



U N I V E R S I D A D
COMPLUTENSE
M A D R I D

Máster en Minería de Datos e Inteligencia de Negocios

Curso 2016 / 2017

El Régimen de Trabajadores Autónomos

Un estudio de las pensiones de jubilación basado en la
Muestra Continua de Vidas Laborales

Trabajo de Fin de Máster

Autor: PELAYO ESPARZA SOLA

Tutor: VÍCTOR M. RUIZ MORCILLO

Madrid, a 15 de noviembre de 2017



AGRADECIMIENTOS

Quería aprovechar estas líneas para expresar mi agradecimiento a la Subdirección de Seguimiento Económico de la Dirección General de Ordenación de la Seguridad Social por haberme facilitado la Muestra Continua de Vidas Laborales para llevar a cabo este Trabajo Fin de Máster.

Quiero dar las gracias también a mi tutor, Víctor Ruiz. Estoy muy agradecido por tu inestimable ayuda e implicación a la hora de orientar el TFM, y por haber aportado siempre una visión clara y ordenada de todos los procedimientos realizados desde la concepción del proyecto hasta su realización.

Agradezco a Antonio José Heras, de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la UCM, el haberme proporcionado una serie de sugerencias sobre el uso de las tablas de mortalidad y supervivencia.

Muchas gracias a Ana Herrera, de la Facultad de Economía y Empresa de la Universidad del País Vasco, por haberme ayudado a dar forma a las explicaciones acerca de la ecuación de equilibrio estático, y a Iñaki de la Peña, por sus aclaraciones relativas a la normativa de la Seguridad Social.

A mis tutoras del INE, por poner a mi disposición vuestro apoyo y conocimientos.

A mis amigos, familia, padres y hermanos; sin vuestro ánimo constante este trabajo nunca hubiera llegado a buen puerto.

Gracias a todos,

Pelayo

REFERENCIA DE SIGLAS Y ABREVIATURAS

AC:	Años Cotizados
activ:	activación
B:	Base
	<ul style="list-style-type: none">○ BC: Base de Cotización○ BCCC: Base de Cotización por Contingencias Comunes○ BCL: Base de Cotización Límite○ BR: Base Reguladora
C:	Cuota
	<ul style="list-style-type: none">○ CA: Cuota Anual○ CM: Cuota Mensual○ CMJ: Cuota Mensual de Jubilación
CCCC:	Contingencias Comunes
disp. adic.:	disposición adicional
ECM:	Error Cuadrático Medio
et. al.:	(abreviatura latina) y otros o y los demás
etc.:	(abreviatura latina) y lo demás
GRG:	Gradiente Reducido Generalizado
INE:	Instituto Nacional de Estadística
IPC:	Índice de Precios de Consumo
IPF:	Identificador de la Persona Física
IRPF:	Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas
Levmar:	Levenberg-Marquardt
MC:	Meses Cotizados
MCVL:	Muestra Continua de Vidas Laborales
	<ul style="list-style-type: none">○ MCVL CDF: (Muestra Continua...) Con Datos Fiscales○ MCVL SDF: (Muestra Continua...) Sin Datos Fiscales
MSE:	(inglés) Mean Squared Error
nº:	número

PIB:	Producto Interior Bruto
PJSS:	Prestación por Jubilación de la Seguridad Social
RETA:	Régimen Especial de Trabajadores Autónomos
RG:	Régimen General
RNA:	Red(es) Neuronal(es) Artificial(es)
SMI:	Salario Mínimo Interprofesional
SSE:	Seguridad Social de España
TFM:	Trabajo Fin de Máster
Trureg:	(inglés) Trust-Region
VAPP:	Valor Actual de Pensiones Puras
VAS:	Valor Actual de la Siniestralidad
vol.:	volumen

ÍNDICE DE CONTENIDOS

Resumen	XI
Abstract	XII
Résumé	XIII
1. Introducción	1
2. Objetivos	3
3. Estado del Arte	4
4. Características del Régimen de Autónomos y sus prestaciones	5
4.1. Sujetos incluidos	6
4.2. Base de cotización	6
4.3. Tipo de cotización	8
4.4. Bases reguladoras	9
4.5. Prestaciones de jubilación	11
5. Hipótesis técnicas y fuentes de datos	12
5.1. Tablas actuariales	13
5.2. Incremento anual de las pensiones de jubilación	15
5.3. Incremento anual de salarios y cotizaciones	17
5.4. Fuente de datos: la Muestra Continua de Vidas Laborales	18
5.5. Limitaciones del proyecto	20
6. Análisis estadístico del conjunto de datos	21
6.1. Lectura de los ficheros de partida	22
6.2. Estudio descriptivo	23
6.3. Un ajuste con modelos de regresión para estimar las bases de cotización a cada edad	26
7. Metodología del simulador	32
7.1. Ecuación de equilibrio estático	32
7.2. Cotizaciones efectivas	37
7.2.1. Bases de cotización	37
7.2.2. Cotizaciones abonadas	40
7.2.3. Pensiones recibidas. Planteamiento definitivo del simulador	43
7.3. Trabajadores seleccionados	46
7.4. Ejemplo de funcionamiento del simulador	49

8. Resultados del simulador	54
8.1. Análisis de rentabilidad de las cotizaciones	54
8.2. Comparativa de rentabilidad frente a prestaciones efectivas de una muestra de autónomos jubilados de la MCVL	58
8.3. Impacto de la elección de la base de cotización	60
8.4. Predicción de las prestaciones de los jubilados	66
9. Conclusiones. Trabajo a futuro	70
10. Referencias	72
Anexos :	
I Notas Técnicas	
I.I Evolución del colectivo inicial según probabilidades de fallecimiento y jubilación	75
I.II Estimación de rentas y símbolos de conmutación	78
II Código en R / SAS	
Código I. Estudio descriptivo	84
Código II. Modelos de regresión	89
Código III. Gráficos del simulador	92
Código IV. Redes neuronales	98
III Glosario	103

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Tasa de mortalidad española en tanto por mil. Año 2010	14
Figura 2	Campos comunes en las tablas de la MCVL	20
Figura 3	Fecha de baja efectiva frente a fecha de alta en la SSE	24
Figura 4	Distribución de la edad de los autónomos en función del sexo	24
Figura 5	Histograma: edad de los autónomos según el sexo	25
Figura 6	Base de cotización en 2015 con relación a la edad	26
Figura 7	Cotización media en 2015 con relación a la edad	26
Figura 8	Cotización media en 2015 con relación a la edad, entre 18 y 44 años	28
Figura 9	Descomposición del modelo de regresión lineal para la cotización media en 2015 con relación a la edad, con constante, entre 18 y	

44 años	28
Figura 10 Comparación entre los modelos de regresión lineal y cuadrático, sin constante, para la base de cotización de los autónomos entre 45 y 89 años, en función de la edad	29
Figura 11 Descomposición del modelo de regresión cuadrática para la cotización media en 2015 con relación a la edad, sin constante, entre 45 y 89 años	30
Figura 12 Fuentes de financiación de las prestaciones de la Seguridad Social	34
Figura 13 Comparativa de los escenarios de evolución de la rentabilidad de las pensiones al tipo de interés i con relación al coste de la vida (IPC)	37
Figura 14 Estrategias de cotización equivalentes (antes / después de los 45 años)	39
Figura 15 Ejemplo de actualización de una base de cotización en 10 años	40
Figura 16 Perfil de los autónomos de la MCVL seleccionados para el simulador	48
Figura 17 Edades de referencia para el cálculo de los elementos clave del simulador	50
Figura 18 Obtención en Excel del tipo de interés de equilibrio	52
Figura 19 Individuos analizados con el simulador según su base reguladora mensual	55
Figura 20 Distribución de la edad de los 200 autónomos estudiados en el simulador según el sexo	56
Figura 21 Base de cotización de la submuestra del simulador con relación a la edad	56
Figura 22 Cotización media de la submuestra para cada edad	56
Figura 23 Rentabilidad (en tanto por ciento) de las pensiones de jubilación por años cotizados	57
Figura 24 Importe (en euros) de las pensiones de jubilación por años cotizados	57
Figura 25 Perfil de los jubilados de la MCVL seleccionados para el simulador	59
Figura 26 Jubilados analizados con el simulador según su base reguladora	

mensual	60
Figura 27 Imputación de la base reguladora límite a los 45 años para los autónomos iniciales del simulador	62
Figura 28 Individuos analizados con el simulador según su base reguladora mensual al cotizar por la base límite para mayores de 45 años	63
Figura 29 Rentabilidad media de las pensiones en los tres casos de estudio frente a años cotizados	64
Figura 30 Importe (en euros) de las pensiones por años cotizados en los tres casos de estudio	65
Figura 31 Descripción de los modelos contrastados en la Red Neuronal	68
Figura 32 Error promedio de los sistemas comparados	68
Figura 33 Prestaciones obtenidas en el simulador frente a los estimadores (datos de entrenamiento)	69
Figura 34 Colectivo de estudio y sus causas de salida a distintas edades	75
Figura 35 Interpolación lineal de rentas con periodicidad inferior a la anual	81

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1	Bases de cotización del Régimen de Autónomos en 2015	7
Cuadro 2	Tipos de cotización totales para el Régimen de Autónomos 2015	8
Cuadro 3	Tasas de mortalidad para mujeres y hombres en España, tantos por mil. Año 2015	15
Cuadro 4	Variación interanual de las pensiones de jubilación entre 1994 y 2015 frente al aumento del IPC real	16
Cuadro 5	Variación interanual del Producto Interior Bruto en tanto por ciento. Base 2010	17
Cuadro 6	Términos de la ecuación del ejemplo del simulador en equilibrio, $i = 2,6886$, $PIB = 1,0207$ (prestaciones)	53
Cuadro 7	Términos de la ecuación del ejemplo del simulador en equilibrio, $i = 2,6886$, $PIB = 1,0207$ (cotizaciones)	53
Cuadro 8	Términos de la base de cotización del último año en el ejemplo del simulador en equilibrio, $i = 2,6886$, $PIB = 1,0207$	53
Cuadro 9	Términos de la pensión anual inicial en el ejemplo del simulador en equilibrio, $i = 2,6886$, $PIB = 1,0207$	53
Cuadro 10	Principales resultados en euros recogidos por el simulador, para un incremento salarial anual del 2,07 % y un crecimiento de las pensiones de retiro del 2 % anual	55
Cuadro 11	Principales resultados en euros del simulador aplicado en jubilados. Incremento salarial anual del 2,07 %; crecimiento de las pensiones de retiro del 2 % anual	59
Cuadro 12	Principales resultados en euros si la base aplicada por los autónomos a partir de los 45 años es la base límite. Incremento salarial anual del 2,07 %; crecimiento de las pensiones de retiro del 2 % anual	62
Cuadro 13	Características de las variables empleadas en la predicción	66
Cuadro 14	Tasas de mortalidad en tantos por uno para el colectivo de autónomos seleccionado. Año 2015	77
Cuadro 15	Tabla de fallecimiento de los autónomos entre 18 y 100 años incluidos en la MCVL 2015, con tasas de mortalidad promedio de 2011 a 2015	78

RESUMEN

El Régimen de Trabajadores Autónomos: Un estudio de las pensiones de jubilación basado en la Muestra Continua de Vidas Laborales

Autor: Pelayo Esparza Sola
Tutor: Víctor Manuel Ruiz Morcillo

El Régimen de Autónomos de la Seguridad Social, el cual engloba a la práctica totalidad de los trabajadores por cuenta propia en España, presenta varias particularidades, como la posibilidad de elegir anualmente una base de cotización a la Seguridad Social dentro de los límites establecidos por la Ley. Esa libertad permite trazar una estrategia de cotización que mejore el volumen de la prestación de jubilación a recibir. Para estudiar el impacto de esa estrategia sobre la cuantía de la pensión, se ha construido un modelo simulador que estima las pensiones futuras según las cotizaciones realizadas, a través de la información recogida en la Muestra Continua de Vidas Laborales (MCVL) de 2015.

A partir de la MCVL se ha elaborado un análisis estadístico, que refleja el incremento de la cotización a medida que avanza la edad de los autónomos. Del simulador se concluye, como cabría esperar, que un alargamiento del periodo total cotizado conlleva una subida del valor de las prestaciones y una caída de la rentabilidad, ya que a partir de los 37 años de cotización no se obtiene un porcentaje más alto de la prestación por cada período adicional cotizado. Por otra parte, el aumento de las bases cotizadas trae consigo una mejora del rendimiento de la pensión y del importe total percibido, de tal forma que los trabajadores por cuenta propia obtendrán una prestación más generosa si modifican su estrategia para cotizar por la base límite desde los 45 años.

Palabras clave

Trabajador autónomo, rentabilidad de la jubilación, estrategia de cotización, Muestra Continua de Vidas Laborales.

ABSTRACT

The Regime of Self-Employed Workers: A study of retirement plans based on the Continuous Working Life Sample

Author: Pelayo Esparza Sola
Advisor: Víctor Manuel Ruiz Morcillo

The Special Regime of Self-Employed Workers, which includes almost every freelance worker in Spain, has its own peculiarities, such as the opportunity to establish a variable annual pension contribution which meets legal requirements. This freedom of choice allows participants to select payment options to increase the level of their public pensions. In order to assess the impact of this strategy on the size of the pension received, a simulation has been carried out to estimate pension benefits in relation to contributions made, according to the data available from the 2015 Continuous Working Life Sample (CWLS).

Statistical analysis obtained from the CWLS reveals a rise in contribution levels as self-employed workers grow older. The simulation shows unsurprisingly that an increase in length of working life for which payments are made results in a rise in social security benefits and a drop in retirement yield, as pensions remain constant for each additional contribution period after the first 37 years. On the other hand, an increase in the size of pension contributions leads to improvements in both pension returns and total benefits. Therefore, self-employed workers will receive more generous payouts if they switch to making the largest permitted payments into their pension schemes from the age of 45.

Keywords

Self-employed worker, return on public retirement pensions, contribution strategy, Continuous Working Life Sample.

RÉSUMÉ

Le Régime des Professions Indépendantes : Une étude sur les pensions de retraite fondée sur l'Échantillon Permanent de Vies Professionnelles

Auteur : Pelayo Esparza Sola
Directeur : Víctor Manuel Ruiz Morcillo

Le Régime Spécial des Professions Indépendantes, qui englobe la quasi-totalité des travailleurs indépendants en Espagne, est marqué par des spécificités propres, telles que la possibilité de choisir une base de cotisation à la Sécurité Sociale chaque année, dans les limites légales. Cette liberté permet de mettre en place une stratégie de cotisation pour améliorer le montant de la prestation de retraite. Afin d'étudier l'impact de cette stratégie pour le montant de la pension, on a établi un modèle de simulation qui calcule la valeur de la pension en fonction des cotisations versées, à l'aide des informations figurants dans l'Échantillon Permanent de Vies Professionnelles (MCVL) de 2015.

Une analyse statistique de la MCVL a révélé une hausse des niveaux de contribution lorsque les travailleurs indépendants vieillissent. Le modèle permet de voir, sans surprise, qu'une augmentation de la durée du période totale de cotisation entraîne une montée de la valeur des prestations mais aussi une baisse de la rentabilité, parce qu'on n'obtiendra pas un pourcentage plus élevé de pension pour chaque période supplémentaire de cotisation au-delà des premières 37 années. D'autre part, une augmentation de la base contributive donne lieu a des améliorations du rendement des retraites et des prestations totales. Les travailleurs indépendants recevront donc des versements plus généreux dans le cas où ils décident de cotiser avec la base maximale à partir de 45 ans.

Mots clés

Travailleur indépendant, rentabilité de la retraite, stratégie de cotisation, Échantillon Permanent de Vies Professionnelles.

1. INTRODUCCIÓN

Toda persona que participa en alguna actividad laboral se ve expuesta a una serie de riesgos. Uno de los instrumentos más destacados para favorecer la protección ante dichas adversidades es la Seguridad Social de España, organismo que proporciona uno de los sistemas de asistencia social más ventajosos y completos del conjunto de las economías avanzadas.

La cotización de la población activa a esta Seguridad Social es vital para garantizar la cobertura de sus necesidades económicas. Esa cotización les ayuda a afrontar las distintas contingencias que se pueden presentar ante ellos, en forma de enfermedad, desempleo – o cese de actividad, en el supuesto de los trabajadores por su propia cuenta –, invalidez y retiro, entre otros, que les impidan seguir desarrollando una actividad remunerada con la que afrontar sus necesidades de dinero. Así pues, la planificación financiera resulta una herramienta indispensable de previsión ante posibles infortunios.

Uno de los principales riesgos que acecha a todos los empleados es la perspectiva de perder su principal fuente de ingresos al experimentar un envejecimiento paulatino que acabe impidiéndoles proseguir con su actividad. A fin de contrarrestar esa eventualidad, existe la prestación de jubilación, que asegura una remuneración a la población activa cuando no puedan continuar su labor dada su avanzada edad.

La jubilación es una circunstancia que afecta no solo a trabajadores por cuenta ajena, sino también a los trabajadores por cuenta propia, quienes quedan bajo el amparo del Régimen Especial de Trabajadores Autónomos. Dicho régimen constituye un sistema especial de la Seguridad Social que presenta ciertas peculiaridades que lo diferencian del Régimen General. Entre aquellas características, sobresale el efecto de la elección voluntaria por parte del autónomo de la base de cotización mensual que se le imputará ese año. Esa elección tiene unos límites que dependen de su edad, y les permite trazar una estrategia de previsión a través de sus aportaciones a ese organismo público, con el fin de incrementar el importe de sus prestaciones contributivas.

Este Trabajo Fin de Máster (TFM) se apoyará en la libertad de elección de la mencionada base con intención de establecer su objetivo principal: encontrar la mejor base de cotización para el trabajador por cuenta propia o autónomo, mediante un modelo simulador de coste y prestaciones. El modelo se ha creado de acuerdo con la

información suministrada por la Muestra Continua de Vidas Laborales – a menudo abreviada como MCVL –, en su versión sin datos fiscales de 2015. Para plantear este modelo, se tiene en consideración la legislación vigente en el año 2015¹ en lo que respecta a los trabajadores adscritos al Régimen Especial de Trabajadores Autónomos o RETA, el cual engloba a la inmensa mayoría de aquéllos que ejercen una actividad por su propia cuenta en España.

Este trabajo se estructura de la siguiente manera:

- ◆ En primer lugar, en el próximo apartado, se estipulan los principales objetivos de la investigación.
- ◆ Después, en el apartado 3, relacionamos este TFM con investigaciones anteriores que emplearon la MCVL para generar modelos alternativos al aquí expuesto.
- ◆ En el capítulo 4 se exponen los aspectos normativos fundamentales que rigen el RETA, a tener en cuenta al construir el modelo.
- ◆ En el apartado 5 se plantean las hipótesis técnicas del simulador.
- ◆ El epígrafe 6 se dedica al análisis estadístico del conjunto de los autónomos de la MCVL. También se presenta un modelo de regresión para predecir el importe de la base media cotizada por edad.
- ◆ En el capítulo 7 se explican los cálculos llevados a cabo al estimar el importe de la jubilación de cada autónomo analizado, así como el procedimiento de extracción de la submuestra de trabajadores por cuenta propia sobre los que aplicaremos el simulador.
- ◆ En el apartado 8 se muestran los resultados de la puesta en funcionamiento del simulador, junto con una predicción del importe de las prestaciones obtenidas por los jubilados fundamentada en las técnicas de regresión lineal y redes neuronales.
- ◆ Finalmente, en el capítulo 9, se presentan las conclusiones del estudio y las potenciales líneas de trabajo a futuro.

