

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear



**ENCENDIDO DE PLASMAS EN STELLARATORS
MEDIANTE CALENTAMIENTO ELECTRÓNICO
CICLOTRÓNICO EN SEGUNDO ARMÓNICO**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Álvaro Cappa Ascasíbar

Bajo la dirección del doctor

Francisco Castejón Magaña

Madrid, 2004

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA ATÓMICA, MOLECULAR Y NUCLEAR

Encendido de Plasmas en Stellarators mediante Calentamiento Electrónico Ciclotrónico en Segundo Armónico

ÁLVARO CAPPA ASCASÍBAR
TESIS DOCTORAL
MAYO DEL 2003

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA ATÓMICA, MOLECULAR Y NUCLEAR

Encendido de Plasmas en Stellarators mediante Calentamiento Electrónico Ciclotrónico en Segundo Armónico

ÁLVARO CAPPA ASCASÍBAR
TESIS DOCTORAL
MAYO DEL 2003

DIRECTOR: DR. FRANCISCO CASTEJÓN MAGAÑA
LABORATORIO NACIONAL DE FUSIÓN (CIEMAT)

A mis padres.

Prefacio

A principios de los años setenta, la reconocida importancia de la física del encendido en tokamaks impulsó la investigación de plasmas generados de forma combinada mediante calentamiento óhmico (OH) y calentamiento por inyección de microondas con una frecuencia igual a un múltiplo de la frecuencia ciclotrónica electrónica (ECRH). Gracias al desarrollo de generadores de microondas de alta potencia, el uso de ECRH hizo posible la creación y el calentamiento de plasmas sin corriente en stellarators. Hasta entonces, el plasma de un stellarator era producido de forma similar al de un tokamak mediante un transformador OH. Los experimentos pioneros en este campo demostraron la eficacia del ECRH para generar y mantener un plasma con los parámetros adecuados para la investigación orientada a conseguir fusión nuclear controlada, convirtiéndose así en un método estándar de obtención de plasmas en stellarators. Resultó sorprendente comprobar que, en contra de lo que predecía la teoría lineal de la interacción onda-partícula en un dispositivo de confinamiento magnético, válida para el caso de resonancia en primer armónico, el encendido mediante ECRH en segundo armónico se producía sin mayores problemas. Esto disparó la investigación teórica y el análisis de posibles mecanismos no lineales que pudieran explicar el proceso. Hoy en día, los fundamentos teóricos de los diversos procesos de encendido usados habitualmente en los dispositivos experimentales están bien establecidos. Sin embargo, el camino que media entre la comprensión de la base teórica y la generación efectiva de un plasma totalmente ionizado ha sido aún poco transitado. Éste es precisamente el objetivo de este trabajo: profundizar en la generación de un plasma stellarator mediante la aplicación de ECRH en segundo armónico. El modelo desarrollado a tal efecto nos va a permitir estudiar la influencia en el encendido de dos elementos que hasta la fecha no se han considerado, como son la estructura detallada de la cadena de ionización y el efecto de las colisiones electrón-electrón.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Fusión nuclear y encendido de plasmas	1
1.2. El encendido en segundo armónico	7
1.3. Modelos de encendido	9
2. Modelo de tres grupos	13
2.1. Descripción del modelo	13
2.2. Parámetros del encendido	17
3. Modelo de cascada	25
3.1. Procesos en plasmas de hidrógeno	25
3.2. Discretización del espacio de energía	28
3.3. Parámetros del encendido	30
4. Predicciones teóricas y resultados experimentales	35
4.1. Densidad máxima de neutros	35
4.2. Particularización al dispositivo TJ-II	37
4.2.1. Resultado del modelo de tres grupos	39
4.2.2. Resultados del modelo de cascada	41
4.3. Resultados experimentales y comparación entre las predicciones de ambos modelos	47
5. Colisiones electrón-electrón	53
5.1. Evolución no colisional	53
5.2. Operador de colisiones	56
5.3. Aplicación al modelo de cascada	60
6. Conclusiones	67
A. Cálculo del campo eléctrico	71

Índice de figuras

1.1.	Campo toroidal (\mathbf{B}_t) y poloidal (\mathbf{B}_p) en un toro. En ausencia de componente poloidal, la curvatura de las líneas de campo toroidal y el gradiente $\nabla\mathbf{B}_t$ son responsables de la aparición del campo eléctrico \mathbf{E}_d , que genera una deriva final con velocidad $\mathbf{v}_d \sim \mathbf{E}_d \times \mathbf{B}_t$	2
1.2.	Primer coeficiente de Townsend, en función de la presión, para varios valores del campo eléctrico inducido.	6
1.3.	Los diferentes regímenes de interacción onda-partícula (s es la distancia a lo largo de la línea de campo magnético).	8
1.4.	Evolución temporal de la energía adquirida mediante interacciones no lineales, descrita por la ecuación (1.14) ($\tau_{var} \equiv 2\pi/\omega_{var}$).	10
2.1.	Zonas del espacio de energía de los electrones definidas en el modelo de tres grupos.	14
2.2.	Sección eficaz total σ y ritmo de reacción σv del hidrógeno molecular y del helio.	19
3.1.	Secciones eficaces de todos los procesos considerados inicialmente en el modelo. La numeración de los procesos se corresponde con la del cuadro 3.1.	27
3.2.	Diagrama de discretización del espacio de energía de la población electrónica.	29
3.3.	Logaritmo de Coulomb ($\equiv \ln[\lambda_D/b_0]$), donde λ_D se ha definido mediante la ecuación (3.14), en función de la densidad, para $E_p = 25$ eV.	32
4.1.	Presión máxima de neutros en función del campo eléctrico, obtenida mediante las ecuaciones (4.3) (línea continua) y (4.4) (línea discontinua). Hemos usado $\omega = 2\pi\nu$ con $\nu = 53,2$ GHz.	37
4.2.	Módulo del campo magnético en el eje de TJ-II, a lo largo de un periodo de campo (90°).	38
4.3.	Ritmo de crecimiento de electrones en función de la presión de neutros, para los parámetros de encendido característicos de TJ-II obtenidos con 300 kW de potencia ECRH inyectada. Vemos que $p_0^{opt}(A_o = 1\text{m}^2) \approx 0,4$ mtorr y $p_0^{opt}(A_o = 1,5\text{m}^2) \approx 0,3$ mtorr.	40

4.4.	Evolución temporal de la densidad de las distintas especies incluidas en el modelo y de la intensidad de emisión de la población de hidrógeno excitado. Puede verse que $\tau_{bd} \approx 1,6$ ms.	41
4.5.	(a) Régimen transitorio producido durante el atrapamiento de la semilla (línea discontinua) y (b) ritmo de crecimiento definido mediante la ecuación (3.16). La densidad inicial de electrones semilla es $n_s = 100$ cm^{-3}	42
4.6.	Ritmo de crecimiento γ_c calculado en el modelo de cascada (línea continua), comparado con el ritmo γ obtenido a partir del modelo de tres grupos (línea discontinua), en función de la presión inicial de hidrógeno.	44
4.7.	Sección eficaz global de ionización σ_i (línea de puntos) y suma de secciones eficaces parciales de los procesos 1, 2, 3, 4, y 5, comparadas con la sección eficaz total.	45
4.8.	Tiempos de encendido teóricos en función de la presión inicial, para tres valores de potencia inyectada (a) y dos valores de la superficie de pérdidas (b). Las curvas se prolongan hasta las presiones para las cuales deja de alcanzarse, en la simulación, la ionización total del gas.	46
4.9.	Señales correspondientes a la densidad de línea, potencia ECRH y emisión H_α , obtenidas en una descarga típica de TJ-II ($P \approx 300$ kW, $p_0 \approx 0,008$ mtorr). El retraso entre el comienzo del pulso del girotrón y el pico de H_α es τ_{bd} . En este caso $\tau_{bd} \approx 8$ ms.	48
4.10.	(a) Evolución temporal de la emisión simulada de fotones γ_{3-1} y (b) de la emisión H_α medida experimentalmente.	49
4.11.	Ajuste por mínimos cuadrados de las señales de H_α en el inicio de la descarga, para tres valores de presión. El resultado, γ_{exp} , aparece en el cuadro 4.2.	50
4.12.	Tiempo de encendido experimental (●) y tiempo de encendido teórico (línea continua) en función de la densidad, para $P = 300$ kW, suponiendo que $A_o = 1$ m ² . El acuerdo es aparentemente bueno.	51
5.1.	Función de distribución de energía discreta normalizada (●) y la misma función suavizada mediante Gaussianas en $t = 1,28$ ms.	54
5.2.	Evolución temporal de la función de distribución de energía obtenida sin incluir los procesos de colisión entre electrones. El encendido tiene lugar alrededor de 1,6 ms.	55
5.3.	Función prueba inicial $g^*(t^* = 0)$ (trazo continuo) y operador de colisiones asociado $-dG_{ee}^*/du^*$ (trazo discontinuo) en función de la energía u^* . Todas las magnitudes son adimensionales.	57
5.4.	Función prueba (trazo continuo) y función Maxwelliana equivalente (trazo discontinuo) en función de la energía adimensional u^* . Ambas son adimensionales y están normalizadas a la densidad total de electrones.	58

5.5.	Evolución temporal de la función de distribución g^* (trazo continuo) hacia la Maxwelliana (línea de puntos), para $u_p = 60$ eV y $n_e = 10^{19}$ m ⁻³	59
5.6.	Evolución temporal de la frecuencia de colisión eficaz, definida por la ecuación (5.14) (línea continua) comparada con la definición usual de la frecuencia de colisión promedio para un plasma Maxwelliano (línea discontinua).	61
5.7.	Evolución de la función de distribución durante el encendido calculada con colisiones e-e (trazo continuo) y sin ellas (trazo discontinuo), representada en el rango de energía relevante para el caso sin colisiones.	62
5.8.	Evolución de la función de distribución (línea continua) y su Maxwelliana equivalente (línea discontinua) en todo el rango de energía.	63
5.9.	Evolución temporal de las densidades de las especies consideradas y de la emisión del hidrógeno excitado calculadas mediante el modelo con colisiones e-e.	64
5.10.	Evolución temporal de la energía resonante (a) y de la energía promedio (b). En ambas gráficas, el trazo continuo corresponde al modelo con colisiones e-e, mientras que el trazo discontinuo representa el resultado sin éstas.	65
A.1.	Reflexión de una onda plana sobre una superficie metálica plana.	73

Índice de cuadros

3.1. Procesos de colisión (disociación, excitación, ionización, recombinación) y desexcitación radiativa incluidos en el modelo. Las secciones eficaces correspondientes están representadas en la figura 3.1.	26
4.1. Parámetros básicos de ambos modelos, obtenidos con $P = 300$ kW, $\rho = 0,5 \mu\Omega$ m, $A = 74$ m ² , $\nu = 53,2$ GHz y dos valores de la superficie de pérdidas por ventana.	39
4.2. Ritmos teóricos de crecimiento (γ, γ_c) y ritmo experimental (γ_{exp}), en función de la presión inicial p_0	51

Resumen

La generación de un plasma en un dispositivo de confinamiento magnético de tipo stellarator, mediante calentamiento por resonancia ciclotrónica electrónica (ECRH) en segundo armónico, es el tema central de esta tesis doctoral.

El resultado fundamental del trabajo es un modelo de encendido que, dadas unas condiciones de presión inicial y potencia inyectada, reproduce la cascada de ionización del gas neutro inyectado y confirma la responsabilidad de las interacciones no lineales — producidas entre los electrones profundamente atrapados en alguno de los pozos magnéticos del dispositivo de confinamiento y una onda electromagnética propagándose a una frecuencia correspondiente a dos veces la frecuencia de Larmor — en la creación de un plasma de hidrógeno en un stellarator.

Con este modelo, podemos plantear un sistema no lineal de ecuaciones de balance acopladas, cuya resolución numérica, mediante un código programado expresamente al efecto, permite conocer la evolución temporal de las densidades de todas las especies implicadas.

La discretización del espacio de energía de los electrones, y la consideración de los principales procesos de física atómica y molecular implicados, permite tener en cuenta el balance detallado de energía. Debido a que, gracias a la discretización, electrones de distinta energía son considerados como especies distintas, uno de los resultados de la simulación es la evolución de la función de distribución de energía electrónica durante el encendido. La introducción de los procesos de colisión entre electrones, mediante un operador obtenido a partir de la ecuación de Fokker-Planck, demuestra ser absolutamente necesaria para conseguir una evolución realista de dicha función y una descripción correcta del balance de energía.

El cálculo aproximado del campo eléctrico inicial, producido por la dispersión del haz de microondas al entrar en el interior del dispositivo, necesario para determinar los parámetros de las interacciones no lineales, es también un resultado relevante del trabajo. El método usado para su determinación es más intuitivo y mejora sustancialmente el empleado en trabajos anteriores.

La caracterización, tanto teórica como experimental, del encendido, se hace mediante el ritmo de crecimiento inicial de las especies consideradas y el tiempo de encendido, determinado por la posición del máximo de la emisión de la línea α del espectro de emisión del hidrógeno respecto del inicio del pulso de ECRH. Ambas magnitudes son un resultado directo del modelo y pueden medirse con relativa facilidad. La comparación preliminar con la realidad experimental del stellarator TJ-II indica un acuerdo razonablemente bueno.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Fusión nuclear y encendido de plasmas

Desde que se iniciaron a mediados del pasado siglo, las investigaciones en fusión nuclear controlada han tenido como objetivo el poder disponer de una nueva fuente de energía, prácticamente inagotable, económicamente viable y con un coste medioambiental mucho menor que el asociado a las tecnologías convencionales. La idea básica consiste en mantener confinado un plasma, suficientemente denso y caliente, durante el tiempo necesario para que se den en él reacciones de fusión que produzcan más energía de la invertida. Esto, que ocurre de manera natural en el interior de las estrellas debido a la enorme presión gravitatoria, constituye, en un laboratorio terrestre, un desafío científico y tecnológico formidable.

El procedimiento más comunmente usado para confinar plasmas en un laboratorio consiste en someterlos a la acción de un intenso campo magnético, en presencia del cual las partículas cargadas sufren una fuerza — la fuerza de Lorentz — que impide el desplazamiento perpendicular a la dirección del campo sin afectar al desplazamiento paralelo. En primera aproximación, una estructura cerrada de líneas de campo, generalmente toroidal, podrá mantener confinado un gas de partículas cargadas en ausencia de colisiones entre éstas. La realidad no es tan sencilla; la curvatura de las líneas y los gradientes de campo, producidos por la necesidad inevitable de tener una configuración cerrada, causan efectos de deriva vertical, cuyo sentido depende del signo de la carga de las partículas (figura 1.1). La separación de cargas producida genera un campo eléctrico \mathbf{E}_d que, combinado con el campo magnético toroidal \mathbf{B}_t , introduce una nueva deriva. Esta deriva, de velocidad proporcional a $\mathbf{E}_d \times \mathbf{B}_t$, no depende del signo de la carga, está dirigida hacia el exterior del toro y provoca una rápida degradación del confinamiento. Sumando una componente de campo magnético poloidal (\mathbf{B}_p) se obtiene una estructura final de líneas de campo helicoidales que en su recorrido a lo largo del toro conectan sus partes superiores e inferiores cortocircuitando el campo eléctrico y suprimiendo la deriva. La manera de producir este campo poloidal diferencia los dos tipos básicos de dispositivos de

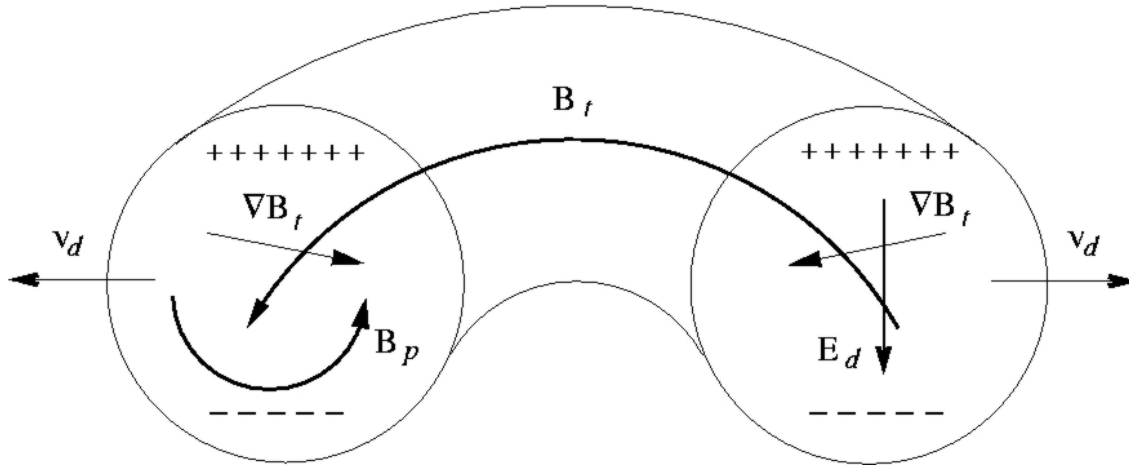


Figura 1.1: Campo toroidal (\mathbf{B}_t) y poloidal (\mathbf{B}_p) en un toro. En ausencia de componente poloidal, la curvatura de las líneas de campo toroidal y el gradiente ∇B_t son responsables de la aparición del campo eléctrico \mathbf{E}_d , que genera una deriva final con velocidad $\mathbf{v}_d \sim \mathbf{E}_d \times \mathbf{B}_t$.

confinamiento magnético: el tokamak y el stellarator.

En un tokamak, el campo poloidal se genera mediante una corriente que recorre el plasma en sentido toroidal y que está inducida por un transformador cuyo secundario es el propio plasma; éste y la configuración magnética definitiva se generan conjuntamente. En el caso de un stellarator, la configuración magnética se establece externamente, sin necesidad de plasma, usando un sistema de bobinas bastante más complejo que el de un tokamak, que sólo genera externamente su campo toroidal. Esta diferencia fundamental entre ambos dispositivos tiene importantes consecuencias sobre el encendido del plasma. Mientras que en un tokamak el encendido se produce gracias al campo eléctrico inducido por el transformador, que ioniza el gas neutro introducido en el dispositivo, en un stellarator, la ausencia de dicho campo hace que sea necesario utilizar algún mecanismo alternativo para generar el plasma.

Existen varias formas de producir el plasma de un stellarator: desde el mismo encendido por calentamiento óhmico (OH) de un tokamak, usado en los primeros experimentos con stellarators¹, hasta el encendido mediante calentamiento por resonancia electrónica ciclotrónica (ECRH) en primer y segundo armónico [BOR83], empleado de manera rutinaria en la actualidad.

Una partícula cargada sometida al efecto de un campo magnético estático homogéneo de módulo B describe, perpendicularmente a la dirección del campo, un movimiento circular de frecuencia angular ω_c , dada por

$$\omega_c = \frac{qB}{\gamma m} \quad (1.1)$$

¹El encendido óhmico en stellarators elimina la posibilidad de demostrar una de las propiedades fundamentales de estos dispositivos: la posibilidad de obtener un plasma sin corriente.

donde q y m son el módulo de la carga y la masa en reposo de la partícula y γ es el factor relativista usual, definido mediante

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}, \quad \beta = \frac{v}{c} \quad (1.2)$$

siendo c la velocidad de la luz en el vacío y v la velocidad de la partícula. En el caso del ECRH, donde estamos calentando electrones, la frecuencia ω_c está en el rango de las microondas. En particular, para electrones de baja energía ($\gamma \approx 1$), $\nu_c \equiv \omega_c/2\pi \approx 28 \times B$ GHz, donde B se introduce en tesla.

El encendido mediante resonancia ciclotrónica consiste en inyectar una onda electromagnética con una frecuencia ω muy próxima a ω_c (primer armónico) o a $2\omega_c$ (segundo armónico). Este método de generación de plasmas es muy distinto del óhmico y, como veremos, puede llegar a ser bastante más complicado. Otras formas menos comunes, pero no menos interesantes, de obtener plasmas en stellarators son el calentamiento por resonancia ciclotrónica iónica [CAR90] o la aplicación de un campo de radiofrecuencia, paralelamente al campo magnético toroidal [WRO79].

Estos métodos, empleados tanto en la generación como en el calentamiento de plasmas, no son de uso exclusivo en stellarators [LYS97]. En particular, el ECRH se contempla hoy en día como una herramienta fundamental para mejorar y controlar el encendido en un tokamak, de forma combinada con el mecanismo óhmico usual [LLO91, LLO96].

Dadas las aplicaciones del ECRH, es interesante comprender mejor algunas de las ventajas que la inyección de microondas puede aportar durante la fase de creación de un plasma en un tokamak, para lo cual es conveniente entender los aspectos electromagnéticos del proceso. En el caso más habitual, el de un tokamak cuya corriente de plasma se establece mediante inducción, la variación de flujo magnético disponible es limitada, y es importante saber cómo aprovechar las capacidades del transformador de la manera más eficiente posible. En estas circunstancias es esencial poder predecir la variación de flujo necesaria para crear y mantener el plasma. Una descripción sencilla, basada en el Teorema de Poynting [EJI82], permite evaluar las componentes inductiva (no disipativa) y resistiva (disipativa) del consumo de voltios-segundo en la superficie del plasma.

El balance de potencia en la superficie S de un plasma toroidal axisimétrico de volumen V viene dado por

$$- \int_S \mathbf{S} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B_p^2}{2\mu_0} \right) + \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \right] dV \quad (1.3)$$

siendo \mathbf{E} el campo eléctrico toroidal inducido por la variación de flujo magnético, \mathbf{B}_p el campo magnético poloidal generado por la corriente que se establece en el plasma ($B_p \equiv |\mathbf{B}_p|$), \mathbf{j} la densidad de corriente toroidal y \mathbf{n} un vector unitario normal a S . El término de la izquierda en la ecuación (1.3) es la potencia total suministrada al plasma, dada por la integral a toda la superficie del vector de Poynting, mientras que el término de la derecha da cuenta de la variación temporal de la energía magnética

almacenada en el plasma y de la disipación óhmica. Definiendo la inductancia interna L_i del plasma y su resistencia R mediante las relaciones

$$\frac{1}{2}L_i I_p^2 = \int_V \frac{B_p^2}{2\mu_0} dV \quad (1.4)$$

$$R I_p^2 = \int_V \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} dV \quad (1.5)$$

y teniendo en cuenta que

$$- \int_S \mathbf{S} \cdot \mathbf{n} dS = V_s I_p \quad (1.6)$$

donde V_s e I_p son el voltaje en la superficie y la corriente total del plasma respectivamente, la ecuación (1.3) se convierte en

$$V_s I_p = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_i I_p^2 \right) + R I_p^2 \quad (1.7)$$

o también

$$V_s = \frac{1}{I_p} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_i I_p^2 \right) + V_{res}. \quad (1.8)$$

En la ecuación (1.8), $V_{res} (\equiv R I_p)$ es el voltaje resistivo. Esta formulación permite calcular la disipación resistiva a partir de medidas magnéticas externas (I_p, V_s) sin ser necesario un conocimiento detallado de las características internas del plasma. Precisamente, los experimentos realizados en varios tokamaks [GIL81, HOL81, CHO86, LLO86, LLO91] demuestran que el efecto principal del ECRH durante la fase de creación del plasma es el de reducir considerablemente (hasta un 50 %) la componente resistiva del voltaje (mediante la mejora de la conductividad), lo que se traduce en una mayor robustez y reproducibilidad del proceso de encendido. El uso de ECRH también amplía el rango de presiones para el cual hay encendido y disminuye el tiempo que éste tarda en producirse, así como la sensibilidad a errores de campo poloidal. La disminución de voltaje supone, además de una reducción del consumo durante la subida de corriente, cumplir con los requerimientos de encendido a bajo voltaje que, en grandes tokamaks como el futuro ITER (International Tokamak Experimental Reactor), se exigen para asegurar la robustez mecánica frente a disrupciones que necesita una máquina de estas características [LLO96].

La base experimental y teórica del encendido óhmico está firmemente establecida. Esto se debe a su relativa simplicidad, a algunos años de ventaja del tokamak respecto al stellarator² (aunque ambos fueron concebidos de manera prácticamente simultánea), y a que el encendido óhmico de un tokamak es bastante más sensible a los valores de los parámetros iniciales — y por tanto más crítico — que el encendido

²La precisión tecnológica y las capacidades de cálculo exigidas por un tokamak son menores que las de un stellarator.

mediante ECRH de un stellarator, lo que ha propiciado necesariamente una mayor actividad en el campo tokamak.

La fuente de energía del encendido óhmico de un plasma tokamak puede describirse con bastante precisión mediante el modelo de avalancha de Townsend [PAP76, LLO91]. Dicho modelo, parte del cual se basa en resultados experimentales, considera que los electrones, sometidos simultáneamente a la acción del campo eléctrico inducido y al efecto de las colisiones con partículas neutras, adquieren, después de unas cuantas de estas colisiones, una velocidad promedio constante v paralela al campo y proporcional a E/p , siendo $E(\equiv |\mathbf{E}|)$ la magnitud del campo eléctrico y p la presión de neutros. Cada electrón produce, debido a su movimiento, un número promedio α de ionizaciones por metro recorrido, llamado también primer coeficiente de Townsend. Las medidas experimentales muestran que α puede ser determinado a partir de la expresión

$$\alpha = Ap \exp\left(-\frac{Bp}{E}\right) \quad (1.9)$$

donde A y B son dos constantes que dependen de las condiciones particulares del experimento, básicamente del tipo de gas neutro que se pretende ionizar. En particular, para el caso del deuterio, próximo al del hidrógeno, $A = 510 \text{ m}^{-1} \text{ torr}^{-1}$ y $B = 1,25 \times 10^4 \text{ V m}^{-1} \text{ torr}^{-1}$. En la figura 1.2, los valores de α correspondientes están representados en función de la presión (en torr) para varios valores del campo eléctrico aplicado (en V m^{-1}). Como ya hemos dicho la velocidad promedio constante de los electrones puede escribirse como

$$v [\text{m/s}] = \eta \frac{E [\text{V/m}]}{p [\text{torr}]} \quad (1.10)$$

siendo η una constante determinada experimentalmente. Esto nos permite obtener directamente el ritmo de ionización

$$\gamma = \alpha v = \eta A E \exp\left(-\frac{Bp}{E}\right). \quad (1.11)$$

La ecuación que gobierna la evolución inicial de la densidad electrónica es simplemente

$$\frac{dn_e}{dt} = (\gamma - \beta)n_e \quad (1.12)$$

donde β es el ritmo de pérdidas de electrones³. La ecuación (1.12) es una sencilla ecuación de balance e ilustra un hecho básico evidente, común a todo proceso de encendido: la cascada de ionización se produce siempre y cuando el ritmo de ionización γ supere el ritmo de pérdidas β . La inyección de microondas durante el inicio de una descarga óhmica contribuye al aumento de γ , lo que lleva consigo una disminución

³La configuración magnética de un tokamak se establece al mismo tiempo que su plasma, y hasta que esto ocurre las derivas producidas por la curvatura y el gradiente del campo son, junto a la pérdida directa a lo largo de las líneas, la contribución fundamental a β .

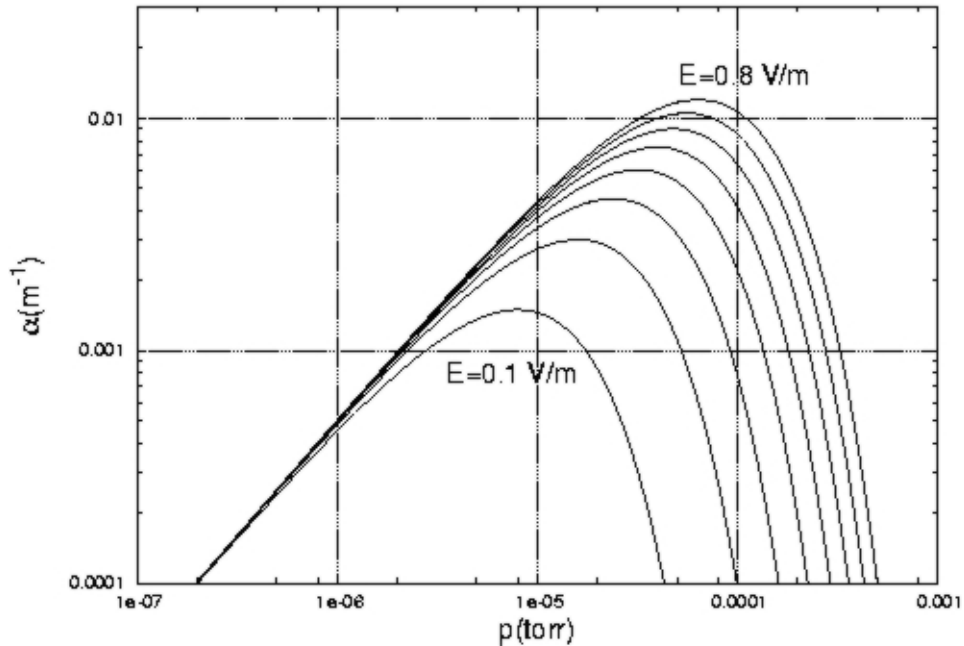


Figura 1.2: Primer coeficiente de Townsend, en función de la presión, para varios valores del campo eléctrico inducido.

de la resistencia del plasma (y por tanto del voltaje resistivo) y mejora el encendido haciéndolo más robusto, fiable y también más barato.

