

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**



**TESIS DOCTORAL**

Evaluación del impacto de una metodología basada en aprendizaje significativo sobre la motivación y el rendimiento académico en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa en la universidad

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTORA

PRESENTADA POR

María Ortiz de Urbina Castellero

DIRIGIDA POR

José Manuel García Ramos

Yolanda Cerezo López

Copyright © 2024 por María Ortiz de Urbina Castellero. Todos los derechos reservados.

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**FACULTAD DE EDUCACIÓN**



**EVALUACIÓN DEL IMPACTO DE UNA METODOLOGÍA BASADA EN  
APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y ACOMPAÑAMIENTO SOBRE LA  
ACTITUD Y EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN LA ASIGNATURA DE  
MATEMÁTICAS APLICADAS A LA EMPRESA EN LA UNIVERSIDAD**

MEMORIA PRESENTADA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR POR  
María Ortiz de Urbina Castellero

**DIRECTORES**

José Manuel García Ramos

Yolanda Cerezo López

Madrid, 2024





## Dedicatoria

A mi hija Lucía y mi marido Alfonso, por su amor y su apoyo incondicional en todo momento

A mi padre, hermanos y sobrinos, por hacerme como soy y acompañarme cada día

A Alfonsito porque fuiste mi guía en momentos difíciles

Y con todo mi corazón a mi madre

Gracias, mamá, por quererme y hacerme mejor persona



## Agradecimientos

Las primeras palabras de esta tesis son para agradecer a todas aquellas personas que de alguna forma han contribuido a que finalmente sea una realidad y me han acompañado durante todo el proceso.

Gracias a mis directores de tesis, José Manuel García Ramos y Yolanda Cerezo, por su perseverancia y su paciencia para guiarme durante todo este proceso.

Gracias a Tomás Alfaro por impulsar mi carrera y por haber sido mi guía en estos años.

Gracias a Benilde Luengo, por su profesionalidad y por su ayuda para el buen uso de las fuentes bibliográficas.

Gracias al Comité de Expertos por su ayuda con la validación del cuestionario.

Gracias a Belén Obispo y Noemy Martín por vuestro tiempo y por introducirme en los caminos del análisis confirmatorio.

Gracias a Amparo Ruiz, Ramón Fernández de Caleyá y David Méndez que han participado como docentes en la implantación de la metodología y su posterior medición. Sin vuestra ayuda no hubiera sido posible llevar a cabo esta investigación.

Gracias a todos los profesores que en algún momento han pertenecido a la Comunidad Docente de Matemáticas (Inma, Fátima, Yolanda, Amparo, Ramón, David...) por su búsqueda continua de la mejora de la enseñanza.

Gracias a los alumnos por participar en el estudio y por ser los motores del mismo.

Gracias a Silvia, Cris, Diana, Almu y Vicky por estar siempre ahí, en los buenos y en los malos tiempos.

Gracias a Sofía, Marta, Gloria, Carlos y Peláez por vuestra alegría y por vuestros ánimos. El camino siempre es más fácil con personas como vosotros.

Gracias a todos los que sin ser nombrados me acompañáis en el día y día y me hacéis sonreír, ese es el mayor de los dones.

Y por último y muy especialmente:

Gracias a mi padre, hermanos y sobrinos, por vuestro amor, sin la familia nada tiene sentido.

Gracias a mi cuñado Alfonso, por no dejarme abandonar y por haber tenido la suerte de tenerme en mi vida durante unos, demasiados, breves años.

Gracias a mi marido Alfonso por su paciencia, por acompañarme, quererme y cuando es necesario sostenerme. Por ser mi revisor y mi Pepito grillo particular. Sin su aliento y ánimo no hubiera sido capaz de llevar la tesis a buen puerto.

Gracias a mi hija Lucía por haber sabido llevar todos los momentos robados y por dar luz, alegría y sentido pleno a mi vida.

Gracias a mi madre, porque desde el cielo guía siempre mis pasos, me acompaña y me cuida. Por ser ejemplo y espejo en el que mirarme y porque el amor trasciende a la muerte. *“Echarte de menos siempre”*.

## **ÍNDICE**

Índice de Tablas .....	14
Índice de Figuras .....	20
Índice de Anexos.....	22
Resumen.....	26
Abstract.....	30
INTRODUCCIÓN .....	34
Una aproximación al problema de investigación.....	38
PARTE I. MARCO TEÓRICO.....	52
Capítulo 1. La enseñanza de las Matemáticas en la Universidad .....	54
1.1    Una mirada a la historia de la enseñanza de las Matemáticas .....	55
1.2    Didáctica de las Matemáticas: algunos elementos básicos .....	59
1.3    Momento actual de enseñanza de las Matemáticas.....	64
1.4    La enseñanza de la Matemáticas en las carreras de Economía y Empresa.....	69
1.5    Necesidad de un cambio en el modelo de enseñanza de las Matemáticas en las carreras de Economía y Empresa en la universidad.....	87
1.6    Algunas conclusiones.....	90
Capítulo 2. Aprendizaje del estudiante universitario .....	92
2.1    Definición y modelos pedagógicos .....	92
2.2    Tipos de Aprendizaje. ....	98
2.3    El Aprendizaje Significativo y su relevancia.....	99
2.4    Algunas conclusiones.....	106
Capítulo 3. Diseño de un programa de intervención basado en aprendizaje significativo (I): la ficha de aprendizaje .....	108
3.1    Diferentes niveles de Matemáticas de punto de partida.....	108
3.2    Prueba de nivel y curso cero .....	110
3.3    Descripción de la asignatura en qué se inserta y objetivos educativos.....	111

3.4	Estrategias didácticas en el aprendizaje significativo: la ficha de aprendizaje.....	112
3.5	Motivación y evaluación como elementos del aprendizaje significativo en la ficha de aprendizaje.....	124
3.6	Un ejemplo de diseño de actividad formativa.....	125
3.7	Algunas conclusiones.....	126
Capítulo 4. Diseño de un programa de intervención basado en aprendizaje significativo (II): la acción tutorial a través del acompañamiento entre pares .....		128
4.1	Tutoría y otros conceptos relacionados.....	129
4.2	Tipos de tutoría en la universidad.....	130
4.3	Estrategias didácticas en el aprendizaje significativo: la acción tutorial.....	134
4.4	Evaluación del proceso de Acción Tutorial.....	140
4.5	Algunas conclusiones.....	141
Capítulo 5. Medición de las actitudes hacia las matemáticas .....		142
5.1	Test de actitud hacia las Matemáticas. Antecedentes.....	143
5.2	Definición y estructura de un nuevo instrumento de medida de las actitudes hacia las Matemáticas.....	144
5.3	Cuestionario: validación de expertos .....	150
5.4	Edición de la versión final del cuestionario sobre la actitud hacia las matemáticas.....	158
5.5	Algunas conclusiones.....	163
Capítulo 6. Medición y evaluación del rendimiento académico.....		166
6.1	Evaluación del rendimiento. Acotaciones.....	167
6.2	Definición de un instrumento de medida del rendimiento en Matemáticas.....	177
6.3	Algunas conclusiones.....	183
PARTE II ESTUDIO EMPÍRICO .....		184
Capítulo 7. El diseño de la investigación y sus determinantes .....		186
7.1	Problema de investigación .....	186
7.2	Objetivos de la investigación .....	187

7.3	Formulación de Hipótesis: principales y secundarias .....	187
7.4	Tipo de diseño de la investigación.....	191
7.5	Variables: independientes, de control y dependientes .....	192
7.6	Instrumentos de medida .....	195
7.7	Población y muestra.....	196
7.8	Aplicación de la intervención a los grupos experimentales.....	198
Capítulo 8. Análisis descriptivos y de validación de los instrumentos de medida .....		202
8.1	Análisis descriptivos. ....	202
8.2	Validación empírica de los instrumentos.....	206
8.3	Hacia una validación del constructo (AFE y AFC) .....	225
Capítulo 9. Contraste de las hipótesis principales .....		240
9.1	Análisis de resultados en Actitud hacia las Matemáticas .....	240
9.2	Análisis de resultados en Rendimiento Académico.....	249
9.3	Análisis de resultados en Acción tutorial.....	254
Capítulo 10. Contraste de las hipótesis secundarias .....		256
10.1	Análisis de resultados de la Actitud hacia las Matemáticas en función del tipo de titulación, titulación cursada y sexo .....	257
10.2	Análisis de resultados del Rendimiento Académico en función del tipo de titulación, titulación cursada y sexo.....	266
10.3	Análisis de resultados de la Acción tutorial en función del tipo de titulación, titulación cursada y sexo.....	270
10.4	Análisis de la correlación entre las variables .....	272
PARTE III CONCLUSIONES .....		276
Capítulo 11. Discusión del resultados, conclusiones y recomendaciones .....		278
11.1	Objetivos y síntesis de resultados .....	278
11.2	Discusión de resultados y conclusiones.....	288
11.3	Recomendaciones pedagógicas.....	293

Capítulo 12. Limitaciones y prospectiva .....	296
12.1 Limitaciones de la investigación.....	296
12.2 Prospectiva de la investigación.....	297
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	300

## Índice de Tablas

Tabla 1: Nomenclatura del grupo de clase.....	43
Tabla 2: Porcentaje de variación positiva de la nota media en convocatoria ordinaria entre los cursos 2020-2021 y 2021-2022.....	44
Tabla 3: Porcentaje de variación de la nota media en convocatoria ordinaria entre los cursos 2020-2021 y 2022-2023 .....	44
Tabla 4: Evolución de la nota media, teniendo en cuenta la intervención realizada .....	45
Tabla 5: Nota media de asignaturas de primer curso por grupo y año académico .....	48
Tabla 6: Evolución de la nota media de asignaturas de primer curso por grupo y año académico .....	48
Tabla 7: Evolución de la nota media de Matemáticas, asignaturas técnicas, teóricas y global por grupo y curso académico.....	49
Tabla 8: Currículo Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I.....	72
Tabla 9: Currículo Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II.....	74
Tabla 10: Currículo Matemáticas Generales.....	77
Tabla 11: Currículo Matemáticas I.....	80
Tabla 12: Currículo Matemáticas II.....	82
Tabla 13: Conductivismo vs Constructivismo.....	96
Tabla 14: Competencias Matemáticas vs Objetivos Básicos Observables.....	116
Tabla 15: Pilares básicos vs Contenidos teóricos .....	117
Tabla 16: Relación entre las diferentes Actividades Formativas y los Objetivos Observables.....	120
Tabla 17: Estructura genérica de la Ficha de Aprendizaje .....	124
Tabla 18: Dimensiones y Subdimensiones del test de Actitud hacia las Matemáticas.....	146
Tabla 19: Datos de identificación (previa a la validación de expertos).....	149
Tabla 20: Estructura de dimensiones e ítems (previo a la validación de expertos).....	149
Tabla 21: Comité de expertos .....	151
Tabla 22: Valoración de los ítems respecto al Criterio de Adecuación e Idoneidad .....	153
Tabla 23: Valoración de los ítems respecto al Criterio de Coherencia con la dimensión .....	154
Tabla 24: Valoración de los ítems respecto al Criterio de Claridad en la redacción .....	154
Tabla 25: Resultados Globales de la Valoración de los Ítems del Cuestionario .....	156
Tabla 26: Resultados Globales de la Valoración de las Dimensiones por Experto.....	157
Tabla 27: Clasificación de ítems de acuerdo con las dimensiones del test Actitud hacia las Matemáticas .....	160

Tabla 28: Clasificación de ítems de acuerdo con las dimensiones del test Actitud hacia las Matemáticas .....	161
Tabla 29: Tipos de Proyectos Educativos .....	168
Tabla 30: Pilares Básicos vs Objetivos de Aprendizaje.....	178
Tabla 31: Peso relativo de cada Tema respecto a los Pilares Básicos .....	179
Tabla 32: Distribución de las preguntas según el peso relativo del contenido y la dificultad.....	180
Tabla 33: Número de ítems necesarios, según el peso relativo del contenido y la dificultad .....	180
Tabla 34: Plantilla de especificaciones .....	181
Tabla 35: Preguntas de la Investigación .....	186
Tabla 36: Objetivos de la Investigación.....	187
Tabla 37: Hipótesis Principales de la Investigación .....	188
Tabla 38: Relación entre las Preguntas, Objetivos e Hipótesis de la Investigación .....	189
Tabla 39: Hipótesis Secundarias de la investigación.....	190
Tabla 40: Distribución de los Grupos según la Aplicación de la Metodología .....	191
Tabla 41: Variables Independientes de la Investigación.....	194
Tabla 42: Variables Dependientes de la Investigación .....	195
Tabla 43: Tamaño de la Muestra .....	197
Tabla 44: Diseño de la Investigación.....	198
Tabla 45: Programa de Intervención.....	199
Tabla 46: Acciones realizadas sobre el Grupo de Control.....	201
Tabla 47: Distribución del tratamiento .....	202
Tabla 48: Distribución del tratamiento en función del sexo .....	203
Tabla 49: Distribución del tratamiento según la titulación cursada por el estudiante .....	204
Tabla 50: Distribución del tratamiento respecto al tipo de titulación cursada por el estudiante .....	205
Tabla 51: Distribución del tratamiento en función de la titulación y del tipo de titulación .....	205
Tabla 52: Valoración del grado de fiabilidad .....	206
Tabla 53: Índice de Fiabilidad, Alfa de Cronbach global del cuestionario definitivo Actitud hacia las Matemáticas .....	207
Tabla 54: Índice de Fiabilidad de Spearman-Brown y Guttman del cuestionario definitivo Actitud hacia las Matemáticas.....	207
Tabla 55: Análisis de Fiabilidad. Pretest. Actitud hacia las Matemáticas. Dimensiones y Subdimensiones .....	208
Tabla 56: IH de los ítems de la dimensión Utilidad respecto de su dimensión .....	209

Tabla 57: Índice de Homogeneidad por ítem del cuestionario definitivo Actitud hacia las Matemáticas .....	210
Tabla 58: Índice de Homogeneidad de los ítems en la Dimensión Creencias del pretest .....	211
Tabla 59: Índice de Homogeneidad de los ítems en la Dimensión Utilidad del pretest .....	211
Tabla 60: Índice de Homogeneidad de los ítems en la Dimensión Actitud del Profesor del pretest.	212
Tabla 61: Clasificación para valorar el Coeficiente de Validez Criterial .....	213
Tabla 62: Validez Criterial (pretest) del test de Actitud hacia las Matemáticas.....	213
Tabla 63: Índice de Validez de los ítems en la Dimensión Creencias .....	213
Tabla 64: Índice de Validez de los ítems en la Dimensión Utilidad.....	214
Tabla 65: Índice de Validez de los ítems de la Dimensión Actitud del Profesor .....	214
Tabla 66: Resumen I.H. e I.V. de los ítems del cuestionario Actitud hacia las Matemáticas .....	215
Tabla 67: Índice de Homogeneidad para la Prueba Objetiva de Rendimiento .....	216
Tabla 68: Fiabilidad de la Prueba Objetiva de Rendimiento .....	216
Tabla 69: Análisis de Fiabilidad de la Prueba Objetiva de Rendimiento para el Total del Test y para las Dimensiones .....	217
Tabla 70: Índice de Homogeneidad para los ítems de la Prueba Objetiva de Rendimiento.....	218
Tabla 71: Índice de Homogeneidad Dimensión Derivadas .....	219
Tabla 72: Índice Homogeneidad Dimensión Funciones.....	219
Tabla 73: Índice de Homogeneidad Dimensión Análisis de Compatibilidad.....	219
Tabla 74: Índice de Homogeneidad Dimensión Optimización.....	220
Tabla 75: Índice de Homogeneidad y Validez de los ítems de la Prueba Objetiva de Rendimiento.	220
Tabla 76: Validez Criterial de la Prueba Objetiva de Rendimiento Académico, frente a la puntuación total en el Pretest y Postest de Actitud hacia las Matemáticas .....	221
Tabla 77: Índice de Dificultad e Índice de Dificultad Corregido, Prueba Objetiva de Rendimiento Académico .....	222
Tabla 78: Prueba Objetiva de Rendimiento Académico según el índice de dificultad.....	223
Tabla 79: Índice de Dificultad Medio de la Prueba Objetiva de Rendimiento .....	224
Tabla 80: Tabla de mejora Índice de Dificultad .....	224
Tabla 81: Prueba de KMO y Bartlett para el Pretest .....	226
Tabla 82: Comunalidades Método de Componentes Principales Pretest.....	227
Tabla 83: Componentes Principales Pretest, Varianza explicada.....	227
Tabla 84: Comunalidades Método de Máxima Verosimilitud.....	228
Tabla 85: Máxima Verosimilitud Pretest, Varianza explicada .....	229

Tabla 86: Matriz patrón para cuatro factores, método PROMAX.....	230
Tabla 87: Matriz de componentes rotados para cuatro factores, método PROMAX .....	231
Tabla 88: Matriz de correlaciones entre factores, método de extracción componentes principales..	232
Tabla 89: Estructura del Test de Actitud hacia las Matemáticas para el AFC .....	233
Tabla 90: Pesos de regresión para los factores en el modelo AFC.....	234
Tabla 91: Pesos de las covarianzas en los factores en el modelo AFC.....	234
Tabla 92: Valoración de los Indicadores de ajuste para AFC.....	235
Tabla 93: Comparativa de los resultados relativos a la bondad de ajuste, antes y después de AFC .	235
Tabla 94: Estructura de factores e ítems .....	238
Tabla 95: Estructura Final Test Actitud hacia las Matemáticas .....	239
Tabla 96: Hipótesis principales de la investigación.....	240
Tabla 97: Prueba de Levene.....	242
Tabla 98: Estadísticos descriptivos Puntuación Total del test Actitud hacia las Matemáticas.....	242
Tabla 99: Resultados ANCOVA sobre la Puntuación Total del Test Actitud hacia las Matemáticas (Postest).....	243
Tabla 100: Estadísticos descriptivos Ítem 16 criterio .....	243
Tabla 101: Resultados ANCOVA sobre la puntuación del Ítem 16 criterio.....	244
Tabla 102: Estadísticos descriptivos para la Dimensión “Nuevo Utilidad” .....	244
Tabla 103: Resultados ANCOVA para la Dimensión “Nuevo Utilidad” .....	245
Tabla 104: Estadísticos descriptivos para la Dimensión “Nuevo Creencias” .....	245
Tabla 105: Resultados ANCOVA para la Dimensión “Nuevo Creencias” .....	246
Tabla 106: Estadísticos descriptivos para la Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor” .....	247
Tabla 107: Resultados ANCOVA para la Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor” .....	247
Tabla 108: Tamaño del efecto y porcentajes de cambio entre el pretest y el postest de actitud hacia las matemáticas.....	248
Tabla 109: Estadísticos Descriptivos para la variable Puntuación Total del Rendimiento Académico .....	249
Tabla 110: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total del Rendimiento Académico.....	250
Tabla 111: Estadísticos descriptivos para la Puntuación Total de Derivadas.....	250
Tabla 112: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total de Derivadas.....	251
Tabla 113: Estadísticos descriptivos para la Puntuación Total de Funciones .....	251
Tabla 114: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total de Funciones .....	252
Tabla 115: Estadísticos descriptivos para la Puntuación Total de Sistemas.....	252

Tabla 116: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total de Sistemas.....	253
Tabla 117: Estadísticos descriptivos para la Puntuación Total de Optimización .....	253
Tabla 118: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total de Optimización .....	253
Tabla 119: Estadísticos descriptivos para la variable Acción tutorial .....	255
Tabla 120: Prueba de muestras emparejadas para la variable Acción tutorial .....	255
Tabla 121: Relación de Hipótesis Secundarias .....	256
Tabla 122: ANOVA HS1 .....	257
Tabla 123: ANOVA HS2.....	258
Tabla 124: Prueba de DMS.....	259
Tabla 125: Estadísticos Descriptivos Dimensión “Nuevo Utilidad” por Titulación .....	262
Tabla 126: Estadísticos Descriptivos Dimensión “Nuevo Creencias” por Titulación.....	262
Tabla 127: Estadísticos Descriptivos Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor” por Titulación .....	263
Tabla 128: ANOVA HS3.....	265
Tabla 129: Estadístico de Welch.....	265
Tabla 130: ANOVA HS4.....	266
Tabla 131: ANOVA HS5.....	267
Tabla 132: Prueba de DMS.....	268
Tabla 133: ANOVA HS6.....	269
Tabla 134: ANOVA HS7.....	270
Tabla 135: ANOVA HS8.....	271
Tabla 136: ANOVA HS9.....	271
Tabla 137: Coeficiente de correlación de Pearson.....	273
Tabla 138: Coeficiente de correlación de Pearson en función del tratamiento.....	274



## Índice de Figuras

Figura 1: Evolución de la nota media desde el curso 2020-2021 al curso 2022-2023 .....	46
Figura 2: Evolución de la nota media por grupo entre los cursos 2020-2021 y 2022-2023 .....	46
Figura 3: Variación porcentual de la nota media por grupo .....	47
Figura 4: Mapa conceptual para el Aprendizaje Significativo según Ausubel .....	102
Figura 5: Círculo del conocimiento matemático.....	115
Figura 6: Clasificación Instrumentos de recogida de Información .....	173
Figura 7: Gráfico de barras correspondiente a la Tabla 48 .....	203
Figura 8: Gráfico de barras correspondiente a la Tabla 49 .....	204
Figura 9: Estructura teórica definitiva del Test Actitudes hacia las Matemáticas. ....	236
Figura 10: Estructura definitiva del Test Actitudes hacia las Matemáticas con pesos estandarizados. .....	237
Figura 11: Medias por sexo en la puntuación total de la prueba de Rendimiento Académico .....	269
Figura 12: Media de la valoración de la Acción tutorial en función del sexo .....	272



## Índice de Anexos

Anexos capítulo introducción:

Anexo I.1. Evolución de la nota media por grupos.

Anexos capítulo 3:

Anexo 3.1. Guía docente Matemáticas Aplicadas a la Empresa.

Anexo 3.2. Diseño genérico de la Ficha de Aprendizaje.

Anexo 3.3. Ficha de aprendizaje de derivadas.

Anexo 3.4. Ficha de aprendizaje de comportamiento de funciones.

Anexo 3.5. Ficha de aprendizaje de optimización en varias variables.

Anexo 3.6. Ficha de aprendizaje de análisis de compatibilidad.

Anexos capítulo 4:

Anexo 4.1. Cuestionario Programa acción tutorial.

Anexo 4.2. Test de evaluación intermedio Programa acción tutorial.

Anexos capítulo 5:

Anexo 5.1. Cuestionario Actitud hacia las matemáticas.

Anexos capítulo 6:

Anexo 6.1. Prueba objetiva de rendimiento académico.

Anexos capítulo 8:

Anexo 8.1. Distribución del tratamiento en función del sexo.

Anexo 8.2. Distribución del tratamiento respecto a la titulación cursada.

Anexo 8.3. Distribución del tratamiento en función del tipo de titulación.

Anexo 8.4. Distribución del tratamiento en función de la titulación cursada y el tipo de titulación.

Anexo 8.5. Fiabilidad del pretest del cuestionario Actitud hacia las matemáticas.

Anexo 8.6. Fiabilidad del pretest: dimensiones y subdimensiones.

Anexo 8.7. Validez criterial pretest del cuestionario Actitud hacia las matemáticas.

Anexo 8.8. Índice de validez del cuestionario Actitud hacia las matemáticas.

Anexo 8.9. Fiabilidad de la Prueba objetiva de rendimiento.

Anexo 8.10. Fiabilidad de las dimensiones de la Prueba objetiva de rendimiento.

Anexo 8.11. Índice de homogeneidad de la Prueba objetiva de rendimiento.

Anexo 8.12. Índice de homogeneidad de las Dimensiones de la Prueba objetiva de rendimiento.

Anexo 8.13. Índice de validez de la Prueba objetiva de rendimiento.

Anexo 8.14. Validez criterial de la Prueba objetiva de rendimiento frente a la puntuación total del pretest y del postest del cuestionario Actitud hacia las matemáticas.

Anexo 8.15. Índice de dificultad de la Prueba objetiva de rendimiento.

Anexo 8.16. Prueba KMO y Barlett para el pretest del cuestionario Actitud hacia las matemáticas.

Anexo 8.17. Comunalidades método de componentes principales pretest.

Anexo 8.18. Comunalidades método de máxima verosimilitud pretest.

Anexo 8.19. Matriz patrón para cuatro factores, PROMAX.

Anexo 8.20. Matriz de correlaciones entre factores, componentes principales.

Anexo 8.21. AFC del exploratorio.

Anexo 8.22. AFC propuesto.

Anexo 8.23. Comparativa de resultados relativos a la bondad de ajuste, antes y después del AFC.

#### Anexos capítulo 9:

Anexo 9.1. ANCOVA total postest Actitud hacia las matemáticas.

Anexo 9.2. ANCOVA ítem criterio Actitud hacia las matemáticas.

Anexo 9.3. ANCOVA dimensiones postest Actitud hacia las matemáticas.

Anexo 9.4. ANOVA total de la Prueba objetiva de rendimiento.

Anexo 9.5. ANOVA dimensiones de la Prueba objetiva de rendimiento.

Anexo 9.6. Prueba de muestras emparejadas Programa acción tutorial.

#### Anexos capítulo 10:

Anexo 10.1. ANOVA hipótesis secundarias 1, 4 y 7 (HS1, HS4 y HS7).

Anexo 10.2. ANOVA hipótesis secundarias 2, 5 y 8 (HS2, HS5 y HS8).

Anexo 10.3. ANOVA hipótesis secundarias 3, 6 y 9 (HS3, HS6 y HS9).

Anexo 10.4. Coeficiente de correlación de Pearson hipótesis secundarias 10, 11 y 12 (HS10, HS11 y HS12).

Todos los Anexos se pueden consultar en el siguiente enlace o a través del Código QR:





## Resumen

El trabajo de tesis que se expone a continuación pretende analizar, a través de una investigación cuasiexperimental realizada a través de un diseño pretest-postest con grupo de control no equivalente, en qué medida un programa de intervención en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, con una metodología basada en aprendizaje significativo impacta significativamente en la actitud de los alumnos hacia la asignatura y en el rendimiento académico.

El objetivo general es analizar si un programa de intervención con una metodología basada en aprendizaje significativo produce efectos positivos en la actitud hacia las matemáticas del estudiante y en su rendimiento académico.

Para lograrlo se ha realizado un estudio teórico sobre la enseñanza de las matemáticas en la universidad, a través tanto de su historia, como de la didáctica, así como de los tipos de aprendizaje dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

A la luz del marco teórico y de la investigación previa realizada como prólogo de esta tesis se ha diseñado un programa de intervención con una metodología basada en aprendizaje significativo centrada en dos componentes claves en el estudiante: el componente cognitivo y el componente social.

El programa de intervención está basado en dos estrategias didácticas: la ficha de aprendizaje y el proceso de Acción Tutorial. Se ha diseñado de forma sistemática los objetivos y componentes de la ficha de aprendizaje, así como su aplicación en el grupo de clase. De la misma forma se ha definido el proceso de Acción Tutorial a través del acompañamiento entre pares, definiendo las características del mismo. De esta forma, la variable independiente es la aplicación/no aplicación del programa de intervención.

Se han definido los términos de “actitud hacia las matemáticas” y “rendimiento académico”, determinando para cada uno de ellos una serie de dimensiones, donde la hipótesis fundamental es que el programa de intervención con una metodología basada en aprendizaje significativo incide favorablemente en la actitud del estudiante hacia las matemáticas, en su rendimiento académico y en la percepción del estudiante hacia el proceso de Acción Tutorial.

Se plantean, además, varias hipótesis específicas respecto a las posibles diferencias significativas que se puedan encontrar respecto a otras variables tales como el sexo, la titulación cursada o el tipo de titulación y la relación entre las variables dependientes actitud hacia las matemáticas, rendimiento académico y acción tutorial.

Se han diseñado *ad hoc* dos instrumentos de medida para evaluar el impacto del programa de intervención en la actitud hacia las matemáticas y el rendimiento académico. En función de los dos instrumentos desarrollados (cuestionario de actitud hacia las matemáticas y prueba objetiva de rendimiento) se ha realizado la intervención con Grupo Experimental y Grupo de Control, se ha recopilado, tratado y analizado la información.

El cuestionario de actitud hacia las matemáticas es un instrumento que usa una escala *Likert* de 1 a 6 puntos que ha sido validada por expertos y la prueba objetiva de rendimiento, cuyo tipo de evaluación será sumativa, se ha diseñado conforme a una tabla de especificaciones. Ambos instrumentos se han aplicado a una muestra de 149 sujetos que cursan el grado de Administración y Dirección de Empresas en la Universidad Francisco de Vitoria, conformando 90 el Grupo Experimental y 59 el Grupo de Control.

El diseño de la investigación ha aplicado un cuestionario de actitud hacia las matemáticas pretest y posttest, después de la intervención, a toda la muestra. Respecto al proceso de Acción Tutorial aplicado solo al Grupo Experimental y, por último, también se aplicó una prueba objetiva de rendimiento a toda la muestra.

Los principales resultados obtenidos han sido los siguientes:

1. La investigación ha demostrado que un programa de intervención de una metodología, basada en aprendizaje significativo, formada por dos pilares: la ficha de aprendizaje, que alude a la parte cognitiva del alumno y el proceso de Acción Tutorial basado en el acompañamiento entre pares, aludiendo a la parte más emocional y social del alumno, muestra resultados positivos en dos áreas, la actitudinal y el rendimiento.
2. Podemos concluir que los resultados alcanzados nos permiten confirmar que la metodología desarrollada e implementada ha producido un impacto favorable en las tres dimensiones obtenidas en la prueba final de actitud hacia las matemáticas: creencias, utilidad y actitud del profesor, siendo especialmente significativa la mejora en la dimensión Actitud del profesor, de forma que el estudiante se enfrenta a la asignatura de una forma menos restrictiva que en otros grupos.
3. En lo que respecta al rendimiento académico, se han encontrado resultados significativos en dos de las dimensiones estudiadas: derivadas y optimización. En las otras dos dimensiones (funciones y sistemas) se han encontrado resultados positivos en media a favor del Grupo Experimental. Al observar, de forma general, una tendencia positiva en el Grupo Experimental

nos hace pensar, que la implantación de la metodología basada en aprendizaje significativo provoca mejores resultados.

Los resultados obtenidos en esta investigación confirman los estudios de otros autores, en los que se determinó que los estilos de aprendizaje son un factor que influye de forma significativa en la actitud del estudiante y en su rendimiento académico. En concreto el uso de estrategias basadas en aprendizaje significativo producen una mejora en sus resultados académicos y en la actitud del alumno frente a la asignatura.

De la misma forma se confirman los resultados de estudios anteriores sobre el impacto positivo del acompañamiento tanto en la actitud del alumno con en su rendimiento. Aunque la mayoría de estos estudios se refieren a un acompañamiento pedagógico por parte del profesor o al acompañamiento entre pares realizado por estudiantes de cursos superiores, en nuestra investigación el acompañamiento entre pares se ha producido entre estudiantes de un mismo grupo obteniendo resultados igualmente positivos.

En síntesis, podemos afirmar, por tanto, que el objetivo principal ha sido conseguido, y podemos afirmar que un programa de intervención basado en aprendizaje significativo produce un impacto significativo tanto en la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes, como en el rendimiento académico. De igual forma podemos afirmar que el proceso de Acción Tutorial a través del acompañamiento entre pares es percibido como un elemento valioso dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje para el propio alumno, y afecta, también, positivamente en la actitud hacia las matemáticas como en el rendimiento académico.

*Palabras clave:* aprendizaje significativo, actitud hacia las matemáticas, rendimiento académico y acción tutorial.



## **Abstract**

The thesis work presented below aims to analyse, through quasi-experimental research conducted through a pretest-posttest design with a non-equivalent control group, to what extent an intervention programme in the subject of Applied Mathematics for Business, with a methodology based on meaningful learning, has a significant impact on the students' attitude towards the subject and on their academic performance.

The general objective is to analyse whether an intervention programme with a methodology based on meaningful learning produces positive effects on students' attitudes towards mathematics and their academic performance.

In order to achieve this, a theoretical study has been carried out on the teaching of mathematics at university, through both its history and didactics, as well as the types of learning within the teaching-learning process.

In the light of the theoretical framework and the previous research carried out as a prologue to this thesis, an intervention programme has been designed with a methodology based on meaningful learning centred on two key components in the student: the cognitive component and the social component.

The intervention programme is based on two didactic strategies: the learning card and the tutorial action process. The objectives and components of the learning card have been systematically designed, as well as its application in the class group. In the same way, the tutorial action process has been defined through peer tutoring, defining its characteristics. Thus, the independent variable is the application of the intervention programme.

The terms 'attitude towards mathematics' and 'academic performance' have been defined, determining for each of them a series of dimensions, where the fundamental hypothesis is that the intervention programme with a methodology based on meaningful learning has a favourable impact on the student's attitude towards mathematics, on their academic performance and on the student's perception of the tutorial action process.

In addition, several specific hypotheses are put forward regarding the possible significant differences that may be found with respect to other variables such as gender, the degree studied or the type of degree and the relationship between the dependent variables attitude towards mathematics, academic performance and tutorial action.

Two measurement instruments have been designed *ad hoc* to assess the impact of the intervention programme on attitude towards mathematics and academic performance. Based on the two instruments developed (questionnaire of attitude towards mathematics and objective achievement test), the intervention has been carried out through an investigation with an Experimental Group and a Control Group, the information has been collected, processed and analysed.

The questionnaire of attitude towards mathematics is an instrument that uses a *Likert* scale from 1 to 6 points that has been validated by experts and the objective performance test, whose type of diagnosis will be summative, has been designed according to a specification sheet. Both instruments were applied to a sample of 149 subjects studying for a degree in Business Administration and Management at the Universidad Francisco de Vitoria, making up 90 in the Experimental Group and 59 in the Control Group.

The research design consisted of a pre-test and post-test questionnaire, after the intervention, of attitude towards mathematics, applied to the whole sample, a pre-test and post-test evaluation of the tutorial action process applied only to the Experimental Group and, finally, an objective performance test applied to the whole sample.

The main results obtained were as follows:

1. The research has shown that an intervention programme using a methodology based on meaningful learning, made up of two pillars: the learning card, which refers to the cognitive part of the student, and the tutorial action process based on the accompaniment in on peer coaching, alluding to the more emotional and social side of the pupil, shows positive results in two areas, attitudinal and performance.
2. We can conclude that the results achieved allow us to confirm that the methodology developed and implemented has produced a favourable impact on the three dimensions obtained in the final test of attitude towards mathematics: beliefs, usefulness and teacher attitude, being especially significant the improvement in the dimension Attitude of the teacher, so that the student faces the subject in a less restrictive way than in other groups.
3. With regard to academic performance, significant results were found in two of the dimensions studied: derivatives and optimisation. In the other two dimensions (functions and systems), positive results were found on average in favour of the Experimental Group. Observing, in general, a positive trend in the Experimental Group leads us to think that the implementation

of the methodology and a different implementation in the classroom based on meaningful learning lead to better results.

The results obtained in this research confirm the studies of other authors, in which it was determined that learning styles are a factor that significantly influences the student's attitude and academic performance. Specifically, the use of strategies based on meaningful learning produces an improvement in their academic results and in the student's attitude towards the subject.

The results of previous studies on the positive impact of tutoring on both the student's attitude and performance are also confirmed. Although most of these studies refer to pedagogical coaching by the teacher or peer coaching by students in higher grades, in our research peer coaching has taken place among students in the same group with equally positive results.

In summary, we can affirm, therefore, that the main objective has been achieved, and we can affirm that an intervention programme based on meaningful learning produces a significant impact both on the attitude towards mathematics of the students and on their performance. Similarly, we can affirm that the process of tutorial action through peer tutoring is perceived as a valuable element in the teaching-learning process for the students themselves, and also has a positive impact on their attitude towards mathematics and on their academic performance.

*Key words:* meaningful learning, attitude towards mathematics, academic performance and tutorial action.



## INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de esta investigación es mejorar el aprendizaje del alumno en la asignatura de Matemáticas en la titulación de Administración y Dirección de Empresas, en concreto en tres grupos del Grado en Administración y Dirección de Empresas y en los dobles grados de Administración y Dirección de Empresas y Marketing y Gastronomía y Administración y Dirección de Empresas, realizando cambios en el currículo de la asignatura y en la dinámica del aula, que impacten en la actitud que tiene el alumno hacia la materia y buscando una metodología que le ayude a optimizar su proceso de enseñanza-aprendizaje.

De este objetivo principal resultan los siguientes objetivos específicos:

1. Realizar una aproximación al concepto de “aprendizaje significativo”, entendido como el medio por el cual un alumno consigue un aprendizaje más profundo y duradero.
2. Operativizar el concepto de aprendizaje significativo:
  - 2.1. Definir qué entendemos por aprendizaje significativo.
  - 2.2. Definir una metodología que posibilite el aprendizaje significativo con la ayuda del acompañamiento entre pares.
  - 2.3. Mostrar los resultados obtenidos tras la aplicación de esta metodología, siendo por tanto nuestra variable independiente la aplicación/no aplicación del tratamiento didáctico.
3. Definir qué entendemos por “actitud” y en concreto “actitud hacia las matemáticas” y describir las dimensiones que la componen para realizar el estudio, desarrollando un instrumento de medida propio.
4. Ahondar en el concepto de “acompañamiento entre pares”, de forma que el alumno y su grupo de clase sean el epicentro del aprendizaje y el profesor un facilitador del mismo.
5. Medir el impacto que produce en el aprendizaje del alumno el desarrollo de la metodología descrita.
  - 5.1. Diseñar y validar un instrumento de medida sobre la actitud de los alumnos hacia las matemáticas.
  - 5.2. Diseñar y validar un instrumento de medida que, mediante una prueba objetiva, mida el impacto sobre el rendimiento académico del alumno.
6. Realizar un estudio empírico en el que poder refutar si, tal y como establecen las hipótesis principales que plantearemos, implantar una nueva metodología de enseñanza-aprendizaje

basada en el aprendizaje significativo produce una mejora en la actitud del alumno hacia la asignatura de Matemáticas, un mayor rendimiento académico y una mejora en su percepción del acompañamiento entre pares. De igual forma trabajaremos sobre las hipótesis secundarias, para comprobar si existen diferencias significativas en términos de edad, titulación cursada o tipo de titulación, entendiendo como tipo de titulación si el alumno cursa un grado exento o una doble titulación.

En el marco teórico se estudiarán y fundamentarán los cinco primeros objetivos, mientras que el objetivo seis se desarrollará dentro de la segunda parte, relativa al estudio empírico, finalizando la memoria de tesis con las conclusiones y futuras líneas de trabajo de esta investigación.

A continuación, presentamos la estructura y principales epígrafes de las partes de este trabajo de investigación con sus capítulos correspondientes, a través de los cuales queremos ver la pertinencia de las hipótesis planteadas.

## PARTE I. MARCO TEÓRICO

En el marco teórico partimos de la experiencia como docentes que nos lleva a reflexionar sobre la importancia de que el alumno se acerque a la enseñanza de las matemáticas con una actitud positiva y de la necesidad de incorporar en el aula nuevas metodologías que pongan al alumno en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje y que dicho proceso sea mantenido en el tiempo.

Esto nos lleva a la implantación de una nueva metodología educativa basada en el Aprendizaje Significativo en la asignatura de Matemáticas, representando un enfoque innovador y prometedor para mejorar tanto la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas como su rendimiento académico. A lo largo de los siguientes capítulos, se ha delineado un plan integral para evaluar los efectos de esta metodología que incorpora como estrategias didácticas: la ficha de aprendizaje y el programa de acción tutorial con el acompañamiento entre pares. También la medición del impacto mediante la generación de nuevos instrumentos de evaluación en: actitud hacia las matemáticas y rendimiento académico de la asignatura.

Los aspectos que desarrollan el marco de actuación de este trabajo se presentan en esta primera parte, siguiendo el siguiente esquema a lo largo de los capítulos de la tesis:

Capítulo 1. La enseñanza de las Matemáticas en la Universidad.

Capítulo 2. Aprendizaje del estudiante universitario.

Capítulo 3. Diseño de un programa de intervención basado en aprendizaje significativo (I): la ficha de aprendizaje.

Capítulo 4. Diseño de un programa de intervención basado en aprendizaje significativo (II): la acción tutorial a través del acompañamiento entre pares.

Capítulo 5. Medición de las actitudes hacia las Matemáticas.

Capítulo 6. Medición y evaluación del rendimiento académico.

Los capítulos 3 y 4, aunque forman parte del diseño del programa de intervención y podrían ir unidos en un mismo capítulo, se han formulado como capítulos separados para mantener una uniformidad en la extensión de los capítulos que conforman el marco teórico y facilitar su lectura.

## PARTE II. ESTUDIO EMPÍRICO

En esta segunda parte efectuaremos el estudio empírico en el trataremos de contrastar la eficacia de nuestra metodología. Para ello una vez definida la pregunta de investigación, detallaremos los objetivos de investigación, las hipótesis, definiremos las variables independientes y dependientes, así como la población y la muestra, aplicando finalmente el tratamiento a los grupos experimentales y realizando los estudios previos, fundamentales y complementarios. A la vista de los resultados obtenidos en dichos estudios contrastaremos nuestras hipótesis de partida.

El esquema de los temas a desarrollar a lo largo de la segunda parte de la tesis serán los siguientes:

Capítulo 7. El diseño de la investigación y sus determinantes.

Capítulo 8. Análisis descriptivos y de validación de los instrumentos de medida.

Capítulo 9. Contraste de las hipótesis principales.

Capítulo 10. Contraste de las hipótesis secundarias.

## PARTE III. DISCUSIÓN DE RESULTADOS, CONCLUSIONES Y PROSPECTIVA

En esta tercera parte mostramos una síntesis de los resultados encontrados y extrapolamos, a partir de los mismos, conclusiones relevantes. Además, presentaremos las principales limitaciones de

nuestra investigación, así como las líneas principales que puedan derivar en estudios posteriores a esta investigación.

Esta parte se presenta en dos capítulos finales:

Capítulo 11. Discusión de resultados, conclusiones y recomendaciones.

Capítulo 12. Limitaciones y prospectiva.

A continuación, se presenta una aproximación al problema de la investigación con los pasos previos que han dado como fruto final el estudio empírico que presentamos en este trabajo.

## **Una aproximación al problema de investigación**

La asignatura de Matemáticas es una materia que acompaña al estudiante desde sus inicios en la escuela. El estudio de las matemáticas, con todas sus ramas, se entiende como esencial para la formación intelectual de la persona y por tanto conforma parte del currículo de la enseñanza desde las primeras etapas escolares.

A pesar de que resulta innegable la importancia del estudio de las matemáticas para el desarrollo intelectual y de que su uso forma parte de la vida cotidiana de las personas, la metodología de aproximación a su estudio, la forma en que se produce esa enseñanza y la percepción del alumno condicionan el aprendizaje de la asignatura. Qué se enseña en Matemáticas, cómo y quién, afectan al estudiante de tal forma que crea una predisposición o, por el contrario, una indisposición frente a la asignatura y es lo que conforma lo que denominamos como la *actitud hacia las matemáticas*.

No sólo en etapas universitarias, sino en la enseñanza de bachillerato e incluso secundaria, el alumno lleva consigo un bagaje de aprendizaje de la asignatura, que de alguna forma condiciona las siguientes etapas de su formación.

Es desde este punto de donde parte el interés en esta investigación, de la preocupación de los profesores que impartimos en una asignatura concreta, Matemáticas Aplicadas a la Empresa, en el primer curso del Grado de Administración de Empresas y que apreciamos que, los alumnos vienen condicionados por cómo perciben ellos las matemáticas, derivado de cómo han aprendido la asignatura, lo que les ha llevado a tener un posicionamiento; es decir, una actitud hacia las matemáticas que condiciona, en gran medida, cómo se enfrentan al estudio de la asignatura en otra etapa formativa.

Esta actitud, más positiva o negativa, creemos que impacta tanto en el desarrollo de las clases, como en los resultados académicos de los estudiantes y, por tanto, debe ser una prioridad del profesor intentar modificar o al menos influir en un cambio de tendencia, hacia lo positivo, en dicha actitud, convirtiéndose en un eje principal del estudio.

Como se ha mencionado, los resultados académicos son un modo de hacer visible el impacto de su aprendizaje y por eso es el segundo eje clave en este estudio. Existe una preocupación creciente en la sociedad tras los datos reflejados en el último informe Pisa 2022, donde se alcanzaron los peores resultados en matemáticas de la historia en España (Ministerio de Educación F. P., 2023).

En definitiva, esta tesis tiene la pretensión de abrir una investigación detallada sobre una nueva propuesta desde dos vertientes, metodológica y de desarrollo, puede afectar de forma positiva a la

forma en que los alumnos contemplan la asignatura de Matemáticas y de igual forma mejorar su rendimiento académico.

Las conclusiones a las que lleguemos en esta investigación, en caso de que se confirmen las hipótesis de partida, pueden redundar en la toma de decisiones respecto a la planificación mediante el trabajo del profesor en la asignatura y sus equipos docentes, con la novedad de la propuesta metodológica. La propuesta evaluada bajo el marco de la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa en el grado de Administración y Dirección de Empresas en la Universidad Francisco de Vitoria (UFV) podría ser aplicada en otras asignaturas semejantes, con los ajustes necesarios teniendo en cuenta la materia a impartir. Incluso si no se confirman totalmente las hipótesis los resultados pueden ser interesantes para revisar y ajustar la metodología y dar pautas de actuación futuras.

### **Prólogo de la investigación**

Para poner en contexto esta investigación presentamos en este epígrafe el estudio longitudinal que se ha realizado durante los últimos años, que ha servido como base para la tesis actual y que actúa como marco de referencia para entender el porqué de esta investigación. De las conclusiones alcanzados en dicho estudio es de donde parten las hipótesis que se pretenden contrastar, en base a los resultados previos obtenidos. El estudio que pretendemos realizar, en su parte metodológica, se desarrolla durante varios cursos académicos, en los cuales se va tejiendo el fundamento de la misma y es en la Comunidad Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, donde se comienzan a dar los primeros pasos.

En el curso 2015-2016 se constituye la Comunidad Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, en adelante CDMAE, formada por los docentes que imparten esta asignatura en los diferentes grupos del grado en Administración y Dirección de Empresas y sus dobles titulaciones. La CDMAE surge como resultado de un proyecto de innovación denominado: Transformación del modelo educativo universitario a través de las comunidades docentes del aprendizaje y el *Flipped Learning*, cuyo objetivo es proponer la generación y diseño de un itinerario para el perfeccionamiento de la actuación docente a través de la reflexión e implementación de acciones compartidas y decididas en comunidad.

En ese momento se constituye la CDMAE, para dar continuidad a este proyecto, profundizando en la mejora de la asignatura a través de la búsqueda de la excelencia en la docencia.

La finalidad dentro de la asignatura de Matemáticas Aplicada a la Empresa es que los estudiantes trabajen de una forma colaborativa en equipo y aprendan a resolver problemas reales sobre los que deben tomar decisiones y reflexionar; aumentar su capacidad para resolver problemas de forma creativa, así como el pensamiento crítico individual, su autoestima e impulsar sus capacidades comunicativas. Mejorar la experiencia de los estudiantes permitirá la retención de los conceptos y descubrimientos para su vida aprendidos a largo plazo, haciendo en primera persona más suyo el modelo pedagógico propio de la UFV. Además, el ponernos en juego como docentes en esta asignatura, en clave de comunidad, nos permitirá mejorar la actitud del alumno hacia las matemáticas. A través de la creación y el descubrimiento que tengamos como docentes de nuestras hipótesis e ideas, aumentaremos el conocimiento del alumno y conoceremos cómo realizan conexiones entre los objetivos de aprendizaje, relacionados con la resolución de problemas y los procesos realizados. El fin de la comunidad no es solo la mejora de la formación en Matemáticas Aplicadas a la Empresa, sino que se trata de profundizar en el mejor conocimiento de la comunidad (alumnos y profesores) de forma reflexiva de una forma de hacer, donde el trabajo colaborativo es la pieza angular.

Los objetivos de la comunidad son los siguientes:

- Estimular y favorecer el compromiso de los profesores con el aprendizaje significativo de sus alumnos, atendiendo a las directrices establecidas en el contexto del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES).
- Lograr el compromiso de los profesores para desarrollar proyectos transversales que favorezcan un aprendizaje centrado en la formación integral de la persona.
- Probar metodologías formativas novedosas y de evaluación propias.
- Convertir las comunidades docentes de aprendizaje en instrumento de mejora continua e innovación sostenible.
- Conocer los factores que intervienen en la manera de enseñar de profesores y de aprender de los estudiantes e identificar áreas susceptibles de mejora en el proceso sistémico de la formación.
- Diseñar e implantar un plan de formación que acompañe al profesor en el camino del compromiso con su proceso de formación permanente.
- Favorecer un modelo de enseñanza-aprendizaje que concibe el aula como comunidad de aprendizaje y comprometer, tanto a profesores como a estudiantes, en el *long-life-learning*.
- Desarrollar el modelo *Flipped Learning* en el ámbito de la formación superior.

El desarrollo del proyecto permitió crear una comunidad permanente de docentes de la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa con la finalidad de la mejora continua, tanto de la formación del profesorado como de la docencia, de tal forma que impactará en el aprendizaje de los alumnos. Hay que destacar que este proyecto de la comunidad docente no se desarrolla en un periodo limitado, sino que pretende ser permanente de forma que las actividades no se pueden vincular a un intervalo determinado.

Las actividades que se han desarrollado para dar continuidad al trabajo han sido:

- Mesa redonda para la exploración de factores que intervienen en el aprendizaje
- Reuniones para la coordinación de la asignatura
- Análisis y revisión de guías docentes
- Prueba de nuevas metodologías
- Diseño de rúbricas para la evaluación
- Proyectos transversales entre diversos tipos de asignaturas
- Eventos outdoor en comunidad
- Seminarios formativos para docentes
- Coaching para docentes

Teniendo en cuenta los objetivos de la CDMAE, los ejes principales han sido:

1. Evaluación:

- Análisis de la coherencia entre los resultados de aprendizaje y la valoración de los distintos modelos evaluativos (individual, en grupo y examen final).
- Diferenciación entre trabajo abstracto y aplicado.

2. Rúbricas y *feedback*, en cuanto a los siguientes niveles relacionados con el alumno:

- Nivel de la tarea
- Nivel de procesamiento
- Nivel de autorregulación
- Nivel de autoaprendizaje

Una vez definidos los ejes principales se tradujeron a los siguientes indicadores para evaluar el impacto del proyecto:

1. Cambios en la metodología y sistemas de evaluación
2. Revisión de Guías Docentes
3. Preparación de rúbricas
4. Establecimiento de *feedback* a través del Aula Virtual

Este proyecto, ambicioso y sostenido en el tiempo, iniciado por la CDMAE, es el contexto sobre el que la investigación que se presenta fue desplegándose. Con los análisis y la experiencia desarrollada se pudo plantear las hipótesis y los datos necesarios para el planteamiento de la investigación cuyos resultados se presentan.

Durante los cursos 2017-2018 y 2018-2019 se realizan proyectos de innovación docente centrados en actividades que buscan el aprendizaje significativo del alumno: “Actividades y experiencias de aprendizaje significativo y experiencial en Matemáticas aplicadas” (Cerezo, Ortiz de Urbina, & Puebla, 2017) y “Desarrollo de la competencia trabajo colaborativo desde el aprendizaje experiencial en la asignatura: Matemáticas aplicadas a la Empresa” (Cerezo, Ortiz de Urbina, & Puebla, 2018), en dichos proyectos se realizan las primeras pruebas piloto, buscando obtener mayores logros, cuando en la planificación de la asignatura el profesorado modifica la organización de las actividades e incorpora metodologías no tradicionales. En concreto: *Flipped Classroom*, música, gamificación, mapas conceptuales, aprendizaje basado en problemas, etc., en un contexto de trabajo colaborativo. Los resultados fueron satisfactorios mejorando el aprendizaje del alumno a la vez que se potencian aspectos claves del alumno en cuanto a interdependencia positiva, responsabilidad individual, habilidades interpersonales, sociales y de colaboración y autoevaluación.

Además, en este curso se estructuró el temario de la asignatura en cuatro bloques: Análisis de contexto, Análisis de compatibilidad, Análisis de comportamiento y Análisis de elección óptima, que se corresponden con los actuales, y que en el capítulo tres conectaremos con lo que definiremos como pilares básicos de la asignatura.

En el curso 2019-2020 seguimos profundizando, buscando de qué manera poder incorporar al alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje, no como sujeto pasivo, sino como parte fundamental del mismo, poniéndole en el centro. Para ello se trabajó en el proyecto de innovación “*Flipped Learning* en asignaturas de Economía y Matemáticas: aplicación de la *Lightboard* como nueva

herramienta docente” (Claudio, Gil, & Ortiz de Urbina, 2019). El objetivo del proyecto busca hacer partícipe al alumno de su propio aprendizaje convirtiéndose en el protagonista del mismo y decidiendo el ritmo y la profundización en los conocimientos.

Durante el curso 2020-2021 se comienzan los siguientes proyectos de innovación: “*Flipped Learning* en matemáticas. Estudio de una función: del cálculo matemático a la percepción visual y geometría a través del trabajo cooperativo” (Ortiz de Urbina & Ruiz, 2020), “La Herramienta Didáctica Digital para la mejora de la Percepción Visual y Geométrica en el Cálculo Matemático” (Ortiz de Urbina & Ruiz, La Herramienta Didáctica Digital para la mejora de la Percepción Visual y Geométrica en el Cálculo Matemático, 2021) que son implementados en el aula durante el curso 2021-2022.

Además, de la incorporación de vídeos para el aprendizaje autónomo y a su ritmo del alumno, uno de los cuatro bloques del contenido de la asignatura, análisis de comportamiento, se realiza íntegramente a través de la metodología *Flipped Learning* de forma colaborativa y el uso de herramientas digitales.

Esta primera parte de la implantación, como piloto de la metodología en la que se basa esta investigación, se aplica en dos de los cinco grupos en los que se imparte la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa. En concreto, en los grupos que corresponden a 1º Administración y Dirección de Empresas Grupo B y 1º Doble Grado en Administración y Dirección de Empresas y Marketing, a los que denominaremos Grupos ADE B y ADE+MK respectivamente.

En adelante y por facilitar la interpretación de los datos se seguirá la siguiente nomenclatura con el grupo de clase, definido dentro de la titulación cursada por el alumno:

*Tabla 1: Nomenclatura del grupo de clase*

<b>Abreviatura</b>	<b>Grupo</b>
ADE A	Grado en Administración y Dirección de Empresas Grupo A
ADE B	Grado en Administración y Dirección de Empresas Grupo B
ADE D	Grado en Administración y Dirección de Empresas Grupo D
GAS+ADE	Doble Grado en Gastronomía y Administración y Dirección de Empresas
ADE+MK	Doble Grado en Administración y Dirección de Empresas y Marketing

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2: Porcentaje de variación positiva de la nota media en convocatoria ordinaria entre los cursos 2020-2021 y 2021-2022

CURSO	GRUPO				
	ADE A	ADE B	ADE D	GAS+ADE	ADE+MK
<b>2020-2021 / 2021-2022</b>	-15,6%	38,5%	-40,0%	-40,3%	13,6%

Fuente: Elaboración propia

Como podemos observar en la tabla anterior, se observa un importante incremento de la nota media de la asignatura en los dos grupos donde se realizó la intervención (grupos ADE B y ADE+MK) entre los cursos 2020-2021 y 2021-2022.

Durante el curso 2021-2022 se realiza el diseño de la ficha de aprendizaje teniendo en cuenta los cuatro bloques del temario, definiendo los pilares básicos y determinando los objetivos, resultados de aprendizaje, actividades y rúbricas de evaluación. La descripción y el análisis en profundidad del diseño de la ficha se realiza en el capítulo tres de este trabajo. En el curso 2022-2023 se implementan las actividades en los grupos ADE B y ADE+MK, mientras que en el grupo GAS+ADE se introduce la metodología *Flipped Learning* de forma colaborativa y el uso de herramientas digitales que ya habían adoptado los grupos ADE B y ADE+MK en el curso pasado. Como resultado de esta intervención podemos observar la evolución de los datos porcentuales de la nota media durante los dos cursos académicos en todos los grupos.

Tabla 3: Porcentaje de variación de la nota media en convocatoria ordinaria entre los cursos 2020-2021 y 2022-2023

CURSO	GRUPO				
	ADE A	ADE B	ADE D	GAS+ADE	ADE+MK
<b>2020-2021 / 2021-2022</b>	-15,6%	38,5%	-40,0%	-40,3%	13,6%
<b>2021-2022 / 2022-2023</b>	-3,7%	11,1%	66,7%	59,5%	2,0%

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior observamos la evolución en los dos cursos donde se han realizado intervenciones. A la importante mejoría que ya se produjo en los dos grupos de intervención en el curso 2021-2022, se suma de nuevo un gran incremento en la evolución de la nota media en el grupo GAS+ADE, en el cual era la primera vez que se introducía un cambio metodológico, a la vez que en los grupos ADE B y ADE+MK mantienen un incremento porcentual en dicha nota media, respecto al curso anterior.

En la siguiente tabla podemos observar el efecto en la nota media de la asignatura en convocatoria ordinaria teniendo en cuenta estas dos intervenciones:

- Paso 1: Se introduce en la metodología de enseñanza-aprendizaje el uso de *Flipped Learning* en trabajos colaborativos y el uso de herramientas digitales.
- Paso 2: Se diseñan actividades de aprendizaje específicas para mejorar el aprendizaje significativo del alumno.

Tabla 4: Evolución de la nota media, teniendo en cuenta la intervención realizada

		<b>GRUPO</b>				
<b>CURSO</b>		<b>ADE A</b>	<b>ADE B</b>	<b>ADE D</b>	<b>GAS+ADE</b>	<b>ADE+MK</b>
<b>2020-2021</b>	Nota Media	6,4	2,6	4,5	6,2	4,4
	Intervención	---	---	---	---	---
<b>2021-2022</b>	Variación de la Nota Media	-15,60%	38,50%	-40%	-40,30%	13,60%
	Intervención	---	Paso 1	---	---	Paso 1
<b>2022-2023</b>	Variación de la Nota Media	-3,70%	11,10%	66,70%	59,50%	2%
	Intervención	---	Paso 2	---	Paso 1	Paso 2

Fuente: Elaboración propia

Nota: Paso 1: Flipped Learning de forma colaborativa y el uso de herramientas digitales

Paso 2: Actividades definidas para la ficha de aprendizaje

Como se puede observar en la tabla anterior, se observa una mejoría de las notas medias en la asignatura en convocatoria ordinaria, en función de la intervención realizada, en todos los grupos.

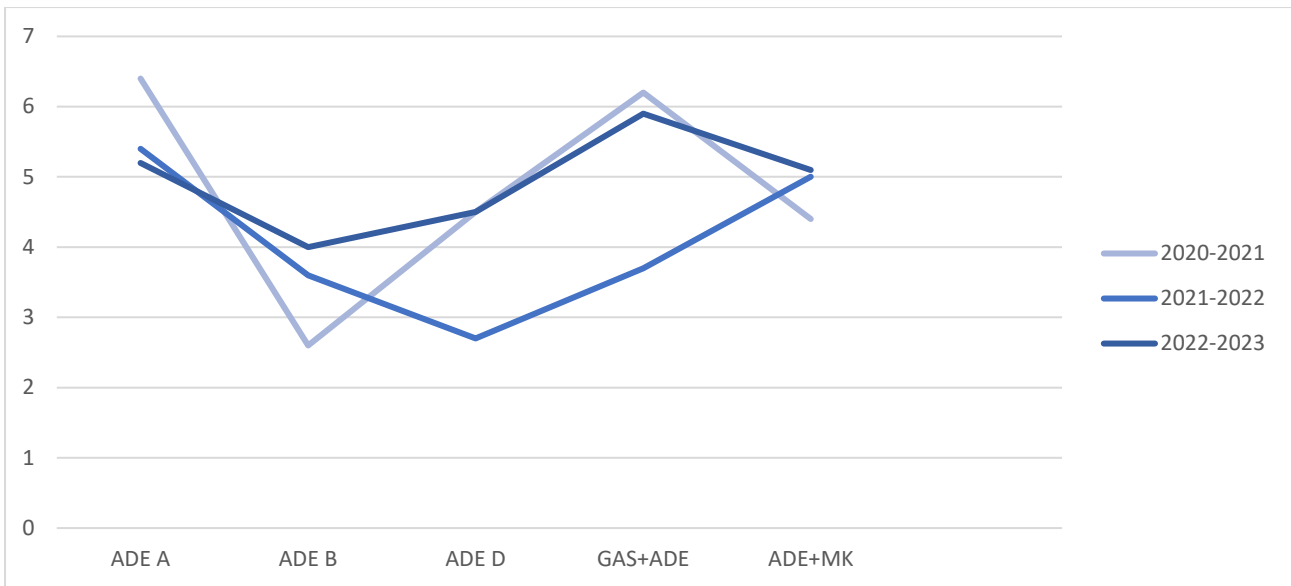


Figura 1: Evolución de la nota media desde el curso 2020-2021 al curso 2022-2023

Fuente: Elaboración propia

Como podemos observar en el gráfico anterior se ha homogeneizado la nota media entre todos los grupos, no existiendo tanta dispersión como en el curso 2020-2021 y mejorando de forma sustancial en los grupos donde se aplicó algún tipo de intervención, grupos ADE B, GAS+ADE y ADE+MK, entre los resultados iniciales del curso 2020-2021 y su evolución hasta el curso 2022-2023.

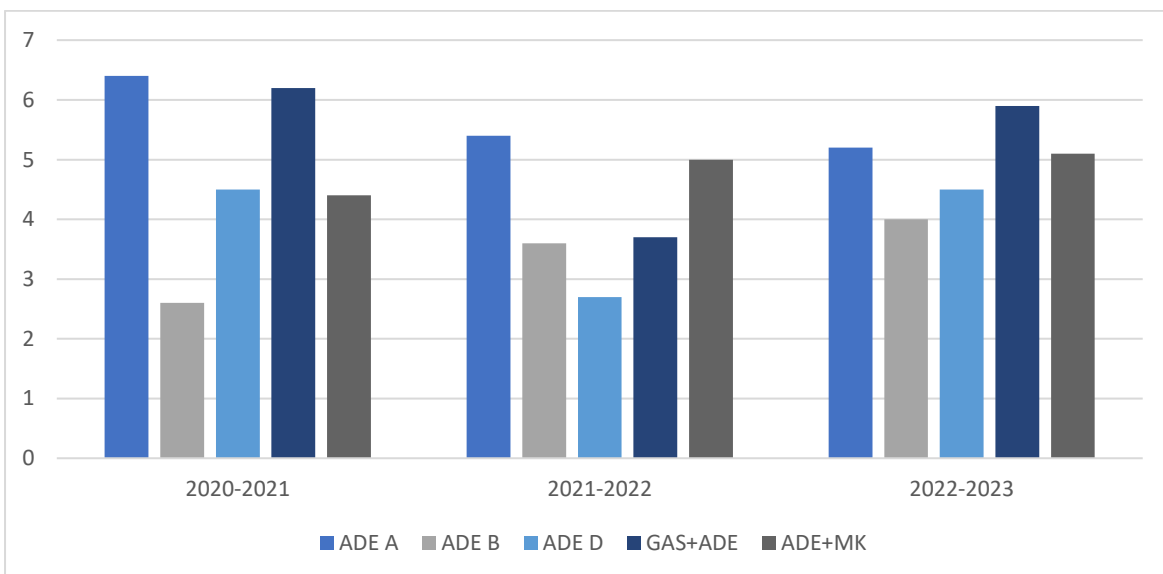


Figura 2: Evolución de la nota media por grupo entre los cursos 2020-2021 y 2022-2023

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la figura anterior, se observa una mejoría de la nota media en la asignatura en convocatoria ordinaria, en los tres grupos en los que se ha realizado la intervención entre el curso 2020-2021, 2021-2022 y 2022-2023.

Y por último en la siguiente figura podemos observar las variaciones entre los tres cursos académicos por grupo.

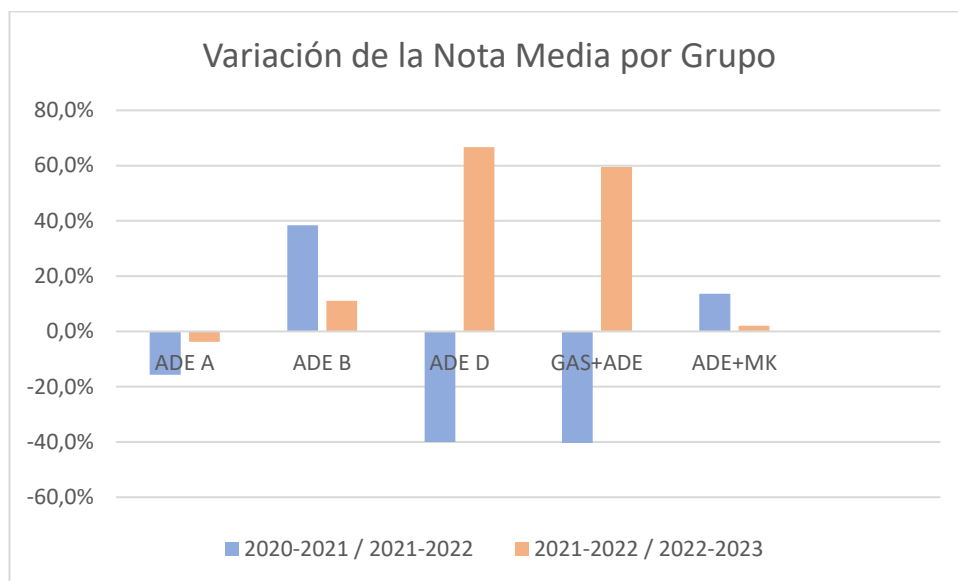


Figura 3: Variación porcentual de la nota media por grupo

Fuente: Elaboración propia

Además del análisis de la evolución de las notas dentro de la misma asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, creemos necesario, para poner en contexto, realizar un análisis de la evolución de los resultados académicos en las asignaturas que pertenecen al primer curso de la misma titulación y que son comunes en todos los grupos, tanto en términos relativos como en términos absolutos.

