

MODELADO Y SIMULACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE ZONOSIS

GRADO EN INGENIERÍA MATEMÁTICA

FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS



LOGO.png

Alumna: Stela Arranz Gheorghe

Tutora: Ana Carpio Rodríguez

Curso 2022/2023

Abstract

This research focuses on the current panorama of pets and their socio-economic implications, encompassing healthcare expenses, veterinary costs, emotional impact, and even loss of lives. The study specifically centers on leptospirosis as the most prevalent zoonotic disease and provides crucial information regarding its infection in both humans and pets.

An epidemiological model is developed to simulate the propagation of leptospirosis, taking into account the interaction between humans and domestic animals. The investigation describes different modes of disease transmission and estimates parameters to simulate contagion dynamics in everyday scenarios, such as beaches and parks. Additionally, it assesses the potential economic impact in terms of healthcare costs in Spain.

The simulation findings demonstrate that the adoption of proactive actions and preventive measures can effectively reduce the number of infections, fatalities, as well as the burden on public health and labor. Furthermore, the study highlights the limitations in diagnosing the disease due to the ambiguity of symptoms and the challenges associated with tracing its origins. These factors can result in delays in treatment and increase the risk of complications.

In conclusion, this work underscores the importance of implementing preventive measures to control the spread of leptospirosis and mitigate its socio-economic and health impact. It emphasizes the necessity of raising awareness about responsible practices in pet interactions and maintaining a healthy environment to prevent the transmission of animal-borne diseases.

Keywords

Modelling and simulation, zoonoses, leptospirosis, socio-economic repercussions, awareness and prevention.

Resumen

En este trabajo de modelización y simulación se aborda el panorama actual de las mascotas y su impacto socioeconómico, desde gastos en sanidad y costes sanitarios y veterinarios, impacto emocional hasta la pérdida de vidas, para acabar centrándose en la leptospirosis como la zoonosis más común. Se proporciona información clave sobre la infección tanto en humanos como en mascotas.

Se desarrolla un modelo epidemiológico para simular la propagación de la leptospirosis, teniendo en cuenta la interacción entre humanos y animales domésticos. El estudio se enfoca en los diferentes tipos de transmisión de la enfermedad, y se estiman parámetros para simular la dinámica de contagio en escenarios de la vida cotidiana, como una playa y un parque, y adicionalmente, se estima el posible impacto económico en términos de costos sanitarios en España.

La simulación refleja que la adopción de acciones y medidas de prevención puede reducir el número de contagios y de muertes, y los costes en sanidad pública y laborales. Además, se resalta la limitación en el diagnóstico de la enfermedad por la ambigüedad de síntomas o difícil trazabilidad de esta, lo cual puede generar retrasos en el tratamiento y aumentar el riesgo de complicaciones.

En conclusión, el trabajo destaca la importancia de implementar medidas preventivas para controlar la propagación de la leptospirosis y reducir su impacto socioeconómico y sanitario. Se resalta la necesidad de crear conciencia sobre la adopción de prácticas responsables en la interacción con mascotas y mantener un entorno saludable para prevenir la propagación de enfermedades transmitidas por animales.

Palabras clave

Modelización y simulación, zoonosis, leptospirosis, impacto socioeconómico, concienciación y prevención.

Índice

1. Introducción y objetivos	1
1.1. Panorama global sobre las mascotas	1
1.2. Impacto de tener mascotas en la salud de los dueños	2
2. Descripción de una enfermedad clave: la leptospirosis	6
2.1. Leptospirosis en humanos	6
2.1.1. Infección	6
2.1.2. Síntomas	7
2.1.3. Tratamiento	7
2.2. Leptospirosis en mascotas	7
2.2.1. Infección	8
2.2.2. Signos y síntomas	8
2.2.3. Tratamiento	9
2.2.4. Prevención	9
3. Modelado de la propagación de la leptospirosis	11
3.1. Modelo SI para mascotas	12
3.2. Modelo SAIRD para humanos	13
3.2.1. Transmisión directa	14
3.2.2. Transmisión indirecta	15
3.2.3. Modelo SAIRD para humanos	15
3.3. Número reproductivo básico	16
3.3.1. Equilibrio libre de enfermedad	17
3.3.2. Cálculo del número básico reproductivo	18
4. Simulación de contacto en diferentes ambientes	21
4.1. Estimación de parámetros del sistema	21
4.1.1. Dimensión de los parámetros	21
4.1.2. Estimación	22
4.2. Ambiente I: Parque en Madrid	26
4.2.1. Caso I: Contacto cercano repetidas veces al día	26

4.2.2. Caso II: Contacto de distancia moderada y frecuencia baja	28
4.3. Ambiente II: Playa en Valencia	30
4.3.1. Caso I: Contacto cercano repetidas veces al día	30
4.3.2. Caso II: Contacto de distancia moderada y frecuencia baja	32
5. Interpretación de resultados y conclusiones	33
6. Referencias	38
A. Anexos	41

Índice de figuras

1. Diagrama de interacciones entre perros, humanos y bacterias.	12
2. Simulación del comportamiento de la leptospirosis en un parque cuando hay contacto cercano entre humanos y perros, y es frecuente diariamente.	27
3. Simulación del comportamiento de la leptospirosis en un parque cuando hay contacto de distancia moderada entre humanos y perros, y su frecuencia es también moderada.	29
4. Simulación del comportamiento de la leptospirosis en una playa cuando hay contacto cercano entre humanos y perros, y es frecuente diariamente.	31
5. Simulación del comportamiento de la leptospirosis en una playa cuando hay contacto de distancia moderada entre humanos y perros, su frecuencia es también moderada, y hay una menor cantidad de contactos entre perros.	32
6. Gráfico de costes sanitarios estimados en los momentos críticos de cada simulación.	35

Índice de cuadros

1. Tabla de estimación de parámetros del modelo SI-SAIRD.	26
---	----

1. Introducción y objetivos

En este trabajo se trata de desarrollar un modelo para transmisión de enfermedades de animales a humanos en entornos urbanos y de adaptarlo a simular numéricamente situaciones de interés socioeconómico y sanitario.

Se presenta a continuación el panorama socioeconómico en materia de salud aparejada a la problemática de vivir con seres no humanos.

1.1. Panorama global sobre las mascotas

La población de mascotas a nivel mundial incluye una gran variedad de animales que hacen compañía a los humanos. Mientras que los perros y gatos son las mascotas más comunes, también hay otras especies populares como los pájaros, peces, reptiles, roedores e incluso animales exóticos.

En general, es difícil estimar el exacto número mascotas alrededor del mundo, debido a que no hay una base de datos centralizada o un registro que haga seguimiento de esta información. Sin embargo, existen varias estimaciones que nos dan una idea a grandes rasgos de la población global de mascotas.

Según un informe realizado por Health for Animals [1], en 2020 se estimó que había 471 millones de perros y 373 millones de gatos a nivel mundial. Adicionalmente, se estimó que más de la mitad de la población tenía una mascota en casa, lo que equivaldría a más de 4 billones de personas que tienen mascotas. El estudio menciona que más de 500 millones de familias solo en Estados Unidos, Europa y China tienen más de medio billón de perros y gatos. También indica que, globalmente, los perros son la mascota más popular, con una presencia en 1 de cada 3 casas, y que casi un cuarto de las personas con mascotas tienen un gato.

El panorama mundial de estos animales está continuamente cambiando, debido la evolución de los patrones de tenencia de mascotas y de las prácticas de cuidado de mascotas con el tiempo. Algunas tendencias clave y patrones que actualmente definen la población global de mascotas son:

- Crecimiento de tenencia de mascotas: El número de mascotas mundialmente está creciendo debido a factores como el aumento de urbanización, el aumento de ingresos disponibles y cambios de actitudes culturales sobre las mascotas.
- Cambios en los patrones de tenencia de mascotas: mientras que los perros y gatos siguen siendo los animales preferidos, crece la tendencia a tener animales más pequeños como pájaros, peces y roedores. Además, también crece la tendencia a adoptar animales de refugios u organizaciones de rescate, en lugar de comprarlos a criadores.
- Vínculo animal humano: Personas con discapacidad, problemas psicológicos o carencias emocionales a menudo desarrollan relaciones de dependencia con respecto a animales.
- Riesgo de enfermedades zoonóticas: Al aumentar la población de mascotas aumenta los potenciales riesgos de zoonosis transmitidas de mascotas a humanos, lo cual supone una preocupación para la salud y seguridad pública.

En general, el panorama global de mascotas refleja la diversa y cambiante relación entre humanos y animales. Mientras que tenerlos puede conllevar algún beneficio para algunas personas, también es importante destacar los potenciales riesgos y responsabilidades asociadas a tener que cuidar de estos animales.

1.2. Impacto de tener mascotas en la salud de los dueños

Como se menciona anteriormente, está aumentando el número de animales de compañía en las casas y la variedad de especies animales que se tienen con este propósito se ha extendido.

Los animales domésticos, entendidos como aquellos que se tiene en casa para la compañía, disfrute, trabajo o soporte psicológico, pueden ser colonizados o infectados por una gran variedad de bacterias patógenas para los animales y las personas. Las zoonosis bacterianas asociadas a mascotas representan un área poco atendida comparada con las zoonosis de origen alimentario. Sin embargo, el cercano contacto entre animales domésticos y personas ofrece condiciones más que favorables para la transmisión por contacto directo, como

puede ser caricias, lamidos o heridas físicas, o contacto indirecto, por la contaminación de los alimentos y los entornos domésticos [3].

El contacto directo con mascotas puede derivar en arañazos o mordeduras de estos animales. Este tipo de heridas son bastante frecuentes, según la Organización mundial de Salud (WHO) [5], en Estados Unidos aproximadamente ocurren 4, 5 millones de mordeduras por perros cada año, y es una de las principales causas de infección bacteriana relacionada con tenencia de mascotas. Enfermedades como la rabia, una infección viral, que puede ser causada por mordiscos o arañazos de perros infectados por contacto con fauna salvaje, pueden ser fatales. Otras zoonosis comunes por mordeduras pueden ser causadas por la bacteria *Capnocytophaga canimorsus*, presente en la boca de perros y gatos. En un estudio reciente [6], investigadores que revisaban información clínica y epidemiológica de esta bacteria en 56 humanos en California's Microbial Diseases Laboratory, encontraron que de 27 pacientes con exposición animal, 21(78 %) tenían un historial reciente de mordeduras de perro o contacto cercano con ellos. Otras enfermedades son causadas por parásitos externos, como pulgas, garrapatas, piojos y ácaros, transmitidas por contacto directo o cercano con mascotas infectadas como la Tularemia, enfermedad bacteriana.

Por otro lado, no se debe obviar las zoonosis causadas por contacto indirecto, mediante contaminación de los alimentos y los entornos domésticos por parte de mascotas. La zoonosis más extendida mundialmente, la leptospirosis, es una enfermedad bacteriana que puede ser transmitida mediante el consumo accidental de agua contaminada y el contacto de directo con la orina de animales infectados u otros fluidos corporales o con otros materiales. Según la Organización Panamericana de la Salud (PAHO) [7], se estima que hay más de 500.000 casos mundiales de leptospirosis anualmente, y con una manifestación severa en la mayoría de casos registrados, tiene una mortalidad de más del 10 %.

Estas enfermedades tiene un impacto socioeconómico en nuestra población, y cuantificar el impacto es difícil, aunque, existen estimaciones.

Según Word Bank [4], mundialmente, el coste directo de la zoonosis entre los años 2000 y 2010 se estimó que fue más de 20 billones de dólares, con más de \$200 billones en pérdidas indirectas. Sin embargo, el impacto de las enfermedades zoonóticas en la salud humana y la economía puede ser muy difícil de evaluar porque muchas de estas enfermedades no

son diagnosticadas, por lo tanto, no son reportadas. Teniendo en cuenta estas limitaciones, algunas de las posibles repercusiones socioeconómicas de las zoonosis causadas por animales de compañía son:

- Costes sanitarios: Las zoonosis transmitidas por mascotas a humanos pueden conducir a gastos médicos, incluyendo visitas al médico, hospitalizaciones, medicinas y vacunación. Estos costes son especialmente pesados para gente que no tiene seguro médico o tiene recursos económicos limitados.
- Pérdidas de productividad: Si una persona se enferma por zoonosis, pueden llegar a ausentarse del trabajo o la escuela para recuperarse. Esto da como resultado pérdida de salarios o disminución de la productividad, lo que puede llegar a impactar en la estabilidad financiera de una persona y en la economía en general.
- Costes sanidad pública: La propagación de enfermedades zoonóticas de mascotas a humanos puede impactar en la sanidad y seguridad pública. En algunos casos, brotes de enfermedades como la salmonelosis, la campilobacteriosis o la rabia, han sido asociados a mascotas o contacto animal. Los costes de respuesta acorde con estos brotes pueden ser significativos.
- Impacto emocional: El impacto emocional para individuos que han enfermado por zoonosis puede ser significativo. Esto incluye sentimientos de culpa, tristeza o ansiedad por el bienestar de la mascota o de su propia salud.
- Costes veterinarios: Las zoonosis pueden impactar a las mismas mascotas, conduciendo a gastos de veterinarios por diagnosis y tratamientos. En algunos casos, puede ser necesaria la eutanasia de las mascotas si están infectadas con una enfermedad que supone un riesgo para la salud humana.
- Pérdida de vidas: Las zoonosis pueden tener repercusiones graves, incluso llevando a la pérdida de vidas de personas. La dificultad en rastrear el origen de estas enfermedades y la falta de trazabilidad dificulta su pronta diagnosis y tratamiento adecuado, lo que puede conllevar a complicaciones graves y potencialmente mortales.

En general, el impacto socioeconómico de las enfermedades zoonóticas causadas por mascotas puede ser sustancial, afectando a personas, familias y sociedad. Es importante tomar

medidas para prevenir la propagación de zoonosis, como practicar una buena higiene, buscar atención médica si se desarrollan síntomas, mantener a las mascotas sanas y al día con la vacunación, y mediante la educación del público, en particular, dueños de mascotas, del potencial zoonótico de estas enfermedades, para que ellos puedan tomar precauciones para minimizar los riesgos que puedan derivar en infección para sí mismos, para su círculo próximo y para la sociedad en general.

2. Descripción de una enfermedad clave: la leptospirosis

La leptospirosis es una enfermedad bacteriana que afecta a humanos y animales. Corresponde a una enfermedad febril producida por la *Leptospira interrogans*, una bacteria del orden *Spirochaetales* de la familia *Leptospiraceae*.

Se trata de una de las zoonosis más comunes y un importante problema de salud pública, aunque se desconoce la prevalencia real de esta enfermedad.

Los patrones característicos de la transmisión de la leptospirosis son de tipo epidémico, endémico y esporádico. Los factores más importantes para la aparición de leptospirosis epidémica, son las lluvias estacionales y con ellas las inundaciones. Factores importantes para la transmisión endémica lo constituyen el entorno húmedo tropical y las deficiencias higiénicas que ocasionan infección por roedores y poblaciones no controladas de perros. La leptospirosis esporádica se acompaña de contacto del ser humano con entornos contaminados en diversos sitios.

2.1. Leptospirosis en humanos

2.1.1. Infección

La forma más común de contraer la leptospirosis es a través del contacto directo o indirecto con la orina o tejidos corporales de animales infectados, como roedores, ganado, perros y vida silvestre. La bacteria *leptospira* puede sobrevivir en agua o suelo durante semanas a meses, y los humanos pueden contraer la enfermedad al entrar en contacto con agua, suelo o alimentos contaminados, o a través de heridas en la piel o membranas mucosas (como los ojos, nariz o boca).

La convivencia cotidiana en el hogar con animales supone un alto riesgo de contagio y propagación. La exposición ocupacional es otra forma de contagio: las personas que trabajan en ciertas ocupaciones, como agricultura, ganadería, silvicultura, minería o mantenimiento de alcantarillado, pueden estar en mayor riesgo de contraer la leptospirosis debido a su mayor exposición a ambientes contaminados.

2.1.2. Síntomas

La enfermedad puede causar una amplia serie de síntomas, y algunos de ellos pueden ser confundidos con otras enfermedades, como la gripe, la malaria o la hepatitis. Además, algunas personas infectadas pueden no mostrar ningún síntoma. Sin tratamiento, la leptospirosis puede conducir a daño en los riñones, meningitis (una inflamación de la membrana al rededor del cerebro y la médula espinal), fallos en el hígado, dificultades respiratorias e incluso la muerte.

2.1.3. Tratamiento

El tratamiento para la leptospirosis en humanos consiste principalmente en la administración de antibióticos, que demuestran ser más efectivos si se administran temprano en el curso de la enfermedad. En los casos más graves, el tratamiento puede requerir cuidados intensivos en un hospital, incluyendo terapias de soporte, como la administración de líquidos y electrolitos para corregir la deshidratación, así como la monitorización y el tratamiento de las complicaciones, tales como la insuficiencia renal o hepática.