La fuente de energía del encendido óhmico y el ritmo de crecimiento asociado a ésta son cantidades relativamente sencillas de determinar (no lo es tanto β). Sin embargo, el cálculo se complica bastante cuando queremos conocer el ritmo de ionización producido por la inyección de ECRH en primer armónico [FID94], y se complica aún más en el caso del segundo armónico [CAR87]. Paradójicamente, el encendido mediante ECRH en stellarators se produce con relativa facilidad, sin demasiadas restricciones en lo que respecta a configuraciones de lanzamiento o polarización de la onda. La consecuencia de esto es la escasez de experimentos sistemáticos en este campo [TAL88, RAD02] y, en el caso del segundo armónico, la ausencia de modelos teóricos que expliquen y describan con precisión el proceso.

Precisamente, el objetivo de este trabajo es profundizar en la descripción del encendido mediante ECRH en segundo armónico, desarrollando un modelo que pueda simular la evolución completa del proceso, desde la inyección de potencia hasta la ionización total del gas. De manera general, ya se trate de un tokamak o un stellarator, penetrar en los mecanismos del encendido nos va a permitir, por ejemplo, determinar el rango óptimo de presión para una potencia de inyección dada o un cierto campo eléctrico aplicado, y conocer el tiempo que aquél tarda en producirse. En el caso particular del encendido mediante ECRH en segundo armónico podremos también

averiguar hasta qué punto son fundamentales los mecanismos no lineales frente a los mecanismos lineales convencionales. En efecto, El encendido mediante ECRH ocurre de manera muy distinta en función de cual sea el armónico de ω_c usado. La diferencia básica radica en la forma en que la energía del campo electromagnético se comunica a los electrones. En el caso del primer armónico, la generación del plasma puede explicarse mediante la teoría cuasilineal de interacción onda-partícula [FID82], en la cual los pasos sucesivos del electrón por la zona de resonancia (allí donde el campo magnético es tal que $\omega \approx \omega_c$) no están correlacionados entre sí. Como veremos en el siguiente apartado, éste no es el caso del encendido en segundo armónico, un problema no lineal, enormemente complejo, y del que aún se conoce muy poco. Son varias las aplicaciones prácticas en las cuales un modelo contrastado de generación de plasma mediante ECRH en segundo armónico podrá resultar de gran utilidad. Véase por ejemplo el acondicionamiento de pared en máquinas superconductoras, el encendido asistido en tokamaks y por supuesto, el propio encendido de un stellarator.

1.2. El encendido en segundo armónico

Para comprender el proceso de encendido en segundo armónico es necesario penetrar en los mecanismos no lineales de interacción entre un electrón y una onda electromagnética, en presencia de un campo magnético estático intenso. La teoría del calentamiento cuasilineal, que resulta ser una herramienta perfectamente adecuada para muchos de los problemas que se plantean en las aplicaciones usuales relacionadas con el calentamiento mediante microondas, no puede explicar el encendido en segundo armónico. En efecto, una condición fundamental que debe verificarse para considerar válidos los resultados de la teoría cuasilineal es que cada paso del electrón por la zona de resonancia ciclotrónica esté totalmente descorrelacionado del paso anterior. De esta manera, cada paso por la resonancia es un proceso estocástico que da lugar a un aumento o una disminución de la energía del electrón, el cual, dependiendo de la diferencia entre la fase de su movimiento de giro alrededor de las líneas de campo y la fase de la oscilación del campo electromagnético, entregará o absorberá energía de este último [CAS03]. En estas condiciones, según los cálculos cuasilineales, la absorción de energía en segundo armónico por parte de los electrones fríos implicados en el comienzo de una descarga de plasma, es tan pequeña⁴, que no puede explicar el hecho evidente de que el gas se ioniza y el plasma se crea. Sin embargo, la estructura magnética de los dispositivos de confinamiento usados habitualmente en la investigación en fusión nuclear contiene trampas o botellas magnéticas locales, en cuyos mínimos de campo encontramos a menudo resonancias ciclotrónicas electrónicas. En el caso de un electrón atrapado en uno de estos pozos, se reduce enormemente el tiempo entre pasos sucesivos por la zona de resonancia, de manera que, si existen condiciones que favorezcan la correlación entre cada paso

⁴Esto se debe a que, en el caso de la resonancia en segundo armónico, el incremento de energía cuasilineal es proporcional a ρ^2 , siendo ρ el radio de Larmor del electrón, que es tanto más pequeño cuanto más frío sea el electrón.

por dicha zona, la teoría cuasilineal falla. Sin ir mas lejos, para altas energías o bajas densidades, la frecuencia de las colisiones con las partículas circundantes, fuente fundamental de descorrelación, disminuye y, en consecuencia, el paso entre resonancias puede estar correlacionado, de forma que la partícula 'recuerda' la fase de interacción con el campo eléctrico de la onda, y el calentamiento ocurre de manera muy distinta a la descrita por la teoría cuasilineal [FAR91, KAS97]. Precisamente, el caso de bajas densidades de átomos o moléculas neutras corresponde a las condiciones que encontramos durante el encendido de un plasma y, así como las interacciones no lineales no son tan críticas en el caso del encendido en primer armónico, es absolutamente fundamental tenerlas en cuenta en el caso del segundo armónico, ya que en este caso dan cuenta de una parte muy importante de la absorción de la energía de la onda.

En las referencias [CAR85] y [CAR86] se analiza la importancia de estas interacciones, con objeto de obtener una solución analítica aproximada de las ecuaciones de movimiento de un electrón en las condiciones expuestas. Los autores de este análisis demuestran que existen diversos tipos de comportamientos no lineales que pueden dar lugar a variaciones de energía del electrón con la amplitud necesaria para superar los potenciales de ionización de los gases habitualmente usados para formar el plasma. Este comportamiento no tiene cabida en la teoría cuasilineal. En efecto, cuando la resonancia ciclotrónica está sintonizada cerca del mínimo de campo de la trampa magnética, una amplia variedad de órbitas no lineales puede aparecer a medida que el punto de rebote del electrón en la trampa va acercándose a la zona resonante (figura 1.3), pasando así de unas condiciones bien descritas por la teoría cuasilineal a otras donde es totalmente inservible. Aún tratándose de bajas energías,

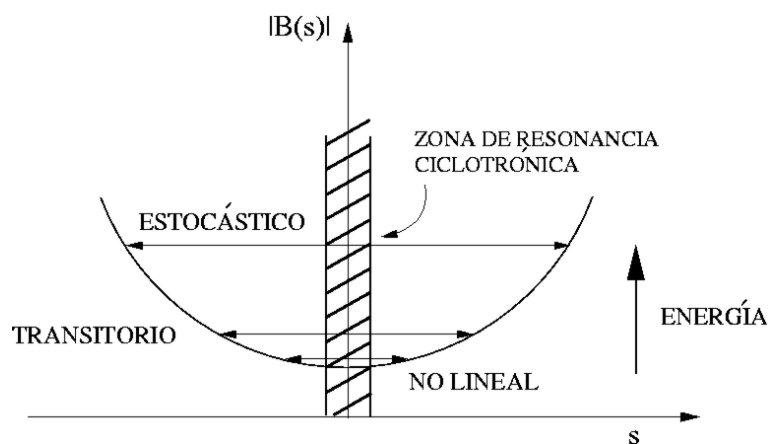


Figura 1.3: Los diferentes regímenes de interacción onda-partícula (s es la distancia a lo largo de la línea de campo magnético).

es absolutamente necesario considerar los efectos relativistas, ya que éstos afectan, a través de la variación de masa, a la sintonización con la resonancia. Para describir adecuadamente las órbitas no lineales teniendo en cuenta estos efectos, el problema

es tratado en función de las dos escalas temporales que en él intervienen: la escala rápida, asociada al movimiento de giro del electrón en torno a las líneas de campo, y la escala lenta, asociada al efecto de la onda. Todas las cantidades relacionadas con el movimiento se desarrollan en serie separando explícitamente la dependencia funcional en ambas escalas, lo que permite eliminar los términos seculares de la solución aproximada. Las ecuaciones de centro-guía obtenidas mediante este procedimiento se analizan recurriendo al formalismo Hamiltoniano.

Usaremos el resultado de un caso sencillo según el cual, para electrones profundamente atrapados y de baja energía inicial, la amplitud y frecuencia de las variaciones de energía — inducidas por su interacción no lineal con una onda circularmente polarizada en el sentido de giro de éstos y que se propaga perpendicularmente al campo magnético estático — vienen dadas de manera aproximada por

$$\boxed{\begin{aligned} E_{var} &\approx 3,2\epsilon mc^2 \\ \omega_{var} &\approx 0,4\epsilon\omega \end{aligned}} \quad (1.13)$$

donde m es la masa del electrón, c la velocidad de la luz y ω la frecuencia de la onda. El parámetro ϵ ($\equiv 2e|E_-|/m\omega$) caracteriza la intensidad de la interacción siendo $|E_-|$ la magnitud de la componente polarizada a derechas del campo eléctrico de la onda, cuyo cálculo, mediante un método desarrollado especialmente para este trabajo [CAP03/2], presentamos en el apéndice A. La integración numérica de la ecuación de movimiento de un electrón en las condiciones descritas [CAR85, CAR86] demuestra que las expresiones (1.13) dan valores correctos con un error de hasta un 30%. Éstas sugieren una expresión sencilla para calcular la evolución temporal de la energía de los electrones fríos sometidos a interacciones no lineales, en ausencia de colisiones o de algún otro mecanismo que pueda deteriorar la correlación.

Esta expresión, que usaremos como fuente de energía de ionización en los modelos de encendido descritos en los capítulos 2 y 3, es

$$\boxed{E(t) = \frac{E_{var}}{2}(1 - \cos \omega_{var}t)} \quad (1.14)$$

Su representación gráfica se muestra en la figura 1.4.

1.3. Modelos de encendido

En los cuatro capítulos siguientes vamos a centrar nuestra atención en el encendido mediante ECRH en segundo armónico en un stellarator. En la sección precedente hemos descrito la fuente de energía del encendido en segundo armónico (ver ecuaciones (1.14) y (1.13)), gracias a la cual, un electrón con una energía inicial muy baja, puede, en las condiciones adecuadas, adquirir una cantidad de energía superior a los potenciales de ionización de los átomos o moléculas del gas neutro inyectado. Nuestro objetivo ahora es demostrar que este mecanismo es, en efecto, el responsable de la creación del plasma.

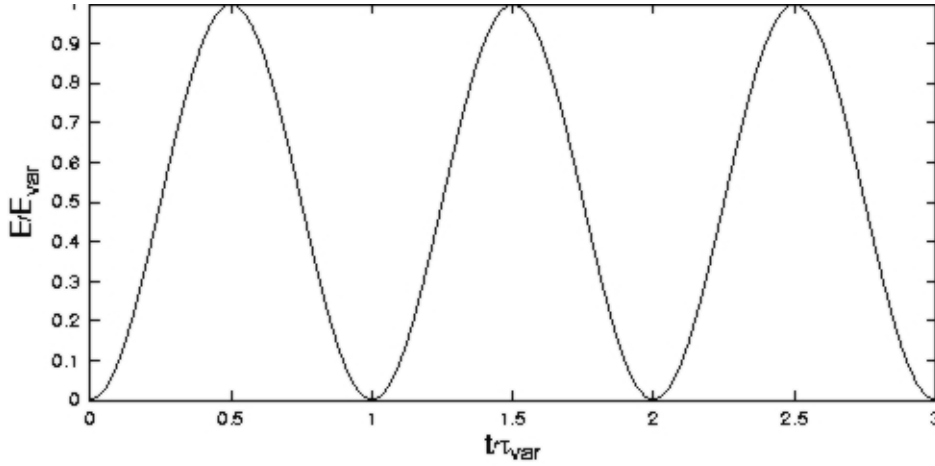


Figura 1.4: Evolución temporal de la energía adquirida mediante interacciones no lineales, descrita por la ecuación (1.14) ($\tau_{var} \equiv 2\pi/\omega_{var}$).

Inicialmente, en el interior de la cámara de vacío y antes de la inyección de potencia ECRH, la radiación natural de fondo puede crear, a partir del gas introducido, una población de electrones fríos que constituye la semilla del proceso de encendido⁵. Estos electrones, sometidos al campo magnético del dispositivo y a las colisiones elásticas aleatorias con las partículas del gas, alcanzarán rápidamente alguna de las zonas de resonancia ciclotrónica cercanas al fondo de un pozo magnético local. Describir lo que ocurre a continuación es el objetivo de los dos modelos que ocuparán nuestra atención durante los capítulos 2 y 3.

La energía que puede adquirir uno de estos electrones mediante mecanismos no lineales depende fundamentalmente de la presión de gas neutro inyectado. Una presión demasiado alta impedirá la correlación entre pasos por la resonancia y no habrá encendido. Por otro lado, si la presión es muy baja, el ritmo de las colisiones será insuficiente para ionizar el gas y crear el plasma. El primer modelo (modelo de tres grupos), desarrollado en la referencia [CAR87] y expuesto íntegramente en el capítulo 2, se centra en la determinación de las condiciones iniciales del proceso, para lo cual introduce los parámetros básicos que describen la física asociada a la estructura del dispositivo magnético, prestando poca atención a la física atómica del problema. El objetivo del segundo modelo (modelo de cascada), desarrollado en el tercer capítulo, y que constituye una de las aportaciones fundamentales de esta tesis doctoral [CAP01/1], es el de penetrar por primera vez en la descripción del proceso completo de encendido por ECRH en segundo armónico, hasta llegar a la ionización total del gas. Debido a que el segundo modelo usa algunos de los parámetros introducidos por el primero, expondremos éste último en detalle, lo que

⁵En dispositivos del tamaño de ATF, Heliotron-E o TJ-II, este efecto puede suponer algunas decenas de electrones por segundo para una presión inicial del orden de 10^4 torr [AND81].

además nos permitirá comparar en el capítulo 4 las predicciones de ambos.

Finalmente, la introducción en el capítulo 5 del efecto de las colisiones electrón-electrón en el modelo de cascada [CAP03/1] permitirá simular de manera mucho más realista la evolución de la función de distribución de energía electrónica durante el encendido.

En definitiva, el modelo completo nos va a permitir, en primer lugar, resolver de manera aproximada la ecuación de evolución de la función de distribución de energía electrónica $g(u, t)$ durante el encendido,

$$\boxed{\frac{dg(u, t)}{dt} = \left[\frac{\partial g(u, t)}{\partial t} \right]_{col} + \left[\frac{\partial g(u, t)}{\partial t} \right]_{ECRH} + S(u, t)} \quad (1.15)$$

y, en segundo lugar, conocer la evolución temporal del resto de especies del plasma. En la ecuación (1.15), u es la energía, $S(u, t)$ es el término fuente de electrones, procedentes de la ionización del gas, $[\cdot]_{col}$ es el término que da cuenta de la variación de $g(u, t)$ inducida por las colisiones y $[\cdot]_{ECRH}$ es el término que describe la fuente de energía debida al acoplo no lineal onda-electrón.

Capítulo 2

Modelo de tres grupos

El modelo que expondremos a continuación está basado en la división del espacio de energía de los electrones en tres partes o regiones, de ahí su nombre [CAR87]. A cada una de estas regiones corresponde una población o grupo de electrones, cuyas propiedades se describen mediante unas cantidades promedio representativas de los fenómenos físicos fundamentales que ocurren en cada región. El modelo considera un ciclo repetitivo de electrones típicos a través de las tres regiones, y tiene como objetivo determinar el ritmo de crecimiento de la población total de éstos debido a las colisiones con el gas neutro circundante. No están consideradas las colisiones con especies total o parcialmente ionizadas, por lo que el ritmo de crecimiento será únicamente un ritmo inicial asociado a colisiones con átomos o moléculas neutras¹, y no obtendremos, de momento, ninguna información acerca de la evolución temporal de la cascada de ionización. El modelo de tres grupos ilustra muy bien el mecanismo de encendido mediante ECRH en segundo armónico, e introduce algunas cantidades fundamentales que usaremos en el modelo más sofisticado descrito en la siguiente sección.

2.1. Descripción del modelo

La figura 2.1 representa esquemáticamente el espacio de energía de los electrones confinados en el interior del dispositivo. Aquellos electrones atrapados en un pozo magnético cercano a la resonancia están contenidos en la primera región, que es la zona sombreada pegada al eje de energía perpendicular. Como vimos al final del capítulo anterior, el comportamiento de estos electrones viene descrito aproximadamente por la ecuación (1.14). En principio, esta porción del espacio de energías es muy estrecha², ya que la energía inicial de los electrones atrapados es baja y el ECRH

¹El hecho de considerar átomos o moléculas depende simplemente de la naturaleza del gas inyectado.

²En la figura 2.1, el tamaño de la primera zona no corresponde con la realidad, ha sido aumentado para hacer más claro el diagrama.

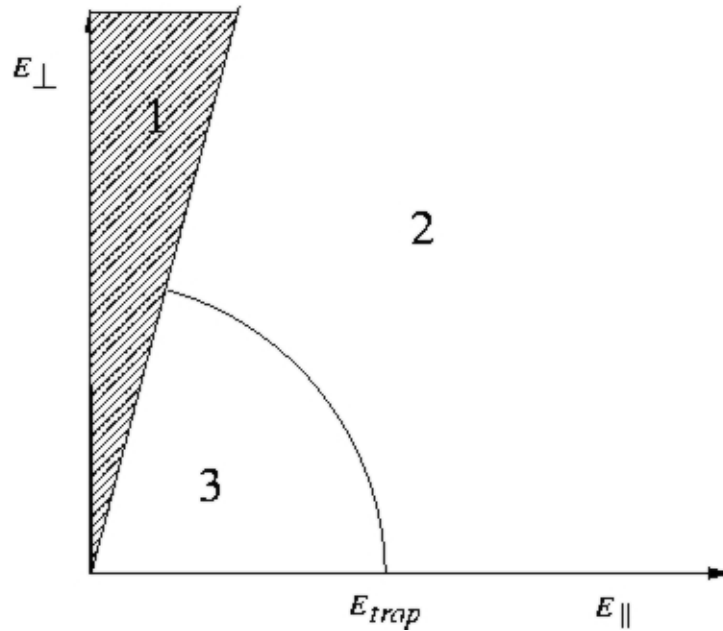


Figura 2.1: Zonas del espacio de energía de los electrones definidas en el modelo de tres grupos.

actuará directamente sobre la componente perpendicular de la velocidad ($v_{\perp} \gg v_{\parallel}$, donde v_{\perp} y v_{\parallel} son las velocidades perpendicular y paralela respectivamente). Por tanto, cualquier mínimo cambio en el cociente v_{\parallel}/v , como el que produce una colisión con una partícula neutra del gas, sacará al electrón de la zona 1. Dependiendo de la energía que éste tenga después de la colisión — que calculamos restando de la energía promedio de los electrones del grupo 1 la energía promedio perdida en dicha colisión — aparecerá en alguna de las dos regiones restantes. La segunda y tercera región están pobladas por electrones que no están interactuando con la onda³ y que a su vez difieren en una característica fundamental: el tercer grupo lo forman los nuevos electrones producidos y los electrones, originalmente atrapados, que han perdido progresivamente su energía mediante colisiones sucesivas hasta tener una energía inferior a E_{trap} , aquella por debajo de la cual la velocidad paralela de los electrones en el momento de cruzar el mínimo del pozo de campo magnético, donde se sintoniza la resonancia, es lo suficientemente baja como para que la interacción con la onda pueda empezar a considerarse no lineal. Evidentemente, la segunda región contiene todos aquellos electrones que, por sus características, no pueden ser incluidos en las dos zonas restantes.

Con lo expuesto hasta ahora podemos considerar, observando la figura 2.1, el camino en el espacio de energía de un electrón de la semilla. El recorrido a través de

³Evidentemente, nos referimos a las interacciones no lineales que sufren las partículas atrapadas. En principio, el calentamiento cuasilineal de los electrones del grupo 2 es despreciable durante el encendido y no está incluido en la fuente de energía.

las zonas representadas en la figura empieza cuando, debido a su baja energía, correspondiente a una temperatura ambiente de unos 300°K ($E_s \approx 0,03 \text{ eV}$), y menor que la energía de atrapamiento E_{trap} , el electrón semilla comienza a interactuar de forma no lineal con la onda. Esta interacción añade energía perpendicular, de manera que el electrón en cuestión queda profundamente atrapado en el pozo y se convierte, dentro del marco del modelo, en un electrón del grupo 1. La interacción continúa hasta que se produce una colisión con un neutro, puesto que como ya hemos visto, la zona 1 es muy estrecha, y es muy probable que después de la colisión el electrón salga de ésta. A continuación pueden ocurrir dos cosas: o bien el electrón aparece en la zona 3, con lo cual el proceso vuelve a empezar directamente, o bien aparece en la zona 2, y pierde su energía mediante nuevas colisiones hasta penetrar en la zona 3. En su recorrido por todo el espacio de energía, dominado primero por la onda y luego por las colisiones, se crean nuevos electrones, producto de la ionización colisional del gas. El modelo considera que todos los nuevos electrones nacen en la zona 3, pudiendo cada uno de ellos comenzar un nuevo ciclo. A partir de aquí, la estimación del ritmo de crecimiento de la población total de electrones puede hacerse siguiendo el recorrido de un electrón test de cualquiera de los grupos a lo largo de un ciclo y determinando el promedio de electrones de segunda generación producidos, así como el tiempo promedio empleado en completar el ciclo. El ritmo de crecimiento, γ , será proporcional al incremento de la población dividido por el tiempo empleado en producir dicho incremento.

Sea n la densidad de la población test considerada. Su evolución temporal vendrá dada por la ecuación

$$\frac{dn}{dt} = \gamma n \quad (2.1)$$

donde

$$\gamma \approx \frac{\delta n}{\delta t} = \frac{(k-1)}{l} \quad (2.2)$$

y

$$k = \frac{\text{número de electrones de segunda generación}}{\text{número de electrones de primera generación}}. \quad (2.3)$$

El tiempo promedio l , transcurrido hasta la aparición de un electrón de segunda generación en el grupo de partida, viene dado por

$$l = \sum_{m=1}^N p_m t_m \quad (2.4)$$

donde m indica el canal a través del cual un electrón completa el ciclo, N es el número total de canales, p_m es la probabilidad del canal m y t_m es el tiempo promedio asociado al canal m .

Para proceder al cálculo del ritmo de crecimiento, comenzamos por definir la probabilidad de que un electrón de un grupo dado permanezca en ese grupo durante el tiempo necesario para contribuir al ciclo de generación de nuevos electrones. En la descripción que se ha hecho del comportamiento de las distintas poblaciones de

electrones no se han mencionado posibles procesos de pérdida. Sin embargo, como veremos más adelante, estos procesos pueden no ser despreciables, sobre todo para los electrones de la primera zona. De momento, supondremos una frecuencia de pérdidas ν_j asociada al grupo j .

La probabilidad de que un electrón del grupo 1 colisione con un neutro y pase al grupo 2 antes de fugarse del sistema es

$$P_{en} \equiv \frac{\nu_{en}}{\nu_{en} + \nu_1} \quad (2.5)$$

donde ν_{en} es el promedio de la frecuencia de colisión electrón-neutro. De la misma manera, la probabilidad de que un electrón perteneciente al segundo grupo se frene mediante colisiones y aparezca en el tercero es

$$P_{fren} \equiv \frac{\nu_{fren}}{\nu_{fren} + \nu_2} \quad (2.6)$$

donde ν_{fren} es el ritmo de frenado o ritmo al que los electrones del grupo 2 pasan al grupo 3. Finalmente, la probabilidad de atrapamiento de un electrón del grupo tres se escribe como

$$P_{trap} \equiv \frac{\nu_{trap}}{\nu_{trap} + \nu_3} \quad (2.7)$$

y ν_{trap} es la frecuencia de atrapamiento.

Consideremos ahora un electrón de primera generación perteneciente al primer grupo. El modelo contempla tres posibilidades o canales mediante los cuales un electrón de segunda generación puede aparecer en el grupo inicial, el primero en este caso. El primer canal tiene en cuenta los nuevos electrones producidos por las colisiones de electrones del grupo 1 con los neutros. En promedio, el número de electrones producidos a través de este canal es el producto de la probabilidad P_{en} de que el electrón del primer grupo sobreviva hasta que ocurra una colisión, por la probabilidad P_{trap} de que el nuevo electrón producido en la colisión, que nace por definición en el tercer grupo, pueda atraparse y aparecer en el grupo original antes de fugarse y, finalmente, por η_1 , que es el número medio de electrones producidos en una colisión. Esto es,

$$N_1 \equiv P_{en} P_{trap} \eta_1. \quad (2.8)$$

El tiempo promedio transcurrido es el tiempo que tarda la colisión en ocurrir, más el tiempo que tarda la interacción no lineal en convertir un electrón del tercer grupo en uno del primero y por tanto:

$$t_1 \equiv \frac{1}{\nu_{en}} + \frac{1}{\nu_{trap}}. \quad (2.9)$$

El segundo canal considera los nuevos electrones creados en las sucesivas colisiones que experimenta el electrón original del grupo uno en su frenado a través de la segunda zona. El número de estos electrones que sobreviven y completan el ciclo es

$$N_2 \equiv P_{en} P_{fren} P_{trap} \eta_2 \quad (2.10)$$

donde η_2 es el número promedio de electrones producidos en el proceso de frenado. Asimismo el tiempo invertido por este proceso es aproximadamente

$$t_2 \equiv \frac{1}{\nu_{en}} + \frac{1}{2\nu_{fren}} + \frac{1}{\nu_{trap}} \quad (2.11)$$

habiéndose tomado la mitad del tiempo de frenado para estimar el tiempo promedio de nacimiento de nuevos electrones. Finalmente, falta incluir la posibilidad de que el electrón original sobreviva a todo el proceso y pueda él mismo formar parte de la segunda generación. En este caso el número medio de electrones que sobreviven es directamente la probabilidad de supervivencia del electrón original, es decir

$$N_3 \equiv P_{en}P_{fren}P_{trap} \quad (2.12)$$

y el tiempo transcurrido es

$$t_3 \equiv \frac{1}{\nu_{en}} + \frac{1}{\nu_{fren}} + \frac{1}{\nu_{trap}} \quad (2.13)$$

El número promedio total de electrones de segunda generación producidos en un ciclo es por tanto

$$N_{prod} = N_1 + N_2 + N_3. \quad (2.14)$$

Si tenemos en cuenta que al haber considerado un único electrón de primera generación obtenemos $k = N_{prod}$, entonces, según la ecuación (2.2), el ritmo inicial de crecimiento es

$$\gamma = \frac{N_1 + N_2 + N_3 - 1}{p_1 t_1 + p_2 t_2 + p_3 t_3} \quad (2.15)$$

y las probabilidades p_m se calculan mediante

$$p_m = \frac{N_m}{N_{prod}}, \quad \text{para } m = 1, 2, 3. \quad (2.16)$$

El paso siguiente es el cálculo de las cantidades $\eta_1, \eta_2, \nu_{en}, \nu_{fren}, \nu_{trap}$ y ν_j . Las tres primeras están directamente relacionadas con la física atómica del problema mientras que las dos últimas dependen exclusivamente de las características del dispositivo de confinamiento. La frecuencia de frenado depende de ambos aspectos.