Teniendo en cuenta estos criterios hemos obtenido los siguientes datos:

Tabla 5: Nota media de asignaturas de primer curso por grupo y año académico

Grupo	Curso	Matem.	Estadística	Org. y Admón. de Empresas	Filosofía Aplicada	Historia Ec. y Empr.	Hab. y Comp. para el Liderazgo	GLOBAL	ASIGN. TÉCNICAS	ASIGN. TEÓRICAS
ADE A	2020-2021	6,4	5,4	5,4	7,8	6,5	8,2	<b>6,6</b>	<b>5,7</b>	<b>7,5</b>
	2021-2022	5,4	5,5	6,3	7,3	8	7,2	<b>6,6</b>	<b>5,7</b>	<b>7,5</b>
	2022-2023	5,2	6,7	6,1	6,5	7	8,1	<b>6,6</b>	<b>6,0</b>	<b>7,2</b>
ADE B	2020-2021	2,6	3,3	4,6	5,5	4,9	7,1	<b>4,7</b>	<b>3,5</b>	<b>5,8</b>
	2021-2022	3,6	4,1	5,9	6,1	5,9	8,1	<b>5,6</b>	<b>4,5</b>	<b>6,7</b>
	2022-2023	4	5	1,7	6,2	6,3	7,1	<b>5,1</b>	<b>3,6</b>	<b>6,5</b>
ADE D	2020-2021	4,5	5	5,5	5,9	3,9	7,5	<b>5,4</b>	<b>5,0</b>	<b>5,8</b>
	2021-2022	2,7	3,1	2,8	5,4	3,5	6,2	<b>4,0</b>	<b>2,9</b>	<b>5,0</b>
	2022-2023	4,5	3,6	4,1	6,2	3,9	5,7	<b>4,7</b>	<b>4,1</b>	<b>5,3</b>
GAS+ADE	2020-2021	6,2	4,5	4,6	7,1	6,7	7,6	<b>6,1</b>	<b>5,1</b>	<b>7,1</b>
	2021-2022	3,7	6,9	4	6,4	6,5	6,9	<b>5,7</b>	<b>4,9</b>	<b>6,6</b>
	2022-2023	5,9	6,4	3,5	7,8	6,9	6,4	<b>6,2</b>	<b>5,3</b>	<b>7,0</b>
ADE+MK	2020-2021	4,4	6,2	4,6	6,1	6,2	7,8	<b>5,9</b>	<b>5,1</b>	<b>6,7</b>
	2021-2022	5	5,6	2,9	7	5,6	7,8	<b>5,7</b>	<b>4,5</b>	<b>6,8</b>
	2022-2023	5,1	4,6	3,5	7	5,6	8,3	<b>5,7</b>	<b>4,4</b>	<b>7,0</b>

Fuente: Elaboración propia

Nota: Abreviaturas Matem. (Matemáticas), Org.y Admón. de Empresas (Organización y Administración de Empresas), Historia Ec. y Empr. (Historia Económica y Empresarial), Hab. y Comp. para el Liderazgo (Habilidades y Competencias para el Liderazgo), Asign. Técnicas (Asignaturas Técnicas) y Asign. Teóricas (Asignaturas Teóricas).

Tabla 6: Evolución de la nota media de asignaturas de primer curso por grupo y año académico

CURSO	GRUPO	Matem.	Estadística	Org. y Admón. de Empresas	Filosofía Aplicada	Historia Ec. y Empr.	Hab. y Comp. para el Liderazgo	GLOBAL	ASIGN. TÉCNICAS	ASIGN. TEÓRICAS
2020-2021 a 2021-2022	ADE A	-15,6%	1,9%	16,7%	-6,4%	23,1%	-12,2%	0,0%	0,0%	0,0%
	ADE B	38,5%	24,2%	28,3%	10,9%	20,4%	14,1%	20,4%	29,5%	14,9%
	ADE D	-40,0%	-38,0%	-49,1%	-8,5%	-10,3%	-17,3%	-26,6%	-42,7%	-12,7%
	GAS+ADE	-40,3%	53,3%	-13,0%	-9,9%	-3,0%	-9,2%	-6,3%	-4,6%	-7,5%
	ADE+MK	13,6%	-9,7%	-37,0%	14,8%	-9,7%	0,0%	-4,0%	-11,2%	1,5%
2021-2022 a 2022-2023	ADE A	-3,7%	21,8%	-3,2%	-11,0%	-12,5%	12,5%	-0,3%	4,7%	-4,0%
	ADE B	11,1%	22,0%	-71,2%	1,6%	6,8%	-12,3%	-10,1%	-21,3%	-2,5%
	ADE D	66,7%	16,1%	46,4%	14,8%	11,4%	-8,1%	18,1%	41,9%	4,6%
	GAS+ADE	59,5%	-7,2%	-12,5%	21,9%	6,2%	-7,2%	7,3%	8,2%	6,6%
	ADE+MK	2,0%	-17,9%	20,7%	0,0%	0,0%	6,4%	0,6%	-2,2%	2,5%

Fuente: Elaboración propia

Nota: Abreviaturas en Tabla 5

Una vez estudiada la evolución de las calificaciones en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa es necesario determinar si los datos obtenidos pueden deberse a otros sesgos, tales como, el perfil de ingreso del alumno y no exclusivamente a su actitud o rendimiento en matemáticas.

Para ello vamos a ver si la evolución de las notas medias del resto de asignaturas es similar a la evolución en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, analizando la nota media global por curso. Y, consideramos también interesante, dado el carácter técnico de la asignatura de Matemáticas, conocer la nota media diferenciada por el tipo de asignatura, es decir, por una parte, aglutinamos las asignaturas más técnicas: Introducción a la Estadística, Matemáticas Aplicadas a la Empresa y Organización y Administración de Empresas, y por otro lado las asignaturas de carácter más teórico: Filosofía Aplicada, Habilidades y Competencias para el Liderazgo e Historia Económica y Empresarial:

*Tabla 7: Evolución de la nota media de Matemáticas, asignaturas técnicas, teóricas y global por grupo y curso académico*

<b>Grupo</b>	<b>Cursos</b>	<b>Matemáticas Aplicadas a la Empresa</b>	<b>Global</b>	<b>Asignaturas Técnicas</b>	<b>Asignaturas Teóricas</b>
ADE A	2020-2021 / 2021-2022	-15,6%	0,0%	0,0%	0,0%
	2021-2022 / 2022-2023	-3,7%	-0,3%	4,7%	-4,0%
ADE B	2020-2021 / 2021-2022	38,5%	20,4%	29,5%	14,9%
	2021-2022 / 2022-2023	11,1%	-10,1%	-21,3%	-2,5%
ADE D	2020-2021 / 2021-2022	-40,0%	-26,6%	-42,7%	-12,7%
	2021-2022 / 2022-2023	66,7%	18,1%	41,9%	4,6%
GAS+ADE	2020-2021 / 2021-2022	-40,3%	-6,3%	-4,6%	-7,5%
	2021-2022 / 2022-2023	59,5%	7,3%	8,2%	6,6%
ADE+MK	2020-2021 / 2021-2022	13,6%	-4,0%	-11,2%	1,5%
	2021-2022 / 2022-2023	2,0%	0,6%	-2,2%	2,5%

Fuente: Elaboración propia

En los anexos de este capítulo podemos encontrar las tablas y gráficos por cada uno de los grupos, para analizar la evolución de la nota media, comparando entre los valores observados en la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa, en las asignaturas prácticas, en las asignaturas teóricas y la nota media global, para comprobar si se obtienen resultados homogéneos en todos los parámetros para el grupo o si el comportamiento de alguno de los ítems varía respecto al resto. Nos interesa, en particular, si el comportamiento en la calificación de matemáticas es similar al resto de ítems o si, por

el contrario, en aquellos grupos donde se ha realizado una intervención, se obtienen resultados diferentes.

A la vista de la información recogida en el anexo y de los análisis realizados extraemos las siguientes conclusiones:

- En cuanto a la evolución de la nota media de la asignatura:
  - En los grupos en los que se han realizado dos intervenciones (grupos ADE B y ADE+MK), una el curso 2021-2022 y otra en el curso 2022-2023, la evolución de la nota media en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa en los tres años ha sido siempre positiva.
  - En el grupo en el que se ha realizado sólo una intervención (grupo GAS+ADE) durante el curso 2022-2023 se observa una tendencia positiva en ese curso académico.
  - En los dos grupos en los que no se ha realizado ninguna intervención (grupos ADE A y ADE D) en los cursos académicos estudiados, vemos un comportamiento diferente. En el grupo ADE A la nota media de la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa ha tenido una evolución siempre a la baja. Por el contrario, el grupo ADE D sí que experimentó un detrimento de la nota media de la asignatura en el curso 2021-2022, pero en el curso 2022-2023 se produjo un aumento en la misma sin que se hubiera producido intervención alguna. Observando el gráfico de este grupo en su conjunto, vemos que el resto de los ítems: nota media en asignaturas técnicas, teóricas y global también han tenido el mismo efecto, un detrimento en las medias de todos los ítems en el curso 2021-2022 y un aumento en la nota media de todos los ítems en el curso 2022-2023, lo que puede hacernos sospechar que el efecto pueda deberse al grupo de alumnos admitidos en ese grupo durante esos dos cursos académicos, en cuanto al nivel académico de entrada a la universidad.
- En cuanto a la evolución de la nota media de la asignatura respecto al resto de ítems:
  - La nota media global se observa en general más alta en las titulaciones dobles o bilingües (grupos ADE A, GAS+ADE y ADE+MK) que en las titulaciones exentas en español (grupos ADE B y ADE D).
  - La evolución de las notas medias de asignaturas técnicas, teóricas y global siguen una tendencia similar en todos los grupos, no así la nota media en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa en los grupos donde se ha aplicado algún tipo de intervención (grupos ADE B, GAS+ADE y ADE+MK).

- Observaciones generales:

- En todos los grupos se observa que las notas medias más altas corresponden a las asignaturas teóricas, lo que puede ser debido a la mayor dificultad de las asignaturas de tipo más técnico.
- La nota media global en todos los grupos es inferior a la nota media de las asignaturas teóricas, pero superior a la nota media de las asignaturas técnicas.
- En general en las titulaciones dobles y/o bilingües (grupos ADE A, GAS+ADE y ADE+MK) las notas medias tanto de las asignaturas teóricas como globales son superiores a las titulaciones exentas en español (grupos ADE B y ADE D). Creemos que puede ser debido al perfil de ingreso del alumno, dado que las dobles titulaciones necesitan un mayor compromiso del alumno a nivel de trabajo, ya que el número de créditos es superior en el curso académico en las dobles titulaciones con respecto a los títulos exentos y, por otra parte, la nota media de bachillerato que se exige para acceder a las dobles titulaciones es mayor que la exigida para los grados exentos. Además, estos dobles grados son bilingües al igual que sucede con el grupo ADE A, por lo que el factor idioma influye en el perfil de ingreso del alumno.

Una vez realizadas las pruebas piloto y analizados los resultados obtenidos, hemos observado que el uso de actividades de aprendizaje basadas en aprendizaje significativo obtiene mejores resultados en la nota media de los alumnos en la asignatura de Matemáticas que en aquellos grupos donde no se han realizado. Encontramos, por tanto, que existe fundamento suficiente para diseñar un programa de intervención basado en la ficha de aprendizaje y realizar la investigación de campo, tanto a nivel metodológico como en la dinámica del aula, para a la vista de los resultados obtenidos y de los análisis posteriores, aceptar o rechazar las hipótesis que pretendemos comprobar a lo largo de esta tesis.

## **PARTE I. MARCO TEÓRICO**



## Capítulo 1. La enseñanza de las Matemáticas en la Universidad

El objetivo de esta investigación es, en definitiva, la mejora en el aprendizaje de la asignatura de Matemáticas en un entorno universitario, por tanto, el objeto sobre el que se va a trabajar es la Matemática y la enseñanza de las Matemáticas.

Según Camino Cañón (2000): “A la pregunta ¿qué es la Matemática?, nos aproximamos desde la doble vertiente del producto cultural contenido en libros, revistas o software, y de las comprensiones que sobre este producto cultural conviven y configuran nuestras creencias al respecto... La dimensión del quehacer en un contexto cultural concreto la entendemos, por ello, como constitutiva de lo que es la Matemática.” (Carrillo & Contreras, 2000). Hace referencia, también, a la conexión entre las Matemáticas y el resto de las ciencias, de modo que tiene “una potencialidad singular para servir de instrumento al desarrollo de ciencias y tecnologías”. La matemática es una ciencia y por tanto “significa que podemos encontrarla entre las actividades humanas de los miembros de las diversas culturas y sociedades que han hecho la Historia” (Carrillo & Contreras, 2000). Es, por tanto, pertinente, antes de adentrarnos en aspectos más específicos del estudio, dedicar el primer capítulo a mostrar un marco general sobre la historia de las Matemáticas, como actividad humana, y la evolución de su enseñanza.

La educación matemática ha evolucionado a lo largo de la historia, adaptándose a las necesidades sociales, tecnológicas y teóricas del momento. Si realizamos un viaje rápido a través de la enseñanza de las matemáticas podemos tener una noción de cómo se ha producido dicha evolución en su enseñanza:

### a) Antigüedad y Edad Media

En las primeras civilizaciones la vida social se reglaba en torno a la agricultura, la arquitectura y el comercio, es, por tanto, en este ámbito donde se desarrolla la enseñanza de las matemáticas, principalmente en el área de la aritmética y el cálculo, siendo los máximos exponentes en este momento histórico Euclides y Pitágoras.

En la Edad Media, toma especial relevancia en la vida social la Iglesia y sus necesidades, siendo principalmente el estudio del cálculo y la geometría donde se producen los principales avances, supeditados a la construcción de catedrales y fines eclesiásticos.

## b) Renacimiento y Edad Moderna

Durante el Renacimiento y la Edad Moderna es donde se producen los mayores avances matemáticos, alcanzando su máximo apogeo en el siglo XVII, dando lugar a la llamada Primera Revolución Científica. Se desarrollan la enseñanza del álgebra y la geometría, convirtiéndose en estudios más accesibles gracias a la invención de la imprenta. Se centra el interés en el estudio de las matemáticas en conexión con otras ciencias, siendo el cálculo matemático la máxima expresión en el área de la aplicación de las matemáticas. Los nombres más importantes durante estas décadas son Galileo, Kepler y muy especialmente Newton y Leibniz.

## c) Siglos XIX, XX y actualidad

Durante el siglo XIX y principios del XX se formaliza la enseñanza de la matemática con planes de estudio en las escuelas, siendo las principales áreas de estudios la aritmética, álgebra y geometría como base para el estudio de otras ciencias.

Es durante el siglo XX donde se producen varias reformas educativas que llevan al desarrollo de la teoría pedagógica de las matemáticas, que se formaliza en la didáctica de las matemáticas en los años 60. Dichas reformas buscan que la matemática evolucione desde un plano memorístico hacia un aprendizaje activo que busque dar respuesta a problemas reales.

Otro hecho importante en este siglo es la invención de la calculadora y la computadora, que transforman la enseñanza de las matemáticas. Posteriormente se desarrollan herramientas, softwares y plataformas de aprendizaje que hacen más accesible y visual su estudio. Desde este proceso de globalización de las matemáticas es desde donde surgen iniciativas internacionales tales como el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA), que miden el rendimiento académico de alumnos de quince años en las áreas de lectura, matemáticas y ciencias, para proporcionar datos globales que ayuden a los países a realizar mejoras en las políticas de educación.

## **1.1 Una mirada a la historia de la enseñanza de las Matemáticas**

Es imposible determinar el momento exacto de la historia en el que se comenzaron a utilizar las primeras técnicas matemáticas. Los primeros registros matemáticos encontrados nos llevan a la civilización egipcia, en torno al año 5.000 a.C. Dado que estos registros no se refieren únicamente, a operaciones matemáticas básicas, sino que conllevan cálculos más complicados en el ámbito de la

geometría, nos hace sospechar que sus inicios fueron anteriores. Además, contaban con un sistema métrico que les permitía realizar los cálculos más elementales. En la civilización egipcia se extendió el uso de las matemáticas en su aspecto más utilitarista, desarrollándose principalmente en la aritmética y geometría con fines industriales, de construcción.

En torno al año 3.000 a.C. es la civilización mesopotámica la que nos da ejemplo en el avance del uso de las matemáticas. Operaciones complejas, uso de fracciones, resolución de ecuaciones de segundo grado, cálculo de potencias e incluso fabricación de tablas para multiplicar y dividir.

Podemos encontrar otros ejemplos del uso de las matemáticas en antiguas civilizaciones como es en India o Inglaterra, con el uso de figuras geométricas o el ángulo de  $90^\circ$  para la construcción.

Pero es en Grecia donde se da el salto de las matemáticas antiguas al comienzo de la matemática moderna a través de personajes históricos como Tales de Mileto y Pitágoras fundamentalmente, aunque existen numerosos eruditos en ese momento que provocan el salto cualitativo hacia un nuevo concepto de las matemáticas, tales como Anaximandro, Eudoxo, Euclides, Apolonio, Platón y Aristóteles. Se pone el foco en conceptos claves para las matemáticas como son el infinito, el equilibrio universal, igualdad y simetría, la aritmética de los números, exactitud, medida, el razonamiento lógico, la intuición y la deducción.

Todos estos conceptos suponen un gran avance en geometría, aritmética, álgebra y cálculo propias de las matemáticas, pero también en astronomía, música, política, etc. En suma, el principio que establece las Matemáticas como una ciencia universal, tal y como adelantaba Aristóteles “Pero las Matemáticas son la Filosofía para los modernos, aunque digan que deben ser cultivadas en vista de otras cosas” (Aristóteles, *Metafísica*, I 3, 983 b.), en clara referencia a las Matemáticas como *saber universal*.

Como tal ciencia universal se establece la necesidad e importancia de su estudio, siendo el propio Platón quien describe este hecho pedagógico y cómo debe realizarse el proceso de enseñanza en los alumnos, no de forma obligada ya que “...en el alma no permanece nada que se aprenda coercitivamente (...) Entonces, no obligues por la fuerza a los niños en su aprendizaje, sino edúcalos jugando, para que también seas más capaz de divisar aquello para lo que cada uno es naturalmente apto” (Platón, 351 A. C.). En esta misma obra aparece el Mito de la Caverna, en el que además de otros hechos pone énfasis en la función pedagógica del maestro y en el que destaca la *motivación para aprender*. Para Platón uno de los pilares de esta motivación descansa en el propio maestro. La

motivación para aprender nos lleva a buscar el conocimiento y a la comprensión del Mundo y para lograr el conocimiento el método usado es la *dialéctica*.

Para Platón la *dialéctica* tiene tres expresiones: como método socrático de diálogo, como saber supremo de justificación de principios y por último como método de investigación a través de la deducción e inducción (Platón, Sofista, 240 a y ss.).

Durante la Edad Media tras la llegada del cristianismo se produjo una era de desinterés sobre los conceptos matemáticos, a excepción de aquellos aspectos de mayor aplicación a dos ciencias fundamentales en esta época: la astronomía y a la teología. Destacan Alberto Magno y Santo Tomás de Aquino.

A partir del Siglo XIII aparece en Oxford, concretamente en Merton College una corriente, cuyo abanderado más importante será Roger Bacon, basada en el cálculo a través de la experimentación y de la matematización, llevando estos términos a cálculos infinitos e incluso en ocasiones a cálculos absurdos.

Posteriormente en la Universidad de París los conceptos matemáticos se ponen al servicio del desarrollo de la ciencia de la Física.

Es, por tanto, a partir del siglo XVI y especialmente en el siglo XVII donde las Matemáticas aparecen como una ciencia basada en la observación y exploración del mundo y se convierten en un *saber experimental* como matematización del conocimiento, en un conjunto de fenómenos observables, cuantificables y medibles.

Según Ferrater Mora, podemos definir la ciencia actual como “un modo de conocimiento, que aspira a formular, mediante lenguajes rigurosos y apropiados, en lo posible, con el auxilio del lenguaje matemático, leyes, por medio de las cuales se rigen los fenómenos. Estas leyes son de diversos órdenes. Todas tienen, empero, varios elementos en común: ser capaces de describir series de fenómenos; ser comprobables por medio de la observación de los hechos y de la experimentación; ser capaces de predecir - ya sea mediante predicción completa, ya mediante predicción estadística - acontecimientos futuros” (Ferrater, 1994).

Se produce una verdadera revolución cuando en la Edad Moderna el hombre se convierte en el centro del Universo y la búsqueda de la certeza absoluta será el concepto subyacente a la aproximación de las matemáticas. Existe un verdadero interés en su conexión con otras ciencias. Autores como Kepler y Galileo preconizan la matematización del conocimiento, como un conjunto de fenómenos

observables, cuantificables y medibles, la experimentación a través de la observación y exploración del mundo.

El concepto de límite será fundamental, en cuanto no es posible por el hombre el conocimiento de todas las cosas. “La nueva ciencia al ponerse límites y centrar su atención e interés en los fenómenos, en cómo funcionaban las cosas y dejar al margen la naturaleza y las esencias de las cosas, consiguió abrir un camino seguro que favoreció el avance científico experimentado hasta la actualidad” (Rábade, 1994).

Newton será el máximo exponente de la matematización de las matemáticas y de su conexión con otras ciencias y Descartes y Leibniz definen la matemática como la metodología científica para alcanzar el conocimiento verdadero. Es, por tanto, en el siglo XVII donde se producen avances tan importantes en el ámbito de la ciencia que es conocido como la *Primera Revolución Científica*, siendo el cálculo matemático inventado por Newton y Leibniz, la hazaña intelectual más revolucionaria de todo este siglo.

Durante los siglos XVIII, XIX y XX las matemáticas se constituyen como la materia científica de base para el resto de las ciencias, fundamentalmente: física, química, ingeniería, economía, gastronomía, etc., en este momento se completa la matematización de la ciencia.

Las tendencias más importantes en los últimos años en el currículo de matemáticas han sido: la teoría de conjuntos (Cantor), el logicismo (Boole), el formalismo (Hilbert) y el constructivismo matemático (Brouwer).

Es por tanto gracias al desarrollo de la ciencia matemática el mundo actual en el que nos encontramos. Gracias a las matemáticas hemos podido conocer mejor nuestro planeta y universo, hemos creado relaciones comerciales entre personas y países e incluso se han creado modelos para prever el futuro. Además, no cabe lugar a dudas de que las matemáticas se encuentran en la base misma de otras ciencias tales como la química, física, arquitectura, informática, biología, música, economía e incluso ciencias de la salud. Como decía Galileo “el universo está escrito en el lenguaje de las matemáticas y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola de sus palabras. Sin ese lenguaje, navegamos en un oscuro laberinto” (Galilei, 1623).

Pero las matemáticas no sólo sirven como sustento de otras ciencias, sino que tiene su propio centro de investigación. Es verdad que se desarrolla a través de problemas que surgen de otras ciencias, pero es en la generalización y en el carácter abstracto donde adquieren un desarrollo propio como

teoría. De esta forma surgen los conceptos y teorías matemáticas que se desarrollarán según las propias leyes matemáticas.

Es este proceso de abstracción desde donde se produce el salto a la propia teoría matemática, los primeros estudios versan sobre aritmética y geometría, pero evolucionan hacia el estudio del álgebra donde la abstracción es mayor. Es en este punto donde surge uno de los grandes retos en la enseñanza matemática. A menudo, se piensa que las matemáticas es un ente abstracto alejado de la realidad y que su estudio está en manos de virtuosos. Sin embargo, como dijo Galileo las matemáticas nos rodean y hacemos uso de ellas constantemente, por tanto, debemos romper ese primer muro de miedo al estudio de las matemáticas y entender que el acercamiento a ellas no deja de ser el profundizar en un lenguaje que ya conocemos, pero en el que debemos mejorar y encontrar relaciones con otras realidades, conceptos, práctica y aplicación. Esta necesidad de conocimiento del lenguaje matemático y su estudio nos lleva a la didáctica de la matemática.

## **1.2 Didáctica de las Matemáticas: algunos elementos básicos**

Según Freudenthal, didáctica significa la organización de los procesos de enseñanza y aprendizaje relevantes para tal materia. Los didactas son organizadores, desarrolladores de educación, autores de libros de texto, profesores de toda clase, incluso los estudiantes que organizan su propio aprendizaje individual o grupal (Freudenthal, 1991).

Por su parte para Brousseau didáctica, es la ciencia que se interesa por la producción y comunicación del conocimiento. El objetivo de la didáctica son los fenómenos de la enseñanza de la matemática (Brousseau, 1998). Mientras que, para Fernández, didáctica es el proceso comunicativo bidireccional entre docente y alumno, donde el docente utiliza diversos procedimientos, métodos o estrategias a fin de conseguir el aprendizaje del alumno (Fernández, 1996).

Según las acepciones de la palabra didáctica podemos establecer tres periodos o etapas:

- Etapa antigua: en ella la didáctica se define como un arte, por lo que es difícilmente susceptible de someterse a reglas y el aprendizaje depende del profesor que es quien debe dominar su disciplina y de la voluntad de los alumnos para dejarse moldear.
- Etapa clásica: se introducen los procesos de enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas como un proceso psico-cognitivo influenciado por factores motivacionales, afectivos y sociales. En esta etapa el objetivo primero y principal es “proporcionar al profesor los

recursos profesionales que éste necesita para llevar a cabo su labor de la manera más satisfactoria posible” (Gascón J. , 1997). Dentro de esta etapa se consideran como factores fundamentales que constituyen la problemática del profesor: “el problema de la naturaleza de los conocimientos previos de los alumnos, el problema de la motivación necesaria para el aprendizaje, el problema de los instrumentos tecnológicos de la enseñanza, el problema de la diversidad, el problema de cómo enseñar a resolver problemas de matemáticas y el problema de cómo evaluar a los alumnos, entre otros muchos” (Gascón J. , 1997). Dentro de esta etapa podemos encontrar como autor fundamental a David Ausubel cuya aportación fundamental es el término y desarrollo del concepto “*aprendizaje significativo*” que se traduce en dos enfoques dentro de esta etapa clásica: el enfoque basado en el aprendizaje del alumno y por otra parte el enfoque centrado en la actividad docente

- Etapa actual: la didáctica se concibe como ciencia en la que confluyen los saberes de otras disciplinas, pero en la que el foco fundamental son las matemáticas, es lo que llamamos Didáctica Fundamental, cuyo autor principal será Guy Brousseau y en el que se concibe la actividad matemática escolar como el objeto primario de investigación. Posteriormente, se pone de manifiesto, que es necesario integrar los “fenómenos relacionados con la reconstrucción escolar de las matemáticas que tienen su origen en la propia institución de producción del saber matemático” (Gascón J. , 1994), tal y como aparece en la Teoría de la Transposición Didáctica (Chevallard Y. , 1985), por lo que el objeto primario de investigación pasa a ser las actividades matemáticas institucionales. En este marco, y como desarrollo de la transposición didáctica, ha aparecido el “enfoque antropológico de la didáctica de las matemáticas” (Chevallard Y. , Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique, 1992). “Este enfoque propugna que la actividad matemática debe ser interpretada (esto es, modelizada) como una actividad humana junto a las demás, en lugar de considerarla únicamente como la construcción de un sistema de conceptos, como la utilización de un lenguaje o como un proceso cognitivo” (Gascón J. , 1997).

Dentro de esta última etapa podemos hablar de situaciones didácticas. Según Brousseau podemos denominar situación a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético” (Brousseau, 1998).

En su *Théorie des Situations Didactiques*, Brousseau denominaba situación didáctica una situación construida por el profesor en la que el foco sea la adquisición por parte del alumno de un conocimiento determinado. Este tipo de acciones conllevan la necesidad de la resolución del ejercicio o problema planteado y por tanto de adquirir el conocimiento que propicie el mismo. “La estructura de las situaciones didácticas es responsabilidad del docente” (Brousseau, 1998). Es el profesor quien diseña estas situaciones de forma que contribuyan a que el alumno pueda aprender.

Dentro de estas situaciones didácticas, y en el transcurso de las mismas, nos encontramos con situaciones a-didácticas en las que el alumno interactúa con el problema. “Son los momentos en los que el propio alumno interactúa con el problema propuesto, no el momento en el que el educador explica la teoría o da la solución al problema” (Brousseau, 1998). Este tipo de situaciones se caracterizan porque el profesor sirve de guía al alumno para que se enfrente a la resolución o aproximación de un conflicto cognitivo a través del debate y la discusión con el resto de los compañeros.

Por tanto, la situación didáctica debe plantearse de tal forma que invite al alumno a formar parte activa en la resolución del problema, es decir, a que se den situaciones a-didácticas dentro de la misma que lleven al alumno a cuestionar y a hacerse preguntas. En estos momentos el profesor actúa como guía interviniendo sólo para dirigir a los alumnos, pero nunca para dar la solución. Este proceso es de suma importancia, para que no interfiera en el proceso de adquisición de contenidos.

Las situaciones didácticas se clasifican en tres tipos: de acción, de formulación, de validación y de institucionalización.

1. Situaciones de acción: el alumno realiza acciones y toma decisiones, poniendo en práctica los conocimientos implícitos, para poder resolver un problema planteado por el profesor.
2. Situaciones de formulación: el alumno se pregunta cómo podría resolver el problema. Para ello deberá descomponer y reconstruir el problema para poder encontrar el método para solucionarlo.
3. Situaciones de validación: el alumno valida el método o los métodos que ha planteado para llegar a solucionar el problema, a través de la discusión, el debate y la comparación con otras vías sugeridas por sus compañeros.
4. Situaciones de institucionalización: en este momento se confirma si el alumno ha adquirido un determinado conocimiento.

De las cuatro situaciones presentadas, las tres primeras se refieren a situaciones a-didácticas y sólo la última a una situación didáctica y cada una de ellas tiene un objetivo diferente dentro del proceso de aprendizaje, ayudando a estructurar la forma en la que el estudiante interactúa con el conocimiento matemático.

Lo que Brousseau denomina situaciones es lo que comúnmente entendemos como “problema”. Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma (Krulik & Rudnik, 1980).

Por tanto, las características que se deben dar en un problema son las siguientes:

1. Situación problemática: Debe existir una situación que requiera una solución, la cual no es inmediatamente evidente para el estudiante. Esta situación debe ser genuina en el sentido de que el estudiante realmente necesita pensar y explorar para encontrar una solución.
2. Desafío cognitivo: El problema debe ser desafiante pero accesible. Debe estimular el pensamiento y razonamiento matemático del estudiante, promoviendo así un aprendizaje profundo y significativo.
3. Objetivo claro: El problema debe tener un objetivo claro y bien definido, lo que significa que el estudiante debe entender qué es lo que se espera que resuelva.
4. Condiciones y restricciones: Deben existir condiciones y restricciones claras que delimiten el problema y guíen al estudiante hacia la solución. Esto ayuda a los estudiantes a comprender los límites dentro de los cuales deben trabajar.
5. Innovación en la resolución: El problema debe permitir, e incluso requerir, que el estudiante emplee métodos originales o personales en su resolución. Esto fomenta la creatividad y el desarrollo de nuevas estrategias.
6. Validación y justificación: Una vez que el estudiante llega a una solución, debe ser capaz de validarla y justificarla utilizando argumentos matemáticos. Esto implica un entendimiento profundo de los conceptos matemáticos involucrados.

El marco dónde se desarrolla la situación didáctica deberá tener en cuenta:

1. El contrato didáctico: es la regla del juego y la estrategia de la situación didáctica. Es el conjunto implícito de expectativas y responsabilidades entre el profesor y los estudiantes

sobre lo que se espera, en términos de comportamiento y participación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En el contexto de un problema, el contrato didáctico define qué se espera que hagan los estudiantes y cómo el profesor facilitará el proceso.

2. El medio (*milieu*): es todo lo que rodea al estudiante y puede influir en el proceso de resolución de problemas, como los recursos disponibles a su alcance, los datos proporcionados, las estrategias, las herramientas, las interacciones con otros estudiantes. Este medio debe estar pensado y sostenido para una intencionalidad didáctica.
3. La evolución del problema: el problema debe diseñarse de tal forma que evolucione y se adapte según la interacción de las estudiantes, permitiendo que se produzcan nuevas preguntas y retos.
4. El *feedback*: el *feedback* es determinante dentro del desarrollo del problema y debe ser integral, permitiendo a los estudiantes a reflexionar sobre su propio aprendizaje.
5. Los objetivos de aprendizaje: el problema debe estar alineado con los objetivos de aprendizaje, para la adquisición de competencias y contenidos específicos.

Existe además una polémica entre las diferencias entre ejercicio y problema. R. Borasi intenta dar respuesta identificando elementos estructurales a la hora de diferenciar entre ambos términos (Borasi, 1986). Dichos elementos son: el contexto, la formulación, el conjunto de soluciones y el método de aproximación.

Teniendo en cuenta dichos elementos, Borasi (1986) considera que el alumno no sólo debe centrarse en la resolución de problemas sino, también tener en cuenta, la diversidad de estos.

Si entendemos la didáctica de las matemáticas como un proceso comunicativo entre docente y alumno, tal y como hemos afirmado, la manera en la que el profesor enseña afectará al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por una parte, tenemos al profesor que entiende su docencia, como una mera transmisión de conocimiento acabado y no relacionado, la enseñanza se sucede a través de una metodología repetitiva para resolver problemas muy parecidos entre sí, este tipo de enseñanza se denomina mecanicismo.

Por otro lado, tenemos al docente que entiende su docencia como una estructura que conecta con otros conceptos y obtiene por tanto nuevos conocimientos, estando en continua expansión. El alumno participa del proceso y lo dota de significado.

“Por ello, un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo

intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero sí, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello” (Polya, 2004). “...Si bien este procedimiento puede ser natural en materias cuyo contenido profundo se mantiene estático y sobre el que no caben interpretaciones personales, como es el caso de la Religión, por ejemplo, no resulta válido en aquellas otras materias de las que solamente puede decirse que se tiene cierto conocimiento precisamente cuando se ha conseguido una interpretación personal y en las que podemos realizar nuestras propias creaciones; aquellas materias que exigen, por sí mismas, la crítica individual de cada alumno, sin la que éste será un mero repetidor que no ha llegado al entendimiento de lo que dice. Las Matemáticas, más que ninguna otra, estén colocadas en este grupo. Según este razonamiento, hablando de Matemáticas la obligación del Maestro no es enseñar, sino hacer que el alumno aprenda” (Aizpun, 1965)

Podemos concluir que en el proceso del estudio de las matemáticas es relevante la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje y la bidireccionalidad entre profesor y estudiante, así como las estrategias didácticas utilizadas que estimulen el aprendizaje del alumno.

### **1.3 Momento actual de enseñanza de las Matemáticas**

Tras haber realizado un pequeño viaje sobre la historia de la enseñanza de las Matemáticas y la revisión de los conceptos clave dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, es necesario revisar cuál es el estado actual de la enseñanza de esta materia.

El sistema universitario español está dentro del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), proyecto promovido por la amplia mayoría de países europeos cuyo principal objetivo es implementar la movilidad y la empleabilidad de los ciudadanos europeos mediante la armonización de los sistemas de educación superior de los países pertenecientes a la Unión Europea. Este proyecto promueve un cambio de paradigma basado en que el motor del aprendizaje debe ser el propio alumno y no el profesor.

Este es el marco donde se mueven las estrategias de enseñanza a nivel universitario, pero no debemos olvidar que la enseñanza no es el compendio de una serie de etapas educativas inconexas,

sino que el modelo de enseñanza-aprendizaje se va adaptando y evolucionando con el fin de acomodarse a las necesidades del estudiante y a las metas educativas fijadas que debe alcanzar.

Las etapas educativas dentro del Sistema Educativo Español son: Etapa Infantil, que comprende entre los cero y seis años, Educación Primaria entre los seis y los doce años, Educación Secundaria Obligatoria entre los doce y los dieciséis años, Educación Secundaria Postobligatoria que comprende el Bachillerato entre los dieciséis y los dieciocho años o la Formación Profesional de Grado Medio y por último la Educación Superior que comprende la Enseñanza Universitaria y la Formación Profesional de Grado superior, ambas independientes. Existen además Enseñanzas de Régimen Especial: idiomas, artísticas y deportivas.

Dado que este estudio está circunscrito a un momento determinado de la etapa educativa del estudiante, la etapa universitaria, vamos a centrarnos en la etapa educativa inmediatamente anterior, etapa de Bachillerato, ya que es la preparatoria y, por tanto, puede condicionar, los estudios universitarios.

El Bachillerato, como ya hemos señalado anteriormente, se enmarca en la etapa de Educación Secundaria Postobligatoria y comprende dos cursos con distintas modalidades, permitiendo “que el alumno adquiera las competencias indispensables para un futuro formativo y profesional acorde con sus expectativas e intereses, capacitándolo asimismo para el acceso a la educación superior” (Ministerio de Educación, s.f.).

En los últimos años la transición del Bachillerato a los Estudios Universitarios preocupa especialmente a matemáticos y educadores matemáticos. “Delimitar variables que intervienen en la distancia cada vez mayor que se produce entre la enseñanza secundaria y la universitaria en matemáticas no es nada fácil” (Gueudet, 2008). En un estudio realizado en la UCM respecto a la problemática derivada del cambio de la enseñanza secundaria a la enseñanza universitaria, se describían las siguientes categorías: perspectivas epistemológicas, didácticas, cognitivas y socioculturales (Guzman, 1998).

En nuestro país la ordenación y las enseñanzas mínimas de Bachillerato están regladas por el Real Decreto 243/2022 de 5 de abril, en el que se define el currículo y los elementos que lo integran. La ley establece cuatro modalidades: Artes, Ciencias y Tecnología, General y Humanidades y Ciencias Sociales, definiendo además las materias comunes a todas ellas y las materias optativas.

Las materias comunes a todas las modalidades de Bachillerato serán las siguientes:

### Primer Curso

- a) Educación Física
- b) Filosofía
- c) Lengua Castellana y Literatura I y si la hubiere, Lengua Cooficial y Literatura I
- d) Lengua Extranjera I

### Segundo Curso

- a) Historia de España
- b) Historia de la Filosofía
- c) Lengua Castellana y Literatura II y si la hubiere, Lengua Cooficial y Literatura II
- d) Lengua Extranjera II

Dentro de las materias específicas las asignaturas relacionadas con matemáticas se encuentran en las modalidades de:

#### Ciencias y Tecnología:

- Matemáticas I en primer curso de bachillerato, como obligatoria de la modalidad.
- Matemáticas II en segundo curso de bachillerato, como obligatoria de la modalidad.

#### General

- Matemáticas Generales en primer curso de bachillerato, como obligatoria de la modalidad.

#### Humanidades y Ciencias Sociales

- Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I, como optativa de la modalidad.
- Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, como optativa de la modalidad.

En el currículo se establece, entre otras, la siguiente competencia clave específica dentro del ámbito de las matemáticas: competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería. La competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (competencia STEM por sus siglas en inglés) entraña la comprensión del mundo utilizando los métodos científicos, el pensamiento y representación matemáticos, la tecnología y los métodos de la ingeniería para transformar el entorno de forma comprometida, responsable y sostenible.

La competencia matemática permite desarrollar y aplicar la perspectiva y el razonamiento matemáticos con el fin de resolver diversos problemas en diferentes contextos (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022).

A pesar de los esfuerzos por introducir un cambio metodológico en el estudio de matemáticas en la etapa de Bachillerato y dado que cualquier cambio en la enseñanza y sus efectos, no se producen instantáneamente, sino que es necesario un período de asimilación antes de comenzar a dar sus frutos, autores como Tall, Selden, Hoyles, Gascón, entre otros, muestran las dificultades cognitivas y los saltos conceptuales que experimenta el alumno, señalando tres áreas principales: falta de pensamiento matemático, falta de competencias de cálculo y falta de espíritu matemático (motivación). En términos generales podemos observar que durante la etapa de Bachillerato la práctica matemática que realiza el alumno se basa en la resolución de problemas a través de técnicas sencillas aplicadas en las que se ha estado ejercitando y que llevan a la resolución de problemas cerrados, sin ningún contexto y repetitivos. Es lo que llamaríamos mecanicismo de las matemáticas. El objetivo final es la resolución del problema y el aprendizaje se ve limitado a encontrar la respuesta correcta, por lo que los objetivos didácticos suelen ser puntuales y a corto plazo.

Esta tendencia mecanicista está siendo rebatida por la tendencia modernista (Gascón, 1994) que defiende el uso de problemas más abiertos, contextualizados y en los que el estudiante ponga en juego su creatividad para hacerse preguntas y encontrar soluciones, donde el objetivo final no sea la resolución del ejercicio, sino el “viaje” que ha realizado el alumno a la hora de abordarlo, es importante cómo el alumno se enfrenta al problema, qué estrategias utiliza para ir desgranándolo, qué dificultades encuentra y cómo intenta resolverlas, cómo llegar a soluciones incorrectas pero logrando un gran aprendizaje en el camino y a veces, encontrar soluciones e incluso interpretarlas y si es necesario tomar decisiones a la luz de las respuestas encontradas.

En este camino el papel del profesor difiere de la tendencia mecanicista. En esta el profesor dirige constantemente al alumno y le enseña cómo debe resolver un determinado tipo de problema, con unas técnicas determinadas. El alumno, a base de repetición, aprende el procedimiento y es capaz de utilizarlo con éxito, aun cuando se produzca alguna pequeña modificación en el enunciado del problema.

Por el contrario, en la tendencia modernista el profesor se convierte en actor secundario y es el alumno el que pasa a ser el actor principal. Los problemas se enmarcan en un contexto y es el camino

del alumno, durante la resolución del problema, el objetivo del aprendizaje. Esta tendencia modernista con un mayor contexto tiene más impacto en la etapa universitaria.

Aunque a priori, parezca que es más deseable esta tendencia, tiene también sus limitaciones, tal y como comenta Gascón (1994), ya que no se dota al alumno de las herramientas necesarias para enfrentarse a este modelo, por lo que a menudo el alumno se encuentra perdido, ya que existe un desequilibrio enorme entre la forma en la que ha aprendido en bachillerato y qué es lo que se pretende de él en la universidad, es lo que se denomina la *paradoja de la creatividad*: “Al identificar la actividad matemática "creativa" con una actividad puntual, desligada ("libre") de las técnicas rutinarias y no sometida a las restricciones de un proceso de estudio estructurado, la organización escolar dificulta objetivamente el desarrollo "normal" de la verdadera creatividad matemática. Dado que, sin embargo, la escuela otorga un gran valor a la creatividad, se produce un desfase entre los medios o dispositivos escolares que pone en juego y los fines que pretende alcanzar” (Chevallard, Bosch, & Gascón, 1997).

Además, del salto de metodología que se produce entre la enseñanza del bachiller y la enseñanza universitaria, hay otros factores a tener en cuenta.

Se han realizado numerosos estudios en los que se busca delimitar los factores que influyen en esta transición. Así tenemos que los primeros estudios que se realizaron se focalizaron en los problemas cognitivos y conceptuales (Tall, 1991), (Robert, 1998), (Selden & Selden, 2005) y (Iannone & Nardi, 2007), pero en los últimos años se han realizado otros estudios centrados en factores sociales tanto internos como externos, tales como (Artigue, 2004), (Bosch, Fonseca, & Gascón, 2004) y (Guedet, 2004).

Por último, hay autores que están revisando factores que aúnan tanto la parte cognitiva como social. En concreto (Hoyles, Newman, & Noss, 2001) señalan tres factores dentro de la brecha que se produce entre la enseñanza en el bachiller y la universidad:

- 5.1 Falta de pensamiento crítico, en cuanto abstracción y lógica.
- 5.2 Falta de competencias en cálculo.
- 5.3 Falta de espíritu matemático, en cuanto a la motivación y perseverancia.

Se puede concluir, que tal y como indica Gómez Chacón y los estudios anteriores, se puede diferenciar entre *actitudes matemáticas*: “...tienen un carácter marcadamente cognitivo y se refieren al modo de utilizar capacidades generales, como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, etc., que son importantes en el trabajo en matemáticas” y *actitudes hacia las matemáticas*: “...se refieren a la valoración y al aprecio de esta disciplina y al interés por esta

materia y por su aprendizaje, y subrayan más la componente afectiva que la cognitiva; aquella se manifiesta en términos de interés, satisfacción, curiosidad, valoración, etcétera” (Gómez-Chacón, 2009).

Según los anteriores estudios, la enseñanza de la asignatura de Matemáticas en la universidad presenta diferentes dificultades y condicionamientos que limitan la asimilación y uso de los conceptos matemáticos necesarios. Entre las principales dificultades caben destacar:

- Falta de uso de terminología matemática.
- Falta de habilidad en cuanto al uso de términos matemáticos y sus relaciones.
- Bajos niveles de motivación intrínseca hacia las matemáticas.
- Ausencia de interrelación entre lo que se estudia y lo que demanda el mercado laboral, bajo el prisma del alumno.
- Diferentes niveles de conocimientos y de destrezas matemáticas.

Además, de la necesidad del estudio mismo de la asignatura de matemáticas, es sumamente importante las relaciones con otras materias, tanto por su carácter multidisciplinar como por su carácter instrumental a la hora de la resolución de problemas y la toma de decisiones, como las habilidades que se obtienen en cuenta a capacidad analítica y de razonamiento.

Como vemos el reto de la enseñanza de las matemáticas a nivel universitario es complicado y abarca dos aspectos principales: la mejora de las actitudes matemáticas en un nivel cognitivo y la mejora en la actitud hacia las matemáticas en un nivel afectivo. Estos dos ejes son los que se abordarán a lo largo de esta investigación.

#### **1.4 La enseñanza de la Matemáticas en las carreras de Economía y Empresa**

Hasta el momento hemos revisado el estado actual de la enseñanza de las Matemáticas en la universidad de forma general, pero vamos a circunscribirlo al ámbito de los estudios universitarios en las ciencias sociales, como son la Economía y la Empresa. La enseñanza de las Matemáticas en el ámbito de las ciencias y tecnología, por tanto, no está reflejado en este estudio.

A partir del siglo XIX, en España, se posicionaron numerosas voces sobre la importancia de los estudios económicos, pero no fue hasta mediados del siglo XX cuando comenzaron los primeros

estudios, concretamente en la Universidad de Madrid (actual Universidad Complutense de Madrid). Estos estudios, entre otras materias, contaban con la asignatura *Matemáticas para Economistas*.

El programa de esta asignatura se podría dividir en tres partes fundamentales: una primera parte eminentemente matemática, una segunda parte de conceptos económicos y por último la tercera parte centrada en aplicaciones a la economía y tratamiento matemático de funciones económicas.

Tras varios años en los que solo era posible cursar estos estudios en la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas de la Universidad de Madrid, la demanda se fue incrementando por todo el país abriéndose numerosas facultades y especializándose dentro de estos ámbitos en estudios tales como Empresariales, Economía, Administración y Dirección de Empresas, Finanzas, etc. En todos estos estudios aparece la asignatura de Matemáticas dentro de su plan de estudios.

Teniendo en cuenta que el sistema universitario español está dentro del Espacio Europeo de Enseñanza Superior (EEES), proyecto en el que se busca la armonización de los sistemas de educación superior de los países pertenecientes a la Unión Europea, revisamos los planes de estudio y las guías docentes de las asignaturas de Matemáticas de las principales universidades españolas, tanto públicas como privadas.

Existe una gran similitud en el currículo de la asignatura entre las diferentes universidades, en concreto podemos definir tres grandes bloques: funciones reales en una variable real, funciones reales en varias variables y álgebra lineal.

De forma más pormenorizada, los principales contenidos definidos en estos tres bloques son los siguientes (Serrano, 2012):

1. Funciones reales en una variable real:
  - o Conceptos básicos
  - o Límites
  - o Continuidad
  - o Funciones elementales
  - o Derivabilidad
  - o Integración
2. Funciones reales en varias variables reales:
  - o Conceptos básicos
  - o Límites
  - o Continuidad

- o Curvas de nivel
  - o Diferenciabilidad
  - o Aproximaciones
3. Álgebra matricial:
- o Vectores
  - o Matrices
  - o Formas cuadráticas
  - o Sistemas de ecuaciones lineales
  - o Diagonalización

Tal y como comenta Serrano (2012) en su tesis doctoral, sólo una pequeña minoría de los currículos estudiados presenta aplicaciones concretas de las matemáticas a la economía, por lo que el estudio se centra en la *aplicación de conocimientos preestablecidos* para posteriormente estudiar las posibles aplicaciones de estos. El currículo de la asignatura está alejado del contacto con otras disciplinas.

En cuanto a la organización de las clases según argumenta Serrano (2012) se observa un aumento en el tiempo dedicado a la resolución de problemas, preferiblemente en grupo y la importancia del *ejemplo* para definir nuevos conceptos.

Por último, es importante señalar que el profesor universitario que imparte Matemáticas se enfrenta a un problema previo que es necesario tener en cuenta de cara a la docencia de la asignatura, los diferentes niveles que los alumnos traen de base de Matemáticas.

Esta diferencia de niveles se debe por una parte a la especialización que ha seguido durante el bachillerato, por otra parte, a la situación geográfica del colegio o instituto de procedencia y por último al propio centro de enseñanza y profesor o profesores que el alumno haya tenido en esta asignatura.

Los alumnos que acceden a los estudios de Administración y Dirección de Empresas provienen de las modalidades de Bachillerato: Humanidades y Ciencias Sociales, General, y Ciencias y Tecnología.

A continuación, mostramos el currículo de las asignaturas que conforman la materia de Matemáticas en las tres modalidades. En Ciencias Sociales: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, en la modalidad General: Matemáticas Generales y en la modalidad de Ciencias y Tecnología: Matemáticas I y Matemáticas II.

Tabla 8: Currículo Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

Sentido numérico	Conteo	– Estrategias y técnicas de recuento sistemático (diagramas de árbol, técnicas de combinatoria...).
	Cantidad	– Números reales (rationales e irracionales): comparación, ordenación, clasificación y contraste de sus propiedades.
	Sentido de las operaciones	– Potencias, raíces y logaritmos: comprensión y utilización de sus relaciones para simplificar y resolver problemas.
	Educación financiera	– Resolución de problemas relacionados con la educación financiera (cuotas, tasas, intereses, préstamos...) con herramientas tecnológicas.
Sentido de la medida	Medición	– La probabilidad como medida de la incertidumbre asociada a fenómenos aleatorios.
	Cambio	– Límites: estimación y cálculo a partir de una tabla, un gráfico o una expresión algebraica. – Continuidad de funciones: aplicación de límites en el estudio de la continuidad. – Derivada de una función: definición a partir del estudio del cambio en contextos de las ciencias sociales.
Sentido algebraico	Patrones	– Generalización de patrones en situaciones sencillas.
	Modelo matemático	– Relaciones cuantitativas esenciales en situaciones sencillas: estrategias de identificación y determinación de la clase o clases de funciones que pueden modelizarlas. – Ecuaciones, inecuaciones y sistemas: modelización de situaciones de las ciencias sociales y de la vida real.
	Igualdad y desigualdad	– Resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones no lineales en diferentes contextos.
	Relaciones y funciones	– Representación gráfica de funciones utilizando la expresión más adecuada. – Propiedades de las distintas clases de funciones, incluyendo, polinómica, exponencial, racional sencilla, irracional, logarítmica, periódica y a trozos: comprensión y comparación. – Álgebra simbólica en la representación y explicación de relaciones matemáticas de las ciencias sociales.
	Pensamiento computacional	– Formulación, resolución y análisis de problemas de la vida cotidiana y de las ciencias sociales utilizando programas y herramientas adecuados. – Comparación de algoritmos alternativos para el mismo problema mediante el razonamiento lógico.

Tabla 8 (continuación 1): Currículo Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– Organización de los datos procedentes de variables bidimensionales: distribución conjunta y distribuciones marginales y condicionadas. Análisis de la dependencia estadística.</li> </ul>
	Organización y análisis de datos	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Estudio de la relación entre dos variables mediante la regresión lineal y cuadrática: valoración gráfica de la pertinencia del ajuste. Diferencia entre correlación y causalidad.</li> <li>– Coeficientes de correlación lineal y de determinación: cuantificación de la relación lineal, predicción y valoración de su fiabilidad en contextos de las ciencias sociales.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>– Calculadora, hoja de cálculo o <i>software</i> específico en el análisis de datos estadísticos.</li> </ul>
Sentido estocástico	Incertidumbre	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Estimación de la probabilidad a partir del concepto de frecuencia relativa.</li> <li>– Cálculo de probabilidades en experimentos simples: la regla de Laplace en situaciones de equiprobabilidad y en combinación con diferentes técnicas de recuento.</li> </ul>
	Distribuciones de probabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Variables aleatorias discretas y continuas. Parámetros de la distribución.</li> <li>– Modelización de fenómenos estocásticos mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal. Cálculo de probabilidades asociadas mediante herramientas tecnológicas.</li> <li>– Estimación de probabilidades mediante la aproximación de la binomial por la normal.</li> </ul>
	Inferencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Diseño de estudios estadísticos relacionados con las ciencias sociales utilizando herramientas digitales. Técnicas de muestreo sencillas.</li> <li>– Análisis de muestras unidimensionales y bidimensionales con herramientas tecnológicas con el fin de emitir juicios y tomar decisiones: estimación puntual.</li> </ul>

Tabla 8 (continuación 2): Currículo Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

Sentido socioafectivo	Creencias, actitudes y emociones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Destrezas de autoconciencia encaminadas a reconocer emociones propias, afrontando eventuales situaciones de estrés y ansiedad en el aprendizaje de las matemáticas.</li> <li>– Tratamiento del error, individual y colectivo como elemento movilizador de saberes previos adquiridos y generador de oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas.</li> </ul>
	Trabajo en equipo y toma de decisiones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Reconocimiento y aceptación de diversos planteamientos en la resolución de problemas y tareas matemáticas, transformando los enfoques de los demás en nuevas y mejoradas estrategias propias, mostrando empatía y respeto en el proceso.</li> <li>– Técnicas y estrategias de trabajo en equipo para la resolución de problemas y tareas matemáticas, en grupos heterogéneos.</li> </ul>
	Inclusión, respeto y diversidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Destrezas para desarrollar una comunicación efectiva: la escucha activa, la formulación de preguntas o solicitud y prestación de ayuda cuando sea necesario.</li> <li>– Valoración de la contribución de las matemáticas y el papel de matemáticos y matemáticas a lo largo de la historia en el avance de las ciencias sociales.</li> </ul>

Fuente: elaboración propia a partir de <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/04/05/243/con> (BOE)

Tabla 9: Currículo Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Sentido numérico	Sentido de las operaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Adición y producto de matrices: interpretación, comprensión y aplicación adecuada de las propiedades.</li> <li>– Estrategias para operar con números reales y matrices: cálculo mental o escrito en los casos sencillos y con herramientas tecnológicas en los casos más complicados.</li> </ul>
	Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Conjuntos de matrices: estructura, comprensión y propiedades</li> </ul>
Sentido de la medida	Medición	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Interpretación de la integral definida como el área bajo una curva.</li> <li>– Técnicas elementales para el cálculo de primitivas. Aplicación al cálculo de áreas.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>– La probabilidad como medida de la incertidumbre asociada a fenómenos aleatorios: interpretaciones subjetivas, clásica y frecuentista.</li> </ul>
	Cambio	<ul style="list-style-type: none"> <li>– La derivada como razón de cambio en resolución de problemas de optimización en contextos diversos.</li> <li>– Aplicación de los conceptos de límite y derivada a la representación y al estudio de situaciones susceptibles de ser modelizadas mediante funciones.</li> </ul>

Tabla 9 (continuación 1): Currículo Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Sentido algebraico	Patrones	– Generalización de patrones en situaciones diversas
	Modelo matemático	– Relaciones cuantitativas en situaciones complejas: estrategias de identificación y determinación de la clase o clases de funciones que pueden modelizarlas.
		– Sistemas de ecuaciones: modelización de situaciones en diversos contextos.
		– Técnicas y uso de matrices para, al menos, modelizar situaciones en las que aparezcan sistemas de ecuaciones lineales o grafos.
	Igualdad y desigualdad	– Programación lineal: modelización de problemas reales y resolución mediante herramientas digitales.
		– Formas equivalentes de expresiones algebraicas en la resolución de sistemas de ecuaciones e inecuaciones, mediante cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, y con herramientas digitales.
Relaciones y funciones	– Resolución de sistemas de ecuaciones e inecuaciones en diferentes contextos.	
Pensamiento computacional	– Representación, análisis e interpretación de funciones con herramientas digitales.	
	– Propiedades de las distintas clases de funciones: comprensión y comparación.	
	– Formulación, resolución y análisis de problemas de la vida cotidiana y de las ciencias sociales empleando las herramientas o los programas más adecuados.	
	– Análisis algorítmico de las propiedades de las operaciones con matrices y la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.	

Tabla 9 (continuación 2): Currículo Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Sentido estocástico		<ul style="list-style-type: none"> <li>– Cálculo de probabilidades en experimentos compuestos. Probabilidad condicionada e independencia de sucesos aleatorios. Diagramas de árbol y tablas de contingencia.</li> </ul>
	Incertidumbre	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Teoremas de la probabilidad total y de Bayes: resolución de problemas e interpretación del teorema de Bayes para actualizar la probabilidad a partir de la observación y la experimentación y la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.</li> </ul>
	Distribuciones de probabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Variables aleatorias discretas y continuas. Parámetros de la distribución. Distribuciones binomial y normal.</li> <li>– Modelización de fenómenos estocásticos mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal. Cálculo de probabilidades asociadas mediante herramientas tecnológicas.</li> </ul>
	Inferencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Selección de muestras representativas. Técnicas de muestreo.</li> <li>– Estimación de la media, la proporción y la desviación típica. Aproximación de la distribución de la media y de la proporción muestrales por la normal.</li> <li>– Intervalos de confianza basados en la distribución normal: construcción, análisis y toma de decisiones en situaciones contextualizadas.</li> <li>– Herramientas digitales en la realización de estudios estadísticos.</li> </ul>
Sentido socioafectivo	Creencias, actitudes y emociones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Destrezas de autogestión encaminadas a reconocer las emociones propias, afrontando eventuales situaciones de estrés y ansiedad en el aprendizaje de las matemáticas.</li> <li>– Tratamiento y análisis del error, individual y colectivo como elemento movilizador de saberes previos adquiridos y generador de oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas.</li> </ul>
	Toma de decisiones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Destrezas para evaluar diferentes opciones y tomar decisiones en la resolución de problemas.</li> </ul>
	Inclusión, respeto y diversidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Destrezas sociales y de comunicación efectivas para el éxito en el aprendizaje de las matemáticas.</li> <li>– Valoración de la contribución de las matemáticas y el papel de matemáticos y matemáticas a lo largo de la historia del avance de las ciencias sociales.</li> </ul>

Fuente: elaboración propia a partir de <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/04/05/243/con> (BOE)

Tabla 10: Currículo Matemáticas Generales

Sentido numérico	Conteo	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Reglas y estrategias para determinar el cardinal de conjuntos finitos en problemas de la vida cotidiana: uso de los principios de comparación, adición, multiplicación y división, del palomar y de inclusión-exclusión.</li> </ul>
	Sentido de las operaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Interpretación de la información numérica en documentos de la vida cotidiana: tablas, diagramas, documentos financieros, facturas, nóminas, noticias, etc.</li> <li>– Herramientas tecnológicas y digitales en la resolución de problemas numéricos.</li> </ul>
	Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Razones, proporciones, porcentajes y tasas: comprensión, relación y aplicación en problemas en contextos diversos.</li> </ul>
	Educación financiera	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Razonamiento proporcional en la resolución de problemas financieros: medios de pago con cobro de intereses, cuotas, comisiones, cambios de divisas...</li> </ul>
Sentido de la medida	Medición	<ul style="list-style-type: none"> <li>– La probabilidad como medida de la incertidumbre asociada a fenómenos aleatorios.</li> <li>– Estudio de la variación absoluta y de la variación media.</li> </ul>
	Cambio	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Concepto de derivada: definición a partir del estudio del cambio en diferentes contextos. Análisis e interpretación con medios tecnológicos.</li> </ul>
Sentido espacial	Visualización, razonamiento y modelización geométrica	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Grafos: representación de situaciones de la vida cotidiana mediante diferentes tipos de grafos (dirigidos, planos, ponderados, árboles, etc.). Fórmula de Euler.</li> <li>– Grafos eulerianos y hamiltonianos: resolución de problemas de caminos y circuitos. Coloración de grafos.</li> <li>– Resolución del problema del camino mínimo en diferentes contextos.</li> </ul>

Tabla 10 (continuación 1): Currículo Matemáticas Generales

Sentido algebraico	Patrones	– Generalización de patrones en situaciones sencillas.
	Modelo matemático	– Funciones lineales, cuadráticas, racionales sencillas, exponenciales, logarítmicas, a trozos y periódicas: modelización de situaciones del mundo real con herramientas digitales. – Programación lineal: modelización de problemas reales y resolución mediante herramientas digitales.
	Igualdad y desigualdad	– Resolución de sistemas de ecuaciones e inecuaciones en diferentes contextos mediante herramientas digitales.
	Relaciones y funciones	– Propiedades de las clases de funciones, incluyendo lineales, cuadráticas, racionales sencillas, exponenciales y logarítmicas.
	Pensamiento computacional	– Formulación, resolución, análisis, representación e interpretación de relaciones y problemas de la vida cotidiana y de distintos ámbitos utilizando algoritmos, programas y herramientas tecnológicas adecuados.
Sentido socioafectivo	Creencias, actitudes y emociones	– Destrezas de autoconciencia encaminadas a reconocer emociones propias, afrontando eventuales situaciones de estrés y ansiedad en el aprendizaje de las matemáticas. – Tratamiento del error, individual y colectivo como elemento movilizador de saberes previos adquiridos y generador de oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas.
	Trabajo en equipo y toma de decisiones	– Destrezas básicas para evaluar opciones y tomar decisiones en la resolución de problemas y tareas matemáticas. – Técnicas y estrategias de trabajo en equipo para la resolución de problemas y tareas matemáticas, en grupos heterogéneos.
	Inclusión, respeto y diversidad	– Destrezas para desarrollar una comunicación efectiva: la escucha activa, la formulación de preguntas o solicitud y prestación de ayuda cuando sea necesario. – Valoración de la contribución de las matemáticas y el papel de matemáticos y matemáticas a lo largo de la historia en el avance de la humanidad.

Tabla 10 (continuación 2): Currículo Matemáticas Generales

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Interpretación y análisis de información estadística en diversos contextos.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Organización de los datos procedentes de variables bidimensionales: distribución conjunta, distribuciones marginales y condicionadas. Análisis de la dependencia estadística.</li> </ul>
Organización y análisis de datos	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Estudio de la relación entre dos variables mediante la regresión lineal y cuadrática: valoración gráfica de la pertinencia del ajuste. Diferencia entre correlación y causalidad.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Coeficientes de correlación lineal y de determinación: cuantificación de la relación lineal, predicción y valoración de su fiabilidad en contextos científicos, económicos, sociales, etc.</li> </ul>
Sentido estocástico	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Calculadora, hoja de cálculo o <i>software</i> específico en el análisis de datos estadísticos.</li> </ul>
Incertidumbre	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Cálculo de probabilidades en experimentos simples y compuestos en problemas de la vida cotidiana. Probabilidad condicionada e independencia de sucesos aleatorios. Diagramas de árbol y tablas de contingencia. Teorema de la probabilidad total.</li> </ul>
Distribuciones de probabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Distribuciones de probabilidad uniforme (discreta y continua), binomial y normal. Cálculo de probabilidades asociadas mediante herramientas tecnológicas: aplicación a la resolución de problemas.</li> </ul>
Inferencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Selección de muestras representativas. Técnicas sencillas de muestreo. Discusión de la validez de una estimación en función de la representatividad de la muestra.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Diseño de estudios estadísticos relacionados con diversos contextos utilizando herramientas digitales. Representatividad de una muestra.</li> </ul>

Fuente: elaboración propia a partir de <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/04/05/243/con> (BOE)

Tabla 11: Currículo Matemáticas I

Sentido numérico	Sentido de las operaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Adición y producto escalar de vectores: propiedades y representaciones.</li> </ul>
	Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Estrategias para operar con números reales y vectores: cálculo mental o escrito en los casos sencillos y con herramientas tecnológicas en los casos más complicados.</li> <li>– Los números complejos como soluciones de ecuaciones polinómicas que carecen de raíces reales.</li> <li>– Conjunto de vectores: estructura, comprensión y propiedades.</li> </ul>
Sentido de la medida	Medición	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Cálculo de longitudes y medidas angulares: uso de la trigonometría.</li> <li>– La probabilidad como medida de la incertidumbre asociada a fenómenos aleatorios.</li> </ul>
	Cambio	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Límites: estimación y cálculo a partir de una tabla, un gráfico o una expresión algebraica.</li> <li>– Continuidad de funciones: aplicación de límites en el estudio de la continuidad.</li> <li>– Derivada de una función: definición a partir del estudio del cambio en diferentes contextos.</li> </ul>
Sentido espacial	Formas geométricas de dos dimensiones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Objetos geométricos de dos dimensiones: análisis de las propiedades y determinación de sus atributos.</li> <li>– Resolución de problemas relativos a objetos geométricos en el plano representados con coordenadas cartesianas.</li> </ul>
	Localización y sistemas de representación	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Relaciones de objetos geométricos en el plano: representación y exploración con ayuda de herramientas digitales.</li> <li>– Expresiones algebraicas de objetos geométricos: selección de la más adecuada en función de la situación a resolver.</li> </ul>
	Visualización, razonamiento y modelización geométrica	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Representación de objetos geométricos en el plano mediante herramientas digitales.</li> <li>– Modelos matemáticos (geométricos, algebraicos, grafos...) en la resolución de problemas en el plano. Conexiones con otras disciplinas y áreas de interés.</li> <li>– Conjeturas geométricas en el plano: validación por medio de la deducción y la demostración de teoremas.</li> <li>– Modelización de la posición y el movimiento de un objeto en el plano mediante vectores.</li> </ul>

Tabla 11 (continuación 1): Currículo Matemáticas I

Sentido algebraico	Patrones	– Generalización de patrones en situaciones sencillas.
	Modelo matemático	– Relaciones cuantitativas en situaciones sencillas: estrategias de identificación y determinación de la clase o clases de funciones que pueden modelizarlas. – Ecuaciones, inecuaciones y sistemas: modelización de situaciones en diversos contextos.
	Igualdad y desigualdad	– Resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones no lineales en diferentes contextos.
	Relaciones y funciones	– Análisis, representación gráfica e interpretación de relaciones mediante herramientas tecnológicas. – Propiedades de las distintas clases de funciones, incluyendo, polinómicas, exponenciales, irracionales, racionales sencillas, logarítmicas, trigonométricas y a trozos: comprensión y comparación. – Álgebra simbólica en la representación y explicación de relaciones matemáticas de la ciencia y la tecnología.
	Pensamiento computacional	– Formulación, resolución y análisis de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología utilizando herramientas o programas adecuados. – Comparación de algoritmos alternativos para el mismo problema mediante el razonamiento lógico.
Sentido socioafectivo	Creencias, actitudes y emociones	– Destrezas de autoconciencia encaminadas a reconocer emociones propias, afrontando eventuales situaciones de estrés y ansiedad en el aprendizaje de las matemáticas. – Tratamiento del error, individual y colectivo como elemento movilizador de saberes previos adquiridos y generador de oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas.
	Trabajo en equipo y toma de decisiones	– Reconocimiento y aceptación de diversos planteamientos en la resolución de problemas y tareas matemáticas, transformando los enfoques de los demás en nuevas y mejoradas estrategias propias, mostrando empatía y respeto en el proceso. – Técnicas y estrategias de trabajo en equipo para la resolución de problemas y tareas matemáticas, en equipos heterogéneos.
	Inclusión, respeto y diversidad	– Destrezas para desarrollar una comunicación efectiva: la escucha activa, la formulación de preguntas o solicitud y prestación de ayuda cuando sea necesario. – Valoración de la contribución de las matemáticas y el papel de matemáticos y matemáticas a lo largo de la historia en el avance de la ciencia y la tecnología.

