UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA



TRABAJO DE FIN DE GRADO

Código de TFG: FT41

Ondas gravitatorias, su detección y fuentes astrofísicas

Gravitational waves, their detection and asthrophysical sources

Supervisor: Antonio Dobado González

Almudena Álvarez Manzanedo

Grado en Física

Curso académico 2025-26

Convocatoria Ordinaria

Calificación: 9.3

Resumen:

En 1915, Einstein revolucionó el campo de la gravitación con la formulación de la teoría de la relatividad general. A lo largo de los siguientes diez años desarrolló, a raíz de esta teoría, una nueva teoría de la gravitación universal con sus propias ecuaciones de campo gravitacional. Integrando las ecuaciones, por medio de una aproximación, propuso en 1916 la existencia de ondas gravitacionales como solución de estas ecuaciones de campo. Estas soluciones aproximadas por Einstein fueron causa de controversia en la comunidad científica, que buscaba una demostración rigurosa de su existencia que descartase la posibilidad de que estas soluciones fuesen un efecto aparente causado por las coordenadas escogidas. Tras contribuciones de muchos autores, se logró hallar la demostración teórica de su existencia, con lo que comenzó la búsqueda de los efectos de estas ondas gravitacionales. En 1981 se encontró la primera prueba indirecta de la existencia de las ondas gravitacionales gracias al descubrimiento de 1974 de un púlsar en un sistema binario. Casi un siglo después de la primera propuesta realizada por Einstein, se logró finalmente la detección directa de las ondas gravitacionales en septiembre de 2015, y en la actualidad suponen una importante contribución a la astronomía multimensajero.

Abstract:

In 1915, Einstein revolutionized de field of gravitation with the development of the theory of general relativity. Over the next ten years, building upon this theory, he developed a new theory of universal gravitation with it's own gravitational field equations. Integrating these equations through an approximation, he proposed, in 1916, the existence of gravitational waves as an approximate solution to the field equations. These results caused controversy in the scientific community, which sought rigorous proof of their existence that would rule out the possibility that the solutions where an apparent effect caused by the chosen coordinates. After contributions from many authors, theoretical proof of their existence was finally found, thus beginning the search for the effects of these gravitational waves. In 1981, the first indirect evidence for their existence was found thanks to the discovery of a pulsar in a binary system. Almost a century after Esintein's first proposal, the direct detection of gravitational waves was finally achieved in 2015, and today they represent an important contribution to multi-messenger astronomy.

Índice

1. Introducción **3**

2. Objetivos **3**

3. Metodología **3**

4. Primeros años de las Ondas Gravitacionales. **3**

5. Pruebas indirectas de la existencia de Ondas Gravitacionales **5**

6. Las Ondas Gravitacionales **6**
6.1. Linealización de las ecuaciones de la Relatividad General. 6
6.2. El gauge TT (Transverse-Traceless gauge) 8
6.3. La interacción de las ondas gravitacionales. 9
6.3.1. El sistema de referencia TT. 9
6.3.2. El sistema de referencia propio del detector. 10

7. Detección directa de las Ondas Gravitacionales **12**

8. Futuro en la Investigación de Ondas Gravitacionales **15**

9. Conclusiones **15**

1. Introducción

Una de las teorías más revolucionarias de la física del siglo XX fue la teoría de la relatividad general de Einstein que predijo numerosos efectos que se han ido corroborando a lo largo del último siglo. Uno de estos efectos predichos por la relatividad general fue la existencia de las ondas gravitacionales. Estas eran una aproximación de las ecuaciones de campo gravitatorio, pero se dudó de su existencia durante años. Sin embargo, un siglo después de su primera proposición se lograron detectar y resultan uno de los elementos más relevantes de la observación multi-mensajero.

2. Objetivos

El objetivo de este trabajo es realizar una revisión de los sucesos del último siglo que han llevado a la detección de las ondas gravitacionales. Empezando por la controversia inicial que buscaba determinar si las ondas gravitacionales existían realmente y tenían un efecto físico o eran sólo un efecto del sistema de coordenadas escogido. Además, vamos a tratar las primeras evidencias de la existencia de las ondas gravitacionales, con la primera prueba indirecta de su existencia en 1981 y la primera detección directa realizada en 2015 por el proyecto LIGO. Por último, se comentará el estado actual de las investigaciones en este campo y los proyectos en desarrollo para la construcción de nuevos detectores.

3. Metodología

La metodología para este trabajo consiste en una revisión bibliográfica. Por un lado centrada en la bibliografía histórica para estudiar los primeros años de desarrollo de las ondas gravitacionales a través de los artículos originales en los que se publican cada uno de los avances presentados y otras fuentes que estudian también esta evolución histórica. Por otro lado, se estudian fuentes bibliográficas que son relevantes para el estado actual de este área y el desarrollo de los detectores de ondas gravitacionales.

4. Primeros años de las Ondas Gravitacionales.

En 1915 Einstein publicó el articulo titulado 'The Field Equations of Gravitation' [1] en la que presentaba finalmente las ecuaciones de campo para la gravitación. Meses más tarde publicó un nuevo artículo 'Approximative Integration of the Field Equations of Gravitation' [2] en el que buscaba hallar soluciones aproximadas a estas ecuaciones de campo. Fue a partir de estas soluciones que dedujo la existencia de ondas gravitacionales.

En el artículo de 1916, Einstein linealiza las ecuaciones del campo gravitatorio aproximando la métrica a una métrica plana. Asume que las variaciones respecto a esta métrica son suficientemente pequeñas como para despreciar sus contribuciones cuadráticas y sus productos frente a las contribuciones de la métrica plana. Calculando las contribuciones de estas perturbaciones de manera análoga a los potenciales retardados en electrodinámica, deduce la existencia de ondas gravitacionales que viajarían a la velocidad de la luz. Identifica tres tipos de ondas o perturbaciones de la métrica que se corresponden con las propiedades de las ondas longitudinales, las ondas transversales y un nuevo tipo de simetría. Realiza un estudio de la energía transportada por estas ondas y encuentra que solo las ondas del último tipo son capaces de transportar energía. Por lo tanto, deduce que las ondas gravitacionales longitudinales y transversales son un efecto aparente que desaparece con la elección de las coordenadas adecuadas y sólo las ondas gravitacionales con

esta nueva simetría representarían un efecto físico real. Llegó finalmente a la conclusión de que los átomos debían radiar tanto energía electromagnética como gravitacional. Tras la publicación de este artículo, diversos científicos encontraron que Einstein había realizado un error de cálculo que afectaba a los resultados de su artículo [3].

