatura producido por este efecto, en la forma siguiente [23], p.434:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right]_s = -A \cdot \frac{V_m \cdot \alpha \cdot E \cdot T}{c_v} \quad (173)$$

siendo A una constante DE ACOPLAMIENTO GEOMÉTRICO, V_m , el volumen molar del material, α , el coeficiente de expansión térmico, E, el módulo de elasticidad de Young (isotermo), T, la temperatura absoluta, y c_v , el calor específico a volumen constante. Estos cambios sobre la temperatura son normalmente pequeños, PERO EN ALGUNOS CASOS PUEDEN PRODUCIR EFECTOS SUPERIORES AL 5% COMO ERRORES DE MEDIDA.

En los ensayos de trabajo en caliente, los procesos de restauración tienen lugar simultáneamente con la deformación. En el trabajo en caliente el endurecimiento por deformación y la reestructuración de la estructura de grano producida por deformación son rápidamente eliminados por la formación de una nueva estructura de granos libres de deformación como resultado de la

recristalización La temperatura de la probeta en el trabajo del ensayo de torsión depende de:

- 1) De la temperatura inicial de la herramienta y del material
- 2) Generación de calor debido a la deformación plástica
- 3) Calor generado por fricción en las UNIONES (“interfaces”) con el material
- 4) Calor transferido entre el material deformado, la matriz de la maquina y el entorno.

Para un proceso de deformación sin fricción, o sin que sea significativa, el máximo incremento en temperatura sería:

$$\Delta T_d = \frac{U_p}{\rho \cdot c \cdot J} = \frac{\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon} \cdot \beta}{\rho \cdot c \cdot J} \quad (174)$$

Siendo U_p el trabajo plástico de deformación por unidad de volumen, ρ , la densidad del material, c el calor específico de la probeta, J el equivalente mecánico del calor $J=4185 \text{ J/ Kcal}$, y β , la fracción de trabajo de deformación convertido en calor, que típicamente suele ser del orden del 95%, 0.95. El calor restante es almacenado en el material como energía asociada con los defectos de estructura. En el caso de presencia de fricción, (lo cual se producirá en el caso de la torsión, sobre todo en las proximidades de las mordazas de los cabezales de la máquina), siguiendo a T.Altan y otros [45], el incremento de temperatura debido a la fricción está dada por :

$$\Delta T_f = \frac{\mu \cdot p \cdot v \cdot A \cdot \Delta t}{\rho \cdot c \cdot V \cdot J} \quad (167)$$

donde μ =coeficiente de fricción del material respecto a la unión con la máquina herramienta, p = tensión normal a la superficie de unión, v = velocidad relativa material(probeta)- maquina, A , área de la superficie de contacto, Δt , intervalo de tiempo considerado, V , es el volúmen sometido al aumento de temperatura.

En el caso de la torsión, es en las mordazas donde se puede producir una fricción con un incremento local de la temperatura. Simplificando mucho las relaciones, si la temperatura de la zona próxima a las mordazas de la máquina es T_1 , y T_0 , la temperatura de la probeta, la temperatura promedio de la zona de unión de la mordaza con el material es:

$$T = T_1 + (T_0 - T_1) \cdot e^{-\frac{ht}{\rho c \delta}} \quad (176)$$

donde h = coeficiente de transmisión de calor entre las dos superficies y δ espesor del material limitado por las mordazas, tornillo o cualquier elemento de acoplamiento. La temperatura final del material en el instante t será:

$$T_m = \Delta T_d + \Delta T_f + T \quad (177)$$

si además tenemos en cuenta el posible calentamiento adiabático, en su caso:

$$T_m = \Delta T_d + \Delta T_f + T + \Delta T_a \quad (178)$$

$$\Delta T_a = -\frac{V_m \cdot \alpha \cdot E \cdot T \cdot \Delta \varepsilon}{c_v} \quad (179)$$

Transcurrido un tiempo suficientemente largo, de forma que el transitorio se elimine por alcanzar un equilibrio térmico y por tanto se elimine el factor exponencial, y supuesto que el máximo incremento de temperatura por trabajo plástico se ha equilibrado con el medio, únicamente nos quedaría el calentamiento adiabático producido

Hemos procedido a valorar los factores de error en nuestro trabajo experimental con el fin de acotar las posibles influencias no deseables por los aspectos anteriormente señalados.

Según hemos reseñado para el calentamiento adiabático:

$$\left[\frac{\partial T}{\partial \varepsilon} \right]_s = -A \frac{V_m \cdot \alpha \cdot E \cdot T}{c_v} \quad (180)$$

con el significado habitual para los factores de la anterior expresión. En esta situación, se pueden producir dos hechos con fuerte relación. Por una parte aparece un aumento de la energía interna:

$$dU = c_v \cdot dT = -V_m \cdot \alpha \cdot E \cdot T \cdot d\varepsilon \quad (181)$$

Por otra parte la tasa de cambio de la temperatura en un elemento de volumen del material será:

$$\dot{T} = \frac{\sigma \cdot \dot{\varepsilon}}{\rho \cdot c_p} \quad (182)$$

$$dT = \frac{\sigma \cdot d\varepsilon}{\rho \cdot c_p} \quad (183)$$

teniendo en cuenta que en la situación de deformación plástica en estado estacionario admitimos la existencia de una ecuación de estado que representamos como:

$$\ln[\dot{\epsilon}] = \ln[A] - \frac{Q}{R \cdot T} + n \cdot \ln \left[\sinh \left(\alpha \cdot \frac{\sigma}{E} \right) \right] \quad (184)$$

y como en nuestro experimento $\dot{\epsilon} = \text{constante}$, si diferenciamos la expresión anterior obtenemos:

$$dT = - \frac{nRT^2}{Q} \cdot \coth \left(\alpha \cdot \frac{\sigma}{E} \right) \cdot \frac{\alpha}{E} \cdot d\sigma \quad (185)$$

de donde igualando con la fuente de variación de temperatura por calentamiento adiabático obtenemos:

$$\frac{d \ln(\sigma)}{d\epsilon} = - \frac{Q}{n \cdot R \cdot T^2} \cdot \tanh \left[\frac{\alpha \cdot \sigma}{E} \right] \cdot \frac{E}{\alpha} \quad (186)$$

expresión que sabemos que por razones de estabilidad debe estar acotada por:

$$\frac{d \ln[\sigma]}{d\epsilon} \leq -1 \quad (187)$$

expresión que se puede consultar en [46] (Rishi Raj). Siguiendo el análisis de Rishi Raj y en el caso en que se verifica la igualdad a -1 tenemos la condición de localización de flujo, en estado estacionario. Despejando, en la condición límite de localización de flujo en estado estacionario:

$$\sigma_h = \frac{n \cdot R \cdot T^2 \cdot \rho \cdot c_p}{Q} \cdot \frac{\alpha \cdot \frac{\sigma_h}{E}}{\tanh \left[\frac{\alpha \cdot \sigma_h}{E} \right]} \quad (188)$$

ecuación trascendente que nos permite obtener la condición de localización del flujo. Para todo $\sigma \geq \sigma_h$, estaríamos en una situación de localización de flujo. Para estimar la solución de esta ecuación que es lo que necesitamos acudimos a simplificaciones mediante aproximaciones de primer orden:

$$\sigma_h \cong \frac{n \cdot R \cdot T^2 \cdot \rho \cdot c_p}{Q} \quad (189)$$

Por otra parte, retomando el otro posible efecto que se induce al aumentar la energía interna del elemento de volumen en dU , podemos suponer que en algún caso se va a invertir en disminuir de alguna forma la energía de activación necesaria para producir el fenómeno de fluencia, en cuyo caso, la relación entre la energía de activación del mecanismo que rige el fenómeno de fluencia (realmente) y la energía de activación medida mediante los ajustes que realizamos será:

$$Q_{\text{medida}} = Q_{\text{real}} - V_m \cdot \alpha \cdot E \cdot T \cdot d\varepsilon \quad (190)$$

Para cuantificar las valoraciones estimativas de los aspectos negativos que acabamos de estudiar usaremos los datos siguientes, obtenidos de las siguientes referencias bibliográficas, [47],[48],[49]. Hemos analizado el efecto para aleaciones de aluminio, titanio, y para aceros. Hemos usado las siguientes relaciones:

$$c_v \approx 234R \cdot \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$$

$$c_v \approx \gamma \cdot T + A \cdot T^3 \quad (191).(192).(193)$$

$$c_p \approx c_v \cdot (1 + 10^{-4} \cdot T)$$

La tabla de datos precisos para realizar estimaciones y contrastarlas es:

Mate- rialr	Sistema de Cristali- zación	a(Å) Paso de red	ρ g.cm ⁻³	Concen- tración. Atomica. cm ⁻³	Distancia. vecino más próximo. (Å)	T _{fusión} (K)	Radio Atom. (Å)	θ_D	Const. Térmi. W. cm ⁻¹ K ⁻¹	γ	V
Fe	bcc	2.87	7.87	8.60	2.48	1811	1.27	470	0.8	1.36	7.1
Al	fcc	4.06	2.70	6.02	2.86	933	1.40	428	2.37	4.98	9.99
Ti	hcp	2.95 4.68	4.51	5.66	2.89	1946	1.46	420	0.22	3.35	10.6

Tabla (3). Datos usados para valorar las magnitudes de los errores más significativos del ensayo de torsión

Con los datos necesarios de pesos atómicos, , coeficientes de dilatación lineal y teniendo en cuenta los tres materiales que hemos considerado de referencia para nuestro estudio; Un acero , una aleación de aluminio y otra de

titanio, obtenemos, para unos valores de referencia usuales, que se pueden comprobar en el apartado de resultados de los ajustes:

Acero	Aluminio	Titanio
n=5.02	n=6.35	n=2
Q=383000 J/mol	Q=281524 J/mol	Q=436017 J/mol
T=1473 K	T= 723 K	T= 1173 K
$\sigma_h=574\text{MPa}$	$\sigma_h=123\text{ MPa}$	$\sigma_h=62\text{ Mpa}$
$\Delta Q=73208\text{ de}$	$\Delta Q=20678\text{ de}$	$\Delta Q=36950\text{ de}$

si suponemos, $d\varepsilon=0.2$, podemos obtener valores concretos que nos pueden dar una idea del posible error susceptible de ser cometido.

$\Delta Q =14642$	$\Delta Q =4136$	$\Delta Q=7390$
-------------------	------------------	-----------------

en calorías /mol en todos los casos.

Estas estimaciones son orientadoras para nuestro trabajo, ya que es evidente que presuponen una vigilancia constante y además conocer el momento en el que se ha podido comenzar a producir la anomalía, pero en cualquier caso un efecto a posteriori, analizando los registros del ensayo, nos permite valorar de forma estimativa el orden del magnitud del posible error. También podemos saber si los valores de tensión nos pueden hacer entrar en la zona de concentración de flujo. En nuestros trabajos, y en los materiales que se presentan en este trabajo se han analizado estos casos .

4.5. ALGUNOS PROBLEMAS RELACIONADOS CON EL MÉTODO DE FIELDS Y BACKOFFEN.

Siguiendo el análisis del trabajo de G.R. Canova y otros [50]. Existen varios problemas, en el ensayo, respecto de la reducción de datos. Por una parte la dependencia de la función $\tau = f(\gamma, \dot{\gamma})$ no es unívoca. Se puede probar que no es lo mismo alcanzar un valor de la velocidad y de la deformación $(\gamma_c, \dot{\gamma}_c)$ obtenido de forma directa y continua con un valor constante de la velocidad, que llegar a él, mediante un comienzo a una

velocidad $\dot{\gamma}_1 < \dot{\gamma}_c$, y un posterior salto brusco a $\dot{\gamma}_c$, en cada caso se obtiene valores de τ , diferentes. Este hecho hace que a elevadas temperaturas la unicidad puede ser perturbada por la aparición de recristalización dinámica a deformaciones por debajo del máximo valor de la tensión de deformación. No obstante, esta hipótesis de unicidad es más plausible en la zona de deformación plástica en situación de fluencia estacionaria. El error cometido por esta hipótesis del método de Fields y Backoffen viene dado por:

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{(m - M)}{(3 + n + m)} \quad (194).(195).(196)$$

$$m = \left(\frac{\partial \ln \Gamma}{\partial \ln \dot{\theta}} \right)_\theta \quad M = \left(\frac{\partial \ln \Gamma}{\partial \ln \dot{\theta}} \right)_{\text{estado}}$$

donde M es diferente de m. M representa el cambio en el par de torsión por el cambio (agudo), de forma instantánea, de la tasa de giro. Este error es siempre pequeño.

Desarrollando una fórmula de error intrínseca al método esta es:

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma} + \frac{\left(\frac{2\theta\Delta\Gamma}{\Gamma \cdot \delta\Gamma} + \frac{2\theta\Delta\theta}{\Gamma\delta\theta} \right) \cdot \left(\frac{\delta\Gamma}{\delta\theta} \right)}{(3 + m + n)} \quad (197)$$

la aplicación de esta fórmula para el error produce valores del orden del 10%, pero son de tipo disperso, respecto de los datos experimentales asociados a los métodos deducibles a partir de la fórmula de Fields and Backoffen. No obstante, el alisado de las curvas, por ser errores con carácter disperso, permite reducir estos valores que se manifiestan fundamentalmente por producirse de manera aleatoria.

En el trabajo de Canova y otros [50] se propone un método corrector para la conversión del par. La hipótesis básica es que la tensión de corte en un radio r está definida sólo por la historia de su situación particular no por el desarrollo en localizaciones vecinas:

$$\tau = \tau(r) \neq \tau(r, R) \quad (198)$$

las demás hipótesis son la constancia de la longitud de la probeta, y que no se producen localizaciones de flujo en el proceso, lo cual es más discutible en el caso de altas temperaturas. El método precisa de dos probetas de radio R_1 y

R_2 , y permite obtener reducciones de la tensión de corte a un radio efectivo R_0 dado por:

$$R_0 = \sqrt{\frac{R_1^2 + R_1 \cdot R_2 + R_2^2}{3}} \quad (199)$$

y entonces:

$$\tau(R_0) = \frac{3}{2\pi} \cdot (\Gamma_2 - \Gamma_1) / (R_2^3 - R_1^3) \quad (200)$$

evidentemente este radio reducido deberá utilizarse para el resto de las conversiones. Pese a todo lo anterior, no puede plantearse que esta reducción sea mejor, debido a su mayor coste experimental, además en el caso de nuestros trabajos existe un problema, para la aplicación de esta reducción que la coloca, en el mismo orden de imprecisión que la del método de Fields and Backoffen [41] y que es reconocido en el trabajo de Canova et al [50]. Es el hecho de la influencia de la recristalización dinámica, la cual junto con la migración de fronteras de grano se puede producir durante el ensayo, y que usualmente se comienzan a nuclear en las capas más externas de la probeta, en donde la deformación es mayor y a partir de donde se propagan hacia el interior. Por tanto existen probabilidades altas de generación de subestructuras de dislocaciones, en un radio dado, que serán influidas por el cambio de las capas adyacentes, lo cual rompe la hipótesis de partida del método de Canova.

Otro autores proponen un radio equivalente diferente al radio externo por razones de la geometría del problema. Así Barraclough et al. [51], proponen un radio efectivo para el cálculo de deformaciones, velocidades de deformación y curvas tensión-deformación, para probetas macizas y tubulares. Estos autores analizan el efecto en los ensayo de torsión de la razón longitud /radio de las probetas, (gauge), concluyendo que para materiales que muestran restauración dinámica esta razón tiene efecto pequeño sobre la curva tensión deformación, excepto cuando la razón l/r es muy corta y en éste caso concluyen que la medida de deformaciones es ineficaz, e incierta. Para materiales que cristalizan dinámicamente la inestabilidad (perturbación) en la tensión máxima aumenta con la disminución de la razón l/r , y sobre todo

cuando esta se reduce por debajo de 2:1. El efecto del calentamiento adiabático a altas velocidades de deformación es mayor cuando se incrementa la razón l/r , así pues aparece una acotación para la elección de esta razón. Deducen también que el uso de un radio efectivo en el cálculo de la curva tensión-deformación minimiza los problemas asociados con el gradiente estructural a través del diámetro de la probeta. Estos autores asumen que existe un radio "a" en el cual la relación genérica que plantean Fiel ad Backoffen es en particular:

$$\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n \cdot \gamma^m \quad (201)$$

siendo en este caso:

$$\gamma = a \cdot \frac{\theta}{L} \quad (202)$$

$$\dot{\gamma} = a \cdot \frac{\dot{\theta}}{L} \quad (203)$$

usando las mismas relaciones integrales que Field y Backoffen encuentran para una probeta maciza:

$$a_{ef} = \sqrt[m+n]{\frac{3}{3+m+n}} \cdot [R] \quad (204)$$

que para $m+n=0.050$, $m+n=0.1$, $m+n=0.2$, $m+n=0.3$, $m+n=0.4$, produciría valores de radios efectivos 0.718, 0.720, 0.724, 0.728, 0.731, lo cual significa que para los valores de trabajo en la zona de fluencia plástica el radio efectivo así considerado es bastante insensible al valor de $m+n$ en los recorridos de nuestro interés (no se debe olvidar que trabajamos en situación de fluencia en estado estacionario). No obstante el uso de este radio efectivo, presenta un problema sobre la predicción y la seguridad de los datos para aplicaciones tecnológicas, ya que produce un efecto de multiplicación sobre las tensiones eficaces por un factor 2.64 y una contracción sobre las deformaciones de valor factor 0.724 para $n+m=0.2$. Realmente lo que proponen los autores citados (Barraclough et al.) [51] es mantener para la obtención del valor de la tensión de corte a partir del par medido, el procedimiento de Backoffen y sólo modificar con el radio efectivo la obtención de la deformación y de la velocidad de

deformación. Si considerásemos un método iterativo para la obtención de $m+n$ a partir de este método podríamos variar substancialmente los valores de $m+n$.

En la búsqueda del radio adecuado para las conversiones que conducen a la curva tensión-deformación, Lach y Pöhlandt [52], obtienen un valor del radio efectivo:

$$a_{ef} = \frac{3}{4} \cdot R \quad (205)$$

con el resultado (añadido por el método), que permite determinar:

$$\gamma_{ef} = \frac{3}{4} \cdot \gamma(R) \quad (206).$$

$$\tau_{ef} = \frac{3 \cdot \Gamma}{2 \cdot \pi \cdot R^3} \quad (207)$$

la razón en deformaciones y velocidades de deformación entre este método y el de la reducción superficial es de 0.75, y la razón entre las tensiones de corte es de 0.94 para $m+n=0.2$

Estos métodos, pese a eliminar los defectos de reducción en superficie, también eliminan información, y sólo parecen eficaces en el caso de especímenes con valores l/r cortos, presenta por esto interés en los casos en los que se tengan antecedentes de que las condiciones de trabajo van a producir un calentamiento adiabático.

Respecto a la conversión de la deformación de corte en deformación equivalente las modificaciones pueden dar lugar a errores mucho mayores y más significativos, teniendo en cuenta el modelo de Eichinger and Siebel [53], que básicamente considera una mayor aproximación en el desarrollo de la deformación equivalente dada por :

$$d\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\left\{ (d\epsilon_{11} - d\epsilon_{22})^2 + \dots \right\} / 6 \right] + \left\{ d\epsilon_{12}^2 + \dots \right\}^{1/2} \quad (208)$$

introduciendo un término para $d\epsilon_{12}^2$, que no se introduce en otros modelos de reducción y cuya discusión no es precisa aquí, se obtiene:

$$\bar{\varepsilon} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) \ln \left(\frac{\gamma}{2} + \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2} \right)$$

frente a

(209).(210)

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\gamma}{\sqrt{3}}$$

Mediante acotaciones sencillas podemos estimar los errores relativos que se pueden cometer. Si acotamos γ , entre $1/2 < \gamma < 4$, resulta un error relativo acotado entre 0.04 y 0.38. Esto es, nos encontramos para deformaciones de corte del orden de 0.5 con errores relativos del orden del 4% y para deformaciones de corte del orden de 4 con errores relativos del orden del 40%.

Sin embargo podemos analizar como afecta este error posible a nuestros trabajos. En primer lugar debemos tener en cuenta que los ensayos que vamos a realizar fundamentalmente tienen como objetivo la obtención de una ecuación de estado en la fluencia en estado estacionario, para lo cual necesitamos obtener, la tensión de fluencia para el estado estacionario, la velocidad de deformación y la temperatura, ya que en estas condiciones la deformación no es una variable de estado, en este caso trabajando en la zona plana de las curvas tensión - deformación la diferencia estimada en los errores por la adopción de un esquema u otro para la obtención de la deformación eficaz, no producirá efectos substanciales en la determinación de la tensión de fluencia para el estado estacionario. Distinto sería si se realizase el ensayo en tensión máxima o en la zona intermedia entre el máximo y la plataforma de estado estacionario, en ambos casos por razones diferentes la adopción de uno u otro esquema podría producir substanciales y diferentes resultados. En la zona de tensión máxima, no se deben esperar diferencias importantes entre uno y otro método, ya que en ella no se han alcanzado deformaciones excesivamente grandes. Sin embargo, entre la deformación para la tensión máxima y la plataforma de estabilidad cuando se alcanza la tensión de fluencia, si cabe esperar grandes diferencias entre uno y otro método de reducción. Además, otro hecho viene a compensar errores potenciales a la hora de efectuar comparaciones con otros ensayos y con procesos de conformado. Las comparación de las curvas "tensión - deformación" entre

ensayos de tracción y de torsión muestra unas curvas decrecidas en tensión equivalente para los ensayos de torsión frente a los de tracción, lo que puede ser debido a la elección del criterio de Von Mises en lugar del de Bishop y Hill o el de Tresca para las tensiones y deformaciones efectivas, además de los efectos de estricción que hemos comentado con anterioridad. Si se hubiese usado el criterio de Tresca tendríamos :

$$\sigma_0 = \tau(R).2 \quad (211)$$

El efecto conjunto del uso del Criterio de Von Mises en lugar de el de Tresca, y de la aproximación en primer orden en lugar de la de segundo orden para la deformación efectiva nos proporciona la compensación que puede observarse en las Fig. [3] y [4]

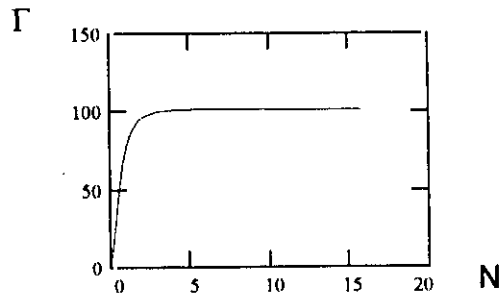


Fig.(3) Representación de una curva teórica de tensión - deformación (en máquina) $\Gamma(N.m)=f(N(\text{número de vueltas}))$, ideal y normalizada a 100 N.m. para el par de fluencia.

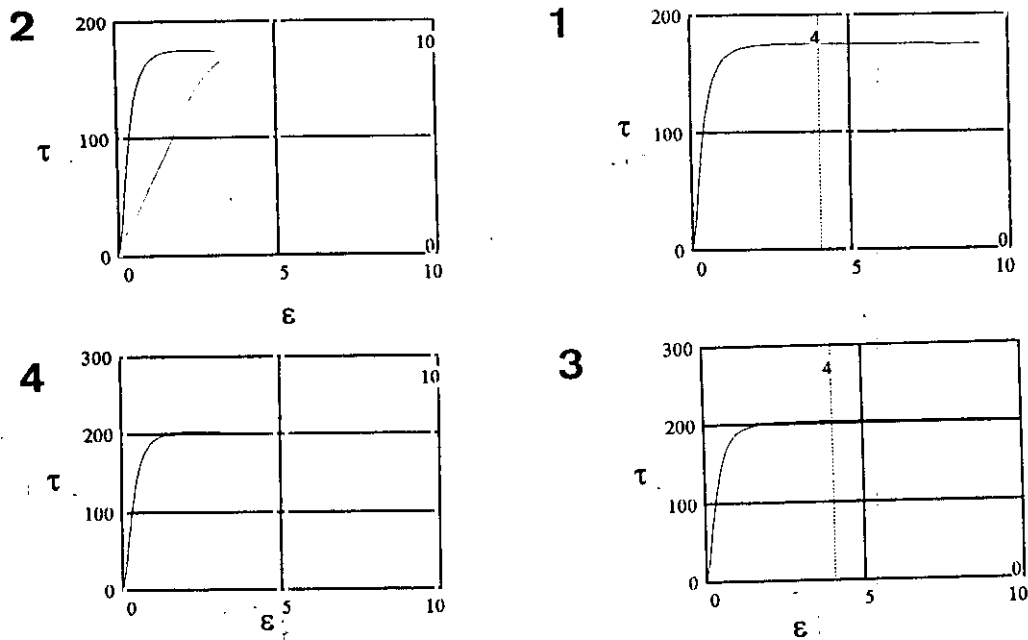


Fig.(4) Representación de cuatro situaciones diferentes a comparar. En las cuatro se ha efectuado una reducción a una curva $\tau = f(\epsilon)$ a partir de la curva $\Gamma=f(N)$ de la figura (3). En el caso 1, se ha utilizado el criterio de Von Mises para una reducción $\epsilon = N / \sqrt{3}$, mientras que en el caso 2, hemos utilizado el criterio de Von Mises con $\epsilon = (2 / \sqrt{3}) \cdot \ln(1 + \sqrt{1 + N^2 / 4} + N / 2)$. La comparación entre las dos gráficas muestra que la conversión de deformaciones con el segundo criterio produce una contracción notable. En las gráficas 3 y 4 se han realizado las mismas conversiones pero obteniendo la reducción del par a la tensión de corte usando el criterio de Tresca.

El criterio de Canova et al. es, que es preferible utilizar el criterio de Von Mises, pues admiten que la depleción en las curvas fruto del ensayo de torsión, frente al de tracción, es real, no es fruto de efectos de reducción, esto es, que debe aparecer y no ser corregida, ya que se produce debido a los diferentes caminos de la deformación. Por lo tanto asumido esto y con la evidencia de que en las regiones de fluencia estacionaria del creep, las diferencias entre las deformaciones eficaces no influyen en la medida de la tensión eficaz de fluencia y ante la evidencia de que para bajas deformaciones no es sustancial la diferencia entre los métodos de determinación de la deformación eficaz, asumimos como correcto el método de reducción que empleamos, o al menos no encontramos evidencias de que los métodos alternativos sean mejores. Por otra parte a la opción de Canova et al, se le puede plantear una crítica sustancial. Si nos encontramos con materiales que debida a la alta temperatura homologa de trabajo alcancen la fluencia plástica, tras una recristalización dinámica, para altos valores de la deformación, con el criterio de Canova et al, difícilmente se alcanzaría la plataforma de estabilidad, ya que la función logarítmica para altos valores de la deformación de corte crece con suma lentitud, prácticamente antes de alcanzar una expresión clara de la zona de fluencia estacionaria que es evidente en tiempo, se alcanzaría la ruptura del material. Evidentemente este problema no le tienen todo tipo de ensayos, pero si el nuestro en particular, con nuestro método y con los objetivos del mismo. Este análisis del ensayo de torsión ha pretendido profundizar exhaustivamente en todas las fuentes de perturbación posibles, valorarlas y además considerar si el método de reducción de datos que hemos empleado, es correcto. La conclusión es que lo es. Además y por otra parte debemos concluir, con todas las limitaciones que se quieran considerar, que el ensayo de torsión para nuestros objetivos es mucho más eficiente que los otros ensayos considerados.

4.6. CAPACIDAD DE REPRODUCCIÓN DE LA LAMINACIÓN A PARTIR DE LOS RESULTADOS DEL ENSAYOS DE TORSIÓN

En la laminación, el material se deforma bajo la acción de dos cilindros, y sufre en general muchas transformaciones sucesivas, tanto en caliente, como en frío. Las tasas de reducción (variación de la sección) son variables y dependen del tipo de producto final deseado o del tipo de tren de laminación, variando de un 5% a 50% en cada pasada. La deformación total acumulada es alta. Por esta última razón, es el ensayo de torsión el más adecuado para la reproducción o simulación de los procesos de laminado.

Para simplificar se debe suponer que el proceso está compuesto de una compresión homogénea y de una fricción en el contacto de los cilindros., la cual produce una perdida de energía. Además la fricción en los cilindros induce la cizalla en el material. Se desprecia el alargamiento producido, lo que supone deformación plana. A partir de estas hipótesis y de la ley de conservación del volumen el tensor de deformaciones en un sistema $Oxyz$, de la Fig. [5], es:

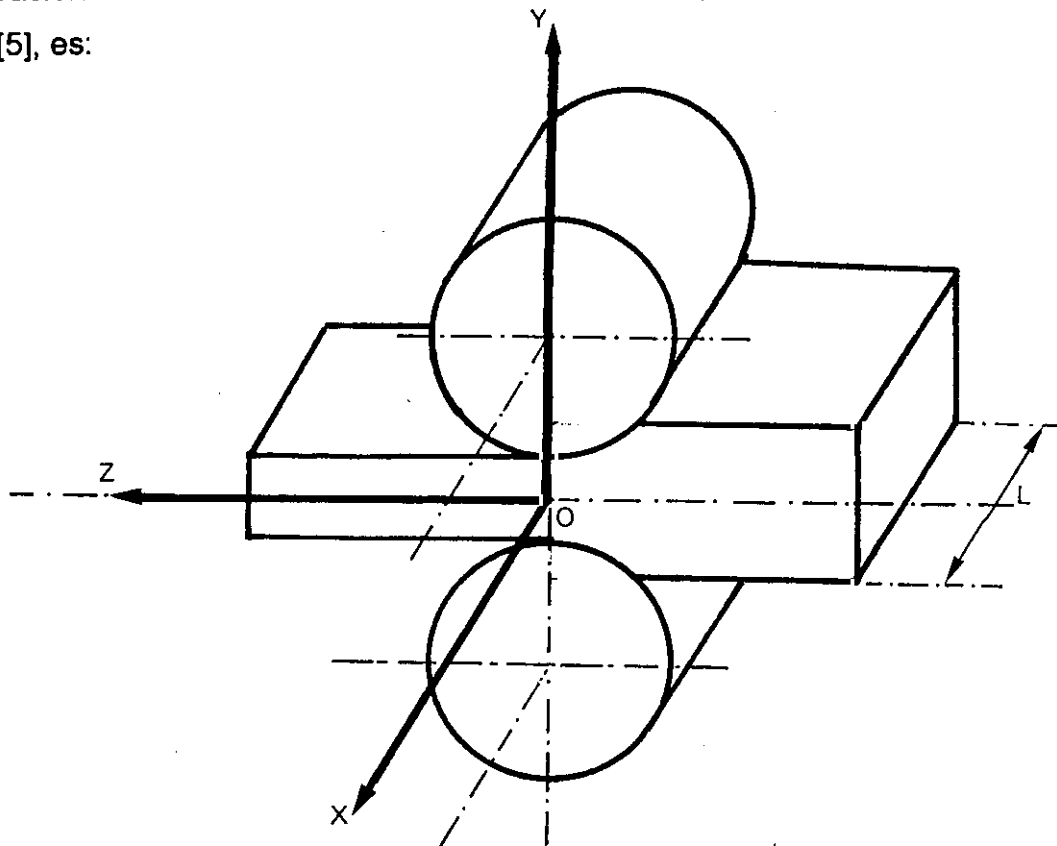


Fig.(5). Descripción general de un elemento de laminación, indicando el sistema de referencia para la definición de los tensores de esfuerzos y deformaciones

$$(\underline{d\varepsilon}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dh}{h} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{dh}{h} \end{pmatrix} \quad (212)$$

en donde h , es la altura del material en el momento de entrada al tren de laminado. El tensor de velocidades de deformación será:

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dh}{h \cdot dt} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{dh}{h \cdot dt} \end{pmatrix} \quad (213)$$

Si la deformación es uniforme, la reducción total en el curso de una pasada de laminación será:

$$\varepsilon_z = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} = \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right) \quad (214)$$

siendo los valores h_1 , y h_2 los espesores de entrada y salida de los rodillos. De lo anterior se obtiene:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right) \quad (215).(216)$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{h} \cdot \frac{dh}{dt}$$

Como la velocidad de deformación no es constante es preciso definir una velocidad de deformación media, que se basa en el ángulo que forma el radio de los rodillos sobre el material a laminar, según se puede ver en la Fig.[6]:

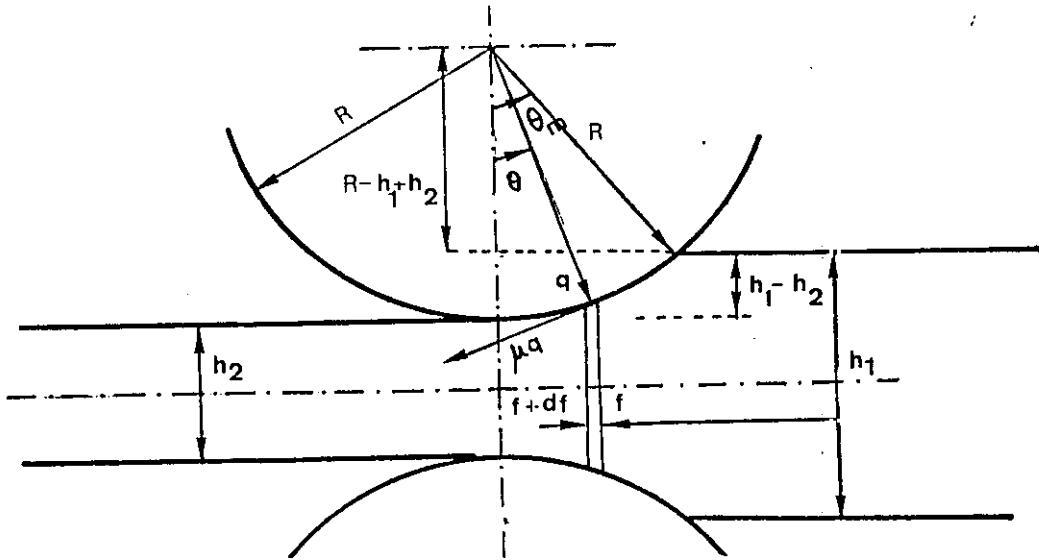


Fig.(6). Relaciones angulares y geométricas sobre la estructura del diseño básico del tren de laminado.

$$\dot{\epsilon}_m = \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{1}{\theta_m} \cdot \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right) \quad (217)$$

con las aproximaciones geométricas pertinentes y denominando r a la tasa de reducción $r=(h_1-h_2)/h_1$, siendo $\theta_m = \sqrt{r \cdot h_1 / R}$. Si Ω , es la velocidad de rotación de los cilindros de laminación (en revoluciones por minuto), tenemos:

$$\dot{\theta} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \Omega}{60} \quad (218)$$

por lo tanto se puede obtener fácilmente:

$$\dot{\epsilon}_m = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2\pi\Omega}{60} \cdot \sqrt{\frac{R}{r \cdot h_1}} \cdot \ln\left(\frac{1}{1-r}\right) \quad (219)$$

En el mismo sistema de referencia, si denominamos p_r a la presión que producen los cilindros y F_t a la fuerza de tracción o de compresión por unidad de longitud del útil a laminar, sobre un espécimen de altura h , el tensor de tensiones resulta ser:

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot \left(p_r + \frac{F_r}{h} \right) & 0 & 0 \\ 0 & p_r & 0 \\ 0 & 0 & \frac{F_r}{h} \end{pmatrix} \quad (220)$$

y aplicando en deformación plana el criterio de Von Mises:

$$\frac{3}{2} \cdot (\sigma_y - \sigma_z)^2 = 2\sigma_0^2 \quad (221)$$

por lo tanto:

$$\sigma_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left| p_r - \frac{F_r}{h} \right| \quad (222)$$

Todo proceso de conformado impuesto a los materiales tiene un camino de deformación determinado, cualquier otro proceso que determine el mismo camino de deformación, esto es que reproduzca la historia de la deformación, permitirá alcanzar el mismo límite de fluencia plástica.

A partir de este concepto se pueden establecer equivalencias entre dos procesos de conformado, y esto justifica el empleo de ensayos mecánicos conocidos y establecer las reglas y relaciones que se pueden transferir de unos procesos a otros. Para que se pueda establecer esta equivalencia es preciso:

- a) Efectuar un análisis del proceso de conformado a simular, en este caso el laminado.
- b) Determinar las leyes para los valores medios: $\bar{\epsilon}_m, \dot{\bar{\epsilon}}_m, \mathbf{T}_m$.
- c) Efectuar un análisis mecánico del ensayo, en este caso el ensayo de torsión.
- d) Determinar por medio de los ensayos los valores de la tensión de fluencia según: $\sigma_0 = \mathbf{f}(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, \mathbf{T})$, o respecto a sus valores medios.
- e) Aplicar los valores de la tensión de fluencia obtenidos al proceso de conformado:

LAMINADO

Magnitudes tecnológicas

- Tasa de reducción
- Velocidad de rotación de cilindros.
- Temperatura del material

Análisis Mecánico

Magnitudes Mecánicas

$$\bar{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}, T$$

$$\bar{\varepsilon}_m, \dot{\varepsilon}_m, T_m$$

Modelos mecánicos

Fuerzas

Pares

TORSIÓN

Magnitudes Mecánicas

$$\bar{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}, T$$

$$\bar{\varepsilon}_m, \dot{\varepsilon}_m, T_m$$

Análisis Mecánico

Magnitudes Tecnológicas

Número de vueltas

Velocidad de rotación

Temperatura de la probeta

Tabla (5). Detalle de las conversiones y equivalencias entre ensayos de torsión y proceso de laminado.

Las equivalencias necesarias son:

$$\begin{aligned}\sigma_o(\text{tor}) &= \tau(R_T) \cdot \sqrt{3} = \sigma_o(\text{lam}) = \frac{\sqrt{3}}{2} \left| p_r - \frac{F_t}{h} \right| \\ \bar{\varepsilon}(\text{tor}) &= \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_T N}{L} = \bar{\varepsilon}(\text{lam}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right) \\ \dot{\varepsilon}(\text{tor}) &= \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_T}{L} \cdot \dot{N} = \dot{\varepsilon}(\text{lam}) = \frac{4\pi\Omega}{60\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{R}{r \cdot h_1}} \cdot \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right)\end{aligned} \quad (223).(224).(225)$$

En los paréntesis, se ha indicado (tor) para la torsión y (lam) para el laminado. De estas relaciones obtenemos: 1) la relación entre las vueltas y la deformación en laminado. 2) La velocidad de rotación de la máquina de torsión para simular la velocidad de los rodillos de la laminadora.

Así pues el ensayo de torsión permite reproducir las condiciones de un conformado por laminación y además la obtención de la ecuación de estado en fluencia permite predecir las situaciones del conformado en laminación. De la obtención de la ecuación de estado para la fluencia plástica, mediante el ensayo en torsión, podemos obtener el límite de fluencia necesario para la definición de los parámetros mecánicos del laminado, como son la fuerza y el par. También se pueden estudiar los parámetros metalúrgicos y su evolución en el curso de un ciclo termomecánico, como la recristalización o la estructura del material.

No es tema de este trabajo reproducir las simulaciones que podemos efectuar mediante el ensayos de torsión para el conformado de forja, de extrusión o de trefilado, pero con mayor o menor complejidad se pueden construir, de hecho en las referencias bibliográficas están construidas [54] las equivalencias pertinentes. Únicamente pretendemos destacar los campos de aplicación tecnológicos en los que se enmarca el presente trabajo y la gran importancia que para el sector industrial-tecnológico, presentan las mejoras substanciales que nuestro trabajo aporta, las variables que determina, su proceso de determinación así como los errores de tipo experimental que pueden suceder en los ensayos.

4.7. LA MÁQUINA DE TORSIÓN-CARACTERÍSTICAS OBTENCIÓN DE DATOS.

El banco de trabajo en torsión consiste en una bancada con un motor asentado, un reductor, una caja de velocidades, un embrague electromecánico, y un disco que permite medir ángulos de giro mediante un circuito optoelectrónico. Además el árbol torsor para la aplicación del par de torsión y el árbol de medida, con las galgas extensométricas de la célula de medida del par torsor. La probeta se aloja dentro de un tubo de cuarzo, en el que se puede reproducir un atmósfera inerte y protectora de argón que puede evitar efectos superficiales de los que anteriormente se han mencionado,

sobre todo la oxidación superficial. El tubo se aloja en el interior de un horno de autoinducción con límite superior de temperaturas [1500] K. Se miden las temperaturas, mediante termopares para el control del horno y de contacto de control de la probeta, además un pirómetro mide la temperatura precisa, de la situación real de la deformación, por lo tanto se posee la temperatura registrada de caldeo y de la de trabajo. El par torsor, la temperatura de trabajo, la velocidad del motor y el ángulo de giro son registradas por un sistema [SETARAM] que digitaliza y entrega los datos. El tratamiento previo de los mismos lo realiza el sistema digital de SETARAM . El árbol de medida permite la acción de embragues por medio de sistemas magnéticos que permiten extraer la probeta del horno y si se desea, enfriar mediante chorro de agua a presión que congela la microestructura de la deformación. La máquina de trabajo de nuestro laboratorio, marca así mismo SETARAM, permite realizar medidas de temperaturas de trabajo en el recorrido [650-1350 °C], pero ha sido ampliado con modificaciones a un rango [200-1500 °C], además las velocidades que permite el motor hacen que el número de vueltas por minuto que se pueden imprimir a las probetas esté entre [0.2] y [100]. Las probetas sobre las que se realizan los trabajo son habitualmente de valores de L=.6,13,27, y 50 mm, y de R=de 2, 6 mm, se han elegido estos rangos fundamentalmente por las razones expuestas en los apartado anteriores, ya que según el "gage" que se utilice en la razón R/L se presentan unas u otras perturbaciones. El par tiene un sistema de equilibrado por medio de .galgas.

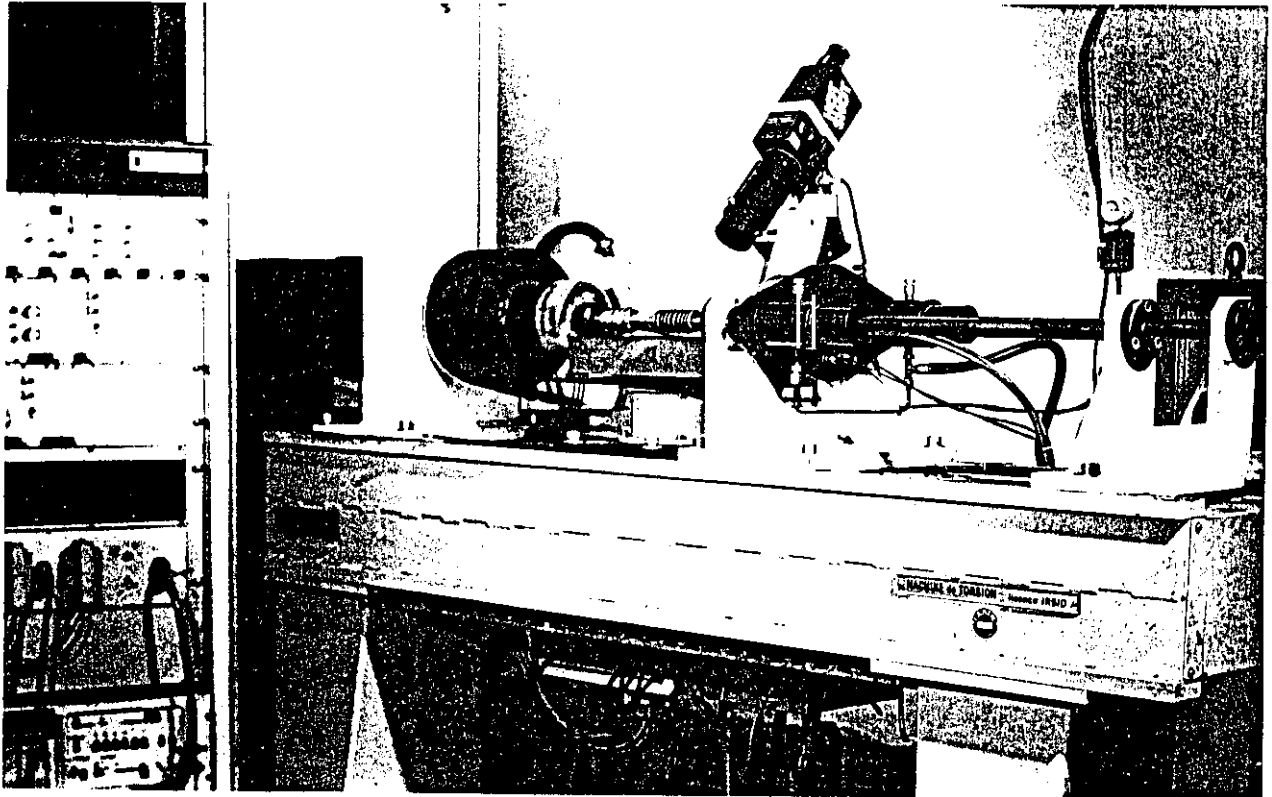


Fig.(7). Máquina de torsión utilizada en el Departamento de Metalurgia Física del C.E.N.I.M., con la que se han realizado la mayoría de los ensayos de la base de datos (todos excepto algunos datos de la aleación de titanio)

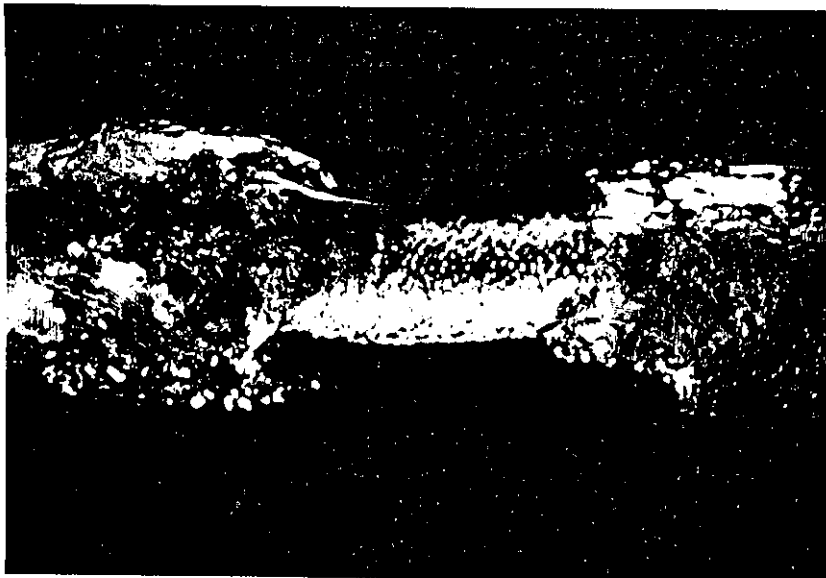


Fig.(8). Detalle de una probeta después del ensayo, la cual muestra la deformación sufrida por sobrecalentamiento. Nótese el alto valor de la razón R/L.

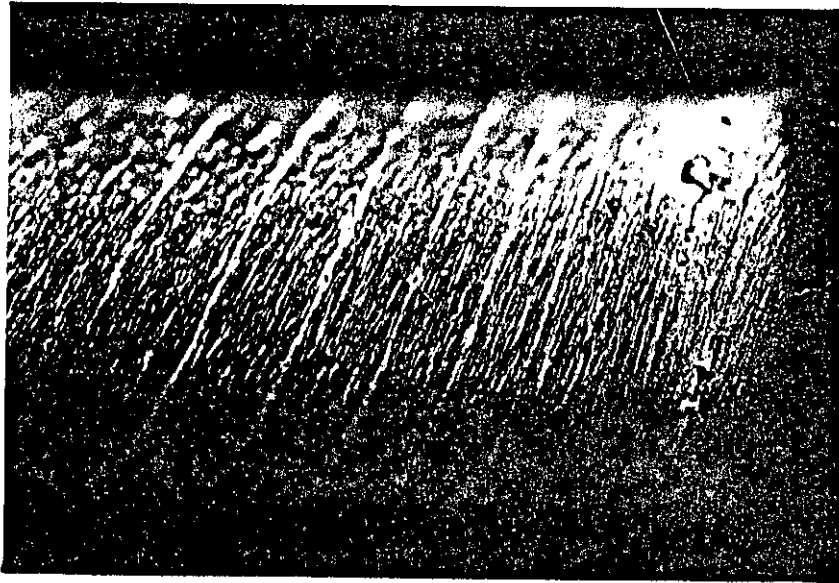


Fig.(9). Fotografía de una probeta sobre la que se habían realizado marcas para observar la uniformidad de la deformación.

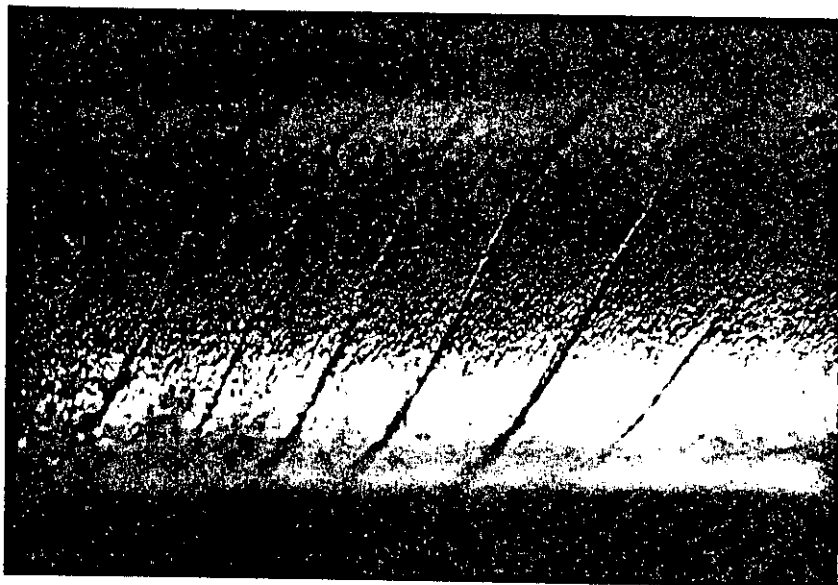


Fig.(10). Detalle de otra probeta con el mismo proceso de control.

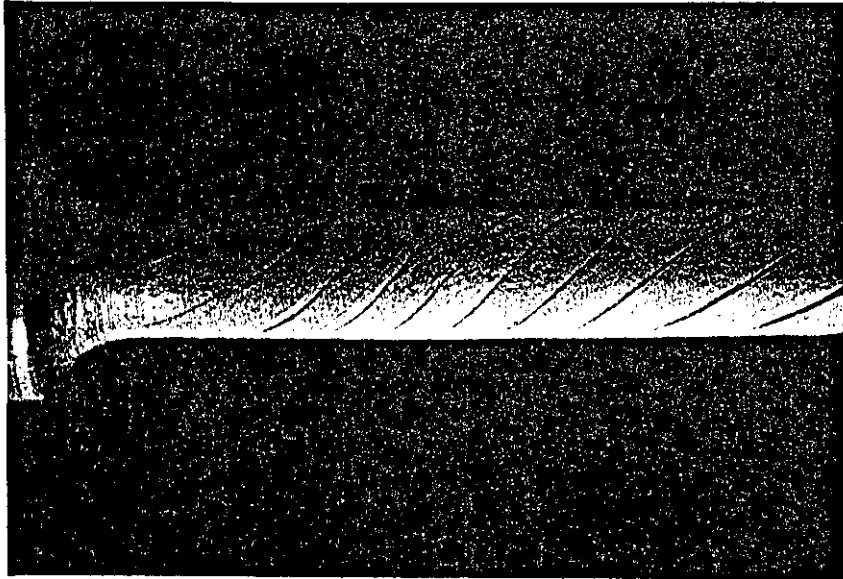


Fig.(11) Detalle de una probeta sometida a torsión con la producción de marcas previas que permiten valorar la forma de producirse la deformación

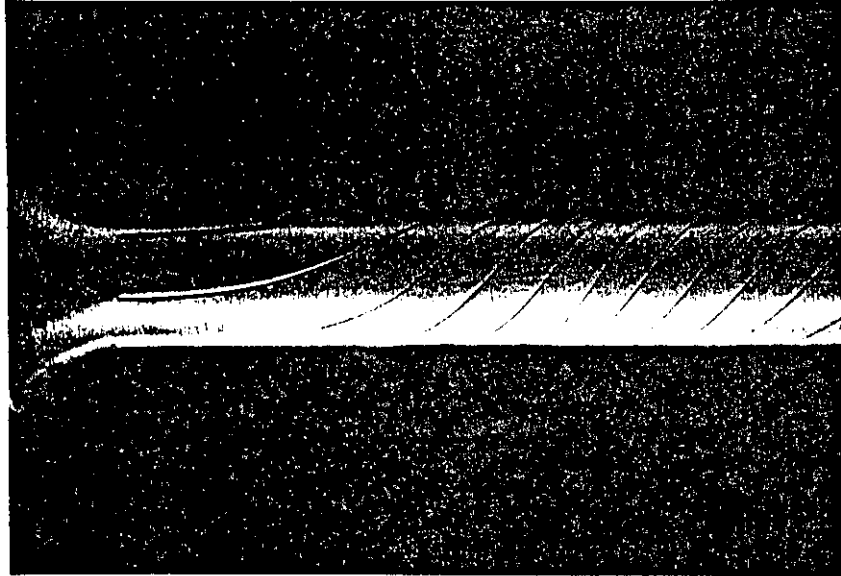


Fig.(12). Detalle de dos probetas tras el proceso de deformación en las que se puede observar la evolución de la deformación.

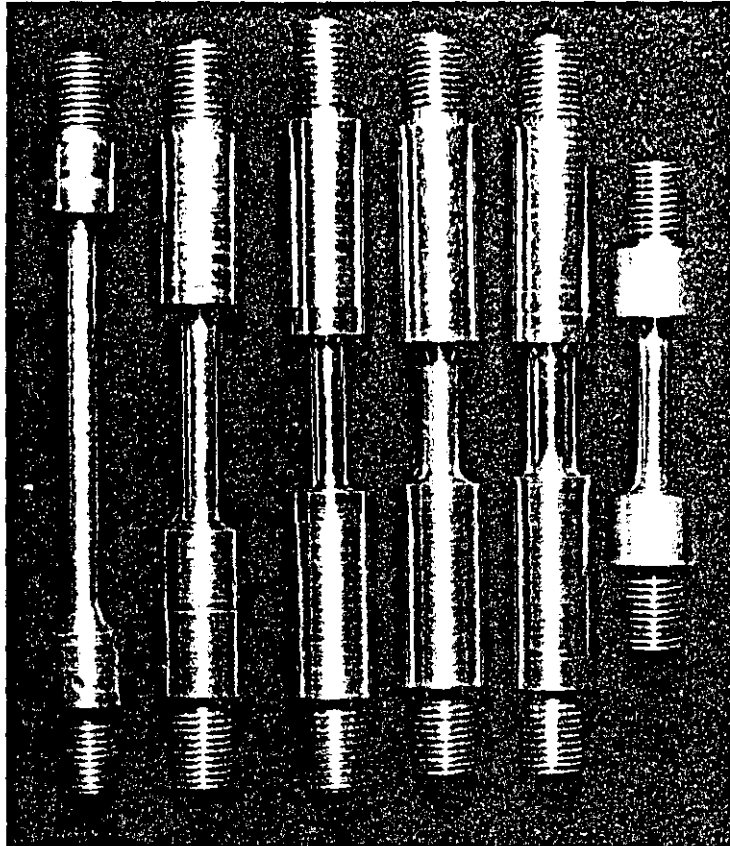
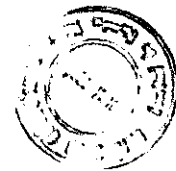


Fig.(13). Fotografía de diferentes probetas antes de ser sometidas a ensayo. Se pueden observar las diferentes razones R/l , que se han usado en estos trabajos.



Fig.(14).Detalle del corte por un plano central de una probeta de ensayo, después de la deformación



Capítulo. 5.

“La solución de la ecuación de Garofalo”

5. LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE GAROFALO

Se ha desarrollado un método computacional integrado para resolver la ecuación de Garofalo (Zener-Hollomon, en algunas referencias). Este método resuelve el problema del ajuste de la ecuación de Garofalo para amplios rangos de tensión aplicada , velocidad de deformación y temperatura de trabajo, mediante una aplicación progresiva de tres tipos de algoritmos. **En primer lugar una regresión reiterada multivariante por planos**, (a partir de aquí código 1) para obtener unos valores que serán considerados como iniciales para un segundo bloque de algoritmos, además de depurar la base de datos experimentales. **En segundo lugar, un segundo bloque de algoritmos realiza un ajuste por mínimos cuadrados no lineales usando una corrección para el método de Gauss-Newton modificado** (a partir de aquí código 2). **En tercer lugar se encadena un grupo de programas que permiten iterar a partir de la solución del programa no lineal** (a partir de aquí código 3) acercándose (si es preciso) por líneas en R^2 hasta alcanzar el óptimo. Todo ello con un soporte de análisis estadístico, de la bondad de cada paso, así como de la de los datos y la de los residuos y del ajuste final conseguido.

Tanto el método de obtención de valores iniciales, que suponía uno de los mas graves problemas en este campo, como el método no lineal directo para la solución son absolutamente nuevos y más eficaces que los usados hasta ahora.

El comportamiento de distintos tipos de materiales sometidos a ensayos de torsión bajo condiciones de tensión aplicada, temperatura de trabajo y velocidades de deformación variables, es de gran interés porque permite determinar características mecánicas de los mismos, tales como resistencia mecánica o ductilidad y también por que se pueden obtener características micro estructurales de los materiales, tales como tamaño de grano y de subgrano, fracción volumétrica de material recristalizado y tiempo de recristalización y de todo ello se pueden realizar predicciones. Las condiciones de tensión y temperatura de trabajo , son generalmente las de fluencia por trabajo en caliente con el material poli-cristalino en situación de equilibrio entre procesos de restauración y recristalización, para temperaturas homologas superiores a 0,5. Para la zona estacionaria en velocidad de deformación se han usado diferentes leyes empíricas que relacionan tensiones,

temperaturas y velocidades de deformación, p.e.; leyes potenciales, límite de leyes potenciales, leyes exponenciales u otras. Según el rango de tensiones y del material que se tratase se han usado diferentes leyes. Pero estas leyes no tienen una validez general en todos los rangos de trabajo. La ecuación de Garofalo o de Zener-Hollomon, si parece dar una respuesta correcta a amplios rangos de σ (tensión), $\dot{\epsilon}$ (velocidad de deformación), y T (temperaturas). Además, esta ecuación se cree que está soportada por modelos físicos teóricos, (los cuales la justifican) que están basados en la estructura de la red atómica del material. Los modelos físicos teóricos son diversos, bien se trate de deslizamiento de fronteras de grano, difusión por vacantes intersticiales, deslizamiento de dislocaciones, trepado de dislocaciones, etc. Este soporte físico teórico para la ecuación de Zener Hollomon:

$$\dot{\epsilon} = A \cdot e^{-\frac{Q}{RT}} \cdot \sinh[\alpha \cdot \sigma]^n \quad (225)$$

le permite dotar de significado físico a las constantes que aparecen en la misma y eso hace aún más interesante la obtención de los valores de la ecuación que mejor ajustan la misma a los conjuntos de datos experimentales, y hace necesario que la obtención de estas constantes sea lo más precisa posible. Se cree que en la constante A se pueden incluir factores exponenciales de variación de entropía producida por el tipo de fenómeno que desencadena el deslizamiento, así como parámetros de interés físico como el vector de Burgers y según los modelos, frecuencias de vibración propias de la red atómica, o de las líneas de dislocación. La constante Q, es una energía de activación (entalpía) aparente, propia del proceso predominante y se cree que puede incluir valores del campo de tensiones internas generadoras de una activación de carácter no térmico. Se cree que la constante α representa un cierto volumen de activación ponderado por el número medio de elementos que participan en el proceso básico de deslizamiento y la constante n es posible que esté relacionada con el número medio de elementos constituyentes que participan en el deslizamiento básico. Pero la ecuación de Garofalo es una ecuación compleja desde el punto de vista de la calidad de los valores obtenidos a partir de la misma, para todo el rango posible de valores de interés en tensiones y temperaturas. Es fuertemente no lineal para dos de los parámetros (α y n) y condicionalmente lineal para otros dos (Q y A). Por lo tanto el

problema matemático se reduce a ajustar la mejor función de la familia de las que tienen la forma (225) a un conjunto de datos producidos por ensayo de torsión o tracción $\{\varepsilon'_{(i)}, s_{(i)}, T_{(i)}\}$ con $i=1..n$, obteniendo como resultado $\{A, Q, n, a\}$ valores óptimos del ajuste.

En el análisis de regresión no lineal existen unos tópicos a los cuales se debe ajustar el tratamiento matemático del problema que son [55]:

- 1) El modelo de la función expectativa es correcto.
- 2) La respuesta es la función expectativa más las perturbaciones.
- 3) La perturbación presenta una distribución normal.
- 4) Cada perturbación tiene una distribución normal.
- 5) Cada perturbación tiene media cero.
- 6).Las perturbaciones tienen igual varianza.
- 7) Las perturbaciones están distribuidas independientemente.
- 8) Las perturbaciones son errores experimentales (sin sesgo).

Los métodos habituales [56], [57] utilizan la linealización del problema usando un método de Gauss-Newton, con o sin factor de paso, con controles de convergencia, como por ejemplo puede ser un criterio de control de convergencia adaptativo. También es usual el método directo por suma de cuadrados, así como el método de Newton-Raphson, y las modificaciones de Levenberg-Marquardt [58],[59],[60],[61] aplicadas al método de pasos descendentes. No obstante en la literatura se suelen utilizar "métodos iterativos" diversos, no muy especificados. Es conocido que a los criterios más arriba expuestos hay que añadir en los problemas no lineales dos condicionantes. Por un lado la gran dependencia de la convergencia y la velocidad de la misma respecto de los valores iniciales y por otro la posibilidad de obtención de puntos de equilibrio que no sean mínimos en el proceso de optimización de la función de error, bien por ser puntos de silla, o bien por ser resultados espurios debidos a las características de los datos o de la superficie de ajuste. En el caso que nos interesa la superficie de ajuste está configurada por zonas abruptas con valores del gradiente muy intensos. La función a optimizar es:

$$\mathbf{SSE}(\vec{\theta}) = \sum_{i=1}^m ((\hat{\varepsilon}_i)^* - \theta_0 \cdot e^{\frac{-\theta_1}{(x_{1i})^*}} \cdot \sinh(\theta_3 \cdot (x_{2i})^*)^{\theta_2})^2 \quad (226)$$

los superíndices estrella indican valores experimentales y el vector $\{\theta_i\}$ $i=0...4$ sustituye a las constantes explicadas. La simple forma de la expresión (226) para un conjunto de varias decenas de datos hace obvia la gran dificultad de la forma de la superficie de ajuste.

5.1 CONSTRUCCIÓN DE LOS CÓDIGOS

En primer lugar hemos construido un código que linealiza la ecuación de Zener-Hollomon para todas las constantes, excepto para una de ellas, θ_3 . Esta es recorrida en un intervalo definido por los valores físicamente admisibles del problema, con un paso de discretización adecuado, de forma que $[\Delta\theta_3/\theta_3 \text{ (óptimo)}] < \tau$, siendo τ un valor determinante de la precisión del óptimo. El código realiza múltiples ajustes para los valores sucesivos de la malla de discretización de la constante seleccionada. De entre todos los ajustes se selecciona el mejor, mediante el coeficiente de determinación global (corregido) R^2 . Obtenido el óptimo se pasa a una rutina del código en la cual se determina la tabla de ANOVA y de ella, mediante la obtención de la función de distribución experimental F de Snedecor controlamos mediante un ensayo de test de hipótesis la bondad del ajuste, y con los ensayo de test hipótesis correspondientes se determina la bondad de cada una de las constantes obtenidas haciendo uso de la distribución experimental t-Student. A partir de lo anteriormente expuesto obtenemos intervalos de confianza para cada uno de los parámetros de la ecuación de Zener-Hollomon obtenidos mediante el ajuste linealizado por planos. Este código a su vez entrega unos residuos $e(i) = \hat{\epsilon}'(i) - \epsilon'(i)$ {para $i=1..n$ }, a los que somete a un estudio de normalidad, de independencia y de presencia de "outliers" (puntos dato con un comportamiento estadístico anómalo, respecto del tratamiento de los residuos), obteniendo además de otros parámetros, una función de frecuencias de los residuos y una función de autocorrelación de los mismos. Este primer código permite caracterizar el problema, respecto de la calidad del conjunto de datos experimentales, de la función de distribución a que responden y de una posible selección y eliminación de puntos que puedan presentar anomalías de base experimental.

El segundo código implementado se basa en unas rutinas que aplican un método no lineal de ajuste por mínimos cuadrados tipo Newton-modificado, con factor de paso y control de convergencia que toma como valores iniciales el óptimo entregado por el código anterior. Este segundo código también está provisto de rutinas para el análisis exhaustivo de los residuos que son comparados con los anteriormente obtenidos. Terminado este segundo código se ha obtenido un conjunto de soluciones con bastantes garantías. Estos resultados se someten al tratamiento de un tercer código que consiste en esencia en el trabajo enlazado de dos rutinas, cada una de las cuales permite realizar ajustes sobre el espacio R^4 , moviéndonos en cortes sobre dos dimensiones o sea en R^2 , en cada uno de los cortes se ha seleccionado una de las constantes del ajuste de la ecuación de Zener-hollomon, bien Q o bien α , tomando para ella (aquella de la que se trate en cada caso) el último valor obtenido, variando sólo dos parámetros, por lo que nos movemos por líneas. En cada línea queda libre un parámetro diferente, entrando así en iteración, en una proximidad del óptimo buscado. Por ser bastante próximo el valor entregado por el segundo código, el trabajo del tercer código no es sino un ajuste fino de la convergencia y sólo para algunos parámetros a ajustar. Por otra parte, en ocasiones, el uso del tercer código resulta superfluo pues con los dos primeros se ha llegado a una solución exacta y suficientemente precisa.

5.2. ALGORITMOS EMPLEADOS.

El algoritmo básico para el primer código de búsqueda de valores iniciales pasa por ajustar el modelo:

$$Z_i = a_0 + a_1 \cdot X_{1,i} + a_2 \cdot X_{2,i}(a_{3,k}) + e_i \quad (227)$$

en donde $Z_i = \ln[\varepsilon'_i]$, $a_0 = \ln[A]$, $a_1 = -Q$, $X_{1,i} = 1/R \cdot T_i$, $a_2 = n$, $X_{2,i} = \ln[\sinh[a_{3,k} \cdot s_i]]$, con $a_{3,k} = a_k$. Siendo $R =$ constante gases perfectos. La función objetivo se ajusta mediante una regresión por mínimos cuadrados lineales al conjunto de datos $\{\varepsilon'_i, s_i, T_i\}$, $i = 1..n$, recorriendo $a_{3,k}$ un intervalo $[a_{3,\min}, a_{3,\max}]$, con tamaño de paso Δa_3 . Para cada valor $K = 1..p$ de la constante a_3 se obtiene un vector de estimadores de $\{a_i\}_{i=0,2}$, mediante $a = (X' \cdot X)^{-1} \cdot X' \cdot Z$, donde X' indica transposición de matrices y la

notación es la tradicional en estos casos ($X=\{x_{i,j}\}, i=0,1,2 \ j=1\dots n$ matriz de datos, $Z=($ vector de datos). La construcción del algoritmo, los controles estadísticos y el análisis de los residuos, así como la tabla ANOVA, y la aplicación de los ensayo de hipótesis pertinentes (F-Snedecor y t-Student) pueden consultarse en el desarrollo posterior. La determinación del óptimo se hace sobre el coeficiente de determinación R^2_k , que varía con $\{k\}$ al igual que $a_{3,k}$, siendo

$$R^2_k = (\Sigma(Z_{i,est} - E(Z))^2) / (\Sigma(Z_{i,est} - Z_i))^2, \quad (228)$$

con

$$Z_{i,est} = X \cdot a. \quad (229)$$

Seleccionado el valor máximo del coeficiente de determinación, después de analizar y depurar el conjunto de datos experimentales, y comprobada la bondad del ajuste, se crea un fichero con los resultados para $\{A, Q, n, a\}_{\text{óptimos}}$ que será utilizado por el código siguiente como conjunto de valores iniciales. El algoritmo siguiente trata de forma no lineal el problema. Dado

$$Z(i) = f(X(i), a^0) + e(i) \quad (230)$$

planteado en forma matricial para $i=1,2,\dots,n$ (datos) y $a^0 \in R^4$, aplicamos un minimizador

$$SSE(\alpha) = \|Z - f(\alpha)\|^2 \quad (231)$$

Siendo el estimador que garantiza el óptimo en la aproximación del método de Gauss-Newton modificado:

$$\hat{\alpha} = \alpha_0 + (F' \cdot F)^{-1} \cdot F' \cdot e + O_p\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad (232)$$

en esta notación O_p , son términos residuales y

$$f(\hat{\alpha}) = \alpha_0 \cdot e^{(\alpha_1/X(1,i))} \cdot [\text{Sinh}(\alpha_3 \cdot X(2,i))] \alpha^2 \quad (233)$$

siendo las variables Z y X las indicadas anteriormente, F' indica transposición y la matriz F es el gradiente respecto de la variable α . A partir de los valores iniciales aportados por el código anterior se procede a un método de avance en la dirección del gradiente con una optimización lineal univariada para cada paso y con la aplicación de cuidadosos sistemas de control de la velocidad y de la convergencia. Además el problema se trata con controles estadísticos adecuados,

análisis de residuos y estudio de la bondad del ajuste. Los detalles se pueden consultar en el desarrollo posterior. En ocasiones el trabajo conjunto de los dos códigos anteriormente detallados es suficientemente preciso para detener el trabajo y tomar como óptimo el resultado obtenido. No obstante, en otras ocasiones no es así y pese a haber obtenido un valor , este no es el óptimo pues esta condicionado por el desarrollo seguido, por esto hemos construido un método iterativo que trabaja a partir del último resultado, realizando un ajuste fino del resultado. Este código esta formado fundamentalmente por dos rutinas encadenadas de forma iterativa, en cada una de ellas se realiza una regresión lineal de la forma $ZA(i) = AP + N \cdot XA(i)$, siendo en cada una diferentes las variables. En la primera $ZA(i) = Z(i) + Q/X(2,i)$, con $Z(i) = \text{Ln}[\varepsilon'(i)]$, $X(2,i) = R \cdot T(i)$, $AP = \text{Ln}[A]$, aquí N tiene el significado dado anteriormente, $XA(i) = \text{Ln}[\text{Sinh}[\alpha(k) \cdot X(1,i)]]$, con $X(1,i) = \sigma(i)$, todas las notaciones no especificadas tienen el significado dado anteriormente. En esta rutina $\alpha(k)$ recorre todos los valores de K , resultantes de discretizar el intervalo de valores físicamente admisibles con un paso adecuado para que el resultado del óptimo garantice una precisión al menos de 0.001. Se determina el óptimo a partir del coeficiente de determinación y se graban los valores del óptimo en un fichero que toma la rutina siguiente en la cual $ZA(i) = \text{Ln}[A] + Q(k)/X(2,i)$, $XA(i) = \text{Ln}[\text{Sinh}[\alpha \cdot X(1,i)]]$, y todos los demás valores son los mismos. en esta rutina la constante que se discretiza y sobre la que se realizan regresiones progresivas es el parámetro $Q(k)$, lo cual se hace con el mismo criterio de precisión indicado, en la primera $Q = \text{cte.}$ y en la segunda $\alpha = \text{cte.}$

5.3. OBTENCIÓN DE VALORES INICIALES PARA EL AJUSTE DE LA MEJOR ECUACIÓN DE GAROFALO.

Uno de los problemas básicos del tratamiento numérico de los datos de ensayos experimentales para ajustar la mejor ecuación para la fluencia, cuando esta ecuación es fuertemente no lineal, es el de los valores iniciales. Todos los modelos numéricos de ajuste por mínimos cuadrados, tanto los que parten de la función de máxima verosimilitud, como aquellos sin hipótesis sobre la forma de la función de distribución, son en situación de no linealidad, fuertemente

dependientes de los valores iniciales empleados. Tan fuertemente dependientes que la convergencia depende en la mayoría de estos casos de la calidad de estos valores iniciales. En la bibliografía se encuentran diferentes métodos de aproximación al problema. Los métodos de uso general son.

1. Conocimiento físico previo del problema mediante el cual se acotan alguno de los valores, reduciendo la dimensión del espacio de ajuste.
2. Puesta a cero de todos los valores de las variables excepto de uno y evaluación de los valores iniciales precisos y reiteración del proceso para todas las variables.
3. Búsqueda por el método de malla.
4. Método de Hortley y Booker que consiste en agrupar las variables en p -grupos $\{x_{ij}\}$, para $i=1\dots p$, $j=1\dots n$, y posteriormente ajuste del modelo $Y_i=f_i(\theta)+e_i$, siendo $Y_i=(\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij})/n_i)$, e igualmente $f_i(\theta)=(\sum_{j=1}^{n_i} f(x_{ij},\theta))$, y esto para todo $i=1\dots p$, buscando finalmente un valor θ^0 , que resuelva la ecuación $Y_i=f(\theta)$

Ninguno de los métodos se demuestra adecuado a nuestro problema (después de haberlos ensayado todos ellos). Hemos encontrado como muy adecuado emprender un proceso consistente en:

1. Linealizar la ecuación.
2. Seleccionar una constante del ajuste para la búsqueda.
3. Efectuar una regresión progresiva y lineal dependiente de esta constante seleccionada.
4. Elegir un parámetro adecuado de optimización (un estadístico).
5. Tomar como valores iniciales para trabajos posteriores los obtenidos en el óptimo estadístico de selección.

Se ha desarrollado un método computacional para proveer de valores iniciales consistentes a un posterior ajuste por métodos iterativos de una función objetivo fuertemente no lineal, la ecuación fenomenológica de Garófalo, a la cual se ajustan los datos aportados por los ensayo de fluencia. El método está condicionado por el tipo de función objetivo. Se desarrolla el algoritmo que proporciona la solución. Se analiza el significado de esta solución en relación con el problema estudiado. Se determinan los intervalos de confianza de los distintos parámetros de la solución. Se relaciona el margen de variación de los valores de

la solución con los valores finales que proporcionan otros métodos de tipo iterativo. Se aplica el método a diferentes tipos de materiales cuyo comportamiento permite comprobar la eficiencia del método en sus diferentes aspectos.

La ecuación utilizada es la de Garofalo, para la cual, aparte de su carácter fenomenológico, se construyen modelos que pretenden dotarla de significado físico. Su expresión más habitual es:

$$\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{RT}} = A. [\text{Sinh}(\alpha \cdot \sigma)]^n \quad (234)$$

o bien:

$$\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{RT}} = A. [\text{Sinh}(\alpha \cdot \frac{\sigma}{E})]^n \quad (235)$$

en donde, los términos son los usuales que ya se han explicado con anterioridad y en las que el término de la izquierda se conoce como parámetro de Zener-Hollomon:

$$Z = \tilde{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{RT}} \quad (236)$$

La introducción del módulo elástico E puede dar mayor o menor contenido físico al resto de las constantes y varia el valor final de Q, pero desde el punto de vista fenomenológico no aporta precisión ni fiabilidad a la solución por lo que nos ceñiremos a la expresión (234) en el presente trabajo, sin menoscabo de utilizar (235) cuando se considere preciso.

Esta ecuación en cualquier forma es fuertemente no lineal y de difícil solución .

Los métodos iterativos aplicados a cualquier estudio presentan dos problemas, uno intrínseco al método es la elección de los caminos de iteración y la justificación de la idoneidad de los elegidos. Otro en cualquier caso , es que precisan valores iniciales. De su elección correcta, o no, se pueden deducir soluciones extremas no reales, o bien puntos óptimos relativos, cuya solución no refleja el comportamiento general del fenómeno estudiado, ya que en algunos casos pueden ser óptimos espurios, introducidos por el carácter cuadrático de la función de error a optimizar [62].

La ecuación (233) puede linealizarse en la forma:

$$\ln(\dot{\epsilon}) + \frac{Q}{R \cdot T} = \ln A + n \cdot \ln[\sinh(\alpha \cdot \sigma)] \quad (237)$$

Mediante ensayos podemos obtener ternas de valores $\{\dot{\epsilon}', \sigma, T\}$ de forma que debemos calcular $\{Q, A, n, \alpha\}$.

Si consideramos como variables Q, A y n , suponemos que la ecuación (234) refleja el comportamiento del material y si los ensayos son fiables debe existir el plano de regresión:

$$a \cdot Q + b \cdot (\ln A) + c \cdot \ln(\sinh(\alpha \cdot \sigma)) = K \quad (238)$$

en donde $a = 1/(R \cdot T)$, $b = -1$, $c = -n$, $K = \ln(\dot{\epsilon}')$.

Este plano no es otra cosa que la linealización de la superficie general de regresión que define el problema.

Dado que el valor de α también es desconocido, la única solución posible para ajustar el plano linealizado en la forma (236) es mantener para un plano dado $\alpha = \text{constante}$, y variar α , variando por tanto el plano.

Supuesta $\alpha = \text{constante}$ se puede obtener el mejor plano de regresión correspondiente a las N ternas $\{\dot{\epsilon}'_i, T_i, \sigma_i\}$, $i=1 \dots N$, datos experimentales.

Dado que suponemos α variable, el coeficiente de regresión total dependerá del valor adoptado para esa variable, por lo que proponemos calcular el plano de regresión en función del parámetro α , tomando como solución final aquella cuyo valor de α proporcione el valor del coeficiente de determinación total más próximo a la unidad.

Esto es posible teniendo en cuenta que el valor de α se puede acotar en $[0,1]$ cuando empleemos la expresión (234) sin normalizar el valor de las tensiones con el módulo elástico, (para σ en MPa) pero no resta generalidad al método cualquier otro caso, pues se trata únicamente de una cuestión de escala, aunque esta pueda ser variable. Esta solución será el conjunto de valores iniciales utilizables por cualquiera de los métodos conocidos o a métodos no lineales directos.

Con las anteriores hipótesis el método empleado ajusta $\{Z_i, x_{1i}, x_{2i}\}$ (con el recorrido, $i = 1 \dots n$), a la expresión

$$Z'_i = a'_0 \cdot e^{-\frac{a'_1}{x_i}} \cdot \left[\sinh(a'_3 \cdot x'_{2i}) \right]^{a'_2} \quad (239)$$

siendo $a'_0 = A$, $a'_1 = Q$, $a'_2 = n$, $a'_3 = \alpha$, $Z'_i = \varepsilon'_i$, $x'_{1i} = R.T$, $x'_{2i} = \sigma$

Su forma linealizada es

$$Z_i = a_0 + a_1 \cdot x_{1i} + a_2 \ln [\sinh(a_3 \cdot x'_{2i})]. \quad (240)$$

Siendo la relación entre las variables acentuadas y sin acentuar la planteada en el apartado anterior,

$$Z_i = \ln(Z'_i), \quad x_{1i} = x'_{1i}, \quad x_{2i} = \ln[\sinh(a_3 \cdot x'_{2i})] \quad (241)$$

$$a_1 = -a'_1, \quad a_2 = a'_2, \quad a_3 = a'_3, \quad a_0 = \ln(a'_0) \quad (242)$$

Sólo se puede linealizar haciendo $a_3 =$ constante. En este caso

$$x_{2i} = \ln [\sinh(a_3 \cdot x'_{2i})] \quad (243)$$

y la ecuación del modelo para un valor concreto es

$$Z_i = a_0 + a_1 \cdot x_{1i} + a_2 \cdot x_{2i}(a_3) + e_i \quad (244)$$

en este caso para cada valor de a_3 obtendríamos por medio de una regresión lineal por planos los mejores valores posibles de $\{a_0, a_1, a_2\}$ (para un valor dado de a_3). Se trata de determinar valores de a_3 , mínimo y máximo $[a_{3-\min}, a_{3-\max}]$ y el paso Δa_3 , de forma que se pueda recorrer $[a_{3-\min}, a_{3-\max}]$ con un número suficiente de pasos, de manera que se consiga una solución óptima, capaz de ser usada como valor inicial para trabajos con algoritmos iterativos. Esta discretización por precisa que sea garantiza mal un mínimo local dadas las características del problema. Sólo permite obtener un valor próximo a la solución [63], [64], [65]. En algunos casos, si los errores cumplen una serie de condiciones, el tamaño de paso es suficientemente pequeño (téngase en cuenta la diferencia de magnitud entre los diferentes valores a tratar), y el rango de recorrido cubre todos los valores con significado físico, se puede llegar a considerar que el óptimo conseguido es suficientemente fiable como para no precisar tratamiento posterior.

De

$$Z_i = a_0 + a_1 \cdot x_{1i} + a_2 \cdot x_{2i}(a_{3,k}) + e_i \quad (245)$$

buscamos

$$Z_i = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x_{1i} + \alpha_2 \cdot x_{2i} (\alpha_{3k}) \quad (246)$$

$$e_i = Z_{ajuste_i} - Z_{experimental_i}$$

Siendo esta la expresión en dependencia de estimadores α , (no se deben confundir estos términos de estimadores α , con el parámetro α , de la ecuación de Garofalo, que ya no se vuelve a usar en este apartado), en el sentido de valores estadísticos que aproximan los valores reales, y $e(i)$ los errores experimentales, (u otros más complejos).

La forma matricial del problema es (en notación habitual para matrices)

$$X \in M_{nx3}, X = \{x_{ij}\} i=0...p (p=2), j=1..n. \quad (247)$$

$$Z \in M_{nx1}, Z = \{z_i\} i=1...n. \quad (248)$$

$$\underline{e} \in M_{nx1}, \underline{e} = \{e_i\} i=1..n. \quad (249)$$

$$\alpha \in M_{p+1,1}, \underline{\alpha} = \{\alpha_i\} i=0...p \quad (250)$$

de forma que

$$\underline{Z} = \underline{X} \cdot \underline{\alpha} + \underline{e} / \exists, \forall x_{0i} = 1 \forall i \quad (251)$$

con las condiciones "a priori" de que

$$E(\underline{e}) = 0. \quad (252)$$

$$\text{Var}(\underline{e}) = E(\underline{e} \cdot \underline{e}') = \sigma^2 \cdot I_n. \quad (253)$$

$$E(\underline{z}) = \underline{X} \cdot \underline{\alpha} \quad (254)$$

con $E()$ significando, valor esperado, y en todo este apartado σ , no tiene el sentido de tensión, sino que siempre indicará desviación típica (para evitar todo tipo de confusiones hemos establecido el complejo cambio de variables previo, que por otra parte sino fuese por estas fuentes de confusión no habría sido necesario).

El estimador mínimo cuadrático $\hat{\underline{\alpha}}$ de $\underline{\alpha}$ se obtiene minimizando [66],[67]

$$S(\underline{\alpha}) = \underline{e}' \cdot \underline{e} = (\underline{Z} - \underline{X} \cdot \underline{\alpha})' \cdot (\underline{Z} - \underline{X} \cdot \underline{\alpha}). \quad (255)$$

De la minimización se obtiene directamente como es sabido:

$$(\underline{X}' \cdot \underline{X}) \cdot \underline{\alpha} = \underline{X}' \cdot \underline{Z}. \quad (256)$$

Si existe $(\underline{X}'\underline{X})^{-1}$ se sigue

$$\hat{\underline{\alpha}} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \cdot \underline{X}'\underline{Z} \quad (257)$$

y para la predicción

$$\underline{Z}^{\text{predicho}} = \underline{X} \cdot \hat{\underline{\alpha}} \quad (258)$$

Si asumimos que

$$\mathbf{e}_i \approx \mathbf{N}(\mathbf{0}, \sigma^2) \quad \forall i \quad (259)$$

(distribución normal de media cero y varianza σ^2) y además que los residuos o errores son independientes

$$\underline{\mathbf{e}} \approx \mathbf{N}(\mathbf{0}, \underline{\mathbf{I}} \cdot \sigma^2) \quad (260)$$

(donde $\underline{\mathbf{I}}$ como es habitual es la matriz identidad del espacio de que tratemos)

podemos asumir entonces que

$$\text{Var}(\underline{\alpha}) = (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \cdot \sigma^2 \quad (261)$$

Varianza y covarianza de los estimadores.

Si \underline{X}'_0 es un vector fila con unos valores dados

$$\underline{Z}_0 = \underline{X}'_0 \cdot \hat{\underline{\alpha}} \quad (262)$$

es el valor de predicción en x_0 por la ecuación de regresión y

$$\text{V}(\underline{Z}_0) = \underline{X}'_0 \cdot (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \cdot \underline{X}_0 \cdot \sigma^2 \quad (263)$$

la varianza de dicha predicción.

Estimado σ^2 por s^2 (estadístico muestral) el intervalo de confianza de

Z_0 es

$$\underline{Z}_0 \pm t(n-p, 1-\alpha/2) \cdot s \cdot \sqrt{\underline{X}'_0 \cdot (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \cdot \underline{X}_0} \quad (264)$$

siendo $t(,)$ la función de distribución "t de Student"

Los estimadores de $\underline{\alpha}$ presentan una distribución

$$\underline{\alpha} \approx \mathbf{N}(\underline{\alpha}, (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \cdot \sigma^2) \quad (265)$$

Dada $\underline{\alpha} \in \mathbb{R}^p$ se puede obtener una región de confianza para $\underline{\alpha}$ con nivel de confianza η

$$(\underline{\alpha} - \underline{\mathbf{a}})' \cdot \underline{X}'\underline{X} \cdot (\underline{\alpha} - \underline{\mathbf{a}}) \leq p \cdot s^2 \cdot \mathbf{F}(p, n-p, 1-\eta) \quad (266)$$

con

$$s^2 = \sum \mathbf{e}_i^2 / (n - p) \quad (267)$$

y $\mathbf{F}(,)$ función de distribución "F de Snedecor "

Si no realizamos hipótesis sobre la distribución y $\underline{\alpha}$ es un estimador mínimo cuadrático de \underline{a} , se tiene :

1) Los valores ajustados son

$$\underline{y} = \underline{X} \underline{\alpha} \quad (268)$$

2) El vector de residuos es

$$\underline{e} = \underline{z}^{\text{predicha}} - \underline{z}^{\text{experimental}} / \sum e_i = 0 \quad (269)$$

3) La tabla resumen que presentamos resultado del estudio denominado

ANOVA (Análisis Normal de la varianza [64],[69],[70]) permite valorar la bondad del ajuste

El esquema del tratamiento estadístico es el de la Tabla [6]

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de Libertad	Media de Cuadrados
Regres(α_0)	$\alpha' . x' . z = SS(\alpha_0)$	p	MS_R
Residuos (R/ α_0)	$z' . z - \alpha' . x' . z = SS(R/\alpha_0)$	n-p	$MS_E = s^2$
Total	$z' . z$	n	F(Snedecor)

TABLA [6] ..Descripción del tratamiento estadístico del ANOVA a partir de los residuos del ajuste de la regresión.

Es sabido que

$$ss(\alpha_0) = n . z^2 = (\sum z_i^2) / n \quad (270)$$

con 1 g.d.l. y

$$SS(\text{Regresión} / \alpha_0) = \alpha' . x' . z - n . z_m^2 \quad (271)$$

con p-1 g.d.l.

Se obtiene el valor de

$$R^2 = (SS(R/\alpha_0) / (z' . z - SS(\alpha_0))) = (\sum (z_i - z_m)^2) / (\sum (z_i^p - z_i)^2) \quad (272)$$

coeficiente total de determinación .

El test de hipótesis (para la ecuación ajustada) global de regresión se sabe que es

$$\{ H_0 : \alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_{p-1} = 0 \} \quad (273)$$

hipótesis nula y

$$\{ H_1 : \text{no todas las } \alpha_i \text{ son cero} \} \quad (274)$$

hipótesis alternativa

El valor de la función de contraste es la F de Snedecor experimental

$$F(p,n-p-1) = (SS(R/\alpha_0)/(p-1))/s^2. \quad (275)$$

Si se rechaza el ensayo, como se sabe, la regresión es significativa[64].

Para validar el modelo realizamos un análisis de los residuos [66],[70],[71], que a su vez permite efectuar un estudio a posteriori de los datos. Los residuos $e_i = Z_i - z_i$, son los valores no explicados por el ajuste y en tanto el modelo sea correcto se tratará de errores observacionales.

Para las e_i se han supuesto unas hipótesis:

- a) Independencia
- b) Media cero
- c) Varianza constante
- d) Normalidad.

Si el modelo asumido es correcto, los residuos deberían confirmar todas las hipótesis o por lo menos no contradecirlas. Procedemos a construir algoritmos numéricos que nos permiten verificar las hipótesis con los siguientes estimadores:

1) Como

$$e_i \approx N(0, \sigma^2) \forall i \Rightarrow e_i/\sigma \approx N(0,1). \quad (276)$$

Por ello comparamos e_i/σ con una $N(0,1)$. Para una $N(0,1)$ el 95% de los valores deben caer dentro del intervalo $[-1.96, 1.96]$ y por tanto este primer ensayo nos da una indicación de la bondad de las condiciones para el ajuste.

2) Los estadísticos

$$T_{pq} = \sum_{i=1}^n e_i^p z_i^q \quad (277)$$

dan una cierta indicación sobre las anomalías de los residuos. Así T_{21} mide la constancia de la varianza respecto a z_i , además si T_{11} no es cero esto indica que pueden faltar términos en el ajuste y T_{12} puede valorar la calidad de la función objetivo seleccionada para el ajuste. Por otra parte la correlación entre los residuos indicaría una cierta falta de independencia de los mismos.

3) De

$$e_i = Z_i - z_i, \mathbf{V}(\mathbf{e}) = (\mathbf{I} - \mathbf{R}) \cdot \mathbf{s}^2, \mathbf{R} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{x}' \cdot \mathbf{x})^{-1} \cdot \mathbf{x}' \quad (278)$$

con $V(e_i)$ = elementos de la diagonal y $Cov(e_i, e_j)$ elementos no diagonales de la matriz \mathbf{R} , podemos obtener unos coeficientes de correlación

$$r_{ij} = (Cov(e_i, e_j)) / (V(e_i) \cdot V(e_j))^{1/2}. \quad (279)$$

4) La detección de puntos "outliers" de la base de datos experimentales es importante para la caracterización. Son puntos atípicos respecto al resto.

El ensayo χ^2 (entre otros) para la bondad del ajuste, aplicado a los residuos sería :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k (e_i - n \cdot f_i)^2 / n \cdot f_i \quad (280)$$

siendo e_i n° de observaciones en la clase i , n : n° total de observaciones y f_i frecuencia en la clase i .

Para implementar el algoritmo en un código seleccionamos un rango de la constante a_3 de acuerdo a las condiciones físicas del problema . Un primer valor mínimo puede ser alguno próximo a cero, menor o igual que 10^{-3} . La constante a_3 presenta valores desde 10^{-3} a 10^2 , manteniéndose en la mayoría de los casos en valores de 0.001 a 50 para una amplia gama de materiales, y siempre dentro de la escala de unidades que hemos elegido(el rango de α dependerá de las unidades de la tensión). Se selecciona un número de pasos suficientemente amplio, 10^2 ó 10^3 . Suele ser suficiente $2 \cdot 10^2$ pasos . Se discretiza

$$a_3(i) = a_3(\min) + \Delta a_3 \cdot i \quad i = 1, \dots, n^\circ \text{ pasos} \quad (281)$$

y para cada $a_3(i)$ se realiza una regresión lineal multivariable como hemos indicado

Se selecciona el valor de $a_3(i)$ que cumple que el $R^2(i)$ es el máximo , o $R^2(\max)$ y se toma como resultado los valores de $a_0 = \ln(A)$, $a_1 = -Q/R$, $a_2 = n$ y

$a_3(\max) = \alpha$ (esta es la de la ecuación de Garofalo), siendo los valores que se obtienen para el máximo valor del coeficiente de determinación. Para estos valores concretos se realiza un estudio estadístico del ajuste como se ha indicado en el apartado sobre el modelo, posteriormente se efectúa el estudio de los residuos como también se ha indicado. Realizado este último estudio se graba el resultado en los ficheros correspondientes para ser tratado como valores iniciales para el estudio posterior.

5.4. APLICACIÓN DE UN MÉTODO NO LINEAL DIRECTO PARA EL AJUSTE DE LA ECUACIÓN FENOMENOLÓGICA DE GAROFALO

Resuelto el problema de valores iniciales pasamos a desarrollar un sistema, directo, original y preciso.

Siguiendo a J.P.Poirier y colaboradores[62] hemos realizado una revisión rápida de los métodos tradicionales para derivar ecuaciones fenomenológicas o leyes rheológicas de los datos obtenidos en laboratorios (en experimentos de deformación para estados estacionarios o casi estacionarios de fluencia) Esta revisión nos conducirá directamente al uso de métodos numéricos iterativos en el tratamiento del ajuste de los datos

Para materiales metálicos policristalinos usualmente se obtienen cuatro parámetros; Deformación, velocidad de deformación, tensión, y temperatura. En el caso de ensayos de torsión a altas temperaturas y altas velocidades de deformación es usual que sea constante la velocidad de deformación. Obteniendo curvas tensión - deformación para diferentes temperaturas y velocidades.

Tradicionalmente y antes de abordar el problema con métodos numéricos iterativos se procedía a un desarrollo heurístico que consistía en normalizar la velocidad de deformación con la temperatura usando una energía de activación elegida "a priori" o determinada. por una aproximación de ensayo error hasta obtener un parámetro de Zener adecuado (Poirier 1985 [14]) que se representaba logaritmicamente frente a la tensión compensada por el módulo de

cizalladura entregando una curva maestra que con una regresión lineal sencilla aportaba la dependencia de todos los parámetros involucrados en el ensayo experimental. Paralelamente y siguiendo el trabajo de Poirier [62] se dibujaban separadamente $\ln \dot{\epsilon}$ frente a $1/T$ y $\ln \dot{\epsilon}$ frente a $\ln \sigma$. En cada dibujo se ajustaban linealmente los datos correspondientes a la misma tensión o temperatura. La pendiente de las líneas en el diagrama de Arrhenius proporcionaba la energía de activación aparente y si la pendiente no dependía de la tensión se adoptaba como ecuación fenomenológica una ley potencial. Si por el contrario dependía de la tensión, se adoptaba una ley exponencial. Del otro tipo de curvas se obtenía la pendiente n , o exponente de la mencionada ley. Ambos casos no son sino el desarrollo en los valores extremos de una ley de relación entre $\ln \dot{\epsilon}$ y σ de carácter seno hiperbólico sin tener que modificar la dependencia en la temperatura con sus carácter exponencial. Estos métodos adolecen de falta de precisión y producen resultados con una cierta incertidumbre.

Realmente en la situación de fluencia estacionaria o cuasi estacionaria podemos suprimir en primera aproximación la dependencia en la ecuación (posiblemente de estado) respecto de la deformación, ya que está será tanto más constante respecto de la tensión cuanto más cerca del estado estacionario de la fluencia estemos y la ecuación que buscamos será de la forma:

$$f(\dot{\epsilon}, T, \sigma) = 0 \quad (282)$$

Las constantes que van a aparecer en la ecuación pese a que esta sea fenomenológica van a depender del tipo de modelo físico subyacente que adoptemos. Nunca es totalmente fenomenológico el modelo y lo será tanto menos cuanto mayor sentido físico adquiera la expresión. Es tradicional, siguiendo a Frost y Ashby [37], adoptar ecuaciones fenomenológicas que incluyen en los parámetros de ajustes constantes de la estructura física del material en el ámbito de magnitudes de la red cristalina, o de estructura de granos, como densidad de dislocaciones, tamaño del vector de Burgers, tamaño de grano y otros según los modelos de fluencia que se suponen o que justifican la experiencia para cada zona de trabajo. Si los rangos del recorrido de las variables experimentales son muy amplios, este enfoque llevaría a tener que utilizar diferentes funciones de tipo potencial, exponencial u otras por intervalos y esto

produce ciertas dificultades pues no se puede garantizar ni siquiera la continuidad, además de otros problemas substancialmente físicos que no se pueden desarrollar ahora.. Por otra parte en los trabajos ya clásicos de Garofalo [21] y Sellars y Tegart [26] entre otros, por reseñar sólo los básicos se justifica y defiende la necesidad de usar una ecuación fenomenológica que aporta un buen comportamiento numérico al ajuste de los datos experimentales. La ecuación de Garofalo:

$$\dot{\epsilon} = \mathbf{A} \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \cdot \sinh(\alpha \cdot \sigma)^n \quad (283)$$

o en su forma logarítmica:

$$\ln(\dot{\epsilon}) = \ln(\mathbf{A}) - \frac{Q}{R \cdot T} + n \cdot \ln[\sinh(\alpha \cdot \sigma)] \quad (284)$$

además en trabajos clásicos como el de Jonas, Sellars y Tegart [27] y menos clásicos como el de Li, J.C.M. [25] se justifica el contenido físico de la ecuación fenomenológica, así como la interpretación física de las constantes de acomodamiento de la misma.

No cabe duda de que, sea ésta la ecuación fenomenológica a usar o sea una aproximación local en los límites de la misma la que usemos, estamos diciendo que la configuración geométrica que relaciona las tres variables resultado del experimento de laboratorio es una superficie en \mathfrak{R}^3 . El ajuste de una nube de puntos tridimensional a la mejor superficie objetivo no es un problema trivial. Los métodos que ya hemos mencionado en la bibliografía como históricos presentan alta dispersión de resultados y problemas de precisión.

La alternativa han sido los métodos iterativos. Estos se han aplicado de varias formas. Una sencilla supone, cortar la superficie por caminos, haciendo constante uno de los valores de las variables y minimizar el error cuadrático mediante un ajuste lineal según el camino elegido. Esto es, no se linealiza la superficie sino la curva resultante de un corte de la superficie. Obtenido un valor óptimo para esa curva se toma como constante otro valor de las variables que definen la superficie definido por el óptimo conseguido y se procede a tomar otro camino según una curva alternativa que se linealiza y se busca su óptimo y así sucesivamente. Este método iterativo linealizado y por caminos, adolece de varios problemas substanciales: El primero consiste en la dificultad

de garantizar teóricamente la existencia de convergencia. Hemos podido comprobar en diversas aplicaciones la no convergencia del proceso. El segundo problema es que este método por ser parcial, puede llevar la iteración a converger a un óptimo local no global. Este problema no es exclusivo de estos métodos pero si muy significativo. El tercero es que si la zona del óptimo, como es frecuente es una plataforma, o un valle, el método iterativo por caminos puede derivar por dicha plataforma o valle dando óptimos locales por líneas que le van alejando de la zona promedio de mejor ajuste. Este problema si quedaría soslayado de realizar un ajuste global y no por líneas. Un método iterativo alternativo es el propuesto por Poirier [62] como método global de inversión. Es iterativo no tanto por el concepto numérico sino por la forma en que se ajustan los datos. Desarrolla tantas ecuaciones linealizadas como triadas de datos hay, y realiza una iteración a la convergencia de todas las ecuaciones ajustando al mismo tiempo los parámetros de acoplamiento junto con la modificación de los valores resultantes del ensayo. Se ha aplicado a ecuaciones de estado en forma de ley potencial que presentan mucho menos problemas que la ecuación de Garofalo ya que ésta es intrínsecamente no lineal a diferencia de la anterior. En resumen, se trata de resolver por métodos iterativos un conjunto o sistema de ecuaciones lineales resultado del ajuste los parámetros del modelo y una depuración de los datos experimentales. Esta hipótesis de que la modificación de los datos experimentales que acompaña al método esta justificada por efectos de errores en el laboratorio es compleja, ya que no presenta ninguna justificación de carácter estadístico que haga suponer que esos puntos están afectados por un sesgo y son "outliers" (puntos cuyo comportamiento no se ajusta a la distribución muestral) y entrega unos valores alternativos que son los que "deberían" haberse obtenido en un experimento correcto. Es, en cualquier caso discutible, a pesar de ser muy interesante. Su aplicación a una ecuación de estado como la de Garofalo hace difícilmente resoluble el problema y además adolece del problema serio. de valores iniciales.

Nuestra propuesta es abordar la obtención de la mejor superficie objetivo de ajuste de forma directa por un método tradicional el de Gauss-Newton modificado con algunas mejoras y acondicionamientos para el ajuste mínimo

cuadrático de la ecuación de Garofalo a los valores resultado de los ensayos experimentales.

Si posteriormente por razones específicas queremos aplicar un método iterativo de afinamiento, habremos garantizado que las iteraciones buscan el mejor óptimo global y no nos encontramos en situaciones de óptimos locales relativos.

Desde el punto de vista matemático el problema consiste en la disposición de una base de datos, resultado de la experimentación, que se deben ajustar a unos modelos en principio heurísticos especialmente no lineales y complejos. Los cuales conllevan dificultades de escalamiento y desbordamiento, esto es, recorridos en las variables muy diferentes en magnitudes y uso de funciones que en los procesos de ajuste se hacen artificialmente nulas o infinitas por las limitaciones de los ordenadores interrumpiendo la correcta aproximación al óptimo. Por lo tanto es un problema de ajuste no lineal que se puede tratar en la forma mínimo cuadrática.

La ausencia de una teoría única para los modelos no lineales mínimo cuadráticos hace que debamos resolver el problema y además garantizar la bondad del ajuste la unicidad si es posible y otros problemas colaterales.

Sea $\{y(t)\}$ un conjunto de datos conocidos que dependen de unas entradas $X(t)_k$, con un patrón de ajuste:

$$y(t) = f(\underline{X(t)}_k, \theta^0) + e(t) \quad (285)$$

siendo $X(t)_k$, en nuestro caso un vector k dimensional ($k=2$), $\{\sigma(t), T(t)\}$, para $t=1\dots n$, el número de experimentos de laboratorio desarrollados e $y(t) = \varepsilon'(t)$. Por otra parte las constantes de acoplamiento $\theta_0 \in \mathbb{R}^p$ forman un vector p dimensional En nuestro caso $p=4$ $\{A, Q, n, \alpha\}$, siendo el verdadero pero desconocido valor de θ . Finalmente $e(t)$ son los errores inobservables. La función básica :

$$\underline{\mathbf{f}}(\underline{\theta}) = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1(\theta) \\ \mathbf{f}_2(\theta) \\ \circ \\ \circ \\ \mathbf{f}_n(\theta) \end{pmatrix} \quad (286)$$

es un vector columna [nx1]. El Jacobiano de f() será una matriz [n x p].

Eliminando para mayor comodidad subíndices cuyo significado está explicado y la dependencia de los datos experimentales en la matriz X(t)k, que ya sabemos que es una matriz [n x k], adoptamos la expresión:

$$\underline{\mathbf{y}} = \underline{\mathbf{f}}(\underline{\theta}) + \underline{\mathbf{e}} \quad (287)$$

siendo todos los elementos integrantes vectores de las dimensiones especificadas.

$$\underline{\mathbf{e}} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{e}_n \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{y}_n \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{f}}(\underline{\theta}) = \begin{pmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \underline{\theta}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}_2, \underline{\theta}) \end{pmatrix} \quad (288)$$

La suma de las desviaciones cuadráticas para cualquier ajuste es en forma matricial:

$$\mathbf{SSE}(\underline{\theta}) = \|\underline{\mathbf{y}} - \underline{\mathbf{f}}(\underline{\theta})\|^2 = (\underline{\mathbf{y}} - \underline{\mathbf{f}}(\underline{\theta}))' \cdot (\underline{\mathbf{y}} - \underline{\mathbf{f}}(\underline{\theta})) \quad (289)$$

y el exponente "t" indica transposición de matrices. El objetivo del problema es obtener los valores de θ que minimicen la función SSE(*). Se requiere en primer lugar obtener los puntos que anulen:

$$\frac{\partial \mathbf{SSE}(\underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}'} \quad (290)$$

siendo el significado de la derivación indicada, el siguiente:

$$\frac{\partial \mathbf{S}(\underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}'} = \left(\frac{\partial \mathbf{S}(\underline{\theta})}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial \mathbf{S}(\underline{\theta})}{\partial \theta_p} \right)_{\{1 \times p\}} \quad (291)$$

y para cualquier función S(*), escalar, es un vector de dimensión [1 x p]. Desarrollando y de forma directa como se puede ver en Gallant [71] tenemos finalmente:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\theta}^t} \cdot \mathbf{SSE}(\underline{\theta}) = -2 \cdot [\underline{y} - \underline{f}(\underline{\theta})]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \underline{\theta}^t} \underline{f}(\underline{\theta}) \right) + 2 \cdot (\underline{y} - \underline{f}(\underline{\theta}))^t \cdot \mathbf{F}(\underline{\theta}) \quad (292)$$

en donde :

$$\mathbf{F}(\underline{\theta}) = \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}^t} \underline{f}(\underline{\theta}) \quad (293)$$

Si $\mathbf{SSE}(\theta)$ es continuamente diferenciable sobre un abierto D , tal que $\theta \in D$ entonces (Gallant [71]) el estimador mínimo cuadrático de θ que minimiza $\mathbf{SSE}(\theta)$, es el que satisface la ecuación:

$$\mathbf{F}'(\underline{\theta}) \cdot [\underline{y} - \underline{f}(\underline{\theta})] = \mathbf{0} \quad (294)$$

Esto es cierto para todo óptimo local y las funciones de nuestro problema satisfacen las condiciones planteadas como puede comprobarse de forma directa.

El método de Gauss-Newton modificado se basa en sustituir por una serie de Taylor y trunca en primer orden como aproximación a $f(\theta)$ a partir de un punto considerado inicio del desarrollo, se puede consultar en diversos enfoques en Gallant [71], Marquardt y Levenberg [58], Marquardt [59], Powell [67], Fletcher and Reeves [68] Bootes y Watts [70]. El punto inicial de desarrollo es θ_τ y por tanto:

$$\underline{f}(\underline{\theta}) = \underline{f}(\underline{\theta}_\tau) + \mathbf{F}(\underline{\theta}_\tau) \cdot (\underline{\theta} - \underline{\theta}_\tau) + \mathbf{R}(\underline{\theta} - \underline{\theta}_\tau) \quad (295)$$

siendo la función $\mathbf{R}(\cdot)$ el residuo del orden considerado responsable del grado de aproximación. Con todo lo anterior la expresión a optimizar es:

$$\mathbf{SSE}_\tau(\underline{\theta}) = \left\| \underline{y} - \underline{f}(\underline{\theta}_\tau) - \mathbf{F}(\underline{\theta}_\tau) \cdot (\underline{\theta} - \underline{\theta}_\tau) \right\|^2 \quad (296)$$

Aplicando las condiciones del óptimo local se llega directamente a:

$$\underline{\theta}_m = \underline{\theta}_\tau + (\mathbf{F}'(\underline{\theta}_\tau) \cdot \mathbf{F}(\underline{\theta}_\tau))^{-1} \cdot \mathbf{F}'(\underline{\theta}_\tau) \cdot [\underline{y} - \underline{f}(\underline{\theta}_\tau)] \quad (297)$$

La razón por la que vamos a partir de esta estructura numérica es que hemos valorado el desarrollo de otros algoritmos, p.e. el de Newton, más rápido y potente que el considerado hasta aquí y aplicado a nuestra función objetivo, pero cuando se pueden garantizar valores iniciales suficientemente próximos al punto de óptimo local buscado, el método aquí planteado no es mejora-

do por ningún otro método de forma que justifique la complejidad que producen.

Dado que hemos resuelto el problema de los valores iniciales de una forma que creemos es muy correcta, la precisión alcanzada con el método presentado es incluso superior a la requerida por los procesos físicos o industriales de conformado.

El método de Newton se basa en la aproximación en serie hasta el segundo orden de la misma y realizándolo el valor de θ que minimiza el problema es (ver Gallant [71]):

$$\underline{\theta}_M = \underline{\theta}_T + \left(\frac{\partial^2}{\partial \underline{\theta} \partial \underline{\theta}^t} \text{SSE}(\underline{\theta}_T) \right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} \cdot \text{SSE}(\underline{\theta}_T) \right) \quad (298)$$

Supuesto que estamos situados en un punto de aproximación θ_T , queremos mejorar la aproximación con la condición de que:

$$\text{SSE}(\theta_T + \lambda_T \cdot (\theta_M - \theta_T)) < \text{SSE}(\theta_T) \quad (299)$$

por lo tanto la búsqueda de la optimización, quedará reducida a la búsqueda del valor λ_T , que cumpla la condición anterior. Encontrado el valor de dicho parámetro tomamos:

$$\hat{\theta} = \theta_T + \lambda_T \cdot (\theta_M - \theta_T) \quad (300)$$

como punto siguiente de la secuencia a la convergencia, además para el cálculo de θ_M , necesitamos realizar utilizando las reglas de derivación para matrices el cálculo siguiente:

$$\frac{\partial^2}{\partial \underline{\theta} \cdot \partial \underline{\theta}^t} \text{SSE}(\underline{\theta}_T) = 2 \cdot \mathbf{F}'(\underline{\theta}_T) \cdot \mathbf{F}(\underline{\theta}_T) + 2 \cdot \sum_{t=1}^{t=n} \mathbf{e}(t) \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{\theta} \cdot \partial \underline{\theta}^t} \mathbf{f}(\mathbf{X}(t)_k, \underline{\theta}_T) \quad (301)$$

siendo

$$\underline{\mathbf{e}}(t) = \underline{\mathbf{y}}(t) - \underline{\mathbf{f}}(\mathbf{X}(t)_k, \underline{\theta}_T) \quad (302)$$

De las expresiones anteriores podemos fácilmente deducir que el método modificado de Gauss-Newton planteado no es sino una aproximación del método de Newton siempre que el término segundo de la ecuación (299), la suma del producto de los errores por la función Hessiana de f^* sea despre-

ciable respecto del término $F^t(*) \cdot F(*)$. Esto, en el caso de nuestra función y sus derivadas, es correcto siempre que θ_T , este suficientemente próxima a θ . Por lo tanto, si nuestros valores iniciales son suficientemente próximos al óptimo local, el método de Gauss-newton modificado elegido es una buena aproximación. Podemos considerar como buena aproximación de partida:

$$\frac{\|\underline{\theta}_T - \underline{\theta}\|}{\|\underline{\theta}\|} \leq \frac{1}{10} \quad (303)$$

La condición anterior la hemos podido garantizar, y lo justificaremos en el apartado de validación y aplicaciones

Si hemos alcanzado un punto de aproximación θ_T , y si queremos mejorar la aproximación deberemos buscar un parámetro escalar λ_T , que debe cumplir :

$$\mathbf{SSE}(\theta_T + \lambda_T \cdot (\theta_M - \theta_T)) \leq \mathbf{SSE}(\theta_T) \quad (304)$$

encontrado el valor λ_T que verifica lo anterior

$$\underline{\theta} = \underline{\theta}_T + \lambda_T \cdot (\underline{\theta}_M - \underline{\theta}_T) \quad (305)$$

La implementación del algoritmo la realizamos de la forma siguiente:

P0) Se supone dado el valor inicial del parámetro θ_0

P1) Se realiza el cálculo

$$\mathbf{D}_0 = [\mathbf{F}'(\theta_0) \cdot \mathbf{F}(\theta_0)]^{-1} \cdot \mathbf{F}'(\theta_0) \cdot [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\theta_0)] \quad (306)$$

P2) Encontramos el valor de $\lambda \in [0,1]$ tal que

$$\mathbf{SSE}(\theta_0 + \lambda \cdot \mathbf{D}_0) < \mathbf{SSE}(\mathbf{D}_0) \quad (307)$$

P3) Se avanza un paso en la iteración

$$\theta_1 = \theta_0 + \lambda_0 \cdot \mathbf{D}_0 \quad (308)$$

P4) Se evalúa numéricamente

$$\mathbf{D}_1 = [\mathbf{F}'(\theta_1) \cdot \mathbf{F}(\theta_1)]^{-1} \cdot \mathbf{F}'(\theta_1) \cdot [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\theta_1)] \quad (309)$$

P5) Se busca y encuentra otro valor de $\lambda \in [0,1]$, tal que

$$\mathbf{SSE}(\theta_1 + \lambda \cdot \mathbf{D}_1) < \mathbf{SSE}(\theta_1) \quad (310)$$

y se repite así sucesivamente, volviendo al primer punto, los pasos anteriormente establecidos hasta alcanzar un mínimo en parámetros de control previamente predefinidos.

Se debe aplicar una rutina de optimización lineal uni-variada para la obtención del valor de λ . Existen varios métodos para elegir esta longitud clave en cada iteración, como son el de Fibonacci o el de la razón áurea [57]. Un método muy sencillo que hemos probado correcto y de resultado adecuado es aceptar el primer valor de la secuencia [1,9,8,7,7,1/2,1/4,1/8,.....], para el cual se cumpla (308) en cada paso iterativo. Hemos incluido un lazo con cincuenta valores de esta secuencia y nunca alcanza el valor más pequeño de la serie. Se obtiene antes el óptima lineal uni-variado. Es un método fiable y más rápido que la mayoría de los que aparecen en la bibliografía. La justificación de la secuencia y su análisis comparado con el método de la razón áurea u otros escapa de nuestros objetivos en el presente trabajo.

El criterio de control para detener las iteraciones es clave. Nosotros después de probar varias posibilidades hemos adoptado el conjunto de controles siguientes

$$\|\theta_i - \theta_{i+1}\| < \varepsilon \cdot [\|\theta_i\| + \tau] \quad (311)$$

con

$$|\text{SSE}(\theta_i) - \text{SSE}(\theta_{i+1})| < \varepsilon \cdot |\text{SSE}(\theta_i) + \tau| \quad (312)$$

siendo $\varepsilon > 0$ y $\tau > 0$. Una elección adecuada para alcanzar una buena precisión, de acuerdo con la experiencia es $\varepsilon = 10^{-6}$, $\tau = 10^{-3}$

La elección de los valores iniciales en este tipo de ajustes es determinante. Las superficies de ajuste pueden tener numerosos puntos de ensilladura y zonas de variaciones bruscas de los gradientes. La búsqueda de valores iniciales se realiza, según los autores, por diversas vías, una es por inspección directa de los datos, haciendo cero todas las variables excepto una y se evalúa así el valor inicial preciso para ella y así con todas las variables. También se puede programar una búsqueda en "malla" siendo un procedimiento lento y engorroso. También se usa el método de ensayo y error. El método de Hortley y Booker [72] es más preciso, pero crea un problema de solución de sistemas de ecuaciones no lineales de dificultad del mismo orden que el problema central que tratamos. Hemos resuelto el problema con un método diseñado "ad-hoc" para el tipo de ecuación de Garofalo, tal y como se ha explicado en el

apartado anterior. Es un método algorítmico de búsqueda de valores iniciales de carácter lineal y recursivo.

La construcción del código general para ordenador en un lenguaje de alto nivel sería el paso siguiente. Previamente hemos implementado el problema en diversos programas de carácter profesional: capaces de afrontar ajustes mínimo cuadráticos con posibilidad de funcionalizar por intervalos la función del ajuste y teóricamente con métodos más robustos que el propuesto en este trabajo. Los programas en el mercado no permiten modificaciones según nuestras necesidades experimentales, y los programas de diseño como el aquí presentado si lo permiten, además los programas en el mercado no siempre dan información de numerosos pasos intermedios entre la lectura de datos y la solución, soluciones que pudiendo ser matemáticamente consistentes no tienen por que ser físicamente coherentes. Hemos validado las rutinas básicas del algoritmo construido comparando con dos paquetes específicos para este tipo de problema. Los resultados que hemos obtenido mejoran los aportados por los paquetes comerciales, en cualquier caso.

La implementación del algoritmo pasa por definir la función objetivo para el ajuste. Sea esta, en la nomenclatura anteriormente expuesta $y=f(X,\theta)$, con $X \in \mathbb{R}^2$, y $\theta \in \mathbb{R}^4$. Su expresión (284) es en variables del ajuste:

$$\underline{f(X,\theta)} = \theta_0 \cdot e^{\frac{-\theta_1}{X_1}} \cdot \sinh(\theta_2 \cdot X_2)^{\theta_3} \quad (313)$$

Su gradiente (293) es $F(\theta) \in \mathbb{R}^4$, que desarrollado según la notación de (291) es

$$F_1(\theta) = y/\theta_0 \quad (314)$$

$$F_2(\theta) = -y/X_2 \quad (315)$$

$$F_3(\theta) = y \cdot X_2 \theta_3 / \sinh(\theta_2 X_2) \quad (316)$$

$$F_4(\theta) = \theta_3 \cdot \ln[\sinh(\theta_2 X_2)] \cdot y \quad (317)$$

Si se trabaja sobre la forma logarítmica de la función objetivo entonces

$$F_1(\theta) = 1 \quad (318)$$

$$F_2(\theta) = -1/X_1 \quad (319)$$

$$F_3(\theta) = \theta_3 \cdot X_2 \cdot \cotangh(\theta_2 \cdot X_2) \quad (320)$$

$$F_4(\theta) = \ln(\text{Sinh}(\theta_2 \cdot X_2)) \quad (321)$$

con este esquema general se construyó un código amplio que procede a realizar el ajuste, estudia la bondad del mismo a partir de la varianza de los residuos y valora la base de datos utilizada a partir de ensayo de normalidad. El bloque central del código es el módulo de regresión mínimo cuadrática no lineal. sobre dicho modulo se aplican las demás rutinas. En el módulo central se aplican diversos métodos numéricos de tratamiento matricial de resolución de sistemas y de linealización empleando la expresión directa o la logarítmica de la función objetivo según sea el caso del valor de la misma. Se tratan por pasos las zonas donde el gradiente es más intenso, se busca el óptimo univariado también por pasos El que se utilicen en cada caso una rutina u otra depende de una serie de controles introducidos en el algoritmo y finalmente se estudia la convergencia hasta alcanzar el óptimo local con los controles planteados.

Como estadísticos de la bondad del ajuste hemos empleado en primer lugar los siguientes:

1) El valor de la función $SSE(\theta)$ dado por la ecuación (294), se reseña como valor de la función F_c .

2) Un error cuadrático medio de los valores ajustados:

$$E^c_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\hat{\epsilon}_{\text{experimental}} - \hat{\epsilon}_{\text{ajuste}})^2}{n - 2}} \quad (322)$$

3) Un error relativo de los errores cuadráticos de los residuos

$$E^r_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\hat{\epsilon}_i^{\text{exp}} - \hat{\epsilon}_i^{\text{ajuste}})^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (\epsilon^{\text{exp}}_i)^2}} \quad (323)$$

4) Un error relativo global del ajuste:

$$E'_3 = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\dot{\epsilon}_i^{\text{exp}} - \dot{\epsilon}_i^{\text{ajuste}})^2}{n}}}{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} |\epsilon_i^{\text{exp}}|}{n}} \quad (324)$$

El indicador más usado y el que determina no sólo la bondad del posible óptimo sino las posibilidades de predicción, es el valor de la función Fc. Evidentemente si este valor es cero, la coincidencia es absoluta y cuanto más lejos se encuentre de cero peor es el ajuste. El valor E^c_2 aporta una indicación del error cuadrático medio por punto experimental y ponderado no a "n" sino a "n-2" por el número de grados de libertad. El valor E'_2 pondera los errores cuadráticos respecto de un valor referencial que es el total de los cuadrados de los datos experimentales, su información tiene el carácter de un error relativo. Si el ajuste fuese perfecto su valor sería cero y si cada punto de ajuste diese un valor exactamente el doble del experimental, obtendríamos un valor de este parámetro igual a 1. El último parámetro únicamente se diferencia en ponderar respecto de los valores absolutos.

Los parámetros se han implementado tanto para el caso directo como para el logarítmico. Dado que la mayor parte de los ajustes requieren (a causa de los valores de la función senohiperbólico) el paso al ajuste logarítmico, hemos implementado y desarrollado los dos casos.

5.5. CÓDIGOS

Los códigos de todos los programas anteriormente mencionados se han reseñado en el Anexo 2, en el mismo se presentan diagramas de flujo simplificados, de los programas centrales y de los auxiliares de todo el proceso de cálculo. Se inicia el proceso con la toma de datos de los ficheros que guardan los resultados de los ensayos, la secuencia es determinar primero los valores iniciales, para después entrar en el código de métodos no lineales directos y pasar finalmente a los métodos de afinamiento por iteraciones. En cada etapa trabajan códigos auxiliares para trabajos estadísticos y se van generando salidas gráficas y salidas en forma de ficheros para explotaciones posteriores.

También se han implementado los códigos precisos para la inclusión del tratamiento con módulo elástico.

En el Anexo 3 presentamos la información pertinente para el uso de los programas bajo la denominación genérica de CREEP, y que puede estar totalmente automatizado, sin poder entrar en los núcleos de trabajo o alternatively se puede trabajar con ellos de forma interactiva.

Los programas se han desarrollado implementando todas las rutinas, tanto de cálculo matricial, como de cualquier nivel de cálculo numérico, con el fin de minimizar los errores del tratamiento numérico. Se han comprobado todas las rutinas centrales en FORTRAN, y en PASCAL, pero el programa central se ha desarrollado para ser usado por *BASIC, pudiendo hacerse en GW-BASIC o en Q-BASIC, o un TURBO-BASIC, esto se ha decidió así por la facilidad interactiva del mismo, así como por la simplicidad y poder ser utilizado en cualquier sistema compatible PC con un S.O. MS.-DOS 6.0 o superiores. El tratamiento en estos lenguajes sencillos en doble precisión, no es superado, si se eligen bien las secuencias de cálculo, por las librerías que usan programas más complejos, siempre que trabajemos con ordenadores compatibles PC, ya que el límite nos lo impone, no el lenguaje de programación sino más bien las características de la CPU del coprocesador matemático y el número de bits que pueden ser controlados por la red de comunicación interna del sistema. Tiene sentido la codificación en lenguajes de sintaxis más rigurosa si se va a trabajar con S.O: de mayor nivel como UNIX u otros similares.

5.6. APLICACIONES.

5.6.1 VALIDACIÓN DE LOS ALGORITMOS, CONTROL DE FIABILIDAD Y PRECISIÓN DE LAS SOLUCIONES.

Para controlar el funcionamiento del conjunto de códigos se han utilizado cinco tipos de materiales diferentes. Un acero microaleado con contenido medio en carbono y un pequeño porcentaje de titanio. El segundo material es, la bien conocida aleación Ti-6Al-4V que es una de las aleaciones más ampliamente estudiadas, por su interés como material estructural en aplicaciones aeroespaciales. También se ha usado una aleación de aluminio circonio. Y además tres aceros, uno muy estudiado una aleación 25G2VN, y dos aceros que hemos incluido por sus características atípicas en cuanto a los datos. Nos referiremos a estos materiales como A1, TI, Al, A2, A3 y A4, según el orden que hemos descrito.

Los materiales se han usado para verificar diferentes aspectos, como son la reproducibilidad de los datos, capacidad predictiva, exactitud de la solución, errores intrínsecos al método, posibilidad de acotar los errores de determinación de los parámetros, capacidad de discriminar errores en los datos, posibilidad de depurar la base de datos, análisis de los residuos, etc.

El acero microaleado ha sido caracterizado en diversos trabajos Garcia et al [73], Peñalba et al [74], Peñalba et al [75]. La aleación de titanio ha sido previamente estudiada por Peñalba y Carsí [76], y Carsí et al [77]. Los datos experimentales se han obtenido mediante test de torsión en un banco de torsión descrito anteriormente y el método experimental seguido se puede ver también en

Mater.	C	Mn	Si	S	P	Cr	Ni	Mo	V	Ti	Cu	Sn	Al	N	O
														ppm	ppm
A2 (% masa)	0.29	1.43	0.38	0.017	0.020	0.11	0.05		.15		.03		.025	.022	
A1	0.29	1.28	0.34	0.03	0.02	0.13	0.08	0.01	0.09	0.02	0.13	0.02	0.04	106	45

Tabla [9] .Composición química de los aceros A1 y A2

Peñalba et al [74]: los datos experimentales obtenidos se presentan en las tablas (7) y (8) y las características del acero A1 y el A2 en la tabla (9). Los datos del acero A2 se pueden consultar en la tabla (3) del anexo 1.

La muestra de titanio esta formada por 33 datos lo que es estadísticamente representativo para este tipo de trabajos, se pueden ver en la tabla (4) del anexo 1. La del acero A1 esta formada por 16 datos, por lo que de presentar algún tipo de problema en los mismos haría que la muestra fuese pobre o escasa. El acero A2 presenta una muestra de 38 datos, el

$\dot{\epsilon}$ (seg^{-1})	T ($^{\circ}\text{K}$)	σ (MPa)
0.00007	1073	23.91
0.0002	1073	43.92
0.0005	1073	73.75
0.001	1073	104.12
0.003	1073	147.69
0.0002	1123	12.02
0.0005	1123	223.08
0.001	1123	35.76
0.003	1123	56.37
0.007	1123	80.23
0.0002	1173	8.38
0.0005	1173	15.33
0.001	1173	21.41
0.003	1173	32.48
0.003	1173	52.59
0.0005	1179	9.59
0.001	1179	15.78
0.003	1179	25.34
0.007	1179	35.44
0.07	1200	72.3
0.2	1200	91
2	1200	169
0.07	1220	63.9
0.2	1230	67.4
0.5	1230	95.4
2	1230	131.3
1	1230	112.4
0.5	1250	68.6
2	1250	104
5	1250	130
0.07	1243	39
0.2	1270	51.5
0.5	1270	67.6

Tabla 7. Datos experimentales para el Titanio

$\dot{\epsilon}$ (seg^{-1})	T ($^{\circ}\text{K}$)	σ (MPa)
2	1353	75.76
2	1398	64.75
7	1353	96.21
7	1398	80.18
14	1353	107.2
14	1398	91.07
21	1353	113.71
21	1398	99.59
1	1423	53.55
14	1423	86.07
21	1423	91.69
7	1100	280.74
2	1373	67.63
7	1373	84.83
14	1373	97.12
21	1373	107.2

Tabla 8. Datos experimentales para el acero microaleado.

Aluminio de 31 datos (se puede ver en la tabla (2) del anexo 1) y los aceros A3 y A4 tienen 30 y 27 datos. En el titanio se trabaja con bajas velocidades de deformación, mientras que en el caso del acero A1 se trabaja con valores altos. Los recorridos para temperaturas y tensiones son similares.

Los datos del Aluminio se pueden ver en la Fig.(14.bis), y los de los aceros A3 y A4 en las Figs(15) y (16).

Vamos a analizar primeramente los resultados para el acero A1, y el titanio. Para el acero microaleado y el titanio la aplicación de la secuencia de los tres códigos presenta los resultados de la tabla (10) y la tabla (11), respectivamente. En la tabla (12), podemos observar los valores obtenidos por nuestro método

referenciados junto con los de la bibliografía. Se indican las referencias bibliográficas.[76],[77],[78],[79]

MATERIAL	A	Q(J/MOL)	N	α	R(COEF.DET.)
CÓDIGO 1	$3.16 \times 10^{(19)}$	277028 ±13900	5.48±0.24	$3.65 \times 10^{(-4)}$	0.9957
CÓDIGO 2	$3.16 \times 10^{(19)}$	276900	5.47	$3.65 \times 10^{(-4)}$	
CÓDIGO 3	$4.46 \times 10^{(26)}$	275931	5.46	$1.6 \times 10^{(-5)}$	0.9989

Tabla 10. Resultados por código para el acero microaleado A1. Se pueden observar que los tres códigos operan sobre los datos modificando el ajuste de código en código. Un resultado como el obtenido para α , claramente se produce por un mal condicionamiento de la base de datos

MATERIAL	A	Q(J/MOL)	N	α	R(COEF.DET.)
CÓDIGO 1	$7.08 \times 10^{(16)}$	422871±22200	1.96±0.12	0.016	0.993
CÓDIGO 2	$7 \times 10^{(16)}$	422867	1.94	0.016	
CÓDIGO 3	$4.22 \times 10^{(15)}$	372671	2.01	0.005	0.981 (1)
	$5 \times 10^{(16)}$	419000	1.96	0.016	0.982 (2)

Tabla (11). Resultados por código para la aleación de titanio. Los dos posibles resultados del código final (1) y (2) se deben a diferentes ajustes por el método iterativo por líneas. Se procedió a realizar un ajuste iterativo, conducido por intervalos encajados y un ajuste libre en iteración sin interrupciones, que es un método usual.

MATERIAL-REF.	N	Q(J/MOL)	ΔT (K)	$\Delta \epsilon'$ (SEG ⁽⁻¹⁾)	MODO DE ENSAYO
Ti (este trabajo)	1.97	419000	1073-1270	$7 \times 10^{(-5)}$ - 5	torsión
Ti [77]	2.03	451000	1173-1243	$7 \times 10^{(-2)}$ - 8.7	torsion
Ti [78]	2.0	400000	1073-1173	$10^{(-3)}$ - $10^{(-1)}$	compresión
Ti [79]	1.56	522000	1073-1223	$5 \times 10^{(-2)}$ - 50	torsion
Steel (this work)	5.46	275931	1100-1423	1 - 21	torsion
Steel [76]	4.76	339000	1323-1473	1- 14	torsion

Tabla 12 Resultados para el acero microaleado A1 y Titanio comparados con los de diversas referencias bibliográficas.

Los test de hipótesis para la bondad del ajuste, en el caso del acero A1 y para el código de ajuste no lineal, aportan un valor de la función F de Snedecor experimental (con los parámetros del caso) de 751.72, lo cual hace significativo el ajuste. El estudio de los residuos permite afirmar que, aunque en alguna zona se detecta un alejamiento de la normalidad (posible mal-condicionamiento), globalmente se comportan correctamente (los datos), respecto de la capacidad reproductiva de los mismos. No se detectan "outliers". Parece que los residuos presentan una cierta correlación serial (consecuencia del método de trabajo experimental), pudiendo ser esta la causa de un mal condicionamiento de los datos que impida dotar a la ecuación de capacidad predictiva. La función de densidad (en frecuencias) de los residuos se puede ver en las Figuras [17] y [18] , respectivamente para el acero A1 y para el titanio .La representación seriada de los residuos se muestra en las Figuras [19] y [20]. Los resultados de la gráfica normal del test Chi-cuadrado para los residuos se muestran en las Figuras [21] y [22]. Se puede observar en todas estas gráficas la diferente calidad de los resultados del Acero A1 frente a los del la aleación de titanio. En la Figura [23] se puede observar el comportamiento, si cabe aleatorio, de los valores del coeficiente de determinación para los recorridos del tercer código por el método iterativo, y para zonas muy próximas al óptimo. Este comportamiento indica que los métodos iterativos con superficies de respuesta tan complejas como es la del trabajo presente, pueden tomar líneas de avance que muy próximas al mejor camino, lleven a soluciones no óptimas, como así sucede en muchas ocasiones. Por el contrario si se está próximo al óptimo y se itera por líneas adecuadas, el resultado será correcto. Sin embargo los dos primeros códigos trabajando en conjunto garantizan, además de más y mejor información, un resultado global y generalmente más correcto. En las Figuras [24] y [25], se pueden observar las representaciones de la ecuación de Garofalo en tres dimensiones para las soluciones aportadas por nuestros códigos, para los dos materiales que estamos estudiando. Es destacable el resultado que se muestran en la Figura [26]. En ella se presentan los residuos del ajuste de la primera etapa (CODIGO1) y se puede observar que el plano promedio (de ajuste) de los residuos prácticamente se encuentra sobre el valor $z=0$, para el titanio. Esto es, resulta un plano

perpendicular al eje de residuos (la interpretación algebraica de tal plano es directa) y de media cero, no se observa ningún sesgo apreciable. Sin embargo en la Fig.(27) se presenta el plano de ajuste de los residuos que junto con el resto del análisis muestra que la adecuación de la ecuación a esta base de datos (la del acero A1) es mucho peor que la ajustada para el Titanio. No se trata de valorar los estadísticos del ajuste, sino el hecho de que los mismos nos están amparados por un análisis de los residuos que muestre que los planteamientos previos del ajuste eran correctos. La falta de adecuación tanto puede ser debida a una inadecuación de la función objetivo como a un mal condicionamiento de la base de datos experimentales, o lo que es más frecuente a la pobreza estadística de la misma (la unión de estos dos factores desfavorables es determinante), no obstante, la capacidad de reproducción o de interpolación de los datos no sería mala, siéndolo a efectos predictivos, y en cualquier caso peor que la del titanio.

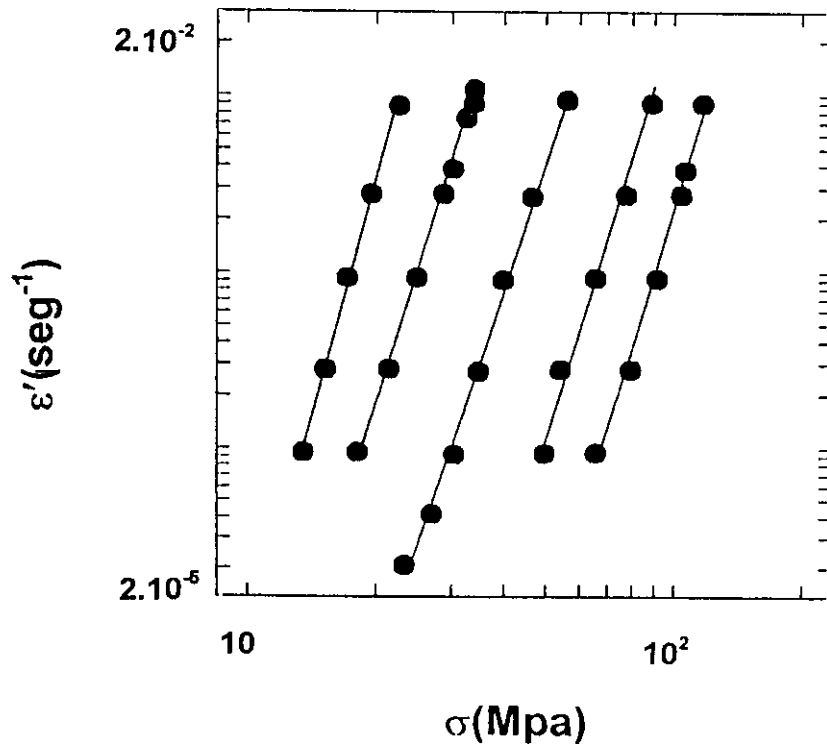


Fig.(14.bis).Representación de los datos de la aleación aluminio-circonio. Los valores concretos y el detalle de temperaturas se puede consultar en la tabla (2) del anexo1.

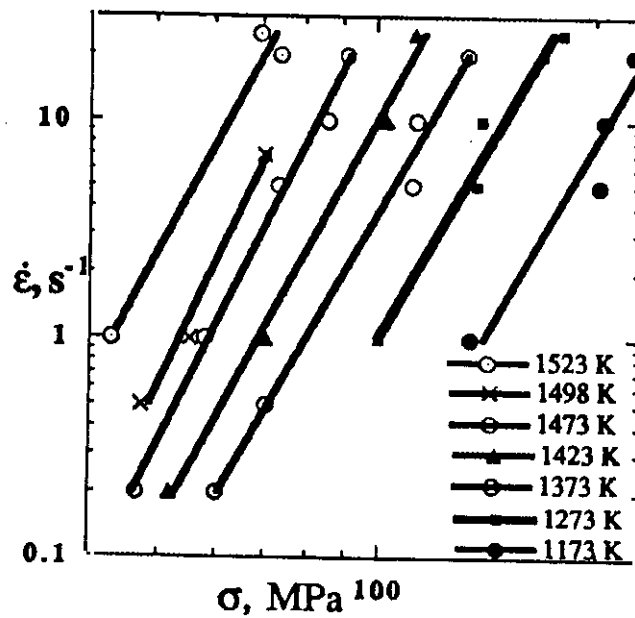


Fig.(15). Datos experimentales para el acero A3. $\dot{\epsilon}$ '(seg⁻¹), σ (MPa).

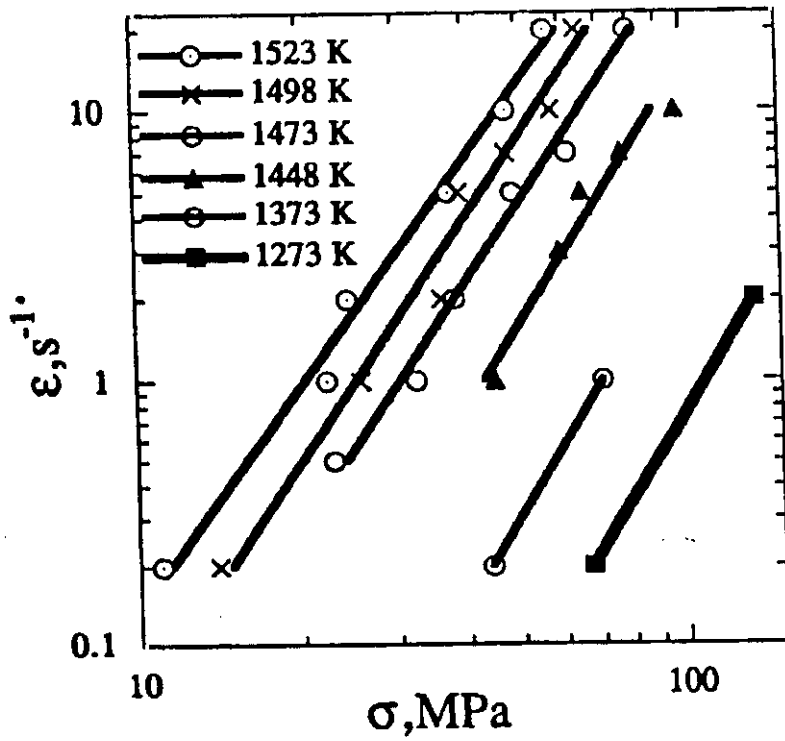


Fig.(16). Datos experimentales para el acero A4. ϵ' (seg⁻¹), σ (Mpa)

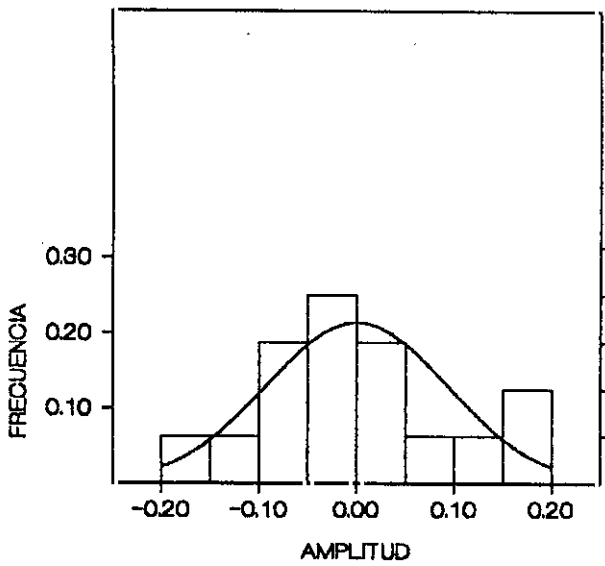


Fig.(17). función de densidad de los residuos del ajuste acero A1

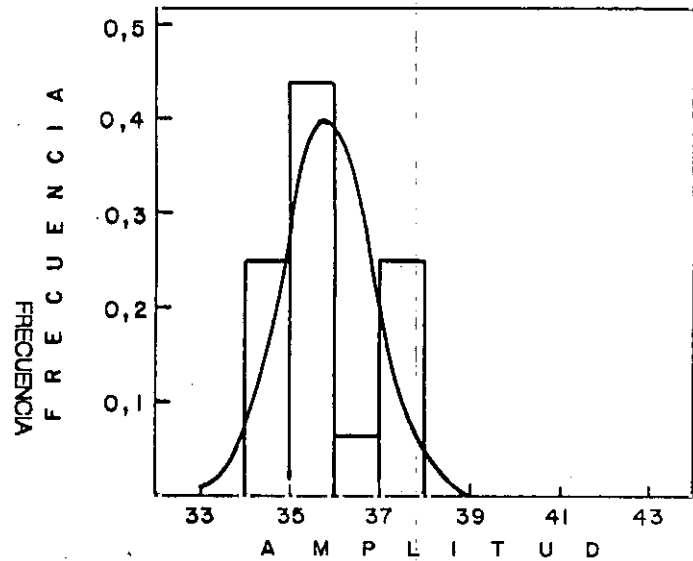


Fig.(18). Función de densidad de los residuos del ajuste de titanio.

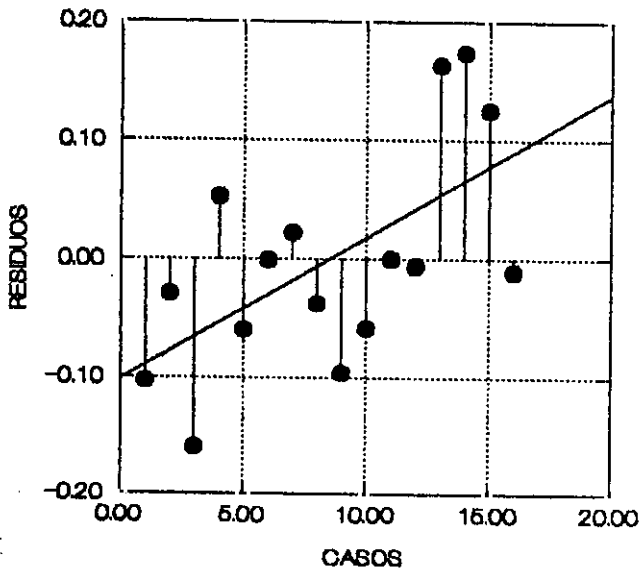


Fig.(19). Representación de la serie de los residuos del ajuste del acero A1

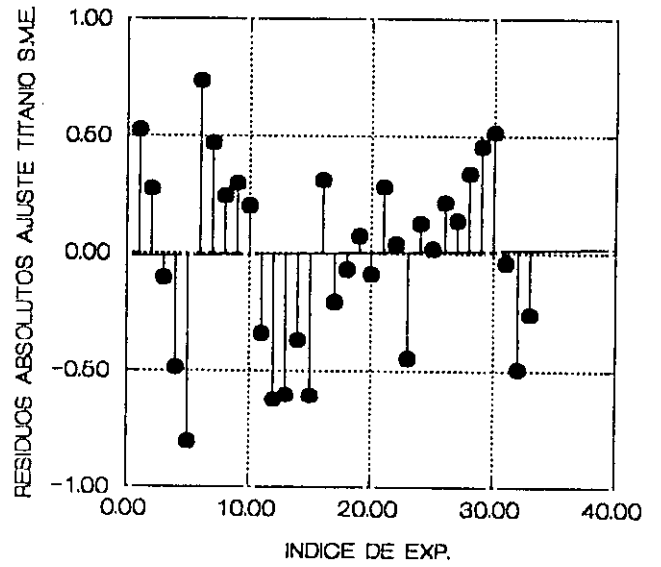


Fig.(20). Representación de la serie de los residuos del titanio

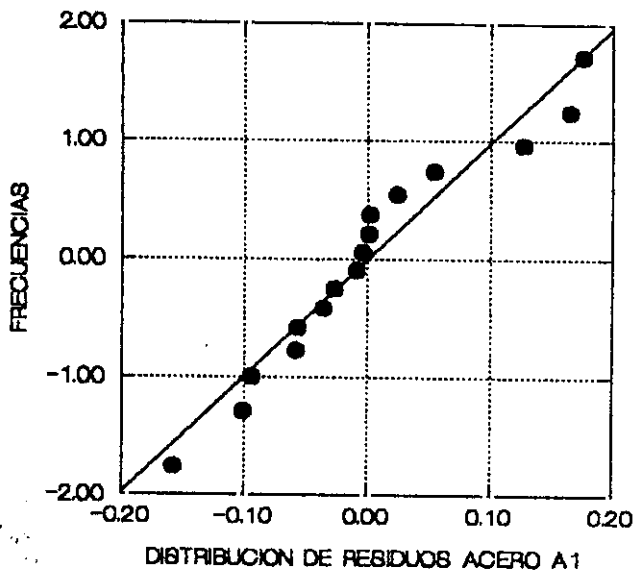


Fig.(21). Representación del test de hipótesis para la normalidad de los residuos del acero A1

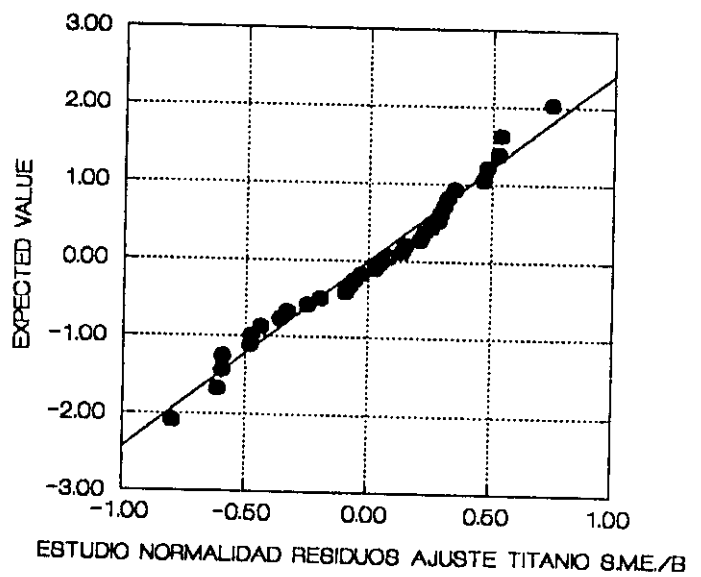


Fig.(22). Representación del test de hipótesis para la normalidad de los residuos del titanio.

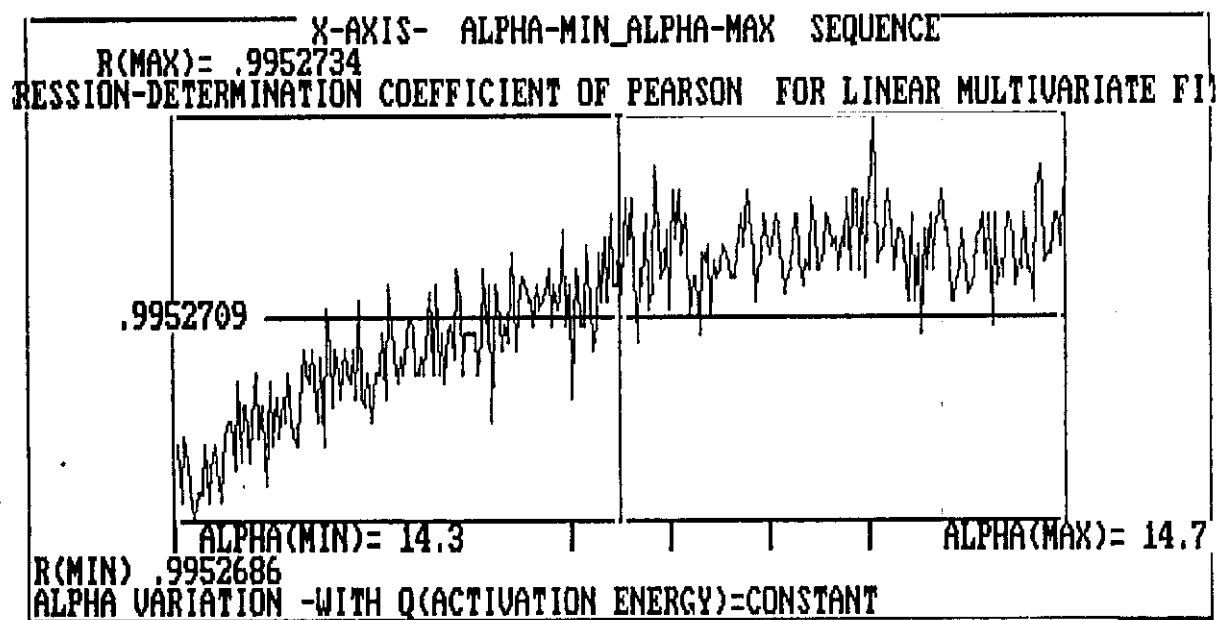
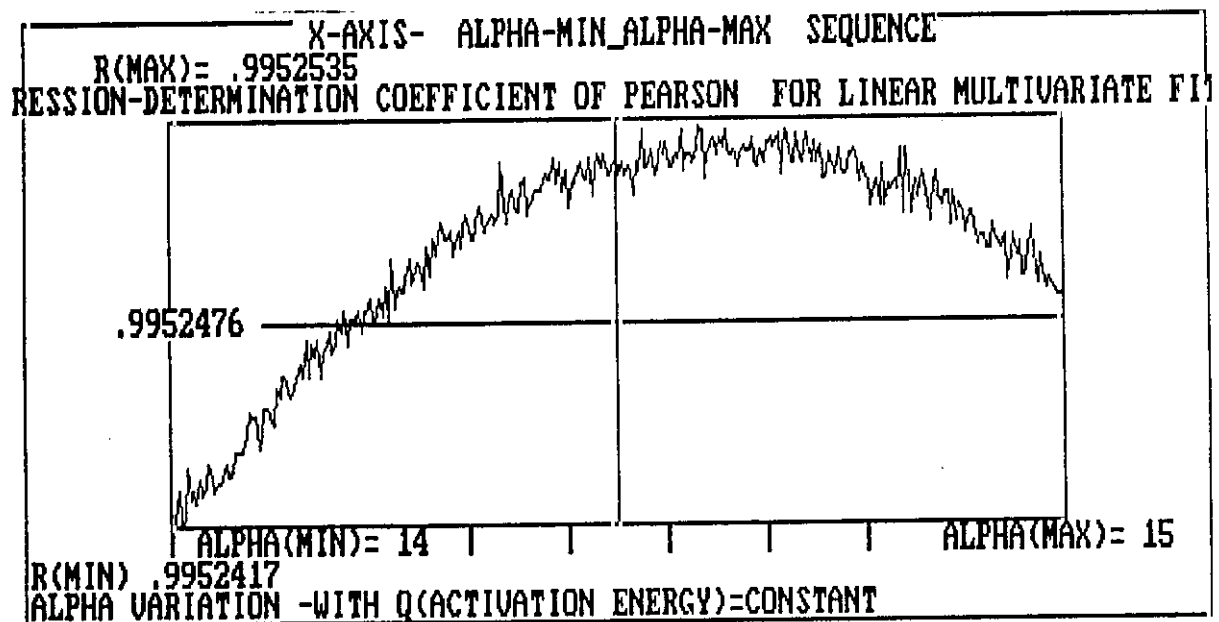


Fig.(23). Detalle de la evolución del coeficiente de determinación en los entornos del punto óptimo del ajuste en el espacio de dimensión R^4 , durante el proceso iterativo del tercer código. Detalle de la fluctuación de la "zona plana" del ajuste.

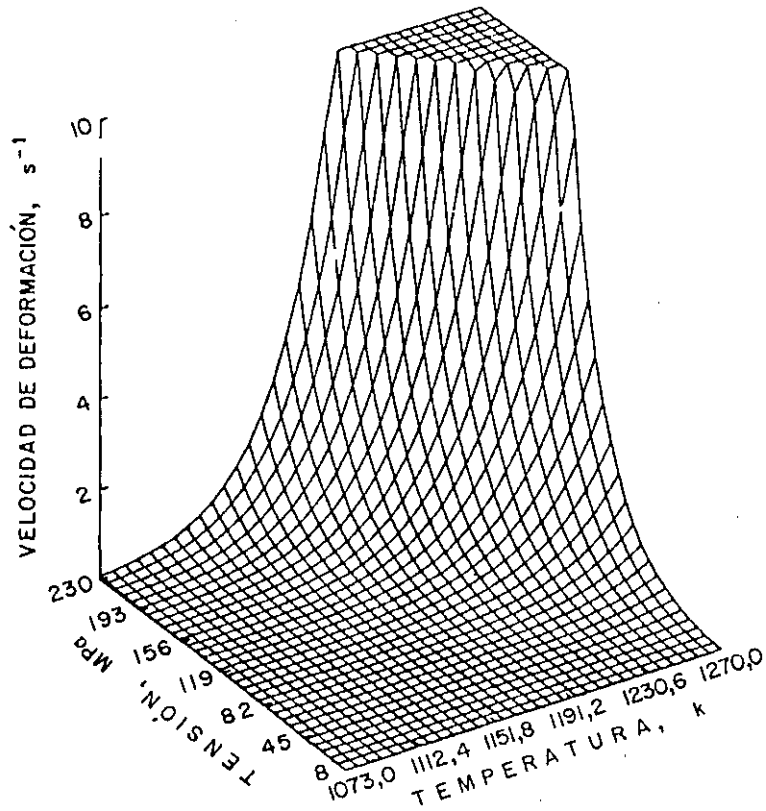


Fig.(24). Representación de la superficie tridimensional $\{\dot{\epsilon}', T, \sigma\}$, para la mejor ecuación de Garofalo del ajuste de los datos de la aleación de titanio.

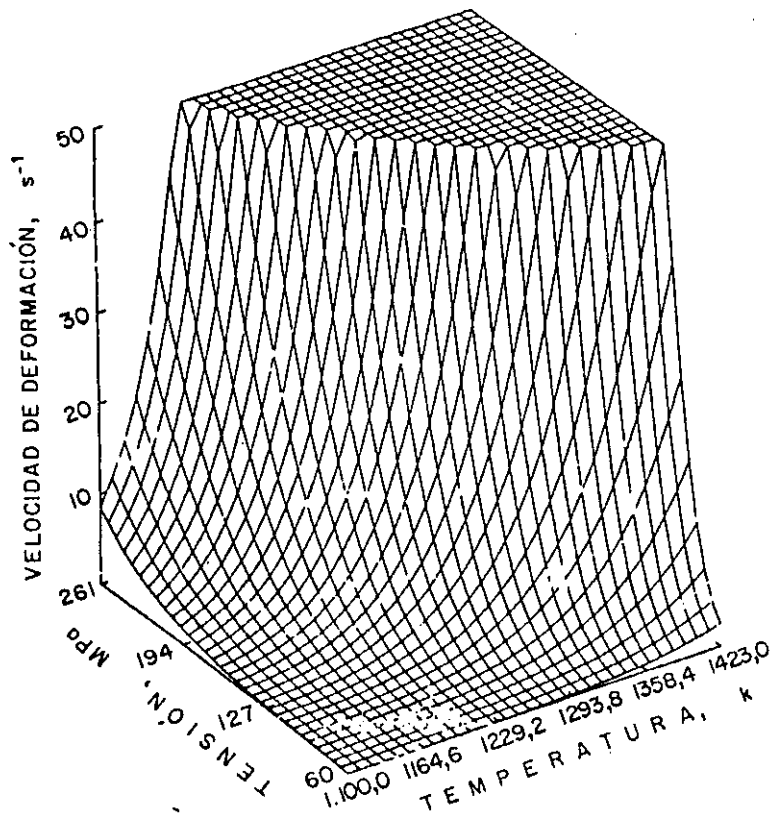


Fig.(25). Representación de la superficie tridimensional $\{\dot{\epsilon}', T, \sigma\}$, para la mejor ecuación de Garofalo del ajuste de los datos de la aleación del acero A1.

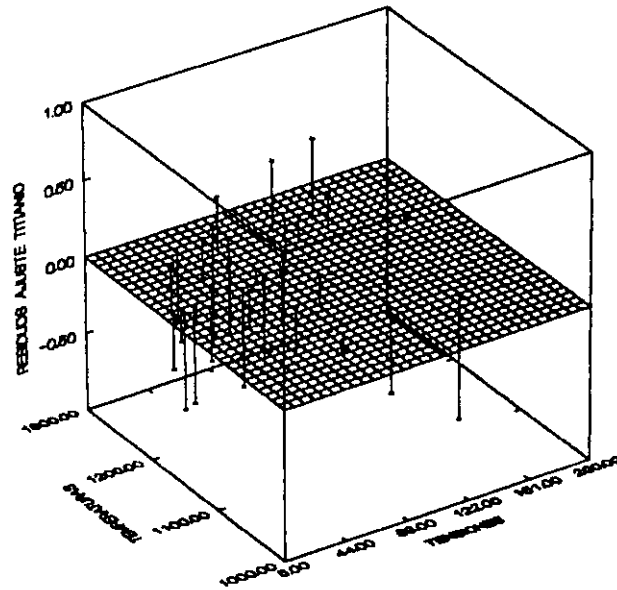


Fig.(26). Representación tridimensional de los residuos del ajuste de la aleación de titanio, frente a la tensión de trabajo (MPa) y a la temperatura (K)

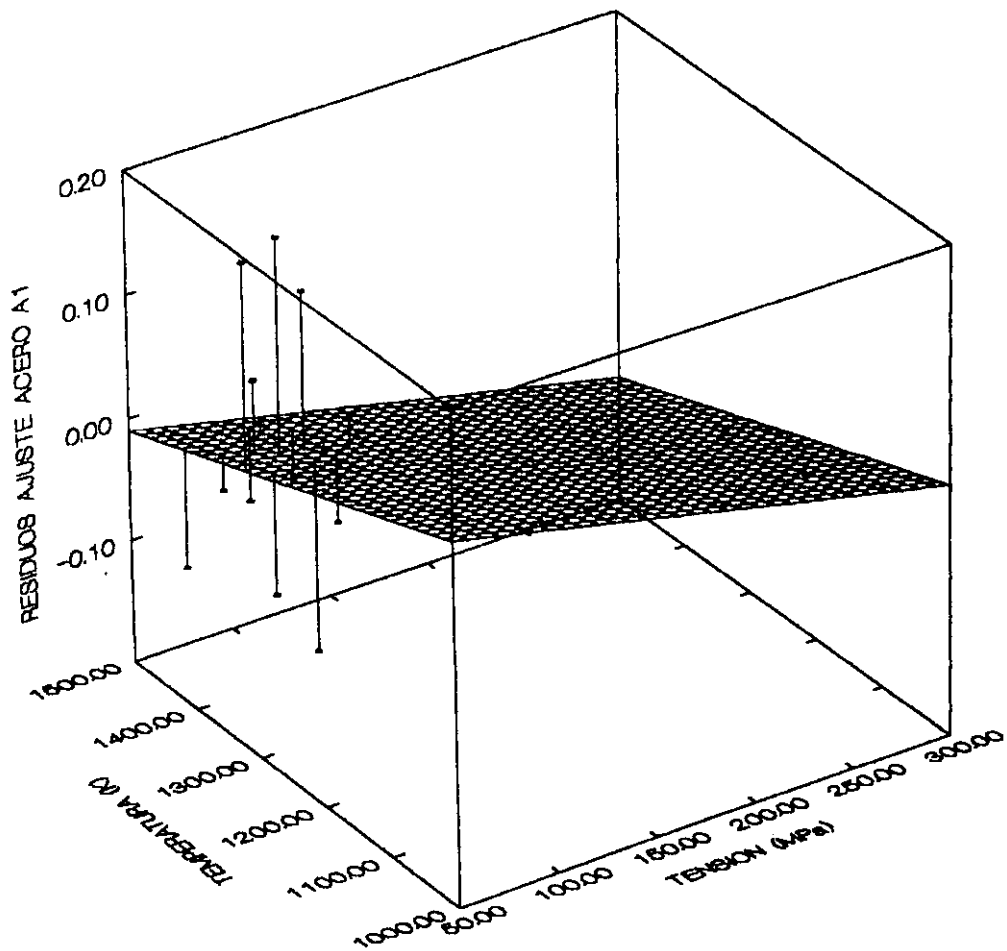


Fig.(27). Representación tridimensional de los residuos del ajuste de los datos del acero A1, frente a la tensión de trabajo (Mpa), y la temperatura (K).

Para la aleación de aluminio circonio, hemos realizado diferentes pruebas. Se ha aplicado el programa primero a 29 de los 31 datos de la base de datos del aluminio y después a los 31 datos, con el fin de observar la dependencia del conjunto de algoritmos respecto del número de datos de la base. Por otra parte se ha ensayado, (tras haber obtenido buenos resultados en la ejecución de los dos primeros códigos), el proceso iterativo de ajuste fino, por el método que hemos implementado y por un método habitual de iteraciones en lazos cerrados sin control. Los resultados se pueden ver en la Tabla (13)

Aluminio	ln(A)	Q	n	α	R	F
COD.1.29	41.20	65212.7	6.36	0.0148	0.967	201
COD.1.31	41.286	65221	6.37	0.0147	0.967	202
COD.2.29	41.24	65196	6.37	.001463	E1=0.06	Fu=0.23
COD.2.31	41.30	65220	6.37	0.0147		
COD.3.29	44.39	69400	6.74	0.0146	0.995	
COD.3.29 (cerrado)	33.47	56394	5.57	0.01704	0.996	
COD.3.31	44.56	69631	6.75	0.0146	0.990	

Tabla (13) . Resultado del trabajo con la aleación de aluminio. Se pueden observar las diferencias de un método iterativo final usual (cerrado) y el propuesto en este trabajo.

Los intervalos de confianza entregados por el código 1, en el caso del aluminio para 29 datos son para $\log(A)$ [36,99 -45.11], para Q [59471-70952] en Cal/mol, para n [5.83-6.88] y en el caso de n=31 datos son para $\log(A)$ [37.07-45.5], para Q [59488-70952] cal/mol y para n [5.85-6.90]. Las diferencias son pequeñas y debidas a que la muestra tiene más elementos, pero el código 1 se muestra muy estable frente al número de datos de 29 a 31 . En ambos casos como hemos trabajado con un paso de malla para α , muy pequeño los resultados del código 2 son muy próximos, aunque mejorados y precisos. Cuando pasamos al código 3 según éste sea controlado según los caminos de iteración van acercándose al óptimo y se van reduciendo los intervalos de regresión para α y Q, conseguimos un óptimo, perfectamente encajado dentro de las previsiones de los intervalos de confianza del código uno, mientras que cuando se deja iterar con un mecanismo automático de reducción de pasos sin corrección y por líneas se

alcanzan valores que están fuera del intervalo de confianza (al 95% de confianza) para todos los parámetros de ajuste. Por lo tanto estos ajustes pueden justificar la nube de puntos de la base de datos , pero no presentan calidad predictiva alguna, sin embargo nuestro método global es coherente y presenta no solo una capacidad de reproducción alta, sino una alta capacidad predictiva, cuando el proceso de análisis de las tres etapas, indica una consistencia estadística de los parámetros obtenidos.

En las Figuras (28) Y (29) podemos observar los caminos de los procesos iterativos del tercer código y la alta precisión de estos procesos cuando son controlados y trabajan a partir del óptimo global alcanzado por el método no lineal directo. En la Fig.(30), podemos observar los residuos del ajuste del código 1 para $n=31$ datos. Sin embargo los residuos de esta base de datos no presentan las condiciones de normalidad que serían previsibles, como se puede ver en las Figuras (31) y (32). Por otra parte el plano de regresión de los residuos que se puede observar en Fig.(33) nos indica que la capacidad predictiva para bajas temperaturas y altas tensiones será peor de lo deseado. el test de normalidad, coherente con el sesgo observado, se puede ver en la Fig.(34)

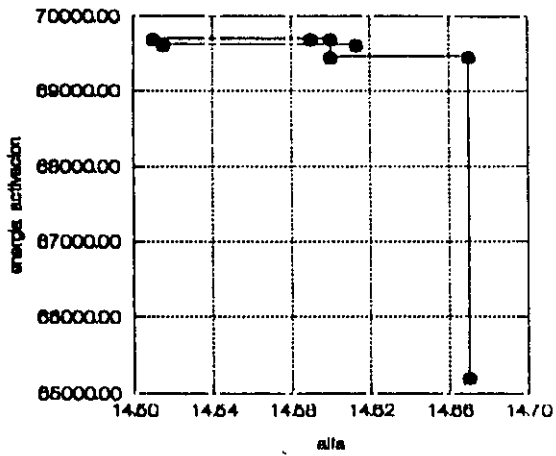


Fig.(28). Detalle del recorrido del proceso iterativo (código 3) para la aleación de aluminio. Desde el valor inicial hasta el óptimo.

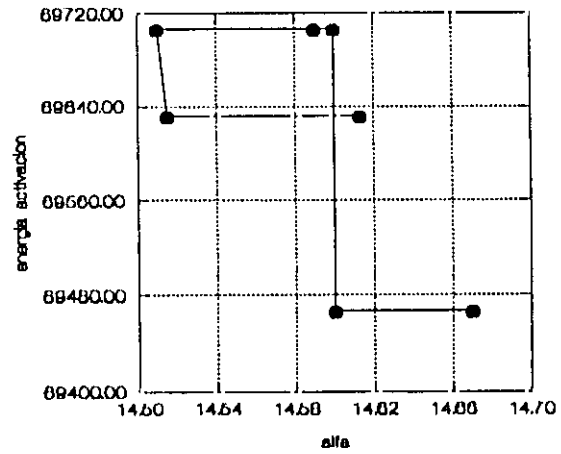


Fig.(29). Detalle del proceso iterativo en los últimos pasos del mismo.

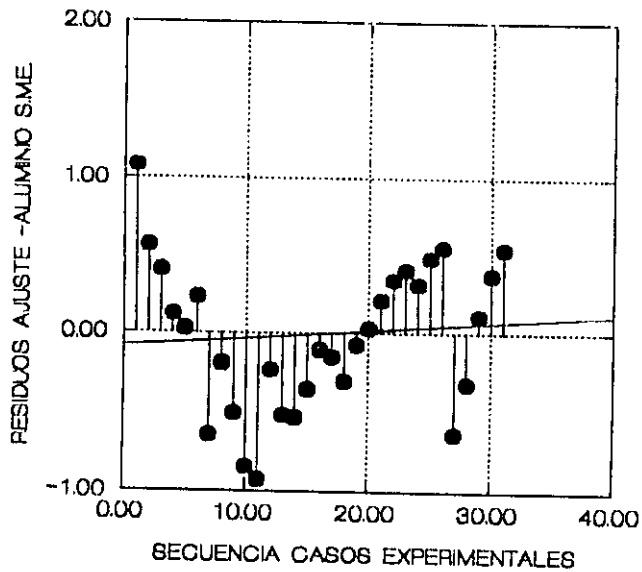


Fig.(30). Representación de la serie de residuos del ajuste de los datos experimentales de la aleación de aluminio, a la ecuación de Garafolo obtenida con los valores iniciales del código 1.

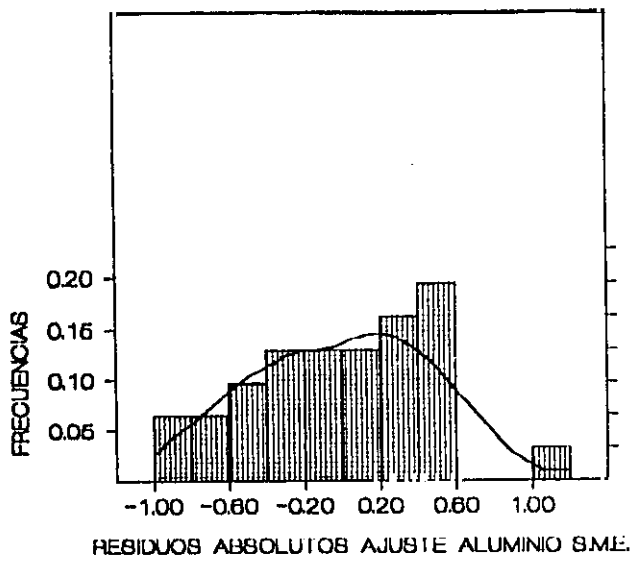


Fig.(31). Representación de la función de densidad de los residuos del ajuste de los datos del aluminio (cod.1)

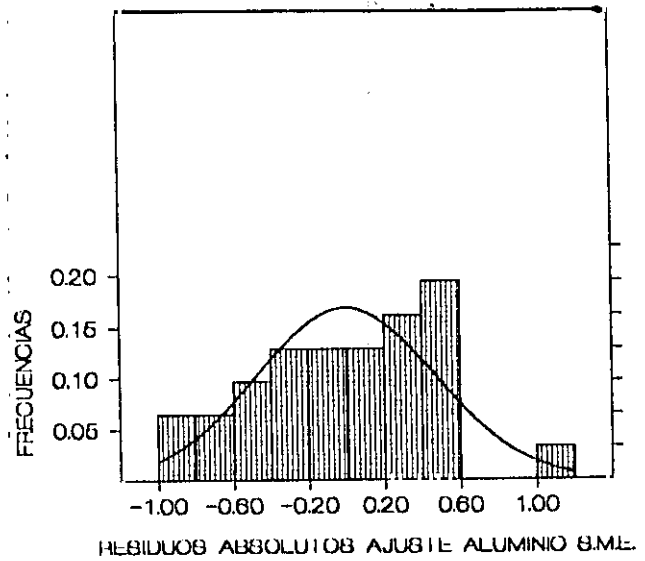


Fig.(32). Representación de la mejor función de distribución normal para las frecuencias de los residuos en el ajuste de los datos de la aleación de Aluminio.

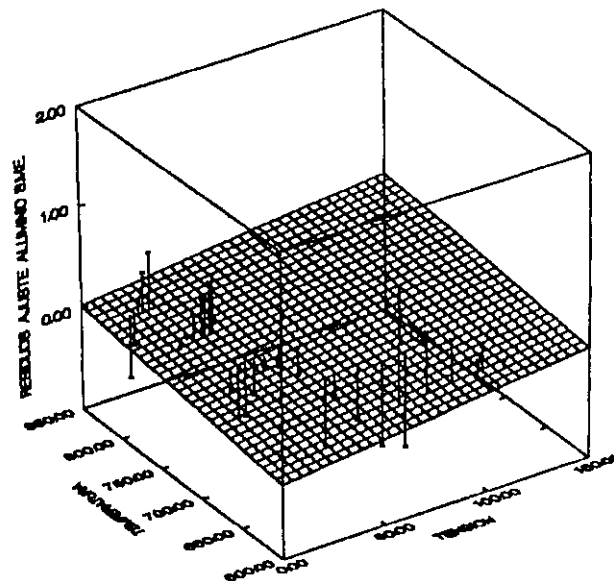


Fig.(33). Representación tridimensional de los residuos del ajuste de los datos experimentales del aluminio a la mejor ecuación de Garofalo (código 1).

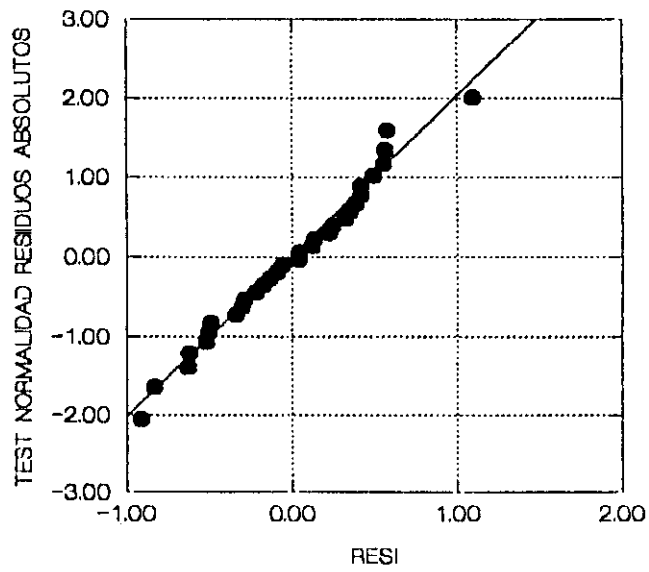


Fig.(34). Representación del test de normalidad de los residuos para los datos de ajuste de la aleación del aluminio.

Para el acero A2, hemos probado varios controles a partir del uso del código 2. Según sean los controles de convergencia, más o menos rigurosos el código no lineal directo, aporta resultados que se separan más o menos de los valores iniciales. También influye mucho, el factor tiempo, esto es, la rapidez con la que deseemos alcanzar los valores iniciales. Si el programa de valores iniciales trabaja en mallas de discretización para α , de paso muy fino, se alcanzan unos valores iniciales de alta calidad, pero a costa de una gran cantidad de tiempo. Si se pone un paso de malla grosero se alcanzan valores iniciales adecuados con un tiempo que se reduce en un factor 5 o 10. Se trata de pasar de 2 minutos de ejecución (para el trabajo con el código 1) a diez o quince minutos (en un PC-Pentium, a 100 MHz, con 16 Mb de EDORam y coprocesador matemático INTEL).

Los resultados se pueden analizar en la Tabla (14)

Acero	ln(A)	Q	n	α	R	F	Error
A2		cal/mol					
COD.1.1	26.67	75177	4.52	0.012	.969	275	
COD.2.1	26.69	75182	4.55	0.013			0.13 Fu=0.13
COD.3.1	28.17	78933	4.67	0.0128	0.994		
COD.1.2	26.7	75151	4.56	0.0124	0.969	275	
COD.2.2	26.7	75151	4.56	0.0124			0.16 Fu=0.13
COD.3.2	28.01	79515	4.64	0.0128	0.990		0.13

Tabla (14). Resultados para el acero A2. Caso .1 control de convergencia para el código 2 grande. Caso.2 control de convergencia para el código 2 pequeño.(1 y 10^{-8} respectivamente)

Los intervalos de confianza son muy similares en los dos casos y la reiteración de esta situación prueba que el conjunto de los tres códigos conduce a resultados similares, aunque en una de las etapas u otras se varíen condiciones algorítmicas del trabajo de los códigos, en dependencia o relación directa de la bondad de los valores iniciales.

La comparación con los datos bibliográficos, reseñados para otros trabajos y con las condiciones físicas del problema, permiten afirmar que los resultados obtenidos no sólo son buenos sino que son más completos y se aportan con

precisión, pudiendo determinarse intervalos de confianza individuales o conjuntos para las constantes obtenidas. El análisis estadístico de los códigos permite depurar las bases de datos a posteriori, eliminando de forma objetiva aquellos datos que podrían perturbar el resultado, pero no haciéndolo de forma arbitraria con lo que se perdería información. En conjunto el paquete de programas trabaja sin necesidad de datos iniciales por lo que aporta una autoconsistencia grande a la resolución del problema. Aunque las características de los conjuntos de datos sean especiales, se alcanza una precisión suficiente, al menos en el marco de las necesidades actuales en la investigación en este campo. La exactitud de las soluciones es cuestionable en cualquier caso y está relacionada con el mayor o menor grado de verosimilitud de la ecuación de Garofalo. Cualquier profundización teórica en la actualidad sobre los modelos que soportan dicha ecuación pone de manifiesto que es preciso, en un futuro, elegir ecuaciones más completas, más complejas y quizás con modificaciones en su estructura, como vamos a probar en los capítulos siguientes, pero para ello antes se deberán poder resolver problemas de ajustes a las bases de datos mucho más complejos. Diversos modelos presentan relaciones seno hiperbólicas diferentes y se haría preciso tener en cuenta que en algunos rangos de trabajo pueden coexistir diferentes fenómenos que contribuyen a la fluencia. Pese a todo lo anterior, nos parece que los métodos directos no lineales son una garantía de estar trabajando con mayor seguridad que con los métodos iterativos, fundamentalmente por que no necesitamos realizar hipótesis simplificadoras en el tratamiento matemático del problema.

Los resultados de las salidas de los diversos códigos se pueden consultar en el anexo tres, en el cual se han recogido ejemplos concretos de las salidas del programa para el titanio, el acero A2 y el aluminio, como ejemplificación, por no abundar más en las explicaciones. Evidentemente todos los materiales de la base de datos que hemos estudiado se han analizado con el mismo rigor y detalle que con el que se han tratado estas tres ejemplificaciones.

En las Figuras (34.bis) y (35) se pueden ver los buenos resultados de la función de densidad de los residuos del ajuste para el acero A2 (con el código1). En la Fig. (36) se puede observar el test de normalidad de los residuos y en la Fig. (37) el plano de interpolación de los residuos (código 1) que es ex-

cepcionalmente horizontal, con prácticamente ningún sesgo, ni en temperaturas ni en tensiones. En las Figuras (38) y (39) podemos observar los caminos de las iteraciones del código tres, centrándose en el óptimo final. y en la Fig.(40) tenemos la seriación de los residuos. El ajuste de la ecuación de Garofalo para este acero A2 permite valorar una alta capacidad de reproducción de la base de datos y una alta capacidad predictiva de la función ajustada. En este caso, la buena adecuación de la base de datos, la verificación de la bondad de los residuos, la constancia de los resultados de la ecuación ajustada en los restantes códigos, y sobre todo, lo que se puede observar en la Figura (41) en donde se representan los intervalos de confianza para $\ln(A)$, para Q y para n , en donde se pone de manifiesto, en primer lugar la poca amplitud de los intervalos, y en segundo lugar la permanencia de los valores de las funciones de ajuste en la secuencia de los tres códigos dentro de los intervalos de confianza, manifestándose una cierta constancia de los valores sobre todo para n . Este conjunto de informaciones que se sintetizan, son las que garantizan, la bondad del ajuste, su precisión, la capacidad de reproducción, la capacidad predictiva, la bondad de la base de datos original, y también la adecuación de la función expectativa (ecuación de Garofalo). En la figura (42) podemos observar el mismo seguimiento para la aleación de titanio y se observa, que manteniendo una buena capacidad predictiva, esta es algo peor que la del caso del acero A2, sin que por esto sea mala en el caso del titanio.

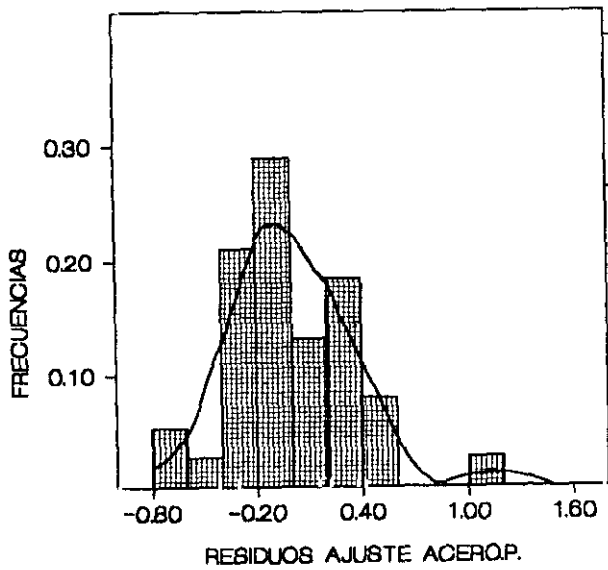


Fig.(34.bis). Representación de la función de densidad de los residuos del ajuste los datos del acero A2

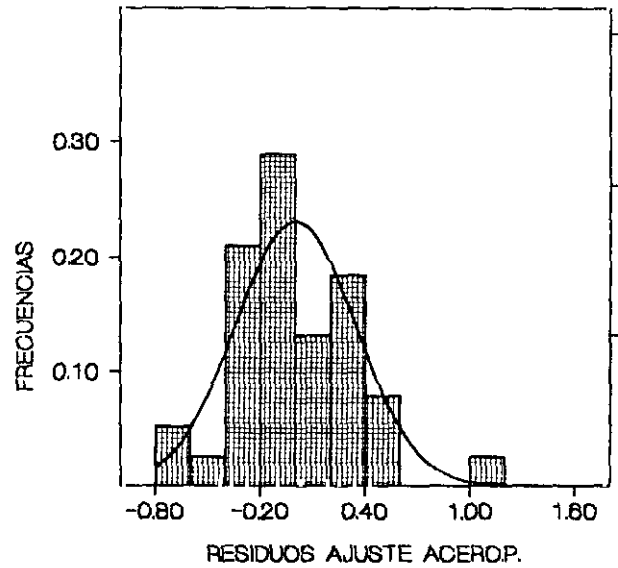


Fig.(35). Detalle de la mejor función de densidad normal que se ajusta a los residuos del ajuste del acero A2.