2.2. Parámetros del encendido

Como vimos en el capítulo de introducción, la evolución temporal de la energía de un electrón del grupo 1 puede aproximarse mediante una expresión sencilla. Esto nos va a permitir determinar la energía promedio que tiene uno de estos electrones inmerso en un gas de partículas neutras en el momento de su primera colisión con alguna de ellas. Esta energía dependerá de los parámetros propios de la interacción

con la onda y de la densidad de neutros. La probabilidad $p(t)dt$ de que la primera colisión ocurra entre un tiempo t y un tiempo $t + dt$ es⁴

$$p(t)dt = \nu_{en}e^{-\nu_{en}t}dt \quad (2.17)$$

donde ν_{en} es precisamente el promedio de la frecuencia de colisión electrón-neutro que interviene en el cálculo de γ . La energía promedio E_1 de un electrón del grupo 1 en el momento de su primera colisión con un neutro puede definirse como

$$E_1 \approx \int_0^{\infty} E(t)p(t)dt \quad (2.18)$$

donde la energía $E(t)$ viene dada por la ecuación (1.14). Introduciendo (1.14) y (2.17) en (2.18), y calculando explícitamente la integral, se obtiene finalmente:

$$E_1 \approx \frac{E_{var}}{2} \left(\frac{\omega_{var}^2}{\omega_{var}^2 + \nu_{en}^2} \right). \quad (2.19)$$

La frecuencia (inicial) de colisión electrón-neutro, viene dada por

$$\nu_{en} = n_0\sigma_T(E_1)v(E_1) \quad (2.20)$$

⁴Sea τ el tiempo medio entre colisiones electrón-neutro y dt/τ la probabilidad de que haya una colisión durante un tiempo $dt < \tau$. La probabilidad $p(t)dt$ de que la primera colisión ocurra entre un tiempo t y un tiempo $t + dt$ es la probabilidad $s(t)$ de que no se produzca colisión alguna entre $t = 0$ y t , multiplicada por la probabilidad de que la colisión ocurra en el tiempo dt . Es decir,

$$p(t)dt = s(t)\frac{dt}{\tau}.$$

La probabilidad $s(t)$ se calcula fácilmente considerando la misma probabilidad a tiempo $t + dt$, $s(t + dt)$, que puede escribirse como $s(t)$ por la probabilidad de que tampoco se produzca colisión en el tiempo dt . Luego,

$$s(t + dt) = s(t)\left(1 - \frac{dt}{\tau}\right).$$

Por definición de derivada, el término de la izquierda es también, en el límite $dt \rightarrow 0$

$$s(t + dt) = s(t) + \frac{ds(t)}{dt}dt$$

e igualando ambas ecuaciones obtenemos una ecuación diferencial para la probabilidad $s(t)$

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\frac{s(t)}{\tau}$$

cuya solución, teniendo en cuenta que $s(0) = 1$, es

$$s(t) = e^{-t/\tau}.$$

La primera ecuación se convierte en

$$p(t)dt = \frac{e^{-t/\tau}}{\tau}dt$$

y teniendo en cuenta que $\tau^{-1} \equiv \nu_{en}$, llegamos a (2.17).

donde n_0 es la densidad inicial de neutros, σ_T la sección eficaz total de colisión electrón-neutro y $v = \sqrt{2E_1/m_e}$ la velocidad del electrón respecto a la partícula neutra. En principio, ν_{en} depende de la energía E_1 a través de la sección eficaz total y del valor de la velocidad v , e interviene a su vez en la determinación de E_1 , según (2.19). Sin embargo, para el rango de energías que nos interesa, el producto $\sigma_T v$ es aproximadamente constante, y el valor de E_1 que se obtiene de sustituir (2.20) en (2.19) con esta aproximación, se mantiene consistentemente en dicho rango, de manera que ν_{en} puede considerarse únicamente función de n_0 . La figura 2.2 muestra la sección eficaz total σ_T y el producto $\sigma_T v$ para hidrógeno molecular y helio [BAR77]. La velocidad v se calcula suponiendo que el fondo de partículas neutras

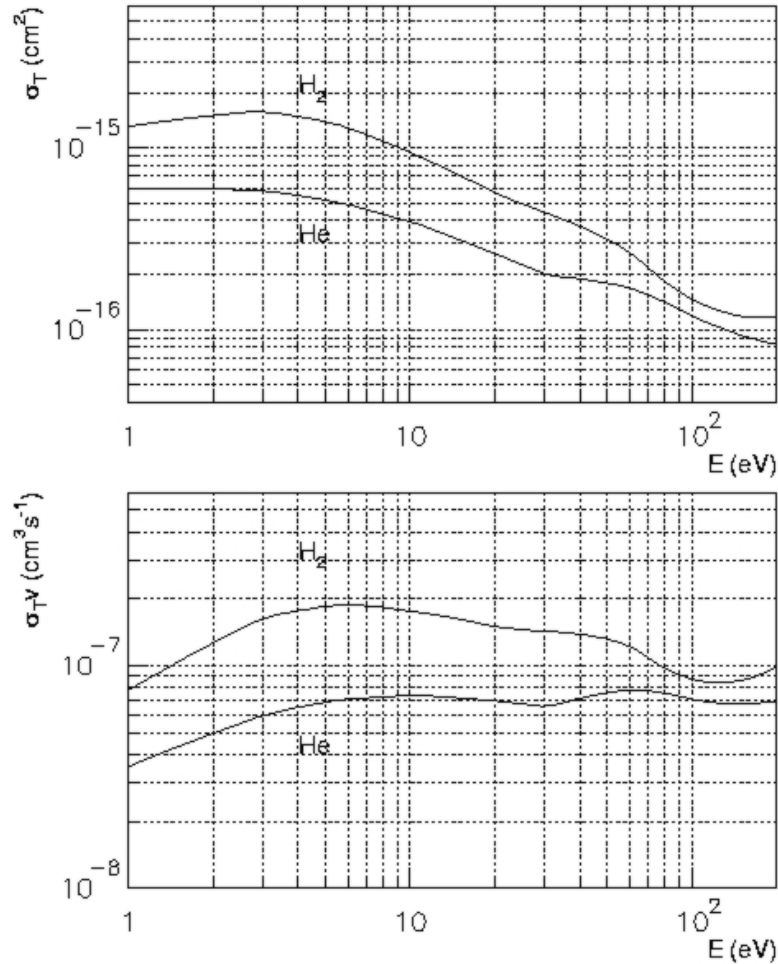


Figura 2.2: Sección eficaz total σ y ritmo de reacción σv del hidrógeno molecular y del helio.

está en reposo respecto a los electrones, y en consecuencia la energía de la colisión es

la energía cinética del electrón. Puede verse que en efecto, para el caso del hidrógeno, en el rango representado, la frecuencia de colisión aproximada es

$$\nu_{en} \approx 10^{-7} n_0 \text{ s}^{-1} \quad (2.21)$$

tomando la densidad n_0 en cm^{-3} .

Una vez determinada la energía promedio de los electrones del primer grupo, podemos definir el resto de parámetros. El número medio de electrones producidos en una única colisión es $\eta_1 \equiv \sigma_i/\sigma_T$ donde σ_i es una sección eficaz global de primera ionización. Para el caso del hidrógeno, al que nos limitaremos de momento, η_1 puede calcularse aproximadamente como

$$\eta_1(E_1) \approx \begin{cases} \frac{1}{2} & E_i < E_1 < 200 \text{ eV} \\ \frac{E_1 - 13,6}{2(E_i - 13,6)} & 13,6 \text{ eV} < E_1 < E_i \\ 0 & E_1 < 13,6 \text{ eV} \end{cases} \quad (2.22)$$

donde $E_i \approx 36 \text{ eV}$ es la energía promedio empleada en crear un par ion-electrón. En este modelo sencillo, la estructura precisa de la cadena de ionización del gas no aparece, y sólo σ_i , σ_T , y E_i dan cuenta de la física atómica y molecular del proceso. Aún así, como veremos más adelante, la función a trozos usada para calcular η_1 es una buena aproximación de la probabilidad de producción de nuevos electrones durante los primeros instantes del proceso de encendido.

El número promedio de electrones producidos en el proceso de frenado, η_2 , se calcula aproximadamente dividiendo la energía de la que dispone un electrón nacido en el segundo grupo entre la energía promedio empleada en crear un nuevo par electrón-ión. Así,

$$\eta_2 \approx \frac{E_1 - E_c}{E_i} \quad (2.23)$$

donde E_c es la energía promedio perdida en una colisión. A efectos de cálculo tomaremos $E_c = \frac{1}{2}E_i = 18 \text{ eV}$. El ritmo de pérdida de energía de un electrón del grupo 2, proporcional a la frecuencia de colisión, viene dado sencillamente por

$$\frac{dE_2}{dt} \approx -\nu_{en} E_c \quad (2.24)$$

donde es fundamental el hecho de que ν_{en} sea una función muy débil de la energía. El tiempo que transcurre entre la aparición del electrón en la segunda zona y su paso a la tercera se obtiene integrando (2.24) entre los límites de energía del proceso de frenado

$$t_{fren} \approx \int_{E_1 - E_c}^{E_{trap}} dt = - \int_{E_1 - E_c}^{E_{trap}} \frac{dE_2}{\nu_{en} E_c} \quad (2.25)$$

luego

$$\nu_{fren} \equiv t_{fren}^{-1} \approx \frac{\nu_{en} E_c}{E_1 - E_c - E_{trap}}. \quad (2.26)$$

La determinación de la energía de atrapamiento es uno de los puntos más delicados del modelo, ya que involucra el tiempo que tarda un electrón libre en quedar atrapado en alguno de los pozos del campo donde se haya sintonizado la resonancia, y esto depende de la estructura magnética del dispositivo. En principio, el modelo de campo magnético (ecuación (1) de la referencia [CAR86]) usado en la deducción de las ecuaciones (1.13) puede, a condición de elegir la escala adecuada, representar razonablemente las zonas donde pueden ocurrir interacciones no lineales. La calidad de la representación dependerá de que la aproximación usada sea más o menos aplicable al dispositivo de confinamiento que estudiemos. El atrapamiento de nuevos electrones, es decir el paso de la zona 3 a la zona 1, se produce cuando la energía de éstos, al penetrar en alguno de los pozos adecuados, es lo suficientemente baja como para que la interacción con la onda pueda considerarse no lineal. En el caso de un electrón con energía E_3 inferior a E_{trap} , el tiempo requerido para que se produzca el atrapamiento es como máximo el tiempo de vuelo entre resonancias, puesto que con esa energía quedará atrapado en el primer pozo que encuentre en su recorrido. Éste es el punto delicado. ¿Cuántas zonas resonantes, que puedan ser descritas localmente mediante el modelo de campo usado para llegar a las ecuaciones (1.13), tiene un dispositivo dado, y como se distribuyen espacialmente? La estimación más sencilla puede obtenerse fácilmente. Si N_f es el número de períodos de campo magnético, n_r el número de zonas resonantes por período, y R es el radio mayor promedio de la máquina, el tiempo de tránsito t_{tr} , que en el caso de energías inferiores a E_{trap} , tomaremos como estimación del tiempo de atrapamiento, es aproximadamente

$$t_{tr} \equiv t_{trap} \approx \frac{2\pi R}{n_r N_f v_{\parallel}} \quad (2.27)$$

siendo $2\pi R/n_r N_f$ la distancia que separa dos zonas resonantes contiguas. En la definición (2.27) estamos despreciando los efectos de deriva y el efecto de la transformada rotacional del sistema, que produciría un aumento de la distancia real que debe recorrer el electrón, “pegado” a las líneas de campo, en su tránsito entre resonancias contiguas. Para zonas resonantes cercanas al eje magnético este último efecto no es importante y, suponiendo que podemos despreciar los posibles efectos de deriva ⁵, la expresión (2.27) es una estimación razonable. Además, es necesario que en ambas zonas aparezcan microondas, lo cual ocurre siempre que la superficie interna de la cámara refleje el haz entrante, distribuyéndolo uniformemente por todo el interior en un tiempo del orden de unos pocos nanosegundos. Una distribución inicial de microondas no homogénea complicaría el cálculo del tiempo de tránsito y del campo eléctrico en el interior de la cavidad (véase el apéndice A) produciendo además un encendido no uniforme, localizado en zonas concretas del dispositivo, que posteriormente se extendería por transporte al resto de la zona de confinamiento. Si los requisitos se cumplen — iluminación toroidalmente uniforme y efectos de trans-

⁵Esta suposición estará más o menos justificada en función de la configuración magnética del dispositivo. En principio, la existencia de puntos de silla que suavizen los gradientes perpendiculares de campo magnético disminuirá los efectos de deriva.

formada rotacional despreciables — la frecuencia de atrapamiento puede definirse como

$$\nu_{trap} \equiv t_{trap}^{-1} \approx \frac{n_r N_f}{2\pi R} \left(\frac{2E_3}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.28)$$

donde hemos supuesto que para los electrones pertenecientes a la zona 3, $v_{\parallel} \approx \sqrt{2E_3/m_e}$. La energía por debajo de la cual los electrones son arrastrados al grupo 1 es aquella para la cual t_{trap} es del orden de la escala temporal característica de la interacción no lineal, dada por ω_{var}^{-1} . Igualando t_{trap}^{-1} a ω_{var} en la ecuación (2.28) obtenemos la energía límite de los electrones del grupo 3 que es, por definición, E_{trap} .

$$E_{trap} \equiv E_3^{lim} \approx \frac{1}{2} m_e \left(\frac{2\pi R \omega_{var}}{n_r N_f} \right)^2. \quad (2.29)$$

La energía que usaremos para calcular ν_{trap} dependerá del valor de $E_1 - E_c$ (recordemos que E_c es la energía promedio perdida en una colisión). Si E_1 y E_{trap} son tales que $E_1 - E_c < E_{trap}$, el segundo grupo de electrones deja de existir y los electrones pasan directamente del primer al tercer grupo, en este caso tomaremos $E_3 = E_1 - E_c$. Si por el contrario $E_1 - E_c > E_{trap}$, tomaremos precisamente $E_3 = E_{trap}$ para calcular ν_{trap} . Así pues

$$E_3 \equiv \text{mínimo} \{E_{trap}, E_1 - E_c\}. \quad (2.30)$$

En el caso de los stellarators, cuya configuración magnética está establecida desde el principio de la descarga, los grupos 2 y 3 están formados por electrones muy bien confinados de manera que $\nu_2 \ll \nu_{fren}$ y $\nu_3 \ll \nu_{trap}$ y, en consecuencia, P_{fren} y P_{trap} valen aproximadamente la unidad. Sin embargo, los electrones del grupo 1 están profundamente atrapados y pueden, debido al movimiento de deriva, fugarse mucho más fácilmente. El ritmo de pérdidas de los electrones resonantes puede aproximarse considerando el tiempo que necesitaría un electrón con una energía del orden de E_1 , atrapado en la zona central del dispositivo, suponiendo que la resonancia esté allí, para alcanzar las paredes de la máquina [CAR87]. La aplicación de este modelo al encendido asistido por ECRH en un dispositivo Tokamak exigiría una cuidadosa evaluación de los ritmos de pérdidas de todos los grupos de electrones.

Las predicciones del modelo de tres grupos comprobables experimentalmente y su particularización al dispositivo TJ-II serán tratadas en el capítulo 4. Antes expondremos un nuevo modelo, parcialmente basado en el que acabamos de plantear que, teniendo en cuenta de manera más detallada la física atómica y molecular implicada, pueda simular la evolución temporal completa del proceso de encendido. El modelo de tres grupos predice únicamente un ritmo inicial de crecimiento de la población de electrones, pero no asegura que, dado un cierto γ , vaya a producirse finalmente la ionización total del gas. Tampoco nos dice nada acerca de la necesidad de incluir o no el calentamiento lineal a medida que progresa el encendido. Sin embargo, como veremos en el capítulo 4, la energía que aportan las interacciones no lineales es en principio suficiente para iniciar la cascada de ionización del gas y no podemos contentarnos con suponer que, por encima de un cierto umbral de

γ , el encendido se producirá finalmente. El modelo descrito en el siguiente capítulo mejora sustancialmente el modelo de tres grupos y demostrará sin lugar a dudas la responsabilidad de las interacciones no lineales en el encendido de un plasma mediante ECRH en segundo armónico.

Capítulo 3

Modelo de cascada

Los modelos usados habitualmente en estudios de cinética química establecen unas ecuaciones de balance a partir de una función de distribución de energía electrónica conocida, generalmente una Maxwelliana. Sin embargo, en nuestro caso, el problema básico es el absoluto desconocimiento de dicha función y de su evolución temporal ya que, debido a las condiciones rápidamente cambiantes durante la ionización del gas, no puede hacerse ningún tipo de hipótesis acerca de la forma de ésta. La manera en que hemos resuelto este problema pasa por una discretización del espacio de energía de los electrones, que conserva las características fundamentales del modelo de tres grupos, es decir, la existencia de una población de electrones resonantes con la onda, con baja velocidad paralela y energía promedio $E_{res} \equiv E_1$, y la posibilidad de que estos electrones y aquéllos que nacen de la ionización del gas, una vez frenados por las colisiones hasta energías inferiores a E_{trap} , puedan repetir el proceso cerrando así el ciclo. La discretización permite estudiar detalladamente el balance de energía debido a los diferentes procesos colisionales. La cascada de ionización progresará siempre y cuando el ritmo al cual se produzcan los nuevos electrones, mediante todo tipo de reacciones de excitación y posterior ionización, sea mayor que el ritmo de pérdidas de éstos. En estas pérdidas pueden incluirse los procesos de recombinación, las pérdidas por deriva de partículas cargadas y las pérdidas de partículas neutras no sometidas a la acción confinante del campo. En consecuencia, todos los mecanismos físicos relevantes deberán ser tenidos en cuenta en el modelado de la cascada de ionización. Como veremos en el capítulo 5, la propia función de distribución y su evolución aparecerán como resultados directos del modelo [CAP01/2].

3.1. Procesos en plasmas de hidrógeno

Las colisiones inelásticas entre electrones y moléculas juegan un papel importante en el balance de potencia de los gases parcialmente ionizados y representan un sumidero de energía fundamental a la hora de considerar los mecanismos de ioniza-

	Procesos de colisión	$E_u(eV)$
1	$e+H_2(X^1 \sum g^+) \longrightarrow e+H_2^+(v) + e$	15.4
2	$e+H_2(X^1 \sum g^+) \longrightarrow e+H(n=1)+H(n=1)$	10
3	$e+H_2(X^1 \sum g^+) \longrightarrow e+H(n=1)+H(n=2)$	14.9
4	$e+H_2(X^1 \sum g^+) \longrightarrow e+H(n=1)+H(n=3)$	19.0
5	$e+H_2(X^1 \sum g^+) \longrightarrow e+H(n=1)+H^+ + e$	18
6	$e+H_2^+(v) \longrightarrow H(n=1)+H(n=2)$	0
7	$e+H_2^+(v) \longrightarrow H(n=1)+H(n=3)$	0
8	$e+H_2^+(v) \longrightarrow e+H(n=1)+H^+$	2.4
9	$e+H_2^+(v) \longrightarrow e+H^++H^+ + e$	14
10	$e+H(n=1) \longrightarrow e+H(n=2)$	10.2
11	$e+H(n=1) \longrightarrow e+H(n=3)$	12.1
12	$e+H(n=1) \longrightarrow e+H^+ + e$	13.6
13	$e+H(n=2) \longrightarrow e+H(n=3)$	1.9
14	$e+H(n=2) \longrightarrow e+H^+ + e$	3.4
15	$e+H(n=3) \longrightarrow e+H^+ + e$	1.5
Procesos de desexcitación radiativa		
16	$H(n=2) \longrightarrow H(n=1) + \gamma_{2-1}$	—
17	$H(n=3) \longrightarrow H(n=1) + \gamma_{3-1}$	—
18	$H(n=3) \longrightarrow H(n=2) + \gamma_{3-2}$	—

Cuadro 3.1: Procesos de colisión (disociación, excitación, ionización, recombinación) y desexcitación radiativa incluidos en el modelo. Las secciones eficaces correspondientes están representadas en la figura 3.1.

ción [NOV90]. En principio, según esto, todos los procesos de excitación molecular (electrónica, rotacional y vibracional) debieran ser tenidos en cuenta, junto con la disociación molecular y la posterior excitación e ionización por impacto electrónico. Sin embargo, en el caso del hidrógeno molecular, para las energías típicas de los electrones resonantes (ver la ecuación (2.19)), las secciones eficaces de los procesos de excitación de la molécula son considerablemente más bajas que las secciones eficaces de los procesos de ionización directa y por lo tanto, en principio, no tendremos en cuenta la física detallada de la excitación molecular, aunque sí incluiremos los procesos de ionización y disociación de la molécula, así como la excitación e ionización atómica.

En el modelado de la cascada de ionización usaremos seis especies diferentes: $H_2(X^1 \sum g^+)$, $H_2^+(v)$, $H(n=1)$, $H(n=2)$, $H(n=3)$, y H^+ . Consideramos únicamente el estado fundamental ($X^1 \sum g^+$) de la molécula de hidrógeno y no haremos distinción entre los distintos estados vibracionales (v) de la molécula. La emisión del átomo de hidrógeno excitado se incluye también mediante los correspondientes procesos de desexcitación radiativa. En el cuadro 3.1 están detallados todos los procesos de física atómica que se han tenido en cuenta en la simulación. Asimismo la figura 3.1

muestra comparativamente todas las secciones eficaces de dichos procesos [JAN87]. Conviene señalar que todas las secciones eficaces que aparecen representadas en la figura, salvo las correspondientes a los procesos 11 y 13, que se calculan de forma analítica, han sido obtenidas mediante ajustes numéricos de los datos experimentales [JAN87], y como tal están incluidas en el modelo. En algunos casos, siendo el más claro el del proceso 2 entre 10 y 30 eV, el ajuste muestra un comportamiento oscilante claramente ficticio debido a que estamos muy próximos a la energía umbral de la reacción. A pesar de esto, tienen la exactitud suficiente considerando que la fuente de energía viene descrita con un error del 30% (ver sección 1.2). La evolución temporal de todas las especies incluidas en el modelo está determinada por un sistema no lineal de ecuaciones de balance de partículas. Sea un volumen Ω que contiene una mezcla

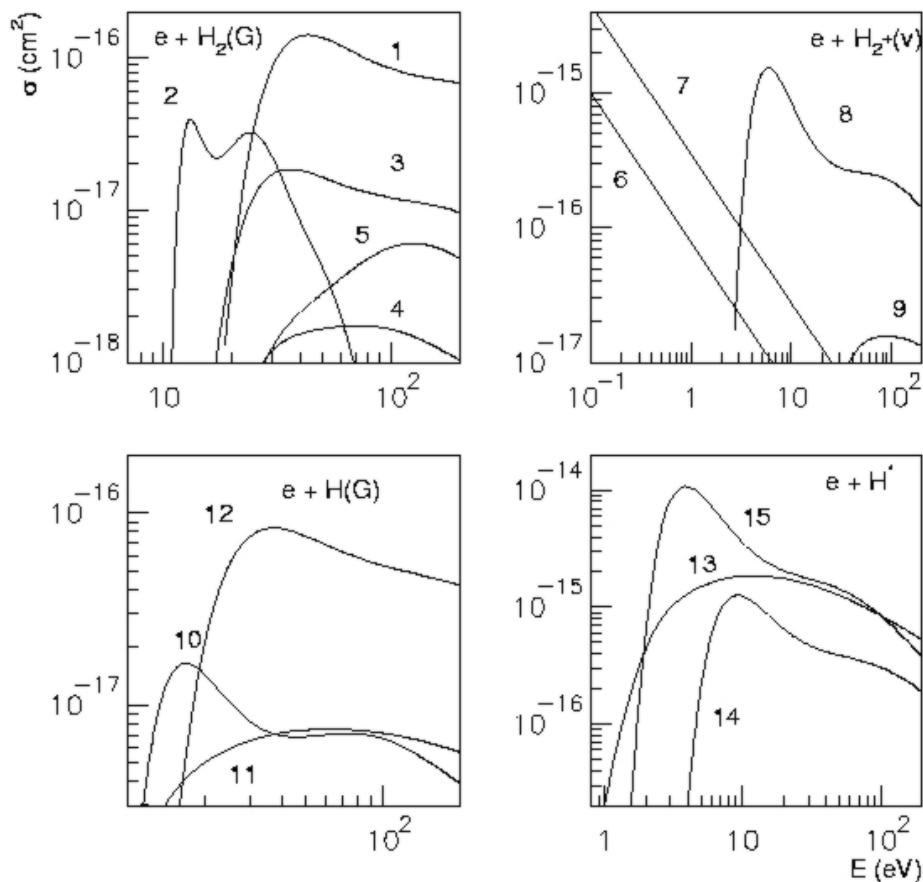
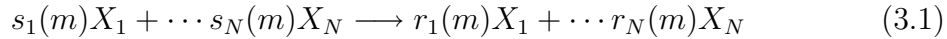


Figura 3.1: Secciones eficaces de todos los procesos considerados inicialmente en el modelo. La numeración de los procesos se corresponde con la del cuadro 3.1.

de especies X_j ($j = 1, 2, \dots, N$) donde N es el número total de estas especies. En el marco de este modelo los electrones con energía distinta se considerarán especies diferentes, y como tales estarán incluidas en las ecuaciones de balance. Cada proceso general de colisión (ver cuadro 3.1) puede dar lugar a tantos procesos particulares distintos como energías contenga la discretización (ver sección 3.2). Un típico proceso m está definido de manera totalmente general mediante un conjunto de coeficientes estequiométricos $\{s_1(m), s_2(m), \dots, s_N(m), r_1(m), r_2(m), \dots, r_N(m)\}$, y puede escribirse:



donde $\{r_i(m), s_i(m)\}$ son los coeficientes de la especie i en el proceso m . El ritmo de reacción $\gamma(m)$ al que ocurre dicho proceso viene dado por

$$\gamma(m) = k(m) \prod_{j=1}^N n_j^{s_j(m)} \quad (3.2)$$

siendo n_j la densidad volumétrica de la especie j . El ritmo de reacción se define siempre como el número de eventos de tipo m por unidad de tiempo y volumen ($\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$), y en consecuencia el significado físico del coeficiente $k(m)$ depende del tipo de evento y por tanto del número de especies que aparecen en el lado izquierdo de (3.1). En concreto, para colisiones entre electrones y otras especies más pesadas del plasma, como pueden ser H_2 o H , $k(m) = \sigma(m)v_e(m)$, donde $\sigma(m)$ es la sección eficaz del proceso m y $v_e(m)$ es la velocidad del electrón de colisión. Al igual que en el modelo de tres grupos, las especies no electrónicas, generalmente más pesadas, se consideran en reposo, de manera que la energía de la colisión es la energía cinética del electrón. El sistema de ecuaciones que gobierna la evolución temporal de todas las densidades de partículas en el plasma puede escribirse de forma compacta como

$$\boxed{\frac{dn_i}{dt} = \sum_m \left[k(m)[r_i(m) - s_i(m)] \prod_{j=1}^N n_j^{s_j(m)} \right]} \quad (3.3)$$

para $i = 1, 2, \dots, N$. Es interesante darse cuenta de que con esta notación el sistema (3.3) puede contener cualquier tipo de proceso, no sólo de colisión sino también de transporte o de pérdidas de partículas, así como otros procesos particulares propios del modelo, como por ejemplo los procesos de atrapamiento. De momento no tendremos en cuenta las colisiones electrón-electrón. Éstas se incluirán en el capítulo 5 mediante un operador de colisiones obtenido a partir de la ecuación de Fokker-Planck.

