UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
Departamento de Óptica y Estructura de la Materia

TESIS DOCTORAL

Generación de radiación ultrasónica directiva en agua mediante placas vibrando a flexión

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Francisco Ramón Montero de Espinosa Freijo

DIRECTOR:

Juan Antonio Gallego Juárez

Madrid, 2015

Francisco Ramón Montero de Espinosa Freijo

GENERACION DE RADIACION ULTRASONICA DIRECTIVA EN AGUA MEDIANTE PLACAS VIBRANDO A FLEXION

Departamento de Optica y Estructura de la Materia
Facultad de Ciencias Físicas
Universidad Complutense de Madrid
1984

Colección Tesis Doctorales. Nº 56/84

Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía
Noviciado, 3 Madrid-8
Madrid, 1984
Xerox 9200 XB 480
Depósito Legal: M-10310-1984

AUTOR : Francisco R. Montero de Espinosa Freijo

TITULO DE LA TESIS DOCTORAL :

GENERACION DE RADIACION ULTRASONICA DIRECTIVA
EN AGUA MEDIANTE PLACAS VIBRANDO A FLEXION.

DIRECTOR
Juan A. Gallego Juárez
Investigador Científico del CSIC
Jefe del Laboratorio de Ultrasonidos del Instituto de Acústica.

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
Facultad de Ciencias Físicas
Departamento de Optica y Estructura de la Materia
Año 1982

AGRADECIMIENTOS

La presente Memoria ha sido realizada en el seno de la U.E.I. de Ultrasonidos del Instituto de Acústica del C.S.I.C. con ayuda de una beca predoctoral del CSIC.

He de expresar pues, en primer lugar, mi agradecimiento a los miembros del Laboratorio de Ultrasonidos haciendo especial mención al Jefe del mismo y director de este trabajo de Tesis, Dr. D. Juan A. Gallego Juárez, de quien surgió la idea aquí desarrollada. La dedicación incondicional al trabajo científico de este grupo formado, además, por Eduardo Andrés, Luis Gaete, Enrique Riera y German Rodríguez, ha sido para mí un aliciente básico durante estos tres años.

He de agradecer también al Prof. Dr. D. Armando Dúran, el aceptar la ponencia de esta Tesis presentada por el Departamento de Optica y Estructura de la Materia.

La ayuda prestada por el resto del personal del Instituto de Acústica, dirigido por el Dr. D. Jaime Pfretzschner, cuyos Laboratorios han sido puestos a mi disposición con total libertad, ha resultado de valor singular en mi trabajo. Los consejos de D. Vicente Bañuls, Dr. D. Rafael Carbó, Dr. D. Andrés Lara, Dr. D. Jaime Pfretzschner y D. José Pons, han sido siempre de gran utilidad. Las facilidades incondicionales de que he sido objeto por parte de la Secretaria del Instituto, se han cristalizado en la rápida y cuidadosa labor de mecanografiado llevada a cabo por Dña. Rosario Sánchez.

Por último sería deshonesto olvidar en esta extensa expresión de agradecimientos a Copo, mi familia y mis amigos. Su apoyo ha sido vital durante esta obligada y sobresaltada etapa.

I N D I C E

INTRODUCCION

Los problemas que plantea la generación y propagación - de ondas ultrasónicas en medios líquidos están ligados fundamentalmente a la baja impedancia acústica y a la elevada absorción de dichos medios. Para una transmisión eficiente de señales -- acústicas en líquidos se requiere lograr una conveniente adaptación de las impedancias del emisor y del medio. Además, si se - pretende conseguir, como es el caso en la mayor parte de las aplicaciones de la acústica submarina, largos alcances o alto grado de discriminación de posibles objetivos o blancos, es preciso que la fuente sea muy directiva. La presente Memoria se refiere al estudio y realización de un nuevo sistema emisor capaz de generar eficientemente ondas acústicas en los líquidos - en general y, en agua, en particular, con características de direccionalidad elevadas.

La directividad de un emisor acústico depende esencialmente de las dimensiones y modo de vibración de la superficie radiante y de la longitud de onda de la radiación emitida. En el - caso ideal de una superficie radiante circular que vibra como un pistón teórico, el ángulo de apertura del haz emitido viene dado por la conocida relación sen α = 1,22 λ/D, donde λ indica la longitud de onda y D el diámetro de la superficie. Conviene por tanto, que la superficie radiante tenga dimensiones lineales gran--

des, respecto a la longitud de onda de la radiación; esto no sólo incrementa la directividad, sino que, al mismo tiempo, produce -- una mayor transferencia de energía al medio, al aumentar la impedancia de radiación. Por otra parte, y puesto que la atenuación - de la señal acústica crece fuertemente con la frecuencia, para alcanzar distancias más largas, con igual potencia empleada, conviene usar frecuencias relativamente bajas (longitudes de onda mayores), lo que, según la expresión anterior, comporta un ensanchamiento del haz acústico. Se precisa pues, establecer un compromiso en la elección de la frecuencia de trabajo, compatiblemente -- con la directividad necesaria y, en consecuencia, con las dimensiones del emisor.

En las modernas tecnologías de la acústica submarina, para conseguir emisores de superficie radiante extensa se usan mosaicos formados por un conjunto de transductores elementales que, por sus reducidas dimensiones, pueden vibrar como pistones a las - frecuencias de trabajo. Estos mosaicos de transductores se pueden alimentar electrónicamente en forma coherente o con una adecuada distribución de fase con el fin de influir sobre la configuración de los lóbulos de emisión.

Otro mecanismo para obtener señales ultrasónicas de baja frecuencia con buena directividad es el empleado en los llamados transductores paramétricos, en los cuales dos haces ultrasónicos de alta frecuencia, y por tanto con alto índice de directividad, interfieren entre sí y, debido a la no-linealidad del medio de propagación (agua), generan, entre otros, un haz de ondas cuya frecuencia viene dada por la diferencia entre la de los haces que interfieren. Este haz de baja frecuencia resulta directivo en virtud de la forma peculiar como ha sido generado.

Estos dos sistemas, que acabamos de describir, presentan, sin embargo, características que, bajo ciertos aspectos, dificultan su construcción o limitan su empleo. De hecho, los emisores tipo mosaico resultan complicados tanto en su realización mecánica (elevado número de transductores elementales) como en su diseño electrónico y los transductores paramétricos dan rendimientos particularmente bajos, dado que su funcionamiento se basa en efectos de segundo orden (no-linealidad).

El nuevo sistema para la generación de radiación ultrasónica directiva, objeto de esta Tesis, presenta, respecto a los sistemas convencionales antes mencionados, claras ventajas que serán puestas de manifiesto en la descripción del mismo. Dicho emisor consiste esencialmente en una placa extensa que se hace vibrar mediante una fuerza vibromotriz aplicada en su centro. Puesto que el material de la placa no tiene, obviamente, rigidez infinita, la placa, a las frecuencias útiles, no podrá vibrar con la misma fase en toda su extensión, como el pistón teórico, sino que presentará una serie de modos flexionales axisimétricos con líneas nodales. En el caso de placas circulares, estas líneas serán circunferencias y las zonas internodales coronas circulares concéntricas en las que la vibración se presenta alternativamente en contrafase. En estas condiciones la configuración del campo acús tico radiado resulta escasamento directiva, debido a la incohe-- rencia de la vibración de los distintos elementos superficiales de la placa. El objetivo, propuesto y logrado en esta Tesis, ha sido el estudio y realización de un sistema para modificar la ra diación emitida por estas placas con el fin de obtener una emi-- sión coherente a corta distancia de la superficie vibrante, en un plano paralelo a ella.

El sistema ideado consiste, básicamente, en el empleo de células desfasadoras conteniendo un líquido que presenta una impedancia acústica específica (densidad x velocidad de propagación) muy próxima a la del agua (fluido irradiado) y, al mismo - tiempo, una velocidad de propagación muy diversa. Colocando di-- chas células, con una longitud adecuada, sobre las zonas internodales alternas que vibran con la misma fase (y, por tanto, en contrafase con las restantes), el campo acústico que se obtiene a la salida de las mismas, en un plano paralelo a la superficie vibrante, será coherente.

Se ha estudiado, teórica y experimentalmente, la aplicación del sistema indicado al caso de placas circulares vibrando en sus tres primeros modos flexionales axisimétricos (1, 2 y 3 círculos nodales). Para ello ha sido preciso desarrollar un pro cedimiento físico-matemático para determinar, en modos de vibra ción superiores al primero, el crecimiento de inercia y la co- rrespondiente caida en frecuencia que, respecto a sus condicio nes en vacio, experimentan los vibradores al ser sumergidos en agua.

Esta Memoria consta de tres capítulos. El Capítulo I se dedica al estudio teórico del efecto de crecimiento de inercia para el caso de placas planas. El Capítulo II comprende el análisis teórico del emisor directivo propuesto, con la determinación de los datos de frecuencia y diagrama de radiación para los tres modelos a experimentar. Finalmente, el Capítulo III se refiere a la realización y experimentación de los prototipos, presentándose la confrontación entre las previsiones teóricas y los datos experimentales.

C A P I T U L O I

ESTUDIO DEL CRECIMIENTO DE INERCIA EN RADIADORES PLANOS VIBRANDO EN MEDIOS FLUIDOS.

La transmisión eficiente de energía acústica requiere una adecuada adaptación de impedancias entre el sistema vibrante y el medio irradiado. En el caso de emisión en medios de baja impedancia, como los fluidos, esta adaptación puede buscarse mediante el empleo de superficies vibrantes extensas que aumenten la impedancia de radiación presentada por el medio. Estas superficies, de dimensiones lineales grandes respecto a la longitud de onda, oscilarán en sus modos altos de vibración para las frecuencias correspondientes. La determinación de estas frecuencias teniendo en cuenta el efecto del fluido, es un problema no resuelto para el caso de dichos modos complejos.

En este capítulo, y como parte básica en la generación de radiación ultrasónica directiva en medios líquidos, se presenta un estudio teórico desarrollado para la determinación de la frecuencia de cualquiera de los modos de vibración de placas circulares excitadas en su centro, considerando el efecto de crecimiento de inercia introducido por el fluido.

I.1. Introducción al problema. Revisión histórica.

La vibración de un cuerpo en un fluido va acompañada por la emisión de radiación acústica. Simultáneamente el fluido ejerce un efecto reactivo sobre dicho cuerpo, equivalente a un incremento en la masa del mismo. Este efecto de crecimiento de inercia, que depende fuertemente de la densidad del fluido, se traduce en una disminución de la frecuencia de los modos propios de vibración del elemento vibrante.

Los primeros estudios sobre el crecimiento de inercia en un disco rígido vibrando en una pantalla infinita fueron realizados por Lord Rayleigh |1 |. Posteriormente, en 1920, H. Lamb |2 | trató el problema para el primer modo flexional axisimétrico de una placa circular sujeta en su borde. El método desarrollado se basó en el cálculo de la energía cinética del fluido a través del potencial de velocidades del mismo. La expresión de dicho potencial fué obtenida bajo la hipótesis de longitudes de onda de la radiación acústica en el fluido mucho mayores que las dimensiones de la placa |3 |. Para el cálculo de la frecuencia de resonancia de la placa en el fluido, Lamb empleó un método aproximado suponiendo una curva de vibración de tipo polinómico de cuarto orden. La teoría así desarrollada fué contrastada experimentalmente en 1923 por J.H. Powell y J.H. Roberts |4 | mostrando que para el modo de vibración estudiado, los datos experimentales se ajustaban a las predicciones teóricas con un 2% de error. Más tarde, en 1932, N.W. Mclachlan |5| realizó un estudio del primer modo flexional de una placa libre. El método seguido en este trabajo fué similar al desarrollado por Lamb. Más recientemente, en 1953, W.H. Peake y E.K. Thurston |6| extendieron estos trabajos al caso del primer modo de vibración de una placa circular soportada en su borde, basándose igualmente en el modelo desarrollado por Lamb. Sus resultados teóricos se aproximaban a los datos experimentales con un error menor del 10%.

El problema para el caso de modos de vibración superiores al primero y/o con longitudes de onda comparables o incluso inferiores a las dimensiones lineales de los emisores ha quedado sin embargo abierto. En esta memoria se presenta un tratamiento teórico original que, admitiendo ciertas aproximaciones, permite determinar, con errores comparables e incluso inferiores a los obtenidos en los estudios previos citados, el comportamiento de placas planas vibrando en un fluido en cualquiera de sus modos de vibración. Este estudio constituye el primer paso necesario para el desarrollo de los sistemas de emisión ultrasónica en agua, objeto de esta memoria.

I.2. Vibración flexional axisimétrica de placas circulares planas

La vibración de placas planas en vacío es un tema que ha sido ampliamente tratado en la literatura. En particular, el caso de las vibraciones axisimétricas de placas circulares está -

precisa y claramente determinado. Dadas las dimensiones y características del material de una de estas placas, se puede calcular la frecuencia de sus modos propios de vibración y conocer la distribución de su curva dinámica. La expresión general de ésta es de la forma |7|.

$$W(r) = J_o (\alpha r) + B\, I_o (\alpha r) \qquad \text{(I-1)}$$

donde J_o es la función de Bessel de orden cero de primera clase, I_o es la función modificada de Bessel de orden cero de primera clase, α una función conocida de las características elásticas del material y de la frecuencia de vibración en cada modo y B una constante dependiente del modo de vibración.

La teoría de placas planas delgadas, cuya solución para simetría circular es la anteriormente descrita -ecuación (I-1)- se basa en el estudio pormenorizado de las fuerzas y momentos que actúan en una superficie vibrante. Es claro que cuando la vibración se realiza dentro de un medio distinto al vacío, éste ejercerá una influencia sobre el elemento vibrante que dependerá de las características físicas del medio y del modo de vibración del elemento. Esta influencia se reflejará en la ecuación de movimiento de la placa cuya solución nos determinará la vibración de ésta en dicho medio fluido.

Sin embargo, el aplicar el método clásico para cono--

cer los modos de vibración de una placa en un fluido plantea problemas matemáticos de enorme complejidad. Por ello es preciso recurrir a métodos aproximados como incluso frecuentemente se hace en el estudio de la vibración de placas en vacío cuando estas tienen o están en condiciones especiales. Uno de estos métodos es el debido a Rayleigh y se basa en la aplicación del principio de conservación de la energía suponiendo una curva dinámica de vibración aproximada que cumpla las condiciones de contorno. El desarrollo detallado de este método puede verse en el libro de C.L. Dym & I. H. Shames "Solid Mechanics" |8|.

Este método aproxima por exceso los valores de la frecuencia de los modos de vibración. El resultado será tanto mejor cuanto más se acerque la curva de vibración supuesta a la real. Esto es lo mismo que decir que el método será válido cuando se conozca en forma muy aproximada la citada curva bien experimentalmente, o bien a través de las condiciones de contorno y de equilibrio del sistema físico en estudio.

En el caso que nos ocupa, de la vibración de radiadores planos en fluidos, podemos suponer una ecuación de vibración del tipo de la (I-1), solución en vacío, pero tomando las funciones J_0 e I_0 con argumentos distintos que serán determinados con las condiciones del problema. Este tratamiento, empleado en estos casos de vibración de placas |9| |10|, lleva consigo el planteamiento de un sistema de ecuaciones que incluye las condiciones de contorno y las de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía.

Explicitemos ahora el sistema de ecuaciones. Supongamos entonces una curva de vibración del tipo:

$$W(r) = J_o\ (\alpha r) + B\ I_o\ (\beta r) \qquad (I\text{-}2)$$

Las condiciones de contorno en el caso de una placa circular libre son |11|:

a) fuerza de cizalladura en el borde nula $(Q_r)_{r=a} = 0$

b) momento radial en el borde nulo $(M_R)_{r=a} = 0$

Estas condiciones para el caso de vibraciones axisimétricas dan lugar a las ecuaciones:

$$D \cdot \frac{d}{dr}\left[\frac{d^2W(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{dW(r)}{dr}\right]_{r=a} = 0 \qquad (I\text{-}3)$$

$$D \cdot \left[\frac{d^2W(r)}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\,\frac{dW(r)}{dr}\right]_{r=a} = 0 \qquad (I\text{-}4)$$

siendo $D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$

$E \equiv$ módulo de Young
$\nu \equiv$ coeficiente de Poisson
$h \equiv$ espesor de la placa
$a \equiv$ radio de la placa

Por otra parte la cantidad de movimiento total tiene que anularse, es decir:

$$\int_0^a r\,\rho(r)\,W(r)\,dr = 0 \qquad \text{(I-5)}$$

en donde $\rho(r)$ es una función que representa la densidad de la placa incluyendo los efectos de inercia del fluido.

Estas tres ecuaciones permiten determinar la curva dinámica de vibración de la placa siempre que se conozca la función densidad $\rho(r)$. Para determinar la frecuencia se puede aplicar ahora la condición de conservación de la energía. Teniendo en cuenta las expresiones de las energías potencial y cinética máximas |11|:

$$V_{max} = D\pi \int_0^a \Omega(r)\,dr \qquad \text{(I-6)}$$

$$\Omega(r) = r\left(\frac{d^2W(r)}{dr^2}\right)^2 + \frac{1}{r}\left(\frac{dW(r)}{dr}\right)^2 + 2\nu\,\frac{d^2W(r)}{dr^2}\cdot\frac{dW(r)}{dr} \qquad \text{(I-7)}$$

y

$$T_{max} = f^2\,4\pi^3 h \int_0^a \rho(r)\,r\left[J_0(\alpha r) + B\,I_0(\beta r)\right]^2 dr \qquad \text{(I-8)}$$

igualando (I-6) y (I-8) se tendrá para la frecuencia f la expresión:

$$f = \left(\frac{D \int_0^a \Omega(r)\ dr}{4\pi^2\ h \int_0^a \rho(r)\ r\ W^2(r)\ dr} \right)^{1/2} \qquad \text{(I-9)}$$

La única incógnita que queda pendiente en el sistema de ecuaciones formado por (I-3), (I-4), (I-5) y (I-9) es la función densidad de la placa. Esta constituye un elemento clave ya que, como hemos dicho, en ella se incluye el efecto de crecimiento de inercia sobre la placa producido por el fluido. Estudiemos pues este efecto para un fluido de densidad ρ_o y en el que la velocidad de propagación de las ondas acústicas es c.

El crecimiento de inercia sobre una superficie vibrante en un medio fluido es un efecto dinámico. La presión acústica creada en el fluido por las oscilaciones del elemento vibrante, origina, a su vez, una fuerza sobre la superficie de dicho elemento. Esta fuerza presenta, como veremos, una componente resistiva, responsable de la transferencia de energía vibratoria al medio, y una componente reactiva cuyo efecto equivale a un incremento de la masa real del elemento vibrante.

Supongamos una placa plana vibrante con una distribución de amplitudes dada por la ecuación (I-2), situada en una pan talla rígida infinita. Sean h y a su espesor y radio respectivamente. Consideremos dividida la placa en elementos diferenciales de superficie $\bar{ds}$ (Fig. I-1). La presión que uno de estos elementos vibrantes ejerce sobre un punto P distante r del mismo viene dada por la ecuación

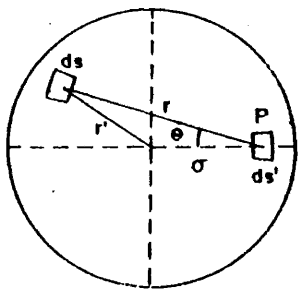


Figura II-1

$$dp=\frac{j\rho_0 ck}{2\pi r}\ \bar{u}.\bar{ds}\ e^{j(\omega t-kr)} \qquad \text{(I-10)}$$

en donde $\bar{u}$ es la amplitud de velocidad de dicho elemento y k el número de ondas de la radiación a la frecuencia f en dicho modo.

Dado que $\bar{u}$ es paralelo al vector representativo de la superficie $\bar{ds}$, valiendo

$$\bar{u}' = j\omega \left[J_0\ (\alpha r') + B\ I_0\ (\beta r') \right]$$

la ecuación (I-10) toma la forma

$$dp = -\frac{\rho_0 \omega^2}{2\pi r} \left[J_0\ (\alpha r') + B\ I_0\ (\beta r') \right]\ r\ dr\ d0\ e^{j(\omega t-kr)}$$

(I-10')

La presión total sobre dicho punto P, será la suma de las contribuciones de todos los elementos $\bar{ds}$.

$$p(\sigma) = -\frac{\rho_o\omega^2}{2\pi} e^{j\omega t}\int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{Q(\sigma,\Theta)} \left[J_o(\alpha r') + B\ I_o(\beta r')\right] e^{-jkr}\, dr$$

$$r' = \left(r^2+\sigma^2-2r\sigma\cos\Theta\right)^{1/2} \qquad \text{(I-11)}$$

$$Q(\sigma,\Theta) = \sigma\left(\cos\Theta + \left(\cos^2\Theta - \frac{\sigma^2-a^2}{\sigma^2}\right)^{1/2}\right)$$

La impedancia de radiación Zr de un elemento ds' se define como el cociente entre la fuerza que ejerce dicho elemento - sobre el medio y la velocidad del mismo.

Expresando la presión p(σ) en función de las partes -- real e imaginaria del término independiente del tiempo

$$p(\sigma) = \left[Rp(\sigma) + j\ Ip(\sigma)\right] e^{j\omega t} \qquad \text{(I-12)}$$

la impedancia de radiación toma la forma

$$Z_r(\sigma) = \frac{Rp(\sigma)\ ds'\ e^{j\omega t}}{j\omega\left[J_o(\alpha\sigma)+B\ I_o(\beta\sigma)\right]e^{j\omega t}} + j\,\frac{Ip(\sigma)ds'\ e^{j\omega t}}{j\omega\left[J_o(\alpha\sigma)+B\ I_o(\beta\sigma)\right]e^{j\omega t}}$$

$$Z_r(\sigma) = \frac{Ip(\sigma)\ ds'}{\omega\left[J_o(\alpha\sigma)+B\ I_o(\beta\sigma)\right]} - j\,\frac{Rp(\sigma)\ ds'}{\omega\left[J_o(\alpha\sigma)+B\ I_o(\beta\sigma)\right]} \qquad \text{(I-13)}$$

La fuerza que este elemento ds' ejerce sobre el medio es:

$$F_R\ (\sigma) = Z_r\ j\omega \left[J_o(\alpha\sigma) + B\ I_o(\beta\sigma)\right]\ e^{j\omega t} \qquad (I-14)$$

Es fácil demostrar que el efecto de la parte reactiva de la impedancia de radiación Z_r equivale a incrementar la masa real vibrante en una cantidad que resulta ser igual a la parte imaginaria de Z_r dividida por la pulsación ω . Por tanto, el incremento de inercia para cada $\overline{ds}$ vendrá expresado por la ecuación:

$$dm_i = - \frac{R_p(\sigma)\ ds'}{\omega^2 \left[J_o(\alpha\sigma) + B\ I_o(\beta\sigma)\right]} =$$

$$= \frac{\rho_o ds'}{2\pi} \frac{\int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{Q(\sigma,\Theta)} \left[J_o(\alpha r') + B\ I_o(\beta r')\right] \cos\left(kr\right) dr}{J_o\ (\alpha\sigma)\ +\ B\ I_o\ (\beta\sigma)} \qquad (I-15)$$

Este incremento de masa expresado en forma de densidad será:

$$\rho_{inercia}(\sigma) = \frac{\rho_o}{2\pi h} \frac{\int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{Q(\sigma,\Theta)} \left[J_o(\alpha r') + B\ I_o(\beta r')\right] \cos\left(kr\right) dr}{J_o(\alpha\sigma)\ +\ B\ I_o(\beta\sigma)} \qquad (I-16)$$

En resumen, el efecto que produce un fluido sobre una placa vibrando en su seno se traduce en un aumento de la densidad de la placa que es función de la frecuencia y forma de vibración de la misma. La densidad total del elemento vibrante será entonces:

$$\rho(r) = \rho_{placa} + \rho_{inercia}(r) \qquad (I-17)$$

Introduciendo ahora la ecuación (I-17) en (I-5) y (I-9), el sistema de ecuaciones formado por (I-3), (I-4), (I-5) y (I-9) queda completo, siendo las incógnitas del mismo los parámetros de la curva de vibración α,β y B y la frecuencia de oscilación de la placa.

Como puede fácilmente observarse, este sistema de ecuaciones, cuyo tratamiento analítico es prácticamente inabordable, presenta notables dificultades para su posible resolución mediante técnicas de cálculo numérico. Ante la complejidad del problema así planteado, no cabe sino buscar un camino más simplificado.