Es vital buscar atención médica de inmediato en caso de sospecha de leptospirosis, ya que un tratamiento temprano puede mejorar significativamente el pronóstico y prevenir complicaciones graves. Además, se deben tomar medidas preventivas para reducir la exposición a la bacteria *leptospira*, tales como evitar nadar o sumergirse en agua dulce contaminada, usar ropa protectora al trabajar al aire libre y lavarse bien las manos después de trabajar o jugar en áreas donde hay roedores o perros sueltos.

2.2. Leptospirosis en mascotas

Los perros son las mascotas más comúnmente afectadas. La leptospirosis en gatos es rara y parece ser leve, aunque poco se conoce sobre la enfermedad en estas especies.

2.2.1. Infección

Las bacterias que causan la leptospirosis se propagan por orina de animales infectados, que puede pasar al agua o el suelo y sobrevivir en estos desde semanas a meses.

La bacteria puede penetrar el cuerpo por la piel o membranas mucosas (ojos, nariz, boca), especialmente si hay una herida o rasguño en la piel. Beber agua contaminada puede también causar infección.

Muchos tipos diferentes de animales domésticos y salvajes pueden transportar la bacteria. Cuando estos se infectan pueden continuar excretando la bacteria al ecosistema continuamente o de vez en cuando, desde unos meses hasta varios años.

En el caso particular de las mascotas, si estas se han infectado, es muy probable que tuviera contacto con la bacteria del medio ambiente o que fuera expuesto a animales infectados. La mascota puede haber estado bebiendo, nadando o andando sobre agua contaminada.

Un factor a tener en cuenta en la infección de las mascotas es el aumento de construcciones y desarrollo de áreas previamente rurales. Las mascotas son más expuestas a fauna silvestre, como mapaches, mofetas, ardillas, zarigüeyas o ciervos que están infectados con leptospirosis. Además, las mascotas pueden entrar en contacto con animales de granja y roedores. Es importante destacar que los perros tienen la capacidad de transmitir la enfermedad entre ellos.

2.2.2. Signos y síntomas

Los signos clínicos de la leptospirosis pueden variar y no son específicos. A veces las mascotas no muestran ningún síntoma.

En los perros, hay signos clínicos comunes que han sido reportados. Entre ellos están: fiebre, escalofríos, dolor muscular, reluctancia a moverse, aumento de la sed, cambios en la frecuencia o cantidad de micción, deshidratación, vómitos, diarrea, pérdida del apetito, letargia, ictericia (coloración amarillenta de la piel y membranas mucosas) o dolorosa inflamación en los ojos.

La enfermedad puede causar en los perros, insuficiencia renal con o sin insuficiencia hepática. Pueden desarrollar ocasionalmente enfermedades severas en los pulmones y tener dificultades respiratorias. También puede causar trastornos hemorrágicos, que pueden conducir a sangre en el vómito, orina, heces o saliva; hemorragias nasales y puntos rojos (que pueden ser visibles en las encías y otras membranas mucosas o en piel clara). Los perros afectados pueden desarrollar piernas hinchadas (por acumulación de fluidos) o acumular fluidos en exceso en sus pechos o abdómenes. En general, los animales jóvenes se ven más seriamente afectados que los animales más mayores.

La leptospirosis se puede sospechar basándose en el historial de exposición y signos mostrados en la mascota. Sin embargo, muchos de estos signos pueden ser vistos en otras enfermedades. Es por ello, que además de una examinación física, un veterinario puede recomendar un número de otras pruebas como análisis de sangre y orina, radiografías y un examen con ultrasonidos.

2.2.3. Tratamiento

La leptospirosis es generalmente tratada con antibióticos y cuidados de apoyo. Otros tratamientos como la diálisis y terapia de hidratación pueden ser requeridos. Si la mascota es tratada pronto y de manera agresiva, las probabilidades de recuperación son buenas, pero, aun así, existe el riesgo de daño residual permanente en los riñones o el hígado.

2.2.4. Prevención

Una vez que un veterinario confirma que la mascota tiene leptospirosis, las acciones apropiadas a tomar dependerán de la naturaleza del contacto con la mascota.

Los dueños de mascotas deberán tomar acciones para prevenir su propio contagio y el de otros.

Por ello, es importante tener en cuenta algunos de los tipos de contacto que son de alto riesgo: contacto directo o indirecto con la orina, sangre y tejidos de la mascota durante la infección, ayudar en el parto de recién nacidos de un animal infectado. Si se diera el caso de haber tenido algún tipo de estos contactos con la mascota, se recomienda comunicárselo

a su médico. Si, además, síntomas comunes como fiebre, dolor muscular y dolor de cabeza ocurren en las 3 semanas después de contacto de algo riesgo, se debe acudir al médico, que realizara pruebas para ver si la persona padece la enfermedad.

Otra acción para prevenir la leptospirosis es mantener bajo control los problemas con roedores (ratas, ratones u otras plagas de animales). Los roedores pueden transportar y propagar la bacteria que causa la enfermedad.

La disponibilidad de vacunas actuales ayuda a prevenir la leptospirosis y proteger a las mascotas por lo menos 12 meses. Vacunas anuales son recomendadas para mascotas con gran riesgo de contagio.

En conjunto con estas medidas, como regla general, siempre se debe lavar las manos después de tratar con una mascota o cualquier cosa que pueda tener excrementos de la mascota en ellos. Conviene además tomar medidas para que las deyecciones de estos animales no estén esparcidas por todo el casco urbano de las ciudades, por toda la extensión de los parques y por interiores donde se come o duerme. Además de intentar erradicar o reducir conductas como dormir con animales, besarlos o dejarse lamer, que conllevan altos riesgos [2].

3. Modelado de la propagación de la leptospirosis

Matemáticamente, los modelos de propagación de la leptospirosis publicados están más enfocados en analizar esta enfermedad en animales como los roedores, de los que se saben que son un reservorio natural de la leptospira. María A. Gallego y María V. Simoy [8], por ejemplo, presentan en su artículo un modelo matemático SI-SIR considerando la interacción entre roedores y humanos. En el artículo se da el número reproductivo básico R_0 para su modelo y se concluye, a partir del análisis de este, que R_0 depende la tasa de infección, la tasa de nacimiento y la capacidad del medio ambiente en el mantenimiento de una población de roedores.

En este trabajo, se busca modelar la interacción entre humanos y los animales domésticos con los que pueden estar en contacto y que pueden transmitirle la infección, así como también con las bacterias libres en el medio ambiente.

Se debe aclarar que, aunque la enfermedad la causa la bacteria de *leptospira*, se considera como foco de infección a los animales infectados y aparte a la población bacteriana que está libre en el medio ambiente. Así, el humano tiene dos vías de infección: a través del contacto directo con animales infectados y a través de bacterias libres en el medio ambiente. Para los animales, la infección es análoga a la de los humanos, un animal sano se puede infectar por contacto con otro animal infectado o bien con bacterias libres en el ambiente. Además, tanto los animales como los humanos desechan bacterias al medio ambiente a través de la orina, cooperando al crecimiento de la población de dichas bacterias *leptospira*.

De manera visual, el diagrama de interacciones que sigue el modelo a plantear es el siguiente:

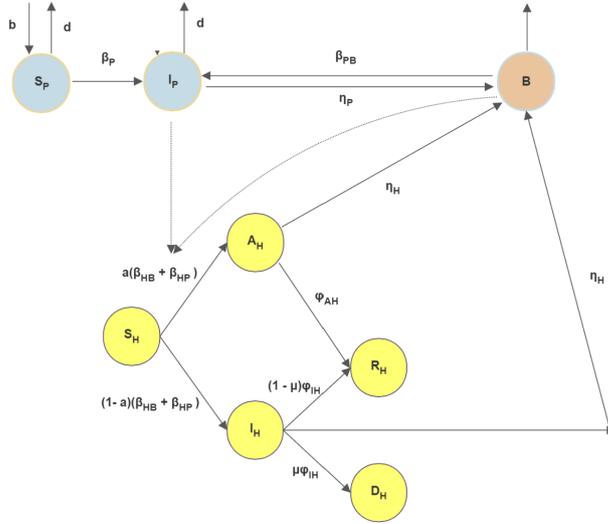


Figura 1: Diagrama de interacciones entre perros, humanos y bacterias.

3.1. Modelo SI para mascotas

Con el fin de construir el modelo final comentado en el anterior apartado para la leptospirosis, se necesita en primer lugar definir como se comporta la enfermedad entre las mascotas.

El modelo en animales domésticos SI, se trata de un sistema de ecuaciones diferenciales que representa los cambios en el número de individuos de cada clase. Estas clases son estructuradas en relación con la infección. Se definen entonces los elementos principales del modelo:

- Ω es la región donde se aplica el modelo.
- N_P es el número total de mascotas en la región Ω .
- S_P es la clase de animales domésticos susceptibles de ser contagiados.
- I_P es la clase de animales domésticos infectados y capaces de transmitir la bacteria.
- B es la clase de población de bacterias *leptospira* libres que se encuentran en el medio ambiente.
- β_P es la tasa de infección de un animal susceptible (S_P) al estar en contacto con un animal infectado (I_P).
- β_{PB} es la tasa de infección de un animal susceptible (S_P) al estar en contacto con

bacterias (B).

- b es la tasa de entrada de animales a la clase de susceptibles, ya sea por nacimiento, compra o adopción de estos.
- d es la tasa de salida de animales, ya sea por muerte, venta o abandono de estos.
- η_P es la tasa con la que animales infectados desechan bacterias mediante la orina.

Teniendo en cuenta que los animales susceptibles (S_p) se pueden contagiar al estar en contacto con animales infecciosos o al estar en contacto con la población bacteriana en el medio ambiente, y de acuerdo con la ley de acción de masas, se tiene el siguiente sistema:

$$\begin{cases} S'_P = -\beta_P \cdot S_P \cdot I_P - \beta_{PB} \cdot S_P \cdot B + b \cdot N_P - d \cdot S_P \\ I'_P = \beta_P \cdot S_P \cdot I_P + \beta_{PB} \cdot S_P \cdot B - d \cdot I_P \end{cases} \quad (1)$$

Como hipótesis del modelo, se considera que la población total de mascotas es constante. Es decir,

$$N'_P = S'_P + I'_P = 0 \iff b \cdot N_P - d \cdot S_P - d \cdot I_P = 0,$$

$$b \cdot N_P - d \cdot (S_P + I_P) \underset{N_P=S_P+I_P}{=} (b-d) \cdot N_P = 0 \iff b = d,$$

por lo que la tasa de entrada debe ser igual a la de salida, y por lo tanto, el sistema se simplifica a:

$$\begin{cases} S'_P = -\beta_P \cdot S_P \cdot I_P - \beta_{PB} \cdot S_P \cdot B + b \cdot I_P \\ I'_P = \beta_P \cdot S_P \cdot I_P + \beta_{PB} \cdot S_P \cdot B - b \cdot I_P \end{cases} \quad (2)$$

3.2. Modelo SAIRD para humanos

Una vez se establece el modelo SI de mascotas, es más sencillo proceder a establecer la interacción con los humanos. En esta sección se pretende establecer los diferentes términos que hacer referencia a las diferentes formas de contagio para llegar al final de la sección al modelo SAIRD para humanos.

3.2.1. Transmisión directa

En el modelo se asume que toda la población humana es homogénea con el objetivo de que nadie sea tratado diferente. Además, la escala de tiempo del modelo se trata de 1 día, y se determina una ventana temporal lo suficientemente pequeña como para poder despreciar nacimientos y muertes naturales en la población humana. Se concluye, entonces, que la población total de humanos N_H es constante.

Entre los parámetros influyentes en la transmisión por contacto directo se tiene la medida de efectividad (e_u), que determina cómo de probable es que residuos de orina infectada deriven en una infección, la cantidad de veces que un animal orina al día (u), la medida de probabilidad (p_u), que indica cómo de probable es que un perro infectado esté en contacto con una persona susceptible. Otro parámetro que determina la posible infección es la proximidad del animal infectado a la persona susceptible. Se define la función decreciente $\phi(r)$ del mínimo radio de contacto r , que determina cómo de importante es un cierto radio de contacto es para la transmisión de residuos de orina infectada de un animal infectado a una persona susceptible. Además, en la transmisión directa también influye el parámetro k , que expresa la media de encuentros con animales infectados que deriva en infección.

Teniendo todo esto en cuenta, obtenemos la tasa de infección de un humano al estar en contacto con un animal infectado:

$$\beta_{HP}(r) = u \cdot e_u \cdot p_u \cdot \phi(r) \cdot k$$

y, por tanto, la cantidad de personas que abandonan la clase de susceptibles a diario por contacto directo con animales infectados son (por simplicidad $\beta_{HP}(r) \equiv \beta_{HP}$):

$$\beta_{HP} \cdot S_H \cdot I_P \tag{3}$$

Observando β_{HP} , se puede llegar a varias conclusiones: la importancia de parámetros como p_u , pues sin este es 0, entonces no hay oportunidad de contagio, ó $\phi(r)$, pues si el radio es muy grande, entonces la tasa de contagio será muy pequeña.

3.2.2. Transmisión indirecta

La transmisión indirecta se produce a causa de las bacterias que viven en el medio ambiente. Sea σ el parámetro que determina la máxima supervivencia de las bacterias *leptospira*. Se supone que un animal infectado se mueve y orina de manera normal en los últimos σ días, y que cada perro crea de media $a_\sigma = u \cdot D_b$ de área total cubierta por bacterias, donde u es cantidad de veces que un animal orina al día y D_b es unidad media de área cubierta por una orina. Sea f_t , la tasa de frecuencia con la que una persona toca superficies, p_{nm} , la probabilidad que tiene un humano de tocarse la boca, nariz, ojos o alguna herida abierta poco después de tocar alguna superficie, y la medida de efectividad, e_u , definida en la sección anterior. Entonces, la tasa de contagio de un humano susceptible al estar en contacto con las bacterias es:

$$\beta_{HB} = \sigma \cdot a_\sigma \cdot f_t \cdot p_{nm} \cdot e_u$$

y, por tanto, la cantidad de personas que abandonan la clase de susceptibles a diario por contacto indirecto:

$$\beta_{HB} \cdot S_H \cdot B \tag{4}$$

3.2.3. Modelo SAIRD para humanos

Una vez se entiende las posibles vías de contraer la enfermedad, solo queda establecer el modelo.

Se considera una región Ω ocupada por humanos y animales domésticos, con una población humana constante N_H . Esta población se divide en diferentes clases según el estado de la infección y la severidad de este. La primera clase se trata de las personas susceptibles (S_H), que todavía no están infectadas, pero son vulnerables a la infección. Las personas susceptibles pueden ir a dos clases: a la clase de asintomáticos (A_H), que son aquellas personas que no muestran síntomas visibles, pero están infectadas y pueden transmitir la enfermedad, van una proporción a de los susceptibles, y a la clase de los infectados (I_H) van el resto de los susceptibles ($1 - a$). Una vez acabada la infección, las personas se recuperan o mueren y pasan a las clases R_H y D_H respectivamente.

Asumiendo que los casos asintomáticos padecen la enfermedad de forma más leve, obtenemos el siguiente modelo:

$$\left\{ \begin{array}{l} S'_H = -\beta_{HP} \cdot S_H \cdot I_P - \beta_{HB} \cdot S_H \cdot B \\ A'_H = a \cdot \beta_{HP} \cdot S_H \cdot I_P + a \cdot \beta_{HB} \cdot S_H \cdot B - \varphi_{AH} \cdot A_H \\ I'_H = (1 - a) \cdot \beta_{HP} \cdot S_H \cdot I_P + (1 - a) \cdot \beta_{HB} \cdot S_H \cdot B - \varphi_{IH} \cdot I_H \\ R'_H = (1 - \mu) \cdot \varphi_{IH} \cdot I_H + \varphi_{AH} \cdot A_H \\ D'_H = \mu \cdot \varphi_{IH} \cdot I_H \\ B' = \eta_P \cdot I_P + \eta_H \cdot (A_H + I_H) - \varphi_B \cdot B \end{array} \right. \quad (5)$$

Los términos φ_{AH} y φ_{IH} hacen referencia a la tasa de recuperación de gente asintomática y sintomática, respectivamente, μ es la tasa de mortalidad de la enfermedad, η_H es la tasa con la que los humanos desechan bacterias al medio ambiente, y φ_B es el promedio de tiempo de vida la bacteria.

3.3. Número reproductivo básico

Con el modelo ya determinado, es de gran utilidad determinar el número reproductivo básico R_0 . Este es una medida utilizada en epidemiología para estimar la capacidad de una enfermedad infecciosa de propagarse en una población susceptible. Se define como el número de casos nuevos que una persona infectada generará en una población susceptible durante el período infeccioso, en ausencia de inmunidad adquirida o intervenciones de control de la enfermedad.

El conocimiento del valor de R_0 es importante en la planificación de medidas de control y prevención de enfermedades infecciosas, ya que permite estimar la efectividad de intervenciones como la vacunación, el aislamiento de casos y el distanciamiento social.