Unos anexos completan estas páginas a través de unas notas técnicas que amplían los aspectos puramente matemáticos del cálculo de las tablas actuariales, las rentas y los

¹ Principalmente, el texto refundido de la Ley General de la Seguridad Social, aprobado por el Real Decreto Legislativo 8/2015, de 30 de octubre de 2015.

símbolos de conmutación; una reproducción del código utilizado en R y SAS base en el análisis estadístico y la selección de autónomos; y un glosario que recopila la definición de los términos demográficos, macroeconómicos y de Seguridad Social presentes a lo largo del documento.

Los cuadros y figuras recogidas a lo largo de este trabajo son de elaboración propia salvo si se indica lo contrario, a través de los programas estadísticos SAS y R y las herramientas de ofimática Microsoft Office Word y Excel.

2. OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo consiste en elaborar un modelo de simulación de prestaciones contributivas de jubilación y cotizaciones de la Seguridad Social de España (SSE) que contemple las situaciones previstas para el autónomo español en la versión más reciente de la Ley General de la Seguridad Social, de 30 de octubre de 2015. Con ese fin, nuestro modelo recoge las probabilidades de fallecimiento y retiro de los autónomos españoles, de manera que se pueda adaptar a los sucesivos cambios en la normativa.

El simulador estima las prestaciones futuras en función de las cotizaciones efectuadas por el autónomo, y permite conocer el importe de la cobertura pública ante el riesgo de jubilación. La información sobre edad, años cotizados y otros elementos clave a la hora de determinar las pensiones futuras se extraerán de la Muestra Continua de Vidas Laborales (MCVL). La MCVL procesa un elevado número de factores que afectan a los trabajadores españoles. Esa información es adecuada para un tratamiento estadístico con el que aplicar técnicas estadístico-actuariales² para calcular la relación existente entre prestaciones y aportaciones. Es importante destacar que el simulador hace alusión únicamente a la prestación de jubilación de la SSE en su modalidad contributiva, que se desprende de las cotizaciones, y no evalúa la asistencia no contributiva, pues esta última

² El término *actuarial* implica que se toma en consideración un factor financiero de valoración, además de probabilidades de deceso y supervivencia. El Diccionario de la Real Academia de la Lengua define al actuario como “persona versada en los cálculos matemáticos y en los conocimientos estadísticos, jurídicos y financieros concernientes a los seguros y a su régimen, la cual asesora a las entidades aseguradoras y sirve como perito en las operaciones de estas”.

está vinculada a otra fuente de financiación, las aportaciones del Estado a los presupuestos de la Seguridad Social.

De igual modo, con el simulador el trabajador por cuenta propia conocerá las posibles prestaciones a recibir según las provisiones constituidas. Aprovechando esta circunstancia, establecerá si lo desea una estrategia con la que estimar la base de cotización que le provea de mejores compensaciones por retiro cuando se halle bajo una situación objeto de dicha protección social.

Por otra parte, se plantea una meta secundaria: la posibilidad de determinar las diferencias en las variables que caracterizan a los autónomos que figuran en la Muestra Continua de Vidas Laborales, como su edad, su género o los años cotizados hasta el momento en algún régimen de Seguridad Social, en concordancia con diversas técnicas de análisis de datos: un análisis descriptivo inicial, un modelo de regresión que determina las bases de cotización anuales medias conforme a la edad y una red neuronal que predice las prestaciones de los jubilados en función de ciertas variables de cotización.

3. ESTADO DEL ARTE

En las tres siguientes obras se realizan estudios sobre la relación entre cotizaciones y prestaciones, que cimentaron la investigación desarrollada en este texto:

- ◆ Meneu y Encinas (2012) cuantificaron el efecto de la Ley 27 / 2011, sobre actualización, adecuación y modernización del sistema de Seguridad Social, con intención de analizar si la relación entre cotizantes y prestaciones de todo el sistema público es sostenible económicamente a largo plazo. Para contrastar esa hipótesis, construyeron un modelo de cálculo de la pensión de retiro inicial de los trabajadores del conjunto del sistema de la SSE (Régimen General, Régimen de Autónomos y otros Regímenes Especiales), empleando datos provenientes de la MCVL de 2010. Llegaron a la conclusión de que existe un desequilibrio porque la rentabilidad de las pensiones es superior al nivel de crecimiento general de la Economía, si bien el desajuste se ha visto reducido respecto al que se registraba antes de la reforma de 2011.

- ◆ Devesa *et. al.* (2014) destacaron las circunstancias que permiten a los trabajadores adscritos al RETA beneficiarse de la legislación de la Seguridad Social para incrementar el nivel de la prestación de jubilación sin aumentar el nivel de las aportaciones en la misma medida. Los autores explotaron la MCVL de 2008 a fin de estimar la pensión inicial de los autónomos y su rentabilidad. Después, compararon dicha rentabilidad con la que se obtendría al aumentar la cuantía de las cotizaciones. Demostraron que la rentabilidad promedio se incrementaba si se elevaba el nivel de cotización realizada.
- ◆ Esparza (2016) se sirvió de la metodología de caso en su Trabajo de Fin de Grado con el propósito de hallar la base de cotización óptima correspondiente a un autónomo si se había inscrito en el Régimen de Autónomos a tres edades distintas – 20, 25 o 30 años – tras seguir alternativamente dos estrategias de cotización habituales: cotizar por la base mínima para mayores de 45 años o hacerlo por la base límite. A partir de la base de cotización se estimaron la pensión correspondiente y la rentabilidad asociada. Se concluyó que los mejores resultados se obtenían cuando se cotizaba por la base más alta, la base límite.

4. CARACTERÍSTICAS DEL RÉGIMEN DE AUTÓNOMOS Y SUS PRESTACIONES

El Régimen Especial de Trabajadores Autónomos (RETA) presenta ciertas peculiaridades que lo separan del Régimen General (RG) de la Seguridad Social. Esas características, que se manifiestan en un marco legislativo propio, le hacen digno del calificativo de Régimen *Especial* en nuestro sistema de previsión pública. Conocer esas particularidades es necesario para comprender el funcionamiento del simulador, por lo que se exponen en los siguientes subepígrafes.

4.1. *Sujetos incluidos*

Reciben la denominación de autónomos aquellos trabajadores que no se encuentran sometidos a una organización empresarial, pues ellos mismos organizan su propio trabajo. Los autónomos incluidos en el RETA efectúan, salvo contadas excepciones³, una actividad económica lucrativa sin sujeción a contrato de trabajo.

El campo de aplicación del RETA se extiende a los trabajadores mayores de 18 años que, independientemente de su sexo y estado civil, residen y ejercen su actividad habitual en el territorio nacional. Entre ellos destacan los siguientes colectivos:

- a) Los trabajadores por cuenta propia, sean o no titulares de empresas individuales o familiares.
- b) El cónyuge y los parientes por consanguinidad o afinidad hasta segundo grado de los trabajadores del punto (a) que colaboran con ellos en la realización de las tareas de su actividad profesional, siempre que no tengan la condición de asalariados.
- c) Aquellos autónomos que para el ejercicio de su actividad profesional necesitan como requisito previo integrarse en un Colegio o Actividad Profesional.

Se presumirá, salvo si se demuestra lo contrario, que el interesado se desempeña como trabajador por su propia cuenta si el mismo ostenta la titularidad de un establecimiento abierto al público como propietario, arrendatario, usufructuario u otro concepto análogo.

4.2. *Base de cotización*

Las bases de cotización son el importe económico de referencia que toma la Seguridad Social al calcular cuánto tiene que pagarle los trabajadores y los empresarios. Para los trabajadores por cuenta ajena, suscritos al Régimen General de la SSE, esa base se corresponde con su salario mensual bruto, incluyendo las pagas extra prorrateadas. En el

³ En el RETA se incluyen socios de compañías regulares y comanditarias, además de socios trabajadores de Cooperativas de Trabajo Asociado, cuando así se establezca en los estatutos de las Cooperativas a las que pertenecen (Ley General de la Seguridad Social de 2015, Título IV, artículo 305).

Régimen de Autónomos, no obstante, la base es independiente de los ingresos mensuales, y puede ser elegida por el autónomo libremente, dentro de unos límites establecidos por la Ley, y que dependen de su edad actual.

La base de cotización puede variar de un año a otro. A la base de cotización de un año x la llamaremos BC_x , o bien simplemente BC . Si el autónomo es alguien de edad igual o inferior a 30 años o de una mujer mayor de 45, podrá escoger una base de cotización comprendida entre el 75 por ciento de la base mínima del RETA establecida cada año por el Ministerio de Empleo y Seguridad Social (en 2015, esto supuso un importe de $0,75 * BMin_{2015} = 0,75 * 884,40 = 633,30$ euros), y la base máxima, durante los tres ejercicios económicos posteriores al alta.

$$0,75 * BMin \leq BC_x \leq BMax \quad (4.1)$$

Cuadro 1. Bases de cotización del Régimen de Autónomos en 2015

Base Máxima	3.606,00 € al mes
Base Límite	1.945,80 € al mes
Base Mínima	884,40 € al mes
Base Mínima > 45 años	953,70 € al mes

Fuente: Orden ESS/86/2015, publicada en el Boletín Oficial del Estado de 31/01/2015

El trabajador por cuenta propia menor de 45 años tiene la opción de cotizar por cualquier base comprendida entre la mínima y la máxima del Régimen de Autónomos. Esta condición es igual para los autónomos mayores de 45 que hayan cotizado menos de 5 años a la Seguridad Social.

$$BMin \leq BC_x \leq BMax \quad (4.2)$$

Los mayores de 45 con más de 5 años de cotización en cualquier régimen de la SSE deben seleccionar su base entre las siguientes alternativas:

- a) Una base situada entre la mínima de mayores de 45 años y la base de cotización límite anual, BCL , que es la base máxima aplicable a los mayores de 45 años.

$$BMin_{45} \leq BC_x \leq BCL \quad (4.3)$$

- b) Si venía cotizando durante el período anterior por una base situada entre la base límite y la base de cotización máxima,

$$BCL_{X-1} \leq BC_{X-1} \leq BCMax_{X-1} \quad (4.4)$$

Puede elegir la base aplicada hasta ese momento aumentada en un porcentaje no superior a ibx , el incremento experimentado en el último año entre la base mínima y la máxima del RETA:

$$BCMin_x \leq BC_x \leq BC_{X-1} * (1 + ibx) \quad (4.5)$$

4.3. Tipo de cotización

El tipo de cotización es el porcentaje que se aplica a la base de cotización, siendo el resultado la cuota o importe a pagar a la Seguridad Social en un mes dado. Si un individuo tiene una base de cotización de 1.000 euros al mes, y el tipo de cotización que se le aplica es del 30 por ciento, la cuota total que debe abonar cada mes es de *Cuota Mensual = Base * Tipo de Cotización Total = 1.000*(30%) = 1.000*0,3 = 300 euros.*

Los tipos de cotización totales serán los que establezca cada año la correspondiente Ley de Presupuestos Generales del Estado. La siguiente tabla presenta los tipos de cotización en el Régimen de Autónomos en el año 2015 de acuerdo con las prestaciones suscritas. Una vez elegido el tipo de la aportación, los trabajadores por cuenta propia están obligados por Ley a mantenerlo durante los siguientes tres años.

Cuadro 2. Tipos de cotización totales para el Régimen de Autónomos 2015

Prestaciones incluidas	TIPOS
Contingencias Comunes (CCCC)	26,50 %
CC con cobertura de Incapacidad Temporal	29,80 %
Contingencias Profesionales	Porcentajes de la tarifa de primas recogidas en la disp. adic. 4ª Ley 42/2006, de 28 de diciembre (modificada por la disp. fin. 19ª de la Ley 22/2013, de 23 de diciembre), sobre la base de cotización elegida para contingencias comunes
Protección por Cese de Actividad	Base de cotización elegida + 2,2 %

Fuente: Orden ESS/86/2015, publicada en el Boletín Oficial del Estado de 31/01/2015

El tipo de cotización total constituye la proporción de los salarios que se destinan a la Seguridad Social para cubrir todas las prestaciones contributivas. Sin embargo, en este

trabajo interesa calcular solamente el tipo que se aplicará a la pensión de jubilación. Por ese motivo, el tipo de cotización efectivo dedicado a la jubilación será el porcentaje del tipo de cotización total a destinar en el periodo de referencia a pensiones de retiro:

$$T. Cotización Efectivo_{Jubilación} = T. Cotización_{Total} \times \frac{Pensiones Contributivas_{Jubilación}}{Total Pensiones Contributivas} \quad (4.6)$$

En el año 2015, el gasto en pensiones contributivas de retiro en el RETA fue de 12.052,1972 millones de euros, mientras que el gasto total en prestaciones contributivas fue de 16.727,7764 millones⁴. El gasto en las pensiones de jubilación de tipo contributivo representó, por tanto, un 72,05 por ciento del total. En consecuencia, el tipo efectivo aplicado a la jubilación de un autónomo que cotizase únicamente por contingencias comunes fue del $26,5 * (12.052,1972 / 16.727,7764) = 26,5 * 0,7205 \approx 19,09$ por ciento.

4.4. Bases reguladoras

La base reguladora de las pensiones de retiro en el Régimen de Autónomos es el resultado de dividir entre 350⁵ el sumatorio de las bases de cotización de los 300 meses – es decir, 25 años – anteriores a aquel en el que se produzca el hecho causante de la prestación. A efectos prácticos, se puede decir que esta contingencia se encuentra fijada de antemano para cada sujeto afecto al Régimen con arreglo a las aportaciones realizadas anteriormente, por lo que su estructura es muy similar a la de un plan de pensiones de prestación definida.

Si se desea tener derecho a la pensión de jubilación es necesario haber cotizado durante un intervalo mínimo de tiempo. El período mínimo de cotización que da acceso a la jubilación se establece en quince años, de entre los cuales al menos dos deberán estar comprendidos entre los últimos quince:

⁴ Cifras extraídas de las Estadísticas del Instituto Nacional de la Seguridad Social (eSTADISS). Estadísticas de Series Cronológicas de Pensiones > Año (dato anual por clase de pensión); CCAA / provincias: todos los centros; Regímenes: autónomos, Clase de pensión: todas las pensiones. Accesible desde <https://w6.seg-social.es/ProsaInternetAnonimo/OnlineAccess?ARQ.SPM.ACTION=LOGIN&ARQ.SPM.APPTYPE=SERVICE&ARQ.IDAPP=ESTA0001>.

⁵ El período de cotización efectiva se divide entre 350 ya que se corresponde con un total de 25 años x 14 pagos anuales (12 mensuales + 2 extraordinarios).

$$\text{Años Cotizados} = AC \geq 15; \quad 2 \subset (x_j; x_j - 15) \quad (4.7)$$

La base reguladora de jubilación se podrá calcular como

$$BR = \frac{\sum_{j=1}^{24} BCCC_j + \sum_{j=25}^{350} BCCC_j * \frac{IPC_{25}}{IPC_j}}{350} \quad (4.8)$$

En donde,

BR: Base Reguladora mensual.

BCCC_j: Base de Cotización por Contingencias Comunes del jota-ésimo mes anterior al hecho causante.

IPC_j: Índice de Precios al Consumo del mes jota-ésimo.

IPC₂₅: Índice de Precios al Consumo del mes 25⁶.

El cálculo de la base reguladora en el RETA es parecido al que tiene lugar en el Régimen General. A pesar de todo, al contrario de lo que sucede en el RG, en caso de que existiese algún periodo en el cual el trabajador por cuenta propia no hubiese cotizado en el RETA, no se integraría dicha laguna en el cálculo de la base.

La MCVL contiene el importe de la variable *Base Reguladora* correspondiente a distintas prestaciones contributivas entre las que se incluye la jubilación; se trata de la variable 4.012 del fichero de Pensiones en virtud de edición de 2016 de la guía de usuarios de la MCVL, que hace referencia a todas las versiones de la muestra hasta el año anterior. Para los trabajadores en activo, no obstante, tenemos que estimar su importe de cara a la jubilación de acuerdo con la información disponible sobre sus bases de cotización pasadas, como se señalará teóricamente en la sección 7.2.1, sobre metodología del simulador en tanto a cotizaciones efectivas, y de forma aplicada en el subepígrafe 7.4, a través del ejemplo de funcionamiento del simulador.

⁶ En la práctica, las previsiones sobre el aumento de la base reguladora se suelen llevar a cabo con el valor predicho para el crecimiento del Producto Interior Bruto, como se expone en la sección 5.3.

4.5. *Prestaciones de jubilación*

Si se quiere acceder a la pensión de jubilación en el Régimen de Autónomos, es necesario haber cumplido 67 años, o 65 si el trabajador tiene una vida laboral completa (38 años y 6 meses de contribución en cualquier régimen de la SSE). La cuantía mensual de la prestación, *Prestación por Jubilación de la Seguridad Social* o PJSS, depende del número de años cotizados y de la base reguladora:

$$PJSS = \text{Porcentaje por años cotizados} * \text{Base Reguladora} = \% AC * BR \quad (4.9)$$

El porcentaje asignable por años cotizados, % AC, se obtiene contabilizando todas las cotizaciones completadas en cualquier régimen de la Seguridad Social. No se computan lagunas por meses sin cotizar, y se halla de la siguiente manera:

$$\% AC = 50 \% + MC * 0,19 \% + (MC - 248) * 0,18 \% \quad (4.10)$$

En donde el término *MC, Meses Cotizados*, hace referencia a los meses cotizados a tiempo completo⁷ a partir de los primeros quince años de las aportaciones, período mínimo necesario para acceder a la prestación. A partir del inicio del decimosexto año se añadirá al porcentaje por años cotizados un 0,19 % por cada mes adicional de cotización comprendidos entre los meses 1 y 248. Una vez rebasado el mes 248, se sumará un 0,18 % por cada nueva mensualidad aportada.

En ningún caso el porcentaje aplicable podrá superar el cien por ciento, condición que se alcanza con 37 años de cotización, esto es, 264 meses tras los quince primeros años de abono de cuotas a la SSE:

$$\% AC = 50 \% + 248 * 0,19 \% + (264 - 248) * 0,18 \% = 100 \% BR \quad (4.11)$$

En los mismos términos que la base reguladora, el porcentaje imputado por prestaciones contributivas figura en la MCVL, bajo el apartado 4.013 del fichero de Pensiones, *Porcentaje Aplicado a la Base Reguladora*, de la guía de 2016 de la MCVL. En el supuesto de trabajadores en activo, se podrá obtener tras hallar el total de meses cotizados hasta ese momento, contabilizando el tiempo total entre las fechas de alta y de

⁷ Los trabajadores por cuenta ajena han de trabajar al menos 40 horas semanales para que cotizar por jornada completa, y si cotizan a tiempo parcial, deberá aplicárseles un coeficiente de parcialidad sobre la fórmula 4.9. Los autónomos, por el contrario, trabajan por definición a tiempo completo.

baja entre los distintos regímenes en los que hayan cotizado – variables 2.006 y 2.007 del fichero de Afiliación –, y el intervalo transcurrido desde la última fecha de entrada en el RETA (último registro del individuo en la variable 2.006) y la fecha de partida del simulador, que es el 1 de enero de 2015.

5. HIPÓTESIS TÉCNICAS Y FUENTES DE DATOS

En el presente capítulo se introducen una serie de conjeturas relativas a la mortalidad del autónomo, a las cuotas pagadas a la Seguridad Social, y a la evolución del valor monetario de las prestaciones por retiro que recibirá. El propósito de dichas conjeturas es vincular las aportaciones realizadas a la SSE con las prestaciones de carácter contributivo a las que tendrá derecho cuando se jubile, a través de una ecuación de equilibrio estático. En ella intervienen el valor pasado y futuro de las cotizaciones. La ecuación de equilibrio estático recibe ese nombre pues se cumple para un determinado instante, y porque cuando se satisface se iguala el valor de las cotizaciones con el de las prestaciones del sistema, esto es, prestaciones y cotizaciones se encuentran en equilibrio.

