UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

**FACULTAD DE PSICOLOGÍA**

**Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación**


# CONTEOS ERRÓNEOS Y CONTEOS INUSUALES: UN ANÁLISIS LONGITUDINAL DE LA COMPRENSIÓN DE LA HABILIDAD DE CONTAR

# ERRONEOUS AND UNUSUAL COUNTS : A LONGITUDINAL ANALYSIS OF THE COMPREHENSIÓN OF COUNTING SKILLS

**MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR**
**PRESENTADA POR**


**Ana N. Escudero Montero**


Bajo la dirección de las doctoras

Purificación Rodríguez Marcos,
Ileana Enesco Arana

**Madrid, 2013**


**• ISBN: 978-84-695-7277-1**

# Conteos erróneos y conteos inusuales. Un análisis longitudinal de la comprensión de la habilidad de contar.

## Erroneous and unusual counts. A longitudinal analysis of the comprehension of counting skills.

**TESIS DOCTORAL**

**Autora: Ana N. Escudero Montero**

**Directoras: Purificación Rodríguez Marcos**
**Ileana Enesco Arana**

**Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación**

**Facultad de Psicología**

**Universidad Complutense de Madrid**

**Mayo, 2012**

*A mis padres, Alfonso y Vicenta*

# AGRADECIMIENTOS


Han pasado unos cuantos meses desde que comencé la ardua tarea de escribir la tesis doctoral. En aquel momento estaba llena de entusiasmo (me iba a embarcar en la que sería mi última etapa como doctoranda) aunque también de miedo y dudas por lo duro de la tarea que estaba a punto de emprender. Hasta entonces, había disfrutado de cada rato dedicado a la tesis (me encantaba ir al colegio a recoger datos y entrevistar a los niños y he aprendido muchísimo con la revisión y lectura de la literatura científica) pero sabía, por mis compañeras de la facultad, que lo que me esperaba no iba a ser nada fácil. Me resultaría imposible contar la cantidad de horas que he pasado sentada delante del ordenador durante este tiempo, así como las frustraciones y enfados conmigo misma por no ser capaz de explicitar de forma adecuada toda la información que tenía en la cabeza. Ahora, una vez pasado todo eso, cuando comienzo con las líneas que más ansiaba redactar, tengo la sensación de que estas van a ser, precisamente, las más difíciles para mí. No encuentro palabras suficientes para expresar todo el agradecimiento que siento hacia aquellas personas que, de un modo u otro, han contribuido a que este trabajo sea, por fin, una realidad.

Desde que en junio de 2007 terminé la carrera de psicología y decidí introducirme en el mundo de la investigación, dos han sido los pilares fundamentales en los que me he apoyado. El primero de ellos son mis padres y hermanas y el segundo las personas que forman parte de lo que, familiarmente, denominamos "el seminario de Psicología Evolutiva". Todos ellos me han ayudado incesantemente durante esta etapa, tanto en los asuntos académicos como en los personales. A continuación, dedicaré unas palabras a cada uno de ellos.

A mis padres les agradezco el cariño y el apoyo constante e incondicional que me han brindando desde siempre. Sin ellos, y sin la confianza que continuamente han puesto en mí, no habría logrado nada de lo me he propuesto a lo largo de los años. Me considero sumamente afortunada por tener unos padres como ellos. Soy consciente de los enormes sacrificios que han hecho durante todo este tiempo por mis hermanas y por mí. Por eso, estoy segura de que, una vez más, se volverán a sentir orgullosos de mí. Papá, mamá, ¡muchas gracias por todo!

Mis hermanas, Pilar y Esther, siempre han estado a mi lado. Con ellas he compartido mis alegrías, aunque también han tenido que soportarme en los peores momentos. Les pido perdón por esos malos ratos y les agradezco sinceramente todo lo que han hecho por mí. Aprovecho este espacio para expresar mi más sincera gratitud hacia el resto de mi familia: abuelos, tíos, primos y mi pequeña ahijada, que ya apunta maneras. Mención especial merece la ayuda desinteresada que mi prima Amanda me ha prestado a lo largo de estos últimos meses, tanto con la versión en inglés del programa de ordenador, como por sus sugerencias en la traducción de algunas partes de este texto.

Mi interés por la Psicología Evolutiva comenzó en tercero de carrera gracias a las maestras que tuve en la asignatura de Desarrollo Cognitivo. El buen hacer de Purificación Rodríguez en el aula y su cercanía con los alumnos, además del entusiasmo que Silvia Guerrero transmitía por la investigación en las clases de prácticas, despertaron en mí la fascinación por este campo.

Mis directoras, Purificación Rodríguez e Ileana Enesco, confiaron plenamente en mí desde el primer momento sin apenas conocerme. Ellas me han dado la oportunidad de aprender continuamente a su lado, me han contagiado su pasión por el conocimiento y me han brindado su amistad, cariño y afecto desde el principio. Siempre me han animado y han buscado el máximo beneficio para mi carrera como investigadora. Agradezco su generosidad infinita y sus buenos consejos. Me siento extraordinariamente afortunada por poder trabajar con ellas y muy orgullosa de haber sido su becaria durante estos cuatro años. Purificación se ha implicado especialmente en la realización de este trabajo y estoy muy agradecida por su paciencia conmigo y por la cantidad de horas que ha dedicado a él y a mi formación. Asimismo, el papel de Ileana ha sido crucial en los momentos más difíciles de este proceso, siempre dispuesta a ayudarme en todo lo que he necesitado.

Oliva Lago ha sido otra pieza clave en la realización de este trabajo. Muchas gracias por enseñarme siempre el lado positivo de las cosas, por hacer fácil lo difícil, por encontrar siempre tiempo para ayudarme, por su especial cuidado en el trabajo bien hecho y por reavivar mi interés en la estadística.

Trabajar con Cristina Dopico durante estos años ha sido para mí un placer. He disfrutado enormemente de su compañía en los cursos, colegios y en otras actividades diversas. Agradezco sus enseñanzas, su apoyo incondicional, sus ánimos y sus continuas muestras de cariño.

A Silvia Guerrero también le debo mucho. Sin duda, gracias a ella estoy hoy aquí. Me abrió las puertas de este mundo cuando todavía era una estudiante de licenciatura y me dio la oportunidad de colaborar con ella en alguno de sus estudios. Quiero darle las gracias por todo lo que ha hecho por mí hasta ahora.

A Carolina Callejas le agradezco que haya sido una de las mejores profesoras que he tenido durante toda la carrera, sus ánimos y que me haga reír a carcajadas cada vez que nos encontramos.

No he podido tener una compañera mejor que Irene Solbes. Admiro profundamente su capacidad de trabajo y generosidad, dispuesta en todo momento a ayudarme de forma desinteresada. He tenido mucha suerte por poder compartir con ella esta etapa y que se haya convertido en una muy buena amiga.

A Juan Ignacio Aragonés le doy las gracias por sacarme siempre una sonrisa, por sus buenos consejos y por sus interesantes comentarios sobre la vida cotidiana y académica que tanto me hacen reflexionar.

Me sentiré muy satisfecha si algún día llego a ser una profesional la mitad de buena que cualquiera de ellos.

A pesar de que la mayor parte de este tiempo he sido la única becaria del departamento, no me he sentido sola en absoluto. Esto ha sido gracias a que Raquel Pérez, Carla Sebastián, Sonia Caballero y Lourdes Hernández (compañeras ex-becarias, becarias y doctorandas de este y otros departamentos) me han ayudado en todo lo que he necesitado.

Muchas gracias a Dani, por acompañarme durante estos años y por su paciencia conmigo en los malos momentos, y a mis amigos, a los de toda la vida y a aquellos que han ido llegando. Quiero mencionar especialmente a mis amigas de siempre, Silvia, María, Luci, Teresa y Cristina, y a mis amigos de la facultad, conocidos en nuestro círculo con el sobrenombre de la "*Old School*": Ana, Angélica, Nacho, Eva, Cris, Dani, Leti e Isa. Todas estas personas siempre me han animado y han creído en mí. Les agradezco también los buenos ratos que hemos compartido juntos y que me hayan hecho disfrutar cada minuto que he pasado con ellos.

No puedo olvidarme de toda la comunidad educativa del colegio Salesianos Arcángel San Miguel de Madrid. Gracias a Pilar Gambarte, la directora pedagógica de Educación Infantil y Primaria, por darme la oportunidad de llevar a cabo el estudio en ese centro y a todos los profesores. Desde el primer momento mostraron interés por este trabajo y colaboraron activamente en la realización del mismo, haciendo que mi estancia en el centro fuese estupenda. Me recibieron año tras año con los brazos abiertos, me trataron como una más y aguantaron estoicamente las continuas interrupciones en clase cuando entraba a buscar a algún niño. El buen ambiente que experimenté allí, sin duda, hace que recuerde esa etapa con especial cariño. Sin embargo, aún me queda expresar mi más sincero agradecimiento a los más importantes: los niños que han participado en este estudio. A todos ellos, de quien tanto he aprendido sobre el pensamiento infantil, de quien he recibido continuas muestras de cariño allá donde me viesen y que tanto me han divertido con sus comentarios (y, por supuesto, a sus padres por consentir su participación), ¡muchísimas gracias!

My last words are in English, because the people to whom they are addressed really deserved to read what I would like to tell them in their own language.

I want to express my sincere gratitude to Richard Cowan, who unselfishly received me in the Institute of Education, University of London, during nearly four months in 2010 and other four months in 2011-2012. Across my research stays in London, he spent many hours reviewing the results of the current work and I can proudly say that his suggestions have considerably enriched this thesis. Furthermore, since 2010 he has helped me in everything I have needed and has given me the opportunity to meet other relevant researches and to know how the research field works outside Spain. I am also very thankful to Ann Dowker and Chris Donlan, who generously lent their time to review this work.

Likewise, I am really grateful to those people who made my time in London easier and funnier and made me be more open-minded than I used to. Thanks to those friends from Spain and from all over world for the interesting chats, the trips to discover new places in London, their advices, and their affection. In short, for the good times we have spent together. Lastly, I would like to thank specially to Kerena Mond and all her family because they made me feel like at home from the first day I arrived at her house. I am very glad to have met Álvaro López, have discovered his good music and have been introduced to Kerena by him. Kerena and her daughters helped me, cared for me and taught me a lot of things, but the best thing is that they still continue doing that.

# ÍNDICE

# INTRODUCCIÓN

En nuestra vida cotidiana encontramos continuamente multitud de situaciones en las que es necesario recurrir a nuestro conocimiento matemático. Actividades tan habituales como pagar una compra o preparar una comida implican el dominio, o al menos cierto grado de conocimiento, del concepto del número, de la cantidad o incluso de las proporciones. En concreto, el conteo (definido en la vigésima segunda edición del diccionario de la Real Academia de la Lengua Española como el cómputo de las cosas considerándolas unidades homogéneas) es una de las habilidades matemáticas más frecuentemente utilizadas por el ser humano.

Desde tiempos remotos, nuestros antepasados de sociedades cazadoras-recolectoras empleaban sistemas basados en la equivalencia y correspondencia biunívoca para realizar un registro no solo de los objetos físicos (animales o pieles) sino también de otras cantidades abstractas como el tiempo (los días, los cambios de luna o las estaciones del año). De esta forma, un método aparentemente tan rudimentario como tallar una muesca en palos, huesos o paredes por cada nuevo elemento que se añadía a un conjunto constituyó el primer procedimiento de conteo empleado por el hombre.

Los niños muestran un fuerte deseo por aprender a contar desde muy temprano, ya que este y otros conceptos matemáticos (conocimiento informal de las operaciones aritméticas) les permiten organizar y comprender el mundo que les rodea. Disfrutan simplemente repitiendo los números una y otra vez y solicitan ayuda a los adultos preguntando, por ejemplo, "*¿y qué número viene después del cuatro?*". Un escena típica que cualquiera de nosotros ha visto es la de un niño de poco más de tres años bajando con su madre las escaleras del metro y contando con ella los escalones ("1, 2, 3…") y esta misma escena la podemos volver a ver reproducida en el columpio de un parque. A los 32 meses la mayoría de los niños ya sabe recitar de carrerilla los primeros elementos de la lista numérica, pero, ¿significa eso que entienden el conteo y lo que este implica?, en otras palabras, ¿entienden que los números representan cantidades?

En general, los adultos tienden a equiparar el conocimiento de la secuencia de numerales con la comprensión del conteo. Sin embargo, como se tendrá ocasión de comprobar a lo largo del presente trabajo, esta asunción no es del todo correcta. Del mismo modo que la habilidad lectora supone algo más que el reconocimiento visual de determinadas palabras en un texto (por ejemplo, que un niño señale un bote de cacao en polvo en un supermercado mientras dice "*cola-cao*", no significa que sepa leer), el dominio de la habilidad de contar supone bastante más que la mera enunciación de la secuencia numérica. De hecho, este proceso, que a los ojos de un adulto parece tan sencillo, involucra la puesta en marcha de una gran cantidad de procesos psicológicos como son la capacidad de abstracción, la capacidad de simbolización, la memoria verbal, la coordinación motora y la percepción espacial (Gifford, 2005).

La habilidad de contar constituye la base sobre la que se asienta el desarrollo del conocimiento matemático, de ahí que su estudio haya despertado interés tanto desde el punto de vista psicológico como educativo. El conteo es una herramienta de cuantificación esencial para comprender las nociones aritméticas básicas, que serán aprendidas por los niños a lo largo de la enseñanza primaria en cualquier sistema educativo. Aunque la naturaleza de las relaciones entre el conteo y las operaciones aritméticas aún no ha sido clarificada, trabajos recientes indican que la habilidad de contar es un buen predictor del rendimiento matemático posterior.

El interés de los psicólogos en la habilidad de contar se remonta a principios del siglo XX, aunque el modo en que ha sido concebida y estudiada ha experimentado grandes cambios con el paso del tiempo. Como apuntan Sarama y Clements (2009), a comienzos del siglo pasado autores como Dewey y Thorndike sugirieron que el entrenamiento inicial de los niños en matemáticas debía centrarse en el conteo. Sin embargo, años más tarde Piaget restó importancia a esta habilidad, sosteniendo que era un proceso mecánico sin influencia en la construcción posterior del concepto de número. Esta visión perduró hasta el último cuarto del siglo XX cuando, tras la publicación de los trabajos de Gelman y Gallistel (1978), pasó a ser considerado como un proceso trascendental para la comprensión de otras nociones matemáticas. Desde entonces, las investigaciones en torno a la adquisición y desarrollo de la habilidad de contar han ocupado un lugar destacado en el estudio del pensamiento matemático infantil. En la actualidad existe cierto consenso entre los autores a la hora de considerar el conteo como el marco en que los niños crean la noción del número. En este sentido, diversos trabajos han puesto de manifiesto que sin un sistema de conteo verbal no sería posible llegar a comprender el significado exacto de los numerales (ver, por ejemplo, Goswami, 2008).

Han sido muchos los estudios que han buscado esclarecer los orígenes del conocimiento del conteo y cuánto saben los niños de diferentes edades. Es por ello que se han conducido numerosas investigaciones sobre los cinco principios del conteo establecidos por Gelman y Gallistel (correspondencia uno a uno, orden estable, cardinalidad, abstracción e irrelevancia del orden) describiendo las etapas evolutivas en el proceso de adquisición. Esta línea de investigación corresponde a lo que en este trabajo denominaremos los aspectos esenciales del conteo, es decir, las reglas lógicas que subyacen a la habilidad de contar. Sin embargo, no debemos olvidar que el aprendizaje o adquisición de cualquier habilidad, en este caso el conteo, está enormemente influenciado por el contexto social y cultural. Es decir, las convenciones sociales afectan al modo en que se lleva a cabo el proceso de aprendizaje. En otras palabras, aprender a contar no solo implica adquirir reglas lógicas, sino también reglas convencionales que sirven de soporte a los niños durante el proceso de adquisición. De hecho, los trabajos pioneros sobre el conteo, hace ya más de tres décadas, estudiaban también estos aspectos no esenciales o convencionales del conteo, pero ha sido recientemente cuando esta nueva línea de investigación ha cobrado más relevancia a partir de los estudios de LeFevre, Kamawar y Geary, entre otros.

Una de las razones que pueden explicar la tardía aparición de estos trabajos sobre el conteo reside en la dificultad para operativizar lo que en el conteo se considera algo meramente convencional y por tanto, no esencial. Incluso los adultos podemos tener dificultades para explicitar las bases fundamentales sobre las que se asienta este proceso de cuantificación. Por ejemplo, si nos centramos únicamente en el procedimiento podemos considerar que la estrategia de contar hacia atrás solo resulta válida en determinadas situaciones, como cuando se va a lanzar un cohete espacial. Sin embargo, las estrategias informales que los niños crean para resolver problemas de sustracción se basan muy a menudo en contar hacia atrás. En el caso del conteo, este procedimiento no convencional puede resultar igualmente válido para indicar el número de elementos que componen un conjunto, siempre y cuando el conteo acabe en uno.

Para lograr caracterizar adecuadamente el conocimiento infantil de la habilidad de contar, es imprescindible considerar tanto la comprensión de las bases fundamentales en las que se asienta (esto es, las normas lógicas o los principios del conteo) como los factores culturales o convencionales que también influyen. Teniendo en cuenta esto, adoptando una perspectiva evolutiva, hemos estudiado la comprensión que los niños tienen de los aspectos esenciales (normas lógicas) y no esenciales del conteo (normas convencionales), a través de un diseño longitudinal.

Este trabajo consta de siete capítulos, además de los anexos y una sección dedicada a las referencias. La introducción y el capítulo séptimo han sido redactados en inglés con motivo de la mención "Doctorado Europeo".

En el primero de ellos se aborda el estudio del concepto de número y lo que implica comprender esta noción. Se dedica especial atención a la teoría de Piaget y Szeminska

(1941/1975) por la enorme repercusión que esta propuesta ha tenido y continúa teniendo en la actualidad. Seguidamente, se introduce al lector en la investigación reciente acerca de las competencias cuantitativas tempranas en bebés. A lo largo de estas páginas se ha reflejado la situación actual que vive este campo de estudio, la falta de acuerdo entre la multitud de trabajos realizados y el surgimiento de nuevos interrogantes respecto a los orígenes del conocimiento numérico.

El segundo capítulo trata íntegramente sobre la habilidad de contar. Se empieza describiendo los trabajos de Gelman y Gallistel (1978) y las consecuencias que tuvieron en el modo de entender esta habilidad. Posteriormente, se detallan los distintos métodos o paradigmas que se han empleado para estudiar el conteo. El resto del capítulo se destina a comentar las investigaciones que han profundizado en los cinco principios del conteo.

En el tercer capítulo se explica la diferencia entre los aspectos esenciales y no esenciales del conteo y se hace una revisión de las investigaciones en las que se evalúa la capacidad de los niños para distinguirlos, presentando los acuerdos alcanzados así como las principales causas de controversia.

El cuarto capítulo describe la investigación empírica realizada en el presente trabajo. Se especifican los objetivos e hipótesis, la metodología empleada, el procedimiento seguido y los criterios de codificación de las respuestas de los participantes.

Los análisis de datos y discusión de los resultados se recogen en el capítulo quinto.

En el sexto capítulo se presentan las conclusiones generales y se reflexiona acerca de las implicaciones educativas de las mismas. Además, se comentan las limitaciones de este trabajo y se sugieren nuevas líneas de investigación.

Finalmente, el séptimo capítulo ha sido escrito en inglés y consiste en un resumen extenso de toda la investigación. Su estructura se corresponde con la de un artículo científico. Así, se han establecido los epígrafes de introducción, método, análisis y discusión de resultados y conclusiones. Bajo estos títulos quedan recogidas las ideas principales comentadas en los capítulos homónimos redactados en castellano.

Por último, solo resta decir que esta tesis doctoral se ha realizado en el marco de una beca de Formación de Profesorado Universitario (FPU) del Ministerio de Educación de España. Además, este trabajo surgió a partir de un proyecto de investigación financiado por el MEC (SEJ-2006-12642/PSIC). Durante el transcurso del mismo, el equipo de investigación también obtuvo otro proyecto financiado por la CAM (CCG10-UCM/HUM-4698).

# INTRODUCTION

In our daily life we often face situations that require using our mathematical knowledge. Routine day-to-day activities like paying for a shopping or preparing any food require the grasp (or at least some level of knowledge) of the concept of number, quantity or even proportions. Specifically, one of the mathematical competences most frequently used by individuals is counting.

Since prehistoric times, our ancestors employed systems based on the equivalence and bi-univocal correspondence to register not only physical objects (e.g., animal skins) but also abstract entities like time (e.g., the days, the moon phases or the seasons). Thus, such a rudimentary method like marking wooden sticks or stones each time a new element was added to a set was the first counting procedure used by man.

From an early age, children show a special interest in learning to count, since this and other arithmetical concepts (informal knowledge of arithmetic) let them organise and understand their surrounding world. They enjoy repeating the number words over and over again and asking adults, for instance, "*which is the number that comes after four?*". They are often very eager to apply their numerical knowledge in daily routines. A typical scene would be that of a 2-or-3-year-old child counting the steps ("*1, 2, 3...*") when going up or down the stairs. At around three years of age, the vast majority of children can recite by heart the first elements of the number sequence. However, does it mean that children understand counting and its implications? In other words, do they know that numbers represent quantities?

In general, adults tend to think that as soon as children can recite the number words they know the logic of counting. However, this assumption is not right. In the same way that the mastery of reading implies more than the visual recognition of specific words, the proficiency in counting skill goes beyond the mere emission of the sequence of numerals. In fact, counting is a really complex process which involves several cognitive processes such as abstraction, symbolizing, spatial perception, motor coordination, and working memory (Gifford, 2005).

Counting skills constitute the basis of the development of mathematical knowledge and a crucial tool for children to understand the arithmetical notions taught in any educational system. Those are some of the reasons why the study of this skill is extremely interesting from a psychological and educational point of view. Even though the nature of the relations between counting and arithmetic performance is still unclear, recent works have proved that counting is a good predictor of subsequent achievement in mathematics (Aunola, Leskinen, Lerkkanen y Nurmi, 2004).

The interest of psychologists in counting skills began around a hundred years ago. Nevertheless, the way in which research has dealt with it has passed through different stages. As Sarama and Clements (2009) put it, at the beginning of the twentieth century authors like Dewey and Thorndike suggested that children´s initial training in mathematics should focus on counting. However, some years later Piaget minimized the importance of this skill by arguing that it was a mechanical ability, thereby rendering it ineffective for children´s construction of the number. This approach changed since the publication of Gelman and Gallistel’s (1978) works, because counting has been considered a fundamental notion to understand other mathematical concepts. What is more, the research about children´s mathematical thinking has been very concerned with the study of its acquisition and development. In the long run, it became an essential skill for explaining how children build the concept of numbers. For instance, at present several studies have shown that the counting sequence allows children to develop the concept of “exact number” (see, for example, Goswami, 2008).

The last four decades have witnessed an extraordinary growth in research on the origins and development of children’s counting knowledge. Numerous studies were conducted to unfold the developmental stages in the acquisition of the five counting principles posited by Gelman and Gallistel in 1978 (one-to-one correspondence, stable order, cardinality, abstraction and order irrelevance). This line of research corresponds with what we are going to call “essential counting features” or “logical rules” in the current study. However, it must be taken into account that the acquisition of any skill is heavily influenced by the social and cultural context. That is, social conventions affect the learning procedures. Therefore, it can be said that learning to count implies the acquisition of both logical and conventional rules. In fact, the pioneering works about counting dealt with these non essential counting features but they were subsequently ignored until the recent studies of LeFevre, Kamawar and Geary, among others.

One of the reasons why researchers have taken so much time in reconsidering the non-essential counting features may be the difficulty to define the conventional counting rules. Even adults may be unable to state explicitly the essential bases that underlie the quantification process. For instance, if we are centered on the procedure, we may consider that backwards counting is a valid strategy only in certain circumstances (e.g., space rocket launch). However, it is one of the informal strategies that children tend to use to solve subtraction problems. Likewise, we can also report the number of elements that form a set (cardinal value) by counting backwards as long as the count finishes in the number one.

In order to appropriately characterize children´s knowledge of counting, it is essential to consider both logical rules (counting principles) and conventional rules also present in the process of counting. This has been the general purpose of the current work. Taking a genuine developmental perspective by means of a longitudinal design, we studied the changes that take place between 5 and 8 years of age in children´s comprehension of essential (logical rules) and non-essential counting features (conventional rules).

The current work comprises seven chapters besides the appendix and the references section. This general introduction and chapter 7 have been written in English to meet the requirements of the "European Doctorate Mention". In order to present the main points of the original work in Spanish, chapter 7 consists in an extended summary of the whole research and comprises the following sections: Introduction, method, results and discussion, and conclusions.

Lastly, this Phd Thesis has been funded by the Spanish Ministry of Education (FPU, *Formación de Profesorado Universitario or Universty Teachers Training Program,* from September 2008 to August 2012).

# CAPÍTULO 1.

# LA COMPRENSIÓN DEL NÚMERO Y LAS PRIMERAS MANIFESTACIONES DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Una de las preguntas más recurrentes a las que se han enfrentado los psicólogos evolutivos y todas aquellas personas interesadas en el mundo educativo se refiere a cómo llegamos a comprender el número, esto es, la ontogenia de esta habilidad. De acuerdo con algunos autores, la índole de este interrogante es más filosófica que empírica por la dificultad que entraña definir cuándo surge el "verdadero concepto de número" (ver Mix, Huttenlocher y Levine, 2002). En efecto, el número se diferencia de propiedades perceptivas, como el color o la forma, en que no está físicamente presente en los objetos. De hecho, un mismo número no siempre describe una cantidad de materia similar (Sophian, 2008). Por ejemplo, "uno" puede referirse al elemento discreto perro, a uno de sus ojos o a uno de sus pelos. Juzgar si un niño tiene o no el concepto de número es complejo, ya que su dominio implica la elaboración de varios aspectos. En concreto, siguiendo a Baroody (2004), podemos identificar cuatro significados o funciones diferentes. El primero de ellos es meramente nominal (se utiliza como un nombre, por ejemplo: "*solo ha quedado en pie el bolo número diez*"). En segundo lugar, podemos emplear el número para especificar una medida (el tamaño, por ejemplo: "*¡mi cactus ya mide diez centímetros!"*). Finalmente, las funciones tercera y cuarta aluden, por un lado, a la noción de cardinal (para identificar cuántos objetos componen un conjunto, por ejemplo: "*hay diez galletas en el plato*") y, por otro, a la de orden (para determinar la posición que ocupa un elemento y/o el sentido de la diferencia entre dos conjuntos en términos *mayor que/menor que*, por ejemplo: "*diez es mayor que cinco*").

Muchos investigadores coinciden en que el estudio del desarrollo de la comprensión del número resulta de enorme importancia a la hora de clarificar la naturaleza de la cognición temprana, ya que aporta nuevos e interesantes datos relativos a los bien conocidos debates propios de la Psicología del Desarrollo, entre otros, las controversias *nature vs. nurture* o la existencia de mecanismos de carácter general vs. específico (p.e., Mix et al, 2002; Rodríguez, Lago y Jiménez, 2003; Sophian, 2008).

## 1.1. Piaget y el concepto de número

Piaget y Szeminska (1941/1975) abordaron el estudio del concepto del número en su libro "*Génesis del número en el niño*". En líneas generales, afirmaban que la construcción del número depende de la construcción de la lógica y, por tanto, al nivel pre-lógico le corresponde un nivel pre-numérico. De esta forma, la habilidad para adquirir, comprender y emplear el número solo es posible cuando los niños han accedido a ciertos conceptos propios del estadio de las operaciones concretas como son la abstracción de cualidades, la inclusión y la seriación cualitativa.

Teniendo esto en cuenta, la tesis de Piaget y Szeminska era que el número surge de la síntesis, en un mismo sistema operatorio, de dos procesos clave: el de clasificación y el de seriación, por lo que no hay posibilidad de construir el número cardinal independientemente del ordinal, siendo ambas concepciones indisociables. En palabras de estos autores:

El número, en efecto, se construye precisamente en la medida en que (…) los elementos (…) no se conciben ya como equivalentes o no equivalentes, sino como equivalentes y no equivalentes al mismo tiempo. Si se admite una fórmula, a juzgar por su apariencia, menos contradictoria, podríamos decir que el número (…) es al mismo tiempo clase jerárquica y serie (Piaget y Szeminska, 1975, p. 186).

En este proceso de construcción resulta imprescindible eliminar o ignorar todas las características particulares de los objetos, como el color, la forma, el tamaño e incluso la identidad (abstracción de cualidades), de modo que cada objeto pueda ser tratado como una unidad equivalente a las otras. Además, advirtieron que el hecho de que los niños sean capaces de enumerar elementos no significa que dominen el concepto de número. Así pues, es necesario que los niños sean conscientes de que (a) cada número incluye a todos los que le anteceden (inclusión o jerarquía de clases lógicas) y (b) que cada número es una unidad mayor que el inmediatamente anterior (seriaciones de orden o relaciones asimétricas). La Figura 1 ilustra estas propiedades.

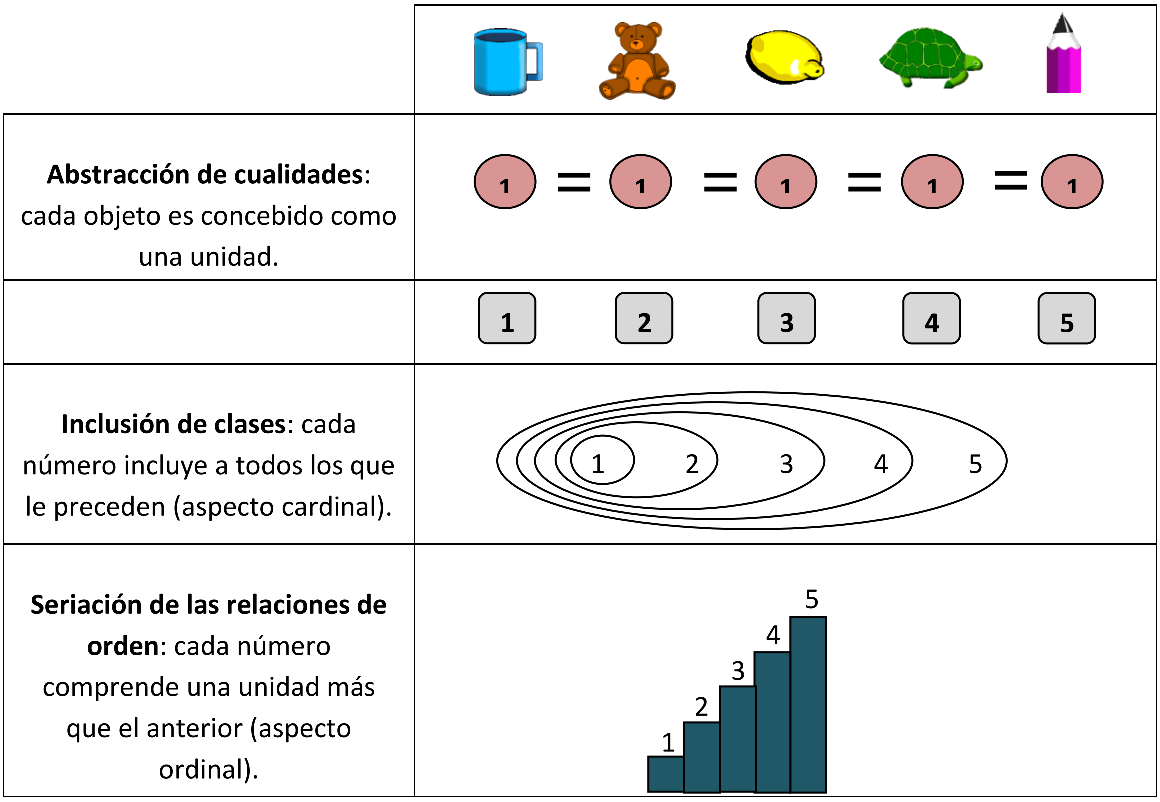



*Figura 1.* Descripción de las propiedades de los números finitos siguiendo la propuesta piagetiana

Piaget y Szeminska también indicaron que el número no se limita a las clases y relaciones, destacando su mutua interdependencia:

La clase no es anterior al número sino que termina al mismo tiempo que este y se apoya en él en la misma medida en que el número se apoya en la clase: (...) en consecuencia, las clases son en cierto sentido números no seriados, así como los números son clases seriadas, y tanto la constitución psicológica como lógica de las clases, las relaciones y los números, constituye un desarrollo de conjunto cuyos movimientos respectivos son sincrónicos y solidarios unos con los otros (ibid., p. 186).

Tomando en consideración las afirmaciones anteriores es posible inferir que, desde esta perspectiva, el conteo de los niños pequeños era considerado como una actividad puramente memorística, sin conexión alguna con el número. En palabras de los propios autores:

No basta al niño, de ninguna manera, saber contar verbalmente uno, dos, tres, etc. para estar en posesión del número. Un sujeto de 5 años puede muy bien, por ejemplo, ser capaz de enumerar los elementos de una hilera de 5 fichas y pensar en cambio que si se reparten las 5 fichas en dos subconjuntos de 2 o 3 elementos, esas subclases no equivalen a la colección total inicial (ibid., p. 12).

Precisamente este fragmento recoge uno de los postulados fundamentales de Piaget, según el cual la conservación es una condición necesaria para cualquier actividad racional. En el caso concreto que aquí nos ocupa, esto significa que la "invarianza" del número (conservación de la cantidad, ya sea esta continua o discontinua) es la condición necesaria para la comprensión del número. Los niños no adquieren primero la noción de cantidad y luego la conservan sino, al contrario, únicamente son capaces de descubrir la cuantificación real cuando son conscientes de que las cantidades se conservan.

En los estudios acerca de la comprensión del número, Piaget y Szeminska (1941/1975) incorporaron el análisis de la conservación de las cantidades continuas (elementos incontables: líquidos, longitudes, etc.), a pesar de que estas no tienen un carácter puramente aritmético. El objetivo era garantizar la generalidad de los resultados obtenidos en la tarea de conservación con cantidades discontinuas (elementos contables: botones, fichas, judías…). Puesto que el procedimiento seguido en las tareas de conservación es de sobra conocido, no nos vamos a detener en la descripción de las pruebas. Las Figuras 2 y 3 contienen una representación esquemática de las mismas y el lector interesado puede consultar directamente el trabajo de Piaget y Szeminska (1941/1975).

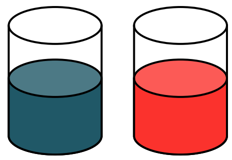
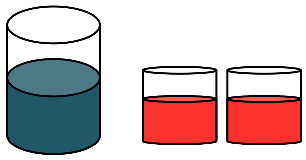
| | |
|---|---|
| 1. Igualdad cuantitativa y perceptiva. Se presentan dos recipientes iguales con la misma cantidad de líquido. |  |
| 2. Se pregunta al niño: *¿Hay la misma cantidad en los dos vasos?, ¿tienen los dos lo mismo?* [1] | |
| 3. Alteración de la equivalencia perceptiva. |  |
| 4. Se pregunta al niño: *¿Siguen teniendo lo mismo?, ¿quién tiene más para beber?, ¿por qué?* | |

*Figura 2.* Representación esquemática de la tarea piagetiana de conservación de las cantidades continuas (líquidos)

[1]Las instrucciones y respuestas de los niños han sido extraídas literalmente de la cuarta edición del libro de Piaget y Szeminska (1975): *Génesis del número en el niño*. Debido a que la traducción al castellano fue realizada en Argentina, el uso de algunos términos puede resultar poco habitual en nuestra lengua.

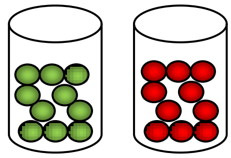
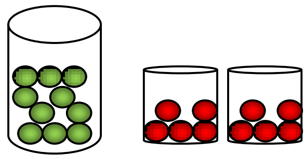
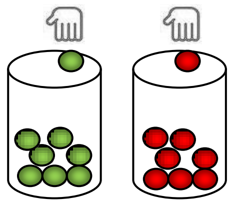
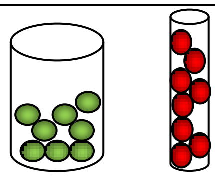
| | | |
|---|---|---|
| Cantidad considerada globalmente | 1. Igualdad cuantitativa y perceptiva. Se presentan dos recipientes iguales con la misma cantidad de bolas. |  |
| | 2. Se pregunta al niño: *¿hay la misma cantidad en los dos vasos? Si enebro las rojas en un hilo y las verdes en otro, ¿los collares serían lo mismo de largos?, ¿por qué?* | |
| | 3. Alteración de la equivalencia perceptiva. |  |
| | 4. Se pregunta al niño: *¿siguen teniendo lo mismo?, ¿dónde habrá más?, ¿por qué?, ¿y si hacemos un collar rojo y otro verde serán iguales?, ¿por qué?* | |
| | | |
| Considerando los elementos | 5. Creación de la igualdad cuantitativa y perceptiva. En lugar de presentar los recipientes llenos, pedían a los niños que introdujeran una bola verde en el vaso cada vez que ellos metían una bola roja en el suyo. |  |
| | 6. Se pregunta al niño: *¿tienes lo mismo en los dos vasos? Una vez que terminemos, ¿resultará lo mismo o no?* | |
| | 7. Alteración de la equivalencia perceptiva. |  |
| | 8. Se pregunta al niño: *¿y ahora?, ¿hay lo mismo?, ¿por qué?* | |

*Figura 3.* Representación esquemática de la tarea piagetiana de conservación de cantidades discontinuas (perlas)

Piaget y Szeminska (1941/1975) consideraron importante comprobar el tipo de relaciones existentes entre la conservación de las cantidades y el desarrollo de la correspondencia biunívoca y recíproca. Esta correspondencia es una de las fuentes del número y, por lo tanto, constituye la base psicológica para establecer los juicios de igualdad numérica (ver también Bermejo y Lago, 1987). En relación con esto, otra de las pruebas que los autores emplearon a la hora de evaluar la capacidad de los niños para establecer (partiendo de situaciones de correspondencia) la permanencia o equivalencia de la cantidad en diferentes conjuntos consistía en mostrar una hilera de 6 elementos, siendo la tarea de los niños formar una similar: "*Pon aquí tantos bombones como hay allá. Estos (la hilera) son para Roger. Tienes que tomar la misma cantidad para ti*" (ver Figura 4). Al acabar de construir el conjunto, se preguntaba acerca de la equivalencia cuantitativa: "*¿Es lo mismo?* o *¿hay lo mismo?*". A continuación, procedían a transformarlo perceptivamente, bien alargando o encogiendo alguna de las hileras, para concluir de nuevo con la evaluación de la conservación de la cantidad a través de preguntas de igualdad.

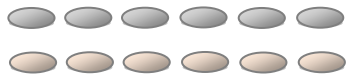
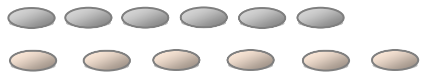
| | |
|---|---|
| 1. Se solicita al niño que cree un conjunto equivalente a la hilera dada. |  |
| 2. "*Toma para ti la misma cantidad que eso. ¿Hay lo mismo?*" |  |
| 3. Alteración de la equivalencia perceptiva. |  |
| 4. *¿Es lo mismo?, ¿alguien tiene más que el otro?, ¿por qué?* | |

*Figura 4.* Representación esquemática de la tarea piagetiana de conservación de cantidades, partiendo de correspondencia espontánea en hileras simples

Los resultados obtenidos a partir de las pruebas anteriores indicaron que los niños, en un primer momento, no consideraban las cantidades, ya sean continuas o discontinuas, como constantes. Así, la conservación de la cantidad o la invarianza del número es un proceso que se construye poco a poco y que atraviesa diferentes etapas.

La primera etapa se caracteriza tanto por la ausencia de conservación como por la ausencia de correspondencia. Con respecto a la conservación, los niños creían que la cantidad cambiaba globalmente cuando una colección, formada por líquido o perlas, se traspasaba de un recipiente a otro diferente. Por ejemplo, un participante de cinco años afirmaba que, tras la transformación (pasos 3 y 4 de la Figura 2), "*Renée tiene más porque tiene dos vasos*". Las respuestas de los niños de esta etapa fueron similares en la tarea de conservación de cantidades discontinuas. Por ejemplo, una niña de cinco años aseguraba tras echar las perlas a otro recipiente (pasos 3 y 4 de la Figura 3): "*hay más perlas ahí* (rojo) *porque es delgado y llega más arriba*". Del mismo modo, contestó acerca de la longitud de los collares formados por las perlas que "*el rojo será más largo (…) porque va a haber más ahí dentro*".

En cuanto a la correspondencia, durante esta primera fase, los niños no eran capaces de construir conjuntos equivalentes a través de la correspondencia uno a uno. Al contrario, para crear un conjunto se basaban en el espacio ocupado por la hilera o en la densidad de la misma, pero sin coordinar entre sí estas relaciones. Por ejemplo, veamos el caso de DON, de cuatro años y un mes de edad:

- *La mamá da todos los centavos* (6 judías) *a Myriam para ir al torneo. Tú vas a tomar la misma cantidad.*

*(Don toma un puñado de 5 centavos y los ubica de tal manera que la hilera resultante es más larga que el modelo). - ¡Pero es más grande, no está bien!*

*- ¿Por qué? ¿Uno de los dos es más rico o ambos tienen la misma cantidad?*

*- Sí, yo soy más rico.*

*- Haz que tengan los dos la misma cantidad. (…)*

*(…resulta una hilera de 7 centavos de una longitud igual a la hilera que le sirve de modelo).*

*- ¿Hay así la misma cantidad o uno de ustedes será más rico?*

- *Es exactamente la misma cantidad* (ibid., p. 93).

Estos razonamientos corresponden a un nivel pre-lógico (un término que Piaget sustituiría posteriormente por pre-operatorio). De acuerdo con Piaget y Szeminska (1941/1975), la conciencia racional, que obviamente aún no ha sido alcanzada, permitiría asumir que una hilera de *n* objetos espaciados sigue conservando el mismo valor cardinal *n*, a pesar de que cambie su longitud o la distancia entre sus elementos porque no se ha añadido ni quitado ninguno. Es justamente la coordinación de los dos procesos implicados (el perceptivo y la igualdad numérica) la que no es capaz de alcanzar el niño en esta etapa. Por ello, dada la primacía de las relaciones perceptivas, no poseen todavía ni la conservación de las cantidades ni la correspondencia término a término.

A lo largo de la segunda etapa, o etapa intermedia, comienza la constitución de los conjuntos permanentes. Al contrario de lo que sucedía anteriormente, no se produce una supremacía plena del aspecto perceptivo, sino que este pierde o gana fuerza en función del tipo de situación evaluada. Cuando las transformaciones eran poco significativas se producían respuestas apropiadas de conservación, mientras que no sucedía lo mismo cuando los contrastes eran considerables. Por ejemplo, en la tarea de conservación de cantidades discontinuas, tras llevar a cabo la primera alteración perceptiva (pasos 3 y 4 de la Figura 3) los niños aseguraban, por un lado, que "*hay más* (perlas) *allí (…) porque es más alto*", mientras que por otro afirmaban que "*los dos collares serán iguales de largo*". Sin embargo, si las perlas se vertían del recipiente largo y delgado a dos vasos iguales (pero diferentes del primero) la respuesta del mismo participante era distinta: "*va a haber más en los dos pequeños*", "*será más largo* (el collar) *con los dos pequeños*". A partir de estos fragmentos se puede comprobar la influencia que ejercían tanto el tipo de variación perceptiva como la dimensión que estaba siendo evaluada, pues únicamente aparecieron respuestas de conservación en la longitud. Según Piaget y Szeminska, esto se debía a que para emitir el juicio acerca de igualdad/desigualdad de los collares, los niños trataban los elementos como discontinuos y alineados, en lugar de hacerlo de modo global.

Este tipo de situaciones no hacen más que reflejar la compleja naturaleza de las operaciones implicadas en la cuantificación y la dificultad inherente a la coordinación de las mismas. Dicha complejidad de nuevo queda patente en los estudios sobre la correspondencia. Así, los niños de esta etapa estaban seguros de la equivalencia de los conjuntos que habían ido creando a la par que el experimentador, independientemente de la forma de los recipientes. Sin embargo, esta creencia se desvanecía tras las transformaciones perceptivas (pasos del 5 al 8 de la Figura 3). Del mismo modo, si se les pedía que construyeran una hilera con una cantidad de elementos igual a la ya dada (paso 1, Figura 4) efectuaban una correspondencia término a término (óptica y espacial), pero dejaban de afirmar la equivalencia entre las filas desde el preciso momento en que no era percibida. Veamos el ejemplo de PER, de 5 años y 7 meses de edad:

*Establece de golpe una copia de 6 en correspondencia con el modelo. Se acercan entre sí los granos del modelo:*

*- Yo soy el que tiene más.*

*- ¿Por qué?*

*- Porque es una hilera más larga.*

*(Se produce a la inversa)*

*- Ahora hay más ahí, porque es una línea grande*

*(…) Luego restablece la correspondencia visual y dice:*

*- Ahora son los dos lo mismo* (ibid., p. 100).

Las respuestas dadas por los niños durante esta fase son enormemente interesantes, pues revelan la existencia de un conflicto sistemático entre la conservación de la cantidad y las diferencias perceptivas. Todavía no comprenden que los cambios de lugar en los elementos se compensan, basando sus juicios en el simple agrupamiento cualitativo de los objetos.

Finalmente, la última etapa viene definida por la adquisición de la conservación y la coordinación cuantitativa. A diferencia de las anteriores, en esta tercera fase los niños están seguros a priori de la equivalencia de los conjuntos. Una vez establecida la correspondencia término a término entre ellos, indican que la cantidad seguía siendo la misma independientemente de los cambios que experimentase en la forma. Lo mismo sucedía en el caso de las cantidades continuas. A modo de ejemplo, algunas respuestas fueron: "*tiene lo* *mismo (…) lo único que se ha hecho es volcarlo*" o "*es siempre lo mismo porque viene siempre de la misma botella*". Este razonamiento aparentemente tan sencillo implicaba, según Piaget y Szeminska (1941/1975), combinar entre sí una gran cantidad de relaciones. En efecto, la invarianza del número requiere la capacidad para considerar conjuntamente las propiedades perceptivas de los conjuntos (altura y anchura de los recipientes o la densidad y longitud de las hileras). Por ejemplo: "*parece que hay menos porque es más grande* (ancho), *pero es lo mismo*", "*este es más grande, pero no está lleno, y este es más delgado, pero está todo lleno*". Esta habilidad se denomina "multiplicación de las relaciones", pero no es suficiente porque únicamente permite hacer juicios del tipo "más/menos", que no incluyen un valor numérico específico. También es necesaria la noción de unidad en forma de partición aritmética o de proporción y esta noción la adquieren los niños cuando comprenden que las diferencias cualitativas se compensan. De esta forma entienden que una cantidad puede descomponerse en unidades, lo que les brinda la posibilidad de igualar elementos, a pesar de las diferencias aparentes (partición aritmética). El descubrimiento de la proporción y de la partición son procesos complementarios y sincrónicos.

En cuanto a la correspondencia, en esta etapa es propiamente cuantitativa primando la igualdad numérica sobre la equivalencia cualitativa. A modo de ejemplo, destacamos la actuación de FET, de cinco años y cinco meses, en la tarea descrita en la Figura 4:

- *Toma una cantidad igual (señalamos al niño un grupo de 6 centavos).*

*Hace una hilera de 6 centavos debajo del modelo, pero disponiendo los elementos a una distancia mucho menor que la que separa los elementos del modelo, desapareciendo en consecuencia el contacto espacial entre los elementos, hasta tal punto que la hilera inicial sobresale por los dos extremos respecto de la copia.*

- *¿Tienes lo mismo?*
- *Sí.*
- *¿Son igualmente ricos, aquel y tú?*
- *Sí.*

*(Estrechamos la distancia entre los centavos del modelo y espaciamos los suyos). - ¿Y ahora?*

- *Sigue lo mismo.*
- *¿Es exactamente lo mismo?*
- *Sí.*
- *¿Por qué es lo mismo?*
- *Porque se los acercó* (ibid., p. 104).

En general, afirman que la última etapa supone “la liberación respecto de la percepción” (ibid., p. 105). Los niños conservan la cantidad de los conjuntos porque han comprendido que las transformaciones son, sencillamente, cambios reversibles. Aunque esta reversibilidad operatoria comenzaba a esbozarse en la segunda etapa no se consolida y generaliza hasta la tercera fase, como resultado de la igualación de las diferencias y la introducción de la noción de unidad. Así, el razonamiento lógico se superpone a los juicios fundados en atributos perceptivos.

A partir de estas consideraciones, durante mucho tiempo se extendió la creencia de que los niños no podían razonar lógicamente sobre las cantidades hasta bien entrada la enseñanza primaria. Sin embargo, durante las décadas de 1960 y 1970, diversas investigaciones pusieron de manifiesto que los niños conservaban el número antes de lo establecido por Piaget, siempre y cuando se introdujeran algunas modificaciones en el procedimiento (p.e., variaciones en las instrucciones dadas, distinta presentación de los objetos…) (ver Aguilar, 1997 y Donaldson, 1978 para una revisión). Desde este punto de vista, los niños de Educación Infantil dispondrían de más conocimiento numérico que el asumido previamente por Piaget y Szeminska. Por esto y también por los nuevos métodos de estudio, desde entonces han proliferado nuevas perspectivas sobre el origen de la competencia cuantitativa en los niños.

## 1.2. Nuevas perspectivas en el estudio de la comprensión numérica

En los últimos treinta años, los métodos experimentales en psicología han sufrido importantes cambios. Esto ha permitido confirmar que las capacidades perceptivas de los bebés, incluso desde antes de nacer, están ampliamente desarrolladas (para una revisión, véase Enesco y Guerrero, 2003). Centrándonos en el tema que aquí nos ocupa, a lo largo de estas tres últimas décadas no han dejado de aparecer trabajos dedicados al estudio de las competencias numéricas de los más pequeños con la intención de esclarecer su origen y posterior evolución. Contrariamente a lo planteado por las visiones tradicionales, como la piagetiana, desde algunos de estos nuevos planteamientos se asume que el concepto de número aparece con anterioridad a que los niños puedan hacer uso del lenguaje y, por tanto, mucho antes del inicio de la enseñanza formal. En lo que sigue, describiremos algunas de las investigaciones más relevantes y las implicaciones que de ellas se desprenden.

En general, y debido a la edad de los participantes (previa a la adquisición y/o dominio del lenguaje), los estudios han empleado el *paradigma de habituación*, que se basa en la preferencia de los bebés a mirar más tiempo las situaciones no familiares. Por ejemplo, el procedimiento para comprobar si los bebés son sensibles a una determinada propiedad del número, como el aspecto cardinal, sería el siguiente: en primer lugar, se acostumbra a los niños a una serie de estímulos hasta que su atención disminuye; seguidamente, en la fase de prueba, se presentan estímulos nuevos y si son sensibles al cambio se espera que aumente de nuevo la atención. Utilizando este indicador, la investigación ha abordado, entre otras cosas, los siguientes interrogantes: ¿perciben los bebés las variaciones en el número de elementos?, ¿reconocen las relaciones ordinales?, ¿entienden los efectos de las transformaciones aritméticas? Tratar de responder a estas cuestiones ha sido el objetivo de numerosas investigaciones de las que nos ocuparemos a continuación.

**¿Perciben los bebés variaciones en el número de elementos?**

Starkey y Cooper (1980) fueron los pioneros en tratar esta cuestión. En este trabajo dividieron a bebés de 4 a 7 meses de edad en dos grupos. Uno de ellos fue habituado a exposiciones de dos puntos de luz colocados en hilera (aunque no siempre de la misma forma), mientras que los otros observaron patrones de tres puntos. Cuando se producía la habituación, determinada por la reducción del tiempo de mirada, comenzaba la fase de prueba en la que los estímulos se presentaban de forma invertida: al primer grupo, tres puntos de luz y al segundo dos (ver Figura 5).

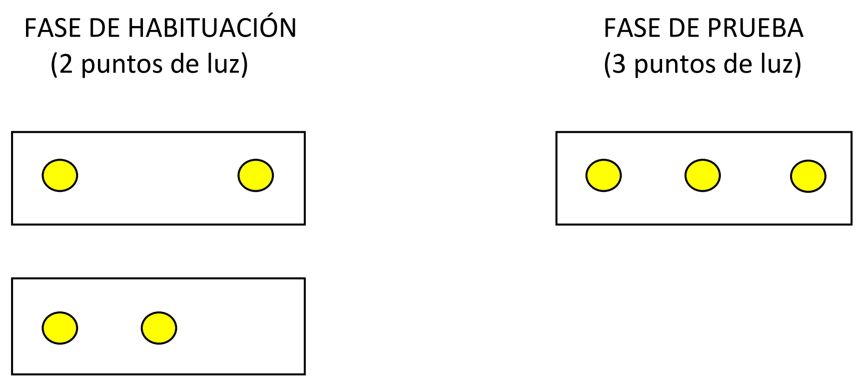



*Figura 5.* Ejemplo de la tarea de habituación presentada por Starkey y Cooper (1980) a uno de los grupos de bebés

Encontraron que los participantes miraban durante más tiempo al estímulo al que no habían sido habituados, lo que indicaba que los bebés eran capaces de discriminar entre conjuntos formados por dos y tres elementos. Sin embargo, en un segundo experimento, que seguía un procedimiento similar, observaron que los niños no diferenciaban entre grupos de cuatro y seis unidades. Este hallazgo les llevó a concluir que los bebés, al igual que los adultos, podían cuantificar rápidamente conjuntos de tres o menos elementos (lo que se conoce como subitizing). Estudios posteriores obtuvieron un patrón de resultados similar, por ejemplo, Strauss y Curtis (1981) con niños de 10 y 12 meses, y Antell y Keating (1983) con neonatos (concretamente con bebés de 21 y 144 horas de vida).

Diez años después, Starkey, Spelke y Gelman (1990) llevaron a cabo nuevos estudios sobre esta misma temática. En uno de ellos, niños de 6 a 9 meses observaron conjuntos heterogéneos formados por fotografías de diversos objetos domésticos, que variaban en el tamaño. De nuevo, hallaron que los bebés de esas edades podían discriminar entre conjuntos de dos y tres elementos. En otro experimento, expusieron a niños de esas mismas edades a patrones audio-visuales (toques de tambor e imágenes heterogéneas como las descritas más arriba), cada uno de los cuales contenía dos o tres elementos. Comprobaron que, sistemáticamente, los bebés miraban más a la imagen cuyo número coincidía con el de la cantidad de sonidos que habían escuchado. Concluyeron que a los 6 meses los bebés eran capaces de abstraer propiedades de las situaciones o de los objetos, lo que les permitía responder a la cantidad numérica.

Una limitación de los estudios anteriores es que los estímulos presentados eran estáticos. Varios investigadores han tenido en cuenta esta circunstancia. Por ejemplo, vanLoosbrook y Smitsman (1990) habituaron a un grupo de bebés a pequeños conjuntos de dos, tres o cuatro rectángulos en continuo movimiento. Los mismos participantes fueron evaluados a los 5, 8 y 13 meses de edad y, al igual que en los trabajos anteriores, encontraron que a los 5 meses solo discriminaban entre los grupos de 2 y 3 elementos, mientras que a los 8 y 13 meses también distinguían entre los conjuntos de 3 y 4 objetos.

En esta misma línea, Wynn (1996) examinó la habilidad de los niños pequeños para enumerar las acciones físicas de una secuencia. Llevó a cabo dos experimentos en los que acostumbró a dos grupos de bebés de 6 meses a los saltos de una muñeca (dos o tres saltos, dependiendo del grupo). Encontró que los bebés miraban significativamente más el número de saltos al que no habían sido habituados lo cual, desde su punto de vista, significaba que eran capaces de identificarlos individualmente y contarlos. Más recientemente, Wynn, Bloom y Chiang (2002) desarrollaron una nueva investigación con varios tipos de colecciones que permanecían en continuo movimiento, de manera que sus configuraciones cambiaban constantemente. En concreto, uno de los grupos de bebés de 5 meses fue habituado a dos conjuntos con tres elementos cada uno, mientras que el otro grupo (con participantes de la misma edad), vio cuatro colecciones de tres objetos. En la fase de prueba se mostraron dos tipos de ensayos a todos los bebés: (a) cuatro colecciones compuestas por dos objetos cada una y (b) dos colecciones con cuatro elementos cada una (ver Figura 6). Además, controlaron aspectos como la distancia entre cada uno de los elementos y entre las colecciones o la longitud del contorno. Los datos obtenidos indicaron que los bebés miraban más tiempo al número de colecciones al que no habían sido habituados. Este resultado parecía apoyar la idea de que a los 5 meses los bebés son capaces de considerar una colección de objetos como unidad y contarla.

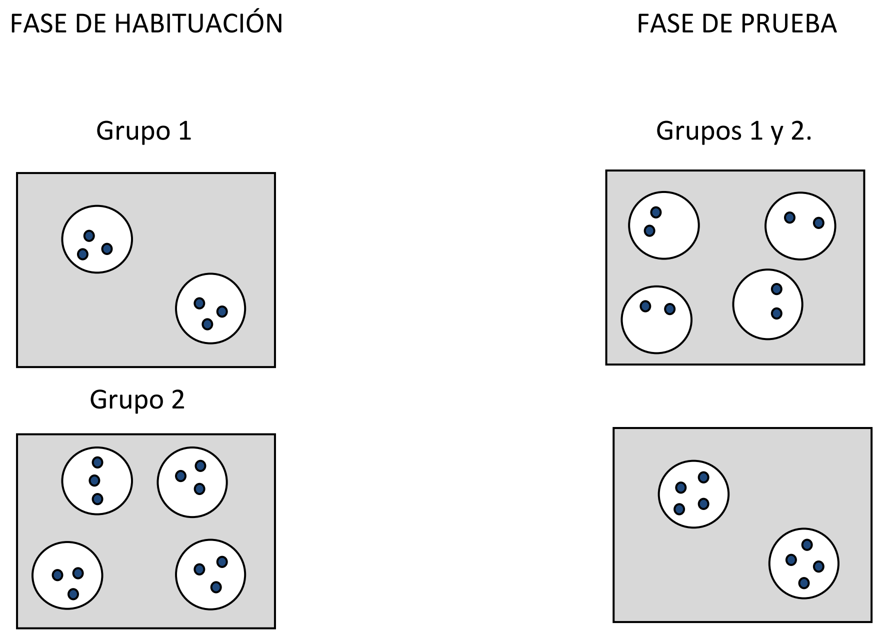



*Figura 6.* Representación esquemática del experimento de Wynn, Bloom y Chiang (2002)

En resumen, los datos presentados hasta ahora sugieren que los bebés perciben los cambios en la cantidad de elementos y, por tanto, pueden: (a) representar el número correspondiente a un conjunto pequeño de objetos físicos o patrones visuales; (b) realizar correspondencias numéricas intermodales (objetos y sonidos) y (c) individualizar una colección de objetos y contarla. Según esto, se podría concluir que las representaciones del número de los bebés son abstractas, razón por la cual consiguen aplicarlas en diversas situaciones. No obstante y a pesar de la evidencia empírica, esta afirmación sigue siendo arriesgada actualmente ya que, entre otras cosas, no siempre se han replicado estos resultados (ver Mix et al., 2002). En lo que sigue destacamos algunas de las principales líneas de disentimiento.

En primer lugar, varios autores han sugerido que los bebés no responden al número, sino más bien a una serie de atributos perceptivos (área y perímetro de los objetos, densidad, etc.) que también cambian al modificar la cantidad de elementos (Mix et al., 2002). Sophian (2008) afirma que la mayoría de los investigadores eran conscientes de esta posibilidad e intentaron controlarla. Sin embargo, el hecho de que los estímulos presentados en la fase de habituación varíen en características como el tamaño, la posición o la forma y que solo se mantenga constante el número no asegura que, en la fase de prueba, los bebés se hayan fijado exclusivamente en dicho aspecto para diferenciarlos. Siguiendo con este planteamiento, la autora señala que existe la posibilidad de que los niños se hayan habituado a una "tendencia central" creada como consecuencia de considerar todas las propiedades implicadas. De esta forma, en sus respuestas tendrían en cuenta la semejanza o diferencia de los estímulos respecto a esa tendencia (discriminación basada en aspectos cuantitativos continuos, ver Sophian, 2008).

Precisamente, para evaluar el papel de estas "propiedades continuas" Clearfield y Mix (1999) habituaron a bebés de 6 a 8 meses de edad a distintas exposiciones visuales: patrones formados por dos (condición I) o tres cuadrados (condición II) con un contorno de 16 cm. En el periodo de prueba, se presentaron dos tipos de condiciones de forma alterna: en una de ellas el número de objetos permanecía constante, pero cambiaba su tamaño (24 cm de perímetro) y, en la otra, variaba el número de cuadrados mientras que no lo hacía el área total de los elementos (ver Figura 7). Los resultados mostraron que los niños se deshabituaban cuando se modificaba el tamaño de los objetos, pero no ante los cambios numéricos. Asimismo, estudios posteriores (Clearfield y Mix, 2001; Feigenson, Carey y Spelke, 2002) han demostrado nuevamente que los niños respondían a aspectos cuantitativos continuos más que al número de elementos discretos.

Sin embargo, tanto el trabajo de Wynn et al. (2002) con colecciones de elementos móviles, como el de Feigenson (2005) con conjuntos de uno o dos objetos que variaban en color, diseño y textura, escapan a las limitaciones propuestas por Mix et al. (2002) y Sophian (2008). En efecto, dado el exhaustivo control realizado sobre las características cuantitativas continuas, ambos experimentos han demostrado que, al menos bajo determinadas circunstancias, los bebés son sensibles a los cambios numéricos. No obstante, hay que tener en cuenta que los niños miran simplemente aquello que les interesa y, por ese motivo, no existe razón alguna por la que los cambios en el tamaño o en la superficie no pudieran llamar también su atención.