3.2. Discretización del espacio de energía

Supongamos que Ω es ahora el volumen del tubo de flujo magnético donde tiene lugar la interacción no lineal entre la onda y los electrones. Como puede verse en

la figura 3.2, dividiremos el espacio de energía en un número arbitrario de zonas de energía constante. Únicamente serán necesarios dos parámetros para establecer la discretización: E_{max} , que es el máximo de la energía promedio de los electrones resonantes, y E_{trap} , que ya fue definida en la sección 2.2. Los flujos de electrones a través de todas las zonas del espacio de momentos están gobernados por la energía promedio de la población resonante, que es la fuente de energía, y por todos los procesos de excitación, ionización, recombinación, atrapamiento y transporte de partículas que por su relevancia para el fenómeno estudiado, decidamos incluir en el modelo. La energía de los electrones salientes después de cada colisión depende únicamente del tipo de proceso y de la energía inicial, ya que las especies más pesadas se consideran en reposo, y por tanto no contribuyen al balance de energía. De esta manera, para calcular la densidad de cada especie del plasma a tiempo $t' = t + \Delta t$ mediante (3.3), es necesario considerar todas las densidades a tiempo t , todos los procesos junto con su probabilidad asociada y todas las poblaciones de electrones con las distintas energías obtenidas de la discretización. Cada zona tendrá, para cada proceso general, un coeficiente particular $k(m)$ que, en caso de procesos de colisión, sólo será necesario calcular si la energía de la zona es superior a la energía umbral del proceso en cuestión m . Cada zona del espacio de energía está representada por su energía

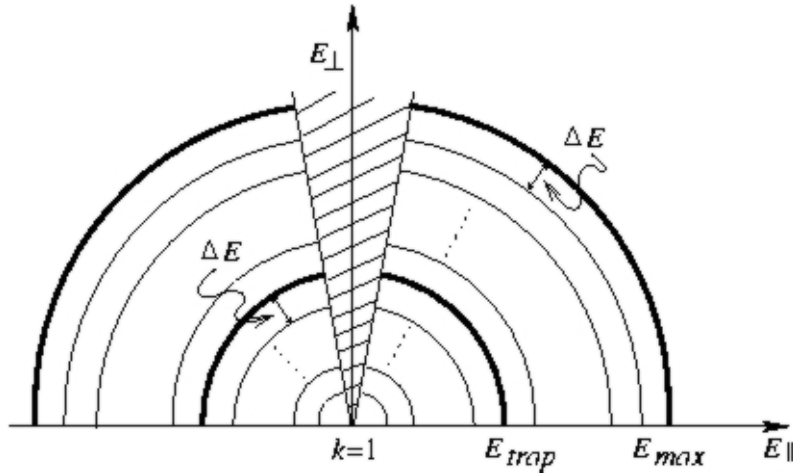


Figura 3.2: Diagrama de discretización del espacio de energía de la población electrónica.

media E_k , dada sencillamente por

$$E_k = (2k - 1) \frac{\Delta E}{2}, \quad k = 1, \dots, n_z \quad (3.4)$$

donde n_z es el número total de zonas y el intervalo de energía ΔE se define mediante

$$\Delta E = \frac{E_{trap}}{n_d}.$$

El entero n_d indica el número de zonas con $E_k < E_{trap}$. A partir de la ecuación (2.19) puede definirse la energía promedio máxima E_{max} como

$$E_{max} \approx E_1(\nu_{en} = 0) = \frac{E_{var}}{2} \quad (3.5)$$

teniendo así $n_g \equiv INT\{(E_{max} - E_{trap})/n_d\} + 1$ zonas con energía $E_k > E_{trap}$. Tendremos en total $n_z \equiv n_d + n_g$ zonas de energía distinta. Esta definición de E_{max} es válida mientras no consideremos las colisiones entre electrones.

3.3. Parámetros del encendido

La conversión de electrones lentos (con energía inferior a E_{trap}) en electrones resonantes (que etiquetaremos e_{res}) mediante procesos de atrapamiento puede incluirse fácilmente en las ecuaciones de balance:

$$e_l \xrightarrow{\gamma_{trap}(E_l)} e_{res} \quad (3.6)$$

donde el ritmo de atrapamiento $\gamma_{trap}(E_l)$ está dado por el producto $\nu_{trap}(E_l)n_e(l)$, siendo $\nu_{trap}(E_l)$ la frecuencia de atrapamiento de los electrones con energía $E_l < E_{trap}$, definida por la ecuación (2.28), y $n_e(l)$ la densidad de la población de electrones de la zona l ($l = 1, \dots, n_d$). De forma análoga, el modelo permite también considerar el atrapamiento de la población inicial de electrones semilla y su efecto en el encendido:

$$e_s \xrightarrow{\gamma_s} e_{res} \quad (3.7)$$

donde ahora $\gamma_s \equiv \nu_s n_s$, siendo n_s la densidad inicial de electrones semilla y ν_s la frecuencia de atrapamiento, que se calcula también mediante la ecuación (2.28) suponiendo una energía media de unos 0,03 eV (temperatura ambiente). La semilla actúa sólo como una fuente inicial de electrones y no está incluida, como población independiente, en la discretización del espacio de energías¹.

El cálculo de la energía promedio de los electrones resonantes es el mismo que aparece en el apartado 2.2, con la salvedad de que antes la frecuencia de colisión ν_{en} era una constante, y ahora la frecuencia de colisión total ν_{col} depende del tiempo a través de la evolución de las densidades de las distintas especies del plasma. De hecho, estrictamente hablando, el cálculo efectuado solo es válido para ν_{en} constante. Afortunadamente, la escala de tiempos del proceso de encendido es del orden del milisegundo, mientras que la escala de tiempos de las colisiones, que es la que interviene en el cálculo de la probabilidad $p(t)dt$ y de la energía E_1 , es del orden del microsegundo. Podemos, por tanto, considerar que ν_{col} varía adiabáticamente y

¹Esto es debido al hecho de que la energía promedio de la semilla es muy baja comparada con el resto de energías que van a obtenerse durante la cascada de ionización y para tenerla en cuenta en la discretización habría que tomar $n_d \sim E_{trap}/0,03$ que para los valores típicos de E_{trap} supone $n_d \sim 10^3$. Como veremos, es absolutamente innecesario para el cálculo usar valores tan elevados de n_d .

conservar así ambas definiciones. En efecto, es razonable suponer que en un tiempo del orden de varias veces el tiempo medio entre colisiones la frecuencia de colisión no cambia apreciablemente, y la atenuación de la probabilidad $p(t)dt$ permite cortar la integral (2.18) después de algunos tiempos de colisión sin afectar sensiblemente el resultado. Luego, indicando mediante τ la escala temporal característica del proceso completo de encendido, puede reescribirse la ecuación (2.19)

$$E_{res}(\tau) \approx \frac{E_{var}}{2} \left(\frac{\omega_{var}^2}{\omega_{var}^2 + \nu_{col}^2(\tau)} \right) \quad (3.8)$$

con

$$\nu_{col}(\tau) = \sum_i n_i(\tau) \sigma_i(E_{res}) v_{res}(E_{res}) \quad (3.9)$$

donde σ_i es la sección eficaz total del proceso de colisión, $v_{res} = \sqrt{2E_{res}/m_e}$ es la velocidad media de la población resonante, y $n_i(\tau)$ es la densidad de la especie X_i . El sumatorio de la ecuación (3.9) se extiende a todas las especies moleculares, iónicas y atómicas del plasma. Necesitamos incluir las secciones eficaces totales de interacción con H_2 y H (representadas en la figura 2.2) y con las especies cargadas H_2^+ y H^+ . Teniendo en cuenta solamente su estado de carga, las secciones eficaces totales de estas últimas se calculan analíticamente mediante

$$\sigma_{\{H_2^+, H^+\}}(v_{res}) \equiv \sigma_+ = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{e^2}{\epsilon_0 m_e} \right)^2 \frac{\ln \Lambda}{v_{res}^4} \quad (3.10)$$

donde

$$\Lambda \equiv \frac{b_{max}}{b_0} = \frac{4\pi\epsilon_0 m_e v_{res}^2}{e^2} b_{max} \quad (3.11)$$

siendo b_0 el parámetro de impacto de la colisión que produce una deflexión de $\pi/2$ y b_{max} el parámetro de impacto máximo para el cual podemos esperar interacción. Normalmente, en física de plasmas, b_{max} suele tomarse del orden de la longitud de Debye $\lambda_D = (\epsilon_0 K T_e / n_e e^2)^{1/2}$, lo cual es una buena aproximación del rango de las interacciones directas entre partículas cargadas de un plasma siempre y cuando $n_e \lambda_D^3 \gg 1$, condición que en los casos más habituales garantiza el equilibrio térmico y permite definir la temperatura T_e . Más allá de la longitud de Debye, el potencial de interacción está apantallado y decae de forma exponencial. En principio, esta aproximación parece muy poco sostenible en el caso de un plasma muy alejado del equilibrio. Afortunadamente, la aparición del logaritmo en la ecuación (3.10) suaviza mucho la dependencia en el parámetro b_{max} . Tanto que, en realidad, podemos tomar $\ln \Lambda$ constante y aún así mantener una precisión razonable. En efecto, teniendo en cuenta que la densidad total n_e se obtiene simplemente sumando a todas las zonas de energía discreta,

$$n_e = \sum_{k=1}^{n_z} n_e(k) \quad (3.12)$$

y que la energía promedio de la población total de electrones es

$$E_p = \frac{\sum_{k=1}^{n_z} E_k n_e(k)}{\sum_{k=1}^{n_z} n_e(k)} \quad (3.13)$$

podemos definir la longitud de Debye del plasma Maxwelliano “equivalente” como

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 E_p}{n_e e} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.14)$$

donde E_p se introduce en eV. Como veremos más adelante, la energía promedio obtenida apenas varía a lo largo del encendido, siendo ésta del orden de la energía resonante E_{res} . La figura 3.3 representa el valor de $\ln \Lambda$ en función de la densidad, para $E_p \approx E_{res}$ (en concreto $E_p = 25$ eV). Suponiendo por tanto que podemos

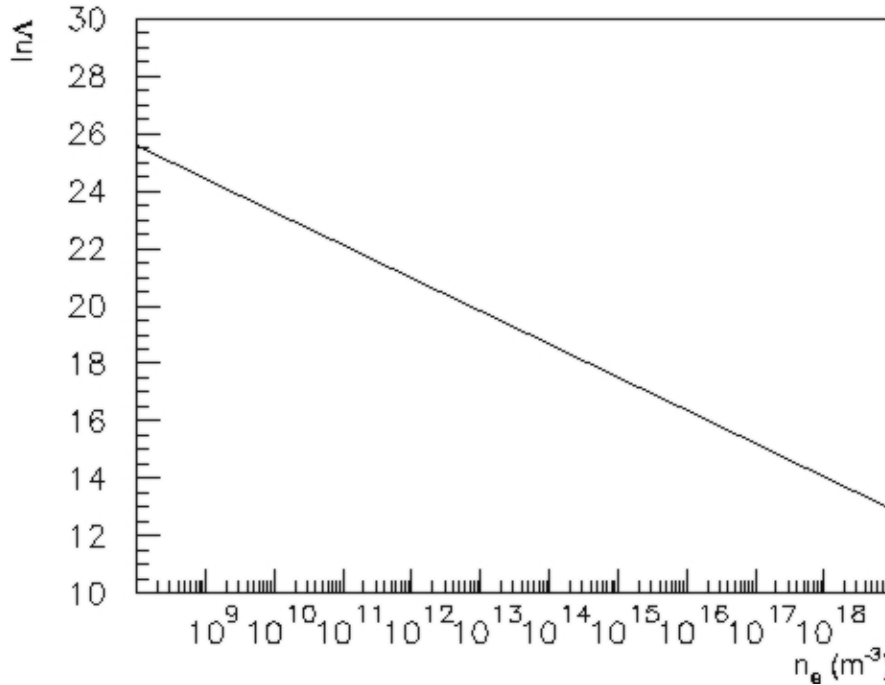


Figura 3.3: Logaritmo de Coulomb ($\equiv \ln[\lambda_D/b_0]$), donde λ_D se ha definido mediante la ecuación (3.14), en función de la densidad, para $E_p = 25$ eV.

calcular las frecuencias de colisión usando el valor de Λ de un plasma en equilibrio térmico, vemos que, considerar $\ln \Lambda$ constante, a lo largo de todo el rango de variación de la densidad en plasmas de fusión confinados magnéticamente, introduce un error de un factor dos. Más aún, si estimamos b_{max} como una distancia típica del dispositivo de confinamiento, suponiendo así que no existe ninguna clase de apantallamiento y que cada electrón puede ‘ver’ a todos los demás, independientemente

de los valores de densidad, obtenemos valores de $\ln \Lambda$ comparables a los anteriores (para $b_{max} \sim (10^{-1} - 1)$ m y b_0 calculado para una energía incidente igual a E_p , se comprueba que $\ln \Lambda \approx 20$). En la práctica, tomaremos por tanto $\ln \Lambda = 20$. En todo caso, el error cometido con esta aproximación sólo afectará a la parte final del encendido, cuando exista una densidad apreciable de H_2^+ y H^+ .

La energía de atrapamiento se define de igual manera que en el modelo de tres grupos, y lo mismo es válido para las frecuencias de atrapamiento de cada una de las poblaciones con energía por debajo de E_{trap} , de forma que

$$\nu_{trap}(E_k) \approx \frac{n_r N_f}{2\pi R} \left(\frac{2E_k}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.15)$$

El sistema de ecuaciones de balance (3.3) planteado en la sección 3.1 se ha resuelto numéricamente programando un algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden [NUM92]. En la práctica, dicho sistema no es exactamente el que surgiría de aplicar (3.3) a todos los procesos del cuadro 3.1. En su lugar hemos usado un sistema aproximado, donde despreciamos la contribución de los procesos de colisión con átomos de hidrógeno excitado frente a la desexcitación radiativa de los mismos, que ocurre a un ritmo mucho mayor. De esta manera, el sistema final es el que resulta de sustituir, en la lista de procesos implicados, todos los átomos excitados $H(n \neq 1)$ por $H(n=1) + \gamma_{n-1}$. En el capítulo siguiente discutiremos las consecuencias que esta aproximación puede tener para la comparación con los resultados experimentales.

La solución de las ecuaciones (3.3) va a proporcionar la evolución temporal completa de todas las especies incluidas en el modelo. En consecuencia, con la intención de comparar con los resultados del modelo de tres grupos, podemos definir un ritmo de crecimiento γ_c , que ahora será una función del tiempo, a partir de la evolución de cualquiera de las especies. Este ritmo es

$$\gamma_c(t) = \left(\frac{n_{X_j}(t + \Delta t)}{n_{X_j}(t)} - 1 \right) \Delta t^{-1}. \quad (3.16)$$

Al igual que en el modelo de tres grupos, donde podíamos elegir cualquier grupo de electrones para calcular γ , el ritmo de crecimiento inicial definido por (3.16) es el mismo para todas las especies.

Capítulo 4

Predicciones teóricas y resultados experimentales

En este capítulo aplicaremos los modelos introducidos en los dos capítulos anteriores al caso particular del stellarator TJ-II. Compararemos el resultado del modelo de tres grupos, que sólo determina el ritmo de crecimiento inicial de cualquiera de las poblaciones de electrones consideradas, con lo obtenido mediante el modelo de cascada, que predice además un tiempo de encendido y simula la evolución completa de la función de distribución. A continuación contrastaremos los resultados teóricos con la realidad experimental de TJ-II. Antes de entrar en las predicciones propias de cada modelo, empezaremos describiendo las consecuencias generales de las ecuaciones (1.13) y (2.19), relativas a la densidad inicial máxima de neutros para la cual puede producirse el encendido. Toda la información relacionada con la fuente de energía está incluida en estas ecuaciones.

4.1. Densidad máxima de neutros

Como vimos en el capítulo 2, la energía promedio de los electrones resonantes, además de depender de los parámetros característicos de la interacción no lineal, depende también de la frecuencia de las colisiones con las especies del plasma. Observando la ecuación (2.19) vemos que, para densidades crecientes de neutros a partir de que $\nu_{en} \approx \omega_{var}$, el valor de la energía promedio de los electrones resonantes disminuye rápidamente, de manera que una condición simple para que puedan producirse interacciones no lineales es

$$\nu_{en} = 10^{-7} n_0 < 0,4\epsilon\omega = \omega_{var}. \quad (4.1)$$

Esto nos permite definir aproximadamente la densidad máxima de neutros para la cual, desde el principio, la descorrelación entre la onda y el electrón producida por las colisiones es tal, que la interacción onda-partícula puede considerarse prácticamente lineal, no pudiendo por tanto producirse el encendido en segundo armónico.

Igualando las expresiones de ν_{en} y ω_{var} llegamos a una estimación de la densidad máxima,

$$n_0^{max} \approx 4 \times 10^6 \epsilon \omega \quad \text{cm}^{-3} \quad (4.2)$$

o en términos de presión, teniendo en cuenta que a temperatura ambiente ($T \approx 290$ Kelvin), $n_0[\text{cm}^{-3}] = 3,310^{13} p_0[\text{mtorr}]$,

$$p_0^{max} \approx 1,2 \times 10^{-7} \epsilon \omega \quad \text{mtorr}. \quad (4.3)$$

Según esto, para cualquier presión superior a p_0^{max} , la ionización del gas no podrá producirse. En realidad esta condición sólo tiene en cuenta las escalas temporales del proceso, ν_{en}^{-1} y ω_{var}^{-1} , pero no la energía que aportan las interacciones no lineales. Éstas pueden estar permitidas por la condición (4.1), y aún así no aportar energía suficiente para ionizar. En efecto, una condición que, como veremos a continuación, resulta más restrictiva es que la energía promedio E_1 sea mayor que el potencial de ionización $I \approx I_{H(g)} = 13,6$ eV, de manera que, dada una cierta intensidad de campo eléctrico, $|E_-|$, una segunda estimación de p_0^{max} puede obtenerse igualando E_1 e I . Por tanto, usando (2.21) llegamos a

$$\frac{E_{var}}{2} \left(\frac{\omega_{var}^2}{\omega_{var}^2 + (3,3 \times 10^6 p_0^{max})^2} \right) \approx I. \quad (4.4)$$

La ecuación (4.4) es una ecuación trascendente para el campo eléctrico $|E_-|$ que puede resolverse de manera numérica dado un valor de p_0^{max} . La figura 4.1 representa la presión máxima obtenida mediante las ecuaciones (4.3) y (4.4) para una frecuencia de 53,2 GHz, en función del campo eléctrico. En efecto, como muestra la figura, la segunda condición es más restrictiva que la primera, salvo para campos muy altos, donde la limitación viene impuesta por (4.3). Para esta frecuencia, campos eléctricos inferiores a unos 4800 V/m no producirán encendido. Si partimos de la suposición de que la ecuación (4.4) es correcta, podemos obtener de forma indirecta una estimación del campo eléctrico en la cavidad midiendo la presión máxima de neutros para la cual se produce encendido. Recientemente, una medida de este tipo [RAD02], realizada en el stellarator HSX (Helically Symmetric Experiment, $A \approx 9$ m², $A_o/A \approx 0,05$, $P = 50$ kW, $f = 28$ GHz) parece confirmar el resultado del cálculo teórico, basado en un modelo de fotones desarrollado para este trabajo, y que está detallado en el apéndice A. Dicho resultado, que reescribimos aquí por comodidad, es

$$|E_-| \approx 19,4 \left(\frac{P}{A_o + 9 \times 10^{-4} \sqrt{\nu \rho A}} \right)^{1/2} \quad \text{V m}^{-1}. \quad (4.5)$$

Esta ecuación expresa $|E_-|$, el módulo del campo eléctrico en una polarización (suponiendo la misma cantidad de campo en cada una de las polarizaciones) en función de la potencia inyectada P y de los únicos parámetros que usaremos para caracterizar la cámara de vacío del dispositivo de confinamiento: A , su área interna total y A_o , el área total a través de la cual las microondas pueden filtrarse al exterior (ventanas ópticas y ventanas no ópticas transparentes a las microondas).

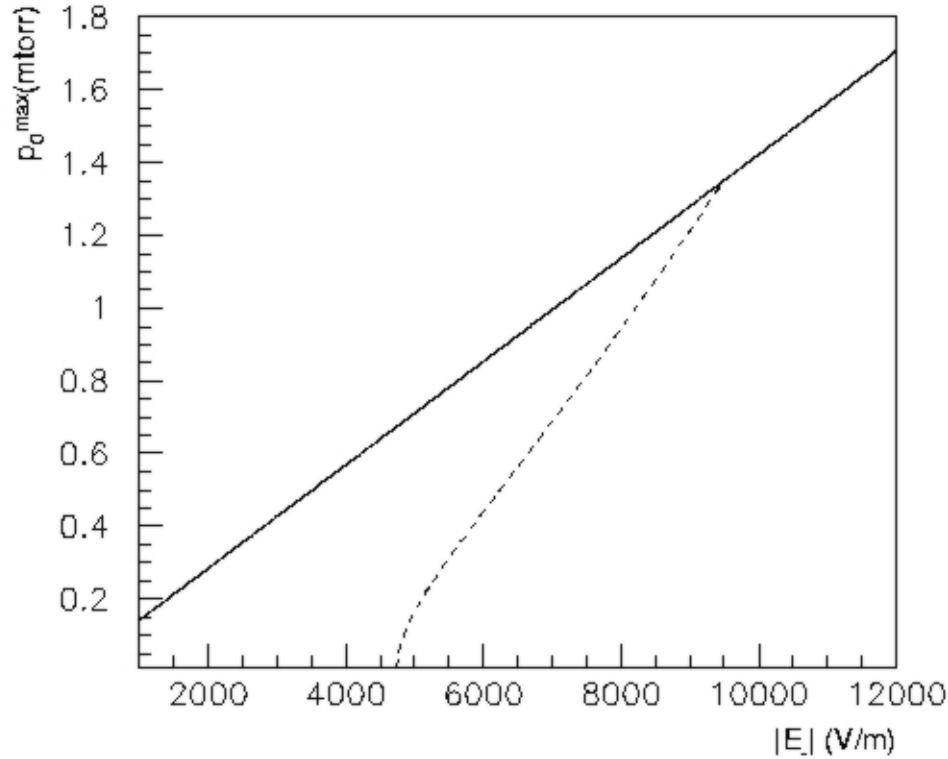


Figura 4.1: Presión máxima de neutros en función del campo eléctrico, obtenida mediante las ecuaciones (4.3) (línea continua) y (4.4) (línea discontinua). Hemos usado $\omega = 2\pi\nu$ con $\nu = 53,2$ GHz.

4.2. Particularización al dispositivo TJ-II

TJ-II es un stellarator de eje helicoidal [ALE90] ($B_0 = 0,95$ T, $R_0 = 1,5$ m) instalado en el CIEMAT (Madrid) y operado regularmente desde 1997. El plasma de este dispositivo se crea mediante la inyección, con técnicas cuasiópticas [FER99, CAP99], de la potencia de microondas suministrada por dos girotrones de 300 kW que operan a una frecuencia de 53,2 GHz [CAS92, TRI97], correspondiente al segundo armónico de la frecuencia ciclotrón en un campo magnético central cuya intensidad B_0 sea próxima a 1 tesla.

En primer lugar, es necesario calcular explícitamente el valor del campo eléctrico $|E_-|$ que interviene en las ecuaciones (1.13). Introduciendo $P = 300$ kW, $\rho = 0,5\mu\Omega$ m, $A = 74$ m², $\nu = 53,2$ GHz y dos valores distintos de A_o — la superficie de pérdidas por ventanas¹ — en la ecuación (4.5), obtenemos los valores de campo que aparecen

¹La estimación del valor preciso de la superficie de pérdidas A_o es bastante difícil de realizar debido a lo complicado de la estructura del dispositivo y a que éste se encuentra rodeado de

en el cuadro 4.1. A continuación, usando estos valores en las ecuaciones (1.13), determinamos los parámetros de la interacción no lineal correspondientes a cada uno de los valores de A_0 . El cálculo de la energía de atrapamiento es especialmente delicado en el caso de TJ-II debido a lo complicado de su estructura magnética. La figura 4.2 representa el módulo del campo magnético en el eje en función del ángulo toroidal del dispositivo, a lo largo de un periodo de campo magnético, para una configuración estándar determinada. Observando la figura, supondremos, a grandes

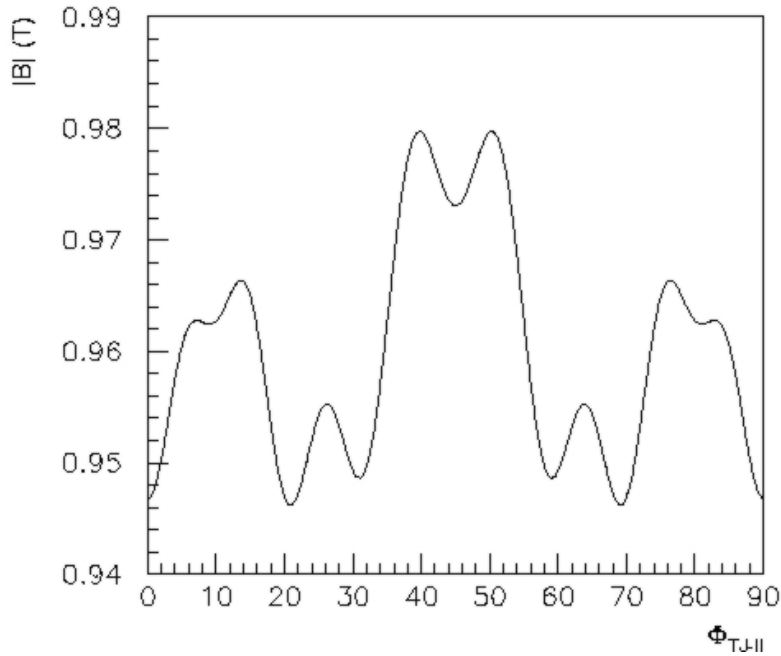


Figura 4.2: Módulo del campo magnético en el eje de TJ-II, a lo largo de un periodo de campo (90°).

rasgos, la posibilidad de tres pozos resonantes por periodo de forma que calcularemos la energía de atrapamiento mediante

$$E_{trap} \approx \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi R \omega_{var}}{3N_f} \right)^2. \quad (4.6)$$

Este cálculo presenta dos problemas fundamentales: la reducción de toda la complicada estructura magnética a únicamente el comportamiento a lo largo del eje, y la suposición de que las ecuaciones (1.13) pueden aplicarse a las resonancias en eje de

diagnósticos que dificultan el acceso a las zonas de filtrado. Los valores usados son el resultado de una combinación de medidas de las zonas accesibles y de inspecciones visuales de aquéllas que no lo son, y es razonable suponer que el valor real no difiere mucho del rango cubierto por esta estimación.

A_o (m ²)	$ E_- $ (Vm ⁻¹)	E_{var} (eV)	ω_{var} (rad s ⁻¹)	E_{trap} (eV)	E_{max} (eV)
1,0	9167	52,6	$0,43 \times 10^7$	32,5	26,3
1,5	7826	44,9	$0,37 \times 10^7$	23,7	22,5

Cuadro 4.1: Parámetros básicos de ambos modelos, obtenidos con $P = 300$ kW, $\rho = 0,5 \mu\Omega$ m, $A = 74$ m², $\nu = 53,2$ GHz y dos valores de la superficie de pérdidas por ventana.

TJ-II, despreciando las condiciones sobre el gradiente de campo para las cuales han sido obtenidas [CAR85, CAR86] y despreciando la influencia de la pequeña variación del módulo de campo que se produce en el fondo de lo que estamos considerando como un único pozo. Además, las ecuaciones (1.13) se obtienen para una sintonización precisa de la resonancia en estos pozos. Por todo lo dicho es evidente que es necesario profundizar en la influencia de la estructura magnética detallada, manteniendo la suposición de que el modelo de campo introducido para estudiar las interacciones no lineales es suficiente para dar cuenta de toda la fuente de energía. De momento, esto queda fuera de los objetivos de este trabajo, por lo que tomaremos la ecuación (4.6) como la mejor aproximación posible. Los valores de la energía de atrapamiento para los dos casos están también representados en el cuadro 4.1.

