MODELO DIFUSO DE PREFERENCIA-AVERSIÓN

Camilo Franco [1], Javier Montero [1], J. Tinguaro Rodríguez [1]

[1] *Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid, 28040, Madrid,*
francodelosrios@gmail.com, {monty, jtrodrig}@mat.ucm.es

Resumen

Este artículo presenta un modelo de preferencia-aversión (P-A), el cual permite representar el proceso mediante el que un individuo racional (bajo una racionalidad de pérdidas y ganancias) ordena sus alternativas, en base a la agregación independiente de sus percepciones tanto positivas como negativas. Como resultado, se obtiene la estructura P-A, representando los distintos estados epistémicos que bajo este marco pueden ser verificados según distintos grados de intensidad.

Palabras Clave: Estructura de preferencia-aversión, racionalidad de pérdidas y ganancias.

1 INTRODUCCIÓN

En este artículo se presenta el modelo de preferencia-aversión (P-A), examinando el proceso de decisión de un individuo con una racionalidad de pérdidas y ganancias. La intuición detrás de este tipo de racionalidad se sostiene en una primera teoría de decisión subjetiva [13] y en posteriores estudios acerca del comportamiento del individuo frente a situaciones de decisión bajo incertidumbre [8], [15].

Recientemente se ha utilizado el término *bipolar* [1], [7], para referirse a la identificación de dos polos opuestos, los cuales sirven como referencia para definir el significado de un concepto de interés. Estos polos pueden identificarse, por ejemplo, como aquello que es verdadero/falso, o para nuestro caso, como aquello que es ganancia/pérdida, entendiendo las ganancias y pérdidas de manera general, como aquello que se percibe benéfico o nocivo, a diferencia de una aproximación netamente monetaria (como la de [8]).

A continuación se presenta el modelo difuso de preferencia-aversión P-A, haciendo uso de técnicas de lógica difusa para la caracterización del predicado de preferencia [6], [14], [17], y se examina su tipo de bipolaridad de acuerdo con una tipología determinada [1] (siguiendo las pautas marcadas en [11]).

2 MODELO DIFUSO DE PREFERENCIA-AVERSIÓN

2.1. RELACIONES DE PREFERENCIA Y AVERSIÓN

El tipo de información que se obtiene de un conjunto de preferencias es de una gran riqueza semántica, siempre que se asume que pertenecen a un individuo racional o inteligente que pesa sus argumentos en busca de una buena decisión. Precisamente esta riqueza semántica es la que permite expresar las condiciones naturales de subjetividad e inexactitud del conocimiento humano (como se señala en [3]). Por lo tanto, la racionalidad del individuo estructura los datos o la información recibida en forma de preferencias, y esta estructura es isomorfa con las capacidades representativas de la racionalidad individual.

De este modo, la estructura de preferencias contiene una semántica propia, la cual corresponde con el tipo de información y la fuente de la misma, que para el caso es nada menos que la inteligencia humana. Si se acepta que un rasgo fundamental de dicha inteligencia es su capacidad de separar argumentos positivos y negativos sobre cierta opción, la estructura de preferencias debe representar dicha capacidad, guardando su condición isomorfa con la racionalidad humana. Este tipo de racionalidad es la que se denomina racionalidad de pérdidas y ganancias, siguiendo la intuición básica de la Teoría de Perspectivas Acumuladas (CPT, ver [8], [15]).

Esto es, como soporte de la decisión, el orden de preferencia se construye en la medida en que permite enfrentar la incertidumbre sobre las alternativas disponibles, valorando lo negativo en la medida en que es una dimensión de la información sobre la que se tiene un mayor grado de confianza (lo lesivo o nocivo es en principio más fácil de identificar), en oposición a como se valora lo positivo, dimensión ésta sobre la que se puede tener un menor grado de seguridad (lo deseable es en principio más ambiguo) [13]. Esta diferenciación, junto con las posibilidades representativas de los distintos estados del conocimiento (examinados a partir de las distintas situaciones relacionales básicas de preferencia) y la incertidumbre, son las bases fundacionales de un proceso constructivo de la decisión para ayudar a identificar una buena opción.