En los trabajos sobre el primer modo de vibración que se han comentado en la introdución al capítulo, una de las hipótesis comunes es considerar que la curva de los desplazamientos de las placas vibrando en un fluido, no varía su forma con respecto a la que presentan en vacío. Por otra parte, hemos podido constatar experimentalmente que esta hipótesis es una buena aproximación incluso en el caso de modos de vibración superiores. Estamos pues ante la posibilidad comentada, al hablar del método de Rayleigh, de emplear una función aproximada ($\alpha = \beta$), basándonos en el conocimiento empírico del comportamiento del sistema. Se toma así como hipótesis simplificadora que la distribución de los desplazamientos de las placas vibrando en un fluido es la misma que la que presentan en vacío. Es decir, para el caso de las vibraciónes axisimétricas de placas circulares será

$$W(r) = J_o(\alpha r) + B\, I_o(\alpha r)$$

en donde α y B son dos parámetros conocidos y determinados para cada modo de vibración. De esta forma el sistema de ecuaciones precedentes queda reducido a sólo la ecuación (I-9) y queda como única incógnita la frecuencia que es la que nos interesa conocer. Las ecuaciones (I-9) y (I-6) quedarán entonces:

$$f = \left(\frac{D \int_o^a \Omega(r)\, dr}{4\pi^2 h \int_o^a \left(\rho_{placa} + \rho_{inercia}(r) \right) r \,.W^2(r)\, dr} \right)^{1/2}$$

(I-18)

$$\rho_{inercia}(\sigma) = \frac{\rho_o}{2\pi h} \; \frac{\int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{\Omega(\sigma,\Theta)} W(r')\cos\left(kr\right) dr}{W(\sigma)}$$

$$W(\sigma) = J_o(\alpha\sigma) + B\, I_o(\alpha\sigma)$$

$$r' = (r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma\cos\Theta)^{1/2}$$

$$\Omega\ (\sigma,\theta) = \sigma\left(\cos\theta + \left(\cos^2\theta - \frac{\sigma^2 - a^2}{\sigma^2}\right)^{1/2}\right)$$

Si, como hemos supuesto, la función de distribución de desplazamientos de la placa es la misma que en el caso de vibración en vacío, el numerador de la ecuación (I-18) será el mismo en ambos casos, por lo que podemos definir la caida en frecuencia en la forma

$$CF = 1 - \frac{f_{fluido}}{f_{vacio}}$$

que resulta ser

$$CF = 1 - \left(\frac{\rho_{placa}\int_o^a \sigma\ W^2(\sigma)\,d\sigma}{\int_o^a \left(\rho_{placa}+\rho_{inercia}(\sigma)\right)\sigma\ W^2(\sigma)\,d\sigma}\right)^{1/2} \qquad (I-19)$$

El proceso de cálculo de la ecuación I-19 ha sido realizado para varios casos mediante un proceso iterativo valiéndonos del método de Simpson de integración numérica. En la Tabla I-1 se presentan los resultados obtenidos con este método para el caso tratado por N.W. Mclachlan |5| y para tres placas circulares vibrando en agua en su primer , segundo y tercer modo flexional axisimétrico respectivamente.Un programa tipo realizado-en un ordenador IBM 360 (Centro de Cálculo del CSIC) figura en el Apéndice 1. Se puede apreciar cómo con el método desarrollado por nosotros se obtiene un resultado que se aproxima al hallado por--N.W. Mclachlan en un 4.6%. Puede observarse asimismo como la caída en frecuencia, respecto a la que presentan en aire, cuando las placas se sumergen en agua por una cara es de un 8%,17% y 20% respectivamente mientras que asciende a un 15%,26% y 29% cuando son-sumergidas por ambas caras.

TABLA I-1

CAIDA EN FRECUENCIA TEORICA DE PLACAS CIRCULARES PLANAS VIBRANDO EN AGUA
COMPARACION CON EL RESULTADO DE MCLACHLAN

modo de vibracion	radio (m)	espesor (m)	frecuencia en aire (Hz)	Frecuencia en agua (Hz)	
				Teoria Mclachlan	Teoria propuesta
1 CIRCULO NODAL	0.1	0.00055	117.77	21.8	20.8

CAIDA EN FRECUENCIA SEGUN LA TEORIA PROPUESTA

modo de vibracion	radio (m)	espesor (m)	frecuencia en aire (Hz)	Frecuencia en agua (Hz)			
				una cara sumergida	CF	dos caras sumergidas	CF
1 CIRCULO NODAL	0.034	0.02	27600	25460	8%	23480	15%
2 CIRCULOS NODALES	0.061	0.0115	23700	19620	17%	17550	26%
3 CIRCULOS NODALES	0.09	0.013	27600	22430	20%	19900	29%

C A P I T U L O II

SISTEMA DE DESFASAMIENTO PARA LA EMISION ACUSTICA COHERENTE EN AGUA A PARTIR DE RADIADORES PLANOS VIBRANDO A FLEXION. ANALISIS TEORICO.

En el presente capítulo se describe, en primer lugar, el sistema de desfasamiento propuesto en esta memoria para conseguir radiación directiva ultrasónica en líquidos a partir de placas circulares planas vibrando a flexión. Dicho sistema se basa en la colocación selectiva de células con líquidos retardadores, sobre la superficie de las citadas placas.

En el segundo apartado se hace un estudio del crecimiento de inercia para determinar la caida en frecuencia de este tipo especial de radiador acústico en agua. El desarrollo teórico se aplica a tres modelos de radiador correspondientes a los tres primeros modos axisimétricos de vibración de placas circulares.

Por último se estudia la distribución del campo acústico de este tipo de emisores obteniendo las directividades de los tres modelos citados en el párrafo anterior, que se comparan con las de los pistones teóricos de iguales dimensiones y frecuencia.

II.1. Introducción al problema. Descripción del sistema de desfasamiento.

En el campo de la radiación acústica submarina existe el problema de alcanzar máximas distancias con elevado grado de discriminación. Para lograr este objetivo se requieren emisores altamente directivos, trabajando en una banda de frecuencias con un balance adecuado entre la absorción del medio y la concentración de la radiación (bajas frecuencias ultrasónicas).

La distribución del campo acústico en la zona lejana de un radiador se obtiene en forma teórica mediante la función de directividad $D(\psi,\Theta)$ del mismo. Para hallar esta función se precisa conocer la curva de los desplazamientos del emisor y la frecuencia de vibración del mismo.

De entre los radiadores con una superficie vibrante plana es, evidentemente, el pistón el que presenta una distribución de campo más directiva, a igualdad de dimensiones y frecuencia de vibración. La distribución angular del campo acústico creado por un pistón consiste en un lóbulo principal, centrado según su eje, y una serie de lóbulos secundarios laterales. El ángulo entre el máximo central y el primer cero viene dado por la expresión |13|:

$$\text{sen}\ \Theta_1 = \frac{3,83}{k.a} \qquad \text{(II-1)}$$

donde k es el número de ondas de la radiación en el fluido y a el radio del pistón. Los ángulos de caida de los lóbulos secundarios, de menor intensidad, vienen también determinados por el factor k.a. La consecución de muy altas directividades con emisores de este tipo aparece, según la ecuación II.1, perfectamente posible, con sólo subir la frecuencia o aumentar el tamaño del pistón. Con respecto a la primera posibilidad, al ser el coeficiente de absorción de la radiación acústica en el fluido directamente proporcional al cuadrado de la frecuencia, un aumento indiscriminado de la misma implicaría la no utilidad de la radiación por un exceso de atenuación. La segunda posibilidad, si bien es interesante por suponer un aumento de la impedancia de radiación y por tanto una mejor adaptación de impedancias al medio fluído, presenta el problema de las vibraciones flexionales. Es decir, si se pone en vibración una superficie de grandes dimensiones, respecto a la longitud de onda, aparecen excitados los modos propios de la misma, imposibilitando en la práctica la obtención de un pistón teórico y, por tanto, de una radiación coherente.

Así pues en el caso real de utilizar como radiador una placa circular plana pilotada en su centro, esta vibrará según sus modos flexionales axisimétricos en tal forma que la distribución del campo distará mucho, en cuanto a directividad, de la originada por un pistón teórico con sus mismas dimensiones y frecuencias. Esta falta de direccionalidad es claramente debida a la vibración simultánea de zonas en contrafase en tre sí en la misma placa. Para originar una fuente de ondas en fase, utilizando una superficie vibrante de este tipo, se puede actuar bi n sobre la misma placa o bien sobre la radiación emitida en las inmediaciones de la superficie radiante.

En el caso de radiación en aire se ha usado la primera posibilidad, aumentando el espesor de la placa en las zonas en contrafase en una cantidad igual a media longitud de onda de la radiación en el medio a la frecuencia de vibración de la placa. De esta forma, las zonas en contrafase "adelantarán" su radiación en el espacio la distancia precisa para formar una fuente de ondas en fase con el resto de las zonas de la placa |9|, |10|.

Cuando se trata de radiación en medios líquidos, y en particular en agua, en donde las velocidades de propagación son mucho más altas que en aire, la solución dada para este medio resulta inviable, ya que el correspondiente aumento de espesor se traduce en un excesivo incremento de la masa de la placa que afecta a los modos de vibración y a la eficiencia de la radiación. El problema podría quedar resuelto si, separando la radiación de cada zona, logramos retrasar la emitida por las zonas que vibran con la misma fase, respecto a la de aquellas que vibran en fase opuesta, de forma que se alcance la igualdad de fase en los distintos frentes de radiación después de un cierto recorrido. En esta Memoria se presenta un procedimiento estudiado para conseguir este efecto, mediante el empleo de determinados líquidos cuya impedancia acústica específica es practicamente igual a la del agua, mientras que la velocidad de propagación de las ondas acústicas en ellos es aproximadamente la mitad. El sistema específico ideado (Fig. II-1) consiste en la colocación de tubos de paredes aislantes - acústicas sobre los círculos nodales de una placa circular vi-- brando en uno de sus modos flexionales axisimétricos. Dichos tubos se utilizan como contenedores sobre las zonas que vibran - en fase, de una columna de líquido retardador. La altura de esa columna será función de los valores de la velocidad de propagación en el citado líquido y en el fluido irradiado, y de la frecuencia de vibración de la placa.

Para el cálculo de la altura de la columna de líquido, o de la longitud de tubo que hay que emplear para lograr la -- puesta en fase de la radiación de la placa, consideremos en la placa dos zonas en contrafase: zonas 1 y 2 (Fig. II-1). El frente de ondas originado en la zona 1 puede representarse por la - expresión

$$p(x,t)_1 = P_{o1}\, e^{\,j(\omega t-kx)}$$

mientras que el originado en la zona 2, será

$$p(x,t)_2 = P_{o2}\, e^{\,j(\omega t-k'x+\pi)}$$

siendo ω la pulsación de la radiación emitida y k, k' los números de onda correspondientes al medio radiado, con velocidad de propagación c, y al líquido desfasador , con velocidad c'. Si

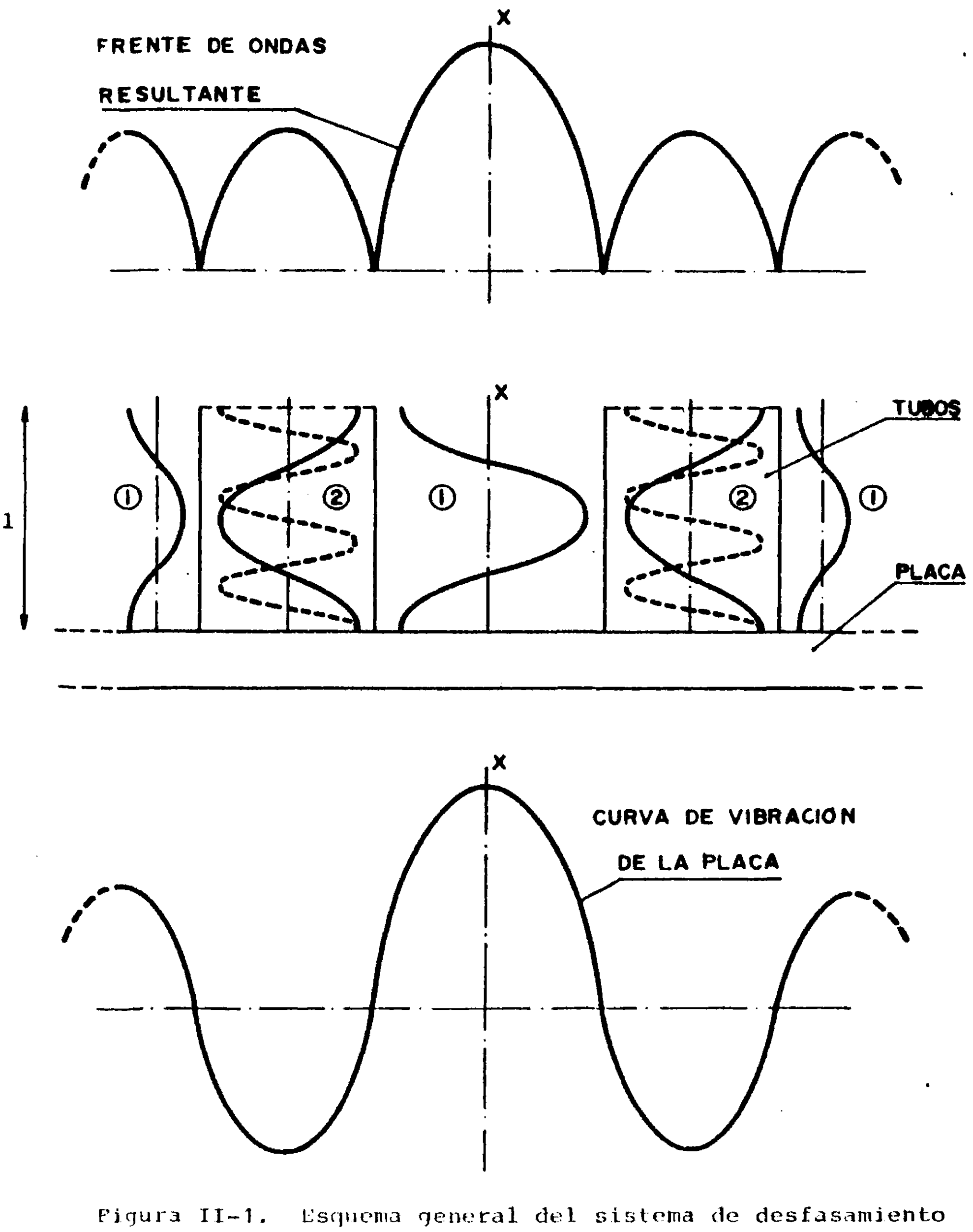


Figura II-1. Esquema general del sistema de desfasamiento imponemos que para x=l ambas radiaciones se encuentren en fase, los frentes de presión en la citada coordenada serán:

$$p_1(l,t) = p_{o1}\, e^{j(\omega t - kl)}$$

$$p_2(l,t) = p_{o2}\, e^{j(\omega t - k'l + \pi)}$$

y han de cumplir que

$$\omega t - kl = \omega t - k'l + (2n+1)\pi \qquad n = 0,1,2,3$$

De aquí, despejando l se tiene:

$$l = \frac{1}{2f}\,\frac{c.c'}{c-c'}\,(2n+1) \qquad n = 0,1,2,3,....$$

(II-2)

ecuación que nos da la longitud de tubo adecuada para lograr un frente de ondas en fase en función de las velocidades de propagación c y c' y de la frecuencia de la radiación emitida, f. Tomaremos el primer valor de l (n=0).

II.2. Determinación de las frecuencias de vibración de placas circulares con sistema desfasador incorporado.

Como se ha visto en el Capítulo I, cuando una placa plana vibra en un medio fluido aparece sobre ella un efecto de crecimiento de inercia debido a la presión acústica sobre su superficie, responsable a su vez de la caida en frecuencia que experimenta la placa con respecto al caso de vibración en vacio. Si consideramos ahora un emisor como el propuesto en el apartado anterior formado por una placa plana con estructuras tubulares adosadas a ella en sus círculos nodales, es de suponer que la magnitud del crecimiento de inercia experimentará una determinada variación. Para calcular dicha variación ha de tenerse en cuenta que, debido a los tubos que guían la radiación, la presión ac·ıtica sobre la superficie de la placa se verá afectada por la presencia de un cierto campo estacionario. Para mayor claridad en la exposición, y antes de pasar al estudio general del nuevo tipo de radiador propuesto, consideremos el caso más elemental de un pistón ideal situado en un extremo de un tubo finito abierto, en cuya boca se coloca una pantalla rígida infinita (Fig. II-2). Como ya sabemos (ver Capítulo I) el incremento de masa (m_i) que sufre un cuerpo vibrando en un fluido está ligado a la impedancia de radiación de la superficie del mismo por la expresión

$$m_i = \frac{I_m \left[Z_r\right]}{\omega} \qquad \text{(II-3)}$$

donde $I_m \left[Z_r\right]$ representa la parte imaginaria de la citada impedancia.

Debido al cambio de impedancia que se verifica en la boca del tubo, parte de la energía se reflejará estableciéndose en consecuencia un campo estacionario en el interior de aquel. La impedancia en las distintas secciones del tubo y, por tanto, sobre la superficie del pistón, dependerá de la propia en la abertura y de la distancia entre esta y cada sección.

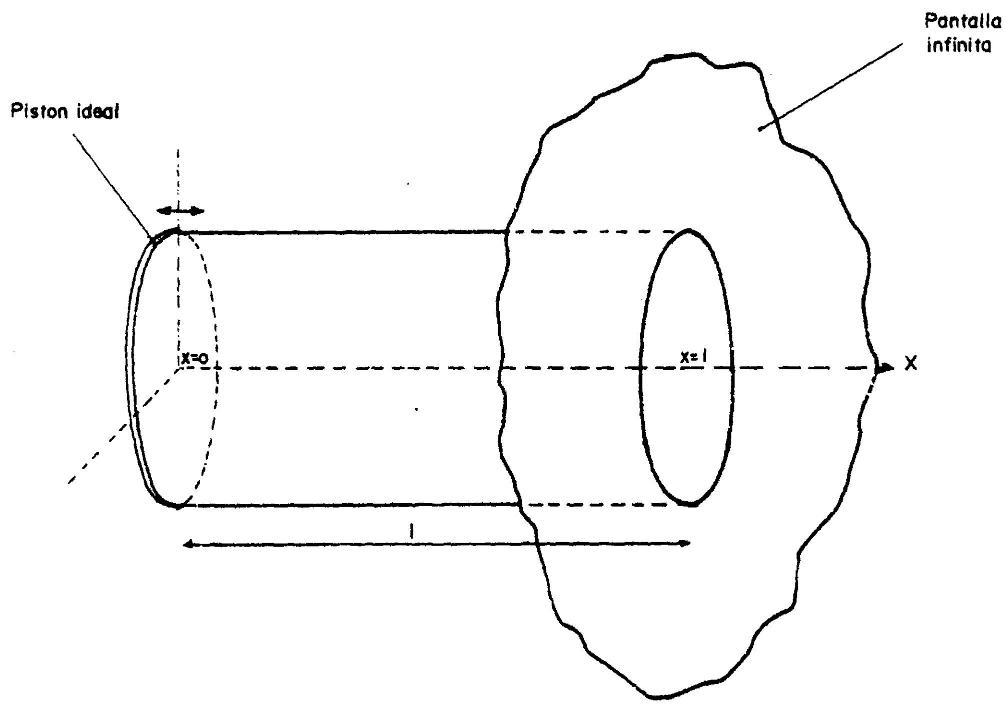


Fig.II-2 Piston alojado en un tubo finito abierto a una pantalla infinita

Se puede considerar que la impedancia acústica en el extremo abierto del tubo es la misma que la que hay sobre un pistón, colocado en la parte abierta del tubo con la misma sección que éste (pistón equivalente). En este punto surgen dos posibilidades para el tratamiento del problema que pasamos a considerar.

El primer tratamiento consistiría en determinar la impedancia acústica en la abertura en forma global. Un frente de ondas emitido por el pistón encontrará en dicha abertura una impedancia global $Z_{AC,1}$ dada por

$$Z_{AC,1} = \frac{F_{T,1}}{U_o . S^2} \qquad \text{(II-4)}$$

donde U_o es la amplitud de velocidad del pistón equivalente, S el area del mismo (que coincide con la de la abertura) y $F_{T,1}$ la fuerza total que dicho pistón ejerce sobre el medio.

Se puede demostrar |12| que, planteado asi el problema, la impedancia acústica sobre el pistón real situado en el tubo de longitud l, vendrá dada por la siguiente expresión.

$$Z_{AC,O} = \frac{\rho_o c}{S} \; \frac{Z_{AC,1} + j \dfrac{\rho_o c}{S} \operatorname{tg} kl}{\dfrac{\rho_o c}{S} + j\, Z_{AC,1} \operatorname{tg} kl} \qquad \text{(II-5)}$$

siendo: ρ_o la densidad del fluido contenido en el tubo, c la velocidad de propagación acústica y k el número de ondas.

La impedancia de radiación sobre el pistón será entonces:

$$Z_{r,O} = Z_{AC,O} \cdot S^2 = \rho_o c S \frac{Z_{AC,1} + j \frac{\rho_o c}{S} \operatorname{tg} kl}{\frac{\rho_o c}{S} + j Z_{AC,1} \operatorname{tg} kl} \qquad \text{(II-6)}$$

y, de aquí, sustituyendo en (II-3), la masa de inercia sobre la superficie del pistón resulta ser:

$$m_i = \frac{\rho_o S}{K} \operatorname{Im} \left[\frac{Z_{AC,1} + j \frac{\rho_o c}{S} \operatorname{tg} kl}{\frac{\rho_o c}{S} + j Z_{AC,1} \operatorname{tg} kl} \right] \qquad \text{(II-7)}$$

Si el tubo estuviera lleno de un líquido, con valores de densidad y velocidad de propagación ρ', c' respectivamente, distinto a los del medio que ocupa el espacio seminfinito ρ_o, c, la ecuación II-5 tomaría la forma

$$Z'_{Ac,O} = \frac{\rho' c'}{S} \frac{Z_{AC,1} + j \frac{\rho' c'}{S} \operatorname{tg} k'l}{\frac{\rho' c'}{S} + j Z_{AC,1} \operatorname{tg} k'l} \qquad \text{(II-8)}$$

La masa de inercia sobre el pistón real vendría dada en este caso, por la ecuación:

$$m'_i = \frac{\rho' s}{k'} \quad \mathrm{Im} \left[\frac{Z_{AC,1} + j \frac{\rho' c'}{S} \, tg \, k'1}{\frac{\rho' c'}{S} + j \, Z_{AC,1} \, tg \, k'1} \right] \qquad (II-9)$$

El segundo tratamiento posible para determinar el efecto de crecimiento de inercia sobre el pistón se basaría en considerar la impedancia acústica en forma puntual, teniendo en cuenta que la fuerza que cada elemento de superficie ΔS del supuesto pistón equivalente ejerce sobre el medio no es constante para todos ellos.

La impedancia acústica sobre el pistón equivalente situado en la boca del tubo, tendrá por expresión:

$$Z_{AC,1}(r) = \frac{F_1(r)}{U_o \left(\Delta S(r)\right)^2} \qquad (II-10)$$

donde, ahora, $F_1(r)$ es la fuerza que un elemento de superficie $\Delta S(r)$ del pistón equivalente ejerce sobre el medio.