En 1918, Einstein publicó un nuevo artículo [4] en el que se centraba exclusivamente en las ondas gravitacionales, buscando aclarar las dudas surgidas tras la publicación de su artículo de 1916 y corregir el error de cálculo. En este artículo, mantiene un sistema de coordenadas más riguroso, lo que permite separar de manera apropiada las ondas reales de las aparentes. En esta ocasión, establece de manera clara que las distorsiones longitudinales y las que había denominado como un nuevo tipo de simetría son artificiales y no representan un transporte de energía real. Mientras que las componentes transversales son distorsiones físicas que no se pueden reducir a cero mediante un cambio de coordenadas. Al igual que en el artículo de 1916 realiza el cálculo de la radiación asociada a las ondas gravitacionales y sus conclusiones varían en dos puntos respecto a lo publicado anteriormente. Por un lado, encuentra que solo los sistemas con momento cuadrupolar acelerado, sin simetría, emiten radiación. Establece que el resultado anterior había sido distorsionado por un error en el cálculo y confirma, por tanto, que un sistema mecánico que mantenga su simetría esférica no emite radiación. Además, corrige el cálculo de la radiación emitida asociada al momento cuadrupolar, variando el resultado en un factor de dos. Sin embargo, esta nueva demostración no fue suficiente y científicos como Eddington buscaron una demostración más rigurosa.

Una de las contribuciones más notables y reconocidas fue la de Eddington en 1922 en su artículo 'The propagation of gravitational waves' [5]; su objetivo principal era realizar una demostración más rigurosa de la que había realizado Einstein sobre la velocidad de propagación de las ondas gravitacionales. Establece que en los artículos de Einstein la propagación de las ondas a la velocidad de la luz es una elección arbitraria. Aborda la resolución de las ondas planas desde un punto de vista más geométrico, discerniendo las ondas aparentes de las reales a través de un criterio distinto al de Einstein. Eddington desarrolla cada componente de la matriz de distorsión de la métrica en función de los símbolos de Christoffel, lo que le permite descartar las distorsiones que son anuladas por las componentes nulas de los símbolos de Christoffel y que corresponderían a un efecto analítico de la elección de coordenadas. Demostrando que las ondas transversales no pueden ser un efecto del sistema de coordenadas elegido por Einstein y que viajan a la velocidad de la luz independientemente del sistema de coordenadas escogido. De esta manera generalizó los resultados de Einstein de 1918 a cualquier sistema de coordenadas y demostró que la velocidad con la que viajaban era independiente de ese sistema, y debía ser, por tanto, la velocidad de la luz.

Años más tarde, Einstein retomó el estudio de las ondas gravitacionales, publicando un nuevo artículo junto a Rosen con el objetivo de calcular una solución rigurosa para las ondas gravitacionales que no dependiera de las aproximaciones realizadas en los artículos anteriores. La primera versión de este artículo fue originalmente enviada en 1936 a la revista Physical Review, con el título 'Do Gravitational Waves Exist?' [6]. En esta primera versión encontraron que no podían hallar una solución exacta para las ondas gravitacionales sin introducir singularidades a los componentes de la métrica, lo que les llevó a la conclusión de que las ondas gravitacionales no existían. La revista mandó el artículo a un revisor anónimo que encontró errores en los cálculos que afectaban a los resultados finales, por lo que el artículo fue devuelto para su corrección. Al enterarse de que su artículo había sido compartido para ser revisado antes de su publicación, Einstein retiró el artículo y no volvió a publicar en esta revista.

Unos meses más tarde, recibió las correcciones de Robertson, lo que le llevó a modificar el artículo, ya que la conclusión a la que llegaba era radicalmente distinta con estos cambios. Esta segunda

versión fue publicada en 1937 en la revista del Franklin Institute con el título 'On Gravitational Waves' [7]. En esta versión, emplean coordenadas cilíndricas en lugar de las coordenadas cartesianas de la primera versión, lo que elimina las singularidades que habían encontrado. Este cambio de coordenadas les permitió calcular la solución exacta para las ondas gravitacionales cilíndricas. Con este resultado parecía consolidarse la demostración teórica de las ondas gravitacionales, pero todavía no se había desarrollado el efecto que ocasionarían estas ondas en los objetos.

Uno de los principales puntos de inflexión en este desarrollo tuvo lugar en la conferencia de Chapel Hill de 1957 [8]. A raíz de esta conferencia se planteó el efecto de las ondas gravitacionales sobre las partículas libres [9], Felix Pirani planteó la formulación matemática necesaria demostrando, por medio de las ecuaciones de desviación geodésica que los efectos de las ondas gravitacionales podían observarse como aceleraciones relativas entre masas libres vecinas. A raíz de lo planteado por Pirani, Feyman propuso el experimento mental conocido como las cuentas pegajosas [6]. Este experimento mental tiene como objetivo probar que las ondas gravitacionales podrían realizar un trabajo por medio de la fricción de estás con una varilla, generarando calor.

De esta manera, se consolidó la teoría de las ondas gravitacionales en el plano teórico. Se había estudiado ya su forma y sus efectos de manera teórica, pero su detección no llegaría hasta años más tarde.

5. Pruebas indirectas de la existencia de Ondas Gravitacionales

El principal problema que presenta la detección de una onda gravitacional es su baja intensidad lo que dificulta la detección directa. Es por esto que el primer indicio de la existencia de las ondas gravitacionales fue la detección indirecta.

En Julio de 1974, Hulse y Taylor detectaron por primera vez un pulsar en un sistema binario (PSR 1913+16). La publicación de este hallazgo se realizó en el Astrophysical Journal en enero de 1975 [10]. En esta primera publicación se describen las características generales de este pulsar binario. Este descubrimiento les supuso el Premio Nobel de Física de 1993 por el descubrimiento de este nuevo tipo de pulsar que abría nuevas posibilidades en el estudio de la gravitación [11].

Este tipo de pulsar permitía, a través de la medida regular de los pulsos emitidos, monitorizar la órbita del sistema binario. Tras años de observaciones Taylor y Weisenberg publicaron un artículo en el que analizaban los datos de la órbita de PSR 1913+16 obtenidos del pulsar binario [12]. Observaron un claro decaimiento en la órbita que se correspondía con los valores esperados por la radiación cuadrupolar gravitacional predicha por la relatividad general.