Las conjeturas o proposiciones reciben el nombre de hipótesis técnicas, y tienen su base en principios estadísticos y actuariales, así como en la legislación vigente en materia de previsión social. De la Ley General de la Seguridad Social se desprende que el trabajador por cuenta propia goza de cierta libertad a la hora de escoger su base de cotización. Podrá, entonces, ejercer esa autonomía para trazar una estrategia de previsión que dé lugar a una mejora en su futura pensión de jubilación. Alternativamente, dicha estrategia merece ser analizada con intención de que los encargados de la SSE establezcan los mecanismos que eviten la inequidad ocasionada por su utilización por parte de individuos que decidan reducir el importe que establecen en sus cuotas.

En las siguientes páginas se definen las hipótesis técnicas con las que se obtiene la cuantía de las prestaciones en función de las aportaciones.

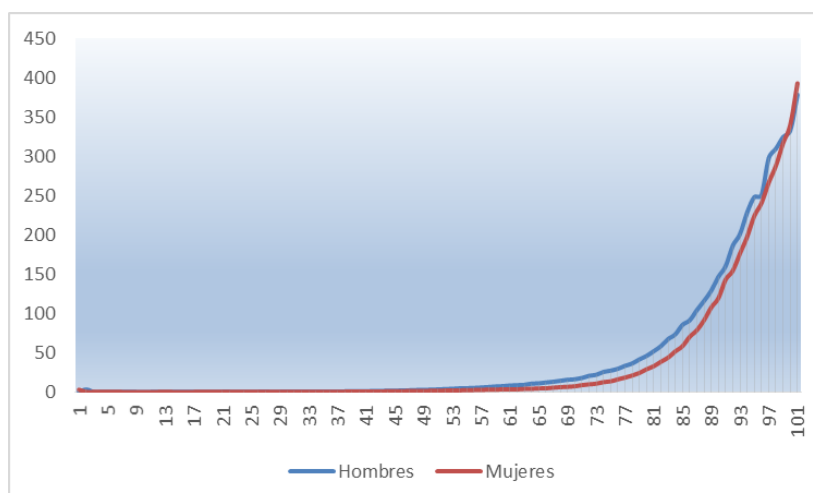
5.1. *Tablas actuariales*

Al hallar el número de salidas del colectivo de los empleados por cuenta propia activos que se deban a fallecimiento o retiro, se han utilizado las tablas de mortalidad del Instituto Nacional de Estadística (INE). Las tablas de mortalidad informan sobre la probabilidad anual de mortandad / salida y de supervivencia / permanencia de cualquier sujeto en el colectivo global de la población española de acuerdo con su edad y género. Las tablas a explotar son cerradas, es decir, permiten el abandono de una persona del colectivo inicial pero nunca su retorno. A efectos de este trabajo, al no disponer de probabilidades de fallecimiento específicas de trabajadores a cargo de su propia actividad, se asume que su tasa de mortalidad es idéntica a la registrada para el conjunto de la ciudadanía.

En la práctica actuarial lo más habitual es el uso de las tablas de mortalidad GR-95⁸. Sin embargo, las tablas GR-95 datan de 1995, y no reflejan adecuadamente la probabilidad anual de fallecimiento en la sociedad española de hoy, dado que la esperanza de vida ha aumentado notablemente durante los últimos años – de acuerdo con los cálculos del INE, la esperanza de vida experimentó, entre 1995 y 2015, un alza de 5,6 años para los varones y de 3,9 años para las mujeres –. Además, esas tablas se elaboraron en el ámbito asegurador, y las compañías de seguros, de carácter privado, tienden a proteger únicamente a ciudadanos en estado de buena salud, con el fin de reducir la probabilidad de que ocurra el hecho causante de los seguros de fallecimiento y abonar menos indemnizaciones por deceso, lo que se conoce como *autoselección*. Esa autoselección provoca un sesgo poblacional en las tablas GR-95 que no comparte la cobertura procedente de la Seguridad Social, ya que, en su condición de organismo de protección pública, ampara a la totalidad de la población. Por eso conviene valerse de otra fuente de datos sobre defunción, insesgada y más actualizada, como la que representan las tablas de mortalidad del INE, cuya versión más reciente corresponde al año 2015.

⁸ Esas tablas provienen de la legislación suiza y fueron adoptadas en la práctica aseguradora en España para determinar las primas de los seguros de fallecimiento. Comprenden las tablas GRF-95 en el caso de las mujeres y las GRM-95 en el caso de los hombres. Su empleo está descrito en *Instituto de Actuarios Españoles* (1996).

Figura 1. Tasa de mortalidad española en tanto por mil. Año 2010



Fuente: INE Base, *Tablas de mortalidad de la población de España 1991-2013*

En diciembre de 2012 entró en vigor la Directiva 2004/113/CE del Consejo de Justicia de la Unión Europea, que supuso la aplicación del principio de igualdad entre hombres y mujeres en materia de acceso y suministro a bienes y servicios. En el ámbito asegurador, esa Directiva prohibió la discriminación por razón de género cuando se determinan las primas y las prestaciones de seguros.

Debido a ese hecho, para confeccionar el modelo se han elaborado unas tablas mixtas según el porcentaje de hombres y mujeres del colectivo de autónomos que lo conforman a cada edad. Esas tablas están basadas en los tantos de mortalidad medios de tablas de mortalidad del INE del conjunto de la población española por año, sexo, edad y funciones, en sus versiones de 2011 a 2015⁹. La idea que subyace detrás de la decisión de aplicar un tanto promedio de varios años en los tantos de salida del colectivo de partida por defunción es la de evitar la posible estacionalidad de los datos de fallecimiento de un período específico, como sería el caso, por ejemplo, en un año que presentase un invierno especialmente suave en el que la incidencia de la gripe hubiera sido muy inferior a la habitual.

Nos hemos fijado en la tasa de mortalidad – expresada en tantos por mil – para cada edad de los 0 a los 100 años, tanto de mujeres como de hombres. Por consiguiente, hemos obtenido unas tablas mixtas de mortandad y supervivencia en las que la

⁹ Disponibles en <http://www.ine.es/dynt3/inebase/es/index.htm?type=pcaxis&path=%2Ft20%2Fp319a%2Fserie%2Fp02&file=pcaxis&dh=0&capsel=1>, tabla 2.1. Seleccionamos las tablas para los años 2011-2015.

probabilidad de fallecimiento depende de la edad y de la proporción de sexos, si bien no discriminan a los trabajadores fundamentándose en su género.

Cuadro 3. Tasas de mortalidad para mujeres y hombres en España, tantos por mil.
Año 2015

Edad	Mujeres	Hombres	Ambos
0	2,4256	2,8435	2,641
1	0,1591	0,2131	0,1869
2	0,1125	0,1501	0,1318
		...	
50	1,581	3,1771	2,3796
51	1,8291	3,6001	2,7145
52	1,9338	4,0213	2,975
		...	
98	313,5719	359,8864	324,0658
99	326,351	349,2699	331,3342
100	336,8532	266,978	321,0047

Fuente: INE Base, *Tablas de mortalidad de la población de España 1975-2015*

Las tablas del INE sólo registran estadísticas de mortalidad de individuos con edad igual o inferior a los 100 años. Como no disponemos de información sobre decesos a partir de los 101 años, y puesto que la incidencia económica de las prestaciones de los particulares que superan dicha edad es prácticamente nula, se han truncado las tablas de fallecimiento elaboradas a partir de las del INE los 100 años, de manera que cualquier centenario presente en el modelo sale del estudio siempre antes de cumplir un año más.¹⁰

5.2. *Incremento anual de las pensiones de jubilación*

El aumento de las pensiones de jubilación se corresponde con el incremento mínimo anual que se puede dar en éstas. Dicha tasa se obtiene como la tasa de variación entre la pensión máxima de un período y la del anterior, y por imperativo de Ley ha de ser como mínimo de un 0,25 por ciento¹¹. A pesar de ello, la variación observada año a año suele

¹⁰ Esta circunstancia se explica con más detalle en la Nota Técnica I del Anexo I, sobre evolución del colectivo inicial de trabajadores autónomos según fallecimiento y jubilación

¹¹ Ver Real Decreto 1107 / 2014 sobre revalorización de las pensiones de la Seguridad Social para el ejercicio 2015, Título I, artículo 3.

ser más elevada en intervalos de tiempo más prolongados, como se deduce de las bases mínimas que la SSE ha ido estableciendo.

Cuadro 4. Variación interanual de las pensiones de jubilación entre 1994 y 2015 frente al aumento del IPC real

Año	Pensión Máxima	Aumento Pensión	Aumento IPC Real	Año	Pensión Máxima	Aumento Pensión	Aumento IPC Real
1994	1527,41			2005	2159,12	3,50%	3,37%
1995	1594,61	4,40%	4,67%	2006	2232,54	3,40%	3,52%
1996	1664,77	4,40%	3,56%	2007	2290,59	2,60%	2,79%
1997	1708,06	2,60%	1,97%	2008	2384,51	4,10%	4,08%
1998	1743,93	2,10%	1,83%	2009	2441,75	2,40%	-0,29%
1999	1775,32	1,80%	2,31%	2010	2466,2	1,00%	1,80%
2000	1826,83	2,90%	3,43%	2011	2497,91	1,29%	3,20%
2001	1901,73	4,10%	3,59%	2012	2522,89	1,00%	2,45%
2002	1953,10	2,70%	--	2013	2548,12	1,00%	1,41%
2003	2029,27	3,90%	3,04%	2014	2554,49	0,25%	-0,15%
2004	2086,10	2,80%	3,04%	2015	2560,88	0,25%	-0,50%

Fuentes: Seguridad Social, Instituto Nacional de Estadística

Para estimar el aumento de las pensiones futuras en el largo plazo se solía tomar habitualmente la variación interanual de las prestaciones máximas en los años anteriores al período aludido a partir de una progresión geométrica. Esta situación cambió en 2013, ya que se observaron riesgos en la sostenibilidad financiera de las pensiones en el medio y largo plazo, debido a razones de tipo demográfico (niveles bajos de natalidad y elevación de la esperanza de vida)¹² y de la crisis económica prolongada, que supuso un descenso en las cotizaciones. En consecuencia, el 12 de abril de dicho año, un comité de expertos de la Seguridad Social fue encargado de definir el Factor de Sostenibilidad para el actual sistema de pensiones, con la intención de evitar desequilibrios entre los ingresos y gastos anuales. Este factor hace que las pensiones futuras se revaloricen de acuerdo con la diferencia entre la tasa de crecimiento de los ingresos y la del número de pensiones, definidas en términos de media aritmética móvil. La tasa tiene en cuenta

¹² La protección social proporcionada por la SSE en cuanto a pensiones de jubilación obedece, en líneas generales, a un modelo de reparto simple. Este sistema define las aportaciones en función de los gastos esperados para el siguiente periodo, con lo que las contribuciones deben bastar para salvaguardar todas las prestaciones que se puedan causar durante el ciclo anual. La intensificación de la ancianidad y las mejoras de la expectativa vital de los ciudadanos de la tercera edad derivarán en un ascenso del ratio entre pensionistas y cotizantes, por lo que la proporción salarial que tendrán que dedicar los contribuyentes a la Seguridad Social para cubrir las pensiones de los jubilados será cada vez mayor si se mantiene constante la cuantía de éstas.

valores pasados y estimaciones futuras del aumento de las pensiones para un total de 11 o 13 años (5 o 6 por delante y por detrás del periodo central y de referencia al que se aplica).

En la práctica, la aplicación del Factor de Sostenibilidad entre 2014 y 2017 ha llevado a que las prestaciones de jubilación hayan experimentado un incremento anual sostenido del 0,25 %, el mínimo establecido por Ley, que ha sido aplicado en este trabajo.

5.3. *Incremento anual de salarios y cotizaciones*

Aunque el autónomo tiene libertad a la hora de elegir anualmente su base de cotización, éstos habitualmente cotizan por valores mínimos, la cuota correspondiente a la base mínima, que anualmente varía. De acuerdo con Plamondon, (2000), la evolución conjunta de la retribución a los trabajadores a largo plazo en un país depende de la evolución del Producto Interior Bruto (PIB), porque esa variable macroeconómica es el principal factor reconocido como retribución laboral. Por ello, la cotización del autónomo seguirá la evolución de la productividad laboral dentro del PIB.

Efectivamente, el crecimiento anual vivido por el PIB es el resultado conjunto del incremento experimentado por el número de trabajadores unido a la productividad media por trabajador:

$$\Delta PIB_{per\ cápita} = \frac{\Delta Productividad\ media}{\Delta n^{\circ}\ trabajadores} \quad (5.1)$$

Para hallar la variación del PIB en los 20 años anteriores al momento de extracción de la muestra (en los años que fueron entre 1996 y 2015, contando ambos) se ha tomado el crecimiento medio de este componente macroeconómico de acuerdo con las cifras sobre año base 2010 manejadas por el INE.

Cuadro 5. Variación interanual del Producto Interior Bruto en tanto por ciento.

Base 2010¹³

Año	Aumento PIB real	Año	Aumento PIB real
1996	2,7	2006	4,2

¹³ Disponible en http://www.ine.es/prensa/pib_tabla_cne.htm.

1997	3,7
1998	4,3
1999	4,5
2000	5,3
2001	4
2002	2,9
2003	3,2
2004	3,2
2005	3,7

2007	3,8
2008	1,1
2009	-3,6
2010	0,01
2011	-1
2012	-2,9
2013	-1,7
2014 (provisional)	1,4
2015 (avance)	3,2

Fuente: Instituto Nacional de Estadística

La tasa media de aumento del Producto Interior Bruto entre 1996 y 2015 fue del $\sqrt[20]{(1,027 * 1,037 * \dots * 1,032)} = 1,020684 \approx 1,0207$. Por ello, el tanto por el que se aumentarán las cotizaciones en nuestro simulador será del 2,07 por ciento, cifra cercana al 2 por ciento anual empleado por Devesa *et. al.* (2014), como tasa óptima de variación del PIB en una economía desarrollada.

5.4. *Fuente de datos: la Muestra Continua de Vidas Laborales*

Los datos numéricos relativos a los trabajadores por cuenta propia de los que hace uso el simulador provienen de la Muestra Continua de Vidas Laborales (MCVL). La Muestra Continua de Vidas Laborales consiste en una muestra de microdatos individuales anonimados, los cuales provienen de las bases de datos de la SSE, el Padrón Continuo Municipal – elaborado por el INE – y del resumen anual de retenciones e ingresos a cuenta del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas (IRPF) de la Agencia Estatal de Administración Tributaria (Modelo 190). La MCVL supone así la única fuente de datos sobre relaciones de personas con la Seguridad Social construida íntegramente a partir de la información en manos de la administración española.

La MCVL se elabora de manera anual desde el año 2005, y los datos de cada edición corresponden a una muestra aleatoria de ciudadanos que fueron afiliados o pensionistas

en algún Régimen de Seguridad Social durante el último año natural finalizado. En concreto, todos los sujetos incluidos en la edición de la muestra de un año determinado deben haber trabajado, haber sido receptores de una prestación por desempleo o cese de actividad, o beneficiarios de una pensión contributiva de la Seguridad Social al menos durante un día en el año de referencia.

La muestra está formada por cuatro de cada cien personas que mantienen la relación contributiva con la SSE a la que se ha aludido. Esa submuestra se extrae mediante un muestreo aleatorio simple, que depende de si cada individuo dispone de un documento Identificador de la Persona Física (IPF)¹⁴ cuyo número pertenezca al 4 % de los números seleccionables. El conjunto de números seleccionables se mantiene de una edición a otra.

Como el IPF es, en la mayor parte de los casos, un número que se asigna una sola vez, los sujetos que han sido seleccionados permanecen en la MCVL de un año a otro, incorporando tanto los datos sobre la relación del individuo con la Seguridad Social a lo largo del período, como datos históricos, en la medida en la que se conserven en los archivos. A su vez, se incorporan a la muestra nuevas personas que son cotizantes o pensionistas primerizos, por lo que las sucesivas versiones funcionan como un panel, dado que contienen múltiples registros para una sola persona, que responden a los cambios en su relación con la SSE a lo largo de su vida laboral. En cada nueva versión se realizan contrastes estadísticos con los que ratificar la representatividad de la muestra seleccionada.

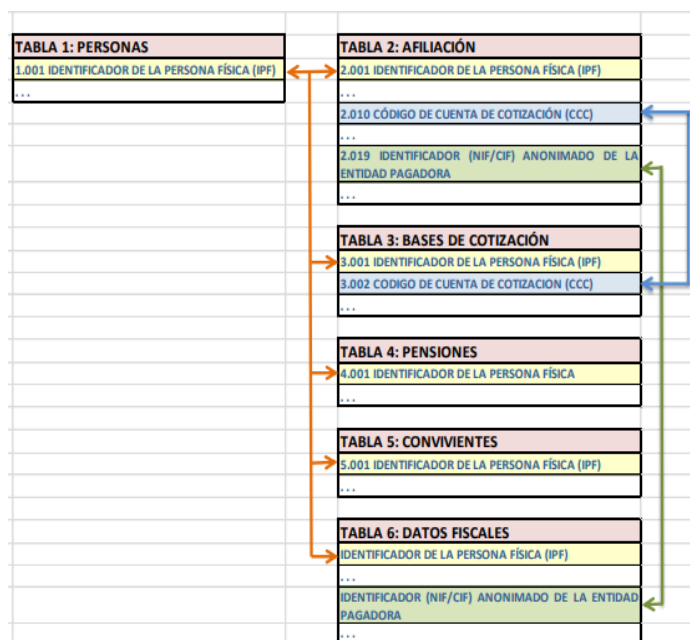
Estos microdatos son puestos a disposición de la comunidad científica, y cualquier investigador los puede solicitar para evaluar las dinámicas del mercado de trabajo y del sistema de previsión social de carácter contributivo en España. Los datos se entregan completamente desagregados, de modo muy semejante a como se encuentran almacenados en las bases de datos en las que se alojan.

La muestra se publica en dos ediciones: la versión con datos fiscales (MCVL CDF) y la versión sin datos fiscales (MCVL SDF). La información se organiza en seis ficheros o “tablas”, que corresponden a seis apartados distintos: Personas, Afiliación o Vida

¹⁴ En general un Documento Nacional de Identidad (DNI) o un Nº de Identificación de Extranjero (NIE). Ocasionalmente, como en el caso de pensionistas extranjeros o pensionistas menores de edad, puede tratarse de otro tipo de número de identificación.

Laboral, Bases de Cotización, Pensiones, Convivientes y Datos Fiscales – retenciones sobre el IRPF, que se incluyen únicamente en la edición con datos fiscales –.

Figura 2. Campos comunes en las tablas de la MCVL



Fuente: Ministerio de Empleo y Seguridad Social (2016), *Muestra Continua de Vidas Laborales. Guía del contenido*

En la tabla de cualquier apartado, la primera columna de cada fila incluye una clave; se trata del IPF a la que se refieren los demás datos de la fila. La mencionada clave se corresponde con un único individuo, lo que permite recuperar la información correspondiente al mismo, que se encuentra repartida entre las diferentes tablas. En las tablas existen además otros datos comunes que permiten conectarlas entre sí. En este TFM se ha empleado la versión de la MCVL de 2015 sin datos fiscales, puesto que no se han utilizado variables recogidas en la edición del mismo año de la MCVL con datos fiscales.