Concebida así la impedancia en la boca del tubo, el frente de ondas que, originado en el pistón, alcanza la abertura, recibirá un tratamiento selectivo en función de la coordenada radial r. Si suponemos que el frente de ondas reflejado en esa forma mantiene su distribución de amplitudes y fase a lo --

largo del tubo, la impedancia sobre la superficie del pistón tendrá la forma:

$$Z_{AC,O}(r) = \frac{\rho_o c}{\Delta S(r)} \; \frac{Z_{AC,1}(r) + j\,\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(r)}\,\mathrm{tg}\;kl}{\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(r)} + j\,Z_{AC,1}(r)\,\mathrm{tg}\;kl} \qquad \text{(II-11)}$$

El crecimiento de inercia sobre cada elemento de superficie será, entonces

$$\Delta m_i(r) = \frac{\rho_o c\;\Delta S(r)}{\omega}\;\mathrm{Im}\left[\frac{Z_{AC,1}(r) + j\,\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(r)}\,\mathrm{tg}\;kl}{\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(r)} + j\,Z_{AC,1}(r)\,\mathrm{tg}\;kl}\right] \qquad \text{(II-12)}$$

Si lo expresamos en forma de densidad, ésta tendrá como expresión:

$$\rho_i(r) = \frac{\rho_o}{kh}\;\mathrm{Im}\left[\frac{Z_{AC,1}(r) + j\,\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(r)}\,\mathrm{tg}\;kl}{\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(r)} + j\,Z_{AC,1}(r)\,\mathrm{tg}\;kl}\right] \qquad \text{(II-13)}$$

En el caso de que el fluido en el tubo sea un líquido con valores de densidad y velocidad de propagación ρ', c', distintos a los del fluido radiado a través de la abertura, la densidad de inercia adicional que aparecerá sobre la placa vibrante tendrá por expresión:

$$\rho'_1(r) = \frac{\rho'}{k'h} \, \mathrm{Im} \left[\frac{Z_{AC,1}(r) + j \dfrac{\rho' c'}{\Delta S(r)} \, \mathrm{tg}\, k'l}{\dfrac{\rho' c'}{\Delta S(r)} + j \, Z_{AC,1}(r) \, \mathrm{tg}\, k'l} \right] \qquad \text{(II-14)}$$

Acercándonos ahora a nuestro problema concreto, consideremos que en lugar del pistón del estudio precedente tenemos un emisor con una curva de distribución de amplitudes de vibración W(r) que cumpla que la superficie del mismo vibre en fase y que la función W(r) posea simetría radial, presentando un único máximo en el eje de simetría, decreciendo uniformemente hasta anularse en el borde r=a (Fig. II-3).

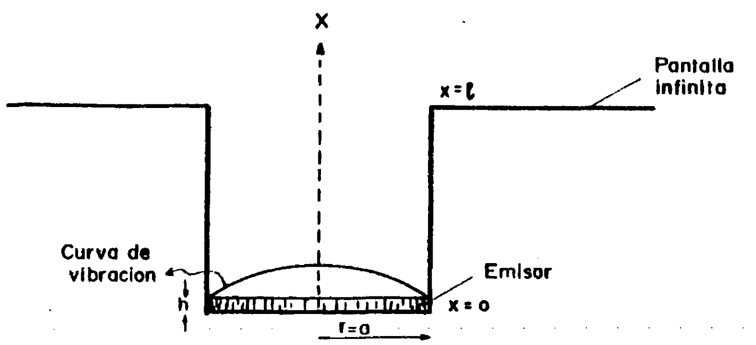


Fig. II-3

El tratamiento para este caso puede realizarse, en forma análoga al caso del pistón, siguiendo los dos procedimientos indicados. Consideramos aquí también que el frente de ondas emitido a través de la abertura conserva la geometría de la curva de vibración del emisor.

En el primero de estos procedimientos haremos la aproximación de que el emisor, cuya curva de amplitudes de vibración es la anteriormente descrita, es equivalente a un pistón de amplitud constante igual a la mitad del valor máximo de ésta. Calculada la fuerza total sobre el "emisor equivalente", teniendo en cuenta su forma específica de vibración, el desarrollo será análogo al realizado para el caso del pistón. El valor de la densidad de inercia sobre el citado transductor se obtendrá sustituyendo en (II-4) la velocidad U_o por $U_{max}/2$.

El segundo procedimiento para la obtención del crecimiento de inercia en el caso del radiador elemental considerado es similar al desarrollado para el pistón teórico. La función impedancia mecánica de radiación en la superficie del "emisor equivalente" tendrá la forma:

$$Z_{r,1}(r) = \frac{F_1(r)}{U(r)} \qquad \text{(II-15)}$$

donde $F_1(r)$ es la fuerza que el elemento de superficie del emisor equivalente $\Delta S(r)$ ejerce sobre el medio y $U(r)$ es la amplitud de velocidad de dicho elemento. La función impedancia acústica de radiación del emisor equivalente será entonces:

$$Z_{AC,1}(r) = \frac{F_1(r)}{U(r)\,\big(\Delta S(r)\big)^2} \qquad \text{(II-16)}$$

Sustituyendo esta última ecuación en (II-13) y (II-14), obtendremos el crecimiento de inercia para el radiador elemental propuesto.

Tras estas primeras aproximaciones planteemos el problema en forma general. Sea una placa plana vibrando libremente en uno de sus modos flexionales axisimétricos. En sus lineas nodales se adosan en forma solidaria a la placa tubos con paredes aislantes acústicas, de longitud determinada l. El dispositivo así formado se aloja dentro de un tubo cuyo diámetro interior está en coincidencia con el diámetro de la placa y cuya boca está colocada en una pantalla infinita (Fig. II-4). Los tubos correspondientes a las zonas de la placa que vibran con la misma fase, contienen un líquido de constantes ρ', c' distintas a las del fluído irradiado el cual ocupará los restantes tubos. Si la longitud de los tubos ha sido escogida de acuerdo con la ecuación II-2, el frente de ondas transmitido a través de la abertura de la pantalla infinita será el emitido por la placa, pero puesto en fase. Admitiendo que dicho frente transmitido, puede ser aproximado, en su distribución de amplitudes de vibración, por el valor absoluto de la ecuación de vibración de la placa y suponiendo, como en el Capítulo I, que la curva de vibración de la placa en el fluído es la misma que en vacío, resulta que, puesto que la colocación de los tubos en los nodos no afectará la forma de vibración de la placa, la función de distribución de amplitudes de vibración del emisor equivalente situado en la abertura de la pantalla infinita será:

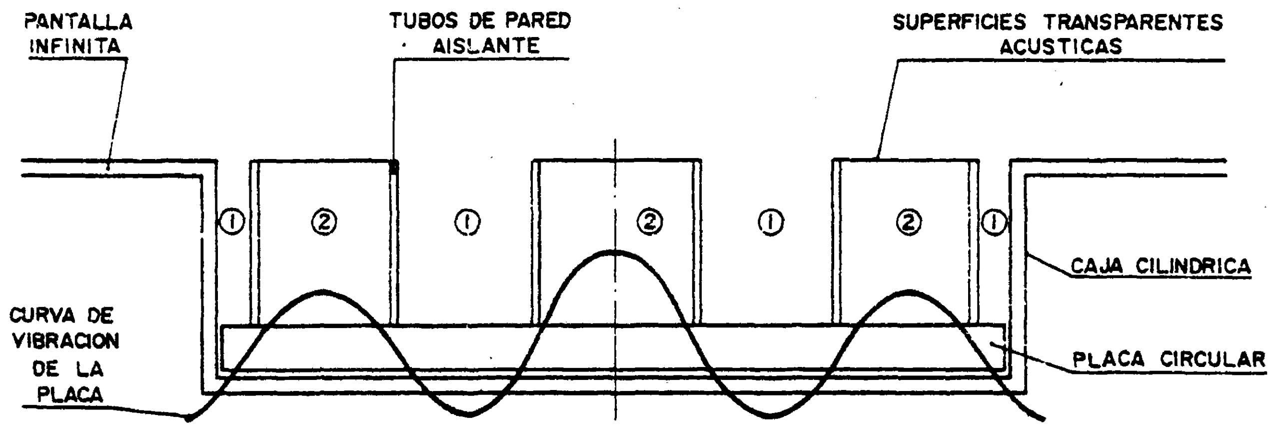


Figura II-4. Problema general. Placa circular (caso de tres círculos nodales) con sistema desfasador, alojada en una caja cilíndrica en una pantalla infinita.

$$V(r,t) = \left| J_o(\alpha r) + B\ I_o(\alpha r) \right| e^{j\omega t} = W(r)\ e^{j\omega t} \qquad \text{(II-17)}$$

siendo, según lo ya expuesto (Capítulo I), α y B dos valores -- constantes conocidos para cada modo de vibración de la placa.

En forma paralela a lo desarrollado para los casos sim-- plificados tratados con anterioridad, presentamos dos procedi-- mientos para el cálculo del incremento de inercia sobre estas - placas con el sistema defasador adosado.

a) Análisis del efecto de crecimiento de inercia por zonas in-- ternodales.

Este primer procedimiento se basa en aproximar, a efec-- tos del frente de ondas emitido por la placa vibrante a lo lar- go de los tubos, la función amplitud de vibración de la misma - por una más sencilla de tipo escalón en la forma

$$V'\ (rt) = W'(r).e^{j\omega t}$$

$$W'(r) = \frac{1}{2}\ W(r)_{max,n} \qquad r_{n-1} < r < r_n \qquad \text{(II-18)}$$

siendo $W_{max,n}$ el valor máximo de la función W(r) definida en -- II-17 en el intervalo de variación $r_{n-1}<r<r_n$ donde r_n es el valor del radio del círculo nodal enésimo. Consideraremos, como hemos

venido haciendo, que la impedancia en la abertura de la pantalla infinita se puede calcular suponiendo allí un emisor equivalente cuya curva de distribución de amplitudes será, en este caso, la dada por la ecuación II-17. Para este cálculo, se toma, en este primer procedimiento, la fuerza total que cada zona internodal del emisor equivalente ejerce sobre el medio. La presión que este emisor crea en un punto P de la superficie del mismo, de coordenada radial $r=\sigma$, viene dada por la expresión (ver Capítulo I):

$$p(\sigma) = -\frac{\rho_o \dot{\omega}^2}{2\pi} e^{j\omega t} \int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{Q(\sigma,\Theta)} W(r') \, e^{-jkr} \, dr \qquad \text{(II-19)}$$

siendo $\quad r' = (r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \cos\Theta)^{1/2}$

$$Q(\sigma,\Theta) = \sigma\left(\cos\Theta + \left(\cos^2\Theta - \frac{\sigma^2 - a^2}{\sigma^2}\right)^{1/2}\right)$$

$$W(r') = \left| J_o(\alpha r') + B\, I_o(\alpha r') \right|$$

La fuerza que el medio ejerce sobre cada elemento de superficie $ds(\sigma,\psi)$ de dicho emisor tendrá por expresión

$$dF = -\, p(\sigma)\, \sigma\, d\sigma\, d\psi \qquad \text{(II-20)}$$

siendo $ds(\sigma, \psi) = \sigma\, d\sigma\, d\psi$

Por tanto, la fuerza que cada zona nodal aplica sobre el medio radiado será la integral de la anterior ecuación sobre la superficie correspondiente, cambiada de signo

$$F_n = -\frac{\rho_o \omega^2}{2\pi} e^{j\omega t} \int_o^{2\pi} d\psi \int_{r_{n-1}}^{r_n} \sigma d\sigma \int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{Q(\sigma,\Theta)} \dot{W}(r') \, e^{-jkr} dr \qquad \text{(II-21)}$$

r_n y r_{n-1} son los radios de los circulos nodales que delimitan la enésima zona nodal.

Definimos ahora la impedancia acústica sobre la zona internodal n del emisor equivalente como el cociente entre la fuerza total que dicha zona ejerce sobre el medio y el producto de la velocidad equivalente $\dot{V}'(r,t)$ por el cuadrado de la superficie de la misma.

$$Z_{AC,n} = \frac{F_n}{\left.\frac{dV'(rt)}{dt}\right|_n . S_n^2} \qquad \text{(II-22)}$$

Sustituyendo en la anterior ecuación el valor de F_n obtenido en la expresión II-21, se tiene

$$Z_{AC,n} = \frac{j2\rho_o\omega}{S_n^2 . W(r)_{max,n}} \int_{r_{n-1}}^{r_n} \sigma d\sigma \int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{Q(\sigma,\Theta)} W(r') e^{-jkr} dr \qquad \text{(II-23)}$$

Ahora expresamos $Z_{AC,n}$ descompuesta en sus partes real e imaginaria en la forma

$$Z_{AC,n} = \frac{\rho_o c}{(S_n)^2}(\alpha + j\beta) = \frac{\rho_o c}{S_n}(\alpha' + j\beta') \qquad \text{(II-24)}$$

donde

a)

$$\alpha' = \frac{2k}{S_n \cdot W(r)_{max,n}} \int_{r_{n-1}}^{r_n} \sigma d\sigma \int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{Q(\sigma,\Theta)} W(r') \operatorname{sen}(kr) dr$$

(II-25)

b)

$$\beta' = \frac{2k}{S_n \cdot W(r)_{max,n}} \int_{r_{n-1}}^{r_n} \sigma d\sigma \int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{Q(\sigma,\Theta)} W(r') \cos(kr) dr$$

La impedancia acústica sobre la zona internodal n de la placa vibrante será, haciendo uso de II-5 y II-24,

$$Z'_{AC,n} = \frac{\rho_o c}{S_n} \frac{\alpha' + j(\operatorname{tg} kl + \beta')}{(1-\beta' \operatorname{tg} kl) + j\alpha' \operatorname{tg} kl} = \frac{\rho_o c}{S_n}(\alpha'' + j\beta'') \qquad \text{(II-26)}$$

siendo ahora

a) $$\alpha'' = \frac{\alpha' + \alpha' \operatorname{tg}^2 kl}{(1-\beta' \operatorname{tg} kl)^2 + \alpha'^2 \operatorname{tg}^2 kl} \qquad \text{(II-27)}$$

b) $$\beta'' = \frac{-\beta'\,tg^2kl+(1-\alpha'^2-\beta'^2)\ tg\ kl+\beta'}{(1-\beta'\,tg\ kl)^2+\alpha'^2\ tg^2\ kl} \qquad \text{(II-27)}$$

La impedancia mecánica de radiación sobre dicha zona será, por tanto:

$$Z'_{r,n} = \rho_o c \ \ S_n \ (\alpha'' + j\beta'') \qquad \text{(II-28)}$$

El aumento de inercia sobre la zona internodal n en - cuestión será, haciendo uso de la ecuación II-3:

$$m_{i,n} = \frac{\rho_o}{k} \ S_n \ \beta'' \qquad \text{(II-29)}$$

Expresándolo en forma de densidad resulta:

$$\rho_{i,n} = \frac{\rho_o}{kh} \ \beta'' \qquad \text{(II-30)}$$

Si la célula colocada sobre la zona internodal n contiene un li quido con valores de densidad y velocidad de propagación ρ', c' distintos a los del medio irradiado $\rho_o c$, la ecuación II-30 quedará en la forma:

$$\rho'_{i,n} = \frac{\rho'}{k'h} \ \frac{-H\beta'\,tg^2k'l+\left[1-(H\alpha')^2-(H\beta')^2\right]tg\ k'l+H\beta'}{(1-H\beta'\,tg\ k'l)^2+(H\alpha')^2tg^2\ k'l} \qquad \text{(II-31)}$$

siendo $\quad H = \dfrac{\rho_o c}{\rho' c'}$.

b) Análisis del efecto de crecimiento de inercia en forma puntual.

Si en vez de considerar la superficie de discontinuidad de impedancias que constituye la abertura de la pantalla infinita, por zonas internodales, como se ha hecho en el anterior procedimiento, tenemos en cuenta que la presión acústica sobre la superficie del "emisor equivalente" no es constante, sino función de la variable radial "r" (ver ecuación II-19), podemos definir la impedancia acústica sobre dicho emisor en la forma:

$$Z_{AC,1}(\sigma) = \frac{F_1(\sigma)}{U(\sigma)\,\left(\Delta S(\sigma)\right)^2} \quad . \qquad \text{(II-32)}$$

donde $F_1(\sigma)$ es la fuerza ejercida por el elemento de superficie $\Delta S(\sigma)$ del emisor equivalente sobre el medio y $U(\sigma)$ es la amplitud de velocidad de dicho elemento.

Dicha impedancia, haciendo uso de la ecuación II-20, cambiada de signo, tiene la forma.

$$Z_{AC,1}(\sigma) = j\frac{\rho_o \omega}{2\pi \Delta S(\sigma)\, W(\sigma)} \int_o^{2\pi} d\Theta \int_o^{Q(\sigma,\Theta)} W(r') e^{-jkr} dr \qquad \text{(II-33)}$$

$$= \alpha\ (\sigma) + j\beta\ (\sigma) \qquad \text{(II-33)}$$

siendo:

$$\alpha\ (\sigma) = \frac{\rho_o \omega}{2\pi\ \Delta S(\sigma)} \frac{\int_o^{2\pi} d\theta \int_o^{Q(\sigma,\theta)} W(r')\ \text{sen}\ kr\ dr}{W\ (\sigma)}$$

$$\text{(II -34)}$$

$$\beta\ (\sigma) = \frac{\rho_o \omega}{2\pi\ \Delta S(\sigma)} \frac{\int_o^{2\pi} d\theta \int_o^{Q(\sigma,\theta)} W(r')\ \cos\ kr\ dr}{W\ (\sigma)}$$

Introduciendo ahora II-33 en II-11, la función impedancia acústica sobre la placa vibrante vendrá expresada por la -- ecuación

$$Z_{AC,O}(\sigma) = \frac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)} \frac{\alpha(\sigma) + j\left(\beta(\sigma) + \frac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)}\ \text{tg}\ kl\right)}{\left(\frac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)} - \beta(\sigma)\ \text{tg}\ kl\right) + j\ \alpha(\sigma)\ \text{tg}\ kl}$$

$$= \alpha'\ (\sigma) + j\ \beta'(\sigma) \qquad \text{(II-35)}$$

donde

$$\alpha'(\sigma) = \left(\frac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)}\right)^2 \frac{\alpha(\sigma)\ (1 + \text{tg}^2\ kl)}{\left(\frac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)} - \beta(\sigma)\ \text{tg}\ kl\right)^2 + \alpha^2(\sigma)\ \text{tg}^2\ kl}$$

(II-36

$$\beta'(\sigma) = \frac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)} \; \frac{-\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)}\, \beta(\sigma)\, tg^2 kl + \left(\left(\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)} \right)^2 - \alpha^2(\sigma) - \beta^2(\sigma) \right) tg\, kl + \beta(\sigma) \dfrac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)}}{\left(\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)} - \beta(\sigma)\; tg\, kl \right)^2 + \alpha^2(\sigma)\; tg^2\, kl} \tag{II-36}$$

La función impedancia mecánica de radiación será pues:

$$Z_{R,O}(\sigma) = Z_{AC,O}(\sigma) \cdot \left(\Delta S(\sigma)\right)^2 \tag{II-37}$$

El crecimiento de masa sobre cada elemento $\Delta S(\sigma)$ de la placa resulta, por tanto, :

$$m_i(\sigma) = \frac{\beta'(\sigma) \left(\Delta S(\sigma)\right)^2}{\omega} \tag{II-38}$$

que, expresada en forma de densidad tiene la forma:

$$\rho_i(\sigma) = \frac{\rho_o}{kh} \; \frac{-\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)}\, \beta(\sigma)\; tg^2 kl + \left(\left(\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)} \right)^2 - \alpha^2(\sigma) - \beta^2(\sigma) \right) tg\, kl + \beta(\sigma)\; \dfrac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)}}{\left(\dfrac{\rho_o c}{\Delta S(\sigma)} - \beta(\sigma)\, tg\, kl \right)^2 + \alpha^2(\sigma)\; tg^2 Kl} \tag{II-39}$$

Si el elemento $\Delta S(\sigma)$ se encuentra en una de las zonas de la placa sobre las que se ha colocado un líquido con valores ρ' y c' distintos a los del medio irradiado (ρ_o, c) la densidad de inercia toma la forma:

$$\rho'_i(\sigma) = \frac{\rho'}{k'h} \; \frac{-\beta(\sigma)\,\dfrac{\rho'c'}{\Delta S(\sigma)}\,tg^2 k'l + \left(\left(\dfrac{\rho'c'}{\Delta S(\sigma)}\right)^2 - \alpha^2(\sigma) - \beta^2(\sigma)\right) tg\, k'l + \beta\,\dfrac{\rho'c'}{\Delta S(\sigma)}}{\left(\dfrac{\rho'c'}{\Delta S(\sigma)} - \beta(\sigma)\,tg\, k'l\right)^2 + \alpha^2(\sigma)\; tg^2\, k'l} \qquad \text{(II-40)}$$

Obtenido el crecimiento de inercia para este nuevo tipo de emisor, por cualquiera de los dos procedimientos indicados, la caida en frecuencia se calcula directamente mediante la ecuación I-19, empleando para ello técnicas de cálculo numérico.

En la tabla II-1 se muestran los datos calculados para tres modelos de radiador basados en placas planas vibrando en su primer, segundo y tercer modo axisimetrico de vibración, respectivamente. En ella se comparan los resultados obtenidos mediante los dos procedimientos teóricos aquí desarrollados. En los Apéndices 2 y 3 figuran dos programas de cálculo tipo empleados. Puede observarse cómo el método de cálculo del crecimiento de inercia por zonas internodales da una caida en frecuencia mayor que el método que lo hace en forma puntual. Así, el primero de ellos da una caida un 1% mayor que el otro para el caso más sencillo, el de un circulo nodal, mientras que la diferencia asciende a un 4% para los otros dos casos.

Si comparamos ahora los resultados de la tabla anterior con los obtenidos para el caso de placas circulares planas del Capítulo I (Tabla I-1) vemos que, la colocación del sistema des

TABLA II-1

CAIDA EN FRECUENCIA DE PLACAS CIRCULARES
CON SISTEMA DESFASADOR, VIBRANDO EN AGUA

modo de vibración	radio (m)	espesor (m)	longitud tubos (m) desf.	frecuencia en aire (Hz)	frecuencia en agua con sistema desfasador			
					método 1 (*)	CF_1	método 2 (**)	CF_2
1 CIRCULO NODAL	0.034	0.02	0.02	27600	24890	10%	25250	9%
2 CIRCULOS NODALES	0.061	0.0115	0.024	23700	19000	20%	19900	16%
3 CIRCULOS NODALES	0.09	0.013	0.021	27600	22000	20%	23100	16%

(*) método 1 = cálculo del crecimiento de inercia por zonas internodales

(**) método 2 = cálculo del crecimiento de inercia en forma puntual

48

fasador tubular sobre los círculos nodales disminuye el efecto de caida en frecuencia que presentan dichas placas por la acción del fluído irradiado.

II.3. Directividad de radiadores circulares con sistema desfasador.

La presión acústica en un punto cualquiera de un medio fluido producida por la vibración flexional de una superficie vibrante colocada en una pantalla infinita rígida, puede ser hallada sumando adecuadamente las contribuciones en presión de los elementos diferenciales de superficie de dicho emisor. Si caracterizamos la forma de vibración de la superficie vibrante por una función de distribución de la velocidad de vibración

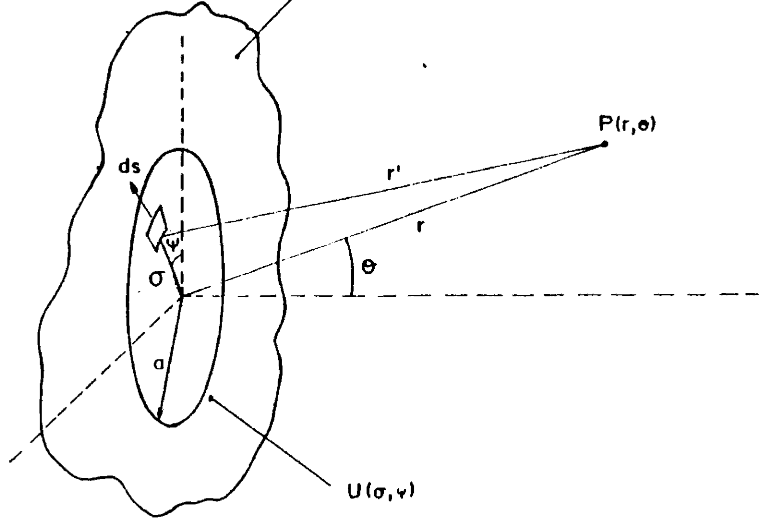


Fig. II-5

$U_O(\sigma,\psi)$, la presión que un elemento ds produce en un punto P del fluído (Fig. II-5) vendrá dada por la expresión |12|:

$$dp = \frac{j\rho_o ck}{2\pi r'} U_O(\sigma,\psi)\; e^{j(\omega t-kr')}\, ds \qquad (II-41)$$

La presión que toda la superficie vibrante origina en el punto P será la integral, extendida a toda ella, de la expresión anterior. Es decir

$$p(r,\theta) = \frac{j\rho_o ck}{2\pi} e^{j\omega t} \int_S \frac{e^{-jkr'}}{r'} U_o\;(\sigma,\psi)\; ds$$

siendo

$$r' = (r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \operatorname{sen}\theta \cos\psi)^{1/2}$$

$$ds = \sigma d\sigma\; d\psi$$

Para puntos situados en el campo lejano, haciendo uso de la aproximación paraxial se tiene que

$$p\;(r,\theta) = \frac{j\rho_o ck}{2\pi r} e^{j(\omega t-kr)} \int_S U_o(\sigma,\psi) e^{j\; k\sigma \operatorname{sen}\theta\cos\psi} ds \qquad (II-42)$$

Si, tanto la superficie vibrante como la función de - distribución de amplitudes de velocidad presentan simetría circular , la integral de superficie anterior queda en la forma:

$$p(r,\theta) = \frac{j\rho_o ck}{2\pi r} e^{j(\omega t-kr)} \int_o^a \sigma\, U_o(\sigma) d\sigma \int_o^{2\pi} e^{jk\sigma sen\theta cos\psi} d\psi \qquad (II-43)$$

Teniendo en cuenta que la función $J_o(x)$ de Bessel admi te como expresión integral

$$J_o(x) = \frac{1}{2\pi} \int_o^{2\pi} e^{jxcos\psi} d\psi$$

la ecuación (II-43) tomará la forma:

$$P(r,\theta) = \frac{j\rho_o ck}{r} e^{j(\omega t-kr)} \int_o^a \sigma\, U_o(\sigma)\; J_o(k\sigma sen\theta) d\sigma =$$

$$= \frac{j\rho_o ck}{r} e^{j(\omega t-kr)} \cdot D(\theta) \qquad (II-44)$$

La función $D(\theta)$, representa la distribución angular -- en el campo lejano de la presión acústica originada por una superficie vibrante circular alojada en una pantalla rigida infinita, con una función de distribución de velocidades con simetria circular.