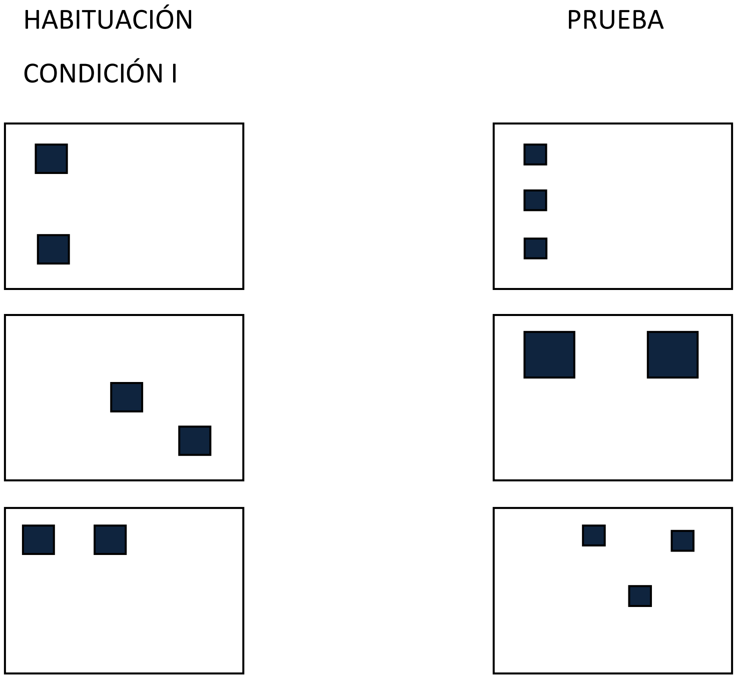



*Figura 7.* Ejemplo simplificado de una de las tareas de Clearfield y Mix (1999)

En segundo lugar, por lo que se refiere a las cantidades de elementos que los niños consiguen discriminar, Starkey y Cooper (1980) comprobaron que los niños pequeños no eran capaces de diferenciar entre conjuntos formados por más de tres elementos. Este resultado se puede considerar un obstáculo para la generalización de los planteamientos que defienden que los niños son sensibles a las variaciones en el número.

En relación con esto, algunos estudios recientes han demostrado que los bebés de 5 o 6 meses también realizaban discriminaciones basadas en el número en colecciones grandes (formadas por cuatro o más elementos). No obstante, las colecciones debían diferir considerablemente. En concreto, tenía que existir un ratio o razón de 2:1 entre ambas cantidades. Efectivamente, Xu y Spelke (2000) mostraron que los niños de estas edades diferenciaban entre conjuntos de ocho y dieciséis elementos, pero no entre colecciones de ocho y doce. Asimismo, otros trabajos también han corroborado estos resultados, independientemente de si los estímulos eran secuencias de acciones, patrones visuales presentados simultáneamente o una sucesión de estímulos auditivos (Brannon, Abbott y Lutz, 2004; Izard, Sann, Spelke y Streri, 2009; Lipton y Spelke, 2003, 2004; Wood y Spelke, 2005a, 2005b; vanMarle y Wynn, 2009; Xu, 2003; Xu, Spelke y Goddard, 2005). Además, otro hallazgo asombroso fue que los bebés de 6 meses fallaban a la hora de diferenciar entre conjuntos de dos y cuatro elementos o de dos y tres elementos, pero lo hacían correctamente frente a grupos de cuatro y ocho unidades o cuatro y seis unidades (ver Sophian, 2008). Xu (2003) sugirió que este patrón de resultados era debido a que los sistemas representacionales subyacentes a los conjuntos grandes y pequeños eran diferentes.

Como resultado de estas controversias, los investigadores han empezado a desviar su atención hacia los niños mayores con la esperanza de arrojar nueva luz a esta cuestión. De acuerdo con los resultados obtenidos en bebés preverbales, cabría esperar que los niños mayores fueran capaces de discriminar entre colecciones. Si bien esto es cierto, los estudios también han demostrado que la competencia para crear grupos equivalentes surge en torno a los 2 años y se va perfeccionando gradualmente con la edad. Por ejemplo, Gelman y Tucker (1975) llevaron a cabo uno de los primeros experimentos en los que se empleaban tareas de elección. En este estudio, los niños debían escoger cuál de los dos conjuntos era “el ganador” (tenía más cantidad de elementos) después de que hubiesen tenido lugar una serie de transformaciones numéricamente relevantes o irrelevantes (cambios en la colocación o identidad de los objetos). Comprobaron que los niños de 3 años podían identificar “el ganador” correctamente siempre que las colecciones de objetos fuesen pequeñas. Asimismo, Huttenlocher, Jordan y Levine (1994) encontraron que los niños de más de 2 años podían comparar y producir agrupaciones pequeñas de objetos.

Experimentos similares al de Starkey et al. (1990) sobre correspondencias intermodales (estímulos auditivos y visuales) también se han realizado con niños mayores. Así, Mix, Huttenlocher y Levine, (1996) pidieron a preescolares que señalaran el grupo de puntos que se correspondía con el número de palmadas que habían escuchado previamente. Sorprendentemente, vieron que a los 3 años los niños respondían al azar y que no contestaban correctamente hasta los 4 años. Intrigada por estos descubrimientos, Mix (1999a, 1999b) intentó profundizar en los aspectos que podrían haber afectado a las respuestas de los niños. A partir de estos resultados concluyó que la habilidad para reconocer la equivalencia entre conjuntos se desarrollaba progresivamente a lo largo de la infancia. De esta forma, en un primer momento (sobre los 2 años y medio) los niños solo son capaces de comparar conjuntos con características similares (p.e., puntos negros vs. fichas negras), y poco a poco (no antes de los 4 años) esta capacidad mejora hasta que pueden reconocer la equivalencia entre conjuntos completamente diferentes (como los pertenecientes a distintas modalidades sensoriales).

Además, estos mismos autores llevaron a cabo otros estudios en los que ha quedado claramente patente que las respuestas de los niños a estas edades (de 30 a 42 meses) están basadas en aspectos puramente numéricos más que en propiedades cuantitativas continuas (tamaño, densidad, etc.) (véase Mix et al., 2002 para una revisión).

**¿Reconocen los bebés las relaciones ordinales?**

Las relaciones ordinales suponen un paso más allá en el conocimiento numérico (Rodríguez et al., 2003). Mientras que el aspecto cardinal permite establecer si dos conjuntos son equivalentes en cuanto a la cantidad, la propiedad ordinal informa acerca de las diferencias y el sentido de las mismas (mayor que, menor que).

A pesar de su enorme importancia, la investigación acerca de la comprensión del aspecto ordinal del número se ha caracterizado no solo por la falta de datos congruentes, sino también por la escasez de trabajos realizados. Entre estos, encontramos los estudios de Curtis y Strauss (1982, 1983) en los que condicionaron a los niños a tocar uno de los dos conjuntos de puntos mostrados (el que tenía más o menos elementos, dependiendo de la condición experimental). Comprobaron que entre los 16-18 meses podían reconocer relaciones ordinales, siempre y cuando estuvieran referidas a números pequeños (p.e., 1 vs. 2 o 2 vs. 3) y hubieran sido entrenados previamente en la condición "menor que".

Por su parte, Cooper (1984) utilizando el paradigma de habituación acostumbró a bebés a pares de estímulos presentados sucesivamente. En la condición "menor que" el primero de los dos conjuntos tenía menos elementos que el segundo y en la condición "mayor que" sucedía lo contrario. En la fase de prueba los niños observaron cuatro tipos diferentes de parejas: (a) un par que ya había sido mostrado previamente durante la fase de habituación; (b) un nuevo par que respetaba la misma relación que la que habían presenciado en la habituación; (c) un nuevo par cuya relación ordinal era la opuesta a la que habían sido acostumbrados y (d) un nuevo par en el que los dos estímulos tenían la misma cantidad. Los resultados obtenidos llevaron a Cooper a proponer que la comprensión del aspecto ordinal se desarrolla de acuerdo a un modelo evolutivo de dos pasos: (1) los niños discriminan entre *equivalente/no equivalente* a los 12 meses de edad y (2) comprenden las relaciones *mayor que/menor que* a los 16 meses.

De nuevo, el problema radica en asegurarse de que las respuestas de los bebés no estaban mediatizadas por las características cuantitativas continuas. Teniendo esto en cuenta, Brannon y colaboradores llevaron a cabo diferentes estudios sobre las relaciones de orden en niños de distintas edades (Brannon, 2002, 2005; Brannon y Van de Walle, 1999; Cantlon y Brannon, 2006). En concreto, en el estudio de 2002, Brannon llevó a cabo una serie de experimentos con el objetivo de comprobar la validez del modelo descrito por Cooper (1984). De esta forma, habituó a bebés de 9 a 11 meses a una secuencia de elementos ascendentes (dos, cuatro y ocho cuadrados) y, para evitar la influencia de otros posibles factores, controló variables de tipo perceptivo manipulando: (a) el tamaño de los elementos, de modo que en la fase de habituación disminuía conforme aumentaba el número de objetos mientras que durante la fase de evaluación se mantenía constante; (b) el área y la densidad de la pantalla, que no cambiaba en la habituación pero covariaba con el número de cuadrados en la fase de prueba. Además, en la evaluación se presentaron a los niños dos órdenes diferentes: familiar (que se correspondía con el de la habituación) y novedoso (se invertía) (ver Figura 8). Los resultados indicaron que la habilidad para realizar comparaciones numéricas ordinales seguía el patrón de dos etapas descrito por Cooper, aunque a edades más tempranas. Así, a los 9 meses los niños podían distinguir entre equivalente/no equivalente y representar relaciones de orden entre variables continuas como el tamaño, pero no entre los números. Había que esperar hasta los 11 meses para que pudieran realizarlo.

Sin embargo, Mix y colaboradores hallaron un nivel de rendimiento inferior en los niños, de ahí que mantuvieran que el desarrollo de las competencias ordinales es un proceso largo que comienza con el reconocimiento de la relación "mayor que", y progresa hasta dominar otras relaciones más complejas que les permiten comparar más de dos grupos (ver Mix et al., 2002).

| FASE DE HABITUACIÓN | FASE DE PRUEBA.<br>Orden Familiar | FASE DE PRUEBA.<br>Orden Novedoso |
|---|---|---|

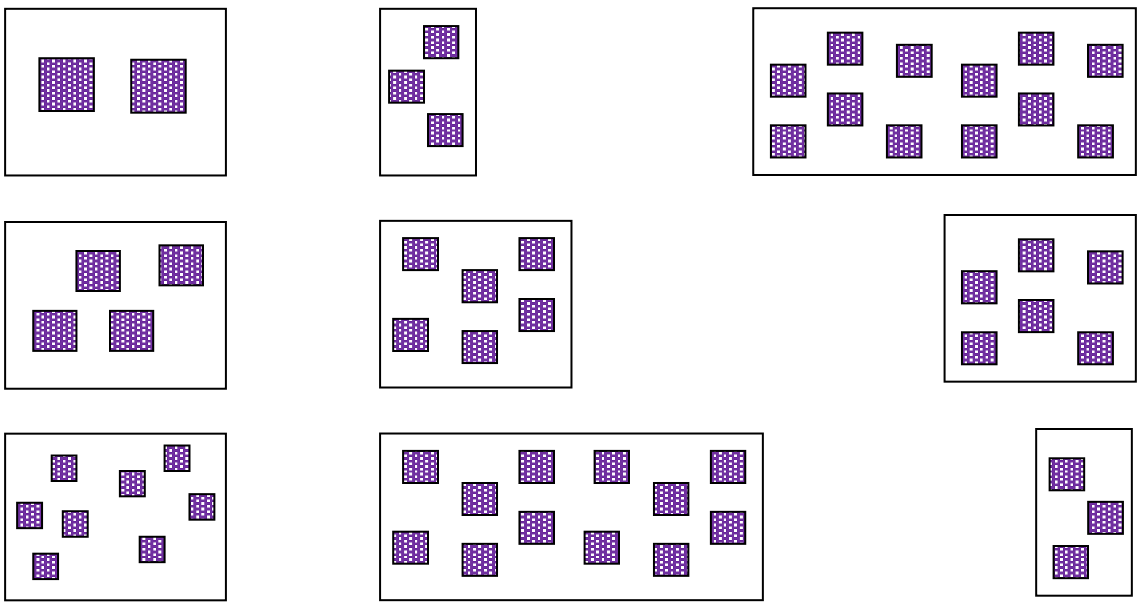


*Figura 8.* Adaptación de los estímulos empleados por Brannon (2002)

### ¿Entienden los bebés los efectos de las transformaciones numéricas?

La comprensión de que las operaciones aritméticas transforman la cantidad es una de las capacidades más avanzadas del razonamiento numérico. En 1992, Karen Wynn obtuvo datos especialmente interesantes al conseguir pruebas empíricas de que los bebés podían anticipar los resultados de ciertas operaciones aritméticas.

En este estudio, bebés de 5 meses de edad observaron una de estas dos situaciones: 1+1 o 2-1. En la primera de ellas, aparecía ante los niños un muñeco que era ocultado tras una pantalla. A continuación, una mano introducía otro muñeco igual al anterior. Hasta ese momento los niños habían podido ver la naturaleza de la operación realizada, pero no el resultado. Entonces, la pantalla bajaba y una de estas dos opciones aparecía: solución posible (dos muñecos) o solución imposible (un muñeco) (ver Figura 9).

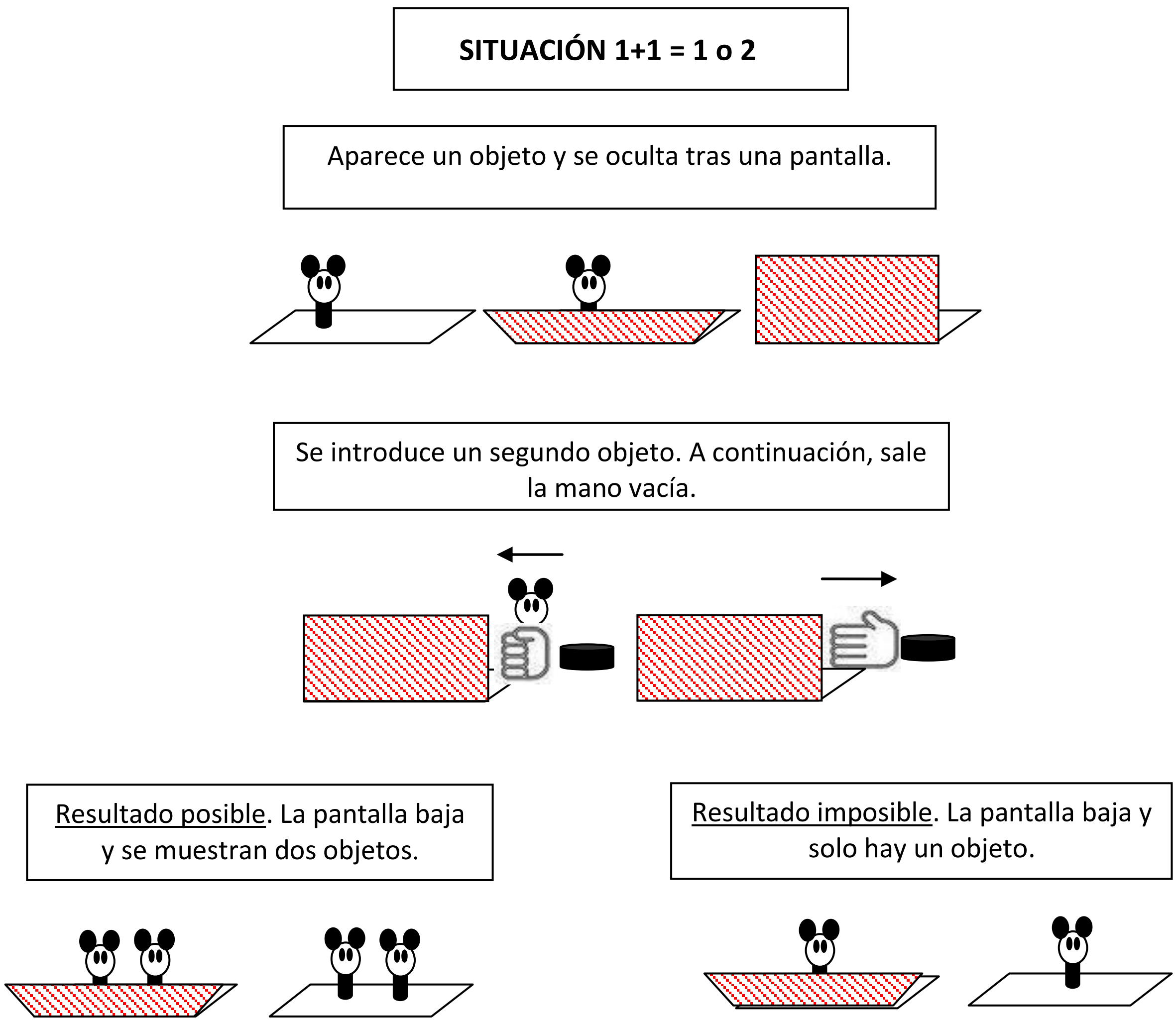



*Figura 9.* Adaptación esquemática del experimento de Wynn (1992a)

El procedimiento era similar para el algoritmo 2-1, salvo que comenzaba con dos muñecos y el resultado posible era un elemento y el imposible dos. Los niños observaban tres parejas de ensayos (solo de adición o solo de sustracción, en función de la condición a la que hubieran sido asignados) y en cada una de ellas se mostraban ambos resultados: el correcto y el incorrecto. Wynn comprobó que los bebés tendían a mirar durante más tiempo las soluciones imposibles en ambas situaciones. Sin embargo, en los resultados imposibles el conjunto inicial permanecía invariable (ver la Figura 9 para el ejemplo de la adición) y las respuestas de los niños se podrían deber a que esperaban un cambio tras la adición/sustracción más que a la habilidad para determinar el resultado exacto de la operación aritmética.

Por este motivo, Wynn llevó a cabo un nuevo experimento y, en esta ocasión, todos los resultados fueron diferentes del conjunto inicial. Así, planteó a los niños la situación 1+1=2 (posible) o 1+1=3 (imposible). De acuerdo con esto, si los niños únicamente respondían al cambio, ninguna de las dos soluciones presentadas les causaría sorpresa. Por el contrario, si eran capaces de anticipar el resultado exacto de la operación, mirarían durante más tiempo al grupo de tres muñecos. Precisamente esto fue lo que ocurrió, por lo que Wynn interpretó que los bebés de 5 meses tenían la habilidad de realizar cálculos exactos en operaciones aritméticas simples.

Estos resultados han sido replicados en muchos laboratorios a través de diferentes técnicas y estímulos. Algunos ejemplos son los estudios de Uller, Carey, Huntley-Fenner y Klatt (1999) con bebés de 8 meses, el de Baillargeon (1994) con niños de 10 meses, el realizado por Moore (1997) con niños de 5 meses y el de Simon, Hepos y Rochat (1995). A modo de ejemplo, nos referiremos a este último.

Simon y colaboradores (1995) plantearon que las respuestas de los bebés podían ser el resultado de que llevaban a cabo cálculos exactos o bien de expectativas no cumplidas del procesamiento visual. Para ello, en lugar de emplear siempre el mismo objeto, cambiaron la identidad de los muñecos presentados (Ernie y Elmo). Así, en la situación experimental de adición 1+1, los niños contemplaron dos condiciones:

(a) Situaciones posibles: Elmo + Elmo = 2 Elmos; Ernie + Ernie = 2 Ernies; Elmo + Ernie = Elmo y Ernie.

(b) Situaciones imposibles: Elmo + Elmo = Elmo y Ernie (identidad); Elmo + Elmo = 1 Elmo (aritmética); Elmo + Elmo = Ernie (identidad y aritmética).

En el caso de la sustracción se siguió la misma pauta. Observaron que los bebés de 5 meses miraban durante más tiempo los resultados aritméticamente imposibles, independientemente de la identidad de los objetos, lo que confirmaba los hallazgos de Wynn.

En otro interesante trabajo, Koechlin, Dehaene y Mehler (1997) cuestionaron si los bebés podían estar actuando en función de la presencia/ausencia del objeto, más que responder al número. Para comprobar esta hipótesis, dispusieron los muñecos en una plataforma giratoria, asegurándose de que ninguno tuviera una localización espacial específica. De nuevo, coincidiendo con los datos de Wynn, los tiempos de mirada de los bebés aumentaban en las soluciones imposibles.

A pesar de que los resultados de todos estos trabajos apuntan en la misma dirección, no disponemos de un patrón de datos consistente (p.e., en unos casos miran más tiempo el resultado imposible 1+1=1 que el resultado 1+1=3, pero en otros sucede lo opuesto). Por esta razón, Wakeley, Rivera y Langer (2000) propusieron que los niños podían haber respondido simplemente centrándose en la naturaleza de la transformación (añadir o quitar). Diseñaron una serie de experimentos en los que emplearon tanto las situaciones de Wynn (1+2 y 2-1) como una completamente nueva (3-1=1 o 2). El procedimiento experimental seguido fue especialmente riguroso, sobre todo a la hora de calcular los tiempos de fijación visual. Los resultados indicaron que no había diferencias en el tiempo de mirada en las soluciones correctas o incorrectas.

Otros autores (p.e., Huttenlocher, 1994), plantearon explicaciones diferentes sobre la actuación de los bebés en las tareas de cálculo. Por ejemplo, las basadas en la sensibilidad a las "propiedades cuantitativas continuas". Desde este planteamiento, se considera que los niños representan estos problemas en términos de cantidad en general, en vez de hacerlo en términos de números discretos. Un estudio que ofrece evidencia para este argumento fue el realizado por Feigenson y Spelke (1998). En esta ocasión utilizaron un procedimiento similar al de Wynn, pero manipularon el tamaño de los muñecos para controlar los cambios relativos a la variable continua. De esta forma, en el problema 1+1, los niños veían primero dos objetos del mismo tamaño, pero en el momento de mostrar la solución aparecía solo un muñeco grande (número incorrecto pero del mismo tamaño que los dos muñecos pequeños juntos) o dos objetos grandes (número correcto pero tamaño incorrecto). Los niños miraban más esta segunda opción, lo que demostraba que les sorprendía más la violación de la "cantidad continua" (tamaño) que la del número. Es decir, no se deshabituaban, como en los estudios de Wynn (1992a) en la situación 1+1=1. En otro experimento posterior, Feigenson y colaboradores (2002) confirmaron de nuevo estos datos.

En un trabajo reciente, McCrink y Wynn (2004) también controlaron este tipo de variables cuantitativas continuas. En esta ocasión, evaluaron la habilidad de bebés de 9 meses para responder a operaciones que implicaban números grandes. En concreto, presentaron a los niños las siguientes situaciones: (a) adición: 5+5=10 (resultado posible) o 5+5=5 (imposible) y (b) sustracción: 10-5=5 (solución correcta) o 10-5=10 (incorrecta, ver Figura 10). Los estímulos empleados consistieron en rectángulos que crecían o disminuían constantemente hasta que eran tapados por una pantalla. Además, en todas las soluciones mostradas a los niños se mantenían constantes tanto el área total como el perímetro de los rectángulos ($39.45cm^2$ y 90cm respectivamente). De nuevo, el tiempo de mirada era mayor en los resultados imposibles, y esto les llevó a concluir que los bebés disponían de los procedimientos necesarios para realizar cálculos aritméticos exactos desde muy temprano.

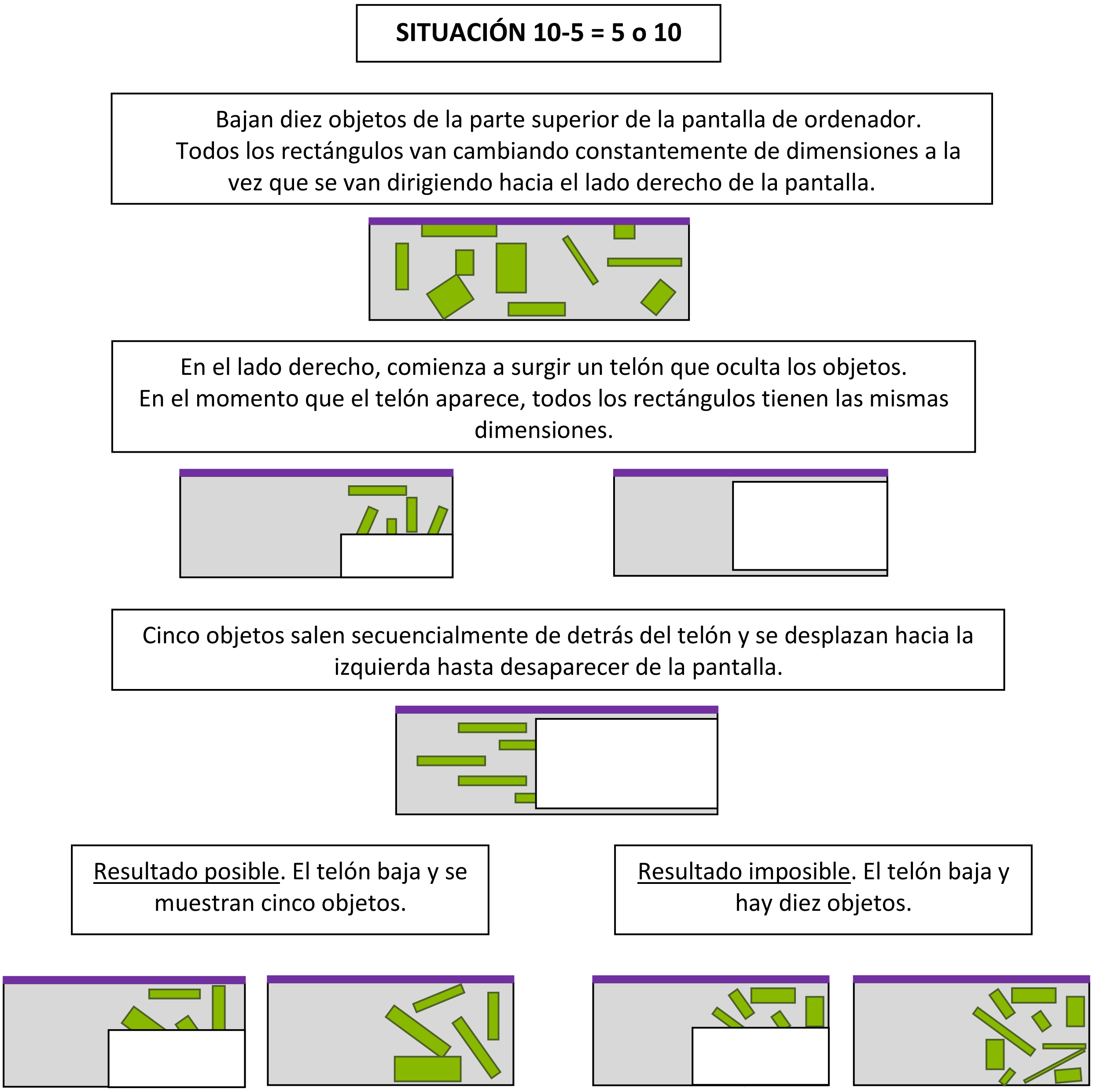



*Figura 10.* Adaptación esquemática de la tarea de sustracción de McCrink y Wynn (2004)

Sin embargo, como apunta Sophian (1998, 2008), debemos ser cautos con los resultados de Wynn (1992a, 2004), pues no demuestran que los bebés realicen verdaderas operaciones aritméticas, ni mucho menos que hayan alcanzado la comprensión conceptual del número. En efecto, solo ponen de manifiesto que los bebés detectan relaciones numéricas entre los grupos, pero no que les asignen valores numéricos concretos.

Intentando dar respuesta a esta polémica, otros trabajos han ampliado las edades de estudio empleando el paradigma de violación de expectativas de Wynn (1992a). Por ejemplo, Houdé (1997) pidió a niños de 2 a 3 años que indicaran si los resultados de las situaciones 1+1 (2, 1 o 3) eran correctos o incorrectos y explicaran por qué. Comprobó que los niños detectaban el sentido creciente de la adición, de tal forma que se sorprendían más ante el resultado imposible "1" que ante "3", fenómeno mucho menos frecuente en el caso de los bebés preverbales, quienes respondían de forma similar en ambas soluciones incorrectas. Sugiere Houdé que este resultado se podría deber al proceso de redescripción representacional causado por la nueva organización cognitivo-lingüística de la mente. Igualmente, Vilette (2002) y también Langer, Gillette y Ariaga (2003) encontraron que, en torno a los 2 años de edad, los niños no discriminaban entre los resultados posibles e imposibles, si bien esta habilidad mejoraba a medida que se hacían mayores (en el estudio de Vilette a los 3 años respondían correctamente en las situaciones de adición y a los 4 ejecutaban adecuadamente también la de sustracción).

En otras investigaciones se han modificado los métodos de estudio y se han empleado otros basados, por ejemplo, en la búsqueda de objetos o en la elección de alternativas. En cuanto al primero, Starkey (1992) desarrolló una prueba en la que niños de 18 a 35 meses tenían que realizar una serie de acciones motoras basadas en sus expectativas numéricas. Así, se introducían en una caja opaca de 1 a 5 pelotas de colores y, seguidamente, el investigador añadía o quitaba pelotas. La tarea del niño consistía en recuperar las bolas que había en la caja tras la/s transformación/es realizadas por el experimentador. Incluso los bebés de 18 meses pudieron hacerlo correctamente cuando las operaciones involucraban números pequeños. Años más tarde, Langer et al. (2003) replicaron los resultados de este estudio con pruebas basadas en la elección de alternativas. La situación que se planteaba a los niños era similar a la anterior (se introducía una determinada cantidad de objetos en una caja opaca y se llevaban a cabo una serie transformaciones aritméticamente relevantes o irrelevantes). Sin embargo, en este caso, los participantes no tenían que recuperar los elementos del recipiente después de las transformaciones, sino que o bien tenían que construir un conjunto que contuviera ese mismo número, o bien tenían que escoger entre varios dibujos el que representara dicha cantidad. Empleando este procedimiento, Huttenlocher y colaboradores (1994; Jordan, Huttenlocher y Levine, 1994; Levine, Jordan y Huttenlocher, 1992) encontraron que los niños no podían resolver estas tareas con éxito hasta los 2 años y medio.

En suma, si aceptamos que los bebés preverbales son capaces de realizar operaciones aritméticas simples, los niños mayores deberían también hacer lo propio. Sin embargo, tal y como se desprende de los trabajos a los que hemos aludido, esto no suele ser así. Aunque parece ser que los niños en torno a 2-3 años construyen representaciones numéricas discretas, la habilidad para llevar a cabo cálculos aritméticos exactos no surge antes de dicha edad. Además, esta capacidad continúa desarrollándose gradualmente a lo largo de la infancia y la niñez hasta que los niños son capaces de resolver operaciones más complejas sin necesidad de apoyos físicos. En este sentido, algunos autores concluyen que la habilidad para responder al número como una propiedad exacta y discreta estaría estrechamente relacionada con el desarrollo del pensamiento simbólico y, por tanto, debería surgir en torno a los 2 años y medio de edad (ver Mix et al., 2002).

**¿Qué conclusiones se desprenden de las investigaciones con bebés? Acuerdos, desacuerdos y nuevos interrogantes acerca de los orígenes del conocimiento numérico**

En las investigaciones con bebés ha quedado de manifiesto que los niños disponen de gran cantidad de nociones numéricas desde muy temprano, ya sean debidas a representaciones numéricas exactas o estén influidas por otro tipo de variables cuantitativas continuas. No obstante, como consecuencia de las discrepancias en los resultados de los distintos trabajos, es complicado establecer acuerdos generales respecto a los orígenes del conocimiento numérico. Además, las interpretaciones que han recibido estos hallazgos reflejan claramente las polémicas que han marcado la investigación en el ámbito de la Psicología del Desarrollo.

En este sentido, una de las cuestiones que más atención ha recabado por parte de los autores ha sido la de comprobar si la sensibilidad cuantitativa de los bebés es una competencia innata o se perfecciona a lo largo de un proceso evolutivo. Aunque hoy en día se tiende a aceptar que naturaleza (*nature*) y cultura (*nurture*) no son excluyentes, existen defensores de cada una de las posturas.

A partir de sus descubrimientos, Wynn propone que el conocimiento numérico que poseen los bebés es innato. A los cinco meses de edad los niños ya disponen de las habilidades necesarias para manipular este tipo de información coherentemente de distintos modos (ver Wynn, 1998). En la misma línea, autores como Geary (1994) o Gelman (2000; Cordes y Gelman,

2005) afirman que la competencia numérica de los niños no depende del lenguaje o la transmisión cultural, sino que nacemos con una estructura mental básica que promueve dicha comprensión. Esta propuesta ha sido reforzada por los resultados hallados en una serie de estudios con animales.

En estos trabajos se ha encontrado que la sensibilidad numérica no es exclusiva de los seres humanos (ver Gallistel, 1990; Wynn, 1998). Algunos animales pueden, por ejemplo, distinguir entre diferentes cantidades de elementos, tal y como han probado los estudios de Davis (1984), Matsuzawa (1985) o Pepperberg (1987) con mapaches, chimpancés y loros, respectivamente. Algunos también reconocen correspondencias numéricas en diferentes situaciones (por ejemplo, las ratas en los experimentos de Church y Meck, 1984). Asimismo, Platt y Johnson (1971) observaron que las ratas podían anticipar cuándo se estaban aproximando al número de respuestas requeridas para conseguir la recompensa. Igualmente, Jordan, Brannon, Logothetis y Ghazanfar (2005) han comprobado que los primates realizaban correspondencias numéricas entre estímulos intermodales. Finalmente, los trabajos de Boysen y Berntson (1989b) con primates y los de Hauser, MacNeilage y Ware (1995) con monos Rhesus, pusieron de manifiesto que eran capaces de determinar los resultados de algunas operaciones aritméticas.

Por el contrario, lejos de los planteamientos innatistas, otros autores (p.e., Brannon, 2002; Clearfield, 2004; Cooper, 1984; Mix et al., 2002; Wakeley et al., 2000) entienden que los conocimientos numéricos están disponibles desde una edad muy temprana, pero los niños los han adquirido en el transcurso del desarrollo y de manera gradual. Prueba de ello son los trabajos descritos anteriormente con niños entre 2 y 6 años de edad sobre el aspecto cardinal y ordinal del número, así como los estudios sobre la comprensión de los efectos de las transformaciones aritméticas.

Otra de las principales polémicas en la que se encuentran inmersos los investigadores, se refiere a la continuidad/discontinuidad de los conceptos numéricos a lo largo del desarrollo. Como en el caso anterior, existen visiones claramente enfrentadas. Por un lado, algunos autores afirman que la comprensión del número es un proceso continuo, que no implica cambios conceptuales debido a la existencia de una estructura mental básica que permite dominar dicho concepto (Cordes y Gelman, 2005; Gelman y Gallistel, 1978). Por otro lado, están los autores que sugieren que la comprensión del número requiere un profundo cambio conceptual. Dentro de esta visión se encuentran los partidarios de la perspectiva de los niveles de conocimiento sobre la lógica de los numerales, esto es, que cada etiqueta numérica tiene un único significado exacto (“*knower-level account*”. Carey, 2001, 2004; Carey y Sarnecka, 2006; Condry y Spelke, 2008; Le Corre y Carey, 2007; Le Corre, Van de Walle, Brannon y Carey, 2006; Lipton y Spelke, 2006; Sarnecka y Lee, 2009; Wynn, 1992b).

Además, los resultados de los estudios con bebés también han dado lugar a nuevos interrogantes como, por ejemplo, *¿en qué tipo de representaciones mentales se asientan las habilidades numéricas tempranas?*

Las distintas corrientes teóricas han originado una gran cantidad de modelos (unos específicamente numéricos y otros de carácter más general) para explicar el funcionamiento de los mecanismos subyacentes a la representación del conocimiento matemático De nuevo, la falta de acuerdo entre los datos disponibles complica enormemente posicionarse a favor de uno u otro. Sin embargo, en la actualidad muchos autores se han orientado hacia planteamientos intermedios y han desarrollado hipótesis híbridas - que combinan aspectos de varios modelos diferentes -, con el objeto de obtener descripciones más precisas de los procesos de pensamiento. Para no alargarnos en exceso, únicamente vamos a mencionar brevemente la propuesta que consta con más adeptos en la actualidad. El lector interesado en el tema puede acudir a Mix et al. (2002), Sarama y Clements (2009) o Sophian (2008).

En general, existe cierto acuerdo a la hora de asumir que los mecanismos que subyacen a la representación de las cantidades pequeñas (de hasta 3 elementos) son diferentes a los responsables del procesamiento de las cantidades grandes (ver Izard, Pica, Spelke y Dehaene, 2008; Xu, 2003).

Por un lado, para procesar conjuntos pequeños de objetos, los bebés captan en paralelo los distintos elementos y asignan un símbolo a cada uno de ellos. En este tipo de representación están implicados mecanismos de carácter general, como los sistemas de atención y memoria a corto y largo plazo. Además, permite determinar la cantidad exacta de elementos que componen una colección, pero su capacidad está limitada a conjuntos de hasta tres o cuatro elementos. Igualmente, aún no existe acuerdo acerca del grado de abstracción de dichos símbolos ni tampoco acerca de cómo sucede este proceso en sí mismo. El modelo de *subitizing* (Trick y Pylyshyn, 1994), el de los *objects files* (Carey, 2001; Simon, 1997), y el de la individualización en paralelo enriquecida (Le Corre y Carey, 2008) intentan explicar este proceso.

Por otro lado, la representación de conjuntos grandes estaría basada en las representaciones de las magnitudes. Estas se caracterizan porque no son representaciones exactas del número de elementos de un conjunto, sino valores aproximados (a mayor número de objetos, menor precisión de las representaciones). Además, la habilidad para discriminar entre dos números grandes depende de la ratio entre esos dos valores y no de la diferencia numérica entre ellos. Si se cumple que la razón entre dos cantidades grandes es de 2:1 (*ley de*

*Weber*), serán capaces de diferenciarlas sin dificultades, independientemente de las cantidades implicadas. De esta forma, los niños pueden discriminar entre cinco y diez elementos, cuatro y ocho y ocho y dieciséis, pero no entre ocho y nueve (ver también modelo del acumulador, Gallistel y Gelman, 1992, 2000; Meck y Church, 1983; Wynn, 1990, 1992b).

A pesar de que no se discute la existencia y convivencia de estos dos mecanismos de procesamiento, continúan las discrepancias acerca del papel que desempeña cada uno de ellos en el establecimiento de las bases de la cuantificación no verbal. Algunos autores afirman que la capacidad para establecer representaciones magnitudinales aparece más tarde en el desarrollo que, por ejemplo, la individualización en paralelo de pequeños conjuntos de objetos (ver Le Corre y Carey, 2008). Por su parte, otros sugieren que ambos mecanismos están presentes en los bebés desde el nacimiento (p.e., Cordes y Gelman, 2005; Spelke; 2003). A modo de ejemplo, Spelke afirma en su teoría del *conocimiento central* (*core knowledge*) que los niños vienen dotados con dos sistemas preverbales diferentes para procesar el número: el "sistema de individualización de objetos" (que procesa cada uno de los elementos que componen los conjuntos pequeños) y el "sistema de sentido numérico" (representaciones magnitudinales). Inicialmente, estos dos sistemas son independientes entre sí, de ahí que los bebés no sean capaces de coordinar la información procedente de los mismos (ver también Spelke y Tsivkin, 2001). De acuerdo con la autora, es la adquisición de las primeras palabras numéricas la que posibilita la combinación de ambos mecanismos.

A este respecto, son muchos los autores que señalan el papel destacado que desempeña el lenguaje en la adquisición del concepto de número. Si bien se ha probado que la creación de imágenes mentales de objetos, exactas o magnitudinales, es independiente del lenguaje (ver, por ejemplo, los estudios con los Mundurucú, una tribu indígena del Amazonas cuyo vocabulario apenas consta de palabras numéricas, en Izard et al., 2008), también se ha demostrado que tiene un papel crucial en el desarrollo de la comprensión del aspecto ordinal, especialmente en lo relacionado con la función de sucesión (cada número comprende una unidad más que el anterior,) (ver Baroody, Lai y Mix, 2005). Parece que la adquisición del lenguaje, en general (p.e., mediante la distinción singular/plural), y de la secuencia numérica, en particular, promueven los procesos de abstracción mediante los cuales los niños se hacen conscientes de que cada numeral se refiere a una cantidad específica y única (incluso antes de que sepan el significado exacto de todos ellos), y entiendan la función de sucesión (p.e., Condry y Spelke, 2008; Le Corre y Carey, 2008; Sarnecka y Gelman, 2004; Sarnecka y Lee, 2009; Wynn, 1992b). En este sentido, algunos autores destacan que el aprendizaje de la secuencia de conteo es un paso especialmente importante para alcanzar la plena comprensión del número (ver Baroody et al., 2005 y Goswami, 2008).

Para terminar, y como reflexión final, a pesar de que la investigación parece apuntar a la existencia de competencias cuantitativas en los seres humanos desde muy temprano, estas competencias son limitadas. Aún quedan muchos asuntos por abordar en cuanto a las raíces de la competencia numérica temprana y, desde nuestro punto de vista, son precisas más investigaciones con nuevos paradigmas experimentales que proporcionen pruebas más fiables. En este sentido, no debemos olvidar las limitaciones inherentes al propio paradigma de habituación, un método que fue diseñado para el estudio de los procesos perceptivos, no conceptuales. Por tanto, debemos ser cautos a la hora de interpretar los resultados obtenidos. Del mismo modo, es posible que la fuente de la discrepancia entre los investigadores se halle en el modo en que han abordado el estudio de estos interrogantes. Por ejemplo, la definición de la misma habilidad varía de unos trabajos a otros, se asumen diferentes indicadores como prueba de la presencia de una capacidad, el rango de edad de los participantes dentro de cada experimento es reducido y apenas hay seguimientos longitudinales (ver también Sarama y Clements, 2009; Sophian, 2008).

En los últimos años, los estudios realizados bajo el marco de la neuropsicología están contribuyendo a mejorar las teorías existentes y a identificar las áreas del cerebro que se activan en tareas numéricas (como el surco intraparietal - IPS-, ver por ejemplo, Cantlon, Brannon, Carter y Pelphrey, 2006; Cantlon et al., 2009; Piazza, 2010; Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan y Dehaene, 2004; Pinel, Piazza, Le Bihan y Dehaene, 2004). Sin embargo, en nuestra opinión, es necesario ir más allá para lograr entender los orígenes de las competencias matemáticas. Desde esta perspectiva, consideramos necesario abandonar el enfoque "*todo-nada*" que ha caracterizado los estudios en este campo (p.e., "los bebés sí/no reconocen las relaciones ordinales") y promover, una aproximación evolutiva, que se centre no solo en determinar la presencia de una habilidad, sino también en analizar el modo en que progresa y se combina con otros ámbitos conceptuales relacionados con la cantidad (el tiempo, el área, etc.).

# CAPÍTULO 2.

# LA HABILIDAD DE CONTAR

En la tradición piagetiana, como ya se ha comentado en el capítulo anterior, el conteo era visto como una mera actividad verbal, puramente memorística y sin ningún tipo de relación con el número en tanto que los niños no fueran capaces de superar las tareas de conservación (Piaget y Szeminska, 1941/1975). Fue la publicación del libro de Gelman y Gallistel (1978) *The child's understanding of number* la que cambió completamente esta visión. Estos autores describieron la riqueza del conocimiento matemático de los niños pequeños, pues encontraron un alto grado de sistematicidad incluso en el conteo de los más pequeños (2-3 años de edad). Los datos que manejaron provenían de dos fuentes de información: los "experimentos mágicos" y las grabaciones en vídeo de múltiples ensayos de conteo.

En los "experimentos mágicos" pretendían estudiar la capacidad de los niños para razonar sobre el número, en concreto, comprobar si discriminaban las transformaciones numéricamente relevantes (añadir o quitar elementos) de las irrelevantes (p.e., cambio de identidad o desplazamientos de los objetos)[2]. El procedimiento, que estaba inspirado en juegos típicos de trileros[3], constaba de dos fases. La primera se extendía a lo largo de diez u once ensayos y servía para que los niños se familiarizasen con la tarea y sus características. Se presentaban dos platos (p.e., uno con dos objetos y el otro con tres, o uno con tres elementos y el otro con cinco) y el experimentador designaba a uno de ellos como "el ganador" y al otro como "el perdedor" simplemente señalándolos, pero sin hacer ninguna alusión al número o cantidad. A continuación se tapaban los platos con botes y se intercambiaban de lugar. Seguidamente, se pedía a los niños que adivinasen dónde estaba "el ganador" y que lo destapasen para ver si su elección había sido correcta. El investigador ofrecía a los niños retroalimentación sobre sus respuestas y, en algunas ocasiones, pedía que las justificaran.

La segunda parte comenzaba cuando el "plato ganador" sufría transformaciones consistentes bien en modificar la distribución espacial de los elementos, bien en cambiar su identidad o color, bien, finalmente, en añadir o sustraer objetos. Las transformaciones se

[2] En el capítulo anterior se ha hecho referencia a varios estudios de este tipo.

[3] En inglés se denominan *Shell-games*. No existe traducción exacta en castellano, pero se refiere a los tradicionales juegos de trileros en los que hay que encontrar la bolita escondida bajo un cubilete.

realizaban sin que los niños pudieran percatarse de ello y, ya ejecutadas, se continuaba removiendo los platos. A continuación, los participantes debían averiguar dónde se hallaba el "ganador". Una vez que el plato había sido descubierto, tenían que contestar a varias preguntas, por ejemplo: *¿es ese el ganador?, ¿por qué?, ¿ha pasado algo?, ¿qué?*, *¿cuántos objetos hay ahora en los platos?, ¿cuántos había antes?* Aunque en un primer momento los "experimentos mágicos" no estaban destinados a evaluar la habilidad de contar, demostraron ser una tarea enormemente útil en este sentido, ya que el conteo aparecía espontáneamente sin que hubiera sido solicitado. Sin embargo, presentaban también algunas limitaciones, entre las cuales cabe destacar que el tamaño de los conjuntos empleados era relativamente pequeño (hasta cinco elementos). Por lo tanto, no se puede considerar una de las pruebas más apropiadas para examinar adecuadamente los distintos componentes del conteo (los cinco principios), ni tampoco su coordinación. Por este motivo, y con el objetivo de profundizar en el estudio de esta habilidad, Gelman y Gallistel (1978) analizaron las grabaciones en vídeo del conteo de los niños. En este caso, la tarea consistía en pedir a los niños que contaran o que estableciesen el valor cardinal ("cuántos había") de un conjunto de objetos (de dos a diecinueve elementos).

Los resultados llevaron a Gelman y Gallistel a defender que la experiencia de contar, presente desde muy temprano, era la responsable de la comprensión del número. De esta forma, el conteo adquirió un nuevo estatus como proceso cognitivo complejo, que implica la puesta en marcha de cinco principios: (1) correspondencia uno a uno (hay que asignar una única etiqueta a cada elemento); (2) orden estable (las etiquetas empleadas tienen que ser únicas y su orden debe ser el mismo en los sucesivos conteos); (3) cardinalidad (la última etiqueta empleada tiene un significado especial, ya que designa al valor cardinal del conjunto); (4) abstracción (se pueden aplicar los tres principios anteriores a cualquier colección de objetos) y (5) irrelevancia del orden (el orden en que se cuentan los elementos no afecta al valor cardinal del conjunto). El análisis de la comprensión que tienen los niños de cada uno de estos cinco principios permite determinar su conocimiento sobre la habilidad de contar con mayor exactitud, pues pueden haber adquirido unos y no otros. Igualmente, como todos los principios no se manifiestan al mismo tiempo, su análisis pormenorizado proporciona acceso a los distintos procesos cognitivos implicados en la adquisición del conteo (Gelman y Gallistel, 1978).

Desde entonces, y debido al interés despertado por este nuevo planteamiento, no han cesado de proliferar las investigaciones en torno a esta habilidad. Como se tendrá ocasión de comprobar a lo largo del presente capítulo, algunas de ellas se centraron en el proceso de desarrollo de cada uno de los principios (entre otros, Fuson, 1988; Fuson, Richards y Briars, 1982; Bermejo y Lago, 1990; Baroody, 1984, 1993, acerca de correspondencia uno a uno, orden estable, cardinalidad e irrelevancia del orden, respectivamente).

Otras han favorecido la aparición de dos visiones bien diferenciadas sobre el proceso de la adquisición del conteo: "principios primero vs. principios después" que, aún hoy, siguen siendo objeto de intenso debate (ver, por ejemplo, Le Corre et al., 2006). Del mismo modo, hay que destacar también los modelos sobre el desarrollo y representación del conteo (p.e., Gelman y Greeno, 1989; Greeno, Riley y Gelman, 1984; Siegler y Robinson, 1982; Steffe, von Glasersfeld, Richards y Cobb, 1983).

Muy brevemente, Greeno et al. (1984) o Gelman y Greeno (1989) propusieron dos modelos para intentar representar la comprensión infantil del conteo. Establecieron tres tipos de conocimiento o competencias: conceptual, de procedimiento y de utilización. La primera se refiere al conocimiento de los principios y permite planificar los pasos necesarios para llevar a cabo el conteo a través de esquemas de acción. La de procedimiento hace referencia a la relación entre las metas fijadas y las actuaciones necesarias para alcanzarlas. Por último, la de utilización consiste en la capacidad de combinar las características de la tarea con los objetivos establecidos durante la planificación.

A lo largo de varias décadas, la polémica sobre cuál de las competencias (si la conceptual o la procedimental) se desarrolla primero ha marcado las investigaciones en torno a la habilidad de contar. Esto ha dado lugar a dos posturas opuestas. Por un lado, los partidarios del modelo "principios después" (la competencia procedimental precede a la conceptual), consideran que la adquisición del conteo se produce como resultado del aprendizaje mecánico o memorístico, principalmente por observación, de una serie de hábitos a partir de los cuales se inducen los principios del conteo (p.e., Baroody y Ginsburg, 1986; Briars y Siegler, 1984; Frye, Braisby, Lowe, Maroudas y Nicholls, 1989). Por el contrario, otros autores postulan la existencia de una comprensión innata e implícita de los principios del conteo que guía su adquisición (modelo "principios primero", esto es, la competencia conceptual antecede a la procedimental) (p.e., Cordes y Gelman, 2005; Gelman y Gallistel, 1978; Gelman y Meck, 1983, 1986).

Recientemente, ha surgido una postura intermedia que pretende conciliar estas dos posiciones ("modelo interactivo o simultáneo", ver Baroody, 1992b; Baroody, Lai y Mix, 2006). En general, este modelo predice que, inicialmente, el conocimiento de los conceptos y procedimientos es incompleto y que ambas competencias se desarrollan conjunta y simultáneamente, de manera que el progreso de una de ellas provoca avances también en la otra. Así, en un primer momento, el procedimiento de conteo puede ser algo meramente mecánico, pero su continua aplicación lleva al descubrimiento consciente de los principios. A su vez, este conocimiento de los principios conlleva mejoras en la ejecución del procedimiento que, de nuevo, vuelven a repercutir en la elaboración de los principios, y así sucesivamente (ver también, Rittle-Johnson y Siegler, 1998; Rittle-Johnson, Siegler y Alibali, 2001).

Finalmente, diversos autores se interesaron por el valor funcional del conteo (p.e., Bermejo y Lago, 1990, 1991; Muldoon, Lewis y Freeman, 2003, 2009) y otros han investigado la capacidad de los niños para diferenciar entre los aspectos esenciales y no esenciales del conteo (p.e., Briars y Siegler, 1984; Escudero, 2009; Escudero et al., 2010, 2011; Gelman y Meck, 1983, 1986; Kamawar et al., 2010; LeFevre et al., 2006; Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero, en revisión).

Antes de pasar a analizar detalladamente los trabajos más relevantes, nos detendremos en los principales métodos empleados para el estudio de esta habilidad.

## 2.1. Métodos de estudio del conteo

Las técnicas empleadas para investigar la comprensión del conteo en los niños se pueden agrupar en torno a dos grandes paradigmas: el de **producción** y el de **verificación**.

### Paradigma de producción

En general, en las tareas que se agrupan dentro de este paradigma se solicita a los participantes, aunque no siempre de manera explícita, que cuenten un conjunto de estímulos. Este tipo de pruebas permite obtener información valiosa tanto sobre los procedimientos usados por los niños, como sobre los errores que cometen durante su actuación.

La tarea de producción por excelencia, conocida como la ***tarea del cuántos*** (“***How many task***”), consiste en mostrar a los niños un conjunto de objetos (p.e., dibujos, figuras tridimensionales…) y preguntarles “*¿Cuántos hay?*”. Este interrogante se puede plantear antes de que el niño cuente, después o, en algunas ocasiones, en ambos casos (ver Frye et al., 1989).

A pesar de que esta tarea se ha utilizado frecuentemente, ha surgido cierto desacuerdo acerca de cómo interpretar y evaluar las respuestas obtenidas (Cordes y Gelman, 2005; Sarnecka y Carey, 2008). En este sentido, algunos autores consideran que la tarea sobreestima el conocimiento de los niños, pues se puede resolver con éxito simplemente repitiendo la última etiqueta empleada (regla de cardinalidad) sin que eso necesariamente implique un verdadera comprensión del principio de cardinalidad (p.e., Fuson, 1988). Por el contrario, otros afirman que lo infravalora, ya que algunos niños responden incorrectamente a la pregunta después de haber contado correctamente (Gelman, 1993; Greeno et al., 1984). En esta misma línea, señala Gelman (1993) que si bien la tarea de "***¿Cuántos hay?***" suscita fácilmente que los niños cuenten, no resulta adecuada para evaluar el principio de cardinalidad. En efecto, algunos niños espontáneamente repetían el cardinal después de haber contado (p.e., "hay 4 coches"), pero otros simplemente contaban (p.e., "1, 2, 3, 4") y cuando se reiteraba la pregunta "¿Cuántos hay?" volvían a contar una y otra vez, pensando que podían haberlo hecho mal.

Como consecuencia de las controversias surgidas en torno a esta tarea, se comenzaron a proponer una serie de pruebas alternativas para la evaluación del conteo. Una de las que más éxito ha tenido ha sido la ***tarea del dame*** ("***Give-N task***", ver Le Corre et al., 2006; Sarnecka y Carey, 2008; Wynn, 1990, 1992b). En concreto, se pedía a los niños que formaran un conjunto con un número determinado de elementos mediante indicaciones del tipo: "*¿puedes darme cinco…?*". Si los niños respondían de modo apropiado, en el siguiente ensayo se solicitaba la cantidad inmediatamente mayor (N+1). En otra versión de esta prueba, tenían que señalar, en lugar de crear, el conjunto que contenía el número de elementos requeridos ("***point-to-X task***", Wynn, 1990, 1992b). Así, se presentaban dos tarjetas que mostraban dos conjuntos con diferente cantidad de objetos (una de ellas con la cantidad X y la otra con X+1) para que dijeran cuál de ellas representaba "los X elementos".

Los estudios que emplearon estas dos tareas ("***Give-N task***" y "***point-to-X task***") comprobaron que los niños no podían crear ciertos conjuntos de objetos siguiendo las instrucciones, aunque fueran capaces de usar esos mismos numerales cuando contaban. En otras palabras, todos los niños podían contar, por ejemplo, hasta cinco, pero no todos sabían crear grupos de cinco objetos (Sarnecka y Carey, 2008; Wynn, 1990, 1992b).

No obstante, estas pruebas también han tenido sus detractores. Por ejemplo, Cordes y Gelman (2005) sugirieron que la ***tarea del dame*** era demasiado compleja. Desde su punto de vista, no resulta sencillo utilizar el cardinal para crear conjuntos debido a las excesivas demandas conceptuales y de utilización que conlleva (p.e., mantener el valor cardinal en la memoria, compararlo con el grupo formado, etc.).

Otro de los problemas que Gelman destaca (Cordes y Gelman, 2005; Gelman, 1993) se refiere a las limitaciones lingüísticas de los niños pequeños (entre los 30 y los 42 meses). Estas carencias de los participantes podrían conllevar que malinterpretasen las instrucciones dadas, como sucedía en la prueba del cuántos, lo que repercutiría negativamente en su rendimiento. Por este motivo, para intentar limitar la influencia de los aspectos pragmáticos del lenguaje, Gelman desarrolló en 1993 una nueva tarea: ***¿qué hay en la tarjeta?*** (“***What´s on this card?***” o “***WOC***”). Al plantear la pregunta de esta forma no se solicitaba explícitamente a los niños que contasen y, al mismo tiempo, se beneficiaban del interés que generaba en los más pequeños nombrar objetos, lo que aumentaba su implicación en la tarea. En concreto, mostraban a los participantes una serie de láminas que representaban entre uno y siete elementos y les preguntaba “¿qué hay en la tarjeta?”. Tras la contestación en el primer ensayo, en el que siempre se mostraba un único elemento (p.e., respuestas como “*a* bee” o “una abeja”), el investigador enfatizaba el uso del valor cardinal (p.e., “that´s right, *one* bee”[4] o “muy bien, una abeja”). De este modo, la tarea permitía al investigador conducir sutilmente la respuesta de los participantes al aspecto deseado (bien solicitando al niño que contara, bien preguntándole por el valor cardinal, por ejemplo, “*¿cómo sabes que hay* ___?”, “*¿puedes enseñármelo*?”, “*así que, ¿cuántas abejas son esas?*”). Además, Gelman comprobó que, a medida que se sucedían los ensayos, los niños mencionaban exclusivamente la cantidad de elementos sin hacer alusión al tipo de objetos (p.e., “*cuatro*”, “*cinco*”… en lugar de “*cuatro abejas*” o “*cinco abejas*”). Eso le llevó a afirmar que WOC era una tarea más sensible que las anteriores para medir las competencias numéricas tempranas de los niños pequeños.

**Paradigma de verificación**

La tarea de **detección de errores** se planteó como alternativa para reducir las demandas propias de las pruebas del paradigma de producción (Gelman y Meck, 1983, 1986). En esta prueba, los niños deben evaluar o juzgar la información que se les presenta, por lo que su objetivo es determinar la comprensión que tienen de los principios que subyacen a los procedimientos (Briars y Siegler, 1984).

La tarea de detección procede del ámbito de la psicolingüística y asume que los juicios de aceptabilidad (en este caso concreto acerca de la validez o adecuación de la estructura gramatical de varios tipos de frases novedosas) suponen una medida especialmente útil del conocimiento infantil sobre la gramática (p.e., Chomsky, 1968; Keil, 1981). De acuerdo con este planteamiento, las valoraciones correctas acerca de los enunciados novedosos reflejarían el dominio de los principios conceptuales, mientras que la producción de frases simplemente indicaría el recuerdo de lo escuchado previamente. Más allá del estudio del lenguaje, esta

[4] En este caso, se ha considerado apropiado incluir el texto en inglés para hacer más evidente el modo en que los autores resaltaban el aspecto cuantitativo de la tarea al diferenciar el artículo indeterminado “a” del determinante numeral “one”, términos que en español no se diferencian.

tarea ha demostrado sobradamente su validez en diversos ámbitos de la psicología, de ahí que muchos autores afirmen que constituye una herramienta esencial para descubrir las dificultades de los niños a la hora de resolver determinados tipos de pruebas (ver, por ejemplo, Jacques, Zelazo, Kirkham y Semcesen, 1999). Además, este tipo de procedimiento es el que mejor permite ahondar en la comprensión que tienen los niños de los diferentes componentes del conteo. De acuerdo con Greeno et al. (1984), la evaluación por parte de los niños de que un comportamiento es correcto o incorrecto con respecto a un principio, se trata de una importante fuente de información acerca de la comprensión conceptual que poseen.

Entre las ventajas del paradigma de detección de errores en el estudio de la habilidad de contar, Gelman y Meck (1983, 1986) destacaron que esta tarea resulta más asequible a los niños, porque no necesitan generar por sí mismos el conteo. En efecto, únicamente tienen que observar la actuación de otro, generalmente una marioneta, y decidir si se ajusta o no a las demandas de los principios. En el mismo sentido, esta prueba también presenta ventajas para el investigador ya que le permite modificar y manipular las situaciones de conteo presentadas a los niños. Así, a través de esta técnica se puede valorar la actuación o comprensión del niño en conteos novedosos o erróneos cuya evaluación mediante las tareas tradicionales de producción resultaría muy laboriosa, lenta o incluso inviable, pues nadie puede asegurar a priori que el niño vaya a contar de la manera determinada en la que está interesado el experimentador.

Para medir la comprensión conceptual que los niños tienen sobre la habilidad de contar, se han empleado varios tipos de ensayos en esta tarea: (a) *aciertos* o *conteos correctos convencionales*, en los que la marioneta efectuaba un conteo correcto siguiendo el modo convencional de izquierda a derecha; (b) *errores* en los que la marioneta transgredía los principios o las características esenciales del conteo (por ejemplo, saltarse algunos elementos o repetir otros) y (c) *pseudoerrores*, es decir, conteos correctos que se ajustaban a las demandas de los principios, pero convencionalmente atípicos pues se alejaban de la forma de contar usual (p.e., contar los elementos de modo no consecutivo, empezar a contar por el objeto situado en el centro de la hilera…).

Sin embargo, este método de estudio no se ha librado de ciertas críticas. La más reiterada es la que alude al "contexto social", es decir, que los niños no comprenden la situación experimental, lo cual significa que no son capaces de discriminar entre los diferentes tipos de ensayos. Lago (1992) intentó superar este argumento presentando a los niños una nueva tarea, "***la de enseñar***", que aspiraba a convertirse en alternativa a la detección de errores. En esta prueba, los niños enseñaban a contar a una marioneta ("Cuquín") para que lo hiciese "tan bien como ellos". Cuando los niños daban por concluida la explicación o demostración del procedimiento que creían correcto, la marioneta solicitaba información sobre algunos conteos en particular (todos ellos erróneos). Por ejemplo, después de que Cuquín hubiese terminado de contar un conjunto en el que había repetido varios elementos, preguntaba: "*¿puedo contar así?*, *¿por qué sí/no?*". Otro de los interrogantes que formulaba a los niños era: "*¿puedo empezar a contar por donde quiera?* (mientras señalaba elementos al azar)". No se realizaban las mismas preguntas a todos los niños, ya que las cuestiones dependían de la naturaleza de sus respuestas. Es justamente esta falta de estructuración la principal característica de la tarea. Gracias a ella, se puede tener acceso a sus concepciones acerca de los aspectos que son verdaderamente esenciales en el conteo y a los componentes que les acarrean mayor dificultad. Sin embargo y de acuerdo con los resultados de su investigación, Lago concluyó que esta tarea no podía sustituir con éxito a la de detección de errores, aunque sería muy útil como apoyo a la misma, ya que allanaba el camino para una mejor aplicación de la prueba de detección (p.e., haciendo más verosímil la historia de que la marioneta no sabe contar o identificando ciertas creencias de los niños que podrían contaminar los datos en la situación de detección).

Numerosas investigaciones han utilizado la tarea de detección de errores, aunque existen discrepancias en los resultados encontrados. Por tratarse este de un aspecto central en el trabajo que aquí nos ocupa, en el capítulo siguiente retomaremos y describiremos con detalle estos estudios.