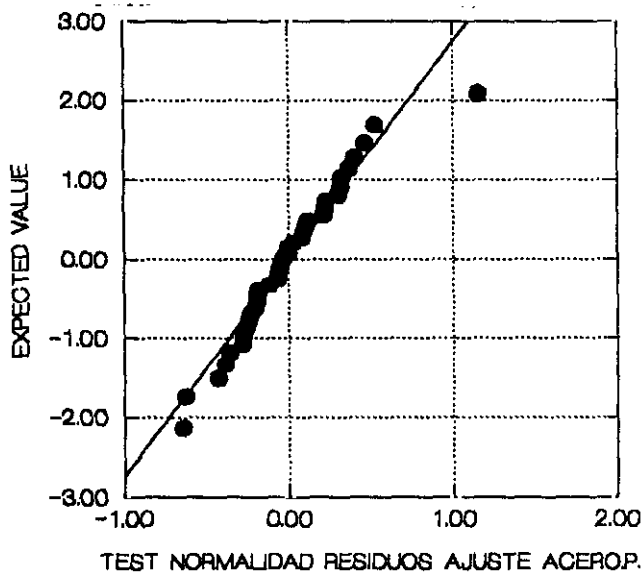


Fig.(36). Representación del test de normalidad de los residuos del ajuste del acero A2.

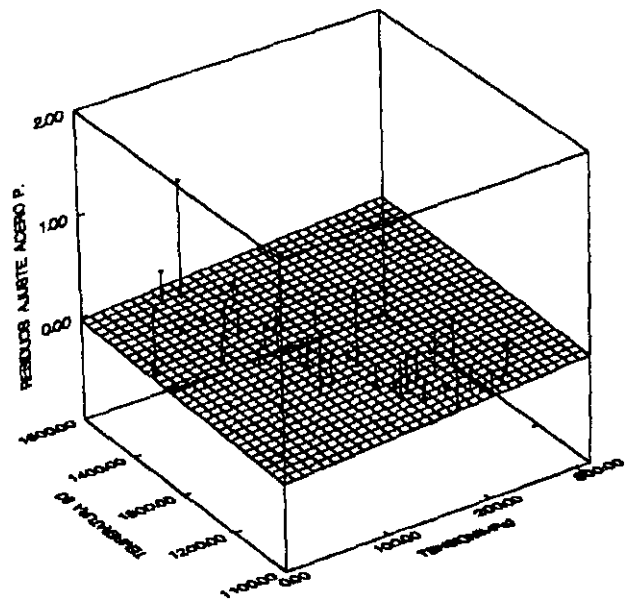


Fig.(37). Representación tridimensional de los residuos del ajuste del acero A2, respecto de la tensión (Mpa) y la temperatura (K), con el plano de regresión ajustado para los residuos

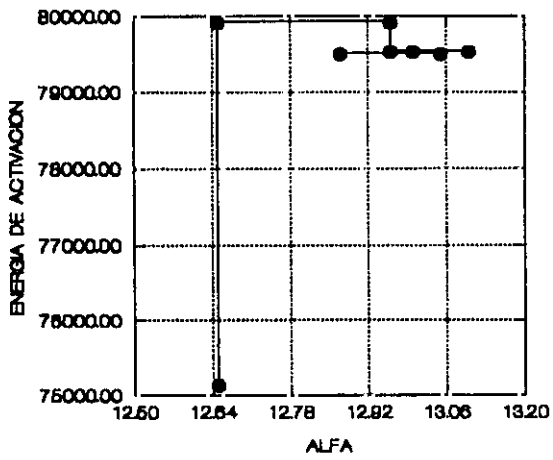


Fig. (38). Camino del proceso iterativo final para el ajuste del acero A2(código 3) a partir de los valores entregados por el código 2, y alcanzando el punto final de óptimo (representación α , Q)

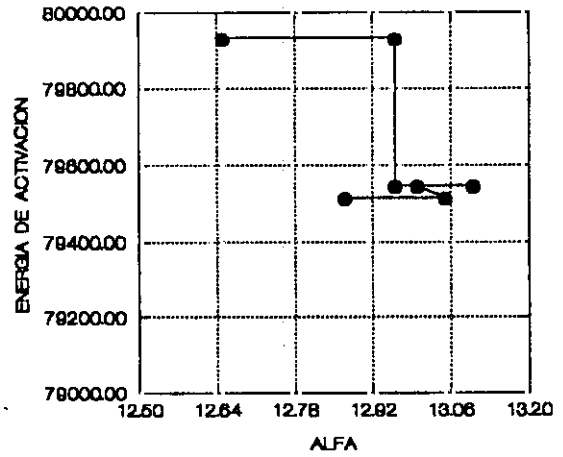


Fig.(39). Detalle de los últimos pasos del proceso iterativo de la figura (38).

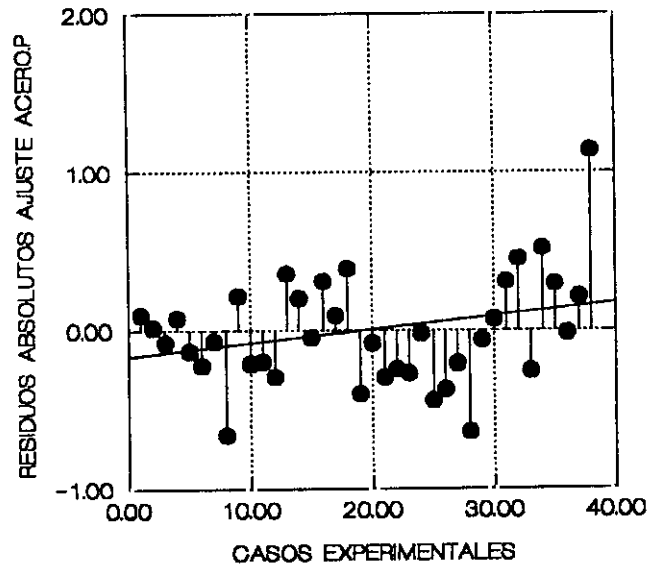
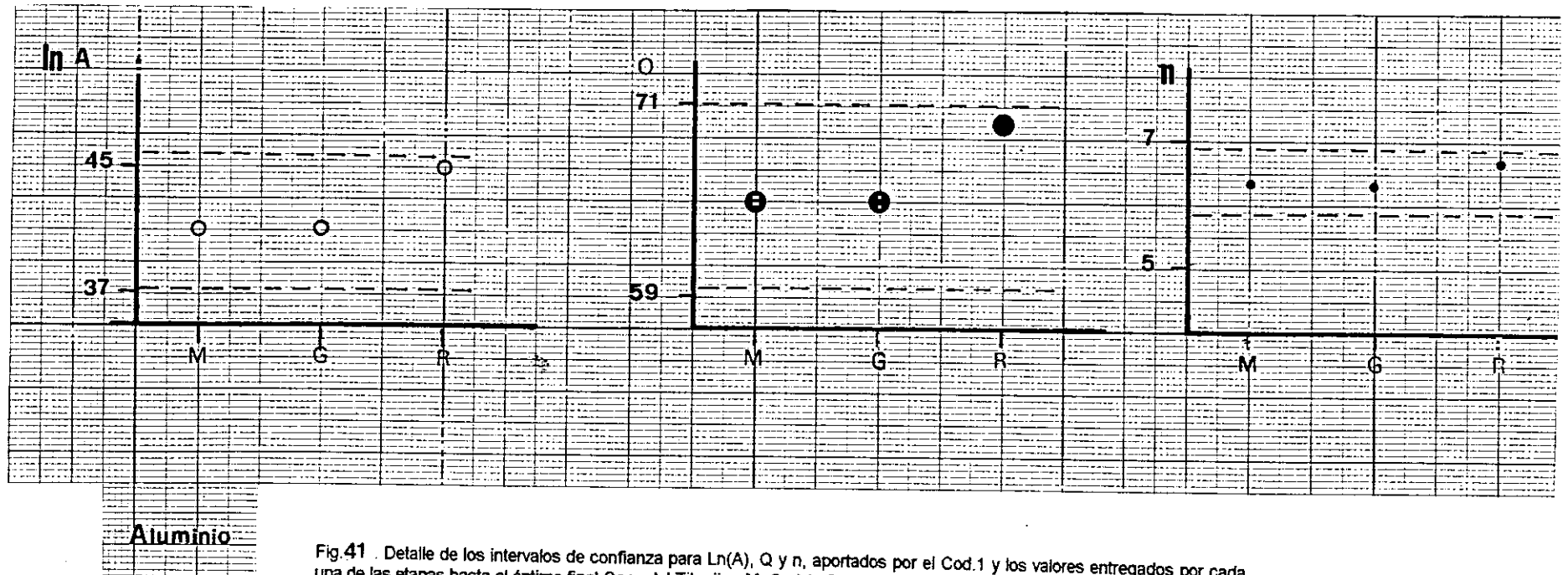
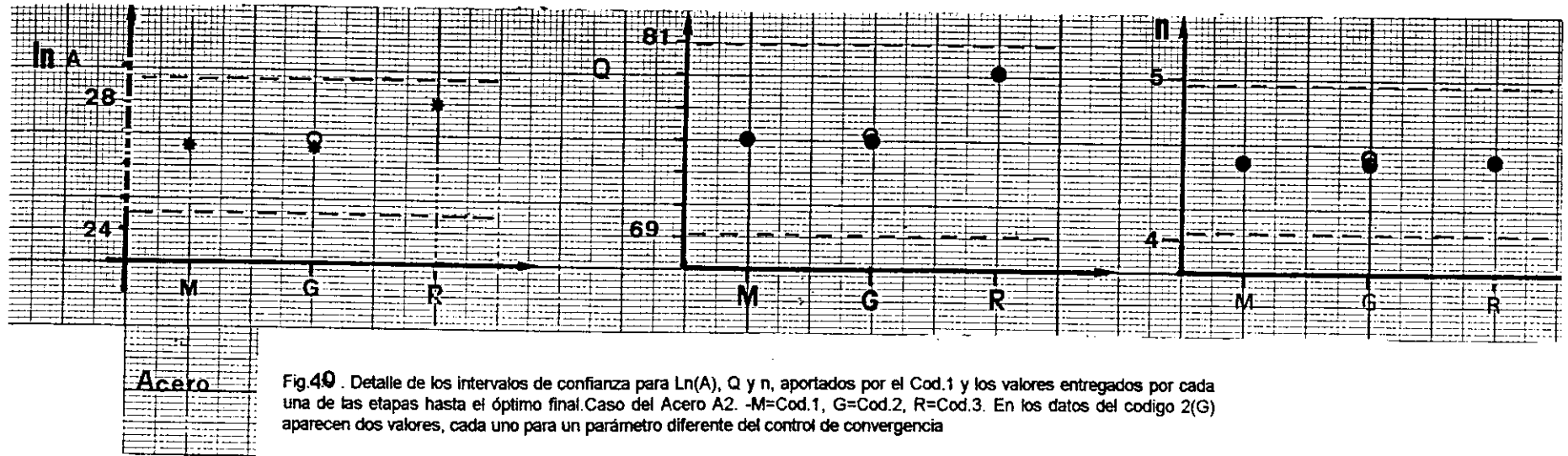


Fig.(40). Representación de la serie de los residuos del ajuste de los datos experimentales del acero A2, a la mejor ecuación de Garofalo.



En los casos de bases de datos bien condicionadas, aparentemente el código 2 no juega un papel determinante, pero tal y como se ha diseñado el algoritmo, es clave si existe algún problema en los datos y como se puede trabajar de forma interactiva, de necesitarlo, se puede volver al mismo, corrigiendo los controles de convergencia o adaptándolos en función del error que detecta el programa.

Para probar de forma básica el código 2, (que es sobre el que descansa la fiabilidad del proceso global), en el ejemplo explicativo siguiente, se han generado dieciséis valores datos de ternas $\{\varepsilon, T, \sigma\}$, a partir de una ecuación teórica postulada a los únicos efectos de verificar el programa (esto se ha realizado con diferentes tipos de parámetros comprobando su influencia). La ecuación de prueba es:

$$\dot{\varepsilon} = 10^{14} \cdot e^{\frac{-100000}{2 \cdot T}} \cdot (\sinh(0.02 \cdot \sigma))^4 \quad (325)$$

Se han usado sólo 16 datos por ser esta una condición numérica adversa, dentro de las características de los ensayos de fluencia para los cuales más de cincuenta o sesenta experimentos sobre un mismo material es poco frecuente. Se ha ejecutado el programa con diferentes valores iniciales y para valores diferentes de las constantes de control.

Como estadísticos de la bondad del ajuste hemos empleado en primer lugar los reseñados por las ecuaciones (322), (323) y (324)

Los criterios del uso de estos controles de error para el código 2, son los que hemos explicado en el apartado 5.5

Si probamos un ajuste directo como el que proponemos sin ninguna orientación de los valores iniciales p.e. dando como valores iniciales $\ln(A)=1$, $n=1$, $\alpha \times 1000=1$, $Q=1$ obtenemos los siguientes resultados para dos valores del coeficiente de control del ajuste ε , (en todo lo que sigue ε , es un parámetro de control de convergencia, no se debe confundir con el símbolo de deformación usado en los capítulos teóricos o sobre la física del problema), ecuación (311), que se pueden observar en la Tabla (15). Si hubiésemos tomado como valores iniciales los que entrega nuestro programa usando el código 1, de ajuste de

valores iniciales y que en condiciones exhaustivas y en trabajo detallado entrega $\ln(A)=32$, $n=3.9$ $Q=100000$ y $\alpha \times 1000=21$, para los dos valores del parámetro de control obtendríamos Tabla (15):

		CASO 1	CASO 2		CASO 3	CASO 4
	VALOR INICIAL	VALOR FINAL $\varepsilon=10^{-6}$ (parámetro control)	VALOR FINAL $\varepsilon=10^{-8}$ (parámetro control),	VALOR INICIAL	VALOR FINAL $\varepsilon=10^{-6}$ (parámetro control)	VALOR FINAL $\varepsilon=10^{-6}$ (parámetro control)
$\alpha \times 1000$	1	6.878	18.67	21	21	19.96
$\ln(A)$	1	34.11	32.033	32	32	32.23
n	1	7.142	4.099	3.9	3.9	4.003
Q	1	100028	100004	100000	100000	100000.2
Fc		34	0.0003		0.000165	2.75×10^{-10}
Ec1		5.83	0.017		0.0128	1.65×10^{-5}
Er2		0.8456	0.09		0.00589	0.002
Er3		1.04	0.11		0.00727	0.002

TABLA (15). Resultados del ajuste de una base teórica con diferentes valores iniciales y diferentes parámetros de control de convergencia. En la misma se puede observar la dependencia del ajuste de los controles de convergencia, en el caso de valores iniciales poco adecuados.

Los valores iniciales del caso 1 y del caso 2 que son unos tomados aleatoriamente sin ninguna relación con la física del problema y alejados de los previsible o estimables por la experiencia, observamos que proporcionan un valor del ajuste realmente malo con el parámetro de control de valor 10^{-6} , sin embargo reduciendo este valor a 10^{-8} obtenemos unos resultados del ajuste muy adecuados, siendo el error relativo de A de un 18%, el de n de un 2%, el de Q de un 0.004% y el de α de un 7%. Los valores iniciales del caso 3 y del caso 4, son el extremo opuesto, son valores iniciales obtenidos por un método desarrollado ad-hoc y que en función de la lentitud y detalle puede llegar a aproximarse bastante al óptimo (es el uso del código 1 del programa). Con el parámetro de control de valor 10^{-6} , nos entrega el mismo resultado que los valores iniciales, lo que quiere decir que la precisión que tenemos ajustada es del mismo orden de magnitud que la entregada, pese a esto los parámetros

estadísticos de verificación serían mejores que los del caso 2, siendo los errores relativos de los parámetros del ajuste del mismo orden de magnitud que los del caso dos. Si ajustamos el parámetro de control a 10^{-9} , caso 4 encontramos un ajuste fino de gran detalle. Esto indica que los parámetros estadísticos que hemos implementados para vigilar la bondad del ajuste son muy eficaces, la función Fc es del orden de 10^{-10} . Esto nos indica que el código no lineal directo es altamente sensible a dos factores; uno los valores iniciales, lo cual ya se sabía, y el otro el factor de convergencia. Los errores relativos promedio son del orden de 0.2%, con un buen control de convergencia. En cuanto a los resultados de los parámetros del ajuste estos son valorables mediante los errores relativos, siendo para A, α , n y Q el error relativo menor del 1%, por lo que podemos valorar que nuestro algoritmo no introduce errores mayores que los experimentales, lo que era un objetivo básico de este trabajo. Así mismo se puede deducir que nuestro algoritmo, trabajando con buenos datos proporcionará resultados cuyo error relativo inducido por elementos numéricos del tratamiento no excederá al 1%.

La cadena de obtención de valores iniciales, más el programa no lineal que proponemos con un ajuste controlado nos lleva a errores menores del 1% en valores relativos, con los parámetros en su forma original (no logarítmica). No son las dos situaciones anteriormente estudiadas ninguna de las reales. Se pueden introducir unos valores iniciales acordes a la experiencia, o los que entrega nuestro programa de valores iniciales en un tratamiento rápido de aproximación sin necesidad de un trabajo exhaustivo, en este caso podemos ver los resultados con dos juegos de valores iniciales entregados por el presente programa de valores iniciales y tratados después con el método aquí propuesto y con un parámetro de control de valor 10^{-6} , que creemos para un primer ajuste bastante acorde con lo que desea obtener. Se pueden ver los resultados en la Tabla (16), casos 5 y 6. Se observa que pequeñas modificaciones en los valores iniciales pueden producir notorias variaciones en los resultados, pero que, contrariamente, si los resultados parten de valores iniciales de nuestro programa de ajuste previo, estos valores son siempre correctos en unos órdenes de magnitud adecuados. En el caso 5 el error relativo de A es del 0.08%(menor del 1%) el de α es del 4% , el de n es del 0.4%(menor del

1%) y el de Q despreciable. En cuanto al caso 6 con el mismo parámetro de control los errores relativos son aún menores, siendo el de A de 0.04% mucho menor del 1% y los de los demás parámetros estadísticamente son menores del 0.001%. En cualquier caso la cadena de enlace del programa de valores iniciales con el método aquí propuesto presenta unos resultados en cuanto a la capacidad de reproducción de los esperados realmente reseñables.

	VALORES INICIALES	CASO 5 VALORES FINALES $\varepsilon=10^{-6}$ (parámetro de control)	VALORES INICIALES	CASO-6 VALORES FINALES $\varepsilon=10^{-6}$ (parámetro de control)
$\alpha \times 1000$	22	19.24	18	19.99
$\ln(A)$	30	32.2364	30	32.2366
n	3	4-015	3	4.000145
Q	90000	100000.7	90000	100000.2
Fc		5.64×10^{-6}		1.97×10^{-11}
Ec1		0.0024		4.45×10^{-6}
Er2		0.04		5.94×10^{-6}
Er3		0.05		7.32×10^{-6}

TABLA (16). Estudio del ajuste a una base teórica con el método no lineal directo y con valores iniciales proporcionado por nuestro código.1

No obstante todo lo anteriormente descrito, hemos tomado unos valores iniciales que podríamos definir en el ámbito de los estudios de ecuaciones de estado de "valores iniciales obtenidos en base a la experiencia" p.e. $\ln(A)=20$, $n=5$, $Q=80000$ cal/mol, y $\alpha \times 1000=10$. Con esto valores iniciales, hemos hecho trabajar nuestro programa con dos parámetros de control diferentes, obteniendo , los resultados que se pueden apreciar en la Tabla (17). Para el caso 7, con un parámetro de control estándar de 10^{-6} , obtenemos unos buenos valores de la función Fc y de los parámetros estadísticos, pero con un error relativo para el valor de A muy importante , para α del 4% para n del 6% y para Q menor del 1%. en este caso el error relativo del valor de A, hará que los residuos indiquen un rechazo estadístico del ajuste. Aumentando el control en 3 magnitudes los resultados son óptimos. Para A el error relativo es del 0.09% y para los restantes parámetros del ajuste vuelven a ser irrelevantes. En resumen esto pone de manifiesto que cuando los valores iniciales son suficientemente

correctos un parámetro de control no muy restrictivo presenta unos resultados muy ajustados y que pueden llegar a ser del orden del 1% o menores. Si los valores iniciales no son muy acordes, precisos u ofrecen serias dudas de su bondad, basta con ajustar el parámetro de control en dos o tres magnitudes para alcanzar la situación deseada, siempre y cuando que los valores iniciales no sean "irreales" o contradictorios.

		CASO-7		CASO-8
	VALORES INICIALES	VALORES FINALES $\epsilon=10^{-6}$ (parámetro de control)	VALORES INICIALES	VALORES FINALES $\epsilon=10^{-9}$
$\alpha \times 1000$	10	19.12	10	19.94
$\ln(A)$	20	30.72	20	32.2352
n	5	4.25	5	4.003
Q	80000	100011	80000	100000
Fc		4.98×10^{-4}		4.84×10^{-10}
Ec1		2.23×10^{-2}		2.2×10^{-6}
Er2		0.24		3.1×10^{-3}
Er3		0.29		3.81×10^{-3}

TABLA (17). Diversos ajustes a la base de datos teórica con juegos distintos de valores iniciales.

Para la aleación de acero A1, (que recordamos que era un caso de buena capacidad reproductiva de los datos, pero mala capacidad predictiva) se han utilizado diferentes valores iniciales, por una parte se han tomado los valores iniciales resultados del programa mencionado de valores iniciales , por otra parte se han ensayado valores muy dispares y valores estimados por la experiencia. Se han efectuado los trabajos con diversos valores para los parámetros de control y los resultados obtenidos se pueden observar en la Tabla 18.

		Caso-9	Caso-10		Caso-11		Caso-12
	Valores Iniciales	Valores Finales $\varepsilon=10^{-6}$	Valores Finales $\varepsilon=10^{-9}$	Valores Iniciales	Valores Finales $\varepsilon=10^{-10}$	Valores Iniciales	Valores Finales $\varepsilon=10^{-6}$
$\omega \times 1000$	10	10.92	10.76	1	10.768	12	10.84
$\ln(A)$	30	32.5867	32.6055	1	32.6055	35	32.66
n	4.5	4.64	4.64	1	4.64	4.7	4.64
Q	85000	87862	87851	1	87852	96000	87861
Fc		0.33	0.34		0.34		0.336
E_1^c		0.1129	0.1129		0.1129		0.1129
E_2^r		0.128	0.125		0.125		0.125
E_3^r		0.147	0.143		0.144		0.144

Tabla (18). Estudio de la fiabilidad del método no lineal directo aplicado al acero microaleado A1, con diferentes conjuntos de valores iniciales extremos.

A diferencia de las pruebas con datos obtenidos a partir de una ecuación creada ex-profeso, los resultados de los ensayos de Fluencia están afectados de errores experimentales y por tanto la superficie de mejor ajuste resultado de la regresión no lineal es una superficie promedio y se observa que por mucho que se mejoren los valores iniciales, y por mucho que se ajusten los parámetros de control de convergencia el ajuste está limitado en su aproximación por los errores experimentales y de todo tipo que se encuentren inmersos en los datos. Por ello observamos en los resultados de la Tabla (18) que los resultados en general son similares, en calidad estadística, y que igualmente que en los casos anteriores con valores iniciales adecuados no es preciso aplicar unos parámetros de convergencia demasiado restrictivos. Los resultados para el titanio se pueden tratar de la misma forma, habiendo utilizado valores iniciales a partir de datos obtenidos por el programa previo, así como datos muy alejados del posible ajuste y datos obtenidos a partir de las referencias bibliográficas o a partir de la experiencia previa.

En la Tabla (19) se muestran los resultados de la aplicación del programa no lineal (código 2) a los datos de la aleación de Ti-6Al-4V y en ella se pone de manifiesto una de las características de este programa que proponemos, quizás de las más notorias. Si los datos de los test de fluencia están bien condicionados,

		Caso-13	Caso-14		Caso-15		Caso-16
	VALORES INICIALES	VALORES FINALES $\varepsilon=10^{-9}$	VALORES FINALES $\varepsilon=10^{-10}$	VALORES INICIALES	VALORES FINALES $\varepsilon=10^{-10}$	VALORES INICIALES	VALORES FINALES $\varepsilon=10^{-9}$
$\alpha \times 1000$	16	16.1	16.1	1	16.11	20	16.106
$\ln(A)$	39	38.79	38.79	1	38.79	40	38.79
n	2	1.95	1.95	1	1.95	5	1.954
Q	100200	101024	101024	1	101024	50000	101024
F_c		0.16	0.16		0.16		0.16
E_1^c		0.4	0.4		0.4		0.4
E_2^c		0.07	0.07		0.07		0.07
E_3^c		0.09	0.09		0.09		0.09

Tabla (19) Resultados de la aplicación del código 2 a la aleación de titanio con diferentes valores iniciales.

esto es, si los errores experimentales no presentan sesgos acusados el óptimo o la superficie óptima objetivo, existe y se alcanza. Se puede constatar que si los valores iniciales aportados están bien condicionados, entonces el óptimo se alcanza de forma sencilla en pocos pasos y con parámetros de control de convergencia relativamente bajos, por el contrario si los valores iniciales están mal condicionados basta disminuir el valor de los parámetros de control de convergencia para garantizar la misma, siendo el rango de variación aproximadamente de 3 magnitudes. Los errores relativos de los parámetros del ajuste no pueden ser estimados con suficiente exactitud en este caso y también resulta difícil en este tipo de ajuste establecer unos intervalos de confianza suficientemente rigurosos, cosa que no sucede p.e. con el método que aplicamos para la búsqueda de valores iniciales.

Respecto de los aceros A3 y A4, reseñados al comienzo de este apartado, hemos encontrado para el acero A3, la siguiente ecuación de ajuste:

$$\dot{\varepsilon} \cdot e^{\frac{344(\text{kJ/mol})}{R.T}} = 9.10^{13} \cdot [\sinh(0.008 \cdot \sigma)]^{5.16} \quad (326)$$

siendo el coeficiente de regresión global para el ajuste multilíneo $R=0.95$. Tomado este resultado (ecuación (326)) como valor inicial para el subsiguiente tratamiento, por los métodos no lineal e iterativo de ajuste fino, se obtiene:

$$\dot{\varepsilon} \cdot e^{\frac{399(\text{kJ/mol})}{RT}} = 1.056 \cdot 10^{16} \cdot [\sinh(0.016 \cdot \sigma)]^{4.9} \quad (327)$$

El resultado se puede ver de forma gráfica en la Fig.(43)

Hemos comprobado que la solución de valores iniciales, esto es el plano de regresión inicial por el método descrito en el apartado 5.4 es difícil de mejorar, tanto por el método no lineal como por métodos iterativos si:

- a) Los valores de Q,A, n, y α , son realmente unas constantes, respecto del la tensión la temperatura y la velocidad de deformación.
- b) Los errores de medida intrínsecos a los ensayos no presentan sesgos.
- c) Los errores no están magnificados por condiciones extremas de los ensayos, específicamente calentamiento adiabático, que hemos estudiado en el capítulo 4.

Lo que sucede cuando estas condiciones se cumplen se puede analizar en el caso del acero A4. La solución correspondiente al primer código, el programa de valores iniciales es:

$$\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{437(\text{kJ/mol})}{RT}} = 1.97 \cdot 10^{17} \cdot [\sinh(0.0255 \cdot \sigma)]^{2.4} \quad (328)$$

mientras que la solución final entregada por el programa es:

$$\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{472(\text{kJ/mol})}{RT}} = 5.86 \cdot 10^{16} \cdot [\sinh(0.0252 \cdot \sigma)]^{2.36} \quad (329)$$

en este caso la solución inicial y la final resultan altamente similares, en cualquier caso mucho más que las del acero A3. Los valores de R y de F (experimental) de Snedecor para el A4 son mucho mejores que para el A3. El código 1 presenta para el acero A4 , unos intervalos de confianza al 95% de confianza, para $A \in [3.34 \cdot 10^{15} - 1.026 \cdot 10^{18}]$, para Q, $\in [439.4 - 510.9] \text{kJ/mol}$ y $n \in [2.2 - 2.51]$ para $\alpha = 0.0255$, con $R = 0.982$. La función $F(4,26) = 347.74$, debe ser comparada con una $F(\text{teórica}) = 2.75$ (en este caso). Mientras que para el acero A3, A pertenecerá al intervalo al 95% de confianza de $[2.01 \cdot 10^{12} - 4.03 \cdot 10^{15}]$, prácticamente la solución final está en el límite del intervalo, para $Q \in [301.2 - 387.1] \text{kJ/mol}$. El valor de Q, final, se sale del intervalo de confianza. Para n, obtenemos $n \in [4.64 - 5.69]$. El valor de n siempre se suele mostrar más estable. Los valores de R y F para A3, son $R = 0.94$ y $F(4,30) = 135$, a ser comparados con $F(\text{teórica}) = 2.5$. La calidad del ajuste del caso A3, es mucho peor que la del caso A4, el hecho de que en algunos de los casos los resultados de la fase final se salgan de los intervalos de confianza de la fase inicial,

es un indicativo claro de la poca calidad predictiva aportada por la base de datos. Podemos ver en las Figuras (44) y (45) las diferencias de normalidad de los residuos de los ajustes para A3 y A4, que ratifican el anterior análisis.

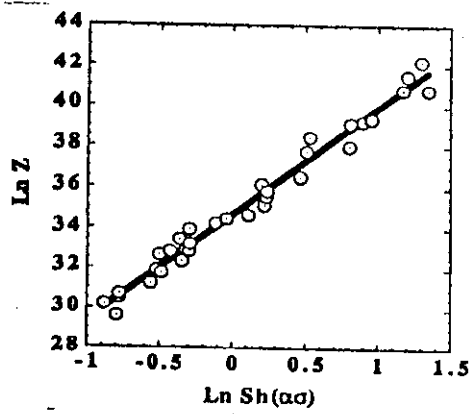


Fig.(43) Representación de la ecuación (327)

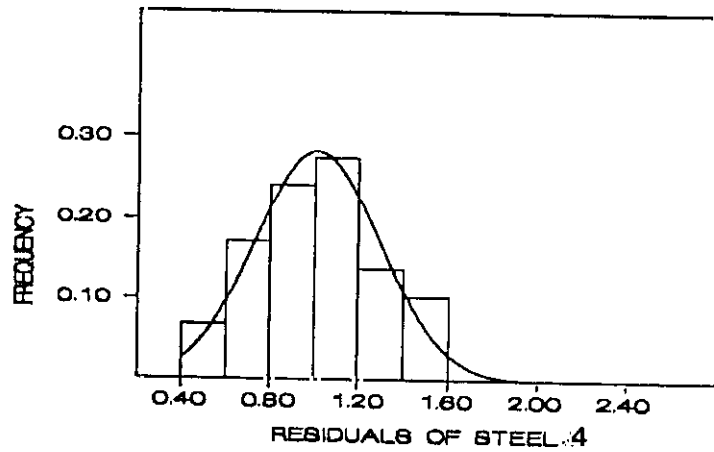
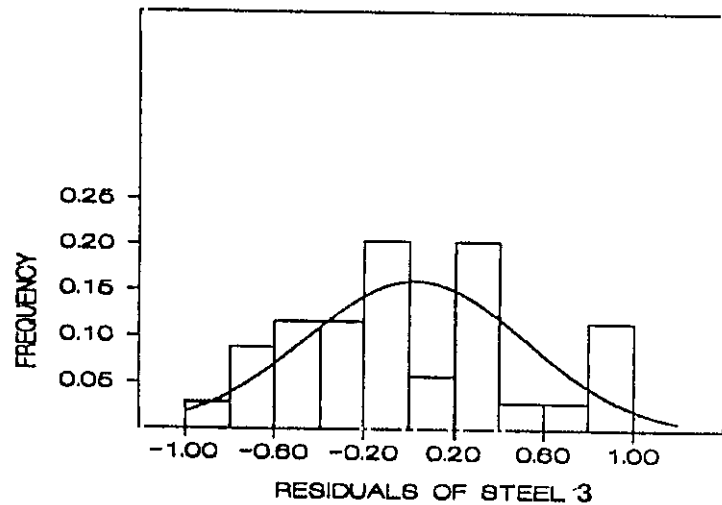


Fig.(44). Función de frecuencias de los residuos del ajuste del acero A4, con la mejor función de densidad normal para los residuos.



Fog.(45). Representación de frecuencias de los residuos del ajuste del acero A3, con la mejor función de densidad normal de los residuos (línea continua)

De acuerdo con este análisis hemos podido constatar y podemos trabajar con la garantía de que:

- 1) Los códigos construidos satisfacen las necesidades de un ajuste adecuado al tipo de función objetivo postulada.
- 2) Se han obviado los problemas de divergencia y/o ausencia de convergencia, por deriva o por "overflow" muy habituales en los "paquetes" comerciales.
- 3) Si se utilizan valores iniciales obtenidos de análisis previos, los requisitos para el control de precisión en los parámetros de convergencia requieren valores que no son inferiores a 10^{-6} .
- 4) Si se utilizan valores iniciales alejados de los posibles óptimos, el método propuesto sigue teniendo convergencia al óptimo, pero requiere un mayor grado de precisión, en el control de la convergencia.
- 5) En todo caso el disponer de valores iniciales coherentes es lo más idóneo.
- 6) Los valores obtenidos para diversas aleaciones en diferentes rangos se muestran iguales o mejores que los obtenidos por otros autores, con otros métodos, por lo general menos automatizados que el propuesto, y en general de carácter iterativo y no directo como el propuesto.
- 7) El método propuesto, tanto el algoritmo como el código son rápidos seguros y convergen con buena aproximación sólo dependiente de la adecuación de los datos experimentales.
- 8) Con la aportación de los valores iniciales adecuados el método converge al mejor ajuste posible a la función objetivo.
- 9) Los errores obtenidos de los parámetros del ajuste (banda de errores) no superan el 10% en la situación óptima, pudiendo claro está, ser mucho mejores, pero en cualquier caso son suficientemente buenos como para poder utilizar la ecuación ajustada como elemento predictor de una serie de características físicas de interés en el ámbito científico y/o tecnológico.
- 10) Dada la importancia que para la tecnología tiene la precisión, exactitud y fiabilidad de los resultados de la ecuación de estado para la fluencia estacionaria a efectos de predicción en trabajos de conformados de materiales, esta herramienta matemática se prueba básica para estas actividades tecnológicas.

5.7. EL MÓDULO ELÁSTICO

Es destacable la relevancia que tiene en algunos modelos teóricos y en muchos fenomenológicos el módulo elástico. Aparece en muchos modelos debido a que la base física de los mismo es la teoría de dislocaciones y esta se usa en estos modelos en la aproximación lineal de la teoría de la elasticidad. Los mecanismos de fluencia plástica se construyen a partir de la estructura microscópica, pero en lo que afecta a la formalización, estamos tratando con unos modelos elásticos en una aproximación lineal. De alguna forma hay contradicciones internas en los modelos, pero se acepta que no van a ser significativas, al menos en principio. No obstante la validación experimental de los modelos mencionados no es mala [35]. Se trata de abordar el problema de su mejora. Los parámetros experimentales de los ensayos de fluencia, como sabemos, son la tensión, la velocidad de deformación la temperatura y atendiendo a su relevancia debería ser un parámetro experimental para cada material, el módulo elástico, pero éste, se mide por lo general en momentos diferentes y en ocasiones en circunstancias diferentes a las del ensayo de fluencia, y además por lo general se suele tomar de tabla experimentales sobre el material, y no siempre se corrige de todos los posibles efectos que más adelante analizaremos.

Desde el punto de vista físico, en los modelos que reseñamos en la bibliografía, no aparece siempre una dependencia explícita con el módulo de cizalladura. En las ecuaciones fenomenológicas habitualmente utilizadas Garofalo [80], Sellars and Tegar [26] en la ecuación del modelo no hay una dependencia explícita con el módulo de cizalladura. Realizan, los autores mencionados, aplicaciones de la misma que proporcionan resultados estadísticamente aceptables, y físicamente correctos. En las ecuaciones fenomenológicas planteadas por otros investigadores [34],[35],[81],[82],[83], existe una dependencia explícita con el módulo de cizalladura, o con el módulo de Young, con resultados estadísticos aceptables, y resultados físicos correctos. Esto parece en principio contradictorio y fue uno de los problemas que nos planteamos, y al que dedicamos un esfuerzo, con el fin de clarificar el problema y usar la mejor de las opciones posibles.

Desde el punto de vista fenomenológico parece correcto incluir el módulo de cizalladura en el modelo por diversas razones. Siguiendo la obra de Poirier[14] la ecuación que va a regir el comportamiento del flujo plástico a altas temperaturas en la situación de fluencia, en su etapa estacionaria, se pretende que se comporte como una ecuación de estado, bajo la expresión $\dot{\epsilon}'=f(\sigma,T,S(i))$ donde $S(i)$ es una representación de las constantes de microestructura en la que $S(i)=g(g,\dot{\epsilon}',\sigma,T)$. Solo el acoplamiento de las dos ecuaciones puede dar carácter de estado a la primera ecuación. El módulo de cizalladura es una constante de estructura de la red que tiene en cuenta las variaciones que ésta sufre mediante el proceso de tratamiento mecánico (tensiones) y térmico, y por tanto es representativa del efecto de la microestructura. Por otra parte todos los modelos elaborados considerando la microestructura, o bien tienen en cuenta efectos de difusión, o bien tienen en cuenta mecanismos de deslizamiento, de trepado u otros más complejos basados en teorías de dislocaciones, apilamiento de dislocaciones o campos complejos de dislocaciones y en todos estos marcos el tratamiento es la teoría de la elasticidad, en una primera aproximación lineal, en la cual la aparición del efecto del módulo elástico está garantizada, ya que aparece en la acción de los campos de tensiones locales que van a producir el fenómeno de fluencia elemental, mediante el efecto de cizalla elemental, en la unidad básica de fluencia..

Nosotros hemos implementado los algoritmos precisos para el ajuste de la ecuación fenomenológica de Garofalo, en cualquiera de sus posibilidades, con compensación de la tensión por el módulo elástico o sin ella, haciendolo en ambos casos, con fiabilidad y exactitud de forma que hemos podido comparar el resultado estadístico y por ende la bondad del mismo en los casos de inclusión de la compensación de las tensiones con el módulo elástico y en su ausencia.

Hemos usado para analizar estos ajustes datos experimentales de ensayos de torsión, primero sobre probetas de un acero cuyas características están reflejadas por la tabla (3) del anexo 1, tratándose de un conjunto de 38 datos de velocidades de deformación, temperatura y tensión. En segundo lugar se ha usado una aleación de aluminio, vanadio, circonio cuyos datos están en la tabla

(2) del anexo 1 y en tercer lugar una de titanio cuyos datos están en la tabla (4) del anexo 1.

Usando el conjunto de códigos diseñados y ya expuestos, con las correcciones pertinentes para la inclusión de la compensación de la tensión por el módulo elástico, hemos obtenido unos resultados que analizaremos.

Adelantándonos al análisis de los resultados, que se pueden observar, para el Titanio Figs. [46], [47], [48], [49], [50], [51], [52], para el aluminio Figs. [53], [54], [55], [56], [57], [58] y para un acero (acero A2 del apartado anterior), Figs. [59], [60], [61], [62], [63], [64], [65], [66], [67]. Si comparamos los resultados de la Fig.(48), con los de la Fig.(20), no se aprecian diferencias significativas (para el Titanio), en la seriación de los residuos, y si hacemos lo mismo comparando las Fig.(46),(47) con la Fig.(18) y la Fig.(50) con la Fig.(22), y sobre todo la Fig.(51) con la Fig.(26), debemos deducir que en el caso concreto de la aleación de Titanio, no aparecen diferencias significativas entre los resultados del ajuste con y sin compensación de la tensión al módulo elástico. Si comparamos las Fig. (53) con la Figs.(30), (31) y (32) parece haber una mejora en la distribución de los residuos al compensar la tensión con el módulo elástico en el caso del aluminio, así mismo parece haber una mejora al comparar la Fig.(55) con la Fig.(30). Sin embargo el test de normalidad de la Fig.(56), comparado con el de la Fig.(34) contradice lo anterior. El plano promedio de los residuos presenta tanto sesgo en la Fig. (58), como en la Fig.(33). En el caso del acero A2, la aplicación del ajuste con módulo elástico estadísticamente empeora respecto del ajuste sin compensar la tensión con el módulo elástico. Si se comparan las Figuras correspondientes del ajuste con el módulo elástico compensando a la tensión con las del apartado anterior Figuras (34.bis) a (40), es notoriamente peor el ajuste con la tensión compensada por el módulo elástico, sobre todo por que el plano medio de los residuos presenta un sesgo que no aparecía en el caso anterior.

Podemos adelantar, que en algún caso, el ajuste, con la tensión compensada con el módulo elástico es algo mejor, estadísticamente, y sólo en algún caso, pudiendo usarse cualquiera de los dos con y sin módulo de cizalladura a efecto de interpolación o reproductivos, en las zonas de trabajo de

los ensayos, pero estando mucho más justificado desde el punto de vista estadístico el caso de no inclusión del módulo de cizalladura, para los efectos predictivos. Debe valorarse esta afirmación, no en tanto en cuanto a la validez de la compensación, sino en cuanto que la compensación con los módulos elásticos utilizados, ha producido estos resultados. Está claro que la fiabilidad de los módulos de elasticidad utilizados, debe ser cuestionada, dado el efecto crítico que pueden producir

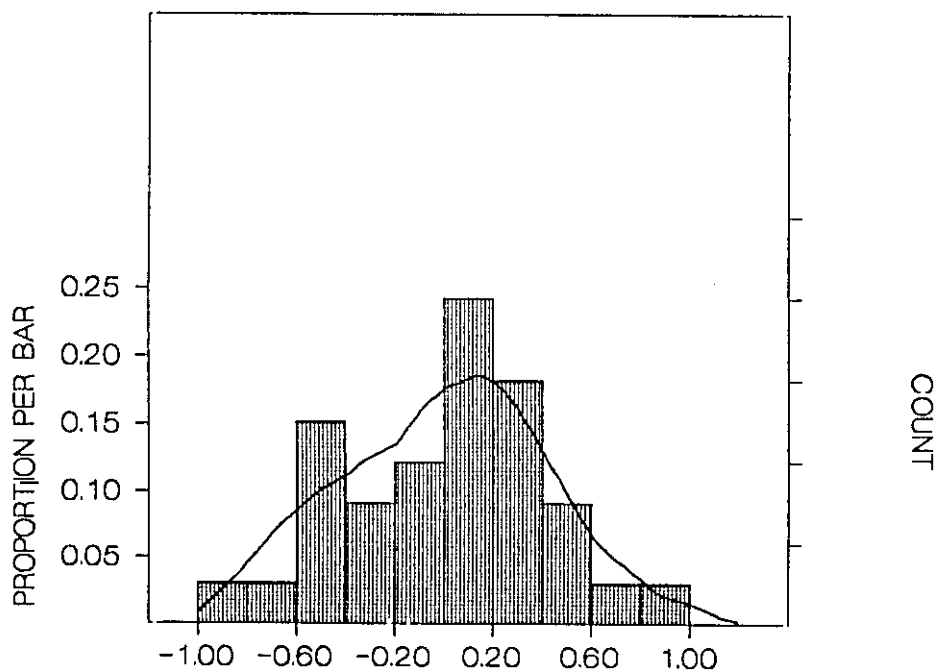


Fig.(46). Distribución de frecuencias de los residuos del ajuste de los datos de la aleación de titanio con la tensión compensada con el módulo elástico.

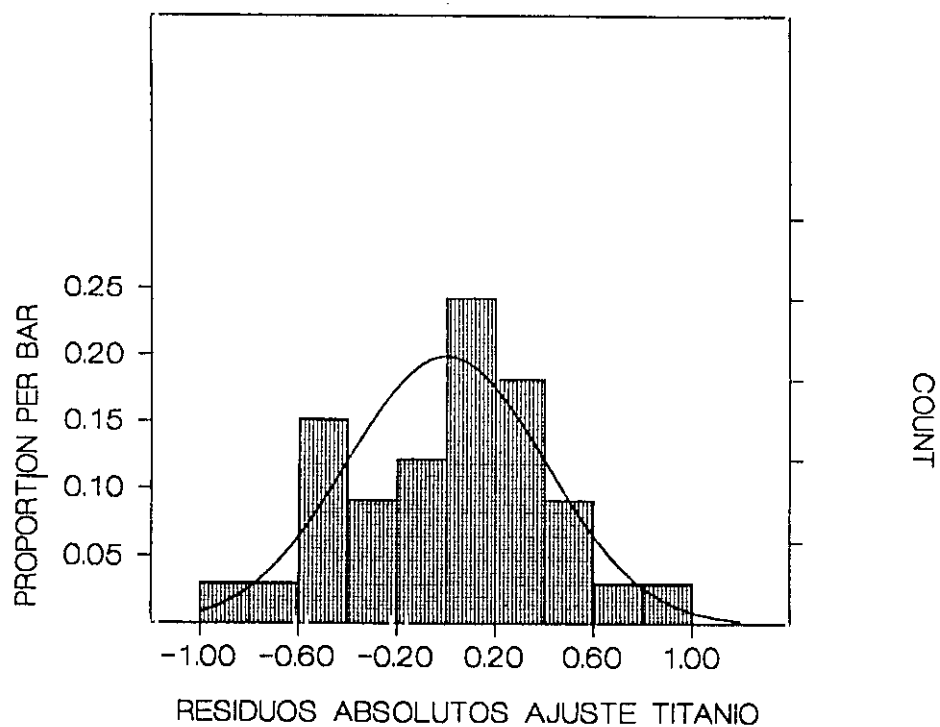


Fig.(47). Distribución de frecuencias de los residuos del ajuste de los datos de la aleación de titanio con la tensión compensada con el módulo elástico. Se debe observar que la línea continua es la mejor función de densidad normal que ajusta a la distribución de frecuencias.

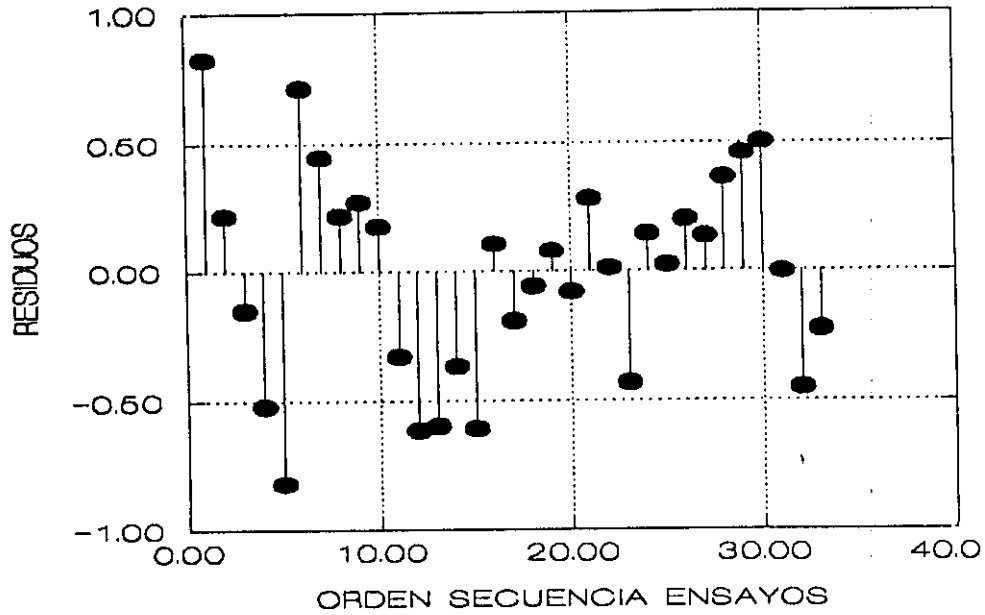


Fig.(48). Representación seriada de los residuos del ajuste de los datos de la aleación de titanio con la tensión compensada con el módulo elástico.

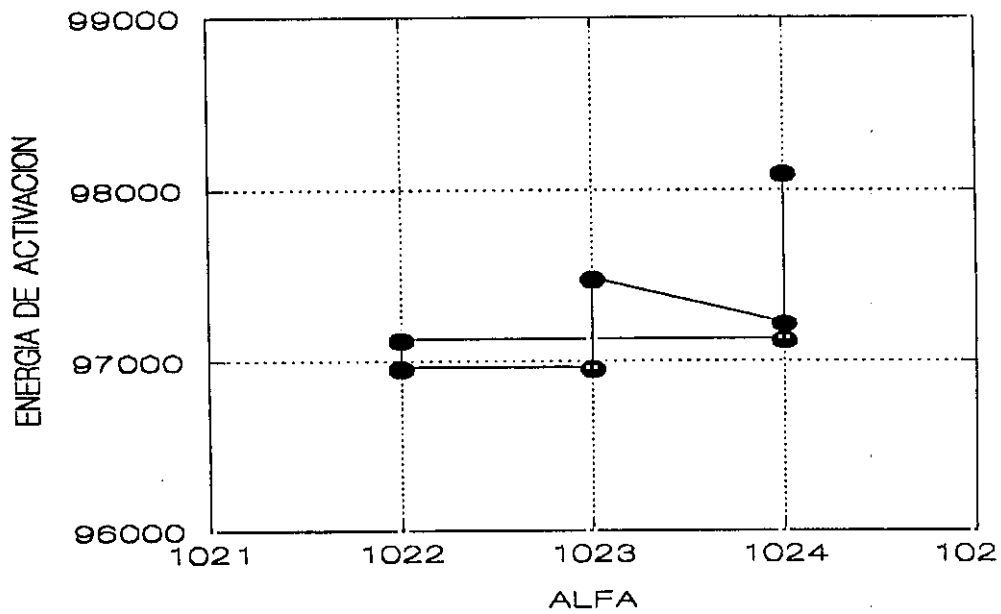


Fig.(49). Representación de la secuencias de iteraciones (código 3) para el ajuste final de la ecuación de Garofalo a los datos de la aleación de titanio con la tensión compensada con el módulo elástico.- Representación $\{\alpha, Q(\text{Cal.})\}$

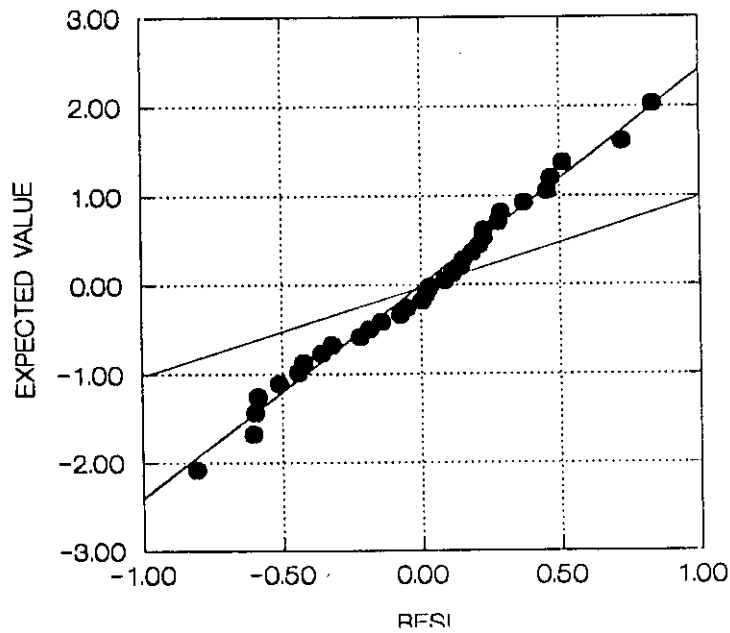


Fig. (50). Representación del test de normalidad sobre los residuos de los datos del ajuste para el titanio con tensión compensada con el módulo elástico.

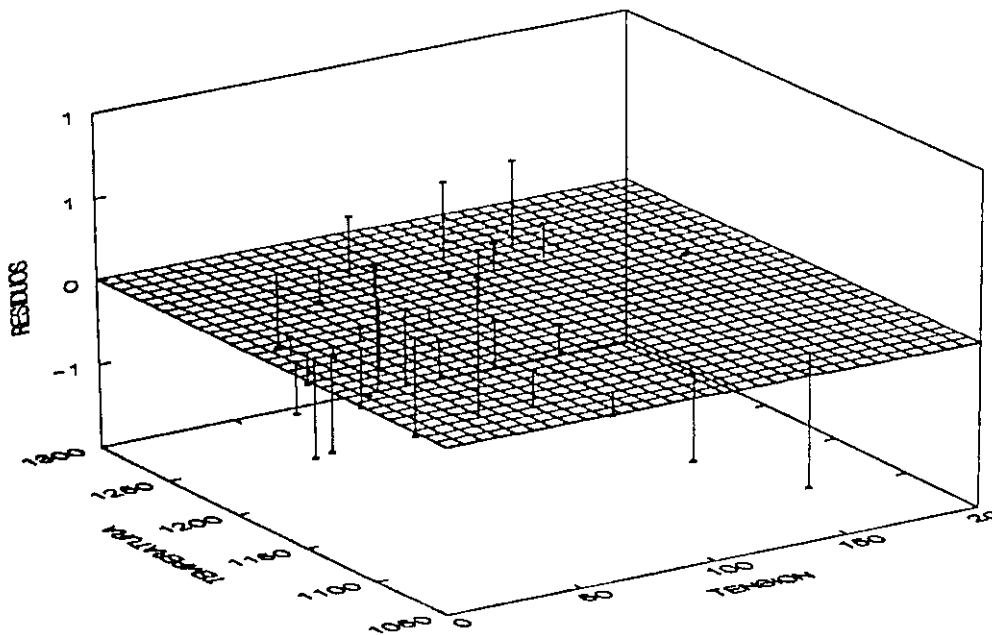


Fig.(51). Representación tridimensional de los residuos del ajuste de datos de la aleación de titanio, con tensiones compensadas con el módulo elástico. Representación del plano de regresión de los residuos del ajuste frente a la tensión (Mpa), las temperaturas en (K). Se trata de residuos absolutos del ajuste.

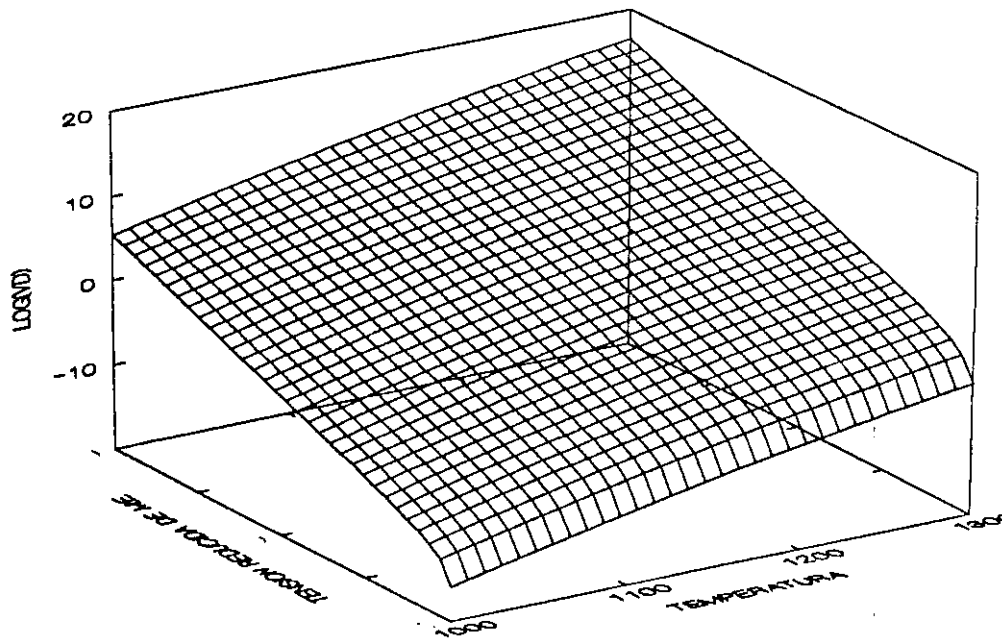


Fig.(52). Representación de la mejor superficie del ajuste de los datos experimentales de la aleación de titanio con las tensiones compensadas por el módulo elástico. $\ln(c)$, respecto de σ/E , y $T(K)$.

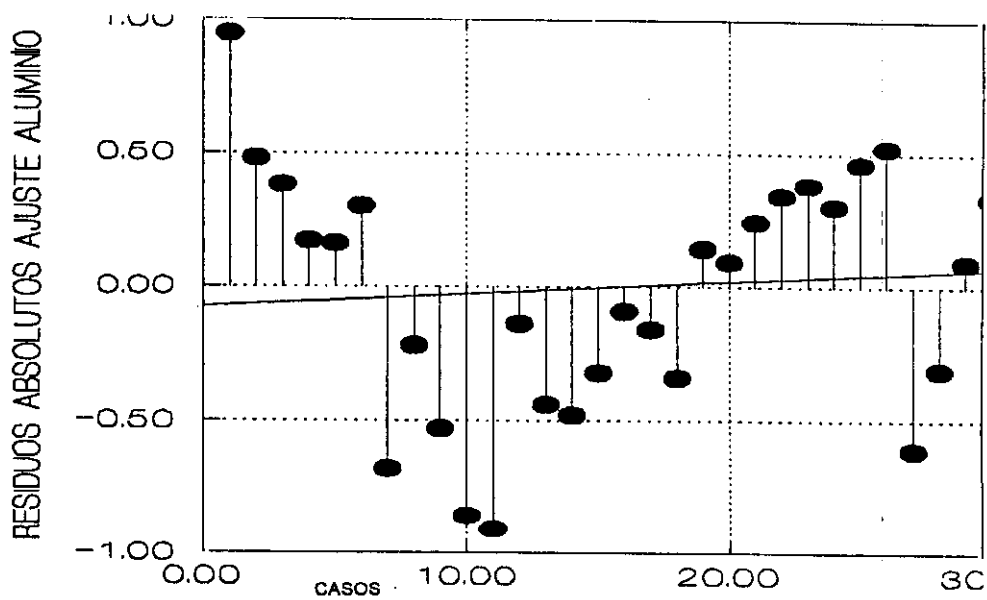


Fig.(55). Representación seriada de los residuos del ajuste de la aleación de aluminio con tensión compensada por el módulo elástico.

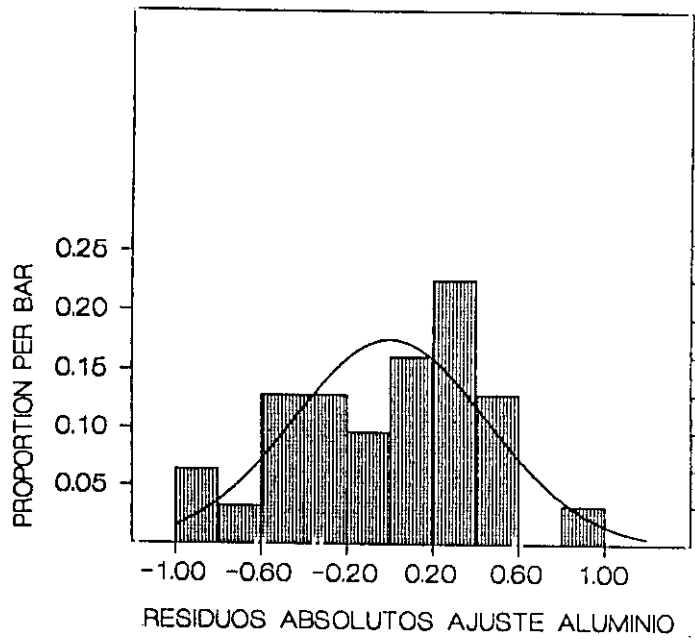


Fig. (54). Mejor ajuste de una función de densidad normal a la función de frecuencias de los residuos del ajuste de la aleación de aluminio con tensión compensada por el módulo elástico.

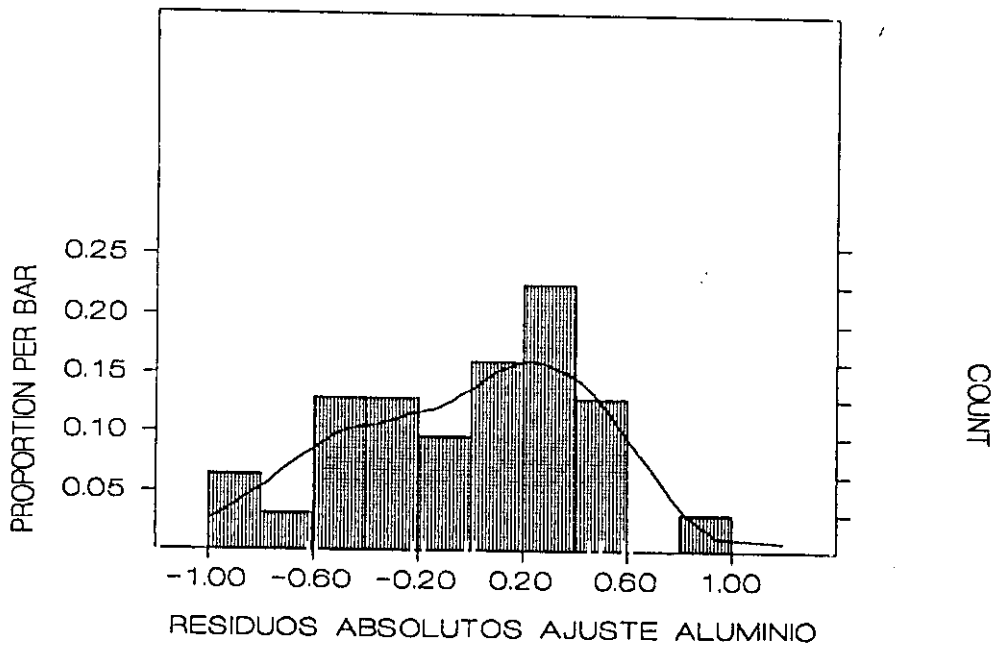


Fig.(53). Representación de la distribución de frecuencias de los residuos del ajuste de la ecuación de Garofalo a los datos de la aleación de aluminio, con tensión compensada con el módulo elástico σ/E

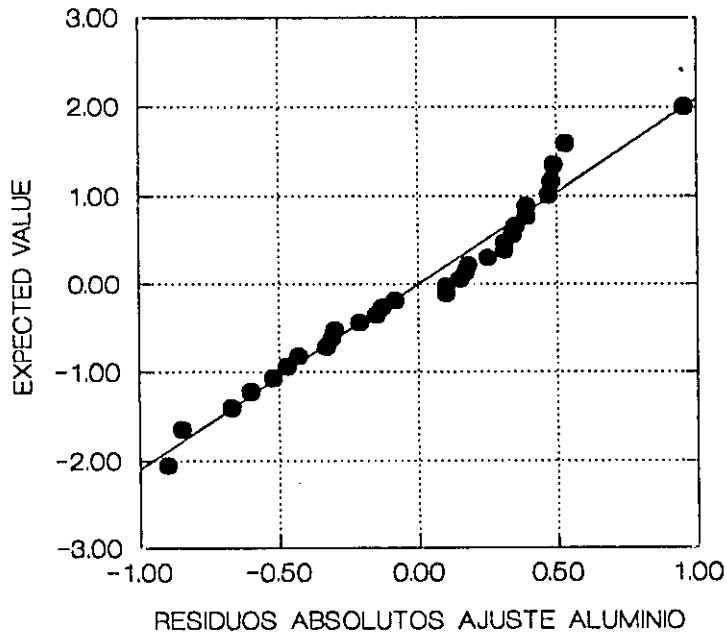


Fig.(56). Representación gráfica de los resultados del test de normalidad de los residuos del ajuste de datos de la aleación de aluminio con la tensión compensada con el módulo elástico.

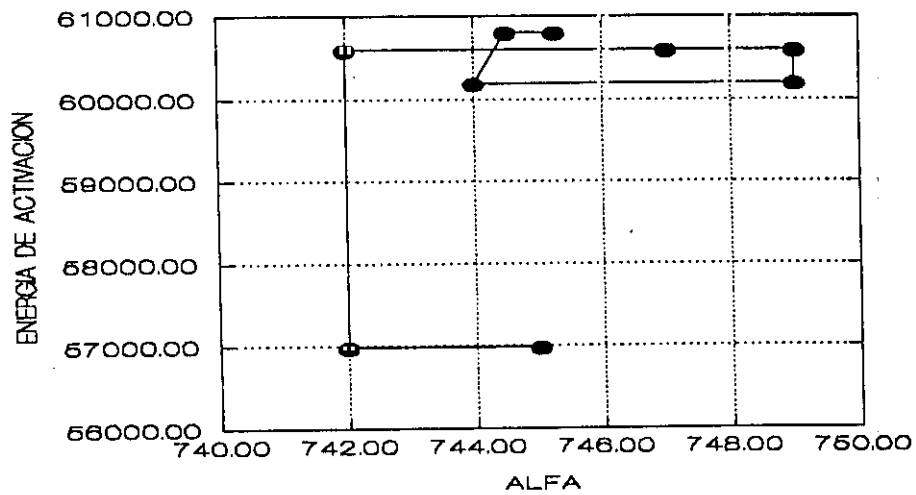


Fig.(57). Representación del camino de iteraciones 8 código 3), ajuste final de datos experimentales de la aleación de aluminio, con σ/E

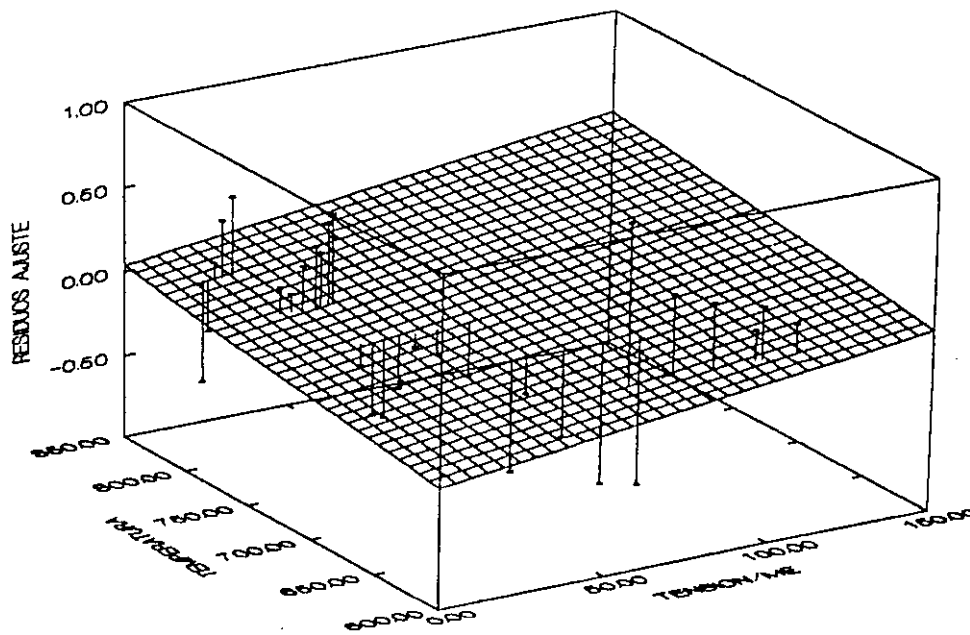


Fig.(58). Representación tridimensional de los residuos del ajuste de la ecuación de Garofalo a los datos de aleación de aluminio, frente a σ/E , y temperatura (K). Se representa el plano de regresión promedio de los residuos.

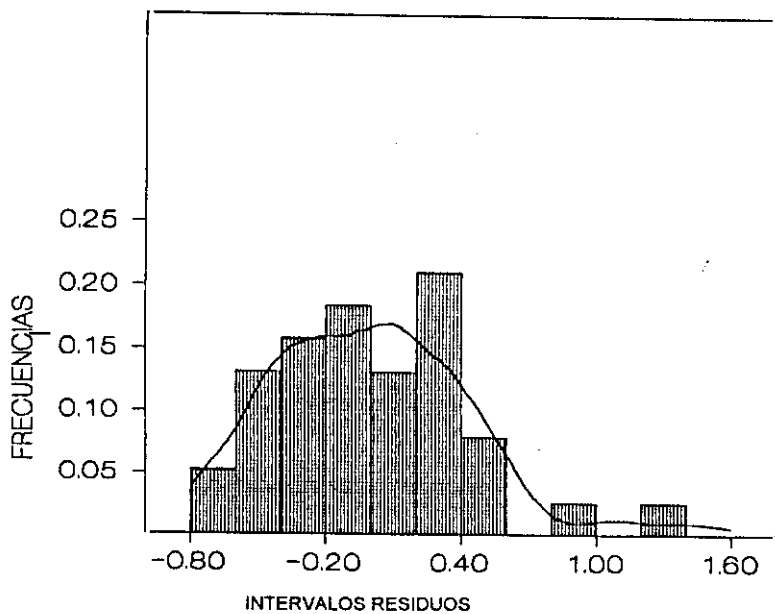


Fig.(59). Distribución de frecuencias de los residuos del ajuste de la ecuación de Garofalo (código 1) a los datos experimentales del acero A2.

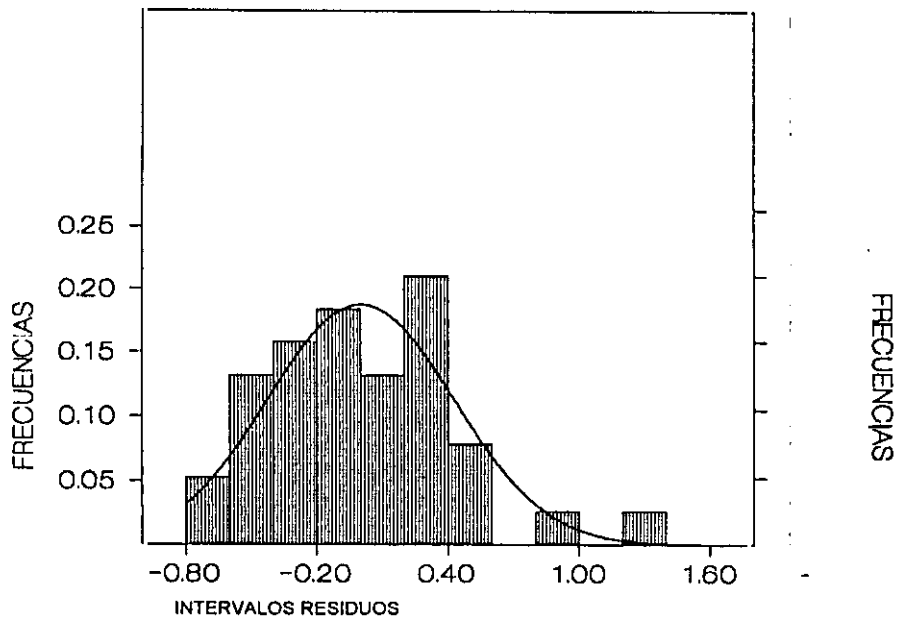


Fig.(60). Mejor función de densidad normal que se ajusta a la distribución de frecuencias de los residuos del ajuste de la ecuación de Garofalo a los datos del acero A2 con tensiones compensadas por el módulo elástico.

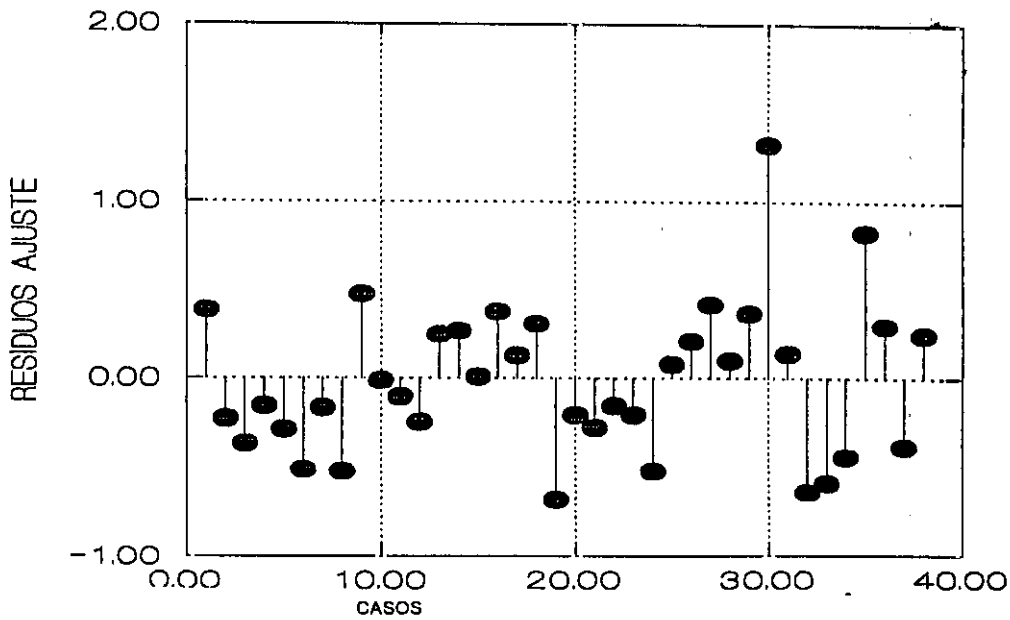


Fig.(61). Representación seriada de los residuos del ajuste del acero A2, con tensiones compensadas por el módulo elástico.

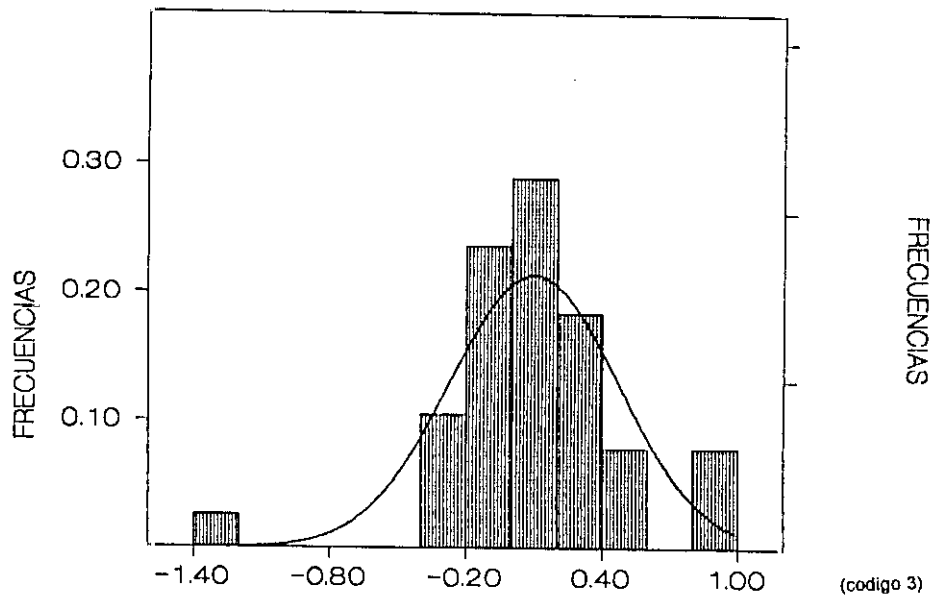


Fig.(62). Representación de la función de frecuencias de los residuos del mejor ajuste de los datos del acero A2 a la ecuación de Garofalo , con tensiones compensadas por el módulo elástico.

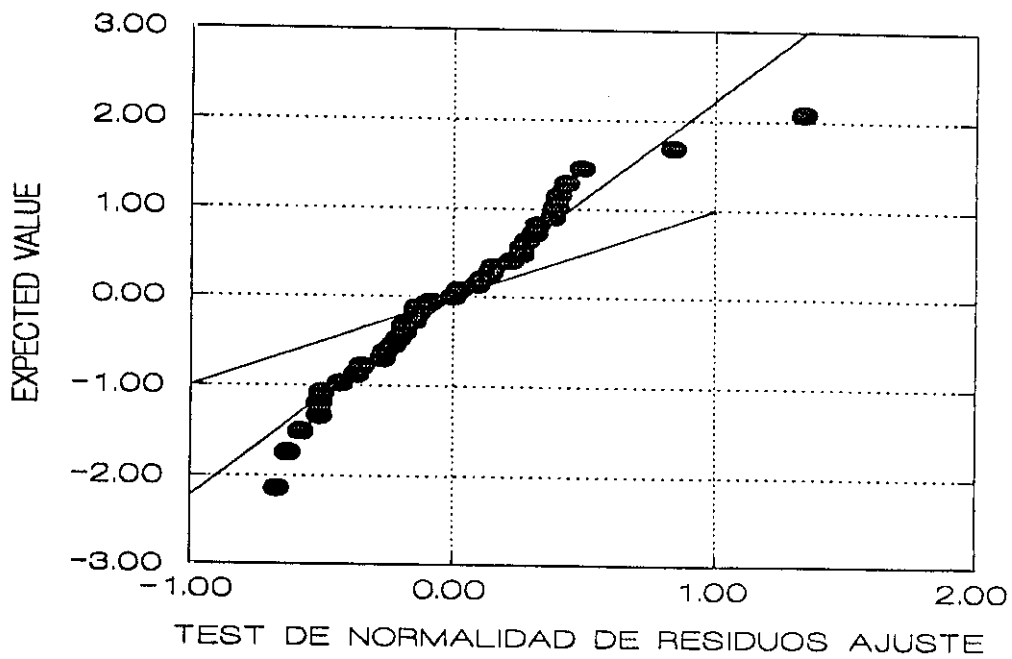


Fig.(63). Representación de los resultados del test de normalidad de los residuos del ajuste de datos del acero A2, con tensiones normalizadas con el módulo elástico.

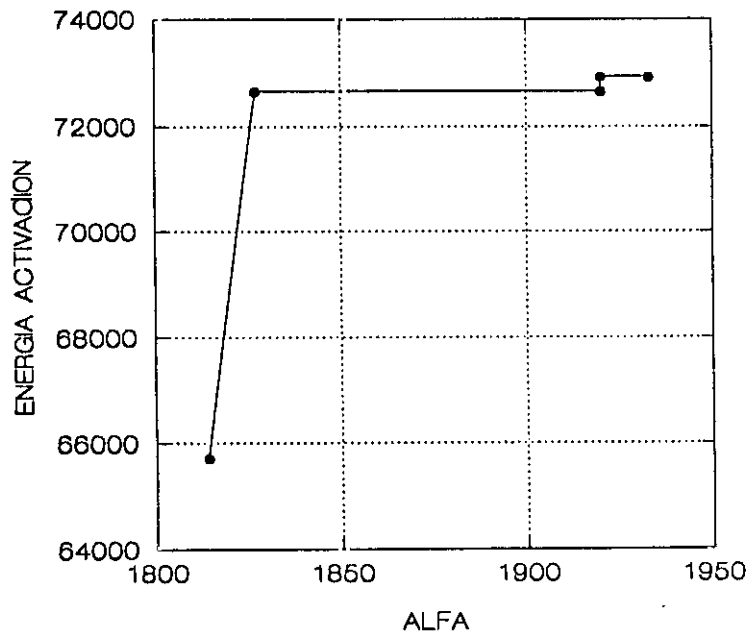


Fig.(64). Detalle del camino final del proceso iterativo (código 3) del ajuste de datos del acero A2, con tensiones compensadas con el módulo elástico.

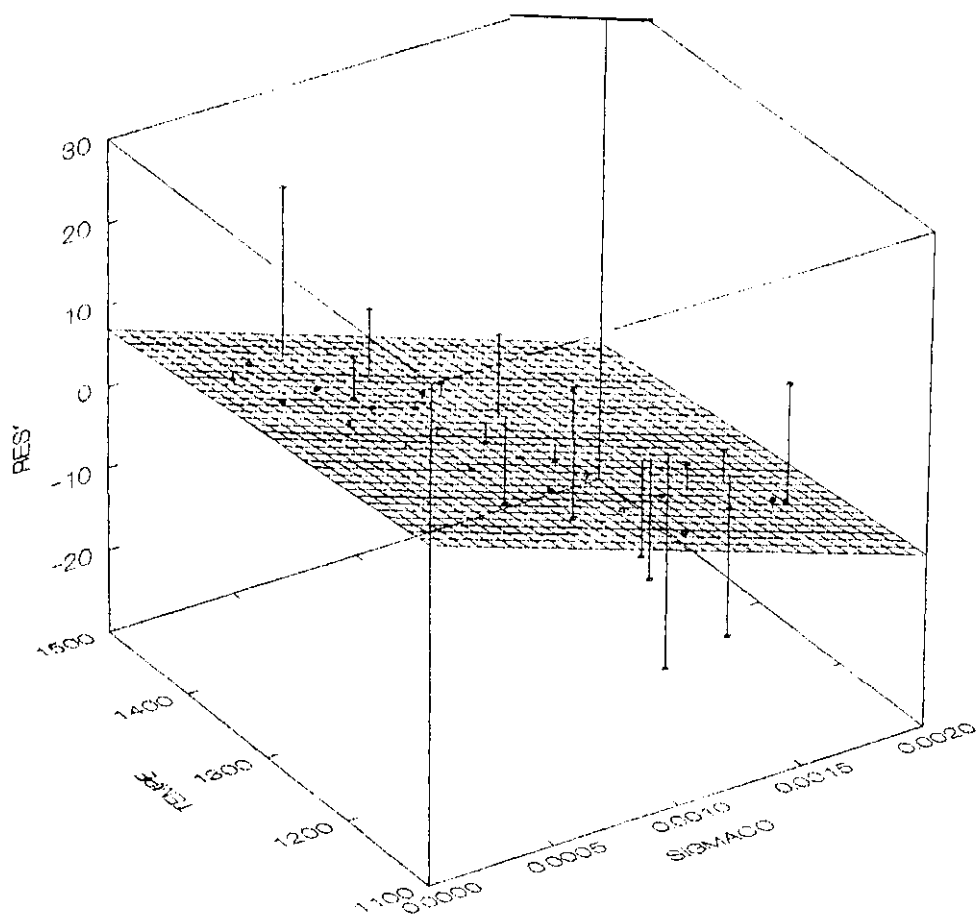


Fig.(65). Representación tridimensional de los residuos del ajuste del acero A2, en el caso de tensiones compensadas con el módulo elástico, frente a la tensión σ/E , y a la temperatura (K). Se representa el plano de regresión promedio de los residuos.

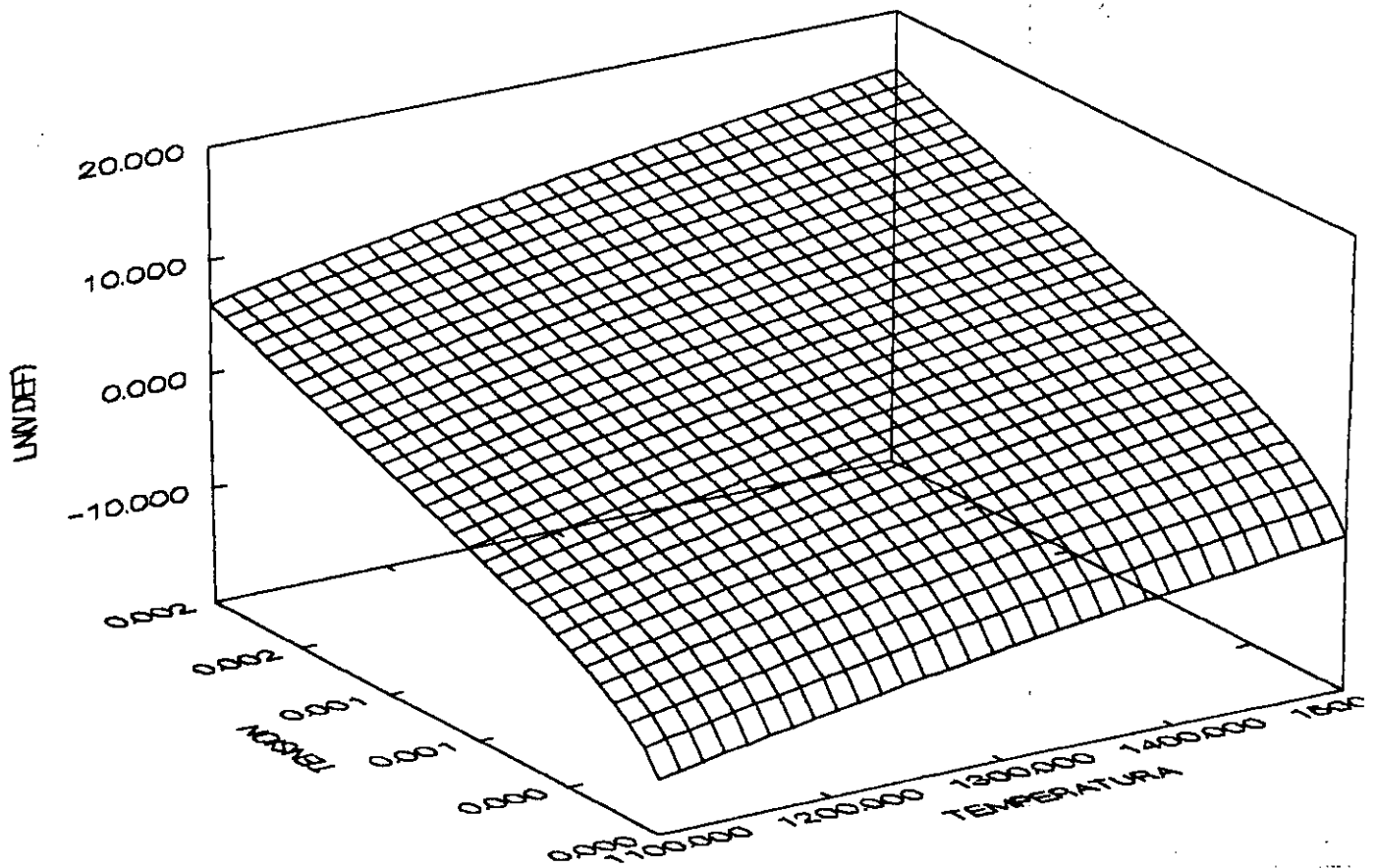


Fig.(66). Representación del mejor ajuste de la ecuación de Garofalo a los datos del acero A2, con tensiones compensadas por el módulo elástico. $\ln(\epsilon')$, frente a σ/E , $T(K)$.

Desde el punto de vista de los aspectos estadísticos, hemos comentado los hechos y los resultados de forma sucinta, pero la inclusión de la compensación de la tensión con el módulo elástico tiene unas repercusiones, de tipo fenomenológica y si cabe de base física de gran interés.

La inclusión del módulo de cizalladura tiene unas consecuencias muy importantes, que se pueden verificar "a posteriori":

1. Modifica substancialmente el valor que se obtiene para la energía aparente de activación del proceso, la obtenida directamente del ajuste.
2. Modifica substancialmente la constante de entropía que engloba constantes de la red.
3. No modifica significativamente los valores de la constante "n".
4. Apenas modifica en escalas reducidas los valores de las constantes posiblemente relacionadas con los volúmenes de activación.

Estas conclusiones son de carácter estadístico, esto es, obtenidas valorando promedios sobre el tratamiento de una gran masa de datos Tablas (24), (25) y (26) conformadas con los resultados de los tratamientos de los 20 materiales, del anexo 1, a los que se les ha aplicado los métodos numéricos de ajuste ya explicados anteriormente.

Por otra parte y resumiendo, la inclusión del módulo elástico presenta los siguientes resultados :

1. Empeora en algunos casos la calidad del ajuste estadístico, y no mejora las posibilidades predictivas.
2. Permite obtener unos parámetros de interés físico a posteriori de gran importancia con mayor exactitud. Estos parámetros son, la sensibilidad diferencial, las constantes J y G de rendimientos de trabajo elástico y de trabajo de deformación y la denominada entropía diferencial del proceso.

Sucede que al normalizar la tensión con el módulo elástico se plantean serios problemas. Por ello conviene hacer una revisión del método.

Algunos autores [84] sostienen que los principales factores que influyen determinantemente en la velocidad de fluencia (para una tensión dada) de metales policristalinos para temperaturas por encima de $0,4 T_f$ son básicamente dos:

- 1) Coeficiente de difusión - movilidad atómica
- 2) Módulo elástico

Que la fluencia esté controlada por la movilidad atómica se suele aceptar por que la energía de activación para la fluencia Q_c , y la energía de autodifusión Q_i , presentan en algunos casos coincidencias para temperaturas superiores a $0,6T_f$. Por esto se acepta esta situación como una demostración, y se sostiene que la tasa de deformación para la fluencia sea proporcional al coeficiente de difusión de la red D_{eff} .

Hay al menos cuatro formas de disminuir (variar) la tasa (coeficiente) de difusión y según las referencias bibliográficas son:

- 1) Disminuir la temperatura del ensayo de trabajo.
- 2) Aumentar la temperatura de fusión del material por ejemplo mediante un proceso de aleación.
- 3) Cambiar la estructura cristalina (estructuras de gran valor de empaquetamiento son más resistentes a la difusión que las que son más abiertas).
- 4) Incrementar el estado de valencia, por ejemplo añadiendo átomos de soluto.

Un ejemplo de endurecimiento por disminución de la movilidad atómica es el comportamiento relativo de aceros austeníticos y ferríticos. Aleaciones de aceros con níquel para estabilizar la estructura fcc (aceros inoxidable austeníticos) presentan tasas de fluencia a temperaturas a partir de $0,6 T_f$ que son 200 a 1000 veces más lentas que las tasas de fluencia de aceros típicos bcc (aceros ferríticos). Se supone que esto es debido a que la movilidad atómica en los aceros austeníticos de empaquetamiento cerrado es menor que en los aceros ferríticos más abiertos, en un factor del orden de 500.

Por todo lo anterior en algún trabajo [85], [37] se asume que:

"La tasa de fluencia es proporcional a un coeficiente de difusión efectivo que incluye de forma aditiva el coeficiente de difusión de la red [D_I] y un coeficiente de difusión por deslizamiento de dislocaciones (por "tuberías" -núcleos de dislocaciones)[D_p]

Se sostiene en algunos trabajos [84] que con esta aproximación la dependencia de fluencia con la temperatura queda explicada en el rango de [0,4 a 0,95] T_f. Además se sostiene que la energía de activación para la fluencia es la misma que la de la difusión a través de dislocaciones ("pipe-diffusion") desde 0,4 a 0,6 T_f e igual a la energía de difusión de la red para valores de T por encima de 0,6 T_f

Respecto al segundo factor que influye en la fluencia , EL MODULO ELÁSTICO se sostiene que es importante por que la velocidad de deslizamiento de dislocaciones y de trepado de las mismas están muy influenciadas por el campo de tensiones elásticas de las dislocaciones que obstaculizan el camino de las dislocaciones en movimiento. La importancia del módulo sobre la tensión a alta temperatura la asumen diversos autores a partir de la fuerte correlación que se encuentra entre la tensión de fluencia en estado estacionario, compensada por el módulo elástico, con la velocidad de deformación, en escalas logarítmicas. Sugieren que para la velocidad de deformación estacionaria la relación funcional sería:

$$\dot{\epsilon}_s = K \cdot \frac{D_{eff}}{b^2} \cdot f\left(\frac{\sigma}{E}\right) \quad (330)$$

donde D_{eff} es un coeficiente de difusión efectivo K es una constante del material la cual se ha planteado adimensional añadiendo el termino b² siendo b el vector de Burgers y f(σ/E) es una función inespecífica de la tensión compensada por el modulo E.

Por todo lo anterior es usual deducir que hay que realizar esfuerzos en el diseño de aleaciones para desarrollar materiales nuevos resistentes a la fluencia, y por la relación o función que realiza el modulo elástico E, se suele indicar que se

debe intentar cambiar las condiciones elásticas como un camino para la mejora de los valores de interés en el tratamiento de los materiales bajo condiciones de fluencia [84].

Se deduce de lo anterior y se lleva a efecto en el caso de una representación de velocidad de deformación (p.e. en aluminio puro policristalino) frente a tensión compensada por el modulo, para cada temperatura una representación según una línea y aparecen las líneas tradicionales al uso en este tipo de trabajos, una por cada temperatura y la energía de activación que se obtiene va variando a partir de los valores de σ/E bajos. A altas temperaturas el valor de Q es igual o próximo al de la energía de difusión de la red Q_1 , pero para altos valores de la tensión compensada. A bajas temperaturas Q , disminuye y se asocia con el valor del coeficiente por difusión en línea (núcleo) de dislocaciones. Por ello plantean un coeficiente de difusión efectivo para definir el control de la fluencia y representando $\dot{\epsilon}'/D_{eff}$ frente a σ/E obtienen que todas las líneas convergen a una única línea de representación, obteniendo una casi perfecta correlación (ésto es algo discutible). Con una región de ley potencial para bajos valores de σ/E , $\dot{\epsilon}'=C.\sigma^n$, con n cerca de 5 y una ley potencial límite (break down) a altas tensiones compensadas. De ello deducen una formula p.e., para el aluminio en forma de ley potencial:

$$\dot{\epsilon}_s = K \cdot \frac{D_{eff}}{b^2} \cdot \left(\frac{\sigma}{E}\right)^5 \quad (331)$$

con valores de K del orden de 10^{11} , por la alta energía de defecto de apilamiento de este material. Se sostiene que K depende de otras variables, como la mencionada energía de falta de apilamiento y como factores dependiente de las estructuras de dislocación.

A partir de lo anteriormente expuesto, usualmente se hace aparecer de manera fenomenológica la función seno hiperbólica de Garofalo para cubrir la ley potencial y leyes potenciales de "corte" o límites regiones en la forma:

$$\dot{\epsilon}_s = \frac{K}{\alpha^5} \cdot \frac{D_{eff}}{b^2} \cdot \left[\text{Sinh}\left(\alpha \cdot \frac{\sigma}{E}\right)\right]^5 \quad (332)$$

en donde α es aproximadamente igual al recíproco de σ/E en el punto donde aparece un "acodamiento" en la ley potencial (break-down), y parece que depende del material de que se trate. Esto parece ser, que es una constante propia del material. A todo este tipo de procesos de fluencia se les califica como fluencia por dislocaciones o Weertman Fluencia

Debemos indicar que cuando hemos realizado una reproducción de esta técnica tradicional de restituir los valores de Q y n , hemos constatado que es usual, que las líneas rectas en la representación $\ln(\epsilon')$ frente a $\ln(\sigma/E)$, no presentan un paralelismo como para que la determinación de Q , a partir de este método se pueda afirmar que sea única, y lo mismo sucede con n , ya que la ausencia de paralelismo indica que se están teniendo en cuenta variaciones (en algún caso notorio) del valor de n , así restituido. Por otra parte el proceso se suele realizar "a-priori", ya que se procede a compensar ϵ' con D_{eff} así como σ/E , la justificación de la bondad del método estriba en último extremo en el hecho de que se produce una contracción del haz de rectas, anteriormente citado a una sola recta (en representación logarítmica), pero esto presupone haber aceptado "a priori" el valor de Q , y a partir de esa hipótesis determinar n , por lo tanto las determinaciones de n , están claramente influidas por el posible error (de existir, ya que no cuestionamos que pueda ser correcta la hipótesis) en la elección a base de referencias bibliográficas de D_{eff} . Nuestro método desde luego podrá ser criticado pero no frente a este problema, ya que estas hipótesis simplificadoras no las precisa.

5.7.1. EL MÓDULO ELÁSTICO Y LA EXPLOTACIÓN DE DATOS DE ENSAYOS DE FLUENCIA POR TORSIÓN CON LA ECUACIÓN FENOMENOLÓGICA DE GAROFALO.

Aceptando los resultados de los modelos que para la plasticidad a bajas temperaturas y la fenomenología del estudio de fluencia en el caso estacionario a altas temperaturas, tenemos que aceptar la importancia de la inclusión del módulo elástico en las ecuaciones que rigen la velocidad de deformación frente a la

tensión y temperatura, además debemos asumir que la inclusión del módulo elástico en cualquier caso manifiesta la evolución del estado de microestructura del sistema. Las magnitudes que caracterizan la elasticidad son el módulo de elasticidad normal (módulo de Young) E, el módulo de cizallamiento μ , o G según las referencias y el módulo de compresión volumétrico D. Si definimos el coeficiente de Poisson como ν , las relaciones que ligan estas constantes son $\mu = E/(2(\nu+1))$, $D = E/(3 \cdot (1-2\nu))$. La ley elemental de Hooke indica que en condiciones elásticas $\sigma = E \cdot \varepsilon$, $\tau = \mu \cdot \gamma$ y $p = D \cdot (\Delta V/V)$, donde σ y τ son las tensiones bien normal bien de cizalladura y ε y γ son las deformaciones por tracción y por torsión (simplificando) y el coeficiente de Poisson caracteriza el cambio de volumen del cuerpo durante la deformación elástica, $\nu = (\Delta a/a)/(\Delta l/l)$, siendo a y l las dimensiones transversal y longitudinal del cuerpo respecto de la acción de la tensión. El coeficiente de Poisson es uno de los parámetros más constantes de todos los indicados, es por esta razón quizás por la que hemos observado que en diferentes trabajos de los mencionados se usa en ocasiones E y en ocasiones G, sin que aparezcan resultados diferentes (substancialmente). La Ley de Hooke generalizada en un tratamiento de la elasticidad en aproximación lineal, relaciona linealmente el tensor de tensiones y el tensor de deformaciones:

$$\sigma_{i,j} = C_{i,j,k,l} \cdot \varepsilon_{k,l} \quad (333)$$

siendo σ el tensor de tensiones y ε el tensor de deformaciones y C es un tensor de cuatro orden que describe el módulo elástico, en aproximación lineal y se supone en principio que no depende de tensiones y deformaciones, pero la experiencia demuestra que depende de la temperatura, de la presión hidrostática y de las características estructurales del material y por tanto de su evolución. También demuestra la experiencia que para temperaturas inferiores a la de Debye depende del estado de magnetización del material. El tensor C general tiene 81 elementos pero por la simetría de los tensores de tensiones y deformaciones estos se reducen a 36 elementos diferentes Cuando el material por ejemplo presenta isotropía completa, de forma que las propiedades elásticas son idénticas en todas las direcciones se puede demostrar que sólo quedan dos constantes

independientes en el tensor C, y la relación tensión deformación adquiere en ese caso la forma siguiente:

$$\sigma_{i,j} = \lambda \cdot \varepsilon_{k,k} \cdot \delta_{i,j} + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon_{i,j} \quad (334)$$

la constante multiplicativa 2 depende de la definición de los tensores de deformación y λ y μ son los coeficientes de Lamé. El módulo de cizalladura es el segundo coeficiente de Lamé y su relación con el primero y el modulo de Young es $\lambda = 2 \cdot \mu \nu / (1 - 2 \cdot \nu) = E \cdot \nu / (1 + \nu) \cdot (1 - 2 \cdot \nu)$.

Para los cristales cúbicos Al, Au, Cu, Pb, Fe, Na, W, bastan tres coeficientes del tensor C para dar una definición completa de la deformación elástica, C_{11} C_{12} C_{14} . Cuando son cristales de red hexagonal se necesitan cinco constantes (Mg, Zn, Cd). En el caso de cristales cúbicos C_{44} caracteriza la resistencia al cizallamiento en el plano (1,0,0) y existen otras relaciones según el plano de que se trate.

Lo primero que nos sorprendió es la alta dispersión de resultados en la forma de las curvas de modulo elástico, en la bibliografía, y para un mismo material o materiales similares, debido a esto emprendimos un estudio de la explotación de módulos de elasticidad, de su aplicabilidad y de la determinación del uso del mejor de los posibles, de los referenciados, dado que en muchos casos, ante una aleación concreta, se puede dar el caso usual de no disponer de una curva de modulo elástico específico aplicables. Se planteaba la capacidad de cometer errores determinantes por el uso de "módulos aproximados". Se trataba de apreciar la influencia de los errores que se cometían por un uso inadecuado, o erróneo, o no muy exacto.

Siguiendo tablas de referencia [37], pudimos observar que los ajustes tipificados de los módulos elásticos suelen estar referidos a una medida a 300 K, en cuyo caso existe un problema inicial, que es el de la anomalía ferromagnética. Procedimos a esta revisión por que detectamos la pluralidad de módulos elásticos distintos en diferentes referencias bibliográficas, para los mismos materiales, como veremos posteriormente.

La existencia de magnetostricción en materiales ferromagnéticos produce en estos materiales una disminución del valor del módulo elástico. Esta disminución se atenúa al aproximarse al punto de Curie y cuando pasan a estado paramagnético se elimina la componente sustractiva del módulo elástico. Por encima del punto de Curie, el comportamiento es el de la variación normal con la temperatura prevista en los apartados anteriormente reseñados. Por lo tanto mientras que la teoría general indica que el módulo elástico va a disminuir con la temperatura en los ferromagnéticos, y sus aleaciones hasta el punto de Curie el módulo elástico va a aumentar con la temperatura. Esto produce varios efectos no deseados. Por una parte en los trabajos sobre plasticidad en caliente, es el módulo elástico real del material no imanado el que debe incluirse en las ecuaciones que rigen la tasa de deformación, si estos materiales no van a ser tratados en estado de magnetización a saturación. Por otra parte las funciones de aproximación que se usan para la dependencia del módulo elástico en estos materiales para zonas no afectadas por el efecto magnetostrictivo se ajustan a partir de valores de referencia en la zona en la que el módulo elástico está disminuido por este efecto. Se supone que imanando a saturación el módulo elástico que se mide es el correcto respecto a la evolución posterior por encima del punto de Curie, lo que sucede en efecto para algunos materiales y/o sus aleaciones, como p.e. el Níquel que imanado a $H=46000$ A/m produce resultados de forma que la medida del módulo elástico para T inferior a 350 °C se alinea con las medidas a T mayor que 350 °C, esto es se elimina la inflexión que se producía sin la imanación.

Como la magnetostricción (constante) del Níquel es negativa la tracción dificulta su imantación , ya que el vector M de los dominios durante la tracción tiende a dirigirse perpendicularmente a la dirección de tracción (al eje fácil) y en este caso el cuerpo adquiere un alargamiento complementario, ya que cada dominio se elonga en dirección perpendicular al vector M y como consecuencia se mide el valor disminuido de E . Lo mismo, relativamente, sucede para valores de la constante de magnetostricción positiva. Cuando se produce la imanación a saturación no se produce variación de longitud a causa de la constante de

magnetostricción y el módulo de elasticidad presenta su valor normal, mayor que el del material sin imanar y la dependencia con la temperatura vuelve a ser inversa. No obstante algunas aleaciones p.e. del Níquel los invares imanados a saturación 46000 A/m mantienen la anomalía magnetoelástica. Esto sucede en aleaciones Ni₄₂ Fe₅₈. La parte de la anomalía que no se elimina está relacionada con la interacción de canje por debajo del punto de Curie, la cual provoca la variación de la distancia entre los átomos, y el cambio de la distancia entre los átomos por debajo de la temperatura de ordenación magnética se caracteriza por una magnetostricción espontánea volumétrica. El valor de la integral de canje para una aleación de invar se encuentra en la rama ascendente de la curva de Bethe-Slater y como la deformación elástica aumenta la distancia interatómica se produce un incremento del valor de la integral de canje, que a su vez hace crecer la distancia interatómica y origina un alargamiento complementario y por tanto disminuir el valor del módulo elástico. Estos procesos también se presentan en aleaciones de Fe-Mn.

Estos efectos de $\Delta E/E$ por efecto magnetostrictivo alcanzan valores del 6% en el Níquel y del 1% en el Fe. Pero a temperaturas del orden de 200 °C en el Ni pueden llegar al 10% y entre 200 y 300 °C se puede encontrar el error entre el 6% y el 10%

Seleccionado sólo un parámetro posible de los que se obtienen del tratamiento experimental de los ensayo de fluencia , como p.e. la energía aparente (resultado del ajuste) de activación del proceso. Consideremos la ecuación que proporciona la velocidad de deformación por fluencia limitada por obstáculos discretos, que de forma esquemática sería:

$$\dot{\gamma} = K \cdot \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2 \cdot e^{-\frac{Q}{RT}} \quad (335)$$

donde en K hemos incluido todos los parámetros de estructura distintos del módulo de cizalladura y en Q todas las contribuciones a la activación del proceso, cambiando k (Boltzman) por R (gases perfectos) por comodidad. Como

$$Q_e = -R \cdot \frac{\overline{\delta \ln(\dot{\gamma})}}{\delta\left(\frac{1}{T}\right)} \quad (336)$$

teniendo en cuenta el defecto del módulo de Young y para el caso del Níquel, para un rango de $T = [473-723]$ (k). Si tenemos en cuenta la anomalía y el caso del material no imanado obtenemos $\Delta Q = -9.44 \cdot 10^{-22}$ julios . Si tenemos en cuenta los valores para el material imanado a saturación tendríamos sin embargo $\Delta Q = 2.98 \cdot 10^{-21}$ julios. Siguiendo los valores dados por las tablas de Ashby [37] para el Ni tenemos que $\Delta F = 6.094 \cdot 10^{-19}$ julios y para un valor de $\tau = 497$ MPa y una tensión de trabajo de 100 MPa tendríamos $Q = 4.86 \cdot 10^{-19}$ julios = 3.04 eV, y por tanto la Q_e (sin magnetizar)=3.03 eV y en el otro caso Q_e (magnetizado) = 3.06 eV. Para el Níquel la energía de creación de una vacante más la energía de migración es de 2.75 eV y la energía de autodifusión de la red es de 3.03 eV. De donde deducimos que realmente el efecto de la anomalía magnetoelástica es despreciable pues es del orden del 2% la variación que produce en Q_e .

Por lo tanto respecto del Ni que es el Ferromagnético de efecto más intenso del defecto en módulo elástico podemos considerar despreciable la influencia respecto de la obtención de la energía Q_e una vez obtenida por ajuste a los datos experimentales la energía Q . Hemos supuesto que hemos obtenido la energía Q tal y como se ha calculado a partir de tablas. No obstante no está justificado que se obtenga el mismo valor de Q mediante un ajuste con el módulo elástico corregido y sin corregir que el valor dado por las tablas. Por lo tanto con este defecto no podemos explicar el hecho de que la inclusión de la compensación por módulo elástico, usando tablas tradicionales, y aplicando los modelos descritos, nos presente en algunos casos peores ajustes que sin compensar por el módulo elástico las tensiones.

Para medir el módulo elástico se suelen utilizar métodos dinámicos, bien de resonancia, excitando oscilaciones propias longitudinales o transversales, y los de impulso cuando la deformación elástica se excita haciendo pasar por la muestra una onda sonora. Los métodos de resonancia en probetas en forma de barra o cilindros se basan en métodos de sistemas piezoeléctricos, bien de

magnetostricción, bien electrostáticos. El módulo de Young se determina a partir de la frecuencia de resonancia de las oscilaciones longitudinales $E=4 \cdot l^2 \cdot f_l^2 \cdot d$, siendo l longitud de la probeta y d la densidad, y el módulo de cizallamiento se determina de forma similar, a partir de la frecuencia de resonancia de las oscilaciones de torsión. Estos métodos de resonancia son adecuados para las sustancias policristalinas. Se determinan los módulos con una precisión menor del 1%. No obstante las medidas cuando se trata de temperaturas próximas a las de fusión presentan problemas de índole técnica muy difíciles de soslayar ($T > 0.85 T_f$, para materiales cuya temperatura de fusión es superior a los 1200°C).

Los módulos de elasticidad caracterizan las fuerzas de interacción de los átomos vecinos en la red cristalina y por tanto las configuraciones electrónicas que influyen en estas fuerzas. Como la energía media de la acción mutua interatómica varía con la temperatura los módulos de elasticidad también dependen de la temperatura.

La utilización del módulo de Young para el ajuste de las bases de datos experimentales de ensayos de fluencia a una ecuación fenomenológica presenta el problema de ¿Qué módulo de Young, de los múltiples que para materiales similares hemos encontrado?. En primer lugar las medidas de que se disponen no siempre se ajustan correctamente a los rangos de trabajo. Por otra parte, las variaciones del módulo de Young con la presión y temperatura, pueden ser determinantes, además de que algunas tablas de referencia se ajustan a valores de temperatura como referentes en zonas muy alejadas de las de trabajo presentando después aproximaciones lineales que no son muy exactas, y por otra parte la influencia de pequeñas proporciones de aleantes pueden inducir notorias variaciones en el módulo elástico. Todo ello requiere continuar realizando un estudio detallado de la determinación del módulo elástico. Es más, precisamos de un método teórico con el contrastar los datos bibliográficos.

En la teoría de la capacidad calorífica de Debye el cuerpo cristalino se considera como un continuo elástico isótropo que realiza oscilaciones armónicas. La variación de la energía media de un oscilador armónico es función de la temperatura, lo que determina la correlación de temperatura con los módulos de

elasticidad. Por esta causa el coeficiente térmico de los módulos de elasticidad [e], varía con la temperatura, “DE LA MISMA MANERA QUE SU CAPACIDAD CALORIFICA”, [C_v]. Es sabido que en el marco de la teoría de Debye :

$$C_v = 9 \cdot N \cdot k \cdot \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \cdot \int_0^{x_{max}} \frac{e^x x^4 \cdot dx}{(e^x - 1)^2} \quad (337)$$

donde $N \cdot K = R$ (para un átomo-gramo) y $x_{max} = \frac{h \nu_{max}}{k \cdot T} = \frac{\theta_D}{T}$, siendo ν_{max} la frecuencia máxima de vibración de esos átomos. Se prueba que para temperaturas bajas respecto de la de Debye. $T \ll \theta_D$, se toma $x_{max} \rightarrow \infty$ y entonces la integral se puede estimar como $(\pi^2/15)$, en cuyo caso:

$$C_v = \frac{12 \cdot \pi^4 \cdot R}{5} \cdot \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \quad (338)$$

La frecuencia máxima de Debye esta limitada para cada material por el paso de la red [a]. Es sabido que en el modo acústico no se pueden propagar ondas en la red con $\lambda < 2 \cdot [a]$, siendo [a], la constante de la red y como $\omega_{max} = v_s \cdot K_{max}$, se alcanza así una acotación del cociente que produce la temperatura de Debye entre la temperatura. Para altas temperaturas se sabe que $C_v = 3R$.

Para altas temperaturas se puede usar una expansión asintótica debida a Stoner y Mott:

$$C_v = \frac{3}{2} \cdot n_0 \cdot R \cdot \left[1 - \frac{1}{6 \cdot (2\pi)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{3}{2}} \dots \right] \quad (339)$$

$$T = \alpha \frac{h^2}{8mk} \cdot \left(\frac{3N}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Para un cierto numero de elementos de interés en la Tabla (20), podemos encontrar algunas de las constantes que aparecen en las ecuaciones anteriores:

	Ti	Fe	V	Cr	Co	Ni	Cu	Zn
T_f	2093	1812	2008	2163	1768	1728	1356	692
θ_D	396	407 420*	413	459 485*	397 385	425 370*	329 315*	213
X_{max}	[0.19- 0.38]	[0.23- 0.46]	[0.21- 0.42]	[0.22- 0.44]	[0.22- 0.44]	[0.21- 0.42]	[0.23- 0.46]	[[0.31- 0.62]

Tabla (20)- Algunos datos de interés para la determinación de C_v [86]

El recorrido de temperaturas para nuestro trabajo es de $0.5 T_f$ a $0.98 T_f$. La temperatura de Debye resulta crítica al efecto de las estimaciones. Existe un formula semi-empírica debida a Lindemann para obtener θ_D , para metales a partir de la temperatura de fusión T_f , la Masa atómica A y el volumen atómico V :

$$\theta_D = 137 \cdot \sqrt{\frac{T_f}{A \cdot V^{2/3}}} \quad [86] \quad (340)$$

para el caso de aleaciones con dos componentes principales o sea para elementos considerados biatómicos $A = (A_1 \cdot A_2)^{1/2}$ y para temperaturas mayores que la de Debye.

$$C_v(T) = 9 \cdot R \cdot \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \cdot \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{e^x \cdot x^4 \cdot dx}{(e^x - 1)^4} \quad (341)$$

a partir de esto el coeficiente térmico de elasticidad [86]:

$$[e] = \frac{d \ln(E)}{dT} = \left\{ \begin{array}{l} = \text{cte.} \frac{12\pi^4}{5} R \cdot \frac{T}{\theta_D} \quad \text{si } \theta_D \gg T \\ = \text{cte.} 9 \cdot R \cdot \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \cdot \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{e^x \cdot x^4 \cdot dx}{(e^x - 1)^2} \quad \text{si } \theta_D < T \end{array} \right\} \quad (342)$$

por otra parte la variación de la magnitud de $[e]$ y del coeficiente térmico de dilatación, con la temperatura, son del mismo tipo y por tanto la relación entre ambas magnitudes es aproximadamente constante $\alpha/[e] \approx \text{cte}$. Se encuentra

empíricamente que la constante es $4 \cdot 10^2$. En la región de $T > 0.5T_f$, se observa que la desviación de la dependencia de la temperatura de los módulos de elasticidad se separa mucho de la linealidad, dicha desviación, defecto del módulo, $\Delta E/E$, depende de forma exponencial de la temperatura en la forma [86]:

$$\frac{\Delta E}{E} \cong e^{-\frac{Q}{RT}} \quad (343)$$

siendo Q , una energía de activación para la modificación del módulo próxima a la energía de activación de los lugares vacantes. Durante el calentamiento desde temperaturas bajas hasta la fusión, los módulos de elasticidad disminuyen entre un 20% a un 40%. Es fácil encontrar que:

$$E(T) = E_0 \cdot e^{\int_{T_0}^T e^{-\frac{Q}{T}} \cdot dT} \quad (344)$$

de la que son posibles diferentes aproximaciones polinómicas.

Para temperaturas menores de la de Debye y en algunos casos para algo mayores se puede utilizar la siguiente aproximación:

$$E(T) = E(T_0) \cdot \left[\frac{1 - [e] \cdot T}{1 - [e] \cdot T_0} \right] \quad (345)$$

supuesto conocido un valor $E(T_0)$

Tomando algunos valores de referencia de módulos elásticos, que se pueden ver en la Tabla (21):

MATERIAL	300K	477K	700K	811K	922K
Acero al carbono	206850 (Mpa)	186155	155138	134453	124110
Acero inoxidable austenítico	193060	175823	158585	155138	144795
Aleaciones de Titanio	113768	96530	73777	69640	
Aleaciones de Aluminio		72398	65503	53781	

Tabla (21) - Algunos valores de referencia para módulos elásticos de diferentes aleaciones de interés en este trabajo.

para efectuar comparaciones entre los módulos de Young y de Cizalla, podemos observar los datos de la Tabla (22):

Material a T=293 K	E(MPa)	G= μ (MPa)
Fe(Recocido)	211400	81600
Acero pobre en carbono	211900	82200
Acero recocido 0.75% en C	210000	81100
Acero templado	201400	77800
Titanio	120200	45600

Tabla (22). Valores de módulos de Young y de Cizalla para algunos materiales de interés.

Los datos anteriores y todos los que se van a usar en este trabajo se han tomado de las siguientes referencias [37],[87],[88],[89],[90],[91],[92]

Hemos usado estas relaciones para contrastar las diferentes curvas experimentales, y en el caso en el que lo hemos necesitados, para interpolar o extrapolar datos.

En las Figs. [67],[68],[69] hemos representado las curvas experimentales reseñadas anteriormente para acero, aluminio y titanio, y en las Figs [70],[71],[72],[73], los ajustes realizados mediante los métodos teóricos anteriormente mencionados.

Módulo Elástico en MPa

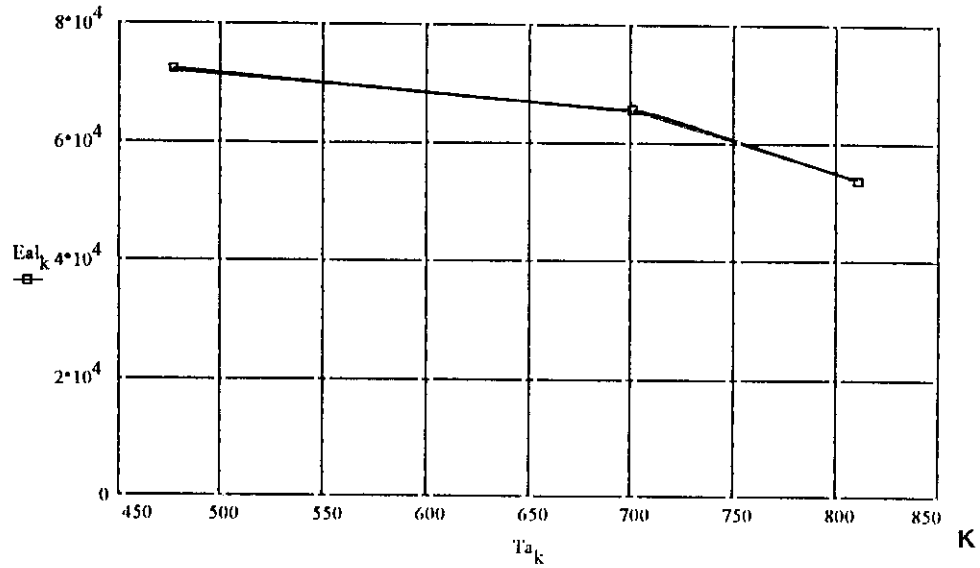


Fig.(67). Datos experimentales recopilados para construir la función del módulo elástico para el aluminio $E=f(T)$

Módulo Elástico en MPa

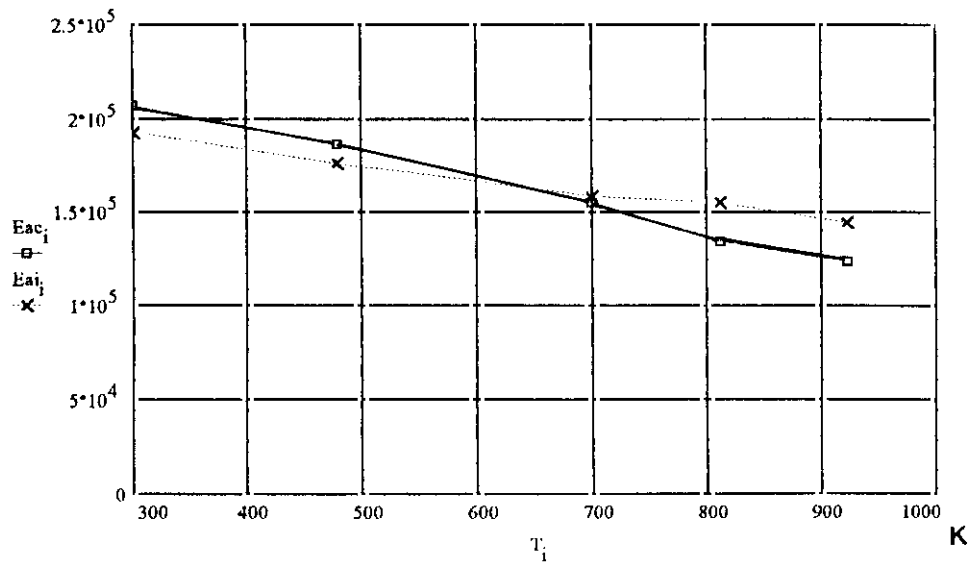


Fig.(68). Datos experimentales para sintetizar la función del módulo elástico con la temperatura, para aceros con contenido medio en carbono (línea continua) y para aceros inoxidables austeníticos (línea discontinua)



Módulo Elástico en MPa

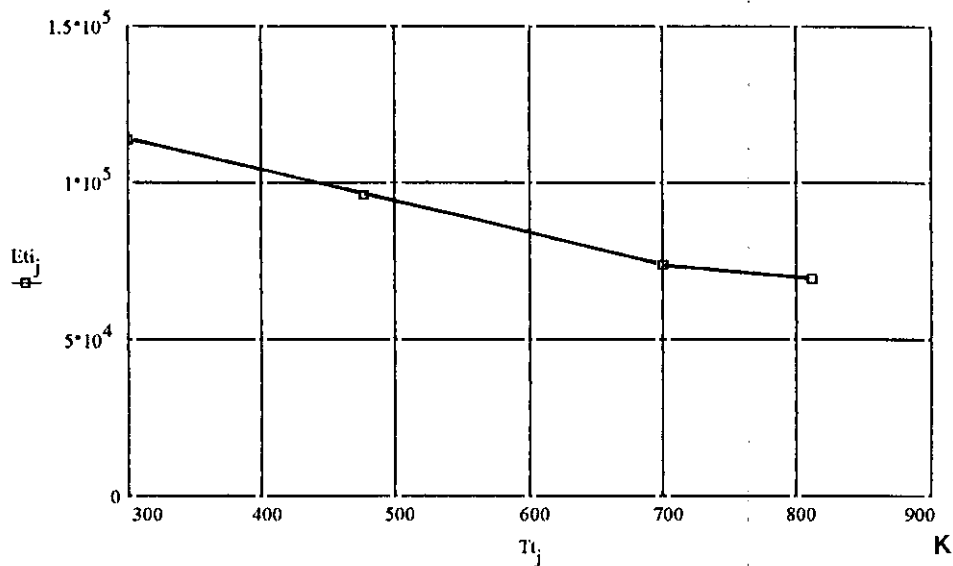


Fig.(69). Datos experimentales de la variación del módulo elástico con la temperatura para la aleación de titanio.

Módulo Elástico en MPa

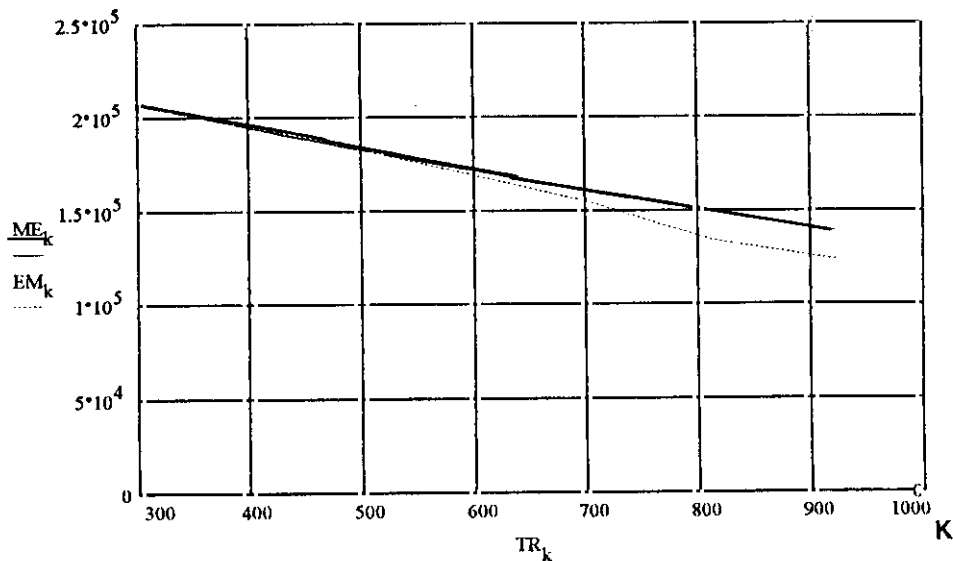


Fig.(70). Comparación de los datos experimentales del módulo elástico para aceros con contenido medio en carbono (línea discontinua) frente a la función del módulo elástico calculada por métodos teóricos entre 300K y 1000 K. (línea continua)

Módulo Elástico en MPa

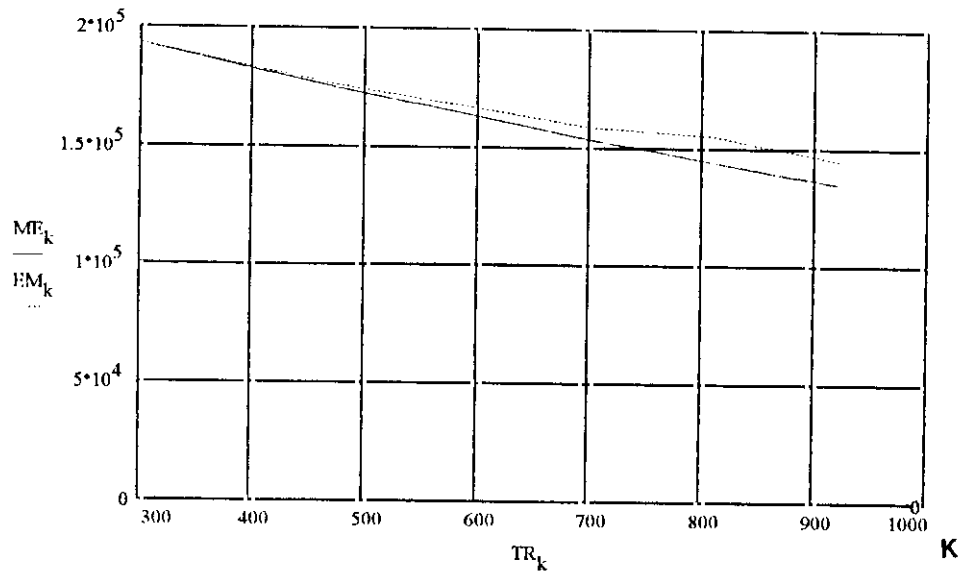


Fig.(71). Comparación de los datos experimentales del módulo elástico para el acero inoxidable austenítico (línea discontinua) frente al ajuste calculado por métodos teóricos (línea continua).entre 300 K y 1000 K

Módulo Elástico en MPa

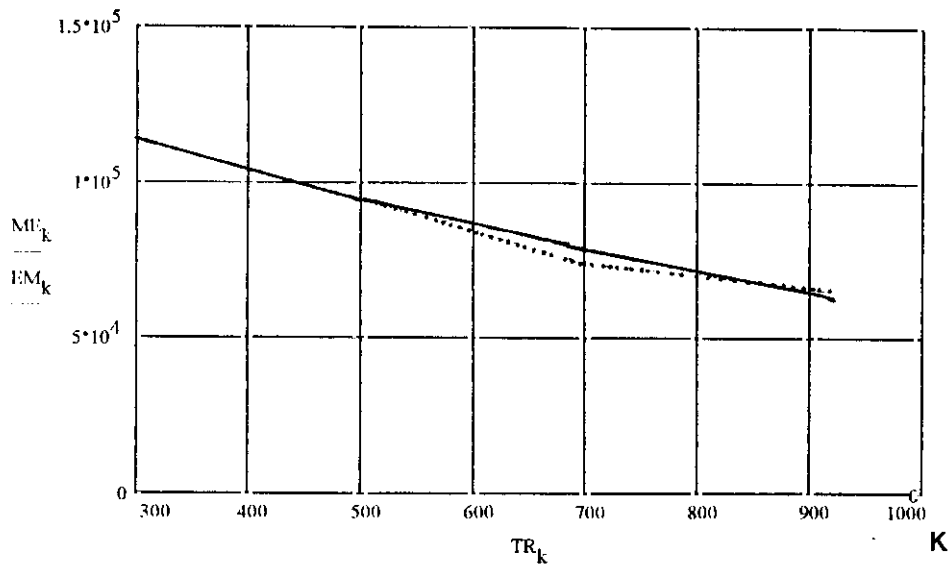


Fig.(72). Comparación de los datos experimentales para el módulo elástico de aleaciones de titanio (línea discontinua) frente al módulo elástico calculado por métodos teóricos entre 300K y 1000 K (línea continua)

Módulo Elástico en MPa

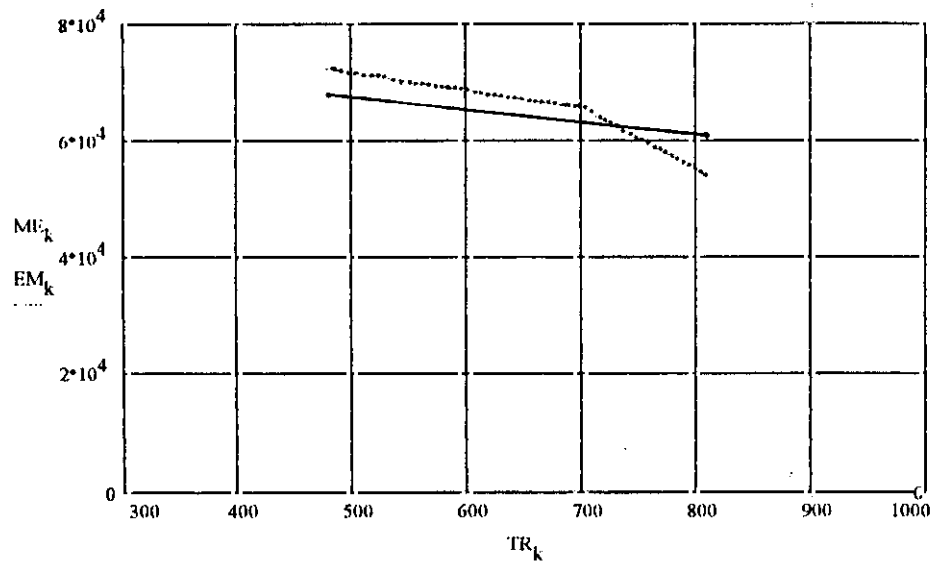


Fig.(73). Comparación del módulo elástico experimental para el aluminio (línea discontinua) frente al calculado por métodos teóricos (línea continua) entre 500 K y 800 K.

5.7.2. EFECTO DE LOS ALEANTES SOBRE EL MÓDULO ELÁSTICO.

Todos los factores que producen una variación de la temperatura de fusión, producen una variación del módulo elástico. En las aleaciones la concentración de microaleante produce una disminución o aumento del módulo de elasticidad, según sea al caso. En la austenita a 1000°C el carbono produce una disminución lineal del módulo elástico [93]:

$$E(1000^\circ \text{C}) = -0.7 \cdot 10^{11} \cdot n + 1.104 \cdot 10^{11} \quad (346)$$

siendo n la concentración del carbono en fracciones atómicas. En general en muchas aleaciones se produce una variación del periodo de la red con el proceso de la aleación, variación que responde linealmente a la variación de la valencia entre aleante y disolvente. El módulo elástico sufre una variación que depende linealmente de la variación del paso de la red y del factor de variación entre las valencias de aleante y disolvente. Estos procedimientos en general no están muy desarrollados y apenas existen bases de datos experimentales suficientemente generalizables.

Hemos considerado las variaciones en algunos casos con la proporción de carbono y al menos teóricamente con los datos para una sola temperatura no son significativas.

5.7.3. ALGUNOS EFECTOS SOBRE LA DETERMINACIÓN DE LA ENERGÍA DE ACTIVACIÓN CON LA INTRODUCCIÓN DEL MÓDULO ELÁSTICO.

Es conocido desde hace tiempo, que la energía de activación para la fluencia plástica en estado estacionario presenta valores próximos o iguales a la energía de autodifusión en muchos trabajos experimentales. Esto además se constituye en algo esperado, partiendo de la hipótesis de que no haya ninguna otra dependencia con la temperatura que la mostrada por el factor exponencial del término de difusión. Cuando aparece la dependencia con el módulo elástico, este depende de la temperatura. Por tanto la energía de activación para el caso de la fluencia plástica en estado estacionario, puede presentar una diferencia con la energía de activación para la autodifusión. Desde luego matemáticamente es algo

evidente. Físicamente necesita una discusión. Por una parte tenemos la energía de activación ajustada a la base de datos experimentales del ensayo de fluencia mediante la ecuación de Garofalo:

$$\dot{\epsilon} = A \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \cdot \sinh\left(\alpha \cdot \frac{\sigma}{E(T)}\right)^n \quad (347)$$

por otra parte si definimos como se podría hacer habitualmente con el uso de las ecuaciones potenciales:

$$Q_{re} = -R \cdot \left(\frac{d \ln(\dot{\epsilon})}{d(1/T)} \right) \quad (348)$$

es directo deducir

$$Q_{re} = Q - n \cdot R \cdot T^2 \cdot \frac{\left(\frac{\alpha \cdot \sigma}{E(T)} \right)}{\tanh\left(\frac{\alpha \sigma}{E(T)}\right)} \cdot \left(\frac{1}{E(T)} \cdot \frac{dE(T)}{dT} \right) \quad (349)$$

si consideramos el caso de un acero inoxidable con una expresión para el módulo elástico aproximada linealmente entre T=300 K a T=1300 K en la forma: E(T) = 216339 (MPa) · (1 - 3.5868 · 10⁻⁴ · T (K)), con un valor de α_m=1200 (valor ponderado en el recorrido de temperaturas haciendo uso del teorema del valor medio del cálculo integral), n=5, R=2 cal/mol K⁻¹ podemos observar en la gráfica de la Fig. [74], que según sea el valor promedio de nuestro rango de temperaturas de trabajo podemos esperar diferentes valores de la diferencia Q_{re}-Q, siendo por ejemplo para 800K de 5000 cal/mol, pero para 1200 k es del orden de 15000 cal/mol, y para 1400 sería del orden de 22000 cal/mol. Si el valor de Q del ajuste fuese de 100000 cal/mol, podríamos alcanzar diferencias del orden del 10% al 20%. Dado que este efecto es aditivo, nos alejaríamos más de los valores de la energía de activación para la autodifusión Para un material como el Titanio, usando los datos de las tablas y con n=2, podemos obtener para T=1000K una diferencia del orden de 5000 cal/mol.

$\Delta Q(\text{cal/mol.})$

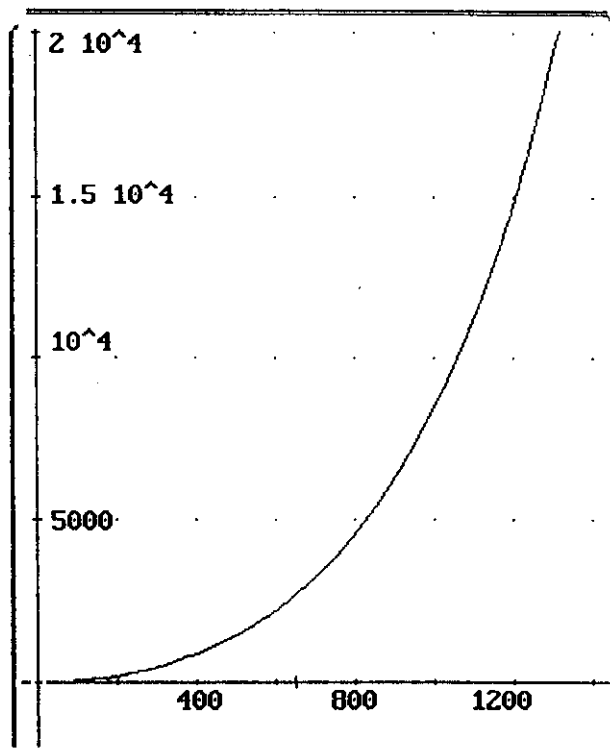


Fig.(74). Representación de la diferencia $\Delta Q(\text{cal/mol})$, debida a la variación del módulo elástico en el caso descrito a partir de la ecuación (349), frente a la variación de la temperatura.

5.7.4. MÓDULOS ELÁSTICO UTILIZADOS.

Para los tres materiales de ejemplificación hemos utilizado diversos módulos elásticos de diferentes fuentes bibliográficas. Se han probado en cada caso con independencia de las hipótesis "a priori" sobre la idoneidad, prestigio, o actualidad de los mismos. Se han seleccionado dentro de la coherencia aquellos cuyo comportamiento sobre el ajuste parecía más indicado. Hemos normalizado todos los conjuntos de datos en el formato que se presentan en las tablas más usuales, [37] y los resultados de los estudios se presentan en el Anexo 5, (con el fin de no sobrecargar el texto), indicando en cada caso el que hemos seleccionado para el estudio de aplicación del método a los materiales de ejemplificación.

5.7.5. ANÁLISIS COMPARADO DE TRES ALEACIONES EN ESTUDIO DE AJUSTE CON MODULO ELÁSTICO Y SIN MÓDULO ELÁSTICO.

Se han estudiado tres aleaciones, una de Aluminio Circonio, otra TiAl6V4 y un acero con C(0.29)Mn(1.43)Si(0.38) y otros microaleantes P,S,Cr,Ni,V.

El tratamiento del Al, sobre una base de 31 datos resultado de un ensayo de torsión con T en el rango 623 a 823 K, tensiones de 18 a 78 MPa, y velocidades de deformación de 9.8×10^{-5} a 1.1×10^{-2} seg^{-1} . Tras un ajuste a la ecuación senohiperbólico de Garofalo presenta los siguientes valores de ajuste: $\ln(A)=41.3$, $Q=65220$ Cal/mol, $n=6.37$ y $\alpha=0.01466$, para $R=0.967$. Una mejora mediante iteraciones de rango abierto produce los siguientes resultados: $\ln(A)=44.55$ $Q=69631$, $n=6.75$ y $\alpha=0.0146$, con una mejora en $R=0.990$. En el primer caso el valor de la F de Snedecor experimental es $F(2,28,0.5)=202$ y los intervalos de confianza al 95% son $\ln(A)$ dentro de [37 - 45.5] Q dentro de [59488,70952] cal/mol, n dentro de [5.85-6.9]. Se han empleado tres métodos encadenados de tratamiento. La distribución de frecuencias de los residuos es anómalamente poco normal. El tratamiento de la base de datos cuando se incluye el módulo elástico presenta las soluciones $\ln(A)=35.86$ dentro del intervalo de

confianza al 95% [32.24-39.49], $Q=56984$ cal/mol dentro del intervalo [52101-61867], $n=6.54$ dentro de [6.021-7.049] y $\alpha=745$, este último valor evidentemente esta referido a otra escala de normalización. Esta constante promediada a todo el recorrido de temperaturas y pesada con los valores del módulo elástico para este recorrido sería $a=0.0144$. El valor de $R=0.969$ y la función "F de Snedecor" sería de 221. Ahora bien la distribución de los residuos presenta un comportamiento cuasi-bimodal, lo cual indica peor adecuación del ajuste al introducir el módulo elástico, respecto del ajuste sin módulo elástico que ya presentaba algún pequeño problema en los residuos.

Para el módulo elástico de la aleación de aluminio hemos ajustado la función de dependencia con la temperatura

$$\mu(T) = 73510 \cdot \left[1 - \frac{T - 300}{933} \cdot \left(\frac{2}{3} \right) \right] \quad (350)$$

con el módulo en MPa y la temperatura en K, para una temperatura de fusión de 933 K.

Las variaciones observadas en el ajuste (no son representativas de los resultados a posteriori con el tratamiento matemático que se provee) son para $\Delta \ln(A)=5.34$, para $\Delta Q=8300$ cal/mol, para $\Delta n=0.17$. Que en valores relativos serían de 15%, 15%, y 3%.

Hemos utilizado los resultados del ensayo de torsión para el Titanio para contrastar el resultado con diferentes funciones de módulo elástico de la bibliografía, lo cual no es un hecho aislado en nuestro trabajo, pues lo hemos realizado para todos y cada uno de los materiales sometidos a estudio. De diferentes fuentes bibliográficas se obtienen valores del módulo elástico que para bajas temperaturas presentan discrepancias (T del orden de 500 K) del orden del 15% y para altas temperaturas llegan a ser del 57%. Los resultados, para una función de distribución del módulo elástico E_2 , (Anexo 5), son $\ln(A)=37.52$, $Q=98103$, $n=1.97$, $\alpha=1024$ o en escala equivalente reducida 0.014, con $R=0.993$ y $F=1017$, los residuos presentan un 3% de los mismos fuera del intervalo de confianza del 95% para la normalidad. Este ajuste es sumamente bueno. Para el

módulo elástico E4 (Anexo 5.) hemos conseguido los siguientes resultados $\ln(A)=29.32$, $Q=79157$ cal/mol, $n=1.95$, $\alpha=740$ en escala equivalente 0.015 y $R=0.991$. Estos resultados se contrastan con los resultados del ajuste sin módulo elástico que son $\ln(A)=38.79$, $Q=101000$, $n=1.96$, $\alpha=0.016$ y $R=0.993$. Para el módulo elástico del Titanio se presenta al agravante de que en el rango de temperaturas del ensayo [1073-1270] K se produce una transición de fase, y como el recorrido de tensiones también es amplio [10-140] MPa y velocidades entre $7 \cdot 10^{-5}$ y 5 seg^{-1} . Esto hace que la función para la dependencia del módulo elástico con la temperatura en la referencia E4 sea:

$$\mu(T) = \Phi(1156 - T) \cdot 110000 \cdot \left[1 - \frac{T - 300}{1933}\right] \cdot (1.2) + \\ + (1 - \Phi(1156 - T)) \cdot 51660 \cdot \left[1 - \frac{T - 300}{1933}\right] \cdot (0.5)$$

(351) siendo $\Phi(x)$ la función de Heaviside, y el modulo elástico en MPa, y T en K

Las diferencias entre los valores de Q para los dos módulos elásticos de comparación son de 19000 calorías/mol y respecto del valor para el ajuste sin módulo elástico sería de 3000 o 23000 cal/mol según sea E2 o E4 el referente de contraste.

Para el estudio del acero anteriormente mencionado hemos tratado 38 datos experimentales resultados del ensayo de torsión correspondiente, con velocidades de deformación entre 0.73 y $30 \text{ seg}^{(-1)}$ temperaturas entre 1123 y 1273 K, y tensiones entre 50 y 230 MPa. El tratamiento sin módulo elástico presenta los resultados $\ln(A) = 26.70$, $Q=75151$, $n=4.56$, $a=0.012$ y $R=0.969$ $F= 275$ e intervalos de [24.6-28.8], [69000-81298] cal/mol, [4.24,4.9] al 95% de confianza, con una distribución de residuos aceptable, con algún punto absolutamente "outlier", que hace parecer la distribución ligeramente bimodal, lo cual se justificaría perfectamente por el cambio de fase, que sólo quedaría recogido por el tratamiento con módulo elástico. El módulo elástico recogido de la bibliografía varía desde 153160 MPa para $T=1123$ K a 141126 MPa para $T= 1373$ K. El tratamiento con el módulo elástico presenta los siguientes resultados $\ln(A)=23.1$

Q=65728, n=4.32, α =1814 y R=0.954 con F=176 e intervalos al 95% de confianza [20.71-25.49], [58800-72666] cal/mol, [3.94-4.70] respectivamente. Este ajuste es significativamente peor que el del caso anterior. Los residuos siguen presentando una distribución bimodal de frecuencias, pero más acusada y el valor de alfa(α) en la escala equivalente es 0.012.

El plano de residuos del aluminio presenta un sesgo más anómalo en el caso de aplicación con tensiones compensadas por el módulo elástico que sin compensar por el mismo. El plano de residuos del acero es mucho más sesgado con módulo elástico que sin él. El plano de residuos del Titanio es muy correcto en ambos casos.

Hemos presentado la secuencia de información obtenida en el tratamiento numérico de los tres materiales que presentamos como ejemplificación. En las tres etapas del tratamiento. Hemos indicado en cada caso la información que se obtiene. En general los resultados obtenidos en estos tres casos de ejemplificación se mantiene como línea general en los veinte materiales estudiados, como veremos posteriormente.

5.8 TRATAMIENTO DE DIVERSOS MATERIALES. ANÁLISIS COMPARADO DE LOS RESULTADOS DE LA BASE DE DATOS DE 20 MATERIALES DEL ANEXO-1, EN EL CASO DE COMPENSACIÓN DE LA TENSIÓN CON EL MÓDULO ELÁSTICO FRENTE AL CASO ALTERNATIVO SIN COMPENSAR CON EL MÓDULO ELÁSTICO.

Hemos utilizado la base de datos general del Anexo 1 indicada en el apartado del tratamiento numérico, y hemos aplicado a todos los materiales incluidos en la misma el ajuste con tensiones compensadas por el módulo elástico. Presentamos los resultados para la primera y segunda etapa del paquete de programas, ya que son estas las que ofrecen mayores posibilidades de análisis estadístico y de comparación con los resultados del tratamiento sin módulo elástico, por otra parte el objetivo de esta investigación se alcanza comparando con cualquiera de las tres etapas del ajuste, por ello lo hacemos con dos de ellas

que son las que mayor garantía e información estadística nos proporcionan. En las tablas [24] y [25] podemos ver los resultados de los tratamientos en forma resumida. En la tabla [26] podemos ver los resultados comparados para $\ln[A]$, Q y n en ambos casos de ajuste sin y con módulo elástico. En la Fig. [75], podemos observar que la constante $\ln(A)$ es generalmente menor en el ajuste con módulo elástico que sin el, pero con una gran dispersión en los resultados. En la Fig. [76], podemos observar los errores relativos entre ambos casos y eliminados los casos anómalos, la mayoría de los materiales presentan una diferencia relativa inferior al 20%. La Fig [77], muestra la misma relación para el caso de la constante n , podemos ver que en muchos materiales, prácticamente se obtiene el mismo valor de n con y sin módulo elástico 9 de 18, y el resto de los casos presenta una proximidad muy alta excepto un caso que manifiesta claramente lo inadecuado de la aplicación del módulo elástico elegido. También constatamos que la tendencia de la aplicación del módulo elástico es disminuir sobre un 20% como máximo, el valor de n , aunque la mayoría de los materiales 15 de 18 presentan una variación menor del 10%. En la Fig. [79] se puede observar el efecto de la aplicación del módulo elástico sobre la energía aparente de activación para la fluencia. El comportamiento de la energía de activación es diferente al de las restantes constantes, por una parte disminuye la energía de activación al aplicar el módulo elástico siendo esta disminución selectiva por familias de materiales y por segregada según valores de la energía de activación, cuanto más alta es la energía mayor es la disminución alcanzando para energías altas desviaciones relativas del orden del 25% y para energía bajas del orden del 7%.

En las Tablas (27), (28), (29), (30), (31), (32), (33), (34), (35) se pueden observar los resultados para la base de datos de materiales del Anexo 1 (código 1), sus relaciones, rangos de trabajo, composiciones químicas, en su caso tamaños de grano, etc.

Tras todo el anterior análisis y los estudios comparados realizados podemos obtener una serie de conclusiones que resumidas son:

- 1) La aplicación del módulo elástico no mejora la capacidad predictiva de los ajustes.
- 2) Es precisa para comparar algunas hipótesis sobre las energías de activación.
- 3) Apenas afecta al exponente n del ajuste.
- 4) Presenta valores de alfa(α) reducidos similares.
- 5) Afecta mucho y de forma aleatoria a la constante de entropía.
- 6) No es un elemento de referencia objetivo el uso de la base documental de módulos de elasticidad.
- 7) Sólomente se podrá sostener una discusión consistente, cuando cada aleación o cada material sea tratado con el módulo elástico experimental obtenido específicamente para la misma. Mientras tanto, en algunos casos la idoneidad de los módulos referenciados en la bibliografía y las correcciones teóricas que se pueden hacer, puede ser alta pero en otros se prueba muy deficiente.

Material		log(A)	Q	n	α	R	F	n	σ_e
1)D07	me9	28.24	65018	5.27	328.400	.9497	138	33	0.259
2)D04	me9	14.72	52578	1.81	1602.00	.973	150	20	0.113
3)T11		24.54	78920	1.95	740.000	.991	740	33	
4)A1	mec	20.09	52412	4.59	494.2334	.996	874	16	.012
5)A7	mec	29.98	77136	4.97	1164.200	.9703	88.42	14	0.124
6)M9	mec	30.06	81030	4.59	573.339	.982	176.4	16	0.123
7)1B	mec	40.6	61014	5.59	29.9	.9967	754.2	13	.019
8)4B	mec	22.6	59209	4.16	547.3	.985	201.16	15	.038
9)2B	mec	43.08	52203	5.58	10	0.988	211.15	13	.032
10)T11	mec	38.98	61613	5.54	36.53	.986	236	16	.038
11)3B	mec	24.32	55673	5.37	320.68	.982	133	13	.06
12)D02	mec	39.85	62001	5.48	36.53	.996	729	16	.01
13)A1	mal	35.78	58993	6.51	755.000	.9697	221	31	
14)D09	me1	30.57	91615	4.85	948.8	.933	101	33	.228
15)D06	me9	33.84	99587	2.28	1104.5	.978	297	29	.098
16)D08	me9	43.07	127670	2.27	892.23	.966	174	28	.115
17)POL.1		23.1	65728	4.32	1810.0	.954	659	47	
18)POL.1		21.82	60233	3.94	713.340	0.968	259	38	
19) I1	mec	20.35	70168	1.33	1178.9	.833	48	46	
CASOS ESPECIALES - (con anomalías) - ESTUDIADOS CON AJUSTES "AD-HOC"									
PARA LA TENSION CORREGIDA DE MODULO ELASTICO									
20)4B*	(σ/μ) ^{1.5} mec	30.26	55589	3.85	1495.033	.962	78.28	15	.097
21)D07	CORREG. me5	21.10354	40319	5.90	122.77	.9586	170	33	.2146
22)D07	(σ/μ) ^{1.5} me9	30.05	61157	4.03	1988.733	.946	130	33	0.273
23)A7	CORREG. me1	27.63	70580	5.007	368.2	.9702	88.31	14	.124
24)4B	(σ/μ) ^{1.5} mec	24.60	58895	3.22	7750	.984	188	15	.041

mcarsi

Tabla(24). Resumen de los resultados de los ajustes para todos los materiales indicados en el anexo 1, realizados con la tensión de fluencia compensada con el módulo de elasticidad. Resultados obtenidos en la primera etapa del programa (código 1).

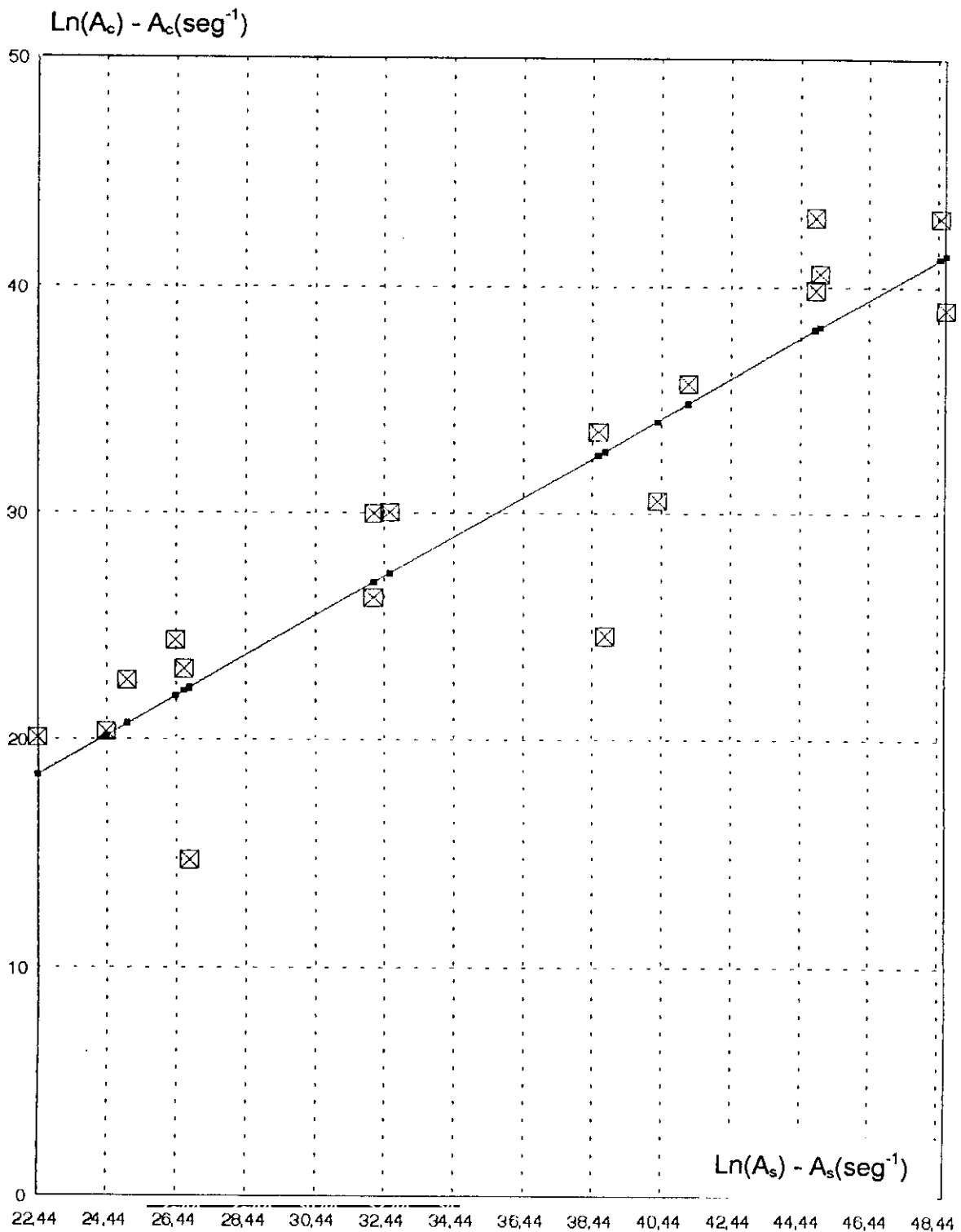
Material		log(A)	Q	n	α	R	Fun	ϵ_x	
1)D07	me9	28.30	84831	5.28	323.88		0.25	0.20 0.25	33
2)D04	me9	14.35	52571	1.29	2253.07		0.10	0.14 0.16	20
3)T11		29.34	79674	1.95	737.148				33
4)A1	mec	20.03	52414	4.57	500.02		.01	.06 .06	16
5)A7	mec	29.87	77141	4.97	432.28		.11	.2 .27	14
6)M9	mec	30.06	81046	4.59	573.48		.11	.13 .14	16
7)1B	mec	40.22	60834	5.51	26.54		.62	.32 .38	13
8)4B	mec	22.85	59197	4.18	542.2		.03	.10 .11	15
9)2B	mec	81.5	52205	5.56	0.36		.035	.08 .08	13
10)T11	mec	44.54	81609	5.54	13.25		0.04	.10 .11	16
11)3B	mec	24	55659	5.38	317.8		.05	.10 .12	13
12)D02	mec	40.88	59245	5.38	109.71		5.80	3.30 3.68	16
13)A1	mal	38.08	57728	6.45	285.86		.23	.06 0.07	31
14)D09	me1	30.57	91543	4.98	643.46		.22	.18 .21	33
15)D06	me9	33.64	99472	2.27	1095.41		.094	.18 .20	29
16)D08	me9	43.01	127384	2.29	880.13		.11	.17 .19	28
17)POL.1	mec	23.80	68258.8	4.28	727.38		.12	.15 .14	38
18)POL.1									
19) I1	mec	20.48	70117	1.53	1552.329				46
CASOS ESPECIALES - (con anomalías) - ESTUDIADOS CON AJUSTES "AD-HOC"									
PARA LA TENSION CORREGIDA DE MODULO ELASTICO									
20)2B*	(σ/μ) ²	33.17	52204	2.79	3426		.04	.06	
	mec							.09	

Garof

Tabla (25). Resumen de los resultados del ajuste de todos los materiales indicados en el anexo 1, realizados con la tensión compensada con el módulo elástico. Resultados obtenidos en la segunda etapa del programa (código 2)

Material	A _s	A _c	n _s	n _c	Q _s	Q _c
1)D07	32.13	26.24	5.16	5.27	82199	65018
2)D04	26.82	14.72	4.72	1.81	74039	62279
3)TI1	38.8	24.54	1.96	1.95	101001	78920
4)A1	22.44	20.09	4.66	4.59	58234	52411
5)A7	32.14	28.98	4.98	6.036	82748	77136
6)M9	32.6	30.06	4.64	4.59	87845	81030
7)1B	46.02	40.6	5.59	5.59	65584	61014
8)4B	25.03	22.6	4.34	4.16	64162	69209
9)2B	44.88	43.08	5.61	5.56	67316	62203
10)TI11	48.66	38.98	5.52	5.54	66579	61613
11)3B	26.42	24.32	5.96	5.37	81069	55873
12)D02	44.90	39.85	5.48	5.48	66167	62011
13)AI	41.20	35.76	6.36	6.51	66213	56993
14)D09	40.32	30.57	5.84	4.95	114190	91615
15)D03	40.32	30.57	5.84	4.95	114190	91615
16)D06	38.61	33.64	2.36	2.26	113490	99567
17)D08	48.6	43.07	2.42	2.27	142716	127670
18)POL1	26.67	23.1	4.54	4.32	75177	65728
19)I1	24.41	20.35	2.26	1.33	79491	70168

Tabla (26). Resultados comparados de los ajustes de los materiales del anexo 1, en un caso ajustes realizados con la tensión compensada con el módulo elástico, indicados por el subíndice "c", frente a los ajustes con la tensión no compensada, subíndice "s".



A_c - Resultados de ajuste a la ecuación de Garofalo con las tensiones compensadas por el módulo elástico.

A_s - Resultados del ajuste de la ecuación de Garofalo con las tensiones compensadas por el módulo elástico.

Fig.(75). Representación de $\ln(A)$, en el caso del ajuste con tensiones compensadas por el módulo elástico, frente al ajuste sin compensar (en todas las figuras siguientes mod.elas. indica módulo elástico)

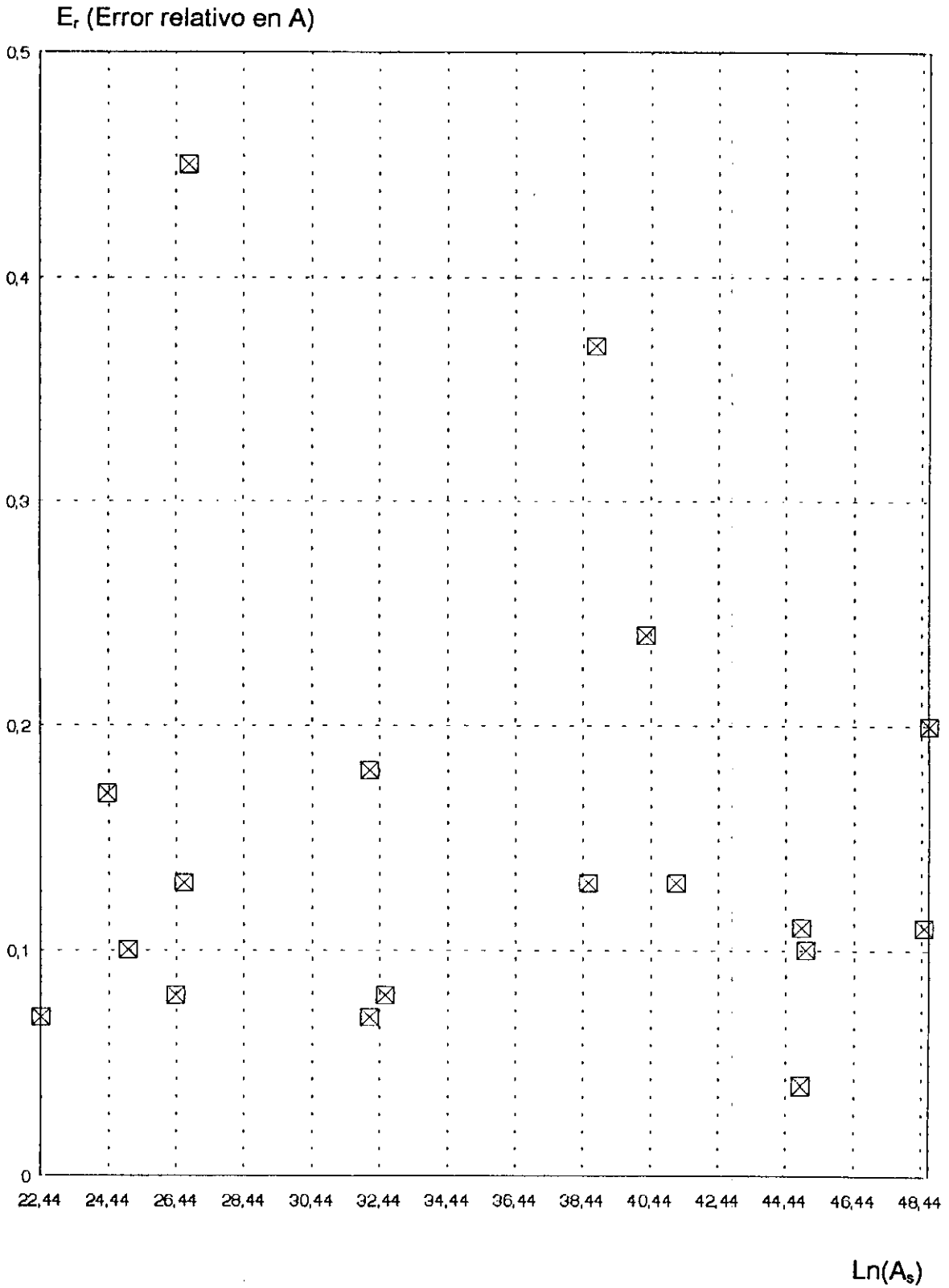


Fig.(76). Representación de los errores relativos de los resultados de los ajustes para $\ln(A)$, producidos por la diferencia en el caso de compensar tensiones con módulo elástico al caso en el que no se compensan, frente a $\ln(A)$, sin compensar.

n_c - Exponente del término senohiperbólico de la ecuación de Garofalo con el ajuste realizado con las tensiones compensadas por el módulo elástico

n_s Exponente del término senohiperbólico de la Ecuación de Garofalo con el ajuste realizado con las tensiones sin compensar por el módulo elástico

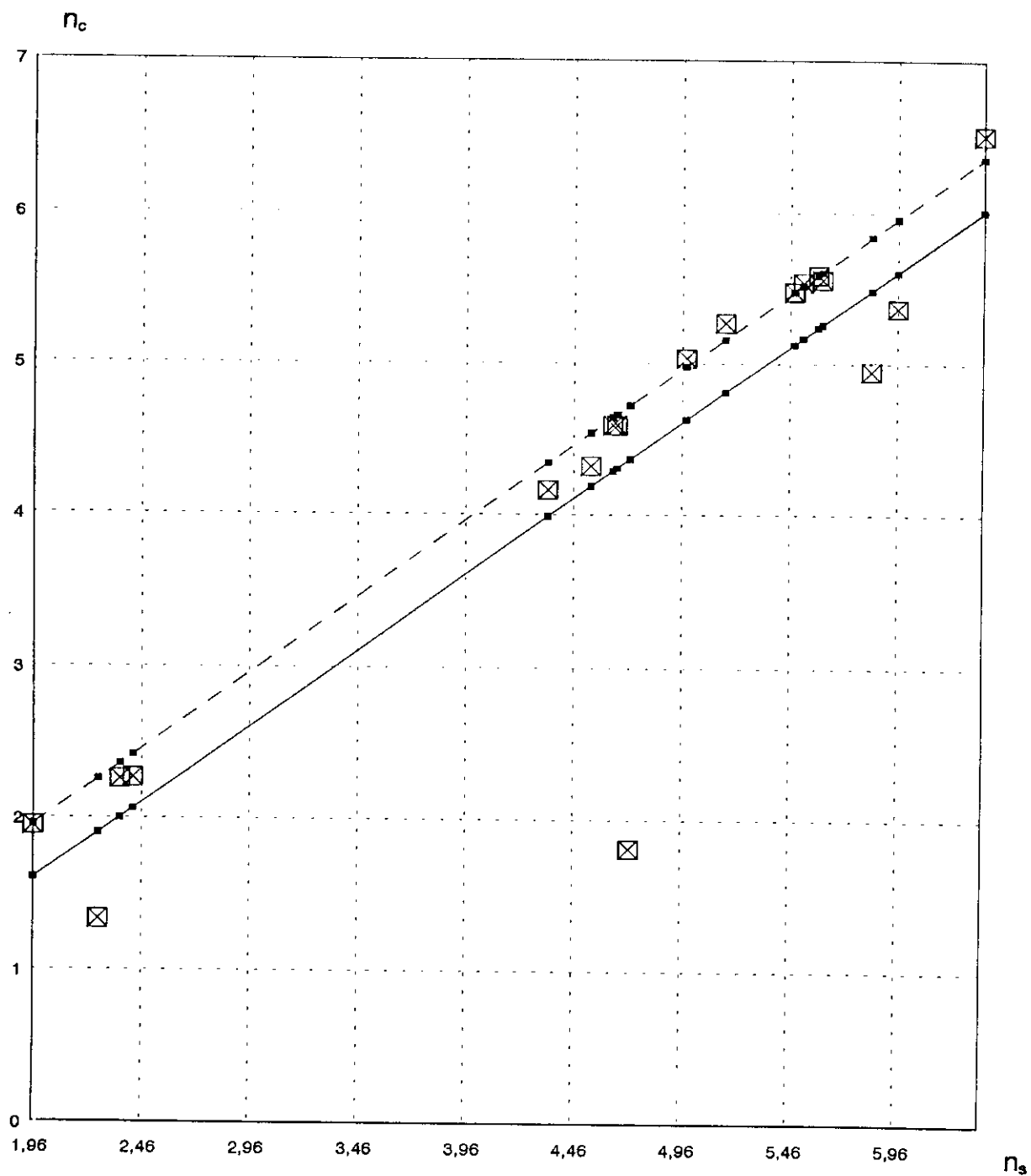


Fig.(77). Representación de los resultados obtenidos para la constante "n", en los ajustes con las tensiones compensadas de módulo elástico, frente a los resultados obtenidos en los ajustes cuando la tensión no ha sido compensada. (materiales del anexo 1)

ERROR RELATIVO

E_r (Error relativo en n)

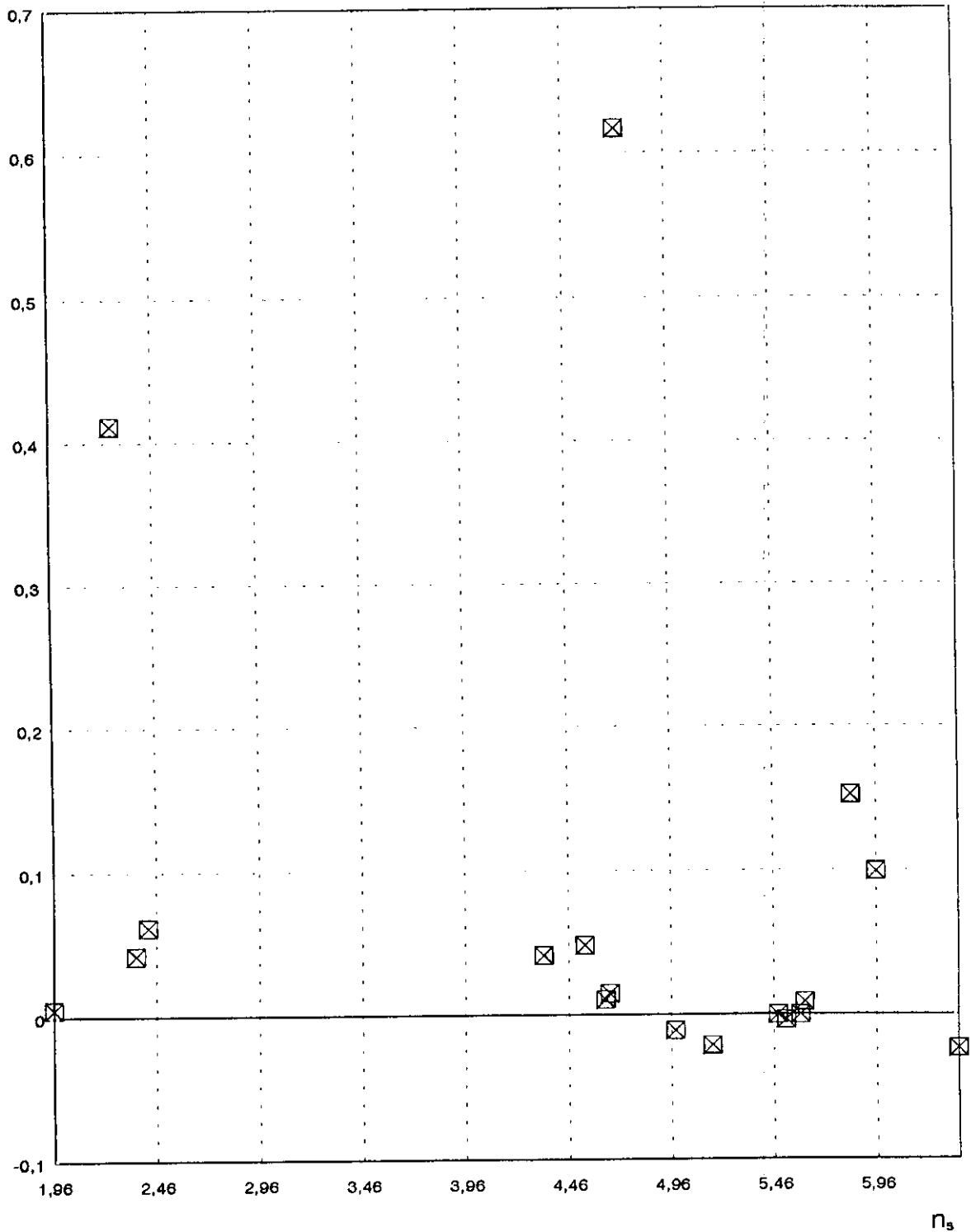
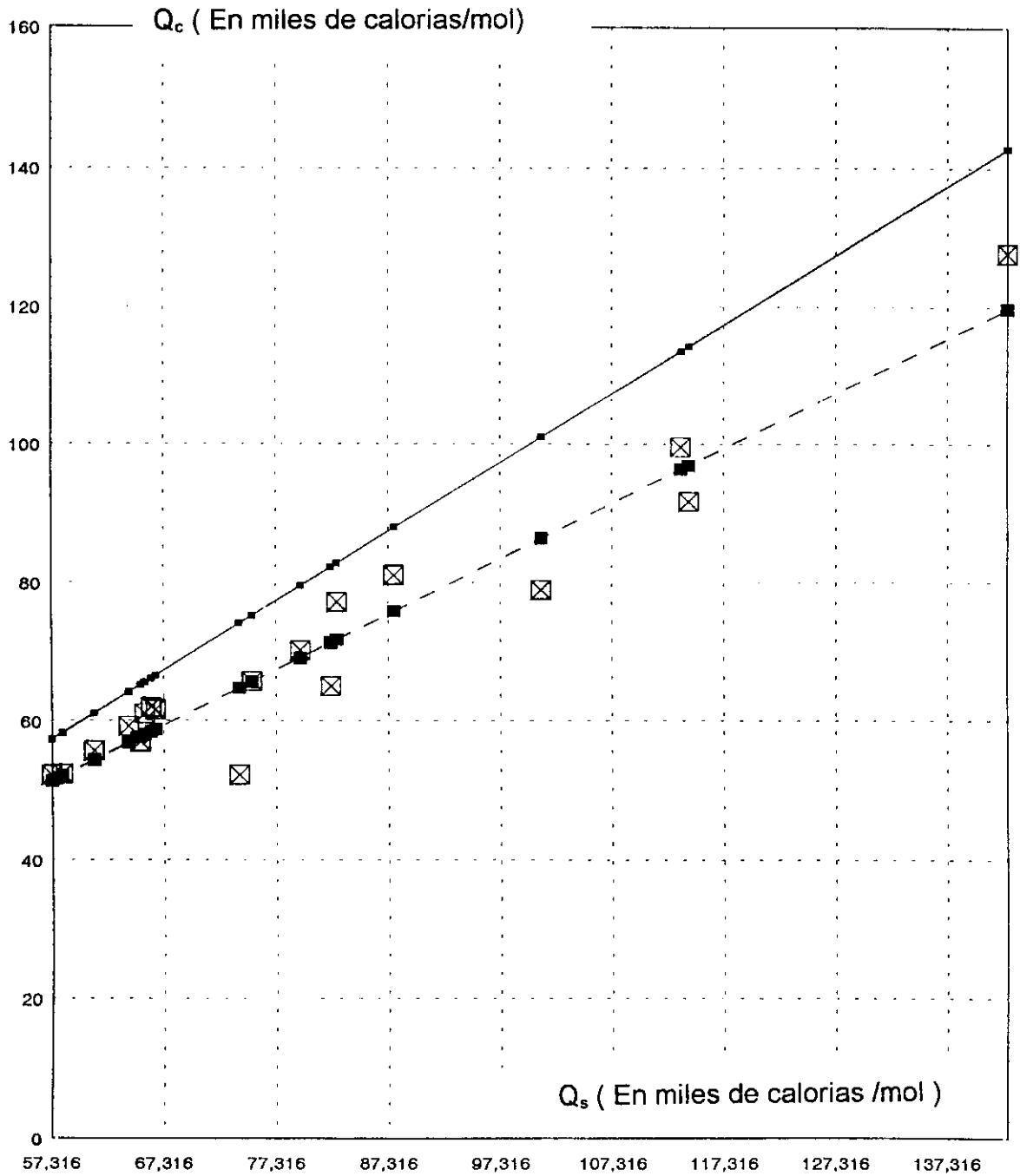


Fig.(78). Representación de los errores relativo correspondientes a los resultados de la fig.(77), frente a los resultados de los ajustes cuando la tensión no ha sido compensada por el módulo elas.

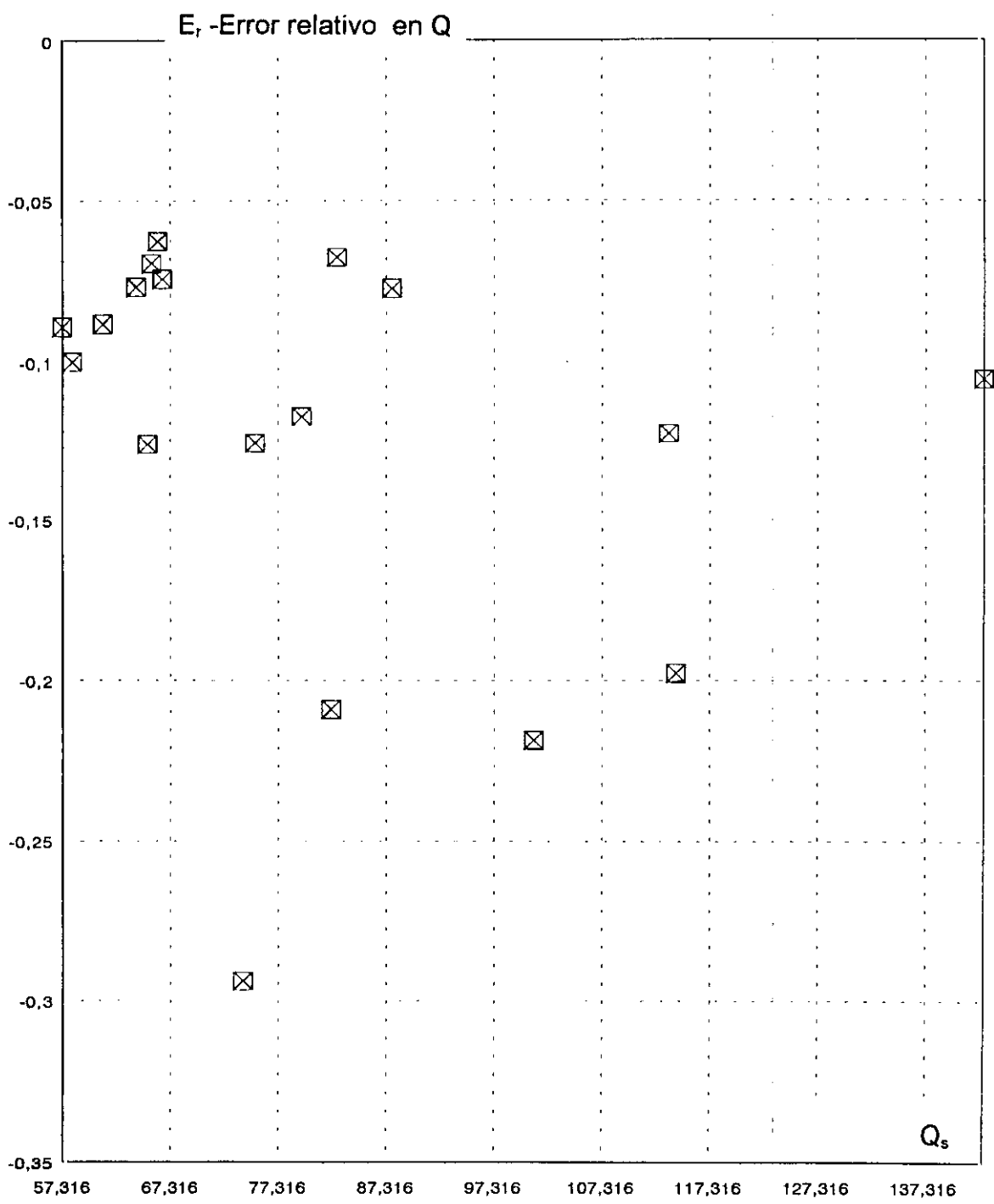
Q AJUSTE CON M.E. (Miles)



Q AJUSTE SIN M.E.

Fig.(79). Representación de los resultados para la energía de activación aparente en el caso de los ajustes de los materiales del anexo 1, cuando se ha compensado la tensión con el módulo elástico frente a los resultados cuando la tensión no ha sido compensada.

ERROR RELATIVO



Q AJUSTE SIN M.E.

Fig.(80). Representación de los errores relativos correspondientes a los resultados de la fig.(79), frente a los resultados de la energía de activación, cuando las tensiones no han sido compensadas por el módulo elástico.

OR	LOGA	Q	N	ALFA	DT	TMAX	TMED	DS	SMA	SME	LVM	RLV
01	32.13	082.199	5.16	0.0080	350	1523	1348	177	220	132	3.22	04.83
02	26.82	074.039	4.72	0.0113	150	1273	1198	110	215	160	3.40	03.86
03	38.80	101.001	1.96	0.0160	197	1270	1172	159	169	090	1.61	11.12
04	22.44	058.234	4.66	0.0091	150	1473	1398	070	126	091	2.62	02.94
05	32.14	082.749	4.98	0.0081	250	1423	1298	087	150	107	2.30	03.51
06	32.60	087.845	4.64	0.0108	240	1513	1393	113	143	088	3.04	04.65
07	50.15	066.036	5.60	0.0001	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24
08	45.02	065.584	5.58	0.0003	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24
09	25.03	064.152	4.34	0.0090	373	1473	1287	171	228	143	2.64	03.84
10	44.88	057.316	5.61	0.0002	250	1473	1348	174	252	165	2.64	03.84
11	48.66	066.579	5.52	0.0002	250	1473	1348	093	156	110	2.64	03.84
12	26.42	061.069	5.96	0.0060	373	1473	1287	159	227	148	2.64	03.84
13	44.90	066.167	5.48	0.0004	323	1423	1261	206	260	157	3.04	02.35
14	41.20	065.213	6.36	0.0150	200	0823	0723	093	107	061	-4.5	06.27
15	40.32	114.190	5.84	0.0112	375	1523	1334	174	225	138	3.22	04.83
16	38.61	113.490	2.36	0.0250	275	1548	1411	123	134	073	2.99	04.61
17	48.50	142.716	2.42	0.0198	200	1523	1423	150	163	089	2.99	04.61
18	44.90	066.167	5.48	0.0004	323	1423	1262	207	261	158	3.04	3.044
19	26.67	075.177	4.54	0.0125	350	1473	1298	173	230	144	3.40	4.020
20	24.41	079.491	2.26	0.0198	450	1523	1298	330	385	220	3.24	4.850

TABLA DE DATOS

Tabla (27). Resultados de los ajustes y de las variables de trabajos de los ensayos de todos los materiales del anexo1, (mejor ecuación de Garofalo con código 1) con las tensiones no compensadas por el módulo elástico.