4.2.1. Resultado del modelo de tres grupos

El único resultado que se puede obtener del modelo de tres grupos es el ritmo de crecimiento inicial. Una vez calculados los parámetros fundamentales, la ecuación (2.19) proporciona la energía E_1 en función de la densidad inicial de neutros. A partir de aquí, η_1 (ec.(2.22)) y η_2 (ec. (2.23)) se obtienen de forma inmediata. Usando el valor de E_{trap} en las expresiones (2.26),(2.30), y (2.28), obtenemos ν_{fren} y ν_{trap} . Finalmente, despreciando las pérdidas de partículas, de manera que $P_{en} = P_{fren} = P_{trap} = 1$, obtenemos, a partir de la ecuación (2.15), el ritmo de crecimiento de la población de electrones en función de la presión inicial. El resultado aparece en la figura 4.3. El rango representado es aquel para el cual se supone que el encendido se produce en la escala temporal del milisegundo. En efecto, si suponemos, de manera muy aproximada, que el comportamiento de la densidad electrónica viene descrito por

$$n_e(t) \approx n_s e^{\gamma t} \quad (4.7)$$

entonces

$$t \approx \frac{1}{\gamma} \ln \frac{n_e(t)}{n_s}. \quad (4.8)$$

Para un amplio rango de densidad inicial de electrones semilla y densidades finales del orden de 10^{19} m⁻³, $\ln n_e/n_s \sim 10^1$, y por tanto, para que se produzca un encendido en un tiempo $t \sim 10^{-3}$ s, es necesario un ritmo $\gamma \sim 10^4$ s⁻¹. Los ritmos menores no están representados en la figura. Existe una presión inicial óptima p_0^{opt} ,

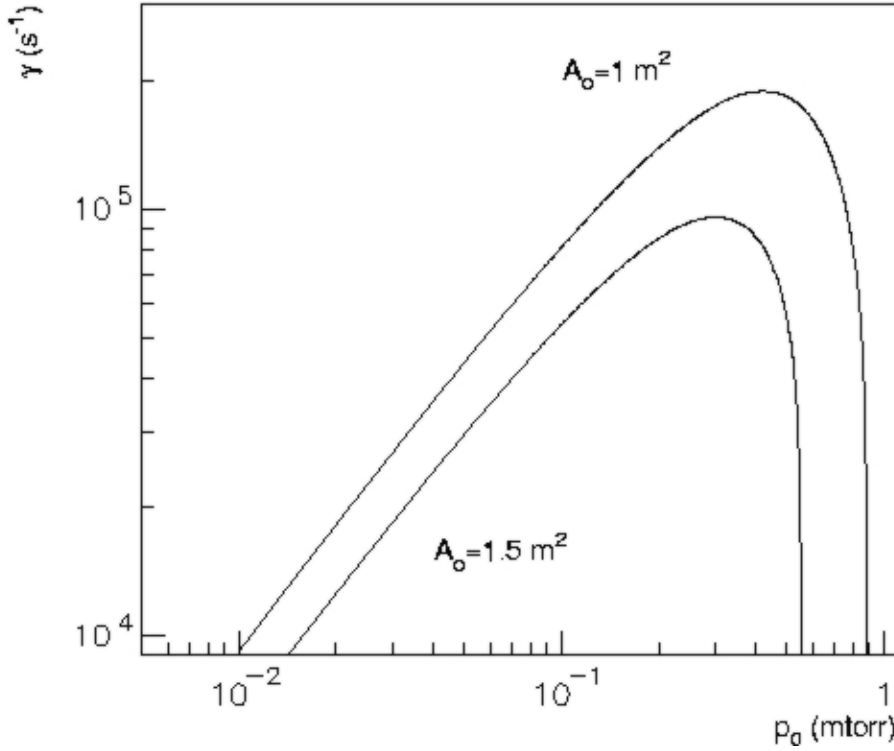


Figura 4.3: Ritmo de crecimiento de electrones en función de la presión de neutros, para los parámetros de encendido característicos de TJ-II obtenidos con 300 kW de potencia ECRH inyectada. Vemos que $p_0^{opt}(A_o = 1\text{m}^2) \approx 0,4$ mtorr y $p_0^{opt}(A_o = 1,5\text{m}^2) \approx 0,3$ mtorr.

en términos de velocidad del proceso de encendido, que surge del efecto combinado de las colisiones y la magnitud de la interacción no lineal. En efecto, una presión demasiado alta suprime, debido a las colisiones, la correlación entre los sucesivos pasos de un electrón por la resonancia, impidiéndole ganar la suficiente energía para producir ionizaciones. De la misma manera, para una presión demasiado baja, la transferencia de energía de los electrones resonantes a las moléculas neutras del gas, obviamente colisional, disminuye. Como era de esperar, el aumento de A_o , implica una intensidad menor de campo eléctrico y una disminución del ritmo de crecimiento. Usando la ecuación (4.4) obtenemos una estimación de la presión máxima de neutros para ambos valores de A_o ,

$$p_0^{max} \approx 1,3 \text{ mT para } A_o = 1 \text{ m}^2$$

$$p_0^{max} \approx 0,8 \text{ mT para } A_o = 1,5 \text{ m}^2.$$

Como puede observarse en la figura 4.3, el ritmo de crecimiento para estas presiones estaría por debajo del rango representado. De hecho, en ambos casos $E_1(p_0^{max}) < E_c = 18$ eV, y por tanto el ritmo de crecimiento no es calculable con este modelo, ya que la definición de E_3 (ec. (2.30)) deja de tener sentido.

4.2.2. Resultados del modelo de cascada

La figura 4.4 representa la evolución temporal de las densidades de las distintas especies consideradas en el modelo de cascada, para una densidad inicial de hidrógeno molecular $n_0 = 10^{12}$ cm $^{-3}$ ($p_0 = 0,03$ mtorr), una potencia $P = 300$ kW, y una superficie de pérdidas $A_o = 1$ m 2 ($|E_-| = 9167$ V/m). La discretización del espa-

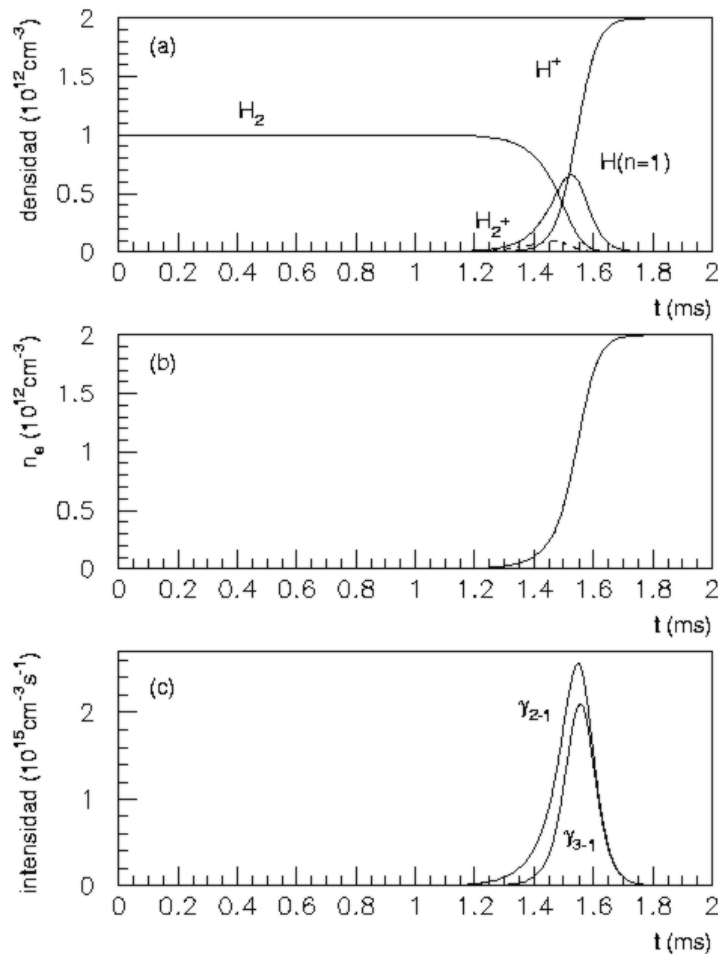


Figura 4.4: Evolución temporal de la densidad de las distintas especies incluidas en el modelo y de la intensidad de emisión de la población de hidrógeno excitado. Puede verse que $\tau_{bd} \approx 1,6$ ms.

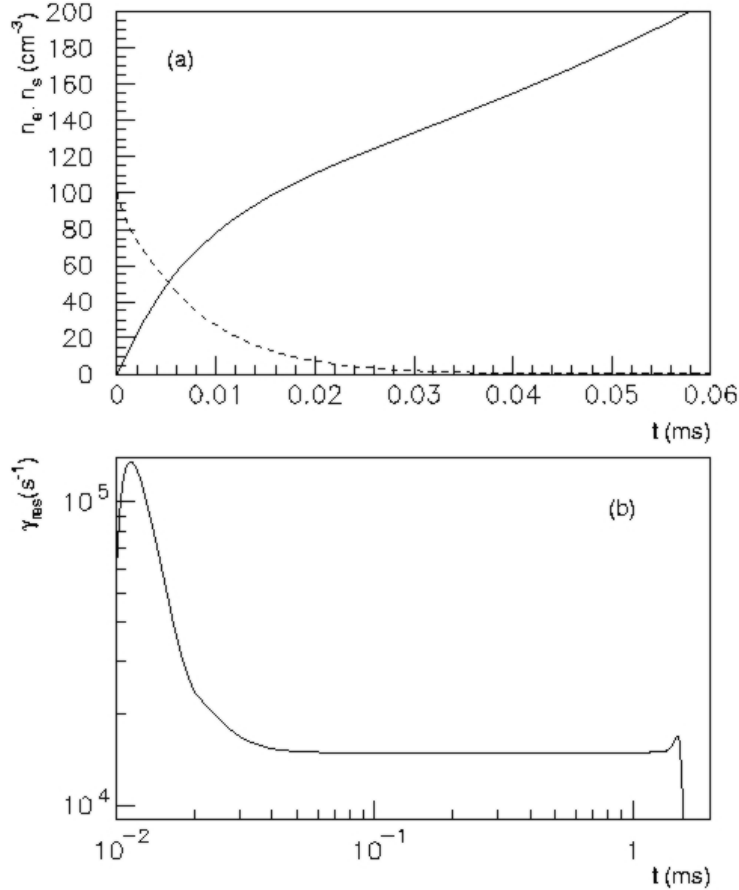


Figura 4.5: (a) Régimen transitorio producido durante el atrapamiento de la semilla (línea discontinua) y (b) ritmo de crecimiento definido mediante la ecuación (3.16). La densidad inicial de electrones semilla es $n_s = 100 \text{ cm}^{-3}$.

cio de energía se ha efectuado tomando $n_d = 30$ (a partir de aquí, el aumento del valor de n_d no produce cambios significativos en el resultado final). En este caso, hemos supuesto una densidad de electrones semilla de $n_s = 100 \text{ cm}^{-3}$. La naturaleza exponencial del proceso hace que el resultado final dependa débilmente de la cantidad de electrones libres iniciales. Definimos el tiempo de encendido τ_{bd} como aquel tiempo para el cual la intensidad de los fotones γ_{3-1} emitidos es máxima. Para estos parámetros, el modelo predice encendido alrededor de $\tau_{bd} \approx 1,6$ milisegundos. La densidad total de electrones, representada en la figura 4.4(b) se ha obtenido sumando todas las poblaciones de distinta energía (ec. (3.12)). Podemos distinguir claramente dos fases en el proceso de encendido. La primera, que en este caso se prolonga hasta $t \approx 1,2$ ms, incluye un rápido régimen transitorio, producido por el atrapamiento de la semilla electrónica, cuya duración hace que no pueda apreciarse

en la figura 4.4, por lo que aparece representado separadamente en la figura 4.5 (a). Observando las secciones eficaces de los procesos implicados (figura 3.1) podemos ver que la evolución durante esta primera fase está gobernada principalmente por la ionización directa de la molécula de hidrógeno (proceso 1) o su disociación en átomos de hidrógeno fundamental (proceso 2). La segunda fase, que comienza alrededor de $t = 1,2$ ms y termina, para esta presión inicial de neutros, con la ionización completa del gas, está caracterizada por la emisión H_α de los estados excitados del átomo de hidrógeno. El proceso dominante final es la ionización directa de éste a partir de su estado fundamental²(proceso 12). Mediando entre ambas fases se encuentran los procesos que involucran los estados vibracionales de la molécula (procesos 6, 7, 8 y 9).

La evolución temporal del ritmo de crecimiento $\gamma_c(t)$, calculado mediante la ecuación (3.16) usando la población de electrones resonantes, aparece representada en la figura 4.5 (b). Para comparar con el ritmo γ , obtenido mediante el modelo de tres grupos, evaluamos $\gamma_c(t)$ después del régimen transitorio, en $t_s \approx 0,06$ ms (ver figura 4.5(a) y (b)), cuando la contribución externa de la semilla a la población resonante ha desaparecido y el ritmo de crecimiento es equivalente al calculado con el modelo de tres grupos³. Evidentemente, en este tiempo no se ha producido una variación apreciable de la densidad de neutros, por lo que ambos ritmos pueden ser comparados.

La figura 4.6 representa $\gamma_c(t_s)(\equiv \gamma_c)$ y γ , en función de la presión inicial, para dos valores de A_o , observándose una notable diferencia entre ambos resultados (casi un orden de magnitud en el caso de $A_o = 1,5$ m²). La razón de esta discrepancia se encuentra en la forma en que cada uno de los modelos incluye la física molecular y atómica del proceso, en relación con la manera en que describen la energía de los nuevos electrones producidos. Como ya mencionamos al definir η_1 , su representación aparentemente simple no difiere demasiado de la que está incluida en el modelo de cascada, pero sólo en cuanto a la probabilidad de creación de nuevos electrones se refiere. La figura 4.7 muestra comparativamente la sección eficaz total de la molécula de hidrógeno (σ_T) junto con la sección eficaz global de ionización $\sigma_i \equiv \eta_1 \sigma_T$, usada en el modelo de tres grupos, y la suma de las secciones eficaces parciales de los procesos de colisión con H_2 que hemos incluido en el modelo de cascada (procesos 1, 2, 3, 4 y 5 según la numeración de la tabla). El comportamiento artificial del ajuste numérico usado para describir la sección eficaz del proceso 2 (ver figura 3.1) es claramente visible. A pesar de este comportamiento, ambas secciones eficaces son muy similares, no teniendo en cuenta ninguna de ellas los procesos de baja energía relacionados con los distintos tipos de excitación de la molécula. Ahora bien, la distribución de energía de los nuevos electrones producidos y la frecuencia de atrapamiento de cada una de

²Recordemos que debido a la rapidez de los ritmos de desexcitación de los estados excitados frente a los ritmos de excitación colisional, la ionización a través de sucesivas excitaciones, producida por alguna de las cadenas de sucesos $10 \rightarrow 14, 10 \rightarrow 13 \rightarrow 15$ y $11 \rightarrow 15$, no se ha tenido en cuenta.

³Durante la primera fase, y una vez transcurrido el régimen transitorio podemos calcular γ_c usando cualquier especie de población creciente: el resultado es el mismo.

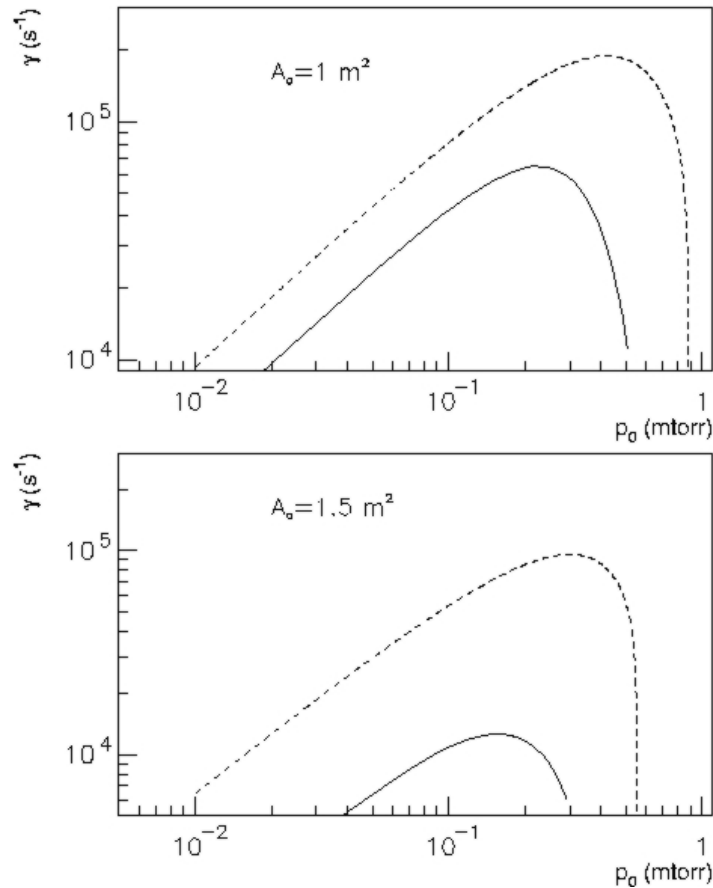


Figura 4.6: Ritmo de crecimiento γ_c calculado en el modelo de cascada (línea continua), comparado con el ritmo γ obtenido a partir del modelo de tres grupos (línea discontinua), en función de la presión inicial de hidrógeno.

las poblaciones de distinta energía se ha tenido en cuenta de manera mucho más detallada en el modelo de cascada, calculando la energía del electrón producido en cada proceso particular y permitiendo, mediante la discretización del espacio de energía, una distribución más realista de la energía de los nuevos electrones producidos. Como veremos en la sección 4.3, la comparación experimental indica un mejor acuerdo con el resultado de este último modelo.

El tiempo de encendido en función de la presión inicial p_0 está representado en la figura 4.8 para varios valores de potencia y de la superficie de pérdidas, o equivalentemente, distintas intensidades del campo eléctrico aplicado. En este rango de presión, todas las curvas muestran un comportamiento similar: el tiempo de encendido disminuye a medida que la presión aumenta. Este comportamiento, característico del rango de bajas presiones, es consistente con el incremento en el ritmo de coli-

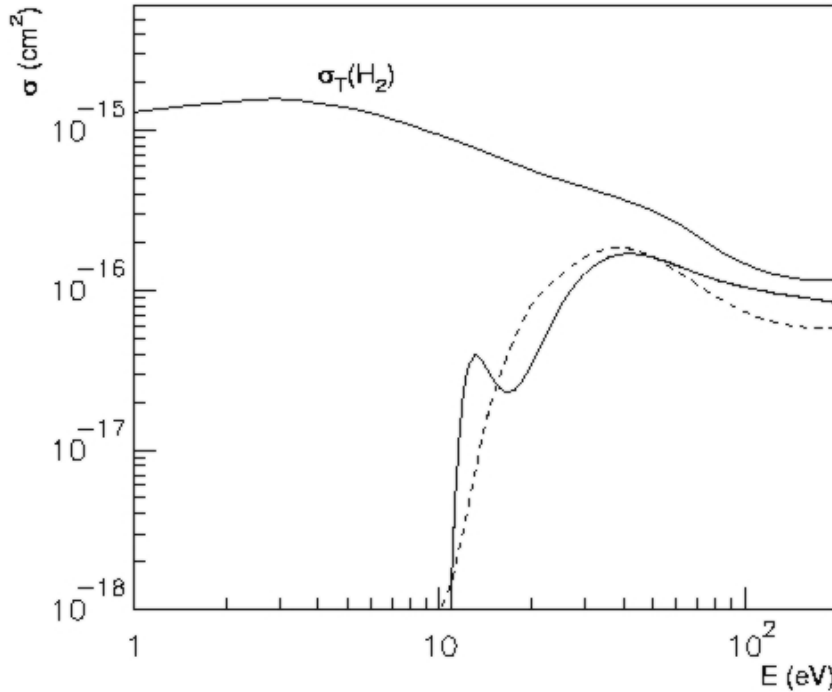


Figura 4.7: Sección eficaz global de ionización σ_i (línea de puntos) y suma de secciones eficaces parciales de los procesos 1, 2, 3, 4, y 5, comparadas con la sección eficaz total.

sión, que acelera el encendido, y ocurre siempre y cuando la energía promedio de la población de electrones resonantes no se vea afectada demasiado por el incremento de presión, o lo que es lo mismo, de la frecuencia de colisión. Más allá de una cierta presión inicial p_0^{max} , dependiente del valor del campo eléctrico, la ionización total del gas, considerando únicamente la fuente de energía no lineal, no puede producirse. De la misma forma en que definimos, acudiendo a la expresión de la energía resonante inicial (ec. (2.19)), una presión máxima de neutros, que desde el principio impedía el encendido (ver ecuaciones (4.3) y (4.4)), podemos definir también aquí p_0^{max} a partir de la ecuación (3.8), como aquel valor de p_0 que produce a tiempo τ , antes de alcanzar el encendido, una frecuencia de colisión $\nu_{col}(\tau) \approx \omega_{var}$. Aunque la presión inicial permita el comienzo de la cascada de ionización, el aumento progresivo de la frecuencia de colisión debido a la aparición de especies cargadas eléctricamente puede inhibir la interacción no lineal y eliminar la fuente de energía. Este efecto será aún mayor cuando, en el capítulo 5, incluyamos las colisiones entre electrones. El valor de p_0^{max} , obtenido mediante la combinación de las ecuaciones (4.3) y (4.4) es una cota superior; por encima de estas presiones nunca puede esperarse encendido. Por otro lado, el valor obtenido mediante la simulación de la cascada de ionización

(allí donde se cortan las gráficas de la figura 4.8), es una cota inferior (puesto que de momento no están tenidas en cuenta las colisiones e-e). Es decir, por debajo de estas presiones, únicamente con la energía suministrada por las interacciones no lineales se llega al encendido sin necesidad del aporte extra debido al calentamiento convencional. El valor teórico real de p_0^{max} se encuentra entre ambas cotas y solo la introducción del calentamiento lineal puede contribuir a despejar la incógnita, extendiendo el rango de presiones para las cuales se alcanza encendido hasta los valores determinados por (4.3) y (4.4).

Esperaremos al capítulo 5, donde se introducen las colisiones entre electrones, para analizar los resultados relativos a la evolución temporal de la función de distribución.

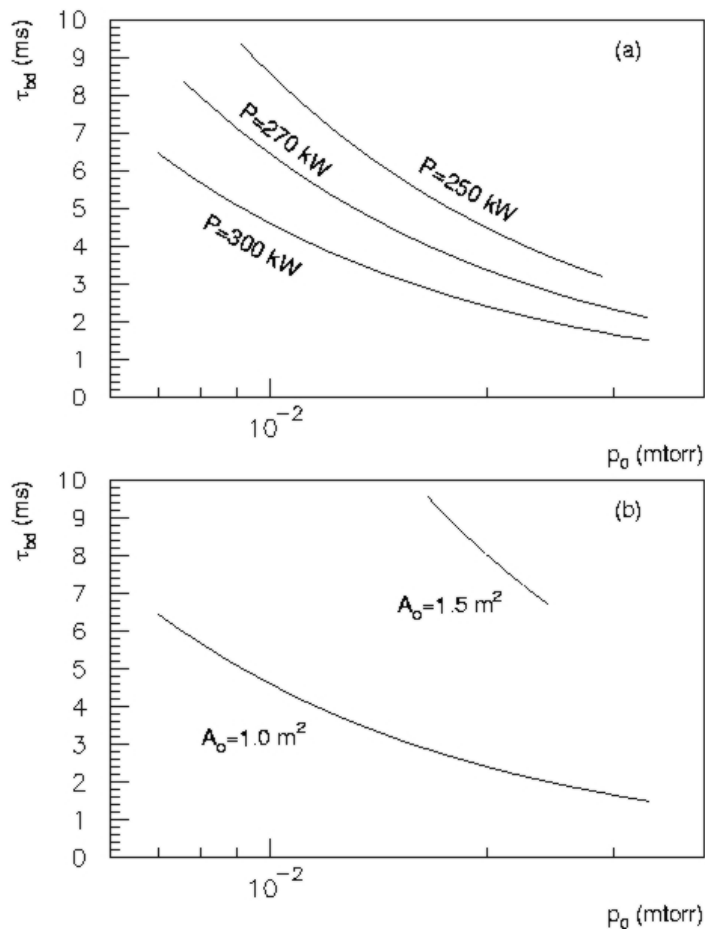


Figura 4.8: Tiempos de encendido teóricos en función de la presión inicial, para tres valores de potencia inyectada (a) y dos valores de la superficie de pérdidas (b). Las curvas se prolongan hasta las presiones para las cuales deja de alcanzarse, en la simulación, la ionización total del gas.

4.3. Resultados experimentales y comparación entre las predicciones de ambos modelos

No se han realizado hasta el momento experimentos sistemáticos dedicados al encendido de plasmas de hidrógeno en TJ-II, y los datos que usaremos en esta sección han sido tomados en experimentos no relacionados con el encendido. Aún así, eligiendo descargas para las cuales las condiciones iniciales no consideradas en el modelo sean lo más parecidas posible — que tengan el mismo acondicionamiento de pared o que no se produzcan rayos X — y en las cuales únicamente varía la presión inicial, podemos establecer una comparación entre lo que predicen ambos modelos en lo referente al ritmo de crecimiento. En particular, la presencia de rayos X indica una fuente adicional de energía, no tenida en cuenta en el modelo, y produce un encendido mixto ECRH-OH. Los rayos X se producen por la aceleración de los electrones libres durante la subida de los campos magnéticos y pueden ser especialmente intensos. En general, basta con introducir gas durante la rampa de subida para frenar los electrones y evitar la aparición de radiación X. Todos los datos utilizados han sido obtenidos con la misma potencia ECRH inyectada. La configuración de lanzamiento del haz de microondas [CAP99], inyectado perpendicularmente al eje magnético ($N_{\parallel} \approx 0$), tampoco varía. Se ha medido también el tiempo de encendido τ_{bd} , aunque como veremos, y a pesar del aparente buen acuerdo experimental, debemos entender esto con precaución.

La figura 4.9 muestra el comienzo de una descarga típica en TJ-II ($P \approx 300$ kW, $p_0 \approx 0,008$ mtorr), donde podemos ver la evolución temporal de las magnitudes que usaremos para la determinación experimental del ritmo de crecimiento γ_{exp} y del tiempo de encendido τ_{bd} . Éstas son: la densidad de línea electrónica, medida mediante un interferómetro de detección heterodina a 140 GHz, la potencia lanzada por el girotrón, medida por un diodo de microondas, y la intensidad de la emisión de la línea H_{α} (656,3 nm), medida mediante cuatro fotodiodos de silicio colocados cerca de ventanas ópticas y distribuidos simétricamente a lo largo de TJ-II [TAF98].

Al principio de la descarga, las cuatro señales de H_{α} usadas son prácticamente indistinguibles y sólo una se ha usado en el análisis. Este hecho confirma la hipótesis que hemos planteado en el apéndice A acerca de la distribución homogénea de potencia al principio de la descarga, lo que implica un encendido simultáneo a lo largo de todo el dispositivo (todos los picos de máxima emisión H_{α} ocurren al mismo tiempo).

La figura (4.10) compara la evolución temporal, al principio de la descarga, de la intensidad de fotones γ_{3-1} obtenida en la simulación con las señales experimentales de H_{α} , para tres valores distintos de la presión inicial ($p_0 = 0,008; 0,012; 0,024$ mtorr).

Como ya dijimos al final de la sección 3.2, el sistema de ecuaciones de balance que estamos resolviendo, al ser una aproximación al planteado inicialmente, no predice de forma explícita la evolución temporal de la intensidad de fotones γ_{3-2} , que es precisamente lo que miden los detectores de H_{α} . Podemos, a pesar de todo,

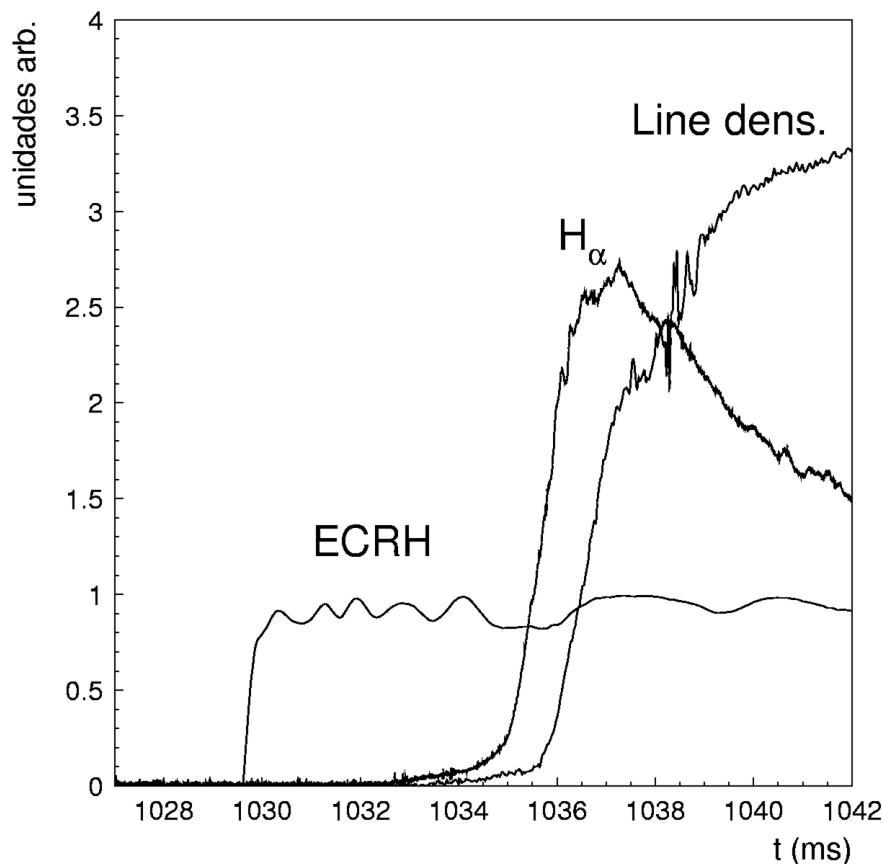


Figura 4.9: Señales correspondientes a la densidad de línea, potencia ECRH y emisión H_{α} , obtenidas en una descarga típica de TJ-II ($P \approx 300$ kW, $p_0 \approx 0,008$ mtorr). El retraso entre el comienzo del pulso del girotrón y el pico de H_{α} es τ_{bd} . En este caso $\tau_{bd} \approx 8$ ms.

usar la emisión γ_{3-1} simulada para comparar con la realidad experimental siempre y cuando no queramos comparar los valores de intensidad simulada con la intensidad medida experimentalmente, para lo cual, además, habría que calibrar cuidadosamente los detectores. De hecho, la intensidad simulada, representada en la figura 4.4(c), está sobreestimada⁴, pero esto es irrelevante para el cálculo del ritmo de crecimiento (las pendientes de las curvas en las figuras 4.10 y 4.11) y del tiempo de encendido (posición del máximo en la figura 4.4(c)), que sí admiten comparación experimental. El ritmo de crecimiento inicial experimental (γ_{exp}) se obtiene mediante un ajuste por mínimos cuadrados (ver figura 4.11) de la evolución temporal de las señales en

⁴La simulación se efectúa suponiendo que todos los átomos excitados $H(n=3)$ saltan directamente al nivel fundamental emitiendo un fotón γ_{3-1} . La población γ_{3-2} no está por tanto simulada, y la población γ_{3-1} aparece sobreestimada.