Ahora, con el fin de construir un modelo donde es posible representar la independencia entre la verificación de argumentos positivos por un lado, y de argumentos negativos por el otro, lo cual exige por ello mismo un proceso de agregación particular, se introduce el modelo difuso de preferencia-aversión P-A (propuesto inicialmente en [4], y examinado con algún detalle en [5]). De este modo, su metodología obedece al espacio semántico sobre el cual el individuo evalúa sus alternativas y mediante el cual construye sus relaciones básicas de preferencia.

Entonces, el modelo P-A requiere de entrada cuatro intensidades, un par de preferencia y otro par de aversión, a partir de la evaluación independiente de los argumentos positivos y negativos sobre un par de alternativas *x*, *y* en *X*. Por lo tanto, se definen de entrada cuatro intensidades o grados de pertenencia, los cuales obedecen a sus correspondientes funciones,

$$\mu_{R^+}(x,y),\ \mu_{R^+}^{-1}(x,y): X\times X \to [0,1],$$

$$\mu_{R^-}(x,y),\ \mu_{R^-}^{-1}(x,y): X\times X \to [0,1],$$

representando los grados de intensidad en que un par de elementos $x,y\in X$ verifican las propiedades del respectivo predicado, uno positivo, correspondiente a la relación R^+, y otro negativo, de acuerdo con la relación R^-. De esta forma

$$R^+(x,y)=\left\{\left\langle x,y,\mu_{R^+}(x,y)\right\rangle \middle| x,y\in X\right\}$$

representa el predicado "*x* es al menos tan buena como *y*", tal que $\mu_{R^+}(x,y)\in[0,1]$, y

$$R^-(x,y)=\left\{\left\langle x,y,\mu_{R}(x,y)\right\rangle \middle| x,y\in X\right\}$$

representa el predicado "*x* es al menos tan mala como *y*", donde $\mu_{R^-}(x,y)\in[0,1]$.

La inclusión de estas dos relaciones binarias, donde la relación de aversión R^- es positivamente verificada mediante una intensidad independiente de la relación de preferencia R^+, permiten definir seis relaciones básicas, como situaciones fundamentales de preferencia-aversión donde efectivamente los argumentos en contra pueden ser construidos independientemente de los argumentos a favor de una posible decisión. De esta manera se consigue un modelo que representa la racionalidad de pérdidas y ganancias del individuo de manera completa, por medio de una estructura lo suficientemente general y flexible, representando sin pérdida de información los posibles estados del conocimiento de cara a la decisión.

Por lo tanto, las cuatro relaciones de preferencia y aversión débil pueden ser descompuestas en seis relaciones básicas. Estas son, por el lado de la estructura estándar de preferencia débil [2], [10], la preferencia estricta *P*, la indiferencia *I* y la incomparabilidad de preferencia *J*, y por el lado de la aversión débil, la aversión estricta *Z*, la indiferencia negativa *G*, y la incomparabilidad de aversión *H*. La definición nítida de estas relaciones binarias es la siguiente,

$$P(x,y)=1 \text{ si y solo si } \mu_{R^+}(x,y)=1 \text{ y } \mu_{R^+}(y,x)=0,$$

$$I(x,y)=1 \text{ si y solo si } \mu_{R^+}(x,y)=1 \text{ y } \mu_{R^+}(y,x)=1,$$

$$J(x,y)=1 \text{ si y solo si } \mu_{R^+}(x,y)=0 \text{ y } \mu_{R^+}(y,x)=0,$$

$$Z(x,y)=1 \text{ si y solo si } \mu_{R^-}(x,y)=1 \text{ y } \mu_{R^-}(y,x)=0,$$

$$G(x,y)=1 \text{ si y solo si } \mu_{R}(x,y)=1 \text{ y } \mu_{R}(y,x)=1,$$

$$H(x,y)=1 \text{ si y solo si } \mu_{R^-}(x,y)=0 \text{ y } \mu_{R^-}(y,x)=0.$$

De este modo la estructura básica de preferencia-aversión se puede descomponer en seis situaciones básicas, de acuerdo con la estructura

$$\left\langle R^+,R^-\right\rangle=\left\langle (P,I,J),(Z,G,H)\right\rangle.$$

2.2. MODELO AXIOMÁTICO DE PREFERENCIA-AVERSIÓN

El siguiente es el sistema axiomático en el que se sostiene esta aproximación a las relaciones de preferencia y aversión, denominado modelo P-A [4], [5], el cual extiende un cierto conjunto de axiomas [2], [10] sobre el que se sostiene la estructura de preferencia $R=\langle P,I,J\rangle$.