Tabla 11 (continuación 2): Currículo Matemáticas I

Sentido estocástico	Organización y análisis de datos	– Organización de los datos procedentes de variables bidimensionales: distribución conjunta y distribuciones marginales y condicionadas. Análisis de la dependencia estadística.
		– Estudio de la relación entre dos variables mediante la regresión lineal y cuadrática: valoración gráfica de la pertinencia del ajuste. Diferencia entre correlación y causalidad.
		– Coeficientes de correlación lineal y de determinación: cuantificación de la relación lineal, predicción y valoración de su fiabilidad en contextos científicos y tecnológicos.
Incertidumbre	Incertidumbre	– Calculadora, hoja de cálculo o <i>software</i> específico en el análisis de datos estadísticos.
		– Estimación de la probabilidad a partir del concepto de frecuencia relativa.
		– Cálculo de probabilidades en experimentos simples: la regla de Laplace en situaciones de equiprobabilidad y en combinación con diferentes técnicas de recuento.
Inferencia	Inferencia	– Análisis de muestras unidimensionales y bidimensionales con herramientas tecnológicas con el fin de emitir juicios y tomar decisiones.

Fuente: elaboración propia a partir de <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/04/05/243/con> (BOE)

Tabla 12: Currículo Matemáticas II

Sentido numérico	Sentido de las operaciones	– Adición y producto de vectores y matrices: interpretación, comprensión y uso adecuado de las propiedades.
	Relaciones	– Estrategias para operar con números reales, vectores y matrices: cálculo mental o escrito en los casos sencillos y con herramientas tecnológicas en los casos más complicados.
		– Conjuntos de vectores y matrices: estructura, comprensión y propiedades.

Tabla 12 (continuación 1): Currículo Matemáticas II

Sentido de la medida	Medición	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Resolución de problemas que impliquen medidas de longitud, superficie o volumen en un sistema de coordenadas cartesianas.</li> <li>– Interpretación de la integral definida como el área bajo una curva.</li> <li>– Cálculo de áreas bajo una curva: técnicas elementales para el cálculo de primitivas.</li> <li>– Técnicas para la aplicación del concepto de integral a la resolución de problemas que impliquen cálculo de superficies planas o volúmenes de revolución.</li> <li>– La probabilidad como medida de la incertidumbre asociada a fenómenos aleatorios: interpretaciones subjetiva, clásica y frecuentista.</li> </ul>
	Cambio	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Derivadas: interpretación y aplicación al cálculo de límites.</li> <li>– Aplicación de los conceptos de límite, continuidad y derivabilidad a la representación y al estudio de situaciones susceptibles de ser modelizadas mediante funciones.</li> <li>– La derivada como razón de cambio en la resolución de problemas de optimización en contextos diversos.</li> </ul>
Sentido espacial	Formas geométricas de dos dimensiones	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Objetos geométricos de tres dimensiones: análisis de las propiedades y determinación de sus atributos.</li> <li>– Resolución de problemas relativos a objetos geométricos en el espacio representados con coordenadas cartesianas.</li> </ul>
	Localización y sistemas de representación	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Relaciones de objetos geométricos en el espacio: representación y exploración con ayuda de herramientas digitales.</li> <li>– Expresiones algebraicas de los objetos geométricos en el espacio: selección de la más adecuada en función de la situación a resolver.</li> </ul>
	Visualización, razonamiento y modelización geométrica	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Representación de objetos geométricos en el espacio mediante herramientas digitales.</li> <li>– Modelos matemáticos (geométricos, algebraicos...) para resolver problemas en el espacio. Conexiones con otras disciplinas y áreas de interés.</li> <li>– Conjeturas geométricas en el espacio: validación por medio de la deducción y la demostración de teoremas.</li> <li>– Modelización de la posición y el movimiento de un objeto en el espacio utilizando vectores.</li> </ul>

Tabla 12 (continuación 2): Currículo Matemáticas II

	Patrones	– Generalización de patrones en situaciones diversas.
		– Relaciones cuantitativas en situaciones complejas: estrategias de identificación y determinación de la clase o clases de funciones que pueden modelizarlas.
	Modelo matemático	– Sistemas de ecuaciones: modelización de situaciones en diversos contextos.
		– Técnicas y uso de matrices para, al menos, modelizar situaciones en las que aparezcan sistemas de ecuaciones lineales o grafos.
Sentido algebraico	Igualdad y desigualdad	– Formas equivalentes de expresiones algebraicas en la resolución de sistemas de ecuaciones e inecuaciones, mediante cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, y con herramientas digitales.
		– Resolución de sistemas de ecuaciones en diferentes contextos.
	Relaciones y funciones	– Representación, análisis e interpretación de funciones con herramientas digitales.
		– Propiedades de las distintas clases de funciones: comprensión y comparación.
	Pensamiento computacional	– Formulación, resolución y análisis de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología empleando las herramientas o los programas más adecuados.
		– Análisis algorítmico de las propiedades de las operaciones con matrices, los determinantes y la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
Sentido estocástico		– Cálculo de probabilidades en experimentos compuestos. Probabilidad condicionada e independencia de sucesos aleatorios. Diagramas de árbol y tablas de contingencia.
	Incertidumbre	– Teoremas de la probabilidad total y de Bayes: resolución de problemas e interpretación del teorema de Bayes para actualizar la probabilidad a partir de la observación y la experimentación y la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.
	Distribuciones de probabilidad	– Variables aleatorias discretas y continuas. Parámetros de la distribución.
		– Modelización de fenómenos estocásticos mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal. Cálculo de probabilidades asociadas mediante herramientas tecnológicas.

Tabla 12 (continuación 3): Currículo Matemáticas II

Sentido socioafectivo	Creencias, actitudes y emociones	– Destrezas de autogestión encaminadas a reconocer las emociones propias, afrontando eventuales situaciones de estrés y ansiedad en el aprendizaje de las matemáticas.
		– Tratamiento y análisis del error, individual y colectivo como elemento movilizador de saberes previos adquiridos y generador de oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas.
	Toma de decisiones	– Destrezas para evaluar diferentes opciones y tomar decisiones en la resolución de problemas y tareas matemáticas.
	Inclusión, respeto y diversidad	– Destrezas sociales y de comunicación efectivas para el éxito en el aprendizaje de las matemáticas.
– Valoración de la contribución de las matemáticas y el papel de matemáticos y matemáticas a lo largo de la historia en el avance de la ciencia y la tecnología.		

Fuente: elaboración propia a partir de <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/04/05/243/con> (BOE)

Una vez comparados los currículos entre los contenidos de las asignaturas correspondientes a las modalidades de Bachillerato en Humanidades y Ciencias Sociales, Bachillerato General y Bachillerato en Ciencias y Tecnología, hemos recogido en el siguiente resumen las principales diferencias según los apartados:

- Sentido numérico: en las modalidades de Humanidades y Ciencias Sociales y General existe una introducción a la matemática financiera, mientras que en Ciencias y Tecnología aparecen las operaciones con vectores.
- Sentido de la medida: sólo en la modalidad de Ciencias y Tecnología se estudia trigonometría y se ahonda en la composición de funciones. En la modalidad General no se hace referencia al estudio de funciones.
- Sentido espacial: sólo se estudia esta parte en la opción de Ciencias y Tecnología.
- Sentido algebraico: en las modalidades de Humanidades y Ciencias Sociales y General el alumno no ve todo lo referente a métodos de demostración, razonamiento deductivo e inductivo.
- Sentido estocástico: en Humanidades y Ciencias Sociales y General se introduce el tema de la muestra y estadística paramétrica.
- Sentidos socioafectivos: No existen diferencias, entre las diferentes modalidades, en esta parte del currículo.

Por tanto, más allá de las diferencias en los contenidos propios asignados a cada una de las opciones a elegir por el estudiante, observamos que los estudiantes que escogen cursar el Bachillerato en Ciencias y Tecnología trabajan más la parte de abstracción y razonamiento, mientras que en el caso de los estudiantes que cursan Bachillerato en Humanidades y Ciencias Sociales y Bachillerato General estos procesos cognitivos no se ven reflejados de forma tan fehaciente, especialmente en el Bachillerato General, siendo esta modalidad la que posee un carácter más eminentemente práctico en el ámbito de la vida cotidiana.

Se pueden encontrar también diferencias en el currículo previsto para Matemáticas en las distintas comunidades del país, por lo que al ser Madrid una ciudad que acoge a muchos estudiantes de otras Comunidades Autónomas complica especialmente una posible homogeneización de, al menos, los contenidos que hayan trabajado con anterioridad los alumnos. Así mismo, debe tenerse en cuenta que hay alumnos que proceden de Bachillerato Internacional, en el que existen diferencias con el bachillerato tradicional.

Además, del tipo de bachillerato cursado por el alumno que accede a la etapa universitaria, cabe destacar el perfil de ingreso y de egreso que tienen descritos tanto la universidad, como la titulación que el alumno pretende estudiar.

En el perfil de ingreso se definen aquellas destrezas, habilidades, atributos, actitudes y motivaciones que una titulación en concreto desea que tengan los estudiantes que quieren cursar ese estudio, así como, por supuesto, los conocimientos previos. Mientras que el perfil de egreso muestra que habilidades, conocimientos y competencias debe tener el estudiante a la finalización de los estudios, es un perfil aspiracional, en el que se define cómo debe ser el alumno y qué aportará a la sociedad como profesional. Ambos perfiles son imprescindibles para la entidad educativa y marcan el estilo de alumnos que son admitidos y cómo se deben formar de cara a su inserción en la sociedad, tanto a nivel personal como profesional.

Por tanto, el tipo de bachillerato como el perfil de ingreso son dos elementos claves para el profesor, ya que determinan el tipo de alumno que se va a encontrar en el aula, mientras que el perfil de egreso dirige al profesor sobre hacia dónde debe dirigir la educación, en su concepción más extensa, del alumno. Las dos primeras vienen predefinidas y la tercera se va haciendo a medida que el estudiante va avanzando en sus estudios universitarios.

Si nos fijamos en la primera de las premisas marcadas, el tipo de bachillerato cursado por el alumno, y visto lo expuesto anteriormente, vemos que, el profesor, a diferencia de la mayoría de las asignaturas del grado en las que el punto de partida del alumno es similar para todo el grupo de alumnos, ya que no tienen referencias anteriores, se encuentra ante un variopinto y seguramente muy heterogéneo grupo en su nivel de matemáticas. Esta debe ser la primera tarea que el profesor acometerá, el análisis del nivel de partida de cada uno de los alumnos y del grupo en general.

Además, el docente tendrá también que tener muy en cuenta la segunda premisa, el perfil de ingreso, sobre todo en el aspecto de las actitudes y motivaciones, y trabajar estos aspectos en el aula, tal y como posteriormente desarrollaremos.

### **1.5 Necesidad de un cambio en el modelo de enseñanza de las Matemáticas en las carreras de Economía y Empresa en la universidad**

La necesidad de un cambio, en el modelo de enseñanza de las matemáticas, no sólo viene dado por las dificultades, anteriormente comentadas, y que aluden a temas íntimamente relacionados con la materia, sino que además debe dar respuesta a un cambio de paradigma en la enseñanza superior.

Tal y como hemos comentado anteriormente, el EEES (Espacio Europeo de Educación Superior) promueve un cambio de paradigma basado en que el motor del aprendizaje debe ser el propio alumno y no el profesor. Esta perspectiva nueva de aprendizaje centrado en el aprendizaje autónomo del alumno conlleva una revisión de las metodologías centradas en la adquisición de competencias y el aprendizaje a lo largo de la vida. Este marco nos da una oportunidad de replantear la docencia universitaria de una forma más coherente con los objetivos que se desean.

Según (Díaz M. , 2005) las razones que llevan a esta necesidad de cambio de modelo son:

#### 1) La sociedad del conocimiento.

Vivimos en una sociedad que está marcada por los avances tecnológicos y las comunicaciones, en el que la transferencia de información cambia la forma en la que se desarrollan las actividades. Esto nos lleva a una adaptación constante a estos cambios y, por tanto, a un aprendizaje continuo.

2) Búsqueda personal del conocimiento.

De ese aprendizaje continuo que hemos visto se deriva que el proceso formativo debe durar toda la vida y que, por tanto, no puede quedar reducido a un determinado período de nuestras vidas. Al plantearlo como algo continuo queda claro que debe estar supeditado a una decisión en la que cada uno realice esa búsqueda personal.

3) Estudio y trabajo autónomo.

Esta necesidad se deriva de la anterior. Si cada uno de realizar esa búsqueda individual del conocimiento debe realizarlo poniendo en juego el estudio y el trabajo autónomos.

4) Aprendizaje por competencias.

Fruto de esta sociedad del conocimiento y del constante cambio en las situaciones que se presentan cabe plantearse un giro en el proceso de enseñanza-aprendizaje de aprendizaje de conocimientos a adquisición de competencias que permitan resolver dichas cuestiones. Es un cambio en el que pasamos de lo que el alumno debe saber a lo que el alumno tendrá que saber hacer.

Para que este cambio de paradigma se produzca serán necesarios una serie de cambios en las estructuras y metodologías (Díaz M. , 2005):

- Tutorizar secuencialmente las experiencias de aprendizaje de los estudiantes guiando sus aprendizajes.
- Adecuar la modalidad de la enseñanza.
- Determinar la metodología a utilizar teniendo en cuenta las competencias que se desean adquirir y que tenga en cuenta la posición del profesor y del alumno y su papel en el desarrollo de esta.
- Establecer distintos tipos de evaluación e integrar la autoevaluación del alumno.

Por tanto, teniendo en cuenta el cambio metodológico propugnado por el EEES en el que el centro del proceso enseñanza-aprendizaje es el alumno y la necesidad de formar en competencias, es necesario una revisión de la estructura y organización de las materias en la universidad.

Aunque, tal y como hemos detallado anteriormente, el motor del aprendizaje debe ser el alumno y no el profesor, tal y como se explicita en el Informe sobre la Enseñanza de las Matemáticas en Europa hay tres aspectos fundamentales en la formación del profesor: conocimientos de la materia,

competencias y habilidades para enseñar dichos conceptos y por último conocer los procedimientos por los que los alumnos aprenden mejor. “Los enfoques pedagógicos y la metodología utilizada en los centros educativos para enseñar matemáticas pueden tener un gran impacto no solo sobre cuánto aprenden los alumnos en el aula, sino también sobre la calidad de dicho aprendizaje. Una metodología apropiada puede mejorar el nivel de comprensión de los alumnos. Los métodos didácticos también influyen en la forma en que los estudiantes se implican en su aprendizaje y en cómo lo disfrutan, lo que, a su vez, repercute directamente sobre la cantidad y la calidad de lo que aprenden” (Eurydice, 2012b).

El método didáctico, pues, influye notablemente en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno, pero no se existe un único método didáctico eficaz para lograr el objetivo, sino será labor del docente escoger en cada momento qué método es el más adecuado de acuerdo con los conceptos que quiera explicar y la tipología de alumnos que tenga en el aula. “Los datos procedentes de los estudios internacionales indican que, en la práctica, se están manejando un gran número de enfoques pedagógicos. Sin embargo, para que los profesores sean capaces de proporcionar esta flexibilidad metodológica y de seleccionar el enfoque o el método más apropiado en cada momento, es esencial el acceso a una formación permanente eficaz” (Eurydice., 2012).

En este contexto, la motivación por la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas se relaciona con una serie de conceptos complementarios, que argumentan su contenido motivador para el estudio de las matemáticas en los cinco supuestos siguientes: 1) El autoconcepto apunta a la cualidad con que el individuo se percibe a sí mismo como estudiante, incluido el sentido de la autoeficacia. 2) Autorregulación o capacidad para desarrollar estrategias de aprendizaje y resiliencia. 3) Dedicación del alumno al estudio y su activa participación. 4) Actitudes positivas hacia la educación y el aprendizaje. 5) Las repercusiones sobre el alumno en cuanto a la autoestima, al estrés o a la ansiedad que le producen (Eurydice., 2012).

Este mismo estudio ahonda sobre la importancia de la motivación de los alumnos a la hora aumentar el tiempo de estudia en la materia y por tanto como factor decisivo en la mejora del rendimiento: “Cuando los alumnos están motivados hacia el aprendizaje emplean más tiempo realizando tareas de la materia y tienden a ser más persistentes a la hora de resolver problemas matemáticos... En consecuencia, la motivación de los alumnos juega un papel clave en el rendimiento de esta disciplina” (Eurydice., 2012).

## 1.6 Algunas conclusiones

La matemática es una ciencia formal que permite, además, el desarrollo de otras ciencias y tecnologías. Su estudio y enseñanza han ido evolucionando a través de los siglos, adaptándose a las necesidades del momento.

Actualmente, es necesario realizar un cambio dentro de la enseñanza de las matemáticas en el contexto universitario, provocado por un cambio de paradigma que señala al alumno como motor del aprendizaje, así como por las dificultades derivadas de los conocimientos previos y actitudes del alumno que accede a la etapa universitaria.

Este cambio, a la vista de los autores consultados, podemos reducirlo a cuatro puntos clave dentro del proceso formativo:

1. Binomio profesor-alumno: en cuanto a la relación que se produce entre ellos y las sinergias encontradas.
2. Mejora de las actitudes matemáticas y la actitud hacia las matemáticas: desarrollar y avanzar en el estudio y adquisición de conocimientos, pero sin perder la mejora de las actitudes y motivaciones mostradas hacia la enseñanza que se pretende adquirir.
3. Metodología adecuada a las competencias a adquirir: es importante el qué, pero no menos importante el cómo. Las metodologías deben estar adaptadas al perfil del alumno y a los objetivos que se pretenden alcanzar.
4. Aprendizaje continuo y formativo: el aprendizaje no debe entenderse como una suma de conocimientos a adquirir, sino como un proceso continuo, sumativo y adaptativo, en el que se conectan aprendizajes anteriores con nuevos contenidos y van construyendo un conocimiento más amplio y más profundo, en el que el alumno se convierta en el eje central del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Teniendo en cuenta estos puntos clave, consideramos fundamental revisar el concepto de aprendizaje, así como los tipos de aprendizaje existentes y cuál de ellos engloba los cuatro puntos descritos, así como el impacto de dicho aprendizaje en el rendimiento académico del alumno.



## Capítulo 2. Aprendizaje del estudiante universitario

Actualmente existe una creciente preocupación entre los profesores del área matemática de las universidades, al comprobar la brecha importante que se evidencia entre aquello que los alumnos aprenden de matemáticas en la universidad y lo que realmente necesitan para su formación.

Debido a que la enseñanza en bachillerato continúa siendo en su mayoría tradicional, se encuentra que en muchas ocasiones en el primer curso universitario es difícil realizar el salto a una comprensión matemática basada en relaciones y no en repetición y memoria.

Como resultado, el estudiante no percibe la importancia de las matemáticas y su aplicación en el resto de las materias, al igual que en su mundo más cercano. Es posible que el estudiante pueda replicar soluciones en contextos similares a aquellos que ha aprendido, pero difícilmente podrán resolver un problema con matices diferentes a los asimilados.

Por esta razón, se crea una necesidad en los profesores en cuanto a la aplicación de nuevas metodologías que desarrollen el pensamiento del alumno con métodos y técnicas que mejoren su aprendizaje significativo.

Por tanto, es clave conocer qué entendemos como aprendizaje significativo.

Para ello, primero nos centraremos en qué es aprendizaje, modelos educativos, tipos de aprendizaje y las metodologías que permiten que el aprendizaje ocurra y sea transformador.

### 2.1 Definición y modelos pedagógicos

Si acudimos a la Real Academia de la Lengua encontramos la siguiente definición: “aprendizaje: acción y efecto de aprender algún arte, oficio u otra cosa. Adquisición por la práctica de una conducta duradera”. Lo que nos lleva al vocablo “aprender: adquirir el conocimiento de algo por medio del estudio o de la experiencia” (Real Academia Española, 2014).

Podemos decir, por tanto, que el aprendizaje depende del estudio, la práctica y su mantenimiento en el tiempo. Para afirmar que hemos aprendido han tenido que sucederse tres fases. Primero adquirir conocimientos a partir de la información que ya se tiene, bien porque nos venga dada

o bien por la búsqueda de esta. Segundo hay que poner en juego ese saber encontrado y experimentarlo. Y por último debe ser relativamente permanente en el tiempo.

Podemos obtener conocimientos y ser capaces de repetirlos, pero si no somos capaces de ponerlos en juego, de relacionarlos nos estaremos quedando en un mero aprendizaje repetitivo, es decir, soy capaz de memorizar contenidos, pero no los entiendo, ni los relaciono con otros conocimientos.

A lo largo de la historia ha habido diferentes modelos de aprendizaje, enumerando a continuación los más destacados:

- Modelos conductistas: muchos de los primeros modelos de aprendizaje son de este tipo caracterizándose en su mayoría por considerar al estudiante como objeto pasivo y basarse en la asociación de estímulos. Dentro de este modelo podemos destacar los siguientes:
  - Condicionamiento clásico: aprendemos en base a la asociación entre estímulos que nos producen una determinada respuesta. Los autores más destacados son Pavlov y Watson.
  - Condicionamiento instrumentalizado: aprendemos, también, en base a la asociación de estímulos y las respuestas recibidas y su repetición, que se reforzarán o no según si son positivas o negativas. Su máximo exponente es Thorndike.
  - Condicionamiento operante: introduce el concepto de “consecuencias” en cuanto a las respuestas recibidas a los estímulos, consecuencias positivas o reforzadoras y consecuencias negativas o castigos. Skinner es su principal autor.
  
- Modelos cognitivos o cognitivistas: surgen como una mejora de los modelos conductistas al incorporar la cognición humana, teniendo en cuenta las diferentes capacidades, habilidades y comprensiones.
  - Cognitivo social: este modelo desarrollado por Bandura defiende que el ser humano aprende por observación social, aprendizaje observacional. El aprendizaje está condicionado por el entorno.
  - Aprendizaje acumulativo: desarrollado por Gagné. Se basa en el aprendizaje propugnado por el condicionamiento clásico y en su ordenamiento posterior, de forma que es necesario incorporar los aprendizajes inferiores para llegar a aprendizajes superiores, comenzamos por estímulos y llegamos a conceptos.

- Modelos constructivistas: este modelo pone el centro en el alumno que es quien construye su propio conocimiento a partir de conocimientos anteriores. Los más importantes son:
  - Aprendizaje experiencial: “la generación de situaciones de enseñanza – aprendizaje en las que, en continua interacción con sus pares y el entorno, los participantes acuñan conceptos que trascienden actitudes individuales e individualistas direccionándolos, junto con sus aprendizajes, a nuevos niveles de exigencias físicas, emocionales y cognitivas” (García Hineirosa, 2015). Se basa en la experiencia directa y la reflexión sobre la misma. El principal exponente es Kolb.
  - Teoría del aprendizaje: desarrollada por Piaget. El ser humano tiene una serie de conocimientos que al recibir un concepto nuevo tienen que asimilar y adaptarse. Asimilación y acomodación.
  - Teoría sociocultural: de Vygotsky. Se basa en el apoyo al estudiante. El aprendizaje es un proceso social y colaborativo. Existe un tipo de conocimiento que el estudiante puede alcanzar por sí solo, pero también un conocimiento que sólo alcanzará con la ayuda externa es lo que ha llamado la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), donde se produce el aprendizaje más eficaz.
  - Teoría del aprendizaje significativo: desarrollada por Ausubel. Este modelo se basa en el conocimiento que ya posee el alumno y su vinculación con conocimiento nuevo, de forma que se da un nuevo sentido a lo ya aprendido y en base a su conexión con el conocimiento nuevo se desarrolla un aprendizaje superior

En este punto hemos desarrollado los modelos más importantes, pero existen otros que están especialmente en auge y que merecen ser destacados:

- Conectivismo: se enmarca como una evolución del constructivismo, pero enmarcado dentro de la era digital. Se basa en un aprendizaje mediante la creación y navegación a través de redes de información. “El punto de partida del conectivismo es el individuo. El conocimiento personal se compone de una red, la cual alimenta a organizaciones e instituciones, las que a su vez retroalimentan a la red, proveyendo nuevo aprendizaje para los individuos. Este ciclo de desarrollo del conocimiento (personal a la red, de la red a la institución) les permite a los aprendices estar actualizados en su área mediante las conexiones que han formado” (Siemens, 2004).

- Aprendizaje basado en problemas: dentro del modelo constructivista. “Es un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos” (Barrows, 1996). El principal valor está en el propio proceso de aprendizaje, no en la solución final.
- Aprendizaje basado en proyectos: es “una modalidad de enseñanza centrada en tareas a través de un proceso compartido de negociación entre los participantes” (García-Varcácel Muñoz-Repiso & Basilotta Gómez-Pablos, 2017). Los estudiantes aprenden trabajando en proyectos reales que se centran en problemas del mundo real.

Hasta el siglo XX el modelo educativo referente era el modelo conductivista en el que el aprendizaje se basa principalmente en el estímulo y respuesta sin que se produzca en el alumno cambios cognitivos, tal y como hemos visto. Este modelo pone el centro en el profesor, como aquel que imparte el conocimiento, siendo el alumno un mero receptor del mismo, dejándole asumir un papel pasivo y secundario en el proceso del aprendizaje.

A principios del siglo XX toma fuerza las teorías que incorporan el elemento cognitivo en el aprendizaje, mejorando los modelos anteriores basados en el conductivismo.

Pero es a mediados de siglo cuando se producen los cambios más relevantes, frente a los modelos conductictas, al surgir con fuerza una nueva corriente pedagógica, el modelo constructivista. En este modelo, es el alumno el que construye su propio aprendizaje. El conocimiento es una construcción del ser humano que se realiza con los conocimientos que ya posee. Por tanto, el alumno pasa a tener un rol activo en el aprendizaje.

En el siguiente cuadro podemos ver las principales diferencias entre ambos modelos.

Tabla 13: *Conductivismo vs Constructivismo*

<b>CONDUCTIVISMO</b>	<b>CONSTRUCTIVISMO</b>
Se basa en el profesor	Se basa en el alumno
No se producen cambios cognitivos	Son necesarios los cambios cognitivos
El conocimiento se adquiere	El conocimiento se crea
El conocimiento es abstracto	El conocimiento está ligado al contexto y las experiencias
Existe una única realidad	Hay diferentes realidades según el contexto
Elementos clave: aprendizaje basado en estímulo y respuesta	Elementos clave: aprendizaje basado en las propias experiencias
La transferencia es el resultado de la generalización	La transferencia se produce cuando el aprendizaje se contextualiza
El fin es el contenido	El fin es construir y validar distintas realidades según el contexto
La meta es conocer conceptos	La meta es elaborar e interpretar conceptos

Fuente: Elaboración propia

A la vista de la tabla anterior y teniendo en cuenta el fin que se persigue en esta investigación, es el modelo constructivista, el que se considera más afín a nuestras metas.

El constructivismo se basa fundamentalmente en tres autores: Jean Piaget, Lev Vygotsky y David P. Ausubel.

Jean William Fritz Piaget epistemólogo y psicólogo suizo, es considerado como el padre del constructivismo. Para Piaget la inteligencia es adaptación, pasando de menor a mayor complejidad de conceptos, siendo consecutivos y en los que se produce integración del conocimiento. La meta es el conocimiento científico. Para el desarrollo cognitivo son fundamentales dos procesos: asimilación y acomodación.

Asimilación: consiste en la interiorización de un concepto a una estructura cognitiva preestablecida. En esta etapa se comprende y experimenta.

Acomodación: en esta fase se modifican las estructuras cognitivas para incorporar nuevos conceptos.

Lev Vygotsky psicólogo ruso. Introdujo la importancia del carácter histórico y social de los procesos. El docente examina el nivel de conocimiento previo del alumno, de forma que puede ayudarlo a conseguir niveles más avanzados de conocimiento, pudiendo alcanzar el desarrollo potencial ideal.

Y, por último, llegamos a David Paul Ausubel psicólogo y pedagogo estadounidense, creador de la Teoría del Aprendizaje Significativo. Según Ausubel la cantidad y rapidez del aprendizaje depende de:

- 1) la relación entre conocimientos antiguos y nuevos
- 2) la naturaleza de la relación entre los mismos.

Ausubel rechaza el supuesto promulgado por Piaget de que sólo se entiende lo que se descubre, sino que también puede entenderse lo que se recibe. Es por tanto un firme defensor del método deductivo. Esta teoría rechaza el aprendizaje mecanicista por sí solo, pero puede complementar al aprendizaje significativo en algunos campos, tales como las Matemáticas que es el que nos ocupa.

“Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio enunciaría este: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñele consecuentemente” (Ausubel D. , 1983).

Últimamente el modelo constructivista ha recibido importantes críticas de diversos pedagogos, una de sus principales detractores ha sido Inger Enkvist. Enkvist critica que el constructivismo presupone la autonomía del alumno y su aprendizaje y minimiza el papel del esfuerzo y la memoria en el proceso del aprendizaje. Poniendo como ejemplo el ballet, Enkvist dice lo siguiente: “El aprendizaje se hace imitando en primer lugar a un modelo, practicando hasta automatizar el movimiento, adquiriendo así su experiencia. Se aprende repitiendo una y otra vez, día tras día, año tras año. Solo después de tener automatizados los movimientos del cuerpo, se puede hablar de una interpretación artística” (Enkvist, 2006). En esta misma línea Kirschner, Sweller y Clark argumentaron que pensar que los alumnos con pocas repeticiones pueden entender algo, siendo lo importante *comprender la*

*idea* y no los contenidos y su relación con otros, es una pérdida de tiempo, ya que a largo plazo se pierde (Kirschner, Sweller, & Clark, 2006).

Otro de los cambios que se está produciendo en el modelo de aprendizaje es la programación en base a competencias, en España el sistema educativo está estructurado en clave competencial, pero hay autores que propugnan que centrarse solo en competencias no es suficiente, tomando como base el Informe de la UNESCO “La educación encierra un tesoro” (Delors & al., 1996), que establece cuatro pilares en los que debe centrarse la educación, siendo la competencia solo uno de ellos. En este sentido como una evolución de los modelos centrados en el alumno y la experiencia, y como mejora del basado en competencias, surge el modelo centrado en la relación interpersonal entre profesor y alumno. “...en el modelo centrado en el alumno el acto educativo descansa sobre todo en lo que el alumno hace. No obstante, proponemos que este cambio es insuficiente y que hace falta más bien entender el acto educativo centrado en todo el juego de relaciones interpersonales que permite un centro escolar” (Orón Semper, 2017).

## **2.2 Tipos de Aprendizaje.**

Podemos encontrar diferentes tipos de aprendizaje, siendo los más extendidos según la pedagogía los siguientes:

- Aprendizaje receptivo
- Aprendizaje por descubrimiento
- Aprendizaje mecánico
- Aprendizaje significativo

A continuación, vamos a desarrollar brevemente cada uno de ellos.

### **1. Aprendizaje receptivo.**

El estudiante sólo comprende el contenido para su reproducción, pero no descubre nada. Memoriza conceptos sin comprenderlos ni relacionarlos. En este tipo de aprendizaje el alumno se convierte en sujeto pasivo, es el profesor quien transmite los conocimientos. Según Ausubel, lo que debe aprenderse se le presenta al aprendiz en su forma final.

## 2. Aprendizaje por descubrimiento.

El estudiante debe construir el conocimiento por sí mismo, descubre los conceptos y sus relaciones. El profesor debe motivar la curiosidad del alumno para que éste vaya descubriendo progresivamente los conceptos. El contenido principal del aprendizaje debe ser descubierto por el aprendiz.

## 3. Aprendizaje mecánico.

El estudiante almacena los nuevos conceptos de forma arbitraria, sin conectar o relacionar con información ya existente.

## 4. Aprendizaje significativo.

De igual forma que hicimos con los vocablos “aprendizaje” y “aprender” volvemos a la Real Academia de la Lengua para buscar el significado de “significativo: que da a entender o conocer con precisión algo”. La palabra clave es precisión, de esta forma se establece que significativo es cuando se conoce algo de forma exacta, completa y rigurosa.

### **2.3 El Aprendizaje Significativo y su relevancia**

Una vez definidos formalmente los principales tipos de aprendizaje, debemos centrarnos en ver cuál de ellos se adapta mejor a la metodología de enseñanza que queremos desarrollar en el aula con nuestros estudiantes.

Tras una visión global consideramos que es el aprendizaje significativo el que recoge los principales ítems que creemos que tienen impacto en el aula y, además, dentro del contexto educativo es la que en mayor medida se está desarrollando, ya que como dice Moreira “una buena enseñanza debe ser constructivista, promover el cambio conceptual y facilitar el aprendizaje significativo” (Moreira, 2000).

Esto no significa que el resto de los tipos de aprendizaje no sean válidos o incluso necesarios. Existen situaciones en las que es deseable que el alumno adquiera conocimientos basándose en otro tipo de aprendizaje, como puede ser el mecánico. Este es el caso de adquisición de conocimientos totalmente novedosos, en las que el estudiante debe almacenarlos de una forma metódica, sin que exista una conexión con conocimientos previos. De igual forma pasa con el aprendizaje receptivo y por descubrimiento, puede parecer que lo deseable es que el objeto de aprendizaje sea descubierto por

el alumno y que además este aprendizaje es significativo, pero sólo lo será si el alumno lo incorpora a su estructura cognitiva estableciendo relaciones con conceptos previamente fijados, si esto no se produce, no será significativo.

Puede parecer que el aprendizaje por descubrimiento sea deseable frente al aprendizaje por recepción, pero depende de la finalidad. No es lo mismo la adquisición de procedimientos científicos que la adquisición de grandes estructuras de conocimiento. En la primera sí es posible el aprendizaje por descubrimiento, pero no en la segunda, en la que es más eficiente el aprendizaje receptivo. De igual forma que, aunque parezca a primera vista que el aprendizaje por descubrimiento necesita de una mayor madurez cognitiva, a edades tempranas la mayor parte del aprendizaje del niño se realiza a través del método del descubrimiento y es más tarde cuando se establece el aprendizaje de tipo receptivo.

De igual forma podemos preferir el aprendizaje significativo ante el aprendizaje mecánico, pero en ciertas situaciones es necesario el uso del aprendizaje mecánico, como pudiera ser la memorización de fórmulas. El aprendizaje significativo lo que haría es relacionar estos conceptos nuevos aprendidos con otros previamente adquiridos, de forma que el alumno ancle esta información y sea relevante para él.

Por tanto, no podemos establecer que los tipos de aprendizajes sean estancos, es decir, si se da uno no puede darse el otro, sino más bien hay que pensar en ellos como un continuo, tal y como defiende Ausubel. Todos ellos son valiosos, en tanto en cuanto su finalidad sea la de adquisición de conocimientos de tipo cognitivo, estableciendo conexiones con conocimientos previamente adquiridos.

Teniendo en cuenta lo anterior y de acuerdo solo con su significado expreso, aprendizaje significativo sería adquirir conocimiento por medio del estudio de la experiencia con precisión. Pero exactamente, ¿qué se entiende por aprendizaje significativo?

Para el psicólogo estadounidense Ausubel “un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo un concepto o una proposición” (Ausubel, 1983), es decir, se relaciona la información nueva con la que ya se posee, reajustando y reconstruyendo ambas informaciones en el proceso.

Ausubel señala la importancia de relacionar conocimientos de forma que para que el alumno aprenda debe conectar saberes. Se relaciona la información nueva con la que ya se posee, reajustando y reconstruyendo ambas informaciones durante el proceso. ¿Cómo? Es el profesor el encargado de diseñar tareas o actividades que logren establecer estos vínculos.

“El ser humano tiene la disposición de entender -de verdad- sólo aquello a lo que encuentra sentido o lógica”. El aprendizaje significativo se basa en tres paradigmas: el aprendizaje relacional, la retroalimentación entre docente y alumno y la transferencia.

Ausubel, (1983) distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, de conceptos y de proposiciones.

El aprendizaje de representaciones se produce cuando el alumno da un significado a un símbolo específico, es decir, adquiere un vocabulario previo a la formación de conceptos. El siguiente nivel serían los conceptos entendiéndose por los mismos objetos, hechos o propiedades que poseen características comunes y se designan por un nombre particular o símbolo. Se adquieren por experiencia directa: generando hipótesis, comprobándolas y finalmente generalizándolas. Por último, el aprendizaje de proposiciones, en el que el estudiante relaciona varias ideas o conceptos simples de forma que la suma de estos produce un nuevo significado mayor que el de la suma de estos. Para ello debe existir diferenciación progresiva, integración jerárquica y combinación. Es decir, en la adquisición de contenidos el estudiante debe diferenciar entre aquellos más generales de aquellos más específicos, subordinando unos a otros a través de una composición jerárquica y por último estableciendo relaciones entre contenidos del mismo nivel para integrarlos, en lo que Ausubel denominó *reconciliación integradora*.

De acuerdo con lo visto anteriormente se producirá aprendizaje significativo si:

- Se produce un cambio cognitivo
- Es permanente. Se mantiene a largo plazo
- Depende de los conocimientos previos, basándose en la experiencia.

Aunque consideramos a Ausubel como el autor más importante dentro del aprendizaje significativo existen otros autores que han asumido dicha teoría y que han aportado conceptos importantes.

Joseph D. Novak, educador estadounidense, autor de la Teoría del Mapa Conceptual. Novak aportó a la teoría de Ausubel el toque humanista.

Ausubel en su teoría del aprendizaje significativo explicita que además de que el material sea potencialmente significativo, el estudiante debe tener la disposición de querer aprender, debe querer relacionar el nuevo contenido con el conocimiento previo.

Novak en su teoría de la educación dijo que “el aprendizaje significativo subyace a la construcción del conocimiento humano y lo hace integrando positivamente pensamientos, sentimientos y acciones, lo que conduce al engrandecimiento personal” (Novak, 1977).

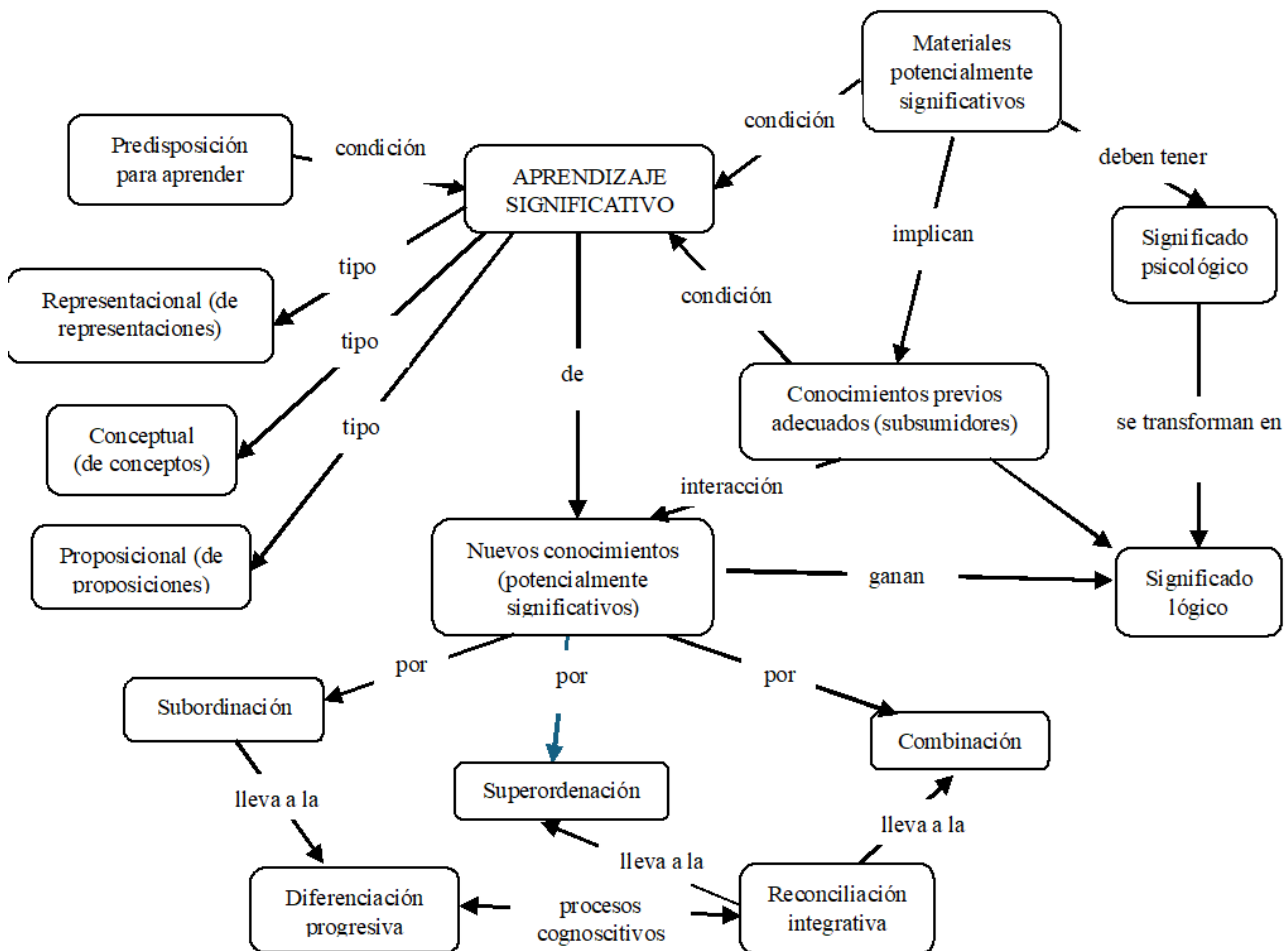


Figura 4: Mapa conceptual para el Aprendizaje Significativo según Ausubel

Fuente: (Moreira, 2000)

La manipulación de atributos relevantes de la estructura con fines pedagógicos se lleva a efecto de dos formas (Ausubel D. , 1968):

- Sustantivamente: relacionando los contenidos más relevantes de la materia con los aspectos más importantes en la estructura cognitiva del alumno.
- Programáticamente: ordenando secuencialmente la materia y planificando actividades.

Por tanto, con respecto a lo que dice Ausubel es que no todo lo que aparece en los programas es importante y además organizarlo de forma que facilite el aprendizaje del alumno. Dicha organización está sujeta a cuatro principios: diferenciación progresiva, reconciliación integrativa, organización secuencial y consolidación.

La *diferenciación progresiva* hace referencia a una organización en la que los contenidos generales sean revisados al comienzo de la materia, para posteriormente, centrarse en aquellos más específicos.

La *reconciliación integrativa* busca relacionar conceptos e ideas, de forma que podamos establecer sus principales diferencias y semejanzas.

La *organización secuencial* consiste en adecuar la secuencialidad de la materia de la forma más coherente posible, teniendo en cuenta los criterios anteriores y la secuencia natural de los contenidos.

Por último, la *consolidación*, por el cual el alumno debe dominar un contenido antes de avanzar en otros nuevos, de esta forma se asegura la consecución del aprendizaje.

Además, podemos determinar las siguientes estrategias facilitadoras para conseguir aprendizaje significativo:

1. Organizadores previos: es un material introductorio compuesto por un conjunto de conceptos y proposiciones de mayor nivel de inclusión y generalidad que la información nueva que los alumnos deben aprender. Su función principal es tender un puente cognitivo entre la información nueva y la previa, con lo que se favorecerá el logro de un aprendizaje significativo. Los organizadores previos deben ser utilizados activamente por los alumnos, para lograr una adecuada asimilación de la nueva información con la ya existente (Díaz & Hernández, 1998)
2. Mapas conceptuales: los mapas conceptuales, o mapas de conceptos, son sólo diagramas que indican relaciones entre conceptos, o entre palabras que usamos para representar conceptos (Moreira M. A., 2005).
3. Diagramas V: son instrumentos heurísticos para el análisis de la estructura del proceso de producción del conocimiento (entendido como las partes de dicho proceso y la manera como se relacionan) y para «desempaquetar» conocimientos documentados bajo la forma de artículos de investigación, libros, ensayos, etc. (Moreira M. A., Aprendizaje significativo crítico, 2005).

4. Actividades colaborativas: a través de estas actividades se potencia el intercambio de experiencias y conocimientos entre iguales. En este punto nos centraremos en el aprendizaje cooperativo.

Como vemos Ausubel no sólo habla de la idea de aprendizaje significativo como teoría del aprendizaje, sino que ofrece estrategias y principios que son claves para llevarlas a la práctica en el aula, por tanto, podemos decir que es una teoría del aprendizaje en el aula (Moreira, 2000).

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es un proceso dirigido a la adquisición por los alumnos de conocimientos científicos, prácticos y útiles. Dentro de las estrategias facilitadoras que propugna el aprendizaje significativo tomamos como referencia, principalmente, el uso de organizadores previos y las actividades colaborativas.

Los organizadores previos serán de gran relevancia en lo que presentaremos más tarde como “ficha de aprendizaje”. Estas fichas actúan como puente entre el conocimiento previo y el que se pretende construir. En cuanto a las actividades colaborativas, nos centraremos en metodologías didácticas basadas en el aprendizaje cooperativo, para promover y alcanzar los objetivos previstos.

El aprendizaje cooperativo representa una forma de organización social del aula, situada dentro del marco conceptual del aprendizaje entre iguales y caracterizada por el tipo de interdependencia que se fomenta entre los compañeros pertenecientes a un grupo de trabajo.

Al respecto Johnson, Johnson y Holubec lo definen como el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

Los elementos básicos del aprendizaje cooperativo fomentan la interdependencia positiva, la interacción cara a cara estimuladora, la responsabilidad individual, las habilidades interpersonales y el grupo pequeño y la autorreflexión de grupo.

Los miembros del grupo promueven el aprendizaje de los demás ayudando, compartiendo y animando a los demás a aprender.

“La metodología de aprendizaje cooperativo apuesta por una activación del estudiante en el aula con el fin de hacerle partícipe de su propio aprendizaje a nivel cognitivo y metacognitivo, favorecer las relaciones entre iguales para el desarrollo de competencias tanto efectivas como afectivas, y una reformulación de las funciones del docente en el aula más allá de una exposición y enseñanza de la nueva información, tratándose en profundidad de una actitud, observación y

preocupación sistemática del grupo y un trabajo de mediación y orientación del aprendizaje y desarrollo de los estudiante hacia la calificación de significativo” (Pérez Estébanez & López Fernández-Escandón, 2015).

Los comportamientos que abarca el aprendizaje cooperativo son el liderazgo, la creación de confianza, la comunicación, la toma de decisiones y la resolución de conflictos.

Para que el aprendizaje del alumno sea efectivo es crucial la participación del profesor en el diseño de las tareas en su planificación académica, “estos aprendizajes no se producirán de manera satisfactoria a no ser que se suministre una ayuda específica mediante la participación del estudiante en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas, que logren propiciar en éste, una actividad mental constructivista” (Coll, y otros, 1997). “Los planificadores educativos y los docentes deben diseñar las estrategias didácticas que le permitan relacionar las experiencias previas y los nuevos aprendizajes que se proponen a partir de las necesidades, interés y problemas del estudiante” (Ausubel D. , 1978). Además, el papel del docente, en este tipo de aprendizaje, en la evaluación es fundamental, ya que debe “hacer partícipe al estudiante en el diseño y formulación de un currículo activo y pertinente, que pueda cerrar la brecha en el proceso evaluativo sancionatorio y haga de la evaluación una actividad más del aprendizaje significativo” (Vahos, Muñoz, & Londoño-Vásquez, 2019).

Existen diversas técnicas a través de las cuáles el profesor puede diseñar las tareas a realizar por medio del aprendizaje cooperativo, sintetizadas en Walters (2000), quien señala cuatro modelos principales de aprendizaje cooperativo. Estos métodos destacan por su flexibilidad en la aplicación a diferentes asignaturas, edades, situaciones de aprendizaje, etc. Los cuatro modelos señalados por este autor son: *Jigsaw* (Puzzle), *Student Team Learning* (Aprendizaje por Equipos de Estudiantes), *Learning Together* (Aprendiendo Juntos), y *Group Investigation* (Investigación en Grupo) (Walters, 2000). Las diferencias entre ellos se encuentran en el grado de estructuración de la tarea, la utilización de recompensas, la competición y los métodos de evaluación individual (Trujillo, 2002).

Los objetivos que se persiguen en el trabajo cooperativo son muy diversos y se pueden agrupar de la siguiente forma (Pérez, 2008):

1. Generales:
  - a. Conocer otras formas de aprender.
  - b. Desarrollar habilidad y capacidades como son el trabajo en equipo, la creatividad, la toma de decisiones y el espíritu crítico.

2. Académicos:
  - a. Profundizar en los contenidos de un tema específico.
  - b. Mejorar la capacidad de síntesis y comprensión.
  - c. Aumentar la motivación intrínseca del alumno.
  - d. Gestión del grupo.
  
3. Colaborativos:
  - a. Trabajar colaborativamente.
  - b. Escucha activa dentro del grupo.
  - c. Integración en el grupo.
  - d. Responsabilidad individual.
  - e. Fomentar habilidades sociales.
  - f. Búsqueda del bien común.

## **2.4 Algunas conclusiones**

El proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno no se entiende si no es transformador y permanente en el tiempo. Además, debe ser un aprendizaje que conecte y que sea capaz de sumar nuevos conocimientos armando estructuras cognitivas superiores que ayude al alumno a enfrentarse a problemas reales. Además, el alumno debe consignarse como parte efectiva dentro de este proceso y no como sujeto meramente pasivo, debe ser el protagonista de su propio aprendizaje.

Aunque es el modelo de aprendizaje significativo el que tiene mayor vinculación con lo que entendemos que es un aprendizaje profundo y transformador, hemos visto que son necesarias muchas formas de aprendizaje y que cada una de ellas pueda aportar en alguna de las etapas del proceso.

Al igual que el tipo de aprendizaje, es importante planear las diversas estrategias de aprendizaje que puede utilizar el docente en el aula para lograr su meta. El docente, puede parecer que pierde relevancia dentro del modelo de aprendizaje significativo, pero realmente lo que se produce es un cambio de paradigma, en el que no se le percibe como el transmisor del conocimiento, sino como facilitador del mismo. Esta tarea relevante, la realizará el profesor a través del diseño de estrategias de aprendizaje que permitan al alumno conocer, comprender y relacionar conceptos, de forma que sea capaz, incluso, de generar nuevo conocimiento.

Pero las estrategias de aprendizaje no deben verse como un fin en sí mismas, sino como una parte de un todo, de una metodología diseñada por el profesor para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula.

Hay muchos aspectos en los que el docente puede poner el foco en el aula, pero deben estar vinculados tanto a aspectos cognitivos como sociales y/o emocionales del estudiante. Es en este punto, dónde arranca nuestra investigación, en el diseño de un programa de intervención en el aula que tenga en cuenta al alumno desde la perspectiva cognitiva, como desde la perspectiva social.

### **Capítulo 3. Diseño de un programa de intervención basado en aprendizaje significativo (I): la ficha de aprendizaje**

La mejora continua en la docencia es un aspecto ineludible para cualquier profesor. Cada año deben ser revisados, modificados, actualizados o mejorados, aspectos tales como contenidos, objetivos específicos, resultados de aprendizaje, metodologías aplicadas, actividades, evaluación, etc.

Como fruto de esa necesidad, esta investigación se centra en el diseño de un programa de intervención como metodología a aplicar en el aula. La implementación de un programa de intervención específico con una metodología basada en aprendizaje significativo, apoyada por estrategias de aprendizaje adecuadas, puede tener un impacto positivo en dos aspectos cruciales: la mejora de la actitud de los estudiantes hacia las Matemáticas y el rendimiento académico. Al hacer que el aprendizaje sea más interactivo, relevante y apoyado, los estudiantes pueden desarrollar una actitud más positiva y una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, lo que se traduce en un mayor éxito académico

El programa de intervención tiene dos vertientes que hacen referencia a aspectos diferenciados del estudiante. En primer lugar, el aspecto cognitivo y en segundo lugar el aspecto emocional y social. Las estrategias didácticas que componen este programa son: la *Ficha de Aprendizaje* y el proceso de Acción Tutorial. Cada una de las estrategias se centrarán en uno de los dos aspectos definidos y se implantarán, dentro del trabajo de campo detallado más adelante, en el grupo experimental.

Este capítulo se centra en la parte del programa que se centra en la parte de la metodología que alude al aspecto cognitivo. Para ello utilizamos, lo que hemos llamado y desarrollamos posteriormente como Ficha de Aprendizaje, una herramienta didáctica para organizar la información al estudiante y facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

#### **3.1 Diferentes niveles de Matemáticas de punto de partida**

Antes de proceder a explicar la metodología a seguir, el profesor universitario que imparte Matemáticas se enfrenta a un problema previo que es necesario tener en cuenta de cara a la docencia de la asignatura, los diferentes niveles que los alumnos traen de base de Matemáticas.

Esta diferencia de niveles se debe por una parte a la especialización que ha seguido durante el bachillerato, por otra parte, a la situación geográfica del colegio o instituto de procedencia y por último al propio centro de enseñanza y profesor o profesores que el alumno haya tenido en esta asignatura.

Los alumnos que acceden a los estudios de Administración y Dirección de Empresas provienen de las modalidades de Bachillerato: Humanidades y Ciencias Sociales, General, y Ciencias y Tecnología. En el capítulo 1 mostramos el currículo de las asignaturas que conforman la materia de Matemáticas en las tres modalidades. En Ciencias Sociales: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, en la modalidad General: Matemáticas Generales y en la modalidad de Ciencias y Tecnología: Matemáticas I y Matemáticas II.

Una vez comparados los currículos entre los contenidos de las asignaturas correspondientes a las modalidades de Bachillerato en Humanidades y Ciencias Sociales, Bachillerato General y Bachillerato en Ciencias y Tecnología, recogimos las principales diferencias según los apartados en un resumen que recordamos a continuación:

- Sentido numérico: en las modalidades de Humanidades y Ciencias Sociales y General existe una introducción a la matemática financiera, mientras que en Ciencias y Tecnología aparecen las operaciones con vectores.
- Sentido de la medida: sólo en la modalidad de Ciencias y Tecnología se estudia trigonometría y se ahonda en la composición de funciones. En la modalidad General no se hace referencia al estudio de funciones.
- Sentido espacial: sólo se estudia esta parte en la opción de Ciencias y Tecnología.
- Sentido algebraico: en las modalidades de Humanidades y Ciencias Sociales y General el alumno no ve todo lo referente a métodos de demostración, razonamiento deductivo e inductivo.
- Sentido estocástico: en Humanidades y Ciencias Sociales y General se introduce el tema de la muestra y estadística paramétrica.
- Sentidos socioafectivos: No existen diferencias, entre las diferentes modalidades, en esta parte del currículo.

Podemos concluir que, más allá de las diferencias en los contenidos propios asignados a cada una de las opciones a elegir por el estudiante, observamos que los estudiantes que escogen cursar el Bachillerato en Ciencias y Tecnología trabajan más la parte de abstracción y razonamiento, mientras que en el caso de los estudiantes que cursan Bachillerato en Humanidades y Ciencias Sociales y Bachillerato General estos procesos cognitivos no se ven reflejados de forma tan fehaciente.

Se pueden encontrar también diferencias en el currículo previsto para Matemáticas en las distintas comunidades del país, por lo que al ser Madrid una ciudad que acoge a muchos estudiantes de otras Comunidades Autónomas complica especialmente una posible homogeneización de, al menos, los contenidos que hayan trabajado con anterioridad los alumnos. Así mismo, debe tenerse en cuenta que hay alumnos que proceden de Bachillerato Internacional, en el que existen diferencias con el bachillerato tradicional.

Por todos los motivos descritos, el profesor que imparte la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, a diferencia de la mayoría de las asignaturas del grado en las que el punto de partida del alumno es similar, ya que no tienen referencias anteriores, se encuentra ante un variopinto y seguramente muy heterogéneo grupo en su nivel de matemáticas. Por tanto, el docente deberá, como primera tarea, analizar el nivel de partida de cada uno de los alumnos y del grupo en general.

Además, este hecho debe tenerse en cuenta a la hora estructurar la asignatura y, por tanto, de definir la ficha de aprendizaje.

### **3.2 Prueba de nivel y curso cero**

Enfrentarse a un grupo de alumnos con diferentes niveles de conocimiento condiciona el proceso de enseñanza-aprendizaje, no sólo a nivel individual, sino también a nivel grupal, por lo que la primera tarea que debe realizar el profesor es intentar minimizar este efecto. A continuación, vamos a detallar los pasos a seguir para homogeneizar en la medida de lo posible el conocimiento en el grupo de alumnos, y, sobre todo, evitar que haya lagunas importantes de contenidos que puedan obstaculizar el aprendizaje de los estudiantes.

Para ello, tras la presentación de la asignatura en la que se presentará al alumno los objetivos, metodología, contenidos y sistema de evaluación de esta, se realizará una prueba de nivel básica que tendrá como referencia aquellos conceptos matemáticos que son básicos y esenciales y que, tras la experiencia del profesor de años anteriores, distorsionan en mayor medida a la hora de enfrentarse a la asignatura.

Tras la realización de la prueba el profesor analizará los resultados de esta y en base a los mismos desarrollará un “curso cero” para aquellos estudiantes que necesiten refuerzo en alguno de los conceptos desarrollados en la prueba.

Este curso cero pretende crear una base sólida común y dotar al alumno de unas herramientas mínimas para afrontar la asignatura, siendo el punto de partida para el camino de aprendizaje individual que todo alumno deber realizar para desarrollar el conocimiento de la asignatura.

### **3.3 Descripción de la asignatura en qué se inserta y objetivos educativos**

#### **3.3.1 Descripción de la asignatura**

Dado que la tesis que presentamos tiene un marco de aplicación concreto, la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa que se imparte en la UFV, es necesario poner en contexto desarrollando tanto la descripción de la asignatura, como los objetivos que pretenden alcanzar con su estudio.

“En las ciencias económicas y empresariales, las matemáticas constituyen uno de los principales instrumentos para elaborar y utilizar modelos cuantitativos útiles para la descripción, el análisis y la resolución de situaciones problemáticas. Entre los modelos “deterministas” más comunes están aquellos centrados en las nociones matemáticas de matriz (modelos lineales) y de funciones en una o varias variables (modelos funcionales)” (Guía Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, 2022).

“Esta asignatura pretende que el alumno descubra la belleza de las matemáticas y su utilidad como lenguaje que explica el comportamiento de las ciencias sociales, las artes y la naturaleza. En particular nos centraremos en la economía y el comercio y profundizaremos en cómo interaccionan las matemáticas con la actividad humana y como herramienta para la toma de decisiones buscando relaciones, lenguajes y métodos para ordenar y armonizar, desde niveles más abstractos, los resultados y lenguajes y sacar nuevas formas de relación entre los objetos ya existentes” (Guía Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, 2022).

Para ello el alumno debe conocer el lenguaje matemático, debe ser capaz de discernir qué información es relevante y pasarla a notación matemática, sistematizar, modelizar, analizar e interpretar los resultados, para posteriormente buscar la solución óptima utilizando herramientas de simulación.

El quehacer matemático es simultáneamente descubrimiento y creación. La verdad en matemáticas tiene tres caras (Guía Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, 2022):

- 1) la propia de las relaciones entre objetos (necesidad)
- 2) la de las expresiones del quehacer matemático, histórico y falible
- 3) la verdad lógica - validez o consistencia - exigida en las teorías maduras.

### **3.3.2 Objetivos de la asignatura**

“El objetivo fundamental de la asignatura es formar profesionales con capacidad analítica y diagnóstica para la resolución de problemas, siendo coherentes y honestos en sus juicios” (Guía Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, 2022).

Los fines específicos de la asignatura son (Guía Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, 2022):

- El alumno deberá resolver problemas utilizando las técnicas estudiadas y las herramientas de simulación.
- El alumno conocerá la relación entre la mente humana y la realidad, contemplando las matemáticas desde sus cualidades intrínsecas: el razonamiento lógico, la abstracción y la utilidad.
- El alumno descubrirá el rigor como una característica inherente al método matemático.
- El alumno se habituará a la modelización matemática de problemas de naturaleza empresarial.

### **3.4 Estrategias didácticas en el aprendizaje significativo: la ficha de aprendizaje**

Como ya hemos visto que el alumno tenga un aprendizaje significativo se logrará al provocar relaciones entre aquello que conoce, el nuevo concepto y la aplicación de este.

Las estrategias didácticas son una serie de métodos, técnicas y recursos que se planifican de forma que ayude al estudiante a obtener un aprendizaje significativo. Benedito decía que las estrategias didácticas “son un conjunto planificado de acciones y técnicas que conducen a la consecución de objetivos procedimentales durante el proceso educativo” (Benedito, 2000).

Para lograr nuestro objetivo vamos a diseñar una ficha de aprendizaje como herramienta didáctica para estructurar toda la información referente a la asignatura y facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje. En el contexto de aprendizaje significativo, la ficha de aprendizaje busca promover una comprensión mayor y más duradera para los estudiantes. Una ficha que le ayude a conocer en todo momento qué concepto se va a estudiar, con qué conocimientos pasados podemos relacionarlo, en qué aspectos vamos a profundizar y para qué conocimientos futuros es necesario. Establecer una línea en el tiempo: de dónde partimos y qué conocemos, qué queremos conocer y en qué profundidad y para qué nos va a ser útil.

Buscamos provocar conectar el pasado con el presente para avanzar hacia el futuro. Por una parte, al conectar con el pasado, con aquello que conoce, el alumno tendrá una sensación de tranquilidad al controlar esos conceptos, algo muy importante ya que en demasiadas ocasiones el alumno se encuentra perdido en la materia con sensación de que no le es posible abarcar todo ese conocimiento. De esta forma al recurrir a estudios y conceptos previos será más proclive en ahondar en nuevos aspectos de algo ya familiar.

Por otra se establece en qué grado de profundidad se va a alcanzar en las nuevas ideas, de esta forma se da un marco de referencia comenzando desde lo más básico hasta lo más profundo. En todo momento el alumno conoce en qué medida está avanzando en el estudio y puede testear su aprendizaje.

Por último, avanzamos hacia el futuro. Se establece el porqué y el para qué del conocimiento nuevo en tres escenarios: el propio Grado, el mundo profesional y la vida. De qué forma nos ayudará lo aprendido en el estudio de otras asignaturas del Grado de forma que el conocimiento sigue interrelacionándose con otros futuros conocimientos nuevos. Cómo podemos desarrollar estos conocimientos en el ejercicio profesional y finalmente en qué aspectos de la vida cotidiana nos ayudarán.

En definitiva, la ficha de aprendizaje, como herramienta para una metodología centrada en aprendizaje significativo aporta:

- Una organización estructura y accesible de los contenidos, lo que ayuda a una mayor comprensión y retención de los conocimientos.
- Activa conocimientos previos: permitiendo conectar conocimientos posteriores con nuevos conocimientos.

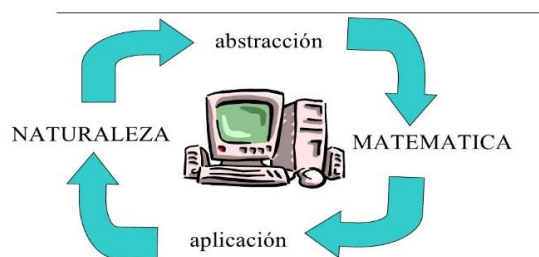
- Promueve el aprendizaje autónomo del alumno: permite que el alumno de forma independiente pueda ir avanzando en el estudio a través de las diferentes actividades de aprendizaje que se presentan en la ficha.
- Permite la reflexión: a través de preguntas que permiten una mayor comprensión y más significativa.
- Retroalimentación continua: a través de la evaluación, el *feedback* y las pruebas de autoevaluación, identificando sus puntos fuertes y áreas de mejora y desarrollar una actitud crítica y reflexiva.

Nuestro punto de partida para desarrollar una metodología basada en el aprendizaje significativo será el modelo matemático. Dicho modelo para la resolución de problemas está basado en cuatro pasos principales:

- 1) Hacernos una pregunta
- 2) Traducir esta pregunta a lenguaje matemático
- 3) Realizar los cálculos necesarios
- 4) Interpretación de resultados

Actualmente el 80% del tiempo dedicado a resolución de problemas se basa en las técnicas de cálculo para problemas simples. Se forma a los estudiantes para que repliquen de forma constante técnicas básicas en la resolución de problemas elementales.

Nuestra metodología pretende dar mayor importancia a los otros tres aspectos, que hasta ahora quedaban en un segundo plano. Aprender a hacernos las preguntas importantes, qué es lo que queremos conocer y definirlo con precisión. Una vez definido el problema, ser capaz de realizar la abstracción a los conceptos matemáticos, formularlo en base al lenguaje matemático. Y, por último, y tras haber realizado los cálculos pertinentes y obtenidos resultados, interpretar los mismos conectándolos con la pregunta inicial y tomar decisiones presentes o futuras. O lo que es lo mismo, naturaleza, abstracción, matemática y aplicación (Álvarez Olivo, 2011).



*Figura 5: Círculo del conocimiento matemático*

Fuente: Competencias en el Cálculo Matemático Dr. MsI. Alonso Alvarez O. Riobamba 2011

No queremos con este cambio de pesos en la ponderación de la importancia de los diferentes pasos del modelo matemático banalizar o menospreciar el cálculo, ya que la elección por parte del alumno del tipo de cálculo a realizar y el proceso del mismo tienen un valor importante, pero no todo el esfuerzo del docente y del estudiante deben centrarse en realizar perfectamente este paso.

Un aprendizaje completo y significativo debe poner en valor los cuatro pasos del modelo matemático sin enfatizar tanto en el cálculo matemático.

Según Niss (1999) existen ocho competencias específicas matemáticas identificadas: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas y utilizar ayuda y herramientas (Niss, 1999).

Si nos centramos en el cálculo hacemos referencia a las competencias con un marcado carácter de utilidad, en concreto, utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas y utilizar ayuda y herramientas, dejando el resto de las competencias al margen o en un lugar secundario.

A través de la ficha recogemos las diferentes actividades que se realizarán en las que se busca desarrollar las diferentes competencias matemáticas antes mencionadas. Para facilitar su evaluación hemos asociado unos objetivos básicos y observables que hacen referencia a las mismas en los que se trabajará con cada tipo de actividad y que se incluirán dentro de la ficha de aprendizaje.

En concreto hemos definido los siguientes objetivos básicos observables:

- Identificación de la idea principal
- Traducción a lenguaje matemático
- Pensamiento crítico

- Mejora en el cálculo matemático
- Diferentes formas de resolver un problema
- Las respuestas inexactas pueden ser adecuadas
- Generalización de modelos
- Creatividad
- Localización de errores
- Análisis de resultados
- Comunicación y colaboración

A continuación, recogemos la interacción entre las competencias matemáticas y los objetivos básicos observables.