### Otros métodos de estudio

Finalmente, otros estudios recurrieron a la ***tarea de transformación de conjuntos*** ("***Transform-Sets task***") y a la ***tarea de comparación de conjuntos*** ("***Compare-Sets task***") (Condry, Cayton y Spelke, 2002; Lipton y Spelke, 2003; Sarnecka y Gelman, 2004; Sarnecka y Lee, 2009, entre otros). La primera se basa en los mismos supuestos que los "experimentos mágicos", a los que nos hemos referido anteriormente, y su propósito consiste en comprobar qué tipo de transformaciones consideran los niños numéricamente relevantes. Los participantes observaban al investigador introducir una cantidad de objetos en una caja metálica y realizar una de las siguientes acciones: (a) agitar la caja; (b) girarla 360º; (c) añadir un objeto más o (d) quitar uno de los objetos que contenía. El niño debía decir cuántas cosas quedaban dentro de la caja: "*ahora, ¿cuántas lunas hay, 5 o 6?*" (Sarnecka y Gelman, 2004).

El objetivo de la ***tarea de comparación de conjuntos*** era evaluar si los niños asignaban la misma etiqueta a conjuntos numéricamente equivalentes. Para ello, los participantes debían juzgar si dos marionetas habían recibido la misma cantidad de elementos. Tras entregar a cada uno de los personajes un conjunto de elementos (cuya cantidad era idéntica en la mitad de los ensayos y diferente en la otra mitad), se preguntaba al niño si las dos marionetas "tenían lo mismo". Para evitar que los niños pudieran hacer una interpretación incorrecta de la pregunta, es decir, que su respuesta guardase relación con el tipo o clase del objeto más que con la cantidad del conjunto, se realizaban una serie de ensayos de prueba.

Los resultados hallados en las tareas de transformación y comparación de conjuntos no son congruentes entre sí. Sarnecka y Gelman (2004) consideran que esto podría deberse a algunas características de la tarea de comparación, como por ejemplo, el tipo de estímulos empleados en la misma.

## 2.2. Los cinco principios del conteo

Hoy en día existe un cierto consenso respecto a la validez de los cinco principios tal y como fueron descritos por Gelman y Gallistel (1978), así como la necesidad de que estos principios se apliquen para lograr conteos correctos. No obstante, como veremos a continuación, algunos investigadores han matizado algunas de las definiciones de los principios o han añadido nuevas explicaciones.

Asimismo, es preciso recordar que el marco teórico en el que se asientan Gelman y Gallistel sugiere que el conocimiento de los principios es la base para la adquisición de la habilidad de contar. Desde este punto de vista, este conocimiento suele ser implícito en los primeros momentos y, durante el proceso de desarrollo de esta habilidad, se hace explícito progresivamente. El análisis de los errores cometidos por los niños en sus ejecuciones (tanto en lo relativo a su cuantía, como en lo referido a su naturaleza y al lugar en el que aparecen) constituye una fuente de datos especialmente relevante para validar este progreso.

### Principio de correspondencia uno a uno

Siguiendo a Gelman y Gallistel (1978), el principio de correspondencia uno a uno implica la coordinación de dos procesos, el de partición y el de etiquetación.

La partición conlleva el mantenimiento, paso a paso, de dos categorías de elementos: los que ya han sido contados y los que aún faltan por contar. Los ítems deben ser transferidos, uno cada vez, de la primera a la segunda categoría mediante acciones físicas (como señalar o mover los objetos), o mentalmente (a través del seguimiento visual). En cuanto a la etiquetación, es preciso disponer de una serie de etiquetas, de tal forma que se asigne una a cada uno de los elementos del conjunto. Inicialmente, estos autores consideraron que los niños se ajustaban a los requisitos del principio cuando utilizaban tantas etiquetas diferentes como ítems había en el conjunto, no teniendo en cuenta la naturaleza de las mismas (por ejemplo, en conjuntos de dos elementos, contar "uno, dos", "dos, seis", "A, B" o "cuatro, uno" respetan el principio de correspondencia). Sin embargo, en el estudio realizado a partir de las grabaciones en video, adoptaron un criterio más estricto que exigía el uso de numerales.

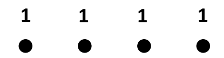
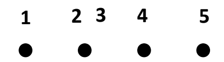
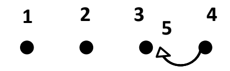
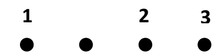
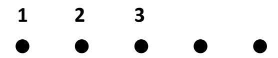
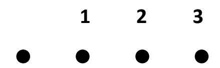
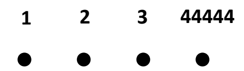
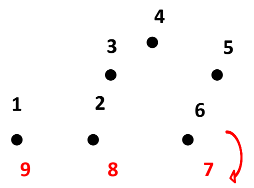
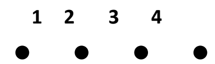
El análisis de los errores cometidos por los niños en sus experimentos, permitió a Gelman y Gallistel identificar los tipos de actuaciones erróneas que se reflejan en la Tabla 1.

Además, la información procedente de sus estudios les llevó a establecer varias conclusiones. En primer lugar, interpretaron la escasez de errores de etiquetación como prueba de la temprana comprensión por parte de los niños de que la aplicación correcta del principio de correspondencia uno a uno requiere el uso de diferentes etiquetas. En segundo lugar, partiendo del hecho de que los errores de partición con mayor tasa de ocurrencia fueron los de omisión y repetición, sugirieron que los niños también entendían muy pronto el proceso de partición. Si esto no fuera así, hubiesen llevado a cabo recorridos indiscriminados con avances y retrocesos en la etiquetación de los elementos de las muestras. Por último, consideraron los errores de coordinación como argumento a favor de que los fallos de los niños provenían de las demandas de ejecución, pero no de la falta de competencia o conocimiento del principio. Precisamente, es esta misma idea la que ha guiado sus trabajos posteriores destinados a contrastar empíricamente su modelo de conteo (p.e., experimentos de entrenamiento, Gelman, 1982a, o los de detección de errores, Gelman y Meck, 1983, 1986, para este principio en concreto). Los resultados de esos estudios pusieron de manifiesto, una vez más, que desde muy temprano los niños comprendían y aplicaban de forma adecuada el principio de correspondencia uno a uno, aunque no están exentos de polémica, como quedará patente en el capítulo siguiente.

Otra línea de trabajo que merece especial atención es la del grupo dirigido por Fuson (p.e., Fuson, 1988; Fuson y Hall, 1983; Fuson, Pergament, Lyons y Hall, 1985; Fuson, Secada y Hall, 1983). Estos autores también abordaron el concepto de número en términos de principios o componentes básicos y analizaron detalladamente los errores de los niños.

Tabla 1

*Descripción esquemática de la clasificación de errores de correspondencia uno a uno propuesta por Gelman y Gallistel (1978)*

| | | |
|---|---|---|
| Errores de ETIQUETACIÓN<br><br>(Muy poco frecuentes, independientemente del tamaño de los conjuntos) | Errores de repetición etiquetas. |  |
| Errores de PARTICIÓN<br><br>(Tasa de aparición más elevada que el tipo anterior. Se dieron, sobre todo, en conjuntos grandes). | A. Errores de repetición: uno o más elementos (situados hacia el centro del conjunto) se cuentan más de una vez. |  |
| | B. Errores en los que se vuelve hacia atrás para contar un objeto que ya había sido previamente contado. |  |
| | C. Errores de omisión de uno o más ítems (localizados en la zona intermedia de la muestra). |  |
| | D. Errores que consisten en considerar finalizado el conteo cuando todavía quedan elementos por contar. |  |
| Errores de COORDINACIÓN<br><br>(Los más comunes a la hora de aplicar el principio de correspondencia uno a uno). | A. Errores que suceden al principio del procedimiento (p.e, no etiquetar el primer elemento o hacerlo reiteradamente en lugar de continuar con los siguientes). |  |
| | B. Errores que ocurren al final del procedimiento, muy semejantes a los que se cometen durante el comienzo. |  |
| | C. Errores en los que se prolonga la etiquetación una vez que ya han sido contados todos los elementos del conjunto. Suelen ser típicos de los conjuntos distribuidos de forma aleatoria y, probablemente, indiquen que los niños no se han percatado de que ya no quedan elementos por contar. |  |
| | D. Errores de asincronía, donde la partición y la etiquetación no se producen simultáneamente. |  |

En concreto, Fuson (1988) realizó una conceptualización más compleja del principio de correspondencia uno a uno que la establecida por Gelman y Gallistel. Desde su punto de vista, hay que tener en cuenta que el conteo conlleva una correspondencia temporal-espacial entre las “palabras” (numerales) producidas en el tiempo, pero sin localización espacial, y los “objetos” situados en el espacio, aunque sin ubicación en el tiempo. La correspondencia se establece mediante los “actos de indicación” (generalmente, los señalamientos), que actúan como nexo de unión entre ambos niveles (palabra-objeto). Fuson afirmó que los errores cometidos por los niños podían tener lugar bien a nivel de la correspondencia temporal (numeral-señalamiento); bien a nivel de la correspondencia espacial (señalamiento-objeto) o bien en ambos niveles conjuntamente. Esta nueva clasificación de los errores (recogida en la Tabla 2) es más exhaustiva que la formulada por Gelman y Gallistel (1978) y permite la unificación de criterios para facilitar la comparación de los resultados obtenidos en los diversos estudios experimentales. Asimismo, hay que tener en cuenta que Fuson no consideraba que fuese necesaria la asignación de etiquetas únicas y diferentes a cada elemento a la hora de evaluar este principio, ya que entiende que este aspecto es más propio del principio de orden estable.

Fuson (1988) comprobó que a los niños de 3 a 6 años les resultaba más sencillo el establecimiento de la correspondencia temporal que la espacial. Precisamente, la baja ocurrencia de los errores temporales llevó a la autora a sugerir que los niños de estas edades ya dominaban segmentos de la secuencia convencional de numerales. Además, de sus resultados se desprende que los niños de 3 a 6 años pueden contar de forma organizada hileras grandes de objetos (de hasta treinta y cuatro elementos), a pesar de que, obviamente, la frecuencia de ensayos erróneos aumentaba a medida que lo hacía el tamaño de los conjuntos. Este resultado fue también ratificado años más tarde por Lago (1992) con niños de las mismas edades y por Carrasumada, Vendrell, Ribera y Montserrat (2006) con niños con necesidades educativas especiales.

Tabla 2

*Descripción esquemática de la clasificación de los errores del principio de correspondencia uno a uno propuesta por Fuson (1988)*

| | | |
|---|---|---|
| Errores en la CORRESPONDENCIA ESPACIAL | A. Omisión de elementos. | Señalamiento 1 2 3 4 |
| | B. Repetición de objetos. | Señalamiento 1 2 3 4 5 6 |
| | C. Señalar y etiquetar un lugar sin elementos. | Señalamiento 1 2 3 4 5 6 |
| Errores en la CORRESPONDENCIA TEMPORAL | A. No etiquetar algún objeto señalado. | Señalamiento 1 2 4 5 |
| | B. Asignar múltiples etiquetas a un elemento señalado una vez. | Señalamiento 1 2 3 4 5 6 |
| | C. Fraccionar una etiqueta en varios objetos señalados correctamente. | Señalamiento 1 2 “Tre es” 4 |
| | D. Etiquetar un lugar de la muestra sin elementos. | Señalamiento 1 2 3 4 5 6 |
| Errores DUALES | A. Señalar varias veces un objeto etiquetado una sola vez. | Señalamiento 1 2 3 4 5 |
| | B. Señalar varias veces un elemento sin etiquetarlo. | Señalamiento 1 2 3 4 |
| | C. Etiquetar un objeto sin señalarlo. | Señalamiento 1 2 3 4 5 |
| | D. Gesto rasante. | Señalamiento 1 2 3 4 5 6 7 8 |
| | E. Señalamientos indiscriminados. | Señalamiento 1 2 3 4 5 6 |
| Errores en los que se cuenta dos veces el mismo objeto, tras haber contado los que venían a continuación | A. Invertir el conteo para volver a contar un elemento ya contado. | Señalamiento 1 2 3 4 6 5 |
| | B. Recontar después de regresar a un objeto omitido. | Señalamiento 1 2 5 3 6 4 7 |

Un aspecto especialmente relevante en la correspondencia uno a uno tiene que ver, en palabras de Fuson (1988), con el “señalamiento” o los *actos de indicación*. Gelman y Gallistel (1978) plantearon que los señalamientos ayudaban a los niños a llevar a cabo la coordinación entre los procesos de etiquetación y partición. Observaron además que esta estrategia era muy común, pues los niños de distintas edades (de 3 a 6 años) la empleaban a la hora de contar, probablemente inducidos por las personas que les estaban enseñando. Unos años antes, Schaeffer, Eggleston y Scott (1974) habían propuesto que el acto de señalar servía para liberar capacidad de procesamiento, lo que favorecía la automatización del procedimiento de conteo.

Aunque en un primer momento los niños siempre señalan (o incluso desplazan) los elementos de la muestra al contar, poco a poco esta acción se va interiorizando. Paulatinamente pasan de tocar los objetos a señalarlos hasta que, finalmente, resulta suficiente seguirlos con la mirada. No obstante, este proceso gradual de interiorización puede conducir inicialmente a errores de conteo. De este modo, se puede encontrar fácilmente niños de 6 años que muestren peor rendimiento que los más pequeños, debido a que han comenzado este proceso de interiorización. También, ocasionalmente en tareas complejas, los niños mayores o incluso adultos que ya han interiorizado el acto de señalamiento pueden volver a utilizarlo.

En cuanto a las creencias de los niños respecto al acto de señalar, los datos hallados en el estudio de Briars y Siegler (1984) y en el de Lago (1992) indicaron que a la edad de 3-4 años lo consideran un requisito imprescindible para lograr conteos correctos. Sin embargo, esta idea tiende a desaparecer a partir de los 4-5 años, de modo que ya no importa el medio por el que la correspondencia se lleve a cabo, siempre que esta se cumpla.

Para concluir, es preciso recordar que, desde el punto de vista defendido por los autores aquí comentados, la correspondencia uno a uno se concibe de un modo sustancialmente diferente a los supuestos en los que se basaban, por ejemplo, las investigaciones piagetianas. Como se recordará, estas últimas estudiaban la correspondencia uno a uno como procedimiento de cuantificación relativa entre los elementos físicos de dos conjuntos para establecer comparaciones entre ellos (p.e., ¿en cuál hay más?). El nivel de abstracción implicado en la nueva concepción de Gelman y Gallistel es mayor, ya que durante el conteo los niños han de establecer la correspondencia entre una muestra de elementos físicos (p.e., manzanas) y otra de ítems abstractos (los numerales o las etiquetas empleadas). Además, en el contexto en el que nos asentamos, la correspondencia no es más que uno de los cinco componentes involucrados en el conteo.

**Principio de orden estable**

Este principio hace referencia a la lista de palabras empleadas para contar. Específicamente, indica que la secuencia empleada debe ser repetible (esto es, estable a lo largo del tiempo o los sucesivos conteos) y estar integrada por etiquetas únicas (es decir, no se puede emplear la misma etiqueta en más de una ocasión en un conteo).

Desde el punto de vista de Gelman y Gallistel (1978), no es preciso utilizar la lista convencional de numerales para cumplir los requisitos de este segundo principio. Afirman que otras secuencias de etiquetas pueden desempeñar este mismo cometido, por ejemplo, el alfabeto o las listas idiosincrásicas, a las que nos referiremos más adelante. Por todo esto, Gelman y Gallistel diferenciaron entre los "*numerons*" y los "*numerlogs*". Los *numerons* se refieren a cualquier tipo de etiquetas, independientemente de su naturaleza, que puedan utilizarse para enumerar objetos. El término *numerlog* únicamente se aplica a la lista de numerales de cada idioma.

Es bien sabido que en las civilizaciones antiguas como la griega o romana se utilizaron letras para designar números o cantidades (incluso en el idioma griego moderno se continua haciendo), y que actualmente el sistema de numeración hexadecimal, frecuentemente usado en el ámbito de la informática o la electrónica digital, combina el uso de los diez primeros dígitos (del 0 al 9) con las seis primeras letras (A, B, C, D, E, F). De igual modo, ni siquiera es necesario que la lista de etiquetas se emita verbalmente o que esté formada por palabras (de hecho, Gelman y Gallistel sugirieron que las etiquetas podrían ser incluso representaciones mentales, ver también Gallistel, 1989). Las series de gestos o configuraciones manuales pueden desempeñar la misma función, tal y como sucede en otras culturas (p.e., las tribus africanas de Kingra, Hehe o Nyatura, ver Gelman y Gallistel, 1978). Por ejemplo, Saxe (1981) explicó que los miembros de la tribu Oksapmin de Papúa Nueva Guinea utilizaban sus dedos y partes sucesivas de sus brazos y tronco superior como etiquetas de conteo (empiezan contando por el dedo pulgar de una mano y marcan hasta veintisiete lugares del cuerpo, para acabar con el dedo meñique de la otra). El estudio de Saxe sirvió para confirmar que, independientemente de que los sistemas de numeración varíen de una cultura a otra, los elementos que los constituyen siempre respetan dos criterios: el de especificidad y el del orden de la secuencia.

La conclusión que se desprende de todo lo anterior es que el principio de orden estable es neutral respecto a la naturaleza que debe tener la secuencia de etiquetas empleadas en el conteo (Gelman y Gallistel, 1978). No obstante, esta afirmación deja abierto un importante interrogante: si el principio de orden estable no requiere el uso de un determinado tipo de etiquetas para contar, ¿cómo aprenden los niños que se deben utilizar los numerales y no otra lista de palabras como los colores o las letras del alfabeto? La propia Gelman responde a esta pregunta cuando establece que dicho principio les sirve de guía para organizar los elementos del entorno e identificar los estímulos relevantes en el conteo. En otras palabras, el principio de orden estable - como uno los cinco componentes de la estructura mental, innata y de dominio específico, en los que se basa el modelo de conteo propuesto por Gelman y Gallistel - dirige la atención hacia los aspectos del contexto que deben ser seleccionados y atendidos, además de ayudar a los niños a clasificarlos de acuerdo con sus funciones. Siguiendo este planteamiento, las personas no poseemos un conocimiento innato de la lista convencional de numerales, pues obviamente dicha lista necesita ser aprendida, pero si los principios no condujeran este proceso su aprendizaje sería enormemente costoso y complicado (ver Gelman y Meck, 1986).

Las pruebas empíricas en las que se apoyan los autores para defender esta postura se refieren a tres comportamientos infantiles: (a) el empleo de listas idiosincrásicas, (b) las autocorrecciones de los niños en las secuencias que emiten durante los conteos y (c) la detección de algunos errores cometidos por otros (p.e., una marioneta) en contra de este principio.

Respecto al primer argumento, se denomina “idiosincrásica” a toda lista de conteo específica de un individuo en particular (es decir, que ha sido creada por él mismo) y que, por tanto, es diferente de la secuencia convencional de numerales. En sus estudios, Gelman y Gallistel (1978) encontraron que entre los 2 y los 5 años de edad era relativamente frecuente que los niños utilizasen esta clase de listas. El ejemplo típico que suele ilustrar este fenómeno es el de un niño de 2 años que espontáneamente usaba el alfabeto para enumerar los ítems de los conjuntos. También se consideran idiosincrásicas aquellas listas que si bien incluyen los numerales, no siguen el orden estándar o conllevan omisiones de algunos de sus elementos (p.e., 1-2-4-3 o 1-2-7-8). Es importante que estas secuencias sean empleadas por los niños consistentemente, a lo largo de diferentes ensayos, para que sean consideradas listas idiosincrásicas y no errores de conteo. A pesar de la importancia de las listas idiosincrásicas para demostrar la existencia de un principio que dirija este proceso, Gelman y Gallistel también señalaron que no son funcionales, ya que no sería posible comunicarnos o transmitir información acerca del valor cardinal de un conjunto si cada persona se valiera de una secuencia diferente para lograrlo.

La segunda prueba referida a las autocorrecciones llevadas a cabo por los propios niños queda patente en la descripción de la actuación de una niña de 3 años y medio ante una hilera de ocho objetos: “*Uno, dos, tres, cuatro, ocho, diez, once. No, pruebo otra vez. Uno, dos,* *tres, cuatro, cinco, diez, once. No pruebo otra vez. ¡Uno!, ¡dos!, tre-es-cuatro, cinco, diez, once. No* [este patrón de autocorrección continuó durante varios intentos más y terminó con el siguiente conteo] *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ¡once! ¡Uf!*". (Gelman y Gallistel, 1978, p. 93).

Finalmente, para ilustrar la tercera evidencia hay que acudir al estudio de detección de errores llevado a cabo por Gelman y Meck (1983). Presentaron a los niños conteos correctos estándar y varios errores que violaban el principio de orden estable en los siguientes aspectos: (a) se invertía el orden de los elementos de la secuencia de conteo (p.e., 1, 2, 4, 3, 5, 6), (b) se utilizaba un orden completamente aleatorio (p.e., 2, 1, 5, 3, 4) y (c) se omitían una o más etiquetas (p.e., 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9). Precisamente, encontraron que incluso los niños de 3 años reconocían como erróneos los ensayos en los que el orden de los numerales se invertía o se establecía al azar. Esto puso de manifiesto, por un lado, que cuanto más se alejaban los errores de la secuencia estándar convencional más fácil era para los niños detectarlos y, por otro, que los niveles de acierto descendían cuando los errores que debían juzgar eran similares a los cometidos por ellos mismos en sus propios conteos.

A pesar de estas explicaciones, la tesis de Gelman y colaboradores de que el principio de orden estable guía la adquisición de la secuencia de numerales no está exenta de críticas. Por ejemplo, Baroody (1986) señaló que ni el uso de la lista convencional ni el de las idiosincrásicas indican la existencia previa de dicho principio. Ambos comportamientos pueden deberse sencillamente a que los niños han aprendido, de manera mecánica, a aplicar esa secuencia cuando les solicitan que cuenten. Además, consideró que era necesario analizar exhaustivamente la naturaleza concreta de las repeticiones o alteraciones de la secuencia convencional, puesto que en determinadas ocasiones, como sucede con el olvido momentáneo de algún término, no se quebranta propiamente el principio de orden estable.

Destaca también el trabajo longitudinal de Fuson et al. (1982), que se centró en el proceso de adquisición y elaboración de la secuencia de numerales en niños de 2 a 8 años. Los autores diferenciaron varias etapas en el desarrollo de la comprensión y manejo de la misma. Puesto que la consolidación de la lista de conteo estándar es un proceso lento y complejo, establecieron que esas fases podían solaparse en algunos momentos (p.e., mientras el primer fragmento de la secuencia está en la fase de elaboración, pueden comenzar a adquirirse otros numerales posteriores).

Muy brevemente, durante la <u>fase de adquisición</u> se produce el aprendizaje de la secuencia convencional como un bloque compacto (o estructura global unidireccional) y los niños empiezan a utilizarla en los procedimientos de conteo. La adquisición de los veinte primeros numerales consiste, básicamente, en una tarea de aprendizaje serial y, a partir de ese momento, el aprendizaje del resto se basa en un patrón que se repite continuamente (las reglas de generación de numerales). En cambio, en la fase de elaboración se forman nexos entre los numerales previamente adquiridos. Esas nuevas conexiones se fortalecen hasta que la secuencia es concebida como una cadena asociativa, donde cada uno de sus términos sirve de referencia para recuperar el inmediatamente anterior o posterior. Esta fase transcurre a lo largo de los cinco subniveles descritos en la Tabla 3.

Posteriormente, Fuson (1988) añadió a esta propuesta la idea de que, en un primer momento, lo que verdaderamente comprenden los niños es que para contar hace falta una "lista especial de palabras de conteo". Por tanto, aún no entienden que cualquier secuencia estable y repetible puede desempeñar el mismo papel que los numerales. En este sentido se aproxima a la propuesta de Baroody (1986), ya que afirma que el empleo de las listas de numerales[5] no confirma la existencia del principio de orden estable.

Tabla 3

*Subniveles de la Fase de Elaboración de la secuencia de numerales establecidos por Fuson et al. (1982)*

| Nivel | | Descripción |
|---|---|---|
| 1 | Nivel de hilera (*string level*) | Se emiten los numerales ordenadamente, pero aún no han sido objeto de reflexión por parte de los niños. |
| 2 | Nivel de cadena irrompible (*unbreakable chain level*) | Se inicia el proceso de diferenciación de los numerales. Aunque la secuencia sigue siendo unidireccional, son capaces de contar hasta un numeral dado. |
| 3 | Nivel de cadena fragmentable (*breakable chain level*) | Es posible comenzar el proceso de conteo desde cualquier lugar de la secuencia, sin necesidad de que sea el primer elemento ni de que sea emitida en bloque. |
| 4 | Nivel de cadena numerable (*numerable chain level)* | Conlleva un mayor grado de abstracción de los numerales, ya que se convierten en unidades susceptibles de ser contadas. |
| 5 | Nivel de cadena bidireccional (*bidirectional chain level*) | Implica el conocimiento pleno de la secuencia, lo que permite su utilización en ambos sentidos (creciente y decreciente). |

[5] Fuson (1988, Fuson et al., 1982) alude en este caso tanto a las emisiones de la secuencia convencional estándar como a las listas idiosincrásicas. Para ella, estos "fragmentos estables no convencionales" son los típicos resultados ocasionados por la tarea de recuerdo serial. Es decir, son provocadas bien por el olvido, bien por la alteración del orden de los elementos al recuperarlos (listas con los numerales en el orden correcto aunque con omisiones y listas con el orden de algunos numerales invertido).

Resultados similares han sido encontrados en estudios posteriores. Por ejemplo, el interesante trabajo de Saxe, Becker, Sadeghpour y Sicilian (1989) demostró que los niños tardaban bastante tiempo en ser conscientes de que los símbolos del conteo son convenciones arbitrarias. Más específicamente, los niños pequeños solo aceptaban como formas adecuadas de contar las que incluían la secuencia convencional de numerales. Del mismo modo, más recientemente Dopico, Escudero, Solbes y Callejas (en preparación) han observado que para los niños de 3 años de edad la característica más saliente del conteo es el uso de "palabras numéricas", sin importar, en un primer momento, ni el establecimiento de la correspondencia numeral-objeto ni el orden estable de dichas palabras. En esta etapa los niños equiparan el conteo con la mera recitación de la lista numérica y, por tanto, ninguna otra acción se ve como necesaria.

Teniendo en cuenta estos resultados, parece que, si bien la utilización de la secuencia convencional de numerales no es imprescindible para satisfacer las imposiciones del principio de orden estable, los niños - al menos en nuestra cultura - se percatan del carácter especial de las palabras numéricas muy pronto. El hecho de que estén presentes en multitud de juegos, canciones o libros infantiles, además del refuerzo social que los niños reciben cuando los utilizan en estas situaciones (o en otro tipo de actividades rutinarias) son aspectos fundamentales en el proceso de adquisición de la secuencia convencional de numerales (ver también Mix, Sandhofer y Baroody, 2005).

Sin embargo, los niños suelen cometer errores a la hora de utilizar la secuencia numérica. Gelman y Gallistel (1978) no describieron detalladamente los fallos observados en relación al principio de orden estable porque su incidencia fue muy baja en sus estudios: más del 80% de los niños de 3 años y más del 90% de los de 4 y 5 años seguía el principio, aunque la probabilidad de cometer fallos aumentaba a medida que lo hacía el tamaño de la muestra que tenían que contar. Probablemente esto se debía a que se requería el uso de etiquetas de conteo que los niños de esas edades aún no conocían. El estudio de Lago (1992) proporcionó datos interesantes a este respecto, lo que le permitió categorizar los errores en el principio de orden estable tal y como aparecen recogidos en la Tabla 4. Asimismo, Lago prestó especial atención al error de reciclaje porque observó que, en los conjuntos de mayor tamaño, los niños preferían emplear de modo repetitivo toda o parte de su secuencia de conteo a inventarse nuevas etiquetas. Posiblemente, esto era debido a que les suponía menos demandas cognitivas emitir de modo iterativo las etiquetas ya conocidas que idear otras nuevas.

Tabla 4

*Descripción de las categorías de errores de orden estable siguiendo el estudio de Lago (1992)*

| Nombre | Descripción | Ejemplo |
|---|---|---|
| Invención de elementos | Contar correctamente hasta cierto número y, al no saber continuar, inventarse los siguientes. | "1, 2, 3,…19, decidiez, diez y once, diez y doce…" |
| Reciclaje | Consiste en emplear de modo iterativo toda o parte de la secuencia de conteo que normalmente utilizan. A su vez, puede ser de tres tipos:<br>(a) Se repite toda la secuencia de conteo.<br>(b) Emplean solo la zona inicial.<br>(c) Utilizan únicamente la parte final de su lista de numerales. | <br><br><br>"1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6"<br>"1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 2, 3, 1, 2, 3"<br>"1, 2, 3,…8, 9, 6, 7, 8, 9, 6, 7, 8, 9…" |
| Omisión intradecena | Se omiten uno o varios numerales referidos a una misma decena. | "1, 2, 3,… 10, 11, 13, 14, 15…" |
| Conexión intradecena | Se produce un salto de numerales dentro de la misma decena. | "1, 2, 3,… 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 19" |
| Repetición intradecena | Se repiten uno o varios numerales pertenecientes a la misma decena. | "1, 2, 3,…, 12, 13, 14, 14, 15…" |
| Conexión interdecena | El salto de numerales tiene lugar al cambiar de decena. | "1, 2, 3,…17, 18, 19, 40, 41, 42,…" |
| No utilización de numerales | Se emplean otro tipo de etiquetas no numéricas. | "1, 2, 3 y este, este y este" o "azul azul, azul,…" |

Finalmente, varios estudios han demostrado que el aprendizaje de los numerales no resulta igual de fácil (o de difícil) en todos los idiomas (ver Guberman, 1999). Así, Song y Ginsburg (1988) observaron que, en la mayoría de las lenguas, los numerales hasta el 100 se forman a partir de la combinación de tres reglas: (a) una relativa a la denominación de las unidades, (b) otra para los nombres de las decenas y (c) la regla referida a los patrones de combinación de las anteriores para producir números mayores. Este patrón lógico es típico de idiomas como el chino, el japonés o el coreano. En otros casos (como el inglés o el castellano) encontramos irregularidades que complican un poco más el proceso de adquisición. En concreto, en castellano los números hasta el quince no siguen ningún patrón definido, es decir, nada indica que detrás del diez vaya el once, ni el doce y así sucesivamente. Solo a partir del dieciséis la regla consistente en combinar el nombre de la decena ("diez y = dieci") con el de la unidad ("seis") queda patente. En inglés sucede algo similar, pues el criterio seguido para formar los números comprendidos entre el 13 y el 19 (con el sufijo "teen") es totalmente diferente a la regla por la que se generan el resto de numerales (p.e., thirty-one, forty-three,…). Como consecuencia de esta peculiaridad, los niños asiáticos suelen dominar el conteo antes que los niños americanos (ver Guberman, 1999 para una revisión).

Concluimos este apartado recordando a los lectores que la recitación correcta de la secuencia convencional de numerales no es más que uno de los aspectos involucrados en el conteo. Por tanto, no es necesariamente un buen indicador de la comprensión que tienen los niños de esta noción. Asimismo, la mayoría de las investigaciones realizadas a este respecto han tenido lugar con niños anglosajones o asiáticos, por lo que debemos ser precavidos a la hora de generalizar los resultados obtenidos.

**Principio de cardinalidad**

Este principio estipula que la última etiqueta empleada en el conteo tiene un valor especial, ya que no solo designa a ese elemento, sino que también representa una propiedad del conjunto como un todo, esto es, el número de ítems que lo componen (su valor cardinal: *numerosity*). Si tenemos en cuenta que para determinar la cantidad de elementos de una colección es necesario asignar a cada uno de los objetos un numeral (o *numeron*) siguiendo un orden estable, el principio de cardinalidad se asienta en que se hayan respetado convenientemente los principios de correspondencia uno a uno y orden estable. De ahí que Gelman y Gallistel (1978) asumieran que la comprensión de la cardinalidad se desarrollaba más tarde que los dos principios anteriores.

En concreto, Gelman y Gallistel consideraban que los niños seguían el principio de cardinalidad cuando manifestaban uno de estos cuatro comportamientos: (a) repetían la última etiqueta de la secuencia de conteo, (b) ponían énfasis o entonación especial en la etiqueta final, (c) no volvían a contar un conjunto mostrado previamente y respondían espontáneamente con el cardinal obtenido la vez anterior y (d) respondían directamente con un valor cardinal a la pregunta del "¿cuántos?", sin haber contado en alto la colección de objetos. Los autores eran conscientes de que algunos de estos criterios podían ser un tanto problemáticos, sobre todo el segundo y el cuarto. En cuanto a este último, en las grabaciones en vídeo observaron que, a pesar de pedir a los niños que contasen, muchos de los participantes de 5 años no lo hacían en los conjuntos pequeños (entre dos y cuatro elementos) y respondían directamente con el valor cardinal. Calificar tal respuesta como evidencia de la comprensión del principio de cardinalidad implicaba, por un lado, asumir que los niños habían contado mentalmente y, por otro, descartar que lo hubieran logrado vía *subitizing*. Igualmente, la probabilidad de emplear correctamente este principio disminuía a medida que lo hacía la edad de los niños y a medida que aumentaba el tamaño de los conjuntos. A partir de los resultados de sus estudios, Gelman y Gallistel concluyeron, en primer lugar, que a los dos años y medio de edad los niños ya sabían que la última etiqueta representaba el valor cardinal del conjunto y, en segundo lugar, que este conocimiento se podía manifestar de diversas maneras que se iban perfeccionando a lo largo del tiempo. Sugirieron que el énfasis en el último numeral emitido podía ser la forma más sencilla que los niños pequeños tenían de demostrar que eran conscientes del estatus especial de la última etiqueta, por lo que podría constituir la etapa inicial en la comprensión del principio de cardinalidad.

Años más tarde, Gelman y Meck (1983) también emplearon la tarea de detección de errores para estudiar este principio. En esta ocasión, los errores cometidos por la marioneta afectaban únicamente a la cardinalidad (en ningún caso a la correspondencia uno a uno o al orden estable) y eran de tres tipos: (a) decía el número inmediatamente posterior al obtenido en el conteo (p.e., si ha contado hasta cinco, respondía "seis"), (b) contestaba con el número inmediatamente anterior al logrado en el conteo (p.e., "cuatro", si continuamos con el ejemplo anterior) y (c) respondía con alguno de los atributos de los elementos del conjunto (p.e., el color o el nombre de los objetos). La mayoría de los niños detectaban estos errores (el porcentaje de éxito fue del 85% y del 99% en los niños de 3 y 4 años de edad, respectivamente) y no solo sabían que la marioneta había respondido mal a la pregunta de cardinalidad (*¿cuántos hay?*), sino que también eran capaces de corregir el error. Para Gelman y Meck, estos datos apoyaban la hipótesis sobre el conocimiento implícito de los principios que, justamente, son los que guían el aprendizaje. Asimismo, avalan la idea de que el proceso que subyace al desarrollo del conteo se basa en el perfeccionamiento de estas habilidades más que en la adquisición o surgimiento de nuevos principios (ver también Wilkinson, 1984).

Sin embargo, Frye et al. (1989) consideraron que los datos de Gelman y Meck (1983) no aseguraban una comprensión genuina de la cardinalidad en los niños. De hecho, afirmaron que los niños pequeños podían reconocer fácilmente los errores al percatarse de que la marioneta no respondía con el último numeral emitido para responder a la pregunta "*¿cuántos hay?*", pero eso no garantizaba que entendieran el verdadero significado de la misma. Varios autores habían planteado esa misma posibilidad. Así, Fuson y colaboradores (p.e., Fuson y Hall, 1983; Fuson et al., 1985) diferenciaron entre la "regla de cardinalidad" ("*last-word rule hypothesis*") y el "principio de cardinalidad". Este modelo defendía una secuencia evolutiva con dos niveles en el proceso de adquisición de este principio. Los niños que se encuentran en el primer nivel se basan en una regla puramente mecánica, denominada "regla del cuántos", que les lleva a aceptar las respuestas de cardinalidad siempre que se repita el último numeral usado (sin tener en cuenta el procedimiento de conteo seguido). Los que han alcanzado el segundo nivel (principio de cardinalidad) reconocen que ese último numeral hace referencia al conjunto como un todo.

Más tarde, Bermejo y Lago (1990) analizaron con más detalle la comprensión del principio de cardinalidad en niños preescolares e identificaron una serie de pasos evolutivos que aparecen descritos en la Tabla 5.

Tabla 5

*Etapas en el proceso de adquisición del principio de cardinalidad (Bermejo y Lago, 1990)*

| Etapa | | Comportamiento típico |
|---|---|---|
| 1 | Incomprensión de la situación y respuesta al azar | Responder a la pregunta de cardinalidad con cualquier numeral diferente del último, con cuantificadores del tipo “muchos”, “pocos”, etc., o entregar siempre todos los objetos cuando se les solicitan distintas cantidades en la “prueba del dame”. |
| 2 | Repetición de la secuencia de conteo utilizada | Emitir de nuevo la misma secuencia de conteo, aunque sin hacer referencia a los objetos. |
| 3 | Volver a contar | Volver a contar estableciendo otra vez la correspondencia entre los elementos y los numerales. |
| 4 | Aplicación de la regla del cuántos | Contestar mecánicamente con el último numeral de la secuencia, independientemente del procedimiento de conteo seguido. |
| 5 | Responder con el numeral mayor de la secuencia de conteo, sea o no el último de la secuencia | Por ejemplo, en una situación en la que se realiza un conteo inverso (hacia atrás), responder con el primer numeral emitido en lugar de con el último. |
| 6 | Respuesta correcta de cardinalidad | Poseer plena comprensión de que ese término representa a todo el conjunto y no conformarse con la mera repetición del último - o primer - numeral. |

Posteriormente, Lago (1992) también identificó los errores que los niños (de 3 a 6 años) cometían en sus ejecuciones de conteo respecto al principio de cardinalidad. La totalidad de los fallos fueron efectuados por los dos grupos de menor edad. Algunos de los más frecuentes fueron: mostrar incorrectamente algunos dedos de la mano, repetir siempre el mismo numeral (normalmente elegido al azar) y emitir el penúltimo elemento de la secuencia o el número inmediatamente siguiente.

Otra de las propuestas de Gelman y Gallistel (1978) que también han dado lugar a una fuerte polémica se refiere al efecto del tamaño de los conjuntos en la *tarea del cuántos* y a la relación de dependencia entre conteo y cardinalidad.

En cuanto a la primera, si bien Gelman y Gallistel (1978) habían encontrado que las respuestas correctas de cardinalidad disminuían en las colecciones de mayor tamaño, otros trabajos como el de Fuson et al. (1985), Lago (1992), Wilkinson (1984) y Wynn (1990) coincidían en que la probabilidad de contestar a la pregunta sobre el valor cardinal (en esta misma tarea) no se veía afectada por el tamaño de los conjuntos. Algunos autores (p.e., Fuson 1988) atribuían esa diferencia al momento en que se efectuaba la pregunta de cardinalidad. En efecto, Gelman y Gallistel formulaban la pregunta antes de que los niños iniciasen el conteo, lo que podía haber favorecido que la hubiesen olvidado al finalizar el mismo. Con el fin de profundizar en este aspecto, Frye et al. (1989) estudiaron el efecto de la localización de la pregunta (antes, después o antes y después del conteo) en las respuestas de cardinalidad y también modificaron su formulación ("*¿cuántos objetos hay aquí*?", o "*¿hay aquí___ objetos*?" o, "*por favor, dame ___ objetos*") para discriminar entre las contestaciones basadas en la regla de las asentadas en la comprensión del principio. En general, comprobaron que las respuestas de cardinalidad de los niños variaban en función del tipo de pregunta realizada. Mientras que la típica cuestión "*¿cuántos hay*?" fue la más sencilla para ellos, la instrucción "*por favor, dame___ objetos*" resultaba más difícil. Asimismo, la ubicación temporal de la pregunta afectaba al rendimiento de los niños pues, aunque no se observaba ningún efecto en la condición del "*dame___*", empeoraba cuando los interrogantes "*¿cuántos hay*?" y "*¿hay___*?" se planteaban antes del conteo. De acuerdo con Frye et al., formular la pregunta antes de que los niños empiecen a contar supone aumentar las demandas de la tarea, ya que tienen que tener presente por qué están contando mientras cuentan todos los elementos. Además, también resultaron de sumo interés los hallazgos relativos a la complejidad inherente a las posibles preguntas de cardinalidad. Para responder correctamente en las situaciones del "dame" y a la cuestión "*¿hay aquí___ objetos*?" los niños necesitan comparar el número solicitado por el investigador con el obtenido en su propio conteo. Sin embargo, para superar con éxito la pregunta "*¿cuántos hay*?" basta con repetir el último numeral emitido.

Respecto a la relación entre conteo y cardinalidad, diversos trabajos no han validado este supuesto. Por ejemplo, en uno de los experimentos Frye et al. (1989) evaluaron si los niños admitían o no la opción de dar un cardinal después de un procedimiento de conteo erróneo. Encontraron que estos se limitaban a comprobar si la respuesta de cardinalidad se correspondía con el último numeral emitido en el conteo, sin tener en cuenta si era correcto o erróneo. Los autores interpretaron estos datos como prueba de la independencia entre conteo y cardinalidad.

Por el contrario, Wynn (1990) y más recientemente Freeman y colaboradores (Freeman, Antonucci, Lewis, 2000; Muldoon et al., 2003) hallaron indicios de la relación conteo-cardinalidad defendida por Gelman. En concreto, los resultados obtenidos en los estudios de Freeman indicaban que los niños no aplicaban la regla del cuántos indiscriminadamente, ya que rechazaban el valor cardinal cuando los conteos eran erróneos (aunque se ajustara a la regla de cardinalidad, es decir, la repetición de la última etiqueta de conteo) y ellos mismos ofrecían la respuesta adecuada. Concluyeron que los niños podían razonar sobre el modo en que el conteo afectaba a la cardinalidad, aunque para ello era necesario que previamente se hubiese producido un importante cambio conceptual en la comprensión del conteo.

El estudio que Karen Wynn realizó en 1990 también merece ser destacado aquí por la enorme influencia que continúa ejerciendo en multitud de investigaciones (en concreto, nos referimos a la perspectiva de los niveles de conocimiento, *knower-level account*, ya mencionada en el capítulo anterior). En este trabajo, niños de 24 a 42 meses de edad respondieron a la tarea *del cuántos* y la *del dame*. Encontró que únicamente algunos de los niños mayores comprendían la relación entre conteo y cardinalidad, es decir, recurrían al conteo para conseguir el número exacto de elementos que les había pedido el investigador en la prueba *del dame*. El resto de los participantes tendieron a entregar un montón de objetos o a coger los objetos de uno en uno para formar un conjunto con un número aleatorio de elementos. En función de estos comportamientos, Wynn denominó a los primeros niños “contadores” (“*counters*”) y a los segundos, “amontonadores” (“*grabbers*”).

Wynn sostenía que el conocimiento del principio de cardinalidad estaba íntimamente ligado al proceso de adquisición de los significados exactos de los numerales. En este sentido, comprobó que los niños identificaban las cantidades representadas por los números pequeños antes que las simbolizadas por los números mayores. Más concretamente, aprendían el significado de los numerales progresivamente, uno cada vez hasta que alcanzaban el “3”, momento a partir del cual se volvían capaces de generalizar que todos los numerales se refieren a una cantidad en particular, y que esta se puede averiguar contando.

Sin embargo, los resultados descritos en los estudios de casos de Benson y Baroody (2002) o Mix (2004b) no coinciden con los obtenidos por Wynn (1990, 1992b) en algunos aspectos. En primer lugar, demostraron que los niños manejaban los significados de los dos primeros numerales alrededor de su segundo año de vida o incluso antes, mientras que Wynn situó este conocimiento entre los 32 y los 36 meses. En segundo lugar, encontraron que el uso funcional de la palabra “dos” precedía a la del “uno”. Según Mix et al. (2005) estas discrepancias podían deberse a que las actividades cotidianas a las que se enfrentan los niños facilitan la comprensión (informal) de determinados numerales desde muy temprano aunque, de hecho, no sepan utilizar estas nociones en tareas más estructuradas.

Para finalizar, Gelman y Gallistel (1978) señalaron que el conteo era solo uno de los métodos con los que se puede determinar la cardinalidad de un conjunto (*numerosity*). Además, el hecho de que los niños emplearan este procedimiento para conocer la cantidad de elementos de una colección no significaba que comprendieran todas las propiedades involucradas en el concepto de número. En este sentido, algunos investigadores han sugerido que el *subitizing* podría ser el punto de partida que permite a los niños inducir los significados de los numerales y, por tanto, llegar a comprender el principio de cardinalidad (ver, por ejemplo, Sarama y Clements, 2009 o Wynn, 1990). En cualquier caso, las investigaciones en torno a este aspecto continúan en la actualidad ya que, como ha quedado patente en el capítulo anterior, aún quedan interrogantes por resolver respecto a las representaciones numéricas que tienen los niños.

Los tres principios descritos hasta ahora constituyen la estructura conceptual del conteo e indican cómo contar. En otras palabras, muestran el procedimiento a seguir para que el conteo sea una herramienta de cuantificación válida. Por esto, Gelman y Gallistel (1978) los denominaron ***principios procesuales*** (“*how-to-count*”). Además, la aplicación de estos tres principios sigue un orden jerárquico: el principio de correspondencia uno a uno, el orden estable y el de la cardinalidad.

Recientemente, dado el carácter cualitativamente diferente del tercer principio con respecto a los dos anteriores (p.e., Wynn, 1990 sugirió que la cardinalidad solo era relevante en el caso específico del conteo y no para otras actividades, como realizar emparejamientos o recitar listas ordenadas), autores como Muldoon y colaboradores (2003) han propuesto que este principio debería ser tratado más como un “*why to count principle*” (por qué contar) que como un *how-to-count*.

Los dos principios restantes (abstracción e irrelevancia del orden), de los que hablaremos a continuación, amplían y flexibilizan el rango de condiciones bajo las que se pueden usar los tres primeros, de ahí que se conozcan como ***principios de flexibilidad*** (*permissibility principles*, Gelman y Meck, 1986).

**Principio de abstracción**

Este principio establece que los principios procesuales pueden aplicarse a cualquier colección de entidades: físicas o no físicas, reales o imaginarias. Ha recibido varios nombres como el *principio de qué contar* (*what-to-count principle*, Gelman y Gallistel, 1978) o el *principio de la irrelevancia de los ítems* (*item indifference*, Gelman y Meck, 1986).

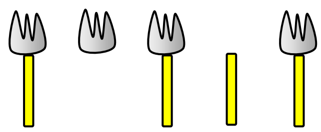
Cumplir con este principio exige, según Gelman y Gallistel, que los niños traten los elementos que tienen que contar (independientemente de si son homogéneos, heterogéneos, concretos, abstractos, secuencias de acciones o eventos) como "cosas".

Los trabajos encabezados por Gelman presentaban pruebas a favor de la idea de que el conocimiento del principio de abstracción se manifiesta desde muy temprano. Por ejemplo, Gelman y Gallistel (1978) o Gelman (1980), en el conocido estudio en el que solicitaba a niños de 3 y 4 años que contaran todo lo que había en una habitación, observaron que los niños no solían poner restricciones respecto a las colecciones que podían ser contadas. Del mismo modo, Gelman y Tucker (1975) también encontraron que los cambios en la identidad o color de los objetos no afectaban a la precisión del conteo y que los niños aplicaban este procedimiento a colecciones de composición muy diversa.

Siguiendo una línea similar, Wynn (1990) evaluó la habilidad de niños de 30 a 42 meses de edad para generalizar el procedimiento de conteo. Para ello, comparó su rendimiento en contextos familiares (p.e., contar objetos) y en contextos no familiares (p.e., contar sonidos o acciones). Los resultados mostraron que la mayoría de los participantes más jóvenes podían contar los conjuntos de sonidos o acciones, a pesar de que estas colecciones les resultaban más difíciles que las situaciones habituales. Esto le llevó a sugerir que desde muy temprano los niños desarrollan una representación abstracta y generalizable del procedimiento de conteo, que les permite utilizarlo en diferentes contextos, aunque no necesariamente con la misma facilidad o precisión en todos ellos.

Por el contrario, Shipley y Shepperson (1990) hallaron ciertas limitaciones en lo que los niños podían contar. Concretamente, llevaron a cabo una serie de ocho experimentos en los que modificaban no solo la naturaleza de los ítems presentados (homogéneos, heterogéneos, familiares, novedosos, completos o partidos), sino también el valor cardinal requerido. A modo de ilustración, en uno de esos experimentos los investigadores mostraban a niños de 3 y 4 años una hilera formada por tres objetos intactos y un objeto partido en dos mitades. Las preguntas que realizaban eran específicas ("*¿puedes contar los tenedores?*") o generales ("*¿puedes contar estas cosas?*") (ver Figura 11). En otras ocasiones, cuando las colecciones eran heterogéneas, se cuestionaba a los niños acerca del número de clases que había en el conjunto (p.e., *¿cuántas clases diferentes de juguetes tengo aquí?*).

En general, incluso los niños de 6 años manifestaban un fuerte sesgo a tratar cada objeto discreto como una entidad contable separada, independientemente de la instrucción recibida (en los dos casos anteriores contaban todos los elementos y respondían que había cinco tenedores/cosas). En otras palabras, concebían las partes de los objetos y los objetos completos como unidades equivalentes. Esto pone de manifiesto un sesgo hacia los objetos físicos discretos que constituye una disposición de carácter general más básica que el principio de abstracción. Sugirieron también que los principios descritos por Gelman y Gallistel podían subdividirse en componentes más elementales que, además de servir de guía en el aprendizaje de los principios del conteo en sí mismos, también son útiles en otro tipo de actividades cognitivas.



1. *¿Puedes contar los tenedores?* (Pregunta de cardinalidad específica)
2. *¿Puedes contar estas cosas?* (Pregunta de cardinalidad general)

*Figura 11.* Adaptación esquemática de la condición "homogénea-familiar" del primero de los experimentos descritos en Shipley y Shepperson (1990)

Más adelante, Sophian y Kailihiwa (1998; ver también Sophian, 1988, 2008) retomaron el estudio del concepto de unidad desde una perspectiva bien distinta, considerando el conteo como una forma de medición y no solo como un mero cuantificador. El punto de partida era que la selección de una unidad de medida es esencial, puesto que todo procedimiento de conteo, independientemente del propósito con el que se realice, lleva implícita la necesidad de escoger alguna unidad previamente. A pesar de que lo más habitual es que las unidades de conteo se correspondan con los objetos físicos, no siempre tiene por qué ser así (ver Figura 12).

En función de la unidad de conteo elegida, podemos establecer varios cardinales diferentes para este conjunto:

*Hay 6 patines* | *Hay 3 pares de patines* | *Hay 24 ruedas*

*Figura 12.* Ejemplos de distintas unidades de conteo

El trabajo de estas autoras consta de tres estudios diferentes con el fin de determinar los cambios evolutivos que tienen lugar en el modo en que los niños definen las unidades de conteo. En el primero, adaptaron la tarea de "contar el número de clases vs. el número de individuos de cada clase" que Shipley y Shepperson (1990) habían empleado. Específicamente, enseñaban a los participantes (entre 4 y 6 años de edad) conjuntos heterogéneos formados por diferentes "familias" de animales y les preguntaban acerca de la cantidad de clases que había en la colección o por la cantidad de miembros que componían cada una de esas categorías ("*Ahora cuenta todos los perros/familias, ¿cuántos perros/familias hay?*"). En la misma línea que en el estudio de Shipley y Shepperson (1990), los niños de 4 años tendían a contar solamente los individuos independientemente de la instrucción recibida, aunque el rendimiento mejoraba sensiblemente con la edad.

En el segundo y tercer experimento se centraron en la habilidad de los niños para contar partes o segmentos de los objetos. Los estímulos fueron juguetes que se desmontaban en dos piezas (huevos de pascua de plástico). Algunos de estos juguetes se presentaban enteros y otros partidos, de manera que unas veces se pedía a los niños que contaran los elementos completos y otras que contaran el número de piezas o partes de los ítems. Los niños mostraron una gran consistencia en sus respuestas a lo largo de los sucesivos ensayos, ya que, especialmente los más jóvenes, tendían a repetir el mismo tipo de conteo sin tener en cuenta las instrucciones dadas por el investigador (p.e., considerar como unidad los juguetes completos, ignorando en algunos casos los partidos, o tratar como unidad de conteo los objetos físicos discretos, es decir, tanto los intactos como cada una de las mitades). Además, aproximadamente la mitad de los niños de 5 años adaptaban el procedimiento a seguir en función de lo que se les demandaba en cada momento. No obstante, muchos de ellos limitaban su conteo a los ítems que se correspondían exactamente con la unidad requerida (en la situación de contar los objetos enteros solo incluían los completos y en la de contar las piezas únicamente contaban las partes separadas). En general, los comportamientos observados en los niños pequeños coincidieron con los detallados por Shipley y Shepperson (1990). No obstante, según Sophian y Kailihiwa, las dificultades que los niños de 4 años tenían en la tarea no se debían exclusivamente a la presencia del sesgo hacia los objetos físicos discretos, ya que también eran capaces de concebir las partes de los elementos como unidades de conteo. De hecho, el sesgo de contar objetos físicos discretos no tenía tanto que ver con el "qué contar" como con el modo de establecer el tipo de unidad que debían usar durante el conteo. Desde su punto de vista, los errores de los niños podían estar provocados por la falta de comprensión sobre la relación entre el objetivo del conteo y la unidad de cuantificación/medida elegida. A este respecto, afirmaron que entre los 4 y los 5 años se producía un importante cambio evolutivo en el modo en que los niños perciben la unidad.

Finalmente, propusieron que el principio de abstracción restringe, en cierto modo, lo que se puede contar en cada caso. En efecto y conforme a este planteamiento, si tenemos en cuenta que todo conteo persigue un objetivo concreto de cuantificación, solo se podrá obtener el valor cardinal correcto si las unidades de conteo empleadas son equivalentes en ese contexto específico (por tanto, en ningún caso se puede modificar la unidad durante el procedimiento). De acuerdo con esta idea, en la práctica totalidad de los conteos efectuados por los niños se podía identificar una unidad de conteo común (p.e., solo los objetos completos, solo las piezas, o solo las cosas físicas).

Aunque este principio no ha despertado tanto interés en los investigadores como los tres anteriores, las pruebas empíricas disponibles no dejan de ser realmente interesantes. Para concluir, los resultados comentados hasta ahora hacen suponer que si bien los niños desde muy temprano son capaces de considerar cualquier tipo de estímulo (físico, imaginario, acciones, sonidos…) como una entidad susceptible de ser contada, tardan algún tiempo en comprender el concepto de unidad. De acuerdo con Sophian (2008), esta noción implica reconocer que el valor cardinal de una misma colección puede variar dependiendo de la magnitud de la unidad de conteo utilizada, lo que la hace inseparable de la comprensión del principio de cardinalidad. Es por ello que el concepto de unidad es fundamental en el desarrollo de la habilidad de contar, en particular, y del razonamiento matemático, en general.

**Principio de irrelevancia del orden**

La irrelevancia del orden indica que el orden en que se cuentan los elementos de un conjunto - siempre que se cumplan las demandas de los otros principios - no es relevante, de ahí que también se conozca como "*the doesn´t matter principle*" (el principio de "no importa"). Según Gelman y Gallistel, los niños actúan conforme a este principio si, consciente o inconscientemente, saben que: (a) cada ítem es una "cosa" y no un "1" o un "2", (b) las etiquetas de conteo son arbitrarias y se asignan temporalmente a los objetos y, lo más importante, (c) resulta siempre el mismo cardinal independientemente del orden seguido al contar los elementos.

Este último principio combina características de los cuatro anteriores, de ahí que para alcanzar la plena comprensión del mismo sea condición necesaria, pero no suficiente, poder aplicar correctamente los demás principios. La irrelevancia del orden requiere, además de saber explícitamente el principio de abstracción y los tres procesuales, conocer que gran parte del conteo es arbitrario. En los estudios de 1978, Gelman y Gallistel observaron que los niños, especialmente los de mayor edad, no solían prestar atención al orden seguido para contar las colecciones en los experimentos mágicos. Además, destacaron que algunos de sus participantes empezaban el conteo cada vez por un objeto distinto. Sin embargo, los autores no consideraron que estos datos fueran suficientes para asegurar que los niños comprendían el carácter arbitrario y temporal de las etiquetas. Por este motivo, desarrollaron la prueba del "no importa" ("*the doesn´t matter task*") con la que pretendían averiguar si los niños podían: (a) asignar distintas etiquetas al mismo elemento y (b) la misma etiqueta a diferentes elementos (la Figura 13 ejemplifica el procedimiento seguido). Los resultados mostraron que, si bien el rendimiento mejoraba significativamente con la edad, incluso algunos de los participantes de 3 años eran capaces de resolver correctamente esta prueba. Interpretaron estos comportamientos como prueba de que los niños pequeños (entre 3 y 5 años) cumplían con las demandas del principio de irrelevancia.

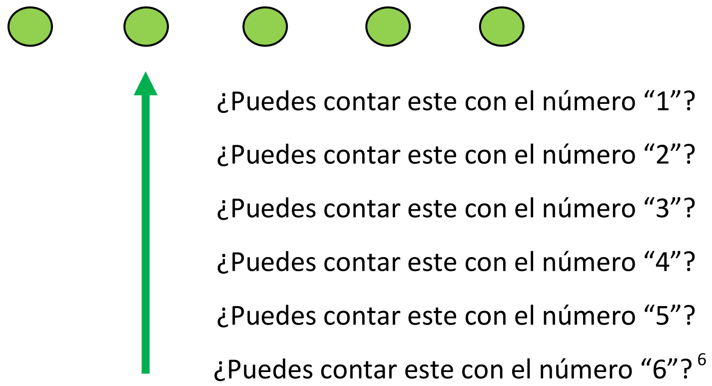



*Figura 13.* Ejemplo del procedimiento e instrucciones dadas por Gelman y Gallistel (1978) en la “*doesn´t matter task*”

No obstante, Baroody (1984, 1993) sugirió que esta tarea medía la habilidad de los niños para juzgar como arbitrarias y temporales las etiquetas del conteo, pero no evaluaba la capacidad para comprender que el valor cardinal resultante de esos diferentes órdenes era siempre el mismo. A partir de esta reflexión, Baroody (1984) ideó una nueva tarea, la de “predecir el resultado en la dirección opuesta” (“*reverse-count prediction task*”). Los niños tenían la oportunidad de observar una hilera de ocho elementos diferentes y tenían que responder a las siguientes preguntas: (a) “*¿cuántos hay?*”; (b) “*¿puedes hacer que este* (el último ítem enumerado por los niños) *sea el número 1 y contar de la otra manera?*”; (c) “*nosotros teníamos N* (el valor cardinal obtenido por los niños) *si contamos de esta manera, ¿cuántos piensas que habrá si los contamos de esta forma* (señalando, primero la dirección seguida por los niños y, luego la opuesta; además, la hilera se cubría para evitar que los niños volvieran a contarla)*?*” y (d) se pedía a los niños que contasen los elementos en la dirección contraria. La mayoría de los participantes tuvieron dificultades en la pregunta en la que debían predecir el resultado contando en la dirección opuesta. Así, los resultados de los trabajos de Baroody apoyaron la necesidad de diferenciar entre “el esquema de etiquetación de orden indiferente” y el principio de irrelevancia del orden. Inicialmente (alrededor de los 5 años) los niños aplicaban el esquema de orden indiferente y, solo un tiempo después, descubrían las implicaciones respecto a la cardinalidad del conjunto, esto es, el principio de irrelevancia del orden.

[6] Gelman (1982b) y Gelman, Meck y Merkin (1986) introdujeron esta cuestión adicional en la tarea. En ella, la etiqueta atribuida al objeto seleccionado superaba en un elemento al valor cardinal del conjunto.

A pesar de que Gelman y colaboradores (p.e., Gelman y Meck, 1986) estuvieron de acuerdo con la propuesta de Baroody (1984), asumían no obstante que el dominio de este principio se alcanzaba antes de lo establecido por este autor. Específicamente, sugerían que el bajo rendimiento observado en ese estudio se debía, más que a la falta de comprensión de la irrelevancia del orden, a que el tipo de pregunta planteada por Baroody dificultaba a los niños el acceso al conocimiento sobre este principio (demandas impuestas por la tarea o competencia de utilización, ver Gelman, Meck y Merkin, 1986). Poco tiempo después, el propio Baroody (1993) comprobó que a pesar de que el lenguaje usado en las instrucciones (competencias de utilización e interpretación) indudablemente influía en las situaciones experimentales, los niños aprendían a contar antes de poder entender las implicaciones que se desprendían de sus acciones de conteo.

Incitados por las discrepancias existentes en la investigación previa, Cowan, Dowker, Christakis y Bailey (1996) analizaron la eficacia de cada una de las tareas empleadas para evaluar el principio de irrelevancia del orden. En concreto, identificaron dos aspectos que podían afectar a las respuestas de los niños. En primer lugar, analizaron las preguntas que aludían a una cantidad numérica específica. Desde el punto de vista de estos autores, cuestiones como las empleadas en las pruebas de Baroody o Gelman (p.e., *¿cuántos habrá?* o *¿qué número tendrás?*) no se refieren a la irrelevancia del orden, sino al resultado del conteo. Esto podía propiciar que los niños se centrasen más en el valor cardinal obtenido que en el principio de irrelevancia. Así, Cowan y colaboradores modificaron la pregunta, aludiendo a si se iba a obtener o no “el mismo número”, sin mencionar ninguna cantidad numérica específica (*“si contamos de esta manera, ¿piensas que tendremos el mismo número que teníamos antes u otro diferente?”*).

En segundo lugar se refirieron a una serie de dificultades inherentes a las tareas de producción de conteo. Solicitar a los niños que contasen los conjuntos de objetos antes de interrogarles acerca del quinto principio podría inducirles a adoptar un punto de vista más pragmático que teórico. Por ejemplo, los niños podrían prestar más atención a los fallos potenciales que ellos mismos pudieran cometer durante el segundo conteo (lo que originaría dos valores cardinales diferentes) que a su posible conocimiento sobre el principio (p.e., “*debería obtener el mismo resultado*”).