Axioma IA2: Para todo par de alternativas $x,y\in X$, se tiene que las intensidades de $P(x,y)$, $I(x,y)$ y $J(x,y)$ dependen solamente de los grados de pertenencia de $R^+(x,y)$ y $R^+(y,x)$, denotados por x^+ e y^+ respectivamente, y que las intensidades de $Z(x,y)$, $G(x,y)$ y $H(x,y)$ dependen solamente de los grados de pertenencia de $R^-(x,y)$ y $R^-(y,x)$, denotados por x^- e y^- respectivamente.

De esta forma se afirma la existencia de las funciones continuas $p,i,j:[0,1]^2\to[0,1]$, $z,g,h:[0,1]^2\to[0,1]$, tal que

$$P(x,y)-p\left(x^+,y^+\right),$$

$$I(x,y)=i\left(x^+,y^+\right),$$

$$J(x,y)=j\left(x^+,y^+\right),$$

$$Z(x,y)=z\left(x^{-},y^{-}\right),$$

$$G(x,y)=g\left(x^{-},y^{-}\right),$$

$$H(x,y)=h\left(x^{-},y^{-}\right).$$

Axioma AP2: Las funciones $p\left(x^{+},n\left(y^{+}\right)\right)$, $i\left(x^{+},y^{+}\right)$, $j\left(n\left(x^{+}\right),n\left(y^{+}\right)\right)$, $z\left(x^{-},n\left(y^{-}\right)\right)$, $g\left(x^{-},y^{-}\right)$ y $h\left(n\left(x^{-}\right),n\left(y^{-}\right)\right)$ son no-decrecientes con respecto a ambos argumentos.

Axioma SM2: Las funciones $i\left(x^{+},y^{+}\right)$, $j\left(x^{+},y^{+}\right)$, $g\left(x^{-},y^{-}\right)$ y $h\left(x^{-},y^{-}\right)$ son simétricas.

Entonces, se define el siguiente sistema de ecuaciones en el caso continuo, donde *T*, *S*, *n* son respectivamente una *t*-norma continua, una *t*-conorma continua y una negación estricta [12], tal que

$$S\left(p\left(x^{+},y^{+}\right),i\left(x^{+},y^{+}\right)\right)=x^{+}, \quad (1)$$

$$S\left(p\left(x^{+},y^{+}\right),i\left(x^{+},y^{+}\right),p\left(y^{+},x^{+}\right)\right)=S\left(x^{+},y^{+}\right), \quad (2)$$

$$S\left(p\left(y^{+},x^{+}\right),j\left(y^{+},x^{+}\right)\right)=n\left(x^{+}\right), \quad (3)$$

y de manera análoga se define el siguiente sistema para el caso de la estructura de aversión, donde

$$S\left(z\left(x^{-},y^{-}\right),g\left(x^{-},y^{-}\right)\right)=x^{-}, \quad (4)$$

$$S\left(z\left(x^{-},y^{-}\right),g\left(x^{-},y^{-}\right),z\left(y^{-},x^{-}\right)\right)=S\left(x^{-},y^{-}\right), \quad (5)$$

$$S\left(z\left(y^{-},x^{-}\right),h\left(y^{-},x^{-}\right)\right)=n\left(x^{-}\right). \quad (6)$$

Este sistema de ecuaciones permite construir un orden positivo, basado en las cuatro relaciones $\left\langle p,p^{-1},i,j\right\rangle$, y un orden negativo sobre *X*, basado en las cuatro relaciones $\left\langle z,z^{-1},g,h\right\rangle$; el primero acerca de los atributos positivos y el otro acerca de los atributos negativos de *x* al ser comparado con *y*. Por lo tanto, bajo esta caracterización, la percepción subjetiva negativa sobre la preferencia débil x^{+} se verifica por medio de una identificación directa sobre los atributos negativos, dada por x^{-}, donde $n\left(x^{+}\right)\neq x^{-}$.