5.5. Limitaciones del proyecto

La investigación se encuentra delimitada en el siguiente contexto por los parámetros que se especifican a continuación:

- ✓ Universo: colectivo de los trabajadores autónomos españoles.

- ✓ Población: aquellos trabajadores por cuenta propia que figuren dentro de la categoría “Régimen Especial de Autónomos” de la variable “Régimen de Cotización” en la tabla de Afiliación de la MCVL.
- ✓ Tiempo: la edición de la MCVL empleada para nuestro estudio corresponde al año 2015, y solamente es representativa de la población durante dicho año de referencia. En lo que respecta a los ficheros con datos de panel, las variables sobre afiliación, como las fechas reales y las fechas efectivas de alta en afiliación, se remontan en general al año 1967, excepto las fechas de modificación del tipo de contrato, que se reflejan a partir del 2000. Las bases de cotización aportadas se cuentan desde 1981.

6. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL CONJUNTO DE DATOS

Es necesario observar el vínculo existente entre distintas variables de la MCVL, en un instante concreto o a lo largo del tiempo, para entender los factores que afectan a la recaudación y asistencia por parte del sistema de previsión de la Seguridad Social. En este capítulo vamos a utilizar varias técnicas estadísticas con este propósito.

La lectura inicial de los ficheros de partida, correspondientes a la versión de 2015 de la MCVL CDF, se ha llevado a cabo en SAS Base. A continuación, se ha realizado un análisis descriptivo con ánimo de identificar variables redundantes o con valores únicos, generar nuevas variables que interpreten la información disponible y establecer una serie de conexiones entre elementos de la muestra y su evolución temporal. El estudio descriptivo se ha construido en R, tras importar los correspondientes ficheros SAS de la MCVL mediante el paquete *sas7bdat*. Los anexos incluyen el código con el que se han ejecutado todas las instrucciones, salvo la lectura de los ficheros de partida, por razones de confidencialidad de la información manejada.

6.1. *Lectura de los ficheros de partida*

La lectura de datos variable a variable de los microdatos se ha llevado a cabo en SAS Base. En la versión de la MCVL empleada, cada una de las cinco tablas aparecía en un archivo de extensión *csv* distinto, excepto la tabla de Afiliación, que se encontraba repartida en cuatro archivos, que se han unido por la variable correspondiente al Identificador de la Persona Física. Alguna de las tablas cuenta con un único registro por cada individuo presente en la MCVL (Personas y Convivientes), mientras que las otras tres tienen una estructura de datos de panel, con más de una fila dedicada a la situación de cada persona y su relación con la Seguridad Social (Cotizaciones, Pensiones y Afiliación). Para acotar los ficheros y quedarnos sólo con las observaciones pertenecientes a afiliados al RETA, hemos seleccionado las observaciones del fichero de Afiliación que se corresponden con personas cuyo régimen de cotización (variable 2.002 del fichero, según la edición de 2016 de la guía de usuario de la MCVL) contiene el código 521 (“R.E. Autónomos”), 531 (“R.E. Autónomos, Prestación por Cese de Actividad”) o 540 (“R.E. Autónomos, Convenio Especial”), y hemos nombrado a la tabla de autónomos *af3*, que informa de la situación en afiliación de 62.164 trabajadores autoempleados a lo largo de 387.405 registros en total. Después, hemos sustraído la variable *Identificador* para los 62.164 identificadores registrados y hemos creado el fichero *identificadores*:

- Archivo *af3* (AFILIACIÓN): 62.164 individuos, 387.405 registros, 33 variables.
- Archivo *identificadores*: 62.164 registros (uno por individuo), 1 variable.

Se ha unido cada identificador con las observaciones con el mismo IPF (Identificador de la Persona Física) en las tablas de personas, bases de cotización, pensiones y convivientes, originando los archivos *perso3*, *cotiza3*, *presta3* y *convi3*. Para los distintos cruces entre variables, se han ido creando los archivos que procedían en cada caso. Los otros cuatro archivos de partida tenían estas características:

- Archivo *perso3* (PERSONAS): 62.164 registros (uno por persona), 10 variables.
- Archivo *cotiza3* (COTIZACIÓN): 979.854 observaciones, 16 variables.
- Archivo *presta3* (PENSIONES): 669.672 registros, 42 variables.

- Archivo *convi3* (CONVIVIENTES): 62.164 observaciones (una por persona), 21 variables.

En el archivo de Personas se han añadido un par de variables: el año de nacimiento, AN_NAC, extrayendo las cuatro primeras cifras de la fecha de nacimiento, y la edad, entendida como los años cumplidos a 1 de enero de 2015, elevando el total de variables a doce. A través de cruces entre las tablas de autónomos, se han obtenido los ficheros *edad_cotiz* (variables *identificador*, *edad*, *año de cotización* y *total de base cotizada*) y *edad_sexo_cot* (variables *identificador*, *sexo*, *edad* y *grupo de cotización*).

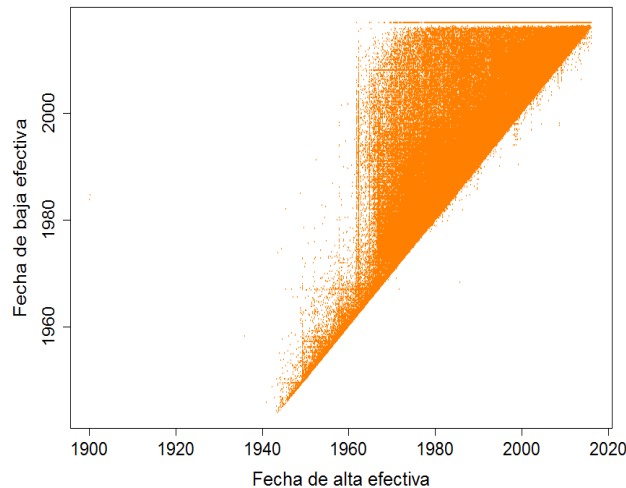
6.2. *Estudio descriptivo*

Se ha calculado en R la diferencia entre la fecha efectiva de entrada en el RETA y la fecha de salida, F_BAJA_REAL a partir del fichero de Afiliación. El resultado esta operación será el tiempo de permanencia de cada autónomo en el RETA, días_perm_GEN:

```
> días_perm_GEN = as.numeric(F_B.aD_GEN - F_A.aD_GEN)
```

En donde F_B.aD_GEN y F_A.aD_GEN se han leído con el comando `as.Date`, especificando como opciones el formato en el que está escrita la fecha en el fichero de datos, lo que permite programar la obtención del tamaño del intervalo temporal entre alta y baja simplemente utilizando el símbolo menos (-). Contando con las fechas de alta y de baja en algún Régimen como cotizante de los autónomos de la muestra, se han dibujado los gráficos de dispersión para las variables Fecha de Entrada y Fecha de Baja efectiva en el Régimen.

Figura 3. Fecha de baja efectiva frente a fecha de alta en la SSE



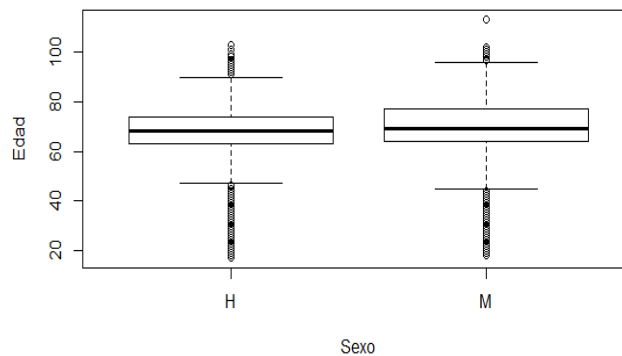
Fuente: elaboración propia, a través de la MCVL SDF 2015

En el gráfico se aprecia que las fechas de baja tienen siempre lugar después de las de alta, como es lógico, si bien es verdad que se observan fechas de alta efectiva muy cercanas a la fecha de baja, cerca del eje $x = y$. Entre 1940 y mediados de los años 60 se observa una concentración de altas y bajas cercanas entre sí, debido a trabajadores que permanecen poco tiempo consecutivo en la población activa.

El sesgo temporal de la muestra se debe a que las variables de afiliación se remontan al año 1967, salvo excepciones. Esa es también la razón de que gran parte de los registros informáticos anteriores a 31 de diciembre de 1966 se pierdan en 1967.

Fijémonos ahora en el sexo y la edad de los autónomos de la MCVL que estaban de alta en el RETA en 2015, o bien recibiendo una prestación de tipo contributivo en el mismo Régimen, presentes en la tabla de Personas:

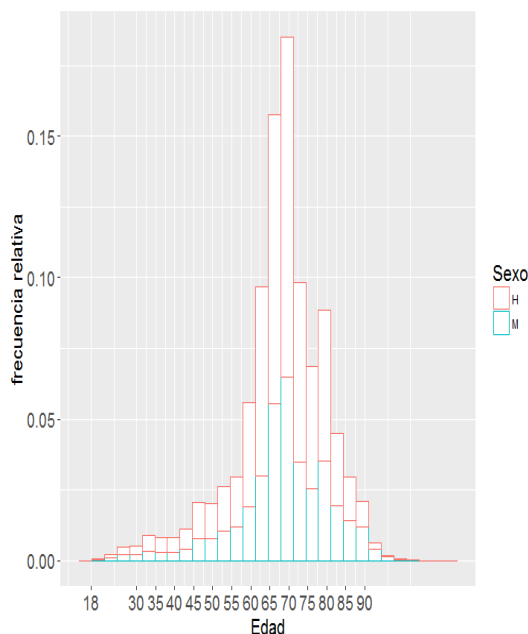
Figura 4. Distribución de la edad de los autónomos en función del sexo



Fuente: elaboración propia, a través de la MCVL SDF 2015

La edad es más variable – y ligeramente superior de media – para las mujeres adscritas al RETA que para los hombres. En la cola inferior existen más hombres que mujeres. Si dividimos la variable *edad* según el género podemos comprobar la diferencia en su distribución valiéndonos de un histograma.

Figura 5. Histograma: edad de los autónomos según el sexo



Fuente: elaboración propia, a través de la MCVL SDF 2015

Las edades más frecuentes de los hombres en la muestra se sitúan entre los 63 y los 75 años: todas las categorías comprendidas entre ambas franjas suponen más del 9 por ciento del total de individuos. Los dos grupos más numerosos están conformados por varones en edad de retiro reciente (entre 65 y 67 y entre 68 y 70 años), con más del 15 por ciento del total cada uno. La distribución de mujeres por edad es semejante, si bien hay menos mujeres a cada edad porque su peso total en la cifra de afiliados al RETA es inferior a la de los hombres (ellas suponen un 37,19 por ciento del total de la muestra). A partir de los 83 años se perciben más mujeres que hombres en el RETA (por edad, es presumible que se trate de pensionistas), dado que la incidencia de la mortalidad en ellas es inferior a la de los varones. No obstante, hasta ese punto hay más hombres, sobre todo en la franja comprendida entre los 60 y los 70 años.

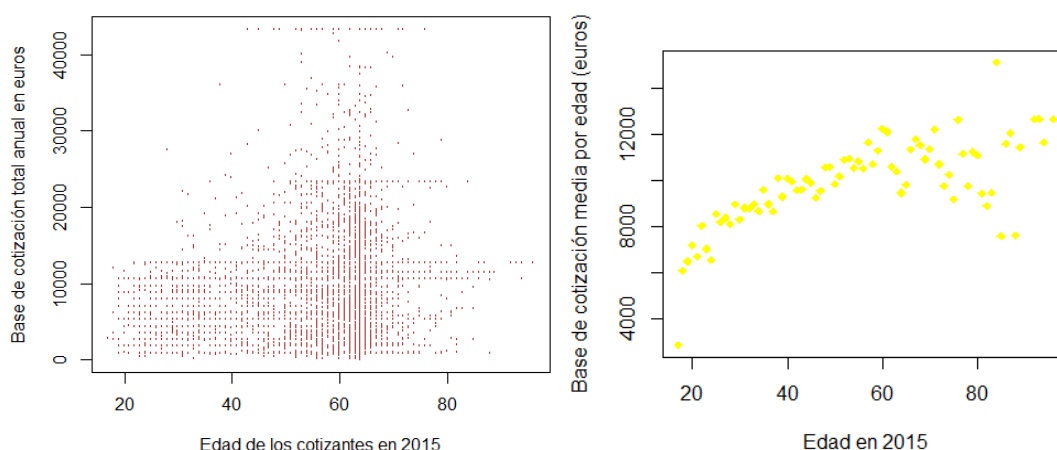
6.3. *Un ajuste con modelos de regresión para estimar las bases de cotización a cada edad*

Si centramos nuestra atención en los archivos de ficheros cruzados, nos podemos fijar en la información sobre cotización de los sujetos en el año 2015. Como se observa en la figura 6, la base cotizada suele aumentar a veces a partir de los 30 / 35 años, pero a partir de los 60 se estabiliza. Ahora, partimos de la cotización en 2015 para calcular la cotización media por edad de todos los autónomos – promedio de la variable *eur*, cotización total en euros en 2015 –:

```
> cot_por_edad <- aggregate(edad_cot15$eur,  
by=list(edad=edad_cot15$EDAD), FUN=mean, na.rm=TRUE)  
  
> plot(x=cot_por_edad$edad, y=cot_por_edad$x, cex=0.3)
```

Se observa en la figura 6 que la cotización anual media en 2015 aumenta a medida que lo hace la edad, hasta los 60 / 65 años aproximadamente – después disminuye, ya que ciertos prejubilados y muchos mayores de 65 no cotizan, o lo hacen solamente para Incapacidad Temporal, si tienen cubierta la vida laboral completa para acceder a la jubilación –. Esa decisión está seguramente relacionada con la proximidad de la fecha de retiro, que impulsa a los autónomos a incrementar la cotización en la Seguridad Social para asegurar una pensión mayor.

Figuras 6 y 7. Base de cotización y cotización media en 2015 con relación a la edad



Se aprecia en el gráfico 7 que la cotización anual media en 2015 aumenta a medida que lo hace la edad, hasta los 60 años más o menos – después disminuye, ya que muchos

prejubilados y jubilados no cotizan –. Esa decisión está seguramente relacionada con la proximidad de la fecha de retiro, que impulsa a los autónomos a incrementar la cotización en la Seguridad Social para asegurar una pensión mayor.

En la figura 8 se observa claramente que la base de cotización de las personas más jóvenes aumenta con la edad de manera aproximadamente lineal. Ajustamos una regresión lineal para la base de cotización según la edad, con un término independiente, para los autónomos de entre 18 y 60 años. La regresión se basará en una función de tipo $y = a + bx + \varepsilon$, de modo que la base de un individuo de edad n se pueda predecir como $base_n = a + b * edad_n + \varepsilon$. En R, generamos el modelo de regresión lineal simple con la función `lm [lm(y ~ x) → lm(base18a60 ~ edad18a60)]`.

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	5055.284	259.655	19.47	<2e-16	***
edad18a60	108.533	6.344	17.11	<2e-16	***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 516.3 on 41 degrees of freedom
 Multiple R-squared: 0.8771, Adjusted R-squared: 0.8741
 F-statistic: 292.7 on 1 and 41 DF, p-value: < 2.2e-16

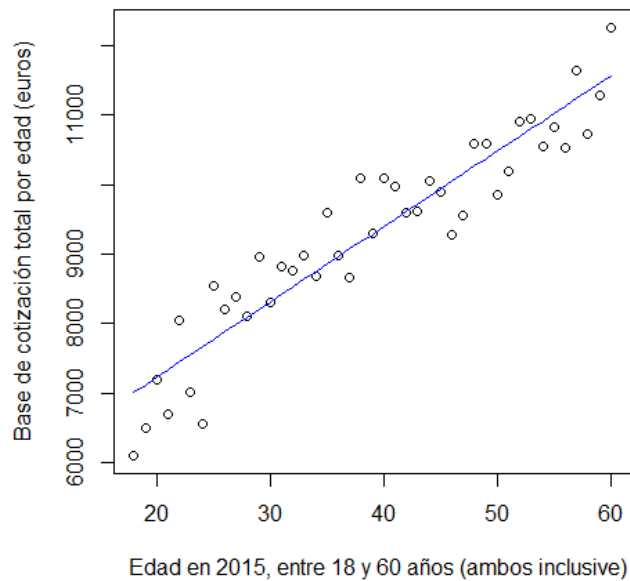
El modelo estimado para la regresión lineal es significativo en su conjunto para un p-valor inferior a $2,2 * 10^{-16} < 0,05$, y la edad y el término independiente son también significativos a un nivel inferior al 5 por ciento. El valor estimado para cada observación n de la base cotizada es aproximadamente de $\widehat{base}_n = 5.055,28 + 108,53 * edad_n$, si la edad de la persona analizada se encuentra entre los 18 y los 60 años, ambos incluidos. Según el modelo de regresión lineal, la base estimada aumenta en 108,53 euros cuando la edad en el grupo *18 a 60* se incrementa en una unidad.

`var(lin$residuals); var(base18a60)`

```
[1] 260196.2
[1] 2117429
```

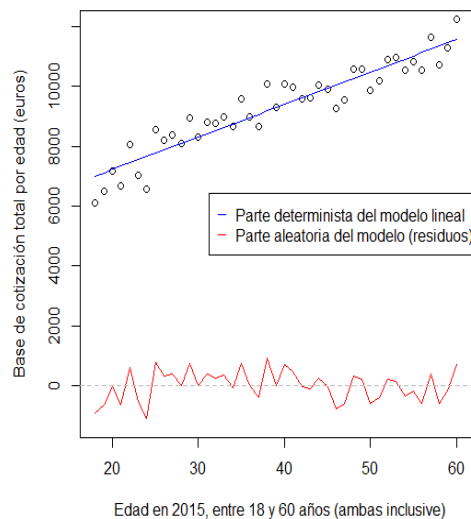
La variabilidad de los residuos de la estimación es mucho menor que la de los datos originales, lo que refleja un buen ajuste. La representación de la recta de regresión lineal con término independiente es la siguiente:

Figura 8. Cotización media en 2015 con relación a la edad, entre 18 y 60 años



El modelo puede descomponerse en dos partes, que explican conjuntamente la regresora: una parte determinista, descrita por $\hat{y}_n = \hat{a} + \hat{b}x_n$, que es igual a $5.055,28 + 108,53 * edad_n$, y una parte aleatoria, que depende de los residuos de cada observación, $\varepsilon_n = \hat{y}_n - (\hat{a} + \hat{b}x_n) = \hat{y}_n - (5.055,28 + 108,53 * edad_n)$:

Figura 9. Descomposición del modelo de regresión lineal para la cotización media en 2015 con relación a la edad, con constante, entre 18 y 60 años



Se aprecia que los residuos experimentan el mayor nivel de variabilidad entre los 22 y los 25 años más o menos, que coincide con los mayores saltos en el valor medio de las bases, aunque por lo general la varianza es bastante estable.