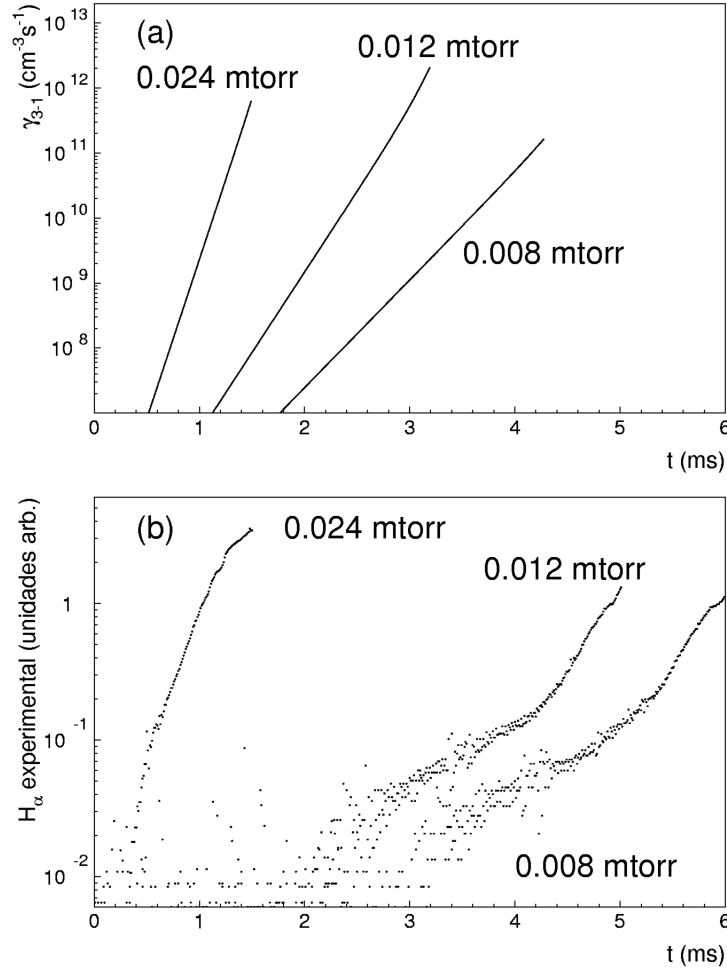


Figura 4.10: (a) Evolución temporal de la emisión simulada de fotones γ_{3-1} y (b) de la emisión H_α medida experimentalmente.

el comienzo de la descarga donde, para una relación señal-ruido suficiente, suponemos, acorde con la naturaleza del proceso, un comportamiento inicial exponencial ($I(t) = I_0 e^{\gamma_{exp} t}$). El resultado final, para las tres presiones iniciales consideradas, aparece en el cuadro 4.2. En él comparamos el ritmo de crecimiento obtenido mediante el modelo de tres grupos (γ), y el calculado mediante el modelo de cascada (γ_c), con el ritmo de crecimiento experimental. El ritmo de crecimiento experimental es menor (dentro del mismo orden de magnitud) que el calculado mediante ambos modelos, mostrando la mayor discrepancia para el caso de $p_0 = 0,012$ mtorr. Las predicciones del modelo de cascada se aproximan más a lo observado experimentalmente que las del modelo de tres grupos.

Antes de entrar a discutir estos resultados es conveniente comparar los tiempos de encendido experimentales y teóricos para distintos valores de la presión inicial. La

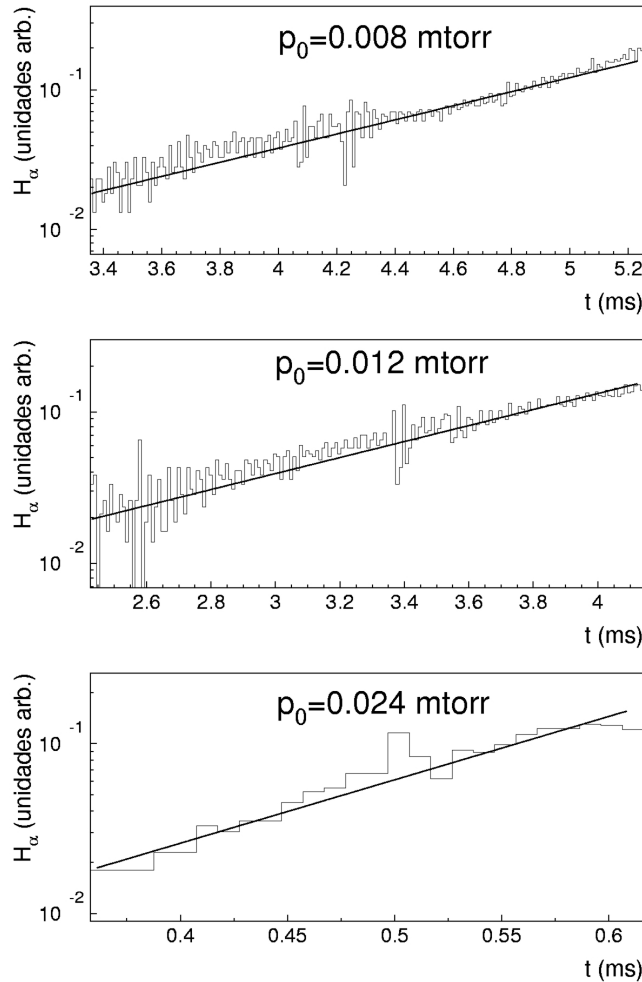


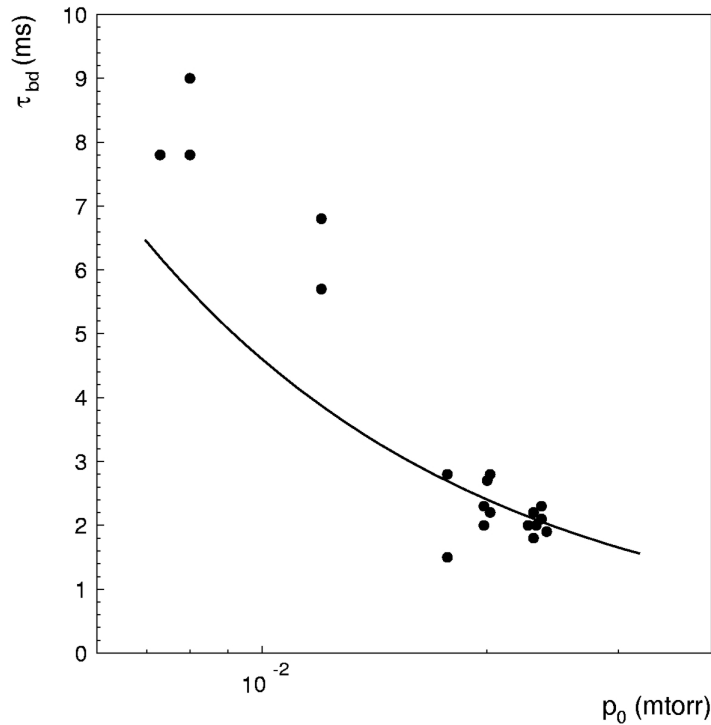
Figura 4.11: Ajuste por mínimos cuadrados de las señales de H_α en el inicio de la descarga, para tres valores de presión. El resultado, γ_{exp} , aparece en el cuadro 4.2.

figura 4.12 muestra el resultado de un barrido en densidad para una potencia constante de 300 kW, suponiendo una superficie de pérdidas también constante $A_o = 1 \text{ m}^2$. Los valores de τ_{bd} medidos se comparan con los obtenidos mediante la simulación para las mismas condiciones de potencia. El acuerdo entre los datos experimentales y los calculos téoricos es aparentemente bueno, mejor que el que obtenemos en el ritmo de crecimiento. En el caso del ritmo de crecimiento vemos que las predicciones del modelo de cascada se ajustan mejor al comportamiento real aún cuando el ritmo γ_c es mayor que el experimental. Precisamente este hecho es el que nos hace ser cautos respecto al resultado relativo al tiempo de encendido. La discrepancia que existe entre los ritmos de crecimiento puede deberse a múltiples causas. En primer lugar, como ya anunciamos en la introducción, las ecuaciones (1.13) tienen un error

p_0 (mtorr)	γ (s^{-1})	γ_c (s^{-1})	γ_{exp} (s^{-1})
0.008	$7,2 \times 10^3$	$3,9 \times 10^3$	$1,16 \times 10^3$
0.012	$1,1 \times 10^4$	$5,8 \times 10^3$	$1,22 \times 10^3$
0.024	$2,2 \times 10^4$	$1,1 \times 10^4$	$8,59 \times 10^3$

Cuadro 4.2: Ritmos teóricos de crecimiento (γ, γ_c) y ritmo experimental (γ_{exp}), en función de la presión inicial p_0 .

del orden de un 30 %, lo cual puede hacernos sobreestimar la fuente de energía. Además, el ritmo al cual los electrones fríos quedan atrapados en las zonas de interacción no lineal es fundamental para determinar la potencia que está absorbiendo el sistema, lo cual, dado un cierto valor de E_{var} , es equivalente a la determinación de $\nu_{trap}(E_l)$. En segundo lugar, la energía perdida en los procesos de excitación de la molécula, que no se han considerado, puede también tener consecuencias, más aún si la energía resonante es menor de lo que hemos supuesto, ya que dichos procesos serían cada vez menos despreciables. Ambos efectos combinados pueden producir una considerable reducción del ritmo inicial de crecimiento. Además, la presencia de



otras especies del plasma (O, C, N, etc.) que son un sumidero añadido de energía, puede también frenar el encendido. El buen acuerdo de los tiempos de encendido puede producirse porque, en condiciones reales, el menor ritmo inicial experimental, que produciría un tiempo de encendido mayor, es compensado por la contribución al encendido del calentamiento cuasilineal. Queda claro que para poder validar el modelo es necesario un estudio experimental detallado del encendido en TJ-II. Un estudio completo implicaría comprobar en la medida de lo posible el comportamiento real del encendido del plasma variando todos los parámetros que juegan algún papel en el modelo, es decir la potencia inyectada (P), la superficie de pérdidas (A_o), y la densidad inicial (n_0). Aunque pensamos que el valor de A_o usado en estas últimas simulaciones ($A_o = 1 \text{ m}^2$) está cerca del valor real, podemos ver en la figura 4.6 que el ritmo de crecimiento obtenido usando $A_o = 1,5 \text{ m}^2$ — lo que consideramos una cota máxima — es bastante inferior. Por tanto, la discrepancia entre los ritmos γ_c y γ_{exp} podría también deberse a una subestimación del área A_o .

Otro factor de consecuencias claras en el encendido en segundo en armónico es la estructura de campo magnético. Los experimentos hechos en HSX [RAD02], Heliotron J y L-2M, demuestran una dependencia clara de las propiedades del encendido en función de la topología magnética del dispositivo.

Capítulo 5

Colisiones electrón-electrón

Hasta ahora, en el estudio que se ha hecho del proceso de encendido, no se ha incluido el efecto de las colisiones electrón-electrón. En principio, es razonable suponer que los resultados obtenidos en relación con el tiempo de encendido (τ_{bd}) y el ritmo de crecimiento inicial de la descarga (γ_c) no van a verse afectados de manera drástica por la inclusión de estos procesos en el modelo. En efecto, éstos sólo contribuirán de manera apreciable allí donde la densidad electrónica empieza a ser lo suficientemente elevada, hacia la parte final del encendido, de manera que γ_c no va a modificarse en absoluto, y τ_{bd} sólo sufrirá una ligera variación.

Sin embargo, como ya dijimos al introducir el modelo, la evolución temporal de la función de distribución de energía electrónica también es un resultado de éste y, como veremos a continuación, no podemos esperar una evolución mínimamente realista de esta función si no incluimos el flujo de electrones en el espacio de energía debido a las colisiones entre ellos. Además, es importante tener una noción lo más exacta posible de las características de la función de distribución durante y después del proceso de encendido, ya que las propiedades de absorción de microondas descritas en el marco de la teoría cuasilineal dependen fuertemente de las derivadas de dicha función en el espacio de momentos. La introducción de los procesos de colisión entre electrones nos va a permitir comprobar la hipótesis que habitualmente se plantea en los cálculos cuasilineales, consistente en suponer que la función que surge del encendido es Maxwelliana.

5.1. Evolución no colisional

La figura 5.1 representa, en $t = 1,28$ ms, la función de distribución de energía normalizada obtenida mediante el modelo sin colisiones entre electrones, para la misma potencia y las mismas condiciones iniciales que fueron usadas en el caso ilustrado en la figura 4.4. La representación discreta, resultado directo de la simulación, puede suavizarse suponiendo que los electrones se distribuyen de forma gaussiana dentro de cada zona de energía distinta. Usaremos este suavizado, que permite apreciar

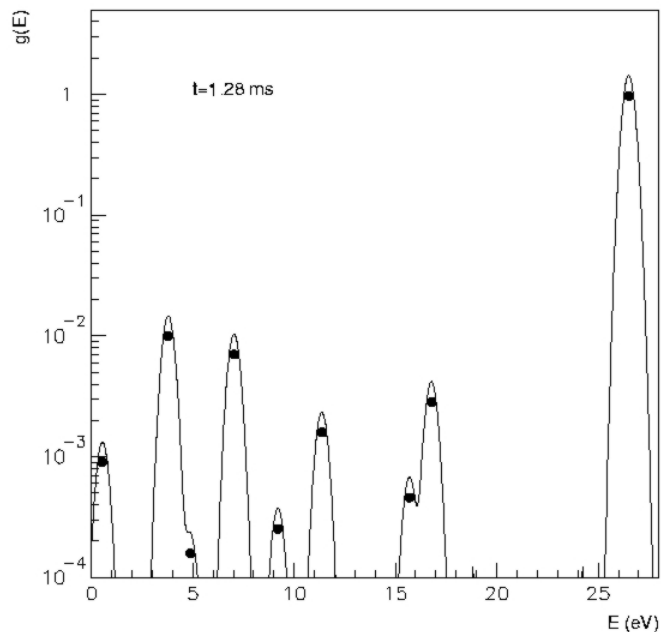


Figura 5.1: Función de distribución de energía discreta normalizada (●) y la misma función suavizada mediante Gaussianas en $t = 1,28$ ms.

mejor la estructura de la función, para representar la evolución completa de ésta a lo largo de todo el proceso.

La figura 5.2 muestra dicha evolución desde $t = 1$ ms hasta $t = 2$ ms. El intervalo de tiempo que corresponde a la primera fase del proceso (ver discusión en el capítulo 3) no está incluido. En efecto, una vez transcurrido el régimen transitorio (desde $t = 0$ a $t \approx 0,06$ ms, como puede verse en la figura 4.5), la estructura de la función permanece inalterada hasta $t \approx 1,2$ ms. Esta estructura está determinada por la energía de los electrones salientes en los procesos 1, 2, 3, 4 y 5 (ver cuadro 3.1) y por el valor de la energía promedio de los electrones resonantes. De hecho, éstos forman el grueso de la función de distribución, debido a que en las condiciones de la simulación, la energía máxima es siempre inferior a la energía de atrapamiento, y por tanto todos los electrones que surgen de una colisión quedarán atrapados en su primer paso por alguna zona resonante. A lo largo de la evolución distintos procesos van entrando en juego, produciendo el cambio de estructura observado en la figura. Después del encendido ($\tau_{bd} \approx 1,6$ ms), a medida que desaparecen completamente las poblaciones de H_2 , H_2^+ y H , la función deja de evolucionar al no estar considerados procesos que puedan alterarla¹. Es evidente que a medida que progresa la ionización

¹El efecto de las colisiones con H^+ se tiene en cuenta en el cálculo de la energía resonante como

y crece la densidad electrónica (ver figura 4.4) el resultado va siendo cada vez más artificial. Por todo lo dicho, se hace necesario introducir en el modelo las colisiones entre electrones.

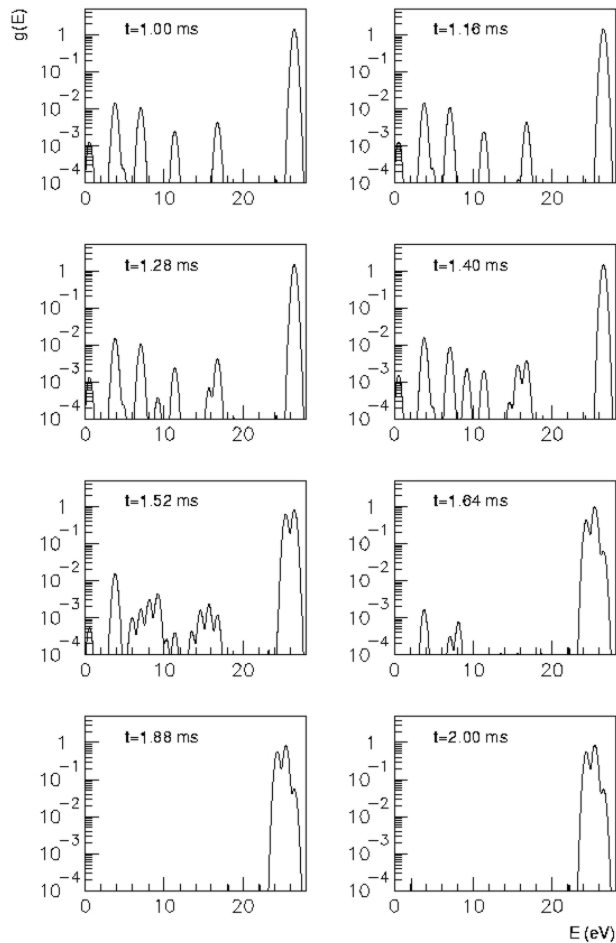


Figura 5.2: Evolución temporal de la función de distribución de energía obtenida sin incluir los procesos de colisión entre electrones. El encendido tiene lugar alrededor de 1,6 ms.

causa de descorrelación, pero no aparece como proceso en el cuadro 3.1, ya que suponemos que no produce cambio de energía. Además, para las energías resonantes obtenidas, la sección eficaz de recombinación radiativa es despreciable.

5.2. Operador de colisiones

El flujo de electrones entre las distintas zonas del espacio de energía, debido a las colisiones entre ellos, puede ser obtenido acudiendo a la ecuación de Fokker–Planck [ALL54, BRO56, ALL56, FER00], y su expresión es:

$$G_{ee}(u) = -2\nu_{ee}u^{3/2} \left[I(u)f(u) + J(u)\frac{df}{du}(u) \right] \quad (5.1)$$

donde $u = \frac{1}{2}mv^2$ es la energía, v la velocidad y

$$I(u) = \int_0^u f(u) u^{1/2} du \quad (5.2)$$

$$J(u) = \frac{2}{3} \left(\int_0^u f(u) u^{3/2} du + u^{3/2} \int_u^\infty f(u) du \right) \quad (5.3)$$

$$\nu_{ee}(u) = 4\pi \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m} \right)^2 \frac{\ln \Lambda}{v^3} n_e = \underbrace{\frac{e^4}{8\pi(2m)^{1/2}\epsilon_0^2}}_C \frac{n_e \ln \Lambda}{u^{3/2}} \quad (5.4)$$

siendo ν_{ee} la frecuencia de colisión de un electrón con energía u con el resto de electrones del plasma. Tomaremos también $\ln \Lambda = 20$, de manera consistente con los cálculos de las frecuencias de colisión con el resto de las especies que discutimos en el capítulo 3. La función $f(u)$ se obtiene dividiendo por $u^{1/2}$ la función de distribución de energía normalizada $g(u)$, de forma que

$$\int_0^\infty g(u) du = \int_0^\infty f(u)u^{1/2} du = 1. \quad (5.5)$$

La expresión de G_{ee} consta de dos términos: uno convectivo, proporcional a la función de distribución, que corresponde al movimiento determinista microscópico de las partículas y da cuenta de la fricción que sufre un electrón al colisionar con el resto, y otro difusivo, proporcional a su derivada, que corresponde al movimiento estocástico y describe la difusión en el espacio de energía. La ecuación de evolución mediante colisiones e–e de la función $g(u)$ es,

$$\boxed{\frac{\partial g}{\partial t}(u) = -\frac{dG_{ee}}{du}} \quad (5.6)$$

en cuya resolución usaremos la expresión explícita de la derivada de G_{ee} , que se obtiene derivando directamente² la ecuación (5.1) respecto a la energía u . De esta manera la ecuación de evolución es

$$\frac{\partial g}{\partial t}(u) = 2\nu_{ee}u^{3/2} \left[u^{1/2}f^2(u) + \frac{df}{du} \left(I(u) + u^{1/2} \int_u^\infty f(u) du \right) + \frac{d^2f}{du^2} J(u) \right] \quad (5.7)$$

²Una ventaja de tomar el logaritmo de Coulomb constante es la de eliminar la dependencia del producto $\nu_{ee}u^{3/2}$ en la energía.

Éste es el término $[\cdot]_{col}$ de la ecuación (1.15).

Antes de plantearnos la introducción de este operador en el modelo, resulta muy instructivo aplicarlo a una función prueba cualquiera y comprobar la evolución de esta función hacia la distribución Maxwelliana³. Tomaremos como función prueba una combinación de tres funciones Gaussianas, desplazadas una respecto a la otra, cuyo aspecto pretende simular la función de distribución que hemos obtenido del modelo (ver figura 5.2). La figura 5.3 muestra la función de distribución prueba

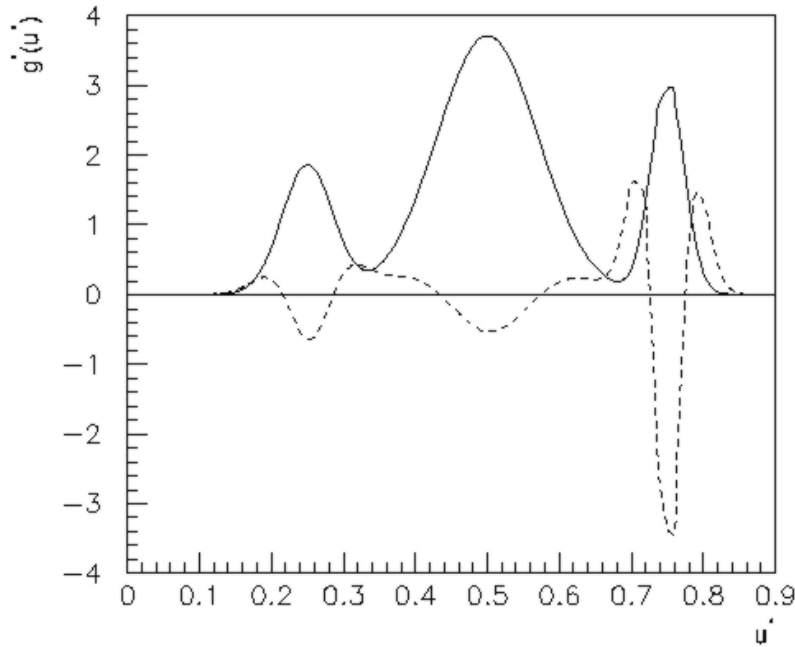


Figura 5.3: Función prueba inicial $g^*(t^* = 0)$ (trazo continuo) y operador de colisiones asociado $-dG_{ee}^*/du^*$ (trazo discontinuo) en función de la energía u^* . Todas las magnitudes son adimensionales.

elegida (normalizada) y el operador de colisiones asociado, en función de la energía adimensional $u^* \equiv u/u_p$, siendo u_p un valor arbitrario de energía. Ambas funciones se representan también sin dimensiones. La elección de variables adimensionales⁴ facilita el cálculo, su interpretación, y su extrapolación a distintas condiciones de densidad y distintos rangos de energía. La forma precisa de la función prueba no es relevante, ya que sólo intentamos hacernos una idea del efecto del operador y de la escala temporal en la que actúa. La figura 5.4 representa de nuevo la función prueba

³Se comprueba fácilmente, que en el caso de una distribución Maxwelliana, el flujo G_{ee} es idénticamente nulo.

