

Sobre las direcciones de dilatación nula en los cristales

por

J. L. Amorós y J. L. Martín-Vivaldi (*)

RESUMEN.

A partir del aspecto fenomenológico de la dilatación térmica de los cristales, se estudia de manera sistemática los casos posibles en los distintos sistemas cristalinos de la superficie de índices de dilatación térmica.

Para todos los casos posibles se representan las secciones principales y la superficie tridimensional de los coeficientes, así como las secciones principales del cuerpo de dilatación correspondiente. Se indican también las direcciones y superficies de dilatación nula en los cristales.

ABSTRACT.

Starting from the phenomenologic description of thermal expansion of crystals, a systematic analysis of all possible cases is conducted. The representation of the expansion body and of the surface of thermal expansion coefficients is given for each case. The directions and surfaces of zero expansion are given for the different cases.

INTRODUCCIÓN.

Entre las propiedades físicas de los cristales, la dilatación térmica constituye una de las más interesantes, tanto desde el punto de vista fenomenológico como estructural. A pesar de que fue reconocida desde principios del siglo pasado gracias a los trabajos de MITSCHERLICH (1824, 1827) todavía existen numerosas particularidades poco conocidas. Entre estas particularidades se encuentran las direcciones de dilatación nula en los cristales. En este trabajo trataremos los aspectos fenomenológico y estructural de dichas direcciones.

ASPECTO FENOMENOLÓGICO.

Desde el punto de vista fenomenológico el fenómeno de la dilatación térmica en cristales es bien conocido, y por ello no vale la pena entrar aquí en su descripción. No obstante, para comprender lo que representan las direcciones de dilatación nula vale la pena referirse brevemente al cuerpo de dilatación.

(*) Departamento de Cristalografía y Mineralogía de la Universidad Complutense de Madrid.

La noción de cuerpo de dilatación térmica fue introducido por NEUMANN (1833) al estudiar la dilatación térmica del yeso. Se trata de la variación de la forma de una esfera unitaria de material cristalino al ser sometido a una variación de temperatura. La esfera unitaria se transforma en un elipsoide de tres ejes, cuyos ejes son los ejes de dilatación térmica. Según sean los valores de los coeficientes principales de dilatación térmica, el elipsoide de tres ejes puede degenerar en uno de revolución o en una esfera, como es bien conocido.

El fenómeno de la dilatación térmica en el cuerpo de dilatación térmica viene expresado por:

$$(1 + \alpha)^2 = (1 + \alpha_1)^2 \beta_1^2 + (1 + \alpha_2)^2 \beta_2^2 + (1 + \alpha_3)^2 \beta_3^2 \quad (1)$$

donde α_i son los coeficientes de dilatación térmica principales que son siempre ortogonales entre sí, y β_i son los cosenos directores de la dirección de α_i medidos con respecto al sistema ortogonal definido por dichos coeficientes principales. Debido a que los α_i son siempre muy pequeños, en relación con la unidad, el cuerpo resultante, independientemente del valor positivo o negativo de α_i , es siempre elipsoide. No acontece lo mismo con la superficie de los coeficientes de dilatación que viene expresada por:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 + \alpha_2 \beta_2^2 + \alpha_3 \beta_3^2 \quad (2)$$

en la cual la forma depende de los signos de los valores de α_i . La superficie de los coeficientes nunca es un elipsoide, sino un ovaloide que cuando se traza sobre el elipsoide la dilatación procedente de una esfera unitaria, tiene al menos seis puntos comunes con dicho elipsoide. Estos puntos comunes corresponden a los valores de los ejes principales del elipsoide (fig. 5).

Para comprender bien este punto, vale la pena considerar los casos posibles en una sección principal del cuerpo de dilatación. Para comodidad de representación, consideraremos que los coeficientes de dilatación son grandes.

