Caracterizaciones lógicas uniformes de las semánticas de procesos

Proyecto Fin de Máster
en Progamación y Tecnología de Software

Autor: **David Romero Hernández**
Profesor director: **David de Frutos Escrig.**
Facultad de Informática
Universidad Complutense de Madrid

Curso: 2009-2010

El abajo firmante, matriculado en el Máster en Investigación en Informática de la Facultad de Informática, autoriza a la Universidad Complutense de Madrid (UCM) a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a su autor el presente Trabajo Fin de Máster: *"Caracterizaciones lógicas uniformes de las semánticas de procesos"*, realizado durante el curso académico 2009-2010 bajo la dirección de David de Frutos Escrig., en el Departamento de Sistemas Informáticos y Computación, y a la Biblioteca de la UCM a depositarlo en el Archivo Institucional E-Prints Complutense con el objeto de incrementar la difusión, uso e impacto del trabajo en Internet y garantizar su preservación y acceso a largo plazo.

David Romero Hernández

Madrid, 13 de Septiembre de 2010

Agradecimientos

En primer lugar quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mi director de proyecto, David de Frutos Escrig., por su apoyo brindado y tiempo dedicado desde que lo conocí, y en especial por acercarme a este mundo de la investigación.

También quiero agradecerle a Patricia todo el ánimo que me ha dado desde el principio, por enseñarme que la constancia tiene su recompensa y sobre todo por estar a mi lado acompañándome desde hace ya casi ocho años. Es imposible olvidar a mis padres, los cuales me brindaron la oportunidad de comenzar la carrera que me ha llevado a la realización de este máster, y han estado siempre a mi lado cuidando de mí. Debo recordar también a mi hermano, Carlos, que está pendiente de mí, me da ánimo en cada momento y la motivación necesaria para seguir adelante cuando las cosas se complican. Gracias a mis amigos más cercanos: José M. y José A. por el cariño brindado siempre, por estar disponibles para escucharme y ofrecerme su compañía tanto en los buenos como en los malos momentos.

Muchas gracias a mi compañera de despacho Lidia, y mi compañero del despacho de al lado Ignacio, por resolver gran parte de mis dudas con LaTeX y ayudarme a entender mejor su manejo. Por último agradecer a mi compañera de clase María, su amistad, especialmente durante este curso, sin la cual este año de máster no hubiera sido igual.

Índice general

Resumen

El trabajo más importante de catalogación y clasificación de las semánticas de procesos fue llevado a cabo por R. J. van Glabbeek. En su artículo titulado *Linear time-branching time spectrum*, recopiló las principales semánticas, estableciendo una clasificación basada en el poder de distinción de las mismas. Las caracterizaciones que aparecen en dicho artículo se realizan mediante fórmulas lógicas y axiomatizaciones fundamentalmente. Sin embargo, si bien el trabajo tiene un cierto carácter enciclopédico, se echa en falta notablemente la uniformidad a la hora de desarrollar las caracterizaciones de las distintas semánticas. La búsqueda de caracterizaciones uniformes fue uno de los temas centrales de la Tesis Doctoral de C. Gregorio, en la que, partiéndose de la diferencia entre las semánticas de simulación, y las semánticas lineales se encontraron los mecanismos que permiten unificar tanto las caracterizaciones observacionales como las axiomáticas. El objetivo central de este trabajo ha consistido en completar la labor de unificación anterior, extendiéndola al campo de las semánticas lógicas, donde de nuevo, hemos encontrado caracterizaciones similares a las de van Glabbeek, pero desarrolladas en un marco uniforme del que distan las originalmente obtenidas.

Palabras clave: Semántica de procesos, caracterizaciones lógicas, bisimulación, semánticas de simulación, *linear-time-branching-time spectrum.*

Abstract

The most important work to classify process semantics was developed by R. J. van Glabbeek, in his paper *Linear time-branching time spectrum*, where he collects the most important process semantics, classifying them with respect to their discriminating power. His semantics are defined both by means of an adequate logic and a complete axiomatization. However the most important objection that we could make to his work was the lack of uniformity. The search of uniform characterizations of all the process semantics was one of the central topics of C. Gregorio´s PhD Thesis where he develops both uniform presentation of the observational semantics and of their axiomatizations. Our main objective here is to complete this unification work by providing a uniform logical characterization of all the semantics in the spectrum. Starting from the logic semantics provided by van Glabbeek we have obtained simple new logics that give us additional knowledge about the structure of the extended ltbt-spectrum.

Keywords: Process Semantics, Logical Characterizations, Bisimulation, Simulation semantics, Linear time-branching time spectrum.

Capítulo 1

Introducción

En este trabajo hablaremos de las semánticas de procesos, las cuales nos permitirán determinar qué procesos se comportan igual bajo determinados supuestos y por tanto son equivalentes, y cuáles no. Un proceso es el comportamiento de un sistema. El sistema puede ser una máquina, un protocolo de comunicación .... Para definir los procesos utilizaremos sistemas de transiciones etiquetados, que nos permitirán ver cuándo el proceso es capaz de realizar las acciones de un conjunto de acciones *Act*. Consideraremos sólo semánticas secuenciales o de entremezcla, entendiendo que cada proceso sólo puede realizar una acción en cada instante, o más exactamente que nosotros sólo podemos observar su ejecución de esa manera.

Una característica primordial de los programas secuenciales es habitualmente su determinismo, unida al hecho deseado de su terminación. Teniendo en cuenta ambas, es inmediato describir el efecto de dichos programas como una mera función *input/output* que nos indica cuál será la salida producida tras recibirse cada una de las entradas posibles del programa. Con la irrupción de los procesos concurrentes nos encontramos inmediatamente con dificultades esenciales a la hora de definir su semántica. Por una parte, no queremos precisar la velocidad relativa de cada uno de los procesos que intervienen, y eso genera inmediatamente posible no-determinismo; por otra parte, resulta habitual que el objetivo de estos procesos complejos sea el control de sistemas que se pueden considerar perpetuos, con lo que su buen funcionamiento no puede medirse en base a la salida final que producen, sino que ha de referirse a la interacción constante entre entradas y salidas.

En consecuencia, a nivel formal se necesitan nuevos mecanismos semánticos que nos permitan precisar el comportamiento deseado de los sistemas. Una primera aproximación razonable proviene del uso de trazas [BO01], que nos indican la secuencia en la que se pueden ir produciendo los eventos de interacción con el sistema [Hoa85] [BHR84]. Sin embargo, la mera presentación secuencial de estos eventos no es capaz de capturar las posibles situaciones de bloqueos en relación con el no-determinismo, de resultas aparecen semánticas más complicadas como la de *fallos* [Hoa85] [BHR84], que además de los eventos que se van produciendo, nos muestran los conjuntos de eventos que podrían ser simultáneamente rechazados tras dichas secuencias.

Otra forma de definir la semántica de este tipo de procesos consiste en formalizar el proceso de *testing*, se define al efecto una familia de pruebas (*test*) y el mecanismo de aplicación de las mismas a los procesos, el cual se corresponde con la ejecución en paralelo del proceso y el test, de manera que podemos entender que el test se corresponde con un modo de usuario del proceso. Teniendo en cuenta el no-determinismo de los procesos se obtienen criterios de paso *may* que nos indican que sería posible en ocasiones pasar el test; y criterios de paso *must* que nos indican que en todos los casos se pasa con éxito el test. Como se demuestra en [Hen88] la semántica *may* se corresponde con la semántica de *trazas*, mientras que la semántica *must* se corresponde con la semántica de *fallos*.

Un camino completamente diferente para comparar las ejecuciones de los procesos consiste en aplicar el criterio de bisimulación [Par81] [Mil89], el cual formaliza la idea de que dos procesos son equivalentes si y sólo si cada paso que da el uno puede ser simulado por el otro y viceversa. Resulta inmediato comprobar que la semántica de bisimulación es más fuerte que cualquier semántica lineal razonable, como por ejemplo las de *trazas* y *fallos*. No acaba aquí la riqueza del repertorio de semánticas, tal y como podemos ver en [vG01], tenemos todo un repertorio de semánticas basadas en la idea de simulación, las cuales son semánticas ramificadas (*branching time*). También podemos definir otras semánticas lineales (*linear time*) que están basadas en la definición de trazas *decoradas* en las que además de los eventos que se ejecutan aparece información suplementaria sobre los estados que se van atravesando. Por ejemplo, tenemos entre ellas las semánticas de *trazas de aceptaciones* y *trazas de fallos*.

Para mayor complicación, podemos optar por vías alternativas a la hora de definir la semántica de los procesos. Las semánticas lógicas están basadas en las lógicas temporales [BS01] que nos permiten formalizar las propiedades deseadas de los procesos y precisar cuáles de ellos las cumplen. Por último, tenemos las semánticas axiomáticas [BBR09][Bae05] [Fok00] que están basadas en las definiciones algebraicas de los procesos por medio de operadores, sobre los cuales se define una equivalencia por medio de axiomas. En este caso la semántica viene dada de forma indirecta: entendemos que dos procesos se comportan igual si y sólo si pertenecen a la misma clase de equivalencia. Es evidente el carácter más abstracto de esta última aproximación pues hemos de tener cuidado de que la equivalencia inducida por los axiomas se corresponda con algún criterio natural, probablemente definido por alguno de los mecanismos anteriores.

En realidad, casi todas las definiciones de semánticas anteriores, están basadas en la captura del carácter no-determinista de los procesos: dependiendo de que queramos dar más poder a esa característica obtenemos semánticas más finas. Como comentamos la semántica de bisimulación es la más fuerte de todas ellas y la de trazas la más débil. Es curioso observar el hecho de que la concurrencia no ha sido tenida en cuenta de una forma explícita a la hora de definir las semánticas. Esto es así porque se entiende que a la hora de observar el funcionamiento de los procesos es suficiente (o se entiende que no se es capaz de ir más allá) con realizar observaciones secuenciales de manera que en cada momento sólo se observa un evento. En contraposición una semántica de paralelismo real es capaz de observar la ejecución simultánea de varios eventos, o de manera equivalente, la relación de causalidad existente entre algunos de los eventos que se ejecutan por parte de los procesos [BB01]. En particular, las redes de petri [DR98] constituyen un formalismo alternativo para la definición de procesos concurrentes, y sobre ellas resulta particularmente natural la definición de *las llamadas semánticas de procesos* que incorporan dicha información de causalidad.

Sin duda, resulta abrumadora la amplitud del repertorio descrito de semánticas, y es por ello que de cara a poderlas comparar y estudiar de forma conjunta y sistemática, es vital contar con mecanismos de unificación que al menos unifiquen la presentación de las semánticas de cada tipo: observacionales, axiomáticas, lógicas, de pruebas .... Como veremos, este será el principal objetivo del presente trabajo, centrándonos en particular en las semánticas lógicas, cuya unificación no había sido abordada hasta la fecha.

1.1. Conceptos básicos

Como elemento de partida para la definición de la semántica operacional de los procesos contaremos con los sistemas de transiciones, que nos indican los distintos estados en que puede estar un proceso y las acciones que puede hacer desde cada uno de ellos.

Definición 1.1.1. Un sistema de transiciones es un par $(\mathbb{P}, \rightarrow)$ con $\mathbb{P}$ una clase y la relación $\rightarrow \subseteq \mathbb{P} \times Act \times \mathbb{P}$, tal que para $p \in \mathbb{P}$ y $a \in Act$ la clase $\{q \in \mathbb{P}/(p,a,q) \in \rightarrow\}$ es un conjunto. Escribiremos $p \xrightarrow{a} q$ para denotar $(p,a,q) \in \rightarrow$. El predicado binario $\xrightarrow{a}$ se denomina *relación de ejecución de acciones*.

□

Definición 1.1.2. Los siguientes conceptos se definen en términos de la relación de acciones.

- La relación de acciones generalizada $\xrightarrow{\sigma}$ para $\sigma \in Act^*$ se define recursivamente por
  1. $p \xrightarrow{\varepsilon} p$, para cualquier proceso p.
  2. $(p,a,q) \in \rightarrow$, con $a \in Act$ implica que $p \xrightarrow{a} q$ con $a \in Act^*$.
  3. $p \xrightarrow{\sigma} q \xrightarrow{\rho} r$ implica que $p \xrightarrow{\sigma\rho} r$.

  En palabras decimos que la relación de ejecución de acciones $\xrightarrow{\sigma}$ es el cierre reflexivo y transitivo de la relación de ejecución de acciones ordinaria $\xrightarrow{a}$.
- Diremos que un proceso $q \in \mathbb{P}$ es alcanzable desde $p \in \mathbb{P}$ si $p \xrightarrow{\sigma} q$ para algún $\sigma \in Act^*$.
- El conjunto de acciones iniciales de un proceso p, está definido por $I(p) = \{a \in Act | \exists q : p \xrightarrow{a} q\}$.
- p es determinista si se cumple $(p \xrightarrow{\sigma} q \wedge p \xrightarrow{\sigma} r) \Rightarrow q = r\ \forall \sigma \in Act^*$.

□

A pesar de que en los sistemas de transiciones, incluso siendo finitos, se pueden definir procesos finitos e infinitos, nosotros centraremos nuestro trabajo en procesos finitos, que son con los que se ha trabajado en [Gre09] para llegar a una unificación de sus semánticas observacionales. En tal caso podemos describir los procesos por medio del algebra de procesos BCCSP que a continuación se define:

Definición 1.1.3. Dado un conjunto de acciones *Act*, el conjunto BCCSP(Act) de procesos está definido por la siguiente gramática BNF:

$$p ::\equiv \mathbf{0} \mid ap \mid p + q$$

donde $a \in Act$; $\mathbf{0}$ representa el proceso que equivale a no hacer ninguna acción; para toda acción en *Act* existe un operador prefijo; y tenemos un operador binario de elección $(+)$

La semántica operacional para los términos de BCCSP se define por medio de las reglas y el axioma que aparecen en la figura 1.1.3

$$ap \xrightarrow{a} p \qquad \frac{p \xrightarrow{a} p'}{p + q \xrightarrow{a} p'} \qquad \frac{q \xrightarrow{a} q'}{p + q \xrightarrow{a} q'}$$

Figura 1.1: Semántica operacional para términos BCCSP

Escribiremos $p \xrightarrow{a}$ si existe un proceso q tal que $p \xrightarrow{a} q$.

□

El objetivo central de este trabajo es el estudio de las caracterizaciones lógicas de las distintas semánticas de procesos. Como punto de partida recordaremos a continuación la definición de la lógica dada por Hennessy-Milner, [[HM80], [HM85]], de la cual como veremos en el capítulo 2, serán sublenguajes las caracterizaciones lógicas presentadas para las distintas semánticas del espectro ltbt de van Glabbeek que se define en [vG01].

Definición 1.1.4 (La lógica de Hennessy-Milner). El conjunto $\mathcal{L}_{HM}$ de las fórmulas de Hennessy-Milner sobre *Act*, está definido recursivamente por:

- $\top \in \mathcal{L}_{HM}$.
- Si $\varphi, \psi \in \mathcal{L}_{HM}$ entonces $\varphi \wedge \psi \in \mathcal{L}_{HM}$.
- Si $\varphi \in \mathcal{L}_{HM}$ y $a \in Act$ entonces $a\varphi \in \mathcal{L}_{HM}$.
- Si $\varphi \in \mathcal{L}_{HM}$ entonces $\neg\varphi \in \mathcal{L}_{HM}$.

□

La semántica formal de esta lógica nos indicará cuándo cada proceso definido por medio de un sistema de transiciones satisface cada una de las fórmulas de la lógica.

Definición 1.1.5. Para cualquier sistema de transiciones etiquetados $\mathbb{P}$, la relación de satisfacción $\models \subseteq \mathbb{P} \times \mathcal{L}_B$ viene dada por:

- $p \models \top$ para todo $p \in \mathbb{P}$.
- $p \models a\varphi$ si para algún $q \in \mathbb{P} : p \xrightarrow{a} q \wedge q \models \varphi$.
- $p \models \bigwedge_{i \in I} \varphi_i$ si $\forall i \in I : p \models \varphi_i$.
- $p \models \neg\varphi$ si $p \not\models \varphi$.

$\square$

Nota: Observemos que la disyunción ($\vee$) no aparece en la definición anterior, sin embargo, al contar con la conjunción ($\wedge$) y la negación ($\neg$), resultaría inmediato añadirla al lenguaje sin repercutir en su poder expresivo, en base a la aplicación de las leyes de Morgan, que permiten ver la disyunción como azúcar sintáctico de las correspondientes combinaciones de operadores básicos a los que se reduce. De manera que si resultase oportuno podríamos considerar que la lógica de Hennessy Milner contiene también disyunciones de sus fórmulas.

1.1.1. Relaciones de equivalencia y preórdenes en LTS

En este trabajo estudiaremos las semánticas de LTSs (*Label Transition System*) del espectro extendido ltbt que aparece en el artículo [dFGP09b], cada una de las cuales, según se explica en el citado artículo, está definida o caracterizada por una función $\mathcal{O}$, que asocia a cada proceso $p \in \mathbb{P}$, un conjunto de observaciones $\mathcal{O}(p)$. Los elementos de $\mathcal{O}(p)$ los podemos ver como las posibles observaciones que se pueden obtener al interactuar con el proceso p, dependiendo del poder de visión que asumamos en el observador. El conjunto $\mathcal{O}(p)$ constituye por tanto el comportamiento observable de p. Así pues, definimos para cada $\mathcal{O}$, el preorden $\sqsubseteq_{\mathcal{O}} \in \mathbb{P} \times \mathbb{P}$ tomando $p \sqsubseteq_{\mathcal{O}} q \Leftrightarrow \mathcal{O}(p) \subseteq \mathcal{O}(q)$, y la relación de equivalencia $\equiv_{\mathcal{O}} \in \mathbb{P} \times \mathbb{P}$ como $p \equiv_{\mathcal{O}} q \Leftrightarrow \mathcal{O}(p) = \mathcal{O}(q)$. Como es de esperar, se tendrá que $p \equiv_{\mathcal{O}} q \Leftrightarrow p \sqsubseteq_{\mathcal{O}} q \wedge q \sqsubseteq_{\mathcal{O}} p$. Escribiremos $\mathcal{O} \preceq_{\mathbb{P}} \mathcal{N}$, si la semántica de $\mathcal{O}$ hace al menos tantas identificaciones como la semántica de $\mathcal{N}$, más exactamente tendremos $\mathcal{O} \preceq_{\mathbb{P}} \mathcal{N} \Leftrightarrow \sqsubseteq_{\mathcal{O}} \supseteq \sqsubseteq_{N}$.

Para referirnos a un preorden concreto en el *ltbt-spectrum*, añadiremos a los símbolos anteriores las iniciales de las semánticas a las que nos referimos, por ejemplo, usaremos $\sqsubseteq_{RS}$ para la semántica de simulación de aceptaciones, $\sqsubseteq_F$ para la semántica de fallos .... Un criterio similar se aplicará a los núcleos de los preordenes, y así tendremos $\equiv_{RS}, \equiv_F, \ldots$. Las inecuaciones y ecuaciones que definen las axiomatizaciones, se representarán respectivamente, con los símbolos $\preceq$ y $\simeq$. Así, escribiremos $E \vdash t \preceq u$ o $E \vdash t \simeq u$ para las (in)ecuaciones que pueden ser derivadas de las (in)ecuaciones en E, usando las reglas básicas del cálculo (in)ecuacional, donde la regla de simetría puede ser aplicada en las derivaciones ecuacionales, pero no en las inecuaciones.

Estamos interesados en un estudio general que cubra cualquier semántica razonable, más tosca que la bisimulación. Como se usarán preórdenes para caracterizar estas semánticas, se introducirán las siguientes definiciones que tienen las propiedades deseadas para estos preórdenes.

Definición 1.1.6. Una relación de preorden $\sqsubseteq$ es un *behaviour preorder* si

1. Es más débil que la bisimilitud, es decir, $p \equiv_B q \Rightarrow p \sqsubseteq q$, y
2. Es una pre-congruencia con respecto a los operadores prefijo y elección, es decir, $p \sqsubseteq q \Rightarrow ap \sqsubseteq aq$ y $p + r \sqsubseteq q + r$

□

Definición 1.1.7. Un *behaviour preorder* $\sqsubseteq$ está preservado bajo las acciones iniciales, cuando $p \sqsubseteq q$ implique que $I(p) \sqsubseteq I(q)$. Se dirá que es factorizado por las acciones (o simplemente factorizado) cuando $p \sqsubseteq q$ impliqueque $p\mid_a \sqsubseteq q\mid_a$, para todo $a \in I(p)$.

□

Definición 1.1.8. Generalizando la definición anterior, se tendrá, que un *behaviour preorder* $\sqsubseteq$ está preservado bajo la operación N, (donde N puede ser acciones iniciales, trazas, fallos, ...) cuando $p \sqsubseteq_N q$ implique que $N(p) \sqsubseteq N(q)$. Se dirá que es factorizado por la operación N (o simplemente factorizado) cuando $p \sqsubseteq_N q$ implique que $p\mid_a \sqsubseteq q\mid_a$ para todo $a \in N(p)$.

□

1.2. Un repaso de las semánticas del espectro ltbt

Comenzaremos recordando las definiciones de las semánticas clásicas que aparecen descritas en [vG01] y que produjeron la necesidad de encontrar una posible unificación de las mismas, que permitiesen comparar, de una forma sencilla, unas con otras.