Tabla 14: Competencias Matemáticas vs Objetivos Básicos Observables

	Objetivos Básicos										
Competencia Matemática	Identificar la idea principal	Traducir a lenguaje matemático	Pensamiento crítico	Mejora en el cálculo matemático	Existe más de una forma de resolver un problema	Las respuestas inexactas pueden ser adecuadas	Generalización de modelos	Creatividad	Localizar errores	Análisis de Resultados	Comunicación y colaboración
Pensar y Razonar											
Argumentar											
Comunicar											
Modelar											
Plantear y Resolver Problemas											
Representar											
Utilizar Lenguaje y Operaciones Simbólicas, Formales y Técnicas											
Utilizar Ayuda y Herramientas											

Fuente: Elaboración propia

Recopilando, la nueva metodología busca conectar al alumno con el conocimiento a través de una línea de tiempo en el que, a partir de sus conocimientos, provocar que el alumno pueda, mediante nuevos conceptos, generar nuevos conocimientos y todo ello en el desarrollo completo del modelo

matemático para la resolución de problemas que permite el desarrollo de competencias con valor para su futuro.

### 3.4.1 Diseño de la Ficha de Aprendizaje

A continuación, detallaremos de qué forma aplicaremos la metodología anteriormente descrita a la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, basada en el aprendizaje significativo y el modelo matemático.

Tomamos como punto de partida el contenido detallado en la guía docente de la asignatura (Guía Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, 2022) e identificamos, dentro del temario, los puntos clave o pilares básicos de cada uno de sus bloques, como los elementos esenciales de cada uno de ellos. Los cuatro pilares básicos identificados son: derivadas, comportamiento de funciones, optimización en varias variables y análisis de compatibilidad.

En el siguiente cuadro recogemos la correspondencia entre los contenidos teóricos de la guía docente y los cuatro pilares básicos definidos para construir la metodología.

*Tabla 15: Pilares básicos vs Contenidos teóricos*

<b>Pilares Básicos</b>	<b>Contenidos teóricos</b>
Derivadas	Revisión de los conceptos de función, derivada. Derivadas Sucesivas. Derivabilidad. Diferenciabilidad.
Optimización en varias Variables	Estudio de funciones de varias variables. Aplicabilidad en la resolución e interpretación de comportamiento de modelos empresariales.
Comportamiento de Funciones	Representación de funciones de una variable. Aplicación a la Empresa a través de herramientas de simulación.
Análisis de Compatibilidad	Revisión de los conceptos de matriz, determinante y propiedades y operaciones algebraicas. Análisis y modelado de sistemas de ecuaciones lineales: formulación, análisis y resolución (método de Gauss, teorema de Rouché-Fröbenius y regla de Cramer). Tratamiento de datos masivos: programación lineal, indicadores y componentes principales como fundamentos matemáticos aplicados a la empresa.

Fuente: Elaboración propia

Una vez definidos los pilares básicos y los contenidos que recogen, estructuramos cada pilar en lo que a partir de ahora pasamos a llamar ficha de aprendizaje. Cada pilar básico tendrá su correspondiente ficha y de acuerdo con los autores consultados, Sáenz (1994) y López y Moya (2012), los ítems seleccionados que aparecerán en cada ficha serán los siguientes:

- Título
- Objetivo general
- Objetivos básicos observables
- Competencias
- Resultados de aprendizaje
- Actividades
- Rúbricas de Evaluación

A continuación, detallamos qué recoge cada uno de los ítems definidos.

Título: se corresponde con el pilar básico definido y objeto de estudio, pudiendo ser derivadas, optimización, comportamiento de funciones o estudio de compatibilidad.

Objetivo general: define en una frase qué es lo que se espera del alumno y qué conocimientos debe alcanzar.

Objetivos básicos observables: este ítem recogerá cuales de los objetivos básicos observables definidos anteriormente se ponen en juego a través del estudio de este pilar. En concreto:

1. Identificación de la idea principal.
2. Traducción a lenguaje matemático.
3. Pensamiento crítico.
4. Mejora en el cálculo matemático.
5. Diferentes formas de resolver un problema.
6. Las respuestas inexactas pueden ser adecuadas.
7. Generalización de modelos.
8. Creatividad.
9. Localización de errores.
10. Análisis de resultados.
11. Comunicación y colaboración.

Competencias: recogerá la competencia o competencias específicas recogidas en la guía docente de la asignatura que se adquieren a través del pilar estudiado.

Resultados de aprendizaje: aterriza las competencias específicas en resultados objetivos que el alumno debe alcanzar.

Actividades: es la pieza fundamental de la ficha de aprendizaje ya que el diseño de las diferentes actividades deberá ser el que avale la consecución de los objetivos marcados. Para ello y teniendo en cuenta que nuestro eje principal es a través del aprendizaje significativo propiciar que el alumno a través de conocimientos anteriores, conectando con nuevos conceptos sea capaz de construir su propio conocimiento, dividiremos las actividades en tres tipos: básicas, aplicadas y avanzadas. Por tanto, cada pilar básico y ficha metodológica tendrá asociado tres actividades, una de cada tipo.

Definiremos actividades básicas (AB) como aquellas que centren su objetivo en el recuerdo y revisión de conceptos pasados. Las actividades aplicadas (AAp) serán las que su principal objetivo sea conectar estos conceptos conocidos con su aplicación en el mundo real o profesional. El alumno debe dar el salto del conocimiento teórico al conocimiento práctico. Por último, denominaremos actividades avanzadas (AAv) a aquellas en las que el fin último sea el análisis de los datos, la toma de decisiones o la construcción de nuevo conocimiento por parte del alumno. El foco de la AAv se centra en el siguiente paso, es decir, no tanto en la resolución del problema sino en sus consecuencias, posible toma de decisiones o en base a los resultados obtenidos qué conocimiento nuevo se puede extrapolar de los mismos. El alumno sabe cómo se resuelve una cuestión o problema, lo aplica en situaciones reales y es capaz de una vez llegado a una solución analizar sus implicaciones, decidir en consecuencia de estas o crear un modelo matemático para cuestiones semejantes.

A través de las diferentes actividades el alumno realiza un viaje en el que el conocimiento se va desarrollando y tomando sentido.

Como vemos no sólo estamos tratando de establecer una línea temporal donde se incremente el conocimiento de la asignatura, sino también el método sobre su aprendizaje y el desarrollo de su comprensión en la resolución de problemas aplicando el llamado método matemático. Es importante, el qué, porqué, cómo y para qué.

Rúbricas de evaluación: recogerán la ponderación de evaluación de cada una de las actividades realizadas, ayudando de esta forma al alumno a entender no sólo lo que se espera de él, sino cómo se espera que lo realice y cuál es el marco que lo define.

En el siguiente cuadro se relacionan los diferentes tipos de actividades de cada pilar con los objetivos observables que se pretenden lograr en cada una de ellas.

*Tabla 16: Relación entre las diferentes Actividades Formativas y los Objetivos Observables*

<b>Pilares Básicos</b>	<b>Actividades</b>	<b>Objetivos Observables</b>
Derivadas	AB: ejercicios básicos de resolución de derivadas	4 - 9
	AAp: ejercicios aplicados, máximos, mínimos, crecimiento, decrecimiento, recta tangente, continuidad, derivabilidad, derivadas sucesivas.	2 - 4 - 5 - 9
	AAv: crear procedimiento para derivar en varias variables	1 - 2 - 3 - 5 - 7 - 8 - 10 - 11
Optimización en varias Variables	AB: ejercicios básicos de resolución de derivadas parciales	4 - 9
	AAp: ejercicios de optimización	1 - 2 - 4 - 6 - 9 - 10
	AAv: aplicación al mundo empresarial	1 - 2 - 3 - 4 - 10
Comportamiento de Funciones	AB: creación apuntes de estudio	1 - 2 - 3 - 7 - 8 - 11
	AAp: estudio del comportamiento de funciones	3 - 4 - 5 - 6 - 9
	AAv: interpretación y toma de decisiones a la vista de gráficas	3 - 8 - 10
Análisis de Compatibilidad	AB: creación apuntes de estudio	1 - 2 - 3 - 7 - 8 - 11
	AAp: discusión y resolución de sistemas de ecuaciones	1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 9 - 10
	AAv: toma de decisiones a través de Solver	1 - 2 - 3 - 5 - 10

Fuente: Elaboración propia

### **3.4.2 Aplicación**

Una vez definido el marco de la ficha de aprendizaje en su totalidad y haber definido las bondades que se buscan para obtener con su aplicación un aprendizaje significativo para el alumno, pasamos a definir su aplicación.

Las fichas de aprendizaje serán entregadas a cada alumno al comienzo de lo que hemos definido anteriormente como los cuatro “pilares básicos”. El profesor explicará en el aula el objetivo de cada

ficha, explicando cada una de sus partes, centrándose en primera instancia a los conceptos más generales como son los objetivos tanto los generales como los observables, las competencias a desarrollar y los resultados de aprendizaje que se pretenden.

De esta forma el alumno, comienza a ver su aprendizaje como un modelo global en el que todo está conectado y tiene un sentido más amplio que el que propiamente puede esperarse por sí mismo. Es decir; es importante conocer los objetivos, pero teniendo en cuenta de qué forma queremos alcanzarlos (competencias) y sabiendo que se pretende que el alumno pueda demostrar haber aprendido (resultados de aprendizaje). Esta reflexión aproxima al alumno al fin último de la asignatura y no a la inmediatez del estudio y la realización de ejercicios.

Una vez que esté definido el propósito de la ficha de aprendizaje el profesor pasará a detallar las actividades a realizar. En este punto cabe destacar la importancia de que el alumno entienda que la denominación de cada actividad no es al azar, sino que implica un conocimiento más exhaustivo de la materia. Un alumno que realice correctamente la actividad básica, pero tenga problemas con la actividad aplicada o no sepa realizar la actividad avanzada, debe entender hacia dónde dirigir su estudio y sus esfuerzos. Si ha completado con éxito la base de las actividades no debe reiterar ejercicios que ya domina, sino centrarse en el siguiente nivel, en la aplicabilidad de estos. De igual forma, si el problema se encuentra en la actividad avanzada el alumno sabe que tiene los conocimientos y sabe aplicarlos, pero tiene problemas en el análisis de resultados o en la extrapolación o generalización de ellos.

La actividad dirige al alumno y le posiciona con respecto al logro final que se pretende. Por tanto, el estudiante puede autorregular su estudio, enfocando esfuerzos a aquellos aspectos que deba mejorar. De igual forma facilita al profesor situar tanto el nivel medio de la clase en general, como de cada alumno en particular.

La aplicación de las actividades se definirá respecto a tres aspectos:

- Individual, por parejas o colectiva
- Presencial o no presencial
- Formato de la entrega

En el primer aspecto se define cómo el alumno va a realizar la actividad: de forma individual, por parejas o colectiva. Tanto si la actividad se realiza en parejas, como si se realiza de forma colectiva, se tendrá de referencia las asignaciones que se han realizado en la primera fase de la intervención a

través del acompañamiento tutorizado, es decir, si la actividad se realiza por parejas serán las que se formaron para el acompañamiento y si se realiza de forma colectiva los grupos estarán formados por dos o más parejas ya formadas. Según el fin de la actividad el docente valorará si tiene más valor para el estudiante realizarlo sólo, en pareja o con un grupo de alumnos. En aquellas actividades en las que uno de los objetivos observables sea la comunicación y colaboración necesariamente tendrá que realizarse en pareja o de forma grupal.

El segundo aspecto se refiere a dónde hacer la actividad: presencial o no presencial, es decir, en clase o en casa. Cuando para el docente tenga interés conocer cómo trabaja, el alumno la actividad será presencial.

Por último, nos referimos al formato de la entrega. Cada actividad conlleva un documento que debe entregarse al finalizar la misma, en el aula virtual de la asignatura. Según la actividad se puede solicitar la entrega de un documento Word, o una presentación, un vídeo, etc.

Una vez realizadas las tres actividades evaluables previstas en el “pilar básico” y desarrolladas todas las competencias y resultados de aprendizaje asociados, el alumno debería haber alcanzado los objetivos descritos en la ficha. Podría parecer que se habría cumplido todo lo que se pretendía con la ficha a nivel formativo, pero hay dos aspectos fundamentales que todavía no se han descrito y que potencian el aprendizaje del alumno.

Por una parte, las rúbricas de evaluación. Cada actividad tiene una rúbrica perfectamente definida en la ficha de aprendizaje, en la que queda establecida de forma clara qué aspectos se van a tomar en cuenta para proceder a la evaluación de las diferentes actividades, su puntuación, así como su ponderación. Es sumamente importante que el alumno tenga conocimiento “a priori” de lo que se espera de él y de qué forma va a ser tenido en cuenta, además de que la evaluación sea objetiva y homogénea, de esta forma se enfoca a aquello que el profesor quiere que aprenda o ejercite de una manera clara. Las rúbricas consiguen por tanto unificar no sólo la evaluación del alumnado sino la evaluación del profesorado, ya que todos los profesores que estén desarrollando esa actividad tendrán una forma común de evaluar.

Por último, y no menos importante, la puesta en común. Cada “pilar básico” se cerrará con una sesión de puesta en común, un *Focus Group*. A través de esta metodología se recogerán las impresiones de los alumnos y del profesor en el desarrollo de todo lo acontecido en las diferentes clases que han compuesto el pilar. Se recogerán aspectos de mejora en aquellos puntos en los que el profesor detecte que el alumno ha tenido problemas en cuanto a realización de actividades, entendimiento de conceptos,

metodologías seguidas, etc., y si es posible ver alternativas propuestas para dicha mejora y por otro lado puntos fuertes en los que el alumno sienta que se ha potenciado su aprendizaje o que el acompañamiento durante el mismo le ha ayudado a enfrentarse en mejores condiciones. Una vez detectados, se trata de estabilizar estos puntos, mantenerlos y seguir construyendo en torno a ellos. Según la naturaleza de los mismos se podrán resolver o dar continuidad en los siguientes bloques de la asignatura, a través de las diferentes fichas de aprendizaje, o deberán ser tenidos en cuenta para la programación del curso siguiente cuando sean temas referentes a la implantación de una ficha de aprendizaje específica.

La puesta en común es un instrumento extremadamente valioso para el profesor, ya que le ayuda a medir el pulso de la clase sobre los aspectos trabajados en todas sus vertientes.

El alumno debe entender que todos y cada uno de los puntos que conforman la ficha de aprendizaje han sido contruidos y desarrollados teniendo en cuenta la mejora de su aprendizaje y como un objeto facilitador del mismo.

En la siguiente tabla se presenta el detalle de la estructura base de la ficha de aprendizaje.

Tabla 17: Estructura genérica de la Ficha de Aprendizaje

<b>TÍTULO:</b>	<i>Aparece el pilar básico: derivadas, optimización, comportamiento de funciones o estudio de compatibilidad</i>	
<b>OBJETIVO GENERAL</b>		
<i>Qué se espera del alumno y qué conocimientos debe alcanzar</i>		
<b>OBJETIVOS BÁSICOS OBSERVABLES</b>		
<i>Recoge los objetivos observables que se pretenden medir a través de las actividades</i>		
<b>COMPETENCIAS</b>	<b>RESULTADOS DE APRENDIZAJE</b>	
<i>Competencias específicas para desarrollar</i>	<i>Aterriza las competencias en resultados a alcanzar por el alumno</i>	
<b>ANTES DE LA SESIÓN</b>		
<b>¿Qué hacer?</b>		<b>Cómo hacerlo</b>
<i>Define qué preparación debe realizar el alumno antes de comenzar con las actividades</i>		<i>Define la forma de hacer la preparación:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Individual o colectiva</li> <li>- De forma presencial o no presencial</li> </ul>
<b>ACTIVIDAD:</b> <i>Básica, aplicada o avanzada según el nivel de profundidad del conocimiento</i>		
<b>¿Qué hacer?</b>	<b>Cómo hacerlo</b>	<b>Objetivos de la Actividad</b>
<i>Se define en qué consiste la actividad</i>	<i>Define la forma de hacer la actividad:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Individual o colectiva</li> <li>- De forma presencial o no presencial</li> <li>- Formato de la entrega</li> </ul>	<i>Con cada actividad se busca trabajar un objetivo observable</i>
<b>PUESTA EN COMÚN Y CIERRE</b>		
<b>¿Qué hacer?</b>	<b>Cómo hacerlo</b>	<b>Objetivo de la Puesta en Común</b>
<i>Reflexión sobre las actividades realizadas</i>	<i>En clase, de forma colectiva. Focus Group</i>	<i>Objetivos observables para trabajar</i>
<b>RÚBRICA DE EVALUACIÓN</b>		
<i>Define los ítems a valorar en cada actividad realizada y su ponderación</i>		

Fuente: Elaboración propia.

### 3.5 Motivación y evaluación como elementos del aprendizaje significativo en la ficha de aprendizaje

Los procesos claves del aprendizaje significativo son el proceso activo en el que el alumno es el motor de su aprendizaje y por otra parte el proceso constructivo, el estudiante a través de conocimientos previos es el “arquitecto” de nuevos contenidos.

En ambos procesos la actitud y por tanto la motivación son claves para que el alumno conduzca su propio camino de aprendizaje.

Por tanto, dicha motivación debe tenerse en cuenta a la hora de realizar la evaluación. Para ello en las actividades de la asignatura hemos introducido un sistema de evaluación combinado, en el que no sólo se valora la resolución de la actividad, sino también se valora la preparación de la misma. La resolución de la actividad, podrá ser tipo test, de respuesta corta o ejercicios prácticos.

### **3.6 Un ejemplo de diseño de actividad formativa**

Las actividades se han generado de forma que integren la motivación, el trabajo cooperativo y el aprendizaje autónomo. En este apartado mostramos el diseño de una de estas actividades específicas que será evaluada teniendo en cuenta lo recogido anteriormente.

El pilar básico en el que está enclavada la actividad será “Comportamiento de Funciones”.

Los alumnos parten de la ficha de aprendizaje, en la que conocerán los objetivos, competencias y resultados de aprendizaje que deberán lograr y además se les facilitará un guion previo, en el que se detalla la propia actividad y su dinámica.

Los alumnos se distribuirán por grupos con una media de cuatro alumnos, dos parejas, en cada uno de ellos. Los grupos serán aleatorios, formados por los propios estudiantes, de esta forma el profesor no interviene en el proceso de selección en los grupos.

En una primera fase a cada grupo de alumnos se le asigna un concepto del pilar básico al que se hace referencia, en este caso Comportamiento de Funciones, debiendo buscar información, comprenderla y presentarla en un documento final en el que reflejen todo lo encontrado y aprendido al respecto. Durante esta fase los alumnos se convierten en “expertos” del concepto que han estado revisando.

En la siguiente fase, y siguiendo la técnica de trabajo cooperativo *JigSaw*, se forman otros grupos en los que se incluirán expertos de cada uno de los conceptos que forman parte del pilar básico, de forma que en cada grupo haya “parejas de expertos” de todos los conceptos. En este momento el alumno se convierte en maestro del resto de compañeros al compartir con ellos todo lo aprendido en la fase previa sobre el concepto que se le ha asignado. Una vez todos los expertos hayan compartido y explicado su parte, el total del grupo habrá interiorizado todo el contenido que conforma el tema de referencia.

En la última fase los alumnos deberán plasmar los conocimientos adquiridos en las fases previas sobre el comportamiento de funciones, a través de un problema previamente definido en el que se ayudarán de un software matemático, en este caso Geogebra, para la verificación, observación y análisis de los resultados obtenidos mediante el cálculo matemático.

Esta es una muestra del cambio metodológico que se pretende en el aula con el que se busca la mejora de la motivación y del aprendizaje del alumno. Por una parte, el proceso de Acción Tutorial, en el que la pareja se convierte en el centro del aprendizaje y en la que se promueve el trabajo en cooperación y apoyo mutuo, la motivación, el liderazgo, la creación de confianza, la comunicación, la toma de decisiones y la resolución de conflictos. Por otra parte, provocar el aprendizaje significativo del alumno convirtiéndolo en protagonista, a través de metodologías activas y colaborativas, de su propio proceso de enseñanza-aprendizaje, guiado en todo momento por el documento de referencia que le indica su evolución dentro del mismo, la ficha de aprendizaje.

Además, durante el proceso de construcción de la información por parte del estudiante, el profesor revisará, guiará y resolverá las dudas necesarias para la correcta preparación del tema. Por tanto, se fomenta el aprendizaje autónomo a través de la búsqueda de información, entendiendo e interiorizando conceptos, a la vez que se desarrolla la habilidad de trabajo cooperativo ya que dicho aprendizaje se produce dentro de un grupo de alumnos, convirtiendo a los alumnos en profesores o alumnos de otros estudiantes.

Este hecho es muy enriquecedor y posiciona al alumno ante una dicotomía que le lleva a roles que en principio no se definían para él. El proceso de que un alumno se convierte en profesor de otros alumnos conecta con uno de los elementos claves de nuestro programa de intervención, el acompañamiento entre pares de alumnos

### **3.7 Algunas conclusiones**

En este capítulo hemos introducido la metodología a aplicar en la investigación a través del primer punto de nuestro programa de intervención: la ficha de aprendizaje. De forma general se ha aludido a los dos aspectos sobre los que pretende nuestro programa: cognitivo y emocional-social y de forma específica se ha desarrollado la parte del tratamiento formulada en base al aspecto cognitivo y que toma forma en la ficha de aprendizaje.

A través de los diferentes epígrafes hemos procedido a desarrollar qué objetivos pretende alcanzar la formalización de dicha ficha, así como el diseño de esta, en base a provocar un aprendizaje significativo del alumno en el que conecte los conocimientos que posee con nuevos conceptos y sea capaz de esa forma llegar a formular un nuevo conocimiento.

La ficha de aprendizaje, como estrategia didáctica, se alinea perfectamente con la metodología del aprendizaje significativo al estructurar el contenido de manera lógica, activar conocimientos previos, promover el aprendizaje autónomo, reforzar el pensamiento crítico y proporcionar evaluación continua. Estas características aseguran que los estudiantes no sólo memoricen la información, sino que también la comprendan profundamente y sean capaces de aplicarla en contextos relevantes y prácticos. Esto no sólo mejora su actitud hacia las Matemáticas, sino que también tiene un impacto positivo en su rendimiento académico, al facilitar una comprensión más sólida y duradera de los conceptos.

## **Capítulo 4. Diseño de un programa de intervención basado en aprendizaje significativo (II): la acción tutorial a través del acompañamiento entre pares**

El programa de intervención en el que se basa esta investigación, tal y como habíamos apuntado en el capítulo anterior, tiene dos vertientes que hacen referencia a aspectos diferenciados del estudiante: el aspecto cognitivo y el aspecto emocional y social.

En este capítulo vamos a centrarnos en la parte de la metodología que alude a aspectos relacionados con lo emocional y social del estudiante, lo que hemos llamado y desarrollamos posteriormente como proceso de Acción Tutorial.

Siendo el objeto subyacente de esta investigación la mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiante, es totalmente necesario abordar el acompañamiento al alumno a través de este aprendizaje.

El hecho de aprender no es algo meramente cognoscitivo, el proceso de aprendizaje tiene que ver con qué se enseñan, para qué se enseña, cómo se enseña, cómo aprende, para qué se aprende, etc. y en todas estas acciones están inherentes las personas, los estudiantes. Si ponemos el foco en ellos las preguntas cambian; para qué se enseña al alumno, cómo se enseña al alumno, cómo aprende el alumno, .... Tiene por tanto sentido, no sólo cuidar el objeto formal del aprendizaje y el modelo o metodologías usados para que se produzca, sino también cuidar al sujeto sobre el que se realiza la acción, el alumno.

El alumno debe ser acompañado durante este proceso y debe ser tenido en cuenta de forma integral con diferentes realidades socioeconómicas, socioculturales y cognitivas. “La necesidad de atender a la diversidad de una forma integral, es decir, que las instituciones fomenten una educación que responda a las características de todos los estudiantes, que los ayude a sentirse partícipes y conciba sus diferencias como un recurso de aprendizaje común” (Amaro & Méndez y Mendoza, 2014). Por tanto, el docente debe reconocer a sus estudiantes como únicos y utilizar diferentes estilos y ritmos de aprendizaje.

Uno de los modelos de acompañamiento más estandarizados en el ámbito educativo es la tutoría, entendida como en su concepción más extendida como encuentro entre el profesor y el alumno, aunque si buscamos la definición de tutor encontramos autores con diferentes definiciones, pero con unas características comunes entre ellos (Martínez Á. L., 1997):

- Tutela, guía, asesoramiento, orientación

- Ayuda, asistencia
- Tutor como profesor
- Personalidad total, integración de la persona

Teniendo en cuenta estos elementos comunes, la tutoría, entendida como acompañamiento, puede y debe darse dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje como un elemento más para acoger al estudiante y como acción facilitadora e integradora en el aula, siendo pues un recurso necesario y clave para la mejora del aprendizaje del alumno.

#### **4.1 Tutoría y otros conceptos relacionados**

Como ya hemos señalado anteriormente uno de los aspectos fundamentales a la hora de alcanzar un buen resultado académico es la motivación. Trabajar la motivación del estudiante es fundamental a la hora de conseguir unos mejores resultados.

Existen diferentes formas de trabajar la motivación, tanto intrínseca como extrínseca, y el estudio de la misma a fondo y de todas sus vertientes podrán dar lugar a posteriores estudios, pero en este caso vamos a trabajar la motivación del alumno a través de la acción tutorial.

En la RAE podemos encontrar dos acepciones para la palabra “tutoría” (Real Academia Española, 2014):

1. Tutela (autoridad del tutor)
2. Cargo de tutor
3. Reunión de carácter orientativo e informativo con un tutor (persona que orienta a sus alumnos)

En todas ellas aparece la figura del tutor, como persona que orienta y aconseja a los alumnos. Dirigiéndonos de nuevo a la RAE encontramos las siguientes acepciones respecto a “tutor”:

1. Persona que ejerce la tutela
2. Persona encargada de orientar a los alumnos en una asignatura, un curso, una práctica o un trabajo de investigación
3. Defensor, protector o director en cualquier línea

4. Persona que ejerce las funciones señaladas por la legislación antigua al curador
5. Profesor privado que se encargaba de la educación general de los hijos de una familia
6. Caña o estaca que se clava al pie de una planta para mantenerla derecha en su crecimiento

En nuestro caso nos interesa la segunda acepción “persona encargada de orientar a los alumnos en una asignatura, un curso, una práctica o un trabajo de investigación”, en concreto en el aspecto de orientar en una asignatura. Como podemos ver, la RAE designa *persona encargada* sin definirla totalmente, por tanto, en el caso de alumnos, no necesariamente el tutor debe ser el profesor de la asignatura, sino una *persona encargada de orientar*. Por este motivo y en nuestra investigación definiremos al tutor como *alumno encargado de ayudar y acompañar a otro alumno en una asignatura*, en nuestro caso en Matemáticas Aplicadas a la Empresa.

Según Paulo Freire “el proceso de enseñar está tan cerca del de aprender que no se deben desligar nunca el uno del otro. Enseñas mientras aprendes y aprendes mientras enseñas” (Freire, 2008). Teniendo en cuenta las palabras de Freire tiene sentido que el propio alumno que se encuentra en el proceso de aprender participe también del proceso de enseñar.

La tutoría es un recurso pedagógico para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje y si además le unimos que sea el propio alumno quien pueda actuar como tutor, obtenemos un provecho pedagógico de las propias diferencias entre los alumnos, ya que es en este aspecto donde reside la clave de nuestra acción tutorial, ya que asumimos que entre los alumnos existen diferencias entre los conocimientos adquiridos durante sus etapas de primaria, secundaria y bachiller y es desde estas diferencias donde hacemos de la diversidad una fuerza motora. Transformamos lo que desde un punto de vista meramente de evaluación del rendimiento pudiera ser un problema y hacemos que sea un recurso que dinamice la clase.

## **4.2 Tipos de tutoría en la universidad**

Aunque el concepto de tutoría está presente en todas las etapas de la enseñanza es en el contexto universitario donde alcanza mayor relevancia, ya que se vislumbra como un proceso clave de relación entre el profesor y el alumno.

En los orígenes de la Universidad se entendía al tutor como guía, ejemplo para sus alumnos, autoridad. La tutoría se entendía como una “vigilancia” de forma que el docente velaba porque se

mantuviera la verdad. Posteriormente, en la Edad Media la tutoría se entiende como una función educativa institucional, pasa ser una tutela formativa. Este cambio de paradigma se sucede porque se produce un cambio sustancial en el objeto de la Universidad pasando a ser *garante del conocimiento* a *garante de la investigación científica*.

En el nuevo modelo de Universidad saber y ciencia van unidos, enseñanza e investigación, “lo importante no es que la persona sepa, sino que la persona sepa cómo aumentar los conocimientos” (Martínez, 1997).

Si tenemos en cuenta las funciones de la Universidad que defiende Ortega (1982), serían tres principalmente:

- a) Garantía de la verdad científica, como conservadora de la misma por medio del estudio, y como estimuladora de nuevos saberes a través de la investigación, revisando, en actitud crítica, todo lo conocido hasta el momento.
- b) Formación en el estilo universitario, desarrollando el espíritu científico y el entusiasmo por integrarse en la comunidad científica. Estas palabras, en algunos contextos, hoy en día, pueden ya parecer rimbombantes y petulantes, pero toda la parafernalia universitaria, con sus ritos y actos académicos, pretende mantener ese cuerpo de comunidad universitaria.
- c) Sentido social, con la formación de profesionales útiles y competentes que verterán y aplicarán sus conocimientos en la sociedad próxima, contribuyendo al desarrollo y progreso social. Es una propuesta en donde el invertir en formación es invertir en futuro. Es un planteamiento universitario dedicado a resolver necesidades inmediatas del contexto próximo.

Por tanto, teniendo en cuenta estas tres funciones, además de los atributos de conocimiento y ciencia que ya teníamos, se sume la función social. La Universidad debe atender a las necesidades y problemas de la sociedad.

Atendiendo a estas funciones y a los múltiples modelos de universidad se observan diferentes tipos de tutoría en la Universidad (Martínez, 1997):

- 1) Burocrática-funcionarial: en este tipo de tutoría el profesor se limita a cumplir con lo definido para su función, de acuerdo con lo dispuesto legalmente a lo que se refiere sobre tiempos de tutoría, revisión de exámenes, etc. Tal y como detalla su denominación, la tutoría se convierte en algo puramente burocrático y de debido cumplimiento.

2) Académica: este tipo de tutoría se centra en aspectos puramente académicos y de investigación. El tutor asesora al alumno sobre sus estudios.

3) Docente: se centra en el aspecto propiamente de la enseñanza. Pudiendo ser en pequeño grupo o a través de tutorías entre iguales.

a) clase en pequeño grupo: se trata de una intensificación de la docencia, donde el profesor con algunos alumnos profundiza sobre temas tratados en clase

b) tutoría de iguales: se realizan entre alumnos del mismo *status* y está dirigida al aprendizaje individualizado

4) Asesoría personal:

a) la informativa-profesional

b) la íntima-personal

Volviendo a nuestra investigación debemos tener en cuenta que los objetivos que se buscan en este proceso de Acción Tutorial son los siguientes:

- Mejorar la adaptación social y académica de los alumnos
- Proporcionar apoyo en las tareas para la mejora del rendimiento académico
- Mejorar la comunicación efectiva entre alumnos
- Desarrollar el sentido de responsabilidad, tanto individual como compartida
- Aumentar la motivación en el estudio

Una vez revisados los tipos de tutoría, teniendo en cuenta que nuestra definición de tutor, tal y como hemos establecido anteriormente, es como *alumno encargado de ayudar y acompañar a otro alumno en una asignatura* y los objetivos que buscamos en nuestro proceso de Acción Tutorial, la selección más acertada será la de *tutoría entre iguales*.

Estos objetivos se logran para ambos roles, claramente en aquellos en los que se buscan fines más sociales y de integración, y también en los académicos ya que como hemos comentado anteriormente “enseñas mientras aprendes y aprendes mientras enseñas”, por lo que los beneficios son tanto para el tutor como para el tutorando.

Este tipo de tutoría, Tutoría entre iguales o *Peer tutoring*, se está implementando en diferentes países y en diferentes niveles dentro del sector de la educación. Además, está recomendada, como práctica altamente efectiva en una educación inclusiva, por expertos en educación e incluso la Unesco (Topping, 2000).

Como además se da entre alumnos que se encuentran en la misma clase, se denominará *same-age tutoring*. Además, podemos definir si el papel de las parejas es fijo, los roles de tutor y tutorando se mantienen fijos durante todo el proceso, o intercambiable, es decir, el alumno en algunos momentos ejerce de tutor y en otros de tutorando. En el primer caso lo denominaríamos Tutoría entre iguales fija y en el segundo caso Tutoría entre iguales recíproca.

Dentro del tipo de tutorías en las que el alumno cambia su rol entre tutor y tutorando se puede diferenciar entre tutoría recíproca y tutoría alternada. La tutoría recíproca se basa tanto en la ayuda recíproca (Forman & Cazden, 1985) como en la enseñanza recíproca (Palincsar & Brown, 1982). En este tipo de tutorías el alumno se sitúa en un rol u otro dependiendo de las circunstancias o los contenidos que se estén viendo. La tutoría alternada tiene muchas similitudes con la tutoría recíproca, la diferencia sustancial es que en este tipo de tutoría el intercambio de papeles se tiene que dar sí o sí, es, por tanto, menos flexible que la anterior.

Teniendo en cuenta el ámbito de nuestra investigación y los objetivos que perseguimos finalmente el tipo de tutoría elegido es la tutoría entre pares de igual edad (misma clase) que podrá ser fija o recíproca según los conocimientos previos de los alumnos. Es decir, en algunas parejas y teniendo en cuenta que el tutor puede tener conocimientos mayores en todos los contenidos de la asignatura la elección de la tutoría fija es la más acertada y que en otras parejas se pueda dar el caso de que el nivel de conocimiento más alto de los diferentes contenidos vaya variando entre ambos alumnos y en este caso sea más recomendable la tutoría recíproca, atendiendo al más alto nivel de conocimiento.

Que en una misma aula se den a la vez parejas bajo la tutoría fija y parejas de alumnos bajo la tutoría recíproca, no pone en peligro la viabilidad de la acción tutorial, ya que como hemos comentado antes los beneficios son para ambos roles y por tanto no debe haber diferencias entre el uso de un tipo de tutoría u otro.

Según los estudios referenciados anteriormente podemos concluir que las principales ventajas que se obtienen tanto para tutores como para tutorandos, son las siguientes (Mayordomo Saiz & Onrubia Goñi, 2016):

- Mejora académica

- Desarrollo de habilidades psicosociales
- Mayor implicación en las tareas de clase
- Aumento del sentido de responsabilidad y autoestima
- Aumento del grado de satisfacción del alumno

Con respecto a los inconvenientes que podemos encontrar, los autores revisados al respecto (Topping, 2000) y (Fontana, 1990) señalan los principales aspectos a tener en cuenta:

- Sobrevaloración del tutor, exceso de poder, sentimiento de pérdida de tiempo
- Sentimiento de inferioridad del tutorando
- Sentimiento de imposición en la elección de parejas
- Reacción negativa hacia una metodología de enseñanza que no parte del profesor
- Enseñanza pobre o defectuosa por parte del tutor, o incluso que haga la tarea del tutorando

#### **4.3 Estrategias didácticas en el aprendizaje significativo: la acción tutorial**

Una vez definido el tipo de acompañamiento que queremos implantar como parte fundamental de la metodología a aplicar, procedemos a desarrollar aquellos aspectos más importantes del mismo.

El proceso de Acción Tutorial se vertebra como una de las dos vertientes que componen nuestro programa de intervención, basándose en el acompañamiento entre pares o *peer tutoring*.

Un aspecto fundamental dentro del proceso de Acción Tutorial es la formación de las parejas, la adjudicación de roles y del tipo de tutoría asociada: fija o recíproca. En nuestro programa el tipo de tutoría será intercambiable, es decir, podrá ser fija o recíproca teniendo en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes.

Para realizar este proceso lo haremos teniendo en cuenta dos aspectos que consideramos relevantes y que tienen su espejo en los objetivos y beneficios que buscamos en la acción tutorial. Por una parte, el componente académico y por otro, el componente social. Se trata de formar parejas balanceadas, no solo en diferencias entre nivel de conocimientos, sino en la integración social. En este tipo de tutoría “la clave está en la creación de las parejas” (Robinson, Schofield, & Steers-Wentzell, 2005) y los elementos académicos y sociales son vitales para que se produzca un acompañamiento entre iguales y refuercen nuestro proceso de enseñanza-aprendizaje centrado en el aprendizaje significativo.

#### 4.3.1 Diseño del proceso de Acción Tutorial: elección de tutores.

La elección de tutores se realizará conforme a la información recogida a través de un cuestionario *ad hoc* en el que los alumnos tendrán que responder a una serie de preguntas relacionadas con componentes motivacionales, académicos y sociales.

##### Cuestionario de aplicación

- Aspectos motivacionales
  1. ¿Cuánto te gustan las matemáticas?
    - a. Mucho
    - b. Bastante
    - c. Poco
    - d. Nada
  2. ¿Cómo se te dan las matemáticas?
    - a. Muy bien
    - b. Bien
    - c. Regular
    - d. Mal
  3. ¿Crees que necesitas ayuda para superar la asignatura de Matemáticas?
    - a. No necesito ayuda
    - b. Puede que necesite alguna ayuda puntual
    - c. Necesitaré bastante ayuda
    - d. Totalmente, necesitaré ayuda
  4. ¿Cuál es tu nivel de motivación para la asignatura de Matemáticas?
    - a. Muy motivad@, estoy segur@ de que aprobaré con buena nota
    - b. Bastante motivad@, aprobaré seguro
    - c. Tendré que esforzarme y de esta forma espero aprobar

- d. Veo muy difícil aprobar la asignatura, aunque me esfuerce
- Aspectos académicos
5. Escoge una calificación que se corresponde con los resultados obtenidos durante el Bachiller en Matemáticas
    - a. Sobresaliente
    - b. Notable
    - c. Aprobado
    - d. Varios suspensos y finalmente recuperado
  6. Indica qué nivel de conocimiento tienes respecto al contenido de Bachillerato de las derivadas:
    - a. Muy bueno
    - b. Bueno
    - c. Regular
    - d. Malo
  7. Indica qué nivel de conocimiento tienes respecto al contenido de Bachillerato de representación gráfica de funciones:
    - a. Muy bueno
    - b. Bueno
    - c. Regular
    - d. Malo
  8. Indica qué nivel de conocimiento tienes respecto al contenido de Bachillerato de sistemas de ecuaciones:
    - a. Muy bueno
    - b. Bueno
    - c. Regular
    - d. Malo

- Aspectos sociales

9. ¿Cómo te calificarías respecto a las relaciones sociales?

- a. Muy abiert@
- b. Bastante abiert@
- c. Poco abiert@
- d. Nada abiert@, me cuesta mucho

10. ¿Te consideras buen comunicador@, por ejemplo, en presentaciones realizadas en clase?

- a. Muy abiert@
- b. Bastante abiert@
- c. Poco abiert@
- d. Nada abiert@, me cuesta mucho

Conforme a las respuestas del cuestionario se establecerá la correlación siguiente para obtener una puntuación respecto a los dos componentes comentados motivacionales, académicos y sociales:

a = 1 punto    b = 2 puntos    c = 3 puntos    d = 4 puntos

De tal forma, que los alumnos que obtengan menos puntuaciones serán aquellos con mayor disposición motivacional, académica y social respectivamente y los que obtengan mayores puntuaciones los que tengan menor motivación, conocimientos y les cuesten más las relaciones sociales.

A la vista de los resultados se ordenarán los alumnos de menor a mayor puntuación en los ítems académicos y motivacionales y un segundo criterio para ordenarlos según la puntuación en habilidades sociales. De esta forma se buscan crear parejas lo más balanceadas posibles.

Para minimizar la acción de los posibles efectos negativos que hemos numerado anteriormente, podemos seguir los siguientes pasos (Durán, Torrego, & Negro, 2012):

- 1) *Preparación de materiales y de la estructura de relación tutor-tutorando.* Este punto es clave, el profesor debe entender que debe compartir la facultad de “enseñar” con sus alumnos. Debe provocar situaciones en las que el alumno se convierta en el vehículo para que otros aprendan y establecer de forma clara cuál va a ser el marco en el que se establezca esta relación y las

bases de esta. Además, deberá dotar de materiales adecuados que posibiliten y ayuden a dicha relación.

- 2) *Formación inicial del alumnado en las tareas derivadas de los respectivos roles.* Es importante que tanto el tutor como el tutorado entiendan los objetivos que se persiguen con la acción tutorial, qué se espera de cada uno de los roles y las ventajas que se pretenden obtener.
- 3) *Tiempo de asentamiento del funcionamiento.* Toda nueva metodología requiere un tiempo de adaptación, por tanto, el profesor debe ser flexible y esperar que poco a poco los alumnos vayan entendiendo e incorporando la tutoría de forma completa.
- 4) *Monitorización.* El rol del profesor cambia cuando se produce la tutoría entre iguales, se convierte en un observador en el aula dejándole tiempo para dedicarse a problemas específicos, orientación y ver de qué manera trabajan sus alumnos. Es un cambio en la forma de dirigirse a la clase que le permite centrarse en aspectos que consideramos más enriquecedores.
- 5) *Ofrecer retroalimentación de los procesos.* El *feedback* es un elemento fundamental dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje y en esta metodología aún más, ya que es importante que tanto el tutor como el tutorado obtengan *feedback* de sus progresos, tanto a nivel individual como a nivel de pareja. Este proceso de retroalimentación les dará también la oportunidad de establecer acciones de mejora.

#### **4.3.2 Aplicación del proceso de Acción Tutorial**

Una vez definido el tipo de tutoría que vamos a implantar en el aula, creadas las parejas e impartida la formación inicial para obtener los mejores resultados, debemos definir cómo se va a desarrollar el programa.

Existirán dos tipos de funciones diferenciadas. Por una parte, respecto al trabajo que se realice en clase y por otra, respecto al trabajo individual que se envíe a casa.

##### *Trabajo en clase*

Después de que el profesor explique los conceptos generales que se pretendan revisar en clase propondrá una serie de actividades, cuyo nivel de complejidad dependerá de lo avanzado que se esté

en el aprendizaje de los conceptos, actividades básicas, aplicadas y avanzadas. Este punto se detallará más adelante.

Las parejas de tutor-tutorando deberán resolver las actividades, siendo el tutorando el encargado de realizar el ejercicio y el tutor la persona que guía y explica o resuelve dificultades. Durante este proceso se busca que el tutorando se enfrente a la resolución de la actividad y sea consciente de en qué momento de la actividad tiene dificultades. Por su parte el tutor fijará sus conocimientos, resolverá dudas y se enfrentará a posibles situaciones de resolución más complejas. Además, será el encargado de realizar un pequeño resumen de lo aprendido que ayudará a ambos a la resolución de actividades encargadas para su realización fuera del aula.

Como vemos ambos alumnos, tanto tutor como tutorando son responsables de la realización de la actividad, se comprometen en ello y en la resolución de dudas. De la misma forma ambos tienen que hacer un “entregable”, en el caso del tutorando la hoja de actividades y en el del tutor el resumen de lo aprendido. Si ambos han realizado bien su tarea esto les ayudará a enfrentarse a las actividades que se realicen en casa.

### Trabajo en casa

Aunque el trabajo por parejas es importante, no debe desecharse el trabajo individual, por eso se realizarán actividades en casa en las que el alumno se enfrentará solo a las mismas.

El impacto del trabajo realizado en la acción tutorial se reflejará en este trabajo de dos formas. Por una parte, si como hemos indicado antes se ha realizado correctamente el trabajo en clase, y cuando hablamos de realizar correctamente no nos referimos exclusivamente a una realización perfecta de las actividades sino a que ambos alumnos se hayan implicado en todo el proceso de enseñar y aprender, tanto lo aprendido por el tutorando durante el proceso como el resumen del tutor deberían tener un impacto positivo en la realización del trabajo en casa. Por otra parte, cuando se resuelvan las actividades tutor y tutorando revisarán sus trabajos para ver dónde ha habido problemas e incidir en esos conceptos y si es necesario mejorar la hoja resumen realizada por el tutor.

Estos dos tipos de funciones modificarán en qué forma el alumno se enfrenta al conocimiento y a los ejercicios o problemas que se derivan de los mismos. Si se realiza de forma correcta, los alumnos verán que mejoran su rendimiento y aprenden a trabajar en equipo potenciando aquello en lo que cada alumno está más capacitado.

En aquellas parejas en las que el tipo de tutoría no sea fijo se redefinirán los roles según se vayan viendo diferentes conceptos dentro del temario de la asignatura.

#### **4.4 Evaluación del proceso de Acción Tutorial**

Dentro del proceso de Acción Tutorial es vital conocer el impacto que dicho proceso tiene entre los estudiantes e identificar posibles aspectos a mejorar o potenciar aquellos que produzcan mayor impacto positivo en el alumno y de esta forma contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje dentro de una metodología basada en aprendizaje significativo.

Para asegurar una correcta implantación del proceso y realizar un seguimiento del mismo se realizarán evaluaciones intermedias al final de cada ficha de aprendizaje. La herramienta utilizada ha sido un cuestionario diseñado *ad hoc*, compuesto por diez preguntas. La primera de identificación de rol dentro del proceso de la acción tutorial, seguido de siete preguntas de tipo cuantitativo de escala *Likert* 1-6 y, por último, dos preguntas cualitativas de respuesta abierta.

A continuación, reflejamos el diseño final de la prueba de evaluación intermedia del proceso de Acción Tutorial:

##### Test de aplicación

1. Indica qué rol has mantenido en el proceso de Acción Tutorial dentro de esta unidad educativa:
  - a. Tutor
  - b. Tutorando

Los siguientes ítems deben ser evaluados por el alumno en una escala *Likert* de 1 a 6, siendo 1 el nivel mínimo y 6 el máximo.

2. El proceso de Acción Tutorial ha mejorado mi conocimiento de los conceptos revisados en esta unidad.
3. El proceso de Acción Tutorial me ha ayudado a mejorar la aplicación de los conocimientos a la práctica.
4. Pongo en práctica lo que aprendo en el proceso de Acción Tutorial.

5. Siento que el proceso me está ayudando a mejorar de una forma general en la asignatura de Matemáticas.
6. Me siento bien cuando trabajo con otro alumno dentro de este proceso.
7. Estoy muy comprometido dentro del proceso de Acción Tutorial.
8. En mi opinión, mi compañero está muy comprometido en el proceso de Acción Tutorial.

Los dos últimos ítems son preguntas de respuesta abierta:

9. ¿Qué cambiarías o mejorarías del proceso?
10. ¿Qué es lo que más te ha gustado?

Teniendo en cuenta todo el proceso, se ha diseñado una metodología que permite validar el constructo del proceso, así como evaluar su impacto.

#### **4.5 Algunas conclusiones**

La tutoría se ha mostrado como un punto clave dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno, como un elemento de apoyo para acompañar al alumno dentro de su singularidad. Mientras que la tutoría docente-alumno es un elemento generalizado dentro de la docencia, la tutoría entre pares no es un modelo tan extendido, aunque sus bondades deben ser tenidas en cuenta y en algunas disciplinas, sobre todo las más prácticas, aunque puede ser generalizado a todas ellas, es un elemento que suma a todos los empleados por el docente para mejorar la calidad de la enseñanza.

El proceso de Acción Tutorial basado en el acompañamiento entre pares tiene como principales ventajas la mejora en los resultados académicos de tutor y tutorando, mejora las habilidades sociales, promueve una mayor implicación de todos los alumnos en las tareas a desarrollar en el aula, tutor y tutorando son responsables del progreso de la pareja lo que provoca que aumente la responsabilidad frente a los estudios y por tanto una percepción más alta de cada uno con respecto a lo que aporta en el aprendizaje, los triunfos son de los dos y los obstáculos se trabajan entre los dos, por tanto se relativizan y son más asequibles, el alumno no está solo. Todo ello redundará en un mejor acercamiento hacia la materia, un aumento de la motivación y un mayor grado de satisfacción.

Además, como estrategia didáctica colaborativa se integra perfectamente dentro de una metodología basada en aprendizaje significativo.

## Capítulo 5. Medición de las actitudes hacia las matemáticas

Una vez definida por completo la metodología a implantar, a través del programa de intervención, es necesario medir los efectos de la aplicación de dicha intervención a través de la nueva propuesta metodológica en los estudiantes respecto a dimensiones concretas, tal y cómo se establece en los objetivos de nuestra investigación. En concreto y de acuerdo con dicho objetivo, se pretende medir como impacta la aplicación de la metodología en la actitud de los estudiantes hacia la asignatura de Matemáticas y en su rendimiento académico en dicha asignatura. En este capítulo nos centraremos en cómo realizar la medición del impacto en la actitud hacia las matemáticas.

Numerosos estudios confirman que los diferentes estilos de aprendizaje impactan en la actitud del alumno. En concreto, Palomino (2018), en su tesis sobre la relación entre el aprendizaje significativo y las actitudes hacia las matemáticas en los estudiantes del VII ciclo, determina que “a mejores niveles de aprendizajes significativos, mejores niveles de actitud hacia las matemáticas” (Palomino J. O., 2018). De la misma forma Montellanos (2022) indica que “el trabajo cooperativo y el aprendizaje significativo influyen positivamente en la actitud hacia el área de matemática” (Montellanos, 2022) en su tesis sobre la influencia del trabajo cooperativo y el aprendizaje significativo en la actitud hacia el área matemática en estudiantes de primaria.

Podemos encontrar estudios en los que se relaciona la actitud a través de la motivación, las estrategias didácticas y el rendimiento académico y su vinculación positiva. “En cuanto al uso de estrategias motivacionales y de aprendizaje y su relación con el rendimiento académico, los resultados evidencian una alta correlación entre la aplicación de estrategias motivacionales y de aprendizaje y el rendimiento académico (...) Se evidencia que los estudiantes que lograron mayor rendimiento hicieron uso de estas estrategias para lograr su cometido” (Cardozo, 2008). En el estudio analiza la consistencia del cuestionario MSLQ (*Motivated Strategies for Learning Questionnaire*) y su relación con el rendimiento académico.

De acuerdo con los objetivos que planteamos, a la metodología propuesta y a la luz de lo que otros autores han considerado, creemos que la encuesta o cuestionario es la técnica más adecuada a la naturaleza del problema y a dichos objetivos.

Para construir el instrumento de medida *ad hoc*, primero realizaremos un análisis de los principales referentes en cuanto a cuestionarios que pretendan medir la actitud o percepción de los estudiantes ante esta asignatura.

Una vez analizados los mismos, así como las principales dimensiones comunes a ellos y que coinciden con los objetivos que pretendemos medir en nuestra investigación comenzaremos con el diseño del instrumento de medida: determinación de dimensiones y subdimensiones, número de dimensiones y subdimensiones, determinación de ítems de identificación y determinación de ítems específicos, para elaborar el cuestionario de partida.

A partir de este cuestionario procederemos a conformar el Comité de Expertos que determinarán la validez del instrumento en base la valoración de la pertinencia de los ítems del cuestionario, así como la valoración general del mismo.

Teniendo en cuenta las recomendaciones aportadas por el Comité de Expertos procederemos a la revisión de los ítems y a la reformulación de aquellos que se consideren necesarios.

Una vez realizados todos los ajustes habremos conformado el instrumento final de medida para medir la actitud de los estudiantes frente a la asignatura de Matemáticas.

### **5.1 Test de actitud hacia las Matemáticas. Antecedentes.**

Según García Llamas (1994), podemos definir la encuesta como “el acto de indagación, de averiguación, que hace referencia, bien al conjunto de operaciones necesarias para descubrir la verdad sobre un hecho, bien a la acción de preguntar por determinada información a quienes la poseen” (García Llamas, 1994).

En el proceso de construcción del instrumento de medida hemos tenido en cuenta los aspectos más relevantes para determinar la validez de un instrumento de recogida de datos. Teniendo en cuenta a García Llamas (1994, pp. 322-323) hemos revisado que la operativa sea consecuente con los conceptos que se pretender medir.

Nuestro cuestionario sobre la actitud hacia las matemáticas pretende medir la predisposición de los alumnos hacia la materia.

Para el diseño del cuestionario hemos tenido en cuenta:

- Las principales ideas relevantes recogidas por los autores a través de una revisión bibliográfica que ya desarrollamos en la primera parte de la investigación.
- Revisión de cuatro cuestionarios validados sobre medición de actitudes hacia las matemáticas.
- La propia asignatura de matemáticas.

El primer cuestionario revisado es la Escala de Actitud hacia las Matemáticas de Elena Auzmendi (1992). Es la encuesta sobre actitudes hacia las matemáticas más citada en lengua castellana. Consta de 25 ítems desagregados en cinco dimensiones o subescalas: ansiedad, agrado, utilidad, motivación y confianza hacia las matemáticas. Este instrumento se pensó para alumnos de educación secundaria y bachillerato. El cuestionario está diseñado en escala 1-5 tipo *Likert* (Auzmendi, 1992).

El segundo cuestionario que estudiamos es la escala de actitud hacia las matemáticas EAHM-U de Bazán y Sotero (1998). Este cuestionario consta de 31 ítems divididos en cuatro dimensiones: afectividad, aplicabilidad, fiabilidad y ansiedad. Se aplicó a estudiantes universitarios y está diseñado en escala tipo *Likert* (Bazán & Sotero, 1998).

Se ha revisado también la escala utilizada por Muñoz y Mato (2008) realizada a alumnos de secundaria, con 19 ítems y dos factores: actitud del profesor percibida por el alumno y agrado-utilidad de las matemáticas (Muñoz & Mato, 2008).

Por último, hemos tomado también como referencia la escala de Fennema y Sherman (1976) por ser la más utilizada en las últimas décadas. Se desagrega en tres dimensiones: ansiedad hacia la resolución de problemas, ansiedad hacia los exámenes y ansiedad global hacia las matemáticas. Consta de 12 ítems y está diseñada en escala tipo *Likert* (Fennema & Sherman, 1976).

Teniendo en cuenta todo lo anterior y los objetivos planteados en nuestra investigación, hemos procedido a diseñar nuestro cuestionario para medir las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas.

## **5.2 Definición y estructura de un nuevo instrumento de medida de las actitudes hacia las Matemáticas**

La construcción del instrumento se desarrollará en las siguientes fases:

### 1) Determinación de las dimensiones

Entendemos por dimensión un aspecto relevante o propiedad latente de un constructo, de un concepto; en nuestro caso, la formación integral del universitario.

El estudio de las actitudes hacia las matemáticas en alumnado universitario viene realizándose en España desde hace algunas décadas (Carmona Márquez, 2004) y teniendo en cuenta los principales cuestionarios revisados anteriormente hemos detectado qué dimensiones consideramos relevantes para la medición de la actitud hacia las matemáticas en nuestro estudio: creencias, utilidad y actitud del profesor.

**La dimensión creencias** recoge aquellos aspectos basados en la motivación y afectividad que sienten los alumnos hacia las matemáticas.

Los elevados índices de fracaso en el aprendizaje de matemáticas se deben en parte por actitudes negativas resultantes de factores personales y ambientales, siendo necesario su estudio para neutralizar su influencia (Gómez, 2000).

Autores como Caballero et al. (2014) indican que la ansiedad, la frustración, el bajo autoconcepto e inseguridad de los estudiantes en la resolución de problemas, obstaculiza el éxito en el desarrollo de las tareas matemáticas. Por otra parte, Marchesi y Hernández (2003) apuntan que son la ausencia de destrezas, habilidades y conocimientos cognitivos matemáticos, así como la falta de motivación, de afectos positivos e interés hacia esta disciplina, las posibles causas del fracaso en el rendimiento en matemáticas. Por todo ello, es importante tener en cuenta la dimensión creencias con factores afectivos y emocionales en el aprendizaje de las matemáticas, ya que en el contexto del aprendizaje se producen actitudes y emociones, tanto positivas como negativas, conforme a creencias que se tengan sobre los propios contenidos y sobre el alumno frente a dicho contenido.

**La dimensión utilidad** recoge la aplicabilidad de la materia tanto en la vida personal como en la profesional.

La utilidad es la categoría asignada por la persona a las matemáticas desde la perspectiva cognitiva y social (Lim, Tso, & Lin, 2009)

**La dimensión actitud del profesor** recoge aquellos aspectos basados en cómo el alumno percibe al profesor y la metodología que emplea.

## 2) Determinación de las subdimensiones

En cada dimensión hemos distinguidos dos subdimensiones.

La **Dimensión Creencias** se divide en:

- **Subdimensión Motivación:** en cuanto al valor percibido.

Cómo el estudiante percibe el interés en las matemáticas y el deseo de continuar su estudio.

- **Subdimensión Afectividad:** en cuanto a la confianza.

Cómo afectan los sentimientos con respecto a las matemáticas y las consecuencias esperadas.

La **Dimensión Utilidad** se divide en:

- **Subdimensión Cognitiva:** en cuanto al crecimiento personal.

Cómo el aprendizaje de la asignatura provoca en el estudiante un desarrollo cognitivo que va más allá del hecho de adquirir una serie de conocimientos.

- **Subdimensión Aplicabilidad:** en cuanto al crecimiento social y profesional.

Cómo perciben los estudiantes que las matemáticas resultan útiles para sus objetivos actuales y futuros en el ámbito tanto social como profesional.

La **Dimensión Actitud del Profesor** se divide en:

- **Subdimensión Percepción:** en cuanto a cómo percibe el estudiante al profesor.

Cómo el estudiante percibe al profesor en el aula.

- **Subdimensión Metodología:** en cuanto a cómo imparte la enseñanza el profesor.

Cómo la metodología empleada por el profesor acerca y ayuda al alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En la siguiente tabla se recogen las dimensiones y subdimensiones que se van a medir en el Test de Actitud hacia las Matemáticas:

*Tabla 18: Dimensiones y Subdimensiones del test de Actitud hacia las Matemáticas*

<b>Actitud hacia las Matemáticas</b>	
<b>Dimensiones</b>	<b>Subdimensiones</b>
Utilidad	Cognitiva
	Aplicabilidad
Creencias	Motivación
	Afectividad
Actitud del Profesor	Percepción
	Metodología
Ítem Criterio	

Fuente: Elaboración propia

### 3) Determinación de los ítems de identificación

Denominamos ítems de identificación aquellos datos de carácter personal del alumno. En concreto son los siguientes:

- Titulación: ADE (1), ADE + Marketing (2) y Gastronomía + ADE (3)
- Carácter del título: Grado Simple (S) o Grado Doble (D)
- Grupo: (A: ADE bilingüe), (B: ADE grupo B), (C: ADE+MK), (D: ADE grupo D) o (E: GAS+ADE)
- Sexo: Hombre (H) o Mujer (M)
- Edad

### 4) Determinación de los ítems específicos

Denominamos ítems específicos a aquellos que recogen la actitud del alumno hacia las matemáticas. A continuación, los detallamos de acuerdo con las tres dimensiones escogidas:

#### **Dimensión utilidad**

Ítem 1. El curso de matemáticas sirve para enseñar a pensar.

Ítem 3. Las matemáticas me resultan útiles para mi profesión.

Ítem 7. Sólo deberían enseñarse en matemáticas las cosas prácticas que utilizaremos cuando salgamos de la universidad.

Ítem 13. Considero las matemáticas como una materia muy necesaria en mis estudios.

Ítem 15. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.

#### **Dimensión creencias**

Ítem 2. La matemática es demasiado teórica para que pueda servirme de algo.

Ítem 6. Las matemáticas pueden ser útiles para el que decida realizar una carrera de “ciencias”, pero no para el resto de los estudiantes.

Ítem 10. Tener buenos conocimientos de matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo.

Ítem 11. La materia que se imparte en las clases de matemáticas es muy poco interesante.

Ítem 14. Siempre dejo en último lugar mi tarea de matemáticas porque no me gusta.

### **Dimensión actitud del profesor**

Ítem 4. El profesor se divierte cuando nos enseña matemáticas.

Ítem 5. Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas.

Ítem 8. Después de cada evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas.

Ítem 9. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas.

Ítem 13. En general, las clases son participativas.

Los ítems utilizados pertenecen a los cuestionarios anteriormente referenciados. En concreto cada dimensión está formada por 5 ítems que se medirán de acuerdo con una escala tipo *Likert* de 6 grados, siendo el 1 nada de acuerdo y 6 totalmente de acuerdo.

Revisando los ítems y teniendo en cuenta la escala de valoración, nos vemos en la necesidad de reformular algunos de ellos de forma que el sentido de valoración sea siempre positivo en todas. Por tanto, los ítems 2, 6, 7, 11 y 14 los hemos formulado en forma positiva quedando de la siguiente manera:

Ítem 2 *revisado*: La matemática es muy práctica, por eso es muy útil.

Ítem 6 *revisado*: Las matemáticas son útiles para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.

Ítem 7 *revisado*: En matemáticas debe enseñarse también la teoría y no sólo la práctica.

Ítem 11 *revisado*: La materia que se imparte en clase de matemáticas es muy interesante.

Ítem 14 *revisado*: Siempre hago primero mi tarea de matemáticas porque me gusta.

Además, hemos añadido un ítem criterio de carácter general, no adscrito a ninguna dimensión, que recoge la valoración global de la actitud del alumno hacia las matemáticas.

Ítem 16: En general mi actitud hacia las matemáticas es positiva.

La siguiente tabla recoge de forme visual los datos de identificación del cuestionario previo a la validación de expertos.

Tabla 19: Datos de identificación (previa a la validación de expertos)

1. Titulación:		3. Grupo:	
ADE	<input type="checkbox"/>	A: ADE A	<input type="checkbox"/>
ADE+MK	<input type="checkbox"/>	B: ADE B	<input type="checkbox"/>
GAS+ADE	<input type="checkbox"/>	C: ADE+MK	<input type="checkbox"/>
2. Carácter del Título:		D: ADE D	<input type="checkbox"/>
Grado Simple (S)	<input type="checkbox"/>	E: GAS+ADE	<input type="checkbox"/>
Grado Doble (D)	<input type="checkbox"/>	4. Sexo:	
5. Edad:		Hombre (H)	<input type="checkbox"/>
		Mujer (M)	<input type="checkbox"/>

Fuente: Elaboración Propia

A continuación, se adjunta una tabla con la estructura inicial de los ítems y las dimensiones previo a la validación de expertos.

Tabla 20: Estructura de dimensiones e ítems (previo a la validación de expertos)

Actitud hacia las Matemáticas	
Dimensiones	Ítems
Utilidad	1. El curso de matemáticas sirve para enseñar a pensar.
	3. Las matemáticas me resultan útiles para mi profesión.
	7. En matemáticas debe enseñarse también la teoría y no sólo la práctica.
	12. Considero las matemáticas como una materia muy necesaria en mis estudios.
	15. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.
Creencias	2. La matemática es muy práctica, por eso es muy útil.
	6. Las matemáticas son útiles para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.
	10. Tener buenos conocimientos de matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo
	11. La materia que se imparte en clase de matemáticas es muy interesante.
	14. Siempre hago primero mi tarea de matemáticas porque me gusta.
Actitud del Profesor	4. El profesor se divierte cuando nos enseña matemáticas.
	5. Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas.
	8. Después de cada evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas.
	9. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas.
Ítem Criterio	13. En general, las clases son participativas.
	16. En general mi actitud hacia las matemáticas es positiva.

Fuente: Elaboración propia

### **5.3 Cuestionario: validación de expertos**

La validez de un instrumento de medida, en nuestro caso Test de Actitud hacia las Matemáticas, se refiere a la exactitud con que pueden hacerse medidas significativas y adecuadas con él, en el sentido de que midan realmente los rasgos o variables que pretenden medir (García Ramos, 2012).

En primera instancia, el procedimiento más común para validar un cuestionario es el juicio de expertos. El juicio de expertos se define como una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en éste, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones (Escobar & Cuervo, 2008).

Por tanto, una vez diseñado nuestro instrumento de medida para verificar si mide la actitud de los alumnos hacia la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, lo someteremos al juicio de expertos.

Para conformar el comité de expertos el primer paso es decidir el número de personas que lo integrarán. En este punto no hay unanimidad entre los autores, sobre qué número de expertos es el adecuado. En nuestro caso hemos tomado como referencia un mínimo de 12 y un máximo de 20 expertos.

Finalmente se ha conformado el número final del comité de expertos en 15 especialistas en las áreas de educación y matemáticas, quedando de la siguiente manera:

Tabla 21: Comité de expertos

<b>Experto</b>	<b>Abreviatura</b>	<b>Titulación del Experto</b>
Experto 1	E1	Doctor en Educación (UCM)
Experto 2	E2	Máster en Formación del Profesorado (UE)
Experto 3	E3	Doctora en Cc. Económicas y Empresariales (UCM)
Experto 4	E4	Doctora en Educación (UCM)
Experto 5	E5	Doctora en Físicas (UPM)
Experto 6	E6	Doctora en Cc. Económicas y Empresariales (UCM)
Experto 7	E7	Doctor en Educación (UAM)
Experto 8	E8	Doctor en Educación (UAM)
Experto 9	E9	Doctor en Economía, Empresa y Finanzas (UCJC)
Experto 10	E10	Doctora en Educación (UCM)
Experto 11	E11	Doctora en Ingeniería de Montes (UPM)
Experto 12	E12	Doctor en Cc. Económicas y Empresariales (UCM)
Experto 13	E13	Doctora en Cc. Económicas y Empresariales (UNED)
Experto 14	E14	Doctor en Ingeniería de Telecomunicaciones (UPM)
Experto 15	E15	Doctor en Educación (UCM)

Fuente: Elaboración propia

El proceso de validación de expertos comenzó con una primera toma de contacto a través de correo electrónico en el que se recogía una pequeña carta de presentación de la doctoranda, el objetivo de la tesis y del instrumento de medida a validar y por último el cuestionario con la guía para la correcta validación por parte de los expertos. Este dossier se recoge en el Anexo I.

La escala que vamos a utilizar para la validación del cuestionario por parte del comité de expertos es tipo *Likert* de 1 a 6, siendo el 1 la puntuación más baja y el 6 la puntuación más alta.

La guía de evaluación recoge dos partes. Una primera parte sobre la validación de los ítems del cuestionario y una segunda parte sobre la valoración general del cuestionario.

#### Parte I: Validación ítems del cuestionario

En este apartado se deben valorar los diferentes ítems respecto a tres aspectos fundamentales:

- Adecuación: Idoneidad para la medición global de la actitud hacia las matemáticas del alumno.
- Coherencia: Relevancia para medir en qué grado corresponde a la dimensión a la que está inserto.
- Claridad: Claridad en la redacción respecto a lo que se quiere medir.

Además, en esta parte pueden indicar si debe ser eliminado, añadido y/o modificado algún ítem y porqué.

#### Parte II: Valoraciones generales

En esta parte se añade un apartado para recoger observaciones y conclusiones al cuestionario.