En la situación bidimensional que se considera aquí se pueden presentar tres casos. En el primero, α_1 y α_2 son ambos positivos, y se les ha dado los valores respectivos de 1/2 y 1/3 (fig. 1a). En el segundo, uno de los coeficientes, específicamente el α_2 , es nulo, mientras que α_1 es positivo, y sigue valiendo 1/2 (fig. 1b). En el tercer caso, α_2 es negativo y vale 1/10, mientras que el α_1 sigue valiendo 1/2 es positivo (fig. 1c). La figura 1 (a, b, c) representa estos tres casos y de ella se han trazado la esfera unitaria, la elipse del cuerpo de dilatación térmica y la curva de coeficientes de dilatación térmica. En esta figura se han indicado los puntos 1-13 que de la superficie de la esfera inicial se han trasladado a los puntos 1'-13' sobre el cuerpo de dilatación a través de sus respectivos vectores de desplazamiento 11', 22', ..., que también se han representado en la figura. Para trazar la curva de los coeficientes de dilatación térmica se han tomado los coeficientes definidos por $(l_t - l_0)/l_0$, que corresponden a $(01' - 01)/01$, y así sucesivamente. La dirección del coeficiente de dilatación se ha trazado sobre la dirección de la bisectriz del ángulo entre el radio vector inicial y el final. En la práctica, debido a que la diferencia angular entre el radio vector inicial y final es muy pequeña, la dirección del coeficiente de dilatación se toma sobre la dirección original del radio vector al punto tratado.

Como es obvio, dirección de dilatación nula aparece sólo en el segundo y tercer casos tratados. En el segundo caso esta dirección corresponde a la dirección de α_2 , mientras que en el tercer caso corresponde a la dirección de la inter-

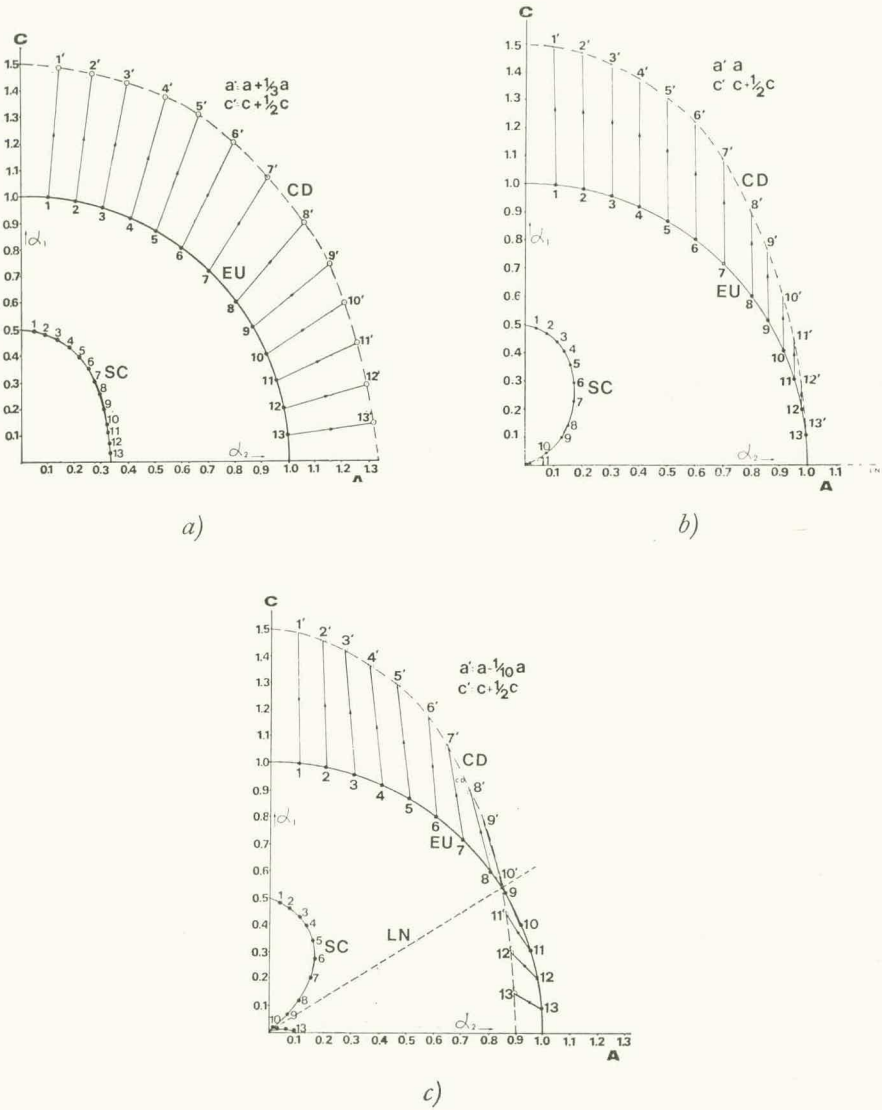


Fig. 1.—Sección principal de la esfera unitaria (EU), cuerpo de dilatación (CD), superficie de coeficientes de dilatación térmica (SC) y línea de dilatación nula (LN).