Definición 1.2.1 (Semántica de trazas (T)). $\sigma \in Act^*$ es una traza de un proceso p si existe un proceso q tal que $p \xrightarrow{\sigma} q$. Denotamos el conjunto de trazas de p por *T(p)*, y se dice que dos procesos son equivalentes en trazas, denotado por $p =_T q$, si $T(p) = T(q)$.

□

Definición 1.2.2 (Semántica de trazas completas (CT)). $\sigma \in Act^*$ es una traza completa de un proceso p si existe un proceso q tal que $p \xrightarrow{\sigma} q$ y $I(q) = \emptyset$. Denotamos el conjunto de trazas completas de p por *CT(p)*, y se dice que dos procesos son equivalentes en trazas completas, denotado por $p =_{CT} q$, si $CT(p) = CT(q)$.

□

Definición 1.2.3 (Semántica de fallos (F)). $\langle \sigma, X \rangle \in \mathcal{P}(Act)$ es un par de fallo de un proceso p si existe un proceso q tal que $p \xrightarrow{\sigma} q$ y $I(q) \bigcap X = \emptyset$. Denotamos el conjunto de pares de fallo de p por *F(p)*, y se dice que dos procesos son equivalentes en fallos, denotado por $p =_F q$, si $F(p) = F(q)$.

□

Definición 1.2.4 (Semántica de trazas de fallos(FT)).

- La relación de rechazo $\xrightarrow{X}$ para $X \subseteq Act$ se define por: $p \xrightarrow{X} q$ si y sólo si $p = q$ y $I(p) \bigcap X = \emptyset$. $p \xrightarrow{X} q$ significa que p puede transformarse en q, mientras está sin hacer ninguna acción observable, en un periodo en el que X es el conjunto de acciones permitidas por el entorno.
- La relación de fallo de trazas $\xrightarrow{\sigma}$ para $\sigma \in (Act \bigcup \mathcal{P}(Act))^*$ está definida como el cierre reflexivo y transitivo de acciones y la relación de rechazo.
- $\sigma \in (Act \bigcup \mathcal{P}(Act))^*$ es una traza de fallo de un proceso p si existe un proceso q tal que $p \xrightarrow{\sigma} q$. Denotamos el conjunto de trazas de fallos de p por *FT(p)*, y se dice que dos procesos son equivalentes en trazas de fallos, denotado por $p =_{FT} q$, si $FT(p) = FT(q)$.

□

Definición 1.2.5 (Semántica de aceptaciones (R)). $\langle \sigma, X \rangle \in Act^* \times \mathcal{P}(Act)$ es un par de aceptaciones de un proceso p si existe un proceso q tal que $p \xrightarrow{\sigma} q$ y $I(q) = X$. Denotamos el conjunto de pares de aceptaciones de p por *R(p)*, y se dice que dos procesos son equivalentes en pares de aceptaciones, denotado por $p =_R q$, si $R(p) = R(q)$.

□

Definición 1.2.6 (Semántica de trazas de aceptaciones (RT)). $X_0 a_1 X_1 a_2 \ldots a_n X_n \in \mathcal{P}(Act) \times (Act \times \mathcal{P}(Act))^*$ es una traza de aceptaciones de un proceso p, si existen procesos $p_1, \ldots, p_n$ tales que $p \xrightarrow{a_1} p_1 \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_n} p_n$ y $I(p_i) = X_i\ \forall i \in \{1, \ldots, n\}$. Denotamos el conjunto de trazas de aceptaciones de p por *RT(p)*, y se dice que dos procesos son equivalentes en trazas de aceptaciones, si $RT(p) = RT(q)$

□

Definición 1.2.7 (Semántica de posibles futuros (PF)). $\langle \sigma, X \rangle \in Act^* \times \mathcal{P}(Act^*)$ es un posible futuro de un proceso p si existe un proceso q tal que $p \xrightarrow{\sigma} q$ y $T(q) = X$. Denotamos el conjunto de posibles futuros de p por *PF(p)*, y se dice que dos procesos son equivalentes en posibles futuros, denotado por $p =_{PF} q$, si $PF(p) = PF(q)$.

□

Definición 1.2.8 (Semántica de simulación (S)). Una simulación es una relación binaria R sobre procesos, tal que para cada par pRq y cada acción $a \in Act$ se cumple

$$p \xrightarrow{a} p' \Rightarrow \exists q' \ /\ q \xrightarrow{a} q' \ \wedge\ p'Rq'$$

Un proceso p puede ser simulado por un proceso q, y se denota por $p \underset{\rightarrow}{\subset} q$, si existe una simulación R con pRq. Además se dice que p y q son similares, denotado $p \rightleftarrows q$, si $p \underset{\rightarrow}{\subset} q$ y $q \underset{\rightarrow}{\subset} p$

□

Definición 1.2.9 (Semántica de simulación completa (CS)). Una simulación completa es una relación binaria R sobre procesos, tal que para cada par pRq y cada acción $a \in Act$ se cumple

- $p \xrightarrow{a} p' \Rightarrow \exists q' \ / \ q \xrightarrow{a} q' \ \wedge \ p'Rq'$
- $Si\ pRq \Rightarrow (I(p) = \emptyset \Leftrightarrow I(q) = \emptyset)$

□

Definición 1.2.10 (Semántica de simulación de aceptaciones (RS)). Una simulación de aceptaciones es una relación binaria R sobre procesos, tal que para cada par pRq y cada acción $a \in Act$ se cumple

- $p \xrightarrow{a} p' \Rightarrow \exists q' \ / \ q \xrightarrow{a} q' \ \wedge \ p'Rq'$
- $Si\ pRq \Rightarrow I(p) = I(q)$

□

Definición 1.2.11 (Semántica de simulación 2-anidada (2S)). Una simulación 2-anidada es una simulación contenida en una equivalencia de simulación ($\rightleftarrows$). Dos procesos p y q son equivalentes respecto de la simulación 2-anidada, denotado por $p =_{2S} q$, si existe una simulación 2-anidada R con pRq y una simulación 2-anidada S con qSp.

□

Definición 1.2.12 (Semántica de bisimulación (B)). Una bisimulación es una relación binaria R sobre procesos, tal que para cada par pRq y cada acción $a \in Act$ se cumple

- $p \xrightarrow{a} p' \Rightarrow \exists q' \ / \ q \xrightarrow{a} q' \ \wedge \ p'Rq'$
- $q \xrightarrow{a} q' \Rightarrow \exists p' \ / \ p \xrightarrow{a} p' \ \wedge \ p'Rq'$

Dos procesos p y q son bisimilares, denotado por $p \underline{\leftrightarrow} q$, si existe una bisimulación B con pBq
□

Definición 1.2.13 (Semántica de posibles mundos(PW)). Un proceso p, es un posible mundo de un proceso q, si p es determinista y $p \sqsubseteq_{RS} q$. Denotamos el conjunto de posibles mundos de p por $PW(p)$, y decimos que dos procesos p y q son equivalentes en posibles mundos, denotado por $p = PWq$, si $PW(p) = PW(q)$.

□

Con todas estas definiciones se trabaja en el artículo [vG01], y bien a base de contraejemplos o con demostraciones más o menos detalladas, se prueba la relación existente entre estas semánticas, que se puede observar a modo de resumen en la figura 1.2.

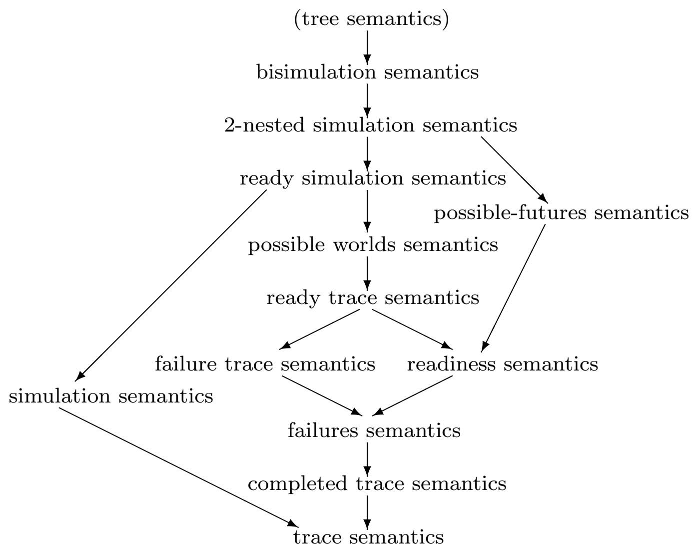

Figura 1.2: *ltbt-spectrum*

1.3. Caracterizaciones de las semánticas de procesos

Como hemos visto en la sección anterior existen distintas semánticas que pueden aplicarse a la hora de observar si dos procesos son equivalentes. Todas ellas están de una forma u otra relacionadas entre sí, pero el problema que se presentaba a la hora de estudiar esta relación, es que no se contaba con un procedimiento unificado en la forma de definirlas, y por tanto la clasificación de las mismas se complicaba cuando nos atendíamos a cada una de las posibles caracterizaciones de las semánticas: observacional/testing, axiomática, y lógica. Afortunadamente, este problema se abordó ya en [Gre09] ofreciéndose una presentación unificada, tanto para las semánticas observacionales [dFGP09b] como para las axiomáticas [dFGP09a], de manera que en ambos casos podemos comparar de una forma sencilla y rápida unas semánticas con otras.

La aportación principal del presente trabajo es la complección del citado trabajo de unificación, extendiéndolo al caso de las semánticas lógicas.

1.3.1. Caracterización Observacional

Un paso más a la hora de estudiar las semánticas de procesos que permitió entenderlas un poco mejor, fue el trabajo que se recoge en [Gre09], donde se presenta una unificación de todas ellas, dando un marco denotacional común. Este marco se basa en la estructuración fundamental que proporcionan las semánticas de simulación restringida, cuya definición se verá en 2.2, con las que fue posible determinar unas plantillas de semánticas denotacionales que cubrían todas las semánticas del *spectrum* conocido y además mostraban los huecos de otras nuevas que no habían sido definidas. Así pues se redefine el *spectrum* recolocando las semánticas como se muestra a continuación en 1.3 y dejando los posibles huecos para las nuevas semánticas.

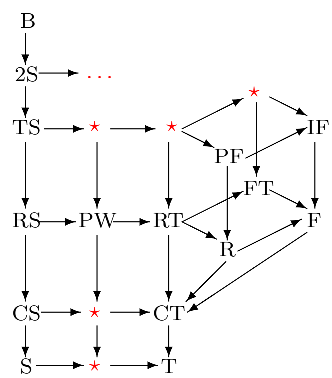

Figura 1.3: El nuevo *spectrum*

1.3.2. Caracterización Axiomática

La otra parte del trabajo de unificación que se realiza en [Gre09] se centra en demostrar que todas las semánticas pueden ser axiomatizadas utilizando únicamente dos axiomas parametrizados, como se verá en 2.3. Uno de estos axiomas corresponde al de la menor simulación restringida que determina el piso en el que se encuentra la semántica en cuestión; el otro axioma tiene que ver con la naturaleza estática de la relación y con la forma de diferenciar el no determinismo.

Cabe mencionar que el objetivo de esta unificación es dar con un conjunto de axiomas, suficientemente grande como para obtener una unificación general de forma relativamente sencilla; es por ello que en el artículo [dFGP09a] se evitan las simplificaciones de estos axiomas, realizadas por van Glabbeek en [vG01], obteniéndose de esta forma, en cada caso, conjuntos ligeramente diferentes de axiomas.

1.3.3. Caracterización Lógica

Este mismo objetivo de unificación, es el perseguido en el presente trabajo: tratamos de unificar las lógicas que caracterizan cada una de las semánticas. Sin embargo, en este caso la diferencia entre las lógicas que nosotros obtendremos y las presentados por R.J. van Glabbeek en [vG01], es en apariencia bastante más grande, pues en cierto sentido, nosotros buscamos lógicas lo más "grandes" posibles, mientras que de nuevo R.J. van Glabbeek prefiere la simplificación máxima de las mismas.

Tal y como hemos visto en la sección 1.1 podemos definir una semántica por medio de una lógica, lo que en principio debería incluir tanto una definición sintáctica de la misma como la definición de la correspondiente relación de satisfacción. Sin embargo, en aras de conseguir la unificación deseada trabajaremos en todos los casos con sublógicas de la lógica de Hennessy Milner, por lo que definir una semántica lógica consistirá simplemente en escoger el subconjunto de fórmulas de $\mathcal{L}_{HM}$ que se utilizarán en cada caso.

1.4. Motivación y objetivos

Como se ha visto en la sección 1.2, con la presentación del trabajo de van Glabbeek [vG01], se recogieron las definiciones de las distintas semánticas de procesos conocidas hasta la fecha. Sin embargo, a pesar de haberse presentado las definiciones de dichas semánticas de formas diferentes, y de obtenerse algunos resultados que nos permitían clasificar unas semánticas con respecto a otras, según los procesos que diferenciaban, no existía una visión general que nos proporcionase el poder definir cualquiera de las semánticas, y que como consecuencia hiciese más sencilla la tarea de clasificarlas. Afortunadamente, la parte más complicada de este trabajo, se realizó con éxito en [Gre09], dando una visión general de dichas semánticas definiéndolas con respecto a las observaciones y los axiomas (dos de las tres caracterizaciones dadas para las semánticas en el artículo de van Glabbeek) y generando una nueva clasificación que nos permitía verlas en una forma mucho más natural, dando lugar a un *spectrum* nuevo, bastante más ordenado, en el que se mostraban incluso los huecos para nuevas semánticas que ni siquiera se habían definido aún, pero que existían y ahora era posible presentarlas de una forma relativamente sencilla.

El presente trabajo pretende completar, aún más si cabe, los avances obtenidos en [Gre09], caracterizando las semánticas con la tercera forma que aparecía en el trabajo de van Glabbeek, es decir, según su definición lógica. Para ello seguiremos los pasos dados en la Tesis Doctoral de C. Gregorio y que nos servirá como guía para encontrar una forma general de definir los conjuntos de fórmulas lógicas asociados a cada una de las semánticas presentadas en el *nuevo spectrum*, y que al igual que se ve en [Gre09] dividirá las semánticas en cuatro grupos: las semánticas de simulaciones, las semánticas lineales, las semánticas deterministas y como un caso aparte, que engloba a todos los demás, la bisimulación. Además como veremos en las sucesivas secciones, será necesario modificar un poco la visión de las semánticas lógicas dadas en [vG01], ya que nuestro objetivo final busca poder dar definiciones generales, y para ello debemos hacer justo lo contrario de lo que trató van Glabbeek en su trabajo, es decir, debemos definir estas semánticas lógicas de una forma lo más grande posible, para que sea relativamente sencillo encontrar una generalización.

1.5. Plan de trabajo

Para alcanzar el objetivo central presentado anteriormente, este trabajo se ha estructurado en las siguientes partes:

- En el capítulo 2 se presentan las caracterizaciones lógicas clásicas que caracterizan las distintas semánticas, que son las que se pretende mejorar con este trabajo, dando una visión general de las mismas, en la línea de lo que se hizo para las observaciones y los axiomas en [Gre09]. Además al final del capítulo, se presenta, de una forma bastante resumida, los pasos seguidos para obtener la unificación de las semánticas en cuanto a su conjunto de observaciones y axiomas, lo que nos permitirá hacernos una idea de cómo se pueden caracterizar uniformemente las semánticas y nos servirá de base para realizar la unificación deseada de las caracterizaciones lógicas.

- Una vez presentados los conceptos iniciales, y los descubrimientos conocidos hasta la fecha en los que se basa este trabajo, en el capítulo 3, encontraremos el núcleo del mismo, realizándose la definición del marco lógico unificado para las semánticas del *spectrum*, de una forma análoga a como se hizo en [Gre09], viendo primero las definiciones correspondientes al caso particular de las semánticas más importantes, que se corresponden con las que pertenecen al piso de la simulación de aceptaciones, para posteriormente extender dichas definiciones hasta cubrir todas las semánticas del *spectrum*. Resulta innegable la relación entre el marco observacional unificado y el nuevo marco lógico unificado que presentaremos, por lo que las pruebas de corrección de las nuevas caracterizaciones lógicas se harán en base a las semánticas observacionales.

- En el capítulo 4, siguiendo las ideas desarrolladas en [dFGP09a] que muestran la verdadera estructura del *spectrum*, en cada uno de cuyos pisos no tenemos en realidad una mera estructura plana en forma de rombo, sino una especie de figura bidimensional en forma de diamante, introducimos la caracterización lógica de las semánticas añadidas, las cuales se obtienen considerando uniones e intersecciones de los conjuntos que caracterizan las semánticas que no quedan relacionadas entre sí, en el rombo inicial.

- La memoria finaliza con el capítulo 5 en el que se presentarán las conclusiones de la misma, y los posibles trabajos a realizar en un futuro.

Capítulo 2

Fundamentos

2.1. Clasificación clásica de las semánticas

Como hemos repetido en varias ocasiones, en el artículo [vG01] se realizaba una presentación conjunta de las distintas semánticas de procesos conocidas hasta la fecha de su publicación, estudiándose la relación entre ellas. El autor describía cada semántica por medio de un formato de interacción con los procesos, que dependiendo del punto de vista se puede entender como una semántica observacional, una semántica de pruebas (*testing*) o una semántica lógica. Posteriormente completaba el estudio de las semánticas por medio de la presentación de las axiomatizaciones de los preordenes y equivalencias que inducen.

Los escenarios de pruebas que se consideran para cada una de las semánticas $\{T, CT, F, R, FT, RT, S, CS, RS, PW, B\}$, son interpretados como las posibles observaciones que pueden ser fabricadas con una máquina interactuando con p. Están constituidos por unas cajas negras que contienen, en sus versiones más complejas, botones (o interruptores) para cada una de las acciones, luces que indican cuáles de estas acciones se pueden ejecutar y cuáles no, y una pantalla donde visualizar las acciones que se realizan en cada momento. En particular la fórmula $a\varphi$ representa la observación de que *"a"* aparece en el visor de la máquina (o que el botón de la a está pulsado en la máquina reactiva) seguido de la observación de φ. La fórmula $\widetilde{X}$ se representa dejando el visor de la máquina vacio, mientras que X es el conjunto de acciones que están permitidas por el entorno / observador, i.e., aquellas cuyos botones son "libres"de ser pulsados y cuyas luces asociadas a las acciones de X están encendidas mientras la máquina está en estado de espera. Así mismo, *0* representa que el visor de la máquina está vacío, y $\top$ representa el hecho de que el observador termina sus observaciones, mientras que todas las acciones se permiten (en la ausencia de botones).

Las interacciones con dichos mecanismos se pueden visualizar utilizando un lenguaje matemático más preciso por medio de distintos lenguajes lógicos, más o menos *ad-hoc*, que pasamos a exponer a continuación como punto de partida para su posterior unificación utilizando una metodología lo más sistemática posible. Así pues podemos pasar a estudiar la caracterización de las distintas semánticas presentadas por R.J. van Glabbeek, siguiendo esencialmente el orden de refinamiento entre semánticas, partiendo de la más débil y terminando con la más fuerte.