3.3.1. Equilibrio libre de enfermedad

Para poder calcular adecuadamente R_0 , se necesita conocer primero cuando se produce un estado de equilibrio libre de enfermedad en el modelo.

El disease-free equilibrium (DFE) o equilibrio libre de enfermedad es un estado del sistema en un modelo epidemiológico en el que no hay individuos infectados presentes en la población. En otras palabras, es el estado en el que la enfermedad no está presente en la población y no hay transmisión activa de la enfermedad.

El DFE es un estado importante en la dinámica de una enfermedad infecciosa, ya que representa el punto de partida para la propagación de la enfermedad en una población susceptible. A partir de este estado, la propagación de la enfermedad dependerá de la tasa de infección y otros parámetros del modelo epidemiológico.

Para calcular el DFE necesitamos igualar todas las ecuaciones del sistema formado por los sistemas (2) y (5) a cero, es decir:

$$\left\{ \begin{array}{l} S'_P = -\beta_P \cdot S_P \cdot I_P - \beta_{PB} \cdot S_P \cdot B + b \cdot I_P = 0 \\ I'_P = \beta_P \cdot S_P \cdot I_P + \beta_{PB} \cdot S_P \cdot B - b \cdot I_P = 0 \\ S'_H = -\beta_{HP} \cdot S_H \cdot I_P - \beta_{HB} \cdot S_H \cdot B = 0 \\ A'_H = a \cdot \beta_{HP} \cdot S_H \cdot I_P + a \cdot \beta_{HB} \cdot S_H \cdot B - \varphi_{AH} \cdot A_H = 0 \\ I'_H = (1 - a) \cdot \beta_{HP} \cdot S_H \cdot I_P + (1 - a) \cdot \beta_{HB} \cdot S_H \cdot B - \varphi_{IH} \cdot I_H = 0 \\ R'_H = (1 - \mu) \cdot \varphi_{IH} \cdot I_H + \varphi_{AH} \cdot A_H = 0 \\ D'_H = \mu \cdot \varphi_{IH} \cdot I_H = 0 \\ B' = \eta_P \cdot I_P + \eta_H \cdot (A_H + I_H) - \varphi_B \cdot B = 0 \end{array} \right.$$

Despejando se tiene que:

$$D'_H = \mu \cdot \varphi_{IH} \cdot I_H = 0 \iff I_H^* = 0$$

$$R'_H = (1 - \mu) \cdot \varphi_{IH} \cdot I_H + \varphi_{AH} \cdot A_H = 0 \underset{I_H^*=0}{\iff} A_H^* = 0$$

$$B' = \eta_P \cdot I_P + \eta_H \cdot (A_H + I_H) - \varphi_B \cdot B = 0 \iff B^* = \frac{\eta_P \cdot I_P}{\varphi_B}$$

$$I'_P = \beta_P \cdot S_P \cdot I_P + \beta_{PB} \cdot S_P \cdot B - b \cdot I_P = 0 \iff I_P(\beta_P \cdot S_P + \beta_{PB} \cdot S_P \cdot \frac{\eta_P}{\varphi_B} - b) = 0 \iff$$

$$\iff I_P^* = 0, \text{ ó } S_P^* = \frac{\varphi_B \cdot b}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P}$$

Entonces, hay dos puntos de equilibrio. Sí $I_P^* = 0$, se tiene que $E_1 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$. Este equilibrio no es muy útil desde el punto de vista epidemiológico, pues si no hay bacterias *lectospira* en el medio ambiente ni perros infectados, la enfermedad no se transmite. El segundo punto de equilibrio es el más interesante y el que se usa en el cálculo de R_0 . Este punto es:

$$E_2 = \left(\frac{\varphi_B \cdot b}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P}, I_P^*, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{\eta_P \cdot I_P^*}{\varphi_B} \right), \quad I_P^* \geq 0 \quad (6)$$

3.3.2. Cálculo del número básico reproductivo

Para calcular el número básico reproductivo, se usa el método de la matriz de siguiente generación, presentado en [10]. Para ello, se definen las clases infecciosas de los sistemas (2) y (5), es decir, $W = (I_P, A_H, I_H, B)$, y entonces se tiene que:

$$\frac{dW}{dt} = F(t) - V(t)$$

donde se tiene que:

$$F(t) = \begin{pmatrix} \beta_P \cdot S_P \cdot I_P + \beta_{PB} \cdot S_P \cdot B \\ a \cdot \beta_{HP} \cdot S_H \cdot I_P + a \cdot \beta_{HB} \cdot S_H \cdot B \\ (1 - a) \cdot \beta_{HP} \cdot S_H \cdot I_P + (1 - a) \cdot \beta_{HB} \cdot S_H \cdot B \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V(t) = \begin{pmatrix} b \cdot I_P \\ \varphi_{AH} \cdot A_H \\ \varphi_{IH} \cdot I_H \\ -\eta_P \cdot I_P - \eta_H \cdot (A_H + I_H) + \varphi_B \cdot B \end{pmatrix}$$

Se calculan los jacobianos de estas matrices:

$$\mathcal{F}(t) = \begin{pmatrix} \beta_P \cdot S_P & 0 & 0 & \beta_{PB} \cdot S_P \\ a \cdot \beta_{HP} \cdot S_H & 0 & 0 & a \cdot \beta_{HB} \cdot S_H \\ (1-a) \cdot \beta_{HP} \cdot S_H & 0 & 0 & (1-a) \cdot \beta_{HB} \cdot S_H \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{V}(t) = \begin{pmatrix} b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_{AH} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_{IH} & 0 \\ -\eta_P & -\eta_H & -\eta_H & \varphi_B \end{pmatrix}$$

Ahora, evaluándolos en el DFE (E_2), queda:

$$\mathcal{F}(t)|_{E_2} = \begin{pmatrix} \beta_P \cdot \frac{\varphi_B \cdot b}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} & 0 & 0 & \beta_{PB} \cdot \frac{\varphi_B \cdot b}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{V}(t)|_{E_2} = \begin{pmatrix} b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_{AH} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_{IH} & 0 \\ -\eta_P & -\eta_H & -\eta_H & \varphi_B \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, si la inversa de \mathcal{V} es:

$$\mathcal{V}^{-1}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\varphi_{AH}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\varphi_{IH}} & 0 \\ \frac{\eta_P}{b \cdot \eta_B} & \frac{\eta_H}{\varphi_{AH} \cdot \eta_B} & \frac{\eta_H}{\varphi_{IH} \cdot \eta_B} & \frac{1}{\varphi_B} \end{pmatrix}$$

La matriz de siguiente generación será:

$$K = \mathcal{F} \cdot \mathcal{V}^{-1} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\varphi_B \cdot \beta_P}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} + \frac{\eta_P \cdot \beta_{PB}}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} & \frac{b \cdot \eta_H \cdot \beta_{PB}}{\varphi_{AH} \cdot (\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P)} & \frac{b \cdot \eta_H \cdot \beta_{PB}}{\varphi_{IH} \cdot (\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P)} & \frac{\beta_{PB}}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Para obtener R_0 se necesita el radio espectral de K con lo cual se necesitan calcular los autovalores de esta:

$$p(\lambda) = |K - \lambda I| = -\lambda^3 \cdot \left(\frac{\varphi_B \cdot \beta_P}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} + \frac{\eta_P \cdot \beta_{PB}}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} - \lambda \right) = 0$$

Luego, se tiene:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0, \quad \lambda_4 = \frac{\varphi_B \cdot \beta_P}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} + \frac{\eta_P \cdot \beta_{PB}}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P}$$

Se concluye, por tanto, que el número básico productivo es:

$$R_0 = \rho(K) = \frac{\varphi_B \cdot \beta_P}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} + \frac{\eta_P \cdot \beta_{PB}}{\varphi_B \cdot \beta_P + \beta_{PB} \cdot \eta_P} = 1 \quad (7)$$

El conocimiento del valor de R_0 es importante en la planificación de medidas de control y prevención de enfermedades infecciosas, ya que permite estimar la efectividad de intervenciones como la vacunación, el aislamiento de casos y el distanciamiento social.

Un $R_0 > 1$ indica que la enfermedad tiene capacidad para propagarse en la población, mientras que un valor menor que 1 indica que la enfermedad tiende a desaparecer. Que R_0 sea 1, indica que, en promedio, cada individuo infectado transmite la enfermedad a exactamente una persona sana. Esto significa que la enfermedad se mantendrá en la población sin aumentar ni disminuir su prevalencia, lo que se conoce como equilibrio endémico. En este caso, el número de individuos infectados en la población permanecerá constante a lo largo del tiempo, pero la enfermedad no desaparecerá por completo.

Como ya se mencionó en la sección 2, la leptospirosis es considerada una enfermedad

endémica en muchas partes del mundo, especialmente en regiones tropicales y subtropicales con altas tasas de humedad. Por lo tanto, que el número reproductivo básico de este modelo sea 1 es coherente.

4. Simulación de contacto en diferentes ambientes

4.1. Estimación de parámetros del sistema

Con el fin de observar las soluciones del sistema mediante simulación numérica se necesita estimar los parámetros de este. Antes de ver la estimación es importante entender las dimensiones de estos [9].

4.1.1. Dimensión de los parámetros

Se considera que la cantidad de bacterias se medirá en la unidad B , donde $B = 10^{10}$ bacterias. Además, sea A la unidad para medir el número de animales, H la unidad para medir el número de humanos y $T = \text{día}$ la unidad de tiempo. Luego, cada clase del sistema del modelo tiene dimensiones:

$$[S'_P] = [I'_P] = \left[\frac{A}{T} \right],$$

$$[S'_H] = [A'_H] = [I'_H] = [R'_H] = [D'_H] = \left[\frac{H}{T} \right],$$

$$[B'] = \left[\frac{B}{T} \right]$$

Una vez se determinan las unidades del sistema, se procede a observar las unidades de los parámetros:

- $[b] = \frac{1}{T}$ es la tasa de salida de un animal doméstico. Es fácil ver, entonces, que $\frac{1}{b}$ el promedio de vida de un animal doméstico.
- $[\varphi_B] = \frac{1}{T}$ es la tasa de salida de las bacterias. Se sigue que $\frac{1}{\varphi_B}$ el promedio de vida de estas.
- $[\varphi_{AH}] = \frac{1}{T}$ es la tasa de salida de humanos asintomáticos. Se sigue que $\frac{1}{\varphi_{AH}}$ el

promedio de duración de la enfermedad en humanos sin síntomas.

- $[\varphi_{IH}] = \frac{1}{T}$ es la tasa de salida de humanos infecciosos. Se sigue que $\frac{1}{\varphi_{iH}}$ el promedio de duración de la enfermedad en humanos infectados.
- $[\beta_P] = \frac{1}{AT}$ es la tasa de transmisión de la leptospirosis de un animal infeccioso a un animal susceptible por unidad de tiempo.
- $[\beta_{PB}] = \frac{1}{BT}$ es la tasa de transmisión de la leptospirosis de un animal susceptible al estar en contacto con una bacteria por unidad de tiempo.
- $[\beta_{HP}] = \frac{1}{AT}$ es la tasa de transmisión de la leptospirosis de un animal infeccioso a un humano susceptible por unidad de tiempo.
- $[\beta_{HB}] = \frac{1}{BT}$ es la tasa de transmisión de la leptospirosis de un humano susceptible al estar en contacto con una bacteria por unidad de tiempo.
- $[\eta_P] = \frac{B}{AT}$ es la cantidad de bacterias liberadas al ecosistema por animal infeccioso por unidad de tiempo.
- $[\eta_H] = \frac{B}{HT}$ es la cantidad de bacterias liberadas al ecosistema por humano infeccioso por unidad de tiempo.
- $[\mu] = \frac{1}{T}$ es la tasa de muerte de un humano infectado por unidad de tiempo.

4.1.2. Estimación

- En el modelo se asume que los humanos están en contacto con animales domésticos como perros principalmente. La salida definitiva de un animal doméstico de una clase es por muerte, venta o abandono. Según [11], la edad promedio de muerte de los perros es de 10.66 años y el tiempo de supervivencia media de un perro es 14.53 años. Por lo tanto, se estima que la esperanza de vida del animal doméstico se mueve entre el rango de 1 a 15 años. Tomando como unidad de tiempo un día:

$$\frac{1}{5475} \leq b \leq \frac{1}{365}$$

- La duración de la enfermedad en humanos se encuentra en un rango de 7 a 28 días

[12]. Después de este periodo, el humano muere o se recupera de la enfermedad. Tomando como unidad de tiempo un día:

$$\frac{1}{28} \leq \varphi_{AH}, \varphi_{IH} \leq \frac{1}{7}$$

- El promedio de vida de una bacteria depende en gran parte del medio en el que se encuentre. En el modelo, se considera que el rango de vida de la leptospira es de 3 horas a 3 meses [13]. Tomando como unidad de tiempo un día:

$$\frac{1}{90} \leq \varphi_B \leq 8$$

- Los parámetros η_P y η_H dependen de la cantidad de bacterias que los humanos y los animales domésticos infectados desechan cuando orinan. Según indica M. Baca en [14], los animales aportan al medio $\eta_P \in [2 \cdot 10^{-4}, 2 \cdot 10^{-2}]$ unidades de bacterias al día. En humanos, se tiene que $\eta_H \in [8'4 \cdot 10^{-8}, 2'1 \cdot 10^{-7}]$ es el rango de bacterias liberadas al ecosistema por día.
- Para estimar β_P , se puede escribir esta como $\beta_P = e \cdot C$, donde e es la medida de efectividad del contagio y C es la cantidad de contactos que un animal infectado tiene con uno susceptible, considerando como contacto aquel en el que puede haber intercambios de fluidos. En este caso C depende del medio en el que estemos. En este modelo se van a considerar dos posibles escenarios: la playa y un parque. En este sentido, en un parque de tamaño moderado y con una afluencia de mascotas también moderada, el modelo considera que C está en torno a 3 y 7 contactos por día, mientras que para la playa mediana, los contactos rondan entre 5 y 10. Por otro lado, según [15], la dosis que necesitan los perros para infectarse con leptospira es de $5 \cdot 10^4$ a $5 \cdot 10^8$ bacterias. En el modelo se considera que la efectividad de los contactos es $e = 5 \cdot 10^{-2}$. Con lo que se tiene que para un parque:

$$1,5 \cdot 10^{-1} \leq \beta_P \leq 3,5 \cdot 10^{-1}$$

Mientras que para la playa:

$$2,5 \cdot 10^{-1} \leq \beta_P \leq 5 \cdot 10^{-1}$$

- Al igual que β_P , el parámetro β_{PB} se puede factorizar como $\beta_{PB} = e_b \cdot C_b$. En este caso, los contactos de un animal susceptible con bacterias en el medioambiente es mayor, y otra vez, también depende del escenario planteado. En la playa mediana, la exposición es mayor, pues los animales tiene contacto con zonas de mayor peligro de contagio (tierra húmeda, aguas contaminadas, etc.), por ello se considera que C_b está entre los 10 y 20 contactos al día. En el parque, este número se ha considerado entre 7 y 13 contactos al día. En cuanto a la efectividad de los contactos, esta es: $e_b = 5 \cdot 10^{-3}$. Con lo que se tiene que para un parque:

$$3,5 \cdot 10^{-2} \leq \beta_{PB} \leq 6,5 \cdot 10^{-2}$$

Mientras que para la playa:

$$5 \cdot 10^{-2} \leq \beta_{PB} \leq 1 \cdot 10^{-1}$$

- Como se describe en 3.2.1, β_{HP} depende de varios factores. La dosis infectante en humanos es mucho menor que en mascotas, ya que los humanos son más vulnerables. Por el contrario, el número de contactos efectivos entre humanos y mascotas es mucho mayor, ya que la convivencia es continua. Por ello, en este modelo se considera efectividad de contagio por contacto directo es $e_u \cdot p_u = 10^{-3}$. Las veces que orina un perro mediano al día son de 3 a 5, por lo tanto, se considera $u = 4$. Por otro lado, al estudiar $\phi(r)$ surgen dos casuísticas: que el perro sea la mascota del humano o no. Si el perro es mascota, entonces $\phi(r)$ es un número muy grande, pues el radio de proximidad es muy pequeño. Con el fin de poder obtener resultados, el modelo considera $\phi(r) = 10$. Si se trata de un perro desconocido, el modelo considera $\phi(r) = 1,5$. De la misma manera, la media de encuentros que deriva en contagio si se trata de mascota es de 7 a 11, en caso contrario el modelo considera 1 a 3. En conclusión, el rango de β_{HP} es de $[0'006, 0'44]$.