A diferencia del modelo estándar de preferencia, donde solo se tiene en cuenta la estructura dada por $R=\langle P,I,J\rangle$, ahora se cuenta con cuatro valores, dos para la información positiva x^{+} e y^{+}, y dos para la información negativa, x^{-} e y^{-}, los cuales se verifican y descomponen de manera independiente.

2.3. PROPIEDADES Y SOLUCIONES DEL MODELO DE PREFERENCIA-AVERSIÓN

Entonces se tiene que la única combinación posible entre *T*, *S*, y *n*, que permite preservar tanto el principio de contradicción como el del tercero excluido, es la terna de De Morgan con la *t*-norma *T* y *t*-conorma *S* de Lukasiewicz, definidas unívocamente a partir de un determinado automorfismo φ [2], [10], [12],

$$T(x,y)=\varphi^{-1}\left(\max\{\varphi(x)+\varphi(y)-1,0\}\right),$$

$$S(x,y)=\varphi^{-1}\left(\min\{\varphi(x)+\varphi(y),1\}\right),$$

$$n(x)=\varphi^{-1}\left(1-\varphi(x)\right),$$

donde *n* es una negación de tipo fuerte.

En general, tomando de ahora en adelante la terna de De Morgan $\langle T,S,n\rangle_{\varphi}$ de tipo fuerte, se identifican las siguientes cotas para $\langle p,i,j\rangle_{\varphi}$ [2], tal que se satisfacen las ecuaciones (1) y (3),

$$T\left(x^{+},n\left(y^{+}\right)\right)\leq p\left(x^{+},y^{+}\right)\leq\min\left\{x^{+},n\left(y^{+}\right)\right\},$$

$$T\left(x^{+},y^{+}\right)\leq i\left(x^{+},y^{+}\right)\leq\min\left\{x^{+},y^{+}\right\},$$

$$T\left(n\left(x^{+}\right),n\left(y^{+}\right)\right)\leq j\left(x^{+},y^{+}\right)\leq\min\left\{n\left(x^{+}\right),n\left(y^{+}\right)\right\},$$

y para $\langle z,g,h\rangle_{\varphi}$, las respectivas cotas tal que se satisfacen las ecuaciones (4) y (6) (la demostración para el caso de aversión se sigue directamente del caso de preferencia [2]),

$$T\left(x^{-},n\left(y^{-}\right)\right)\leq z\left(x^{-},y^{-}\right)\leq\min\left\{x^{-},n\left(y^{-}\right)\right\},$$

$$T\left(x^{-},y^{-}\right)\leq g\left(x^{-},y^{-}\right)\leq\min\left\{x^{-},y^{-}\right\},$$

$$T\left(n\left(x^{-}\right),n\left(y^{-}\right)\right)\leq h\left(x^{-},y^{-}\right)\leq\min\left\{n\left(x^{-}\right),n\left(y^{-}\right)\right\}.$$

También se tiene que para toda solución $\langle p,i,j\rangle_{\varphi}$ de (1) y (3), se cumplen las siguientes propiedades [2], donde $x^{+},y^{+}\in[0,1]$:

$$T\left(p\left(x^{+},y^{+}\right),p\left(y^{+},x^{+}\right)\right)=0,$$

$$T\left(p\left(x^{+},y^{+}\right),i\left(x^{+},y^{+}\right)\right)=0,$$

$$T\left(p\left(x^{+},y^{+}\right),j\left(x^{+},y^{+}\right)\right)=0,$$

$$T\left(i\left(x^{+},y^{+}\right),j\left(x^{+},y^{+}\right)\right)=0,$$

$$S\left(S\left(p\left(x^{+},y^{+}\right),p\left(y^{+},x^{+}\right)\right),S\left(i\left(x^{+},y^{+}\right),j\left(x^{+},y^{+}\right)\right)\right)=1.$$