TABLA DE DATOS - CREEP 1.

N	ln(A)	Q	n	α	ΔT	T_{max}	T_{med}	$\Delta\sigma$	σ_{max}	σ_{med}	$\ln(\epsilon_{max})$	$\Delta\ln(\epsilon)$
01	32.13	082199	5.16	0.0080	350	1523	1348	177	220	132	3.22	04.83
02	26.82	074039	4.72	0.0113	150	1273	1198	110	215	160	3.40	03.86
03	38.80	101001	1.96	0.0160	197	1270	1172	159	169	090	1.61	11.12
04	22.44	058234	4.66	0.0091	150	1473	1398	070	126	091	2.62	02.94
05	32.14	082749	4.98	0.0081	250	1423	1298	087	150	107	2.30	03.51
06	32.60	087845	4.64	0.0108	240	1513	1393	113	143	088	3.04	04.65
07	50.15	066036	5.60	0.0001	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24
08	45.02	065584	5.58	0.0003	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24
09	25.03	064152	4.34	0.0090	373	1473	1287	171	228	143	2.64	03.84
10	44.88	057316	5.61	0.0002	250	1473	1348	174	252	165	2.64	03.84
11	48.66	066579	5.52	0.0002	250	1473	1348	093	156	110	2.64	03.84
12	26.42	061069	5.96	0.0060	373	1473	1287	159	227	148	2.64	03.84
13	44.90	066167	5.48	0.0004	323	1423	1261	206	260	157	3.04	02.35
14	41.20	065213	6.36	0.0150	200	0823	0723	093	107	061	-4.5	06.27
15	40.32	114190	5.84	0.0112	375	1523	1334	174	225	138	3.22	04.83
16	38.61	113490	2.36	0.0250	275	1548	1411	123	134	073	2.99	04.61
17	48.50	142716	2.42	0.0198	200	1523	1423	150	163	089	2.99	04.61
18	44.90	066167	5.48	0.0004	323	1423	1262	207	261	158	3.04	3.044
19	26.67	075177	4.54	0.0125	350	1473	1298	173	230	144	3.40	4.020
20	24.41	079491	2.26	0.0198	450	1523	1298	330	385	220	3.24	4.850

Tabla (27). Esta tabla es la misma que la anterior, con la única diferencia de que las energías aparentes de activación están en calorías / mol.

COLUMNA 1	ORDEN DEL MATERIAL		
COLUMNA 2	Ln(A)	$[A] = \text{scg}^{-1}$	
COLUMNA 3	Q	[Q] = MILES DE Cal.	Energía aparente de activación para el experimento
COLUMNA 4	N	ADIMENSIONAL	Exponente de la función Sinh($\alpha \cdot \sigma$)
COLUMNA 5	α (ALFA)	$[\alpha] = \text{MPa}^{-1}$	
COLUMNA 6	DT = ΔT	$[\Delta T] = (\text{K})$	Recorrido de temperatura del experimento
COLUMNA 7	TMAX = T_{MAX}	$[T_{\text{MAX}}] = (\text{K})$	Temperatura máxima del experimento
COLUMNA 8	TMED = T_{MEDIA}	$[T_{\text{MEDIA}}] = (\text{K})$	Temperatura media del experimento
COLUMNA 9	DS = $\Delta \sigma$	$[\Delta \sigma] = \text{Mpa}$	Recorrido en tensión efectiva del experimento
COLUMNA.10	SMA = σ_{max}	$[\sigma_{\text{max}}] = \text{MPa}$	Tensión máxima del experimento
COLUMNA 11	SME = σ_{media}	$[\sigma_{\text{media}}] = \text{MPa}$	Tensión media del experimento
COLUMNA 12	LVM = $\text{Ln}(\dot{\epsilon}'_{\text{max}})$	$[\dot{\epsilon}'_{\text{max}}] = \text{scg}^{-1}$	Logaritmo neperiano de la velocidad máxima de deformación del experimento
COLUMNA 13	RLV = $\text{Ln}(\dot{\epsilon}'_{\text{maxima}} / \dot{\epsilon}'_{\text{minima}})$		Recorrido logarítmico de las velocidades de deformación en el experimento

LEYENDA DE LA TABLA DE DATOS

Tabla(28). Explicación de la nomenclatura usada en las diferentes columnas de la tabla (27). Cada denominación "experimento" quiere decir ensayo sobre un material

	OR	LOG_A	Q	N	ALFA
IN1	01	32.13	082199	5.16	0.0080
AC1	02	26.82	074039	4.72	0.0113
TIN	03	38.80	101001	1.96	0.0160
AC2	04	22.44	058234	4.66	0.0091
AC3	05	32.14	082749	4.98	0.0081
AC4	06	32.60	087845	4.64	0.0108
AC5	07	50.15	066036	5.60	0.0001
AC6	08	45.02	065584	5.58	0.0003
AC7	09	25.03	064152	4.34	0.0090
AC8	10	44.88	057316	5.61	0.0002
AC9	11	48.66	066579	5.52	0.0002
A10	12	26.42	061069	5.96	0.0060
DC1	13	44.90	066167	5.48	0.0004
AM1	14	41.20	065213	6.36	0.0150
IN2	15	40.32	114190	5.84	0.0112
IU3	16	38.61	113490	2.36	0.0250
IU4	17	48.50	142716	2.42	0.0198
DC2	18	44.90	066167	5.48	0.0004
A11	19	26.67	075177	4.54	0.0125
IN5	20	24.41	079491	2.26	0.0198

TABLA DE DATOS CREEP				
N	ln(A)	Q (Cal/mol)	n	α
01	32.13	082199	5.16	0.0080
02	26.82	074039	4.72	0.0113
03	38.80	101001	1.96	0.0160
04	22.44	058234	4.66	0.0091
05	32.14	082749	4.98	0.0081
06	32.60	087845	4.64	0.0108
07	50.15	066036	5.60	0.0001
08	45.02	065584	5.58	0.0003
09	25.03	064152	4.34	0.0090
10	44.88	057316	5.61	0.0002
11	48.66	066579	5.52	0.0002
12	26.42	061069	5.96	0.0060
13	44.90	066167	5.48	0.0004
14	41.20	065213	6.36	0.0150
15	40.32	114190	5.84	0.0112
16	38.61	113490	2.36	0.0250
17	48.50	142716	2.42	0.0198
18	44.90	066167	5.48	0.0004
19	26.67	075177	4.54	0.0125
20	24.41	079491	2.26	0.0198

TABLA DE DATOS

Equivalencias de nomenclaturas .

IN1	AC	TIN	AC	AC	AC	AC	AC	AC	AC	AC	A10	DC	AM	IN2	IU3	IU4	DC	A11	IN5
	1		2	3	4	5	6	7	8	9		1	1				2		
01	02	03	04	06	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D07	D04	T11	A1	A7	M8	1B	1B	4B	2B	T11	3B	D02	AL	D09	D06	D08	D02	PO	I1
										1								L1	

Tabla (29). Resumen de la tabla (27). Se presentan equivalencias de nomenclaturas que se han usado para las tablas de resultados con compensación por el módulo elástico y sin compensación por el módulo elástico.

TABLA DE DATOS CREEP4

N	$\ln A$	Q	n	α	ΔT	T_M	T_{ME}	$\Delta \sigma$	σ_M	σ_m	$\ln V$	$R \ln V$	%C	%Mn	%Si	%P	%S	%Cr	%Ni	%Mo	%V	%Al	%Cu	%Ti
01	32.13	082199	5.18	0.0080	350	1523	1348	177	220	132	3.22	04.83	0.12	0.40	0.40	0.00	0.00	9.00	0.00	0.95	0.20	0.00	0.00	0.00
02	28.82	074039	4.72	0.0113	150	1273	1168	110	215	180	3.40	03.88	0.29	1.43	0.38	0.02	0.02	0.11	0.05	0.00	0.15	0.03	0.03	0.00
04	22.44	058234	4.86	0.0091	150	1473	1398	070	126	091	2.62	02.94	0.29	1.28	0.34	0.02	0.03	0.13	0.08	0.01	0.09	0.04	0.13	0.02
05	32.14	082749	4.98	0.0081	250	1423	1298	087	150	107	2.30	03.51	0.38	1.48	0.69	0.01	0.02	0.03	0.03	0.02	0.11	0.04	0.03	0.02
06	32.80	087845	4.84	0.0108	240	1513	1393	113	143	088	3.04	04.65	0.38	1.44	0.59	0.02	0.05	0.00	0.00	0.00	0.09	0.02	0.00	0.02
07	50.15	066038	5.60	0.0001	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24	0.38	1.27	0.30	0.03	0.03	0.00	0.00	0.00	0.25	0.03	0.00	0.04
08	45.02	065584	5.58	0.0003	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24	0.38	1.27	0.30	0.03	0.03	0.00	0.00	0.00	0.25	0.03	0.00	0.04
09	25.03	064152	4.34	0.0090	373	1473	1287	171	228	143	2.84	03.84	0.36	1.55	0.78	0.02	0.03	0.29	0.17	0.10	0.11	0.02	0.20	0.01
10	44.88	057318	5.61	0.0002	250	1473	1348	174	252	185	2.84	03.84	0.30	1.51	0.32	0.02	0.03	0.25	0.14	0.12	0.11	0.02	0.20	0.02
11	48.86	066579	5.52	0.0002	250	1473	1348	093	156	110	2.84	03.84	0.34	1.48	0.73	0.01	0.03	0.23	0.15	0.17	0.10	0.02	0.19	0.00
12	26.42	061069	5.98	0.0080	373	1473	1287	159	227	148	2.64	03.84	0.40	1.69	0.80	0.02	0.04	0.32	0.19	0.12	0.12	0.03	0.23	0.03
15	40.32	114190	5.84	0.0112	375	1523	1334	174	225	138	3.22	04.83	0.12	0.40	0.40	0.00	0.00	9.00	0.00	0.95	0.20	0.00	0.00	0.00
16	38.81	113490	2.38	0.0250	275	1548	1411	123	134	073	2.99	04.61	0.03	1.80	0.90	0.00	0.00	22.0	5.50	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00
17	48.50	142716	2.42	0.0198	200	1523	1423	150	183	089	2.99	04.61	0.03	1.80	0.90	0.00	0.00	22.0	5.50	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	28.87	075177	4.54	0.0125	350	1473	1298	173	230	144	3.40	4.020	0.29	1.43	0.38	0.02	0.02	0.11	0.05	0.00	0.15	0.03	0.03	0.00
20	24.41	079491	2.28	0.0188	450	1523	1298	330	385	220	3.24	4.850	0.08	9.0	0.7	0.00	0.00	18.0	11.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla (30). Descripción de las características, variables de trabajo, y composiciones químicas de un subconjunto de 18 materiales de la base de datos del anexo 1.

COLUMNA 1	ORDEN DEL MATERIAL		
COLUMNA 2	$\ln(A)$	$[A] = \text{seg}^{-1}$	
COLUMNA 3	Q	$[Q]$ Cal.	Energía aparente de activación para el experimento
COLUMNA 4	N	ADIMENSIONAL	Exponente de la función $\text{Sinh}(\alpha \cdot \sigma)$
COLUMNA 5	α (ALFA)	$[\alpha] = \text{MPa}^{-1}$	
COLUMNA 6	$DT = \Delta T$	$[\Delta T] = (K)$	Recorrido de temperatura del experimento
COLUMNA 7	$T_{MAX} = T_{MAX}$	$[T_{MAX}] = (K)$	Temperatura máxima del experimento
COLUMNA 8	$T_{MED} = T_{MEDIA}$	$[T_{MEDIA}] = (K)$	Temperatura media del experimento
COLUMNA 9	$DS = \Delta \sigma$	$[\Delta \sigma] = \text{Mpa}$	Recorrido en tensión efectiva del experimento
COLUMNA 10	$SMA = \sigma_{max}$	$[\sigma_{max}] = \text{MPa}$	Tensión máxima del experimento
COLUMNA 11	$SME = \sigma_{media}$	$[\sigma_{media}] = \text{MPa}$	Tensión media del experimento
COLUMNA 12	$LVM = \ln(\epsilon'_{max})$	$[\epsilon'_{max}] = \text{seg}^{-1}$	°Logaritmo neperiano de la velocidad máxima de deformación en el experimento
COLUMNA 13	$RLV = \ln(\epsilon'_{max}/\epsilon'_{minima})$		Recorrido logarítmico de las velocidades de deformación en el experimento
COLUMNA 14	%C		Tanto por ciento en peso de Carbono en la composición del material
COLUMNA 15	%Mn		Tanto por ciento de Manganeso
COLUMNA 16	%Si		Silicio
COLUMNA 17	%P		Fosforo
COLUMNA 18	%S		Azufre
COLUMNA 19	%Cr		Cromo
COLUMNA 20	%Ni		Niquel
COLUMNA 21	%Mo		Molibdeno
COLUMNA 22	%V		Vanadio
COLUMNA 23	%Al		Aluminio
COLUMNA 24	%Cu		Cobre
COLUMNA 25	%Ti		Titanio

LEYENDA DE LA TABLA DE DATOS

Tabla (31). Explicación y detalle de las columnas de los datos de la tabla (30).

TABLA DE DATOS CREEP

N	ln(A)	Q	n	α	ΔT	T_{max}	T_{min}	Δt	σ_{max}	σ_{min}	ln($\dot{\epsilon}$)	$\Delta \ln \epsilon$	%C	%M	%Si	%P	%S	%Cr	%Ni	%Mn	%V	%Al	%Cu	%Ti	TGM	GTG
05	32.14	062749	4.98	0.0081	250	1423	1298	087	150	107	2.30	03.51	0.38	1.48	0.69	0.01	0.02	0.03	0.03	0.02	0.11	0.04	0.03	0.02	81	0.237
06	32.60	087845	4.64	0.0108	240	1513	1393	113	143	088	3.04	04.65	0.38	1.44	0.59	0.02	0.05	0.00	0.00	0.00	0.09	0.02	0.00	0.02	85	0.243
07	50.15	066006	5.60	0.0001	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24	0.36	1.27	0.30	0.03	0.03	0.00	0.00	0.00	0.25	0.03	0.00	0.04	77	0.203
08	45.02	065584	5.58	0.0003	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24	0.36	1.27	0.30	0.03	0.03	0.00	0.00	0.00	0.25	0.03	0.00	0.04	77	0.203
09	25.03	064152	4.34	0.0090	373	1473	1287	171	228	143	2.64	03.84	0.36	1.55	0.78	0.02	0.03	0.29	0.17	0.10	0.11	0.02	0.20	0.01	84	0.243
10	44.88	057316	5.61	0.0002	250	1473	1348	174	252	165	2.64	03.84	0.30	1.51	0.32	0.02	0.03	0.25	0.14	0.12	0.11	0.02	0.20	0.02	72	0.207
11	48.66	066579	5.52	0.0002	250	1473	1348	083	156	110	2.64	03.84	0.34	1.48	0.73	0.01	0.03	0.23	0.15	0.17	0.10	0.02	0.19	0.00	78	0.227
12	26.42	061069	5.96	0.0060	373	1473	1287	159	227	148	2.64	03.84	0.40	1.69	0.80	0.02	0.04	0.32	0.19	0.12	0.12	0.03	0.23	0.03	65	0.175

Tabla (32). Descripción de las características, variables de trabajo composiciones químicas, y características del tamaño de grano, sintetizadas en un tamaño máximo de grano en el intervalo de temperaturas de trabajo de cada ensayo, así como de un gradiente de tamaño de grano para el mismo rango de temperaturas. Subconjunto de datos de los materiales del anexo. 1

COLUMNA 1	ORDEN DEL MATERIAL		
COLUMNA 2	$\ln(A)$	$[A] = \text{seg}^{-1}$	
COLUMNA 3	Q	$[Q]$ $\lambda \text{ Cal.}$	Energía aparente de activación para el experimento
COLUMNA 4	N	ADIMENSIONAL	Exponente de la función Sinh($\alpha \cdot \sigma$)
COLUMNA 5	α (ALFA)	$[\alpha] = \text{MPa}^{-1}$	
COLUMNA 6	$DT = \Delta T$	$[\Delta T] = (K)$	Recorrido de temperatura del experimento
COLUMNA 7	$T_{MAX} = T_{MAX}$	$[T_{MAX}] = (K)$	Temperatura máxima del experimento
COLUMNA 8	$T_{MED} = T_{MEDIA}$	$[T_{MEDIA}] = (K)$	Temperatura media del experimento
COLUMNA 9	$DS = \Delta \sigma$	$[\Delta \sigma] = \text{Mpa}$	Recorrido en tensión efectiva del experimento
COLUMNA.10	$SMA = \sigma_{max}$	$[\sigma_{max}] = \text{MPa}$	Tensión máxima del experimento
COLUMNA 11	$SME = \sigma_{media}$	$[\sigma_{media}] = \text{MPa}$	Tensión media del experimento
COLUMNA 12	$LVM = \ln(\dot{\epsilon}'_{max})$	$[\dot{\epsilon}'_{max}] = \text{seg}^{-1}$	°Logaritmo neperiano de la velocidad máxima de deformación en el experimento
COLUMNA 13	$RLV = \ln(\dot{\epsilon}'_{maxima} / \dot{\epsilon}'_{minima})$		Recorrido logarítmico de las velocidades de deformación en el experimento
COLUMNA 14	%C		Tanto por ciento en peso de Carbono en la composición del material
COLUMNA 15	%Mn		Tanto por ciento de Manganeso
COLUMNA 16	%Si		Silicio
COLUMNA 17	%P		Fosforo
COLUMNA 18	%S		Azufre
COLUMNA 19	%Cr		Cromo
COLUMNA 20	%Ni		Níquel
COLUMNA 21	%Mo		Molibdeno
COLUMNA 22	%V		Vanadio
COLUMNA 23	%Al		Aluminio
COLUMNA 24	%Cu		Cobre
COLUMNA 25	%Ti		Titanio
COLUMNA 26	$TG = \phi$	$[\phi] = \mu\text{m.}$	ϕ = Tamaño de grano a la T_{max} para el material
COLUMNA 27	$GTG = \Delta \phi$	$[\Delta \phi] = \mu\text{m./K}$	Gradiente del tamaño de grano para el material en el recorrido de temperaturas

LEYENDA DE LA TABLA DE DATOS

Tabla (33) . Detalle, explicación y descripción de cada una de las columnas de resultados y datos de la tabla (32).

TABLA DE DATOS CREEP6

N	lnA	Q	n	α	ΔT	T_{max}	T_{med}	$\Delta\sigma$	σ_{max}	σ_{med}	$\ln\epsilon_m$	$\Delta\ln\epsilon$	Ω	b	D_{ld}	Q_{ld}	D_{bd}	Q_{bd}	n_{pl}	D_{dm}	τ/μ_r
01	32.13	082199	5.16	0.0080	350	1523	1348	177	220	132	3.22	04.83	1.20	2.58	3.7	280	2.0	167	7.5	1.5	6.5
02	26.82	074039	4.72	0.0113	150	1273	1198	110	215	160	3.40	03.86	1.18	2.48	19.	239	11.	174	6.0	1.1e-8	6.2
03	38.80	101001	1.98	0.0160	197	1270	1172	159	169	090	1.61	11.12	1.80	2.90	8.6e-5	151	5.4e-12	153	4.3	7.7e-8	10
05	32.14	082749	4.98	0.0081	250	1423	1298	087	150	107	2.30	03.51	1.18	2.48	19.	239	11.	174	6.0	1.1e-8	6.2
06	32.60	087845	4.64	0.0108	240	1513	1393	113	143	088	3.04	04.65	1.18	2.48	19.	239	11.	174	6.0	1.1e-8	6.2
09	25.03	064152	4.34	0.0090	373	1473	1287	171	228	143	2.64	03.84	1.18	2.48	19.	239	11.	174	6.0	1.1e-8	
14	41.20	065213	6.36	0.0150	200	0823	0723	093	107	061	-4.5	06.27	1.66	2.86	17.	142	0.5	084	4.4	3.4e-6	7.2
16	38.61	113490	2.36	0.0250	275	1548	1411	123	134	073	2.99	04.61	1.21	2.58	3.7	280	2.0	167	7.5	1.5	6.5
17	48.50	142716	2.42	0.0198	200	1523	1423	150	163	089	2.99	04.61	1.21	2.58	3.7	280	2.0	167	7.5	1.5	6.5
20	24.41	079491	2.26	0.0198	450	1523	1298	330	385	220	3.24	4.850	1.21	2.58	3.7	280	2.0	167	7.5	1.5	6.5

Tabla (34). Detalle de los resultados de los ajustes, variables de trabajo, así como de algunas constantes de microestructura de un subconjunto seleccionado de 10 datos de la base de datos general del anexo 1.

COLUMNA 1	ORDEN DEL MATERIAL		
COLUMNA 2	LOG A=Ln(A)	[A]=seg ⁻¹	
COLUMNA 3	Q	[Q]=kJ/mol % Cal.	Energía aparente de activación para el experimento
COLUMNA 4	N	ADIMENSIONAL	Exponente de la función Sinh(ασ)
COLUMNA 5	α (ALFA)	[α]=MPa ⁻¹	
COLUMNA 6	DT=ΔT	[ΔT]=(K)	Recorrido de temperatura del experimento
COLUMNA 7	TMAX=T _{MAX}	[T _{MAX}]=(K)	Temperatura máxima del experimento
COLUMNA 8	TMED=T _{MEDIA}	[T _{MEDIA}]=(K)	Temperatura media del experimento
COLUMNA 9	DS=Δσ	[Δσ]=MPa	Recorrido en tensión efectiva del experimento
COLUMNA 10	SMA=σ _{max}	[σ _{max}]=MPa	Tensión máxima del experimento
COLUMNA 11	SME=σ _{media}	[σ _{media}]=MPa	Tensión media del experimento
COLUMNA 12	LVM=Ln(v' _{max})	[v' _{max}]=seg ⁻¹	*Logaritmo neperiano de la velocidad máxima de deformación en el experimento
COLUMNA 13	GLV=Ln(v' _{max} /ε' _{minima})		Recorrido logarítmico de las velocidades de deformación en el experimento
COLUMNA 14	VA=Ω	[Ωx10 ⁻²⁹]=m ³	Volumen atómico material-Datos aleaciones apropiadas de tablas Frost and Ashby Pergamon - Press 1982 pag.62(*)
COLUMNA 15	V.B.=b	[bx10 ⁻¹⁰]=m	Vectores de Burgers red del material(*)
COLUMNA 16	DLD=D _v	[D _v x10 ⁻⁸]=m ² /seg	Factor pre-exponencial para Difusión en la red(*)
COLUMNA 17	QLD=Q _v	[Q _v]=kJ/mol	Energía de activación para difusión en la red(*)
COLUMNA 18	DBD=D _b	[D _b x10 ⁻¹⁵]=m ² /seg.	Factor pre-exponencial para la difusión por fronteras(*)
COLUMNA 19	QBD=Q _b	[Q _b]=kJ/mol	Energía de activación aparente para difusión por frontera de grano(*)
COLUMNA 20	NPL=n	[n]=adimensional	Exponente para la "Power-law creep"(*)
COLUMNA 21	DDM=A	[Ax10 ¹²]	Constante de Dorn para "Power law creep"(*)
COLUMNA 22	TAU=τ/μ	[τ/μ]=adimensional	Tensión de fluencia a 0K pnormalizada a modulo de cizalla para deslizamiento controlado por obstáculos.(*)

LEYENDA DE LA TABLA DE DATOS 5

Tabla (35). Detalle de las columnas de la tabla (34)

Capítulo. 6.

“Módelos físicos teóricos para la fluencia en estado estacionario”

6. MODELOS FÍSICOS TEÓRICOS PARA LA FLUENCIA EN ESTADO ESTACIONARIO.

Nuestro trabajo se centra en la obtención de ajustes precisos, y fiables para la ecuación de estado de la fluencia en materiales metálicos policristalinos. Para ello, hemos adoptado como mejor ecuación, la ecuación de Garofalo. Superadas las dificultades de índole matemática y estadística, se han abordado dos trabajos de forma paralela; Uno valorar la aplicabilidad de la ecuación de Garofalo, como predictora y reproductora de procesos plásticos, el otro verificar su capacidad de producir información de base física sobre los procesos de conformado de los materiales:

Estabilidad, eficiencia, entropía sensibilidades, etc.

Por todo lo anterior es preciso abordar la revisión de la validez física de la ecuación de Garofalo y a ser posible encontrar una fundamentación teórica para la misma que permita valorar físicamente los parámetros de ajuste que matemáticamente sólo tienen una importancia numérica.

Hemos realizado una revisión de todos los modelos de mayor significación histórica, para analizar la posible consistencia física de las ecuaciones, empíricas o fenomenológicas de la fluencia plástica. Hemos terminado el proceso elaborando un sencillo modelo propio que pretende justificar la validez física de la Ecuación de Garofalo, y del cual extraemos un conjunto de conclusiones que hemos contrastado con los resultados experimentales, basándonos en modernos tratamientos estadísticos del análisis multivariante, que incluimos en el capítulo 8.

Dadas las diferencias experimentales observadas, la primera gran clasificación para abordar modelos teóricos de la fluencia plástica, es la que induce la temperatura. Para distinguir los ámbitos de trabajo respecto de la temperatura se usa la temperatura homologa como cociente de la temperatura de trabajo respecto de la de fusión del material, y con este parámetro se distinguen rangos de trabajo en frío hasta temperaturas homologas menores de 0.4, trabajo en templado, entre 0.4 y 0.6, y trabajo en caliente por encima de 0.6. Como toda división arbitraria, es amplia en la bibliografía la polémica sobre estos rangos, ya que en muchos casos depende de características propias de cada material. No

obstante y con todas las críticas posibles hemos adoptado estos intervalos como validos para analizar los procesos.

6.1 PLASTICIDAD A BAJA TEMPERATURA

Los mecanismos de fluencia y "creep" se prestan, (cómo ya hemos revisado en capítulos anteriores) a cierta confusión en la literatura, ya que se producen y aplican a materiales muy diversos [94]; metales puros, cristales puros metálicos, estructuras policristalinas, aleaciones, cerámicas, amorfos, polímeros, concreto, etc.

Podemos observar en un esquema del trabajo de Barber [94] una clasificación organizada a partir de las velocidades de deformación que para otros autores puede ser polémica, pero que en cualquier caso es indicativa. Se puede ver una adaptación de la misma en la Fig.(81). En la misma se puede observar el uso polisémico del término "creep".

Lo más usual es admitir como "creep" el estado estacionario de la fluencia plástica. No obstante en trabajos clásicos de la bibliografía se trata como "creep" todos los procesos de flujo plástico tanto el estado estacionario, como el de transición de trabajo elástico a plástico, como el terciario o de transición a ruptura.

Es usual encontrar, en algún ámbito de estudio de la metalurgia física, el interés centrado en los procesos de fluencia a altas temperaturas, por razones de interés práctico y sobre de todo por sus aplicaciones industriales, pero no es excluyente, dado que también en la industria existen conformados a baja y media temperatura. Los rangos en T/T_m (siendo T_m la temperatura de fusión), son; para alta temperatura [0,6-0.98], para media [0,4-0,6] y para baja el límite superior estaría en 0,4.

Un objetivo de esta revisión, es constatar la influencia de algunos parámetros de estructura que aparecen en los diferentes modelos de alta y baja temperatura, ya que la influencia de un parámetro de estructura, no es fácilmente detectable en el ámbito fenomenológico de las ecuaciones de estado que rigen la fluencia estacionaria en los procesos que ocurren a alta temperatura. No obstante el análisis de algunos parámetros como el modulo elástico indica que en trabajos a baja temperatura pueden tener gran influencia las anomalías del mismo.

Es muy probable que se produzca fluencia (por debajo de la tensión de corte ideal) por movimiento conservativo o desplazamiento de dislocaciones [37] (Frost and Ashby), en algunos policristales con un adecuado número de sistemas de deslizamiento útiles. Éste es un movimiento limitado por obstáculos de varios tipos:

- a.- Interacción de dislocaciones potencialmente móviles con otra ancladas
- b.- Interacción con elementos del soluto o con precipitados.
- c.- Interacción con fronteras de grano
- d.- Interacción con la resistencia de la red

Las interacciones y su tipo determinan la velocidad de fluencia a una velocidad de deformación dada y también el campo de tensiones.

Está aceptado [37] que el campo de tensiones de muchos materiales policristalinos no depende significativamente de la velocidad de deformación.

Como los procesos de "deslizamiento de dislocaciones", son procesos cinéticos, una cierta densidad de dislocaciones móviles, desplazándose a través de una red de obstáculos fijos, debido a la baja temperatura, con una velocidad promedio dada, que esta definida o condicionada por el balance entre la energía causante del desplazamiento de las dislocaciones y la energía disipativa de la oposición de los obstáculos, puede venir dada por la ley de Orowan (1940) [95], fig.(83):

$$\dot{\gamma} = \rho_m \cdot b \cdot \bar{v} \quad (352)$$

Donde v es la velocidad media de dislocaciones, b es el módulo del vector de Burgers y ρ_m es la densidad media de las dislocaciones móviles.

Podemos observar en la figura (82), algunas representaciones esquemáticas de los posibles procesos que subyacen a la fluencia, como anteriormente hemos referido.

Según Argón [96] y con los resultados clásicos en la bibliografía [97] (Evans and Rawlings), una expresión más desarrollada es:

$$\dot{\gamma} = \alpha \left(\frac{\sigma_s}{\mu \cdot b} \right)^2 \cdot M \cdot (\sigma_s \cdot b) \cdot b \quad (353)$$

siendo M y α factores de ajuste, M es la movilidad, y μ es el módulo de cizalla. En general el exponente de la tensión en la determinación de la densidad y de la velocidad depende del tipo de obstáculos de que se trate, ver fig.(83) y (84).

A) DESPLAZAMIENTO DE DISLOCACIONES

La ecuación (353) presenta una primera dependencia con la tensión con un exponente 3, pero esto es solo una primera aproximación, en general el exponente para μ y para σ_s depende del tipo de obstáculo que controle el deslizamiento. Existen obstáculos discretos que son sobrepassados individualmente por las dislocaciones, como es el caso de los dispersoides de tamaño grande o de determinados precipitados. También existen elementos de corte (frenado, obstrucción) del proceso como son los "bosques" de dislocaciones, también hay obstáculos colectivos que son sobrepassados de forma colectiva como son las barreras difusas, o como es la fricción de la red, o una solución sólida concentrada

B) INFLUENCIA DE OBSTÁCULOS- OBSTÁCULOS DISCRETOS

La velocidad de dislocaciones en un policristal queda determinada por la intensidad y densidad de los obstáculos **discretos** que contiene el material. La velocidad media de un segmento de dislocación es [37]:

$$\bar{v} = \beta \cdot b \cdot \nu \cdot e^{-\frac{\Delta G(\sigma_s)}{k.T}} \quad (354)$$

donde $\Delta G(\sigma)$ es la energía libre de Gibbs para la activación para el corte o para sobrepassar un obstáculo según sea el caso, ν es la frecuencia, b el v.d. Burgers. y las demás constantes son las usuales. La función $\Delta G(\sigma)$ depende de la distribución de obstáculos y de su forma. Una distribución de obstáculos uniforme con forma de cajas conduce a un resultado sencillo, pero evidentemente fruto de la simplificación:

$$\Delta G(\sigma_s) = \Delta F \cdot \left(1 - \frac{\sigma_s}{\tau}\right) \quad (355)$$

donde ΔF es la energía libre total o energía de activación requerida para sobrepasar el obstáculo. En la expresión τ es una constante del material siendo la tensión que reduce ΔG a cero, forzando la dislocación a pasar a través del obstáculo sin necesidad de energía térmica.

Cuando se consideran modelos de obstáculos de diferentes distribuciones y diferentes formas se llega a una ecuación de tipo general fruto de una generalización semi-empírica [98]:

$$\Delta G(\sigma_s) = \Delta F \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma_s}{\tau}\right)^p\right]^q \quad (356)$$

para todos los modelos, resulta que ΔF , p y q están acotados. Se suele encontrar unificando muchos trabajos experimentales que $0 < p < 1$, $1 < q < 2$. Para obstáculos discretos se encuentra que $p=q=1$, si ΔF es grande, y además para valores altos de la energía de activación la influencia de p y q es pequeña, pero para valores pequeños de la energía de activación el valor de p y q es crítico para los resultados.

Para el caso en el que tratemos con metales puros y cerámicas en el estado de endurecimiento por la deformación: $\Delta F = (1/2) \cdot \mu \cdot b^3$. La cantidad τ es la tensión de fluencia atérmica, y refleja, no solo la intensidad, sino también la densidad y estructuración de los obstáculos. En general depende del módulo elástico, del vector de burgers y del espaciado entre los obstáculos. Se sabe que el espaciado entre los obstáculos y su densidad están relacionados mediante:

$$l = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad (357)$$

Siguiendo el resumen de Frost y Ashby [37] tenemos una clasificación en la Tabla (36)

INTENSIDAD DEL OBSTÁCULO	TIPO	ΔF	τ
FUERTE	DISPERSIONES. GRANDES E INTENSOS PRECIPITADOS ESPACIADOS -I-	$2.\mu.b^3$	$A.(\mu.b)/l$
MEDIA	BOSQUES DE DISLOCACIONES- PEQUEÑOS O DÉBILES PRECIPITADOS DE ESPACIADO-I	$[0.2 - 1.0].\mu.b^3$	$K(\mu.b)/l$
DÉBIL	RESISTENCIA DE LA RED SOLUCIÓN ENDURECIDA "HARDENING" DE ESPACIADO -I	$< 0.2.\mu.b^3$	$C.(\mu.b)/l$
		$K \gg 1, A > K, C < K$	

Tabla (36) Clasificación de los campos de tensiones y energías en la fluencia a baja temperatura según el tipo de obstáculo.

Combinando todo lo anterior llegamos a una ecuación aceptable, para el flujo plástico controlado por obstáculos discretos:

$$\dot{\gamma} = \left(\frac{\alpha}{b}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_s}{\mu}\right)^2 \cdot \beta \cdot b \cdot v \cdot e^{-\left[\frac{\Delta F}{k.T}\right] \left(1 - \frac{\sigma_s}{\tau}\right)} \quad (358)$$

con la notación usualmente empleada.

C) RESISTENCIA DE LA RED

La velocidad de las dislocaciones en muchos sólidos policristalinos [37], esta limitada por algún tipo de barrera, que se debe a la interacción con la estructura atómica. La fuerza de Peiers o resistencia de la red refleja el hecho de que la energía de la dislocación fluctúa con la posición. La amplitud y la longitud de onda de la fluctuación están determinadas por la intensidad y separación de las ligaduras interatómicas o intermoleculares. La red del cristal presenta una estructura alargada de barreras rectas, que se oponen al movimiento de las dislocaciones, que avanzan atravesándola directamente mediante pares de

anillos, con ayuda de la tensión aplicada y de la energía térmica [99] (Guyot and Dom), y es la tasa de nucleación de pares de anillos la que limita la velocidad de las dislocaciones. Se toma como energía libre del proceso para sobrepasar las barreras de la red la familia:

$$\Delta G(\sigma_s) = \Delta F_p \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma_s}{\tau_p}\right)^p\right]^q \quad (359)$$

donde ΔF_p es la energía libre de Helmholtz de un par de anillos aislado y τ_p es una aproximación a la tensión de fluencia a 0K. En algunos trabajos se toma $p=3/4$ y $q= 4/3$, como una referencia normalizada, pero es más adecuado indicar que el rango de variabilidad es grande [100] (Raffo). Realmente la mayor parte de los parámetros en este caso deben ajustarse a partir de los test experimentales. Resulta de los ensayos experimentales evidentemente la validación de los exponentes.

D). FLUENCIA PLÁSTICA A BAJA TEMPERATURA LIMITADA POR DE INTERACCIÓN CON FONONES Y ELECTRONES

En situación de cargas de choque o en condiciones de conformados de materiales con tasas de deformación altas o muy altas (mayores que $100 \text{ seg}^{(-1)}$), la limitación de la velocidad de las dislocaciones la pueden producir la interacción con fonones o electrones, en cuyo caso:

$$v = \frac{(\sigma_s \cdot b)}{B} \quad (360)$$

donde B es el "drag coefficient" (coeficiente de frenado o de anclaje) [101] (Klahn).

La velocidad de deformación para desplazamiento de dislocaciones limitado por frenado mediante fonones o electrones es [102]:

$$\dot{\gamma} = \left(\frac{C \cdot \rho_m \cdot \mu}{B}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_s}{\mu}\right) \quad (361)$$

el término del primer paréntesis, requiere un estudio de su dependencia con la tensión, Kumar et al [102] indican que para altas tasas de deformación, como es el caso, ese término tiende a una constante ya que la densidad alcanza un valor

asintótico y por tanto la ecuación para la velocidad de deformación alcanza una dependencia lineal con la tensión y el módulo de cizalla, lo que le da la forma de un fluido Newtoniano-viscoso

E) LA INFLUENCIA DE LAS ALEACIONES

Un soluto introduce un efecto de fricción como el de la resistencia al deslizamiento, causado por la interacción de las dislocaciones móviles con obstáculos estacionarios y débiles como son los átomos, de soluto, para soluciones muy diluidas, si las soluciones presentan mayor concentración se pueden producir fluctuaciones de concentraciones locales, con la aparición de agregados, lo cual produce un aumento del valor de τ y una disminución del valor de ΔF , este efecto, está sobre-impuesto sobre el endurecimiento producido por la deformación. Una dispersión de partículas grandes de la segunda fase puede bloquear el movimiento de deslizamiento de las dislocaciones. Esto puede suceder en aleaciones de aluminio que contenga Al_2O_3 o de Ni conteniendo ThO_2 o en aceros de baja aleación con presencia de carburos estables. En este caso, las dislocaciones se mueven mediante un proceso de curvado y paso a través de los obstáculos precisándose una alta energía de activación, fig.(84)

6.2 MODELOS DE FLUENCIA PLÁSTICA EN ESTADO ESTACIONARIO PARA ALTAS TEMPERATURAS.

A diferencia de la breve y rápida revisión que se ha hecho para los modelos de la fluencia a bajas temperaturas. Para la fluencia a altas temperaturas vamos a analizar la mejor ecuación de estado para la fluencia en estado estacionario, así como a relacionar los modelos con la ecuación de Garofalo. Fenomenológicamente podemos escribir:

$$\dot{\gamma} = A \cdot e^{-\frac{Q}{RT}} \cdot \sinh\left(\alpha \cdot \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)\right)^n \quad (362)$$

donde Q es la energía aparente de activación, A es el término que engloba la entropía inducida en la red por la activación del proceso y la frecuencia de fluctuación de los procesos de activación, α es (para algunos autores, como

hemos mencionado en capítulos anteriores) un factor asociado con un volumen de activación aparente, y las demás constantes son las usuales. Como antes la velocidad de deformación, tensión y temperatura son las magnitudes resultados de los ensayos o trabajos de fluencia (p.e. de torsión) el módulo elástico también resulta un dato experimental, pero al igual que en el caso de bajas temperaturas se mide sobre el material (generalmente) en momentos diferentes al ensayo de fluencia, y en general se toma de las referencias bibliográficas de caracterización del material, por lo que los problemas que presenta son similares.

Que se haya adoptado la ecuación de Garofalo de forma fenomenológica no quiere decir que no se hayan diseñado modelos físicos soportes para la misma [37], los cuales la hacen preferible a los modelos parciales de leyes potenciales o para el límite de las leyes potenciales ("break-down").al menos para algunos investigadores [37]. No obstante existe detallados modelos que hemos tratado, pero que aquí no cuestionan el fondo del problema que se quiere abordar.

Uno de los propósitos que se buscan al pretender modelizar la fluencia en estado estacionario es proporcionar unas bases físicas a las ecuaciones empíricas, o fenomenológicas constitutivas [14] (J.P.Poirier 1985)

Fundamentalmente se distinguen para estos rangos de temperaturas dos variedades de procesos de fluencia elementales;

1) En el primero los obstáculos al movimiento de dislocaciones son del orden de escala del núcleo de las dislocaciones y son sobrepasados por agitación térmica, auxiliada por la tensión externa aplicada (fluencia plástica estacionaria controlada por deslizamiento).

2) En el segundo tipo los obstáculos son de escala muy grande para ser superados por agitación térmica , pero desaparecen o son sobrepasados por movimiento de dislocaciones con restauración controlada por difusión (fluencia plástica en estado estacionario controlada por restauración y auxiliada por la difusión). Este movimiento de dislocaciones no es térmicamente activado pero se controla por procesos térmicamente activados

Es usual por parte de muchos científicos utilizar como elementos definitorios del proceso de que se trate, los valores de la energía de activación medida experimentalmente (deducida mediante ajustes estadísticos de tipo

lineal a ecuaciones fenomenológicas , con mayor o menor contenido físico) y también los valores del exponente n , (obtenidos igualmente) de la leyes potenciales, y a partir de los valores de estos parámetros asignar a un tipo u otro de procesos., un tipo u otro de mecanismo físico de soporte de la fluencia.

En general suponemos que las dislocaciones sobrepasan obstáculos con un tiempo propio t_0 , y después deslizan sobre un intervalo promedio λ , durante un tiempo t_p .

Cuando los obstáculos son del orden de escala del núcleo de las dislocaciones, esto es, del orden de unas pocas distancias interatómicas, se pueden sobrepasar los obstáculos por agitación térmica auxiliada u orientada por tensiones externas aplicadas, en cuyo caso el proceso de fluencia está controlado por un proceso térmicamente activado. En este caso hay dos situaciones diferentes:

1.1) Las dislocaciones deslizan rápidamente después de sobrepasar los obstáculos hasta que se encuentran el siguiente obstáculo. En este sentido el tiempo de deslizamiento es inferior al de superación de obstáculos y es el fenómeno de la superación de los obstáculos el que domina la fluencia. Este es el caso de uniones atractivas expeditas o el de obstáculos localizados que deben ser superados por deslizamiento cruzado de dislocaciones helicoidales como sucede en cristales FCC a altas temperaturas, fig.(89)..

1.2) En este caso las dislocaciones después de sobrepasar los obstáculos deslizan sobre recorridos del orden del vector de Burgers del material y encuentran al otro obstáculos siguiente, este es el caso de fluencia controlado por deslizamiento, el proceso mismo es de deslizamiento, y los obstáculos se producen a modo de colinas de Peierls, siendo los tiempos de deslizamiento y de superación de obstáculos similares. En este caso la cinética depende mucho de la estructura de los núcleos de las dislocaciones y se suele analizar en términos de creación y movilidad de dobles anillos (a partir de fuentes dipolares) o en términos de núcleos extensos . Esta situación se puede dar a bajas e intermedias temperaturas, y con configuración de red tipo BCC o HCP. Para altas temperaturas los obstáculos de la red son fácilmente sobrepasados por agitación térmica (y otros procesos) de forma que

el movimiento de las dislocaciones puede ser indirectamente activado térmicamente.

Cuando los obstáculos al movimiento de las dislocaciones son demasiado grandes para ser sobrepasados por agitación térmica, pueden ser superados por la actuación de procesos térmicamente activados. Esto se produce cuando los obstáculos son creados fundamentalmente por otras dislocaciones, con campos de tensiones internas variables y fluctuantes, o por entramados de dislocaciones o por barreras formadas por dislocaciones ancladas. Estos obstáculos se superan mediante dos mecanismos:

2.1) Aniquilación de dislocaciones controlado por el trepado

2.2) Trepado controlado por difusión. Éste es un proceso térmicamente activado, en cuyo caso los obstáculos desaparecen y hay una relajación del campo de dislocaciones. Este proceso es térmicamente activado de forma indirecta por medio del proceso de migración de vacantes, pero no por el movimiento de dislocaciones. La energía de activación no depende de la tensión. Se habla en este caso de fluencia plástica en estado estacionario controlada por restauración, y por su dependencia con la tensión, son los procesos caracterizados matemáticamente por las leyes potenciales "power-law-creep", en estos casos los tiempos de deslizamiento son mucho menores que los tiempos de superación de obstáculos, que son claramente los que controlan el proceso. y el tiempo de superación de obstáculos está determinado por la velocidad de trepado de dislocaciones controlada por la difusión, ver fig:(90),(91),(93),(94),(95).

El deslizamiento cruzado de dislocaciones helicoidales al encuentro unas de otras, con aniquilación mutua, hace desaparecer también muchos obstáculos de la misma forma en la que se produce desaparición de dislocaciones de arista por trepado, ver fig.(89) y (91).

En general todos estos son procesos de restauración, que conducen a procesos de movimiento de dislocaciones indirectamente activados térmicamente .

Existen rangos de dominios de tensiones y de temperatura donde estos procesos de deslizamiento y de restauración pueden actuar en paralelo y no se deben excluir la presencia de unos por la presencia de otros, ver fig.(91).

El deslizamiento cruzado de dislocaciones, como mecanismo de superación de obstáculos, es un proceso complejo, una contracción de una dislocación helicoidal dividida, se puede separar en dos contracciones, la región entre estas contracciones, puede deslizarse en el plano de deslizamiento cruzado, y si alcanza un tamaño crítico puede dar lugar a un lazo creciente, bajo la acción de una tensión aplicada que lo vuelve inestable, ver fig.(89) y (92). Con éste modelo es posible calcular la energía elástica necesaria para el deslizamiento cruzado en el caso de metales fcc. La energía necesaria para superar uniones atractivas entre dislocaciones es mucho más alta que la anterior y requiere energías mayores que las de la agitación térmica. A altas temperaturas y altas tensiones, la fluencia solo se puede producir con destrucción de las uniones atractivas entre dislocaciones. Estos procesos son favorecidos por la presencia de partículas de soluto en las aleaciones, que atrapan a las dislocaciones y producen fuertes bosques de las mismas que deben ser desenredados por el mecanismo responsable de la fluencia. La energía de activación es muy alta en estos casos

El caso de la fluencia estacionaria, que ha sido ajustada experimentalmente a ecuaciones fenomenológicas tipo ley potencial conocida como, fluencia controlada por restauración, se considera por algunos, como un caso de fluencia cuasi-estacionaria. En muchos trabajos se ha considerado que el exponente tiene un significado por encima de la mera consecuencia del ajuste de datos experimentales. En cualquier caso se asume que son procesos térmicamente activados por vía indirecta de activación del proceso que controla la restauración. A altas temperaturas, los obstáculos producidos por las dislocaciones en una restauración han desaparecido y queda únicamente como obstáculo al movimiento de las dislocaciones, las ondulaciones de largo periodo del campo de tensiones internas y estas barreras pueden ser superadas por el campo de tensiones externo.

A partir del formalismo de activación y con la ayuda de la ecuación de Bailey -Orowan:

$$\dot{\epsilon} = \frac{r}{h} \quad (363)$$

en donde r es la tasa de restauración y h la tasa de endurecimiento por deformación, que son los dos procesos que se equilibran en el balance dinámico para conseguir un procesos estacionario de fluencia, junto con la hipótesis de que en el caso de estado estacionario se equilibran las tensiones internas con las externas aplicadas podemos llegar [103],[104],[105],[106],[107] mediante la hipótesis de que el tamaño medio de una red de dislocaciones tridimensionales de Frank, es el factor que gobierna el campo de tensiones internas y si el paso de la red de dislocaciones crece por trepado de dislocaciones producido mediante intercambio de vacantes (Friedel) [108],[109],(ver fig.(90)),al resultado siguiente:

$$\dot{\epsilon} \propto D \cdot \sigma^3 \quad (364)$$

siendo D , el coeficiente de autodifusión.

A partir de este modelo potencial básico se han desarrollado una multitud de modelos complejos con muchas hipótesis "ad-hoc" para generar diferentes exponentes de las leyes potenciales.

En diversos trabajos [110],[111],[112],[113] se sostiene que en todos los procesos de fluencia estacionaria, controlados por restauración, controlada a su vez por trepado, el exponente de la ley potencial es $n=3$.

Un modelo básico en este campo de medias y altas temperaturas homologas es el de Weertman [114], aunque hay que especificar una cadena de modelos, Weermant, [114],[115],[110].

Los modelos de Weertman inician una secuencia de análisis físicos del problema de la fluencia . Comienza considerando estructuras de dislocaciones, bajo la acción de tensiones , que bajo una secuencia de creación aniquilación producen un apilamiento en movimiento, fig.(93), y (95). Supone n dislocaciones , en la matriz, con una ecuación del movimiento del apilamiento (Weertman 1957)[115],y de:

$$A(T) \cdot \dot{x}_i = \sigma \cdot b - \frac{G \cdot b^2}{2\pi(1-\nu)} \sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{x_j - x_i} \quad (365)$$

con b vector de Burgers, G, módulo de cizalla, ν , el coeficiente de Poisson y A(T) una constante dependiente de la temperatura, x_i , es la posición de la i-esima dislocación, se puede obtener la velocidad de fluencia debido a la estructura de dislocaciones. Las dislocaciones son generadas por fuentes de Frank.-Read y se mueven desde la fuente con una velocidad controlada por mecanismos como el de Peierls, al cabo de una distancia L del apilamiento las dislocaciones se aniquilan por trepado a dislocaciones de signo opuesto las cuales son creadas desde fuentes en planos próximos al del deslizamiento del apilamiento. La velocidad de deformación resulta:

$$\dot{\epsilon} \propto \sum_1^n \dot{x}_i = \frac{\sigma b n}{A} \quad (366)$$

la velocidad de deformación plástica estacionaria, estará definida, si determinamos el número de elementos n, del apilamiento en el intervalo L. Por consideraciones ad-hoc, se llega en el mencionado modelo, a una acotación de dicho número, en el trabajo mencionado, de forma que si consideramos estas estimaciones:

$$\dot{\epsilon} \cong \frac{\Lambda M b}{6 \cdot A(T)} \cdot \frac{2\pi(1-\nu)}{G b^2} \cdot \sigma^2 b^2 \cdot L \quad (367)$$

siendo L la longitud del apilamiento, Λ , la longitud media de una línea de dislocación y M, la densidad de apilamientos de dislocaciones por unidad de volumen. El modelo debe ser tratado críticamente por que en un cristal real no existen apilamientos lineales perfectos, sino lazos que se expanden desde las fuentes de Frank Read, sólo que, se puede sustituir la longitud del apilamiento por el radio máximo de un lazo de dislocaciones y $\Lambda=3 \cdot L$. El valor de L se encuentra mediante un análisis a partir de la ecuación de la dinámica de las dislocaciones :

$$L^2 = \frac{2\sigma}{G \cdot b M} \quad (368)$$

de donde y sin realizar las simplificaciones :del trabajo original obtenemos

$$\dot{\epsilon} \cong \mathbf{A}(T)^{-1} \cdot \frac{2 \cdot \pi(1 - \nu)}{G^2} \cdot \sigma^3 \quad (369)$$

en donde se puede observar que se reproduce la ley cubica típica de los procesos de trepado, observada por Gilman [116]. Esta ley es aplicable a bajas tensiones, y no es valida en otros rangos de tensión con independencia de la temperatura.

El modelo de Weertman cuando considera el movimiento de dislocaciones bajo las tensiones de Peierls, es un modelo que se debería englobar en los controlados por tasa. Una línea de dislocación según una dirección cristalográfica, bajo una tensión aplicada puede vencer la tensión de la "colina" de Peierls mediante la generación de dos escalones que se desplazan separándose uno de otro y desplazando la línea a otra posición de equilibrio siendo el desplazamiento elemental de la línea por la acción de los "jogs"(escalones) de una distancia atómica, [117], ver fig(88),(91). El cálculo de la energía necesaria para producir el proceso indica que $Q=Q_0(1-q\sigma)$. Como proceso de tasa de activación y modificando el trabajo original (que fácilmente se puede observar que tiene simplificaciones básicas) podemos observar que si $2L$ es la amplitud del segmento de dislocación y siendo ω , la frecuencia de vibración de una línea de dislocación el número de veces que la línea de dislocación se mueve entre dos posiciones de equilibrio es :

$$\frac{\omega L}{b} e^{-\frac{Q_0}{kT}} \cdot \sinh\left(\frac{\pi\sigma Q}{2\tau kT}\right) \quad (370)$$

siendo τ la tensión de Peierls, y la velocidad de movimiento de la dislocación, o del segmento de dislocación. Si a , es la distancia entre barreras de Peierls resulta:

$$\dot{x} = a \cdot \frac{\omega L}{b} e^{-\frac{Q_0}{kT}} \cdot \sinh\left(\frac{\pi\sigma Q}{2\tau kT}\right) \quad (371)$$

a muy bajas tensiones es un movimiento viscoso y la ecuación de Weertman predice los resultados superplásticos. El número aproximado de dislocaciones que se ponen en movimiento cuando aumentamos la tensión externa, será proporcional a la tensión, llegando a encontrarse una expresión para la velocidad de fluencia, cuando se aplica el modelo de forma completa y

teniendo en cuenta una densidad de fuentes de Frank Read con un espaciado entre los lazos de dislocación proporcional a la tensión:

$$\dot{\epsilon} \cong \frac{12\sigma^2 \omega a}{G^2 b^2 M^2} \cdot e^{-\frac{Q}{kT}} \cdot e^{-\frac{\pi \sigma Q}{2kT}} \quad (372)$$

esta es la expresión del modelo de Weertman. Si además, consideramos conforme hemos mencionado anteriormente, que $M \approx \sigma^{-1}$, y que la exponencial de la tensión se puede desarrollar para valores no muy grandes del exponente como $K \cdot \sigma$, la ley de Weertman en este caso podría plantearse como una forma potencial:

$$\dot{\epsilon} \propto K \cdot \sigma^4 \quad (373)$$

El modelo de Weertman (1972) [110] considera, las dislocaciones producidas por fuentes, en planos paralelos, con distancia interplanar d y la porción de arista común anclada, formando multipolos. Cuando la cabeza de la dislocación se aniquila por trepado hacia la otra, recorriendo una distancia $d/2$ los lazos bloqueados pueden deslizar una distancia $L/2$, siendo L el radio del lazo de cabeza y al mismo tiempo otro lazo se puede emitir por la fuente, Teniendo en cuenta la ecuación de Orowan, la velocidad de fluencia, en este modelo será:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\rho b L v_c}{d} \quad (374)$$

siendo v_c , la velocidad de trepado que controla el proceso. Si M es, la densidad de fuentes, el número de dipolos por fuente $L/6d$ y la longitud media de un lazo es πL , entonces:

$$\rho = \frac{\pi M L^2}{6d} \quad (375)$$

con una fuente por región de radio L y ancho d , entonces $M=1/(\pi d L^2)$

La velocidad de trepado de las dislocaciones precisa una modelización. Se define $v_c = C_j v_j$, siendo C la concentración de escalones de anchura y longitud b (número de escalones por unidad de longitud) y v la velocidad de migración de los escalones. La migración, se supone activa, mediante la absorción de vacantes. Si el flujo de llegada de las vacantes es Φ , (por

segundo y unidad de longitud de línea de dislocación) y son absorbidas, todas, entonces cada escalón de longitud b recibe Φb vacantes y migra por valor de longitud b en cada vacante, en cuyo caso $v_j = \Phi b^2$. Si se asume una concentración 1, o saturación de la dislocación con escalones, se tiene v_c directamente. El flujo de vacantes es sencillamente :

$$\Phi = -2\pi b D_v \cdot \bar{\nabla} \cdot C_v \quad (376)$$

siendo D_v la difusividad de las vacantes y C_v , la concentración de las mismas. El gradiente de las vacantes se debe establecer entre la dislocación y el volumen del material, y está influido por la tensión aplicada que modifica la concentración de equilibrio. Hemos modificado algunas aproximaciones del trabajo considerando que en la dirección de migración se disminuye el trabajo de formación de las mismas y en la dirección contraria al flujo, aumenta dicho trabajo, siendo este trabajo elemental σb^3 . Por tanto si la distancia entre el volumen y el núcleo de la dislocación es λ :

$$\bar{\nabla} C_v \approx \frac{1}{b^3} \cdot e^{-\frac{\Delta G_f}{kT}} \cdot \sinh\left(\frac{\sigma b^3}{kT}\right) \quad (377)$$

$$v_c \approx \frac{2\pi}{\lambda} \cdot D_{sd} \sinh\left(\frac{\sigma \Omega}{kT}\right) \approx \frac{2\pi D_{sd} \sigma b^3}{\lambda kT}$$

Esta es una modificación coherente que hemos realizado al trabajo original, y que con las correspondientes sustituciones, reproduce el modelo de Weertman, con lo cual tenemos:

$$\dot{\epsilon} = K \cdot \frac{D}{b^{\frac{7}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}}} \cdot \left(\frac{\sigma}{G}\right)^{\frac{9}{2}} \cdot \frac{G \cdot \Omega}{k \cdot T} \quad (378)$$

Estos modelos van desde $n=2, 2.5, 3, 4, 4.5$, etc.

Estos modelos de Weertman se convirtieron en la base de muchos modelos posteriores debida a la explicación que aportaban, de los procesos que se medían en ensayos experimentales para cortos recorridos de tensiones y /o temperaturas, y desde luego muy limitados en el recorrido de las velocidades de deformación. Realmente la colección de modelos básicos implica un conjunto amplio de hipótesis sobre la no dependencia, alternativamente la dependencia y en su caso la forma de la misma, respecto

de varios parámetros de las ecuaciones en relación con la tensión. La revisión de muchas de estas hipótesis nos las hace aparecer como postulados "ad-hoc". Además en ocasiones se introducen factores de concentración de tensión, especialmente en los casos de apilamientos de dislocaciones frente a las fronteras de grano, cuya justificación no es teórica sino experimental.

Todo esto, es bastante complejo, pero todavía se puede complicar más cuando abordamos el proceso de las leyes potenciales en relación con los mecanismos de autodifusión.

Se ha aceptado que la fluencia estacionaria era un mecanismo, en muchos casos, controlado por la difusión, sobre todo a temperaturas homologas superiores a 0.6 [103],[110],[118] La base de esta creencia ha sido fundamentalmente las masas de datos experimentales y una correlación entre las energías de activación de la fluencia y de las energía de activación para la difusión, auto-difusión para los metales y difusión de los solutos más lentos en el caso de las aleaciones. También autodifusión del solvente en las aleaciones. Se produjo una controversia entre J.P.Poirier y O.D.Sherby and J.Weertman en *Acta.Metall* [119],[120],[121]. Por una parte J.P.Poirier cuestionaba la posibilidad de que las leyes potenciales de la fluencia en estado estacionario proviniesen únicamente de procesos controlados por la difusión y para ello cuestionó algunas bases de la explotación de los datos experimentales, respondido por Sherby and Weertman, que justifican la imposibilidad de explicar las energías de activación, en los rangos de bajas tensiones, por mecanismos que no fuesen controlados por la difusión y rechazando al mismo tiempo los procesos de deslizamiento, como justificadores del fenómeno. No es esta tesis el lugar para abordar la polémica, sino simplemente, constatar que existe y que diferentes autores, sostienen diferentes puntos de vista en base a interpretaciones de los datos experimentales. Destacamos que los puntos básicos de la polémica son:

- Los rangos de aplicación de las leyes potenciales
- La dudosa aplicabilidad de líneas rectas en la regresión para las energías de activación cuando los rangos de tensiones y temperaturas son muy amplios.

- El problema de la dependencia de algunas leyes con el tamaño de grano.
- La influencia, para algunos redundante, del efecto del módulo elástico en las determinaciones de los volúmenes de activación.
- El comportamiento superplástico.
- La necesidad de mecanismos unificadores en el paso de unos rangos, de tensión a otros.

Todos los autores en el campo, reconocen la existencia e importancia del mecanismo de difusión como controlador del movimiento de las dislocaciones en la fluencia plástica a altas temperaturas, sobre todo reconocen que para cada material puede dominar en un rango determinado de temperaturas, pero otros autores siguen sosteniendo que no es el único proceso, capaz de justificar los resultados experimentales. El que sea activo el mecanismo de control por difusión en uno u otro rango va a depender lógicamente de los valores relativos de las energías de activación de los procesos competitivos. El deslizamiento cruzado (fig.(89)) es un competidor potencial para la difusión, y además el deslizamiento cruzado puede actuar en paralelo y concomitantemente con procesos de trepado de segmentos de arista, que puede controlar la fluencia en metales del sistema hexagonal para temperaturas homologas por encima de 0.7, ver fig.(91). Sherby and Weertman [120] se oponen con razonamientos físicos sobrados a que el mecanismo de deslizamiento cruzado pueda controlar la fluencia para altas temperaturas, en base a que, si el segmento de arista trepa y si el segmento helicoidal no produce un deslizamiento cruzado, (por que es muy difícil, o costoso energéticamente), los anillos que necesariamente conectan los segmentos en arista y helicoidales pueden moverse conservativamente bajo el segmento helicoidal, siendo forzados a moverse a causa del movimiento de estos anillos, sin deslizamiento cruzado. Entonces el trepado es controlador de la velocidad de variación, pero si el segmento helicoidal desliza de forma cruzada fácilmente, entonces los escalones sobre los segmentos en arista no pueden moverse conservativamente y también el trepado es controlador de la fluencia. Poirier sostiene que el trepado y el deslizamiento cruzado son procesos

concurrentes y pueden controlar la fluencia en diferentes dominios. Spingarn et al 1979 [122] han propuesto un modelo de fluencia controlada por trepado donde el trepado es controlado por difusión y difusión por dislocaciones, actuando en paralelo. En el modelo mencionado se alcanza una expresión final para la velocidad de deformación:

$$\dot{\epsilon} = \frac{G \cdot b}{R \cdot T} \cdot \left[D_{\text{trepado}} + 12 \cdot \frac{\sigma^2}{G^2} \cdot D_{\text{pd}} \right] \cdot \left(\frac{\sigma}{G} \right)^3 \quad (379)$$

estos modelos buscan leyes unificadoras que permitan pasar de exponentes 3 a exponentes 5 y además justifican valores de las energías de activación para diferentes zonas de temperatura, alcanzando energías de activación más bajas para temperaturas bajas cuando la difusión por dislocaciones (difusión por los núcleos de las dislocaciones) predomina y presenta valores próximos a los de difusión cuando desaparece el efecto de la difusión por dislocaciones. Sobre esta línea se han desarrollado muchos modelos. Estos modelos producen diagramas de Arrhenius con una curvatura que resolvería la controversia planteada por J.P.Poirier. Pero los resultados de estos modelos de síntesis con mecanismos actuando en paralelo no dan buenos ajustes con los datos experimentales cuando los rangos de las variables son amplios.

Se pueden destacar tres ideas sobre los resultados experimentales que están condicionando la selección de los modelos físicos:

- 1) La determinación del exponente n y de la energía de activación Q, en rangos de las variables limitados para tensión y temperatura no proporcionan suficiente información para seleccionar un modelo u otro.
- 2) Los modelos son mejores cuando responden mejor a amplios rangos de variabilidad de tensiones y temperaturas.
- 3) El examen de las configuraciones de las dislocaciones por medio de microscopía electrónica de transmisión se prueba un procedimiento experimental de mayor capacidad crítica a la hora de seleccionar un modelo de fluencia frente a otro.

Cuando tratamos de rangos de tensiones de valores bajos respecto a una tensión crítica(anteriormente justificada) se encuentran para altas temperaturas situaciones de difícil interpretación. Harper & Dom 1957 [123]

encuentran que para aleaciones de aluminio en valores de temperaturas homologas del orden de 0.99 y para tensiones bajas, la fluencia presentaba un comportamiento viscoso, con exponentes del orden de 1. Estos comportamientos estaban asociados a los modelos de Nabarro-Herring que se basan en la fluencia controlada por difusión. Así el mecanismo de Nabarro-Herring, (ver fig.(85)) justificaba el control por difusión para bajas tensiones, con lo cual la situación era coherente. Pero Harper y Dorn encontraron incompatible el modelo de Nabarro Herring con los resultados experimentales. Observan experimentalmente restauración seguida de una caída de tensión, fenómeno que no aparece en el modelo de Nabarro -Herring. También observan velocidades de deformación tres ordenes de magnitud mayores que las calculadas por el modelo de Nabarro-Herring. Para tensiones por encima de 0.09 MPa encuentran exponentes del orden de $n=4$ y mayores y por debajo $n=1$. Con todo lo anterior concluyen que en el régimen de bajas tensiones no se puede atribuir en éste caso a procesos de difusión el control de la fluencia y sugieren un mecanismo de trepado de dislocaciones como controlador del proceso. Diversos análisis de T.E.M. muestran que en el régimen de trabajo de Harper-Dorn la densidad de dislocaciones era muy baja e independiente de las tensiones (Yavari et al 1982 [124]) Los resultados experimentales de Langdon & Yavari (1982) [125] les llevan a proponer que la fluencia por el modelo de Harper Dorn se alcanza desde el trepado de dislocaciones en arista bajo condiciones de saturación(el valor posible de saturación) de dislocaciones, considerando que la deformación es producida por trepado de dislocaciones en arista, siendo su modelo equivalente al de Nabarro [126], con densidad de dislocaciones constante. Mohamed y Ginter 1982[127] trabajando con aluminio y alcanzando deformaciones del 20% en estado cuasi estacionario, en la región del régimen de Harper Dorn, sugieren que la multiplicación de dislocaciones, necesaria para obtener grandes deformaciones procede de un mecanismo de deslizamiento cruzado.

Parece entonces que el modelo de Harper-Dorn para la fluencia opera con un proceso similar al que controla las leyes potenciales a altas tensiones,

la única diferencia sería que la densidad de dislocaciones es a bajas tensiones independiente de la tensión y es dependiente para altas tensiones.

Conviene comparar la configuración de los modelos de Nabarro-Herring y de Harper-Dorn.

En el caso de Nabarro Herring se asume que a muy altas temperaturas la fluencia se produce viscosamente por una alta difusión de vacantes dirigidas por las tensiones. Asumen que el movimiento de dislocaciones está bloqueado y que las fronteras de grano son excelentes fuentes y sumideros de vacantes, ver fig.(85). En ausencia de tensiones la probabilidad de encontrar una vacante en un lugar dado está dada por:

$$\frac{N_v}{N_s} = e^{-\frac{F_f}{k.T}} \quad (380)$$

siendo N_v el número de vacantes y N_s número de lugares en la red y F_f la energía libre de formación de una vacante.

La presencia de una tensión normal a una frontera de un grano idealizado, reducirá el trabajo necesario para formar la vacante en la cantidad $\sigma.V$, siendo V el volumen de una vacante o un átomo que se puede aproximar por $q.b^3$. En equilibrio la probabilidad de encontrar una vacante a corta distancia de una frontera de grano, según una dirección dada estará dada por

$$\left[\frac{N_v}{N_s} \right]_{\sigma} = e^{-\frac{F_f}{k.T}} \cdot e^{\frac{\sigma V}{k.T}} \quad (381)$$

considerando el grano cuadrado (idealizado) la equivalencia entre las tensiones de corte con la aplicada será $\tau = \sigma \cdot 2^{1/2}$ a 45° . Se analiza que dos lados sufren contracción y otros dos lados sufren tracción. Por lo tanto en las otras dos caras la concentración estará afectada por un factor $e^{\frac{\sigma V}{kT}}$. Por todo lo anterior se establece un gradiente de concentraciones entre unas caras y las perpendiculares y por tanto un flujo de vacantes y por ende uno de átomos en sentido contrario. Esto conduce a una extensión del grano o fluencia en la dirección longitudinal y a una contracción a 90° , se asume que la generación y aniquilación de vacantes será muy rápida y que la y la difusión de vacantes (átomos) controlará este tipo de fluencia. El flujo de átomos cruzando un área

atómica en puntos a $L/4$ de una esquina estará dado , mediante $\sigma = \beta\tau$.
siendo el camino de la difusión para este punto de trabajo $\pi L/8$,

$$J = \frac{v}{b} \cdot D_v \cdot 8 \cdot \frac{(C^+ - C^-)}{\pi L} = \frac{v}{b} \cdot D_v \cdot \frac{16\alpha \cdot e^{-\frac{F_f}{k.T}}}{V \cdot \pi L} \cdot \sinh\left(\frac{\beta\tau V}{k.T}\right) \quad (382)$$

con D_v , la difusividad de una vacante , v , la frecuencia de saltos de una unidad.
Con esto la velocidad de deformación será:

$$\dot{\gamma} = \frac{32\alpha}{V \cdot \pi L^2} \cdot v \cdot D_v \cdot e^{-\frac{F_f}{k.T}} \cdot \sinh\left(\frac{\beta\tau V}{k.T}\right) \quad (383)$$

Cuando nos centramos en el movimiento de dislocaciones los trabajos basados en el de Kautzman [128], que observa el proceso de fluencia como la contribución de numerosos elementos de cizalla, cada uno de los cuales debe sobrepasar una barrera de energía, mediante la activación de la unidad de flujo, se suponen capas separadas por una distancia d y si la cizalla elemental es x/d y N el número de fluctuaciones por unidad de tiempo, en la dirección de la cizalla, se alcanza un equilibrio en ausencia de tensiones cuando el número de fluctuaciones es la misma en todas las direcciones. El cambio en la energía libre, para la unidad elemental, se produce por la acción de una tensión. Esta acción, privilegia la dirección de cizalla y hace lo contrario con el sentido opuesto. Aplicando esta teoría se llega a una formulación similar en la forma:

$$\dot{\gamma} = \frac{2xkT}{h \cdot d} \cdot e^{\frac{\Delta S}{R}} \cdot e^{-\frac{\Delta H}{RT}} \cdot \sinh\left(\frac{AL\tau}{RT}\right) \quad (384)$$

En el modelo de Nabarro Herring se considera que la difusión sucede por todo el cristal, esto es, a través del volumen, pero las vacantes pueden ser transferidas desde las fronteras sometidas a tensión a las sometidas a compresión a lo largo de las fronteras de grano y no a través del volumen del material, ver fig.(82.a). Considerando la transferencia de vacantes, sólo según una estrecha zona adyacente a la frontera del grano, supuesta ésta de amplitud δ . El área de la frontera de grano de la zona que intercepta una unidad de área del policristal, de diámetro de grano medio d_g estará dada por δ/d_g . La difusión a lo largo de esta zona estrecha, está determinada por la

auto-difusión de la red ,pero por la difusión a través de la frontera del grano. Bajo estas condiciones se establece el modelo de fluencia de Coble,[129]:

$$\dot{\epsilon} \cong K \cdot \frac{D_{GB}}{d^3} \cdot \delta \cdot \sinh\left(\frac{\sigma\Omega}{k.T}\right) \quad (385)$$

donde K es una constante, en este caso la energía de activación es menor que la de autodifusión en la red. No se produce para altas temperaturas sino para valores intermedios.

En los modelos para altas temperaturas desde los trabajos de D. Hanson and M.A. Wheeler,[130] hasta los trabajos mas detallados de T.S.Ke, [131],[132],[133],se ha considerado el deslizamiento de granos entre sí, según sus fronteras,ver fig.(86). La tasa de deslizamiento esta controlada por la velocidad de fluencia de elementos considerados como protuberancias en las uniones de las fronteras. El proceso está ligado a la recristalización y crecimiento de los granos, que puede coexistir con una restauración o ser su continuación . Estos procesos dependen mucho de la disposición angular de las fronteras Los modelos de deslizamiento de frontera de grano, conducen a:

$$\dot{\epsilon} = v b e^{-\frac{F}{kT}} \cdot \sinh\left(\frac{\sigma n b^3}{k.T}\right) \quad (386)$$

siendo n el número de átomos de una cara de la frontera que en forma de unidad elemental cristalizan en la otra cara, v, la frecuencia de vibración atómica, y F la energía necesaria para desordenar n, átomos en una cara de la frontera. La dependencia de n con la tensión hará que la ecuación muestre dependencia con diferentes potencias de la tensión.

Es sumamente curiosa la similitud con los modelos genéricos del trepado de dislocaciones. Asumido que el endurecimiento ocurre cuando las dislocaciones son detenidas y apiladas sobre lugares donde existen barreras, tales como las fronteras de grano, en donde se anclan. El campo de tensiones en el extremo de los apilamientos induce múltiples deslizamientos y se forman barreras de Lomer-Cottrel de dislocaciones sésiles, en algún lugar, sobre las estructuras iniciales de los apilamientos. Las dislocaciones que se encuentran más allá del punto de formación de la barrera de L:C: pueden escapar mediante trepado a otro plano de deslizamiento .El trepado puede producir la

generación de nuevos lazos fuente originales y a una tasa de fluencia de estado estacionario. Se postula que las dislocaciones de arista de signo opuesto deslizan sobre planos paralelos y pueden interactuar y apilarse siempre que la distancia entre plano no exceda de un valor crítico relacionado con las tensiones y temperaturas. Estos modelos como los de restauración asumen que la situación de equilibrio se alcanza cuando las tasas de restauración y de endurecimiento se igualan. El apilamiento conduce al endurecimiento y el trepado es un mecanismo de restauración dinámica. La tasa de fluencia será controlada por la tasa a la que las dislocaciones pueden trepar. El mecanismo de trepado requiere que se puedan crear vacantes y puedan ser destruidas en las dislocaciones y que en la vecindad de las dislocaciones exista una concentración de vacantes que pueda ser autosostenida para satisfacer la tasa de trepado. En el extremo del apilamiento se producirá una presión hidrostática por efecto de la confluencia de los campos de tensiones de cizalla motores de la fluencia del apilamiento, de tipo deslizamiento, esta presión ejercerá una acción en la dirección normal a la del plano de deslizamiento e inducirá el trepado. Las vacantes serán absorbidas ante tensiones de compresión y creadas cuando sea ténsil(de tracción). Esto producirá un cambio de concentraciones de vacantes en la vecindad de una línea de dislocaciones y el establecimiento de un flujo de vacantes entre segmentos de dislocaciones. La energía gastada cuando una dislocación trepa una distancia atómica hemos visto anteriormente que es τb^3 . Cuando esta energía se iguala al potencial químico de las vacantes en equilibrio, la concentración de vacantes estará autosostenida y la fluencia será estacionaria $\tau b^3 = \mu_v = k.T.\ln(C/C_0)$. La concentración de vacantes en equilibrio con la dislocación conductora de un apilamiento será:

$$C_e = C_0 \cdot e^{\pm \frac{n \cdot \tau b^3}{k.T}} \quad (387)$$

siendo n el número de dislocaciones en un apilamiento, que dependerá claramente de la tensión de cizalla del campo externo. Habitualmente $n=2.L\tau/G.b$, siendo 2L la longitud de la dislocación, pero esta primera aproximación es elemental y puede depender de potencias de la tensión de

mayor valor, pongamos que en general $n=q.\tau^p$. En situación de equilibrio la tasa de flujo de vacantes , induce la tasa de trepado y de esta tenemos la de fluencia (algunos de los pasos intermedios no son necesarios):

$$\dot{\gamma} = \frac{v}{b} \cdot e^{-\frac{\Delta S}{R}} \cdot e^{-\frac{q}{RT}} \cdot 4\pi \cdot \sinh\left(\frac{n\tau b^3}{k.T}\right) \cdot \frac{N.A}{2.r} \quad (388)$$

siendo N la densidad de dislocaciones participantes en el proceso de trepado , A, el área barrida por un lazo. Sustituyendo los valores para estos parámetros obtenemos:

$$\dot{\gamma} = C' \cdot \frac{12.\pi^2 \cdot \tau^h \cdot v}{G^2 \cdot b^2} \cdot e^{-\frac{\Delta S}{R}} \cdot e^{-\frac{q}{RT}} \cdot \sinh\left(\frac{C'' \tau^{1+p} \cdot b^2}{G^{1+p} \cdot kT}\right) \quad (389)$$

los exponentes h y 1+p de las tensiones dependen de las relaciones que se determinen con la tensión para: 1) N, la densidad de dislocaciones participantes en un proceso de trepado. 2) La probabilidad de bloquear un lazo de dislocación generado desde una fuente por lazos generados en otra fuente 3) De, n, numero de dislocaciones en un apilamiento.

Es evidente que la variabilidad de estos parámetros depende de la tensión y según el rango de tensiones tendremos unos u otros exponentes. Para bajas tensiones con $Nab/2r= 12.\pi^2\tau^2/(G^2b)$ y $n= 2L\tau/(Gb)$ obtenemos una aproximación para rangos medios de tensiones:

$$\dot{\gamma} = K \cdot \tau^2 \cdot \sinh(K' \cdot \tau^2) \quad (390)$$

De los múltiples modelos físicos que en la bibliografía aparecen y que pretenden justificar el alcance fenomenológico de la ecuación de Garofalo una de los más consistentes es el de Li, J.C.M. [134] , basado en una teoría de nudos de dislocaciones, ver fig.(96). Este modelo tiene en cuenta el movimiento cooperativo de varios átomos situados en los nodos de dislocaciones en una red de dislocaciones. La tasa de deformación viene controlada por el movimiento de los segmentos de dislocaciones en la red, y los segmentos están controlados en su movimiento por el movimiento que se produce en los nodos, por lo tanto es la actividad del desplazamiento en y a través de los nodos la que controla la tasa de deformación. Los segmentos se extienden entre los nodos y la malla de segmentos se encuentra en una red de subfronteras. La red la conforman dos tipos de dislocaciones, una móvil, excepto en los nodos y la otra inmóvil. Los

los nodos son móviles, pero su movimiento implica deslizamiento y trepado. Para el deslizamiento y trepado en los nodos se involucran sólo unos pocos átomos y el movimiento de los nodos no puede tener lugar sin el movimiento cooperativo de estos átomos (y/o vacantes). La velocidad de un nodo viene dada por [8]:

$$V_n = \frac{k \cdot T}{h} \cdot p \cdot \text{sen}(\Phi) \quad (391)$$

$p\{\}$ es la probabilidad de un salto con éxito en un nodo. El argumento de la función $\text{sen}(\)$ es el ángulo entre las dos redes de dislocaciones. La probabilidad de un salto con éxito en un nodo depende de la probabilidad de formación de una o unas vacantes, de la probabilidad de un salto a una posición donde exista una vacante y de la probabilidad de la presencia del átomo para producir el salto. Por lo tanto

$$V_n = \left(\frac{2^n \cdot k \cdot T \cdot b \cdot \text{sen}(\Phi)}{h} \right) \cdot e^{-\frac{\Delta F_v + n \cdot \Delta F_s}{k \cdot T}} \cdot \left(\text{senh} \left(\frac{\tau \cdot b^2 \cdot l \cdot \text{sen}(\Phi)}{n \cdot k \cdot T} \right) \right)^n \quad (392)$$

donde n es el número de átomos en el nodo , $\Delta F(v)$ es la energía libre de formación de vacantes, $\Delta F(s)$ es la energía libre de activación para el proceso controlado de los mecanismos de deslizamiento y trepado, y l es la longitud de dislocación entre nodos.

Como $g = N \cdot b \cdot V$, donde N es el número de dislocaciones móviles, b el vector de Burgers y $V = V_n$, tenemos finalmente para la densidad de dislocaciones móviles:

$$N(\tau_i) = \nu \cdot e^{-\frac{\Delta H(\tau_i)}{R \cdot T}} \quad (393)$$

donde ν es la frecuencia de vibración de una dislocación móvil. Si l es la longitud o espaciado de un lazo de dislocación parcial tenemos para la activación del proceso

$$\Delta H(\tau_i) = 0.15 \cdot \tau_i \cdot b \cdot \lambda^2 \cdot \left(1 - \frac{\tau}{\tau_i} \right)^{3/2} \quad (394)$$

en donde para obtener las tensiones internas límites $\tau_i = h \cdot g$, siendo g deformación y h es $h = (d\tau/dg)$.

En resumen Li, J.C.M.[134]desarrolló un modelo bastante complejo para la fluencia en estado estacionario, que basa la fluencia en un proceso de control por movimientos cooperativos de varios átomos en los nodos de dislocaciones ancladas en fronteras de grano. El movimiento de los nodos controla el movimiento de segmentos de dislocaciones, los cuales se extienden entre los nodos y se encuentran en una red irregular de subfronteras. Solo unos pocos átomos participan en la formación de los nodos y el movimiento de los nodos se realiza por el movimiento cooperativo de estos pocos átomos. La velocidad de deformación final de forma directa, con lo ya analizado será:

$$\dot{\gamma} = \frac{2^n \cdot kT \cdot b^2 \cdot \sin(\phi) \cdot N}{h} \cdot e^{-\frac{\Delta F_v}{kT}} \cdot e^{-\frac{n \cdot \Delta F_s}{kT}} \cdot \sinh\left(\frac{\tau b^2 L \sin(\phi)}{n \cdot k \cdot T}\right)^n \quad (395)$$

este modelo reproduce con bastante fidelidad la ecuación de Garofalo con el problema de la dependencia de la energía de activación con el valor del exponente n. F_v es la energía libre de formación de vacantes, y F_s la energía libre de activación para el proceso que controla los mecanismos activados de deslizamiento y trepado.

Finalmente la ecuación para la tasa de deformación es, sustituyendo la ecuación(394) en la (395):

$$\dot{\gamma} = \left(\frac{2^n \cdot k \cdot T \cdot b^2 \cdot \text{sen}(\Phi) \cdot v}{h} \right) \cdot e^{-\frac{\Delta F_{\text{subv}} + n \cdot \Delta F_s}{k \cdot T}} \cdot e^{-0.15 \cdot \tau_i \cdot \lambda^2 \cdot b \cdot \left(1 - \frac{\tau}{\tau_i}\right)^{3/2}} \cdot \left(\text{senh}\left(\frac{\tau \cdot b^2 \cdot l \cdot \text{sen}(\Phi)}{n \cdot k \cdot T}\right) \right)^n$$

(396)Es destacable, de este modelo, que justifica la ecuación fenomenológica de Garofalo que :

1. Es aplicable a amplios rangos de tensiones , temperaturas y velocidades de deformación
2. No presenta dependencia alguna del módulo de cizalladura.
3. Incluye todas las constantes de la ecuación de Garofalo, y por tanto la dota de sentido físico.

No obstante, la verosimilitud de éste modelo, en múltiples modelos diferentes para la fluencia en caliente, las ecuaciones para la velocidad de

deformación, son respecto de la tensión, aproximaciones de la expresión del modelo de Li. El caso extremo el modelo de Nabarro Herring para la "fluencia" viscosa, se deduce de una aproximación que incluye la dependencia con el seno hiperbólico respecto de las tensiones. Esto es :

$$\dot{\gamma} = 32 \left(\frac{\alpha}{V \cdot \pi \cdot l^2} \right) \cdot v \cdot D_v \cdot e^{-\frac{F_f}{k \cdot T}} \cdot \text{senh} \left(\frac{\beta \cdot \tau \cdot V}{k \cdot T} \right) \quad (397)$$

este modelo de difusión de vacantes dirigida por tensiones, con el movimiento de las dislocaciones bloqueado y siendo las fronteras de grano la fuente o sumidero de vacantes, manifiesta también la misma dependencia funcional, a partir de planteamiento absolutamente dispares. En el modelo F(f) es la energía de formación de una vacante. El volumen de activación de una vacante $V = k \cdot b^3$. La difusividad de la vacante es $D(v)$ que dependerá de la energía de activación que deberá de coincidir con la de difusión de las vacantes (Q). El parámetro β es el factor de acoplamiento de las tensiones normales a las de cizalla que dependerá de la geometría del sistema $\sigma = \beta \tau$. El diámetro del grano es "l" y la frecuencia es v. Este es un modelo muy elemental y no obstante considerando $n=1$ no contradice la ecuación fenomenológica de Garofalo. En general se le usa con una aproximación asintótica para bajas tensiones. Existen muy diversos modelos, los cuales todos ratifican los factores que aparecen en la ecuación de Garofalo, pero no es el objetivo de este trabajo, hacer una compilación de los modelos, sino destacar una línea teórica que nos va a conducir a un modelo propio muy simple.

6.3 ELEMENTOS GENÉRICOS COMUNES

Aparece de manera reiterada la expresión $\sinh(x)$ en numerosos modelos independientes, también aparece con bastante persistencia un exponente n, para la tensión que de una u otra forma parece depender de los rangos de tensiones.

Hemos abordado la construcción de un modelo general que sirva para amplios rangos de las variables y recoja el método más utilizado que es el de la tasa de reacción (método cuyo origen es la cinética-química de reacciones), muy aplicado en el estudio de fluidos. Éste modelo justifica la aparición de un

exponente variable que dependerá de los rangos de tensiones y proporciona una sencilla interpretación y una identificación con la ecuación de Garofalo.

6.4 MODELO FÍSICO GENERAL DEL FLUENCIA POR GENERACIÓN Y MOVIMIENTO DE DISLOCACIONES BASADO EN LA TASA DE REACCIÓN

Los primeros modelos de la fluencia plástica a altas temperaturas, y en estado estacionario [128],[136],[137] vienen a postular una aplicación de los modelos de Eyring para la fluencia líquida, la cual es un caso especial de las teorías químicas generales de los procesos de variación de tasa a la fluencia de metales en estado estacionario. Alternativamente el estudio de la fluencia en estado estacionario, ha sido enfocado desde la teoría general de dislocaciones.

En general los modelos buscan predecir y justificar el comportamiento de la fluencia en su dependencia con la tensión y la temperatura.

En posteriores etapas se ha pretendido unificar en enfoque de los modelos de variación de tasa con los de generación y movimiento de dislocaciones. La teoría de los procesos de variación de tasa es expuesta en [138]. Su enfoque general consiste en considerar una reacción o un proceso de variación de tasa como la superación de una barrera de potencial por moléculas o estructuras complejas, cuya energía ha superado un cierto valor crítico.

Las reacciones se producen mediante unas etapas diferenciadas: por una parte se produce un complejo activado capaz de cruzar la barrera de potencial seguido del paso del complejo a través de la barrera. Entre las hipótesis de simplificación destacan que los reactantes iniciales y los complejos activados, están siempre en equilibrio. Principios elementales básicos conducen a un valor del número de complejos activados que en equilibrio pasan a través de la barrera por segundo (o velocidad de reacción):

$$\omega = \frac{k \cdot T}{h} \cdot e^{-\frac{\Delta F_a}{k \cdot T}} \quad (398)$$

siendo k y h las constantes de Boltzmann y de Planck, T la temperatura absoluta y ΔF_a la energía libre de activación por "molécula" o en general del

elemento a activar. Como kT es una energía kT/h es una frecuencia efectiva a la cual los complejos activados cruzan la barrera y el factor exponencial juega el papel de un factor probabilístico y representa la probabilidad de formación de un complejo activado, por tanto el término kT/h representa el número de intentos por segundo de cruzar la barrera a una temperatura T . La energía libre de activación es:

$$\Delta F_a = \Delta H_a - T \cdot \Delta S_a \quad (399)$$

siendo ΔH_a , la altura de la barrera de energía potencial, y ΔS_a , la entropía de activación por unidad elemental de activación (molécula). Admitido el método general de los procesos de velocidad de reacción, los mecanismos que permiten explicar el proceso de deslizamiento son varios, uno de ellos es la teoría de dislocaciones. Las desviaciones de la estructura perfecta de la red cristalina, o dislocaciones, con su movimiento a través del cristal producen el deslizamiento. La dislocación es una estructura estable de átomos de modo que en una región de pocas distancias atómicas $n+1$ átomos en la dirección de deslizamiento se enfrentan a n átomos en una fila paralela a través del plano de deslizamiento. Según como se manifiesta la compresión sobre el plano de deslizamiento o bajo el plano de deslizamiento, se dividen arbitrariamente en dislocaciones positivas o negativas, y se mueven en direcciones opuestas bajo una tensión de corte dada, pero ambas producen el mismo resultado al recorrer el cristal por efecto de la acción de la tensión, que en resumidas cuentas es una traslación relativa de una distancia atómica entre las partes de la red por encima y por debajo del plano de deslizamiento. Cuando la dislocación se desplaza por el cristal y produce la cizalla el resultado para la misma es su desaparición en las superficies exteriores o en determinados defectos del cristal, por lo tanto se deben estar generando nuevas dislocaciones para poder mantener el proceso de fluencia plástica y para que en consecuencia la deformación se mantenga por este proceso. Los procesos de generación de dislocaciones requieren una alta energía de creación por lo que se producirán en regiones de alta concentración de tensiones de corte, que suelen coincidir con regiones de imperfecciones en el cristal. Las dislocaciones se generan por la acción de tensiones de corte (entre otras

fuentes) en las regiones de altas concentración de tensiones . Estas dislocaciones suelen ser de pocos átomos de longitud, respecto a la distancia media entre imperfecciones. Cuando se mueven deslizan y aumentan su longitud bajo la acción de las tensiones de cizalla, cuya energía se invierte por tanto en hacerlas desplazarse y hacerlas crecer. Este proceso continua hasta que las mismas se fijan en una imperfección o en la vecindad de otras dislocaciones.

Si se asume que el estado estacionario de fluencia plástica sucede por el movimiento de dislocaciones , debemos considerar cual es la estructura de imperfecciones en las que se van a generar. La estructura básica es la estructura de mosaico de granos o subgranos, que serán las imperfecciones básicas dominantes sobre el cristal. En esta descripción definimos como L el espaciado medio lineal entre imperfecciones, que puede considerarse entre fronteras de grano en algunos casos. En este sentido el bloque elemental sería un cubo de lado L . Se debe suponer que las dislocaciones recorren completamente la unidad elemental, sin producirse aniquilación (en su interior) de dislocaciones de signos opuestos, esto es, no se unen dislocaciones de signos opuestos, o al menos no lo hacen en número significativo como para modificar los planteamientos. El bloque representativo es isótropo respecto de la deformación, esto es, la cizalla que va a sufrir es similar al resto de bloques o granos u otras entidades a lo largo del material.

En el modelo [139], la fluencia tiene lugar por movimiento de dislocaciones. El número de dislocaciones generadas por segundo dentro de un bloque unitario debe ser igual al número de dislocaciones que abandonan el bloque, para mantener la situación de deformación plástica estacionaria. Si R_g es la tasa de generación para una fuente generadora de dislocaciones, N_f es el número de fuentes por unidad de volumen, N_d es el número de dislocaciones que intersecan un plano normal al plano de deslizamiento que contiene la dirección de deslizamiento y por unidad de área, y v es la velocidad media de las dislocaciones:

$$R_g \cdot N_f \cdot L^3 = N_d \cdot v \cdot L \quad (400)$$

el desplazamiento producido por una dislocación, que recorre la unidad elemental del mosaico del material, es un espaciado de red entre átomos, en la dirección de deslizamiento, la tasa de cizalla es:

$$\dot{\gamma} = N_d \cdot v \cdot L \cdot \frac{a}{L} = N_d \cdot v \cdot a = R_g \cdot N_r \cdot L^2 \cdot a \quad (401)$$

usando las relaciones anteriores, si $N_r = z/L^3$, tenemos:

$$\dot{\gamma} = R_g \cdot z \cdot \frac{a}{L} \quad (402)$$

En una situación como la de nuestros materiales, esto es policristalina, se pueden producir dos tipos de fluencia en estado estacionario: la fluencia dentro de los granos individuales y la fluencia resultante del movimiento intergranular. Ha sido mostrado por [140], en trabajos sobre cobre con diferentes tamaños de grano, que no hay diferencias detectables en la tensión de fluencia. Se asume por tanto que el fluencia en metales policristalinos es predominantemente el resultado de la deformación que ocurre dentro de las estructuras individuales granulares por el movimiento de las dislocaciones. Al menos esto lo vamos a asumir para la región de trabajo que nos interesa que es la de estado estacionario.

Si la orientación de los granos es tal que el deslizamiento sucede en el plano de la máxima tensión de cizalla, siguiendo los trabajos de Kauzmann [128] la velocidad de deformación, será:

$$\dot{\epsilon} = A \cdot R_g \cdot \left[\frac{a}{L} \right] \quad (403)$$

siendo A, un factor geométrico, de naturaleza difícil de precisar que se suele tomar (Kautzmann) [128] como 2/3, y que en primera aproximación tomaremos como 1.

El cálculo de la tasa de generación de dislocaciones se muestra como el elemento básico del modelo [139]. El modelo postula que si dos átomos (1) y (2), ver fig.(97) y (98) son separados de la posición de equilibrio por la acción de la tensión de cizalla τ , una fracción del espaciado de la red δ , y los átomos (3),(4), y (5), laterales, son afectados y movidos en la dirección de deslizamiento, puede aparecer una dislocación, pero debe tener lugar una

reestructuración de los átomos vecinos alcanzando una configuración estable , los átomos (5) y (6) son claves en la estructura de la configuración estable. El potencial de la fila que contiene al átomo (6) se afecta por las distribuciones sinusoidales de los potenciales de las filas de los átomos que han cizallado. Cuando la separación δ , alcanza un valor de forma que la fracción $f=\delta/a < 1/2$ se puede producir una configuración estable con una energía de activación mínima. El reactante en este modelo de base química es la red perfecta en la región de alta concentración de tensiones, el complejo activado, es una dislocación positiva y el producto es la dislocación después de la reestructuración de la estructura atómica de la red en sus proximidades. Si hay un equilibrio entre reactantes y complejos activados. Si t es el tiempo medio para que el complejo activado pase a su forma definitiva, la tasa de generación de dislocaciones positivas será:

$$R_g^+ = \frac{P^+}{t} \quad (404)$$

siendo P^+ la probabilidad de formación de un complejo positivo activado como una fuente positiva o a derecha. El tiempo de transición de la activación

$t \cong \frac{h}{k \cdot T}$, según esto y por consideraciones de frecuencia :

$$R_g^+ = \frac{k \cdot T}{h} \cdot P^+ \quad (405)$$

$$R_g^- = \frac{k \cdot T}{h} \cdot P^-$$

El problema básico del modelo es la determinación de P^+, P^- , todas las divergencias entre modelos posteriores se ha producido a partir de este punto de determinación de las probabilidades. Para el establecimiento de estas probabilidades se usan modelos de cizallamiento local con la hipótesis de que la ley de Hooke se sigue cumpliendo para grandes deformaciones, hipótesis reduccionista, altamente criticable. No obstante se puede mantener en primera aproximación, ya que, entre otras cosas las fuerzas entre átomos nos llevarían a otros ámbitos y nos mantenemos en el ámbito de la mecánica clásica. Éste punto es el que nos puede conducir a mayores errores. La cizalla local de los

átomos (1) y (2) en torno al (6) es del orden de δ/d siendo d , la distancia interplanar. Como la energía elástica por unidad de volumen, en esta aproximación de elasticidad lineal para una tensión de cizalla τ , con un módulo elástico G , es $W=\tau^2/(2.G)$, y considerando el volumen de la región de activación como p veces el volumen atómico, la energía elástica del proceso elemental es:

$$W = p \cdot V \cdot \frac{\tau^2}{2 \cdot G} \quad (406)$$

como la tensión local alcanzada por los átomos en cizalla es :

$$\tau_0 = G \cdot \frac{a}{d} \cdot \frac{\delta}{a} \quad (407)$$

Si la fuente de generación, está bajo la acción de una tensión τ , ésta disminuye la energía elástica necesaria para producir la cizalla.

$$W_{neta} = \frac{p \cdot V}{2 \cdot G} \cdot (\tau_0 - \tau)^2 \quad (408)$$

Ésta energía, neta debe ser suministrada térmicamente.

Cuando un material ha alcanzado la zona estacionaria de la fluencia está generalmente endurecido por el trabajo de deformación previo , este campo de tensiones por deformación, que es el endurecimiento, produce una red de dislocaciones ancladas o fijadas de una u otra forma. En términos dinámicos el campo de tensiones sobre una dislocación conduce a que la red de dislocaciones ancladas cree un campo interior de tensiones cuya dirección es opuesta en el punto de generación a la tensión de cizalla externa aplicada en el plano de deslizamiento. Esta tensión interna de oposición generada por la estructura dinámicamente endurecida es "the back stress", las tensiones residuales . El concepto dinámico de endurecimiento entonces consiste en una deformación de la red, por una formación de una red de dislocaciones fijas, la cual produce una tensión opuesta a la de la generación de la deformación plástica. Esta tensión negativa disminuye la tensión efectiva de corte en los puntos de generación de dislocaciones:

$$\tau_{efectiva} = q \cdot (\tau_{externa} - \tau_b) \quad (409)$$

siendo q un factor geométrico de concentración de tensiones.

El punto principal del modelo que vamos a establecer descansa en el hecho de que el número de átomos afectados por la cizalla elemental es un número limitado. Sea este "n".

El modelo que proponemos difiere únicamente en el método de valorar la probabilidad de ocurrencia de las dislocaciones. Usualmente se supone que la tasa de generación de dislocaciones es en el modelo de tasa de reacción: $R_g = R_g^+ - R_g^-$. Como tasa neta de generación de dislocaciones positivas, y esta es:

$$R_g = \frac{k \cdot T}{h} \cdot (P^+ - P^-) \quad (410)$$

considerando a P^+ y P^- , la probabilidad de ocurrencia de la configuración anteriormente mencionada. Estas probabilidades de ocurrencia se valoran teniendo en cuenta la probabilidad de oscilación de cada uno de los "n" átomos que intervienen en la configuración y así :

$$P^+ = p^n \cdot e^{-\frac{W_{efectiva}^+}{k \cdot T}} \quad (411)$$

$$P^- = p^n \cdot e^{-\frac{W_{efectiva}^-}{k \cdot T}}$$

siendo p la probabilidad de oscilación en la dirección de deslizamiento cristalográfico.

Nosotros consideramos diferente el proceso de ocurrencia de la configuración básica. La configuración efectiva que conduce a la aparición de la dislocación no debe descansar en la consideración de la acción de los "n" elementos activos como independientes en su contribución a R_g^+ , y R_g^- . **Creemos que lo correcto es suponer que con la configuración se realiza por un proceso que va afectando a cada uno de los átomos participantes, de forma que la acción de uno de ellos condiciona a la acción del siguiente.** Así debemos definir: $P(n)$ = probabilidad de que los n -átomos afectados den lugar a una configuración neta ($P^+ - P^-$), considerada en conjunto:

$$P_{\text{neta}}(n) = P^+ - P^- = P_{\text{neta}}(A_1) \cdot P_{\text{neta}}(A_2 / A_1) \cdot P_{\text{neta}}(A_3 / A_2 \cap A_1) \dots \dots \dots P_{\text{neta}}(A_n / A_{n-1} \cap \dots \cap A_1) \quad (412)$$

siendo A_i cada uno de los átomos participantes (entidades en una consideración más general).

Considerando:

$$P_{\text{neta}}(A_1) = p_{\text{oscilacion}} \cdot \left(e^{-\frac{W_1^+}{k.T}} - e^{-\frac{W_1^-}{k.T}} \right) \quad (413)$$

$$P_{\text{neta}}(A_2 / A_1) = p_{\text{oscilacion}} \cdot \left(e^{-\frac{W_2^+}{k.T}} - e^{-\frac{W_2^-}{k.T}} \right) \quad (414)$$

$$P_{\text{neta}}(A_3 / (A_2 \cap A_1)) = p_{\text{oscilacion}} \cdot \left(e^{-\frac{W_3^+}{k.T}} - e^{-\frac{W_3^-}{k.T}} \right) \quad (415)$$

.....

$$P_{\text{neta}}(A_n / (A_{n-1} \cap \dots \cap A_1)) = p_{\text{oscilacion}} \cdot \left(e^{-\frac{W_n^+}{k.T}} - e^{-\frac{W_n^-}{k.T}} \right) \quad (416)$$

La probabilidad de oscilación de cada átomo se mantiene constante pues las pequeñas variaciones de las oscilaciones térmicas en la red no quedan afectadas sensiblemente según se construye la configuración, supuesto un pequeño número de elementos participantes. Sin embargo el desplazamiento que van sufriendo los átomos sucesivos δ_i , va a variar de unos a otros, con una disminución progresiva. Esto es equivalente a decir que la altura de barrera de energía elástica que necesariamente debe superarse para configurar la estructura va disminuyendo progresivamente desde los átomos iniciales a los últimos de la estructura. Esto quiere decir que a cada átomo le hemos asociado un valor de τ_0 , diferente mientras que en todos los modelos anteriores se supone el mismo valor. **También está implícito en nuestro modelo que distinguimos la contribución de cada átomo a la formación neta de una dislocación positiva**, a diferencia de los modelos anteriores que consideran la contribución neta no átomo por átomo sino en conjunto el bloque de "n" átomos contribuyendo de forma global y en conjunto. Esto es en los

modelos tradicionales, se consideran las probabilidades independientes y las constituciones de las probabilidades en las dos direcciones por separado, mientras que los átomos se tratan como un bloque, y proponemos lo contrario, por una parte considerar las probabilidades como dependientes, y la configuración valorada probabilísticamente en conjunto, pero considerar a cada átomo individualmente de los anteriores. **También suponemos que la tensión externa aplicada, el campo de tensiones de cizalla externo, no sufre apenas variación en este reducido grupo de n- átomos**, y la tensión o el campo de tensiones residuales (el "back-stress"), suponemos que se mantiene constante sobre el reducido número de átomos, debido a que este campo de tensiones proviene del trabajo de endurecimiento previo al estado estacionario de fluencia. Denominamos a la probabilidad de oscilación atómica como p_0 , por lo tanto:

$$W_1^+ = \frac{p \cdot V}{2 \cdot G} \left[\left(\frac{G \cdot \delta_1}{d} \right)^2 - 2 \cdot q \cdot G \left(\frac{\delta_1}{d} \right) \cdot (\tau_e - \tau_b) + q^2 \cdot (\tau_e - \tau_b)^2 \right] \quad (416)$$

$$W_1^- = \frac{p \cdot V}{2 \cdot G} \left[\left(\frac{G \cdot \delta_1}{d} \right)^2 + 2 \cdot q \cdot G \left(\frac{\delta_1}{d} \right) \cdot (\tau_e - \tau_b) + q^2 \cdot (\tau_e - \tau_b)^2 \right] \quad (417)$$

.....

$$W_n^+ = \frac{p \cdot V}{2 \cdot G} \left[\left(\frac{G \cdot \delta_n}{d} \right)^2 - 2 \cdot q \cdot G \left(\frac{\delta_n}{d} \right) \cdot (\tau_e - \tau_b) + q^2 \cdot (\tau_e - \tau_b)^2 \right] \quad (418)$$

$$W_n^- = \frac{p \cdot V}{2 \cdot G} \left[\left(\frac{G \cdot \delta_n}{d} \right)^2 + 2 \cdot q \cdot G \left(\frac{\delta_n}{d} \right) \cdot (\tau_e - \tau_b) + q^2 \cdot (\tau_e - \tau_b)^2 \right] \quad (419)$$

de donde:

$$e^{-\frac{W_1^+}{k \cdot T}} - e^{-\frac{W_1^-}{k \cdot T}} = e^{-\frac{p \cdot V}{2 \cdot G \cdot k \cdot T} \left[\left(\frac{G \cdot \delta_1}{d} \right)^2 + q^2 \cdot (\tau_e - \tau_b)^2 \right]} \cdot 2 \cdot \sinh \left[\frac{q \cdot \delta_1 \cdot p \cdot V}{d \cdot k \cdot T} \cdot (\tau_e - \tau_b) \right] \quad (420)$$

luego por tanto:

$$R_g = \frac{k.T}{h} \cdot p_o^n \cdot \prod_{i=1}^{i=n} \left[e^{-\frac{p.V}{2.G.k.T} \left[\left(\frac{G.\delta_i}{d} \right)^2 + q^2 (\tau_e - \tau_b)^2 \right]} \cdot 2 \cdot \sinh \left[\frac{q.\delta_i.p.V}{d.k.T} \cdot (\tau_e - \tau_b) \right] \right] \quad (421)$$

para terminar la expresión de nuestro modelo:

$$\dot{\gamma} = \frac{z.a}{L} \cdot \frac{k.T}{h} \cdot p_o^n \cdot \prod_{i=1}^{i=n} \left[e^{-\frac{p.V}{2.G.k.T} \left[\left(\frac{G.\delta_i}{d} \right)^2 + q^2 (\tau_e - \tau_b)^2 \right]} \cdot 2 \cdot \sinh \left[\frac{q.\delta_i.p.V}{d.k.T} \cdot (\tau_e - \tau_b) \right] \right] \quad (422)$$

suponemos que a la par que δ_i , disminuye el factor de concentración q , aumenta y el factor de volumen p , disminuye, por lo tanto o bien suponemos una constancia del producto de los tres términos o bien suponemos un valor promedio δ_m , y por tanto, podemos aproximar:

$$\dot{\gamma} = \frac{z.a}{L} \cdot \frac{k.T}{h} \cdot p_o^n \cdot \left[e^{-\frac{p.V.n}{2.G.k.T} \left[\left(\frac{G.\delta_m}{d} \right)^2 + q^2 (\tau_e - \tau_b)^2 \right]} \cdot 2^n \cdot \left(\sinh \left[\frac{q.\delta_m.p.V}{d.k.T} \cdot (\tau_e - \tau_b) \right] \right)^n \right] \quad (423)$$

Esta es la ecuación básica del modelo . ecuación de estado para el estado estacionario de la fluencia que nos relaciona la velocidad de deformación por cizalla, con la tensión aplicada, la temperatura y las constantes de la estructura. Teniendo en cuenta que en general :

$$\frac{G.\delta_m}{d} \gg q \cdot (\tau_e - \tau_b) \quad (424)$$

y en la situación dentro de la fluencia estacionaria en la que $\tau_b \ll \tau_e$, entonces:

$$\dot{\gamma} = \frac{z.a}{L} \cdot \frac{k.T}{h} \cdot p_o^n \cdot \left[e^{-\frac{p.V.n}{2.G.k.T} \left[\left(\frac{G.\delta_m}{d} \right)^2 \right]} \cdot 2^n \cdot \left(\sinh \left[\frac{q.\delta_m.p.V}{d.k.T} \cdot (\tau_e) \right] \right)^n \right] \quad (425)$$

como:

$$\frac{n \cdot p \cdot V \cdot G \cdot \delta_m^2}{2 \cdot d^2} = \Delta H_a \quad (426)$$

altura de la barrera, o entalpia de activación para alcanzar la configuración definida por los n- átomos, alcanzamos un modelo para la ecuación de estado en fluencia estacionaria:

$$\dot{\gamma} = A \cdot e^{\frac{\Delta H_a}{k \cdot T}} \cdot [\sinh(\alpha \cdot \tau)]^n \quad (427)$$

con :

$$A = 2^n \cdot \frac{a \cdot z}{L} \cdot \frac{k \cdot T}{h} \cdot p_0^n$$

$$\Delta H_a = \frac{n \cdot p \cdot V \cdot G \cdot \delta_m^2}{2 \cdot d^2} \quad (428)$$

$$\alpha = \frac{q \cdot \delta_m \cdot p \cdot V}{d \cdot k \cdot T}$$

en esta representación tan sencilla, podemos aproximar, por una parte que $2 \cdot \delta_m \approx b$ (vector de Burgers) y por otra parte $V_a = n \cdot v$, volumen de activación del proceso, resultando:

$$\Delta H_a = \frac{p \cdot G \cdot V_a}{8} \cdot \left(\frac{b}{d} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{q \cdot p \cdot V_a}{2 \cdot n \cdot k \cdot T} \cdot \left(\frac{b}{d} \right) \quad (429)$$

Dadas las características de las expresiones obtenidas es difícil una valoración numérica precisa. Hemos realizado estimaciones de ordenes de magnitud para aceros, con datos obtenidos de las tablas de referencia, obteniendo las siguientes estimaciones de órdenes de magnitud:

$A = 1.90628 \cdot 10^9 \text{ seg}^{-1} \cdot (z \cdot p_0^n)$, $\Delta H_a = 82482 \text{ cal/mol}$ y $\alpha = 0.003 \text{ Mpa}^{-1}$. (q), frente a los valores de un ajuste para un acero con $n=4$ (caso del acero A2, del capítulo 5), $A = 1.9573 \cdot 10^{11} \text{ seg}^{-1}$, $Q = 79515 \text{ cal/mol}$, y $\alpha = 0.013 \text{ Mpa}^{-1}$. Para otros materiales (aleación de aluminio y aleación de titanio, algunos de los parámetros presentaban resultados acordes, y otros, bastante diferentes). No obstante se han tenido que realizar, varias aproximaciones, y estimaciones, y algunos parámetros de las fórmulas teóricas son de muy difícil precisión. El

objetivo de la construcción de un modelo tan simple como el que proponemos no es evidentemente justificar valores experimentales de muy diferentes tipos de materiales (en algunos casos los podemos justificar), lo cual requeriría un desarrollo más complejo del modelo y la introducción de más factores de detalle, sino que el objetivo es claramente postular que de una forma general se alcanza una expresión para ecuación de la velocidad de deformación para la fluencia plástica en estado estacionario que ratifica la ecuación fenomenológica de Garofalo, esto es que dicha ecuación obedece a modelos físicos subyacentes y que únicamente se precisa una labor de mucho mayor detalle en la construcción de un modelo teórico convincente y que justifique completamente los valores experimentales de una gran variedad de materiales. Este trabajo puede abordarse en un futuro.

El modelo teórico que proponemos tiene las siguientes características, en primera aproximación:

1) La constante α , como en muchos otros modelos disminuye con la temperatura, y esta relacionada con el índice n , que es el número de átomos que participan en la configuración de la estructura elemental de cizalla.

2) El coeficiente α , esta directamente relacionado con un volumen que es el volumen global en el que se produce la configuración de la cizalla elemental V_a , y que denominamos volumen de activación por esta razón

3) El exponente n de la función $\sinh()$ es el número de átomos que participan en la configuración de la unidad elemental de cizalla, y de alguna manera mide la amplitud de la deformación de la dislocación inicial en número de átomos.

4) El módulo elástico de cizalla, no juega ningún papel en el argumento de la función $\sinh()$

5) La energía de activación del proceso depende directamente del volumen de activación del proceso elemental, del cuadrado de la razón del vector de Burgers, del espaciado interplanar, y del módulo elástico de cizalla, debido a la utilización de la ley de elasticidad de Hooke en primera aproximación (lo cual es evidentemente cuestionable, pero no solo en nuestro modelo, sino en casi todos los elaborados desde estos principios generales).

6) El factor de entropía incluido en la constante A , depende inversamente del tamaño de grano L , directamente del espaciado de la red, a , de una frecuencia térmica kT/h , y de la probabilidad de oscilación de los átomos según la dirección de acción de la tensión externa p_0 , además del número de fuentes en un grano, z , y del exponente n , en forma de n° de átomos que participan en el proceso elemental de cizalla.

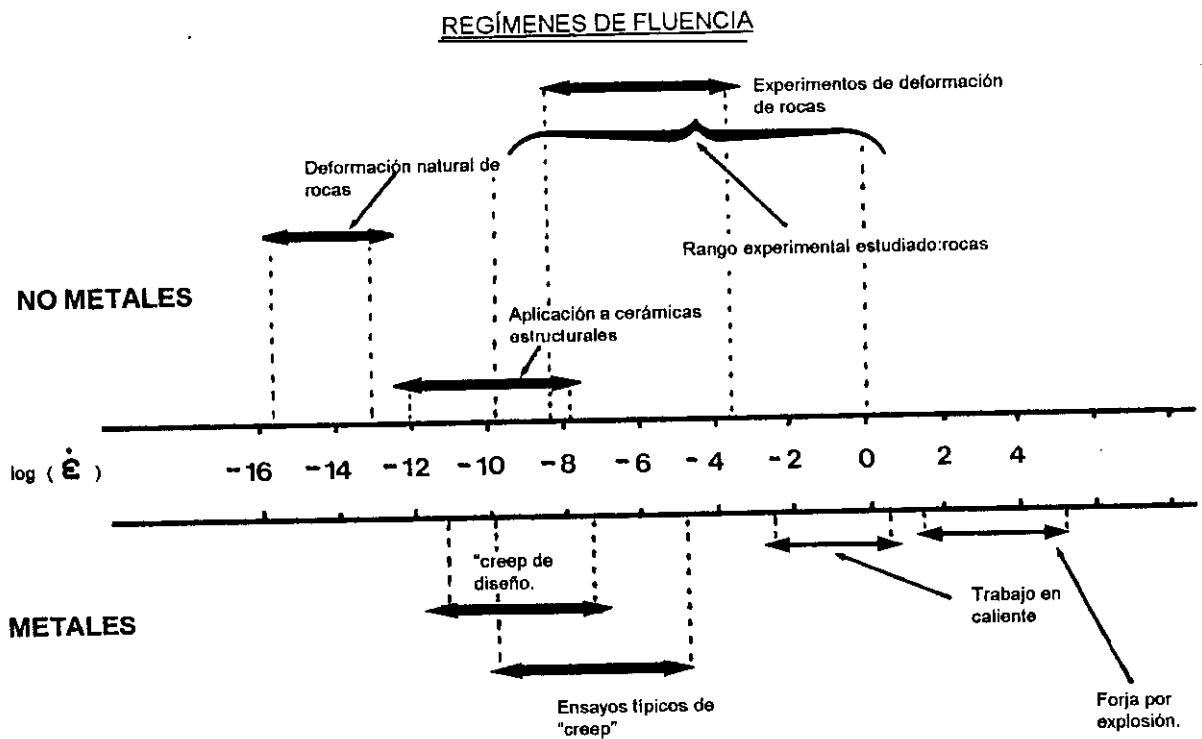


Fig.(81). Clasificación de los regímenes de fluencia, en la que se ha mantenido la denominación de "creep" para los rangos en los que se usa en la referencia y las denominaciones que no emplean el término de "creep", en los rangos en los que en las referencias no se usa. Se puede ver en esta como en otras clasificaciones, el uso polisémico de los términos.

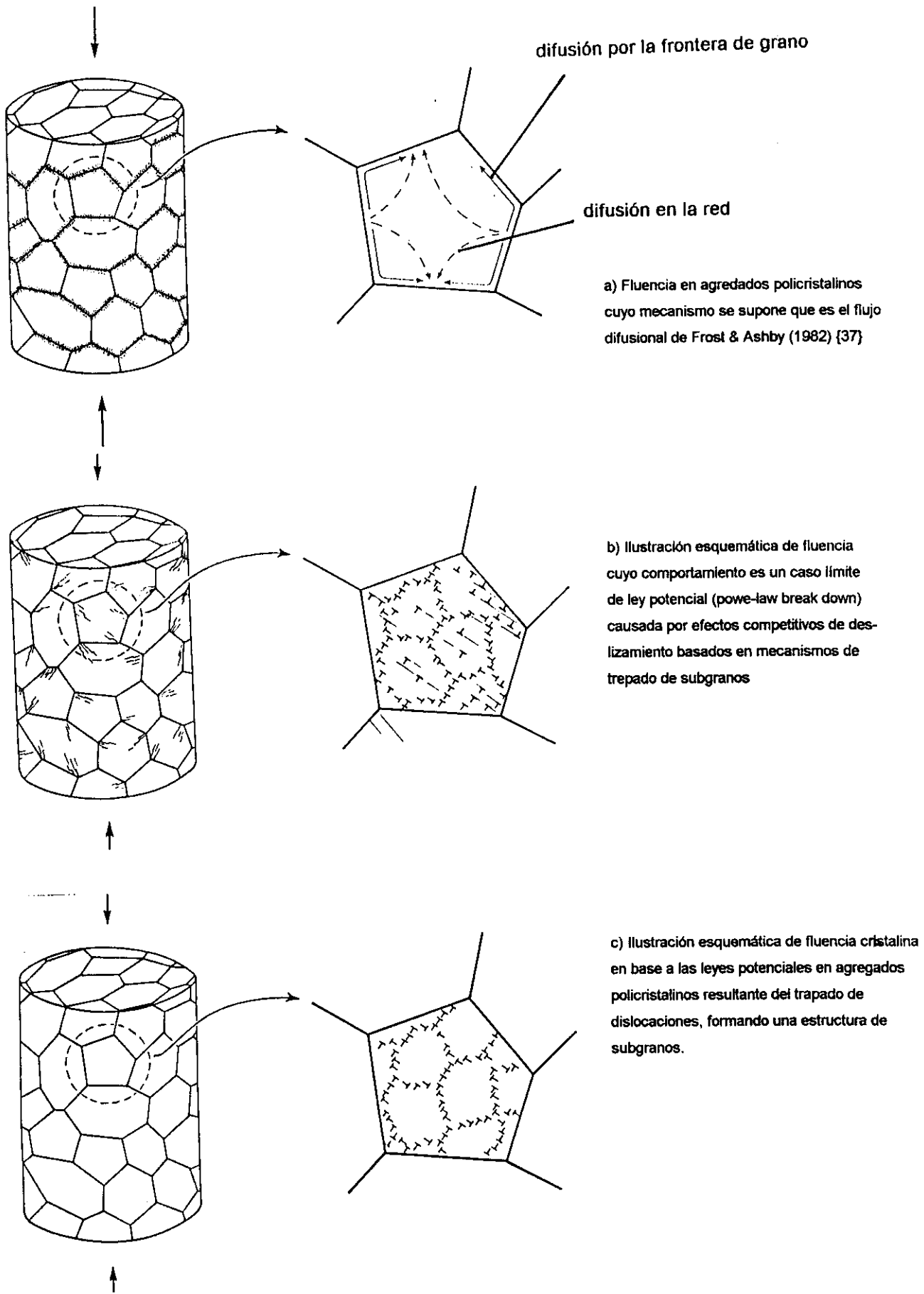


Fig.(82). Diferentes esquemas representativos de los mecanismos de fluencia interpretados a partir de las leyes potenciales de la referencia bibliográfica de Frost y Ashby (1982). {37}.

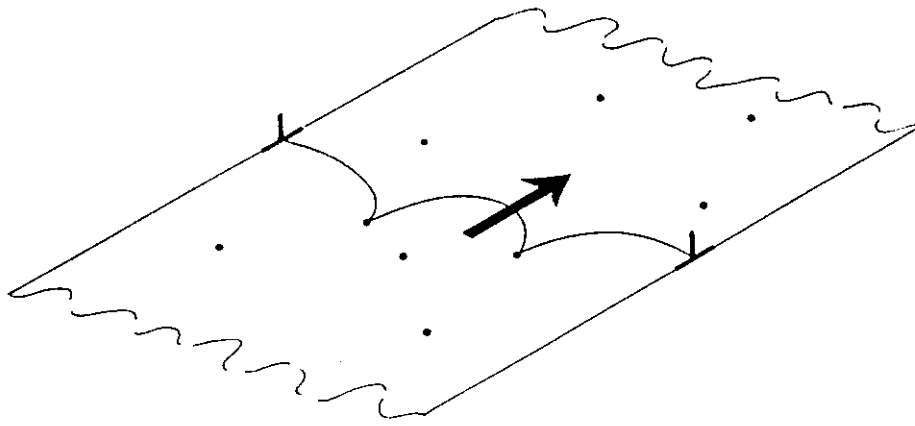


Fig.(83). Deslizamiento de dislocaciones, obstaculizado y controlado por obstaculos discretos en el plano de deslizamiento. Modelo general propuesto por Orowan.

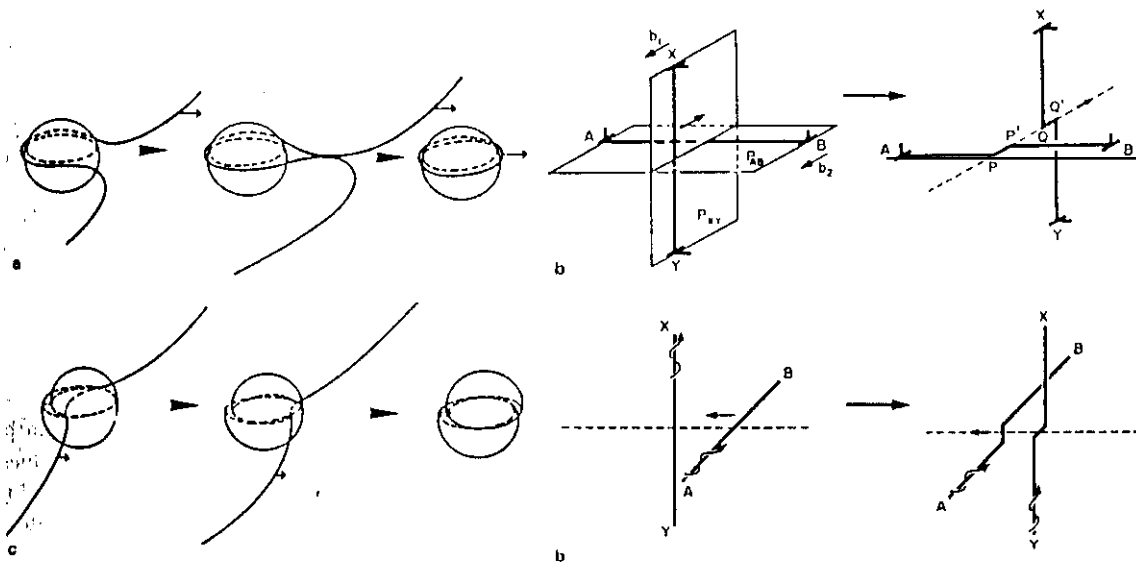


Fig.(84). Mecanismos de superación de obstaculos. Interacción de las dislocaciones con las inclusiones. Caso a) Inclusión no cizallable, caso de dislocación en arista. Caso b) Inclusión cizallable, caso de dislocación helicoidal.

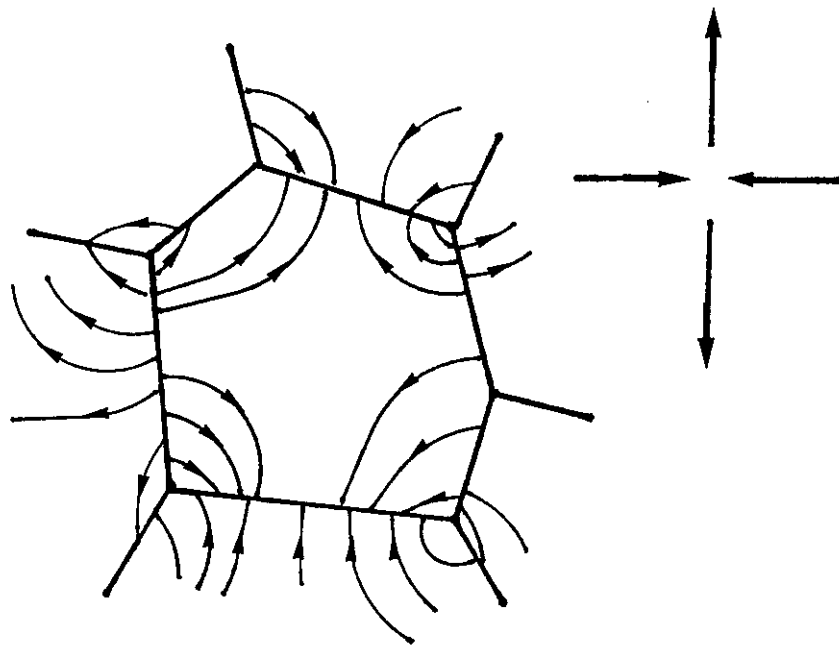


Fig.(85). Grano no simétrico de un policristal, en el que se muestran el tipo de corrientes de auto-difusión que se pueden presentar cuando el sólido es sometido a tensiones de cizalla. Esquema real del modelo de Nabarro-Herring.

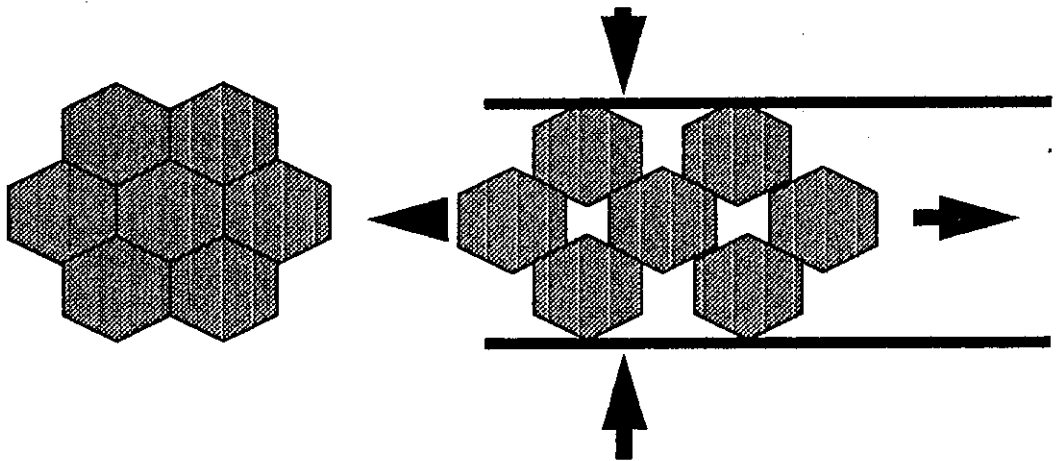


Fig.(86). Relación entre el deslizamiento de fronteras de grano y la fluencia por difusión. En los modelos policristalinos bidimensionales con cizalla pura, el deslizamiento de fronteras de grano (GBS- Grain boundary sliding) crea vacíos que deben ser rellenados por la fluencia difusional. Al revés también se han sostenido que la fluencia difusional, acaba por producir el deslizamiento de las fronteras de grano.

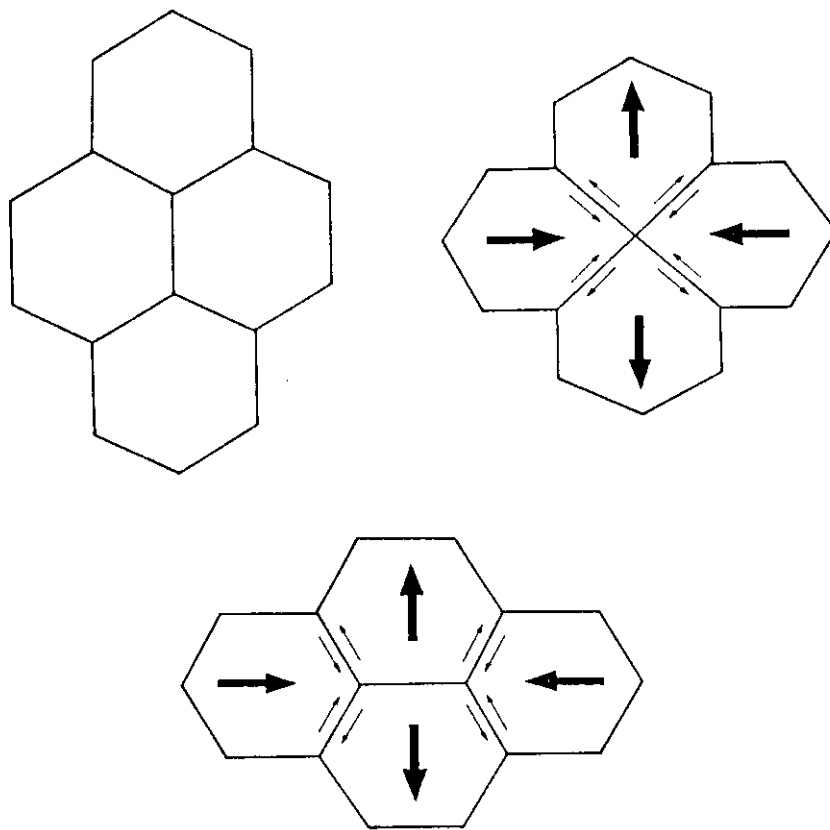


Fig.(87). Granos adyacentes y conmutación de los procesos en un régimen superplástico. El agregado sufre una deformación en algunos casos de más del 50% sin deformación total de los granos. Hay una deformación local en etapas intermedias para acomodar el deslizamiento de fronteras de grano.

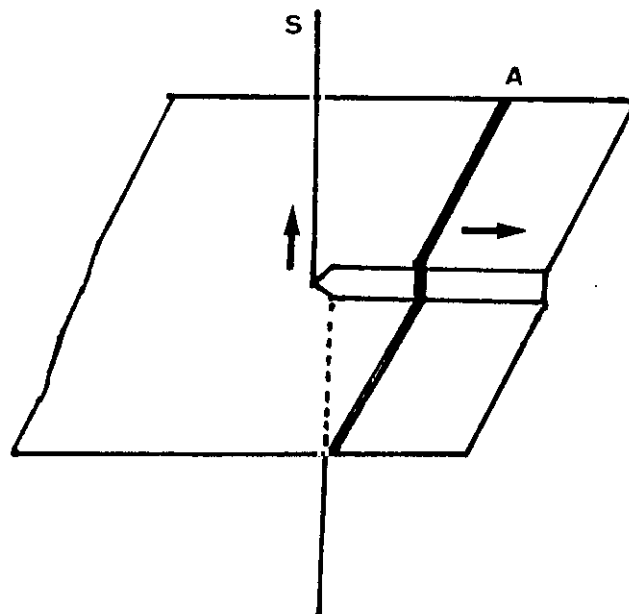


Fig.(88). Escalón formado por una dislocación en arista (A) atravesando una dislocación helicoidal S. El escalón es causado por la distorsión helicoidal del plano de deslizamiento debido a la presencia de la dislocación en arista.

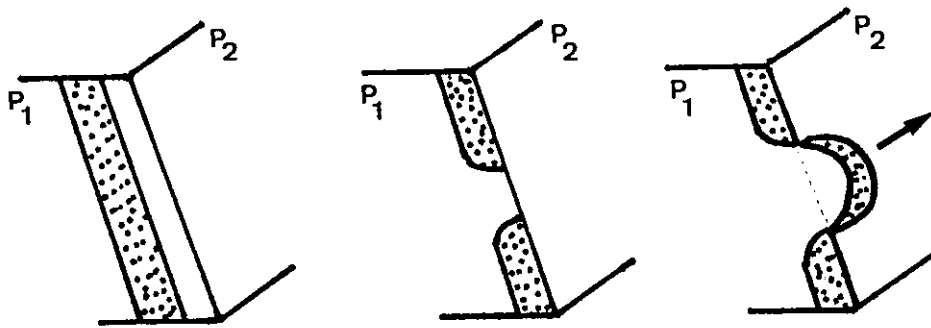


Fig.(89). Descripción del deslizamiento cruzado. Una dislocación en arista dividida en el plano P_1 , desliza en él. Para producir el deslizamiento cruzado en el plano P_2 , la banda de falta de apilamiento debe sufrir una estricción localmente. la región estrangulada se desarrolla despues delizando por P_2 , donde puede dividirse otra vez

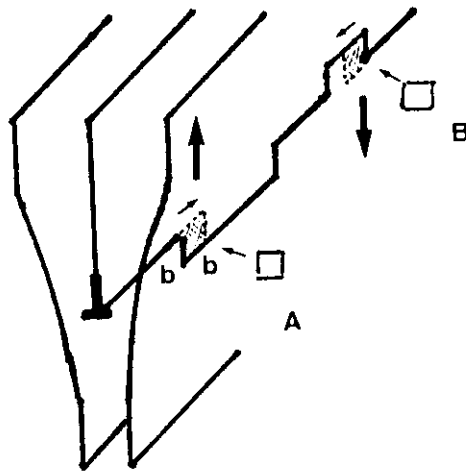


Fig.(90). Trepado de dislocaciones en arista. La línea de la dislocación trepa una distancia interatómica cuando un escalón viaja a lo largo de su longitud absorbiendo (A), o emitiendo (B) vacantes.

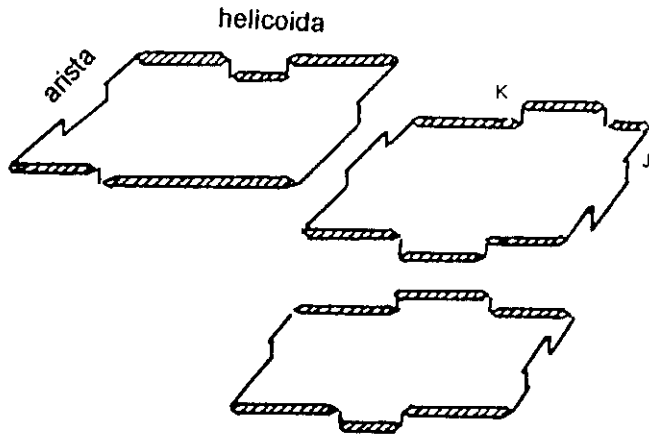


Fig.(91). El trepado de dislocaciones y el deslizamiento cruzado son procesos que pueden actuar en paralelo, ya que el proceso físico es consistente. Las porciones de dislocación en arista trepan unas hacia otras, por migración de escalones (J). Las porciones helicoidales divididas, afectan un deslizamiento cruzado unas hacia otras, mediante migración de anillos (K).

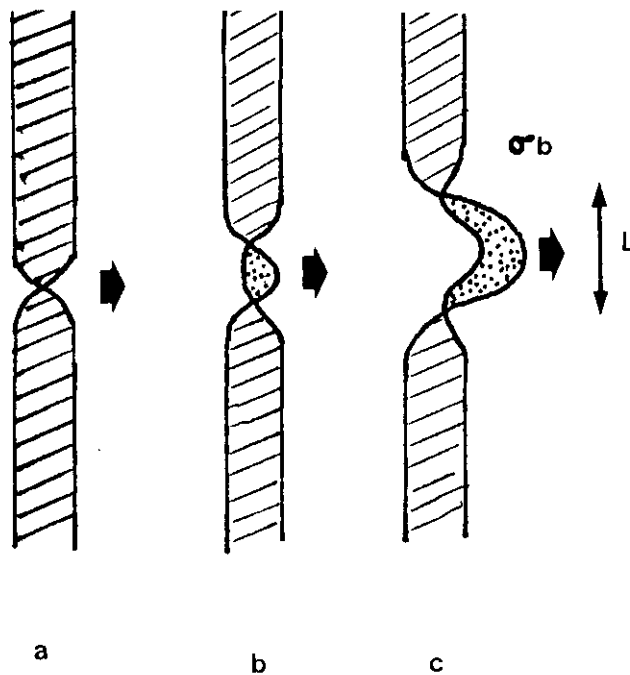


Fig.(92). Deslizamiento cruzado de una dislocación en arista. La contracción de la banda de falta de apilamiento (a) se desarrolla en (b) dividiéndose en el plano de deslizamiento cruzado, al ensancharse la división por acción de la tensión conductora del proceso (c).

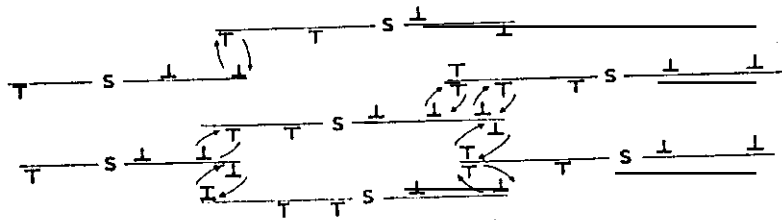


Fig.(93). Modelo de Weertman. Dislocaciones en arista emitidas por las fuentes (S) en planos paralelos están mutuamente atrapadas y trepan unas hacia otras. Este modelo fue establecido por Weertman y justificaba las leyes potenciales de la fluencia.

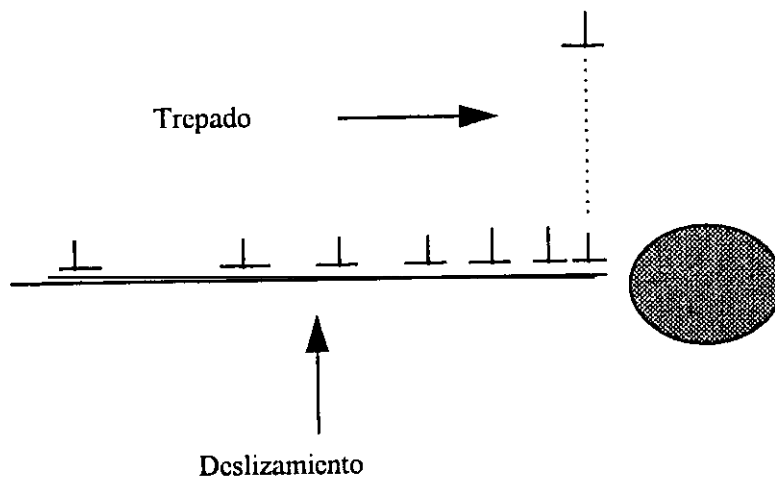


Fig.(94). Descripción elemental de un proceso de trepado. Una fuente emite una secuencia de dislocaciones dando lugar con su deslizamiento a un apilamiento. Cuando las tensiones son suficientemente altas, las dislocaciones que alcanzan un obstáculo y que quedarían ancladas por él, efectúan un proceso de trepado hasta alcanzar el plano siguiente.

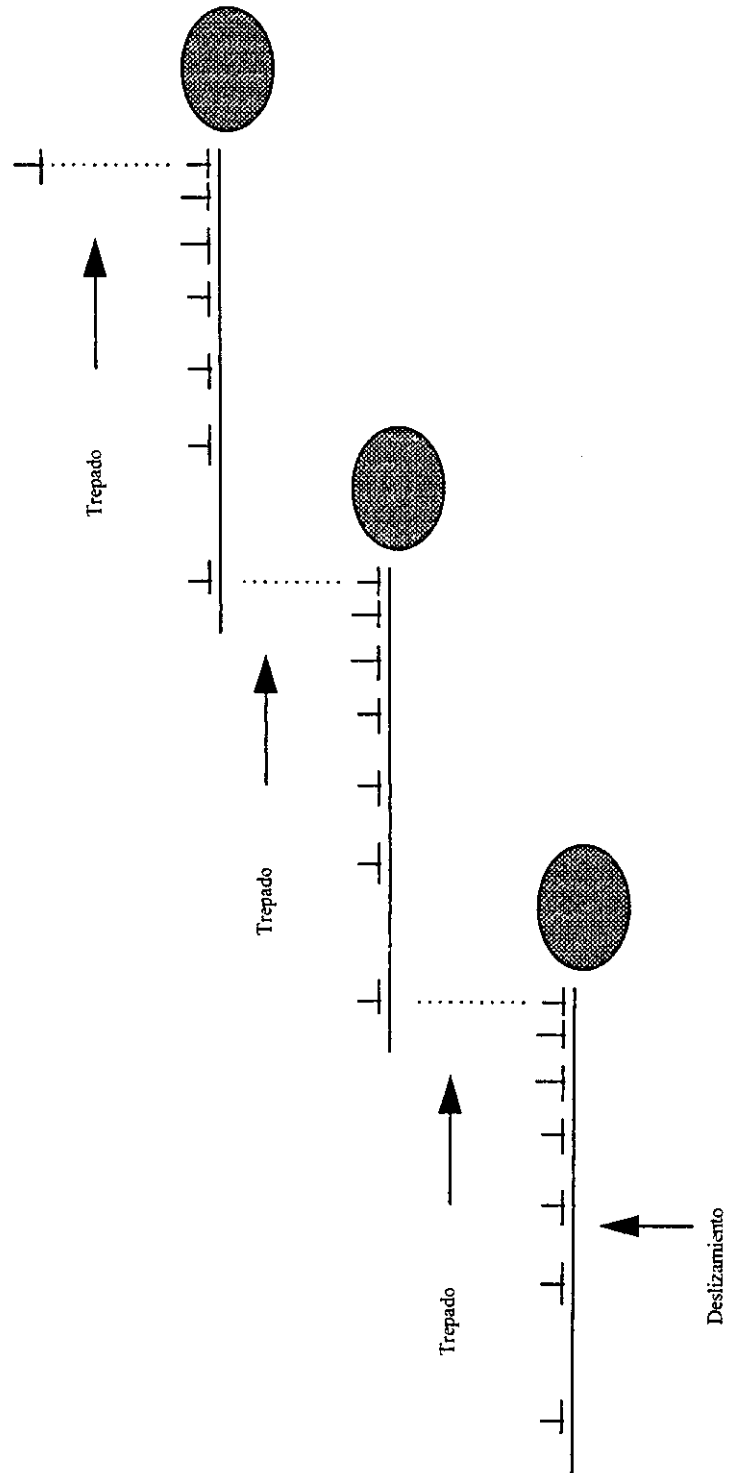


Fig.(95). Descripción elemental de un proceso mixto de deslizamiento y trepado.

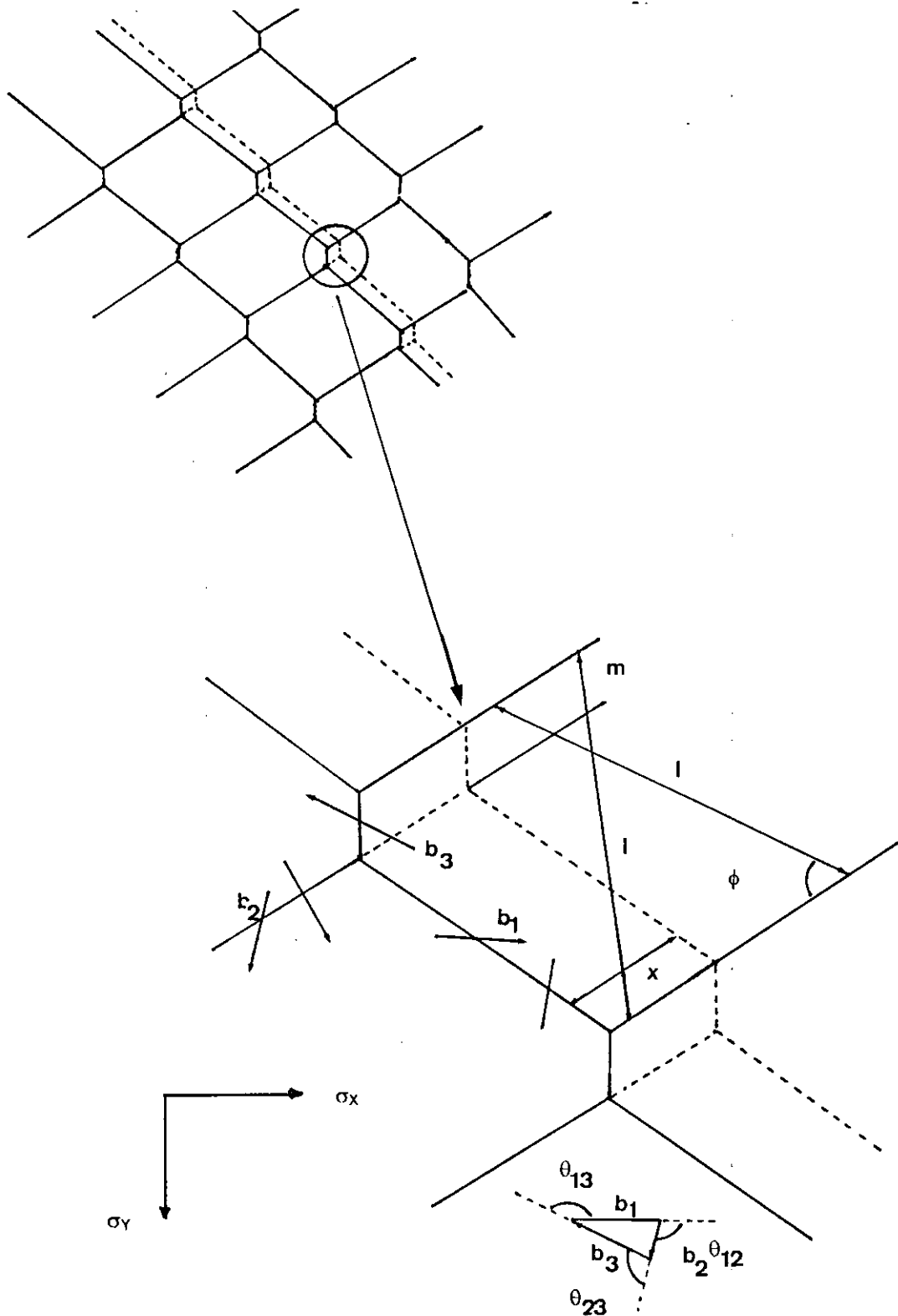


Fig.(96). Esquema del modelo de Li para la fluencia estacionaria.{25}. Control de la fluencia por un mecanismo de control del movimiento de las dislocaciones mediante el movimiento de los nodos de una red de intersección de dislocaciones. en el detalle del análisis de un nodo se puede observar la contribución a la velocidad de deformación por el movimiento de los nodos.

En las direcciones principales $\{x,y\}$, se tiene $\dot{\epsilon}_x = \frac{\rho \cdot \dot{x}}{l} \cdot (b_1 \cdot l' - b_3 \cdot m' \cdot \cos \theta_{13})$, que es aproximadamente $\dot{\epsilon}_x \cong \rho \cdot \dot{x} \cdot b \cdot \sin \phi = \rho \cdot v \cdot b$, y en la otra dirección $\dot{\epsilon}_y = \frac{\rho \cdot \dot{x}}{l} \cdot (b_3 \cdot m' \cdot \sin \theta_{13})$

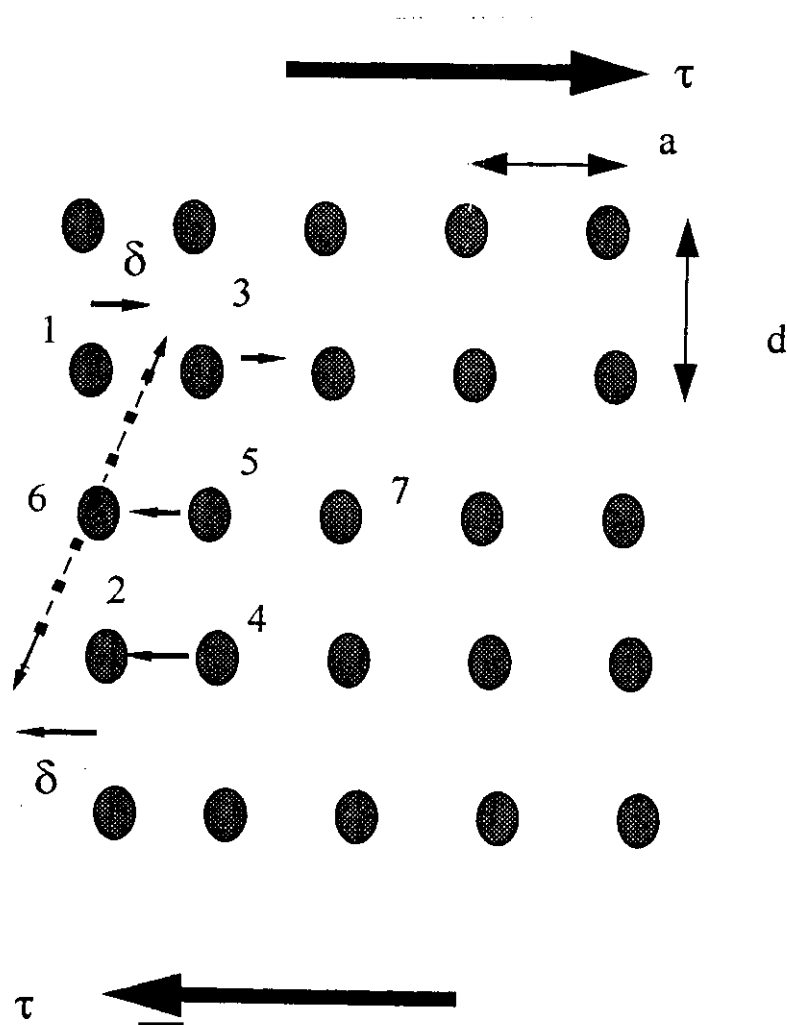


Fig.(97). Esquema básico del modelo de Nowick et al [139]. Unificación de la teoría de dislocaciones y de la teoría de los procesos de variación de tasa. Basado en que el control se establece a partir de la velocidad de generación de dislocaciones. Unos átomos, pocos participan en un nodo en una estructura que se trata como un complejo activado para generar una dislocación. La tensión de cizalla afecta los átomos 1,6, y 2 intensamente y menos a los átomos 3,4,5.

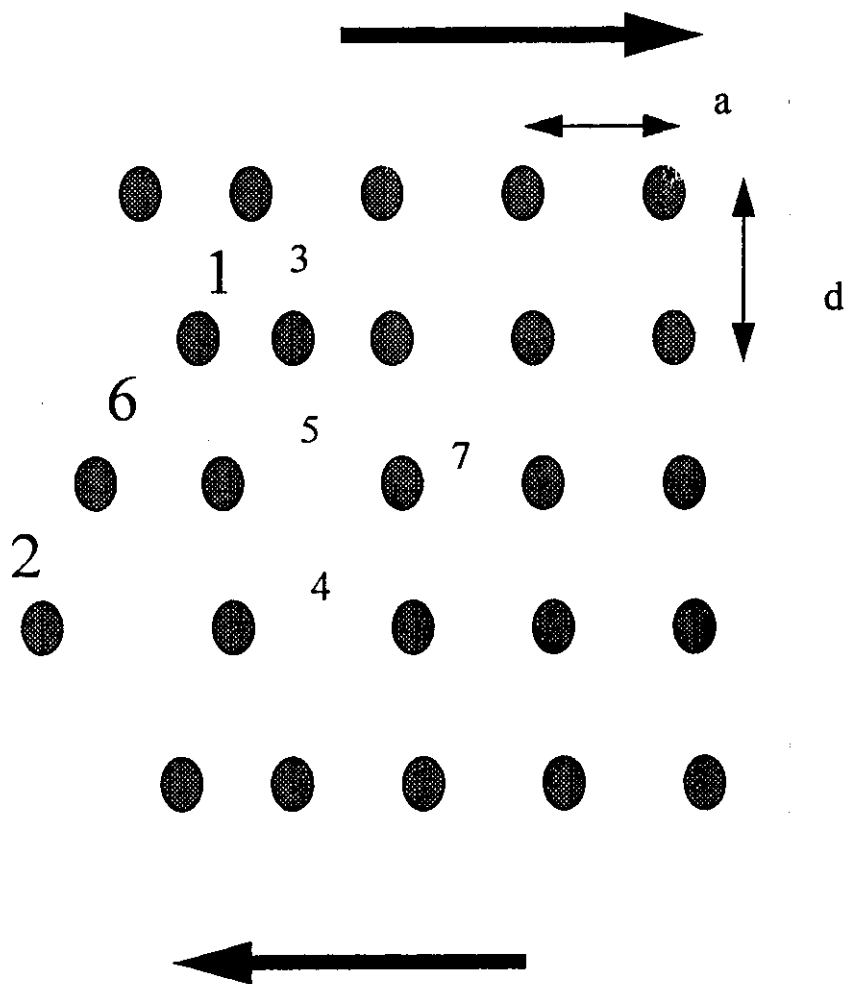


Fig.(98). Dislocación formada por la reestructuración del complejo activado.

Capítulo. 7.

**“Aplicación de la ecuación de Garofalo
al estudio de la eficiencia y estabilidad
de los procesos de conformado de
materiales.”**

7. APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE GAROFALO AL ESTUDIO DE LA EFICIENCIA Y ESTABILIDAD EN LOS PROCESOS DE CONFORMADO DE MATERIALES EN LA SITUACIÓN DE DEFORMACIÓN PLÁSTICA ESTACIONARIA

El trabajo total requerido para producir una "forma" mediante la fluencia plástica en un material se puede separar en un cierto número de componentes. El trabajo que podemos denominar W_d es el trabajo requerido para efectuar transformaciones homogéneas del volumen desde la sección eficaz inicial a la final, mediante deformación uniforme. Generalmente una parte del trabajo total se gasta en trabajo redundante, W_r , también identificado como de deformación interna, y que no es otra cosa que la energía gastada en transformar el cuerpo y que no se ha invertido en cambio de forma puro. Se trata de un trabajo de transformación interna de estructura o microestructura que modifica las condiciones físicas del material sin producir cambio aparente de forma. En algunos casos también se suele considerar el trabajo gastado en las fricciones o resistencias con carácter disipativo de las interfases del metal y del utillaje W_f

$$W_T = W_d + W_r + W_f \quad (430)$$

El trabajo de acoplamiento con utillaje se suele despreciar en primera instancia. El trabajo de deformación W_d representa la mínima energía que debe ser empleada para llevar a cabo un proceso particular de conformado., y es igual al área bajo la curva de tensión-deformación efectivas, multiplicada por el volumen.

$$W_d = V \cdot \int \sigma \cdot d\varepsilon \quad (431)$$

referido a la unidad de volumen, resulta más útil $w_d = W_d/V$, y en forma diferencial

$$dw_d = \sigma \cdot d\varepsilon \quad (432)$$

Refiriéndonos al trabajo por unidad de tiempo o potencia y si se cumple que:

$$\frac{\delta \sigma}{\delta \tau} = 0 \quad (433)$$

lo cual va a suceder siempre que nos encontremos en situación de fluencia estacionaria , se podrá plantear entonces:

$$P_d = \frac{dw}{dt} = \sigma \cdot d\dot{\epsilon} \quad (434)$$

en esta situación y a efectos de balance diferencial

$$d(\sigma \cdot \dot{\epsilon}) = \sigma \cdot d\dot{\epsilon} + \dot{\epsilon} \cdot d\sigma \quad (435)$$

Con estas hipótesis tenemos

$$P_T = \int d(\sigma \cdot \dot{\epsilon}) \quad (436)$$

$$P_d = \int \sigma \cdot d\dot{\epsilon} \quad (437)$$

$$P_r + P_f = \int \dot{\epsilon} \cdot d\sigma \quad (438)$$

Con esta descripción se puede establecer una primera constante de eficiencia del proceso :

$$\eta_1 = \frac{P_d}{P_T} = \frac{\int \sigma \cdot d\dot{\epsilon}}{\int \dot{\epsilon} \cdot d\sigma} \quad (439)$$

esta valoración de la eficiencia del proceso nos da una indicación del tanto por ciento de la potencia suministrada gastada en el proceso de conformado que no se ha invertido en transformaciones internas. Esta eficiencia tiene sentido si el proceso no persigue determinadas transformaciones internas, pero si el procesamiento tiene como objetivo realizar transformaciones internas que modifiquen las constantes físicas del material que son de especial interés, no tendría sentido esta eficiencia sino $(1 - \eta_1)$. Valores de eficiencias típicas según la definición adoptada, y aportadas por la bibliografía [141],[142],[143],[144],[145] para conformados en caliente están dentro del rango del 30% al 60 %, y en laminado por sucesivas pasadas se puede llegar a intervalos que van del 75 al 95%.

Un análisis alternativo (con un soporte en la teoría de la elasticidad) de lo anterior, se ha realizado por O.Hoffman and G.Sachs [146] . Se supone que

en un material plástico ideal dw_d es el incremento de trabajo por unidad de volumen disipado durante la deformación infinitesimal de incrementos $d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3$. Por lo tanto

$$dw_d = \sigma_1 \cdot d\varepsilon_1 + \sigma_2 \cdot d\varepsilon_2 + \sigma_3 \cdot d\varepsilon_3 \quad (440)$$

Como hay una constancia de volumen:

$$d\varepsilon_1 = -d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3 \quad (441)$$

$$dw_d = (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot d\varepsilon_1 + (\sigma_2 - \sigma_3) \cdot d\varepsilon_2 \quad (442)$$

como, por otra parte, en la situación de las hipótesis planteadas

$$d\varepsilon_2 = d\varepsilon_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1}{2 \cdot \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3} \right) \quad (443)$$

sustituyendo (443) en (440) y aplicando el criterio de Von-Mises para la obtención de la tensión de fluencia que es la que nos interesa, obtenemos

$$dw_d = \frac{\sigma_0^2}{3 \cdot \lambda} \cdot dt \quad (444)$$

en donde la constante $\lambda = (\sigma_0 \cdot dt) / (3 \cdot d\varepsilon)$, con lo que obtenemos finalmente

$$dw_d = \sigma_0 \cdot d\varepsilon \quad (445)$$

como habíamos obtenido mediante consideraciones puramente energéticas

No obstante todo lo anterior, se deben tener en cuenta otras consideraciones.

La energía que produce la deformación plástica del material y es empleada únicamente en un cambio de forma, en parte se dispersa en forma de calor durante el proceso de deformación, pero otra parte se constata por diversos métodos experimentales que queda almacenada en el material después de la deformación y que no se invierte en transformaciones estructurales. Esta energía almacenada tiene o presenta a una gran importancia cuando se intenta modelizar algún tipo de transformaciones como la del paso de Austenita a

Ferrita, durante el enfriamiento continuo en procesos de laminado en caliente, en este caso un estudio de mayor detalle nos lleva a plantear:

$$W_d = W_s + Q_d \quad (446)$$

y por tanto

$$W_s = \int_0^\varepsilon \sigma \cdot d\varepsilon - \int_0^\varepsilon \sigma_Q \cdot d\varepsilon \quad (447)$$

una buena parte de las tensiones residuales provienen de esta energía de deformación plástica remanente.

A partir de éste enfoque energético se producen diversas aproximaciones al estudio de la estabilidad del sistema que permiten obtener parámetros de interés físico sobre el comportamiento del material en diferentes condiciones de trabajo.

En el trabajo de Prasad et al [141] se basan, éstos autores en consideraciones de tipo termodinámico y abandonan el análisis microestructural que busca ecuaciones fenomenológicas para cada intervalo de trabajo posible del material. Este enfoque termodinámico no precisa de una resolución por intervalos. El método con diferente enfoque es similar a otros clásicos de control por mapas de conformados [37] en que al final por ambos métodos se pueden obtener aquellas áreas o zonas en las que la deformación es posible sin fracturas, o defectos no deseados y por ende se pueden llegar a identificar regiones óptimas en donde la deformación sea más eficiente según los objetivos buscados con la misma. A diferencia del método clásico [37] este es de Prasad et al (141) más general, fácil de interpretar y permite introducir en su campo de aplicación la explotación de una ecuación fenomenológica para amplios rangos de trabajo como es la ecuación de Garofalo, lo cual no es susceptible de realizarse mediante el método [37], por eso hemos decidido aplicar éste método. Lo que hemos realizado ha sido una adaptación del método a la ecuación de Garofalo, implementando las correcciones y algoritmos necesarios y constatando su viabilidad para obtener mapas de estabilidad para el conformado de materiales en fluencia plástica estacionaria, mapas de eficiencia y un método de

restitución de parámetros de especial interés como son la energía de activación para la fluencia, entre otros.

Modificamos ligeramente la nomenclatura anterior con la finalidad de hacer más asequibles los resultados que pretendemos:

$$\bar{\sigma} \cdot \dot{\bar{\epsilon}} = \int_0^{\dot{\bar{\epsilon}}} \bar{\sigma} \cdot d\dot{\bar{\epsilon}} + \int_0^{\bar{\sigma}} \dot{\bar{\epsilon}} \cdot d\bar{\sigma} \quad (448)$$

se suele representar en la forma usual $P=G+J$. La integral G que es la potencia gastada en deformación, sin cambio en estructura, también se denomina contenido disipativo. Alternativamente el factor J es considerado responsable de la deformación interna y se denomina co-contenido disipador.

Un primer enfoque de eficiencias lo podemos plantear como

$$1 = \eta_G + \eta_J \quad (449)$$

en donde por ejemplo:

$$\eta_G = \frac{1}{\bar{\sigma} \cdot \dot{\bar{\epsilon}}} \int_0^{\dot{\bar{\epsilon}}} \bar{\sigma} \cdot d\dot{\bar{\epsilon}} \quad (450)$$

A una temperatura dada y para una deformación efectiva constante la partición entre J y G a nivel diferencial viene dada por

$$\left(\frac{\partial J}{\partial G} \right)_{T, \bar{\epsilon}} = \left(\frac{\partial \ln \bar{\sigma}}{\partial \ln \dot{\bar{\epsilon}}} \right)_{T = \text{cte}} = m \quad (451)$$

$$\bar{\epsilon} = \text{cte}$$

siendo m, así definida la tasa de sensibilidad del material. De esta manera se pueden determinar los valores de m como función de la deformación efectiva y de la velocidad de deformación, lo que de otra forma puede ser más complejo. Para poder obtener éste parámetro de una ecuación fenomenológica podría parecer que ésta debería depender de la deformación efectiva, nada más lejano, ya que la manifestación de la constancia, no es otra, en el caso de la situación estacionaria de la fluencia, que la no dependencia de la tensión eficaz respecto de la deformación eficaz. No será así en las zonas no estacionarias de la deformación plástica, con independencia del fenómeno que las provoque.

Se pueden realizar dos enfoques. Uno experimental o puramente empírico sin pretender obtener conclusiones sobre la ecuación de estado o sobre su aplicabilidad. Este sería el enfoque que hemos planteado en el capítulo sobre el ensayo de torsión, y de momento no indicaremos más sobre él, para volver sobre el mismo más adelante. El otro enfoque es situarnos en la hipótesis de que la ecuación fenomenológica de Garofalo es ecuación de estado y por ende es correcta su independencia de la deformación efectiva. Esto, está apoyado por los diversos tratamientos numéricos realizados en el capítulo 5, que presentan resultados, que garantizan que la función objetivo considerada es óptima para representar la fluencia en estado estacionario, y como las variables que la definen no incluyen a la deformación efectiva, su expresión permite aceptar que es una ecuación de estado para el estado estacionario.

Suponemos que

$$\begin{aligned}\bar{\dot{\epsilon}} &= \mathbf{f}(\sigma, T, \bar{\epsilon}) \\ \bar{\sigma} &= \mathbf{f}^{-1}(\bar{\dot{\epsilon}}, T, \bar{\epsilon})\end{aligned}\tag{452}$$

Aceptamos en primera instancia la forma de la ecuación de Garofalo

$$\begin{aligned}\bar{\dot{\epsilon}} &= A \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \cdot \sinh(\alpha \cdot \bar{\sigma})^n \\ \bar{\sigma} &= \frac{1}{\alpha} \cdot \operatorname{arcsinh} \left[\left(\frac{\bar{\dot{\epsilon}} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}}{A} \right)^{\frac{1}{n}} \right]\end{aligned}\tag{453}$$

en primer lugar vamos a estudiar y analizar el comportamiento asintótico o de condiciones de contorno de esta elección, siguiendo las referencias bibliográficas usuales.

Si $\alpha \sigma \ll 1$, en concreto para $\alpha \sigma < 0.6$ tenemos las dos aproximaciones siguientes:

$$\bar{\varepsilon} = A \cdot e^{\frac{-Q}{R \cdot T}} \cdot (\alpha \cdot \sigma)^n$$

$$\bar{\sigma} = \left(\frac{1}{\alpha^n} \right) \cdot \left(\frac{\bar{\varepsilon} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}}{A} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (454)$$

Si por el contrario $\alpha\sigma \gg 1$, en concreto si $\alpha\sigma > 1.8$ entonces la aproximación correcta es:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{A \cdot e^{\alpha \cdot n \cdot \sigma - \frac{Q}{R \cdot T}}}{2^n}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \left[2 \cdot \left(\frac{\bar{\varepsilon} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}}{A} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \quad (455)$$

Todo lo anterior está de acuerdo con los siguientes desarrollos asintóticos:

$$\sinh(z) = z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \frac{z^7}{7!} + \dots \text{si...} |z| < \infty$$

$$\operatorname{arcsinh}(z) = z - \frac{z^3}{6} + \frac{1.3 \cdot z^5}{2.4.5} - \frac{1.3.5 \cdot z^7}{2.4.6.7} + \dots \text{si...} |z| < 1 \quad 456)$$

$$\operatorname{arcsinh}(z) = \ln(2 \cdot z) + \frac{1}{2.2 \cdot z^2} - \frac{1.3}{2.4.4 \cdot z^4} + \frac{1.3.5}{2.4.6.6 \cdot z^6} - \dots \text{si...} |z| > 1$$

Si evaluamos la integral del co-contenido disipador J para la ecuación de Garofalo y para sus aproximaciones tendremos:

$$J = \int_0^{\bar{\sigma}} A \cdot e^{\frac{-Q}{R \cdot T}} \cdot \sinh[\alpha \cdot \sigma]^n \cdot d\bar{\sigma}$$

$$J_{\alpha\sigma \ll 1} = \frac{\bar{\varepsilon} \cdot \bar{\sigma}}{n+1} \quad (457)$$

$$J_{\alpha\sigma \gg 1} = \left[\frac{\bar{\varepsilon} \cdot \bar{\sigma}}{n} \right] \cdot \left[\frac{1 - e^{-n\alpha \cdot \sigma}}{\alpha \cdot \sigma} \right]$$

Por consideraciones de equilibrio se llega a la determinación de que $1/n$ está acotado entre $[0,1]$ y por tanto n lo está en el rango 1 a infinito. Por dicha razón se puede estimar un valor máximo de J, en la situación de usar leyes

potenciales (power-law) o aproximación asintótica inferior, en cuyo caso obtenemos

$$J_{\max(\alpha\sigma \ll)} = \lim_{n \rightarrow 1} J_{\alpha\sigma} = \frac{\bar{\varepsilon} \cdot \bar{\sigma}}{2} \quad (458)$$

$$J_{\max(\alpha\sigma \gg)} = \lim_{n \rightarrow 1} J_{\alpha\sigma \gg} = \bar{\varepsilon} \cdot \bar{\sigma} \cdot \left[\frac{1 - e^{-\alpha\sigma}}{\alpha\sigma} \right]$$

Por otra parte, para el estudio de los casos límites de J y aplicando la ecuación de Garofalo obtenemos

$$\lim_{n \rightarrow 1} J = \bar{\varepsilon} \cdot \bar{\sigma} \cdot \left[\frac{\cosh(\alpha\sigma) - 1}{(\alpha\sigma) \cdot \sinh(\alpha\sigma)} \right] \quad (459)$$

Es fácilmente demostrable que

$$\lim_{\alpha\sigma \rightarrow 0} \left[\frac{\cosh(\alpha\sigma) - 1}{(\alpha\sigma) \cdot \sinh(\alpha\sigma)} \right] = \frac{1}{2} \quad (460)$$

Además es trivial probar que:

$$\forall \alpha\sigma > 0 \Rightarrow \left[\frac{\cosh(\alpha\sigma) - 1}{(\alpha\sigma) \cdot \sinh(\alpha\sigma)} \right] < \frac{1}{2} \quad (461)$$

Con esto hemos probado que todos los desarrollos que se hacen en la bibliografía para la expresión de la ley potencial, son consistentes con la ecuación de carácter más general que es la de Garofalo, la cual verifica en todo las mismas condiciones de contorno, esto es, los resultados que en los trabajos referenciados en páginas anteriores se han realizado sobre leyes potenciales, se comportarán, como situaciones límites de nuestro estudio de carácter más general.

A partir de los resultados anteriores podemos plantear

$$J = \frac{A \cdot e^{-\frac{Q}{R.T}}}{\alpha} \int_0^{\alpha\sigma} \sinh(x)^n \cdot dx \quad (462)$$

fácilmente transformable en una expresión que puede resultar de utilidad:

$$J = \frac{\bar{\varepsilon} \cdot \bar{\sigma}}{\alpha \cdot \bar{\sigma} \cdot (\sinh(\alpha \cdot \bar{\sigma}))^n} \cdot \int_0^{\alpha\sigma} \sinh(x)^n \cdot dx \quad (463)$$

De donde la eficiencia tal y como la hemos definido anteriormente :



$$\eta_J = \frac{J}{\sigma \cdot \dot{\epsilon}} = \left\{ \frac{\int_0^{\alpha \cdot \sigma} \sinh(x)^n \cdot dx}{(\alpha \cdot \sigma) \cdot (\sinh(\alpha \cdot \sigma))^n} \right\} \quad (464)$$

y por tanto trivialmente

$$\eta_G = 1 - \eta_J \quad (465)$$

A nivel de procesos integrales resulta oportuno definir:

$$\frac{J}{G} = \frac{\varphi_1(\alpha, n, \sigma)}{\varphi_2(\alpha, n, \sigma) - \varphi_1(\alpha, n, \sigma)} \quad (466)$$

con

$$\varphi_1(\alpha, n, \sigma) = \int_0^{\alpha \cdot \sigma} \sinh(x)^n \cdot dx$$

$$\varphi_2(\alpha, n, \sigma) = (\alpha \cdot \sigma) \cdot (\sinh(\alpha \cdot \sigma))^n$$

Resulta necesario definir la eficiencia η_J a partir de otras variables de uso en los ensayos de fluencia, lo cual va a permitir observar el comportamiento de la eficiencia a partir de velocidades de deformación y temperaturas :

$$\eta_J = \left(\frac{\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}}{A} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{\alpha} \cdot \operatorname{arcsenh} \left[\left(\frac{\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}}{A} \right)^{\left(\frac{1}{n} \right)} \right]} \right) \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \operatorname{arcsenh} \left[\left(\frac{\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}}{A} \right)^{\left(\frac{1}{n} \right)} \right] \int_0^{\alpha \cdot \sigma} \sinh(\alpha \cdot \sigma) \cdot d\sigma \quad (467)$$

algunas sencillas transformaciones algebraicas permiten otra expresión en si misma útil:

$$\eta_J = \frac{1}{n \cdot \dot{\epsilon} \cdot \operatorname{arcsenh} \left[\left(\frac{\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{R.T}}}{A} \right)^{\frac{1}{n}} \right]} \cdot \int_0^{\dot{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{R.T}}}{A} \right)^{\frac{-2}{n}}}} \cdot d\dot{\epsilon} \quad (468)$$

Debido a que hemos acotado J_{\max} y podemos sostener que $J_{\max} < (\epsilon\sigma)/2$ se puede definir la eficiencia según los patrones tradicionales en la bibliografía como

$$\eta_{J(b)} = 2 \cdot \eta_J \quad (469)$$

Esta deficiencia así definida $\eta = J/J_{\max}$ únicamente da un referente respecto al comportamiento superplástico $n=1$ de un material ideal.

En el caso en el que la ecuación de estado sea una ley potencial ("power-law"), se obtiene

$$J = \left(\frac{m}{m+1} \right) \cdot \sigma \cdot \dot{\epsilon} \quad (470)$$

y además

$$G = \left(\frac{1}{m+1} \right) \cdot \sigma \cdot \dot{\epsilon} \quad (471)$$

con lo cual tenemos

$$\frac{J}{G} = m \quad (472)$$

Ahora bien esa relación no puede ni generalizarse ni extrapolarse al caso de otras relaciones funcionales entre velocidad de deformación y tensión, como es el caso de la ecuación de Garofalo. Ni tampoco se puede identificar el valor de $m = 1/n$, siendo n el exponente de la ley potencial ("power-law") con el valor de la sensibilidad diferencial m . La sensibilidad diferencial queda definida como

$$m = \left[\frac{\partial \text{Ln}(\sigma)}{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})} \right]_{T, \epsilon} \quad (473)$$

ya que por ejemplo en el caso de usar la ecuación de Garofalo tendríamos la siguiente expresión:

$$m = \left(\frac{1}{n} \right) \cdot \frac{\tanh(\alpha \cdot \sigma)}{\alpha \cdot \sigma} \quad (474)$$

es directo que:

$$\lim_{\alpha \cdot \sigma \rightarrow 0} m \Rightarrow \frac{1}{n} \quad (475)$$

$$\lim_{\alpha \cdot \sigma \rightarrow \infty} m \Rightarrow 0$$

luego podemos establecer que para (n) exponente en la ecuación de Garofalo tenemos que:

$$0 < m < \frac{1}{n} \quad (476)$$

además de unos principios generales de acotación podemos obtener la acotación del valor de "n" exponente en la ecuación de Garofalo. Hemos realizado un estudio matemático sobre la imposibilidad de identificación de los exponentes de las leyes potenciales y de la ecuación de Garofalo.

Es conveniente plantear las expresiones alternativas de la sensibilidad diferencial, a partir de una variable que resulta práctica (obsérvese que no es otra cosa que el factor de Zener-Hollomon, normalizado a la constante de entropía):

$$\theta(\dot{\epsilon}, T) = \frac{\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}}{A} \quad (477)$$

a partir de esta variable auxiliar tenemos:

$$m = \left(\frac{1}{n} \right) \cdot \frac{1}{\text{arcsenh}(\theta^{\frac{1}{n}})} \cdot \frac{\theta^{\frac{1}{n}}}{\sqrt{1 + \theta^{\frac{2}{n}}}} \quad (478)$$

con lo que tenemos una relación entre la sensibilidad diferencial y el factor de Zener - Hollomon, o en una forma alternativa

$$m = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \frac{1}{\text{Ln}[\theta^{\frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \theta^{\frac{2}{n}}}] \cdot \sqrt{1 + \theta^{\frac{2}{n}}}} \cdot \theta^{\frac{1}{n}} \quad (479)$$

Podemos definir una entropía diferencial del sistema [142],[143],[144],[145], (posteriormente veremos su utilidad y necesidad) como:

$$s = \left. \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial \text{Ln}(\sigma)}{\partial \left(\frac{1}{T}\right)} \right]_{\epsilon, \dot{\epsilon}} \quad (480)$$

de donde con la misma nomenclatura anterior se obtiene directamente

$$s = \left(\frac{Q}{n \cdot R \cdot T}\right) \cdot \frac{\theta^{\frac{1}{n}}}{\text{arcsenh}(\theta^{\frac{1}{n}}) \cdot \sqrt{1 + \theta^{\frac{2}{n}}}} \quad (481)$$

que también se puede expresar en las variables alternativas como:

$$s = \left(\frac{Q}{n \cdot R \cdot T}\right) \cdot \left(\frac{\text{tanh}(\alpha \cdot \sigma)}{\alpha \cdot \sigma}\right) \quad (482)$$

A los efectos de posteriores estudios sobre la estabilidad de las situaciones de tratamiento y conformado nos interesa definir dos variaciones diferenciales que tendrán en cuenta los principios de estabilidad de Liapunov(que comentaremos posteriormente), que son [141],[144]:

$$\frac{\partial m}{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})} < 0 \quad \frac{\partial s}{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})} < 0$$

$$\frac{\partial m}{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})} = \frac{1}{n^2} \cdot \left[\frac{\theta^{\frac{1}{n}} \cdot \text{arcsenh}(\theta^{\frac{1}{n}}) - \theta^{\frac{2}{n}} \cdot \sqrt{1 + \theta^{\frac{2}{n}}}}{\left[\text{arcsenh}(\theta^{\frac{1}{n}})\right]^2 \cdot \left(1 + \theta^{\frac{2}{n}}\right)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (483)$$

que en expresión de las variables alternativas es:

$$\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})} = \left[\frac{1}{n^2} \right] \cdot \left[\frac{\tanh(\alpha \cdot \sigma)}{\alpha \cdot \sigma} \right] \cdot \left[\left(\frac{1}{\cosh(\alpha \cdot \sigma)} \right)^2 - \left(\frac{\tanh(\alpha \cdot \sigma)}{\alpha \cdot \sigma} \right) \right] \quad (484)$$

de la misma forma definimos la variación diferencial:

$$\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})} = \left(\frac{1}{n^2} \right) \cdot \left(\frac{Q}{R \cdot T} \right) \cdot \left(\frac{\tanh(\alpha \cdot \sigma)}{\alpha \cdot \sigma} \right) \left[\left(\frac{1}{\cosh(\alpha \cdot \sigma)} \right)^2 - \left(\frac{\tanh(\alpha \cdot \sigma)}{\alpha \cdot \sigma} \right) \right] \quad (485)$$

o bien:

$$\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})} = \left(\frac{1}{n^2} \right) \cdot \left(\frac{Q}{R \cdot T} \right) \cdot \left[\frac{\theta^{\frac{1}{n}} \cdot \operatorname{arcsenh}(\theta^{\frac{1}{n}}) - \theta^{\frac{2}{n}} \cdot \sqrt{1 + \theta^{\frac{2}{n}}}}{(1 + \theta^{\frac{2}{n}})^{\frac{3}{2}} \cdot \left[\operatorname{arcsenh}(\theta^{\frac{1}{n}}) \right]^2} \right] \quad (486)$$

El parámetro sin dimensiones η , tiene importancia por que representa la potencia disipada j y por que a partir de él se puede definir una función de Liapunov para el proceso dinámico. El sistema alcanza un máximo valor de η en el menor estado de energía cuando trabaja en condiciones estables. La función de Liapunov es una función asociada con las condiciones de estabilidad del sistema, y hoy día es un método general aceptado en la ingeniería de diseño sistemas. Ésta función es arbitraria y relaciona los términos responsables de un cambio de energía en el sistema. El criterio de estabilidad de Liapunov para la estabilidad requiere que el sistema disminuya su energía total de forma continua. Un posible función de Liapunov es $V_1 = \eta \cdot \ln(\dot{\epsilon})$, para que se satisfaga la condición de estabilidad y teniendo en cuenta las propias condiciones de estabilidad sobre η , deberá producirse que $\frac{\partial \eta}{\partial \ln(\dot{\epsilon})} < 0$, en la región estable.

Esta condición en si misma garantiza que el sistema se aproxima a la condición de estado estacionario, en la cual el mismo experimental un estado de mínima energía y un máximo valor del rendimiento η , sin fractura. Por otra

parte es preciso definir un parámetro de control que garantice la influencia de la temperatura sobre la estabilidad en el conformado. Por esta razón se ha introducido un término que represente a la potencia total disipada que es el término definido como la variación de entropía aplicada \dot{s} , de forma que se pueda relacionar $\mathbf{P} = \sigma \cdot \dot{\epsilon} = \dot{s} \cdot T$, y se define la entropía (variación) producida por el sistema $\dot{s}_{\text{sistema}} = \left[\frac{\delta P}{\delta T} \right]_s$, y a partir de ésta definición resulta útil definir un coeficiente de variación de entropía $\mathbf{s} = (1/T) \cdot \left(\frac{\delta \ln(\sigma)}{\delta (1/T)} \right)$, con éste coeficiente la energía producida por el sistema es $\dot{s}_{\text{sistema}} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{s} / T$. De acuerdo con la segunda ley de la termodinámica, \mathbf{s} , debe ser mayor que la unidad para la fluencia estable del material, por lo tanto debe producirse la condición de que $\frac{\delta \mathbf{s}}{\delta \ln(\dot{\epsilon})} < 0$, para que la velocidad de almacenamiento de entropía en el material durante el conformado, sea tan rápida como la velocidad de producción de entropía del trabajo en caliente para el conformado de la pieza. Ésta última condición es equivalente a la definición de una segunda función de Liapunov, $V_2 = \mathbf{s} \cdot \ln(\dot{\epsilon})$. La primera de las condiciones de estabilidad para η , puede ser sustituida por la variación diferencial respecto de m , lo cual es directo a partir de su definición por lo tanto las dos condiciones resultan ser las anteriormente expuestas: $\frac{\delta m}{\delta \ln(\dot{\epsilon})} < 0$ y $\frac{\delta \mathbf{s}}{\delta \ln(\dot{\epsilon})} < 0$. Condiciones que se deben satisfacer simultáneamente.

Al respecto de estos estudios sobre la termodinámica de la fluencia es preciso tener en cuenta que la expresión de la ecuación de Garofalo que incluye el módulo elástico de cizalla como elemento de normalización de la tensión de fluencia:

$$\dot{\epsilon} = A \cdot e^{\frac{-Q}{R \cdot T}} \cdot \text{Sinh} \left[\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)} \right]^n \quad (487)$$

modifica todas las relaciones obtenidas y otras que posteriormente deberemos deducir.