Definición 2.1.1. El conjunto $\mathcal{L}_T$ de fórmulas de trazas sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $\top \in \mathcal{L}_T$
- $\varphi \in \mathcal{L}_T,\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_T$

$\square$

Definición 2.1.2. El conjunto $\mathcal{L}_{CT}$ de fórmulas de trazas completas sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $\top \in \mathcal{L}_{CT}$
- $0 \in \mathcal{L}_{CT}$
- $\varphi \in \mathcal{L}_{CT},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_{CT}$

$\square$

Definición 2.1.3. El conjunto $\mathcal{L}_F$ de fórmulas de fallos sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $\top \in \mathcal{L}_F$
- $X \subseteq Act \Rightarrow \widetilde{X} \in \mathcal{L}_F$
- $\varphi \in \mathcal{L}_F,\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_F$

$\square$

Definición 2.1.4. El conjunto $\mathcal{L}_{FT}$ de fórmulas de trazas de fallos sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $\top \in \mathcal{L}_{FT}$
- $\varphi \in \mathcal{L}_{FT},\ \ X \subseteq Act \Rightarrow \widetilde{X}\varphi \in \mathcal{L}_{FT}$
- $\varphi \in \mathcal{L}_{FT},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_{FT}$

$\square$

Definición 2.1.5. El conjunto $\mathcal{L}_R$ de fórmulas de aceptaciones sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $\top \in \mathcal{L}_R$
- $X \subseteq Act \Rightarrow X \in \mathcal{L}_R$
- $\varphi \in \mathcal{L}_R,\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_R$

$\square$

Definición 2.1.6. El conjunto $\mathcal{L}_{RT}$ de fórmulas de trazas aceptaciones sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $\top \in \mathcal{L}_{RT}$
- $\varphi \in \mathcal{L}_{RT},\ \ X \subseteq Act \Rightarrow X\varphi \in \mathcal{L}_{RT}$
- $\varphi \in \mathcal{L}_{RT},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_{RT}$

$\square$

Definición 2.1.7. El conjunto $\mathcal{L}_{PF}$ de fórmulas de posibles futuros sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $\varphi_i, \varphi_j \in \mathcal{L}_T\ \ \forall i \in I, \forall j \in J \Rightarrow \bigwedge_{i\in I} \varphi_i \wedge \bigwedge_{j\in J} \neg\varphi_j \in \mathcal{L}_{PF}$
- $\varphi \in \mathcal{L}_{PF},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_{PF}$

$\square$

Definición 2.1.8. El conjunto $\mathcal{L}_S$ de fórmulas de simulación sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $I\ cjto,\ \varphi_i \in \mathcal{L}_S\ \forall i \in I \Rightarrow \bigwedge_{i\in I} \varphi_i \in \mathcal{L}_S$
- $\varphi \in \mathcal{L}_S,\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_S$

$\square$

Definición 2.1.9. El conjunto $\mathcal{L}_{CS}$ de fórmulas de simulación completa sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $0 \in \mathcal{L}_{CS}$
- $I\ cjto,\ \varphi_i \in \mathcal{L}_{CS}\ \forall i \in I \Rightarrow \bigwedge_{i\in I} \varphi_i \in \mathcal{L}_{CS}$
- $\varphi \in \mathcal{L}_{CS},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_{CS}$

$\square$

Definición 2.1.10. El conjunto $\mathcal{L}_{RS}$ de fórmulas de simulación de aceptaciones sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $X \subseteq Act \Rightarrow X \in \mathcal{L}_{RS}$
- $I\ cjto,\ \varphi_i \in \mathcal{L}_{RS}\ \forall i \in I \Rightarrow \bigwedge_{i\in I} \varphi_i \in \mathcal{L}_{RS}$
- $\varphi \in \mathcal{L}_{RS},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_{RS}$

$\square$

Definición 2.1.11. El conjunto $\mathcal{L}_{2S}$ de fórmulas de simulación 2-anidada sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $\varphi \in \mathcal{L}_S \Rightarrow \neg\varphi \in \mathcal{L}_{2S}$
- $I\ cjto,\ \varphi_i \in \mathcal{L}_{2S}\ \forall i \in I \Rightarrow \bigwedge_{i\in I} \varphi_i \in \mathcal{L}_{2S}$

- $\varphi \in \mathcal{L}_{2S},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_{2S}$

$\square$

Definición 2.1.12. El conjunto $\mathcal{L}_{PW}$ de fórmulas de posibles mundos sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $X \subseteq Act \Rightarrow X \in \mathcal{L}_{PW}$
- $X \subseteq Act,\ \ \varphi_a \in \mathcal{L}_{PW}\ \ \forall a \in X \Rightarrow \bigwedge_{a\in X} a\varphi_a \in \mathcal{L}_{PW}$

$\square$

Definición 2.1.13. El conjunto $\mathcal{L}_B$ de fórmulas de bisimulación sobre Act se define recursivamente por medio de las reglas

- $\varphi \in \mathcal{L}_B \Rightarrow \neg\varphi \in \mathcal{L}_B$
- I *cjto*, $\varphi_i \in \mathcal{L}_B\ \forall i \in I \Rightarrow \bigwedge_{i\in I} \varphi_i \in \mathcal{L}_B$
- $\varphi \in \mathcal{L}_B,\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_B$

$\square$

Todos estos lenguajes se pueden ver como un sublenguaje de $\mathcal{L}_{HM}$, *la lógica de Hennessy-Milner*, definida en 1.1.4, considerando los constructores que no están en $\mathcal{L}_{HM}$ como determinadas abreviaturas. De este modo tenemos una nueva versión azucarada de la lógica $\mathcal{L}_{HM}$, a la que hemos añadido las siguientes construcciones

$$\top := \bigwedge_{i\in\emptyset} \varphi_i \qquad \widetilde{X} := \bigwedge_{a\in X} \neg a\top \qquad \widetilde{X}\varphi' := \widetilde{X} \wedge \varphi' \qquad 0 := \widetilde{Act}$$

$$\varphi_1 \wedge \varphi_2 := \bigwedge_{i\in\{1,2\}} \varphi_i \qquad X := \bigwedge_{a\in X} a\top \wedge \bigwedge_{a\notin X} \neg a\top \qquad X\varphi' := X \wedge \varphi' \qquad \widetilde{a} := \neg a\top$$

En particular $\mathcal{L}_B$ es simplemente una nueva formulación de dicho lenguaje si utilizamos el criterio habitual de que la conjunción vacía es equivalente a $\top$. Para ser precisos, las dos definiciones que hemos dado sólo son estrictamente equivalentes, si imponemos a los conjuntos de índices i que aparecen en la definición 2.1.13 la condición de ser finitos. Como comentaremos un poco más adelante, la lógica que sólo admite conjunciones finitas y la que admite conjunciones infinitas, no son completamente equivalentes, si bien difieren mínimamente.

Tras diluir el azúcar sintáctico indicado más arriba, se deriva inmediatamente la definición de la semántica de cada una de las lógicas $\mathcal{L}_{\mathcal{O}}$ tomando $p \models_{\mathcal{O}} \varphi \Leftrightarrow p \models \varphi$

Definición 2.1.14. Cada lenguaje $\mathcal{L}_{\mathcal{O}}$ define un preorden $\sqsubseteq_{\mathcal{O}}$ mediante

$$p \sqsubseteq_{\mathcal{O}} q \Leftrightarrow \forall \varphi \in \mathcal{L}_{\mathcal{O}}(p \models \varphi \Rightarrow q \models \varphi)$$

y denotamos su núcleo por $\equiv_{\mathcal{O}}$.

□

Teorema 2.1.15. Todas las lógicas presentadas anteriormente, son semánticamente cerradas bajo disyunción, i.e., si definimos $\mathcal{L}_X^{\vee}$ con $X \in \{T, CT, F, FT, R, RT, PF, S, CS, RS, 2S, PW, B\}$, añadiendo a las cláusulas que definen cada $\mathcal{L}_X$, la cláusula

$$\sigma_i \in \mathcal{L}_X^{\vee} \ \ \forall i \in I \Rightarrow \bigvee_{i \in I} \sigma_i \in \mathcal{L}_X^{\vee}$$

y cambiando en todas las demás cláusulas cada aparición de $\mathcal{L}_X$ por $\mathcal{L}_X^{\vee}$.

Demostración
Para el caso de la bisimulación tenemos que el añadir el operador de disyunción no modifica la definición lógica, ya que como hemos visto es equivalente a la lógica de Hennessy Milner, y para ella, por aplicación de las leyes de Morgan, es posible obtener el $\vee$ como combinación de $\neg$ y $\wedge$.
Para el resto de los casos, tenemos que el operador $\vee$ filtrará con respecto al operador $\wedge$ (por la distributividad) y al operador prefijo, dado que $\bigvee a\varphi_i = a \bigvee \varphi_i$. No filtraría respecto a la negación, pero esto no importa, ya que dicho operador no aparece nunca aplicado sobre subfórmulas φ' pertenecientes al correspondiente lenguaje $\mathcal{L}_X^{\vee}$. En consecuencia, cada fórmula $\varphi \in \mathcal{L}_X^{\vee}$ sería equivalente a una disyunción de fórmulas del correspondiente lenguaje $\mathcal{L}_X$, con lo que la equivalencia semántica inducida por ambas familias sería trivialmente equivalente.

c.q.d.

Observemos sin embargo, que para el caso del operador $\wedge$ no se tiene la posibilidad de filtrarlo con respecto al prefijo, y es por ello que se tiene, como veremos más adelante, la diferencia entre las semánticas lineales (en las que no se permite una aparición arbitraria de la conjunción) y las semánticas ramificadas (en las que la conjunción se puede tomar de forma arbitraria). Aprovechamos la ocasión para comentar el hecho de que la negación sólo aparezca aplicada a subfórmulas del correspondiente conjunto $\mathcal{L}_X$. En el caso $X = B$ se corresponde con el hecho de que cada una de las lógicas $\mathcal{L}_X$ con $X \neq B$ define un orden estricto que no es una relación de equivalencia, mientras que el definido por $\mathcal{L}_B$ lo es trivialmente al ser dicho conjunto cerrado bajo negación.

Hennessy y Milner demostraron en [[HM80], [HM85]] que $\mathcal{L}_B$ caracteriza la relación de bisimilitud.

Proposición 2.1.16. $p \underline{\leftrightarrow} q \Leftrightarrow p \equiv_B q$

◇

Nota: Es en la demostración de esta proposición donde aparece la diferencia entre la lógica de Hennessy-Milner definida admitiendo conjunciones infinitas y aquella que sólo admite conjunciones finitas. En concreto, la equivalencia dada por la proposición sólo se tiene para procesos que puedan contener ramificación local infinita si admiten fórmulas con conjunciones infinitas. Sin embargo, si nos restringimos al conjunto de procesos sin ramificación infinita, la lógica finita restringida, sería suficiente para caracterizar la bisimulación. Como quiera que en el resto de este trabajo nos meteremos a discutir cuestiones en las que es vital la admisión o no, de procesos con ramificación infinita, permítasenos que en lo sucesivo sigamos utilizando índices de cardinal potencialmente arbitrario, si bien para los procesos finitos, que esencialmente consideraremos, sería suficiente con considerar la sublógica de fórmulas finitas de $\mathcal{L}_{HM}$.

R.J. van Glabbeek en [vG01], demostró la correspondencia entre las demás semánticas lógicas anteriores y las definiciones clásicas de las correspondientes semánticas del espectro.

Proposición 2.1.17. Para cada una de las semánticas lineales $\mathcal{O} \in \{T, CT, F, R, FT, RT\}$, se tiene que

$$p \sqsubseteq_{\mathcal{O}} q \Leftrightarrow \mathcal{O}(p) \subseteq \mathcal{O}(q)$$

donde $\mathcal{O}(p)$ define extensionalmente las correspondientes observaciones lineales (trazas, fallos, ...), y por tanto se concluye

$$p \equiv_{\mathcal{O}} q \Leftrightarrow \mathcal{O}(p) = \mathcal{O}(q)$$

Para las semánticas de simulación $\mathcal{O} \in \{S, CS, RS, 2S\}$ se prueban directamente las siguientes proposiciones.

Proposición 2.1.18. Para cualesquiera dos procesos, p y q, tenemos que ($p \sqsubseteq_S q$), si y sólo si existe una simulación R con pRq.

◇

Proposición 2.1.19. Para cualesquiera dos procesos, p y q, tenemos que ($p \sqsubseteq_{CS} q$), sii existe una simulación completa R con pRq.

◇

Proposición 2.1.20. Para cualesquiera dos procesos, p y q, tenemos que ($p \sqsubseteq_{RS} q$), sii existe una simulación de aceptaciones R con pRq.

◇

Proposición 2.1.21. Para cualesquiera dos procesos, p y q, tenemos que ($p \sqsubseteq_{2S} q$), sii existe una simulación 2-anidada R con pRq.

$\diamond$

Corolario 2.1.22. Para cada una de las semánticas $\mathcal{O} \in \{S, CS, RS, 2S\}$ se tiene que $(p \equiv_{\mathcal{O}} q)$, sii existen dos $\mathcal{O}$-simulaciones R y S con pRq y qSp.

Como ya vimos en la sección 1.1.1, se escribirá $\mathcal{O} \preceq \mathcal{N}$ si la semántica de $\mathcal{O}$ hace al menos tantas identificaciones como la semántica $\mathcal{N}$, más exactamente tendremos $\mathcal{O} \preceq \mathcal{N} \Leftrightarrow \sqsubseteq_{\mathcal{O}} \supseteq \sqsubseteq_{N}$. Claramente si $\mathcal{L}_{\mathcal{O}}$ es un sublenguaje de $\mathcal{L}_N$, se tiene que $\mathcal{O} \preceq \mathcal{N}$. Esto produce el siguiente teorema que es el centro del trabajo presentado en [vG01] y que se recoge a modo resumen en la figura 1.2.

Teorema 2.1.23. $T \preceq CT \preceq F \preceq R \preceq RT$, $T \preceq F \preceq FT \preceq RT \preceq PW \preceq RS \preceq 2S \preceq B \preceq U$, $R \preceq PF \preceq 2S$, $T \preceq S \preceq CS \preceq RS$ y $CT \preceq CS$

$\diamond$

2.2. Unificación observacional

Como se puede ver en [dFGP09a], la idea fundamental a la hora de comenzar el proceso de unificación de las semánticas, consiste en sintetizar el concepto general de simulación restringida, que se define a continuación.

Definición 2.2.1. Dada una relación N sobre procesos de BCCSP, una simulación N-restringida es una relación S_N tal que pS_Nq implica

- Para toda a$\in Act$, si $p \xrightarrow{a} p'$ entonces existe q', tal que $q \xrightarrow{a} q'$ y $p' S_N q'$, y
- pNq

Decimos que un proceso p es N-simulado por un proceso q, o que q N-simula p, y lo denotamos por p$\sqsubseteq_{NS}$q, cuando existe una *N-simulación restringida* tal que pS_Nq

$\square$

Además de las semánticas de simulación que se estudiaron en [vG01], podemos englobar en esta categoría otras semánticas nuevas de simulación, como es el caso de la simulación de trazas.

2.2.1. Observaciones generales ramificadas

Las semánticas de simulación son semánticas ramificadas cuya caracterización vendrá basada en observaciones arborescentes con la capacidad de capturar simultáneamente información correspondiente a distintos cómputos alternativos (y por tanto incompatibles entre sí) enlazados por los puntos en los que se puede hacer la elección entre ellos. Comenzaremos definiendo el concepto de observación local.

Definición 2.2.2. El conjunto L_N de observaciones locales correspondiente a cada una de las *N-simulaciones restringidas* en el *spectrum*, y el conjunto $L_N(p)$ de observaciones asociadas a cada proceso p, se definen como sigue:

- S: $L_U = \{\cdot\}$, $L_U(p) = \cdot$.
- CS: $L_C = Bool$, $L_C(p)$ es *true* si $P \equiv \mathbf{0}$ y *false* en otro caso.
- RS: $L_I = \mathcal{P}(Act)$, $L_I(p) = I(p)$.
- TS: $L_T = \mathcal{P}(Act^*)$, $L_T(p)$ es *T(p)*, el conjunto de trazas de p.
- 2S: $L_S = \{\|p\|_S / p \in BCCSP\}$, $L_S(p) = \|p\|_S$.
- NS: $L_S = \{\|p\|_{(n-1)S} / p \in BCCSP\}$, $L_S(p) = \|p\|_{(n-1)S}$, donde $\|p\|_{kS}$ representa la clase de *k-simulación anidada* de p.

□

A partir de las correspondientes observaciones locales definimos las observaciones generales ramificadas de un modo absolutamente uniforme:

Definición 2.2.3. 1. Una observación general ramificada (abreviada bgo) correspondiente a una restricción N de un proceso, es un árbol finito no vacío, cuyos arcos están etiquetados con acciones en Act y cuyos nodos están etiquetados con observaciones locales L_N; el correspondiente conjunto BGO_N se define recursivamente por medio de:

- $\langle l, \emptyset \rangle \in BGO_N$ para $l \in L_N$
- $\langle l, \{(a_i, bgo_i) | i \in 1..n\} \rangle \in BGO_N$ para todo $n \in \mathbb{N}, a_i \in Act$ y $bgo_i \in BGO_N$.

2. El conjunto $BGO_N(p)$ de observaciones generales ramificadas de p correspondiente a la restricción N es

$$BGO_N(p) = \{\langle L_N(p), S\rangle | S \subseteq \{(a, bgo) | bgo \in BGO_N(p'), p \xrightarrow{a} p'\}\}.$$

3. Escribimos $p \leq_N^b q$ si $BGO_N(p) \subseteq BGO_N(q)$

□

En el artículo [dFGP09b] se observa que en los casos considerados en la definición 2.2.2, la función de observaciones locales L_N, define una representación de las relaciones de equivalencia N usadas para definir las relaciones de simulaciones restringidas, es decir, tenemos que

$$L_N(p) = L_N(q) \Leftrightarrow p \; N \; q.$$

El hecho de que la semántica observacional $BGO_N(p)$ se puede definir de un modo composicional simplifica la demostración del teorema siguiente que nos facilita la unificación de las semánticas de las simulaciones.

Teorema 2.2.4. Para todo $N \in \{U, C, I, T, S\}$ y cualesquiera dos procesos p y q, $p \sqsubseteq_{NS} q$ si y sólo si $p \leq_N^b q$.

$\diamond$

2.2.2. Observaciones lineales

Las semánticas lineales no permiten observar simultáneamente diversos cómputos de un proceso, en consecuencia es razonable esperar que su definición pueda estar basada en la consideración de los casos degenerados de observaciones ramificadas, que se corresponden con árboles lineales.

Definición 2.2.5. 1. El conjunto LGO_N de observaciones lineales (abreviado lgo) para una observación local L_N es el subconjunto de BGO_N definido como:

- $\langle l, \emptyset\rangle \in LGO_N$ para $l \in L_N$.
- $\langle l, \{(a, lgo)\}\rangle$ para cualquier $a \in Act$ y $lgo \in LGO_N$.

2. El conjunto $LGO_N(p)$ de observaciones generales lineales de un proceso p con respecto a la observación local L_N es

$$LGO_N(p) = BGO_N(p) \bigcap LGO_N.$$

$\square$

Utilizando, simplemente, la inclusión de conjuntos entre observaciones lineales respecto a cada función de observación local L_N obtenemos la caracterización de cada semántica lineal que aparece "pegada" a cada semántica de simulación del *spectrum*.

Definición 2.2.6. Un proceso p es menor o igual que un proceso q con respecto a las observaciones lineales generadas por L_N, y lo denotamos por $p \leq_N^l q$, si $LGO_N(p) \subseteq LGO_N(q)$. Denotaremos la correspondiente equivalencia por $=_N^l$.

$\square$

Así en los casos más representativos del espectro se tiene

$$(1) \leq_U^L = \sqsubseteq_T;\ (2) \leq_C^L = \sqsubseteq_{CT};\ (3) \leq_I^L = \sqsubseteq_{RT}$$

Además gracias a las observaciones lineales y la inclusión de conjuntos, la caracterización de las restantes semánticas de los diamantes que configuran el *spectrum*, se puede obtener considerando los siguientes órdenes.

Definición 2.2.7. Para $\zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$, definimos los órdenes $\leq_N^l$, $\leq_N^{l\supseteq}$, $\leq_N^{lf}$, y $\leq_N^{lf\supseteq}$ por:

- $\zeta \leq_N^l \zeta' \Leftrightarrow \zeta \subseteq \zeta'$.
- $\zeta \leq_N^{l\supseteq} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \dots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots Y_n \in \zeta'\ \forall i \in 0..n\ X_i \supseteq Y_i$.
- $\zeta \leq_N^{lf} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \dots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots Y_n \in \zeta'\ X_n = Y_n$.
- $\zeta \leq_N^{lf\supseteq} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \dots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots Y_n \in \zeta'\ X_n \supseteq Y_n$.

□

Para cada uno de estos órdenes se puede definir un cierre apropiado como se indica a continuación.

Definición 2.2.8. Para cada $\zeta \subseteq LGO_N$, consideraremos los siguientes cierres:

- $\overline{\zeta}^{\supseteq} = \{X_0a_1X_1 \dots X_n \in \zeta \mid \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots Y_n \in \zeta'\ \forall i \in 0..n\ X_i \supseteq Y_i\}$
- $\overline{\zeta}^{f} = \{X_0a_1X_1 \dots X_n \in \zeta \mid \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots Y_n \in \zeta'\ X_n = Y_n\}$
- $\overline{\zeta}^{f\supseteq} = \{X_0a_1X_1 \dots X_n \in \zeta \mid \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots Y_n \in \zeta'\ X_n \supseteq Y_n\}$

□

Proposición 2.2.9. Para todo $X \in \{\supseteq, f, f \supseteq\}$, $\zeta \leq_N^{lX} \zeta'$ si y sólo si $\overline{\zeta}^X \subseteq \overline{\zeta'}^X$.

◇

En [dFGP09b] quedó probado que cada semántica del *spectrum* está caracterizada por los correspondientes órdenes $\leq_N^{lX}$. Sin embargo, en los casos particulares en que $N = U$ o $N = C$ se tiene, respectivamente, que $\leq_U^l = \leq_U^{l\supseteq} = \leq_U^{lf} = \leq_U^{lf\supseteq} = \sqsubseteq_T$ y que $\leq_C^l = \leq_C^{l\supseteq} = \leq_C^{lf} = \leq_C^{lf\supseteq} = \sqsubseteq_{CT}$ y como consecuencia en estos casos en el *spectrum* aparece una única semántica caracterizable por medio de observaciones lineales.

2.2.3. Observaciones deterministas

En la versión clásica de la clasificación de las semánticas realizada en [vG01] aparecía una semántica más que aún no ha quedado recogida en este repaso del proceso de unificación: la semántica de posibles mundos. La forma adecuada de englobarla dentro de esta presentación uniforme basada en observaciones, consiste en estudiar las observaciones lineales deterministas, que se definen formalmente a continuación:

Definición 2.2.10. 1. Decimos que un bgo es determinista si para cada nodo, su conjunto de hijos $\{(a_i, bgo_i)\}$ satisface $a_i \neq a_j$ siempre que $i \neq j$. Denotamos con $dBGO_N$ el conjunto de observaciones deterministas en BGO_N.
2. El conjunto de observaciones ramificadas deterministas (abreviado dbgo) de un proceso p es $dBGO_N(p) = BGO_N(p) \bigcap dBGO_N$.
3. Escribimos $p \leq_N^{db} q$ si $dBGO_N(p) \subseteq dBGO_N(q)$.