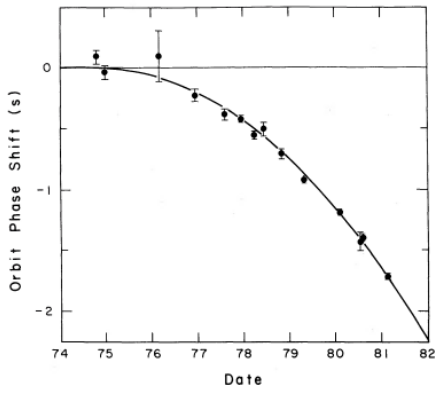


Figura 1: Datos medidos para la variación de la órbita de PSR 1913+16 desde el descubrimiento del púlsar hasta el momento de la publicación del artículo.

En la figura (1) observamos el decaimiento de la órbita medido por Taylor y Weisenberg. En esta gráfica también están representados los valores esperados para la órbita en ausencia de radiación gravitatoria y, por lo tanto, sin variaciones a lo largo de los años (línea horizontal). También se representa la línea correspondiente a los valores esperados de la variación de la órbita como consecuencia de la emisión de radiación gravitacional (línea parabólica).

Esto supuso la prueba indirecta de la existencia de las ondas gravitacionales, ya que la energía pérdida por radiación gravitacional se debía corresponder con la emisión de las ondas. Este descubrimiento asentó definitivamente la existencia de las ondas gravitacionales e identificó los posibles orígenes para la futura detección directa que se realizaría años más tarde.

6. Las Ondas Gravitacionales

Para poder comprender el sistema necesario para la detección de las ondas, vamos a desarrollar detenidamente la teoría conocida hasta ahora, basándonos en el libro de Maggiore [13]. Empezaremos por la aproximación para obtener la linealización de las ecuaciones de Einstein; continuaremos con el estudio del gauge transverso-sin traza (TT), que nos permite simplificar las expresiones de las ondas, y finalizaremos con el estudio del efecto de las ondas gravitacionales en dos sistemas de coordenadas distintos: el sistema de coordenadas TT y el sistema de coordenadas del detector.

6.1. Linealización de las ecuaciones de la Relatividad General.

Podemos desarrollar las ecuaciones de la relatividad general en una métrica plana a orden lineal en $h_{\mu\nu}$,

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad ; \quad h_{\mu\nu} \ll 1 \tag{1}$$

Partimos de la ecuación de la relatividad general de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{2}$$

Esta ecuación es invariante frente a transformaciones de coordenadas $x^\mu \to x'^\mu(x)$ (siendo $x'^\mu(x)$ una función arbitraria suficientemente suave), de tal manera que podemos cambiar el sistema de

coordenadas según lo que estemos estudiando. Bajo este cambio de coordenadas, la ecuación (2) se ve afectada a través del término de la métrica:

$$g_{\mu\nu}(x) \to g'_{\mu\nu}(x') = \frac{\partial x^\rho}{\partial x'^\mu}\frac{\partial x^\sigma}{\partial x'^\nu} g_{\rho\sigma}(x) \tag{3}$$

Como buscamos una métrica plana $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ con $h_{\mu\nu} \ll 1$, podemos desarrollar las ecuaciones a orden lineal en $h_{\mu\nu}$. En esta métrica plana seguimos teniendo un gauge residual que nos permitirá simplificar las ecuaciones a través de una transformación de coordenadas,

$$x^\mu \to x'^\mu = x^\mu + \xi^\mu(x), \tag{4}$$

con la condición de que $|\partial_\mu \xi_\nu|$ sea del orden de $|h_{\mu\nu}|$ para que la condición $h_{\mu\nu} \ll 1$ se mantenga, ya que $h_{\mu\nu}$ se transformaría (a orden lineal) de la siguiente manera:

$$h_{\mu\nu} \to h'_{\mu\nu}(x') = h_{\mu\nu}(x) - (\partial_\mu \xi_\nu + \partial_\nu \xi_\mu) \tag{5}$$

Por tanto, desarrollando las ecuaciones de Einstein a orden lineal podemos mantener un gauge de coordenadas que nos permitirá simplificar nuestras expresiones. Para escribir estas ecuaciones a orden lineal necesitamos expresar el tensor de Riemann en función de $h_{\mu\nu}$,

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{2}\left(\partial_\nu\partial_\rho h_{\mu\sigma} + \partial_\mu\partial_\sigma h_{\nu\rho} - \partial_\mu\partial_\rho h_{\nu\sigma} - \partial_\nu\partial_\sigma h_{\mu\rho}\right). \tag{6}$$

Para la ecuación de Einstein necesitaremos tanto $R_{\mu\nu}$ como R, por lo que los calculamos contrayendo el tensor

$$R_{\nu\sigma} = \eta^{\mu\rho} R_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{2}\left(\partial_\nu\partial_\mu h^\mu_\sigma + \partial_\mu\partial_\sigma h^\mu_\nu - \partial_\nu\partial_\sigma h - \Box h_{\nu\sigma}\right) \tag{7}$$

$$R = \eta^{\nu\sigma} R_{\nu\sigma} = \partial_\nu\partial_\sigma h^{\nu\sigma} - \Box h \tag{8}$$

Por lo tanto, podemos escribir la ecuación de Einstein de la siguiente manera

$$\partial_\nu\partial_\mu h^\mu_\sigma + \partial_\mu\partial_\sigma h^\mu_\nu - \partial_\nu\partial_\sigma h - \Box h_{\nu\sigma} - \eta_{\mu\nu}\partial_\nu\partial_\sigma h^{\nu\sigma} + \eta_{\mu\nu}\Box h = 16\pi G T_{\nu\sigma} \tag{9}$$

para simplificar esta expresión podemos introducir $\bar{h}_{\nu\sigma} = h_{\nu\sigma} - \frac{1}{2}\eta_{\nu\sigma} h$, con la ventaja $\bar{h} = -h$, para introducirlo en la expresión (9) necesitaremos:

$$h_{\nu\sigma} = \bar{h}_{\nu\sigma} - \frac{1}{2}\eta_{\nu\sigma}\bar{h} \tag{10}$$

$$h^\mu_\sigma = \eta^{\mu\rho} h_{\rho\sigma} = \bar{h}^\mu_\sigma - \frac{1}{2}\delta^\mu_\sigma \bar{h} \tag{11}$$

$$h^{\nu\sigma} = \bar{h}^{\nu\sigma} - \frac{1}{2}\eta^{\nu\sigma}\bar{h} \tag{12}$$