La expresión normalizada para el módulo de elasticidad de cizalla utilizada por Frost y Ashby tiene la forma:

$$\mu(T) = \mu_0 \cdot \left(1 + \left(\frac{T - T_0}{T_m}\right) \cdot \left(\frac{T_m}{\mu_0} \cdot \frac{d\mu}{dT}\right)\right) \quad (488)$$

En donde T_m es la temperatura de fusión de la aleación y $\mu_0 = \mu(T_0)$. Los coeficientes de la mencionada expresión vienen dados en las tablas del Anexo V

Por otra parte precisamos algunos elementos de referencia que hemos tomado de los datos bibliográficos del anexo V:

Con todos los datos anteriormente expuesto hemos sintetizado diez módulos elásticos de cizalla dependientes de la temperatura. Nueve se han obtenido de los datos para los recorridos dados por Frost & Ashby y el décimo se ha construido considerando únicamente la zona de trabajo de temperaturas que nos afecta fundamentalmente, ya que entre 300 K y 1573 K la curva experimental de los módulos de cizalla presenta una variación de la pendiente que permite cuestionar seriamente la posibilidad de asimilarla a una recta fruto de un ajuste. Los resultados de todas las ecuaciones usadas para los módulos de elasticidad se encuentran en el anexo 5

Con el titanio se presentan problemas mucho más acusados y de difícil solución pues la zona de trabajo incluye una transición de fase en la que el módulo elástico varía bruscamente.

Se han realizado diversos ajustes, que se pueden ver en el anexo V

Teniendo en cuenta todo lo anterior y el cambio de fase que se produce en las aleaciones de Titanio en el rango de temperaturas de trabajo de nuestros ensayos hemos ajustado las dos funciones siguientes:

Fase α

$$E = 110000 \left(1 - 1.12 \cdot \left(\frac{T - 273}{1933}\right)\right) = 110000 - 63.74(T - 273)$$

Fase β

$$E(T) = 51720 \cdot \left(1 - 0.5 \left(\frac{T - 273}{1933}\right)\right) = 51720 - 13.38(T - 273)$$

A partir de la introducción de la normalización al módulo elástico de cizalla, las expresiones que se han desarrollado anteriormente sufren unas variaciones substanciales:

La expresión o expresiones para m no quedan afectadas. Sin embargo la expresión para s si resulta, drásticamente afectada. Si definimos "s" como la expresión para la entropía diferencial sin compensar las tensiones por el módulo de Young, al considerar su presencia se obtiene:

$$s = s' + T \cdot \left(\frac{\mu_0}{T_m} \right) \cdot \left(\left| \frac{T_m}{\mu_0} \cdot \frac{d\mu}{dT} \right| \right) \cdot \left(\frac{1}{\mu(T)} \right) \quad (489)$$

Así pues si

$$\mathfrak{S} = \theta(\dot{\epsilon}, T)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{\dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}}{A} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (490)$$

resulta:

$$m(\dot{\epsilon}, T) = \left(\frac{1}{n} \right) \cdot \frac{\mathfrak{S}(\dot{\epsilon}, T)}{\operatorname{arcsenh}(\mathfrak{S}(\dot{\epsilon}, T)) \cdot \sqrt{1 + \mathfrak{S}(\dot{\epsilon}, T)^2}} \quad (491)$$

$$m(\sigma, T) = \left(\frac{1}{n} \right) \cdot \frac{\operatorname{tanh}\left(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}\right)}{\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}}$$

e igualmente:

$$s(\dot{\epsilon}, T) = \frac{T \cdot \left(\frac{\mu_0}{T_m} \right) \cdot \left(\left| \frac{T_m}{\mu_0} \cdot \frac{d\mu}{dT} \right| \right)}{\mu(T)} + \left(\frac{Q}{n \cdot R \cdot T} \right) \cdot \frac{\mathfrak{S}(\dot{\epsilon}, T)}{\operatorname{arcsenh}(\mathfrak{S}(\dot{\epsilon}, T)) \cdot \sqrt{1 + \mathfrak{S}(\dot{\epsilon}, T)^2}}$$

$$s(\sigma, T) = \frac{T \cdot \left(\frac{\mu_0}{T_m} \right) \cdot \left(\left| \frac{T_m}{\mu_0} \cdot \frac{d\mu}{dT} \right| \right)}{\mu(T)} + \left(\frac{Q}{n \cdot R \cdot T} \right) \cdot \frac{\operatorname{tanh}\left(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}\right)}{\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}}$$

igualmente proceden unas modificaciones para las variaciones diferenciales:

$$\frac{\partial m}{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})}(\dot{\epsilon}, T) = \frac{1}{n^2} \cdot \left[\frac{\vartheta \cdot \text{arcsenh}(\vartheta) - \vartheta^2 \cdot \sqrt{1 + \vartheta^2}}{(1 + \vartheta^2)^{\frac{3}{2}} \cdot \text{arcsenh}(\vartheta)^2} \right]$$

$$\frac{\partial m}{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})}(\sigma, T) = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\text{tanh}(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)})}{\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}} \cdot \left[\frac{1}{\cosh^2(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)})} - \frac{\text{tanh}(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)})}{\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}} \right]$$

$$\frac{\partial s}{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})} = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{Q}{R \cdot T} \cdot \left[\frac{\vartheta \cdot \text{arcsenh}(\vartheta) - \vartheta^2 \cdot \sqrt{1 + \vartheta^2}}{(1 + \vartheta^2)^{\frac{3}{2}} \cdot [\text{arcsenh}(\vartheta)]^2} \right]$$

$$\frac{\partial s}{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})}(\sigma, T) = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{Q}{R \cdot T} \cdot \frac{\text{tanh}(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)})}{\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}} \cdot \left[\frac{1}{\cosh^2(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)})} - \frac{\text{tanh}(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)})}{\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(t)}} \right]$$

(492) (493) (494) (495)

Teniendo en cuenta que cuando se considera una ley potencial para la ecuación de estado en fluencia se llega a establecer una relación $n=1/m$, vamos a definir en nuestro modelo:

$$n_{\text{efectivo}} = \frac{1}{\left(\frac{\partial \text{Ln}(\sigma)}{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})} \right)_{T, \dot{\epsilon}}} \quad (496)$$

igualmente definimos un volumen de activación efectivo como:

$$V_{\text{efectivo}} = R \cdot T \cdot \left(\frac{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})}{\partial \sigma} \right)_T \quad (497)$$

y una energía de activación efectiva:

$$Q_{\text{efectivo}} = -R \cdot \left(\frac{\partial \text{Ln}(\dot{\epsilon})}{\partial \left(\frac{1}{T} \right)} \right) \quad (498)$$

de donde obtenemos:

$$V_{\text{efectivo}} = (n.R.T) \cdot \frac{\alpha}{\mu(T)} \cdot \frac{\cosh\left(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}\right)}{\sinh\left(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}\right)} \quad (499)$$

$$Q_{\text{efectivo}} = Q - (n.R.T) \cdot \frac{\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}}{\tanh\left(\alpha \cdot \frac{\sigma}{\mu(T)}\right)} \cdot \frac{T \cdot \mu_0}{T_m \cdot \mu(T)} \cdot \left(\frac{T_m}{\mu_0} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial T} \right) \quad (500)$$

Esta formulación es nueva, no hemos encontrado ningún estudio en las referencias bibliográficas que analice estos factores de forma explícita, observamos que de forma implícita analizan elementos que pueden tener relación con ellos, pero no se ha formalizado, el método que proponemos.

La formulación anterior permite:

- 1) Obtener mapas de eficiencia del rendimiento de los procesos de fluencia
- 2) Obtener mapas de la sensibilidad diferencial con diferentes variables
- 3) Obtener mapas de zonas de estabilidad e inestabilidad del comportamiento de los materiales en los procesos de fluencia
- 4) Obtener representaciones de valores de n_{efectivo} , Q_{efectivo} , V_{efectivo}

Estos coeficientes así definidos, nos permiten obtener una variabilidad de los parámetros que representan, a partir de los valores obtenidos con la ecuación de Garofalo. Sostenemos que los parámetros obtenidos a partir de la ecuación de Garofalo, son representantes promedio del mejor ajuste de la función objetivo para los rangos completos de las variables de trabajo y los coeficientes diferenciales restituyen la variabilidad de los mismos a través de los recorridos de las variables de trabajo.

7.1 APLICACIÓN A DIVERSOS MATERIALES

Se han aplicado los métodos descritos en el apartado anterior a las aleaciones de titanio, aluminio y acero A2, que se han venido usando como elementos de ejemplificación. Se han realizado los trabajos en algunos casos sin compensar la tensión por el módulo elástico y en otros casos compensándola. Los trabajos se han realizado con la ayuda del paquete matemático MATHCAD, versión 5.0. Todas las salidas se pueden ver en el anexo 6, en el cual se han detallado las explicaciones sobre las salidas del programa. Aquí sólo vamos a reseñar las conclusiones que se pueden obtener de los estudios parciales en cada caso. Indicando la información que aporta el método propuesto.

Para el titanio, en el caso del ajuste de la ecuación de Garofalo, sin compensar las tensiones con el módulo elástico, esto es, trabajando con los siguientes parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo:

$$A=e^{39} \text{ (s}^{-1}\text{)} \quad Q= 101001 \text{ Cal/mol} \quad n=1.96 \quad \alpha=0.016 \text{ Mpa}^{-1}$$

obtenemos los siguientes resultados después de analizar los resultados del análisis propuesto en el apartado anterior (ver anexo 6):

1. La mejor zona de trabajo plástico, sin cambio estructural se produce a altas temperaturas y bajas velocidades de deformación.
2. La mejor zona para trabajos cuyo objetivo sea el cambio estructural del material, será para bajas temperaturas y altas velocidades de deformación.
3. Se obtiene un valor máximo del rendimiento J/G del 50%.
4. El máximo rendimiento energético para el trabajo plástico es del orden del 30% situándose entre [20%,30%]
5. La zona de trabajo más estable o recomendada estaría acotada por las siguientes desigualdades:
 - a) $1000 \leq T \text{ (K)} \leq 1300$
 - b) $\ln(\dot{\epsilon}' \text{ (s}^{-1}\text{)}) = (7/200) \cdot T \text{ (K)} - 45$

la banda óptima de Temperatura en torno a la línea de la relación b) es de $\Delta T \cong 50 \text{ K}$

6) Para tensiones , para cualquier rango de Temperaturas debe ser $\sigma \leq 350$ Mpa

7. Definido n_{efec} , obtenemos los siguientes resultados.

Dada una Temperatura constante:

$T=900$ (K), n_{efec} aumenta con ϵ' ; $-8 \leq \ln(\epsilon') \leq 0 \Rightarrow 11 \leq n \leq 18$

$T=1100$ (K) n_{efec} aumenta con ϵ' ; $-8 \leq \ln(\epsilon') \leq 0 \Rightarrow 2 \leq n \leq 8$

$T=1300$ (K) n_{efec} aumenta con ϵ' ; $-8 \leq \ln(\epsilon') \leq 0 \Rightarrow 1.96 \leq n \leq 2$

Para una velocidad de deformación constante, n_{efec} , disminuye cuando T aumenta.

$\epsilon' (s^{-1})=0.0025$; $1000 \leq T(K) \leq 1400 \Rightarrow 1.96 \leq n \leq 6.5$

$\epsilon' (s^{-1})=0.135$; $1000 \leq T(K) \leq 1400 \Rightarrow 1.96 \leq n \leq 11$

$\epsilon' (s^{-1})=7.38$; $1000 \leq T(K) \leq 1400 \Rightarrow 1.96 \leq n \leq 15$

Para el titanio, en el caso del ajuste de la ecuación de Garofalo, normalizando las tensiones al módulo elástico. Esto es trabajando, con los siguientes parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo:

$A=e^{24.54}$ (s⁻¹) $Q=78920$ Cal/mol $n=1.96$ $\alpha=740$

obtenemos:

1. La mejor zona de trabajo plástico, sin cambio estructural se produce a altas temperaturas y bajas velocidades de deformación.
2. La mejor zona para trabajos cuyo objetivo sea el cambio estructural del material, será para bajas temperaturas y altas velocidades de deformación.
3. Se obtiene un valor máximo del rendimiento J/G del 51%.
4. El máximo rendimiento energético para el trabajo plástico es del orden del 34% situandose entre [20%,34%]
5. La zona de trabajo más estable o recomendada estaría acotada por las siguientes desigualdades:

a) $1000 \leq T (K) \leq 1300$

b) $\ln(\epsilon' (s^{-1})) = (1/40) \cdot T(K) - 39$

la banda óptima de Temperatura en torno a la línea de la relación b) es de $\Delta T \cong 50$ K

6) Para tensiones σ , para cualquier rango de Temperaturas debe ser σ entre 50 y 150 Mpa para T entre 1100 y 1300 (K)

7. Definido n_{efec} , obtenemos los siguientes resultados.

Dada una Temperatura constante:

$T=1100$ (K), n_{efec} aumenta con ϵ' ; $-15 \leq \ln(\epsilon') \leq 5 \Rightarrow 1.96 \leq n \leq 18$

$T=1300$ (K), n_{efec} aumenta con ϵ' ; $-15 \leq \ln(\epsilon') \leq 5 \Rightarrow 1.96 \leq n \leq 13$

$T=1400$ (K), n_{efec} aumenta con ϵ' ; $-15 \leq \ln(\epsilon') \leq 5 \Rightarrow 1.96 \leq n \leq 10$

Para una velocidad de deformación constante, n_{efec} , disminuye cuando T aumenta.

ϵ' (s^{-1})=0.002 ; $1000 \leq T(K) \leq 1400 \Rightarrow 1.96 \leq n \leq 10$

ϵ' (s^{-1})=0.135 ; $1000 \leq T(K) \leq 1400 \Rightarrow 3.5 \leq n \leq 14.5$

ϵ' (s^{-1})=7.38 ; $1000 \leq T(K) \leq 1400 \Rightarrow 6.5 \leq n \leq 18$

8. Respecto de los valores de Q_{efec} Estos aumentan tanto al aumentar la tensión como al aumentar la temperatura.

Para tensiones entre 50 y 150 Mpa encontramos para $T=1200$ K que Q_{efec} varia ente 82000 y 87000 cal/mol y para $T= 1100$ K y el mismo rango de tensiones, Q_{efec} , varia entre 85000 y 90000 cal/mol.

El acero A2 se ha estudiado a partir de los datos con las tensiones compensadas por el módulo elástico y las conclusiones del estudio son:

1. La zona de mejor estabilidad en fluencia plástica en estado estacionario viene definida por las siguientes desigualdades para las tres variables de trabajo:

$$1000 \leq T(K) \leq 1400$$

$$\ln(\epsilon' (s^{-1})) = (1/50) \cdot T - 28$$

$$\Delta \ln(\epsilon' (s^{-1})) = 1$$

$$20 \leq \sigma \leq 150 \text{ Mpa}$$

junto con:

$$\ln(\epsilon' (s^{-1})) \leq 2$$

$$T \leq 1300 \text{ (K)}$$

$$\sigma = (-1/10) \cdot T + 170$$

Estas dos regiones de acotación de trabajo se obtienen de los mapas de estabilidad reseñados en el anexo 6.

2. Respecto a la energía de activación Q_{efec} , con un valor de referencia en ajuste de 60233 cal/mol, aumenta con la Temperatura y con la Tensión de trabajo. Para un recinto de trabajo de T entre 1100 y 1400 K y tensiones entre 50 y 150 Mpa, los valores de Q_{efec} , están acotados entre 90000 y 250000 cal/mol.

Estos valores tan altos que pueden ser alcanzado en la restitución de Q_{efec} , son extremos en zonas de crecimiento rápido, no se debe olvidar que el valor promedio del ajuste es de 60233 cal/mol. Lo que indica la rápida y abrupta variación de Q, es el efecto del módulo elástico, el cual se manifiesta produciendo para altas temperaturas y tensiones de trabajo una restitución muy alta al valor promedio del ajuste de la Q.

3. El rendimiento máximo alcanzable para la deformación plástica con modificación de la estructura es de 0.202, para T altas y velocidades de deformación bajas, o para temperaturas bajas y tensiones bajas.

4. El rendimiento máximo alcanzable para deformación plástica sin cambio de estructura interna es de 0.94, para temperaturas altas y altas velocidades. Esto nos indica que este material es muy adecuado a los conformados y que el fabricante de materiales puede tener una cierta tranquilidad respecto a que se conservan las condiciones de estructura que tenía el material antes del conformado, si es esto lo que desea.

5. El máximo del cociente J/G es del 25%

6. Los valores de n_{efec} restituidos a partir de la ecuación de Garofalo indican que n, aumenta cuando T disminuye y aumenta también con la velocidad de deformación

Para la aleación de aluminio, estudiada a partir de los valores de tensiones compensadas con el módulo elástico, con $A(\text{s}^{-1}) = e^{35.76}$, $Q = 56993$ cal/mol, $n = 6.51$ y $\alpha = 755$. Los resultados que se encuentran son:

1. Las zonas de trabajo más estable para fluencia plástica en estado estacionario son,

$$600 \leq T(K) \leq 800$$

$$\ln(\dot{\epsilon}' \text{ (s}^{-1}\text{)}) = 0.065 T(K) - 47.5$$

con una banda permitida de $\Delta \ln(\dot{\epsilon}') \cong \pm 2$

y para

$$600 \leq T(K) \leq 800$$

$$\sigma(\text{MPa}) = -0.1 \cdot T(K) + 130$$

3. La variación de Q_{efec} , es suave. Para $600 \leq T(K) \leq 800$, y tensiones entre 20 y 100 Mpa, se encuentra acotada entre 62.000 y 73.000 cal/mol

4. El valor de n_{efec} crece al disminuir la temperatura y al aumentar la velocidad de deformación. estando acotado en nuestros recorridos de trabajo anteriormente expuestos entre 6 y 11, para tensiones que no superen los 120 Mpa. Lo cual ratifica los análisis que en su momento realizamos con los datos del aluminio, ajustando leyes potenciales por intervalos cortos de las variables de trabajo

5. Las diferencias entre los valores que restituimos con nuestro método para n_{efec} para rangos cortos de variables de trabajo y los valores que se pueden calcular en estos rangos con leyes potenciales, no exceden en una diferencia superior al 20% (en valores relativos).

6. Para éste material, si el objetivo fuese transformar la estructura interna, mediante la deformación plástica, obtendríamos como máximo un rendimiento del 13%

7. Para este material si el objetivo fuese deformar plásticamente sin transformar la estructura el rendimiento máximo sería de un 94%.

Capítulo. 8.

“Análisis estadístico de los resultados”

8. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE RESULTADOS

8.1. EL ANÁLISIS.

El carácter fenomenológico, que atribuimos a la ecuación de Garofalo en los primeros capítulos de esta tesis y que cuestionamos en el capítulo VI, hace preciso un estudio de los resultados que se obtienen para los parámetros de ajuste en su variabilidad al aplicarse a diferentes materiales y diferentes familias de composición, en relación con valores representativos de las variables controladas en los ensayos de torsión y tracción y también se precisa el análisis comparado con valores estándar supuestamente utilizados como referentes.

Este estudio no pretende establecer relaciones entre los parámetros que ajustan la ecuación de Garofalo y valores de composición química, o de microestructura o estructura de red. Vamos a justificar que esto sería inadecuado, y creemos que no muy correcto, si se pretende generalizar las conclusiones que de los mismos se obtienen. Lo que pretendemos es averiguar si existen parámetros que en valores de estructura, microestructura, o composición química, etc, que de alguna forma orienten sobre posibles y futuras modificaciones de la ecuación, con el fin de mejorarla, o alternativamente que nos indiquen algo sobre la teórica variabilidad de las constantes del ajuste, ya que como indicamos en la recensión que supone el capítulo 1 de esta tesis, estas constantes presentan en muchos modelos relaciones con parámetros de estructura de red, microestructura, etc. La composición química no nos interesa como elemento determinante causal, ya que no es realista, sino como orientadora para el análisis, por que es sabido que la composición química, la proporción de aleantes y microaleantes va a modificar muchos parámetros de red estructurales y microestructurales. No buscamos ni dependencia ni causalidad, buscamos correlación en la variabilidad, determinación de explicación de las varianzas en último extremo y en un lenguaje estadístico.

Hemos utilizado veinte materiales cuyos datos de ensayos de torsión/tracción, se han procesado con nuestros programas, obteniendo resultados para $\{A, Q, n, \alpha\}$. Hemos utilizado los resultados que han entregado los programas del ajuste primario de datos iniciales (ya que éste nos entrega unos intervalos de confianza para los parámetros que nos son, ahora, de utili-

dad).En este análisis hemos trabajado con la tensión sin compensar por el módulo elástico. Los veinte casos se han etiquetado con números de orden del 01 al 20, y esos números se repiten en la primera columna de todas las tablas del análisis.

Como variables representativas, de las condiciones de trabajo de los ensayos, hemos seleccionado, después de un análisis primario las siguientes:

- $DT = \Delta T = T_{\max} - T_{\min}$; longitud del rango de temperaturas.
- $TMAX = T_{\max}$ = Valor máximo de la temperatura en el ensayo.
- $TMED = (T_{\max} + T_{\min})/2$.
- $DS = \Delta \sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ = Recorrido en tensiones.
- $SMA = \sigma_{\max}$ = Valor máximo de tensión en el ensayo.
- $SME = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2$; tensión media, representativa del recorrido en tensiones.
- $LVM = \ln [\dot{\epsilon}'_{\max}]$ = Logaritmo de la velocidad de deformación máxima
- $RLV = \ln [\dot{\epsilon}'_{\max}/\dot{\epsilon}'_{\min}]$; recorrido logarítmico en velocidades de deformación.

El sentido de elegir una serie de variables representativas de los valores de las variables de estado del ensayo de torsión en fluencia (tracción en su caso) se debe, a intentar falsar la posible dependencia de algunos de los parámetros de ajuste de la ecuación fenomenológica de Garofalo respecto de estas variables. Algunos de los modelos físicos soportes de la ecuación que hemos estudiado incluyen dependencias con tensión temperatura y/o velocidad de deformación. Esto último, en un ámbito de aplicación de modelos cuya expresión es una ley potencial ("Power-law" o " Power-law break-down"). Modelos que " a priori " son justificados en base precisamente a los intervalos de trabajo. No sería necesario hacer lo anteriormente expuesto, pero desde el punto de vista nuestro trabajo, que busca la aplicación de una ecuación para amplios rangos de las variables de estado, se hace preciso. Por otra parte, el análisis y discusión del uso de los valores de la tensión efectiva, compensados (normalizados) o no por el módulo elástico, también lo requiere en concreto respecto del parámetro α .

Evidentemente se precisa elegir unos valores de los recorridos de $\{T, \sigma, \varepsilon'\}$, representativos de su comportamiento, y hemos considerado los anteriores suficientemente representativos, para nuestros objetivos. La hipótesis de partida es que dependencias significativas de estos parámetros construidos "ad-hoc" indican una expresión defectiva en la ecuación de Garofalo, o en su caso unas condiciones de estructura, o microestructura que condicionan los rangos de trabajo del test de fluencia en caliente, información de gran valor si es estadísticamente contrastable. Los detalles de los valores de estos parámetros se dan en las Tablas (27),(28), (29),(30),(31),(32),(33),(34),(35), que se pueden ver a partir de la página 222.

Respecto de la composición en la tabla (30), hemos eliminado cuatro materiales, respecto de los que aparecen en la tabla (27), buscando una base de datos lo más homogénea posible. Así pues, en algunos casos, no vamos a comparar una aleación de titanio u otra de aluminio con diferentes tipos de acero. En otros casos si lo haremos. Hemos seleccionado, en la tabla (30), solo aceros, de diferentes tipos, microaleados, dúplex, inoxidable, de bajo y alto contenido en carbono, etc. Otros dos materiales se han eliminado por alguna incertidumbre en su tratamiento. No obstante retenemos una base de datos, mínima, con dieciséis materiales, incluyendo sus composiciones porcentuales en peso, que se reseñan en las Tablas de datos (30) y (31). Es evidente que en la ecuación de Garofalo, y en sus parámetros de ajuste pueden aparecer, de forma indirecta a través de parámetros de estructura, concentraciones de microaleante. No obstante, pese a ser posible, es poco probable una aparición directa de las composiciones, es más fácil una aparición explícita de parámetros de microestructura, estos sí, condicionados por las concentraciones de aleantes y microaleantes, como pueden ser el volumen atómico, las tensiones residuales, el vector de Burgers, o los factores de entropía, el volumen efectivo de activación, el tamaño de grano o el de subgrano. **Las herramientas estadísticas que hemos empleado no permiten fundamentar relaciones causales y mucho menos establecer dependencias funcionales, sólo permiten obtener evidencias con una verosimilitud , fundamentada, en los llamados en el ámbito de la estadística, test de hipótesis de correlaciones y**

regresiones factibles, de las cuales no es adecuado deducir o inducir más que lo que la estadística aporta, esto es, un cierto grado de confianza en determinadas dependencias, correlaciones o regresiones. Un ejemplo paradigmático sobre los maliciosos efectos del abuso estadístico de la regresión, sea esta lineal, no lineal, univariante o multivariante lo aporta uno de los más conspicuos estadísticos de este siglo Cramer (avisando de los peligros de la aplicación no crítica de la correlación y la regresión), en su obra más clásica (y en otras) cita un trabajo experimental realizado en el sur de Inglaterra en el que siguiendo los patrones habituales del ámbito de las ciencias naturales demuestra que a los niños ingleses los trae la cigüeña. En el trabajo ya clásico, antes citado, se divide la campiña inglesa por condados y se tabulan los nacimientos de seres humanos durante una serie de años, junto con las anidadas de cigüeñas de cada condado en el año correspondiente, posteriormente se establecen las herramientas matemáticas y se obtiene una regresión próxima a 1 o sea una explicación de la varianza de los nacimientos humanos próxima al 100% (para algunos usuarios de la estadística), de eso, se induce la influencia de la cigüeña en la reproducción humana. Es evidente, que factores colaterales, aportan una colinealidad clave entre la densidad de anidadas de cigüeña y el nacimiento de seres humanos. Entre otros, estos son, la densidad de población de los condados, relacionada con el alimento de las cigüeñas, que no se había estudiado, la densidad de población de los condados con la superficie útil para anidar, la densidad de población de los condados, con el agua disponible en la campiña, de crucial influencia, la densidad de población de los condados con el número de torres de Iglesias, espadañas y otros altos muros tan preferidos por estos animales. y finalmente la densidad de los población de los condados con la tasas de natalidad. En resumen, el análisis estadístico tradicional, el basado en regresión-correlación no es una herramienta que permita establecer por si sola, relaciones causales. En las últimas décadas se han desarrollado otras herramientas estadísticas mucho más potentes, a este último efecto, que trabajadas en unión con las anteriores permiten realizar una análisis más correcto. Nosotros hemos utilizado estas herramientas.

La influencia de uno de los parámetros que pueden ser más determinantes, el tamaño de grano, es difícil de analizar, ya que éste evoluciona con las condiciones del test de fluencia, tensión y temperatura, sobre todo, y además los recorridos que manejamos de estas variables, precisamente por las características de la ecuación fenomenológica de Garofalo, son muy amplios. Por ello hemos trabajado con datos experimentales de tamaño de grano de ocho materiales, ocho aceros, de los que se ha dispuesto de los valores de tamaño de grano para diferentes temperaturas. Un análisis previo aconseja utilizar como valores representativos del tamaño de grano con posible influencia en los parámetros de la ecuación de Garofalo, a dos de ellos, uno el tamaño de grano a la temperatura máxima del test de fluencia $TG = \phi(T_{max})$ y el otro el gradiente térmico medio del tamaño de grano $GTG = \{\phi(T_{max}) - \phi(T_{min})\} / \{T_{max} - T_{min}\}$. Los datos para estos materiales mencionados y estas nuevas variables paramétricas se encuentran en las tablas de datos (32) y (33).

Algunas de las polémicas que suscita el uso de la ecuación de Garofalo se basan en lo que podíamos denominar proceso dominante en la fluencia. Los modelos físicos que hemos comentado, dan lugar a diversas ecuaciones según sea el proceso dominante o de control, de tipo difusional, por red, por frontera de grano, según el núcleo de las dislocaciones, o bien según dominen aspectos como el trepado, la interacción y deslizamiento por medio de escalones ("jogs"), etc. Evidentemente la aplicación de la ecuación de Garofalo a amplios rangos de las variables de estado, implica una integración de los parámetros obtenidos, y aunque esto no es cierto para todos los parámetros, puede ser evidente por ejemplo para la energía de activación aparente, que es muy sensible al cambio del mecanismo de control. Hemos justificado anteriormente las dos opciones posibles; La bondad del uso de esta ecuación en rangos amplios de dominio de un mecanismo de control, o bien el uso de formas más complejas de esta ecuación. No obstante lo anterior, una cierta evidencia de lo que sucede se puede estudiar si introducimos valores representativos de otros experimentos con materiales suficientemente similares, y ligados en cada caso a situaciones en las que el mecanismo de control a la fluencia estuviese bien determinado. Hemos tomado valores de las tablas del libro de H.J.Frost y M.F.Ashby "Deformation-mechanism maps" Pergamon Press (1982). En este

caso a diferencia de otros anteriores nos resulta especialmente interesante contrastar resultados de aceros con aleaciones de titanio y aluminio, ya que se amplía el campo de contraste y aumenta la significación del análisis. Hemos usado los siguientes datos:

- Volumen atómico $VA = \Omega$
- Módulo del vector de Burgers $VB = b$
- DLD = D_{ov} = Factor pre-exponencial para difusión en la red.
- QLD = Q_{ov} = Energía de activación para difusión en la red.
- DBD = D_{ob} = Factor pre-exponencial para difusión por frontera de grano
- QBD = Q_b = Energía de activación para difusión por frontera de grano
- NPL = n = Exponente para la ley potencial (power-law-creep).
- DDM = A = Constante de Dorn.
- TAU = τ_r / μ = Tensión residual compensada, para la oposición al deslizamiento controlado por obstáculos.

Todos los datos se encuentran para diez materiales diferentes en las Tablas de datos (34) y (35)

Otro análisis a realizar de gran interés es la relación, interna, entre los factores o parámetros de ajuste $\{A, Q, n, \alpha\}$. En alguno de los modelos anteriormente detallados y de base física se pueden apreciar diferentes formas de aparición de estos parámetros, así, en algún caso el argumento de la función $\sinh(\)$ contiene el factor n^{-1} . De ser falsables estas hipótesis debería aparecer una cierta correlación entre estos parámetros. Por otra parte el trabajo matemático del diseño de los algoritmos aplicados nos ha mostrado en ocasiones la interdependencia de los valores de estos parámetros de ajuste. Esta evidencia es difícilmente demostrable haciendo uso del análisis numérico, ya que la ecuación es suficientemente compleja. Pero cuando el avance según planos de regresión por cortes parciales, lleva a zonas donde dos de los cuatro parámetros evolucionan y otros dos permanecen suficientemente constantes, hace sospechar la existencia de estas interdependencias, que pueden tener una significación por encima del simple cálculo numérico.

8.1.1.LAS HERRAMIENTAS DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO.

La herramienta básica inicial es el análisis descriptivo de los datos sus recorridos, y sus funciones de densidad entendidas como distribuciones de frecuencias normalizadas a área unidad. El análisis descriptivo aporta una información relacionada con la "calidad" de los datos. De la calidad, estudiada "a priori", se deducen controles **basados en la sensatez** a la hora de establecer conclusiones soportadas por otras herramientas.

En segundo lugar aparece el análisis de regresión-correlación. Este permite establecer en primer lugar una discriminación rápida sobre las posibles interrelaciones. Pero al igual, que no es correcto obtener conclusiones precipitadas por una obtención de valores altos en los parámetros de estimación de la regresión correlación, tampoco es adecuado descartar influencias por una obtención de valores aparentemente no significativos, ya que en ocasiones las interrelaciones, dependencias o influencias se establecen en forma multivariante, en forma no lineal o mediante factores cruzados.

Dentro de las técnicas de regresión se suele utilizar la regresión lineal multivariante para establecer relaciones entre una variable a explicar y N variables explicativas mediante un hiper-plano en R^{N+1} . Estas técnicas son de sobra conocidas y no vamos a entrar en su estructura matemática, pero sí en la base estadística de las mismas. Es plausible probar que haciendo crecer el número de variables explicativas de forma indiscriminada, se puede ir aumentando el tanto por ciento de varianza explicada de la variable a explicar si estas variables explicativas están en la base del experimento, ensayo o fenómeno físico. Se pueden obtener valores del coeficiente de determinación total del ajuste lineal multivariante de gran significación sin ningún sentido estadístico. El elemento discriminador realmente significativo en un análisis lineal multivariante es el cociente experimental de la F de Snedecor entre los residuos de la regresión y los de la media, base de un test de hipótesis que valida el tanto por ciento de varianza explicada por la introducción de la variable explicativa correspondiente. Es una forma de fraccionar el coeficiente de determinación según el factor o variable que incluyamos. Si "a priori" determinamos un valor de

variación de la varianza explicada “ por debajo del cual” consideramos irrelevante la introducción de una nueva variable y utilizamos este elemento de discriminación, hemos construido un algoritmo de regresión “step-wise” o de regresión por pasos. Su eficiencia es tal, que permite determinar, de todo el conjunto de variables explicativas “a priori”, aquellas, siempre minoritarias que realmente dominan el control de la explicación de la varianza del ajuste, y aporta información desde dos puntos de vista, uno económico, ya que no tiene sentido usar diez, quince o veinte variables explicativas avanzando en cada caso en un 5% o un 10% de la varianza explicada, si con las más significativas alcanzamos valores de al menos un 80% o 90% de la varianza explicada. Por otra parte discrimina las variables haciéndonos centrar en las más importante. Este método no establece relaciones causales pero permite establecer vías de investigación en torno a la máxima dependencia o correlación. No es adecuado su uso para la inferencia estadística, si no se ha establecido la base física de la relación causal.

Otra herramienta es la discriminación por superficies de regresión, dentro del análisis de la covarianza. Esta regresión por superficies, y no por planos, establece dos elementos nuevos, por una parte introduce, factores cuadráticos y productos cruzados, informando sobre la varianza explicada en cada caso, además informa sobre las relaciones de colinealidad, esto es sobre efectos espurios que disminuyen o aumentan de forma inadecuada la varianza explicada. Tampoco es un elemento básico que permita por si sólo el establecimiento de relaciones causales, pero aporta dos tipos de información: Una de ellas es la de permitir el contraste entre la linealidad y la no linealidad en las dependencias, que puede ser una manifestación en primera aproximación de desarrollos en serie de expresiones cuya dependencia se pueda atribuir a funciones complejas no algebraicas, y esto hasta grado dos en los polinomios. De otra parte aporta proyecciones según planos de las superficies de correlación y de estas proyecciones, se pueden inferir relaciones o formas de relaciones con un menor número de variables.

Las herramientas estadísticas más potentes al nivel de nuestra investigación y cuyo desarrollo es **relativamente** reciente dentro del análisis multivariante, y son: El análisis de conglomerados “análisis-cluster”, el análisis de

componentes principales, y el "análisis de los factores". El uso conjunto de estas tres herramientas y su coordinación con los resultados de las anteriores permite el establecimiento de conclusiones que podríamos designar como "robustas", en el sentido de no triviales, usando una terminología estadística.

En las referencias [147],[148],[149],[150],[151],[152] podemos encontrar las bases matemáticas del "análisis de conglomerados", del diseño de componentes principales y del análisis de los factores, por lo que aquí solo reseñamos sus elementos descriptivos más imprescindibles

Las técnicas del Análisis de conglomerados son algoritmos que tienen por objeto la búsqueda de grupos similares de individuos (casos) dentro de una matriz (casos-variables) y que se van agrupando en conglomerados, mediante técnicas de elección de distancias adecuadas (en un sentido topológico) y técnicas complejas de rotación matricial. La clasificación de los individuos en grupos se hace en base a los valores de las variables observadas. También por rotación, se podría hacer un "análisis-cluster" agrupando las variables, pero este no es el objetivo de nuestro trabajo. A partir de la matriz de la base de datos buscamos, mediante la técnica denominada "K-means-clustering" los grupos más significativos dentro de los casos de la matriz base. Este método precisa un definición previa del número máximo de conglomerados. No obstante, por ser un método no jerárquico y de reasignación de los casos a los conglomerados, si el número máximo, supera los precisos, el algoritmo se detendrá cuando la distancia entre los centroides de los conglomerados definidos sea suficiente y la intersección de los elipsoides de definición de los conglomerados sea vacía. Al final del proceso cada caso pertenece a un conglomerado diferente y pertenecerá a aquel cuyo centro esté más próximo (medida la distancia con la métrica que se haya predefinido, opción que presentan todos los paquetes estadísticos usados). Generalmente, la métrica será euclídea pero no es imprescindible que lo sea. Itera el método, creando sucesivos conglomerados hasta que se alcanzan las dos condiciones especificadas anteriormente. Los resultados del proceso son un conjunto de conglomerados homogéneos, y disjuntos respecto de la métrica. La identificación de los caso y de las características comunes permite establecer, qué división inicial presenta la matriz de la base de datos antes de establecer otro tipo de análisis. Éste es

un análisis muy recomendable, pues el agrupamiento de familias de elementos, permite evidenciar, si la diferencia en la aplicación de la ecuación de Garofalo, se puede deber a diferencias en la forma de la función de la real a la aplicada, en el caso de algunas familias.

El análisis multi-variante cumple objetivos descriptivos y en algunos casos predictivos. Suponemos una matriz de datos en casos (filas) - variables (columnas) y el grupo de variables como único. Si el grupo de variables es único, la población en un sentido estadístico (la función de distribución) es la misma para todos los casos (hipótesis de partida). Las técnicas adecuadas son la de Componentes Principales y el Análisis Factorial. Si por el contrario sospechamos que tenemos al menos dos grupos de variables de naturaleza diferenciada se puede aplicar un análisis de correlación canónica, que distingue entre las familias de variables.

El análisis de componentes principales puede reducir el número de variables necesarias a un grupo reducido de variables índices, llamadas componentes principales, que son combinaciones lineales de las variables de partida. Por tanto permite un camino de búsqueda de explicación de los casos a partir del grupo más conciso de variables explicativas. Las características de las variables componentes principales auxilian mucho a la determinación de los elementos que influyen en los casos. Éste análisis aporta más al establecimiento de relaciones causales que las técnicas de correlación y regresión.

El análisis de los factores también busca un pequeño número de variables índice, para explicar la variabilidad de la matriz observada desde el punto de vista de los casos y determina las relaciones de las variables iniciales y los factores principales. Ambos métodos, el anterior y éste se diferencian fundamentalmente en los procesos algebraicos de rotación, siendo los resultados del método del análisis de los factores más precisos.

El análisis de correlación canónica divide el conjunto de variables iniciales en dos grandes grupo, establecidos "a priori ". Estos grandes grupos se pueden obtener a partir del análisis de los factores detallado anteriormente. Es una generalización de la regresión múltiple lineal, en la cual sólo tenemos una variable en el primer grupo. Éste método, presenta grandes problemas de interpretación de los resultados.

El método de regresión lineal univariante por pasos ya ha sido mencionado anteriormente y se detalla en [150]. No obstante vamos a esbozar algunos comentarios sobre sus ventajas y utilidad. En este método en cada paso se incluyen o eliminan variables mediante un contraste de hipótesis - de la función F-de Snedecor. Una variable de tipo explicativo se introduce en un primer paso si su coeficiente de correlación parcial con la variable a explicar es alto, e introduce un gran incremento de la variabilidad de la varianza explicada al introducirse, pero variables ya introducidas puede volver a salir cuando la variación explicada que aportarían, si se hubiese introducido en la última etapa, no fuese significativa. El proceso termina en el paso en el que ningún regresor puede entrar ni salir. Para que una variable entre el valor de F_{entrada} debe ser el mayor de todos los regresores posibles. Siendo $F_{\text{entrada}} = [SCR_{\text{paso } i} - SCD_{\text{paso } i}] / [SCD : (N-p-1)]$, siendo SCR_i = Suma de los cuadrados de los residuos de ese paso i , SCD_i = Suma de los cuadrados de los residuos después de entrar el regresor, N = número de datos, p = número de variables incluidas. Evidentemente el valor de F_{enter} , va siendo condicionado por el número de variables que hemos introducido y por ello tiende a converger o a parar en un momento dado. La $F_{\text{eliminación}} = [SCRS_i - SCR_i] / [SCR_i : (N-p)]$, siendo $SCRS$ en cada paso la suma de los residuos si se extrae la variable del conjunto de las explicativas.

Los tratamientos estadísticos se han realizado con los programas BMDP, SOLO y STATGRAPHICS, pues creemos adecuado, contrastar los resultados de diferentes "paquetes" estadísticos.

8.2. ANÁLISIS PRIMARIO

Los descriptivos de los valores resultados de los ajustes $\{A, Q, n, \alpha\}$ se pueden resumir en las gráficas 1 [Anexo 7, a partir de aquí A7], 2 [A7], 3[A7], y 4[A7] que representan las funciones de densidad $f(x).dx$ de las distribuciones de cada parámetro. La distribución de valores obtenidos de $\ln(A)$ presenta dos modas, lo cual indica que la distribución en A , estará diferenciada en dos grandes grupos de valores uno centrado en 3×10^{12} , y otro en 8×10^{18} , el recorrido es de seis intervalos de magnitud. La distribución de valores de Q presenta una moda en torno a 70000 kCal/mol, alejada de la media, con una distribu-

ción asimétrica. La distribución de los valores de n presenta una moda en 4.9 próxima a la media aunque superior a la misma, y distribución asimétrica. La distribución en α presenta una moda en torno a 0.008 y próxima a su valor medio y es una distribución asimilable a la normal. Los valores de las distribuciones de Q y A , indican que los mecanismos predominantes en nuestra muestra pueden ser a lo sumo dos. Siendo críticos, tenemos que indicar que pesan mucho, estadísticamente, los aceros sobre la base de datos. El que los valores de n y α presenten el comportamiento mencionado, puede indicar además de lo anterior un tipo diferente de comportamiento en estos parámetros.

Respecto de las variables paramétricas introducidas para la representación de las condiciones de los test, los intervalos de temperaturas ΔT presentan una distribución uniforme con una cierta normalidad y con valores de moda y media próximos a los 240 K. Las temperaturas máximas son bastante homogéneas en torno a los 1400 K, así como las temperaturas medias. Las distribuciones de recorridos en tensiones, son amplias, con tendencia a ser normales y con moda y media próximas a los 140 Mpa. Las tensiones máximas y medias también presentan valores bastante distribuidos, y no concentrados como los de las temperaturas. Esto hace que sean variables explicativas mucho más adecuadas las tensiones que las temperaturas. Los parámetros de $\text{Ln}[\epsilon'_{\text{max}}]$ y $\text{Ln}[\epsilon'_{\text{max}}/\epsilon'_{\text{min}}]$, presentan una gran homogeneidad y concentración. Estos datos se pueden ver en las Figs 5[A7] a 12 [A7]. Respecto a los datos de composiciones, las concentraciones de C, Si, P, Cu son notoriamente bimodales, por lo tanto son adecuadas para contrastar con valores de los parámetros del ajuste que también sean bimodales y por otra parte las concentraciones de Mn, S, V, Al, Ti, presentan una distribución adecuada a una normalidad y son óptimas para otro tipo de contraste, con Q y n . Las demás distribuciones están muy concentradas y no serán buenos indicadores ni buenas variables explicativas. Se pueden observar los resultados en las Figs 13 [A7] a 25[A7].

Es evidente que uno de los condicionamientos que pueden presentar las variables construidas para representar las condiciones del experimento, es que estas estén acopladas o sea correlacionadas por la estructura del mate-

rial, lo cual, aportaría un cierto tipo de información pero quitaría validez a los resultados que pudiésemos obtener de la inclusión de las mismas junto con las de composición y/o estructura. Por esto, previamente hemos procedido a realizar una regresión por planos del logaritmo de la velocidad de deformación máxima del experimento frente a temperatura máxima de trabajo y tensión máxima aplicada, el resultado se puede ver en la Fig.26 [A7], en donde se pone de manifiesto una cierta correlación entre el logaritmo de la velocidad máxima y la temperatura máxima, así como una independencia significativa entre las tensiones máximas de trabajo y las temperaturas máximas. Hemos realizado lo mismo para los recorridos logarítmicos en velocidades de deformación frente a los recorridos en tensiones y temperaturas, obteniendo la significación al revés. Para las tensiones notoria y para las temperaturas poco significativa. En cualquier caso las regresiones en su conjunto no son estadísticamente determinantes y podemos mantener que los recorridos de las variables de estado en los diversos ensayos aplicados no presentan una fuerte correlación o que al menos esta no puede inducir efectos espurios en los resultados.

En cualquier caso hemos realizado un análisis de correlación y regresión para cada una de las variables introducidas para cuantificar las condiciones del experimento e introducir efectos residuales de tensión temperatura y velocidad de deformación. Los resultados de todos los análisis han resultado no significativos excepto los siguientes:

- 1.Relación entre ΔT y $\Delta\sigma$. Correlación cruzada =0.7860. $R^2=0.62$

$$\Delta T=108.33+1.12\Delta\sigma \quad F=29.1 \text{ Probabilidad } <0.0001$$
- 2.Relación entre ΔT y σ_{\max} . Correlación cruzada =0.7524. $R^2=0.57$

$$\Delta T=79.87+0.982\sigma_{\max} \quad F=23.48 \text{ Probabilidad } <0.0001$$
- 3.Relación entre $\Delta\sigma$ y $\text{Ln}[\epsilon'_{\max}/\epsilon'_{\min}]$. Correlación cruzada=0.62. $R^2=0.39$

$$\Delta\sigma=95.75+10.09\text{Ln}[\epsilon'_{\max}/\epsilon'_{\min}] \quad F=11.45.. \text{Probabilidad}=0.003$$
- 4.Relación T_{\max} y $\text{Ln}[\epsilon'_{\max}]$. Correlación cruzada=0.90. $R^2=0.81$

$$T_{\max}=1210.4+84.04 \text{Ln}[\epsilon'_{\max}] \quad F=73.32.. \text{Probabilidad } <0.0001$$
- 5.Relación entre T_{med} y $\text{Ln}[\epsilon'_{\max}]$. Correlación cruzada=0.90. $R^2=0.81$

$$T_{\text{med}}=1092+78.55 \text{Ln}[\epsilon'_{\max}]. \quad F=73.5 \text{ Probabilidad } <0.0001$$

Los resultados se pueden ver en las Figs bivariadas 28 [A7] a 32 [A7]. Conviene destacar lo que indican estos resultados preliminares. El hecho de que el coeficiente de determinación en todos los casos sea bajo, quiere decir que las relaciones que son significativas no explican toda la varianza de la nube de datos, pero el que la probabilidad para el test de la F de Snedecor sea menor de 0.05 quiere decir que la correlación y la regresión existen con niveles de confianza superiores al 95%.

Por otra parte en el análisis descriptivo preliminar de los datos interesa en grado sumo averiguar el grado de relación e interdependencia entre {A, Q, n, α }. Por ello para los datos de la Tabla (27) y (29), hemos estudiado la regresión lineal por planos de Q frente a n y α y también la de n frente a Ln(A) y α . La relación entre Q y n parece débil, pero no así la de Q frente a α . Así como también la de n frente a α . Lo anterior se puede observar en las Fig.s 33 [A7] y 34 [A7]. Por ello hemos realizado el análisis cruzado de las regresiones y correlaciones de Q, n, A, α . Han resultado estadísticamente no significativos todos los estudios excepto los de:

6. Relación de Q frente a α . Correlación cruzada = 0.6823. $R^2 = 0.47$

$$Q = 60.75[\text{kCal/mol}] + 2042.9. [\text{kCal.MPa/mol}] \alpha [\text{MPa}^{-1}]$$

$$F = 15.68 \quad \text{Probabilidad} = 0.001$$

7. Relación de Q frente a n. Correlación cruzada = -0.6215 $R^2 = 0.39$

$$Q = 127.85[\text{kCal/mol}] - 10.35[\text{kCal/mol}] \cdot n$$

$$F = 11.33 \quad \text{Probabilidad} = 0.003$$

8. Relación de n frente a α . Correlación cruzada = -0.753 $R^2 = 0.57$

$$n = 5.9126 - 135.28[\text{MPa}] \cdot \alpha [\text{MPa}^{-1}]$$

$$F = 23.46 \quad \text{Probabilidad} < 0.0001$$

Los resultados se pueden ver en las Figs. 35 [A7], 36 [A7], y 37 [A7]. El resto de relaciones no significativas se puede observar en las Figs. 38 [A7] a 44 [A7].

Estos resultados preliminares de carácter descriptivo se han obtenido a partir de los datos de la tabla mencionada anteriormente.

La Tabla de datos (30) requiere análisis preliminar que relacione las variables {A, Q, n, α } con las composiciones en tantos por ciento en peso de cada

uno de los materiales. el resultado del análisis de la regresión lineal lo hemos contrastado con la probabilidad de que la hipótesis de no regresión sea menor de 0.05, esto un error no mayor del 5% y la varianza posible explicada por medio del coeficiente de determinación. El resumen de los datos obtenidos se presenta en la tabla siguiente Tabla (37):

		C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Mo	V	Al	Cu	Ti
Ln[A]	R ²	0.01	0.08	0.00					0.32	0.04	0.05	0.02	0.04
	P	0.70	0.28	0.86	>0.8	>0.8	>0.8	>0.8	0.18	0.41	0.41	0.60	0.47
Q	R ²	0.57	0.05	0.21	0.50	0.44	0.63	0.19	0.72	0.17	0.46	0.33	0.25
	P	0.001	0.962	0.08	0.002	0.005	<0.000	0.09	<0.000	0.12	0.004	0.02	0.05
n	R ²	0.48	0.34	0.34	0.29	0.30	0.66	0.74	0.37	0.65	0.27	0.14	0.26
	P	0.003	0.02	0.02	0.03	0.03	<0.000	<0.000	0.01	<0.000	0.04	0.16	0.05
α	R ²	0.57	0.16	0.30	0.44	0.40	0.65	0.52	0.44	0.51	0.32	0.20	0.40
	P	0.001	0.12	0.03	0.005	0.009	<0.000	0.002	0.005	0.002	0.02	0.09	0.09

Tabla (37). Valores de los coeficiente de ajuste de los parámetros de la ecuación de Garofalo Tabla (30) con las concentraciones de aleantes y microaleantes de los materiales

Los datos de la tabla nos permiten seleccionar relaciones potenciales para estudios posteriores. Así Ln[A] no presente ninguna dependencia lineal con la composición química de los materiales empleado. Esto no quiere decir que no se puedan establecer dependencias no lineales.

La variable Q, presenta una muy alta relación de regresión lineal con Mo, Cr, C, P, y S y por este orden. El Carbono, Fosforo y Azufre parecen contribuir a la disminución de Q, cuando su proporción aumenta, esto es parece que facilitan la disminución de la tensión de fluencia (yield) a una temperatura dada, y a velocidad de deformación constante. Sin embargo Cromo y Molibdeno aumentan el valor de Q cuando aumenta su concentración, por tanto aumentan el valor de la tensión de fluencia a temperatura y velocidad de deformación constantes.

La variable n presenta significativas regresiones lineales con níquel, vanadio, cromo, y carbono y por este orden. El cromo y níquel parecen contribuir al aumento de Q y el carbono y el vanadio a su disminución, con las consecuencias pertinentes.

La variable α, es la que mayor dependencia de la concentración de aleantes presenta y son significativos sus valores de regresión lineal con cromo, carbono, níquel, vanadio, fósforo azufre, molibdeno y titanio y por este orden. Aumentan el valor de la variable, cromo, níquel y molibdeno, y la disminuyen el resto de aleantes mencionados.

Los resultados anteriormente expuestos se pueden ver en las Figs 45 [A7] a 62 [A7]

Los anteriores resultados, podrían hacer pensar en la conveniencia de un análisis más profundo y realizar regresiones lineales multivariantes que predijesen las variables, Q, n y α , a partir de las concentraciones en peso de los aleantes. Por ejemplo las consecuencias del análisis anterior aconsejan intentar la regresión fundamentalmente con las concentraciones de Carbono, fósforo, Azufre, Cromo y Molibdeno. Se realiza y se obtiene:

$$9. Q=74207.09 [\text{kCal/mol}]+25001 (\%C)-545898(\%P)-108721(\%S) \\ +307.36(\%Cr)+15549(\%Mo).$$

Los estadísticos de la regresión multivariable son:

$$R^2 = 0.77 \quad F=6.57 \quad P=0.006 \\ R^2_a = 0.65$$

Sin embargo esta regresión no es correcta, su uso sería incorrecto ya que si únicamente ajustásemos Q con %Mo, obtendríamos lo siguiente:

$$10. Q=70128.8+20000.7(\%Mo)$$

$$\text{Con los siguientes estadísticos } R^2 = 0.7232 \quad F=36.57 \quad P<0.0009$$

Esto quiere decir que al incluir más componentes explicamos más varianza, pero el test de hipótesis sobre la F de Snedecor nos dice que la probabilidad de que el ajuste sea erróneo es del 0.6%. Mientras que con un solo aleante explicamos sólo un 5% menos de varianza pero la probabilidad de que el ajuste sea erróneo es menor que el 0.09%. Esto es muy significativo, podemos aumentar el número de elementos para la predicción ganando sólo un 5% en explicación de varianza y perdiendo en verosimilitud en el ajuste. Aunque en este caso no sea muy extremo el resultado, esta disminución de la verosimilitud del ajuste indica que la varianza explicada es probablemente espuria.

Si procedemos de la misma forma con la variable n, y los aleantes pre-determinados, Carbono, Cromo, Níquel y Vanadio, obtenemos el siguiente resultado:

$$11. n=4.312+0.1219(\%C)-0.0401(\%Cr)-0.1435(\%Ni)+5.82(\%V)$$

Con los siguientes estadísticos:

$$R^2 = 0.84 \quad F=14.59 \quad \text{Prob.}<0.0009$$

Sin embargo si sólo ajustamos la concentración de Ni, se obtiene

$$12. n=5.1201-0.3383(\%Ni)$$

$$R^2 = 0.74 \quad F=40.11 \quad \text{Prob}<0.0009$$

Otra vez disminuimos la varianza pero ganamos verosimilitud. Otra vez la acumulación de concentraciones de aleantes no es mejor predictor que el comportamiento concreto de un aleante, que además puede tener mayor significación física que la acumulación indiscriminada que no permite pasar a análisis causales..

Realizando lo mismo para el caso de α , respecto de Carbono, , Fósforo, Azufre, Cromo, Níquel, Molibdeno, Vanadio y Titanio, obtenemos:

$$13. \alpha = -0.0185 + 0.113(\%C) + 1.2954(\%P) - 0.4649(\%S) + 0.0074(\%Cr) \\ - 0.0095(\%Ni) - 0.025(\%Mo) - 0.1422(\%V) - 0.2896(\%Ti)$$

Los estadísticos son:

$$R^2=0.9129 \quad F=9.17 \quad \text{Prob}=0.004$$

Si solo ajustamos con (%Cr), que es el más indicado por el análisis previo, obtenemos lo siguiente:

$$14. \alpha = 0.0058 + 0.000724(\%Cr)$$

$$R^2=0.65 \quad F=26.5 \quad \text{Prob}<0.0009$$

Se vuelve a perder en varianza explicada (un 30%) pero con un solo aleante ganamos en confianza y verosimilitud.

Todo lo anteriormente expuesto además de aportar elementos para el estudio global final permite prever que la relación lineal puede estar limitada. Esto es que pueden existir elementos no lineales en la forma de la dependencia. Para analizar esto vamos a aplicar el análisis de la superficie de respuesta que se detalla en [149],[150],[151][148].

Aplicado a Q respecto a (%Mo) obtenemos:

$$15. Q = 69107.67 + 29807.5(\%Mo) - 3342.8(\%Mo)^2$$

Al ser un único elemento no podemos tener en cuenta cofactores cruzados pero no obstante los estadísticos son:

$$R^2 = 0.73 \quad F=17.69 \quad \text{Prob}=0.0002$$

$$F_{\text{componente lineal}} = 35 \quad \text{Prob}=0.0001$$

$$F_{\text{componente cuadratica}} = 0.39 \quad \text{Prob}=0.54$$

Esto nos indica que la componente cuadrática apenas es significativa y que la dependencia es realmente lineal. Si aplicamos el análisis de las super-

ficies de respuesta a diferentes combinaciones de aleantes de los indicados por el análisis previo, se obtiene los siguientes resultados:

[%C , %Mo]	R ² =0.82	F=8.98	Prob=0.002
[%C,%Cr,%Mo]	R ² =0.85	F=3.65	Prob=0.06
[%C]	R ² =0.70	F=14.97	Prob=0.0004
[%Cr]	R ² =0.63	F=10.91	prob=0.002

Volvemos a encontrar que no se mejora por aumentar los aleantes en el estudio y que la primera previsión es adecuada.

Si realizamos el estudio para n con el análisis de superficies de respuesta con todos los aleantes que ha indicado el análisis previo como susceptibles de investigación esto es carbono, cromo, níquel y vanadio, obtenemos los siguientes estadísticos R²=0.99, F=6.51, P=0.30. Directamente podemos rechazar esta relación y se rechaza pese a explicar el 99% de la varianza, porque no es un ajuste correcto. Sin embargo reduciendo los aleantes a sólo Cromo y Níquel los resultados son **asombrosamente** mejores:

$$R^2=0.87 \quad F=13.31 \quad P=0.0004$$

$$F_{C.\text{lineal}}=29.61 \quad \text{Prob}=0.0001$$

$$F_{C.\text{Cuadrática}}=3.27 \quad \text{Prob}=0.08$$

$$F_{P.\text{Cruzados}}=0.79 \quad \text{Prob}=0.40$$

$$16. n=5.0179-9.5435(\%Cr)+17.4504(\%Ni)+1.0663(\%Cr)^2+4.11056(\%Ni)^2-4.3727(\%Cr).(\%Ni)$$

Si además realizamos el estudio con únicamente níquel, obtenemos

$$R^2=0.84 \quad F=34.07 \quad P<0.0009$$

$$F_{C.\text{lineal}}=60.15 \quad P<0.0009$$

$$F_{C.\text{Cuadrática}}=8 \quad P=0.01$$

$$17. n=5.2132-8.75279(\%Ni)+0.04398(\%Ni)^2$$

Aquí hay un resultado concreto, la dependencia básica es con la concentración de níquel, y además es significativamente no lineal, al menos cuadrática.

Se han realizado análisis para (%Cr) sólo, y para [%Ni,%V],[%Cr,%V], obteniendo en todos los casos peores resultados.

En el caso de la variable α que es la que mayor número de aleantes significativos ha presentado en el análisis previo, la Tabla (38) siguiente resume los resultados de un análisis exhaustivo de superficies de respuesta:

Aleantes	R ²	F	Probabilidad
%Cr	0.67	F(total)=13.27 F(lineal)=25.89 F(cuadratica)=0.65	P(total)=0.0007 P(lineal)=0.0002 P(cuadratica)=0.43
[%Cr,%Ni,%V]	0.90	F(total)=6.92 F(lineal)=14.5 F(cuadratica)=2.71 F(P.cruzados)=0.58)	P(total)=0.002 P(lineal)=0.004 P(cuadratica)=0.14 P(P.cruzados)=0.6 5
[%Cr,%Ni]	0.72	F(total)=5.22	P(total)=0.01
[%Ni,%V]	0.86	F(total)=12.18 F(lineal)=21.25 F(cuadratica)=4.69 F(P.cruzados)=9.02	P(total)=0.0005 P(lineal)=0.0003 P(cuadratica)=0.04 P(P.cruzados)=0.0 1

Tabla (38). Relación del parámetro α , con diferentes concentraciones de aleantes y microaleantes.

El resultado evidentemente es que la relación significativa es para la variable α , con el níquel y el vanadio en forma no lineal, y con factores cruzados.

$$18. \alpha = -0.01589 + 0.010671(\%Ni) + 0.39402(\%V) - 0.000675(\%Ni)^2 - 1.319649(\%V)^2 - 0.459583(\%Ni).(\%V)$$

Los datos de la tabla de datos (32), "a prior", sabemos que no pueden presentar los mismo resultados ya que son datos de ocho aceros suficientemente homogéneos como para poder decir que se ha eliminado un amplio rango de variabilidad, respecto de la tabla de datos (30), en la que se incluyen diversos aceros y otras aleaciones, de forma que varían tanto componentes y aleantes como otras estructuras. La tabla de datos (32) es muy homogénea en la composición y se ha diseñado por que en ella se han introducido las variables tamaño de grano a la temperatura máxima de trabajo y gradiente térmico del tamaño de grano en el recorrido de trabajo o aproximado. No obstante aplicándole los métodos del análisis previo obtenemos los siguientes resultados en la Tabla(39):

		%C	%M	%S	%P	%S	%C	%N	%M	%V	%A
			n	i			r	i	o		l
Ln[A]	R ²	0.48	0.49	0.52	0.45	0.16	0.39	0.26	0.47	0.39	0.07
	P	0.20	0.19	0.16	0.12	0.63	0.29	0.12	0.20	0.28	0.83
Q	R ²	0.28	0.23	0.79	0.11	0.91	0.41	0.38	0.37	0.45	0.32
	P	0.43	0.52	0.02	0.74	0.03	0.26	0.30	0.31	0.22	0.34
n	R ²	0.17	0.38	0.38	0.12	0.26	0.02	0.04	0.12	0.30	0.41
	P	0.61	0.29	0.36	0.05	0.46	0.94	0.91	0.72	0.41	0.27
α	R ²	0.39	0.26	0.56	0.36	0.54	0.13	0.05	0.24	0.33	0.20
	P	0.28	0.46	0.13	0.33	0.14	0.71	0.87	0.50	0.36	0.56

Tabla (39).Relación entre parámetros de ajuste y concentraciones de aleantes y microaleantes de los materiales.

La información que obtenemos es muy significativa. El término Ln[A] al igual que con la tabla de datos (30), no presenta ninguna relación significativa con los aleantes. Q, solo presenta una relación significativa con %Si y %S. Esto quiere decir que puesto que el rango de variabilidad es menor que en la tabla de datos (30), Q es sensible a pequeñas variaciones de estos dos aleantes. La variable n prácticamente no presenta relación con ningún aleante salvo quizás con el %P, y α no presenta relación de regresión o correlación con ningún aleante. Esto quiere decir evidentemente que en condiciones homogéneas de composición como es el caso (más o menos homogéneas) solamente algunos(muy pocos) aleantes inducen un efecto mínimo sobre las variables del ajuste de la ecuación de Garofalo. Por lo tanto cuanto mayor sea el ámbito de aplicación mejores serán los resultados estadísticos. Sin embargo en esta tabla de datos (32), hay dos variables que nos interesan mucho, el tamaño de grano a la temperatura máxima y el gradiente térmico del tamaño de grano en el recorrido de trabajo (aproximado). Además como el análisis previo nos ha indicado, la ausencia de influencia de la composición, la influencia de estas dos variables puede ponerse de manifiesto con mayor facilidad.

Primeramente hemos realizado un análisis de regresión lineal entre cada una de las variables del ajuste de la ecuación de Garofalo con ambas variables ϕ , y $[\partial\phi/\partial T]$. Las regresiones lineales han dado los siguientes resultados:

Ln[A]	R ² =0.008	P=0.83
Q	R ² =0.44	P=0.23
α	R ² =0.28	P=0.43

Las tres son independientes del tamaño de grano y del gradiente del mismo. Sin embargo para n, se obtiene:

n	R ² =0.81	P=0.02
---	----------------------	--------

$$19. n=10.40-0.027 \cdot \phi-13.92 \cdot (\partial\phi/\partial T)$$

El único caso en el que hay una relación lineal significativa es el de n

Aplicado el análisis de superficies de respuesta, los resultados obtenidos han sido de carencia de significación para Q, Ln[A] y también para n, lo cual indica que al intentar una relación cuadrática y de factores cruzados, se gana en explicación de varianza, pero el test F de Snedecor presenta unos valores que obligan a rechazar la relación, sin embargo la variable α, presenta una relación neta de tipo cuadrático con factores cruzados:

$$20. \alpha = 2.063 - 0.1062 \cdot \phi + 18.26 \cdot (\partial\phi/\partial T) + 2.46821 \cdot 10^{-3} (\phi)^2 + 187.35 \cdot (\partial\phi/\partial T)^2 - 1.2763 \cdot (\phi) \cdot (\partial\phi/\partial T)$$

Con los siguientes estadísticos:

R ² =0.996	R ² (Lineal)=0.29	R ² (Cuadra.)=0.65	R ² (P.Cruz)=0.06
	F(lineal)=68.51	P=0.01	
	F(cuadra.)=156	P=0.006	
	F(P.cruza.)=30	P=0.03	

Respecto de la tabla de datos de las figuras (34) y (35), que incluye factores de estructura o microestructura, junto con valores de mecanismos típicos de control de fluencia, los resultados han sido todos no significativo, esto es debido a los, lamentablemente, pobres rangos de variabilidad de estas variables

8.3. ANÁLISIS DE CONGLOMERADOS

Hemos realizado el análisis con el programa K-means clustering del paquete estadístico BMDP. El tratamiento del programa está en sus aspectos algoritmos detallado en [150].

Aplicado a los datos de la tabla de datos (27). Primero hemos ajustado la búsqueda a cinco conglomerados para los 20 casos y sólo para las variables

Q, n, Ln[A] y α . Los resultados que caracterizan a los cinco conglomerados son los siguientes:

VALORES MEDIOS Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LOS CONGLOMERADOS					
CASOS EN CADA CONGLOMERADO.	CASOS	Ln[A]	Q	N	α
1	15	40.32 0.00	114.19 0.00	5.84 0.00	0.0112 0.00
8	02-04-05-06-09-12-19-01	28.03 3.79	73.18 10.98	4.88 0.51	0.0094 0.0021
7	07-08-10-11-13-14-18	46.67 2.92	64.72 3.30	5.66 0.31	0.0024 0.0066
3	16-17-03	41.97 5.66	119.07 21.41	2.25 0.25	0.0203 0.0045
1	20	24.41 0.00	79.49 0.00	2.26 0.00	0.0198 0.00
TOTAL.		36.73	79.47	4.67	0.0092

Tabla(40). Análisis de conglomerados. Aplicado a la base de datos de la tabla (27), considerando únicamente los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo. En cada conglomerado se indican el valor medio de la variable y la varianza.

Si ampliamos el análisis de conglomerados de la tabla de datos (27) a la totalidad de las variables el resultado es el siguiente(para tres conglomerados):

Conglomerado 1: 03,07,08,11,16,17,05,06,04

Conglomerado 2: 02,09,12,19,20,01,13,18,10,15,

Conglomerado 3:14

MEDIAS DESV.STD	CL.1	CL.2	CL.3	M.TOT.
Ln[A]	39.6578 9.37	33.6480 9.03	41.200 0	36.73
Q	87.1371 27.756	73.9967 16.26	65.2130 0	79.4707
N	4.1911 1.51	4.9390 1.09	6.3600 0	4.6735
α	0.0099 0.009	0.0079 0.0063	0.0150 0	0.0092
ΔT	218 38.44	331.7 81.51	200 0	273.95
T_{MAX}	1452 82.54	1458 74.72	823 0	1423.6
T_{MED}	1343 77.97	1292 45.77	723 0	1286.65
$\Delta \sigma$	109.44 29.67	250.3 66.57	107 0	197.55
σ_{MAX}	149 13.41	250.3 50.12	107 0	197.55
σ_{MED}	94.89 11.76	156.5 24.66	61 0	124
Ln[C _{MAX}]	2.6967 0.48	3.0480 0.31	-4.50 0	2.5125
Ln[C _{MAX/SM}]	4.8622 2.415	3.9304 0.80	6.27 0	4.667

Tabla (41). Análisis de conglomerados. Aplicado a la base de datos de la tabla (27) incluyendo todas las variables de dicha tabla.

Para cinco conglomerados, y la misma tabla de datos con todas las variables obtenemos:

	CL. CASOS=1	CL.2 CASOS=9	CL3 CASOS=1.	CL.4 CASOS=3	CL.5 CASOS=6
Ln[A]	38.8 0	27.63 3.748	41.2 0	42.48 5.29	46.42 2.362
Q	101.001 0	73.884 10.486	65.213 0	123.465 16.675	64.642 3.602
N	1.96 0	4.58 0.99	6.36 0	3.54 1.99	5.55 0.06
α	0.016 0	0.0106 0.004	0.0150 0	0.0187 0.007	0.00003 0.0001
ΔT	197 0	298.44 105.62	200 0	283.33 87.80	267.67 55.33
T_{max}	1270 0	1461 77.26	823 0	1531 14.43	1440 25.82
T_{med}	1172 0	1312 61.33	723 0	1389 48.29	1311 39.82
$\Delta\sigma$	159 0	154 76.93	93 0	149 25.51	145 56.76
σ_{max}	169 0	214 76.47	107 0	174 46.49	205 58
σ_{med}	90 0	137 40.31	61 0	100 33.87	133 30.18
Ln[ϵ'_{max}]	1.61 0	2.9444 0.40	-4.5 0	3.067 0.133	2.907 0.21
Ln[$\epsilon'_{max}/\epsilon'_{med}$]	11.12 0	4.038 0.64	6.27 0	4.693 0.127	3.592 0.75
CASOS	03	01,02,04,05,06 09,12,19,20	14	15,16,17	07,08,10, 11,13,18

Tabla (42). Análisis de conglomerados

Si procedemos a realizar el "clustering" con los datos de la tabla de datos (30) en la que junto con las variables del ajuste disponemos de las composiciones porcentuales de las aleaciones, y para cinco "clusters", obtenemos los siguientes resultados (usando, únicamente las concentraciones de aleantes):

	CL.1 CASOS=7	CL.2 CASOS=1	CL.3 CASOS=2	CL.4 CASOS=2	CL.5 CASOS=4	
%C	0.35 0.042	0.08 0.00	0.03 0.00	0.36 0.00	0.205 0.0981	0.258
%Mn	1.49 0.123	9.0 0.00	1.80 0.00	1.27 0.00	0.915 0.5947	1.8269
%Si	0.6071 0.2013	0.7 0.00	0.9 0.00	0.3 0.00	0.39 0.0115	0.5569
%P	0.0171 0.0049	0.00 0.00	0.00 0.00	0.03 0.00	0.01 0.0115	0.0137
%S	0.0329 0.0095	0.00 0.00	0.00 0.00	0.03 0.00	0.01 0.0115	0.0206
%Cr	0.1786 0.1268	18.0 0.00	22.0 0.00	0.0 0.00	4.555 5.1326	5.0919
%Ni	0.1086 0.0729	11 0.00	5.5 0.00	0.0 0.00	0.025 0.0289	1.4288
%Mo	0.0771 0.0665	0.00 0.00	3.00 0.00	0.00 0.00	0.4750 0.5485	0.5275
%V	0.1043 0.0113	0.00 0.00	0.00 0.00	0.25 0.00	0.175 0.0289	0.1206
%Al	0.0271 0.0095	0.00 0.00	0.00 0.00	0.03 0.00	0.015 0.0173	0.065
%Cu	0.14 0.0909	0.0 0.00	0.0 0.0	0.0 0.0	0.015 0.0173	0.065
%Ti	0.0171 0.0095	0.00 0.00	0.00 0.00	0.04 0.00	0.00 0.00	0.0125
CAS.	04,05,06 09,10,11,12	20	16,17	07,08	01,02,15,19	

Tabla (43). Análisis de conglomerados

Si comparamos los resultados de los cluster de la tabla de datos 1 () con únicamente las variables de ajuste y con las variables de ajuste más las condiciones del experimento, obtenemos, en un caso CS, y en otro CC, y podemos ver que:

$$CS[1]+CS[4] = CC[1]+CC[4]$$

$$CS[2]+CS[5]=CC[2]$$

$$CS[3]=CC[3]+CC[5]$$

El CS[1], incluye el caso 15, y su característica es que presenta valores altos de todas las variables de ajuste , y es un acero inoxidable, el CS[4], incluye dos aceros inoxidables y al Titanio, por lo tanto los CS[1] y CS[4], incluyen

en aceros inoxidables y titanio y los diferencia segregando al caso 15 por sus altos valores en los resultados. Al introducir las variables de trabajo estos dos grupos concuerdan con los CC[1] y CC[4], en donde las condiciones de trabajo segregan a CC[1], el Titanio y sin embargo agrupan en CC[4] a los tres aceros inoxidables. El cluster CS[2], incluye sólo aceros microaleados y un inoxidable el caso 01, inoxidable que presenta valores muy bajos en las variables de ajuste. El cluster cinco que es el caso 20 es un inoxidable que presenta un valor muy bajo en todas las variables acentuado en n y un valor muy alto en α . Al introducir las condiciones de trabajo de los ensayos se agrupan todos en CC[2]. El CS[3], que incluye el resto de microaleados y aluminio, es segregado por las condiciones de trabajo en dos, uno con únicamente el Aluminio y otro con el resto.

Este análisis comparado de los cluster, nos indica que las condiciones de trabajo son propias de cada material, pero que los valores del ajuste no están unívocamente influidos por ellas, esto es, que si existe alguna dependencia, está debe ser por causas de la forma de la ecuación objetivo que deba ser completada o modificada, no por un sesgo debido a deficiencias en recorridos de las variables de estado.

Si comparamos el "clustering" de la tabla de datos (27) con el "clustering" de la tabla de datos (30), sólo con las variables de composición porcentual de aleantes (comparación que requiere eliminar del primer análisis CS, los casos 03,13,14,18, que no se encuentran en el segundo, eliminando titanio, aluminio y dos aceros) CA, observamos que:

$$CS[5]=CA[2]$$

$$CS[1]+CS[2]+CS[3]=CA[1]+CA[4]+CA[5]$$

$$CS[4]=CA[3]$$

Esto prueba que siendo la composición química de los aleantes un factor determinante cuando ésta, está muy diferenciada, como es la situación de los casos 3,16,17,20 casos de aceros inoxidables, la distribución cuando son aceros microaleados, aceros con bajo contenido en carbono y aceros dúplex, no presenta una concordancia en los agrupamientos, luego a composiciones similares, la influencia en las variables de ajuste no es global, puede ser se-

lectiva, y esto induce a un análisis selectivo, pero no a una determinación global.

Uno de los elementos marcadores en la diferenciación entre aceros de composición similar es la variable α , esto induce a pensar que esta variable es muy sensible a algunos elementos de la composición, lo mismo sucede con la variable $\ln[A]$. Cuando hay grandes variaciones en algunos aleantes, son las variables Q y n las que modifican su comportamiento, por ello, podemos pensar que la dependencia de Q y n , si existe, con los aleantes puede muy bien ser lineal, ya que precisan grandes variaciones en aleantes para inducir en ellas grandes variaciones, mientras que la dependencia en $\ln[A]$ y α puede ser cuadrática a co-factorial, ya que pequeñas variaciones inducen grandes cambios.

Resumiendo podemos concluir que:

1. El "clustering" sobre las cuatro variables de ajuste de la ecuación de Garofalo indica que son n , Q y α , las que realmente discriminan. No parece que $\ln[A]$, tenga un gran valor discriminador, y dentro de las tres primeras el mayor efecto para efectuar agrupamientos clasificatorios lo presentan Q y n . Por tanto debemos suponer que Q y n van a ser sensibles a las condiciones diferenciadoras del material.

2. Al introducir en el "clustering" las variables representativas de las condiciones de trabajo de los test de fluencia, se produce un efecto diferenciador cuando las variables de trabajo son altamente diferentes. La incapacidad de segregación, en situaciones similares de condiciones de trabajo, permite postular que posibles dependencias respecto a la temperatura, tensión y velocidad de deformación en las constantes de ajuste de la ecuación de Garofalo, de obtenerse, en casos particulares, tendrán una significación real y no serán fruto de un agrupamiento producido por un sesgo en la elección de las condiciones de trabajo. Estas pues, son impuestas por el tipo de material pero no condicionan globalmente las variables del ajuste, a lo sumo lo harán en casos particulares.

3. La influencia clasificatoria de las composiciones porcentuales de aleantes y microalente, no induce a una modificación de la clasificación global,

esto quiere decir que la determinación de las variables de ajuste difícilmente puede ser unívocamente determinada por las composiciones. No obstante las variables $\ln[A]$ y sobre todo α son muy sensibles a pequeñas variaciones en la composición de algunos elementos, mientras que Q y n presentan sensibilidad a muy grandes variaciones de algunos micro aleantes, y esto induce a prever el tipo de dependencia. En las dos primeras mencionadas, de tipo cuadrático o cruzado y lineal en las dos segundas, todo esto, de existir esta dependencia.

8.4. ANÁLISIS FACTORIAL

Hemos aplicado las técnicas del análisis factorial a nuestra base de datos. Se ha usado del paquete estadístico BMDP, el programa de "Factor análisis" en su algoritmo PCA y su algoritmo PFA. Las explicaciones de los algoritmos que usamos se detallan en [150].

Primero hemos trabajado los datos de la tabla de datos (30). Se han introducido todas las variables, esto es, cuatro variables de ajuste $\{Q, n, \ln[A], \text{ y } \alpha\}$, ocho variables representativas de las condiciones de trabajo de los test de fluencia, y doce variables de las concentraciones de aleantes y microaleantes de los materiales. La base de datos consta de 16 casos, y sólo contiene aceros, de distinta composición, pero sólo aceros, por lo que las condiciones cristalográficas de red pueden tener una cierta similitud.

El tratamiento converge en rotación con siete factores explicando el 100% de la varianza de la matriz de datos.

Los Factores y sus variables determinantes en composición, a las que le hemos puesto unos nombre indicativos, son:

ANÁLISIS DE FACTORES- COMPONENTES PRINCIPALES		
TABLA DE DATOS (30)		
FACTOR	DENOMINACIÓN	VARIABLES DETERMINANTES
FACTOR 1	F.COMPOSICIÓN 1	%P-%Ti-%S-%C
FACTOR 2	F.TENSIONES	$\sigma_{MAX}, \sigma_{MED}, \Delta\sigma, \Delta T$
FACTOR 3	F.COMPOSICIÓN 2	%Ni-%Mn
FACTOR-4	F.VELOCIDAD DEF	$\ln[\dot{\epsilon}_{MAX}] - \Delta \ln[\dot{\epsilon}]$
FACTOR-5	F.TEMPERATURA	$T_{MAX} - T_{MED}$
FACTOR-6	F.VARI.AJUSTE 1	$\ln[A]$
FACTOR-7	F.COMPOSICIÓN 3	%Si

Tabla (44).Análisis factorial datos de la Tabla (30)

La variabilidad explicada por cada uno de los factores es la siguiente:

F1	47.8%
F2	20.7%
F3	12.1%
F4	7.8%
F5	5.7%
F6	3.9%
F7	2.9%

Por lo tanto los factores de composición determinan el 62.8% de la varianza de la matriz de datos. Los factores de condiciones de trabajo, o sea las variables tensión, temperatura y velocidad de deformación tal y como las hemos configurados pueden llegar a determinar el 34.2% de la varianza de la matriz de datos y el único factor relacionado con las variables de ajuste es el F6 que solo explica el 3.8% de la variabilidad. Esta información es muy amplia, indica que las variables de la ecuación de Garofalo, esto es, los parámetros de ajuste tienen que presentar relación con la composición de los materiales, que como ya hemos explicado tendría que ser mediante una vía indirecta, y con las variables de estado de trabajo.

Las influencias detectadas por la matriz de factores antes de las rotaciones nos indican las posibles dependencias:

VARIABLE	INFLUENCIA DE LOS FACTORES
Ln[A]	Ninguno significativa F6(Lógico)-F3-F4-F5
Q	F1(Altamente significativo)-F7
N	F3-F4
α	F1(Altamente significativo)
T_{max}	F1-F4 (Significativos)
σ_{max}	F1
Ln[ϵ_{max}]	F1-F3(Significativos)

Tabla (45). Varianza explicada por los factores de la Tabla(44)

Esta información indica que Q y α pueden presentar una fuerte relación con la composición. $\ln[A]$ presenta relación débil o dispersa con muchos factores, pero fundamentalmente con las variables de estado de las condiciones de ensayo y n , es sensible a la presencia de algunas componentes específicas y a la velocidad de deformación. Las variables auxiliares que incluyen los efectos de las condiciones de trabajo están influenciadas por la composición de los materiales, pero temperatura máxima y velocidad de deformación máxima presentan alguna relación.

Hemos ejecutado el mismo programa con un algoritmo más adecuado el PFA y la convergencia se ha alcanzado con solo cinco factores, con lo que ha agrupado algunos de los menos representativos del caso anterior obteniendo los siguientes resultados

FACTOR	DENOMINACIÓN	VARIABLES DETERMINANTES
F1	F.COMPOSICION 1	%P-%Ti-%C-%S
F2	F.TENSIONES	$\sigma_{max} - \sigma_{med} - \Delta\sigma$
F3	F.COMPOSICION 2	%Ni-%Mn-%Si-%Cr
F4	F.TEMPERATURA	$T_{max} - T_{med}$
F5	F.VELOCIDAD DEFOR,	$\ln[s'_{max}] - \Delta\ln[s']$

Tabla (46). Análisis de los factores mediante PFA

Aparecen dos factores principales de la composición, que dadas las características de esta técnica están completamente incorrelados, esto es, se puede afirmar que los efectos de ambos factores son diferentes sobre la base de datos, y además aparecen tres factores diferenciados, en temperatura, tensión y velocidad de deformación. curiosamente no aparecen factores relacionados con las variables de ajuste de la ecuación de Garofalo, por lo que su incidencia mutua es mínima, y esto a los efectos de cuestionar la formulación de la ecuación de Garofalo es clave. Por lo tanto se puede garantizar que existe una influencia sobre las constantes de ajuste de la ecuación de Garofalo de dos tipos, por una parte de la composición de los aleantes y microaleantes, pero de forma diferenciada según dos grandes grupos y una dependencia o efecto de las variables de estado de la deformación que aparecen diferenciadas unas de otras. La cantidad de varianza explicada por cada factor es:

F1	29.2%
F2	23.2%
F3	20.7%
F4	13.9%
F5	13%

Los factores de composición explican el 50% y los de variables de estado el 50%

La influencia de las variables del ajuste de la ecuación de Garofalo esta determinada por los siguientes factores:

Ln[A]	F3-F4-F5 (poca intensidad)
Q	F1 (intensamente)
n	F3-F4
α	F1(intensamente)

Prácticamente se conservan los resultados del análisis PCA, lo cual manifiesta la coherencia y la consistencia de los resultados.

Procedemos a analizar la tabla de datos (32) en la que hemos restringido la variabilidad en las composiciones a solo un tipo de aceros con alguna modificación y hemos incluido unas variables representativas del tamaño de grano. sometida la matriz de datos al algoritmo PCA, obtenemos los siguientes resultados

FACTOR	DENOMINACION	VARIABLES DETERMINANTES
F1	F.YIELDING	$\sigma_{max}-\sigma_{med} - \Delta\sigma-\%Cr-\%Cu-\%Ni$
F2	F.COMPOSICIÓN 1	$\%P-\%Ti-\%V$
F3	F.COMPOSICIÓN	$\%C-\%Si-\alpha$
F4	F.ZENER	$\%S-T_{max}-T_{med}-\Delta\ln[\dot{\epsilon}']$
F5	F.TAMAÑO DE GRANO	$\phi_{max} - [\Delta\psi/\Delta T]$

Tabla (47). análisis factorial.PCA.Tabla de Datos (32)

La aparición de factores mezclas requiere una explicación. El método PFA del análisis factorial busca unos factores determinantes que justifiquen la varianza y que estén altamente incorrelacionados. Por lo tanto la presencia dentro de un factor de elementos variables de naturaleza diferente hace pensar que estos elementos presentan una fuerte correlación entre sí, ya que la

única forma de hacer desaparecer esta incorrelación es que se encuentren incluidos en un mismo factor. Por lo tanto una primera conclusión es que los elementos de composición que entran en el factor 1 además de influir en alto grado en algunas de las variables del ajuste de la ecuación de Garofalo, presenta una fuerte dependencia con la tensión de fluencia, por lo tanto la tensión de fluencia debe depender de estos componentes. Los mismo se puede argumentar del factor tres y por tanto la variable α debe presentar relación con las componentes de su factor. El factor 5 incluye de forma aislada las variables representativas del tamaño de grano, lo cual después del análisis previo era previsible.

La varianza explicada por cada factor es:

F1	31.5%
F2	21.7%
F3	16.7%
F4	15.2%
F5	15%

Igualmente los factores de composición y los mixtos llevan todo el peso de la explicación de la varianza y el factor de tamaño de grano sólo explica el 15%, por lo tanto cabe esperar influencias selectivas y no generales.

Las influencias en cuanto a las variables son:

Ln[A]	F3-F5 (ambos débilmente)
Q	F2 (intensamente) F5 (débilmente)
n	F5 (intensamente)
α	F2 (intensamente) - F4-F1 (débilmente)

Podemos resumir las siguientes conclusiones:

1. Existe con carácter general una dependencia entre la composición y las variables de ajuste de la ecuación de Garofalo.
2. Esta dependencia es variable según el conjunto de aleaciones o sub conjunto de la matriz de datos que elijamos.
3. La cantidad de varianza explicada por los elementos de composición puede estimarse entre el 50% y el 65 %.
4. Existen relaciones de dependencia con las variables de estado del ajuste de la ecuación de Garofalo

5. Probablemente las constantes del ajuste son dependientes de la estructura y de las propias variables de estado, o de estas a través de la estructura
6. La influencia de la composición está segregada, esto es existen grupos diferenciados de elementos aleantes y microaleantes cuyos efectos son diferentes.
7. La influencia de las variables de estado es independiente unas de otras
8. El tamaño de grano no tiene una gran influencia y la que tiene es selectiva, y cuando la tiene sobre n , es muy intensa.
9. La variable $\ln[A]$ está influida débilmente por muchos factores, tanto en el caso más general, como en el restringido. Esto quiere decir que pueden existir otros factores que no hemos incluido en nuestro trabajo y pueden ser determinantes para esta variable.
10. La variable Q está altamente influenciada por la concentración de $\%P$, $\%Ti$, $\%S$, $\%C$. El $\%P$, $\%Ti$ se mantienen aun restringiendo la variabilidad y aparece el $\%V$.
11. La variable α está intensamente influida por la composición de $\%P$, $\%Ti$, $\%S$, $\%C$, y cuando se restringe la variabilidad de la composición aparece una más débil influencia de Temperatura y velocidad de deformación.
12. La variable n esta influida por la composición de $\%Ni$ y $\%Mn$ y por la velocidad de deformación
13. Cuando se restringe la variabilidad la influencia sobre la variable n del tamaño de grano es muy intensa.
14. La variable Q muestra una dependencia débil respecto del tamaño de grano.

8.5. ANÁLISIS DE REGRESIÓN POR PASOS -RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE LA REGRESIÓN LINEAL MULTIVARIABLE -MÉTODO DE REGRESIÓN POR PASOS "STEP-WISE"

Hemos utilizado el programa 2R del paquete estadístico BMDP. Se han tenido que usar diferentes valores de F_{entrada} , y F_{salida} , para la selección de las variables, según el caso de que se tratase y en algún caso se han modificado las tolerancias.

En primer lugar hemos aplicado el análisis a los datos de la tabla de datos (27) y se han efectuado las regresiones con todas las variables. Los resultados obtenidos han sido:

$$1) \text{Ln}[A] = 43.321 + 0.0004Q - 3.1629n - 1879.44\alpha - 3.5279\text{Ln}[\varepsilon'_{\text{max}}]$$

$$R_{\text{total}}^2 = 0.73 \quad R_{\text{alfa}}^2 = 0.12 \quad R_Q^2 = 0.36 \quad R_n^2 = 0.06$$

$$R_{\text{Ln}[\varepsilon]}^2 = 0.19$$

$$C_Q = -0.81 \quad C_n = 0.44 \quad C_\alpha = 0.82 \quad C_{\text{Ln}[\varepsilon]} = -0.61$$

$$2) \alpha = 0.027 - 0.0003\text{Ln}[A] - 0.00004Q - 0.0027n -$$

$$- 0.0021\text{Ln}[\varepsilon'_{\text{max}}] - 0.0006\text{Ln}[\varepsilon'_{\text{max}}/\varepsilon'_{\text{min}}]$$

$$R_{\text{total}}^2 = 0.9351 \quad R_{\text{Ln}[A]}^2 = 0.15 \quad R_n^2 = 0.566 \quad R_Q^2 = 0.08$$

$$C = 0.83 \quad C = 0.77 \quad C = 0.85$$

$$R_{\text{Ln}[\varepsilon]}^2 = 0.13 \quad R_{\Delta\text{Ln}[\varepsilon]}^2 = 0.04$$

$$C = 0.84 \quad C = 0.39$$

$$3) Q = 75426 + 1483.98\text{Ln}[A] + 7322.4n + 10^6\alpha + 8129.34\text{Ln}[\varepsilon'_{\text{max}}] + 2610\Delta\text{Ln}[\varepsilon]$$

$$R_{\text{total}}^2 = 0.86 \quad R_{\text{alfa}}^2 = 0.57 \quad R_{\text{Ln}[A]}^2 = 0.22 \quad R_{\text{Ln}[\varepsilon]}^2 = 0.14$$

$$R_n^2 = 0.02 \quad R_{\Delta\text{Ln}[\varepsilon]}^2 = 0.02$$

$$C_{\text{Ln}[A]} = 0.82 \quad C_n = 0.48 \quad C_\alpha = 0.85 \quad C_{\text{Ln}[\varepsilon]} = 0.7 \quad C_{\Delta\text{Ln}[\varepsilon]} = 0.37$$

$$4) n = 7.8871 - 123.1842\alpha - 0.3746\text{Ln}[\varepsilon'_{\text{max}}] + 0.2561\Delta\text{Ln}[\varepsilon]$$

$$R_{\text{total}}^2 = 0.78 \quad R_\alpha^2 = 0.0566 \quad R_{\text{Ln}[\varepsilon]}^2 = 0.135 \quad R_{\Delta\text{Ln}[\varepsilon]}^2 = 0.08$$

$$C = 0.797 \quad C = 0.6872 \quad C = 0.52$$

Se ha sometido a análisis también a los datos de la tabla de datos (30), en la que aparecen 25 variables, introduciendo las variables de composición porcentual de los materiales, junto con las de ajuste y las de condiciones del

test. En primer lugar se han efectuado todos los ajustes con todas las variables, obteniendo los siguientes resultados:

$$1) \alpha = 0.0176 - 0.0003 \ln[A] + 0.00004Q - 0.0027N + 0.002 \ln[\varepsilon'_{MAX}] + 0.0015(\%Mo)$$

$$R^2_{Total} = 0.984$$

$$2) \ln[A] = 14.8413 + 0.0003Q - 1858.06\alpha + 387.1058(\%P) + 1.1741(\%Cr)$$

$$R^2_{Total} = 0.917$$

$$3) Q = 83163.2 - 99999(\%P) + 439291(\%S) + 15054(\%Mo) - 99999(\%Cu)$$

$$R^2_{Total} = 0.93$$

$$4) N = 5.021 - 89.83\alpha + 0.0028 \Delta T - 0.2133(\%Ni)$$

$$R^2_{Total} = 0.96$$

En el caso de α , n y $\ln[A]$ la mayor proporción de varianza explicada corresponde a variables diferentes de la composición. En el caso de Q , la mayor parte de la varianza explicada prácticamente el 86% corresponde a la relación con componentes de la aleación.

Analizamos el comportamiento con las mismas variables a explicar, pero entre los regresores eliminamos a las propias variables de ajuste de la ecuación de Garofalo y los resultados son:

$$1) n = 3.3873 - 0.1289(\%Ni) + 9.4353(\%V) + 4.5475(\%Cu)$$

$$R^2_{Total} = 0.95$$

$$R^2_{Ni} = 0.74 \quad R^2_{V} = 0.07 \quad R^2_{Cu} = 0.07$$

$$C = 0.5 \quad C = 0.91 \quad C = 0.76$$

$$2) Q = 83163.16 - 99999(\%P) + 439291.7(\%S) + 15054.81(\%Mo) - 99999(\%Cu)$$

$$R^2_{Total} = 0.93$$

$$R^2_{Mo} = 0.72 \quad R^2_{Cu} = 0.10 \quad R^2_{P} = 0.03 \quad R^2_{S} = 0.02$$

$$C = 0.80 \quad C = -0.67 \quad C = -0.53 \quad C = 0.37$$

$$3) \alpha = 0.0045 + 0.0057 \ln[\varepsilon'_{max}] - 0.0969(\%S) - 0.0689(\%V) - 0.0208(\%Cu)$$

$$R^2_{Total} = 0.92$$

$$R^2_{V} = 0.73 \quad R^2_{Cu} = 0.03 \quad R^2_{S} = 0.03 \quad R^2_{\ln[\varepsilon]} = 0.08$$

$$C = -0.87 \quad C = -0.42 \quad C = -0.39 \quad C = 0.43$$

$$4) \ln[A] = 33.47 - 0.072 \Delta T + 36.50(\%V)$$

$$R^2_{\text{Total}}=0.6$$

$$R^2_{\Delta T}=0.11 \quad R^2_V=0.08$$

$$C=-0.67 \quad C=0.4$$

Son evidentes las siguientes conclusiones:

1) Si se introducen las variables de ajuste de la ecuación de Garofalo entre los regresores, su capacidad de explicar la varianza de la base de datos es superior en general a la de la composición química de las aleaciones

2) Una única variable del ajuste no cumple lo anterior, la energía aparente de activación depende de la concentración de Fósforo, Azufre, Molibdeno y cobre en cualquier caso.

3) Cuando los regresores son las variables de ajuste y las de estado del tratamiento experimental, únicamente intervienen las variables relacionadas con la velocidad de deformación además de las regresiones propias entre variables de ajuste.

4) En cualquiera de las situaciones, la variable α presenta una dependencia de la velocidad de deformación. Esto concuerda con algunos de los modelos de Hart del capítulo 1.

5) Cuando se eliminan los efectos de las variables de ajuste y se les impide actuar como regresores, tanto n , Q como α , presentan una dependencia de Ni, V, Cu, P, S, Mo.

6) Podemos establecer un orden o prioridad de influencia entre las veinticinco variables actuando como regresores frente a $\{Q, n, \ln[A, \text{ y } \alpha\}$:

6.1 En primer lugar las mismas variables del ajuste, manteniendo la interdependencia entre ellas.

6.2 En segundo lugar las composiciones químicas

6.3 En tercer lugar las variables $T, \sigma, \ln[\epsilon]$

Esta prioridad se rompe para Q , que depende siempre en primer lugar de la composición química, y para α que mantiene una dependencia de la temperatura

Al respecto de la ecuación de Garofalo la prioridad en la regresión entre las propias variables de ajuste puede interpretarse de formas diferentes:

1) Se puede suponer que como muestran algunos modelos físicos, algunas de las variables de ajuste deben estar incluidas en otras. Así para algún modelo $\alpha = \alpha' / n$, para otros modelos $Q = Q_0 - \alpha f(T, \sigma)$. Lo cual justificaria lo que sucede, ya que son estas tres variables las que se interrelacionan, pues las relaciones que muestra $\ln[A]$, son poco consistentes.

2) Otra posibilidad esta relacionada con la forma fuertemente no lineal de la ecuación de Garofalo. Esta puede condicionar algunos rangos de variabilidad y como los ajustes son sobre R^4 , se puede dar el caso de algunas evoluciones acopladas que conduzcan a óptimos en zonas de ensilladura no necesariamente globales

Pasando a analizar los datos de la tabla de datos (32) en la cual tenemos 27 variables, y los datos presentan una pobreza estadística, hemos aprovechado las conclusiones anteriores para eliminar como regresores las propias variables de ajuste, ya que, en ésta etapa del trabajo ya se sabe el efecto de las mismas. En esta tabla de datos (32) la homogeneidad de las aleaciones es mayor que en las anteriores y es presumible que la disminución de la variabilidad de algunos de los aleantes o microaleantes haga que no muestren influencia sobre variables de ajuste sobre las que antes si la mostraban. Los resultados obtenidos son:

VAR.	INTER.	ΔT	σ_{med}	$\Delta \sigma$	$\Delta \ln[\epsilon]$	%Cr	%V	%Si	%Mo	%S	%Al	%Ti	$\Delta \phi / \Delta T$	R^2
$\ln[A]$	78.65	-0.209				65.738	42.278							0.96
$\ln[A]$	89.029	-0.2135	-0.108			86.502	49.566							0.98
α	-0.022			0.0002	-0.0004	-0.0656		0.0268	0.0219					0.99
Q	117914		-227.87				-99999		-91101	-25959	1423			0.9999
N	12.92	-0.0038	-0.0005								32	10.6	-29.11	0.9999
											63	23.19		

Tabla (48). análisis de Regresión por pasos de los factores de la ecuación de Garofalo para los materiales de la Tabla (32)

Los resultados eran previsible con los datos del análisis de conglomerados y el análisis factorial. Se confirma la fuerte dependencia de n con $\Delta \phi / \Delta T$, cuyo R^2 parcial es de 0.80 esto quiere decir que la variable del tamaño de grano

explica el 80% de la variabilidad de n , lo cual es coherente con el modelo físico que hemos propuesto en el capítulo 6. Para la variable α la dependencia de la composición química explica el 80% de la varianza, mientras que para Q y $\ln[A]$ son las variables de tensión y/o temperatura las que explican cerca del 60 de la varianza.

Aplicado el análisis a la tabla de datos (34) con 22 variables pero con una estadística de casos relativamente pobre, los resultados no son muy significativos

$$1) n = 2.433 + 0.2375 D_{dr} - 0.2045 D_{dfg}$$

$$R^2_{Total} = 0.70 \quad R^2_{Ddr} = 0.56 \quad R^2_{Ddfg} = 0.14$$

$$2) Q = -99999 + 220.334 T_{max} + 188.689 \Delta\sigma - 348.57 \Delta T - 14093 \ln[\varepsilon'_{max}] - 905 D_{dr}$$

$$R^2_{Total} = 0.95$$

$$R^2_{Ddr} = 0.37 \quad R^2_{\Delta T} = 0.18 \quad R^2_{T_{max}} = 0.24$$

$$3) \alpha = 0.0182 - 0.0007 D_{dfg}$$

$$R^2_{Total} = 0.4$$

$$4) \ln[A] = 50.60 - 0.1129 \sigma_{med} - 0.655 D_{dfg}$$

$$R^2_{Total} = 0.79$$

$$R^2_{med} = 0.62 \quad R^2_{Ddfg} = 0.17$$

8.6. MUESTRAS HOMOGÉNEAS-APLICACIONES DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO A LA ECUACIÓN FENOMENOLÓGICA DE GAROFALO.

La expresión más usual de la ecuación de Garofalo, entendida como ecuación de carácter fenomenológico y por tanto sin postular significado físico para sus constantes es:

$$\dot{\varepsilon} = A \cdot e^{-\frac{Q}{R.T}} \cdot \sinh(\alpha \cdot \sigma)^n \quad (501)$$

Es fácil deducir de todo al anterior análisis estadístico que la ecuación fenomenológica puede postularse (debe) como:

$$\dot{\varepsilon} = A \cdot (1 + \delta \cdot T) \cdot e^{-\frac{Q(1+\beta\sigma)}{R.T}} \cdot \sinh\left(\frac{\alpha \cdot \sigma}{n}\right)^{(n(1+\omega \cdot \phi(T)))} \quad (502)$$

$$\phi(T) = \phi(i) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial T}\right) \cdot (T - T_i)$$

El análisis del ajuste de una función objetivo de estas características, presenta los siguientes problemas:

- 1) Se trata de un ajuste con , tres variables $\{\varepsilon', \sigma, T\}$
- 2) El ajuste se realizaría sobre R^7 .
- 3) Cada test de fluencia requeriría al menos 50 datos, y sería muy aconsejable que fuese del orden de 80 para obtener una cierta confianza
- 4) Los problemas de convergencia hoy día no están suficientemente resueltos.

Como, hoy por hoy, un problema de esta envergadura no es viable o al menos no es verosímil alcanzar una solución cuyos resultados sean fiables (numéricamente), conviene abordarlo por partes. En este sentido hemos formulado las siguientes ecuaciones posibles:

$$\dot{\varepsilon} = A \cdot (1 + \delta \cdot T) \cdot e^{-\frac{Q(1+\alpha \cdot \sigma)}{R \cdot T}} \cdot \sinh(\alpha \cdot \sigma)^n \quad \mathbf{E1} \quad (503)$$

$$\dot{\varepsilon} = A \cdot e^{-\frac{Q(1+\beta \cdot \sigma)}{R \cdot T}} \cdot \sinh(\alpha \cdot \sigma)^n \quad \mathbf{E2} \quad (504)$$

$$\dot{\varepsilon} = A \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \cdot \sinh\left(\frac{\alpha}{n} \cdot \sigma\right)^{n(1+\omega \cdot \phi(T))} \quad \mathbf{E3} \quad (505)$$

$$\dot{\varepsilon} = A \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \cdot \sinh(\alpha \cdot \sigma)^{n(1+\omega \cdot \phi(T))} \quad \mathbf{E4} \quad (506)$$

$$\dot{\varepsilon} = A \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \cdot \sinh\left(\frac{\alpha}{n} \cdot \sigma\right)^n \quad \mathbf{E5} \quad (507)$$

Hemos tratado siete materiales con estas cinco ecuaciones más la ecuación E0, la referencial de contraste. Se han construido los programas "ad-hoc", mediante modificaciones del programa central de ajuste no lineal por superficies de este trabajo, con denominaciones GAR6F15, GAR7f15, GAR2001, GAR2002, GAR2003. Se han tomado los valores iniciales de la tabla de datos 1 y se han tratado los siete materiales con niveles de tolerancia para la convergencia entre 10^{-9} y 10^{-16} . Se han obtenido los siguientes resultados:

MATERIAL 5 - A7						
	E0	E1	E2	E3	E4	E5
A	9.10 ¹³	4.3.10 ¹¹	4.91.10 ¹¹	3.47.10 ¹⁴	3.33.10 ¹⁴	9.10 ¹³
α	0.00803	0.00069	0.01061	0.03161	0.0051	0.04015
n	4.99	4.71	4.91	6.13	6.13	4.97
Q	82731	83223	83441	78326	78324	82766
δ		0.92				
β		0.0000125	0.0006868			
ω				-0.00181	-0.00181	
Funcion	0.11	0.25	1.36	0.11	0.11	0.11
Er1	0.21	0.29	3.51	0.20	0.20	0.21
Er2	0.27	0.37	4.63	0.26	0.26	0.27
MATERIAL 06 -M9						
A	1.41.10 ¹⁴	2.79.10 ¹²	3.88.10 ¹⁷	2.04.10 ¹⁰	1.28.10 ⁵	1.46.10 ¹⁴
α	0.01091	0.00608	0.001028	0.004662	0.00651	0.050
N	4.64	3.604	3.594	7.91	10.73	4.64
Q	87862	86164	95442	11904	170309	87851
δ		0.21				
β		0.000092	0.0000146			
ω				-0.0035	-0.005	
Funcion	0.11	1.67	2.77	0.085	9.17	0.11
ER1	0.13	0.55	1.85	0.10	23.2	0.12
ER2	0.15	0.64	2.12	0.11	26.7	0.14

Tabla (49). Resultados de los ajustes de las diferentes ecuaciones de Garofalo modificadas de acuerdo a los análisis para los materiales, material A7 y M9

MATERIAL 08 - 1B						
	E0	E1	E2	E3	E4	E5
A	3.48.10 ²¹	1.32.10 ⁸	2.81.10 ⁷	1.23.10 ²²	8.61.10 ¹⁹	4.78.10 ¹⁸
α	0.00012	0.000606	0.00084	0.00046	0.00044	0.00141
n	5.59	2.98	5.82	6.70	5.65	5.06
Q	66055	66195	64441	68978	66260	65988
δ		385				
β		0.000085	0.00057			
ω				-0.000288	-0.00018	
Funcion	2.03	67.90	372	0.018	0.17	2.46
Er1	0.67	3.48	10	0.06	0.17	0.66
Er2	0.68	4.16	12	0.07	0.20	0.78
MATERIAL 09-4B						
A	7.26.10 ¹⁰	7.24.10 ⁹	7.82.10 ¹⁷	1.29.10 ¹¹	1.29.10 ¹¹	7.26.10 ¹⁰
α	0.00931	0.0018	0.00010	0.03864	0.00828	0.04033
N	4.33	2.69	3.76	4.65	4.65	4.33
Q	64155	77538	70097	63963	63962	64156
δ		748				
β		0.0000266	0.000039			
ω				-0.00054	-0.00054	
Funcion	0.03	4.65	1.31	0.03	0.03	0.03
ER1	0.099	1.13	2.31	0.099	0.099	0.099
ER2	0.11	1.27	2.59	0.11	0.11	0.11

Tabla (50). Resultados de los ajustes de las diferentes ecuaciones de Garofalo modificadas de acuerdo a los análisis para los materiales, material 1B y 4B

MATERIAL 10 - 2B						
	E0	E1	E2	E3	E4	
A	2.99.10 ²¹	7.08.10 ⁵	5.043.10 ²⁴	1.66.10 ²⁶	3.38.10 ²⁴	
α	0.00008	0.0011	0.009	0.00012	0.00004	
n	6	6.33	2.18	5.66	5.66	
Q	62486	67166	101055	63634	63496	
δ		8777772				
β		0.000145	0.000005			
ω				0.0002	0.00021	
Funcion	0.71	0.26	446	0.037	0.032	
Er1	0.41	0.22	9	0.07	0.07	
Er2	0.44	0.25	9.92	0.08	0.078	
MATERIAL 11-Ti11						
A	5.79.10 ¹⁷	5.22.10 ¹¹	4.73.10 ¹⁸	1.51.10 ¹²	1.48.10 ¹²	9.06.10 ¹⁸
α	0.00067	0.0165	0.00017	0.00672	0.00105	0.00217
N	5.52	3.08	5.13	6.48	6.48	5.52
Q	66600	114367	67524	37642	37715	66560
δ		553.8				
β		0.000019	0.0000362			
ω				-0.0025	-0.0026	
Funcion	0.03	1.85	1.14	0.03	0.029	0.037
ER1	0.09	0.6	2.90	0.08	0.08	0.15
ER2	0.11	0.68	3.12	0.09	0.088	0.17
MATERIAL 12-3B						
A	3.1.10 ¹¹	4.79.10 ⁹	1.66.10 ²¹	6.24.10 ²⁷	2.58.10 ²⁰	3.1.10 ¹¹
α	0.00593	0.0051	0.000058	0.00002	0.000056	0.03178
N	5.36	4.31	5.01	6.41	6.86	5.36
Q	61061	68747	63814	24076	36012	61061
δ		3.62				
β		0.0000001	0.000008			
ω				-0.0009	-0.0016	
Funcion	0.05	1.48	0.45	0.08	0.07	0.05
ER1	0.10	0.52	1.27	0.15	0.11	0.10
ER2	0.12	0.60	1.46	0.17	0.14	0.12

Tabla (51). Resultados de los ajustes de las diferentes ecuaciones de Garofalo modificadas de acuerdo a los análisis para los materiales, material 2B , Ti11, 3B

Tenemos que concluir que, con el desarrollo actual de los algoritmos de ajuste (cálculo numérico) la mejor ecuación será la de Garofalo, en la forma usual, con la única posible modificación E3 ó E4 (ambas son numéricamente viables).

8.7. RELACIONES POSIBLES ENTRE LAS VARIABLES DE AJUSTE Y ALGUNAS CONSTANTE DE ESTRUCTURA.

Todos los análisis anteriores permiten establecer que las variables construidas "ad-hoc", junto con las obtenidas del tratamiento numérico de los datos resultados de los test experimentales son fiables a la hora de establecer las relaciones de dependencia y las relaciones funcionales que pueden permitir realizar un análisis del comportamiento de las constantes de ajuste en el modelo de función objetivo que constituye la ecuación de Garofalo. Análisis que debe conducir a una mejora de la forma de la función objetivo. Trabajando con datos de la tabla de datos (34).

El mejor ajuste conseguido para α , ha sido:

$$\alpha = \frac{0.54335 \cdot Z^{-0.3056}}{n^{2.9659}} \quad (508)$$

$$Z = \dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{2 \cdot T_{med}}}$$

con $R^2=0.94$

Para n se han encontrado dos relaciones funcionales óptimas:

$$n = 749 + 8.267 \cdot \phi_{med} - 0.094 \cdot \phi_{med}^2 - 1.388 \cdot T_{med} + 0.001 \cdot T_{med}^2 - 0.034 \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta T} \cdot T_{med} \quad (508)$$

con $R^2=1$, y $R^2_{corregida}=0.999$

$$n = -68.375 - 0.832 \cdot (\phi_{max} - \phi_{min}) + 0.006 \cdot (\phi_{max} - \phi_{min})^2 + 4.675 \cdot \phi_{med} - 0.053 \cdot \phi_{med}^2 \quad (509)$$

con $R^2=0.998$ y $R_{corregida}^2=0.834$

Para Q obtenemos como mejor ajuste:

$$Q = 38291.47 - 151.874 \cdot \sigma_{media} + 778.428 \cdot (\phi_{max} - \phi_{min}) \quad (510)$$

con $R^2=0.994$ y $R_{corregida}^2=0.71$.

Las relaciones obtenidas reflejan una fuerte dependencia entre variables como tamaño de grano en sus diversas adecuaciones y parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

Esto permite plantear la posibilidad de determinar las variables "ad-hoc" de tamaño de grano a partir de las constantes del ajuste de la ecuación de Garofalo.

$$\phi_{\max} = 12.569 + 0.42 \cdot n + 0.001 \cdot Q - 253.016 \cdot \alpha + 0.357 \cdot \ln(A)$$

$$R^2 = 1$$

$$R_{\text{corregida}}^2 = 0.984$$

$$\phi_{\max} = 14.112 + 0.001 \cdot Q + 0.045 \cdot \ln(A)$$

$$R^2 = 0.991$$

$$R_{\text{corregida}}^2 = 0.981$$

$$F = 130 \dots \dots \dots P = 0.001$$

$$\phi_{\max} = 9.219 + 0.797 \cdot n + 0.001 \cdot Q + 0.437 \cdot \ln(A)$$

$$R^{2-0.992}_{\text{corregida}} = 0.971$$

$$F = 73 \dots \dots \dots P = 0.001$$

$$\phi_{\text{media}} = 5.276 + 1.049 \cdot n + 0.000371 \cdot Q - 145.047 \cdot \alpha + 0.204 \cdot \ln(A)$$

$$R^2 = 0.9994$$

$$R_{\text{corregida}}^2 = 0.917$$

$$\phi_{\min} = -2.0175 + 1.679 \cdot n + 0.0005 \cdot Q - 37.079 \cdot \alpha + 0.051 \cdot \ln(A)$$

$$R^2 = 0.967$$

$$R_{\text{corregida}}^2 = 0.21$$

(511)

Cabe por tanto esperar que podamos establecer relaciones consistentes de dependencia o funcionalidad entre las variables representativas de la tensión de fluencia y los valores representativos del tamaño de grano. Aplicado el análisis obtenemos para una expresión genérica de la forma:

$$Y = A + B \cdot X^c \tag{512}$$

esta es la expresión que generalmente se establece entre tensiones de fluencia límite y tamaño de grano residual al final del proceso. También se ha aplicado a situaciones de tamaño de grano inicial. En unos y otros casos se han obtenido diferentes constantes de ajuste. Hemos realizado todos los posibles ajustes obteniendo los resultados que se resumen en la tabla(50) siguiente

dando explicación de la varianza y probabilidad de que no sea cierta la relación:

Y	X	A	B	C	R ²	R ² corr.	F _{med.}	Proba.	Ajuste
σ _{med}	φ _{med}	-449.71	3022.13	-0.442	0.99	0.77	20.11	0.004	01
σ _{med}	φ _{max}	202.81	-0.000166	3.046716	0.987	0.704	14.29	0.009	02
σ _{med}	φ _{min}	-974.938	1240.534	-0.06	0.966	0.181	1.33	0.29	03
σ _{max}	φ _{med}	-813.626	4969.71	-0.426	0.989	0.79	22.66	0.003	04
σ _{max}	φ _{max}	-1187.35	4598.03	-0.2809	0.949	0.7	14.01	0.009	06
σ _{max}	φ _{min}	252.662	-3.568	1.19767	0.958	0.176	1.28	0.3	07
σ _{min}	φ _{med}	-156.94	959.97	-0.396	0.969	0.34	3.08	0.12	08
σ _{min}	φ _{max}	-176.426	040.4	-0.322	0.967	0.286			09
σ _{min}	φ _{min}	127.067	-31.1166	0.318	0.958	0.114			10
φ _{med}	σ _{med}	-15.623	229.637	-0.284	0.999	0.83	30.4	0.001	11
φ _{max}	σ _{med}	109.838	-0.8693	0.77	0.997	0.702	34.64	0.001	12
φ _{max}	σ _{max}	72.931	6.829	-0.231	0.992	0.027			13

Tabla (52). Relaciones entre diferentes variables "ad-hoc" representativas del trabajo y tamaños de grano. Tabla (32)

Las gráficas que visualizan algunos de los resultados son las numeradas de 83(A7) a 89(A7)

8.8 ANÁLISIS DE ALGUNOS FACTORES DE INFLUENCIA VARIABLE SOBRE LOS COEFICIENTES DE LA ECUACIÓN DE GAROFALO.

De los resultados que hemos obtenido se pueden inferir algunas conclusiones que consideramos importantes:

1. La ecuación E1 y E2 no mejoran substancialmente el ajuste de forma general, si es verdad que lo hacen en algún caso no es significativo.
2. Las ecuaciones E3 y E4 si mejoran substancialmente el ajuste en la mayoría de los casos . Lo hacen en un sentido estadístico y en un sentido de adquirir mayor significado el carácter de las constantes.
3. La ecuación E5 siempre es consistente con E0. Por lo tanto esta es siempre y en cualquier caso aplicable.
4. Por lo tanto nuestra tesis en este caso es que la expresión factible más adecuada para la ecuación fenomenológica de Garofalo es la si

guiente. Que además tiene en cuenta resultados anteriores establecidos en el estudio del módulo elástico de cizalla

$$\dot{\epsilon} = A \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \cdot \sinh \left[\frac{\alpha}{n} \cdot \left(\frac{\sigma}{\mu(T)} \right) \right]^{[n \cdot (1 + \beta \cdot \phi(T))]} \quad (513)$$

Es destacable que la conclusión que obtenemos a partir de la estadística ratifica resultados obtenidos desde trabajos experimentales [154],[155],[156] en donde se indica que a altas temperaturas:

$$n = n_0 + \frac{\mu b^3}{k \cdot T} \cdot g_s \quad (514)$$

siendo g_s , una constante de cada material [154],[155],[156], y los demás componentes tienen el significado usual. Los autores referenciados encuentran para materiales similares a los tratados aquí valores de n_0 , del orden de 3.7, 4.4.2, etc.

Esta ecuación presenta información adicional que permite profundizar en el análisis físico de las constantes. Se observa que en general en los casos estudiado el valor de $n(T)$ disminuye con la temperatura, esto es con el tamaño de grano, ya que este aumenta con la temperatura, excepto en un único caso (2B). Por otra parte pese a que los ajustes de E1 y E2, son de menor calidad, se observa al aplicarlos que la constante A, y Q crecen en el primer caso con la temperatura y en el segundo con la tensión, pero lo hacen en intervalos menores que n, mientras n puede sufrir una variación del orden del 27 %, Q lo hace en un valor relativo del orden del 4%, y A, varía entre un orden de magnitud y dos ordenes de magnitud, la mayor parte de las veces, lo que es menor que las variaciones que sufre está constante ante pequeñas modificaciones de cualquiera de la condiciones de trabajo.

Todo lo anterior ratifica la viabilidad de la ecuación de Garofalo, su amplio campo de aplicabilidad, y su capacidad para reproducir los procesos físicos de la fluencia plástica en estado estacionario, pero en trabajos futuros, sería conveniente analizar modelos de base física para la misma, más comple-

jos que el que hemos desarrollado en el Capítulo 6, y constatar en los mismos la validez física de la ecuación (513). Por otra parte cualquier modelo fenomenológico que amplíe el campo de los parámetros de ajuste requerirá investigaciones más complejas sobre los métodos matemáticos de ajuste.

El análisis estadístico que hemos realizado no sirve para redefinir una ecuación fenomenológica, pero si nos sirve de orientación para proseguir los estudios en las líneas que dicho análisis apunta y que hemos detallado a lo largo de todo este capítulo.



Capítulo. 9.

“Conclusiones”

9. CONCLUSIONES

Este trabajo sostiene una Tesis básica, que es, que la ecuación de Garofalo, es idónea para el análisis y estudio de los procesos de fluencia plástica en estado estacionario. Para sostenerla, hemos construido el aparato numérico, matemático y estadístico preciso. Como soporte a la Tesis tenemos que indicar que nuestro modelo para el ajuste de datos experimentales de los ensayos de fluencia plástica en estado estacionario, es correcto, preciso, riguroso, rápido, y además que nos posibilita discriminar la capacidad predictiva y reproductiva de la mejor ecuación obtenida, así como realizar un análisis "a posteriori". Hemos encontrado que en todos los casos en los que el ajuste presentaba alguna dificultad, estadística, tras una depuración objetiva de los datos experimentales, este ajuste mejoraba alcanzando un óptimo.

Son corolarios de esta Tesis: Que la mencionada ecuación fenomenológica, puede tener un carácter no fenomenológico, sino básicamente físico. Muy posiblemente una mayor perfección de los métodos numéricos permitirá en su momento realizar ajuste con combinaciones lineales de ecuaciones de Garofalo, o con parámetros de la misma en variación dependiente de la tensión y/o la temperatura, y soportados por un modelo físico, tal y como hemos justificado en el capítulo VI.

En esquema la secuencia lógica de conclusiones que soportan las anteriores afirmaciones son:

1. Hemos analizado la ecuación de Garofalo y hemos concluido que es coherente con los fenómenos de estudio.
2. Se ha demostrado que permite englobar diferentes zonas y/o justificar diferentes mecanismos.
3. Se ha probado que en la situación de fluencia en estado estacionario se comporta como una ecuación de estado.
4. Hemos probado que cuando hay diversos mecanismos habría que recurrir bien a una combinación lineal de ecuaciones de Garofalo, bien a parámetros distribuidos según dependencias, modeladas con la tensión y/o la temperatura.

5. Se ha analizado el significado físico de Q , A , n y α .
6. Hemos probado que una posible dependencia clara de α , es $\alpha=f(T)$.
7. Hemos constatado por tanto que el significado de la inclusión de σ/E , está justificado "a posteriori".
8. Hemos constatado, mediante un estudio completo, que el problema de la inclusión del módulo elástico, es la necesidad de realizar sus medidas en condiciones similares a las de trabajo.
9. La solución que encontramos con los algoritmos y método numéricos que hemos desarrollado y aplicado reproducen el fenómeno satisfactoriamente.
10. Se ha solucionado por primera vez, el problema de los valores iniciales, en el ajuste de la ecuación de Garofalo.
11. Se ajusta, afina y garantiza la solución por un método no lineal directo que no se ha utilizado hasta la fecha.
12. Si es necesario ante la evidencia de problemas estadísticos en el ajuste, podemos afinar la solución por métodos iterativos, de base tradicional pero modificados en este trabajo, para garantizar que la solución no deriva por la superficie de respuesta a puntos sin significado.
13. Se ha estudiado la base empírica, pudiendo depurarla de forma objetiva y se analizan la fiabilidad de los resultados para interpolar y para extrapolar.
14. Hemos verificado la viabilidad de la ecuación de Garofalo, para poder determinar rendimientos energéticos, en el trabajo de fluencia estacionaria, así como para poder construir mapas de estabilidad en fluencia.
15. Hemos construido un sencillo modelo físico para la fluencia plástica en estado estacionario, que reproduce en su forma matemática la de la ecuación de Garofalo.
16. El análisis estadístico que hemos realizado de la base de datos resultante del tratamiento de 20 materiales distintos nos orienta a posibles adecuaciones de la ecuación de Garofalo que la hagan más

adecuada si cabe para el tratamiento de los datos de los ensayos de fluencia estacionaria.

La ecuación de Garofalo en su forma habitual se adapta físicamente a un tipo de fluencia en estado estacionario. Cuando nos hallamos ante una situación compleja, se debe recurrir a una combinación lineal de ecuaciones de Garofalo, o a una expresión de funciones distribuidas de los parámetros de ajuste. Si no se hace así y se utiliza la forma sencilla estamos haciendo una aproximación fenomenológica. Esta aproximación es perfectamente válida como herramienta de predicción. Como las soluciones iterativas pueden conducir a óptimos relativos, es preferible un método no lineal directo. El análisis de los ensayos con la solución determina la fiabilidad de los mismos para extrapolar. La importancia de estas consideraciones en estas conclusiones, es substancial para el ámbito tecnológico, desde muy diversos puntos de vista, pero sobre todo en el de ahorrar esfuerzos y posibilitar la predicción de zonas o regiones de trabajo óptimas para cada material, en situación de fluencia plástica en estado estacionario.

BIBLIOGRAFÍA

- (1) E. W. Hart, *Act. Metall.*, 18 (1970) 599.
- (2) E. W. Hart, C.Y. Li, H. Yamada and G. L. Wire, In "Constitute Equations in Plasticity", ed. by A. S. Arga, MIT Press, Cambridge, Mass., 1975, pp. 149-97.
- (3) E. W. Hart, *J. Eng. Mater. Technol.*, 98 (1976) 193-202 .
- (4) E. W. Hart and M. D. Salomón, *Acta Metall.*, 21 (1973) 295-307.
- (5) A. K. Miller *J. Eng.: Mat. Technol.*, 98H (1976) 97-113.
- (6) A. K. Miller and O. D. Sherby, *Acta Metall.*, 26 (1978) 289-304.
- (7) C. N. Ahlquist and W. D. Nix, *Acta. Metall.*, 28 (1980) 1743-52.
- (8) T. C. Lowe and A. K. Miller, *J. Eng. Mat. Techn.*, 106 (1984) 337-48.
- (9) O. D. Sherby, J. L. Lyttom and J. E. Dorn, *Acta Metall.*, 5 (1957) 219-27.
- (10) O. D. Sherby, R. M. Klundt and A. K. Miller, *Metall. Trans. A8* (1977) 843-50.
- (11) C. M. Young, S. I. Robinson and O. D. Sherby, *Acta Metall.*, 23 (1975) 633-9.
- (12) F. Garofalo, *Joint. Int. Cont. on Creep*, London, 1963 pp. 1-31-1-39.
- (13) H. Luthg, A. K. Miller and O. D. Sherby, *Acta Metall.*, 28 (1975) 163-78.
- (14) Poirier J. P. (1985)," *Creep ot Crystals*", Cambridge. Cambridge Univ. Pres.
- (15) William N. Findley, James S. Lai, and Kasit Onara, "Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials", Dover Publication Inc., New York, 1989.
- (16) Woo-Jim Kim, Eric Talett and Oleg D. Sherby. "A proposed deformation mechanism for high strain-rate superplasticity".
- (17) O. Ruano y O.D. Sherby, *Rev. Metal.*, CENIM, Vol. 15 (1983) nº 5 pp. 261.
- (18) O. Ruano, *Rev. Metal.*, CENIM, Vol. 18 (1982) nº 5 pp. 275-285.
- (19) M. Carsí, F. Peñalba, J. Ibáñez, S. González-Doncel, *Materials Letters*, 20 (1994) 119-123.
- (20) R. W. Evans and B. Wilshire, "Introduction to Creep", The institute of Materials, 1993, London.
- (21) Frank Garofalo, "Fundamenals of Creep and Creep Rupture in Metals", *McMilland Series in Materials Science*, New York, London, 1965.
- (22) O. D. Sherby and P. Burke, "Mechanical Behaviour of Crystalline Solids at elevated temperature", *Pogress in Materials Science*, Vol.3. Pergamon Press, Oxford and New York 1968.
- (23) George E. Dieter, "Mechanical Metallurgy", *Mc Graw Hill-Book Company* (1980), pp. 275-324.
- (24) E. N. Andrade, *DAC*, 1957, "Creep and Recovery", Cleveland, American Society for Metals p. 176.

- (25) J. M. C. Li, *Acta Metall.*, 11 (1963) 1269.
- (26) C. M. Sellars et W. J. McG. Tegart, *Memoires Scientifiques, Rev. Metallurg.*, LXIII. n° 9, 1966.
- (27) J. J. Jonas, C. M. Sellars and W. J. McG. Tegart., *Metallurgical Reviews*
- (28) O. D. Sherby, R. A. Anderson and J. E. Dorn, *Trans. AIME*, 191(1951) 643.
- (29) O. D. Sherby and J. E. Dorn, *Trans. AIME*, 197(1953) 324.
- (30) O. D. Sherby and J. E. Dorn, 195, *Proc. Soc. Exp. Stress. Anal.*, 12, n°1, 139.
- (31) O. D. Sherby, R. Frenkel, J. Nadeau and J. E. Dorn, *Trans. AIME*, 200 (1954) 275.
- (32) O. D. Sherby, A. Golberg and J. E. Dorn, *Trans. ASM*, 46 (1954) 621.
- (33) O. D. Sherby, T. A. Tronzera and J. E. Dorn, *Trans. ASTM*, 56 (1956) 789.
- (34) O. A. Ruano, J. Wolfenstine, J. Wadsworth and O. D. Sherby, *Acta Metall.*, Vol.39, n°4, pp. 661-668, 1991.
- (35) O. A. Ruano and O. D. Sherby, *Rev. Phys. Appl.*, 23 (1988) 625-677.
- (36) O. A. Ruano, J. Wodsworth, J. Wolfenstine and O. D. Sherby, *Materials Science en Engineering*, A165 (1993) 133-141.
- (37) H. J. Frost and M. F. Ashby, "Deformation Mechanism Maps", Pergamon Pres, Oxford, New York, 1982.
- (38) O. D. Sherby, J. L. Robbins and A. Goldberg, *Journal of Applied Physics*, Vol.41, n°10, Sept. 1970, pp. 3961-3968.
- (39) J. J. Urcola Galarza y M. Fuentes Perez, *Rev. Met.*, CENIM, Vol.16 (1980) n°5.
- (40) D. R. Barraclough, H. J. Whittaker, K. D. Nair and C. M. Sellars, *Journal of Testing and Evaluation*, JTEVA, Vol. 1, n° 3, May. 1973, pp. 220-226.
- (41) D. S. Fields and W. A. Backfften, *Am. Soc. Test. Mater. Proc.*, Vol. 57, pp. 1259-1272, 1957.
- (42) A. Nadai, "Theory of Flow and Fracture of Solids", 2 ed., Vol.1, pp. 347-349, Mc-Graw-Hill Book Company, New York, 1950.
- (43) P. W. Bridgman, " Studies in large plastic flow and fracture", New York, 1958, p. 80.
- (44) S. L. Semiatin and G. D. Lahoti, *Met. Trans.*, Vol.12A, pp.1719-1728, 1981.
- (45) T. Altan, S. I. Oh and H. L. Gegel, "Metal forming", American Society for Metals Park, Ohio, 1983.
- (46) Rishi Raj, *Metallurgical Transactions*, A. 1981, Vol.12A, June, 1091.
- (47) C. R. C. Handbook of Table for Applied Engineering Science, 2nd. edition, edited by R. Boltz and G. Ture, CRC. Pres., 1973.
- (48) ASM., "Metals Reference Book", 2nd ed., ed. by American society for Metals, Metals Park, Ohio (1981) p. 242.
- (49) W. B. Pearson, "Crystal Chemistry and Physics of Metals and alloys", Willey Intersciencie, 1972.
- (50) G. R. Canova, S. Shrivastava, J. J. Jonas and C. G. Sellars, in "Formability of Metallic Materials-2000 A. D", ASTM., STP, 753 (1982), pp 189-210, J.R. Newby and B.A. Niemeir Eds., American Society for Testing and Materials.

- (51) D. R. Barraclough, H. J. Whittaker, K. D. Nair and C. M. Selars, *Journal of Testing and Evaluation*, JTEVA, Vol.1, n°3, May 1973, pp. 220-226.
- (52) E. Lach and K. Pöhlandt, *Journal of Mechanical Working Technology*, 9 (1984) 6780.
- (53) A. Eichinger, *Handbuch der Werkstoffprüfung*, Vol.2, Springer Verlag, Berlin, Germany, 1957, pp. 715.
- (54) C. M. Young and O. D. Sherby, "Simulation of hot torsion forming operations by means of torsion testing". Technical Report AFML-TR-69-294 (1970).
- (55) Douglas, Donald, M. Bates and D.G. Watts, "Non linear Regression Analysis and its applications", John Wiley & Sons, New York.
- (56) R. Fletcher, "Practical methods of Optimization", Vol.I: Unconstrained Optimization, John Wiley & Sons (Chichester), 1980.
- (57) Orlando Armitaro, Jorge Edelman y Ubaldo García Palomares, "Programación no Lineal", ed. Limusa, México, (1985).
- (58) K. Levenberg, *Quart. Appl. Math.* 2 (1944) 164-168.
- (59) D. W. Marquardt, *J. Soc. Indust. Appl. Math.* 11 (1963) 431-441.
- (60) L. Varga, *Studia Sci. Math. Hungar.*
- (61) L. Varga, *Colloquia Mathematica, Societatis János Bolyái*, n°3, Numerical Methods, (1968), pp. 161-166.
- (62) J. J. Poirier, C. Sotin and Solange Beauchose in "Deformation Process in Minerals Ceramics and Rocks", Edited by D. J. Barber and P. G. Meredith, London (1990) pp. 179-189.
- (63) D. J. Hand and C. C. Taylor, "Multivariate Analysis of Variance and repeated measures", Chapman and Hall, London 1976.
- (64) T. S. Donaldson, *Am. Stat. Asv.* , 63 (1968) 600.
- (65) L. V. Medger and J. Olkin, "Statistical methods for metha-analysis", Orlando (Florida), Academic Press 1987.
- (66) W. D. Berny and S. Feldman, "Multiple regression in practic", SAGE, Beverly-Hills, California, 1984.
- (67) M. J. D. Powell, *Proceedings of Numerical Analysis of The 10th. Biennial Conference, Dundee, Scotland* (1987) 122.
- (68) R. Fletcher and C. M. Reeves, *Comp. J.*, 7 (1980) 149.
- (69) (66)
- (70) D. M. Botes and D. G. Watts, "Non linear regression analysis and its applications", John Wiley & Sons, New York, 1993.
- (71) A. D. Gallant, "Non linear Statistical Models", John Wiley & Sons, New-York, 1986.
- (72) Hortley and Booker.
- (73) C. García, M. Carsí, C. Peñalba and M. P. Andrés, *Journal of Materials Science*, 27 n°17, Sep., 1992, pp. 4567-4576.
- (74) F. Peñalba, M. Carsí, C. García, M. P. Andrés, *Mem. et Sci. Rev. Mat.* 2 (1991) 95, pp. 75-50.

- (75) F. Peñalba, M. Carsí, C. García, M. P. Andrés and F. Zapirain, *ISIJ Interactions*, Vol.32 (1992) n°2, pp.232-240.
- (76) F. Peñalba, M. Carsí, *Journal of materials Science*, 30 (1995), pp 1750-1753.
- (77) M.Carsí, F.Peñalba,J. Ibañez, *Materials Letters*, 20 (1994), pp 119-123.
- (78) N.Nishimoto W. Takahashi and Y. Shide, *Tetsu to Hagane*, 78 (1992) 124.
- (79) T. Sheppard and J. Norley, *Mater. Sci. Tech.*, 4 (1988) 903.
- (80) F. Garofalo, *Transactions of The Metallurgical Society of AIME*, Vol. 227, April, 1963 p. 351.
- (81) Mu Yeh Wu and Oleg D.Sherby, *Acta Metall.*, Vol 32, n° 99, (1984), pp. 56-72.
- (82) Jian Nang Wang, *Philosophical Magazine A*, 1996,Vol 73, n° 4, 1181-1191.
- (83) Rishi Raj and A.K. Ghosh
- (84) Oleg D. Sherby, Rodney H. Klundt And Aland K . Miller, *Metallurgical Transactions A*, Vol. 8 A., June, 1977, p. 843.
- (85) O.D. Sherby and C.M. Young, *Rate Processes in Plastic Deformation of Materials*, p.497, ASM Park, Ohio, 1975.
- (86) B.G. Livshits, V.S. Kraposhin, Ya L. Linetski, *Propiedades Física de Metales y aleaciones*, Ed. Mir, Moscou (1982).
- (87) D.J. Mack, *Trans. AIME*, Vol. 166,(1946), pp. 66-85.
- (88) C.W. Andrews, *Metal Progr.*, Vol 58,(1950), pp. 85-100.
- (89) Isihibuya, *Tohoku.Univ. Sci. Rep. Inst.*, 1949, V. A1, pag. 161.
- (90) Speich Gr. Schoeble, A.I.Leslie, *Metallurgical Trans.* 1972,V.3, pag. 20.
- (91) Ardnoolt W.I., McLelland R.B., *Acta Metallurgical*, 1975, V.23, pp. 51-55.
- (92) Masumoto Hakaru, Sawaya Sholach,J.Japan. Inst. Metals, 1969, V.I, p. 121-125.
- (93) Fischer E.S., *Phys. Sol. Solut. Strength*, New York, 1975, pp. 199-224.
- (94) D.J. Barber, *Regimes of Plastic deformations processes and microstructures: and overview*, in "Deformations Processes in Minerals Ceramics and Rocks", Edited by D.J. berber an D.G. Meredith, London, 1980, pp. 138-171.
- (95) Orowan, E., *Proc. Phys. Soc.*, 52, (1940), 8.
- (96) Argon, A.S., *Scripta Met.* 4, (1970), 1001.
- (97) Evans A.G. and Rawlings R.D., *Phys. Stat. Sol.*, 34, (1969), 9.
- (98) Kocks V.F., Argón A.S. and Asbby M.F., (1975), *Prog. Mat. Sci.*, 19.
- (99) Guyot P. and Dom, J.E., *Can. J. Phys.*, 45, (1967), 983.
- (100) Raffo P.L., *J. Less-Common Metals*, 17, (1966), 133.
- (101) D.Klahn, A.K.Mukherjee and J.E.Dom (1978). *Second International conference on the Strength of Metals and Alloys*, ASM, AS Loma, California.
- (102) B.Kumar and R.G. Kumble, *J.Appl.Phys.*, 40, (1969), 3475.
- (103) S.Takeuchi & A.S. Argon,"Steady state of single phase crystalline materials at high temperatures" , *J.Mat.Sci.*,11,1542-66.
- (104) D.Mc Lean, *Rep.Prog.Phys.*, 29, (1966), 1.

- (105) S.K.Mitra and D.McLean, *Metal.Sci.*,1, (1967),192 .
- (106) J.P.Poirier, *Rev.Phys.Appl.*, 11,(1976), 731.
- (107) J.P.Poirier, "Plasticite á Haute Temepérature des solids Cristallins", Eyrolles, Paris, (1976).
- (108) J.Freidel, "Dislocations and the Mechanical Properties of solid", New-York, Wiley, 1957.
- (109) J.Friedel, *Rev.Phys.Appl.*, 12, (1977), 1649 .
- (110) J.Weertman,"High temperature creep produced by dislocations motion,in "Rate processes in plastic deformation of materials", proceedings of the John E. Dorn Memorial Symposium, edited by J.C.M.Li & A.K. Murkherjee, Cleveland Ohio, American Society of Metals.
- (111) R.L. Stocker & M.F. Ashby, *Rev.Geophy.Space Phys.*, 11, (1973), 391-426.
- (112) A.M. Brown & M.F. Ashby, *Acta Metall.*, 28 (1980) 1085-101.
- (113) A.M.Browm & M.F.Ashby, *Scripta Metall.*, 14 (1980) 1297-302.
- (114) J.Weertman, *Journal of Applied Physics*, vol.29, n°12, 1958.
- (115) J.Weertman, *Journal of Applied Physics*, vol.28, n°10, p.1185-1957.
- (116) J.J. Gilman, *Trans.AIME*, 206, (1956), 1326.
- (117) A. Seeger, *Phil.Mag.*, 1, 651-8, 1958.
- (118) A.K. Mukherjee, J.E. Bird and J.E.Dorn, *Trans. ASM*, 62, (1965), 155.
- (119) J.P. Poirier, *Acta Metall.*, 26, (1978), 629.
- (120) O.D. Sherby and J .Weertman, *Acta Metall.*, vol.27, pp. 387-400, 1979.
- (121) J.P. Poirier, *Acta Metall.*, 27, (1979), pp. 401.
- (122) J.R. Spingarn and W. Nix, *Acta Metal.*, 27(2) (1979) 171-177.
- (123) J.G. Harper and J.E. Dorn, *Acta Metall.*, 5, (1957), 645-5.
- (124) P. Yavari, D.A. Miller and T.G. Langdon, *Acta Metall.*, 30, (1982), 871-79.
- (125) T.G. Langdon and P . Yavari, *Acta Metall.*, 30, (1982), 881-7.
- (126) F.R.Nabarro, *Phys.Soc. of London p.75*, Report on conference on strength of solids, (1948).
- (127) T.A. Mohamed and T.J. Ginter, *Acta Metall.*, 30, (1982), 1869.
- (128) W. Kauzmann, *Trans. AIME*, 143, (1941), 57 .
- (129) R.L. Coble, *Journal of Applied Physics*, Vol.34, n°6 (1963).
- (130) D. Handson and M.A. Wheeler, *J.Inst.Metals*, 45, (1931), 229.
- (131) T.S. Kê, *Phis.Rev.*, 71, (1947), 533.
- (132) T.S. Kê, *Phis.Rev.*, 72, (1943), 41.
- (133) T.S. Kê, *Phis.Rev.*, 73, (1948), 267.
- (134) J.C. Li, *Trans. AIME*, 227, (1963), 1474.
- (136) J.J. Kanter, *Trans. AIME*, 131, (1938), 385.
- (137) F. Seitz and T.A. Read, *J.App.Phys.*, 12, (1941), 100, 170, 470.
- (138) S. Glasstone, K.J. Laidlaer and H. Eyring, "The Theory of Rate Processes", Mc-Graw Hill Book Company, Inc., New-York, 1941.
- (139) A.S. Nowick and E.S. Machlin, *journal of Applied Physics*,Vol.18, (1947), 79.
- (140) E.R. Parker and C.F. Riisners, *Metals Tech.AIME*, 1690 (1949), 1.

- (141) Y.V.R.K. Prasad, H.L. Gegel, S.M. Davaivelu, J.C. Malas, J.T. Morgia, K.A. Lark and D.R. Barker, *Metallurgical Transaction*, October, 1984, p.1883.
- (142) Rishi Raj, *Metallurgical Transaction A*, vol. 12A, June 1981, p.1089.
- (143) H.L. Gegel, S. Nodiv and R. Raj, *Scripta Met.*, 1980, vol. 14.
- (144) H.L. Gegel, *Proceeding of the AUTO FACT-87, Conference Detroit*, M1, 1987.
- (145) R. Raj and M.F. Ashby, *Metall. Trans.*, 1972, vol.3, p.1937.
- (146) O. Hoffman and G. Sachs, *Introduction to the Theory of Plasticity for Engineers*, Mc-Graw-Hill, 1953.
- (147) L. Lebart, A. Marineau, J.P. Fenela, "Tratamiento Estadístico de datos . Métodos y programas", Marcombo Boixereau Editores. Barcelona, 1985.
- (148) L.J. Savage, "The foundations of statistics ", Dover Publications, New-York, 1972.
- (149) S. Aivazien, I. Erukov, L. Mechalkine, "Elements de modélisation et traitement primaire des données", Edit.Mir., Moscou, 1983.
- (150) B. Bizquerria Alzina, "Introducción conceptual al análisis multivariable: Un enfoque informático con los paquetes SPSS-X, BMDP, LISREL y SPAP", Vol.I y II, PPU, Barcelona, 1989.
- (151) L. Ruiz Maya, "Métodos estadísticos de investigación", I.N.E., Madrid, 1986.
- (152) E. Borel, R. Deltheil et R. Huron, "Probabilities Erreurs", L.Armand Colin, Paris, 1967.
- (154) H. Mecking, B. Nicklas, N. Zarubova and U.F. Kocks, *Acta.Metall.*, 34 (1986) 527.
- (155) W. Blum and B. Reppich, *Acta Metall.*, 17(1969) 959.
- (156) J. Weertman, in *Rate Processes in Plastic Deformation of Material*, ed. by J.C.M. Li and K. Murkherjee, ASM, 1975, p.315.

ANEXO - 1.

TABLAS DE DATOS EXPERIMENTALES

ENSAYOS DE TORSIÓN

BASE DE DATOS CONFIGURADA POR 16 TABLAS CON 20 MATERIALES

VEDEFOR = ε' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

MATERIAL TX- DIVERSOS PROCESOS DE REDUCCIÓN DE DATOS									
m ₁ -promedio -- m ₂ - por interpolación-- m ₄ - mediante aproximación analítica									
Orden	T(k)	ε' {seg ⁻¹ }	Γ (Nm)	m ₁	m ₂	σ_1	σ_2	m ₄	σ_4
1	1523	1	1.63	.208	.24	54.09	53.39	0.23	53.76
2	1498	1	1.98	.208	.236	65.7	64.85	.227	65.24
3	1473	1	2.23	.208	.228	74	73.04	.22	73.3
4	1423	1	2.66	.208	.217	88.26	87.13	.211	87.2
5	1373	1	2.92	.208	.21	96.89	95.64	.205	95.55
6	1323	1	3.5	.208	.19	116.14	114.64	.19	114
7	1273	1	4.1	.208	.18	136.05	134.29	.176	132.95
8	1523	5	2.46	.208	.22	81.3	80.25	.216	80.47
9	1498	5	2.8	.208	.21	92.91	91.71	.208	91.71
10	1473	5	2.96	.208	.21	98.22	96.95	.204	96.83
11	1423	5	3.27	.208	.19	115.81	113.66	.19	113.018
12	1373	5	4.55	.208	.17	150.98	149	.17	147.264
13	1273	5	5.55	.208	.14	184.16	181.78	.144	178.156
14	1448	10	3.6	.208	.19	119.46	117.91	.188	117.178
15	1373	10	4.7	.208	.16	155.96	153.94	.163	151.78
16	1323	10	5.3	.208	.15	175.86	173.6	.15	170.46
17	1273	10	7.8	.208	.19	258.82	255.5	.12	248.47
18	1473	20	3.67	.208	.17	121.78	120.21	.184	119.31
19	1423	20	4.44	.208	.17	147.33	145.43	.168	143.61

Tabla A1.1. Datos de 19 probetas del material TX - con tres procesos de diferentes de reducción de datos. Transformaciones y reducciones de datos máquina, Par-Velocidad de rotación, y número de vueltas. Se puede constatar la diferencia en el cálculo de tensión por los tres métodos de reducción usados; promedio, interpolación y método analítico, según lo reseñado en el apartado sobre el procedimiento experimental y reducción de datos.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	623	65.7	.0000976
2	623	79.2	.000289
3	623	91.5	.00095
4	623	104.5	.0028
5	623	117.1	.00913
6	623	106.6	.00389
7	673	49.8	.0000968
8	673	54.2	.000289
9	673	65.6	.000955
10	673	77.5	.00284
11	673	88.9	.00932
12	723	23.3	.0000215
13	723	27	.0000428
14	723	30.5	.0000949
15	723	34.8	.000281
16	723	39.8	.00093
17	723	46.6	.00275
18	723	56.2	.00971
19	773	18.1	9.7999999E-05
20	773	21.4	.000291
21	773	24.9	.000962
22	773	28.8	.00286
23	773	33.9	.00933
24	773	30.3	.00396
25	773	32.6	.00771
26	773	34	.0111
27	823	13.5	.0000977
28	823	15.2	.00029
29	823	17.1	.000961
30	823	19.5	.00286
31	823	22.6	.00903

Tabla A.1.2 Resultados de un ensayo con 31 temas (31 probetas) para una aleación de aluminio, la cual se ha utilizado a lo largo del trabajo como elemento de ejemplificación
Velocidades de deformación = VEDEFOR= ϵ' seg⁻¹, Tensión= σ Mpa, Temperatura en K.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1123	169	.73
2	1173	144.5	.66
3	1223	124.5	.66
4	1273	102.5	.63
5	1323	88	.58
6	1373	75	.57
7	1423	61.5	.57
8	1473	57.5	.54
9	1123	193.5	3.4
10	1173	174	3
11	1223	151.5	3
12	1273	133	3
13	1323	105	3
14	1373	92	3
15	1423	82	3
16	1473	66	3
17	1123	214.5	10
18	1173	184.5	10
19	1223	175.5	10
20	1273	149.5	10
21	1323	134.5	10
22	1373	117	10
23	1423	102.5	10
24	1123	223.5	15
25	1173	206	15
26	1223	182	15
27	1273	158.5	15
28	1323	147	15
29	1373	120.5	15
30	1423	103.5	15
31	1123	230	30
32	1173	202.5	30
33	1223	192	30
34	1273	158	30
35	1323	143	30
36	1373	131	30
37	1423	112	30
38	1473	85	30

Tabla A.1.3. Resultados experimentales ensayo acero A2, sobre 38 probetas. Este material se ha utilizado a lo largo del trabajo como elemento de ejemplificación de todos los resultados y tratamiento numéricos.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1073	23.91	.0001
2	1073	43.92	.0002
3	1073	73.75	.0005
4	1073	104.12	.001
5	1073	147.69	.003
6	1123	12.82	.0002
7	1123	23.08	.0005
8	1123	35.76	.001
9	1123	56.37	.003
10	1123	80.23001	.007
11	1173	8.38	.0002
12	1173	15.33	.0005
13	1173	21.41	.001
14	1173	32.48	.003
15	1173	52.59	.007
16	1179	9.59	.0005
17	1179	15.78	.001
18	1179	25.34	.003
19	1179	35.44	.007
20	1200	72.3	.07
21	1200	91	.2
22	1200	169	2
23	1220	63.9	.07
24	1230	67.4	.2
25	1230	95.4	.5
26	1230	131.3	2
27	1230	112.4	1
28	1250	68.6	.5
29	1250	104	2
30	1250	130	5
31	1243	39	.07
32	1270	51.5	.2
33	1270	67.6	.5

Tabla A.1.4. Resultados de los ensayos de la aleación de Titanio, realizado sobre 33 probetas. Material utilizado a lo largo del trabajo en la aplicación de los métodos numéricos desarrollados

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1173	274.6	10
2	1223	265.6	10
3	1273	200.22	10
4	1373	168.2	10
5	1073	370.56	5
6	1173	270.91	5
7	1273	221.09	5
8	1423	125.6	5
9	1448	135.7	5
10	1473	117.85	5
11	1523	96.1	5
12	1073	384.9	25.5
13	1148	335.4	25.5
14	1173	335.4	25.5
15	1223	300.9	25.5
16	1273	289.3	25.5
17	1323	248	25.5
18	1373	233.76	25.5
19	1423	172.1	25.5
20	1448	188.3	25.5
21	1473	154.2	25.5
22	1523	124.6	25.5
23	1148	245.4	.2
24	1173	244.5	.2
25	1223	206.9	.2
26	1273	190	.2
27	1323	180.5	.2
28	1373	121	.2
29	1473	72.7	1
30	1498	94.1	1
31	1523	64.28	1
32	1473	81.5	.2
33	1523	55.5	.2
34	1073	297.7	.2
35	1448	102.3	.2
36	1073	330	20
37	1123	324	20
38	1148	307	20
39	1173	295	20
40	1223	258	20
41	1273	233	20
42	1323	253	20
43	1373	206	20
44	1423	172	20
45	1473	138	20
46	1523	116	20

Tabla A.1.5. Resultados experimentales ensayo sobre acero inoxidable. Trabajo sobre 46 probetas. utilizado para tratamiento numérico de los datos.

VEDEFOR = $\dot{\epsilon}$ {seg⁻¹}. TENSIÓN = σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

MATERIAL -A1				
velocidad de deformación	de	Temperatura	Tensión	Orden
0.725		1323	85.6	1
1.37		1323	96	2
7.25		1323	126	3
1.37		1363	87	4
7.25		1363	118	5
13.7		1363	127	6
1.37		1393	78.1	7
13.7		1393	115.6	8
0.725		1423	64	9
1.37		1423	74.2	10
13.7		1423	105.3	11
1.37		1463	65.1	12
7.25		1463	91.	13
0.725		1473	66	14
7.25		1473	84	15
13.7		1473	100	16
MATERIAL-1B				
Velocidad de deformación	de	Temperatura	Tensión	Orden
.3		1373	65	1
21		1423	96.17	2
21		1323	139.26	3
.3		1223	90.05	4
14		1373	104.13	5
14		1273	149.55	6
7		1273	125.34	7
7		1373	92.7	8
1		1373	64.03	9
7		1423	80.5	10
1		1423	66.5	11
1		1323	77.5	12
7		1323	109.7	13

Tabla A.1.6. Resultados de los aceros A1, e 1B. Material A1 con 16 datos y material 1B con 13 datos . Estos materiales se han usado para el análisis estadístico así como para las relaciones sobre composición y tamaño de grano respecto de los parámetros de la ecuación de Garofalo

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSION= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1273	126.5	5
2	1373	94.97	5
3	1273	141.36	10
4	1373	105.53	10
5	1423	89.28	10
6	1223	93.05	.3
7	1223	104.4	1
8	1223	134.7	4
9	1273	106.95	2
10	1473	77.61	7
11	1473	86.57	14
12	1273	116.94	4
13	1100	252	7

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1273	132.4	5
2	1373	95.29	5
3	1273	148.08	10
4	1373	113.47	10
5	1273	150.59	15
6	1223	99.32	.3
7	1223	113.48	1
8	1223	155.17	4
9	1273	108	2
10	1473	87.55	14
11	1373	94.98001	5
12	1100	227.06	7
13	1423	68.4	1

Tabla A.1.7. Resultados de los aceros 2B y 3B, con 13 ternas de datos para cada uno (13 probetas). Estos materiales se han usado para el análisis y tratamiento estadístico, así como para el establecimiento de relaciones entre composición, tamaño de grano y parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1273	132.49	5
2	1373	93.42	5
3	1273	145.77	10
4	1373	109.71	10
5	1223	100.21	.3
6	1223	118.09	1
7	1273	111.58	2
8	1473	76.5	7
9	1473	85.53	14
10	1273	123.1	4
11	1100	228.15	7
12	1223	137.22	4
13	1373	103.35	10
14	1373	90.62	5
15	1423	56.73	1

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1273	156.08	10
2	1373	115.47	10
3	1423	95.56	10
4	1373	96.53	5
5	1423	86.2	5
6	1323	117.7	5
7	1223	122.1	1
8	1473	74.92	7
9	1473	82.42	14
10	1373	94.66001	5
11	1273	127.9	4
12	1423	63.13	1
13	1273	111.79	2
14	1323	142.06	15
15	1223	104.55	.3
16	1273	130.67	5

Tabla A.1.8. Resultados de los ensayos sobre los materiales 4B y M0.Ti11. El primero con 15 temas de datos (15 probetas), el segundo con 16 temas de datos. Estos materiales se han usado para el análisis estadístico, así como el establecimiento de relaciones y el estudio de los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1373	94.66001	7
2	1373	127.48	21
3	1323	119.66	7
4	1273	143.24	7
5	1373	77.04	1
6	1273	164.7	21
7	1373	122.39	21
8	1473	43.46	1
9	1473	66.68	7
10	1473	87.58	21
11	1423	79.3	7
12	1423	97.15	14
13	1423	51.3	.25
14	1423	63.08	1
15	1513	30	.2
16	1493	33	.2

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1353	75.76	2
2	1398	64.75	2
3	1353	96.21	7
4	1398	80.18	7
5	1353	107.2	14
6	1398	91.87	14
7	1353	113.71	21
8	1398	99.58999	21
9	1423	53.55	1
10	1423	86.07	14
11	1423	91.69	21
12	1100	260.74	7
13	1373	67.63	2
14	1373	84.83	7
15	1373	97.12	14
16	1373	107.2	21

Tabla A.1.9. Resultados de los ensayos sobre los materiales M9 y D02. El primero con 16 temas de datos (16 probetas), el segundo con 16 temas de datos. Estos materiales se han usado para el análisis estadístico, así como el establecimiento de relaciones y el estudio de los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1123	167	.73
2	1123	194.5	3.4
3	1123	215	10
4	1123	223	15
5	1123	224	30
6	1173	148	.66
7	1173	172	3
8	1173	182	10
9	1173	206	15
10	1173	202.5	30
11	1223	128.5	.66
12	1223	150.5	3
13	1223	177	10
14	1223	182	15
15	1223	192	30
16	1273	105	.63
17	1273	133.5	3
18	1273	148	10
19	1273	158	15
20	1273	158	30

Tabla A.1.10. Resultados experimentales ensayo sobre acero D04. Trabajo sobre 20 probetas. utilizado para tratamiento numérico de los datos. Material utilizado para los análisis estadísticos y para el estudio y determinación de relaciones de los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSION= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1123	169	.73
2	1173	144.5	.66
3	1223	124.5	.66
4	1273	102.5	.63
5	1323	88	.58
6	1373	75	.57
7	1423	61.5	.57
8	1473	57.5	.54
9	1123	193.5	3.4
10	1173	174	3
11	1223	151.5	3
12	1273	133	3
13	1323	105	3
14	1373	92	3
15	1423	82	3
16	1473	66	3
17	1123	214.5	10
18	1173	184.5	10
19	1223	175.5	10
20	1273	149.5	10
21	1323	134.5	10
22	1373	117	10
23	1423	102.5	10
24	1123	223.5	15
25	1173	206	15
26	1223	182	15
27	1273	158.5	15
28	1323	147	15
29	1373	120.5	15
30	1423	103.5	15
31	1123	230	30
32	1173	202.5	30
33	1223	192	30
34	1273	158	30
35	1323	143	30
36	1373	131	30
37	1423	112	30
38	1473	85	30

Tabla A.1.11. Resultados experimentales ensayo sobre acero D04-Acero Duplex- Tabla de datos extendida. Trabajo sobre 38 probetas. utilizado para tratamiento numérico de los datos. Material utilizado para los análisis estadísticos y para el estudio y determinación de relaciones de los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1073	23.91	.00007
2	1073	43.92	.0002
3	1073	73.75	.0005
4	1073	104.12	.001
5	1073	147.69	.003
6	1123	12.82	.0002
7	1123	23.08	.0005
8	1123	35.76	.001
9	1123	56.37	.003
10	1123	80.23001	.007
11	1173	8.38	.0002
12	1173	15.33	.0005
13	1173	21.41	.001
14	1173	32.48	.003
15	1173	52.59	.007
16	1179	9.59	.0005
17	1179	15.78	.001
18	1179	25.34	.003
19	1179	35.44	.007
20	1200	72.3	.07
21	1200	91	.2
22	1200	169	2
23	1220	63.9	.07
24	1230	67.4	.2
25	1230	95.4	.5
26	1230	131.3	2
27	1230	112.4	1
28	1250	68.6	.5

Tabla A.1.12. Resultados experimentales ensayo sobre acero D05. Trabajo sobre 28 probetas. Datos, 28 temas. Utilizado para tratamiento numérico de los datos. Material utilizado para los análisis estadísticos y para el estudio y determinación de relaciones de los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSION= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

MATERIAL-D06			
Velocidad de deformacion SEG ⁻¹	Temperatura K	Tension MPa	Orden
2	1273	134.3	1
5	1473	28.9	2
1	1523	22.3	3
1	1498	25.7	4
1	1473	32.46	5
1	1448	45	6
1	1373	68.7	7
2	1523	24.4	8
2	1498	36.2	9
2	1473	38.2	10
3	1448	59.2	11
5	1523	37.5	12
5	1498	39.2	13
5	1473	49	14
5	1448	65.2	15
7	1498	47.9	16
7	1473	61.7	17
7	1448	77.2	18
10	1548	41.8	19
10	1523	47.9	20
10	1498	57.9	21
20	1523	56.7	22
20	1498	64.6	23
20	1473	75.7	24
20	1448	97.1	25
.2	1523	11	26
.2	1498	16	27
.2	1423	37.7	28
.2	1373	54	29

Tabla A.1.13. Resultados experimentales ensayo sobre acero D06. Trabajo sobre 29 probetas. Utilizado para tratamiento numérico de los datos. Material utilizado para los análisis estadísticos y para el estudio y determinación de relaciones de los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

MATERAIL D07			
velocidad de deformacion	Temperatura	Tensión	Orden
.2	1373	60.3	1
.2	1473	46.8	2
.5	1473	47.5	3
.5	1363	65.5	4
1	1523	43.2	5
1	1498	47.5	6
1	1473	68.2	7
1	1423	70.46	8
1	1273	110.26	9
1	1173	174.3	10
1	1448	62.2	11
3	1448	72	12
5	1473	73.5	13
5	1373	111.8	14
5	1273	136.9	15
5	1173	202.15	16
7	1498	61.2	17
10	1423	102.9	18
10	1373	113.3	19
10	1273	139.1	20
10	1173	205.2	21
20	1523	74	22
20	1473	85.8	23
20	1373	133.2	24
20	1273	165.8	25
20	1173	216	26
25	1523	69.5	27
25	1498	73.75	28
25	1473	91.3	29
25	1423	112.9	30
25	1273	180.1	31
25	1323	165	32
25	1223	220	33
10(***)	1323 (***)	137.83 (***)	34

Tabla A.1.14. Resultados experimentales ensayo sobre acero D07. Trabajo sobre 33 probetas. Utilizado para tratamiento numérico de los datos. Material utilizado para los análisis estadísticos y para el estudio y determinación de relaciones de los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSION= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1473	39.8	.5
2	1523	26.9	1
3	1448	55.6	1
4	1423	80.8	1
5	1523	28	2
6	1498	43.8	2
7	1473	57.3	2
8	1448	71	2
9	1323	163	2
10	1448	84.2	3
11	1523	43.8	5
12	1498	47	5
13	1473	64	5
14	1448	91	5
15	1373	129	5
16	1498	55.6	7
17	1473	73.1	7
18	1448	93.3	7
19	1523	55.6	10
20	1498	69.1	10
21	1473	80.8	10
22	1423	124.6	10
23	1323	192	10
24	1523	64	20
25	1473	92.6	20
26	1448	128	20
27	1523	13.5	.2
28	1423	46.1	.2

Tabla A.1.15. Resultados experimentales ensayo sobre acero D08. Trabajo sobre 28 probetas. utilizado para tratamiento numérico de los datos. Material utilizado para los análisis estadísticos y para el estudio y determinación de relaciones de los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

VEDEFOR = ϵ' {seg⁻¹}. TENSIÓN= σ {Mpa}. TEMPERATURA (K)

ORDEN	TEMPERATURA	TENSION	VEDEFOR
1	1523	78.8	25
2	1498	84.9	25
3	1473	99	25
4	1423	111.3	25
5	1323	161.9	25
6	1273	177.8	25
7	1223	207.1	25
8	1473	65.7	1
9	1423	77.18	1
10	1273	125.8	1
11	1173	196.4	1
12	1523	63.5	5
13	1498	71.47	5
14	1473	85.76	5
15	1448	92.05	5
16	1373	126.93	5
17	1173	217.3	5
18	1498	76.37	10
19	1473	80.58	10
20	1448	91.25	10
21	1423	112.31	10
22	1373	117.9	10
23	1323	148.8	10
24	1148	224.61	10
25	1523	77.38	20
26	1473	93.61	20
27	1373	135.28	20
28	1273	167.7	20
29	1473	51.45	.21
30	1473	60.89	.5
31	1473	73.47	3
32	1448	87.2	3
33	1498	76.3	7

Tabla A.1.16. Resultados experimentales ensayo sobre acero D09. Trabajo sobre 33 probetas. Utilizado para tratamiento numérico de los datos. Material utilizado para los análisis estadísticos y para el estudio y determinación de relaciones de los parámetros de ajuste de la ecuación de Garofalo.

ANEXO - 2.