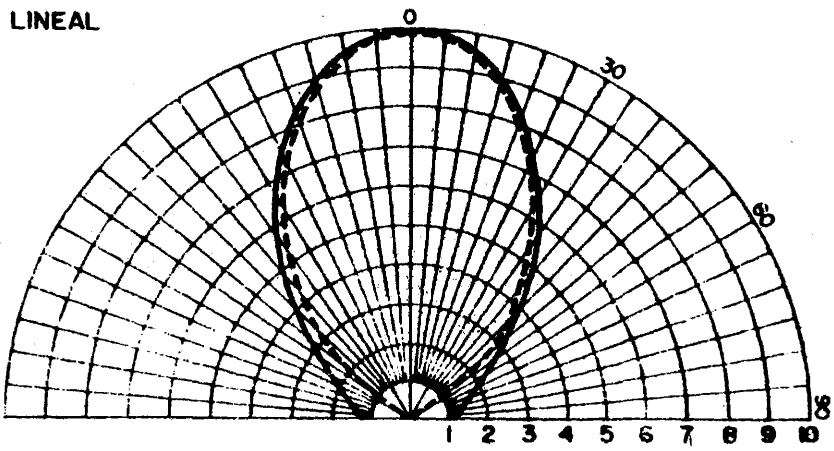
En el caso que nos ocupa, el de placas planas circulares vibrando a flexión con un sistema desfasador a base de células cilíndricas con líquidos retardadores, el problema reside en conocer la frecuencia, dimensiones y curva de distribución de amplitudes de velocidad del "emisor equivalente" situado en la abertura de la pantalla infinita. En el desarrollo del apartado II-2, se ha hecho la hipótesis de que la curva de amplitudes de vibración en la abertura de la pantalla infinita puede ser bien aproximada por el valor absoluto de la curva de vibración de la placa plana circular, base del emisor. Suponiendo además, como se ha hecho en el Capítulo I, que la curva de vibración de estas placas en fluídos es la misma que la que presentan en vacío, la función de directividad de este tipo de emisores vendrá dada por la expresión:

$$D(\Theta) = \int_{0}^{a} \sigma \left| J_{o}(\alpha\sigma) + B\, I_{o}(\alpha\sigma) \right| J_{o}(k\sigma \operatorname{sen}\Theta)\, d\sigma \qquad \text{(II-45)}$$

Resolviendo esta integral mediante técnicas de integración numérica, se ha calculado la distribución angular del campo acústico originado por tres modelos de emisores basados en tres placas planas vibrando en su primer, segundo y tercer modo flexional axisimétrico.

Dichas directividades se presentan en las figuras II-6, II-7 y II-8, tanto en escala lineal como en logarítmica. Como comparación se muestran también en linea de trazos las directividades de los pistones teóricos equivalentes (igual diámetro y frecuencia). Puede observarse la concordancia existente entre ambos grupos de diagramas lo que avala, en forma teórica, el sistema de emisión directiva propuesto.

Un programa tipo de los elaborados para el cálculo de la función de directividad figura en el Apéndice 4.



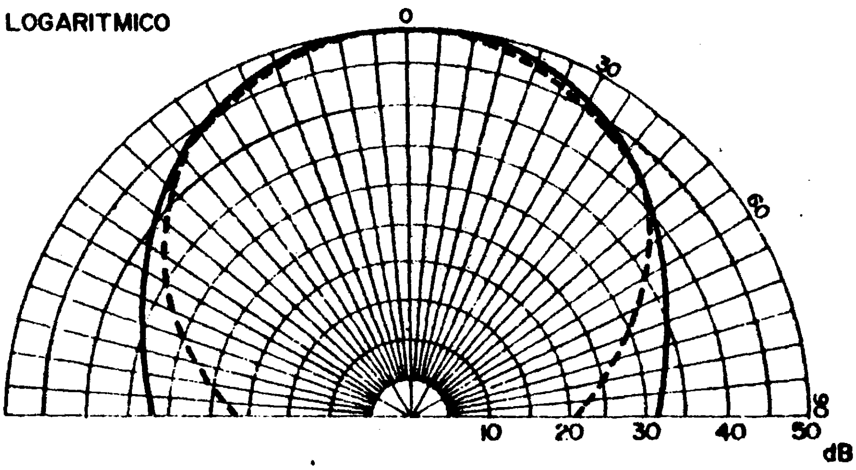


Figura II-6. Diagramas teóricos de directividad: placa de un círculo nodal con sistema desfasador. En línea de trazos, directividas pistón equivalente.

$f = 26400$ Hz $\quad a = 0.034$ m

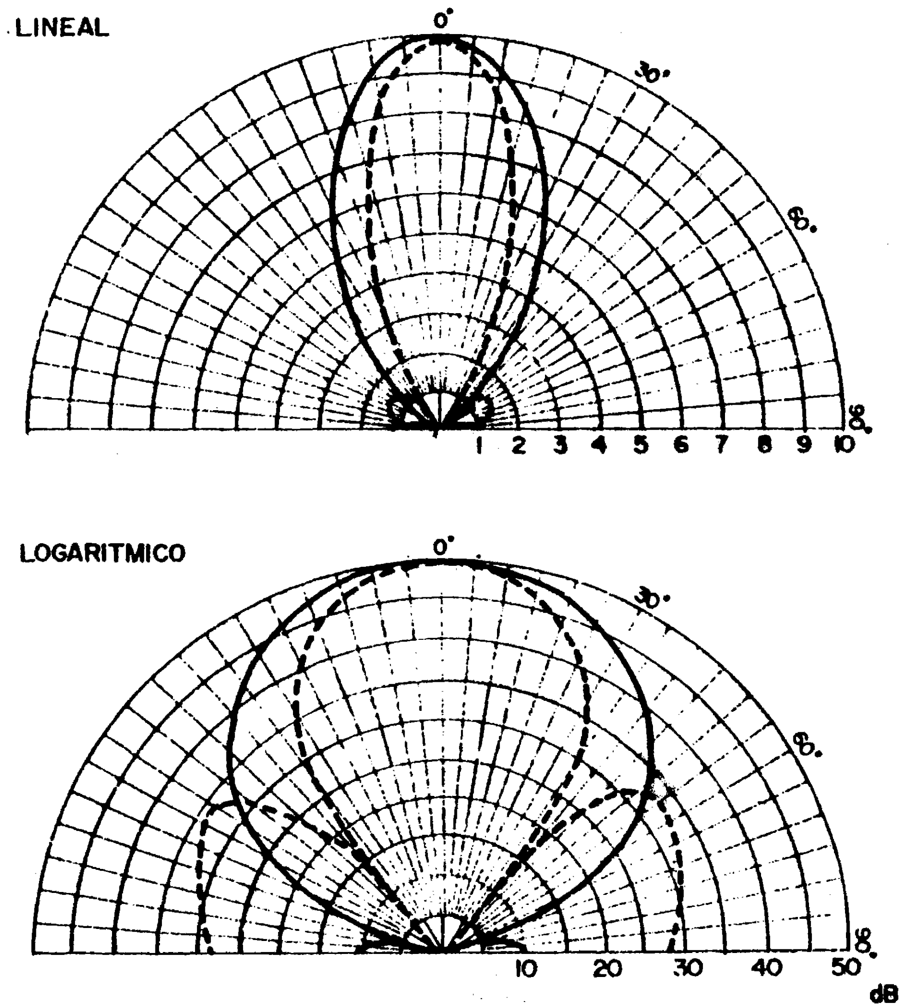


Figura II-7. Diagramas teóricos de directividad: placa de dos círculos nodales con sistema desfasador. En línea de trazos, directividad pistón equivalente.

$f = 20700$ Hz $\qquad a = 0.061$ m

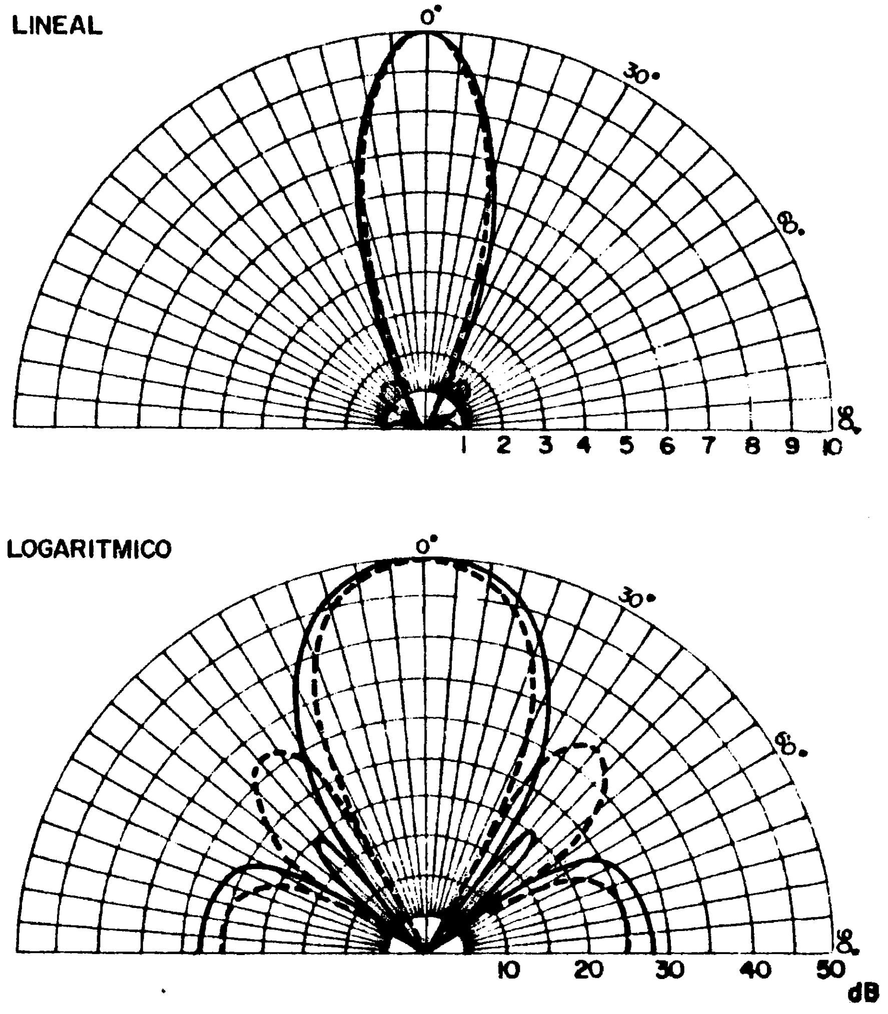


Figura II-8. Diagramas teóricos de directividad: placa de tres círculos nodales con sistema desfasador. - En linea de trazos, directividad pistón equivalente.

f = 23800 Hz a = 0.09 m

C A P I T U L O III

RADIADOR ULTRASONICO DIRECTIVO EN AGUA.
PRUEBAS EXPERIMENTALES.

En este capítulo se presenta la realización y experimentación del prototipo de radiador ultrasonico directivo en agua desarrollado en base a los estudios teóricos presentados en los Capítulos I y II.

Tras describir, en el apartado primero, el dispositivo de experimentación empleado, se pasa, en el segundo, al estudio experimental de radiadores planos circulares vibrando flexionalmente en un modo libre axisimétrico. Este estudio comprende la medida de la frecuencia de resonancia de estos radiadores, mediante el barrido en frecuencia de los mismos, y el registro y cuantificación de la distribución angular del campo acústico emitido por las placas. Al final del apartado se lleva a cabo una comparación entre los resultados experimentales y las predicciones teóricas para las frecuencias de resonancia obtenidas en el capítulo I.

En el tercer apartado se describe el diseño y la realización de un modelo de emisor directivo, constituido por placas planas circulares vibrando a flexión con sistema desfasador, y se presenta la determinación experimental de la frecuencia de resonancia y de los diagramas de directividad de tres variantes de este modelo. Los resultados experimentales se comparan con los teóricos obtenidos en el Capítulo II.

III.1. Dispositivo experimental.

El trabajo experimental realizado presenta dos aspectos. El primero se refiere a la medida de las frecuencias de resonancia en agua tanto de los radiadores planos como de los radiadores con sistema desfasador adosado. El segundo comprende la medida de la distribución del campo acústico originado por los radiadores anteriores. En función de estos dos grupos de medidas se han preparado sendos dispositivos que a continuación se describen.

El primero de ellos, utilizado para la determinación de la frecuencia de resonancia, se presenta esquemáticamente en el diagrama de bloques de la figura III-1. En él se pueden distinguir dos partes: una de excitación y otra de recepción y medida. La excitación se realiza mediante un elemento cerámico piezoeléctrico unido al radiador en estudio. Dicho elemento es del tipo PZT-4 (titanato-circonato de plomo) siendo sus dimensiones pequeñas respecto a las del radiador para evitar efectos de carga y presentando una frecuencia de resonancia mucho más elevada que la de excitación con el fin de trabajar en la zona plana de su respuesta en frecuencia. Los elementos empleados han sido discos de 3 mm. de espesor y 4 mm. de radio con una frecuencia resonante de aproximadamente 700 kHz.

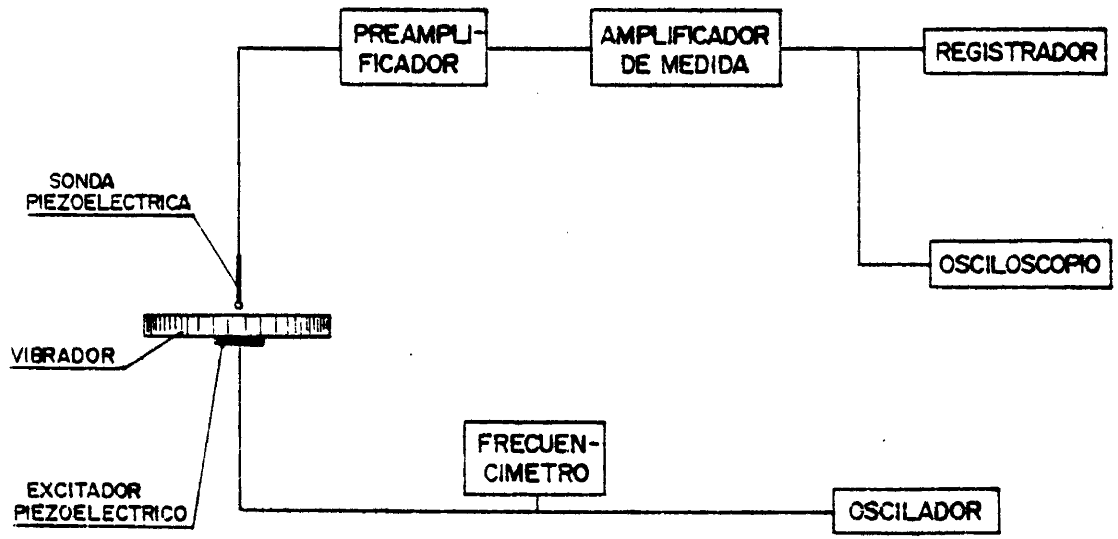


Figura III-1. Diagrama de bloques del sistema experimental para la medida de la frecuencia de resonancia de los radiadores

La parte de recepción y medida destinada a la determinación experimental de la frecuencia de resonancia del modo excitado en la placa radiador, consiste en una sonda piezoeléctrica de pequeñas dimensiones junto con un sistema de amplificación y medida de la señal recogida por dicho receptor. La sonda piezoeléctrica puede emplearse como micrófono, situada en las proximidades de la superficie de la placa o como captador de vibraciones, colocándola en contacto con ella. Un esquema de la sonda piezoeléctrica construida, su respuesta en frecuencia y una fotografía de la misma, se presentan en la figura III-2. Para soportar las placas cuya frecuencia de resonancia se quiere medir, en condiciones de bordes libres, se han empleado dos procedimientos: uno consistente en depositarlas sobre una superficie irregular de un material muy ligero y de escasa rigidez, tipo goma-espuma, y otro basado en suspenderlas mediante hilos muy finos. Las variaciones observadas entre las medidas realizadas con ambos procedimientos son muy pequeñas y se mantienen dentro de los márgenes de imprecisión con que se obtienen los resultados. La medida de la frecuencia de resonancia se hace a través del registro de la respuesta en frecuencia de los distintos radiadores. Este registro se ha efectuado con el equipo B-K formado por el Beat Frequency Oscillator 1013 y el Level Recorder 2305 cuyo rango de frecuencia va desde 2Hz a 200 kHz. Las condiciones de las medidas fueron: velocidad de barrido del oscilador = 3,6 rpm, velocidad de papel del registrador = 3 mm/sg. y velocidad de escritura = 63 mm/sg. En estas condiciones, y teniendo en cuenta las características físicas del sistema, se ha determinado que la máxi

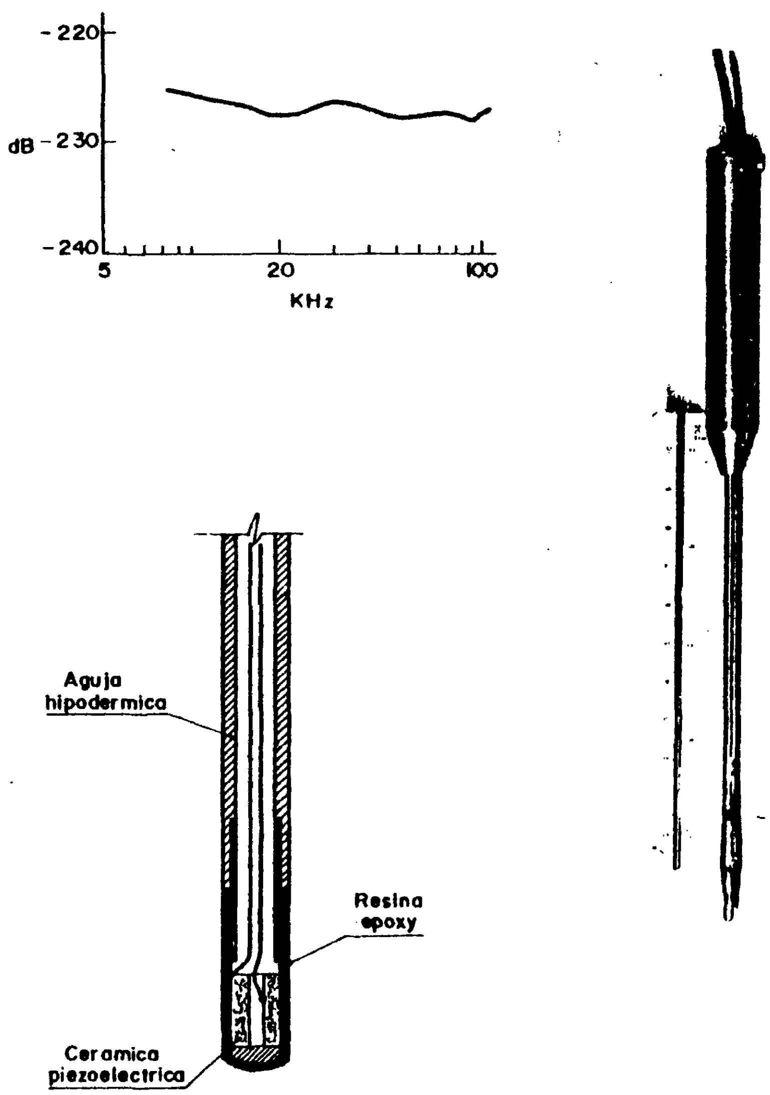


Figura III-2- Sonda piezoeléctrica de medida. Esquema, fotografía y respuesta en frecuencia.

ma imprecisión en las frecuencias medidas es de $\pm$ 150 Hz.

El dispositivo experimental utilizado para la medida - de la distribución angular del campo acústico de los emisores en estudio, se presenta en forma esquemática en el diagrama de bloques de la figura III-3. El emisor objeto de medida está constituido por el radiador, plano o con el sistema desfasador incorporado, y por un vibrador sintonizado tipo "sandwich" que actúa como excitador. Un esquema del vibrador "sandwich" y otro del emisor completo para el caso de vibración de placa con dos circulos nodales y un sistema desfasador, se muestran en las figuras -- III-4 y III-5. Como puede apreciarse el emisor así constituido - va colocado en una caja cilíndrica, abierta por una cara, con paredes dobles y cámara de aire entre ellas. Esta cámara de aire - tiene por fín el evitar cualquier transmisión de radiación acústica del interior de la caja al espacio irradiado. La parte interior de la caja cilíndrica va, además, recubierta con una goma - absorbente para eliminar el campo estacionario que se puede -- crear en su interior. Al conjunto emisor-caja se le acopla, en - el plano de la abertura de emisión, una pantalla asimétrica de - polimetacrilato, con doble pared y cámara de aire en su interior, de dimensiones tales que la mínima distancia desde el borde del radiador al borde de la pantalla es mayor que cuatro longitudes de onda de la radiación en el medio fluido (Fig. III-6). Como - receptor se ha usado un hidrófono Bruel & Kjaer, modelo 8104. - Este hidrófono es omnidireccional en un plano perpendicular a - su eje (plano espacial de trabajo) y presenta una respuesta en

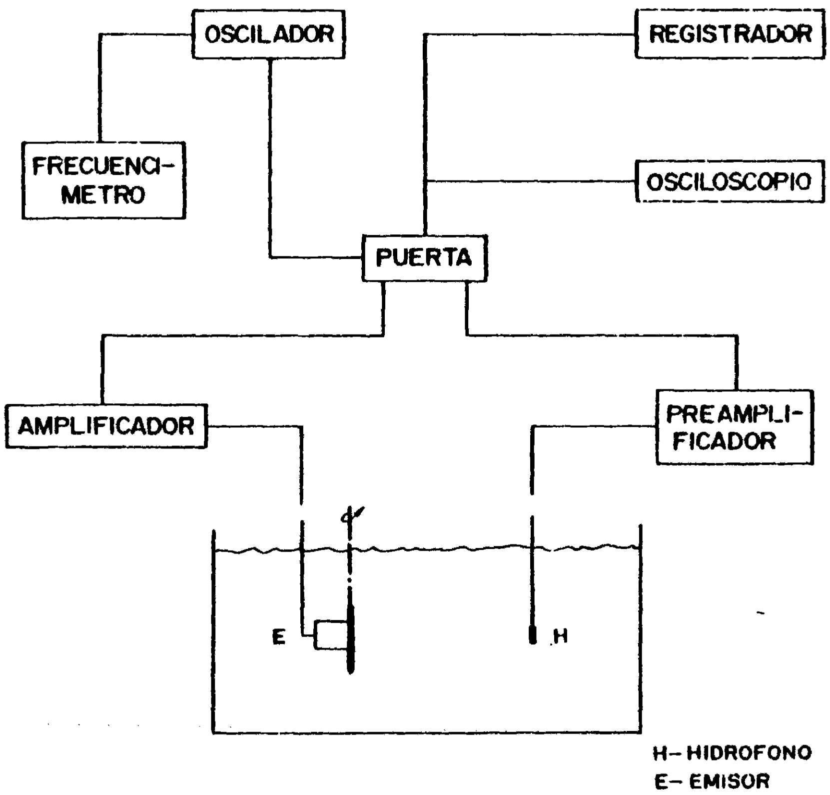


Figura III-3. Diagrama de bloques del sistema experimental para la obtención del diagrama-- de directividad de los emisores.