- En la sección 3.2.2 se describe como se obtiene β_{HB} . La estimación de este parámetro depende de varios factores como σ , el máximo número de días que una *leptospira* puede sobrevivir. Al igual que con otros parámetros, la supervivencia de estas bacterias depende de lugar donde sean depositadas. En el caso del parque, supongamos que se trata de un parque en Madrid, que tiene un clima seco, el máximo número de días que sobrevive de 3 a 7 días, mientras que en la playa en Valencia, debido al clima, σ varía de 0,5 a 2 días. Para un perro mediano, ya hemos establecido antes que las veces que orina al día son $u = 4$, y se supone que la unidad media de área cubierta por la orina es 1, luego $a_\sigma = 4$. Según un estudio de KRC [16], los humanos tocan 300 superficies en 30 minutos en un sitio público, luego si un humano va al parque entre 15 minutos y 1 hora, tenemos que $f_t \in [150, 600]$ mientras que en la playa se fija a $f_t = 600$ al día. En cuanto a la probabilidad que tiene un humano de tocarse la boca, nariz, ojos o alguna herida abierta poco después de tocar alguna superficie de estos entornos, el ser humano se toca la cara 23 veces por hora [17], y 44 % de estos contactos son con membranas mucosas (ojos, nariz, boca), luego $p_{nm} = 0,44$. Y la medida de efectividad es $e_b = 5 \cdot 10^{-5}$. Por lo tanto, para la playa se tiene que:

$$0,0264 \leq \beta_{HB} \leq 0,1056$$

Mientras que para el parque:

$$0,0396 \leq \beta_{HB} \leq 0,3696$$

- Por último, la tasa de mortalidad en humanos de la leptospirosis se estima entre el 5 % y el 15 % [18].

En resumen, en la siguiente tabla se muestran los parámetros y rangos estimados para cada uno de ellos:

Parámetros	Rango de valores	Unidades
β_P (Parque)	$[1'5 \cdot 10^{-1}, 3'5 \cdot 10^{-1}]$	$A^{-1} \cdot dias^{-1}$
β_P (Playa)	$[2'5 \cdot 10^{-1}, 5 \cdot 10^{-1}]$	$A^{-1} \cdot dias^{-1}$
β_{PB} (Parque)	$[3'5 \cdot 10^{-2}, 6'5 \cdot 10^{-2}]$	$B^{-1} \cdot dias^{-1}$
β_{PB} (Playa)	$[5 \cdot 10^{-2}, 1 \cdot 10^{-1}]$	$B^{-1} \cdot dias^{-1}$
β_{HB} (Parque)	$[0'0396, 0'3696]$	$B^{-1} \cdot dias^{-1}$
β_{HB} (Playa)	$[0'0264, 0'1056]$	$B^{-1} \cdot dias^{-1}$
β_{HP}	$[0'006, 0'44]$	$A^{-1} \cdot dias^{-1}$
η_P	$[2 \cdot 10^{-4}, 2 \cdot 10^{-2}]$	$B \cdot A^{-1} \cdot dias^{-1}$
η_H	$[8'4 \cdot 10^{-8}, 2'1 \cdot 10^{-7}]$	$B \cdot H^{-1} \cdot dias^{-1}$
b	$[\frac{1}{5475}, \frac{1}{365}]$	$dias^{-1}$
φ_B	$[\frac{1}{90}, 8]$	$dias^{-1}$
φ_{AH}	$[\frac{1}{28}, \frac{1}{7}]$	$dias^{-1}$
φ_{IH}	$[\frac{1}{28}, \frac{1}{7}]$	$dias^{-1}$
μ	$[0'05, 0'15]$	$dias^{-1}$

Cuadro 1: Tabla de estimación de parámetros del modelo SI-SAIRD.

4.2. Ambiente I: Parque en Madrid

Con el objetivo de visualizar el modelo de leptospirosis descrito previamente, se lleva a cabo una simulación numérica en diversos escenarios.

En esta sección, se simula la propagación de la enfermedad en un parque de tamaño mediano en Madrid durante un período de 60 días. Se asume una población en el parque de 1000 personas y 700 perros con una concentración de 10^{-5} *leptospiras* en el entorno.

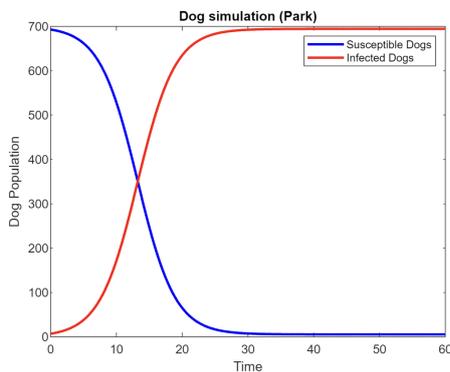
Con el fin de analizar qué parámetros influyen en la propagación de la leptospirosis y determinar qué comportamientos fomentan la enfermedad, se utilizan los parámetros descritos en la tabla 1 para plantear varios casos.

4.2.1. Caso I: Contacto cercano repetidas veces al día

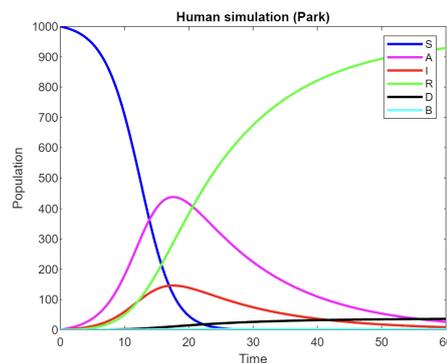
En una primera visualización, el modelo propone que en el parque todas las personas sean susceptibles inicialmente, mientras que entre los perros hay 693 (99%) susceptibles y 7 (1%) perros infectados. Dado que la mayoría de los casos de esta enfermedad son

asintomáticos [19], se ha asumido un valor $a = 0,75$.

Para los demás parámetros del sistema, se ha tomado el valor máximo de sus rangos, excepto para las tasas de recuperación de los humanos. Es decir, este caso supone un perro en ese parque tiene un alto contacto con otros perros y bacterias del entorno, y que un humano esté en su día a día a muy corta distancia de su perro (10 cm) hasta en 11 ocasiones. Para las tasas de recuperación, se ha considerado que tanto un humano asintomático como uno que presenta síntomas tarda 14 días en recuperarse.



(a) Evolución de la leptospirosis en perros durante 2 meses.



(b) Evolución de la leptospirosis en humanos durante 2 meses.

Figura 2: Simulación del comportamiento de la leptospirosis en un parque cuando hay contacto cercano entre humanos y perros, y es frecuente diariamente.

La Figura 2b muestra la dinámica del sistema cuando en el parque solo hay perros infectados. Se observa claramente que el pico de la infección se alcanza aproximadamente en el día 18, con alrededor de 438 personas asintomáticas y 146 sintomáticas. Esto significa que, en el momento de mayor infección, más de la mitad de la población presente en el parque en el día 1 está infectada, y se han producido 12 fallecimientos.

Después de 2 meses, se observa que toda la población humana ha sido afectada por la enfermedad o está en proceso de recuperación. Casi la totalidad de esta población (92,9 %) se ha recuperado, mientras que un 3,5 % de los humanos aún están infectados y se han reportado 37 fallecimientos (3,6 %). Esta alta tasa de recuperación en humanos concuerda con lo discutido en secciones anteriores, donde se mencionó que la mayoría de los infectados son asintomáticos, asumiendo que la enfermedad tiene un curso leve para ellos.

Por otro lado, en la Figura 2a se aprecia que el número de perros infectados supera a los perros susceptibles aproximadamente a las 2 semanas, y hacia el final de los 2 meses, solo

quedan 5 perros no infectados por la bacteria.

Esta simulación evidencia que tener un contacto cercano con perros durante repetidas ocasiones al día, ya sea como mascota propia o en otros casos, provoca que incluso con un número muy bajo de perros infectados (7), en el pico de la infección se necesiten aproximadamente 146 personas para recibir tratamiento médico y combatir la enfermedad, generando una carga y presión significativa en los servicios sanitarios de la zona y sus consecuentes costes.

Aunque la cuantificación de los costos sanitarios es un proceso complejo, en este trabajo se presentan estimaciones basadas en datos disponibles. Según el informe del Ministerio de Sanidad de España en 2021 [20], se estima que el gasto medio por persona asciende a 1.858 euros anuales, lo que equivale a aproximadamente 155 euros al mes.

Considerando la proporción de infectados que requieren atención primaria, se estima que el 10 % de los casos experimentan síntomas severos y requieren atención sanitaria durante 2 meses, mientras que el resto presenta síntomas leves y solo necesita un mes de atención sanitaria. Además, se asume que las personas fallecidas también han requerido de servicio sanitario.

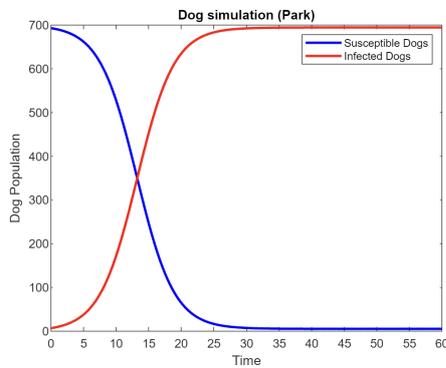
En el pico de la enfermedad, los costos sanitarios estimados ascienden a un total de 28.613 euros. Esta cifra se desglosa de la siguiente manera: 4.526 euros corresponden a los casos severos sintomáticos (el 10 % de 146 casos gastan 310 euros), 20.367 euros corresponden a los casos normales sintomáticos (el 90 % de 146 casos gastan 155 euros), y 3.720 euros corresponden a los fallecidos (12 casos consumen 310 euros).

Es importante tener en cuenta que estas estimaciones son aproximadas y se basan en supuestos específicos utilizados en el modelo. Sin embargo, proporcionan una idea general de los posibles costos sanitarios asociados a la enfermedad en el escenario analizado.

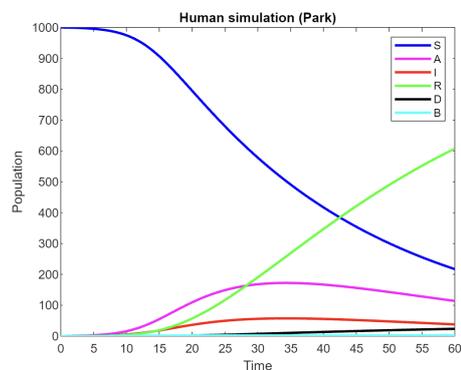
4.2.2. Caso II: Contacto de distancia moderada y frecuencia baja

En este segundo caso, se propone que la distancia más cercana a la que un humano se encuentra de su perro es de $3/8$ metros y solo ocurre en un máximo de 3 ocasiones. El resto de los parámetros se mantienen iguales que en el caso anterior, con el objetivo de probar

si mantener una distancia prudente (37,5 cm) con las mascotas es un factor determinante en la propagación de enfermedades como la leptospirosis.



(a) Evolución de la leptospirosis en perros durante 2 meses.



(b) Evolución de la leptospirosis en humanos durante 2 meses.

Figura 3: Simulación del comportamiento de la leptospirosis en un parque cuando hay contacto de distancia moderada entre humanos y perros, y su frecuencia es también moderada.

Como se puede observar en la Figura 3b, la dinámica del sistema cambia en este caso en relación a los humanos. Los picos de la enfermedad se reducen notablemente, ya que en el momento más crítico, alrededor del día 35, hay 172 personas asintomáticas, 57 personas con síntomas y 10 personas fallecidas debido a la leptospirosis. Es decir, que respecto al caso anterior, el número se ve reducido al 39,32% en total, y desglosando en 39,27% para los asintomáticos y 39,04% los para sintomáticos.

Tras el discurso de 2 meses, a diferencia del caso anterior, todavía hay una parte de la población que no se ha infectado (15,2%). Sin embargo, la tendencia es que la mayoría de la población haya experimentado o esté experimentando la enfermedad. El 60,7% se ha recuperado, mientras que hay 152 personas que aún la están padeciendo, y el número de fallecidos asciende al 2,4%.

La Figura 3a muestra que el comportamiento de la enfermedad en las mascotas no cambia significativamente. Esto es coherente con la propuesta, ya que en este caso solo se modifica la interacción entre humanos y perros para observar los cambios que esto produce en la dinámica de la enfermedad.

Este caso evidencia la relación aparente entre la distancia entre humanos y perros en la transmisión de la enfermedad, así como la frecuencia de estos contactos. Mantener estos dos factores en un rango moderado muestra que, en el pico de la enfermedad, solo 57

personas requerirían atención médica para recuperarse, reduciendo la carga sanitaria en menos del 2/5 del caso anterior.

La estimación de los costes en el momento más crítico en este caso sale a un total de 12.818,50 euros desglosados de la siguiente forma: 1.767 euros corresponden a los casos severos sintomáticos (el 10% de 57 casos gastan 310 euros), 7.951,50 euros corresponden a los casos normales sintomáticos (el 90% de 57 casos gastan 155 euros), y 3.100 euros corresponden a los fallecidos (10 casos consumen 310 euros).

4.3. Ambiente II: Playa en Valencia

En este segundo escenario, el modelo tiene como objetivo examinar el desarrollo de la enfermedad en una playa de Valencia a lo largo de 2 meses.

En este escenario, se mantienen como condiciones iniciales una población humana de 1000 personas y una población de perros de 700. Sin embargo, la cantidad de bacterias *leptospira* en el ambiente varía, ya que estas bacterias tienden a prosperar en entornos húmedos y aguas contaminadas. Por lo tanto, en este escenario se asume que la concentración de *leptospira* en la playa es de 10^{-1} .

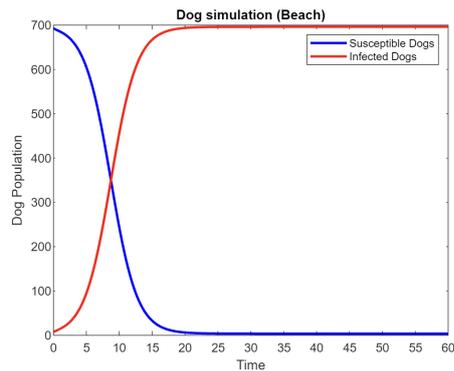
4.3.1. Caso I: Contacto cercano repetidas veces al día

Al igual que en el escenario anterior, en esta situación se busca observar cómo se desarrolla la enfermedad cuando los humanos mantienen una distancia muy cercana (10 cm) con los perros en repetidas ocasiones a lo largo del día (aproximadamente 11 interacciones).

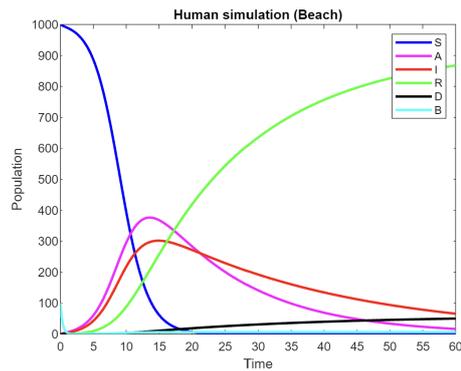
Para este escenario, se asume que toda la población humana está libre de infección al inicio, y que hay 7 perros infectados, mientras que el resto son susceptibles. Además, se propone una proporción del 60% de individuos asintomáticos en este escenario.

En cuanto a las tasas de recuperación, se plantea una tasa de 14 días para los individuos asintomáticos y 28 días para aquellos que presentan síntomas. Para los demás parámetros del sistema, se toman los valores máximos dentro de sus rangos.

La Figura 4b muestra claramente cómo en este escenario las gráficas de los individuos



(a) Evolución de la leptospirosis en perros durante 2 meses.



(b) Evolución de la leptospirosis en humanos durante 2 meses.

Figura 4: Simulación del comportamiento de la leptospirosis en una playa cuando hay contacto cercano entre humanos y perros, y es frecuente diariamente.

asintomáticos y sintomáticos están más cercanas. En los primeros 20 días predominan los individuos asintomáticos, a partir del día 20 los individuos sintomáticos representan una proporción mayor.

El pico de la enfermedad se alcanza a las dos semanas, acumulando un total de 678 personas infectadas (376 sin síntomas y 302 síntomas), lo que significa que casi un 70 % de la población humana total está infectada, y se han registrado 10 fallecidos.

Tras el transcurso de 60 días, todas las personas han o están pasando por la enfermedad. El número de infectados ha disminuido al 8,2%, mientras que el 86,7% se han recuperado y se han registrado 50 muertes debido a la leptospirosis. Se observa que el número de fallecidos es más alto que en el otro escenario, esto se debe a un mayor porcentaje de personas sintomáticas durante la enfermedad, ya que son estas las que experimentan formas más graves de la enfermedad.

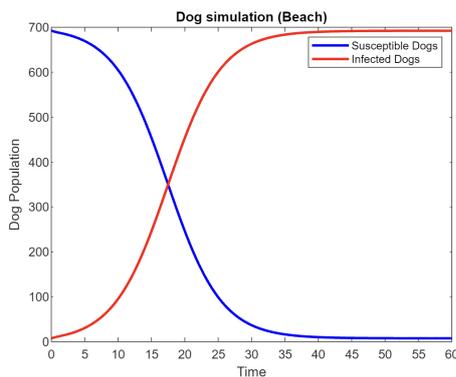
La Figura 4a refleja que en la playa, la enfermedad se transmite antes este perro, pues es alrededor del 8 día cuando el número de infectados supera el número de susceptibles, y tras 2 meses, sea han infectado 696 perros.