**DIAGRAMAS DE FLUJO DEL CONJUNTO DE PROGRAMAS
PARA EL AJUSTE Y ANÁLISIS DE
LA ECUACIÓN DE GAROFALO**

PAQUETE INTEGRADO. "CREEP"

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

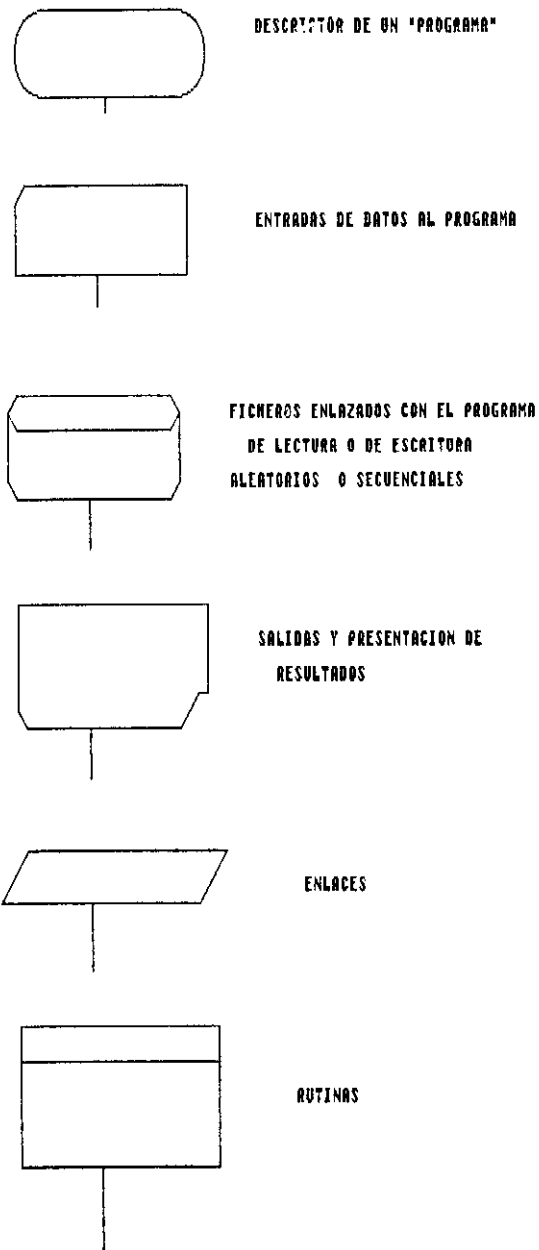
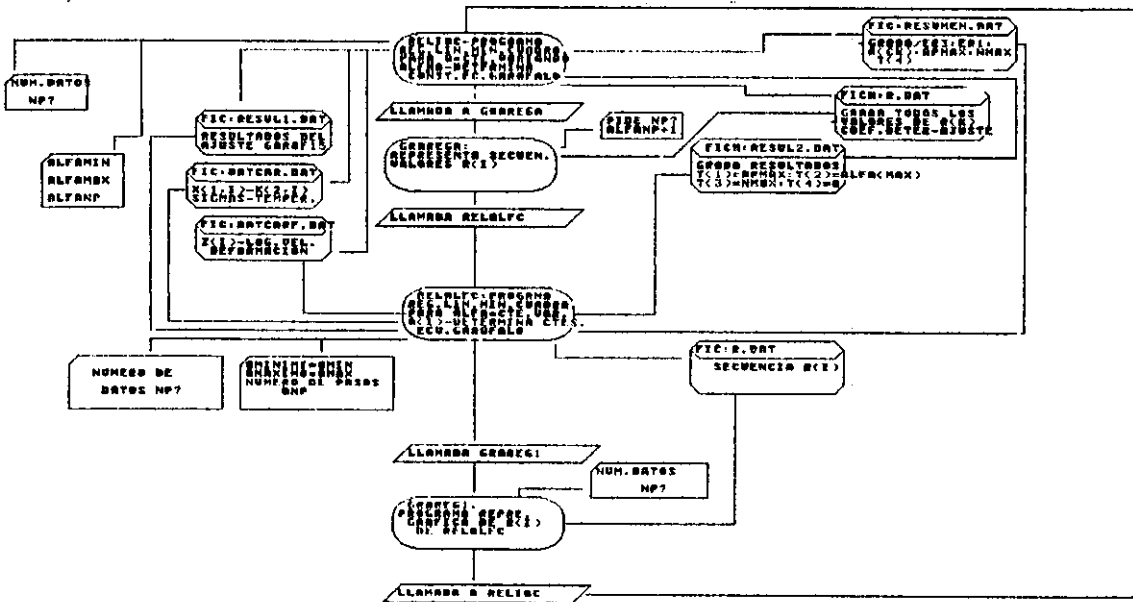
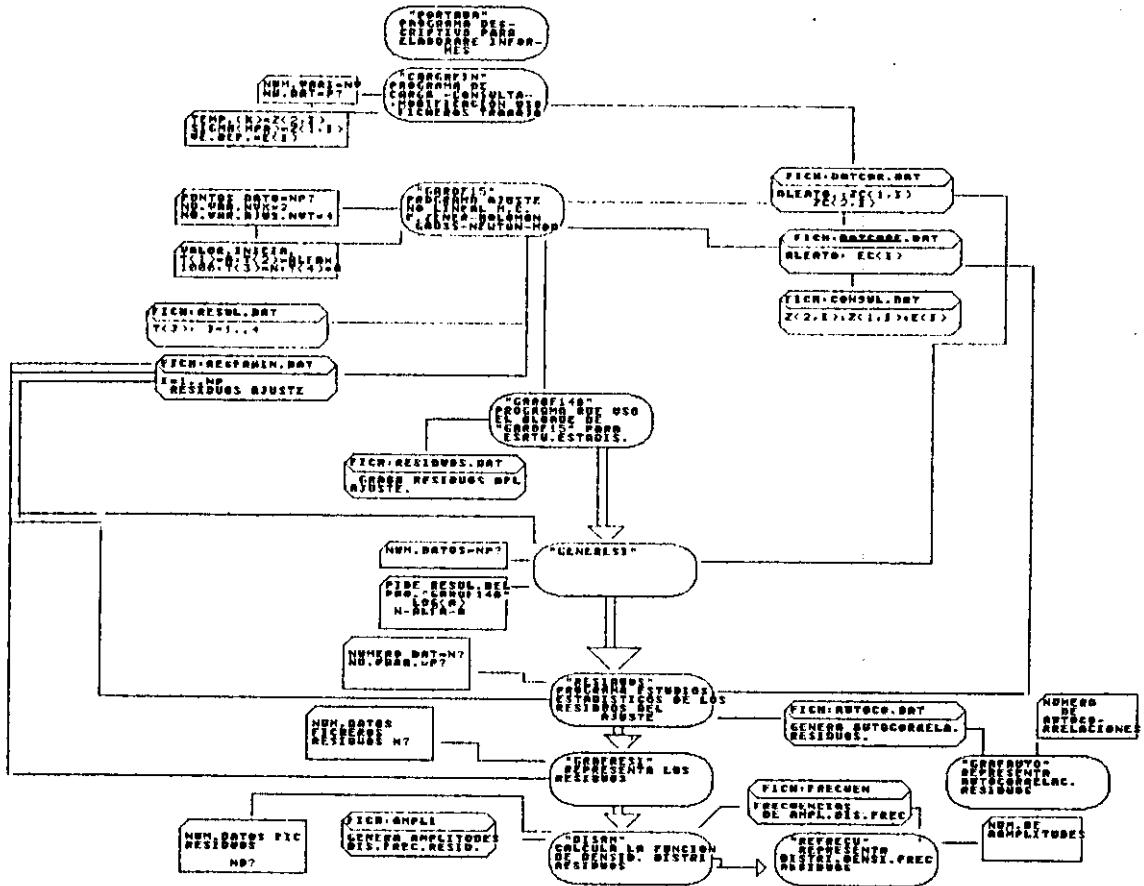


Fig.A.2.1. Descriptores empleados

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

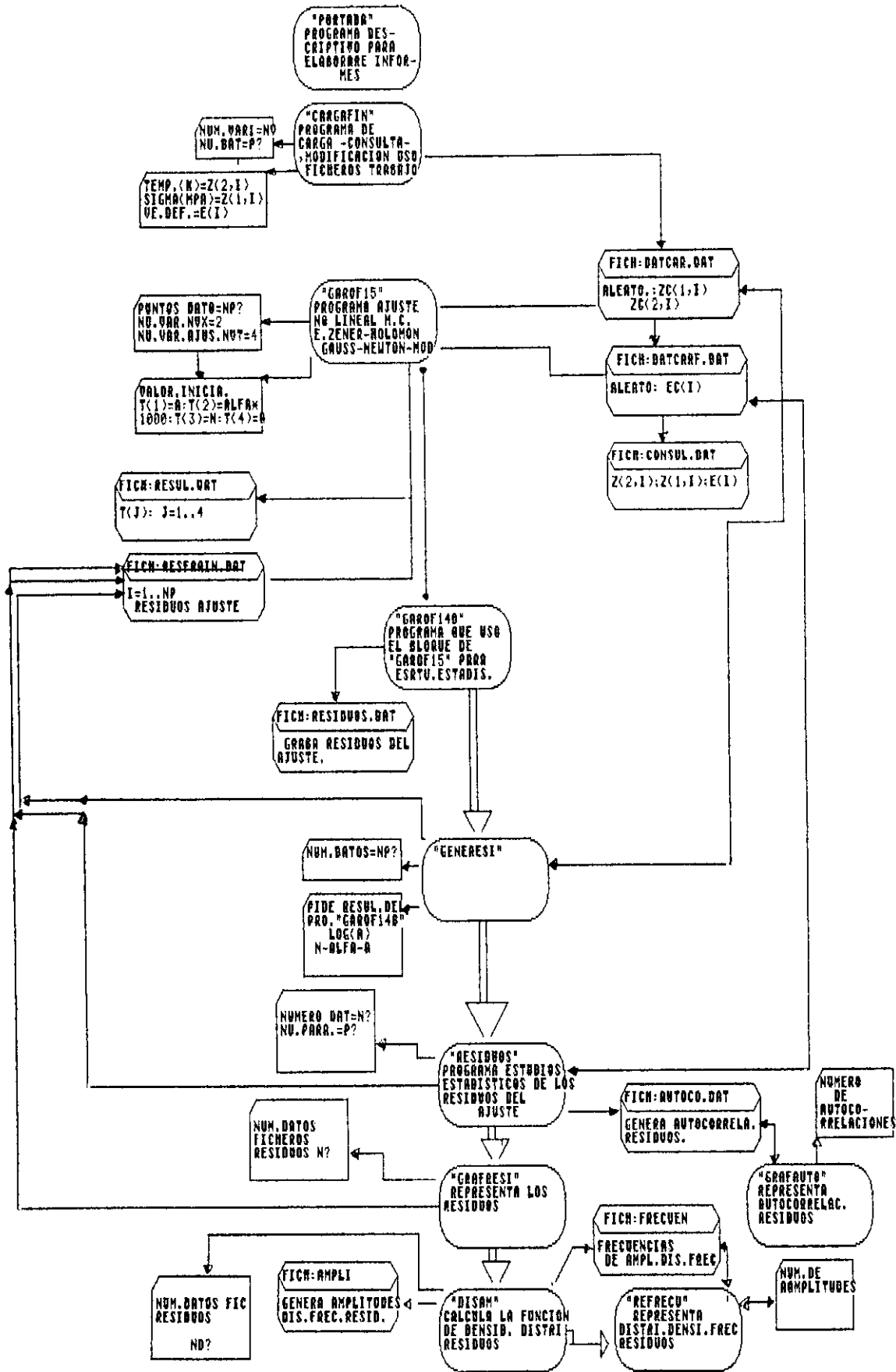


Fig.A.2.3.- ESTRUCTURA DEL DIRECTORIO "GAROFALO"

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

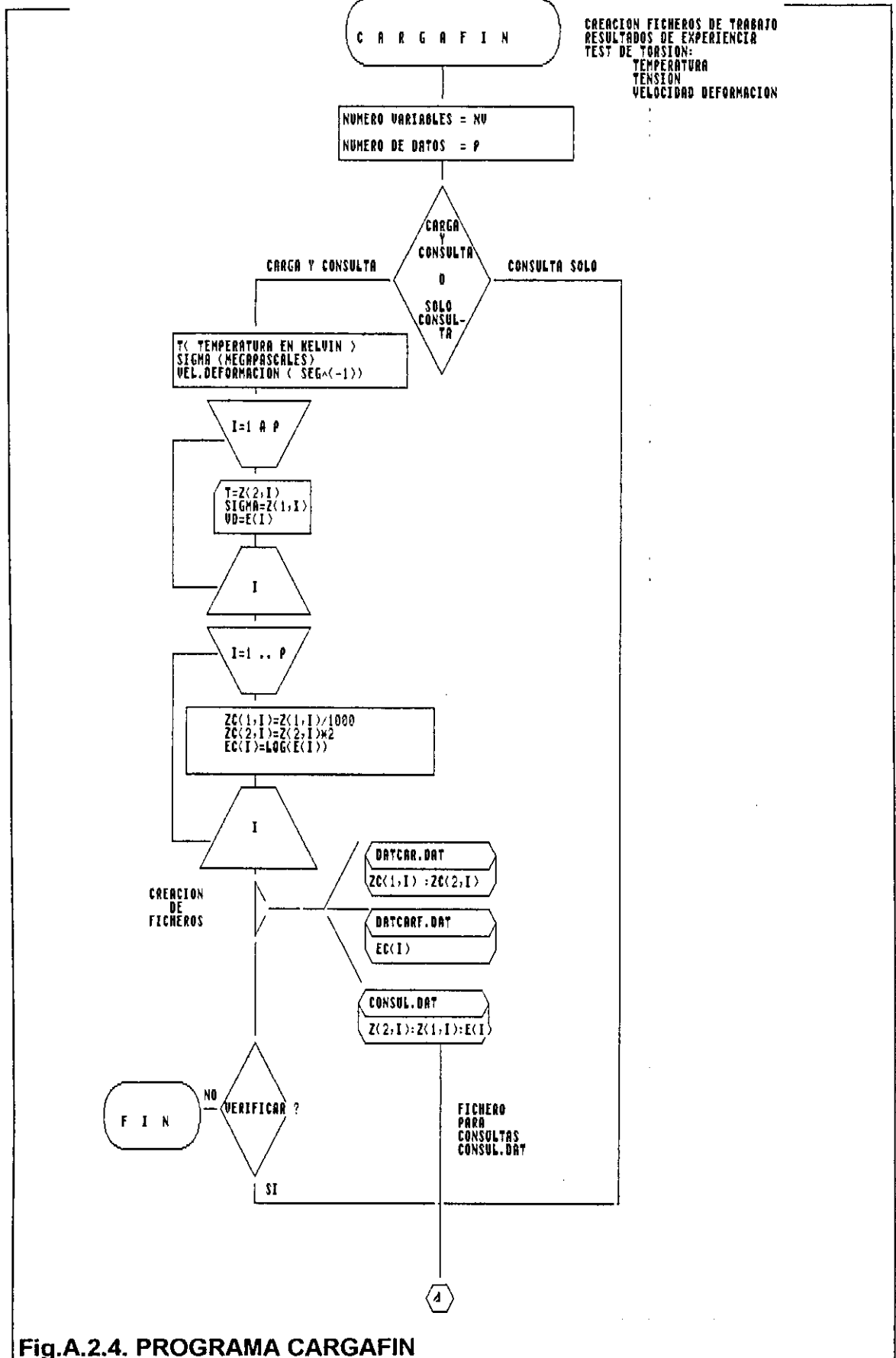
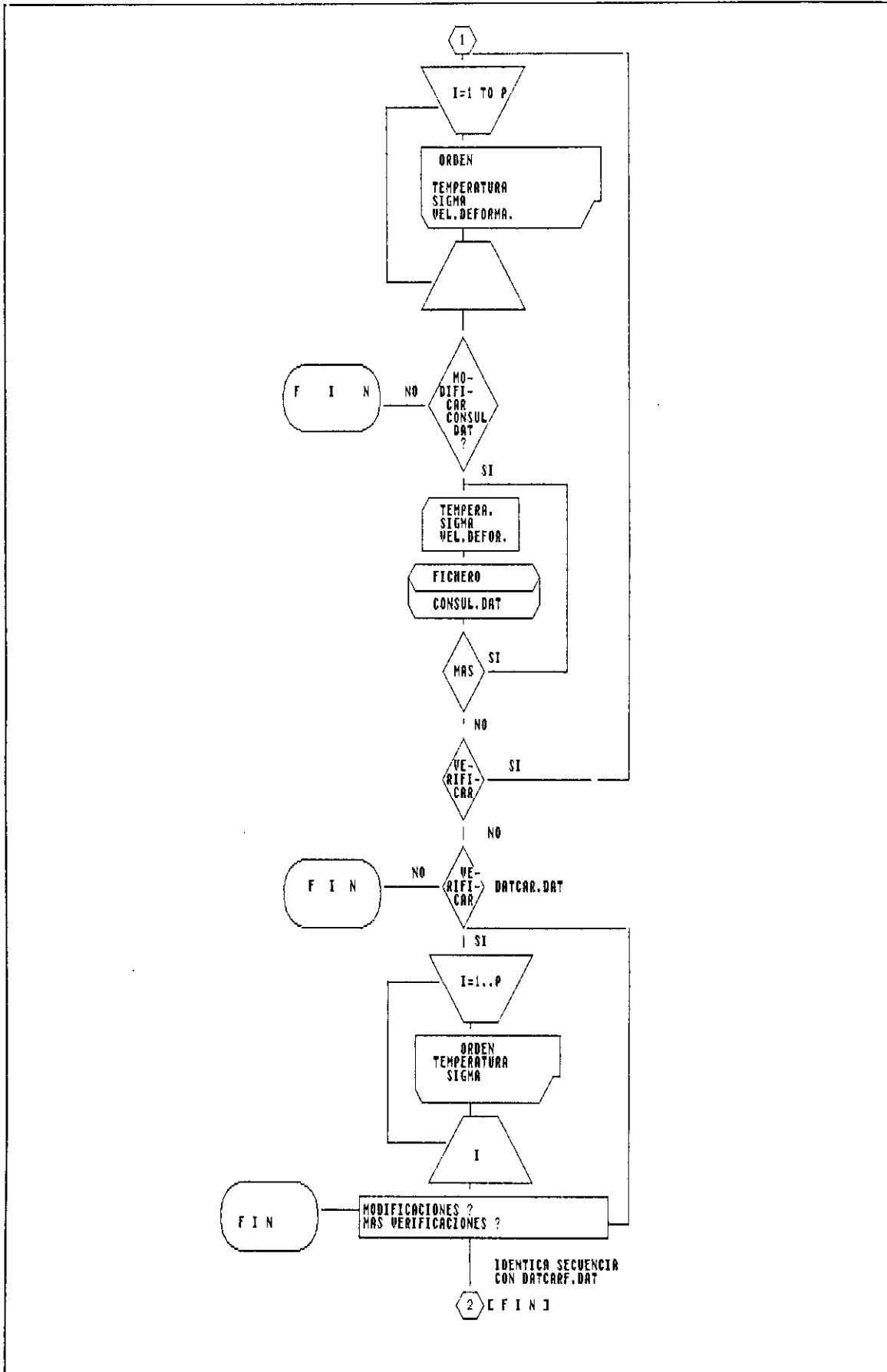


Fig.A.2.4. PROGRAMA CARGAFIN

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

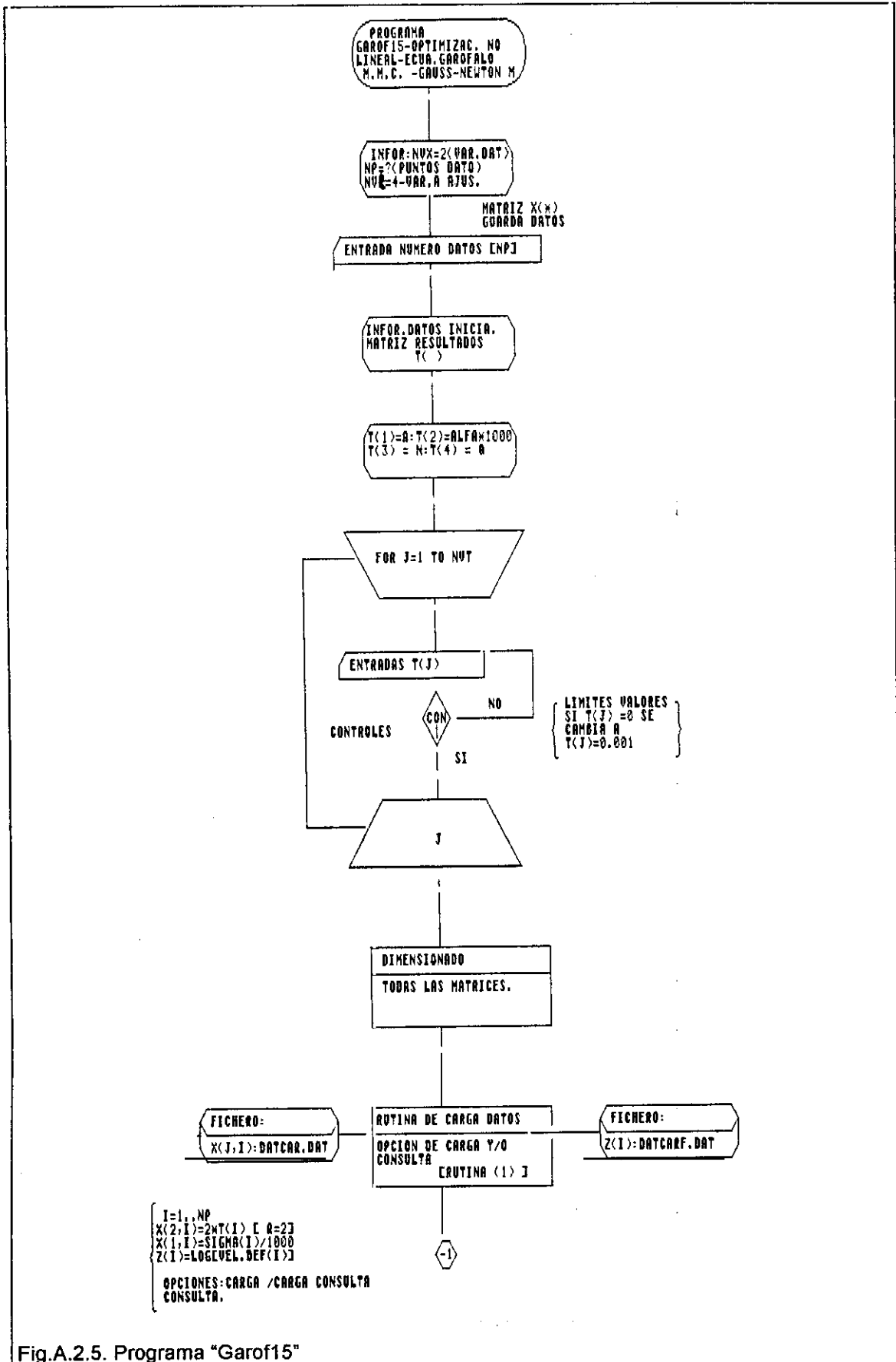
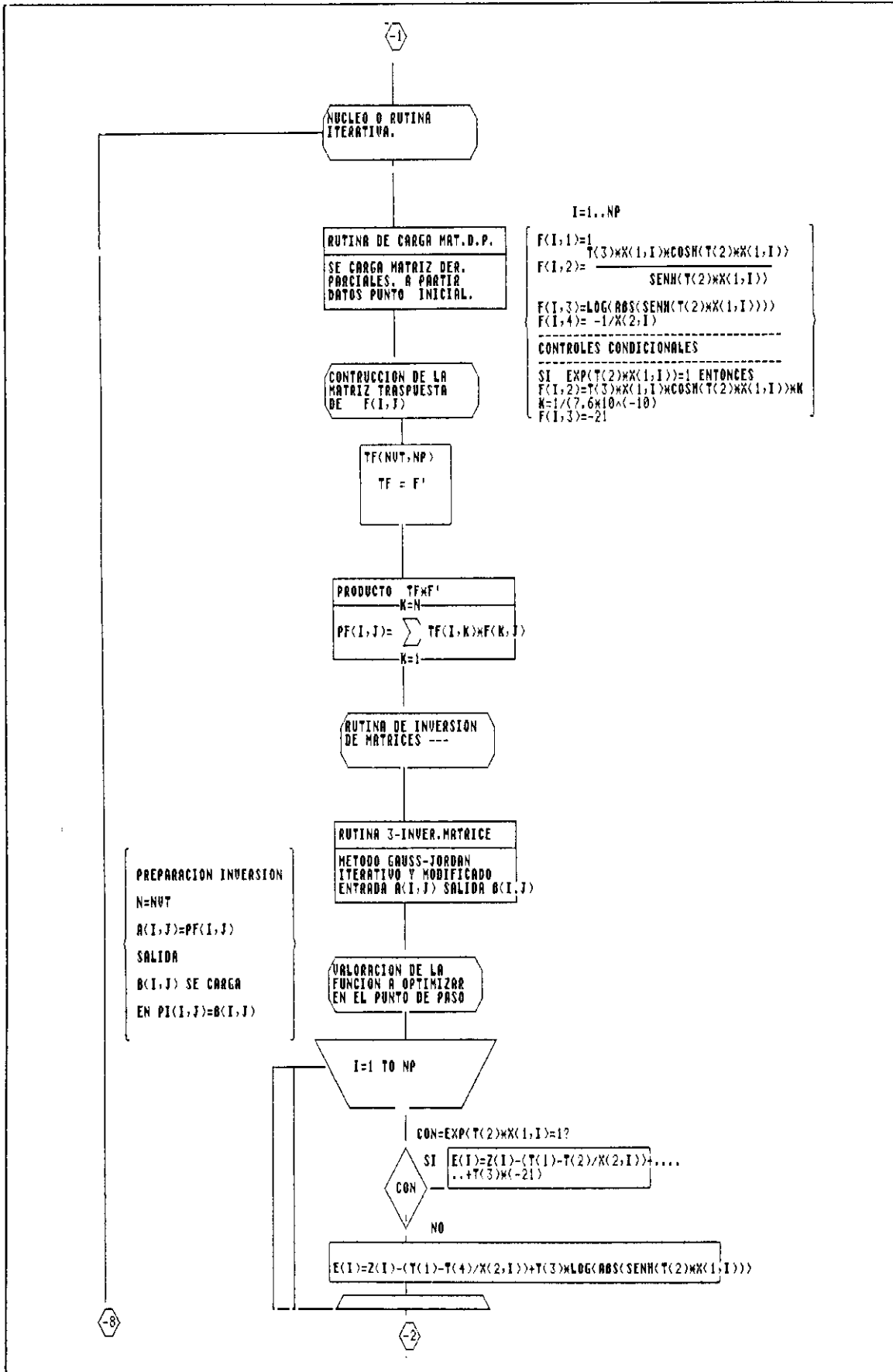
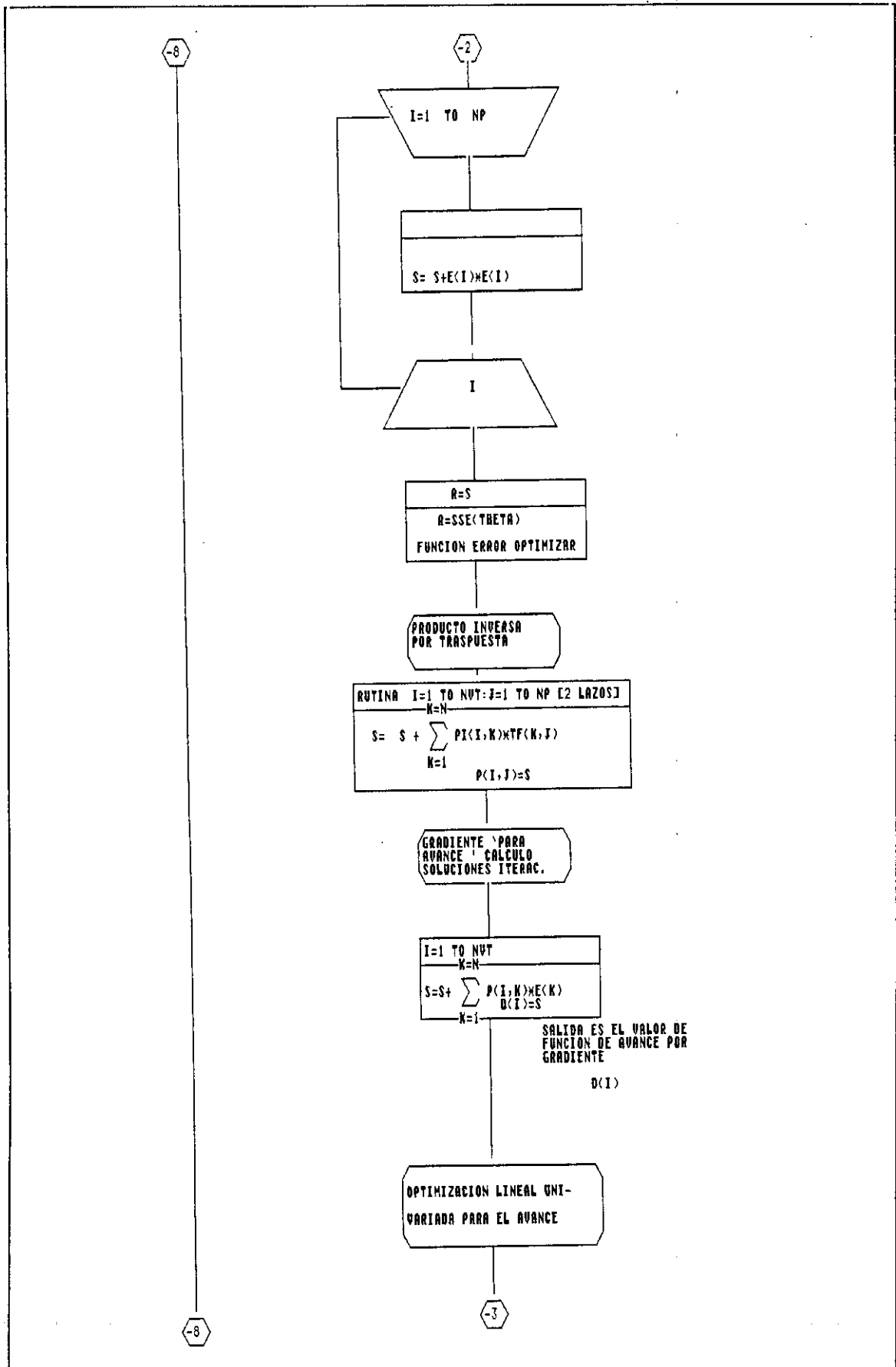


Fig.A.2.5. Programa "Garof15"

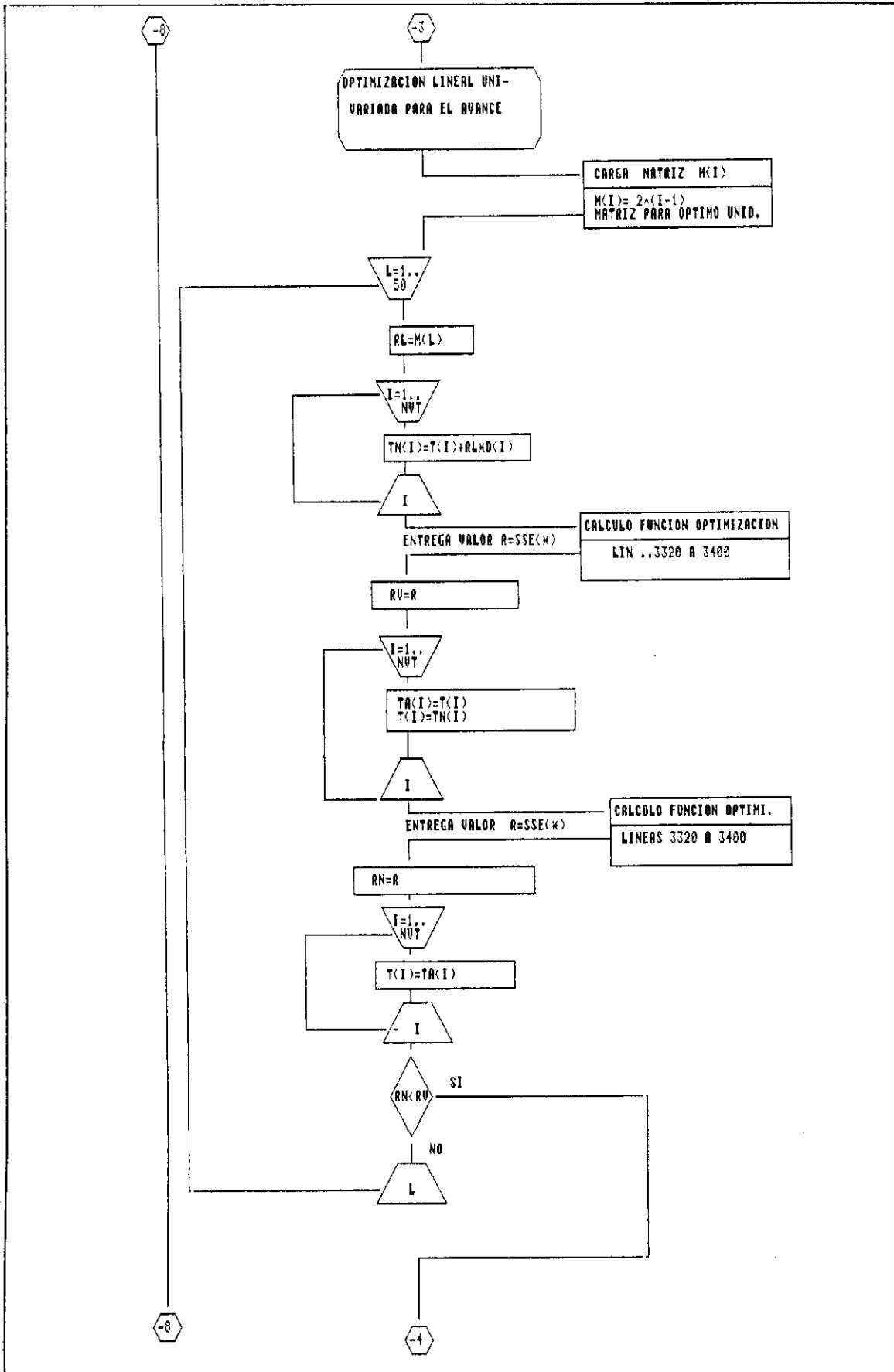
DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



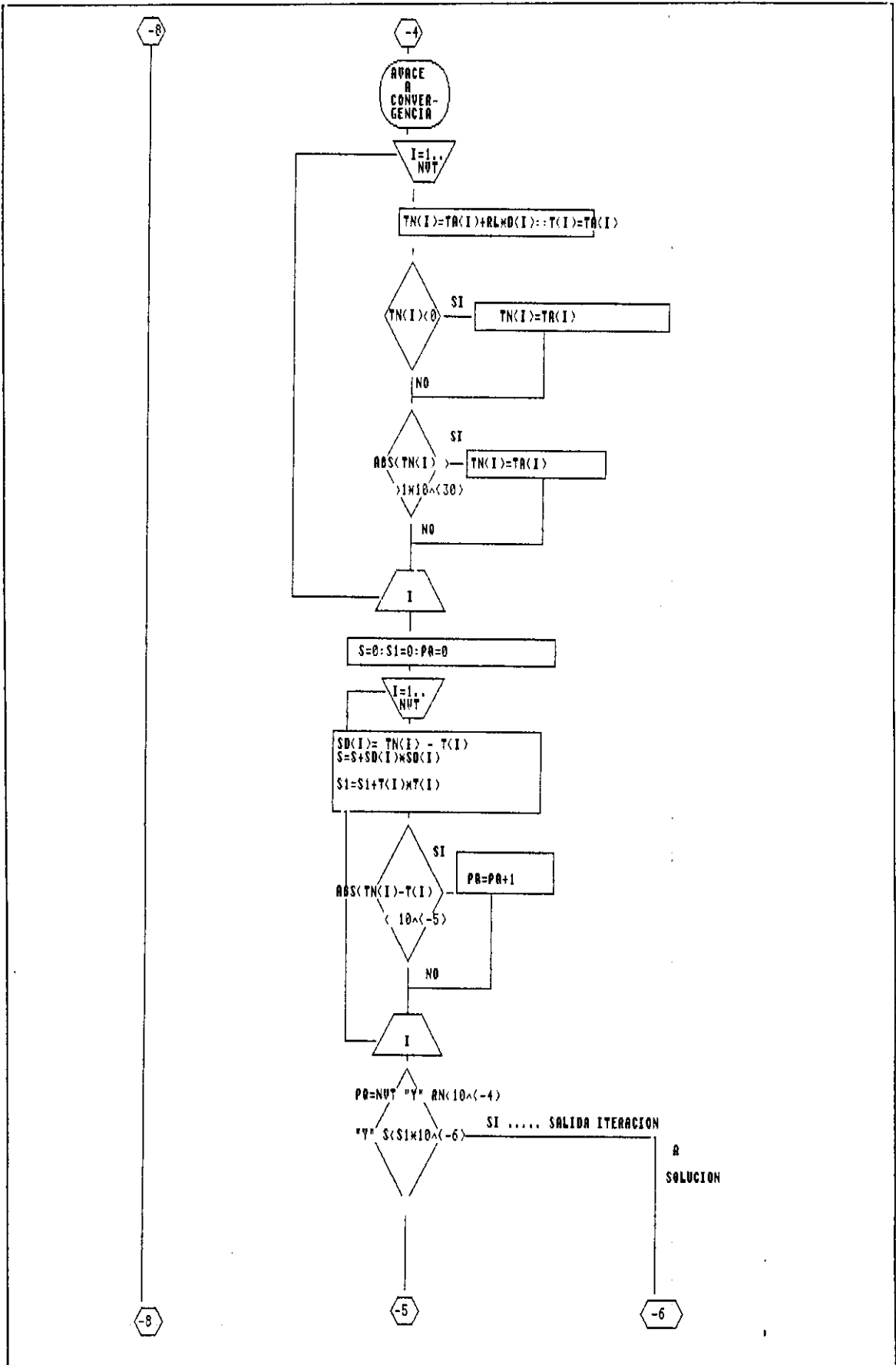
DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



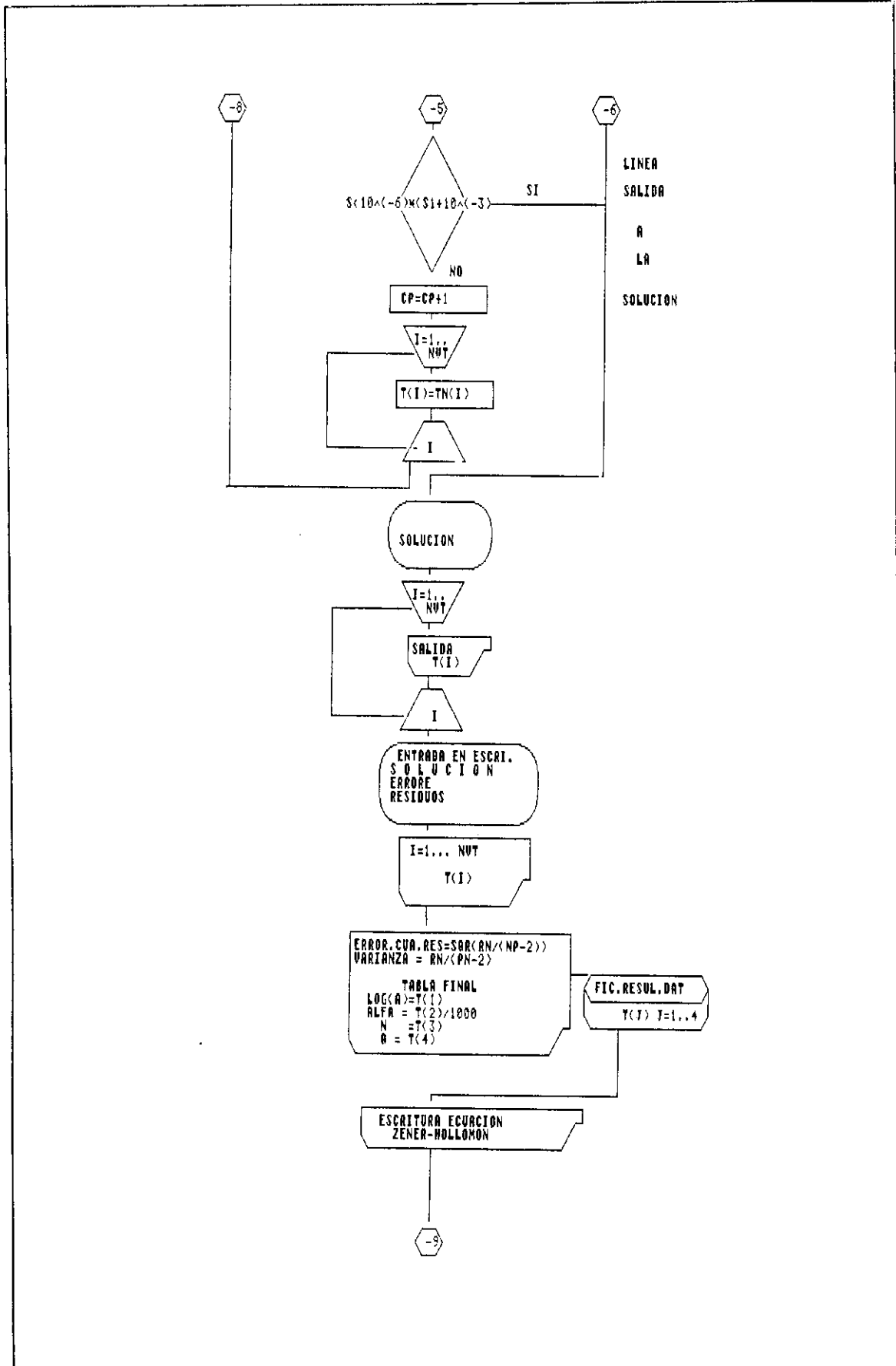
DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



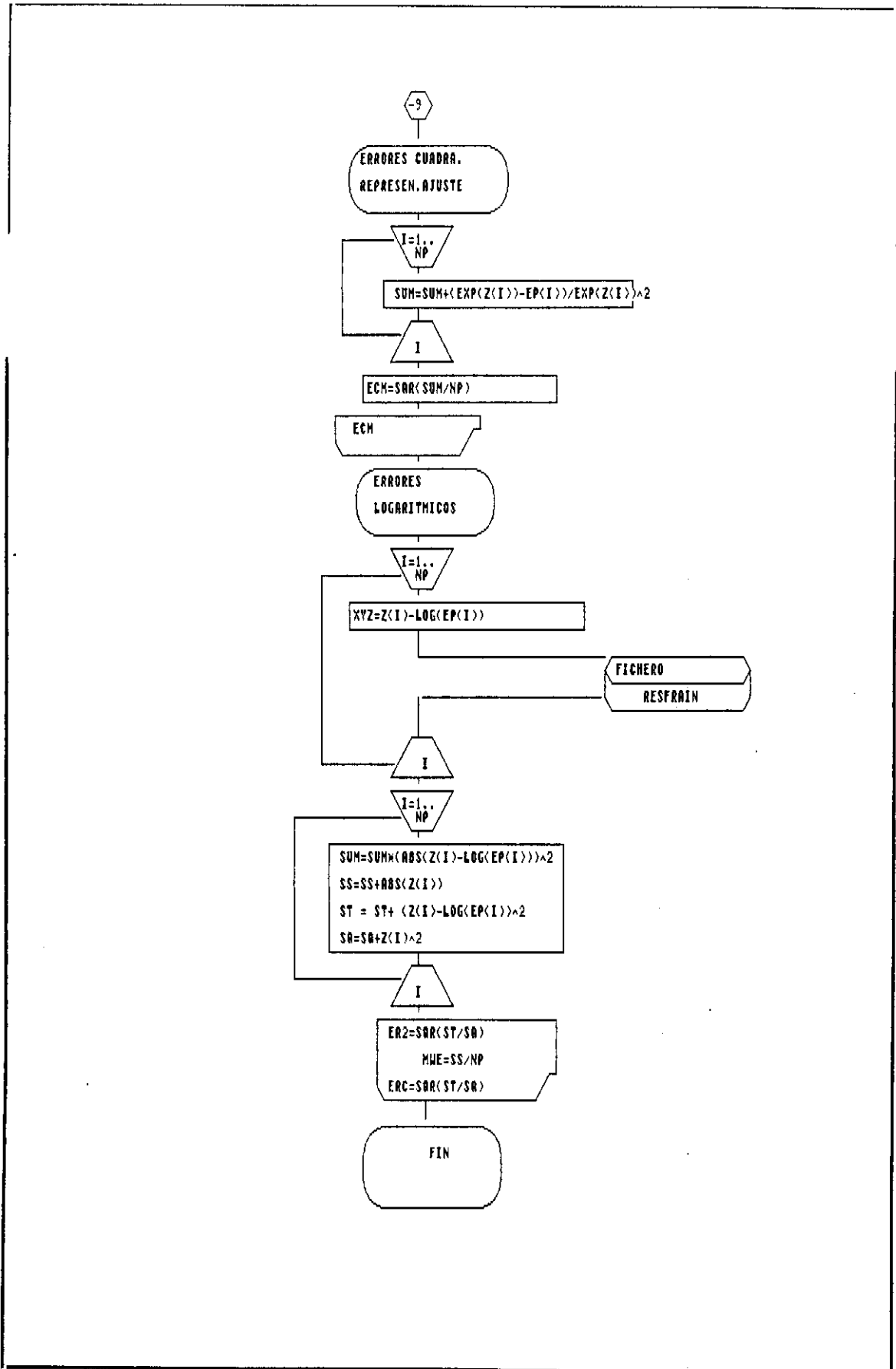
DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

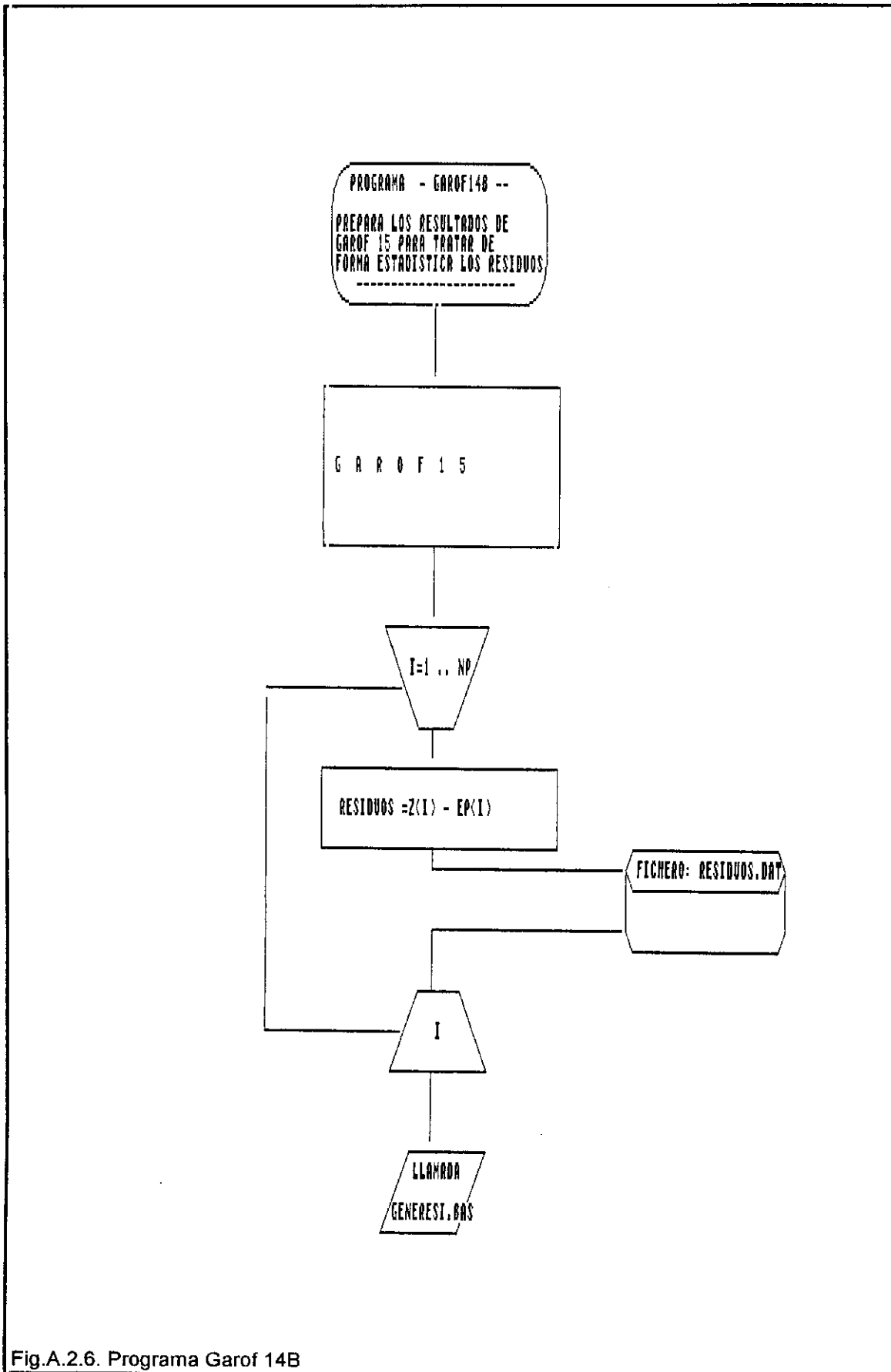


Fig.A.2.6. Programa Garof 14B

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

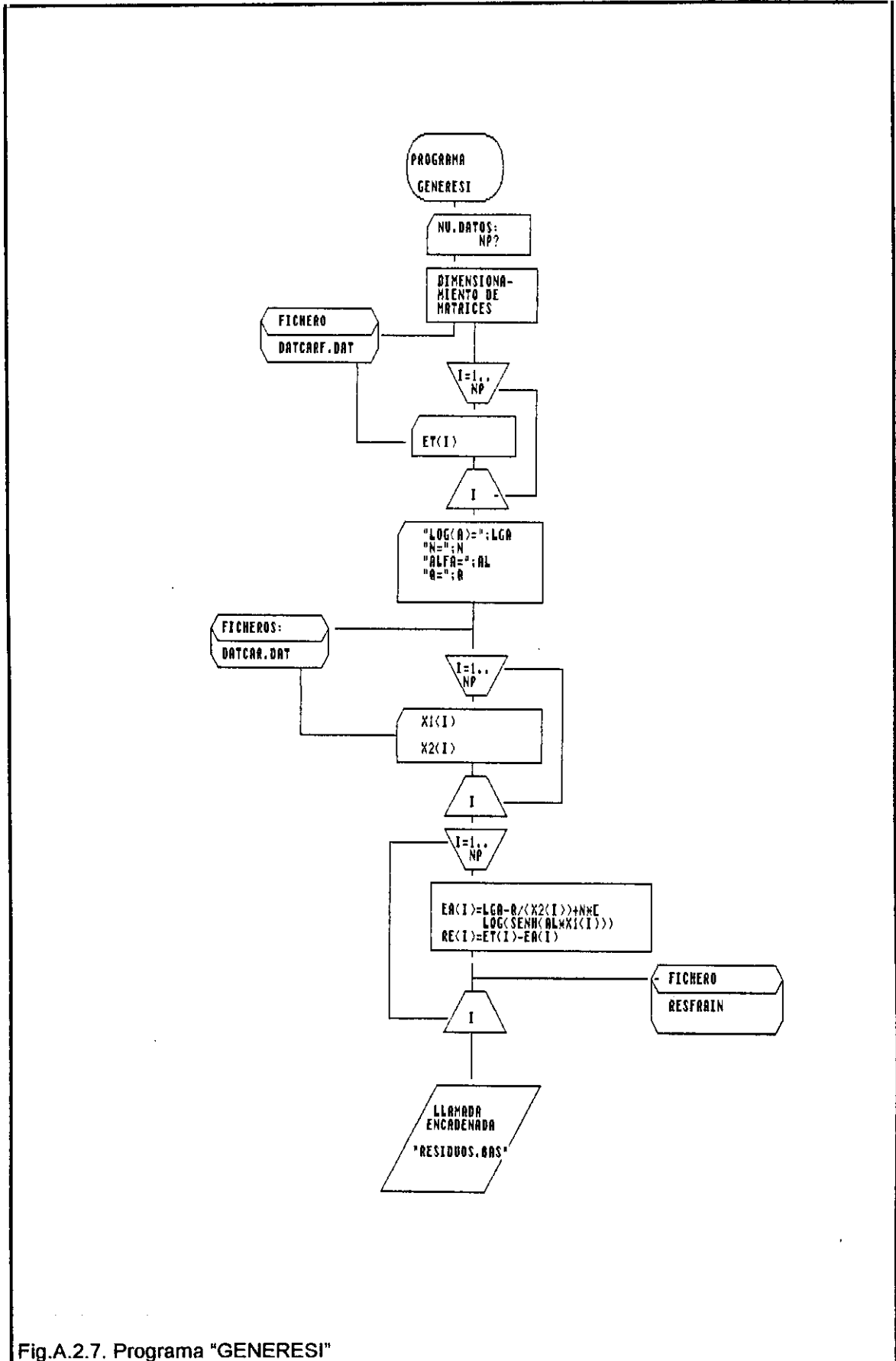


Fig.A.2.7. Programa "GENERESI"

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

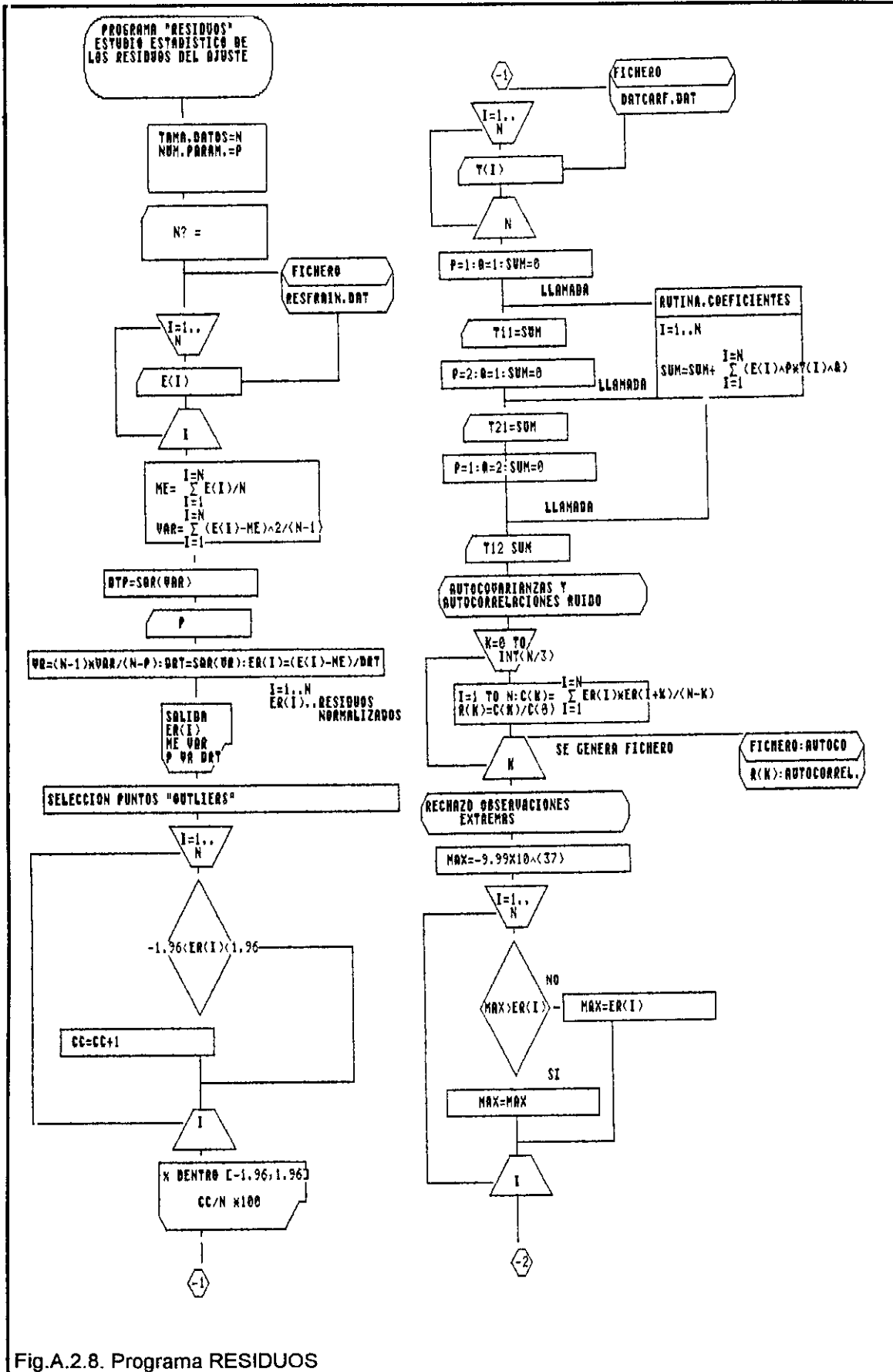
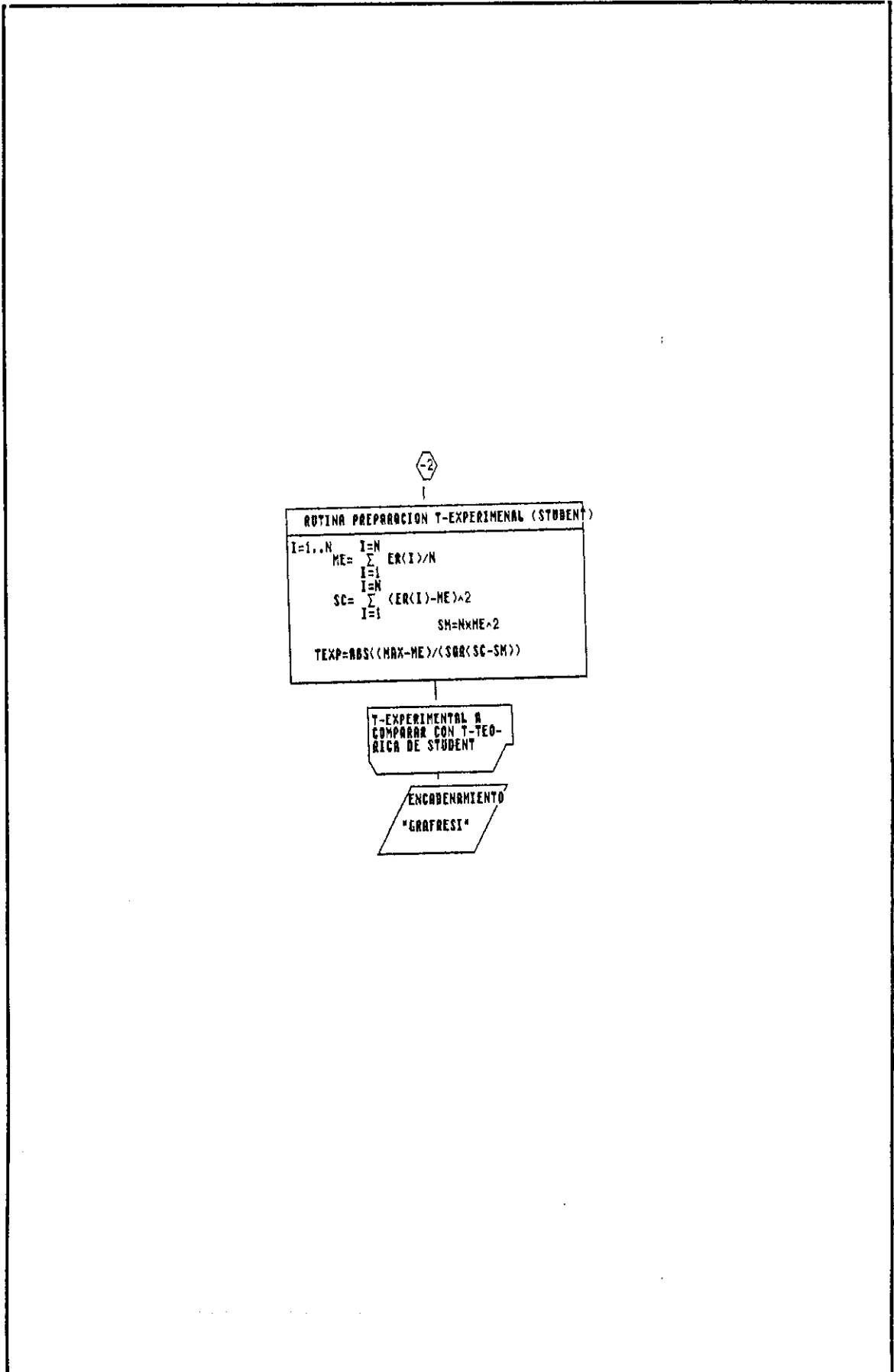


Fig.A.2.8. Programa RESIDUOS

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

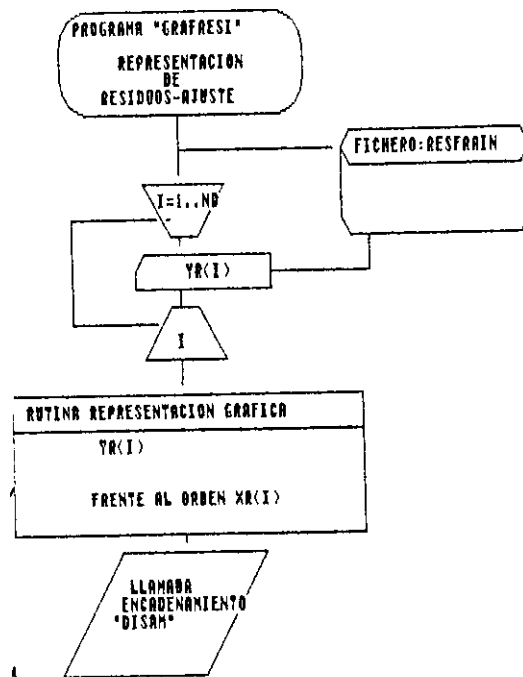


Fig.A.2.9. Programa GRAFRESI

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

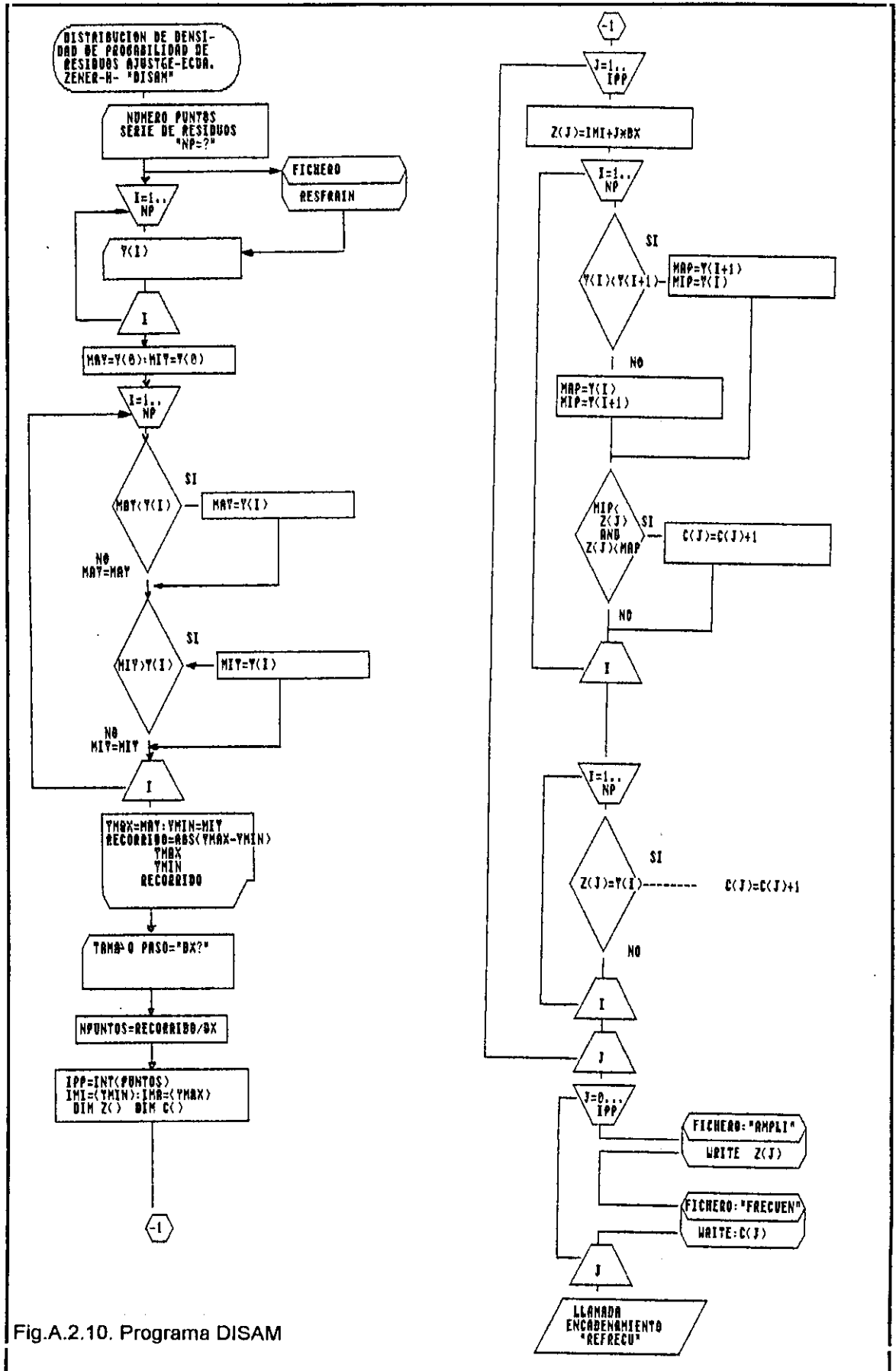


Fig.A.2.10. Programa DISAM

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

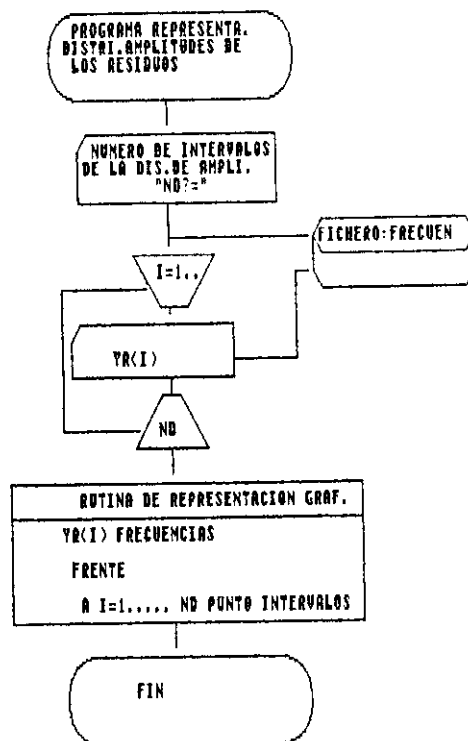


Fig.A.2.11. Programa REFRECU

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

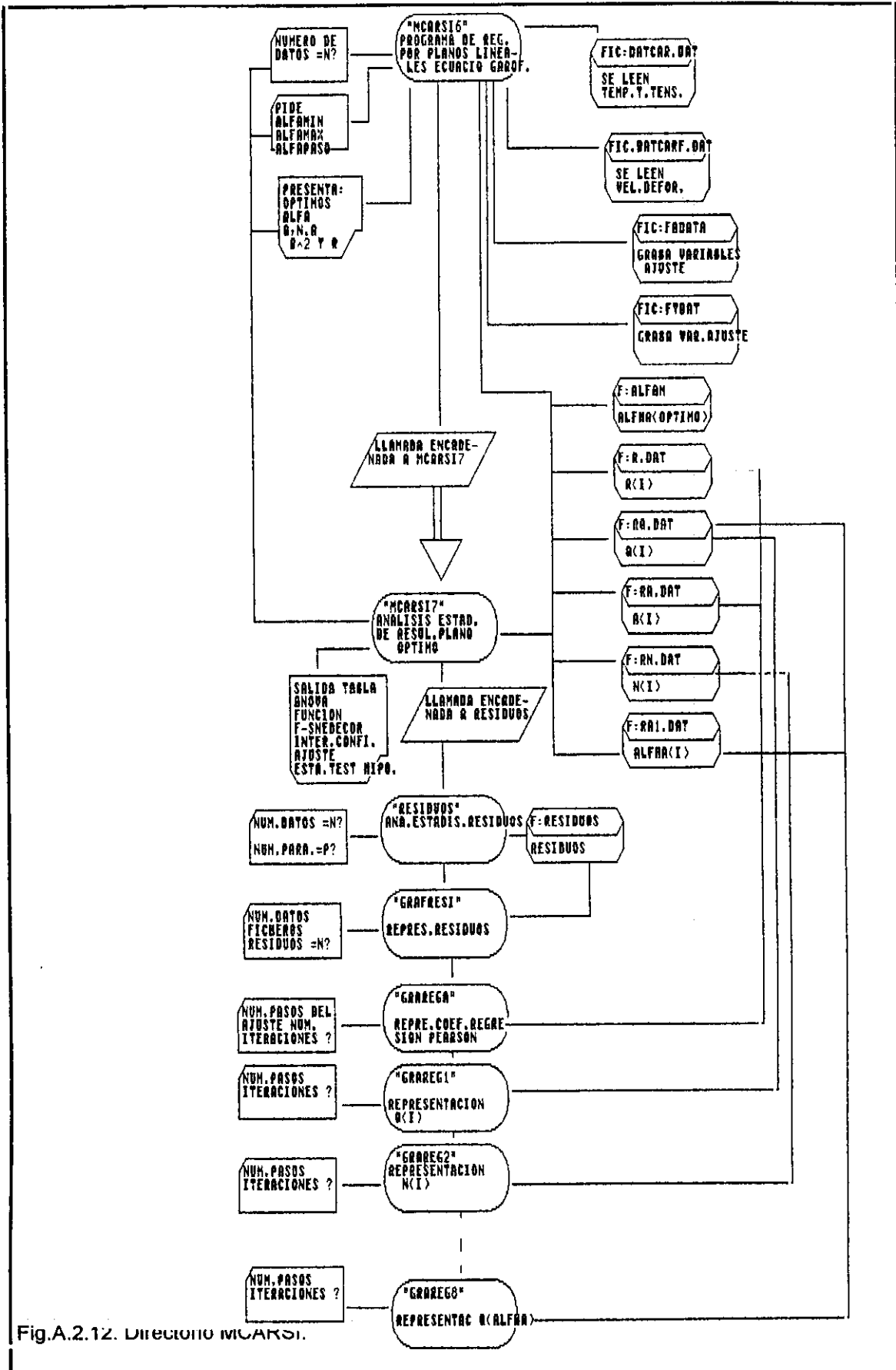
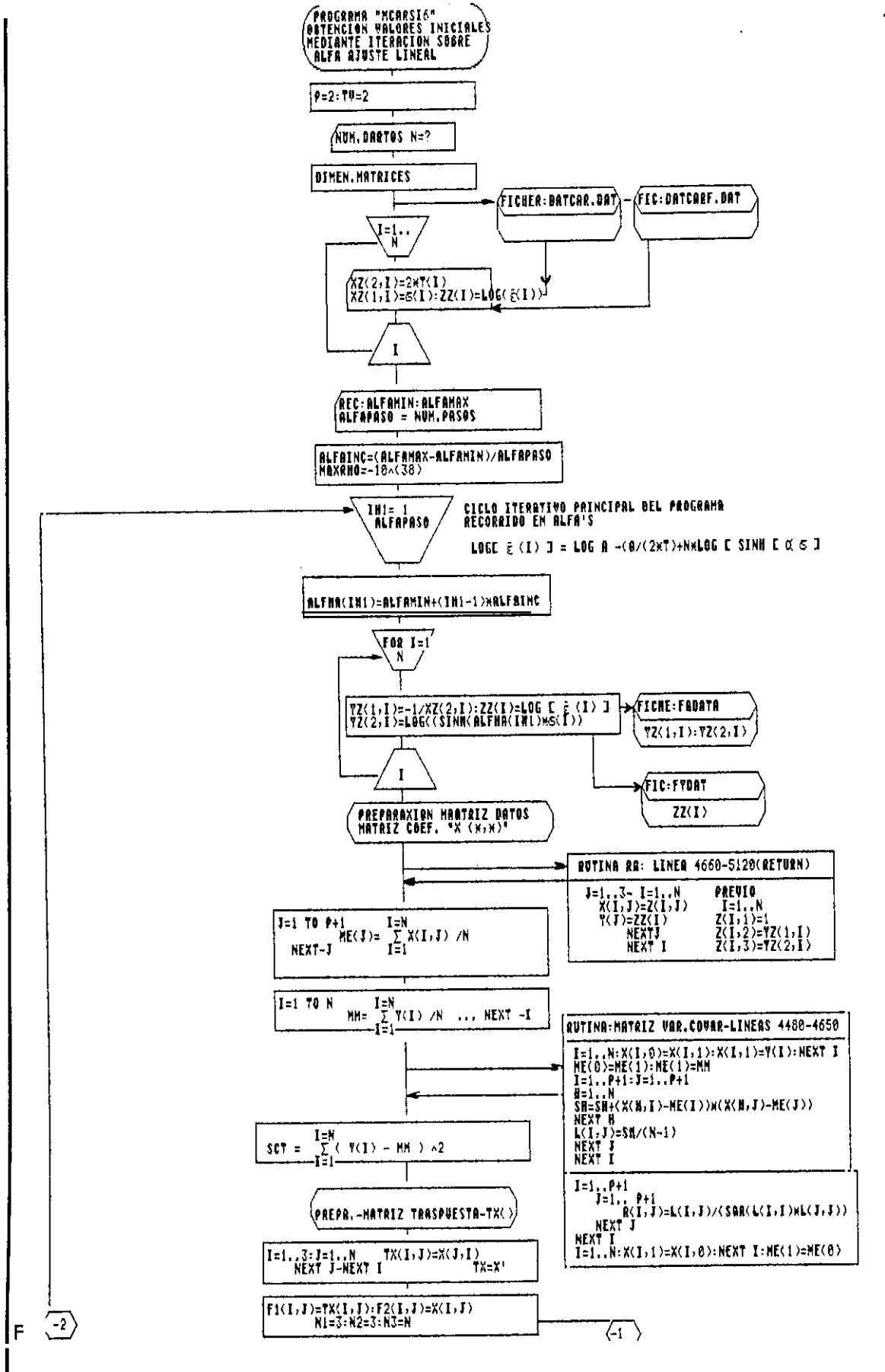
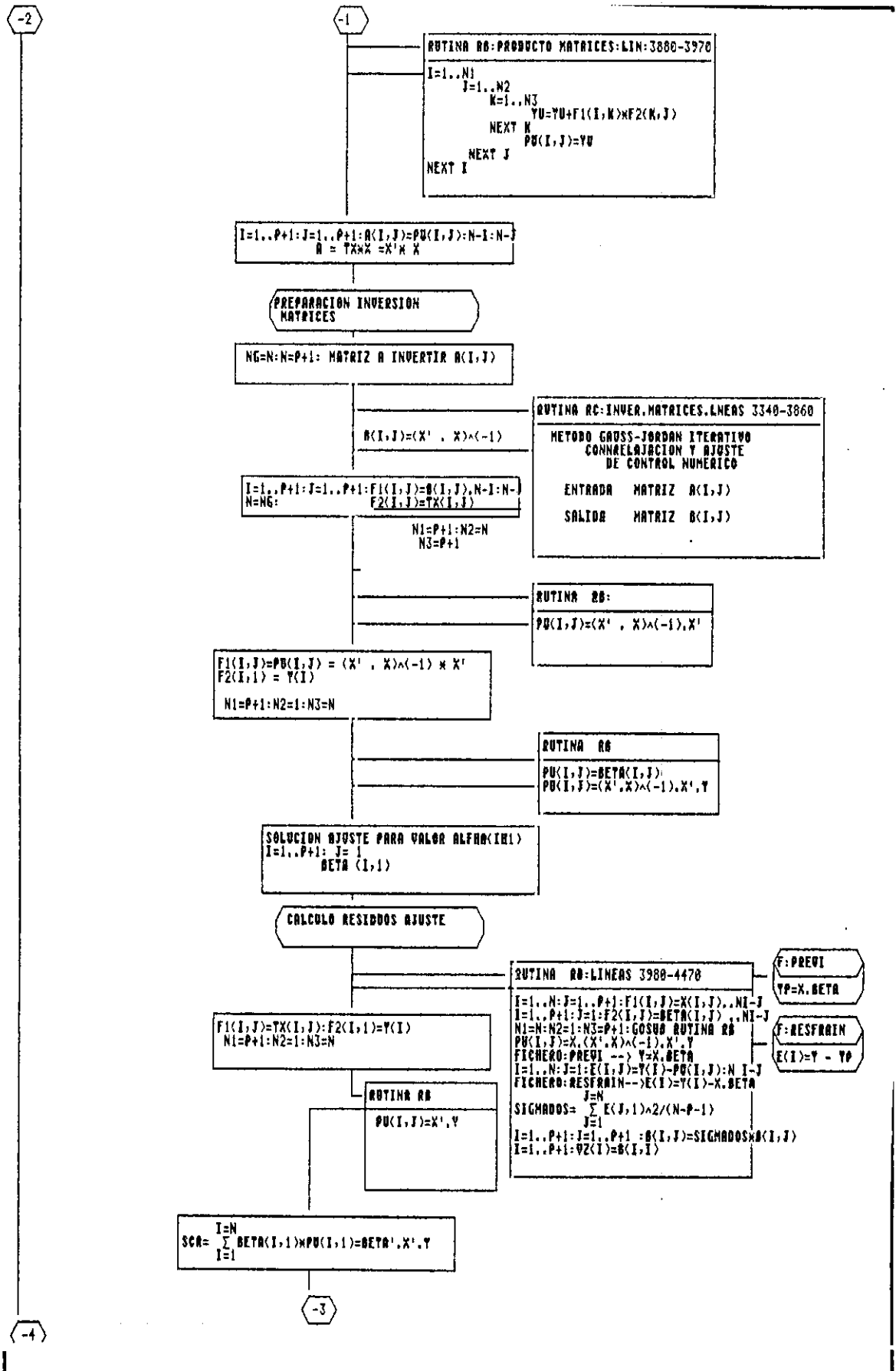


Fig.A.2.12. Directorio MCARS1.

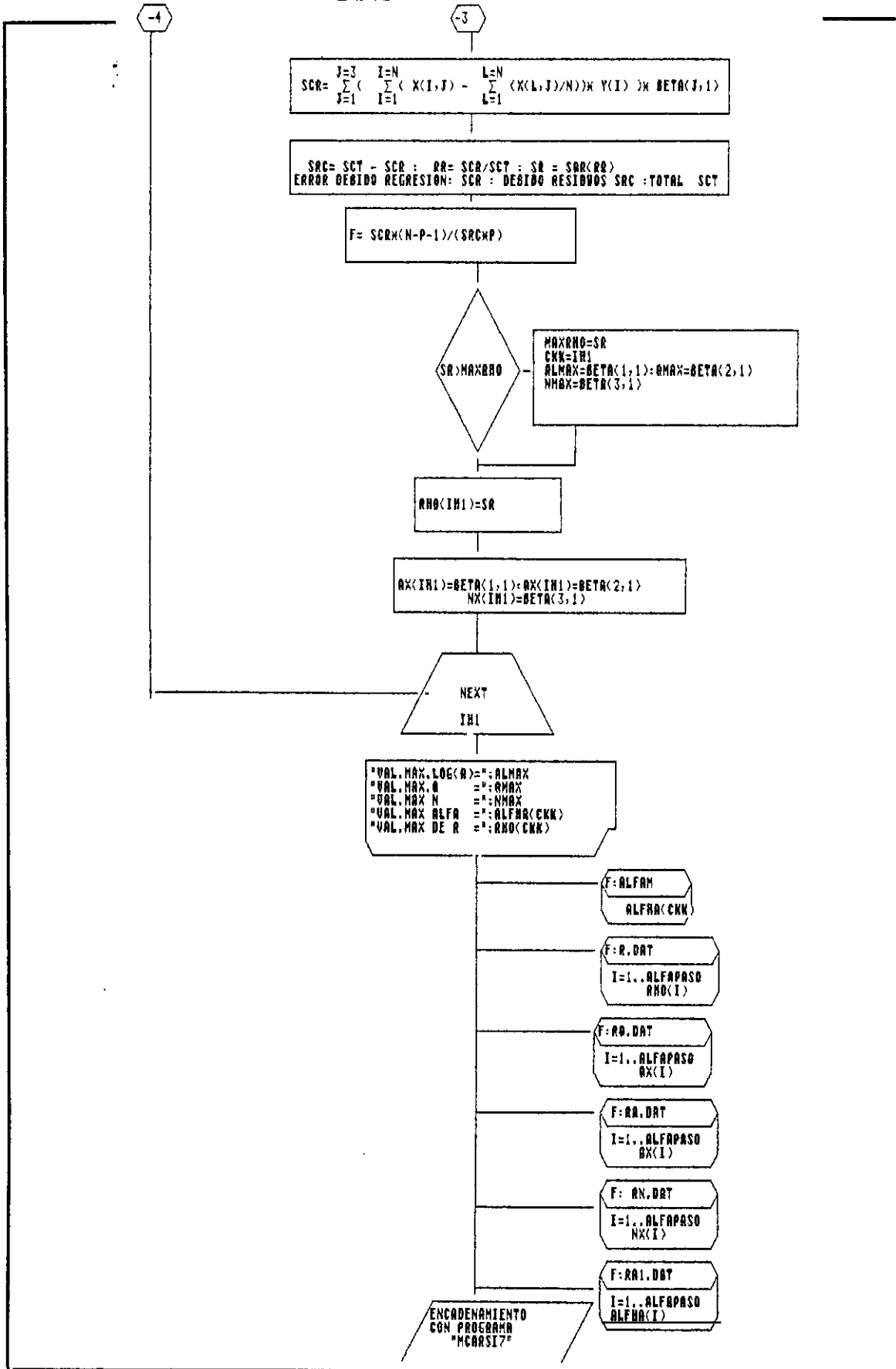
DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



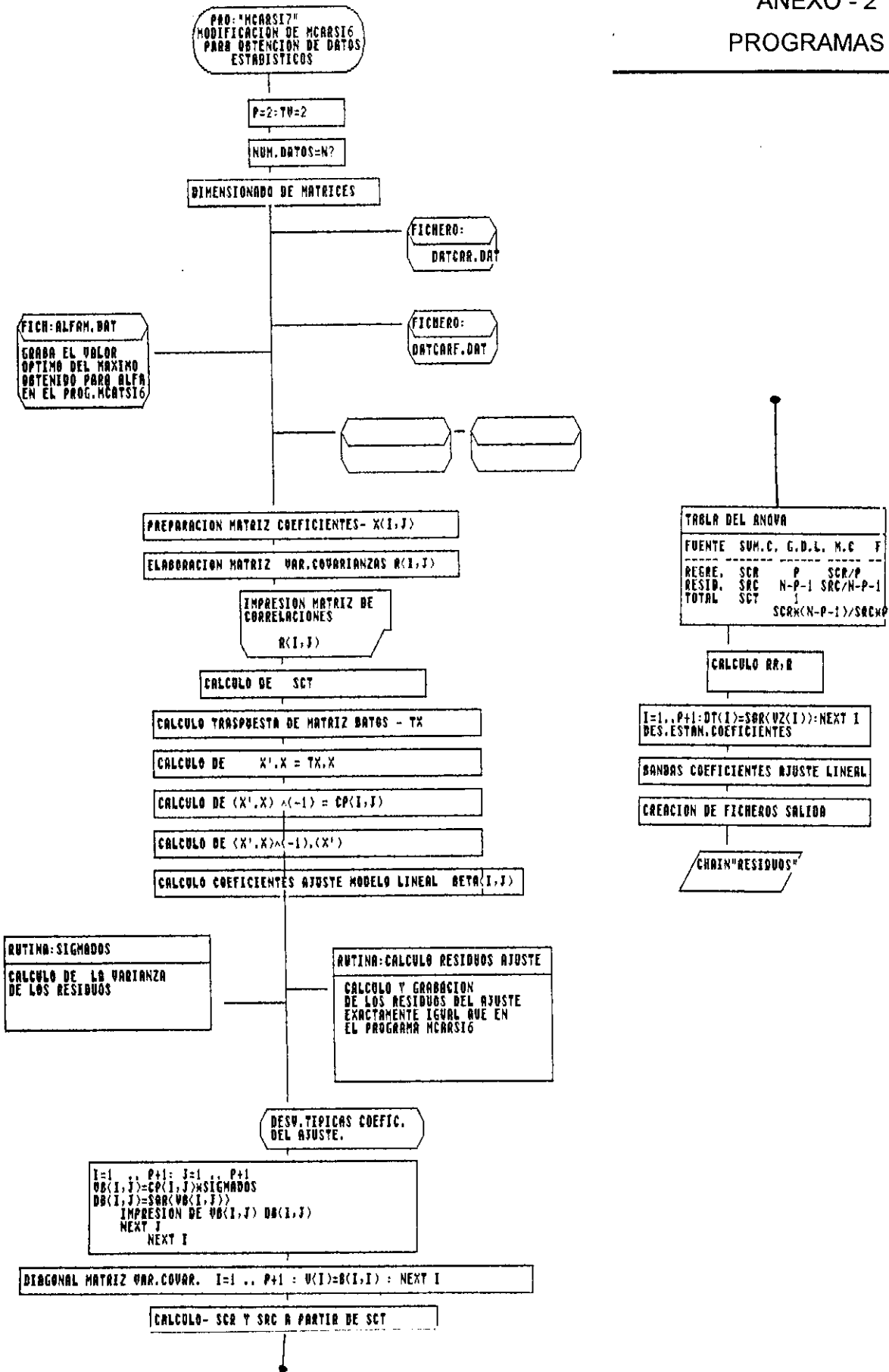


Tabla del ANOVA

FUENTE	SUM.C.	G.D.L.	M.C	F
REGRE.	SCR	P	SCR/P	
RESID.	SRC	N-P-1	SRC/(N-P-1)	
TOTAL	SCT	1	SCR/(N-P-1)/SRC	

CALCULO RR,R

I=1, P+1: DT(I)=SQR(UZ(I)): NEXT I
DES. ESTAN. COEFICIENTES

BANDAS COEFICIENTES AJUSTE LINEAL

CREACION DE FICHEROS SALIDA

CHAIN "RESIDUOS"

Fig.A.2.14. Programa MCARS17

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

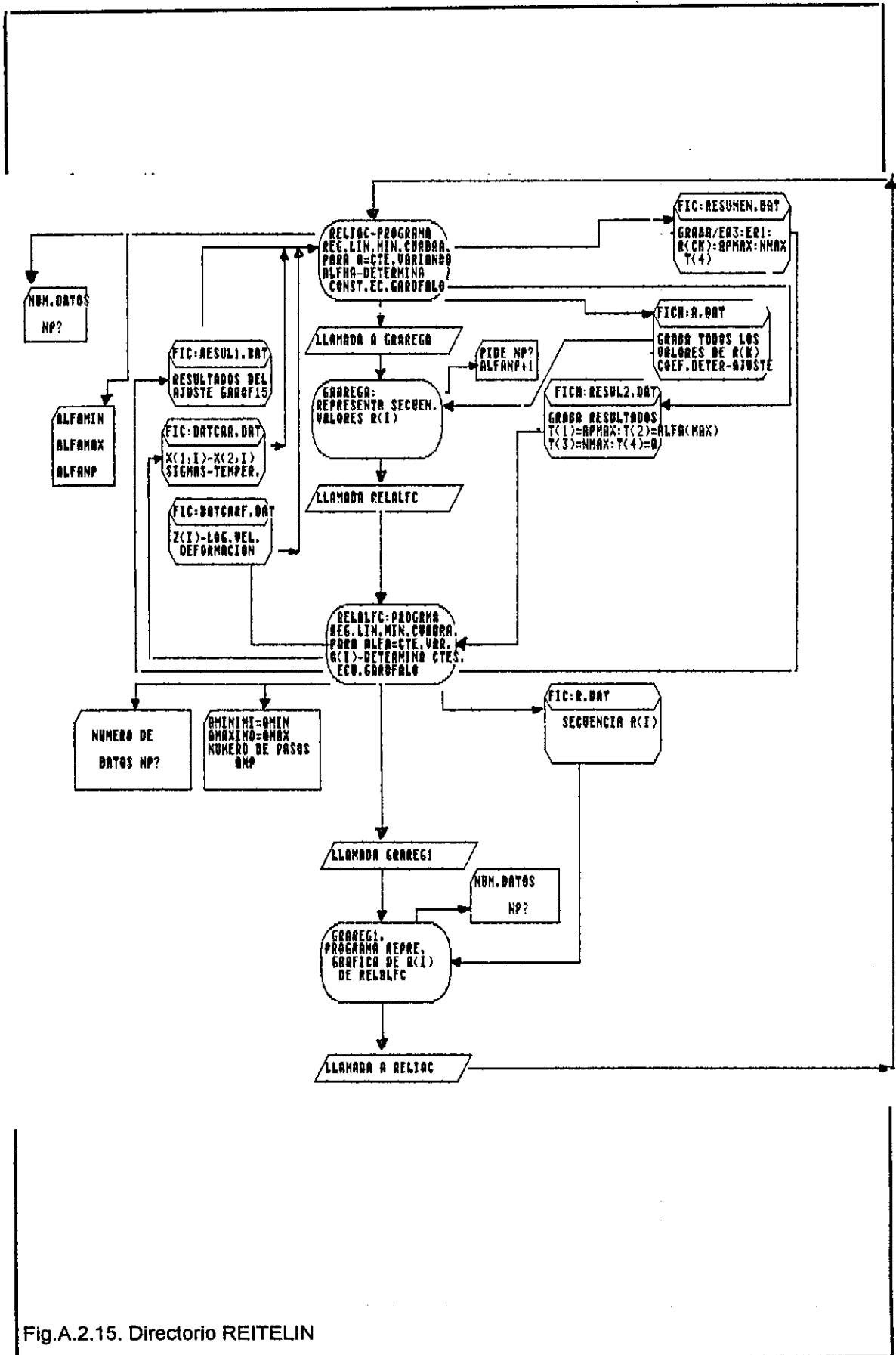


Fig.A.2.15. Directorio REITELIN

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS

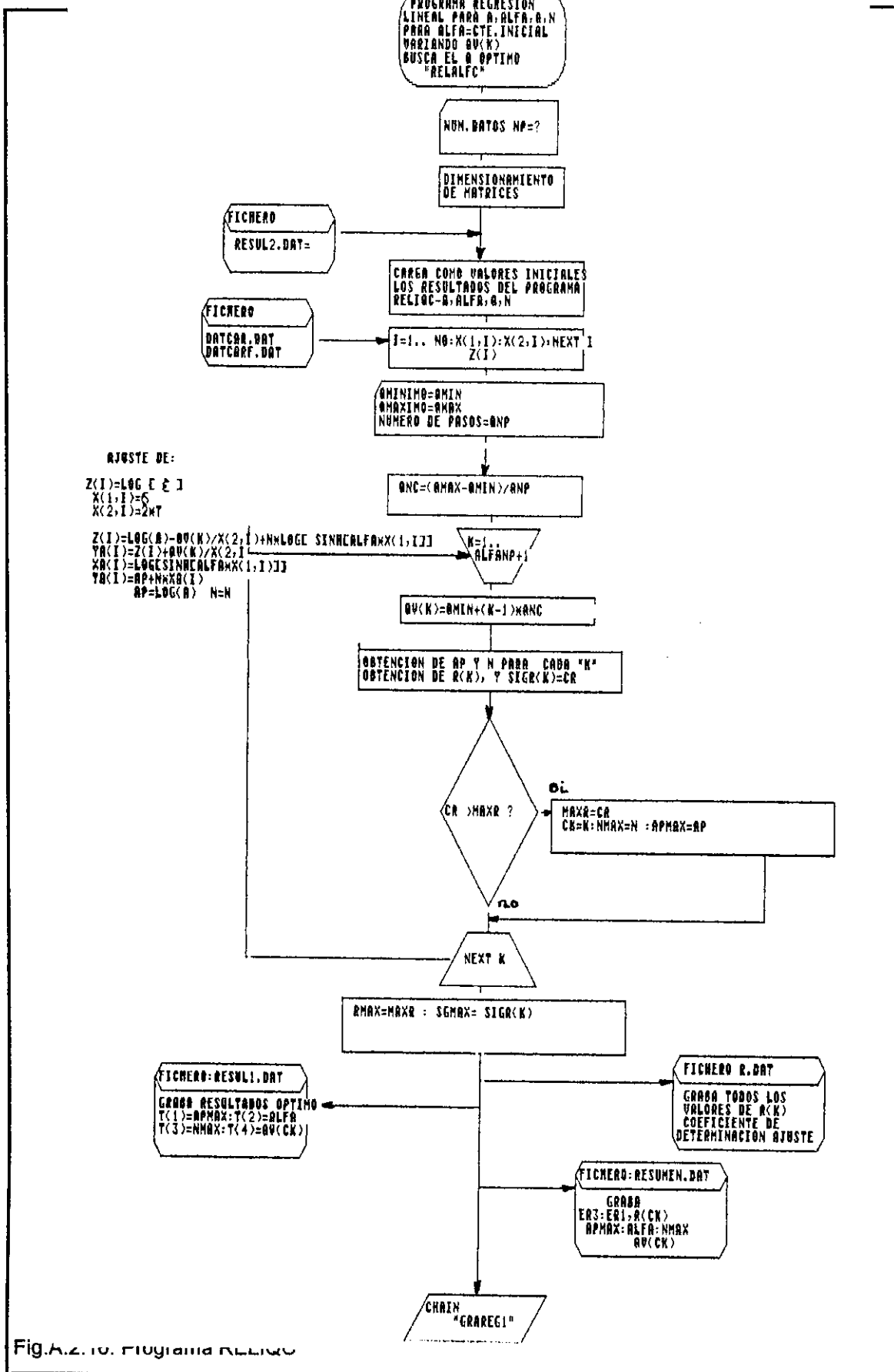
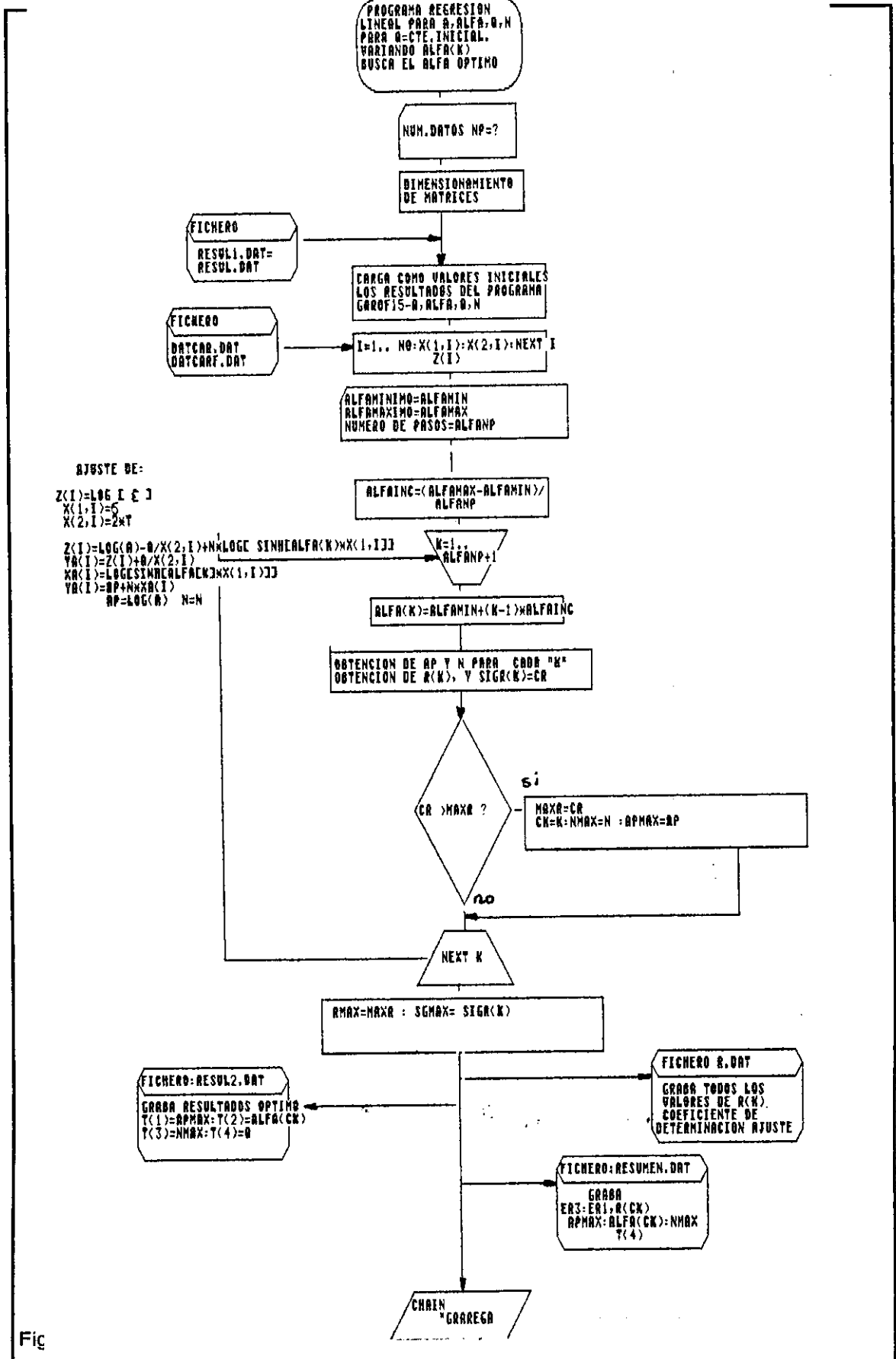


Fig.A.2.10. Programa RELALFC

DIAGRAMAS DE FLUJO DE LOS PROGRAMAS



Fig

DESCRIPCIÓN DEL FUNCIONAMIENTO DE LOS PROGRAMAS

ANEXO - 3.

**DESCRIPCIÓN DEL CONJUNTO DE PROGRAMAS INTEGRADOS EN EL
PAQUETE "CREEP".**

DIRECTORIOS:

- 1) MCARSI**
- 2) GAROF**
- 3) REITELIN**

PAQUETE DE PROGRAMAS INTEGRADOS PARA EL ANÁLISIS NUMÉRICO DE LOS DATOS DE ENSAYOS DE TORSIÓN - ECUACIÓN DE GAROFALO - ESTADÍSTICOS DE LOS RESULTADOS Y DE LOS DATOS.

PAQUETE : "CREEP"

DIRECTORIOS:

- 1) REITELIN**
- 2) MCARSI**
- 3) GAROF.**

El orden lógico de trabajo es, usar en primer lugar el directorio mcarsi, activando el programa inicial con un fichero ejecutable, (desde el DIRECTORIO raíz) que es mcarsi6.bat. De la cadena de programas de mcarsi, obtenemos los valores iniciales para el tratamiento de los datos experimentales. Con un programa más potente de ajuste mínimo cuadrático no lineal, que es el núcleo central del directorio garof, se obtienen los pasos de la segunda etapa, que son los más consistentes y fiables. También, se arranca desde el raíz con un ejecutable garof15.bat. Obtenidos los resultados óptimos del problema, se pasa a un ajuste de detalle por métodos iterativos con los programas del directorio reitelin, estos también se inician con un ejecutable desde el raíz, reliqc.bat.

El directorio MCARSI consta de una colección de programas encadenados por llamadas internas con un núcleo central en los programas MCARSI6 y MCARSI7.

Programas que tienen por finalidad obtener unos valores iniciales suficientemente próximos al óptimo, como para que el programa del directorio GAROF, el GAROF15, obtenga el óptimo mediante un método mínimo cuadrático no lineal, con la suficiente rapidez y seguridad. El directorio MCARSI además de tener en los programas MCARSI6 y MCARSI7, un método de regresión lineal por planos, en el cuál se ajustan de forma secuencial n-planos a la base de datos, tiene a su vez un análisis estadístico de los residuos del ajuste, una primera valoración de la calidad de la base de datos, y una colección de rutinas gráficas sobre la evolución de los parámetros del ajuste para la sucesión de los n-planos. Mediante el análisis gráfico se puede ir acotando el recorrido de la zona en la cuál debe moverse el tratamiento numérico posterior de carácter no lineal. El detalle algorítmico, numérico y de análisis excede esta descripción y se remite a los artículos específicos sobre los métodos numéricos empleados y el detalle del análisis estadístico y numérico tanto del método como del resultado, realizado por los autores. Los programas empleados tienen las siguientes características:

CARGAFIN:

- 1) Permite crear, cargar, consultar y modificar los ficheros de trabajo precisos para el trabajo de los demás programas. La gestión de los ficheros es de tipo aleatorio. El programa es interactivo y con máscaras de presentación al usuario.
- 2) Demanda al usuario los valores de número de variables = n_v y número de datos = p .
- 3) El programa carga los datos que son:
 - Temperatura en °Kelvin en $Z(2,i)$
 - Tensión efectiva en Megapascales en $Z(1,i)$
 - Velocidad de deformación en $\text{seg}(-1)$
- 4) El programa realiza ajustes:

- $ZC(1,i) = Z(1,i)/1000$
- $ZC(2,i) = Z(2,i)*2$
- $EC(i) = \text{LOG}(E(i))$

- 5) Crea los ficheros:

- DATCAR.DAT (Aleatorio $zc(1,i);zc(2,i)$)
- DATCARF.DAT(Aleatorio $ec(i)$)
- CONSUL.DAT ($z(2,i);z(1,i),e(i)$)

MCARSI6

Globalmente linealiza la ecuación de Garofalo, y define dos parámetros de ajuste, el tercero se deja libre pudiendo determinar el usuario el intervalo del recorrido y el incremento de cada paso y por tanto el número de pasos a realizar. Cada paso realiza la regresión según un plano, de la base de datos a los parámetros de ajuste, que en este caso son la constante A, la energía de activación del proceso Q y el coeficiente N o exponente de la función $\sinh(\text{alfa} \cdot \text{sigma})$. El coeficiente alfa se va determinando para cada paso y con él como valor fijo se realiza la regresión lineal por planos. En cada paso realiza los cálculos estadísticos precisos para obtener un coeficiente de determinación global, estimador primario de la bondad del ajuste para ese conjunto de valores, y a su vez crea los ficheros de resultados precisos para el trabajo de los siguiente programas en cadena. Los pasos precisos a conocer son:

- 1) Ajusta parámetros y variables $P=2$ $T=2$.
- 2) Lee los ficheros DATCAR.DAT y DATCARF.DAT
- 3) Pide y carga los valores iniciales del recorrido de alfa, alfamin y alfamax, así como el número de pasos en que se debe discretizar el recorrido en alfapaso
- 4) Estima el incremento ALFAINC
- 5) Realiza un recorrido sobre $\text{alfa}(i)$ $i=1 \dots \text{alfapaso}$
- 6) Crea los ficheros FADATA Y FYDAT de tipo secuencial con

$$YZ(1,I) = -1/XZ(1,I), YZ(2,I) = \text{LOG}[\text{SINH}[\text{ALPHA}(I)*XZ(2,I)]]$$

$$ZZ(I) = \text{LOG}[EC[i]]$$

- 7) Para cada $\alpha(i)$, realiza el ajuste de

$$\text{Log}[\hat{\epsilon}] = \text{Log}[A] - Q/(2*T) + N*\text{Log}[\text{Sinh}[\alpha(i)*\sigma]]$$

$$Z = A' + B \cdot X + C \cdot Y \quad / \quad Z = \text{Log}[\hat{\epsilon}] / A' = \text{Log}[A]$$

$$/ \quad B = -Q / X = 1/(2 \cdot T) / C = N$$

$$/ \quad Y = \text{Log}[\text{Sinh}[\alpha(i) \cdot \sigma]]$$

- 8) Para cada $\alpha(i)$ calcula el valor de R^2 del ajuste

- 9) Selecciona el R^2 máximo $i=i_{\text{max}}$

- 10) Selecciona $\alpha(i_{\text{max}})$, $R^2(i_{\text{max}})$, $N(i_{\text{max}})$, $Q(i_{\text{max}})$, $\log(a)(i_{\text{max}})$

- 11) Presenta resultados del óptimo

- 12) Escribe ficheros ALFAM(máximo) R.DAT { $R(i)$ }, RQ.DAT { $Q(i)$ },
RA..DAT { $A(i)$ }, RN.DAT { $N(i)$ }, RA1.DAT { $\text{ALPHA}(i)$ }.

- 13) Produce una llamada encadenada al programa MCARS17

MCARS17

Este programa tiene como núcleo central el MCARS16.

-1) El comienzo arranque, entradas y preparación de datos es idéntico al MCARS16,

-2) Calcula residuos del ajuste

-3) Calcula varianzas de los residuos

-5) Calcula el valor del coeficiente de determinación total

-6) Determina intervalos de confianza del ajuste

-7) Determina estadísticos para test de hipótesis sobre coeficientes

-8) Genera los mismos ficheros de salida que el MCARS16

-9) EFECTÚA UNA LLAMADA ENCADENAMIENTO A RESIDUOS.BAS
RESIDUOS:

- 1) Demanda número de datos = N?. Número de parámetros = P?
- 2) Lee ficheros RESFRAIN.DAT y DATCARF.DAT.
- 3) Normaliza los residuos a media cero y ajusta a su varianza.
- 4) Calcula un error cuadrático de los residuos normalizados.
- 5) Presenta: RESIDUOS, MEDIA; VARIANZA; PARÁMETROS AJUSTE; VARIANZA REDUCIDA, DES:TÍPICA REDUCIDA..
- 6) Estudio el número de los residuos que están dentro del intervalo $[-2*\sigma, 2*\sigma]$.
- 7) Calcula los coeficientes de los residuos ajuste T11, T12, T21.
- 8) Calcula autocorrelaciones de los residuos. $I=1..INT(n/3)$
- 9) Genera fichero de autocorrelaciones AUTOCO.DAT.
- 10) Estudio y analiza observaciones extremas OUTLIERS
- 11) Presenta puntos datos rechazables.
- 12) Calcula valor TStudent(Experimental) a comparar con TStudent(Teórica) para valorar la bondad del ajuste.

"GRAFRESI".

GRAFRESI:

- 1) Pide el número de residuos = número de datos test torsión
- 2) Lee el fichero RESFRAIN.DAT
- 3) Representa los residuos
- 4) EFECTÚA UNA LLAMADA POR ENCADENAMIENTO CON EL PROGRAMA "GRAREGA"

GRAREGA:

- 1) Pide número de pasos del proceso de ajuste sobre alfa
- 2) Lee el fichero R.DAT
- 3) Representa los valores del coeficiente de determinación frente a los pasos del recorrido de alphas
- 4) EFECTÚA UNA LLAMADA POR ENCADENAMIENTO CON EL PROGRAMA GRAREG1

GRAREG1

GRAREG2

GRAREG3

GRAREG4

GRAREG5

GRAREG6

GRAREG7

GRAREG8

- 1) Todos ellos piden numero de pasos del recorrido del programa MCARS17
- 2) Cada uno de ellos representa uno de los ficheros de resultados del programa MCARS16, ó MCARS17

El directorio GAROF, consta de una colección de programas en unos casos independientes y en otros encadenados, mediante llamadas de unos a los siguientes. La estructura de enlace de los programas se hace a partir de los encadenamientos y de la conexión de ficheros comunes de datos.

Los programas inicial y final del proceso son cargafin y portada, portada es un programa para diseñar informes de los resultados de trabajo. Cargafin es un programa

cuya descripción es la siguiente:

CARGAFIN:

- 1) Permite crear, cargar, consultar y modificar los ficheros de trabajo precisos para el trabajo de los demás programas. La gestión de los ficheros es de tipo aleatorio. El programa es interactivo y con máscaras de presentación al usuario.
- 2) Demanda al usuario los valores de número de variables = nv y número de datos = p.
- 3) El programa carga los datos que son:
 - Temperatura en °Kelvin en Z(2,i)
 - Tensión efectiva en Megapascales en Z(1,i)
 - Velocidad de deformación en seg(-1)
- 4) El programa realiza ajustes:
 - $ZC(1,i) = Z(1,i)/1000$
 - $ZC(2,i) = Z(2,i)*2$
 - $EC(i) = \text{LOG}(E(i))$
- 5) Crea los ficheros:
 - DATCAR.DAT (Aleatorio zc(1,i);zc(2,i))
 - DATCARF.DAT(Aleatorio ec(i))
 - CONSUL.DAT (z(2,i);z(1,i),e(i))

GAROF15.

La estructura, base matemática, algorítmica y aspectos de tratamiento numérico de este programa son suficientemente amplios y complejos como para obviarlos en esta descripción de uso. Para un detalle consultar los artículos de funcionamiento, y construcción del mismo. Al respecto del uso del mismo:

- 1) Ajusta las variables de datos NVX=2, el número de variables a ajustar son NVT=4, demanda del usuario del número de datos NP= número de puntos

datos.

Permite introducir los datos desde el DATCAR.DAT Y DATCARF.DAT.

-3) Demanda los valores iniciales para iniciar la optimización (estos valores iniciales son los que entrega el directorio MCARSÍ. Estos valores son $T(1)=\text{LOG}(A)$, $T(2)/1000 = \text{ALFA}$, $T(3)=N$, $T(4) = Q$.

Obtenidos los resultados, lo cual es controlable, los presenta al usuario y procede a crear un fichero RESUL.DAT

$J=1..4:T(j)$

-5) Presenta los resultados $\text{LOG}(A)=T(1)$, $T(2)/1000= \text{ALFA}$, $T(3)=N$, $T(4)=Q$.

-6) Escribe y presenta la mejor ecuación de Garofalo que se ajusta a los datos del test de torsión.

-7) Calcula, y presenta errores cuadráticos del ajuste ECM, y los errores cuadráticos logarítmicos ER2 y ERC

-8) Crea un fichero con los residuos del ajuste RESFRAIN.DAT $I=1..NP:Z(I)-\log(\text{ep}(I))$.

Terminado el trabajo con GAROF15, se carga y arranca GAROF14B, que inicia una cadena de programas encadenados de forma interna, los cuales permiten un análisis estadístico profundo del método numérico, de los resultados y en definitiva del experimento, este análisis es tanto numérico como gráfico.

GAROF14B:

-1) El núcleo del programa es el mismo que el de garof15, por lo tanto todo lo descrito para garof15 es de aplicación a este programa.

-2) Crea un fichero denominado RESIDUOS.DAT $z(I) - \text{EP}(I)$

-3) EFECTÚA UNA LLAMADA POR ENCADENAMIENTO A "GENERESI"

El programa GENERESI. 'prepara el análisis de los residuos.

GENERESI:

- 1) Pide un número de datos $NP=?$
- 2) Lee los ficheros DATCAR.DAT Y DATCARF.DAT
- 3) Pide los resultados obtenidos en GAROF!B, $LGA=LOG(A)$, $N=N$, $AL=ALFA$, $Q=Q$.
- 4) Crea fichero RESFRAIN con residuos del ajuste.
- 5) EFECTÚA UNA LLAMADA POR ENCADENAMIENTO A "RESIDUOS"

El programa residuos realiza un estudio detallado de los resultados de los residuos del ajuste. Dado que el tratamiento estadístico es suficientemente complejo para el detalle de los algoritmos e implementaciones utilizados se remite a los artículos pertinentes sobre la construcción del mismo.

RESIDUOS:

- 1) Demanda número de datos = $N?$. Número de parámetros = $P?$
- 2) Lee ficheros RESFRAIN.DAT y DATCARF.DAT.
- 3) Normaliza los residuos a media cero y ajusta a su varianza.
- 4) Calcula un error cuadrático de los residuos normalizados.
- 5) Presenta: RESIDUOS, MEDIA; VARIANZA; PARÁMETROS AJUSTE; VARIANZA REDUCIDA, DES:TÍPICA REDUCIDA..
- 6) Estudio el número de los residuos que están dentro del intervalo $[-2*\sigma, 2*\sigma]$.
- 7) Calcula los coeficientes de los residuos ajuste T11, T12, T21.
- 8) Calcula autocorrelaciones de los residuos. $I=1..INT(n/3)$
- 9) Genera fichero de autocorrelaciones AUTOCO.DAT.
- 10) Estudio y analiza observaciones extremas OUTLIERS
- 11) Presenta puntos datos rechazables.

-
- 12) Calcula valor TStudent(Experimental) a comparar con TStudent(Teórica) para valorar la bondad del ajuste.

"GRAFRESI".

El programa grafresi es uno de los múltiples programas de gráficos que emplean estos paquetes

GRAFRESI:

- 1) Pide el número de residuos = número de datos test torsión
- 2) Lee el fichero RESFRAIN.DAT
- 3) Representa los residuos
- 4) EFECTÚA UNA LLAMADA POR ENCADENAMIENTO CON EL PROGRAMA "DISAM".

El programa DISAM efectúa un estudio de la función de densidad de probabilidad de los residuos, lo hace de forma discreta dando una función de frecuencias.

DISAM:

- 1) Pide el número de puntos residuos NP
- 2) Lee el fichero RESFRAIN.DAT
- 3) Calcula el recorrido de los residuos
- 4) Pide un tamaño de pasos = dx
- 5) Ajusta el número de intervalos centrados en puntos paso centrados.
- 6) Calcula amplitudes y frecuencias de cada amplitud.
- 7) Escribe ficheros FRECUEN.DAT, y AMPLI.DAT

La representación de estos datos se hace con el programa REFRECU.

REFRECU:

- 1) Pide el número de intervalos de amplitudes =ND?
- 2) Lee el fichero FRECUEN
- 3) Representa en frecuencia la función de densidad.

El programa GRAFAUTO, representa las autocorrelaciones de los residuos.

GRAFAUTO:

- 1) Pide el número de autocorrelaciones ND?
- 2) Representa las autocorrelaciones.

El directorio REITELIN está configurado por una serie de programas diseñados para tratar de forma iterativa mediante regresiones por líneas de superficies los resultados del ajuste mínimo cuadrático no lineal proporcionado por el directorio GAROF, el cual ya ha comenzado a trabajar sobre los valores iniciales aportados por los programas del directorio MCARSÍ. Con los resultados aportados por GAROF15 o GAROF 14B se crea un fichero RESUL:DAT que debe ser copiado mediante una orden:

```
C:\copy c:\garof\resul.dat c:\reitelin\resul1.dat
```

realmente esta orden puede incluirse dentro de un archivo ejecutable y así se hará pero no es obice para realizar la orden por mayor seguridad.

Los programas bases del directorio REITELIN son RELIQC y RELALFC, ambos adoptan la misma estructura algorítmica y el mismo desarrollo de cálculo numérico, que se pueden consultar en artículos pertinentes de los autores. El programa RELIQC realiza una serie progresiva de regresiones mínimo cuadráticas lineales, con el valor de $Q=cte$ (tomada de RESUL1.DAT) y haciendo variar $\alpha(i)$ según un recorrido prefijado y con un tamaño de paso prefijado. El programa selecciona el ajuste con mejor valor del coeficiente de regresión lineal de PEARSON, los valores óptimos así encontrados se graban en el fichero RESUL2.DAT que es leído por el programa

RELALFC, el cual toma el valor de ALFA obtenido como constante y procede a realizar un número de regresiones mínimo cuadráticas lineales haciendo variar Q(i) según un intervalo dado por el usuario y con el número de pasos que se quieran dar, selecciona el mejor ajuste según el valor del coeficiente R² de determinación, los resultados así obtenidos se graban en RESULT.DAT y se procede a realizar sucesivas iteraciones hasta que la solución converge suficientemente, lo cual debe darse siempre que la estructura de los datos sea suficientemente acorde con la bondad de la forma de la función objetivo elegida para nuestros experimentos y la calidad de los datos experimentales no los haga adolecer de ningún problema, bien de normalidad de los residuos o de aparición de valores denominados OUTLIERS u otro de esta índole. El Directorio además está apoyado por programas gráficos que permiten visualizar si se desea cada una de las iteraciones para cortar cuando se alcanza visualmente un suficiente detalle de convergencia aunque no se haya alcanzado unas condiciones analíticas o numéricas. Las características de los programas son las siguientes:

El programa RELIQC demanda el número de datos NP?, y lee los ficheros de datos grabados por CARGAFIN, DATCAR.DAT y DATCARF.DAT, además lee el fichero RESULT.DAT que en la primera iteración (antes de comenzar) tiene los resultados aportados por GAROF15 para alfa, q, n, y a, pide al usuario el valor mínimo del recorrido para alfas y el máximo del recorrido a su vez, así como el número de pasos a dar, lo cual permite discretizar el intervalo deseado en el número de partes adecuadas. Procede a realizar tantas regresiones lineales de primer orden como le indique ALFANP + 1, en cada paso realiza la siguiente regresión:

$$YA(i) = AP + N \cdot XA(i)$$

siendo

$$AP = \text{Log} [A]$$

$$YA(i) = Z(i) + Q/X(2,i)$$

$$Z(i) = \text{Log} [\text{vel.deformación}(i)]$$

$$X(2,i) = 2.T(i)$$

$$XA(i) = \text{Log} [\text{Sinh} [\text{alfa}(i).X(1,i)]]$$

$$X(1,i) = \text{sigma} (i)$$

en cada paso obtiene R^2 , R y AP y N, selecciona el R^2 (máximo) y para el fija alfa(máximo) , Q=cte, N= N, AP = Lag(A(máximo))

Con los resultados del máximo crea el fichero **RESUL2.DAT**, con todos los valores de R(i) de los sucesivos pasos genera y graba el fichero **R.DAT** y un fichero **RESUMEN.DAT** con los resultados de todas las iteraciones con los valores de todos los coeficientes de interés para cada una de ellas. Finalmente se encadena por llamada con el programa **GRAREGA**.

- 1) Pide número datos NP?
- 2) Lee fichero **RESUL1.DAT**
- 3) Lee ficheros **DATCAR.DAT** y **DATCARF.DAT** con {
 $X(1,i), X(2,i), Z(i)$ }
- 4) Pide valores para alfamin, alfamax, alfapn
- 5) Realiza alfapn+1 iteraciones
- 6) Obtiene para cada paso Log(A), n, alfa y mantiene Q = cte.
- 7) Selecciona el R óptimo de todos los pasos
- 8) Graba resultados del óptimo en **RESUL2.DAT**
- 9) Graba valores sucesivos R(i) en **R.DAT**
- 10) Graba resumen histórico del todo el trabajo en **RESUMEN.DAT**
- 11) EFECTÚA UNA LLAMADA DE ENCADENAMIENTO AL
 PROGRAMA **GRAREGA**

GRAREGA

- 1) Pide el valor de datos a representar NP=será ALFANP+1
- 2) Lee el fichero R.DAT
- 3) Representa la secuencia de valores R(i)
- 4) EFECTÚA UNA LLAMADA DE ENCADENAMIENTO AL
PROGRAMA RELALFC

El programa RELALFC esta construido formalmente de manera idéntica a RELIQC, con la salvedad que toma los resultados de este manteniendo ALFA = cte en todos los pasos de su trabajo y efectuando el recorrido para diferentes valores de Q(i), dentro del intervalo Qmin, Qmax introducido por el usuario y con el número de pasos Qnp se realiza la discretización. Efectúa QNP + 1 pasos y en cada uno de ellos realiza la siguiente regresión mínimo cuadrática de tipo lineal:

$$YA(i) = AP + N \cdot XA(i)$$

siendo

$$AP = \text{Log}(A)$$

$$YA(i) = Z(i) + QV(i)/X(2,i)$$

$$Z(i) = \text{Log} [\text{Vel. defor} (i)]$$

$$X(2,i) = 2 \cdot T(i)$$

$$XA(i) = \text{Log} [\text{Sinh} [\text{alfa} \cdot X(1,i)]]$$

$$X(1,i) = \text{sigma} (i)$$

por lo demás lee los mismo ficheros, y graba un nuevo fichero RESULT1, DAT con los resultados y los demás idénticos y con el mismo nombre que RELIQC

RELALFC:

- 1) Pide número datos NP?
- 2) Lee fichero RESULT2.DAT
- 3) Lee ficheros DATCAR.DAT y DATCARF.DAT con {

$X(1,i), X(2,i), Z(i)$

- 4) Pide valores para QMIN, QMAX Y QNP
- 5) Realiza qnp + 1 iteraciones
- 6) Obtiene para cada paso Log(A), n, alfa = cte y Q .
- 7) Selecciona el R óptimo de todos los pasos
- 8) Graba resultados del óptimo en RESULT.DAT
- 9) Graba valores sucesivos R(i) en R.DAT
- 10) Graba resumen histórico del todo el trabajo en RESUMEN.DAT
- 11) EFECTÚA UNA LLAMADA DE ENCADENAMIENTO AL

PROGRAMA GRAREG1

El programa GRAREG1 es idéntico a grerega pero se encadena otra vez con RELIQC, cerrando así el lazo de iteraciones.

ANEXO - 4.

RESULTADOS DEL TRATAMIENTO DE LOS MATERIALES

- ALEACIÓN DE TITANIO
- ALEACIÓN DE ALUMINIO
- ALEACIÓN A.2.-D08-PO

ENSAYOS DE TEST DE TORSIÓN

**RESULTADOS A-TENSIONES SIN COMPENSAR CON EL MÓDULO
ELÁSTICO.**

**RESULTADOS B- TENSIONES COMPENSADAS CON EL MÓDULO
ELÁSTICO.**

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

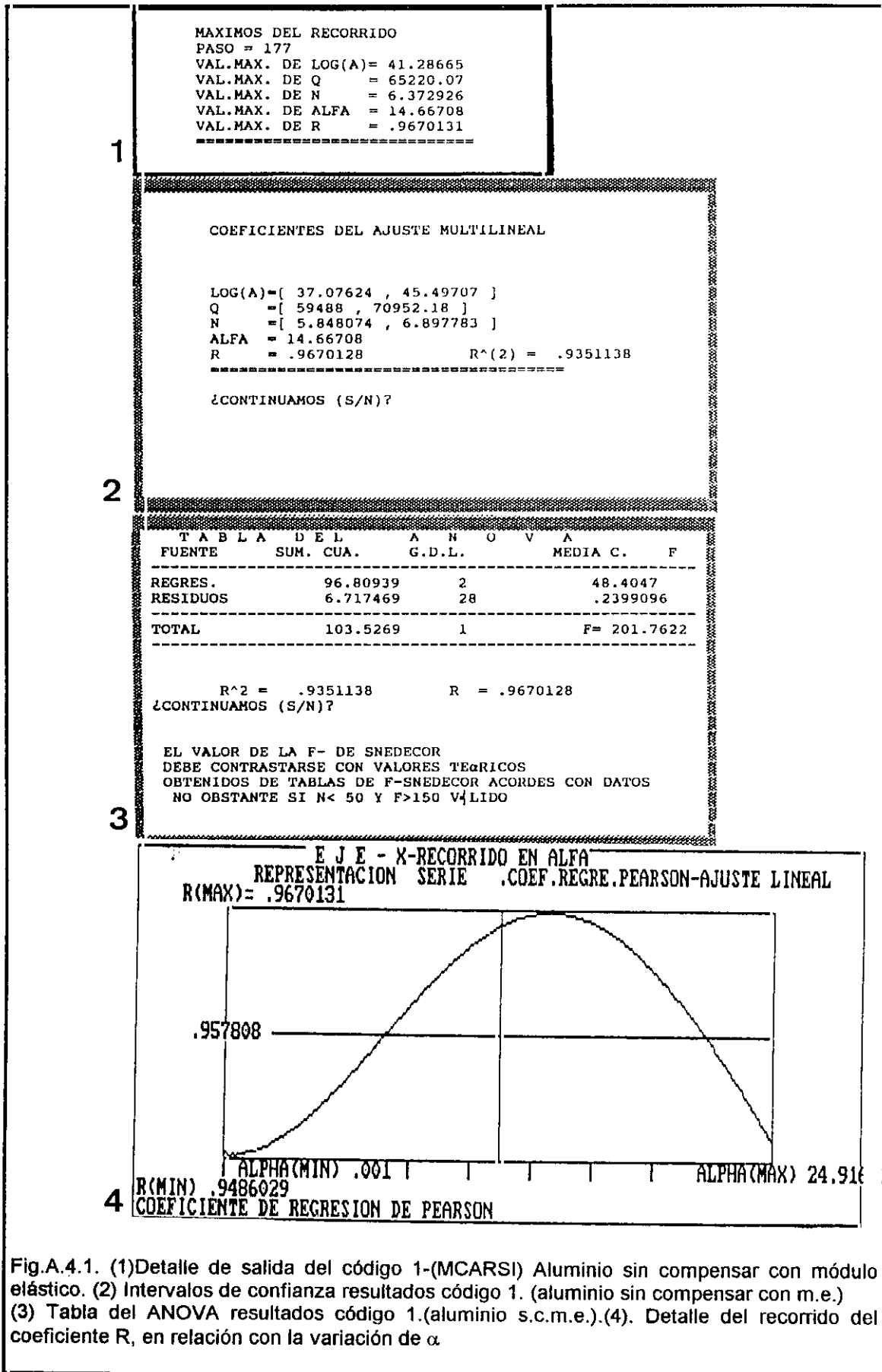


Fig.A.4.1. (1)Detalle de salida del código 1-(MCARSI) Aluminio sin compensar con módulo elástico. (2) Intervalos de confianza resultados código 1. (aluminio sin compensar con m.e.) (3) Tabla del ANOVA resultados código 1.(aluminio s.c.m.e.).(4). Detalle del recorrido del coeficiente R, en relación con la variación de α .

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

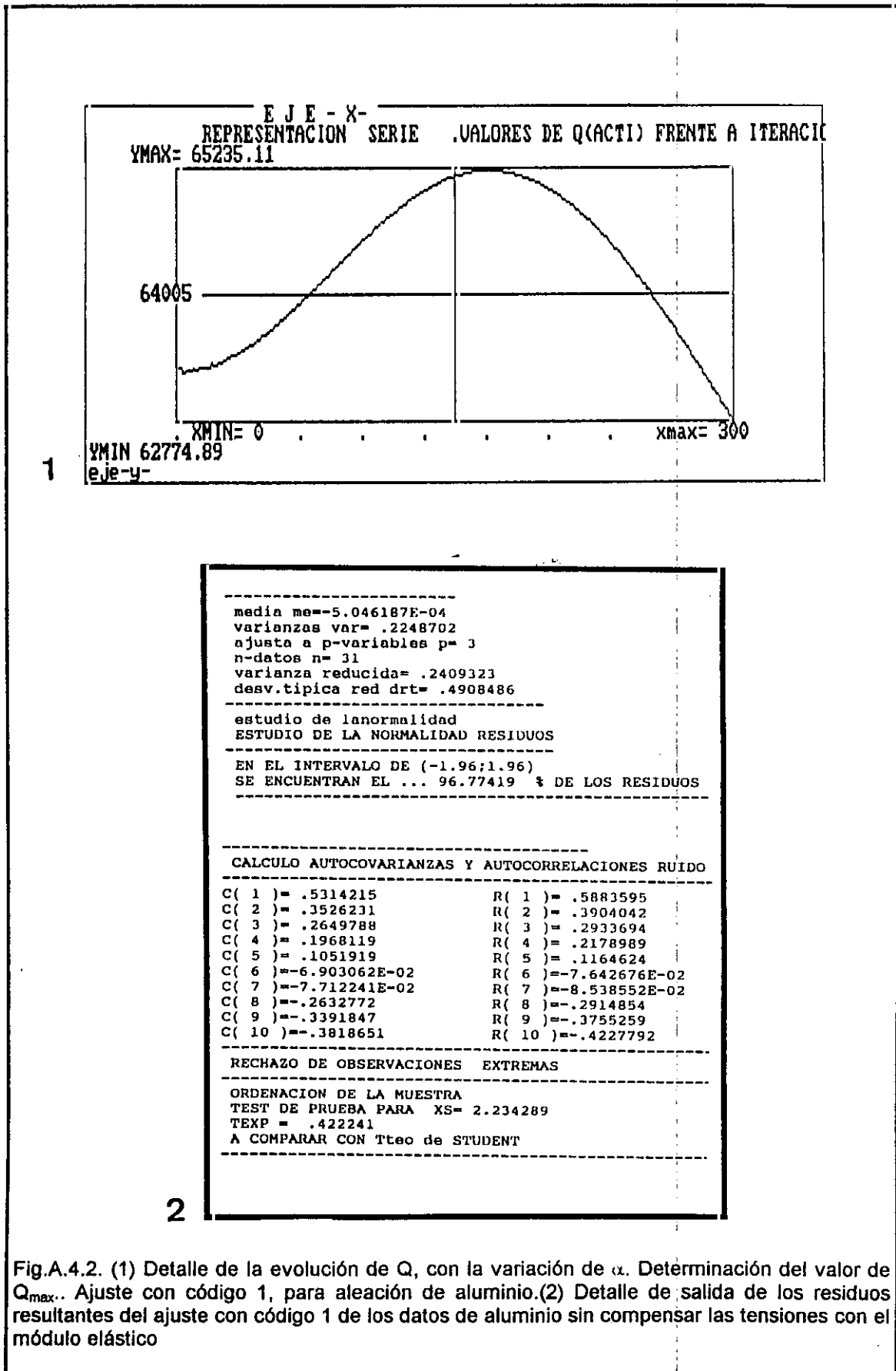


Fig.A.4.2. (1) Detalle de la evolución de Q, con la variación de α . Determinación del valor de Q_{max} . Ajuste con código 1, para aleación de aluminio.(2) Detalle de salida de los residuos resultantes del ajuste con código 1 de los datos de aluminio sin compensar las tensiones con el módulo elástico

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

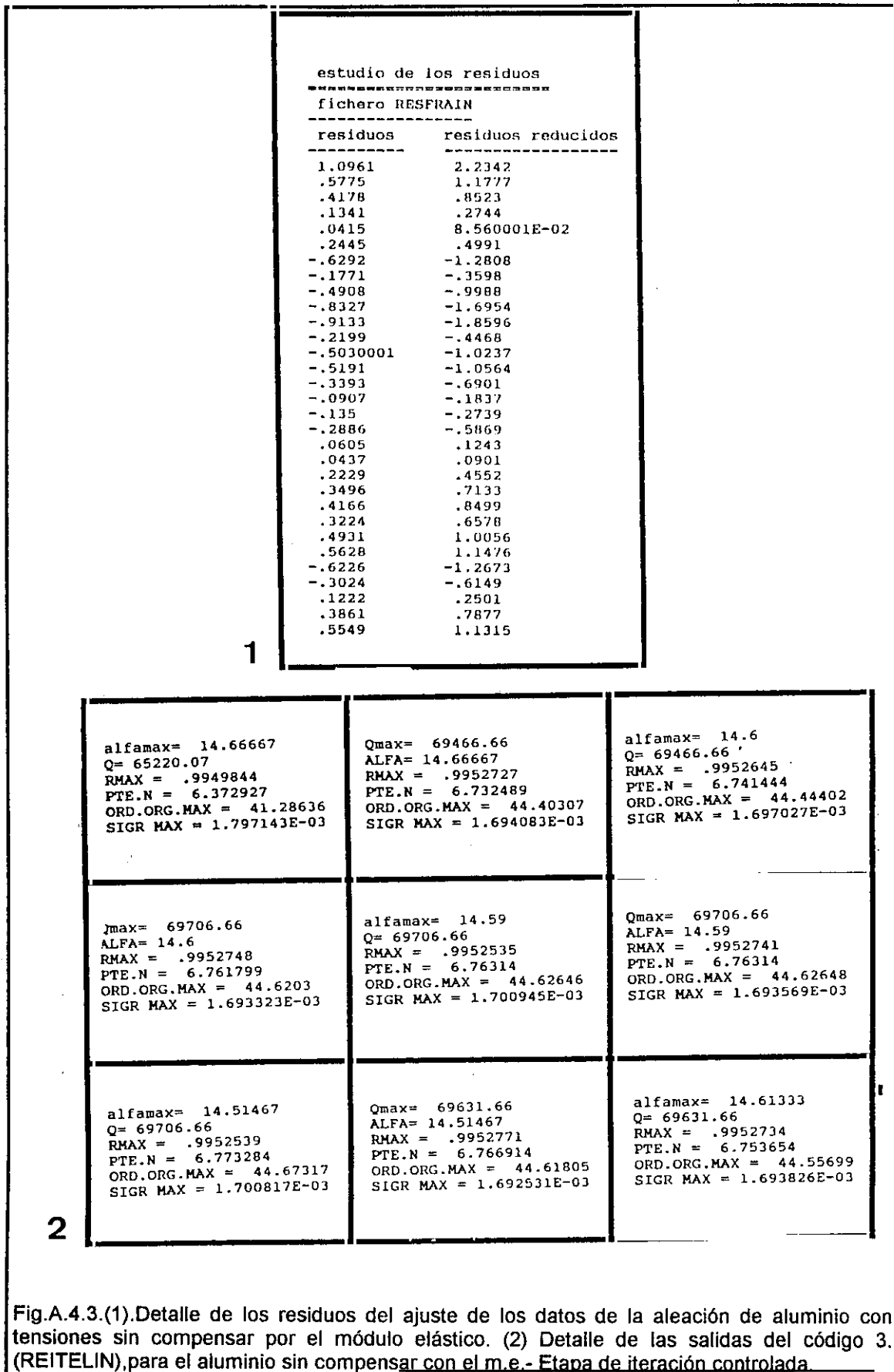
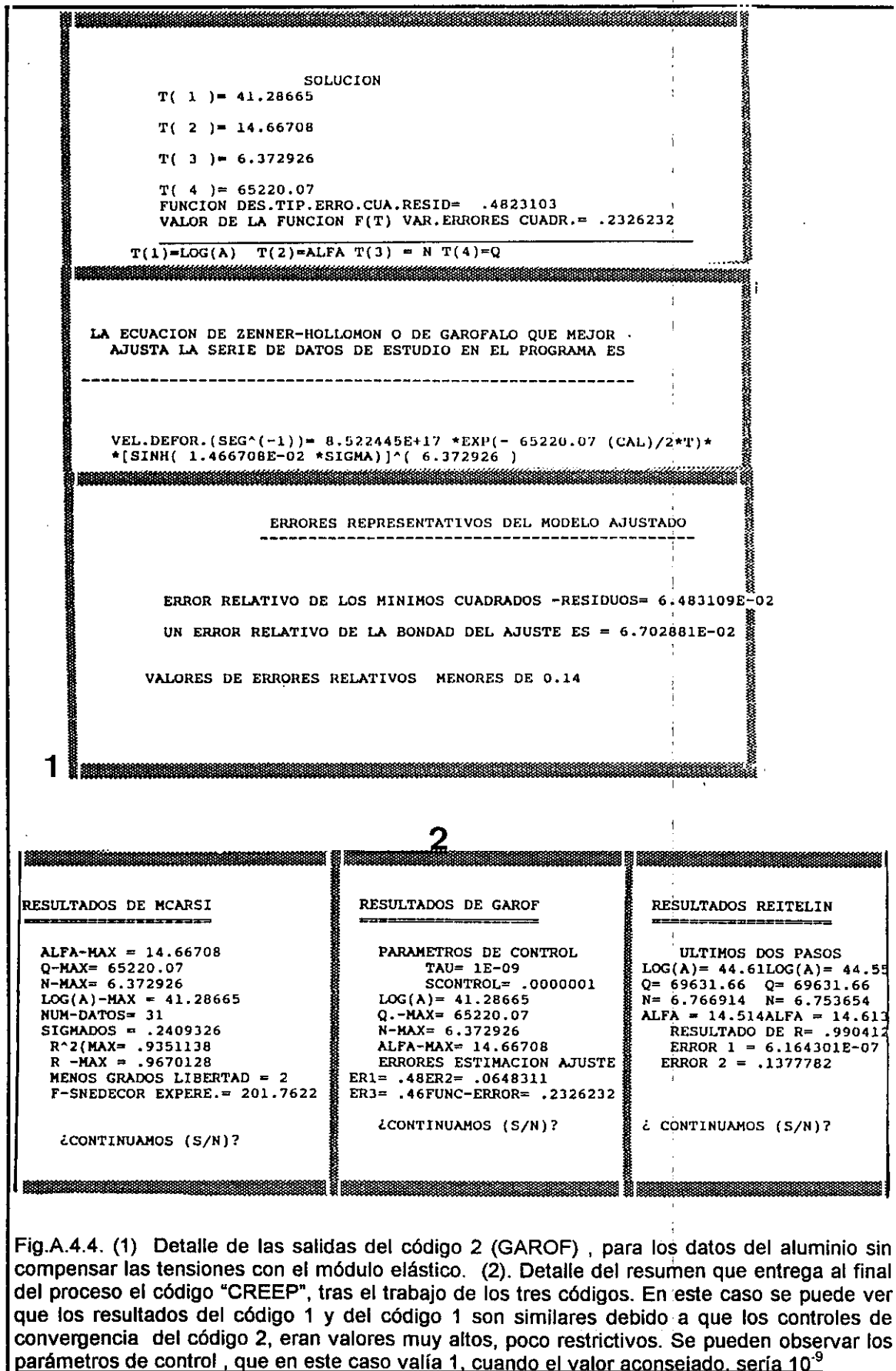


Fig.A.4.3.(1).Detalle de los residuos del ajuste de los datos de la aleación de aluminio con tensiones sin compensar por el módulo elástico. (2) Detalle de las salidas del código 3. (REITELIN), para el aluminio sin compensar con el m.e. - Etapa de iteración controlada.

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..



CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

1

```

MAXIMOS DEL RECORRIDO
PASO = 161
VAL.MAX. DE LOG(A)= 38.79916
VAL.MAX. DE Q      = 101001.9
VAL.MAX. DE N      = 1.959503
VAL.MAX. DE ALFA   = 16.00047
VAL.MAX. DE R      = .9930288
=====

```

2

```

COEFICIENTES DEL AJUSTE MULTILINEAL

LOG(A)={ 36.53595 , 41.06237 }
Q      =[ 95695.6 , 106308.3 ]
N      =[ 1.842398 , 2.076609 ]
ALFA   = 16.00047
R      = .9930288          R^(2) = .9861062
=====

¿CONTINUAMOS (S/N)?

```

3

TABLA DEL ANOVA				
FUENTE	SUM. CUA.	G.D.L.	MEDIA C.	F
REGRES.	354.3305	2	177.1653	
RESIDUOS	4.99234	30	.1664113	
TOTAL	359.3229	1		F= 1064.622

```

R^2 = .9861062          R = .9930288
¿CONTINUAMOS (S/N)?

EL VALOR DE LA F- DE SNEDECOR
DEBE CONTRASTARSE CON VALORES TEORICOS
OBTENIDOS DE TABLAS DE F-SNEDECOR ACORDES CON DATOS
NO OBSTANTE SI N< 50 Y F>150 VÁLIDO

```

Fig.A.4.5. (1)Detalle de salida del código 1-(MCARSI) Titanio sin compensar con módulo elástico. (2) Intervalos de confianza resultados código 1. (titanio sin compensar con m.e.) (3) Tabla del ANOVA resultados código 1.(titanio s.c.m.e.).

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

```

media me= 1.051227E-04
varianzas var= .1553407
ajusta a p-variables p= 3
n-datos n= 33
varianza reducida= .1656967
desv.tipica red drt= .4070586

```

```

-----
estudio de lanormalidad
ESTUDIO DE LA NORMALIDAD RESIDUOS
-----

```

```

EN EL INTERVALO DE (-1.96;1.96)
SE ENCUENTRAN EL ... 96.96969 % DE LOS RESIDUOS
-----

```

```

-----
CALCULO AUTOCOVARIANZAS Y AUTOCORRELACIONES RUIDO
-----

```

C(1)= .3344588	R(1)= .3679046
C(2)= 8.683565E-03	R(2)= 9.551919E-03
C(3)=-.1594758	R(3)=-.1754233
C(4)=-.2567432	R(4)=-.2824174
C(5)=-.1526052	R(5)=-.1678657
C(6)=-.1595023	R(6)=-.1754525
C(7)=-7.323258E-02	R(7)=-8.055582E-02
C(8)= .163441	R(8)= .1797851
C(9)= .1200221	R(9)= .1320243
C(10)= .1717467	R(10)= .1889214
C(11)=-.1847237	R(11)=-.203196

```

-----
RECHAZO DE OBSERVACIONES EXTREMAS
-----

```

```

ORDENACION DE LA MUESTRA
TEST DE PRUEBA PARA XS= 1.826829
TEXP = .3335317
A COMPARAR CON Tteo de STUDENT
-----

```

1

residuos	residuos reducidos
.5342	1.3121
.2814	.691
-.0946	-.2326
-.4767	-1.1713
-.798	-1.9606
.7437	1.8268
.4772	1.1722
.251	.6163
.3047	.7485
.2079	.5104
-.3322	-.8164
-.6131	-1.5065
-.5931	-1.4573
-.3604	-.8856
-.596	-1.4644
.318	.7809
-.197	-.484
-.0591	-.1453
.0804	.1973
-.0789	-.1939
.2901	.7126
.0465	.1139
-.4379	-1.076
.135	.3315
.0273	.0668
.2228	.5471
.1471	.3612
.3471	.8525
.4638	1.1392
.5242001	1.2875
-.0317	-.078
-.4818	-1.1837
-.2498	-.6138

2

Fig.A.4.6. (1) Detalle de salida de los residuos resultantes del ajuste con código 1 de los datos de titanio sin compensar las tensiones con el módulo elástico. (2). Detalle de los residuos del ajuste de los datos de la aleación de titanio sin compensar las tensiones con el m.e.

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

```

INTRODUZCA PARAMETROS DE CONTROL CONVERGENCIA
SE LE ACONSEJA TAU ENTRE 6 Y 16 Y SCONTROL ENTRE 0.001 Y 0.01

TAU=? 16
SCONTROL=? .0000001

SOLUCION
T( 1 )= 38.79096
T( 2 )= 16.10126
T( 3 )= 1.954582
T( 4 )= 101023.7
FUNCION DES.TIP.ERRO.CUA.RESID= .4004331
VALOR DE LA FUNCION F(T) VAR.ERRORES CUADR.= .1603467
T(1)=LOG(A) T(2)=ALFA T(3) = N T(4)=Q

LA ECUACION DE ZENNER-HOLLOMON O DE GAROFALO QUE MEJOR
AJUSTA LA SERIE DE DATOS DE ESTUDIO EN EL PROGRAMA ES

-----

VEL.DEFOR.(SEG^(-1))= 7.025821E+16 *EXP(- 101023.7 (CAL)/2*T)*
*[SINH( 1.610126E-02 *SIGMA)]^( 1.954582 )

ERRORES REPRESENTATIVOS DEL MODELO AJUSTADO
-----

ERROR RELATIVO DE LOS MINIMOS CUADRADOS -RESIDUOS= 7.126925E-
UN ERROR RELATIVO DE LA BONDAD DEL AJUSTE ES = .0852858

VALORES DE ERRORES RELATIVOS MENORES DE 0.14

```

Fig.A.4.7.(1) Detalle de las salidas del código 2. (GAROF), para el TITANIO sin compensar con el m.e.-. Obsérvese que se ha tomado un control de convergencia muy riguroso..

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

RESULTADOS DE MCARSI	RESULTADOS DE GAROF	RESULTADOS REITELIN
ALFA-MAX = 16.00047 Q-MAX= 101001.9 N-MAX= 1.959503 LOG(A)-MAX = 38.79916 NUM-DATOS= 33 SIGMADOS = .1656968 R ² (MAX= .9861062 R -MAX = .9930288 MENOS GRADOS LIBERTAD = 2 F-SNEDECOR EXPERE.= 1064.622	PARAMETROS DE CONTROL TAU= 16 SCONTROL= .0000001 LOG(A)= 38.79096 Q.-MAX= 101023.7 N-MAX= 1.954582 ALFA-MAX= 16.10126 ERRORES ESTIMACION AJUSTE ER1= .40ER2= 7.126925E-02 ER3= .38FUNC-ERROR= .1603467	ULTIMOS DOS PASOS LOG(A)= 38.46LOG(A)= 38.46 Q= 100200 Q= 100200 N= 1.964527 N= 1.964308 ALFA = 15.963ALFA = 15.968 RESULTADO DE R= .990412 ERROR 1 = 6.164301E-07 ERROR 2 = .1377782
¿CONTINUAMOS (S/N)?	¿CONTINUAMOS (S/N)?	¿ CONTINUAMOS (S/N)?

1

alfamax= 16.04 Q= 101023.7 RMAX = .9815391 PTE.N = 1.957519 ORD.ORG.MAX = 38.80164 SIGR MAX = 6.367942E-03	Qmax= 100200 ALFA= 16.04 RMAX = .981627 PTE.N = 1.960849 ORD.ORG.MAX = 38.45079 SIGR MAX = 6.337904E-03	alfamax= 16.02667 Q= 100200 RMAX = .9816272 PTE.N = 1.96149 ORD.ORG.MAX = 38.45312 SIGR MAX = 6.337842E-03
alfamax= 16.07333 Q= 100200 RMAX = .9816274 PTE.N = 1.959249 ORD.ORG.MAX = 38.44499 SIGR MAX = 6.337779E-03	alfamax= 15.96333 Q= 100200 RMAX = .9816274 PTE.N = 1.964531 ORD.ORG.MAX = 38.4642 SIGR MAX = 6.337758E-03	Qmax= 100200 ALFA= 15.96333 RMAX = .9816255 PTE.N = 1.964527 ORD.ORG.MAX = 38.4642 SIGR MAX = 6.338412E-03
Qmax= 100200 ALFA= 15.96333 RMAX = .9816255 PTE.N = 1.964527 ORD.ORG.MAX = 38.4642 SIGR MAX = 6.338412E-03	alfamax= 15.968 Q= 100200 RMAX = .9816278 PTE.N = 1.964308 ORD.ORG.MAX = 38.46338 SIGR MAX = 6.337613E-03	

2

Fig.A.4.8. (1). Detalle del resumen que entrega al final del proceso el código "CREEP", tras el trabajo de los tres códigos. En este caso se puede ver que los resultados del código 1 y del código 1 son similares debido a que los controles de convergencia del código 2, eran valores muy altos, poco restrictivos. Se pueden observar los parámetros de control, que en este caso valía 1, cuando el valor aconsejado, sería 10⁻⁹. Caso titanio sin compensar tensiones con el módulo elástico.(2). Detalle de la salida del código 3 (REITELIN), para el titanio sin compensar las tensiones por el m.e.Etapa de iteración controlada

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

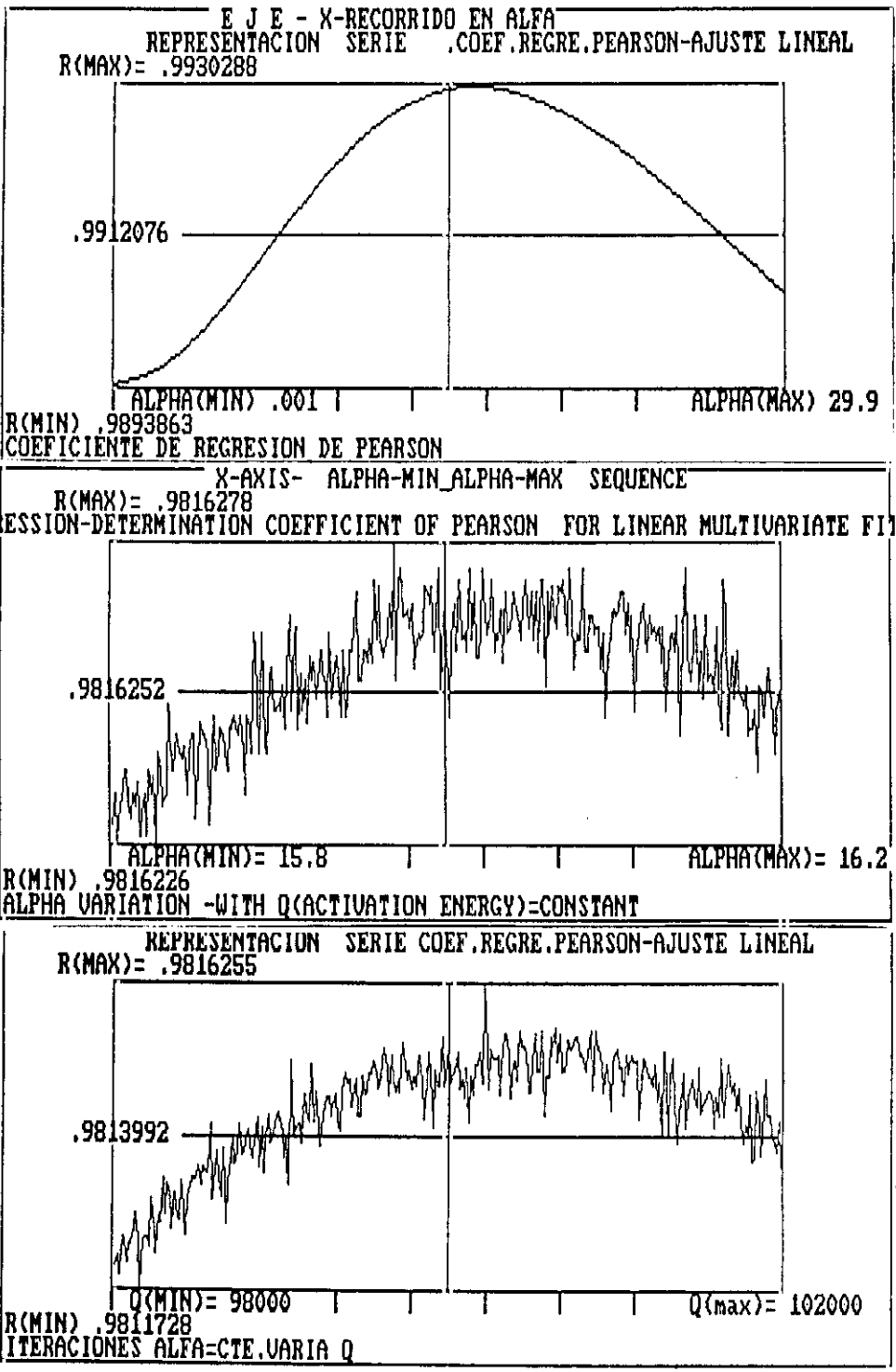


Fig.A.4.9.Detalle de la fuerte fluctuación que se produce en el coeficiente de determinación cuando el proceso iterativo entra en las zonas de la superficie esperativa, próximas al óptimo. Estas fluctuaciones dan una idea del error intrínseco del método numérico.

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

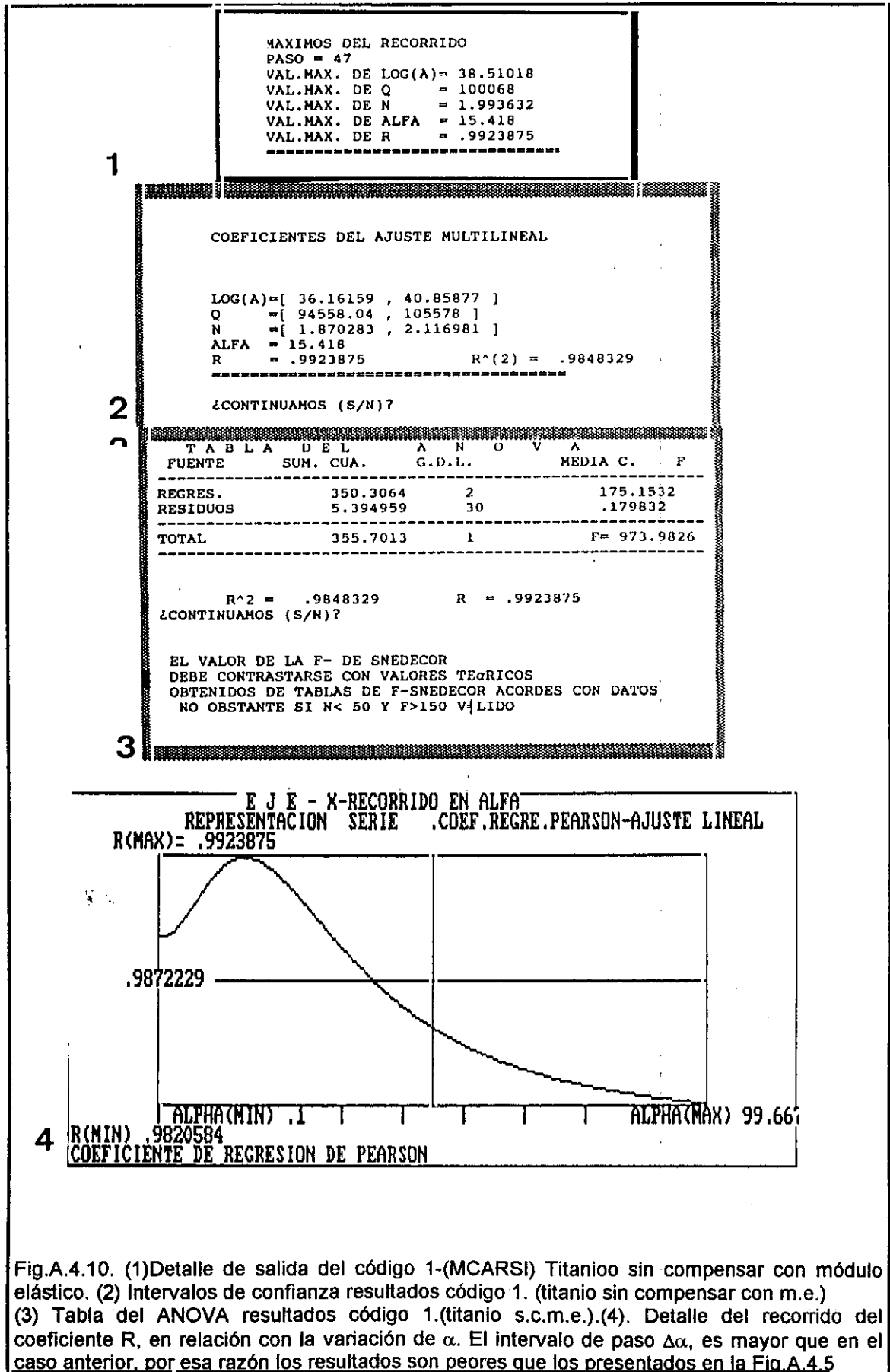


Fig.A.4.10. (1)Detalle de salida del código 1-(MCARSI) Titanio sin compensar con módulo elástico. (2) Intervalos de confianza resultados código 1. (titanio sin compensar con m.e.) (3) Tabla del ANOVA resultados código 1.(titanio s.c.m.e.).(4). Detalle del recorrido del coeficiente R, en relación con la variación de α . El intervalo de paso $\Delta\alpha$, es mayor que en el caso anterior, por esa razón los resultados son peores que los presentados en la Fig.A.4.5

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

```

-----
media me= 1.768542E-05
varianzas var= .1678374
ajusta a p-variables p= 3
n-datos n= 33
varianza reducida= .1790266
desv.tipica red drt= .4231153
-----
estudio de lanormalidad
ESTUDIO DE LA NORMALIDAD RESIDUOS
-----
EN EL INTERVALO DE (-1.96;1.96)
SE ENCUENTRAN EL ... 96.96969 % DE LOS RESIDUOS
-----

-----
CALCULO AUTOCOVARIANZAS Y AUTOCORRELACIONES RUIDO
-----
C( 1 )= .3458229          R( 1 )= .3804052
C( 2 )= 1.259198E-02    R( 2 )= 1.385118E-02
C( 3 )=-.1601651       R( 3 )=-.1761816
C( 4 )=-.2614393       R( 4 )=-.2875832
C( 5 )=-7.548138E-02   R( 5 )=-8.302952E-02
C( 6 )=-.1305855       R( 6 )=-.1436441
C( 7 )=-5.396435E-02   R( 7 )=-5.936079E-02
C( 8 )= .1626906        R( 8 )= .1789596
C( 9 )= .1152994        R( 9 )= .1268294
C( 10 )= .1192616       R( 10 )= .1311878
C( 11 )=-.172344        R( 11 )=-.1895784
-----
RECHAZO DE OBSERVACIONES EXTREMAS
-----
ORDENACION DE LA MUESTRA
TEST DE PRUEBA PARA XS= 2.018404
TEXP = .3685085
A COMPARAR CON Tteo de STUDENT
-----

```

Fig.A.4.11. (1) Detalle de salida de los residuos resultantes del ajuste con código 1 de los datos de titanio sin compensar las tensiones con el módulo elástico

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

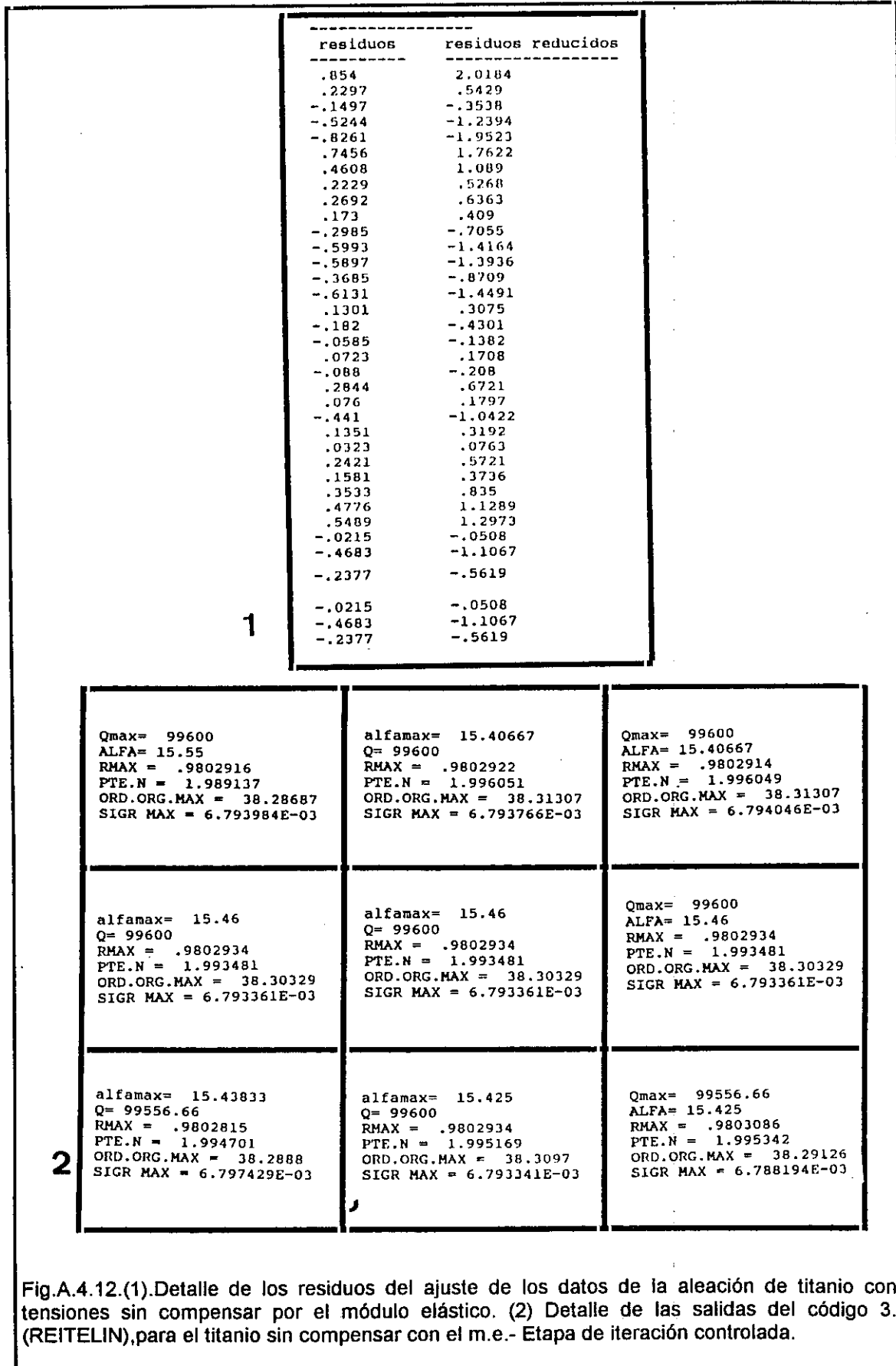
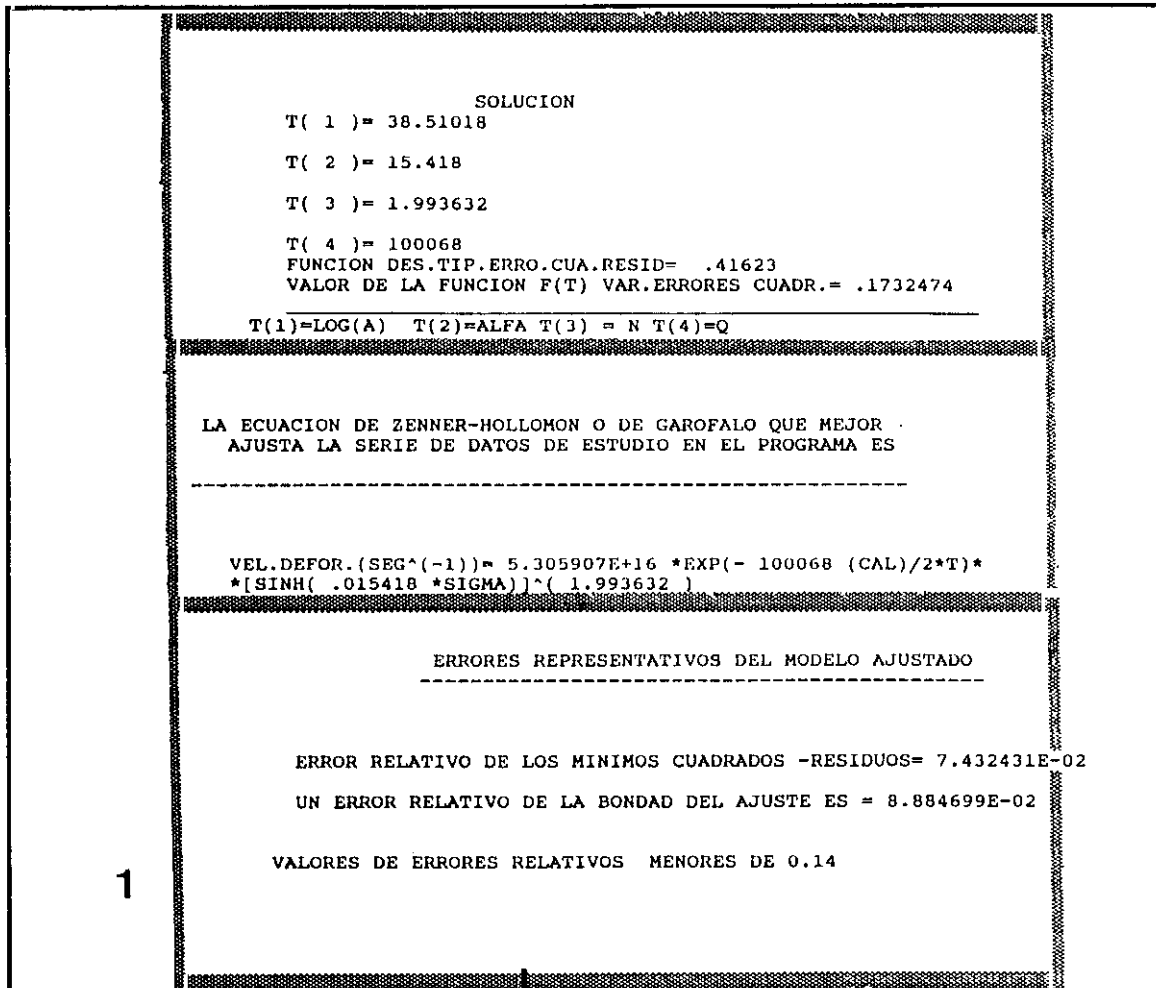
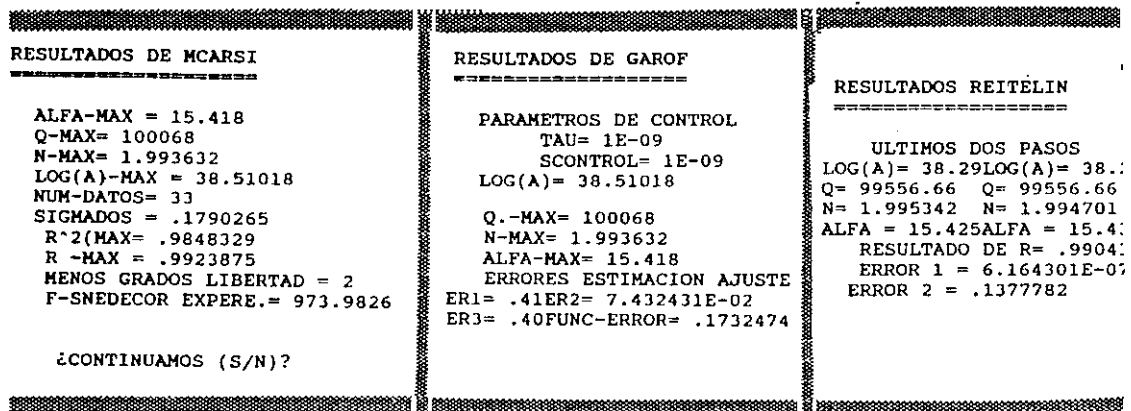


Fig.A.4.12.(1).Detalle de los residuos del ajuste de los datos de la aleación de titanio con tensiones sin compensar por el módulo elástico. (2) Detalle de las salidas del código 3. (REITELIN),para el titanio sin compensar con el m.e.- Etapa de iteración controlada.

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..



1



2

Fig.A.4.13. (1) Detalle de las salidas del código 2 (GAROF) , para los datos del titanio sin compensar las tensiones con el módulo elástico. (2). Detalle del resumen que entrega al final del proceso el código "CREEP", tras el trabajo de los tres códigos.. Se pueden observar los parámetros de control , que en este caso valía 1, cuando el valor aconsejado, sería 10⁹

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

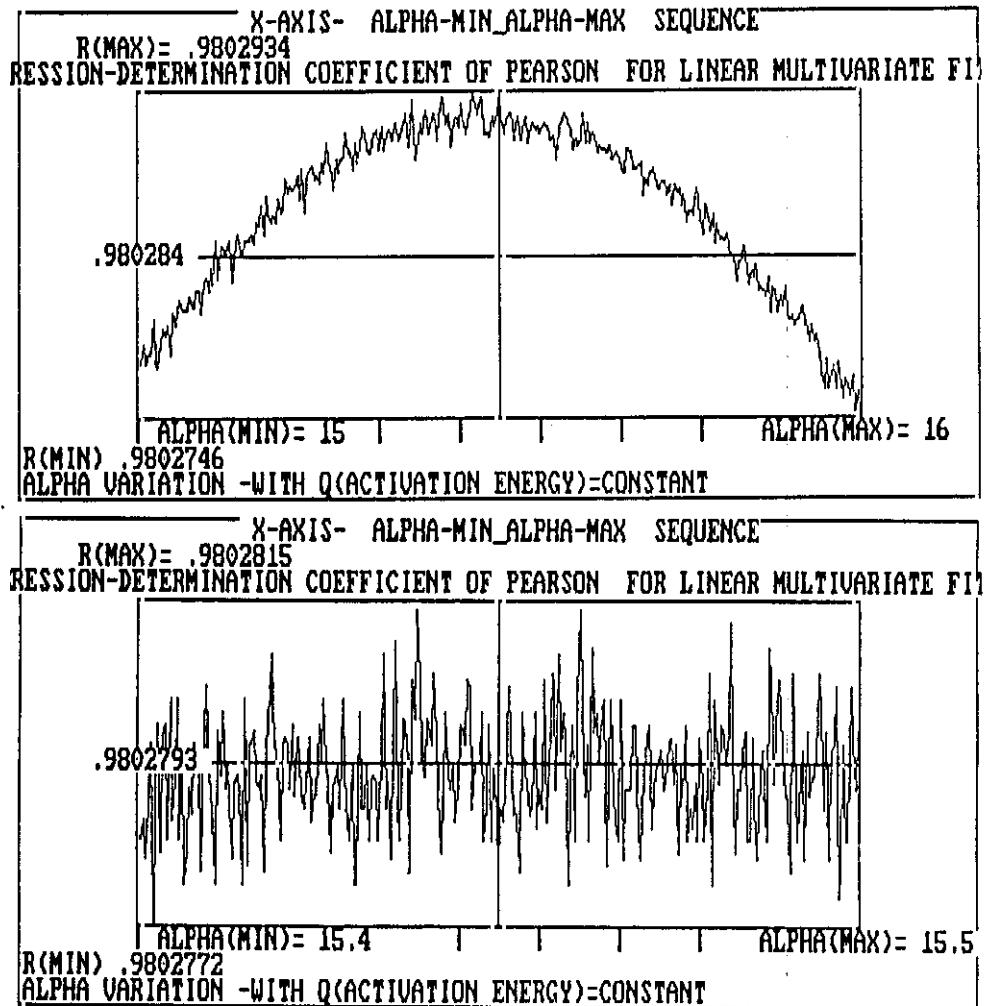


Fig.A.4.14. Detalle de la gran fluctuación que altera los valores del coeficiente R, cuando en la superficie de respuesta se alcanzan valores próximos al óptimo.

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

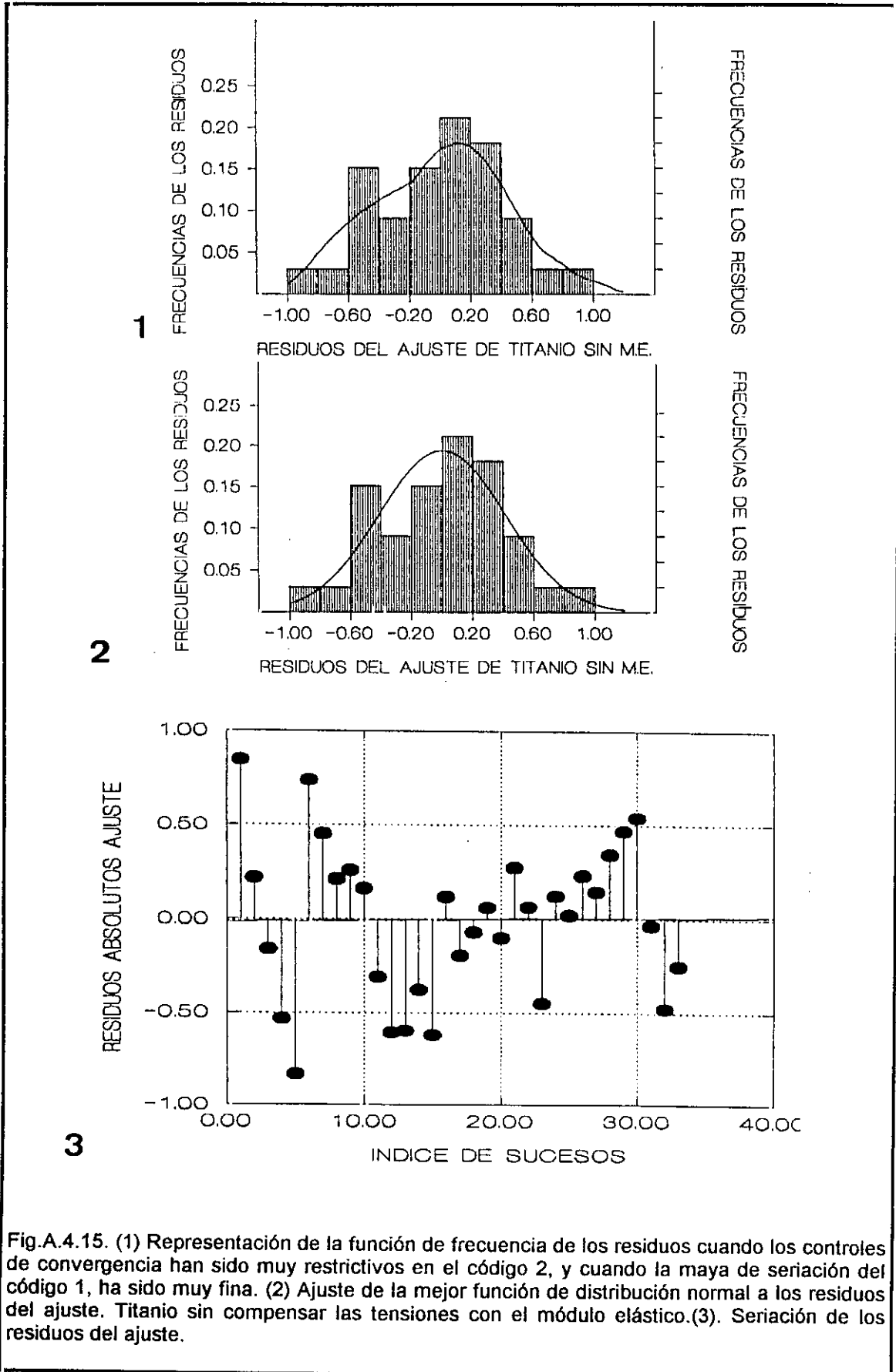


Fig.A.4.15. (1) Representación de la función de frecuencia de los residuos cuando los controles de convergencia han sido muy restrictivos en el código 2, y cuando la maya de seriación del código 1, ha sido muy fina. (2) Ajuste de la mejor función de distribución normal a los residuos del ajuste. Titanio sin compensar las tensiones con el módulo elástico.(3). Seriación de los residuos del ajuste.

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

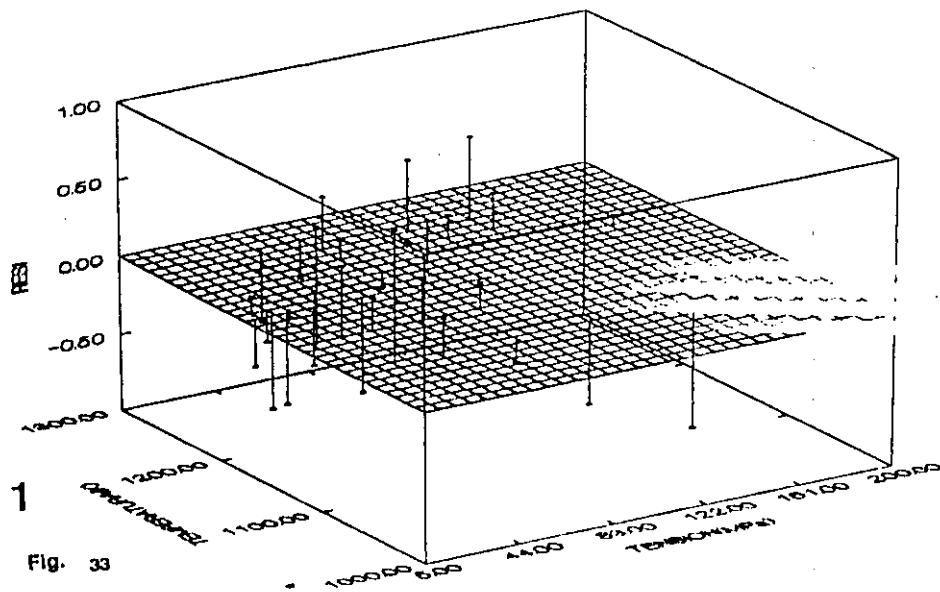


Fig. 33

2

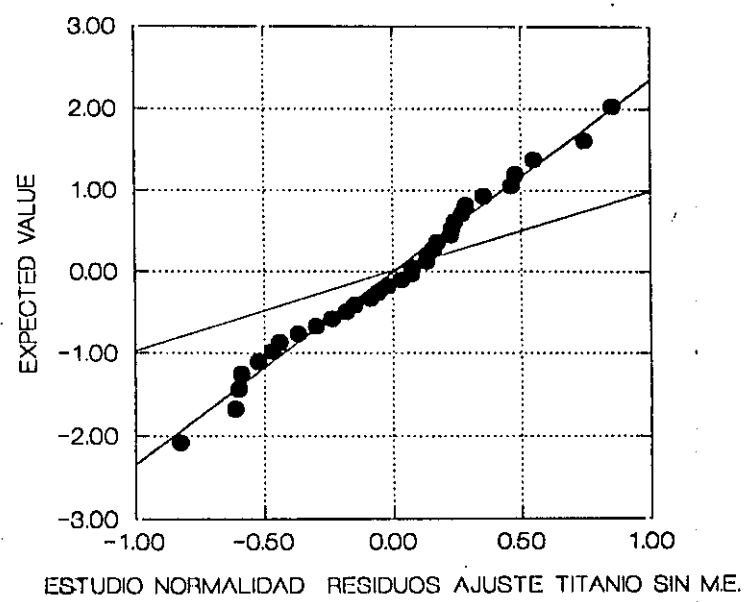


Fig.A.4.16. (1).Representación tridimensional de los residuos del ajuste de los datos del titanio sin compensar las tensiones con el módulo elástico. Representación de los residuos frente a las tensiones en Mpa y las temperaturas en K.(2). Test de normalidad de los residuos.

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

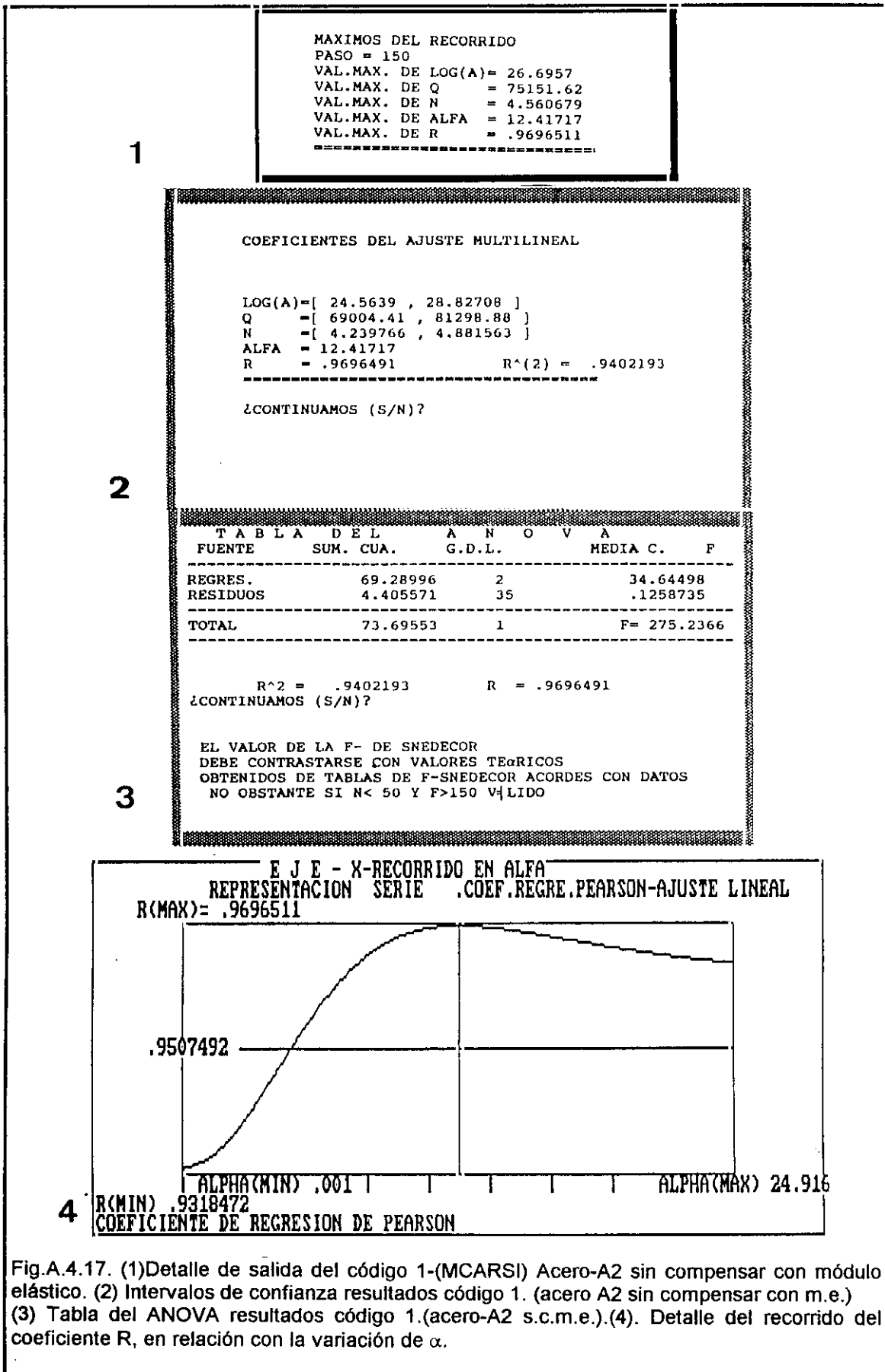


Fig.A.4.17. (1)Detalle de salida del código 1-(MCARSI) Acero-A2 sin compensar con módulo elástico. (2) Intervalos de confianza resultados código 1. (acero A2 sin compensar con m.e.) (3) Tabla del ANOVA resultados código 1.(acero-A2 s.c.m.e.).(4). Detalle del recorrido del coeficiente R, en relación con la variación de α .

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

```

-----
media me= 1.588182E-04
varianzas var= .1187541
ajusta a p-variables p= 3
n-datos n= 38
varianza reducida= .1255401
desv.tipica rad drt= .3543164
-----
estudio de lanormalidad
ESTUDIO DE LA NORMALIDAD RESIDUOS
-----
EN EL INTERVALO DE (-1.96;1.96)
SE ENCUENTRAN EL ... 97.36842 % DE LOS RESIDUOS

CALCULO AUTOCOVARIANZAS Y AUTOCORRELACIONES RUIDO
-----
C( 1 )= .155273          R( 1 )= .1685821
C( 2 )= .2193336        R( 2 )= .2381336
C( 3 )= .2274544        R( 3 )= .2469504
C( 4 )= .1838946        R( 4 )= .199657
C( 5 )=-5.588091E-02    R( 5 )=-.0606707
C( 6 )=-4.521179E-02    R( 6 )=-4.908709E-02
C( 7 )=-1.268851E-02    R( 7 )=-1.377609E-02
C( 8 )=-.1629151        R( 8 )=-.1768793
C( 9 )=-.1955592        R( 9 )=-.2123215
C( 10 )=-.5144525       R( 10 )=-.5585484
C( 11 )=-.1496858       R( 11 )=-.162516
C( 12 )=-.3431129       R( 12 )=-.3725226
-----
RECHAZO DE OBSERVACIONES EXTREMAS
-----
ORDENACION DE LA MUESTRA
TEST DE PRUEBA PARA XS= 3.25059
TEXP = .54945
A COMPARAR CON Tteo de STUDENT
-----

```

Fig.A.4.18. (1) Detalle de salida de los residuos resultantes del ajuste con código 1 de los datos de acero A2, sin compensar las tensiones con el módulo elástico

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

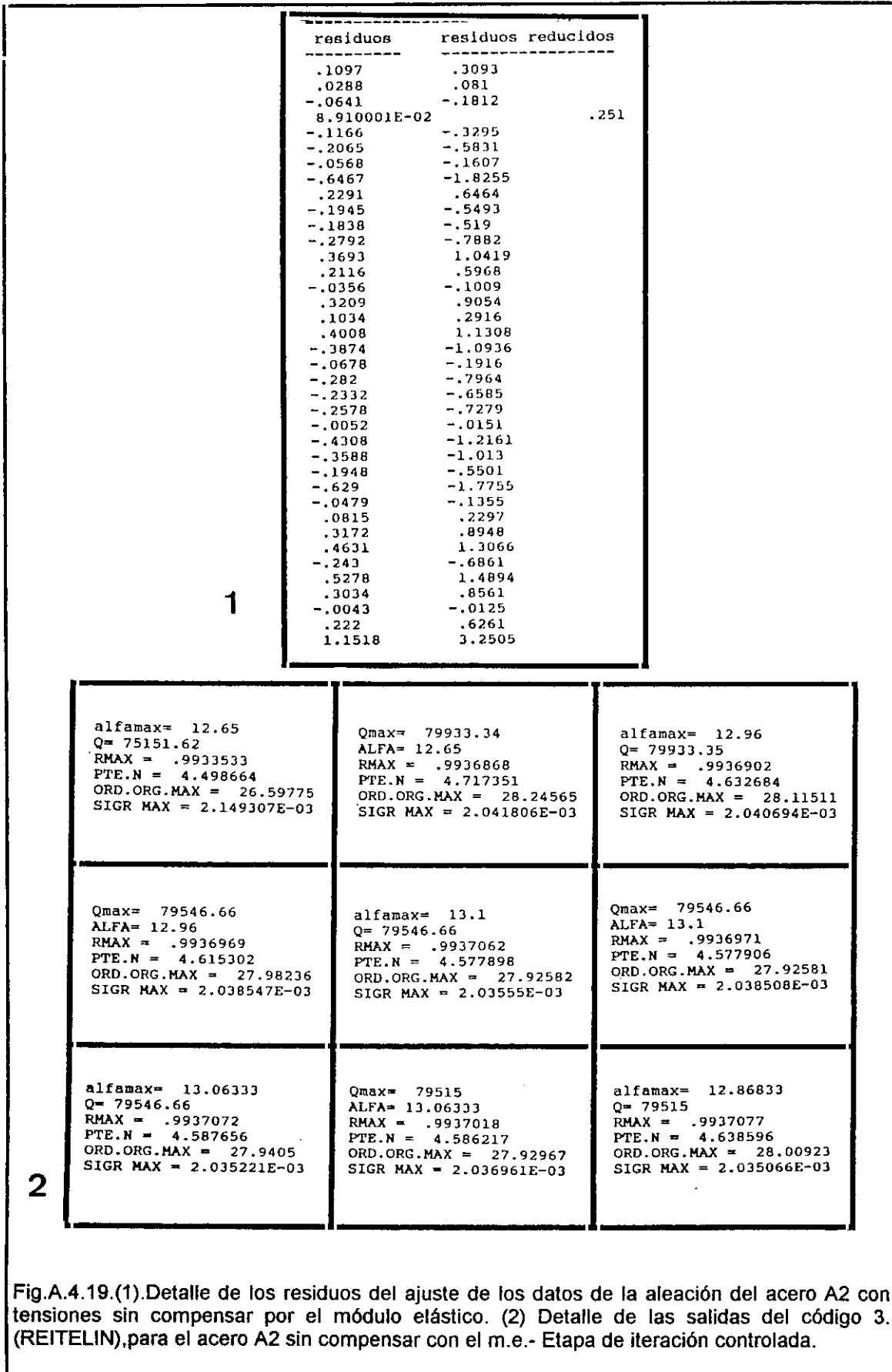


Fig.A.4.19.(1).Detalle de los residuos del ajuste de los datos de la aleación del acero A2 con tensiones sin compensar por el módulo elástico. (2) Detalle de las salidas del código 3. (REITELIN),para el acero A2 sin compensar con el m.e.- Etapa de iteración controlada.

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

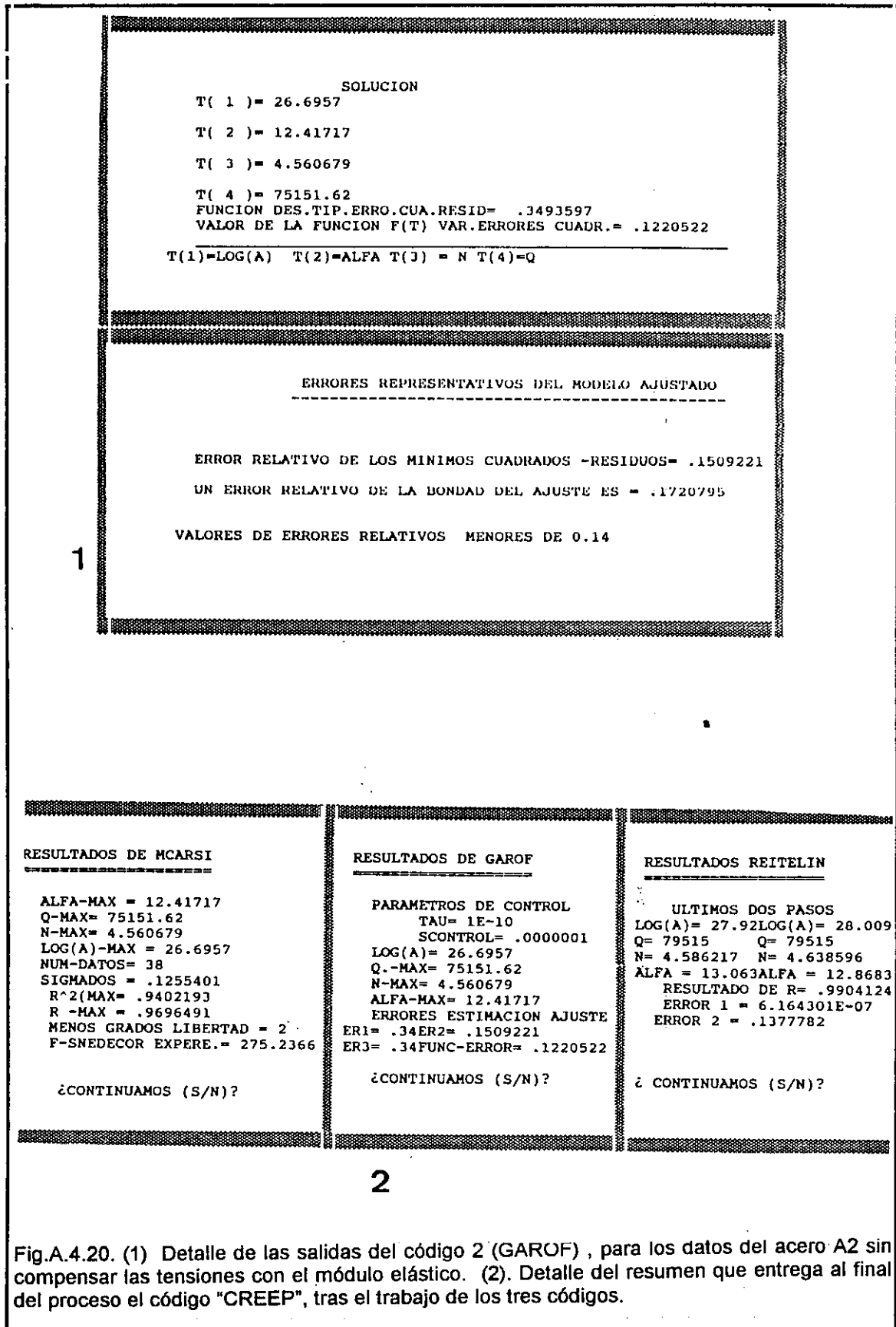


Fig.A.4.20. (1) Detalle de las salidas del código 2 (GAROF) , para los datos del acero A2 sin compensar las tensiones con el módulo elástico. (2). Detalle del resumen que entrega al final del proceso el código "CREEP", tras el trabajo de los tres códigos.

CASO A- TENSIONES SIN COMPENSAR POR M.E..

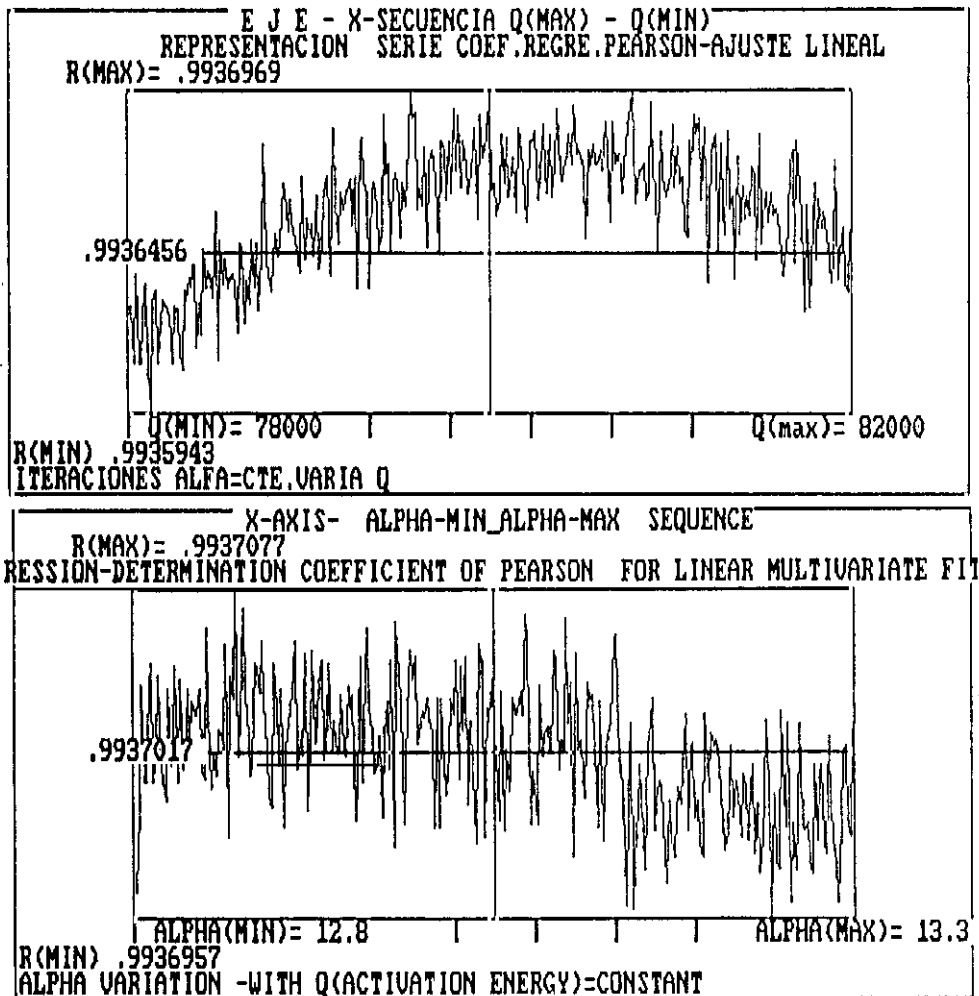


Fig.A.4.21. Detalle de la gran fluctuación que altera los valores del coeficiente R, cuando en la superficie de respuesta se alcanzan valores próximos al óptimo. Acero A2 s.c.p.m.e.

ANEXO - 4.

RESULTADOS DEL TRATAMIENTO DE LOS MATERIALES

- ALEACIÓN DE TITANIO
- ALEACIÓN DE ALUMINIO
- ALEACIÓN A.2.-D08-PO

ENSAYOS DE TEST DE TORSIÓN

**RESULTADOS B-TENSIONES COMPENSADAS CON EL MÓDULO
ELÁSTICO.**

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

1

```

MAXIMOS DEL RECORRIDO
PASO = 106
VAL.MAX. DE LOG(A)= 35.86891
VAL.MAX. DE Q      = 56984
VAL.MAX. DE N      = 6.535916
VAL.MAX. DE ALFA   = 745000
VAL.MAX. DE R      = .9697802
=====
    
```

2

COEFICIENTES DEL AJUSTE MULTILINEAL

```

LOG(A)=[ 32.24071 , 39.49711 ]
Q      =[ 52100.9 , 61867.09 ]
N      =[ 6.02194 , 7.049892 ]
ALFA   = 745000
R      = .9697802          R^2 = .9404737
=====
    
```

¿CONTINUAMOS (S/N)?

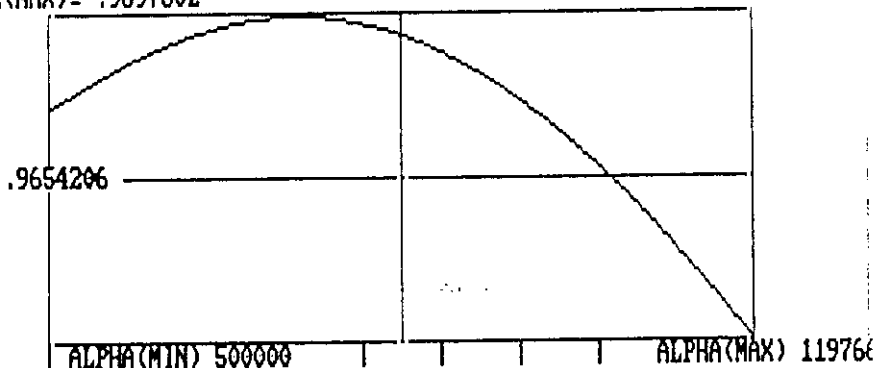
3

FUENTE	SUM. CUA.	A N O V A G.D.L.	MEDIA C.	F
REGRES.	97.36428	2	48.68214	
RESIDUOS	6.162583	28	.2200922	
TOTAL	103.5269	1		F= 221.1897

R^2 = .9404736 R = .9697802
 ¿CONTINUAMOS (S/N)?

EL VALOR DE LA F- DE SNEDECOR
 DEBE CONTRASTARSE CON VALORES TEORICOS
 OBTENIDOS DE TABLAS DE F-SNEDECOR ACORDES CON DATOS
 NO OBSTANTE SI N < 50 Y F > 150 VÁLIDO

E J E - X-RECORRIDO EN ALFA
 REPRESENTACION SERIE .COEF.REGRE.PEARSON-AJUSTE LINEAL
 R(MAX)= .9697802



4 R(MIN) .9610609
 COEFICIENTE DE REGRESION DE PEARSON

Fig.A.4.22. (1)Detalle de salida del código 1-(MCARSI) Aluminio CON TENSIONES compensadas con módulo elástico. (2) Intervalos de confianza resultados código 1. (aluminio compensadas tensiones con m.e.).(3) Tabla del ANOVA resultados código 1.(aluminio c.m.e.).(4). Detalle del recorrido del coeficiente R, en relación con la variación de α .