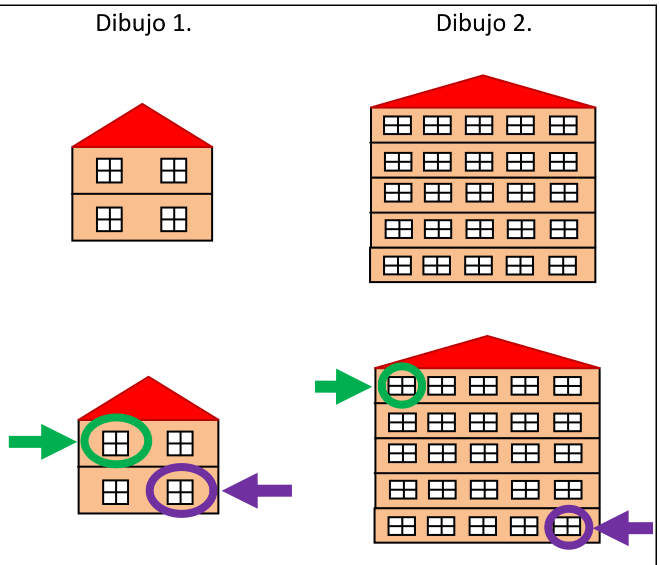
Teniendo en cuenta estas consideraciones, llevaron a cabo tres experimentos en los que compararon las actuaciones de niños de preescolar (griegos e ingleses) en tres tareas: (a) “predecir el resultado en la dirección opuesta”: a algunos participantes se les formulaba la pregunta usada por Baroody (1984), a otros la de Gelman y Meck (1986) y a otros la nueva versión ideada por los propios autores, (b) inferir el error (la “tarea con truco” de Gelman y

Meck, 1986) y (c) "la tarea de las ventanas" ("*The windows task*"), creada por Cowan y colaboradores como una herramienta diferente para medir la comprensión de la irrelevancia del orden (la Figura 14 ilustra de modo esquemático su procedimiento). En general, observaron que el rendimiento de los niños era mejor en la tarea de las ventanas y que el tipo de pregunta planteada en la tarea de predicción afectaba significativamente a sus respuestas. Concretamente, los participantes encontraron más fácil la situación en la que no se mencionaba ningún número en particular (condición "el mismo número") que aquellas en las que sí se les recordaba el resultado logrado en el primer conteo (p.e., la condición de Gelman y Meck, 1986). No obstante, insistieron en la necesidad de continuar profundizando en el estudio de la irrelevancia del orden con tareas en las que, entre otras cosas, los participantes no puedan tener éxito repitiendo simplemente contestaciones anteriores. Por nuestra parte, añadimos que no podemos perder de vista la valiosa información cualitativa que nos pueden proporcionan los comentarios, explicaciones o justificaciones de los niños. Este tipo de datos puede ayudarnos a esclarecer algunas de las cuestiones subyacentes a los procesos de adquisición y desarrollo de los principios del conteo y, en particular, del principio de irrelevancia del orden.

Los niños veían uno de estos dibujos (primero el de la casa de dos plantas y, tras responder las preguntas pertinentes, el de la casa de cinco pisos).

En ambos casos, se les informaba de que dos niños vivían en la casa y que su madre les había pedido que contasen las ventanas.

Pero uno de los niños tenía que empezar contando desde la ventana situada arriba a la izquierda (color verde) y el otro desde la ventana de abajo a la derecha (color morado).




El investigador enfatizaba el hecho de que los dos niños tenían que contar las ventanas. A continuación preguntaba a los participantes*:*

- "*¿Deberían encontrar los dos niños el mismo número de ventanas? No quiero que me digas el número/cuántas hay. Solo quiero saber si va a ser el mismo número*".
- "*¿Importa que ellos empezaran a contar por diferentes sitios/lados?*"

*Figura 14.* Ilustración esquemática del procedimiento seguido en la "tarea de las ventanas" (*The windows task,* Cowan et al., 1996)

Finalmente, cabe señalar que si bien Gelman y colaboradores (Gelman y Meck, 1986; Gelman et al., 1986) apuntaban que la comprensión de este principio se desarrolla más tarde que los anteriores a lo largo de la Educación Infantil, los trabajos recientes coinciden en afirmar que este proceso continúa hasta bien entrada la primaria (p.e., Kamawar et al., 2010 o Rodríguez et al., en revisión). Por ejemplo, Rodríguez et al. observaron que los niños de segundo de primaria tenían serias dificultades para detectar errores de conteo que atentaban contra este principio (en el capítulo siguiente se proporcionarán más detalles sobre este trabajo).

Por su parte, Kamawar et al. (2010) asumieron que la capacidad de los niños para detectar conteos inusuales o pseudoerrores (p.e., contar los elementos de derecha a izquierda) era un buen indicador de la comprensión de este principio. Encontraron que únicamente algunos niños de 10-11 años eran conscientes de que los elementos se podían contar en cualquier dirección (esto es, consideraron estos pseudoerrores como formas válidas de contar). Sin ánimo de cuestionar las importantes implicaciones que se desprenden del estudio de Kamawar et al. (2010), desde nuestro punto de vista, y tomando en consideración lo mencionado en las páginas anteriores, es posible que la detección de pseudoerrores no constituya la herramienta más adecuada para medir la comprensión del principio de irrelevancia del orden propiamente dicho. En efecto, si no se incluye una referencia explícita al valor cardinal del conjunto, lo que se mide únicamente es el esquema de orden indiferente al que se refería Baroody (1984; 1993).

En suma, como ha quedado reflejado en las páginas anteriores, el proceso de adquisición y desarrollo de la habilidad de contar es largo y complejo ya que implica alcanzar la comprensión de cada uno de los principios del conteo. Sin embargo, no es necesario que se haya adquirido completamente un principio para que se empiecen a incorporar nociones de los siguientes. A medida que los niños elaboran e integran los diferentes principios, la habilidad de contar va ganando en robustez y flexibilidad.

# CAPÍTULO 3.

# LOS ASPECTOS ESENCIALES Y NO ESENCIALES DEL CONTEO

Son muchas las convenciones sociales que afectan al estilo de vida de los seres humanos, por ejemplo, la forma de vestir más adecuada en cada ocasión o las pautas de comportamiento en una comida. También tenemos convenciones intelectuales como las grafías que se utilizan para representar el lenguaje. Estas últimas son imprescindibles para lograr comunicarnos y transmitir el conocimiento pero, a diferencia de lo que sucede con las leyes físicas que gobiernan la naturaleza (p.e., la ley de la gravedad), no son universales.

Desde hace algún tiempo, la Psicología del Desarrollo se ha interesado por la comprensión que adultos y niños tienen de los convencionalismos en diversos contextos, entre otros, la moralidad (Piaget, 1965; Smetana, 1983, 1985; Turiel, 1983), la comprensión de las leyes físicas (Kalish, 1998; Nicholls y Thorkildsen, 1988), los artefactos y sus usos (ver Rakoczy, Warnecken y Tomasello, 2008; Enesco y Sebastián, 2012); el prejuicio (Killen y Rutland, 2011) el conocimiento matemático (p.e., Laupa, 2000; Laupa y Becker, 2004).

Sin duda, cuando los niños aprenden los distintos procedimientos o conceptos matemáticos incorporan normas lógicas (o aspectos esenciales), pero también normas convencionales (aspectos no esenciales). Las primeras se refieren a la lógica interna del algoritmo o procedimiento y no son susceptibles de cambio, pues la transgresión de una de ellas origina respuestas incorrectas. Las segundas dependen del contexto o práctica común, pueden ser modificadas y su incumplimiento no afecta a la validez de la respuesta. Solo cuando los niños son capaces de diferenciar entre unas y otras se puede afirmar que han entendido un concepto o algoritmo matemático[7].

En concreto, Laupa (2000) y Laupa y Becker (2004) evaluaron la comprensión de las normas lógicas de los algoritmos de suma y resta relacionadas con el valor posicional y las "llevadas". Encontraron que los niños de Educación Primaria (hasta los 11 años) no eran

[7] En el campo de las matemáticas, es frecuente encontrar que las normas lógicas que rigen los algoritmos y conceptos estén basadas, a su vez, en convencionalismos intelectuales (p.e., la lista numérica o la estructura de valor posicional de base diez). No obstante, son aspectos esenciales, pues su incumplimiento da lugar a respuestas incorrectas. Para referirse a este tipo de normas, Laupa y Becker (2004) acuñaron el término *normas lógicas de segundo orden*. En nuestro caso, con el fin de agilizar la lectura, emplearemos la denotación "normas lógicas" indistintamente, tanto para las de primer orden como para las de segundo orden.

plenamente conscientes de las normas lógicas que rigen estos algoritmos. Específicamente, consideraban que tras cambiar una norma lógica (p.e., si en la suma 218+34 la decena resultante de sumar 8+4 se añade a las centenas) se obtenía un resultado diferente e incorrecto, pero también indicaban que las normas lógicas y convencionales se encontraban bajo el control de la autoridad (el profesor) y que podían ser modificadas en función, por ejemplo, del contexto social. En definitiva, a estas edades, los niños todavía no habían conseguido sincronizar la comprensión conceptual y procedimental de las operaciones de suma y resta con su conocimiento del sistema de base diez del que dependen.

Igualmente, en lo que se refiere al ámbito que aquí nos ocupa, la habilidad de contar, diversas investigaciones han mostrado que durante el aprendizaje del conteo los niños incorporan normas lógicas (aspectos esenciales) y convencionales (aspectos no esenciales) (p.e., Briars y Siegler, 1984; Escudero, 2009; Escudero et al., 2010, 2011; Geary, Bow-Thomas y Yao, 1992; Geary, Hamson y Hoard, 2000; Geary, Hoard, Byrd-Craven y DeSoto, 2004; Geary, Hoard y Hamson, 1999; Gelman y Meck, 1983, 1986; Kamawar et al., 2010; LeFevre et al., 2006; Nunes y Bryant, 1996; Rodríguez et al., en revisión).

Las normas lógicas están determinadas por los cinco principios del conteo, tal y como han sido definidos por Gelman y Gallistel (1978), de manera que la transgresión de cualquiera de estas normas (p.e, saltarse o contar más de una vez algún elemento; repetir la misma etiqueta numérica en más de un objeto) origina respuestas incorrectas (un valor cardinal inadecuado), independientemente de la cultura en la que nos encontremos.

La transgresión de las normas convencionales del conteo no produce respuestas erróneas, siempre y cuando se respete la lógica subyacente a los principios. Aunque Gelman y Gallistel (1978) ya advirtieron de que muchos de los comportamientos que sucedían durante el conteo eran arbitrarios, fueron Briars y Siegler (1984) los primeros en definir cuatro características no esenciales: (i) contar todos los objetos consecutivamente (adyacencia), (ii) empezar a contar por un extremo, (iii) contar siguiendo la dirección izquierda-derecha y (iv) señalar los elementos mientras se cuenta. Recientemente, a través de las propias explicaciones de los niños hemos podido identificar algunas normas convencionales más (p.e., Dopico et al., en prep.; Rodríguez et al., en revisión). En concreto: (v) decir todas las etiquetas seguidas sin saltos, retrocesos, pausas o reiteraciones (adyacencia temporal), (vi) emitir la secuencia de numerales en orden ascendente (de menor a mayor) y (vii) articular en voz alta todas las etiquetas. Ciertamente, en nuestra cultura por ejemplo, la práctica habitual consiste en contar las hileras de objetos de modo consecutivo y de izquierda a derecha (ver Figura 15), pero la transgresión de la misma no produce respuestas incorrectas. Sin embargo, en determinadas ocasiones depender de esta norma puede resultar poco útil, contraproducente o incluso entorpecedor. Por ejemplo, contar siguiendo la dirección izquierda-derecha deja de tener ventajas cuando los objetos aparecen desordenados.

CONTEO HABITUAL QUE EJEMPLIFICA LAS NORMAS CONVENCIONALES.

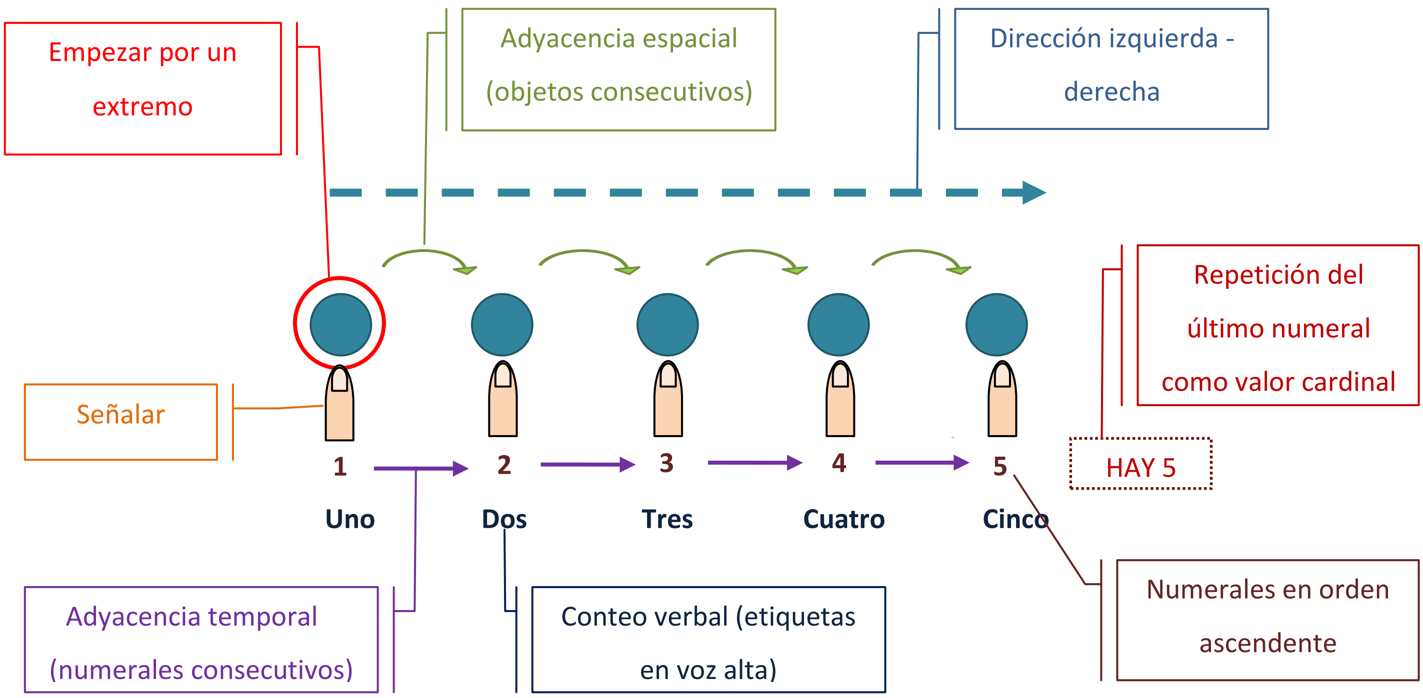



*Figura 15.* Ilustración de las normas convencionales del conteo

## 3.1. El estudio de las normas lógicas y convencionales del conteo mediante la tarea de detección

La tarea de detección se ha revelado especialmente útil para establecer si los niños diferencian entre las normas lógicas y convencionales del conteo. Como vimos en el capítulo anterior, en esta tarea los niños tienen la oportunidad de observar los conteos realizados por otros, normalmente una marioneta, y tienen que evaluar si ha contado bien o mal. Por regla general, los estudios que han recurrido a este paradigma de detección han incluido tres tipos de ensayos: (a) conteos correctos que respetan las normas lógicas y convencionales (conteos correctos habituales); (b) conteos que transgreden las normas lógicas (conteos erróneos), y (c) conteos que incumplen las normas convencionales (conteos correctos no habituales o pseudoerrores).

La investigación previa ha demostrado que, con independencia de la edad (el rango de edad abarcado por los trabajos revisados comprende de los 3 a los 11 años), los niños no tienen dificultades a la hora de juzgar los conteos correctos habituales como conteos adecuados. Así, en varios estudios se ha visto que el porcentaje de éxito oscila entre el 86% y el 100%. Por ejemplo, en niños de 3 a 6 años, Gelman y Meck (1983) encontraron el 98.6% de éxito, Briars y Siegler (1984) el 97.6%, Saxe et al., (1989) el 100% y Dopico et al., (en prep.) el 86%.

En cuanto a los ensayos incorrectos, la práctica totalidad de los estudios han utilizado errores que incumplían las demandas de uno o varios principios procesuales (correspondencia uno a uno, orden estable y cardinalidad). Brevemente, los resultados de estos trabajos coinciden en señalar que los niños de Educación Infantil (entre 3 y 6 años) conocen las normas lógicas de los principios de correspondencia uno a uno y orden estable (en las Tablas 6 y 7 se pueden comparar los porcentajes de éxito hallados en diversas investigaciones). Sin embargo, el rendimiento en los errores de cardinalidad resulta dispar a estas edades (ver Tabla 8). Finalmente, los trabajos que han ampliado las edades de estudio a los cursos de Educación Primaria, han confirmado que, desde el comienzo de esa etapa escolar, los niños detectan correctamente los errores de los principios procesuales (también en Tablas 6, 7 y 8).

Tabla 6

*Porcentajes de éxito en la detección de errores de correspondencia en los estudios previos*

| Tipos de errores | Estudios | Porcentaje medio de respuestas correctas |
|---|---|---|
| | *Participantes de Educación Infantil* | |
| Errores en la correspondencia espacial (saltarse elementos y repetir elementos)<br>Errores en la correspondencia temporal (no etiquetar un objeto señalado, decir una etiqueta extra que no corresponde a ningún objeto y fragmentación de un numeral en varios elementos). | Gelman y Meck (1983) | Niños de 3 años: 67%<br>Niños de 4 años: 82% (M=74.5%) |
| | Briars y Siegler (1984) | Niños de 3 años: 57%<br>Niños de 4 años: 83.5%<br>Niños de 5 años: 93.8% (M=78.1%) |
| | Lago (1992) | Niños de 3-4 años: 17.08%<br>Niños de 4-5 años: 70%<br>Niños de 5-6 años: 82.28% (M=56.5%) |
| | Freeman et al. (2000; Muldoon et al, 2003) | Niños entre 3 y 5 años: 80% |
| | Dopico et al. (en prep.) | Niños de 3-4 años: 48%<br>Niños de 4-5 años: 94%<br>Niños de 5-6 años: 96% (M=79.3%) |
| | *Participantes de Educación Primaria* | |
| Errores en la correspondencia espacial (saltarse elementos y repetir elementos)<br>Errores en la correspondencia temporal (decir una etiqueta extra que no corresponde a ningún objeto). | Geary et al. (1992, 1999, 2000, 2004, 2011) | Niños de 6-7 años sin dificultades de aprendizaje: 94%<br>Niños de 6-7 años con dificultades de aprendizaje: 73.2%<br>Niños de entre 7 y 11 años, con y sin dificultades de aprendizaje: 91.9%<br>(M=86.4%) |
| | LeFevre et al. (2006) | Niños de 5-6 años: 75%<br>Niños de 6-7 años: 81.6%<br>Niños de 7-8 años: 98% (M=82%) |
| | Kamawar et al. (2010) | Porcentaje medio de niños que detectaron correctamente los errores:<br>Niños de 5-6 años: 71.9%<br>Niños de 7-8 años: 89.3%<br>Niños de 8-9 años: 83.3%<br>Niños de 9-10 años: 91.9%<br>Niños de 10-11 años: 88.5% (M=84.9%) |

Resulta menos frecuente encontrar trabajos que hayan incorporado errores de conteo referidos a los principios de flexibilidad (abstracción e irrelevancia del orden) en la tarea de detección. Entre estos, merece la pena destacar el trabajo de Rodríguez et al. (en revisión) con niños de tercer curso de Educación Infantil y primer ciclo de Primaria. Muy brevemente, los resultados de este estudio indicaron que los errores de abstracción (p.e., en una hilera formada por elementos de dos categorías diferentes, contar los de cada subgrupo por separado) eran fácilmente reconocibles por los participantes, sobre todo a partir de los 6 años de edad (el porcentaje medio de respuestas correctas fue del 62%, 93.8% y 92% en los niños de 5-6 años, 6-7 y 7-8, respectivamente). Sin embargo, los que incumplían las demandas del principio de irrelevancia del orden (p.e., dar valores cardinales incorrectos cuando no se empezaba a contar por el elemento situado más a la izquierda) suponían mayor complejidad para los niños (porcentaje medio de respuestas correctas: 30%, 50% y 74% en 5-6, 6-7 y 7-8 años, respectivamente). Estos datos vuelven a poner de manifiesto la dificultad inherente a la comprensión del quinto principio incluso en niños de primaria (p.e., Baroody, 1984, 1993; Kamawar et al., 2010).

Tabla 7

*Porcentajes de éxito en la detección de errores de orden estable en los estudios previos*

| **Tipos de errores** | **Estudios** | **Porcentaje medio de respuestas correctas** |
| --- | --- | --- |
| | *Participantes de Educación Infantil* | |
| Omitir etiquetas<br>Repetir etiquetas<br>Alterar el orden de las etiquetas<br>Inventar etiquetas | Gelman y Meck (1983) | Niños de 3 años: 76%<br>Niños de 4 años: 96%<br>Niños de 5 años: 97% (M= 89.7%) |
| | Lago (1992) | Niños de 3-4 años: 13.55%<br>Niños de 4-5 años: 65.95%<br>Niños de 5-6 años: 86.82% (M= 55.4%) |
| | Dopico et al. (en prep.) | Niños de 3-4 años: 54%<br>Niños de 4-5 años: 96%<br>Niños de 5-6 años: 100% (M= 83.3%) |
| | *Participantes de Educación Primaria* | |
| Omitir etiquetas<br>Alterar el orden de las etiquetas | Geary et al. (1992) | Niños de 6-7 años sin dificultades de aprendizaje: 95.7%<br>Niños de 6-7 años con dificultades de aprendizaje: 92.3% (M= 94%) |

Finalmente, otro aspecto a destacar es que buena parte de los errores usados en la investigación no solo atentaban contra las normas lógicas subyacentes a los principios, sino que también infringían algunas normas convencionales. Por ejemplo, cuando la marioneta cometía un error de correspondencia consistente en saltar uno o varios objetos de la hilera, también transgredía la norma convencional de adyacencia (contar los elementos consecutivamente). Hasta ahora, se ha asumido que cuando los niños rechazaban los conteos erróneos lo hacían por la transgresión de las normas lógicas. Sin embargo, en los casos en que las normas convencionales también eran incumplidas, cabe la posibilidad de que lo que en realidad estuvieran sancionando fuese el incumplimiento de las normas convencionales (ver Rodríguez et al., en revisión).

Tabla 8

*Porcentajes de éxito en la detección de errores de cardinalidad en los estudios previos*

| Tipos de errores | Estudios | Porcentaje medio de respuestas correctas |
|---|---|---|
| | *Participantes de Educación Infantil* | |
| Dar un valor cardinal mayor o menor que el verdadero. | Gelman y Meck (1983) | Niños de 3 años: 85%<br>Niños de 4 años: 99%<br>(M= 92%) |
| Responder a la pregunta de cardinalidad con otro tipo de características de los elementos (p.e., color). | Lago (1992) | Niños de 3-4 años: 4.17%<br>Niños de 4-5 años: 37.17%<br>Niños de 5-6 años: 43.07%<br>(M= 28.14%) |
| Responder a la pregunta de cardinalidad volviendo a contar o a recitar la lista numérica. | Dopico et al. (en prep.) | Niños de 3-4 años: 24%<br>Niños de 4-5 años: 54%<br>Niños de 5-6 años: 58%<br>(M= 45.3%) |
| | *Participantes de Educación Primaria* | |
| Dar un valor cardinal mayor o menor que el verdadero. | Geary et al. (1992) | Niños de 6-7 años sin dificultades de aprendizaje: 98.3%<br>Niños de 6-7 años con dificultades de aprendizaje: 93.7%<br>(M= 90.5%) |

Los pseudoerrores o conteos inusuales, como ya se ha comentado más arriba, son formas de conteo correctas en las que las normas lógicas se mantienen intactas, pero se incumplen las convencionales. A diferencia de los errores, las investigaciones sobre los pseudoerrores han sido menos frecuentes y la evidencia empírica disponible se caracteriza por la falta de acuerdo entre los datos. Este desacuerdo se remonta a los trabajos pioneros de Gelman y Meck (1983) y Briars y Siegler (1984).

En concreto, Gelman y Meck (1983) en un estudio sobre la comprensión del principio de correspondencia uno a uno, planteaban a los niños una tarea de detección con errores y pseudoerrores (empezar a contar por el elemento central de la hilera y contar elementos alternos, ver Tabla 9). Observaron que el éxito en los pseudoerrores era elevado (96% y 95% de respuestas correctas en niños de 3 y 4 años, respectivamente) y que incluso superaba al obtenido en los errores (67% en tres años y 82% en cuatro años).

En un estudio posterior, Gelman y Meck (1986) replicaron los datos del año 1983 (90% de respuestas correctas en los pseudoerrores a los 4 años de edad y 93% de respuestas correctas a los 5 años, aproximadamente). Los autores utilizaron en estos estudios “un procedimiento interactivo”, en el que se presentaban algunos ensayos más de una vez, lo que les permitió diferenciar entre la “respuesta inmediata” (la respuesta que daban los niños la primera vez que se les presentaba el ensayo) y la “mejor respuesta” (la respuesta más adecuada de entre todas las ofrecidas por un mismo participante tras las sucesivas repeticiones de cada ensayo en particular). Además, también tuvieron en cuenta las explicaciones espontáneas que acompañaban los juicios de los niños. Este modo de proceder facilitaba la identificación de respuestas aleatorias y limitaba los posibles efectos negativos que la situación experimental pudiera ejercer sobre las decisiones de los participantes (p.e., la interpretación incorrecta de las instrucciones).

Por su parte, Briars y Siegler (1984) abordaron el estudio de los aspectos esenciales del conteo a través de errores que contravenían la regla de correspondencia una palabra/un objeto (saltarse un elemento, repetir un elemento, omitir un numeral y decir un numeral extra sin señalar ningún elemento). En sus propias palabras, esta regla:

Es una parte intuitivamente central del conocimiento del conteo. Esta regla consiste en que dada una lista de numerales correctamente ordenada, asignar un y solo un numeral a cada objeto durante el conteo es necesario y suficiente para determinar la cardinalidad del conjunto. La regla de correspondencia una palabra/un objeto sintetiza la información incluida en los principios de correspondencia uno a uno e irrelevancia del orden de Gelman y Gallistel, (1978) (Briars y Siegler, 1984, p. 608).

En cuanto a los aspectos no esenciales, plantearon cuatro pseudoerrores: empezar a contar por el centro, contar elementos alternos, contar de derecha a izquierda y doble señalamiento (se señalaba dos veces un elemento a la vez que se decía el numeral, ver Tabla 9). Nos referiremos únicamente a los dos primeros pseudoerrores para comparar los datos de este estudio con los de Gelman y Meck (1983). Briars y Siegler encontraron que el rendimiento de los niños era inferior al hallado por Gelman y Meck, ya que los de 3 años solo consideraron correctos el 65% de estos conteos inusuales, los de 4 años el 35% y los de 5 años el 47%.

Gelman y Meck (1986; Gelman et al., 1986) atribuyeron las diferencias en los resultados a un déficit en la competencia de utilización (la capacidad para evaluar las demandas impuestas en la tarea en función de los límites impuestos por la competencia conceptual) y no a la falta de competencia conceptual (conocimiento de los principios del conteo). Asimismo, desde el punto de vista de estos autores, la extensión de la prueba creada por Briars y Siegler (setenta y dos ensayos) podía haber generado cansancio en los niños y, como consecuencia, haber aumentado la probabilidad de que no prestasen suficiente atención. Igualmente, también podía influir que Briars y Siegler (1984) no repetían los ensayos cuando los niños respondían antes de que la marioneta acabase de contar. Finalmente, apuntaron también a la ambigüedad de las instrucciones empleadas y a la presencia de una prueba de producción, en la que los propios niños tenían que contar hileras de objetos, antes de la tarea de detección. Esta prueba habría provocado la activación de los aspectos convencionales del conteo, aumentando la disposición de los niños a juzgar cualquier desviación de estas normas como incorrecta.

Siegler (1991) respondió a estas críticas sugiriendo que las diferencias en el procedimiento no eran suficientes para explicar las discrepancias en los resultados. En este sentido, destacó que en el experimento 2 de su estudio del año 1984, los participantes de 3 años veían a un modelo adulto resolver correctamente la tarea antes de realizarla ellos mismos. Aunque el objetivo era asegurarse de que comprendían las instrucciones, esto no repercutió en una mejora del rendimiento. Por tanto, según Siegler (1991), la diferencia en los resultados se explicaba por un déficit conceptual, que les impedía diferenciar los aspectos esenciales y no esenciales del conteo.

Desde entonces, algunos autores han intentado resolver esta polémica y, a pesar de que gran parte de los datos obtenidos apoyan la postura de Briars y Siegler (1984), por el momento no se pueden extraer conclusiones definitivas. Además, comparar los resultados de los diversos estudios es una labor costosa no solo por las diferencias teóricas, sino también por las discrepancias metodológicas.

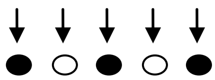
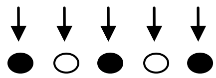
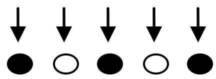
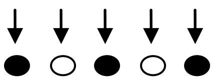
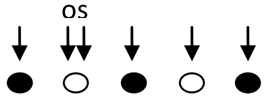
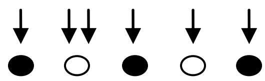
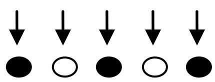
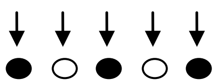
Con respecto a las diferencias teóricas, los distintos trabajos se pueden encuadrar en dos modelos diferentes: “principios primero” vs. “principios después”. Como ya se comentó, los defensores del primer modelo postulan la existencia de una comprensión implícita de los principios del conteo, que guía su adquisición (p.e., Gelman y Gallistel, 1978; Gelman y Meck, 1983, 1986). Por el contrario, los partidarios del segundo modelo consideran que la adquisición del conteo es el resultado de un proceso mecánico o memorístico, basado en la creación de hábitos (aprendidos principalmente por observación), a partir de los cuales los niños inducen los principios (p.e., Briars y Siegler, 1984; Frye et al., 1989).

En cuanto a las diferencias metodológicas, hay que destacar, entre otras cosas, la enorme variedad en las instrucciones dadas a los niños y en la edad de los participantes evaluados. Otra de las diferencias metodológicas más relevantes en la investigación previa se refiere al tipo de pseudoerrores empleados. En la Tabla 9 aparecen descritos y también las investigaciones que los han utilizado.

Frye et al. (1989) en un estudio sobre la comprensión de la cardinalidad con niños de 3 y 5 años utilizaron, además de varios ensayos erróneos, los pseudoerrores de empezar a contar por el medio y contar elementos alternos. Aunque se basaron en el paradigma de detección, modificaron ligeramente el procedimiento para reducir al máximo las demandas de la tarea, de manera que no se viera afectada la competencia de utilización. Por ese motivo, el conteo no lo producía una marioneta, sino el propio experimentador, y se informaba a los niños de que a veces podía hacer trampas (“*trick*”). Este tipo de procedimiento (*trick game*) había demostrado su eficacia a la hora de evaluar algunas nociones de conservación (Moore y Frye, 1986, citado por Frye et al., 1989). En cuanto a los resultados, el porcentaje de errores correctamente detectados por los niños fue del 61%, mientras que el de pseudoerrores fue 52.5%. Este dato estaba más próximo a los resultados de Briars y Siegler (1984) que a los de Gelman y Meck (1983, 1986). De ahí que los autores sugirieran que los niños saben contar antes de que sepan juzgar correctamente las actuaciones de otro y por tanto, que los principios del conteo no son innatos, sino adquiridos.

Tabla 9

*Tipos de pseudoerrores utilizados en la investigación previa*

| **TIPO DE PSEUDOERROR** | | **ESTUDIOS** |
|---|---|---|
| Empezar a contar por el elemento situado en el centro de la hilera | 4 5 **1** 2 3  | Gelman y Meck (1983, 1986)<br>Briars y Siegler (1984)<br>Frye et al. (1989)<br>LeFevre et al. (2006)<br>Kamawar et al. (2010) |
| Contar los elementos de modo alterno | **1** 4 2 5 3  | Gelman y Meck (1983)<br>Frye et al. (1989)<br>Geary et al. (1992, 1999, 2000, 2004, 2011) |
| | **1** 5 2 4 3  | Briars y Siegler (1984)<br>LeFevre et al. (2006)<br>Kamawar et al. (2010) |
| Contar de derecha a izquierda o dirección inversa | 5 4 3 2 **1**  | Briars y Siegler (1984)<br>Geary et al. (1999, 2000, 2004, 2011)<br>LeFevre et al. (2006)<br>Kamawar et al. (2010) |
| Doble señalamiento | **1** Do-os 3 4 5  | Briars y Siegler (1984) |
| | **1** 2-2 3 4 5  | LeFevre et al. (2006) |
| Saltarse un elemento en el medio y contarlo al final | **1** 2 5 3 4  | Gelman y Meck (1986) |
| Utilizar etiquetas diferentes a los numerales (p.e., letras del abecedario) | **A** B C D E Hay E  | Saxe et al. (1989) |

Por su parte, Saxe et al. (1989) trataron de establecer en qué momento los niños comprendían que los numerales son símbolos arbitrarios que pueden ser reemplazados por otros símbolos. Para ello, partiendo de la tarea de detección de errores, plantearon a los niños una situación experimental denominada “el paradigma de las dos marionetas”: una de ellas contaba correctamente empleando etiquetas no convencionales (las letras del alfabeto: “A, B, C. Hay C”) y la otra, o bien contaba correctamente utilizando los numerales, o bien cometía un error (de orden estable o de correspondencia uno a uno). Se interrogaba a los niños si las dos marionetas habían contado bien, si habían contado mal o si una lo había hecho bien y la otra mal. En general, a partir de los cuatro años los niños rechazaban los incumplimientos de los principios (en concreto, el 74.6% de los niños de 4 años, y el 100% de los de 8 y 11 años detectaron correctamente los errores de correspondencia y orden estable). Sin embargo, la noción de que los números son símbolos arbitrarios que pueden ser sustituidos por otros símbolos, tardaba más en aparecer (el 24.8% de los niños de 4 años, el 46.9% de los de 8 años y el 81.3% de los de 11 años juzgaron correctos los conteos no convencionales). Por consiguiente, los autores propusieron un patrón evolutivo con varias fases. En un primer momento (hasta los ocho años de edad) los niños no consideraban adecuado, bajo ninguna circunstancia, usar listas no convencionales (las letras del alfabeto) en situaciones de conteo. Más adelante, entre los ocho y once años, se producía una fase de transición en la que aceptaban o no la utilización de la secuencia no convencional en función del ensayo de comparación. Así, cuando se les presentaba un conteo correcto con la secuencia no convencional junto a un conteo erróneo con numerales (con independencia de que los errores se debieran al incumplimiento del orden estable o de la correspondencia), los niños daban por válidos los conteos con letras. Sin embargo, cuando el conteo con numerales era correcto, no consideraban aceptable el uso de la secuencia no convencional. Es a partir de los once años cuando los niños comprendían la arbitrariedad de las etiquetas de conteo y consideraban correctos los conteos no convencionales (conteos con letras). Un dato especialmente llamativo fue que los niños bilingües (y los monolingües que previamente habían sido entrenados) eran más precoces, es decir, entendían antes la arbitrariedad de la secuencia numérica.

Por último, tanto el estudio de Saxe et al. (1989) al que nos acabamos de referir como el de Frye et al. (1989), corroboran la afirmación de Briars y Siegler (1984) de que el proceso de diferenciación de los aspectos esenciales y opcionales del conteo comienza a los tres años y no finaliza a los cinco. De hecho, recientemente varios autores han ampliado las edades de estudio a niños de Educación Primaria (p.e., Geary, 2006, 2011; Geary et al., 1992, 1999, 2000, 2004: Kamawar et al., 2010; LeFevre et al., 2006). En lo que sigue nos referiremos ampliamente a ellos por la proximidad que guardan con nuestros propios objetivos de investigación.

En algunos de los estudios encabezados por Geary et al. (1992, 1999, 2000, 2004) se comparaba el rendimiento de niños con y sin dificultades de aprendizaje en distintas pruebas matemáticas, entre las que se encontraba una tarea de conteo de detección de errores y pseudoerrores. En general, comprobaron que el rendimiento de los niños con dificultades de aprendizaje era más bajo que el de sus pares sin dificultades de aprendizaje, tanto en los errores como en los pseudoerrores en una tarea de detección. Por ejemplo, en el estudio de Geary et al. (1999) se observó que los niños de 6-7 años, con dificultades de aprendizaje, identificaron correctamente el 71.3% de los conteos erróneos y el 74.8% de los pseudoerrores, mientras que los niños de esta misma edad, sin dificultades de aprendizaje, respondieron acertadamente al 96% de los errores y al 79% de los pseudoerrores. Además y de acuerdo con Briars y Siegler (1984), observaron que los dos tipos de pseudoerrores utilizados (contar los elementos alternos y contar de derecha a izquierda) no tenían la misma complejidad para los niños, independientemente de que tuvieran o no dificultades de aprendizaje. Específicamente, el conteo en la dirección inversa era aceptado con mayor frecuencia que contar de modo alterno (97.3% vs. 52.3% de los ensayos en los niños con dificultades, y 92% vs. 66% en los participantes sin dificultades). En un trabajo posterior Geary et al. (2004) verificaron que había que esperar hasta los 8-9 años de edad para que los porcentajes de éxito en los niños sin dificultades alcanzasen el 80% en ambos tipos de pseudoerrores, y a los 10-11 para que sucediera lo propio en los niños con dificultades. En este sentido, existe cierto acuerdo en asumir la dificultad de los niños para reconocer el carácter opcional de la adyacencia, muy probablemente, como reconocieron Briars y Siegler (1984) y también Gelman y Meck (1983), porque está presente en la mayoría de conteos que observan los niños.

Por su parte, el trabajo de LeFevre et al. (2006) - con niños de 5-8 años - tenía como propósito examinar las relaciones entre el conocimiento conceptual y procedimental del conteo, en función del nivel de habilidad en matemáticas de los niños. En las pruebas numéricas se valoraron aspectos referidos a la cardinalidad, orden y valor posicional, entre otros, a través del *Numeration subtest* del *KeyMath Test Revised. Form B* (Connolly, 2000, citado por LeFevre et al., 2006), clasificando a los niños de cada edad en tres grupos: alta habilidad numérica, habilidad numérica media y baja habilidad numérica. Además, había una tarea de detección de errores y pseudoerrores con ensayos similares a los de Briars y Siegler (ver Tabla 9). Los resultados obtenidos se alejaban sensiblemente de los descritos por Gelman y Meck (1983, 1986) respecto a los conteos inusuales (82% de respuestas correctas en los errores y 43% en los pseudoerrores, ver Tablas 6 y 10 en la que se especifican los datos por grupo de edad en los errores y pseudoerrores, respectivamente). También convergían con Briars y Siegler (1984) y Geary et al. (1999) en que el pseudoerror de contar en dirección inversa era más fácil de detectar que el de contar de modo alterno (el 84% vs. 27% de los participantes respondieron correctamente en cada caso).

Tabla 10

*Porcentaje de niños que detectaron correctamente los pseudoerrores en los estudios de LeFevre et al. (2006) y Kamawar et al. (2010)*

| **Grupos de edad** | **LeFevre et al. (2006)** | **Kamawar et al. (2010)** |
|---|---|---|
| | Pseudoerrores | Pseudoerrores |
| 5-6 años | 53.5 | 50.4 |
| 6-7 años | 39.5 | --- |
| 7-8 años | 37.3 | 29.9 |
| 8-9 años | --- | 42.5 |
| 9-10 años | --- | 31.9 |
| 10-11 años | --- | 70.3 |

Otro de los resultados más destacados fue que si bien la comprensión de las características esenciales del conteo mejoraba con la edad (patrón de evolución lineal), el desarrollo de la comprensión de los aspectos no esenciales (evaluada a través de los pseudoerrores) seguía un patrón evolutivo en forma de "U". Este patrón estaba relacionado con el rendimiento de los niños en las pruebas numéricas. Sorprendentemente, los niños de 5-6 años con habilidad numérica media y baja tendían a aceptar más los conteos inusuales que los de habilidad alta. Sin embargo a los 6-7 años los niños del nivel bajo aceptaban los pseudoerrores, mientras que eran rechazados por los de habilidad media y alta. Finalmente, en el grupo de 7-8 años, el porcentaje de pseudoerrores correctamente detectados aumentó porque los de nivel alto los consideraban formas válidas de contar.

Los autores explicaron que este patrón de desarrollo en forma de "U" se debía a que los niños no eran capaces de reconocer la validez de los pseudoerrores hasta que su conocimiento sobre los aspectos esenciales del conteo mejoraba y se estabilizaba. A medida que aumentaban las experiencias de los niños con el procedimiento de conteo, se volvían más intolerantes ante cualquier tipo de desviación. Conforme a sus datos, parece que los niños con habilidad numérica alta alcanzaban ese conocimiento antes que el resto: eran más rígidos en los juicios sobre los pseudoerrores que sus pares con niveles de capacidad numérica media y baja a los 5-6 años, pero más flexibles que ellos a los 7-8 años.

Teniendo en cuenta los resultados hallados por LeFevre et al. (2006), Kamawar et al. (2010) llevaron a cabo un estudio de réplica ampliando, entre otras cosas, el rango de edad de los participantes (de 5 a 11 años). Utilizaron las mismas pruebas para evaluar las habilidades numéricas (*Numeration subtest* del *KeyMath Test Revised, Form B*) y también la tarea de detección de errores y pseudoerrores de conteo (a excepción del pseudoerror de doble señalamiento, ver Tabla 9). Además, Kamawar et al. (2010) introdujeron una nueva variable referida al tamaño de los conjuntos, con la intención de establecer cómo afectaba a los juicios de los niños en los errores y pseudoerrores. Concretamente, en el estudio de LeFevre et al. (2006) cada forma de conteo (erróneo o inusual) se presentaba una sola vez y el tamaño de las colecciones era grande (de diez, doce o dieciséis cuadrados). Sin embargo, en el de Kamawar et al. (2010) cada tipo de conteo se mostraba a los niños dos veces: una con colecciones grandes (de once, doce o trece cuadrados) y otra con conjuntos pequeños (de tres, cuatro o cinco cuadrados). Encontraron que el tamaño de los conjuntos no afectaba a las respuestas de los niños y corroboraron los resultados de LeFevre et al. (2006), ya que el porcentaje medio de respuestas correctas en la tarea de detección alcanzaba el 85% en los errores y el 45% en los pseudoerrores (ver Tablas 6 y 10).

Igualmente, observaron que el patrón de desarrollo en los pseudoerrores era en forma de “U”. No obstante, a diferencia de LeFevre et al. (2006), no hallaron ningún tipo de relación entre las respuestas en los pseudoerrores y el nivel de habilidad numérica de los participantes en los cursos de primaria, pero si en el grupo de 5-6 años. Esta discrepancia la atribuyeron a las modificaciones llevadas a cabo en el procedimiento, concretamente, a las variaciones en los criterios de clasificación de los participantes en los niveles alto, medio y bajo y al mayor número de ensayos de conteo.

En conjunto, la mayoría de las investigaciones mencionadas se han centrado en las normas convencionales de adyacencia y dirección izquierda-derecha, para estudiar la comprensión que tienen los niños de las características no esenciales del conteo. Sin embargo, existen otras normas convencionales que también podrían estar subyaciendo al conocimiento del conteo y, precisamente, este ha sido el objeto de estudio de algunos trabajos recientes (p.e., Dopico et al., en prep.; Escudero et al., 2011; Rodríguez et al., en revisión). El procedimiento empleado en estos trabajos era similar (una tarea de detección con errores y pseudoerrores), pero se han introducido algunas modificaciones especialmente relevantes. La más importante es que se han incluido algunos pseudoerrores alternativos que han permitido, a partir de las justificaciones de los niños, identificar nuevas normas convencionales, como se ha mencionado al comienzo del capítulo. En concreto, Rodríguez et al. (en revisión) observaron que las normas convencionales que tenían más importancia para los niños de 5 a 8 años de edad fueron: (a) la adyacencia temporal (los participantes de 5-6 años, los de 6-7 y los de 7-8 años rechazaron en base a esta normal el 67%, el 48.9% y el 26% de los pseudoerrores, respectivamente), (b) la adyacencia espacial (aludieron a esta norma para sancionar el 29.3%, el 24% y el 8.6% de los pseudoerrores los niños de 5-6, 6-7 y 7-8 años, respectivamente), (c) la dirección izquierda-derecha (esta justificación apareció en el 20%, en el 14.2% y en el 5.6% de las justificaciones en los pseudoerrores a los 5-6, 6-7 y 7-8 años, respectivamente) y, por último, (d) la emisión en orden ascendente de la secuencia de numerales (utilizaron este argumento en el 10.4%, en el 6.7% y en el 4% de los pseudoerrores los niños de 5-6 años, 6-7 y 7-8, respectivamente).

Finalmente, de la información procedente de la investigación previa se puede concluir que la detección de errores es más sencilla que la detección de los pseudoerrores. Esto significa que los niños no conocen el carácter opcional de las normas convencionales del conteo, al menos hasta bien entrada la Educación Primaria. Los autores coinciden a la hora de señalar que la gran influencia de las normas convencionales, es consecuencia de las continuas experiencias con el procedimiento de conteo habitual que tienen los niños (ver Geary et al., 1992, 2000, 2004; LeFevre et al, 2006).

A día de hoy, aún no ha sido posible identificar qué tipo de patrón de desarrollo sigue el proceso de comprensión de las normas lógicas y convencionales del conteo. Además, la gran mayoría de los trabajos llevados a cabo hasta la fecha han sido de carácter transversal. Puesto que los estudios longitudinales son el mejor medio para profundizar en el curso evolutivo de cualquier habilidad, las investigaciones de este tipo serán de indudable interés en este campo de estudio.

# CAPÍTULO 4.

# LA INVESTIGACIÓN EMPÍRICA

## 4.1. Justificación del estudio: objetivos e hipótesis

La investigación disponible permite afirmar que la capacidad de los niños para discriminar entre las normas lógicas y las convencionales constituye un buen indicador de la comprensión que tienen los niños sobre la habilidad de contar. Más específicamente, la diferenciación entre los aspectos esenciales del conteo (normas lógicas) y los no esenciales (normas convencionales) es fundamental e imprescindible para alcanzar su plena comprensión.

Igualmente, ha quedado patente que los niños utilizan ambos tipos de normas a lo largo del proceso de adquisición y desarrollo de la habilidad de contar. De hecho, en un primer momento las normas convencionales facilitan la aplicación de las normas lógicas (p.e., los señalamientos sirven de ayuda a la hora de separar los elementos ya contados de los que aún faltan por contar). Sin embargo, si con el paso del tiempo los niños no aprenden a identificarlas correctamente, a reconocer su carácter opcional y a usarlas flexiblemente, acaban por interferir en el desarrollo de esta habilidad, convirtiéndolo en un proceso largo y complejo. En este sentido, se ha demostrado que los niños tenían serias dificultades para reconocer la naturaleza prescindible de las normas convencionales del conteo, incluso más allá de los años de la Educación Infantil.

Debido a la escasez de estudios longitudinales que se ocupen de este aspecto, el objetivo general del presente estudio ha consistido en determinar los cambios evolutivos que se producen en la capacidad de los niños para discriminar entre las normas lógicas y convencionales del conteo. Para ello, durante tres años se ha hecho un seguimiento a un grupo de niños de 5-6 años de edad para documentar estos cambios durante el paso de la Educación Infantil a Primaria. Si tenemos en cuenta que en los años de la Primaria el conteo ocupa un papel especialmente relevante en la asignatura de matemáticas (es central para el aprendizaje de los algoritmos aritméticos y otros conceptos más complejos), conocer el modo en que se desarrolla esta habilidad resulta importante no solo desde el punto de vista psicológico, sino también por su trascendencia educativa.

Para evaluar la comprensión de las normas (lógicas y convencionales) por parte de los niños, se ha optado por la tarea de detección porque la investigación previa ha demostrado que constituye una buena herramienta para profundizar en la comprensión del conteo (ver, por ejemplo, Briars y Siegler, 1984; Gelman y Meck, 1983, 1986). En esta tarea hemos incluido conteos rutinarios correctos, conteos erróneos y conteos no rutinarios correctos (pseudoerrores). Los errores quebrantaban las normas lógicas y convencionales. Además, a diferencia de la mayoría de estudios, en este trabajo los errores no solo incumplían las normas lógicas subyacentes a los principios procesuales, sino también las relativas a los principios de flexibilidad (abstracción e irrelevancia del orden). Los pseudoerrores transgredían únicamente las normas convencionales y, en la mitad de los casos, se decía el valor cardinal del conjunto. Esto último se hizo para comprobar si su presencia mejoraba el rendimiento de los niños, como resultado de que centraban su atención en el aspecto funcional del conteo, relegando a un segundo plano el procedimiento por el que se obtenía dicho cardinal.

Por último, y también de manera novedosa, hemos recurrido a la entrevista semi-estructurada para profundizar en las respuestas de los niños.

Este método de trabajo nos ha permitido responder a las siguientes cuestiones específicas. En primer lugar, ¿reconocen los niños el carácter arbitrario de las normas convencionales?, ¿generalizan este conocimiento a distintas situaciones (errores y pseudoerrores)? y, finalmente, ¿cuál es su curso evolutivo? De acuerdo con la investigación previa, esperábamos lo siguiente:

(a) los niños comprenderán antes el carácter esencial de las normas lógicas que la naturaleza opcional de las convencionales. Por tanto, el rendimiento en los errores superará al obtenido en los pseudoerrores (con y sin cardinal), independientemente de la edad o momento de medición. La presencia del valor cardinal del conjunto en los pseudoerrores mejorará el rendimiento de los niños.

(b) la influencia otorgada a las normas convencionales disminuirá progresivamente conforme aumente la edad de los participantes y avancen en la enseñanza primaria, especialmente a la edad de 7-8 años. En otras palabras, esperábamos que el rendimiento mejore con la edad, independientemente del tipo de tarea.

En segundo lugar, en el caso de que no diferencien entre las normas lógicas y convencionales, ¿cuáles son las normas convencionales que subyacen a las respuestas de los niños?, ¿a cuáles conceden más importancia? y finalmente, ¿qué variaciones se producen con la edad? El análisis de las justificaciones dadas por los participantes ha hecho posible responder a estas cuestiones. A partir de la evidencia empírica disponible, esperábamos que:

(a) la relevancia concedida a las normas convencionales cambiará a medida que aumenten las experiencias de conteo.

(b) algunas de estas normas serán más difíciles de relativizar que otras (p.e., la adyacencia espacial vs. señalar).

## 4.2. Método

### Participantes

En este estudio han participado veinticinco niños de tercer curso de Educación Infantil, sin dificultades de aprendizaje ni adaptación escolar, todos ellos escolarizados en el colegio concertado "Salesianos San Miguel Arcángel", situado en la zona suroeste de la ciudad de Madrid. La información proporcionada por el centro indica que los niños pertenecían a un nivel socio-económico medio y medio-bajo.

Al tratarse de una investigación longitudinal, se realizó un seguimiento de los participantes a los doce y a los veinticuatro meses siguientes. En la Tabla 11 se recoge la distribución total de la muestra, en función del momento de medición.

Antes de iniciar la recogida de los datos, tanto los padres de los estudiantes como la dirección y responsables del centro educativo fueron debidamente informados de los objetivos y del procedimiento a seguir en la investigación. Igualmente, para que los niños pudieran tomar parte en el estudio fue necesario que sus padres hubiesen manifestado, previamente y por escrito, su consentimiento. De todas las autorizaciones paternas recopiladas, se escogieron veinticinco al azar, aunque se intentó que el número seleccionado de niños y niñas fuese equivalente.

Tabla 11

*Características de la muestra en función del momento de medición*

| | | MEDICIÓN 1 | MEDICIÓN 2 | MEDICIÓN 3 |
|---|---|---|---|---|
| **Curso** | | 3º Ed. Infantil | 1º Ed. Primaria | 2º Ed. Primaria |
| **Rango edad** | | De 63 a 74 meses | De 75 a 86 meses | De 87 a 98 meses |
| **Edad Media (meses)** | | 69.12 (DT= 3.22) | 81.08 (DT= 3.28) | 93.08 (DT= 3.28) |
| **Género** | **Niños** | 13 (52%) | 12 (50%)* | 12 (50%)* |
| | **Niñas** | 12 (48%) | 12 (50%) | 12 (50%) |
| **N Total** | | 25 | 24* | 24* |

* Uno de los participantes abandonó el centro escolar antes de finalizar el estudio y solo pudo completar las pruebas realizadas en la primera medición. Por ese motivo fue excluido del análisis de datos.

### Materiales

En este trabajo se utilizó un programa informático para aplicar las distintas tareas. El programa de ordenador, titulado "*La Casita de los Juegos*", se ha creado a través de la tecnología Flash 8, mediante el lenguaje de programación ActionScript[8]. Estaba protagonizado por Rosa, una joven profesora que invitaba a los participantes a "jugar" con ella y con los otros niños que vivían en la "casita". A diferencia de otras investigaciones con la tarea de detección, en las que se utilizaba una marioneta, los personajes que se encargaban de ejecutar las distintas tareas eran niñas (Mara, Eli, Eva y Tina). El objetivo era aumentar la motivación de los participantes y crear situaciones más próximas a la realidad, ya que las protagonistas del juego también estaban aprendiendo a contar. En la Figura 16 se recoge una imagen de todos los personajes del juego.

[8] La versión empleada se corresponde con la diseñada para el proyecto de investigación - financiado por el Ministerio de Educación y dirigido por la Dra. Ileana Enesco - SEJ2006-12642, en el cual se enmarca el presente trabajo. La programación del software ha corrido a cargo de la Dra. Carolina Callejas.

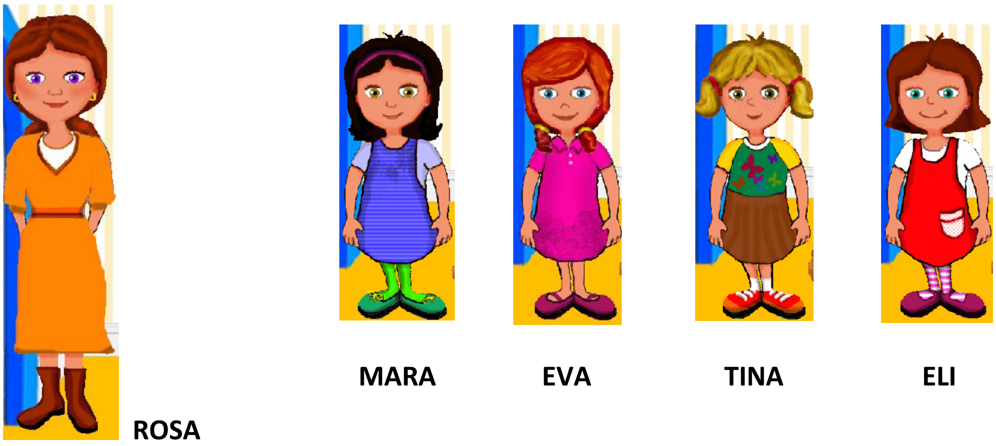


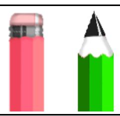
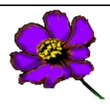
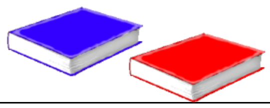

*Figura 16.* Los personajes del juego

A lo largo de las distintas pruebas las niñas contaban diferentes elementos, como se detalla en la Tabla 12. Rosa siempre colocaba una serie de objetos (entre siete y trece) en hilera horizontal sobre una mesa (de 21.03cm de largo x 2.4cm de alto x 3cm de ancho). El tamaño de los objetos variaba en función de su naturaleza y de la cantidad presentada (el alto oscilaba entre 1cm y 2cm, el ancho entre 0.5cm y 2cm y la separación entre los objetos era de, aproximadamente, 1cm). En el Anexo I (Figura 23) se han incluido imágenes con la distribución y características de los objetos mostrados en este estudio.

Como soporte para ejecutar el programa informático, se dispuso de un ordenador portátil durante la recogida de los datos. A pesar de que el software permitía el registro automático de los datos personales de los participantes y de sus respuestas (bien/mal), también se utilizaron protocolos para anotar las justificaciones emitidas por los niños y otros comportamientos relevantes (p.e., contar con los dedos a escondidas o en voz baja). Igualmente, se empleó una grabadora de audio en la que quedaron registradas todas las sesiones para su posterior trascripción y análisis.

Tabla 12

*Características y número de objetos presentados en cada ensayo*

| **Identidad de los ítems** | **Cantidad de ítems** | **Identidad de los ítems** | **Cantidad de ítems** |
|---|---|---|---|
|  | 8 |  | 9 |
|  | 9 |  | 10 |
|  | 7 |  | 9 |
|  | 9 |  | 8 |
|  | 7 |  | 9 |
|  | 4 con punta<br>9 sin punta |  | 10 |
|  | 3 azules<br>4 rojos |  | 7 fútbol<br>5 baloncesto |
|  | 11 rojas<br>1 azul |  | 8 |

**Procedimiento**

Al tratarse de un diseño longitudinal, la recogida de datos se realizó a lo largo de tres cursos académicos consecutivos. Durante los meses de marzo a mayo de 2008 tuvo lugar la primera recogida de información. Transcurridos doce meses, entre marzo y mayo de 2009, se llevó a cabo la segunda medición y, finalmente, los mismos niños fueron de nuevo evaluados entre marzo y mayo de 2010. En todos los casos, y para cada uno de los participantes, se hicieron entrevistas semi-estructuradas basadas en el método clínico piagetiano, es decir, se adaptaron o se reformularon preguntas cuando fue preciso o se intervino con cuestiones adicionales que permitían aclarar el sentido de las respuestas infantiles.

La recogida de datos se desarrolló en horario lectivo en el centro escolar en una sala habilitada por el colegio para tal fin. Las investigadoras habían pasado algún tiempo en las clases con los profesores y los alumnos para que los niños se familiarizasen con su presencia. Además, como eran ellas mismas las que acompañaban a los participantes en los trayectos entre sus aulas y la sala de entrevistas, aprovechaban esos momentos para conversar con los niños y ganarse su confianza. En general, todos los participantes se mostraron contentos y dispuestos a la hora de realizar las distintas tareas. Como señalábamos anteriormente, el hecho de que se tratase de un "videojuego" añadía un componente motivacional importante. En la habitación donde se realizaba la evaluación únicamente se encontraban el niño y las experimentadoras. Los participantes se sentaban en una silla, adaptada a su estatura, frente al ordenador portátil y a ambos lados se situaban las dos investigadoras: mientras que la autora de este trabajo se ocupaba de guiar la entrevista y manejar el teclado, la otra recogía en un cuadernillo las respuestas y explicaciones de los niños, además de cualquier otro comportamiento que fuera de interés. En algunas ocasiones, y debido a que varios niños lo solicitaron explícitamente, se dejaba que ellos manipularan el ratón del ordenador, lo que aumentaba su implicación en la tarea.

Esta investigación formaba parte de un estudio más amplio acerca del desarrollo de diversos aspectos socio-cognitivos en niños de Educación Infantil y primer ciclo de Educación Primaria y, por eso, las tareas de conteo se intercalaron con otras pruebas. Con el objetivo de prevenir el cansancio y la falta de atención en los niños, la evaluación se efectuó a lo largo de tres sesiones de unos quince minutos de duración. Solo cuando todos los participantes habían completado una sesión se procedía a comenzar con la siguiente. No obstante, el intervalo de tiempo entre cada una de las sesiones en ningún caso superó las tres semanas.

Todas las sesiones seguían una pauta similar debido a la estructura del programa informático. En la primera se explicaba a los niños el funcionamiento del videojuego, se les informaba de que iban a conocer a otras niñas (Mara, Eli, Eva y Tina) y también a su profesora (Rosa), quien sería la encargada de mostrarles los distintos juegos. A continuación, se iniciaba la presentación de los diferentes ensayos. En la segunda y tercera sesión, se les recordaba brevemente esta historia y accedían directamente al juego.

El programa empezaba siempre con una pantalla en la que debían registrarse los datos personales de los participantes (nombre y apellidos, la edad, la fecha de nacimiento, el género y el curso) y un número de identificación (número ID) para reconocerlo en la base de datos y en los análisis posteriores. En el Anexo I se ha recogido una figura de esta pantalla inicial

(Figura 17) y también de otras pantallas, que ilustran el modo en que se desarrollaba el juego (Figuras 18 a 22).

Una vez cumplimentada la información de los participantes, aparecía una imagen de Rosa delante de "la Casita de los Juegos" diciendo: "*hola, me llamo Rosa. Esta es mi casita de juegos. ¿Te gustaría jugar conmigo y otros niños a un juego muy divertido? Pues... ¡Adelante!*". Tras seleccionar la tarea de conteo correspondiente, la siguiente pantalla mostraba el salón de la casita. Allí estaba Rosa de pie junto a la puerta, detrás de una mesa marrón situada justamente en el centro del escenario. Rosa comenzaba explicando: "*ahora vamos a jugar con una amiga a contar cosas*" (entraba el personaje: Mara, Eli, Eva o Tina) y se presentaba: "*hola yo soy* ___", situándose al lado de la profesora. Seguidamente, Rosa aclaraba: "*Ella está aprendiendo a contar, por eso tenemos que ayudarla, ¿vale? Voy a colocar unas cosas en la mesa para que las cuente…* (este momento lo solían aprovechar las investigadoras para enfatizar que la niña estaba aprendiendo a contar, recalcando a los participantes que deberían estar muy atentos a su actuación para poder ayudarla. A continuación, una cortina azul bajaba del techo y ocultaba a Rosa y a la mesa. Tras unos segundos, la cortina subía de nuevo y en la mesa aparecían los objetos que se tenían que contar. Entonces, el personaje comenzaba a desplazarse contando la hilera de objetos, a razón de un elemento por segundo, mientras movía el brazo de arriba abajo para tocarlos a la vez que decía la etiqueta correspondiente. Además, para facilitar a los niños el recuerdo de los elementos ya contados, estos se movían ligeramente cuando el personaje ponía su dedo encima. Una vez que concluía el conteo, Rosa preguntaba a los participantes: "*¿lo ha hecho bien o lo ha hecho mal?, ¿por qué?*". A partir de las contestaciones dadas, el investigador proseguía con la entrevista semi-estructurada, formulando distintas preguntas para profundizar y/o clarificar las justificaciones ofrecidas antes de pasar al siguiente ensayo (en el Anexo I se han incluido varios fragmentos de las entrevistas). El programa también permitía repetir los ensayos a los participantes siempre que fuese necesario (p.e., cuando no recordaban la actuación del personaje[9]). Finalmente, al concluir cada sesión Rosa se despedía con la frase: "*ya hemos terminado, lo has hecho muy bien. ¡Hasta pronto!*".