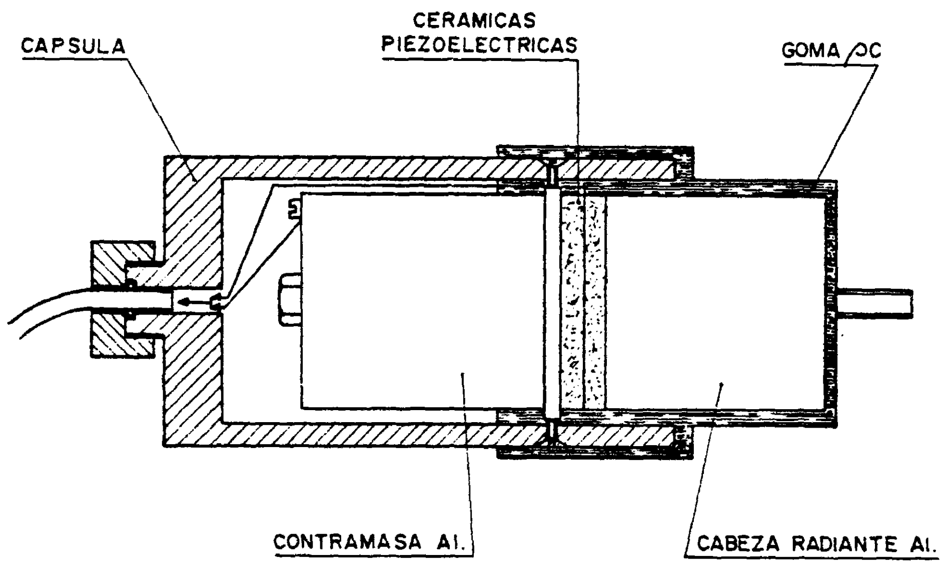
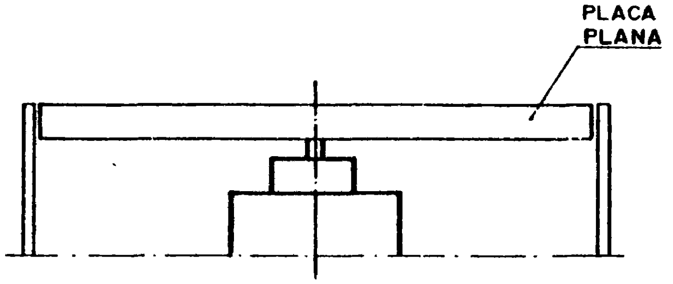


Figura III-4. Esquema del vibrador sandwich

A)



B)

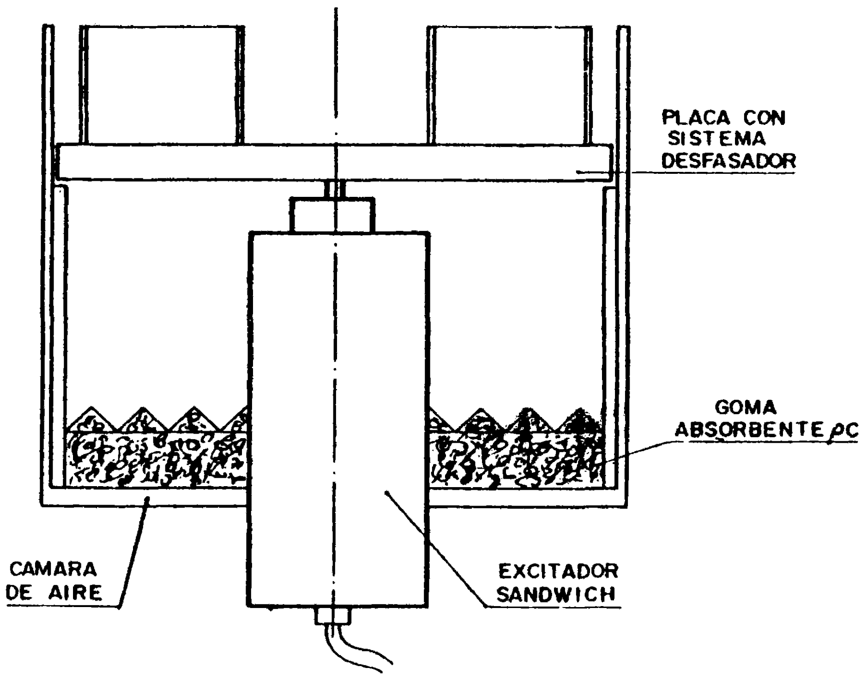


Figura III-5. Esquema del emisor: (A) sin sistema desfasador, (B) con sistema desfasador.

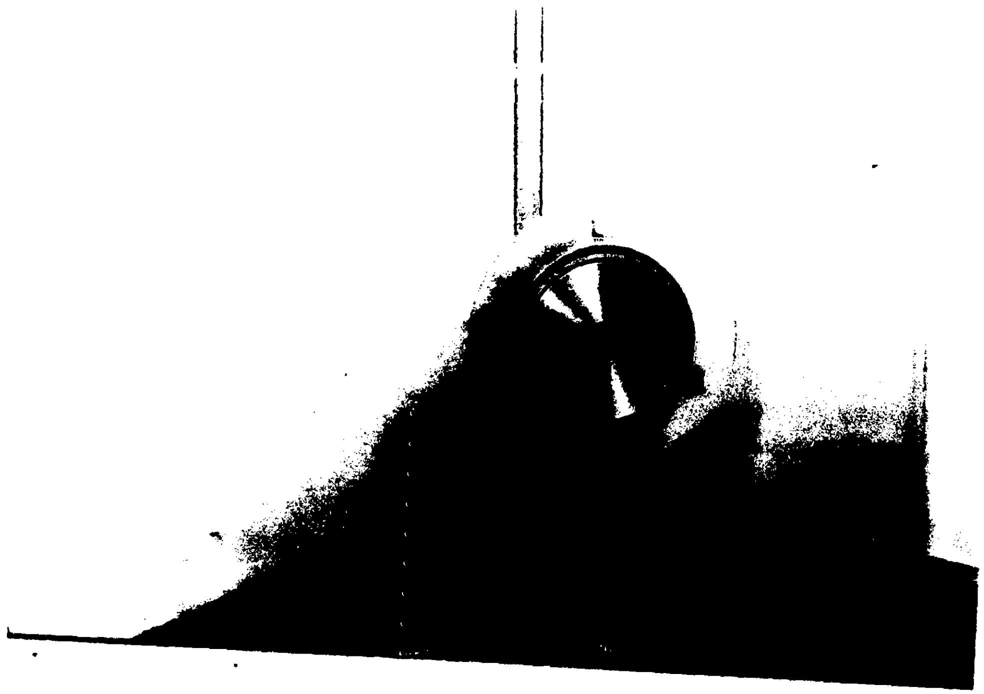


Figura III-6. Emisor con pantalla acústica.

frecuencia plana entre 0 y 50 kHz. La técnica de medida utilizada en este caso ha sido la de impulsos, realizándose la experimentación en el tanque de experiencias hidroacústicas del Instituto de Acústica, cuyas dimensiones son 6,5x4,5x4,5 metros (Fig. III-7). La longitud de impulsos utilizada en las medidas ha sido de 20 ciclos, longitud suficiente para poder trabajar en la zona estacionaria del impulso para todos los emisores probados durante nuestra experimentación. Esta longitud de impulsos, habida cuenta de las frecuencias de trabajo (entre 18 kHz y 26 kHz), entra dentro del amplio margen de posibilidades de experimentación del citado tanque de experiencias |14|.

III.2. Experimentación de radiadores planos en agua. Comparación con los resultados teóricos.

Siguiendo el método experimental descrito en el apartado anterior se ha medido la frecuencia de resonancia, en aire y agua, de tres radiadores planos consistentes en placas circulares de aluminio vibrando respectivamente, en su primer, segundo y tercer modo flexional axisimétrico. Los resultados se muestran en la Tabla III-1. Se puede observar la caida de frecuencia que, como consecuencia del incremento de inercia, experimentan las placas al ser sumergidas en agua. Esta caída, para los distintos diámetros de placa experimentados varía aproximadamente entre un 10 y un 20% y depende de las dimensiones de la placa y de su modo de vibración. En efecto, la influencia del area para un mismo modo de vibración y frecuencia es directa ya que implica una

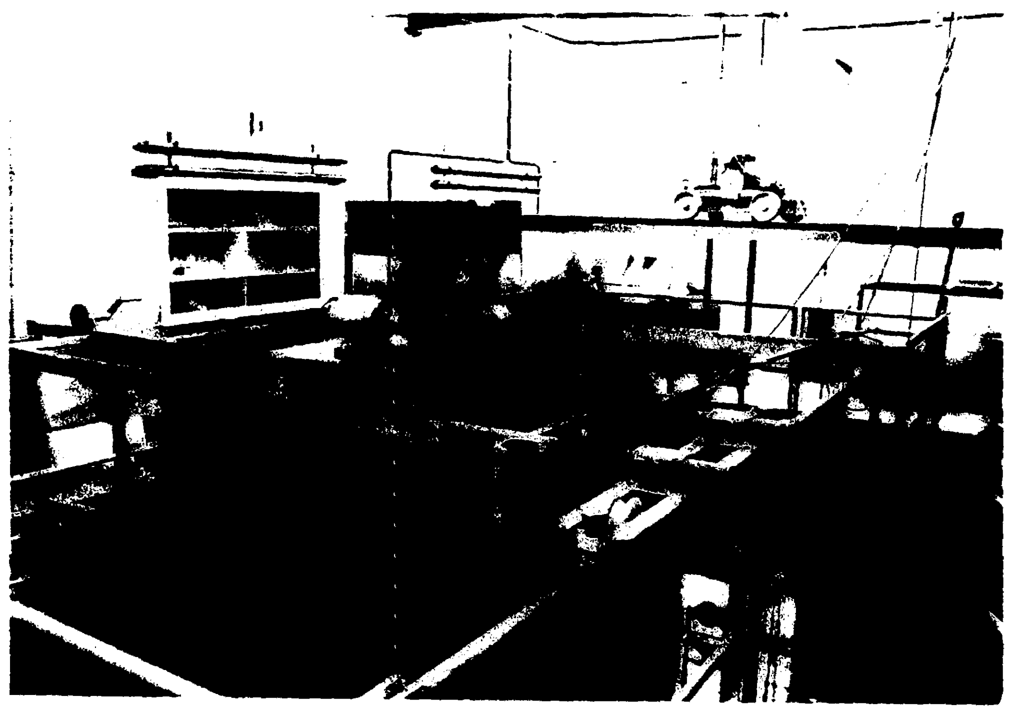


Figura III-7. Tanque de experimentación subacuática.
Instituto de Acústica.

TABLA III-1

VALORES EXPERIMENTALES DE LAS FRECUENCIAS DE RESONANCIA DE LOS TRES PRIMEROS MODOS AXISIMETRICOS DE PLACAS CIRCULARES PLANAS VIBRANDO EN AIRE Y EN AGUA

modo de vibracion	radio (m)	espesor (m)	frecuencia en aire (Hz)	frecuencia en agua (Hz)	
				1 cara sumergida	2 caras sumergidas
1 CIRCULO NODAL	0.034	0.02	27600	26700	25000
2 CIRCULOS NODALES	0.061	0.0115	23700	21000	19000
3 CIRCULOS NODALES	0.09	0.013	27600	24500	22300

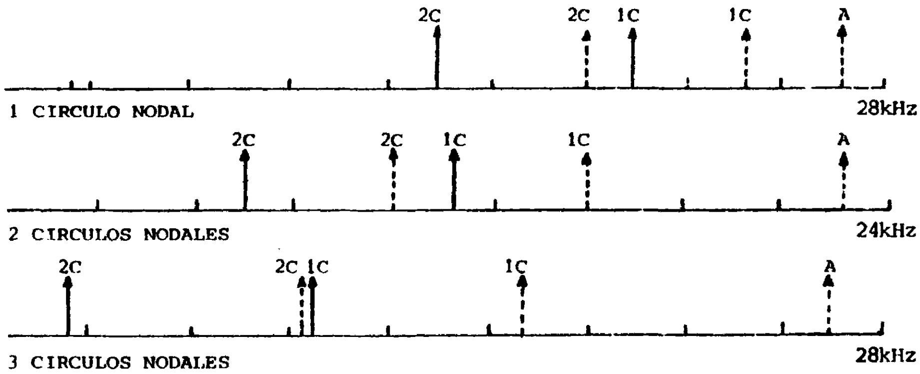
mayor presión acústica, sin embargo el paso de un modo de vibración a otro, con un número mayor de circulos nodales, está ligado al balance vibratorio entre las zonas en fase, y en contrafase, lo que conlleva una disminución del efecto de crecimiento de inercia.

Si comparamos los resultados experimentales con las -- predicciones teóricas obtenidas en el apartado segundo del Capítulo I, vemos, en la tabla III-2, que estas se aproximan, para - los tres modos de vibración considerados, con errores del 4.7%, 6.6% y 8% respectivamente, para vibración con sólo una cara de - la placa sumergida en agua, y del 6.1, 7.7 y 11% respectivamente para vibración con las dos caras sumergidas. Estos resultados - pueden considerarse ampliamente satisfactorios, ya que las dis-- crepancias entre los valores teóricos y experimentales son comparables e incluso menores a las obtenidas por otros autores en el estudio del caso más elemental conrrespondiente al primer modo - de vibración |4 |, | 6|.

La segunda parte de la experimentación con placas planas comprende las medidas de la distribución angular del campo - acústico originado por este tipo de radiadores. Esto se ha hecho mediante el registro de los diagramas de directividad de las tres placas planas (con uno, dos y tres círculos nodales) cuyas fre-- cuencias de resonancia en los respectivos modos fueron previamente medidas, tal como ya se ha indicado. El sistema emisor, en el que las placas actuan como elemento radiante, utiliza como excitador un vibrador "sandwich" en la forma explicada en el aparta-

TABLA III-2

COMPARACION GRAFICA ENTRE LAS FRECUENCIAS TEORICAS Y LAS EXPERIMENTALES DE PLACAS PLANAS VIBRANDO EN AGUA



1 KHz/división

Valor teórico ————

Valor experimental --------

A aire

1C - 1 cara sumergida.

2C - 2 caras sumergidas.

CUADRO RESUMEN DE LA CONCORDANCIA TECRICO-EXPERIMENTAL

Modo de Vibración	Concordancia teórico-experimental	
	1 cara sumergida	2 caras sumergidas
1 CIRCULO NODAL	4.7 %	6.1 %
2 CIRCULOS NODALES	6.6 %	7.7 %
3 CIRCULOS NODALES	8.5 %	11 %

do anterior (Figs. III-4 y III-5a). La medida se realizó con el dispositivo experimental esquematizado en la figura III-3. Los diagramas así registrados, tanto a escala lineal como logarítmica se presentan en las figuras III-8, III-9 y III-10.

III.3. Diseño, realización y experimentación de modelo de emisor directivo con placas circulares vibrando en sus tres primeros modos axisimétricos. Comparación con los resultados teóricos.

Siguiendo la idea básica para la consecución de radiación acústica coherente, desarrollada en forma teórica en el Capítulo II de la presente Memoria, se ha diseñado, realizado y experimentado un modelo de emisor directivo con tres variantes en función del modo de vibración de la placa circular plana, base del citado modelo. En este apartado se describe la realización y experimentación de estos prototipos.

El modelo de emisor directivo diseñado consiste en una placa metálica circular, que puede ser de gran area, puesta en vibración mediante una fuerza vibromotriz aplicada en su centro. Dado que el material de la placa no tiene, obviamente, rigidez infinita, a las frecuencias útiles la placa no podrá oscilar con la misma fase en toda su extensión, como sería el caso del pistón teórico, sino que presentará una serie de modos de vibración axisimétricos con zonas constituidas por un círculo central y una sucesión de coronas circulares concéntricas en las que la vibración se presenta alternativamente en contrafase (Fig. II-1). Las suce-

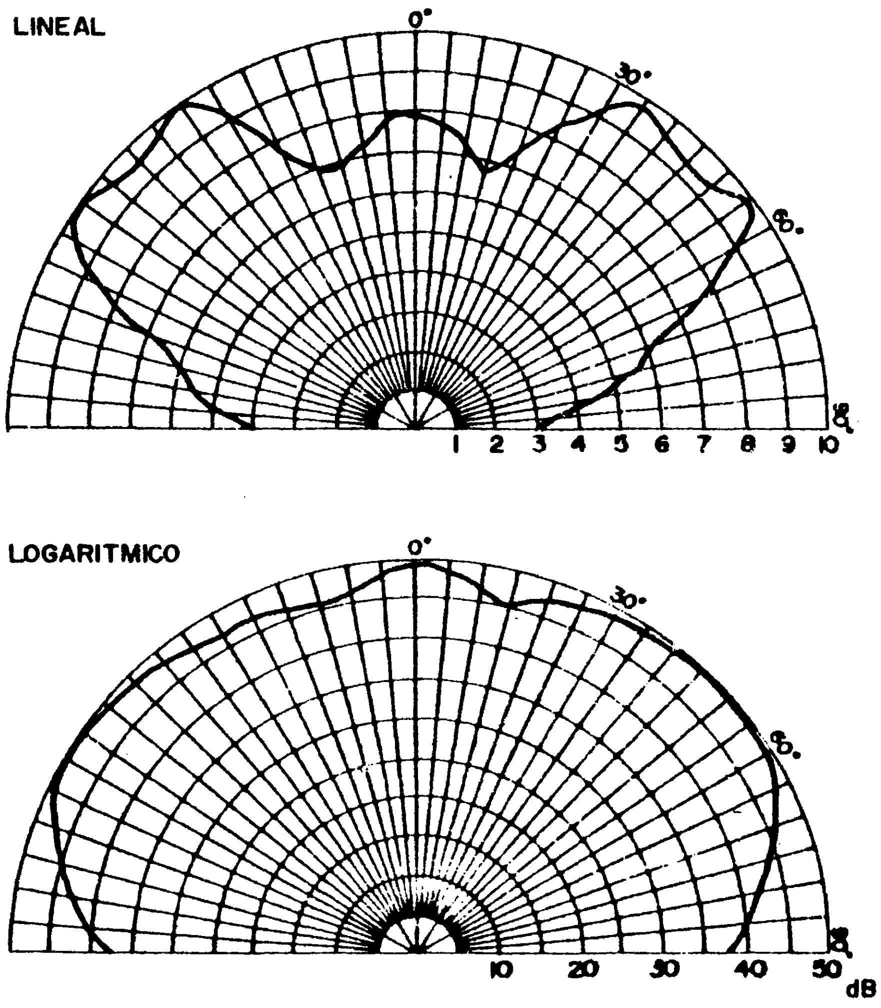


Figura III-8. Diagrama de directividad experimental. Placa plana de un círculo nodal.

f= 25000 Hz   a= 0.034 m

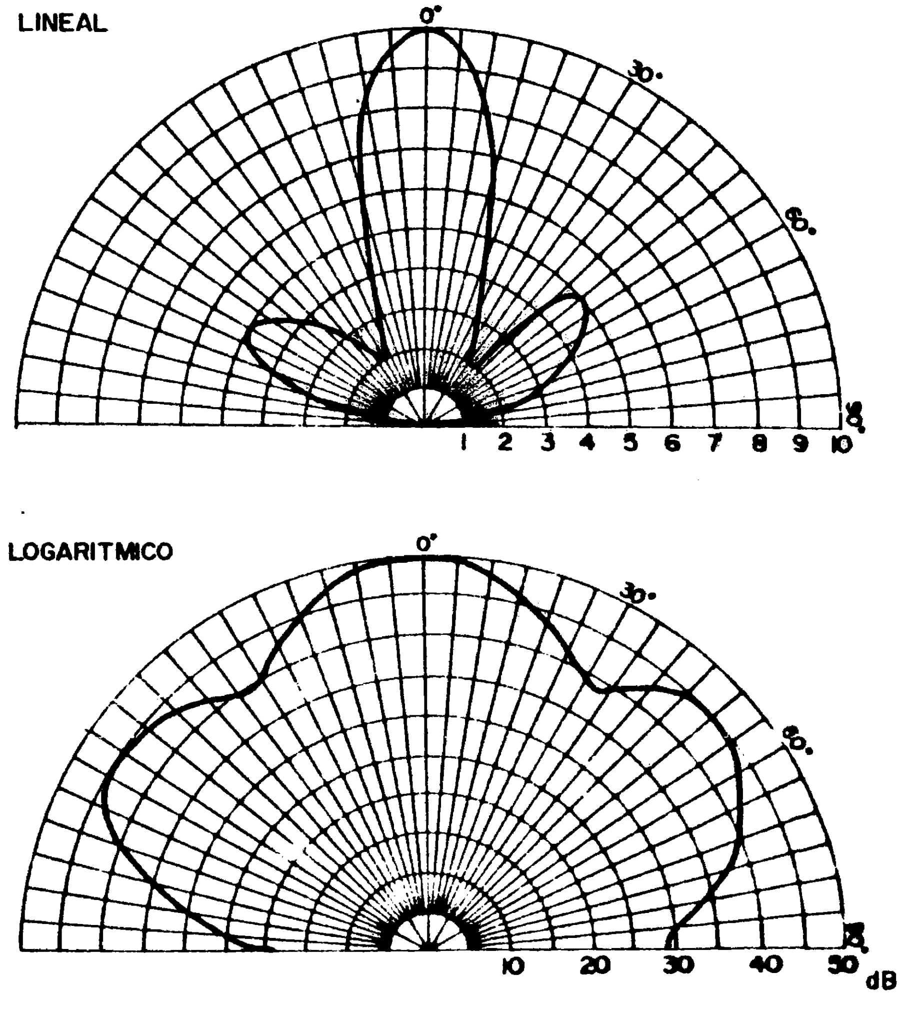


Figura III-9. Diagrama de directividad experimental. Placa plana de dos círculos nodales.
f= 19000 Hz a= 0.061 m

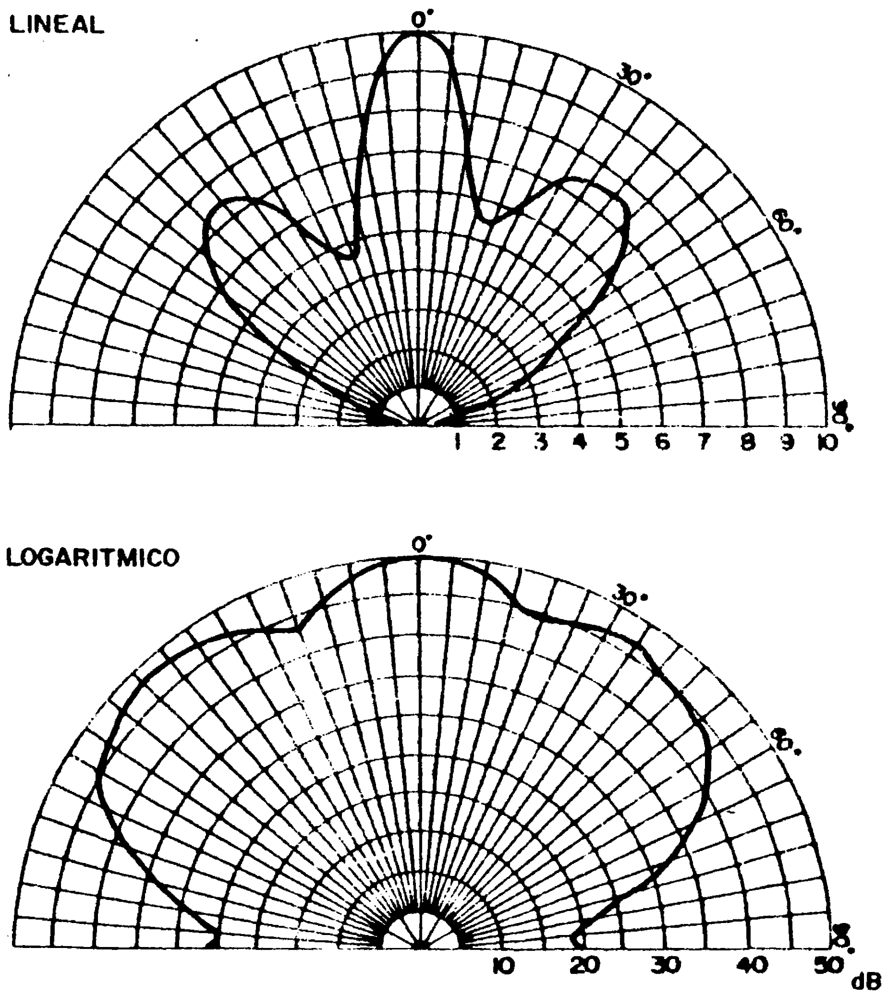


Figura III-10. Diagrama de directividad experimental. Placa plana de tres círculos nodales.
f= 22300 Hz a= 0.09 m

sivas zonas concéntricas están por tanto separadas, unas de otras por lineas nodales (circunferencias) en las cuales la amplitud de vibración es nula. El dispositivo que provee la excitación mecánica a la placa es un vibrador tipo "sandwich" sintonizado a la frecuencia de la misma (Fig. III-4). Este vibrador va fijado, mediante un pequeño vástago, al centro de la placa a la que le imprime la vibración a la frecuencia correspondiente a uno de los modos de vibración axisimétrica. Una fotografía de este transductor-emisor, cuyo esquema de principio es el que se indicó en la Figura III-5a, se presenta en la figura III-11.