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

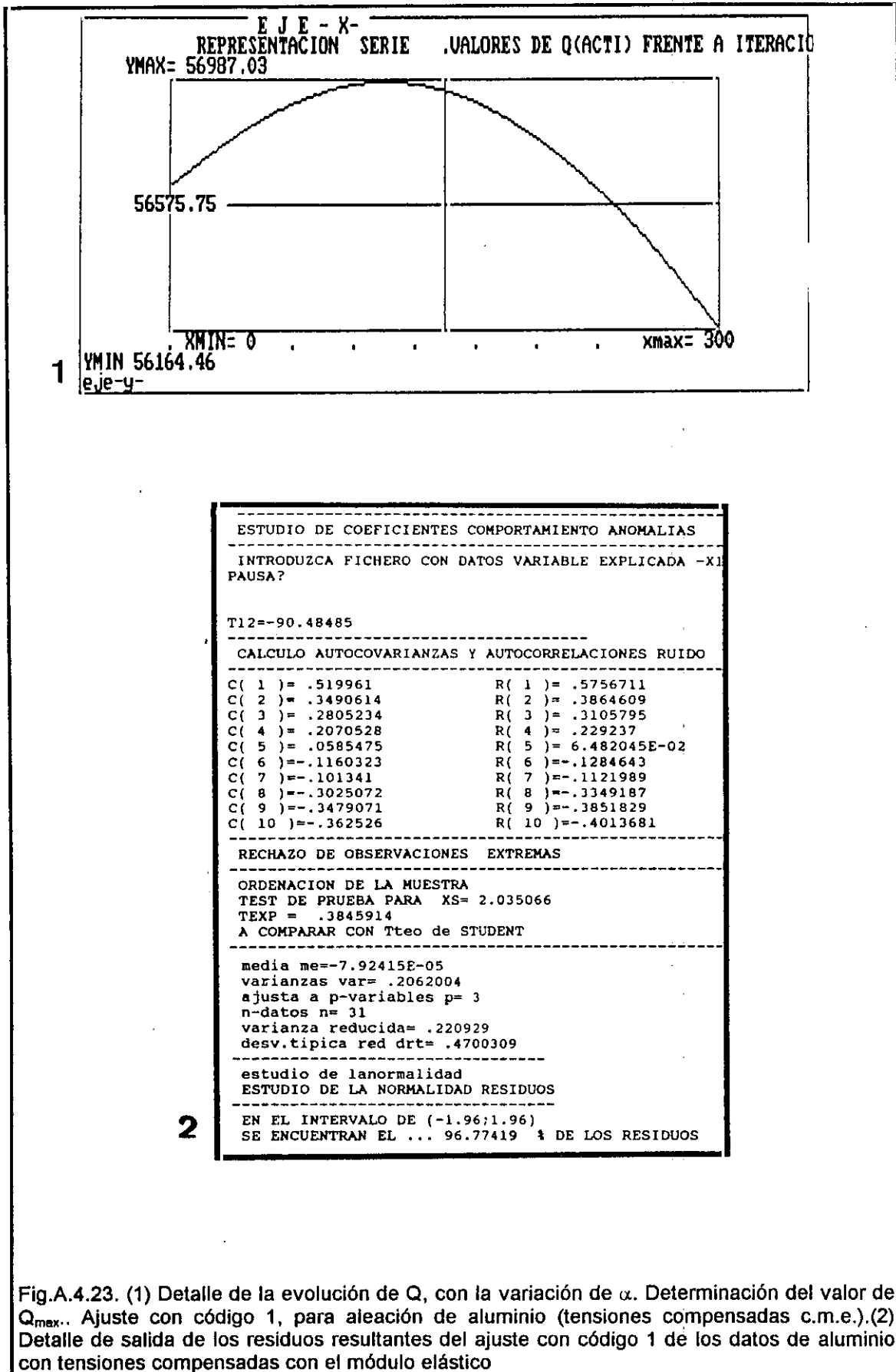


Fig.A.4.23. (1) Detalle de la evolución de Q, con la variación de α . Determinación del valor de Q_{max} . Ajuste con código 1, para aleación de aluminio (tensiones compensadas c.m.e.).(2) Detalle de salida de los residuos resultantes del ajuste con código 1 de los datos de aluminio con tensiones compensadas con el módulo elástico

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

residuos	residuos reducidos
.9564	2.035
.4895	1.0416
.3901	.8302
.1823	.388
.1721	.3663
.306	.6512
-.6652	-1.415
-.2142	-.4555
-.5219	-1.1102
-.8465	-1.8008
-.9021	-1.919
-.1319	-.2804
-.4375	-.9305
-.4718	-1.0035
-.3117	-.6629
-8.250001E-02	-.1753
-.1484	-.3155
-.3262	-.6938
.1489	.317
.1016	.2165
.2523	.5371
.351	.7471
.3847	.8188
.3136	.6673
.4693	.9986
.5302	1.1282
-.6005	-1.2773
-.3026	-.6436
.0991	.211
.3375	.7183
.4745	1.0098

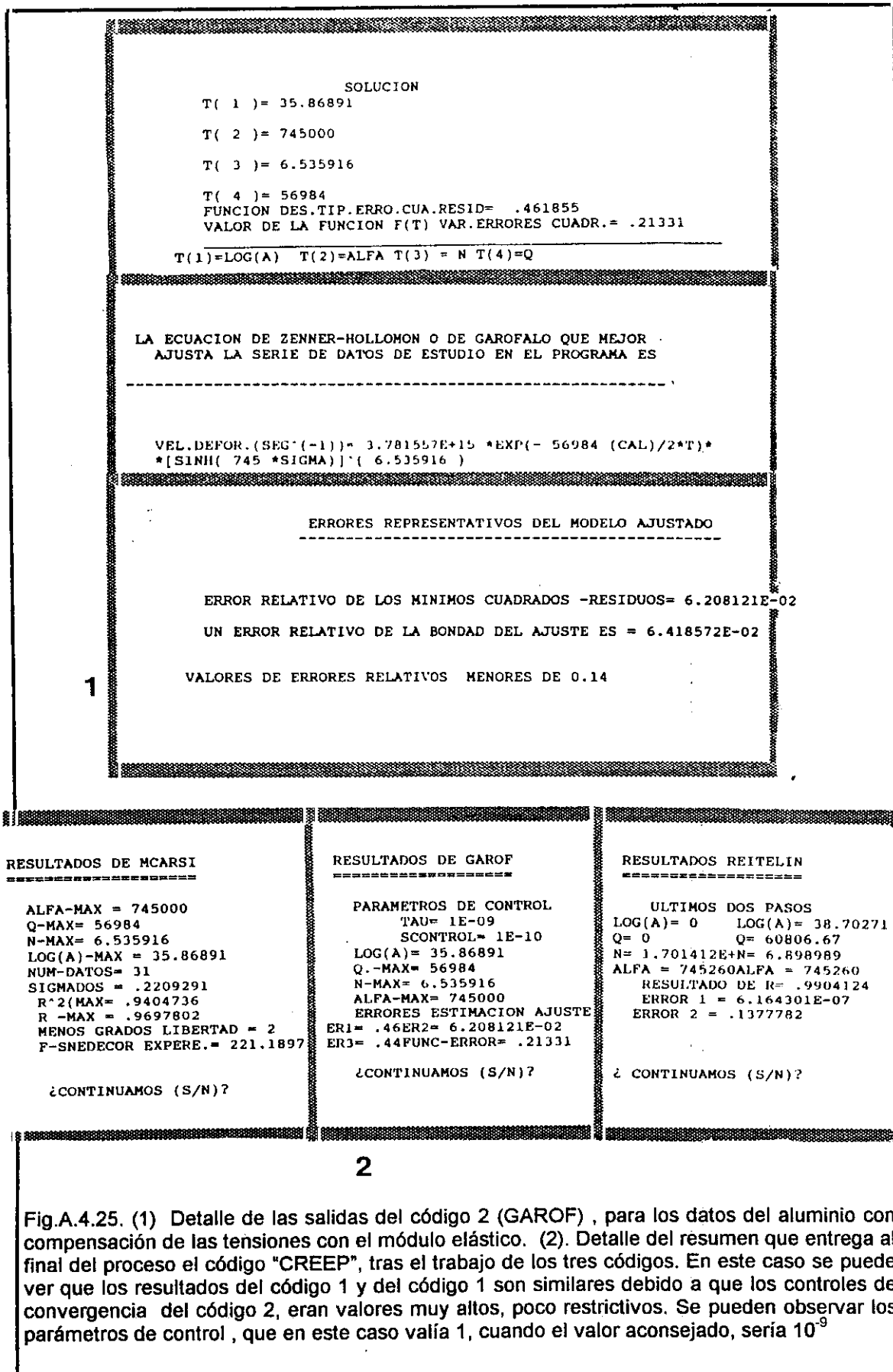
1

	alfamax= 741666.6 Q= 56984 RMAX = .9942239 PTE.N = 6.543709 ORD.ORG.MAX = 35.90703 SIGR MAX = 2.068844E-03	Qmax= 60600 ALFA= 741666.6 RMAX = .9945184 PTE.N = 6.888122 ORD.ORG.MAX = 38.59264 SIGR MAX = 1.963632E-03
Qmax= 60600 ALFA= 747000 RMAX = .9945195 PTE.N = 6.875057 ORD.ORG.MAX = 38.52844 SIGR MAX = 1.963268E-03	alfamax= 748833.3 Q= 60600 RMAX = .9945196 PTE.N = 6.870559 ORD.ORG.MAX = 38.50648 SIGR MAX = 1.963247E-03	Qmax= 60193.33 ALFA= 748833.3 RMAX = .9945169 PTE.N = 6.831917 ORD.ORG.MAX = 38.20493 SIGR MAX = 1.96421E-03
alfamax= 743533.3 Q= 60193.33 RMAX = .9945112 PTE.N = 6.844849 ORD.ORG.MAX = 38.2682 SIGR MAX = 1.966234E-03	Qmax= 60806.67 ALFA= 743533.3 RMAX = .994526 PTE.N = 6.903231 ORD.ORG.MAX = 38.72355 SIGR MAX = 1.960945E-03	QMAX= 80807 alpha = 746280 Rmax= 0.99463 n= 6.898 LOG(A) 38.70271 sigma_max= 1.9608.10 ³

2

Fig.A.4.24.(1).Detalle de los residuos del ajuste de los datos de la aleación de aluminio con tensiones compensadas por el módulo elástico. (2) Detalle de las salidas del código 3. (REITELIN),para el aluminio .- Etapa de iteración controlada.

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..



CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

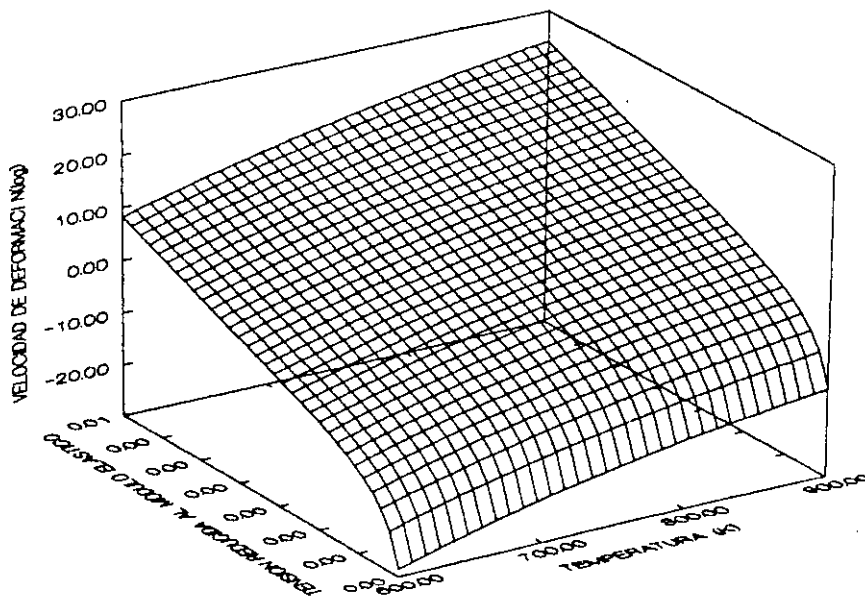
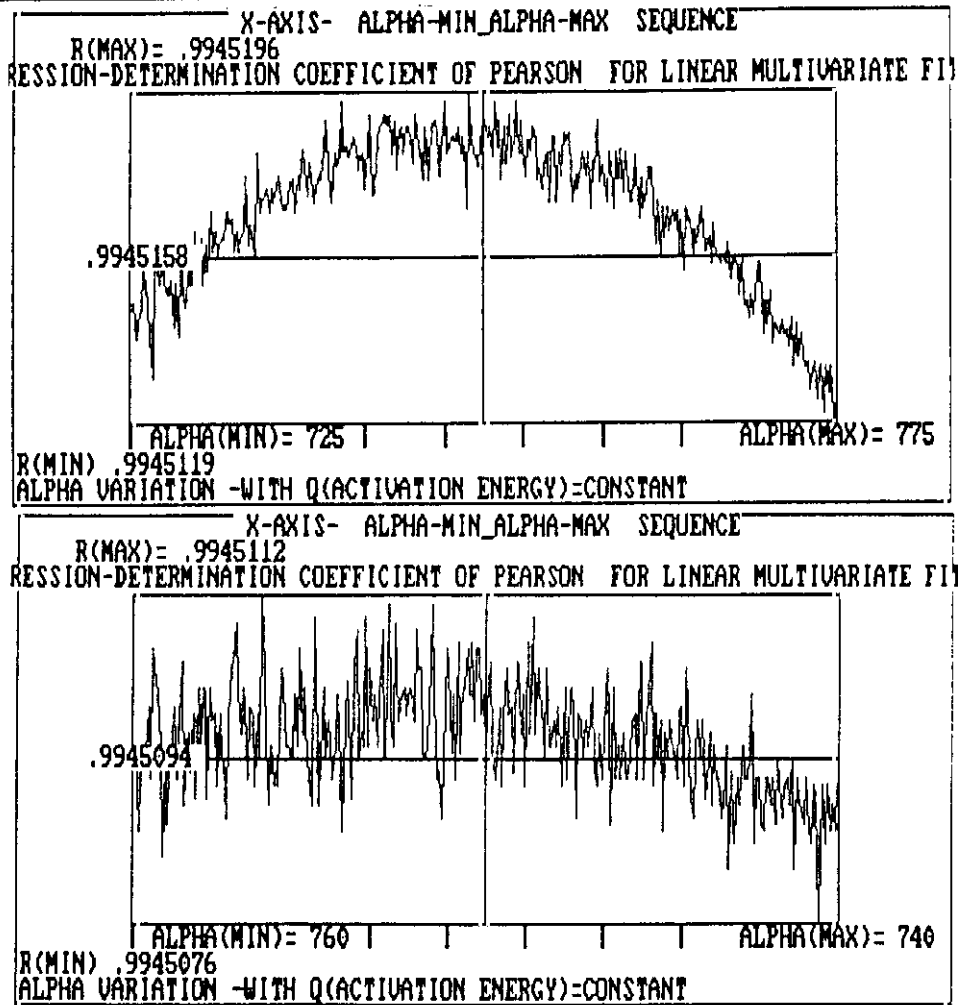
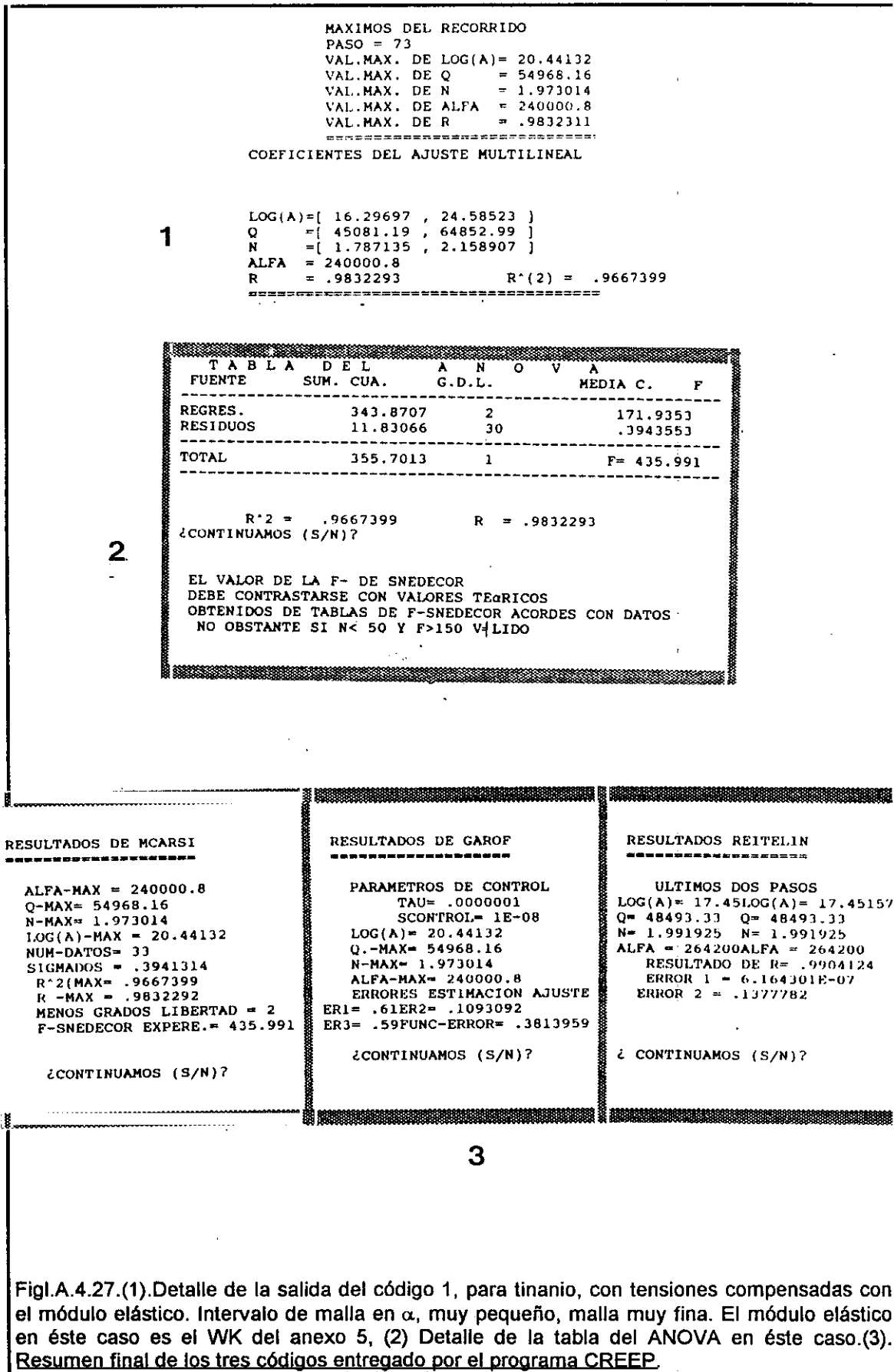


Fig.A.4.26. (1). Detalle de las intensas fluctuaciones del coeficiente de determinación con la evolución de α , cuando la función objetivo se encuentra en valores de la superficie de respuesta próximos al óptimo. Aluminio con tensiones c.m.e. (2). Superficie del mejor ajuste de la ecuación de Garofalo.

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..



Figl.A.4.27.(1).Detalle de la salida del código 1, para tinanio, con tensiones compensadas con el módulo elástico. Intervalo de malla en α , muy pequeño, malla muy fina. El módulo elástico en éste caso es el WK del anexo 5, (2) Detalle de la tabla del ANOVA en éste caso.(3). Resumen final de los tres códigos entregado por el programa CREEP.

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

```

MAXIMOS DEL RECORRIDO
PASO = 138
VAL.MAX. DE LOG(A) = 29.32804
VAL.MAX. DE Q = 79156.69
VAL.MAX. DE N = 1.948547
VAL.MAX. DE ALFA = 739333.3
VAL.MAX. DE R = .9908706
=====

```

COEFICIENTES DEL AJUSTE MULTILINEAL

```

LOG(A)=[ 26.57522 , 32.08087 ]
Q      =[ 72708.35 , 85605.02 ]
N      =[ 1.815867 , 2.081227 ]
ALFA   = 739333.3
R      = .9908706           R^2(2) = .9818246
=====

```

T A B L A D E L A N O V A				
FUENTE	SUM. CUA.	G.D.L.	MEDIA C.	F
REGRES.	349.2363	2	174.6182	
RESIDUOS	6.464997	30	.2154999	
TOTAL	355.7013	1		F= 810.2936

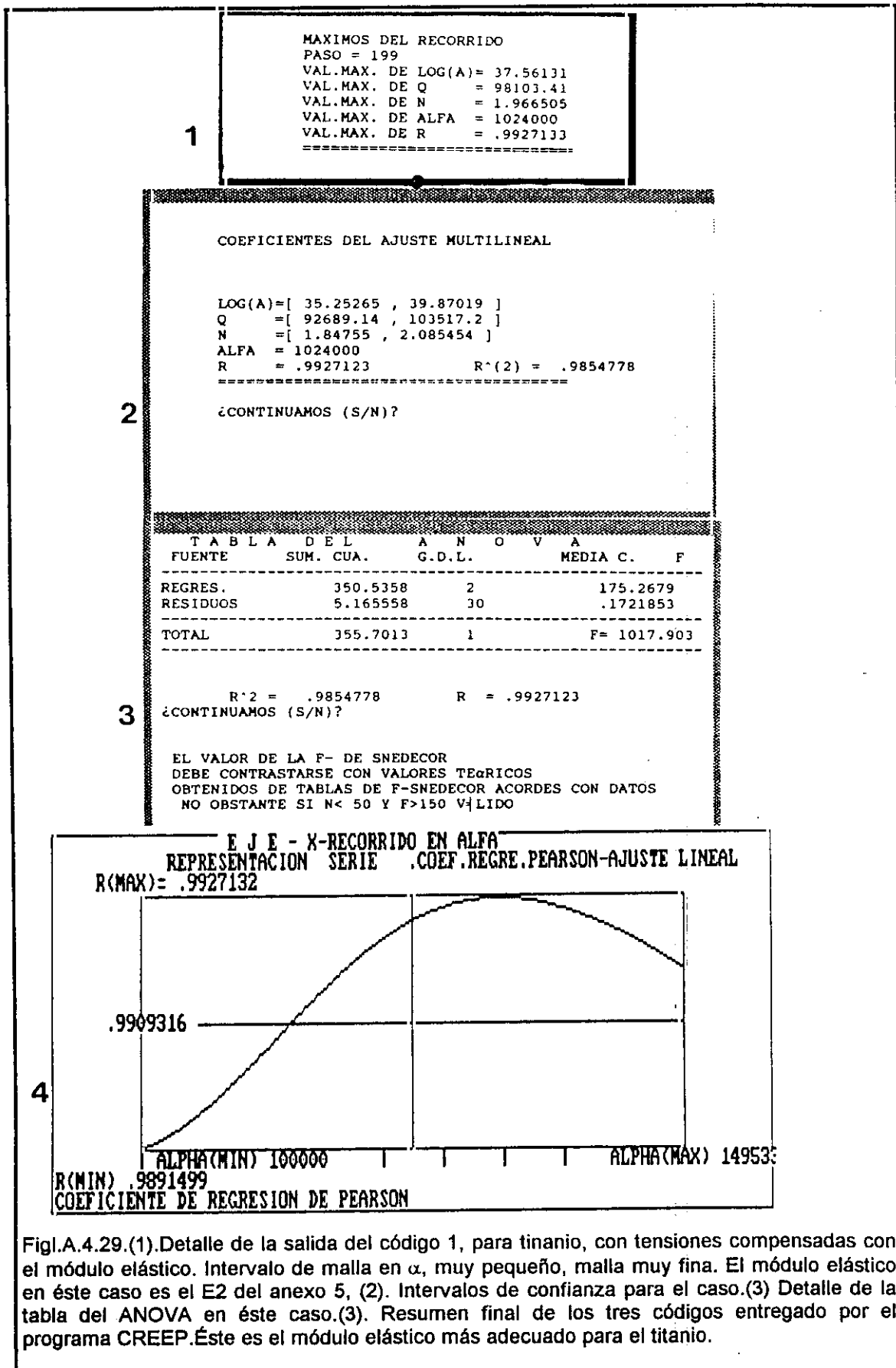
$R^2 = .9818246$ $R = .9908706$
¿CONTINUAMOS (S/N)?

EL VALOR DE LA F- DE SNEDECOR
DEBE CONTRASTARSE CON VALORES TABULADOS
OBTENIDOS DE TABLAS DE F-SNEDECOR ACORDES CON DATOS
NO OBSTANTE SI $N < 50$ Y $F > 150$ VÁLIDO

RESULTADOS DE MCARSI	RESULTADOS REITELIN
<pre> ===== ALFA-MAX = 739333.3 Q-MAX= 79156.69 N-MAX= 1.948547 LOG(A)-MAX = 29.32804 NUM-DATOS = 33 SIGMADOS = .2150107 R^2(MAX) = .9818246 R -MAX = .9908706 MENOS GRADOS LIBERTAD = 2 F-SNEDECOR EXPERE. = 810.2936 ===== ¿CONTINUAMOS (S/N)? </pre>	<pre> ===== ULTIMOS DOS PASOS LOG(A) = 28.44 LOG(A) = 28.44601 Q = 77120 Q = 77120 N = 1.960697 N = 1.960697 ALFA = 742853 ALFA = 742853.3 RESULTADO DE R = .9904124 ERROR 1 = 6.164301E-07 ERROR 2 = .1377782 ===== ¿ CONTINUAMOS (S/N)? </pre>

Figl.A.4.28.(1).Detalle de la salida del código 1, para tinanio, con tensiones compensadas con el módulo elástico. Intervalo de malla en α , muy pequeño, malla muy fina. El módulo elástico en éste caso es el E4 del anexo 5, (2) Detalle de la tabla del ANOVA en éste caso.(3). Resumen final de los tres códigos entregado por el programa CREEP.

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..



Figl.A.4.29.(1).Detalle de la salida del código 1, para titanio, con tensiones compensadas con el módulo elástico. Intervalo de malla en α , muy pequeño, malla muy fina. El módulo elástico en éste caso es el E2 del anexo 5, (2). Intervalos de confianza para el caso.(3) Detalle de la tabla del ANOVA en éste caso.(3). Resumen final de los tres códigos entregado por el programa CREEP.Éste es el módulo elástico más adecuado para el titanio.

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

CALCULO AUTOCOVARIANZAS Y AUTOCORRELACIONES RUIDO

C(1)= .353173	R(1)= .3884903
C(2)= 2.202705E-02	R(2)= 2.422976E-02
C(3)= -.1553172	R(3)= -.1708489
C(4)= -.2698347	R(4)= -.2968182
C(5)= -9.020447E-02	R(5)= -9.922492E-02
C(6)= -.1332063	R(6)= -.146527
C(7)= -4.127011E-02	R(7)= -4.539713E-02
C(8)= .1599377	R(8)= .1759315
C(9)= .1188316	R(9)= .1307148
C(10)= .1217806	R(10)= .1339587
C(11)= -.1640401	R(11)= -.1804441

RECHAZO DE OBSERVACIONES EXTREMAS

ORDENACION DE LA MUESTRA
TEST DE PRUEBA PARA XS= 2.015978
TEXP = .3680656
A COMPARAR CON Tteo de STUDENT

media me=-1.410327E-05
varianzas var= .1607108
ajusta a p-variables p= 3
n-datos n= 33
varianza reducida= .1714248
desv.tipica red drt= .4140348

estudio de lanormalidad
ESTUDIO DE LA NORMALIDAD RESIDUOS

EN EL INTERVALO DE (-1.96;1.96)
SE ENCUENTRAN EL ... 96.96969 % DE LOS RESIDUOS

estudio de los residuos

=====

fichero RESFRAIN

residuos	residuos reducidos
.8346	2.0159
.2258	.5454
-.1422	-.3432
-.5108	-1.2336
-.8079	-1.9512
.724	1.7488
.4537	1.0959
.2253	.5443
.2787	.6732
.1835	.4432
-.32	-.7727
-.6043	-1.4594
-.5871	-1.4178
-.3578	-.864
-.5975	-1.4429
.1144	.2764
-.1849	-.4466
-.0511	-.1233
8.560001E-02	.2068
-.074	-.1785
.2891	.6984
.0187	.0452
-.423	-1.0214
.1524	.3683
.0314	.076
.2082	.5029
.1426	.3446
.3707	.8955
.4667	1.1274
.5102001	1.2324
.0031	.0077
-.4416	-1.0665
-.219	-.5288

Fig.A.4.30. (1) Detalle de salida de los residuos resultantes del ajuste con código 1 de los datos de titanio compensando las tensiones con el módulo elástico. (2). Detalle de los residuos del ajuste de los datos de la aleación de titanio compensando las tensiones con el m.e.

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

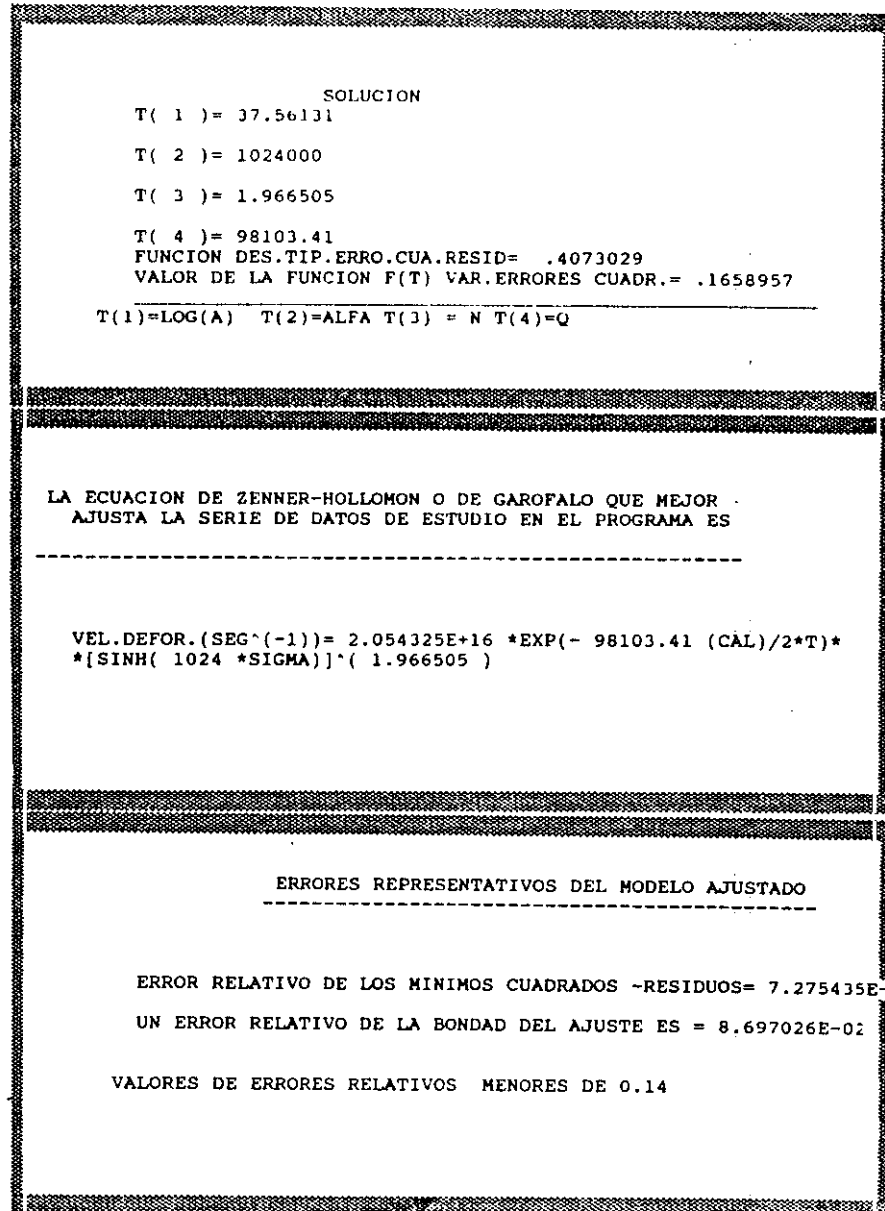


Fig.A.4.31.(1) Detalle de las salidas del código 2. (GAROF), para el TITANIO, tensiones compensadas con el m.e.E2 del anexo 5

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

<p>alfamax= 1024000 Q= 98103.41 RMAX = .9811549 PTE.N = 1.966503 ORD.ORG.MAX = 37.56151 SIGR MAX = 6.499217E-03</p>	<p>Qmax= 97133.34 ALFA= 1024000 RMAX = .9812507 PTE.N = 1.970755 ORD.ORG.MAX = 37.14838 SIGR MAX = 6.466471E-03</p>	<p>alfamax= 1022000 Q= 97133.34 RMAX = .9812104 PTE.N = 1.972268 ORD.ORG.MAX = 37.15388 SIGR MAX = 6.48026E-03</p>
<p>Qmax= 96966.66 ALFA= 1022000 RMAX = .9812692 PTE.N = 1.972998 ORD.ORG.MAX = 37.08291 SIGR MAX = 6.460162E-03</p>	<p>alfamax= 1022733 Q= 96966.66 RMAX = .9812146 PTE.N = 1.972445 ORD.ORG.MAX = 37.08088 SIGR MAX = 6.478797E-03</p>	<p>alfamax= 1022733 Q= 96966.66 RMAX = .9812146 PTE.N = 1.972445 ORD.ORG.MAX = 37.08088 SIGR MAX = 6.478797E-03</p>
<p>Qmax= 97486.66 ALFA= 1022733 RMAX = .9812812 PTE.N = 1.970161 ORD.ORG.MAX = 37.30234 SIGR MAX = 6.456064E-03</p>	<p>Qmax= 97486.66 ALFA= 1022733 RMAX = .9812812 PTE.N = 1.970161 ORD.ORG.MAX = 37.30234 SIGR MAX = 6.456064E-03</p>	<p>alfamax= 1024133 Q= 97230 RMAX = .9812902 PTE.N = 1.970234 ORD.ORG.MAX = 37.18918 SIGR MAX = 6.452951E-03</p>

RESULTADOS DE MCARSI

ALFA-MAX = 1024000
Q-MAX= 98103.41
N-MAX= 1.966505
LOG(A)-MAX = 37.56131
NUM-DATOS= 33
SIGMADOS = .1714248
R^2(MAX= .9854778
R -MAX = .9927123
MENOS GRADOS LIBERTAD = 2
F-SNEDECOR EXPERE.= 1017.903

¿CONTINUAMOS (S/N)?

RESULTADOS DE GAROF

PARAMETROS DE CONTROL
TAU= .0000001
SCONTROL= 1E-08
LOG(A) = 37.56131
Q.-MAX= 98103.41
N-MAX= 1.966505
ALFA-MAX= 1024000
ERRORES ESTIMACION AJUSTE
ER1= .40ER2= 7.275436E-02
ER3= .39FUNC-ERROR= .1658957

¿CONTINUAMOS (S/N)?

RESULTADOS REITELIN

ULTIMOS DOS PASOS
LOG(A)= 37.18LOG(A)= 37.18918
Q= 97230 Q= 97230
N= 1.97023 N= 1.970234
ALFA = 1024133ALFA = 1024133
RESULTADO DE R= .9904124
ERROR 1 = 6.164301E-07
ERROR 2 = .1377782

¿ CONTINUAMOS (S/N)?

Fig.A.4.32. Resultados del proceso iterativo obtenidos con el código 3, Reitelin, para los datos del titanio con las tensiones compensadas con el módulo elástico E2 del anexo 5

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

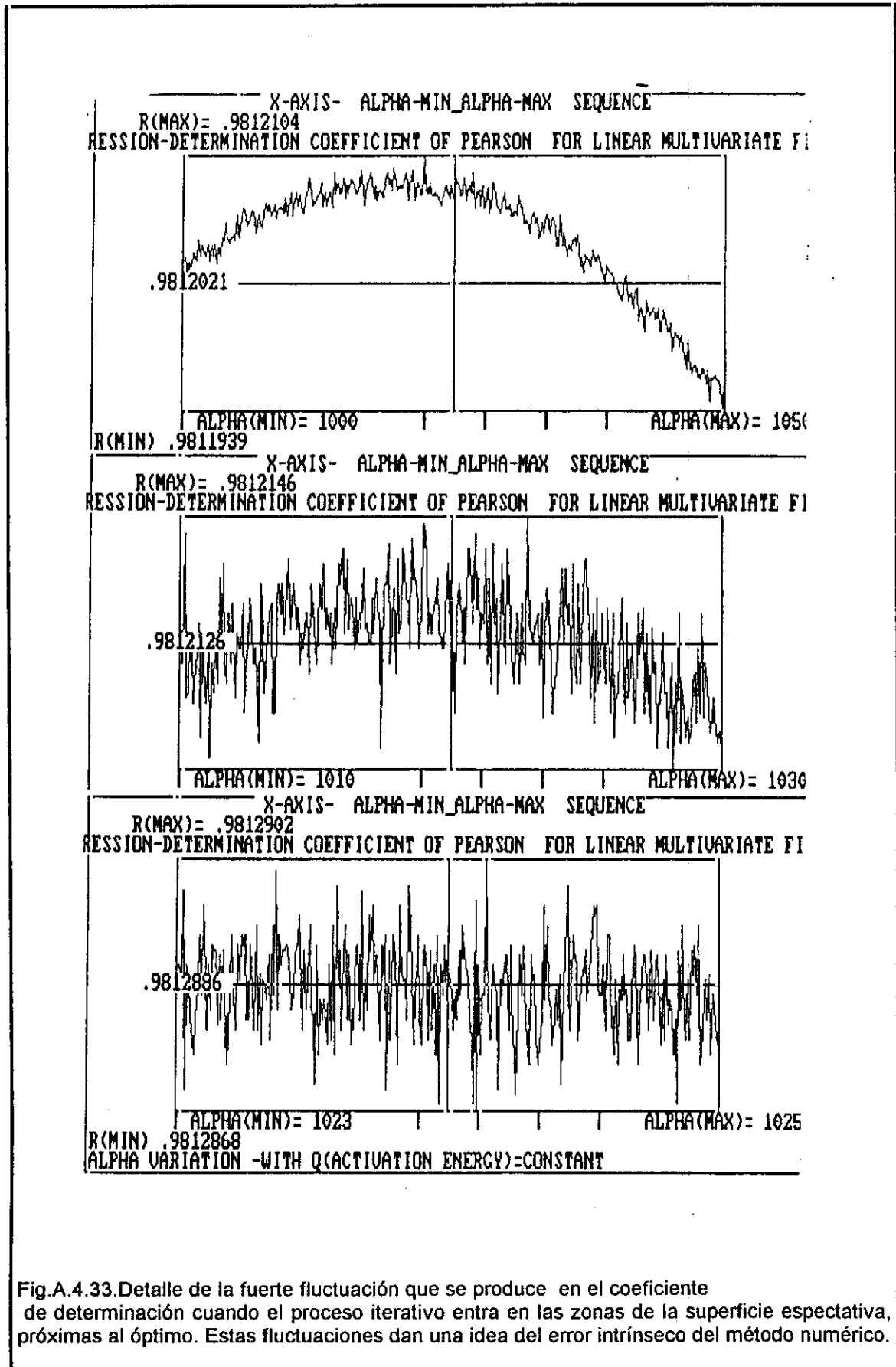


Fig.A.4.33. Detalle de la fuerte fluctuación que se produce en el coeficiente de determinación cuando el proceso iterativo entra en las zonas de la superficie esperativa, próximas al óptimo. Estas fluctuaciones dan una idea del error intrínseco del método numérico.

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

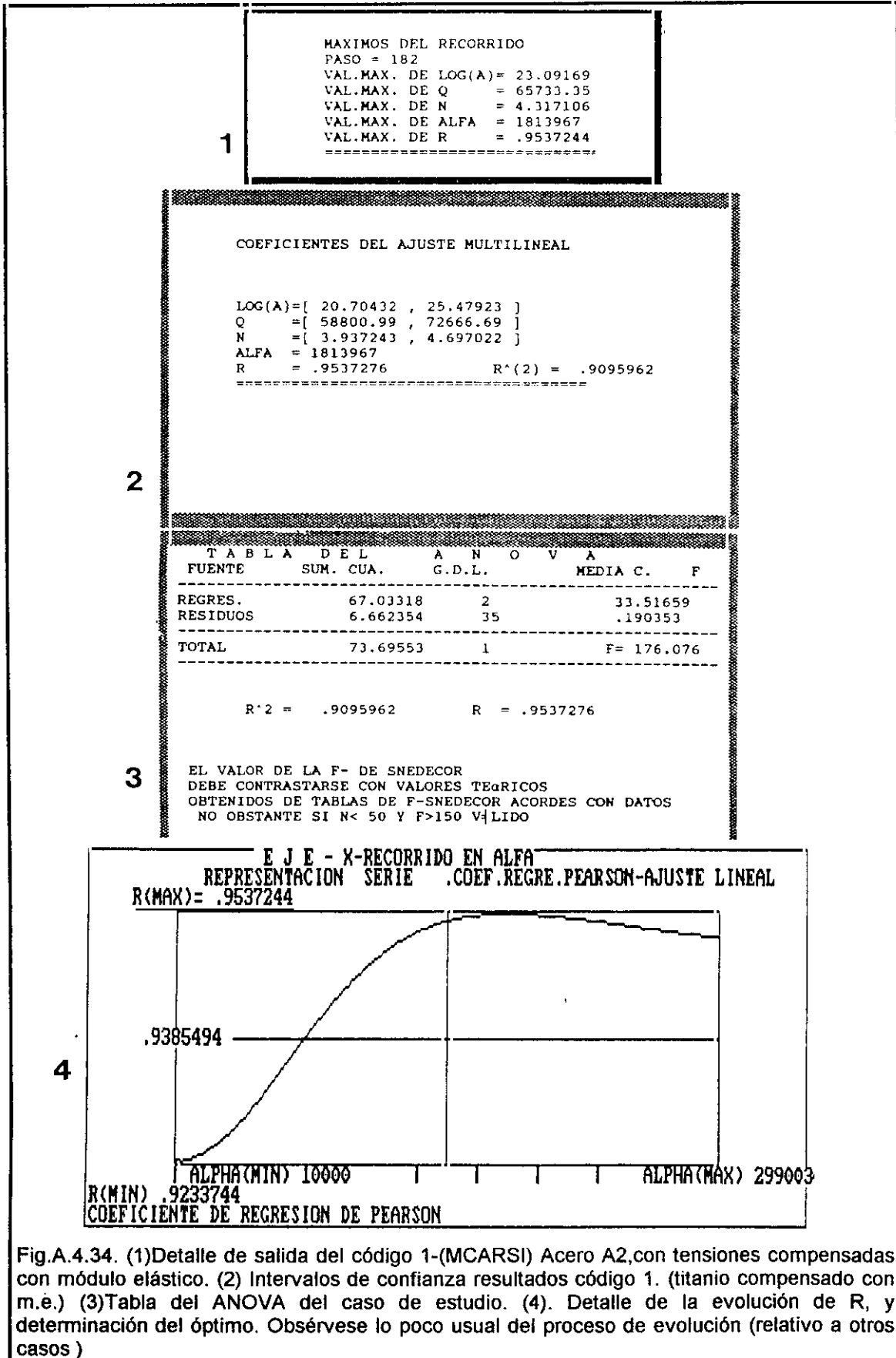


Fig.A.4.34. (1)Detalle de salida del código 1-(MCARSI) Acero A2,con tensiones compensadas con módulo elástico. (2) Intervalos de confianza resultados código 1. (titanio compensado con m.e.) (3)Tabla del ANOVA del caso de estudio. (4). Detalle de la evolución de R, y determinación del óptimo. Obsérvese lo poco usual del proceso de evolución (relativo a otros casos)

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

```

-----
ESTUDIO DE COEFICIENTES COMPORTAMIENTO ANOMALIAS
-----
INTRODUZCA FICHERO CON DATOS VARIABLE EXPLICADA -X1
PAUSA?

CALCULO AUTOCOVARIANZAS Y AUTOCORRELACIONES RUIDO
-----
C( 1 )= .2045004          R( 1 )= .222029
C( 2 )=-9.526531E-02     R( 2 )=-.1034309
C( 3 )=-.1440747        R( 3 )=-.1564239
C( 4 )=-4.539498E-02     R( 4 )=-4.928598E-02
C( 5 )= 9.181452E-02     R( 5 )= 9.968434E-02
C( 6 )=-.2642003        R( 6 )=-.2868461
C( 7 )=-.2678016        R( 7 )=-.2907561
C( 8 )=-6.918804E-03     R( 8 )=-7.511844E-03
C( 9 )= 7.885781E-02     R( 9 )= 8.561705E-02
C( 10 )=-.1667584       R( 10 )=-.181052
C( 11 )=-.181643        R( 11 )=-.1972124
C( 12 )= .1090942       R( 12 )= .1184452
-----

RECHAZO DE OBSERVACIONES EXTREMAS
-----
ORDENACION DE LA MUESTRA
TEST DE PRUEBA PARA XS= 3.069404
TEXP = .5188241
A COMPARAR CON Tteo de STUDENT
-----

media me= 1.014683E-04
varianzas var= .1796629
ajusta a p-variables p= 3
n-datos n= 38
varianza reducida= .1899294
desv.tipica red drt= .4358089
-----

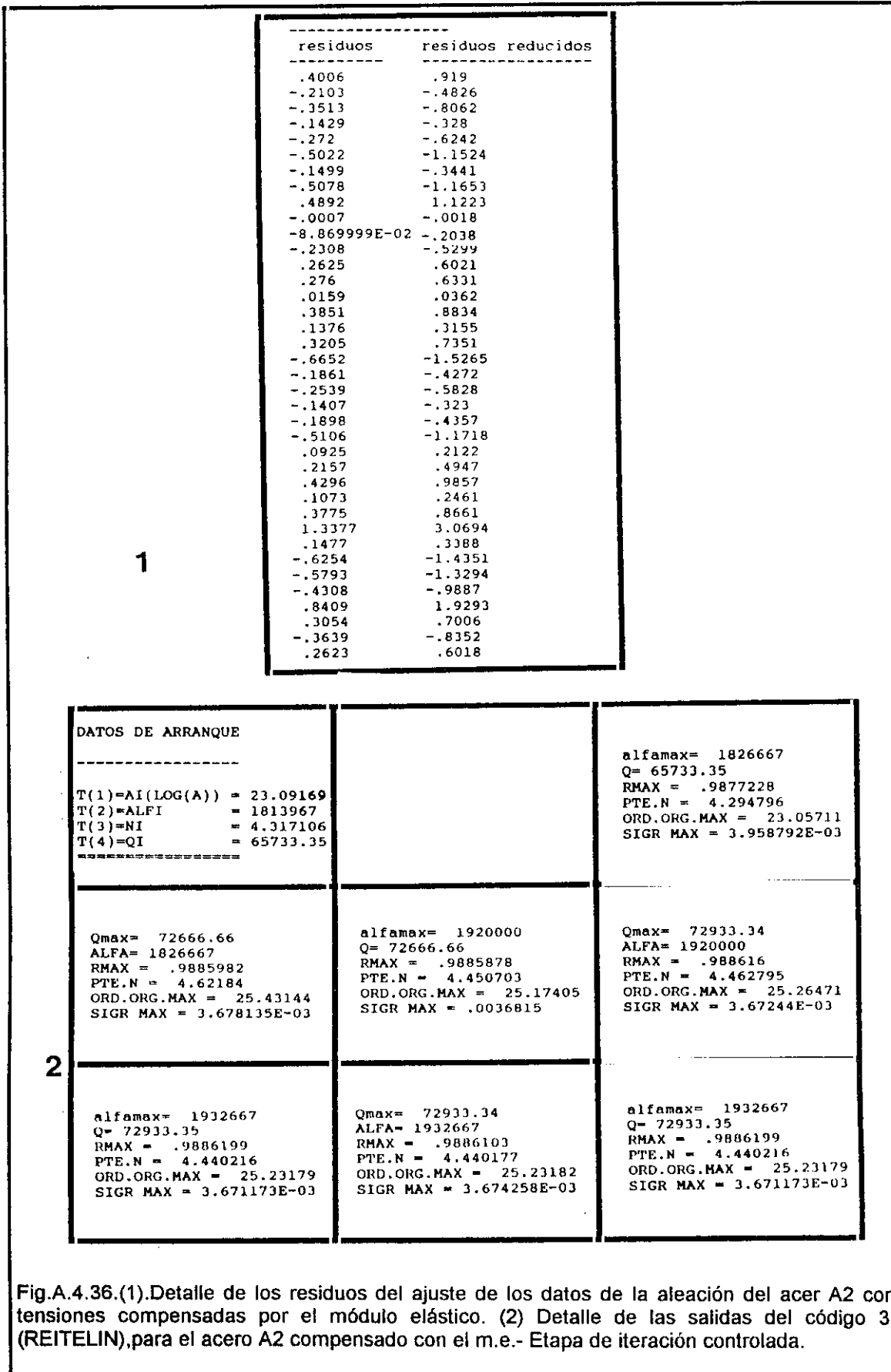
estudio de lanormalidad
ESTUDIO DE LA NORMALIDAD RESIDUOS
-----

EN EL INTERVALO DE (-1.96;1.96)
SE ENCUENTRAN EL ... 97.36842 % DE LOS RESIDUOS

```

Fig.A.4.35. (1) Detalle de salida de los residuos resultantes del ajuste con código 1 de los datos de acero A2, con las tensiones compensadas con el módulo elástico

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..



CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

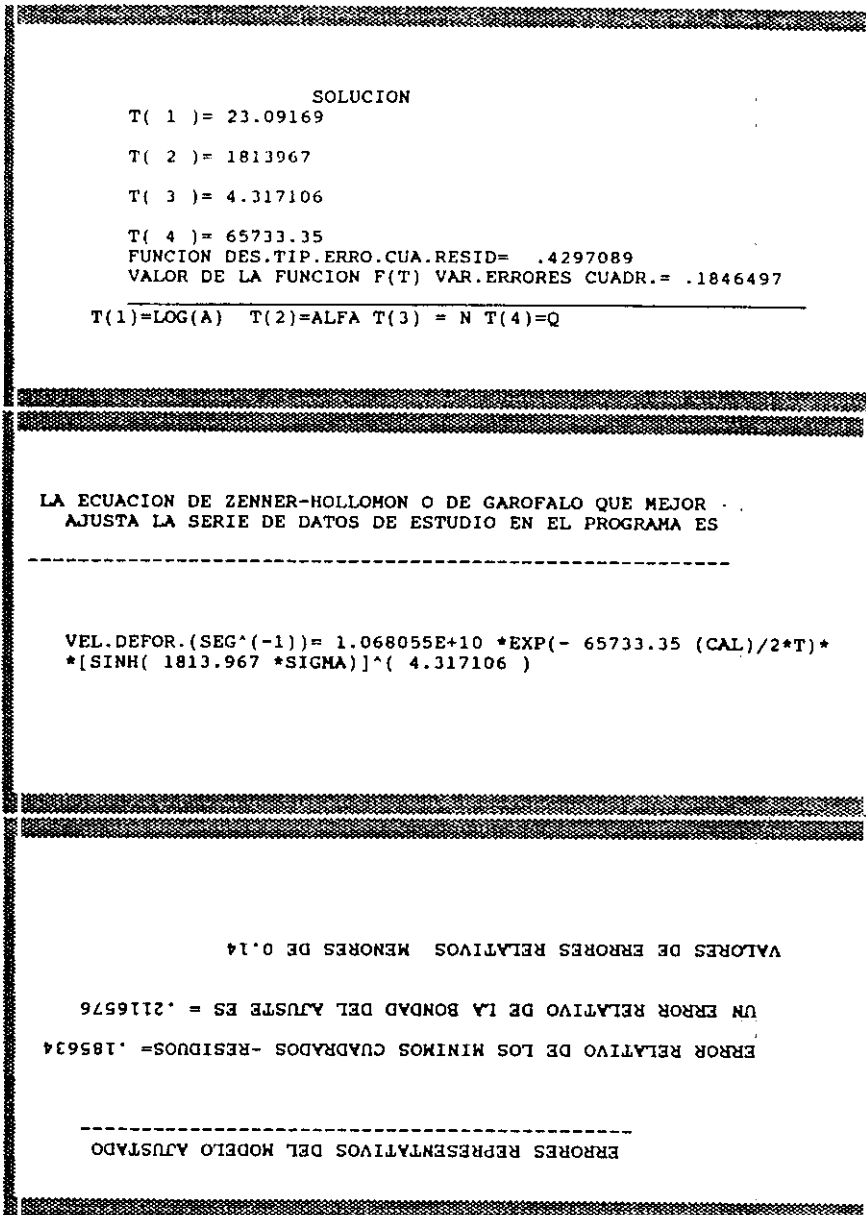


Fig.A.4.37. (1) Detalle de las salidas del código 2 (GAROF) , para los datos del acero A2 compensadas las tensiones con el módulo elástico.

CASO B- TENSIONES COMPENSADAS CON M.E..

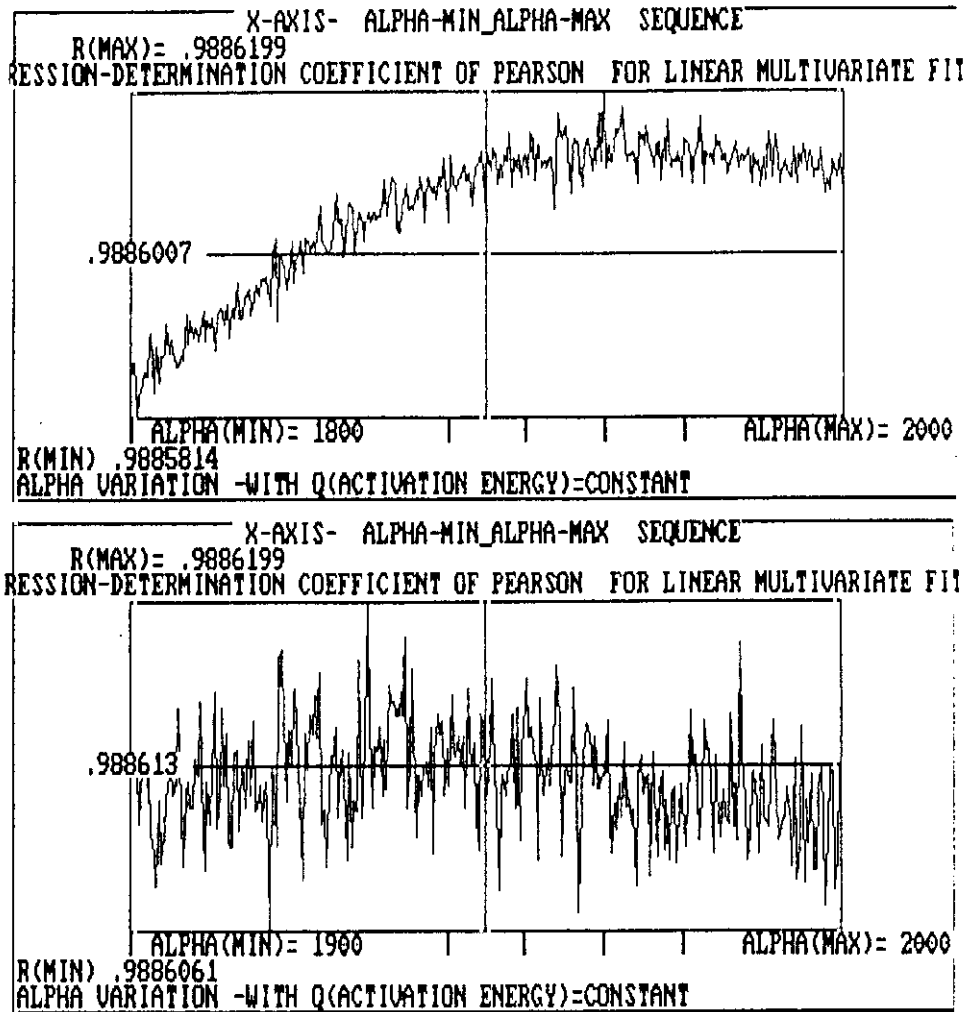


Fig.A.4.38. Detalle de la gran fluctuación que altera los valores del coeficiente R, cuando en la superficie de respuesta se alcanzan valores próximos al óptimo. Acero A2, con tensiones compensadas por módulo elástico, ver anexo 5.

ANEXO - 5.

**MÓDULOS DE ELASTICIDAD USADOS EN EL AJUSTE DE LOS
MATERIALES DE EJEMPLIFICACIÓN**

ALEACIONES DE :

TITANIO

ALUMINIO

ACERO A2

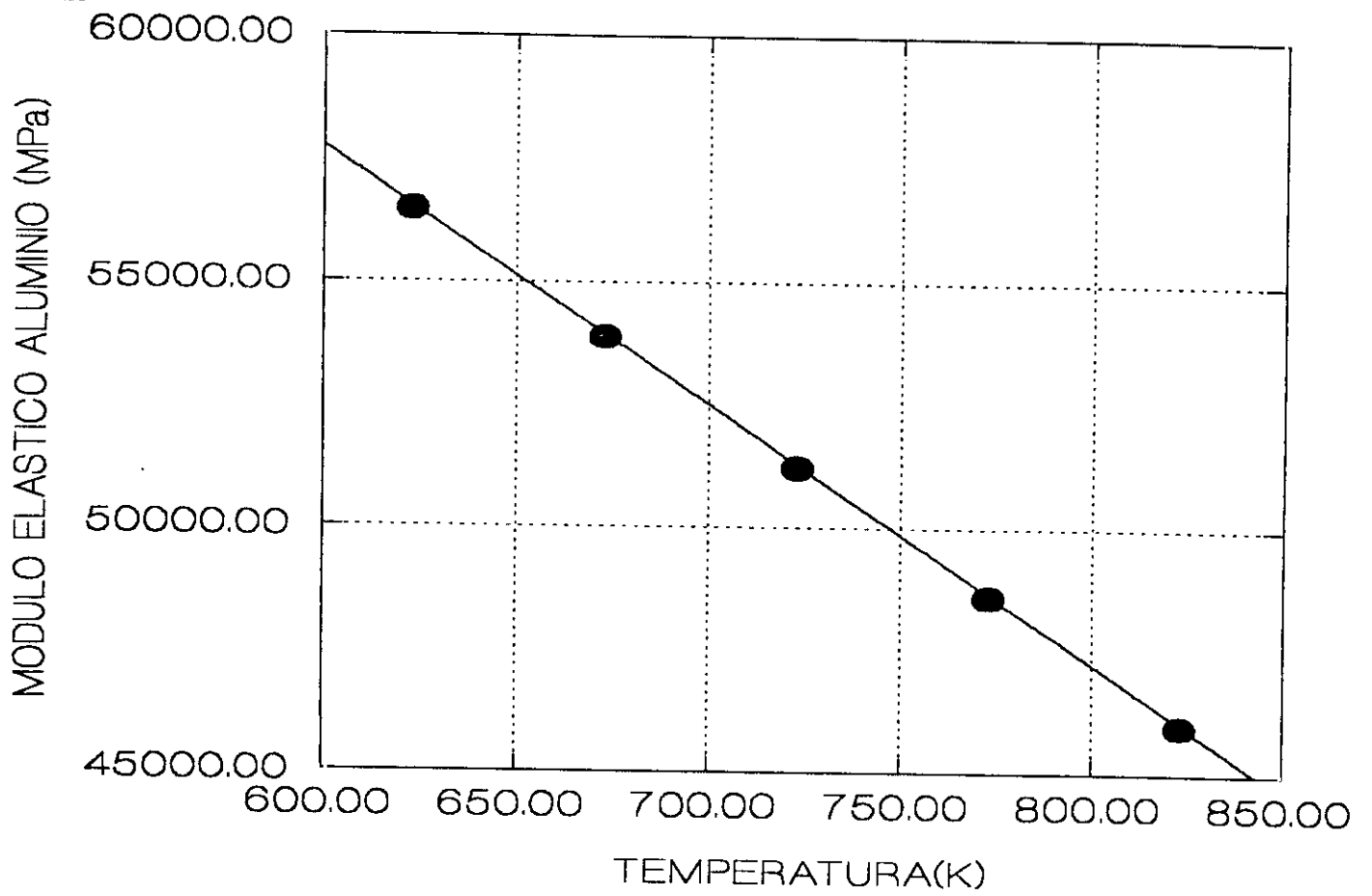


Fig.A5.1 Módulo elástico utilizado para el ajuste de la aleación de Aluminio

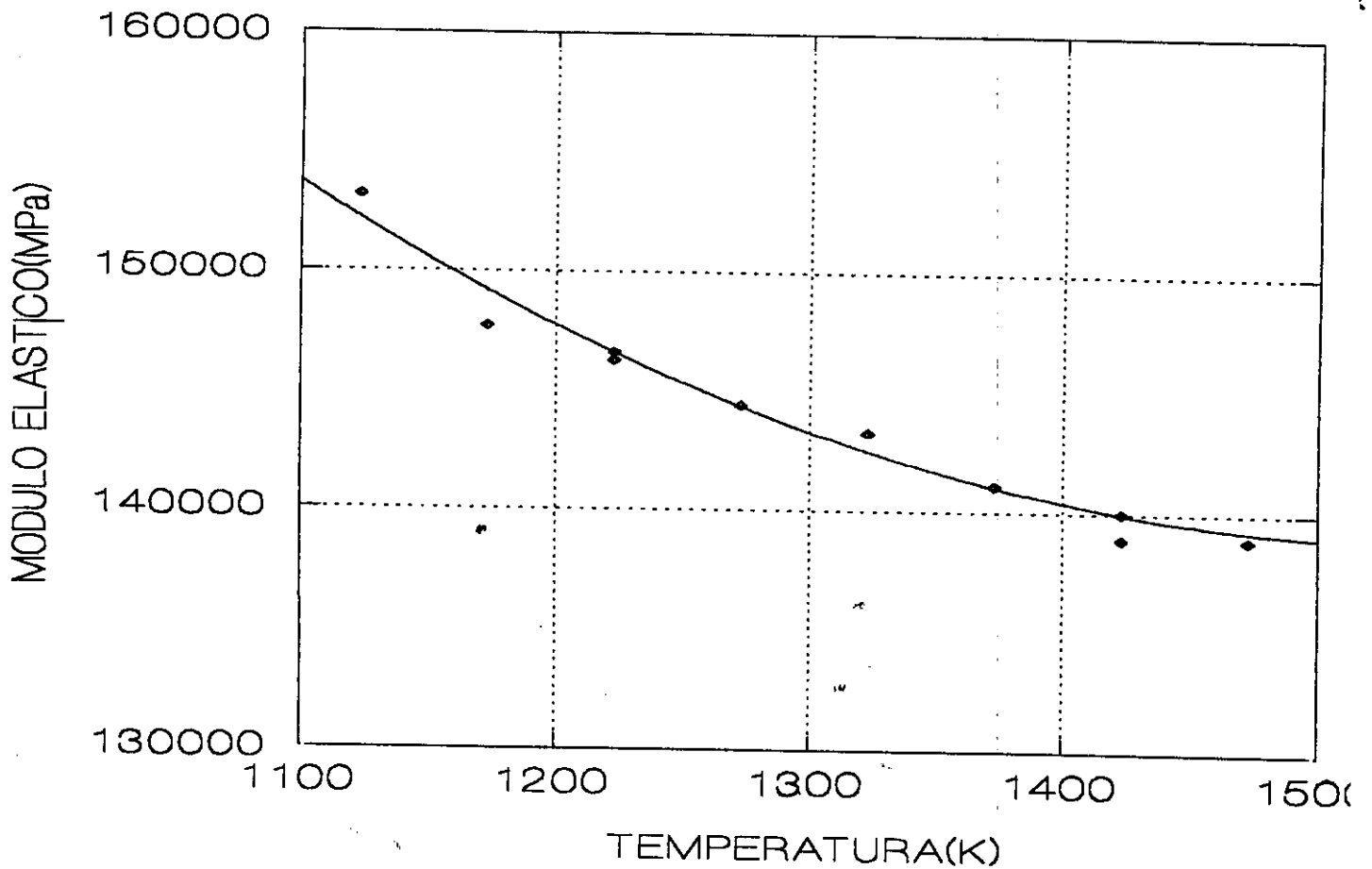


Fig.A5.2 Módulo de elasticidad frente a la Temperatura. Usado para el ajuste del acero A2.

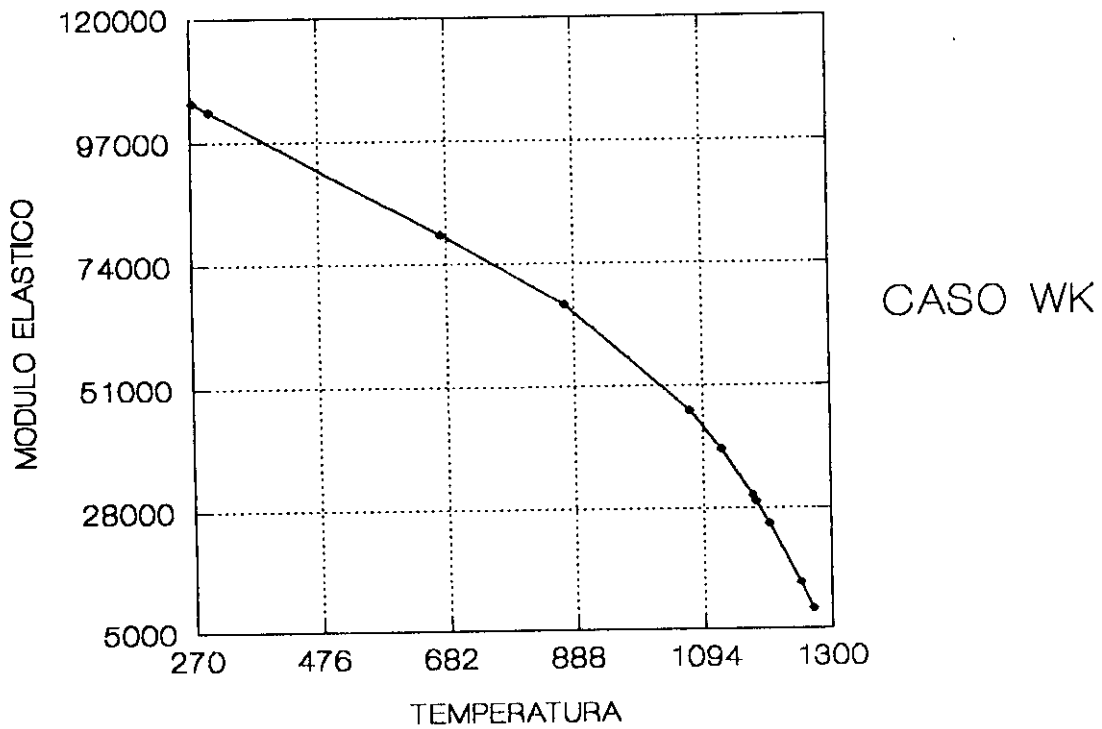


Fig.A5.3. Módulo de elasticidad (Mpa), frente a la Temperatura (K). Caso WK.
Usado para el ajuste del Titanio, con pobres resultados.

CASO E1A2

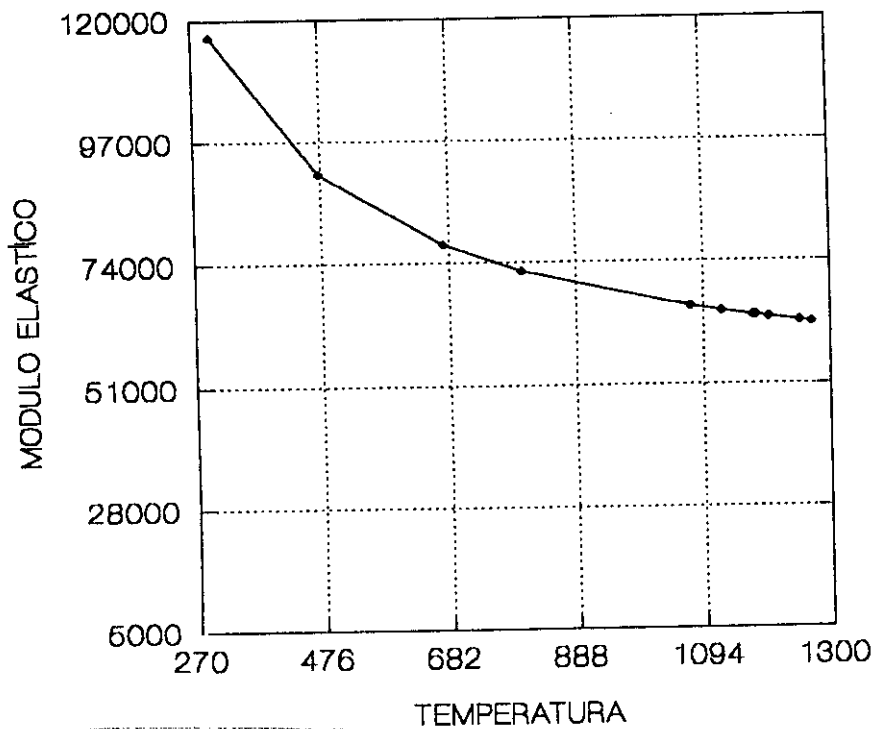


Fig.A5.4 Módulo de elástico (Mpa) frente a la Temperatura (K). Usado para el ajuste de la aleación de Titanio, no se adapta bien.

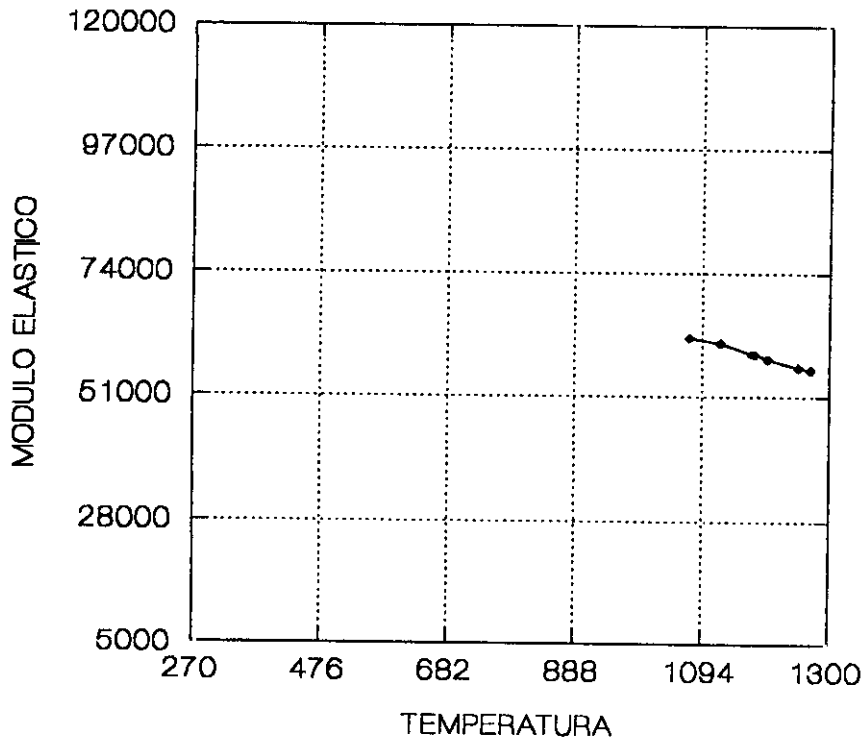
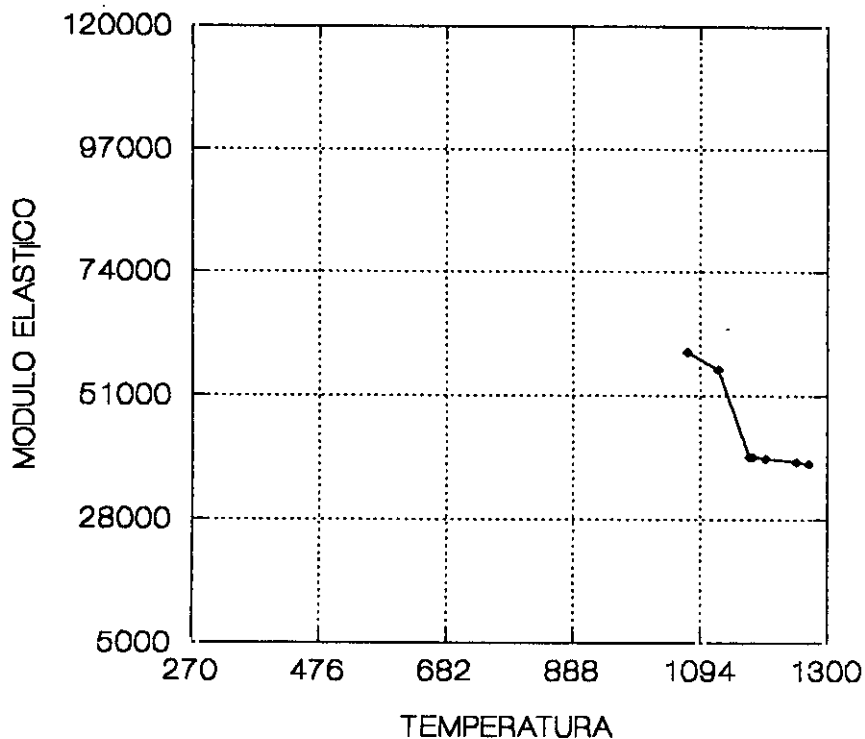


Fig.A5.5. Módulo de elasticidad (Mpa), frente a la Temperatura. Caso E2. Utilizado para el ajuste de la aleación de Titanio, presenta buenos resultados.



CASO E4

Fig.A5.6 Módulo de elasticidad (Mpa), frente a la Temperatura (K), utilizado para el ajuste de la aleación de Titanio. Caso E4, construido a partir de las tablas F. & A. Malos resultados estadísticos.

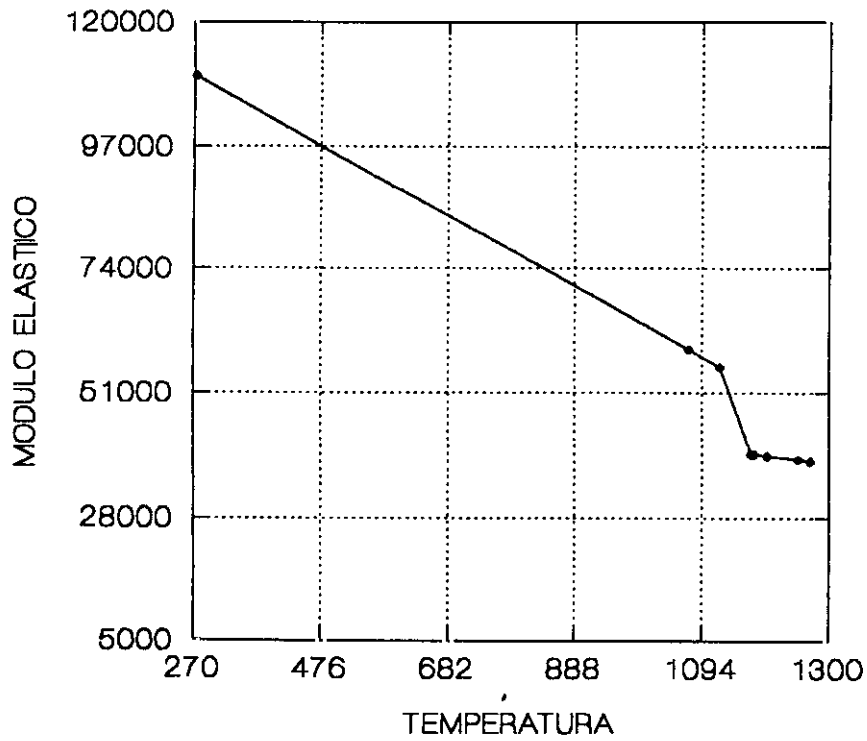


Fig.A5.7. El mismo que en la Fig.A5.6 pero en todo su recorrido.

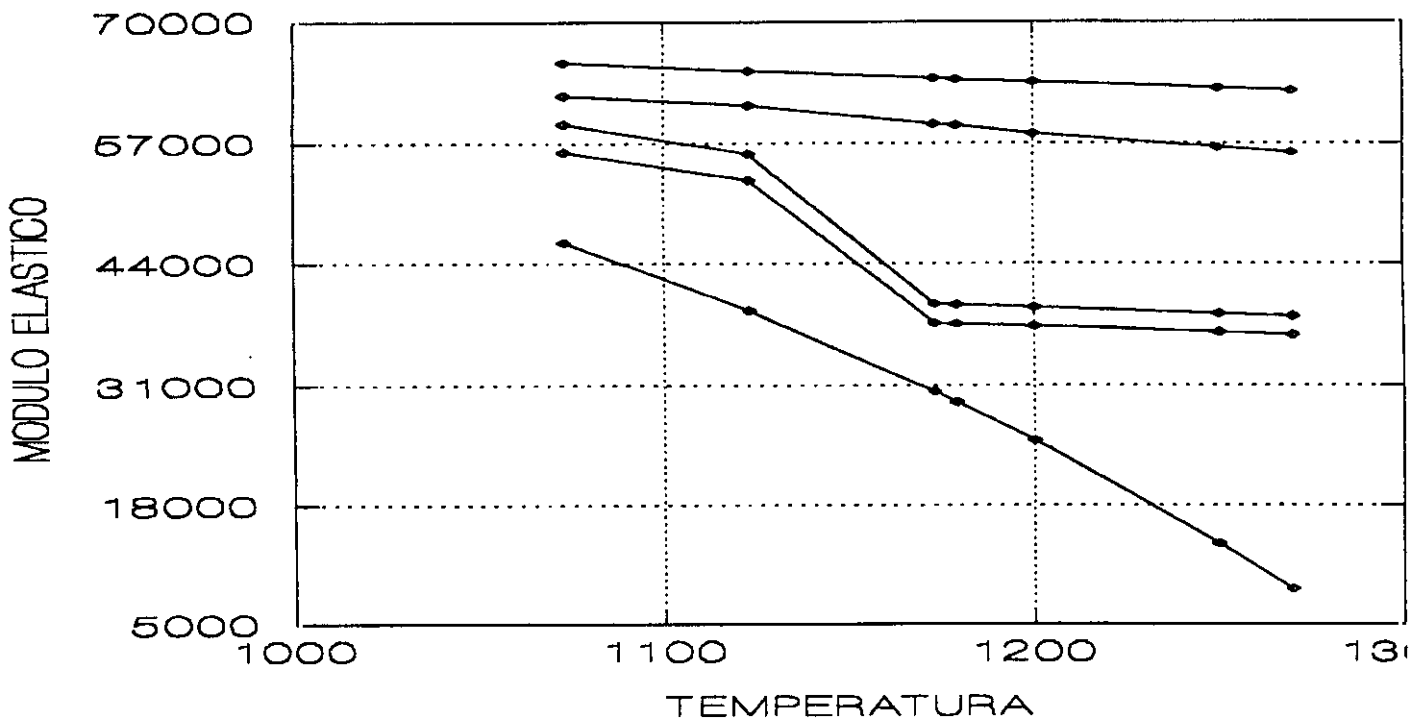


Fig.A5.8 Representación conjunta de la variación del módulo elástico para los casos estudiados (Titanio)



$$G = \mu [Pa \times 10^9]$$

Modulo elástico
de cizalla

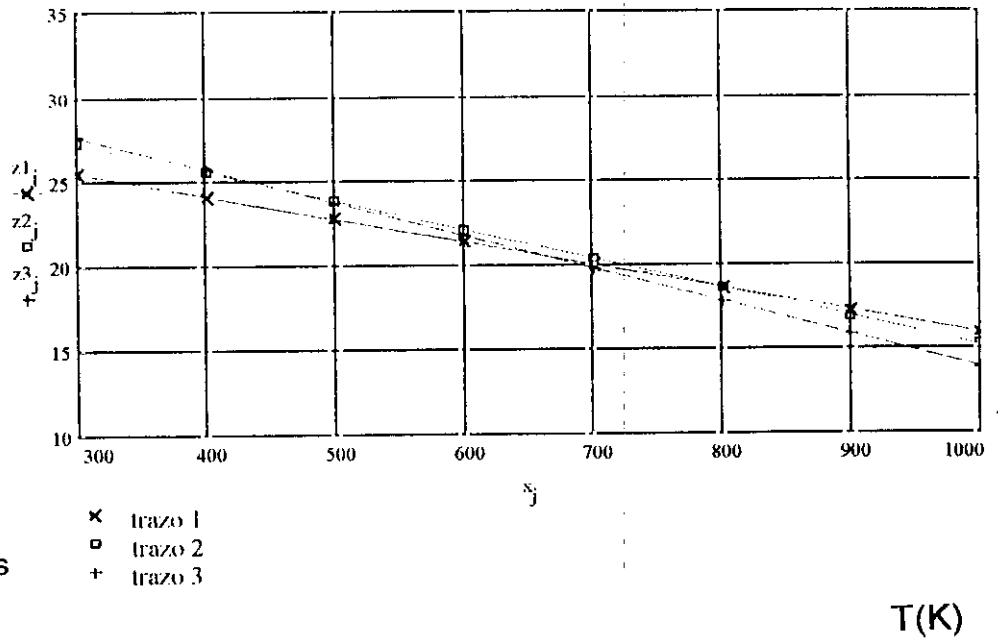


Fig.A5.9. Diversos módulos de cizalla para la aleación de Aluminio de diferentes fuentes bibliográficas.

ALEACIONES ALUMINIO
D.J.C. TRANS AIME VOL 166 PP 68-85 1946

$$G = 27.2 \left[1 + \frac{x_j - 300}{933} \cdot (-0.59) \right]$$

□ trazo 2

ALEACIONES ALUMINIO
DATOS C.E.N.I.M

$$G = 27.6 \left[1 + \frac{x_j - 300}{933} \cdot (-0.663) \right]$$

+ trazo 3

$x_j = T$

ALEACION ALUMINIO
FROST ASHBY

$$G = 25.4 \left[1 + \frac{x_j - 300}{933} \cdot (-0.5) \right]$$

× trazo 1

"MOD.ELAST.YOUNG"(Pa x 10⁹)

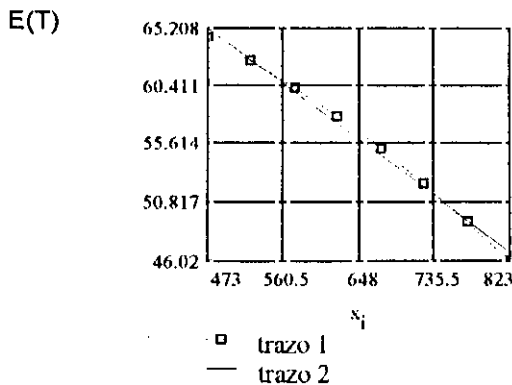


Fig.A5.10. Detalle del ajuste mediante el medio de linealización de las Tablas de F&A.

Trazo 1 - Experimental
Trazo 2 - Ajuste.

MODULO E.CIZALLA
ACERO INOXIDABLE
C.W.ANDREWS

$$= 72.79 \cdot \left[1 + \frac{x_1 - 300}{1810} \cdot (-0.644) \right]$$

✱ trazo 1

MODULO CIZALLA
ACERO INOXIDABLE MOD.316
FROST ASHBY

◇ trazo 4

$$= 81 \cdot \left[1 + \frac{x_1 - 300}{1810} \cdot (-0.85) \right]$$

MODULO CIZALLA
HIERRO GAMMA
FROST ASHBY

⋯ trazo 7

$$= 81 \cdot \left[1 + \frac{x_1 - 300}{1810} \cdot (-0.91) \right]$$

ACERO INOXIDABLE AUSTENITICO
D.J.C. TRANS AIME VOL 166 PP 66-85 1946

$$= 74.65 \cdot \left[1 + \frac{x_1 - 300}{1753} \cdot (-0.688) \right]$$

trazo 9

MODULO E.CIZALLA
ACERO INOXIDABLE
C.W.ANDREWS

$$= 98.61 \cdot \left[1 + \frac{x_1 - 300}{1810} \cdot (-1.24) \right]$$

+ trazo 2

MODULO CIZALLA
ACERO 1%CR-MO-V
FROST ASHBY

$$= 81 \cdot \left[1 + \frac{x_1 - 300}{1810} \cdot (-1.09) \right]$$

trazo 5

ACERO AL CARBONO
D.J.C. TRANS AIME VOL 166 PP 68-85 1946

$$= 81.4 \cdot \left[1 + \frac{x_1 - 300}{1753} \cdot (-1.157) \right]$$

trazo 8

MODULO CIZALLA
ACERO INOXIDABLE M.304
FROST-ASHBY

$$= 81 \cdot \left[1 + \frac{x_1 - 300}{1810} \cdot (-0.85) \right]$$

□ trazo 3

MODULO CIZALLA
HIERRO ALFA
FROST ASHBY

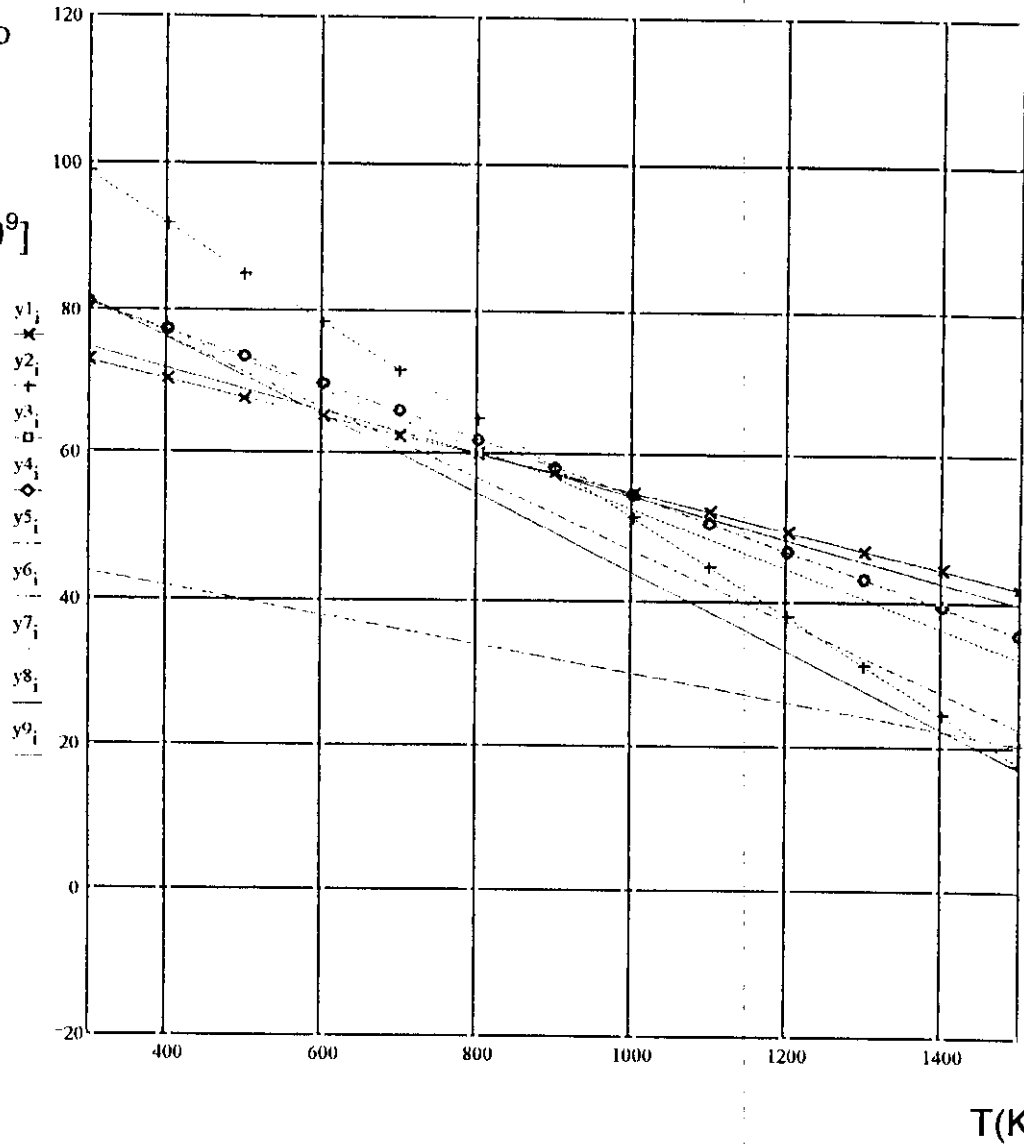
--- trazo 6

$$= \left[1 + \frac{x_1 - 300}{1810} \cdot (-0.81) \right] \cdot 43.6$$

Fig.A5.11. Diversos módulos de cizalla sintetizados para este trabajo a partir de diversas referencias bibliográficas.

Modulo elástico
de cizalla.

$G = \mu$ [$\text{Pa} \times 10^9$]



$T(K)$

$x_j = T$

Fig.A5.12. Representación de la colección de módulos de cizalla para diferentes aceros (los mismos que los de la figura A5.11)

MATERIAL	RECORRIDO	μ_0 (T=300K) Pa	T_M	$(T_M/\mu_0).(d\mu/dT)$
γ -Fe	1185-1165 (K)	81.10^9	1810 K	-0.91
Al		$25.4.10^9$	933 K	-0.5
α -Fe	0-1184	64.10^9	1810 K	-0.81
α -Ti		$43.6.10^9$	1933 K	-1.2
β -Ti		$20.5.10^9$	1933 K	-0.5
Steel 1%Cr-Mo-v	0-1753	81.10^9	1810 K	-1.09
304-Stainless		81.10^9	1810 K	-0.85
316-Stainless0		81.10^9	1810 K	-0.85

MODULO DE ELASTICIDAD DE YOUNG(dinamico) DE C.W.ANDREWS Metal.Progres. July 1950 P.86 Acero tipo 347	
T (K)	Módulo elástico (X10⁹ Pa)
311.8	187.1
366.3	182.9
477.4	175.3
588.6	167.01
700.0	159.4
811	152.5
922	145.5
1033	136.5
1144	131.7
1255	124.05
1366	116.4

Fig.A5.13. Tablas de datos usadas para la construcción de los módulos elásticos de los materiales indicados

MODULO DE ELASTICIDAD DE YOUNG(dinamico)	
DE C.W.ANDREWS Metal.Progres. July 1950 P.86	
Stainless Steel (18Cr-8Ni) FCC TIPO 347	
T (K)	Módulo elástico (X10⁹ Pa)
473	246.73
673	166.8
873	142.48
973	135.5
1073	125.1
1173	109.8
1273	88

Datos de módulos de elasticidad para diferentes materiales Policristalinos a 20°C (Propiedades Físicas de Metales y Aleaciones Ed.Mir Moscú 1986- B.G.Livshits,V.S.Kraposhin,Ya.L.Lipostki)				
MATERIAL	COEFICI. POISSON	MÓDULO YOUNG 10⁹Pa	M.CIZALLA 10⁹Pa	MÓDULO VOLUMEN 10⁹Pa
Aluminio	0.34	70.6	26.2	75.2
Hierro (recocido)	0.293	211.4	81.6	169.8
Cobre	0.343	129.8	48.3	137.8
Titanio	0.361	120.2	45.6	108.4
Aceros pobres en Carbono	0.291	211.9	82.2	169.2
Acero templado	0.296	201.4	77.8	165.0
Acero Recocido 0.75%C	0.293	210.0	81.1	168.7

Fig.A5.14. Tablas de datos usadas para la construcción de los módulos elásticos de los materiales indicados

Variación del módulo elástico de Young para Soluciones sólidas en base a Fe y para T=298 K						
Fe(Co) E(.10 ⁹ Pa)	Fe(Co) G(x10 ⁹ Pa)	Fe(Cr) E	Fe(Cr) G	Fe(Mn) E	Fe(Mn) G	Tanto por ciento del aleante
209	81	209	81	208	78	2%
210	82	210	82	205	76	4%
211	83	211	83.5	203	75	6%
214	84	212	84	201	73	8%
216	85	213	84.5	200	71	10%

MODULOS DE ELASTICIDAD A DIFERENTES TEMPERATURAS					
Ex10 ⁹ Pa					
MATERIAL /T	300 K	477 K	700 K	811 K	922 K
Acero al Carbono	207.9	187.1	155.9	135.1	127.4
Acero Inoxidable Austenitico	104.0 4	176.7	159.4	155.9	145.5
Aleaciones de titanio	114.3	97.02	74.2	70	
Aleaciones de aluminio	72.8	65.84	54		

MATERIAL	μ_0	T_M	$(T_M/\mu_0) \times$ $(d\mu/dT)$
INOX.1(MIXTO)	72.79	1810	-0.644
INOX 2 (C.W.ANDREWS)	98.61	1810	-1.24
INOX.3 M.304 (F&A)	81	1810	-0.85
INOX.4 MOD.316(F&A)	81	1810	-0.85
AC.5 1%Cr-Mo-V F&A	81	1810	-1.09
Fe- α F&A	43.6	1810	-0.81
Fe- γ	81	1810	-0.91

Fig.A5.14 Diferentes tablas con datos para la obtención de los módulos elásticos así como las construcciones de las funciones para los mismos (F&A)

ANEXO - 6.

**ESTUDIO DE MAPAS DE ESTABILIDAD Y EFICIENCIA EN LA FLUENCIA
ESTACIONARIA**

**ESTUDIO REALIZADO CON LOS DATOS DE LAS ALEACIONES DE
TITANIO, ALUMINIO, Y DEL ACERO A2.**

ALGORITMOS DESARROLLADOS SOBRE EL PROGRAMA MATHCAD.

V.5.0

A) Resultados para el tratamiento de la aleación de titanio sin compensar las tensiones con el módulo elástico.

Se comienza introduciendo los datos del resultado del ajuste de la ecuación de Garofalo, que en este caso son $\{A, Q, n, \alpha\} = \{e^{39} \text{ seg}^{-1}, 101001 \text{ cal/mol}, 1.96, 0.016 \text{ Mpa}^{-1}\}$. Los procesos iterativos de cálculo se realizan mediante la generación de lazos. El índice i , es el que genera los lazos de temperaturas, y el índice j , el que genera las velocidades de deformación. El índice k , se usa para las tensiones. Se usan $\{i:=0..45 ; j:= 0..35; k:=0..20 \}$. La velocidad de deformación se define como $v_j := e^{(-10+j)/(2.5)}$. La temperatura $T_i:=500+20.i$. Las temperaturas en Kelvin.

Definimos $\eta_j = J/(\text{Potencia total})$. {ver capítulo 7}.

Definimos $m = m(T, \sigma)$ y $m = m(T, \ln(\dot{\epsilon}'))$, $m = m(\sigma)$

$$m = \frac{\partial \ln(\sigma)}{\partial \ln(\dot{\epsilon}')}$$

$$s = \frac{1}{T} \cdot \frac{\ln(\sigma)}{\partial \left(\frac{1}{T}\right)}$$

Definimos $RT = J/G$ { ver capítulo 6}

Definimos $s = s(T, \sigma)$

Definimos $L1(T, \dot{\epsilon}') = \frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon}')}$

Definimos $L2(T, \dot{\epsilon}') = \frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon}')}$

$\ln[V.d(\text{seg}^{-1})]$

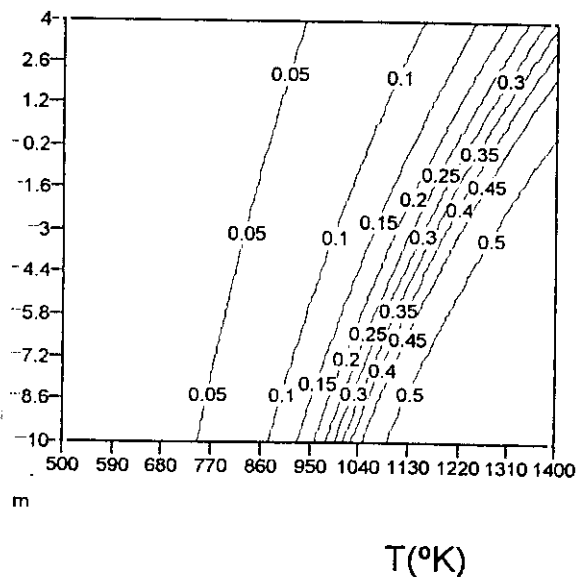
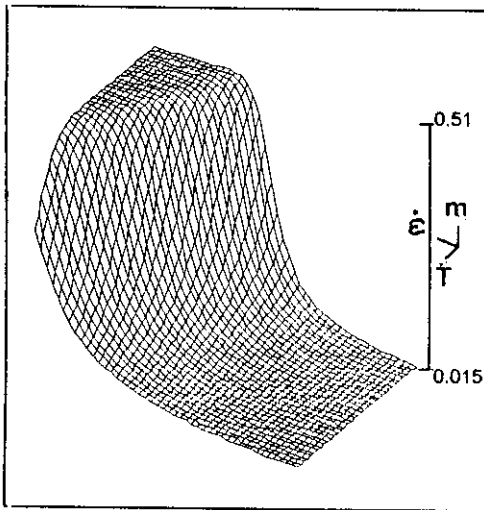


Fig.A6.1 Representación tridimensional de m , frente a Temperatura y logaritmo de las velocidades de deformación. Mapa de curvas de nivel de igual valor de m . Las isolneas son líneas de valor igual de m .

Eficiencia (sigma)

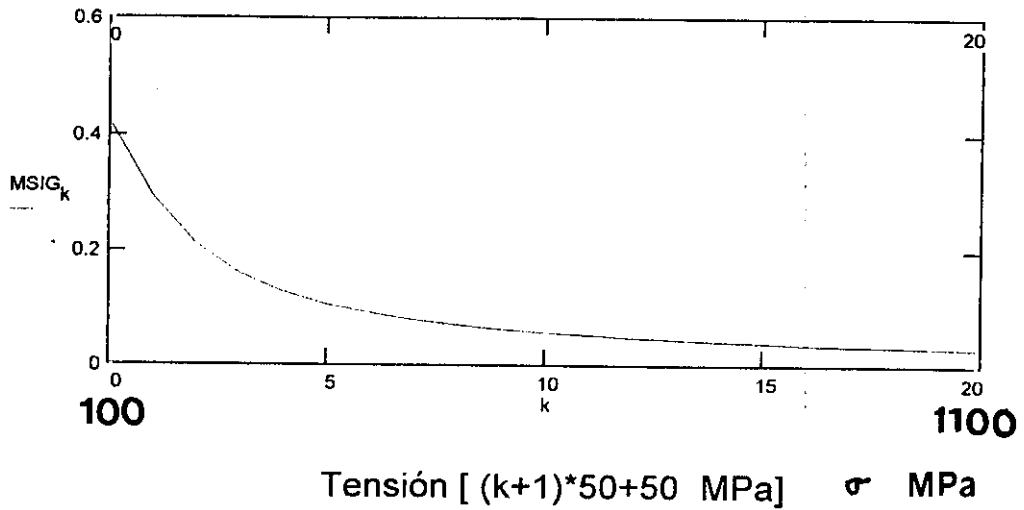


Fig.A6.2. Representación de $m=m(\sigma)$. en el caso de ajuste con tensiones no compensadas con el módulo elástico la dependencia de m , sensibilidad diferencial, puede ser exclusivamente de la tensión

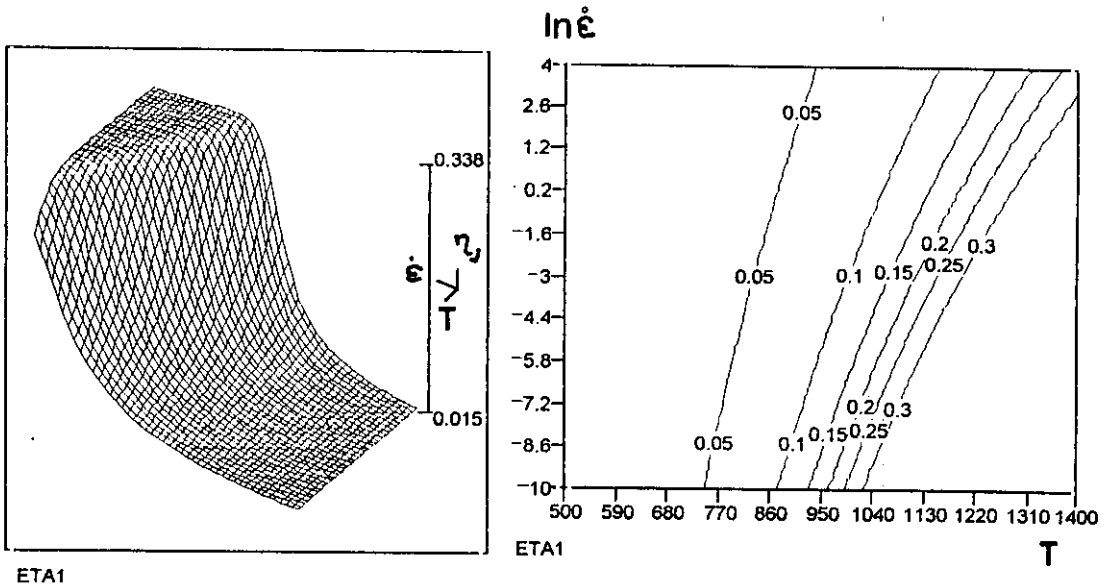


Fig.A.6.3. Representación tridimensional del factor de eficiencia $\eta_J=J/(\sigma \cdot \epsilon')$, frente a la temperatura y a la velocidad de deformación

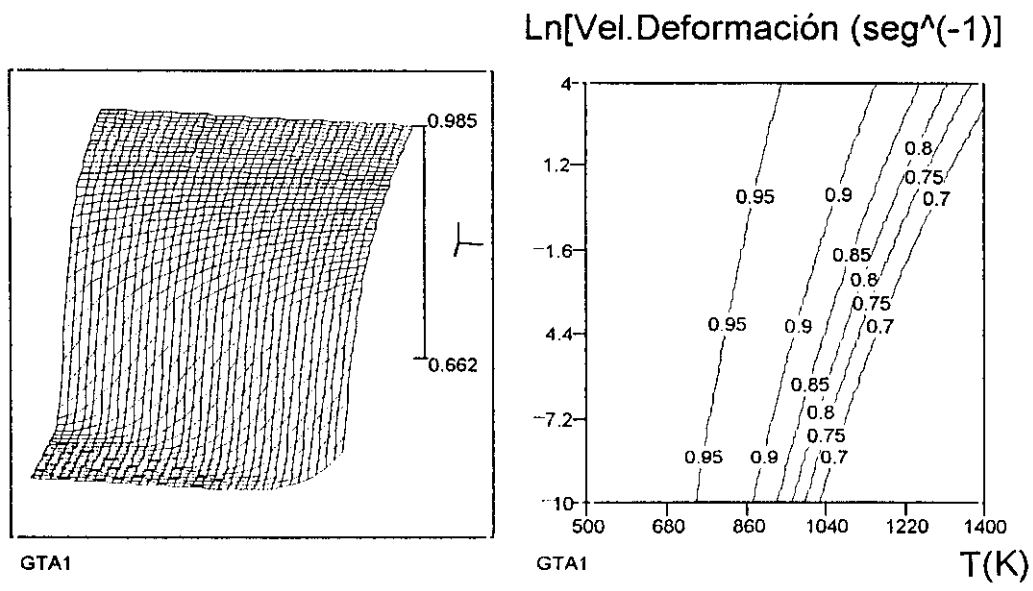


Fig.A.6.4. Representación del factor de eficiencia $\eta_G=1-\eta_J$, frente a la temperatura y a la velocidad de deformación. Mapa de curvas de nivel. Isolneas son las líneas de igual valor para la eficiencia η_G

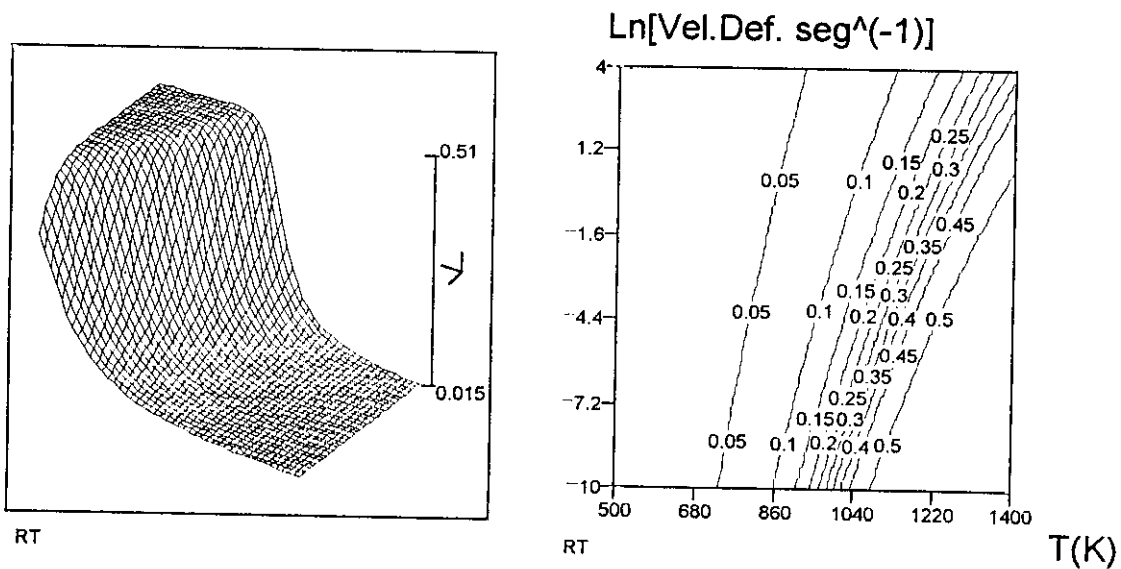


Fig.A.6.5. Representación tridimensional de la eficiencia total $\eta = J/G = RT$. Mapa de líneas de nivel. Isolneas son líneas de igual valor para η

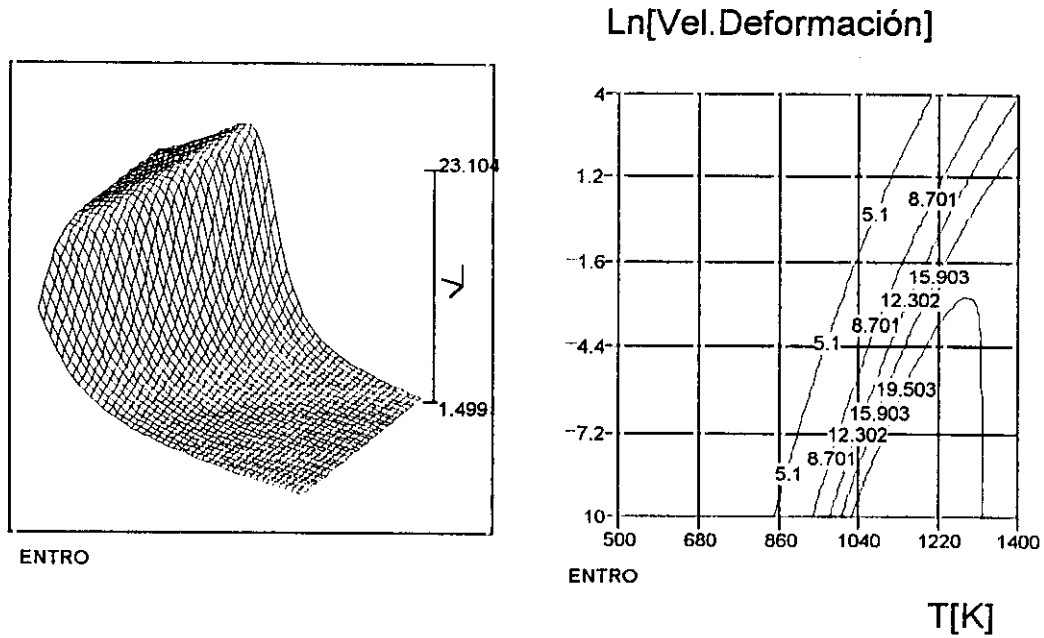


Fig.A.6.6. Representación diferencial del coeficiente de entropía {s}, frente a la temperatura y a la velocidad de deformación. Mapa de curvas de nivel. Isolneas son líneas de igual valor del coeficiente de entropía.

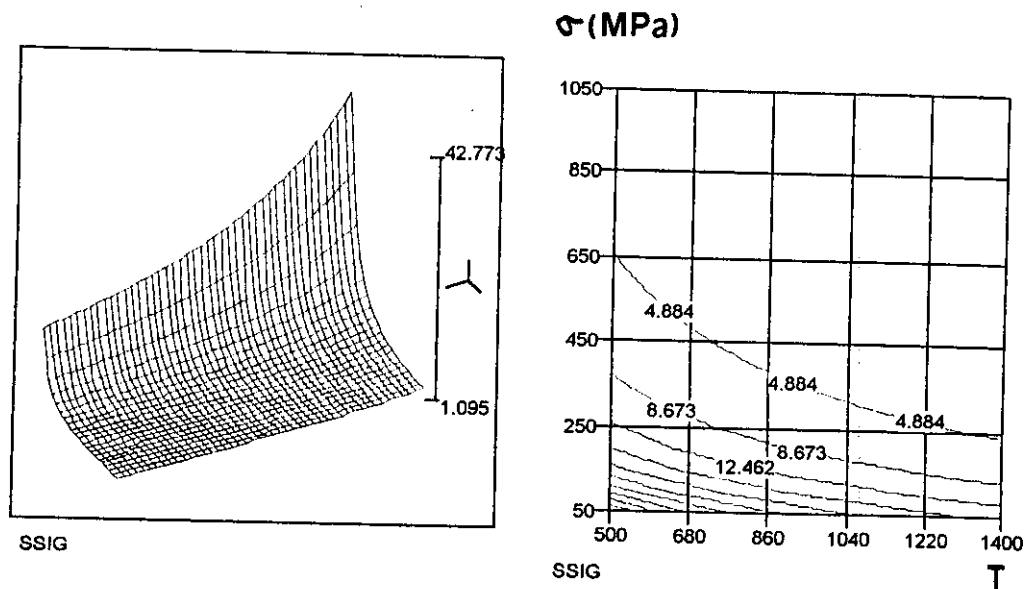


Fig. A.6.7 Coeficiente de entropía diferencial del sistema, frente a la temperatura y a la tensión. Mapa de curvas de nivel. Isolneas corresponden a las curvas de igual valor del coeficiente diferencial de entropía.

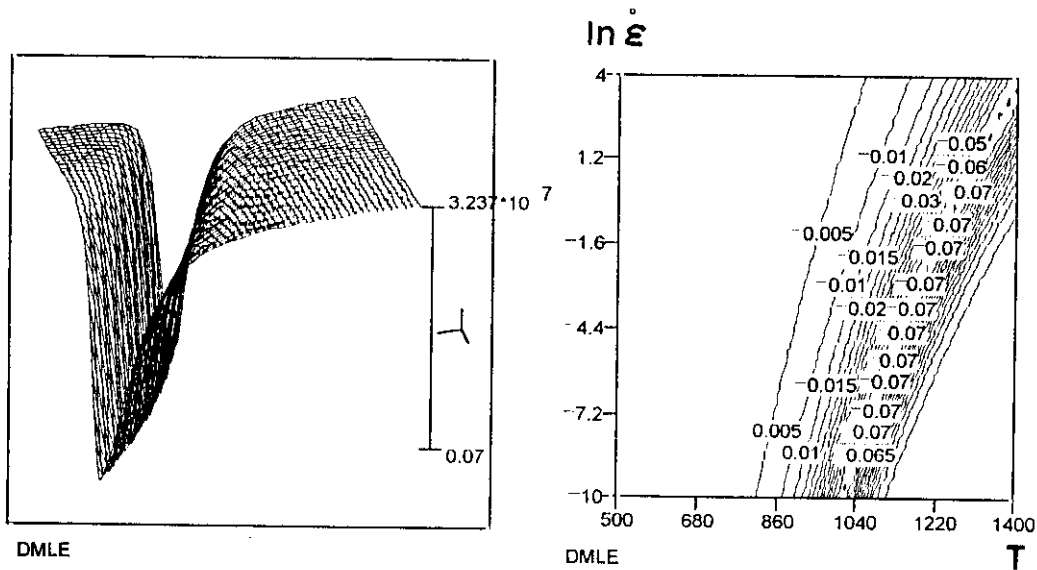


Fig. A.6.8. Representación de $L1(T, \dot{\epsilon}) = \frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}$, frente a la temperatura y a la velocidad de deformación. Mapa de isocurvas. Las curvas de nivel son curvas de igual valor de L1.

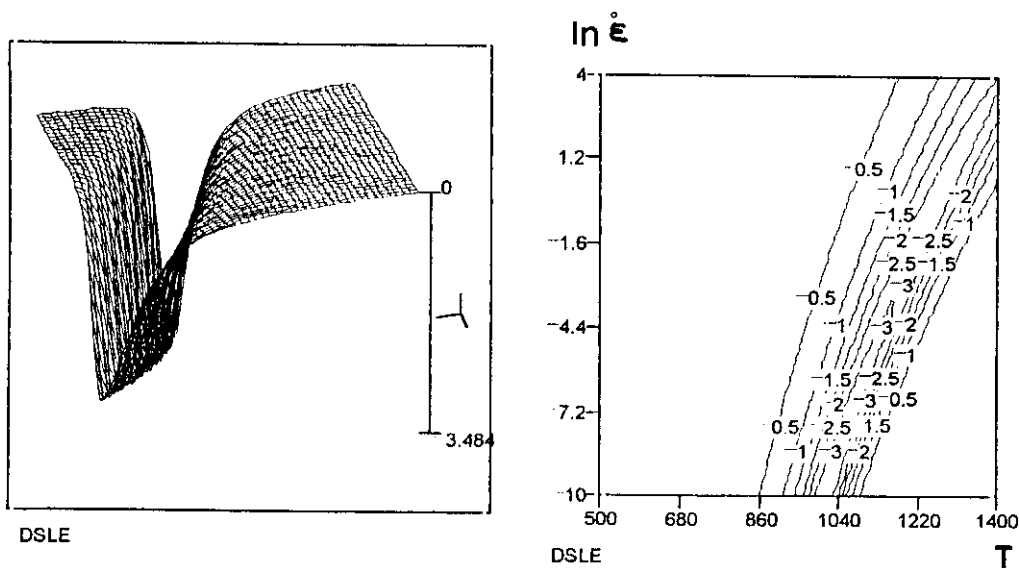


Fig.A.6.9. Representación tridimensional de $L2(T, \dot{\epsilon}) = \frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}$, frente a la temperatura y a la velocidad de deformación. El mapa de isocurvas representa las curvas de nivel de igual valor de L2

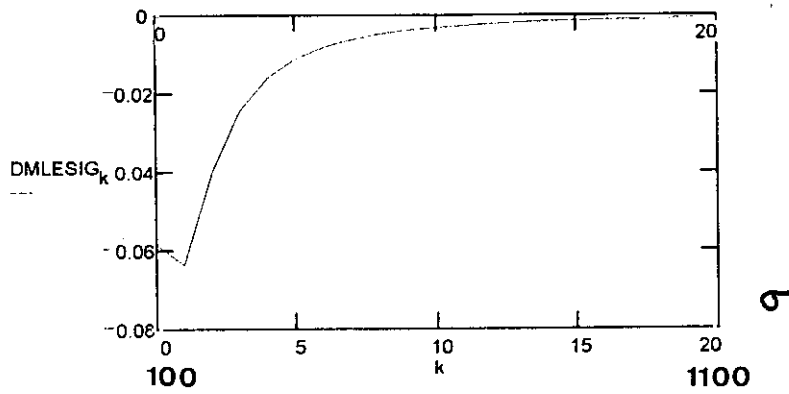
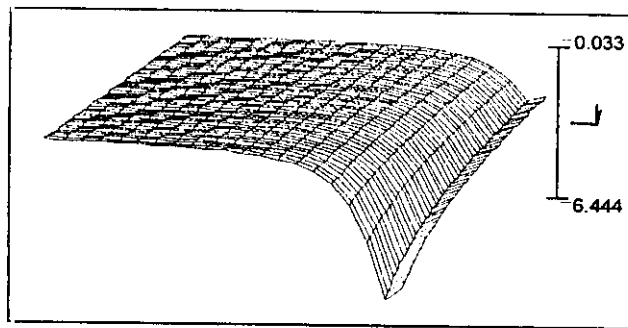


Fig.A.6.10. Representación de $L1(\sigma) = \frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\sigma)$, frente a la tensión



DSLESIG

σ SIGMA(MPa)

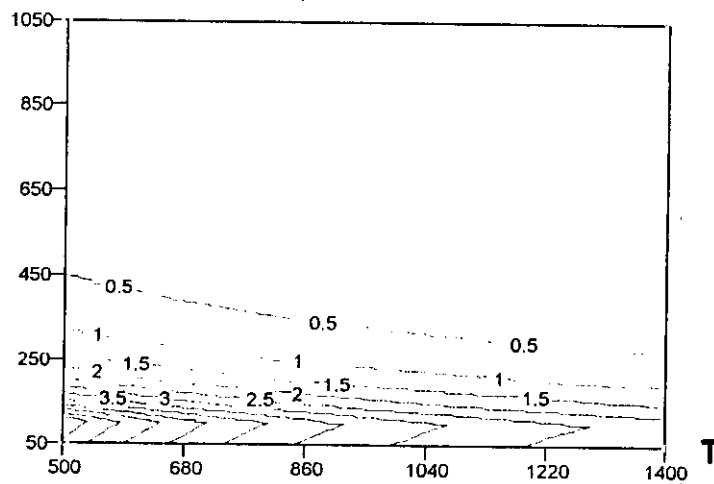


Fig.A.6.11. Representación del factor $L2(\sigma, T) = \frac{\partial \sigma}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(T, \sigma)$, frente a la tensión y la temperatura. El mapa de isocurvas representa las curvas de nivel de igual valor de L2

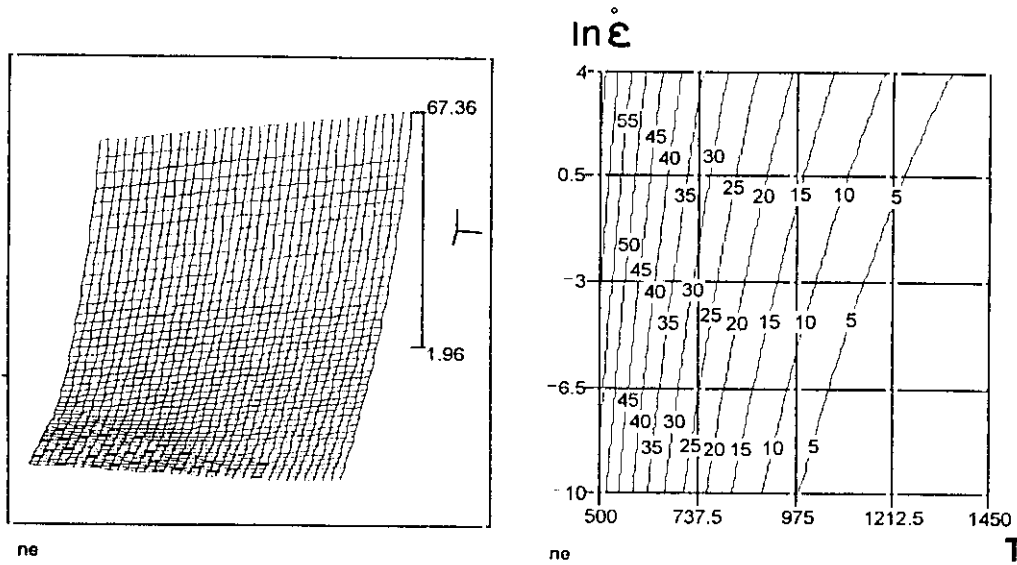


Fig.A.6.12. Representación de $n_{\text{efectivo}}=m(T,\epsilon')$, frente a la tensión y a la velocidad de deformación. Mapa de curvas de nivel, con isocurvas, curvas de igual valor de n_{efectivo} .

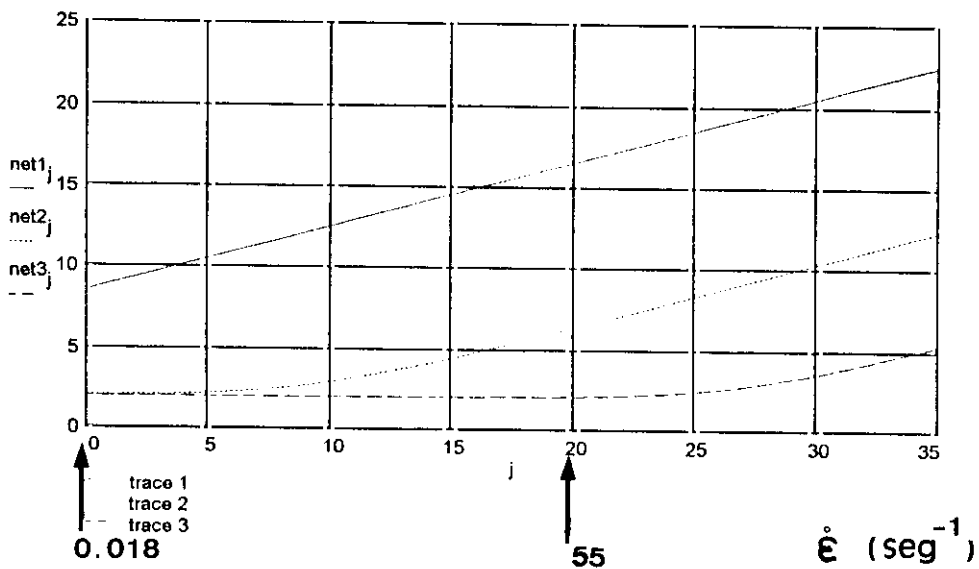
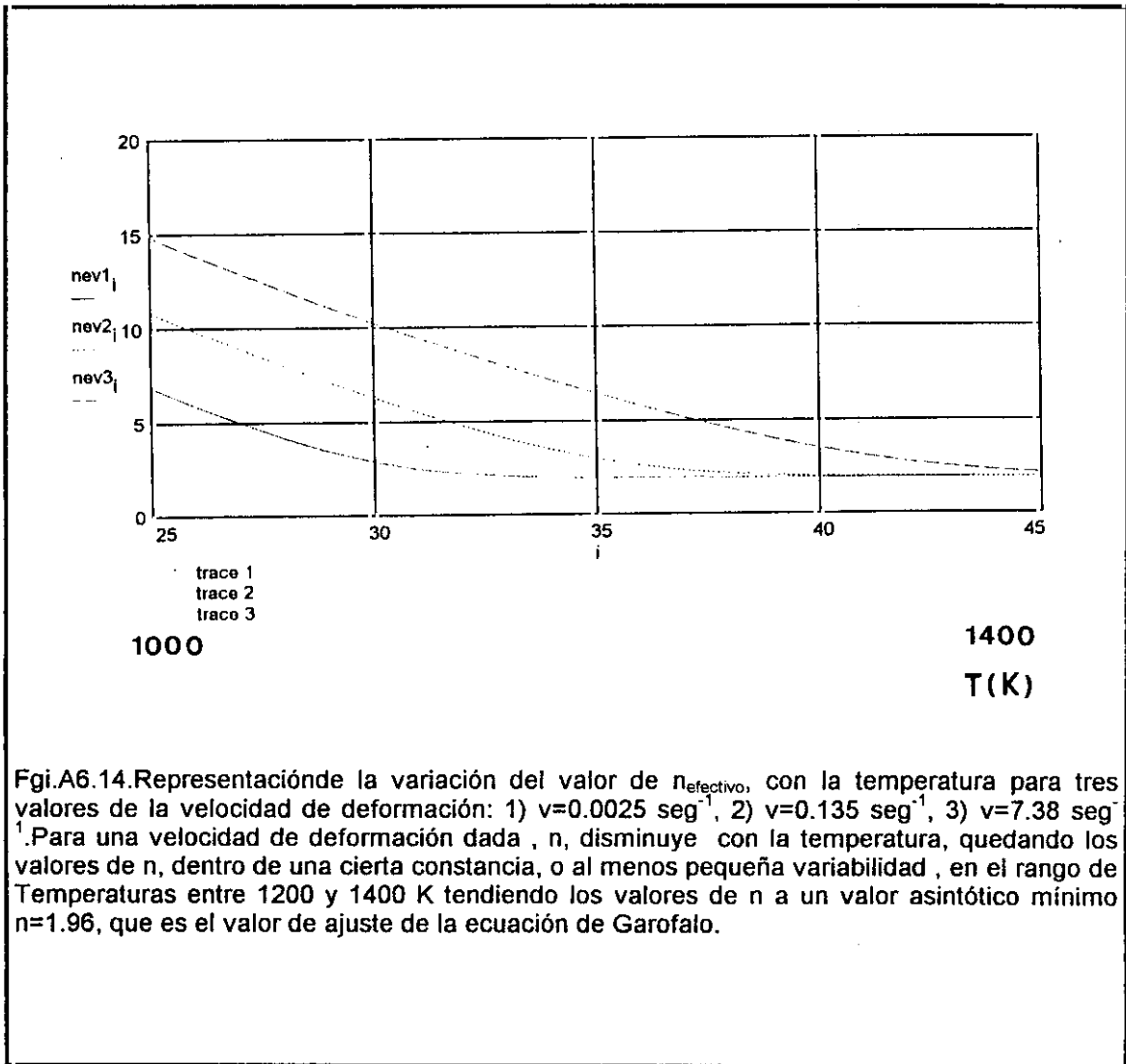


Fig.A.6.13. Representación de la variación de n_{efectivo} con la velocidad de deformación para diferentes temperaturas : 1) $T=900\text{ K}$, 2) $T= 1100\text{ K}$, 3) $T=1300\text{ K}$. A una temperatura dada el índice n , aumenta con la velocidad de deformación. Para temperaturas altas y bajas velocidades, n es poco sensible, pero para altas velocidades y bajas temperaturas el valor de n varía rápidamente.



B) Resultados de la aleación de titanio con tensiones compensadas con el módulo elástico.

Los valores del ajuste son $\{A, Q, n, \alpha\} = \{e^{24.54} \text{ seg}^{-1}, 78920 \text{ cal/mol}, 1.96, 740\}$

Cambio de fase a $T=1155 \text{ K}$

$E =$ módulo elástico . $1000 < T < 1400$.

$$E1(i) = 110000(1 + (T(i) - 300) \cdot (-1.2) / (1933)) \quad E2(i) = 51660(1 + (T(i) - 300) \cdot (-0.5) / (1933))$$

El módulo elástico total se define a partir de la función de Heaviside.

$$E(T(i)) = \Phi(1156 - T(i)) \cdot E1(T(i)) + (1 - \Phi(1156 - T(i))) \cdot E2(T(i))$$

$$LV = \ln(\dot{\epsilon}'_{cme}) = 24.54 - (78920 / (2 \cdot T(i))) + 1.96 \cdot \ln(\sinh(740 \cdot \alpha / (E(T(i)))))$$

LV= logaritmo de la velocidad de deformación con las tensiones compensadas del módulo elástico.

$$LVSM = \ln(\dot{\epsilon}'_{scme}) = 39 - 101000 / (2 \cdot T(i)) + 1.96 \cdot \ln(\sinh(0.016 \cdot \sigma))$$

LVSM= logaritmo de la velocidad de deformación con las tensiones sin compensar del módulo elástico.

Definimos $\eta_J = J / (\text{Potencia total})$. {ver capítulo 7}.

Definimos $m = m(T, \sigma)$ y $m = m(T, \ln(\dot{\epsilon}'))$, $m = m(\sigma)$

$$m = \frac{\partial \ln(\sigma)}{\partial \ln(\dot{\epsilon}')$$

$$s = \frac{1}{T} \cdot \frac{\ln(\sigma)}{\partial \left(\frac{1}{T}\right)}$$

Definimos $RT = J/G$ { ver capítulo 6}

Definimos $s = s(T, \sigma)$

$$\text{Definimos } L1(T, \dot{\epsilon}') = \frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon}')$$

$$\text{Definimos } L2(T, \dot{\epsilon}') = \frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon}')$$

Definimos $n_{\text{efectivo}} = 1/m$

$$\text{Definimos } sr = \frac{\partial E(T(i)) / \partial T(i)}{E(T(i))}$$

$$\text{Definimos } \theta[\dot{\epsilon}'(i), T(i)] = \left[\left(\dot{\epsilon}'_j \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T_i} - \ln(A)} \right) \right]^{\frac{1}{n}} = \theta_{ij}$$

$$\text{Definimos } s = sr(T(i)) \cdot T(i) + (Q / (n \cdot R \cdot T(i))) \cdot (\tanh(\theta_{ij}) / ((\theta_{ij}) \cdot (1 + \theta_{ij}^2)^{1/2}))$$

$$\text{Definimos } s(\sigma, T) = sr(T) \cdot T + (Q / (n \cdot R \cdot T)) \cdot (\tanh(\alpha \cdot \sigma / E(T)) / (\alpha \cdot \sigma / E(T)))$$

$$\text{Definimos } Q_{\text{efectivo}} = Q_e = Q + (n \cdot R \cdot T(i)) \cdot sr(T) \cdot T(i) \cdot [(\alpha \cdot \sigma / E(T)) / (\tanh(\alpha \cdot \sigma / E(T)))]$$

$$\text{Definimos } V_{\text{efectivo}} = V_e = (n \cdot R \cdot T(i)) \cdot [(\alpha \cdot \sigma / E(T)) / (\tanh(\alpha \cdot \sigma / E(T)))] \cdot \dot{\gamma}(\sigma)$$

Definimos $RT = J/G$

Definimos $\eta_G = 1 - \eta_J$

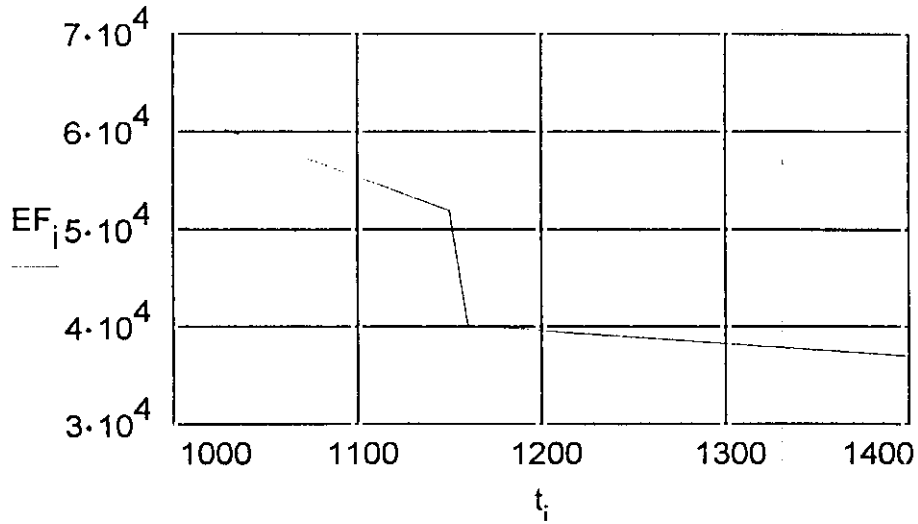


Fig.A6.15. Representación del módulo elástico, con el detalle de la transición de fase a 1155K. El módulo se ha sintetizado con los datos para las dos fases por separado

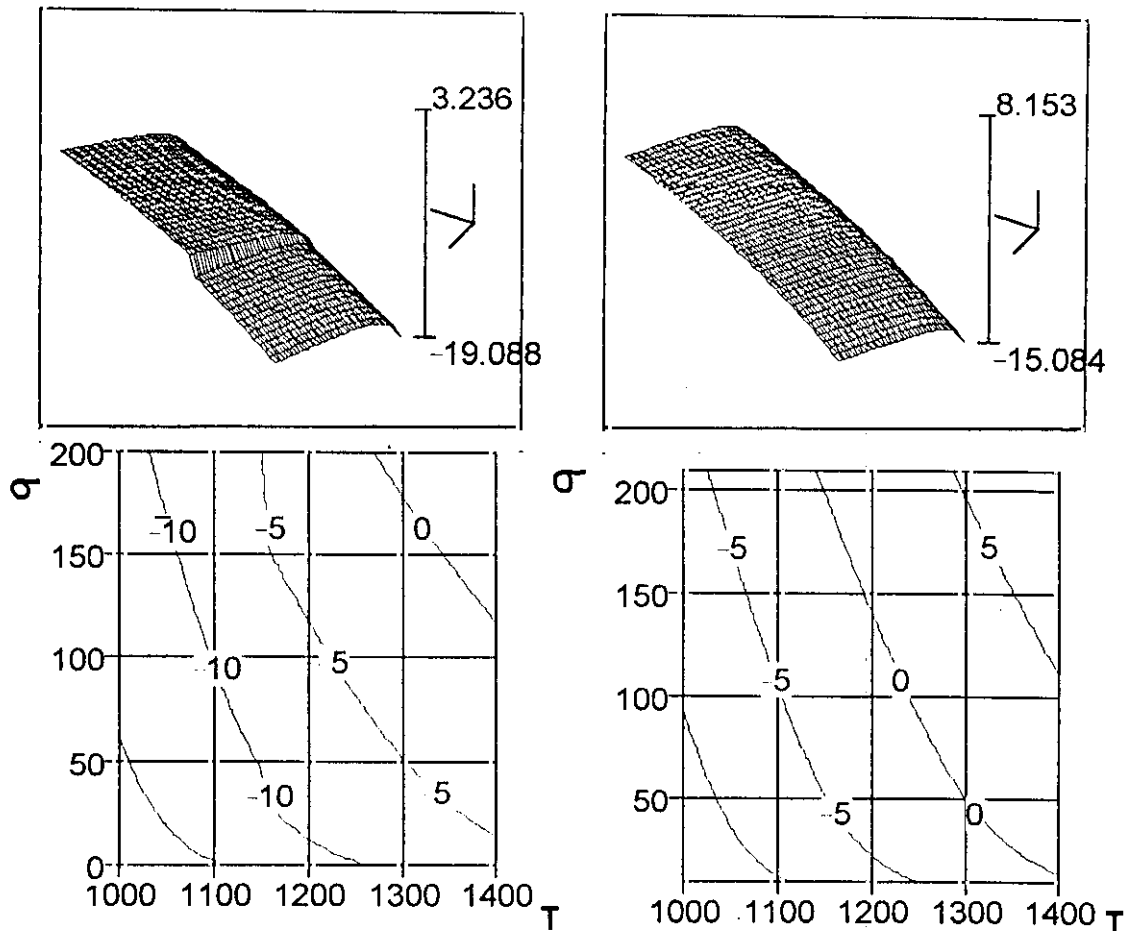
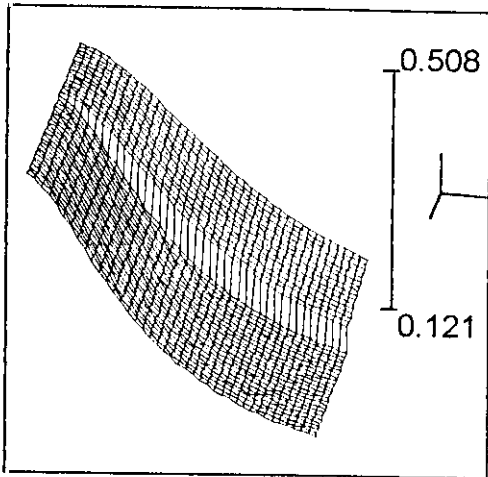
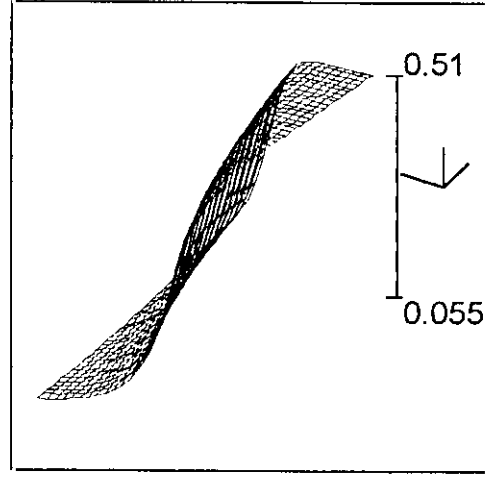


Fig.A6.16. Representación tridimensional de los logaritmos de la velocidad de deformación para el caso de tensiones compensadas por el módulo elástico a) y sin compensar b). Representación del mapa de isolíneas, en los dos casos, cada línea de nivel representa una curva de igual velocidad de deformación. Representaciones frente a la tensión y la temperatura



ms



m

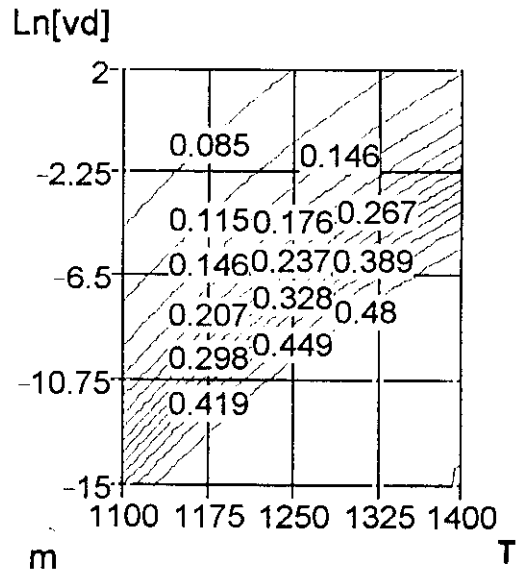
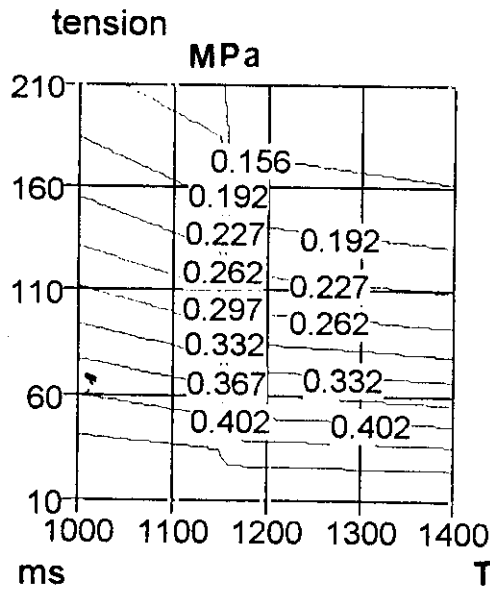
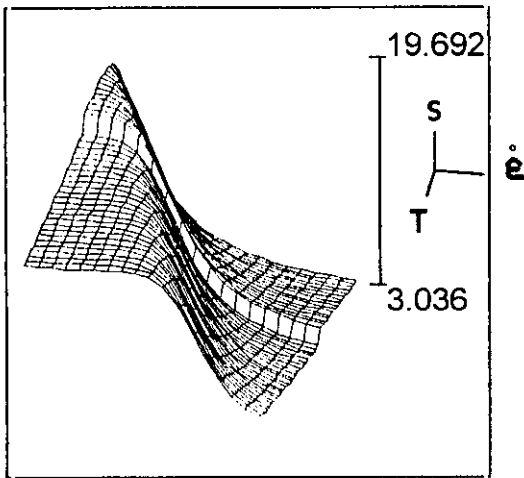
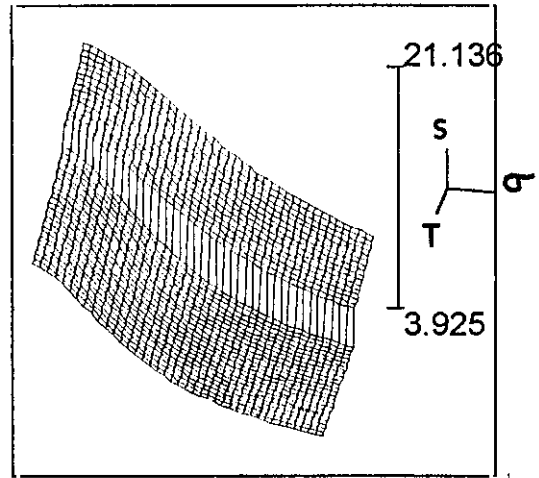


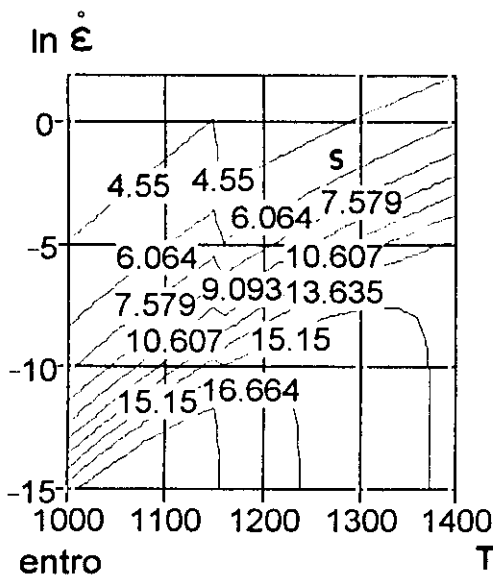
Fig.A6.17. Representación tridimensional de la sensibilidad diferencial m, respecto a la temperatura y velocidad de deformación a) y frente a la temperatura y la tensión b). Mapas de isolíneas para cada caso. Las curvas de nivel son las de igual valor de m.



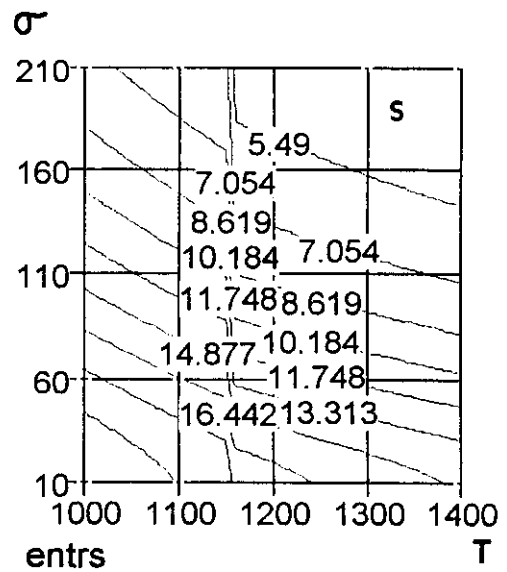
entro



entrs

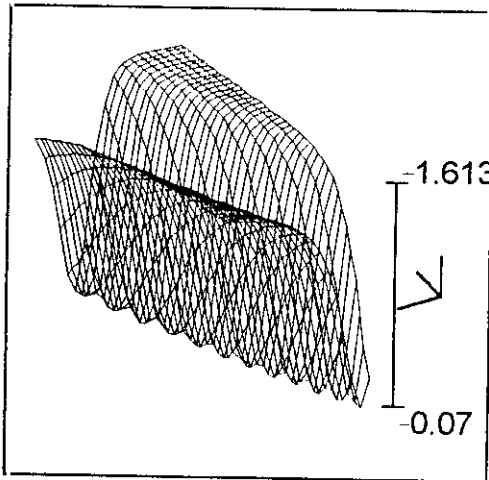


entro

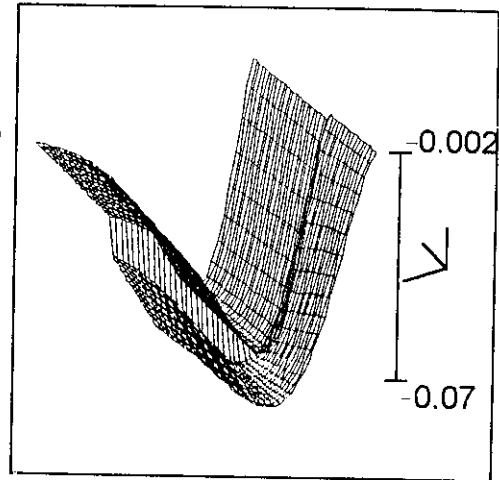


entrs

Fig.A.6.18. Representación tridimensional del coeficiente de entropía $s(c',T)$ a) y $s(\sigma,T)$, y mapas de isolíneas correspondientes. Las curvas de nivel representan curvas de igual valor de s .



dmvdt



dmsit

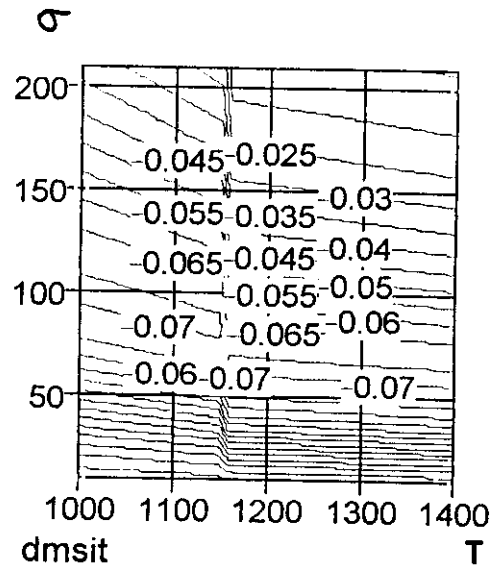
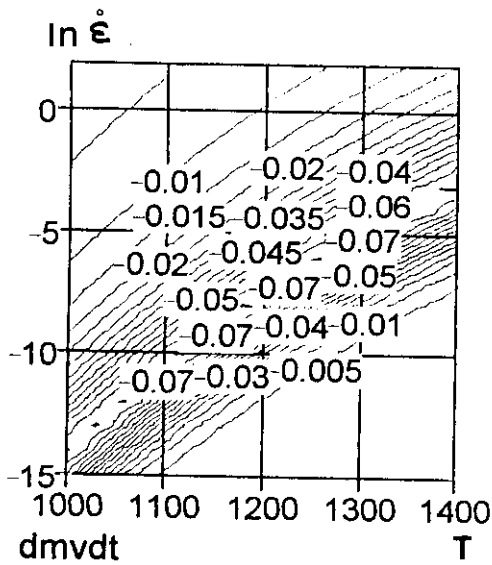
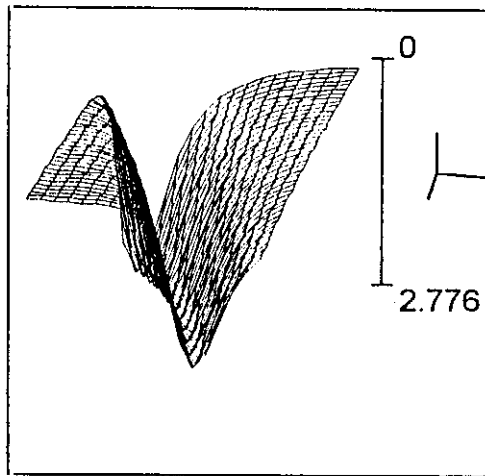
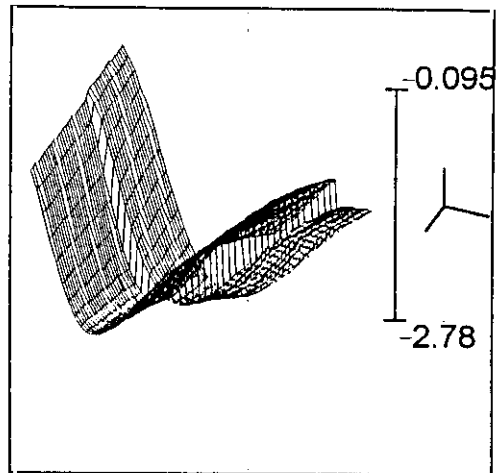


Fig.A.6.19. Representación tridimensional de $\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(T, \dot{\epsilon})$ - a) y $\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\sigma, T)$ b),

junto con los mapas de curvas de nivel correspondientes. Isolneas corresponden en un caso al valor de $L1(\dot{\epsilon}', T)$ constante y en el otro $L1(\sigma, T)$ constante



dsvdt



dssit

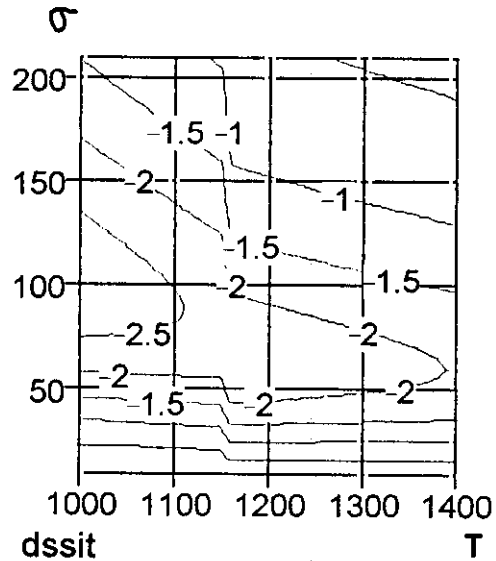
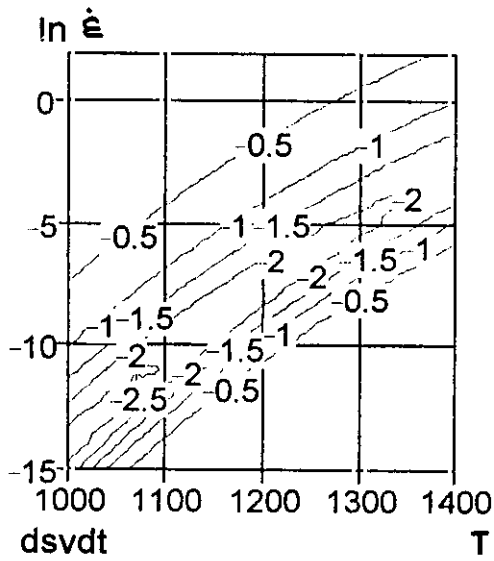


Fig.A.6.20. Representación tridimensional de $\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\dot{\epsilon}, T)$ a) y $\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\sigma, T)$ b), y representación de los mapas de isocurvas correspondientes. Las curvas de nivel corresponden a valores de L_2 , constante.

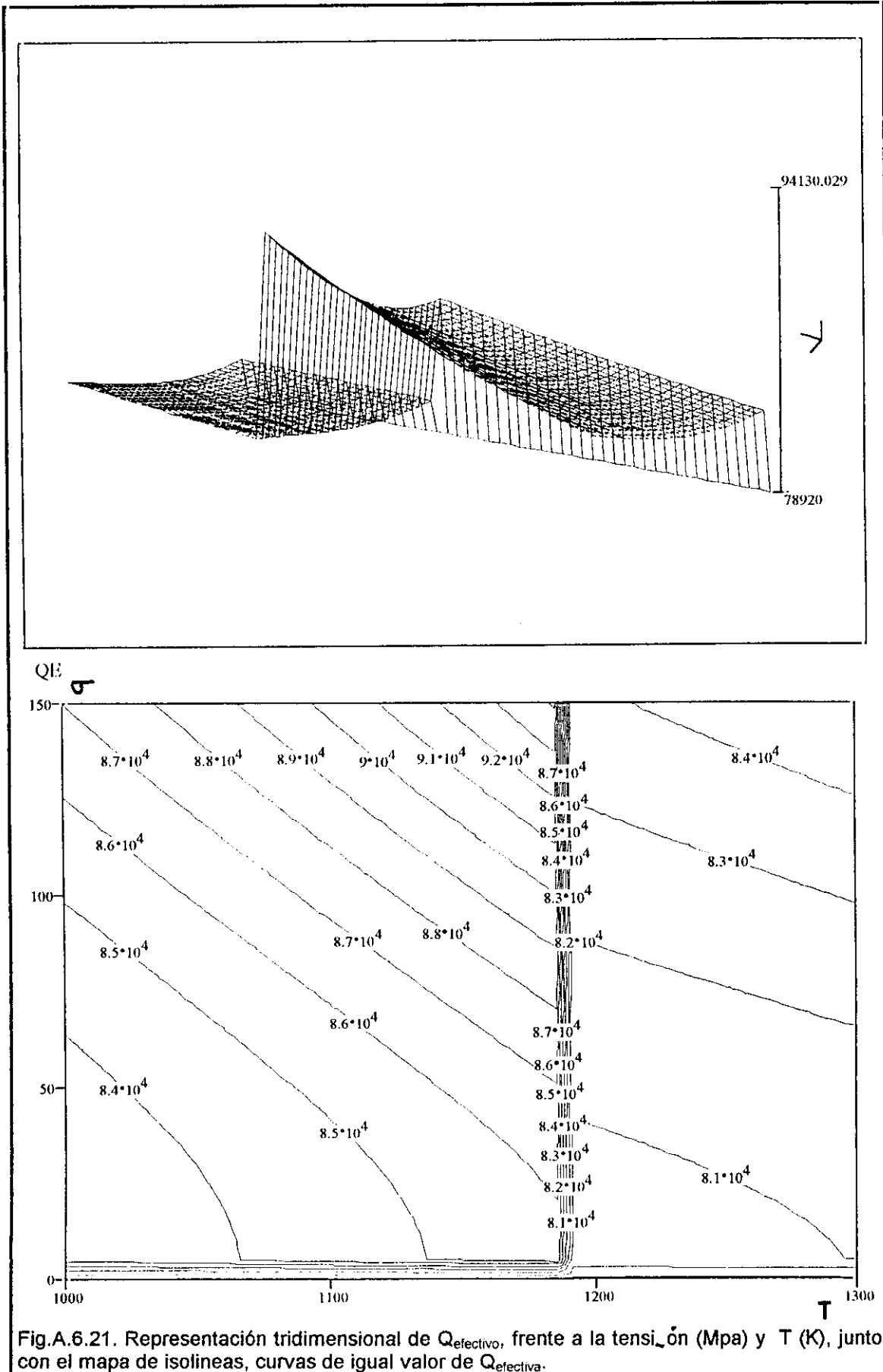
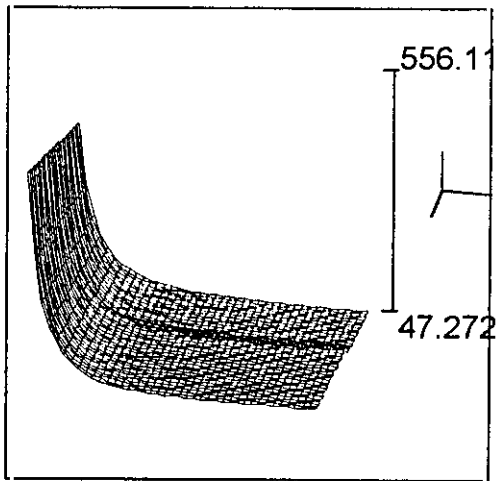


Fig.A.6.21. Representación tridimensional de Q_{efectivo} , frente a la tensión (Mpa) y T (K), junto con el mapa de isocurvas, curvas de igual valor de Q_{efectiva} .



veff

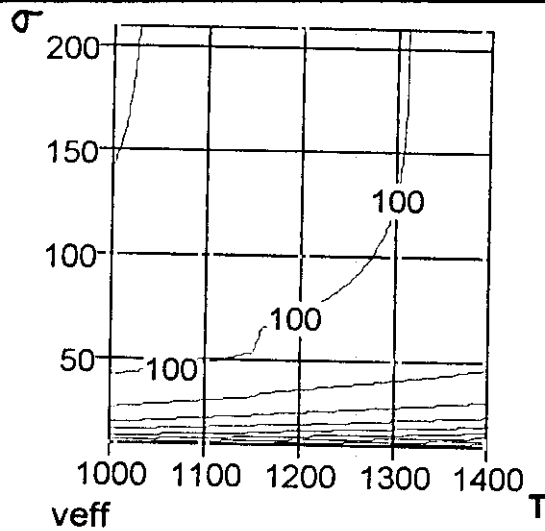
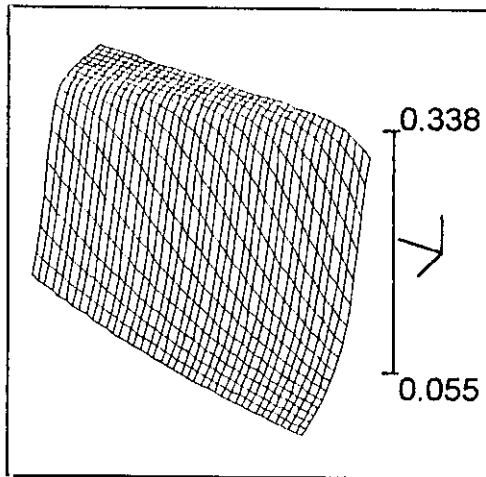


Fig.A.6.22. Representación tridimensional de $V_{\text{efectivo}}=V_e$ frente a la tensión y temperatura de trabajo. Representación del mapa de isocorrespondiente. Líneas de igual nivel son líneas de $V_e=\text{constante}$



RJ

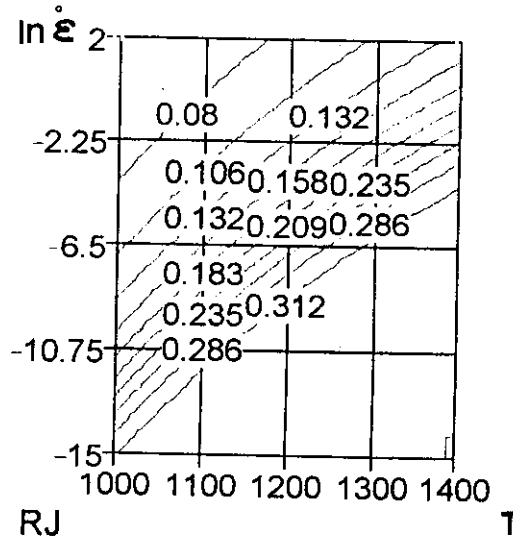


Fig.A6.23. Representación tridimensional del factor de eficiencia η_J , frente a la velocidad de deformación y la temperatura. Representación correspondiente del mapa de isocorrespondiente. Curvas de igual nivel representan $\eta_J = \text{constante}$.

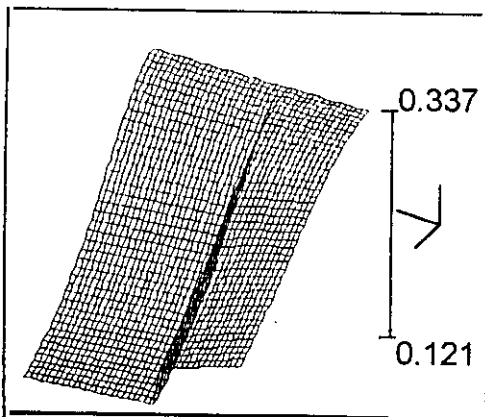
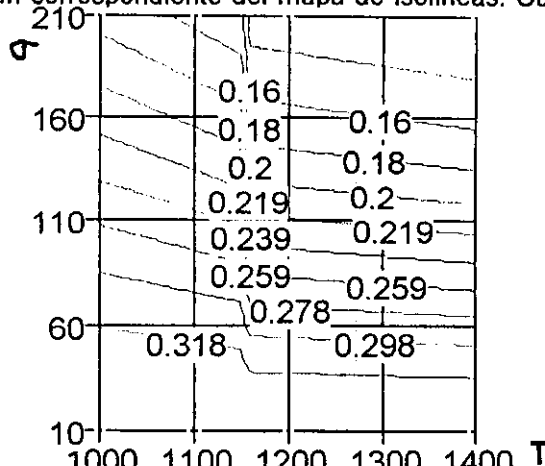


Fig.A.6.24. Representación tridimensional del factor de eficiencia η_J , frente a la tensión y la temperatura. Representación correspondiente del mapa de isocorrespondiente. Curvas de igual nivel representan $\eta_J = \text{constante}$.



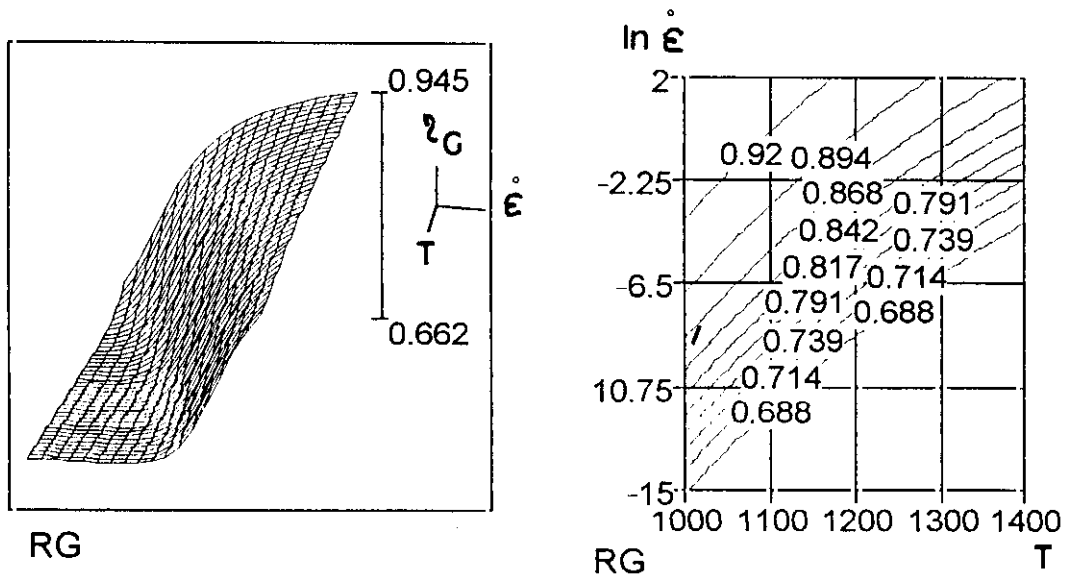


Fig.A.6.25. Representación tridimensional del rendimiento del factor G, η_G frente a la temperatura y a la velocidad de deformación, con el correspondiente mapa de isolineas. Las curvas de nivel representan el factor $\eta_G = \text{constante}$.

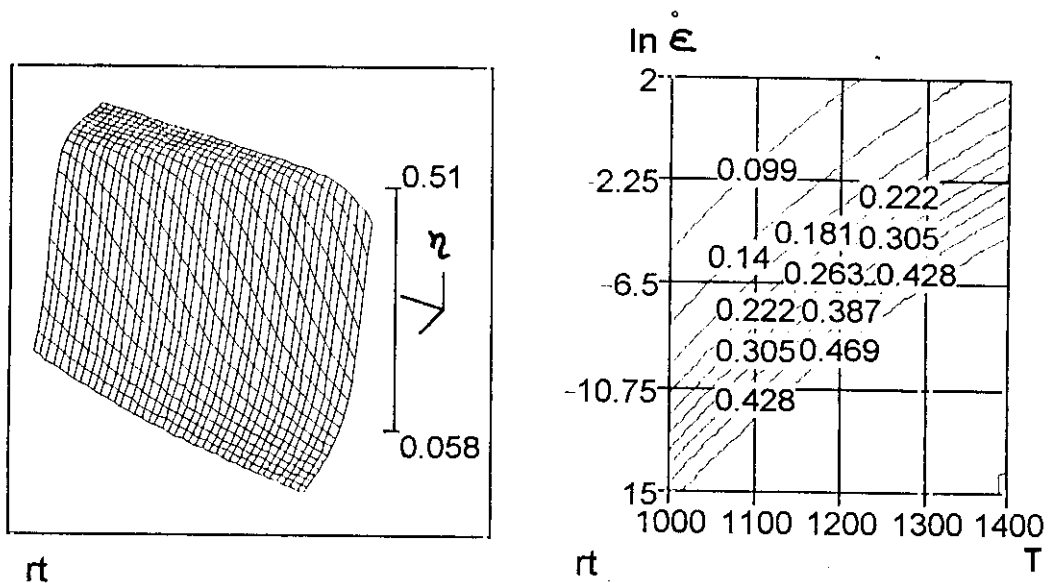
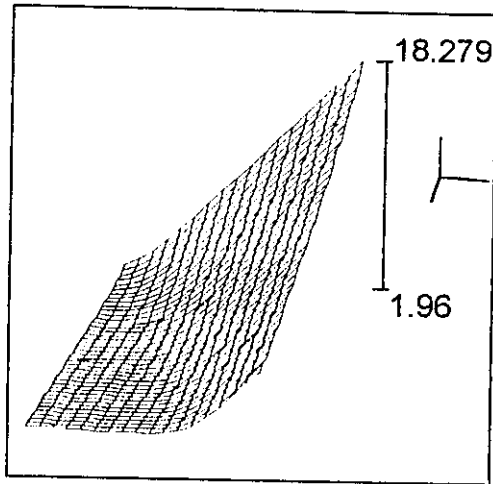
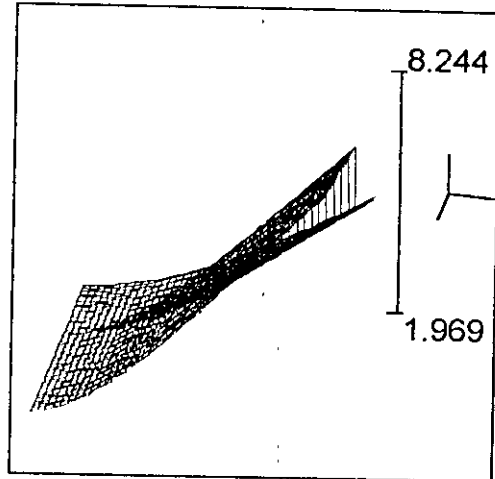


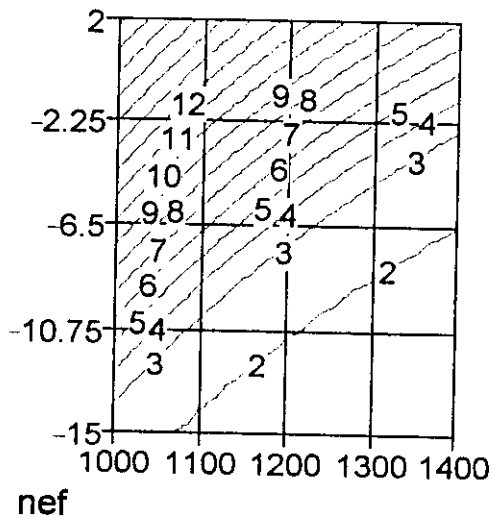
Fig.A.6.26. Representación del factor de eficiente total $\eta = RT = J/G$, frente a la velocidad de deformación y a la temperatura. mapas de curva de nivel presenta isolineas, como curvas de $RT = \text{constante}$



nef

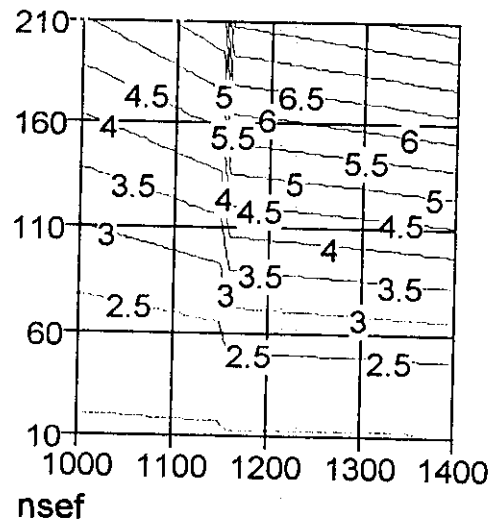


nsef



nef

a



nsef

b

Fig.A.6.27. Representación tridimensional del coeficiente n_{efectivo} caso a) frente a la velocidad de deformación y la temperatura y caso b) frente a la tensión de trabajo y la temperatura. Maps de isocurvas correspondientes, las curvas de igual nivel representan valores de $n_{\text{efectivo}} = \text{constante}$.

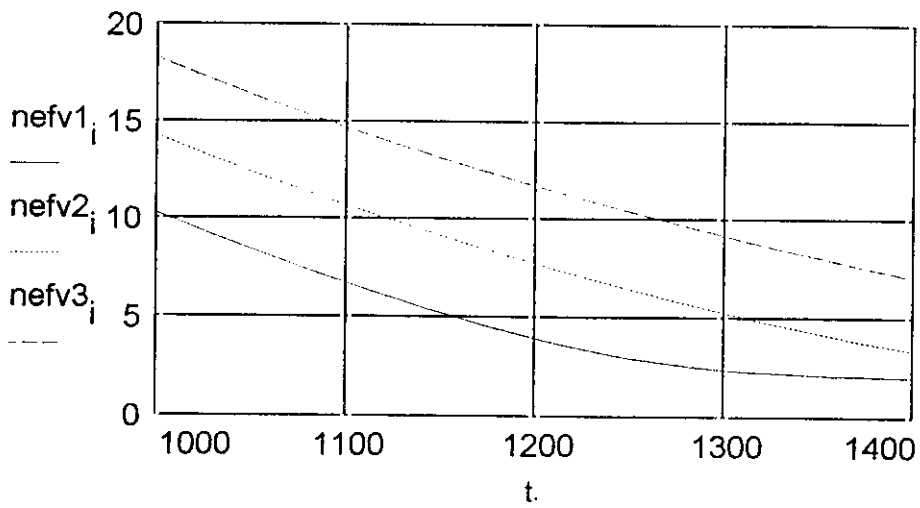


Fig.A.6.28. Representación de la variación de n_{efectivo} , con la temperatura entre 1000 K y 1400 K, para tres velocidades de deformación seleccionadas $\dot{\epsilon}'_1 = 0.002 \text{ seg}^{-1}$, $\dot{\epsilon}'_2 = 0.135 \text{ seg}^{-1}$, $\dot{\epsilon}'_3 = 7.389 \text{ seg}^{-1}$.

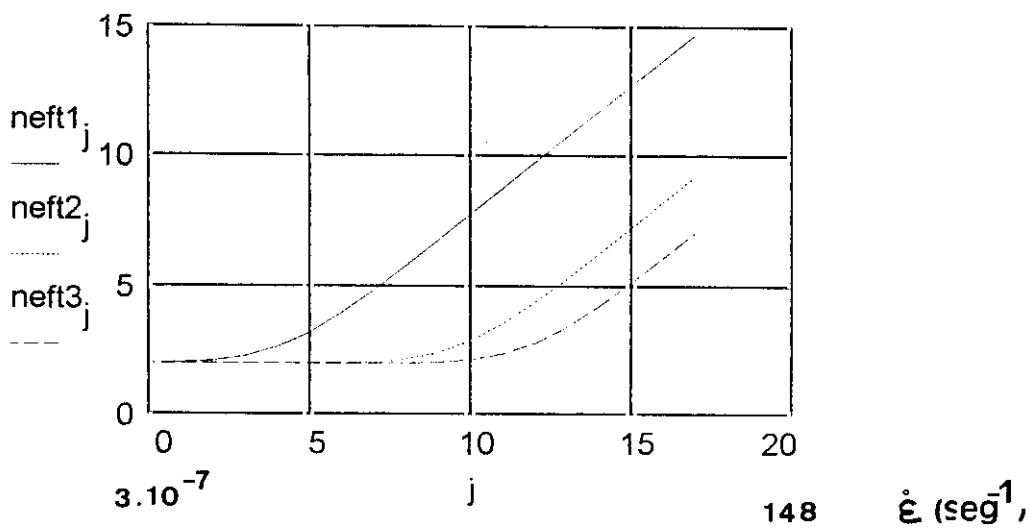


Fig.A.6.29. Representación de la variación de n_{efectivo} , frente a la velocidad de deformación para tres temperaturas representativas. $T(1)=1100 \text{ K}$, $T(2)=1300 \text{ K}$, $T(3)=1400 \text{ K}$.

C) Resultados de la aleación de acero A2, con tensiones compensadas con el módulo elástico.

Los valores del ajuste son $\{A, Q, n, \alpha\} = \{e^{19.99} \text{ seg}^{-1}, 60233 \text{ cal/mol}, 3.94, 713.33\}$

$E =$ módulo elástico. $1000 < T < 1400$.

El módulo elástico total se define a partir de la función .

$$E(T(i)) = 72790 \cdot (1 + (T(i) - 300) \cdot (-1.19) / (1810))$$

$$LV = \ln(\dot{\epsilon}'_{cme}) = 19.99 - (60233 / (2 \cdot T(i))) + 3.94 \cdot \ln(\sinh(713.33 \cdot \sigma / (E(T(i)))))$$

LV = logaritmo de la velocidad de deformación con las tensiones compensadas del módulo elástico.

$$LVSM = \ln(\dot{\epsilon}'_{scme}) = 26.67 - 75177 / (2 \cdot T(i)) + 4.54 \cdot \ln(\sinh(0.0125 \cdot \sigma))$$

LVSM = logaritmo de la velocidad de deformación con las tensiones sin compensar del módulo elástico.

Definimos $\eta_J = J / (\text{Potencia total})$. {ver capítulo 7}.

Definimos $m = m(T, \sigma)$ y $m = m(T, \ln(\dot{\epsilon}'))$, $m = m(\sigma)$

$$m = \frac{\partial \ln(\sigma)}{\partial \ln(\dot{\epsilon}')}$$

$$s = \frac{1}{T} \cdot \frac{\ln(\sigma)}{\partial \left(\frac{1}{T}\right)}$$

Definimos $RT = J/G$ { ver capítulo 6}

Definimos $s = s(T, \sigma)$

$$\text{Definimos } L1(T, \dot{\epsilon}') = \frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon}')}$$

$$\text{Definimos } L2(T, \dot{\epsilon}') = \frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon}')}$$

Definimos $n_{\text{efectivo}} = 1/m$

$$\text{Definimos } sr = \frac{\partial E(T(i)) / \partial T(i)}{E(T(i))}$$

$$\text{Definimos } \theta[\dot{\epsilon}'(i), T(i)] = \left[\dot{\epsilon}'_i \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T_i} \cdot \ln(A)} \right]^n = \theta_{ij}$$

$$\text{Definimos } s = sr(T(i)) \cdot T(i) + (Q / (n \cdot R \cdot T(i))) \cdot (\tanh(\theta_{ij}) / ((\theta_{ij}) \cdot (1 + \theta_{ij}^2)^{1/2}))$$

$$\text{Definimos } s(\sigma, T) = sr(T) \cdot T + (Q / (n \cdot R \cdot T)) \cdot (\tanh(\alpha \cdot \sigma / E(T)) / (\alpha \cdot \sigma / (E(T))))$$

$$\text{Definimos } Q_{\text{efectivo}} = Q_e = Q + (n \cdot R \cdot T(i)) \cdot sr(T) \cdot T(i) \cdot [(\alpha \cdot \sigma / E(T)) / (\tanh(\alpha \cdot \sigma / E(T)))]$$

$$\text{Definimos } V_{\text{efectivo}} = V_e = (n \cdot R \cdot T(i)) \cdot [(\alpha \cdot \sigma / E(T)) / (\tanh(\alpha \cdot \sigma / E(T)))] / (\sigma)$$

Definimos $RT = J/G$

Definimos $\eta_{\sigma} = 1 - \eta_J$

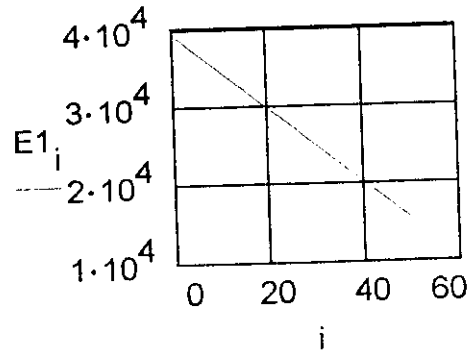


Fig.A6.30.Representación del módulo elástico para la aleación del acero A2

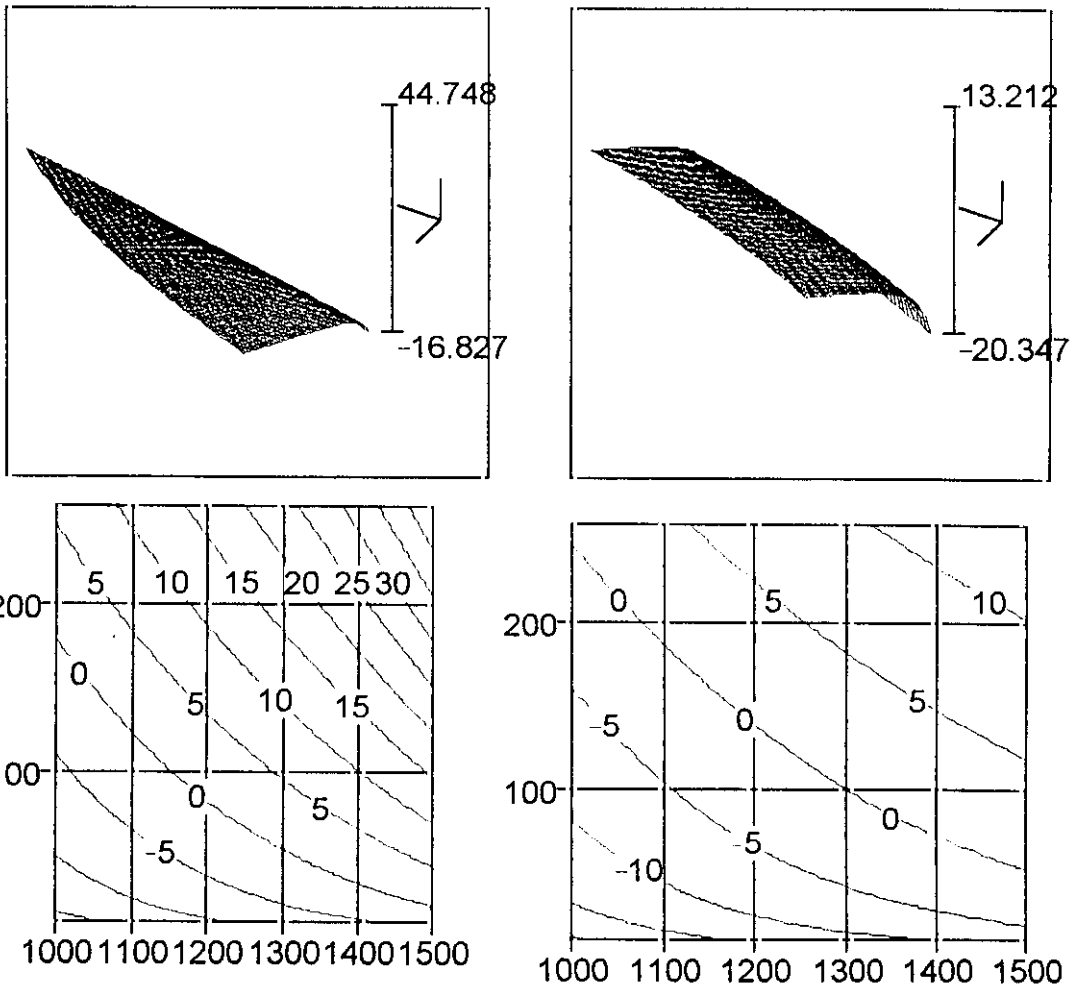
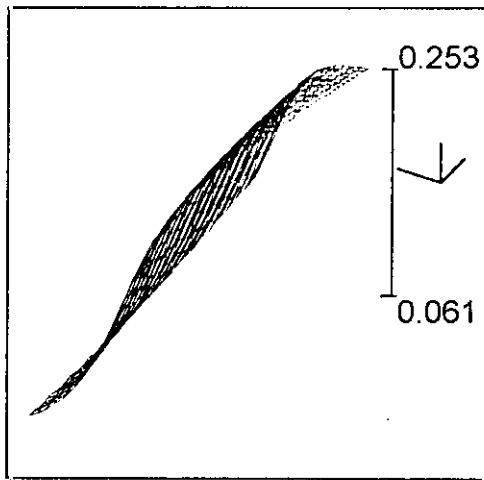
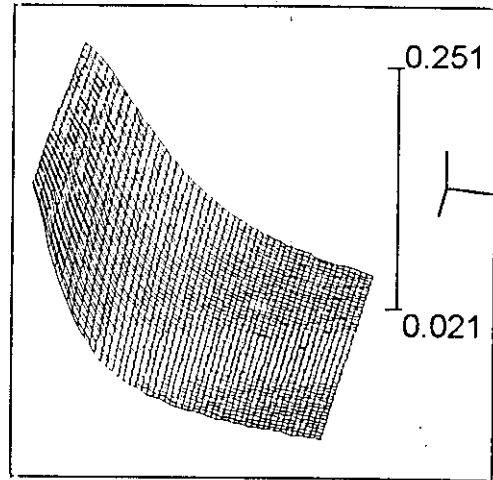


Fig.A6.31. Representación tridimensional de los logaritmos de la velocidad de deformación para el caso de tensiones compensadas por el módulo elástico a) y sin compensar b). Representación del mapa de isocurvas, en los dos casos , cada línea de nivel representa una curva de igual velocidad de deformación. Representaciones frente a la tensión y la temperatura

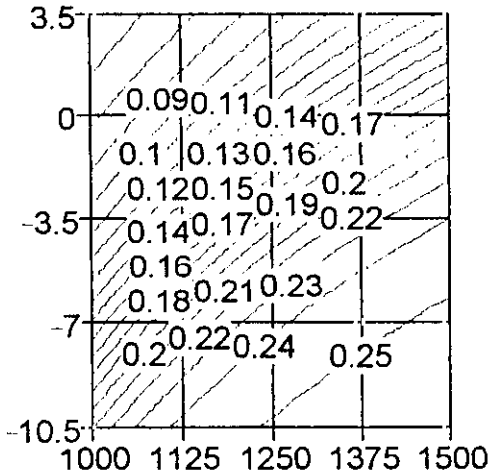


m



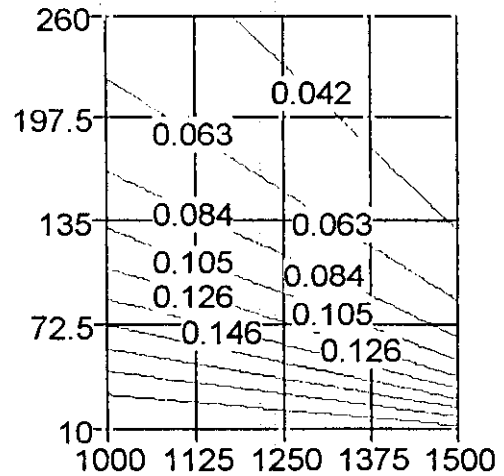
ms

Ln[vd]



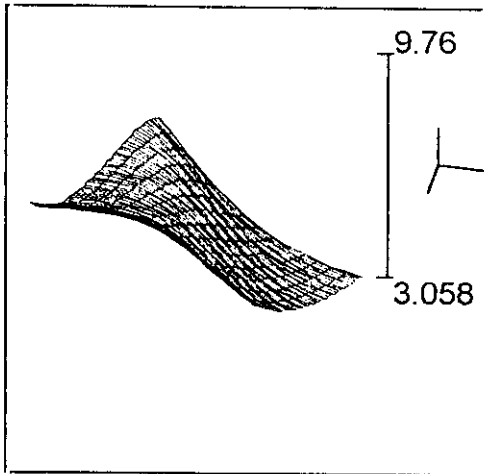
m

tension

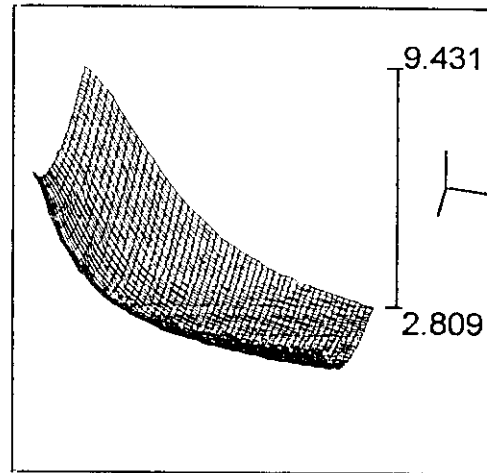


ms

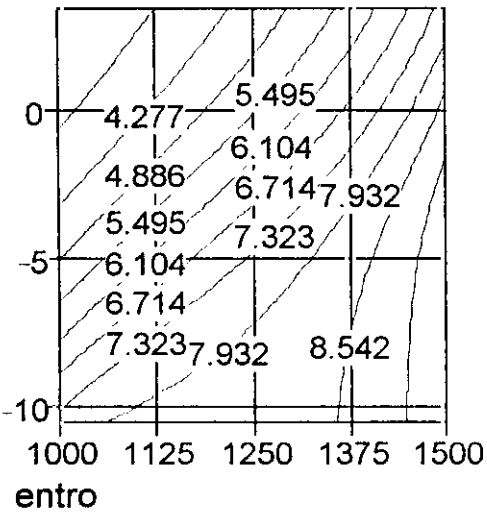
Fig.A6.32. Representación tridimensional de la sensibilidad diferencial m , respecto a la temperatura y velocidad de deformación a) y frente a la temperatura y la tensión b). Mapas de isocurvas para cada caso. Las curvas de nivel son las de igual valor de m .