Al tratar de ajustar el modelo de regresión lineal a la determinación de las bases medias para los autónomos con edad comprendida entre los 61 y los 89 años, ambos incluidos, nos encontramos con que la variable input no resulta significativa, y el R-cuadrado señala un ajuste muy malo:

```
(cuad = lm(base61a89 ~ edad61a89+(edad61a89^2)))
```

```
summary(cuad)
```

```
Coefficients:
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	12281.58	2618.45	4.690	7e-05	***
edad61a89	-20.91	34.70	-0.603	0.552	

```
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

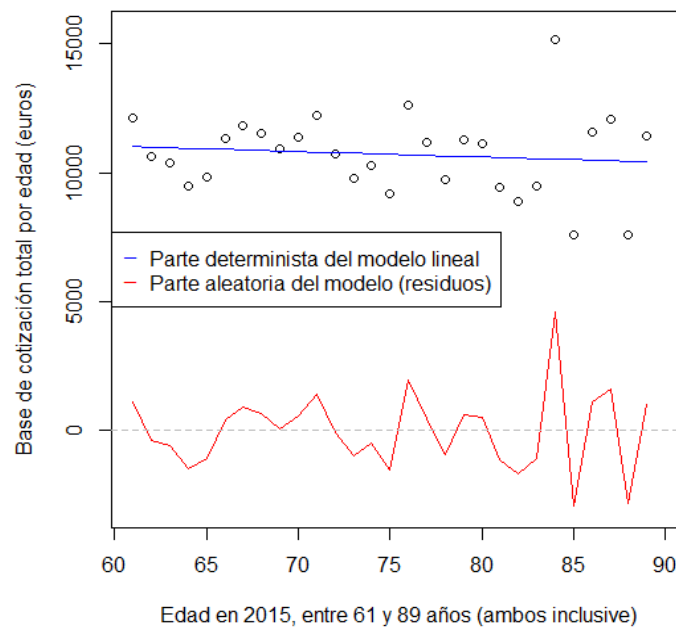
```
Residual standard error: 1563 on 27 degrees of freedom
```

```
Multiple R-squared:  0.01328, Adjusted R-squared:  -0.02327
```

```
F-statistic: 0.3632 on 1 and 27 DF,  p-value: 0.5517
```

Descomponemos el modelo en la parte determinista $\hat{y}_n = \hat{a} + \hat{b}x_n = 12.281,58 - 20,91 * edad_n$, y la parte aleatoria, $\varepsilon_n = \hat{y}_n - (\hat{a} + \hat{b}x_n) = \hat{y}_n - (12.281,58 - 20,91 * edad_n)$:

Figura 10. Descomposición del modelo de regresión lineal para la cotización media en 2015 con relación a la edad, con constante, entre 61 y 89 años



Observamos que la línea de regresión no se adapta bien a la línea de puntos. La tendencia es muy débil (si el modelo fuese adecuado, y no es así, la base anual media

descendería solamente 20,91 euros por cada año adicional). La varianza residual es muy volátil, especialmente para los autónomos de mayor edad (a partir de los 83 años).

Debido a la forma que toma la nube de puntos de las bases de cotización en función de la edad, es probable que una regresión parabólica / cuadrática [$y = a + bx_n + cx_n^2$], que se puede computar en R con la función `lm` con la estructura `lm(y ~ x+I(x^2))` se adapte mejor a los datos:

Coefficients:

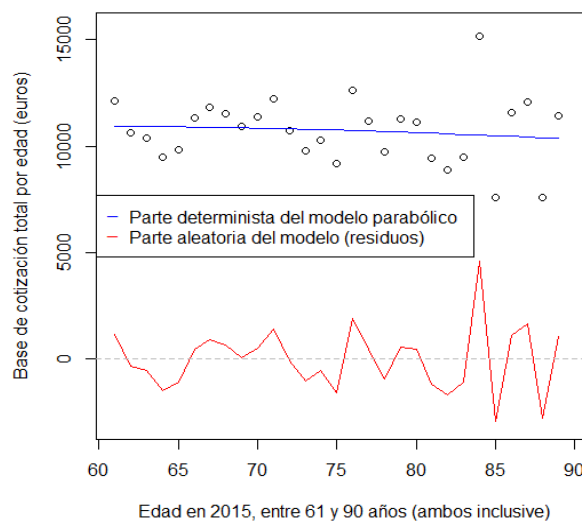
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	9324.8750	26422.7794	0.353	0.727
edad61a89	58.9269	710.7204	0.083	0.935
I(edad61a89^2)	-0.5323	4.7323	-0.112	0.911

Residual standard error: 1593 on 26 degrees of freedom
 Multiple R-squared: 0.01375, Adjusted R-squared: -0.06211
 F-statistic: 0.1813 on 2 and 26 DF, p-value: 0.8352

Ninguno de los coeficientes es significativo, y el R-cuadrado es muy bajo, por lo que el modelo parabólico tampoco se adapta correctamente a las variables.

Dividimos la estimación de las bases en la parte determinista [$\hat{y}_n = a + \hat{b}x_n + \hat{c}x_n^2 = 9.324,875 + 58,927 * edad_n - 0,532 * (edad_n)^2$] y la parte aleatoria [$e_n = \hat{y}_n - (a + \hat{b}x_n + \hat{c}x_n^2) = \hat{y}_n - 9.324,875 + 58,927 * edad_n - 0,532 * (edad_n)^2$]:

Figura 11. Descomposición del modelo de regresión cuadrática para la cotización media en 2015 con relación a la edad, con constante, entre 61 y 89 años



El ajuste de la regresión parabólica no es adecuado. La figura 11 señala que la parábola es casi plana en la zona de los datos, por lo que para el colectivo de autónomos 61 a 89

este modelo se comporta de manera muy similar al lineal. La parte residual es más volátil a medida que avanza la edad hasta los 85 años, cuando debiera mantenerse constante para que el ajuste de la regresión fuera bueno. Al igual que sucedía para el modelo lineal en este segmento de edad, la varianza de los residuos alcanza su máximo para los autónomos que tienen entre 83 y 85 años, y podría interesar estudiar la variabilidad de la cotización anual a esas edades en una investigación futura.

Concluimos que, aunque la base de cotización de los trabajadores por cuenta propia en función de la edad es predecible mediante un modelo de regresión lineal simple si los trabajadores se encuentran en la franja de edad comprendida entre los 18 y los 60 años, ni el modelo de regresión lineal ni el cuadrático se adecúan bien para los autónomos de mayor edad.

7. METODOLOGÍA DEL SIMULADOR

Una vez delimitadas las hipótesis técnicas, estableceremos los mecanismos de estimación de las prestaciones que recibirá el autónomo en el simulador según las cuotas aportadas, poniendo especial énfasis en la ecuación de equilibrio estático empleada – tanto desde la óptica de las prestaciones como del punto de vista de las contraprestaciones –. Además, definiremos las principales técnicas características que definen al colectivo de autónomos que evaluaremos con el simulador.

7.1. *Ecuación de equilibrio estático*

El trabajador por cuenta propia impone una serie de cuotas en el RETA conforme avanza su carrera profesional. Esas contribuciones se acumulan y se invierten en activos financieros, constituyendo una fuente de ahorro y ejerciendo un cometido de previsión social. La asignación económica a recibir cuando ocurra uno de los hechos frente a los que se garantiza la cobertura de la Seguridad Social se hará efectiva a partir del momento en el que se cause la contingencia protegida, y el beneficiario de la prestación será el propio trabajador o, bajo los supuestos de las prestaciones de viudedad u orfandad, sus respectivos cónyuge y descendientes.

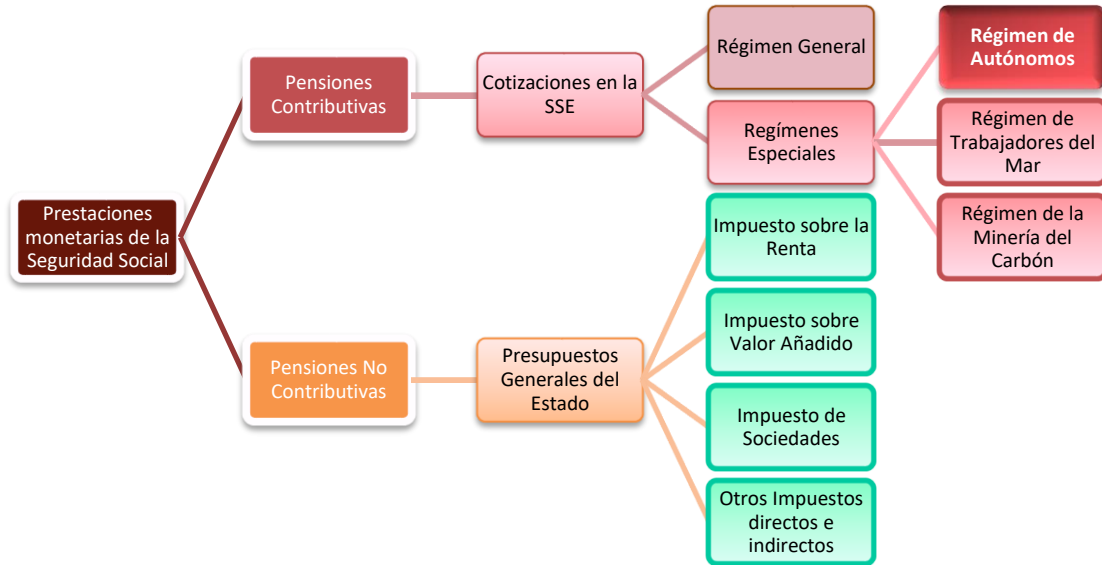
Las prestaciones de retiro que el empleado por su propia cuenta recibirá dependerán de las aportaciones constituidas a lo largo de su trayectoria profesional. Prestaciones y aportaciones estarán vinculadas por una ecuación de equilibrio estático. Nuestra ecuación se basa en aquella propuesta por Devesa *et. al.* (2014), que equipara el valor actuarial de la suma de las pensiones contributivas futuras en un momento t con el de las aportaciones pasadas y futuras en un año de referencia conforme a un tipo de interés dado ($Valor\ Prestación\ Contributiva_t = Valor\ Cotizaciones\ Pasadas_t + Valor\ Cotizaciones\ Futuras_t$), y se da tanto a nivel individual como a nivel global del sistema. La ecuación de equilibrio estático es uno de los pilares que determinan la política que sigue la administración de la SSE, y está relacionada con el principio de equilibrio presupuestario, según el cual los ingresos de los organismos públicos deben ser

suficientes para cubrir todos los gastos y evitar un endeudamiento que ponga en peligro la sostenibilidad de las pensiones en el largo plazo¹⁵.

Las pensiones, que suponen un ingreso de los autónomos y un gasto de la SSE, deben ser iguales a las cotizaciones, que representan un coste para los trabajadores y un ingreso para la estructura de la Seguridad Social. Aunque en la práctica se observan algunos desfases entre la cotización total y las prestaciones contributivas del modelo, existe el Fondo de Reserva de la Seguridad Social, que se nutre de ingresos extraordinarios destinados a las prestaciones contributivas y con los extras de la gestión de las Incapacidades Temporales que hacen las Mutuas, y permite afrontar las situaciones de déficit en la SSE.

¹⁵ La igualdad entre prestaciones y contribuciones se cumple de forma aproximada a ambos niveles en la realidad, pues las bases de cotización mínima y máxima determinan una franja mínima y máxima de cotizaciones aportadas que se observan en la Seguridad Social, además de las prestaciones mínima y máxima resultantes. Así, las pensiones *contributivas* de la Seguridad Social coinciden con las aportaciones al sistema, y es posible asegurar que a un nivel *x* de contribuciones en el modelo le corresponda un nivel *x* de igual cuantía en términos de reembolsos / pensiones. Existen otras pensiones y ayudas dirigidas a personas que no cumplen las condiciones necesarias para optar a prestaciones de carácter *no contributivo*, pero esa asistencia no se deriva de las aportaciones a la Seguridad Social, sino de partidas económicas asignadas en los Presupuestos Generales del Estado, cuya vía de financiación son los Impuestos, como el Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas, el Impuesto sobre Valor Añadido y el Impuesto sobre Sociedades.

Figura 12. Fuentes de financiación de las prestaciones de la Seguridad Social



Fuente: elaboración propia, a partir del texto refundido de la Ley General de la Seguridad Social de 2015

La ecuación de equilibrio estático, que Moreno, Gómez y Trigo (2005), entre otros autores, mencionan como *equivalencia actuarial de prestaciones – contributivas – y cotizaciones*, se puede formular tanto para una persona como para un colectivo. Adaptando la formulación¹⁶ al plan de pensiones públicas a nivel individual, el planteamiento será el siguiente¹⁷:

$$12 * PJSS * Va(1; 1 + \beta)_{65}^{(12)} * {}_{65-x'}E_{x'} = CA * Va(1; PIB)_{x':65-x'}^{(12)} \quad (7.1)$$

En donde,

PJSS: Pensión de la Seguridad Social a recibir con frecuencia mensual por un trabajador cuando ocasione baja en el Régimen de Autónomos debido a su retiro. Su importe anual es el resultado de sumar las doce mensualidades ($12 * PJSS$).

¹⁶ Según Moreno *et al.* (2015), el principio de equivalencia actuarial determina que el valor esperado de la siniestralidad en un seguro, $E(VAS)$, equivale al valor esperado actual de las primas puras, $E(VAPP)$, por lo que $E(VAS) = E(VAPP)$. Un plan de pensiones de jubilación público no deja de ser un producto de seguros que protege frente al riesgo de que un trabajador no pueda continuar desarrollando su actividad debido a su envejecimiento, en el que el valor de las primas puras equivale a las aportaciones al seguro (cuotas pagadas a la Seguridad Social), y el valor esperado de la siniestralidad es igual a la pensión esperada de jubilación (reembolso de las aportaciones / cuotas realizadas).

¹⁷ La Nota Técnica II del Anexo I presenta una descripción más pormenorizada de la estimación de las rentas $Va(1; 1 + \beta)_{65}^{(12)}$ y $Va(1; PIB)_{x':65-x'}^{(12)}$ que aquí se presentan.

$Va(1; 1 + \beta)_{65}^{(12)}$: Renta mensual pospagable en progresión geométrica¹⁸ e indefinida (es decir, a pagar desde la edad establecida, 65 años, hasta el momento del fallecimiento del beneficiario) en virtud de la cual se actualizará anualmente la pensión de jubilación. El monto anual se corresponde con la suma de todas las mensualidades. La razón de dicha progresión β es de un 0,25 por ciento más alto cada año respecto a la renta del año anterior, en consonancia con el aumento anual experimentado de forma empírica en las pensiones, y justificado en la sección 5.2 [$1 + \beta = 1,0025$].

${}_{65-x'}E_{x'}$: Factor de corrección de expresión ${}_nE_x$, que se emplea al calcular a la edad inicial de cotización x' la pensión de jubilación que recibirá el autónomo a partir del instante en el que ésta se cause – esto es, desde los 65 años, dentro de $(65 - x')$ años –. Este factor, denominado a menudo *factor de actualización actuarial* (Moreno, Gómez y Trigo, 2015), indica la prima única que deberá pagarse por cada unidad monetaria de capital asegurado, de acuerdo con el precio del dinero (tipo de interés) y la probabilidad de fallecimiento. Por tanto, el factor puede expresarse de la siguiente manera: ${}_nE_x = v^n * {}_n p_x$ o, en este caso, ${}_{65-x'}E_{x'} = v^{65-x'} * {}_{65-x'} p_{x'}$, en donde $v = \frac{1}{1+i}$, siendo i el tipo de interés aplicado. Cuando se emplea para valorar en el presente cantidades futuras, como en (6.1), tomará valores entre cero y uno (${}_nE_x$ será uno en el supuesto de que el precio del dinero en el futuro sea igual que en el presente; eso solo sucede en la práctica a muy corto plazo, pues el valor del dinero tiende a aumentar con el paso del tiempo).

CA: Cuota anual efectiva cotizada. Puesto que las aportaciones en el RETA tienen una periodicidad mensual, la cuota dependerá de las doce mensualidades abonadas en el transcurso del año.

$Va(1; PIB)_{x':65-x'}^{(12)}$: Renta mensual pospagable en progresión geométrica que determinará el incremento anual de la cuota de cotización, desde la edad x' a la que se empezó a cotizar, hasta la jubilación a la edad $65 = x' + 65 - x$. Su razón será el

¹⁸ Renta pospagable es aquella cuyos pagos se realizan al final de cada período establecido (en este caso, al ser de carácter mensual, al final de cada mes). La progresión geométrica implica que el importe a pagar cada año aumentará multiplicando el término del año anterior por la razón estipulada. Por ejemplo, si en el año x se pagaban 1.000 euros al mes y la razón es 0,01, en el año $x + 1$ se pagarán $1.000*(1,01) = 1010$ euros / mes, y en el año $x + 2$ se pagarán $1.010*(1,01) = 1.000*(1,01)^2 = 1.020,1$ euros / mes. El hecho de que sea una renta mensual (renta con m períodos de pago anuales, en donde $m = 12$) hace que se englobe dentro de las rentas con periodicidad inferior a la anual, explicadas en la Nota Técnica II del Anexo I.

aumento de los sueldos. La tasa de variación salarial, tal y como se ha descrito en la sección 5.3 sobre hipótesis técnicas, ha sido aproximada a través del Producto Interior Bruto (PIB), cuyo valor se ha estimado en 102,07 puntos, por lo que $PIB = 1,0207$.

Como se observa, la prestación formulada consiste en una renta vitalicia de supervivencia, ya que se abonará al autónomo mes a mes con periodicidad indefinida desde determinada edad – aquí, desde su retiro – hasta que ocurra un hecho cesante – en este caso, hasta su defunción –. Las cuotas, que nunca supondrán una cifra negativa, generarán una provisión con la que se dotarán las pensiones. La ecuación de equilibrio estático se cumplirá cuando el tipo de interés técnico de las aportaciones coincida con el de las prestaciones de jubilación garantizadas. Dicho de manera simple, los ingresos del sistema de cotización deben igualarse con los gastos para cierto tipo de interés.

El tipo de interés técnico se erige como medida de la rentabilidad comparativa de los productos financieros, porque condiciona el valor actual de las contribuciones efectuadas y de las pensiones de retiro futuras a recibir – si la rentabilidad o tipo de interés del fondo de jubilación es superior al incremento del Índice de Precios al Consumo (IPC), el valor de la prestación habrá crecido más que el valor de la cesta de bienes y servicios consumidos por las familias, por lo que el jubilado habrá visto aumentado su poder adquisitivo, y la prestación resultará rentable – y, por tanto, también sirve para expresar el beneficio neto esperado de la inversión en ese producto de la Seguridad Social:

Figura 13. Comparativa de los escenarios de evolución de la rentabilidad de las pensiones al tipo de interés i con relación al coste de la vida (IPC)

$i > IPC \rightarrow \Delta \text{ valor Fondo Pensiones} > IPC \rightarrow$	GANANCIA DE PODER ADQUISITIVO
$i = IPC \rightarrow \Delta \text{ valor Fondo Pensiones} = IPC \rightarrow$	CONSERVACIÓN DE PODER ADQUISITIVO
$i < IPC \rightarrow \Delta \text{ valor Fondo Pensiones} < IPC \rightarrow$	PÉRDIDA DE PODER ADQUISITIVO

Se espera que el tipo de interés de las pensiones sea elevado de modo que la diferencia entre el poder adquisitivo de las pensiones futuras y su coste en tanto a aportaciones realizadas tenga un saldo favorable a las primeras, y que el importe total de las cuotas aportadas sea rentable en términos reales.