La valoración cuantitativa de los 15 expertos respecto de la parte I: Validación ítems del cuestionario en la que se valoran cada uno de los ítems respecto a los criterios de adecuación e idoneidad del ítem, coherencia respecto a la dimensión y claridad en la redacción, queda recogida en las siguientes tablas que se presentan a continuación:

Tabla 22: Valoración de los ítems respecto al Criterio de Adecuación e Idoneidad

		ADECUACIÓN															
Actitud hacia las Matemáticas		Idoneidad para la medición global de la actitud hacia las matemáticas del alumno														PROMEDIO	
Dimensiones	Ítems	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	<u>5,59</u>
Utilidad	1	6,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	3,00	5,00	5,53
	3	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	3,00	6,00	5,80
	7	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	4,00	5,00	1,00	4,00	6,00	1,00	3,00	4,67
	12	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	2,00	4,00	5,60
	15	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	1,00	5,00	5,60
Promedio Utilidad		<b>6,00</b>	<b>5,20</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,80</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,60</b>	<b>5,80</b>	<b>5,00</b>	<b>5,60</b>	<b>6,00</b>	<b>2,00</b>	<b>4,60</b>	<b>5,44</b>
Creencias	2	4,00	5,00	6,00	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	6,00	6,00	5,00	4,00	5,40
	6	6,00	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,00	6,00	3,00	5,00	5,60
	10	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,00	6,00	5,00	5,00	5,80
	11	6,00	3,00	3,00	3,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,00	4,00	5,13
	14	4,00	6,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	1,00	5,00	5,27
Promedio Creencias		<b>5,20</b>	<b>5,20</b>	<b>4,80</b>	<b>5,20</b>	<b>6,00</b>	<b>5,60</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,60</b>	<b>6,00</b>	<b>5,60</b>	<b>6,00</b>	<b>3,80</b>	<b>4,60</b>	<b>5,44</b>
Actitud del Profesor	4	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	6,00	3,00	5,60
	5	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,00	5,87
	8	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	2,00	5,73
	9	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	5,87
	13	6,00	6,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	3,00	6,00	5,00	4,00	5,40
Promedio Actitud del Profesor		<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,80</b>	<b>3,60</b>	<b>5,69</b>
Ítem Criterio	16	6,00	6,00	6,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,80

Fuente: Elaboración propia

Tabla 23: Valoración de los ítems respecto al Criterio de Coherencia con la dimensión

		COHERENCIA																			
Actitud hacia las Matemáticas		Relevancia para medir en qué grado corresponde a la dimensión a la que está inserto															PROMEDIO				
Dimensiones	Ítems	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	<u>5.42</u>	VARIANZA	DESV.TIP.	COEF.VAR.	
Utilidad	1	6,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	6,00	6,00	6,00	1,00	6,00	5,33	2,09	1,45	0,27	
	3	6,00	6,00	6,00	6,00	2,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	6,00	6,00	6,00	2,00	6,00	5,33	1,96	1,40	0,26	
	7	5,00	4,00	6,00	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	3,00	6,00	5,00	4,00	6,00	5,00	3,00	5,07	1,13	1,06	0,21	
	12	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	1,00	5,00	5,60	1,57	1,25	0,22	
	15	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	3,00	5,00	5,73	0,60	0,77	0,13	
Promedio Utilidad		<b>5,80</b>	<b>5,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,20</b>	<b>5,80</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>4,60</b>	<b>6,00</b>	<b>5,80</b>	<b>5,60</b>	<b>6,00</b>	<b>2,40</b>	<b>5,00</b>	<b>5,41</b>				
Creencias	2	6,00	5,00	NC	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	3,00	6,00	2,00	6,00	4,00	4,00	5,07	1,64	1,28	0,25	
	6	5,00	6,00	NC	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	2,00	6,00	3,00	5,00	5,29	1,49	1,22	0,23	
	10	6,00	6,00	NC	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	2,00	6,00	4,00	5,00	5,50	1,25	1,12	0,20	
	11	4,00	5,00	NC	3,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	1,00	4,00	5,00	2,14	1,46	0,29	
	14	4,00	6,00	NC	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	1,00	2,00	5,21	2,60	1,61	0,31	
Promedio Creencias		<b>5,00</b>	<b>5,60</b>		<b>5,20</b>	<b>6,00</b>	<b>5,60</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,40</b>	<b>6,00</b>	<b>3,60</b>	<b>6,00</b>	<b>2,60</b>	<b>4,00</b>	<b>5,21</b>				
Actitud del Profesor	4	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	2,00	5,00	5,53	1,18	1,09	0,20	
	5	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	2,00	6,00	5,67	1,02	1,01	0,18	
	8	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	2,00	5,00	5,53	1,18	1,09	0,20	
	9	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	3,00	4,00	5,67	0,76	0,87	0,15	
	13	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	5,80	0,29	0,54	0,09	
Promedio Actitud del Profesor		<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,60</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,60</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,60</b>	<b>6,00</b>	<b>3,00</b>	<b>4,80</b>	<b>5,64</b>				
Ítem Criterio	16																				

Fuente: Elaboración propia

Tabla 24: Valoración de los ítems respecto al Criterio de Claridad en la redacción

		CLARIDAD																			
Actitud hacia las Matemáticas		Claridad en la redacción respecto a lo que se quiere medir															PROMEDIO				
Dimensiones	Ítems	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	<u>5.48</u>	VARIANZA	DESV.TIP.	COEF.VAR.	
Utilidad	1	3,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	3,00	5,00	5,00	3,00	4,00	6,00	5,00	4,87	1,58	1,26	0,26	
	3	4,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	5,33	1,02	1,01	0,19	
	7	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	3,00	4,00	6,00	6,00	4,00	5,00	4,00	5,27	1,00	1,00	0,19	
	12	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	6,00	6,00	3,00	6,00	2,00	3,00	5,20	1,89	1,38	0,26	
	15	6,00	6,00	6,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	1,00	5,00	5,40	1,97	1,40	0,26	
Promedio Utilidad		<b>4,80</b>	<b>4,80</b>	<b>6,00</b>	<b>5,40</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,60</b>	<b>4,40</b>	<b>5,20</b>	<b>5,80</b>	<b>4,80</b>	<b>5,20</b>	<b>4,00</b>	<b>4,20</b>	<b>5,21</b>				
Creencias	2	3,00	6,00	NC	3,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	4,00	6,00	6,00	3,00	5,00	3,00	4,79	1,74	1,32	0,28	
	6	5,00	6,00	NC	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	3,00	5,00	5,57	0,67	0,82	0,15	
	10	6,00	6,00	NC	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,00	5,00	5,86	0,12	0,35	0,06	
	11	4,00	6,00	NC	3,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	3,00	2,00	5,00	2,00	1,41	0,28	
	14	3,00	6,00	NC	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,00	3,00	6,00	3,00	6,00	2,00	5,00	2,14	1,46	0,29	
Promedio Creencias		<b>4,20</b>	<b>6,00</b>		<b>4,60</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,20</b>	<b>6,00</b>	<b>5,40</b>	<b>5,40</b>	<b>6,00</b>	<b>4,80</b>	<b>4,40</b>	<b>3,40</b>	<b>5,24</b>				
Actitud del Profesor	4	4,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	3,00	4,00	5,00	5,40	0,91	0,95	0,18	
	5	6,00	6,00	5,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	4,00	5,67	0,49	0,70	0,12	
	8	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	6,00	6,00	3,00	6,00	5,00	5,60	0,77	0,88	0,16	
	9	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	4,00	5,87	0,25	0,50	0,09	
	13	4,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,00	5,80	0,29	0,54	0,09	
Promedio Actitud del Profesor		<b>5,20</b>	<b>6,00</b>	<b>5,80</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,40</b>	<b>6,00</b>	<b>6,00</b>	<b>4,80</b>	<b>5,20</b>	<b>4,60</b>	<b>5,67</b>				
Ítem Criterio	16	6,00	6,00	6,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	5,80	0,56	0,75	0,13	

Fuente: Elaboración propia

De forma global, observamos que los promedios de todos los ítems respecto a los criterios de adecuación, coherencia y claridad son superiores a 5, en una escala del 1 al 6. Si lo vemos respecto a cada uno de los criterios tenemos:

- El promedio global de todos los ítems respecto al criterio de adecuación e idoneidad del ítem para medir la actitud de los alumnos frente a las matemáticas es de 5,59 sobre 6.
- El promedio global de todos los ítems respecto al criterio de coherencia con respecto a la dimensión asociada es de 5,42 sobre 6.
- El promedio global de todos los ítems respecto al criterio de claridad en la redacción es de 5,48 sobre 6.

De forma más específica pasamos a valorar las dimensiones respecto cada uno de los criterios.

- Dimensión Utilidad

Con respecto al criterio de adecuación el promedio de la dimensión es de 5,44 sobre 6. Respecto al criterio de coherencia es de 5,41 sobre 6. Siendo el promedio de la dimensión con respecto al criterio de claridad, algo inferior, 5,21 sobre 6.

- Dimensión Creencias

Con respecto al criterio de adecuación el promedio de la dimensión es de 5,44 sobre 6. Respecto al criterio de coherencia es de 5,21 sobre 6. Siendo el promedio de la dimensión con respecto al criterio de claridad, ligeramente superior, 5,24 sobre 6.

- Dimensión Actitud del Profesor

Tenemos que el promedio de la dimensión frente al criterio de adecuación es 5,69 sobre 6. Respecto al criterio de coherencia es de 5,64 sobre 6. Y, por último, con respecto al criterio de claridad es de 5,67 sobre 6.

Por tanto, de forma global todas y cada una de las dimensiones con respecto a los diferentes criterios tienen un promedio superior a 5 sobre 6. Cabe destacar la dimensión Actitud del Profesor donde todos los promedios se encuentran por encima del 5,6.

Mostramos a continuación una tabla resumen de la información de promedios que acabamos de comentar:

Tabla 25: Resultados Globales de la Valoración de los Ítems del Cuestionario

Dimensiones	Ítems	Adecuación	Coherencia	Claridad	TOTALES PROMEDIO
<b>Utilidad</b>	1	5,53	5,33	4,87	5,24
	3	5,80	5,33	5,33	5,49
	7	4,67	5,07	5,27	5,00
	12	5,60	5,60	5,20	5,47
	15	5,60	5,73	5,40	5,58
Promedio Utilidad		<b>5,44</b>	<b>5,41</b>	<b>5,21</b>	<b>5,36</b>
<b>Creencias</b>	2	5,40	5,07	4,79	5,09
	6	5,60	5,29	5,57	5,49
	10	5,80	5,50	5,86	5,72
	11	5,13	5,00	5,00	5,04
	14	5,27	5,21	5,00	5,16
Promedio Creencias		<b>5,44</b>	<b>5,21</b>	<b>5,24</b>	<b>5,30</b>
<b>Actitud del Profesor</b>	4	5,60	5,53	5,40	5,51
	5	5,87	5,67	5,67	5,73
	8	5,73	5,53	5,60	5,62
	9	5,87	5,67	5,87	5,80
	13	5,40	5,80	5,80	5,67
Promedio Actitud del Profesor		<b>5,69</b>	<b>5,64</b>	<b>5,67</b>	<b>5,67</b>
<b>Ítem Criterio</b>	16	6,00	6,00	6,00	6,00

Fuente: Elaboración propia

Tabla 26: Resultados Globales de la Valoración de las Dimensiones por Experto

	<b>Utilidad</b>	<b>Creencias</b>	<b>Actitud del Profesor</b>
<b>Experto 1</b>	5,53	4,80	5,73
<b>Experto 2</b>	5,00	5,60	6,00
<b>Experto 3</b>	6,00	4,80	5,47
<b>Experto 4</b>	5,80	5,00	6,00
<b>Experto 5</b>	5,73	6,00	6,00
<b>Experto 6</b>	5,87	5,73	6,00
<b>Experto 7</b>	6,00	6,00	5,87
<b>Experto 8</b>	5,87	5,73	6,00
<b>Experto 9</b>	4,87	6,00	6,00
<b>Experto 10</b>	5,67	5,47	5,80
<b>Experto 11</b>	5,53	5,80	6,00
<b>Experto 12</b>	5,33	5,07	5,53
<b>Experto 13</b>	5,73	5,60	5,60
<b>Experto 14</b>	2,80	3,60	4,67
<b>Experto 15</b>	4,60	4,00	4,33
<b>Media</b>	<b>5,36</b>	<b>5,28</b>	<b>5,67</b>
<b>Varianza</b>	<b>0,63</b>	<b>0,50</b>	<b>0,25</b>
<b>Desv. Típica</b>	<b>0,79</b>	<b>0,71</b>	<b>0,50</b>
<b>Coef. de Variación</b>	<b>0,15</b>	<b>0,13</b>	<b>0,09</b>

Fuente: Elaboración propia

Analizando esta última tabla comprobamos que las puntuaciones medias de los expertos para las dimensiones utilidad, creencias y actitud del profesor oscilan son respectivamente 5,36, 5,28 y 5,67 sobre 6. Por lo que nos plantea la necesidad de revisar los ítems en cuanto a las dimensiones de utilidad y creencias se refiere.

Así mismo, hemos calculado el coeficiente de variación de Pearson para comprobar la homogeneidad de los datos en cada dimensión, obteniendo valores comprendidos entre 0,09 y 0,15.

Dichos valores son cercanos a cero. Esto nos indica que existe poca variabilidad entre los datos; es decir, no se dispersan con respecto a la media, por lo que las valoraciones son bastante homogéneas.

#### **5.4 Edición de la versión final del cuestionario sobre la actitud hacia las matemáticas**

Teniendo en cuenta todos los comentarios cualitativos y revisados con especial atención aquellos ítems con menor puntuación en la valoración cuantitativa, procedimos a revisar nuevamente y reescribir algunos ítems del cuestionario.

Ítem 1: El curso de matemáticas sirve para enseñar a pensar.

Los expertos consideran que para homogeneizar el cuestionario se debería cambiar “El curso de matemáticas” por “las matemáticas”. Así mismo “enseñar a pensar” puede ser confuso, por tanto, se decide reescribir de la siguiente forma: Las matemáticas me ayudan a mejorar mi capacidad de razonamiento.

Ítem 2: La matemática es muy práctica, por eso es muy útil.

En este ítem se producen dos afirmaciones. Dado que sobre la utilidad tenemos otros ítems desarrollados se decide reformular de la siguiente forma: Las matemáticas son una materia práctica.

Ítem 4: El profesor se divierte cuando nos enseña matemáticas.

En este caso se considera ambiguo el término diversión y se considera cambiarlo por una más específico como disfruta. Por tanto, el ítem quedaría: El profesor disfruta cuando nos enseña matemáticas.

Ítem 6: Las matemáticas son útiles para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.

Dado que el ítem se encuentra en la dimensión de creencias y para diferenciarlo claramente de la dimensión de utilidad, se recomienda cambiar el término útil por importantes. En este caso quedaría de la siguiente forma: Las matemáticas son importantes para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.

Ítem 7: En matemáticas debe enseñarse también la teoría y no sólo la práctica.

En este caso el término teoría se recomienda cambiar por fundamentos teóricos. El ítem queda de la siguiente forma: En matemáticas debe enseñarse también los fundamentos teóricos y no sólo la práctica.

Ítem 8: Después de cada evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas.

Por ser ambiguo el término evaluación, ya que puede confundirse con evaluación final, se procede a cambiar por tarea o prueba de evaluación. El ítem quedaría: Después de cada tarea o prueba de evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas.

Ítems 11 y 12: La materia que se imparte en clase de matemáticas es muy interesante. Considero las matemáticas como una materia muy necesaria en mis estudios.

En el caso de estos dos ítems los expertos recomiendan quitar el término “muy” de ambos. La redacción quedaría: La materia que se imparte en clase de matemáticas es interesante. Considero las matemáticas como una materia necesaria en mis estudios.

Ítem 14: Siempre hago primero mi tarea de matemáticas porque me gusta.

Este ítem ha sido considerado como ambiguo por contener dos afirmaciones y no especialmente relevante. Debido a estas consideraciones y a que los expertos proponían en su mayoría algún ítem relacionado con la disposición del estudiante frente a la materia de matemáticas, se decide su supresión completa y se introduce un nuevo ítem teniendo en cuenta la recomendación de los expertos. El nuevo ítem 14 sería: Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas.

Mostramos a continuación la tabla del diseño de la versión final del cuestionario.

Tabla 27: Clasificación de ítems de acuerdo con las dimensiones del test Actitud hacia las Matemáticas

<b>Actitud hacia las Matemáticas</b>	
<b>Dimensiones</b>	<b>Ítems</b>
Utilidad	1. Las matemáticas me ayudan a mejorar mi capacidad de razonamiento.
	3. Las matemáticas me resultarán útiles para mi profesión.
	7. En matemáticas debe enseñarse también los fundamentos teóricos y no sólo la práctica.
	12. Considero las matemáticas como una materia necesaria en mis estudios.
	15. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.
Creencias	2. Las matemáticas son una materia práctica.
	6. Las matemáticas son importantes para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.
	10. Tener buenos conocimientos de matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo
	11. La materia que se imparte en clase de matemáticas es interesante.
	14. Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas.
Actitud del Profesor	4. El profesor disfruta cuando nos enseña matemáticas.
	5. Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas.
	8. Después de cada tarea o prueba de evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas.
	9. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas.
Ítem Criterio	13. En general, las clases son participativas.
	16. En general mi actitud hacia las matemáticas es positiva.

Fuente: Elaboración propia

Si mostramos las subdimensiones elaboradas, la clasificación final de los ítems respecto a las dimensiones y subdimensiones queda reflejada de la siguiente forma:

Tabla 28: Clasificación de ítems de acuerdo con las dimensiones del test Actitud hacia las Matemáticas

<b>Actitud hacia las Matemáticas</b>		
<b>Dimensiones</b>	<b>Subdimensiones</b>	<b>Ítems</b>
Utilidad	Cognitiva	1. Las matemáticas me ayudan a mejorar mi capacidad de razonamiento.
	Aplicabilidad	3. Las matemáticas me resultarán útiles para mi profesión.
	Cognitiva	7. En matemáticas debe enseñarse también los fundamentos teóricos y no sólo la práctica.
	Aplicabilidad	12. Considero las matemáticas como una materia necesaria en mis estudios.
	Aplicabilidad	15. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.
Creencias	Motivación	2. Las matemáticas son una materia práctica.
	Motivación	6. Las matemáticas son importantes para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.
	Afectividad	10. Tener buenos conocimientos de matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo
	Motivación	11. La materia que se imparte en clase de matemáticas es interesante.
	Afectividad	14. Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas.
Actitud del Profesor	Percepción	4. El profesor disfruta cuando nos enseña matemáticas.
	Percepción	5. Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas.
	Metodología	8. Después de cada tarea o prueba de evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas.
	Metodología	9. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas.
	Metodología	13. En general, las clases son participativas.
Ítem Criterio		16. En general mi actitud hacia las matemáticas es positiva.

Fuente: Elaboración propia

A continuación, presentamos la versión final del cuestionario.

**Test de Actitud del estudiante hacia las Matemáticas**

Este cuestionario es anónimo. Tiene como objetivo conocer tu predisposición hacia la asignatura de Matemáticas. Por favor, marca la opción con la que mejor te identifiques para cada ítem. La escala de valoración es la siguiente: 1 Nada de Acuerdo, 2 Algo de Acuerdo, 3 Un Poco de Acuerdo, 4 Bastante de Acuerdo, 5 Muy de Acuerdo y 6 Totalmente de Acuerdo.

Te agradecemos tu tiempo y veracidad en las respuestas. Es importante que respondas atendiendo a cómo eres en general, no a cómo te encuentras hoy, ni a cómo te gustaría ser o sentir. Si no entiendes alguna pregunta coméntalo con el profesor que esté a cargo. Las respuestas tienen total garantía de confidencialidad.

1. Titulación:		3. Grupo:	
ADE	<input type="checkbox"/>	A: ADE A	<input type="checkbox"/>
ADE+MK	<input type="checkbox"/>	B: ADE B	<input type="checkbox"/>
GAS+ADE	<input type="checkbox"/>	C: ADE+MK	<input type="checkbox"/>
2. Carácter del Título:		D: ADE D	<input type="checkbox"/>
Grado Simple (S)	<input type="checkbox"/>	E: GAS+ADE	<input type="checkbox"/>
Grado Doble (D)	<input type="checkbox"/>	4. Sexo:	
5. Edad:		Hombre (H)	<input type="checkbox"/>
		Mujer (M)	<input type="checkbox"/>

1. Las matemáticas me ayudan a mejorar mi capacidad de razonamiento.	1	2	3	4	5	6
2. Las matemáticas son una materia práctica.	1	2	3	4	5	6
3. Las matemáticas me resultarán útiles para mi profesión.	1	2	3	4	5	6
4. El profesor disfruta cuando nos enseña matemáticas.	1	2	3	4	5	6
5. Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas.	1	2	3	4	5	6
6. Las matemáticas son importantes para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.	1	2	3	4	5	6
7. En matemáticas debe enseñarse también los fundamentos teóricos y no sólo la práctica.	1	2	3	4	5	6
8. Después de cada tarea o prueba evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas.	1	2	3	4	5	6
9. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas.	1	2	3	4	5	6
10. Tener buenos conocimientos de matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo	1	2	3	4	5	6
11. La materia que se imparte en clase de matemáticas es interesante.	1	2	3	4	5	6
12. Considero las matemáticas como una materia necesaria en mis estudios.	1	2	3	4	5	6
13. En general, las clases son participativas.	1	2	3	4	5	6
14. Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas.	1	2	3	4	5	6
15. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.	1	2	3	4	5	6
16. En general mi actitud hacia las matemáticas es positiva.	1	2	3	4	5	6

## 5.5 Algunas conclusiones

El cuestionario ha sido el instrumento de medida idóneo para realizar la medición de la actitud de los estudiantes frente a las Matemáticas. La determinación de las dimensiones y subdimensiones es clave para poder profundizar en el análisis de los resultados en base a los objetivos previstos, así como un diseño de los ítems que expliquen dichas dimensiones o subdimensiones de forma clara e inequívoca, para poder tener un reflejo de la percepción de los alumnos.

El Comité de expertos, a través de sus comentarios, ha dado la validez y coherencia necesarios para que el instrumento se ajuste adecuadamente a los parámetros que se desean medir.

La implementación de una metodología educativa innovadora, respaldada por un instrumento de medida validado, nos permite obtener *insights* significativos sobre la actitud de los estudiantes hacia las Matemáticas. Al enfocar nuestra investigación en dimensiones concretas y utilizando herramientas de evaluación rigurosas, estamos mejor posicionados para identificar áreas de mejora y diseñar intervenciones educativas más efectivas. Esta investigación no sólo contribuye al conocimiento académico, sino que también tiene implicaciones prácticas para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en otros contextos.



## Capítulo 6. Medición y evaluación del rendimiento académico

Cualquier cambio en la metodología a emplear por un docente en el aula debe ser medida en cuanto al impacto en la calidad de lo implantado, en cómo influye en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno y en última instancia qué repercusión se produce en el rendimiento académico, en los resultados académicos del alumno en términos de evaluación, siendo un aspecto clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Dentro del proceso evaluativo existen tres etapas con objetivos marcados. Una primera y fundamental en la que se debe definir correctamente el objeto de la evaluación y responder a las siguientes preguntas: qué se quiere evaluar, para qué y cómo. Esta primera etapa debe marcar la segunda en la que el docente debe decidir entre los diferentes sistemas de recogida de información: qué técnicas utilizar, seleccionar el instrumento adecuado y cómo aplicarlo. Por último, se procederá a evaluar la información recogida y se tomarán las decisiones pertinentes con respecto a los objetivos marcados.

En los capítulos anteriores, hemos desarrollado un programa de intervención basado en dos estrategias didácticas determinadas: la ficha de aprendizaje y el acompañamiento entre pares, con el que se pretende mejorar el aprendizaje significativo del alumno. Además, se ha diseñado un cuestionario para evaluar el impacto que ha producido este programa en la actitud de los alumnos hacia las matemáticas. Por último, en este capítulo, vamos a diseñar una prueba de evaluación objetiva para medir el rendimiento académico de los alumnos, basada en los cuatro pilares básicos y los objetivos definidos previamente en cada ficha de aprendizaje. Dicha prueba de evaluación será única e igual para todos los grupos que participan en la investigación, de forma que pueda servir para comparar resultados entre los distintos grupos. Se realizará un mismo día para todos al finalizar el cuatrimestre en el que se está impartiendo la asignatura y el porcentaje de la calificación final de la asignatura será el mismo.

En este capítulo pretendemos delimitar qué entendemos por rendimiento académico, habida cuenta de que es un término con numerosas interpretaciones según el enfoque del mismo y qué factores influyen en dicho rendimiento. En base a la acepción tomada como referencia para el rendimiento académico presentaremos los diferentes tipos de evaluación y cuál de entre ellos sea el más adecuado para conseguir los objetivos marcados en esta investigación.

En base al tipo de evaluación diseñaremos un instrumento de medida *ad hoc*, determinando primero las dimensiones que deben estructurarlo, seguido de una planilla de especificaciones en base

al fin de la prueba, los contenidos de esta, pesos relativos a cada dimensión, determinación del número de ítems, así como relacionar cada ítem con los objetivos generales de la prueba y la dificultad de los mismos.

Por último, determinaremos la dificultad media de la prueba desarrollada para determinar si es equilibrada respecto a la complejidad de las preguntas realizadas.

## **6.1 Evaluación del rendimiento. Acotaciones**

El rendimiento académico de los alumnos en la universidad ha sido siempre un tema polémico ya que existen numerosas acepciones del término según el enfoque que se le quiere dar. Es por este hecho que se considere al rendimiento académico como un “concepto multidimensional, relativo y contextual” (Miguel Díaz & Arias Blanco, 1999).

A pesar de ello la interpretación más difundida es del rendimiento académico como resultados, distinguiendo entre resultados inmediatos o diferidos. Se entiende como rendimiento académico inmediato a las calificaciones obtenidas a lo largo de unos estudios y rendimiento académico diferido a la aplicación de los conceptos aprendidos en el entorno del mundo laboral.

En relación con esta clasificación Tonconi (2010) define el rendimiento académico como el nivel que cada individuo demuestra en aplicar sus conocimientos ante una materia o curso mediante indicadores cuantitativos, cuyos valores son manifestados por un sistema vigesimal, en donde el rango de aprobación de las materias o cursos son calificados por profesionales.

Por su parte De la Orden (1985) definía producto de la educación como “el resultado de una acción o de un proceso educativo”, centrándose en los resultados inmediatos. Teniendo en cuenta que entendemos que el rendimiento no sólo debe medir la adquisición de conocimientos y destrezas, sino también en cómo adquiere el alumno dichos conocimientos y destrezas, los avances conseguidos y su aplicación en el mundo real, De la Orden (1985) teniendo en cuenta las dimensiones: individual, social, mediato e inmediato, define cuatro tipos de productos educativos, resultados del cruce de dichas dimensiones. A su vez, dentro de esta clasificación podemos introducir otras dimensiones como son procesos cognitivos y no cognitivos, tal y como se representa en la siguiente tabla.

Tabla 29: Tipos de Proyectos Educativos

Proyecto educativo	Inmediato (individual)	Cognitivo	Contenidos curriculares	Extensión
				Nivel
				Relevancia
				Velocidad de respuesta
				Aplicación a situaciones concretas
		Destrezas intelectuales básicas		
		Técnicas de trabajo intelectual y hábitos de estudio		
		No cognitivo	Actitudes	
			Valores	
			Intereses	
	Motivación			
	Cooperación			
	Mediato	Individual	Desarrollo intelectual	
			Autoconcepto	
			Liderazgo	
			Estilo cognitivo	
			Creatividad	
			Orientación valorativa	
		Social	Nivel general de información	
			Movilidad social	
Mejora de la economía (capital humano)				
Reproducción ideológica				
Igualdad de oportunidades				
Calidad de vida				
Satisfacción individual en la sociedad				

Fuente: De la Orden (1985)

Determinar qué factores inciden en el rendimiento académico es sumamente complicado ya que “dichos factores o variables conforman muchas veces una tupida maraña, una red tan fuertemente entretejida, que resulta ardua la tarea de acotarlas o delimitarlas para atribuir efectos claramente discernibles a cada uno de ellos” (Álvaro Page & otros, 1990).

Según Tejedor y otros (1998) existen cinco variables a la hora de analizar el rendimiento académico:

- 1) Variables de identificación (género, edad)
- 2) Variables psicológicas (aptitudes intelectuales, personalidad, motivación, hábitos de estudios, etc.)
- 3) Variables académicas (tipos de estudios cursados, curso, rendimiento previo, etc.)
- 4) Variables pedagógicas (método de enseñanza, estrategias de evaluación, etc.)
- 5) Variables sociofamiliares (estudios de los padres, situación laboral, lugar de residencia familiar, etc.)

El informe PISA de 2015 establecía que la puntuación de España en rendimiento matemático con un total de 486 puntos se encuentra por debajo de la media de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) con una puntuación de 490 (OCDE, 2016). En el informe PISA de 2022 la puntuación de España en rendimiento matemática baja y se sitúa en 473 puntos, aunque también lo hace la media de la OCDE situándose en 472, mientras que en la Unión Europea se sitúa en los 474 puntos (Ministerio de Educación F. P., 2023). Por tanto, es desde este punto de partida donde encontramos fundamental revisar aquellos factores que inciden negativamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Dentro de los múltiples factores que determinan el rendimiento académico y en especial el rendimiento en la materia de matemáticas, es precisamente la actitud hacia la materia uno de los factores más importantes, por lo que en los últimos años se está investigando en temas relacionados con la correlación entre las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento (Mato Vázquez & de la Torre Fernández, 2009).

Algunas de las investigaciones orientadas a determinar cómo influyen dichas actitudes de los estudiantes en el aprendizaje y en el rendimiento académico, son la de Quiles (1993) y Ramírez (2005) realizadas a estudiantes de primaria, Akey (2006) para estudiantes de secundaria y Herrero, Nieto, Rodríguez y Sánchez (1999) en estudiantes universitarios.

Otros estudios apuntan a los estilos de aprendizaje como uno de los factores determinantes a la hora de mejorar el rendimiento académico. “Se determinó que los estilos de aprendizaje son un factor que influye de forma significativa en el rendimiento académico de los estudiantes; pero no se le puede responsabilizar solo a los estilos de aprendizaje; al contrario, existe una diversidad de factores que influyen en el rendimiento académico entre ellos están: socioeconómicos, metodologías de enseñanza, competencias previas, motivación” (García A. E., 2018). “Con respecto a las estrategias de aprendizaje, estas propician mejores resultados, motivan el autoestudio y potencian las capacidades de

aprendizaje de los alumnos, ya que, conociendo el canal de comunicación del estudiante, es más fácil el entendimiento, comprensión, análisis, relación y síntesis, sin olvidar el componente emocional, ni el escenario donde se desarrolla, generando con ello un mejor aprovechamiento académico, conceptual, procedimental y actitudinal” (López, Castillo, Maldonado, & Casados, 2020). En concreto Urbano (2018) y Rubio (2018) señalan el efecto positivo de implementación de estrategias metacognitivas para el aprendizaje significativo y la mejora del rendimiento académico en estudios realizados con estudiantes universitarios.

Numerosos estudios revelan que el acompañamiento académico del alumno durante el proceso de enseñanza-aprendizaje incide en un incremento en su rendimiento académico, aunque la mayoría de estos estudios señalan al profesor como el vehículo de dicho acompañamiento. Encontramos algunas investigaciones dónde se focaliza en el acompañamiento entre pares para la mejora del rendimiento académico, como es el caso de Pellerano y Muñoz (2019) observan que “La información obtenida, permite concluir que la propuesta basada en facilitación de aprendizaje entre pares ha resultado eficaz en incrementar el rendimiento académico semestral en general y en asignaturas clave de primer año de carrera. Los promedios alcanzados por los alumnos que participan en el programa son significativamente más altos que los de sus pares que no participan y sólo asisten a las clases regulares de las asignaturas de primer año” (Pellerano & Muñoz, 2019) y Chacón-Vargas (2020) cuyos resultados de la investigación determinaron que “no existe una diferencia estadísticamente significativa entre las distribuciones de calificaciones obtenidas por las personas que participaron en el PEA y por la totalidad del alumnado del curso; sin embargo, se observa que el promedio de calificaciones del primer grupo de estudiantes tiende a ser mayor según el número de sesiones a las que asistieron” (Chacón-Vargas, 2022). Como podemos ver los resultados son más concluyentes en Pellarano que en Chacón, aunque en ambos casos el acompañamiento entre pares y su impacto en el rendimiento académico se realiza con estudiantes de cursos superiores.

Para evaluar el rendimiento del alumno, entendido como producto individual inmediato, tal y como hemos visto en la clasificación anterior, la forma más extendida es la realización de pruebas escritas u orales, cuyos resultados se traducen en una escala previamente establecida, que puede ser de tipo cuantitativo (entre cero y diez) o de tipo cualitativo (suspense, aprobado, notable, sobresaliente, matrícula de honor). En el caso de la escala de tipo cualitativo existen diferencias en el tipo de medición según la etapa escolar del alumno, pudiendo diferenciarse dentro del suspense entre insuficiente y muy deficiente y dentro del aprobado, entre aprobado y bien. La evaluación depende de la persona que la está realizando y por tanto son subjetivas y poco fiables. “La validez de estos juicios dependen en gran

medida de la formación y experiencia del que juzga, y por ello, se presta a errores de origen diverso (efecto halo, tendencia a la severidad, a la benignidad o a evitar los extremos)” (García Ramos J. M., 1994). “El análisis de las calificaciones confirma empíricamente que los enjuiciamientos resultan sistemáticamente diferentes en las diversas asignaturas, escuelas, tipos de escuelas, grados escolares y según el sexo” (Braun & Klink, 1983).

Se puede intentar evitar o paliar este sesgo o subjetividad, usando pruebas objetivas de rendimiento (*test*) que reducen el error y elevan el grado de objetividad y fiabilidad.

Además, existen otros modelos de calificación que atienden a los objetivos que se buscan en el aprendizaje y a los grupos de sujetos. “Los modelos en función de objetivos (de referencia criterial) miden el rendimiento del individuo en proporción a las metas fijadas; los modelos en función del grupo (de referencia normativa) lo miden con relación a un grupo de referencia, que puede ser una clase concreta, un grupo particular o un grupo representativo tomado como punto de comparación” (García Ramos J. , 2012).

Teniendo en cuenta que hemos definido la evaluación como un proceso valorativo debemos ver qué diferentes modelos de evaluación podemos encontrar.

Según García Ramos (2012) podemos encontrar tres principales modalidades de evaluación: evaluación inicial, continua y final, evaluación formativa y sumativa y evaluación normativa, criterial y personalizante.

### Evaluación inicial, continua y final

Esta modalidad de evaluación toma de referencia como criterio el momento de la realización, siendo los tres momentos: inicial, continuo y final parte de un único proceso evaluativo considerado como evaluación continua.

La evaluación inicial pone el foco en el conocimiento previo del estudiante y sus características, “nadie puede actuar sobre un material que desconoce”. Según García Ramos (2012) las principales dimensiones a tener en cuenta en esta evaluación son las siguientes:

- Ambiental familiar y social.
- Constitución física y salud.
- Aptitudes o variables intelectuales.
- Motivación, interés y actitud.

- Adaptación o integración social: familiar, escolar y ambiental.
- Datos académicos anteriores (registro personal).

Por su parte, la evaluación continua (denominada también progresiva, diferida o sucesiva) mide el aprendizaje a medida que se va desarrollando. Teniendo en cuenta a R. Sanmartín (1978), la evaluación continua busca los siguientes propósitos:

- a) Conocimiento de las posibilidades de los alumnos en orden a la valoración de su rendimiento y de la orientación escolar y profesional.
- b) Conocimiento del proceso o desarrollo de la actividad educativa, valorando el conjunto de variables que inciden en ese desarrollo, planes, programas, métodos, técnicas, horarios, relación profesor-alumno, etc.
- c) Ayuda constante al alumno, diagnosticando las deficiencias del aprendizaje y sus causas o por el contrario poniendo de relieve sus excelentes dotes (diagnóstico y pronóstico).
- d) Conocer en qué medida se alcanzan los objetivos propuestos, el grado de progreso de los alumnos y la efectividad de la programación establecida.
- e) Renovación crítica del sistema educativo, intentando conseguir la adecuada fijación de objetivos y a la eficaz estructuración de los programas y actividades.
- f) Información periódica a la familia de los resultados de la actividad educativa, estimulando la colaboración recíproca entre las dos entidades.

Este tipo de evaluación necesita de una programación exhaustiva de contenidos y actividades, así como el seguimiento y *feedback* al alumno. “Frente al rito tradicional de un examen que el alumno ha de superar como prueba de su dominio sobre ciertos conocimientos escolares mínimos, existe un concepto de una práctica educativa de naturaleza mucho más amplia y compleja: la evaluación continua de los procesos de enseñanza-aprendizaje. A diferencia del examen tradicional, esta evaluación no implica sólo al estudiante como sujeto, sino también y, ante todo, al propio sistema escolar en su conjunto y a la pluralidad de agentes que intervienen en toda acción educativa. La evaluación, por otro lado, no está circunscrita a un solo acto, sino que se extiende a lo largo de todo un proceso y es sólo, en esa perspectiva, en la que adquieren sentidos pruebas evaluadoras concretas. Al hablar de evaluación, por tanto, se hace referencia a procesos que permiten verificar la enseñanza y el aprendizaje al servicio de unos fines educativos precisos. Todo esfuerzo pedagógico renovador debe rechazar la figura de los exámenes tradicionales que son expresión de una concepción superada del proceso de enseñanza-aprendizaje” (MEC, 1987).

Respecto a las pruebas evaluadoras concretas de la evaluación continua se pueden clasificar en dos: de observación (directa o indirecta) y de experimentación (provocan la respuesta del alumno ante estímulos predefinidos). En la Figura 13 podemos observar cómo García Ramos (2012) clasifica los instrumentos de recogida de información:

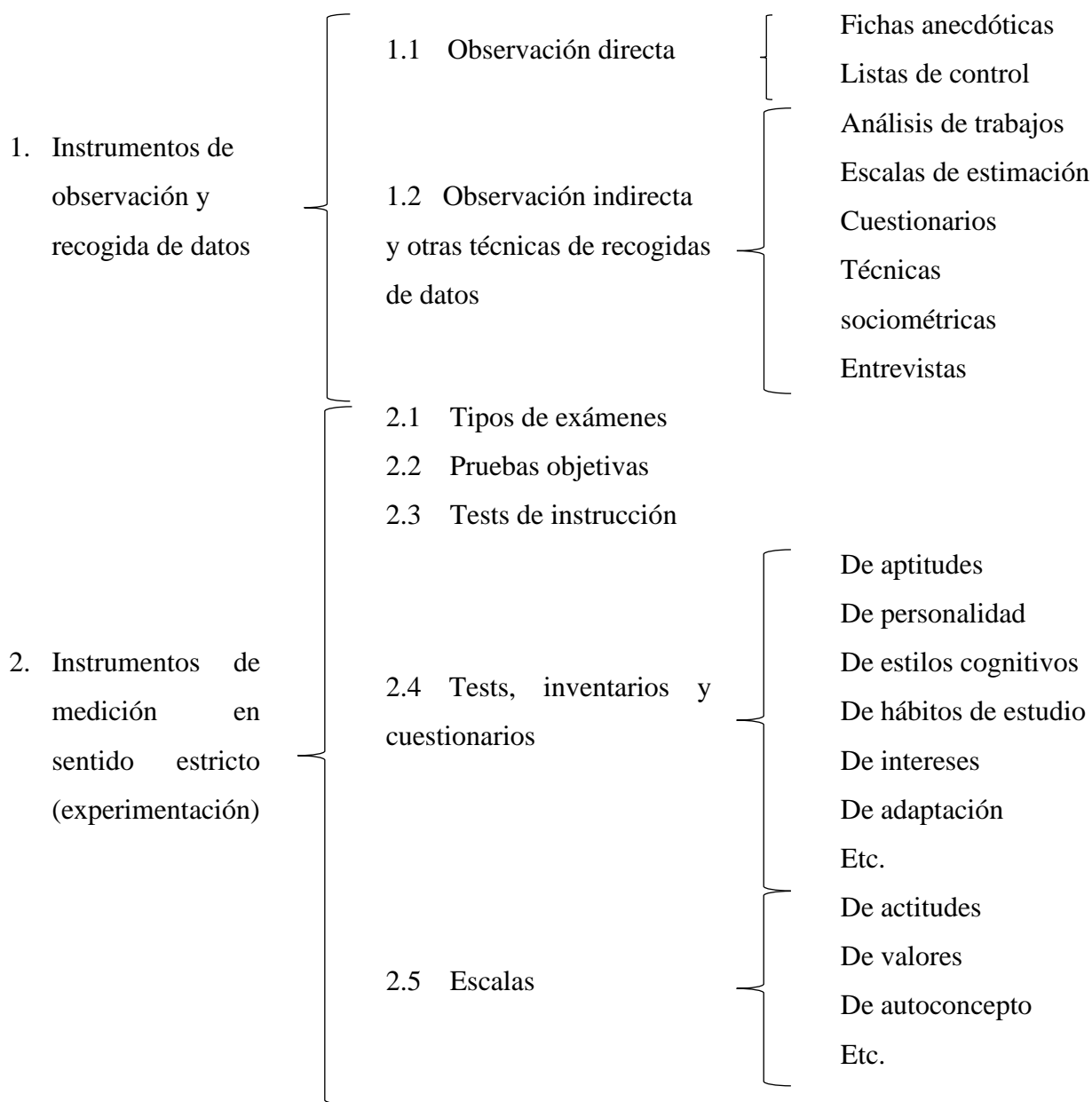


Figura 6: Clasificación Instrumentos de recogida de Información

Fuente: García Ramos (2012)

## Evaluación formativa y sumativa

Hay que distinguir entre evaluación formativa y evaluación sumativa, aunque en ocasiones es difícil separarlos, siendo en cualquier caso la evaluación formativa necesariamente anterior a la sumativa.

Según afirma García Ramos (2012) “la evaluación formativa tiene como propósito mejorar un proceso educativo, un programa, en su fase de desarrollo. La evaluación sumativa se propone contrastar la eficacia general del proceso educativo ya desarrollado, esto es, la eficiencia de los resultados del aprendizaje o la eficiencia general de un programa ya desarrollado”.

De la Orden (1982) profundiza en las diferencias entre las evaluaciones afirmando que “responden a una doble consideración: el momento de su aplicación en el continuo del proceso educativo y las decisiones a que dan lugar, es decir, el uso que se hace de los resultados evaluativos en cada caso”.

Tal y como señalan Brookhart (2007) la evaluación formativa debe guiar y ayudar a aprender, debe estar adaptada a las necesidades del alumno e integrada dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, mientras que la evaluación sumativa se centra en valorar el resultado final.

## Evaluación personalizante, normativa y criterial

Otro tipo de clasificación que se puede producir dentro de las modalidades de evaluación es aquella en la que se toma en cuenta las distintas referencias a las que alude la propia evaluación: evaluación personalizante, normativa y criterial.

“Evaluación Normativa (comparación de la realización del alumno con la realización del grupo, muestra o población a que el alumno pertenece) y Evaluación Criterial (comparación entre la realización del alumno y la realización objetiva previamente establecida por vía racional o empírica” (García Ramos J. , 2012).

Estos sistemas de evaluación, como vemos, se basan en la comparación con una referencia. Dichas referencias pueden ser internas, es decir, se compara con el propio alumno (*autorreferencia*) o pueden ser externas (*heterorreferencia*).

Si tenemos en cuenta las referencias internas del propio alumno estaríamos hablando de evaluación personalizante, donde la “norma” es el alumno. Se toma a la persona como “norma de sí mismo, de forma que el progreso consistirá justamente en el acercamiento a las metas particulares

adecuadas a su situación de partida y a sus características” (García Hoz & Pérez Juste, 1984). Es en esta modalidad de evaluación donde surge las diferencias entre los conceptos de Rendimiento Suficiente y Rendimiento Satisfactorio. Entendiéndose el primero como el aprendizaje de unos contenidos mínimos establecidos con anterioridad y el segundo como la evaluación del conocimiento de un alumno de acuerdo con su capacidad y posibilidades. “La evaluación en el marco personalizante debe llevar a qué logros que merecen la valoración de satisfactorios para unos, puedan ser claramente insatisfactorios para otros, incluso siendo estos objetivamente superiores a aquellos” (García Hoz & Pérez Juste, 1984).

Cuanto las referencias son externas podemos hablar de evaluación normativa y evaluación criterial. La evaluación normativa es la que toma como referencia normas externas preestablecidas, pudiendo ser instrumentos de evaluación estandarizados, tests o pruebas de evaluación que el profesor toma como referencia para la clasificación de sus alumnos. Este tipo de evaluación, según De la Orden (1982) suele llevar a que el profesor tiende a aprobar a los alumnos que obtienen calificaciones en torno a la media, siendo éste el baremo para calificar al resto de alumnos y, por otra parte, a que se produzca una tendencia respecto a los porcentajes de alumnos que superan la asignatura año tras año.

Por último, tenemos la evaluación criterial, en la que las pruebas de evaluación referidas a un criterio, entendiéndose criterio como “campo o dominio de conducta bien definido” (De La Orden, 1982), es decir, respecto a unos mínimos establecidos. Por tanto, este tipo de evaluación necesita la construcción de instrumentos de medida específicos, que según la propia De la Orden (1982) deberían tener en cuenta las siguientes cuestiones:

- Definición de un campo o dominio de conducta claramente delimitado, que implica uno o varios objetivos de la enseñanza y el aprendizaje, formulados en términos de una clase homogénea de conducta (conocimientos, aptitudes intelectuales, etc.)
- La selección de muestras representativas, dentro de cada clase, de conductas o realización en forma de cuestiones o ítems que reflejan tales conductas.
- La determinación y especificación de “estándars” o patrones de realización, como medida del criterio.
- Establecimiento de un sistema de puntuación que describa adecuadamente la realización de los estudiantes en términos de aprendizaje (clase de conducta) bien definidos, independientemente de las realizaciones del grupo al que pertenece.

Es importante destacar que como señalan García Ramos (2012) y Beggs y Lewis (1979) que cada modalidad de evaluación está especialmente indicada para unos objetivos concretos y que un sistema de referencia será apropiado si está de acuerdo con los objetivos a evaluar, pudiéndose utilizar dichos sistemas por separado o conjuntamente de acuerdo con el fin que se pretende conseguir.

Dentro de nuestra investigación y teniendo en cuenta todo lo señalado anterior, para realizar la evaluación del rendimiento del alumno en la asignatura tomaremos como referencia los resultados obtenidos por un instrumento interno de medida del rendimiento. Dicho instrumento se caracteriza porque es construido por el propio profesor o equipo de profesores que imparten una misma asignatura. En el caso del contexto de aprendizaje en un centro educativo, estos instrumentos son los más utilizados ya que la evaluación no puede ser tipificada al no tratarse de una medición general, sino de un grupo o grupos específicos.

Dentro de este tipo de instrumentos nos vamos a centrar en las pruebas de rendimiento, ya que se aplican en un momento dado definido por el profesor de forma simultánea a grandes grupos, de forma que la valoración final es más objetiva. Además, la referencia será de tipo criterial, ya que lo que queremos conocer es si un alumno ha conseguido los conocimientos específicos o capacidades necesarias y poder identificarlos.

En este tipo de prueba lo más importante es que tengan validez de contenidos, para ello (De La Orden, 1982) “es necesario... la transformación de la intención didáctica de los objetivos en preguntas para las pruebas, esto es, el establecimiento de una relación directa entre cada ítem y el objetivo cuyo logro intenta medir” (pág. 80).

Por tanto, nuestra evaluación del rendimiento va a tener dos partes, por un lado, nos basaremos en una prueba de rendimiento que va a constar de una prueba objetiva tipo test de referencia criterial y de una prueba de resolución de problemas y por otro lado la calificación final obtenida en el conjunto de la asignatura que hace referencia a la evaluación continua del alumno durante todo el curso. “... es posible justificar la utilización conjunta de pruebas objetivas junto a pruebas de ensayo en la medición de rendimiento. Las primeras medirían aprendizajes simples y las segundas aprendizajes complejos” (García Ramos, 2012).

En el siguiente apartado nos vamos a centrar en el diseño de la prueba objetiva.

## 6.2 Definición de un instrumento de medida del rendimiento en Matemáticas

Según García Ramos (2012) lo primero que debemos tener en cuenta para construir una prueba objetiva debe ser, el para qué se va a utilizar y qué contenidos queremos evaluar con ella.

Para la prueba objetiva debemos decidir el fin de esta, ya que el carácter de la prueba puede ser del tipo diagnóstico, de tipo formativo o de tipo sumativo. En nuestro caso el fin que marcamos es del tipo sumativo ya que queremos evaluar un campo de conocimientos de forma que la muestra sea representativa y equilibrada. Las pruebas de tipo diagnóstico buscan conocer los conocimientos que posee un alumno antes de un nuevo curso, por ejemplo, en nuestro caso se podría realizar una prueba de nivel al comienzo de la asignatura y las pruebas de tipo formativo buscan evaluar el aprendizaje que queríamos conseguir.

Una vez definido el fin de nuestra prueba debemos decidir qué contenidos deben aparecer en ella. Para conseguir que la prueba sea de carácter sumativo ya hemos establecido que debe ser representativa y equilibrada, por tanto, asignamos a cada contenido un peso relativo dentro del total de esta, de forma que indiquen la importancia de cada uno de ellos frente al resto.

Para determinar el número de ítems a incluir en nuestra prueba lo primero que vamos a tener en cuenta es que nuestra prueba de rendimiento consta de dos partes, la prueba objetiva y la prueba de resolución de problemas, por tanto, en este caso el número de ítems viene limitado por este hecho y decidiendo que 20 o 25 ítems serán adecuados. Teniendo en cuenta el peso relativo de los contenidos y el número de ítems podemos repartir el número total de ítems según la importancia de cada tema.

Por último, habrá que detallar los objetivos generales que se buscan con la prueba y cruzarlos con los contenidos o ítems.

Teniendo en cuenta todo lo anterior hemos procedido a diseñar nuestro cuestionario para medir las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas.

La construcción del instrumento se desarrollará en las siguientes fases:

- 1) Determinar el fin de la prueba.
- 2) Definir los contenidos de esta.
- 3) Asignar un peso relativo a cada contenido con respecto al conjunto de la asignatura.
- 4) Elección número de ítems.
- 5) Definir los objetivos generales de la prueba y relacionarlos con cada ítem.

Para facilitar la construcción de la prueba vamos a utilizar una planilla de especificaciones. Dicha planilla es un plan estructurado en forma de tabla que se elabora para organizar el diseño de una prueba (Vera, 2013) y además es una evidencia de la validez del contenido.

En nuestra planilla de planificaciones incluiremos los temas, objetivos, el peso del tema, número de ítems y nivel de dificultad.

Para determinar los temas tomamos como referencia el contenido de la guía docente de la asignatura (Guía Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa, 2022) e identificamos los puntos clave de esta o pilares básicos, siendo estos: derivadas, optimización, comportamiento de funciones y estudio de compatibilidad. Del mismo modo estableceremos que los resultados de aprendizaje que aparecen en la Guía Docente de la asignatura se corresponderán con los objetivos de aprendizaje. Todo ello queda reflejado en la siguiente tabla:

*Tabla 30: Pilares Básicos vs Objetivos de Aprendizaje*

<b>Pilares Básicos</b>	<b>Objetivos de Aprendizaje o Resultados de Aprendizaje</b>
Derivadas	R1: Reflexiona sobre la vinculación de las matemáticas con otras ciencias y la empresa.
	R2: Evalúa cadenas argumentales, interpretando el lenguaje matemático simbólico y formal, y la comprensión de sus relaciones con el lenguaje natural.
Optimización en varias Variables	R1: Reflexiona sobre la vinculación de las matemáticas con otras ciencias y la empresa.
	R2: Evalúa cadenas argumentales, interpretando el lenguaje matemático simbólico y formal, y la comprensión de sus relaciones con el lenguaje natural.
	R3: Plantea y resuelve problemas matemáticos, analizando los límites del modelo utilizado.
	R5: Aplica el análisis marginal de funciones mediante su derivación en varias variables.
Comportamiento de Funciones	R6: Expresa en lenguaje matemático situaciones empresariales para la toma de decisiones.
	R1: Reflexiona sobre la vinculación de las matemáticas con otras ciencias y la empresa.
	R4: Analiza el comportamiento de una función, mediante su representación gráfica.
Análisis de Compatibilidad	R3: Plantea y resuelve problemas matemáticos, analizando los límites del modelo utilizado.
	R6: Expresa en lenguaje matemático situaciones empresariales para la toma de decisiones.
	R7: Resuelve problemas de optimización en el ámbito empresarial mediante herramientas cuantitativas e informáticas.

Fuente: Elaboración propia

Con respecto al peso relativo de cada tema, tomaremos como medida la importancia relativa del contenido frente al total de la materia. En nuestro caso la distribución será la siguiente:

*Tabla 31: Peso relativo de cada Tema respecto a los Pilares Básicos*

<b>Pilares Básicos</b>	<b>Peso Relativo</b>
Derivadas	15%
Optimización en varias Variables	30%
Comportamiento de Funciones	25%
Análisis de Compatibilidad	30%

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta que el número de ítems recomendables ya lo habíamos cifrado entre 20 o 25, escogiendo finalmente 20 ítems y teniendo en cuenta el peso relativo de cada tema o pilar básico, podemos determinar el número de ítems asociado a cada pilar.

Otro de los aspectos a considerar es el grado de dificultad de cada ítem, teniendo en cuenta la experiencia del profesor. Si ciframos esa gradualidad en baja, media y alta, y atendiendo a que estamos ante una prueba que pretende certificar un determinado nivel o rendimiento académico, entre un 50 y un 65% del total de ítems deberían tener dificultad media ya que es la que mejor discrimina, pero también debemos tener un número de preguntas de dificultad baja y alta para identificar a aquellos alumnos con conocimientos por debajo o por encima de la media. Consideramos, por tanto, que la distribución debería ser: 20% ítems de dificultad baja, 60% ítems de dificultad media y 20% ítems de dificultad alta.

Recogemos en la siguiente tabla la distribución que acabamos de reflejar:

Tabla 32: Distribución de las preguntas según el peso relativo del contenido y la dificultad

Pilares Básicos	Nivel de Dificultad			Peso Relativo
	Baja	Media	Alta	
Derivadas	3%	9%	3%	<b>15%</b>
Optimización en varias Variables	6%	18%	6%	<b>30%</b>
Comportamiento de Funciones	5%	15%	5%	<b>25%</b>
Análisis de Compatibilidad	6%	18%	6%	<b>30%</b>
	<b>20%</b>	<b>60%</b>	<b>20%</b>	

Fuente: Elaboración propia

Por tanto, y de acuerdo con esta distribución y atendiendo al número final de ítems seleccionados (20 ítems), el número de ítems correspondiente a cada tema y su nivel de dificultad viene reflejado en la siguiente tabla:

Tabla 33: Número de ítems necesarios, según el peso relativo del contenido y la dificultad

Pilares Básicos	Nivel de Dificultad			Peso Relativo
	Baja	Media	Alta	
Derivadas	1	1	1	<b>3</b>
Optimización en varias Variables	1	4	1	<b>6</b>
Comportamiento de Funciones	1	3	1	<b>5</b>
Análisis de Compatibilidad	1	4	1	<b>6</b>
	<b>4</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b><u>20</u></b>

Fuente: Elaboración propia

Tenemos, por tanto, definida nuestra plantilla de especificaciones atendiendo a temas, objetivos de aprendizaje, peso relativo del tema, dificultad de las preguntas e ítems,

Tabla 34: Plantilla de especificaciones

Pilares Básicos	Objetivos de Aprendizaje o Resultados de Aprendizaje	Peso	N° ítems según dificultad			N° Total ítems
			Baja	Media	Alta	
Derivadas	R1: Reflexiona sobre la vinculación de las matemáticas con otras ciencias y la empresa.	15%	1	1	1	3
	R2: Evalúa cadenas argumentales, interpretando el lenguaje matemático simbólico y formal, y la comprensión de sus relaciones con el lenguaje natural.					
Optimización en varias Variables	R1: Reflexiona sobre la vinculación de las matemáticas con otras ciencias y la empresa.	30%	1	4	1	6
	R2: Evalúa cadenas argumentales, interpretando el lenguaje matemático simbólico y formal, y la comprensión de sus relaciones con el lenguaje natural.					
	R3: Plantea y resuelve problemas matemáticos, analizando los límites del modelo utilizado.					
	R5: Aplica el análisis marginal de funciones mediante su derivación en varias variables.					
	R6: Expresa en lenguaje matemático situaciones empresariales para la toma de decisiones.					
Comportamiento de Funciones	R1: Reflexiona sobre la vinculación de las matemáticas con otras ciencias y la empresa.	25%	1	3	1	5
	R4: Analiza el comportamiento de una función, mediante su representación gráfica.					
Análisis de Compatibilidad	R3: Plantea y resuelve problemas matemáticos, analizando los límites del modelo utilizado.	30%	1	4	1	6
	R6: Expresa en lenguaje matemático situaciones empresariales para la toma de decisiones.					
	R7: Resuelve problemas de optimización en el ámbito empresarial mediante herramientas cuantitativas e informáticas.					

Fuente: Elaboración propia

Una vez definida la plantilla de especificaciones la siguiente fase será la construcción de ítems teniendo en cuenta dicha plantilla.

Tal y como establece García Ramos (2012) para la construcción de los ítems debemos tener en cuenta una serie de características, de las que destacamos las más relevantes:

- Deben corresponder a un objetivo de aprendizaje.
- Deben ser claros y concisos.
- Deber ser independiente de otros ítems.
- El nivel de exigencia debe ser acorde con el que fue tratado el tema.
- Deben exigir una respuesta clara y unívoca.

Nuestros ítems serán de respuesta cerrada u opción múltiple, ya que consideramos que son los más convenientes el fin que estamos buscando y consideramos que son menos ambiguos que los de respuesta breve, respuesta alternativa y de jerarquización.

Teniendo en cuenta la plantilla de especificaciones hemos establecido los 20 ítems. Cada uno de ellos viene definido por tres caracteres.

El primero corresponde por la primera letra del tema al que hace referencia, en concreto, D corresponde a derivadas, O a optimización en varias variables, C a comportamiento de funciones y A análisis de compatibilidad.

El segundo corresponde a la dificultad del ítem, siendo A para dificultad alta, M para dificultad media y por último B para un nivel de dificultad bajo.

El último carácter es un dígito que corresponde al número del ítem de entre los veinte definidos.

Por tanto, y teniendo en cuenta esta clasificación el ítem CM7 corresponde al tema comportamiento de funciones, con una dificultad media y será la pregunta número siete de la prueba.

Incluimos en el *Anexo 6.1.* el diseño definitivo de la prueba objetiva.

En el caso de la prueba de resolución de problemas se desarrollarán las mismas fases que se han definido para el diseño de la prueba objetiva. En este tipo de pruebas la evaluación “habrá de realizarse por partes (...) calificando cada parte en todos los exámenes antes de pasar al siguiente... Con este mecanismo se corrigen en gran medida la influencia que unas respuestas pueden tener sobre otras del mismo alumno, y se tiene más reciente y presente el criterio con el cual se está calificando” (Carreño, 1977).

### **6.3 Algunas conclusiones**

Tras la revisión de la literatura en términos de rendimiento académico, en cuanto a concepto, factores y formas de evaluación, hemos podido determinar qué acepción de rendimiento se ajusta a los objetivos de nuestra investigación y en base a él, hemos determinado qué tipo de evaluación es la más adecuada y se ha diseñado la Prueba Objetiva de Rendimiento como instrumento de medida *ad hoc*, estableciendo las dimensiones, así como sus objetivos y los ítems asociados.

El instrumento conseguido sigue unos parámetros establecidos conforme a los conceptos a evaluar, el peso relativo de los mismos y el índice de dificultad de cada uno de los ítems que conforman la prueba, obteniendo un instrumento sólido para el análisis que pretendemos realizar.

## **PARTE II ESTUDIO EMPÍRICO**



## Capítulo 7. El diseño de la investigación y sus determinantes

### 7.1 Problema de investigación

Un problema en investigación hace referencia a la pregunta de investigación que pretendemos resolver (Kerlinger & Lee, 2002).

Para un correcto planteamiento de nuestro problema hemos tenido en cuenta tres criterios, de forma que el problema sea adecuado y su formulación acertada (Kerlinger F. N., 1987):

- El problema expresa una relación entre dos o más variables.
- El problema se formula claramente y sin ambigüedad en forma de pregunta.
- El problema y su formulación permiten verificación empírica, es decir, debe existir una relación real entre las variables y dichas variables deben ser medibles de alguna forma.

Teniendo en cuenta dichos criterios procedemos a plantear el problema de investigación a través de las siguientes preguntas:

*Tabla 35: Preguntas de la Investigación*

---

P1	¿Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado?
P2	¿Existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado?
P3	¿Existen diferencias significativas en la percepción del alumno hacia el acompañamiento entre pares después de haber realizado dicho acompañamiento a través de la Acción tutorial dentro del Grupo Experimental?

---

Fuente: Elaboración propia

Estas son las principales preguntas que vamos a abordar en la investigación y a las que pretendemos responder. En cualquier caso, se abordarán otras preguntas de carácter secundario que no son el principal objetivo de la investigación, pero están relacionadas con él.

## 7.2 Objetivos de la investigación

Los objetivos de investigación permiten conocer qué se pretende conocer durante el proceso de investigación (Sabariego & y Bisquerra, 2004). Los objetivos se encuentran relacionados con los problemas de investigación y las hipótesis.

*Tabla 36: Objetivos de la Investigación*

O1	Analizar si existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.
O2	Analizar si existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.
O3	Analizar si existen diferencias significativas en la percepción del alumno hacia el acompañamiento entre pares después de haber realizado dicho acompañamiento a través de la Acción tutorial dentro del Grupo Experimental.

Fuente: Elaboración propia

## 7.3 Formulación de Hipótesis: principales y secundarias

Una hipótesis es “una expresión conjetural de la relación que existe entre dos o más variables. Siempre aparece en forma de oración aseverativa y relaciona, de manera general o específica, una variable con otra” (Kerlinger F. N., 1987). Por tanto, la hipótesis es la respuesta más probable que el

investigador da a su problema de investigación. La propia investigación será la que confirme si la hipótesis, a priori formulada, era correcta o no.

De la misma forma que para formular correctamente el problema de la investigación, nuestras hipótesis han tenido en cuenta dos criterios (Kerlinger F. N., 1987):

- Expresan la relación entre variables.
- Indican la necesidad de verificar las relaciones entre las variables.

*Tabla 37: Hipótesis Principales de la Investigación*

---

HP1	Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.
HP2	Existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.
HP3	Existen diferencias significativas en la percepción del alumno hacia el acompañamiento entre pares después de haber realizado dicho acompañamiento a través de la Acción tutorial dentro del Grupo Experimental.

---

Fuente: Elaboración propia

McMillan y Schumacher (2012) definen las hipótesis afirmando que son suposiciones a priori que se realizan sobre la realidad de estudio, dan respuesta a las preguntas de investigación planteadas.

A continuación, se presenta la tabla en la que se relaciona cada pregunta del problema relacionada con un objetivo e hipótesis de investigación.

Tabla 38: Relación entre las Preguntas, Objetivos e Hipótesis de la Investigación

<b>Preguntas de Investigación</b>	<b>Objetivos de Investigación</b>	<b>Hipótesis Fundamentales</b>
P1.: ¿Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado?	O.1.: Analizar si existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.	H.P.1.: Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.
P.2.: ¿Existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado?	O.2.: Analizar si existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.	H.P.2.: Existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.
P.3.: ¿Existen diferencias significativas en la percepción del alumno hacia el acompañamiento entre pares después de haber realizado dicho acompañamiento a través de la Acción tutorial dentro del Grupo Experimental?	O.3.: Analizar si existen diferencias significativas en la percepción del alumno hacia el acompañamiento entre pares después de haber realizado dicho acompañamiento a través de la Acción tutorial dentro del Grupo Experimental.	H.P.3.: Existen diferencias significativas en la percepción del alumno hacia el acompañamiento entre pares después de haber realizado dicho acompañamiento a través de la Acción tutorial dentro del Grupo Experimental.

Fuente: Elaboración propia

Además de estas hipótesis principales derivadas de las preguntas trascendentales de la investigación identificamos una serie de hipótesis secundarias que consideramos interesantes para el estudio.

Tabla 39: Hipótesis Secundarias de la investigación

HS1	Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo de si estudian o no un doble grado.
HS2	Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo del grupo en el que estudian.
HS3	Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa en función del sexo.
HS4	Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo de si estudian o no un doble grado.
HS5	Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo del grupo en el que estudian.
HS6	Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa en función del sexo.
HS7	Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, dependiendo de si estudian o no un doble grado.
HS8	Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, dependiendo la titulación que estudian.
HS9	Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, en función del sexo.
HS10	Existe relación positiva entre la variable Acción tutorial con la Actitud hacia las Matemáticas.
HS11	Existe relación positiva entre la variable Acción tutorial con el Rendimiento Académico.
HS12	Existe relación positiva entre la variable Rendimiento Académico con la Actitud hacia las Matemáticas.

Fuente: Elaboración propia

#### 7.4 Tipo de diseño de la investigación

El objetivo de la presente investigación es evaluar la eficacia de la aplicación de la nueva metodología en la mejora de la actitud hacia las matemáticas y el rendimiento académico en los estudiantes de primero del Grado en Administración y Dirección de Empresas y los dobles Grados en Administración y Dirección de Empresas con Marketing y Gastronomía, de la Universidad Francisco de Vitoria.

El diseño de la investigación será de tipo cuasi experimental, con grupo de control no equivalente. La población será de 149 estudiantes tomados entre los cursos de primero de los grados y dobles grados en Administración y Dirección de Empresas de la Universidad Francisco de Vitoria. Tres de los grupos formarán el grupo experimental (GE), en concreto las titulaciones de Administración y Dirección de Empresas grupo B español, Administración y Dirección de Empresas y Marketing y Administración y Dirección de Empresas y Gastronomía. El resto de las titulaciones formarán el grupo de control (GC): Administración y Dirección de Empresas grupo A bilingüe y Administración y Dirección de Empresas grupo D español.