□

Teorema 2.2.11. Para todo proceso $p_1, p_2 \in BCCSP$, $p_1 \sqsubseteq_{PW} p_2$ si y sólo si $p_1 \leq_I^{db} p_2$. $\diamond$

Es claro que los correspondientes órdenes verifican que $\leq_N^b \subseteq \leq_N^{db} \subseteq \leq_N^l$, por lo que esta semántica se debe colocar entre las observaciones ramificadas definidas en 2.2.1 y las observaciones lineales definidas en 2.2.2, coincidiendo con la situación de la semántica de posibles mundos entre las semánticas de simulación de aceptaciones y la de trazas de aceptaciones, que se da en la versión clásica [vG01].

A pesar de que las semánticas que se pueden definir de este modo son bastante extrañas, y es por ello muy probablemente que no se hayan considerado previamente, se puede caracterizar para cualquier restricción N la correspondiente observación ramificada determinista $dBGO_N$, extendiendo así el spectrum, para tener en cada "piso"la situación que se muestra en la figura 2.1.

$$\begin{tikzcd}[row sep=small]
 & & & \leq_N^{l\supseteq} \arrow[dr] & \\
\leq_N^b \arrow[r] & \leq_N^{db} \arrow[r] & \leq_N^l \arrow[ur] \arrow[dr] & & \leq_N^{lf\supseteq} \\
 & & & \leq_N^{lf} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Figura 2.1: Piso básico en el nuevo *spectrum*

2.3. Unificación axiomática

Además de la unificación de las semánticas observacionales recogidas [vG01], se realizó la de sus caracterizaciones axiomáticas en [dFGP09a].

En dicho artículo se recuerda que la bisimulación puede ser axiomatizada por los siguientes axiomas

$$\begin{array}{llll}
(B1) & x + y \simeq y + x & (B3) & x + x \simeq x \\
(B2) & (x + y) + z \simeq x + (y + z) & (B4) & x + \mathbf{0} \simeq x
\end{array}$$

Estos axiomas establecen que el operador de elección es conmutativo, asociativo e idempotente, tomando como elemento identidad el proceso que no realiza ninguna acción. Por último hay que recordar la definición de *behaviour preorder* que aparece en 1.1.6 y se utiliza para comparar procesos como se ve en la definición 1.1.8.

2.3.1. Una nueva axiomatización de las semánticas

Como ya se ha visto en la clasificación observacional la parte dinámica de las semánticas está gobernada por las simulaciones y el concepto de simulación restringida que apareció en

2.2.1. En [dFGP09a] aparece la siguiente proposición, que caracteriza las simulaciones restringidas en base a sus axiomas.

Proposición 2.3.1. Para cualquier *N behaviour preorder*, la *N-simulación restringida* se puede definir axiomáticamente mediante el axioma condicional $(NS)\ N(x,y) \Rightarrow x \preceq x+y$ y los axiomas (B1)-(B4) de la bisimulación presentados en 2.3

$\diamond$

De este modo ya tenemos caracterizadas todas las semánticas de simulación mediante axiomas (cubriendo por tanto el caso correspondiente a las observaciones ramificadas), pero ¿qué ocurre con el resto de semánticas del spectrum? En [dFGP09a] se prueba que se pueden axiomatizar mediante el siguiente axioma único, que tiene una condición parametrizada

$$(ND)\ \ M(x,y,z) \Rightarrow ax + a(y+w) + a(x+y) \preceq ax + a(y+w).$$

En concreto, se prueba que las semánticas de cada diamante se pueden caracterizar utilizando las siguientes instancias de la condición M, donde $N \in \{U, C, I, T, S\}$

$$\begin{array}{l}
(N\text{-}ND^{F})\ \ M_F(x,y,w) \Leftrightarrow \mathit{true} \\
(N\text{-}ND^{R})\ \ M_R(x,y,w) \Leftrightarrow N(x) \supseteq N(y) \\
(N\text{-}ND^{FT})\ \ M_{FT}(x,y,w) \Leftrightarrow N(w) \subseteq N(y) \\
(N\text{-}ND^{RT})\ \ M_{RT}(x,y,w) \Leftrightarrow N(x) = N(y) \text{ y } N(w) \subseteq N(y)
\end{array}$$

La notación presentada aquí es general, dependiendo de la restricción $N \in \{U, C, I, T, S\}$ que se considere. Los subíndices y superíndices hacen referencia a la posición en la que iría colocada la semántica en el *spectrum*, F si va encima de la semántica de fallos, RT si va encima de la semántica de trazas de aceptaciones ...

Proposición 2.3.2. Las semánticas basadas en observaciones lineales se pueden axiomatizar por medio de los axiomas $\{(B1)-(B4), (NS), (N\text{-}ND^X)\}$ donde $X \in \{F, R, FT, RT\}$, y $N \in \{U, C, I, T, S\}$.

$\diamond$

Así, para el caso en el que las cuatro posibles semánticas colapsaban a una sola (caso de semánticas de trazas y de trazas completas) tendrían cuatro formas simbólicas equivalentes de definirlas que corresponden a las cuatro opciones que tenemos para el axioma $(N\text{-}ND^X)$; si bien, en el caso de las trazas, son todas trivialmente equivalentes pues la condición correspondiente a las simulaciones ordinarias que la gobiernan es la condición trivial *true*.

Capítulo 3

Semánticas lógicas unificadas

Siguiendo los pasos de los autores de [dFGP09b], abordamos de nuevo la unificación de las semánticas del *ltbt-spectrum* clásicas utilizando en este caso su caracterización lógica. Para ello buscaremos una definición uniforme de dichas caracterizaciones lógicas, que nos permita establecer de nuevo las relaciones de una manera sencilla. Como dijimos R.J. van Glabbeek incluyó en su trabajo [vG01] caracterizaciones lógicas de las semánticas conocidas hasta aquella fecha, sin embargo lo hizo buscando conjuntos lo más pequeños posibles. Por el contrario, la idea principal de nuestra caracterización uniforme, es encontrar conjuntos de fórmulas lógicas, si no los más grandes, sí suficientemente grandes, de modo que tengamos una visión global de las semánticas, que muestre a las claras la estructura del nuevo *spectrum* que aparece en la figura 1.3. Es por ello que las fórmulas lógicas aquí presentadas difieren en parte de las presentadas en la primera sección del capítulo 2; sin embargo, según se comprobará, a lo largo del capítulo, se trata por supuesto de lógicas equivalentes, que tienen ahora una clara relación entre ellas, y que permiten visualizar las relaciones existentes entre las distintas semánticas de una forma sencilla y elegante. Recordando la clasificación presentada en [dFGP09b], podemos dividir el *nuevo spectrum* en cuatro partes, como se indica en dicho artículo:

- Semántica de bisimulación, que está caracterizada por la lógica de Hennessy-Milner como se muestra en [HM80] y [HM85] y por tanto aparece englobando a todas las semánticas secuenciales o de entremezcla conocidas. Obsérvese que esta lógica es cerrada bajo la negación ($\neg$), y por tanto, el preorden que define es una equivalencia (la de bisimulación). El resto de semánticas están definidas por preordenes no triviales, es decir, no son equivalencias, lo cual se refleja por el hecho de que las caracterizaciones lógicas que encontramos no son cerradas bajo la negación.
- Semánticas de simulación (simulación, simulación completa, simulación de aceptaciones, ...), caracterizadas por la ramificación, que vendrá reflejada por la presencia no restringida en las fórmulas lógicas del operador $\bigwedge$.
- Semánticas lineales (trazas, fallos, aceptaciones, ...), caracterizadas por ser un caso degenerado de las ramificaciones, que obtendremos restringiendo casi por completo el

operador $\bigwedge$, y con usos aún más restringidos de la negación ($\neg$).

- Semánticas ramificadas deterministas, que corresponden a una clase intermedia entre las semánticas ramificadas y lineales, donde el determinismo aparecerá al limitar el uso del operador $\bigwedge$ en combinación con el operador prefijo. La única semántica con nombre propio en este grupo, es la semántica de posibles mundos (PW).

A lo largo de las sucesivas secciones presentaremos las nuevas lógicas que caracterizan de forma unificada las distintas semánticas. Siguiendo el mismo proceso que el utilizado en [dFGP09b] y [dFGP09a], comenzaremos estudiando los casos particulares de las semánticas clásicas más conocidas, es decir, aquellas que están en el piso de la simulación de aceptaciones. A continuación, presentaremos las lógicas unificadas correspondientes al resto de semánticas. En cada caso, probaremos en primer lugar la equivalencia entre cada una de nuestras lógicas y la correspondiente definida por R.J. van Glabbeek. Obviamente como consecuencia de estas equivalencias, concluiríamos inmediatamente, que las lógicas unificadas caracterizan todas y cada una de las semánticas del *spectrum*. Sin embargo, para llegar a este resultado necesitamos apoyarnos en los resultados previamente probados por van Glabbeek, en cuyas demostraciones se utilizaron razonamientos diversos para cada una de las semánticas. Una de las principales ventajas que perseguimos con nuestra unificación es precisamente la posibilidad de realizar demostraciones genéricas, que permitan probar propiedades de diversas semánticas de una sola vez. Al efecto, probaremos de forma directa la equivalencia entre cada una de nuestras semánticas lógicas y las correspondientes semánticas observacionales de [dFGP09b] para cada una de las semánticas del *nuevo spectrum* (figura 1.3).

3.1. Nueva caracterización lógica de las semánticas más populares

Recordamos en la figura 3.1 las semánticas que son "más populares" por su "sencillez", que como se hizo también en [dFGP09a], son aquellas con las que comenzaremos a trabajar. Por el momento dejaremos de lado la semántica ramificada determinista (que corresponde a la de posibles mundos), ya que su definición, algo más compleja, da lugar también a una caracterización lógica más complicada, que preferimos postergar hasta la sección 3.2.3.

$$\begin{tikzcd}
 & & & \mathrm{FT} \arrow[dr] & \\
\mathrm{RS} \arrow[r] & \mathrm{PW} \arrow[r] & \mathrm{RT} \arrow[ur] \arrow[dr] & & \mathrm{F} \\
 & & & \mathrm{R} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Figura 3.1: Semánticas más populares

De este modo, comenzaremos con la caracterización de la semántica de simulación de aceptaciones, cuya definición se presenta a continuación respetando la idea principal, que ya se ha comentado en la introducción de este capítulo, de capturar la ramificación por medio del operador $\bigwedge$.

Definición 3.1.1 (**Semántica de simulación de aceptaciones (RS)**). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas de simulación de aceptaciones mediante

- $\sigma \in \mathcal{L}_I \ \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{RS}$
- $\sigma \in \mathcal{L}_I \ \Rightarrow \neg\sigma \in \mathcal{L}'_{RS}$
- I *cjto*, $\varphi_i \in \mathcal{L}'_{RS}\ \forall i \in I \Rightarrow \bigwedge_{i\in I}\varphi_i \in \mathcal{L}'_{RS}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{RS},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{RS}$

donde $\mathcal{L}_I = \{a\top / a \in Act\}$ □

Proposición 3.1.2. $\mathcal{L}'_{RS} \subseteq \mathcal{L}_B$
Demostración
Trivial, pues nos hemos limitado a usar parte de los operadores que aparecen en $\mathcal{L}_B$, combinándolos de alguna de las formas permitidas allí.

c.q.d.

Tanto aquí como en las distintas lógicas que presentaremos a continuación, hemos preferido evitar la introducción de nuevos operadores por mucho que posteriormente se pudiera indicar que se trata de azúcar sintáctico, como sucedía en las lógicas de [vG01]. Como consecuencia, no será necesario introducir nuevas definiciones de la noción de satisfacción de fórmulas, y tendremos de forma automática que las semánticas lógicas obtenidas son menos finas que la semántica de bisimulación.

Proposición 3.1.3. $\mathcal{L}'_{RS} \supseteq \mathcal{L}_{RS}$. Además se cumple que $\mathcal{L}_{RS} \subsetneq \mathcal{L}'_{RS}$
Demostración
Para probar que $\mathcal{L}'_{RS} \supseteq \mathcal{L}_{RS}$, basta ver que cada $X \subseteq Act$ definido por $\bigwedge_{a\in X} a\top \wedge \bigwedge_{b\notin X} \neg b\top$ pertenece a $\mathcal{L}'_{RS}$, lo que es fácil de comprobar porque tanto las fórmulas $a\top$, como $\neg b\top$, se encuentran en el conjunto $\mathcal{L}'_{RS}$, y la combinación de fórmulas del conjunto con el operador $\wedge$ también está en el conjunto $\mathcal{L}'_{RS}$, luego se tiene probado que $X \in \mathcal{L}'_{RS}$.
Para el caso de $\mathcal{L}_{RS} \subsetneq \mathcal{L}'_{RS}$ basta con observar que la fórmula $\neg b\top$ se encuentra en el conjunto lógico $\mathcal{L}'_{RS}$, sin más que considerar la segunda cláusula, y sin embargo, no pertenece al conjunto $\mathcal{L}_{RS}$.

c.q.d.

Uno de los objetivos de nuestra unificación es obtener caracterizaciones lógicas lo más amplias posibles, con el doble objetivo de contar con un repertorio de fórmulas lo más expresivo posible (en el sentido de que por medio de una única fórmula podamos definir propiedades lo más generales posibles) y evitando la utilización de sublenguajes complejos *ad-hoc*, como el usado por van Glabbeek para definir las *fórmulas de aceptaciones* X con $X \subseteq Act$. Al respecto, obsérvese que nosotros no obtenemos directamente que $X \in \mathcal{L}'_{RS}$ por aplicación de una única fórmula, sino combinando nuestras fórmulas "atómicas" $a\top$ y $\neg b\top$, que definen propiedades "de primer orden" $a \in X$ y $b \notin X$ respectivamente, donde accedemos a la información conjuntista a partir de información puntual basada en los elementos $a \in Act$. Por otra parte, necesitamos utilizar explícitamente las subfórmulas negadas ya que $\neg$ no es un conectivo básico en la definición de $\mathcal{L}_{RS}$.

Proposición 3.1.4. $\mathcal{L}_{RS} \sim \mathcal{L}'_{RS}$

Demostración
Basta tener en cuenta que cada fórmula de $\mathcal{L}_I$ y sus negaciones $(\neg\mathcal{L}_I)$ se pueden escribir como la disyunción de las fórmulas X correspondientes a estados "compatibles" con la información positiva o negativa de la fórmula en cuestión, es decir,

$$a\top \sim \bigvee_{a \in X} X \qquad\qquad \neg a\top \sim \bigvee_{a \notin X} X$$

Así pues aplicando el teorema 2.1.15, obtenemos que la disyunción "flota" y por tanto la nueva lógica definida $\mathcal{L}^{\vee}_{RS}$ no nos hace ganar poder expresivo, por lo que se tiene que $\mathcal{L}'_{RS} \sim \mathcal{L}^{\vee}_{RS} \sim \mathcal{L}_{RS}$ como queríamos demostrar.

c.q.d.

Teorema 3.1.5. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{RS}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{RS}$, es equivalente a la semántica observacional ramificada, definida por las observaciones generales ramificadas correspondientes al conjunto L_I de observaciones locales: BGO_I.

Demostración
Hemos visto que nuestras fórmulas son equivalentes a las de R.J. van Glabbeek, $\mathcal{L}'_{RS} \sim \mathcal{L}_{RS}$. Es fácil ver que eliminadas las fórmulas insatisfactibles, que nos indican que simultáneamente se hacen dos ofertas diferentes o que se ejecuta una acción partiendo de un estado en el que dicha acción no está ofrecida, las restantes fórmulas de $\mathcal{L}'_{RS}$ admiten una forma normal del lenguaje $\mathcal{L}^n_{RS}$, que podemos definir como sigue:

- $X \subseteq Act,\ \{a_i/i \in I\} \subseteq X,\ \varphi_i \in \mathcal{L}^n_{RS} \;\Rightarrow\; (\bigwedge_{b\in X} b\top \wedge \bigwedge_{b\notin X} \neg b\top) \wedge \bigwedge_{i\in I} a_i\varphi_i \in \mathcal{L}^n_{RS}$
- $\{a_i/i \in I\} \subseteq Act,\ \varphi_i \in \mathcal{L}^n_{RS} \;\Rightarrow\; \bigwedge_{i\in I} a_i\varphi_i \in \mathcal{L}^n_{RS}$

Dentro de dicho conjunto, consideraremos el subconjunto de fórmulas $\mathcal{L}^{nc}_{RS}$ que son las que se pueden generar utilizando exclusivamente la primera cláusula de la definición anterior. Resulta obvia la isomorfía entre este nuevo conjunto de fórmulas $\mathcal{L}^{nc}_{RS}$ y el de observaciones ramificadas generales BGO_I, y resulta rutinario probar que para cada fórmula $\varphi \in \mathcal{L}^{nc}_{RS}$, si

llamamos bgo_φ a la observación correspondiente a φ, tenemos que $\varphi \models p \Leftrightarrow bgo_\varphi \in BGO_I(p)$, de donde se sigue inmediatamente que $\mathcal{L}^{nc}_{RS}$ caracteriza la semántica de simulación de ofertas definida vía BGO_I.
Para concluir la demostración basta demostrar que $\mathcal{L}^{n}_{RS}$ y $\mathcal{L}^{nc}_{RS}$ son equivalentes. Al efecto, basta observar que cada vez que utilizamos la segunda cláusula de la definición de $\mathcal{L}^{n}_{RS}$, estamos obviando la posibilidad de precisar el estado X en el que nos encontramos, ello quiere decir que dicho estado podría ser cualquiera verificando que $\{a_i/i \in I\} \subseteq X$ para el correspondiente conjunto $\{a_i/i \in I\}$. Por tanto ahora podríamos completar la correspondiente fórmula $\bigwedge_{i\in I} a_i\varphi_i$ añadiendo la disyunción $\bigvee_{\{a_i/i\in I\}\subseteq X}(\bigwedge_{b\in X} b\top \wedge \bigwedge_{b\notin X} \neg b\top)$. Basta ahora hacer flotar todas las disyunciones para obtener una disyunción de fórmulas de $\mathcal{L}^{n}_{RS}$, con lo que termina la demostración.

c.q.d.

A continuación pasaremos a estudiar las semánticas lineales en el piso de la simulación de aceptaciones, que son, como se puede observar en la figura 3.1, las trazas de aceptaciones, las trazas de fallos, las aceptaciones y los fallos. Como ya hemos visto en la introducción de este capítulo, estas semánticas son casos degenerados de las semánticas lineales, y se obtendrán modificando ligeramente las fórmulas que se pueden generar con el operador $\bigwedge$ de las semánticas ramificadas. Así mismo, veremos que la semántica definida en cada uno de estos conjuntos de fórmulas lógicas es equivalente a la correspondiente semántica observacional definida en el apartado 2.2.2,todas ellas correspondientes al conjunto de observaciones lineales locales LGO_I.

Recordemos que según el lugar en el que nos encontremos dentro del diamante de semánticas lineales, tendremos que ordenar las observaciones lineales en LGO_I con los órdenes $\leq^l_I$, $\leq^{l\supseteq}_I$, $\leq^{lf}_I$, y $\leq^{lf\supseteq}_I$.

Definición 3.1.6 (Semántica de trazas de aceptaciones (RT)). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas de trazas de aceptaciones mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_{RT}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{RT}, X_1 \subseteq \mathcal{L}'_I \;\; X_2 \subseteq \mathcal{L}'_I \Rightarrow (\bigwedge_{a\in X_1} a\top \wedge \bigwedge_{b\in X_2} \neg b\top) \wedge \varphi \in \mathcal{L}'_{RT}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{RT},\;\; a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{RT}$

$\square$

Proposición 3.1.7. $\mathcal{L}'_{RT} \supseteq \mathcal{L}_{RT}$. Además se cumple que $\mathcal{L}_{RT} \subsetneq \mathcal{L}'_{RT}$

Demostración
Para probar que $\mathcal{L}'_{RT} \supseteq \mathcal{L}_{RT}$, de forma análoga a lo visto para $\mathcal{L}'_{RS}$, basta ver que para cada $X \subseteq Act$ la fórmula $(\bigwedge_{a\in X} a\top \wedge \bigwedge_{b\notin X} \neg b\top)\varphi$ para $\varphi \in \mathcal{L}_{RT}$ pertenece a $\mathcal{L}'_{RS}$. Al efecto basta observar que la condición $b \notin X$ es equivalente a $b \in \overline{X}$, por lo que tomando $X_1 = X$ y $X_2 = \overline{X}$ tenemos que la fórmula en cuestión pertenece a $\mathcal{L}'_{RT}$.
Para ver que $\mathcal{L}_{RT} \subsetneq \mathcal{L}'_{RT}$ basta con observar que la fórmula $(\neg b\top) \wedge \varphi$ se encuentra en el

conjunto lógico $\mathcal{L'}_{RT}$, tomando el primer conjunto $X_1 = \emptyset$ y $X_2 = \{b\}$, y sin embargo, no pertence al conjunto $\mathcal{L}_{RS}$.

c.q.d.

Proposición 3.1.8. $\mathcal{L}_{RT} \sim \mathcal{L'}_{RT}$

Demostración

De forma análoga a como hicimos para el caso de la semántica de simulación de aceptaciones, observemos de nuevo, que van Glabbeek permitía sólo fórmulas que podríamos llamar "normales" respecto de las nuestras, que tras cada acción y al principio del proceso informaban sobre el valor de I (caso de aplicar la segunda cláusula de la definición de $\mathcal{L}_{RT}$ vista), o bien no decían nada (caso de aplicar la tercera cláusula de la definición $\mathcal{L}_{RT}$ de forma consecutiva). Por el contrario nuestras fórmulas más generales del tipo $(\bigwedge_{a\in X_1} a\top \wedge \bigwedge_{b\in X_2} \neg b\top) \wedge \varphi$, donde $\varphi \in \mathcal{L'}_{RT}$, pueden aportar información parcial al respecto tanto positiva, $a \in X_1 \subseteq I(p')$, siendo p' el correspondiente estado del proceso a evaluar, como negativa, $a \in X_2 \subseteq I(p')$.