La expresión simplificada que obtenemos:

$$\Box\bar{h}_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu}\partial^\rho\partial^\sigma\bar{h}_{\rho\sigma} - \partial^\rho\partial_\nu\bar{h}_{\mu\rho} - \partial^\rho\partial_\mu\bar{h}_{\nu\rho} = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}. \tag{13}$$

Como hemos visto al inicio contamos con una libertad de gauge que nos permite emplear el gauge de Lorentz $\partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} = 0$. Por tanto la transformación (5) sería de la siguiente manera:

$$\bar{h}_{\mu\nu} \to \bar{h}'_{\mu\nu} - (\partial_{mu}\xi_\nu + \partial_\nu \xi_\mu - \eta_{\mu\nu}\partial_\rho \xi^\rho) \tag{14}$$

$$\partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} \to (\partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu})' = \partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} - \Box \xi_\mu \tag{15}$$

Esto implica que para aplicar el gauge de Lorentz $\partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} = f_\mu(x)$ debe ser igual a $\Box\xi_\mu$. Aplicando esto, obtenemos la linearización de las ecuaciones de Einstein:

$$\Box \bar{h}_{\nu\sigma} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\nu\sigma}. \tag{16}$$

6.2. El gauge TT (Transverse-Traceless gauge)

Una vez que tenemos las ecuaciones de Einstein linealizadas, buscamos las coordenadas adecuadas para su estudio. Queremos simplificar estas ecuaciones para su detección, por lo que deseamos simplificarlas fuera de la fuente que las produce, en el vacío en que se propagan. Una manera de obtener esto sería imponer $T_{\mu\nu} = 0$, por lo que la ecuación (16) quedaría como

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \tag{17}$$

Esto implica que las ondas gravitacionales viajan a la velocidad de la luz ya que $\Box = -\frac{1}{c^2}\partial_t^2 + \nabla^2$; y no se podría imponer en la fuente ya que en la fuente $\bar{h}_{\mu\nu} \neq 0$.

Como hemos visto en el apartado anterior, las ecuaciones linearizadas mantienen un gauge que nos permite realizar transformaciones de coordenadas manteniendo las ecuaciones invariantes. Con el gauge de Lorentz que hemos impuesto, la matriz simétrica $h_{\mu\nu}$ ha pasado de tener diez grados de libertad a tener seis. Estos se pueden determinar por medio de la transformación de coordenadas $x^\mu \to x^\mu + \xi^\mu$, siempre que $\Box\xi_\mu = 0$ para que la condición $\partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} = 0$ se mantenga. Tenemos cuatro grados de libertad que nos permiten imponer condiciones adicionales a través de las cuatro funciones arbitrarias ξ_μ, siempre que verifiquen $\Box\xi_\mu = 0$, con estas condiciones $h_{\mu\nu}$ quedaría simplificado a dos grados de libertad.

Imponemos ξ_0 que verifique que la traza se anula; de esta manera $h = 0$; por lo tanto, $\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}$. Podemos establecer el resto de funciones ξ^i para que $h^{0i} = 0$. Estableciendo estas dos restricciones en ξ^μ, la condición de Lorentz se simplificaría en $\mu = 0$ a $\partial^0 h_{00} = 0$. Esto implica que h_{00} es constante con el tiempo y se relaciona con la componente estática de las ondas gravitacionales. Por tanto, podemos determinar que las componentes temporales $h_{0\mu}$ se anulan y solo quedaría determinar las componentes espaciales h_{ij}. Para estas componentes la condición de Lorentz sería $\partial^j h_{ij} = 0$ y la condición para anular la traza es $h^i_i = 0$.

En resumen, las condiciones para obtener la traza nula serían:

$$h^{0\mu} = 0, \quad h^i_i = 0, \quad \partial^i h_{ij} = 0. \tag{18}$$

La ecuación (17) tiene soluciones de onda plana $h^{TT}_{ij}(x) = e_{ij}(\mathbf{k})e^{ikx}$, con $k^\mu = (\omega/c, \mathbf{k})$ y $\omega/c = |\mathbf{k}|$. Según las condiciones que hemos impuesto, las componentes no nulas de h^{TT}_{ij} se encuentran en el plano transverso a la dirección de propagación de la onda. Es por esto que denominamos a este gauge TT (transverso-sin traza). Imponiendo que la dirección de propagación se encuentra a lo

largo del eje z y h_{ij} es simétrica y sin traza (gauge TT) la onda plana h_{ij}^{TT} tendría la siguiente forma:

$$h_{ij}^{TT}(t,z) = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times & 0 \\ h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{ij} cos[\omega(t-z/c)] \tag{19}$$

En esta onda h_+ y $h_\times$ son las amplitudes de polarización de la onda. Podemos obtener la expresión para el intervalo espacio-temporal para estas ondas:

$$ds^2 = -c^2dt^2+dz^2+\{1+h_+\cos[\omega(t-z/c)]\}dx^2+\{1-h_+\cos[\omega(t-z/c)]\}dy^2+2h_\times\cos[\omega(t-z/c)]dxdy \tag{20}$$

6.3. La interacción de las ondas gravitacionales.

Para entender del todo cómo se comportan las ondas gravitacionales debemos ver cómo interaccionan con un conjunto de masas para poder deducir qué efectos podemos esperar en un detector. Estudiaremos la interacción en dos sistemas de referencia distintos, el sistema de referencia TT, que simplificará la expresión de las ondas graviatcionales; y el sistema de referencia del detector, que simplificará la descripción de nuestro detector.

Para estudiar cómo se alteran las masas de prueba a causa de las ondas gravitacionales en los sistemas de referencia estudiados, partiremos de las ecuaciones de la geodésica para una masa en un espacio de métrica $g_{\mu\nu}$ en ausencia de fuerzas externas no gravitatorias,

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\nu\rho}(x)\frac{dx^\nu}{d\tau}\frac{dx^\rho}{d\tau} = 0, \tag{21}$$

y la ecuación de la desviación geodésica

$$\frac{d^2\xi^\mu}{d\tau^2} + 2\Gamma^\mu_{\nu\rho}(x)\frac{dx^\nu}{d\tau}\frac{d\xi^\rho}{d\tau} + \xi^\sigma\partial_\sigma\Gamma^\mu_{\nu\rho}(x)\frac{dx^\nu}{d\tau}\frac{dx^\rho}{d\tau} = 0. \tag{22}$$

6.3.1. El sistema de referencia TT.

En este sistema de referencia, el efecto causado por las ondas gravitacionales no se observa en la variación de la posición de nuestras masas, ya que el propio sistema de coordenadas variará con la onda gravitacional.