Por la presencia de zonas internodales que vibran en contrafase en la superficie radiante de la placa plana, la emisión acústica resulta incoherente y el diagrama de directividad, lejos de parecerse al del pistón teórico se presenta con intensos lóbulos laterales en varias direcciones (Figs. III- 8 , III- 9 y III- 10). Para aproximarse a las condiciones ideales (pistón teórico) es preciso modificar oportunamente la velocidad de propagación en el medio en contacto con las zonas de la placa que vibran en fase, respecto a las zonas contiguas, que vibran en contrafase, para obtener una radiación coherente a breve distancia de la placa en un plano paralelo a su superficie. Esta modificación se puede hacer, como ya se ha dicho (ver Capítulo II), utilizando un "líquido retardador" que presente una impedancia acústica específica (densidad x velocidad de propagacion) lo más próxima posible a la del agua y una velocidad de propagación muy diversa. Un líquido de este tipo, que puede encontrarse en el comercio, es el Fluorinert FC-75

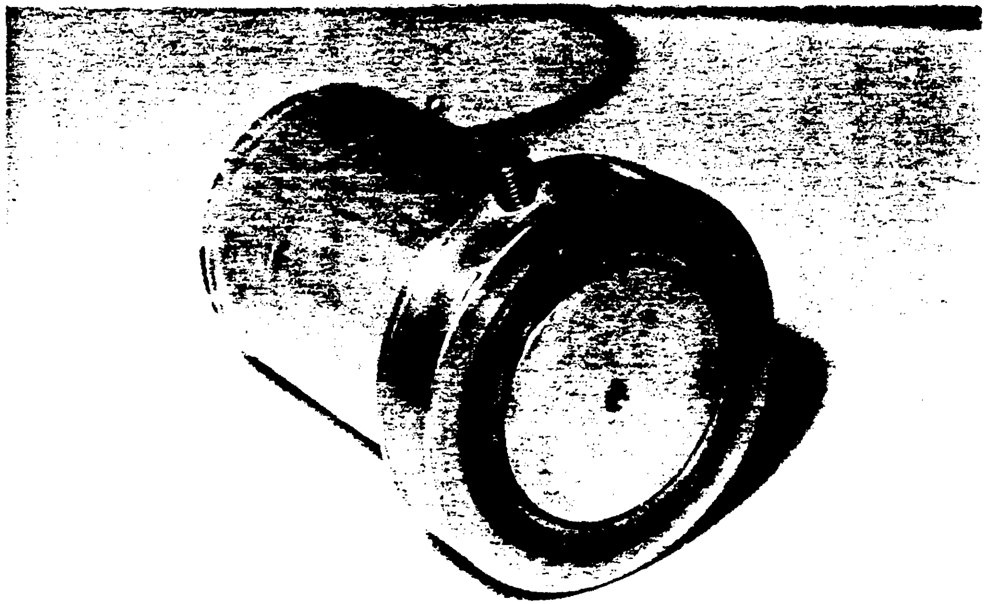


Figura III-11. Emisor completo con placa circular plana. Radio de la placa a= 0.034 m.

fabricado por la 3M Co. Este es un líquido inerte de la familia de los fluorocarbonos, incoloro, inodoro y no inflamable. Su impedancia acústica específica es de 1060×10^3 $Kg.m^{-2}.s^{-1}$ (impedancia específica del agua = 1480×10^3 $Kg.m^{-2}.s^{-1}$) siendo la velocidad de propagación en él de 600 ms^{-1} |15|. Para la utilización de este líquido se fijan a la superficie de la placa, en correspondencia con los círculos nodales, una serie de tubos concéntricos que constituyen los contenedores, en sucesión alternada, del líquido desfasador y del medio de propagación (Fig. III-12). Los tubos contenedores del líquido desfasador van cerrados, por la parte del semiespacio irradiado, mediante una membrana muy delgada transparente a la radiación acústica. Estos tubos se construyen con dobles paredes y cámara de aire intermedia para evitar la transmisión lateral; su fijación a las líneas nodales se hace a través de una pestaña muy delgada que se construye en las placas en coincidencia con dichas líneas (Fig. III-13). Los tubos contenedores han de tener una altura "l" tal que las ondas generadas en contrafase por la placa se encuentren en fase después de haber recorrido la distancia "l" que, como sabemos, se calcula mediante la expresión II-2.

Teniendo en cuenta estas líneas de diseño se han construido tres versiones del prototipo de emisor ultrasónico directivo, correspondientes a tres placas radiantes vibrando, respectivamente, en su primer, segundo y tercer modo axisimétrico, para frecuencias entre 19 y 26 kHz. (Figs. III-14, III-15 y III-16). Las dimensiones de las tres versiones figuran en la tabla III-3. Las

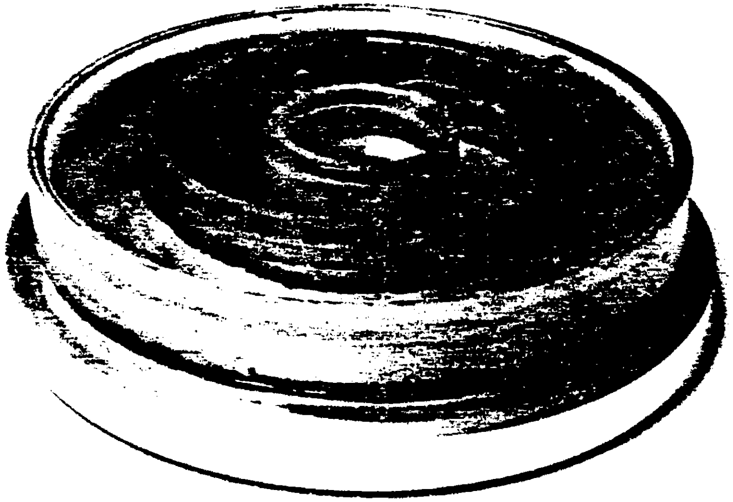


Figura III-12. Placa plana con sistema desfasador incorporado (tres círculos nodales).

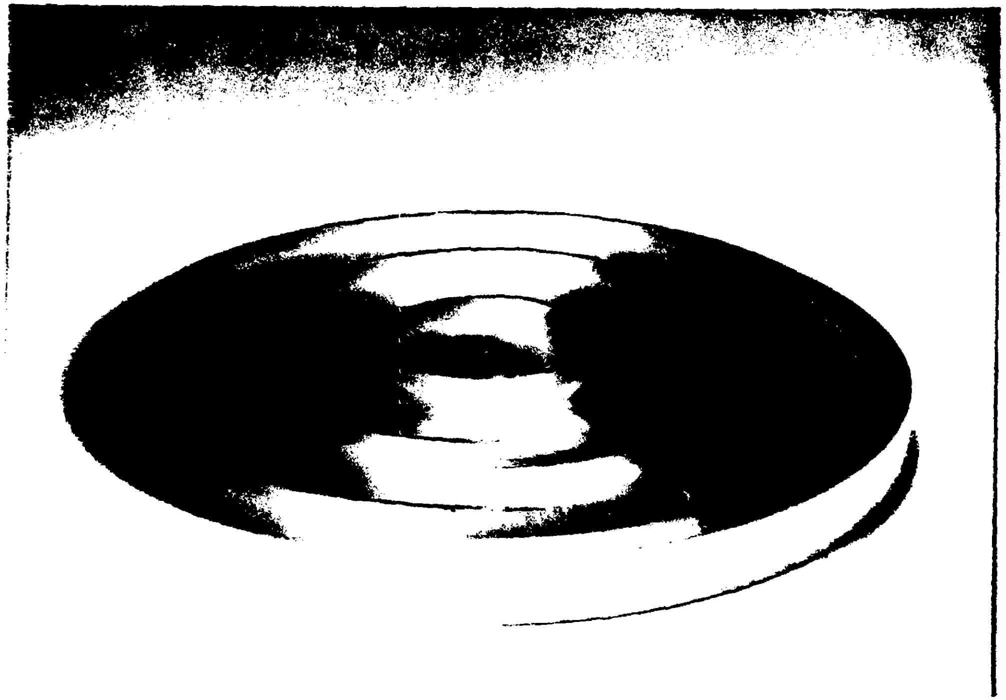


Figura III-13. Placa plana mostrando las pestañas para la colocación de los tubos (tres círculos nodales).

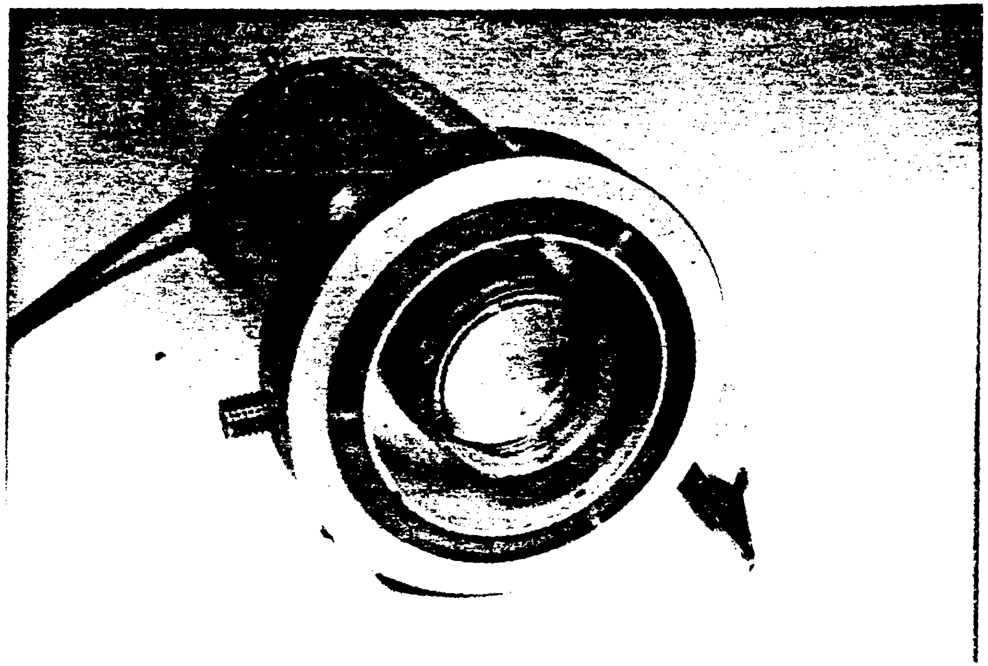


Figura III-14. Emisor directivo completo (un círculo nodal).

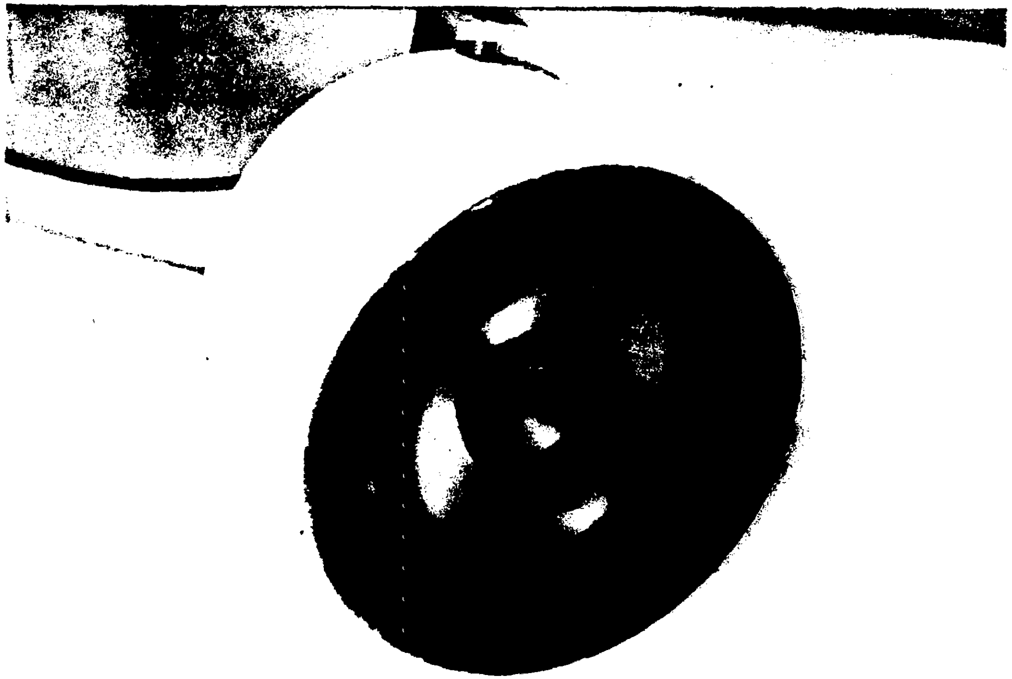


Figura III-15. Emisor directivo completo (dos círculos nodales).

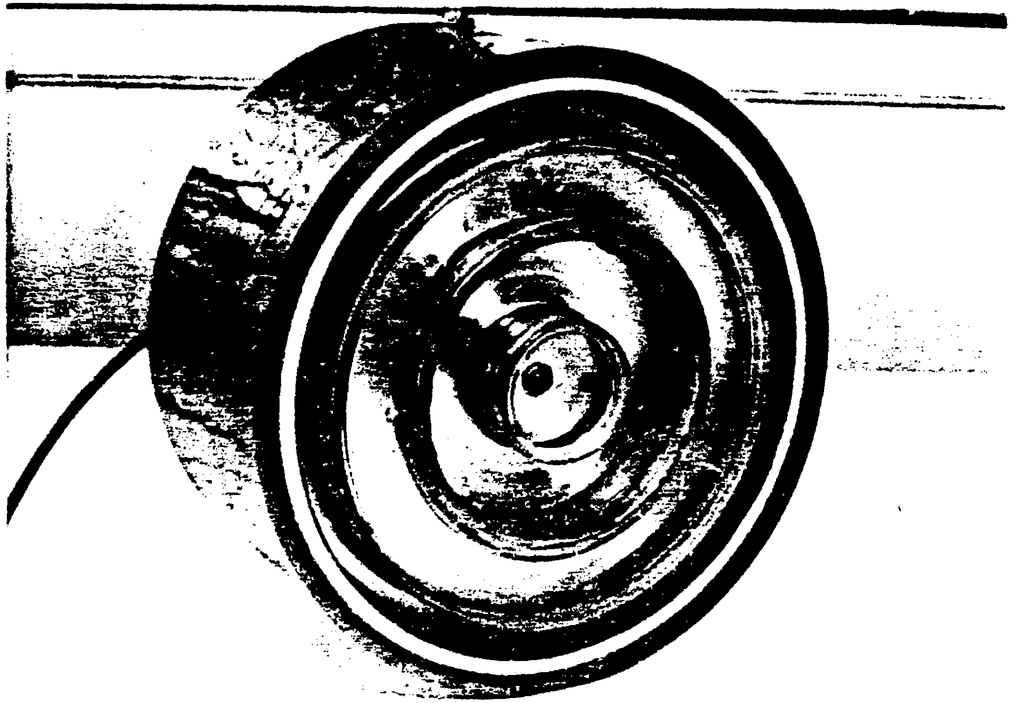


Figura III-16. Emisor directivo completo (tres círculos nodales).

placas fueron realizadas con aluminio y los tubos con materiales plásticos. En la figura III-17, se presenta una fotografía de -- uno de los prototipos mostrando el sistema excitador.

La experimentación de estos emisores se refiere, fundamentalmente, a la medida de la frecuencia de resonancia del elemento radiante y a la comprobación de la consecución de emisión coherente mediante el registrador de la distribución angular del campo acústico y su comparación con la del pistón teórico.

Usando la técnica experimental ya descrita anteriormente, se han medido las frecuencias de resonancia de las placas -- con sistema desfasador cuyas dimensiones figuran en la tabla -- III-3. Los resultados experimentales y su comparación con las - predicciones teóricas, obtenidas en el Capítulo II, se presentan en la tabla III-4. Como puede verse fácilmente, la contrastación experimental convalida el desarrollo teórico propuesto en - sus dos modalidades ya que las máximas discrepancias encontradas son inferiores al 9%.

La medida de la distribución del campo acústico de las tres versiones del modelo de emisor directivo se presentan, en - escala lineal y logarítmica, en las figuras III-18, III-19 y -- III-20. En estas figuras se incluye, asimismo, en línea de puntos, los diagramas de directividad obtenidos teóricamente en el Capítulo II. Es evidente el buen acuerdo logrado entre ambos resultados.

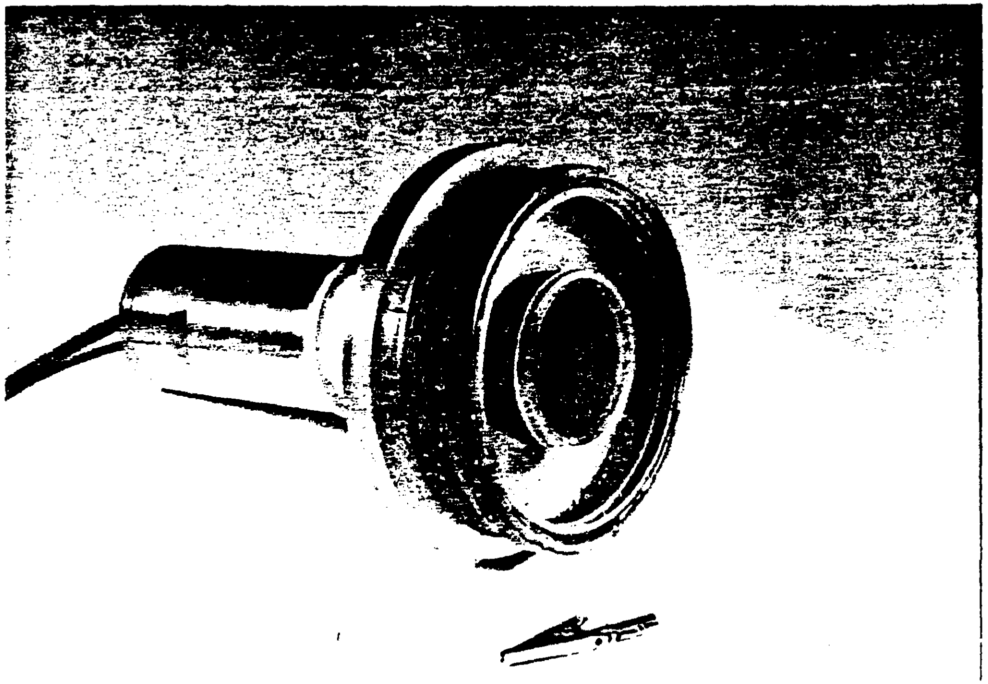


Figura III-17. Emisor directivo sin caja acústica
(dos círculos nodales).

T A B L A III-3

DIMENSIONES DE LOS EMISORES DIRECTIVOS

modo de vibración	radio placa plana (m)	espesor placa plana (m)	longitud celula desfasadora (m)
1 CIRCULO NODAL	0.034	0.02	0.02
2 CIRCULOS NODALES	0.061	0.0115	0.024
3 CIRCULOS NODALES	0.09	0.013	0.021

T A B L A III-4

FRECUENCIAS DE RESONANCIA DE LOS TRES TIPOS DE RADIADORES DIRECTIVOS. COMPARACION TEORICO-EXPERIMENTAL.

modo de vibración	frecuencia experimental (Hz)	frecuencias teóricas (Hz)			
		metodo 1	ER1	metodo 2	ER2
1 CIRCULO NODAL	26400	24890	5.8%	25250	4.4%
2 CIRCULOS NODALES	20700	19000	8.3%	19900	5.9%
3 CIRCULOS NODALES	23800	22000	4.8%	23100	3 %

ER1 - error relativo método 1 ER2 - error relativo método 2

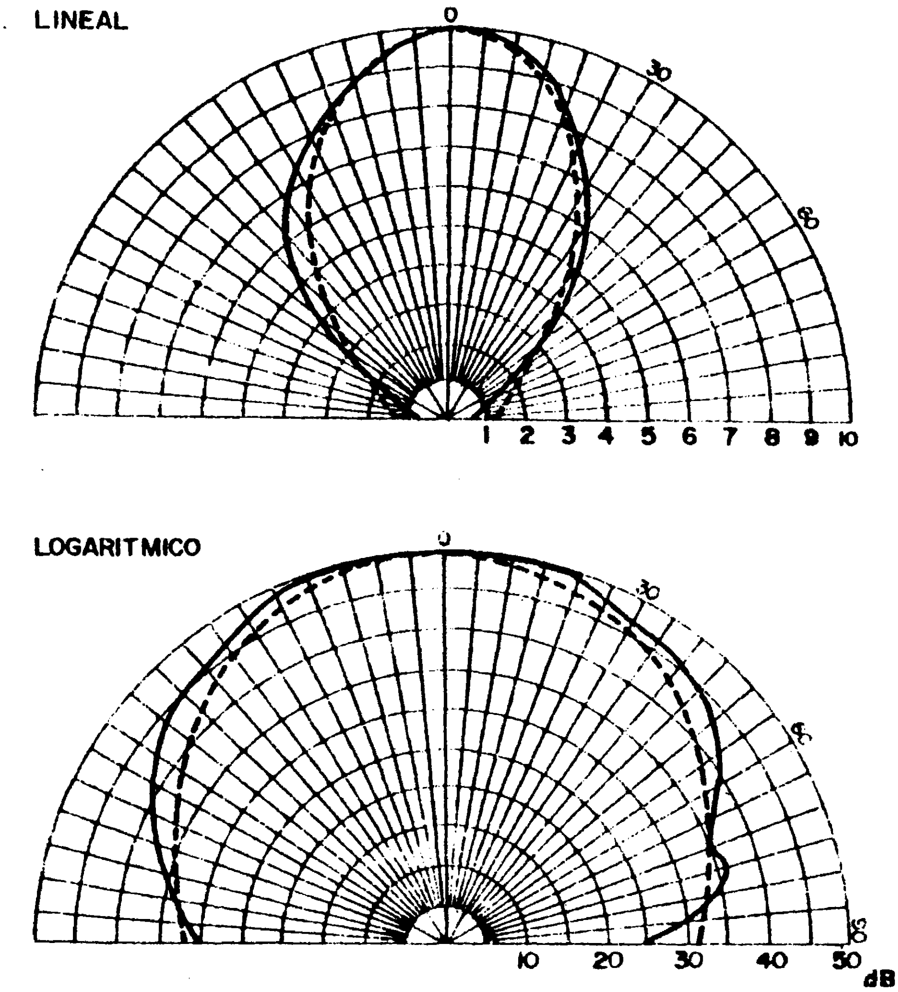


Figura III-18. Diagrama de directividad experimental del emisor directivo de un círculo-nodal. En línea de trazos la correspondiente directividad teórica.