a) α_1 y $\alpha_2 > 0$. b) $\alpha_1 > 0, \alpha_2 = 0$. c) $\alpha_1 > 0, \alpha_2 < 0$.

sección de la elipse del cuerpo de dilatación con la esfera unitaria. Analíticamente, esta dirección viene dada, en el caso bidimensional, por

$$\text{arc. cos } \beta = \left(\frac{\alpha}{\alpha - \alpha'} \right) \quad (3)$$

en cuya ecuación siempre debe ser $\alpha > \alpha'$ donde α y α' son los coeficientes de dilatación principales en el plano. El ángulo β se mide desde la dirección de α' .

En el caso tridimensional, el fenómeno es análogo al caso bidimensional, pero, como es natural, algo más complicado. Con el fin de racionalizar el problema se trata en lo que sigue de acuerdo con los sistemas cristalinos. Un tratamiento incompleto del tema fue realizado por SHUBNIKOV (1956).

SISTEMÁTICA DE LAS SUPERFICIES DE COEFICIENTES DE DILATACIÓN TÉRMICA.

La regla internacionalmente adoptada para la nomenclatura de los coeficientes de dilatación es:

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 \quad (4)$$

con este criterio, los cristales cúbicos, rómbicos, monoclinicos o triclinicos no presentan complicación alguna, ya que en los primeros los tres coeficientes de dilatación son iguales entre sí, mientras que en los otros, dichos coeficientes son distintos entre sí. En estos casos no existe problema con la nomenclatura. Por el contrario, en los cristales tetragonales, exagonales o trigonales, al ser dos coeficientes iguales y el tercero distinto, se deben distinguir dos casos según sea el mayor o el menor el coeficiente que coincida con la dirección c . A pesar de todo, cabe mantener la misma nomenclatura, como se verá más adelante.

Para facilitar la comprensión de los distintos casos que se van a tratar a continuación se han representado en las figuras 2 a 6 la esfera unitaria, y la sección principal del cuerpo de dilatación y de la superficie de índices correspondientes, mientras que en la figura 7 se representan las superficies de los coeficientes de dilatación térmica. A ellos se refieren las descripciones de los casos específicos.

Cristales cúbicos.—En los cristales cúbicos los tres coeficientes de dilatación térmica son iguales entre sí y, en general, son positivos, es decir;

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 > 0 \quad (5)$$

En ciertos casos, como en la plata a temperaturas próximas al cero absoluto, el coeficiente de dilatación térmica es negativo. En todo caso, la superficie de los coeficientes es una esfera, ya que

$$\alpha = \alpha_1 (\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2) = \alpha_1 \quad (6)$$

puesto que $(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2)$ es siempre igual a la unidad. La simetría de la

superficie de coeficientes es ∞/∞ . m. (fig. 7a). En estos cristales no existen dirección de dilatación nula, puesto que el cristal se dilata o se contrae isotrópicamente.

Cristales tetragonales, exagonales y trigonales.—En los cristales uniaxiales los coeficientes de dilatación térmica pueden tener los valores siguientes:

$$\alpha_1 = \alpha_2 \neq \alpha_3 \quad \text{o bien} \quad \alpha_1 \neq \alpha_2 = \alpha_3 \quad (7)$$

Dependiendo de sus valores reales, pueden ocurrir los siguientes casos:

$$\begin{aligned} A) & \alpha_1 = \alpha_2 > \alpha_3 > 0 \\ B) & \alpha_1 > \alpha_2 = \alpha_3 > 0 \\ C) & \alpha_1 > \alpha_2 = \alpha_3 = 0 \\ D) & \alpha_1 > 0, \alpha_2 = \alpha_3 < 0 \\ E) & \alpha_1 = \alpha_2 > 0, \alpha_3 = 0 \\ F) & \alpha_1 = \alpha_2 > 0, \alpha_3 < 0 \end{aligned} \quad (8)$$

En todos los casos la simetría de la superficie de coeficientes de dilatación es m. ∞ : m., es decir, una figura de revolución según el eje c.