7.2. *Cotizaciones efectivas*¹⁹

7.2.1. Bases de cotización

Las prestaciones a recibir dependerán de las cuotas constituidas en los 25 años previos a la jubilación, conforme a lo expuesto en la sección 4.4. Es así como se establece la relación entre prestaciones y cotizaciones, ya que a partir de las segundas se obtiene la base reguladora con la que se halla la pensión:

$$BR = \frac{\sum_{j=1}^{24} BCCC_j + \sum_{j=25}^{350} BCCC_j * \frac{IPC_{25}}{IPC_j}}{350} = \frac{\text{Base Reguladora Total}}{350} \quad (7.2)$$

Se observa que los dos últimos años de cotización, $\sum_{j=1}^{24} BCCC_j$, se computan por su cuantía real, sin aplicar ningún tipo de factor de corrección por la pérdida de poder adquisitivo, lo que equivale a tasar las bases de cotización de los últimos dos años como una renta pospagable y constante de periodicidad mensual. Para un autónomo que se jubile a los 65 años y haya establecido la misma base cada mes, esa renta se igualará algebraicamente con $12 * BCMensual * a_{63:2}^{(12)}$, en donde $a_{63:2}^{(12)}$ es una renta pospagable, mensual y constante que se paga durante dos períodos anuales a partir de los 63 años.

¹⁹ Antes de abordar esta sección, se recomienda la lectura previa del capítulo 4, sobre características del RETA, y en especial las secciones 4.2 y 4.3, que explican la normativa que rige las bases y tipos de cotización de los autónomos, indispensable para establecer la cotización en un simulador de cálculo del importe de las pensiones en base a su coste, que es la cuantía total de las aportaciones o cotizaciones.

Las bases de cotización anteriores, $\sum_{j=1}^{24} BCCC_j + \sum_{j=25}^{350} BCCC_j * \frac{IPC_{25}}{IPC_j}$, se actualizarán conforme a la evolución esperada del Producto Interior Bruto, que se ha estimado como $\beta = 1,0207$. El importe total de las bases cotizadas de los 40 a los 63 años se traducirá en una renta mensual pospagable y creciente en progresión geométrica con razón igual a ese parámetro β (en el caso del autónomo recién mencionado, su valoración a los 63 años ascenderá a $12 * BCMensual * Va(1; 1,0207)_{40:23}^{(12)}$).

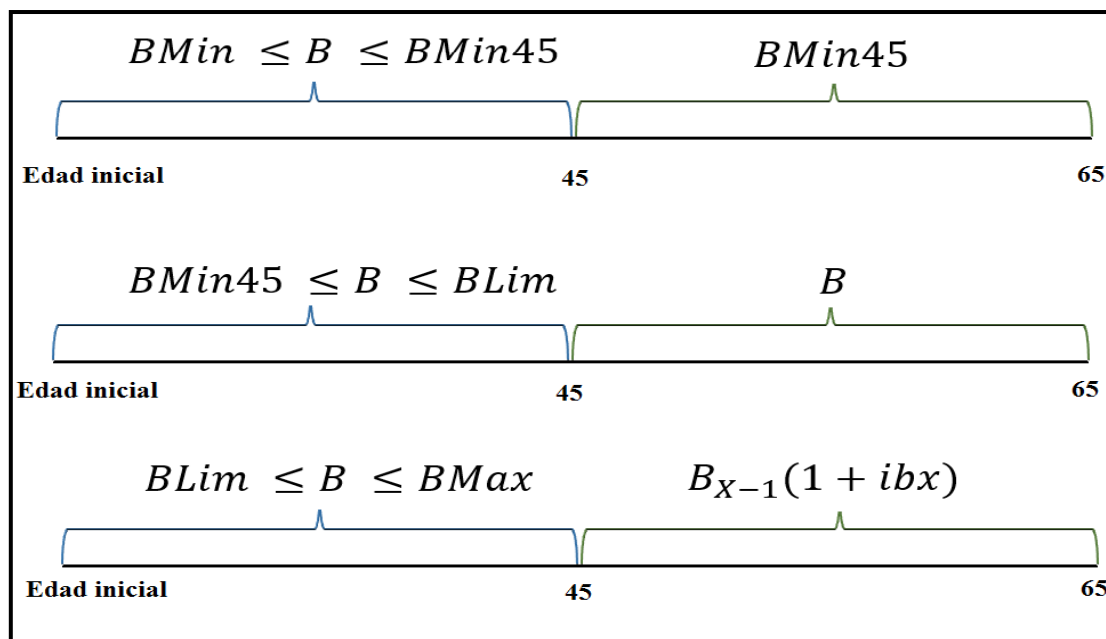
Si tenemos en cuenta el interés generado a lo largo del tiempo, el conjunto de bases reguladoras a la edad de jubilación (65 años, cuando se haya cotizado durante al menos 38,5 años completos), la base reguladora total, que es el término del numerador en (7.2), queda descrito de la siguiente forma:

$$Base\ Reguladora\ Total = (1 + i)^2 [12 * BCMensual_{40} * Va(1; PIB)_{40:51}^{(12)} * (1 + i)^{18} + 12 * BCMensual_{45} * Va(1; PIB)_{45:18}^{(12)}] + 12 * BCMensual_{63} * a_{63:21}^{(12)} \quad (7.3)$$

En donde $(1 + i)$ es el factor de actualización al tipo de interés técnico de equilibrio con el que se actualizan las rentas proporcionadas por las contribuciones en la Seguridad Social en el instante en el que se ocasiona la contingencia prevista, la jubilación – a los 65 años –. $BCMensual_{40}$, $BCMensual_{45}$ y $BCMensual_{63}$ son las bases de cotización mensual que se abonan respectivamente a los 40 años (instante en el que se empezarán a considerar las cotizaciones del autónomo si se retira a los 65), a los 45 años (en donde el autoempleado deberá aumentar su base de cotización a la mínima para mayores de 45 si amortizaba cuotas inferiores a esa cifra mínima hasta ese instante), y a los 63 años (porque las rentas fruto de la cotización de los dos años previos al retiro no se revalorizarán de modo alguno).²⁰

²⁰ Las rentas fruto de la cotización de los dos años previos al retiro no se revalorizarán de forma alguna, por esa razón la fórmula no incluye un multiplicador derivado de $\frac{IPC_{25}}{IPC_j}$.

Figura 14. Estrategias de cotización equivalentes (antes / después de los 45 años)²¹



Debido a la inflación del euro, el importe corriente de esas bases aumenta respecto de la edad de cotización en la medida en la que lo hace el Producto Interior Bruto, con una progresión geométrica simple, si el autónomo quiere que las aportaciones constituidas conserven siempre el mismo poder adquisitivo real. Así, si un autónomo empezó a cotizar en el RETA, a los 30 años de edad y por una base de 950 euros, cotizará por $BCMensual_{40} = BCMensual_{30} * (1 + PIB)^{40-30} = 950 * (1,0207)^{10} = 1.166,02$ euros al mes a los 40 años – la renta se incrementa en un año a razón de $(1 + PIB)$, a razón de $(1 + PIB)^2$ en dos años... y a razón de $(1 + PIB)^{10}$ en diez años –, con intención de mantener una base equivalente de acuerdo con el aumento del valor del dinero, según nuestras estimaciones, como se ilustra en la siguiente figura. Si el tipo de interés previsto varía respecto al tipo esperado, el importe esperado de las bases también lo hará. Así, si el tipo de interés a futuro del se altera conforme a nuevas predicciones, de manera que $PIB = 0,03$, entonces para este individuo $BCMensual_{40} = 950 * (1,03)^{10} = 1.276,72$ euros.

²¹ Gráfico generado a partir de las distintas alternativas en las bases según la Ley General de la Seguridad Social de 2015 (ver sección 4.3). Los tres escenarios se corresponden con la posibilidad de cotizar por la base mínima para mayores de 45 (*BMin45*), por una base intermedia entre la mínima y la límite *BLim*, que se corresponde con la fórmula 4.4, o por una base superior a la límite, si cotizaba antes de los 45 por una base mayor que *BLim*, como señala la fórmula 4.6.

asignada a la prestación de jubilación supondrá un $31,5 * 0,7205 = 22,69575 \approx 22,6958$ por ciento de la base de cotización mensual.

$$\begin{aligned} Cuota\ Mensual_{jubilación} &= CMJ = T.Cotización_{efectivo} * BCMensual \\ &= 0,226958 * BCMensual \end{aligned} \quad (7.6)$$

En el ejemplo, de los 315 euros que el fontanero cotiza al mes, $315 * 0,7205 = 226,96$ euros irán a constituir la prestación de retiro, mientras que con los $315 - 226,96 = 88,04$ euros restantes se afrontarán los posibles costes de otras situaciones potenciales de riesgo, como la incapacidad. De acuerdo con la Orden ESS/86/2015, la base de cotización de los autónomos variará para alguno de ellos a los 45 años, en función de lo expuesto en la figura 14 de estrategias de cotización equivalentes. Ampliando el segundo miembro de la fórmula 7.1, $12 * PJSS * Va(1; 1 + \beta)_{65}^{(12)} * {}_{65-x'}E_{x'} = CA * Va(1; PIB)_{x':65-x'}^{(12)}$, y tras pasar al lado derecho de la igualdad el factor de actualización $[12 * PJSS * Va(1; 1 + \beta)_{65}^{(12)} * {}_{65-x'}E_{x'} = CA * Va(1; PIB)_{x':65-x'}^{(12)} \rightarrow 12 * PJSS * Va(1; 1 + \beta)_{65}^{(12)} = CA * Va(1; PIB)_{x':65-x'}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1}]$, la suma total de las aportaciones mensuales realizadas en el sistema se definirá así:

$$\begin{aligned} &[12 * CM1_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)}] * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1} + 12 * CM2_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} \\ &* ({}_{20}E_{45})^{-1} \end{aligned} \quad (6.7)$$

En donde $CM1_{x'}$ y $CM2_{45}$ son concreciones del valor de la cuota mensual, de una doceava parte de la cuota anual CA , bajo supuestos concretos, siendo $CM1_{x'}$ la cuota a satisfacer mes a mes para la jubilación desde el inicio de la vida laboral a la edad x' hasta los 45 años, $CM1_{x'} = CM(B)_{x'} = 0.226958 * B_{x'}$, siendo $B_{x'}$ la base cotizada al empezar a trabajar, y $CM2$ la aportación que tendrá lugar a partir de los 45 hasta el retiro a los 65, la cuota que pagará desde esa edad en que por Ley cambia el abanico de bases a elegir (porque la base mínima de mayores de 45 es superior a la base mínima general)²³. Si los autónomos contaban con menos de 45 años en la fecha de partida del simulador, a 1 de enero de 2015, la cuota a pagar ha sido aproximada en la segunda fase de tal forma que se encontrase dentro de los márgenes legales establecidos:

²³ Ver figura 14, de estrategias equivalentes de cotización.

- $CM_{245} = CM(BMin45)_{45} = 0,226958 * BMin45_{45}$, si cotizaba por una base B inferior a la base mínima de mayores de 45 años. (7.8)
- $CM_{245} = CM(B)_{45} = 0,226958 * B_{45}$, si constituía sus aportaciones empleando una base superior a la mínima para mayores de 45 e inferior a la límite hasta ese momento. (7.9)
- $CM_{245} = CM(B_{x-1}(1 + ibx))_{45} = 0,226958 * B_{x-1}(1 + ibx)$, en caso de que antes cotizase por una base superior a la base límite e inferior a la máxima. (7.10)²⁴

$CM2$ depende del aumento de la base de cotización experimentado desde el pago de la primera cuota a la SSE. Si un autónomo empezó a cotizar en el RETA en 2005, a los 30 años de edad y por una base de 950 euros (superior a la base mínima en 2015, de 884,40 euros al mes, pero inferior a la base mínima para mayores de 45, de 953,70 € / mes), su base de cotización mensual a los 45 años será de $B_{45} = 950 * (1 + PIB)^{45-30} = 950 * (1,0207)^{15} = 1291,80$ euros, superior a la base mínima de mayores de 45 pero inferior a la base límite, de 1945,80 euros al mes (en esta situación, aplicamos la fórmula 7.9). Estimamos la cuota mensual efectiva a los 45 años para jubilación como $CM_{245} = 0,226958 * B_{45} = 0,226958 * [950 * (1 + PIB)^{45-30}] = 0,226958 * 1291,80 = 293,18$ euros al mes. Un individuo que hubiera cotizado a los 44 años por primera vez en 2014 por 884,40 euros, tendría una base equivalente a los 45 años de $B_{45} = 884,40 * (1,0207)^{45-44} = 902,71$ euros, inferior a la base límite para mayores de 45 en 2015. En este caso, deberá cotizar a los 45 por una base de $BMin45_{45} = 953,70$, y su cuota a los 45 años será de $CM_{245} = 0,226958 * BMin45_{45} = 0,226958 * 953,70 = 216,45$ euros (fórmula 7.8).

Por su parte, al pasar en (7.1) el factor de actualización al otro lado, $12 * PJSS * Va(1; 1 + \beta)_{65}^{(12)} * {}_{65-x'}E_{x'}$, $= CA * Va(1; PIB)_{x':65-x'}^{(12)} \rightarrow 12 * PJSS * Va(1; 1 + \beta)_{65}^{(12)} = CA * Va(1; PIB)_{x':65-x'}^{(12)} * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1}$, las prestaciones a recibir quedan descritas así:

²⁴ Ver fórmulas 4.4 y 4.5, de la sección 4.2, de bases de cotización.

$$12 * PJSS * Va(1; 1 + \beta)_{65}^{(12)} \quad (7.11)$$

Con lo que se dispone de una primera aproximación teórica de la estimación de los pagos de la prestación por jubilación para los trabajadores autoempleados. Dedicaremos la próxima sección a desarrollar el importe de dicha prestación con arreglo a la normativa de la SSE, y a definir esa cantidad en función de las cotizaciones, de manera que contemos con todos los planteamientos teóricos que permitan aproximar el modelo en una hoja de cálculo de Excel.

7.2.3. Pensiones recibidas. Planteamiento definitivo del simulador

La pensión de jubilación a la que tendrán acceso los autónomos cuando cumplan con los requisitos necesarios será de carácter mensual. De acuerdo con la Orden de 25 de junio de 2001 para la aplicación y desarrollo del Real Decreto 771/1997, las pensiones contributivas derivadas de contingencias comunes de cualquiera de los regímenes del Sistema de la SSE se devengarán en catorce pagas de idéntica cuantía. Cada una de las pagas se devengará por mensualidades naturales vencidas – en otras palabras, como un capital pospagable, que se embolsa al acabar cada período estipulado –, de las cuales doce se entregarán al final de cada mes (frecuencia mensual). Las dos pagas restantes se devengarán semestralmente, en los meses de junio y noviembre. De esta suerte, la prestación que aparecía en la ecuación 7.11 se puede precisar como:

$$14 * PJSS * \left[\frac{12}{14} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{2}{14} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] \quad (7.12),$$

Lo que equivale a

$$14 * PJSS * \left[\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] \quad (7.13).$$

En donde $Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)}$ hace referencia a los pagos mensuales de las rentas y $Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)}$ se refiere a los dos pagos extraordinarios²⁵. La prestación mensual $PJSS$ equivaldrá a una decimocuarta parte de la prestación anual. Podemos obtener la fórmula definitiva para la ecuación del equilibrio estático en cada uno de los escenarios

²⁵ Ver rentas con periodicidad inferior a la anual en la Nota Técnica II del Anexo I.

posibles dada una base B de cotización, a lo largo de los 25 años previos a la solicitud de la prestación, al igualar (7.13) con (7.7),

$$\left[12 * CM1_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} \right] * \left({}_{65-x'}E_{x'} \right)^{-1} + 12 * CM2_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)}$$

$$* \left({}_{20}E_{45} \right)^{-1}:$$

- $14 * PJSS * \left[\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * \left({}_{65-x'}E_{x'} \right)^{-1} + 12 * CM(BMin45)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * \left({}_{20}E_{45} \right)^{-1}$, cuando cotizase en la primera fase (antes de cumplir 45 años) por una base inferior a la mínima para mayores de 45 años. (7.14)

- $14 * PJSS * \left[\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * \left({}_{65-x'}E_{x'} \right)^{-1} + 12 * CM(B)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * \left({}_{20}E_{45} \right)^{-1}$, en caso de que en un principio aportase cuotas empleando una base mayor que la mínima de mayores de 45 pero inferior a la límite. (7.15)

- $14 * PJSS * \left[\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * \left({}_{65-x'}E_{x'} \right)^{-1} + 12 * CM(B_{44}(1 + ibx)) * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * \left({}_{20}E_{45} \right)^{-1}$, si antes abonaba cuotas por una base superior a la límite e inferior a la máxima. (7.16)

Si establecemos que los autónomos que abonan la base límite a los 44 años deciden cotizar por la misma al cumplir un año más, sortearemos la dificultad de predecir un valor para el coeficiente ibx , cuya cuantía futura es incierta. Para el contexto en el que un autónomo se encuentre en condiciones de retirarse a los 65 años, se han sopesado las cuotas aportadas a partir de la edad x' a la que comenzaron las aportaciones, y han surgido dos escenarios alternativos, paralelos a (7.14), por un lado, y a (7.15) y (7.16), por otro:

- $14 * PJSS * \left[\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * \left({}_{65-x'}E_{x'} \right)^{-1} + 12 * CM(BMin45)_{45} *$

$Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1}$, si las cuotas abonadas antes de cumplir 45 años con una base B eran inferiores a la mínima de mayores de 45 años. (7.17)

○ $14 * PJSS * \left[\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1} + 12 * CM(B)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1}$, si cotizaba por una base B igual o superior a la mínima para mayores de 45. (7.18)

Después de haber obtenido el valor teórico de las prestaciones y cotizaciones de un individuo, no resulta complicado hallar el importe de la base de cotización del año anterior a la jubilación, que engloba la fracción correspondiente a la edad 64 del término derecho de las ecuaciones 7.17 y 7.18, señalados en negrita.

❖ Aportación pendiente de pago a la SSE a los 45 años, valorada a la edad 45:

$$12 * B_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)}$$

❖ Aportación pendiente de pago a los 46 años, valorada a la edad 46:

$$12 * B_{45} * (1 + PIB)^1 * Va(1; PIB)_{46:19}^{(12)}$$

...

❖ Aportación pendiente de pago a los 63 años, valorada a la edad 63:

$$12 * B_{45} * (1 + PIB)^{18} * Va(1; PIB)_{63:2}^{(12)}$$

❖ Aportación pendiente de pago a los 64 años, valorada a la edad 64:

$$12 * B_{45} * (1 + PIB)^{19} * Va(1; PIB)_{64:1}^{(12)} = 12 * B_{45} * (1 + PIB)^{19} * a_{64:1}^{(12)}, \text{ pues } Va(1; PIB)_{64:1}^{(12)} = a_{64:1}^{(12)} \text{ }^{26}$$

Llegado ese instante (64 años), y análogamente al aumento que experimentaba la base de cotización de la figura 15, la base de cotización anual equivaldrá a la suma de 12 aportaciones de la renta obtenida cada mes actualizada a la edad 64 de acuerdo con la

²⁶ Esta igualdad es una particularización de $Va(1; PIB)_{x:1}^{(12)} = a_{x:1}^{(12)}$, que se ha comprobado en el Anexo I, Nota Técnica II, Demostración I.

subida de los precios [renta $a_{64:1}^{(12)} * (1 + PIB)^{19}$]. La base de cotización anual total será el término de las cotizaciones correspondiente a los 64 años, $12 * B_{45} * (1 + PIB)^{19} * a_{64:1}^{(12)}$. Así pues, la base de cotización total a los 64 años será de $12 * B_{45} * a_{64:1}^{(12)} * (1 + PIB)^{19}$. Si se valora a los 65 años, se ha de incluir en la fórmula el factor de descuento,

$$Base\ de\ cotización\ del\ año\ previo\ al\ retiro = 12 * B_{45} * a_{64:1}^{(12)} * (1 + PIB)^{19} * ({}_1E_{64})^{-1}. \quad (7.19)$$

La pensión percibida en el periodo inicial de jubilación, por su parte, se deriva de la prestación estimada en la fórmula (7.13), $14 * PJSS * [\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)}]$, equivalente a los catorce primeros pagos anuales (doce pagas ordinarias y dos extraordinarias) de la prestación mensual, *Pensión Anual Inicial* = $14 * PJSS * [\frac{6}{7} * a_{65:1}^{(12)} + \frac{1}{7} * a_{65:1}^{(2)}]$. (7.20)

Las ecuaciones (6.17) y (6.18) suponen la versión definitiva de la ecuación de equilibrio estático que se ha ido delimitando a lo largo de toda la sección, y las igualdades (6.19) y (6.20) permitirán al lector hacerse una idea del coste que supone a la Seguridad Social la manutención del autónomo retirado en el primer año de disfrute de su pensión respecto a sus últimos ingresos en el sistema, ratio que recibe el nombre de tasa de sustitución o de reemplazo (tasa de reemplazo = 100 * (pensión anual inicial / aportación realizada al sistema durante el año previo al retiro)). Aun así, no se ha detallado hasta este punto el procedimiento con el que se han seleccionado los 200 autónomos de la MCVL estudiados al poner en marcha el simulador, ni las pautas específicas que se han seguido en Excel al hallar la base reguladora de la prestación, el importe de la misma y las aportaciones efectuadas. Ocuparemos las secciones 7.3 y 7.4, respectivamente, a precisar el proceso de selección de los autónomos y los pasos mediante los que se han calculado los elementos que componen el enfoque práctico del simulador de protección social.