Una vez más, esta simulación tiende a indicar que el contacto muy cercano con perros hace que la enfermedad se propague de manera alarmante, generando la necesidad de que 302 personas busquen atención primaria en el pico de la enfermedad. Esto ejerce una gran presión sobre el sistema de salud pública de la zona, además de tener repercusiones económicas significativas.

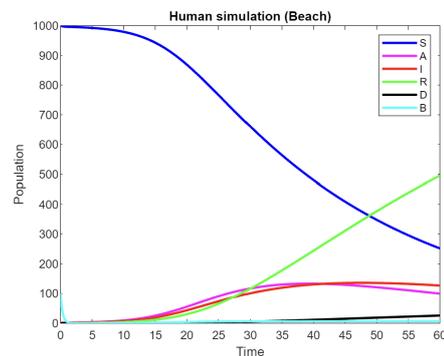
En este escenario, los costes sanitarios estimados en el día de más casos son 54.591 euros, de donde: 9.362 (el 10 % de 302 casos gastan 310 euros) euros son de sintomáticos severos, 42.129 (el 90 % de 302 casos gastan 155 euros) euros son de sintomáticos normales, y 3.100 (10 casos consumen 310 euros) euros son de fallecidos.

4.3.2. Caso II: Contacto de distancia moderada y frecuencia baja

En este otro caso, se asume que la distancia más cercana a la que una persona se encuentra con un perro a lo largo del día es de 50 cm en un máximo de 4 ocasiones. Una vez más, se plantea un escenario con una distancia más moderada y una menor frecuencia de contactos que podrían derivar en infección, con el objetivo de observar si es posible reducir el pico de la curva de infectados. Además, se propone modificar el número de contactos entre los propios perros para evaluar si esta podría ser una medida efectiva de control de la enfermedad. El resto de los parámetros se mantienen sin cambios.



(a) Evolución de la leptospirosis en perros durante 2 meses.



(b) Evolución de la leptospirosis en humanos durante 2 meses.

Figura 5: Simulación del comportamiento de la leptospirosis en una playa cuando hay contacto de distancia moderada entre humanos y perros, su frecuencia es también moderada, y hay una menor cantidad de contactos entre perros.

En la Figura 5b, se puede observar de manera más clara cómo las curvas de infección de los asintomáticos y los sintomáticos se han aplanado. La cantidad de infectados, tanto en la categoría de asintomáticos como en la de sintomáticos, disminuye en más del 92 % en un período de dos semanas, y no se han registrado fallecimientos. Además, se puede apreciar que la diferencia en el número de infectados entre los dos tipos de infección es prácticamente inexistente a lo largo de los dos meses.

En esta simulación, el momento de mayor infección en los casos asintomáticos no coincide con el de los casos sintomáticos, sino que se encuentran desfasados en el tiempo. Los casos asintomáticos alcanzan su máximo de 133 contagios en el día 39, mientras que los casos sintomáticos tardan 47 días en alcanzar su pico de 136 contagios.

Al finalizar los 60 días, aún queda un 17,6% de gente susceptible, un 22,7% de gente infectada por leptospirosis, 496 personas que se han recuperado y 26 fallecidos.

La Figura 5a revela una ralentización en la propagación de la enfermedad entre los perros, ya que no es hasta aproximadamente el día 18 cuando el número de infectados supera al de susceptibles. Además, el porcentaje total de infección tras dos meses se reduce a 98,85%.

Se observa en esta situación que la enfermedad no causa tantas muertes (24 personas menos), y el número de personas que requieren atención médica primaria debido a la enfermedad también disminuye de manera significativa, pasando de 302 a 136. Aunque 136 personas aún ejercen presión sobre el sistema sanitario, al menos se reduce a más de la mitad. Estos resultados parecen indicar que la adopción de medidas de control, como mantener la distancia entre los seres humanos y los perros, y controlar las interacciones de las mascotas, contribuyen a frenar la propagación de la enfermedad de manera efectiva.

En el contexto específico de este caso, se estima que los gastos en atención primaria ascienden a un total de 28.458 euros. Estos costos se desglosan de la siguiente manera: 4.216 euros corresponden a los casos severos sintomáticos (el 10% de 136 casos gastan 310 euros), 8.972 euros corresponden a los casos normales sintomáticos (el 90% de 136 casos gastan 155 euros), y 5.270 euros corresponden a los fallecidos (17 casos consumen 310 euros).

5. Interpretación de resultados y conclusiones

En este trabajo se desarrolla un modelo para la leptospirosis, enfermedad transmitida de animales a humanos, en diferentes entornos, y se adapta para simular situaciones de interés con el objetivo de observar el impacto socioeconómico y sanitario de las mascotas domésticas en la sociedad.

El modelo plasma la interacción entre mascotas, en concreto perros, bacterias y humanos, teniendo distintos factores en cuenta. Se asume la hipótesis de que los humanos solo se pueden contagiar por contacto con perros o con bacterias, pero no en ningún caso transmitir la enfermedad ni a personas ni a perros. De igual manera, los perros se contagian mediante bacterias *leptospira* en el medio ambiente o por contacto directo otros caninos, y tanto perros como humanos desechan estas bacterias al medio ambiente.

A la hora de plantear el modelo, se toman en cuenta diferentes factores de contagio. Para la transmisión directa entre perros y humanos se contemplan parámetros como la distancia mínima de contacto que deriva en contagio o la cantidad de veces que orina un perro entre otros, mientras que para la transmisión por contacto con bacterias considera el área total cubierta por bacterias, la frecuencia de toques a superficies infectadas o la probabilidad de tocarse membranas mucosas tras hacer contacto con estas superficies.

Se debe mencionar también que el modelo trata de reflejar la realidad de la manera más verídica sin ser demasiado complejo, y probablemente haya factores decisivos en la enfermedad que no hayan sido tomados en cuenta en el modelo.

Una vez se determina el modelo, lo que se busca es observar cómo se comporta la enfermedad, y para ello se plantean diferentes escenarios de la vida cotidiana.

En el primer caso, se simula la propagación de la enfermedad en un parque de tamaño mediano en Madrid durante 60 días. Se observa que incluso con un número muy bajo de perros infectados, la propagación de la enfermedad es significativa. En el pico de la infección, se requeriría atención médica para un gran número de personas, generando una carga considerable en los servicios sanitarios y en los costes de estos.

En contraste, con contacto de distancia moderada y frecuencia baja, se reduce significativamente el número de personas infectadas. Mantener una distancia prudente con las mascotas y limitar la frecuencia de los contactos muestra una reducción en la carga sanitaria y en el número de casos graves.

En el segundo caso, se simuló la propagación de la enfermedad en una playa de Valencia durante 2 meses, teniendo en cuenta una mayor concentración de bacterias leptospira en el entorno debido a la humedad y la contaminación del agua. Se observa que el contacto cercano y frecuente entre humanos y perros nuevamente conduce a una propagación

alarmante de la enfermedad. En el pico de la infección, se requiere atención médica para un alto porcentaje de la población humana presente en la playa, lo que genera otra vez presión adicional en el sistema de salud pública y a la economía.

Con el objetivo de comprender mejor el impacto económico en el sistema de salud pública debido a la leptospirosis, en la simulación se estiman los costos sanitarios durante 2 meses de enfermedad.

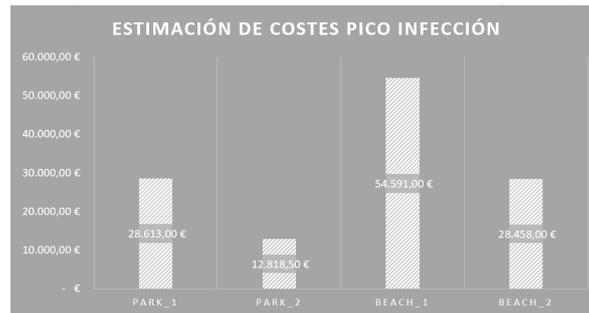


Figura 6: Gráfico de costes sanitarios estimados en los momentos críticos de cada simulación.

La Figura 6 muestra los costes estimados para los diferentes escenarios y casos planteados. Como se mencionó anteriormente, en el escenario del parque, donde la única medida planteada es mantener una distancia moderada con las mascotas y reducir la frecuencia de contactos cercanos, los costes sanitarios se reducirían a más de la mitad, pasando de 28.613 a 12.818,50 euros. En el escenario de la playa, además de la medida anteriormente mencionada, también se propone reducir la frecuencia de los contactos entre mascotas. En este caso, los costes sanitarios totales estimados cuando se toman medidas son casi la mitad de los costos estimados cuando no se implementa un plan de acción.

Es importante tener en cuenta que estas estimaciones se basan en el contexto específico de este trabajo y en las suposiciones utilizadas en el modelo. Para obtener estimaciones más precisas y completas de los gastos en atención primaria, se recomienda considerar otros factores relevantes y realizar análisis más detallados en futuras investigaciones.

Parece, por tanto, evidenciarse la importancia de considerar los factores de contacto y frecuencia en la transmisión de enfermedades como la leptospirosis. Mantener una distancia moderada y una menor frecuencia de contactos en la playa y limitar las interacciones de las mascotas, logra reducir el número de personas infectadas, la carga sanitaria y los costes asociados a esta. Estos resultados pueden ser útiles para la implementación de medidas

preventivas y estrategias de control de enfermedades transmitidas por animales.

Además de los puntos mencionados anteriormente, es fundamental destacar los costes humanos y laborales asociados a la leptospirosis, mencionados en la sección 1.2. Esta enfermedad puede tener consecuencias graves e incluso resultar en la pérdida de vidas humanas de forma inesperada.

En primer lugar, los costes humanos son significativos como se observa en las simulaciones. En ellas, en el mejor de los casos, es decir, cuando se aplican medidas para frenar la enfermedad, solo para una población humana de 1.000 personas, tras 2 meses 24 personas pierden la vida, y en el peor de los escenarios 50 personas fallecen. La leptospirosis puede afectar a personas de diferentes edades y condiciones de salud, y su aparición repentina y potencialmente mortal es motivo de preocupación. Las personas afectadas por la leptospirosis pueden experimentar complicaciones graves e incluso fallecer debido a la enfermedad. Estas pérdidas de vidas humanas son tragedias que impactan a nivel individual y también a sus familias y seres queridos.

En segundo lugar, es importante considerar no solo costes sanitarios, sino también los costes laborales derivados de las bajas por enfermedad tanto de los propios afectados como de sus familiares. Cuando una persona se enferma de leptospirosis, puede requerir tiempo para recuperarse y recibir tratamiento adecuado. Durante este período, la persona afectada puede estar incapacitada para trabajar, lo que genera una carga adicional, tanto a nivel emocional como a nivel económico, tanto para el individuo como para sus familiares. Las responsabilidades y tareas que la persona enferma solía llevar a cabo en el ámbito laboral y doméstico ahora recaen en otros, lo que puede causar desequilibrios y dificultades adicionales.

Es importante tener en cuenta una limitación significativa de nuestro modelo: la asunción de que el personal sanitario es capaz de diagnosticar rápidamente la leptospirosis. El diagnóstico y tratamiento de la leptospirosis pueden presentar desafíos, ya que los síntomas de esta enfermedad pueden ser asociados a otras enfermedades, y especialmente en entornos como las playas durante el verano. La probabilidad de encontrar a un médico capacitado para identificar la enfermedad y proporcionar un tratamiento adecuado en ese contexto es baja. Esto puede llevar a retrasos en el diagnóstico y tratamiento, lo que

aumenta el riesgo de complicaciones graves e incluso fallecimiento inesperado. Por no hablar de los posibles efectos a largo plazo al no diagnosticar la enfermedad a tiempo, como el daño en los riñones, fatiga crónica, depresión, dolores persistentes de cabeza [21]. Además, si una persona adquiere la enfermedad a través de animales de otras personas, el diagnóstico y tratamiento se vuelven más complicados cuando regresa a su lugar de residencia, ya que la enfermedad puede no ser considerada inicialmente debido a la falta de exposición directa a perros o la trazabilidad de contacto con estos.

Estos puntos resaltan la necesidad de concienciar sobre la existencia de la leptospirosis como un problema de salud significativo. En lugar de preguntarse retrospectivamente por el exceso de muertes repentinas o problemas de salud al regresar de vacaciones o del trabajo, es fundamental la prevención, la concienciación y la educación sobre la leptospirosis para evitar enfermedades graves y fallecimientos inesperados.

En resumen, este trabajo destaca la importancia de implementar medidas preventivas para controlar la propagación de la leptospirosis y reducir su impacto socioeconómico y sanitario. Es fundamental concienciar sobre la importancia de adoptar prácticas responsables en la interacción con mascotas y mantener un entorno saludable para prevenir la propagación de enfermedades transmitidas por animales.

6. Referencias

- [1] HealthforAnimals. *Global trends in the pet population*. Health for Animals (2022). doi: <https://www.healthforanimals.org/reports/pet-care-report/global-trends-in-the-pet-population/> (Accedido Abril 23, 2023)
- [2] B. B. Chomel & B. Sun. *Zoonoses in the bedroom*. *Emerging infectious diseases* (2011). 17(2) : 167–172. doi: 10.3201/eid1702.101070
- [3] L. Christou. *The global burden of bacterial and viral zoonotic infections*. *Clinical microbiology and infection: the official publication of the European Society of Clinical Microbiology and Infectious Diseases* (2011). 17(3) : 326-30. doi: 10.1111/j.1469-0691.2010.03441.x
- [4] World Bank. *People, Pathogens and Our Planet*. Vol 1: Towards a Once Health Approach for Controlling (2010). *Zoonotic Diseases Report* 50833-GLB.
- [5] D. J. Williams. *Animal bites*. World Health Organization (2018). doi: <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/animal-bites> (Accedido Abril 23, 2023)
- [6] J. M. Janda, M. H. Graves, D. Lindquist & W. S. Probert. *Diagnosing capnocytophaga canimorsus infections*. *Emerging infectious diseases* (2006). 12(2): 340-342. doi: 10.3201/eid1202.050783
- [7] Organización Panamericana de la Salud. *Leptospirosis*. Organización Panamericana de la Salud (2023). doi: <https://www.paho.org/es/temas/leptospirosis> (Accedido Abril 23, 2023)
- [8] M. A. Gallego & M. V. Simoy. *Mathematical modeling of leptospirosis: A dynamic regulated by environmental carrying capacity*. *Chaos, Solitons & Fractals* (2012). 152(1): 111425. doi: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.111425>
- [9] A. Carpio, E. Pierret. *Uncertainty quantification in covid-19 spread: lockdown effects*. *Results in Physics* (2022) 35:105375 doi: <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2022.105375>

- [10] P. Van den Driessche & J. Watmough. *Further notes on the basic reproduction number* en *Mathematical Epidemiology* (2008). pp. 159–178. *Lecture Notes in Mathematics*, vol 1945. Springer.
- [11] M. Montoya, J. A. Morrison, F. Arrignon, N. Spofford, H. Charles, M.-A. Hours & V. Biourge. *Life expectancy tables for dogs and cats derived from clinical data*. *Frontiers* (2023). doi: <https://doi.org/10.3389/fvets.2023.1082102> (Accedido Abril 28, 2023)
- [12] Centers for Disease Control and Prevention. *Signs and symptoms*. Centers for Disease Control and Prevention (2017). doi: <https://www.cdc.gov/leptospirosis/symptoms/index.html> (Accedido Abril 28, 2023)
- [13] The College of Veterinary Medicine. *Leptospirosis: What every dog owner should know*. Michigan State University: Veterinary Diagnostic Laboratory (2023). doi: <https://cvm.msu.edu/vdl/client-education/guides-for-pet-owners/leptospirosis-what-every-dog-owner-should-know> (Accedido Abril 28, 2023)
- [14] D. Baca Carrasco. *Modelación matemática de la Leptospirosis y estructuras de Ro en modelos análogos*. Universidad de Sonora (2014). doi: <http://hdl.handle.net/20.500.12984/6885> (Accedido Mayo 8, 2023)
- [15] J. Nepeřený, J. Chumela & V. Vrzal. *Determination of an infectious dose of Leptospira for the performance of challenge test in assessing the efficacy of Leptospira vaccines*. *Acta Vet. Brno* (2011). 80 : 263-268. doi: <https://doi.org/10.2754/avb201180030263>
- [16] KRC. *Americans hand' hygiene habits*. KRC Research (2014). doi: <http://www.krcresearch.com/wp-content/uploads/2014/08/SCA-Handwashing-Infographic.pdf> (Accedido Mayo 14, 2023)
- [17] Y. L. A. Kwok, J. Gralton & M.-L. McLaws. *Face touching: A frequent habit that has implications for hand hygiene*. *American journal of infection control*(2015). 43(2) : 112–114. doi: 10.1016/j.ajic.2014.10.015
- [18] Centers for Disease Control and Prevention. *Healthcare workers*. Centers for Disease Control and Prevention (2023). doi: https://www.cdc.gov/leptospirosis/health_care_workers/ (Accedido Mayo 14, 2023)