En el caso en que $X_1 \bigcap X_2 \neq \emptyset$ tenemos que la fórmula es insatisfactible. En caso contrario, tenemos la información parcial de que nos encontramos en un estado X arbitrario, que verifique que $X_1 \subseteq X \subseteq \overline{X_2}$ con el que de nuevo podemos sustituir la correspondiente fórmula por una disyunción de fórmulas de $\mathcal{L}_{RT}$.

Para concluir basta entonces aplicar el teorema 2.1.15.

c.q.d.

Teorema 3.1.9. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{RT}$ inducida por la lógica $\mathcal{L'}_{RT}$, es equivalente a la semántica observacional lineal, definida por las observaciones generales lineales correspondientes al conjunto L_I de observaciones locales: LGO_I; en el que trabajamos con el orden $\leq^l_I$, definido por $\zeta \leq^l_I \zeta' \Leftrightarrow \zeta \subseteq \zeta' \ \forall\, \zeta, \zeta' \subseteq LGO_I$.

Demostración

Hemos visto que nuestras fórmulas son equivalentes a las de R.J. van Glabbeek, $\mathcal{L'}_{RT} \sim \mathcal{L}_{RT}$. Es fácil ver que eliminadas las fórmulas insatisfactibles, que nos indican que simultáneamente se hacen dos ofertas diferentes o que se ejecuta una acción partiendo de un estado en el que dicha acción no está ofrecida, las restantes fórmulas de $\mathcal{L}_{RT}$ admiten una forma normal del lenguaje $\mathcal{L}^n_{RT}$, que podemos definir como sigue:

- $X \subseteq Act, \ \varphi \in \mathcal{L}^n_{RT} \ \Rightarrow \ (\bigwedge_{b\in X} b\top \wedge \bigwedge_{b\notin X} \neg b\top) \wedge \varphi \in \mathcal{L}^n_{RT}$
- $\{a_i / i \in I\} \subseteq Act, \ \varphi_i \in \mathcal{L}^n_{RT} \ \Rightarrow \ \bigwedge_{i\in I} a_i\varphi_i \in \mathcal{L}^n_{RT}$

De manera análoga a como se hizo en el caso de la simulación de aceptaciones, definiremos el correspondiente lenguaje de fórmulas completas $\mathcal{L}^{nc}_{RT}$. Observamos ahora que en este caso, las fórmulas de $\mathcal{L}_{RT}$, que se obtuvieron en la demostración del teorema anterior al reducir $\mathcal{L'}_{RT}$ a $\mathcal{L}_{RT}$, son directamente completas, ya que en vista de la definición de $\mathcal{L'}_{RT}$ se tiene que todas las subfórmulas deben llevar una información parcial de estado asociada, que en el peor de los casos sería simplemente vacía. Al traducir cada una de estas informaciones al lenguaje $\mathcal{L}_{RT}$ obtenemos disyunciones entre fórmulas completas. Resulta obvia la isomorfía entre este nuevo conjunto de fórmulas $\mathcal{L}_{RT}^{nc}$ y el de observaciones lineales generales LGO_I, y resulta rutinario probar que para cada fórmula $\varphi \in \mathcal{L}_{RT}^{nc}$, si llamamos lgo_φ a la observación correspondiente a φ, tenemos que $\varphi \models p \Leftrightarrow lgo_\varphi \in LGO_I(p)$, de donde se sigue inmediatamente que $\mathcal{L}_{RT}^{nc}$ caracteriza la semántica de trazas de ofertas definida vía LGO_I.

c.q.d.

Definición 3.1.10 (**Semántica de trazas de fallos (FT)**). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas de trazas de fallos mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_{FT}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{FT}, X_1 \subseteq \mathcal{L}'_I \Rightarrow (\bigwedge_{a\in X_1} \neg a\top) \wedge \varphi \in \mathcal{L}'_{FT}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{FT},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{FT}$

□

Proposición 3.1.11. Para la semántica de trazas de fallos se tiene la igualdad $\mathcal{L}'_{FT} \equiv \mathcal{L}_{FT}$.

Demostración
Trivial, las definiciones de $\mathcal{L}_{FT}$ y la de $\mathcal{L}'_{FT}$ son idénticas, salvo por el hecho de que van Glabbeek utiliza azúcar sintáctico en su notación y nosotros hemos preferido evitar su uso.

c.q.d.

Corolario 3.1.12. $\mathcal{L}_{FT} \sim \mathcal{L}'_{FT}$

Demostración
Trivial, por la proposición anterior.

c.q.d.

Teorema 3.1.13. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{FT}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{FT}$, es equivalente a la semántica observacional lineal, definida por las observaciones generales lineales correspondientes al conjunto L_I de observaciones locales: LGO_I, en el que trabajamos con el orden $\leq_I^{l\supseteq}$, definido por $\zeta \leq_I^{l\supseteq} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1\ldots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1\ldots Y_n \in \zeta'\ \forall i \in \{0\ldots n\}\ X_i \supseteq Y_i$ $\forall\ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_I$.

Demostración
$\underline{\Rightarrow}|$ Sean p y q tales que $p \sqsubseteq'_{FT} q$. Veamos que también se cumple $p \leq_I^{l\supseteq} q$.
Para toda observación $X_0a_1X_1\ldots a_nX_n \in LGO_I(p)$, se tiene una traza de fallos del proceso $p \in \mathbb{P}$, $\overline{X_0}a_1\overline{X_1}\ldots a_n\overline{X_n}$. Si consideramos ahora las fórmulas $\varphi_n = \bigwedge_{a\in\overline{X}} \neg a\top$; $\varphi_i =$

$\bigwedge_{a\in\overline{X_i}}\neg a\top \wedge a_{i+1}\varphi_i$ con $i \in 0\ldots n-1$, tenemos que $p \models \varphi_0$ y por tanto $q \models \varphi_0$, de manera que $\overline{X_0}a_1\overline{X_1}\ldots a_n\overline{X_n}$ sería traza de fallos de q, por lo que ha de existir una observación de q $Y_0a_1Y_2\ldots a_nY_n$ con $Y_i \bigcap \overline{X_i} = \emptyset\ \forall i = 0\ldots n \Leftrightarrow X_i \supseteq Y_i\ \forall i = 0\ldots n$, con lo que hemos encontrado una observación $Y_0a_1Y_2\ldots a_nY_n \in LGO_I(q)$ tal que $Y_i \subseteq X_i\ \forall i = 0\ldots n$.

$\underline{\Leftarrow}|$ Supongamos ahora que $\forall\ X_0a_1X_1\ldots a_nX_n \in LGO_I(p)\ \exists\ Y_0a_1Y_1\ldots a_nY_n \in LGO_I(q)$ tal que $X_i \supseteq Y_i\ \forall i = 0\ldots n$ y veamos $p \models \varphi \Rightarrow q \models \varphi\ \forall\varphi \in \mathcal{L'}_{FT}$.
Sea $p \models \varphi$, podemos tomar $\varphi = \varphi_n$, siendo las fórmulas φ_i las definidas por $\varphi_0 = \bigwedge_{a\in X_2^0}\neg a\top$ $\varphi_{i+1} = \bigwedge_{a\in X_2^{i+1}}\neg a\top \wedge a_{n+1}\varphi_n$. Tenemos entonces que $X_na_nX_{n-1}\ldots a_1X_0$ es una traza de fallos de p, por lo que existirá $Z_na_nZ_{n-1}\ldots a_1Z_0 \in LGO_I(p)$ con $Z_i \bigcap X_i = \emptyset$, y por tanto $Y_na_nY_{n-1}\ldots a_1Y_0 \in LGO_I(q)$ con $Y_i \subseteq Z_i$, de modo que $Y_i \bigcap X_i = \emptyset$ obteniéndose que $q \models \varphi_n$.

c.q.d.

Definición 3.1.14 (**Semántica de aceptaciones(R)**). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas de aceptaciones mediante

- $\top \in \mathcal{L'}_R$
- $X_1 \subseteq \mathcal{L'}_I\ \ X_2 \subseteq \mathcal{L'}_I\ \ \Rightarrow (\bigwedge_{a\in X_1} a\top \wedge \bigwedge_{b\in X_2}\neg b\top) \in \mathcal{L'}_R$
- $\varphi \in \mathcal{L'}_R,\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L'}_R$

□

Proposición 3.1.15. $\mathcal{L'}_R \supseteq \mathcal{L}_R$. Además se cumple que $\mathcal{L}_R \subsetneq \mathcal{L'}_R$

Demostración
Para probar que $\mathcal{L'}_R \supseteq \mathcal{L}_R$, de forma análoga a lo visto para $\mathcal{L'}_{RS}$, basta ver que para cada $X \subseteq Act$ la fórmula $(\bigwedge_{a\in X} a\top \wedge \bigwedge_{b\notin X}\neg b\top)$ pertenece a $\mathcal{L'}_R$. Al efecto basta observar que la condición $b \notin X$ es equivalente a $b \in \overline{X}$, por lo que tomando $X_1 = X$ y $X_2 = \overline{X}$ tenemos que la fórmula en cuestión pertenece a $\mathcal{L'}_R$.
Para ver que $\mathcal{L}_R \subsetneq \mathcal{L'}_R$ basta con observar que la fórmula $(\neg b\top)$ se encuentra en el conjunto lógico $\mathcal{L'}_R$, tomando el primer conjunto $X_1 = \emptyset$ y $X_2 = \{b\}$, y sin embargo, no pertenece al conjunto $\mathcal{L}_R$.

c.q.d.

Proposición 3.1.16. $\mathcal{L}_R \sim \mathcal{L'}_R$

Demostración
De forma análoga a como hicimos para el caso de la semántica de simulación de aceptaciones, observamos de nuevo, que van Glabbeek permitía sólo fórmulas que podríamos llamar "normales" respecto de las nuestras, que al final de la traza informaban sobre el valor de I (caso de aplicar la segunda cláusula de la definición de $\mathcal{L}_R$ vista), o bien no decían nada (caso

de aplicar la tercera cláusula de la definición $\mathcal{L}_R$). Por el contrario nuestras fórmulas más generales del tipo $(\bigwedge_{a\in X_1} a\top \wedge \bigwedge_{b\in X_2} \neg b\top)$ pueden aportar información parcial al respecto tanto positiva, $a \in X_1 \subseteq I(p')$, siendo p' el correspondiente estado del proceso a evaluar tras la traza, como negativa, $a \in X_2 \subseteq I(p')$.
En el caso en que $X_1 \bigcap X_2 \neq \emptyset$ tenemos que la fórmula es insatisfactible. En caso contrario, tenemos la información parcial de que nos encontramos en un estado X arbitrario, que verifique que $X_1 \subseteq X$ y que $X \subseteq \overline{X_2}$, con el que de nuevo podemos sustituir la correspondiente fórmula por una disyunción de fórmulas de $\mathcal{L}_R$.
Para concluir basta entonces aplicar el teorema 2.1.15.

c.q.d.

Teorema 3.1.17. La semántica lógica $\sqsubseteq'_R$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_R$, es equivalente a la semántica observacional lineal, definida por las observaciones generales lineales correspondientes al conjunto L_I de observaciones locales: LGO_I, en el que trabajamos con el orden $\leq_I^{lf}$, definido por $\zeta \leq_I^{lf} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \dots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots Y_n \in \zeta'\ X_n = Y_n\ \forall\ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_I$.

Demostración
En virtud de lo probado en la demostración del teorema anterior, basta probar el resultado considerando $\mathcal{L}_R^{nc}$ en lugar de $\mathcal{L}'_R$.
$\underline{\Rightarrow}|$ Sean p y q tales que $p \sqsubseteq'_R q$. Veamos que también se cumple $p \leq_I^{lf} q$.
Para toda observación $X_0a_1X_1 \dots a_nX_n \in LGO_I(p)$, se tiene una aceptación del proceso $p \in \mathbb{P}$, $a_1 \dots a_nX_n$. Si consideramos ahora las fórmulas $\varphi_n = \bigwedge_{a\in X} a\top \wedge \bigwedge_{a\notin X} \neg a\top$; $\varphi_{i+1} = a_{i+1}\varphi_i$ con $i \in 0 \dots n-1$, tenemos que $p \models \varphi_0$ y por tanto $q \models \varphi_0$, de manera que $a_1 \dots a_nX_n$ sería aceptación de q, por lo que ha de existir una observación de q $Y_0a_1Y_2 \dots a_nY_n$ con $Y_n = X_n$, con lo que hemos encontrado una observación $Y_0a_1Y_2 \dots a_nX_n \in LGO_I(q)$, como queríamos probar.

$\underline{\Leftarrow}|$ Supongamos ahora que $\forall\ X_0a_1X_1 \dots a_nX_n \in LGO_I(p)\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots a_nY_n \in LGO_I(q)$ tal que $X_n = Y_n$ y veamos $p \models \varphi \Rightarrow q \models \varphi\ \forall \varphi \in \mathcal{L}_R^{nc}$.
Sea $p \models \varphi$, podemos tomar $\varphi = \varphi_n$, siendo las fórmulas φ_i las definidas por $\varphi_0 = \bigwedge_{a\in X_0} a\top \wedge \bigwedge_{a\notin X_0} \neg a\top\ \varphi_{i+1} = a_{i+1}\varphi_i$. Tenemos entonces que $a_na_{n-1} \dots a_1X_0$ es una aceptación de p, por lo que existirá $Z_na_nZ_{n-1} \dots a_1X_0 \in LGO_I(p)$, y por tanto $Y_na_nY_{n-1} \dots a_1Y_0 \in LGO_I(q)$ con $Y_0 = X_0$, de modo $q \models \varphi_n$.

c.q.d.

Definición 3.1.18 (Semántica de fallos(F)). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas de fallos mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_F$
- $X_1 \subseteq \mathcal{L}'_I \ \Rightarrow (\bigwedge_{a\in X_1} \neg a\top) \in \mathcal{L}'_F$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_F,\ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_F$

□

Proposición 3.1.19. Para la semántica de fallos se tiene la igualdad $\mathcal{L}'_F \equiv \mathcal{L}_F$.

Demostración
Trivial, las definiciones de $\mathcal{L}_F$ y la de $\mathcal{L}'_F$ son idénticas, salvo por el hecho de que van Glabbeek utiliza azúcar sintáctico en su notación y nosotros hemos preferido evitar su uso.

c.q.d.

Corolario 3.1.20. $\mathcal{L}_F \sim \mathcal{L}'_F$

Demostración
Trivial, por la proposición anterior.

c.q.d.

Teorema 3.1.21. La semántica lógica $\sqsubseteq'_F$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_F$, es equivalente a la semántica observacional lineal, definida por las observaciones generales lineales correspondientes al conjunto L_I de observaciones locales: LGO_I, en el que trabajamos con el orden $\leq_I^{lf\supseteq}$, definido por $\zeta \leq_I^{lf\supseteq} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \dots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots Y_n \in \zeta'\ X_n \supseteq Y_n\ \forall\ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_I$.

Demostración
$\Rightarrow|$ Sean p y q tales que $p \sqsubseteq'_F q$. Veamos que también se cumple $p \leq_I^{lf\supseteq} q$.
Para toda observación $X_0a_1X_1 \dots a_nX_n \in LGO_I(p)$, se tiene un fallo del proceso $p \in \mathbb{P}$, $a_1 \dots a_n\overline{X_n}$. Si consideramos ahora las fórmulas $\varphi_n = \bigwedge_{a\in\overline{X}} \neg a\top$; $\varphi_{i+1} = a_{i+1}\varphi_i$ con $i \in 0 \dots n-1$, tenemos que $p \models \varphi_0$ y por tanto $q \models \varphi_0$, de manera que $a_1 \dots a_n\overline{X_n}$ sería fallo de q, por lo que ha de existir una observación de q $Y_0a_1Y_2 \dots a_nY_n$ con $Y_n \bigcap \overline{X_n} = \emptyset \Leftrightarrow X_n \supseteq Y_n$, con lo que hemos encontrado una observación $Y_0a_1Y_2 \dots a_nY_n \in LGO_N(q)$ tal que $Y_n \subseteq X_n$.

$\Leftarrow|$ Supongamos ahora que $\forall\ X_0a_1X_1 \dots a_nX_n \in LGO_I(p)\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \dots a_nY_n \in LGO_I(q)$ tal que $X_n \supseteq Y_n$ y veamos $p \models \varphi \Rightarrow q \models \varphi\ \forall\varphi \in \mathcal{L}'_F$.
Sea $p \models \varphi$, podemos tomar $\varphi = \varphi_n$, siendo las fórmulas φ_i las definidas por $\varphi_0 = \bigwedge_{a\in X_0} \neg a\top$ $\varphi_{i+1} = a_{n+1}\varphi_i$. Tenemos entonces que $a_na_{n-1} \dots a_1X_0$ es un fallo de p, por lo que existirá $Z_na_nZ_{n-1} \dots a_1Z_0 \in LGO_I(p)$ con $Z_0 \bigcap X_0 = \emptyset$, y por tanto $Y_na_nY_{n-1} \dots a_1Y_0 \in LGO_I(q)$ con $Y_n \subseteq Z_n$, de modo que $Y_n \bigcap X_n = \emptyset$ obteniéndose que $q \models \varphi_n$.

c.q.d.

3.2. Caracterización lógica de las restantes semánticas

Pasamos ya a definir la forma general de las lógicas asociadas a cada una de las semánticas del *nuevo spectrum* que aparece en la figura 1.3. Para encontrar una forma aún más sistemática si cabe de definir cada una de estas semánticas, hemos ampliado dicho *spectrum* con semánticas muy simples, colocadas en los niveles inferiores, que nos permitirán definir las condiciones de cada una de las semánticas de simulación. De este modo el *nuevo spectrum* ampliado queda como se presenta en la figura 3.2, donde como vemos se han añadido tres nuevas semánticas muy sencillas, cuya caracterización lógica se presenta a continuación.

Definición 3.2.1 (**Semántica universal (U)**). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas de la semántica universal, que se caracteriza por identificar todos los procesos sin distinción alguna, mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_U$

$\square$

Definición 3.2.2 (**Semántica de procesos terminados (C)**). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas que distinguen la terminación de los procesos estableciendo por tanto dos clases de procesos: los equivalentes a **0** y los demás, mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_C$
- $\neg 0 \in \mathcal{L}'_C$

$\square$

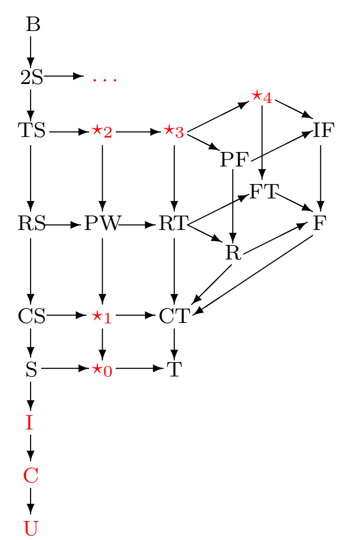

Figura 3.2: El spectrum completo

Definición 3.2.3 (Semántica de acciones iniciales (I)). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas que distinguen las acciones iniciales, de cada proceso, o sea el conjunto $I(p) = \{a | a \in Act \; y \; p \xrightarrow{a}\}$, mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_I$
- $\neg 0 \in \mathcal{L}'_I$
- $a \in Act \Rightarrow a\top \in \mathcal{L}'_I$

□

La fórmula $\neg\mathbf{0}$ que aparece en las dos definiciones anteriores es en realidad azúcar sintáctico de la fórmula $\neg(\bigwedge_{a\in Act} \neg a\top) = (\bigvee_{a\in Act} a\top)$, así pues sigue siendo cierto que todas las lógicas que manejamos están contenidas en $\mathcal{L}_B$, por lo que no es necesario ninguna definición explícita de sus semánticas.

Proposición 3.2.4. $\mathcal{L}'_I \sim \mathcal{L}_I$, donde $\mathcal{L}_I$ es el conjunto de acciones iniciales definido en 3.1.1.

Demostración

Basta ver que en la lógica $\mathcal{L}_I$ satisface las fórmulas $\top$ y $\neg 0$. La primera de estas fórmulas se cumple trivialmente para todos los procesos. El caso de $\neg 0$ también se tiene aplicando que $\neg 0 = \neg(\bigwedge_{a\in Act} \neg a\top) = (\bigvee_{a\in Act} a\top)$ que nos muestra que no necesitamos más que acciones del tipo $a\top$ y la disyunción que ya sabemos que no nos añade poder expresivo.

c.q.d.

En vista de la proposición anterior podemos redefinir la lógica asociada a la simulación de aceptaciones, quedando como se presenta en la caso general que veremos en 3.2.5. Lo mismo ocurre para el caso del resto de las semánticas lineales del diamante que hemos estudiado anteriormente, en las que podemos cambiar la definición de $\mathcal{L}_I$ por nuestra definición $\mathcal{L}'_I$ sin añadir expresividad.

Nótese que a pesar de ser equivalentes ambas formas de definir la lógica de acciones iniciales, hemos preferido dar la definición como se muestra en $\mathcal{L}'_I$ para hacer notar la inclusión de unas semánticas en otras, pues de este modo trivialmente tenemos que $\mathcal{L}'_U \preceq \mathcal{L}'_C \preceq \mathcal{L}'_I$.