7.3. *Trabajadores seleccionados*

Siguiendo el ejemplo de Devesa *et. al.* (2014), se ha elegido un grupo de 200 trabajadores por cuenta propia de la MCVL SDF de 2015 de los que se disponía de

información sobre sexo y fecha de nacimiento para diseñar nuestro simulador. La selección se realizó mediante muestreo aleatorio simple.

Esos autónomos deberán poder alcanzar una vida laboral completa a los 65 años – es decir, tendrán acceso a la prestación íntegra, que se sitúa si deciden jubilarse a los 65 años en los 38,5 años de cotización, que equivalen a 462 meses –, y esa es la edad de jubilación establecida en el modelo. En virtud de la legislación actual, excepto en el caso de que pertenezcan a cooperativas de trabajo asociado, los autónomos deben ser mayores de edad, por lo que se han descartado los registros de aquellos que no alcanzasen los 18 años según la información de la MCVL. También se ha exigido a los individuos objeto de estudio que hayan cotizado durante todo 2015, de manera que la base de cotización total equivaliera en todo momento a la suma de los doce pagos mensuales de cuotas en el ejercicio económico.

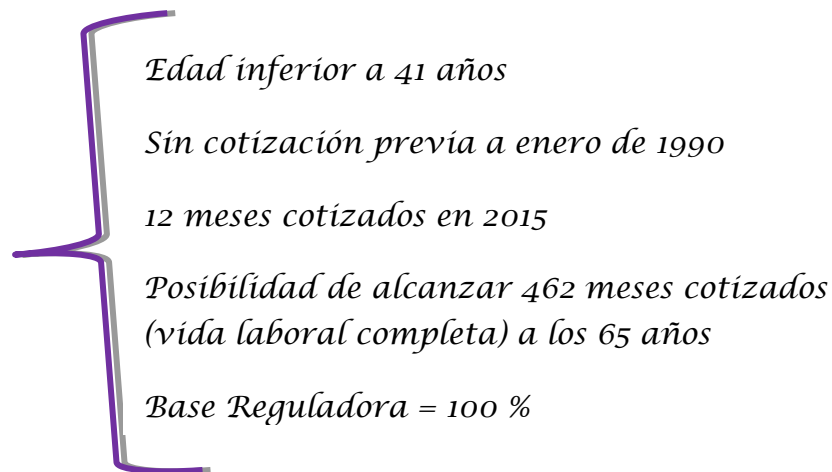
Los autoempleados trabajan por definición a jornada completa, con independencia del número de horas efectivas que destinen semanalmente a su actividad profesional. A pesar de esto, en nuestra selección aparecen autónomos que han podido cotizar en algún instante en el Régimen General, en el que es necesario trabajar 40 horas semanales si se quiere optar al cien por cien de la base reguladora correspondiente en un momento. Para evitar circunstancias en las que un autónomo no alcance la totalidad de la base reguladora a pesar de haber cotizado al menos 462 meses, se han seleccionado solamente los autónomos que tengan un valor de 10000 (correspondiente a un 100 %) en la variable 4.013 de la MCVL, *Porcentaje Aplicado a la Base Reguladora*.

Se ha calculado la pensión a recibir por los individuos seleccionados aplicando la normativa posterior a la reforma de las pensiones aprobada en 2015, y contenida en el Real Decreto Legislativo 8/2015, de octubre de 2015. Como al establecer el monto de las prestaciones de retiro se toman las cotizaciones de los últimos 25 años, se han escogido individuos de edad inferior a 41 años a 1 de enero de 2015 para la muestra del simulador. De ese modo, las valoraciones financieras de las cotizaciones para jubilación se han hecho siempre a futuro, pues las personas de la muestra podrán jubilarse a los 65 años aportando solamente cuotas durante 25 años a partir de enero de 2015. Así, se ha evitado la necesidad de estimación de cotizaciones retroactivas respecto a la fecha de referencia de 1/1/2015, lo que facilita los cálculos y permite la aplicación directa en el

simulador de las fórmulas (7.17) y (7.18) en el cálculo de las prestaciones en función de las cotizaciones, desarrolladas en la sección precedente.

Como el colectivo del análisis está conformado por individuos con edad igual o inferior a 40 años y 364 días a 1 de enero de 2015 (nacidos como pronto el 2 de enero de 1974), ninguno de ellos cumplió la edad ordinaria legal para trabajar (16 años) antes del 2 de enero de 1990, por lo que es razonable suponer que si alguno presenta bases cotizadas en una fecha anterior a 1990 nos encontremos ante un error en la MCVL. Debido a esa circunstancia, se ha descartado toda la información referida a autónomos que presentaban bases de cotización anteriores a enero de 1990.

Figura 16. Perfil de los autónomos de la MCVL seleccionados para el simulador



Un total de 26.281 autónomos de la MCVL de 2015 cumplen todas las condiciones, de entre los cuales se ha seleccionado una submuestra aleatoria simple de 200 observaciones, sin reemplazamiento y con probabilidades iguales.

Definidas ya todas las características que deben cumplir los autoempleados a analizar, se fijaron las equivalencias actuariales (7.17), $14 * PJSS * \left[\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1} + 12 * CM(BMin45)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1}$, y (7.18), $14 * PJSS * \left[\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1} + 12 * CM(B)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1}$, teniendo siempre en mente las hipótesis técnicas definidas en el capítulo 5, y aplicando las pautas señaladas

en el Anexo I sobre evolución del colectivo de referencia, cálculo de símbolos de conmutación, y estimación de rentas.

7.4. *Ejemplo de funcionamiento del simulador*

Después de haber seleccionado los autónomos a analizar en el modelo de costes y prestaciones de jubilación, se plasmó el sistema en unas hojas de cálculo, tomando como punto de partida un tipo de interés i para cada autónomo analizado. El tipo de interés fue la incógnita por despejar, que se resuelve al cumplirse la ecuación de equilibrio estático, $Prestaciones = Contraprestaciones$ ²⁷. El valor de i depende del tiempo cotizado de cada sujeto, la edad inicial de cotización y las bases que eligió en cada momento.

En esta sección detallaremos todos los procedimientos que llevaron a cabo con objeto de construir el simulador de prestaciones de jubilación para adscritos al RETA, y que supone el objetivo principal de este TFM. Se debe recordar que ya se han calculado las tablas que recogen las probabilidades de fallecimiento por sexo y edad del colectivo, y los símbolos de conmutación necesarios al aproximar las rentas, además de haber seleccionado ya los autónomos a los que se aplicará el simulador. La selección se llevó a cabo en la sección 7.3, mientras que la elaboración de las tablas de mortalidad y supervivencia y de los símbolos de conmutación asociados a ellas requirió del empleo de ciertas herramientas y técnicas actuariales y demográficas avanzadas, que justificaron su inclusión en las Notas Técnicas I (*evolución del colectivo inicial según fallecimiento y jubilación*) y II (*estimación de rentas y símbolos de conmutación*) del Anexo I. En resumen, la elaboración del modelo hasta este punto ha presentado estas etapas:

- Extracción de las tablas de mortalidad del INE por sexo y edad de 2011 a 2015 (sección 5.1 y Nota Técnica I)

²⁷ La incógnita se despeja en Excel a través de un modelo de optimización iterativa que utiliza un algoritmo de programación no lineal, el *Gradiente Reducido Generalizado* (GRG), disponible en el paquete Solver. La celda objetivo es la resta (Prestaciones – Cotizaciones) del individuo, cambiando el valor de la casilla del tipo de interés en la tabla de símbolos de conmutación (hoja 4_ *Simbolos_Conmutacion*). Se ha impuesto la condición de que las cotizaciones y las pensiones sean positivas o iguales a cero.

- Obtención del tanto de mortalidad para la población mixta en función de la proporción de los sexos a cada edad (Nota Técnica I)
- Generación de la tabla de mortalidad promedio del período 2011-2015 (Nota Técnica I)
- Cálculo de los símbolos de conmutación y las rentas asociadas al colectivo de estudio (Nota Técnica II)
- Selección de los autónomos a analizar en el simulador (sección 7.3)

En la sección actual ilustraremos, a través de ejemplos, los siguientes pasos, con los que alcanzaremos la versión final del simulador:

- Cálculo de bases y de cuotas de cotización de los autónomos seleccionados
- Obtención de la base reguladora para cada sujeto
- Estimación de las prestaciones individuales
- Extracción del tipo de interés de equilibrio particular que iguala las aportaciones realizadas por cada autónomo escogido con la prestación futura estimada

El simulador de prestaciones de jubilación es aplicable a cualquier trabajador del RETA que cumpla las condiciones establecidas en la sección 7.3. Para ello tenemos que aportar un valor provisional al tipo de interés técnico del modelo, que se corregirá más adelante, cuando calculemos el tipo que iguala las prestaciones con la cotización de cada persona, y será de $i = 0,02$.

Figura 17. Edades de referencia para el cálculo de los elementos clave del simulador

Cálculo Base Reguladora → DE LA EDAD 40 A LOS 65 AÑOS

Cálculo Cotizaciones = Aportaciones al RETA → DE LA EDAD X' DE INICIO DE COTIZACIÓN A LA EDAD 65

Cálculo Prestación de Jubilación → A PARTIR DE LOS 65 AÑOS

Para determinar las bases de cotización tenemos que conocer el número de meses cotizados por el autónomo hasta ese momento, variable que ya extrajimos al seleccionar los autónomos en el RETA. A partir de los meses cotizados a 1 de enero de 2015, podemos determinar el número de meses que habrá cotizado el autónomo a los 65 años. Es fácil comprobar que un autónomo dado cumpla las condiciones de acceso a la jubilación a los 65 años si sabemos su edad y los meses que ha cotizado hasta ahora. Por ejemplo, si tenemos una trabajadora autónoma de 30 años exactos que haya cotizado

durante 80 meses (más de 6,5 años, desde los 23 años) a 1 de enero de 2015, habrá aportado cuotas en el RETA durante más de 462 meses = 38,5 años (el tiempo necesario para recibir la totalidad de la pensión) cuando cumpla 65 años (habrá aportado cuotas durante $80 + 35 \cdot 12 = 500$ meses), siempre bajo la premisa de que se mantenga inscrita en el Régimen y de que esté al corriente en el abono de las cuotas mensuales a la Seguridad Social.

Si su base de cotización actual, a los 30 años, es de 1000 euros al mes, su base de cotización a los 40 años será de $1000 \cdot (1 + \text{PIB})^{40-30} = 1000 \cdot (1,0207)^{40-30} = 1227,39$ euros al mes²⁸. A los 45 años será de $1000 \cdot (1,0207)^{45-30} = 1359,79$ euros mensuales, y a los 63 años, de $1000 \cdot (1,0207)^{63-30} = 1966,25$ euros / mes. En la hoja de cálculo, para nuestro tipo de interés provisional del 2 %, aplicamos la fórmula (7.3),

$$\begin{aligned} \text{Base Reguladora Total} &= (1 + i)^2 [12 \cdot \text{BCMensual}_{40} \cdot Va(1; \text{PIB})_{40:51}^{(12)} \cdot (1 + i)^{18} + \\ &12 \cdot \text{BCMensual}_{45} \cdot Va(1; \text{PIB})_{45:181}^{(12)}] + 12 \cdot \text{BCMensual}_{63} \cdot a_{63:21}^{(12)}, \text{ para hallar las} \\ &\text{cuotas constituidas en los 25 años computables para la obtención de la base reguladora} \\ &\text{total: } \text{Base Reguladora Total} = (1,02)^2 [12 \cdot 1227,39 \cdot Va(1; \text{PIB})_{40:51}^{(12)} \cdot (1,02)^{18} + \\ &12 \cdot 1359,79 \cdot Va(1; \text{PIB})_{45:181}^{(12)}] + 12 \cdot 1966,25 \cdot a_{63:21}^{(12)} = 556.294,61 \text{ euros.} \end{aligned}$$

La base reguladora mensual se obtiene aplicando (6.2): *Base Reguladora Mensual* = $BR = \frac{\text{Base Reguladora Total}}{350} = 556.294,61 / 350 = 1589,41$ euros. Como se cumplen

los requisitos de acceso al total de la prestación, la prestación efectiva será igual al 100 % de la base reguladora ($PJSS = \text{Porcentaje por años cotizados} \times \text{Base Reguladora} = 100\% BR$, fórmula 4.9), por lo que la prestación anual *PJSSA* será de $PJSSA = 12 \cdot BR = 12 \cdot 1.589,41 = 19.072,92$ euros. La prestación periódica será de una decimocuarta parte, $19.072,92 / 14 = 1362,35$ euros, y la pensión íntegra a recibir será de $14 \cdot PJSS \cdot \left[\frac{6}{7} \cdot Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} \cdot Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 14 \cdot 1.362,35 \cdot \left[\frac{6}{7} \cdot Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{1}{7} \cdot Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 310.698,54$ euros (fórmula 7.13).

La base cotizada para cada edad es superior a la base mínima aplicable a mayores de 45 años (953,70 euros en 2015), así que las cotizaciones se estiman a partir del segundo

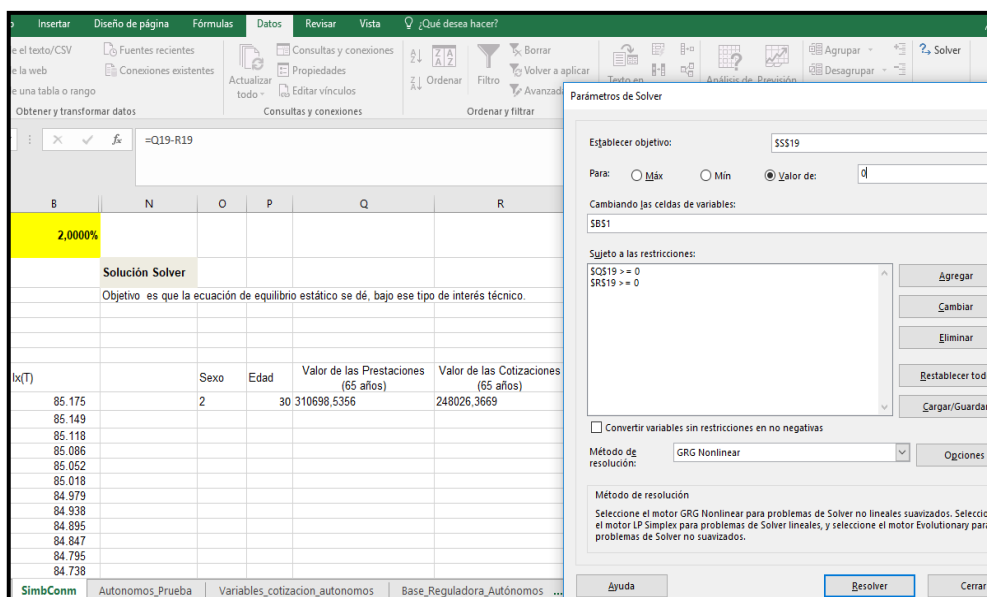
²⁸ Redondeamos siempre las bases y cuotas al segundo decimal, pues las aportaciones a la Seguridad Social se redondean por exceso o por defecto, al céntimo de euro más próximo, desde la entrada en vigor de la moneda única europea. Si la última cifra fuera exactamente un cinco, el redondeo se efectuará a la cifra superior.

miembro de la fórmula 7.18, $14 * PJSS * \left[\frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{6}{7} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1} + 12 * CM(B)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1}$. Esta persona lleva cotizando desde los 23 años, que supuso para ella la edad x' de inicio de la cotización, y el punto a partir del que se consideran sus cotizaciones en el sistema.

Las cuotas mensuales a satisfacer a la edad de inicio de la cotización (23 años) y a los 45 años serán de $CM(B)_{23} = \frac{0,226958 * 1.000}{1,0207^{30-23}} = 196,64$ euros, y de $CM(B)_{45} = 0,226958 * 1.000 * (1,0207)^{45-30} = 308,62$ euros, respectivamente, y la cotización total entre los 23 y los 65 años supondrá $12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1} + 12 * CM(B)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1} = 12 * 196,64 * Va(1; PIB)_{23:22}^{(12)} * ({}_{42}E_{23})^{-1} + 12 * 308,62 * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1} = 248.026,37$ euros.

Se aprecia claramente que las prestaciones no concuerdan con las aportaciones realizadas ($310.698,54 \neq 248.026,37$), dado que el tipo de interés asignado al inicio, un 2 %, sirve únicamente para iniciar el simulador y que el algoritmo GRG de Excel cuente con un punto de referencia. Desde dicho punto de referencia, el algoritmo variará progresivamente el tipo de interés hacia la izquierda o la derecha, hasta encontrar el tipo de interés para el que se cumpla realmente que $Prestaciones = Cotizaciones$:

Figura 18. Obtención en Excel del tipo de interés de equilibrio



Despejamos la incógnita con Solver, que nos devuelve el tipo de interés de equilibrio en este escenario, $i = 2,6886$. Al cambiar el valor de i se han modificado todos los símbolos de conmutación y rentas asociadas a él, con los siguientes resultados:

Cuadros 6 y 7. Términos de la ecuación del ejemplo del simulador en equilibrio, $i = 2,6886$, $PIB = 1,0207$ ²⁹

Componentes de las prestaciones

<i>Prestación Total</i>	$Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)}$	$Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)}$
286.916,73	15,2093	14,9933

Componentes de las cotizaciones

<i>Aportación Total</i>	$Va(1; PIB)_{23:22}^{(12)}$	$({}_{42}E_{23})^{-1}$	$Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)}$	$({}_{20}E_{45})^{-1}$
286.916,73	20,2786	3,3897	18,0415	1,8667

Al alcanzar el tipo de interés de equilibrio, el importe de la pensión y la cotización histórica de la trabajadora se igualan en 286.916,73 euros. Sustituyendo las ecuaciones (7.19), $Base\ de\ cotización\ del\ año\ previo\ al\ retiro = 12 * CM(B)_{45} * a_{64:1}^{(12)} * (1 + PIB)^{19} * ({}_1E_{64})^{-1}$, y (7.20), $Pensión\ de\ jubilación\ inicial = 14 * PJSS * \left[\frac{12}{14} * a_{65:1}^{(12)} + \frac{2}{14} * a_{65:1}^{(2)} \right]$, en función de las rentas que la determinan para $i = 2,6886$, observamos que el valor de la prestación en el primer año y la cuantía de la última base cotizada fueron de 24.487,09 y de 18.515,05 euros, respectivamente. Ahora conocemos el tipo de interés individual i , del 2.6886 por ciento, que iguala las cotizaciones con las prestaciones de la trabajadora del ejemplo.