Planteamos la ecuación de la geodésica para una masa en reposo en $\tau = 0$, por lo que $\frac{dx^i}{d\tau} = 0$

$$\left.\frac{d^2x^i}{d\tau^2}\right|_{\tau=0} = -\left[\Gamma^i_{\nu\rho}(x)\frac{dx^\nu}{d\tau}\frac{dx^\rho}{d\tau}\right]_{\tau=0} = -\left[\Gamma^i_{00}\left(\frac{dx^0}{d\tau}\right)^2\right]_{\tau=0} \tag{23}$$

Al igual que en los apartados anteriores $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ por lo que podemos desarrollar las expresiones a primer orden en $h_{\mu\nu}$, el símbolo de Christoffel será

$$\Gamma^\mu_{\nu\rho} = \frac{1}{2}\eta^{\mu\sigma}\left(\partial_\nu h_{\rho\sigma} + \partial_\rho h_{\nu\sigma} - \partial_\sigma h_{\nu\rho}\right). \tag{24}$$

Para la ecuación de la geodésica necesitamos los términos $\Gamma^i_{00} = \frac{1}{2}\left(2\partial_0 h_{\rho i} - \partial_i h_{00}\right)$, sin embargo, las condiciones que hemos impuesto para el gauge TT anulan las componentes $h_{\rho i}$ y h_{00} por lo que el símbolo de Christoffel se anulará y la ecuación de la geodésica quedará como $\frac{d^2x^i}{d\tau^2}|_{\tau=0} = 0$.

Calculamos las componentes espaciales de la desviación geodésica para este caso con el objetivo de estudiar si la separación entre las coordenadas ξ^i permanece constante ante la presencia de una onda gravitacional en el sistema de referencia TT. Imponiendo las condiciones para una masa en reposo en $\tau = 0$ en la ecuación de la desviación geodésica (22), asumiendo $dx^0/d\tau = c$,

$$\left.\frac{d^2\xi^i}{d\tau^2}\right|_{\tau=0} = -\left[2c\Gamma^i_{0\rho}\frac{d\xi^\rho}{d\tau} + c^2\xi^\sigma\partial_\sigma\Gamma^i_{00}\right]_{\tau=0}. \tag{25}$$

Habiendo calculado antes los símbolos de Christoffel, sabemos que el segundo término de esta expresión se anulará, ya que $\Gamma^i_{00} = 0$, y el primer término será no nulo sólo si ρ es una componente espacial. El símbolo de Christoffel correspondiente será $\Gamma^i_{0j} = (1/2)\partial_0 h_{ij}$, por lo que la ecuación de la desviación geodésica será:

$$\left.\frac{d^2\xi^i}{d\tau^2}\right|_{\tau=0} = -\left[\dot{h}_{ij}\frac{d\xi^i}{\cdot}d\tau\right]_{\tau=0} \tag{26}$$

Vemos que depende del término $d\xi^i/d\tau$, por lo que si $d\xi^i/d\tau = 0$, en $\tau = 0$, entonces $d^2\xi^i/d\tau^2 = 0$ y la separación entre las coordenadas es constante en todo momento.

Por tanto, la manera que tenemos de observar el efecto de una onda gravitacional en este sistema de referencia será a través de la distancia y el tiempo propios. Si tomamos dos eventos en $(t, x_1, 0, 0)$ y $(t, x_2, 0, 0)$, respectivamente, la distancia coordenada en nuestro sistema de referencia TT será $x_2 - x_1 = L$ y no va a variar a causa de las ondas gravitacionales. Sin embargo, la distancia propia s entre estos dos eventos la podemos calcular empleando la expresión para el intervalo espacio-temporal (20), y desarrollando la expresión a orden lineal en h_+,

$$s = (x_2 - x_1)[1 + h_+ cos(\omega t)]^{1/2} \simeq L[1 + \frac{1}{2}h_+ cos(\omega t)]. \tag{27}$$

En este caso, la distancia propia entre estos eventos variará de manera periódica con el tiempo a causa de las ondas gravitacionales. Podemos obtener la ecuación de la geodésica para este sistema de referencia TT en términos de esta distancia propia. Si establecemos la separación espacial entre los eventos como el vector L, la distancia propia a orden lineal será $s = L + h_{ij}(L_i L_j/2L)$; por tanto,

$$\ddot{s} \simeq \frac{1}{2}\ddot{h}_{ij}\frac{L_i}{L}L_j, \tag{28}$$

tomando $L_i/L = n_i$ y definiendo s_i con $s = n_i s_i$, obtenemos la ecuación para las geodésicas en términos de la distancia propia

$$\ddot{s} \simeq \frac{1}{2}\ddot{h}_{ij}L_j \simeq \frac{1}{2}\ddot{h}_{ij}s_j. \tag{29}$$

6.3.2. El sistema de referencia propio del detector.

Para poder entender de manera más intuitiva el efecto de las ondas gravitacionales en las masas vamos a emplear el sistema de referencia del detector, que se verá afectado por la gravedad terrestre. Planteamos la ecuación de la desviación geodésica (22) para las componentes espaciales,

$$\frac{d^2\xi^i}{d\tau^2} + 2\Gamma^i_{\nu\rho}(x)\frac{dx^\nu}{d\tau}\frac{d\xi^\rho}{d\tau} + \xi^\sigma\partial_\sigma\Gamma^i_{\nu\rho}(x)\frac{dx^\nu}{d\tau}\frac{x^\rho}{d\tau} = 0, \tag{30}$$

teniendo en cuenta que estamos en el sistema de coordenadas cuyo centro cumple $\Gamma^{\mu}_{\nu\rho} = 0$ y $\partial_0\Gamma^i_{0j} = 0$, podemos eliminar el segundo término y, empleando el tensor de Riemann $R^i_{0j0} = \partial_j\Gamma^i_{00} - \partial_0\Gamma^i_{0j} = \partial_j\Gamma^i_{00}$, obtener

$$\frac{d^2\xi^i}{d\tau^2} + \xi^\sigma R^i_{0\sigma 0}\frac{dx^\nu}{d\tau}\frac{x^\rho}{d\tau} = 0. \tag{31}$$

Sabiendo que el detector se mueve a velocidades no relativistas, podemos despreciar los términos $dx^i/d\tau$ frente a los términos $dx^0/d\tau$, por lo que la ecuación anterior queda simplificada,

$$\frac{d^2\xi^i}{d\tau^2} = -R^i_{0j0}\xi^j\left(\frac{dx^0}{d\tau}\right)^2. \tag{32}$$