En el caso A), la superficie de los coeficientes de dilatación térmica viene expresada por:

$$\alpha = \alpha_1 (\beta_1^2 + \beta_2^2) + \alpha_3 \beta_3^2 \quad (9)$$

y corresponde a una superficie ovalada de revolución achatada a lo largo del eje c del cristal. El coeficiente menor α_3 es paralelo a esta dirección y, por tanto, es el eje de revolución de la superficie. La figura 2 representa la sección principal que contiene a α_1 , perpendicular a c, y a α_3 , que es paralela a dicha dirección. La superficie de revolución correspondiente se presenta en la figura 7c.

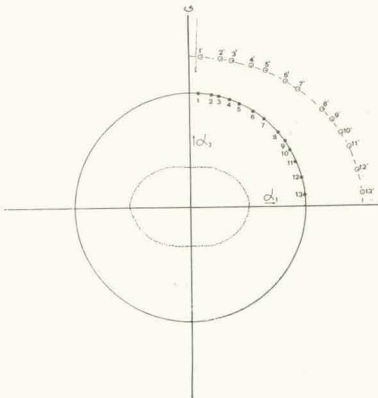


Fig. 2.—Sección principal para α_1 y $\alpha_3 > 0$. Eje de rotación en la dirección α_3 .

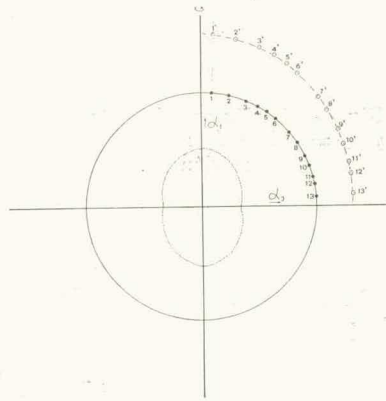


Fig. 3.—Sección principal para α_1 y $\alpha_3 > 0$. Eje de rotación en la dirección α_1 .

En el caso *B*) la superficie de los coeficientes de dilatación térmica viene expresada por:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 + \alpha_3 (\beta_2^2 + \beta_3^2) \quad (10)$$

corresponde a una superficie ovalada de revolución alargada según el eje *c*, a cuya dirección es paralelo α_1 . La figura 3 muestra la sección principal $\alpha_1 - \alpha_3$. En la figura 7b se representa su superficie de revolución correspondiente.

En los casos *A*) y *B*) es obvio que no existen direcciones de dilatación nula; todo el cristal se dilata, aunque anisotrópicamente.

En el caso *C*), la superficie de los coeficientes de dilatación viene expresada por:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 \quad (11)$$

corresponde a una superficie formada por dos ovaloides de revolución con un punto común. En este caso existe un plano de dilatación nula, que es perpendicular al eje *c*, como se observa en la figura 7d. La figura 4 muestra la sección principal $\alpha_1 - \alpha_3$, donde α_1 coincide con la dirección *c*.

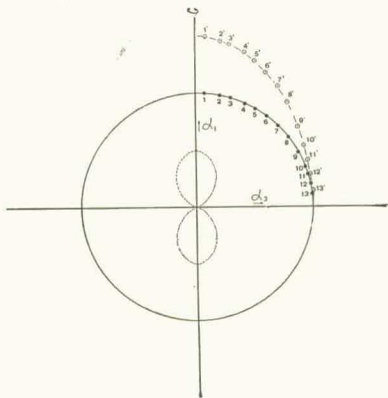


Fig. 4.—Sección principal para $\alpha_1 > 0$ y $\alpha_3 = 0$. Eje de rotación en la dirección α_1 .

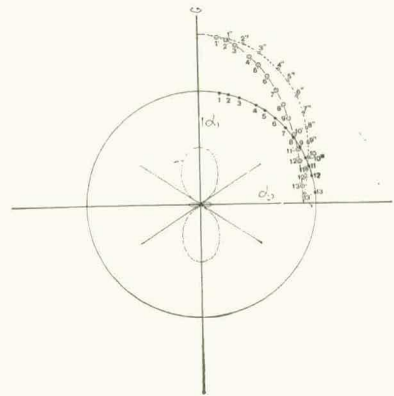


Fig. 5.—Sección principal $\alpha_1 > 0$ y $\alpha_3 < 0$. Eje de rotación en la dirección α_1 . Los puntos 1'' ... 13'' corresponden a la superficie de coeficientes trazada sobre el cuerpo de dilatación.