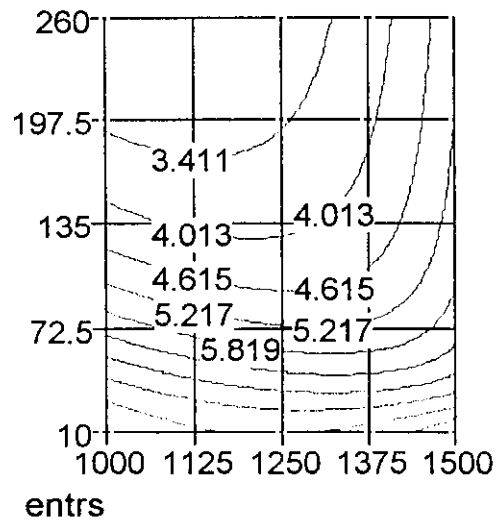
entro



entrs

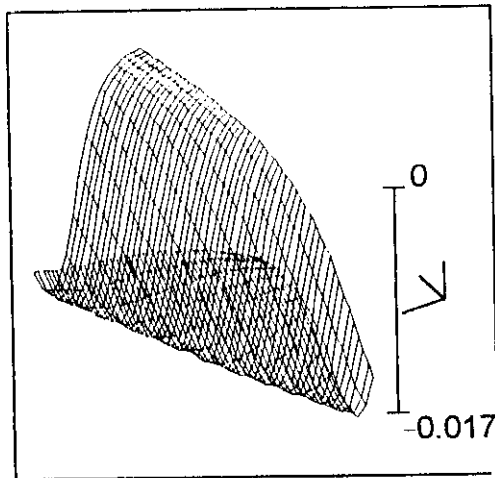


entro

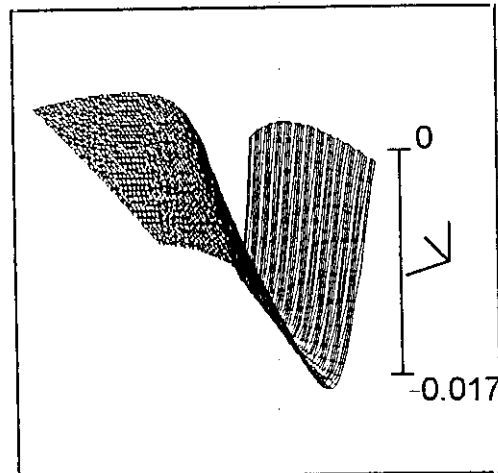


entrs

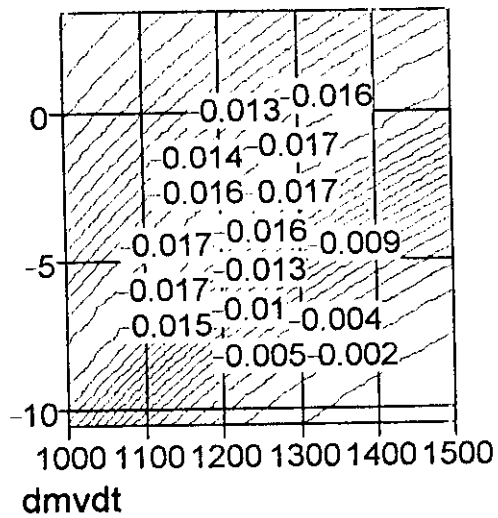
Fig.A.6.33. Representación tridimensional del coeficiente de entropía $s(\epsilon', T)$ a) y $s(\sigma, T)$, y mapas de isocurvas correspondientes. Las curvas de nivel representan curvas de igual valor de s



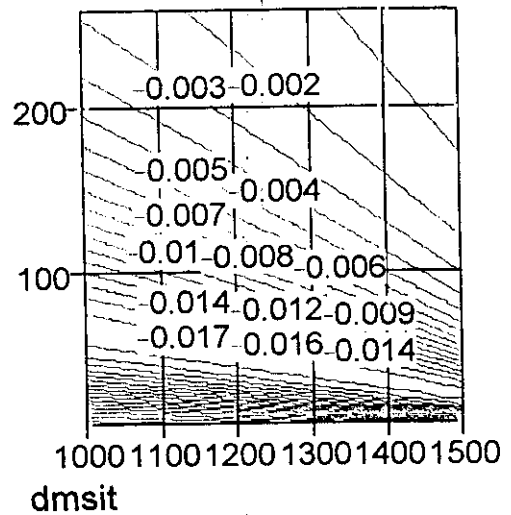
dmvdt



dmsit

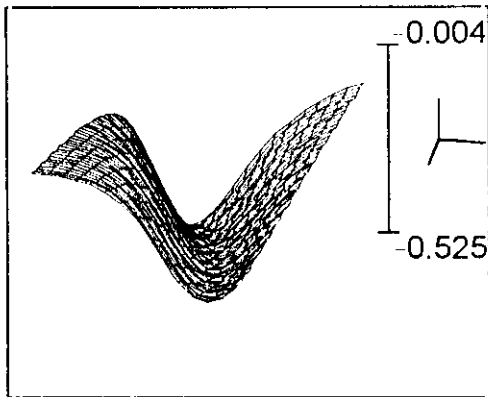


dmvdt

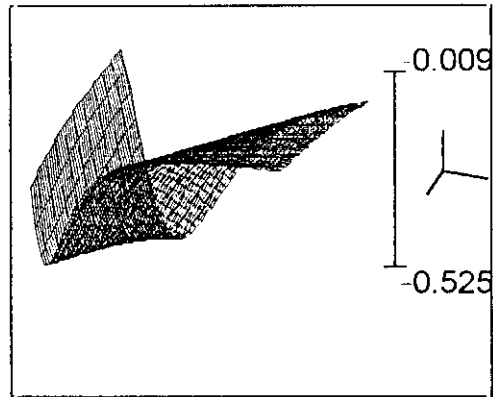


dmsit

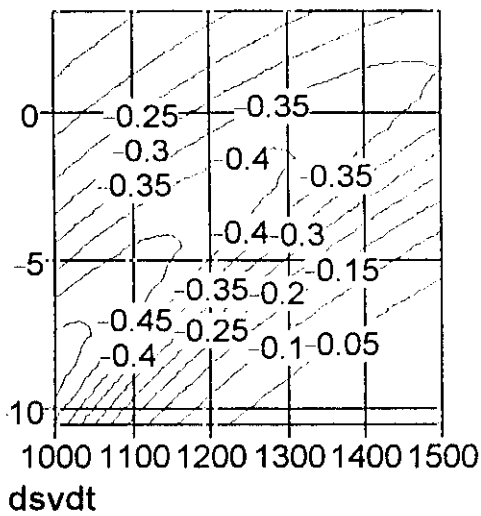
Fig.A.6.34. Representación tridimensional de $\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(T, \dot{\epsilon})$ - a) y $\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\sigma, T)$ b), junto con los mapas de curvas de nivel correspondientes. Isolneas corresponden en un caso al valor de $L1(\dot{\epsilon}', T)$ constante y en el otro $L1(\sigma, T)$ constante



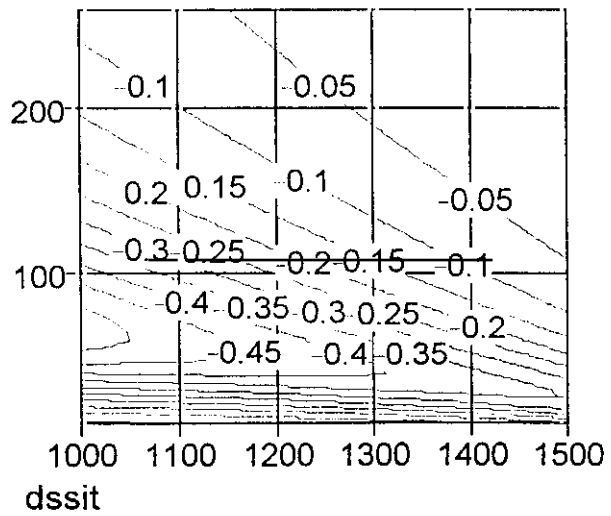
dsvdt



dssit



dsvdt



dssit

Fig.A.6.35. Representación tridimensional de $\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\dot{\epsilon}, T)$ a) y $\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\sigma, T)$ b), y representación de los mapas de isocurvas correspondientes. Las curvas de nivel corresponden a valores de L_2 , constante.

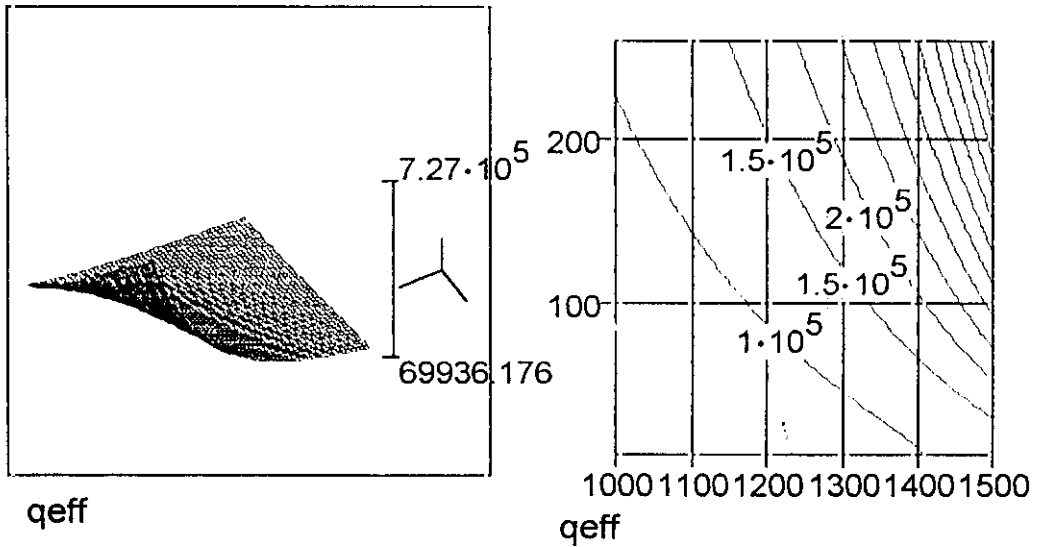


Fig.A.6.36. Representación tridimensional de Q_{efectivo} , frente a la tensión (Mpa) y T (K), junto con el mapa de isocurvas, curvas de igual valor de Q_{efectiva} .

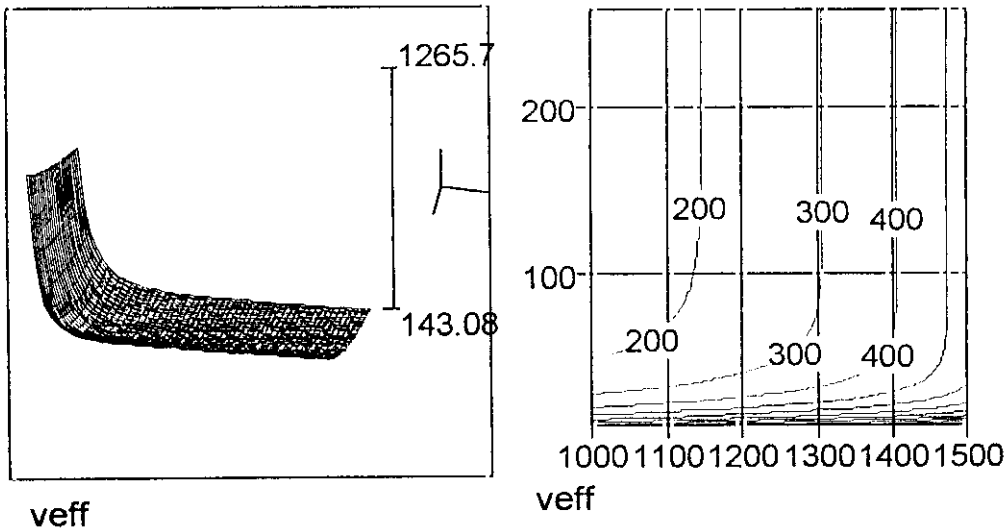


Fig.A.6.37. Representación tridimensional de $V_{\text{efectivo}}=V_e$ frente a la tensión y temperatura de trabajo. Representación del mapa de isóneas correspondiente. Líneas de igual nivel son líneas de $V_e=\text{constante}$

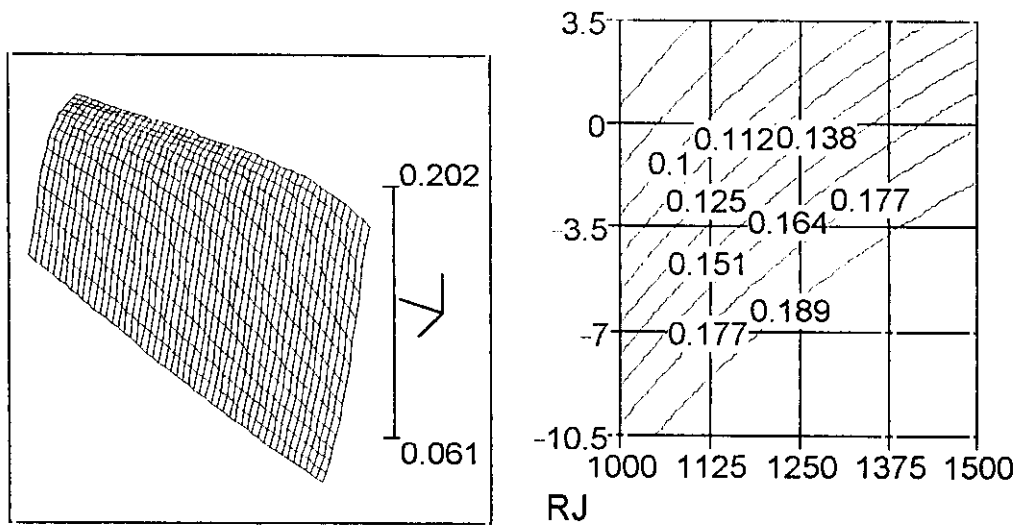


Fig.A6.38. Representación tridimensional del factor de eficiencia η_J , frente a la velocidad de deformación y la temperatura. Representación correspondiente del mapa de isóneas. Curvas de igual nivel representan $\eta_J = \text{constante}$.

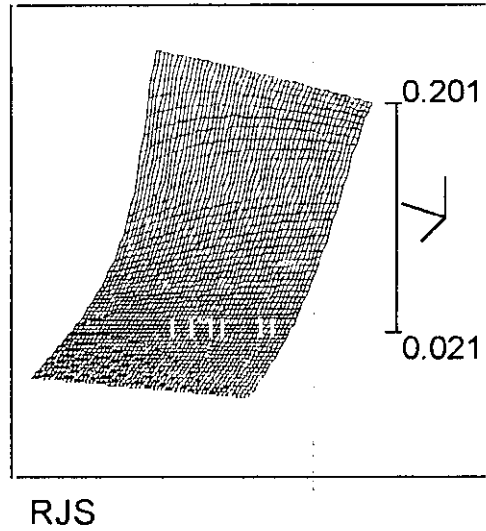
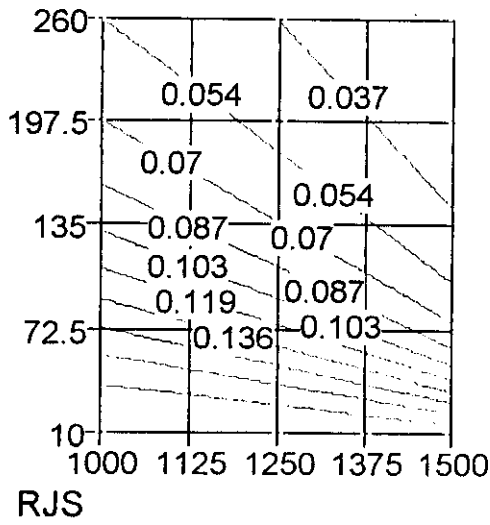


Fig.A.6.39. Representación tridimensional del factor de eficiencia η_J , frente a la tensión y la temperatura. Representación correspondiente del mapa de isocurvas. Curvas de igual nivel representan $\eta_J = \text{constante}$.

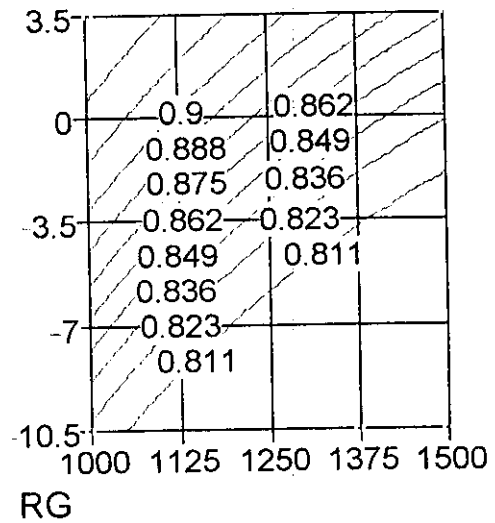
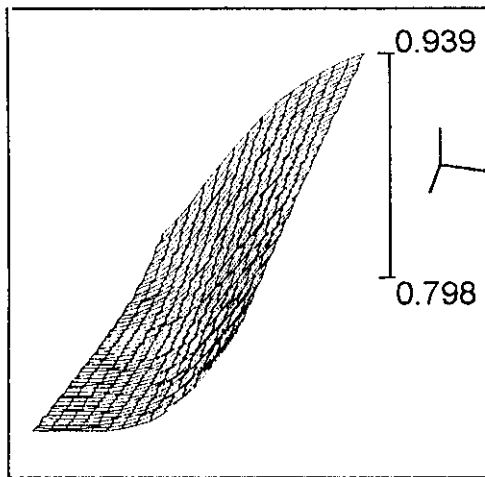


Fig.A.6.40. Representación tridimensional del rendimiento del factor G , η_G frente a la temperatura y a la velocidad de deformación, con el correspondiente mapa de isocurvas. Las curvas de nivel representan el factor $\eta_G = \text{constante}$.

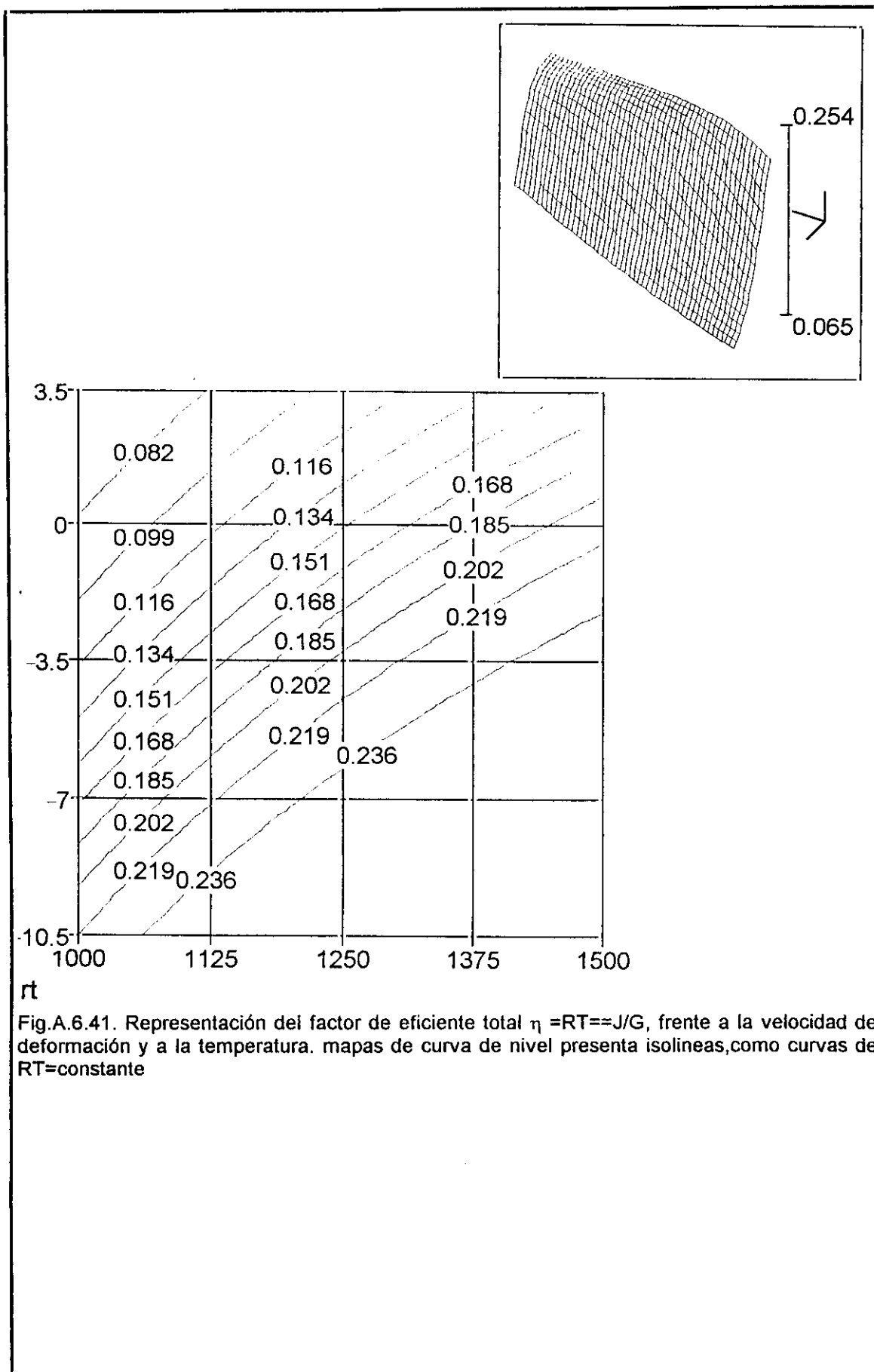
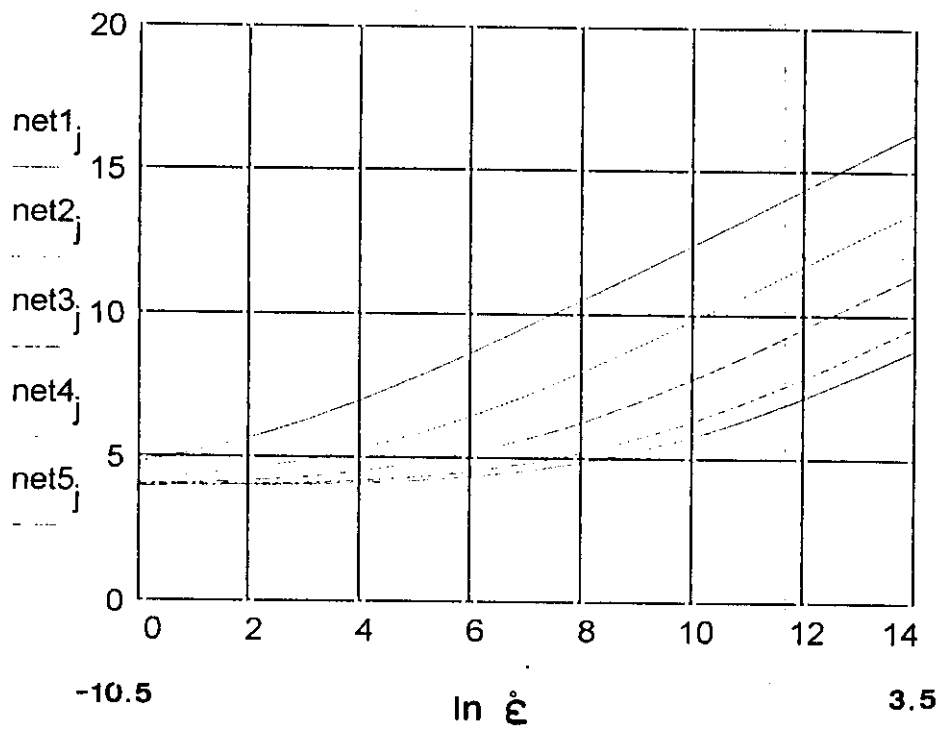


Fig.A.6.41. Representación del factor de eficiente total $\eta = RT = J/G$, frente a la velocidad de deformación y a la temperatura. mapas de curva de nivel presenta isocurvas, como curvas de $RT = \text{constante}$



- trace 1
- trace 2
- trace 3
- trace 4
- trace 5

$T_1=1000$ K; $T_2=1100$ K; $T_3=1200$ K; $T_4=1300$ K; $T_5=1350$

Fig.A.6.42. Representación de $n_{efectivo}$, con la velocidad de deformación, para cinco temperaturas. $T(1)=1000$ K; $T(2)=1100$ K, $T(3)=1200$ K, $T(4)=1300$ K; $T(5)=1350$ K

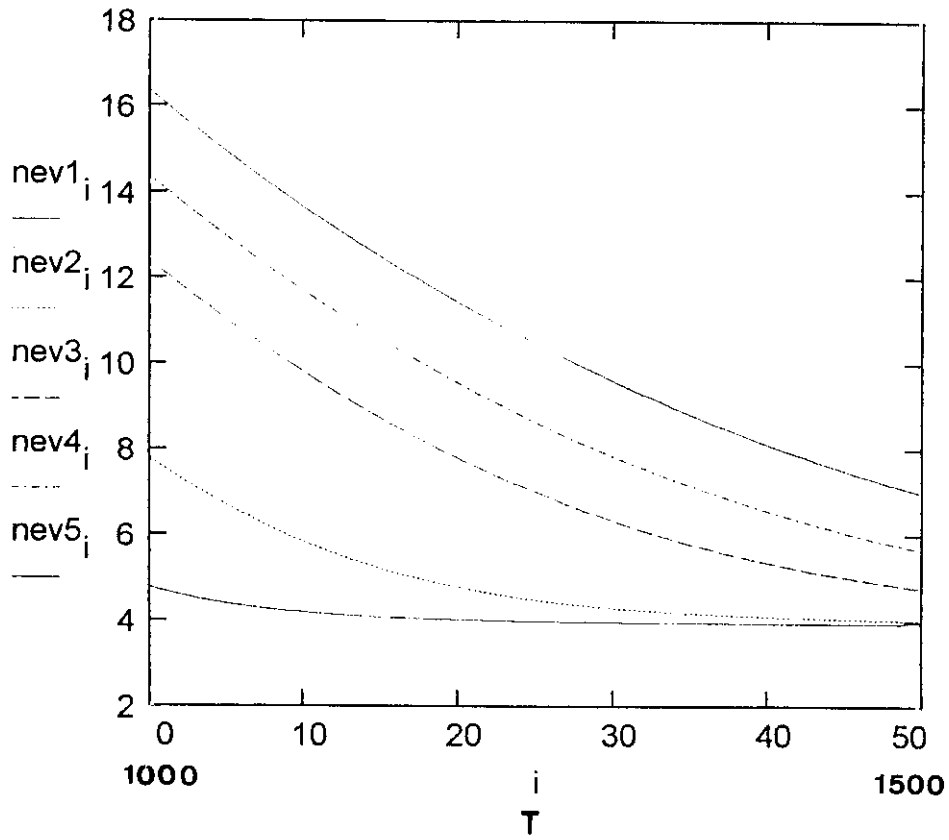


Fig. A.6.43. Representación de $n_{efectivo}$, con la temperatura, para cinco velocidades de deformación. $\dot{\epsilon}'_1 = 0.0000275 \text{ seg}^{-1}$; $\dot{\epsilon}'_2 = 0.004087 \text{ seg}^{-1}$; $\dot{\epsilon}'_3 = 0.6065 \text{ seg}^{-1}$; $\dot{\epsilon}'_4 = 4.48 \text{ seg}^{-1}$; $\dot{\epsilon}'_5 = 33.1 \text{ seg}^{-1}$.

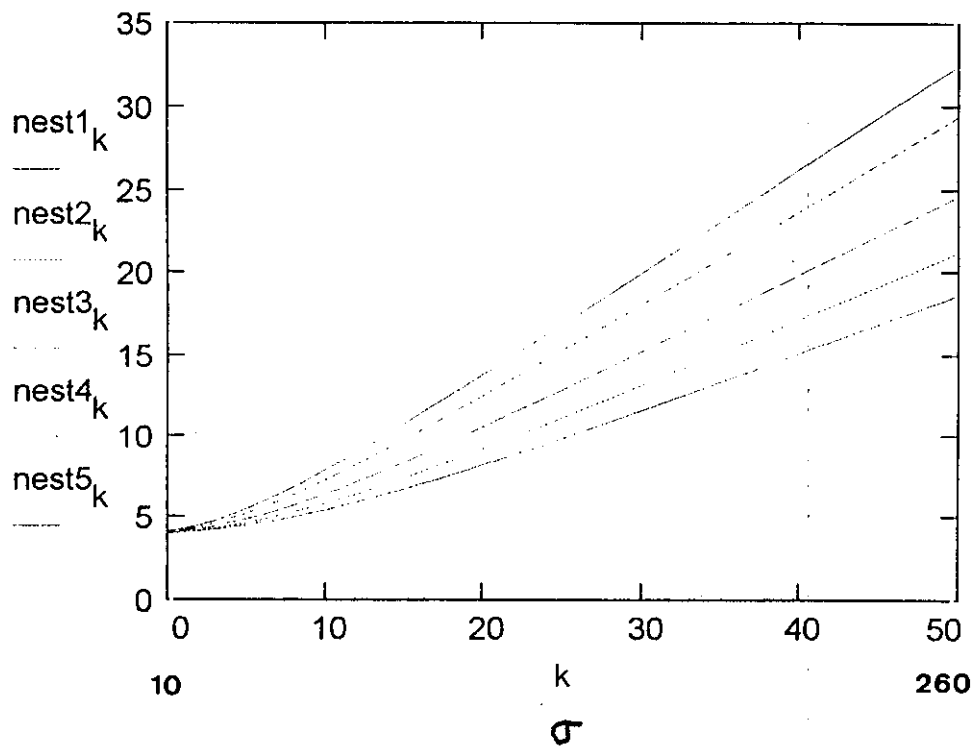


Fig.A.6.44 Representación de n_{efectivo} con la tensión para las mismas cinco temperaturas de la figura 42.

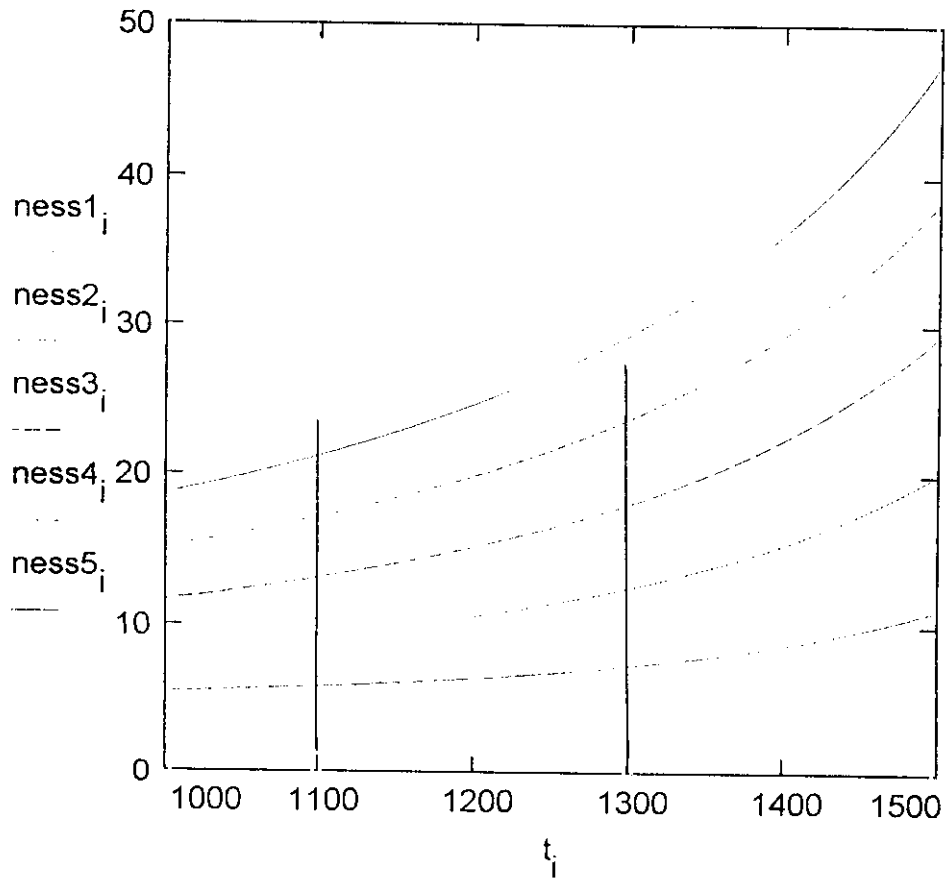


Fig.A.6.45. Representación de n_{efectivo} , con la temperatura, para las tensiones de trabajo; $\sigma_1 = 60$ Mpa, $\sigma_2 = 110$ Mpa, $\sigma_3 = 160$ Mpa, $\sigma_4 = 210$ Mpa, $\sigma_5 = 260$ Mpa. Las líneas continuas representan la región de trabajo.

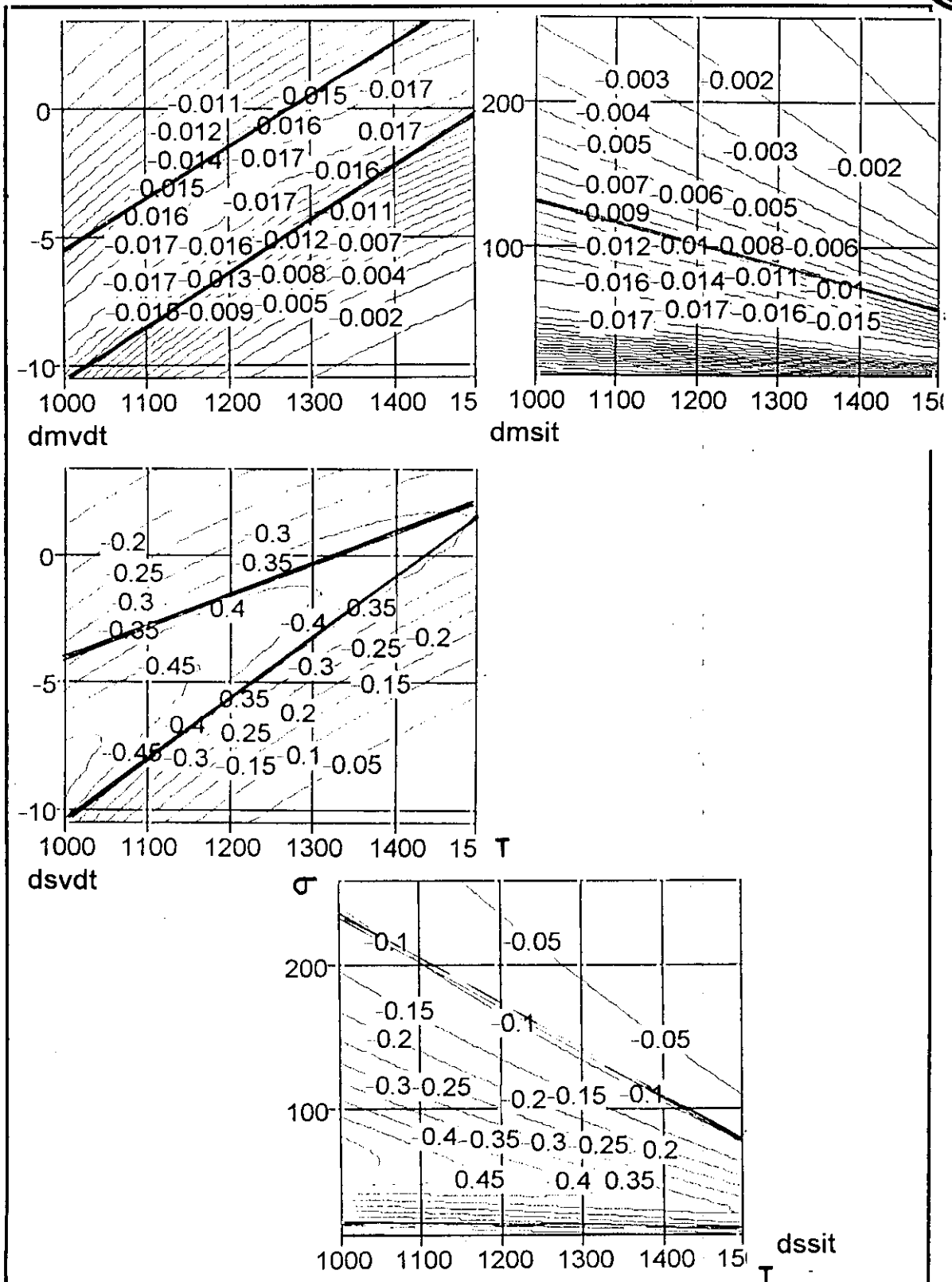


Fig.A6.47. Representación de los mapas de curvas de nivel para las variaciones:
 $\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\dot{\epsilon}, T)$ y $\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\dot{\epsilon}, T)$ $\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\sigma, T)$ y $\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\sigma, T)$ Representando las zonas de estabilidad para la fluencia en estado estacionario, con líneas continuas.

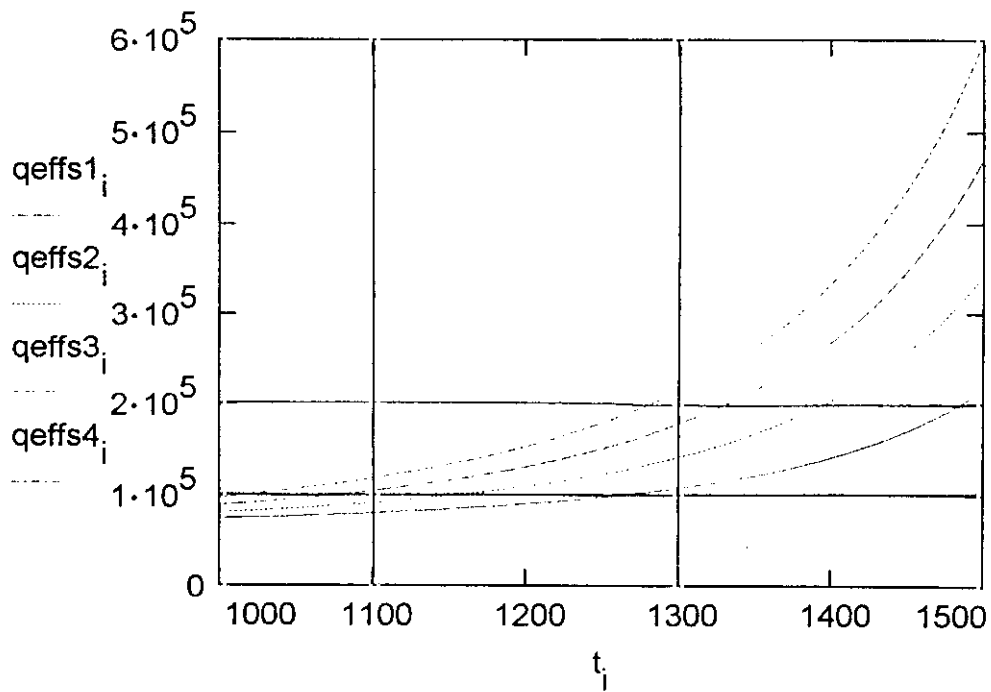
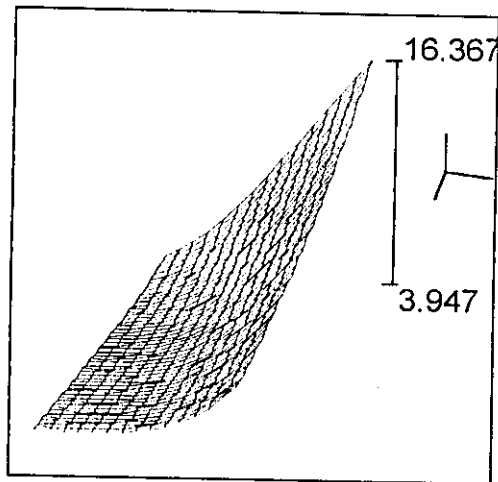
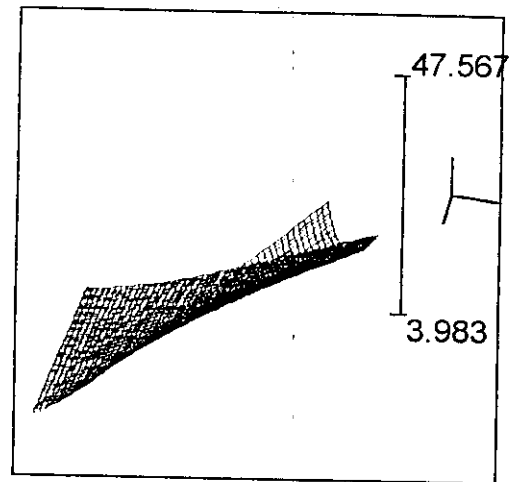


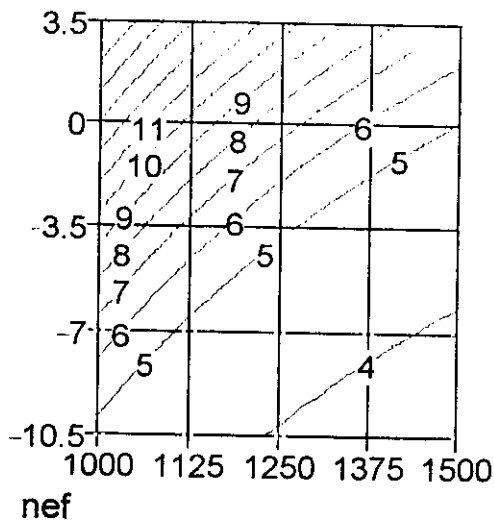
Fig.A.6.46. Representación de Q_{efectivo} con la temperatura, para cuatro tensiones de trabajo, de 60, 110, 160, y 210 MPa.



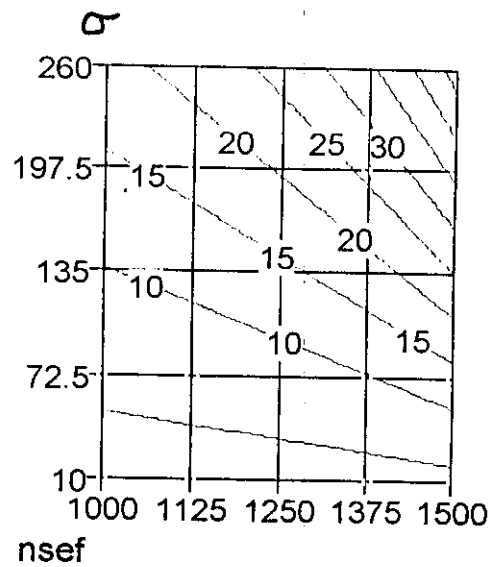
n_{ef}



n_{sef}



n_{ef}



n_{sef}

Fig.A.6.48. Representación tridimensional de n_{efec} . tanto frente a la velocidad de deformación y la temperatura, como frente a la tensión y a la temperatura. Correspondientes mapas de curvas de nivel de $n = \text{constante}$.

D) Resultados de la aleación de aluminio, con tensiones compensadas con el módulo elástico.

Los valores del ajuste son $\{A, Q, n, \alpha\} = \{e^{35.76} \text{ seg}^{-1}, 56993 \text{ cal/mol}, 6.51, 755\}$

$E =$ módulo elástico. $800 < T < 900$. K

El módulo elástico total se define a partir de la función .

$$E(T(i)) = 73510 \cdot (1 + (T(i) - 300) \cdot (-0.66) / (933))$$

$$LV = \ln(\dot{\epsilon}'_{cme}) = 35.76 - (56993 / (2 \cdot T(i))) + 6.51 \cdot \ln(\sinh(755 \cdot \sigma / (E(T(i)))))$$

LV= logaritmo de la velocidad de deformación con las tensiones compensadas del módulo elástico.

$$LVSM = \ln(\dot{\epsilon}'_{scme}) = 41.2 - 65213 / (2 \cdot T(i)) + 6.36 \cdot \ln(\sinh(0.015 \cdot \sigma))$$

LVSM= logaritmo de la velocidad de deformación con las tensiones sin compensar del módulo elástico.

Definimos $\eta_J = J / (\text{Potencia total})$. {ver capítulo 7}.

Definimos $m = m(T, \sigma)$ y $m = m(T, \ln(\dot{\epsilon}'))$, $m = m(\sigma)$

$$m = \frac{\partial \ln(\sigma)}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}$$

$$s = \frac{1}{T} \cdot \frac{\ln(\sigma)}{\partial \left(\frac{1}{T}\right)}$$

Definimos $RT = J/G$ { ver capítulo 6}

Definimos $s = s(T, \sigma)$

$$\text{Definimos } L1(T, \dot{\epsilon}') = \frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}$$

$$\text{Definimos } L2(T, \dot{\epsilon}') = \frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}$$

Definimos $n_{\text{efectivo}} = 1/m$

$$\text{Definimos } sr = \frac{\partial E(T(i)) / \partial T(i)}{E(T(i))}$$

$$\text{Definimos } \theta[\dot{\epsilon}'(i), T(i)] = \left[\left[\dot{\epsilon}'_i \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T_i} \cdot \ln(A)} \right] \right]^{\frac{1}{n}} = \theta_{ij}$$

$$\text{Definimos } s = sr(T(i)) \cdot T(i) + (Q / (n \cdot R \cdot T(i))) \cdot (\tanh(\theta_{ij}) / ((\theta_{ij}) \cdot (1 + \theta_{ij}^2)^{1/2}))$$

$$\text{Definimos } s(\sigma, T) = sr(T) \cdot T + (Q / (n \cdot R \cdot T)) \cdot (\tanh(\alpha \cdot \sigma / E(T)) / (\alpha \cdot \sigma / E(T)))$$

$$\text{Definimos } Q_{\text{efectivo}} = Q_e = Q + (n \cdot R \cdot T(i)) \cdot sr(T) \cdot T(i) \cdot [(\alpha \cdot \sigma / E(T)) / (\tanh(\alpha \cdot \sigma / E(T)))]$$

$$\text{Definimos } V_{\text{efectivo}} = V_e = (n \cdot R \cdot T(i)) \cdot [(\alpha \cdot \sigma / E(T)) / (\tanh(\alpha \cdot \sigma / E(T)))] / (\sigma)$$

$$\text{Definimos } RT = J/G$$

$$\text{Definimos } \eta_G = 1 - \eta_J$$

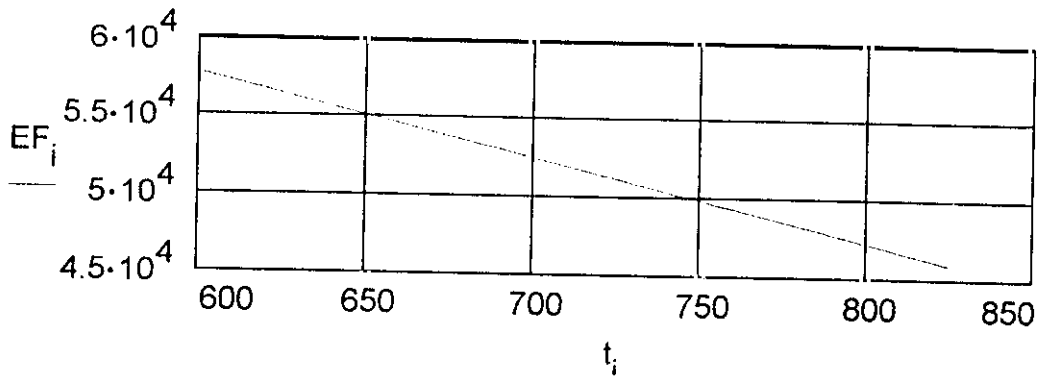


Fig.A6.49.Representación del módulo elástico para la aleación del acero A2

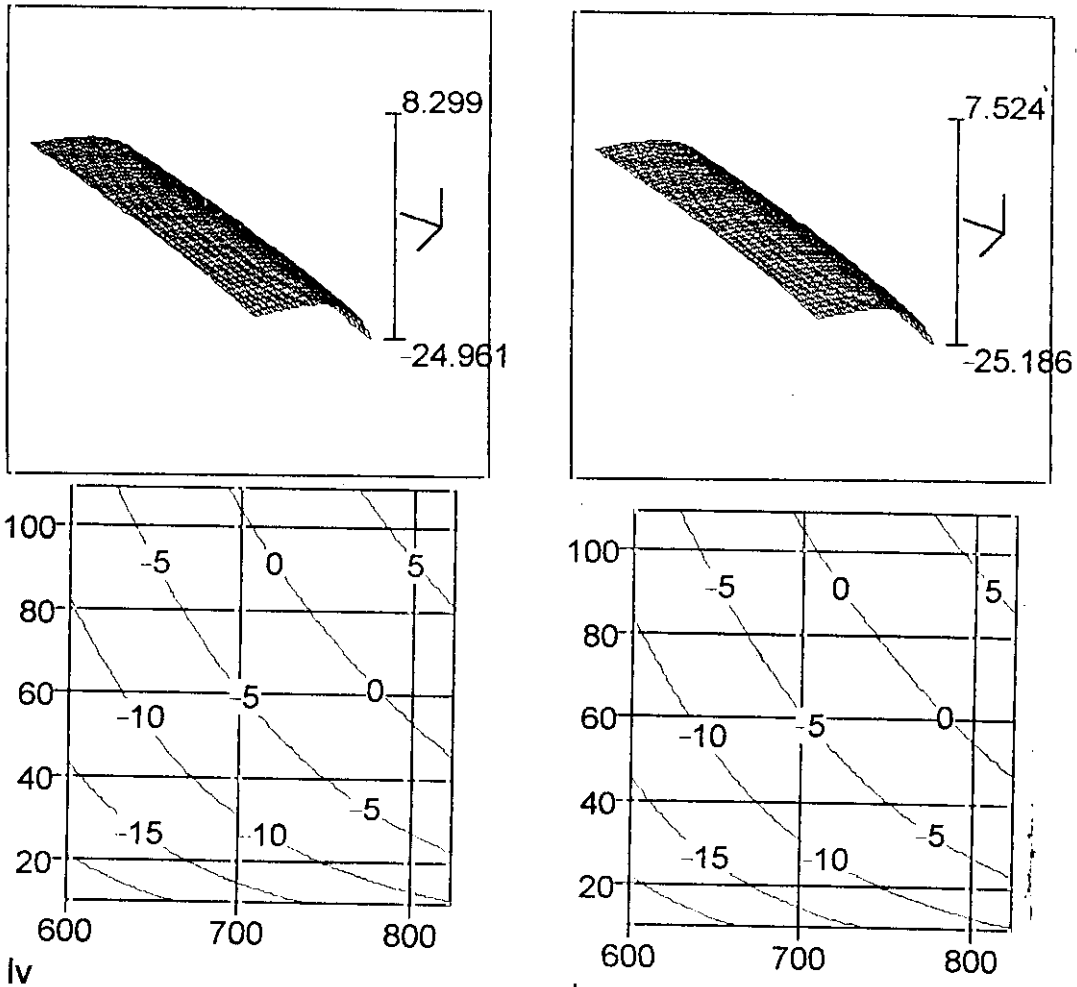


Fig.A6.50. Representación tridimensional de los logaritmos de la velocidad de deformación para el caso de tensiones compensadas por el módulo elástico a) y sin compensar b). Representación del mapa de isolneas, en los dos casos , cada línea de nivel representa una curva de igual velocidad de deformación. Representaciones frente a la tensión y la temperatura

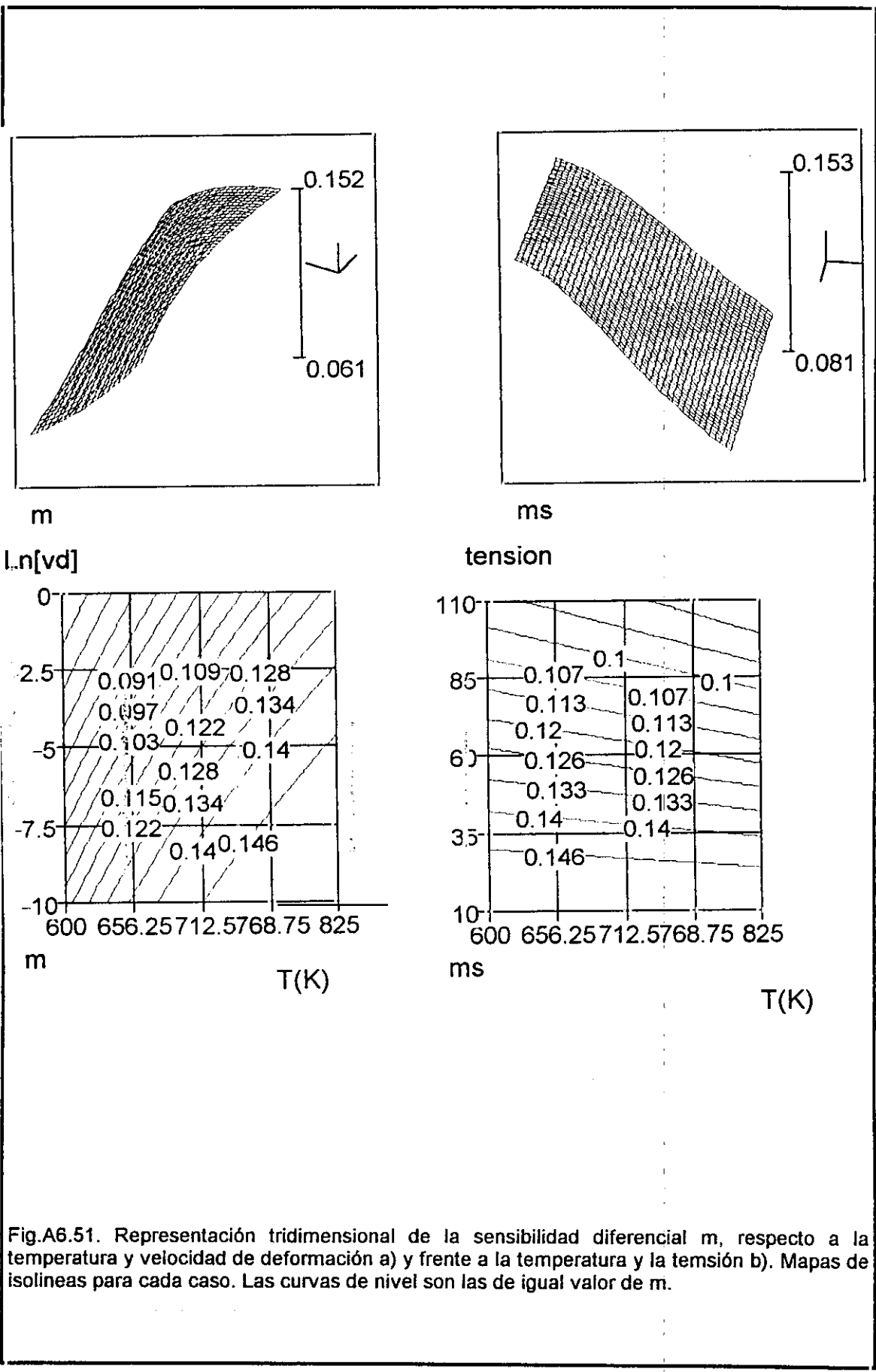
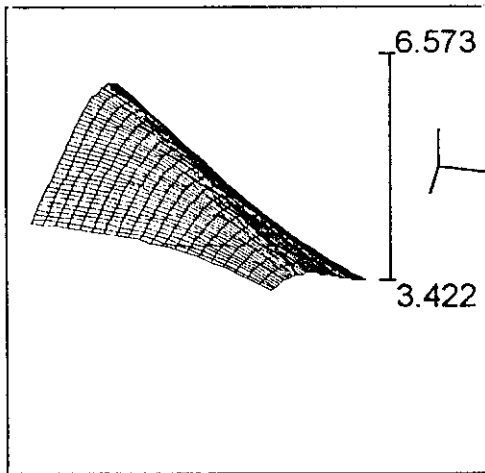
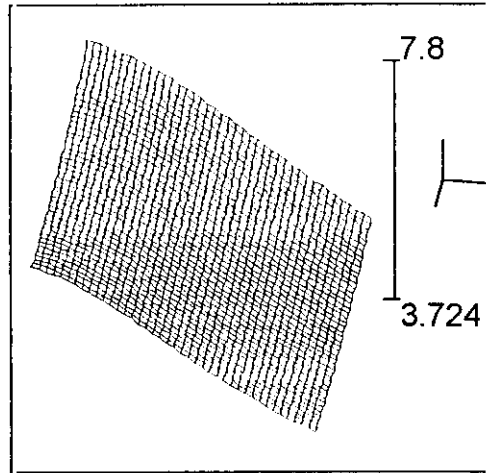


Fig.A6.51. Representación tridimensional de la sensibilidad diferencial m , respecto a la temperatura y velocidad de deformación a) y frente a la temperatura y la tensión b). Mapas de isolinneas para cada caso. Las curvas de nivel son las de igual valor de m .

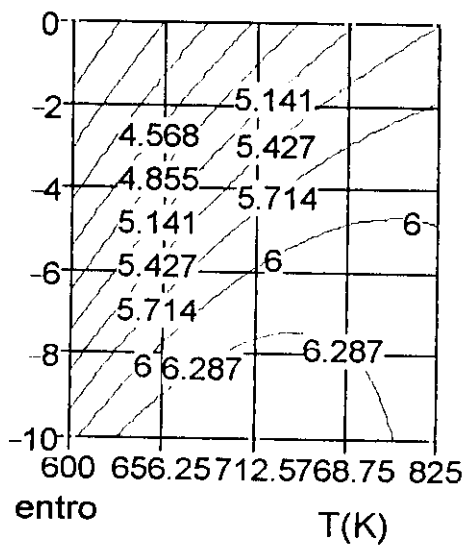


entro



entrs

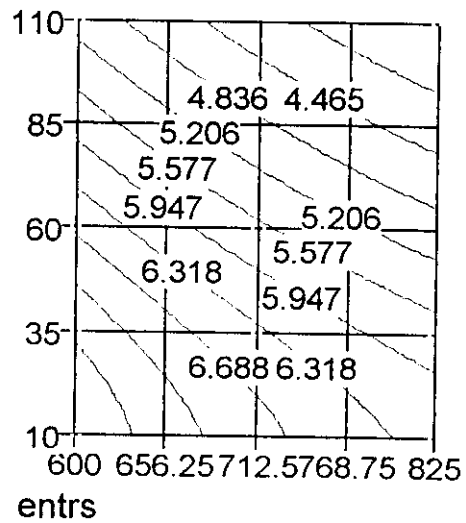
Ln[Velocidad deformacion]



entro

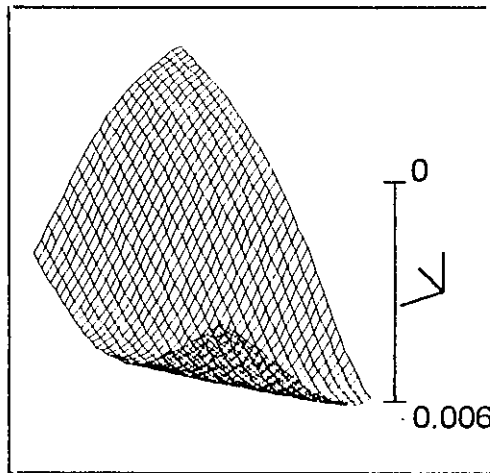
T(K)

Tensión[MPa]

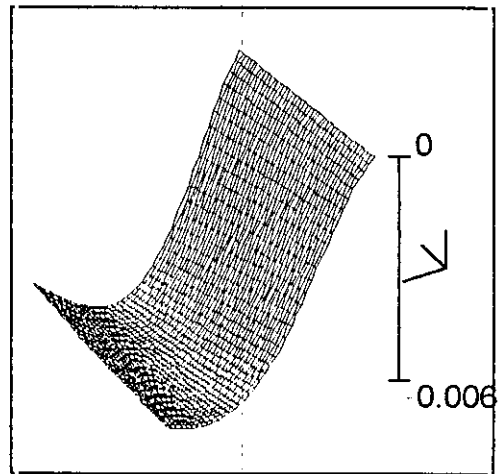
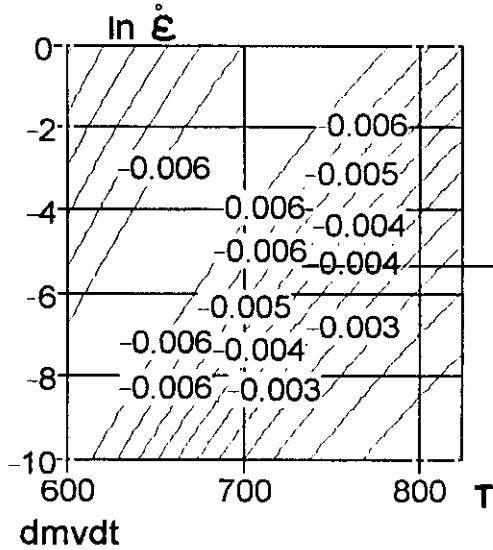


entrs

Fig.A.6.52. Representación tridimensional del coeficiente de entropía $s(c', T)$ a) y $s(\sigma, T)$, y mapas de isocurvas correspondientes. Las curvas de nivel representan curvas de igual valor de s



$\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}$



$\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}$

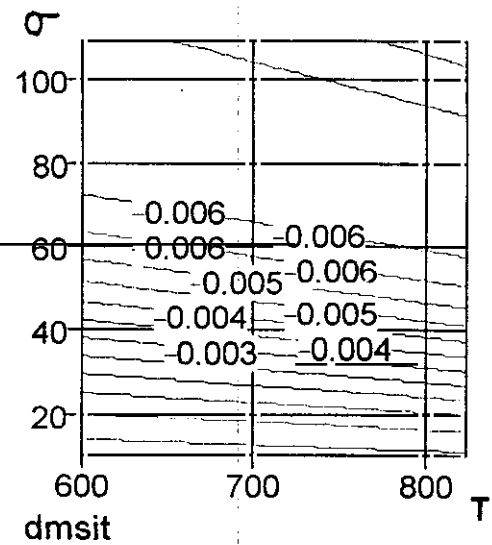
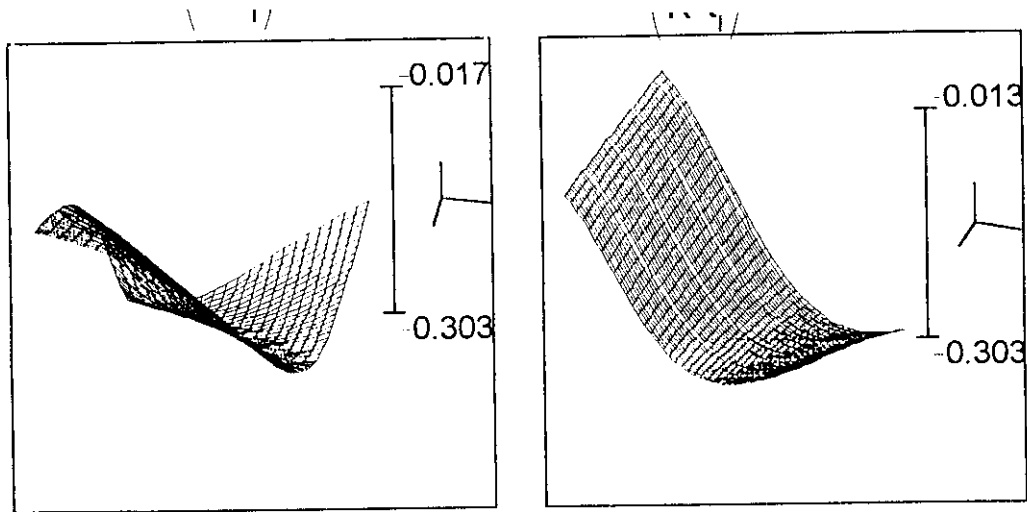
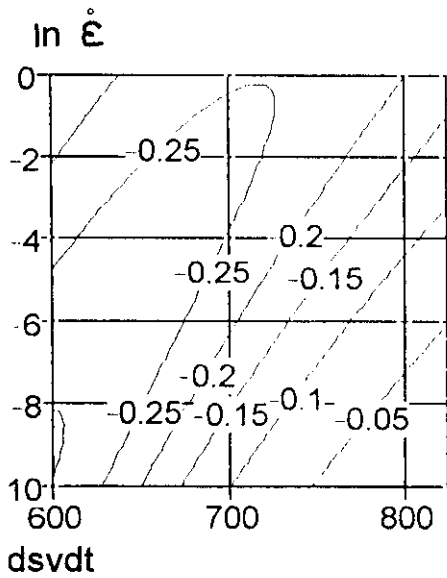


Fig.A.6.53. Representación tridimensional de $\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(T, \dot{\epsilon})$ - a) y $\frac{\partial m}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\sigma, T)$ b), junto con los mapas de curvas de nivel correspondientes. Isolneas corresponden en un caso al valor de $L1(\dot{\epsilon}, T)$ constante y en el otro $L1(\sigma, T)$ constante

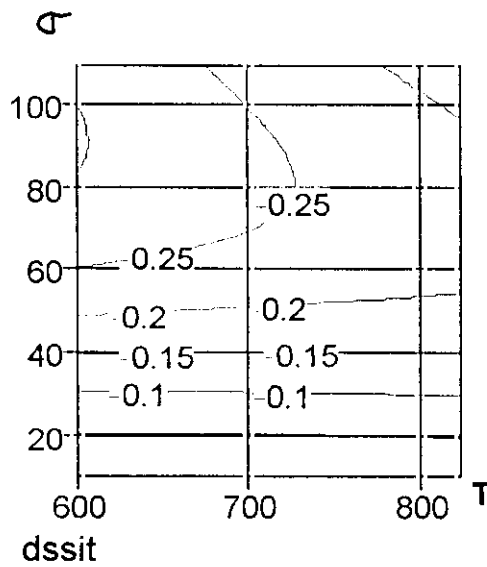


dsvdt

dssit



dsvdt



dssit

Fig.A.6.54. Representación tridimensional de $\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\dot{\epsilon}, T)$ a) y $\frac{\partial s}{\partial \ln(\dot{\epsilon})}(\sigma, T)$ b), y representación de los mapas de isolneas correspondientes. Las curvas de nivel corresponden a valores de L_2 , constante.

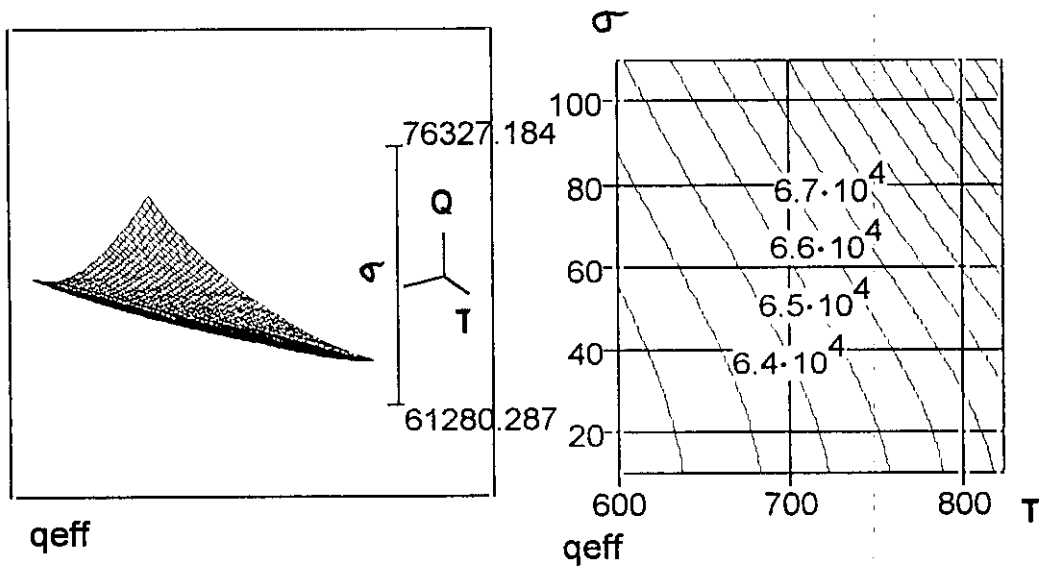


Fig.A.6.55. Representación tridimensional de $Q_{efectivo}$, frente a la tensión (Mpa) y T (K), junto con el mapa de isolíneas, curvas de igual valor de $Q_{efectiva}$.

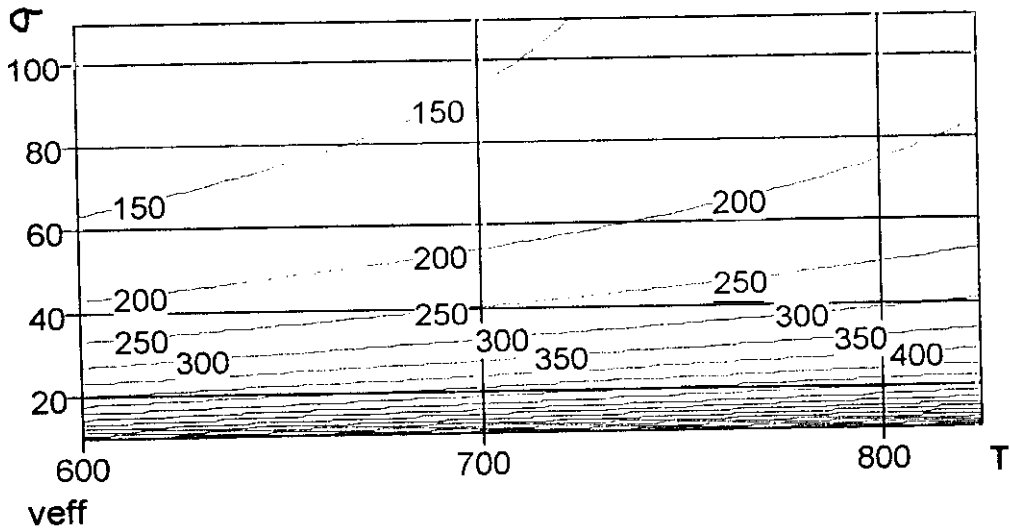


Fig.A.6.56. Representación tridimensional de $V_{\text{efectivo}}=V_e$ frente a la tensión y temperatura de trabajo. Representación del mapa de isolneas correspondiente. Líneas de igual nivel son líneas de $V_e=\text{constante}$

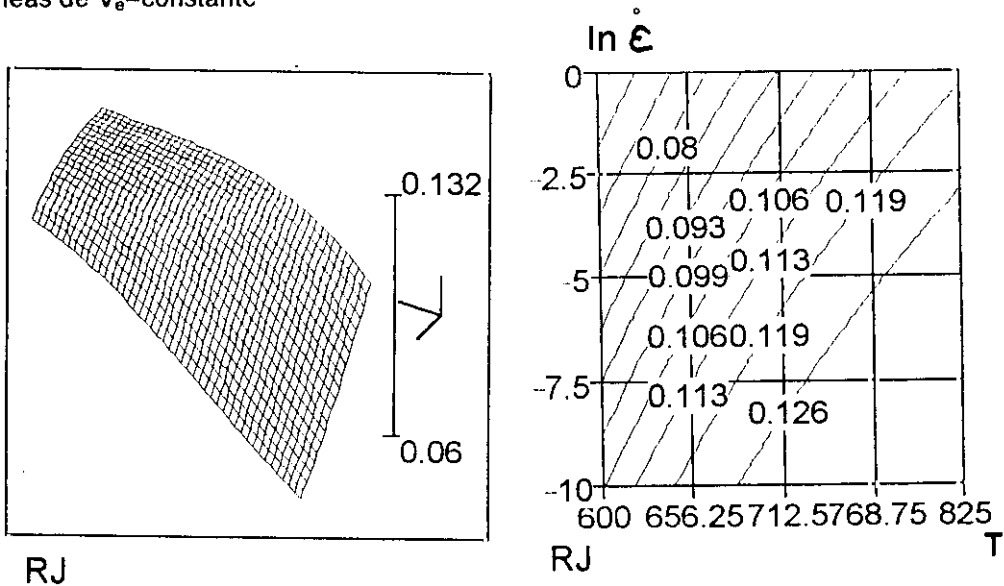


Fig.A6.57. Representación tridimensional del factor de eficiencia η_j , frente a la velocidad de deformación y la temperatura. Representación correspondiente del mapa de isolneas. Curvas de igual nivel representan $\eta_j = \text{constante}$.

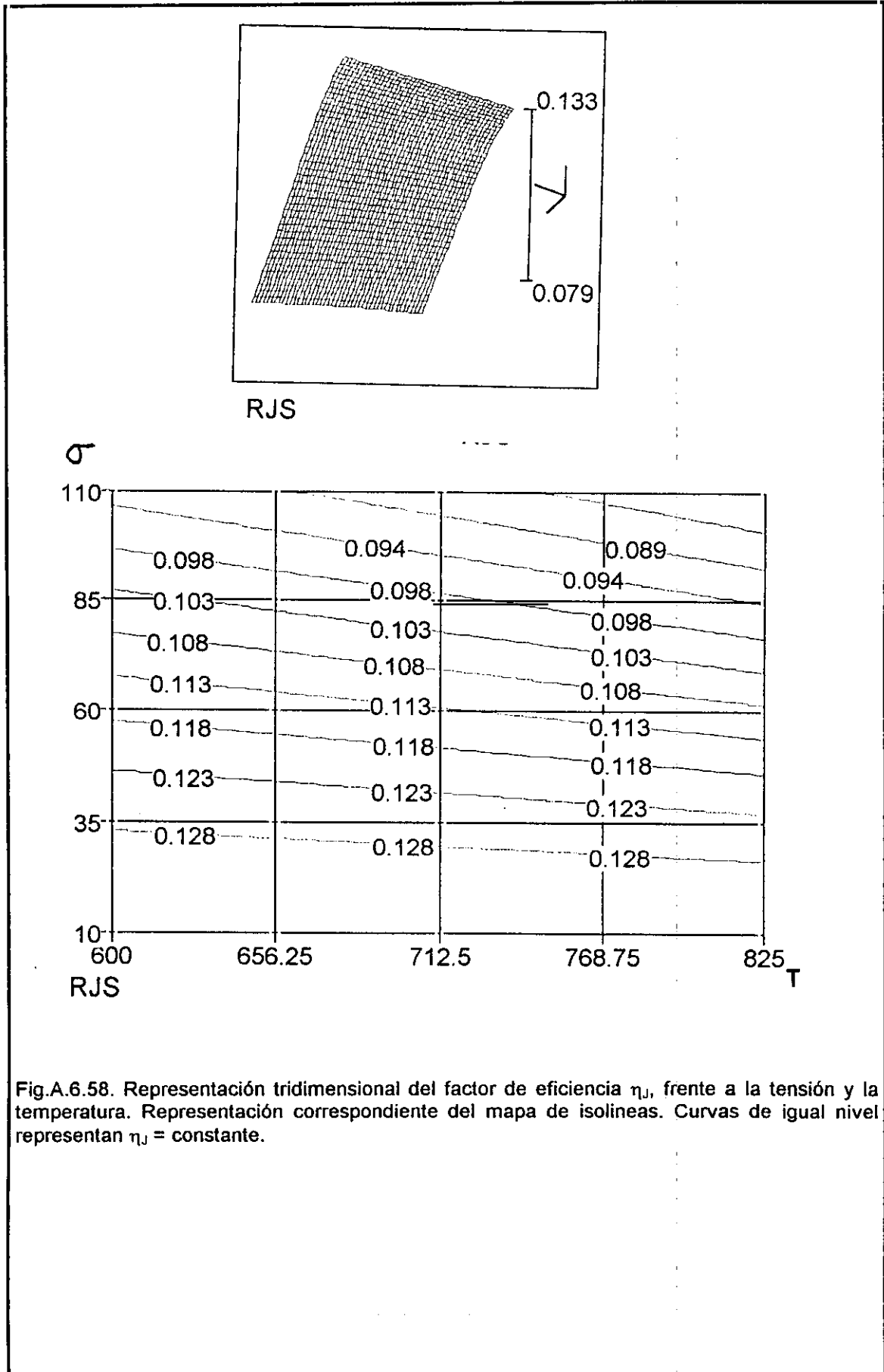


Fig.A.6.58. Representación tridimensional del factor de eficiencia η_j , frente a la tensión y la temperatura. Representación correspondiente del mapa de isocurvas. Curvas de igual nivel representan $\eta_j = \text{constante}$.

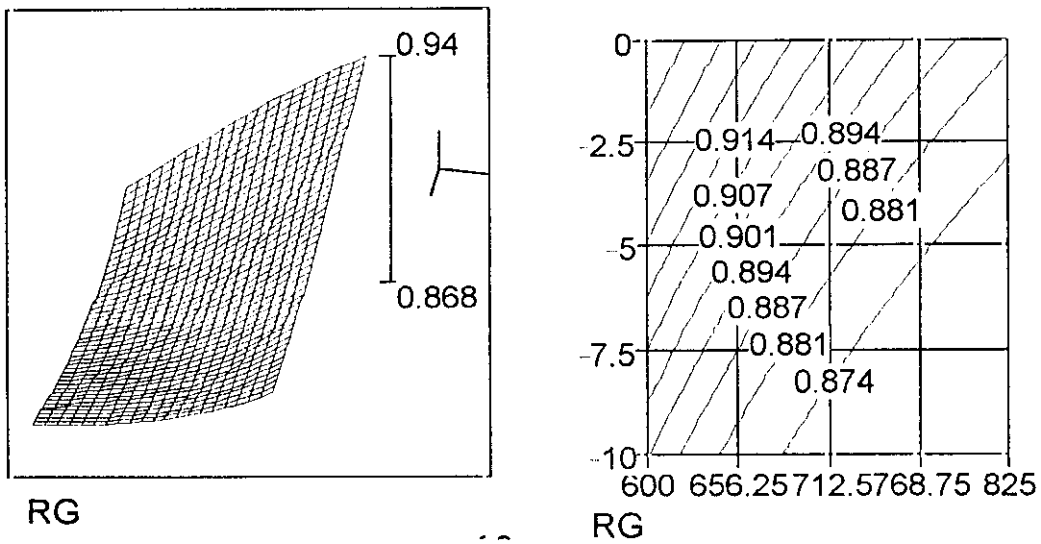


Fig.A.6.59. Representación tridimensional del rendimiento del factor G, η_G frente a la temperatura y a la velocidad de deformación, con el correspondiente mapa de isocurvas. Las curvas de nivel representan el factor $\eta_G = \text{constante}$.

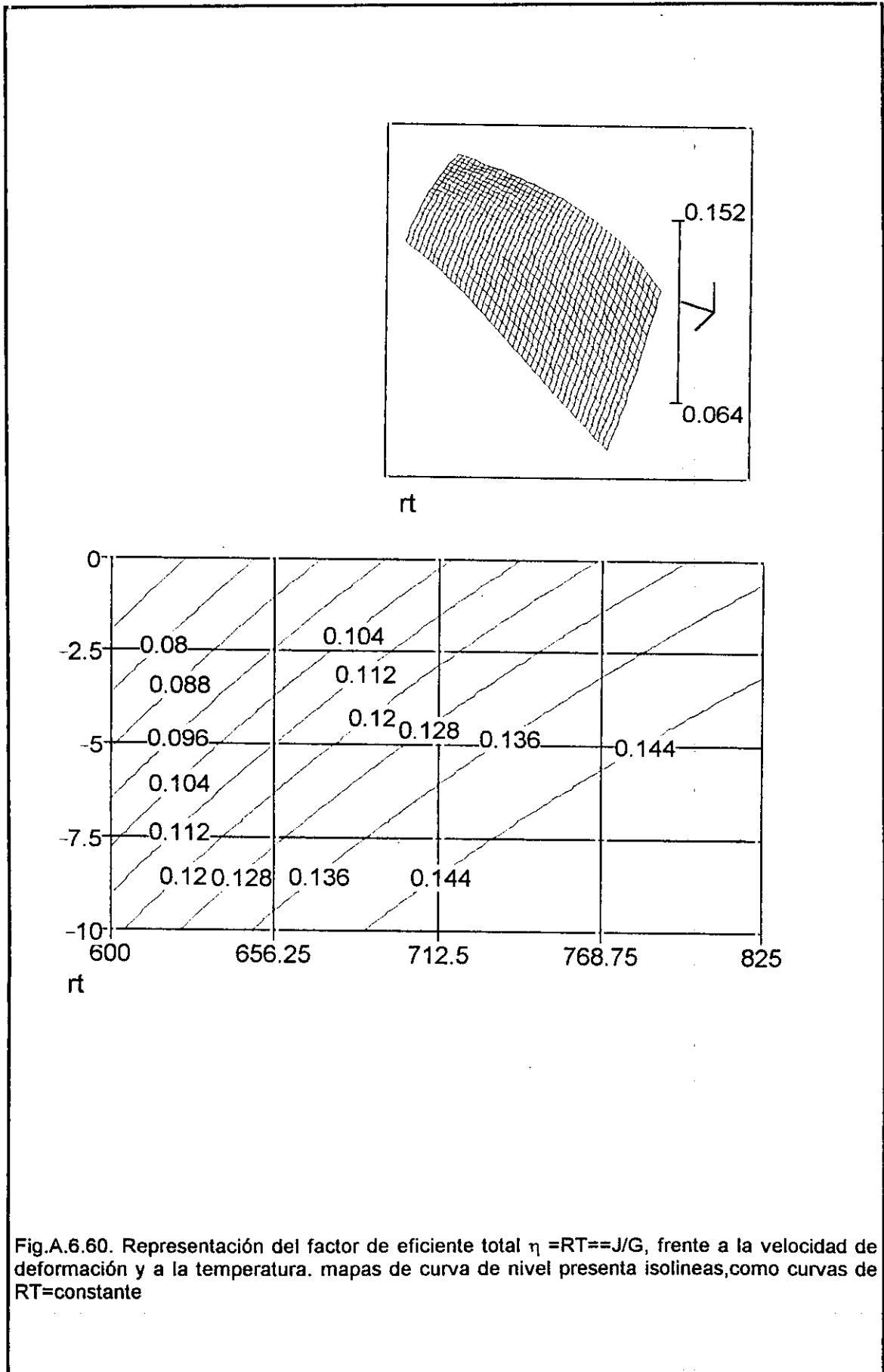
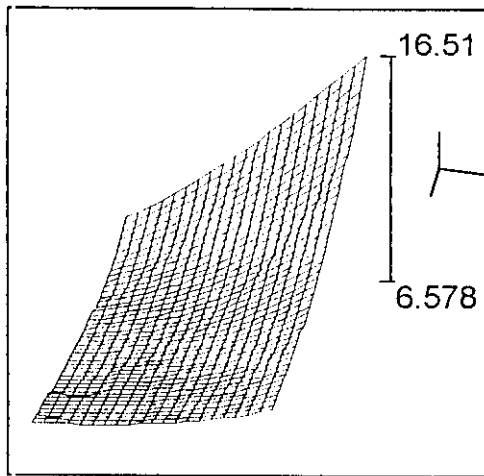


Fig.A.6.60. Representación del factor de eficiente total $\eta = RT = J/G$, frente a la velocidad de deformación y a la temperatura. mapas de curva de nivel presenta isolineas, como curvas de $RT = \text{constante}$



n_{eff}

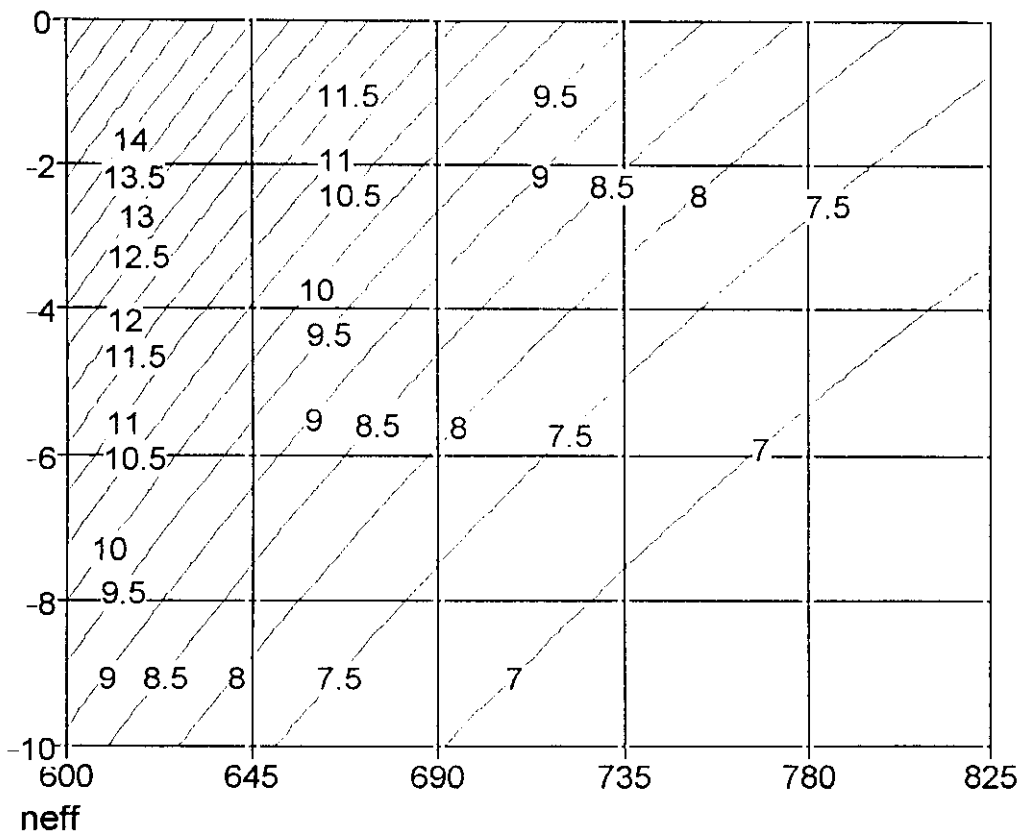
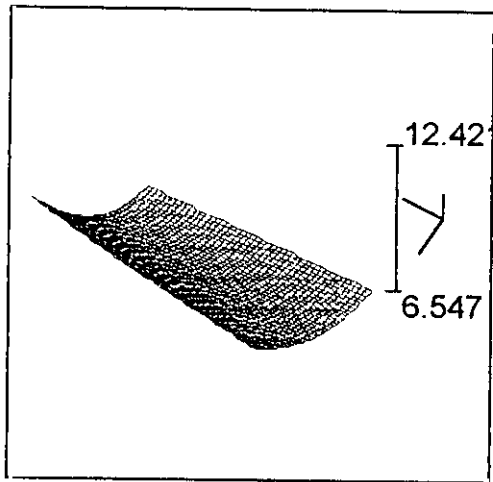


Fig.A.6.61. Representación tridimensional de n_{efectivo} , con respecto a la temperatura (K) y a la velocidad de deformación y mapa de representaciones de las curvas de nivel a $n=\text{cte}$.



nesf

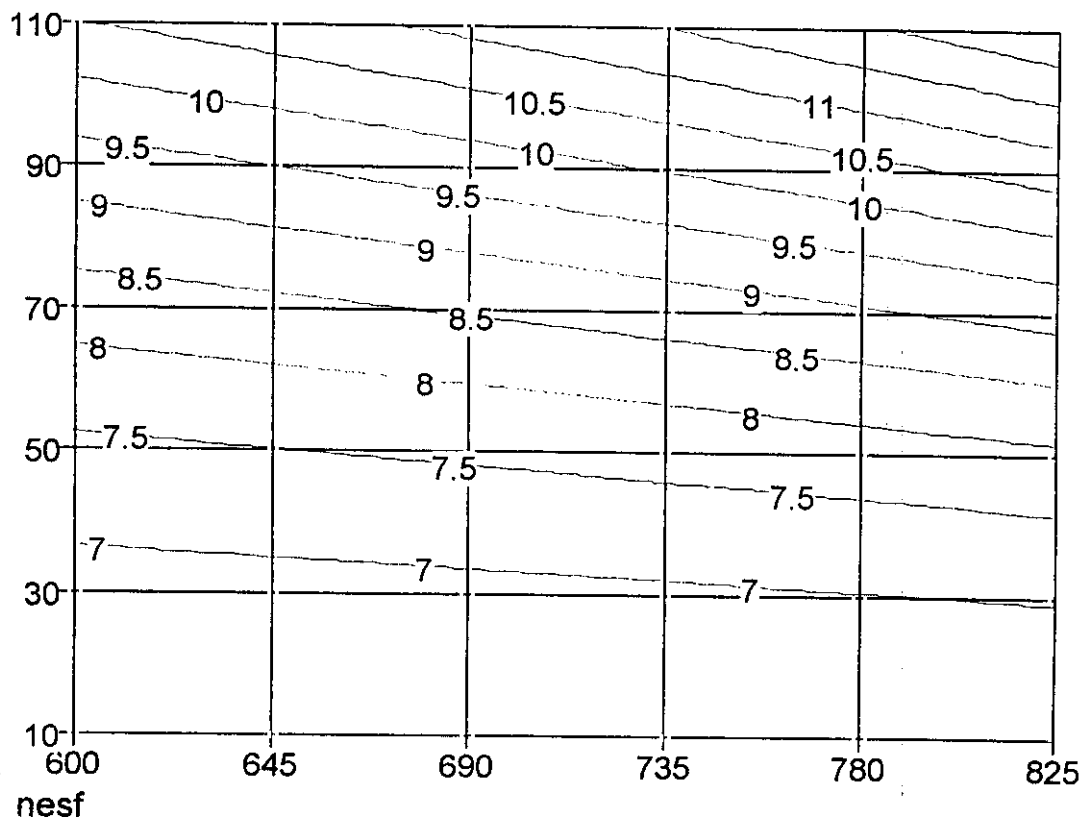


Fig.A.6.62. Representación tridimensional de n_{efectivo} , con respecto a la temperatura (K) y a la tensión de trabajo y mapa de representaciones de las curvas de nivel a $n=\text{cte}$.

ANEXO - 7.

**REPRESENTACIONES GRÁFICAS DE LOS RESULTADOS PARCIALES
DEL TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE LOS AJUSTES DE LA ECUACIÓN
DE GAROFALO A LOS 20 MATERIALES DEL ANEXO 1.**

ESTUDIOS REALIZADOS:

- 1) CONGLOMERADOS**
- 2) ANÁLISIS FACTORIAL**
- 3) ANÁLISIS DE REGRESIÓN POR PASOS**
- 4) SUPERFICIES DE RESPUESTAS**
- 5) DESCRIPTIVAS**

OR	LOGA	Q	N	ALFA	DT	TMAX	TMED	DS	SMA	SME	LVM	RLV
01	32.13	082.199	5.16	0.0080	350	1523	1348	177	220	132	3.22	04.83
02	26.82	074.039	4.72	0.0113	150	1273	1198	110	215	160	3.40	03.86
03	38.80	101.001	1.96	0.0160	197	1270	1172	159	169	090	1.61	11.12
04	22.44	058.234	4.66	0.0091	150	1473	1398	070	126	091	2.62	02.94
05	32.14	082.749	4.98	0.0081	250	1423	1298	087	150	107	2.30	03.51
06	32.60	087.845	4.64	0.0108	240	1513	1393	113	143	088	3.04	04.65
07	50.15	066.036	5.60	0.0001	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24
08	45.02	065.584	5.58	0.0003	200	1423	1323	095	150	103	3.04	04.24
09	25.03	064.152	4.34	0.0090	373	1473	1287	171	228	143	2.64	03.84
10	44.88	057.316	5.61	0.0002	250	1473	1348	174	252	165	2.64	03.84
11	48.66	066.579	5.52	0.0002	250	1473	1348	093	156	110	2.64	03.84
12	26.42	061.069	5.96	0.0060	373	1473	1287	159	227	148	2.64	03.84
13	44.90	066.167	5.48	0.0004	323	1423	1261	206	260	157	3.04	02.35
14	41.20	065.213	6.36	0.0150	200	0823	0723	093	107	061	-4.5	06.27
15	40.32	114.190	5.84	0.0112	375	1523	1334	174	225	138	3.22	04.83
16	38.61	113.490	2.36	0.0250	275	1548	1411	123	134	073	2.99	04.61
17	48.50	142.716	2.42	0.0198	200	1523	1423	150	163	089	2.99	04.61
18	44.90	066.167	5.48	0.0004	323	1423	1262	207	261	158	3.04	3.044
19	26.67	075.177	4.54	0.0125	350	1473	1298	173	230	144	3.40	4.020
20	24.41	079.491	2.26	0.0198	450	1523	1298	330	385	220	3.24	4.850

TABLA DE DATOS -1

COLUMNA 1	ORDEN DEL MATERIAL		
COLUMNA 2	$\ln(A)$	$[A] = \text{seg}^{-1}$	
COLUMNA 3	Q	$[Q] = \text{MILES DE Cal.}$	Energía aparente de activación para el experimento
COLUMNA 4	N	ADIMENSIONAL	Exponente de la función $\text{Sinh}(\alpha \cdot \sigma)$
COLUMNA 5	α (ALFA)	$[\alpha] = \text{MPa}^{-1}$	
COLUMNA 6	$DT = \Delta T$	$[\Delta T] = (K)$	Recorrido de temperatura del experimento
COLUMNA 7	$T_{MAX} = T_{MAX}$	$[T_{MAX}] = (K)$	Temperatura máxima del experimento
COLUMNA 8	$T_{MED} = T_{MEDIA}$	$[T_{MEDIA}] = (K)$	Temperatura media del experimento
COLUMNA 9	$DS = \Delta \sigma$	$[\Delta \sigma] = \text{Mpa}$	Recorrido en tensión efectiva del experimento
COLUMNA.10	$SMA = \sigma_{max}$	$[\sigma_{max}] = \text{MPa}$	Tensión máxima del experimento
COLUMNA 11	$SME = \sigma_{media}$	$[\sigma_{media}] = \text{MPa}$	Tensión media del experimento
COLUMNA 12	$LVM = \ln(\epsilon'_{max})$	$[\epsilon'_{max}] = \text{seg}^{-1}$	Logaritmo neperiano de la velocidad máxima de deformación del experimento
COLUMNA 13	$RLV = \ln(\epsilon'_{maxima} / \epsilon'_{minima})$		Recorrido logarítmico de las velocidades de deformación en el experimento

LEYENDA DE LA TABLA DE DATOS I

--	--	--	--

OR	LOGA	Q	N	ALFA	CT	MAX	TMED	DS	SMA	SME	LVM	EV	WC	W4H	W5	W6	W7	W8	W9	W10	W11
01	32.13	082188	8.15	0.0080	380	1823	1349	177	220	132	3.23	04.83	0.72	0.40	0.40	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00
02	28.82	074208	4.72	0.0113	160	1273	1198	110	215	100	3.40	03.08	0.28	1.43	0.28	0.02	0.11	0.05	0.00	0.16	0.03
04	22.84	068234	4.80	0.0081	150	1473	1388	070	125	081	2.82	02.34	0.28	1.29	0.31	0.02	0.03	0.08	0.01	0.08	0.13
05	32.14	082148	4.88	0.0081	250	1423	1298	087	160	107	2.30	03.81	0.28	1.48	0.88	0.01	0.02	0.03	0.02	0.11	0.04
05	32.90	087346	4.84	0.0108	340	1513	1353	113	143	098	3.04	04.85	0.28	1.44	0.80	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
07	50.18	080028	6.60	0.0001	200	1623	1323	098	160	103	3.04	04.24	0.28	1.27	0.30	0.02	0.02	0.00	0.00	0.26	0.00
08	48.02	088884	6.68	0.0002	200	1623	1323	086	160	103	3.04	04.24	0.28	1.27	0.30	0.02	0.02	0.00	0.00	0.26	0.00
09	26.03	084162	4.34	0.0080	373	1473	1287	111	228	143	2.84	03.84	0.28	1.86	0.78	0.02	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
10	44.88	087376	6.61	0.0002	250	1473	1348	114	263	185	2.84	03.84	0.28	1.51	0.22	0.02	0.02	0.00	0.00	0.11	0.02
11	48.88	088878	6.62	0.0002	250	1473	1348	083	164	110	2.84	03.84	0.28	1.48	0.73	0.01	0.02	0.23	0.17	0.10	0.02
12	26.42	081028	6.96	0.0080	373	1473	1287	108	227	148	2.84	03.84	0.40	1.88	0.80	0.02	0.04	0.32	0.19	0.12	0.03
13	40.32	114150	6.84	0.0112	375	1523	1324	174	228	138	3.22	04.83	0.13	0.48	0.40	0.04	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
15	38.81	112480	2.38	0.0280	275	1848	1411	123	134	072	2.88	04.81	0.02	1.80	0.80	0.00	0.00	22.0	3.00	0.00	0.00
17	48.80	142718	2.42	0.0188	200	1823	1423	130	153	089	2.98	04.81	0.02	1.80	0.80	0.00	0.00	22.0	3.00	0.00	0.00
19	26.87	078177	4.84	0.0128	340	1473	1288	173	200	144	3.40	4.00	0.28	1.43	0.28	0.02	0.02	0.11	0.05	0.00	0.03
23	24.47	072431	2.23	0.0198	420	1823	1328	330	385	220	3.24	4.80	0.08	0.00	0.70	0.02	0.02	18.0	0.00	0.00	0.00

TABLA DE DATOS - 3

COLUMNA 1	ORDEN DEL MATERIAL		
COLUMNA 2	$\ln(A)$	$[A] = \text{scg}^{-1}$	
COLUMNA 3	Q	$[Q] = \text{MILES DE KCal.}$	Energía aparente de activación para el experimento
COLUMNA 4	N	ADIMENSIONAL	Exponente de la función $\text{Sinh}(\alpha \cdot \sigma)$
COLUMNA 5	α (ALFA)	$[\alpha] = \text{MPa}^{-1}$	
COLUMNA 6	$DT = \Delta T$	$[\Delta T] = (K)$	Recorrido de temperatura del experimento
COLUMNA 7	$T_{\text{MAX}} = T_{\text{MAX}}$	$[T_{\text{MAX}}] = (K)$	Temperatura máxima del experimento
COLUMNA 8	$T_{\text{MED}} = T_{\text{MEDIA}}$	$[T_{\text{MEDIA}}] = (K)$	Temperatura media del experimento
COLUMNA 9	$DS = \Delta \sigma$	$[\Delta \sigma] = \text{Mpa}$	Recorrido en tensión efectiva del experimento
COLUMNA.10	$SMA = \sigma_{\text{max}}$	$[\sigma_{\text{max}}] = \text{MPa}$	Tensión máxima del experimento
COLUMNA 11	$SME = \sigma_{\text{media}}$	$[\sigma_{\text{media}}] = \text{MPa}$	Tensión media del experimento
COLUMNA 12	$LVM = \ln(\epsilon'_{\text{max}})$	$[\epsilon'_{\text{max}}] = \text{scg}^{-1}$	*Logaritmo neperiano de la velocidad máxima de deformación en el experimento
COLUMNA 13	$RLV = \ln(\epsilon'_{\text{maxima}} / \epsilon'_{\text{minima}})$		Recorrido logarítmico de las velocidades de deformación en el experimento
COLUMNA 14	%C		Tanto por ciento en peso de Carbono en la composición del material
COLUMNA 15	%Mn		Tanto por ciento de Manganeseo
COLUMNA 16	%Si		Silicio
COLUMNA 17	%P		Fosforo
COLUMNA 18	%S		Azufre
COLUMNA 19	%Cr		Cromo
COLUMNA 20	%Ni		Niquel
COLUMNA 21	%Mo		Molibdeno
COLUMNA 22	%V		Vanadio
COLUMNA 23	%Al		Aluminio
COLUMNA 24	%Cu		Cobre
COLUMNA 25	%Ti		Titanio

LEYENDA DE LA TABLA DE DATOS 3

COLUMNA 1	ORDEN DEL MATERIAL		
COLUMNA 2	$\ln(\Lambda)$	$[\Lambda] = \text{seg}^{-1}$	
COLUMNA 3	Q	$[Q] = \text{Cal.}$	Energía aparente de activación para el experimento
COLUMNA 4	N	ADIMENSIONAL	Exponente de la función Sinh($\alpha \cdot \sigma$)
COLUMNA 5	α (ALFA)	$[\alpha] = \text{MPa}^{-1}$	
COLUMNA 6	DT = ΔT	$[\Delta T] = (\text{K})$	Recorrido de temperatura del experimento
COLUMNA 7	TMAX = T_{MAX}	$[T_{\text{MAX}}] = (\text{K})$	Temperatura máxima del experimento
COLUMNA 8	TMED = T_{MEDIA}	$[T_{\text{MEDIA}}] = (\text{K})$	Temperatura media del experimento
COLUMNA 9	DS = $\Delta \sigma$	$[\Delta \sigma] = \text{Mpa}$	Recorrido en tensión efectiva del experimento
COLUMNA.10	SMA = σ_{max}	$[\sigma_{\text{max}}] = \text{MPa}$	Tensión máxima del experimento
COLUMNA 11	SME = σ_{media}	$[\sigma_{\text{media}}] = \text{MPa}$	Tensión media del experimento
COLUMNA 12	LVM = $\ln(\dot{\epsilon}'_{\text{max}})$	$[\dot{\epsilon}'_{\text{max}}] = \text{seg}^{-1}$	°Logaritmo neperiano de la velocidad máxima de deformación en el experimento
COLUMNA 13	RLV = $\ln(\dot{\epsilon}'_{\text{maxima}}/\dot{\epsilon}'_{\text{minima}})$		Recorrido logarítmico de las velocidades de deformación en el experimento
COLUMNA 14	%C		Tanto por ciento en peso de Carbono en la composición del material
COLUMNA 15	%Mn		Tanto por ciento de Manganeseo
COLUMNA 16	%Si		Silicio
COLUMNA 17	%P		Fosforo
COLUMNA 18	%S		Azufre
COLUMNA 19	%Cr		Cromo
COLUMNA 20	%Ni		Niquel
COLUMNA 21	%Mo		Molibdeno
COLUMNA 22	%V		Vanadio
COLUMNA 23	%Al		Aluminio
COLUMNA 24	%Cu		Cobre
COLUMNA 25	%Ti		Titanio
COLUMNA 26	TG = ϕ	$[\phi] = \mu\text{m.}$	ϕ = Tamaño de grano a la T_{max} para el material
COLUMNA 27	GTG = $\Delta \phi$	$[\Delta \phi] = \mu\text{m./K}$	Gradiente del tamaño de grano para el material en el recorrido de temperaturas

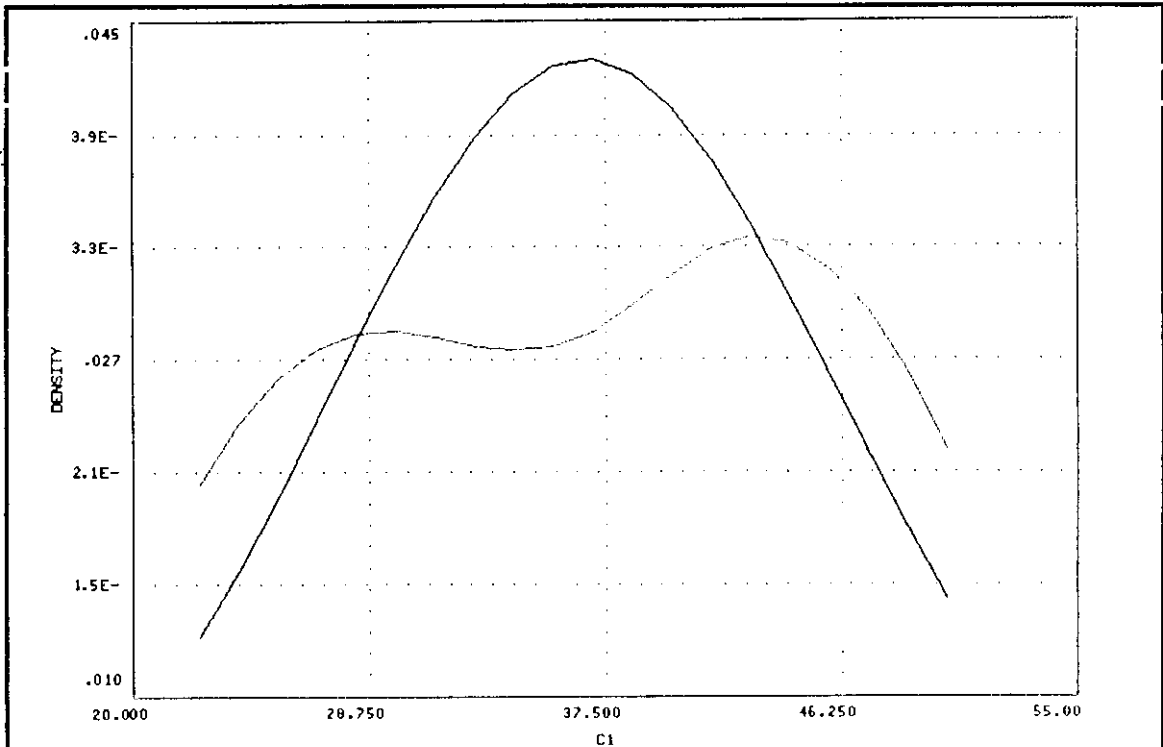
LEYENDA DE LA TABLA DE DATOS 4

OR	LOG_A	Q_	N_	ALFA	DT_	ITMAX	TIME	DS	SMA	SME	LVM	GLV_VA	V.B.	IDL	QLD	DBD	QBD	NPL	DDM	TAU
01	32.13	082199	5.16	0.0080	350	1523	1348	177	220	132	3.22	04.83	1.21	2.58	3.7	280	2.0	167	7.5	6.5
02	25.82	074039	4.72	0.0113	150	1273	1198	110	215	160	3.40	03.86	1.18	2.48	19.	239	11.	174	6.0	1.1e-6.2
03	38.80	101001	1.95	0.0160	197	1270	1172	159	169	090	1.61	11.12	1.80	2.90	8.6e-5	151	5.4e-12	153	4.3	7.7e-10
05	32.14	082749	4.98	0.0081	250	1423	1298	087	150	107	2.30	03.31	1.18	2.48	19.	239	11.	174	6.0	1.1e-6.2
06	32.60	087845	4.64	0.0108	240	1513	1393	113	143	088	3.04	04.65	1.18	2.48	19.	239	11.	174	6.0	1.1e-6.2
09	25.03	064152	4.34	0.0090	373	1473	1287	171	228	143	2.64	03.84	1.18	2.48	19.	239	11.	174	6.0	1.1e-6.2
14	41.20	065213	6.36	0.0150	200	0823	0723	093	107	061	4.5	06.27	1.66	2.86	17.0	142	0.5	084	4.4	3.4e-7.2
16	38.61	113490	2.36	0.0250	275	1548	1411	123	134	073	2.99	04.61	1.21	2.88	3.7	280	2.0	167	7.5	1.5
17	48.50	142716	2.42	0.0198	200	1523	1423	150	163	089	2.99	04.61	1.21	2.58	3.7	280	2.0	167	7.5	1.5
20	24.41	079491	2.26	0.0198	460	1523	1298	350	385	220	3.24	4.950	1.21	2.58	3.7	280	2.0	167	7.5	1.5

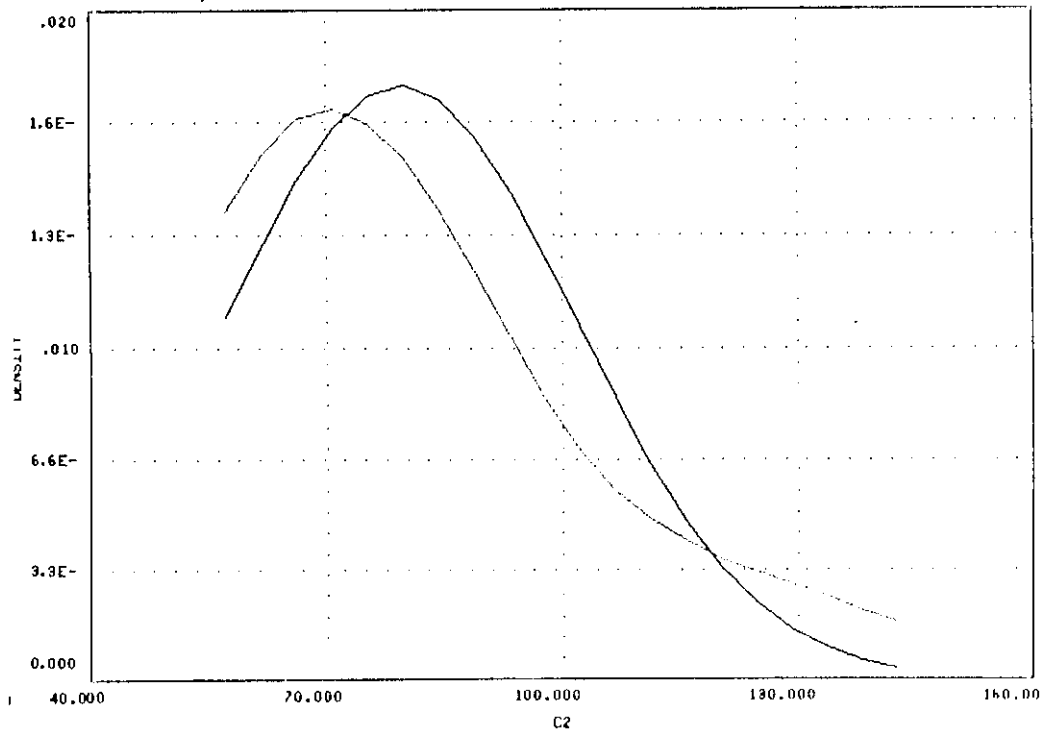
TABLA DE DATOS 5

COLUMNA 1	ORDEN DEL MATERIAL		
COLUMNA 2	LOG $\Lambda = \ln(\Lambda)$	$[\Lambda] = \text{seg}^{-1}$	
COLUMNA 3	Q	$[Q] = \text{Cal.}$	Energía aparente de activación para el experimento
COLUMNA 4	N	ADIMENSIONAL	Exponente de la función Sinh($\alpha + \sigma$)
COLUMNA 5	α (ALFA)	$[\alpha] = \text{MPa}^{-1}$	
COLUMNA 6	$\Delta T = \Delta T$	$[\Delta T] = (\text{K})$	Recorrido de temperatura del experimento
COLUMNA 7	$T_{\text{MAX}} = T_{\text{MAX}}$	$[T_{\text{MAX}}] = (\text{K})$	Temperatura máxima del experimento
COLUMNA 8	$T_{\text{MED}} = T_{\text{MEDIA}}$	$[T_{\text{MEDIA}}] = (\text{K})$	Temperatura media del experimento
COLUMNA 9	$\Delta S = \Delta \sigma$	$[\Delta \sigma] = \text{Mpa}$	Recorrido en tensión efectiva del experimento
COLUMNA.10	$SMA = \sigma_{\text{max}}$	$[\sigma_{\text{max}}] = \text{MPa}$	Tensión máxima del experimento
COLUMNA 11	$SME = \sigma_{\text{media}}$	$[\sigma_{\text{media}}] = \text{MPa}$	Tensión media del experimento
COLUMNA 12	$LVM = \ln(\epsilon'_{\text{max}})$	$[\epsilon'_{\text{max}}] = \text{seg}^{-1}$	*Logaritmo neperiano de la velocidad máxima de deformación en el experimento
COLUMNA 13	$GLV = \ln(\epsilon'_{\text{maxima}}/\epsilon'_{\text{minima}})$		Recorrido logarítmico de las velocidades de deformación en el experimento
COLUMNA 14	$VA = \Omega$	$[\Omega \times 10^{-29}] = \text{m}^3$	Volumen atómico material-Datos aleaciones apropiadas de tablas Frost and Ashby Pergamon - Press 1982 pag.62(*)
COLUMNA 15	V.B.=b	$[b \times 10^{-10}] = \text{m}$	Vectos de Burgers red del material(*)
COLUMNA 16	$DLD = D_{ov}$	$[D_{ov} \times 10^{-5}] = \text{m}^2/\text{seg}$	Factor pre-exponencial para Difusión en la red(*)
COLUMNA 17	$QLD = Q_v$	$[Q_v] = \text{kJ/mol}$	Energía de activación para difusión en la red(*)
COLUMNA 18	$DBD = D_{ob}$	$[D_{ob} \times 10^{-13}] = \text{m}^3/\text{seg.}$	Factort pre-exponencial para la difusión por fronteras(*)
COLUMNA 19	$QBD = Q_b$	$[Q_b] = \text{kJ/mol}$	Energía de activación aparente para difusión por frontera de grano(*)
COLUMNA 20	$NPL = n$	$[n] = \text{adimensional}$	Exponente para la "Power-law creep"(*)
COLUMNA 21	$DDM = A$	$[A \times 10^{12}]$	Constante de Dorn para "Power laaw creep"(*)
COLUMNA 22	τ/μ	$[\tau/\mu] = \text{adimensional}$	Tensión de fluencia a 0K pnormalizada a modulo de cizalla para deslizamiento controlado por obstaculos. (*)

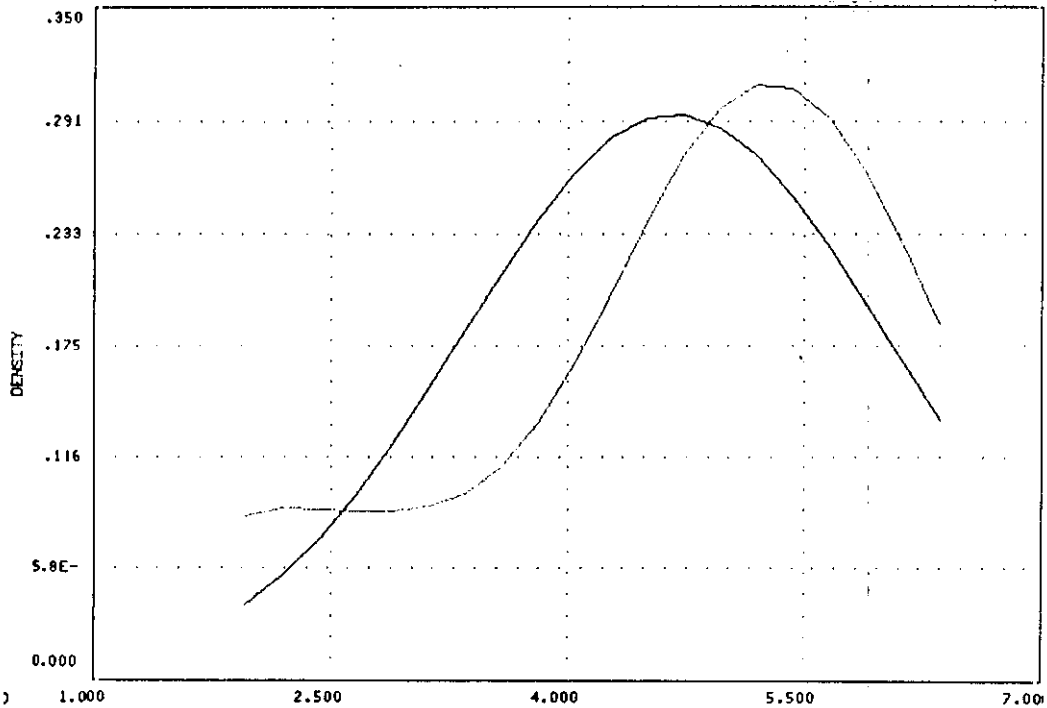
LEYENDA DE LA TABLA DE DATOS 5



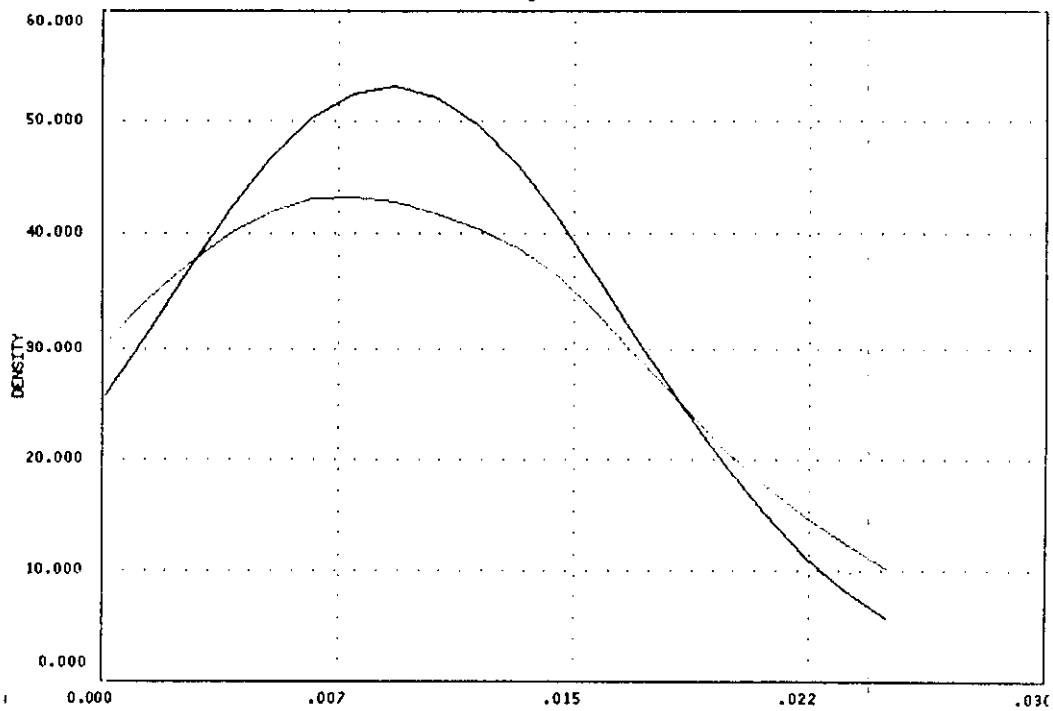
GRAFICA 1. Representación de de la función de densidad de la variable Ln(A) de la Tabla de datos 1. Comparada con la mejor distribución de densidad normal para los parámetros estadísticos representativos de la variable. Ln(A) presenta estructura bimodal.



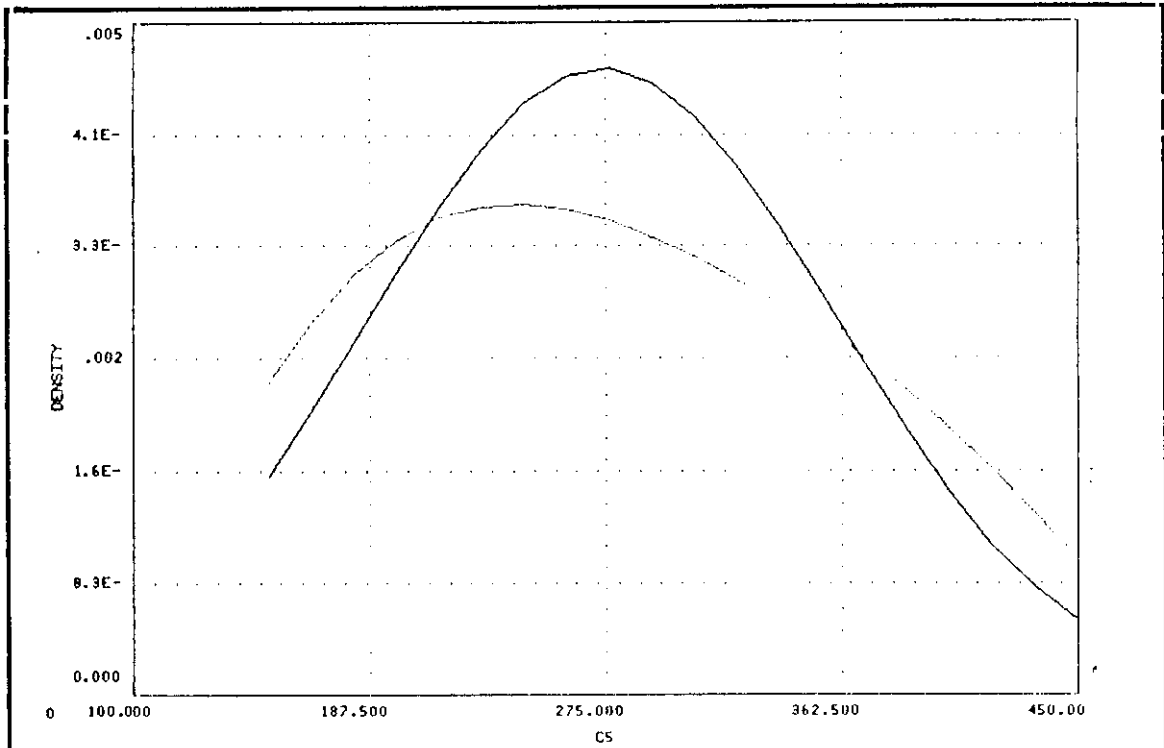
GRAFICA 2. Representación de la función de densidad de la variable Q, de la Tabla de Datos 1. Comparada con la mejor distribución de densidad normal para los parámetros estadísticos representativos. Presenta una alta concentración y valores desagregados.



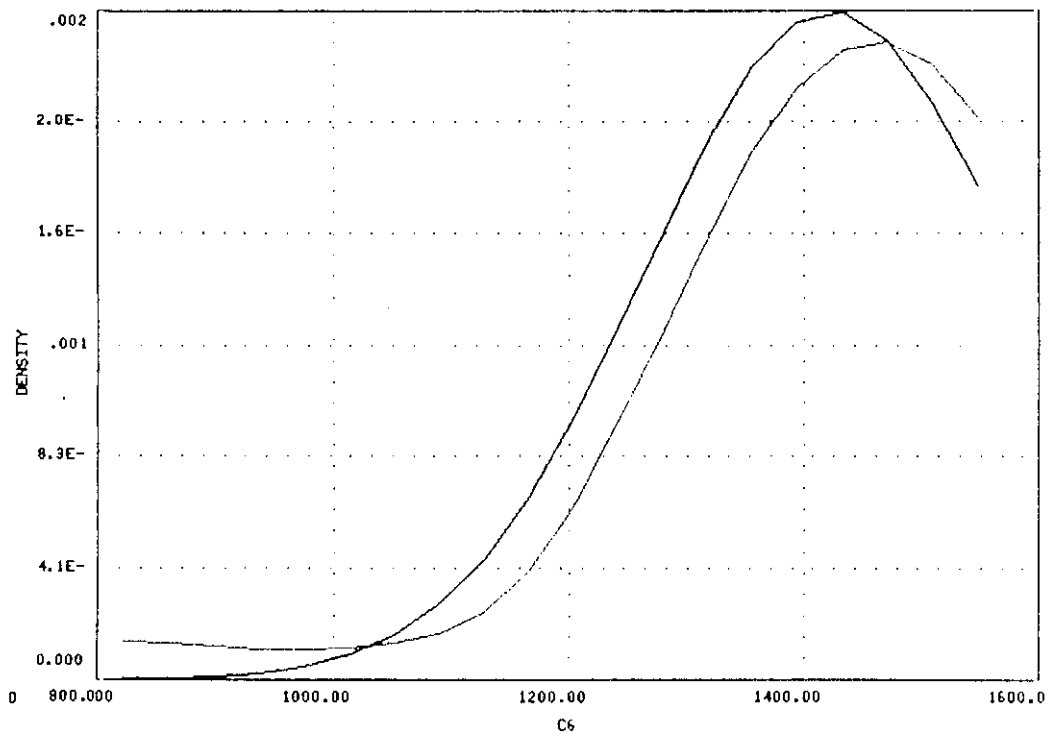
GRAFICA 3. Representación de la función de densidad de la variable n , de la Tabla de Datos 1. Comparada con la mejor distribución de densidad normal para los parámetros estadísticos representativos. Presenta una alta concentración y valores desagregados, con una incipiente bimodalidad.



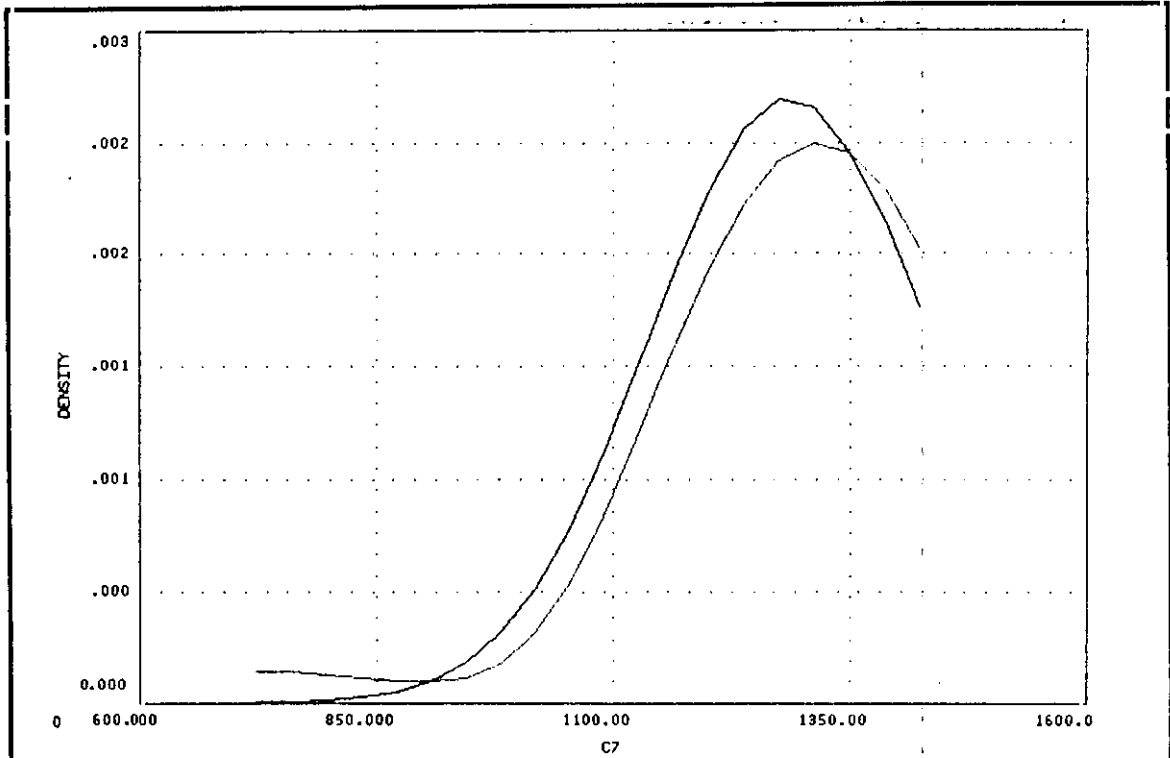
GRAFICA 4. Representación de la función de densidad de la variable α , de la Tabla de Datos 1. Comparada con la mejor distribución de densidad normal para los parámetros estadísticos representativos. Presenta una distribución amplia con tendencia a la constancia y más plana que la normal representativa.



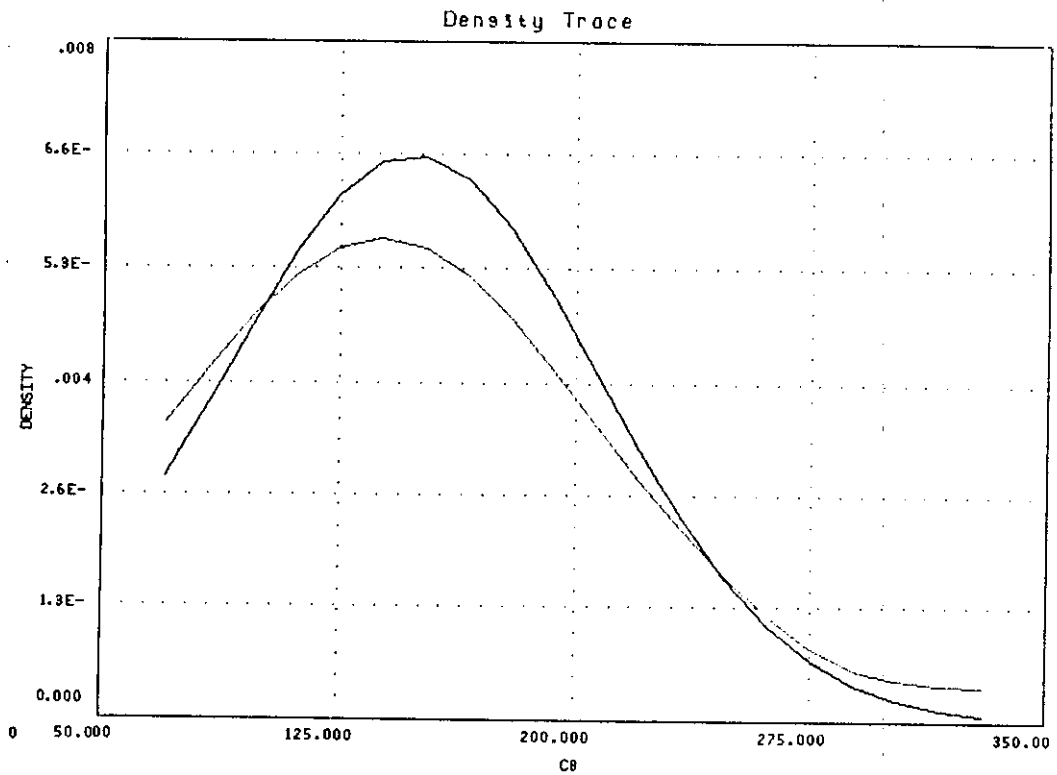
GRÁFICA 5. Representación de la función de densidad de la variable AT



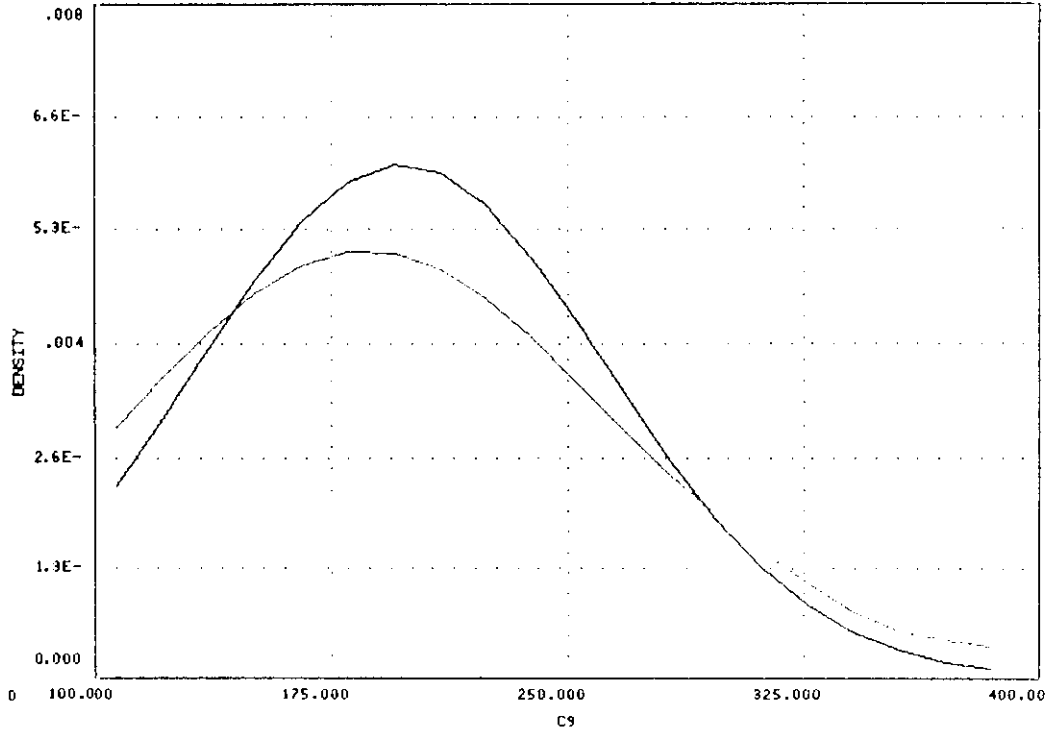
GRÁFICA 6. Representación de la función de densidad de la variable T_max



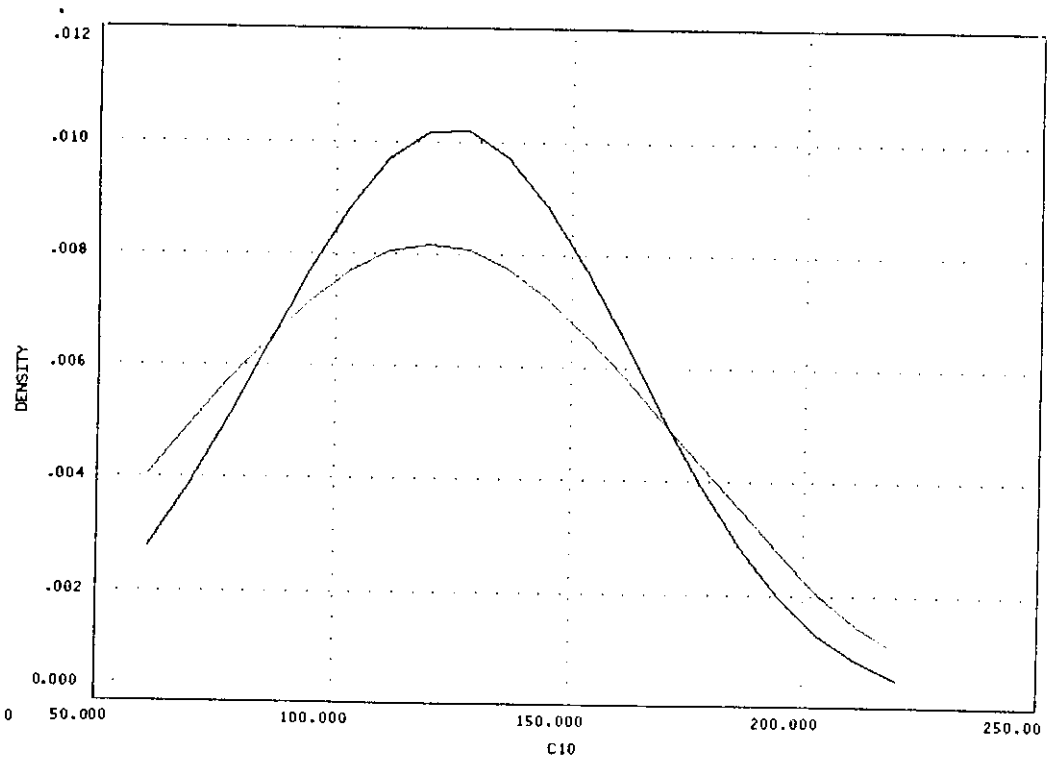
GRÁFICA 7. Representación de la función de densidad de la variable T_{...}



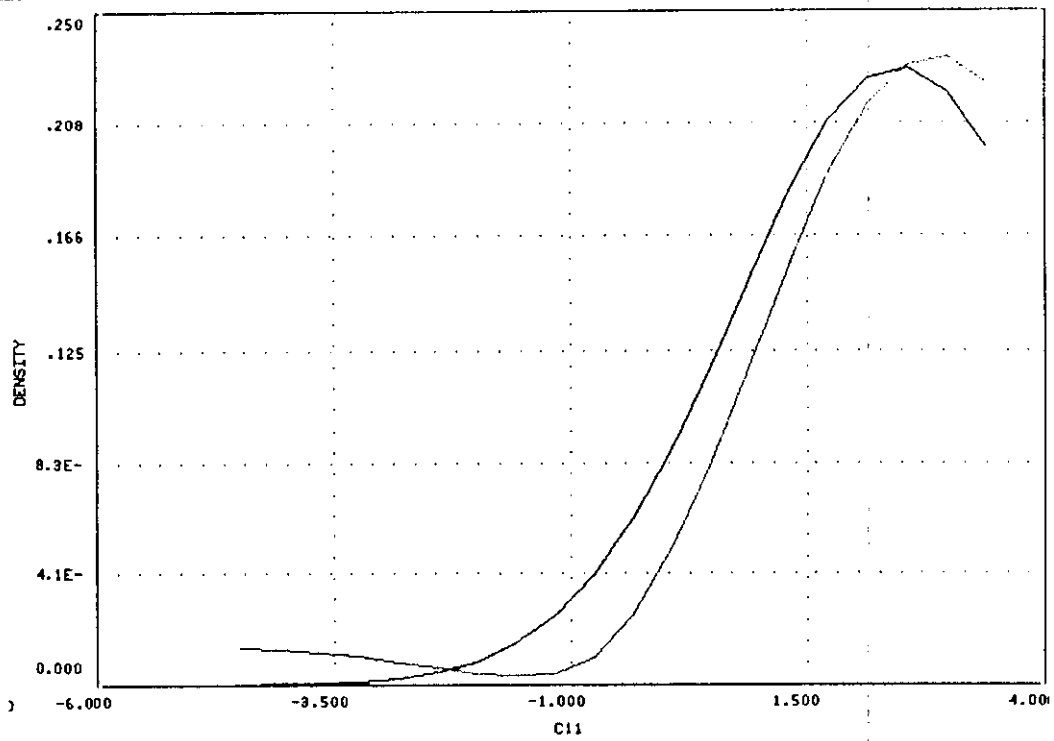
GRÁFICA 8. Representación de la función de densidad de la variable A₀



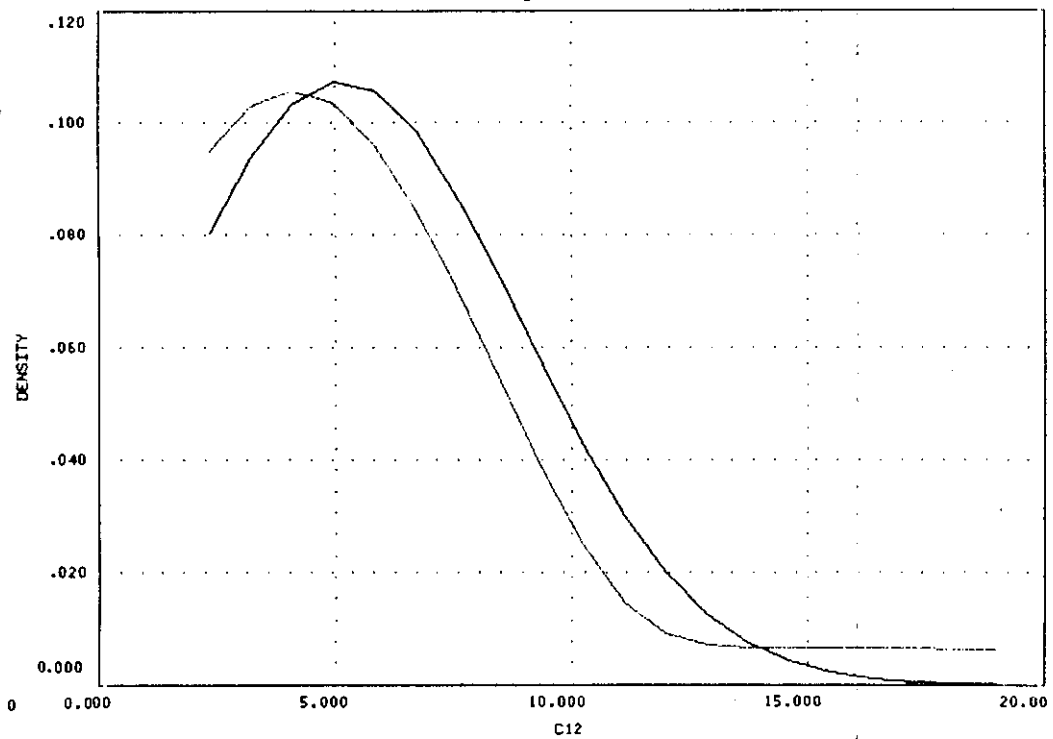
GRÁFICA 9. Representación de la función de densidad de la variable σ_{max} .



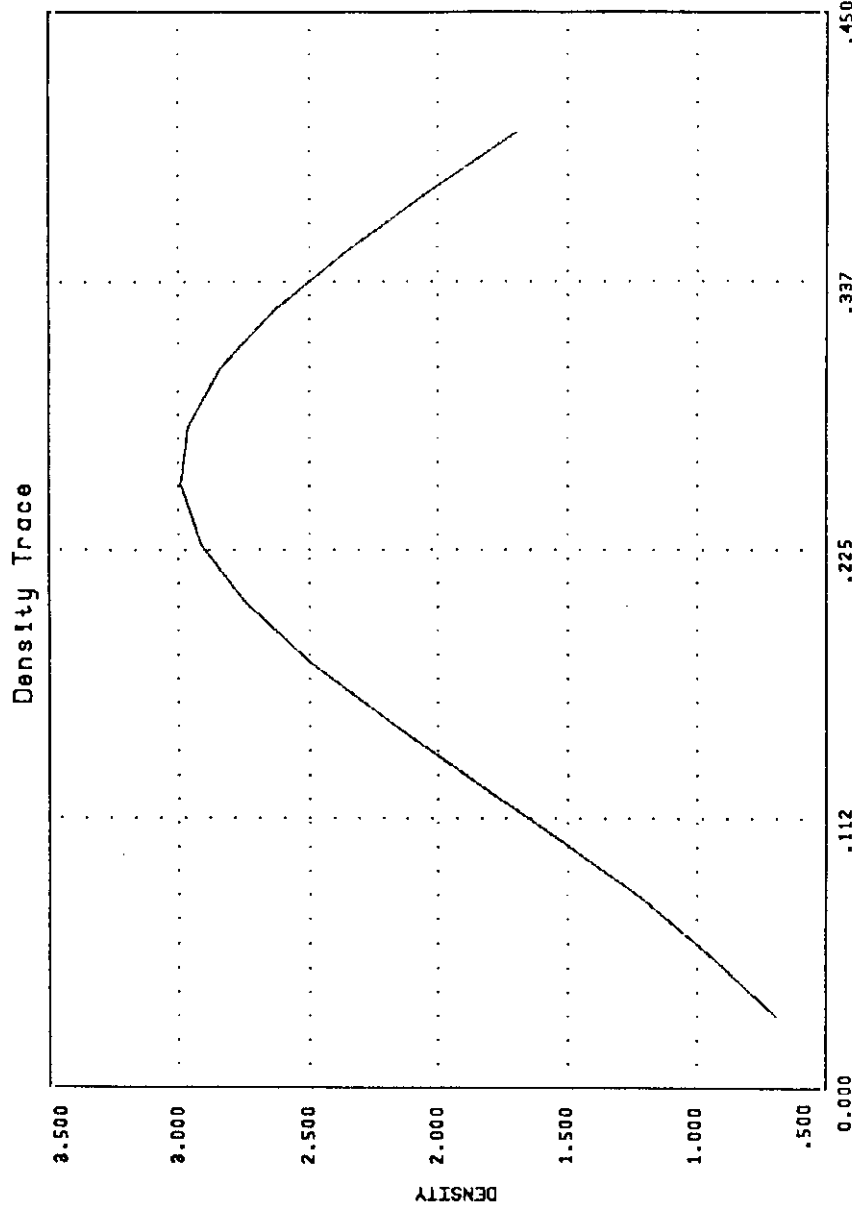
GRÁFICA 10. Representación de la función de densidad de la variable σ_{max} .



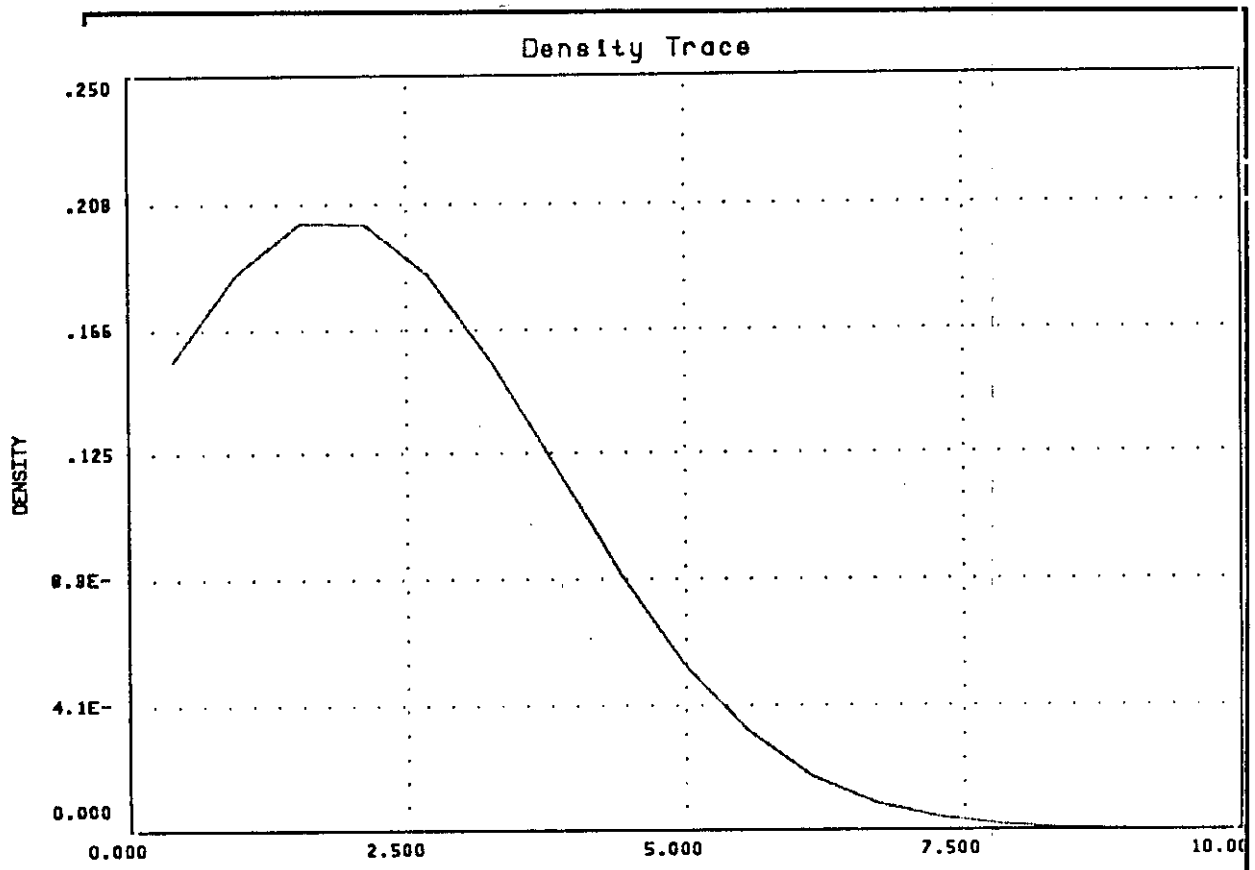
GRÁFICA 11. Representación de la función de densidad de la variable $\ln(\epsilon'_{\text{max}})$



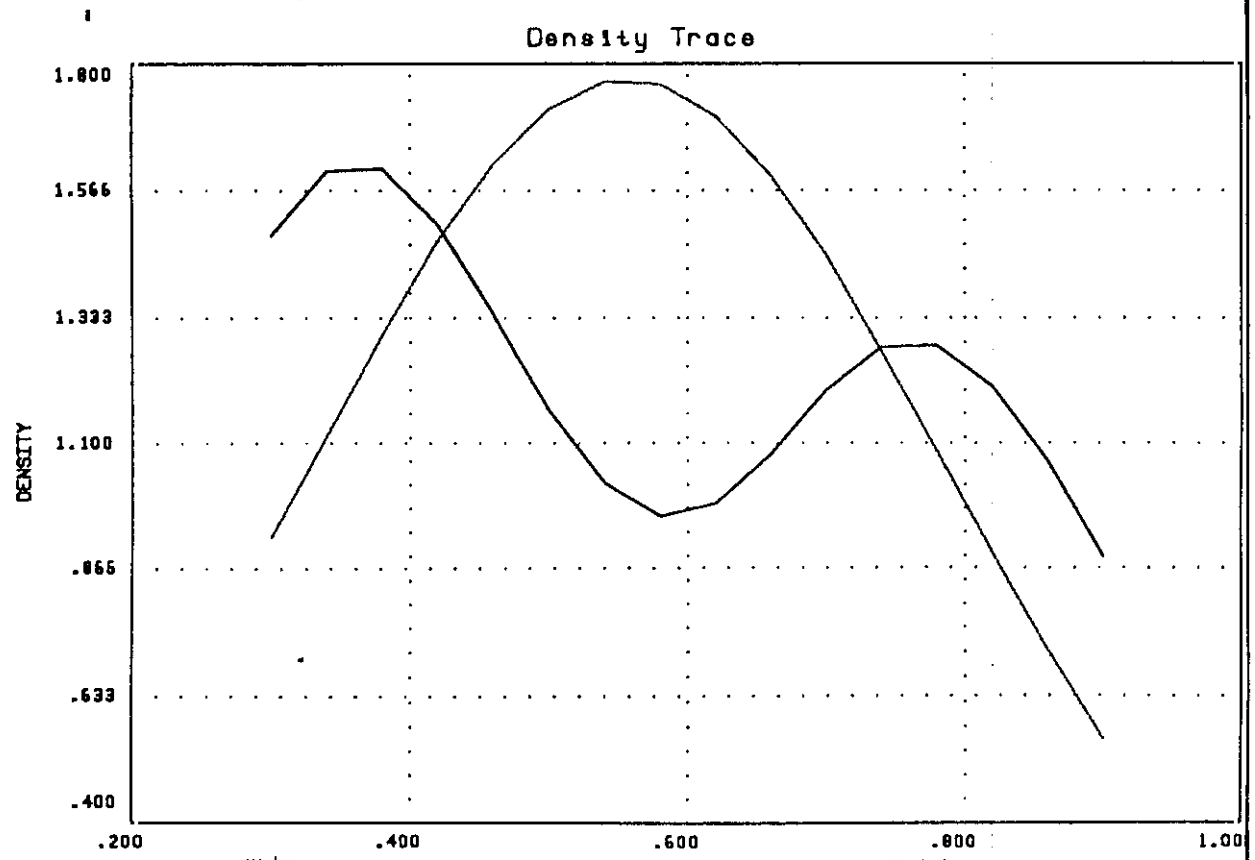
GRÁFICA 12. Representación de la función de densidad de la variable $\ln(\epsilon'_{\text{max}}/\epsilon'_{\text{min}})$



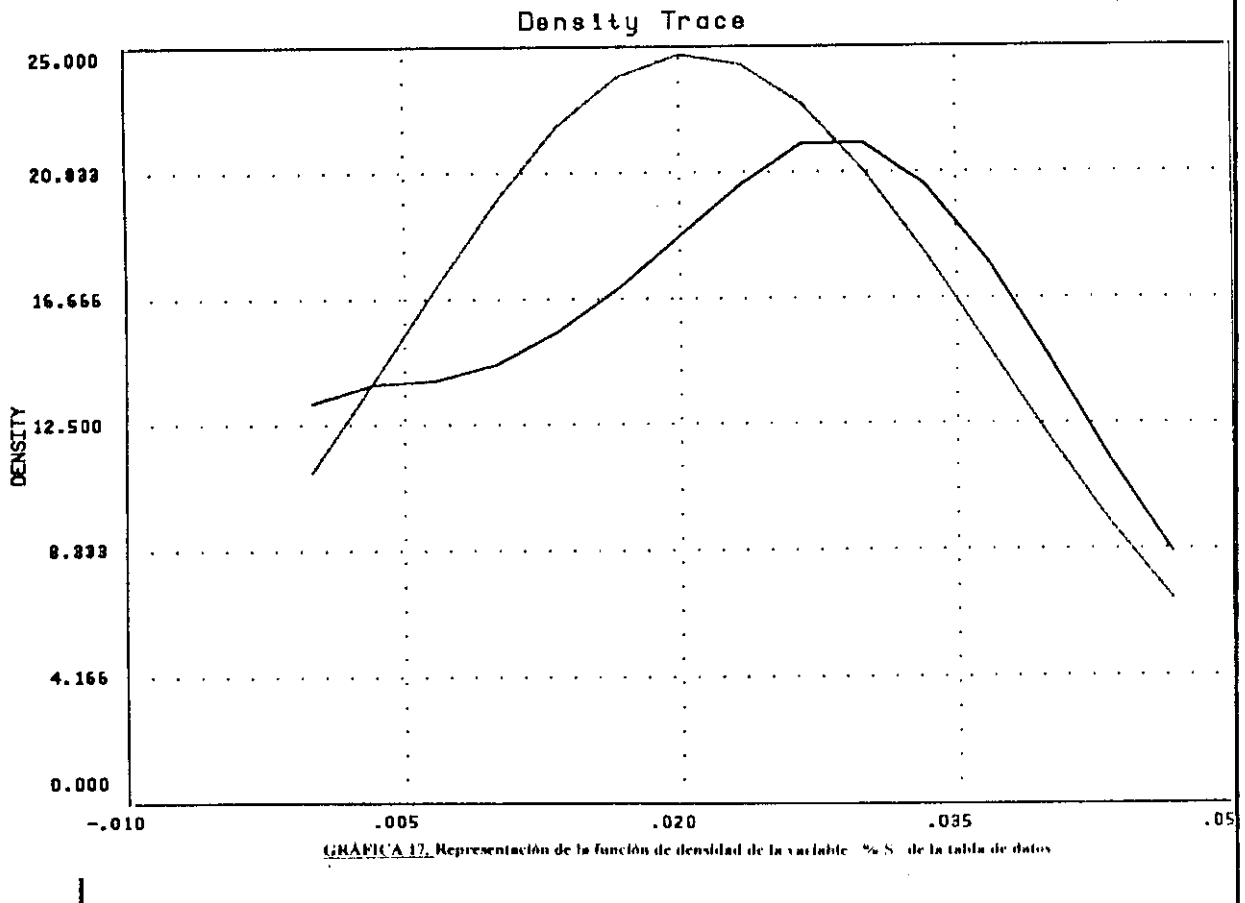
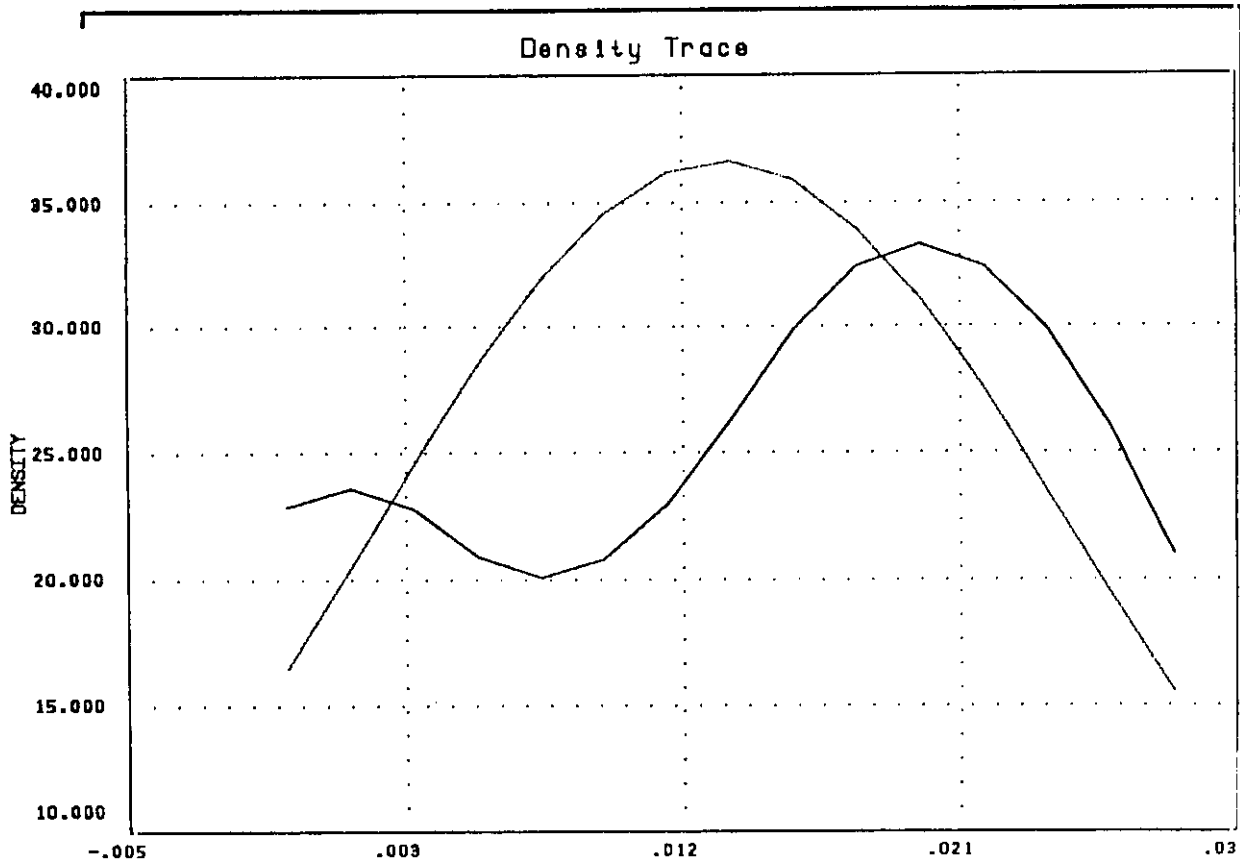
GRÁFICA 11. Representación de la función de densidad de la variable "x" de la tabla de datos 1

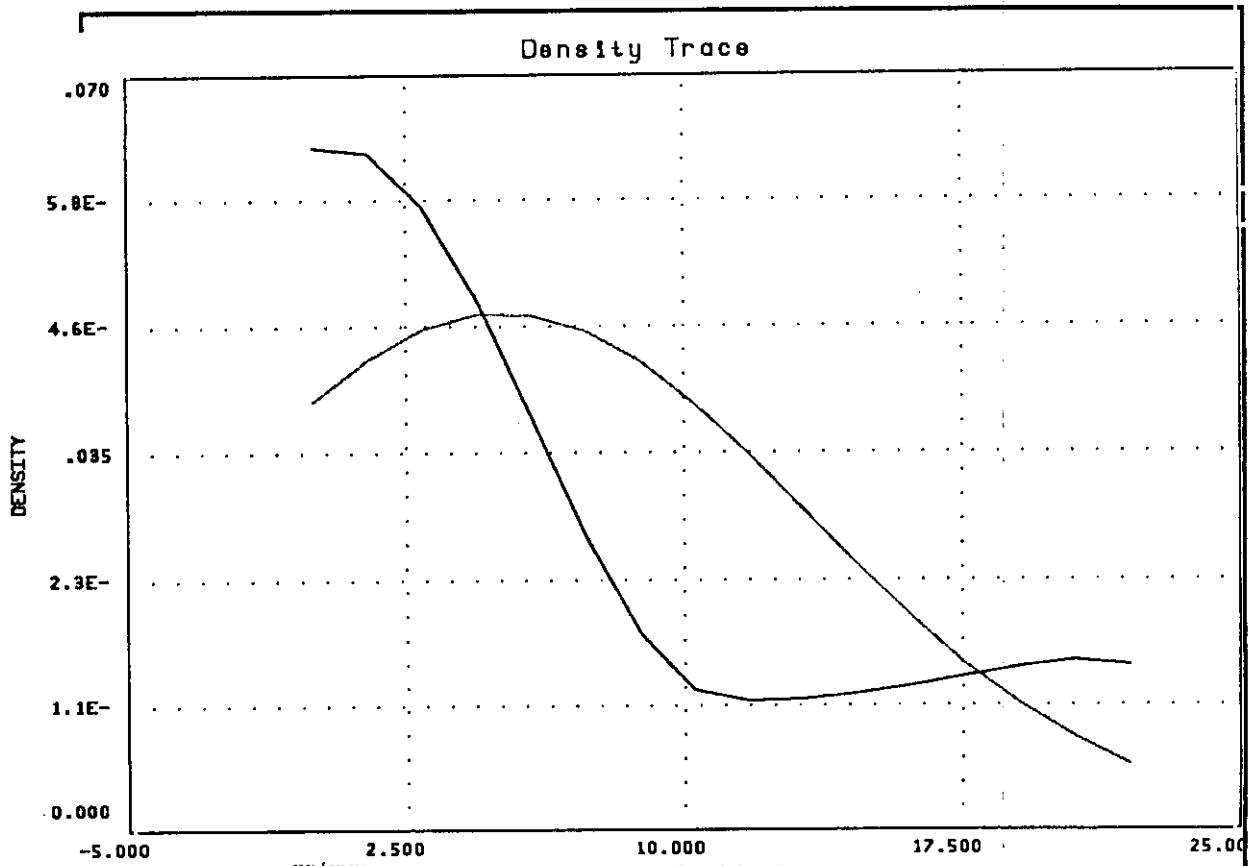


GRÁFICA 14. Representación de la función de densidad de la variable "SUMA" de la tabla de datos

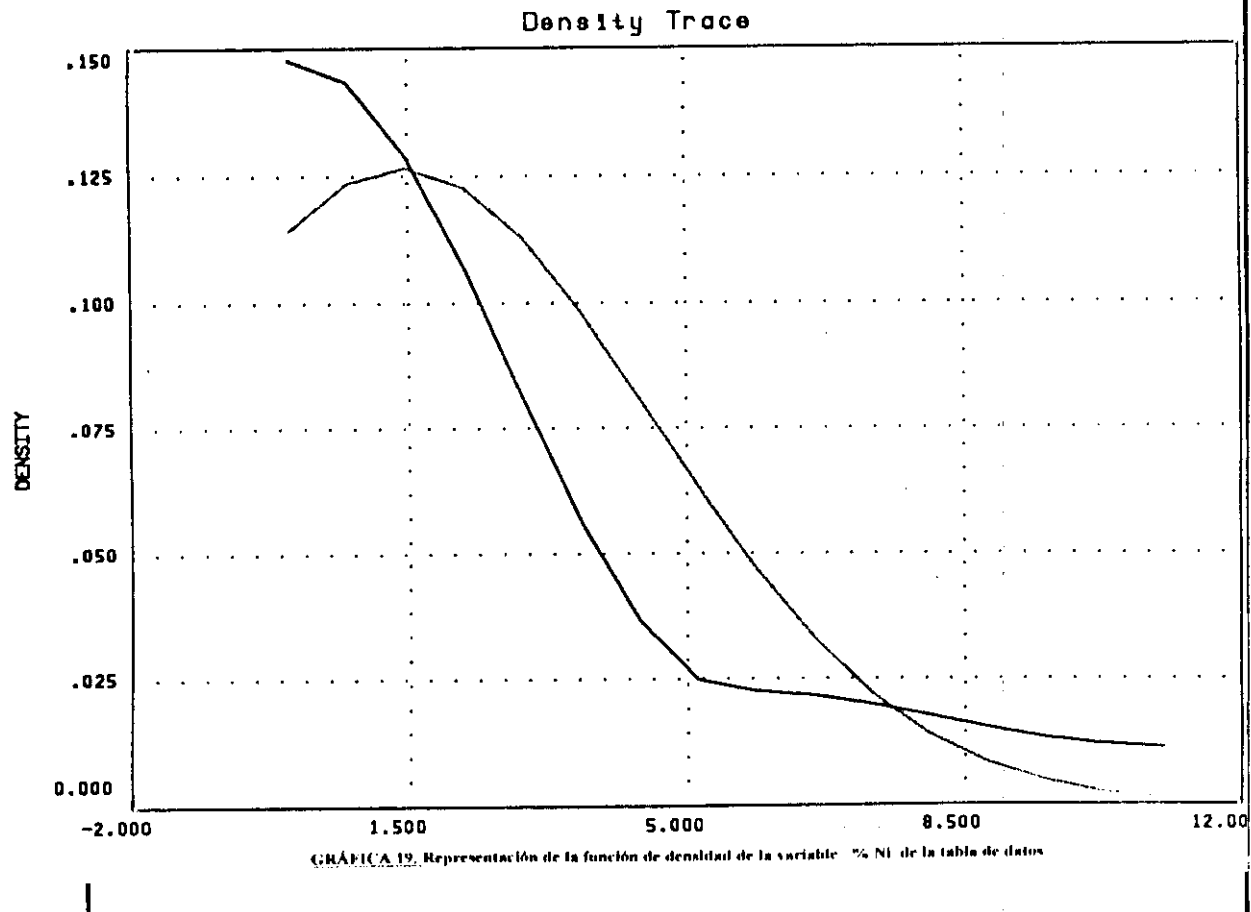


GRÁFICA 15. Representación de la función de densidad de la variable "% SI" de la tabla de datos

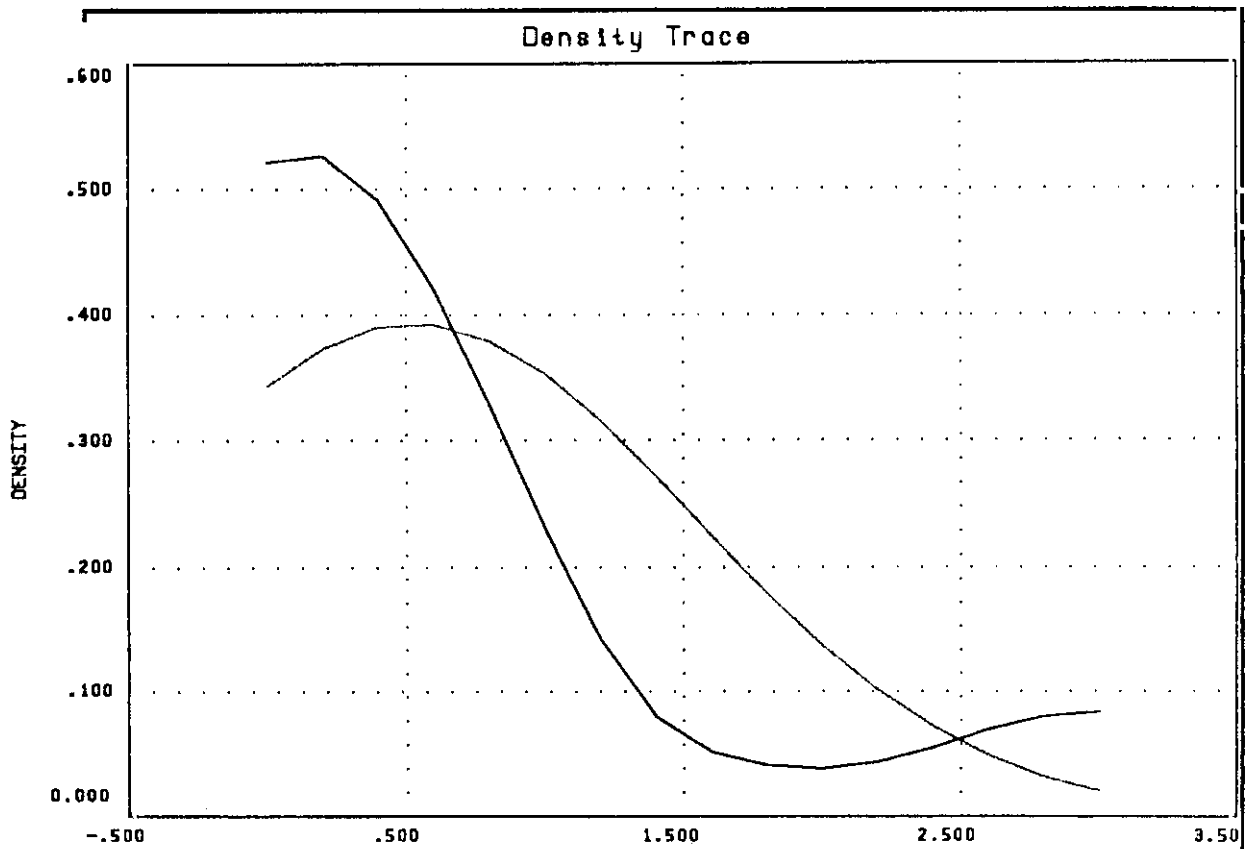




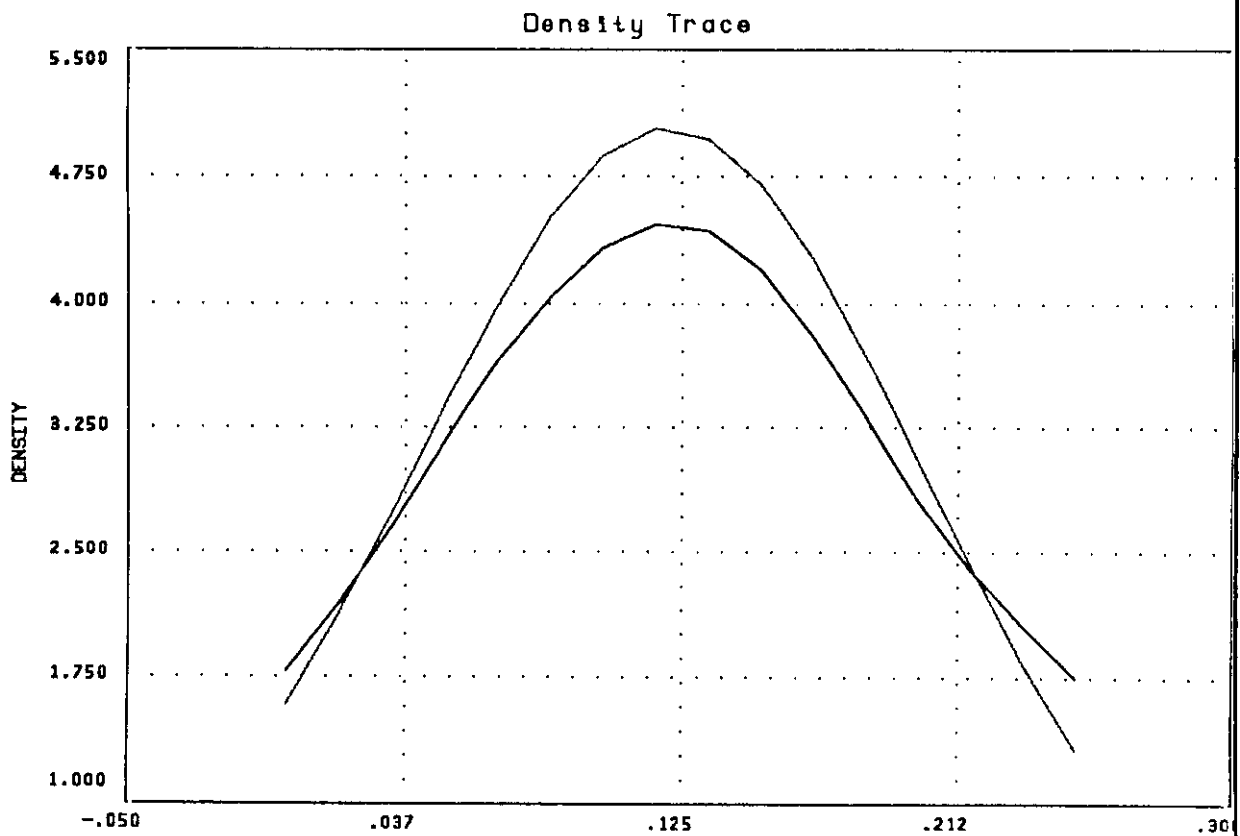
GRÁFICA 18. Representación de la función de densidad de la variable % Cr de la tabla de datos



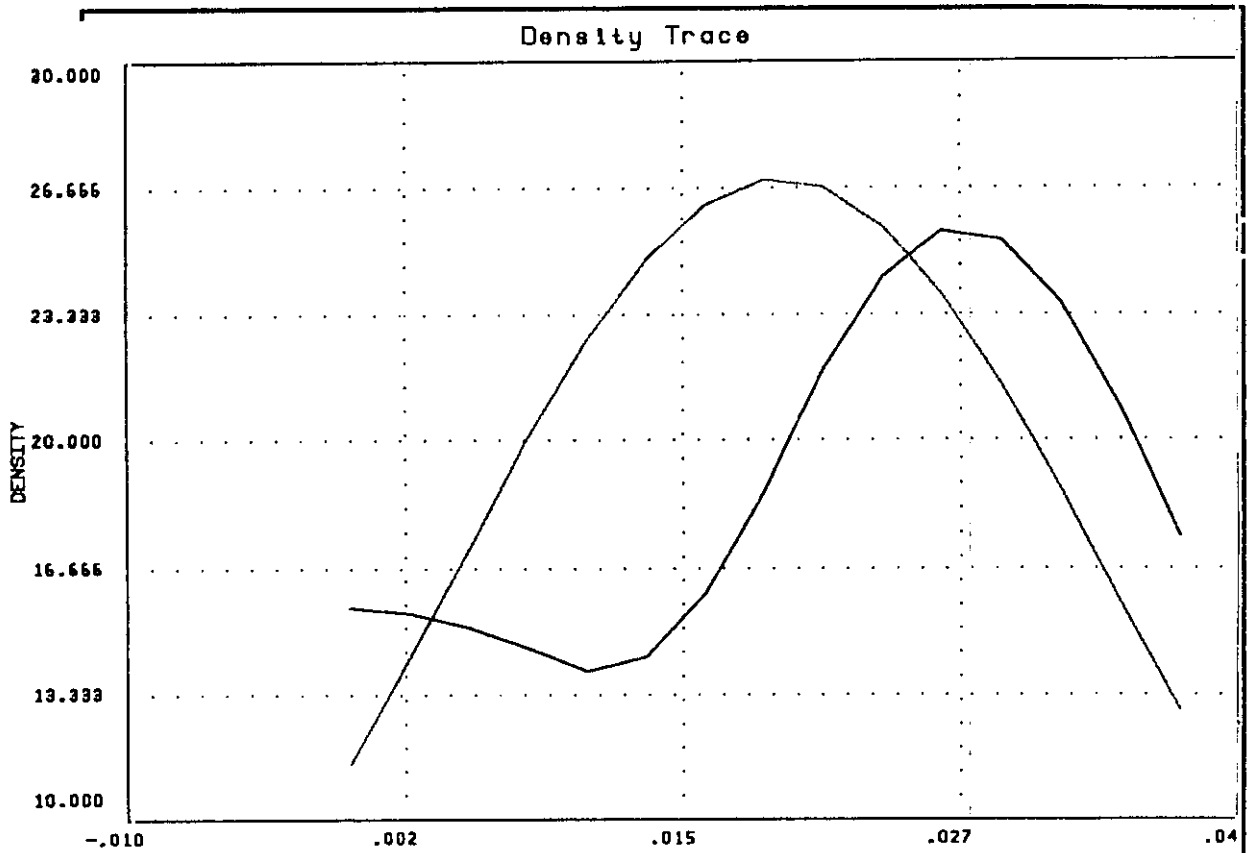
GRÁFICA 19. Representación de la función de densidad de la variable % Ni de la tabla de datos



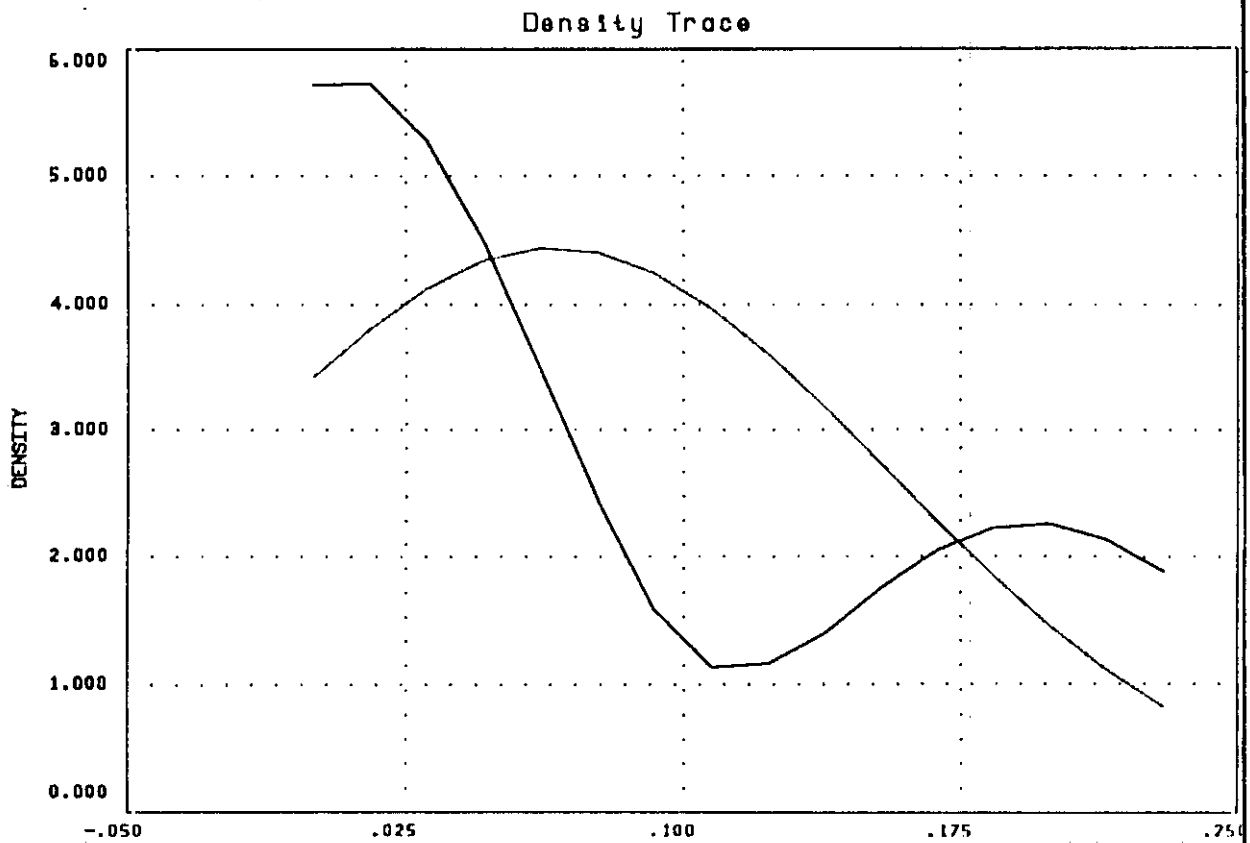
GRÁFICA 20. Representación de la función de densidad de la variable % Mo. de la tabla de datos 1.