Si la masa de prueba se encuentra inicialmente en reposo $t = \tau$ a orden lineal, lo que implica $dx^0/d\tau = c$, y, por tanto, $\ddot{\xi}^i = -c^2R^i_{0j0}\xi^i$ (donde el punto representa la derivada temporal). En la linealización de las ecuaciones que estamos considerando, el tensor de Riemann es invariante, por lo que lo podemos calcular en cualquier sistema de referencia, empleando el sistema de referencia TT $R^i_{0j0} = R_{i0j0} = -\frac{1}{2c^2}\ddot{h}^{TT}_{ij}$. Finalmente, nuestra ecuación para la desviación geodésica, en el sistema de referencia propio del detector, será

$$\ddot{\xi}^i = \frac{1}{2}\ddot{h}^{TT}_{ij}\xi^j. \tag{33}$$

Por tanto, podemos estudiar el efecto de las ondas gravitacionales en una partícula de masa m en términos de la fuerza Newtoniana

$$F_i = \frac{m}{2}\ddot{h}^{TT}_{ij}\xi^j. \tag{34}$$

Para realizar el estudio del efecto de las ondas gravitacionales en un anillo de masas en el plano (x, y), vamos a considerar una onda que se propague en la dirección del eje z. En esta dirección de propagación, las componentes $i = 3$ y $j = 3$ de h^{TT}_{ij} son cero, por tanto, según la ecuación (33), si una particula se encuentra inicialmente en $z = 0$ permanecerá en $z = 0$ ya que el efecto de la onda gravitacional se producirá en el plano (x, y), transversal a la dirección de propagación.

Para estudiar el efecto en nuestro anillo de masas del plano (x, y) consideramos primero la polarización + tomando $h^{TT}_{ij}(0, 0) = 0$ la expresión (19) se transforma en

$$h^{TT}_{ab} = h_+\sin(\omega t)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{35}$$

donde $a, b = 1, 2$ son los índices del plano transverso en el que veremos los efectos de las ondas gravitacionales. Si escribimos las coordenadas $\xi_a(t) = (x_0 + \delta x(t), y_0 + \delta y(t))$, en las que (x_0, y_0) son las posiciones de las masas sin perturbar y $\delta x(t)$ y $\delta y(t)$ son las desviaciones inducidas por las ondas gravitacionales; las ecuaciones para la desviación de las geodésicas (33) serán:

$$\delta\ddot{x} = -\frac{h_+}{2}(x_0 + \delta x)\omega^2\sin(\omega t), \tag{36}$$

$$\delta\ddot{y} = \frac{h_+}{2}(y_0 + \delta y)\omega^2\sin(\omega t). \tag{37}$$

Teniendo en cuenta que estamos considerando el orden lineal en h, δx y δy de la parte derecha de la ecuación se pueden despreciar frente a las constantes x_0 e y_0, por lo que podemos integrar las expresiones anteriores y obtener

$$\delta x(t) = \frac{h_+}{2}x_0\sin(\omega t), \tag{38}$$

$$\delta y(t) = -\frac{h_+}{2} y_0 \sin(\omega t). \tag{39}$$

Realizando este mismo procedimiento para la polarización $\times$, obtenemos

$$\delta x(t) = \frac{h_\times}{2} y_0 \sin(\omega t), \tag{40}$$

$$\delta y(t) = \frac{h_\times}{2} x_0 \sin(\omega t). \tag{41}$$

Con estas expresiones, ya podemos estudiar el efecto de las ondas gravitacionales en nuestro anillo de masas. Como podemos observar en la figura (2) la diferencia entre el efecto de la onda con polarización + y la polarización $\times$ se corresponde a una rotación de 45^{o}. Observamos también que el efecto que produce la onda en el anillo de masas se corresponde con la elongación en un sentido y la contracción del anillo en el sentido perpendicular a este. Esta será una de las principales bases para el desarrollo de los detectores, ya que permitirá duplicar el efecto de la onda.

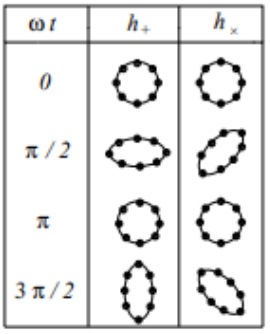


Figura 2: Deformación del anillo de masas por efecto de las polarizaciones + y $\times$

7. Detección directa de las Ondas Gravitacionales

La primera detección directa de las ondas gravitacionales publicada en 2016 fue motivo del Premio Nobel de Física de 2017 [14] otorgado a Weiss, Barish y Thorne por sus contribuciones decisivas en el detector LIGO y la observación de ondas gravitacionales. El desarrollo de cómo se logró esta primera detección fue explicado por los tres ganadores del Premio Nobel en su conferencia conjunta en el que cada uno de ellos desarrollo un aspecto clave del proyecto[15][16][17].

El proyecto LIGO, que realizó la primera detección de las ondas gravitacionales, consiste en un observatorio basado en interferometría láser. Estos observatorios se componen de dos brazos perpendiculares de 4 Km de largo que, en sus extremos, cuentan con unos espejos que reflejan la luz proveniente de un láser. En circunstancias normales, al ser los brazos de igual longitud, la luz del láser reflejada se destruye; pero si una onda gravitacional atraviesa el detector, la longitud de cada brazo se verá afectada de manera diferente, resultando en una variación en la amplitud de la onda recibida tras atravesar los brazos. Estos detectores aprovechan el efecto opuesto que producen las ondas en direcciones perpendiculares para duplicar la distorsión ocasionada y favorecer la detección de ondas gravitacionales más débiles.

El proyecto LIGO cuenta con dos observatorios idénticos separados aproximadamente 3000 km; uno se encuentra en Hanford (Washington) y el otro en Livingston (Luisiana). Esto facilita verificar

la detección de las ondas gravitacionales y descartar los efectos del entorno del interferómetro. Además, permite estimar la posición aproximada del origen de la onda basandose en el tiempo que tarda la onda en llegar de un observador a otro. Estos observatorios comenzaron su construcción en 1994. Durante los primeros años de mediciones, el objetivo del proyecto fue la comprobación del funcionamiento de los interferómetros y la calibración. Tras esto, se inició un proceso conocido como advanced-LIGO que buscaba mejorar la precisión de los detectores, ampliando el rango de ondas gravitacionales que se podían detectar.