En el caso *D*), la superficie de los coeficientes de dilatación viene expresada por:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 - \alpha_3 (\beta_2^2 + \beta_3^2) \quad (12)$$

Esta superficie, está formada por dos partes positivas en forma de ovoide de revolución alargados en la dirección de *c* y una parte negativa que tiene la

forma de toro, perpendicular a dicho eje. El caso *F*) es el inverso del caso *D*), en el sentido que la parte positiva y negativa se han intercambiado como resultado de que ahora la superficie de coeficientes de dilatación viene expresada por:

$$\alpha = \alpha_1 (\beta_1^2 + \beta_2^2) - \alpha_3 \beta_3^2 \quad (13)$$

el coeficiente α_3 es, en este caso, paralelo al eje *c*.

En ambos casos, existe una superficie cónica de dilatación nula, cuyo ángulo del cono viene dado por la ecuación (3). La figura 5 presenta la sección principal $\alpha_1 - \alpha_3$ del caso *D*), en la que se observa la línea de dilatación nula; correspondiendo la figura 7e a su superficie de revolución.

En el caso *E*), la superficie de coeficientes de dilatación térmica viene expresada por:

$$\alpha = \alpha_1 (\beta_1^2 + \beta_2^2) \quad (14)$$

y corresponde a un toro perpendicular al eje *c*. En este caso existe una línea de dilatación nula, que es precisamente dicho eje *c*. En la figura 6 se presenta la sección principal $\alpha_1 - \alpha_3$ y la correspondiente superficie de revolución se presenta en la figura 7f.

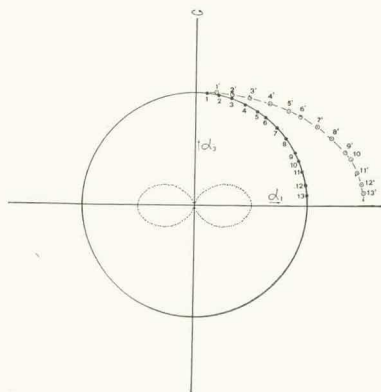


Fig. 6.—Sección principal para $\alpha_1 > 0$ y $\alpha_3 = 0$. Eje de rotación en la dirección α_3 .

Los otros casos teóricamente posibles, tales como que los tres coeficientes son negativos o que uno de los coeficientes sea negativo y el otro nulo, no se dan en la realidad, aunque el primero sería morfológicamente idéntico a los casos *A*) y *B*), según sea α_1 paralelo o perpendicular a *c* y el segundo a los casos *C*) y *E*) dependiendo igualmente de la posición de α_1 con respecto a *c*.

Cristales rómbicos, monoclinicos y triclinicos.—En estos cristales los tres coeficientes principales de dilatación térmica son diferentes entre sí, es decir:

$$\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3 \quad (15)$$

La orientación de los coeficientes principales en el cristal depende, como es sabido, de la simetría propia del cristal. En los cristales rómbicos, los tres coeficientes principales son paralelos respectivamente a los tres ejes cristalográficos sin predilección a priori. En los cristales monoclinicos, uno de los coeficientes principales es paralelo al eje b (binario) del cristal y los otros dos están contenidos en el plano (010). En los cristales triclinicos no existe restricción alguna en cuanto a la orientación mutua coeficientes de dilatación ejes cristalográficos.