- [19] M. Donald Kaye (2019, November 21). *Leptospirosis: A challenging diagnosis*. Healio. doi: <https://www.healio.com/news/infectious-disease/20191114/leptospirosis-a-challenging-diagnosis> (Accedido Mayo 26, 2023)
- [20] M. del C. Rodríguez Blas. *Estadística de Gasto Sanitario Público*. Ministerio de Sanidad (2023). doi: <https://www.sanidad.gob.es/estadEstudios/estadisticas/sisInfSanSNS/UltDatos.htm> (Accedido Junio 3, 2023)
- [21] NSW Public Health. *Fact sheet leptospirosis*. NSW Public Health Bulletin (2023). Vol. 14 No. 11–12. doi: <https://www.publish.csiro.au/NB/pdf/NB03063> (Accedido Junio 9, 2023)

A. Anexos

Para la simulación de este trabajo se ha utilizado MATLAB. Los scripts del trabajo se encuentran en el siguiente repositorio de GitHub: <https://github.com/stelaarr/TFG>

A continuación se adjuntan dichos scripts en formato pdf:

LEPTOSPIROSIS SIMULATION

ESCENARIO I : PARQUE

CASO I: MUCHO CONTACTO CERCANO CON HUMANOS

1. Definimos los parámetros:

```
%Tasa de transmision de perros infectados a perros susceptibles
beta_p = 3.5*10^(-1);
%Tasa de transmision de leptospirosis de perros susceptibbles al estar en
%contacto con bacterias leptospira en el medio ambiente
beta_pb = 6.5*10^(-2);
%Tasa de transmision de leptospirosis de humanos susceptibbles al estar en
%contacto con bacterias leptospira en el medio ambiente
beta_hb = 0.3696;
%Tasa de transmision de perros infectados a humanos susceptibles
beta_hp = 0.44;
%Bacterias liberadas al medio por perro infeccioso
eta_p = 2*10^(-2);
%Bacterias liberadas al medio por humano infeccioso
eta_h = 2.1*10^(-7);
%Tasa de salida de animales
b = 1/365;
%Tasa de salida de bacterias
phi_b = 8;
%Tasa de recuperaci3n de humanos asintom3ticos
phi_ah = 1/14;
%Tasa de recuperaci3n de humanos sintom3ticos
phi_ih = 1/14;
%Tasa de mortalidad en humanos
mu = 0.15;
```

2. Condiciones iniciales (en proporciones):

Si partimos de una poblaci3n humana de 1000 personas en un parque y 700 perros.

```
%Poblaci3n humana total
Nh = 1000;
%Poblacion perros total
Np = 700;
%Poblacion bacterias lectospira inicial
B0 = 10^(-5);
%Poblacion susceptible humana en t=0
Sh0 = 1;
%Poblacion susceptible perros en t=0
Sp0 = 0.99;
%Poblacion humanos asintom3ticos en t=0
Ah0 = 0;
%Poblacion humanos sintom3ticos en t=0
Ih0 = 0;
%Poblacion infectada perros en t=0
```

```

Ip0 = 0.01;
%Poblacion humanos recuperados en t=0
Rh0 = 0;
%Poblacion humanos muertos en t=0
Dh0 = 0;
%Ventana temporal de 60 días
tspan = [0 60];
%Porporción de humanos suscetibles que se convierten en asintomaticos:
a = 0.75;

```

3. Sistema de ecuaciones diferenciales:

Notación:

$y(1) = Sp$; $y(2) = Ip$; $y(3) = Sh$; $y(4) = Ah$; $y(5) = Ih$; $y(6) = Rh$; $y(7) = Dh$; $y(8) = B$

```

odefun = @(t, y) [-beta_p*y(1)*y(2) - beta_pb*y(1)*y(8)+ b*y(2);
beta_p*y(1)*y(2) + beta_pb*y(1)*y(8) - b*y(2);
-beta_hp*y(3)*y(2) - beta_hb*y(3)*y(8) ;
a*beta_hp*y(3)*y(2) + a*beta_hb*y(3)*y(8) - phi_ah*y(4);
(1-a)*beta_hp*y(3)*y(2) + (1-a)*beta_hb*y(3)*y(8) -
phi_ih*y(5);
(1-mu)*phi_ih*y(5) + phi_ah*y(4);
mu*phi_ih*y(5);
eta_p*y(2) + eta_h*(y(4) + y(5)) - phi_b*y(8)];

```

4. Resuelvo el sistema:

```

% Solve the system
y0 = [Sp0; Ip0; Sh0; Ah0; Ih0; Rh0; Dh0; B0];
[t, y] = ode45(odefun, tspan, y0);

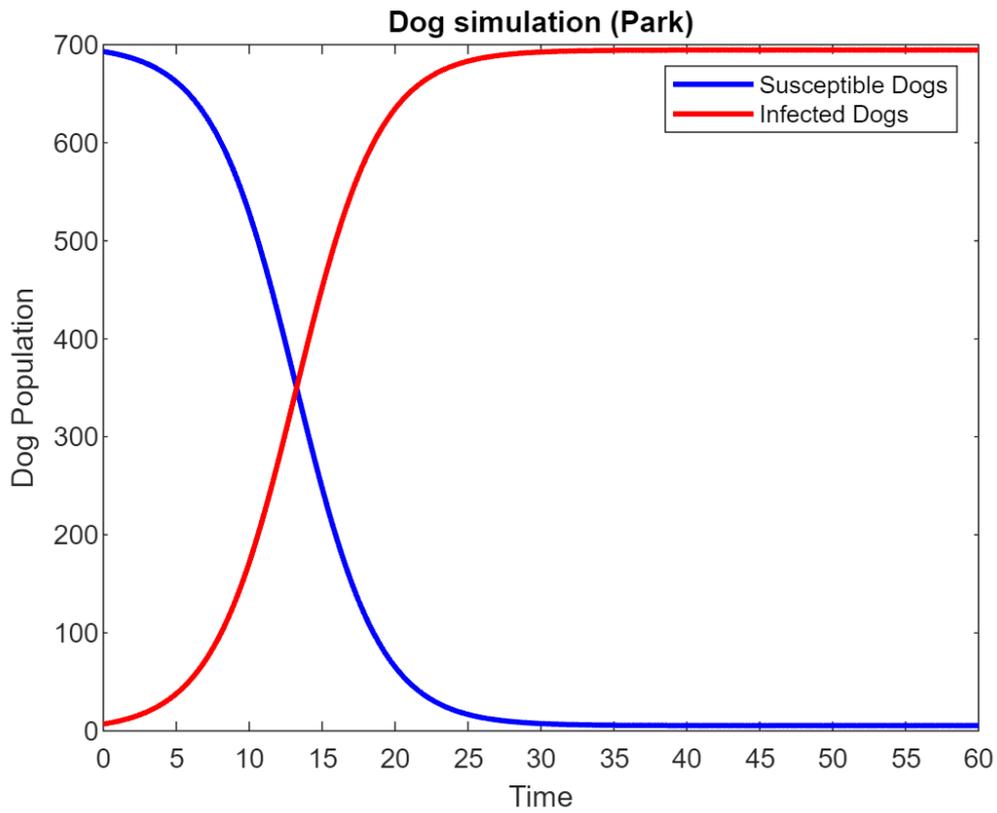
```

5. Visualización de los resultados:

```

figure;
% Primero veo los resultados de la poblacion de animales
plot(t, Np*y(:,1), 'b', t, Np*y(:,2), 'r', 'LineWidth', 2)
legend('Susceptible Dogs', 'Infected Dogs')
xlabel('Time');
xticks(0:5:t(end));
ylabel('Dog Population');
title('Dog simulation (Park)');

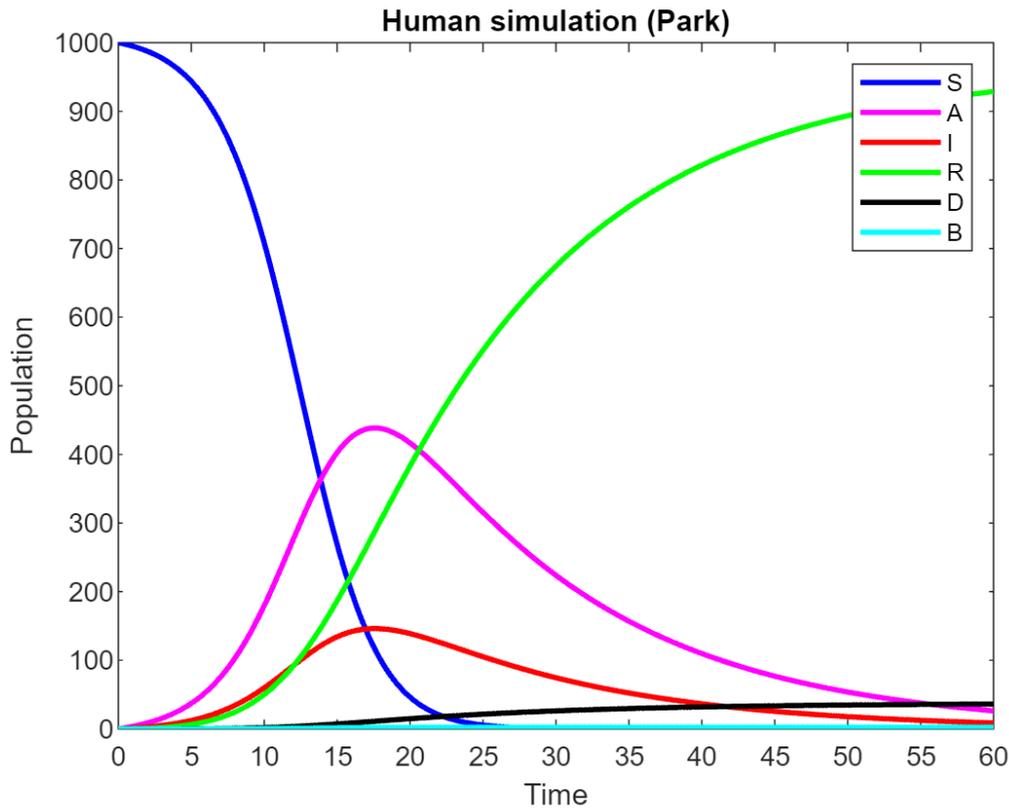
```



```

% Resultados para poblacion humana
plot(t, Nh*y(:,3), 'b', t, Nh*y(:,4), 'm', t, Nh*y(:,5), ...
     'r', t, Nh*y(:,6), 'g', t, Nh*y(:,7), 'k', t, Nh*y(:,8), 'c'
     , 'LineWidth', 2);
legend('S', 'A', 'I', 'R', 'D', 'B');
xlabel('Time');
xticks(0:5:t(end));
ylabel('Population');
title('Human simulation (Park)');

```



6. Situación después de 2 meses:

```

%Numero total de perros que han sido infectados de los 700 perros totales:
inf_dog_tot = round(y(end,2)*Np);
%Con una proporción de:
inf_dog_perc = inf_dog_tot/Np*100;
%Numero total de humanos que esta infectados de las 1000 personas totales:
inf_hum_tot = round((y(end,4) + y(end,5))*Nh);
%Con una proporción de:
inf_hum_perc = inf_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que esta recuperados de las 1000 personas totales:
rec_hum_tot = round(y(end,6)*Nh);
%Con una proporción de:
rec_hum_perc = rec_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que han fallecido de las 1000 personas totales:
dead_hum_tot = round(y(end,7)*Nh);
%Con una proporción de:
dead_hum_perc = dead_hum_tot/Nh*100;
%Resultados
disp('Results after 2 months:');

```

Results after 2 months:

```
disp(['Total Infected Dogs: ' num2str(inf_dog_tot)]);
```

Total Infected Dogs: 695

```
disp(['Percentage of Infected Dogs: ' num2str(Inf_dog_perc) '%']);
```

Percentage of Infected Dogs: 99.2857%

```
disp(['Total Infected Humans: ' num2str(Inf_hum_tot)]);
```

Total Infected Humans: 35

```
disp(['Percentage of Infected Humans: ' num2str(Inf_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Infected Humans: 3.5%

```
disp(['Total Recovered Humans: ' num2str(Rec_hum_tot)]);
```

Total Recovered Humans: 929

```
disp(['Percentage of Recovered Humans: ' num2str(Rec_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Recovered Humans: 92.9%

```
disp(['Total Dead Humans: ' num2str(Dead_hum_tot)]);
```

Total Dead Humans: 36

```
disp(['Percentage of Dead Humans: ' num2str(Dead_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Dead Humans: 3.6%

```
disp('-----');
```

7. Resultados notables:

```
% Cantidad de humanos infectados en el pico de la enfermedad:
```

```
Max_quant_inf_hum = round(max(y(:,4))*Nh + max(y(:,5))*Nh);
```

```
% De los cuales asintomaticos:
```

```
ah_max = round(max(y(:,4))*Nh);
```

```
% De los cuales simtomaticos:
```

```
ih_max = round(max(y(:,5))*Nh);
```

```
disp('At the peak of the infection:');
```

At the peak of the infection:

```
disp(['Total Infected Humans: ' num2str(Max_quant_inf_hum)]);
```

Total Infected Humans: 585

```
disp(['Total Infected Asymptomatic Humans: ' num2str(ah_max)]);
```

Total Infected Asymptomatic Humans: 438

```
disp(['Total Infected Symptomatic Humans: ' num2str(ih_max)]);
```

Total Infected Symptomatic Humans: 146

ESCENARIO I : PARQUE

CASO II: CONTACTO CON DISTANCIA MODERADA Y FRECUENCIA BAJA CON PERROS

1. Definimos los parámetros:

```
%Tasa de transmision de perros infectados a perros suceptibles
beta_p = 3.5*10^(-1);
%Tasa de transmision de leptospirosis de perros suscepitbles al estar en
%contacto con bacterias leptospira en el medio ambiente
beta_pb = 6.5*10^(-2);
%Tasa de transmision de leptospirosis de humanos suscepitbles al estar en
%contacto con bacterias leptospira en el medio ambiente
beta_hb = 0.3696;
%Tasa de transmision de perros infectados a humanos susceptibles
beta_hp = 0.032;
%Bacterias liberadas al medio por perro infeccioso
eta_p = 2*10^(-2);
%Bacterias liberadas al medio por humano infeccioso
eta_h = 2.1*10^(-7);
%Tasa de salida de animales
b = 1/365;
%Tasa de salida de bacterias
phi_b = 8;
%Tasa de recuperaci3n de humanos asintom3ticos
phi_ah = 1/14;
%Tasa de recuperaci3n de humanos sintom3ticos
phi_ih = 1/14;
%Tasa de mortalidad en humanos
mu = 0.15;
```

2. Condiciones iniciales (en proporciones):

Si partimos de una poblaci3n humana de 1000 personas en un parque y 700 perros.