f = 26400 Hz   a = 0.034 m

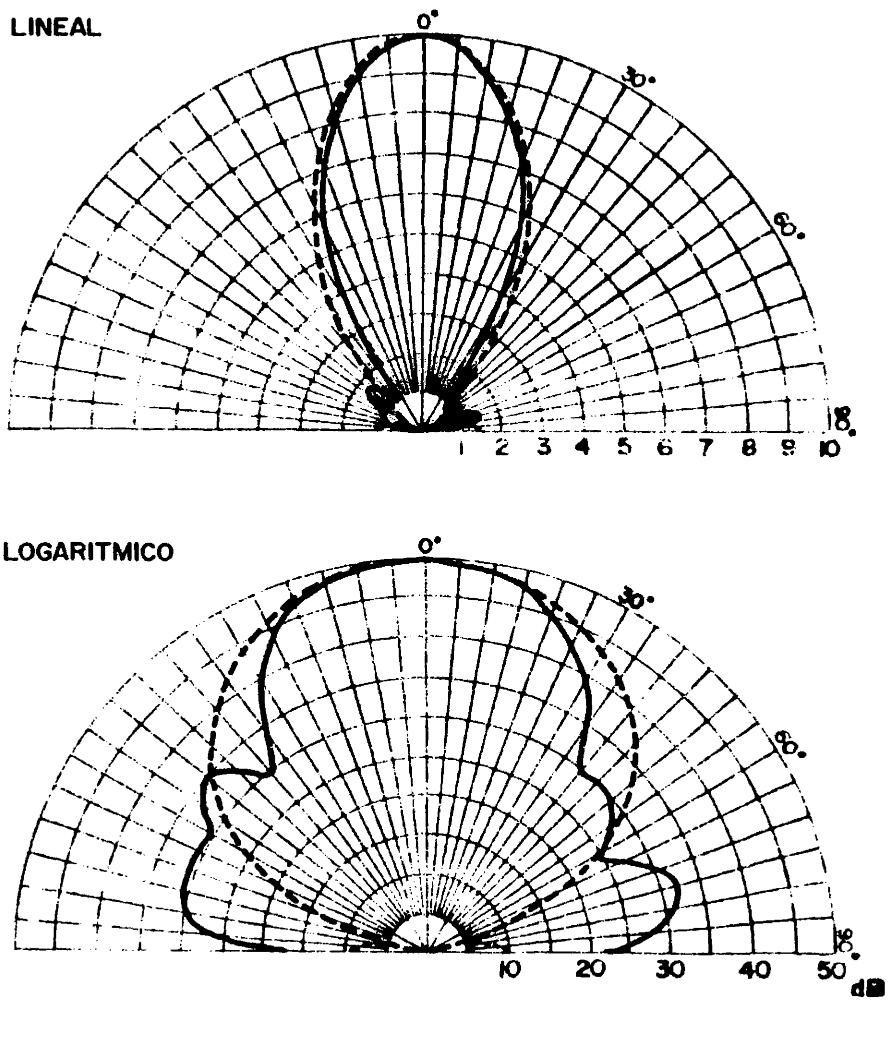


Figura III-19. Diagrama de directividad experimental del emisor directivo de dos círculos nodales. En línea de trazos la correspondiente directividad teórica.

f = 20700 Hz   a = 0.061 m

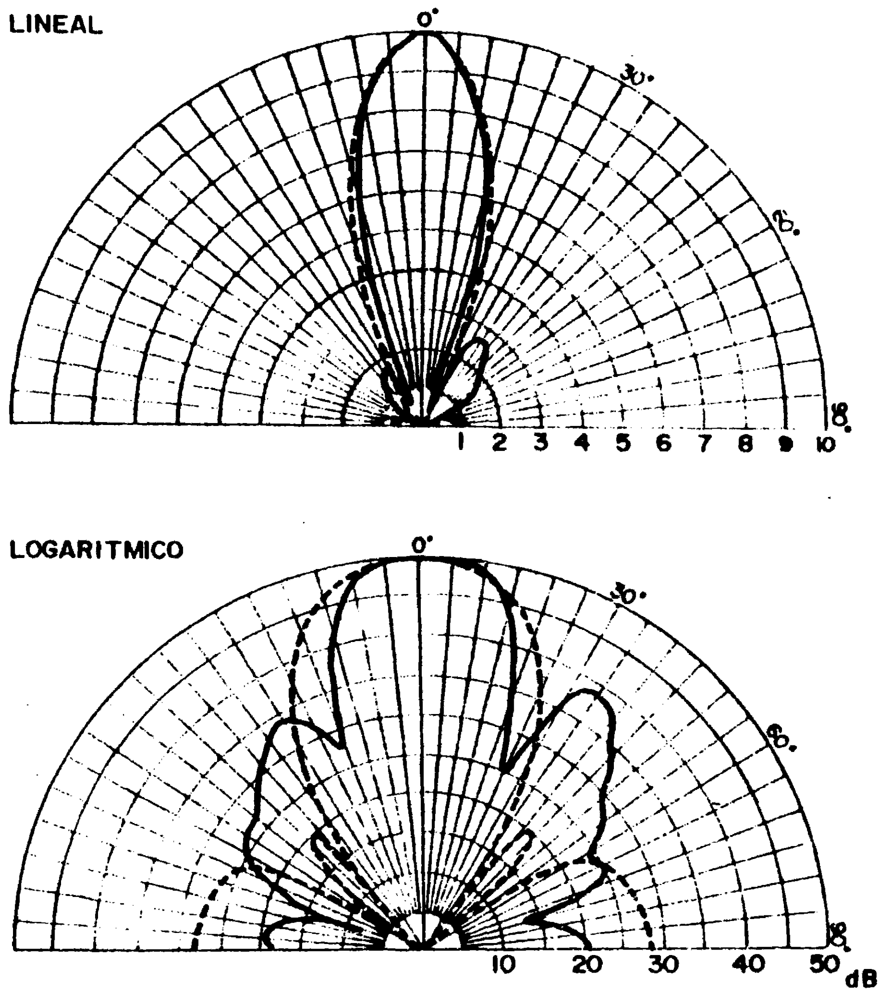


Figura III-20. Diagrama de directividad experimental del emisor directivo de tres círculos nodales. En línea de trazos la correspondiente directividad teórica.

f = 23800 Hz   a = 0.09 m

Finalmente, y para demostrar que el objetivo propuesto en este trabajo ha sido alcanzado, se presenta una prueba gráfica del efecto de direccionalidad logrado con los nuevos emisores, a través de una comparación de la distribución del campo acústico de radiadores planos, radiadores con sistema desfasador y pistón teórico ideal (Figs. III-21, III-22 y III-23). Como resumen numérico de lo anterior se recogen en la tabla III-5 los índices y factores de directividad de los nuevos emisores y de los pistones teóricos de igual diámetro y frecuencia. Las conocidas expresiones matemáticas de estos índices y factores de directividad se pueden encontrar en las referencias |12|, |16|.

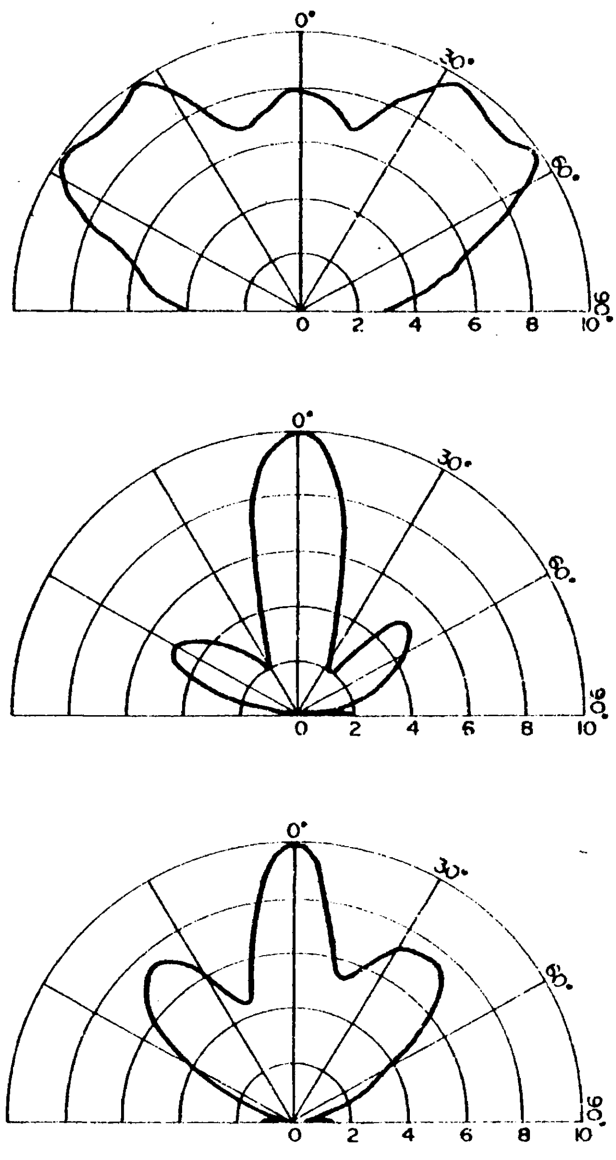


Figura III-24. Diagramas de directividad de placas planas con 1, 2 y 3 círculos nodales.

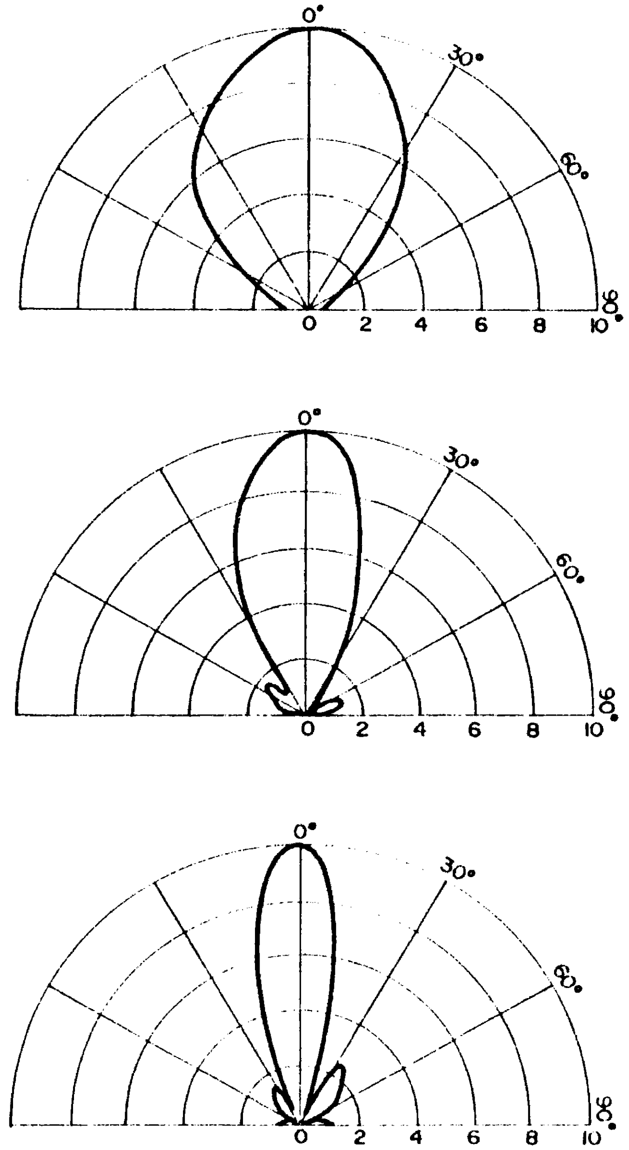


Figura III-25. Diagramas de directividad de los emisores directivos con 1, 2, y 3 círculos noda les.

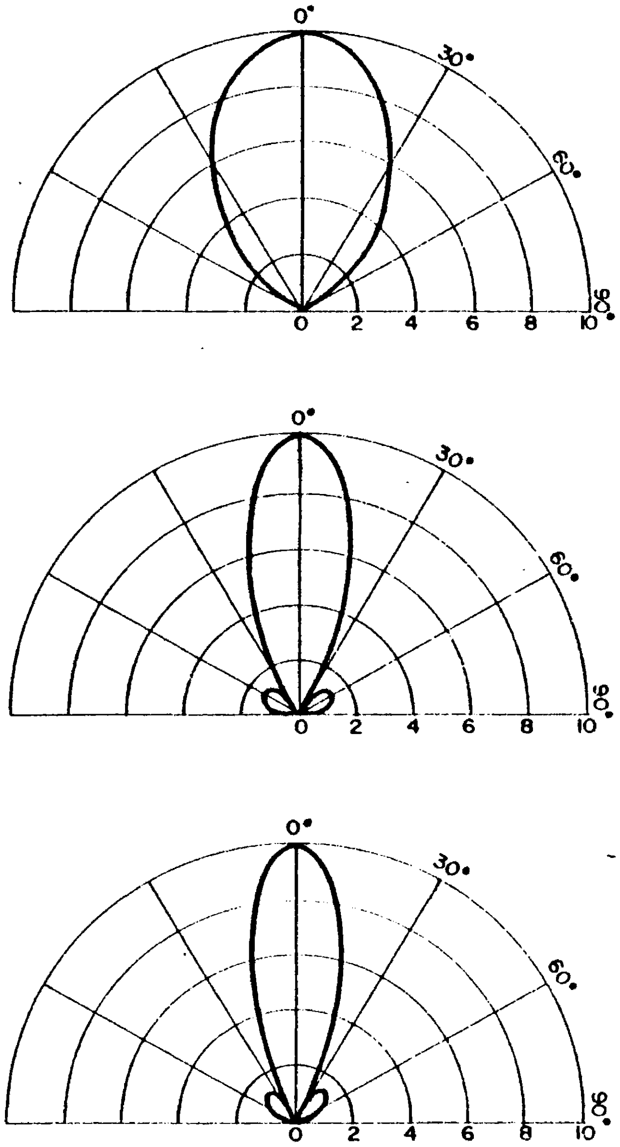


Figura III -26. Diagramas de directividad de los pistones ideales equivalentes.

TABLA III-5

COMPARACION ENTRE LAS DIRECTIVIDADES EXPERIMENTAL Y TEORICA DE LOS EMISORES DIRECTIVOS Y LAS DE LOS RESPECTIVOS PISTONES TEORICOS EQUIVALENTES.

modo de vibración	fuente del valor expresado	Q(f)	DI(f) dBs
1 círculo nodal	experimental	11.87	10.74
	teórico	11.95	10.77
	pistón	13.99	11.45
2 círculos nodales	experimental	25.82	14.12
	teórico	22.05	13.43
	pistón	36.70	15.64
3 círculos nodales	experimental	59.89	17.77
	teórico	35.75	15.53
	pistón	68.65	18.36

Q(f) factor de directividad

DI(f) índice de directividad

CONCLUSIONES

Se ha demostrado, teórica y experimentalmente con una solución original, cómo es posible generar ondas acústicas en medios líquidos con alta direccionalidad mediante placas extensas vibrando a flexión. La consecución de este objetivo principal ha supuesto cubrir una serie de objetivos parciales que se detallan a continuación.

Se ha llevado a cabo un desarrollo físico-matemático que ha permitido determinar el efecto de crecimiento de inercia y calcular, en consecuencia, la correspondiente caida en frecuencia que experimentan los sistemas vibrantes a flexión en modos múltiples al ser sumergidos en agua. Dicho desarrollo teórico, que ha sido contrastado por los resultados experimentales para placas circulares vibrando en sus tres primeros modos axisimétricos, representa una contribución al estudio de vibración de placas en medios líquidos.

Se ha diseñado un nuevo tipo de emisor acústico directivo, en base a células desfasadoras oportunamente colocadas sobre las zonas internodales de placas flexionalmente vibrantes. Este diseño ha supuesto la elaboración de un estudio teórico para la determinación de la frecuencia de resonancia y diagrama de radiación de este tipo especial de radiadores subacuáticos ideado.

Se han construido y experimentado tres modelos del nuevo emisor con placas circulares vibrando, respectivamente, en su primer, segundo y tercer modo flexional axisimétrico, en los que se han comprobado los resultados previstos en los cálculos teóricos de diseño. Los índices de directividad obtenidos concuerdan con los del pistón teórico ideal en un margen del orden de 1 dB.

El desarrollo de este trabajo ha puesto, a su vez, de manifiesto que el procedimiento original aquí presentado, da la posibilidad de conseguir distintas formas de distribución del campo radiado. Actuando sobre las longitudes de las células desfasadoras se influye sobre el diagrama de la presión acústica pudiendo variar, dentro de amplios límites, tanto la apertura de los lóbulos de emisión como la energía distribuida entre ellos.

A N E X O 1

PROGRAMA DE CALCULO PARA HALLAR LA CAIDA EN FRECUENCIA DE PLACAS CIRCULARES PLANAS VIBRANDO FLEXIONALMENTE EN UN MODO AXISIMETRICO

```
      DIMENSICN A(110),B(11C),C(110),D(110),E(110)
      REAL*4 A,B,C,D,E,A7,F5,K7,B7,A8,V,S,S1,T,A9,A1,E1,E2,E3,E4,A2,E8
     -       E5,F1,F3,F2,F4,F5,F6,D3,C2,C2,C1,C9,D9,P6,P7,BJ,BI,RIO
C  INICIALIZACICNES.
      K7=117.23
      DO 99 LL=1,4
      B7= -0.00C1
      A7=0.C9
      P5=0.013
      A8=104.112
C  IMPRESION CE CABECERAS
C
      WRITE(6,6CO)
  600 FORMAT(1H1,10X,'*SIMPSON DOBLE DENSIDAD DE INERCIA BESSEL*',
     1       /,11X,'SUBRUTINAS DE BESSEL',
     2       /,11X,'3 CIRCULOS NODALES',
     3       /,11X,'SIMPSCN ENERGIA CINETICA-FRECUENCIA AL CUADRADO',
     4       /,11X,55('*'),/,1X)
      NPAG=1
      WRITE(6,6C1) NPAG
  601 FORMAT(1H ,10X,'CURVA DE VIBRACION',9X,'DENSIDAD INERCIA',8X,
     2       'ENERGIA CINETICA TOTAL',6X,'ENERGIA CINETVAC',8X,'PAG',I2,
     3       /,11X,4(20('='),5X))
      NLIN=8
      DO 18 J=1,51
      V=J*A7/51
      DO 13 K=1,51
      S=(K-1)*2.*3.1416/50.
      S1=V*(COS(S)+SQRT(ABS(COS(S)*COS(S)-(V**2-A7**2)/(V**2))))
      DO 10 L=1,51
      T=(L-1)*S1/50.
      A9=T*T+V*V-2*T*V*COS(S)
      A1=SQRT(ABS(A9))
      A2=A1*A8
      CALL BESJ (A2,0,BJ,0.0001,IER)
      CALL IO(A2,RIO)
      A(L)=(BJ+B7*RIO)*COS(K7*T)
   10 CONTINUE
      E1=A(2)
      DO 11 I=4,50,2
      E1=E1+A(I)
   11 CONTINUE
      E2=A(3)
      DO 12 I=5,49,2
```

```
         E2=E2+A(I)
      12 CONTINUE
         B(K)= S1/(150.*(A(1)+A(51)+4*E1+2*E2)
      13 CONTINUE
         E3=B(2)
         DO 14 M=4,50,2
         E3=E3+B(M)
      14 CONTINUE
         E4=B(3)
         DO 15 M=5,45,2
         E4=E4+B(M)
      15 CONTINUE
C
         C(J)=2*3.1416R150.*(E(1)+B(51)+4*E3+2*E4)
         A2=A8*V
C
         CALL BESJ(A2,0,BJ,C.CC01,IER)
         CALL IO(A2,RIO)
C
         E8=BJ+B7*RIO
         C(J)=2700.*V*E8*E8
         E5=C(J)KE8*1000.R(2.*3.1416*P5)
         E(J)=(E5+2700.)*V*E8*E8
C
C  IMPRESION DE RESULTADOS.
C
         IF(NLIN.GE.56) GO TO 17
      16 WRITE(6,602) E8,E5,E(J),D(J)
     602 FORMAT(1H ,12X, F12.6,13X,F12.6,15X,F12.6,12X,F12.6)
         GO TO 18
      17 NPAG=NPAG+1
         WRITE(6,601) NPAG
         NLIN=3
         GO TO 16
      18 CONTINUE
C
C
C
         F1=D(2)
         F3=E(2)
         DO 19 I=4,50,2
         F1=F1+C(I)
      19 F3=F3+E(I)
         F2=D(3)
         F4=E(3)
         DO 20 I=5,45,2
```

```
      F2=F2+D(I)
   20 F4=F4+E(I)
      F6=A7R(3.*51.)*(E(1)+E(51)+4*F3+2*F4)
      F5=A7R(3.*51.)*(D(1)+C(51)+4*F1+2*F2)
      WRITE(6,603)F5,F6
  603 FORMAT(1H0,10X,'FRCUENCIA EN VACIO=',F12.6,5X,
     -        'FRECUENCIA EN AGUA=',F12.6)
      K7=117.23*SQRT(F5R(2*F6-F5))
      WRITE(6,605) K7
  605 FORMAT(1H ,10X,'VALOR DE "K"=',F12.6)
      WRITE(6,606)
  606 FORMAT(1H1)
      NPAG=NPAG+1
      WRITE(6,601) NPAG
      NLIN=3
   99 CONTINUE
      CALL EXIT
      END
```