y para toda solución $\langle z,g,h\rangle_{\varphi}$ de (4) y (6), se cumplen las siguientes propiedades, donde $x^{-},y^{-}\in[0,1]$:

$$T\left(z\left(x^{-},y^{-}\right),z\left(y^{-},x^{-}\right)\right)=0,$$

$$T\left(z\left(x^{-},y^{-}\right),g\left(x^{-},y^{-}\right)\right)=0,$$

$$T\left(z\left(x^{-},y^{-}\right),h\left(x^{-},y^{-}\right)\right)=0,$$

$$T\left(g\left(x^{-},y^{-}\right),h\left(x^{-},y^{-}\right)\right)=0,$$

$$S\left(S\left(z\left(x^{-},y^{-}\right),z\left(y^{-},x^{-}\right)\right),S\left(g\left(x^{-},y^{-}\right),h\left(x^{-},y^{-}\right)\right)\right)=1.$$

De esta manera, existe una solución para el sistema (1)-(3), si y sólo si las funciones *p*, *i*, *j* se definen de la siguiente forma, donde *i* y *j* son mutuamente excluyentes [2],

$$p\left(x^{+},y^{+}\right)=\min\left\{x^{+},n\left(y^{+}\right)\right\},$$

$$i\left(x^{+},y^{+}\right)=T\left(x^{+},y^{+}\right),$$

$$j\left(x^{+},y^{+}\right)=T\left(n\left(x^{+}\right),n\left(y^{+}\right)\right).$$

También se tiene la solución para las ecuaciones (1) y (3), tal que *P* es asimétrica, donde [2],

$$p\left(x^{+},y^{+}\right)=T\left(x^{+},n\left(y^{+}\right)\right),$$

$$i\left(x^{+},y^{+}\right)=\min\left\{x^{+},y^{+}\right\},$$

$$j\left(x^{+},y^{+}\right)=\min\left\{n\left(x^{+}\right),n\left(y^{+}\right)\right\}.$$

Además, la solución para *p*, *i* y *j* que permite su verificación simultánea, tal que

$$T^{*}\left(p\left(x^{+},y^{+}\right),p\left(y^{+},x^{+}\right)\right)=T^{*}\left(i\left(x^{+},y^{+}\right),j\left(y^{+},x^{+}\right)\right),$$

$$S^{*}\left(p\left(x^{+},y^{+}\right),p\left(y^{+},x^{+}\right),i\left(x^{+},y^{+}\right),j\left(y^{+},x^{+}\right)\right)=1,$$

para una *t*-norma T^{*} y una *t*-conorma S^{*} multiplicativas, es la siguiente [16],

$$p\left(x^{+},y^{+}\right)=T^{*}\left(x^{+},n\left(y^{+}\right)\right),$$

$$i\left(x^{+},y^{+}\right)=T^{*}\left(x^{+},y^{+}\right),$$

$$j\left(x^{+},y^{+}\right)=T^{*}\left(n\left(x^{+}\right),n\left(y^{+}\right)\right).$$

Del mismo modo se pueden caracterizar las siguientes soluciones para el sistema (4)-(6), análogamente a como se ha hecho para el sistema (1)-(3), para una terna de De Morgan de tipo fuerte. De esta manera, la solución para el sistema (4)-(6) de $\langle z,g,h\rangle_{\varphi}$ es la siguiente,

$$z\left(x^{-},y^{-}\right)=\min\left\{x^{-},n\left(y^{-}\right)\right\},$$

$$g\left(x^{-},y^{-}\right)=T\left(x^{-},y^{-}\right),$$

$$h\left(x^{-},y^{-}\right)=T\left(n\left(x^{-}\right),n\left(y^{-}\right)\right).$$