Se presentaron un total de dieciséis ensayos: cuatro conteos correctos convencionales o aciertos (que respetaban las normas lógicas y convencionales), cuatro errores (que

[9] Esto únicamente fue necesario en el 1.65% de los ensayos (considerando los dieciséis conteos presentados en cada una de las mediciones: errores, pseudoerrores y conteos correctos). En concreto, en el 1.82% de los casos en la primera medición y en el 1.56% en la segunda y tercera medidas. Así, por su baja frecuencia, no se puede decir que este tipo de actuaciones haya sesgado las respuestas de los participantes.

quebrantaban tanto las normas lógicas como las convencionales) y ocho pseudoerrores (que solo transgredían las normas convencionales). Para facilitar la aplicación de las pruebas en las distintas sesiones, los ensayos de conteo se dividieron en cuatro grupos denominados *Conteo_1, Conteo_2, Conteo_3* y *Conteo_4*, con cuatro ensayos en cada uno de ellos. El orden de presentación de los ensayos se estableció al azar y se mantuvo constante para cada una de esas agrupaciones: pseudoerror sin valor cardinal, acierto, error y pseudoerror con valor cardinal. La Tabla 13 especifica los ensayos concretos que formaron cada una de estas cuatro colecciones y las sesiones en las que tuvieron lugar. Además, para evitar que los participantes pudieran asumir que algunos de los personajes sabían más que otros, lo que podría afectar a los juicios acerca de la adecuación de sus actuaciones, los cuatro ensayos de cada uno de los grupos fueron ejecutados por el mismo personaje (Mara contó en los ensayos de *Conteo_1*, Eva en los de *Conteo_2*, Tina en los de *Conteo_3* y Eli en los de *Conteo_4*).

Tabla 13

*Ensayos de conteo correspondientes a cada una de las sesiones*

| **Agrupaciones de los ensayos de conteo** | | **Sesión 1** | **Sesión 2** | **Sesión 3** |
|---|---|---|---|---|
| **Conteo_1** | | | | |
| *Pseudoerror_1* | *Error_1* | X | | |
| *Acierto_1* | *Pseudoerror_5* | | | |
| **Conteo_2** | | | | |
| *Pseudoerror_2* | *Error_2* | | X | |
| *Acierto_2* | *Pseudoerror_6* | | | |
| **Conteo_3** | | | | |
| *Pseudoerror_3* | *Error_3* | | X | |
| *Acierto_3* | *Pseudoerror_7* | | | |
| **Conteo_4** | | | | |
| *Pseudoerror_4* | *Error_4* | | | X |
| *Acierto_4* | *Pseudoerror_8* | | | |

Todos los ensayos tenían en común las instrucciones dadas y que los objetos se presentaban en forma de hilera, pero diferían en la naturaleza de los objetos contados y en el tamaño de los conjuntos. La investigación previa ha demostrado que el tamaño de los conjuntos no afectaba al rendimiento de los niños en la tarea de detección (ver Kamawar et al., 2010) y, por eso, se optó por emplear cantidades de objetos no perceptivas (entre siete y trece elementos), dentro de un rango de conteo fácil de asumir por los participantes. Además, para reducir las demandas de la tarea y evitar que los errores pudieran pasar desapercibidos, el incumplimiento de las normas lógicas sucedía en el medio o al final de la hilera y afectaba a varios ítems. En los pseudoerrores se siguió un procedimiento similar, siempre que fue posible. Finalmente, el programa de ordenador limitaba la influencia de variables contaminantes, ya que las condiciones experimentales eran idénticas para todos los participantes (el personaje contaba siempre a la misma velocidad, con el mismo tono, las mismas pausas, etc.).

En todos los conteos correctos el personaje contaba los elementos de modo convencional. Esto es, consecutivamente, de izquierda a derecha y diciendo todos los numerales en orden ascendente y en voz alta. Estos ensayos se incluyeron como control, para garantizar que los niños discriminaban entre los distintos conteos y comprendían las instrucciones.

En cuanto a los ensayos erróneos, se han creado específicamente para este estudio. De acuerdo con el objetivo del presente trabajo, se han planteado errores que transgredían las normas lógicas y convencionales. El propósito era comprobar a cuál de esas normas los niños daban más importancia. Concretamente, en el *Error_1* el personaje contaba hacia atrás de 9 a 3 y asignaba erróneamente el número 3 como cardinal del conjunto. Este error quebrantaba una norma lógica referida al principio de cardinalidad (se basaba en la "regla del cuántos", esto es, la repetición de la última etiqueta de conteo a pesar de que esta no representaba el verdadero valor cardinal del conjunto) y la norma convencional de emitir la secuencia de numerales en orden ascendente. En el *Error_2* la hilera de objetos era heterogénea, formada por dos tipos de elementos diferentes pero pertenecientes a la misma categoría (lápices con punta y sin punta). El error se producía porque el personaje contaba los elementos de cada subgrupo por separado (del 1 a 4 los lápices con punta y del 1 al 9 los lápices sin punta) y decía el valor cardinal correspondiente al mayor de los subconjuntos. Al proceder de ese modo, no solo incumplía las normas lógicas del principio de abstracción (no contaba todos los lápices - con punta y sin punta - juntos) sino que también desobedecía las convenciones de empezar por un extremo, adyacencia espacial y dirección izquierda-derecha. En el *Error_3* el personaje empezaba a contar por el cuarto elemento de la hilera (*"1"*), continuaba por el primero de la izquierda (*"2"*) y cuando llegaba de nuevo al cuarto objeto lo volvía a contar (*"5"*), y proseguía contando hasta el final de la hilera. En este caso, se transgredía la norma lógica subyacente al principio de correspondencia uno a uno porque un elemento se contaba dos veces, así como las normas convencionales de empezar por un extremo, adyacencia espacial y dirección izquierda-derecha. En el *Error_4* el personaje asignaba dos valores cardinales diferentes al conjunto, en función del lugar por donde empezaba a contar (*"hay 12"*, si comenzaba desde el primer objeto; *"hay 4"* si lo hacía desde el noveno). De este modo, incumplía las normas lógicas del principio de irrelevancia del orden y la convencional de empezar por un extremo. La Tabla 14 ilustra los errores presentados y las normas quebrantadas en cada caso.

Los pseudoerrores únicamente transgredían normas convencionales y, al igual que los errores, la mayor parte han sido diseñados por nuestro equipo de investigación. La razón ha sido que pretendíamos abarcar el mayor número posible de normas convencionales. Además y de manera novedosa, en cuatro pseudoerrores el personaje acompañaba el conteo de la emisión del valor cardinal correcto del conjunto ("*Hay…*"), mientras que en los otros cuatro no lo mencionaba. Esto se hizo para evaluar si la presencia del valor cardinal hacía más explícita la función del conteo y, por tanto, redundaba en una mejor ejecución. La Tabla 15 ofrece un resumen de todos los pseudoerrores empleados y de las normas convencionales incumplidas en cada uno de ellos.

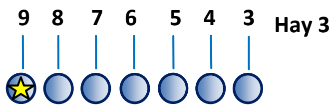
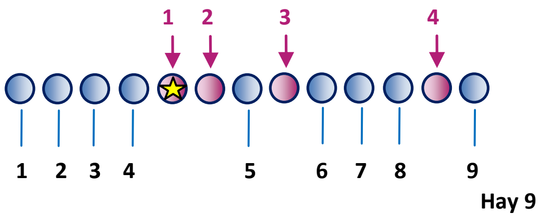
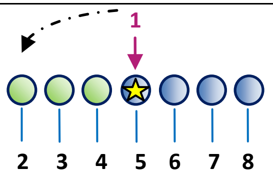
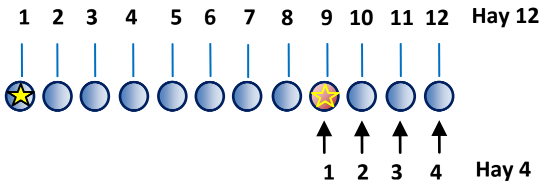
En cuanto a los pseudoerrores sin valor cardinal, el *Pseudoerror_1* era un falso error de omisión, porque el personaje se saltaba un elemento (el séptimo) y lo contaba al final. El *Pseudoerror_2* era un falso error de repetición, ya que el personaje señalaba y etiquetaba tres veces el mismo elemento ("*6-6-6*"). El *Pseudoerror_3* era un falso error de etiquetación en el que el personaje fingía haber olvidado el número 6 (decía: "*1,2,3,4,5, hummm, 7*") por lo que se saltaba ese elemento y continuaba el conteo con el 7. Inmediatamente después, recordaba el número olvidado e invertía la dirección de conteo para decir "¡6!" y finalizaba etiquetando y señalando los dos elementos restantes: "*8*, *9*". El *Pseudoerror_4* era un falso error de omisión de numerales, porque si bien el personaje señalaba todos los elementos, solo mencionaba en voz alta los números pares (contaba de dos en dos).

Por lo que se refiere a los pseudoerrores con cardinal, en el *Pseudoerror_5* el personaje contaba hacia atrás (de 9 a 1) y decía el cardinal correcto, ("*hay 9*"). En el *Pseudoerror_6* se producía el conteo silente de los tres últimos elementos de la hilera, tras lo cual el personaje decía el valor cardinal del conjunto ("*hay 10*"). En el *Pseudoerror_7* se mostraba una hilera formada por pelotas de fútbol y de baloncesto, en la que el personaje señalaba y etiquetaba primero las de fútbol y a continuación las de baloncesto, obteniendo el valor cardinal correcto ("*hay 12*"). Por último, en el *Pseudoerror_8* el personaje contaba todos los elementos alternando la dirección (uno de la izquierda y otro de la derecha), obteniendo el cardinal correcto (“*hay 8*”).

No se emplearon los mismos pseudoerrores con y sin cardinal para evitar los posibles efectos de aprendizaje o de la práctica repetida en las respuestas de los niños. Como se refleja en la Tabla 15, la mayoría de las normas convencionales transgredidas estaban presentes en más de un pseudoerror, por lo que se disponía de varios ensayos para comprobar si los niños identificaban correctamente esas características no esenciales.

Tabla 14.

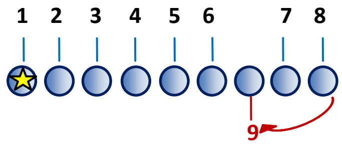
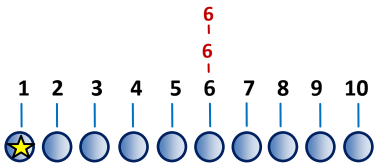
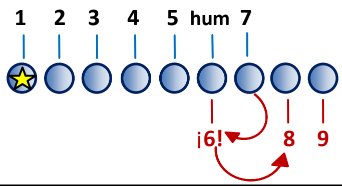
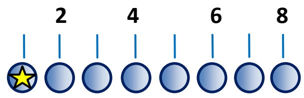
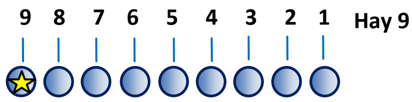
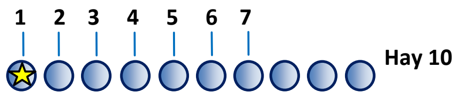
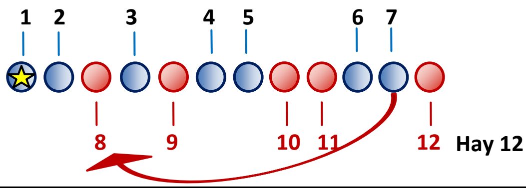
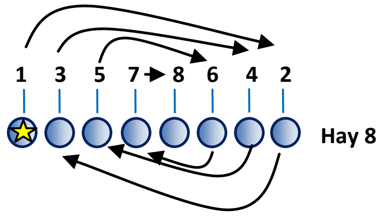
*Los ensayos erróneos: normas lógicas y convencionales transgredidas*

<table>
<tr><th></th><th>Descripción del ensayo</th><th>Normas lógicas transgredidas</th><th>Normas convencionales transgredidas</th></tr>
<tr><td>Error_1</td><td>
</td><td>Relativas al principio de cardinalidad:<br>- La última etiqueta emitida NO designa el valor cardinal del conjunto.</td><td>Emitir la secuencia de numerales en orden ascendente.</td></tr>
<tr><td>Error_2</td><td>
</td><td>Relativas al principio de abstracción:<br>- Se cuentan los elementos pertenecientes a cada una de las dos categorías por separado (del 1 al 4 y del 1 al 9).</td><td>Empezar a contar por un extremo.<br>Adyacencia espacial.<br>Dirección izquierda-derecha.</td></tr>
<tr><td>Error_3</td><td>
</td><td>Relativas al principio de correspondencia uno a uno:<br>- Se repite el elemento contado en primer lugar.</td><td>Empezar a contar por un extremo.<br>Dirección izquierda-derecha.<br>Adyacencia espacial.</td></tr>
<tr><td>Error_4</td><td>
</td><td>Relativas al principio de irrelevancia del orden:<br>- El valor cardinal dado del conjunto difiere en función del elemento por el que se empiece a contar.</td><td>Empezar a contar por un extremo.</td></tr>
</table>

Nota: y significan que el personaje toca los objetos. La indica el ítem por el que se empieza a contar y las los cambios en la dirección seguida.
Cuando en la figura aparecen números encima y debajo de la hilera de objetos, significa que los de arriba son los que el personaje cuenta primero.

Tabla 15

*Los pseudoerrores: normas convencionales transgredidas*

| | | Descripción del ensayo | Normas convencionales transgredidas |
|---|---|---|---|
| SIN VALOR CARDINAL | **Pseudoerror_1 (Falso error de omisión de elementos)** |   | Adyacencia. Dirección izquierda-derecha. |
| | **Pseudoerror_2 (Falso error de repetición)** |   | Adyacencia temporal y espacial. |
| | **Pseudoerror_3 (Falso error de etiquetación)** |   | Adyacencia temporal y espacial. Dirección izquierda derecha. |
| | **Pseudoerror_4 (Falso error de omisión de numerales)** |   | Verbalización de las etiquetas. |
| CON VALOR CARDINAL | **Pseudoerror_5 (Conteo hacia atrás. Cardinal correcto)** |   | Orden ascendente de la secuencia de numerales. Regla de repetición del último numeral para designar el valor cardinal. |
| | **Pseudoerror_6 (Conteo silente de los tres últimos elementos. Cardinal correcto)** |   | Verbalización de las etiquetas. Señalar o tocar los objetos. Regla de repetición del último numeral para designar el valor cardinal. |
| | **Pseudoerror_7 (Conteo alternando los elementos. Cardinal correcto)** |   | Adyacencia espacial. Dirección izquierda-derecha. |
| | **Pseudoerror_8 (Conteo alternando la dirección. Cardinal correcto)** |   | Dirección izquierda-derecha. Adyacencia espacial. |

**Nota:** | significa que el personaje toca los objetos. ☆ indica el ítem por el que se empieza a contar y las flechas los cambios en la dirección seguida.
Cuando aparecen números arriba y abajo, los de arriba son los que se cuentan en primer lugar.

### Codificación de los datos

El criterio seguido para considerar las respuestas de los participantes correctas era que no solo debían identificar adecuadamente el ensayo (juzgar los errores como conteos incorrectos y los pseudoerrores y aciertos como correctos), sino también justificar convenientemente su respuesta. En concreto, los niños tenían que rechazar los errores refiriéndose a la norma lógica transgredida y debían aceptar los pseudoerrores argumentando que las normas lógicas se mantenían intactas.

Los requisitos de puntuación seguidos proporcionaban datos de carácter cuantitativo (0 = fallo y 1 = éxito en la detección del ensayo) además de información cualitativa acerca de los distintos argumentos que los niños empleaban para justificar sus respuestas. En esta última, las explicaciones de los niños se agrupaban en diferentes categorías que variaban en función del tipo de ensayo (errores vs. pseudoerrores).

Específicamente, en los errores las respuestas de los niños se codificaban como incorrectas si: (a) los aceptaban considerando que el conteo era correcto, (b) los rechazaban aludiendo a la transgresión de una norma lógica incorrecta que, de hecho, no se había quebrantado en ese ensayo en cuestión, (c) los rechazaban por el incumplimiento de las normas convencionales, (d) los rechazaban por el incumplimiento de las normas lógicas y convencionales y (e) aludían a otras razones no clasificables dentro de alguna de las categorías anteriores.

En los pseudoerrores se codificaron las justificaciones de los participantes atendiendo a la siguiente clasificación: (a) aceptación de los pseudoerrores como conteos válidos (respuestas correctas); (b) rechazo de los pseudoerrores refiriéndose al incumplimiento de una norma lógica, (c) rechazo de los pseudoerrores por el incumplimiento de las normas convencionales, (d) rechazo de los pseudoerrores por considerar que el procedimiento seguido resultaba arriesgado y, (e) por otras razones no clasificables dentro de alguna de las categorías anteriores.

En cuanto a los conteos correctos, teniendo en cuenta que han sido incluidos para evitar las respuestas de perseveración y como ensayos de control, se calificaron como adecuados todos los argumentos ofrecidos por los niños, siempre y cuando los identificaran como formas válidas de conteo.

Por último, con el objetivo de comprobar la fiabilidad de la codificación de las justificaciones, se seleccionaron al azar un 18% del conjunto total de ensayos para que fueran codificados por dos investigadores diferentes. El acuerdo inter-jueces fue alto (95%), lo que indicaba que los criterios seguidos en la clasificación de las respuestas de los niños eran apropiados. Aquellos casos en los que existieron discrepancias, se revisaron y discutieron hasta que se alcanzó el acuerdo.

# CAPÍTULO 5.

# ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Con el objetivo de simplificar la presentación de los resultados, se van a diferenciar tres grandes apartados en el presente capítulo. En los dos primeros se abordarán los datos de carácter cuantitativo. Así, en primer lugar, se analizarán los efectos que el momento de medición y la tarea ejercieron en el rendimiento de los niños. Seguidamente, se estudiará la variabilidad y estabilidad de las puntuaciones de los participantes, así como el cambio intraindividual observado a lo largo de las tres mediciones.

El tercer apartado, dedicado al análisis de las justificaciones, ha sido divido en tres subapartados. El primero tratará sobre la fiabilidad del criterio de puntuación seguido (identificación y justificación) y los dos restantes detallarán, por un lado, los tipos de argumentos utilizados por los participantes a la hora de valorar la adecuación o no de los errores y, por otro, las justificaciones en los pseudoerrores. Teniendo en cuenta que las razones de los niños para aceptar o rechazar los pseudoerrores no variaron en función de la presencia o ausencia del valor cardinal, se ha optado por obviar esta distinción y considerar conjuntamente los ocho ensayos inusuales en este tercer apartado del capítulo.

## 5.1. Efectos del momento de medición y la tarea en el rendimiento de los niños

Aunque la tarea de detección incluía tres tipos de ensayos, conteos correctos estándar, errores y pseudoerrores, los primeros no han sido tenidos en cuenta en los análisis estadísticos que se presentarán a continuación. Como ya se mencionó en el capítulo anterior, estos conteos correctos convencionales actuaban como ensayos de control para comprobar que los niños discriminaban entre los distintos tipos de conteos. Como se esperaba, los participantes alcanzaron niveles de éxito muy elevados en las tres mediciones. En concreto, en la primera medición, 22 de los 24 niños (92%) aceptaron los cinco ensayos correctos (uno de los participantes respondió mal en un ensayo y el otro participante en dos). En la segunda y tercera medición, todos los niños aceptaron los cinco conteos correctos, por lo que el porcentaje de respuestas correctas fue del 100%. Estos datos son congruentes con la investigación previa ya que, en todos los casos, el porcentaje de respuestas correctas, tanto en Educación Infantil como en Primaria, superaba el 85% (ver, por ejemplo, Briars y Siegler, 1984; Geary et al., 2004; Gelman y Meck, 1983, 1986, LeFevre et al., 2006). Este nivel de rendimiento se puede atribuir a que los conteos correctos habituales no contravenían ninguna norma, ni lógica ni convencional. Además ponía de manifiesto que los niños habían comprendido perfectamente las instrucciones de la tarea de detección.

De acuerdo con los objetivos de este estudio, el análisis cuantitativo de los datos se ha llevado a cabo mediante un ANOVA con medidas repetidas 3 (Momento de Medición: Medición 1 vs. Medición 2 vs. Medición 3) x 3 (Tarea: Errores vs. Pseudoerrores sin valor cardinal vs. Pseudoerrores con valor cardinal) a través del paquete estadístico SPSS-19.0.

A pesar de que el ANOVA se caracteriza por ser una prueba muy robusta necesita, como cualquier otro test paramétrico, que los datos satisfagan una serie de criterios o asunciones para evitar la posibilidad de cometer errores estadísticos. Existe acuerdo general en que la asunción más importante en los modelos de medidas repetidas es la esfericidad (o equivalencia de las diferencias entre las varianzas, ver Atkinson, 2001 o Field, 2009). Con respecto a esto, la prueba de Mauchly indicó que los datos de este estudio cumplían esa condición ($\chi^2$(2)=1.048, p=.59; $\chi^2$(2)=.29, p=.87; $\chi^2$(9)=9.578, p=.39, para los factores Medición, Tarea y Medición x Tarea, respectivamente). Igualmente, ya que el tamaño de la muestra ($N \geq 40$) permite adoptar el teorema del límite central, se puede asumir la distribución normal de los datos obtenidos en este estudio.

Los resultados mostraron que fueron significativos los efectos principales de los factores Momento de Medición ($F_{2, 46}$ =9.373 p<.01, $\eta_p^2$ =0.290) y Tarea ($F_{2, 46}$ =43.384 p<.01, $\eta_p^2$ =0.654), así como la interacción Medición x Tarea ($F_{4, 92}$ =2.741 p<.05, $\eta_p^2$ =0.106) (ver Tabla 16).

Tabla 16

*Medias y desviaciones típicas (entre paréntesis) de las respuestas correctas de los participantes en las distintas tareas a lo largo de las diferentes mediciones*

| Tarea | Medición 1 (5-6 años) *M* (*DT*) | Medición 2 (6-7 años) *M* (*DT*) | Medición 3 (7-8 años) *M* (*DT*) |
|---|---|---|---|
| Errores | 2.08 (0.93) | 2.83 (0.96) | 3.17 (1.01) |
| Pseudoerrores sin valor cardinal | 0.88 (1.04) | 0.71 (1.04) | 1.13 (1.54) |
| Pseudoerrores con valor cardinal | 0.92 (1.28) | 1.58 (1.69) | 1.96 (1.71) |

Nota. La puntuación máxima posible es 4.

En cuanto al factor Medición, el análisis reveló que el rendimiento de los participantes mejoraba significativamente conforme los niños se hacían mayores (*M*=1.292, *DT*=.7798; *M*=1.708, *DT*=.9845; *M*=2.083, *DT*=1.2089, en la primera, segunda y tercera medidas, respectivamente). De acuerdo con nuestras previsiones, los niños se volvían progresivamente más capaces de identificar correctamente los aspectos esenciales del conteo (normas lógicas) y reconocer el carácter opcional de las normas convencionales. Sin embargo, las comparaciones múltiples llevadas a cabo con la prueba post-hoc de Bonferroni, indicaron que solo existían diferencias significativas entre la primera y la última medición ($p<.05$). Esto indica que el cambio en la comprensión del conteo no tiene lugar de modo abrupto, sino gradual. De hecho, las diferencias encontradas se relacionan, como veremos más adelante en el análisis de la interacción, con el tipo de tarea. Brevemente, las mejoras observadas de una medición a otra se debían a que el rendimiento aumentaba principalmente en los errores y también en los pseudoerrores con cardinal.

La ausencia de diferencias significativas en las ejecuciones de los niños de Primaria en las tareas de detección también ha sido documentada en otras investigaciones. Por ejemplo, Geary et al. (2000) en un estudio longitudinal con niños de primero y segundo de Primaria observaron que el rendimiento de los participantes apenas sufría variaciones de un año a otro. Igualmente, siguiendo un diseño transversal, Kamawar et al. (2010) compararon las actuaciones de niños con edades comprendidas entre los cinco y los once años. Únicamente hallaron diferencias significativas entre el grupo de 10-11 años y el resto de las edades.

Las diferencias entre la primera y la última medición podrían explicarse atendiendo a que las experiencias educativas que la mayoría de los niños de Educación Infantil tienen, dentro y fuera del aula, son cualitativamente diferentes a las que se encuentran los niños en Primaria. Por ejemplo, mientras que los más pequeños practican el conteo en contextos informales (juegos, canciones, etc), los mayores lo usan para resolver tareas formales (p.e., utilizan el conteo como un medio para hallar el resultado de diversas operaciones aritméticas). En efecto, una vez que han comenzado esta nueva etapa educativa y concretamente durante el primer ciclo de Educación Primaria, comienzan a trabajar, desde un punto de vista más formal y simbólico, nociones tales como la cardinalidad, el orden (p.e., manejo y representación de cantidades grandes mediante guarismos u ordenación de cifras numéricas - de mayor a menor y viceversa -) y, en especial, los algoritmos aritméticos. En consecuencia, aumentan considerablemente las oportunidades que los niños tienen de aplicar el conteo y poner en práctica no solo las reglas lógicas sino también enfrentarse al carácter opcional de las reglas convencionales (p.e., los propios niños inventan distintas estrategias como contar hacia atrás y contar a partir del sumando mayor para resolver problemas de adición y sustracción). En definitiva, de alguna manera estas nuevas experiencias pueden haber repercutido en la sensible mejora de la comprensión de las reglas lógicas y convencionales.

Respecto al factor Tarea, los niños tuvieron más éxito a la hora de detectar los errores que los pseudoerrores con y sin cardinal ($M$=2.694, $DT$=.7014; $M$=0.903, $DT$=1.0143; $M$=1.486, $DT$=1.2890, en detección de errores, pseudoerrores sin valor cardinal y pseudoerrores con valor cardinal, respectivamente). Asimismo, el análisis de las comparaciones múltiples realizado con la prueba post-hoc de Bonferroni puso de manifiesto la existencia de diferencias significativas entre los tres tipos de tareas: (a) entre errores y pseudoerrores sin cardinal ($p < .01$); (b) entre errores y pseudoerrores con cardinal ($p<.01$) y (c) entre pseudoerrores sin cardinal y pseudoerrores con cardinal ($p<.05$).

Más concretamente, en este estudio hemos hallado, en primer lugar, que el porcentaje medio de ensayos correctamente detectados por los niños fue del 67.35% en los errores y del 29.87% en los pseudoerrores.

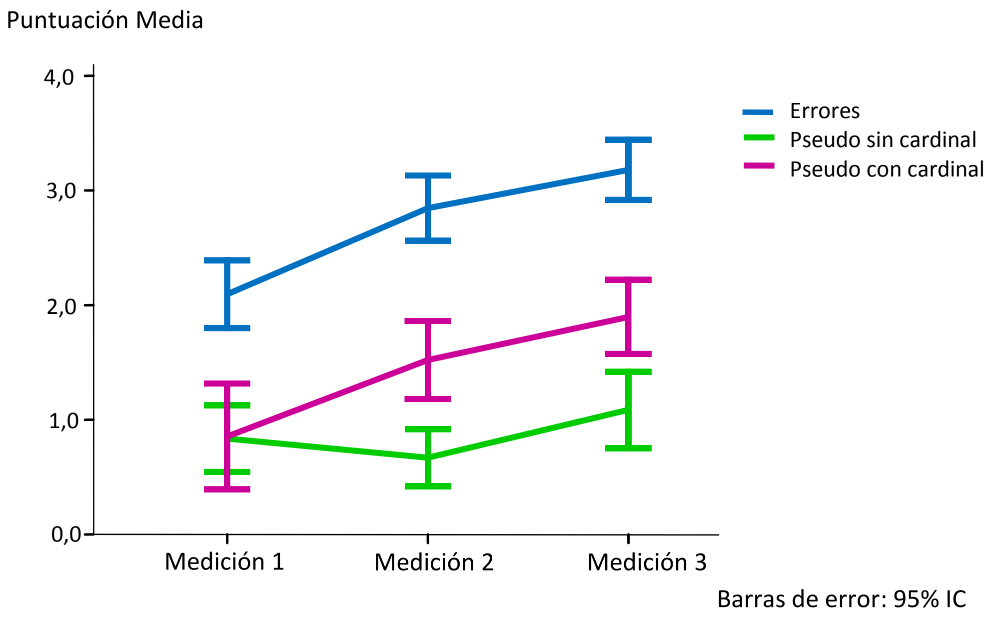
Este resultado es congruente tanto con nuestras hipótesis como con los de otras investigaciones, por ejemplo, la de Briars y Siegler (1984) con niños de tres a cinco años y las de Geary et al. (1999, 2000), Kamawar et al. (2010), LeFevre et al. (2006) y Rodríguez et al. (en revisión) con participantes de mayor edad. Aunque existen diferencias metodológicas importantes (p.e., cantidad y tipos de ensayos, como se recordará de lo comentado en el capítulo 3) entre este estudio y los mencionados previamente, en estos últimos el rendimiento de los niños en los errores era también significativamente mejor que en los pseudoerrores. Así, el porcentaje de éxito de los niños de cinco años en el estudio de Briars y Siegler (1984) alcanzaba el 93.75% en los errores frente al 59.25% en los pseudoerrores. Igualmente, LeFevre et al. (2006) observaron que el 82% de sus participantes (con edades comprendidas entre los cinco y los ocho años) respondían correctamente en los ensayos erróneos, mientras que únicamente el 43% lo hacía en los conteos inusuales (pseudoerrores). Los resultados de Kamawar et al. (2010) con niños de cinco a once años fueron similares (85% de éxito en los errores frente al 45% en los conteos inusuales). Por último, más recientemente, Rodríguez et al. (en revisión) encontraron que los niños de cinco a ocho años respondían adecuadamente en el 74.3% de los conteos erróneos, pero solo en el 37.2% de los pseudoerrores.

Esta misma tendencia, aunque atenuada, se apreciaba en el trabajo de Geary y colaboradores (2000) con niños de primero y segundo de primaria, con y sin dificultades de aprendizaje: detectaban el 88.25% de los errores y el 73.75% de los pseudoerrores (a efectos de comparación, en este caso se han tenido en cuenta para calcular los porcentajes tanto los que Geary y cols. denominaron "pseudoerrores", que transgredían la adyacencia espacial, como los "conteos de derecha a izquierda").

En segundo lugar y también relacionado con el factor Tarea, hay que tener en cuenta que en el presente estudio no todos los pseudoerrores tuvieron la misma dificultad para los participantes. Tal y como ha quedado patente más arriba, existían diferencias significativas entre el rendimiento de los niños en los pseudoerrores en función de si estos iban acompañados o no del valor cardinal del conjunto. Conforme se esperaba, en los ensayos en los que estaba ausente el cardinal, aumentaba significativamente la probabilidad de que los niños los considerasen, equivocadamente, conteos incorrectos. Por el contrario, cuando el valor cardinal del conjunto estaba presente, las posibilidades de aceptar los pseudoerrores como conteos válidos crecían. En concreto, el porcentaje medio de respuestas correctas fue del 22.58% en los pseudoerrores sin valor cardinal frente al 37.15% en los pseudoerrores con valor cardinal. Teniendo en cuenta esto, parece que, en general, la presencia del valor cardinal en los ensayos de conteo propiciaba que los niños se fijasen más en si el resultado final tras el conteo ("Hay…") era correcto o no, que en las normas convencionales infringidas. En otras palabras, cuando el conteo había satisfecho adecuadamente su función (un resultado o cardinal correcto), el procedimiento seguido para lograrlo se relegaba a un segundo plano, aunque conllevase la transgresión de las normas convencionales.

Finalmente, la interacción Medición x Tarea resultó significativa porque el patrón de respuestas encontrado en las distintas tareas variaba en función del momento de medición o, lo que es lo mismo, en función de la edad que en ese momento tuvieran los participantes (ver Gráfico 1).

*Gráfico 1. Interacción Medición x Tarea.*




Para profundizar en el análisis de la interacción, se han llevado a cabo una serie de ANOVAs simples con medidas repetidas para cada nivel en cada uno de los dos factores. En cuanto al factor Medición, los resultados de los análisis de varianza mostraron efectos significativos en la Medición 1 ($F_{2, 46}$ =15.556 p<.001, $n_p^2$ =.393), en la Medición 2 ($F_{2, 46}$ =27.829 p <.001, $n_p^2$ =.548) y en la Medición 3 ($F_{2, 46}$ =26.391 p<.001, $n_p^2$ =.534).

En la Medición 1, las comparaciones múltiples realizadas con la prueba post-hoc de Bonferroni indicaron la existencia de diferencias significativas entre el rendimiento de los niños en errores y pseudoerrores sin cardinal (p<.001) y entre errores y pseudoerrores con cardinal (p≤.001).

En la Medición 2, el análisis de comparaciones múltiples Bonferroni puso de manifiesto la presencia de diferencias significativas entre la ejecución de los participantes en los errores y pseudoerrores sin cardinal (p<.001), entre los errores y pseudoerrores con cardinal (p≤.01) y entre los pseudoerrores sin cardinal y pseudoerrores con cardinal (p≤.05).

En la Medición 3, de nuevo las comparaciones múltiples llevadas a cabo con la prueba post-hoc de Bonferroni revelaron la existencia de diferencias significativas entre el rendimiento de los niños en los errores y los pseudoerrores sin cardinal (p<.001), entre los errores y pseudoerrores sin cardinal (p≤.001) y entre los pseudoerrores sin cardinal y los pseudoerrores con cardinal (p≤.05).

En suma, mientras que en la segunda y tercera medición (1º y 2º de Educación Primaria, respectivamente) los niños detectaban significativamente mejor los errores que los pseudoerrores y dentro de estos últimos, detectaban más fácilmente los pseudoerrores con cardinal que los pseudoerrores sin cardinal, no sucedía lo propio en la primera medición. En esta ocasión no se producían diferencias entre las ejecuciones de los niños en los pseudoerrores con y sin cardinal, siendo las puntuaciones medias obtenidas similares (ver Tabla 16).

En otras palabras, a la edad de 5-6 años la presencia del valor cardinal tras los conteos inusuales (pseudoerrores) no facilitaba la correcta detección de los mismos. Esto puede ser debido a que a esta edad, sorprendentemente, muchos niños aún no habían alcanzado la plena comprensión del principio de cardinalidad y, por tanto, es posible que no se percataran de la importancia y/o validez del resultado ofrecido tras el conteo. De hecho, se observó que en la primera medición los participantes tendían a considerar incorrecto el valor cardinal emitido en los pseudoerrores en el 57.29% de los casos, frente al 15.63% en la segunda medición y al 9.38% en la tercera. Los niños de la primera medición consideraban que "obtener un valor cardinal correcto" dependía, en la misma medida, de la correcta aplicación de los principios de correspondencia uno a uno y orden estable que del respeto a las normas convencionales. Es decir, creían que si el conteo no respetaba, por ejemplo, las normas convencionales de adyacencia espacial o contar siguiendo la dirección izquierda-derecha, el cardinal resultante era incorrecto (como sucedió en el 71.93% los pseudoerrores con cardinal rechazados en base a las normas convencionales en la primera medición). Sin embargo, a partir de la segunda medición, aunque los niños sancionaban las transgresiones de las normas convencionales, eran conscientes de que el valor cardinal solo dependía de que se hubieran contado todos y cada uno de los elementos una sola vez (consideraron que el cardinal era incorrecto solo en el 25% y en el 10% de los pseudoerrores rechazados aludiendo a la transgresión de normas convencionales en la segunda y tercera medición, respectivamente).

En conclusión, hacia los 5-6 años de edad los participantes tendían a pensar que los valores cardinales incorrectos estaban directamente relacionados con la transgresión de normas lógicas y el incumplimiento de las normas convencionales. Con el tiempo, los niños daban un paso enormemente importante, esto es, independientemente de que continuaran sancionando las transgresiones de las normas convencionales, aprendían que la validez del resultado ofrecido tras el conteo solo dependía de las normas lógicas. Como más adelante tendremos ocasión de ver en el apartado 5.3, el análisis de las justificaciones dadas por los participantes ayudará a entender los datos que estamos comentando.

Continuando con el análisis de la interacción, también hemos efectuado ANOVAs simples de medidas repetidas para cada nivel del factor Tarea. Esto nos ha permitido evaluar los cambios en el rendimiento de los niños en cada una de las tareas a lo largo de las tres mediciones. En concreto, fueron significativos los efectos de los Errores ($F_{2,46}$ =11.124 p<.01, $n_p^2$ =.326) y Pseudoerrores con valor cardinal ($F_{2,46}$ =5.490 p<.01, $n_p^2$ =.193), pero no el efecto de los Pseudoerrores sin cardinal.

En cuanto a los Errores, el análisis de las comparaciones múltiples realizado con la prueba post-hoc de Bonferroni indicó que existían diferencias significativas entre el rendimiento de los niños en la primera y segunda medición (p<.05) y entre la primera y la tercera medida (p<.001).

En los Pseudoerrores con cardinal, la prueba post-hoc de Bonferroni mostró que las diferencias significativas únicamente se hallaban entre el rendimiento de los participantes en los pseudoerrores con cardinal en la primera y tercera medición (p<.05).

Conforme a estos resultados (ver Gráfico 1), podemos afirmar, en primer lugar, que la detección correcta de los errores mejoraba a medida que los niños se hacían mayores. Si tenemos en cuenta las características de los conteos erróneos (quebrantaban tanto normas lógicas como convencionales) y los criterios de corrección adoptados (únicamente se consideraron correctas aquellas respuestas que aludían a la transgresión de las normas lógicas), esto significa que, a medida que aumentaba su edad, los niños daban más importancia al incumplimiento de las normas lógicas que al incumplimiento de las convencionales. En otras palabras, aunque los errores infringían ambos tipos de normas, en estos ensayos consideraban más grave la violación de las normas lógicas que la transgresión de las normas convencionales y, por ende, eran capaces de diferenciar los aspectos esenciales del conteo de los no esenciales, al menos en esta situación concreta.

A pesar de que los errores empleados en este estudio han sido utilizados, por el momento, únicamente en algunas de las investigaciones realizadas por el grupo de investigación en el que también se inserta este trabajo (ver por ejemplo, Dopico et al., en prep.; Escudero, 2009; Escudero et al., 2011; Rodríguez et al., en revisión), los resultados obtenidos están en la misma dirección que los hallados en las investigaciones previas con otros errores diferentes (p.e., Briars and Siegler, 1984; Gelman y Meck, 1983, 1986; Geary et al., 2004; Kamawar et al., 2010; LeFevre et al., 2006). En general, se observa una evolución lineal a medida que se incrementa la edad. Al término de la Educación Infantil (5-6 años), los niños aún mostraban dificultades a la hora de reconocer las normas lógicas quebrantadas por los errores. Tenemos que esperar a los primeros años de la Educación Primaria para que consoliden su conocimiento acerca de las normas lógicas, lo que explicaría la ausencia de diferencias entre las dos últimas mediciones. Probablemente, esta mejora se podría atribuir, en parte, a que en estas edades se inicia el aprendizaje formal de las distintas operaciones aritméticas. Como se ha comentado más arriba, el conteo es necesario para resolver los algoritmos de suma, resta, multiplicación o división y su continua puesta en práctica aumenta el conocimiento conceptual que los niños tienen acerca del mismo. Sin duda, el hecho de tener que enfrentarse a nuevas situaciones en las que el conteo es el medio necesario para resolverlas, les hace percatarse de las normas lógicas implicadas.

En segundo lugar, la evolución del rendimiento de los niños en los pseudoerrores con cardinal seguía un progreso lineal, mientras que en los pseudoerrores sin cardinal no se apreciaban cambios evolutivos. Anteriormente ya se ha mencionado el efecto que la presencia del cardinal tenía en las respuestas de los participantes en los pseudoerrores, pero no esperábamos encontrar dos patrones de desarrollo tan diferentes. Nuestra previsión era que el rendimiento en los niños mejorase con la edad, independientemente de la condición.

En el caso de los pseudoerrores con cardinal, este patrón se situaba en la línea propuesta por Briars y Siegler (1984) o Saxe et al. (1989), de manera que la capacidad de los niños para identificar y comprender las normas convencionales se desarrollaba gradualmente con la edad. Por tanto, se apartaba de la propuesta de LeFevre et al. (2006) y Kamawar et al. (2010) de una curva de desarrollo en forma de "U". No obstante, matizaremos este resultado más adelante cuando analicemos las diferencias individuales. En efecto, estos autores encontraron que los preescolares aceptaban más los pseudoerrores como conteos válidos que los niños de Educación Primaria. Para explicar este resultado, LeFevre et al. (2006) argumentaron que las mejoras en el conocimiento del procedimiento de conteo, y el mayor conocimiento acerca de los aspectos esenciales del mismo, hacía a los niños de los primeros cursos de primaria ser más inflexibles con las desviaciones del procedimiento habitual.

Sin embargo, en los pseudoerrores sin cardinal, los niños, lejos de volverse más estrictos con la edad en lo que a la transgresión de las normas convencionales se refiere, tendían a responder de manera idéntica en las tres mediciones, es decir, apenas se producían variaciones apreciables (solo a los 7-8 años se empieza a apreciar una leve mejora) en el rendimiento en los pseudoerrores sin cardinal.

En resumen, los resultados del presente estudio indican, por un lado, que durante estas edades (entre los 5 y los 8 años) el conocimiento que los niños tenían de la habilidad de contar era incompleto, pues continuaban considerando algunas de las normas convencionales (más adelante se detallarán) imprescindibles o de cumplimiento obligatorio para que el conteo llegue a buen término.

Por otro lado, los datos también apuntan a que la relevancia que los niños daban a las normas esenciales y no esenciales del conteo variaba en función del tipo de tarea propuesto. De esta forma, el rendimiento de los niños mejoraba cuando en las tareas que transgredían las normas convencionales se incluía el cardinal correcto, y también cuando en la tarea se incorporaban ensayos que no respetaban las normas convencionales y lógicas. Esto último puede ser debido a que la atención de los niños no se centraba exclusivamente en la transgresión de las normas convencionales, sino que también tenían en cuenta si se había cometido otro tipo de errores (y, en ese caso, decidir cuál de las alteraciones había sido más grave) y si el resultado del conteo era correcto o no.

La utilización de tareas novedosas, como las empleadas en este estudio, sirve para descubrir que el dominio de la habilidad de contar no es tan simple ni rápido como podría esperarse. Al contrario, alcanzar la plena comprensión del conteo implica un proceso complejo, que tarda varios años en consolidarse por la dificultad inherente a la correcta distinción entre lo que verdaderamente es esencial y lo que solo es conveniente y, por tanto, opcional.

## 5.2. Variabilidad, estabilidad y cambio intraindividual

Dada la naturaleza longitudinal del presente estudio, parece oportuno finalizar el análisis cuantitativo de los resultados haciendo referencia a la variabilidad y estabilidad de las respuestas infantiles, así como al cambio intraindividual.

La variabilidad de los datos se refiere, precisamente, a la diversidad observada en las puntuaciones obtenidas por los niños en cada uno de los momentos de medición. Si tenemos en cuenta que el número de ensayos analizados en cada recogida de información fue de doce (cuatro errores y ocho pseudoerrores, excluyendo los ensayos correctos), la amplitud total (AT) de las puntuaciones, por medición, era de trece puntuaciones diferentes (de cero a doce). Se ha constatado que, en la primera medición, el intervalo iba de cero a nueve ensayos correctamente detectados y justificados (con diez puntuaciones diferentes posibles), en la segunda de cero a doce (con trece puntuaciones diferentes posibles) y, finalmente, en la tercera de uno a doce (con doce puntuaciones diferentes posibles).

Aparentemente, la variabilidad de las respuestas era mayor en la segunda medición. No obstante, solo dos niños obtuvieron puntuaciones extremas (uno falló todos los ensayos y otro los acertó todos) y la mayoría de las puntuaciones de los participantes se situaba entre 3 y

9 ensayos correctos (el 79.17% de los participantes). En la primera medición sucedía algo parecido, pues la gran mayoría de los niños resolvían con éxito de 1 a 5 ensayos (75%). Por último, en la tercera el rendimiento no se concentró en unas puntuaciones determinadas. Excepto tres participantes, que únicamente acertaron un ensayo (12.5%) y tres (12.5%) que respondieron correctamente a los doce ensayos, el resto de las puntuaciones oscilaba entre 3 y 11 ensayos correctos (75% de los participantes) (ver Tabla 17 y las Tablas 23, 24 y 25 del Anexo II, que informan de la variabilidad de las puntuaciones en cada una de las tareas de conteo).

Tabla 17

*Variabilidad de las puntuaciones, en función del momento de medición.*

| PUNTUACIÓN | MEDICIÓN 1 * | MEDICIÓN 2 * | MEDICIÓN 3 * |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | - |
| 1 | 2 | - | 3 |
| 2 | 5 | 3 | - |
| 3 | 4 | 5 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 3 | - | 2 |
| 6 | 1 | 4 | 1 |
| 7 | 1 | 2 | 2 |
| 8 | 2 | - | 2 |
| 9 | 1 | 4 | 1 |
| 10 | - | - | 2 |
| 11 | - | - | 1 |
| 12 | - | 1 | 3 |

* Frecuencia (participantes) de cada puntuación.

Estos resultados confirman los hallados en otras investigaciones longitudinales y transversales centradas en el estudio de las competencias numéricas y matemáticas tempranas. Diversos estudios han observado una gran variabilidad en el rendimiento de los estudiantes de un mismo curso escolar durante los años de Educación Infantil y Primaria (p.e., Cowan, Donlan, Shepherd, Cole-Fletcher, Saxton y Hurry, 2011; Dowker, 2008; Ginsburg y

Russell, 1981; Hallet, Nunes y Bryant, 2010; Young-Loveridge, 1991, 1995). En este trabajo, la variabilidad de las puntuaciones se explica porque, en general, los niños tenían dificultades para reconocer el carácter opcional de las normas convencionales en las situaciones de conteo presentadas. Según esto, el conocimiento de los niños de 5-6 años (primera medición) sobre las normas convencionales y sus implicaciones era más pobre que el que tenían uno y dos años más tarde, en Educación Primaria (segunda y tercera medición). Por tanto, no resulta extraño que el rango o la variabilidad de las puntuaciones encontradas en ese primer momento sea menor que en las otras dos mediciones.

No obstante, como ya hemos insistido reiteradamente, aprender a contar es un proceso lento y complejo. Las diferencias individuales en el ritmo y velocidad de adquisición se explican no solo por factores generales del aprendizaje (entre otros, las diferencias en las capacidades cognitivas de carácter general, la motivación hacia el aprendizaje, los conocimientos informales adquiridos fuera del aula, ver también Geary, 2011), sino también por factores intrínsecos al propio conteo (p.e., la comprensión de las normas lógicas subyacentes a los cinco principios).

Finalmente, conviene indicar que la variabilidad en el rendimiento pone de manifiesto la heterogeneidad de la muestra utilizada en este estudio. Del mismo modo que en el aula se pueden hallar grandes diferencias en el rendimiento de los alumnos en una o más materias concretas, en este estudio también hemos encontrado diferencias en cuanto al grado de conocimiento del conteo del que partían los niños.

Este último dato nos ha llevado a preguntarnos acerca de la estabilidad en el rendimiento en las tareas de conteo. Para ello, se han llevado a cabo una serie de correlaciones (de Pearson) entre el conocimiento inicial de los niños y el mostrado en las sucesivas mediciones. Se ha comprobado que el patrón de ejecución en la primera medición estaba relacionado con el que tenían en las sucesivas evaluaciones ($r = .466$, $p<.05$, $r = .618$, $p\leq.001$, con la segunda y tercera medición, respectivamente). A su vez, la actuación observada en la segunda medición estaba fuertemente relacionada con la de la tercera ($r = .756$, $p<.001$).

Este resultado concuerda, en parte, con los de Young-Loveridge (1991, 1995) sobre la comprensión del número en niños de Educación Primaria. Aunque el objetivo de estos estudios no coincidía exactamente con el de este trabajo (entre otros aspectos, medían el conocimiento de la secuencia de numerales, la comprensión de la cardinalidad, la representación simbólica de los números y el conocimiento de las operaciones aritméticas), también encontró que los conceptos y habilidades matemáticas de los niños se mantenían muy estables a lo largo de estos primeros años de la educación formal. En concreto, informó de correlaciones superiores a .80 en muchos casos.

Igualmente, Young-Loveridge (1991,1995) observó que las diferencias entre los "buenos y malos" estudiantes en matemáticas persistían a lo largo de toda la etapa de enseñanza primaria. Hemos considerado interesante comprobar qué sucedía con los participantes del presente estudio. En otras palabras, pretendíamos comprobar si los niños que en la primera medición mostraban una mejor ejecución continuaban haciéndolo en los años posteriores y, del mismo modo, averiguar si los que presentaban un rendimiento más bajo seguían estando por detrás de sus compañeros en las siguientes mediciones. Para ello, y tomando como referencia otras investigaciones (p.e., Geary y Hoard, 2005; Young-Loveridge, 1991) hemos categorizado a todos los participantes que, en cada medición, se encontraban en el percentil 75 (o por encima) como de "alto rendimiento" y a los que puntuaban por debajo del percentil 25 como de "bajo rendimiento" (ver Tabla 26 en el Anexo II).

En la Tabla 18 se especifican los participantes que mejor resolvían las tareas en cada una de las mediciones. En concreto, han sido doce niños los que han puntuado en alguna ocasión por encima del 75%. Más explícitamente, tres lo han hecho en todas las mediciones, tres en dos de las mediciones y seis en una de ellas.

Tabla 18

*Estabilidad de la ejecución de los participantes con alto rendimiento (en o por encima del percentil 75)*

| | **MEDICIÓN 1** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Participante [a] | 4 | 7 | 9 | 12 | 14 | 15 | 16 | 18 |
| Puntuación total (Punt máx:12) | 5 | 5 | 6 | 8 | 9 | 7 | 8 | 5 |
| | **MEDICIÓN 2** | | | | | | | |
| Participante [a] | 2 | 5 | 9 | 12 | 16 | 19 | 24 | |
| Puntuación total (Punt máx:12) | 9 | 9 | 7 | 9 | 12 | 7 | 9 | |
| | **MEDICIÓN 3** | | | | | | | |
| Participante [a] | 4 | 5 | 9 | 12 | 15 | 16 | | |
| Puntuación total (Punt máx:12) | 12 | 11 | 10 | 12 | 10 | 12 | | |

[a] Número de identificación (número ID) de los participantes: cada número corresponde a un participante.

- Niños por encima del percentil 75 en las tres mediciones.
- Niños por encima del percentil 75 en dos mediciones.
- Niños por encima del percentil 75 en una medición.

Del mismo modo, la Tabla 19 incluye los niños cuyo rendimiento estuvo por debajo del 25% en cada momento de medición. De los trece niños que alguna vez fueron clasificados como de “bajo rendimiento” solo dos estuvieron en esta situación en las tres mediciones, seis repitieron la mala ejecución en dos de las tres mediciones y cinco únicamente en una de ellas.

Según esto, aunque el patrón de rendimiento de nuestros participantes fue menos estable que el de los estudios de Young-Loverigde (1991, 1995), parece que, en general, las diferencias entre los niños con mejor y peor rendimiento en la tarea de detección perduraban a lo largo de los tres años que duró el estudio.

Tabla 19

*Estabilidad de la ejecución de los participantes con bajo rendimiento (por debajo del percentil 25)*

| | **MEDICIÓN 1** | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Participante [a] | 1 | 2 | 8 | 11 | 17 | 19 | 20 | 21 | |
| Puntuación total (Punt máx:12) | 1 | 2 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| | **MEDICIÓN 2** | | | | | | | | |
| Participante [a] | 1 | 3 | 8 | 10 | 17 | 18 | 20 | 21 | 25 |
| Puntuación total (Punt máx:12) | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 0 | 2 |
| | **MEDICIÓN 3** | | | | | | | | |
| Participante [a] | 1 | 3 | 7 | 17 | 18 | 25 | | | |
| Puntuación total (Punt máx:12) | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | | | |

[a] Número de identificación (número ID) de los participantes: cada número corresponde a un participante.

- Niños por debajo del percentil 25 en las tres mediciones.
- Niños por debajo del percentil 25 en dos mediciones.
- Niños por debajo del percentil 25 en una medición.

Finalmente, en cuanto al cambio intra-individual, por regla general en los estudios evolutivos se suele encontrar que la ejecución en las tareas - tanto del ámbito matemático como de cualquier otro - mejora a medida que aumenta la edad de los niños. Sin embargo, no siempre se da esta relación simple y lineal (ver, por ejemplo, Siegler, 2004) y los resultados de esta investigación son una prueba de ello.

En concreto, al considerar conjuntamente las puntuaciones en los doce ensayos analizados (errores y pseudoerrores) de cada uno de los participantes, se han observado dos patrones de desarrollo: el primero es un patrón lineal (el rendimiento de los niños mejoraba claramente con la edad) (Gráficos 2 y 3), mientras que en el segundo podemos observar que algunos niños experimentan retrocesos a medida que se hacen mayores (Gráficos 3 y 4), (ver también el Anexo III en el que se incluyen tablas para cada tarea con las puntuaciones de los participantes en las tres mediciones).

*Gráficos 2 y 3. Participantes que mostraron un patrón de desarrollo de crecimiento o mejora lineal*

*Gráfico 2.*

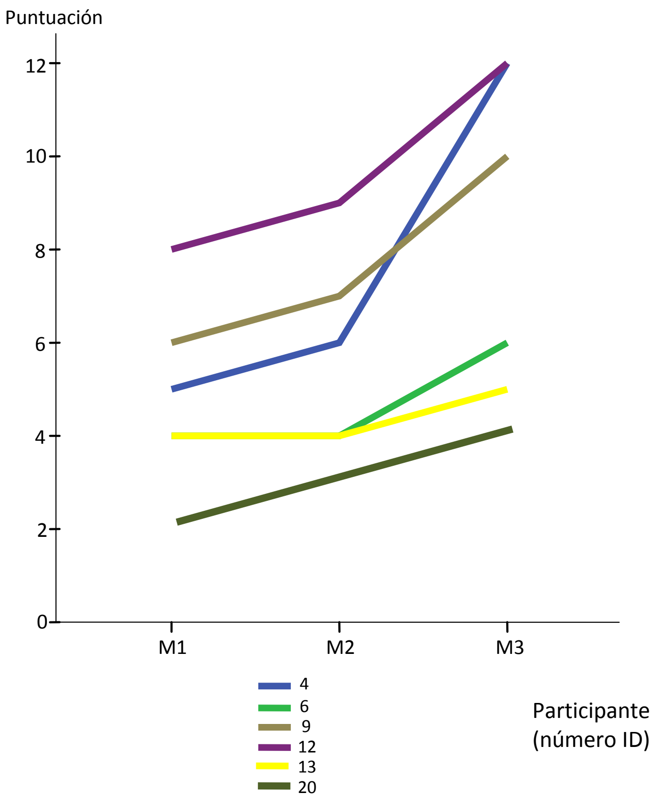
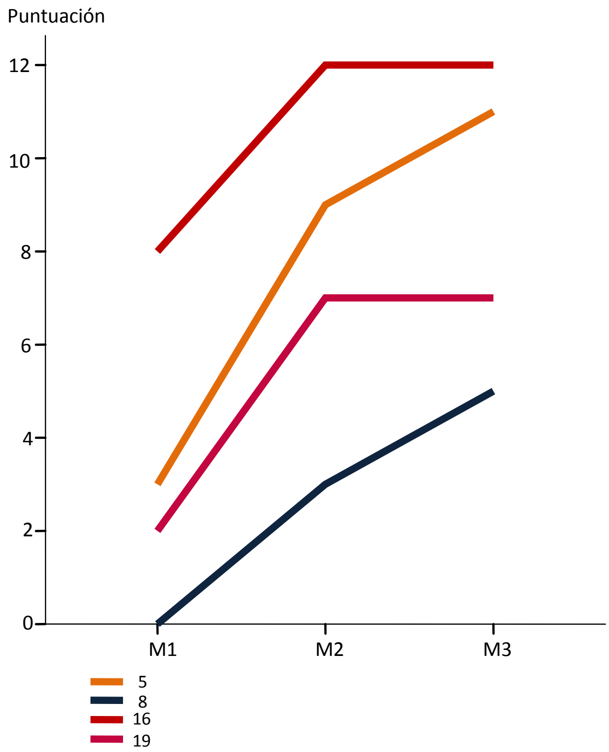



*Gráfico 3.*



Si bien es cierto que los diez participantes representados en los dos gráficos anteriores se volvían más precisos en sus juicios sobre el conteo con la edad, no todos progresaron de manera idéntica. Mientras que el rendimiento de algunos niños (los participantes 5, 16 o 19, ver Gráfico 3) aumentaba considerablemente de la primera a la segunda medición, en otros la mejora se producía de la segunda a la tercera medición (Gráfico 2).

Los Gráficos 4 y 5 ilustran el desarrollo de todos los participantes cuyo nivel de éxito disminuía en alguno de los momentos de medición. Excepto uno de ellos (el número 7, representado en el Gráfico 4 con una línea discontinua), que empeoraba progresivamente a lo largo de las sucesivas mediciones, el resto se distribuía de acuerdo a un patrón en forma de "U" o "U" invertida.

*Gráficos 4 y 5. Participantes que mostraron retrocesos en su rendimiento*

*Gráfico 4. Patrón en forma de "U"*

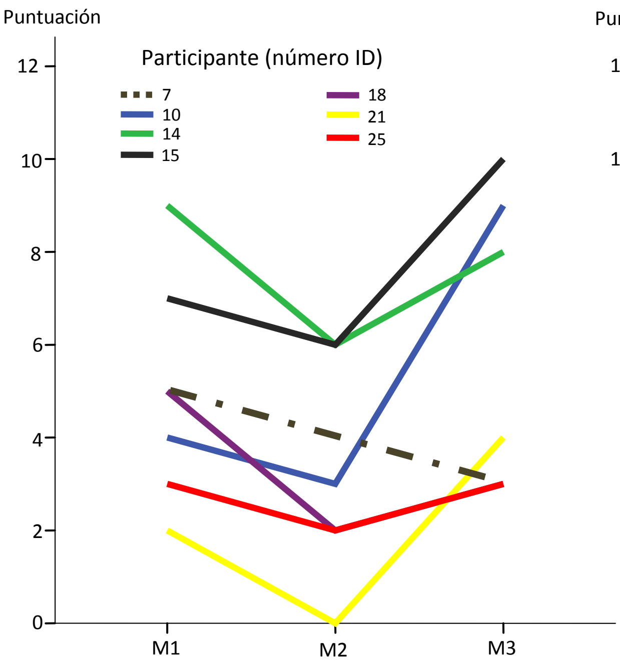
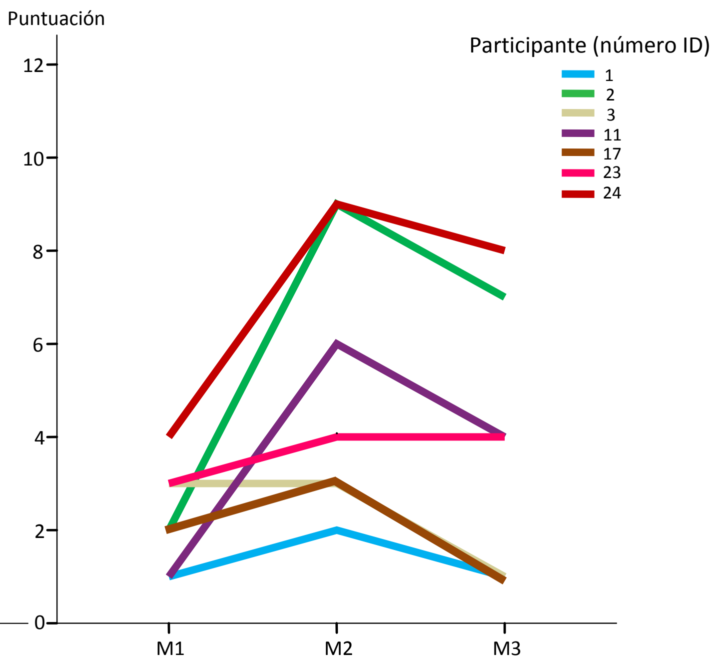



*Gráfico 5. Patrón en forma de "U invertida"*




Estas fluctuaciones en la capacidad de los participantes para valorar adecuadamente los distintos conteos presentados (errores y pseudoerrores) podían ser debidas a que los aprendizajes previos de los niños condicionaban los nuevos e interferirían con la correcta resolución de tareas no habituales, como las presentadas en este estudio. Precisamente, esta es la idea que subyace a la *teoría de resistencia al cambio* (ver Luchins y Luchins, 1950; McNeil y Alibali, 2005; McNeil, 2007). Desde esta teoría se afirma que los niños no solo necesitan incorporar nuevos conceptos a medida que crecen o avanzan en la enseñanza formal, sino que también los tienen que relacionar con los ya existentes pero, inicialmente, los conceptos y/o procedimientos anteriormente aprendidos pueden obstaculizar los nuevos aprendizajes.

Asimismo, aunque el patrón de desarrollo en forma de “U” no era el predominante en esta investigación, también ha sido documentado en otros ámbitos del conocimiento matemático así como en el estudio de diversas habilidades cognitivas. Por ejemplo, McNeil (2007) halló un patrón similar en su trabajo sobre la habilidad para resolver diversos problemas de equivalencia en niños de siete a once años. También podemos destacar el trabajo de Church, Kelly y Lynch (2000), con niños de siete a diez años, sobre el recuerdo inmediato de un discurso en el que el lenguaje verbal y no verbal del emisor eran incongruentes.

Para concluir, el análisis intraindividual demuestra que la capacidad para reconocer el carácter arbitrario de las normas convencionales del conteo podía seguir distintos cursos evolutivos a estas edades. A pesar de que la tendencia general encontrada en la presente investigación ha sido de mejora lineal, el diseño longitudinal ha permitido documentar las importantes diferencias individuales en este proceso. Cada niño tenía su propio ritmo por lo que, a nivel individual, tanto el patrón de desarrollo lineal, observado por Briars y Siegler (1984) o Saxe et al. (1989), como el patrón de forma de U, descrito por LeFevre y colaboradores (Kamawar et al., 2010; LeFevre et al., 2006), pueden aplicarse a la hora de explicar los cambios con la edad en el conocimiento infantil de los aspectos esenciales y no esenciales del conteo.