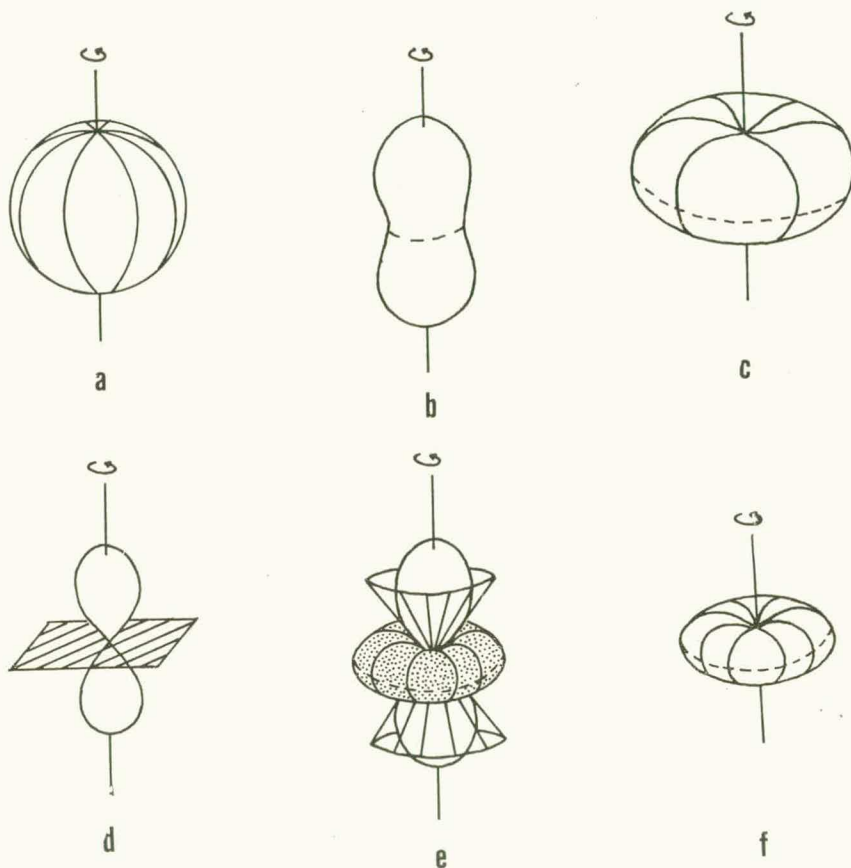


Fig. 7.—Superficies de coeficientes de dilatación con simetría de rotación. Ver descripción en el texto.

En todo caso, los tres coeficientes principales son distintos entre sí. La superficie de los coeficientes de dilatación tiene la forma

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 + \alpha_2 \beta_2^2 + \alpha_3 \beta_3^2 \quad (16)$$

referida a los ejes principales de dilatación térmica. La simetría de dicha superficie es $m. 2$: $m.$, que equivale a la cristalográfica $2/m., 2/m., 2/m.$

Los casos posibles son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 A) & \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 > 0 \\
 B) & \alpha_1, \alpha_2 > 0; \alpha_3 = 0 \\
 C) & \alpha_1, \alpha_2 > 0; \alpha_3 < 0 \\
 D) & \alpha_1 > 0; \alpha_2 = 0; \alpha_3 < 0 \\
 E) & \alpha_1 > 0 > \alpha_2 \neq \alpha_3
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

En el caso *A*) la superficie de los coeficientes de dilatación viene expresada por la ecuación (16). Las secciones principales, es decir, $\alpha_1 \alpha_2$, $\alpha_2 \alpha_3$ y $\alpha_1 \alpha_3$ son similares a la que se representa en la figura 2, y tridimensionalmente tiene la forma que se presenta en la figura 8a.

En el caso *B*) la ecuación de la superficie de los coeficientes de dilatación térmica queda de la forma:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 + \alpha_2 \beta_2^2 \tag{18}$$

y la superficie correspondiente (fig. 8b) tiene la forma de una rosquilla con dos embudos penetrantes que están en contacto con sus cumbres. Las secciones principales, $\alpha_1 \alpha_2$ y $\alpha_2 \alpha_3$, son del tipo representado en las figuras 2 y 3, mientras que la $\alpha_1 \alpha_3$ corresponde a la figura 4.

Para el caso *C*) la ecuación (16) queda en la forma:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 + \alpha_2 \beta_2^2 - \alpha_3 \beta_3^2 \tag{19}$$

La figura 8c presenta la superficie de los coeficientes de dilatación térmica correspondiente y se compone de dos partes negativas ovoides y una alargada positiva que tiene forma de rosquilla prolongada. En este caso existe una superficie de dilatación nula en forma de "cono elíptico" y cuyo ángulo, en cada dirección axial, viene dado por la ecuación (3). Las correspondientes secciones principales, $\alpha_1 \alpha_3$ y $\alpha_2 \alpha_3$, corresponden al tipo de la figura 4, mientras que la sección $\alpha_1 \alpha_2$ lo sería al tipo de la figura 2 con sólo cambiar α_3 por α_2 .