También se tiene que la solución para las ecuaciones (4) y (6), tal que *Z* es asimétrica, es la siguiente,

$$z\left(x^{-},y^{-}\right)=T\left(x^{-},n\left(y^{-}\right)\right),$$

$$g\left(x^{-},y^{-}\right)=\min\left\{x^{-},y^{-}\right\},$$

$$h\left(x^{-},y^{-}\right)=\min\left\{n\left(x^{-}\right),n\left(y^{-}\right)\right\}.$$

Además, la solución para $\langle z,g,h\rangle_{\varphi}$, que permite la coexistencia de las cuatro situaciones de aversión, tal que

$$T^{*}\left(z\left(x^{-},y^{-}\right),z\left(y^{-},x^{-}\right)\right)=T^{*}\left(g\left(x^{-},y^{-}\right),h\left(x^{-},y^{-}\right)\right),$$

$$S^{*}\left(z\left(x^{-},y^{-}\right),z\left(y^{-},x^{-}\right),g\left(x^{-},y^{-}\right),h\left(x^{-},y^{-}\right)\right)=1,$$

es tal que,

$$z\left(x^{-},y^{-}\right)=T^{*}\left(x^{-},n\left(y^{-}\right)\right),$$

$$g\left(x^{-},y^{-}\right)=T^{*}\left(x^{-},y^{-}\right),$$

$$h\left(x^{-},y^{-}\right)=T^{*}\left(n\left(x^{-}\right),n\left(y^{-}\right)\right).$$

De esta manera, el modelo IA2-SM2 permite la representación tanto del predicado de preferencia y de sus relaciones básicas, como del de aversión y su respectiva descomposición, a partir de los grados de intensidad correspondientes a los datos de entrada x^{+}, y^{+} y x^{-}, y^{-}, por medio de las funciones $\langle p,p^{-1},i,j\rangle$ y $\langle z,z^{-1},g,h\rangle$, respectivamente.

Dicha representación admite una total y perfecta separabilidad entre sus componentes, tal como ocurre con las relaciones de preferencia débil, identificándose las relaciones básicas de preferencia estricta, indiferencia e incomparabilidad, o con las relaciones de aversión débil, de donde se identifican las de aversión estricta, indiferencia e incomparabilidad negativas. Esto es consecuencia de que para ambos órdenes, se tiene una partición perfecta del conjunto de alternativas, de manera que,

$$p\left(x^{+},y^{+}\right)+i\left(x^{+},y^{+}\right)+p\left(y^{+},x^{+}\right)+j\left(y^{+},x^{+}\right)=1$$

y

$$z\left(x^-,y^-\right)+g\left(x^-,y^-\right)+z\left(y^-,x^-\right)+h\left(y^-,x^-\right)=1\,.$$

2.4. LA ESTRUCTURA COMPLETA DE PREFERENCIA-AVERSIÓN

El modelo IA2-SM2 de preferencia-aversión (P-A), incorpora un tipo de racionalidad que enmarca las alternativas en términos de pérdidas y ganancias, siguiendo la intuición principal de la CPT, asignando dos valores diferentes e independientes para expresar preferencia y aversión débiles (se advierte que en la CPT se agregan las pérdidas y ganancias de manera dependiente, por medio de un funcional acumulativo como lo es la integral de Choquet [7], [15]). Entonces es posible ordenar distintas piezas de información de acuerdo con la fuerza o intensidad de los atributos positivos y negativos de las opciones disponibles.

De esta forma, el espacio evaluativo de este modelo corresponde con el tipo bipolar bivariado [1], [7], [11], donde los aspectos positivos y negativos pueden ser simultáneamente verificados. Por lo tanto, la bipolaridad del significado del predicado de preferencia-aversión $R=\left\langle R^+,R^-\right\rangle$ se mide por medio de dos escalas independientes.

En este marco, la ignorancia tiene un papel primordial, pues representa el estado a partir del cual las dos escalas pueden ser conjuntamente examinadas. Tal estado representa la situación en que no se cuenta con información alguna sobre las alternativas, representando el punto de partida para todo proceso de aprendizaje sobre el problema de decisión [9].