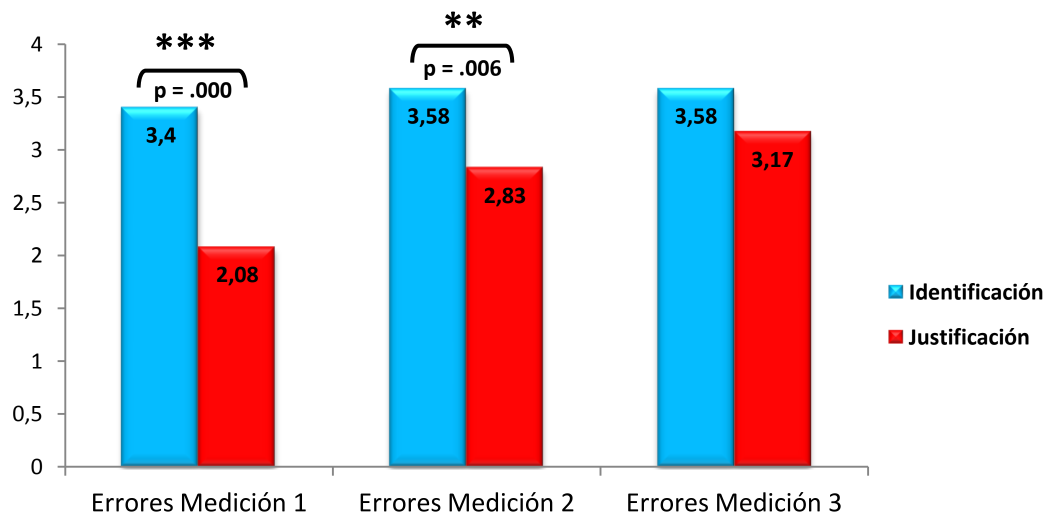
## 5.3. Análisis de las justificaciones

### 5.3.1. Fiabilidad de las respuestas infantiles

Como ya se ha comentado en el método, se solicitó a los niños explicaciones o justificaciones de todas y cada una de sus respuestas. Estas entrevistas semi-estructuradas han permitido no solo evitar los falsos positivos y negativos, sino también descubrir qué tipos de incumplimientos sancionaban los niños (los de las normas lógicas, los de las normas convencionales o ambos).

En el apartado dedicado al análisis cuantitativo de los datos se ha podido observar, entre otras cosas, que el porcentaje de éxito de los participantes en las distintas tareas era sensiblemente inferior al detallado en las investigaciones previas (ver pág. 108 y 109). Sin duda, estas discrepancias son debidas a los criterios de puntuación empleados en este estudio. Si hubiésemos seguido un criterio basado exclusivamente en los juicios “bien/mal” de los niños (criterio de identificación), sin atender a las justificaciones de sus respuestas (criterio de identificación y justificación correcta), los resultados habrían estado más próximos a los de estas investigaciones. Los Gráficos 6 y 7 ilustran esta diferencia mostrando las diferencias en el éxito obtenido en la tarea de detección de errores y pseudoerrores, dependiendo de que la puntuación proceda simplemente de la identificación correcta o de la identificación y justificación correctas. Para establecer si las discrepancias entre las puntuaciones alcanzadas con ambos criterios eran significativas, se han realizado diferencias de medias para muestras relacionadas con la prueba *t*. Los casos en los que las distancias entre ambas puntuaciones fueron significativas aparecen señalados en cada una de las gráficas.

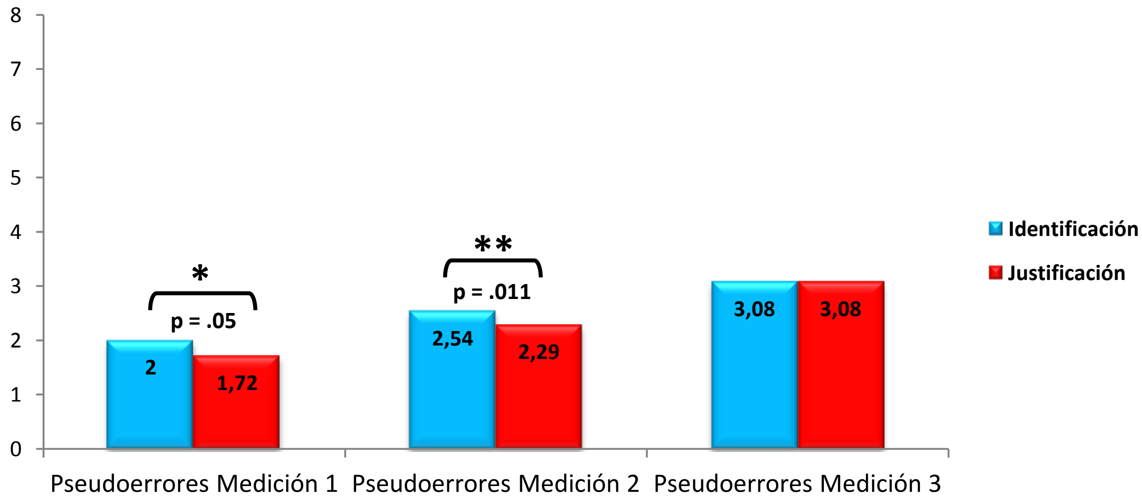
*Gráfico 6. Diferencias en el rendimiento de los niños en la tarea de detección de errores en función del criterio de puntuación: identificación vs. identificación y justificación*




En cuanto a los ensayos erróneos, si se prescinde de las justificaciones, el porcentaje medio de éxito de los participantes en los errores aumentaba considerablemente alcanzando el 88.2% (frente al 67.35% si se tienen en cuenta las explicaciones), aproximándose a los valores observados por LeFevre et al. (2006) (82% de los ensayos) y al de Kamawar et al. (2010) (85% de los ensayos), así como a los resultados de Geary et al. (2000) (88.25% de los ensayos).

Del mismo modo, el número de respuestas acertadas en la tarea de detección de pseudoerrores también experimentaba variaciones en función de si se tenían en cuenta o no las justificaciones (ver Gráfico 7). En general, el porcentaje medio de éxito era ligeramente mayor al adoptar el criterio de identificación que al emplear el criterio más estricto de identificación y justificación (31.75% y 29.87%, respectivamente). Aún así, este porcentaje seguía siendo inferior al hallado en otros trabajos. Por ejemplo, Briars y Siegler (1984) observaron un 59.25% de éxito en los conteos inusuales con niños más pequeños y LeFevre et al. (2006) un 43% con participantes de edades similares a las de este trabajo. Probablemente, las discrepancias entre los resultados de este estudio y los anteriores se deban a la cantidad y tipos de pseudoerrores utilizados en este trabajo, puesto que solo algunos de ellos coincidían con los de otras investigaciones.

*Gráfico 7. Diferencias en el rendimiento de los niños en la tarea de detección de pseudoerrores en función del criterio de puntuación: identificación vs. identificación y justificación*




Por último, tanto en los errores como en los pseudoerrores, las diferencias entre ambos criterios se producían en las dos primeras mediciones, pero no en la tercera. Estas discrepancias no se podían atribuir a que en las dos primeras mediciones los niños tuvieran dificultad para justificar su respuesta porque todos la explicaban, aunque no todos de modo correcto. Desde nuestro punto de vista, en la tercera medición las diferencias desaparecían porque había progresado sensiblemente el conocimiento de los niños sobre los aspectos esenciales y no esenciales del conteo.

Para finalizar este apartado, es preciso referirnos a la fiabilidad de los ensayos y hacer frente a las dudas que pudieran existir sobre la adecuación de los mismos y del criterio de puntuación seguido en esta investigación. Con este propósito, se han calculado dos coeficientes alfa de Cronbach: uno para la "identificación" y otro para la "identificación y justificación". En cada una de ellos se tuvieron en cuenta treinta seis ítems, esto es, los doce conteos analizados - errores y pseudoerrores - en las tres mediciones. Los valores de los índices de Cronbach han sido altos en los dos casos: $\alpha = .86$ en "identificación" y $\alpha = .91$ en "identificación y justificación". La fiabilidad mejoraba cuando se atendía a las justificaciones de los niños. Esto es debido a que la información adicional extraída a partir de las explicaciones permitía no solo comprobar si los participantes se percataban de las normas transgredidas en el ensayo de conteo, sino también valorar la importancia que les concedían.

### 5.3.2. Las normas lógicas y convencionales en los errores

El análisis de las justificaciones obtenidas en los ensayos erróneos ha permitido establecer las siguientes categorías de respuesta:

I. Respuestas correctas.

a) Rechazo del error – justificación correcta referida a las normas lógicas: en estas ocasiones, los niños aludían adecuadamente a la norma lógica que el personaje había transgredido. Por ejemplo, en el *Error_2* (contar los elementos de una hilera heterogénea como dos grupos diferentes y valor cardinal incorrecto), P.A.[10] de 98 meses de edad (en la tercera medición) afirmó "*está mal porque ha contado los lápices sin goma y después ha contado estos* (los de goma) *desde el número 1 y por eso le ha salido 9, pero en general no hay 9 lápices, hay más*" o, en la misma medición, A.M. con 91 meses de edad, dijo: "*está mal porque ha contado primero los lápices con punta pero en vez de seguir contando los de goma por* -el número- *5 ha vuelto a empezar por el número 1. No hay 9 lápices, hay más*". Igualmente, en el *Error_4* (emitir dos valores cardinales en el mismo conjunto dependiendo del elemento por el que se empiece a contar), R.S. de 84 meses, en la segunda medición, contestó: "*primero ha dicho que había 12 flores y luego, desde la azul, ha dicho que había 4 (…) Eso está mal porque desde la flor azul también hay 12*".

[10] Para preservar la identidad de los participantes, nos referiremos a ellos con las iniciales de sus nombres y apellidos.

II. Respuestas incorrectas.

b) Aceptación del error: los niños razonaban, equivocadamente, que la respuesta emitida por el personaje era correcta porque no había infringido ninguna norma. Por ejemplo, en la primera medición V.A., de 65 meses de edad, aseguró que el *Error_2* "*está bien porque primero ha contado los lápices con punta y después los lápices con borradores. Lo ha contado todo y todos los números.*"

c) Rechazo del error – justificación incorrecta referida a las normas lógicas: este tipo de respuestas eran equivocadas porque los niños indicaban que el personaje había transgredido una norma lógica que, en realidad, no se había quebrantado. Continuando con el error anterior, S.R. de 81 meses argumentó, en la segunda medición, que estaba mal "*porque, aunque Eva ha contado dos veces los lápices, ha dejado estos* -los cuatro primeros- *sin contar".* Otros respondían incorrectamente porque no comprendían la lógica subyacente al principio. Así, en la primera medición, P.L. de 78 meses, juzgó que el *Error_4* estaba mal "*porque desde la flor azul no hay 4 flores. Son 3 si contamos por aquí* -de izquierda a derecha- *y 8 si contamos por aquí* -de derecha a izquierda-".

d) Rechazo del error – justificación incorrecta referida a las normas convencionales: los niños apuntaban incorrectamente que la causa del error procedía de que el personaje había incumplido una o varias normas convencionales. Por ejemplo, cuando F.L. tenía 63 meses, en la primera medición, consideró que el *Error_2*, estaba mal "*porque tenía que empezar por esta* -toca el lápiz situado más a la izquierda-*. Ha dicho todos los números, pero tenía que empezar por ese, está mal*".

e) Rechazo del error – justificación incorrecta basada en la combinación de normas lógicas y convencionales: estas respuestas eran inadecuadas bien porque los niños señalaban que el personaje había transgredido una norma lógica además de una o varias normas convencionales, bien porque mencionaban una norma lógica equivocada junto con una o más normas convencionales. Por ejemplo, en el primer caso C.R., a la edad de 84 meses, en la primera medición, explicó en el *Error_3*: "*está mal porque ese* -el libro etiquetado con el numeral 1- *no tendría que ir el primero, tendría que ser este* -el elemento ubicado más a la izquierda-… *Otra cosa que ha hecho mal es que a Tina le han salido 8 libros porque este* -señala correctamente el libro- *lo ha contado dos veces y eso no se puede hacer*". El segundo caso se ilustra en la respuesta de G.C. de 66 meses, en la primera medición, en el *Error_2*: "*mal porque ha contado dos veces los lápices que están boca-arriba y también mal porque ha empezado a contar por ahí* -toca el primero de los lapiceros con punta- *y por ahí no se puede* -empezar a contar-".

f) Otras: son respuestas también erróneas, que no se han podido incluir en ninguna de las categorías anteriores. Por ejemplo, en algunos casos los niños se limitaban a describir el ensayo, sin argumentar por qué ese comportamiento estaba bien o mal. Este tipo de contestaciones eran muy escasas y únicamente se encontraron entre los participantes más jóvenes (ver Tabla 20).

Tabla 20

*Tipos de justificaciones empleadas por los niños en los errores, en función del momento de medición*

| | TIPO DE JUSTIFICACIÓN | MEDICIONES<br>Medición 1 | <br>Medición 2 | <br>Medición 3 | TOTAL ENSAYOS |
|---|---|---|---|---|---|
| **Correcta** | Rechazo error: normas lógicas | 50<br>(52.1%) | 68<br>(70.8%) | 76<br>(79.2%) | 194<br>(67.4%) |
| **Justificaciones incorrectas** | Aceptación error | 14<br>(14.6%) | 7<br>(7.3%) | 7<br>(7.3%) | 28<br>(9.7%) |
| | Rechazo error: normas lógicas equivocadas | 6<br>(6.3%) | 3<br>(3.1%) | 2<br>(2.1%) | 11<br>(3.8%) |
| | Rechazo error: normas convencionales | 15<br>(15.6%) | 7<br>(7.3%) | 5<br>(5.2%) | 27<br>(9.4%) |
| | Rechazo del error: normas lógicas y normas convencionales | 10<br>(10.4%) | 10<br>(10.4%) | 6<br>(6.3%) | 26<br>(9.1%) |
| | Otras | 1<br>(1%) | 1<br>(1%) | 0<br>(0%) | 2<br>(0.7%) |
| | Total ensayos | 96 | 96 | 96 | 288 |

En general, tal y como queda reflejado en la Tabla 20, la mayoría de las respuestas eran correctas (67.4% de los ensayos). Asimismo, a medida que aumentaba la edad de los participantes, también se incrementaba el número de ensayos identificados y justificados correctamente (52.1% de los ensayos en la primera medición, 70.8% en la segunda y 79.2% en la tercera).

En cuanto a las respuestas incorrectas, conviene resaltar tres aspectos importantes. En primer lugar, la enorme influencia que las normas convencionales ejercían en las decisiones de los niños (18.5% del total de ensayos, solas o acompañadas de referencias a las normas lógicas), si bien se producía un ligero descenso a medida que transcurrían las mediciones (26%, 17.7% y 11.5%, en la primera, segunda y tercera medición, respectivamente). Este resultado permite concluir que las normas convencionales incumplidas en los errores (adyacencia espacial, dirección izquierda-derecha y empezar por un extremo) están profundamente arraigadas en la comprensión que tienen los niños del conteo.

En segundo lugar, destaca el hecho de que algunos niños no identificaban correctamente las normas lógicas quebrantadas en los errores (13.5% del total de los ensayos) bien porque los aceptaban como formas válidas de contar, bien porque fundamentaban sus juicios en normas lógicas equivocadas. Estas justificaciones reflejaban que los niños no reconocían la lógica subyacente a los principios, aunque la frecuencia disminuía a medida que los participantes se hacían mayores (20.9% en la primera medición, 10.4% en la segunda y 9.4% en la tercera).

Respecto a la aceptación del error, la práctica totalidad de estas respuestas (92.9%) se localizaba en el *Error_4* (transgredía la lógica del principio de irrelevancia del orden, para más detalles ver Tablas 14 y 15 del capítulo anterior). Por ejemplo, en la primera medición, V.A. de 65 meses de edad aseguró que "*Eli lo ha hecho bien porque ha contado todas y ha dicho que había 12. Luego Rosa le ha dicho que empiece por la azul y Eli ha dicho que hay 4. Si empezamos por la flor azul sí hay 4 flores. Está bien*". Esto pone de manifiesto, de acuerdo con otros estudios, que la comprensión del principio de irrelevancia se prolonga durante los primeros años de la enseñanza formal (entre otros, Baroody, 1984, 1993; Cowan, et al., 1996; Kamawar et al. 2010; Rodríguez et al., en revisión).

En cuanto a los rechazos basados en normas lógicas incorrectas, el tipo de argumentos dados por los niños variaba en función del error presentado. Así, en los *Errores_1* y *_4* (ver Tabla 14, p. 101 para recordar las normas incumplidas en cada uno de ellos) aludían a la inexactitud del valor cardinal ofrecido por el personaje. La respuesta alternativa (valor cardinal) que los participantes sugerían tampoco era la correcta, lo que ponía de manifiesto que no entendían plenamente la lógica subyacente al principio quebrantado. Por ejemplo, cuando R.S. tenía 84 meses de edad, en la segunda medición, daba la siguiente explicación en el *Error_1*: "*Está mal porque no hay tres* - camiones -*, hay nueve. Si cuentas al revés, siempre hay el número por el que empiezas a contar*", (ver las etapas en la comprensión de la cardinalidad de Bermejo y Lago (1990) descritas en el capítulo 2). Los argumentos incorrectos del *Error_2* se referían a la omisión o repetición de elementos. Por ejemplo, en la primera medición, S.R. de 69 meses indicó que estaba mal "*porque se ha saltado esos dos y luego no los ha vuelto a contar*". Es preciso puntualizar que siempre que aparecían estas respuestas, se repetía el ensayo para garantizar que el niño prestaba atención y que no eran debidas a distracciones o fallos de memoria.

### 5.3.3. Las normas convencionales en los pseudoerrores

El análisis de las justificaciones en los pseudoerrores ha hecho posible clasificar las contestaciones de los niños en las siguientes categorías:

I. Respuestas correctas.

a) Aceptación del pseudoerror – justificación correcta referida a las normas lógicas: los niños mencionaban, adecuadamente, que el conteo del personaje era correcto porque no había infringido ninguna norma lógica. Por ejemplo, C.C. de 79 meses, en la segunda medición, afirmó en el *Pseudoerror_4* (falso error de omisión de numerales): *"¡de dos en dos! ¡Sí que sabe contar…! Cuando contamos cosas sí podemos contar de dos en dos, entonces lo ha hecho bien*". Igualmente, L.D. de 64 meses de edad, en la primera medición, estableció en el *Pseudoerror_8* (alternar la dirección de conteo): "*lo ha hecho bien porque ha contado todas las botas (…) ¡Sí que podemos contar como ha contado Eli!*".

II. Respuestas incorrectas.

b) Rechazo del pseudoerror – justificación incorrecta referida a las normas lógicas: en estos casos, los niños consideraban equivocadamente que el conteo era erróneo porque el personaje había transgredido alguna norma lógica. Por ejemplo, en el *Pseudoerror_4*, P.L. de 68 meses de edad, en la primera medición dijo que estaba mal "*porque se ha saltado y no ha contado todas. Ha contado esta sí, esta no, esta sí, esta no,…*".

c) Rechazo del pseudoerror – justificación incorrecta referida a las normas convencionales: los niños sancionaban los incumplimientos de las normas convencionales. Por ejemplo, S.P. de 70 meses, en la primera medición, afirmó en el *Pseudoerror_4*: "*está mal porque en unas se ha quedado callada y las otras las ha contado en alto (…) No se puede contar en bajito, hay que contar en voz alta porque, si no, los números no se escuchan y lo haces mal*". Más ilustrativa aún resulta la contestación de P.L. de 80 meses, en la segunda medición, en el *Pseudoerror_8*: "*Está mal porque no se puede contar así, hay que contar en línea* -pasa el dedo sobre los objetos de izquierda a derecha- *(…) Sí hay 8, pero lo ha contado* *mal porque lo ha contado de otra forma (…) Solo se puede contar de una forma* -cuenta siguiendo el procedimiento habitual-”.

d) Rechazo del pseudoerror – justificación incorrecta referida al riesgo del procedimiento: a pesar de que los niños reconocían que el resultado del conteo era válido, rechazaban los pseudoerrores por el riesgo que comportaba contar de ese modo. Por ejemplo, en la segunda medición, R.S. de 84 meses dijo en el *Pseudoerror_2* (falso error de repetición): “*este* -tocando el quesito correcto- *lo ha repetido 6-6-6… De tantas veces que ha dicho el número, se le puede olvidar el número que era y también los otros números (…) Por eso voy a decir a Eva que lo ha hecho mal*”; y G.C. de 78 meses en el *Pseudoerror_7* (conteo alternando los elementos), explicó: “*Sí hay 12. El número está bien y las ha contado todas, pero no se puede contar como Tina* -primero las de fútbol y luego las de baloncesto- *(…) No se puede contar así porque puede que te olvides de cuál ibas a contar y te confundas. Le decimos que mal*”.

e) Otras: respuestas también equivocadas que no se han podido encajar en ninguna de las categorías anteriores.

Tal y como refleja la Tabla 21, las justificaciones correctas en los pseudoerrores aumentaban a medida que lo hacía la edad de los participantes (22.4%, 28.6% y 38.5% de los ensayos, respectivamente en la primera, segunda y tercera medición). Sin embargo, a pesar de esta mejoría, las respuestas más frecuentes estaban basadas en el rechazo de los pseudoerrores por la transgresión de las normas convencionales. En efecto, mientras que el porcentaje medio de contestaciones correctas fue del 29.9%, el de las justificaciones referidas a las normas convencionales alcanzó el 50.2%.

En general, se ha observado que el porcentaje de ensayos en los que se aludía a las normas convencionales se mantenía relativamente estable durante las dos primeras mediciones (56.3% y 50.5% de los ensayos en la primera y segunda medición, respectivamente, ver Tabla 21), pero experimentaba un ligero descenso en la tercera medición (43.8% de los ensayos). Este resultado vuelve a subrayar la enorme influencia que estas normas ejercían en los juicios de los niños, incluso a los 7-8 años de edad. Al final de este apartado nos referiremos a los tipos de normas convencionales que consideraban los niños que infringían los conteos inusuales o pseudoerrores, pero por el momento nos detendremos todavía en el análisis de la Tabla 21.

Aunque las justificaciones referidas a las normas convencionales daban cuenta de la mayoría de las respuestas incorrectas (50.2% del total de las contestaciones), existían otros motivos que también llevaban a los niños a rechazar los pseudoerrores.

Tabla 21

*Tipos de justificaciones empleadas por los niños en los pseudoerrores, en función del momento de medición*

| | TIPO DE JUSTIFICACIÓN | MEDICIONES Medición 1 | Medición 2 | Medición 3 | TOTAL ENSAYOS |
|---|---|---|---|---|---|
| Correcta | Aceptación pseudoerror: normas lógicas | 43 (22.4%) | 55 (28.6%) | 74 (38.5%) | 172 (29.9%) |
| Justificaciones incorrectas | Rechazo pseudoerror: normas lógicas equivocadas | 28 (14.6%) | 13 (6.8%) | 5 (2.6%) | 46 (8%) |
| | Rechazo pseudoerror: normas convencionales | 108 (56.3%) | 97 (50.5%) | 84 (43.8%) | 289 (50.2%) |
| | Rechazo pseudoerror: riesgo | 4 (2.1%) | 18 (9.4%) | 21 (10.9%) | 43 (7.5%) |
| | Otras | 9 (4.7%) | 9 (4.7%) | 8 (4.2%) | 26 (4.5%) |
| | Total ensayos | 192 | 192 | 192 | 576 |

Así, en algunas ocasiones los participantes consideraban que el personaje había incumplido una norma lógica (8% del total de ensayos). Estas respuestas aparecían en los *Pseudoerrores_4* (falso error de omisión de numerales), *5* (contar hacia atrás, cardinal correcto), *6* (conteo silente de los tres últimos objetos, cardinal correcto) y *7* (contar elementos alternos, cardinal correcto). En general, solían afirmar que el personaje había omitido uno o varios elementos de la hilera al contar. Por ejemplo, a la edad de 69 meses, S.R. dijo en el *Pseudoerror_6*: "*mal porque ha hecho 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y estas tres* -toca las tres últimas- *se las ha saltado y no las ha contado*". La frecuencia de estas justificaciones iba disminuyendo progresivamente a medida que los participantes se hacían mayores (ver Tabla 21), lo cual apoya la idea de que su capacidad para reconocer las normas lógicas del conteo mejora con la edad.

En otras ocasiones, el rechazo de los pseudoerrores procedía de que los niños consideraban arriesgado contar de esa forma no habitual (rechazo por el riesgo) (7.5% del total de ensayos). Aunque estos argumentos reflejaban un cierto conocimiento acerca del carácter opcional de las normas convencionales (tendían a reconocer que el valor obtenido tras el conteo era correcto), los participantes optaban por sancionar los pseudoerrores para evitar posibles errores potenciales y recomendaban firmemente seguir el procedimiento habitual para garantizar resultados correctos. Por ejemplo, en el *Pseudoerror_8* (alternar la dirección de conteo), en la tercera medición, R.S. de 96 meses dijo: "*mal porque ha contado primero la primera* - bota -, *segundo la última, luego la tercera y así todo el rato. Sí hay ocho botas, pero no podemos contar así porque a lo mejor no te acuerdas de por dónde ibas (…) Aunque no se ha confundido, Eli las tenía que haber dicho todas seguidas* - indica con el dedo de izquierda a derecha -".

A pesar de la escasa incidencia de este tipo de explicaciones, se ha considerado oportuno referirse a ellas porque autores como Geary et al. (2004) y Kamawar et al. (2010) sugirieron la posibilidad de que los niños rechazasen los pseudoerrores por considerarlos conteos arriesgados, aunque no aportaban ninguna evidencia empírica que respaldase este argumento. En este estudio, hemos tenido ocasión de comprobar que la presencia de estas justificaciones aumentaba con la edad, siendo escasas en la primera medición e incrementándose ligeramente en las dos siguientes (ver Tabla 21). Además, hemos encontrado una cierta consistencia en este tipo de argumentos. En concreto, nueve de los catorce participantes que habían empleado esta justificación en alguno de los pseudoerrores la utilizaban de nuevo en otros y en diferentes momentos de medición. Desde nuestro punto de vista, estos niños diferenciaban las normas lógicas del conteo de las convencionales pero varios factores, relacionados con la experiencia escolar, podrían haber contribuido a la presencia de este tipo de respuestas. Entre ellos, cabe mencionar la incapacidad para generalizar el conocimiento del conteo a situaciones novedosas, las experiencias personales asociadas a comentarios negativos de los profesores cuando se salían de los métodos rutinarios y habituales o, finalmente, la influencia del contexto de evaluación (dentro del centro escolar y en horas lectivas, donde normalmente se premian los procedimientos estándar y habituales).

En otro orden de cosas, el análisis de las justificaciones ha revelado que las normas convencionales presentes en las justificaciones de los niños en los pseudoerrores eran las siguientes: (a) la adyacencia espacial y dirección izquierda-derecha, (b) la adyacencia temporal, (c) emitir los numerales en orden ascendente y (d) emitir los numerales en voz alta (la Tabla 22 indica además de la frecuencia de aparición, los pseudoerrores concretos en los que surgían).

Con respecto a la adyacencia espacial y dirección izquierda-derecha, frecuentemente aparecían juntas, ya que los niños solían insistir en la necesidad de contar todos los elementos consecutivamente y en orden de izquierda a derecha. Por ejemplo, M.J. de 84 meses, en la segunda medición, dijo en el *Pseudoerror_7*: "*Está mal aunque haya 12 porque ha contado primero los balones de fútbol y luego los de baloncesto. Eso está mal porque tiene que contar todos aunque sean de otro deporte (…) y los tenía que haber contado seguidos y en orden* -pasa el dedo por encima de los objetos de izquierda a derecha-".

En la adyacencia temporal, los niños apuntaban que era obligatorio emitir los numerales consecutivamente, sin saltos, retrocesos, pausas o reiteraciones. En la segunda medición, S.P. de 82 meses rechazó el *Pseudoerror_2* "*porque cuando ya estás en el* –número- *6 no puedes seguir repitiendo el 6 aunque sea en el mismo queso (…) tienes que contar los números de uno en uno. Por eso Eva lo ha hecho mal*".

Los niños también sancionaban los conteos en los que se invertía el orden de los números. En la segunda medición, G.C. de 78 meses argumentó en el *Pseudoerror_3* (falso error de etiquetación): "*está mal porque el* – número - *6 tenía que ir antes del 7. Tina lo ha dicho después porque no lo sabía y después se ha acordado*". Del mismo modo, C.R. de 84 meses contestó en el *Pseudoerror_5* (contar hacia atrás y cardinal correcto): *"¡fatal! Porque ha contado para atrás 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, ,2, 1 y cuando contamos se tiene que contar hacia delante 1, 2, 3, 4, 5…*". Asimismo, algunos niños señalaron que los numerales tenían que ser emitidos en voz alta. Por ejemplo, en la tercera medición, a los 89 meses de edad, V.A. estableció que el *Pseudoerror_6* (conteo silente de los tres últimos elementos y valor cardinal correcto) estaba mal porque: "*ha contado hasta el* –número- *7 y estos tres* -señala las tres últimas flores- *los ha contado en la cabeza 8, 9 y 10 en voz baja y eso está mal porque lo tendría que contar en voz alta*".

Por último, y para finalizar este apartado, cabe mencionar que en otras ocasiones en las respuestas de los niños se encontraron combinaciones de dos o más normas convencionales en un mismo pseudoerror (ver Tabla 22). Por ejemplo, la explicación que dio A.C. de 80 meses en el *Pseudoerror_3*, en la segunda medición, refleja alusiones tanto a la adyacencia temporal como a la dirección izquierda-derecha: "*Está mal porque hay que contar en fila y hay que tener el número pensado de antes y no parar para pensárselo ahora. (…) Si se te olvida un número no puedes volver hacia atrás, tienes que volver a empezar desde el principio*".

Tabla 22

*Porcentaje de ensayos de las normas convencionales mencionadas por los niños*

| | | NORMAS CONVENCIONALES | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **Dirección izquierda-derecha y adyacencia espacial** | **Adyacencia temporal** | **Numerales en orden ascendente** | **Numerales en voz alta** | **Combinaciones de dos o más normas convencionales** |
| **Ensayos en los que aparece** | | Ps_1, Ps_3, Ps_7 y Ps_8 | Ps_2 y Ps_3 | Ps_5 y Ps_3 | Ps_4 y Ps_6 | Ps_3, Ps_5 y Ps_8 |
| **MEDICIONES** | **1** | 44.8% | 41.7% | 54.2% | 39.6% | 18.1% |
| | **2** | 47.9% | 27.1% | 35.4% | 43.8% | 9.7% |
| | **3** | 34.4% | 29.2% | 37.5% | 39.6% | 5.6% |
| **Porcentaje medio** | | 42.4% | 32.7% | 42.4% | 41% | 11.1% |

Además, ciertas normas convencionales parecen ejercer más influencia que otras en los juicios de los niños. En concreto, las más asentadas, al menos en las edades consideradas en este trabajo, eran las de adyacencia espacial, dirección izquierda-derecha y decir los números en voz alta. Esto corrobora tanto los resultados de Briars y Siegler (1984) y Geary et al. (1999, 2004) respecto a la importancia de la adyacencia espacial, como los de Rodríguez et al. (en revisión) en cuanto a la dirección izquierda-derecha. Asimismo, y a pesar de que también se incumplía la norma convencional de señalar y la de repetir sistemáticamente el último numeral emitido para designar el valor cardinal del conjunto, ninguno de los participantes se refirió a ellas. Este dato resulta interesante ya que indica, en primer lugar, que los niños eran conscientes de que conocer el valor cardinal del conjunto implicaba algo más que la mera repetición del último numeral contado en voz alta (pese a todo, la comprensión de la cardinalidad de algunos participantes no era completa, como ya se ha mencionado en el apartado 5.1.). En segundo lugar, significa que los niños habían superado este tipo de normas, al menos en los pseudoerrores utilizados en el presente estudio. En este sentido, Briars y Siegler (1984) ya habían propuesto que los niños preescolares identificaban más fácilmente el carácter opcional de la norma convencional de señalar que el de otras normas (como la adyacencia espacial), por ser menos eficaz en determinados tipos de conteos (p.e., sonidos o secuencias).

Si tenemos en cuenta algunas de las reflexiones realizadas a lo largo del capítulo, referidas, por ejemplo, a la utilidad inicial de las normas convencionales para facilitar la aplicación de los principios subyacentes al conteo o al refuerzo que, en general, reciben los niños cuando aplican los procedimientos rutinarios o estándar, no debería sorprendernos que los participantes manifestaran explícitamente la necesidad de respetar las normas convencionales del conteo.

# CAPÍTULO 6.

# CONCLUSIONES

## 6.1. Conclusiones generales

Uno de los objetivos de esta investigación era dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿reconocen los niños el carácter arbitrario de las normas convencionales del conteo?, ¿generalizan este conocimiento a distintas situaciones (errores y pseudoerrores)? y finalmente, ¿cuál es su curso evolutivo?

Los resultados de este estudio permiten extraer las siguientes conclusiones. En primer lugar, los niños tardan en comprender la naturaleza opcional de las normas convencionales, al menos de algunas de ellas. Como hemos visto, incluso con 7-8 años, varios niños seguían considerando que ciertas normas convencionales son imprescindibles para contar correctamente, otorgándoles tanta importancia como a las normas lógicas del conteo. Una posible explicación es que la comprensión de las normas lógicas y convencionales del conteo se desarrolla de forma independiente y paralela. Los niños se percatan antes de la necesidad de respetar las normas lógicas que del carácter opcional de las normas convencionales. Además, el hecho de que reconozcan las lógicas correctamente, no garantiza que identifiquen adecuadamente las convencionales.

En segundo lugar, el rendimiento de los niños se veía afectado sustancialmente por el tipo de situación planteada. La ejecución era siempre mejor en los errores que en los pseudoerrores. No obstante, la presencia del valor cardinal en los pseudoerrores contribuía a mejorar las respuestas de los niños a partir de la segunda medición (6-7 años de edad), favoreciendo que se dieran cuenta de la naturaleza opcional y modificable de las normas convencionales. Entre las razones que podrían explicar el efecto positivo de la presencia del cardinal destacan: (a) que el cardinal haya ayudado a los niños a centrarse en el aspecto funcional del conteo, relegando a un segundo plano el procedimiento inusual por el que se ha obtenido y (b) que la mejora se haya debido exclusivamente a que los niños hayan realizado un conteo subvocal simultáneo al personaje. Desde nuestro punto de vista, esta segunda posibilidad plantea una serie de dificultades. Si los niños han contado subvocalmente en los pseudoerrores con cardinal, ¿qué les habría impedido hacer lo mismo en los pseudoerrores sin cardinal?, ¿cómo podrían haber anticipado en qué ensayos se les indicaría el cardinal? Expresado en otros términos, de acuerdo con esta segunda explicación los niños tendrían que dar por buenos todos los pseudoerrores (con y sin cardinal), porque sus juicios no estarían basados en ninguna reflexión acerca de las normas, ni lógicas ni convencionales. Sin embargo, los resultados de este estudio muestran claras diferencias entre los pseudoerrores, así como que los niños basaban su respuesta en la consideración de las normas lógicas y convencionales seguidas en el procedimiento de conteo, independientemente de que creyeran que el valor cardinal proporcionado era correcto o no.

Por último, no se ha observado un patrón evolutivo común en el desarrollo de la comprensión de las normas lógicas y convencionales del conteo, al menos en el rango de edad aquí considerado. La metodología longitudinal seguida en este estudio ha permitido prestar atención a las diferencias individuales, de manera que hemos podido verificar que si bien el rendimiento de algunos niños mejoraba progresivamente, el de otros empeoraba en alguna de las mediciones.

Otros interrogantes que se planteaban en este estudio eran: ¿cuáles son las normas convencionales que subyacen a las respuestas de los niños?, ¿a qué normas convencionales conceden más importancia? y ¿qué variaciones se producen con la edad?

En general, los resultados apuntan a que las normas convencionales que tienen más influencia en los juicios de los niños son la adyacencia espacial y dirección izquierda-derecha (“*hay que contarlos seguidos y en línea recta*”), la emisión de los numerales en orden ascendente (*“contar hacia atrás está mal*”) y en voz alta (“*no se pueden contar los números en bajito*”) y la adyacencia temporal (“*cuando estás contando, no puedes pararte a pensar. Tienes que decir todos los números seguidos*“). No obstante, la importancia que concedían a estas normas experimentaba variaciones en función del momento de medición, disminuyendo su influencia lenta y progresivamente.

Coincidimos con Briars y Siegler (1984) en que el motivo por el que algunas normas convencionales ejercen más influencia que otras se debe a lo “útiles” que estas pueden resultar en las diversas situaciones de conteo. Por ejemplo, la norma convencional de señalar deja de ser efectiva cuando tenemos que contar secuencias de acciones (p.e., el número de pasos que damos de un extremo a otro de la habitación), mientras que la adyacencia facilita enormemente esta tarea. Por tanto, serían las experiencias repetidas de los niños en diferentes situaciones de conteo las que les llevarían a cuestionar la validez de las normas convencionales.

Otra explicación es que la propia tarea de detección no constituya el contexto más apropiado para evaluar la comprensión de las normas lógicas y convencionales. Los niños han de asumir el rol de "evaluador" y decidir las bases sobre las cuales van a juzgar las actuaciones de los personajes: ¿deben dar por buenos los conteos habituales (por tanto seguros), que han observado repetidamente, y, en consecuencia, reprobar los procedimientos correctos poco comunes? En este estudio hemos tratado de despejar este interrogante con la entrevista individual, pero no cabe duda de que la investigación futura tendrá que profundizar en esta cuestión planteando nuevas tareas, que complementen a la tarea de detección. No obstante y aunque esta explicación pueda resultar sugerente, los estudios realizados en otros ámbitos del pensamiento matemático infantil apuntan a resultados similares cuando se enfrenta a los niños a situaciones no rutinarias.

Por ejemplo, McNeil (2007) presentó a niños de 7 a 11 años algoritmos de adición del tipo *3+4+5=3+_* para evaluar la comprensión de la noción de equivalencia. La estrategia de resolución más común entre los participantes consistía en sumar todos los números, sin prestar atención a la ubicación del signo igual y a lo que esto implicaba. En esta misma línea, los problemas verbales de división con resto suponen un reto especial para los estudiantes porque no se pueden resolver simplemente ejecutando la operación, sino que tienen que interpretar el resto en función de la pregunta planteada. Los resultados del estudio realizado por Lago, Rodríguez, Enesco, Jiménez y Dopico (2008) mostraban que los niños de 12 años (1º ESO) todavía no eran capaces de utilizar el resto de la división para responder correctamente al problema (para más información, ver también Rodríguez et al., 2009). Finalmente, la influencia de los procedimientos y convencionalismos aprendidos en la escuela es tal que los niños los aplican en problemas irresolubles, como en el bien conocido "problema del capitán" (Baruk, 1992): *"hay 26 ovejas y 10 cabras en un barco. ¿Cuántos años tiene el capitán?"*. Tanto Baruk como la enorme cantidad de autores que han replicado este trabajo, encontraron que un porcentaje elevado de niños de 9 a 11 años, sin percatarse de que era un problema sin sentido ni solución, sumaban las ovejas y las cabras para intentar conocer la edad del capitán (para una revisión, ver Jiménez, 2008). Lo que resulta aún más sorprendente es que estudiantes de magisterio y futuros docentes tampoco sabían resolver adecuadamente diferentes tipos de problemas no rutinarios (p.e., Verschaffel, De Corte y Borghart, 1997).

En el caso específico del conteo, las dificultades vendrían propiciadas por el énfasis que, desde el ámbito educativo, tradicionalmente se ha dado al aspecto procedimental. La enseñanza del conteo se centra en conseguir que los niños apliquen rápidamente una serie de rutinas mecánicas (correspondencia objeto-numeral, recitar los numerales en orden, señalar los objetos consecutivamente, etc.) para lograr otros fines (p.e., sumar o restar), sin que tengan oportunidad de reflexionar sobre lo que esta habilidad implica en sí misma. La habilidad de contar, como cualquier otro concepto matemático, tiene su función propia: determinar la cantidad de elementos que componen un conjunto, lo que a su vez sirve para crear, comparar y/ o clasificar cuantitativamente colecciones de ítems.

Por norma general, las metas u objetivos de la enseñanza del conteo no son evidentes para los niños. En lugar de hacer prevalecer la comprensión, se tiende a dar prioridad al uso repetido del procedimiento habitual, incluso fomentando el respeto a ciertas normas convencionales específicas (p.e., contar de izquierda a derecha, señalar los objetos al tiempo que cuentan). De esta forma, el mensaje que se está transmitiendo a los niños es la necesidad de respetar las rutinas o normas convencionales tanto como las lógicas, lo que les hace ser inflexibles y fracasar en actividades no habituales.

En suma, el aprendizaje de las matemáticas en general y del conteo en particular, lleva inevitablemente asociado la adquisición de una gran cantidad de reglas y convencionalismos (algunos forzosamente necesarios, por ejemplo la secuencia de números). Sin embargo, se debe intentar que los niños se vuelvan "expertos en adaptarse" en vez de "expertos en rutinas", como señala Hatano (1988). En otras palabras, se tendría que primar la comprensión conceptual de los procedimientos para utilizarlos de un modo flexible y creativo, tanto en tareas nuevas como familiares, en lugar de priorizar al aprendizaje memorístico, que limita el uso de los procedimientos a las situaciones habituales. Aunque esta no es una idea nueva (hay una larga tradición en la pedagogía activa y otras corrientes a favor del aprendizaje significativo, ver, entre otros, Ausubel, Novap y Hanesian, 1990; Mayer, 2004; Pozo, 2008), es importante constatar con datos empíricos las limitaciones del aprendizaje tradicional - y de los métodos de instrucción que lo caracterizan -, en este y otros ámbitos de conocimiento para concienciar a la comunidad educativa de lo beneficioso del cambio hacia un nuevo escenario en el que los niños puedan construir ese aprendizaje significativo.

A continuación reproducimos un extracto de la entrevista que hicimos a uno de los participantes (C.R., edad: 84 meses) en el *Pseudoerror_4* (falso error de omisión de numerales), que ilustra esta última reflexión:

CR: *¡Anda! ¡Si ha contado como lo hago yo en las series de clase!*

E: *¿Y cómo lo haces tú en las series de clase?*

CR: *Pues a veces de dos en dos "2-4-6-8-10" y a veces de tres en tres "3-6-9". De cuatro en cuatro ya es más difícil…*

E: *¡Cuántas cosas hacéis en clase! ¡Qué bien! Y… ¿qué le vas a decir a Tina, que lo ha hecho bien o que lo ha hecho mal?*

CR: *Pues le voy a decir… ¡que lo ha hecho mal!*

E: *¿Y por qué?*

CR: *Pues porque este es un juego de contar de uno en uno y no puede hacerlo de dos en dos.*

E: *¡Ah!, pero, ¿sabes una cosa? Este no es un juego de contar de uno en uno. Este solo es un juego de contar y Rosa le deja contar como ella quiera.*

CR: *Ya, pero si estamos contando, hay que contar siempre de uno en uno. No se puede hacer de otra forma.*

E: *¿No se puede hacer de otra forma?*

CR: *No. Solo hay una forma de contar.*

E: *¿Y cómo es?*

CR: *Pues así 1-2-3-4-5-6-7-8* (tocando todos los elementos consecutivamente de izquierda a derecha).

## 6.2. Implicaciones educativas y perspectivas de futuro

Existe cierto consenso a la hora de resaltar el papel destacado que la habilidad de contar tiene en la construcción del conocimiento matemático (Baroody et al., 2006; Muldoon et al., 2003; Sarama y Clements, 2009; Stock, Desoete, Roeyers, 2009). Además, trabajos recientes han apuntado que el conocimiento que los niños tienen sobre el conteo es un buen predictor de su rendimiento matemático posterior (Aunola et al., 2004; Passolunghi, Vercelloni y Schadee, 2007). Algunos autores, por ejemplo Geary y colaboradores (1992, 1999, 2000, 2004, 2011), estudian las relaciones entre la comprensión del conteo y algunas nociones aritméticas en niños de enseñanza primaria, con y sin dificultades de aprendizaje. Uno de los hallazgos más interesantes fue que el rendimiento en la detección de pseudoerrores estaba asociado con el uso de estrategias más evolucionadas en la resolución de problemas. En concreto, los niños que consideraban los pseudoerrores como formas válidas de contar, utilizaban las estrategias de descomposición y empezar a contar desde el sumando mayor en tareas de adición.

Desde el punto de vista educativo, el manejo del procedimiento de conteo constituye un objetivo básico del currículo de Educación Infantil pero, ¿se dedican los esfuerzos necesarios para reflexionar acerca de las normas lógicas y convencionales implicadas en el mismo? Lamentablemente, como hemos tenido ocasión de comprobar en este trabajo, la respuesta no es totalmente positiva, pese a que el éxito en matemáticas se asienta en buena medida en la solidez de los conocimientos iniciales.

No es nuestra intención entrar en el debate acerca de las ventajas e inconvenientes de las distintas perspectivas educativas (el lector interesado puede consultar, por ejemplo, los trabajos de Baroody y Dowker, 2003; Cowan et al., 2011; Nunes, 2008). Determinar qué enfoque es el más adecuado excede, con mucho, los objetivos de este trabajo. Tampoco cuestionamos la utilidad de la enseñanza de procedimientos que faciliten la consecución de respuestas correctas. Sin embargo, nuestra propuesta aboga por la diversificación y ampliación de las tareas escolares centradas en el conteo. Hay que plantear situaciones no rutinarias que supongan retos para los niños, con el fin de promover la reflexión y el desarrollo del conocimiento conceptual. Esto significa que estamos en contra de priorizar la enseñanza del "cómo se hace" frente al "por qué se hace". El objetivo ha de ser fomentar la "competencia de adaptación", lo que se hace extensible a cualquier ámbito del conocimiento matemático, ya que instruir en matemáticas es enseñar a razonar y a pensar.

No obstante, todo intento por mejorar la enseñanza de las matemáticas no resultará efectivo si no conseguimos romper la brecha entre la investigación básica y la práctica educativa. Necesitamos educadores bien formados para que puedan desarrollar pautas de enseñanza eficaces. Esta reivindicación no resulta nueva, ya que algunos programas educativos (p.e., el CGI - *Instrucción Guiada Cognitivamente* - en EEUU o el PEI - *Programa de intervención para la mejora del rendimiento matemático* - en España) han alcanzado resultados muy notables dotando a los profesores de herramientas específicas, derivadas de la investigación evolutiva básica, que posteriormente han podido adaptar al aula. En el ámbito específico que aquí nos ocupa, proporcionar información a los educadores acerca del desarrollo del conocimiento infantil de las normas lógicas y convencionales del conteo, y hacerlos conscientes de las diferencias individuales en dicho proceso, les ayudaría a crear e implementar estrategias adecuadas para fomentar la comprensión del mismo. De este modo, también aumentarían las posibilidades de que los niños utilicen el procedimiento de conteo de manera efectiva en cualquier contexto o tarea.

Finalizaremos este apartado comentando algunas limitaciones de este estudio y las perspectivas de futuro.

La primera limitación tiene que ver con las características de la muestra seleccionada. Todos los participantes procedían del mismo centro escolar y probablemente, la validez externa de los resultados hubiese aumentado si hubiéramos podido tener acceso a niños de distintos colegios. No tuvimos esa posibilidad porque algunos de los centros consultados no se mostraron dispuestos a participar durante un período tan extenso (3 años).

También hay que apuntar varias consideraciones de tipo metodológico. Al margen de la polémica acerca de si las explicaciones de los niños son la causa o la consecuencia de sus juicios (ver Siegler, 1987) la utilidad de la entrevista semi-estructurada ha quedado ratificada en el presente trabajo. No obstante, si tenemos en cuenta que los niños dependen de sus habilidades lingüísticas y comunicativas para explicitar sus opiniones, la entrevista podría resultar especialmente laboriosa si se va a utilizar con niños muy pequeños. Por ese motivo, como apuntamos en el apartado anterior, es conveniente pensar en el diseño de nuevas tareas que complementen a la tarea de detección.

Por su parte, debido al diseño del programa informático, el orden de presentación de los ensayos se mantuvo constante para todos los participantes. Aunque la evaluación se realizó a lo largo de tres sesiones diferentes para prevenir la pérdida de atención en los niños, no es posible descartar completamente efectos asociados al cansancio. El contrabalanceo o el orden aleatorio en la presentación de los ensayos puede contribuir a evitar este problema.

Igualmente, a pesar de que se optó por presentar hileras de objetos para limitar las demandas de la tarea (p.e., facilitar el recuerdo de los elementos que ya habían sido contados), este tipo de distribución podría haber repercutido en el peso que los niños daban a las distintas normas convencionales. El uso de diferentes clases de distribuciones (p.e., en hilera, cuadrícula, desordenados) permitiría comprobar si estas características de la situación experimental ejercen algún efecto en las respuestas de los niños.

Por último, los pseudoerrores incumplían muchas, pero no todas las normas convencionales que aparecen en el procedimiento de conteo. Estas limitaciones ya se han tenido en cuenta en la investigación que estamos desarrollando. Hemos creado una nueva versión del programa informático en el que se han incluido, además de estos pseudoerrores, otros nuevos (p.e., contar los elementos solo con la mirada) bajo dos condiciones experimentales: con cardinal y sin cardinal.

Confiamos en que el uso de las nuevas tecnologías abra un sinfín de prometedoras oportunidades para confeccionar materiales más novedosos y sofisticados pero, por el momento, el programa informático que hemos creado puede ser un buen instrumento para continuar indagando en el desarrollo del conocimiento conceptual del conteo. En este sentido, existe una clara necesidad de ampliar los estudios que nos permitan comprender mejor su naturaleza y su curso evolutivo. La investigación futura deberá abordar cómo y cuándo comienzan a influir las normas convencionales en los juicios de los niños y aproximarse a este objetivo supone entrar de lleno en los primeros años de la Educación Infantil.

Para terminar, se abren nuevos interrogantes sobre las concepciones infantiles de las normas lógicas y convencionales en función de factores externos relacionados, por ejemplo con el contexto de la tarea (¿es igualmente importante para los niños respetar las normas convencionales en una tarea escolar - p.e., “los deberes” - que en una situación de juego?), con las figuras de autoridad (¿qué ocurriría si la persona que quebrantase una norma lógica o convencional fuese una profesora?) o con las opiniones de los otros significativos (¿cómo resolverán los niños un conflicto de opiniones entre una mayoría que acepta un procedimiento de conteo erróneo frente a un disidente que propone el correcto?).

# CHAPTER 7.

# EXTENDED SUMMARY

## 7.1. Introduction

Counting is closely related to the development of basic arithmetical notions in any educational system. Several authors even state that counting is a prerequisite to the development of arithmetical concepts (see Baroody et al., 2006). Thus, it seems crucial to explore the development of children´s counting skills as they move into primary school. The publication of Gelman and Gallistel's *The Child's Understanding of Number* (1978) gave counting skills the important status that they currently have in the psychological literature. Furthermore, these authors challenged the Piagetian view of the construction of the number (Piaget and Szeminska, 1941). Whereas for Piaget and Szeminska, the concept of numbers was based on the synthesis of seriation and classification, Gelman and Gallistel stressed the role of counting abilities in number comprehension. Specifically, they understood counting as a complex cognitive skill based on five principles:

(a) One-to-one correspondence: Every item in a set must be assigned only one tag.

(b) Stable order: The counting tags must be unique and must be ordered in the same sequence across different trials.

(c) Cardinality: The last tag used has special status because it refers to the last item and represents the cardinal value of the set (that is, how many objects there are).

Gelman and Gallistel (1978) referred to these three principles as the how-to-count principles. They form the conceptual structure of counting and define the rules of the procedure.

(d) Abstraction: Any collection of items - real or imaginary objects, sounds, sequences, etc. - can be counted, thus making it possible to establish cardinality.

(e) Order irrelevance: When the how-to-count principles are respected, the order in which items in a set are counted does not matter because the cardinal value of the set always remains the same. As long as the other rules are maintained, the order of the count is immaterial.

Gelman and Gallistel (1978) called these last two principles permissibility principles because they expand the range of conditions to which the first three can be applied.

At present, there is general agreement about the role played by these five principles in correct counting. Nevertheless, much discussion remains about the relation between counting skills and knowledge of counting principles. This is the well-known debate between the *principles before skill approach* (Cordes and Gelman, 2005; Gelman and Gallistel, 1978; Gelman and Meck, 1983, 1986) and the *skill before principles approach* (Briars and Siegler, 1984; Frye et al., 1989). Recently, a third position has emerged that attempts to reconcile both views: the *iterative or simultaneous view*, which states that knowledge of the principles (in other words, concepts) and accuracy in using the procedure (skills) co-evolve and reinforce each other (Baroody et al., 2006).

Numerous authors have focused on the developmental process of each of the counting principles (e.g., Fuson, 1988; Fuson et al., 1982; Bermejo and Lago, 1990; Baroody 1984, 1993 about one-to-one correspondence, stable order, cardinality and the order irrelevance principle, respectively). These works have generally assumed that children incorporate notions related to several principles at the same time and that some principles are mastered before others. For example, children acquire the one-to-one correspondence and stable order principles before they understand the cardinality or order irrelevance principles (see, for example, Lago, 1992 or Rodríguez et al., under revision).

Moreover, several studies have found that in the process of learning to count, children not only acquire principles, which are the essential counting features, but also other non-essential features (Briars and Siegler, 1984; Kamawar et al., 2010; LeFevre et al., 2006; Escudero et al., 2011). Therefore, children´s discrimination between essential (logical rules) and non-essential counting features (conventional rules) can be taken as a good indicator of their comprehension of counting.

According to Laupa (2000, Laupa and Becker, 2004), logical rules guarantee the correctness of an answer, so they are obligatory and unchangeable. The logical rules of counting involve understanding of the principles suggested by Gelman and Gallistel (e.g., breaking the one-to-one correspondence principle by skipping an element or the stable order principle by assigning the same tag to several consecutive objects will inevitably yield an incorrect count). In contrast, conventional rules depend on the social context (such as customs or common school practices) and usually come from both direct teaching and observation. They refer to non-essential aspects of counting, so they are modifiable (any change in this sense does not necessarily yield an incorrect count) and should therefore be considered optional. Although Gelman and Gallistel (1978) stated that “much about counting is arbitrary”

(p. 82), Briars and Siegler (1984) were the first to define four non-essential counting features: (i) adjacency, or counting objects consecutively without skipping forwards or backwards; (ii) starting from an end of the row; (iii) counting in a left-to-right direction and (iv) pointing to each object once. By means of children´s verbal reports, we have recently been able to identify additional non-essential features (e.g., Dopico et al., in prep.; Rodríguez et al., under revision): (v) temporal adjacency, or emitting numerals consecutively without skipping forwards or backwards, pauses or repetitions; (vi) emitting all number words in ascending order and (vii) counting all numerals aloud. In our culture, we usually count the elements of a row consecutively from the left to the right end and use the last numeral said as the cardinal value of the set (see Figure 7.1*). However, the conventional rules are not always useful (for instance, there is no point either in following the left-to-right direction when objects are disorganised, either in using the last numeral emitted as the cardinal value of the set when objects are counted backwards - see Bermejo and Lago, 1990 for a discussion about this issue-) and can even interfere with learning the counting procedure and with its full understanding.

COUNTING PERFORMANCE WITH SEVERAL CONVENTIONAL RULES

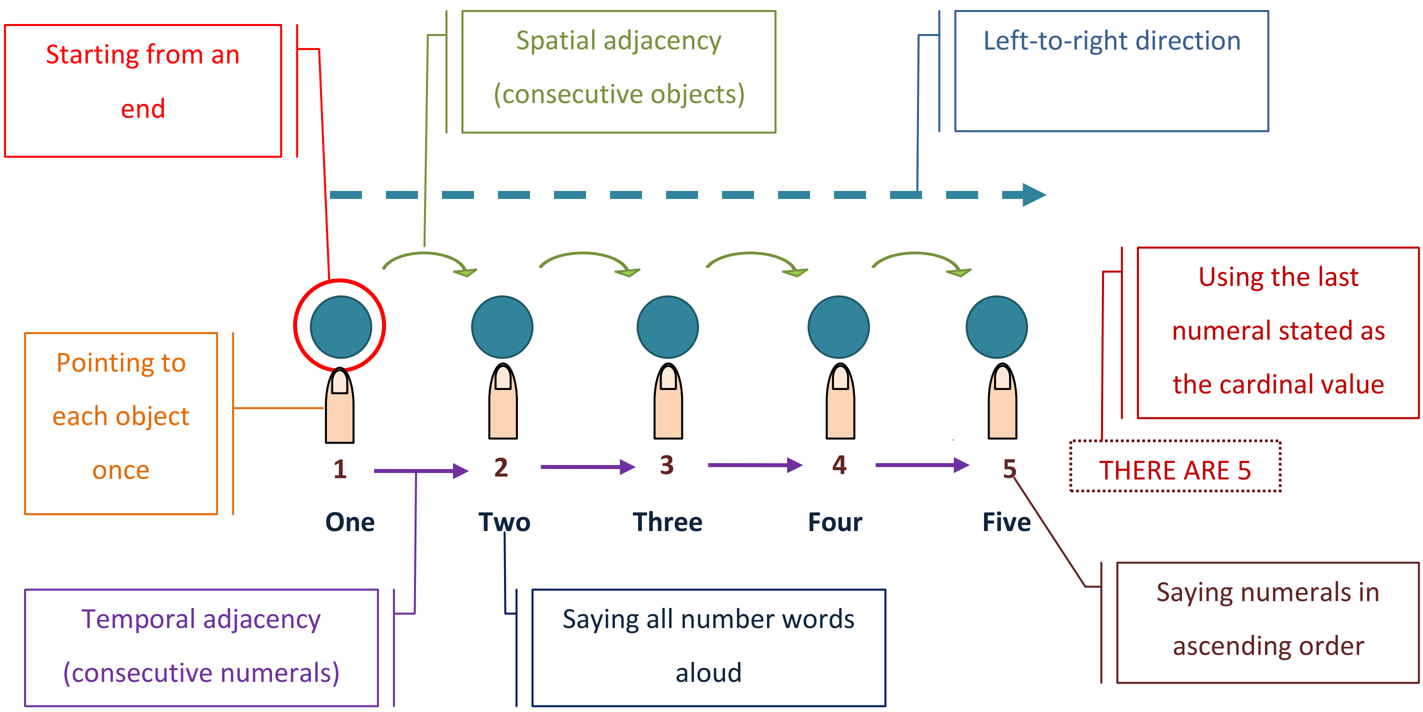



*Figure 7.1.* Illustration of the conventional counting rules

* As all the Tables and Figures that appear in this chapter are also in previous chapters, we have decided to use a special numeration in this chapter. By doing that, we wanted to avoid confusions.

A review of the literature on children's counting skills indicates several methods of analysing knowledge of counting. The detection paradigm has proved especially suitable to determine whether children can distinguish between logical and conventional rules. Briefly, in this task, children watch a puppet performing several counts, and they are asked to judge whether the puppet has counted correctly or incorrectly (for more details, see, for example, Cordes and Gelman, 2005). Because the children do not have to perform the counting themselves, this task frees them from performance demands, and it allows researchers to freely manipulate counting situations.

This task usually involves conventional-correct and incorrect counts as well as unconventional-correct counts (in our terminology, pseudo-errors). Conventional-correct counts are trials in which the puppet's performance is governed by both logical and conventional rules. Incorrect or erroneous counts involve the violation of logical rules. Moreover, some errors fail to fulfil one or more of the conventional rules. For instance, when the puppet assigns the same number word to several consecutive elements, it only violates the logical rules of the stable order principle. However, if the puppet skips the element placed at the beginning of the row, it violates not only the logical rules of the one-to-one correspondence but also the conventional rule of starting from an end. Finally, pseudo-errors are unusual correct counts because they comply with the logical rules but not with the conventional ones. For example, when the puppet counts all elements of a row non-consecutively, it simply violates the conventional rule of adjacency, but it respects logical counting rules.

Empirical studies report high levels of success in the detection of conventional-correct and erroneous counts that violate the how-to-count principles. For example, Gelman and Meck (1983) found that children between the ages of 3 and 4 successfully detected 98.6% of conventional-correct counts, 75% of one-to-one correspondence errors (skipping an element and counting an item twice) and 92% of cardinality errors (giving an incorrect answer to the how-many question). These authors also observed that children between 3 and 5 years old correctly identified 89.7% of the stable order errors (skipping one or more number words or changing the order of the number list). Similar success rates were reported by Briars and Siegler (1984) with 3- to 5-year-olds, who identified 97.6% of conventional-correct counts and 71.7% of errors (an object was skipped or counted twice). Rejections of these kinds of errors increased in older children. For example, LeFevre et al. (2006) and Kamawar et al. (2010) reported 82% and 85% of accurate detections of erroneous trials, respectively.

Errors regarding permissibility principles have been much less frequently studied than errors regarding the how-to-count principles. For instance, Rodríguez et al. (under revision) found that first- and second-graders easily detected abstraction errors (separately counting the elements of heterogeneous sets), rejecting 93.8% and 92% of the trials, respectively, whereas 5- to 6-year-old children rejected 62% of the trials. Children from these three age groups showed lower success rates for order irrelevance errors (giving different cardinal values for the same set depending on the item counted first): 30%, 50% and 74% of trials were correctly rejected by 5- to 6-, 6- to 7-, and 7- to 8-year-olds, respectively. These last data highlight the inherent difficulty in comprehension of the order irrelevance principle (also see Baroody, 1984, 1993; Kamawar et al., 2010).

The empirical evidence concerning pseudo-errors offers a different picture of children's understanding of counting. The six types of pseudo-errors used so far in the literature are shown in Table 7.1. A lack of agreement remains since the seminal works of Gelman and Meck (1983) and Briars and Siegler (1984).

On the one hand, Gelman and Meck (1983) found that 3- and 4-year-old children correctly detected 96% and 95% of pseudo-errors, respectively (see Table 7.1 for the kinds of pseudo-errors they used). On the other hand, Briars and Siegler (1984) reported lower levels of success in 3- to 5-year-old children. They judged pseudo-errors as valid counts in 65%, 35%, and 47% of the trials, respectively.

Gelman and Meck (1986) conducted another study that verified their previous findings (90% and 93% of correct responses in 4- and 5-year-old children). They argued that the discrepancy in the results was due to the procedure followed by Briars and Siegler (the ambiguity of the instructions and the presence of a production task prior to the detection task in the second study), which made children rate any deviation from the conventional procedure as incorrect. Siegler (1991) rejected this explanation and claimed that the discrepancy in the results was due to a deficit in children's conceptual competence that did not allow them to differentiate essential from nonessential aspects of counting.

Table 7.1

*Kinds of pseudo-errors used in previous research*

| **KIND OF PSEUDO-ERROR** | | **RESEARCHES** |
|---|---|---|
| Starting in the middle | 4 5 **1** 2 3 | Gelman and Meck (1983, 1986)<br>Briars and Siegler (1984)<br>Frye et al. (1989)<br>LeFevre et al. (2006)<br>Kamawar et al. (2010) |
| Counting alternate (non-adjacent) elements | **1** 4 2 5 3 | Gelman and Meck (1983)<br>Frye et al. (1989)<br>Geary et al. (1992, 1999, 2000, 2004, 2011) |
| | **1** 5 2 4 3 | Briars and Siegler (1984)<br>LeFevre et al. (2006)<br>Kamawar et al. (2010) |
| Reverse direction (right to left) | 5 4 3 2 **1** | Briars and Siegler (1984)<br>Geary et al. (1999, 2000, 2004, 2011)<br>LeFevre et al. (2006)<br>Kamawar et al. (2010) |
| Double point | **1** Tw- -oo 3 4 5 | Briars and Siegler (1984) |
| | **1** 2 2 3 4 5 | LeFevre et al. (2006) |
| Skipping an element in the middle and counting it at the end | **1** 2 5 3 4 | Gelman and Meck (1986) |
| Counting with non-standard tags (e.g., letters of the alphabet) | **A** B C D E There are E | Saxe et al. (1989) |

Other works seem to confirm Briars and Siegler´s assertion that the process of discrimination between logical and conventional rules starts at 3 years of age but does not end at 5. For example, Frye et al. (1989) found that 4-year-old children only accepted as correct counts 52.5% of pseudo-errors. Likewise, Saxe et al. (1989) indicated that only 25% of 4-year-olds, 47% of 8-year-olds, and 81% of 11-year-olds considered pseudo-errors correct.