Por tanto, la distribución sería la siguiente:

Tabla 40: Distribución de los Grupos según la Aplicación de la Metodología

	Titulación	Grupo	Tamaño de la muestra
Grupo Experimental	Administración y Dirección de Empresas Grupo B Español	ADE B	31
	Administración y Dirección de Empresas Bilingüe + Marketing	ADE+MK	36
	Gastronomía + Administración y Dirección de Empresas Español	GAS+ADE	23
<b>Total tamaño Grupo Experimental</b>			<b>90</b>
Grupo Control	Administración y Dirección de Empresas Grupo A Bilingüe	ADE A	30
	Administración y Dirección de Empresas Grupo D Español	ADE D	29
<b>Total tamaño Grupo de Control</b>			<b>59</b>
<b>Total tamaño de la muestra</b>			<b>149</b>

Fuente: Elaboración propia

Por tanto, utilizaremos un diseño cuasi-experimental teniendo en cuenta que:

- El diseño será simple, ya que sólo tenemos una variable independiente principal según se haya aplicado o no la metodología expuesta a la asignatura.
- Los grupos no son equivalentes, notándose GE grupo experimental aquel al que se le aplica la metodología y GC grupo control aquel al que no se le aplica.
- Muestreo no probabilístico incidental. El investigador ha escogido los elementos de la muestra de forma que sean representativos, se eligen grupos naturales.
- Las muestras no son equivalentes, ya que no podemos asegurar una igualdad inicial entre los grupos.
- Se ha aplicado un diseño pretest – postest con grupo de control no equivalente. Tanto al grupo experimental como al grupo control se les ha aplicado un test previo al iniciar la asignatura y el mismo al finalizarla, de forma que podamos medir el impacto de la variable independiente principal y secundarias en las variables relativas a la actitud del alumno ante las matemáticas.
- Se ha aplicado una prueba objetiva al finalizar la asignatura, tanto al grupo experimental como al grupo de control, para medir el impacto de la variable independiente principal y secundarias en las variables relativas al rendimiento académico.
- Se ha medido la valoración de la percepción del alumno frente al acompañamiento por partes antes y después de la aplicación del tratamiento, sólo al grupo experimental para medir el impacto de la variable independiente principal y secundarias en la variable relativa a la acción tutorial.

### **7.5 Variables: independientes, de control y dependientes**

“Variable es un símbolo al que se le asignan numerales o valores” (Kerlinger F. N., 1987). “Las variables son características medibles de la realidad” (McMillan & Schumacher, 2012). En este estudio contamos con variables independientes principales y secundarias, de control y dependientes.

### **7.5.1 Variable independiente principal**

“La variable independiente es la supuesta causa de la variable dependiente, que sería su efecto (Kerlinger F. N., 1987).

En nuestro estudio la variable independiente principal es la aplicación o no de la nueva metodología a los estudiantes de la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa. La naturaleza de la variable es experimental y tomará un valor u otro según se pertenezca al grupo experimental GE (grupo de alumnos a los que se les ha aplicado la metodología) o al grupo control GC (grupo de alumnos a los que no se les ha aplicado la metodología), por tanto, será una variable dicotómica.

### **7.5.2 Variables independientes secundarias y de control**

Son variables a las que el investigador da un valor secundario en la investigación y las incluye en el estudio para determinar cómo influyen en la variable dependiente (Buendía, Colás, & Hernández, 2001).

En nuestro estudio las variables independientes secundarias y de control son:

- El tipo de titulación tomando como referencia si el alumno estudia Administración y Dirección de Empresas como grado único o lo hace junto con otro título como doble titulación, ya que puede haber diferencias en las variables dependientes. La variable será cualitativa nominal y dicotómica: grado simple (S) y grado doble (D).
- La titulación cursada, tomando como referencia el grupo de clase. La variable será cualitativa nominal: Grado Administración y Dirección de Empresas Bilingüe Grupo A (ADE A), Grado Administración y Dirección de Empresas Grupo B (ADE B), Grado Administración y Dirección de Empresas Grupo D (ADE D), Doble Grado en Administración y Dirección de Empresas y Marketing (ADE+MK) y Doble Grado en Gastronomía y Administración y Dirección de Empresas (GAS+ADE).
- El sexo, ya que también puede haber diferencias en las variables dependientes por efecto de este. La variable será cualitativa nominal y dicotómica: hombre (H) y mujer (M).

Se recoge en la siguiente tabla las variables independientes que forman parte de la investigación, tanto principal como secundarias:

Tabla 41: Variables Independientes de la Investigación

Tipo de Variable	Denominación	Variable	Nivel de la Variable
Variable Independiente Principal	VI P1 (TRAT)	Aplicación de la Metodología	1. Se ha aplicado la metodología 2. No se ha aplicado la metodología
	VI S1 (TIPO_TIT)	Tipo de Titulación Cursada	1. Estudia un Grado Simple 2. Estudia un Doble Grado
Variables Independientes Secundarias o de Control	VI S2 (TIT)	Titulación	1. ADE A 2. ADE B 3. ADE + MK 4. ADE D 5. GAS + ADE
	VI S3 (SEXO)	Sexo	1. Hombre 2. Mujer

Fuente: Elaboración propia

### 7.5.3 Variables dependientes

“La variable dependiente es aquella que se predice, ... , y no se manipula, sino que es observada (medida) por si se produce algún cambio atribuible al cambio de la variable independiente” (Kerlinger F. N., 1987).

En nuestro estudio las variables dependientes estarán definidas por:

- La actitud del alumno hacia las matemáticas.
- El rendimiento académico.
- La acción tutorial.

En concreto, la actitud del alumno hacia las matemáticas tendrá estas dimensiones, definidas ya anteriormente:

VD A1: Creencias.

VD A2: Utilidad.

VD A3: Actitud del profesor.

VD A4: Ítem criterio: valoración global.

Con respecto al rendimiento académico, las dimensiones definidas se corresponden con los pilares básicos definidos y serán las siguientes:

VD R1: Derivadas.

VD R2: Comportamiento de funciones.

VD R3: Optimización en varias Variables.

VD R4: Análisis de Compatibilidad.

Por último, respecto al acompañamiento y programa de Acción tutorial, tenemos:

VD AT: Acción tutorial

*Tabla 42: Variables Dependientes de la Investigación*

<b>Escala</b>	<b>Denominación</b>	<b>Variable</b>
Actitud hacia las Matemáticas	VD A1	Creencias
	VD A2	Utilidad
	VD A3	Actitud del Profesor
	VD A4	Valoración Global
Rendimiento Académico	VD R1	Derivadas
	VD R2	Comportamiento de Funciones
	VD R3	Optimización en varias Variables
	VD R4	Análisis de Compatibilidad
Acción tutorial	VD AT	Acción tutorial

Fuente: Elaboración propia

## 7.6 Instrumentos de medida

Una vez definidas las hipótesis, las variables, la muestra y el tipo de diseño debemos decidir de entre los diferentes instrumentos de medida cuál es el más idóneo para nuestra investigación.

Los métodos de observación son procedimientos estándares y sistemáticos cuyo propósito es captar datos. Ayudan a obtener mediciones de las variables para aplicar pruebas empíricas a las preguntas planteadas (Kerlinger F. N., 1987).

De entre las diferentes técnicas de recogida de datos y de medida, creemos que para nuestra investigación será más adecuada el cuestionario. Dicho cuestionario se aplicará tanto al grupo experimental GE como al grupo control GC, al inicio y fin de la asignatura, de forma que podamos contrastar si se han producido modificaciones en la actitud hacia las matemáticas de los alumnos. Además, una prueba objetiva para medir el rendimiento académico de los alumnos una vez finalizado el curso. Esta prueba también se realizará tanto para los estudiantes que forman parte del grupo experimental como los que están en el grupo de control (en el postest).

El diseño y la construcción de ambos instrumentos están recogidos dentro del capítulo cinco: Definición y estructura de un nuevo instrumento de medida de las actitudes hacia las Matemáticas; y en el seis: Definición de un instrumento de medida del rendimiento en Matemáticas.

## **7.7 Población y muestra**

### **7.7.1 Población**

Población es el conjunto de personas u objetos de los que se desea conocer algo en una investigación. “La población de estudio es el conjunto de personas que posee las características de estudio” (Kerlinger & Lee, 2002).

La población de nuestro estudio son los estudiantes universitarios de primero que cursen el grado de Administración y Dirección de Empresas de la Universidad Francisco de Vitoria. Debido a cuestiones de tiempo, complejidad, costes, etc., se hace imposible obtener información del total de la Comunidad de Madrid por lo que se ha tomado una muestra representativa de la Universidad Francisco de Vitoria, de tal forma que los resultados podrán ser generalizados a cursos posteriores de la propia universidad y a universidades con características similares.

### **7.7.2 Muestra**

Una muestra es “una parte de una población o universo representativo del mismo” (Kerlinger F. N., 1987).

En nuestro caso hemos optado por un tipo de muestreo no probabilístico de conveniencia o intencional. El muestreo es no probabilístico o no aleatorio, ya que los sujetos no han tenido la misma

probabilidad de ser seleccionados para el estudio. Así mismo es incidental ya que el investigador escoge los elementos de la muestra de aquellos disponibles, con la intención de que sean representativos de la población. Escoge grupos naturales, los formados por los diferentes grupos de clase. Por tanto, la accesibilidad es el factor clave para el investigador a la hora de escoger la muestra.

Nuestra población, como ya hemos indicado, serán los estudiantes de la Universidad Francisco de Vitoria, matriculados en el Grado de Administración y Dirección de Empresas, que estudien la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa. Actualmente existen cinco grupos diferentes en la universidad que cumplen estos requisitos. Si tenemos en cuenta que el número medio de estudiantes por grupo es de cuarenta, nuestra población es de unos doscientos alumnos.

En concreto, en nuestra investigación la muestra se tomará de los alumnos que cursen 1º Grado de Administración y Dirección de Empresas en la Universidad Francisco de Vitoria, tanto en grado simple como doble titulación de los siguientes grupos: Administración y Dirección de Empresas bilingüe, Administración y Dirección de Empresas en español (dos grupos), doble grado de Administración y Dirección de Empresas y Marketing y doble grado de Gastronomía y Administración y Dirección de Empresas.

En la siguiente tabla se detalla el reparto de la muestra según los diferentes grupos.

*Tabla 43: Tamaño de la Muestra*

<b>Titulación</b>	<b>Grupo</b>	<b>Tamaño de la muestra</b>
Administración y Dirección de Empresas Grupo A Bilingüe	ADE A	30
Administración y Dirección de Empresas Grupo B Español	ADE B	31
Administración y Dirección de Empresas Bilingüe + Marketing	ADE+MK	36
Administración y Dirección de Empresas Grupo D Español	ADE D	29
Gastronomía + Administración y Dirección de Empresas Español	GAS+ADE	23
		<b>149</b>

Fuente: Elaboración propia

## 7.8 Aplicación de la intervención a los grupos experimentales

Hemos comentado que nuestra metodología es cuasi-experimental, pretest-posttest, aplicación de prueba objetiva, con un diseño por grupos y grupo de control no equivalente, que quedaría representado de la siguiente forma:

Tabla 44: Diseño de la Investigación

Titulación	Grupo	Pretest		Tratamiento	Prueba Objetiva	Posttest	
		Actitud hacia las Matemáticas	Acción tutorial			Actitud hacia las Matemáticas	Acción tutorial
ADE B		O	O	X	O	O	O
ADE+MK	Grupo Experimental (GE)	O	O	X	O	O	O
GAS+ADE		O	O	X	O	O	O
ADE A	Grupo Control (GC)	O			O	O	
ADE D		O			O	O	

Fuente: Elaboración propia

Es decir, hemos medido la actitud hacia las matemáticas a todos los alumnos que cursan 1º del Grado en Administración y Dirección de Empresas, tanto como titulación independiente, como doble titulación, tanto del Grupo Experimental como del Grupo Control. Además, a los alumnos del Grupo Experimental se les ha solicitado una valoración del acompañamiento entre pares. Posteriormente se ha realizado la intervención en los alumnos que pertenecen al Grupo Experimental en dos dimensiones: tutoría por pares y la ficha de aprendizaje durante el curso. Una vez finalizado el curso todos los alumnos han realizado la prueba objetiva de evaluación, se ha procedido a medir de nuevo la actitud de todos los alumnos hacia las Matemáticas y sólo en el caso del Grupo Experimental se les ha solicitado la valoración del programa de Acción tutorial después del tratamiento.

En lo que se refiere a la aplicación de la intervención en el Grupo Experimental, se ha tenido la colaboración de los profesores que imparten la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa,

por lo que además de la intervención específica con los alumnos se ha trabajado consensuadamente con los profesores para una correcta aplicación de toda la metodología.

La intervención se ha desarrollado durante el periodo en el que se ha impartido la asignatura, es decir, de septiembre a diciembre de 2023. Dicha intervención se ha producido a través de dos líneas, la primera, la aplicación del Programa de Acción tutorial y la segunda a través del desarrollo de una metodología de enseñanza-aprendizaje que busca aumentar el aprendizaje significativo del alumno y que utiliza la herramienta de la ficha de aprendizaje como vehículo para conseguir dicho objetivo.

En la aplicación de la intervención hemos intervenido un total de tres profesores, siguiendo un plan de intervención general de acuerdo con el siguiente planteamiento:

*Tabla 45: Programa de Intervención*

<b>Semanas</b>	<b>Intervención</b>	<b>Objetivos</b>
Primera Semana	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Prueba de Nivel</li> <li>2) Pretest: Actitud hacia las Matemáticas</li> <li>3) Encuesta Acción tutorial</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Conocer el nivel de la clase en Matemáticas</li> <li>2) Conocer la motivación, a priori de los alumnos, en la asignatura de Matemáticas</li> <li>3) Formar parejas de acompañamiento durante el curso, en base a las líneas definidas y conocer la valoración sobre acompañamiento entre pares</li> </ol>
2ª a 4ª Semana	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Realización de las Actividades Básica, Aplicada y Avanzada del pilar básico de Derivadas</li> <li>2) Acción tutorial entre pares</li> <li>3) Focus Group</li> <li>4) Prueba Autoevaluación</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Fomentar el conocimiento y el aprendizaje significativo de los estudiantes a través de la metodología impartida</li> <li>2) Acompañamiento para la mejora continua e incrementar la implicación de los alumnos</li> <li>3) Conocer las impresiones del grupo de clase, sobre el pilar estudiado, a través de una puesta en común</li> <li>4) El alumno podrá conocer su evolución dentro del pilar básico</li> </ol>
5ª a 7ª Semana	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Realización de las Actividades Básica, Aplicada y Avanzada del pilar básico de Comportamiento de Funciones</li> <li>2) Acción tutorial entre pares</li> <li>3) Focus Group</li> <li>4) Prueba Autoevaluación</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Fomentar el conocimiento y el aprendizaje significativo de los estudiantes a través de la metodología impartida</li> <li>2) Acompañamiento para la mejora continua e incrementar la implicación de los alumnos</li> <li>3) Conocer las impresiones del grupo de clase, sobre el pilar estudiado, a través de una puesta en común</li> <li>4) El alumno podrá conocer su evolución dentro del pilar básico</li> </ol>
7ª Semana	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Valoración intermedia del Programa de Acción tutorial</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Conocer el impacto del mismo y, si es necesario, realizar ajustes</li> </ol>

Tabla 45 (continuación 1): Programa de Intervención

Semanas	Intervención	Objetivos
8 <sup>a</sup> a 11 <sup>a</sup> Semana	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Realización de las Actividades Básica, Aplicada y Avanzada del pilar básico de Optimización en varias Variables</li> <li>2) Acción tutorial entre pares</li> <li>3) Focus Group</li> <li>4) Prueba Autoevaluación</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Fomentar el conocimiento y el aprendizaje significativo de los estudiantes a través de la metodología impartida</li> <li>2) Acompañamiento para la mejora continua e incrementar la implicación de los alumnos</li> <li>3) Conocer las impresiones del grupo de clase, sobre el pilar estudiado, a través de una puesta en común</li> <li>4) El alumno podrá conocer su evolución dentro del pilar básico</li> </ol>
12 <sup>a</sup> a 14 <sup>a</sup> Semana	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Realización de las Actividades Básica, Aplicada y Avanzada del pilar básico de Análisis de Compatibilidad</li> <li>2) Acción tutorial entre pares</li> <li>3) Focus Group</li> <li>4) Prueba Autoevaluación</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Fomentar el conocimiento y el aprendizaje significativo de los estudiantes a través de la metodología impartida</li> <li>2) Acompañamiento para la mejora continua e incrementar la implicación de los alumnos</li> <li>3) Conocer las impresiones del grupo de clase, sobre el pilar estudiado, a través de una puesta en común</li> <li>4) El alumno podrá conocer su evolución dentro del pilar básico</li> </ol>
15 <sup>a</sup> Semana	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Postest: Actitud hacia las Matemáticas</li> <li>2) Prueba Objetiva de Rendimiento Académico</li> <li>3) Valoración programa Acción tutorial</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Conocer la motivación de los alumnos hacia las Matemáticas después de la intervención realizada</li> <li>2) Medir de forma objetiva el conocimiento de los alumnos</li> <li>3) Conocer la valoración del acompañamiento entre pares después de la intervención realizada</li> </ol>

Fuente: Elaboración propia

Hemos señalado el programa de intervención aplicado al Grupo Experimental, pero hay que tener en cuenta que al Grupo de Control le serán realizadas las siguientes acciones para poder realizar los estudios pertinentes:

Tabla 46: Acciones realizadas sobre el Grupo de Control

<b>Semanas</b>	<b>Acción</b>	<b>Objetivos</b>
1ª Semana	1) Prueba de Nivel 2) Pretest: Actitud hacia las Matemáticas	1) Conocer el nivel de la clase en Matemáticas 2) Conocer la motivación, a priori de los alumnos, en la asignatura de Matemáticas
15ª Semana	1) Postest: Actitud hacia las Matemáticas 2) Prueba Objetiva de Rendimiento Académico	1) Conocer la motivación de los alumnos hacia las Matemáticas 2) Medir de forma objetiva el nivel de conocimientos de los alumnos en la asignatura de Matemáticas

Fuente: Elaboración propia

## Capítulo 8. Análisis descriptivos y de validación de los instrumentos de medida

En este capítulo se presentan los resultados de la realización de:

- Un análisis descriptivo de la muestra para las variables: independiente principal, independientes secundarias y dependientes.
- La validación empírica del instrumento, en cuanto a su fiabilidad, de ambas pruebas, la homogeneidad y validez de sus ítems. También un análisis correlacional entre las distintas dimensiones y subdimensiones de las variables dependientes.

### 8.1 Análisis descriptivos.

En el estudio han participado un total de 149 estudiantes. La aplicación del tratamiento, es decir, la variable independiente, que ha consistido en dos acciones, por una parte, la aplicación de una metodología de aprendizaje basada en las fichas diseñadas a tal efecto y por otra parte el acompañamiento entre pares se ha producido a 90 estudiantes, que son los que han conformado el Grupo Experimental, siendo el resto de la muestra, es decir, 59 estudiantes los pertenecientes al Grupo de Control. La distribución la podemos ver reflejada a continuación:

*Tabla 47: Distribución del tratamiento*

	N	%
Sí	90	60,4%
No	59	39,6%

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

El 100% de la muestra ha participado en el Pretest y el Postest y la distribución respecto a la variable sexo ha sido de un total de 76 mujeres (51%) y de 73 hombres (49%)

Tabla 48: Distribución del tratamiento en función del sexo

SEXO		Tratamiento				Total	
		N	Sí %	No N	No %	N	%
Hombre		39	43,3%	34	57,6%	73	49,0%
	Mujer	51	56,7%	25	42,4%	76	51,0%
Total		90	100,0%	59	100,0%	149	100,0%

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

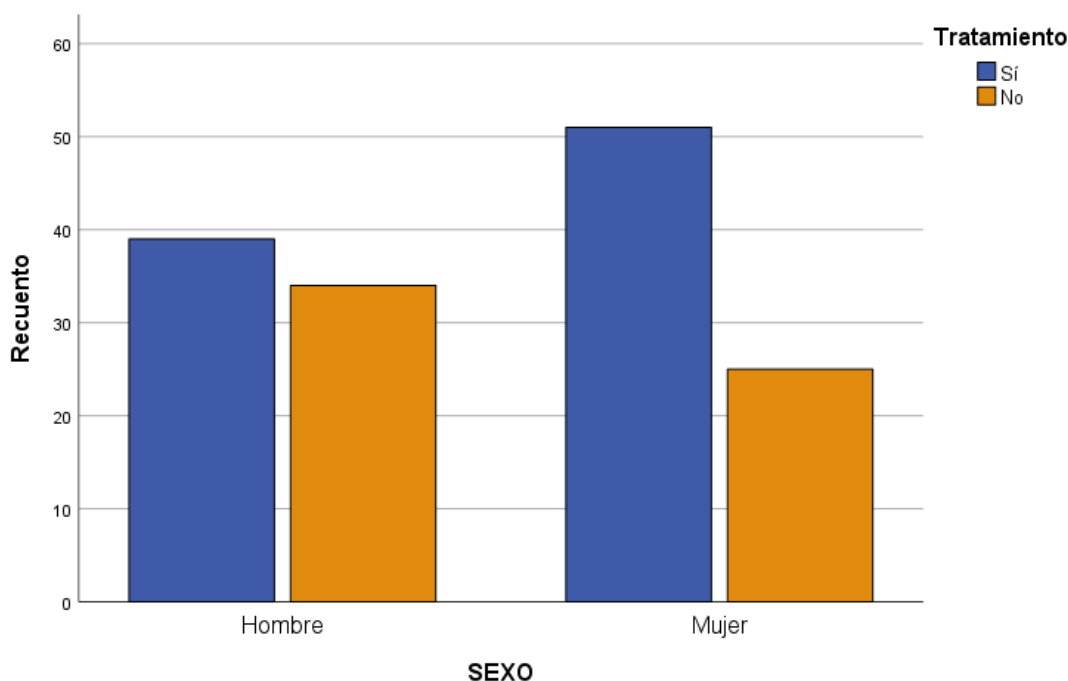


Figura 7: Gráfico de barras correspondiente a la Tabla 48

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

La distribución del tratamiento en cuanto a la titulación cursada por el estudiante se recoge en la Tabla 49 y la Figura 8, donde observamos que se ha aplicado el tratamiento a los grupos ADE B, ADE+MK y GAS+ADE con un total del 60,4% de la muestra, siendo el 39,6% restante la suma de los grupos que configuran el Grupo Control que no han recibido el tratamiento y que se conforma por los grupos ADE A y ADE D.

Tabla 49: Distribución del tratamiento según la titulación cursada por el estudiante

Titulación	Tratamiento				Total	
	N	Sí %	No N	No %	N	%
ADE A	0	0,0%	30	50,8%	30	20,1%
ADE B	31	34,4%	0	0,0%	31	20,8%
ADE+MK	36	40,0%	0	0,0%	36	24,2%
ADE D	0	0,0%	29	49,2%	29	19,5%
GAS+AD E	23	25,6%	0	0,0%	23	15,4%
<b>Total</b>	<b>90</b>	<b>100,0%</b>	<b>59</b>	<b>100,0%</b>	<b>149</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

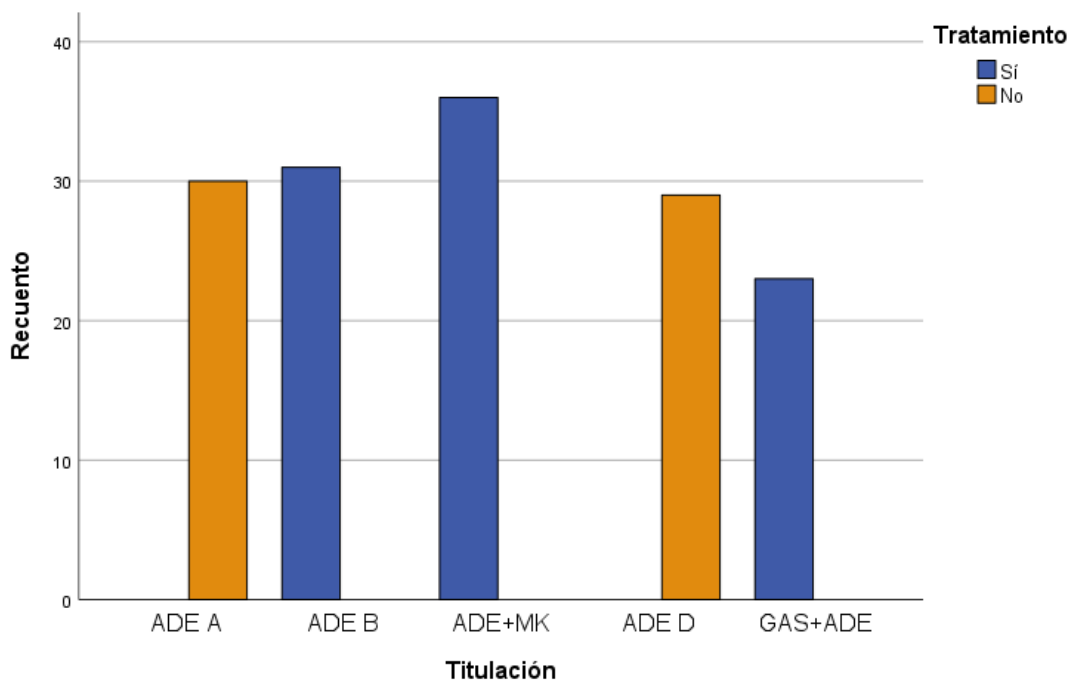


Figura 8: Gráfico de barras correspondiente a la Tabla 49

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Por último, obtenemos la distribución de los estudiantes de acuerdo con si la titulación cursada por el alumno es un grado exento o una titulación doble, en la Tabla 50 y la distribución agregada de la aplicación del tratamiento en función de la titulación y el tipo de titulación, que aparece en la Tabla 51.

Tabla 50: Distribución del tratamiento respecto al tipo de titulación cursada por el estudiante

Tipo de titulación	Grado	Tratamiento				Total	
		N	Sí %	No	%	N	%
	Exento	31	34,4%	59	100,0%	90	60,4%
	Doble Grado	59	65,6%	0	0,0%	59	39,6%
<b>Total</b>		<b>90</b>	<b>100,0%</b>	<b>59</b>	<b>100,0%</b>	<b>149</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Tabla 51: Distribución del tratamiento en función de la titulación y del tipo de titulación

Tipo de titulación	Titulación	Tratamiento				Total	
		N	Sí %	No	%	N	%
Grado Exento	ADE A	0	0,0%	30	50,8%	30	33,3%
	ADE B	31	100,0%	0	0,0%	31	34,4%
	ADE D	0	0,0%	29	49,2%	29	32,2%
	<b>Total</b>	<b>31</b>	<b>100,0%</b>	<b>59</b>	<b>100,0%</b>	<b>90</b>	<b>100,0%</b>
Doble Grado	ADE+M K	36	61,0%			36	61,0%
	GAS+A DE	23	39,0%			23	39,0%
	<b>Total</b>	<b>59</b>	<b>100,0%</b>			<b>59</b>	<b>100,0%</b>
<b>Total</b>	ADE A	0	0,0%	30	50,8%	30	20,1%
	ADE B	31	34,4%	0	0,0%	31	20,8%
	ADE+M K	36	40,0%	0	0,0%	36	24,2%
	ADE D	0	0,0%	29	49,2%	29	19,5%
	GAS+A DE	23	25,6%	0	0,0%	23	15,4%
	<b>Total</b>	<b>90</b>	<b>100,0%</b>	<b>59</b>	<b>100,0%</b>	<b>149</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

## 8.2 Validación empírica de los instrumentos

En el capítulo seis y más concretamente en el epígrafe 6.2 sometimos nuestro instrumento de medida a la validación de expertos para evaluar si el cuestionario medía lo que se pretendía. En ese apartado se hizo el análisis exhaustivo del cuestionario previo a su aplicación.

En este capítulo nos centraremos en demostrar la fiabilidad y validez del instrumento una vez se ha aplicado a la muestra y se han recibido las respuestas al mismo.

La fiabilidad nos habla de la precisión del instrumento, “qué parte de la varianza total de las puntuaciones es varianza no debida al azar, a errores, o a la casualidad” a través de un coeficiente de correlación que determina el grado de consistencia interna entre las puntuaciones de un grupo (García Ramos J. , 2012).

### 8.2.1. Fiabilidad del cuestionario de Actitud hacia las Matemáticas

Para valorar la fiabilidad del cuestionario de Actitud hacia las Matemáticas vamos a utilizar los estadísticos más representativos para validar el grado de consistencia interna, como son:  $\alpha$  de Cronbach, Spearman-Brown y Guttman (Split-Half).

Según el valor del estadístico  $\alpha$  de Cronbach global para el cuestionario final pretest de Actitud hacia las Matemáticas y de acuerdo con la siguiente escala de calificación, podemos determinar la fiabilidad de nuestro instrumento.

*Tabla 52: Valoración del grado de fiabilidad*

<b>Rangos</b>	<b>Interpretación</b>
0,90 a 1,00	Excelente
0,80 a 0,89	Buena
0,70 a 0,79	Aceptable
0,60 a 0,69	Débil
0,50 a 0,59	Pobre
Menor a 0,50	No Aceptable

Fuente: Elaboración propia a partir de la clasificación de George & Mallery (1995)

Tabla 53: Índice de Fiabilidad, Alfa de Cronbach global del cuestionario definitivo Actitud hacia las Matemáticas

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en elementos estandarizados	N de elementos
0,843	0,846	15

Fuente: SPSS

El valor del estadístico alfa de Cronbach es de 0.846 lo que indica una fiabilidad buena del instrumento.

En la siguiente tabla mostramos los resultados globales de los estadísticos Spearman-Brown y Guttman, observando que ambos se encuentran en valores cerca del 0.80, en concreto 0.784 en el coeficiente de Spearman-Brown y un 0.782 en el coeficiente de dos mitades de Guttman, lo que corrobora los resultados obtenidos anteriormente por el  $\alpha$  de Cronbach que apuntaban a un instrumento de medida de una fiabilidad buena.

Tabla 54: Índice de Fiabilidad de Spearman-Brown y Guttman del cuestionario definitivo Actitud hacia las Matemáticas

	Parte 1	Valor	0,725
		N de elementos	8 <sup>a</sup>
Alfa de Cronbach	Parte 2	Valor	0,774
		N de elementos	7 <sup>b</sup>
	N total de elementos		15
Correlación entre formularios			0,644
Coeficiente de Spearman-Brown	Longitud igual		0,783
	Longitud desigual		0,784
Coeficiente de dos mitades de Guttman			0,782

Fuente: SPSS

Si analizamos la fiabilidad del instrumento teniendo en cuenta las dimensiones y subdimensiones recogidas en el cuestionario, obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 55: Análisis de Fiabilidad. Pretest. Actitud hacia las Matemáticas. Dimensiones y Subdimensiones

ÁREA	N (nº de ítems)	ESTADÍSTICO	PUNTUACIÓN
		$\alpha$ de Cronbach	.703
DIMENSIÓN: CREENCIAS	5	Spearman-Brown	.470
		Guttman	.461
		$\alpha$ de Cronbach	.524
Subdimensión: Motivación	3	Spearman-Brown	.432
		Guttman	.404
		$\alpha$ de Cronbach	.225
Subdimensión: Afectividad	2	Spearman-Brown	.233
		Guttman	.225
		$\alpha$ de Cronbach	.630
DIMENSIÓN: UTILIDAD	5	Spearman-Brown	.771
		Guttman	.752
		$\alpha$ de Cronbach	.203
Subdimensión: Cognitiva	2	Spearman-Brown	.208
		Guttman	.203
		$\alpha$ de Cronbach	.578
Subdimensión: Aplicabilidad	3	Spearman-Brown	.573
		Guttman	.490
		$\alpha$ de Cronbach	.797
DIMENSIÓN: ACTITUD DEL PROFESOR	5	Spearman-Brown	.812
		Guttman	.754
		$\alpha$ de Cronbach	.784
Subdimensión: Percepción	2	Spearman-Brown	.784
		Guttman	.784
		$\alpha$ de Cronbach	.626
Subdimensión: Metodología	3	Spearman-Brown	.627
		Guttman	.528

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Si atendemos a los valores de  $\alpha$  de Cronbach de la tabla anterior vemos que la dimensión Creencias tiene un valor del 0.730 y la dimensión Actitud del Profesor un valor del 0.797, valores que ratifican la fiabilidad alta del instrumento de medida. En el caso de la dimensión Utilidad vemos que baja un poco respecto a los anteriores hasta un valor del 0.630, lo que indica una fiabilidad débil en esta dimensión.

En cualquier caso, vamos a realizar un estudio más en profundidad sobre la dimensión Utilidad y sus subdimensiones. En la siguiente tabla desarrollamos la dimensión Utilidad con todos sus ítems.

*Tabla 56: IH de los ítems de la dimensión Utilidad respecto de su dimensión*

	IH. Correlación Ítem- Total	Alfa de Cronbach si el elemento se ha suprimido
Item_1_pretest_Utilidad	0,342	0,596
Item_3_pretest_Utilidad	0,351	0,593
Item_7_pretest_Utilidad	0,300	0,624
Item_12_pretest_Utilidad	0,519	0,503
Item_15_pretest_Utilidad	0,425	0,558

Fuente: SPSS

Si nos fijamos en la columna de la Correlación total de elementos corregida observamos que todos los ítems tienen una correlación superior a 0.2, e incluso superior a 0.3, por lo que damos por aceptable la fiabilidad de cada ítem de la dimensión (I.H.).

### **8.2.2. Homogeneidad de los ítems del cuestionario Actitud hacia las Matemáticas**

El índice de homogeneidad o índice de discriminación contribuye a valorar la consistencia interna de nuestro instrumento de medida, analizando la relación de cada uno de los ítems con respecto a la puntuación total. El índice de homogeneidad, en este caso, dado que nuestro instrumento tiene una codificación de las variables según una escala *Likert* 1-6 se explica a través de las correlaciones bivariadas e indica que si existe correlación entonces un individuo que puntúa alto en un ítem concreto de la escala tenderá a tener una puntuación alta en la puntuación total del cuestionario, y de la misma

forma en el caso de que haya correlación entre el ítem y la puntuación total, si el individuo puntúa bajo ese ítem, entonces la puntuación total del cuestionario también lo será.

Se considera que el instrumento es adecuado si los valores del índice de homogeneidad de cada uno de los ítems que lo componen son altos y positivos. Un índice de homogeneidad menor que 0.2 indica que el ítem debe ser eliminado de la prueba o reformulado, considerándose suficiente un valor de al menos 0.2 o superior.

De la misma forma podemos definir el índice de validez, que mide la correlación entre cada ítem del cuestionario frente al ítem criterio global y se explica a través del coeficiente de correlación de Pearson.

A continuación, mostramos los valores de los Índices de Homogeneidad (IH) para cada uno de los ítems que conforman el cuestionario final de Actitud hacia las Matemáticas. Todos los valores son superiores a 0.20, por lo que los Índices de Homogeneidad de los ítems son satisfactorios.

*Tabla 57: Índice de Homogeneidad por ítem del cuestionario definitivo Actitud hacia las Matemáticas*

	IH. Correlación entre ítem y test	Alfa de Cronbach si el elemento se ha suprimido
Item_2_pretest_Creencias	0,485	0,834
Item_6_pretest_Creencias	0,511	0,833
Item_10_pretest_Creencias	0,469	0,834
Item_11_pretest_Creencias	0,506	0,832
Item_14_pretest_Creencias	0,568	0,827
Item_1_pretest_Utilidad	0,476	0,834
Item_3_pretest_Utilidad	0,259	0,846
Item_7_pretest_Utilidad	0,290	0,845
Item_12_pretest_Utilidad	0,488	0,833
Item_15_pretest_Utilidad	0,555	0,829
Item_4_pretest_Actitud_Profesor	0,557	0,828
Item_5_pretest_Actitud_Profesor	0,537	0,830
Item_8_pretest_Actitud_Profesor	0,584	0,826
Item_9_pretest_Actitud_Profesor	0,424	0,837
Item_13_pretest_Actitud_Profesor	0,398	0,838

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos vemos que todos los ítems tienen un índice de homogeneidad por encima de 0.20, es decir, guardan una correlación suficiente con el total de la escala. Trece de los ítems presentan un índice superior al 0.40, además siete de ellos presentan un índice superior al 0.50, por lo que podemos concluir que todos los ítems están midiendo lo mismo que la escala total.

En el caso del ítem 3, vimos anteriormente en  $\alpha$  de Cronbach que efectivamente podría ser suprimido del análisis.

A continuación, presentamos el índice de homogeneidad de los ítems por cada una de las dimensiones, respecto a la puntuación total del pretest.

*Tabla 58: Índice de Homogeneidad de los ítems en la Dimensión Creencias del pretest*

<b>Nº Ítem</b>	<b>Índice de Homogeneidad</b>
Item_2_pretest_Creencias	0,434
Item_6_pretest_Creencias	0,463
Item_10_pretest_Creencias	0,301
Item_11_pretest_Creencias	0,541
Item_14_pretest_Creencias	0,591

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Podemos observar que todos los ítems tienen un índice de homogeneidad no sólo por encima de 0.20, lo que indica que todos los ítems están contribuyendo a medir lo mismo que la escala total.

*Tabla 59: Índice de Homogeneidad de los ítems en la Dimensión Utilidad del pretest*

<b>Nº Ítem</b>	<b>Índice de Homogeneidad</b>
Item_1_pretest_Utilidad	0,342
Item_3_pretest_Utilidad	0,351
Item_7_pretest_Utilidad	0,300
Item_12_pretest_Utilidad	0,519
Item_15_pretest_Utilidad	0,425

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Al igual que en la Dimensión Creencias, observamos que todos los ítems tienen un índice de homogeneidad por encima de 0.20 e incluso del 0.30, lo que indica que todos los ítems están contribuyendo a medir lo mismo que la escala total.

*Tabla 60: Índice de Homogeneidad de los ítems en la Dimensión Actitud del Profesor del pretest*

<b>Nº Ítem</b>	<b>Índice de Homogeneidad</b>
Item_4_pretest_Actitud_Profesor	0,642
Item_5_pretest_Actitud_Profesor	0,695
Item_8_pretest_Actitud_Profesor	0,486
Item_9_pretest_Actitud_Profesor	0,517
Item_13_pretest_Actitud_Profesor	0,576

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

En este caso, la Dimensión Actitud del Profesor es la que mayor índice de homogeneidad tiene, ya que todos sus ítems están por encima de 0.40, cuatro de ellos por encima de 0.50 y dos tienen un índice superior a 0.60.

### **8.2.3. Validez criterial y de los ítems del cuestionario Actitud hacia las Matemáticas**

La validez criterial convergente compara las puntuaciones con un criterio que se considera que mide el atributo que se estudia (Kerlinger & Lee, 2002). En nuestro caso tenemos un ítem criterio global sobre la actitud general hacia las matemáticas del estudiante.

A continuación, presentamos el criterio para la clasificación del coeficiente de validez según García Ramos (2019).

Tabla 61: Clasificación para valorar el Coeficiente de Validez Criterial

<b>Coeficiente de Validez</b>	<b>Valoración</b>
0,80 a 1,00+	Excelente
0,70 a 0,79	Buena
0,60 a 0,69	Aceptable
0,50 a 0,59	Cuestionable
0,40 a 0,49	Pobre
Menor a 0,40	Inaceptable

Fuente: Elaboración propia basada en (García Ramos, 2019)

La siguiente tabla muestra la correlación de Pearson entre el ítem Criterio y la puntuación total en el pretest.

Tabla 62: Validez Criterial (pretest) del test de Actitud hacia las Matemáticas

<b>Nº de ítem</b>	<b>Validez Criterial Pretest</b>
Ítem 16 Criterio	,615**

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Vemos que la validez criterial está por encima de 0.60 lo que indica que es aceptable.

A continuación, vamos a estudiar el índice de validez para cada una de las dimensiones del cuestionario.

Tabla 63: Índice de Validez de los ítems en la Dimensión Creencias

	<b>Item_16_pretest_Criterio</b>
Item_2_pretest_Creencias	,457**
Item_6_pretest_Creencias	,415**
Item_10_pretest_Creencias	,309**
Item_11_pretest_Creencias	,475**
Item_14_pretest_Creencias	,445**

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Como vemos en todos los ítems de la Dimensión Creencias el nivel de significación es menor que .01, lo que indica que las correlaciones son significativas.

*Tabla 64: Índice de Validez de los ítems en la Dimensión Utilidad*

	<b>Item_16_pretest_Criterio</b>
Item_1_pretest_Utilidad	,514**
Item_3_pretest_Utilidad	0,052
Item_7_pretest_Utilidad	,230**
Item_12_pretest_Utilidad	,339**
Item_15_pretest_Utilidad	,460**

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Como vemos en todos los ítems de la Dimensión Utilidad el nivel es significativo, a excepción del ítem 3.

*Tabla 65: Índice de Validez de los ítems de la Dimensión Actitud del Profesor*

	<b>Item_16_pretest_Criterio</b>
Item_4_pretest_Actitud_Profesor	,358**
Item_5_pretest_Actitud_Profesor	,335**
Item_8_pretest_Actitud_Profesor	,423**
Item_9_pretest_Actitud_Profesor	,273**
Item_13_pretest_Actitud_Profesor	,166*

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

En el caso de la Dimensión Actitud del Profesor, todos los niveles son significativos, por lo que existe correlación significativa de todos los ítems con el criterio.

A continuación, presentamos la comparación entre el índice de homogeneidad y el índice de validez en el pretest.

Tabla 66: Resumen I.H. e I.V. de los ítems del cuestionario Actitud hacia las Matemáticas

Nº Ítem	Índice de Homogeneidad	Índice de Validez
Item_2_pretest_Creencias	0,485	,457**
Item_6_pretest_Creencias	0,511	,415**
Item_10_pretest_Creencias	0,469	,309**
Item_11_pretest_Creencias	0,506	,475**
Item_14_pretest_Creencias	0,568	,445**
Item_1_pretest_Utilidad	0,476	,514**
Item_3_pretest_Utilidad	0,259	0,052
Item_7_pretest_Utilidad	0,290	,230**
Item_12_pretest_Utilidad	0,488	,339**
Item_15_pretest_Utilidad	0,555	,460**
Item_4_pretest_Actitud_Profesor	0,557	,358**
Item_5_pretest_Actitud_Profesor	0,537	,335**
Item_8_pretest_Actitud_Profesor	0,584	,423**
Item_9_pretest_Actitud_Profesor	0,424	,273**
Item_13_pretest_Actitud_Profesor	0,398	,166*

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

En cuanto al índice de validez podemos observar que todos los ítems, excepto el ítem 3, tienen una correlación con un índice de significación menor que 0.05 e incluso en el caso de 12 de los ítems con un índice de significación por debajo de 0.01, lo que indica que dichos ítems tienen capacidad suficiente para contribuir a medir lo mismo que el ítem criterio global.

Como conclusión de este apartado podemos confirmar que el instrumento de medida, “Cuestionario de Actitud hacia las Matemáticas” construido *ad hoc* para este estudio y teniendo en cuenta la literatura previa, posee un grado de validez satisfactorio, a través de sus ítems.

### 8.2.4. Fiabilidad de la Prueba Objetiva de Rendimiento

De la misma forma que hemos realizado el análisis de la fiabilidad del test y de la validez de los ítems del instrumento de medida del “Cuestionario Actitud hacia las Matemáticas”, vamos a seguir los mismos pasos para la Prueba Objetiva de Rendimiento Académico, comenzando con el análisis de fiabilidad.

Tabla 67: Índice de Homogeneidad para la Prueba Objetiva de Rendimiento

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en elementos estandarizados	N de elementos
,680	,682	20

Fuente: SPSS

Tabla 68: Fiabilidad de la Prueba Objetiva de Rendimiento

<b>Estadísticas de fiabilidad</b>			
Alfa de Cronbach	Parte 1	Valor	,514
		N de elementos	10 <sup>a</sup>
	Parte 2	Valor	,674
		N de elementos	10 <sup>b</sup>
N total de elementos			20
Correlación entre formularios			,287
Coeficiente de Spearman-Brown	Longitud igual		,446
	Longitud desigual		,446
Coeficiente de dos mitades de Guttman			,441

Fuente: SPSS

Tabla 69: Análisis de Fiabilidad de la Prueba Objetiva de Rendimiento para el Total del Test y para las Dimensiones

ÁREA	ESTADÍSTICO	PUNTUACIÓN
DIMENSIÓN: Derivadas	$\alpha$ de Cronbach	.361
	Spearman-Brown	.434
	Guttman	.396
DIMENSIÓN: Comportamiento de Funciones	$\alpha$ de Cronbach	.551
	Spearman-Brown	.551
	Guttman	.538
DIMENSIÓN: Análisis de Compatibilidad	$\alpha$ de Cronbach	.405
	Spearman-Brown	.358
	Guttman	.358
DIMENSIÓN: Optimización	$\alpha$ de Cronbach	.672
	Spearman-Brown	.669
	Guttman	.668

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Si atendemos a los valores de  $\alpha$  de Cronbach de la tabla anterior vemos que la dimensión Derivadas es la que tiene un valor menor al del resto, aunque hay que tener en cuenta que el valor N (número de elementos) de esta dimensión es de 3. En cualquier caso, la fiabilidad global del instrumento (0.68) es aceptable.

### 8.2.5. Homogeneidad de los ítems de la Prueba Objetiva de Rendimiento

Tabla 70: Índice de Homogeneidad para los ítems de la Prueba Objetiva de Rendimiento

Nº de Ítem	IH. Correlación Ítems- Total prueba	Alfa de Cronbach si el elemento se ha suprimido
1	0,231	0,671
2	0,396	0,654
3	0,172	0,677
4	0,234	0,671
5	0,093	0,685
6	0,262	0,668
7	0,248	0,669
8	0,067	0,688
9	0,200	0,674
10	0,162	0,678
11	0,391	0,656
12	0,304	0,663
13	0,173	0,677
14	0,241	0,670
15	0,201	0,674
16	0,309	0,663
17	0,239	0,670
18	0,284	0,666
19	0,515	0,639
20	0,397	0,653

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

En el caso de la Prueba Objetiva de Rendimiento para el cálculo del índice de homogeneidad se ha obtenido a través del coeficiente de correlación total de elementos corregida, dada la codificación de los ítems. Dicha correlación indica que si existe convergencia en un individuo que obtiene un acierto en un ítem concreto de la escala, tenderá a tener una puntuación alta en la puntuación total de la prueba objetiva de rendimiento, y de la misma forma en el caso de que haya correlación entre el ítem y la puntuación total, si el individuo falla en ese ítem, entonces la puntuación total de la prueba objetiva será más baja.

Se considera que el instrumento es adecuado si los valores del índice de homogeneidad de cada uno de los ítems que lo componen son altos y positivos. Un índice de homogeneidad menor que 0.2 indica que el ítem debe ser eliminado de la prueba o reformulado. En este caso hay dos ítems por debajo de 0.2 los ítems 3, 5, 8, 10 y 13. Si observamos el efecto que provocaría en el alfa de Cronbach

la eliminación de estos ítems sería de 0.677, 0.685, 0.688, 0.678 y 0.677 respectivamente, siendo actualmente el valor para todos los ítems de 0.682, por lo que solo afectaría a la homogeneidad la eliminación de los ítems 3, 10 y 13, produciendo una leve variación en el mismo.

A continuación, vamos a estudiar el índice de homogeneidad para cada una de las dimensiones de la Prueba Objetiva de Rendimiento, observando que los valores encontrados en cada una de las dimensiones para la puntuación total de la prueba están todos por encima de 0.2.

*Tabla 71: Índice de Homogeneidad Dimensión Derivadas*

<b>Nº Ítem</b>	<b>Índice de Homogeneidad</b>
1	0,357
2	0,482
3	0,314

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

*Tabla 72: Índice Homogeneidad Dimensión Funciones*

<b>Nº Ítem</b>	<b>Índice de Homogeneidad</b>
4	0,392
5	0,285
6	0,368
7	0,427
8	0,248

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

*Tabla 73: Índice de Homogeneidad Dimensión Análisis de Compatibilidad*

<b>Nº Ítem</b>	<b>Índice de Homogeneidad</b>
9	0,299
10	0,281
11	0,495
12	0,391
13	0,274
14	0,326

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Tabla 74: Índice de Homogeneidad Dimensión Optimización

Nº Ítem	Índice de Homogeneidad
15	0,321
16	0,495
17	0,370
18	0,433
19	0,628
20	0,515

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

En la siguiente tabla podemos observar, de forma resumida, los índices de homogeneidad y validez para cada uno de los ítems que integran la Prueba Objetiva de Rendimiento.

Tabla 75: Índice de Homogeneidad y Validez de los ítems de la Prueba Objetiva de Rendimiento

Nº Ítem	Índice de Homogeneidad	Índice de Validez
1	0,231	,352**
2	0,396	,504**
3	0,172	,302**
4	0,234	,350**
5	0,093	,228**
6	0,262	,381**
7	0,248	,375**
8	0,067	,201*
9	0,200	,330**
10	0,162	,289**
11	0,391	,487**
12	0,304	,419**
13	0,173	,304**
14	0,241	,367**
15	0,201	,328**
16	0,309	,429**
17	0,239	,367**
18	0,284	,401**
19	0,515	,613**
20	0,397	,508**

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

De la misma forma podemos definir el índice de validez, que mide la correlación entre cada ítem de la prueba frente a la puntuación total y se explica a través del coeficiente de correlación de Pearson.

Podemos observar que todos los ítems, tienen una correlación con un índice de significación menor que 0.05 e incluso todos los ítems, excepto el ítem 8, tienen un índice de significación por debajo de 0.01, lo que indica que dichos ítems tienen una correlación suficiente para contribuir a medir adecuadamente, el total de la prueba.

### 8.2.6. Validez criterial de la Prueba Objetiva de Rendimiento Académico

En cuanto a la validez criterial de la prueba objetiva, vamos a tomar como referencia la calificación total de la misma y la puntuación total del cuestionario de Actitud hacia las Matemáticas, tanto en el pretest como en el postest.

*Tabla 76: Validez Criterial de la Prueba Objetiva de Rendimiento Académico, frente a la puntuación total en el Pretest y Postest de Actitud hacia las Matemáticas*

Ítem	Validez Criterial Rdto. Académico
Puntuación Total Pretest	,232**
Puntuación Total Postest	,281**

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Vemos que en ambos casos la validez criterial es significativa en el nivel 0.01, aunque aumenta cuando se compara con la puntuación total obtenida después del tratamiento, en el postest.

### 8.2.7. Índice de dificultad de la Prueba Objetiva de Rendimiento Académico

“Este indicador sirve para cuantificar el grado de dificultad de cada ítem. Se aplica a los ítems dicotómicos de los tests de rendimiento óptimo” (Abad, Olea, Ponsoda, & García, 2011). El valor del índice se corresponde con el cociente entre el número de sujetos que han acertado la respuesta de este ítem, frente al número de sujetos que han respondido. Se puede hallar también el índice de dificultad corregido para corregir el efecto del azar en las respuestas.

En la siguiente tabla mostramos los valores del índice de dificultad para cada ítem y el índice de dificultad corregido.

*Tabla 77: Índice de Dificultad e Índice de Dificultad Corregido, Prueba Objetiva de Rendimiento Académico*

<b>Ítems</b>	<b>Índice de Dificultad</b>	<b>Índice de Dificultad Corregido</b>
Pregunta_1_Derivadas_Básico	0,67	0,56
Pregunta_2_Derivadas_Medio	0,65	0,53
Pregunta_3_Derivadas_Avanzado	0,39	0,19
Pregunta_4_Funciones_Básico	0,72	0,62
Pregunta_5_Funciones_Medio	0,54	0,39
Pregunta_6_Funciones_Medio	0,34	0,11
Pregunta_7_Funciones_Medio	0,49	0,32
Pregunta_8_Funciones_Avanzado	0,60	0,47
Pregunta_9_Compatibilidad_Básico	0,44	0,26
Pregunta_10_Compatibilidad_Medio	0,36	0,14
Pregunta_11_Compatibilidad_Medio	0,77	0,70
Pregunta_12_Compatibilidad_Medio	0,67	0,56
Pregunta_13_Compatibilidad_Medio	0,42	0,23
Pregunta_14_Compatibilidad_Avanzado	0,58	0,45
Pregunta_15_Optimización_Básico	0,62	0,49
Pregunta_16_Optimización_Medio	0,41	0,21
Pregunta_17_Optimización_Medio	0,52	0,36
Pregunta_18_Optimización_Medio	0,33	0,11
Pregunta_19_Optimización_Medio	0,54	0,38
Pregunta_20_Optimización_Avanzado	0,41	0,21

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Si tomamos como referencia el índice de dificultad, vemos que no hay ningún valor por encima de 0.9 o por debajo de 0.2, ya que algunos autores recomiendan estudiar eliminar esos ítems.

Si ordenamos según el índice de dificultad, obtenemos la siguiente tabla:

Tabla 78: Prueba Objetiva de Rendimiento Académico según el índice de dificultad

Ítems	Índice de Dificultad
Pregunta_11_Compatibilidad_Medio	0,77
Pregunta_4_Funciones_Básico	0,72
Pregunta_1_Derivadas_Básico	0,67
Pregunta_12_Compatibilidad_Medio	0,67
Pregunta_2_Derivadas_Medio	0,65
Pregunta_15_Optimización_Básico	0,62
Pregunta_8_Funciones_Avanzado	0,60
Pregunta_14_Compatibilidad_Avanzado	0,58
Pregunta_5_Funciones_Medio	0,54
Pregunta_19_Optimización_Medio	0,54
Pregunta_17_Optimización_Medio	0,52
Pregunta_7_Funciones_Medio	0,49
Pregunta_9_Compatibilidad_Básico	0,44
Pregunta_13_Compatibilidad_Medio	0,42
Pregunta_16_Optimización_Medio	0,41
Pregunta_20_Optimización_Avanzado	0,41
Pregunta_3_Derivadas_Avanzado	0,39
Pregunta_10_Compatibilidad_Medio	0,36
Pregunta_6_Funciones_Medio	0,34
Pregunta_18_Optimización_Medio	0,33

Fuente: Elaboración propia a partir de la Tabla 77

Hay que tener en cuenta que, a mayor valor del índice de dificultad, significa que la pregunta es más fácil, hay mayor número de individuos que la aciertan. Vemos que las cuestiones con un índice menor son las relativas a la parte del temario que introduce conceptos más novedosos o de una dificultad media o avanzada.

Por último, presentamos el índice de dificultad medio de la prueba.

Tabla 79: Índice de Dificultad Medio de la Prueba Objetiva de Rendimiento

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máximo / Mínimo	Varianza
<b>Medias de elemento</b>	0,524	0,329	0,772	0,443	2,347	0,018

Fuente: SPSS

Como podemos observar el índice de dificultad medio de la prueba es de 0.524, muy cercano al 0.5 deseable para tener una prueba totalmente balanceada respecto a la dificultad global.

Teniendo en cuenta que ya sin realizar ningún ajuste el índice de dificultad medio es muy bueno, podríamos realizar una tabla de mejora para ajustar al 0.5 indicado.

Tabla 80: Tabla de mejora Índice de Dificultad

Índice de Dificultad	Valoración	% ideal	Nº ítems ideales en POR	Nº ítems reales en POR	Adaptación Nº ítems ideales	Diferencia Real vs Adaptación
0,80-1,00	Muy fácil	5%	1	0	0	=
0,60-0,79	Fácil	20%	4	7	5	-2
0,40-0,59	Dificultad media	50%	10	9	10	1
0,20-0,39	Difícil	20%	4	4	5	1
0,00-0,19	Muy difícil	5%	1	0	0	=

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta la tabla presentada si quisiéramos obtener un índice de dificultad medio del 0.5 sería necesario cambiar la dificultad de dos ítems de fáciles, por una dificultad media y por otro difícil. En cualquier caso, con nuestro nivel actual de dificultad media de 0.52 creemos que es pertinente la prueba a este respecto.

### **8.3 Hacia una validación del constructo (AFE y AFC)**

Después de comprobar la fiabilidad y validez de los instrumentos de medida vamos a estudiar la validez del constructo. “Referida al grado en que un procedimiento de medida contempla de forma adecuada el constructo teórico o rasgo abstracto que pretende medir y en qué nivel las hipótesis derivadas del mismo se confirman empíricamente mediante dicho procedimiento” (García, 2003).

A través del análisis factorial buscamos si en nuestro instrumento de medida existen dimensiones latentes a partir de las relaciones entre las variables, dichas dimensiones latentes se denominan factores. Para la extracción de estos factores estudiaremos las relaciones entre las variables del estudio a través de la matriz de correlaciones.

Dentro del análisis factorial, tenemos el análisis factorial exploratorio y el análisis factorial confirmatorio.

#### **8.3.1. Análisis Factorial Exploratorio del Instrumento de Medida de Actitud hacia las Matemáticas**

El análisis factorial exploratorio (AFE) busca descubrir la estructura empírica interna del instrumento de medida, mediante el análisis de las correlaciones entre todos los ítems, intentando reducir el número de variables inicial a un número más pequeño de variables (denominadas factores) que permitan describir la estructura subyacente en nuestro instrumento de medida.

Dentro del AFE se definen cuatro fases: preparación, extracción de factores, rotación e interpretación.

##### A.- Preparación

En esta primera fase, verificamos que la mayoría de los coeficientes de correlación entre variables sean mayores a 0.30 (significativos), y que, por tanto, la matriz de correlaciones contenga suficiente varianza común para poder continuar el análisis. Para comprobar este dato buscamos los valores de los estadísticos de Kaiser-Meyer-Olkin y de Bartlett.

Tabla 81: Prueba de KMO y Bartlett para el Pretest

Medida Kaiser-Meyer-Olkin de adecuación de muestreo		0,813
Prueba de esfericidad de Bartlett	Aprox. Chi-cuadrado	881,406
	gl	105
	Sig.	0,000

Fuente: SPSS

Según los valores de la anterior tabla vemos que el estadístico KMO es superior a 0.60, imprescindible para aceptar la adecuación muestral, en nuestro caso es de 0.813 (satisfactorio). El estadístico de Bartlett tiene un nivel de significación por debajo de 0.01, considerándose un nivel de significación (por debajo de 0.05) apropiado para realizar el análisis factorial.

#### B.- Extracción

Para realizar la extracción de factores que representen el conjunto de relaciones entre variables vamos a utilizar el método de Análisis de Componentes Principales.

En el caso de las Comunalidades de los ítems, vemos que todos los ítems tienen un índice de comunalidad superior a 0.5, excepto el ítem 1 con un índice de comunalidad del 0.49 muy próximo a 0.5, por lo que podemos establecer que la varianza común es aceptable, en todos los ítems.

Tabla 82: Comunalidades Método de Componentes Principales Pretest

Nº de Ítem	Índice de Comunalidad
2	0,571
6	0,501
10	0,647
11	0,790
14	0,798
1	0,490
3	0,633
7	0,619
12	0,747
15	0,644
4	0,650
5	0,720
8	0,631
9	0,753
13	0,630

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Para extraer los factores significativos, a través del análisis de componente principales, factorizamos la matriz de correlación. Como vemos en la siguiente tabla, cuatro de los factores explican más del 65% de la varianza. La tabla sigue el criterio de Kaiser con  $\lambda > 1.00$ .

Tabla 83: Componentes Principales Pretest, Varianza explicada

Componente	Autovalores iniciales		
	Total	% de varianza	% acumulado
1	4,881	32,543	32,543
2	2,118	14,123	46,666
3	1,739	11,590	58,256
4	1,086	7,237	65,493

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Si escogemos el Método de Máxima Verosimilitud, obtenemos que hay siete ítems con un índice de comunalidad por debajo de 0.50, tal y como aparece reflejado en la Tabla 84. Además, al extraer los factores significativos comprobamos que cuatro de los factores explican algo más del 53% de la varianza (Tabla 85). Teniendo en cuenta estos resultados y en contraste con los obtenidos por el método de Componentes principales, escogemos precisamente el primer método para realizar la rotación factorial.

*Tabla 84: Comunalidades Método de Máxima Verosimilitud*

<b>Nº de Ítem</b>	<b>Índice de Comunalidad</b>
2	0,370
6	0,382
10	0,548
11	0,778
14	0,767
1	0,383
3	0,363
7	0,384
12	0,741
15	0,590
4	0,575
5	0,711
8	0,481
9	0,519
13	0,460

Fuente: SPSS

Tabla 85: *Máxima Verosimilitud Pretest, Varianza explicada*

Componente	Autovalores iniciales		
	Total	% de varianza	% acumulado
1	4,234	28,227	28,227
2	1,907	12,711	40,938
3	1,245	8,303	49,241
4	0,668	4,450	53,691

Fuente: SPSS

### C.- Rotación

Para facilitar la interpretación de los factores encontrados realizamos la rotación, utilizando el método de rotación VARIMAX para una rotación ortogonal y posteriormente el método de rotación PROMAX para una rotación oblicua. Teniendo en cuenta nuestro instrumento de medida se espera que sea más adecuado el método PROMAX, dado que esperamos que los factores estén correlacionados.

Mostramos en los anexos los resultados de las rotaciones tanto para Componentes principales, como para Máxima Verosimilitud, presentando los resultados con el método PROMAX que consideramos más relevante.

En la siguiente tabla recogemos la información correspondiente a la matriz patrón (componentes principales para los cuatro factores extraídos y rotación PROMAX).

Se ha señalado en verde aquellos valores con mayor peso en un factor y en naranja aquellas variables que, aunque tienen mayor peso en un factor, la contribución que tienen en otro factor podría ser relevante.

Tabla 86: Matriz patrón para cuatro factores, método PROMAX

	Matriz de patrón <sup>a</sup>			
	Componente			
	1	2	3	4
Item_15_pretest_Utilidad	0,755			
Item_2_pretest_Creencias	0,715			
Item_6_pretest_Creencias	0,630			
Item_1_pretest_Utilidad	0,628			
Item_10_pretest_Creencias	0,575			0,548
Item_11_pretest_Creencias		0,814		
Item_14_pretest_Creencias		0,789		
Item_7_pretest_Utilidad		0,778		
Item_12_pretest_Utilidad		0,754		0,433
Item_8_pretest_Actitud_Profesor		0,566	0,473	
Item_5_pretest_Actitud_Profesor			0,795	
Item_13_pretest_Actitud_Profesor			0,771	
Item_4_pretest_Actitud_Profesor			0,747	
Item_9_pretest_Actitud_Profesor			0,709	0,503
Item_3_pretest_Utilidad	0,393			0,706

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Como vemos en la matriz este método presenta un buen ajuste, ya que tenemos sólo cinco variables que saturan en dos factores y sólo en dos de estas variables los pesos de saturación ofrecen alguna duda.

#### D.- Interpretación

Para una mejor interpretación de los resultados, a continuación, se presenta la anterior con la denominación completa del ítem.

Tabla 87: Matriz de componentes rotados para cuatro factores, método PROMAX

**Matriz de patrón<sup>a</sup>**

	Componente			
	1	2	3	4
15. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.	0,755			
2. Las matemáticas son una materia práctica.	0,715			
6. Las matemáticas son importantes para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.	0,630			
1. Las matemáticas me ayudan a mejorar mi capacidad de razonamiento.	0,628			
10. Tener buenos conocimientos de matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo	0,575			0,548
11. La materia que se imparte en clase de matemáticas es interesante.		0,814		
14. Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas.		0,789		
7. En matemáticas debe enseñarse también los fundamentos teóricos y no sólo la práctica.		0,778		
12. Considero las matemáticas como una materia necesaria en mis estudios.		0,754		0,433
8. Después de cada tarea o prueba evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas.		0,566	0,473	
5. Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas.			0,795	
13. En general, las clases son participativas.			0,771	
4. El profesor disfruta cuando nos enseña matemáticas.			0,747	
9. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas.			0,709	0,503
3. Las matemáticas me resultarán útiles para mi profesión.	0,393			0,706

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

En la matriz rotada podemos observar lo siguiente:

El Factor 1 está saturado por ítems pertenecientes a la Dimensión Creencias y a la Dimensión Utilidad, en concreto, los ítems 1, 2, 3, 6, 10 y 15. Estos ítems tienen en común que son los más amplios en su denominación porque van implícitas creencias de cómo son las matemáticas y para qué nos van a servir en la vida en general. Aunque en el cuestionario los ítems 1, 3 y 15 estaban integrados en la Dimensión Utilidad porque se ha tenido en cuenta la aplicabilidad de los mismos, es también cierto que a priori se pueden concebir como creencias de la asignatura que afectan a la cotidianidad.

El Factor 2 también está saturado por ítems de la Dimensión Creencias (ítems 11 y 14) e ítems de la Dimensión Utilidad (ítems 7 y 12), además por el ítem 8 que satura en dos factores y que pertenece a la Dimensión Actitud del Profesor que están relacionados con cómo es la materia, la propia asignatura de matemáticas.

El Factor 3 está saturado única y exclusivamente por ítems de la Dimensión Actitud del Profesor, aunque uno de ellos, el ítem 8, sature también en el factor 2, así como el factor 9 que satura también en el factor 4, pero se puede ver claramente que esta dimensión está recogida casi en un único factor.

Por último, el Factor 4 aparece saturado por cuatro ítems. Dos de los ítems 9 y 12 saturan con mayor proporción en otros factores, en el caso del ítem 10 satura casi por igual en el factor 1 y el factor 4. Y por último el ítem 3, aunque satura en dos factores, lo hace con mucha mayor proporción en el factor 4, siendo la única variable de todo el estudio que tiene saturación alta en este factor. Cabe recordar que precisamente este ítem ha sido uno de los que aparecían en el análisis de fiabilidad y validez con valores comprometidos. Este factor 4 parece que hace referencia a la proyección profesional.

Incorporamos la matriz de correlaciones entre los factores obtenidos en la siguiente tabla.

*Tabla 88: Matriz de correlaciones entre factores, método de extracción componentes principales*

<b>Componente</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>1</b>	1,000	0,303	0,350	0,024
<b>2</b>	0,303	1,000	0,231	0,047
<b>3</b>	0,350	0,231	1,000	0,087
<b>4</b>	0,024	0,047	0,087	1,000

Fuente: SPSS

A la vista de los resultados obtenidos, creemos que el AFE muestra un ajuste suficiente entre el fundamento teórico de nuestro instrumento de medida y los resultados encontrados, pero que se pueden realizar algunos ajustes en su estructura, eliminando el Factor 4 en el que solo satura el ítem 3 con varianza pequeña y poca correlación con otros factores, así como los ítems que saturan en dos factores, tales como ítem 8, 9, 10 y 12, obteniendo un nuevo modelo con una estructura que procedemos a validar con el Análisis Factorial Confirmatorio.

### 8.3.2. Análisis Factorial Confirmatorio Pretest Actitud hacia las Matemáticas

El Análisis Factorial Confirmatorio (AFC) se realiza sobre la base obtenida en el AFE para el Test de Actitud hacia las Matemáticas.

*Tabla 89: Estructura del Test de Actitud hacia las Matemáticas para el AFC*

<b>Dimensiones</b>	<b>Ítems</b>
Factor 1	1, 2, 6, 15
Factor 2	7, 11, 14
Factor 3	4, 5, 13

Fuente: Elaboración propia

En primer lugar, se revisan los pesos de regresión de los ítems en cada uno de los factores. Dichos pesos están recogidos en la siguiente tabla, donde podemos ver que son significativos en todos los casos.