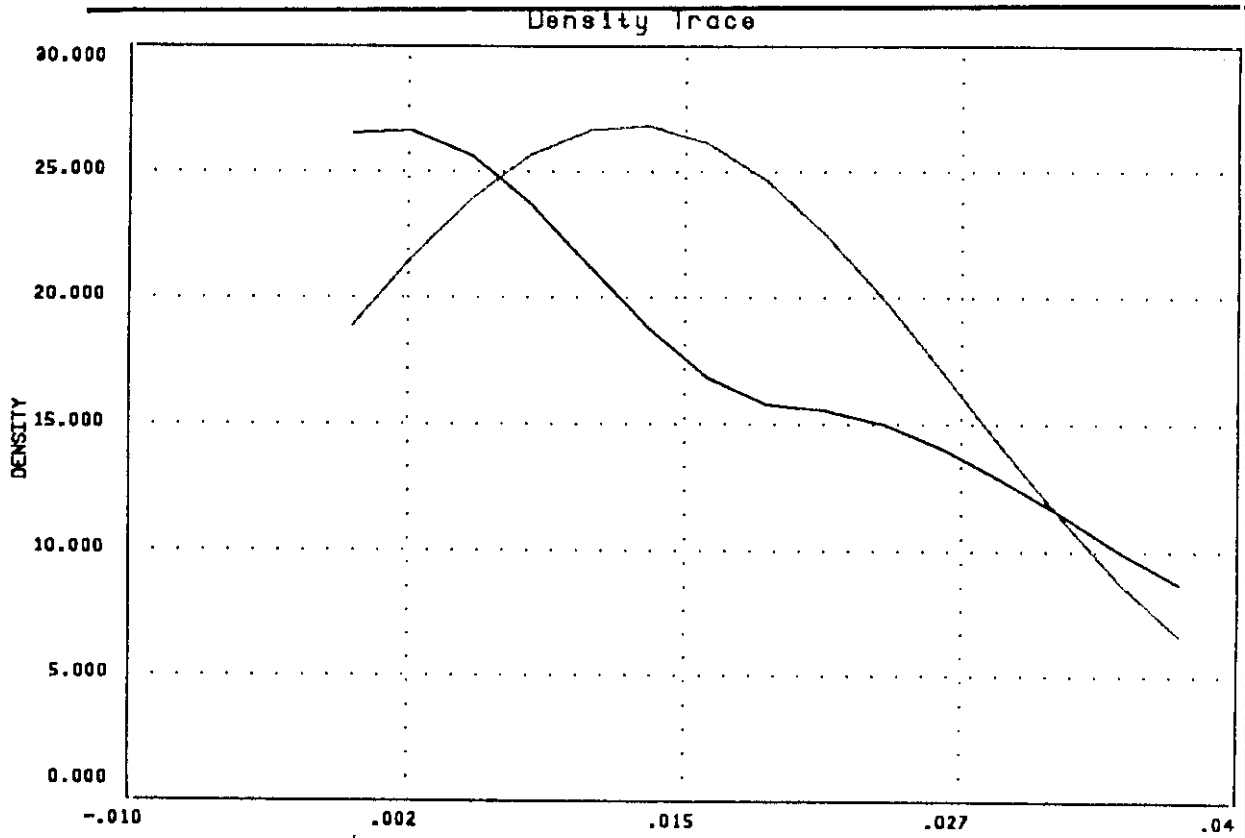
GRÁFICA 21. Representación de la función de densidad de la variable % V. de la tabla de datos



GRÁFICA 22. Representación de la función de densidad de la variable % A1 de la tabla de datos

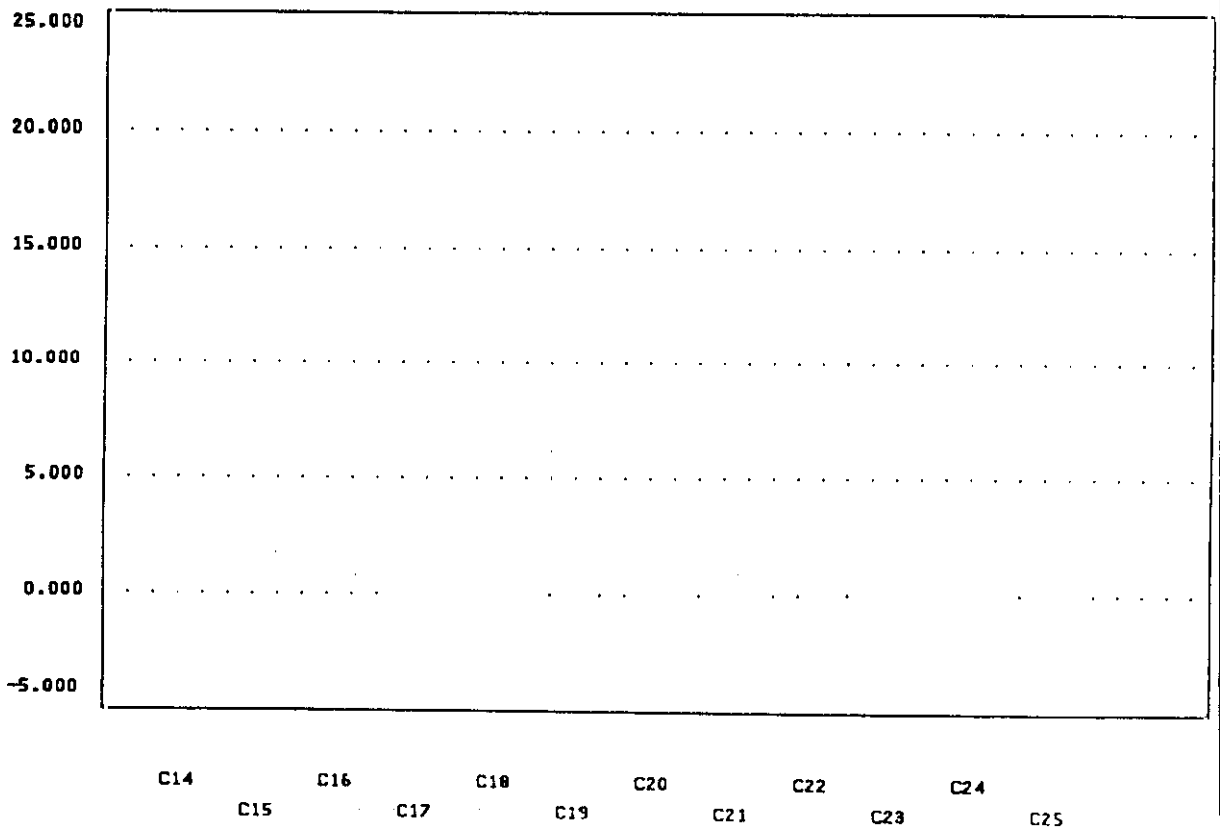


GRÁFICA 23. Representación de la función de densidad de la variable % Cu de la tabla de datos



GRÁFICA 24. Representación de la función de densidad de la variable % T1 de la tabla de datos

GRÁFICA 25. Representación "box-Cox" de las distribuciones de las variables correspondientes a las Gráficas 13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24





```
1 REM "CARGAFIN.BAS"
10 ' CREACION DE FICHEROS DE USO Y CONSULTA
20 ' USO = "DATCAR.DAT" Y DATCARF.DAT"
21 CLS
30 LOCATE 4,10: PRINT CHR$(201);
31 L1$ = STRING$(59,223)
32 LOCATE 4,10: PRINT CHR$(201);
33 PRINT L1$;CHR$(187)
34 FOR I=1 TO 10
35 PRINT TAB(10) CHR$(219);TAB(70) ; CHR$(219)
36 NEXT I
37 PRINT TAB(10) CHR$(200);TAB(11) L1$;TAB(70) CHR$(188)
38 LOCATE 6,22:PRINT "CREACION DE FICHEROS DE USO Y CONSULTA"
40 LOCATE 7,22:PRINT "PARA USO DE MCARSI5-GAROF14-E ITERAT."
41 LOCATE 16,40:PRINT "IGNACIO RIEIRO "
42 LOCATE 10,28:INPUT "NUM.VARIABLES =";NV
43 LOCATE 10,28:INPUT "NUMERO DE DATOS =";P
45 LOCATE 16,40:PRINT "IGNACIO RIEIRO "
48 DIM Z(NV,P):DIM ZC(NV,P):DIM E(P):DIM EC(P)
50 CLS
51 GOSUB 6000
52 LOCATE 10,20:PRINT "DESEA CARGA Y CONSULTA O SOLO CONSULTA"
53 LOCATE 11,27:PRINT " CARGA Y CONSULTA = CACO"
54 LOCATE 12,27:PRINT " CONSULTA SOLO = COSO"
55 LOCATE 15,33:INPUT " RESPUESTA =";R$
56 IF R$="CACO" THEN GOTO 59 ELSE GOTO 600
59 CLS
60 LOCATE 4,10: PRINT CHR$(201);
61 L1$ = STRING$(59,223)
62 LOCATE 4,10: PRINT CHR$(201);
63 PRINT L1$;CHR$(187)
64 FOR I=1 TO 12
65 PRINT TAB(10) CHR$(219);TAB(70) ; CHR$(219)
66 NEXT I
67 PRINT TAB(10) CHR$(200);TAB(11) L1$;TAB(70) CHR$(188)
68 LOCATE 6,22:PRINT "INTRODUZCA TEMPERATURAS EN "KELVIN"
69 LOCATE 7,22:PRINT "SIGMAS EN (MGPC)"
70 LOCATE 8,22:PRINT "VEL.DEFORMACION EN SEG^(-1)"
71 LOCATE 11,28:INPUT "¿CORRECTO(S/N)"; R$
72 FOR I=1 TO P
73 LOCATE 11,28:PRINT "DATO I= ";I
74 LOCATE 14,24:INPUT "TEMPERATURA=";Z(2,I):LOCATE 14,24:PRINT "
75 LOCATE 14,24:INPUT "SIGMA(MPC)=";Z(1,I):LOCATE 14,24:PRINT "
76 LOCATE 14,24:INPUT "VEL.DEFOR.SEG(-1)=";E(I):LOCATE 14,24:PRINT "
77 NEXT I
80 FOR I=1 TO P
82 ZC(1,I)=Z(1,I)/1000
84 ZC(2,I)=2*Z(2,I)
86 EC(I)=LOG(E(I))
88 NEXT I
90 CLS
200 OPEN "C:\MCARSI\DATCAR.DAT" AS #1 LEN =34
210 FIELD #1, 16 AS S$, 16 AS T$,2 AS O$
250 FOR I=1 TO P
260 LSET S$=MKD$(ZC(1,I))
270 LSET T$=MKD$(ZC(2,I))
280 LSET O$=MKI$(I)
290 PUT #1,I
300 NEXT I
310 CLOSE
400 OPEN "C:\MCARSI\DATCARF.DAT" AS #1 LEN=16
```

```

410 FIELD #1, 16 AS V$
420 FOR I=1 TO P
430 LSET V$=MKD$(EC(I))
450 PUT #1,I
460 NEXT I
470 CLOSE
500 OPEN "C:\MCARSI\CONSUL.DAT" AS #1 LEN = 50
510 FIELD #1, 2 AS O1$,16 AS T1$,16 AS S1$,16 AS V1$
520 FOR I=1 TO P
530 LSET O1$=MKI$(I)
540 LSET T1$=MKD$(Z(2,I))
550 LSET S1$=MKD$(Z(1,I))
560 LSET V1$=MKD$(E(I))
570 PUT #1,I
580 NEXT I
590 CLOSE
600 LOCATE 4,10: PRINT CHR$(201);
601 L1$ = STRING$(59,223)
602 LOCATE 4,10: PRINT CHR$(201);
603 PRINT L1$;CHR$(187)
604 FOR I=1 TO 8
605 PRINT TAB(10) CHR$(219);TAB(70) ; CHR$(219)
606 NEXT I
607 PRINT TAB(10) CHR$(200);TAB(11) L1$;TAB(70) CHR$(188)
608 LOCATE 6,22:PRINT " SE HAN CREADO LOS FICHEROS DE USO Y CONSULTA"
609 LOCATE 7,22:PRINT "   CONSUL.DAT - DATCAR.DAT - DATCARF-DAT "
610 LOCATE 10,25:INPUT " ¿ DESEA VERIFICARLOS(S/N) ";R$
620 IF R$ = "S" THEN CLS:GOTO 700 ELSE END
700 LOCATE 4,10: PRINT CHR$(201);
701 L1$ = STRING$(59,223)
702 LOCATE 4,10: PRINT CHR$(201);
703 PRINT L1$;CHR$(187)
704 FOR I=1 TO 15
705 PRINT TAB(10) CHR$(219);TAB(70) ; CHR$(219)
706 NEXT I
707 PRINT TAB(10) CHR$(200);TAB(11) L1$;TAB(70) CHR$(188)
800 OPEN "C:\MCARSI\CONSUL.DAT" AS #1 LEN = 50
810 FIELD #1, 2 AS O1$,16 AS T1$,16 AS S1$,16 AS V1$
820 RGS = LOF(1) /50
821 LOCATE 5,20:PRINT " VERIFICACION FICHERO CONSUL.DAT"
830 LOCATE 6,20:PRINT " FICHERO TIENE =" ;RGS;" REGISTROS"
840 NUR = LOC(1)
860 LOCATE 8,20:INPUT " ¿DESEA VERIFICARLOS UNO A UNO (S/N)";R$
870 IF R$="S" THEN GOTO 900 ELSE END
900 FOR I=1 TO P
910 GET #1,I
920 ORDEN =CVI(O1$)
930 TEMPERATURA =CVD(T1$)
940 SIGMA = CVD(S1$)
950 VELDEFO=CVD(V1$)
960 LOCATE 10,15:PRINT "ORDEN=" ;ORDEN
970 LOCATE 12,15:PRINT "TEMPE=" ;TEMPERATURA;" SIGMA=" ;SIGMA;" VEDEFOR =" ;VELDEF
0
971 LOCATE 15,20:INPUT "¿ SIGUIENTE (INTRO) ";R$
972 NEXT I
973 CLS
974 GOSUB 6000
975 LOCATE 6,25:INPUT"DESEA MODIFICAR ALGN REGISTRO (S/N)";R$
976 IF R$="S" THEN GOTO 978 ELSE GOTO 1005
978 LOCATE 7,25:INPUT"¿CUAL (NUMERO)=" ;IRMO
979 LOCATE 10,25:INPUT "TEMPERATURA =" ;TEMP
980 LOCATE 11,25:INPUT "SIGMA =" ;SIGMA
981 LOCATE 12,25:INPUT "VEL.DEFOR=" ;VDER
982 LSET O1$=MKI$(IRMO):LSET T1$=MKD$(TEMP):LSET S1$=MKD$(SIGMA):LSET V1$=MKD$(V

```

```

DER)
983 PUT #1,IRMO
985 GOTO 975
1000 CLS
1005 CLOSE
1006 GOSUB 6000
1007 LOCATE 6,22:INPUT "¿DESEA OTRA VERIFICACION (S/N)";R$
1008 IF R$="S" THEN GOTO 800
1009 CLS
1010 GOSUB 6000
1100 OPEN "C:\NCARSI\DATCAR.DAT" AS #1 LEN =34
1110 FIELD #1, 16 AS S$, 16 AS T$,2 AS O$
1111 LOCATE 6,20:PRINT "VERIFICACION DEL FICHERO DATCAR.DAT"
1112 RGS = LOF(1)/34
1113 LOCATE 7,20:PRINT "EL FICHERO TIENE = ";RGS;" REGISTROS"
1115 LOCATE 9,25:INPUT "¿DESEA VERIFICAR UNO A UNO (S/N)";R$
1118 IF R$="S" THEN GOTO 1120 ELSE END
1120 FOR I=1 TO P
1130 GET #1,I
1140 ORDEN =CVI(O$)
1150 TEMPERATURA =CVD(T$)
1160 SIGMA =CVD(S$)
1170 LOCATE 12,15:PRINT "ORDEN= ";ORDEN
1180 LOCATE 14,15:PRINT "TEMP.CORREG=";TEMPERATURA;" SIGMA CORREG=";SIGMA
1182 LOCATE 16,20:INPUT "¿ SIGUIENTE (INTRO) ";R$
1190 NEXT I
1191 CLS
1192 GOSUB 6000
1193 LOCATE 6,25:INPUT "¿ DESEA MODIFICAR ALGUN REGISTRO (S/N)";R$
1194 IF R$="S" THEN GOTO 1195 ELSE GOTO 1300
1195 LOCATE 7,25:INPUT "¿ CUAL (NUMERO) ";IRMO
1196 LOCATE 10,25:INPUT "TEMPERATURA X 2 =" ;TEMP
1197 LOCATE 11,25:INPUT "SIGMA(MPC)/1000=" ;SIGMA
1198 LSET S$=MKD$(SIGMA):LSET T$=MKD$(TEMP):LSET O$=MKI$(IRMO)
1199 PUT #1,IRMO
1200 GOTO 1193
1300 CLOSE
1301 GOSUB 6000
1302 LOCATE 6,22:INPUT "¿DESEA OTRA VERIFICACION (S/N)";R$
1303 IF R$="S" THEN GOTO 1010
2000 OPEN "C:\NCARSI\DATCARF.DAT" AS #1 LEN=16
2005 GOSUB 6000
2006 LOCATE 6,20:PRINT "VERIFICACION DEL FICHERO DATCARF.DAT"
2007 RGS=LOF(1)/16
2008 LOCATE 7,20:PRINT "EL FICHERO TIENE = ";RGS;" REGISTROS"
2009 LOCATE 9,25:INPUT "¿DESEA VERIFICAR UNO A UNO (S/N)";R$
2010 IF R$="S" THEN GOTO 2015 ELSE END
2015 FIELD #1, 16 AS V$
2020 FOR I=1 TO P
2030 GET #1,I
2040 VELDEFOR=CVD(V$)
2170 LOCATE 12,15:PRINT "ORDEN= ";I
2180 LOCATE 14,15:PRINT "VELDEFOR.CORREG=";VELDEFOR
2182 LOCATE 16,20:INPUT "¿ SIGUIENTE (INTRO) ";R$
2200 NEXT I
2201 GOSUB 6000
2202 LOCATE 6,25:INPUT "¿ DESEA MODIFICAR ALGUN REGISTRO (S/N)";R$
2203 IF R$="S" THEN GOTO 2204 ELSE GOTO 2300
2204 LOCATE 7,25:INPUT "¿ CUAL (NUMERO)";IRMO
2205 LOCATE 12,25:INPUT "VEL.DEFOR.(LOG(V))=";VELDER
2206 LSET V$=MKD$(VELDER)
2207 PUT #1,IRMO
2208 GOTO 2202
2300 CLOSE

```

```
2301 GOSUB 6000
2302 LOCATE 6,22:INPUT "¿ DESEA OTRA VERIFICACION (S/N)";R$
2304 IF R$="S" THEN GOTO 2000
2305 CLS
3000 GOSUB 6000
3010 LOCATE 22,30:PRINT " POR HOY , THE END....."
5000 END
6000 REM "RUTINA GRAFICA"
6010 LOCATE 4,10: PRINT CHR$(178);
6020 L1$ = STRING$(59,178)
6030 PRINT L1$;CHR$(178)
6040 FOR I=1 TO 15
6050 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(70) ; CHR$(178)
6060 NEXT I
6070 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(11) L1$;TAB(70) CHR$(178)
6100 RETURN
```

LISTADO

PROGRAMA :
GAROF 15


```

10 REM"GAROF15"
11 REM " GARFO15 ES MODIFICACION GARFO14 PARA MEJOR ENTRADA DATOS Y SALIDA"
20 COLOR 12,9,14
30 PRINT " PROGRAMA CON FUNCION PRUEBA"
40 REM "DIVERSOS CONTROLES DEL AJUSTE"
50 PRINT "PROGRAMA MODIFICADO DE GAROFAL9 CON ENTRADA DE DATOS"
60 PRINT " POR TECLADO O EN FICHEROS "
70 PRINT "PROGRAMA MODIFICADO DE GAROFAL11 PARA SALIDAS EN PANTALLA"
80 PRINT " Y CON CONTROLES SOBRE LOS VALORES INICIALES Y LA LINEA DE"
90 PRINT " AVANCE DEL GRADIENTE"
100 PRINT "GAROFAL13 MODIFICA GAROFAL 12 PARA PODER ARRANCAR CON VALORES INICIAL
ES"
101 GOSUB 6000
102 LOCATE 6,20:PRINT " PROGRAMA DE OPTIMIZACIOn NO LINEAL "
103 LOCATE 8,25:PRINT " ECUACION ZENNER-HOLLOMON"
104 LOCATE 12,15:PRINT "METODO DE NEWTON-GRADIENTES CONJUGADOS"
110 REM PRINT " NULOS Y ADEMAS CONTROLA QUE EL ARGUMENTO DE LOS LOGARITMOS NO SE
A CERO"
120 REM nvx es el numero de variables de datos
130 REM np es el numero de puntos dato
140 REM nvt es el numero de variables a ajustar
150 REM x es la matriz de datos
160 LOCATE 14,6:PRINT " NVX = NUMERO DE VARIABLES DE DATOS"
170 LOCATE 15,6:PRINT " NP = NUMERO DE PUNTOS DATOS"
180 LOCATE 16,6:PRINT " NVT = NUMERO DE VARIABLES A AJUSTAR"
190 LOCATE 17,6:PRINT " X( )= MATRIZ DE DATOS "
200 NVX = 2
210 LOCATE 18,20:PRINT " EN ESTE TRABAJO NVX = ";NVX
211 IF INKEY$="" THEN GOTO 211
220 INPUT "np=";NP
230 PRINT " NUMERO DE PUNTOS DATOS = ";NP
240 DIM X(NVX, NP+10)
250 DIM Z(NP+20)
260 REM T ES LA MATRIZ DE LAS VARIABLES A AJUSTAR
270 PRINT " T ( ) ES LA MATRIZ DE VARIABLES "
280 NVT = 4
290 DIM VLI(NVT)
300 PRINT " ENB ESTE CASO LAS VARIABLES A AJUSTAR SON NVT = ";NVT
310 DIM T(NVT)
320 REM ENTRADA DE VALORES INICIALES
330 CLS : PRINT "ENTRADA DE VALORES INICIALES "
340 PRINT " VALORES INICIALES DEL PROBLEMA"
350 FOR J=1 TO NVT
360 IF J=1 THEN CLS:PRINT"introduzca valor inicial de T(1) = constante aditiva
=LOG(A)"
370 IF J=1 THEN PRINT "INTERVALO VALORES INICIALES ADMISIBLES [1,50]"
380 IF J=2 THEN CLS:PRINT "introduzca valor inicial de T(2) = constante alfa*100
0"
390 IF J=2 THEN PRINT "INTERVALO VALORES INICIALES ADMISIBLES [0,30]"
400 IF J=3 THEN CLS:PRINT "introduzca valor inicial de T(3) = indice N "
410 IF J=3 THEN PRINT "INTERVALO VALORES INICIALES ADMISIBLES [0,10]"
420 IF J=4 THEN CLS:PRINT " introduzca valor inicial de T(4) = Q = constante de
activaci3n "
430 IF J=4 THEN PRINT "INTERVALO VALORES INICIALES ADMISIBLES [0,1000000]"
440 INPUT T(J)
450 IF J=1 THEN GOTO 490
460 IF J=2 THEN GOTO 500
470 IF J=3 THEN GOTO 510
480 IF J=4 THEN GOTO 520
490 IF T(1) < 1 OR T(1) > 50 THEN PRINT "REVISE EL VALOR INICIAL T(1)":GOTO 440
ELSE GOTO 530
500 IF T(2) < 0 OR T(2) > 30 THEN PRINT "REVISE EL VALOR INICIAL T(2)":GOTO 440
ELSE GOTO 530
510 IF T(3) < 0 OR T(3) > 10 THEN PRINT "REVISE EL VALOR INICIAL T(3)":GOTO 440

```

```

ELSE GOTO 530
520 IF T(4) < 0 OR T(4) > 1000000! THEN PRINT "REVISE EL VALOR INICIAL T(4)":GOT
O 440
530 IF T(J) = 0 THEN T(J) =.001
540 VLI(J)=T(J)
550 PRINT "T(";J;")=";T(J)
560 NEXT J
570 CLS
580 INPUT "avanzamos ? (S/N)";R$
590 IF R$ = "N" THEN GOTO 590
600 REM F ES LA MATRIZ DE OPERACIONES
610 DIM F(NP,NVT)
620 DIM TF(NVT,NP)
630 DIM PF(NVT,NVT)
640 DIM PI(NVT,NVT):DIM P(NVT,NP+10)
650 DIM A(NVT+8,NVT+8):DIM B(NVT+8,NVT+8)
660 DIM E(NP+10):DIM D(NVT+2)
670 DIM C(NVT+2,NVT+2)
680 DIM M(100)
690 REM CARGA DE DATOS
700 CLS
710 PRINT "CARGA DE DATOS"
720 PRINT " SE HACE CON input y graba un fichero de nombre datcar.dat"
730 REM LPRINT " DATOS DEL PROBLEMA"
740 PRINT " desea entrar los datos o leerlos de fichero (E/F)":INPUT R$: IF R$="
F" THEN GOTO 910
750 FOR J=1 TO NVX
760 IF J= 1 THEN PRINT "variable 1 = sigma(MPC/1000) " ELSE PRINT "variable2 =
temperatura en kelvin x 2"
770 FOR I=1 TO NP
780 PRINT "dato=";I
790 INPUT X(J,I)
800 IF J=2 THEN X(J,I)=2*X(J,I)
810 IF J=1 THEN X(J,I)=X(J,I)/1000
820 NEXT I
830 NEXT J
840 OPEN "C:\GAROF\datcar.dat" FOR OUTPUT AS #1
850 FOR J=1 TO NVX
860 FOR I=1 TO NP
870 WRITE #1, X(J,I)
880 NEXT I
890 NEXT J
900 CLOSE #1.
910 OPEN "C:\GAROF\DATCAR.DAT" AS #1 LEN = 34.
911 FIELD #1, 16 AS S$, 16 AS T$, 2 AS O$
920 FOR I=1 TO NP
930 GET #1, I
940 X(1,I) = CVD(S$):PRINT X(1,I)
950 X(2,I) = CVD(T$):PRINT X(2,I)
960 NEXT I
965 CLOSE
970 PRINT "carga de la velocidad de deformacion en s(-1)"
980 PRINT " desea entrar datos o leer fichero (E/F)":INPUT R$
990 IF R$="F" THEN GOTO 1090
1000 FOR I=1 TO NP
1010 INPUT Z(I)
1020 Z(I)=LOG(Z(I))
1030 NEXT I
1040 OPEN "datcarf.dat" FOR OUTPUT AS #1
1050 FOR I=1 TO NP
1060 WRITE #1,Z(I)
1070 NEXT I
1080 CLOSE #1
1090 OPEN "C:\GAROF\datcarf.dat" AS #1 LEN = 16

```

```

1100 FIELD #1, 16 AS V$
1110 FOR I=1 TO NP
1120 GET #1,I
1130 Z(I) = CVD(V$):PRINT Z(I)
1140 NEXT I
1142 INPUT "PAUSA=";PEPE
1144 CLOSE
1150 PRINT " ESPERE UN MOMENTO LOS RESULTADOS....."
1151 OPEN "C:\GAROF\FYDAT" FOR OUTPUT AS #1
1152 FOR I=1 TO NP
1153 WRITE #1,Z(I)
1154 NEXT I
1155 CLOSE #1
1160 REM CARGA MATRIZ F
1170 REM PRINT " MATRIZ F ES LA DE LA FORMA DE LAS DERIVADAS PARCIALES DE FUNCIO
N"
1180 FOR I=1 TO NP
1190 REM PRINT "par=";T(2)*X(1,I)
1200 F(I,1) = 1
1210 REM IF EXP(T(2)*X(1,I))=1 THEN F(I,2) = T(3)*X(1,I)*((EXP(T(2)*X(1,I))+EXP
(-T(2)*X(1,I)))/2)/(7.6*10^(-10)):GOTO 1230
1220 F(I,2) = T(3)*X(1,I)*((EXP(T(2)*X(1,I))+EXP(-T(2)*X(1,I)))/2)/((EXP(T(2)*X
(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,I)))/2)
1230 REM IF EXP(T(2)*X(1,I))=1 THEN F(I,3)=-21:GOTO 1250
1240 F(I,3)=LOG(ABS((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,I)))/2))
1250 F(I,4)= -1/(X(2,I))
1260 NEXT I
1270 REM MATRIZ TRASPUESTA DE F
1280 FOR I=1 TO NVT
1290 FOR J=1 TO NP
1300 TF(I,J) =F(J,I)
1310 NEXT J
1320 NEXT I
1330 REM PF ES EL PRODUCTO DE F POR SU TRASPUESTA
1340 FOR I=1 TO NVT
1350 FOR J=1 TO NVT
1360 S=0
1370 FOR K=1 TO NP
1380 S=S+TF(I,K)*F(K,J)
1390 NEXT K
1400 PF(I,J)=S
1410 NEXT J
1420 NEXT I
1430 REM PREPARACION PARA LA INVERSION
1440 N=NVT
1450 FOR I=1 TO N
1460 FOR J=1 TO N
1470 A(I,J) = PF(I,J)
1480 NEXT J
1490 NEXT I
1500 GOSUB 2400
1510 FOR I=1 TO N
1520 FOR J=1 TO N
1530 PI(I,J)=B(I,J)
1540 NEXT J
1550 NEXT I
1560 REM PRIMERA PREPARACION DEL CALCULO DE FUNCION
1570 FOR I=1 TO NP
1580 REM IF EXP(T(2)*X(1,I)) = 1 THEN E(I) =Z(I) -(T(1)-(T(4)/X(2,I))+T(3)*(-21)
):GOTO 1600
1590 E(I)=Z(I)-(T(1)-(T(4)/X(2,I))+T(3)*LOG(ABS((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,
I)))/2)))
1600 NEXT I
1610 S=0

```

```

1620 FOR I=1 TO NP
1630 S=S+E(I)*E(I)
1640 NEXT I
1650 R=S
1660 REM PREPARACION PRODUCTO INVERSA POR TRASPUESTA
1670 FOR I=1 TO NVT
1680 FOR J=1 TO NP
1690 S=0
1700 FOR K=1 TO NVT
1710 S=S+PI(I,K)*TF(K,J)
1720 NEXT K
1730 P(I,J)=S
1740 NEXT J
1750 NEXT I
1760 REM CALCULO SOLUCIONES
1770 FOR I=1 TO NVT
1780 S=0
1790 FOR K=1 TO NP
1800 S=S+P(I,K)*E(K)
1810 NEXT K
1820 D(I)=S
1830 NEXT I
1840 REM BUSQUEDA DEL OPTIMO LINEAL DEL AVANCE
1850 REM PRIMERO SECUENCIA DE NUMEROS DE BUSQUEDA
1860 GOSUB 3230
1870 FOR L=1 TO 50
1880 RL=M(L)
1890 FOR I=1 TO NVT
1900 TN(I)=T(I)+RL*D(I)
1910 NEXT I
1920 GOSUB 3320
1930 RV=R
1940 FOR I=1 TO NVT
1950 TA(I) = T(I)
1960 NEXT I
1970 FOR I=1 TO NVT:T(I)=TN(I):NEXT I
1980 GOSUB 3320
1990 RN=R
2000 FOR I=1 TO NVT:T(I)=TA(I):NEXT I
2010 IF RN < RV THEN GOTO 2030
2020 NEXT L
2030 REM AVANCE
2040 FOR I=1 TO NVT
2050 TN(I)=TA(I)+RL*D(I):T(I)=TA(I)
2060 IF TN(2) <= 0 THEN TN(2)=TA(I)
2070 IF TN(I) <= 0 THEN TN(I)=TA(I)
2080 IF ABS(TN(I)) > 1E+30 THEN TN(I) = TA(I)
2090 NEXT I
2100 S=0:S1=0
2110 PQ=0
2120 FOR I=1 TO NVT
2130 SD(I) = TN(I) - T(I)
2140 S=S+SD(I)*SD(I)
2150 S1=S1+T(I)*T(I)
2160 IF ABS(TN(I)-T(I)) < 10(-5) THEN PQ=PQ+1
2170 NEXT I
2180 REM IF PQ = NVT AND RN < 10(-4) AND S < S1*10(-6) THEN GOTO 2090
2190 REM IF PQ=NVT THEN GOTO 2090
2200 REM IF RN < 10(-2) THEN GOTO 2090
2210 REM IF S < S1*10(-6) THEN GOTO 2090
2220 IF S < (10(-6))*(S1+.001) THEN GOTO 2260
2230 CP=CP+1
2240 FOR I=1 TO NVT:T(I)=TN(I):NEXT I
2250 GOTO 1160

```

```

2260 REM FINAL DEL ESTUDIO
2270 REM FOR K=1 TO 2:FOR J=4000 TO 1000 STEP -20: SOUND J,1 : NEXT J:NEXT K
2271 GOSUB 6000
2280 LOCATE 8,30:PRINT "SOLUCION"
2290 FOR I=1 TO NVT
2300 LOCATE 7+I*2,15:PRINT"T(";I;")=";T(I)
2310 REM print "T(";I;")=";T(I)
2320 NEXT I
2330 LOCATE 16,15:PRINT "FUNCION DES.TIP.ERRO.CUA.RESID= ";SQ(RN/(NP-2))
2340 LOCATE 17,15:PRINT "VALOR DE LA FUNCION F(T) VAR.ERRORES CUADR.=";RN/(NP-2)
2350 LOCATE 18,15:PRINT"_____ "
2351 IF INKEY$="" THEN GOTO 2351
2360 INPUT "avanzamos ? (S/N)";R$
2370 IF R$="N" THEN GOTO 2370
2380 GOSUB 3490
2390 END
2400 REM"amari"
2410 REM' se deben dimensionar matrices de rutina
2420 REM' el orden de la matriz es nxn
2430 REM' las matrices son a-entrada b- salida c- verificacion unidad
2440 REM' preparacion inversion matrices
2450 GOTO 2510
2460 FOR I=1 TO N
2470 FOR J=1 TO N
2480 INPUT A(I,J)
2490 NEXT J
2500 NEXT I
2510 PRINT
2520 FOR I=1 TO N
2530 FOR J=1 TO N
2540 REM PRINT "a(";I;",";J;")=";A(I,J);
2550 NEXT J
2560 REM PRINT
2570 REM PRINT
2580 NEXT I
2590 REM' inversion de la matriz jacobiana ma(l,k)
2600 REM' metodo de eliminacion de gauss-jordan
2610 REM 'matriz de entrada a y de salida b
2620 FOR I=1 TO N
2630 FOR J=1 TO N
2640 B(I,J+N)=0
2650 B(I,J)=A(I,J)
2660 NEXT J
2670 B(I,I+N)=1
2680 NEXT I
2690 FOR K=1 TO N
2700 IF K=N THEN GOTO 2830
2710 M=K
2720 REM' hallar elemento mayor
2730 FOR I=K+1 TO N
2740 IF ABS(B(I,K))>ABS(B(M,K)) THEN M=I
2750 NEXT I
2760 IF M=K THEN GOTO 2830
2770 FOR J=K TO 2*N
2780 B=B(K,J)
2790 B(K,J)=B(M,J)
2800 B(M,J)=B
2810 NEXT J
2820 REM' dividir fila k
2830 FOR J=K+1 TO 2*N
2840 B(K,J)=B(K,J)/B(K,K)
2850 NEXT J
2860 IF K=1 THEN GOTO 2930
2870 FOR I=1 TO K-1

```

```

51,91.84,153.84,35.17,64.84,65.17,241.84,213.84
3480 END
3490 CLS
3500 PRINT "TABLA FINAL DEL ESTUDIO"
3510 PRINT "======"
3520 PRINT " AJUSTE DE LA ECUACION DE ZENNER-HOLLOMON"
3530 PRINT " A DATOS TENSION-TEMPERATURA -VELOCIDAD DEFORMACION"
3540 PRINT "-----"
3550 PRINT "RESUMEN DE ENTRADA "
3560 PRINT "======"
3570 PRINT " TENSION "," TEMPERATURA","VELOCIDAD DEFORMACION"
3580 PRINT "-----","-----","-----"
3590 FOR I=1 TO NP
3600 PRINT X(1.I)*1000,INT(X(2.I)/2),EXP(Z(I))
3610 NEXT I
3620 PRINT "======"
3630 PRINT "LOS VALORES INICIALES EMPLEADOS SON "
3640 PRINT "-----"
3650 PRINT "CONSTANTE LOG(A) =" ;VLI(1)
3660 PRINT "VALOR DE ALFA =" ;VLI(2)
3670 PRINT "VALOR DE N =" ;VLI(3)
3680 PRINT "VALOR DE O =" ;VLI(4)
3690 PRINT "======"
3700 PRINT " R E S U L T A D O S "
3710 PRINT " LOG(A) = " ;T(1)
3720 PRINT " ALFA = " ;T(2)/1000
3730 PRINT " N = " ;T(3)
3740 PRINT " O = " ;T(4)
3742 OPEN "RESUL.DAT" FOR OUTPUT AS #1: FOR J=1 TO 4:WRITE #1,T(J):NEXT J:CLOSE
#1
3743 GOSUB 6000
3750 LOCATE 8.7:PRINT " LA ECUACION DE ZENNER-HOLLOMON O DE GAROFALO OUE MEJOR
"
3760 REM INPUT "continuamos ? (S/N)";RS
3770 REM IF RS ="N" THEN GOTO 3770
3780 LOCATE 9.10:PRINT "AJUSTA LA SERIE DE DATOS DE ESTUDIO EN EL PROGRAMA ES "
3780 LOCATE 11.7:PRINT"-----"
"
3800 LOCATE 15.10:PRINT "EP=" ; EXP(T(1));"*";"EXP(-";T(4);"/2*T)";"*";LOCATE 16.
10:PRINT "*(SINH(" ;T(2)/1000 ;"*";"SIGMA)^( ;T(3);")"
3801 IF INKEYS="" THEN GOTO 3801
3810 DIM EP(NP)
3820 FOR I=1 TO NP
3830 EP(I) =EXP(T(1))*EXP(-T(4)/(X(2.I)))*((EXP(T(2)*X(1.I))-EXP(-T(2)*X(1.I)))/
2)^(T(3))
3840 NEXT I
3850 PRINT:PRINT :PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
3860 PRINT "COMPARACION RESULTADOS CON DATOS DE VEL.DEFORMACION"
3870 PRINT "-----"
3880 PRINT "VEL.DEFOR.DATO","EP-RESULTADO","ERROR RELATIVO"
3890 PRINT "-----","-----","-----"
3900 FOR I=1 TO NP
3910 PRINT INT((EXP(Z(I))*1000000!)/1000000!..INT((EP(I))*1000000!)/1000000!.IN
T(((EXP(Z(I)))-(EP(I)))/(EXP(Z(I))*1000)/1000
3920 NEXT I
3930 PRINT "-----"
3940 INPUT "continuamos ?(S/N)";RS
3950 IF RS ="N" THEN GOTO 3950
3960 SUM=0
3970 FOR I=1 TO NP
3980 SUM = SUM +((EXP(Z(I))-EP(I))/EXP(Z(I)))^2
3990 NEXT I
4000 ECM=SQR(SUM/NP)
4010 PRINT "UN ERROR CUADRATICO REPRESENTATIVO DEL AJUSTE ES=" ;ECM

```

```

2880 FOR J=K+1 TO 2*N
2890 B(I,J)=B(I,J)-B(I,K)*B(K,J)
2900 NEXT J
2910 NEXT I
2920 IF K=N THEN GOTO 2980
2930 FOR I=K+1 TO N
2940 FOR J=K+1 TO 2*N
2950 B(I,J)= B(I,J) - B(I,K)*B(K,J)
2960 NEXT J
2970 NEXT I
2980 NEXT K
2990 REM' inversion
3000 FOR I=1 TO N
3010 FOR J=1 TO N
3020 B(I,J)=B(I,J+N)
3030 NEXT J
3040 NEXT I
3050 FOR I=1 TO N
3060 FOR J=1 TO N
3070 REM PRINT "b(";I;"",";J;"")=";B(I,J);
3080 NEXT J
3090 REM PRINT
3100 NEXT I
3110 FOR I=1 TO N
3120 FOR J=1 TO N
3130 WE=0
3140 FOR K=1 TO N
3150 WE=WE+A(I,K)*B(K,J)
3160 NEXT K
3170 C(I,J)= WE
3180 REM PRINT "c(";I;"",";J;"")=";C(I,J);;
3190 NEXT J
3200 REM PRINT
3210 NEXT I
3220 RETURN,
3230 M(1)=1:M(2)=.9:M(3)=.8:M(4)=.7:M(5)=.6
3240 FOR H=6 TO 50
3250 M(H)=.5^(H-5)
3260 NEXT H
3270 RETURN
3280 FOR I=1 TO NVT
3290 TN(I)=T(I)+RL*D(I)
3300 NEXT I
3310 RETURN
3320 REM CALCULO FUNCION
3330 S=0
3340 FOR I=1 TO NP
3350 REM IF EXP(T(2)*X(1,I)) = 1 THEN E(I) =Z(I) -(T(1)-(T(4)/X(2,I))+T(3)*(-21)
):GOTO 3370
3360 E(I)=Z(I)-(T(1)-(T(4)/X(2,I))+T(3)*LOG(ABS((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,
I)))/2)))
3370 S=S+E(I)*E(I)
3380 NEXT I
3390 R=S
3400 RETURN
3410 DATA 0.0856,0.056,0.126,0.084,0.0878,0.0781,0.0742,0.0655,0.1273,0.1156,0.1
053,0.1
3420 REM DATA 4,1,2,3,4,2,2,3,1,2,5,3,5,1,2,2,8,7
3430 DATA 2646,2946,2646,2946,2706,2786,2846,2906,2706,2786,2846,2906
3440 REM DATA 1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,3,1,2,6,4,6,1,2
3450 REM DATA 0,0,0.5,1,1.5,1,1,2,0.5,2,1,2,0,0.5
3460 DATA -0.3216,-0.3216,1.981,1.981,0.3148,0.3148,0.3148,0.3148,2.617,2.617,2.
617,2.617
3470 REM data 121.84,33.84,64.51,94.84,125.04,61.84,63.84,94.51,34.84,65.04,154.

```

```

4020 SUM =0
4030 PRINT
4040 PRINT " LAS RELACIONES DEL ERROR COMETIDO EN FORMA LOGARITMICA"
4050 PRINT " QUE ES EN LA QUE SE HA REALIZADO EL AJUSTE NO LINEAL"
4060 PRINT " "
4070 PRINT " LOG(VEL.DEF.DATO)", "LOG(EP-RESULTADO)", "ERROR RELATIVO"
4080 PRINT " "
4090 FOR I=1 TO NP
4100 A=0
4110 IF Z(I) = 0 THEN A=.00001:Z(I)=A
4120 PRINT INT(LOG(EXP(Z(I)))*1000000!)/1000000!,,INT(LOG(EP(I))*1000000!)/10000
00!,INT((LOG(EXP(Z(I)))-LOG(EP(I)))/LOG(EXP(Z(I)))*1000)/1000
4130 IF A-.00001 THEN Z(I)=0:A=0
4139 NEXT I
4140 A=0
4141 OPEN "C:\GAROF\RESFRAIN" FOR OUTPUT AS #1
4142 FOR I=1 TO NP
4145 LET XYZ=LOG(EXP(Z(I)))-LOG(EP(I))
4146 WRITE #1,XYZ
4147 NEXT I
4149 CLOSE #1
4150 PRINT "-----"
4160 SUM =0
4161 ST=0
4162 SQ=0
4170 SS=0
4180 FOR I=1 TO NP
4190 IF Z(I) =0 THEN GOTO 4220
4200 SUM =SUM +(ABS((LOG(EXP(Z(I)))-LOG(EP(I))))^2
4210 SS = SS + ABS(Z(I))
4215 ST=ST+(Z(I)-LOG(EP(I)))*(Z(I)-LOG(EP(I)))
4216 SQ=SQ+Z(I)*Z(I)
4220 NEXT I
4221 GOSUB 6000
4222 LOCATE 7,25:PRINT " ERRORES REPRESENTATIVOS DEL MODELO AJUSTADO"
4223 LOCATE 8,25:PRINT "-----"
4230 MWE=SS/NP
4240 ERC = SQR(SUM/NP)
4241 ER2=SQR(ST/SQ)
4244 LOCATE 12,15:PRINT "ERROR RELATIVO DE LOS MINIMOS CUADRADOS -RESIDUOS=";ER2
4250 REM PRINT " UN ERROR CUADRATICO REPRESENTATIVO DEL AJUSTE ES =";ERC
4260 LOCATE 14,15:PRINT "UN ERROR RELATIVO DE LA BONDAD DEL AJUSTE ES =";ERC/MWE
4261 OPEN "EREL.DAT" FOR OUTPUT AS #1: WRITE #1,ERC/MWE:CLOSE #1
4262 IF INKEY$="" THEN GOTO 4262
4270 SUM =0
4280 SS=0
4290 RETURN
6000 REM " RUTINA GRAFICA"
6010 CLS
6020 L1$=STRING$(69,178)
6030 LOCATE 4,5:PRINT CHR$(178);
6040 PRINT L1$,CHR$(178):LOCATE 4,75:PRINT CHR$(178)
6050 FOR I=1 TO 18
6060 PRINT TAB(5) CHR$(178);TAB(75);CHR$(178)
6070 NEXT I
6080 PRINT TAB(5) CHR$(178);TAB(6) L1$;TAB(75) CHR$(178)
6100 RETURN

```

LISTADO

PROGRAMA :
GAROF 14B

```

10 REM"GAROF14B"
20 COLOR 12,9,14
21 CLS
22 GOSUB 6000
30 REM PRINT " PROGRAMA CON FUNCION PRUEBA"
40 REM "DIVERSOS CONTROLES DEL AJUSTE"
50 LOCATE 6,12:PRINT "PROGRAMA GAROF14B CON ENTRADA DE DATOS"
60 LOCATE 7,12:PRINT " POR TECLADO O EN FICHEROS "
70 REM PRINT "PROGRAMA MODIFICADO DE GAROFAL11 PARA SALIDAS EN PANTALLA"
80 REM PRINT " Y CON CONTROLES SOBRE LOS VALORES INICIALES Y LA LINEA DE"
90 REM PRINT " AVANCE DEL GRADIENTE"
100 REM PRINT "GAROFAL13 MODIFICA GAROFAL 12 PARA PODER ARRANCAR CON VALORES INI
CIALES"
110 REM PRINT " NULOS Y ADEMAS CONTROLA QUE EL ARGUMENTO DE LOS LOGARITMOS NO SE
A CERO"
120 REM nvx es el numero de variables de datos
130 REM np es el numero de puntos dato
140 REM nvt es el numero de variables a ajustar
150 REM x es la matriz de datos
160 LOCATE 8,12:PRINT " NVX = NUMERO DE VARIABLES DE DATOS"
170 LOCATE 9,12:PRINT " NP = NUMERO DE PUNTOS DATOS"
180 LOCATE 10,12:PRINT " NVT = NUMERO DE VARIABLES A AJUSTAR"
190 LOCATE 11,12:PRINT " X( )= MATRIZ DE DATOS "
200 NVX = 2
210 LOCATE 12,12:PRINT " EN ESTE TRABAJO NVX = ";NVX
220 LOCATE 13,12:INPUT "np=";NP
230 LOCATE 14,12:PRINT " NUMERO DE PUNTOS DATOS = ";NP
240 DIM X(NVX, NP+10)
250 DIM Z(NP+20)
260 REM T ES LA MATRIZ DE LAS VARIABLES A AJUSTAR
270 LOCATE 15,12:PRINT " T ( ) ES LA MATRIZ DE VARIABLES "
280 NVT = 4
290 DIM VLI(NVT)
300 LOCATE 16,12:PRINT " EN ESTE CASO LAS VARIABLES A AJUSTAR SON NVT = ";NVT
310 DIM T(NVT)
320 REM ENTRADA DE VALORES INICIALES
321 LOCATE 17,12:PRINT " ¿CONTINUAMOS (S/N)? "
322 LOCATE 18,12:INPUT R$
323 IF R$ <> "S" THEN GOTO 321 ELSE GOTO 324
324 CLS
325 GOSUB 6000
330 LOCATE 5,15 : PRINT "ENTRADA DE VALORES INICIALES "
331 LOCATE 6,15:PRINT "===== "
340 LOCATE 7,15:PRINT " VALORES INICIALES DEL PROBLEMA"
350 FOR J=1 TO NVT
360 LOCATE 8,12:PRINT "introduzca val.ini. de T(1) = constante aditiva =LOG(A)"
370 LOCATE 9,12:PRINT "INTERVALO VALORES INICIALES ADMISIBLES [1,50]"
380 LOCATE 10,12:PRINT "introduzca val.ini. de T(2) = constante alfa*1000"
390 LOCATE 11,12:PRINT "INTERVALO VALORES INICIALES ADMISIBLES [0,30]"
400 LOCATE 12,12:PRINT "introduzca val.ini. de T(3) = indice N "
410 LOCATE 13,12:PRINT "INTERVALO VALORES INICIALES ADMISIBLES [0,10]"
420 LOCATE 14,12:PRINT "introduzca val.ini. de T(4) = Q = constante de activaci
n "
430 LOCATE 15,12:PRINT "INTERVALO VALORES INICIALES ADMISIBLES [0,1000000]"
440 LOCATE 15+J,13:PRINT "T(";J;")=":LOCATE 15+J,20:INPUT T(J)
450 IF J=1 THEN GOTO 490
460 IF J=2 THEN GOTO 500
470 IF J=3 THEN GOTO 510
480 IF J=4 THEN GOTO 520
490 IF T(1) < 1 OR T(1) > 50 THEN LOCATE 17+J,15:PRINT "REVISE EL VALOR INICIAL
T(1)":GOTO 440 ELSE GOTO 530
500 IF T(2) < 0 OR T(2) > 30 THEN LOCATE 17+J,15:PRINT "REVISE EL VALOR INICIAL
T(2)":GOTO 440 ELSE GOTO 530
510 IF T(3) < 0 OR T(3) > 10 THEN LOCATE 17+J,15:PRINT "REVISE EL VALOR INICIAL

```

```

T(3)":GOTO 440 ELSE GOTO 530
520 IF T(4) < 0 OR T(4) > 1000000! THEN LOCATE 17+J,15:PRINT "REVISE EL VALOR IN
ICIAL T(4)":GOTO 440
530 IF T(J) = 0 THEN T(J) =.001
540 VLI(J)=T(J)
550 REM PRINT "T(";J;"")=";T(J)
560 NEXT J
570 CLS
580 INPUT "avanzamos ? (S/N)";R$
590 IF R$ = "N" THEN GOTO 590
600 REM F ES LA MATRIZ DE OPERACIONES
610 DIM F(NP,NVT)
620 DIM TF(NVT,NP)
630 DIM PF(NVT,NVT)
640 DIM PI(NVT,NVT):DIM P(NVT,NP+10)
650 DIM A(NVT+8,NVT+8):DIM B(NVT+8,NVT+8)
660 DIM E(NP+10):DIM D(NVT+2)
670 DIM C(NVT+2,NVT+2)
680 DIM M(100)
690 REM CARGA DE DATOS
700 CLS
701 CLS
702 GOSUB 6000
710 LOCATE 5,12:PRINT "CARGA DE DATOS"
720 LOCATE 6,12:PRINT " SE HACE CON input y graba un fichero de nombre datcar.da
t"
730 REM LPRINT " DATOS DEL PROBLEMA"
740 LOCATE 7,13:PRINT " desea entrar los datos o leerlos de fichero (E/F)":LOCAT
E 8,13:INPUT R$: IF R$="F" THEN GOTO 910
750 FOR J=1 TO NVX
760 IF J= 1 THEN LOCATE 10,13: PRINT "variable 1 = sigma(MPC) " ELSE LOCATE 10,
13:PRINT "variable2 = temperatura en kelvin "
770 FOR I=1 TO NP
780 LOCATE 15,20:PRINT "dato=";I
790 LOCATE 16,25:INPUT"X(J,I)="; X(J,I)
800 IF J=2 THEN X(J,I)=2*X(J,I)
810 IF J=1 THEN X(J,I)=X(J,I)/1000
820 NEXT I
830 NEXT J
831 LOCATE 19,12:PRINT "CONTINUAMOS (S/N) ?"
832 LOCATE 20,12:INPUT R$
833 IF R$ <> "S" THEN GOTO 831 ELSE GOTO 834
834 CLS
835 GOSUB 6000
840 OPEN "C:\GAROF\DATCAR.DAT" AS #1 LEN =34
841 FIELD #1, 16 AS S$, 16 AS T$, 2 AS O$
842 FOR I=1 TO NP
843 LSET S$=MKD$(X(1,I))
844 LSET T$=MKD$(X(2,I))
845 LSET O$=MKI$(I)
846 PUT #1,I
847 NEXT I
848 CLOSE
850 REM FOR J=1 TO NVX
860 REM FOR I=1 TO NP
870 REM WRITE #1, X(J,I)
880 REM NEXT I
890 REM NEXT J
900 REM CLOSE #1
901 CLS
902 GOSUB 6000
903 LOCATE 7,15:PRINT "DATOS DEL FICHERO DATCAR.DAT"
910 OPEN "C:\garof\datcar.dat" AS #1 LEN=34
920 FIELD #1,16 AS S$,16 AS T$,2 AS O$

```

```

930 FOR I=1 TO NP
935 GET #1,I
937 X(1,I) = CVD(S$)
938 X(2,I) = CVD(T$)
940 ORDEN = CVI(O$)
945 LOCATE 14,15:PRINT "orden =";ORDEN
950 LOCATE 15,20:PRINT "sigma(MPC)=";X(1,I)*1000
955 LOCATE 16,20:PRINT "temperatura =";X(2,I)/2
956 LOCATE 20,15:PRINT "DESEA CARGAR OTRO DATO (S/N)?"
957 LOCATE 21,15:INPUT R$
958 IF R$ ="S" GOTO 960 ELSE GOTO 956
960 NEXT I
961 IF INKEY$="" THEN GOTO 961
962 GOSUB 6000
970 LOCATE 6,12:PRINT "carga de la velocidad de deformacion en s(-1)"
980 LOCATE 7,12:PRINT " desea entrar datos o leer fichero (E/F)":LOCATE 8,12:INP
UT R$
990 IF R$="F" THEN CLOSE:CLOSE#1:GOTO 1090
1000 FOR I=1 TO NP
1001 LOCATE 9,15:PRINT "I=";I
1010 LOCATE 9,25:INPUT Z(I)
1020 LSET V$=MKD$(Z(I))
1025 PUT #1,I
1030 NEXT I
1040 OPEN "C:\GAROF\DATCARF.DAT" AS #1 LEN = 16
1041 FIELD #1, 16 AS V$
1050 FOR I=1 TO NP
1060 LSET V$=MKD$(Z(I))
1061 PUT #1,I
1070 NEXT I
1080 CLOSE
1090 OPEN "C:\GAROF\datcarf.dat" AS #1 LEN = 16
1100 FIELD #1, 16 AS V$
1110 FOR I=1 TO NP
1120 GET #1,I
1130 Z(I)= CVD(V$)
1131 LOCATE 8,15:PRINT "DATOS VELOCIDADES ARCHIVO DATCARF.DAT"
1132 LOCATE 15,15:PRINT "ORDEN =";I
1133 LOCATE 16,20:PRINT "VELOCIDAD = ";EXP(Z(I))
1136 LOCATE 19,12:PRINT "CONTINUAMOS (S/N)?"
1137 LOCATE 20,12:INPUT R$
1138 IF R$ <> "S" THEN GOTO 1131 ELSE GOTO 1140
1140 NEXT I
1141 CLOSE
1150 PRINT " ESPERE UN MOMENTO LOS RESULTADOS....."
1160 REM CARGA MATRIZ F
1170 REM PRINT " MATRIZ F ES LA DE LA FORMA DE LAS DERIVADAS PARCIALES DE FUNCIO
N"
1180 FOR I=1 TO NP
1190 REM PRINT "par=";T(2)*X(1,I)
1200 F(I,1) = 1
1210 REM IF EXP(T(2)*X(1,I))=1 THEN F(I,2) = T(3)*X(1,I)*((EXP(T(2)*X(1,I))+EXP
(-T(2)*X(1,I)))/2)/(7.6*10^(-10)):GOTO 1230
1220 F(I,2) = T(3)*X(1,I)*((EXP(T(2)*X(1,I))+EXP(-T(2)*X(1,I)))/2)/((EXP(T(2)*X
(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,I)))/2)
1230 REM IF EXP(T(2)*X(1,I))=1 THEN F(I,3)=-21:GOTO 1250
1240 F(I,3)=LOG(ABS((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,I)))/2))
1250 F(I,4)= -1/(X(2,I))
1260 NEXT I
1270 REM MATRIZ TRASPUESTA DE F
1280 FOR I=1 TO NVT
1290 FOR J=1 TO NP
1300 TF(I,J) =F(J,I)
1310 NEXT J

```

```

1320 NEXT I
1330 REM PF ES EL PRODUCTO DE F POR SU TRASPUESTA
1340 FOR I=1 TO NVT
1350 FOR J=1 TO NVT
1360 S=0
1370 FOR K=1 TO NP
1380 S=S+TF(I,K)*F(K,J)
1390 NEXT K
1400 PF(I,J)=S
1410 NEXT J
1420 NEXT I
1430 REM PREPARACION PARA LA INVERSION
1440 N=NVT
1450 FOR I=1 TO N
1460 FOR J=1 TO N
1470 A(I,J) = PF(I,J)
1480 NEXT J
1490 NEXT I
1500 GOSUB 2400
1510 FOR I=1 TO N
1520 FOR J=1 TO N
1530 PI(I,J)=B(I,J)
1540 NEXT J
1550 NEXT I
1560 REM PRIMERA PREPARACION DEL CALCULO DE FUNCION
1570 FOR I=1 TO NP
1580 REM IF EXP(T(2)*X(1,I)) = 1 THEN E(I) =Z(I) -(T(1)-(T(4)/X(2,I))+T(3)*(-21)
):GOTO 1600
1590 E(I)=Z(I)-(T(1)-(T(4)/X(2,I))+T(3)*LOG(ABS((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,
I)))/2)))
1600 NEXT I
1610 S=0
1620 FOR I=1 TO NP
1630 S=S+E(I)*E(I)
1640 NEXT I
1650 R=S
1660 REM PREPARACION PRODUCTO INVERSA POR TRASPUESTA
1670 FOR I=1 TO NVT
1680 FOR J=1 TO NP
1690 S=0
1700 FOR K=1 TO NVT
1710 S=S+PI(I,K)*TF(K,J)
1720 NEXT K
1730 P(I,J)=S
1740 NEXT J
1750 NEXT I
1760 REM CALCULO SOLUCIONES
1770 FOR I=1 TO NVT
1780 S=0
1790 FOR K=1 TO NP
1800 S=S+P(I,K)*E(K)
1810 NEXT K
1820 D(I)=S
1830 NEXT I
1840 REM BUSQUEDA DEL OPTIMO LINEAL DEL AVANCE
1850 REM PRIMERO SECUENCIA DE NUMEROS DE BUSQUEDA
1860 GOSUB 3230
1870 FOR L=1 TO 50
1880 RL=M(L)
1890 FOR I=1 TO NVT
1900 TN(I)=T(I)+RL*D(I)
1910 NEXT I
1920 GOSUB 3320
1930 RV=R

```

```

1940 FOR I=1 TO NVT
1950 TA(I) = T(I)
1960 NEXT I
1970 FOR I=1 TO NVT:T(I)=TN(I):NEXT I
1980 GOSUB 3320
1990 RN=R
2000 FOR I=1 TO NVT:T(I)=TA(I):NEXT I
2010 IF RN < RV THEN GOTO 2030
2020 NEXT L
2030 REM AVANCE
2040 FOR I=1 TO NVT
2050 TN(I)=TA(I)+RL*D(I):T(I)=TA(I)
2060 IF TN(2) <= 0 THEN TN(2)=TA(I)
2070 IF TN(I) <= 0 THEN TN(I)=TA(I)
2080 IF ABS(TN(I)) > 1E+30 THEN TN(I) = TA(I)
2090 NEXT I
2100 S=0:S1=0
2110 PQ=0
2120 FOR I=1 TO NVT
2130 SD(I) = TN(I) - T(I)
2140 S=S+SD(I)*SD(I)
2150 S1=S1+T(I)*T(I)
2160 IF ABS(TN(I)-T(I)) < 10^(-5) THEN PQ=PQ+1
2170 NEXT I
2180 REM IF PQ = NVT AND RN < 10^(-4) AND S < S1*10^(-6) THEN GOTO 2090
2190 REM IF PQ=NVT THEN GOTO 2090
2200 REM IF RN < 10^(-2) THEN GOTO 2090
2210 REM IF S < S1*10^(-6) THEN GOTO 2090
2220 IF S < (10^(-6))*(S1+.001) THEN GOTO 2260
2230 CP=CP+1
2240 FOR I=1 TO NVT:T(I)=TN(I):NEXT I
2250 GOTO 1160
2260 REM FINAL DEL ESTUDIO
2270 REM FOR K=1 TO 2:FOR J=4000 TO 1000 STEP -20: SOUND J,1 : NEXT J:NEXT K
2271 CLS
2272 GOSUB 6000
2280 LOCATE 8,20:PRINT "SOLUCION"
2290 FOR I=1 TO NVT
2300 LOCATE 10+I,15:PRINT "T(";I;")=";T(I)
2310 REM print "T(";I;")=";T(I)
2320 NEXT I
2330 LOCATE 18,15:PRINT "FUNCION = ";RN
2340 LOCATE 19,15:PRINT "VALOR DE LA FUNCION F(T) =" ;RN
2350 LOCATE 20,12:PRINT"_____ "
2360 LOCATE 21,15:INPUT "avanzamos ? (S/N)";R$
2370 IF R$="N" THEN GOTO 2370
2380 GOSUB 3490
2390 END
2400 REM"amari"
2410 REM' se deben dimensionar matrices de rutina
2420 REM' el orden de la matriz es nxn
2430 REM' las matrices son a-entrada b- salida c- verificacion unidad
2440 REM' preparacion inversion matrices
2450 GOTO 2510
2460 FOR I=1 TO N
2470 FOR J=1 TO N
2480 INPUT A(I,J)
2490 NEXT J
2500 NEXT I
2510 PRINT
2520 FOR I=1 TO N
2530 FOR J=1 TO N
2540 REM PRINT "a(";I;",";J;")=";A(I,J);
2550 NEXT J

```

```

2560 REM PRINT
2570 REM PRINT
2580 NEXT I
2590 REM' inversion de la matriz jacobiana ma(l,k)
2600 REM' metodo de eliminacion de gauss-jordan
2610 REM 'matriz de entrada a y de salida b
2620 FOR I=1 TO N
2630 FOR J=1 TO N
2640 B(I,J+N)=0
2650 B(I,J)=A(I,J)
2660 NEXT J
2670 B(I,I+N)=1
2680 NEXT I
2690 FOR K=1 TO N
2700 IF K=N THEN GOTO 2830
2710 M=K
2720 REM' hallar elemento mayor
2730 FOR I=K+1 TO N
2740 IF ABS(B(I,K))>ABS(B(M,K)) THEN M=I
2750 NEXT I
2760 IF M=K THEN GOTO 2830
2770 FOR J=K TO 2*N
2780 B=B(K,J)
2790 B(K,J)=B(M,J)
2800 B(M,J)=B
2810 NEXT J
2820 REM' dividir fila k
2830 FOR J=K+1 TO 2*N
2840 B(K,J)=B(K,J)/B(K,K)
2850 NEXT J
2860 IF K=1 THEN GOTO 2930
2870 FOR I=1 TO K-1
2880 FOR J=K+1 TO 2*N
2890 B(I,J)=B(I,J)-B(I,K)*B(K,J)
2900 NEXT J
2910 NEXT I
2920 IF K=N THEN GOTO 2980
2930 FOR I=K+1 TO N
2940 FOR J=K+1 TO 2*N
2950 B(I,J)= B(I,J) - B(I,K)*B(K,J)
2960 NEXT J
2970 NEXT I
2980 NEXT K
2990 REM' inversion
3000 FOR I=1 TO N
3010 FOR J=1 TO N
3020 B(I,J)=B(I,J+N)
3030 NEXT J
3040 NEXT I
3050 FOR I=1 TO N
3060 FOR J=1 TO N
3070 REM PRINT "b(";I;",";J;")=";B(I,J);
3080 NEXT J
3090 REM PRINT
3100 NEXT I
3110 FOR I=1 TO N
3120 FOR J=1 TO N
3130 WE=0
3140 FOR K=1 TO N
3150 WE=WE+A(I,K)*B(K,J)
3160 NEXT K
3170 C(I,J)= WE
3180 REM PRINT "c(";I;",";J;")=";C(I,J);;
3190 NEXT J

```

```

3200 REM PRINT
3210 NEXT I
3220 RETURN
3230 M(1)=1:M(2)=.9:M(3)=.8:M(4)=.7:M(5)=.6
3240 FOR H=6 TO 50
3250 M(H)=.5^(H-5)
3260 NEXT H
3270 RETURN
3280 FOR I=1 TO NVT
3290 TN(I)=T(I)+RL*D(I)
3300 NEXT I
3310 RETURN
3320 REM CALCULO FUNCION
3330 S=0
3340 FOR I=1 TO NP
3350 REM IF EXP(T(2)*X(1,I)) = 1 THEN E(I) =Z(I) -(T(1)-(T(4)/X(2,I))+T(3)*(-21)
):GOTO 3370
3360 E(I)=Z(I)-(T(1)-(T(4)/X(2,I))+T(3)*LOG(ABS((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,
I)))/2)))
3370 S=S+E(I)*E(I)
3380 NEXT I
3390 R=S
3400 RETURN
3410 DATA 0.0856,0.056,0.126,0.084,0.0878,0.0781,0.0742,0.0655,0.1273,0.1156,0.1
053,0.1
3420 REM DATA 4,1,2,3,4,2,2,3,1,2,5,3,5,1,2,2,8,7
3430 DATA 2646,2946,2646,2946,2706,2786,2846,2906,2706,2786,2846,2906
3440 REM DATA 1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,3,1,2,6,4,6,1,2
3450 REM DATA 0,0,0.5,1,1.5,1,1,2,0.5,2,1,2,0,0.5
3460 DATA -0.3216,-0.3216,1.981,1.981,0.3148,0.3148,0.3148,0.3148,2.617,2.617,2.
617,2.617
3470 REM data 121.84,33.84,64.51,94.84,125.04,61.84,63.84,94.51,34.84,65.04,154.
51,91.84,153.84,35.17,64.84,65.17,241.84,213.84
3480 END
3490 CLS
3500 PRINT "TABLA FINAL DEL ESTUDIO"
3510 PRINT "======"
3520 PRINT " AJUSTE DE LA ECUACION DE ZENNER-HOLLOMON"
3530 PRINT " A DATOS TENSION-TEMPERATURA -VELOCIDAD DEFORMACION"
3540 PRINT "-----"
3550 PRINT "RESUMEN DE ENTRADA "
3560 PRINT "======"
3570 PRINT " TENSION "," TEMPERATURA","VELOCIDAD DEFORMACION"
3580 PRINT "-----","-----","-----"
3590 FOR I=1 TO NP
3600 PRINT X(1,I)*1000,INT(X(2,I)/2),EXP(Z(I))
3610 NEXT I
3611 CLS
3612 GOSUB 6000
3620 LOCATE 8,12:PRINT "======"
3630 LOCATE 9,12:PRINT "LOS VALORES INICIALES EMPLEADOS SON "
3640 LOCATE 10,12:PRINT "-----"
3650 LOCATE 11,12:PRINT "CONSTANTE LOG(A) =" ;VLI(1)
3660 LOCATE 12,12:PRINT "VALOR DE ALFA =" ;VLI(2)
3670 LOCATE 13,12:PRINT "VALOR DE N =" ;VLI(3)
3680 LOCATE 14,12:PRINT "VALOR DE Q =" ;VLI(4)
3690 LOCATE 15,12:PRINT "======"
"
3700 LOCATE 16,12:PRINT " R E S U L T A D O S "
3710 LOCATE 17,12:PRINT " LOG(A) = ";T(1)
3720 LOCATE 18,12:PRINT " ALFA = ";T(2)/1000
3730 LOCATE 19,12:PRINT " N = ";T(3)
3740 LOCATE 20,12:PRINT " Q = ";T(4)
3741 LOCATE 21,12:PRINT " _____"

```

```

3742 OPEN "RESUL.DAT" FOR OUTPUT AS #1: FOR J=1 TO 4:WRITE #1,T(J):NEXT J:CLOSE
#1
3743 IF INKEY$="" THEN GOTO 3743
3744 CLS
3745 GOSUB 6000
3750 LOCATE 8,12:PRINT " LA ECUACION DE ZENNER-HOLLOMON O DE GAROFALO QUE MEJOR
."
3780 LOCATE 9,12:PRINT " AJUSTA LA SERIE DE DATOS DE ESTUDIO EN EL PROGRAM ES
"
3790 LOCATE 10,12:PRINT "-----"
--"
3800 LOCATE 16,12:PRINT "EP="; EXP(T(1));"*";"EXP(-";T(4);"/2*T)";"*":LOCATE 17,
12:PRINT "*[SINH(";T(2)/1000;"*";"SIGMA)]^(";T(3);")"
3801 IF INKEY$="" THEN GOTO 3801
3810 DIM EP(NP)
3820 FOR I=1 TO NP
3830 EP(I) =EXP(T(1))*EXP(-T(4)/(X(2,I)))*((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,I)))/
2)^(T(3))
3840 NEXT I
3850 PRINT:PRINT :PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
3860 PRINT "COMPARACION RESULTADOS CON DATOS DE VEL.DEFORMACION"
3870 PRINT "-----"
3871 OPEN "C:\garof\residuos.dat" FOR OUTPUT AS #1
3880 PRINT "VEL.DEFOR.DATO","EP-RESULTADO","ERROR RELATIVO"
3890 PRINT "-----","-----","-----"
3900 FOR I=1 TO NP
3910 PRINT INT((EXP(Z(I))*1000000!)/1000000!,,INT((EP(I))*1000000!)/1000000!,IN
T(((EXP(Z(I)))-(EP(I)))/(EXP(Z(I))*1000)/1000
3911 WRITE #1, Z(I)-EP(I)
3920 NEXT I
3921 CLOSE #1
3922 CLOSE
3930 PRINT "-----"
3940 INPUT "continuamos?(S/N)";R$
3950 IF R$ ="N" THEN GOTO 3950
3960 SUM=0
3970 FOR I=1 TO NP
3980 SUM = SUM +((EXP(Z(I))-EP(I))/EXP(Z(I)))^2
3990 NEXT I
4000 ECM=SQR(SUM/NP)
4010 PRINT "UN ERROR CUADRATICO REPRESENTATIVO DEL AJUSTE ES=";ECM
4020 SUM =0
4030 PRINT
4040 PRINT " LAS RELACIONES DEL ERROR COMETIDO EN FORMA LOGARITMICA"
4050 PRINT " QUE ES EN LA QUE SE HA REALIZADO EL AJUSTE NO LINEAL"
4060 PRINT " "
4070 PRINT " LOG(VEL.DEF.DATO)","LOG(EP-RESULTADO)","ERROR RELATIVO"
4080 PRINT " "
4090 FOR I=1 TO NP
4100 A=0
4110 IF Z(I) = 0 THEN A=.00001:Z(I)=A
4120 PRINT INT(LOG(EXP(Z(I))*1000000!)/1000000!,,INT(LOG(EP(I))*1000000!)/10000
00!,INT((LOG(EXP(Z(I)))-LOG(EP(I)))/LOG(EXP(Z(I))*1000)/1000
4130 IF A=.00001 THEN Z(I)=0:A=0
4140 NEXT I
4150 PRINT "-----"
4160 SUM =0
4161 ST=0
4162 SQ=0
4170 SS=0
4180 FOR I=1 TO NP
4190 IF Z(I) =0 THEN GOTO 4220
4200 SUM =SUM +(ABS((LOG(EXP(Z(I)))-LOG(EP(I))))))^2
4210 SS = SS + ABS(Z(I))

```

```
4215 ST=ST+(Z(I)-LOG(EP(I)))*(Z(I)-LOG(EP(I)))
4216 SQ=SQ+Z(I)*Z(I)
4220 NEXT I
4221 CLS
4222 GOSUB 6000
4230 MWE=SS/NP
4240 ERC = SQR(SUM/NP)
4241 ER2=SQR(ST/SQ)
4244 LOCATE 16,12:PRINT " UN ERROR RELATIVO DE LOS MINIMOS CUADRADOS =";ER2
4250 LOCATE 17,12:PRINT " UN ERROR CUADRATICO REPRESENTATIVO DEL AJUSTE ES =";ER
C
4260 LOCATE 18,12:PRINT " UN ERROR RELATIVO DE LA BONDAD DEL AJUSTE ES =";ERC/MW
E
4261 OPEN "EREL.DAT" FOR OUTPUT AS #1: WRITE #1,ERC/MWE:CLOSE #1
4270 SUM =0
4280 SS=0
4281 CHAIN "C:\garof\GENERESI.bas"
4282 END
4290 RETURN
6000 REM "RUTINA GRAFICA"
6010 LOCATE 4,10:PRINT CHR$(178);
6020 L1$ = STRING$(59,178)
6030 PRINT L1$;CHR$(178)
6040 FOR I=1 TO 20
6050 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(70);CHR$(178)
6060 NEXT I
6070 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(11) L1$;TAB(70) CHR$(178)
6080 RETURN
```

LISTADO

PROGRAMA: GENERESI

```

10 REM*generesi*
11 INPUT "num.datos=";NP
13 DIM ET(NP+2);DIM EA(NP+2)
15 DIM X1(NP+2);DIM X2(NP+2)
16 DIM RE(NP+2)
20 OPEN "C:\garof\datcarf.dat" FOR INPUT AS #1
30 FOR I=1 TO NP
40 INPUT #1,ET(I)
50 NEXT I
55 CLOSE #1
60 CLS
70 INPUT "log(a)=";LGA
80 INPUT "n=";N
90 INPUT "alfa=";AL
100 INPUT "q=";Q
120 OPEN "C:\garof\datcar.dat" AS #1 LEN =34
121 FIELD #1, 16 AS S$,16 AS T$, 2 AS O$
130 FOR I=1 TO NP
140 GET #1,I
150 X1(I)=CVD(S$):PRINT X1(I)
160 X2(I)=CVD(T$):PRINT X2(I)
170 NEXT I
180 CLOSE
190 FOR I=1 TO NP
200 EA(I) = LGA - Q/(X2(I)) + N*LOG((EXP(AL*X1(I))-EXP(-AL*X1(I)))/2)
210 NEXT I
230 FOR I=1 TO NP
240 RE(I) = ET(I)-EA(I)
250 NEXT I
300 OPEN "C:\garof\RESFRAIN.DAT" FOR OUTPUT AS #1
310 FOR I=1 TO NP
320 WRITE #1,RE(I)
330 NEXT I
333 CLOSE #1
335 CHAIN "C:\GAROF\RESIDUOS.BAS"
500 END

```

LISTADO

PROGRAMA : RESIDUOS

```

10 REM"residuos"
20 INPUT"tamaño=";N
30 DIM E(N+2):DIM ER(N+2):DIM Y(N+2)
40 PRINT" introduzca disco con fichero residuos"
50 INPUT "pausa";PEPE
60 OPEN "C:\GAROF\RESFRAIN.DAT" FOR INPUT AS #1
70 FOR I=1 TO N
80 INPUT #1,E(I)
90 NEXT I
100 ME=0
110 FOR I=1 TO N
120 ME=ME+E(I)
130 NEXT I
140 ME=ME/N
150 VAR=0
160 FOR I=1 TO N
170 VAR=VAR+(E(I)-ME)^2
180 NEXT I
190 VAR=VAR/(N-1)
200 DTP=SQR(VAR)
210 INPUT"parame p=";P
220 VR=(N-1)*VAR/(N-P)
230 DRT = SQR(VR)
240 FOR I=1 TO N
250 ER(I)=(E(I)-ME)/DRT
260 NEXT I
270 LPRINT" estudio de los residuos"
280 LPRINT"=====
290 LPRINT" fichero RESFRAIN "
300 LPRINT"-----"
310 LPRINT" residuos","residuos reducidos"
320 LPRINT"-----","-----"
330 FOR I=1 TO N
340 LPRINT INT(E(I)*10000)/10000,INT(ER(I)*10000)/10000
350 NEXT I
351 INPUT "PAUSA";PEPE
360 LPRINT"-----"
370 LPRINT" datos fichero RESFRAIN"
380 LPRINT"-----"
390 LPRINT" media me=";ME
400 LPRINT" varianzas var=";VAR
410 LPRINT" ajusta a p-variables p=";P
420 LPRINT" n-datos n=";N
430 LPRINT" varianza reducida=";VR
440 LPRINT" desv.tipica red drt=";DRT
450 LPRINT"-----"
460 PRINT" estudio de lanormalidad"
470 LPRINT" ESTUDIO DE LA NORMALIDAD RESIDUOS"
480 LPRINT"-----"
490 CC=0
500 FOR I=1 TO N
510 IF -1.96 <= ER(I) AND ER(I) <=1.96 THEN CC=CC+1
520 NEXT I
530 FR=CC/N
540 LPRINT" EN EL INTERVALO DE (-1.96;1.96)"
550 LPRINT " SE ENCUENTRAN EL ...";FR*100;" % DE LOS RESIDUOS "
560 LPRINT" -----"
570 LPRINT" ESTUDIO DE COEFICIENTES COMPORTAMIENTO ANOMALIAS"
580 LPRINT"-----"
600 PRINT" INTRODUCZA FICHERO CON DATOS VARIABLE EXPLICADA -X1"
610 INPUT"PAUSA";PEPE
620 CLOSE #1
630 OPEN "C:\DATCARF.DAT" AS #1 LEN=16
631 FIELD #1. 16 AS VS

```

```

640 FOR I=1 TO N
641 GET #1,I
650 Y(I) = CVD(V$)
660 NEXT I
670 CLOSE #1
671 CLOSE
680 P=1:Q=1:SUM=0
690 FOR I=1 TO N
700 SUM=SUM+(E(I)^P)*(Y(I)^Q)
710 NEXT I
720 T11=SUM
730 LPRINT "T11=";T11
740 P=2:Q=1:SUM=0
750 FOR I=1 TO N
760 SUM=SUM+(E(I)^P)*(Y(I)^Q)
770 NEXT I
780 T21=SUM
790 LPRINT" T21=";T21
800 P=1:Q=2:SUM=0
810 FOR I=1 TO N
820 SUM=SUM+(E(I)^P)*(Y(I)^Q)
830 NEXT I
835 T12=SUM
840 LPRINT "T12=";T12
900 LPRINT"-----"
910 LPRINT" CALCULO AUTOCOVARIANZAS Y AUTOCORRELACIONES RUIDO"
920 LPRINT"-----"
930 DIM C(N):DIM R(N)
940 FOR K=0 TO INT(N/3)
950 SUM=0
960 FOR I=1 TO N-K
970 SUM=SUM+(ER(I)*ER(I+K))
980 NEXT I
990 C(K)=SUM/(N-K)
1000 R(K)=C(K)/C(0)
1010 NEXT K
1011 OPEN "C:\MCARSI\AUTOCO.DAT" FOR OUTPUT AS #1
1020 FOR I=1 TO INT(N/3)
1030 LPRINT "C(";I;")=";C(I),"R(";I;")=";R(I)
1031 WRITE #1,R(I)
1040 NEXT I
1041 CLOSE #1
1050 LPRINT"-----"
1060 LPRINT" RECHAZO DE OBSERVACIONES EXTREMÁS"
1070 LPRINT"-----"
1080 PRINT" ORDENACION DE LA MUESTRA"
1090 MAX=-9.999999E+37
1100 FOR I=1 TO N
1110 IF MAX >ER(I) THEN MAX=MAX ELSE MAX =ER(I)
1120 NEXT I
1130 ME=0:FOR I=1 TO N:ME=ME+ER(I):NEXT I:ME=ME/N
1140 TEXP=0
1150 SC=0
1160 FOR I=1 TO N
1170 SC=SC+(ER(I)-ME)^2
1180 NEXT I
1190 SM=N*ME^2
1200 TEXP=ABS(MAX-ME)/SQR(SC-SM)
1210 LPRINT" TEST DE PRUEBA PARA XS=";MAX
1220 LPRINT " TEXP = ";TEXP
1230 LPRINT" A COMPARAR CON Tteo de STUDENT "
1240 LPRINT"-----"
1242 CHAIN "C:\GAROF\GRAFRESI.BAS"
10 REM "grafRESI"

```

LISTADO

PROGRAMA: GRAFRESI

```

20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "C:\GAROP\RESFRAIN" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 R$="no" :GOTO 170
110 M$=R$
120 PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "c1.dat" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF (YR(I))>MAX THEN MAX=(YR(I))
270 IF (YR(I))<MIN THEN MIN=(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I:rem PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:rem PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 R$="no"
340 IF R$="si" THEN INPUT" cual=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX
360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 R$="no":IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390 YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+100-(200*MAX)/(MAX-MIN))
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 REM PRINT "i=";I:rem PRINT "xmax=";XMAX
490 REM PRINT "i=";I:rem PRINT "xmin=";MXIN
500 NEXT I
510 REM PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
520 REM IF T$="si" THEN INPUT" cual?=";XMAX
530 REM PRINT "xmax=";XMAX
540 REM PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 REM IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620 XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))
630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)
640 NEXT I
650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no>?":INPUT ES

```

```

660 GOTO 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=1 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
850 GOTO 890
860 IF I=1 THEN GOTO 910
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
890 X1=XR(I):Y1=YR(I)
900 CIRCLE (X1,Y1),.8
901 LINE (X1,0)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"VAL.RELATIVO"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT"|":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " R E S I D U O S"
950 LOCATE 6,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT "0": LOCATE 21,5: PRINT "Y
MIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";XMAX
970 LOCATE 20,15:PRINT "xmin=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" VALORES AJUSTE ENSAYO" ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
991 CLOSE #1:CLOSE
999 INPUT "PAUSA";PEPE
1000 CHAIN "C:\GAROF\DISAM.BAS"

```

LISTADO

PROGRAMA :
DISAM

```

1 REM "disam"
10 PRINT"datos de la serie = np"
20 INPUT"np=";NP
30 DIM Y(NP+20)
35 LPRINT" ESTUDIO DE LA DISTRIBUCION DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD"
36 LPRINT" DE LASERIE DE RESIDUOS DEL AJUSTE ECUACION Z.HOLLOMON"
37 LPRINT"-----"
40 OPEN"C:\garof\RESFRAIN" FOR INPUT AS #1
50 FOR I=1 TO NP
60 INPUT #1, Y(I)
70 NEXT I
80 CLOSE #1
85 MAY=Y(0)
86 MIY=Y(0)
90 FOR I=1 TO NP
100 IF MAY < Y(I) THEN MAY=Y(I) ELSE MAY=MAY
110 IF MIY > Y(I) THEN MIY=Y(I) ELSE MIY=MIY
120 NEXT I
130 YMAX=MAY:YMIN=MIY
140 RECORRIDO =ABS(YMAX - YMIN)
150 PRINT"ymax=";YMAX
160 PRINT "ymin=";YMIN
170 PRINT "recorrido=";RECORRIDO
180 PRINT" que tamaño de paso desea"
190 INPUT"dx=";DX
200 NPUNTOS=RECORRIDO/DX
210 PRINT"npuntos=";NPUNTOS
220 IPP=INT(NPUNTOS)
230 PRINT"ipp=";IPP
240 LET IMI=(YMIN):IMA=(YMAX)
250 PRINT"imi=";IMI:PRINT"ima=";IMA
260 INPUT "pausa";PAUSA
270 DIM Z(IPP+30)
275 DIM C(IPP+30)
300 FOR J=0 TO IPP
310 Z(J)=IMI+J*DX
320 FOR I=0 TO NP
330 IF Y(I) < Y(I+1) THEN MAP=Y(I+1):MIP=Y(I) ELSE MAP=Y(I):MIP=Y(I+1)
340 IF MIP < Z(J) AND Z(J) < MAP THEN C(J)=C(J)+1
350 NEXT I
360 FOR I=0 TO NP
370 IF Z(J) =Y(I) THEN C(J)=C(J)+1
380 NEXT I
385 NEXT J
390 PRINT"fichero de amplitudes = ampli"
400 PRINT"fichero de frecuencias = frecuen"
420 OPEN "C:\garof\ampli" FOR OUTPUT AS #1
430 FOR J=0 TO IPP
440 WRITE #1, Z(J)
450 NEXT J
460 CLOSE #1
470 OPEN "C:\garof\FRECUEN" FOR OUTPUT AS #1
480 FOR J=0 TO IPP
490 WRITE #1, C(J)
491 LPRINT "ampli=";Z(J), "frecuen=";C(J)
500 NEXT J
510 CLOSE #1
520 CHAIN "C:\garof\refrecu"
530 END

```

LISTADO

PROGRAMA :
REFRECU

```

10 REM"refrecu"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 OPEN "C:\GAROF\frecuen" FOR INPUT AS #1
50 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I): NEXT I
60 CLOSE #1
70 NP=ND
80 DEF FNB(X)=X
90 FOR I=1 TO NP
100 II=I
110 XR(I)=FNB(II-1)
120 NEXT I
130 MAX=ABS(YR(1))
140 PRINT"max=";MAX
150 FOR I=2 TO NP
160 IF ABS(YR(I))>MAX THEN MAX=ABS(YR(I))
170 PRINT"i=";I:PRINT"max=";MAX
180 NEXT I
190 PRINT"max=";MAX
200 FOR I=1 TO NP
210 YR(I)=(YR(I)/MAX)*100
220 PRINT"yr=";YR(I)
230 NEXT I
240 FOR I=1 TO NP
250 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
260 NEXT I
270 CLS
280 KEY OFF
290 SCREEN 2
300 VIEW(30,25)-(600,175),,1
310 VIEW(100,50)-(530,150),,1
320 WINDOW(0,100)-(100,-100)
330 LINE(50,-100)-(50,100)
340 LINE(0,0)-(100,0)
350 DEF FNB(X)=X
360 FOR I=1 TO NP
370 X1=XR(I):Y1=YR(I)
380 IF I=1 THEN GOTO 410
390 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
400 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
410 NEXT I
411 LOCATE 21,5:PRINT"eje-y-FRECUENCIAS"
412 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT"|":NEXT I
413 FOR I=1 TO 10:LOCATE 22,13+(I-1)*6:PRINT USING"###. ";10*XR((10-NP)/9+((NP-1)/9*I))/XR(NP):NEXT I
414 LOCATE 4,15: PRINT " E J E - Y distri.de amplitudes fre.series FRAINGRE"
415 LOCATE 7,9: PRINT " + MAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT "0": LOCATE 19,9: PRINT
"- M"
416 LOCATE 6,15: PRINT" ESTUDIO NORMALIDAD RESIDUOS "
420 RS=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
430 RETURN

```

LISTADO

PROGRAMA :
MCARSÍ6

```

1000 REM"MCARSI6"
1001 SCREEN 0
1002 COLOR 4,8,2
1005 REM "MODIFICACION DE MCARSI5 PARA ADAPTARSE A FICHEROS ALEATORIOS"
1010 CLS
1020 LET P=2
1030 TV=2
1040 PRINT "NUMERO DE DATOS = N"
1050 INPUT "N=";N
1060 DIM X(N,P+1):DIM TX(P+1,N):DIM F1(N,N):DIM F2(N,N):DIM Y(N):DIM PU(N,N)
1070 DIM B(3+N,3+N):DIM A(3+N,3+N)
1080 DIM ME(P+3)
1090 DIM VZ(P+3):DIM DT(P+3)
1100 DIM BETA(P+1,1)
1110 DIM E(N,1)
1120 DIM XZ(TV,N):DIM ZZ(N):DIM ALPHA(300):DIM RHO(300)
1130 DIM YZ(TV,N)
1140 DIM Z(N,TV+1)
1150 DIM CO(TV+1)
1160 DIM L(P+2,P+2)
1170 DIM R(P+2,P+2)
1180 OPEN "C:\MCARSI\DATCAR.DAT" AS #1 LEN =34
1181 FIELD #1, 16 AS S$, 16 AS T$, 2 AS O$
1182 FOR I=1 TO N
1183 GET #1,I
1184 XZ(1,I)=CVD(S$):PRINT XZ(1,I)
1185 XZ(2,I)=CVD(T$):PRINT XZ(2,I)
1186 NEXT I
1240 CLOSE
1250 OPEN "C:\MCARSI\DATCARF.DAT" AS #1 LEN = 16
1260 FIELD #1, 16 AS V$
1270 FOR I=1 TO N
1275 GET #1,I
1280 ZZ(I) = CVD(V$):PRINT ZZ(I)
1285 NEXT I
1286 CLS
1290 CLOSE
1291 GOSUB 6000
1292 LOCATE 6,12:PRINT " PROGRAMA QUE LINEALIZA LA ECUACION DE GAROFALO"
1293 LOCATE 7,12:PRINT " PARA OPTIMIZAR EL AJUSTE POR REGRESION POR PLANOS"
1294 LOCATE 8,12:PRINT " RECORRIENDO DIFERENTES VALORES DE ALFA "
1295 LOCATE 9,12:PRINT " TOMA COMO AJUSTE OPTIMO EL DE MAYOR VALOR DE R'(2)"
1300 LOCATE 12,20:INPUT "ALFAMIN=";ALFAMIN
1310 LOCATE 13,20:INPUT "ALFAMAX=";ALFAMAX
1320 LOCATE 14,20:INPUT "ALFAPASO=";ALFAPASO
1321 DIM AX(ALFAPASO):DIM QX(ALFAPASO):DIM NX(ALFAPASO)
1330 ALFAINC = (ALFAMAX - ALFAMIN)/ALFAPASO
1340 MAXRHO = -10^(38)
1350 CLS
1360 PRINT:PRINT:PRINT
1370 PRINT " E S P E R E " :PRINT:PRINT:PRINT
1380 PRINT " U N O S "
1390 PRINT:PRINT:PRINT
1400 PRINT " M O M E N T O S "


---


1410 FOR IH1 = 1 TO ALFAPASO
1420 ALPHA(IH1) = ALFAMIN +(IH1-1)*ALFAINC
1430 FOR I=1 TO N
1440 YZ(1,I) = -1/XZ(2,I)
1450 YZ(2,I) = LOG((EXP(ALPHA(IH1)*XZ(1,I))-EXP(-ALPHA(IH1)*XZ(1,I)))/2)
1460 NEXT I
1470 OPEN "C:\MCARSI\FADATA" FOR OUTPUT AS #1
1480 FOR J=1 TO 2) - u
1490 FOR I=1 TO N
1500 WRITE #1,YZ(J,I)

```

```

1510 NEXT I
1520 NEXT J
1530 CLOSE #1
1540 OPEN "C:\MCARSI\FYDAT" FOR OUTPUT AS #1
1550 FOR I=1 TO N
1560 WRITE #1,ZZ(I)
1570 NEXT I
1580 CLOSE #1
1590 REM PRINT" MATRIZ DE COEFICIENTES X"
1600 REM PRINT" DATOS INTRODUCIDOS O LEIDOS DE DATA O LEIDOS DE FILE ?"
1610 REM PRINT " INTRO=1 LEIDOS DE DATA =2 LEIDOS DE FILE = 3"
1620 REM INPUT COSA
1630 COSA = 3
1640 IF COSA =3 THEN GOSUB 4660
1650 IF COSA =3 THEN GOTO 1660
1660 PRINT
1670 FOR J=1 TO P+1:ME(J)=0:NEXT J
1680 FOR J=1 TO P+1
1690 FOR I=1 TO N
1700 ME(J)=ME(J)+X(I,J)
1710 NEXT I
1720 ME(J)=ME(J)/N
1730 NEXT J
1740 CLS
1750 SCT=0
1760 MM=0
1770 IF COSA=3 THEN GOTO 1790
1780 MM=0
1790 FOR I=1 TO N:MM=MM+Y(I):NEXT I :MM=MM/N
1800 REM PRINT" MEDIA Y=";MM
1810 GOSUB 4480
1820 REM PRINT" MATRIZ DE VARIANZAS COVARIANZAS"
1830 FOR I=1 TO P+1
1840 FOR J=1 TO P+1
1850 NEXT J
1860 REM PRINT
1870 NEXT I
1871 CLS
1872 REM GOSUB 6000
1880 REM PRINT" MATRIZ DE CORRELACIONES"
1890 FOR I=1 TO P+1
1910 FOR J=1 TO P+1
1920 REM PRINT"R(";I;J;")="; INT(R(I,J)*10000)/10000
1930 NEXT J
1940 PRINT
1950 NEXT I
1960 SCT=0:FOR I=1 TO N:SCT=SCT+(Y(I)-MM)^2:NEXT I
1970 REM PRINT" TRANSPUESTA"
1980 FOR I=1 TO P+1
1990 FOR J=1 TO N
2000 TX(I,J)=X(J,I)
2010 NEXT J
2020 NEXT I
2030 FOR I=1 TO P+1
2040 FOR J=1 TO N
2050 F1(I,J)=TX(I,J)
2060 NEXT J
2070 NEXT I
2080 FOR I=1 TO N
2090 FOR J=1 TO P+1
2100 F2(I,J)=X(I,J)
2110 NEXT J
2120 NEXT I
2130 N1=P+1:N2=P+1:N3=N

```

```

2140 GOSUB 3880
2150 REM PRINT" MATRIZ PRODUCTO DE X'.X"
2160 FOR I=1 TO P+1
2170 FOR J=1 TO P+1
2180 A(I,J)=PU(I,J)
2190 NEXT J
2200 NEXT I
2210 NG=N:N=P+1
2220 GOSUB 3340
2230 REM PRINT " MATRIZ INVERSA (X'.X)-1"
2240 N=NG
2250 FOR I=1 TO P+1
2260 FOR J=1 TO P+1
2270 F1(I,J)=B(I,J)
2280 NEXT J
2290 NEXT I
2300 FOR I=1 TO P+1
2310 FOR J=1 TO N
2320 F2(I,J)=TX(I,J)
2330 NEXT J
2340 NEXT I
2350 N1=P+1:N2=N:N3=P+1
2360 GOSUB 3880
2370 REM PRINT" PRODUCTO INVERSA POR T. (X'X)-1.X'"
2380 REM PRINT" SE PRESENTA ELPRODUCTO TRANSPUESTO"
2390 FOR J=1 TO N
2400 FOR I=1 TO P+1
2410 F1(I,J)=PU(I,J)
2420 NEXT I
2430 NEXT J
2440 FOR I=1 TO N
2450 FOR J=1 TO 1
2460 F2(I,J)=Y(I)
2470 NEXT J
2480 NEXT I
2490 N1=P+1:N2=1:N3=N
2500 GOSUB 3880
2510 REM PRINT" CALCULO DE COEFICIENTE DE AJUSTE MODELO LINEAL"
2520 FOR I=1 TO P+1
2530 FOR J=1 TO 1
2540 BETA(I,J)=PU(I,J)
2550 NEXT J
2560 NEXT I
2570 REM PRINT" CALCULO DE LOS RESIDUOS DEL AJUSTE"
2580 GOTO 3980
2590 FOR I=1 TO N
2600 FOR J=1 TO 1
2610 NEXT J
2620 NEXT I
2630 REM PRINT "ESTIMACION DE SIGMA CUADRADO"
2640 GOTO 4320
2650 REM PRINT "SIGMADOS=";SIGMADOS
2660 REM PRINT "MATRIZ DE VARIANZAS-COVARIANZAS"
2670 GOTO 4410
2680 REM print
2690 FOR I=1 TO P+1
2700 FOR J=1 TO P+1
2710 REM PRINT"V(";I;" ";J;"")=";B(I,J);
2720 REM PRINT B(I,J);
2730 VZ(I)=B(I,I)
2740 NEXT J
2750 REM PRINT
2760 REM PRINT
2770 NEXT I

```

```

2780 N1=P+1:N2=1:N3=N
2790 FOR I=1 TO P+1
2800 FOR J=1 TO N
2810 F1(I,J)=TX(I,J)
2820 NEXT J
2830 NEXT I
2840 FOR I=1 TO N
2850 FOR J=1 TO 1
2860 F2(I,J)=Y(I)
2870 NEXT J
2880 NEXT I
2890 GOSUB 3880
2900 SCR=0
2910 FOR I=1 TO P+1
2920 SCR=SCR+BETA(I,1)*PU(I,1)
2930 NEXT I
2940 SX=0
2950 FOR J=1 TO P+1:SW=0:FOR I=1 TO N:SW=SW+(X(I,J)-ME(J))*Y(I):NEXT I: SX=SW+SW*
BETA(J,1):NEXT J
2960 SCR= SX
2970 SRC=SCT-SCR
2980 REM PRINT" T A B L A D E L A N O V A "
2990 REM PRINT" FUENTE SUM. CUA. G.D.L. MEDIA C. F
3000 REM PRINT"-----"
3010 REM PRINT"REGRES.* ,SCR,P,SCR/P
3020 REM PRINT"RESIDUOS",SRC,N-P-1,SRC/(N-P-1)
3030 REM PRINT"-----"
3040 REM PRINT"TOTAL",SCT,1,"F=";SCR*(N-P-1)/(SRC*P)
3050 REM PRINT"-----"
3060 RR=SCR/SCT:SR=SQR(RR)
3070 REM PRINT" R^2 = ";RR,"R =" ;SR
3080 IF SR > MAXRHO THEN MAXRHO=SR:CKX=IHL:ALMAX=BETA(1,1):QMAX=BETA(2,1):NMAX=B
ETA(3,1)
3090 RHO(IHL)=SR
3100 REM PRINT" DESVIACIONES ESTANDAR DE LOS COEFICIENTES DEL AJUSTE<"
3110 FOR I=1 TO P+1
3120 DT(I)=SQR(VZ(I))
3130 REM PRINT "I=";I,"B(";I;")=";BETA(I,1),"VAR(";I;")=";VZ(I),"DT(";I;")=";DT(
I)
3140 NEXT I
3150 REM PRINT" ESTADISTICOS PARA TEST DE HIPOTESIS DE LOS COEFICIENTES"
3155 AX(IHL)=BETA(1,1):QX(IHL)=BETA(2,1):NX(IHL)=BETA(3,1)
3160 NEXT IHL
3170 PRINT "MAXIMOS DEL RECORRIDO"
3180 PRINT "PASO =" ;CKK
3190 PRINT "VAL.MAX. DE LOG(A)=" ;ALMAX
3200 PRINT "VAL.MAX. DE Q =" ;QMAX
3210 PRINT "VAL.MAX. DE N =" ;NMAX
3220 PRINT "VAL.MAX. DE ALFA =" ;ALPHA(CKK)
3230 PRINT "VAL.MAX. DE R =" ;RHO(CKK)
3240 PRINT "=====
3241 OPEN "ALFAM.DAT" FOR OUTPUT AS #1
3242 WRITE #1, ALPHA(CKK)
3243 CLOSE #1
3250 OPEN "C:\MCARSI\R.DAT" FOR OUTPUT AS #1
3260 FOR I=1 TO ALFAPASO
3270 WRITE #1,RHO(I)
3280 NEXT I
3290 CLOSE #1
3291 OPEN "rq.dat" FOR OUTPUT AS #1
3292 FOR I=1 TO ALFAPASO:WRITE #1,QX(I):NEXT I
3293 CLOSE #1
3295 OPEN "ra.dat" FOR OUTPUT AS #1
3296 FOR I=1 TO ALFAPASO

```

```

3297 WRITE #1,AX(I)
3298 NEXT I
3299 CLOSE #1
3300 OPEN "rn.dat" FOR OUTPUT AS #1
3301 FOR I=1 TO ALFAPASO:WRITE #1,NX(I):NEXT I
3302 CLOSE #1
3303 OPEN "ral.dat" FOR OUTPUT AS #1
3304 FOR I=1 TO ALFAPASO:WRITE #1, ALPHA(I):NEXT I
3305 CLOSE #1
3309 INPUT "pausa?";PAUSA
3310 CHAIN "C:\MCARSI\MCARSI7.BAS"
3320 END RC
3330 REM"inver"
3340 REM' inversion de la matriz jacobiana ma(l,k)
3350 REM' metodo de eliminacion de gauss-jordan
3360 REM 'matriz de entrada a y de salida b
3370 FOR I=1 TO N
3380 FOR J=1 TO N
3390 B(I,J+N)=0
3400 B(I,J)=A(I,J)
3410 NEXT J
3420 B(I,I+N)=1
3430 NEXT I
3440 FOR K=1 TO N
3450 IF K=N THEN GOTO 3580
3460 M=K
3470 REM' hallar elemento mayor
3480 FOR I=K+1 TO N
3490 IF ABS(B(I,K))>ABS(B(M,K)) THEN M=I
3500 NEXT I
3510 IF M=K THEN GOTO 3580
3520 FOR J=K TO 2*N
3530 B=M(B(K,J))
3540 B(K,J)=B(M,J)
3550 B(M,J)=B
3560 NEXT J
3570 REM' dividir fila k
3580 FOR J=K+1 TO 2*N
3590 B(K,J)=B(K,J)/B(K,K)
3600 NEXT J
3610 IF K=1 THEN GOTO 3680
3620 FOR I=1 TO K-1
3630 FOR J=K+1 TO 2*N
3640 B(I,J)=B(I,J)-B(I,K)*B(K,J)
3650 NEXT J
3660 NEXT I
3670 IF K=N THEN GOTO 3730
3680 FOR I=K+1 TO N
3690 FOR J=K+1 TO 2*N
3700 B(I,J)= B(I,J) - B(I,K)*B(K,J)
3710 NEXT J
3720 NEXT I
3730 NEXT K
3740 REM' inversion
3750 FOR I=1 TO N
3760 FOR J=1 TO N
3770 B(I,J)=B(I,J+N)
3780 NEXT J
3790 NEXT I
3800 FOR I=1 TO N
3810 FOR J=1 TO N
3820 REM PRINT "b(";I;" ";J;" )=";B(I,J);
3830 NEXT J
3840 REM PRINT

```

```

3850 NEXT I
3860 RETURN
3870 REM"PROD"
3880 FOR I=1 TO N1
3890 FOR J=1 TO N2
3900 YU=0
3910 FOR K=1 TO N3
3920 YU=YU+F1(I,K)*F2(K,J)
3930 NEXT K
3940 PU(I,J)=YU
3950 NEXT J
3960 NEXT I
3970 RETURN
3980 REM"CALCULO DE RESIDUOS"
3990 REM DIM E(N,1)
4000 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO P+1
4010 F1(I,J)=X(I,J)
4020 NEXT J:NEXT I
4030 FOR I=1 TO P+1
4040 FOR J=1 TO 1
4050 F2(I,J)=BETA(I,J)
4060 NEXT J
4070 NEXT I
4080 N1=N:N2=1:N3=P+1
4090 GOSUB 3880
4100 REM PRINT"PREVISIONES"
4110 FOR I=1 TO N
4120 FOR J=1 TO 1
4130 REM PRINT "YE(";I;" , ";J;" )=";PU(I,J)
4140 NEXT J
4150 NEXT I
4160 OPEN"PREVI" FOR OUTPUT AS #1
4170 FOR I=1 TO N
4180 FOR J=1 TO 1
4190 WRITE #1,PU(I,J)
4200 NEXT J
4210 NEXT I
4220 CLOSE #1
4230 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1:E(I,J)=Y(I)-PU(I,J):NEXT J:NEXT I
4240 OPEN "RESFRAIN" FOR OUTPUT AS #1
4250 FOR I=1 TO N
4260 FOR J=1 TO 1
4270 WRITE #1,E(I,J)
4280 NEXT J
4290 NEXT I
4300 CLOSE #1
4310 GOTO 2590
4320 REM PRINT " ESTIMACION DE SIGMA CUADRADO"
4330 SUM=0
4340 FOR I=1 TO N
4350 FOR J=1 TO 1
4360 SUM=SUM+E(I,J)*E(I,J)
4370 NEXT J
4380 NEXT I
4390 SIGMADOS=SUM/(N-P-1)
4400 GOTO 2650
4410 REM PRINT" MATRIZ DE VARIANZAS COVARIANZAS"
4420 FOR I=1 TO P+1
4430 FOR J=1 TO P+1
4440 B(I,J)=SIGMADOS*B(I,J)
4450 NEXT J
4460 NEXT I
4470 GOTO 2680
4480 REM ' CALCULO DE MATRIZ DE VARIANZAS COVARIANZAS'

```

```

4490 FOR I=1 TO N:X(I,0)=X(I,1):X(I,1)=Y(I):NEXT I
4500 ME(0)=ME(1):ME(1)=MM
4510 REM DIM L(P+2,P+2)
4520 REM DIM R(P+2,P+2)
4530 FOR I=1 TO P+1
4540 FOR J=1 TO P+1
4550 SH=0
4560 FOR H=1 TO N
4570 SH=SH+(X(H,I)-ME(I))*(X(H,J)-ME(J))
4580 NEXT H
4590 L(I,J)=SH/(N-1)
4600 NEXT J
4610 NEXT I
4620 FOR I=1 TO P+1:FOR J=1 TO P+1:R(I,J)=L(I,J)/SQR(L(I,I)*L(J,J)):NEXT J:NEXT
I
4630 FOR I=1 TO N:X(I,1)=X(I,0):NEXT I
4640 ME(1)=ME(0)
4650 RETURN
4660 REM PRINT
4670 REM DIM CO(TV+1)
4680 FOR I=1 TO N:Z(I,1)=1:NEXT I
4690 OPEN "FADATA" FOR INPUT AS #1
4700 FOR J=2 TO TV+1
4710 FOR I=1 TO N
4720 INPUT #1,Z(I,J)
4730 REM PRINT Z(I,J)
4740 NEXT I
4750 NEXT J
4760 REM PRINT" DESEA NO ESTUDIAR ALGUNA DE LAS VARIABLES EXPLICATIVAS"
4770 REM PRINT" SI O NO"
4780 RS="NO"
4790 IF RS="NO" THEN GOTO 4880
4800 REM PRINT" CUANTAS"
4810 INPUT NU
4820 PRINT" TECLEE EL NUMERO DE ORDEN SEGUN ESTAN EN FICHERO"
4830 FOR I=1 TO NU:INPUT CO(I):NEXT I
4840 PRINT" DE UN TOTAL DE TV=";TV;"VARIABLES EXPLICATIVAS"
4850 PRINT" DEJAREMOS DE ESTUDIAR NU=";NU;" EN LA PROXIMA REGRESION"
4860 PRINT" NO ESTUDIAREMOS LAS VARIABLES DE INDICES"
4870 FOR I=1 TO NU:PRINT "VARIABLE = ";CO(I):NEXT I
4880 CO=0
4890 HJ=1
4900 FOR J=1 TO TV+1-NU
4910 FOR H=HJ TO TV+1
4920 CI=0
4930 FOR R=1 TO NU
4940 IF R=CO(R) THEN CI=CI+1
4950 NEXT R
4960 IF CI=0 THEN GOTO 5020
4970 FOR I=1 TO N
4980 QU=1
4990 Y(I,J)=Z(I,H)
5000 NEXT I
5010 HJ=H+1:GOTO 5040
5020 CI=0
5030 NEXT H
5040 NEXT J
5050 REM PRINT" ENTRADA DE DATOS DE VARIABLE A EXPLICAR"
5060 CLOSE #1
5070 OPEN "PYDAT" FOR INPUT AS #1
5080 FOR I=1 TO N
5090 INPUT #1,Y(I)
5100 NEXT I
5110 CLOSE #1

```

LISTADO

PROGRAMA :
MCARSÍ7

```

1000 REM"MCARSI7"
1005 REM "MODIFICACION DE MCARSI6 PARA OPTNER DATOS ESTADISTICOS"
1010 CLS
1020 LET P=2
1030 TV=2
1031 URSS =0
1032 PRINT "NUMERO DE DATOS DEL FICHERO DATCAR.DAT"
1040 PRINT "NUMERO DE DATOS = N"
1050 INPUT "N=";N
1051 DIM CP(4,4):DIM VB(4,4):DIM DB(4,4)
1060 DIM X(N,P+1):DIM TX(P+1,N):DIM F1(N,N):DIM F2(N,N):DIM Y(N):DIM PU(N,N)
1070 DIM B(3+N,3+N):DIM A(3+N,3+N)
1080 DIM ME(P+3)
1090 DIM VZ(P+3):DIM DT(P+3)
1100 DIM BETA(P+1,1)
1110 DIM E(N,1)
1120 DIM XZ(TV,N):DIM ZZ(N):DIM ALFHA(300):DIM RHO(300)
1130 DIM YZ(TV,N)
1140 DIM Z(N,TV+1)
1150 DIM CO(TV+1)
1160 DIM L(P+2,P+2)
1170 DIM R(P+2,P+2)
1180 OPEN "C:\MCARSI\DATCAR.DAT" AS #1 LEN =34
1181 FIELD #1, 16 AS S$, 16 AS T$, 2 AS O$
1182 FOR I=1 TO N
1183 GET #1,I
1184 XZ(1,I)=CVD(S$):PRINT XZ(1,I)
1185 XZ(2,I)=CVD(T$):PRINT XZ(2,I)
1186 NEXT I
1240 CLOSE
1250 OPEN "C:\MCARSI\DATCARF.DAT" AS #1 LEN = 16
1260 FIELD #1, 16 AS V$
1270 FOR I=1 TO N
1275 GET #1,I
1280 ZZ(I) = CVD(V$):PRINT ZZ(I)
1285 NEXT I
1286 CLS
1290 CLOSE
1291 GOSUB 6000
1292 LOCATE 6,12:PRINT " PROGRAMA QUE LINEALIZA LA ECUACION DE GAROFALO"
1293 LOCATE 7,12:PRINT " PARA OPTIMIZAR EL AJUSTE POR REGRESION POR PLANOS"
1294 LOCATE 8,12:PRINT " RECORRIENDO DIFERENTES VALORES DE ALFA "
1295 LOCATE 9,12:PRINT " TOMA COMO AJUSTE OPTIMO EL DE MAYOR VALOR DE R^(2)"
1296 LOCATE 12,18:INPUT "?CONTINUAMOS (S/N)";R$
1297 IF R$="S" THEN GOTO 1300 ELSE END
1300 REM LOCATE 12,20:INPUT "ALFAMIN=";ALFAMIN
1310 REM LOCATE 13,20:INPUT "ALFAMAX=";ALFAMAX
1320 REM LOCATE 14,20:INPUT "ALFAPASO=";ALFAPASO
1321 DIM AX(ALFAPASO):DIM QX(ALFAPASO):DIM NX(ALFAPASO)
1330 REM ALFAINC = (ALFAMAX - ALFAMIN)/ALFAPASO
1340 MAXRHO = -10^(38)
1350 CLS
1351 GOSUB 6000
1360 REM PRINT:PRINT:PRINT
1370 LOCATE 6,15:PRINT " E S P E R E ":PRINT:PRINT:PRINT
1380 LOCATE 8,15:PRINT " U N O S "
1390 REM PRINT:PRINT:PRINT
1400 LOCATE 10,15:PRINT " M O M E N T O S"
1401 LOCATE 12,12:PRINT " PUEDE TARDAR HASTA UNA HORA SEGUN DATOS"
1402 LOCATE 14,20:INPUT "?CONTINUAMOS (S/N)";R$
1403 IF R$="S" THEN GOTO 1410 ELSE END
1410 REM FOR IH1 = 1 TO ALFAPASO
1411 OPEN "C:\MCARSI\ALFAM.DAT" FOR INPUT AS #1
1412 INPUT #1,ALFA

```

```

1413 CLOSE #1
1420 REM ALPHA(IH1) = ALFAMIN +(IH1-1)*ALFAINC
1430 FOR I=1 TO N
1440 YZ(1,I) = -1/XZ(2,I)
1450 YZ(2,I)= LOG((EXP(ALFA*XZ(1,I))-EXP(-ALFA*XZ(1,I)))/2)
1460 NEXT I
1470 OPEN "C:\MCARSI\FADATA" FOR OUTPUT AS #1
1480 FOR J=1 TO 2
1490 FOR I=1 TO N
1500 WRITE #1,YZ(J,I)
1510 NEXT I
1520 NEXT J
1530 CLOSE #1
1540 OPEN "C:\MCARSI\FYDAT" FOR OUTPUT AS #1
1550 FOR I=1 TO N
1560 WRITE #1,ZZ(I)
1570 NEXT I
1580 CLOSE #1
1590 REM PRINT" MATRIZ DE COEFICIENTES X"
1600 REM PRINT" DATOS INTRODUCIDOS O LEIDOS DE DATA O LEIDOS DE FILE ?"
1610 REM PRINT " INTRO=1 LEIDOS DE DATA =2 LEIDOS DE FILE = 3"
1620 REM INPUT COSA
1630 COSA = 3
1640 IF COSA =3 THEN GOSUB 4660
1650 IF COSA =3 THEN GOTO 1660
1660 PRINT
1670 FOR J=1 TO P+1:ME(J)=0:NEXT J
1680 FOR J=1 TO P+1
1690 FOR I=1 TO N
1700 ME(J)=ME(J)+X(I,J)
1710 NEXT I
1720 ME(J)=ME(J)/N
1730 NEXT J
1740 CLS
1750 SCT=0
1760 MM=0
1770 IF COSA=3 THEN GOTO 1790
1780 MM=0
1790 FOR I=1 TO N:MM=MM+Y(I):NEXT I :MM=MM/N
1800 REM PRINT" MEDIA Y=";MM
1810 GOSUB 4480
1820 REM PRINT" MATRIZ DE VARIANZAS COVARIANZAS"
1830 FOR I=1 TO P+1
1840 FOR J=1 TO P+1
1850 NEXT J
1860 REM PRINT
1870 NEXT I
1871 CLS
1872 GOSUB 6000
1880 LOCATE 4,22: PRINT" MATRIZ DE CORRELACIONES" ●
1890 FOR I=1 TO P+1
1910 FOR J=1 TO P+1
1920 LOCATE I*6,J*20-8: PRINT"R(;"I;J;" )="; INT(R(I,J)*10000)/10000
1930 NEXT J
1940 REM PRINT
1950 NEXT I
1951 LOCATE 20,20:INPUT "¿CONTINUAMOS (S/N)";R$
1952 IF R$="S" THEN GOTO 1960 ELSE END
1960 SCT=0:FOR I=1 TO N:SCT=SCT+(Y(I)-MM)^2:NEXT I
1961 CLS
1970 REM PRINT" TRANSPUESTA"
1980 FOR I=1 TO P+1
1990 FOR J=1 TO N
2000 TX(I,J)=X(J,I)

```

```

2010 NEXT J
2020 NEXT I
2030 FOR I=1 TO P+1
2040 FOR J=1 TO N
2050 F1(I,J)=TX(I,J)
2060 NEXT J
2070 NEXT I
2080 FOR I=1 TO N
2090 FOR J=1 TO P+1
2100 F2(I,J)=X(I,J)
2110 NEXT J
2120 NEXT I
2130 N1=P+1:N2=P+1:N3=N
2140 GOSUB 3880
2150 REM PRINT" MATRIZ PRODUCTO DE X'.X"
2160 FOR I=1 TO P+1
2170 FOR J=1 TO P+1
2180 A(I,J)=PU(I,J)
2190 NEXT J
2200 NEXT I
2210 NG=N:N=P+1
2220 GOSUB 3340
2230 REM PRINT " MATRIZ INVERSA (X'.X)-1"
2240 N=NG
2250 FOR I=1 TO P+1
2260 FOR J=1 TO P+1
2270 F1(I,J)=B(I,J)
2271 CP(I,J)=F1(I,J)
2280 NEXT J
2290 NEXT I
2300 FOR I=1 TO P+1
2310 FOR J=1 TO N
2320 F2(I,J)=TX(I,J)
2330 NEXT J
2340 NEXT I
2350 N1=P+1:N2=N:N3=P+1
2360 GOSUB 3880
2370 REM PRINT" PRODUCTO INVERSA POR T. (X'X)-1.X'"
2380 REM PRINT" SE PRESENTA ELPRODUCTO TRANSPUESTO"
2390 FOR J=1 TO N
2400 FOR I=1 TO P+1
2410 F1(I,J)=PU(I,J)
2420 NEXT I
2430 NEXT J
2440 FOR I=1 TO N
2450 FOR J=1 TO 1
2460 F2(I,J)=Y(I)
2470 NEXT J
2480 NEXT I
2490 N1=P+1:N2=1:N3=N
2500 GOSUB 3880
2501 CLS
2502 GOSUB 6000
2510 LOCATE 3,10: PRINT" CALCULO DE COEFICIENTE DE AJUSTE MODELO LINEAL"
2520 FOR I=1 TO P+1
2530 FOR J=1 TO 1
2540 BETA(I,J)=PU(I,J)
2541 LOCATE 5+I,15:PRINT "BETA(";I;" ";J;" )=";BETA(I,J)
2550 NEXT J
2560 NEXT I
2561 LOCATE 11,15:INPUT"¿CONTINUAMOS (S/N)";R$
2562 IF R$="S" THEN GOTO 2565 ELSE END
2565 CLS
2566 GOSUB 6000

```

```

2570 LOCATE 4,12:PRINT" CALCULO DE LOS RESIDUOS DEL AJUSTE"
2580 GOTO 3980
2590 FOR I=1 TO N
2600 FOR J=1 TO 1
2610 NEXT J
2620 NEXT I
2630 LOCATE 6,12:PRINT "ESTIMACION DE SIGMA CUADRADO"
2640 GOTO 4320
2650 LOCATE 10,15:PRINT "SIGMADOS=";SIGMADOS
2651 LOCATE 14,19:INPUT "¿CONTINUAMOS (S/N)";R$
2652 IF R$="S" THEN CLS:GOTO 2653 ELSE END
2653 GOSUB 6000
2654 LOCATE 3,12:PRINT "DESVIACIONES TIPICAS COEFICIENTES AJUSTE"
2655 FOR I=1 TO P+1:FOR J=1 TO P+1
2656 VB(I,J)=CP(I,J)*SIGMADOS :DB(I,J)=SQR(VB(I,J))
2657 LOCATE 6+2*I,J*20-7:PRINT "D";I;J;"=";INT(DB(I,J)*10000)/10000
2658 NEXT J:NEXT I
2659 LOCATE 14,12:INPUT "¿CONTINUAMOS (S/N)";R$
2660 IF R$="S" THEN CLS:GOTO 2669 ELSE END
2669 REM PRINT "MATRIZ DE VARIANZAS-COVARIANZAS"
2670 GOTO 4410
2680 REM print
2690 FOR I=1 TO P+1
2700 FOR J=1 TO P+1
2710 REM PRINT"V(";I;";";J;")=";B(I,J);
2720 REM PRINT B(I,J);
2730 VZ(I)=B(I,I)
2740 NEXT J
2750 REM PRINT
2760 REM PRINT
2770 NEXT I
2780 N1=P+1:N2=1:N3=N
2790 FOR I=1 TO P+1
2800 FOR J=1 TO N
2810 F1(I,J)=TX(I,J)
2820 NEXT J
2830 NEXT I
2840 FOR I=1 TO N
2850 FOR J=1 TO 1
2860 F2(I,J)=Y(I)
2870 NEXT J
2880 NEXT I
2890 GOSUB 3880
2900 SCR=0
2910 FOR I=1 TO P+1
2920 SCR=SCR+BETA(I,1)*PU(I,1)
2930 NEXT I
2940 SX=0
2950 FOR J=1 TO P+1:SW=0:FOR I=1 TO N:SW=SW+(X(I,J)-ME(J))*Y(I):NEXT I: SX= SX+SW*
BETA(J,1):NEXT J
2960 SCR= SX
2970 SRC=SCT-SCR
2971 CLS
2972 GOSUB 6000
2980 LOCATE 3,12:PRINT"  T A B L A   D E L       A N O   V A           "
2990 LOCATE 4,12: PRINT" FUENTE          SUM. CUA.      G.D.L.          MEDIA C.   F
3000 LOCATE 5,12:PRINT"-----"
"
3010 LOCATE 6,12:PRINT"REGRES." ,SCR,P,SCR/P
3020 LOCATE 7,12:PRINT"RESIDUOS" ,SRC,N-P-1,SRC/(N-P-1)
3030 LOCATE 8,12:PRINT"-----"
"
3040 LOCATE 9,12:PRINT"TOTAL" ,SCT,I,"F=";SCR*(N-P-1)/(SRC*P)
3050 LOCATE 10,12:PRINT"-----"

```

```

-#
3060 RR=SCR/SCT:SR=SQR(RR)
3070 LOCATE 13,18:PRINT" R^2 = ";RR,"R =" ;SR
3080 MAXRHO=SR:ALMAX=BETA(1,1):QMAX=BETA(2,1):NMAX=BETA(3,1)
3090 REM RHO(IH1)=SR
3091 LOCATE 14,12:INPUT "&CONTINUAMOS (S/N)";R$
3092 IF R$="S" THEN GOTO 3100 ELSE END
3100 REM PRINT" DESVIACIONES ESTANDAR DE LOS COEFICIENTES DEL AJUSTE<"
3101 CLS
3110 FOR I=1 TO P+1
3120 DT(I)=SQR(VZ(I))
3130 REM PRINT "I=";I,"B(" ;I ;")=" ;BETA(I,1) ,"VAR(" ;I ;")=" ;VZ(I) ,"DT(" ;I ;")=" ;DT(
I)
3140 NEXT I
3150 REM PRINT" ESTADISTICOS PARA TEST DE HIPOTESIS DE LOS COEFICIENTES"
3155 AX(IH1)=BETA(1,1):QX(IH1)=BETA(2,1):NX(IH1)=BETA(3,1)
3160 REM NEXT IH1
3161 CLS
3162 GOSUB 6000
3170 LOCATE 5,18:PRINT "COEFICIENTES DEL AJUSTE MULTILINEAL"
3180 REM LOCATE 8,18:PRINT "PASO =" ;CKK
3190 LOCATE 9,18:PRINT "LOG(A)=" ;[" ;ALMAX- 1.65*DB(1,1) ;" ;" ;ALMAX+1.65*DB(1,1) ;
" ]
3200 LOCATE 10,18:PRINT "Q      =" ;[" ;QMAX-1.65*DB(2,2) ;" ;" ;QMAX+1.65*DB(2,2) ;" ]
"
3210 LOCATE 11,18:PRINT "N      =" ;[" ;NMAX-1.65*DB(3,3) ;" ;" ;NMAX+1.65*DB(3,3) ;" ]
"
3220 LOCATE 12,18:PRINT "ALFA =" ;ALFA
3230 LOCATE 13,18:PRINT "R      =" ;SR," R^(2) = " ;SR^(2)
3235 LOCATE 14,18:PRINT "=====
3239 LOCATE 16,18:INPUT "&CONTINUAMOS (S/N)";R$
3240 IF R$="S" THEN GOTO 3241 ELSE END
3241 REM OPEN "c:\mcarsi\ALFAM.DAT" FOR OUTPUT AS #1
3242 REM WRITE #1,ALPHA(CKK)
3243 REM CLOSE #1
3250 REM OPEN "c:\mcarsi\R.DAT" FOR OUTPUT AS #1
3260 REM FOR I=1 TO ALFAPASO
3270 REM WRITE #1,RHO(I)
3280 REM NEXT I
3290 REM CLOSE #1
3291 REM OPEN "c:\mcarsi\rq.dat" FOR OUTPUT AS #1
3292 REM FOR I=1 TO ALFAPASO:WRITE #1,QX(I):NEXT I
3293 REM CLOSE #1
3295 REM OPEN "c:\mcarsi\ra.dat" FOR OUTPUT AS #1
3296 REM FOR I=1 TO ALFAPASO
3297 REM WRITE #1,AX(I)
3298 REM NEXT I
3299 REM CLOSE #1
3300 REM REM OPEN "c:\mcarsi\rn.dat" FOR OUTPUT AS #1
3301 REM FOR I=1 TO ALFAPASO:WRITE #1,NX(I):NEXT I
3302 REM CLOSE #1
3303 REM OPEN "c:\mcarsi\ral.dat" FOR OUTPUT AS #1
3304 REM FOR I=1 TO ALFAPASO:WRITE #1, ALPHA(I):NEXT I
3305 REM CLOSE #1
3306 URSS =1
3307 GOSUB 3980
3309 INPUT "pausa?";PAUSA
3310 CHAIN "C:\MCARSI\RESIDUOS.BAS"
3320 END
3330 REM" inver"
3340 REM' inversion de la matriz jacobiana ma(l,k)
3350 REM' metodo de eliminacion de gauss-jordan
3360 REM 'matriz de entrada a y de salida b
3370 FOR I=1 TO N

```

```

3380 FOR J=1 TO N
3390 B(I,J+N)=0
3400 B(I,J)=A(I,J)
3410 NEXT J
3420 B(I,I+N)=1
3430 NEXT I
3440 FOR K=1 TO N
3450 IF K=N THEN GOTO 3580
3460 M=K
3470 REM' hallar elemento mayor
3480 FOR I=K+1 TO N
3490 IF ABS(B(I,K))>ABS(B(M,K)) THEN M=I
3500 NEXT I
3510 IF M=K THEN GOTO 3580
3520 FOR J=K TO 2*N
3530 B=B(K,J)
3540 B(K,J)=B(M,J)
3550 B(M,J)=B
3560 NEXT J
3570 REM' dividir fila k
3580 FOR J=K+1 TO 2*N
3590 B(K,J)=B(K,J)/B(K,K)
3600 NEXT J
3610 IF K=1 THEN GOTO 3680
3620 FOR I=1 TO K-1
3630 FOR J=K+1 TO 2*N
3640 B(I,J)=B(I,J)-B(I,K)*B(K,J)
3650 NEXT J
3660 NEXT I
3670 IF K=N THEN GOTO 3730
3680 FOR I=K+1 TO N
3690 FOR J=K+1 TO 2*N
3700 B(I,J)= B(I,J) - B(I,K)*B(K,J)
3710 NEXT J
3720 NEXT I
3730 NEXT K
3740 REM' inversion
3750 FOR I=1 TO N
3760 FOR J=1 TO N
3770 B(I,J)=B(I,J+N)
3780 NEXT J
3790 NEXT I
3800 FOR I=1 TO N
3810 FOR J=1 TO N
3820 REM PRINT "b(";I;" ";J;"")=";B(I,J);
3830 NEXT J
3840 REM PRINT
3850 NEXT I
3860 RETURN
3870 REM"PROD"
3880 FOR I=1 TO N1
3890 FOR J=1 TO N2
3900 YU=0
3910 FOR K=1 TO N3
3920 YU=YU+F1(I,K)*F2(K,J)
3930 NEXT K
3940 PU(I,J)=YU
3950 NEXT J
3960 NEXT I
3970 RETURN
3980 REM"CALCULO DE RESIDUOS"
3990 REM DIM E(N,1)
4000 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO P+1
4010 F1(I,J)=X(I,J)

```

```

4020 NEXT J:NEXT I
4030 FOR I=1 TO P+1
4040 FOR J=1 TO 1
4050 F2(I,J)=BETA(I,J)
4060 NEXT J
4070 NEXT I
4080 N1=N:N2=1:N3=P+1
4090 GOSUB 3880
4100 REM PRINT"PREVISIONES"
4110 FOR I=1 TO N
4120 FOR J=1 TO 1
4130 REM PRINT "YE(";I;" , ";J;")=";PU(I,J)
4140 NEXT J
4150 NEXT I
4160 OPEN"c:\mcarsi\PREVI" FOR OUTPUT AS #1
4170 FOR I=1 TO N
4180 FOR J=1 TO 1
4190 WRITE #1,PU(I,J)
4200 NEXT J
4210 NEXT I
4220 CLOSE #1
4230 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1:E(I,J)=Y(I)-PU(I,J):NEXT J:NEXT I
4240 OPEN "C:\MCARSI\RESFRAIN" FOR OUTPUT AS #1
4250 FOR I=1 TO N
4260 FOR J=1 TO 1
4270 WRITE #1,E(I,J)
4280 NEXT J
4290 NEXT I
4300 CLOSE #1
4301 IF URSS =1 THEN GOTO 4311
4310 GOTO 2590
4311 CLS
4312 GOSUB 6000
4320 LOCATE 5,15: PRINT " ESTIMACION DE SIGMA CUADRADO RESIDUOS"
4330 SUM=0
4340 FOR I=1 TO N
4350 FOR J=1 TO 1
4360 SUM=SUM+E(I,J)*E(I,J)
4370 NEXT J
4380 NEXT I
4390 SIGMADOS=SUM/(N-P-1)
4391 LOCATE 8,18:PRINT "SIGMADOS=";SIGMADOS
4392 LOCATE 12,18:INPUT "¿CONTINUAMOS (S/N)";R$
4393 IF R$="S" THEN CLS: GOTO 4400 ELSE END
4400 IF URSS =1 THEN GOTO 4410 ELSE GOTO 2650
4410 REM PRINT" MATRIZ DE VARIANZAS COVARIANZAS"
4420 FOR I=1 TO P+1
4430 FOR J=1 TO P+1
4440 B(I,J)=SIGMADOS*B(I,J)
4450 NEXT J
4460 NEXT I
4461 IF URSS =1 THEN GOTO 4480
4470 GOTO 2680
4480 REM ' CALCULO DE MATRIZ DE VARIANZAS COVARIANZAS'
4490 FOR I=1 TO N:X(I,0)=X(I,1):X(I,1)=Y(I):NEXT I
4500 ME(0)=ME(1):ME(1)=MM
4510 REM DIM L(P+2,P+2)
4520 REM DIM R(P+2,P+2)
4530 FOR I=1 TO P+1
4540 FOR J=1 TO P+1
4550 SH=0
4560 FOR H=1 TO N
4570 SH=SH+(X(H,I)-ME(I))*(X(H,J)-ME(J))
4580 NEXT H

```

```

4590 L(I,J)=SH/(N-1)
4600 NEXT J
4610 NEXT I
4620 FOR I=1 TO P+1:FOR J=1 TO P+1:R(I,J)=L(I,J)/SQR(L(I,I)*L(J,J)):NEXT J:NEXT
I
4630 FOR I=1 TO N:X(I,1)=X(I,0):NEXT I
4640 ME(1)=ME(0)
4650 RETURN
4660 REM PRINT
4670 REM DIM CO(TV+1)
4680 FOR I=1 TO N:Z(I,1)=1:NEXT I
4690 OPEN "c:\mcarsi\FADATA" FOR INPUT AS #1
4700 FOR J=2 TO TV+1
4710 FOR I=1 TO N
4720 INPUT #1,Z(I,J)
4730 REM PRINT Z(I,J)
4740 NEXT I
4750 NEXT J
4760 REM PRINT" DESEA NO ESTUDIAR ALGUNA DE LAS VARIABLES EXPLICATIVAS"
4770 REM PRINT" SI O NO"
4780 R$="NO"
4790 IF R$="NO" THEN GOTO 4880
4800 REM PRINT" CUANTAS"
4810 INPUT NU
4820 PRINT" TECLEE EL NUMERO DE ORDEN SEGUN ESTAN EN FICHERO"
4830 FOR I=1 TO NU:INPUT CO(I):NEXT I
4840 PRINT" DE UN TOTAL DE TV=";TV;"VARIABLES EXPLICATIVAS"
4850 PRINT" DEJAREMOS DE ESTUDIAR NU=";NU;" EN LA PROXIMA REGRESION"
4860 PRINT" NO ESTUDIAREMOS LAS VARIABLES DE INDICES"
4870 FOR I=1 TO NU:PRINT "VARIABLE = ";CO(I):NEXT I
4880 KC=0
4890 HJ=1
4900 FOR J=1 TO TV+1-NU
4910 FOR H=HJ TO TV+1
4920 C1=0
4930 FOR K=1 TO NU
4940 IF H=CO(K) THEN C1=C1+1
4950 NEXT K
4960 IF C1<>0 THEN GOTO 5020
4970 FOR I=1 TO N
4980 QU=1
4990 X(I,J)=Z(I,H)
5000 NEXT I
5010 HJ=H+1:GOTO 5040
5020 C1=0
5030 NEXT H
5040 NEXT J
5050 REM PRINT" ENTRADA DE DATOS DE VARIABLE A EXPLICAR"
5060 CLOSE #1
5070 OPEN "c:\mcarsi\FYDAT" FOR INPUT AS #1
5080 FOR I=1 TO N
5090 INPUT #1,Y(I)
5100 NEXT I
5110 CLOSE #1
5120 RETURN
6000 REM "RUTINA GRAFICA"
6010 LOCATE 4,10:PRINT CHR$(178);
6020 LI$ = STRING$(59,178)
6030 PRINT LI$:CHR$(178)
6040 FOR I=1 TO 20
6050 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(70);CHR$(178)
6060 NEXT I
6070 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(11) LI$;TAB(70) CHR$(178)
6100 RETURN

```

LISTADOS

PROGRAMS:A:

RESIDUOS

GARFRESI

GRAREGA

GRAREG1 / GRAREG2 / / GRAREG8

```

10 REM"residuos"
11 PRINT " PROGRAMA RESIDUOS "
12 PRINT " TAMAÑO EL MISMO DE LOS DATOS"
20 INPUT"tamaño=";N
30 DIM E(N+2):DIM ER(N+2):DIM Y(N+2)
40 PRINT" introduzca disco con fichero residuos"
50 INPUT "pausa";PEPE
60 OPEN "C:\MCARSI\RESFRAIN" FOR INPUT AS #1
70 FOR I=1 TO N
80 INPUT #1,E(I)
90 NEXT I
100 ME=0
110 FOR I=1 TO N
120 ME=ME+E(I)
130 NEXT I
140 ME=ME/N
150 VAR=0
160 FOR I=1 TO N
170 VAR=VAR+(E(I)-ME)^2
180 NEXT I
190 VAR=VAR/(N-1)
200 DTP=SQR(VAR)
210 INPUT"parame p=";P
220 VR=(N-1)*VAR/(N-P)
230 DRT = SQR(VR)
240 FOR I=1 TO N
250 ER(I)=(E(I)-ME)/DRT
260 NEXT I
270 PRINT" estudio de los residuos"
280 PRINT"===== "
290 PRINT" fichero RESFRAIN "
300 PRINT"-----"
310 PRINT" residuos","residuos reducidos"
320 PRINT"-----","-----"
330 FOR I=1 TO N
340 PRINT INT(E(I)*10000)/10000,INT(ER(I)*10000)/10000
350 NEXT I
351 INPUT "PAUSA";PEPE
360 PRINT"-----"
370 PRINT" datos fichero RESFRAIN"
380 PRINT"-----"
390 PRINT" media me=";ME
400 PRINT" varianzas var=";VAR
410 PRINT" ajusta a p-variables p=";P
420 PRINT" n-datos n=";N
430 PRINT" varianza reducida=";VR
440 PRINT" desv.tipica red drt=";DRT
450 PRINT"-----"
460 PRINT" estudio de lanormalidad"
470 PRINT" ESTUDIO DE LA NORMALIDAD RESIDUOS"
480 PRINT"-----"
490 CC=0
500 FOR I=1 TO N
510 IF -1.96 <= ER(I) AND ER(I) <=1.96 THEN CC=CC+1
520 NEXT I
530 FR=CC/N
540 PRINT" EN EL INTERVALO DE (-1.96;1.96)"
550 PRINT " SE ENCUENTRAN EL ...";FR*100;" % DE LOS RESIDUOS "
560 PRINT" -----"
570 PRINT" ESTUDIO DE COEFICIENTES COMPORTAMIENTO ANOMALIAS"
580 PRINT"-----"
600 PRINT" INTRODUCZA FICHERO CON DATOS VARIABLE EXPLICADA -X1"
610 INPUT"PAUSA";PEPE
620 CLOSE #1

```

```

630 OPEN "FYDAT" FOR INPUT AS #1
640 FOR I=1 TO N
650 INPUT #1,Y(I)
660 NEXT I
670 CLOSE #1
680 P=1:Q=1:SUM=0
690 FOR I=1 TO N
700 SUM=SUM+(E(I)^P)*(Y(I)^Q)
710 NEXT I
720 T11=SUM
730 PRINT "T11=";T11
740 P=2:Q=1:SUM=0
750 FOR I=1 TO N
760 SUM=SUM+(E(I)^P)*(Y(I)^Q)
770 NEXT I
780 T21=SUM
790 PRINT" T21=";T21
800 P=1:Q=2:SUM=0
810 FOR I=1 TO N
820 SUM=SUM+(E(I)^P)*(Y(I)^Q)
830 NEXT I
835 T12=SUM
840 PRINT "T12=";T12
900 PRINT"-----"
910 PRINT" CALCULO AUTOCOVIARIANZAS Y AUTOCORRELACIONES RUIDO"
920 PRINT"-----"
930 DIM C(N):DIM R(N)
940 FOR K=0 TO INT(N/3)
950 SUM=0
960 FOR I=1 TO N-K
970 SUM=SUM+(ER(I)*ER(I+K))
980 NEXT I
990 C(K)=SUM/(N-K)
1000 R(K)=C(K)/C(0)
1010 NEXT K
1011 OPEN "C:\MCARSI\AUTOCO.DAT" FOR OUTPUT AS #1
1020 FOR I=1 TO INT(N/3)
1030 PRINT "C(";I;")=";C(I),"R(";I;")=";R(I)
1031 WRITE #1,R(I)
1040 NEXT I
1041 CLOSE #1
1050 PRINT"-----"
1060 PRINT" RECHAZO DE OBSERVACIONES EXTREMAS"
1070 PRINT"-----"
1080 PRINT" ORDENACION DE LA MUESTRA"
1090 MAX=-9.999999E+37
1100 FOR I=1 TO N
1110 IF MAX >ER(I) THEN MAX=MAX ELSE MAX =ER(I)
1120 NEXT I
1130 ME=0:FOR I=1 TO N:ME=ME+ER(I):NEXT I:ME=ME/N
1140 TEXP=0
1150 SC=0
1160 FOR I=1 TO N
1170 SC=SC+(ER(I)-ME)^2
1180 NEXT I
1190 SM=N*ME^2
1200 TEXP=ABS(MAX-ME)/SQR(SC-SM)
1210 PRINT" TEST DE PRUEBA PARA XS=";MAX
1220 PRINT " TEXP = ";TEXP
1230 PRINT" A COMPARAR CON Tteo de STUDENT "
1240 PRINT"-----"
1242 CHAIN "C:\MCARSI\GRAFRESI.BAS"

```

```

10 REM "grafRESI"
11 PRINT " NUMERO DE DATOS DE DATCAR.DAT"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "C:\MCARSI\RESFRAIN" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 R$="no" :GOTO 170
110 M$=R$
120 PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "ci.dat" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF (YR(I))>MAX THEN MAX=(YR(I))
270 IF (YR(I))<MIN THEN MIN=(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I:rem PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:rem PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 R$="no"
340 IF R$="si" THEN INPUT"cual=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX
360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 R$="no":IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390 YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+(100-(200*MAX)/(MAX-MIN))
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 REM PRINT "i=";I:rem PRINT "xmax=";XMAX
490 REM PRINT "i=";I:rem PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I
510 REM PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
520 REM IF T$="si" THEN INPUT" cual?=";XMAX
530 REM PRINT "xmax=";XMAX
540 REM PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 REM IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620 XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+(100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))
630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)

```

```

640 NEXT I
650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no>?":INPUT E$
660 GOTO 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=1 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
850 GOTO 890
860 IF I=1 THEN GOTO 910
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
890 X1=XR(I):Y1=YR(I)
900 CIRCLE (X1,Y1),.8
901 LINE (X1,0)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"VAL.RELATIVO"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT"|":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " R E S I D U O S"
950 LOCATE 6,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT "0": LOCATE 21,5: PRINT "Y
MIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";XMAX
970 LOCATE 20,15:PRINT "XMIN=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" VALORES AJUSTE ENSAYO" ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
999 INPUT "PAUSA";PEPE
1000 CHAIN "C:\MCARSI\GRAREGA"

```

```

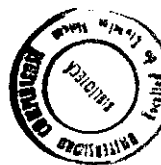
●10 REM "grarega"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 REM PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "C:\MCARSI\r.dat" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 REM INPUT R$:IF R$="no" THEN GOTO 170
101 REM GOTO 170:R$="si"
110 M$=R$
120 REM PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "C:\MCARSI\RAL.DAT" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF (YR(I))>MAX THEN MAX=(YR(I))
270 IF (YR(I))<MIN THEN MIN=(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I :REM PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:REM PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 REM INPUT R$
340 REM IF R$="si" THEN INPUT"cual=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX
360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 REM IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390 YR(I)=YR(I)*((200/(MAX-MIN))+((100-(200*MAX))/(MAX-MIN)))
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 M$="no":IF M$="SI" THEN GOTO 570
430 MXIN=(XR(1))
440 XMAX=(XR(1))
450 FOR I=2 TO ND
460 IF (XR(I))<MXIN THEN MXIN=(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF (XR(I))>XMAX THEN XMAX=(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 REM PRINT "i=";I:REM PRINT "xmax=";XMAX
490 REM PRINT "i=";I:REM PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I
501 PRINT "XMAX=";XMAX,"MXIN=";MXIN
510 REM PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
520 REM IF T$="si" THEN INPUT" cual?=";XMAX
530 REM PRINT "xmax=";XMAX
540 REM PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 REM IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
590 NEXT I
600 REM GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620 XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+((100-(100*XMAX))/(XMAX-MXIN))

```

```

630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)
640 NEXT I
650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no>?":INPUT E$
660 E$="no":IF E$="no" THEN 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 M$="no":IF M$="SI" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=2 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
860 IF I=1 THEN GOTO 910
865 X1=XR(I):Y1=YR(I)
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"COEFICIENTE DE REGRESION DE PEARSON"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT"|":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " E J E - X-RECORRIDO EN ALFA"
950 LOCATE 6,9: PRINT "R(MAX)=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT MIN+(MAX-MIN)/2: LOCATE
21,5: PRINT "R(MIN)";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "ALPHA(MAX)";XMAX
970 LOCATE 20,15:PRINT "ALPHA(MIN)";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" REPRESENTACION SERIE .COEF.REGRE.PEARSON-AJUSTE LINEA
L " ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
991 CHAIN "C:\MCARSI\GRAREG1"
1000 RETURN
*10 REM "grareg1"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 REM PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "rq.dat" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 REM INPUT R$:IF R$="no" THEN GOTO 170
101 GOTO 170
110 M$=R$
120 PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "tiempo" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX

```



```
250 FOR I=2 TO NP
260 IF ABS(YR(I))>MAX THEN MAX=ABS(YR(I))
270 IF ABS(YR(I))<MIN THEN MIN=ABS(YR(I))
280 REM PRINT "i=";I:PRINT "max=";MAX
290 REM PRINT "i=";I:PRINT "min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT " DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT " primero para el maximo"
330 REM INPUT R$
340 REM IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MAX
350 REM PRINT "max=";MAX
360 REM PRINT " despues para el minimo"
370 REM IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390 YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+(100-(200*MAX)/(MAX-MIN))
400 REM PRINT "yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 PRINT "i=";I:PRINT "xmax=";XMAX
490 PRINT "i=";I:PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I
510 PRINT " desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
520 IF T$="si" THEN INPUT " cual?=";XMAX
530 PRINT "xmax=";XMAX
540 PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620 XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+(100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))
630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)
640 NEXT I
650 REM PRINT " desea escribir datos reducidos <si/no?":INPUT E$
660 E$="no":IF E$="no" THEN 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=2 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
860 IF I=1 THEN GOTO 910
865 X1=XR(I):Y1=YR(I)
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
```

```

910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"eje-y-"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT".":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " E J E - X- ";S$
950 LOCATE 6,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT (MAX+MIN)/2:LOCATE 21,5: P
RINT "YMIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";ND
970 LOCATE 20,15:PRINT "XMIN=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" REPRESENTACION SERIE .VALORES DE Q(ACTI) FRENTE A ITE
RACIONES " ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
991 CHAIN"grareg2"
1000 RETURN
●10 REM "grareg2"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 REM PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "rn.dat" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 REM INPUT R$:IF R$="no" THEN GOTO 170
101 GOTO 170
110 M$=R$
120 PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "tiempo" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF ABS(YR(I))>MAX THEN MAX=ABS(YR(I))
270 IF ABS(YR(I))<MIN THEN MIN=ABS(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I:PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 REM INPUT R$
340 REM IF R$="si" THEN INPUT"cual=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX
360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 REM IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390 YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+((100-(200*MAX))/(MAX-MIN))
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 PRINT "i=";I:PRINT "xmax=";XMAX
490 PRINT "i=";I:PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I

```

```

510 PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
520 IF T$="si" THEN INPUT" cual?=";XMAX
530 PRINT "xmax=";XMAX
540 PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620 XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+(100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))
630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)
640 NEXT I
650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no>?":INPUT E$
660 E$="no":IF E$="no" THEN 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=2 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
860 IF I=1 THEN GOTO 910
865 X1=XR(I):Y1=YR(I)
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"eje-y-"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT".":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " E J E - X-SECUENCIA DE PASOS EN ITERACION "
950 LOCATE 6,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT (MAX+MIN)/2: LOCATE 21,5:
PRINT "YMIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";ND
970 LOCATE 20,15:PRINT "XMIN=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" REPRESENTACION SERIE .N(I) EXPO-FRENTE PASOS ITERACIO
N" ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
991 CHAIN "grareg3"
1000 RETURN
●10 REM "grareg3"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 REM PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "ra.dat" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 REM INPUT R$:IF R$="no" THEN GOTO 170
101 GOTO 170
110 M$=R$
120 PRINT" nombre del fichero":INPUT S$

```

```

130 OPEN "tiempo" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF ABS(YR(I))>MAX THEN MAX=ABS(YR(I))
270 IF ABS(YR(I))<MIN THEN MIN=ABS(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I:PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 REM INPUT R$
340 REM IF R$="si" THEN INPUT"cual=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX
360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 REM IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390 YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+(100-(200*MAX)/(MAX-MIN))
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 PRINT "i=";I:PRINT "xmax=";XMAX
490 PRINT "i=";I:PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I
510 PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
520 IF T$="si" THEN INPUT" cual?=";XMAX
530 PRINT "xmax=";XMAX
540 PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620 XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+(100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))
630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)
640 NEXT I
650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no>":INPUT E$
660 E$="no":IF E$="no" THEN 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2

```

```

770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=2 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
860 IF I=1 THEN GOTO 910
865 X1=XR(I):Y1=YR(I)
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"eje-y-"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT".":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " E J E - X-SECUENCIA DE PASOS EN ITERACION "
950 LOCATE 6,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT (MAX+MIN)/2: LOCATE 21,5:
PRINT "YMIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";ND
970 LOCATE 20,15:PRINT "XMIN=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" REPRESENTACION SERIE .A(I)-CONSTANTE FRENTE PASOS ITE
RACION " ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
991 CHAIN "grareg4"
1000 RETURN
● 10 REM "grareg4"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 REM PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "raL.dat" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 REM INPUT R$:IF R$="no" THEN GOTO 170
101 GOTO 170
110 M$=R$
120 PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "tiempo" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF ABS(YR(I))>MAX THEN MAX=ABS(YR(I))
270 IF ABS(YR(I))<MIN THEN MIN=ABS(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I:PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 REM INPUT R$
340 REM IF R$="si" THEN INPUT"cual=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX
360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 REM IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP

```

```

390 YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+(100-(200*MAX)/(MAX-MIN))
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 PRINT "i=";I:PRINT "xmax=";XMAX
490 PRINT "i=";I:PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I
510 PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
520 IF T$="si" THEN INPUT" cual?=";XMAX
530 PRINT "xmax=";XMAX
540 PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620 XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+(100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))
630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)
640 NEXT I
650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no?":INPUT E$
660 E$="no":IF E$="no" THEN 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=2 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
860 IF I=1 THEN GOTO 910
865 X1=XR(I):Y1=YR(I)
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"eje-y-"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT".":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " E J E - X-SECUENCIA DE PASOS EN ITERACION "
950 LOCATE 6,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT (MAX+MIN)/2: LOCATE 21,5:
PRINT "YMIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";ND
970 LOCATE 20,15:PRINT "XMIN=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" REPRESENTACION SERIE .ALAFA(I)- FRENTE PASOS ITERACION " ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
991 CHAIN "grareg5"
1000 RETURN
10 REM "grareg5"

```

```

11 COLOR 12,1
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 REM PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "rq.dat" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 REM INPUT R$:IF R$="no" THEN GOTO 170
101 REM GOTO 170
110 M$=R$
120 REM PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "ral.dat" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF ABS(YR(I))>MAX THEN MAX=ABS(YR(I))
270 IF ABS(YR(I))<MIN THEN MIN=ABS(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I:PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 REM INPUT R$
340 REM IF R$="si" THEN INPUT"cual=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX
360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 REM IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390  $YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+(100-(200*MAX)/(MAX-MIN))$ 
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 REM M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 REM PRINT "i=";I:PRINT "xmax=";XMAX
490 REM PRINT "i=";I:PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I
510 REM PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
515 T$="no"
520 IF T$="si" THEN INPUT" cual?=";XMAX
530 REM PRINT "xmax=";XMAX
540 REM PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580  $XR(I)=(XR(I)/NP)*100$ 
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620  $XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+(100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))$ 

```

```

630 REM PRINT "xr(";I;)"=";XR(I)
640 NEXT I
650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no>?":INPUT E$
660 E$="no":IF E$="no" THEN 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;)"=";XR(I),"yr(";I;)"=";YR(I)
690 NEXT I
700 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=2 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
860 IF I=1 THEN GOTO 910
865 X1=XR(I):Y1=YR(I)
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"eje-y-"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT".":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " E J E - X-SERIE DE ALFA(I) CON I ITERACION "
950 LOCATE 7,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT (MAX+MIN)/2: LOCATE 21,5:
PRINT "YMIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";XMAX
970 LOCATE 20,15:PRINT "XMIN=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" REPRESENTACION SERIE .Q(ALFA) VERSUS ALFA(I) -SECUENC
IA ITERACION " ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
991 CHAIN "grareg6"
1000 RETURN
e10 REM "grareg6"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 REM PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "rn.dat" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 REM INPUT R$:IF R$="no" THEN GOTO 170
101 REM GOTO 170
110 M$=R$
120 REM PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "ral.dat" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO10 REM "grareg7"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 REM PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "ra.dat" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 REM INPUT R$:IF R$="no" THEN GOTO 170
101 REM GOTO 170

```

```

110 M$=R$
120 REM PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "ral.dat" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF ABS(YR(I))>MAX THEN MAX=ABS(YR(I))
270 IF ABS(YR(I))<MIN THEN MIN=ABS(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I:PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 REM INPUT R$
340 REM IF R$="si" THEN INPUT" cual=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX
360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 REM IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390 YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+(100-(200*MAX)/(MAX-MIN))
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 REM M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 REM PRINT "i=";I:PRINT "xmax=";XMAX
490 REM PRINT "i=";I:PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I
510 REM PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
515 T$="no"
520 IF T$="si" THEN INPUT" cual?=";XMAX
530 REM PRINT "xmax=";XMAX
540 REM PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620 XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+(100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))
630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)
640 NEXT I
650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no?>":INPUT E$
660 E$="no":IF E$="no" THEN 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100

```

```

740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=2 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
860 IF I=1 THEN GOTO 910
865 X1=XR(I):Y1=YR(I)
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"eje-y-"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT".":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " E J E - X-SERIE DE VALORES ALFA(I) EN ITERACION "
950 LOCATE 7,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT (MAX+MIN)/2: LOCATE 21,5:
PRINT "YMIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";XMAX
970 LOCATE 20,15:PRINT "XMIN=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" REPRESENTACION SERIE .A(ALFA)-CONSTANTE-VERSUS ALFA(I)
)EN ITERACION " ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
991 CHAIN "grareg8"
1000 RETURN
* 10 REM "grareg8"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 REM PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "rq.dat" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 REM INPUT R$:IF R$="no" THEN GOTO 170
101 REM GOTO 170
110 M$=R$
120 REM PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "rn.dat" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF ABS(YR(I))>MAX THEN MAX=ABS(YR(I))
270 IF ABS(YR(I))<MIN THEN MIN=ABS(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I:PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 REM INPUT R$
340 REM IF R$="si" THEN INPUT"cual=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX

```

```

360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 REM IF R$="si" THEN INPUT "cual=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390 YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+(100-(200*MAX)/(MAX-MIN))
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 REM M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 REM PRINT "i=";I:PRINT "xmax=";XMAX
490 REM PRINT "i=";I:PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I
510 REM PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
515 T$="no"
520 IF T$="si" THEN INPUT" cual?=";XMAX
530 REM PRINT "xmax=";XMAX
540 REM PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 IF T$="si" THEN INPUT "cual?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580 XR(I)=(XR(I)/NP)*100
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620 XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+(100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))
630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)
640 NEXT I
650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no?":INPUT E$
660 E$="no":IF E$="no" THEN 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 M$="no":IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=2 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
860 IF I=1 THEN GOTO 910
865 X1=XR(I):Y1=YR(I)
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"eje-y-"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT".":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " E J E - X-SERIE N(I) EN LA ITERACION "
950 LOCATE 7,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT (MAX-MIN)/2: LOCATE 21,5:
PRINT "YMIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";XMAX
970 LOCATE 20,15:PRINT "XMIN=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" REPRESENTACION SERIE .Q(ALFA) VERSUS N(ALFA) EN LA IT
ERACION " ;A$

```

```
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
991 CHAIN "grareg9"
1000 RETURN
```

```

●10 REM "grafAUTO"
20 INPUT"NUM DATOS=";ND
30 DIM YR(ND): DIM XR(ND)
40 PRINT"EJE Y SERIE A$":INPUT "A$=";A$
50 OPEN "A:\MCARSI\AUTO.CO.DAT" FOR INPUT AS #1
60 FOR I=1 TO ND: INPUT #1,YR(I) :NEXT I
70 CLOSE #1
80 NP=ND
90 REM PRINT"desea fichero para la variable X <si/no> "
100 R$="no" :GOTO 170
110 M$=R$
120 PRINT" nombre del fichero":INPUT S$
130 OPEN "cl.dat" FOR INPUT AS #1
140 FOR I=1 TO ND:INPUT #1,XR(I):NEXT I
150 CLOSE #1
160 GOTO 220
170 DEF FNB(X)=X
180 FOR I=1 TO NP
190 II=I
200 XR(I)=FNB(II)
210 NEXT I
220 MAX=ABS(YR(1))
230 MIN=ABS(YR(1))
240 REM PRINT"max=";MAX
250 FOR I=2 TO NP
260 IF (YR(I))>MAX THEN MAX=(YR(I))
270 IF (YR(I))<MIN THEN MIN=(YR(I))
280 REM PRINT"i=";I:rem PRINT"max=";MAX
290 REM PRINT"i=";I:rem PRINT"min=";MIN
300 NEXT I
310 REM PRINT" DESEA UN VALOR MAXIMO PREFIJADO?"
320 REM PRINT" primero para el maximo"
330 R$="no"
340 IF R$="si" THEN INPUT"cuál=";MAX
350 REM PRINT"max=";MAX
360 REM PRINT" despues para el minimo"
370 R$="no":IF R$="si" THEN INPUT "cuál=";MIN
380 FOR I=1 TO NP
390  $YR(I)=YR(I)*(200/(MAX-MIN))+(100-(200*MAX)/(MAX-MIN))$ 
400 REM PRINT"yr=";YR(I)
410 NEXT I
420 IF M$="no" THEN GOTO 570
430 MXIN=ABS(XR(1))
440 XMAX=ABS(XR(1))
450 FOR I=2 TO NP
460 IF ABS(XR(I))<MXIN THEN MXIN=ABS(XR(I)) ELSE MXIN=MXIN
470 IF ABS(XR(I))>XMAX THEN XMAX=ABS(XR(I)) ELSE XMAX=XMAX
480 REM PRINT "i=";I:rem PRINT "xmax=";XMAX
490 REM PRINT "i=";I:rem PRINT "mxin=";MXIN
500 NEXT I
510 REM PRINT" desea un valor maximo prefijado?":INPUT T$
520 REM IF T$="si" THEN INPUT" cuál?=";XMAX
530 REM PRINT "xmax=";XMAX
540 REM PRINT "desea minimo prefijado?":INPUT T$
550 REM IF T$="si" THEN INPUT "cuál?=";MXIN
560 GOTO 610
570 FOR I=1 TO NP
580  $XR(I)=(XR(I)/NP)*100$ 
590 NEXT I
600 GOTO 720
610 FOR I=1 TO NP
620  $XR(I)=(XR(I)*100/(XMAX-MXIN))+(100-(100*XMAX)/(XMAX-MXIN))$ 
630 REM PRINT "xr(";I;")=";XR(I)
640 NEXT I

```

```

650 REM PRINT" desea escribir datos reducidos <si/no>?":INPUT E$
660 GOTO 700
670 FOR I=1 TO NP
680 LPRINT "xr(";I;")=";XR(I),"yr(";I;")=";YR(I)
690 NEXT I
700 IF M$="no" THEN GOTO 720
710 GOTO 740
720 CLS
730 XP1=0:YP1=-100
740 KEY OFF
750 CLS
760 SCREEN 2
770 VIEW(30,25)-(600,175),,1
780 VIEW(100,50)-(530,150),,1
790 WINDOW(0,100)-(100,-100)
800 LINE(50,-100)-(50,100)
810 LINE(0,0)-(100,0)
820 DEF FNB(X)=X
830 FOR I=1 TO NP
840 X1=XR(I):Y1=YR(I)
850 GOTO 890
860 IF I=1 THEN GOTO 910
870 X2=XR(I-1):Y2=YR(I-1)
880 LINE(X2,Y2)-(X1,Y1)
890 X1=XR(I):Y1=YR(I)
900 CIRCLE (X1,Y1),.8
901 LINE (X1,0)-(X1,Y1)
910 NEXT I
920 LOCATE 22,5:PRINT"VAL.RELATIVO"
930 FOR I=1 TO 10:LOCATE 20,13+(I-1)*6:PRINT"|":NEXT I
940 LOCATE 4,21: PRINT " AUTOCORRELACIONES - RESIDUOS"
950 LOCATE 6,9: PRINT "YMAX=";MAX: LOCATE 13,9: PRINT "0": LOCATE 21,5: PRINT "Y
MIN";MIN
960 LOCATE 20,60:PRINT "xmax=";XMAX
970 LOCATE 20,15:PRINT "XMIN=";MXIN
980 LOCATE 5,15: PRINT" VALORES AJUSTE ENSAYO" ;A$
990 R$=INPUT$(1):SCREEN 0,0 : WIDTH 80
999 INPUT "PAUSA";PEPE
1000 CHAIN "A:\MCARSI\GRAREGA"

```

LISTADO

**PROGRAMA
RELIQC**

```

1 REM "RELIQC"
2 GOSUB 6000
10 LOCATE 8,15:PRINT "PROGRAMA REGRESION LINEAL PARA A,ALFA,Q,N"
20 LOCATE 10,15:PRINT "          PARA Q= CONSTANTE INICIAL"
30 LOCATE 12,15:PRINT "          VARIANDO ALFA(K)"
31 LOCATE 14,15:PRINT "===== "
32 LOCATE 15,15:PRINT "          R E L I Q C "
33 LOCATE 16,15:PRINT "===== "
34 IF INKEY$="" THEN GOTO 34
40 DIM XA(70):DIM YA(70):DIM R(500):DIM SIGR(500):DIM ALFA(500)
42 INPUT " NUM.PUNTOS DATO=";NP
43 LET NVX=2
44 DIM X(NVX,NP)
45 DIM Z(NP)
50 DIM T(4)
60 OPEN "C:\REITELIN\RESUL1.DAT" FOR INPUT AS #1
70 FOR J=1 TO 4:INPUT #1,T(J):NEXT J
80 CLOSE #1
90 AI=T(1):ALFI=T(2):NI=T(3):QI=T(4)
91 GOSUB 6000
100 LOCATE 8,20:PRINT "DATOS DE ARRANQUE"
110 LOCATE 10,20:PRINT "-----"
120 LOCATE 12,20:PRINT "T(1)=AI(LOG(A)) =";AI
130 LOCATE 13,20:PRINT "T(2)=ALFI          =";ALFI
140 LOCATE 14,20:PRINT "T(3)=NI           =";NI
150 LOCATE 15,20:PRINT "T(4)=QI           =";QI
160 LOCATE 16,20:PRINT "===== "
170 IF INKEY$="" THEN GOTO 170
180 OPEN "C:\REITELIN\EREL.DAT" FOR INPUT AS #1
190 INPUT #1,ERIN
192 PRINT "erin =";ERIN
200 CLOSE #1
210 OPEN "C:\REITELIN\DATCAR.DAT" AS #1 LEN =34
212 FIELD #1, 16 AS S$, 16 AS T$, 2 AS O$
214 FOR I=1 TO NP
216 GET #1,I
218 X(1,I)=CVD(S$):PRINT X(1,I)
219 X(2,I)=CVD(T$):PRINT X(2,I)
220 NEXT I
230 CLOSE
240 OPEN "C:\REITELIN\DATCARF.DAT" AS #1 LEN = 16
242 FIELD #1, 16 AS V$
244 FOR I=1 TO NP
246 GET #1,I
248 Z(I) = CVD(V$):PRINT Z(I)
250 NEXT I
260 CLOSE
261 GOSUB 6000
300 LOCATE 8,12:PRINT "ESTE PROGRAMA REALIZA MULTIPLES REGRESIONES LINEALES"
310 LOCATE 9,12:PRINT "          PARA Q=CTE Y VARIANDO ALFA, (ALFA EN ALFA*1000)"
320 LOCATE 12,12:PRINT "SE DEBEN DAR LOS VALORES NECESARIOS SOBRE ALFA-RECORRIDO"
"
330 REM PRINT " APRIETE UNA TECLA SI DESEA CONTINUAR "
340 REM IF INKEY$ = "" THEN GOTO 340
350 LOCATE 15,20:INPUT " ALFAMINIMO=";ALFAMIN
360 LOCATE 16,20:INPUT " ALFAMAXIMO=";ALFAMAX
370 LOCATE 17,20:INPUT " NUMERO PASOS =" ;ALFANP
380 ALFAINC=(ALFAMAX-ALFAMIN)/ALFANP
385 LOCATE 18,20:PRINT "NUMERO DE ALFAS CALCULADAS = ";ALFANP+1
386 IF INKEY$= "" THEN GOTO 386
387 MAXR = - 10^(38)
400 FOR K=1 TO ALFANP + 1
420 ALFA(K) = ALFAMIN + (K-1)*ALFAINC
421 REM PRINT "alfa(k)=";ALFA(K)

```

```

430 FOR I=1 TO NP
450 XA(I) = LOG((EXP(ALFA(K)*X(1,I))-EXP(-ALFA(K)*X(1,I)))/2)
470 YA(I) = Z(I)+(T(4)/X(2,I))
480 NEXT I
490 MX=0:MY=0:CX=0:CY=0:PXY=0
500 FOR I=1 TO NP
510 MX=MX+XA(I)
520 MY=MY+YA(I)
530 CX=CX+XA(I)*XA(I)
540 CY=CY+YA(I)*YA(I)
550 PXY = PXY + XA(I)*YA(I)
590 NEXT I
600 MX=MX/NP:MY=MY/NP
610 SX = SQR((CX - NP*MX*MX)/(NP-1))
620 SY = SQR((CY - NP*MY*MY)/(NP-1))
630 SXY = (PXY - NP*MX*MY)/(NP-1)
640 N=SXY/(SX*SX)
650 AP =MY - N*MX
700 R(K) = SXY/(SX*SY)
710 SIGR(K) = ( 1- R(K)*R(K))/SQR(NP)
720 CR = ABS(R(K))
721 REM PRINT "cr=";CR,"maxr=";MAXR
730 IF CR > MAXR THEN MAXR = CR:CK=K:NMAX=N:APMAX=AP
731 REM PRINT "max-k=";CK:PRINT "r =" ;R(K)
790 NEXT K
800 RMAX=MAXR:SGMAX=SIGR(CK)
820 OPEN "C:\REITELIN\R.DAT" FOR OUTPUT AS #1
830 FOR K=1 TO ALFANP+1 : WRITE #1,R(K):NEXT K
850 CLOSE #1
900 CLS
901 GOSUB 6000
910 LOCATE 7,20:PRINT " RESULTADOS FINALES GRABADOS EN FICHERO R.DAT"
920 LOCATE 8,35:PRINT " SE GRABA R(K)"
930 LOCATE 9,25:PRINT " MAXIMO DE LAS REGRESIONES EN "
940 LOCATE 10,35:PRINT " K= ";CK
941 LOCATE 13,40:PRINT "alfamax= ";ALFA(CK)
945 LOCATE 14,40:PRINT "Q=";T(4)
950 LOCATE 15,40:PRINT "RMAX = ";R(CK)
960 LOCATE 16,40:PRINT "PTE.N = ";NMAX
970 LOCATE 17,40:PRINT "ORD.ORG.MAX = ";APMAX
971 T(1)=APMAX
972 T(2)=ALFA(CK)
973 T(3)=NMAX
978 LOCATE 18,40:PRINT "SIGR MAX =" ;SIGR(CK)
980 IF INKEY$="" THEN GOTO 980
981 OPEN "C:\REITELIN\RESUL2.DAT" FOR OUTPUT AS #1
982 FOR J=1 TO 4:WRITE #1,T(J):NEXT J
983 CLOSE #1
984 AF=T(1):ALFF=T(2):NF=T(3):QF=T(4)
985 ER3=SQR(((AI-AF)*(AI-AF)+(ALFI-ALFF)*(ALFI-ALFF)+(NI-NF)*(NI-NF)+(QI-QF)*(QI-QF))/((AI*AI)+(ALFI*ALFI)+(NI*NI)+(QI*QI)))
1000 SUM=0:SS=0
1010 FOR I=1 TO NP
1020 SUM = SUM + (ABS(Z(I)-T(1)+(T(4)/X(2,I))-T(3)*LOG((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,I)))/2)))^2
1030 SS=SS+Z(I)*Z(I)
1040 NEXT I
1041 ER1=SQR(SUM/SS)
1050 SUM=0:SS=0
1060 CTROL =1
1986 OPEN "C:\REITELIN\RESUMEN.DAT" FOR APPEND AS #1
1987 WRITE #1,ER3,ER1,R(CK),APMAX,ALFA(CK),NMAX,T(4)
1988 CLOSE #1
1989 COMMON CTROL

```

```
1990 IF INKEY$ = "" THEN GOTO 1990
1991 CTRL=1
1992 CHAIN "C:\REITELIN\GRAREGA"
2000 END
6000 REM "RUTINA GRAFICA"
6001 CLS
6010 L1$=STRING$(59,178)
6020 LOCATE 4,10:PRINT CHR$(178);
6040 PRINT L1$;CHR$(178)
6050 FOR I=1 TO 18
6060 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(70);CHR$(178)
6070 NEXT I
6080 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(11) L1$;TAB(70) CHR$(178)
6090 RETURN
```

LISTADO

PROGRAMA

RELALFC

```

1 REM "RELALFC"
2 GOSUB 6000
10 LOCATE 8,15:PRINT "PROGRAMA REGRESION LINEAL PARA A,ALFA,Q,N"
20 LOCATE 10,15:PRINT "  PARA ALFA= CONSTANTE INICIAL"
30 LOCATE 12,15:PRINT "    VARIANDO QV(K)"
31 LOCATE 14,15: PRINT "===== "
32 LOCATE 15,15: PRINT "      R E L A L F C "
33 LOCATE 16,15: PRINT "===== "
34 IF INKEY$="" THEN GOTO 34
40 DIM XA(70):DIM YA(70):DIM R(500):DIM SIGR(500):DIM QV(500)
41 DIM ALFA(500)
42 INPUT " NUM.PUNTOS DATO=";NP
43 LET NVX=2
44 DIM X(NVX,NP)
45 DIM Z(NP)
50 DIM T(4)
60 OPEN "C:\REITELIN\RESUL2.DAT" FOR INPUT AS #1
70 FOR J=1 TO 4:INPUT #1,T(J):NEXT J
80 CLOSE #1
90 AI=T(1):ALFI=T(2):NI=T(3):QI=T(4)
91 GOSUB 6000
100 LOCATE 8,20:PRINT "DATOS DE ARRANQUE"
110 LOCATE 10,20:PRINT "-----"
120 LOCATE 12,20:PRINT "T(1)=AI(LOG(A)) =" ;AI
130 LOCATE 13,20:PRINT "T(2)=ALFI      =" ;ALFI
140 LOCATE 14,20:PRINT "T(3)=NI        =" ;NI
150 LOCATE 15,20:PRINT "T(4)=QI        =" ;QI
160 LOCATE 16,20:PRINT "===== "
170 IF INKEY$="" THEN GOTO 170
180 OPEN "C:\REITELIN\EREL.DAT" FOR INPUT AS #1
190 INPUT #1,ERIN
192 PRINT "erin =" ;ERIN
200 CLOSE #1
210 OPEN "C:\REITELIN\DATCAR.DAT" AS #1 LEN = 34
212 FIELD #1, 16 AS S$, 16 AS T$, 2 AS O$
214 FOR I=1 TO NP
216 GET #1, I
218 X(1,I) = CVD(S$):PRINT X(1,I)
219 X(2,I) = CVD(T$):PRINT X(2,I)
220 NEXT I
230 CLOSE
240 OPEN "C:\REITELIN\DATCARF.DAT" AS #1 LEN = 16
242 FIELD #1, 16 AS V$
244 FOR I=1 TO NP
246 GET #1,I
248 Z(I)=CVD(V$):PRINT Z(I)
250 NEXT I
260 CLOSE
261 GOSUB 6000
300 LOCATE 8,12:PRINT "ESTE PROGRAMA REALIZA MULTIPLES REGRESTONES LINEALES"
310 LOCATE 9,12:PRINT "  PARA ALFA=CTE Y VARIANDO Q "
320 LOCATE 12,12:PRINT "SE DEBEN DAR LOS VALORES NECESARIOS SOBRE QV-RECORRIDO"
330 REM PRINT " APRIETE UNA TECLA SI DESEA CONTINUAR "
340 REM IF INKEY$ = "" THEN GOTO 340
350 LOCATE 15,20:INPUT " QMINIMO=";QMIN
360 LOCATE 16,20:INPUT " QMAXIMO=";QMAX
370 LOCATE 17,20:INPUT " NUMERO PASOS =" ;QNP
380 QNC=(QMAX-QMIN)/QNP
385 LOCATE 18,20:PRINT "NUMERO DE QV CALCULADAS = ";QNP+1
386 IF INKEY$= "" THEN GOTO 386
387 MAXR = - 10^(38)
400 FOR K=1 TO QNP + 1
420 QV(K) = QMIN + (K-1)*QNC
421 REM PRINT "QV(k)=" ;QV(K)

```

```

430 FOR I=1 TO NP
450 XA(I) = LOG((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,I)))/2)
470 YA(I) = Z(I)+(QV(K)/X(2,I))
480 NEXT I
490 MX=0:MY=0:CX=0:CY=0:PXY=0
500 FOR I=1 TO NP
510 MX=MX+XA(I)
520 MY=MY+YA(I)
530 CX=CX+XA(I)*XA(I)
540 CY=CY+YA(I)*YA(I)
550 PXY = PXY + XA(I)*YA(I)
590 NEXT I
600 MX=MX/NP:MY=MY/NP
610 SX = SQR((CX - NP*MX*MX)/(NP-1))
620 SY = SQR((CY - NP*MY*MY)/(NP-1))
630 SKY = (PXY - NP*MX*MY)/(NP-1)
640 N=SKY/(SX*SY)
650 AP =MY - N*MX
700 R(K) = SKY/(SX*SY)
710 SIGR(K) = ( 1- R(K)*R(K))/SQR(NP)
720 CR = ABS(R(K))
721 REM PRINT "cr=";CR,"maxr=";MAXR
730 IF CR > MAXR THEN MAXR = CR:CK=K:NMAX=N:APMAX=AP
731 REM PRINT "max-k=";CK:PRINT "r =" ;R(K)
790 NEXT K
800 RMAX=MAXR:SGMAX=SIGR(CK)
820 OPEN "C:\REITELIN\R.DAT" FOR OUTPUT AS #1
830 FOR K=1 TO QNP+1 : WRITE #1,R(K):NEXT K
850 CLOSE #1
900 CLS
901 GOSUB 6000
910 LOCATE 7,20:PRINT " RESULTADOS FINALES GRABADOS EN FICHERO R.DAT"
920 LOCATE 8,35:PRINT " SE GRABA R(K)"
930 LOCATE 9,25:PRINT " MAXIMO DE LAS REGRESIONES EN "
940 LOCATE 10,35:PRINT " K= ";CK
941 LOCATE 13,40:PRINT "Qmax= ";QV(CK)
945 LOCATE 14,40:PRINT "ALFA=";T(2)
950 LOCATE 15,40:PRINT "RMAX = ";R(CK)
960 LOCATE 16,40:PRINT "PTE.N = ";NMAX
970 LOCATE 17,40:PRINT "ORD.ORG.MAX = ";APMAX
971 T(1)=APMAX
972 T(4)=QV(CK)
973 T(3)=NMAX
978 LOCATE 18,40:PRINT "SIGR MAX =" ;SIGR(CK)
980 IF INKEY$="" THEN GOTO 980
981 OPEN "C:\REITELIN\RESULI.DAT" FOR OUTPUT AS #1
982 FOR J=1 TO 4:WRITE #1,T(J):NEXT J
983 CLOSE #1
984 AF=T(1):ALFF=T(2):NF=T(3):QF=T(4)
985 ER3=SQR(((AI-AF)*(AI-AF)+(ALFI-ALFF)*(ALFI-ALFF)+(NI-NF)*(NI-NF)+(QI-QF)*(QI-QF))/((AI*AI)+(ALFI*ALFI)+(NI*NI)+(QI*QI)))
1000 SUM=0:SS=0
1010 FOR I=1 TO NP
1020 SUM=SUM+(ABS(Z(I)-T(1)+(T(4)/X(2,I))-T(3)*LOG((EXP(T(2)*X(1,I))-EXP(-T(2)*X(1,I)))/2)))^2
1030 SS=SS+Z(I)*Z(I)
1035 NEXT I
1040 ER1=SQR(SUM/SS)
1041 PRINT "ER1=";ER1
1060 COMMON CTROL
1986 OPEN "C:\REITELIN\RESUMEN.DAT" FOR APPEND AS #1
1987 WRITE #1,ER3,ER1,R(CK),APMAX,T(2),NMAX,QV(CK)
1988 CLOSE #1
1989 COMMON CTROL

```

```
1990 IF INKEY$ = "" THEN GOTO 1990
1991 CTRL=2
1992 CHAIN "C:\REITELIN\GRAREGI"
2000 END
6000 REM "ROUTINA GRAFICA"
6001 CLS
6010 L1$=STRING$(59,178)
6020 LOCATE 4,10:PRINT CHR$(178);
6040 PRINT L1$:CHR$(178)
6050 FOR I=1 TO 18
6060 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(70);CHR$(178)
6070 NEXT I
6080 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(11) L1$:TAB(70) CHR$(178)
6090 RETURN
```

```
1990 IF INKEY$ = "" THEN GOTO 1990
1991 CTRL=1
1992 CHAIN "C:\REITELIN\GRAREGA"
2000 END
6000 REM "ROUTINA GRAFICA"
6001 CLS
6010 L1$=STRING$(59,178)
6020 LOCATE 4,10:PRINT CHR$(178);
6040 PRINT L1$:CHR$(178)
6050 FOR I=1 TO 18
6060 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(70);CHR$(178)
6070 NEXT I
6080 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(11) L1$:TAB(70) CHR$(178)
6090 RETURN
```

```
5120 RETURN
6000 REM "RUTINA GRAFICA"
6010 LOCATE 4,10:PRINT CHR$(178);
6020 L1$ = STRING$(59,178)
6030 PRINT L1$;CHR$(178)
6040 FOR I=1 TO 20
6050 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(70);CHR$(178)
6060 NEXT I
6070 PRINT TAB(10) CHR$(178);TAB(11) L1$;TAB(70) CHR$(178)
6100 RETURN
```