Recently, some authors have attempted to resolve this controversy by extending the analysis to children in primary education (Geary et al., 1992, 1999, 2000, 2004; Kamawar et al., 2010; LeFevre et al., 2006). However, the data from these investigations were not conclusive. Although the primary graders in the studies of LeFevre et al. and Kamawar et al. achieved percentages of success that were noticeably lower than those reported by Gelman and Meck (1983, 1986) even at the age of 10 (see Table 7.2), participants without learning difficulties in Geary et al. (1999) correctly identified 74.8% of pseudo-errors at the age of 6 to 7 years.

Table 7.2

*Percentage of children who correctly detected pseudo-errors in the studies of LeFevre et al. (2006) and Kamawar et al. (2010)*

| **Age group** | **LeFevre et al. (2006)** | **Kamawar et al. (2010)** |
|---|---|---|
| | Pseudo-errors | Pseudo-errors |
| 5-6 years old | 53.5 | 50.4 |
| 6-7 years old | 39.5 | --- |
| 7-8 years old | 37.3 | 29.9 |
| 8-9 years old | --- | 42.5 |
| 9-10 years old | --- | 31.9 |
| 10-11 years old | --- | 70.3 |

Thus, discrepancy in the results regarding children´s ability to recognise pseudo-errors as correct counts has not yet been resolved. Whereas authors like Briars and Siegler (1984) and Saxe et al. (1989) found an increase with age in children´s ability to recognise the role played by conventional rules, other authors observed that children rejected pseudo-errors more frequently in the first years of primary school than in kindergarten (U-shaped pattern, Kamawar et al., 2010 and LeFevre et al., 2006). Thus, the developmental pattern of children´s knowledge of logical and conventional rules remains unknown. The most suitable way to trace this developmental pattern would be by means of longitudinal studies.

**Justification of the study: Goals and hypothesis**

Full understanding of counting depends on appreciation of the distinction between essential counting features (logical rules) and non-essential ones (conventional rules). The research conducted to date shows that children seem to follow both types of rules from the early stages of counting acquisition to middle childhood. In fact, initially, conventional rules facilitate the application of logical rules (for instance, pointing is helpful in the partition process). However, conventional rules can also hinder the development of counting if children do not identify them appropriately, if they do not prioritise logical rules over conventional rules, or if they cannot apply conventional rules flexibly.

Due to the lack of longitudinal studies on this issue, the aim of the current research was to determine developmental changes in children´s ability to discriminate between logical and conventional counting rules. In this study, a group of 5- to 6-year-old children was followed for three years.

We chose the detection task because previous works have shown that it is an effective tool to deepen children´s understanding of counting (see, for example, Briars and Siegler, 1984; Gelman and Meck, 1983, 1986). Children were asked to judge whether conventional-correct counts, erroneous counts and pseudo-errors were correct or incorrect counts. All of the errors we employed broke logical and conventional rules. Furthermore, unlike earlier studies, the logical rules violated were related not only to how-to-count principles but also to permissibility principles (abstraction and order irrelevance). Pseudo-errors exclusively infringed on conventional rules, and in half of the cases, the cardinal value of the set was explicitly stated. We decided to incorporate an explicit declaration of the cardinal values to determine whether the presence of these values emphasised the functional aspect of counting and therefore affected children´s performance.

Finally, unlike the vast majority of the studies conducted to date, we conducted individual, semi-structured interviews to ascertain the rules stressed by the children.

The specific questions posed in our research were as follows:

- Do children recognise the arbitrariness of conventional counting rules? Do they generalise this knowledge to different counting situations (errors and pseudo-errors)? Finally, how does this knowledge develop?

- If children do not distinguish logical from conventional rules, what are the conventional rules that underlie children´s answers? Which conventional rules do children prioritise? Finally, how do these assumptions change with age? We hoped that analysis of children´s justifications would help us to answer these questions.

According to previous research, we had the following expectations:

(a) Children will be able to understand logical rules as essential features of counting earlier than conventional rules as optional features of counting. Thus, children´s performance on errors will be better than children´s performance on pseudo-errors (with and without the cardinal value) regardless of their age or the measurement time. The presence of the correct cardinal value in pseudo-errors will increase children´s performance in these trials.

(b) The importance children grant to conventional rules will decrease as they grow and move towards primary grades, especially at 7-8 years old. In other words, children´s performance will improve with age regardless of the kind of trial.

(c) The importance children grant to conventional rules will change as they gain more counting experience.

(d) Some conventional rules (e.g., pointing) will be easier to recognise than others (e.g., adjacency).

## 7.2. Method

### 7.2.1. Participants

All children in the last year of kindergarten from a semi-private school in the city of Madrid were invited to participate in this research. Twenty-five children were randomly chosen among all of those who presented parental consent. Of the twenty-five children, twenty-four remained in the study through the second and third measurement occasions, which took place twelve and twenty-four months later, respectively. The child who dropped out moved during the study. All participants belonged to a low-middle socioeconomic status. Table 7.3 shows the sample’s details.

Table 7.3

*Sample characteristics as a function of the times of measurements*

| | | TIME 1 | TIME 2 | TIME 3 |
|---|---|---|---|---|
| **Grade** | | Kindergarten | 1st Grade | 2nd Grade |
| **Age range (months)** | | 63 - 74 | 75 - 86 | 87 98 |
| **Mean age (months)** | | 69.12 (SD=3.22) | 81.08 (SD=3.28) | 93.08 (SD=3.28) |
| **Gender** | **Boys** | 13 (52%) | 12 (50%)* | 12 (50%)* |
| | **Girls** | 12 (48%) | 12 (50%) | 12 (50%) |
| **N Total** | | 25 | 24* | 24* |

* Because one participant left the school centre before finishing the study, he was excluded from the statistical analysis of the data.

### 7.2.2. Material and Procedure

A computer program was used to present the detection task. This type of presentation was more attractive and plausible for the children. It was titled "The Little House of Games" and featured a teacher called Rosa, who invited the participants to play with her and other children in her "House of Games". Figure 7.2 shows these characters.

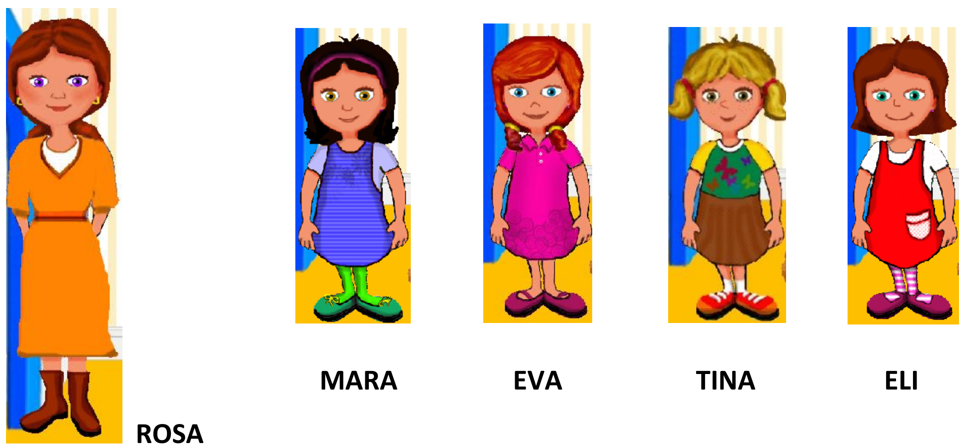



*Figure 7.2.* Characters of the computer program

Because this was a longitudinal study, data were collected across three consecutive academic courses. The first measurement was from March to May of 2008, the second was from March to May of 2009 and the third was from March to May of 2010.

On each of the measurement occasions, individual, semi-structured interviews were conducted with all participants in three sessions. Each session lasted approximately fifteen minutes, and the interval between the sessions was from two to three weeks.

We explained to the participants that they would play a videogame in which they would meet other "children" (Mara, Eva, Tina and Eli). They received the following instruction: "*Now we are going to play with a friend to count things*." Then, one of the characters introduced herself, and the teacher said, "*She is learning to count, so we have to help her, O.K.? I'm going to put things on the table for her to count*." A blue curtain on the screen was lowered from the ceiling, concealing both the teacher and the table in front of her. A few seconds later, the curtain rose, and objects appeared on the table. The character immediately went to the table and began to count the row of objects, at the rate of one element per second, moving her arm downwards to touch the objects as she counted them. To clarify which elements were being indicated, the objects moved slightly when the character touched them with her finger. When the counting was over, Rosa asked the participant, "*Has she done it right or has she done it wrong*?". The experimenter then asked the child to justify her answer (asking her "*Why?"*). During the semi-structured interview, the researcher formulated or changed the questions depending on the children´s responses. The researcher pressed a button that corresponded to the child´s answer (right or wrong), and the program continued to the next trial. At the end of each session, Rosa said, "*We have finished. You have done really well. See you soon!*" (Appendix I contains screenshots that illustrate this procedure as well as pictures of the displays of objects counted in every trial).

The software also allowed the experimenter to repeat the counting trials as needed, for instance, if the child paid no attention to the character´s counting. This occurred in only 1.65% of the trials (1.82% of the trials in Time 1 and 1.56% in Times 2 and 3). Therefore, it can be assumed that this procedure did not bias the results. Furthermore, the computer program automatically recorded the children's responses (right or wrong), and their justifications were taped on a recorder and transcribed later.

A total of sixteen trials were presented: four conventional-correct counts, four errors and eight pseudo-errors (four of them were followed by the statement of the cardinal value of the set, and the other four were not). There was a single random presentation order for all participants: *Pseudo-error_1*, *Conventional_1*, *Error_1*, *Pseudo-error_5*, *Pseudo-error_2*, *Conventional_2*, *Error_2*, *Pseudo-error_6*, *Pseudo-error_3*, *Conventional_3*, *Error_3*, *Pseudo-*

*error_7*, *Pseudo-error_4*, *Conventional_4*, *Error_4* and *Pseudo-error_8.* In the first session, children watched the first four trials (from *Pseudo-error_1* to *Pseudo-error_5*). In the second session, the children watched the next eight trials (from *Pseudo-error_2* to *Pseudo-error_7*), and in the third session, the children watched the last four trials.

All of the trials shared properties, such as the instructions the children received and the presentation of the objects in linear arrays. However, they differed in the kinds of objects counted and in the set sizes (see Figure 23 in Appendix I for the sets of elements used). Because previous research has shown that there is no set size effect in children´s performance on the detection task (Kamawar et al., 2010), we decided to use arrays whose size ranged from seven to thirteen objects because children at these ages can count beyond these quantities, but they cannot subitise them. Furthermore, to limit task demands and to prevent unnoticed errors, violations of logical rules always occurred in the middle or the end of the row and affected several items. The same procedure was followed for pseudo-errors whenever possible. Finally, the computer program restricted the effects of possible confounding variables because it presented all participants with the same experimental conditions (e.g., the character always counted with the same pauses, tone, and rhythm).

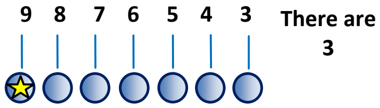
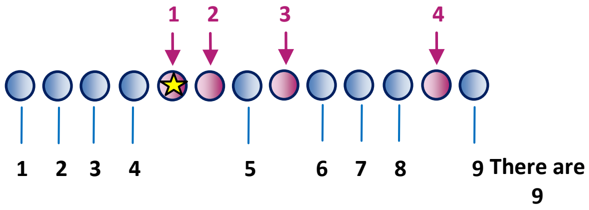
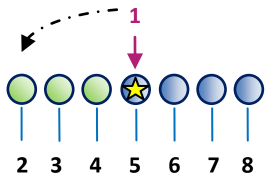
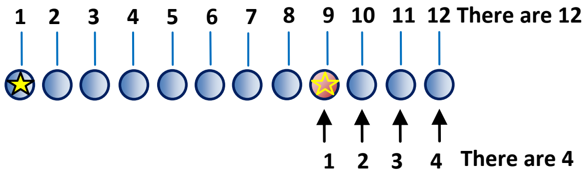
Conventional-correct counts complied with both logical and conventional rules. In every conventional-correct trial, the character counted all objects consecutively, from left to right, saying all of the numerals loudly and in ascending order. These trials were included as control trials and to test whether the children understood the instructions.

The erroneous trials were created specifically for the current research. According to the goals of this study, errors violated both logical and conventional rules to determine which rules children considered more important. Table 7.4 describes all errors used as well as the counting rules they contravened.

Pseudo-error trials only violated conventional rules. Like the errors, most pseudo-errors employed in this study were designed for this research project to study as many conventional rules as possible. Furthermore, as previously reported, four of the trials were accompanied by an explicit statement of the correct cardinal value of the set, whereas the other four were not. This procedure allowed us to determine whether the presence of the cardinal value highlighted the functional role of counting and improved children´s performance in those trials. As the vast majority of the conventional rules were broken in more than one trial, all pseudo-errors were different to exclude possible interferences with earlier responses. Table 7.5 shows all pseudo-error trials used in this study and their potential relationship to children´s counting knowledge.

Table 7.4

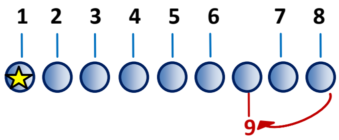
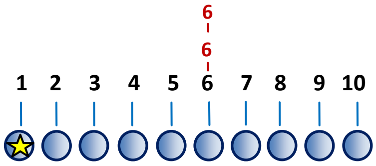
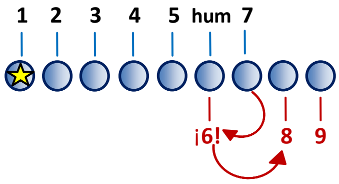
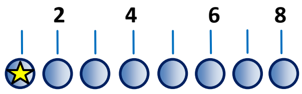
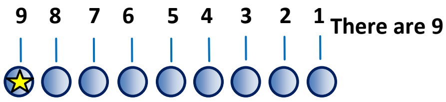
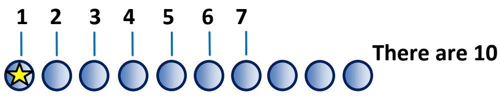
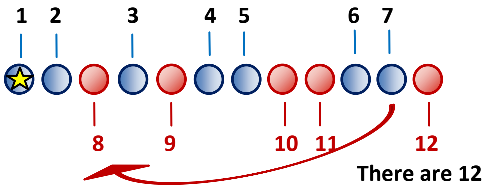
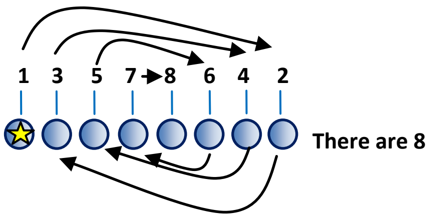
*Erroneous counts: Logical and conventional rules violated*

| Trial description | | Logical rules violated | Conventional rules violated |
|---|---|---|---|
| **Error_1** |   | Those related to the **cardinality principle**: - The last tag emitted, which was used to state the cardinal value of the set, did not represent the actual cardinal value of the set (because two number words were omitted). | Emitting the number word list in ascending order. |
| **Error_2** |   | Those related to the **abstraction principle** because, in a heterogeneous array (formed by sharp pencils - purple circles - and blunt pencils - blue circles -), - Items were counted separately (from 1 to 4 and from 1 to 9). -The last tag emitted, which was used to state the cardinal value of the set, did not represent the actual cardinal value of the set. | Starting from an end. Spatial adjacency. Left-to-right direction. |
| **Error_3** |   | Those related to the **one-to-one correspondence principle**: - One item was doubly counted, the one counted first. (The array was formed by seven books of two different colours). | Starting from an end. Spatial adjacency. Left-to-right direction. |
| **Error_4** |   | Those related to the **order irrelevance principle**: - Two different cardinal values were given for the same set of objects, depending on which element was counted first. (The colour of the ninth element was different to make clarify that it was the item counted first the second time). | Starting from an end. |

Note: | & ↓ mean that objects were touched. The ☆ indicates the item on which the counting started, and the arrows indicate changes in direction.
In cases where there are numbers above and under objects, the numbers above were counted first.

Table 7.5

*Pseudo-errors: Conventional rules violated*

| | | Trial description | Conventional rules violated |
|---|---|---|---|
| WITHOUT CARDINAL VALUE | **Pseudo-error_1**<br>**False omission error** |   | Spatial adjacency.<br>Left-to-right direction. |
| | **Pseudo-error_2**<br>**False repetition error** |   | Spatial and temporal adjacency. |
| | **Pseudo-error_3**<br>**False tagging error** |   | Spatial and temporal adjacency.<br>Left-to-right direction. |
| | **Pseudo-error_4**<br>**False omission of number words error** |   | Counting aloud (saying the numerals). |
| WITH CARDINAL VALUE | **Pseudo-error_5**<br>**Backwards counting. Correct cardinal value** |   | Emitting numerals in ascending order.<br>Last number word rule. |
| | **Pseudo-error_6**<br>**Silent count of some elements. Correct cardinal value** |   | Counting aloud (saying the numerals).<br>Pointing to objects.<br>Last number word rule. |
| | **Pseudo-error_7**<br>**Counting alternate elements. Correct cardinal value** |   | Spatial adjacency.<br>Left-to-right direction.<br><br>(This was an heterogeneous array of objects formed by footballs and basketballs) |
| | **Pseudo-error_8**<br>**Counting alternating direction. Correct cardinal value** |   | Spatial adjacency.<br>Left-to-right direction. |

Note: | means that objects were touched. ☆ indicates the item on which the counting started, and arrows indicate changes in direction.
In cases where there are numbers above and under objects, the numbers above were counted first.

Finally, to achieve correct responses, the children had to accurately identify the trial (stating that errors were wrong and conventional counts and pseudo-errors were right) in addition to providing proper justification. This score criterion provided two types of information: quantitative (0 = failure and 1 = success in detecting the trial) and qualitative (information from the verbal reports children used to justify their answers). In this last case, children´s explanations were classified in several categories, which changed as a function of the type of trial (error vs. pseudo-error).

Specifically, children´s responses for errors were rated as correct when they rejected them and alluded exclusively to logical rules. The responses were coded as incorrect if the children (a) accepted the errors because they considered them correct counts; (b) rejected them by referring to the violation of an incorrect logical rule that was not broken in that specific trial; (c) rejected them by alluding to violations of conventional rules; (d) rejected them by mentioning violations of both logical and conventional rules; or (e) stated other reasons that did not fit the previous categories.

Children´s answers in pseudo-errors were rated as correct when the children accepted the pseudo-errors by arguing that logical rules were respected. The responses were coded as incorrect if the children (a) rejected pseudo-errors by alluding to breaches of a logical rule; (b) rejected them by referring to violations of conventional rules; (c) rejected them because they considered the procedure “risky” or (d) stated other reasons that did not match the former categories.

Correct counts were rated as correct when the children judged them as correct counts, regardless of the kind of argument.

Finally, independent inter-coder agreement for 18% of the interviews was over 95% consistent. Any disagreement between coders was discussed until consensus was reached.

## 7.3. Results and Discussion

### 7.3.1. Time of measurement and task effects on children´s performance

There were three kinds of trials for the counting detection task: conventional-correct counts, errors, and pseudo-errors. For the conventional-correct counts, the children performed at ceiling levels: 92% of correct responses in Time 1 and 100% of correct responses in Times 2 and 3. These results coincide with those found in previous research, where the percentage of preschool and primary children´s correct answers in conventional-correct counts was always above 85% (for example, Briars and Siegler, 1984; Geary et al., 2004; Gelman and Meck, 1983,1986; LeFevre et al., 2006). We included conventional-correct counts as control trials and to determine whether children distinguished different types of trials. For these reasons, these data, which suggest that children understood the task instructions, were not further considered.

According to the aims of this study, a repeated measures ANOVA 3 (Time of Measurement: Time 1 vs. Time 2 vs. Time 3) x 3 (Task: Errors vs. Pseudo-errors without cardinal value vs. Pseudo-errors with cardinal value) was conducted[11]. There were significant main effects of Time of Measurement, $F_{(2, 46)}$=9.373, p<.01, $\eta_p^2$=.290 (Bonferroni post-hoc tests indicated that children obtained significant higher scores in Time 3 than in Time 1, p<.05) and Task, $F_{(2, 46)}$=43.384, p<.01, $\eta_p^2$=.654 (Bonferroni post-hoc tests showed that children performed better on Errors than on Pseudo-errors without cardinal value, p<.01, and Pseudo-errors with cardinal value, p<.01, and children performed better on Pseudo-errors with cardinal value than on Pseudo-errors without cardinal value, p<.05) (see Table 7.6).

These effects were qualified by the interaction of Time of Measurement by Task, which was also significant, $F_{(4, 92)}$=2.741, p<.05, $\eta_p^2$=.106, as shown in Figure 7.3. For this reason, we will focus on the discussion of the interaction results in this summary.

Table 7.6.

Means and standard deviations (in parentheses) of correct responses as a function of the detection task in the Times of Measurement

| Task | Time 1 (5- to 6-year-olds) *M* (*SD*) | Time 2 (6- to 7-year-olds) *M* (*SD*) | Time 3 (7- to 8-year-olds) *M* (*SD*) |
|---|---|---|---|
| Errors | 2.08 (0.93) | 2.83 (0.96) | 3.17 (1.01) |
| Pseudo-errors without cardinal value | 0.88 (1.04) | 0.71 (1.04) | 1.13 (1.54) |
| Pseudo-errors with cardinal value | 0.92 (1.28) | 1.58 (1.69) | 1.96 (1.71) |

Note. Maximum possible score is 4.

[11] Mauchly's test statistic was not significant: $\chi^2(2)$=1.048, p=.59*;* $\chi^2(2)$=.29, p=.87; $\chi^2(9)$=9.578, p=.39, for Time of Measurement, Task and Time x Task, respectively. This means that the assumption of sphericity was met.

To break down the interaction, separate one-way repeated-measures ANOVAs were performed for each level of the factors. When Task was controlled, the ANOVAs revealed significant effects of Errors, $F_{(2,46)}=11.124$ $p<.01$, $n_p^2=.326$. Bonferroni post-hoc tests showed that children scored significantly lower in Time 1 than in Time 2 ($p<.05$) and Time 3 ($p<.001$). The one-way repeated-measures ANOVAs also indicated significant effects of Pseudo-errors with cardinal value $F_{(2,46)}=5.490$ $p<.01$, $n_p^2=.193$, and Bonferroni post-hoc tests showed that children performed worse in Time 1 than in Time 3 ($p<.05$). There were no significant effects of Pseudo-errors without cardinal value.

When Time was controlled, the one-way repeated-measures ANOVAs yielded significant effects of the three Times of Measurement: (a) Time 1, $F_{(2,46)}=15.556$ $p<.001$, $n_p^2=.393$ (Bonferroni post-hoc tests revealed that children´s performance on Errors was better than on Pseudo-errors without and with cardinal values, $p<.001$ in both cases); (b) Time 2, $F_{(2,46)}=27.829$ $p<.001$, $n_p^2=.548$ and (c) Time 3, $F_{(2,46)}=26.391$ $p<.001$, $n_p^2=.534$. In these last two cases, Bonferroni post-hoc tests indicated that children performed better on Errors than on Pseudo-errors, regardless of the absence ($p<.001$ in Times 2 and 3) or presence of the cardinal value ($p<.01$ in Time 2 and $p<.001$ in Time 3). Children detected Pseudo-errors with cardinal values better than Pseudo-errors without cardinal values ($p \leq .05$ in Times 2 and 3).

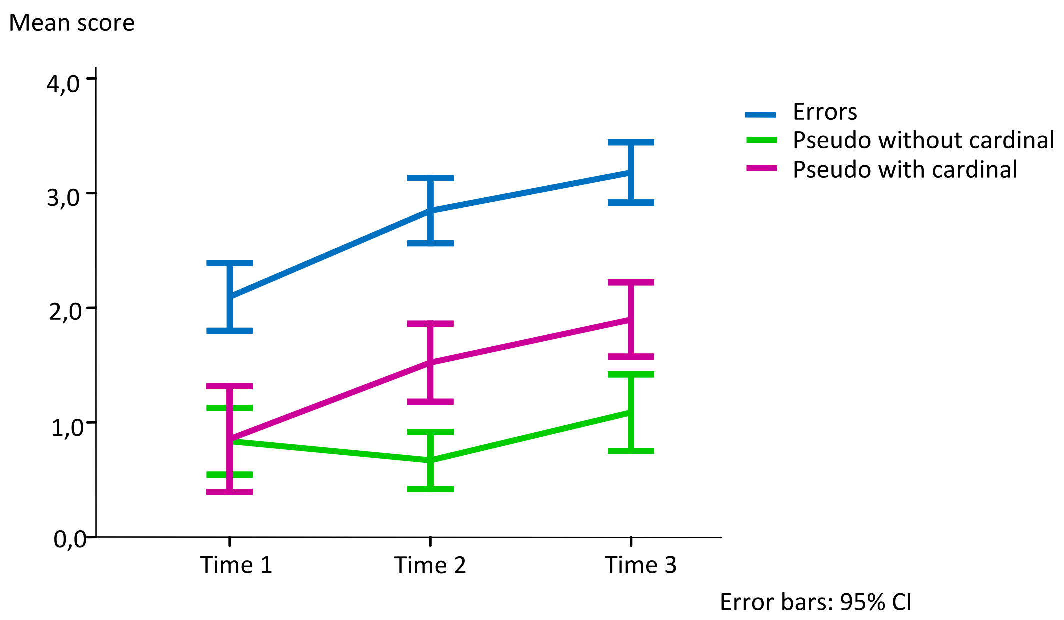



*Figure 7.3.* Time*Task interaction

Thus, children´s performance was better on error trials than on pseudo-error trials, regardless of the time of measurement. In other words, children were better at recognising the necessity of logical rules than the arbitrariness of conventional rules. This result was consistent with our expectations and with the findings of previous works. For example, Briars and Siegler's (1984) study with preschoolers and Kamawar et al. (2010), LeFevre et al. (2006) and Rodríguez et al.'s (under revision) studies with primary graders also found that children performed better on errors than on pseudo-errors. Specifically, Briars and Siegler (1984) observed that children correctly detected 93.75% of errors versus 59.25% of pseudo-errors. Similarly, LeFevre et al. (2006) reported 82% correct answers for errors versus 43% correct responses for pseudo-errors, which are quite similar to the findings of Kamawar et al. (2010): 85% versus 45% of correct answers for errors and pseudo-errors, respectively. Finally, Rodríguez et al. (under revision) found approximately 74.3% correct responses for errors versus 37.2% correct answers for pseudo-errors.

Furthermore, from the age of 6-7 years, the participants were more prone to accept pseudo-errors with cardinal values as correct trials than pseudo-errors without cardinal values. This result suggests that around this age, the presence of the cardinal value helped children to focus more on the answer (the function of counting) than on the procedure used to obtain the answer. Thus, the presence of the cardinal value statement seemed to make children less concerned about violations of conventional rules during the counting procedure.

Nevertheless, at Time 1, when the children were 5-6 years old, the presence of the cardinal value did not influence their judgments about pseudo-errors because it did not increase the acceptance of pseudo-errors. This could be due to an incomplete grasp of the cardinality principle. Children at Time 1 seemed to think that conventional rules were as important as one-to-one correspondence and stable order principles to "get the correct cardinal value".

In fact, the children believed that counts that violated conventional rules (for example, rules of spatial adjacency or following the left-to-right direction) could not yield a correct cardinal value (as occurred in 71.93%, 25% and 10% of the pseudo-errors that they judged incorrect because they violated conventional rules, at Time 1, Time 2, and Time 3, respectively). At Time 2, children became aware of the fact that the correctness of the cardinal value depended exclusively on logical rules (although at the same time, they rejected the violations of conventional rules), thus showing a substantial improvement in their comprehension of cardinality.

Regarding the developmental changes, we found that children´s performance improved substantially with age on errors and pseudo-errors with cardinal values, although it hardly changed across time on pseudo-errors without cardinal values (see Figure 7.3).

The linear development of performance on error trials is consistent with the findings of other authors, such as Briars and Siegler (1984), Gelman and Meck (1983, 1986), Geary et al. (2004), Kamawar et al. (2010), and LeFevre et al. (2006). Specifically, we observed that 5- to 6-year-old children were not able to identify all of the logical rules violated in the error trials. Their scores rose significantly in first grade, but the difference between their performance in first grade and second grade was not statistically significant. Other authors have also reported this lack of difference across primary graders (for example, Geary et al., 2000; Kamawar et al., 2010). The new learning experiences at school (especially the formal learning of arithmetic) during the first primary grades could explain the absence of differences in children´s performance from Time 2 to Time 3. Indeed, this is the time when the formal teaching of addition, subtraction, multiplication, and division begins. Children need to use counting strategies to solve those arithmetical problems, and these new experiences may foster improvements to their knowledge of logical counting rules.

In the same way, the straightforward progress in the pseudo-errors with cardinal values agrees with the pattern found by Briars and Siegler (1984) and Saxe et al. (1989), in which children´s ability to identify and understand conventional counting rules progressively advances as they grow. Therefore, our data are not consistent with LeFevre et al. (2006) and Kamawar et al. (2010), who indicated that children showed a smaller tendency to accept unconventional counts across grades.

However, children´s performance on pseudo-errors without cardinal values changed little with age, although at 7-8 years old, children performed slightly better than on previous measurement occasions.

In summary, these results show, on the one hand, that between 5 and 8 years, children´s comprehension of counting is still incomplete because they do not realise that the role played by some conventional rules (which will be identified later) in the counting procedure is not essential.

On the other hand, children´s judgments about the importance of conventional rules are influenced by different kinds of trials. Specifically, children found it easier to identify the optional nature of conventional rules when the trials included an explicit statement of the correct cardinal value (pseudo-errors) as well as when the logical rules were violated (errors). In these cases, children´s attention did not focus exclusively on the transgression of the conventional rules; they also took into account the existence of other kinds of mistakes (deciding which of these alterations was the most serious error) and the correctness/incorrectness of the result (cardinal value) given by the character.

These results show that mastery of counting skills is not as simple or as fast as commonly expected. On the contrary, it is a complex process that takes several years to be fully consolidated because of the inherent difficulty in accurately distinguishing between features that are essential from those that are only convenient and, therefore, optional.

### 7.3.2. Variability and stability of scores across measurement times

Variability is the range of scores the children obtained at each measurement time. Recall that twelve trials were analysed at each measurement time (four errors and eight pseudo-errors). Therefore, children could obtain any of thirteen possible scores, between 0 and 12, each time. As Table 7.7 shows, there was high variability in children´s performance, which was caused by children´s difficulties in identifying the optional nature of conventional counting rules.

Table 7.7

*Variability of scores as a function of time of measurement*

| SCORE | TIME 1 * | TIME 2 * | TIME 3 * |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | - |
| 1 | 2 | - | 3 |
| 2 | 5 | 3 | - |
| 3 | 4 | 5 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 3 | - | 2 |
| 6 | 1 | 4 | 1 |
| 7 | 1 | 2 | 2 |
| 8 | 2 | - | 2 |
| 9 | 1 | 4 | 1 |
| 10 | - | - | 2 |
| 11 | - | - | 1 |
| 12 | - | 1 | 3 |

* Frequency (participants) for each score.

These data are consistent with the results found in other longitudinal studies focussing on early mathematical skills. Several studies have observed a high variability in children´s performance in the same grade, which remained across preschool and primary school years (e.g., Cowan et al., 2011; Dowker, 2008; Ginsburg and Russell, 1981; Young-Loveridge, 1991, 1995). Furthermore, the differences in children´s level of counting knowledge could mean that the sample used in the current study was formed by a heterogeneous group of children. This possibility led us to analyse the stability of children´s performance on counting tasks. We performed Pearson correlations between children´s counting knowledge at the first measurement time and the following times. Children´s performance at Times 1 and 2 and at Times 1 and 3 were related ($r=.466$, $p<.05$, $r=.618$, $p\leq.001$, respectively). Likewise, children´s performance at Time 2 was related to their performance at Time 3 ($r=.756$, $p<.001$).

These results partly agree with those of Young-Loveridge (1991, 1995), who found that children´s knowledge of mathematical concepts and skills remained stable across the first years of formal education. Specifically, she reported correlations above .80 for children's performance in different grades. Furthermore, Young-Loveridge (1991, 1995) observed that the differences between children "good at maths" and children "bad at maths" persisted during all primary school years.

Taking this into account, we considered it interesting to test whether the children who obtained higher scores than their peers at Time 1 also outperformed their peers on the following measurement occasions and whether the children who received the lowest scores at Time 1 were behind their peers at the following measurement times. Based on previous research (for example, Geary and Hoard, 2005; Young-Loveridge, 1991), we categorised the participants who scored at or above the 75$^{th}$ percentile at each measurement time as "high performers" and those who scored below the 25$^{th}$ percentile as "low performers" (see Table 7.8).

Table 7.8.

*Values of percentiles 25, 50 and 75 at each measurement occasion*

| | Participants' scores at each measurement time | | |
|---|---|---|---|
| | TIME 1 | TIME 2 | TIME 3 |
| Percentile 25 | 2 | 3 | 3.25 $\simeq$ 3 |
| Percentile 75 | 5 | 7 | 9.75 $\simeq$ 10 |
| Median (Percentile 50) | 3 | 4 | 5.5 $\simeq$ 6 |

Tables 7.9 and 7.10 specify the high and low performers on the detection counting task as a function of the time of measurement. Briefly, twelve children scored at or above 75% at some time. Similarly, thirteen children received scores below 25% at one or more measurement times.

Table 7.9.

*Stability of performance of participants classified as "high performers" (whose scores were at or above the 75^th^ percentile)*

| | **TIME 1** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Participant [a] | 4 | 7 | 9 | 12 | 14 | 15 | 16 | 18 |
| Total score (Max. score:12) | 5 | 5 | 6 | 8 | 9 | 7 | 8 | 5 |
| | **TIME 2** | | | | | | | |
| Participant [a] | 2 | 5 | 9 | 12 | 16 | 19 | 24 | |
| Total score (Max. score:12) | 9 | 9 | 7 | 9 | 12 | 7 | 9 | |
| | **TIME 3** | | | | | | | |
| Participant [a] | 4 | 5 | 9 | 12 | 15 | 16 | | |
| Total score (Max. score:12) | 12 | 11 | 10 | 12 | 10 | 12 | | |

[a] Participant's identification number (ID number): each number belongs to a participant

| | |
|---|---|
| (yellow) | "High performers" at the three times of measurement |
| (pink) | "High performers" at two times of measurement |
| (white) | "High performers" at only one time of measurement |

According to the data included in Tables 7.9 and 7.10, differences between high and low performers remained across the three years of this study. In spite of this, children´s performance was less stable than the results reported in Young-Loveridge´s studies (1991, 1995).

Table 7.10.

*Stability of performance of participants classified as "low performers" (whose scores were below the 25th percentile)*

| | TIME 1 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Participant [a] | 1 | 2 | 8 | 11 | 17 | 19 | 20 | 21 | |
| Total score (Max. score:12) | 1 | 2 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| | TIME 2 | | | | | | | | |
| Participant [a] | 1 | 3 | 8 | 10 | 17 | 18 | 20 | 21 | 25 |
| Total score (Max. score:12) | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 0 | 2 |
| | TIME 3 | | | | | | | | |
| Participant [a] | 1 | 3 | 7 | 17 | 18 | 25 | | | |
| Total score (Max. score:12) | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | | | |

[a] Participant's identification number (ID number): each number belongs to a participant

"Low performers" at the three times of measurement
"Low performers" at two times of measurement
"Low performers" at only one time of measurement

### 7.3.3. Within-subjects developmental changes

In general, developmental studies tend to find that children's performance, on mathematical tasks as well as on other kinds of tasks, improves across the elementary school years. However, this simple "positive association" between age and performance accuracy cannot be always applied (see, for example, Siegler, 2004). The results of the present research provide proof of this finding.

We considered each child's scores in the twelve trials that we analysed (errors and pseudo-errors) on the three measurement occasions, and we observed two different developmental patterns. The first is a linear pattern in which children's performance improved with age (see Figures 7.4 and 7.5). In the second pattern, children's success rates decreased and increased, resulting in a "U-shaped" (Figure 7.6) or a "reverse U-shaped" developmental pattern (Figure 7.7).

*Figure 7.4.*

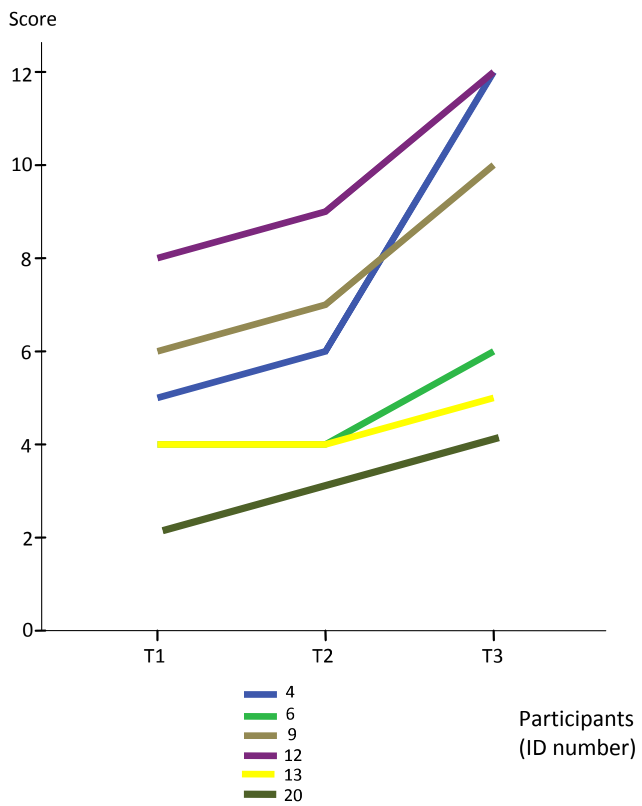
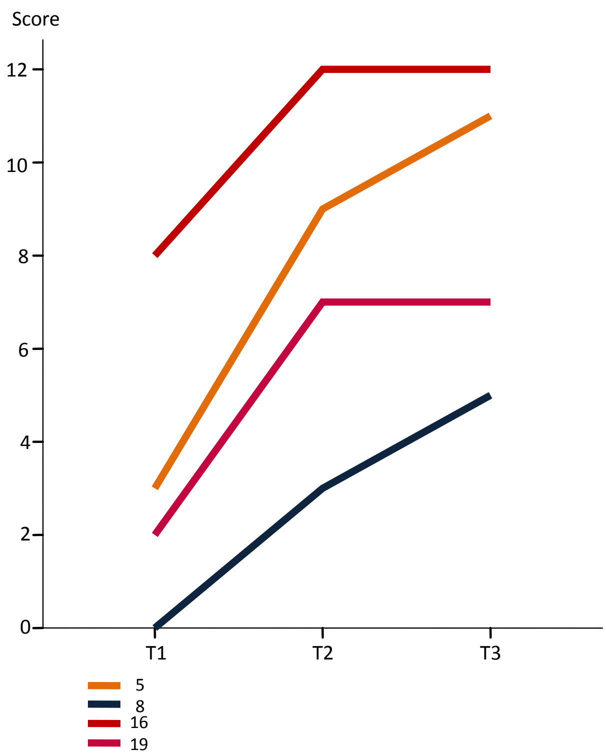



*Figure 7.5.*




*Figures 7.4 & 7.5.* Participants who showed a growing developmental pattern

The ten participants represented in graphs 7.4 and 7.5 showed a growing pattern in which performance tended to improve with either grade or age. However, in some cases, performance increased considerably from Time 1 to Time 2 (e.g., participants 5 and 16, Figure 3), whereas in other cases, significant improvement occurred from Time 2 to Time 3 (e.g., participants 9 and 12, Figure 2).

Figures 7.6 and 7.7 illustrate the development followed by all participants whose performance decreased on any of the measurement occasions. Except for participant 7 (represented in Figure 4 with a broken line), whose success rate was progressively worse across the successive measurement occasions, the rest of the children were distributed according to a U-shaped or a reverse U-shaped developmental pattern.

*Figure 7.6. U-shaped developmental pattern*

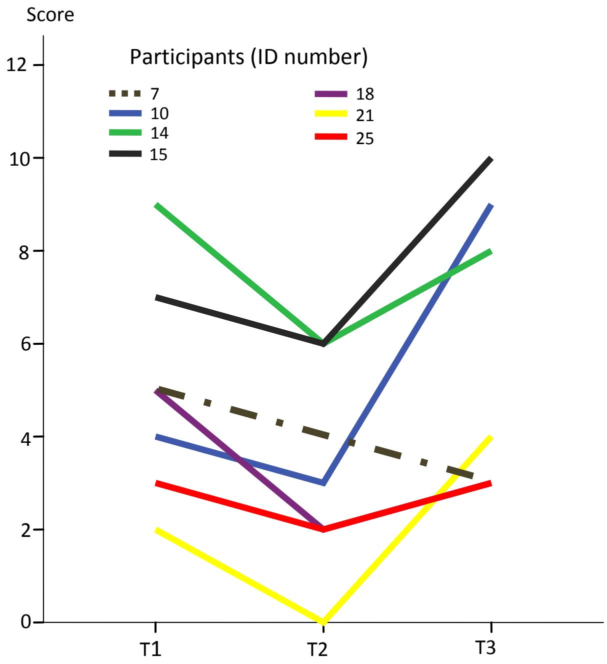
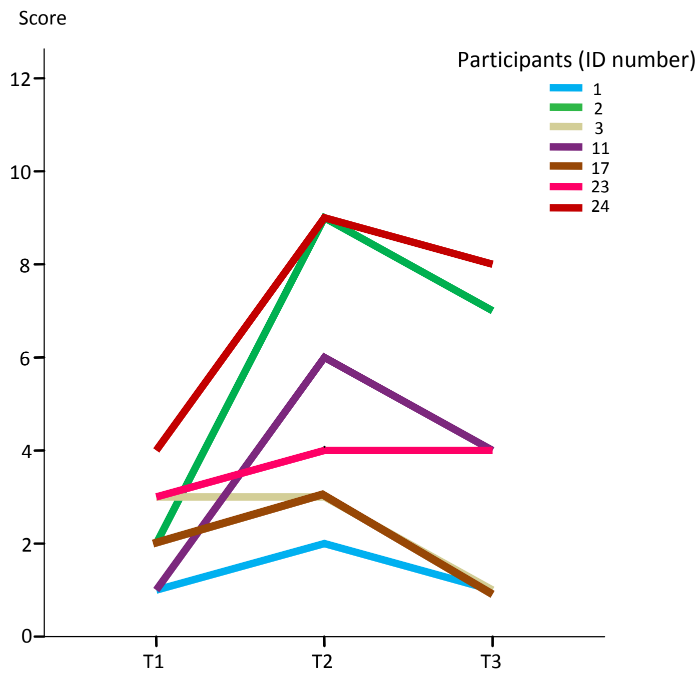



*Figure 7.7. Reverse U-shaped developmental pattern*




*Figures 7.6 & 7.7.* Participants who showed a decrease in performance

Fluctuations in children´s ability to correctly judge the different types of counting trials (errors and pseudo-errors) could be due to prior knowledge. According to this idea, which is the basis of the change-resistance approach (Luchins and Luchins, 1950; McNeil and Alibali, 2005; McNeil, 2007), early learning constrains later learning and interferes with performance on unusual tasks, such as the ones presented in this study.

In spite of the fact that the U-shaped developmental pattern was not the predominant pattern in this research, this association between age and children's performance has been found in other studies about mathematical knowledge and other cognitive skills. For instance, McNeil (2007) found this U-shaped association between children´s age (7- to 11-year-olds) and their performance on equivalent problems. Likewise, Church et al. (2000) observed this pattern in children´s performance when they had to recall messages that contained mismatching speech and gesture information.

To conclude, the within-subjects analysis revealed that the ability to correctly identify the arbitrariness of conventional counting rules may follow several developmental courses at the ages considered in this study. Although the general tendency we identified in this research was a linear-growth pattern, the longitudinal design illustrated the relevance of individual differences in this process. Because every child had his or her own rhythm or pace in the development of counting knowledge, it seems that both the linear pattern (described by Briars and Siegler, 1984 and Saxe et al., 1989) and the U-shaped pattern (proposed by LeFevre and colleagues: Kamawar et al., 2010; LeFevre et al., 2006) are applicable.

### 7.3.4. Analysis of children´s justifications

***Reliability of children´s answers***

In this study, the children always had to justify their answers. The use of semi-structured interviews made it possible not only to avoid false positives and negatives but also to identify the violations children penalised (those of logical rules, of conventional rules or both).

The vast majority of previous research has used only children´s identification judgments (that is, right/wrong answers) without asking participants for explanations. Figures 7.8 and 7.9 show the differences in children´s success in the detection task of this study as a function of the score criteria employed: "identification criterion" vs. "identification plus justification criterion". To establish whether there were significant differences between the scores yielded by both criteria, dependent *t*-tests were conducted. When there was a significant difference between both criteria, it has been noted in the graphs.

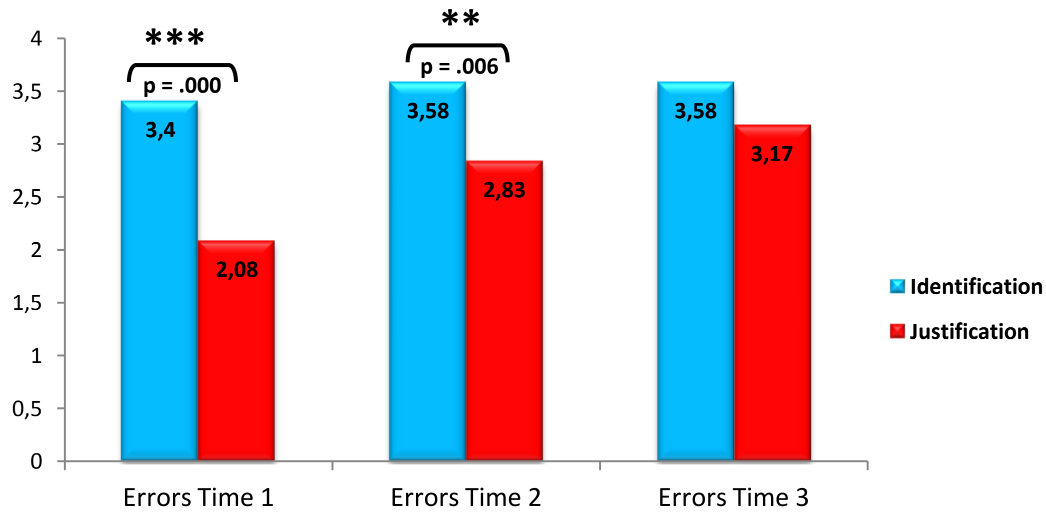



*Figure 7.8.* Differences between children´s performance on the error detection task as a function of the score criteria: Identification vs. identification plus justification

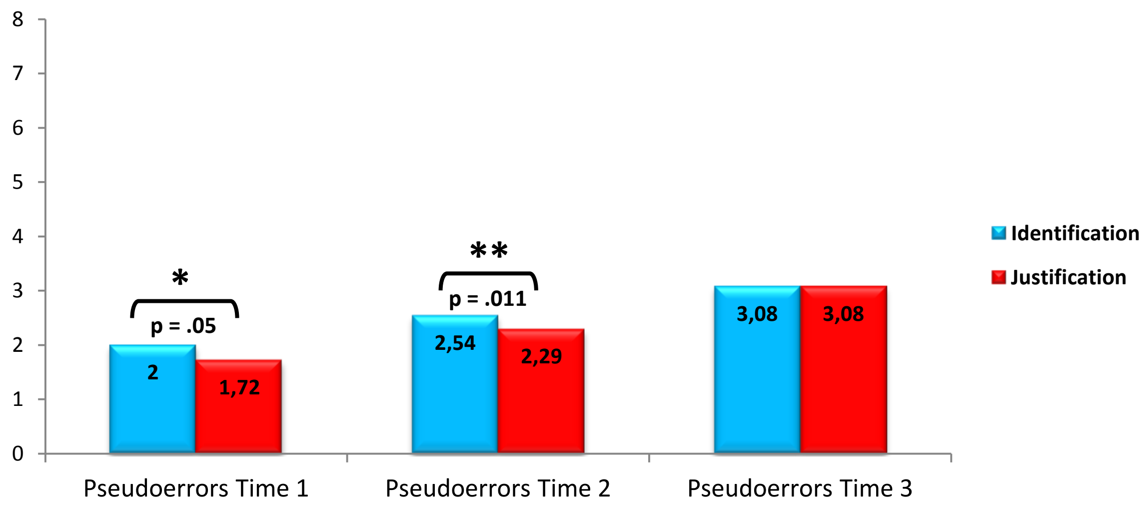



*Figure 7.9.* Differences between children´s performance on the pseudo-error detection task as a function of the score criteria: Identification vs. identification plus justification

In both the error and pseudo-error detection tasks, significant differences between both criteria occurred at the first two measurement times. These differences could not be attributed to children´s difficulties in justifying their answers because they always offered some justification. From our point of view, the discrepancies between both criteria disappeared at Time 3 because children´s knowledge of essential and non-essential counting features had substantially improved at that age.

Finally, we calculated the Cronbach´s alpha coefficient for each scoring criterion ("identification" and "identification plus justification") to check their reliability. The values of both Cronbach´s alphas were high: α=.86 and α=.91 for "identification" and "identification plus justification", respectively. Nevertheless, reliability increased when the justifications were also considered because they provided additional valuable information (for instance, determining the importance children gave to the broken rules).

### ***Logical and conventional rules in error trials***

The analysis of the justifications produced the following categories of responses for erroneous trials:

I. Correct responses:

a) Rejecting the error by alluding to logical rules violated by the character. For instance, in *Error_4* (stating two different cardinal values for the same set depending on the element counted first), R.S.[12] (age: 84 months, Time 2) said, "*She first said that there were 12 flowers. Then she started at the blue flower and said that there were 4 flowers (…) She has counted wrong because there are also 12 flowers if we start counting at the blue flower*".

As shown in Table 7.11, this was the most frequent response in error trials (67.4%). Furthermore, this kind of answer increased as the children grew (52.1%, 70.8% and 79.2% of the trials at Time 1, Time 2 and Time 3, respectively).

II. Incorrect responses:

b) Accepting the error. The children thought that the character had complied with all logical counting rules. For example, V.A. (age: 65 months, Time 1) stated in *Error_4*, "*Eli has counted right because she has counted everything and she had said that there were 12. Then, Rosa asked her to start at the blue flower and Eli said that there were 4. If we start counting at the blue flower, there are 4 flowers. She is right*".

This kind of answer was usually given in Error 4, suggesting, in accordance with previous research, that the acquisition of the understanding of the order irrelevance principle continues beyond kindergarten (e.g., Baroody, 1984, 1993; Cowan et al., 1996; Kamawar et al., 2010; Rodríguez et al., under revision).

[12] To protect the children´s identity, we refer to them by their initials.

c) Rejecting the error by alluding to incorrect logical rules. These answers were erroneous because the children assumed that the character had violated a logical rule that, in fact, had not been violated in the trial. For instance, S.R. (age: 81 months, Time 2) considered *Error_2* (counting all the objects separately, as two independent groups) an incorrect count, pointing out that the character had omitted some elements: "*Because, although Eva has counted the pencils twice, she has skipped these ones* [while pointing to the last four items]". When these arguments appeared, the trial was repeated to ensure that they were not due to memory problems or lack of attention.

d) Rejecting the error by alluding to conventional rules. Children considered the count wrong because of the violation of one or more conventional rules. As an example, F.L. (age: 63 months, Time 1) rejected *Error_2* "*because she had to start from this one* [pointing to the element placed at the left end]. *She has said every number, but as she must have started from this one* [the farthest left item] *she has done it wrong*".

e) Rejecting the error by alluding to both logical and conventional rules. For instance, in *Error_3* (starting in the middle and repeating the item counted first), C.R. (age: 84 months, Time 1) said, "*She counted wrong because this book* [the one tagged as 1] *should not have been the first one. The first one must be this* [the farthest left item]*... Another mistake she made is that Tina counted 8 books because she had counted that book twice* [pointing at the correct book] *and that can´t be done*".

Table 7.11 shows the significant influence exerted by conventional rules on children´s counting judgments (18.5% of the total trials, alone or accompanied by logical rules). However, their power progressively decreased as children grew (26% of the trials, 17.7% and 11.5% at Time 1, Time 2 and Time 3, respectively). This result led us to conclude that the conventional rules violated in the error trials (spatial adjacency, left-to-right direction and starting from an end) are deeply grounded in children´s counting comprehension.

f) Others. This category comprises all other incorrect answers that could not be assigned to any other of the former categories. For instance, sometimes children only described the character's performance without explaining the reasons for their judgments. As we can see in Table 7.11, this type of justification was rare and typical of the youngest children.

Table 7.11

*Types of justifications given by children in errors as a function of the time of measurement*

| | TYPE OF JUSTIFICATION | TIME OF MEASUREMENT Time 1 | Time 2 | Time 3 | TOTAL TRIALS |
|---|---|---|---|---|---|
| **Correct** | Rejecting error. Logical rules | 50 (52.1%) | 68 (70.8%) | 76 (79.2%) | 194 (67.4%) |
| **Incorrect justifications** | Accepting error | 14 (14.6%) | 7 (7.3%) | 7 (7.3%) | 28 (9.7%) |
| | Rejecting error. Incorrect logical rules | 6 (6.3%) | 3 (3.1%) | 2 (2.1%) | 11 (3.8%) |
| | Rejecting error. Conventional rules | 15 (15.6%) | 7 (7.3%) | 5 (5.2%) | 27 (9.4%) |
| | Rejecting error. Logical and conventional rules | 10 (10.4%) | 10 (10.4%) | 6 (6.3%) | 26 (9.1%) |
| | Others | 1 (1%) | 1 (1%) | 0 (0%) | 2 (0.7%) |
| | Total trials | 96 | 96 | 96 | 288 |

***Conventional rules in pseudo-error trials***

The analysis of the justifications produced the following categories of responses for the pseudo-error trials:

I. Correct responses:

a) Accepting the pseudo-error by alluding to the correctness of logical rules. Children claimed that the character had not broken any logical rule, so the counting was right. For instance, C.C. (age: 79 months, Time 2) said for *Pseudo-error_4* (false omission of number words error), "*She had counted by twos! She really does know how to count! When we are counting, we can do it by twos. Then, she has counted right!*".

Correct justifications in pseudo-errors increased as children grew (22.4%, 28.6% and 38.5% in Time 1, Time 2 and Time 3, respectively; see Table 7.12).

II. Incorrect responses:

b) Rejecting the pseudo-error by alluding to incorrect logical rules. As with errors, some children thought (inaccurately) that the character disobeyed a logical rule in the pseudo-error. For example, in *Pseudo-error_4*, P.L. (age: 68 months, Time 1) stated, "*It is wrong because she has skipped some. She had counted every other pear*". The fact that this kind of explanation was less frequent as children grew supports the hypothesis that older children are more aware of logical counting rules than younger children.

c) Rejecting pseudo-error by alluding to conventional rules. For instance, S.P. (age: 70 months, Time 1) said that in *Pseudo-errror_4*, "*She did it wrong because she was quiet in some pears but said others aloud (...). We can´t count quietly because by doing that number words can´t be listened to. We must always count aloud*".

d) Rejecting pseudo-error by alluding to the risk involved in the procedure. Children who used this kind of justification knew that the result of the counting (cardinal value) was correct and that the logical rules were respected. Nevertheless, they rejected the pseudo-errors because they considered the procedure hazardous. An example of this type of justification is the answer that R.S. (age: 96 months, Time 3) gave for *Pseudo-error_8* (alternating counting direction): "*She did it wrong because she had counted first the first boot, then the last boot, then the third one and so on. There are 8 boots, but we can´t count like Eli because we can forget the boots already counted (...) Although she has not made a mistake, Eli must have counted the boots like that* [pointing at all items consecutively from left to right]".

Geary et al. (2004) and Kamawar et al. (2010) also suggested the possibility that children could reject pseudo-error trials because they considered them risky procedures. However, no previous empirical evidence has been provided to support this hypothesis.

These justifications were not common (see Table 7.12), but they were quite consistent. Indeed, nine out of the fourteen children that used these justifications once tended to employ them in other pseudo-errors or at other measurement times. From our point of view, these children differentiated between logical and conventional rules, but some factors related to school experiences could have led them to reject pseudo-errors. Among these factors, we can identify the following: Personal experiences associated with negative comments from teachers regarding unusual procedures or the influence of the experimental context (inside the school centre and during school time, where routine practices and procedures are usually rewarded).

f) Others. This category comprises all incorrect answers that could not be assigned to any of the other former categories.

Table 7.12

*Types of justifications given by children for pseudo-errors as a function of the time of measurement*

| | TYPES OF JUSTIFICATION | TIME OF MEASUREMENT Time 1 | Time 2 | Time 3 | TOTAL TRIALS |
|---|---|---|---|---|---|
| **Correct** | Accepting pseudo-error. Logical rules | 43 (22.4%) | 55 (28.6%) | 74 (38.5%) | 172 (29.9%) |
| **Incorrect justifications** | Rejecting pseudo-error. Incorrect logical rules | 28 (14.6%) | 13 (6.8%) | 5 (2.6%) | 46 (8%) |
| | Rejecting pseudo-error. Conventional rules | 108 (56.3%) | 97 (50.5%) | 84 (43.8%) | 289 (50.2%) |
| | Rejecting pseudo-error. "Risky procedure" | 4 (2.1%) | 18 (9.4%) | 21 (10.9%) | 43 (7.5%) |
| | Others | 9 (4.7%) | 9 (4.7%) | 8 (4.2%) | 26 (4.5%) |
| | Total trials | 192 | 192 | 192 | 576 |

The most common kind of justification in pseudo-error trials was reference to conventional rules. In general, the percentage of answers regarding the violation of conventional rules changed slightly from Time 1 to Time 2 (56.3% and 50.5% of the trials, see Table 7.12) but showed a small decrease in Time 3 (43.8% of the trials). These results highlight the strong influence of conventional counting rules on children´s judgments about counting, even at the age of 7-8 years.

The most important conventional rules for children seemed to be the following (see also Table 7.13):

- *Spatial adjacency and left-to-right direction*: Children stressed the need to count every item consecutively from left to right. For instance, M.J. (age: 84 months, Time 2) said in

*Pseudo-error_7* (alternate elements), "*She counted in a wrong way. Although there are 12, she has counted first the footballs and then the basketballs. She must have counted every ball in a row, straight on* [pointing at all elements consecutively from left to right]".

- *Temporal adjacency*: Indicates that the numerals must be emitted consecutively, without skipping forwards or backwards and without pauses or reiterations. For example, S.P. (age: 82 months, Time 2) rejected *Pseudo-error_2* (false repetition error or false triple counting) "*because once you have said the number 6, you cannot continue saying 6-6 even though it was in the same cheese-portion*".

- *Emitting the number sequence in ascending order*. For instance, C.R. (age: 84 months, Time 2) said in *Pseudo-error_5* (backwards counting and correct cardinal value), "*Awful! She had counted backwards 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 and we have to count always forwards 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9!*".

- *Counting aloud*: For instance, V.A. (age: 89 months, Time 3) said that *Pseudo-error_6* (silent counting of some elements and correct cardinal value) was incorrect because "*she has counted to number 7 and she has counted these three flowers in her head 8, 9 and 10, quietly. It is a mistake because she must have counted them aloud*".

Furthermore, children often combined two or more conventional rules in their justifications. For example, A.C. (age: 80 months, Time 2) rejected *Pseudo-error_3* (false tagging error) by alluding both to temporal adjacency and left-to-right direction conventional rules: "*She counted wrong because we have to count straight on and we have to think the numerals before starting to count. We can´t stop to think one numeral while we are counting (...) If we forget a number word, we aren´t allowed to go back to count it. We have to start again from the very beginning*".

Finally, children did not grant the same importance to all conventional rules. In this work, the conventional rules that had the most influence were spatial adjacency, left-to-right direction and counting aloud. This result is consistent with Briars and Siegler (1984) and Geary et al. (2004) regarding spatial adjacency and with the results of Rodríguez et al. (under revision) regarding the left-to-right direction. At these ages, children already knew that other conventional rules, such as pointing, were not needed to count correctly.

If we take into account that (a) some conventional rules are more effective than others (see also Briars and Siegler, 1984); (b) conventional rules facilitate the application of logical rules and (c) the usual procedure is highly reinforced at school, it is not surprising that children explicitly stress the need to comply with conventional rules.

Table 7.13

*Percentage of trials where children mentioned conventional counting rules*

| | | CONVENTIONAL RULES | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **Left-to-right direction and spatial adjacency** | **Temporal adjacency** | **Numerals in ascending order** | **Counting aloud** | **Combinations of two or more conventional rules** |
| **Trials (pseudo-errors) where they appear** | | Ps_1, Ps_3, Ps_7 & Ps_8 | Ps_2 & Ps_3 | Ps_5 & Ps_3 | Ps_4 & Ps_6 | Ps_3, Ps_5 & Ps_8 |
| **TIME** | **1** | 44.8% | 41.7% | 54.2% | 39.6% | 18.1% |
| | **2** | 47.9% | 27.1% | 35.4% | 43.8% | 9.7% |
| | **3** | 34.4% | 29.2% | 37.5% | 39.6% | 5.6% |
| **Mean Percentage** | | 42.4% | 32.7% | 42.4% | 41% | 11.1% |

## 7.4. Conclusions

One of the aims of this research was to respond to the following questions:

Do children recognise the arbitrariness of conventional counting rules? Do they generalise this knowledge to different counting situations (errors and pseudo-errors)? Finally, how does this knowledge develop?

From the results of the current study, we can draw the following conclusions. First, it takes a long time for children to understand the arbitrariness of (some) conventional counting rules. As we have seen, even 7- to 8-year-old children continued to believe that several conventional rules were as important as logical rules and, therefore, that they were essential to accurate counts. Thus, comprehension of essential (logical rules) and nonessential components (conventional rules) of counting seems to involve two independent processes. Children became progressively more capable of distinguishing logical from conventional rules, although knowledge of logical rules did not immediately lead to better understanding of conventional rules.