Una especificación conjunta del orden de preferencia y del de aversión genera una estructura combinada de dieciséis posibles situaciones para representar del estado de conocimiento del individuo, conformada por diez relaciones compuestas, *PZ*, *PA*, *PG*, *PH*, *IZ*, *IG*, *IH*, *JZ*, *JG* y *JH*. Estas relaciones se encuentran definidas en la tabla 2, para todo par de alternativas $x,y\in X$.

Tabla 1: La estructura completa de preferencia-aversión.

$R=R^+,R^-$	$Z(x,y)$	$Z(y,x)$	$G(x,y)$	$H(x,y)$
$P(x,y)$	$PZ(x,y)$	$PA(x,y)$	$PG(x,y)$	$PH(x,y)$
$P(y,x)$	$PA(y,x)$	$PZ(y,x)$	$PG(y,x)$	$PH(y,x)$
$I(x,y)$	$IZ(x,y)$	$IZ(y,x)$	$IG(x,y)$	$IH(x,y)$
$J(x,y)$	$JZ(x,y)$	$JZ(y,x)$	$JG(x,y)$	$JH(x,y)$

De esta manera, examinando la combinación entre las relaciones básicas del modelo P-A, se tienen diez relaciones compuestas que generan un sistema relacional combinado de preferencia y aversión. Dicho sistema representa una graduación entre diversas situaciones de decisión, partiendo de argumentos independientes sobre las pérdidas y ganancias y luego verificando las situaciones obtenidas mediante la agregación de ambas dimensiones, de acuerdo con la intersección, por medio de la *t*-norma T^M=min, de las relaciones básicas de preferencia y aversión.

Entonces, los distintos estados epistémicos representados por cada una de estas relaciones constituyen un marco representativo de la racionalidad del individuo y sus posibilidades frente a una decisión. De la preferencia estricta se obtienen cuatro posibles relaciones, *PZ*, *PA*, *PG* y *PH*. La primera es una relación de máximo conflicto, denominada *incomparabilidad por ambivalencia* (*PZ*), dado que coexisten dos valoraciones antagónicas de preferencia y aversión estrictas. La segunda, en cambio, es una relación de *preferencia estricta fuerte* (*PA*), donde se tiene preferencia estricta y aversión estricta inversa, lo cual hace que la preferencia estricta sea aún más fuerte debido a que la otra alternativa es peor.

Este análisis permite identificar que *x* puede ser mejor y a la vez peor que *y*, caso en el cual no hay una decisión fácil debido a la ambivalencia natural de ciertas situaciones, o que *x* es mejor e *y* es peor, lo cual hace aún más nítida y fácil la elección de *x*. La teoría ayuda a entender, bajo un enfoque relacional, porqué el resultado final puede ser decisivo o no.

Siguiendo con la descripción del sistema relacional combinado, la relación de *preferencia pseudo-estricta* (*PG*) refleja una situación en que se verifica preferencia estricta aunque las dos alternativas son igual de malas, reflejando un cierto grado de insatisfacción conflictiva, mientras que la relación de *preferencia semi-estricta* (*PH*) representa el caso en el cual se tiene preferencia estricta pero no se sabe nada acerca de los atributos negativos de las opciones, pues existe un grado de incomparabilidad por ignorancia sobre la relación de aversión débil.

Por el lado de la indiferencia positiva, su combinación con la aversión estricta genera una relación compuesta de *aversión pseudo-estricta* (*IZ*), pues son igual de buenas pero una es peor que la otra. En cuanto a la combinación entre la indiferencia positiva y la negativa, el resultado es el de la *indiferencia fuerte* (*IG*), pues ambas alternativas son igual de buenas y de malas, es decir, son muy similares entre sí. Y por la combinación entre indiferencia e incomparabilidad sobre la aversión débil, se obtiene la *semi-indiferencia* (*IH*), pues no se sabe nada de los atributos negativos de *x* e *y* pero sí se sabe que son igual de buenas.