⁴Puesto que $u^* \equiv u/u_p$, $f^*(u^*) \equiv u_p^{3/2} f(u)$, $G_{ee}^*(u^*) \equiv G_{ee}(u)/\nu_0$ y $t^* \equiv \nu_0 t$, siendo $\nu_0 \equiv \nu_{ee} u^{3/2} = C n_e \ln \Lambda / u_p^{3/2}$.

y la función de distribución Maxwelliana equivalente, g_m^* , también adimensional, calculada teniendo en cuenta que las colisiones e-e no cambian la energía total de la población de electrones, y que evidentemente conservan el número de partículas. Es decir,

$$\int_0^\infty g^*(u^*) du^* = \int_0^\infty g_m^*(u^*) du^* = 1 \quad (5.8)$$

y

$$\langle u^* \rangle = \int_0^\infty u^* g^*(u^*) du^* = \int_0^\infty u^* g_m^*(u^*) du^* \quad (5.9)$$

donde $\langle u^* \rangle$ es por definición la energía promedio adimensional. Estas igualdades

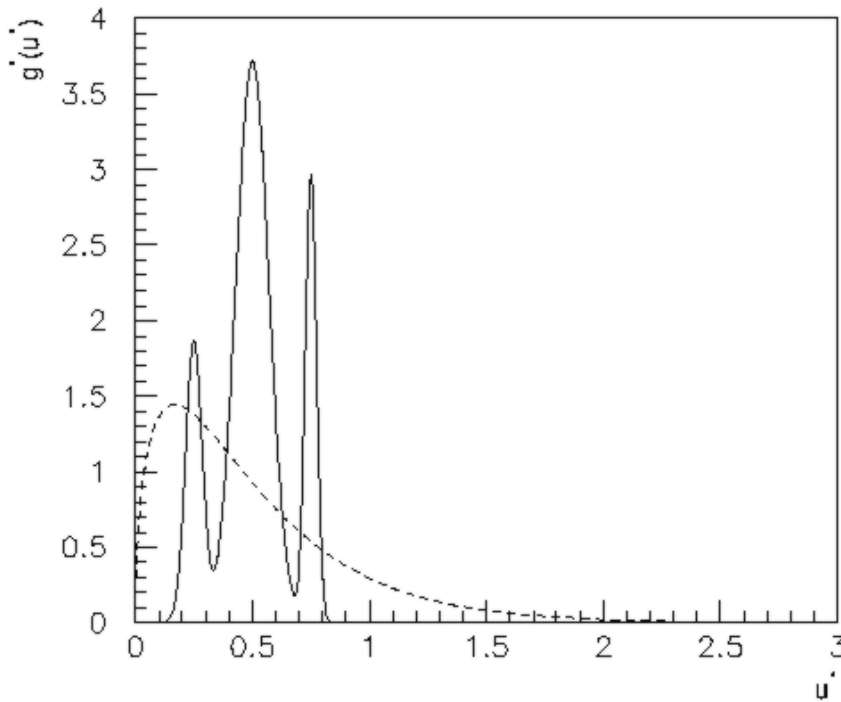


Figura 5.4: Función prueba (trazo continuo) y función Maxwelliana equivalente (trazo discontinuo) en función de la energía adimensional u^* . Ambas son adimensionales y están normalizadas a la densidad total de electrones.

conducen a la expresión de la Maxwelliana adimensional que describe el estado de equilibrio del sistema, en función de la energía promedio calculada a partir de la función prueba:

$$g_m^*(u^*) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{3}{2\langle u^* \rangle} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{u^*} \exp \left(-\frac{3}{2} \frac{u^*}{\langle u^* \rangle} \right). \quad (5.10)$$

La figura 5.5 muestra distintos instantes temporales de la evolución, determinada por la ecuación (5.6), de la función prueba g^* , comparando en cada instante la diferencia existente con la Maxwelliana final. En el ejemplo representado, el cálculo de los tiempos se ha efectuado con $u_p = 60$ eV, $n_e = 10^{19} \text{ m}^{-3}$ y $\ln \Lambda = 13$, el logaritmo de Coulomb del plasma Maxwelliano equivalente. Este es un caso bastante extremo,

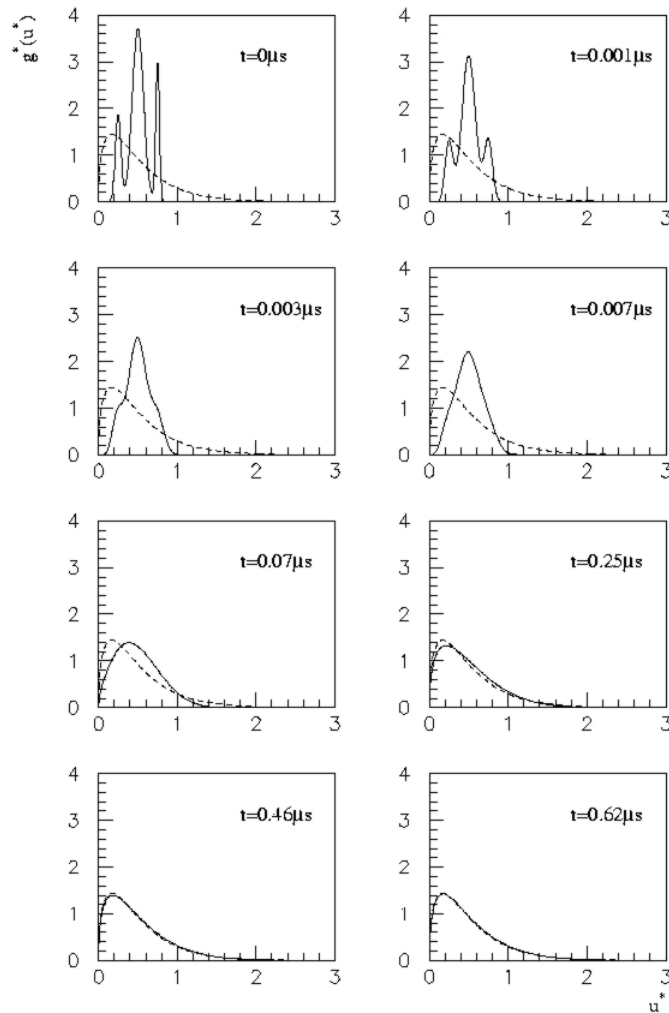


Figura 5.5: Evolución temporal de la función de distribución g^* (trazo continuo) hacia la Maxwelliana (línea de puntos), para $u_p = 60$ eV y $n_e = 10^{19} \text{ m}^{-3}$.

debido a que para estas altas densidades (en el contexto del encendido), la función prueba que hemos tomado, muy alejada del equilibrio, muestra una evolución inicial muy rápida. El resultado, en lo referente a los tiempos característicos de evolución,

para cualquier otro caso de distinta densidad, n_e , o de distinto u_p , se obtiene fácilmente del que hemos representado, teniendo en cuenta que $t = C^{-1}[u_p^{3/2}/n_e \ln \Lambda] t^*$. Para los mismos valores de u_p y de $\ln \Lambda$, basta con multiplicar los tiempos que aparecen en la figura por un factor n_e/n_e para obtener los tiempos de evolución asociados a una nueva densidad n_e .

Este ejemplo puede servirnos también para ilustrar la desviación de la definición usual de frecuencia de colisión promedio respecto al comportamiento calculado mediante G_{ee} . En efecto, lo que comúnmente se define como frecuencia de colisión promedio entre electrones,

$$\langle \nu_{ee} \rangle_M = C n_e \frac{\langle \ln \Lambda \rangle_M}{\langle u^{3/2} \rangle_M} \quad (5.11)$$

carece de significado cuando estamos tratando con funciones de distribución tan alejadas del equilibrio como puede ser la función prueba escogida, ya que dicho promedio es un promedio sobre una distribución Maxwelliana (indicado por $\langle X \rangle_M$). Existe una manera mucho más realista de definir un promedio de frecuencia de colisión electrón-electrón en las condiciones expuestas. Supongamos que definimos una función $\nu(u)$ tal que

$$\frac{\partial g}{\partial t}(u) = \nu(u)g(u) \quad (5.12)$$

y el promedio en energía de su valor absoluto

$$\nu_{eficaz} \equiv \langle |\nu| \rangle = \int_0^\infty |\nu(u)|g(u)du. \quad (5.13)$$

Teniendo en cuenta (5.12) y la ecuación de evolución (5.6) vemos que

$$\nu_{eficaz} \equiv \int_0^\infty \left| \frac{\partial g}{\partial t}(u) \right| du = \int_0^\infty \left| \frac{dG_{ee}}{du} \right| du. \quad (5.14)$$

Este resultado, que puede entenderse como una frecuencia de colisión eficaz, nos va a proporcionar una aproximación mucho más realista, respecto a la definición usual (5.11), del ritmo de las colisiones en un plasma no Maxwelliano. Es fundamental tomar el valor absoluto en el promedio para tener en cuenta por igual las colisiones que en una zona del espacio de energía hacen aparecer partículas ($\nu(u) > 0$) y que en otras hacen que desaparezcan ($\nu(u) < 0$). Esta definición será tanto más válida cuanto más lejos estemos del equilibrio, y dejará de tener sentido al acercarnos hacia la distribución Maxwelliana, para la cual $\langle |\nu| \rangle = 0$, ya que en este caso, como puede comprobarse fácilmente, el flujo G_{ee} es nulo. La figura 5.6 representa la evolución temporal de la frecuencia de colisión eficaz junto con la frecuencia calculada según la definición usual para los mismos valores de n_e y u_p usados con anterioridad.

5.3. Aplicación al modelo de cascada

Introduzcamos ahora el operador de colisiones descrito en la sección anterior en el modelo de cascada. Para hacerlo, es necesario suavizar la función de distribución

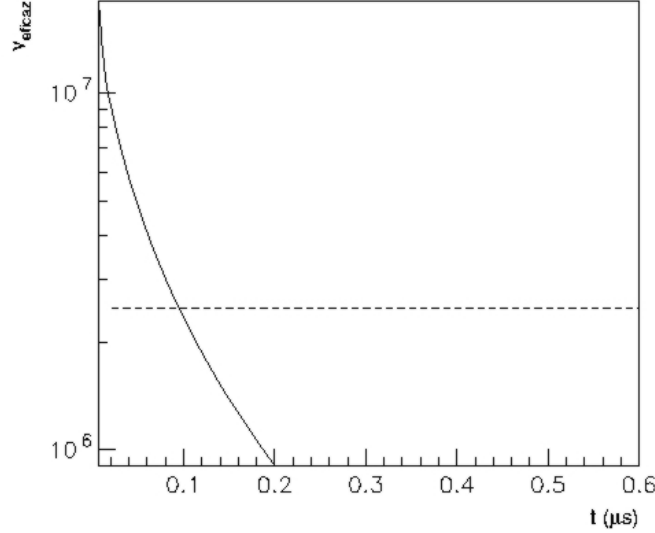


Figura 5.6: Evolución temporal de la frecuencia de colisión eficaz, definida por la ecuación (5.14) (línea continua) comparada con la definición usual de la frecuencia de colisión promedio para un plasma Maxwelliano (línea discontinua).

discreta inherente al modelo. Dependiendo del instante considerado, aplicaremos un suavizado distinto; mediante Gaussianas al principio, y usando una interpolación cúbica mejorada desde el momento en que todas las zonas discretas del espacio de energías estén suficientemente pobladas. En cada momento de la evolución, aplicando el operador de colisiones sobre la función de distribución suavizada $g_s(E, t)$, obtenemos una nueva función de distribución, $g_s^{\text{col}}(E, t + \Delta t)$, que representa la evolución de g_s únicamente por colisiones entre electrones. La introducción de este efecto en el modelo se hace definiendo un ritmo de aparición ($\gamma_{k,a}^{\text{col}}(t)$) o de desaparición ($\gamma_{k,d}^{\text{col}}(t)$) de partículas, para cada una de las zonas de energía, que puede ser introducido sin más en las ecuaciones de balance (3.3) considerando, según la notación dada por (3.1), los procesos simples

$$0 \xrightarrow{\gamma_{k,a}^{\text{col}}} e_k \quad (5.15)$$

$$e_k \xrightarrow{\gamma_{k,d}^{\text{col}}} 0. \quad (5.16)$$

Tras la aplicación del operador de colisiones a $g_s(E, t)$, podemos definir una nueva densidad de electrones en cada zona k , $n_k^{\text{col}}(t + \Delta t)$, mediante

$$n_k^{\text{col}}(t + \Delta t) = n_e(t) \int_{E_k^{\text{inf}}}^{E_k^{\text{sup}}} g_s^{\text{col}}(E, t + \Delta t) dE \quad (5.17)$$

donde $E_k^{\text{inf}} \equiv E_k - \Delta E/2$, $E_k^{\text{sup}} \equiv E_k + \Delta E/2$ y $n_e(t) \equiv \sum_{k=1}^{n_z} n_k$ ($n_k \equiv n_e(k)$) es la

densidad total. La variación de densidad debida a las colisiones es por tanto

$$\Delta n_k^{col}(t) = n_k^{col}(t + \Delta t) - n_k(t) \quad (5.18)$$

donde también $n_k(t)$ se define integrando la función suavizada obtenida antes de la aplicación del operador

$$n_k(t) = n_e(t) \int_{E_k^{inf}}^{E_k^{sup}} g_s(E, t) dE. \quad (5.19)$$

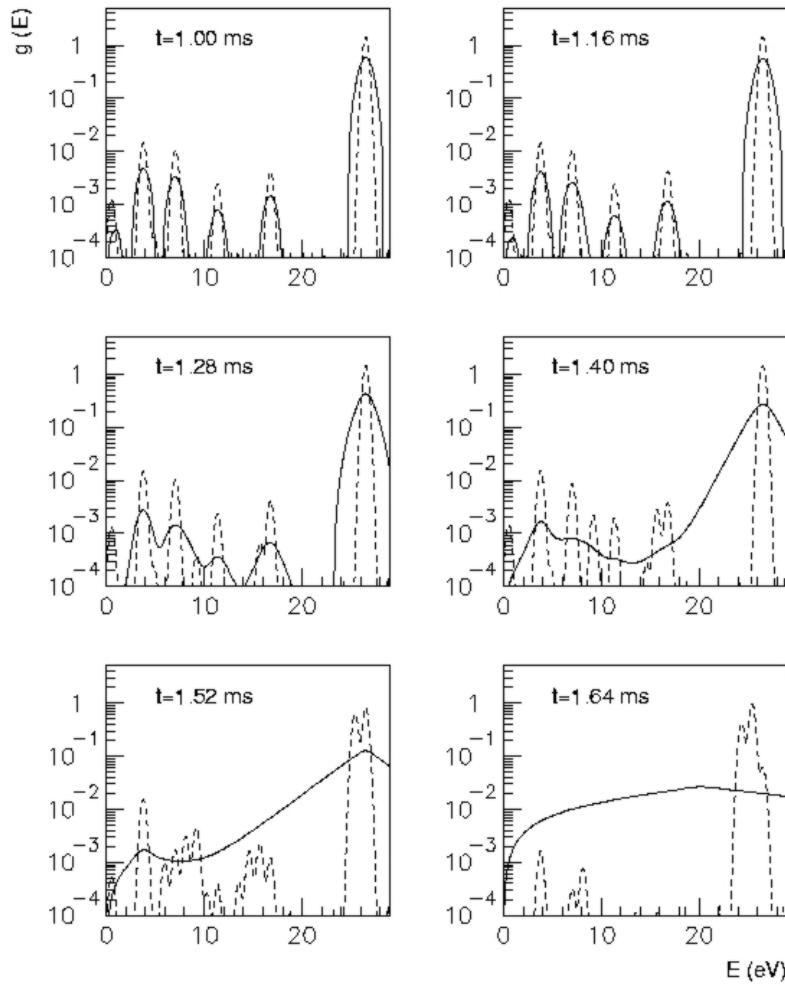


Figura 5.7: Evolución de la función de distribución durante el encendido calculada con colisiones e-e (trazo continuo) y sin ellas (trazo discontinuo), representada en el rango de energía relevante para el caso sin colisiones.

De esta manera, los ritmos de aparición ($\Delta n_k^{col}(t) > 0$) y desaparición ($\Delta n_k^{col}(t) < 0$) de electrones son

$$\gamma_{k,a}^{col}(t) = \frac{\Delta n_k^{col}(t)}{\Delta t} \quad (5.20)$$

$$\gamma_{k,d}^{col}(t) = \frac{1}{n_k(t)} \frac{\Delta n_k^{col}(t)}{\Delta t}. \quad (5.21)$$

No hay que olvidar que es necesario redefinir la energía promedio de los electrones resonantes, añadiendo a la expresión (3.9) la frecuencia de colisión de éstos con el resto de electrones del plasma, incluyendo la propia población resonante. De esta manera

$$\nu_{col} = v_{res} \sum_i n_i \sigma_i(E_{res}) + \nu_{ee}(E_{res}) \quad (5.22)$$

donde $\nu_{ee}(E_{res})$ viene dada por (5.4). Debemos asimismo aumentar el valor de E_{max}

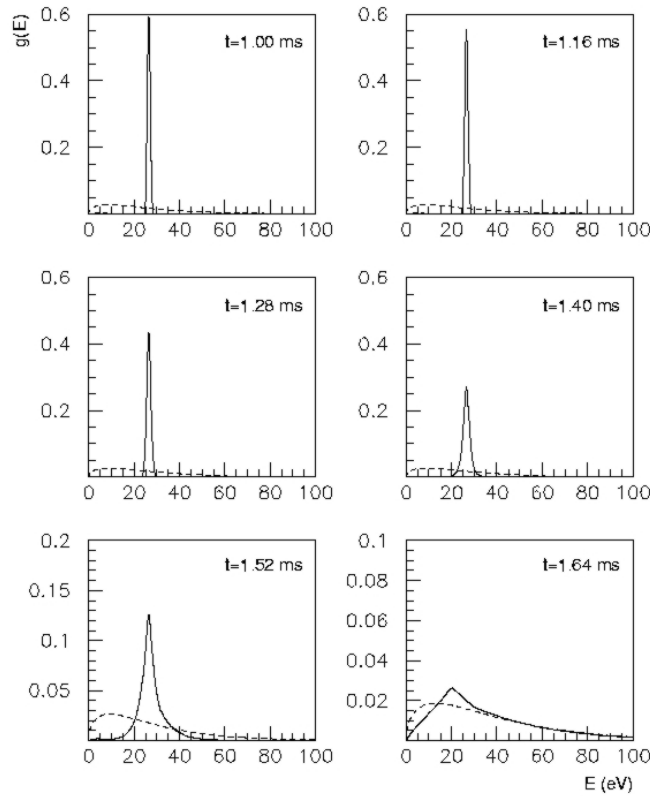


Figura 5.8: Evolución de la función de distribución (línea continua) y su Maxwelliana equivalente (línea discontinua) en todo el rango de energía.

hasta unas cuatro o cinco veces el valor de la energía resonante promedio ya que es de esperar que las colisiones e-e produzcan una población de electrones de alta energía.

El resultado de introducir los nuevos procesos de colisión e-e en el modelo aparece representado en las figuras 5.7 y 5.8. Las condiciones de densidad inicial y potencia inyectada siguen siendo las mismas ($n_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $P = 300 \text{ kW}$, $A_o = 1 \text{ m}^2$). La figura 5.7 está restringida al rango de energías relevante en el caso del modelo sin colisiones y en ella aparece comparada la evolución de la función de distribución con colisiones junto con la evolución, previamente representada en la figura 5.2, obtenida sin tener éstas en cuenta. La figura 5.8 muestra lo mismo en el rango de energías

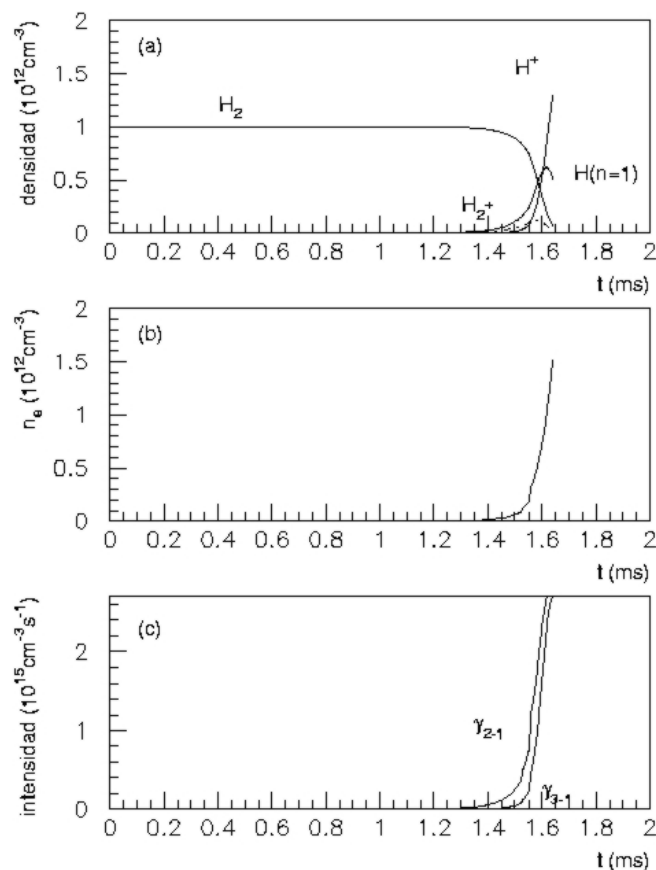


Figura 5.9: Evolución temporal de las densidades de las especies consideradas y de la emisión del hidrógeno excitado calculadas mediante el modelo con colisiones e-e.

completo usado en la simulación. Además, también aparece representada la función Maxwelliana equivalente normalizada que se obtiene en cada instante a partir del valor de la energía promedio E_p (calculada mediante la ecuación (3.13)). Como ya anticipamos, la evolución no colisional es válida mientras la densidad electrónica no

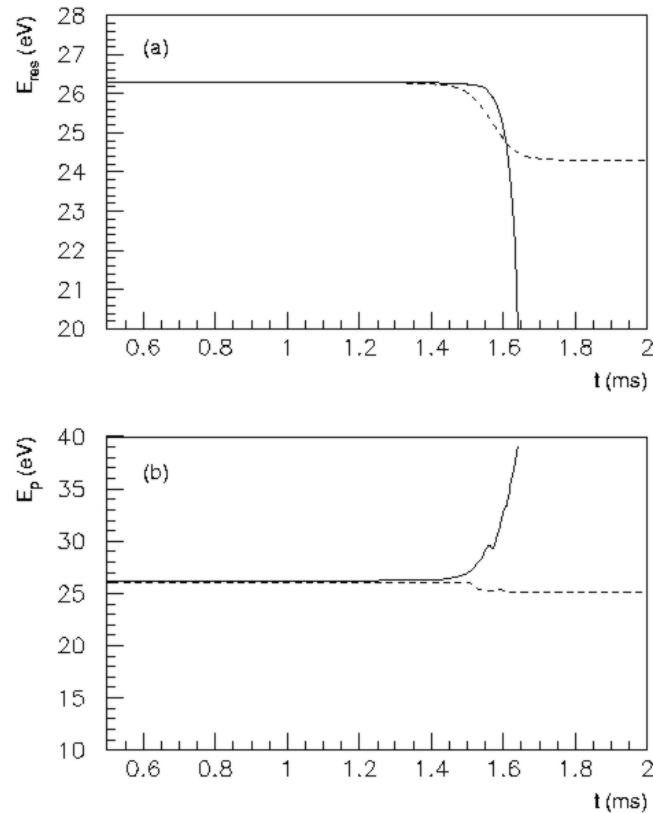


Figura 5.10: Evolución temporal de la energía resonante (a) y de la energía promedio (b). En ambas gráficas, el trazo continuo corresponde al modelo con colisiones e-e, mientras que el trazo discontinuo representa el resultado sin éstas.

sea muy alta. A medida que ésta aumenta, las colisiones entre electrones también lo hacen, produciendo una redistribución de éstos en el espacio de energía que llena los huecos (ver figura 5.7) y genera una cola que se extiende hasta unos 100 eV (ver figura 5.8). A bajas energías, la deformación de la función de distribución se mantiene mientras haya una fuente de energía no lineal. En cuanto ésta se corta, la función alcanza rápidamente el equilibrio. Ésto, que no está explícitamente representado en la figura 5.8, debido a que cortamos la simulación cuando se inhibe la interacción no lineal, se infiere sin mayores problemas de la evolución de la función prueba representada en la figura 5.5 que, para una densidad parecida, muestra una rápida evolución hacia la Maxwelliana.

Podemos ver, en la figura 5.9, la nueva evolución temporal de todas las especies consideradas. Es inmediato comprobar que, como habíamos supuesto, y a pesar de la gran diferencia existente entre las funciones de distribución, el tiempo de encendido no varía sensiblemente ya que el ritmo de crecimiento inicial es el mismo, no afectando las colisiones al inicio de la descarga por ser la densidad electrónica muy

baja. Por otro lado, las trazas de la figura aparecen cortadas en 1,64 ms (también hemos optado por cortar aquí la evolución de la función de distribución que aparece en las figuras 5.7 y 5.8). En este punto la supresión, debida a las colisiones, de la correlación de los electrones resonantes con la onda, corta la fuente de energía. Como puede verse en la figura 5.10 (a), la energía resonante promedio, dada por la ecuación (3.8), (usando en ella la expresión (5.22) para calcular ν_{col}) cae de manera abrupta. Esto no significa que no vaya a producirse la ionización, simplemente indica que a partir de aquí es absolutamente necesario considerar el calentamiento cuasilineal estándar. En efecto, una consecuencia lógica de la introducción de las colisiones entre electrones que confirma esto puede verse también en la figura 5.10 (b). Cuando la fase de ionización se completa, la energía se invierte en calentar el plasma, y por tanto no podemos despreciar ya la contribución al encendido del calentamiento cuasilineal. Hasta ese momento toda la energía absorbida se invierte en ionizar, permaneciendo constante la energía media de la distribución de electrones (la “temperatura”). Este efecto es análogo a lo que se observa en las transiciones de fase: a pesar del aporte continuo de energía, hasta que la transición no se completa no aumenta la temperatura del sistema.

Capítulo 6

Conclusiones

El resultado fundamental de este trabajo es el desarrollo de un modelo de encendido mediante ECRH en segundo armónico que, dadas unas condiciones de presión inicial y potencia inyectada, reproduce la cascada de ionización del gas neutro inyectado y confirma la responsabilidad de las interacciones no lineales en la creación de un plasma de hidrógeno en un stellarator.

Con este modelo, podemos plantear un sistema no lineal de ecuaciones de balance acopladas, cuya resolución numérica, mediante un código programado expresamente al efecto, permite conocer la evolución temporal de las densidades de todas las especies implicadas.

El tratamiento analítico de las interacciones no lineales [CAR85, CAR86], producidas entre los electrones profundamente atrapados en alguno de los pozos magnéticos del dispositivo de confinamiento y una onda electromagnética propagándose a una frecuencia correspondiente a dos veces la frecuencia de Larmor, facilita el tratamiento de la fuente de energía al proporcionar, de manera aproximada, una expresión sencilla y manejable de ésta.

La discretización del espacio de energía de los electrones, y la consideración de los principales procesos de física atómica y molecular implicados, permite tener en cuenta el balance detallado de energía. Debido a que, gracias a la discretización, electrones de distinta energía son considerados como especies distintas, uno de los resultados de la simulación es la evolución de la función de distribución de energía electrónica. La introducción de los procesos de colisión entre electrones, mediante un operador obtenido a partir de la ecuación de Fokker-Planck, demuestra ser absolutamente necesaria para conseguir una evolución realista de dicha función y una descripción correcta del balance de potencia.

El cálculo del campo eléctrico inicial $|E_-|$, producido por la dispersión del haz de microondas al entrar en el interior del dispositivo, necesario para determinar los parámetros de la interacción no lineal (E_{var} y ω_{var}), es también un resultado relevante del trabajo. El método usado para su determinación es más intuitivo y mejora sustancialmente el empleado en trabajos anteriores [WHI82].

La caracterización, tanto teórica como experimental, del encendido, se hace me-

dante el ritmo de crecimiento inicial de las especies consideradas, γ_c , y el tiempo de encendido, τ_{bd} , determinado por la posición del máximo de la emisión de la línea α del espectro de emisión del hidrógeno respecto del inicio del pulso de ECRH. Ambas magnitudes son un resultado directo del modelo y pueden medirse con relativa facilidad. La comparación preliminar con la realidad experimental del stellarator TJ-II indica un acuerdo razonablemente bueno.

Contrastando los valores de γ_c con el ritmo de crecimiento calculado mediante el único modelo existente antes de la realización de esta tesis — el modelo de tres grupos [CAR87] — se observa un mejor acuerdo del resultado actual con el resultado experimental. En efecto, gracias a la inclusión de los procesos de física atómica y molecular, la energía de los nuevos electrones producidos puede tenerse en cuenta de manera más exacta que en el modelo de tres grupos. Asimismo, puesto que la densidad de potencia promedio absorbida por el sistema depende de E_k , n_k y $\nu_{trap}(E_k)$ ¹, la discretización permite describir mucho mejor el comportamiento de la fuente de potencia. No sólo se detalla el espectro energético de los electrones producidos, sino que, además, poblaciones de distinta energía contribuyen de manera distinta al balance de energía al poseer distintas frecuencias de atrapamiento.

El comportamiento del tiempo de encendido teórico en función de la presión inicial de neutros está de acuerdo con lo observado experimentalmente. Los recientes experimentos en HSX [RAD02], específicamente diseñados para investigar el encendido, demuestran esto de manera mucho más concluyente que en TJ-II.

La inclusión en el modelo de las colisiones entre electrones demuestra que, para una simulación completa del proceso de encendido, es necesario considerar el calentamiento cuasilineal. A medida que crece la densidad electrónica, la correlación entre la fase de la onda y la fase de giro de la partícula se destruye, eliminando la fuente no lineal de energía. La evolución de la energía promedio indica claramente la transición entre la fase de ionización y la fase de calentamiento. Es a partir de este punto donde no sólo el calentamiento cuasilineal deja de ser despreciable, sino que se convierte en necesario para entender el encendido.

Según los resultados de la simulación, una vez interrumpida la absorción de energía por mecanismos no lineales, el grueso de la función de distribución, cuya cola ya es maxwelliana, alcanza rápidamente el equilibrio térmico de manera que, en las condiciones tratadas, la función de distribución de energía que surge del encendido puede considerarse prácticamente maxwelliana. Este resultado es importante en el contexto de la teoría cinética. En efecto, se ha demostrado que existe un desacuerdo entre las propiedades experimentales de la absorción de microondas y las prediccio-

¹La potencia absorbida es sencillamente

$$P_{abs}(t) = \sum_{k=1}^{n_d} [E_{res}(t) - E_k] n_k(t) \nu_{trap}(E_k) \quad (6.1)$$

donde recordemos que E_{res} es la energía promedio de los electrones resonantes, n_k la densidad de electrones libres con energía E_k y $\nu_{trap}(E_k)$, su frecuencia de conversión en electrones con energía E_{res} . El índice k recorre todas las zonas con energía $E_k < E_{trap}$.

nes teóricas efectuadas mediante la óptica geométrica en plasmas cuya función se supone maxwelliana. Esta discrepancia puede ser debida a que las aproximaciones de la óptica geométrica no son válidas o a que la función de distribución del plasma no sea maxwelliana [EGU03, FER02]. Es éste un problema abierto cuya solución requerirá cálculos que usen las herramientas de la teoría cinética. En este contexto, la evolución de la función de distribución se determina suponiendo que ésta es inicialmente maxwelliana. Hasta ahora esto no estaba justificado, pero el trabajo realizado permite conocer la función de distribución que las microondas encuentran cuando el calentamiento cuasilineal en segundo armónico deja de ser despreciable. Como ya hemos dicho, ésta es prácticamente maxwelliana — hecho que hay que atribuir a la alta colisionalidad, comparada con la densidad de potencia y la fuente de partículas — y eliminamos por tanto una de las incertidumbres de los cálculos cinéticos.