Tabla 90: Pesos de regresión para los factores en el modelo AFC

<b>Factor</b>	<b>Indicador</b>	<b>Estimador</b>	<b>EE</b>	<b>Z</b>	<b>p</b>
Factor 1	PRE1	0.769	0.0946	8.13	< .001
	PRE2	0.698	0.0864	8.08	< .001
	PRE6	0.641	0.0847	7.57	< .001
	PRE15	0.825	0.0987	8.36	< .001
	PRE16	0.955	0.1014	9.42	< .001
Factor 2	PRE11	1.155	0.1104	10.46	< .001
	PRE7	0.641	0.1233	5.20	< .001
	PRE14	1.489	0.1229	12.11	< .001
Factor 3	PRE4	1.080	0.1115	9.69	< .001
	PRE5	1.288	0.1147	11.24	< .001
	PRE13	0.875	0.1074	8.15	< .001

Fuente: AMOS

Así mismo, se revisan los pesos de covarianza en todas las dimensiones, recogidos en la siguiente tabla, comprobando que todos son significativos.

Tabla 91: Pesos de las covarianzas en los factores en el modelo AFC

		<b>Estimador</b>	<b>EE</b>	<b>Z</b>	<b>p</b>
Factor 1	Factor 1	1.000			
	Factor 2	0.518	0.0780	6.64	< .001
	Factor 3	0.567	0.0770	7.36	< .001
Factor 2	Factor 2	1.000			
	Factor 3	0.367	0.0845	4.34	< .001
Factor 3	Factor 3	1.000			

Fuente: AMOS

De igual forma, adjuntamos los resultados relativos a la bondad de ajuste del modelo AFC.

Tabla 92: Valoración de los Indicadores de ajuste para AFC

Índice	Buen ajuste	Ajuste adecuado	AFC	Tipo de ajuste
$\chi^2$		$p \geq 0.050$	0.014	Ajuste mejorable
$\chi^2/df$	$> 2$	$< 3$	1.5426	Ajuste mejorable
CFI	$\geq 0.95$	$\geq 0.90$	0.961	Ajuste bueno
TLI	$\geq 0.95$	$\geq 0.90$	0.947	Ajuste adecuado
IFI	$\geq 0.90$	$\geq 0.85$	0.962	Ajuste bueno
NFI	$\geq 0.95$	$\geq 0.90$	0.900	Ajuste adecuado
RMSEA	$< 0.06$	$< 0.08$	0.061	Ajuste bueno

Fuente: Elaboración propia a partir de AMOS

Tabla 93: Comparativa de los resultados relativos a la bondad de ajuste, antes y después de AFC

	CFI	TLI	RMSEA
Modelo de partida	0.840	0.804	0.101
Modelo AFC	0.961	0.947	0.0609

Fuente: Elaboración propia a partir de AMOS

Podemos ver en la anterior tabla que, tras la modificación planteada, el índice de ajuste CFI (*Comparative fit index*) aumenta tras el ajuste del modelo siendo mayor a .95 de forma que el modelo se ajusta a la muestra, el índice de ajuste TLI (*Tucker-Lewis Index*) aumenta también llegando casi al .95, es decir el modelo es adecuado y casi óptimo y por último, el índice de ajuste absoluto RMSEA (*Root mean squared error of approximation*), que se ajuste mejor al modelo cuanto menor sea el índice, en nuestro caso el nuevo modelo tiene un RMSEA más bajo que el inicial, por lo que podemos concluir que el nuevo modelo obtenido tras el AFC tiene una mejor bondad de ajuste del modelo.

A continuación, presentamos la estructura teórica que recoge la estructura definitiva del modelo.

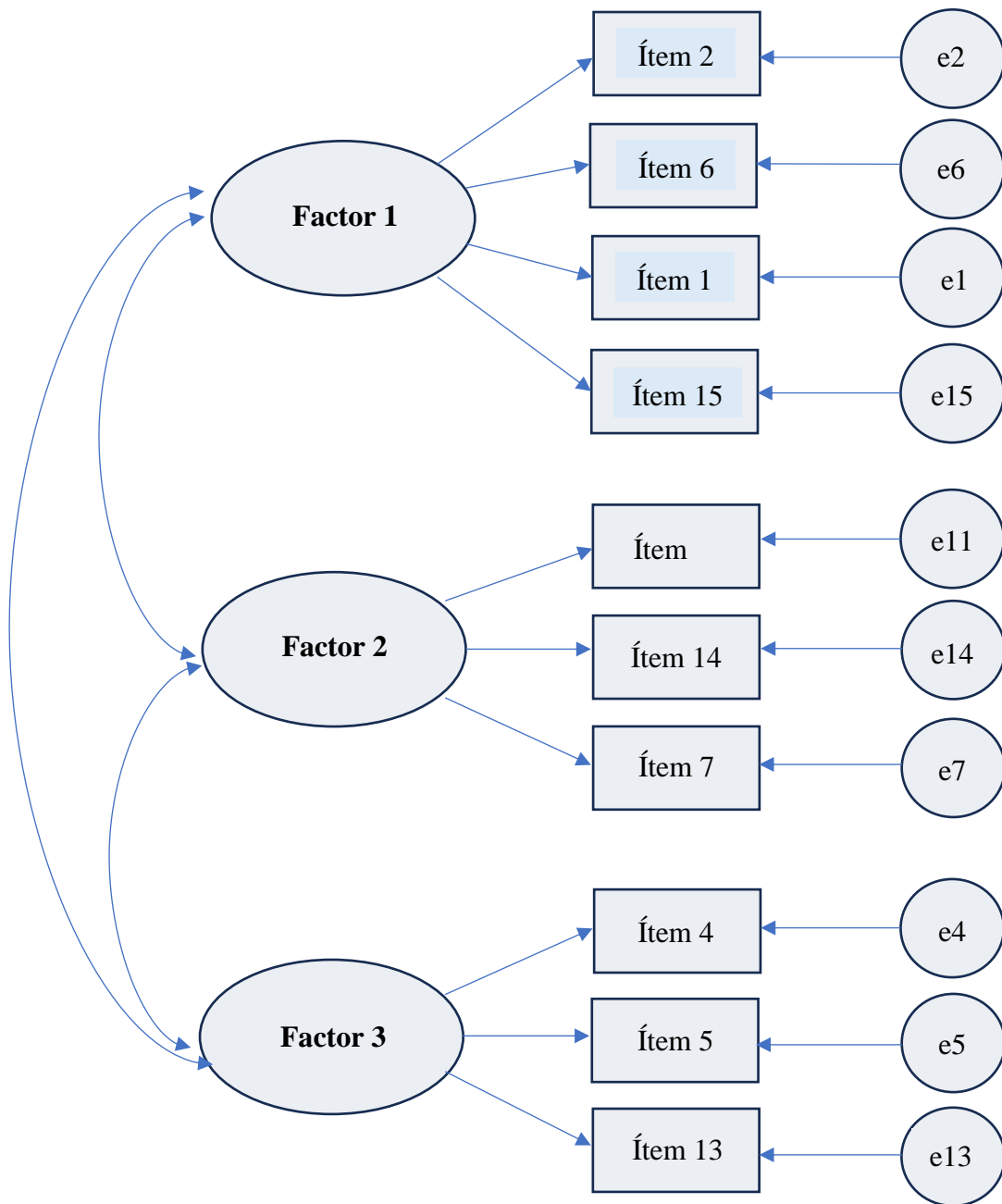


Figura 9: Estructura teórica definitiva del Test Actitudes hacia las Matemáticas.

Fuente: Elaboración propia a partir de la Figura 17

Por último, presentamos la figura que recoge la estructura empírica definitiva del modelo:

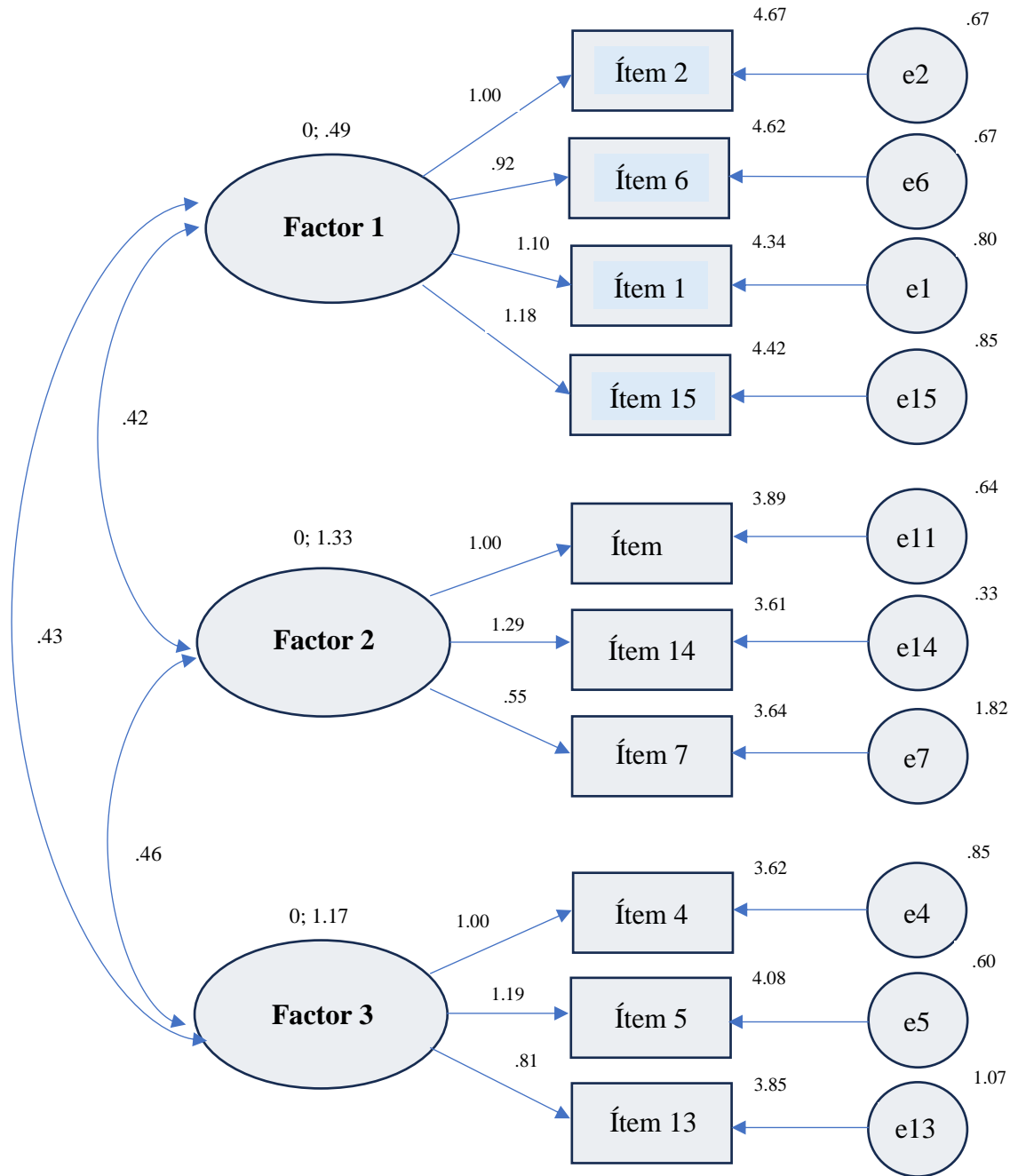


Figura 10: Estructura definitiva del Test Actitudes hacia las Matemáticas con pesos estandarizados.

Fuente: AMOS

Atendiendo a la estructura definitiva planteada en la Figura 9, queda pendiente renombrar las dimensiones recogidas en tres factores, de acuerdo con los ítems relacionados con cada uno de los factores.

Tabla 94: Estructura de factores e ítems

Dimensiones	Ítems
Factor 1	1. Las matemáticas me ayudan a mejorar mi capacidad de razonamiento.
	2. Las matemáticas son una materia práctica.
	6. Las matemáticas son importantes para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.
Factor 2	15. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.
	7. En matemáticas debe enseñarse también los fundamentos teóricos y no sólo la práctica.
	11. La materia que se imparte en clase de matemáticas es interesante.
Factor 3	14. Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas.
	4. El profesor disfruta cuando nos enseña matemáticas.
	5. Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas.
	13. En general, las clases son participativas.

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la tabla anterior podemos observar que el Factor 1 recoge aquellos ítems basados en qué aportan las matemáticas, de alguna forma vemos que está relacionado con la antigua Dimensión Utilidad, aunque sus ítems se han visto modificados.

De igual forma vemos que el Factor 2 se aglutinan ítems relacionados con cómo el alumno percibe la asignatura de Matemáticas y su actitud hacia la misma, lo que podría relacionarse con la denominación de la antigua Dimensión Creencias, aunque de nuevo sus ítems se hayan visto modificados.

Y, por último, vemos el mismo comportamiento con el Factor 3. En este factor aparecen los ítems relacionados con el comportamiento del profesor y su forma de impartir la asignatura en el aula. De nuevo aparece la denominación de la antigua Dimensión Actitud hacia el Profesor, pero con menos ítems.

Todo ello pone de manifiesto que las dimensiones sugeridas en la elaboración del Test de Actitud hacia las Matemáticas eran correctas, no así la identificados de los ítems con cada dimensión. De acuerdo con las nuevas relaciones establecidas, la estructura definitiva sobre la que se realizarán todos los análisis posteriores será la siguiente:

*Tabla 95: Estructura Final Test Actitud hacia las Matemáticas*

<b>Dimensiones</b>	<b>Ítems</b>
Dimensión 1: Nuevo Utilidad	1. Las matemáticas me ayudan a mejorar mi capacidad de razonamiento.
	2. Las matemáticas son una materia práctica.
	6. Las matemáticas son importantes para todos los estudiantes, no sólo para los que decidan realizar una carrera de “ciencias”.
Dimensión 2: Nuevo Creencias	15. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.
	7. En matemáticas debe enseñarse también los fundamentos teóricos y no sólo la práctica.
	11. La materia que se imparte en clase de matemáticas es interesante.
Dimensión 3: Nuevo Actitud del Profesor	14. Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas.
	4. El profesor disfruta cuando nos enseña matemáticas.
	5. Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas.
Ítem Criterio	13. En general, las clases son participativas.
	16. En general mi actitud hacia las matemáticas es positiva.

Fuente: Elaboración propia

Los análisis fundamentales, que permitirán contrastar las hipótesis de la investigación, se realizarán de acuerdo con esta nueva estructura.

## Capítulo 9. Contraste de las hipótesis principales

En este capítulo vamos a realizar los análisis fundamentales para comprobar las hipótesis principales del estudio. Recordamos en este punto cuáles son esas hipótesis:

*Tabla 96: Hipótesis principales de la investigación*

---

HP1	Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.
HP2	Existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.
HP3	Existen diferencias significativas en la percepción del alumno hacia el acompañamiento entre pares después de haber realizado dicho acompañamiento a través de la Acción tutorial dentro del Grupo Experimental.

---

Fuente: Elaboración propia

### 9.1 Análisis de resultados en Actitud hacia las Matemáticas

#### 9.1.1. Análisis de resultados obtenidos en Ítem criterio

Comenzando por la primera hipótesis: Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado, vamos a analizar si efectivamente existen dichas diferencias entre el Grupo Experimental (individuos a los que se les ha aplicado el tratamiento) y el Grupo Control (individuos a los que no se les ha aplicado el tratamiento).

Para realizar este análisis realizaremos un ANCOVA, para determinar si existen diferencias significativas entre las medias de los grupos en la variable dependiente (postest) después de controlar los efectos de la covariable (pretest).

Pero antes debemos comprobar si se cumplen los supuestos de normalidad, independencia de las muestras y homocedasticidad, para evitar errores en la investigación.

El primer supuesto que debemos cumplir es el de normalidad, por el cual comprobamos si “la distribución empírica de una variable se ajusta o no a una determinada distribución de probabilidad teórica” (Pardo, 2015). Según Tejedor “el incumplimiento de este supuesto es irrelevante para el contraste de medias en el análisis de la varianza” (Tejedor F. , 1979). García-Ramos indica que “su incumplimiento no conlleva consecuencias relevantes si los tamaños de las muestras son elevados” (García Ramos J. M., 2019). En el caso de la investigación que nos ocupa el tamaño de la muestra es de 149 individuos, que se considera suficiente para asumir normalidad, o efectos irrelevantes de un grado medio de no-normalidad.

El segundo supuesto es el de la independencia de las muestras. Debemos comprobar si “las observaciones seleccionadas son realmente independientes entre sí” (Pardo, 2015). Según Tejedor (1979) se consigue con un adecuado proceso de aleatorización en la selección de los sujetos y/o en su asignación a las condiciones de estudio. En cualquier caso, este supuesto no es fácil de cumplir en el caso de investigaciones en el terreno de las ciencias sociales. Teniendo en cuenta a García Ramos (2019) y dado que nuestro estudio ha trabajado con estudiantes universitarios constituidos en sus grupos naturales, aunque el muestreo es no probabilístico incidental, no hemos decidido intencionalmente la asignación de los sujetos a las condiciones experimentales, lo que se puede considerar suficiente para asumir la independencia de las muestras.

Por último, el tercer supuesto es de homocedasticidad por el que se supone que “las varianzas de las poblaciones son iguales” (Pardo, 2015). En nuestra investigación el tamaño del Grupo Experimental es de 90 sujetos y el del Grupo Control de 59 sujetos, siendo porcentualmente cada uno el 60% y el 40% de la muestra. Tejedor (1979) aduce que con tamaños de la muestra similares el efecto de la heterogeneidad de la varianza es mínimo. En todo caso, para el estudio actual hemos calculado el estadístico de Levene para poder asumir o no la igualdad de varianzas, antes de proceder al análisis fundamental de resultados.

Tabla 97: Prueba de Levene

	<b>Estadístico de Levene</b>	<b>gl1</b>	<b>gl2</b>	<b>Sig.</b>
Total Pretest	2,455	1	147	0,119
Total Posttest	1,264	1	147	0,263
Nuevo_utilidad_pretest	0,206	1	147	0,650
Nuevo_utilidad_posttest	0,464	1	147	0,497
Nuevo_creencias_pretest	1,231	1	147	0,269
Nuevo_creencias_posttest	6,308	1	147	0,013
Nuevo_actitud profesor_pretest	2,529	1	147	0,114
Nuevo_actitud profesor_posttest	0,188	1	147	0,665

Fuente: SPSS

Como vemos la significación para casi todas las variables es mayor que .05 por lo que podemos asumir igualdad de varianzas. Además, nuestro estudio ha trabajado con la condición experimental natural de los sujetos; es decir, con los alumnos universitarios tal como están constituidos en sus grupos naturales. De modo que, si bien nuestro muestreo ha sido no probabilístico incidental, no hemos decidido intencionalmente la asignación de los sujetos a las condiciones experimentales, lo que puede considerarse suficiente para aceptar el cumplimiento de este supuesto.

Una vez confirmado que no se incumplen gravemente los anteriores supuestos procedemos a los análisis fundamentales.

Primero veremos si existen diferencias en la puntuación total del test Actitud hacia las Matemáticas entre los alumnos que se les ha aplicado el tratamiento y los alumnos a los que no se les ha aplicado. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 98: Estadísticos descriptivos Puntuación Total del test Actitud hacia las Matemáticas

<b>Tratamiento</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. estándar</b>	<b>N</b>
Sí	43,93	8,198	90
No	41,31	9,016	59
Total	42,89	8,599	149

Fuente: SPSS

Tabla 99: Resultados ANCOVA sobre la Puntuación Total del Test Actitud hacia las Matemáticas (Postest)

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
PRE_N_TOT	4583,055	1	4583,055	109,459	0,000	0,428
TRAT	794,521	1	794,521	18,976	0,000	0,115
Error	6113,054	146	41,870			
Total	285069,000	149				

Fuente: SPSS

Tras los anteriores análisis vemos que hay un tamaño del efecto significativo ( $F=18,976$ ;  $p<.01$ ;  $\eta^2=.115$ ); es decir, los estudiantes que se encuentran dentro del Grupo Experimental al que se les ha aplicado el tratamiento alcanzan una puntuación superior en el postest (controlado el efecto posible de diferencias en el pretest), con respecto a los alumnos que se encuentran en el Grupo de Control ( $M_{GE}=43.93$ ;  $M_{GC}=41.31$ ). Podemos, por tanto, confirmar que se cumple la hipótesis principal (HP1).

Para intentar reforzar esta conclusión realizamos el mismo análisis para el ítem criterio (ítem 16). En este caso la variable dependiente es la puntuación del ítem 16 en el postest, el factor fijo el tratamiento y la covariable, la puntuación del ítem 16 en el pretest.

Los resultados obtenidos se reflejan en las siguientes tablas:

Tabla 100: Estadísticos descriptivos Ítem 16 criterio

Tratamiento	Media	Desv. estándar	N
Sí	4,57	1,122	90
No	3,88	1,247	59
Total	4,30	1,216	149

Fuente: SPSS

Tabla 101: Resultados ANCOVA sobre la puntuación del Ítem 16 criterio

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
PRE16	110,677	1	110,677	176,421	0,000	0,547
TRAT	27,279	1	27,279	43,482	0,000	0,229
Error	91,593	146	0,627			
Total	2968,000	149				

Fuente: SPSS

En primer lugar, observamos un efecto principal significativo, con un tamaño del efecto relevante, en cuanto al ítem 16, ítem criterio sobre la actitud global hacia las matemáticas del estudiante. ( $F=43.482$ ;  $p<.01$ ;  $\eta^2=.229$ ). Concretamente, los estudiantes que han recibido el tratamiento ( $M:4.57$ ;  $DT:1.12$ ) tienen una actitud más positiva hacia las matemáticas que aquellos estudiantes que no han recibido el tratamiento ( $M:3.88$ ;  $DT:1.25$ ). Por lo que podemos concluir que se cumple la hipótesis principal 1 (HP1), tanto en la puntuación total del test, como en el ítem criterio.

### 9.1.2. Análisis de resultados en la Dimensión “Nuevo Utilidad”

Vamos a realizar el mismo análisis, pero teniendo en cuenta ahora las tres dimensiones obtenidas después del AFC, Dimensión “Nuevo Utilidad”, Dimensión “Nuevo Creencias” y Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor”. Realizando los análisis obtenemos la siguiente información:

Tabla 102: Estadísticos descriptivos para la Dimensión “Nuevo Utilidad”

Tratamiento	Pretest			Postest		
	Media	Desv. estándar	N	Media	Desv. estándar	N
Sí	18,10	3,513	90	18,23	3,589	90
No	17,98	3,366	59	16,97	3,610	59
Total	18,05	3,444	149	17,73	3,638	149

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Tabla 103: Resultados ANCOVA para la Dimensión “Nuevo Utilidad”

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
PRE_N_Utilidad	965,684	1	965,684	150,574	0,000	0,508
TRAT	49,649	1	49,649	7,741	0,006	0,050
Error	936,348	146	6,413			
Total	48806,000	149				

Fuente: SPSS

En la Tabla 103 observamos un efecto principal significativo, ( $F=7.741$ ;  $p<.01$ ), pero con un tamaño del efecto casi nulo, pero si tenemos en cuenta los resultados obtenidos en los estadísticos descriptivos recogidos en la Tabla 102 encontramos que los estudiantes que han recibido el tratamiento dan una puntuación más alta, en más de un punto, en la Dimensión “Nuevo Utilidad” ( $M:18.23$ ;  $DT:3.59$ ) que aquellos estudiantes que no lo han recibido ( $M:16.97$ ;  $DT: 3.61$ ). Si comparamos estos datos recogidos en el postest con respecto al pretest, tenemos que antes del tratamiento la diferencia de medias entre el Grupo Experimental y el Grupo de Control era casi inexistente ( $M_{GE}: 18.1$ ;  $M_{GC}: 17.98$ ) un 0.1, pasando después del tratamiento a una diferencia de casi 1.3. Por tanto, la distancia (en la percepción de la utilidad de las matemáticas) entre el Grupo de Control y el Grupo Experimental ha crecido después del tratamiento, a favor del Grupo Experimental.

### 9.1.3. Análisis de resultados en la Dimensión “Nuevo Creencias”

Tabla 104: Estadísticos descriptivos para la Dimensión “Nuevo Creencias”

Tratamiento	Pretest			Postest		
	Media	Desv. estándar	N	Media	Desv. estándar	N
Sí	10,58	3,512	90	12,54	3,051	90
No	12,00	3,855	59	12,44	3,901	59
Total	11,14	3,705	149	12,50	3,400	149

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Tabla 105: Resultados ANCOVA para la Dimensión “Nuevo Creencias”

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
PRE_N_Creencias	449,57	1	449,57	52,04	<,001	0,263
TRAT	21,177	1	21,177	2,451	0,12	0,017
Error	1261,295	146	8,639			
Total	25005	149				

Fuente: SPSS

Al igual que en la Dimensión “Nuevo Utilidad”, podemos observar en la Tabla 105 un efecto no significativo  $p=.12$ , pero si tenemos en cuenta los resultados obtenidos en los estadísticos descriptivos recogidos en la Tabla 104 encontramos que los estudiantes que han recibido el tratamiento dan una puntuación algo más alta, en la Dimensión “Nuevo Creencias” (M:12.54; DT:3.051) que aquellos estudiantes que no lo han recibido (M:12.44; DT: 3.901). Este efecto que parece insignificante con estos datos toma relevancia si observamos y comparamos estos datos recogidos en el postest con respecto al pretest. La diferencia de medias que teníamos antes del tratamiento entre el Grupo Experimental y el Grupo de Control era a favor del Grupo de Control ( $M_{GE}$ : 10.58;  $M_{GC}$ : 12.00), en casi 1.5, pasando después del tratamiento a una leve diferencia, pero a favor del Grupo Experimental, por lo que el salto de percepción positiva en el Grupo Experimental ha sido casi de dos puntos. Por tanto, aunque el ANCOVA no recoja un efecto significativo, sí parece haberse producido una mejora en la percepción de las creencias respecto a las Matemáticas en el Grupo Experimental, por lo que esta tendencia apoya las diferencias significativas entre los grupos con respecto a la actitud hacia las Matemáticas y sugiere estudios posteriores con muestras de mayor tamaño para comprobar si esta tendencia se hace significativa y relevante.

#### 9.1.4. Análisis de resultados en la Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor”

Tabla 106: Estadísticos descriptivos para la Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor”

Tratamiento	Pretest			Postest		
	Media	Desv. estándar	N	Media	Desv. estándar	N
Sí	10,84	3,792	90	13,16	3,024	90
No	12,63	3,073	59	11,90	2,992	59
Total	11,55	3,621	149	12,66	3,064	149

Fuente: SPSS

Tabla 107: Resultados ANCOVA para la Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor”

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
PRE_N_Actitud_Profesor	251,477	1	251,477	33,941	0,000	0,189
TRAT	123,518	1	123,518	16,671	0,000	0,102
Error	1081,735	146	7,409			
Total	25262,000	149				

Fuente: SPSS

En este caso, de la misma forma que hicimos con la dimensión “Nuevo Utilidad” observamos los resultados de la Tabla 107 en la que aparece un efecto principal significativo, con un tamaño del efecto relevante, en cuanto a la Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor”. ( $F=16.671$ ;  $p<.01$ ;  $\eta^2=.102$ ). Concretamente, vemos que los estudiantes que han recibido el tratamiento ( $M:13.16$ ;  $DT:3.02$ ) tienen una actitud más positiva hacia las matemáticas que aquellos estudiantes que no han recibido el tratamiento ( $M:11.90$ ;  $DT:2.99$ ). Si además comparamos las medias de ambos grupos con los resultados producidos en el pretest podemos observar que la media del Grupo de Control ha sufrido una pequeña disminución entre el pretest y el postest ( $M_{GCpretest}=12.63$ ;  $M_{GCpostest}=11.90$ ) en el caso del Grupo Experimental la media se ha incrementado en más de dos puntos ( $M_{GEpretest}=10.84$ ;  $M_{GEpostest}=13.16$ ). Por lo que podemos concluir que en la Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor” se cumple la hipótesis principal 1 (HP1), por la que se evidencia que existen diferencias significativas entre el Grupo Experimental y el Grupo de Control, a favor del primer grupo.

### 9.1.5. Análisis del tamaño del efecto y porcentajes de cambio

A continuación, presentamos los resultados del tamaño del efecto y los porcentajes de cambio entre las muestras en el pretest y el postest.

Tabla 108: *Tamaño del efecto y porcentajes de cambio entre el pretest y el postest de actitud hacia las matemáticas*

Tratamiento		Diferencias emparejadas			
		Media	Desviación estándar	Tamaño del Efecto (d de Cohen)	Porcentaje de cambio
Sí	Par 1 Nuevo_utilidad_pretest - Nuevo_utilidad_postest	-0,133	2,644	-0,050	0,7%
	Par 2 Nuevo_creencias_pretest - Nuevo_creencias_postest	-1,967	3,855	-0,510	18,6%
	Par 3 Nuevo_actitud profesor_pretest - Nuevo_actitud profesor_postest	-2,311	3,993	-0,579	21,3%
	Par 4 Nuevo Puntuación Total Pretest - Nuevo Puntuación Total Postest	-4,411	7,066	-0,574	11,2%
No	Par 1 Nuevo_utilidad_pretest - Nuevo_utilidad_postest	1,017	2,726	0,373	-5,7%
	Par 2 Nuevo_creencias_pretest - Nuevo_creencias_postest	-0,441	2,848	-0,155	3,7%
	Par 3 Nuevo_actitud profesor_pretest - Nuevo_actitud profesor_postest	0,729	2,579	0,283	-5,8%
	Par 4 Nuevo Puntuación Total Pretest - Nuevo Puntuación Total Postest	1,305	6,519	0,200	-3,1%

Fuente: elaboración propia a partir de SPSS

Podemos ver que en el Grupo Experimental el tamaño del efecto no es significativo en la dimensión “Nuevo Utilidad” con un porcentaje de cambio casi nulo, mientras que en las dimensiones “Nuevo Creencias”, “Nuevo Actitud del Profesor” y en la “Puntuación Total del Test” los tamaños del efecto son moderados y los porcentajes de cambio se sitúan en torno al 20% en las dimensiones y al 11% en la puntuación total del test.

En cuanto al Grupo de Control vemos que los porcentajes de cambio son bajos, situándose en las dimensiones “Nuevo Utilidad”, “Nuevo Actitud del Profesor” y “Puntuación Total del Test” en valores porcentuales negativos, es decir, en esos ítems los alumnos han valorado con puntuaciones más bajas en el postest que en el pretest.

Por tanto, tras los análisis ANCOVA y estos resultados podemos confirmar que se ha producido una mejora de la actitud hacia las matemáticas en el grupo al que se le ha aplicado el tratamiento.

## 9.2 Análisis de resultados en Rendimiento Académico

En este apartado vamos a estudiar si se cumple la segunda hipótesis principal que hemos presentado HP2: Existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado. Para ello, vamos a analizar si efectivamente existen dichas diferencias entre el Grupo Experimental (individuos a los que se les ha aplicado el tratamiento) y el Grupo Control (individuos a los que no se les ha aplicado el tratamiento).

Para realizar este análisis haremos un ANOVA, para determinar si existen diferencias significativas entre las medias de los grupos en la variable dependiente, en este caso el Rendimiento Académico.

### 9.2.1. Análisis de resultados obtenidos en la puntuación total

Primero veremos si existen diferencias en la variable Puntuación Total del Rendimiento Académico entre los alumnos que han cursado la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado el tratamiento y los que no lo han recibido. En este caso la variable dependiente es la puntuación total y el factor fijo el tratamiento.

Los resultados obtenidos se reflejan en las siguientes tablas:

*Tabla 109: Estadísticos Descriptivos para la variable Puntuación Total del Rendimiento Académico*

<b>Tratamiento</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. estándar</b>	<b>N</b>
Sí	10,94	3,773	90
No	9,76	3,318	59
Total	10,48	3,635	149

Fuente: SPSS

Tabla 110: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total del Rendimiento Académico

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
TRAT	49,768	1	49,768	3,840	0,052	0,025
Error	1905,400	147	12,962			
Total	18309,000	149				

Fuente: SPSS

Como vemos en la Tabla 110, tenemos un efecto principal no significativo ( $F=3.840$ ;  $p=.052$ ). Teniendo en cuenta la Tabla 109 vemos que la diferencia entre las medias del Grupo Experimental con el Grupo de Control es más de un punto a favor del Grupo Experimental ( $M_{GE}=10.94$ ;  $M_{GC}=9.76$ ), pero no podríamos asumir que existen diferencias significativas entre las medias a favor del grupo de estudiantes a los que se les ha aplicado el tratamiento. Se sugiere, para futuros estudios, utilizar muestras mayores, de manera que podamos comprobar si esta tendencia se hace significativa o no.

En cualquier caso, vamos a realizar el mismo estudio, pero tomando como referencia la puntuación obtenida en las preguntas relativas al mismo área de contenidos o pilares básicos; es decir, Derivadas, Funciones, Sistemas y Optimización, para ver si persiste esta tendencia.

### 9.2.2. Análisis de resultados obtenidos en la puntuación total de Derivadas

De nuevo vamos a realizar un ANOVA para ver si existen diferencias significativas entre los grupos en la puntuación total del contenido relativo a Derivadas.

Tabla 111: Estadísticos descriptivos para la Puntuación Total de Derivadas

Tratamiento	Media	Desv. estándar	N
Sí	1,86	0,919	90
No	1,49	0,972	59
Total	1,71	0,954	149

Fuente: SPSS

Tabla 112: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total de Derivadas

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
TRAT	4,723	1	4,723	5,346	0,022	0,035
Error	129,868	147	0,883			
Total	571,000	149				

Fuente: SPSS

Podemos observar que el efecto principal es significativo, pero el tamaño del efecto es muy bajo ( $F=5.346$ ;  $p<.05$ ;  $\eta^2=.035$ ); por lo que buscamos la media entre los dos grupos, observando que la media en el Grupo Experimental ( $M_{GE}=1.86$ ;  $DT_{GE}=0.92$ ), es mayor que en el Grupo de Control ( $M_{GC}=1.49$ ;  $DT_{GC}=0.97$ ).

### 9.2.3. Análisis de resultados obtenidos en la puntuación total de Funciones

De la misma forma buscamos si existen diferencias entre ambos grupos respecto a la puntuación obtenida relativa a los contenidos de Funciones. Los resultados tras los análisis realizados son los siguientes:

Tabla 113: Estadísticos descriptivos para la Puntuación Total de Funciones

Tratamiento	Media	Desv. estándar	N
Sí	2,72	1,422	90
No	2,64	1,494	59
Total	2,69	1,447	149

Fuente: SPSS

Tabla 114: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total de Funciones

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
TRAT	0,218	1	0,218	0,103	0,748	0,001
Error	309,581	147	2,106			
Total	1389,000	149				

Fuente: SPSS

En este caso tanto los resultados del ANOVA (que no son significativos), como la diferencia entre medias, son suficientes para afirmar que existen diferencias entre las puntuaciones obtenidas en los contenidos de Funciones entre ambos grupos.

Cabe señalar, que, al ser un contenido ya desarrollado en su mayor parte en Bachillerato, los conocimientos previos de los alumnos sean determinantes en este apartado.

#### 9.2.4. Análisis de resultados obtenidos en la puntuación total de Sistemas

Volvemos a realizar los análisis que se han realizado para las preguntas de rendimiento relativas a Derivadas y Funciones, pero esta vez en aquellas referidas a los contenidos de Sistemas, obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 115: Estadísticos descriptivos para la Puntuación Total de Sistemas

Tratamiento	Media	Desv. estándar	N
Sí	3,28	1,469	90
No	3,20	1,399	59
Total	3,25	1,437	149

Fuente: SPSS

Tabla 116: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total de Sistemas

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
TRAT	0,197	1	0,197	0,095	0,759	0,001
Error	305,615	147	2,079			
Total	1878,000	149				

Fuente: SPSS

Al igual que en la puntuación total obtenida para los contenidos relativos a funciones, no podemos afirmar, en las preguntas de rendimiento académico relativas a sistemas, que se produzcan diferencias significativas entre ambos grupos. Podemos considerar que el motivo puede ser el mismo, ya que una gran parte del contenido procede del área de Bachillerato.

### 9.2.5. Análisis de resultados obtenidos en la puntuación total de Optimización

Por último, realizamos los análisis según los datos obtenidos en las preguntas de rendimiento académico relativas a los contenidos de Optimización. Hemos extraído los siguientes resultados:

Tabla 117: Estadísticos descriptivos para la Puntuación Total de Optimización

Tratamiento	Media	Desv. estándar	N
Sí	3,09	1,924	90
No	2,42	1,567	59
Total	2,83	1,815	149

Fuente: SPSS

Tabla 118: Resultados ANOVA para la variable Puntuación total de Optimización

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
TRAT	15,767	1	15,767	4,914	0,028	0,032
Error	471,696	147	3,209			
Total	1677,000	149				

Fuente: SPSS

En el caso de la variable Puntuación Total para los contenidos de Optimización podemos observar que el efecto principal es significativo, aunque el tamaño del efecto de nuevo es bajo ( $F=4.914$ ;  $p<.05$ ;  $\eta^2=.032$ ), así que tomamos de referencia los estadísticos descriptivos reflejados en la Tabla 117 y observamos que sí existe diferencia entre las medias entre el grupo al que se le ha aplicado el tratamiento, Grupo Experimental ( $M_{GE}=3.09$ ;  $DT_{GE}=1.92$ ) y el Grupo de Control ( $M_{GC}=2.42$ ;  $DT_{GC}=1.57$ ).

### **9.2.6. Conclusiones de los resultados obtenidos en la prueba de Rendimiento Académico**

Tras los análisis realizados, vemos que sí existen diferencias entre el Rendimiento Académico entre el Grupo Experimental y el Grupo de Control, en las preguntas relativas a los contenidos de Derivadas y Optimización, siendo no significativa la diferencia en las preguntas referidas a los contenidos de Funciones y Sistemas.

En cualquier caso, los resultados no son tan definitivos como sí han sido los alcanzados en los análisis de la actitud de los alumnos hacia las Matemáticas. Cabe destacar, que esto puede deberse a que el rendimiento tiene una clara correlación con el conocimiento anterior del alumno y, por tanto, condiciona los resultados en el aspecto del rendimiento académico, mientras que el impacto en el área de las actitudes es claro, al no tener una realización tan directa con los conocimientos previos. También puede deberse a que no hayamos optimizado la intervención experimental en los grupos de tratamiento.

### **9.3 Análisis de resultados en Acción tutorial**

Por último, dentro de estos análisis principales, vamos a estudiar si se cumple la tercera hipótesis principal que hemos presentado HP3: Existen diferencias significativas en la percepción del alumno hacia el acompañamiento entre pares después de haber realizado dicho acompañamiento a través de la Acción tutorial dentro del Grupo Experimental. Para ello, vamos a analizar si efectivamente existen dichas diferencias entre la percepción hacia la acción tutorial antes del tratamiento y después del tratamiento. En este caso sólo estudiaremos los resultados del Grupo Experimental.

Para realizar este estudio realizaremos un análisis de los resultados obtenidos a través de la *t* de Student para muestras relacionados que nos permite comparar las medias de dos series de

mediciones sobre los mismos individuos. En nuestro caso compara los resultados obtenidos para la percepción del alumno sobre el acompañamiento entre pares, antes de la realización de la Acción tutorial y después de haberla aplicado. La medición se realizará sobre el Grupo Experimental, ya que es sobre el que se ha realizado el tratamiento.

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes tablas:

*Tabla 119: Estadísticos descriptivos para la variable Acción tutorial*

		<b>Media</b>	<b>N</b>	<b>Desv. estándar</b>	<b>Media de error estándar</b>
Par 1	Predisposición Acción tutorial	1,43	90	0,671	0,071
	Valoración Acción tutorial	4,63	90	0,814	0,086

Fuente: SPSS

*Tabla 120: Prueba de muestras emparejadas para la variable Acción tutorial*

	<b>Diferencias emparejadas</b>				<b>t</b>	<b>gl</b>	<b>Significación</b>		
	<b>Media</b>	<b>Desv. estándar</b>	<b>Media de error estándar</b>	<b>95% de intervalo de confianza de la diferencia</b>			<b>P de un factor</b>	<b>P de dos factores</b>	
				<b>Inferior</b>					<b>Superior</b>
Predisposición Acción tutorial - Valoración Acción tutorial	-3,200	1,124	0,118	-3,435	-2,965	-27,014	89	0,000	0,000

Fuente: SPSS

En la Tabla 119 podemos ver que hay una diferencia importante entre la media de la percepción de la Acción tutorial antes del tratamiento (M=1.43; DT=0.67) y la media después del tratamiento (M=4.63; DT=0.81), lo que podemos corroborar en la Tabla 120 con valor de la t-student significativo ( $t=27.014$ ;  $p<0.01$ ). Podemos señalar que efectivamente existen diferencias significativas entre la percepción del estudiante antes y después del tratamiento, demostrando así nuestra hipótesis HP3.

## Capítulo 10. Contraste de las hipótesis secundarias

En este capítulo vamos a realizar los análisis complementarios; es decir, el contraste de las hipótesis secundarias.

*Tabla 121: Relación de Hipótesis Secundarias*

HS1	Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo de si estudian o no un doble grado.
HS2	Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo del grupo en el que estudian.
HS3	Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa en función del sexo.
HS4	Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo de si estudian o no un doble grado.
HS5	Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo del grupo en el que estudian.
HS6	Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa en función del sexo.
HS7	Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, dependiendo de si estudian o no un doble grado.
HS8	Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, dependiendo la titulación que estudian.
HS9	Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, en función del sexo.
HS10	Existe relación positiva entre la variable Acción tutorial con la Actitud hacia las Matemáticas.
HS11	Existe relación positiva entre la variable Acción tutorial con el Rendimiento Académico.
HS12	Existe relación positiva entre la variable Rendimiento Académico con la Actitud hacia las Matemáticas.

Fuente: Elaboración propia

A continuación, pasamos a desarrollar los análisis realizados para cada una de las hipótesis propuestas, así como la discusión de los resultados obtenidos.

## 10.1 Análisis de resultados de la Actitud hacia las Matemáticas en función del tipo de titulación, titulación cursada y sexo

### 10.1.1. Análisis de resultados obtenidos en la Actitud hacia las Matemáticas en función del tipo de titulación

La hipótesis planteada es la siguiente: (HS1) “Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo de si estudian o no un doble grado”. Se esperan mejores resultados en el doble grado.

Vamos a observar si existen diferencias en el ítem 16 o ítem criterio, sobre la actitud general hacia las Matemáticas y en la puntuación total de las tres dimensiones definidas: “Nuevo Utilidad”, “Nuevo Creencias” y “Nuevo Actitud del Profesor”.

Para ello realizamos ANOVA de un factor con los siguientes resultados:

Tabla 122: ANOVA HSI

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Nuevo_utilidad_postest	Entre grupos	1,065	1	1,065	0,080	0,778
	Dentro de grupos	1958,197	147	13,321		
	Total	1959,262	148			
Nuevo_creencias_postest	Entre grupos	21,527	1	21,527	1,873	0,173
	Dentro de grupos	1689,721	147	11,495		
	Total	1711,248	148			
Nuevo_actitud_profesor_postest	Entre grupos	6,151	1	6,151	0,654	0,420
	Dentro de grupos	1383,393	147	9,411		
	Total	1389,544	148			

Fuente: SPSS

Si revisamos los resultados obtenidos en el análisis ANOVA y el nivel de significación obtenida vemos que en todas las variables es mayor que .05, por lo que no existen diferencias entre las medias.

A la vista de los resultados podemos concluir que cursar un grado exento o una doble titulación no parece tener efectos sobre la actitud hacia las matemáticas del alumno.

### 10.1.2. Análisis de resultados obtenidos en la Actitud hacia las Matemáticas en función de la titulación cursada

La hipótesis planteada es la siguiente: (HS2) “Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología dependiendo de la titulación que cursan”.

Una vez realizados los análisis obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 123: ANOVA HS2

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Nuevo_utilidad_p ostest	Entre grupos	124,872	4	31,218	2,451	0,049
	Dentro de grupos	1834,390	144	12,739		
	Total	1959,262	148			
Nuevo_creencias_ postest	Entre grupos	204,888	4	51,222	4,897	0,001
	Dentro de grupos	1506,360	144	10,461		
	Total	1711,248	148			
Nuevo_actitud profesor_postest	Entre grupos	156,103	4	39,026	4,556	0,002
	Dentro de grupos	1233,440	144	8,566		
	Total	1389,544	148			

Fuente: SPSS

Vemos que en los resultados del ANOVA todas las significaciones están por debajo de .05 por lo que podemos determinar que existen diferencias de medias entre los grupos.

A continuación, utilizamos la prueba de DMS, para saber entre qué grupos en concreto se dan esas diferencias.

Tabla 124: Prueba de DMS

Variable dependiente		Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig.	
Nuevo_utilidad_postest	ADE A	ADE B	-2,520*	0,914	0,007
		ADE+MK	-0,550	0,882	0,534
		ADE D	-0,202	0,929	0,828
		GAS+ADE E	-1,090	0,989	0,272
	ADE B	ADE A	2,520*	0,914	0,007
		ADE+MK	1,970*	0,875	0,026
		ADE D	2,318*	0,922	0,013
		GAS+ADE E	1,431	0,982	0,147
	ADE+MK	ADE A	0,550	0,882	0,534
		ADE B	-1,970*	0,875	0,026
		ADE D	0,348	0,891	0,697
		GAS+ADE E	-0,540	0,953	0,572
	ADE D	ADE A	0,202	0,929	0,828
		ADE B	-2,318*	0,922	0,013
		ADE+MK	-0,348	0,891	0,697
		GAS+ADE E	-0,888	0,997	0,375
GAS+ADE	ADE A	1,090	0,989	0,272	
	ADE B	-1,431	0,982	0,147	
	ADE+MK	0,540	0,953	0,572	
	ADE D	0,888	0,997	0,375	

Tabla 124 (continuación 1): Prueba de DMS

Variable dependiente		Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig.	
Nuevo_creencias_postest	ADE A	ADE B	-1,983*	0,828	0,018
		ADE+MK	0,589	0,800	0,463
		ADE D	-1,846*	0,842	0,030
	ADE B	GAS+ADE	-2,206*	0,896	0,015
		ADE A	1,983*	0,828	0,018
		ADE+MK	2,572*	0,792	0,001
		ADE D	0,137	0,836	0,870
	ADE+MK	GAS+ADE	-0,223	0,890	0,803
		ADE A	-0,589	0,800	0,463
		ADE B	-2,572*	0,792	0,001
	ADE D	ADE D	-2,435*	0,807	0,003
		GAS+ADE	-2,795*	0,863	0,001
		ADE A	1,846*	0,842	0,030
		ADE B	-0,137	0,836	0,870
	GAS+ADE	ADE+MK	2,435*	0,807	0,003
		GAS+ADE	-0,360	0,903	0,691
ADE A		2,206*	0,896	0,015	
ADE B		0,223	0,890	0,803	
		ADE+MK	2,795*	0,863	0,001
		ADE D	0,360	0,903	0,691

Tabla 124 (continuación 2): Prueba de DMS

Variable dependiente		Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig.	
Nuevo_actitud profesor_postest	ADE A	ADE B	-2,781*	0,750	0,000
		ADE+MK	-0,422	0,723	0,560
		ADE D	-0,200	0,762	0,793
		GAS+ADE	-0,896	0,811	0,271
	ADE B	ADE A	2,781*	0,750	0,000
		ADE+MK	2,358*	0,717	0,001
		ADE D	2,581*	0,756	0,001
		GAS+ADE	1,885*	0,805	0,021
	ADE+MK	ADE A	0,422	0,723	0,560
		ADE B	-2,358*	0,717	0,001
		ADE D	0,222	0,730	0,761
		GAS+ADE	-0,473	0,781	0,545
	ADE D	ADE A	0,200	0,762	0,793
		ADE B	-2,581*	0,756	0,001
		ADE+MK	-0,222	0,730	0,761
		GAS+ADE	-0,696	0,817	0,396
GAS+ADE	ADE A	0,896	0,811	0,271	
	ADE B	-1,885*	0,805	0,021	
	ADE+MK	0,473	0,781	0,545	
	ADE D	0,696	0,817	0,396	

Fuente: SPSS

Después de realizar la prueba de DMS en cuanto a la Dimensión “Nuevo Utilidad”, vemos que se observan diferencias significativas entre los grupos ADE B y los grupos ADE A, GAS+ADE y ADE D. Además, teniendo en cuenta los resultados de la Tabla 125 (a continuación), podemos ver que la media es superior en el grupo ADE B al resto de grupos y que la media en los grupos a los que se les ha aplicado el tratamiento ADE B, ADE+MK y GAS+ADE (Grupo Experimental) es superior al resto, aunque no de forma significativa, en el caso de ADE+MK y GAS+ADE.

Tabla 125: Estadísticos Descriptivos Dimensión “Nuevo Utilidad” por Titulación

		<b>N</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. estándar</b>	<b>Error estándar</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
Nuevo_utilidad_ postest	ADE A	30	16,87	3,893	0,711	6	24
	ADE B	31	19,39	3,148	0,565	12	24
	ADE+MK	36	17,42	4,045	0,674	9	24
	ADE D	29	17,07	3,359	0,624	9	24
	GAS+ADE	23	17,96	3,082	0,643	12	23
	Total	149	17,73	3,638	0,298	6	24

Fuente: SPSS

Para la variable Dimensión “Nuevo Creencias” vemos que aparecen diferencias, entre los grupos ADE B y GAS+ADE con los grupos ADE A y ADE+MK, así como ADE+MK respecto el grupo ADE A y ADE D, que podemos corroborar en la siguiente tabla.

Tabla 126: Estadísticos Descriptivos Dimensión “Nuevo Creencias” por Titulación

		<b>N</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. estándar</b>	<b>Error estándar</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
Nuevo_creencias_ postest	ADE A	30	11,53	3,711	0,678	3	18
	ADE B	31	13,52	2,631	0,473	6	18
	ADE+MK	36	10,94	3,144	0,524	5	18
	ADE D	29	13,38	3,932	0,730	6	18
	GAS+AD E	23	13,74	2,340	0,488	9	18
	Total	149	12,50	3,400	0,279	3	18

Fuente: SPSS

Si tomamos como referencia la Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor”, los resultados en la prueba de DMS (Tabla 124) indican que existen diferencias significativas entre las medias del grupo ADE B, con respecto al resto de los grupos ADE A, ADE+MK, ADE D y GAS+ADE.

Revisando la tabla de estadísticos descriptivos, que añadimos a continuación, observamos que efectivamente aparece muy marcadas esas diferencias. Aunque en el caso de GAS+ADE y ADE+MK que son los otros dos grupos que pertenecen al Grupo Experimental, vemos que las diferencias no son significativas, pero apreciamos que las medias son mayores que el resto, siendo muy notable la diferencia de media para el grupo ADE B.

*Tabla 127: Estadísticos Descriptivos Dimensión “Nuevo Actitud del Profesor” por Titulación*

		<b>N</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. estándar</b>	<b>Error estándar</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
Nuevo_actitud profesor_postest	ADE A	30	11,80	3,295	0,602	3	17
	ADE B	31	14,58	1,979	0,356	11	18
	ADE+MK	36	12,22	3,555	0,592	5	18
	ADE D	29	12,00	2,699	0,501	5	16
	GAS+ADE	23	12,70	2,653	0,553	8	18
	Total	149	12,66	3,064	0,251	3	18

Fuente: SPSS

A la vista de los resultados obtenidos tras los análisis realizados vemos que:

- Dimensión “Nuevo Utilidad”:
  - Existen diferencias significativas entre el grupo ADE B y los grupos ADE A, ADE+MK y ADE D.
  - Observando las medias obtenidas por titulación vemos que el Grupo Experimental, formado por las titulaciones (ADE B, ADE+MK y GAS+ADE), muestra valores superiores con respecto a las titulaciones que conforman el Grupo Control (ADE A y ADE D). En el caso de la titulación ADE B esta diferencia es claramente superior al resto.
- Dimensión “Nuevo Creencias”:
  - Existen diferencias significativas, entre los grupos ADE B y GAS+ADE con respecto a los grupos ADE A y ADE+MK y entre ADE+MK y los grupos ADE A y ADE D.

- Si observamos las medias obtenidas por titulación vemos que dos de las titulaciones pertenecientes al Grupo Experimental, (ADE B y GAS+ADE), muestran valores superiores con respecto a las titulaciones que conforman el Grupo Control (ADE A y ADE D).
- Dimensión “Nueva Actitud del Profesor”:
  - Existen diferencias significativas a favor del grupo ADE B con respecto al resto de grupos.
  - Además, las medias son superiores entre todas las titulaciones que conforman el Grupo Experimental (ADE B, ADE+MK y GAS+ADE) y las titulaciones del Grupo Control (ADE A y ADE D). De igual forma que en la dimensión “Nueva Utilidad”, la media del grupo ADE B es claramente superior al resto.

Podemos por tanto afirmar, que las medias entre los grupos que conforman el Grupo Experimental son mayores a los del Grupo Control en las dimensiones “Nueva Utilidad” y “Nueva Actitud del Profesor”, siendo muy superior en la titulación ADE B. En la dimensión “Nuevas Creencias” dos de las titulaciones del Grupo Experimental (ADE B y GAS+ADE) tienen medias superiores a las titulaciones del Grupo Control (ADE A y ADE D).

Parece, por tanto, que en las dimensiones “Nueva Utilidad” y “Nueva Actitud del Profesor”, es relevante haber recibido el tratamiento, ya que en el Grupo Experimental las medias han sido mejores que en el resto, pero las diferencias significativas en el grupo ADE B nos llevan a pensar que la variable titulación o quizás el docente que imparte esa titulación son determinante a la hora de una mayor puntuación en la actitud hacia las matemáticas. En la dimensión “Nuevas Creencias” sí se han encontrado diferencias entre todos los grupos, por lo que sí parece que sea relevante la titulación en esta dimensión.

### **10.1.3. Análisis de resultados obtenidos en la Actitud hacia las Matemáticas en función del sexo**

La hipótesis planteada es la siguiente: (HS3) “Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa en función del sexo”.

Una vez realizados los análisis obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 128: ANOVA HS3

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Nuevo_utilidad_p ostest	Entre grupos	37,571	1	37,571	2,874	0,092
	Dentro de grupos	1921,691	147	13,073		
	Total	1959,262	148			
Nuevo_creencias_ postest	Entre grupos	1,830	1	1,830	0,157	0,692
	Dentro de grupos	1709,418	147	11,629		
	Total	1711,248	148			
Nuevo_actitud profesor_postest	Entre grupos	6,054	1	6,054	0,643	0,424
	Dentro de grupos	1383,490	147	9,411		
	Total	1389,544	148			

Fuente: SPSS

En este caso vemos que en los resultados del ANOVA todas las significaciones están por encima de .05 por lo que no podemos afirmar que existan diferencias de medias entre los grupos. Sólo en el caso de la variable Nuevo Creencias la significación en la prueba de Levene es menor que .05 por lo que para esta variable concluimos que existen diferencias de varianzas entre los diferentes grupos y tenemos que aplicar el estadístico Welch para determinar si existen diferencias de medias entre los grupos.

Tabla 129: Estadístico de Welch

	Estadístico <sup>a</sup>	g1	g2	Sig.
Welch	0,156	1	139,126	0,693

Fuente: SPSS

El valor del estadístico tiene una significación mayor que .05 por lo que no existen diferencias de medias entre los grupos.

Podemos concluir, que la variable sexo no condiciona la actitud hacia las Matemáticas del alumno, cuando aplicamos el tratamiento experimental.

## 10.2 Análisis de resultados del Rendimiento Académico en función del tipo de titulación, titulación cursada y sexo

### 10.2.1. Análisis de resultados obtenidos del Rendimiento Académico en función del tipo de titulación

La hipótesis planteada es la siguiente: (HS4) “Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo de si estudian o no un doble grado”.

Vamos a observar si existen diferencias en la puntuación total obtenida en la prueba objetiva de rendimiento y en la puntuación parcial de los cuatro contenidos de la asignatura: Nuevo Utilidad, Nuevo Creencias y Nuevo Actitud del Profesor.

Para ello realizamos ANOVA de un factor con los siguientes resultados:

Tabla 130: ANOVA HS4

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
	Total	1389,544	148			
Puntuación Total Rdto. Académico	Entre grupos	34,150	1	34,150	2,613	0,108
	Dentro de grupos	1921,018	147	13,068		
	Total	1955,168	148			

Fuente: SPSS

El valor obtenido en el ANOVA y su nivel de significación, en este caso  $p > .05$ , indica que no hay diferencia de medias entre los grupos; es decir, la puntuación de la prueba de Rendimiento Académico no varía significativamente en función de si se está estudiando un grado exento o una doble titulación.

### 10.2.2. Análisis de resultados obtenidos del Rendimiento Académico en función del grupo en el que estudian

La hipótesis planteada es la siguiente: (HS5) “Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo del grupo en el que estudian”.

Una vez realizados los análisis obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 131: ANOVA HS5

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Puntuación Total Rdto. Académico	Entre grupos	220,528	4	55,132	4,577	0,002
	Dentro de grupos	1734,640	144	12,046		
	Total	1955,168	148			

Fuente: SPSS

Al estudiar los resultados del ANOVA vemos que presenta un valor  $p < .05$  lo que indica que sí existen diferencias de medias entre los grupos. Para determinar entre qué grupos existen dichas diferencias realizamos la prueba de DMS, cuyos resultados recogemos en la siguiente tabla:

Tabla 132: Prueba de DMS

Variable dependiente		Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig.	
Puntuación Total Rdto. Académico	ADE A	ADE B	0,257	0,889	0,773
		ADE+MK	0,828	0,858	0,336
		ADE D	2,449*	0,904	0,008
		GAS+ADE	-1,555	0,962	0,108
	ADE B	ADE A	-0,257	0,889	0,773
		ADE+MK	0,571	0,850	0,503
		ADE D	2,192*	0,897	0,016
		GAS+ADE	-1,812	0,955	0,060
	ADE+MK	ADE A	-0,828	0,858	0,336
		ADE B	-0,571	0,850	0,503
		ADE D	1,622	0,866	0,063
		GAS+ADE	-2,383*	0,926	0,011
	ADE D	ADE A	-2,449*	0,904	0,008
		ADE B	-2,192*	0,897	0,016
		ADE+MK	-1,622	0,866	0,063
		GAS+ADE	-4,004*	0,969	0,000
GAS+ADE	ADE A	1,555	0,962	0,108	
	ADE B	1,812	0,955	0,060	
	ADE+MK	2,383*	0,926	0,011	
	ADE D	4,004*	0,969	0,000	

Fuente: SPSS

Observamos que las diferencias de medias significativas se producen entre los grupos ADE A, ADE B y GAS+ADE respecto a ADE D y GAS+ADE respecto a ADE+MK.

### 10.2.3. Análisis de resultados obtenidos del Rendimiento Académico en función del sexo

La hipótesis planteada es la siguiente: (HS6) “Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa en función del sexo”.

Una vez realizados los análisis obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 133: ANOVA HS6

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Puntuación Total Rdto. Académico	Entre grupos	119,787	1	119,787	9,594	0,002
	Dentro de grupos	1835,380	147	12,486		
	Total	1955,168	148			

Fuente: SPSS

Los análisis realizados determinan que existen diferencias de medias entre los grupos dado que la significación es  $p=.002$ .

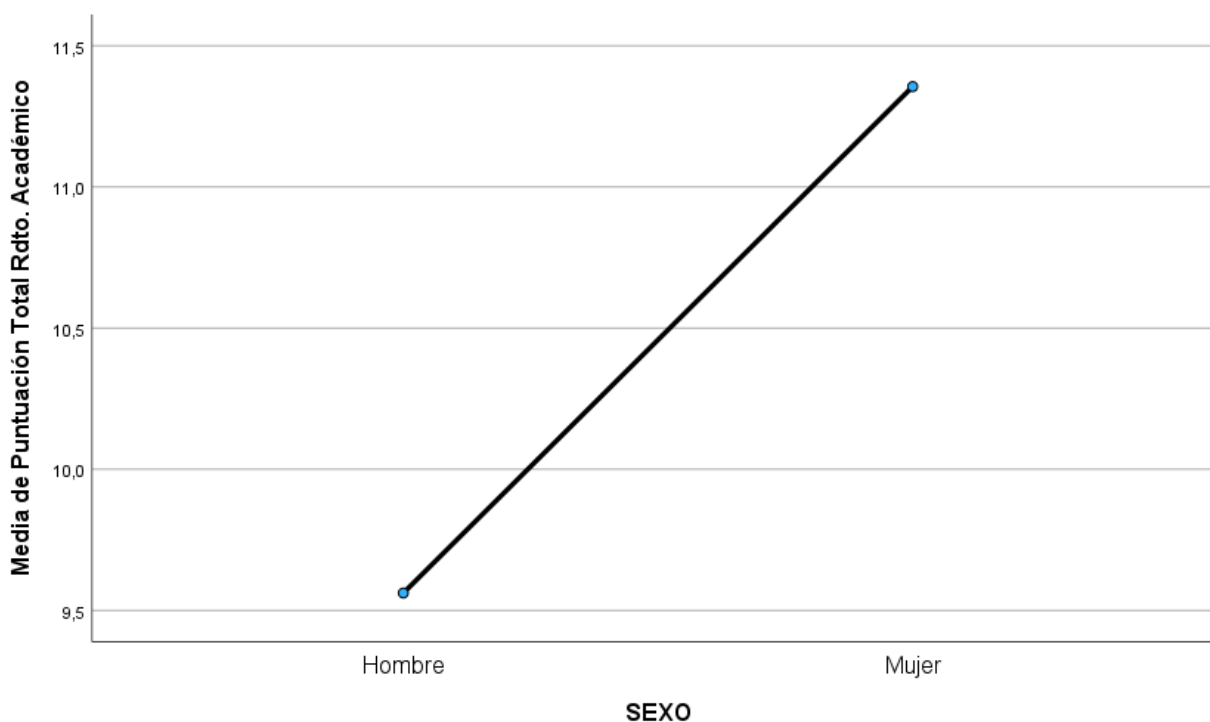


Figura 11: Medias por sexo en la puntuación total de la prueba de Rendimiento Académico

Fuente: SPSS

En la Figura 11 se observa que existe una diferencia significativa, de casi dos puntos, entre las medias de las mujeres con respecto a los hombres en la puntuación obtenida en la prueba objetiva de rendimiento académico, a favor de las mujeres.

### 10.3 Análisis de resultados de la Acción tutorial en función del tipo de titulación, titulación cursada y sexo

#### 10.3.1. Análisis de resultados obtenidos de la Acción tutorial en función del tipo de titulación

La hipótesis planteada es la siguiente: (HS7) “Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, dependiendo de si estudian o no un doble grado”.

Para ello realizamos ANOVA de un factor con los siguientes resultados:

Tabla 134: ANOVA HS7

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Valoración Acción tutorial	Entre grupos	0,007	1	0,007	0,010	0,921
	Dentro de grupos	58,893	88	0,669		
	Total	58,900	89			

Fuente: SPSS

Al aplicar ANOVA obtenemos un valor con un  $p > 0.05$  lo que indica que no hay diferencias de medias entre grupos; es decir, que el alumno estudie un grado exento o una doble titulación es independiente de la valoración de la Acción tutorial.

#### 10.3.2. Análisis de resultados obtenidos de la Acción tutorial en función de la titulación cursada

La hipótesis planteada es la siguiente: (HS8) “Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, dependiendo de la titulación que estudian”.

Una vez realizados los análisis obtenemos los siguientes resultados:

*Tabla 135: ANOVA HS8*

		<b>Suma de cuadrados</b>	<b>gl</b>	<b>Media cuadrática</b>	<b>F</b>	<b>Sig.</b>
Valoración Acción tutorial	Entre grupos	1,499	2	0,749	1,136	0,326
	Dentro de grupos	57,401	87	0,660		
	Total	58,900	89			

Fuente: SPSS

Tras los análisis vemos que existe igualdad de medias entre grupos. Es decir, no existen diferencias en la valoración de la Acción tutorial en función de la titulación cursada.

### **10.3.3. Análisis de resultados obtenidos de la Acción tutorial en función del sexo**

La hipótesis planteada es la siguiente: (HS9) “Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, en función del sexo”.

Una vez realizados los análisis obtenemos los siguientes resultados:

*Tabla 136: ANOVA HS9*

		<b>Suma de cuadrados</b>	<b>gl</b>	<b>Media cuadrática</b>	<b>F</b>	<b>Sig.</b>
Valoración Acción tutorial	Entre grupos	3,425	1	3,425	5,433	0,022
	Dentro de grupos	55,475	88	0,630		
	Total	58,900	89			

Fuente: SPSS

En la tabla anterior observamos que existen diferencias de medias entre los grupos, dado que la significación  $p=0.022$  es menor que  $.05$ .

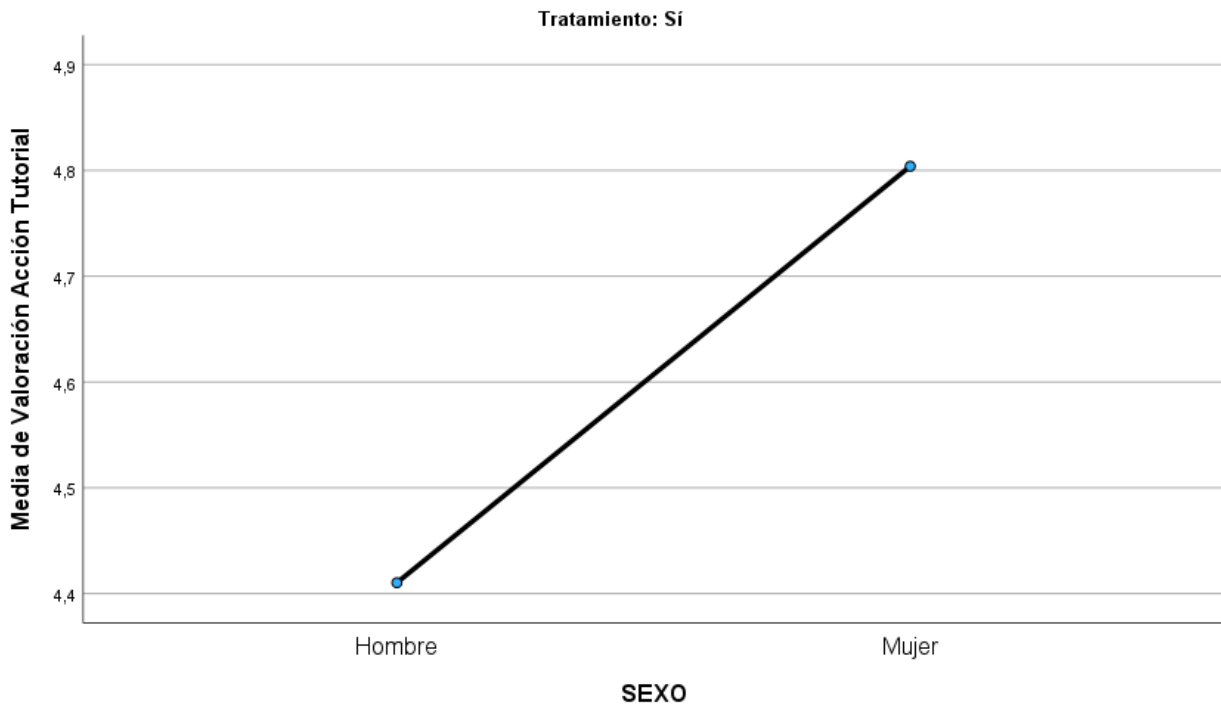


Figura 12: Media de la valoración de la Acción tutorial en función del sexo

Fuente: SPSS

En el gráfico anterior podemos ver que efectivamente la diferencia entre medias se inclina hacia el sexo femenino sobre el sexo masculino. Las mujeres tienen una valoración significativamente mejor sobre la Acción tutorial.