Por último, se tienen las relaciones compuestas de incomparabilidad por ignorancia sobre la preferencia débil *JZ*, *JG* y *JH*. La primera relación es de *aversión semi-estricta* (*JZ*), la cual representa el caso en el cual se tiene aversión estricta pero no se sabe nada acerca de los atributos positivos de las opciones, pues existe un grado de incomparabilidad por ignorancia sobre la relación de preferencia débil. La segunda es una relación de *semi-indiferencia negativa* (*JG*), donde no se sabe nada acerca de los atributos positivos entre x e y pero sí se sabe que son igual de malas, reflejando una inconformaidad absoluta sobre las alternativas disponibles. Finalmente se obtiene la relación de absoluta ignorancia, denominada *incomparabilidad por ignorancia* (*JH*), donde el individuo no cuenta con ningún tipo de información relevante.

3 CONCLUSIÓN

El modelo IA2-SM2 y su estructura P-A permite identificar de manera fiable las distintas situaciones o estados cognitivos del individuo racional frente a un problema de decisión. Como atributo principal, esta aproximación permite la agregación independiente de pérdidas y ganancias, o de percepciones negativas y positivas acerca de las alternativas de X. De este modo, se mantiene la estructura estándar de preferencia, y se incorpora la correspondiente estructura de aversión, con el fin de examinarlas conjuntamente.

Para una investigación futura, se planea examinar con mayor detalle las relaciones entre esta propuesta y otros modelos de preferencia, con el fin de determinar sus similitudes y diferencias, identificando un espacio semántico común, a partir del cual poder formular y solucionar el problema de decisión en base al tipo de información disponible. De esta manera, se puede entender mejor el proceso mediante el cual un individuo racional ordena sus alternativas e intenta encontrar la mejor de éstas.

Agradecimientos

Esta investigación ha sido parcialmente subvencionada por el Gobierno de España, proyecto TIN2009-07901.

Referencias

[1] D. Dubois, H. Prade. An introduction to bipolar representations of information and preference. International Journal of Intelligent Systems, 23 866-877 (2008)

[2] J. Fodor, M. Roubens. Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Support. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1994)

[3] C. Franco, J. Montero. Organizing information by fuzzy preference structures –Fuzzy preference semantics. Proceedings ISKE Conference, Beijing, November 15-16 (2010), pages 135-140

[4] C. Franco, J. Montero, J.T. Rodríguez. Aggregation weights for a preference-aversion model. Proceedings World Conference on Soft Computing, San Francisco, May 23-26 (2010), paper 199

[5] C. Franco, J. Montero, J.T. Rodríguez. Partial comparability and preference-aversion models. ISKE2011 (2011)

[6] J. Goguen. The logic of inexact concepts. Synthese 19, 325-373 (1969)

[7] M. Grabisch, Ch. Labreuche. A decade of application of the Choquet and Sugeno integrals in multicriteria decision aid. A Quarterly Journal of Operations Research 6, 1-44, (2008)

[8] D. Kahneman, A. Tversky. Prospect theory: an analysis of decision under risk. Econometrica 47, 263-291 (1979)

[9] J. Montero, D. Gómez, H. Bustince. On the relevance of some families of fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems 158, 2429-2442 (2007)

[10] J. Montero, J. Tejada, C. Cutello. A general model for deriving preference structures from data. European Journal of Operational Research 98, 98-110 (1997)

[11] J.T. Rodríguez, C. Franco, J. Montero. On the relationship between bipolarity and fuzziness. Proceedings EUROFUSE Conference, Régua, Portugal, September 21-23 (2011)

[12] B. Schweizer, A. Sklar. Probabilistic Metric Spaces. North-Holland, Amsterdam (1983)

[13] A. Smith. The Theory of Moral Sentiments. Cambridge University Press, Cambridge (2002)

[14] E. Trillas. On a model for the meaning of predicates (A naïve approach to the genesis of fuzzy sets). In: Views of Fuzzy Sets and Systems from Different Perspectives (ed.: Rudolf Seising), Springer, 175-205 (2009)

[15] A. Tversky, D. Kahneman. Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty. Journal of Risk and Uncertainty 5, 297-323 (1992)

[16] B. Van de Walle, B. De Baets, E. Kerre. Characterizable fuzzy preference structures. Annals of Operations Research 80, 105-136 (1998)

[17] L.A. Zadeh. Fuzzy sets. Information and Control 8, 338-353 (1965)