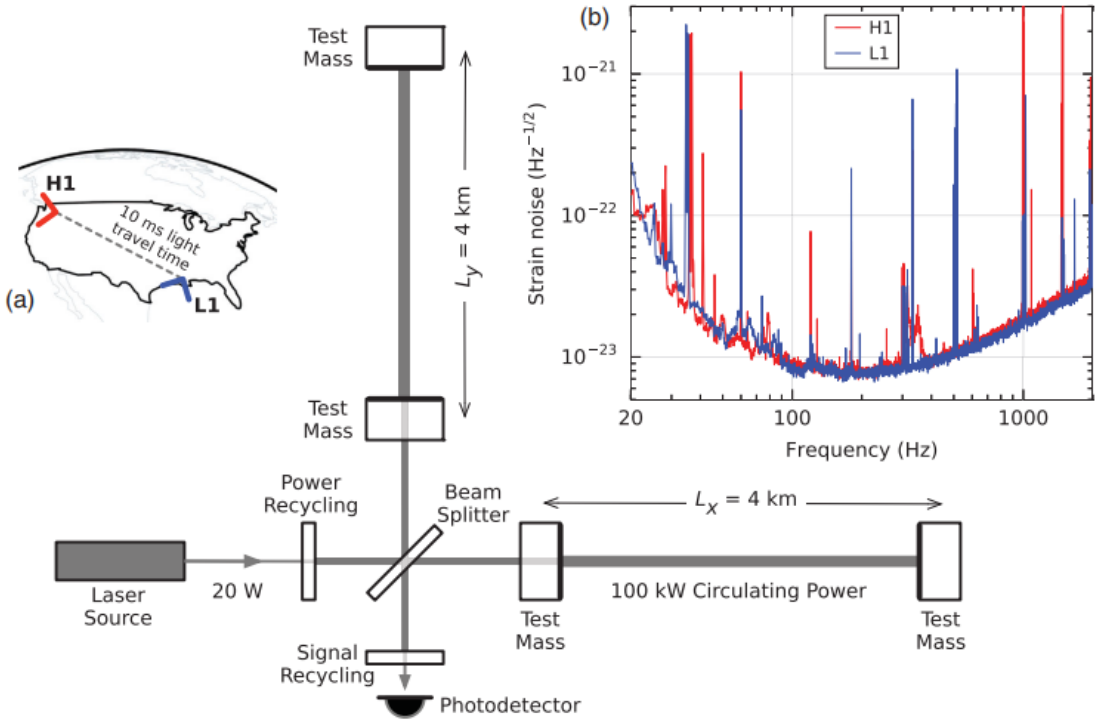


Figura 3: Esta imagen extraída del artículo publicado tras la detección de la onda en 2015 muestra un esquema de los interferómetros empleados en los observatorios de Hanford y Luisiana. (a) Muestra un esquema de la posición de los observatorios geográficamente. (b) Corresponde al ruido medido por los observatorios de Hnaford y Lusiana respectivamente.

Fue así como el 14 de septiembre de 2015, en el primer período de toma de datos del detector advanced-LIGO, se detectó, por primera vez de manera directa, una onda gravitacional [18]. En la figura 4 vemos reflejada la onda detectada por los observatorios de Hanford y Livingston. Según los datos tomados, se deduce que el origen de esta onda gravitacional es la colisión de dos agujeros negros, ya que son los únicos objetos conocidos suficientemente compactos como para alcanzar los 75 Hz sin entrar en contacto. Se asocia la disminución de la amplitud después del pico con el comportamiento esperado tras la colisión de dos agujeros negros, tal y como se muestra en la figura 5.

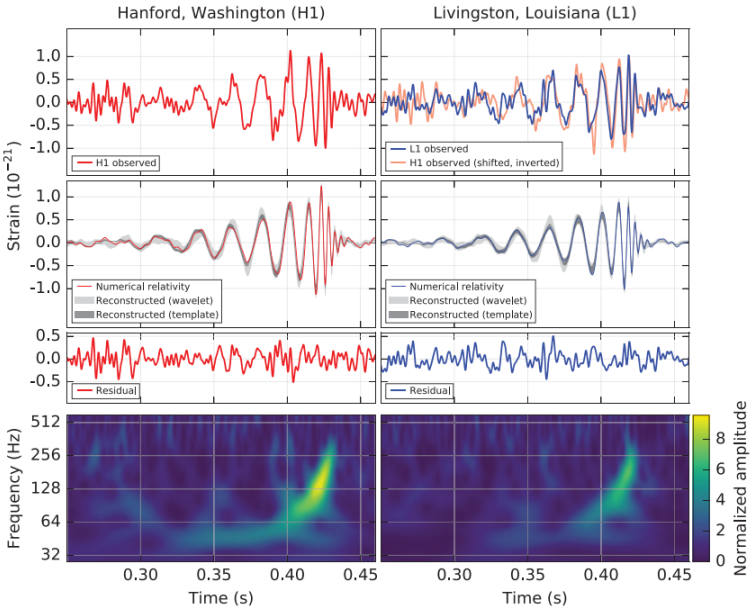


Figura 4: Onda detectada por los observatorios de Hanford y Luisiana tras el paso de una onda gravitacional.

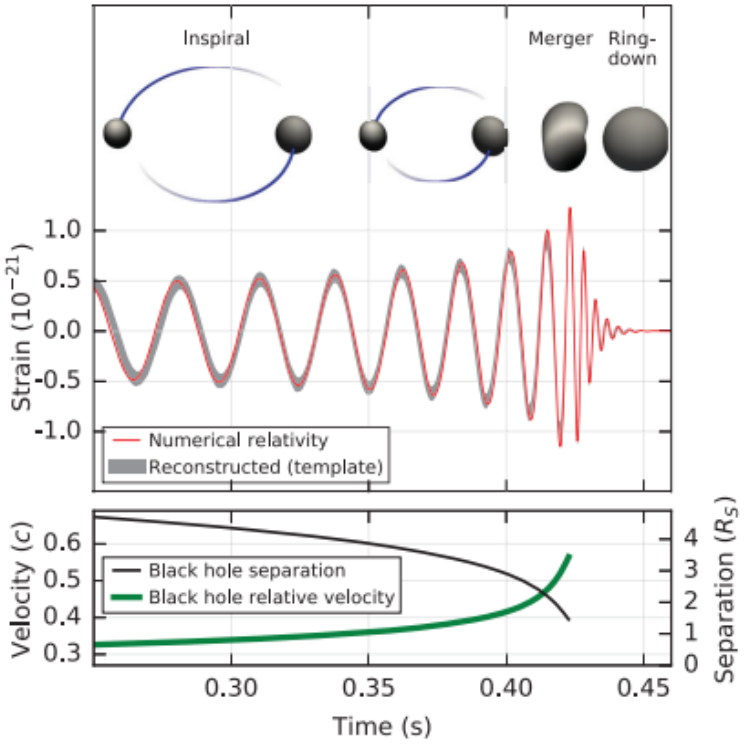


Figura 5: Arriba: Deformación en la amplitud estimada por el paso de una onda gravitacional originada por la fusión de dos agujeros negros. Abajo: La separación entre los agujeros negros en unidades del radio de Schwarzschild y su velocidad relativa.