En el caso *D*) la ecuación que define la superficie de los coeficientes de dilatación térmica es de la forma:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 - \alpha_3 \beta_3^2 \tag{20}$$

La superficie correspondiente, que se representa en la figura 8d, está compuesta por dos ovoides: uno negativo y otro positivo, de tamaño diferente y perpendiculares entre sí, unidos por sus cimas en un punto.

Las secciones principales son similares a las de las figuras ya tratadas, teniendo en cuenta los cambios adecuados de los coeficientes. Así, la sección $\alpha_1 \alpha_2$ es similar a la figura 4, $\alpha_1 \alpha_3$ es similar a la figura 5 y $\alpha_2 \alpha_3$ a la figura 4, pero siendo sus valores negativos.

En este caso existe, igual que en el caso *C*), una superficie cónica de dilatación nula, cuyo ángulo viene igualmente expresado por la ecuación (3).

El caso *E*) queda definido por la ecuación:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 - (\alpha_2 \beta_2^2 + \alpha_3 \beta_3^2) \tag{21}$$

la superficie de coeficientes corresponde a la figura 8c, con la salvedad que las superficies positiva y negativa se han intercambiado. Las secciones principales corresponden a las presentadas en la figura 5 para $\alpha_1 \alpha_3$ y $\alpha_1 \alpha_2$, mientras que la sección $\alpha_2 \alpha_3$, aunque toda ella negativa, corresponde al tipo de la figura 2 o 3.

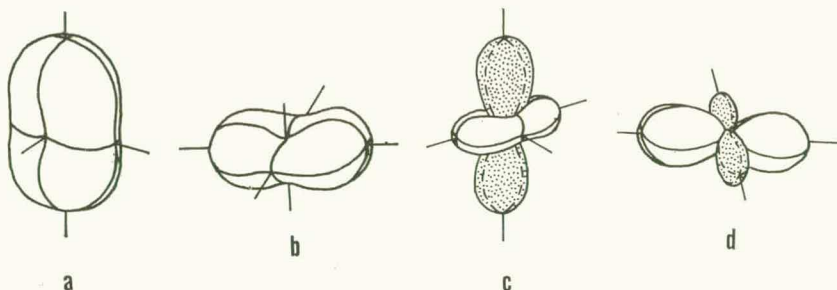


Fig. 8.—Superficies de coeficientes de dilatación sin simetría de rotación. Ver descripción en el texto.

(Recibido el 16 de abril de 1980.)

(Aceptado el 20 de junio de 1980.)

BIBLIOGRAFÍA.

MITSCHERLICH, E.

1824. Ueber das Verhältniss der Form der Krystallisirten Körper zur Ausdehnung durch die Wärme. *Ann. Physik* (2), 1: 125-127.

1827. Ueber die Ausdehnung der Krystallisirten Körper durch die Wärme. *Ann. Physik* (2), 10: 137-152.

NEUMAN, F. E.

1833. Die thermische, optischen und krystallographischen Axen des Krystallsystems des Gypses. *Ann. Physik* (2), 27: 240-274.

SHUBNIKOV, A. V.

1956. Unas cuantas particularidades de la deformación térmica de los cristales (en ruso). *Kristallographia* (Moscou), 1: 95-104.

Los casos posibles son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 A) & \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 > 0 \\
 B) & \alpha_1, \alpha_2 > 0; \alpha_3 = 0 \\
 C) & \alpha_1, \alpha_2 > 0; \alpha_3 < 0 \\
 D) & \alpha_1 > 0; \alpha_2 = 0; \alpha_3 < 0 \\
 E) & \alpha_1 > 0 > \alpha_2 \neq \alpha_3
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

En el caso *A*) la superficie de los coeficientes de dilatación viene expresada por la ecuación (16). Las secciones principales, es decir, $\alpha_1 \alpha_2$, $\alpha_2 \alpha_3$ y $\alpha_1 \alpha_3$ son similares a la que se representa en la figura 2, y tridimensionalmente tiene la forma que se presenta en la figura 8a.

En el caso *B*) la ecuación de la superficie de los coeficientes de dilatación térmica queda de la forma:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 + \alpha_2 \beta_2^2 \tag{18}$$

y la superficie correspondiente (fig. 8b) tiene la forma de una rosquilla con dos embudos penetrantes que están en contacto con sus cumbres. Las secciones principales, $\alpha_1 \alpha_2$ y $\alpha_2 \alpha_3$, son del tipo representado en las figuras 2 y 3, mientras que la $\alpha_1 \alpha_3$ corresponde a la figura 4.