A N E X O 2

PROGRAMA DE CALCULO PARA HALLAR LA CAÍDA EN FRECUENCIA DE PLACAS CIRCULARES CON SISTEMA DESFASADOR VIBRANDO FLEXIONALMENTE EN UN MODO AXISIMETRICO. IMPEDANCIA POR ZONAS INTERNODALES.

```
0001           DIMENSION  A(110),B(110),C(110),D(110),E(110),F(110),V(110),
              -          C(110),H(110),L(110),V(110)
0002           REAL*4  A,B,C,D,E,F,W1,A8,K2,K1,R4,L1,B7,R2,A9,A7,A5,A6,A4,U1,
              -          F1,F5,F3,F7,F2,F6,F4,F8,G1,G2,G3,G4,H1,H2,H3,H4,L2,L3,
              -          M1,S1,S3,S2,J1,R1,A1,C2,D3,C1,E3,E2,E4,E5,E7,E6,E8,
              -          C1,D2,D3,D4,D5,D6,R1,R3,BJ,BI,RIO,A1,A2,B2,BII,BJI,B3,
              -           B4,B5,B0,M2,M3,M4,N,M5,P5,K7,V,S1,T,D2,C1,C9,D9,P6,P7,
              -          G,H,L,V,B5,C9,D7,D8,R5,Z1,Z2,Z3,Z4,Z5,Z6,Z7,Y1,Y2,Y3,
              -          Y4,Y5,Y6,M5,M6,H7,H8,P1,P2,P3,P4,G5,G6,G7,G8,T1,T2,R6
0003           INTEGER*4 S
          C  INICIALIZACIONES
0004           K1=117.17
0005           K2=289.02
0006           W1=1.39
0007           A8=104.112
0008           R4=1777
0009           L1=0.021
0010           B7=-0.0001
0011           R2=1000
0012           A7=0.09
0013           A9=0.0225
0014           A5=0.0153
0015           A6=0.013
0016           A4=9.88
0017           U1=0.403
0018           K7=K1
0019           P5=0.013
0020           Y1=19.23
0021           Y2=76
0022           Y3=0.283
0023           Y4=0.326
0024           Y5=0.01355
0025           Y6=0.0045
          C  IMPRESION DE CABECERAS
          C
0026           WRITE(6,600)
0027       600 FORMAT(1H1,10X,'*DENSIDAD INERCIA TUBOS AGUA Y FC-75*',
             1       /,11X,'APROXIMACION PISTON VALOR MEDIO',
             2       /,11X,40('*'),/,1X)
0028           NPAG=1
0029           WRITE(6,601) NPAG
0030       601 FORMAT(1H ,10X,'ALFA',6X,'PAG',I2)
0031           NLIN=8
0032           DO 20 M=1,51
```

```
      M1=(M-1)*A7R50
      DO 21 S=1,51
      S1=(S-1)*2*3.1416R5C
      S3=COS(S1)*COS(S1)
      S2=M1*COS(S1)+SQRT(ABS(M1*M1*S3-M1*M1+A7*A7))
      DO 22 J=1,51
      J1=(J-1)*S2R50
      R1=J1*J1+M1*M1-2*J1*M1*COS(S1)
      A1=SQRT(ABS(R1))
      A2=A1*A8
      IF(A2.GT.0) GO TO 50
      BJ=1
      GO TO 6C
   50 CALL BESJ(A2,0,BJ,C.CCC1,IER)
   60 CALL IO(A2,RIC)
      A(J)=ABS(BJ+B7*RIO)*COS(K1*J1)
      B(J)=ABS(BJ+B7*RIO)*SIN(K1*J1)
      N(J)=(BJ+B7*RIC)*CCS(K1*J1)
   22 CONTINUE
      E1=A(2)
      E3=B(2)
      M5=N(2)
      DO 23 I=4,5C,2
      E1=E1+A(I)
      E3=E3+H(I)
      M5=M5+N(I)
   23 CONTINUE
      E2=A(3)
      E4=B(3)
      M2=N(3)
      DO 24 I=5,49,2
      E2=E2+A(I)
      E4=E4+H(I)
      M2=M2+N(I)
   24 CONTINUE
      C(S)=S2R15C*(A(1)+A(51)+4*E1+2*E2)
      C(S)=S2R150*(B(1)+B(51)+4*E3+2*E4)
      H(S)=S2R150*(N(1)+N(51)+4*M5+2*M2)
   21 CONTINUE
      E5=C(2)
      E7=D(2)
      M3=H(2)
      DO 25 I=4,50,2
      E5=E5+C(I)
      E7=E7+D(I)
      M3=M3+H(I)
   25 CONTINUE
      E6=C(3)
```

```
      E8=O(3)
      M4=H(3)
      DO 26 I=5,49,2
      E6=E6+C(I)
      E8=E8+O(I)
      M4=M4+H(I)
   26 CONTINUE
      E(M)=2*3.1416R150*(C(1)+C(51)+4*E5+2*E6)
      F(M)=2*3.1416R150*(C(1)+O(51)+4*E7+2*E8)
      L(M)=2*3.1416R150*(H(1)+H(51)+4*M3+2*M4)
      A2=A8*M1
      IF(A2.GT.0) GO TO 40
      BJ=1
      GO TO 41
   40 CALL BESJ(A2,0,BJ,0.0001,IER)
   41 CALL IO(A2,RIO)
      E8=BJ+B7*RIO
      G(M)=2700*M1*E8*E8
      E5=L(M)RE8*1000.R(2.*3.1416*P5)
      V(M)=(E5+2700)*M1*E8*E8
      WRITE(6,608) E8,E5,V(M),G(M)
  608 FORMAT(1H ,12X, F12.6,13X,F12.6,15X,F12.6,12X,F12.6)
   20 CONTINUE
      F1=G(2)
      F3=V(2)
      DO 14 I=4,50,2
      F1=F1+G(I)
      F3=F3+V(I)
   14 CONTINUE
      F2=G(3)
      F4=V(3)
      DO 13 I=5,49,2
      F2=F2+G(I)
      F4=F4+V(I)
   13 CONTINUE
      E6=A7R(3.*50.)*(V(1)+V(51)+4*F3+2*F4)
      E5=A7R(3.*50.)*(G(1)+G(51)+4*F1+2*F2)
      WRITE(6,609)E5,E6
  609 FORMAT(1H0,10X,'FRECUENCIA EN VACIO=',F12.6,5X,
     -       'FRECUENCIA EN AGUA=',F12.6)
C
      F1=E(2)
      F5=E(14)
      F3=F(2)
      F7=F(14)
      DO 27 I=4,12,2
      F1=F1+E(I)
```

```
      F3=F3+F(I)
   27 CONTINUE
      DO 28 I=16,30,2
      F5=F5+E(I)
      F7=F7+F(I)
   28 CONTINUE
      F2=F(3)
      F4=F(3)
      F6=F(15)
      F8=F(15)
      DO 29 I=5,11,2
      F2=F2+E(I)
      F4=F4+F(I)
   29 CONTINUE
      DO 30 I=17,29,2
      F6=F6+E(I)
      F8=F8+F(I)
   30 CONTINUE
      Z1=E(32)
      Z3=F(32)
      DO 70 I=34,44,2
      Z1=Z1+E(I)
      Z3=Z3+F(I)
   70 CONTINUE
      Z2=E(33)
      Z4=F(33)
      DO 75 I=35,43,2
      Z2=Z2+E(I)
      Z4=Z4+F(I)
   75 CONTINUE
      P1=E(46)+E(48)+E(50)
      P3=F(46)+F(48)+F(50)
      P2=E(47)+E(49)
      P4=F(47)+F(49)
      G1=A7R15O*(E(1)+E(13)+4*F1+2*F2)
      G3=A7R15O*(E(13)+E(31)+4*F5+2*F6)
      G4=A7R15O*(F(13)+F(31)+4*F7+2*F8)
      G2=A7R15O*(F(1)+F(13)+4*F3+2*F4)
      G5=A7R15O*(E(31)+E(45)+4*Z1+2*Z2)
      G6=A7R15O*(F(31)+F(45)+4*Z3+2*Z4)
      G7=A7R15O*(E(45)+E(51)+4*P1+2*P3)
      G8=A7R15O*(F(45)+F(51)+4*P3+2*P4)
      H1=2*K1R(3.1416*A7*A9)*G2
      H3=2*K1R(3.1416*A5*A5*A4*L1)*G4
      H4=2*K1R(3.1416*A5*A5*A4*U1)*G3
      H2=2*K1R(3.1416*A9*A9)*G1
      H5=2*K1R(3.1416*Y5*Y5*Y1*Y3)*G5
      H6=2*K1R(3.1416*Y5*Y5*Y1*Y3)*G6
      H7=2*K1R(3.1416*Y6*Y6*Y2*Y4)*G7
```

```
      H8=2*K1A(3.1416*Y6*Y6*Y2*Y4)*G8
      L2=K1*L1
      L3=K2*L1
      T1=TAN(K1*L1)
      T2=TAN(K2*L2)
      O2=(ABS(1-H2*W1*TAN(L3)))**2+(ABS(H1*W1*TAN(L3)))**2
      O5=(ABS(1-H4*TAN(L2)))**2+(ABS(H3*TAN(L2)))**2
      O1=C1+TAN(L3)*(W1*W1*H1*H1+W1*W1*H2*H2-1)-H2*W1
      O4=H4*TAN(L2)*TAN(L2)+TAN(L2)*(H3*H3+H4*H4-1)-H4
      O1=W1*H2*TAN(L3)*TAN(L3)
      O7=W1*H5*T2*T2+T2*(W1*W1*H6*H6+W1*W1*H5*H5-1)-W1*H5
      O8=(ABS(1-H5*W1*T2))**2+(ABS(H6*W1*T2))**2
      C9=-O7RC8
      P5=H7*T1*T1+T1*(H7*H7+H8*H8-1)-H7
      P6=(ABS(1-H7*T1))**2+(ABS(H8*T1))**2
      P7=-P5RP6
      O6=-O4RO5
      O3=-O1RO2
      R1=R4R(K2*A6)*O3
      R3=R2R(K1*A6)*O6
      R5=R4R(K2*A6)*O9
      R6=R2R(K1*A6)*P7
      WRITE(6,603)R1,R3,R5,R6
  603 FORMAT(1H0,10X,'DENSIDAD ZONA 0=',F12.6,5X,
     -       'DENSIDAD ZONA 1=',F12.6,2X,'DENSIDAD ZONA 2=',F12.6,2X,
     -       'DENSIDAD ZONA 3=',F12.6)
   34 A2=A7*A6
      CALL BESJ(A2,0,BJ,C.CC01,IER)
      CALL BESJ(A2,1,BJI,C.CC01,IER)
      CALL BESI(A2,0,BI,IER)
      CALL BESI(A2,1,BII,IER)
      B2=A7*A7R2*(BJI*BJI+BJ*BJ)-B7*B7K2*A7*A7*(BII*BII-BI*BI)
      B2=B2+U7*A7KA8*(BJ*BII+BI*BJI)
      IF(A7.NE.0.C9) GO TO 33
      B4=B2*(27CC+R6)
      A7=0.081
      GO TO 34
   33 IF(A7.NE.0.C81)GO TO 32
      B3=B2*(R5-R6)
      A7=0.0531
      GO TO 34
   32 IF(A7.NE.0.C531) GO TO 31
      B5=B2*(R3-R5)
      A7=0.0225
      GO TO 34
   31 B6=B2*(R1-R3)
      B2=B4+B3+B5+B6
      KI=117.17*SQRT(E5K(E6+B2-E5))
```

```
      K2=K1*1.4d(KeGC
      WRITE(6,604)R2,K1,K2
  604 FORMAT(1H0,10X,'ENERC.CINETICA TUBOS=',F12.6,5X,
     -       'K FINAL=',F12.6,10X,'K FC-75=',F12.6)
      NPAG=NPAG+1
      WRITE(6,601)NPAG
      NLIN=3
      CALL EXIT
      END
```

A N E X O 3

PROGRAMA DE CALCULO PARA HALLAR LA CAIDA EN FRE CUENCIA DE PLACAS CIRCULARES CON SISTEMA DESFA- SADOR VIBRANDO FLEXIONALMENTE EN UN MODO AXISI- METRICO. IMPEDANCIA PUNTUAL.

```
0001          DIMENSION A(110),B(110),C(110),D(110),E(110),F(110),L(110),G(110),
             -      U(110),V(110),N(110),P(110),Q(110),T(110),R(110)
0002          REAL*4 A,B,C,D,E,F,L,W1,A8,K2,K1,R4,L1,B7,R2,A9,A7,A5,A6,M1,S1,
             -        S3,S2,J1,R1,A1,C2,D3,F1,F3,F2,E4,E5,E7,E6,CM,A2,T1,T2,
             -        G1,C2,G3,G5,E8,G6,G7,G8,RJ,E1,F10,G9,W2,W3,G,U9,U7,L6,
             -        N,V,F,G,T,Q,F1,F2,F3,F4,F5,F6,F7,F8
0003          INTEGER*4 S
        C  INICIALIZACIONES.
0004          K2=241.958
0005          K1=54.091
0006          W1=1.35
0007          A9=104.112
0008          R4=1777
0009          B7=-0.0001
0010          L1=0.021
0011          R2=1000
0012          A6=0.013
0013          A7=0.04
        C  IMPRESION DE CABECERAS
        C
0014          WRITE(6,600)
0015      600 FORMAT(1H1, 6X,'MOMENTO DE INERCIA 1 CIRMOD CON TUBOS Y AGUA',
             1       /, 7X,'DENSIDAD PUNTUAL',
             2       /, 7X,'ENERGIA CINETICA',
             3       /, 7X,75('*'),/,1X)
0016          NPAG=1
0017          WRITE(6,601) NPAG
0018      601 FORMAT(1H ,1X,'CURVA DE VID.',5X,'DENSIDAD TUBOS',5X,
             2       'DENSIDAD AGUA',5X,'ENER.CINET.VACIO',5X,'ENER.CINET.TUBOS',
             3       5X,'ENER. CINET. AGUA')
0019          NLIN=4
0020          DO 1 M=1,51
0021          M1=(M-1)*87650
0022          DO 2 S=1,51
0023          S1=(S-1)*2*3.1416650
0024          S3=COS(S1)*COS(S1)
0025          S2=M1*COS(S1)+SQRT(ABS(M1*M1*S3-M1*M1+A7**2))
0026          DO 3 J=1,51
0027          J1=(J-1)*S2650
0028          H1=J1*J1+M1*M1-2*J1*M1*COS(S1)
0029          A1=SQRT(ABS(H1))
0030          A2=A1*A8
0031          CALL BESJ(A2,0,BJ,0.001,IER)
0032          CALL IO(A2,RIO)
```

109

110

```
      A(J)=(HJ+B7*H(L)*COS(PI*J1)
      B(J)=(HJ+B7*H(C))*SIN(PI*J1)
      N(J)=ABS(EJ+B7*PIG))*COS(K1*J1)
      V(J)=ABS(HJ+H7*PIG))*SIN(K1*J1)
    3 CONTINUE
   58 E1=A(2)
      E3=B(2)
      F1=N(2)
      F3=V(2)
      DO 4 I=4,50,2
      E1=E1+A(I)
      E3=E3+B(I)
      F1=F1+N(I)
      F3=F3+V(I)
    4 CONTINUE
      E2=A(3)
      E4=B(3)
      F2=N(3)
      F4=V(3)
      DO 5 I=5,49,2
      E2=E2+A(I)
      E4=E4+B(I)
      F2=F2+N(I)
      F4=F4+V(I)
    5 CONTINUE
      C(S)=S2R150*(A(1)+A(51))+4*E1+2*E2)
      D(S)=S2R150*(B(1)+B(51))+4*E3+2*E4)
      P(S)=S2R150*(N(1)+N(51))+4*F1+2*F2)
      Q(S)=S2R150*(V(1)+V(51))+4*F3+2*F4)
    2 CONTINUE
      F5=C(2)
      E7=D(2)
      F5=P(2)
      F7=Q(2)
      DO 6 I=4,50,2
      E5=E5+C(I)
      E7=E7+D(I)
      F5=F5+P(I)
      F7=F7+Q(I)
    6 CONTINUE
      E6=C(3)
      E8=D(3)
      F6=P(3)
      F8=Q(3)
      DO 7 I=5,49,2
      E6=E6+C(I) .
      E8=E8+D(I)
```

```
      F5=F5+C(I)
      F8=F8+G(I)
    7 CONTINUE
      E(M)=2.*3.1416*R15D.*(C(1)+C(51)+4*F5+2*F5)
      F(M)=2.*3.1416*R15D.*(D(1)+D(51)+4*F7+2*F8)
      T(M)=2*3.1416*R15D*(F(1)+P(51)+4*F5+2*F6)
      R(M)=2*3.1416*R15D*(C(1)+G(51)+4*F7+2*F8)
      A2=A6*M1
      IF(A2.GT.0) GO TO 38
      NJ=1
      GO TO 39
   38 CALL MESJ(A2,C,NJ,C,CCC1,IER)
   39 CALL IC(A2,R(C)
C
      L3=BJ+U7*+IC
      U1=R2*E(M)R(2*3.1416*E)*A6)
      U(M)=(U1+27LC)*F5*E5*M1
      C1=K1R(2*3.1416*ABS(E5))*T(M)
      G2=K1K(2*3.1416*ABS(E5))*R(M)
      T1=TAN(K1*L1)
      T2=TAN(K2*L1)
      IF(M.LE.13) GO TO 8
      IF(M.GE.31.AND.M.LE.45) GO TO 8
      G3=G1-(1.-T1*T1)*(1.-C1*C1-G2*G2)*T1
      G3=G3/((1-G1*T1)*(1-G1*T1)+(G2*G2*T1*T1))
      G3=K2*G3K(K1*A6)
      GO TO 9
    8 G3=G1*W1*(1.-T2*T2)+(1.-W1*W1*C1*G1-W1*W1*G2*G2)*T2
      G3=G3/((1.-W1*G1*T2)*(1.-W1*C1*T2)+W1*W1*T2*T2*G2*G2)
      G3=Z4*G3S(K2*A6)
    9 G5=27CC.*M1*E5*E5
      L(M)=(G3+27CC)*41*E5*E9
      C(M)=27CC*E5*E5*M1
C   IMPRESION DE RESULTADOS
      IF(NLIN.GE.55) GO TO 10
   50 WRITE(6,602)E5,G3,L1,G5,L(M),L(M)
  602 FORMAT(1H ,1X,F12.6,5X,F12.6,7X,F12.6,6X,F12.6,10X,F12.6,8X,F12.6)
      GO TO 1
   10 NPAC=NPAC+1
      WRITE(6,601)NPAG
      NLIN=1
      GO TO 50
    1 CONTINUE
C
      L5=L(2)
      G9=G(2)
      G6=L(2)
```

```
      DO 11 I=4,50,2
      G6=G5+L(I)
      G9=G9+G(I)
      L9=L9+L(I)
   11 CONTINUE
      L7=L(3)
      W2=G(3)
      G7=L(3)
      DO 12 I=5,49,2
      G7=G7+L(I)
      W2=W2+G(I)
      L7=L7+L(I)
   12 CONTINUE
      GF=A7K(3*5C)*(L(1)+L(51)+4*G6+2*G7)
      W3=A7K(3*5U)*(G(1)+G(51)+4*G5+2*W2)
      U6=A7K(3*5C)*(L(1)+L(51)+4*U9+2*L7)
      WRITE(6,603)GF,W3,L6
  603 FORMAT(1HC,'FRECUENCIA AGUA TUBOS=',F12.6,5X,
     -       'FRECUENCIA EN VACIO=',F12.6,5X,'FRECUENCIA AGUA PLACA=',
     -    F12.6)
      K1=117.17*SQRT(W3R(GE+L5-W3))
      K2=K1*146(K6CC
      WRITE(6,604)K1,K2
  604 FORMAT(1HC,'VALOR K EN AGUA=',F12.6,5X,'VALOR K EN FC-75=',F12.6)
      NPAG=NPAG+1
      NLIN=5
C
      CALL EXIT
      END
```

A N E X O 4

PROGRAMA DE CALCULO PARA HALLAR EL DIAGRAMA DE DIRECTIVIDAD DE PLACAS CIRCULARES PLANAS VIBRANDO FLEXIONALMENTE EN UN MODO AXISIMETRICO CON SISTEMA DESFASADOR ADOSADO.

```
0010 DIM F[110],G[110],H[110],L[110]
0020 PRINT "DIRECTIVIDAD CIRCULAR.SIMPSON"
0025 PRINT "FACTOR DE DIRECTIVIDAD"
0030 LET D2=.0023
0040 LET A2=.051
0050 LET B1=101.73
0060 LET K1=100.62
0064 LET H3=0
0065 LET H2=0
0070 FOR K=0TO 18
0080    LET G=K*3.1415/36
0090    LET W1=K1*SIN(G)
0130    FOR N=1TO 51
0140      LET V=N*A2/51
0150      LET A1=(B1*V)/2
0155      IF A1>7.95THEN GOTO 0390
0160      GOSUB 0530
0165      LET I1=I0
0166      LET J2=J1
0175      GOTO 0180
0177      LET J2=D5
0180      LET A1=(W1*V)/2
0181      LET T9=J2+D2*I1
0185      IF A1>7.95THEN GOTO 0700
0190      GOSUB 0540
0199      LET G[N]=V*ABS(J2+D2*I1)*J0
0200      LET F[N]=V*(J2+D2*I1)*J0
0201      GOTO 0205
0202      LET F[N]=V*(J2+D2*I1)*D4
0203      LET G[N]=V*ABS(J2+D2*I1)*D4
0205    NEXT N
0210    LET F1=F[2]
0215    LET G1=G[2]
0220    FOR I=4TO 50STEP 2
0230      LET F1=F1+F[I]
0235      LET G1=G1+G[I]
0240    NEXT I
0250    LET F2=F[3]
0255    LET G2=G[3]
0260    FOR I=5TO 49STEP 2
0270      LET F2=F2+F[I]
0275      LET G2=G2+G[I]
0280    NEXT I
0290    LET H[K]=A2/(3*51)*(F[1]+F[51]+4*F1+2*F2)
0300    LET G[K]=A2/(3*51)*(G[1]+G[51]+4*G1+2*G2)
0301    LET F[K]=H[K]/H[0]
0302    LET F1=F[K]*F[K]
0303    LET L[K]=G[K]/G[0]
0304    LET H5=L[K]*L[K]*SIN(G)
0305    LET H1=F[K]*F[K]*SIN(G)
0309    LET H3=H3+H5
0310    LET H2=H2+H1
```

```
0312    LET L1=20*LOG(ABS(L[I]))/LOG(10)
0313    LET L2=20*LOG(ABS(F[I]))/LOG(10)
0315    LET S1=SIN(O)
0318    LET O=O*360/(2*3.1415)
0320    PRINT O,L[I],F[I],L1,L2
0325 NEXT I
0327 LET H4=H3*3.1416/72
0328 LET H4=1/H4
0330 LET H3=H2*3.1415/72
0335 LET H3=1/H3
0345 PRINT "FACTOR PLACA MODIFICADA=",H3
0350 STOP
0360 END
0500 LET I0=1
0510 LET J0=1
0520 LET J1=A1
0530 LET D2=1
0540 FOR J=1 TO 20
0550    LET G1=2*J+1
0560    LET C1=1
0570    FOR I=1 TO J
0580       LET C1=C1*I
0590    NEXT I
0600    LET D2=D2*(-1)
0610    LET A2=D2*A1^G1/(C1*C1*(J+1))
0620    LET C2=D2*A1^(G1-1)/(C1*C1)
0630    LET D3=C1*D2
0640    LET J0=J0+C2
0650    LET I0=I0+D3
0660    LET J1=J1+A2
0670 NEXT J
0680 RETURN
0700 LET D4=SIN(2*A1+3.1415/4)+1/(8*2*A1)*SIN(2*A1-3.1415/4)
0710 LET D4=SQR(2/(3.1415*A1*2))*D4
0720 GOTO 0282
0800 LET D5=SIN(2*A1+3.1415/4)+1/(8*2*A1)*SIN(2*A1-3.1415/4)
0810 LET D5=SQR(2/(3.1415*A1*2))*D5
0820 GOTO 0177
```

B I B L I O G R A F I A

1.- J. W. Rayleigh.- "Theory of Sound". Dover Publications. New York. 1945.

2.- Horace Lamb.- "On the Vibrations of an Elastic Plate in - Contact with Water". Proc. Royal Society of - London, vol. 98. 1921, March.

3.- Horace Lamb.- "Hydrodynamics". Cambridge U. Cambridge, 1945.

4.- J. H. Powell and J. H. T. Roberts.- "On the frecuency of - Vibration of Circular Diaphragms. Proc. Phys. - Soc. (London). vol. 35. pp. 170-182. 1923.

5.- N.W. Maclachlan.- "The Accesion to Inertia of Flexible dics vibrating in a fluid". Proc. Phys. Soc., London. vol. 44, pp. 546-555. 1932.

6.- William H. Peake and E.G. Thurston.- "The lowe st Resonant Frequency of a Water-Ñoaded Circular Plate". -- J.A.S.A., vol. 26, nº 2. 1954.

7.- A. W. Leissa.- "Vibration of Plates". Office of Technology Utilization N.A.S.A. Washington D.C. 1969.

8.- C. L. Dynn and I. H. Shames.- "Solid Mechanics: a Variational Approach". McGraw-Hill 1973.

9.- J. A. Gallego-Juárez.- "Placas vibrantes a flexión de espesor variable discontinuo para la generación de radiación ultrasónica directiva". Tesis Doctoral Universidad Complutense de Madrid. 1971.

10.- A. Barone and J. A. Gallego-Juárez.- "Flexural vibrating free-edge plates with stepped thichness for generating high directional ultrasonic radiation". The Journal of the Acoustic Society of America. vol. 51. nº 3. 1972.

11.- S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger.- "Theory of Plates and Shells". McGraw-Hill & Kogakusha (2ª Ed.) 1959.

12.- L. E. Kinsler and A. R. Frey.- "Fundamentals of Acoustics". John Wiley & Sons 1962.

13.- T. F. Hueter and R. M. Bolt.- "Sonics". John Wiley & Sons. New York. 1965.

14.- C. Ranz Guerra.- "Características físicas de un tanque de experimentación en acústica submarina en el Centro de Investigaciones Físicas "L. Torres Quevedo". Electrónica y Física Aplicada. nº 45. Enero 1969.

15.- D. L. Folds.- "Focusing Properties of a Cylindrical Liquid Filled Compound Acpustic Lens". The Journal of the Acoustics Society of America. vol. 49, pp. 1591-1595. 1971.

16.- L. L. Beranek.- "Acoustic Measurements". John Wiley & Sons. New York. 1959.

17.- G. N. Watson.- "Theory of Bessel Functions". Cambridge U. Press 1944.

18.- N. W. Mclachlan.- "Bessel Functions for Engineers". Oxford U. Press. Londres. 1941.

19.- P. M. Morse and K. U. Ingard.- "Theoretical Acoustics". - McGraw-Hill. New York. 1968.

20.- N. W. Mclachlan.- "Loudspeakers". Dover. 1939.

21.- P. Puig Adam.- "Calculo integral". Dossat. 1957.

22.- J. A. Gallego-Juárez y G. Rodríguez Corral.- "Análisis median te circuito equivalente de un emisor ultrasonoro - con placa vibrante". Electron. Phys. Apli. vol.16-4 pp. 605-615. 1973.

23.- J. Blitz.- "Fundamento de los ultrasonidos". Editorial Alham bra, S.A. Madrid. 1969.

24.- E. H. Mansfield.- "The Bending and Stretching of plates". Pergamon Press. London. 1964.

Reunido el Tribunal que suscribe en el día de la fecha acordó calificar la presente Tesis Doctoral con la censura de - SOBRESALIENTE "CUM LAUDE"

Madrid, 9 de Mayo 19[illegible]