Second, the type of counting task substantially affected children´s rate of success. Their performance was always better on errors than on pseudo-errors. Nevertheless, in the case of the pseudo-errors and at Time 2 and Time 3 (6- to 7-year olds and 7- to 8-year olds), the presence of the statement of the correct cardinal value made the optional role played by conventional counting rules more evident for the children. Two reasons may explain this positive effect of the presence of the correct cardinal value: (a) it helps children to focus on the functional aspect of counting, and (b) children simultaneously count silently with the character´s counting. From our point of view, the second possibility has some problems. If children count silently in the pseudo-errors with cardinal values, why do they not do the same in pseudo-errors without cardinal values? How can children anticipate in which trials the cardinal value appears? In other words, according to the "silent counting explanation", children would have to consider all pseudo-errors (with and without cardinal values) correct counts because their judgments are only based on the comparisons of both results (their results and the character´s results) instead of reflection on logical or conventional rules. However, the results of the current research showed that children did ground their answers in the conventional and logical rules (dis)obeyed in the counting procedure, regardless of whether they considered the given cardinal value correct or incorrect.

Finally, we did not identify a single common pattern in the development of the comprehension of logical and conventional counting rules, at least in the age range studied here. The longitudinal design of this research highlights the importance of individual differences. Our data showed that although some children´s performance increased gradually or rapidly across the measurement occasions, other children's performance decreased at one of the measurement times.

This study also attempted to answer the following questions: What are the conventional rules that underlie children´s answers? Which conventional rules do children prioritise? How do these assumptions change with age?

In general, the most influential conventional rules in children´s judgments about counts were (a) spatial adjacency and left-to-right direction ("*items must be counted consecutively and in a straight line*"), (b) emitting the numerals in an ascending order ("*backwards counting is wrong*") and aloud ("*number can´t be counted silently*") and (c) temporal adjacency ("*you must say all numbers in a row*"). Nevertheless, the importance given to these conventional rules changed as a function of the measurement occasion because it tended to diminish slowly and progressively.

We agree with Briars and Siegler's (1984) proposal about the "usefulness" of the conventional rules. They stated that the influence of conventional rules depends on their utility in different counting situations. For example, the conventional rule of pointing is not useful for counting sequences of actions (for instance, the number of steps needed to cross a bedroom), whereas the adjacency rule facilitates this task. Therefore, children may discover the arbitrariness of conventional counting rules by means of repeated experiences in different counting situations.

The relevance children granted to conventional rules may also be explained by the task itself. The detection task may not be the most suitable evaluation context for testing children´s understanding of logical and conventional rules. Children must decide how to judge the trials, that is, (a) whether they must consider correct only the conventional counts that they usually observe and, consequently, reject the unconventional but correct counts or (b) whether they can accept every count that complies with logical rules (orthodox and unorthodox). We have attempted to resolve this issue with the individual semi-structured interview, but the strength of requiring verbal explanations could also be a limitation when very young children are assessed. Because these explanations depend on linguistic and communicative skills, young children´s verbal reports cannot be entirely conclusive. Future research must consider this issue in depth to propose new tasks.

In any event, children usually learn to count in a very procedural fashion that emphasises usual procedure and promotes obedience to specific conventional rules (e.g., left-to-right direction or pointing at objects while they are counted). This may make children inflexible and cause them to fail at unfamiliar tasks. Other studies about diverse aspects of mathematical thinking also confirm children´s problems when faced with non-routine problems or tasks. Among others, McNeil (2007) found that children aged 7 to 11 could not solve addition algorithms, such as *3+4+5=3+_*. The strategy most frequently used by children consisted of adding all the numbers without noticing that the equal sign was not at the end of the equation. Likewise, division with remainder problems (DWR) has proved to be particularly complex because the correct answer depends on both the correct execution of the division and the interpretation of the remainder in terms of the problem situation. For example, Rodríguez et al. (2009) observed that even 12-year-old students were unable to use the remainder to solve the problem properly. Finally, the influence of routine procedures and conventions learned at school is so strong that children continue to use them in irresolvable problems, such as in Baruk´s (1992) "captain problem": "*There are 26 sheep and 10 goats in a* *ship. How old is the captain?*". It is even more surprising that trainee-teachers could not correctly solve different kinds of non-routine or real-world problems (e.g., Verschaffel et al., 1997).

In short, learning mathematics in general and counting in particular entails the acquisition of a great number of rules and conventions (some of which must be inevitably used, such as the sequence of numerals). However, the main aim of educational practices must be foster what Hatano (1988) called "adaptative expertise" instead of "routine expertise". Whereas the former is characterised by flexibility, adaptability and creativity, the latter is quite limited because it can only be applied effectively in familiar contexts. Finally, we present part of one of the interviews as an example of the previous idea (C.R., age: 84 months, *Pseudo-error_4*: false omitted number words error):

CR: *Wow! She has counted just like I do in "the series" in the classroom!*

E: *And how do you do "the series" in the classroom?*

CR: *Sometimes I do it by twos, "2-4-6-8-10", and sometimes I do it by threes, "3-6-9". Doing it by fours is more difficult…*

*E: What interesting things you do at school! And… what are you going to say to Tina? Has she done it right or has she done it wrong?*

CR: *Well… I am going to tell her… She has counted wrong!*

E: *Why?*

CR: *Because this is a game to count by ones, so she isn´t allowed to do it by twos.*

E: *But, do you know something? This is not a game to count by ones. This is just a game to count and Rosa lets her count as she wants.*

*CR: Ok, but if we are counting, we must always count by ones. We are not allowed to do it in another way.*

*E: Aren´t we allowed to do it in another way?*

CR: *No. There is only one way to count.*

E: *And how is it?*

CR: *Like this: 1-2-3-4-5-6-7-8* (pointing at all items consecutively, from left to right).

# BIBLIOGRAFÍA


Aguilar, M. (1997). La habilidad de contar en el aprendizaje de la numeración. *Tavira, 14*, 23-44. Obtenido de http://rodin.uca.es:8081/xmlui/bitstream/handle/10498/7690/18301538.pdf?sequence=1

American Psychological Association (APA, 2011). *Publication Manual of the American Psychological Association. Sixth edition.* Washington DC: APA.

Antell, S. y Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development, 54*, 695-701.

Atkinson, G. (2001). Analysis of repeated measurements in physical therapy research. *Physical Therapy in Sport, 2*, 194-208.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkannen, M. K. y Nurmi J. E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96 (4)*, 699-713.

Ausubel, D. P., Novap, J. D. y Hanesian, H. (1990). *Psicología educativa*. México: Trillas.

Baillargeon, R. (1994). Physical reasoning in young infants: Seeking explanations for impossible events. *British Journal of Developmental Psychology, 12,* 9-33.

Baroody, A. (1984). More precisely defining and measuring the order-irrelevance principle. *Journal of Experimental Psychology, 38*, 33-41.

Baroody, A. (1986). Basic counting principles used by mentally retarded children. *Journal for Research in Mathematics, 17*, 382-389.

Baroody, A. (1992b). The development of `preschoolers´counting skills and principles. En J. Bideaud, C. Meljac y J. P. Fischer (Eds.), *Pathways to number*. (pp. 99-126). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Baroody, A. (1993). The relationship between the order irrelevance principle and counting skill. *Journal for Research in Mathematics Education, 24 (5)*, 415-427.

Baroody, A. (2004). The developmental bases for early childhood number and operations standards. En D. H. Clements, J. Sarama y A. M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 173-219). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Baroody, A. y Dowker, A. (2003). *The development of arithmetic concepts and skills: constructing adaptative expertise*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Baroody, A. y Ginsburg, H. (1986). The relationships between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. (pp. 75-112). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Baroody, A., Lai, M. L. y Mix, K. (2005, diciembre). *Changing views of young children´s numerical and arithmetics competencies.* Comunicación presentada en la National Association for Education of Young Children, Washington, DC.

Baroody, A., Lai, M. L. y Mix, K. (2006). The development of young children's number and operation sense and its implications for early childhood education. En B. Spodek y O. N. Saracho (Eds.), *Handbook of research on the education of young children* (pp. 187-221). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Baruk, S. (1992). *Dictionnaire de mathématiques élémentaires*. París: Seuil.

Benson, A. P. y Baroody, A. (2002, abril). *The case of Blake: Number word and number development.* Comunicación presentada en el Annual Meeting de la American Educational Research Association, Nueva Orleans.

Bermejo, V. y Lago, M. O. (1987). El aprendizaje de las matemáticas: estado actual de las investigaciones. *Papeles del Psicólogo*, *32*. Obtenido de http://www.papelesdelpsicologo.es/vernumero.asp?id=347

Bermejo, V. y Lago, M. O. (1990). Developmental processes and stages in the acquisition of cardinality. *International Journal of Behavioral Developmet*, *13*, 231-250.

Bermejo, V. y Lago, M. O. (1991). *Aprendiendo a contar*. Madrid: CIDE.

Boysen, S. T. y Berntson, G. G. (1989b). Numerical competence in a chimpanzee (*Pan troglodytes*). *Journal of Comparative Psychology, 103*, 23-31.

Brannon, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition, 83* (*3*), 223-40.

Brannon, E. M. (2005). The independence of language and mathematical reasoning. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 102 (9),* 3177-3178.

Brannon, E. M., Abbott, S. y Lutz, D. J. (2004). Number bias for the discrimination of large visual sets in infancy. *Cognition, 93,* B59-B68.

Brannon, E. M. y Van de Walle, G. A. (1999, abril). *Knowledge of ordinal numerical relations in 2-to 3-year-olds*. Póster presentado en el 63 biennial meeting of the Society for Research in Child Development, Albuquerque, Nuevo México.

Briars, B. y Siegler, R. S. (1984). A featural analisis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, *20,* 607-618.

Cantlon, J. F. y Brannon, E. M. (2006). The effect of heterogeneity on numerical ordering in rhesus monkeys. *Infancy*, *9 (2)*, 173-189.

Cantlon, J. F., Brannon, E. M., Carter, E. J. y Pelphrey, K. A. (2006). Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children. *PLoS Biol 4 (5)*, e125.

Cantlon, J. F., Libertus, M. E., Pinel, P., Dehaene, S., Brannon, E. M. y Pelphrey, K. (2009). The neural development of an abstract concept of number. *Journal of Cognitive Neuroscience, 21 (11)*, 2217-2229.

Carey, S. (2001). Cognitive foundations of arithmetic: Evolution and ontogenesis. *Mind & Language, 16 (1)*, 37–55.

Carey, S. (2004). Bootstrapping and the origins of concepts. *Daedalus, 133*, 59-68.

Carey, S. y Sarnecka, B. W. (2006). The Development of Human Conceptual Representations. En Y. Munakata y M. Johnson (Eds.), *Processes of Change in Brain and Cognitive Development: Attention and Performance XXI* (pp. 473-496). Oxford University Press.

Carrasumada, S., Vendrell, R., Ribera, G y Montserrat, M. (2006). Cognitive processes related to counting in students with special educational needs. *European Journal of Spetial Needs Education, 21 (2)*, 135-150. doi: 10.1080/08856250600600778

Chomsky, N. (1968). *Language and mind*. New York: Harcourt, Brace y Wood.

Church, R. B., Kelly, S. D. y Lynch, K. (2000). Immediate memory for mismatched speech and representational gesture across development. *Journal of Nonverbal Behavior, 24*, 151–174.

Church, R. M. y Meck, W. H. (1984). The numerical attribute of stimuli. En H. Roitblatt, T. G. Bever y H. S. Terrence (Eds.), *Animal Cognition.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Clearfield, M. W. (2004). Infants' enumeration of dynamic displays. *Cognitive Development, 19 (3)*, 309-324.

Clearfield, M. W. y Mix, K. S. (1999). Number versus contour length in infants´ discrimination of small visual sets. *Psychological Science, 10,* 408-411.

Clearfield, M. W. y Mix, K. S. (2001). Amount versus number: Infants´ use of area and contour length to discriminate small sets. *Journal of Cognition and Development, 2,* 243-260.

Condry, K. F., Cayton, G. y Spelke, E. S. (2002, mayo). *Toddler counting: addition and subtraction by 3-year-old children.* Comunicación presentada en la 13ª Biennial International Conference on Infants Studies, Toronto, Ontario.

Condry, K. F. y Spelke, E. S. (2008). The development of language and abstract concepts: The case of natural number. *Journal of Experimental Psychology - General, 137* (1), 22-38.

Cooper, R. G. Jr. (1984). Early number development: Discovering number space with addition and subtraction. En C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills.* (pp. 157-192). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Cordes, S. y Gelman, R. (2005). The Young Numerical Mind. When Does It Count? En J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 127-142). New York: Psychology Press.

Cowan, R., Donlan, C., Shepherd, D-L., Cole-Fletcher, R., Saxton, M. y Hurry, J. (2011). Basic calculation proficiency and mathematics achievement in elementary school children. *Journal of Educational Psychology, 103 (4)*, 786-803.

Cowan, R., Dowker, A., Christakis, A., y Bailey, S. (1996). Even more precisely assessing children´s understanding of the order-irrelevance principle. *Journal of Experimental Child Psychology, 62*, 84-101.

Curtis, L. E. y Strauss, M. S. (1982, marzo). *Development of numerosity discrimination abilities.* Comunicación presentada en la International Conference of Infant Studies, Austin, Texas.

Curtis, L. E. y Strauss, M. S. (1983, abril). *Infant numerosity abilities: Discrimination and relative numerosity.* Comunicación presentada en las conferencias de la Society for Research in Child Development, Detroit, Michigan.

Davis, H. (1984). Discrimination of the number three by a raccoon (Pryocyon lotor). *Animal learning and behaviour, 12,* 409-413.

Donaldson, M. (1978). *Children´s minds.* London: Harper Perennial.

Dopico, C., Escudero, A., Solbes, I. y Callejas, C. (en preparación). La comprensión de las normas convencionales del conteo en niños de Educación Infantil.

Dowker, A. (2008). Individual differences in numerical abilities in preschoolers. *Developmental Science, 11 (5)*, 650-654.

Enesco, I. y Guerrero, S. (2003). El desarrollo de la percepción. En I. Enesco (Ed.), *El desarrollo del bebé: cognición, emoción y afectividad* (pp. 79-118). Madrid: Alianza Editorial.

Enesco, I. y Sebastián, C. (2012). Viaje en la nave de Teseo. La noción de artefacto en niños (y el uso animal de herramientas). En J. García-Madruga, R. Kohen, C. Del Barrio, I. Enesco y J. Linaza (Eds.), *Construyendo mentes. Ensayos en homenaje a Juan Delval* (pp. 41-68). Madrid: UNED.

Escudero, A. (2009). *Conteos erróneos y conteos anómalos. ¿Perciben los niños pequeños la diferencia?* Trabajo de investigación presentado al examen DEA. Universidad Complutense de Madrid.

Escudero, A., Rodríguez, P., Enesco, I., Lago, M. O., Dopico, C. y Solbes, I. (2011). Normas esenciales y normas no esenciales del conteo. Un estudio con niños de Educación Infantil y Primaria (pp. 1031-1040). En Román, J. M., Carbonero, M. A., Valdivieso, J. D. (Comp.), *Educación, aprendizaje y desarrollo en una sociedad multicultural*. Madrid: Ediciones de la Asociación de Psicología y Educación y el Colegio Oficial de Psicólogos de Castilla y León.

Escudero, A., Rodríguez, P., Lago, M. O., Enesco, I., Dopico, C. y Guerrero, S. (2010). What do preschoolers know about counting? En *The International Technology, Education and Development Conference (INTED 2010) Proceedings* (pp. 5735-5744). Valencia: International Association of Technology, Education and Development (IATED).

Feigenson, L. (2005). A double-dissociation in infants' representations of object arrays. *Cognition, 95*, B37-B48.

Feigenson, L., Carey, S. y Spelke, F. (2002). Infants´ discrimination of number vs. continuous extent. *Cognitive Psychology, 44*, 33-66.

Feigenson, L. y Spelke, F. (1998, abril). *Numerical knowledge in infancy: The number/mass distinction.* Póster presentado en la International Conference on Infants Studies, Atlanta, Georgia.

Field, A. (2009). *Discovering statistics using SPSS. Third edition*. Londres: SAGE.

Freeman, N. H., Antonucci, C. y Lewis, C. (2000). Representation of the cardinality principle: Early conception of error in a counterfactual test. *Cognition, 74*, 71-89.

Frye, D., Braisby, N., Lowe, J., Maroudas, C., y Nicholls, J. (1989). Young children's understanding of counting and cardinality. *Child Development, 60*, 1158-1171.

Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.

Fuson, K. y Hall, J. (1983). The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 49-107). New York: Academic Press.

Fuson, K., Pergament, G., Lyons, B. y Hall, J. (1985). Children's conformity to the cardinality rule as a function of set size and counting accuracy. *Child Development, 56*, 1429-1436.

Fuson, K., Richards, J. y Briars, D. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. Brainerd (Ed.), *Children´s logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development* (pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.

Fuson, K., Secada, W. y Hall, J. (1983). Matching, counting, and conservation of numerical equivalence. *Child Development*, *54*, 91-97.

Gallistel, C. R. (1989). Animal cognition: The representation of space, time and number. *Annual Review of Psychology, 40*, 155-189.

Gallistel, C. R. (1990). *The organization of learning.* Cambridge, MA: MIT Press.

Gallistel, C. R. y Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43-74.

Gallistel, C. R. y Gelman, R. (2000). Non-verbal cognition: from reals to integers. *Trends in Cognitive Science*, 4, 59-65.

Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development.* Washington, DC: American Psychological Association.

Geary, D. C. (2006). Development of mathematical understanding. En D. Kuhn, R. S. Siegler, W. Damon y R. M. Lerner (Eds.), *Handbook of child psychology: Volume 2: Cognition, perception, and language (6th ed.)* (pp. 777-810). Hoboken, NJ: Wiley.

Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology, 47 (6)*, 1539-1552.

Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C. y Yao, Y. (1992). Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *54*, 372–391.

Geary, D. C., Hamson, C. O. y Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *77*, 236–263.

Geary, D. C. y Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: Theoretical and empirical perspectives. En J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 253–268). New York: Psychology Press.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J. y DeSoto, M. C. (2004). Strategy choice in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *88*, 121–151.

Geary, D. C., Hoard, M. K. y Hamson, C. O. (1999). Numerical and arithmetical cognition: Patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 213–239.

Gelman, R. (1980). What young children know about numbers. *The Educational Psychologist, 15*, 54-68.

Gelman, R. (1982a). Accessing one-to-one correspondence: Still another paper about conservation. *British Journal of Psychology, 73*, 209-220.

Gelman, R. (1982b). Basic numerical abilities. En R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence* (Vol. 1, pp. 181-205). Hillsdale, N.J.: Erlbaum.

Gelman, R. (1993). A rational-constructivist account of early learning about numbers and objects. Advances in research theory. En D. L. Medin (Ed.), *Knowing and learning: Issues for a Cognitive Science of Instruction*, (pp. 125-186). Hillsdale, Nueva Jersey: Earlbaum.

Gelman, R. (2000). The Epigenesis of Mathematical Thinking. *Journal of Applied Developmental Psychology*, *21 (1)*, 27-37.

Gelman, R. y Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number.* Cambridge, MA: Harvard Press.

Gelman, R. y Greeno, J. G. (1989). On the nature of competence: Principles for understanding in a domain. En L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning and instruction* (pp. 125-186). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Gelman, R. y Meck, E. (1983). Pre-schoolers' counting: Principles before skills. *Cognition*, *13*, 343-359.

Gelman, R. y Meck, E. (1986). The notion of principle: The case of counting. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, (29-57). Hillsdale, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Gelman, R., Meck, E. y Merkin, S. (1986). Young children's numerical competence. *Cognitive Development, 1*, 1-29.

Gelman, R. y Tucker, M. F. (1975). Further investigations of the young child's conception of number. *Child Development, 46*, 167-175.

Gifford, S. (2005). *Teaching mathematics 3-5. Developing learning in the foundation stage*. Berkshire: Open University Press.

Ginsburg, H. (1997). *Entering the Child´s Mind*. Cambidge University Press.

Ginsburg, H. y Russell, R. (1981). Social class and racial influences on early mathematical thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 46 (6)*, 1-69.

Goswami, U. (2008). *Cognitive development. The learning brain.* New York: Psychology Press.

Greeno, J., Riley, M. y Gelman, R. (1984). Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology, 16*, 94-143.

Guberman, S. R. (1999). Cultural aspects of young children´s mathematical knowledge. En J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 30-36). Reston: The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Hallett, D., Nunes, T. y Bryant, P. (2010). Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions. *Journal of Educational Psychology, 102*, 395-406.

Hannula, M. y Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, *15*, 237-256.

Hatano, G. (1988). Social and motivational bases for mathematical understanding. En G. B. Saxe y M. Gearhart (Eds.), *Children´s mathematics* (pp. 55-70). San Francisco: Joseey-Bass.

Hauser, M. D., MacNeilage, P. y Ware, M. (1995). Numerical representation in primates. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 93*, 1514-1516.

Houdé, O. (1997). Numerical development: From infancy to the child. Wynn’s (1992) paradigm in 2- and 3-year-olds. *Cognitive Development, 12,* 373-391.

Huttenlocher, J. (1994, noviembre). *The emergence of number*. Comunicación presentada en el Annual Meeting of the Psychonomic Society, St. Louis, Missouri.

Huttenlocher, J., Jordan, N. C. y Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology. General, 123,* 284-296.

Izard, V., Pica, P., Spelke, E. S. y Dehaene, S. (2008). Exact equality and successor function: Two key concepts on the path towards understanding exact numbers. *Philosophical Psychology, 21 (4),* 491-505.

Izard, V., Sann, C., Spelke, E. y Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 106,* 10382–10385.

Jacques, S., Zelazo, D., Kirkham, N. Z. y Semcesen, T. K. (1999). Rule selection versus rule execution in preschoolers: An error-detection approach. *Developmental Psychology, 35 (3)*, 770-780.

Jiménez, L. (2008). *La activación del conocimiento real en la resolución de problemas: un estudio evolutivo sobre los problemas no-rutinarios de adición.* Tesis doctoral. Editorial de la Universidad Complutense de Madrid.

Jordan, K. E., Brannon, E. M., Logothetis, N. K. y Ghazanfar, A. A. (2005). Monkeys match the number of voices they hear to the number of faces they see. *Current Biology, 15*, 1034–1038.

Jordan, N. C., Huttenlocher, J. y Levine, S. C. (1994). Assessing early arithmetic abilities. Effects of verbal and nonverbal response types on the calculation performance of middle- and low-income children. *Learning and Individual Differences, 6,* 413-432.

Kamawar, D., LeFevre, J., Bisanz, J., Fast, L., Skwarchuck, S., Smith-Chant, B. y Penner-Wilger, M. (2010). Knowledge of counting principles: How relevant is order irrelevance? *Journal of Experimental Child Psychology, 105*, 138-145.

Kalish, C. (1998). Reasons and causes: Children´s understanding of conformity to social rules and physical laws. *Child Development, 69 (3)*, 706-720.

Keil, F. C. (1981). Constraints on knowledge and cognitive development. *Psychological Review, 88*, 197-227.

Killen, M. y Rutland, A. (2011). *Children and social exclusion: Morality, prejudice, and group identity*. New York: Wiley/Blackwell Publishers.

Koechlin, E., Dehaene, S. y Mehler, J. (1997). Numerical transformations in five-month-old human infants. *Mathematical Cognition, 3*, 89-104.

Lago, M. O. (1992). *Análisis estructural de la adquisición y desarrollo de la habilidad de contar*. Tesis doctoral. Editorial de la Universidad Complutense de Madrid.

Lago, M. O., Rodríguez, P., Enesco, I., Jiménez, L. y Dopico, C. (2008). Me sobran cuatro y no sé qué hacer con ellos. Un estudio sobre los problemas de división con resto en alumnos de 1º de ESO. *Anales de Psicología*, *24 (2)*, 201-212.

Langer, J., Gillette, P. y Arriaga, R. (2003). Toddler's cognition of adding and subtracting objects in action and perception. *Cognitive Development, 18*, 233-246.

Laupa, M. (2000). Children´s understanding of logical and conventional rules in arithmetic algorithms. *Journal of Mathematical Behaviour, 19,* 291-305.

Laupa, M. y Becker, J. (2004). Coordinating mathematical concepts with the demands of authority: Children´s reasoning about conventional and second-order logical rules. *Cognitive Development, 19,* 147-168.

Le Corre, M. y Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition, 105*, 395-438.

Le Corre, M. y Carey, S. (2008). Why the verbal counting principles are constructed out of representations of small sets of individuals: A reply to Gallistel. *Cognition, 107*, 650-662.

Le Corre, M., Van de Walle, G., Brannon, E. M. y Carey, S. (2006). Re-visiting the competence/performance debate in the acquisition of the counting principles. *Cognitive Psychology*, *52*, 130-169.

LeFevre, J., Smith-Chant, B., Fast, L., Skwarchuk, S., Sargla, E., Arnup, J., Penner-Wilger, M., Bisanz, J. y Kamawar, D. (2006). What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through Grade 2. *Journal of Experimantal Child Psychology*, *93*, 285-303.

Levine, S. C., Jordan, N. C. y Huttenlocher, J. (1992). Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology, 53 (1)*, 72-103.

Lipton, J. y Spelke, E. (2003). Origins of number sense: Large number discrimination in human infants. *Psychological Science, 14(5)*, 396-401.

Lipton, J. y Spelke, E. (2004). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy, 5*, 271-290.

Lipton, J. y Spelke, E. (2006). Preschool children master the logic of number words meanings. *Cognition, 98*, B57-B66.

Luchins, A. S. y Luchins, E. H. (1950). New experimental attempts at preventing mechanization in problem solving. *Journal of General Psychology,42*, 279–297.

Matsuzawa, T. (1985). Use of number by a chimpanzee. *Nature, 315*, 57-59.

Mayer, R. E. (2004). *Psicología de la educación. Enseñar para un aprendizaje significativo*. Madrid: Pearson.

McCrink, K. y Wynn K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science, 15 (11)*, 776-81.

McNeil, N. M. (2007). U-Shaped development in math: 7-year-olds outperform 9-year-olds on equivalence problems. *Developmental Psychology, 43 (3)*, 687-695.

McNeil, N. M. y Alibali, M. W. (2005). Why won't you change your mind? Knowledge of operational patterns hinders learning and performance on equations. *Child Development, 76*, 1–17.

Meck, W. H. y Church, R. M. (1983). A mode control model of counting and timing processes. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes, 9*, 320-334.

Mix, K. S. (1999a). Preschoolers' recognition of numerical equivalence: Sequential sets. *Journal of Experimental Child Psychology, 74,* 309-332.

Mix, K. S. (1999b). Similarity and numerical equivalence: Appearances count. *Cognitive Development, 14*, 269-297.

Mix, K. S. (2004b). *How Spencer made number: An observational study of early number word use*. Cognitive Science Technical Report, 255, Indiana University. Obtenido de http://www.cogs.indiana.edu/publications/techreps2004/255/255.pdf

Mix, K. S., Huttenlocher, J. y Levine, S. (1996). Do preschool children recognize auditory-visual numerical correspondences? *Child Development, 67*, 1592-1608.

Mix, K. S., Huttenlocher, J. y Levine, S. (2002). *Quantitive development in infancy and early childhood.* New York: Oxford University Press.

Mix, K. S., Sandhofer, C. M. y Baroody, A. (2005). Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal quantification in early childhood. En R. V. Kail (Ed.), *Advances in child development and behavior (Vol. 33)* (pp. 305-346). San Diego: Elsevier.

Moore, D. S. (1997, abril). *Infants mathematical skills? A conceptual replication and consideration of interpretation*. Póster presentado en la Biennial Conference of the Society for Research in Child Development, Washington D.C.

Muldoon, K., Lewis, C. y Freeman, N. H. (2003). Putting counting to work: preschoolers' understanding of cardinal extension. *International Journal of Educational Research, 39*, 695-718.

Muldoon, K., Lewis, C. y Freeman, N. H. (2009). Why set-comparison is vital in early number learning? *Trends in Cognitive Sciences, 13 (5)*, 203-208.

Nicholls, J. y Thorkildsen, T. (1988). Children's distinctions among matters of intellectual convention, logic, fact and personal preference. *Child Development*, *59*, 939–949.

Nunes, T. (2008). Mathematics instruction in primary school: The first three years. En J. Balayeva (Ed.), *Encyclopedia of Language and Literacy Development* (pp. 1-9). London, ON: Canadian Language and Literacy Research Network. Obtenido de http://literacyencyclopedia.ca/index.php?fa=items.show&topicId=250

Nunes, T. y Bryant, P.E. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford, England: Basil Blackwell.

Passolunghi, M. C., Vercelloni, B. y Schadee H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development, 22*, 165-184.

Pepperberg, I. M. (1987). Evidence for conceptual quantitative abilities in the African Gray Parrot: Labeling of cardinal sets. *Ethology, 75,* 37-61.

Piaget, J. (1965). *The moral judgment of the child*. Londres: Free Press.

Piaget, J. y Szeminska, A. (1975). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires: Editorial Guadalupe. (Traducción al castellano de *La génèse du nombre chez l´enfant*, de Piaget, J. y Szeminska, A. ,1941, Neuchâtel: Delachaux-Niestlé).

Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in Cognitive Sciences, 14 (12)*, 542-551.

Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D. y Dehaene, S. (2004). Tuning curves or approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron, 44*, 547–555.

Pinel, P., Piazza, D., Le Bihan, D. y Dehaene, S. (2004). Distributed and overlapping cerebral representations of number, size, and luminance during comparative judgments. *Neuron, 41*, 983-993.

Platt, J. R. y Johnson, D. M. (1971). Localization of position within a homogeneous behavior chain: Effects of error contingencies. *Learning and Motivation, 2*, 386-414.

Pozo, J. I. (2008). Aprendices y maestros. La psicología cognitiva del aprendizaje. Madrid: Alianza Editorial.

Rakoczy, H., Warnecken, F. y Tomasello, M. (2008). The sources of normativity: Young children´s awareness of normative structure of games. *Developmental Psychology, 44 (3)*, 875-881.

Rittle-Johnson, R. y Siegler, R. S. (1998). The relations between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. En C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skill* (pp. 75–110). Hove, UK: Psychology Press.

Rittle-Johnson, R., Siegler, R. S. y Alibali, M. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology, 93 (2)*, 346-362.

Rodríguez, P., Lago, M. O., Enesco, I. y Guerrero, S. (en revisión). Children's understanding of counting: Kindergarten and Primary schoold childrens's detection of errors and pseudoerrors. *Journal of Experimental Child Psychology.*

Rodríguez, P., Lago, M. O., Hernández, M. L., Jiménez, L., Guerrero, S. y Caballero, S. (2009). How do secondary students approach different types of division with remainder situations? Some evidence from Spain. *European Journal of Psychology of Education, 24 (4)*, 529-543.

Rodríguez, P., Lago, M. O. y Jiménez, L. (2003). El bebé y los números. En I. Enesco (Ed.), *El desarrollo del bebé: cognición, emoción y afectividad* (pp. 147-169). Madrid: Alianza Editorial.

Sarama, J. y Clements, D. H. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning trajectories for young children.* Nueva York: Routledge.

Sarnecka, B. y Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition, 108*, 662-674

Sarnecka, B. y Gelman, S. (2004). Six does not just mean a lot: Preschoolers see number words as specific. *Cognition, 92*, 329-352.

Sarnecka, B. y Lee, M. (2009). Levels of number knowledge during early childhood. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*, 325-337.

Saxe, G. (1981): Body parts as numerals: A developmental analysis of numeration among the Oksapmin in Papua New Guinea. *Child Development, 52*, 306-316.

Saxe, G. B., Becker, J., Sadeghpour, M. y Sicilian, S. (1989). Developmental differences in children´s understanding of number word conventions. *Journal for Research in Mathematics Education, 20 (5)*, 468-488.

Schaeffer, B., Eggleston, V. y Scott, J. (1974). Number development in young children. *Cognitive Development, 6,* 357-379.

Shipley, E. y Shepperson, B. (1990). Countable entities: Developmental changes. *Cognition, 34*, 109-136.

Siegler, R. S. (1987). The perils of averaging data over strategies: An example from children´s addition. *Journal of Experimental Psychology, 116 (3)*, 250-264.

Siegler, R. S. (1991). In Young children´s counting, procedures precede principles. *Educational Psychology Review, 3 (2)*, 127-135.

Siegler, R. S. (2004). U-shaped interest in U-shaped development–and what it means. *Journal of Cognition and Development, 5*, 1–10.

Siegler, R. S. y Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. En H. Reese y L. Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior* (pp. 241-311). New York: Academic Press.

Simon, T. J. (1997). Reconceptualizing the origins of number knowledge: A “Non-Numerical” account. *Cognitive Development, 12,* 349-372.

Simon, T. J., Hespos, S. J. y Rochat, P. (1995). Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992). *Cognitive Development, 10,* 253- 269.

Smetana, J. (1983). Social-cognitive development: Domain distinctions and coordinations. *Developmental Review, 3*, 131–147.

Smetana, J. (1985). Preschool children’s conceptions of transgressions: The effects of varying moral and conventional domain-related attributes. *Developmental Psychology, 21*, 18–29.

Song, M. y Ginsburg, H. (1988). The effect of the Korean number system on young children's counting: A natural experiment in numerical bilingualism. *International Journal of Psychology, 23*, 319-332.

Sophian, C. (1988). Limitations on preschool children's knowledge about counting: Using counting to compare two sets. *Developmental Psychology, 24 (5)*, 634-640.

Sophian, C. (1998). Perspective on children´s counting. En C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 3-25). Hove: Psychology Press.

Sophian, C. (2008). *The origins of mathematical knowledge in childhood*. Oxon: Routledge.

Sophian, C. y Kailihiwa, C. (1998). Units of counting: Developmental changes. *Cognitive Development, 13*, 561-585.

Spelke, E. S. (2003). What makes us smart? Core knowledge and natural language. En D. Gentner y S. Goldin-Meadow (Eds.), *Language in mind* (pp. 277-311). Cambridge, MA: MIT Press.

Spelke, E. S. y Tsivkin, S. (2001). Innate knowledge and conceptual change: Space and number. En M. Bowerman y S. C. Levinson (Eds.), *Language acquisition and conceptual development* (pp.70-97). New York: Cambridge University Press.

Starkey, P. (1992). The early development of numerical reasoning. *Cognition, 43*, 93-126.

Starkey, P. y Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science, 210*, 1033-1035.

Starkey, P., Spelke, E. S. y Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition, 36*, 97-127.

Steffe, L. P., von Glaserfeld, E., Richards, J. y Cobb, P. (1983). *Children's counting types: Philosophy, theory, and applications*. Nueva York: Praeger Scientific.

Stock, P., Desoete, A. y Roeyers, H. (2009). Mastery of the counting principles in toddlers: A crucial step in the development of budding arithmetic abilities? *Learning and Individual Differences, 19*, 419-422.

Strauss, M. S. y Curtis, L. E. (1981). Infant perception of numerosity. *Child development, 52*, 1146-1152.

Trick, L. y Pylyshyn, Z. (1994). Why are small and large numbers enumerated differently? A limited-capacity preattentive stage in vision. *Psychological Review, 101*, 80-102.

Turiel, E. (1983). *The development of social knowledge: Morality an*d convention. Cambridge: Cambridge University Press.

Uller. C., Carey, S., Huntley-Fenner, G. y Klatt, L. (1999). What representations might underlie infant numerical knowledge? *Cognitive Development, 14,* 1-36.

VanDerHeyden, A., Broussard, C. y Cooley, A. (2006). Further development of measures of early math performance for preschoolers. *Journal of School Psychology*, *44*, 533-553.

VanLoosbroek, E. y Smitsman, A. W. (1990). Visual perception of numerosity in infancy. *Developmental Psychology, 26*, 916-922.

VanMarle, K. y Wynn, K. (2009). Infant´s auditory enumeration: Evidence for analog magnitudes in the small number range. *Cognition, 111*, 302-316.

Verschaffel, L., De Corte, E. y Borghart, L. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction, 4*, 339-359.

Vilette, B. (2002). Do young children grasp the inverse relationship between addition and subtraction? Evidence against early arithmetic. *Cognitive Development, 17,* 1365-1383.

Wakeley, A., Rivera, S. y Langer, J. (2000). Can young infants add and subtract? *Child Development, 71 (6)*, 1525-1534.

Wilkinson, A. (1984): Children's partial knowledge of the cognitive skill of counting. *Cognitive Psychology, 16*, 28-64.

Wood, J. N. y Spelke, E. S. (2005a). Chronometric studies of numerical cognition in five-month-old infants. *Cognition, 97,* 23-39.

Wood, J. N. y Spelke, E. S. (2005b). Infants' enumeration of actions: Numerical discrimination and its signature limits. *Developmental Science, 8,* 173-181.

Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition, 36*, 155-193.

Wynn, K. (1992a). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358*, 749-750.

Wynn, K. (1992b). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology, 20*, 220-251.

Wynn, K. (1996). Infants´ individuation and enumeration of actions. *Psychological Science, 7 (3)*, 164-169.

Wynn, K. (1998). Numerical competence in infants. En C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 3-25). Hove: Psychology Press.

Wynn, K., Bloom, P. y Chiang, W. C. (2002). Enumeration of collective entities by 5-month-old infants. *Cognition, 83*, B55-B62.

Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representation. *Cognition, 89,* B15-B25.

Xu, F. y Spelke, E. S. (2000). Large-number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition, 74,* B1-B11.

Xu, F. y Spelke, E. S. y Goddard, S. (2005). Number sense in human infants. *Developmental Science, 8,* 88-101.

Young-Loveridge, J. M. (1991). *The Development of Children´s Number Concepts from Ages Five to Nine. Early Mathematics Learning Project: Phase II. Volume I: Report of Findings*. Hamilton, New Zealand: University of Waikato.

Young-Loveridge, J. M. (1995). *Enhancing the mathematics of four-year-olds. The EMI-4s study. Volume I: Report of Findings*. Hamilton, New Zealand: University of Waikato.

# ANEXO I (APPENDIX I).

## Información adicional sobre el programa informático y el procedimiento

### (Additional information about the computer program and the procedure)


*Figura 17.* Primera pantalla: recogida de datos personales (First screenshot: Personal details)


*Figura 18.* Segunda pantalla: acceso al juego (Second screenshot: Game access)

*Figura 19.* Tercera pantalla: presentación de Rosa  (Third screenshot: Rosa´s introduction)


*Figura 20.* Cuarta pantalla: selección de tareas  (Fourth screenshot: Tasks selection)

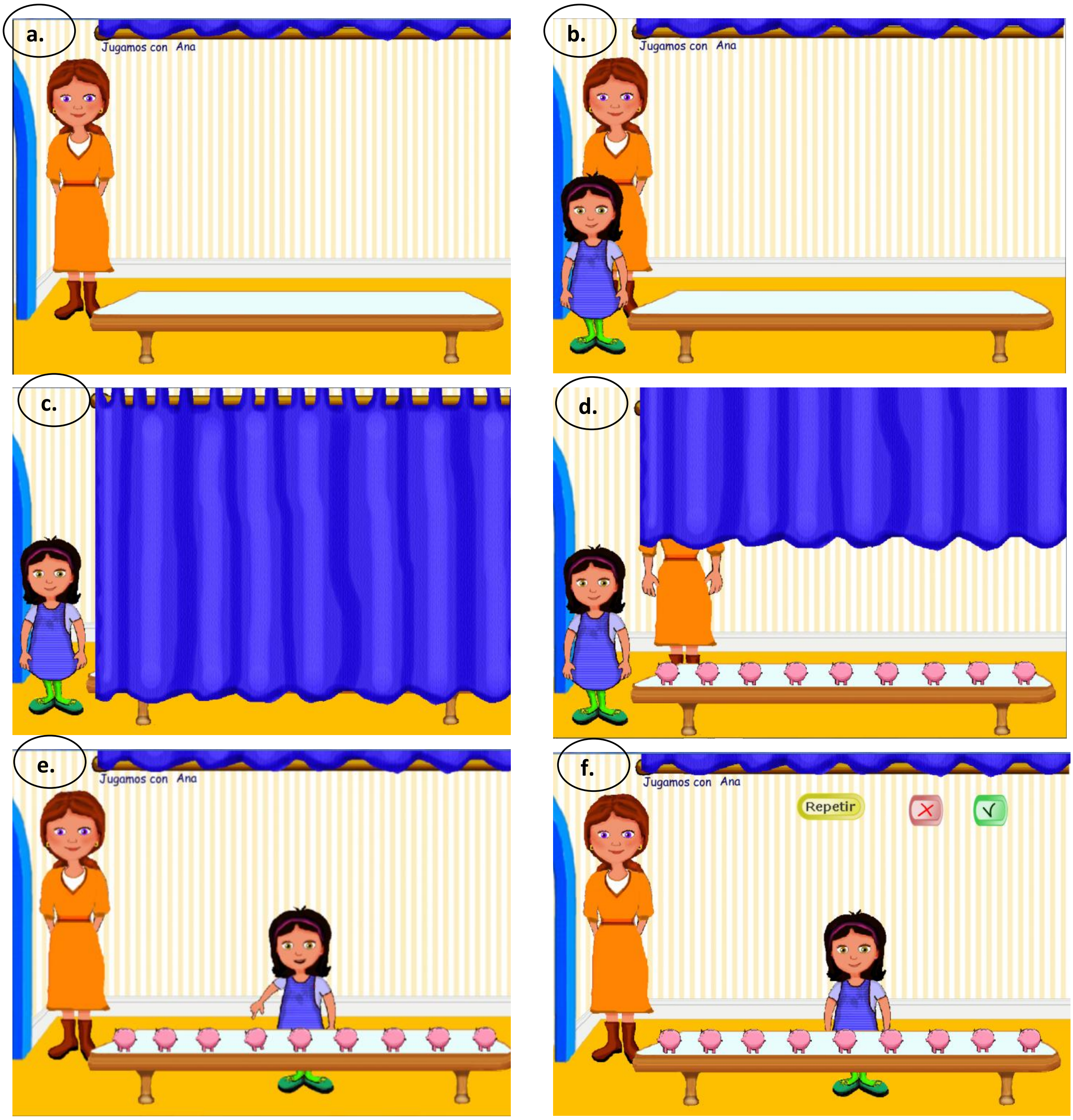



*Figura 21.* Ilustración, a modo de secuencia, del modo en que se desarrollaban los ensayos de conteo (Sequence of screenshots that represents the development of the counting trials)

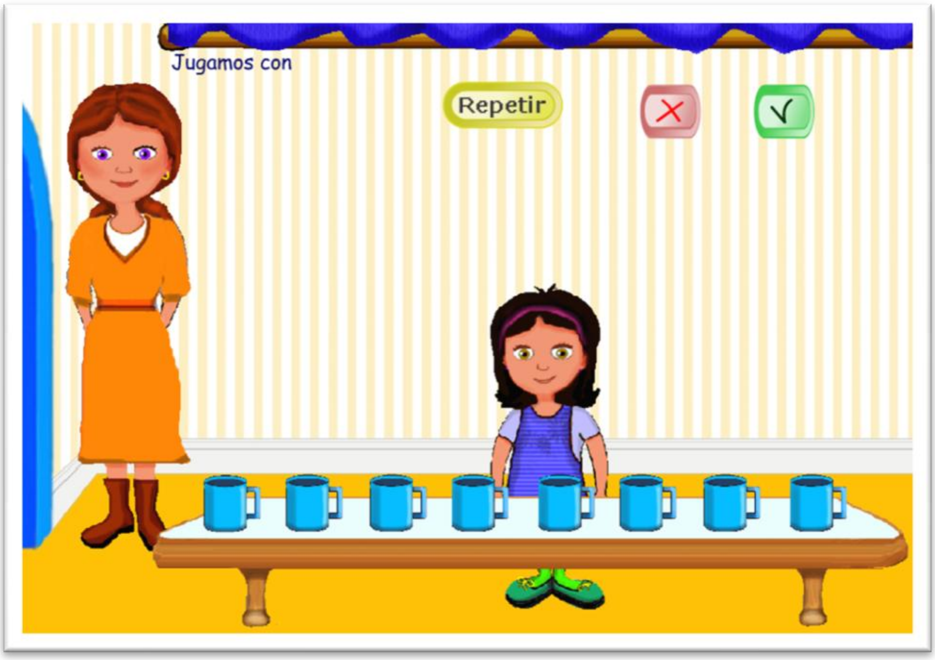



*Figura 22.* Imagen ampliada de la pantalla cuando el personaje concluía el conteo (Enlarged screenshot: The character has already finished the counting procedure)

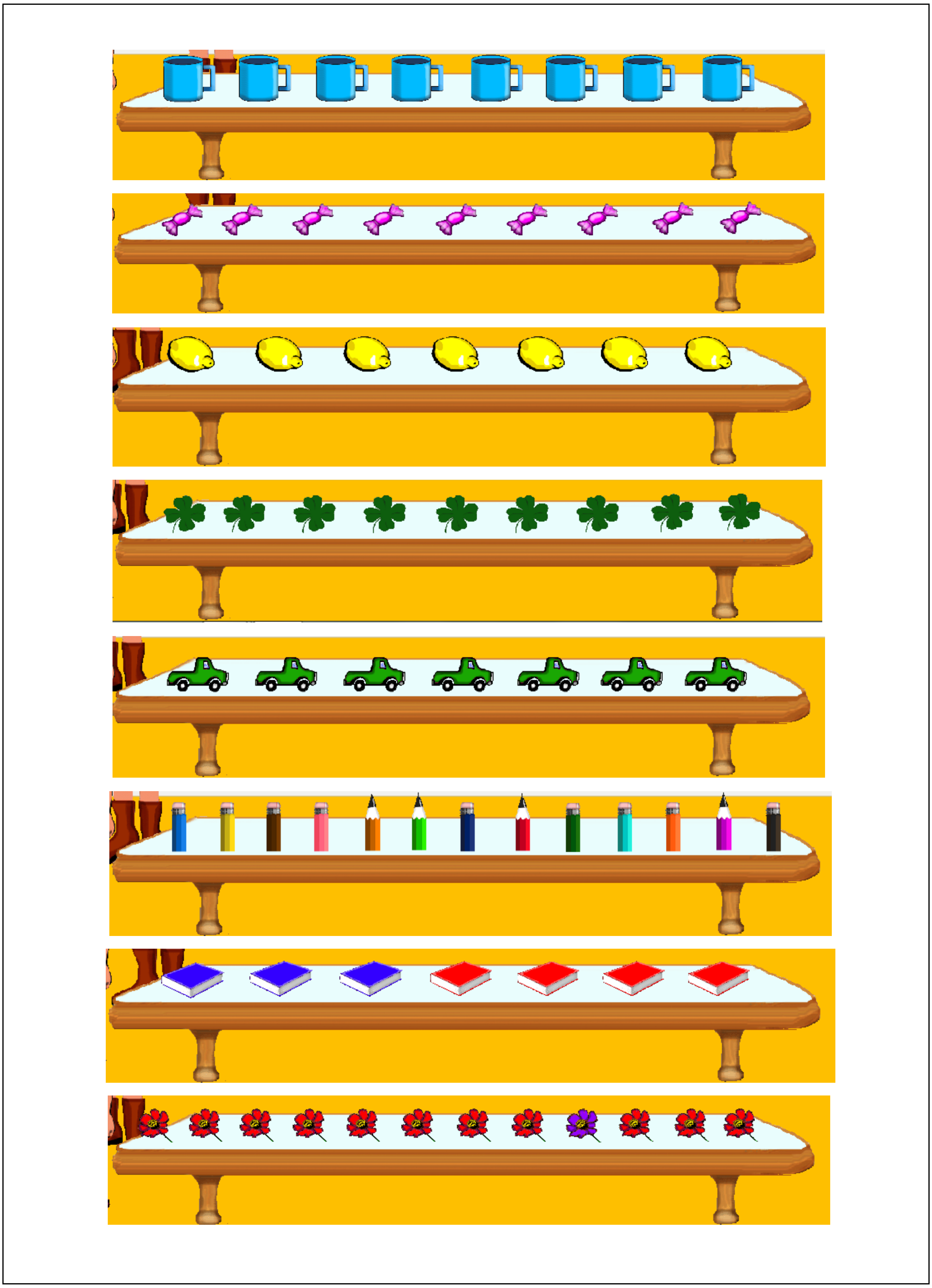


*Figura 23.* Distribución y características de los objetos contados en cada uno de los ensayos (Displays of items counted in every counting trial)

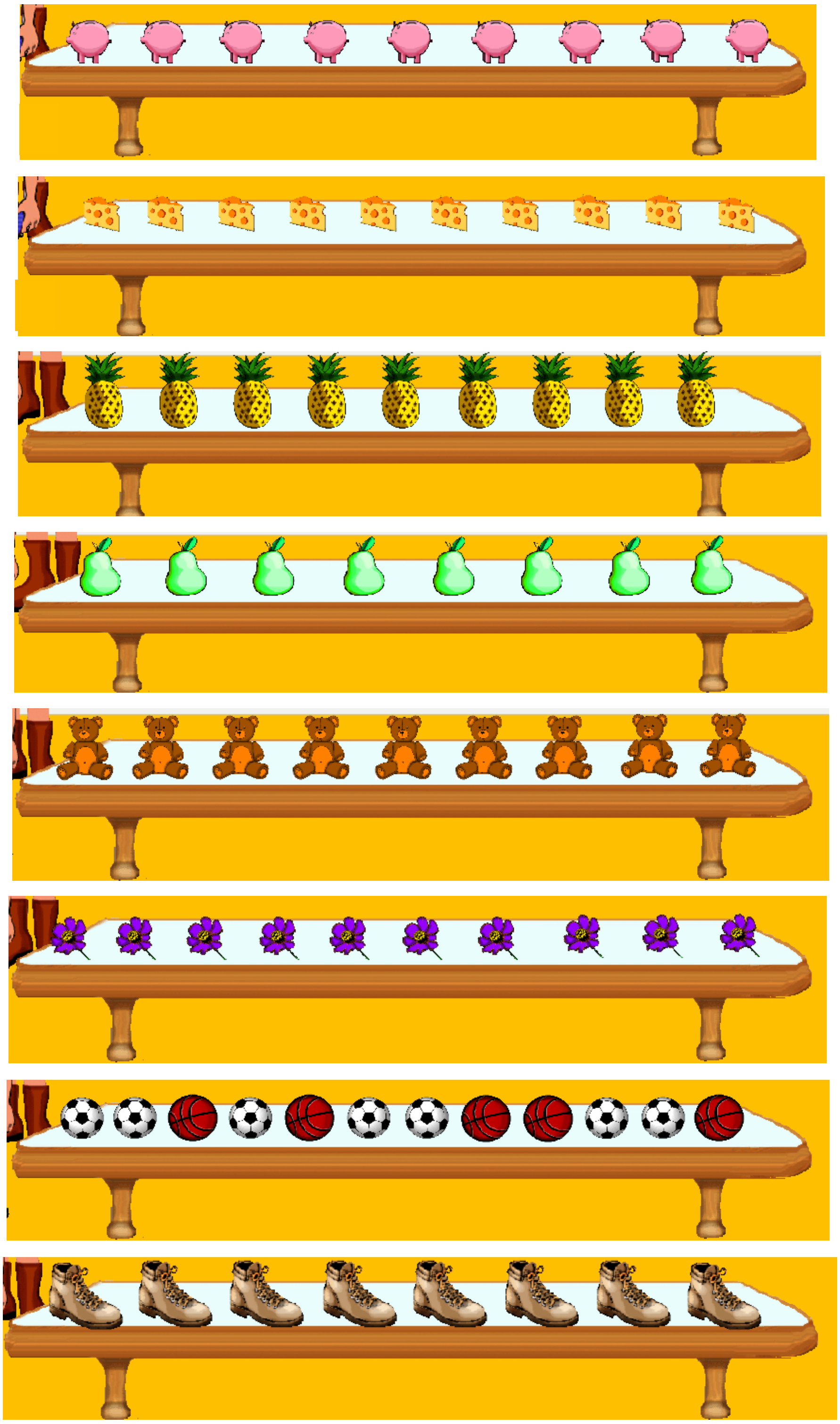


*Figura 23. Continuación.* Distribución y características de los objetos contados en cada uno de los ensayos (Displays of items counted in every counting trial)

Cuadro 1.

*Fragmento de entrevista semi-estructurada. Medición 1*

| | | |
|---|---|---|
| | **Número ID:** | 6 |
| | **Nombre y apellidos:** | H.J. |
| | **Edad (meses):** | 74 |
| | **Sexo:** | Hombre |
| | **Momento de medición:** | 1 |
| **PSEUDOERROR_8.**<br>**Conteo alternando la dirección. Cardinal correcto.** | | |
| (El personaje del programa de ordenador cuenta los elementos. Una vez concluido el conteo Rosa pregunta si lo ha hecho bien o mal) | | |
| | *Mal* | |
| ¿Por qué? | | |
| | *Porque ha contado este "1" (señala la bota contada en primer lugar), luego este, luego este y así (mientras repite correctamente el conteo efectuado por el personaje)* | |
| ¿Y eso se puede hacer o no se puede hacer? | | |
| | *No… Así se cuenta mal* | |
| ¡Ah! ¿Y por qué se cuenta mal? | | |
| | *Porque se cuenta con los números seguidos* | |
| ¿Y cómo es contar con los números seguidos? | | |
| | *Pues "1-2-3-4-5-6-7-8" (únicamente emite la secuencia, no toca ni señala ningún objeto)* | |
| ¿Y Eli no ha contado con los números seguidos? | | |
| | *No… Eli ha dicho el "1" aquí (toca la primera bota) y el "2" aquí (señala la última bota)* | |
| ¿Y cómo lo tenía que haber dicho? | | |
| | *El "1" aquí, el "2" aquí, el "3" aquí,… (va tocando todas las botas consecutivamente de izquierda a derecha).* | |
| ¡Vale! Muy bien. Entonces decimos a Eli que lo ha hecho… | | |
| | *¡Mal!* | |
| (Se pulsa el botón de mal y se pasa al siguiente ensayo). | | |

Cuadro 2.

*Fragmento de entrevista semi-estructurada. Medición 2*

| | |
|---|---|
| | **Número ID:** 21 |
| | **Nombre y apellidos:** V.L. |
| | **Edad (meses):** 78 |
| | **Sexo:** Mujer |
| | **Momento de medición:** 2 |
| **PSEUDOERROR_8. Conteo alternando la dirección. Cardinal correcto.** | |
| (El personaje del programa de ordenador cuenta los elementos. Una vez concluido el conteo Rosa pregunta si lo ha hecho bien o mal) | |
| | *Mal* |
| ¿Por qué? | |
| | *Porque no puedes saltarte botas ni volver para aquí (hacia atrás)* |
| ¿Y eso por qué no se puede hacer? | |
| | *Porque hay que contar en línea* |
| ¡Ah! ¿Y cómo se cuenta en línea? | |
| | *Así, (arrastra el dedo sobre las botas, desde la primera de la izquierda hasta la última de la derecha)* |
| ¿Y te has fijado en cuántas botas ha dicho Eli que había? | |
| | *Sí. Ha dicho que hay 8 botas* |
| ¿Y tú qué crees, que hay 8 o que no las hay? | |
| | *Pues no. No hay 8. Hay… ehh… ¡más de 8! (no las cuenta, lo dice al azar)* |
| Y entonces, ¿por qué habrá dicho Eli que hay ocho? | |
| | *Porque… contando como Eli no podemos saber cuántas cosas hay* |
| ¡Ah! ¿Y cómo hay que hacerlo para saber cuántas hay? | |
| | *Pues contando en línea:" 1-2-3…." (toca consecutivamente todas botas de izquierda a derecha. No termina de contar la hilera, se para en el quinto objeto)* |
| ¡Vale! Muy bien. Pues vamos a decir a Eli que lo ha hecho… | |

| | |
|---|---|
| | *¡Mal!* |
| (Se pulsa el botón de mal y se pasa al siguiente ensayo). | |

Cuadro 3.

*Fragmento de entrevista semi-estructurada. Medición 3*

| | | |
|---|---|---|
| | **Número ID:** | 12 |
| | **Nombre y apellidos:** | L.S. |
| | **Edad (meses):** | 93 |
| | **Sexo:** | Hombre |
| | **Momento de medición:** | 3 |
| **PSEUDOERROR_8.**<br>**Conteo alternando la dirección. Cardinal correcto.**<br>(El personaje del programa de ordenador cuenta los elementos. Una vez concluido el conteo Rosa pregunta si lo ha hecho bien o mal) | | |
| | *Mal* | |
| ¿Por qué? | | |
| | *Porque ha contado de un lado para otro (indica con el orden seguido por el personaje para contar los objetos).* | |
| ¿Y podemos contar las cosas así, de un lado para otro? | | |
| | *No* | |
| ¿Y por qué no? | | |
| | *Porque hay que contar desde el principio* | |
| ¿Y Eli no ha contado desde el principio? | | |
| | *Sí, Eli ha contado desde el principio, pero ha vuelto al último y tiene que seguir con el segundo. Así (mientras toca la segunda bota, empezando por la izquierda, y continúa arrastrando el dedo hacia la derecha de la hilera).* | |
| ¡Ah! Vale. Oye, ¿y tú crees que hay 8 botas como ha dicho Eli o que no las hay? | | |
| | *Que sí las hay* | |
| ¿Y cómo lo ha podido saber? | | |
| | *Porque ha contado todas* | |
| Y entonces, si ha contado todas, ¿contar así | | |

| | |
|---|---|
| (indicando con el dedo el modo en que Eli lo hizo) valdría o no valdría? | |
| | *No valdría porque se tienen que contar siempre así (arrastra el dedo sobre las botas de izquierda a derecha)* |
| ¡Vale! Muy bien. Entonces apretamos el botón para decirle a Eli cómo lo ha hecho… | |
| | *(Pulsa el botón de mal).* |

# ANEXO II.

## Variabilidad y estabilidad de las puntuaciones de los participantes

Tabla 23

*Variabilidad de las puntuaciones en la tarea de detección de errores, en función del momento de medición*

| ERRORES | | | |
|---|---|---|---|
| PUNTUACIÓN | MEDICIÓN 1* | MEDICIÓN 2 * | MEDICIÓN 3 * |
| 0 | 1 | 1 | - |
| 1 | 4 | - | 3 |
| 2 | 13 | 7 | 1 |
| 3 | 4 | 10 | 9 |
| 4 | 2 | 6 | 11 |

* Frecuencia (participantes) de cada puntuación.

Tabla 24

*Variabilidad de las puntuaciones en la tarea de detección de pseudoerrores sin cardinal, en función del momento de medición*

| PSEUDOERRORES SIN CARDINAL | | | |
|---|---|---|---|
| PUNTUACIÓN | MEDICIÓN 1 * | MEDICIÓN 2 * | MEDICIÓN 3 * |
| 0 | 12 | 14 | 13 |
| 1 | 5 | 5 | 4 |
| 2 | 5 | 4 | 2 |
| 3 | 2 | - | 1 |
| 4 | - | 1 | 4 |

* Frecuencia (participantes) de cada puntuación.

Tabla 25

*Variabilidad de las puntuaciones en la tarea de detección de pseudoerrores con cardinal, en función del momento de medición*

| PSEUDOERRORES CON CARDINAL | | | |
|---|---|---|---|
| PUNTUACIÓN | MEDICIÓN 1 * | MEDICIÓN 2 * | MEDICIÓN 3 * |
| 0 | 13 | 10 | 8 |
| 1 | 5 | 4 | 3 |
| 2 | 3 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 2 | 4 |
| 4 | 2 | 6 | 7 |

* Frecuencia (participantes) de cada puntuación.

Tabla 26

*Valores de los percentiles 25, 50 y 75 en cada momento de medición*

Puntuación lograda por los participantes en cada medición

| | MEDICIÓN 1 | MEDICIÓN 2 | MEDICIÓN 3 |
|---|---|---|---|
| Percentil 25 | 2 | 3 | 3.25 ≃ 3 |
| Percentil 75 | 5 | 7 | 9.75 ≃ 10 |
| Mediana (Percentil 50) | 3 | 4 | 5.5 ≃ 6 |

# ANEXO III.

## Cambio intraindividual en los errores y pseudoerrores

Tabla 27

*Puntuaciones de los participantes en la tarea de detección de errores*

| Participante [a] | Medición 1 | Medición 2 | Medición 3 |
|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 2 | 1 |
| **2** | 2 | 4 | 4 |
| **3** | 2 | 3 | 1 |
| **4** | 2 | 2 | 4 |
| **5** | 3 | 4 | 4 |
| **6** | 3 | 3 | 3 |
| **7** | 2 | 4 | 3 |
| **8** | 0 | 3 | 3 |
| **9** | 2 | 2 | 4 |
| **10** | 3 | 3 | 3 |
| **11** | 1 | 4 | 4 |
| **12** | 2 | 3 | 4 |
| **13** | 4 | 3 | 3 |
| **14** | 4 | 3 | 4 |
| **15** | 2 | 4 | 4 |
| **16** | 2 | 4 | 4 |
| **17** | 1 | 2 | 1 |
| **18** | 1 | 2 | 3 |
| **19** | 2 | 3 | 3 |
| **20** | 2 | 2 | 2 |
| **21** | 2 | 0 | 3 |
| **23** | 2 | 3 | 4 |
| **24** | 3 | 3 | 4 |
| **25** | 2 | 2 | 3 |

[a] El participante con número ID 22 no finalizó el estudio.

Tabla 28

*Puntuaciones de los participantes en la tarea de detección de pseudoerrores*

| Participante [a] | Medición 1 | Medición 2 | Medición 3 |
|---|---|---|---|
| **1** | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 0 | 5 | 3 |
| **3** | 1 | 0 | 0 |
| **4** | 3 | 4 | 8 |
| **5** | 0 | 5 | 7 |
| **6** | 1 | 1 | 3 |
| **7** | 3 | 0 | 0 |
| **8** | 0 | 0 | 2 |
| **9** | 4 | 5 | 6 |
| **10** | 1 | 0 | 6 |
| **11** | 0 | 2 | 0 |
| **12** | 6 | 6 | 8 |
| **13** | 0 | 1 | 2 |
| **14** | 5 | 3 | 4 |
| **15** | 5 | 2 | 6 |
| **16** | 6 | 8 | 8 |
| **17** | 1 | 1 | 0 |
| **18** | 4 | 0 | 0 |
| **19** | 0 | 4 | 4 |
| **20** | 0 | 1 | 2 |
| **21** | 0 | 0 | 1 |
| **23** | 1 | 1 | 0 |
| **24** | 1 | 6 | 4 |
| **25** | 1 | 0 | 0 |

[a] El participante con número ID 22 no finalizó el estudio.