```
%Poblaci3n humana total
Nh = 1000;
%Poblacion perros total
Np = 700;
%Poblacion bacterias lectospira inicial
B0 = 10^(-5);
%Poblacion susceptible humana en t=0
Sh0 = 1;
%Poblacion susceptible perros en t=0
Sp0 = 0.99;
%Poblacion humanos asintom3ticos en t=0
Ah0 = 0;
%Poblacion humanos sintom3ticos en t=0
Ih0 = 0;
%Poblacion infectada perros en t=0
Ip0 = 0.01;
%Poblacion humanos recuperados en t=0
```

```

Rh0 = 0;
%Poblacion humanos muertos en t=0
Dh0 = 0;
%Ventana temporal de 60 días
tspan = [0 60];
%Porporción de humanos suscetibles que se convierten en asintomaticos:
a = 0.75;

```

3. Sistema de ecuaciones diferenciales:

Notación:

$y(1) = S_p$; $y(2) = I_p$; $y(3) = S_h$; $y(4) = A_h$; $y(5) = I_h$; $y(6) = R_h$; $y(7) = D_h$; $y(8) = B$

```

odefun = @(t, y) [-beta_p*y(1)*y(2) - beta_pb*y(1)*y(8)+ b*y(2);
                 beta_p*y(1)*y(2) + beta_pb*y(1)*y(8) - b*y(2);
                 -beta_hp*y(3)*y(2) - beta_hb*y(3)*y(8) ;
                 a*beta_hp*y(3)*y(2) + a*beta_hb*y(3)*y(8) - phi_ah*y(4);
                 (1-a)*beta_hp*y(3)*y(2) + (1-a)*beta_hb*y(3)*y(8) -
                 phi_ih*y(5);
                 (1-mu)*phi_ih*y(5) + phi_ah*y(4);
                 mu*phi_ih*y(5);
                 eta_p*y(2) + eta_h*(y(4) + y(5)) - phi_b*y(8)];

```

4. Resulevo el sistema:

```

% Solve the system
y0 = [Sp0; Ip0; Sh0; Ah0; Ih0; Rh0; Dh0; B0];
[t, y] = ode45(odefun, tspan, y0);

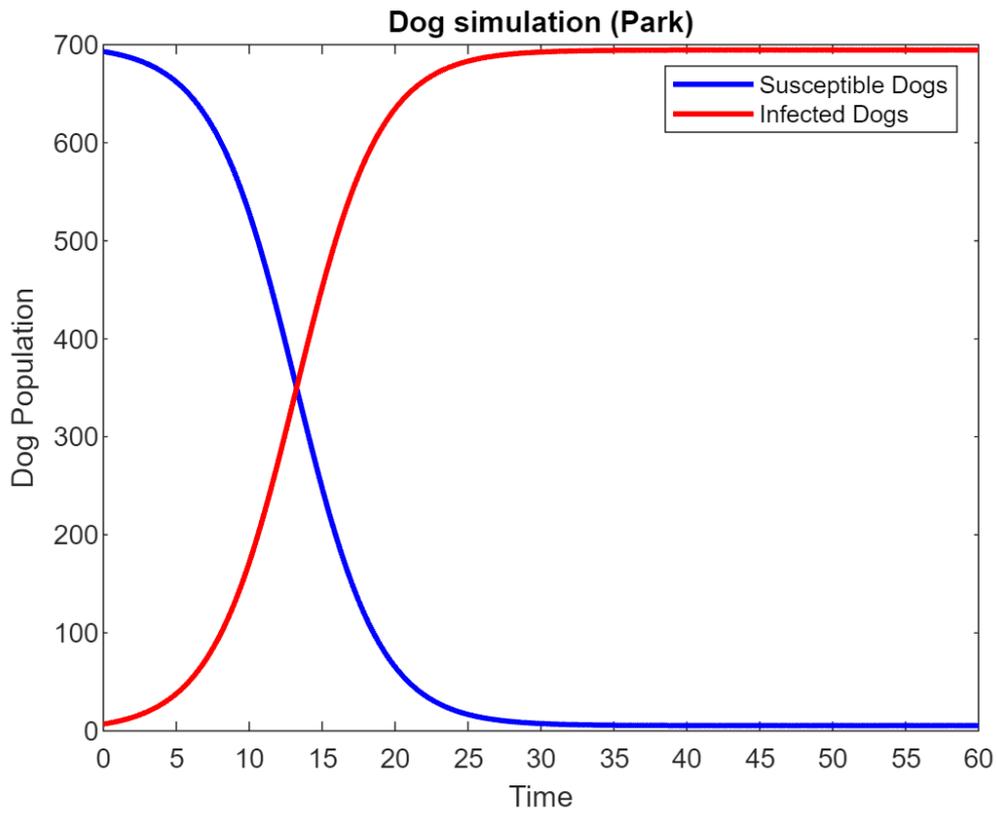
```

5. Visualización de los resultados:

```

figure;
% Primero veo los resultados de la poblacion de animales
plot(t, Np*y(:,1), 'b', t, Np*y(:,2), 'r', 'LineWidth', 2)
legend('Susceptible Dogs', 'Infected Dogs')
xlabel('Time');
xticks(0:5:t(end));
ylabel('Dog Population');
title('Dog simulation (Park)');

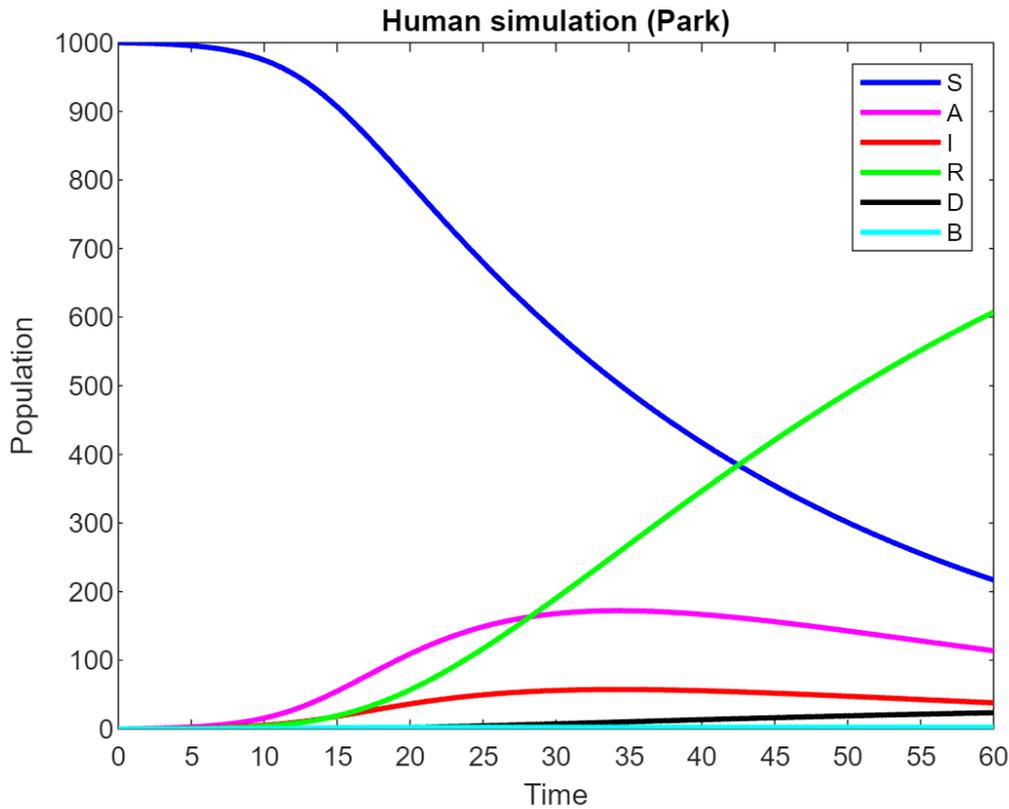
```



```

% Resultados para poblacion humana
plot(t, Nh*y(:,3), 'b', t, Nh*y(:,4), 'm', t, Nh*y(:,5), ...
     'r', t, Nh*y(:,6), 'g', t, Nh*y(:,7), 'k', t, Nh*y(:,8), 'c',
     'LineWidth',2);
legend('S', 'A', 'I', 'R', 'D', 'B');
xlabel('Time');
xticks(0:5:t(end));
ylabel('Population');
title('Human simulation (Park)');

```



6. Situación después de 2 meses:

```

%Numero total de perros que han sido infectados de los 700 perros totales:
inf_dog_tot = round(y(end,2)*Np);
%Con una proporción de:
inf_dog_perc = inf_dog_tot/Np*100;
%Numero total de humanos susceptibles de las 1000 personas totales:
sus_hum_tot = round(y(end,3)*Nh);
%Con una proporción de:
sus_hum_perc = sus_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que esta infectados de las 1000 personas totales:
inf_hum_tot = round((y(end,4) + y(end,5))*Nh);
%Con una proporción de:
inf_hum_perc = inf_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que esta recuperados de las 1000 personas totales:
rec_hum_tot = round(y(end,6)*Nh);
%Con una proporción de:
rec_hum_perc = rec_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que han fallecido de las 1000 personas totales:
dead_hum_tot = round(y(end,7)*Nh);
%Con una proporción de:
dead_hum_perc = dead_hum_tot/Nh*100;
%Resultados
disp('Results after 2 months:');

```

Results after 2 months:

```
disp(['Total Infected Dogs: ' num2str(Inf_dog_tot)]);
```

Total Infected Dogs: 695

```
disp(['Percentage of Infected Dogs: ' num2str(Inf_dog_perc) '%']);
```

Percentage of Infected Dogs: 99.2857%

```
disp(['Total Susceptible Humans: ' num2str(sus_hum_tot)]);
```

Total Susceptible Humans: 152

```
disp(['Percentage of Susceptible Humans: ' num2str(sus_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Susceptible Humans: 15.2%

```
disp(['Total Infected Humans: ' num2str(Inf_hum_tot)]);
```

Total Infected Humans: 152

```
disp(['Percentage of Infected Humans: ' num2str(Inf_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Infected Humans: 15.2%

```
disp(['Total Recovered Humans: ' num2str(rec_hum_tot)]);
```

Total Recovered Humans: 607

```
disp(['Percentage of Recovered Humans: ' num2str(rec_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Recovered Humans: 60.7%

```
disp(['Total Dead Humans: ' num2str(dead_hum_tot)]);
```

Total Dead Humans: 24

```
disp(['Percentage of Dead Humans: ' num2str(dead_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Dead Humans: 2.4%

```
disp('-----');
```

7. Resultados notables:

```
% Cantidad de humanos infectados en el pico de la enfermedad:
Max_quant_inf_hum = round(max(y(:,4))*Nh + max(y(:,5))*Nh);
% De los cuales asintomaticos:
ah_max = round(max(y(:,4))*Nh);
% De los cuales simtomaticos:
ih_max = round(max(y(:,5))*Nh);
disp('At the peak of the infection:');
```

At the peak of the infection:

```
disp(['Total Infected Humans: ' num2str(Max_quant_inf_hum)]);
```

Total Infected Humans: 230

```
disp(['Total Infected Asymptomatic Humans: ' num2str(ah_max)]);
```

Total Infected Asymptomatic Humans: 172

```
disp(['Total Infected Symptomatic Humans: ' num2str(ih_max)]);
```

Total Infected Symptomatic Humans: 57

LEPTOSPIROSIS SIMULATION

ESCENARIO II : PLAYA

CASO I: MUCHO CONTACTO CERCANO CON HUMANOS

1. Definimos los parámetros:

```
%Tasa de transmision de perros infectados a perros susceptibles
beta_p = 5*10^(-1);
%Tasa de transmision de leptospirosis de perros susceptibbles al estar en
%contacto con bacterias leptospira en el medio ambiente
beta_pb = 1*10^(-1);
%Tasa de transmision de leptospirosis de humanos susceptibbles al estar en
%contacto con bacterias leptospira en el medio ambiente
beta_hb = 0.1056;
%Tasa de transmision de perros infectados a humanos susceptibles
beta_hp = 0.44;
%Bacterias liberadas al medio por perro infeccioso
eta_p = 2*10^(-2);
%Bacterias liberadas al medio por humano infeccioso
eta_h = 2.1*10^(-7);
%Tasa de salida de animales
b = 1/365;
%Tasa de salida de bacterias
phi_b = 3;
%Tasa de recuperaci3n de humanos asintomáticos
phi_ah = 1/14;
%Tasa de recuperaci3n de humanos sintomáticos
phi_ih = 1/28;
%Tasa de mortalidad en humanos
mu = 0.15;
```

2. Condiciones iniciales (en proporciones):

Si partimos de una poblaci3n humana de 1000 personas en una playa y 700 perros.

```
%Poblaci3n humana total
Nh = 1000;
%Poblacion perros total
Np = 700;
%Poblacion bacterias lectospira inicial
B0 = 10^(-1);
%Poblacion susceptible humana en t=0
Sh0 = 1;
%Poblacion susceptible perros en t=0
Sp0 = 0.99;
%Poblacion humanos asintomáticos en t=0
Ah0 = 0;
%Poblacion humanos sintomáticos en t=0
Ih0 = 0;
%Poblacion infectada perros en t=0
```

```

Ip0 = 0.01;
%Poblacion humanos recuperados en t=0
Rh0 = 0;
%Poblacion humanos muertos en t=0
Dh0 = 0;
%Ventana temporal de 60 días
tspan = [0 60];
%Porporción de humanos suscetibles que se convierten en asintomaticos:
a = 0.6;

```

3. Sistema de ecuaciones diferenciales:

Notación:

$y(1) = S_p$; $y(2) = I_p$; $y(3) = S_h$; $y(4) = A_h$; $y(5) = I_h$; $y(6) = R_h$; $y(7) = D_h$; $y(8) = B$

```

odefun = @(t, y) [-beta_p*y(1)*y(2) - beta_pb*y(1)*y(8)+ b*y(2);
beta_p*y(1)*y(2) + beta_pb*y(1)*y(8) - b*y(2);
-beta_hp*y(3)*y(2) - beta_hb*y(3)*y(8) ;
a*beta_hp*y(3)*y(2) + a*beta_hb*y(3)*y(8) - phi_ah*y(4);
(1-a)*beta_hp*y(3)*y(2) + (1-a)*beta_hb*y(3)*y(8) -
phi_ih*y(5);
(1-mu)*phi_ih*y(5) + phi_ah*y(4);
mu*phi_ih*y(5);
eta_p*y(2) + eta_h*(y(4) + y(5)) - phi_b*y(8)];

```

4. Resuelvo el sistema:

```

% Solve the system
y0 = [Sp0; Ip0; Sh0; Ah0; Ih0; Rh0; Dh0; B0];
[t, y] = ode45(odefun, tspan, y0);

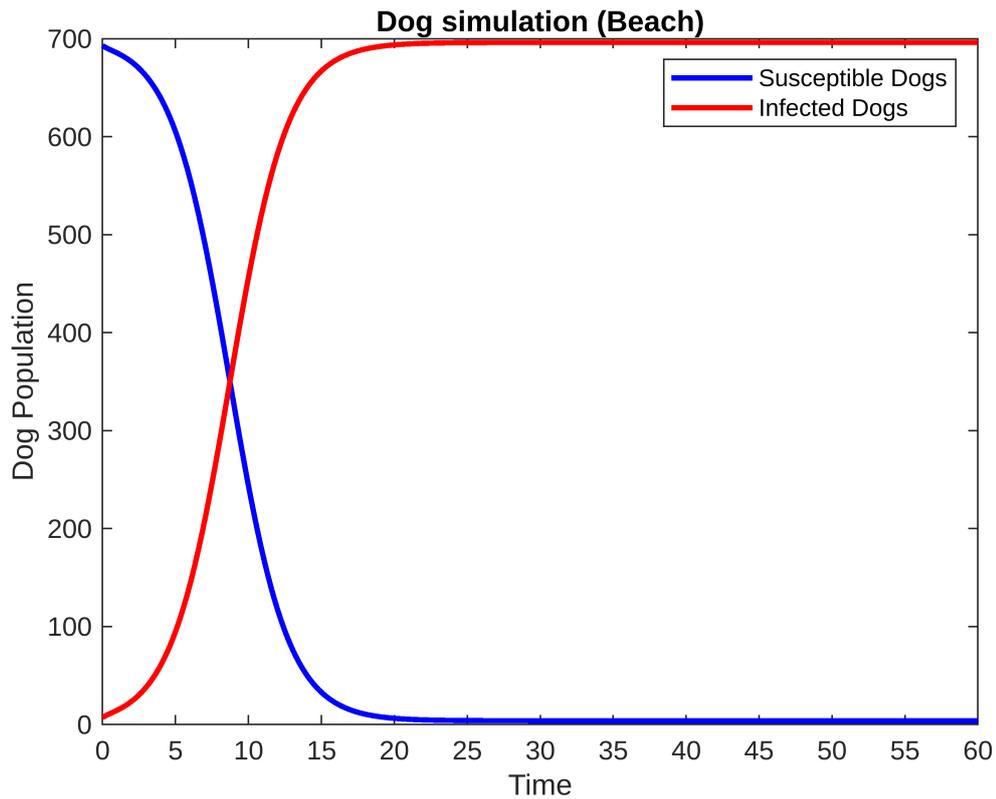
```

5. Visualización de los resultados:

```

figure;
% Primero veo los resultados de la poblacion de animales
plot(t, Np*y(:,1), 'b', t, Np*y(:,2), 'r', 'LineWidth', 2)
legend('Susceptible Dogs', 'Infected Dogs')
xlabel('Time');
xticks(0:5:t(end));
ylabel('Dog Population');
title('Dog simulation (Beach)');

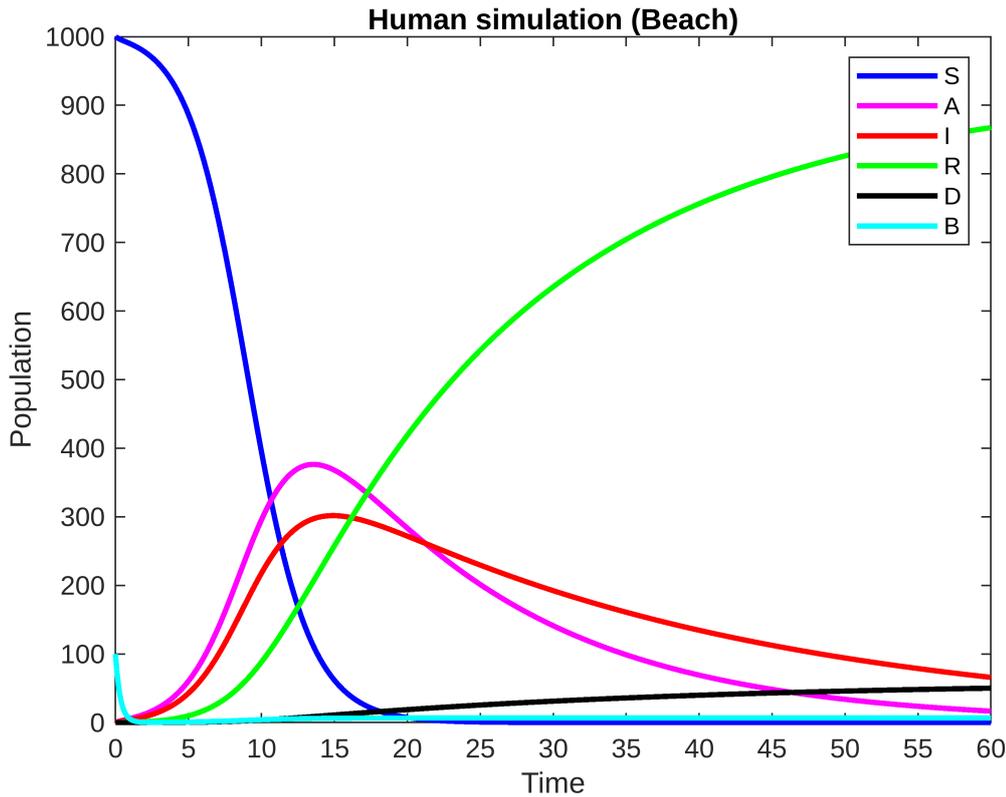
```



```

% Resultados para poblacion humana
plot(t, Nh*y(:,3), 'b', t, Nh*y(:,4), 'm', t, Nh*y(:,5), ...
     'r', t, Nh*y(:,6), 'g', t, Nh*y(:,7), 'k', t, Nh*y(:,8), 'c',
     'LineWidth',2);
legend('S', 'A', 'I', 'R', 'D', 'B');
xlabel('Time');
xticks(0:5:t(end));
ylabel('Population');
title('Human simulation (Beach)');

```



6. Situación después de 2 meses:

```

%Numero total de perros que han sido infectados de los 700 perros totales:
inf_dog_tot = round(y(end,2)*Np);
%Con una proporción de:
inf_dog_perc = inf_dog_tot/Np*100;
%Numero total de humanos susceptibles de las 1000 personas totales:
sus_hum_tot = round(y(end,3)*Nh);
%Con una proporción de:
sus_hum_perc = sus_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que esta infectados de las 1000 personas totales:
inf_hum_tot = round((y(end,4) + y(end,5))*Nh);
%Con una proporción de:
inf_hum_perc = inf_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que esta recuperados de las 1000 personas totales:
rec_hum_tot = round(y(end,6)*Nh);
%Con una proporción de:
rec_hum_perc = rec_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que han fallecido de las 1000 personas totales:
dead_hum_tot = round(y(end,7)*Nh);
%Con una proporción de:
dead_hum_perc = dead_hum_tot/Nh*100;
%Resultados
disp('Results after 2 months:');

```

Results after 2 months:

```
disp(['Total Infected Dogs: ' num2str(Inf_dog_tot)])
```

Total Infected Dogs: 696

```
disp(['Percentage of Infected Dogs: ' num2str(Inf_dog_perc) '%']);
```

Percentage of Infected Dogs: 99.4286%

```
disp(['Total Susceptible Humans: ' num2str(sus_hum_tot)]);
```

Total Susceptible Humans: 0

```
disp(['Percentage of Susceptible Humans: ' num2str(sus_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Susceptible Humans: 0%

```
disp(['Total Infected Humans: ' num2str(Inf_hum_tot)]);
```

Total Infected Humans: 82

```
disp(['Percentage of Infected Humans: ' num2str(Inf_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Infected Humans: 8.2%

```
disp(['Total Recovered Humans: ' num2str(rec_hum_tot)]);
```

Total Recovered Humans: 867

```
disp(['Percentage of Recovered Humans: ' num2str(rec_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Recovered Humans: 86.7%

```
disp(['Total Dead Humans: ' num2str(dead_hum_tot)]);
```

Total Dead Humans: 50

```
disp(['Percentage of Dead Humans: ' num2str(dead_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Dead Humans: 5%

```
disp('-----');
```

7. Resultados notables:

```
% Cantidad de humanos infectados en el pico de la enfermedad:
Max_quant_inf_hum = round(max(y(:,4))*Nh + max(y(:,5))*Nh);
% De los cuales asintomaticos:
ah_max = round(max(y(:,4))*Nh);
% De los cuales simtomaticos:
ih_max = round(max(y(:,5))*Nh);
disp('At the peak of the infection:');
```

At the peak of the infection:

```
disp(['Total Infected Humans: ' num2str(Max_quant_inf_hum)]);
```

Total Infected Humans: 678

```
disp(['Total Infected Asymptomatic Humans: ' num2str(ah_max)]);
```

Total Infected Asymptomatic Humans: 376

```
disp(['Total Infected Symptomatic Humans: ' num2str(ih_max)]);
```

Total Infected Symptomatic Humans: 302

LEPTOSPIROSIS SIMULATION

ESCENARIO II : PLAYA

CASO II: CONTACTO CON DISTANCIA MODERADA Y FRECUENCIA BAJA CON PERROS

1. Definimos los parámetros:

```
%Tasa de transmision de perros infectados a perros susceptibles
beta_p = 2.5*10^(-1);
%Tasa de transmision de leptospirosis de perros susceptibbles al estar en
%contacto con bacterias leptospira en el medio ambiente
beta_pb = 1*10^(-1);
%Tasa de transmision de leptospirosis de humanos susceptibbles al estar en
%contacto con bacterias leptospira en el medio ambiente
beta_hb = 0.1056;
%Tasa de transmision de perros infectados a humanos susceptibles
beta_hp = 0.032;
%Bacterias liberadas al medio por perro infeccioso
eta_p = 2*10^(-2);
%Bacterias liberadas al medio por humano infeccioso
eta_h = 2.1*10^(-7);
%Tasa de salida de animales
b = 1/365;
%Tasa de salida de bacterias
phi_b = 3;
%Tasa de recuperaci3n de humanos asintom3ticos
phi_ah = 1/14;
%Tasa de recuperaci3n de humanos sintom3ticos
phi_ih = 1/28;
%Tasa de mortalidad en humanos
mu = 0.15;
```

2. Condiciones iniciales (en proporciones):

Si partimos de una poblaci3n humana de 1000 personas en una playa y 700 perros.

```
%Poblaci3n humana total
Nh = 1000;
%Poblacion perros total
Np = 700;
%Poblacion bacterias lectospira inicial
B0 = 10^(-1);
%Poblacion susceptible humana en t=0
Sh0 = 1;
%Poblacion susceptible perros en t=0
Sp0 = 0.99;
%Poblacion humanos asintom3ticos en t=0
Ah0 = 0;
%Poblacion humanos sintom3ticos en t=0
Ih0 = 0;
%Poblacion infectada perros en t=0
```

```

Ip0 = 0.01;
%Poblacion humanos recuperados en t=0
Rh0 = 0;
%Poblacion humanos muertos en t=0
Dh0 = 0;
%Ventana temporal de 60 días
tspan = [0 60];
%Porporción de humanos suscetibles que se convierten en asintomaticos:
a = 0.6;

```

3. Sistema de ecuaciones diferenciales:

Notación:

$y(1) = Sp$; $y(2) = Ip$; $y(3) = Sh$; $y(4) = Ah$; $y(5) = Ih$; $y(6) = Rh$; $y(7) = Dh$; $y(8) = B$

```

odefun = @(t, y) [-beta_p*y(1)*y(2) - beta_pb*y(1)*y(8)+ b*y(2);
beta_p*y(1)*y(2) + beta_pb*y(1)*y(8) - b*y(2);
-beta_hp*y(3)*y(2) - beta_hb*y(3)*y(8) ;
a*beta_hp*y(3)*y(2) + a*beta_hb*y(3)*y(8) - phi_ah*y(4);
(1-a)*beta_hp*y(3)*y(2) + (1-a)*beta_hb*y(3)*y(8) -
phi_ih*y(5);
(1-mu)*phi_ih*y(5) + phi_ah*y(4);
mu*phi_ih*y(5);
eta_p*y(2) + eta_h*(y(4) + y(5)) - phi_b*y(8)];

```

4. Resuelvo el sistema:

```

% Solve the system
y0 = [Sp0; Ip0; Sh0; Ah0; Ih0; Rh0; Dh0; B0];
[t, y] = ode45(odefun, tspan, y0);

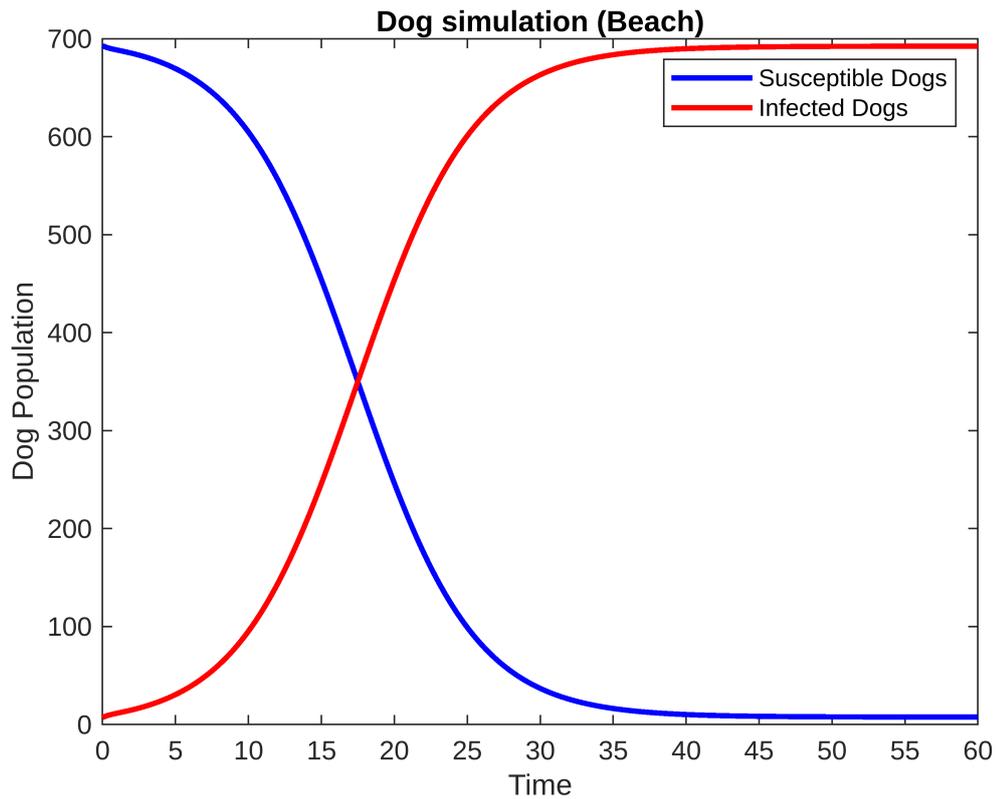
```

5. Visualización de los resultados:

```

figure;
% Primero veo los resultados de la poblacion de animales
plot(t, Np*y(:,1), 'b', t, Np*y(:,2), 'r', 'LineWidth', 2)
legend('Susceptible Dogs', 'Infected Dogs')
xlabel('Time');
xticks(0:5:t(end));
ylabel('Dog Population');
title('Dog simulation (Beach)');

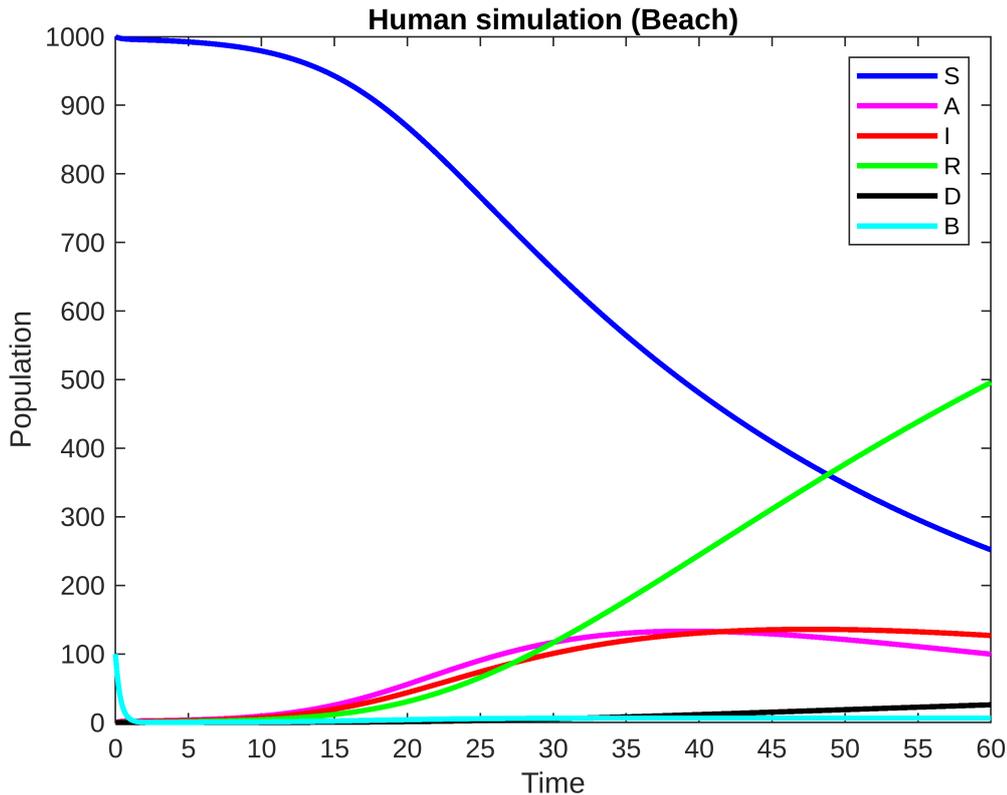
```



```

% Resultados para poblacion humana
plot(t, Nh*y(:,3), 'b', t, Nh*y(:,4), 'm', t, Nh*y(:,5), ...
     'r', t, Nh*y(:,6), 'g', t, Nh*y(:,7), 'k', t, Nh*y(:,8), 'c',
     'LineWidth',2);
legend('S', 'A', 'I', 'R', 'D', 'B');
xlabel('Time');
xticks(0:5:t(end));
ylabel('Population');
title('Human simulation (Beach)');

```



6. Situación después de 2 meses:

```

%Numero total de perros que han sido infectados de los 700 perros totales:
inf_dog_tot = round(y(end,2)*Np);
%Con una proporción de:
inf_dog_perc = inf_dog_tot/Np*100;
%Numero total de humanos susceptibles de las 1000 personas totales:
sus_hum_tot = round(y(end,3)*Nh);
%Con una proporción de:
sus_hum_perc = sus_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que esta infectados de las 1000 personas totales:
inf_hum_tot = round((y(end,4) + y(end,5))*Nh);
%Con una proporción de:
inf_hum_perc = inf_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que esta recuperados de las 1000 personas totales:
rec_hum_tot = round(y(end,6)*Nh);
%Con una proporción de:
rec_hum_perc = rec_hum_tot/Nh*100;
%Numero total de humanos que han fallecido de las 1000 personas totales:
dead_hum_tot = round(y(end,7)*Nh);
%Con una proporción de:
dead_hum_perc = dead_hum_tot/Nh*100;
%Resultados
disp('Results after 2 months:');

```

Results after 2 months:

```
disp(['Total Infected Dogs: ' num2str(Inf_dog_tot)])
```

Total Infected Dogs: 692

```
disp(['Percentage of Infected Dogs: ' num2str(Inf_dog_perc) '%']);
```

Percentage of Infected Dogs: 98.8571%

```
disp(['Total Susceptible Humans: ' num2str(sus_hum_tot)]);
```

Total Susceptible Humans: 176

```
disp(['Percentage of Susceptible Humans: ' num2str(sus_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Susceptible Humans: 17.6%

```
disp(['Total Infected Humans: ' num2str(Inf_hum_tot)]);
```

Total Infected Humans: 227

```
disp(['Percentage of Infected Humans: ' num2str(Inf_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Infected Humans: 22.7%

```
disp(['Total Recovered Humans: ' num2str(rec_hum_tot)]);
```

Total Recovered Humans: 496

```
disp(['Percentage of Recovered Humans: ' num2str(rec_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Recovered Humans: 49.6%

```
disp(['Total Dead Humans: ' num2str(dead_hum_tot)]);
```

Total Dead Humans: 26

```
disp(['Percentage of Dead Humans: ' num2str(dead_hum_perc) '%']);
```

Percentage of Dead Humans: 2.6%

```
disp('-----');
```

7. Resultados notables:

```
% Cantidad de humanos infectados en el pico de la enfermedad:
Max_quant_inf_hum = round(max(y(:,4))*Nh + max(y(:,5))*Nh);
% De los cuales asintomaticos:
ah_max = round(max(y(:,4))*Nh);
% De los cuales simtomaticos:
ih_max = round(max(y(:,5))*Nh);
disp('At the peak of the infection:');
```

At the peak of the infection:

```
disp(['Total Infected Humans: ' num2str(Max_quant_inf_hum)]);
```

Total Infected Humans: 269

```
disp(['Total Infected Asymptomatic Humans: ' num2str(ah_max)]);
```

Total Infected Asymptomatic Humans: 133

```
disp(['Total Infected Symptomatic Humans: ' num2str(ih_max)]);
```

Total Infected Symptomatic Humans: 136