El modelo necesita una extensa validación experimental que pueda arrojar algo de luz sobre sus aspectos más delicados. El problema fundamental del encendido en segundo armónico es el tratamiento de la fuente de energía y potencia en una estructura magnética tan complicada como la de un stellarator, más aún si este stellarator es TJ-II. En primer lugar, el largo cálculo detallado en las referencias [CAR85, CAR86] se centra únicamente en aquéllas interacciones que conducen, en una estructura magnética sencilla, a la máxima variación de energía, olvidándose de las demás. En segundo lugar, las variaciones introducidas por la estructura magnética real afectan no sólo al cálculo de E_{var} y ω_{var} , sino también al de la energía y la frecuencia de atrapamiento (E_{trap} y ν_{trap} respectivamente), todos ellos parámetros fundamentales de la fuente de potencia. Todo esto, más la existencia de una clara evidencia experimental de la influencia de la configuración magnética del dispositivo sobre el encendido [RAD02], indica que es necesario describir con más detalle el efecto que dicha configuración tiene sobre la caracterización de la fuente de potencia.

Otro punto delicado está relacionado con el cálculo de $|E_-|$. Las aproximaciones usadas son válidas en vacío. A medida que el plasma se crea, el valor de $|E_-|$ seguramente se modifica. Además el cálculo del campo inicial depende fuertemente de la potencia inyectada P y de la superficie de pérdidas A_o , magnitudes cuya determinación puede resultar bastante laboriosa. La evolución del campo eléctrico podría calcularse inicialmente a partir del modelo de fotones y del balance de potencia del proceso y, posteriormente, para una densidad apreciable de electrones, a partir de la relación de dispersión usual obtenida con la aproximación del plasma frío.

En lo referente a los sumideros de la energía, éstos pueden complicarse todo lo que se quiera añadiendo nuevos procesos que detallen aún más la cadena de ionización o, sobre todo, introduciendo el efecto de las impurezas (oxígeno o carbono, por ejemplo). De igual manera puede estudiarse también el encendido de plasmas de helio.

La introducción del calentamiento cuasilineal y su efecto en la redistribución de los electrones entre las zonas de distinta energía, puede efectuarse de manera análoga a la del operador de colisión a partir de una ecuación de difusión cuasilineal para la

energía.

El modelo, completado con la teoría de avalancha de Townsend y con un cálculo preciso de los procesos de pérdida de electrones², podría aplicarse al caso del encendido combinado OH-ECRH (segundo armónico) en un tokamak.

²Los procesos de pérdida no podrían despreciarse en este caso: la configuración magnética no se ha terminado de formar y el confinamiento es muy pobre.

Apéndice A

Cálculo del campo eléctrico

El campo electromagnético en el interior de la cámara de vacío, en el momento mismo de iniciar la descarga, es el producido por la dispersión aleatoria del haz de microondas entrante al reflejarse en las paredes de la cámara. Determinar las soluciones estacionarias de las ecuaciones de Maxwell para una cavidad toroidal fuertemente irregular [CAP78, CAP80, CAP81] es de por sí un trabajo arduo que además, en el caso de una cavidad con orificios, y dependiendo del tamaño y la distribución de éstos, puede conducir a resultados erróneos. El enfoque que adoptaremos aquí es más modesto y por tanto más sencillo [CAP03/2], si bien nos va a permitir tener una estimación bastante aproximada de la magnitud del campo eléctrico de la cavidad en condiciones de vacío, es decir, sin plasma. La aproximación al problema consiste en determinar la densidad de fotones monoenergéticos en el equilibrio, suponiendo que el tamaño y la distribución de los orificios en la cavidad permite alcanzar un estado de densidad de energía electromagnética homogénea. En el caso de TJ-II, esta aproximación es razonable, ya que el área de los orificios es del orden de un uno por ciento del área interna total.

La ecuación de balance que gobierna la evolución temporal del número de fotones N_γ dentro de la cavidad es

$$\frac{dN_\gamma}{dt} = \alpha_i - \alpha_v - \alpha_a \quad (\text{A.1})$$

siendo α_i la cantidad de fotones entrantes por unidad de tiempo y α_v y α_a la cantidad de fotones perdidos a través de las ventanas y absorbidos por las paredes de la cavidad respectivamente, también por unidad de tiempo. Es inmediato ver que

$$\alpha_i = \frac{P}{\hbar\omega} \quad (\text{A.2})$$

y

$$\alpha_v = n_c p_v N_\gamma \quad (\text{A.3})$$

$$\alpha_a = n_c \langle p_a \rangle N_\gamma \quad (\text{A.4})$$

siendo P la potencia total inyectada, \hbar la constante de Planck dividida por 2π , ω la frecuencia de la onda, n_c el número promedio de veces que un fotón incide

sobre la superficie de la cavidad por unidad de tiempo y, finalmente, p_v y $\langle p_a \rangle$, las probabilidades de que un fotón, en una interacción con la cavidad, pase a través de una ventana o sea absorbido por la cavidad. La probabilidad de absorción, $\langle p_a \rangle$, es un promedio sobre todas las posibles direcciones de incidencia.

En el estado estacionario, la derivada dN_γ/dt es nula y por tanto

$$\frac{P}{\hbar\omega} - n_c N_\gamma^{est} (p_v + \langle p_a \rangle) = 0 \quad (\text{A.5})$$

lo que conduce a una expresión de la energía total contenida en la cavidad

$$N_\gamma^{est} \hbar\omega = \frac{P}{n_c (p_v + \langle p_a \rangle)}. \quad (\text{A.6})$$

El cálculo del valor de n_c , sin tener en cuenta la forma precisa de la cavidad, sino únicamente una longitud típica R , es trivial. Simplemente $n_c = c/R$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Asimismo, p_v se define sencillamente mediante

$$p_v \equiv \frac{A_o}{A} \quad (\text{A.7})$$

donde A_o es el área total de los orificos y A , el área interna total, incluidos aquéllos.

Para determinar $\langle p_a \rangle$ usaremos la formulación ondulatoria clásica y calcularemos la potencia promedio que pierde una onda plana al reflejarse, con un ángulo de incidencia θ , en la superficie de un buen conductor eléctrico (ver figura A.1). Expresaremos $\langle p_a \rangle$ como el cociente entre esta potencia perdida y la potencia incidente promedio. En la figura, el vector \mathbf{n} , normal a la superficie, y el vector \mathbf{k} , definen el plano de incidencia de la onda. Este cálculo será válido cuanto más pequeña sea la longitud de onda de la radiación o más grande sea la cavidad. En otras palabras, será un cálculo válido si el tamaño de la cavidad es tal, que respecto a la escala determinada por esta longitud de onda, la superficie interna de la cavidad puede considerarse aproximadamente plana.

Como es bien sabido, los campos eléctrico y magnético, en el caso de una onda plana, pueden escribirse de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \Re [\mathbf{E} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}] \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{E} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} + \mathbf{E}^* e^{-i(\mathbf{k}^*\cdot\mathbf{r} - \omega^* t)}] \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \Re [\mathbf{H} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}] \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{H} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} + \mathbf{H}^* e^{-i(\mathbf{k}^*\cdot\mathbf{r} - \omega^* t)}] \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{H} son unas amplitudes constantes complejas. La potencia por unidad de área transportada por la onda viene dada por el vector de Poynting,

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t). \quad (\text{A.10})$$

Introduciendo (A.8) y (A.9) en (A.10), y considerando solamente el caso de \mathbf{k} y ω reales, llegamos a

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \Re [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* + (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) e^{2i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}]. \quad (\text{A.11})$$

Efectuando el promedio de (A.11) sobre un período de oscilación de la onda obtenemos la potencia promedio por unidad de área:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) dt = \frac{1}{2} \Re[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]. \quad (\text{A.12})$$

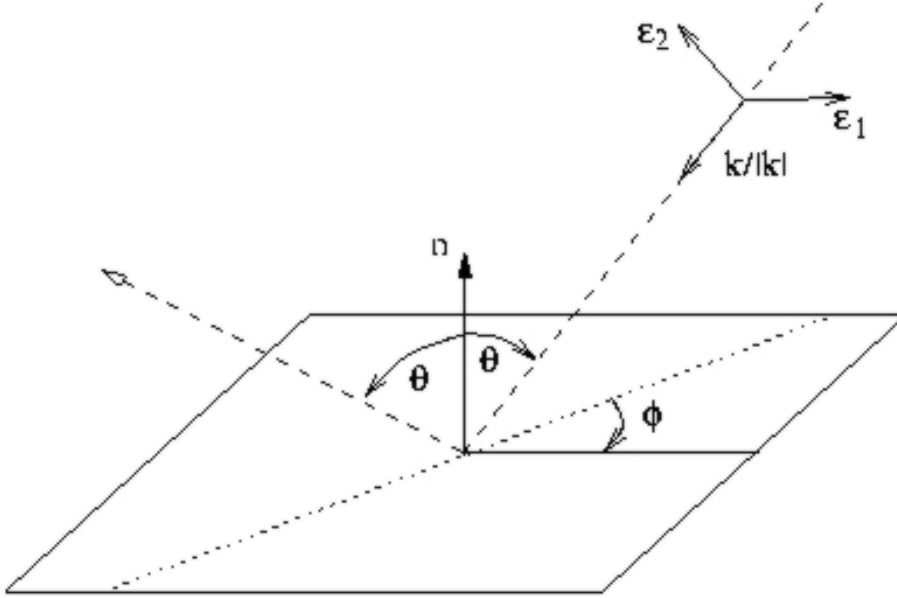


Figura A.1: Reflexión de una onda plana sobre una superficie metálica plana.

Introducimos ahora una base ortonormal formada por los vectores ϵ_1 , perpendicular al plano de incidencia, ϵ_2 , contenido en dicho plano y perpendicular a ϵ_1 y $\mathbf{k}/|\mathbf{k}|$, un vector unitario en la dirección de propagación. En esta base las amplitudes \mathbf{E} y \mathbf{H} se expresan mediante

$$\mathbf{E} = E_{\perp} \epsilon_1 + E_{\parallel} \epsilon_2 \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{H} = H_{\perp} \epsilon_1 + H_{\parallel} \epsilon_2 \quad (\text{A.14})$$

donde $\{E_{\perp}, H_{\perp}\}$ son las componentes perpendiculares y $\{E_{\parallel}, H_{\parallel}\}$ son las componentes paralelas. En función de éstas, el producto vectorial que aparece en la ecuación (A.12) se escribe

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* &= E_{\perp} H_{\parallel}^* (\epsilon_1 \times \epsilon_2) + E_{\parallel} H_{\perp}^* (\epsilon_2 \times \epsilon_1) \\ &= (E_{\perp} H_{\parallel}^* - E_{\parallel} H_{\perp}^*) \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Por otro lado, en el caso de una onda plana propagándose en el vacío, las ecuaciones de Maxwell para el rotacional de los campos, recordando que en este caso, $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ y $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ son

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} - \omega \mu_0 \mathbf{H} = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} + \omega \epsilon_0 \mathbf{E} = 0. \quad (\text{A.17})$$

Combinando ambas ecuaciones obtenemos la relación entre el número de onda $k \equiv |\mathbf{k}|$ y la frecuencia ω ,

$$k = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \omega \quad (\text{A.18})$$

que usada en (A.16) permite escribir

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \times \mathbf{E}. \quad (\text{A.19})$$

Sustituyendo en (A.19) las expresiones de \mathbf{E} y \mathbf{H} en la base $\{\epsilon_1, \epsilon_2, \mathbf{k}/|\mathbf{k}|\}$ llegamos a

$$\frac{E_{\perp}}{Z_0} = H_{\parallel} \quad (\text{A.20})$$

$$-\frac{E_{\parallel}}{Z_0} = H_{\perp} \quad (\text{A.21})$$

donde $Z_0 \equiv \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ es la impedancia del vacío. Por tanto, usando estas igualdades para eliminar el campo magnético en (A.15), obtenemos

$$\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \frac{1}{Z_0} (|E_{\perp}|^2 + |E_{\parallel}|^2) \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \quad (\text{A.22})$$

y sustituyendo el resultado en (A.12), obtenemos la potencia promedio por unidad de área que transporta la onda:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2Z_0} (|E_{\perp}|^2 + |E_{\parallel}|^2) \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \quad (\text{A.23})$$

de manera que la potencia por unidad de área que incide con ángulo θ sobre la superficie interna de la cámara es

$$P_i = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} = \frac{\cos \theta}{2Z_0} (|E_{\perp}|^2 + |E_{\parallel}|^2). \quad (\text{A.24})$$

De forma similar podemos expresar la potencia reflejada en función de las amplitudes de la onda reflejada, $E_{r\perp}$ y $E_{r\parallel}$,

$$P_r = \frac{\cos \theta}{2Z_0} (|E_{r\perp}|^2 + |E_{r\parallel}|^2). \quad (\text{A.25})$$

Estas amplitudes se relacionan con la amplitudes de la onda antes de la reflexión mediante unos coeficientes [STR41] definidos por:

$$r_{\perp}^2 \equiv \frac{|E_{r\perp}|^2}{|E_{\perp}|^2} \approx 1 - 2\sqrt{\frac{2\epsilon_0\omega}{\sigma}} \cos\theta \quad (\text{A.26})$$

$$r_{\parallel}^2 \equiv \frac{|E_{r\parallel}|^2}{|E_{\parallel}|^2} \approx 1 - 2\sqrt{\frac{2\epsilon_0\omega}{\sigma}} \frac{1}{\cos\theta} \quad (\text{A.27})$$

donde σ es la conductividad eléctrica del material. En consecuencia, la potencia por unidad de área que pierde una onda plana en la reflexión se escribe sencillamente como

$$\begin{aligned} P_p &= P_i - P_r \\ &= \frac{\cos\theta}{2Z_0} [|E_{\perp}|^2(1 - r_{\perp}^2) + |E_{\parallel}|^2(1 - r_{\parallel}^2)] \\ &= \frac{1}{Z_0} \sqrt{\frac{2\epsilon_0\omega}{\sigma}} |E|^2(1 + \cos^2\theta) \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

donde hemos supuesto que la potencia contenida en cada una de las polarizaciones es la misma; $|E_{\perp}|^2 = |E_{\parallel}|^2 = |E|^2$. A continuación, promediamos el resultado (A.28) sobre todas las posibles direcciones de incidencia de la onda sobre la superficie (ver figura A.1):

$$\begin{aligned} \langle P_p \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} P_p \sin\theta \, d\theta \, d\phi \\ &= \frac{1}{Z_0} \sqrt{\frac{2\epsilon_0\omega}{\sigma}} |E|^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos^2\theta) \sin\theta \, d\theta \\ &= \frac{4}{3Z_0} \sqrt{\frac{2\epsilon_0\omega}{\sigma}} |E|^2. \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Teniendo en cuenta que $\omega = 2\pi\nu$ y definiendo la resistividad superficial como $R_s = \sqrt{\pi\nu\mu_0}/\sigma$, la potencia perdida en promedio por una onda plana en la reflexión, por unidad de superficie, es

$$\langle P_p \rangle = \frac{8R_s|E|^2}{3Z_0^2}. \quad (\text{A.30})$$

De la misma manera, a partir de (A.24) la potencia incidente promediada a todas las direcciones puede escribirse como

$$\begin{aligned} \langle P_i \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} P_i \sin\theta \, d\theta \, d\phi \\ &= \frac{|E|^2}{Z_0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \sin\theta \, d\theta \\ &= \frac{|E|^2}{2Z_0}. \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Finalmente, la probabilidad promedio de absorción de un fotón incidente sobre la superficie es

$$\langle p_a \rangle = \frac{\langle P_p \rangle}{\langle P_i \rangle} = \frac{16R_s}{3Z_0}. \quad (\text{A.32})$$

Introduciendo los valores de n_c , p_v y $\langle p_a \rangle$ en la ecuación (A.6) llegamos a

$$N_\gamma^{est} \hbar \omega = \frac{P}{\frac{c}{R} \left(\frac{A_o}{A} + \frac{16R_s}{3Z_0} \right)} \quad (\text{A.33})$$

$$= \frac{P}{\frac{c}{RA} \left(A_o + \frac{16R_s}{3Z_0} A \right)}. \quad (\text{A.34})$$

Teniendo en cuenta que $RA \approx V$, siendo V el volumen de la cavidad, la ecuación se convierte en

$$u^{est} c = \frac{P}{\left(A_o + \frac{16R_s}{3Z_0} A \right)} \quad (\text{A.35})$$

donde $u^{est} = N_\gamma^{est} \hbar \omega / V$ es la densidad de energía en el estado estacionario.

Por otro lado, para una onda plana, la relación entre la densidad de energía transportada por la onda, u , y el campo eléctrico total asociado, E_0 , es [JAC99]

$$u = \frac{\epsilon_0}{2} |E_0|^2 \quad (\text{A.36})$$

Usando esta expresión y recordando que $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, definimos el campo eléctrico total en una polarización, suponiendo, como antes, que hay la misma potencia en cada una de las polarizaciones:

$$|E_\pm|^2 = \frac{|E_0^{est}|^2}{2} = Z_0 \frac{P}{\left(A_o + \frac{16R_s}{3Z_0} A \right)}. \quad (\text{A.37})$$

De esta manera, estamos suponiendo que toda la densidad de energía electromagnética contenida en la cavidad está en forma de onda plana. Sustituyendo Z_0 por su valor ($Z_0 \approx 377\Omega$), el campo eléctrico final en cualquiera de las dos polarizaciones viene dado por

$$|E_\pm| \approx 19,4 \left(\frac{P}{A_o + 9 \times 10^{-4} \sqrt{\nu \rho} A} \right)^{1/2} \text{ V m}^{-1} \quad (\text{A.38})$$

En la ecuación (A.38), la frecuencia de la onda, ν , se debe introducir en GHz, y la resistividad, $\rho \equiv \sigma^{-1}$, debe tomarse en $\mu\Omega\text{m}$. En lo que al encendido en segundo armónico se refiere, $|E_-|$ es un parámetro fundamental de la cavidad, quizá el más importante. En consecuencia, según el resultado de la expresión (A.38), la eficiencia del proceso de encendido dependerá fuertemente de A_o y, por supuesto, de P . El área total A no es tan importante, ya que para el rango de frecuencias considerado, $9 \times 10^{-4} \sqrt{\nu \rho} \ll 1$, con lo que las pérdidas a través de las ventanas dominan sobre las pérdidas por absorción en la pared.

La tabla 4.1 de la sección 4.2 muestra los valores de campo obtenidos mediante la ecuación (A.38) para los parámetros típicos de TJ-II.

Bibliografía

- [ALE90] C. Alejaldre, *Fusion Technology* **17** (1990) 131.
- [ALL54] W.P. Allis y D.J. Rose, *Phys. Rev.* **93** (1954) 94.
- [ALL56] W.P. Allis, *Handbook of Physics* **21** (1956) 383.
- [AND81] *AIP 50th Anniversary Physics Vade Mecum*, American Institute of Physics, New York, H.L. Anderson (Ed.) (1981) 45.
- [BAR77] C.F. Barnett, J.A. Ray, E. Ricci, M.I. Wilker, E.W. McDaniel, E.W. Thomas y H.B. Gilbody, *Atomic Data for Controlled Fusion Research*, Rep. ORNL/TM-5207, Oak Ridge National Lab. (1977).
- [BOR83] M. Bornatici, R. Cano, O. De Barbieri y F. Engelmann, *Nucl. Fusion* **23** (1983) 1153.
- [BRO56] S.C. Brown, *Handbook of Physics* **22** (1956) 531.
- [CAP78] F. Cap y R. Deutsch, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **MIT-26** (1978) 478.
- [CAP80] F. Cap y R. Deutsch, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **MIT-28** (1980) 700.
- [CAP81] F. Cap, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **MIT-29** (1981) 1053.
- [CAP99] A. Cappa, V. Tribaldos, K.M. Likin, A. Fernández y R. Martín, *Informes Técnicos CIEMAT* **900** (1999).
- [CAP01/1] A. Cappa, F. Castejón, F. Tabarés y D. Tafalla, *Nucl. Fusion* **41** (2001) 363.
- [CAP01/2] A. Cappa, F. Castejón, F. Tabarés y D. Tafalla, *Informes Técnicos CIEMAT* **964** (2001).
- [CAP03/1] A. Cappa, F. Castejón, *Electron Energy Distribution Function During Second Harmonic ECRH Breakdown*, enviado a publicar a *Nucl. Fusion*.

- [CAP03/2] A. Cappa, F. Castejón, *Vacuum Electric Field Created by Microwaves Inside Magnetic Confinement Devices*, enviado a publicar a Nucl. Fusion.
- [CAR85] M.D. Carter, *Nonlinear Wave-Particle Interactions at Cyclotron Harmonic Frequencies*, Tesis Doctoral, Universidad de Wisconsin, Madison (1985).
- [CAR86] M.D. Carter, J.D. Callen, D.B. Batchelor y R.C. Goldfinger, Phys. Fluids **29** (1986) 100.
- [CAR87] M.D. Carter, D.B. Batchelor y A.C. England, Nucl. Fusion **27** (1987) 985.
- [CAR90] M.D. Carter, A.I. Lyssoivan, V.E. Moiseenko, N.I. Nazarov, O.M. Shvets y K.N. Stepanov, Nucl. Fusion **30** (1990) 723.
- [CAS92] F. Castejón, C. Alejaldre y J.A. Coarasa, Phys. Fluids B **4** (1992) 3689.
- [CAS03] F. Castejón y S. Eguilior, Plasma Phys. Control. Fusion **45** (2003) 159.
- [CHO86] T.Cho, K. Ogura, A. Ando, H. Tanaka, M. Nakamura, S. Nakao, T. Shimozuma, S. Kubo, T. Maekawa, Y. Terumichi y S. Tanaka, Nucl. Fusion **26** (1986) 349.
- [EGU03] S. Eguilior, F Castejón, E de la Luna, A Cappa, K. Likin, A Fernández, Plasma Phys. Control Fusion **45** (2003) 105.
- [EJI82] S. Ejima, R.W. Callis, J.L. Luxon, R.D. Stambaugh, T.S. Taylor y J.C. Wesley, Nucl. Fusion **22** (1982) 1313.
- [FAR91] D. Farina, R. Pozzoli y M. Romé, Phys. Fluids B, **3** (1991) 3065.
- [FER99] A. Fernández, K.M. Likin, R. Martín, A.Cappa y J.R. Cepero, Informes Técnicos CIEMAT **896** (1999).
- [FER00] C.M. Ferreira, B.F. Gordiets y E. Tatarova, Plasma Phys. Control. Fusion **42** (2000) B165.
- [FER02] A. Fernández, A.Cappa, K.M. Likin, S. Eguilior, E de la Luna, F. Castejón y R. Martín, Proc of the 12th Joint Workshop on ECE and ECRH (2002).
- [FID82] I. Fidone, G. Granata y R.L. Meyer, Phys Fluids **25** (1982) 2249.
- [FID94] I. Fidone y G. Granata, Nucl. Fusion **34** (1994) 743.

- [GIL81] R.M. Gilgenbach, M.E. Read, K.E. Hackett, R.F. Lucey, V.L. Granatshtein, A.C. England, C.M. Loring, J.B. Wilgen, R.C. Isler, Y-K.M. Peng, K.H. Burrell, O.C. Eldridge, M.P., Hacker, P.W. King, A.G. Kulchar, M. Murakami y R.K. Richards, *Nucl. Fusion* **21** (1981) 319.
- [GOL80] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley, New York (1980).
- [HOL81] D.J. Holly, S.C. Sprager, D.A. Shepard y J.C. Sprott, *Nucl. Fusion* **21** (1981) 1483.
- [JAC99] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley and Sons, New York (1999).
- [JAN87] R.K. Janev, *Elementary Processes in Hydrogen-Helium Plasmas*, Springer-Verlag, (1987).
- [KAS97] S.V. Kasilov, E. Moiseenko y M.F. Heyn, *Phys. Plasmas* **7** (1997) 24.
- [LYS97] A.I. Lysoivan, O. Neubauer, R. Koch, B. Giesen, P. Hüttemann, G. Van Oost, M. Vervier, F. Durodié, H.G. Esser, H.R. Koslowski, H.T. Lambertz, A. Messiaen y H. Reimer, *Proc. of the 24th EPS Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics* (1997).
- [LLO86] B. Lloyd y T. Edlington, *Plasma Phys. Control. Fusion* **28** (1986) 909.
- [LLO91] B. Lloyd, G.L. Jackson, T.S. Taylor, E.A. Lazarus, T.C. Luce y R. Prater, *Nucl. Fusion* **31** (1991) 2031.
- [LLO96] B. Lloyd, P.G. Carolan y C.D. Warrick, *Plasma Phys. Control. Fusion* **38** (1996) 1627.
- [NOV90] J.P. Novak y R. Bartnikas, *IEEE Transactions on Plasma Science* **18** (1990) 775.
- [NUM92] W.H. Press, S.A. Teulkovsky, W.T. Vetterling y B.P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran 77*, Cambridge University Press (1992).
- [PAP76] R. Papoular, *Nucl. Fusion* **16** (1976) 37.
- [RAD02] J.W. Radder, A.F. Almagri, D.T. Anderson, S.P. Gerhardt, J.N. Talmadge, D.L. Brower y C. Deng, *Proc. of the 13th International Stellarator Workshop* (2002) PI:18.
- [STR41] J.A. Stratton, *Electromagnetic theory*, McGraw-Hill, New York (1941) 507.
- [TAF98] D. Tafalla, F.L. Tabarés, P. Ortíz, A. López-Sánchez, L.M. Martínez Fresno, E. Sánchez Sarabia y J. Encabo, *Informes Técnicos CIEMAT* **850** 1998.

- [TAL88] J.N. Talmadge y D.T. Anderson, Nucl. Fusion **28** (1988) 1879.
- [TRI97] V. Tribaldos, A. Cappa, F. Castejón, A.F. Curto, R. Martín, B. Van Milligen y K.M. Likin, Proc. of the 10th Joint Workshop on ECE and ECRH (1997).
- [WHI82] T.L. White, *Analysis of Mixed Mode Microwave Distribution Manifolds*, Rep. ORNL-TM-8127, Oak Ridge National Lab. (1982).
- [WRO79] D. Wroblewski y J.L. Shonet, Phys. Fluids **29** (1986) 1979.

Agradecimientos

No quisiera cerrar estas páginas sin antes expresar mi agradecimiento a todas aquellas personas que en mayor o menor medida, algunas incluso sin saberlo, han hecho posible este trabajo.

En primer lugar, al Dr. Francisco Castejón Magaña, por su apoyo continuo, su dedicación, y sobre todo por la confianza que ha mantenido en quien él llamaba su “becario de poca fe”.

A la Dra. Ángela Fernández Curto, que me ha soportado pacientemente y me ha enseñado a ser un poco más práctico.

A mi jefe de grupo, Romualdo Martín García, por entender mis limitaciones y dejarme el tiempo necesario para la realización de este trabajo.

Quiero también agradecer a todos mis compañeros del Laboratorio Nacional de Fusión la ayuda prestada a lo largo de estos años, y en particular a los doctores Víctor Tribaldos Macía y Francisco Tabarés Vázquez por sus enseñanzas, y por las provechosas discusiones que hemos mantenido.

Al Dr. Daniel Cano Ott, por iniciarme en los misterios de L^AT_EX y PAW++, y a Antonio Muñoz Roldán por el apoyo informático prestado.

A todo el personal de enfermería de Dialcentro, por no poner la televisión.

Finalmente, a Ada, por su amor y su fuerza, y a Sergio, por enseñarme mucho más de lo que él cree.