#### 10.4 Análisis de la correlación entre las variables

Por último, estudiamos si existe algún tipo de correlación entre las tres variables principales: Actitud hacia las Matemáticas, Rendimiento Académico y Acción tutorial. Para ello las hipótesis planteadas son las siguientes: (HS10) “Existe relación positiva entre la variable Acción tutorial con la Actitud hacia las Matemáticas”. (HS11) “Existe relación positiva entre la variable Acción tutorial con el Rendimiento Académico”. (HS12) “Existe relación positiva entre la variable Rendimiento Académico con la Actitud hacia las Matemáticas”.

Para realizar estos análisis utilizamos el coeficiente de correlación de Pearson; es una prueba paramétrica que mide el grado de asociación entre dos variables. Ofrece los siguientes resultados:

Tabla 137: Coeficiente de correlación de Pearson

		<b>Nuevo Puntuación Total Postest</b>	<b>Puntuación Total Rdto. Académico</b>	<b>Valoración Acción tutorial</b>
Nuevo Puntuación Total Postest	Correlación de Pearson	1	,254**	,237*
	Sig. (bilateral)		0,002	0,024
	N	149	149	90
Puntuación Total Rdto. Académico	Correlación de Pearson	,254**	1	,495**
	Sig. (bilateral)	0,002		0,000
	N	149	149	90
Valoración Acción tutorial	Correlación de Pearson	,237*	,495**	1
	Sig. (bilateral)	0,024	0,000	
	N	90	90	90

Fuente: SPSS

Según los resultados obtenidos observamos que la correlación es significativa  $p < .05$  para todos los cruces de variables y además en todos los casos la relación es positiva.

Por pares, observamos que existe relación positiva entre la Actitud hacia las Matemáticas y el Rendimiento Académico del alumno ( $\rho = .254$ ;  $\eta = .002$ ); es decir, a mejor actitud hacia las matemáticas mejor rendimiento en la asignatura y viceversa. En el caso de la Actitud hacia las Matemáticas y la Acción tutorial ( $\rho = .237$ ;  $\eta = .024$ ), también existe relación positiva, por lo que los alumnos con mejor actitud hacia las matemáticas también valoran más positivamente el acompañamiento a través de la acción tutorial. Por último, existe también relación positiva entre las variables Rendimiento Académico y Acción tutorial ( $\rho = .495$ ;  $\eta = .00$ ); esta relación es la más “fuerte” que se produce entre las variables estudiadas e indica que aquellos alumnos con mejor rendimiento en la asignatura valoran más positivamente el acompañamiento de la Acción tutorial.

Tiene sentido que la relación entre estas dos variables sea más intensa, ya que la Acción tutorial, entre otros, busca la mejora del rendimiento del alumno a través de las sinergias entre los alumnos.

Una vez hemos observado que existe relación entre todas las variables, vamos a realizar el mismo análisis, pero segmentando los datos según se haya aplicado o no el tratamiento, es decir, por Grupo Experimental y Grupo Control.

De nuevo utilizamos el coeficiente de correlación de Pearson con los resultados que se aportan a continuación:

Tabla 138: Coeficiente de correlación de Pearson en función del tratamiento

Tratamiento		Nuevo Puntuación Total Postest	Puntuación Total Rdto. Académico	Valoración Acción tutorial	
Sí	Nuevo Puntuación Total Postest	Correlación de Pearson	1	,326**	,237*
		Sig. (bilateral)		0,002	0,024
		N	90	90	90
	Puntuación Total Rdto. Académico	Correlación de Pearson	,326**	1	,495**
		Sig. (bilateral)	0,002		0,000
		N	90	90	90
	Valoración Acción tutorial	Correlación de Pearson	,237*	,495**	1
		Sig. (bilateral)	0,024	0,000	
		N	90	90	90
No	Nuevo Puntuación Total Postest	Correlación de Pearson	1	0,097	. <sup>c</sup>
		Sig. (bilateral)		0,465	
		N	59	59	0
	Puntuación Total Rdto. Académico	Correlación de Pearson	0,097	1	. <sup>c</sup>
		Sig. (bilateral)	0,465		
		N	59	59	0
	Valoración Acción tutorial	Correlación de Pearson	. <sup>c</sup>	. <sup>c</sup>	. <sup>c</sup>
		Sig. (bilateral)			
		N	0	0	0

Fuente: SPSS

Si observamos los resultados obtenidos para el Grupo Experimental, al que se le ha aplicado el tratamiento, tenemos que de nuevo existe un efecto significativo para todo el cruce las variables.

Siendo del mismo tamaño el efecto para las relaciones entre la actitud hacia las matemáticas y la acción tutorial y entre la acción tutorial y el rendimiento académico. Cabe recordar que en el Grupo Control no han tenido ningún indicador frente a la acción tutorial, ya que no se les ha aplicado el tratamiento.

En el caso de la relación entre la actitud hacia las matemáticas y el rendimiento académico la correlación es superior si tomamos sólo en cuenta el Grupo Experimental ( $\rho=.326$ ;  $\eta<.05$ ); es decir, los alumnos que han recibido el tratamiento tienen una mejor actitud hacia las matemáticas y en consecuencia mejor calificación académica.

En el caso del Grupo Control, sólo es posible ver la relación entre la variable Actitud hacia las Matemáticas y el Rendimiento Académico, ya que no hay valoración para la Acción tutorial. Teniendo en cuenta esto, vemos que el efecto no es significativo ya que tienen un valor  $\alpha>.05$ , por lo que para los alumnos que están dentro del Grupo Control no se puede establecer ningún tipo de relación entre la actitud hacia las matemáticas y el rendimiento en la asignatura.

### **PARTE III CONCLUSIONES**



## **Capítulo 11. Discusión del resultados, conclusiones y recomendaciones**

En este capítulo procedemos a comentar los logros alcanzados durante el desarrollo de esta investigación, con relación a los objetivos que nos habíamos propuesto.

Posteriormente, realizaremos un resumen y comentaremos los principales resultados en el estudio de campo, que nos permitirán presentar las conclusiones más relevantes, así como una propuesta de recomendaciones pedagógicas al respecto.

### **11.1 Objetivos y síntesis de resultados**

El objetivo general de esta investigación es la búsqueda de la mejora, dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiante, en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa y por tanto la búsqueda de una metodología adaptada a este objetivo. La investigación realizada trata de asegurar que se pueda medir la repercusión de la intervención pedagógica a través del impacto en la actitud del alumno hacia la asignatura y en el rendimiento académico. Por tanto, podemos definir como el objetivo principal la formalización de un plan de intervención con una metodología basada en aprendizaje significativo y dos objetivos específicos que están plenamente relacionados con el estudio de campo: medir el impacto de esta metodología en la actitud del alumno y en el rendimiento académico, siendo necesario en ambos casos diseñar y validar un instrumento de medida adecuado a cada una de esas variables dependientes.

#### **11.1.1. Desarrollo de la metodología**

En lo que respecta a la selección de la metodología y su adecuación, al desarrollo en el marco de esta investigación en el contexto de la formación de grado universitario en empresa dentro del campo de las matemáticas, y a las bases sobre las cuáles se ha definido en los primeros capítulos de la tesis hemos revisado la evolución en el estudio en la enseñanza de las matemáticas y el estado actual en la educación en general y en especial en la educación universitaria, para posteriormente revisar los distintos modelos de aprendizaje, así como las estrategias didácticas asociadas a los mismos. Hemos mostrado cómo a través de los diferentes modelos de aprendizaje el rol del profesor y del estudiante varían y toman mayor o menor relevancia y cómo la adquisición de roles diferentes mejora el proceso de enseñanza-aprendizaje. Así mismo, hemos podido mostrar cómo es necesario ver al alumno no sólo

en su plano cognoscitivo sino también su plano emocional y social y tener en cuenta este ámbito a la hora de buscar una metodología que contemple todos estos aspectos.

El desarrollo del programa de intervención, a través de las estrategias didácticas establecidas, ha tenido en cuenta por una parte el componente cognitivo del alumno, cómo aprende, qué necesita y para qué lo aprende y por otra parte el componente emocional y social, cómo se siente el alumno, cómo se enfrenta el alumno a la asignatura dentro del grupo de clase. Sobre la base de estas dos dimensiones se articula la Ficha de Aprendizaje, como el vehículo que pretende mejorar y remover la dimensión cognitiva del alumno y el Acompañamiento entre pares, como sustento para la dimensión más emocional y social.

La Ficha de Aprendizaje se ha diseñado para potenciar la dimensión cognitiva del estudiante. Se ha construido la ficha como una línea temporal en la que conectar conocimientos pasados con nuevos conceptos y de esa forma construir nuevo conocimiento que sea válido para la vida profesional o para posteriores estudios. De esta forma, el estudiante conoce en un simple vistazo, (a través de la ficha), qué conceptos va a estudiar, con qué conocimientos pasados podemos relacionarlo, en qué aspectos vamos a profundizar y para qué conocimientos futuros es necesario.

Teniendo en cuenta la Guía Docente de la asignatura en cursos anteriores y el desarrollo de contenido que aparecía en las mismas se identificaron los pilares básicos de conocimiento para conseguir los objetivos de aprendizaje. Los pilares básicos obtenidos fueron: derivadas, comportamiento de funciones, optimización en varias variables y análisis de compatibilidad. A estos pilares se les asignaron una serie de contenidos teóricos que lo fundamentan.

Cada pilar básico debía estar estructurado y desarrollado a través de una ficha de aprendizaje. Todas las fichas de aprendizaje debían tener una estructura genérica común, que es la que pasó a desarrollarse en el capítulo tres y en la que se recogen los siguientes ítems:

- Título
- Objetivo general
- Objetivos básicos observables
- Competencias
- Resultados de aprendizaje
- Actividades
- Rúbricas de Evaluación

Una vez establecidos el título de cada ficha, que se corresponde con el pilar básico y el objetivo general o propósito a alcanzar dentro de la misma, se definieron los objetivos básicos observables que recordamos a continuación:

- Identificación de la idea principal
- Traducción a lenguaje matemático
- Pensamiento crítico
- Mejora en el cálculo matemático
- Diferentes formas de resolver un problema
- Las respuestas inexactas pueden ser adecuadas
- Generalización de modelos
- Creatividad
- Localización de errores
- Análisis de resultados
- Comunicación y colaboración

Dentro de las competencias, se consignan las competencias específicas o más concretamente, los conocimientos, habilidades y competencias, así mismo se detallan los resultados de aprendizaje que se espera que el alumno debe alcanzar una vez haya terminado con el estudio del pilar básico correspondiente.

De la misma forma y en la misma ficha aparecen las actividades de aprendizaje que van a hacer posible el proceso, diseñándose con niveles de conocimiento, profundidad y exigencia que van desde lo más básico a lo más avanzado, desde lo más general hasta lo más específico. El diseño de estas actividades es central dentro de la ficha de aprendizaje ya que aluden a las actividades estratégicas desarrolladas por el docente para que el alumno pueda alcanzar un verdadero aprendizaje significativo de la materia. En ese capítulo se desarrolló el diseño de las diferentes actividades consignéndolas según su dificultad en el proceso cognitivo entre básicas, aplicadas y avanzadas y se diseñaron a su vez rúbricas concretas encaminadas a dar un *feedback* eficaz para que el alumno pueda extraer no sólo un comentario cuantitativo o cualitativo, sino una retroalimentación efectiva que le ayude a conectar el cómo y el para qué.

De esta forma se ha logrado diseñar una ficha que engloba toda la información fundamental de cada pilar básico, con relación, no sólo a los contenidos, sino con algo tan o más importante que son los porqués, cómo y para qué.

Una vez definida la ficha de aprendizaje tiene vital importancia cómo se traslada al alumno y cómo se la hace parte integral del proceso de aprendizaje. Se define por tanto cómo debe ser implantada, tanto a nivel de conocimiento del alumno, como aplicada a través de las diferentes actividades, siendo su colofón final la realización de un *focus group* al término de la misma.

El otro elemento clave en la metodología aplicada para esta investigación será el Proceso de Acción Tutorial: acompañamiento entre pares. En el capítulo tres se aborda lo que comentábamos anteriormente del aspecto emocional y social del estudiante, ya que un proceso de enseñanza-aprendizaje eficiente debe atender tanto a la parte cognitiva del alumno como a su parte emocional y social. Este último aspecto se considera a través del acompañamiento del alumno, siendo la tutoría y sus diferentes formas uno de los modelos de acompañamiento más estandarizados. Haciendo una revisión de las distintas acepciones del concepto tutoría y los diferentes tipos de tutoría que podemos encontrar, es esta concepción de Freire la que desarrollamos a través del Proceso de Acción Tutorial “el proceso de enseñar está tan cerca del de aprender que no se deben desligar nunca el uno del otro. Enseñas mientras aprendes y aprendes mientras enseñas” (Freire, 2008). Este es el punto de partida para desarrollar el acompañamiento entre pares. En el transcurso del capítulo desarrollamos este proceso en el que el alumno se convierte a la vez tutor y tutorando dentro de la pareja que se establece para realizar el acompañamiento entre pares. Exponemos también los puntos fuertes de este proceso, así como los posibles efectos negativos y qué pasos debe seguir el docente para evitar estos posibles efectos.

Como resultado de la implantación de estas dos estrategias didácticas y con el objetivo de medir el impacto de las mismas sobre la actitud hacia las matemáticas y el rendimiento académico del alumno se diseñan dos instrumentos de medida cuyos aspectos más relevantes se presentan en los siguientes apartados.

### **11.1.2. Cuestionario Actitud hacia las Matemáticas**

Dado que uno de los objetivos de esta investigación es, a través de la metodología antes descrita, mejorar la actitud del estudiante hacia la asignatura de Matemáticas, uno de los logros alcanzados ha sido desarrollar un instrumento de medida para cuantificar la motivación de los estudiantes hacia las matemáticas.

En el capítulo cuatro se han revisado las principales y relevantes pruebas existentes que miden la actitud hacia las Matemáticas, para posteriormente conformar el diseño de nuestro propio instrumento.

En una primera fase se determinaron y desarrollaron las tres dimensiones que se consideran relevantes para nuestro estudio y posteriormente las subdimensiones que engloban cada una de ellas, para conformar un diseño estructurado.

Sobre la base de estas dimensiones y subdimensiones se elaboraron los ítems específicos, conformando un total de quince ítems y añadiendo un último ítem como criterio global.

Se añadieron además ítems de identificación respecto a información personal del estudiante, tales como la titulación, el grupo, sexo, etc.

Finalmente, el cuestionario final se diseñó con una primera estructura de ítems de identificación, no pudiendo ser la identidad del alumno identificada en ningún momento, seguida de quince ítems clasificados según dimensiones y subdimensiones y un ítem final, denominado ítem criterio, que recoge la valoración global de la actitud del alumno hacia las matemáticas.

Posteriormente se realizó la validación de contenido, a través del juicio del Comité de Expertos conformado por quince especialistas del ámbito de la educación y de las matemáticas. La evaluación se produjo en dos partes. Primero la validación de los ítems del cuestionario sobre los principios de adecuación, coherencia y claridad y segundo por las valoraciones generales del propio cuestionario.

Una vez recogidas todas las valoraciones del Comité de Expertos se reformuló el cuestionario y se conformó el cuestionario final que posteriormente se aplicó al Grupo Experimental en el estudio de campo.

El cuestionario diseñado y la determinación de las dimensiones y subdimensiones ha permitido realizar la medición de la actitud de los estudiantes frente a las Matemáticas en base a los objetivos previstos, así como un diseño de los ítems que expliquen dichas dimensiones o subdimensiones de forma clara e inequívoca, para poder tener un reflejo de la percepción de los alumnos. De esta forma seremos capaces de identificar áreas de mejora y diseñar intervenciones educativas más efectivas. Por tanto, no solo contribuimos al conocimiento académico, sino que también se obtienen implicaciones prácticas para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en otros contextos.

### **11.1.3. Prueba Objetiva de Rendimiento**

De igual forma que en el epígrafe anterior y teniendo en cuenta el objetivo de medir la actitud hacia las matemáticas, después de la aplicación de la metodología descrita y teniendo en cuenta que a

través de esta metodología se pretende mejorar el rendimiento académico del alumno, es necesario diseñar un instrumento de medida *ad hoc*.

En el capítulo cinco se revisan las diferentes acepciones de rendimiento académico, así como los factores que inciden en él y los diferentes métodos de evaluación. A la luz de todos los autores se diseña un instrumento interno de medida del rendimiento que se considera lo más adecuado dado el objeto de nuestra investigación. Elaboramos una prueba objetiva de rendimiento de carácter sumativo.

El diseño de la prueba se realizó conforme a las siguientes etapas que recordamos:

- 1) Determinar el fin de la prueba.
- 2) Definir los contenidos de esta.
- 3) Asignar un peso relativo a cada contenido con respecto al conjunto de la asignatura.
- 4) Elección número de ítems.
- 5) Definir los objetivos generales de la prueba y relacionarlos con cada ítem.

De la misma forma se utilizó una tabla de especificaciones que recoge los temas, objetivos, el peso del tema, número de ítems y nivel de dificultad. De acuerdo con esta plantilla se formulan los ítems del tipo de respuesta cerrada u opción múltiple, considerando y conformando un total de veinte ítems que recogen los cuatro pilares básicos de la asignatura, con peso relativo sobre la importancia dentro de la materia y a una distribución de los niveles de dificultad según la plantilla de especificaciones.

El desarrollo de forma sistemática de la prueba objetiva de rendimiento ha sido crucial para los resultados de esta investigación, permitiéndonos medir con una prueba general sobre los contenidos clave de los pilares básicos, el conocimiento del alumno, obteniendo una métrica comparable para todos los grupos.

El diseño de la prueba no sólo ha sido relevante para esta investigación, sino que puede serlo también como desarrollo para pruebas futuras de rendimiento objetivables, tanto para la asignatura de Matemáticas como para otras materias.

En los capítulos ocho, nueve y diez se han realizado los análisis previos, fundamentales y complementarios de la investigación realizada. A continuación, presentamos brevemente los resultados en cada una de las hipótesis formuladas.

HP1: Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.

Tras realizar un análisis ANCOVA podemos comprobar que sí existen diferencias significativas y que por tanto nos permite rechazar la hipótesis nula y confirmar la hipótesis de nuestro estudio. Efectivamente la valoración de la actitud hacia las matemáticas es mejor en el Grupo Experimental que en el Grupo de Control después haber aplicado al primero la metodología desarrollada. Este punto se ve reforzado por el análisis de la variable ítem criterio, donde se ratifican dichas diferencias a favor del Grupo Experimental.

Si observamos los resultados por dimensiones tenemos que en la dimensión “Nueva Actitud del Profesor” existen diferencias significativas entre el Grupo Experimental y el Grupo Control. En las otras dos dimensiones “Nueva Utilidad” y “Nuevas Creencias”, aunque no existen diferencias significativas entre los grupos cuando analizamos las diferencias de medias de ambos grupos antes y después de la aplicación del tratamiento, sí podemos observar una mejora que parece sustancial en la media del Grupo Experimental en ambas dimensiones, respecto al Grupo Control (diferencia que en términos poblacionales no podemos afirmar).

En conclusión, la actitud hacia las Matemáticas del Grupo Experimental es significativamente mejor que la del Grupo Control, una vez aplicado el tratamiento al Grupo Experimental. No en todas sus dimensiones, pero sí en la mayoría.

HP2: Existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa a los que se ha aplicado la nueva metodología y los alumnos a los que no se les ha aplicado.

En este caso se ha realizado un análisis ANOVA y observamos que no existen diferencias significativas en la variable dependiente global y sí en algunas de sus dimensiones. Tras realizar los análisis correspondientes en cada una de las dimensiones, que se corresponden con los pilares básicos descritos, sí existen diferencias significativas en el rendimiento académico obtenido por los alumnos que pertenecen al Grupo Experimental respecto al Grupo de Control, después de haber aplicado el tratamiento, en las dimensiones correspondientes a los pilares básicos de derivadas y optimización a favor del Grupo Experimental, pero con un tamaño del efecto bajo, por lo que se observan las diferencias entre medias y se corrobora que el efecto es positivo en ambas dimensiones.

En cuanto a las dimensiones de los pilares función y sistemas, no se encuentran diferencias significativas y las diferencias entre medias son pequeñas, aunque a favor del Grupo Experimental.

En función de los datos obtenidos se concluye que el rendimiento académico del Grupo Experimental, después del tratamiento, es significativamente mejor al del Grupo Control, en algunas de sus dimensiones.

HP3: Existen diferencias significativas en la percepción del alumno hacia el acompañamiento entre pares después de haber realizado dicho acompañamiento a través de la Acción tutorial dentro del Grupo Experimental.

En este caso se realizó un análisis con el estadístico t de Student solo al Grupo Experimental, ya que sólo se ha aplicado el acompañamiento a esta parte de la muestra. El análisis de los resultados concluye que existen diferencias significativas en la percepción del estudiante sobre el acompañamiento entre pares después de la aplicación del tratamiento.

En cuanto a los resultados de los análisis complementarios obtuvimos lo siguiente:

HS1: Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo de si estudian o no un doble grado.

Se ha realizado un análisis ANOVA y se ha visto el efecto en cada una de las dimensiones del cuestionario observando que no existen diferencias significativas entre las medias, por lo que cursar un grado exento o una doble titulación no tiene efectos diferenciales sobre la actitud hacia las matemáticas del alumno.

HS2: Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo del grupo en el que estudian.

A la vista de los resultados obtenidos tras los análisis obtenemos que en la dimensión Nuevo Utilidad existen diferencias significativas del grupo ADE B, con el resto de los grupos y diferencias entre medias de los grupos que conforman el Grupo Experimental respecto a los que conforman el Grupo Control. En cuanto a la dimensión Nuevo Creencias existen diferencias significativas entre los grupos ADE B y GAS+ADE respecto a ADE A y ADE+MK y ADE D con respecto ADE A y ADE+MK. Y por último en la dimensión Nuevo Actitud del Profesor aparecen diferencias

significativas a favor del grupo ADE B con respecto a todos los grupos. Además, las medias son superiores entre todos los grupos que forman parte del Grupo Experimental y los del Grupo Control.

Podemos por tanto concluir, que las medias entre los grupos que conforman el Grupo Experimental son mayores a los del Grupo Control en todas las dimensiones y que además en el grupo ADE B son significativas, por tanto, el grupo en el que estudian los alumnos sí es relevante a la hora de una mejor actitud hacia las matemáticas, estando marcado por si se les ha aplicado o no el tratamiento y por el docente que imparte la asignatura.

HS3: Existen diferencias significativas en la actitud hacia las matemáticas entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa en función del sexo.

Tras realizar los análisis necesarios no se observan diferencias significativas, por lo que podemos concluir que la variable sexo no afecta a la actitud hacia las matemáticas.

HS4: Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo de si estudian o no un doble grado.

Del mismo modo que en la hipótesis anterior el estudiar un grado exento o una doble titulación no condiciona el rendimiento académico del alumno.

HS5: Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa dependiendo del grupo en el que estudian.

Existen diferencias significativas respecto al rendimiento académico según la titulación cursada.

HS6: Existen diferencias significativas en el Rendimiento Académico entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa en función del sexo.

En el caso de la variable sexo sí se producen diferencias significativas a favor de las mujeres en el rendimiento académico, de forma que obtienen mejores resultados que los hombres en las calificaciones finales.

HS7: Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, dependiendo de si estudian o no un doble grado.

Dentro del Grupo Experimental, que es donde se ha desarrollado el Programa de Acción tutorial, no se encuentran diferencias significativas en función de si estudian un grado exento o una doble titulación.

HS8: Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, dependiendo la titulación que estudian.

En cuanto si el grupo en el que estudian afecta a la percepción del Programa de Acción tutorial vemos que tampoco es relevante.

HS9: Existen diferencias significativas en la percepción de la Acción tutorial entre los alumnos universitarios de la UFV que cursan la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Empresa y se les ha aplicado la nueva metodología, en función del sexo.

Con respecto al sexo vemos que la percepción del Programa de Acción tutorial entre hombres y mujeres es positiva a favor de las mujeres. Las mujeres valoran mejor el programa que los hombres.

HS10: Existe relación positiva entre la variable Acción tutorial con la Actitud hacia las Matemáticas.

Tras los análisis realizados observamos que existe relación positiva entre la Actitud hacia las Matemáticas y la Acción tutorial, por lo que los alumnos con mejor actitud hacia las matemáticas valoran más positivamente el acompañamiento a través de la acción tutorial.

HS11: Existe relación positiva entre la variable Acción tutorial con el Rendimiento Académico.

También existe relación positiva entre las variables Acción tutorial y Rendimiento Académico, esta relación es la más fuerte que se produce dentro de las variables e indica que aquellos alumnos con mejor rendimiento en la asignatura valoran positivamente el acompañamiento de la Acción tutorial y viceversa.

HS12: Existe relación positiva entre la variable Rendimiento Académico con la Actitud hacia las Matemáticas.

En el caso del Rendimiento Académico del alumno y la Actitud hacia las Matemáticas, también existe relación positiva, a mejor actitud hacia las matemáticas mejor rendimiento en la asignatura y viceversa.

## **11.2 Discusión de resultados y conclusiones**

Tras sintetizar los principales resultados, surgen algunas cuestiones a modo de reflexión o discusión a propósito de estos.

Los resultados obtenidos, por el momento, nos llevan a afirmar de entrada lo siguiente:

- La metodología aplicada es beneficiosa, tanto para mejorar la actitud del estudiante hacia las matemáticas, así como para incrementar el rendimiento académico. Es necesario, por tanto, seguir trabajando en esta línea para afianzar los resultados obtenidos e incrementarlos a futuro.
- La ficha de aprendizaje se contempla como un recurso valioso que el alumno incluye dentro de su proceso de enseñanza-aprendizaje y que le ayuda a entender todo el proceso como un todo y no como partes inconexas o levemente conectadas.
- El acompañamiento entre pares y el proceso de Acción Tutorial como estrategia, se entienden como una fortaleza a la hora de ayudar a mejorar la actitud del alumno, así como su rendimiento. Es importante, continuar esta línea de trabajo para que las mejoras sean más sustanciales.
- La dimensión de actitud del profesor es clave en cuanto a la actitud del alumno hacia las matemáticas. Los resultados obtenidos en ella así lo demuestran.
- La actitud del alumno hacia las matemáticas y el rendimiento académico en la asignatura están relacionadas de forma positiva, a mejor actitud mayor rendimiento y viceversa.

En función de los resultados obtenidos y teniendo en cuenta los autores consultados como referencias bibliográficas, podemos afirmar que:

- a) Una metodología basada en aprendizaje significativo, en la que se pone en el centro al alumno y es responsable de su propio aprendizaje, mejora la actitud hacia las matemáticas. En los resultados obtenidos tras los análisis del trabajo de campo se obtuvo que existen diferencias significativas entre la actitud hacia las matemáticas del Grupo Experimental y el Grupo de Control. Estos resultados coinciden con los encontrados por Palomino (2018) en su tesis

“Aprendizaje significativo y las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes del VII ciclo, en la Institución Educativa 1227-Ate 2018” cuyo propósito fue determinar la relación entre el aprendizaje significativo y las actitudes hacia las matemáticas en los estudiantes del VII ciclo, de la Institución Educativa 1227- Ate, 2018, concluyó según la prueba de Rho de Spearman, que el valor del coeficiente de correlación es ( $r = 0.483$ ) lo que indica una correlación positiva moderada, además el valor de  $P = 0,000$  resulta menor al de  $\alpha = 0,05$  y en consecuencia la relación es significativa al 95% y se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ), asumiendo que existe relación significativa entre el aprendizaje significativo y las actitudes hacia las matemáticas en los estudiantes del VII ciclo, de la Institución Educativa 1227- Ate, 2018 (Palomino, 2018). Del mismo modo Cardozo (2008) señala que existe una alta correlación entre la aplicación de estrategias motivacionales y de aprendizaje y el rendimiento académico.

- b) Una metodología basada en aprendizaje significativo mejora el rendimiento académico del alumno. En los resultados obtenidos vemos que existen diferencias significativas en algunas dimensiones: Derivadas y Optimización. Cabe destacar que coinciden con las dimensiones del temario que tratan de contenidos que conocen previamente los alumnos y que, a través de nuevos conceptos y de actividades de aprendizaje, deben desarrollar un conocimiento superior. Coincidiendo plenamente con los preceptos del aprendizaje significativo. Las otras dos dimensiones se corresponden con contenidos ya conocidos por el alumno que no requieren crear estructuras más complejas de conocimiento. Por tanto, podemos aseverar esta afirmación solo parcialmente. En este mismo sentido tenemos la tesis presentada por Perlaza y Vimos (2013): “Aprendizaje significativo en matemática y su influencia en el rendimiento académico” cuyo objetivo general era determinar la incidencia que tiene el aprendizaje significativo como procedimiento didáctico para mejorar el rendimiento académico en matemáticas. La investigación, de carácter cualitativo, concluyó: 1) la falta de capacitación continua de los docentes ocasiona en los estudiantes bajo rendimiento académico. 2) el uso adecuado de estrategias metodológicas hará que los estudiantes obtengan un buen aprendizaje significativo. 3) las estrategias metodológicas adecuadas provocan que las clases de matemáticas sean más motivadoras y por tanto mejora el aprendizaje (Perlaza & Vimos, 2013). Ambos estudios basados en la teoría de Ausubel: “Que el aprendizaje tenga sentido para el alumno. Que la información que se presenta este estructurada con cierta coherencia interna (significatividad lógica). Que los contenidos se relacionen con lo que el alumno ya sabe (significatividad psicológica). Que el alumno disponga de las estrategias necesarias tanto para el procesamiento

de la nueva información, como para el “recuerdo” (activación) de sus conocimientos previos.” (Ausubel, 2002).

Otros estudios que vinculan el uso de estrategias metodológicas basadas en aprendizaje significativo para impactar en el rendimiento académico son los de García (2018), Urbano (2018) y Rubio (2018), con resultados positivos.

- c) Existe una relación positiva entre la actitud hacia las matemáticas y el rendimiento académico; es decir, a mayor puntuación en el test de actitud hacia las matemáticas mejores puntuaciones en el rendimiento académico y viceversa, la correlación entre ambas variables es significativa. En contraposición con la tesis realizada por Mamani (2012), cuyo objetivo era establecer si existe relación entre las actitudes hacia la matemática y el rendimiento académico. Mamani concluyó que no existe correlación entre las actitudes hacia la matemática y el rendimiento académico en matemática, porque los estudiantes manifiestan creencias negativas, desagrado y rechazo hacia la matemática (Mamani, 2012).
- d) Existe una relación positiva entre el Programa de Acción tutorial, basado en el acompañamiento entre pares, y el rendimiento académico, de forma que los alumnos con mejor rendimiento académico valoran más positivamente el acompañamiento en la Acción tutorial, la correlación entre ambas variables es significativa. Esta relación se basa en el concepto de tutoría y acompañamiento de Freire que afirmaba: “el proceso de enseñar está tan cerca del de aprender que no se deben desligar nunca el uno del otro. Enseñas mientras aprendes y aprendes mientras enseñas” (Freire, 2008).

Cabe destacar que, en esta investigación, a diferencia de otros estudios en los que el acompañamiento se ha realizado por alumnos de curso superiores, el acompañamiento entre pares se realiza con estudiantes del mismo curso. El haber obtenido resultados tan positivos entre estudiantes del mismo grupo es uno de los aspectos más relevantes de esta investigación, pudiendo ser extrapolable al resto de asignaturas que componen el currículo de un grado.

- e) El sexo es una variable que influye en el rendimiento académico. En nuestro estudio existen diferencias significativas a favor de las mujeres en cuanto al rendimiento académico. Según Garbanzo (2012) “no se puede afirmar del todo una relación directa con el rendimiento académico y el sexo” (Garbanzo Vargas, 2012), aunque, hay estudios que le dan a la mujer una ligera tendencia al rendimiento superior que a los hombres (Rodríguez, Fita, & Torrado, 2004) (González, 1996) y en un estudio realizado por Montero y Villalobos (2004) en la Universidad de Costa Rica, encontraron relación significativa entre el sexo y el rendimiento académico del alumno (Montero Rojas & Villalobos Palma, 2004).

Siendo conscientes del alcance formativo de la investigación presentada y siendo necesario continuar trabajando en la metodología de referencia, a modo de conclusión podemos decir, que esta investigación ha tratado de dar algo de luz a la problemática existente en la docencia de una asignatura concreta, Matemáticas Aplicadas a la Empresa, en dos ámbitos diferenciados, la actitud hacia la misma y el rendimiento del alumno a través de un estudio de gran calado en el que se han generado instrumentos de medida, se ha realizado una recogida sistemática de información, así como un importante trabajo previo a través de la CDMAE. Es un modo de innovación con rigor científico que además posibilita que puedan ser aplicados en otras asignaturas algunos de los instrumentos diseñados.

De la misma forma:

a) La investigación ha demostrado que una metodología, basada en aprendizaje significativo, formada por dos pilares: la ficha de aprendizaje, que alude a la parte cognitiva del alumno y el proceso de Acción Tutorial basado en el acompañamiento entre pares, aludiendo a la parte más emocional y social del alumno, muestra resultados positivos en dos áreas, la actitudinal y el rendimiento.

b) Podemos concluir que los resultados alcanzados nos permiten confirmar que la metodología desarrollada e implementada ha producido un impacto favorable en las tres dimensiones obtenidas en el test final: creencias, utilidad y actitud del profesor, siendo especialmente significativa la mejora en la dimensión Actitud del profesor, de forma que el estudiante se enfrenta a la asignatura de una forma menos restrictiva que en otros grupos.

b<sub>1</sub> - En la Dimensión Utilidad del test final el estudiante acoge el estudio de las matemáticas como algo necesario, ya que es un lenguaje no sólo técnico y útil para su realización profesional, sino porque son necesarias para la vida diaria y por tanto para un correcto desarrollo personal, ya que incide en aspectos como la capacidad de razonamiento, la toma de decisiones, aspectos lógicos (entendidos como pensamiento lógico, pensamiento abstracto, etc.), que están presentes de manera continuada en nuestra vida cotidiana. Se ha provocado, por tanto, una modificación de las “creencias” del alumno respecto a la asignatura que ya no ve su estudio sólo como un fin, sino como un medio en sí mismo para la realización personal. En este sentido, los resultados obtenidos han sido significativos en el Grupo Experimental respecto al Grupo Control.

b<sub>2</sub> - En cuanto a la Dimensión Creencias de la prueba final, los resultados no han sido significativos, pero sí han sido mejores en el Grupo Experimental respecto al Grupo Control. Cabe, por tanto, revisar esta dimensión y la redacción de los ítems en una segunda fase de la investigación.

b<sub>3</sub> - Por último, en la Dimensión Actitud del Profesor de la prueba final, los resultados han sido también significativos y más contundentes, que, en las otras dimensiones, del Grupo Experimental respecto al Grupo Control. Se ha producido una importante mejora de la percepción del alumno hacia la labor del profesor. A través de la metodología empleada el profesor pasa de ser un mero docente y “desarrollador” de conceptos, a un facilitador del aprendizaje, que con sus acciones, metodologías y desarrollo en el aula provoca que el alumno se convierta en el epicentro de su propio aprendizaje. Y cuando el estudiante entiende que es él mismo el impulsor del proceso de enseñanza-aprendizaje se involucra más en el mismo porque se pone en juego en el aula, entendiendo el aprendizaje no sólo como un hecho aislado e individual sino como un acto grupal, a través de las actividades de aprendizaje de trabajo colaborativo y en el desarrollo del proceso de Acción Tutorial, dónde el conocimiento compartido le lleva más allá e impulsa su aprendizaje en un crecimiento exponencial, ya que desarrolla el aprendizaje en dos vías: intrapersonal e interpersonal. El alumno está muy habituado a desarrollar un aprendizaje individual, aunque puntualmente realice trabajos colectivos, pero a través de la metodología seguida y del acompañamiento entre pares el alumno ha descubierto una dimensión superior en la que a través de la interacción con otros compañeros maximiza su aprendizaje que vuelve a redundar el aprendizaje tanto personal como colectivo. Estos aspectos fueron recogidos a través de los *Focus Group* realizados al finalizar cada una de las fichas de aprendizaje y en entrevistas personales con los alumnos. Al no realizar una recogida exhaustiva de estos encuentros no se presentan el análisis cualitativo de los mismos, pero sí refrendan los resultados obtenidos.

c) En lo que respecta al rendimiento académico, no se han encontrado resultados significativos en el global de la prueba, pero sí en dos de las dimensiones estudiadas: derivadas y optimización. En las otras dos dimensiones (funciones y sistemas) se han encontrado resultados positivos en media a favor del Grupo Experimental. Cabe destacar que la asignatura de Matemáticas se desarrolla durante toda la vida escolar de los alumnos y el nivel académico alcanzado durante las etapas educativas, principalmente de secundaria y bachiller, tienen cierta influencia en los resultados posteriores, ya que conforman los conocimientos previos del alumno. Al observar, de forma general, una tendencia positiva en el Grupo Experimental nos hace pensar, que a pesar de que no podemos modificar el grado de conocimiento de conceptos previos del estudiante, cómo se presenta y desarrolla la asignatura, la implementación de la metodología y una implantación en el aula diferente basado en aprendizaje significativo, provocan mejores resultados. Creemos que, aunque los resultados van en buena dirección, hay que trabajar en estas dos dimensiones (funciones y sistemas) en actividades de aprendizaje más adecuadas que provoquen los efectos deseados.

En síntesis podemos afirmar, por tanto, que el objetivo principal ha sido conseguido, aunque se debe seguir realizando investigaciones posteriores para una continua mejora en la metodología a través del diseño de actividades más impactantes para el aprendizaje del alumno, que conecten los aprendizajes conocidos por el alumno con nuevos conceptos y desarrollos, y de la misma forma seguir trabajando en el modelo de acompañamiento entre pares, que ha sido recibido por los alumnos como un aspecto clave en el desarrollo de las clases.

Contrariamente a lo que podríamos intuir, el estudiar un grado exento o una doble titulación no condiciona el rendimiento del alumno, por lo que esta variable no influye en los resultados generales de la investigación, lo cual tiene su lado positivo, pues permite explorar el modelo de intervención en todo tipo de grados. No se requiere un rendimiento previo especial.

### **11.3 Recomendaciones pedagógicas**

En las conclusiones se han recogido implícitamente, algunas de las recomendaciones pedagógicas. Ahora las hacemos explícitas:

- Seguir trabajando en el desarrollo de la ficha de aprendizaje en cuanto a su alcance, en todos los aspectos que recoge en su estructura.
- Seguir diseñando e impulsando actividades de aprendizaje que permitan el aprendizaje significativo del alumno.
- Continuar impulsando el proceso de Acción Tutorial como método de acompañamiento entre pares y como modo de ayudar al crecimiento del alumno, tanto cognitivo como emocional y social.
- Avanzar en la estructura organizativa de la metodología de enseñanza, de forma que el impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje sea el mayor posible.
- Fomentar una comunidad estable de profesorado que trabaje en torno a esta metodología, buscando alternativas que mejoren la motivación y la actitud del alumno hacia este tipo de asignaturas analíticas, sobre las cuales muchos alumnos tienen prejuicios del tipo: “no me sirven para la vida”, “no tengo facilidad para los números”, “no tengo gran capacidad analítica”, etc.

A la vista de estas recomendaciones se propone un Nuevo Programa de Intervención:

Objetivo general: Mejorar la metodología empleada para conseguir un aprendizaje significativo a través de la Ficha de Aprendizaje y el proceso de Acción Tutorial.

Objetivos específicos:

- Mejorar el impacto en el rendimiento académico, en especial, en los pilares básicos de funciones y sistemas.
- Reforzar el Programa de Acción tutorial en parejas que no “funcionan”.
- Incrementar el impacto de la Ficha de Aprendizaje y el proceso de Acción Tutorial en aquellos aspectos que han alcanzado los mejores resultados.

Líneas de actuación:

- Aumentar y mejorar los materiales potencialmente significativos asociados a la Ficha de Aprendizaje.
- Reformular las actividades de aprendizaje de las fichas que se corresponden con los pilares básicos de funciones y sistemas.
- Implantar el proceso de Acción Tutorial en todas las actividades de aprendizaje de la asignatura.
- Realizar *feedback* del proceso de Acción Tutorial al finalizar cada Ficha de Aprendizaje.
- Realizar seguimiento de las parejas que “no funcionan” en el proceso de Acción Tutorial mediante:
  - Entrevistas personalizadas: puntos fuertes y áreas de mejora
  - Acompañamiento docente



## Capítulo 12. Limitaciones y prospectiva

En el capítulo anterior, hemos podido concluir que la mayoría de nuestros objetivos, tanto los principales como los secundarios, han sido alcanzados satisfactoriamente.

Ahora bien, junto a la valoración positiva de los resultados, también hemos de exponer las principales limitaciones que hemos encontrado en nuestro estudio, así como la prospectiva de dicha investigación.

### 12.1 Limitaciones de la investigación

Las principales limitaciones encontradas las presentamos a continuación:

- El control de las variables:

La investigación realizada ha tenido como base un diseño cuasi-experimental en el que se ha intentado controlar la influencia de las variables posiblemente intervinientes. Aunque dicho control no es total, sino parcial, teniendo en cuenta que la investigación está centrada en personas, en nuestro caso estudiantes.

Una de las variables que puede haber influido en nuestra investigación es la figura del docente. En algunos de los resultados obtenidos, en concreto, los relativos al grupo en el que se encuentra el alumno, se obtienen resultados que creemos solo pueden ser explicados a la luz del profesor que dirige el aula.

- Muestreo no probabilístico:

El tipo de muestreo escogido para la investigación, en nuestro caso no probabilístico, incidental o por conveniencia, limita el alcance de los resultados obtenidos, ya que no todos los sujetos podían ser, de forma aleatoria, miembros de la investigación.

- Tamaño de la muestra:

Aunque el tamaño de la muestra utilizado para la investigación es adecuado y suficiente para realizar un análisis adecuado, es necesario replicar la investigación con una muestra más amplia y con mayor representatividad para poder aumentar la generalización de los resultados obtenidos.

- Cuestionario:

A pesar de la validación de expertos y posteriormente los análisis realizados que dieron lugar a una acomodación posterior respecto de los ítems finales del cuestionario, cabría trabajar en una mejora de este a partir de los resultados obtenidos.

- Prueba objetiva de rendimiento:  
Aunque la validez de la prueba objetiva se ajusta casi a la perfección en cuanto a la dificultad, se podría revisar la integración en la prueba de ítems que correspondan a los dos extremos de dificultad, manteniendo su validez, pero haciendo la prueba más robusta.
- Valoraciones cualitativas:  
Aunque en el desarrollo de la investigación se han producido momentos de valoración cualitativa del desarrollo de la experiencia y aunque no era el objeto principal de la misma profundizar en ellos. Los datos observados pienso que refuerzan los resultados obtenidos, pero no hemos diseñado la fase de investigación cualitativa como apartado complementario y de refuerzo.  
No obstante, en los *Focus Group* realizados a la finalización de cada ficha de aprendizaje, así como por conversaciones con los alumnos participantes, podemos intuir que:
  - La ficha de aprendizaje es entendida por el alumno como un elemento facilitador y valioso de concreción, para entender qué se pretende con cada uno de los temas abordados, qué objetivos deben alcanzar y cómo deben realizarlos.
  - El Programa de Acción tutorial, en líneas generales, ha tenido muy buena acogida. Los alumnos ven esta parte de la metodología de forma muy positiva y con buenos resultados en general. Como punto de mejora señalan acciones a realizar cuando una pareja “no funciona”.
  - Los alumnos con mayores “miedos” y peor actitud hacia la asignatura han mejorado su percepción sobre la misma y se enfrentan a ella con un punto de vista más positivo.

## 12.2 Prospectiva de la investigación

Una vez presentados los logros de la investigación, así como las conclusiones y las limitaciones de esta cabe presentar, a continuación, algunas futuras líneas de investigación posibles.

- Revisar el cuestionario de Actitud hacia las Matemáticas sobre los resultados obtenidos en esta investigación, de forma que se ajuste mejor a los objetivos que se pretenden alcanzar, en especial en la Dimensión de Creencias.
- Revisar la Prueba Objetiva de Rendimiento, en cuanto a la inclusión de ítems en los límites del rango de dificultad; es decir, muy difíciles y muy fáciles.
- Revisar las actividades de aprendizaje asociadas con las fichas de aprendizaje, relativas a los pilares básicos de funciones y sistemas.

- Completar el Programa de Acción tutorial con acciones específicas para aquellas parejas que, durante el seguimiento del programa, no estén alcanzando los resultados marcados.
- Realizar la intervención con otras muestras de mayor tamaño, para obtener mayor variabilidad para el análisis de los resultados.
- Realizar un estudio mixto, en el que se integre la parte cualitativa, tanto de los Focus Group, como de entrevistas personales tanto a estudiantes como a docentes participantes en la intervención, de manera que se puedan refutar, complementar o explicar algunos de los resultados obtenidos en la investigación cuantitativa.
- Incluir en posteriores estudios la variable del docente, identificando mejor los perfiles de cada profesor, que, aunque ha estado en esta investigación de forma implícita, merece un estudio pormenorizado.
- Identificar otras variables que puedan afectar tanto a la actitud del alumno hacia las matemáticas como en su rendimiento, tales como nota media en Matemáticas en Bachillerato, nota en la EvAU (Evaluación para el acceso a la universidad), ansiedad, etc...
- Aplicar la metodología de enseñanza-aprendizaje en otras asignaturas de carácter cuantitativo y práctico, similar al de la asignatura de Matemáticas Aplicadas a la Empresa y estudiar los resultados que se obtienen.
- Integrar, como variable del estudio, la valoración del docente en el Cuestionario de evaluación relativo a la percepción del alumno sobre la labor docente implantado en la UFV (CEDA).
- Formación del profesorado en el diseño de pruebas objetivas de rendimiento.
- Realizar un estudio específico sobre acompañamiento entre pares, siendo ambos del mismo grupo y su posible implantación en otras asignaturas para observar si se confirman las hipótesis y se pueden generalizar los resultados en cuanto a mejora de la actitud y el rendimiento académico.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abad, F. J., Olea, J., Ponsoda, V., & García, C. (2011). *Medición en ciencias sociales y de la salud*. Síntesis S.A.
- Aizpun, A. (1965). El sentido de nuestra enseñanza de las matemáticas. *Vida escolar*.
- Akey, T. (2006). *School context, student attitudes and behaviour, and academic achievement: An exploratory analysis. Informe de investigación*. Obtenido de Publicación electrónica: [http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2/content\\_storage\\_01/0000000b/80/31/25/01.pdf](http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2/content_storage_01/0000000b/80/31/25/01.pdf).
- Álvarez Olivo, A. (2011). *Competencias en el Cálculo Matemático*. Riobamba.
- Álvaro Page, M., & otros, y. (1990). *Hacia un modelo causal del rendimiento académico*. Madrid: CIDE.
- Amaro, M., & Méndez y Mendoza, F. (2014). Amaro, M., Méndez y Mendoza, F. (2014). Un estudio de las características profesionales del docente universitario para atender a la diversidad. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*, 8. Recuperado de [repositoriocdpd.net:8080/handle/1234567](http://repositoriocdpd.net:8080/handle/1234567), 199-216.
- Aristóteles. (Metafísica, I 3, 983 b.). Madrid: Gredos, 1970. (Trad.cast., vol. I y II).
- Artigue, M. (2004). Le défi de la transition secondaire/supérieur: que peuvent nous apporter les recherches didactiques et les innovations développées dans ce domaine. *Primer Congreso Franco-canadiense de Ciencias Matemáticas*. Toulouse, Francia.
- Ausubel. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós.
- Ausubel, D. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Ausubel, D. (1978). *In defense of advance organizers: A reply to the critics. Review of Educational research*, 48(2), 251-257. Obtenido de Recuperado de: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.3102/00346543048002251>
- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos CEIF*, 10.

- Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitarias*. Bilbao: Mensajero.
- Barrows, H. (1996). Problem-Based Learning in Medicine and Beyond: A Brief Overview . *Bringing Problem-Based Learning to Higher Education: Theory and Practice*, 3-12.
- Bazán, J., & Sotero, H. (1998). *Una aplicación al estudio de actitudes hacia la matemática en la UNALM*. Anales Científicos UNALM.
- Beggs, D., & Lewis, E. (1979). *Evaluación del proceso educativo*. Madrid: TEA.
- Benedito, E. (2000). *Didáctica de la matemática moderna*. México.
- BOE. (s.f.). *Real Decreto 1105/2014*. Obtenido de <https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>
- Borasi, R. (1986). *On the nature of problems*. *Educational Studies of Mathematics*, 17, pp. 125-141.
- Bosch, M., Fonseca, C., & Gascón, J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares, vol. 24, núms. 2-3. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 205-250.
- Braun, M., & Klink, J. (1983). Calificaciones. En *Diccionario de Ciencias de la Educación*. Madrid: Rioduero.
- Brookhart, S. (2007). Expanding views about formative classroom assessment: A review of the literature. En J. H. McMillan (ed.), *Formative classroom assessment: Research, theory and practice*, 43-62.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactique*. Grenoble, Francia.: La Pensée.
- Buendía, L., Colás, P., & Hernández, F. (2001). *Métodos de investigación en psicopedagogía*. Madrid: McGraw-Hill.
- Cardozo, A. (2008). Motivación, apredizaje y rendimiento académico en estudiantes del primer año universitario. *Laurus*, vol. 14, núm. 28, septiembre-noviembre, 209-237.
- Carmona Márquez, J. (2004). *Una revisión de las evidencias de fiabilidad y validez de los cuestionarios de actitudes y ansiedad hacia la estadística*, *Statistics Education Research Journal* 3(1), 5-28. Obtenido de <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>
- Carreño, E. (1977). *Instrumentos de medición del rendimiento escolar*. México: Trillas.

- Carrillo, J., & Contreras, L. C. (2000). *Matemática española en los albores del siglo XXI*. Hergué, Editora Andaluza.
- Cerezo, Y., Ortiz de Urbina, M., & Puebla, I. (2017). Actividades y experiencias de aprendizaje significativo y experiencial en Matemáticas aplicadas. Pozuelo de Alarcón, Madrid: Universidad Francisco de Vitoria.
- Cerezo, Y., Ortiz de Urbina, M., & Puebla, I. (2018). Desarrollo de la competencia trabajo colaborativo desde el aprendizaje experiencial en la asignatura: Matemáticas aplicadas a la Empresa. Pozuelo de Alarcón, Madrid: Universidad Francisco de Vitoria.
- Chacón-Vargas, E. (2022). La tutoría entre pares y su incidencia sobre el rendimiento académico en un curso de matemática universitaria. *Revista Electrónica Educare*, 26(1), 362-379.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. ICE-Horsori: Barcelona.
- Claudio, G., Gil, Á., & Ortiz de Urbina, M. (2019). Flipped Learning en asignaturas de Economía y Matemáticas: aplicación de la Lightboard como nueva herramienta docente. Pozuelo de Alarcón, Madrid: Universidad Francisco de Vitoria.
- Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M., Onrubia, J., Solé, I., & Zabala, A. (1997). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Graó.
- De La Orden, A. (1982). *La evaluación educativa*. Buenos Aires: Docencia.
- De la Orden, A. (1985). Hacia una conceptualización del producto educativo. *Ponencia en III Seminario de Modelos de Investigación en Educación*. Gijón.
- Delors, J., & al., e. (1996). *La educación encierra un tesoro. Informe UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI*. Madrid: Santillana-UNESCO.

- Díaz, F., & Hernández, G. (1998). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Un enfoque constructivista*. D.F.: Mc Graw Hill Editores.
- Díaz, M. (2005). Cambio de paradigma metodológico en la Educación Superior: Exigencias que conlleva.
- Durán, D., Torrego, J. C., & Negro, A. (2012). *Utilizando el trabajo en equipo. Estructurar la interacción a través de métodos y técnicas*. In *Aprendizaje cooperativo en las aulas* (pp. 139-166). Madrid: Alianza.
- Enkvist, I. (2006). Repensar la educación. *Revista Empresa y Humanismo*(Vol. 11, Issue 2).
- Escobar, J., & Cuervo, A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en medición*, 27-36.
- Eurydice. (2012b). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales*. Madrid: Secretaría General Técnica del MEC y D.
- Eurydice. (2012). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: Retos comunes y políticas nacionales*. Madrid: Secretaría General Técnica del Ministerio de Educación, Cultura y Deportes.
- Fennema, E., & Sherman, J. A. (1976). *Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males*. Journal for Research in Mathematics Education.
- Fernández, A. (. (1996). *Didáctica genera*. Barcelona: UOC.
- Ferrater, J. (1994). "Ciencia", en *Diccionario de Filosofía*. Madrid: Ariel.
- Fontana, D. (1990). *Where do we go from here? A personal view by an Educationalist*. H .C. Foot, M. J. Morgan y R. H. Shute (eds).
- Forman, E. A., & Cazden, C. B. (1985). Exploring vygotskyan perspectives in education: The cognitive value of peer interaction. *Culture, communication and cognition, Cambridge*, 323-347.
- Freire, P. (2008). *Cartas a quien pretende enseñar*. Buneos Aires: Siglo XXI Editores Argentina.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers.
- Galilei, G. (1623). *Il saggatori*. Florencia.

- Garbanzo Vargas, G. M. (2012). *Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública*. *Revista Educación*, 31(1), 43–63. . Obtenido de <https://doi.org/10.15517/revedu.v31i1.1252>
- García Hinestrosa, E. (2015). La educación experiencial como propuesta constructivista para la enseñanza de valores. *Trabajo de Fin de Grado*. Bogotá, Colombia: Universidad de La Salle.
- García Hoz, V., & Pérez Juste, R. (1984). *La investigación del profesor en el aula*. Madrid: Escuela Española.
- García Llamas, J. L. (1994). *Investigación correlacional y descriptiva. Problemas y Métodos de Investigación en la Educación Personalizada (Vol. 5, pp. 307-329)*. Rialp.
- García Ramos, J. (2012). *Fundamentos pedagógicos de la evaluación*. Madrid: Síntesis, S.A.
- García Ramos, J. M. (1994). *Bases pedagógicas de la evaluación (Guía práctica para educadores)*. Madrid: Síntesis.
- García Ramos, J. M. (2019). *Apuntes de clase. Técnicas Fundamentales de análisis de datos*. UCM. In.
- García, A. E. (2018). Estilos de aprendizaje y rendimiento académico. *Revista boletín redipe*, 7(7), 218-228.
- García, R. (2003). *La medida en educación: concepto de implicaciones en las actividades diagnósticas*. Sevilla: IETE.
- García-Varcácel Muñoz-Repiso, A., & Basilotta Gómez-Pablos, V. (2017). Aprendizaje basado en proyectos (ABP): evaluación desde la perspectiva de alumnos de educación primaria. *Revista de Investigación Educativa*, vol. 1, núm. 35, 113-131.
- Gascón, J. (1994). *El papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas*. . *Educación matemática*, 6(03), 37-51.
- Gascón, J. (1997). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma de Barcelona*, 22.
- Gómez, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea.
- Gómez-Chacón, I. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Educación Matemática* , vol. 21, núm. 3., 5-32.

- González, F. A. (1996). Comprensión lectora y rendimiento académico. *Revista Gallega de Psicopedagogía*, 13(9), 209-221.
- Guedet, G. (2004). Rôle du géométrique dans l'enseignement de l'algèbre linéaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 24, núm. 1, 81-114.
- Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, num 67, 237-254.
- Guía Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa*. (2022). Madrid: Vicerrectoría de Ordenación Académica, Universidad Francisco de Vitoria.
- Guzman, M. d. (1998). Difficulties in the passage from Secondary to Tertiary Education. *Documenta Mathematic*, Extra volume icm 1998-III, 735-746.
- Herrero, M. E., Nieto, S., Rodríguez, M. J., & Sánchez, M. C. (1999). Factores implicados en el rendimiento académico de los alumnos de la Universidad de Salamanca. *Revista de Investigación Educativa*, 17 (2)., 413-421.
- Hoyles, C., Newman, K., & Noss, R. (2001). Changing patterns of transition from school to university mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 32, núm. 6, 829-845.
- Iannone, P., & Nardi, E. (2007). The interplay between syntactic and semantic knowledge in proof production: Mathematicians' perspectives. *Proceedings of the Fifth Congress of European Society for Research in Mathematics Education*. Lamaca, Chipre.
- Johnson, D., Johnson, R., & Holubec, E. (1999). *El Aprendizaje Cooperativo en el Aula*. Buenos Aires:: Paidós.
- Kerlinger, F. N. (1987). *Investigación del comportamiento: Técnicas y metodología*. México, D. F.: Nueva Editorial Interamericana.
- Kerlinger, F. N., & Lee, H. (2002). *Investigación del comportamiento: Métodos de investigación en Ciencias Sociales*. México: McGraw Hill Interamericana.
- Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational psychologist*, 41(2), 75-86.

- Krulik, S., & Rudnik, J. (1980). *Problem Solving, a handbook for teachers*. Allyn & Bacon Inc. Allyn & Bacon Inc.
- Lim, L., Tso, T., & Lin, F. (2009). Assessing science students' attitudes to mathematics: a case study on a modeling project with mathematical software. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(4), 441-453.
- López, M. A., & Moya, E. (2012). Las guías de aprendizaje autónomo como herramienta didáctica de apoyo a la docencia. *EA, Escuela abierta: revista de Investigación Educativa* (15), 9-31.
- López, M. J., Castillo, A. L., Maldonado, A. A., & Casados, J. C. (2020). Estrategias para potenciar el aprendizaje y el rendimiento académico en estudiantes universitarios. *Revista Venezolana de Gerencia: RVG*, 25(90), 579-594.
- Mamani, O. (2012). *Actitudes hacia la matemática y el rendimiento académico en estudiantes del 5º grado de secundaria: Red N° 7 Callao*. Lima: Universidad San Ignacio de Loyola.
- Martínez, A. L. (1997). La acción tutorial de la función docente universitaria. *Revista Complutense de Educación*, vol. 8, nº 1.
- Martínez, Á. L. (1997). La acción tutorial de la función docente universitaria. *Revista Complutense de Educación*, vol. 8, nº 1. Servicio de Publicaciones. Universidad Complutense. Madrid.
- Mato Vázquez, M. D., & de la Torre Fernández, E. (2009). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*. Santander: SEIEM., 285-300.
- Mayordomo Saiz, R., & Onrubia Goñi, J. (2016). *El aprendizaje cooperativo* (Vol. 389). Barcelona: Editorial UOC.
- McMillan, J., & Schumacher, S. (2012). *Investigación Educativa*. Pearson Addison Wesley.
- MEC. (1987). *Proyecto para la reforma de la enseñanza. Propuesta para debate*. Madrid: MEC.
- Miguel Díaz, M. d., & Arias Blanco, J. M. (1999). La evaluación del rendimiento inmediato en la enseñanza universitaria. *Revista de educación*. n. 320., 353-377.
- Ministerio de Educación. (s.f.). *Bachillerato: Ministerio de Educación*. Obtenido de <https://educagob.educacionfpydeportes.gob.es/ensenanzas/bachillerato.html>

- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2022). *BOE*. Obtenido de <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/04/05/243/con>
- Ministerio de Educación, F. P. (2023). *PISA 2022. Programa para la evaluación internacional de los estudiantes. Informe español*. Madrid.
- Montellanos, A. R. (2022). *Trabajo cooperativo y aprendizaje significativo en la actitud hacia el área de matemática en estudiantes de primaria, SJM, 2021*. Lima: Universidad César Vallejo.
- Montero Rojas, E., & Villalobos Palma, J. (2004). Factores institucionales, pedagógicos, psicosociales y sociodemográficos asociados al rendimiento académico y a la repetición estudiantil en la Universidad de Costa Rica. *Instituto de Investigaciones Psicológicas, Universidad de Costa Rica*.
- Moreira, M. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica*. Madrid: A. Machado Libros, S.A.
- Moreira, M. A. (2005). *Aprendizaje significativo crítico*. Boletín de estudios e investigación.
- Moreira, M. A. (2005). Mapas conceptuales y aprendizaje significativo. *Revista Chilena de Educación en Ciencias*, 4(2), 38-44.
- Muñoz, J. M., & Mato, M. D. (2008). *Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de la ESO*. Revista de Investigación Educativa.
- Niss, M. (1999). *Aspects of the nature and state of research in mathematics education*. . Educational studies in mathematics.
- Novak, J. (1977). *A Theory of Education*. Ithaca, NY: Cornell University Press.
- OCDE. (2016). *Pisa 2015. Programa para la Evaluación Internacional de los alumnos. Informe español. Ministerio de Educacion, Cultura y Deporte, Madrid*. Obtenido de Recuperado de <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:>
- Orón Semper, J. V. (2017). Educación centrada en el crecimiento de la relación interpersonal. *Universidad de Navarra*.
- Ortiz de Urbina, M. (2022). *Guía Docente de Matemáticas Aplicadas a la Empresa*. Madrid: Universidad Francisco de Vitoria.

- Ortiz de Urbina, M., & Ruiz, A. (2020). Flipped Learning en matemáticas. Estudio de una función: del cálculo matemático a la percepción visual y geometría a través del trabajo cooperativo. Pozuelo de Alarcón, Madrid: Universidad Francisco de Vitoria.
- Ortiz de Urbina, M., & Ruiz, A. (2021). La Herramienta Didáctica Digital para la mejora de la Percepción Visual y Geométrica en el Cálculo Matemático. Pozuelo de Alarcón, Madrid: Universidad Francisco de Vitoria.
- Palincsar, A. S., & Brown, A. L. (1982). Reciprocal teaching of comprehension - fostering and monitoring activities. *University of Illinois, Champaign-Urbana*.
- Palomino, J. O. (2018). *Aprendizaje significativo y las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes del VII ciclo, en la Institución Educativa 1227-Ate 2018*. Lima: Universidad César-Vallejo.
- Pardo, A. R. (2015). *Análisis de datos en ciencias sociales y de la salud I*. Síntesis S.A.
- Pellerano, B. D., & Muñoz, C. R. (2019). Acompañamiento académico mediante facilitación del aprendizaje entre pares: una estrategia efectiva para progresar desde el primer año y permanecer en la universidad. *Revista de Orientación Educativa*, 33(64).
- Pérez Estébanez, R., & López Fernández-Escandón, R. (2015). El aprendizaje cooperativo. Una propuesta docente hacia el aprendizaje significativo de los estudiantes en la universidad. *documentos de Trabajo FUNCAS*, 763(1).
- Pérez, F. (2008). La importancia del aprendizaje cooperativo en el aula. *Foro educativo Centro de Enseñanza Superior en Humanidades y Ciencias de la Educación Don Bosco*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Perlaza, J., & Vimos, B. (2013). *Aprendizaje significativo en matemática y su influencia en el rendimiento académico*. Guayaquil: Universidad Estatal de Milagro.
- Platón. (351 A. C.). *La República VII*.
- Platón. (Sofista, 240 a y ss.). (Trad. cast., Madrid: Gredos, 1988, pp. 392 y ss.).
- Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method (No. 246)*. Princeton university press.
- Quiles, M. N. (1993). Actitudes hacia las matemáticas y rendimiento escolar. *CL&E. Comunicación, Lenguaje y Educación*, 115-125.

- Rábade, S. (1994). *La razón y lo irracional*. Madrid: Complutense.
- Ramírez, M. J. (2005). Actitudes hacia las matemáticas y rendimiento académico entre estudiantes de octavo básico. *Estudios pedagógicos*, 97-112.
- Real Academia Española. (2014). *Diccionario de la lengua española (23ª ed.)*. Madrid. Obtenido de <http://www.rae.es/rae.html>
- Robert, A. (1998). *Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université*„. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 18, núm. 2.
- Robinson, D., Schofield, J., & Steers-Wentzell, K. (2005). Peer and Cross-Age Tutoring in Math: Outcomes and Their Design Implications. *Educational Psychology Review*, 17 (4), 327-362.
- Rodríguez Sanmartín, A. (1979). *Fundamentos y estructura de la evaluación educativa*. Madrid: Anaya.
- Rodríguez, S., Fita, S., & Torrado, M. (2004). El rendimiento académico en la transición secundaria-universidad. *Revista de Educación. Temas actuales de enseñanza*, 334, Mayo-Agosto.
- Rubio, J. R., & García, Á. P. (2018). Estrategias de aprendizaje significativo en estudiantes de Educación Superior y su asociación con logros académicos. *Revista electrónica de investigación y docencia (REID)*, (19).
- Sabariego, M., & Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. La Muralla.
- Sáenz, O. (1994). Métodos autodirectivos e individualizados. En O. (. Sáenz, *Didáctica General. Un enfoque curricular* (págs. 341-379). Alcoy: Marfil.
- Selden, A., & Selden, J. (2005). *Perspectives on advanced mathematical thinking*. *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 7, núm. 1.
- Serrano, L. (2012). *La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica*. Barcelona: Universitat Ramon Llull.
- Siemens, G. (2004). *Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital*. Obtenido de <https://skat.ihmc.us/rid=1J134XMRS-1ZNMYYT4-13CN/George%20Siemens%20-%20Conectivismouna%20teor%C3%ADa%20de%20aprendizaje%20para%20la%20era%20digital.pdf>
- Tall, D. (1991). *Advanced Mathematical Thinking*„. Dordrecht: Kluwe Academic Publishers.

- Tejedor, F. (1979). El término de error experimental en los modelos estadísticos de análisis de varianza. Condiciones subyacentes en el ANVA referidas a la variable aleatoria. . *Revista Española de Pedagogía*, 145 (37), 97-112.
- Tejedor, F. J., & otros, y. (1998). *Los alumnos de la Universidad de Salamanca. Características y rendimiento académico*. Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Topping, K. (2000). Tutoring, UNESCO, International Academy of eEducation. *Educational practices series-5*.
- Trujillo, F. (2002). *Aprendizaje cooperativo para la enseñanza de la lengua*. Melilla: Publicaciones de la Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla.
- Urbano, D. L., & Yerovi, H. M. (2018). Mejoramiento del rendimiento académico con la aplicación de estrategias metacognitivas para el aprendizaje significativo. *Revista Unimar*, 36(1), 15-30.
- Vahos, L. E., Muñoz, L. E., & Londoño-Vásquez, D. A. (2019). El papel del docente para el logro de un aprendizaje significativo apoyado en las TIC. *Encuentros*, 17(02), 118-131.
- Vera, L. (2013). *Medición, assessment y evaluación del aprendizaje*. Hato Rey, PR.: Publicaciones Puertorriqueñas.
- Walters, L. (2000). *Four Leading Models*, *Harvard Education Letter's Research Online*. Obtenido de Disponible en <http://www.edletter.org/past/issues/2000-mj/models.shtml>.