3.2.1. Semanticas de simulación

Comenzaremos definiendo las lógicas correspondientes a las semánticas de simulación; basándonos en la idea central de [dFGP09b] usamos el concepto de simulación restringida, que aparece en la definición 2.2.1. De este modo tenemos distintos tipos de simulaciones según sea la condición de las observaciones locales que se utilice en ellas. Así pues podemos considerar las semánticas de simulación restringidas por cada $N \in \{U, C, I, T, S\}$ generando las semánticas de la columna vertebral del *nuevo spectrum*. Tendremos que S_U se corresponde con la simulación clásica (**S**), que S_C es lo que se corresponde con el concepto de simulación completa (**CS**), S_I corresponde con el concepto de simulación de aceptaciones (**RS**), S_T corresponde con la simulación de trazas (**TS**), y por último S_S que se corresponde con el concepto de simulación 2-anidada (**2S**).

Como hemos explicado al comienzo del capítulo, la propiedad fundamental de toda semántica de simulación es la ramificación, que a nivel lógico vendrá capturada por el uso ilimitado del operador $\bigwedge$, por tanto siempre tendremos la cláusula

$$I\ cjto,\ \varphi_i \in \mathcal{L}'_{S_N}\ \forall i \in I \Rightarrow \bigwedge_{i\in I} \varphi_i \in \mathcal{L}'_{S_N}$$

Por supuesto todas las simulaciones reflejan comportamientos dinámicos de los procesos, para lo cual contaremos con el operador prefijo, y por tanto tendremos también

$$\varphi \in \mathcal{L}'_{S_N},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{S_N}$$

Así ya sólo queda introducir la fórmula lógica universal que nos permita diferenciar cada piso del *nuevo spectrum*, y cree los distintos tipos de simulaciones. Como ya hemos dicho se apoya en las semánticas anteriores, y es por esta razón por la que ampliamos el *spectrum* presentado en [dFGP09b]. En concreto la regla que necesitamos para generar la fórmula universal necesaria para cada $N \in \{U, C, I, T, S\}$ es la siguiente

$$\varphi \in \mathcal{L}'_{S_N},\ \ \sigma_i, \sigma_j \in \mathcal{L}'_N\ \ \forall i \in I, \forall j \in J \Rightarrow (\bigwedge_{i\in I} \sigma_i \wedge \bigwedge_{j\in J} \neg\sigma_j) \wedge \varphi \in \mathcal{L}'_{S_N}$$

que dado que ya teníamos el operador $\wedge$ podríamos escribir simplemente como

$$\sigma \in \mathcal{L}'_N \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{S_N}$$

$$\sigma \in \mathcal{L}'_N \Rightarrow \neg\sigma \in \mathcal{L}'_{S_N}$$

Definición 3.2.5. Para cada uno de los pisos del *nuevo spectrum* $N \in \{U, C, I, T, S\}$, se define el conjunto de fórmulas lógicas, asociado a las simulación restringida S_N, mediante

- $\sigma \in \mathcal{L}'_N \ \ \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{S_N}$
- $\sigma \in \mathcal{L}'_N \ \ \Rightarrow \neg\sigma \in \mathcal{L}'_{S_N}$
- $I\ cjto,\ \varphi_i \in \mathcal{L}'_{S_N}\ \forall i \in I \Rightarrow \bigwedge_{i\in I} \varphi_i \in \mathcal{L}'_{S_N}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{S_N},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{S_N}$

□

Para el caso de las simulaciones en las que la condición inicial es U, C, o S se puede probar la equivalencia de estas fórmulas y las definidas por van Glabbeek en [vG01]. Los restantes casos no los consideramos ya que para el caso de la semántica de simulación de trazas van Glabbeek no definió una lógica, pues no se conocía, y el caso de la simulación de aceptaciones es el que hemos hecho previamente.

Proposición 3.2.6. Para la semántica de simulación se tiene la igualdad $\mathcal{L}'_S \equiv \mathcal{L}_S$.
Demostración
Trivial, las definiciones de $\mathcal{L}'_S$ y la de $\mathcal{L}_S$ producen el mismo conjunto de fórmulas, pues aunque en $\mathcal{L}'_S$, aparecen añadidas las cláusulas

$$\sigma \in \mathcal{L}'_U \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_S$$

$$\sigma \in \mathcal{L}'_U \Rightarrow \neg\sigma \in \mathcal{L}'_S$$

dado que en la caracterización lógica de la semántica $\mathcal{U}$ sólo tenemos la fórmula $(\top)$, es evidente que al aplicar estas reglas sólo producimos fórmulas triviales, que no aportan nada.

c.q.d.

Corolario 3.2.7. $\mathcal{L}'_S \sim \mathcal{L}_S$

Demostración
Trivial, por la proposición anterior.

c.q.d.

Proposición 3.2.8. Para la semántica de simulación completa se tiene la igualdad $\mathcal{L}'_{CS} \equiv \mathcal{L}_{CS}$.
Demostración
Trivial, las definiciones de $\mathcal{L}'_{CS}$ y la de $\mathcal{L}_{CS}$ producen el mismo conjunto de fórmulas, pues aunque en $\mathcal{L}'_{CS}$, aparecen añadidas las cláusulas

$$\sigma \in \mathcal{L}'_C \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{CS}$$

$$\sigma \in \mathcal{L}'_C \Rightarrow \neg\sigma \in \mathcal{L}'_{CS}$$

dado que en la caracterización lógica de la semántica $\mathcal{C}$ sólo tenemos las fórmulas $\top$ y $\neg 0$, es evidente que al aplicar estas reglas producimos las fórmulas $\top$, 0 y $\neg 0$, que no aportan nada nuevo, ya que el $\neg 0$ es azúcar sintáctico de las fórmulas que ya teníamos.

c.q.d.

Corolario 3.2.9. $\mathcal{L}'_{CS} \sim \mathcal{L}_{CS}$

Demostración
Trivial, por la proposición anterior.

c.q.d.

Proposición 3.2.10. Para la semántica de simulación anidada se tiene la igualdad $\mathcal{L}'_{2S} \equiv \mathcal{L}_{2S}$.

Demostración

Trivial, las definiciones de $\mathcal{L}'_{2S}$ y la de $\mathcal{L}_{2S}$ producen el mismo conjunto de fórmulas, pues aunque en $\mathcal{L}'_{2S}$, aparecen añadidas las cláusulas

$$\sigma \in \mathcal{L}'_S \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{2S}$$

$$\sigma \in \mathcal{L}'_S \Rightarrow \neg\sigma \in \mathcal{L}'_{2S}$$

la segunda es idéntica a la cláusula definida por van Glabbeek en $\mathcal{L}_{2S}$ y la primera no añade nada nuevo pues siguiendo la estructura de la definición es fácil comprobar que $\mathcal{L}_S \subseteq \mathcal{L}_{2S}$, pues las fórmulas de $\mathcal{L}_S$ son justamente las que se pueden generar utilizando exclusivamente las dos últimas cláusulas de $\mathcal{L}_{2S}$.

c.q.d.

Muy probablemente fue la forma de la definición de la lógica caracterizando la simulación anidada una de nuestras principales fuentes de inspiración a la hora de concebir la forma general de nuestras lógicas. De hecho, es natural haber buscado dicha inspiración precisamente en las semánticas más complicadas pues para otras más simples, es posible realizar una presentación más simple de las correspondientes lógicas, que hace que se pierda la pista de las ideas que hacen que la correspondiente solución concreta funcione en dichos casos.

Corolario 3.2.11. $\mathcal{L}'_{2S} \sim \mathcal{L}_{2S}$

Demostración

Trivial, por la proposición anterior.

c.q.d.

3.2.2. Semánticas lineales

A la hora de definir las caracterizaciones lógicas de las semánticas lineales, nos basamos también en el artículo [dFGP09b] y el concepto de observaciones lineales que aparece en el mismo y que ya hemos visto en la definición 2.2.5. Como ya sabemos las observaciones lineales son un caso degenerado de las observaciones ramificadas que ya conocemos. El carácter ramificado quedó capturado a nivel lógico por el uso ilimitado del operador $\wedge$ que por supuesto queda eliminado en el caso lineal, donde podemos definir las distintas semánticas dentro de un piso básico según el orden que consideremos de los que ya hemos visto en 2.2.7, y por tanto, en este tipo de semánticas tenemos dos variables distintas. Como en las ramificadas, en las semánticas lineales también se encuentra la variable $N \in \{U, C, I, T, S\}$, que nos indica qué restricción hemos tomado en la simulación para saber en qué piso del *nuevo spectrum* nos encontramos. La segunda de las variables que aparece es $Y \in \{l, l \supseteq, lf, lf \supseteq\}$, que hará referencia al orden escogido y nos clasificará la semántica dentro de un piso básico, según se ve en la figura 2.1. Comenzaremos observando las fórmulas que están en común en las distintas semánticas de un piso. Dado que el operador $\bigwedge$ es el que reflejaba la idea de la ramificación, aquí debe desaparecer su aplicación arbitraria a los elementos del conjunto de fórmulas lógicas, de este modo, la aplicación del operador $\bigwedge$ aparecerá en estas semánticas de forma "controlada" y será lo que nos refleje la idea de que las semánticas lineales son caso degenerado de las ramificadas, es decir, restringido.

Como ya no tenemos el operador de la ramificación, no podemos según la definición de la lógica tener el $\top$ como elemento en el conjunto, puesto que no se puede derivar de los operadores definidos. De este modo, en todas estas semánticas un elemento común será el escribir

$$\top \in \mathcal{L}_{\leq_N^Y}$$

La segunda fórmula que tendrán en común estas semánticas es la del segundo operador más importante en la lógica, el del prefijo, que además refleja la idea de la linealidad. De este modo la otra fórmula que tienen en común estas semánticas es

$$\varphi \in \mathcal{L}_{\leq_N^Y},\;\; a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_{\leq_N^Y}$$

Antes de pasar a definir las fórmulas que nos permitan diferenciar las semánticas y que hacen referencia a los distintos ordenes conocidos, consideraremos los cierres de las semánticas $\mathcal{L}'_N$ definidas previamente, y que nos "controlarán" el uso del operador $\bigwedge$.

Definición 3.2.12. Dada una lógica $\mathcal{L}'_N$ con $N \in \{\{U, C, I, T, S\}$, se define el cierre $\mathcal{L}_N^{\equiv}$ como:

- $\sigma \in \mathcal{L}'_N \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}_N^{\equiv}$
- $\sigma \in \mathcal{L}'_N \Rightarrow \neg\sigma \in \mathcal{L}_N^{\equiv}$
- $\sigma_i \in \mathcal{L}_N^{\equiv}\ \forall i \in I\ \Rightarrow \bigwedge_{i \in I} \sigma_i \in \mathcal{L}_N^{\equiv}$

$\square$

Definición 3.2.13. Dada una lógica $\mathcal{L}'_N$ con $N \in \{\{U, C, I, T, S\}$, se define el cierre $\mathcal{L}_N^{\neg}$ como:

- $\sigma \in \mathcal{L}'_N \Rightarrow \neg\sigma \in \mathcal{L}_N^{\neg}$
- $\sigma_i \in \mathcal{L}_N^{\neg}\ \forall i \in I\ \Rightarrow \bigwedge_{i \in I} \sigma_i \in \mathcal{L}_N^{\neg}$

$\square$

Ahora ya, pasamos a describir de forma general, las distintas semánticas lineales del *nuevo spectrum*.

Definición 3.2.14. El orden $\leq_N^l$, definido por $\zeta \leq_N^l \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \ldots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \ldots Y_n \in \zeta'\ \forall i \in 0..n\ X_i = Y_i\ \forall\ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$, nos permite generar el conjunto de fórmulas lógicas $\mathcal{L}_{\leq_N^l}$, recursivamente mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_{\mathcal{L}_{\leq_N^l}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^l},\ \sigma \in \mathcal{L}^{\equiv}{}_N\ \Rightarrow \sigma \wedge \varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^l}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\mathcal{L}_{\leq_N^l}},\ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{\mathcal{L}_{\leq_N^l}}$

$\square$

Definición 3.2.15. El orden $\leq_N^{l\supseteq}$, definido por $\zeta \leq_N^{l\supseteq} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \ldots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \ldots Y_n \in \zeta'\ \forall i \in 0..n\ X_i \supseteq Y_i\ \forall\ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$, nos permite generar el conjunto de fórmulas lógicas $\mathcal{L}_{\leq_N^{l\supseteq}}$, recursivamente mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq}},\ \sigma \in \mathcal{L}^{\neg}{}_N\ \Rightarrow \sigma \wedge \varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq}},\ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq}}$

$\square$

Definición 3.2.16. El orden $\leq_N^{lf}$, definido por $\zeta \leq_N^{lf} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \ldots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \ldots Y_n \in \zeta'\ X_n = Y_n\ \forall\ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$, nos permite generar el conjunto de fórmulas lógicas $\mathcal{L}_{\leq_N^{lf}}$, recursivamente mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{lf}}$
- $\sigma \in \mathcal{L}^{\equiv}{}_N\ \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{lf}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{lf}},\ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{lf}}$

$\square$

Definición 3.2.17. El orden $\leq_N^{lf\supseteq}$, definido por $\zeta \leq_N^{lf\supseteq} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \ldots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \ldots Y_n \in \zeta'\ X_n \supseteq Y_n\ \forall\ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$, nos permite generar el conjunto de fórmulas lógicas $\mathcal{L}_{\leq_N^{lf\supseteq}}$, recursivamente mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{lf\supseteq}}$
- $\sigma \in \mathcal{L}^{\neg}{}_N\ \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{lf\supseteq}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{lf\supseteq}},\ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{lf\supseteq}}$

$\square$

Como ocurría para las semánticas de simulaciones aquí tenemos unos casos más sencillos que nos hacen que todos los órdenes sean equivalentes y podamos definir ciertas semánticas de cuatro formas distintas, como ya se observa en el artículo [dFGP09a]. Este es el caso de los pisos de simulación restringida en los que N toma el valor U y C y que respectivamente nos generan las semánticas de trazas y de trazas completas. En este caso si observamos las definiciones 3.2.14 a la 3.2.17 vemos que para las trazas tomamos elementos de la semántica **U** definida en 3.2.1 a la que sólo pertenece el elemento $\top$, por lo que en las cuatro definiciones añadimos lo mismo, que sería $\top \in \mathcal{L}_{\leq_N^Y}$ y por tanto la definición es la misma. En el caso de las trazas completas ocurre algo parecido, que al aplicar las definiciones como estamos en la semántica **C** definida en 3.2.2 vemos que los elementos de los que partimos para construir el cierre son sólo $\top$ y $\neg 0$, por tanto en las cuatro definiciones lo único nuevo que aporta el cierre es que $0 \in \mathcal{L}_{\leq_N^Y}$. Nótese en este último caso que en las semánticas correspondientes a los órdenes $\leq_N^l$ y $\leq_N^{lf}$ se generaría explícitamente la fórmula $\neg 0$, sin embargo, recordemos que definíamos ésta como azúcar sintáctico de $0 = \bigvee_{a \in Act} a$, fórmula que ya pertenece al lenguaje.

Así pues, a partir de ahora para estas semánticas podremos considerar cualquiera de las cuatro definiciones, en particular tomaremos la semántica como en la definición 3.2.16 y 3.2.17 para probar los siguientes resultados.

Proposición 3.2.18. Para la semántica de trazas se tiene la igualdad $\mathcal{L}'_{\leq_U^{lf}} \equiv \mathcal{L}_T$.

Demostración
Trivial, las definiciones de $\mathcal{L}'_{\leq_U^{lf}}$ y la de $\mathcal{L}_T$ son idénticas, salvo por el hecho de que en nuestro caso por describir las trazas respetando la unificación general escribimos la cláusula

$$\sigma \in \mathcal{L}_U^{\equiv} \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{\leq_U^{lf}}$$

que nos hace redundante el hecho de que $\top \in \mathcal{L}'_{\leq_U^{lf}}$, ya que el cierre $\mathcal{L}_U^{\equiv}$ está formado sólo por el $\top$.

c.q.d.

Corolario 3.2.19. $\mathcal{L}'_{\leq_U^{lf}} \sim \mathcal{L}_T$

Demostración
Trivial, por la proposición anterior.

c.q.d.

Proposición 3.2.20. Para la semántica de trazas completas se tiene la igualdad $\mathcal{L}'_{\leq_C^{lf\supseteq}} \equiv \mathcal{L}_{CT}$.

Demostración
Trivial, las definiciones de $\mathcal{L}'_{\leq_C^{lf\supseteq}}$ y la de $\mathcal{L}_{CT}$ son idénticas, salvo por el hecho de que en nuestro caso en lugar de generar directamente la fórmula 0, tenemos la cláusula general

$$\sigma \in \mathcal{L}_C^{\neg} \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{\leq_C^{lf\supseteq}}$$

que tras quitar las fórmulas triviales, nos genera justamente $0 \in \mathcal{L}'_{\leq_C^{lf}\supseteq}$ ya que se obtiene de que $\mathbf{0} \in \mathcal{L}_C^{\neg}$

c.q.d.

Corolario 3.2.21. $\mathcal{L}'_{\leq_U^{lf}} \sim \mathcal{L}_F$

Demostración
Trivial, por la proposición anterior.

c.q.d.

Proposición 3.2.22. Para la semántica de posibles futuros se tiene la igualdad $\mathcal{L}'_{\leq_T^{lf}} \equiv \mathcal{L}_{PF}$.
Demostración
Trivial, las definiciones de $\mathcal{L}'_{\leq_T^{lf}}$ y la de $\mathcal{L}_{PF}$ son idénticas, salvo por el hecho de que en nuestro caso aparece $\top \in \mathcal{L}'_{\leq_T^{lf}}$ como una cláusula y en el caso de van Glabbeek no aparece como tal, pero se tiene tomando las conjunciones de conjuntos vacios.

c.q.d.

Corolario 3.2.23. $\mathcal{L}'_{\leq_T^{lf}} \sim \mathcal{L}_{PF}$

Demostración
Trivial, por la proposición anterior.

c.q.d.

3.2.3. Semánticas deterministas ramificadas

Por último antes de probar la corrección de los conjuntos de fórmulas lógicas definidos, nos falta describir las semánticas deterministas ramificadas. En las versiones clásicas la única semántica con nombre conocida en este grupo es la de posibles mundos (PW), pero para cada piso de semánticas del *nuevo spectrum* tenemos una correspondiente semántica determinista ramificada, como se puede ver en la figura 3.2 para el caso de las semánticas que irían en la posición $\star_0$, $\star_1$, $\star_2$ y pisos superiores. De este modo tenemos la variable $N \in \{U, C, I, T, S\}$ que nos indica en qué piso del *nuevo spectrum* estamos (por ejemplo, en el caso clásico tendremos que la variable D_I nos indicará que estamos en el piso en el cual restringimos con las acciones iniciales y en la posición de las semánticas deterministas, es decir, estamos en la semántica de posibles mundos (PW)); y de forma análoga a las vistas hasta ahora esta variable nos definirá las fórmulas que hacen que cada conjunto sea distinto.

De nuevo, al igual que ocurría en el caso de las semánticas lineales, no tenemos la posibilidad de aplicar el operador $\bigwedge$ a cualquier fórmula del conjunto, por lo que no tendremos el $\top$ como un elemento de este grupo a partir de las fórmulas conocidas, por eso lo tenemos que introducir *ad-hoc* en estos casos. Así pues algo común para este tipo de lógicas será la fórmula

$$\top \in \mathcal{L}_{D_N}$$

Además debemos tener en cuenta que estamos en semánticas ramificadas deterministas, por tanto el operador $\bigwedge$ jugará un papel importante en todas ellas, por la idea de la ramificación; sin embargo, como pedimos que sea determinista, vemos que en lugar de aplicarlo de forma arbitraria a cualquier fórmula del conjunto, se tendrán que aplicar a fórmulas que dependan de acciones, para recoger la idea del determinismo que aparece en la definición 1.1.2 y en la que vemos que p es determinista si $p \xrightarrow{\sigma} q \bigwedge p \xrightarrow{\sigma} r \Rightarrow q = r$, o en palabras, que será determinista si para una misma acción llega a los mismos sitios; por tanto las fórmulas serán únicas para cada acción, y por ello tenemos como algo común en todas las semánticas la siguiente fórmula

$$X \subseteq Act, \ \ \varphi_a \in \mathcal{L}_{D_N} \ \ \forall a \in X \Rightarrow \bigwedge_{a \in X} a\varphi_a \in \mathcal{L}_{D_N}$$

Con todo ello pasamos a definir las fórmulas generales para cada una de las semánticas ramificadas deterministas

Definición 3.2.24. Para cada uno de los pisos del *nuevo spectrum* y $\forall\ N \in \{U, C, I, T, S\}$, se define el conjunto de fórmulas lógicas, asociado a las semánticas ramificadas deterministas D_N, recursivamente mediante

- $\top \in \mathcal{L'}_{D_N}$
- $\varphi \in \mathcal{L'}_{D_N}, \ \ \sigma \in \mathcal{L}^{\equiv}{}_N \ \ \Rightarrow \sigma \wedge \varphi \in \mathcal{L'}_{D_N}$
- $X \subseteq Act, \ \ \varphi_a \in \mathcal{L'}_{D_N} \ \ \forall a \in X \Rightarrow \bigwedge_{a \in X} a\varphi_a \in \mathcal{L'}_{D_N}$

$\square$

Podemos observar que en este caso, ocurre lo mismo que veíamos para el caso de las semánticas de simulaciones, y es que la fórmula que varía en cada una de estas semánticas es idéntica, para cada piso, a la que añadíamos en el caso de las simulaciones; por tanto, para $\star_0$ lo que añadimos de nuevo no nos aporta nada, ya que sería decir que $\top \in \mathcal{L}_{D_U}$ y para $\star_1$ lo que añadimos es que $0 \in \mathcal{L}_{D_C}$, y así pues se podría quitar. Sin embargo, a partir de la semántica de posibles mundos (PW), estas fórmulas generales aportan cosas más interesantes que nos hacen variar los conjuntos de fórmulas lógicas. Además dado que en la sección 3.1 no vimos la equivalencia de la semántica de posibles mundos con nuestro conjunto de fórmulas, aprovecharemos ahora que ya entendemos un poco mejor estas semánticas ramificadas deterministas para enunciar el siguiente teorema.