Para el caso *C*) la ecuación (16) queda en la forma:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 + \alpha_2 \beta_2^2 - \alpha_3 \beta_3^2 \tag{19}$$

La figura 8c presenta la superficie de los coeficientes de dilatación térmica correspondiente y se compone de dos partes negativas ovoides y una alargada positiva que tiene forma de rosquilla prolongada. En este caso existe una superficie de dilatación nula en forma de "cono elíptico" y cuyo ángulo, en cada dirección axial, viene dado por la ecuación (3). Las correspondientes secciones principales, $\alpha_1 \alpha_3$ y $\alpha_2 \alpha_3$, corresponden al tipo de la figura 4, mientras que la sección $\alpha_1 \alpha_2$ lo sería al tipo de la figura 2 con sólo cambiar α_3 por α_2 .

En el caso *D*) la ecuación que define la superficie de los coeficientes de dilatación térmica es de la forma:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 - \alpha_3 \beta_3^2 \tag{20}$$

La superficie correspondiente, que se representa en la figura 8d, está compuesta por dos ovoides: uno negativo y otro positivo, de tamaño diferente y perpendiculares entre sí, unidos por sus cimas en un punto.

Las secciones principales son similares a las de las figuras ya tratadas, teniendo en cuenta los cambios adecuados de los coeficientes. Así, la sección $\alpha_1 \alpha_2$ es similar a la figura 4, $\alpha_1 \alpha_3$ es similar a la figura 5 y $\alpha_2 \alpha_3$ a la figura 4, pero siendo sus valores negativos.

En este caso existe, igual que en el caso *C*), una superficie cónica de dilatación nula, cuyo ángulo viene igualmente expresado por la ecuación (3).

El caso *E*) queda definido por la ecuación:

$$\alpha = \alpha_1 \beta_1^2 - (\alpha_2 \beta_2^2 + \alpha_3 \beta_3^2) \tag{21}$$

la superficie de coeficientes corresponde a la figura 8c, con la salvedad que las superficies positiva y negativa se han intercambiado. Las secciones principales corresponden a las presentadas en la figura 5 para $\alpha_1 \alpha_3$ y $\alpha_1 \alpha_2$, mientras que la sección $\alpha_2 \alpha_3$, aunque toda ella negativa, corresponde al tipo de la figura 2 o 3.

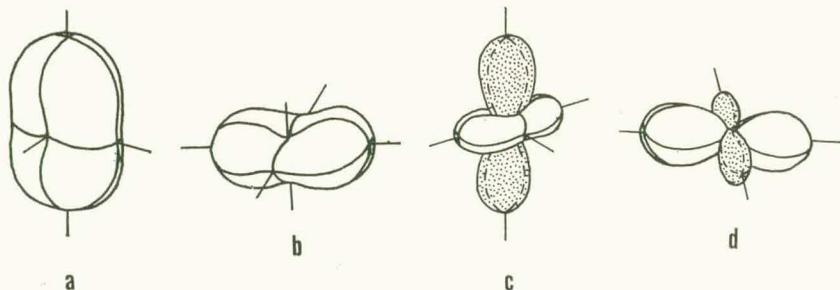


Fig. 8.—Superficies de coeficientes de dilatación sin simetría de rotación. Ver descripción en el texto.

(Recibido el 16 de abril de 1980.)

(Aceptado el 20 de junio de 1980.)

BIBLIOGRAFÍA.

MITSCHERLICH, E.

1824. Ueber das Verhältniss der Form der Krystallisirten Körper zur Ausdehnung durch die Wärme. *Ann. Physik* (2), 1: 125-127.

1827. Ueber die Ausdehnung der Krystallisirten Körper durch die Wärme. *Ann. Physik* (2), 10: 137-152.

NEUMAN, F. E.

1833. Die thermische, optischen und krystallographischen Axen des Krystallsystems des Gypses. *Ann. Physik* (2), 27: 240-274.

SHUBNIKOV, A. V.

1956. Unas cuantas particularidades de la deformación térmica de los cristales (en ruso). *Kristallographia* (Moscou), 1: 95-104.