Otros observatorios de ondas gravitacionales, como el VIRGO situado en Italia, se basan en el mismo sistema de interferometría; pero en el momento de la detección de la onda de septiembre de 2015 no se encontraban operativos. Desde la primera detección de las ondas gravitacionales, estos detectores han supuesto un importante avance en la observación astronómica multimensajero, teniendo un papel significativo en la detección de una colisión de dos estrellas de neutrones [19].

8. Futuro en la Investigación de Ondas Gravitacionales

Desde la primera observación directa de las ondas gravitacionales se han seguido desarrollando numerosos proyectos para la mejora de los detectores existentes y las construcción de nuevos detectores de ondas gravitacionales. El objetivo es ampliar el rango de frecuencias en el que podemos estudiar las ondas gravitacionales [16]. Actualmente los detectores LIGO, VIRGO y otros detectores en superficie reciben ondas en el rango de frecuencias altas (entorno al milisegundo). Se espera, en un futuro, poder estudiar las ondas gravitacionales en los rangos de menor frecuencia (desde los minutos hasta los millones de años).

Entre los principales proyectos para los nuevos de detectores de ondas gravitacionales se encuentran los proyectos del el Telescopio Einstein (ET) [20] y el Interferómetro Láser Espacial (LISA) [21]. Ambos innovarán en su geometría, en lugar de estar formados por dos brazos perpendiculares de un sólo vértice contarán con tres brazos de igual longitud que formarán un triángulo equilátero. Esta nueva disposición perderá parte de la eficacia con la que cuentan los detectores de dos brazos ya que al formar ángulos de 60^{o}, en lugar de 90^{o}, no podrá aprovechar por completo la distorsión contraria que genera la onda gravitacional en direcciones perpendiculares. Sin embargo, presenta una gran ventaja ya que evita puntos ciegos y será un sistema de tres interferómetros funcionando de manera conjunta, uno por vértice, que permitirá encontrar fácilmente la polarización de la onda detectada.

El proyecto ET busca construir un detector subterráneo con el objetivo de aislar los espejos de sus interferómetros del ruido de la superficie, logrando así ampliar su precisión. La longitud de los brazos será de 10 km lo que aumentará significativamente su capacidad de detección. Además funcionará en temperaturas muy bajas lo que disminuirá significativamente el efecto del ruido térmico.

El proyecto LISA busca construir un detector en el espacio que opere en el rango de frecuencias bajas (desde los minutos hasta las horas). Este detector estará formado por tres satélites que seguirán una órbita que sigue a la de la Tierra en torno al Sol; sus posiciones relativas se monitorizarán a través de láseres. Estos satélites servirán de escudo para aislar una masa en el interior de cada uno de ellos que se encontrará en caída libre, ya que cada satélite estará equipado para contrarrestar cualquier efecto que no se corresponda con la acción de la gravedad.

9. Conclusiones

Desde que Einstein propuso por primera vez la existencia de las ondas gravitacionales, hace más de un siglo, la física ha ido realizando grandes avances para lograr demostrar su existencia, desde el plano puramente teórico hasta encontrar pruebas indirectas y, finalmente, la observación directa de las ondas gravitacionales. En la actualidad, se encuentran en desarrollo varios proyectos que buscan aumentar la cantidad de ondas detectadas.

Referencias

[1] A. Einstein, "The Field Equations of Gravitation," *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, vol. 1915, pp. 844–847, 1915.

[2] A. Einstein, "Approximative Integration of the Field Equations of Gravitation," *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, vol. 1916, pp. 688–696, 1916.

[3] G. Weinstein, "Einstein's discovery of gravitational waves 1916-1918," 2016.

[4] A. Einstein, "Über Gravitationswellen," *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, vol. 1918, pp. 154–167, 1918.

[5] A. S. Eddington, "The propagation of gravitational waves," *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, vol. 102, pp. 268–282, 1922.

[6] D. Kennefick, "Controversies in the History of the Radiation Reaction problem in General Relativity."

[7] A. Einstein and N. Rosen, "On Gravitational waves," *J. Franklin Inst.*, vol. 223, pp. 43–54, 1937.

[8] P. R. Saulson, "Gravitational wave detection: Principles and practice," vol. 14, no. 4, pp. 288–305.

[9] C. M. De Witt, ed., *Proceedings: Conference on the Role of Gravitation in Physics, Chapel Hill, North Carolina, Jan 18-23, 1957*, 1957.

[10] R. A. Hulse and J. H. Taylor, "Discovery of a pulsar in a binary system," *Astrophys. J. Lett.*, vol. 195, pp. L51–L53, 1975.

[11] Nobel Prize Outreach, "The nobel prize in physics 1993," 2026.

[12] J. H. Taylor and J. M. Weisberg, "A new test of general relativity - Gravitational radiation and the binary pulsar PSR 1913+16," vol. 253, p. 908.

[13] M. Maggiore, *Gravitational Waves*. Oxford university press.

[14] Nobel Prize Outreach, "The nobel prize in physics 2017," 2026.

[15] B. C. Barish, "Nobel Lecture: LIGO and gravitational waves II," vol. 90, no. 4, p. 040502.

[16] K. S. Thorne, "Nobel Lecture: LIGO and gravitational waves III," vol. 90, no. 4, p. 040503.

[17] R. Weiss, "Nobel Lecture: LIGO and the discovery of gravitational waves I," vol. 90, no. 4, p. 040501.

[18] B. P. Abbott *et al.*, "Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 116, no. 6, p. 061102, 2016.

[19] B. P. Abbott *et al.*, "GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 119, no. 16, p. 161101, 2017.

[20] ET Steering Committee, "Einstein telescope design report update 2020," Tech. Rep. ET-0007B-20, European Gravitational Observatory, 2020.

[21] P. Amaro-Seoane *et al.*, "Laser interferometer space antenna," 2017.