Proposición 3.2.25. Para la semántica de posibles mundos se tiene la igualdad $\mathcal{L}'_{D_I} \supseteq \mathcal{L}_{PW}$.

Demostración
Análoga a la de la del caso de la simulación de aceptaciones.

c.q.d.

Corolario 3.2.26. $\mathcal{L}'_{D_I} \sim \mathcal{L}_{PW}$

Demostración
Trivial, por la proposición anterior.

c.q.d.

3.3. El nuevo marco lógico y el marco observacional

En este apartado probaremos de forma directa la equivalencia entre las caracterizaciones lógicas unificadas definidas a lo largo de este capítulo, con las semánticas generales de observaciones definidas en [dFGP09b].

Comenzaremos por las semánticas de simulaciones, para las que vamos a probar la equivalencia con las semánticas basadas en las observaciones generales ramificadas vistas en la definición 2.2.3. Antes de comenzar a estudiar esta equivalencia definiremos el concepto de fórmula normal que nos ayudará a demostrar que las caracterizaciones lógicas de las semánticas de simulación que hemos definido, son equivalentes a las observacionales.

Definición 3.3.1 (Fórmula Normal (FN)). Una forma normal del lenguaje $\mathcal{L}^n_{S_N}$, se puede definir como sigue:

- $\Gamma_1, \Gamma_2 \subseteq \mathcal{L}_N,\ \{a_i/i \in I\} \subseteq Act,\ \varphi_i \in \mathcal{L}^n_{S_N} \quad \Rightarrow \quad (\bigwedge_{\sigma\in\Gamma_1} \sigma \wedge \bigwedge_{\sigma\in\Gamma_2} \neg\sigma) \wedge \bigwedge_{i\in I} a_i\varphi_i \in \mathcal{L}^n_{S_N}$

Dentro de dicho conjunto, consideraremos el subconjunto de fórmulas normales completas, $\mathcal{L}^{nc}_{S_N}$, que se generan utilizando exclusivamente la claúsula de la definición anterior, para el caso en que $\Gamma_2 = \overline{\Gamma_1}$.

□

Teorema 3.3.2. Las fórmulas normales compleas definidas en 3.3.1 y las observaciones generales ramificadas dadas en 2.2.3 son isomorfas.

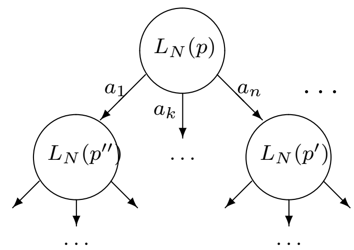

Figura 3.3: Esquema general de $BGO_N(p)$

Demostración

Como vemos en la figura 3.3 una observación ramificada es un árbol general bietiquetado, con observaciones locales en los nodos y acciones en los arcos; y la forma general de una fórmula normal completa es $(\bigwedge_{\sigma\in\Gamma}\sigma \wedge \bigwedge_{\sigma\notin\Gamma}\neg\sigma) \wedge \bigwedge_{i\in I} a_i f_i$, con $f_i \in FN^c$ $\forall i \in I$. Es claro que al asociar cada $(\bigwedge_{\sigma\in\Gamma}\sigma \wedge \bigwedge_{\sigma\notin\Gamma}\neg\sigma)$ con la correspondiente observación local $l \in L_N$ colocada en la raíz de un árbol del que sale un arco para cada $i \in I$ etiquetado con a_i del cual pende el subárbol correspondiente a la traducción de la correspondiente fórmula $f_i \in FN^c$ se obtiene una observación general ramificada en BGO_N y viceversa.

c.q.d.

Ahora sí, podemos pasar a probar el teorema de equivalencia entre las observaciones ramificadas y los conjuntos lógicos, asociados a las simulaciones, que hemos definido.

Teorema 3.3.3. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{S_N}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{S_N}$, es equivalente a la semántica observacional ramificada, definida por las observaciones generales ramificadas correspondientes al conjunto L_N de observaciones locales: BGO_N

Demostración

Es fácil ver que eliminadas las fórmulas insatisfactibles, las restantes fórmulas de $\mathcal{L}'_{S_N}$ admiten una fórmula normal en el sentido de la definición 3.3.1. Por otra parte, aplicando el teorema 3.3.2 se tiene la isomorfía entre este nuevo conjunto de fórmulas $\mathcal{L}^{nc}_{S_N}$ y el de observaciones ramificadas generales BGO_N, y resulta rutinario probar que para cada fórmula $\varphi \in \mathcal{L}^{nc}_{S_N}$, si llamamos bgo_φ a la observación correspondiente a φ, tenemos que $\varphi \models p \Leftrightarrow bgo_\varphi \in BGO_N(p)$, de donde se sigue inmediatamente que $\mathcal{L}^{nc}_{S_N}$ caracteriza la semántica lógica de $\sqsubseteq'_{S_N}$ via BGO_N.
Para concluir la demostración basta probar que $\mathcal{L}^{n}_{S_N}$ y $\mathcal{L}^{nc}_{S_N}$ son equivalentes. Al efecto, basta observar que cada vez que utilizamos la cláusula de la definición de $\mathcal{L}^{n}_{S_N}$ en un caso general no degenerado ($\Gamma_1 \bigcap \Gamma_2 = \emptyset$), estamos dando sólo información parcial sobre el estado en el que nos encontramos, ello quiere decir que dicho estado podría corresponder a cualquier Γ verificando que $\Gamma_1 \subseteq \Gamma \subseteq \overline{\Gamma_2}$. Por tanto ahora podríamos sustituir Γ_1 y Γ_2 por Γ y $\overline{\Gamma}$ respectivamente, incorporando la disyunción sobre todos los posibles valores de Γ. Basta ahora

hacer flotar todas las disyunciones para obtener una disyunción de fórmulas de $\mathcal{L}^n_{S_N}$, con lo que termina la demostración.

c.q.d.

Corolario 3.3.4. Las semánticas lógicas unificadas descritas en la definición 3.2.5 son equivalentes a las semánticas de simulaciones restringidas.

Demostración
Trivial, puesto que el teorema anterior nos ha probado la equivalencia entre nuestras caracterizaciones lógicas y las semánticas observacionales correspondientes a las simulaciones restringidas; y en [Gre09] se demostró que estas semánticas observacionales caracterizaban las semánticas de simulaciones restringidas.

c.q.d.

A continuación, vemos los teoremas que nos permiten probar la equivalencia entre nuestras semánticas lógicas lineales, y las semánticas observacionales definidas utilizando los órdenes correspondientes a cada una de las semánticas de los diamantes, que aparecen en el artículo [dFGP09b]. Previamente, veremos el lema que nos ayuda en la demostración para el caso de las trazas de N-aceptaciones.

Definición 3.3.5 (Fórmula Normal (FN)). Una forma normal del lenguaje $\mathcal{L}^n_{\leq^l_N}$, se puede definir como sigue:

- $\Gamma_1, \Gamma_2 \subseteq \mathcal{L}_N,\ \ a \in Act,\ \ \varphi \in \mathcal{L}^n_{\leq^l_N} \ \ \Rightarrow \ \ (\bigwedge_{\sigma\in\Gamma_1} \sigma \wedge \bigwedge_{\sigma\in\Gamma_2} \neg\sigma) \wedge a\varphi \in \mathcal{L}^n_{\leq^l_N}$
- $\Gamma_1, \Gamma_2 \subseteq \mathcal{L}_N,\ \ \Rightarrow \ \ (\bigwedge_{\sigma\in\Gamma_1} \sigma \wedge \bigwedge_{\sigma\in\Gamma_2} \neg\sigma) \in \mathcal{L}^n_{\leq^l_N}$

Dentro de dicho conjunto, consideraremos el subconjunto de fórmulas normales completas, $\mathcal{L}^{nc}_{\leq^l_N}$, que se generan utilizando exclusivamente las claúsulas de la definición anterior, para el caso en que $\Gamma_2 = \overline{\Gamma_1}$.

□

Lema 3.3.6. Las fórmulas normales completas definidas en 3.3.5 y las observaciones generales lineales dadas en 2.2.5 son isomorfas.

Demostración
La demostración es trivial por construcción de la forma normal completa y la definición de las observaciones generales lineales LGO_N.

c.q.d.

Teorema 3.3.7. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{\leq^l_N}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{\leq^l_N}$, es equivalente a la semántica observacional lineal, definida por las observaciones generales lineales correspondientes al conjunto L_N de observaciones locales: LGO_N; en el que trabajamos con el orden $\leq^l_N$, definido por $\zeta \leq^l_N \zeta' \Leftrightarrow \zeta \subseteq \zeta' \ \forall \ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$.

Demostración
Es fácil ver que eliminadas las fórmulas insatisfactibles, las restantes fórmulas de $\mathcal{L}'_{\leq^l_N}$ admiten una fórmula normal en el sentido de la definición 3.3.5. Por otra parte, aplicando el teorema 3.3.6 se tiene la isomorfía entre este nuevo conjunto de fórmulas $\mathcal{L}^{nc}_{\leq^l_N}$ y el de observaciones generales lineales lGO_N, y resulta rutinario probar que para cada fórmula $\varphi \in \mathcal{L}^{nc}_{\leq^l_N}$, si llamamos lgo_φ a la observación correspondiente a φ, tenemos que $\varphi \models p \Leftrightarrow lgo_\varphi \in LGO_N(p)$, de donde se sigue inmediatamente que $\mathcal{L}^{nc}_{\leq^l_N}$ caracteriza la semántica lógica de $\sqsubseteq'_{\leq^l_N}$ vía LGO_N. Para concluir la demostración basta probar que $\mathcal{L}^{n}_{\leq^l_N}$ y $\mathcal{L}^{nc}_{\leq^l_N}$ son equivalentes. Al efecto, basta observar que cada vez que utilizamos alguna cláusula de la definición de $\mathcal{L}^{n}_{\leq^l_N}$ en un caso general no degenerado ($\Gamma_1 \bigcap \Gamma_2 = \emptyset$), estamos dando sólo información parcial sobre el estado en el que nos encontramos, ello quiere decir que dicho estado podría corresponder a cualquier Γ verificando que $\Gamma_1 \subseteq \Gamma \subseteq \overline{\Gamma_2}$. Por tanto ahora podríamos sustituir Γ_1 y Γ_2 por Γ y $\overline{\Gamma}$ respectivamente, incorporando la disyunción sobre todos los posibles valores de Γ. Basta ahora hacer flotar todas las disyunciones para obtener una disyunción de fórmulas de $\mathcal{L}^{n}_{\leq^l_N}$, con lo que termina la demostración.

c.q.d.

Corolario 3.3.8. Las semánticas lógicas unificadas descritas en la definición 3.2.14 son equivalentes a las semánticas de trazas de aceptaciones definidas en la forma habitual.

Demostración
Trivial, puesto que el teorema anterior nos ha probado la equivalencia entre nuestras caracterizaciones lógicas y las semánticas observacionales correspondientes a las trazas de aceptaciones; y en [Gre09] se demostró que estas semánticas observacionales caracterizaban las semánticas de trazas de aceptaciones.

c.q.d.

Teorema 3.3.9. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{\leq^{l\supseteq}_N}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{\leq^{l\supseteq}_N}$, es equivalente a la semántica observacional lineal, definida por las observaciones generales lineales correspondientes al conjunto L_N de observaciones locales: LGO_N, en el que trabajamos con el orden $\leq^{l\supseteq}_N$, definido por $\zeta \leq^{l\supseteq}_N \zeta' \Leftrightarrow \forall \ X_0a_1X_1\ldots X_n \in \zeta \ \exists \ Y_0a_1Y_1\ldots Y_n \in \zeta' \ \forall i \in \{0\ldots n\} \ X_i \supseteq Y_i$ $\forall \ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$.

Demostración
$\Rightarrow$| Sean p y q tales que $p \sqsubseteq'_{\leq^{l\supseteq}_N} q$. Veamos que también se cumple $p \leq^{l\supseteq}_N q$.

Para toda observación $X_0a_1X_1 \ldots a_nX_n \in LGO_N(p)$, se tiene para el proceso $p \in \mathbb{P}$, una traza de N-fallos $\overline{X_0}a_1\overline{X_1} \ldots a_n\overline{X_n}$. Si consideramos ahora las fórmulas $\varphi_n = \bigwedge_{a\in\overline{X}} \neg a\top$; $\varphi_i = \bigwedge_{a\in\overline{X_i}} \neg a\top \wedge a_{i+1}\varphi_i$ con $i \in 0 \ldots n-1$, tenemos que $p \models \varphi_0$ y por tanto $q \models \varphi_0$, de manera que $\overline{X_0}a_1\overline{X_1} \ldots a_n\overline{X_n}$ será una traza de N-fallos para q, por lo que ha de existir una observación de q $Y_0a_1Y_2 \ldots a_nY_n$ con $Y_i \bigcap \overline{X_i} = \emptyset$ $\forall i = 0 \ldots n \Leftrightarrow X_i \supseteq Y_i$ $\forall i = 0 \ldots n$, con lo que hemos encontrado una observación $Y_0a_1Y_2 \ldots a_nY_n \in LGO_N(q)$ tal que $Y_i \subseteq X_i$ $\forall i = 0 \ldots n$.

$\underline{\Leftarrow}|$ Supongamos ahora que $\forall$ $X_0a_1X_1 \ldots a_nX_n \in LGO_N(p)$ $\exists$ $Y_0a_1Y_1 \ldots a_nY_n \in LGO_N(q)$ tal que $X_i \supseteq Y_i$ $\forall i = 0 \ldots n$ y veamos $p \models \varphi \Rightarrow q \models \varphi$ $\forall \varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq}}$.
Sea $p \models \varphi$, podemos tomar $\varphi = \varphi_n$, siendo las fórmulas φ_i las definidas por $\varphi_0 = \bigwedge_{a\in X_2^0} \neg a\top$ $\varphi_{i+1} = \bigwedge_{a\in X_2^{i+1}} \neg a\top \wedge a_{n+1}\varphi_n$. Tenemos entonces una traza de N-fallos para p será $X_na_nX_{n-1} \ldots a_1X_0$, por lo que existirá $Z_na_nZ_{n-1} \ldots a_1Z_0 \in LGO_N(p)$ con $Z_i \bigcap X_i = \emptyset$, y por tanto $Y_na_nY_{n-1} \ldots a_1Y_0 \in LGO_N(q)$ con $Y_i \subseteq Z_i$, de modo que $Y_i \bigcap X_i = \emptyset$ obteniéndose que $q \models \varphi_n$.

c.q.d.

Corolario 3.3.10. Las semánticas lógicas unificadas descritas en la definición 3.2.15 son equivalentes a las semánticas de trazas de fallos definidas en la forma habitual.

Demostración
Trivial, puesto que el teorema anterior nos ha probado la equivalencia entre nuestras caracterizaciones lógicas y las semánticas observacionales correspondientes a las trazas de fallos; y en [Gre09] se demostró que estas semánticas observacionales caracterizaban las semánticas de trazas de fallos.

c.q.d.

Teorema 3.3.11. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{\leq_N^{lf}}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{\leq_N^{lf}}$, es equivalente a la semántica observacional lineal, definida por las observaciones generales lineales correspondientes al conjunto L_N de observaciones locales: LGO_N, en el que trabajamos con el orden $\leq_N^{lf}$, definido por $\zeta \leq_N^{lf} \zeta' \Leftrightarrow \forall$ $X_0a_1X_1 \ldots X_n \in \zeta$ $\exists$ $Y_0a_1Y_1 \ldots Y_n \in \zeta'$ $X_n = Y_n$ $\forall$ $\zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$.

Demostración
Basta probar el resultado considerando $\mathcal{L}^{nc}_{\leq_N^{lf}}$ en lugar de $\mathcal{L}'_{\leq_N^{lf}}$.

$\underline{\Rightarrow}|$ Sean p y q tales que $p \sqsubseteq'_{\leq_N^{lf}} q$. Veamos que también se cumple $p \leq_N^{lf} q$.
Para toda observación $X_0a_1X_1 \ldots a_nX_n \in LGO_N(p)$, se tiene para $p \in \mathbb{P}$ una N-aceptación $a_1 \ldots a_nX_n$. Si consideramos ahora las fórmulas $\varphi_n = \bigwedge_{a\in X} a\top \wedge \bigwedge_{a\notin X} \neg a\top$; $\varphi_{i+1} = a_{i+1}\varphi_i$ con $i \in 0 \ldots n-1$, tenemos que $p \models \varphi_0$ y por tanto $q \models \varphi_0$, de manera que $a_1 \ldots a_nX_n$ será es una N-aceptación para q, por lo que ha de existir una observación de q $Y_0a_1Y_2 \ldots a_nY_n$ con $Y_n = X_n$, con lo que hemos encontrado una observación $Y_0a_1Y_2 \ldots a_nX_n \in LGO_N(q)$, como

queríamos probar.

$\Leftarrow$| Supongamos ahora que $\forall\ X_0a_1X_1\dots a_nX_n \in LGO_N(p)\ \exists\ Y_0a_1Y_1\dots a_nY_n \in LGO_N(q)$ tal que $X_n = Y_n$ y veamos $p \models \varphi \Rightarrow q \models \varphi\ \forall\varphi \in \mathcal{L}^{nc}_{\leq^{lf}_N}$.
Sea $p \models \varphi$, podemos tomar $\varphi = \varphi_n$, siendo las fórmulas φ_i las definidas por $\varphi_0 = \bigwedge_{a\in X_0} a\top \wedge \bigwedge_{a\notin X_0} \neg a\top\ \varphi_{i+1} = a_{i+1}\varphi_i$. Tenemos entonces que $a_na_{n-1}\dots a_1X_0$ es una N-aceptación de p, por lo que existirá $Z_na_nZ_{n-1}\dots a_1X_0 \in LGO_I(p)$, y por tanto $Y_na_nY_{n-1}\dots a_1Y_0 \in LGO_I(q)$ con $Y_0 = X_0$, de modo $q \models \varphi_n$.

c.q.d.

Corolario 3.3.12. Las semánticas lógicas unificadas descritas en la definición 3.2.16 son equivalentes a las semánticas de aceptaciones definidas en la forma habitual.

Demostración
Trivial, puesto que el teorema anterior nos ha probado la equivalencia entre nuestras caracterizaciones lógicas y las semánticas observacionales correspondientes a aceptaciones; y en [Gre09] se demostró que estas semánticas observacionales caracterizaban las semánticas de aceptaciones.

c.q.d.

Teorema 3.3.13. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{\leq^{lf\supseteq}_N}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{\leq^{lf\supseteq}_N}$, es equivalente a la semántica observacional lineal, definida por las observaciones generales lineales correspondientes al conjunto L_N de observaciones locales: LGO_N, en el que trabajamos con el orden $\leq^{lf\supseteq}_N$, definido por $\zeta \leq^{lf\supseteq}_N \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1\dots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1\dots Y_n \in \zeta'\ X_n \supseteq Y_n\ \forall\ \zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$.

Demostración
$\Rightarrow$| Sean p y q tales que $p \sqsubseteq'_{\leq^{lf\supseteq}_N} q$. Veamos que también se cumple $p \leq^{lf\supseteq}_N q$.
Para toda observación $X_0a_1X_1\dots a_nX_n \in LGO_N(p)$, se tiene para $p \in \mathbb{P}$, un N-fallo $a_1\dots a_n\overline{X_n}$. Si consideramos ahora las fórmulas $\varphi_n = \bigwedge_{a\in\overline{X}} \neg a\top$; $\varphi_{i+1} = a_{i+1}\varphi_i$ con $i \in 0\dots n-1$, tenemos que $p \models \varphi_0$ y por tanto $q \models \varphi_0$, de manera que $a_1\dots a_n\overline{X_n}$ será un N-fallo para q, por lo que ha de existir una observación de q $Y_0a_1Y_2\dots a_nY_n$ con $Y_n \bigcap \overline{X_n} = \emptyset \Leftrightarrow X_n \supseteq Y_n$, con lo que hemos encontrado una observación $Y_0a_1Y_2\dots a_nY_n \in LGO_N(q)$ tal que $Y_n \subseteq X_n$.

$\Leftarrow$| Supongamos ahora que $\forall\ X_0a_1X_1\dots a_nX_n \in LGO_N(p)\ \exists\ Y_0a_1Y_1\dots a_nY_n \in LGO_N(q)$ tal que $X_n \supseteq Y_n$ y veamos $p \models \varphi \Rightarrow q \models \varphi\ \forall\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq^{lf\supseteq}_N}$.
Sea $p \models \varphi$, podemos tomar $\varphi = \varphi_n$, siendo las fórmulas φ_i las definidas por $\varphi_0 = \bigwedge_{a\in X_0} \neg a\top$ $\varphi_{i+1} = a_{n+1}\varphi_i$. Tenemos entonces que $a_na_{n-1}\dots a_1X_0$ es un N-fallo para p, por lo que existirá $Z_na_nZ_{n-1}\dots a_1Z_0 \in LGO_N(p)$ con $Z_0 \bigcap X_0 = \emptyset$, y por tanto $Y_na_nY_{n-1}\dots a_1Y_0 \in$

$LGO_N(q)$ con $Y_n \subseteq Z_n$, de modo que $Y_n \bigcap X_n = \emptyset$ obteniéndose que $q \models \varphi_n$.

c.q.d.

Corolario 3.3.14. Las semánticas lógicas unificadas descritas en la definición 3.2.17 son equivalentes a las semánticas de fallos definidas en la forma habitual.

Demostración
Trivial, puesto que el teorema anterior nos ha probado la equivalencia entre nuestras caracterizaciones lógicas y las semánticas observacionales correspondientes a los fallos; y en [Gre09] se demostró que estas semánticas observacionales caracterizaban las semánticas de fallos.

c.q.d.

Por último ya sólo nos falta ver los resultados correspondientes a las semánticas ramificadas deterministas.

Teorema 3.3.15. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{D_N}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{D_N}$, es equivalente a la semántica observacional ramificada determinista, definida por las observaciones generales ramificadas deterministas correspondientes al conjunto L_N de observaciones locales $dBGO_N$

Corolario 3.3.16. La definición 3.2.24 es equivalente a la definición clásica dada para las semánticas ramificadas deterministas.

Capítulo 4

La verdadera estructura

4.1. La nueva estructura del *spectrum*

Antes de finalizar este trabajo nos gustaría tratar un aspecto que aparece al final del artículo [dFGP09a] en la tesis [Gre09], y es el concepto que modifica ligeramente la estructura del *nuevo spectrum* vista hasta ahora. Se trata de la unión e intersección de las semánticas en cada piso básico del *nuevo spectrum* cambiando así los rombos vistos hasta ahora por diamantes. De este modo para el piso de la semántica de aceptaciones, obtenemos la estructura, presentada en la figura 4.1, en la que como vemos, unimos e intersecamos las dos semánticas que no tienen relación entre ellas: trazas de fallos (FT) y aceptaciones (R), para así completar la estructura de retículo, dado que en contra de lo que podría hacer pensar el gráfico original, no es verdad que las semánticas de trazas de aceptaciones(RT) y la de fallos (F) sean respectivamente la intersección y la unión.

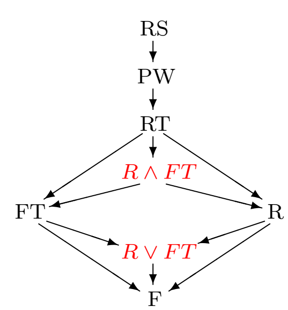

Figura 4.1: El diamante bajo ready simulation

4.1.1. La semántica intersección de RT y F

En dicho artículo aparecen las definiciones, tanto observacionales como axiomáticas, correspondientes a cada una de estas dos semánticas. Comenzaremos estudiando el caso de la intersección ($R \wedge FT$) que da lugar al nuevo orden $\sqsubseteq_{R\wedge FT}$ entre procesos. Dicho orden queda definido a nivel observacional introduciendo un nuevo orden $\leq_N^{l\supseteq\wedge f}$ entre observaciones lineales, que es el definido a continuación.

Definición 4.1.1. Siendo $\zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$, definimos

$$\zeta \leq_N^{l\supseteq\wedge f} \zeta' \Leftrightarrow \zeta \leq_N^{l\supseteq} \zeta' \text{ y } \zeta \leq_N^{lf} \zeta'$$

□

Si expandimos las definiciones de estos dos órdenes que aparecen en la definición 2.2.7, obtenemos la caracterización equivalente del orden $\leq_N^{l\supseteq\wedge f}$ que a continuación se presenta

$$\zeta \leq_N^{l\supseteq\wedge f} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \ldots X_n \in \zeta\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \ldots Y_n \in \zeta'\ (\forall i \in 0..n-1\ X_i \supseteq Y_i) \wedge X_n = Y_n$$

En [dFGP09a] se presenta también una sencilla caracterización axiomática de esta semántica.

4.1.2. La semántica unión de RT y F

La semántica unión ($R \vee FT$) viene definida por el orden entre $\sqsubseteq_{R\vee FT}$ procesos, que queda caracterizado a nivel observacional mediante el correspondiente orden $\leq_N^{l\supseteq\wedge f}$ entre observaciones lineales, que es el definido a continuación

Definición 4.1.2. Siendo $\zeta, \zeta' \subseteq LGO_N$, definimos

$$\zeta \leq_N^{l\supseteq\vee f} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \ldots X_n \in \zeta\ \exists\ \{Y_0a_1Y_1 \ldots Y_n^j | j \in J\} \subseteq \zeta' \text{ tal que } X_n = \textstyle\bigcup_{j\in J} Y_n^j$$

□

Manipulando algebraicamente la expresión anterior obtenemos la siguiente definición equivalente

$$\zeta \leq_N^{l\supseteq\vee f} \zeta' \Leftrightarrow \forall\ X_0a_1X_1 \ldots X_n \in \zeta\ \forall a \in X_n\ \exists\ Y_0a_1Y_1 \ldots Y_n \in \zeta' \text{ tal que } (a \in Y_n \wedge Y_n \subseteq X_n)$$

De nuevo se dirige al lector interesado a [dFGP09b] para que encuentre allí la caracterización axiomática de esta semánticas.

En la figura 4.2 representamos la estructura completa del diamante que aparecería en cada uno de los pisos del *nuevo spectrum* así extendido.

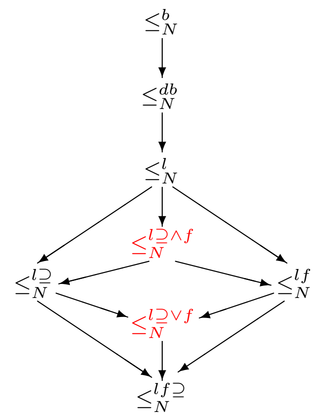

Figura 4.2: El diamante según los ordenes

4.2. Caracterización lógica de las nuevas semánticas

A continuación, presentaremos la caracterización lógica de estas dos nuevas semánticas y probaremos su corrección. A pesar de que estas semánticas no son demasiado interesantes, si bien la segunda de ellas sí ha sido estudiada independientemente por Roscoe y otros autores bajo el nombre de semántica de *revivals* en [Ros09], nos ha parecido especialmente interesante abordar su caracterización lógica para así mostrar la generalidad de nuestra aproximación unificadora que facilita caracterizaciones lógicas sencillas y pruebas más o menos inmediatas. Comenzaremos exponiendo las fórmulas que aparecerán en las dos caracterizaciones lógicas y posteriormente pasaremos a ver las cláusulas concretas de la definición que las diferenciarán.

En la figura 4.2, que recoge la posición de estas semánticas según sus órdenes, podemos observar que están en la parte de las semánticas lineales, y por tanto entre las fórmulas que comparten se encontrará el $\top$ y las generadas por el operador que caracteriza la linealidad (el operador prefijo). Por supuesto el operador que caracteriza la ramificación $\bigwedge$ no podrá aparecer ligando fórmulas arbitrarias, aunque más adelante sí lo hará en posiciones muy concretas como sucedió también para otras semánticas lineales anteriores. En definitiva las fórmulas compartidas por la caracterización lógica de ambas semánticas son

$$\top \in \mathcal{L}_N$$

$$\varphi \in \mathcal{L}_{\leq_N^Z},\;\; a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}_{\leq_N^Z}$$

donde el superíndice $Z \in \{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}, \leq_N^{l\supseteq\vee f}\}$ que aparece, hace referencia a cada uno de los dos órdenes que definen la semántica unión e intersección.

4.2.1. Una primera aproximación en las semánticas clásicas

Una vez más comenzamos estudiando el caso concreto del piso de las semánticas más conocidas, i.e., el de la simulación de aceptaciones (RS) y a continuación veremos una versión general de las mismas. Se trata por tanto de caracterizar la semántica $R{\wedge}FT$ y $R{\vee}FT$. En el primero de los casos al tratarse de una semántica más fina que las dos combinadas, tendremos que tener una lógica más amplia que cada una de las que caracterizan estas dos semánticas, en concreto veremos que basta juntar las cláusulas que caracterizan las dos semánticas para obtener la caracterización deseada.

Obsérvese al respecto que las características de la caracterización lógica son duales a las de la caracterización axiomática: para obtener un orden más fino, necesitamos más fórmulas, pero menos axiomas. Por otra parte, observemos también que no se trata meramente de unir los dos conjuntos de fórmulas, si no de combinar las cláusulas correspondientes, con lo que en general obtenemos un conjunto estructurado lo más pequeño posible que contiene a dicha unión.

Definición 4.2.1 (Caracterización de $R \wedge FT$). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas $\mathcal{L}_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}}$, mediante las cláusulas

- $\top \in \mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}},\ \ \sigma \in \mathcal{L}^{\neg}{}_I \ \ \Rightarrow \sigma \wedge \varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}}$
- $\sigma \in \mathcal{L}^{\equiv}{}_I \ \ \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}}$

□

Teorema 4.2.2. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}}$, es equivalente a la semántica observacional lineal $\sqsubseteq_{\leq_I^{l\supseteq\wedge f}}$.

En el caso de la semántica unión $(R \vee FT)$, como lo que buscamos es un conjunto de fórmulas común entre las fórmulas que caracterizan la semántica de aceptaciones y las que caracterizan la semántica de trazas de fallos, la definición no es tan inmediata como en el caso anterior. Sin embargo, a partir de la caracterización observacional de dicha semántica, no ha resultado difícil encontrar el correspondiente conjunto de fórmulas lógicas que es el que se define a continuación.

Definición 4.2.3 (Caracterización de $R \vee FT$). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas $\mathcal{L}_{\leq_I^{l\supseteq\vee f}}$ mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\vee f}}$
- $\sigma, \sigma_j \in \mathcal{L}'_I \ \ \forall j \in J \Rightarrow (\sigma \wedge \bigwedge_{j\in J} \neg\sigma_j\top) \in \mathcal{L}_{\leq_I^{l\supseteq\vee f}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\vee f}},\ \ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\vee f}}$

□

TEOREMA 4.2.4. La semántica lógica $\sqsubseteq'_{\leq_I^{l\supseteq\vee f}}$ inducida por la lógica $\mathcal{L}'_{\leq_I^{l\supseteq\vee f}}$, es equivalente a la semántica observacional lineal $\sqsubseteq_{\leq_I^{l\supseteq\vee f}}$.

4.2.2. Caracterización lógica general de la unión y la intersección

En esta última sección de este breve capítulo, abordamos en primer lugar la definición de la lógica general que caracterice las semánticas unión e intersección de las correspondientes semánticas de N-aceptaciones y trazas de N-fallos correspondientes a cada piso del *spectrum*.

Como quiera que las dos definiciones anteriores correspondientes al caso particular $N = I$, ya hemos sacado partido de nuestra experiencia previa dando lugar a definiciones bien estructuradas en las que en particular se ha hecho un uso explícito del lenguaje $\mathcal{L}'_I$ que caracteriza la condición de las semánticas que estamos estudiando, la generalización de dichas definiciones resulta absolutamente inmediata, basta sustituir I por N en cada lugar donde aparecía I, con lo que obtenemos las siguientes definiciones.

DEFINICIÓN 4.2.5 (Caracterización genérica de la intersección). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas $\mathcal{L}_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}}$, mediante las cláusulas

- $\top \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}},\ \sigma \in \mathcal{L}^{\neg}{}_N \ \Rightarrow \sigma \wedge \varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}}$
- $\sigma \in \mathcal{L}^{\equiv}{}_N \ \Rightarrow \sigma \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}},\ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}}$

□

DEFINICIÓN 4.2.6 (Caracterización genérica de la unión). Definimos el conjunto de fórmulas lógicas $\mathcal{L}_{\leq_N^{l\supseteq\vee f}}$ mediante

- $\top \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq\vee f}}$
- $\sigma, \sigma_j \in \mathcal{L}'_N \ \forall j \in J \Rightarrow (\sigma \wedge \bigwedge_{j\in J} \neg\sigma_j\top) \in \mathcal{L}_{\leq_N^{l\supseteq\vee f}}$
- $\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq\vee f}},\ a \in Act \Rightarrow a\varphi \in \mathcal{L}'_{\leq_N^{l\supseteq\vee f}}$

□

Y tenemos los correspondientes teoremas que prueban la corrección de los conjuntos de fórmulas lógicas aquí presentados

TEOREMA 4.2.7. $\forall N \in \{U, C, I, T, S\}$, cada una de las lógicas, $\mathcal{L}_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}}$, definidas en 4.2.5 caracteriza la semántica observacional lineal $\sqsubseteq_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}}$, o sea $\sqsubseteq'_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}} = \sqsubseteq_{\leq_N^{l\supseteq\wedge f}}$

TEOREMA 4.2.8. $\forall N \in \{U, C, I, T, S\}$, cada una de las lógicas, $\mathcal{L}_{\leq_N^{l\supseteq\vee f}}$, definidas en 4.2.6 caracteriza la semántica observacional lineal $\sqsubseteq_{\leq_N^{l\supseteq\vee f}}$, o sea $\sqsubseteq'_{\leq_N^{l\supseteq\vee f}} = \sqsubseteq_{\leq_N^{l\supseteq\vee f}}$

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo se ha abordado la unificación de las semánticas lógicas de procesos definidas hasta la fecha, de manera análoga a como se hizo en [Gre09], en relación a las caracterizaciones observacional y axiomática.

Las definiciones de las lógicas que aparecían en el artículo de van Glabbeek [vG01], han servido ciertamente como punto de partida, para encontrar las nuevas lógicas unificadas. Sin embargo, van Glabbeek persiguió a la hora de dar sus caracterizaciones lógicas una intención simplificadora que a la hora de unificar suscita una serie de dificultades. En primer lugar, al optar por lógicas lo más pequeñas posible nos encontramos con dificultades a la hora de expresar determinadas propiedades siendo necesario manejar o bien conjuntos de fórmulas, o bien fórmulas de la lógica particularmente grandes. Por otro lado, al tenerse en cuenta en cada caso las características específicas de cada semántica, se pierde la visión de conjunto resultando difícil comparar unas semánticas con otras en base a sus caracterizaciones lógicas.

Nuestro trabajo ha consistido en buscar la estructura común de una familia adecuada de caracterizaciones parametrizadas capaz de cubrir todas las semánticas del espectro. Al respecto hemos optado por manejar conjuntos de fórmulas que resultan ser más grandes de lo estrictamente necesario en algunos casos, pero que cuentan con una uniformidad que permite tener éxito en el objetivo perseguido de unificación de las caracterizaciones lógicas. La bondad de la caracterización unificada así obtenida, queda probada por la facilidad a la hora de comparar unas semánticas con otras, así como con la posibilidad de desarrollar demostraciones que o bien son directamente generales, o se pueden instanciar de un modo rutinario para obtener las demostraciones correspondientes a cada caso concreto. Por otra parte, y como también se hizo especialmente en [dFGP09a], la aproximación unificadora ha conseguido facilitar con facilidad caracterizaciones de nuevas semánticas que muestran la riqueza del nuevo espectro de semánticas de procesos.

Aunque en un principio esperábamos que, dada la cercanía entre las caracterizaciones observacionales y las caracterizaciones lógicas, nuestro trabajo fuera a ser relativamente sencillo, ha resultado sin embargo ser más difícil de lo esperado al surgir nuevos factores que se manifiestan especialmente en este marco lógico. De hecho, una parte de estas dificultades, acompañadas por nuevas ideas, han surgido justamente cuando estábamos terminando la preparación de este trabajo. En consecuencia, no ha sido posible incorporar las mismas aquí, esto no obstante nos ofrece nuevas vías interesantes a explorar que trataremos de esbozar aquí muy mínimamente. Por ejemplo, el hecho de que ciertos operadores básicos como el prefijo tengan un cierto carácter sesgado hace que ciertos elementos de la lógica que se podría pensar que deberían jugar un papel dual, como la afirmación y la negación o la conjunción y la disyunción, no se comporten de este modo; lo que da lugar, por ejemplo, a nuevas semánticas con caracterizaciones lógicas sencillas que sin embargo, no habían sido descubiertas hasta la fecha utilizando otras aproximaciones como la observacional o la axiomática. En relación al papel de la negación, es evidente su importancia a la hora de definir las semánticas con elementos de fallos. En consecuencia, parece que no toda instanciación general de las mismas correspondiente a restricciones complejas, podría tener siempre buenas propiedades y es nuestro objetivo por tanto estudiar este tema en un futuro cercano.

Nuestro trabajo hasta la fecha se ha limitado a las semánticas de entremezcla (*interleaving*) que constituyen el espectro clásico. Sin embargo, también resultaría interesante extender nuestra labor de unificación a las semánticas con *concurrencia real*, si bien es cierto que la caracterización lógica de las mismas ha sido mucho menos estudiada hasta la fecha, tanto es así que acaba de publicarse el trabajo [BC10], que en cierta manera realiza ya una labor de unificación de las caracterizaciones lógicas de las distintas variantes de las semánticas con concurrencia real tomando en este caso como cima máxima la semántica de *hereditary history preserving bisimilarity (hhp-bisimilarity)* [vGG01]

Bibliografía

[Bae05] J.C.M. Baeten. A brief history of process algebra. In *Theoretical Computer Science*, volume 335, pages 131–146, 2005.

[BB01] J. C. M. Baeten and T. Basten. Partial-order process algebra (and its relation to petri nets). In J. A. Bergstra, A. Ponse, and S. A. Smolka, editors, *Handbook of Process Algebra, chapter 13*, pages 769–872. Elsevier, 2001.

[BBR09] J.C.M. Baeten, T. Basten, and M.A. Reniers. Process algebra: Equational theories of communicating processes. page 480. Cambridge University Press, 2009.

[BC10] Paolo Baldan and Silvia Crafa. A logic for true concurrency. In *CONCUR LNCS*, volume 6269, pages 147–161. Springer, 2010.

[BHR84] S. D. Brookes, C.A.R. Hoare, and A. W. Roscoe. A theory of communicating sequential processes. In *Journal of the ACM (JACM)*, volume 31, pages 560–599. ACM, 1984.

[BO01] M. Broy and E.R. Olderog. Trace-oriented models of concurrency. In J. A. Bergstra, A. Ponse, and S. A. Smolka, editors, *Handbook of Process Algebra, chapter 2*, pages 101–195. Elsevier, 2001.

[BS01] J. Bradfield and C. Stirling. Modal logics and mu-calculi: An introduction. In J. A. Bergstra, A. Ponse, and S. A. Smolka, editors, *Handbook of Process Algebra, chapter 4*, pages 293–330. Elsevier, 2001.

[dFGP09a] D. de Frutos, C. Gregorio, and M. Palomino. On the unification of process semantics: equational semantics. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 249:243–267, 2009.

[dFGP09b] D. de Frutos, C. Gregorio, and M. Palomino. On the unification of process semantics: observational semantics. In *SOFSEM 2009: Theory and Practice of Computer Science*, volume 5404/2009, pages 279–290. Springer Berlin / Heidelberg, 2009.

[DR98] J. Desel and W. Reisig. Place/transition petri nets. In *Lecture Notes in Computer Science: Lectures on Petri Nets I: Basic Models*, volume 1491, pages 122–1173, 1998.

[Fok00] W. Fokkink. Introduction to process algebra. page 163. Springer, 2000.

[Gre09] C. Gregorio. *Entendiendo las semanticas de Procesos.* PhD thesis, Dept. Sistemas Informáticos y Programación, Universidad Complutense de Madrid, 2009.

[Hen88] M. Hennessy. Algebraic theory of processes. MIT Press, 1988.

[HM80] M. Hennessy and R. Milner. On observing nondeterminism and concurrency. In *Lecture Notes In Computer Science. Proceedings of the 7th Colloquium on Automata, Languages and Programming*, volume 85, pages 299–309. Springer-Verlag, 1980.

[HM85] M. Hennessy and R. Milner. Algebraic laws for nondeterminism and concurrency. In *Journal of the ACM (JACM)*, volume 32, pages 137–161. ACM, 1985.

[Hoa85] C.A.R. Hoare. Communicating sequential processes. Prentice Hall, 1985.

[Mil89] R. Milner. Communication and concurrency. Prentice Hall, 1989.

[Par81] D.M.R. Park. Concurrency and automata on infinite sequences. In *Lecture Notes in Computer Science. Theoretical Computer Science, 5th Gl-Conference*, volume 104, pages 167–183. Springer, 1981.

[Ros09] A. W. Roscoe. Revivals, stuckness and the hierarchy of csp models. *J. Log. Algebr. Program.*, 78(3):163–190, 2009.

[vG01] R.J. van Glabbeek. The linear time-branching time spectrum I: the semantics of concrete, sequential processes. In J. A. Bergstra, A. Ponse, and S. A. Smolka, editors, *Handbook of Process Algebra, chapter 1*, pages 3–99. Elsevier, 2001.

[vGG01] Rob J. van Glabbeek and Ursula Goltz. Refinement of actions and equivalence notions for concurrent systems. *Acta Inf.*, 37(4/5):229–327, 2001.