Cuadros 8 y 9. Términos de la base de cotización del último año y de la pensión anual inicial en el ejemplo del simulador en equilibrio, $i = 2,6886$, $PIB = 1,0207$

Componentes de la pensión de jubilación inicial³⁰

<i>Prestación a la edad 65</i>	<i>PJSS</i>	$a_{65:1}^{(12)}$	$a_{65:1}^{(2)}$
--------------------------------	-------------	-------------------	------------------

²⁹ Los cálculos incluyen dígitos posteriores al cuarto decimal, aunque el producto final con el que se obtienen prestaciones y aportaciones se expresará en céntimos de euro, que es el redondeo aplicado por la SSE al determinar todas operaciones de los individuos.

³⁰ Como en los cuadros anteriores, los cálculos incluyen dígitos posteriores al cuarto decimal.

18.515,05 | 1350,21 0,9805 0,9731

Componentes de la cotización del último año

<i>Aportación a la edad 64</i>	$CM(B)_{45}$	$a_{64:1}^{(12)}$	$({}_1E_{64})^{-1}$
24.487,09	1359,79	0,9809	1,0366

La tasa de sustitución o de reemplazo (proporción que constituye la pensión inicial respecto a los últimos ingresos en el sistema) fue del $(18.515,05 / 24.487,09) = 75,61 \%$.

8. RESULTADOS DEL SIMULADOR

En este apartado desglosaremos los resultados que se obtienen al aplicar el simulador de coste-prestación de jubilación a los 200 autónomos extraídos anteriormente de la Muestra Continua de Vidas Laborales de 2015. También se compararán las prestaciones obtenidas inicialmente con las del conjunto de los jubilados en el año 2015 presentes en la MCVL, y se ilustrará el efecto que tiene sobre las pensiones futuras la variación de factores que intervienen en el simulador, haciendo uso de un ejemplo práctico basado en la alteración de la base de cotización que se eligió a partir de los 45 años. Adicionalmente, se estimará el valor registrado en el simulador para los jubilados con las técnicas predictivas de regresión lineal y de red neuronal.

8.1. *Análisis de rentabilidad de las cotizaciones*

Una vez ejecutado el simulador para los 200 autónomos descritos en la sección 7.3, hemos obtenido el siguiente escenario, valorado en el instante de la jubilación (a los 65 años):

Cuadro 10. Principales resultados en euros recogidos por el simulador, para un incremento salarial anual del 2,07 % y un crecimiento de las pensiones de retiro del 2 % anual

	Valor Promedio	Valor Mínimo	Valor Máximo	Desviación Típica
Prestaciones	238.477,8117	133.344,1066	521.342,3877	51.299,9183
Cotizaciones	238.477,8139	133.344,1226	521.342,3866	51.299,9210
Tipo de interés	2,3354%	1,7977%	6,2807%	0,0040
Última Cotización	21.545,0150	12.392,6485	47.590,0414	3.887,4577
Pensión Inicial	15.831,7629	9.694,9425	34.695,2620	3.584,8551
Tasa de retorno	73,03%	65,77%	88,43%	0,0538

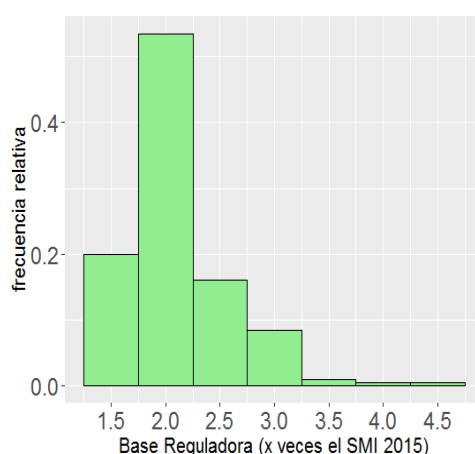
Total Cotizaciones *Total Prestaciones*

47.695.562,78

47.695.562,34

La rentabilidad ofrecida por las pensiones públicas de jubilación se ha situado en una franja positiva, de entre un 1,79 y un 6,28 por ciento³¹. Aparte de estas magnitudes, en el simulador se ha calculado el tipo de interés mediano, que fue del 2,3071 %, más alto que el valor estimado para el incremento del IPC, cifrado en un 2,07 por ciento. En consecuencia, el importe depositado en la Seguridad Social habrá crecido más que el coste de la vida para la mayor parte de los sujetos analizados, quienes ganarán poder adquisitivo.

Figura 19. Individuos analizados con el simulador según su base reguladora mensual

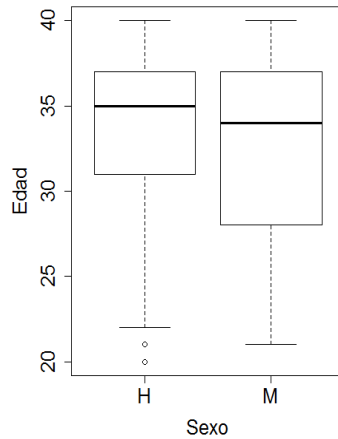


La base reguladora mensual media registró, en los 350 períodos contabilizables para hallar la pensión de retiro, un valor cercano al doble del Salario Mínimo

³¹ La rentabilidad que obtuvo cierto autónomo, del 6,28 por ciento, fue una situación excepcional: el siguiente autónomo que obtuvo un rendimiento más alto recibió un 2,9 por ciento de rentabilidad.

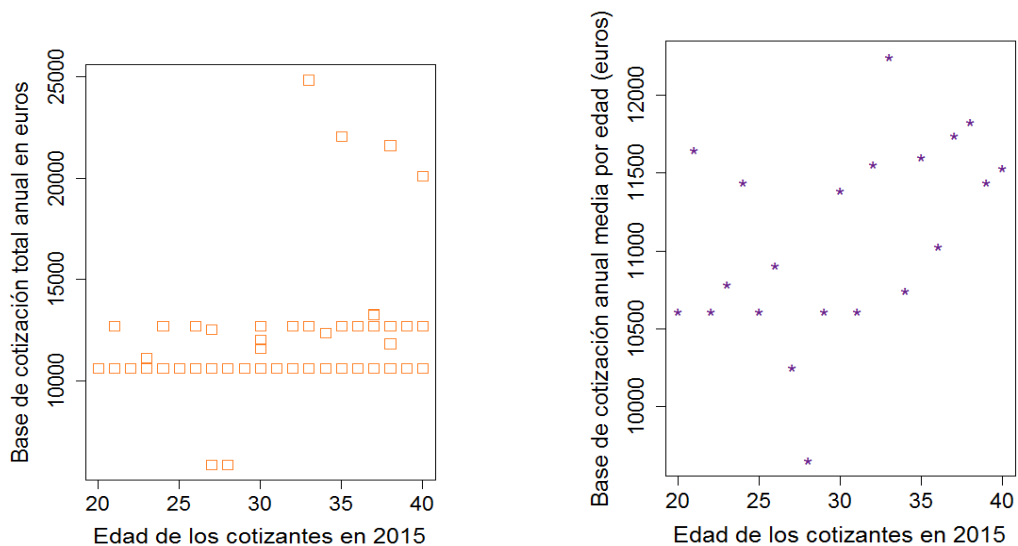
Interprofesional (SMI) de 2015, en gran parte de los casos. Dicho importe se cifró en 648,60 euros al mes.

Figura 20. Distribución de la edad de los 200 autónomos estudiados en el simulador según el sexo



Análogamente a la situación observada en el conjunto de los autónomos en la sección 6.2, la edad es más variable para las mujeres que para los hombres, aunque en esta ocasión la edad media del colectivo de los varones es ligeramente superior.

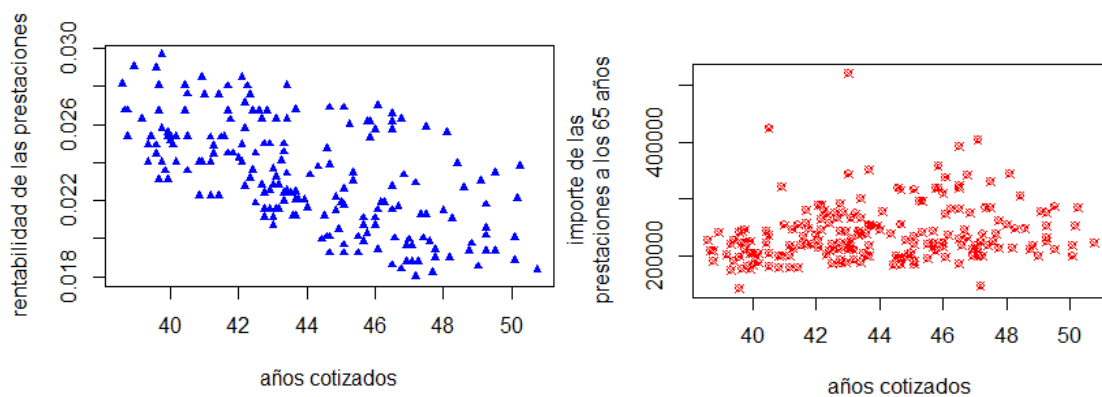
Figuras 21 y 22. Base de cotización de la submuestra del simulador con relación a la edad. Cotización media de la submuestra para cada edad



En 40 de los 200 casos existentes, se ha cotizado por 12.682,80 euros al año, o 1.056,90 euros al mes, igual a la base mínima en el año 2015 de cotización mensual del grupo 01 de cotización en el Régimen General – se debe quizá a individuos que trabajaron en algún período de 2015 en el RG, a pesar de que en el momento de extracción de la

muestra estuvieran cotizando en el RETA –. En 146 casos, el 73 % del total, se ha cotizado por 10.612,80 euros anuales, que equivalen a 884.4 euros mensuales, la base mínima del RETA en 2015. No se observa un incremento de la base con relación a la edad, si bien los atípicos mínimos / máximos se concentran en personas jóvenes / maduras respecto al conjunto de la submuestra. No obstante, la base de cotización anual media sí que aumenta – muy ligeramente, eso sí – en tanto lo hace la edad, hecho reflejado en la figura 22.

Figuras 23 y 24. Rentabilidad (en tanto por ciento) e importe (en euros) de las pensiones de jubilación por años cotizados



Cuanto mayor fue el período de cotización durante la actividad profesional del trabajador por cuenta propia, mayor fue generalmente el importe de la prestación que pudo disfrutar. Esta circunstancia es natural, ya que períodos de actividad profesional más largos para una persona suelen llevar aparejados el establecimiento de un mayor número de cuotas en la Seguridad Social, por lo que el importe total cotizado a lo largo de la vida laboral será superior cuando se llegue a los 65 años y se traducirá en unas pensiones de retiro más generosas. A simple vista, sin embargo, resulta más complicada de entender la relación decreciente entre años cotizados y rentabilidad. Esto se explica si recordamos la fórmula 4.10, la escala de la prestación por años cotizados:

$$\% AC = 50 \% + MC * 0,19 \% + (MC - 248) * 0,18 \% \quad (4.10 / 8.1)$$

Donde % AC era el porcentaje de la pensión a la que tienen derecho los inscritos en el RETA en función de los meses cotizados, MC, tras cumplir con el tiempo mínimo exigido para optar a la jubilación (15 años = 180 meses cotizados). Como se puede observar, se valora más cada año cotizado entre 15 y $[15 + (248/12)] = 35,67$ años (0,19

% por mes adicional) que entre 35,67 años y 37 años (en donde $\% AC = 100 \%$)³², cuando se accede a un 0,18 % adicional por mes cotizado, y estos más que a partir de 37 años (0 %). La escala de la rentabilidad por años cotizados es entonces decreciente.

8.2. *Comparativa de rentabilidad frente a prestaciones efectivas para una muestra de autónomos jubilados de la MCVL*

Con el propósito de cotejar el funcionamiento del simulador, contrastamos los resultados expuestos en la subsección anterior con los que se presentan para los autónomos que se hayan jubilado ya. El cálculo de sus cotizaciones y prestaciones de jubilación es muy parecido al explicado en la sección 7.4, con la salvedad de que en la MCVL 2015 se conoce el importe de la base reguladora aplicable a la prestación en el caso de los ya retirados – variable 4.012 del fichero de Pensiones de la edición de 2016 de la guía de contenidos de la MCVL, *Base Reguladora* –, por lo que no es necesario estimarla. Con objeto de simplificar los cálculos del modelo, se ha exigido que los jubilados a seleccionar tengan derecho al 100 % de la base reguladora – variable 4.013 del fichero de Pensiones, *porcentaje aplicado a la base reguladora* – y que les corresponda el total de la pensión por años cotizados – variable 4.042 de Pensiones, *porcentaje por años cotizados* –.

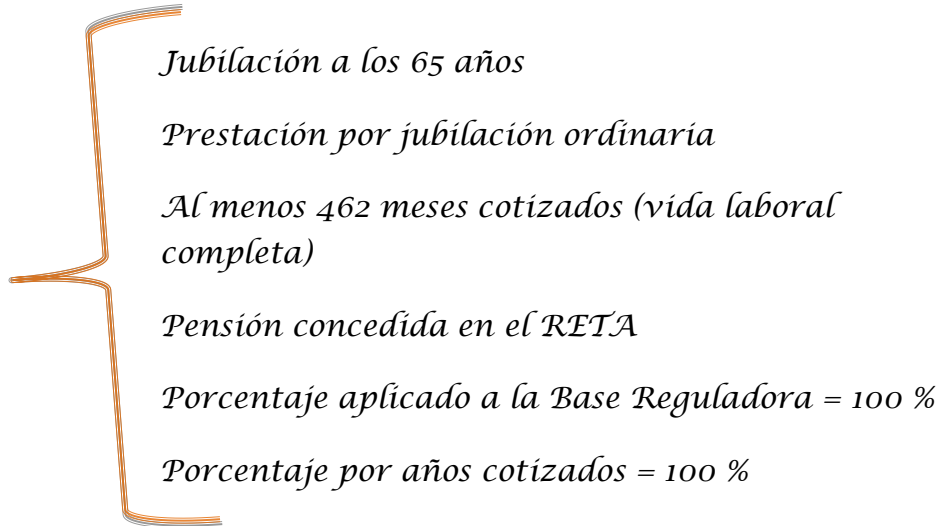
La comparación entre las conclusiones reflejadas por el simulador para los jubilados y los sujetos seleccionados anteriormente es más apropiada cuando la relación que mantuvieron ambos colectivos con la Seguridad Social sea similar. Por esa razón, los jubilados seleccionados se habrán retirado también a los 65 años y habrán causado la prestación en el RETA en situación de jubilación ordinaria³³. En el fichero de Pensiones de la MCVL figura también la variable 4.041, *periodo de cotización*, que contiene los meses cotizados a lo largo de la trayectoria profesional de cada sujeto. Hemos exigido un valor igual o superior a 462 de dicha variable, pues de manera idéntica a los sujetos extraídos en la sección 7.3, los jubilados deberán haber cotizado en la SSE al menos 462

³² Explicado en la sección 4.5, a partir de la fórmula 4.11.

³³ No consideramos las jubilaciones anticipadas, las especiales a los 64 años, las parciales o flexibles, etc., pues están sujetos a situaciones que complican el cálculo de la prestación de diferentes maneras.

meses (38 años y medio). En resumen, éstas serán las características que les requeriremos:

Figura 25. Perfil de los jubilados de la MCVL seleccionados para el simulador



El simulador muestra las siguientes cifras para 100 individuos que cumplen las condiciones exigidas, y que han sido seleccionados mediante muestreo aleatorio simple sin reemplazamiento:

Cuadro 11. Principales resultados en euros del simulador aplicado en jubilados. Incremento salarial anual del 2,07 %; crecimiento de las pensiones de retiro del 2 % anual

	Valor Promedio	Valor Mínimo	Valor Máximo	Desviación Típica
Prestaciones	161.038,3161	78.105,5194	418.554,1090	52.804,6854
Cotizaciones	161.038,3158	78.105,5338	418.554,1090	52.804,6814
Tipo de interés	3,3741%	2,9986%	3,7382%	0,0026
Última Cotización	11.653,2489	5.884,5291	30.815,4361	3.823,5059
Pensión Inicial	11.380,5475	5.725,8861	30.048,1460	3.732,6415
Tasa de retorno	97,66%	97,30%	98,02%	0,0025

Total Cotizaciones Total Prestaciones

16.103.831,58

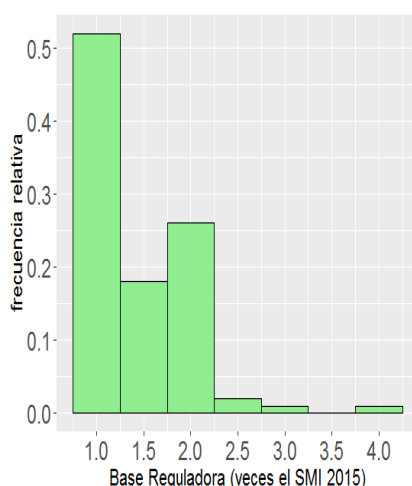
16.103.831,61

Al igual que las cotizaciones, las prestaciones son inferiores a las que se observaron para los autónomos del subepígrafe anterior, algo lógico porque hablamos de unas pensiones valoradas en el momento de la jubilación de un grupo de personas que dejó de trabajar en 2015 frente al de otro colectivo que no superaba los 40 años en enero de

2015. En el segundo colectivo no se causará la prestación antes de que sus miembros cumplan 65 años, a partir de 2040, y el precio del dinero será previsiblemente más elevado llegada esa fecha. Efectivamente, la base reguladora de los jubilados actuales fue menor, lo que supone cotizaciones totales más bajas y, en definitiva, pensiones de jubilación más reducidas. La desviación típica de gran parte de las variables – salvo la tasa de retorno, mucho más pequeña en este caso – es casi idéntica para los jubilados que la que se observaba en la sección 8.1 para los trabajadores en activo.

El hecho de que las desviaciones típicas de las bases de los jubilados sean muy similares a las del resto de trabajadores indica un ajuste muy parecido del simulador en ambas muestras (trabajadores en activo y jubilados) y la existencia de uniformidad en la medida de las variables que componen el estudio.

Figura 26. Jubilados analizados con el simulador según su base reguladora mensual



8.3. *Impacto de la elección de la base de cotización*

Existe la posibilidad de variar alguno de los factores que intervienen directamente en el simulador para conocer su efecto en el nivel esperado de las pensiones. Analizando el efecto de esos cambios los autónomos podrán tomar decisiones sobre sus estrategias de cotización para elegir las bases de cotización que mayores beneficios les reporten en términos del montante de las prestaciones a percibir y de las rentabilidades obtenidas. Una opción interesante consiste en estudiar el impacto sobre el modelo de la utilización de la base más alta posible a partir de los 45 años a la hora de cotizar, la base límite para

mayores de 45 años. Analizaremos ese impacto para la muestra de 200 autónomos que manejamos en la sección 8.1.

Si se desea analizar lo que sucederá con el nivel de rentabilidad de los autónomos en activo si deciden cotizar por la base límite a partir de los 45 años, se deben introducir ligeras modificaciones en las hojas de cálculo. En primer lugar, es necesario adaptar las ecuaciones 7.16 y 7.17 de equilibrio estático:

- $14 * PJSS * \left[\frac{12}{14} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{2}{14} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1} + 12 * CM(BMin45)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1}$, si las cuotas abonadas antes de cumplir 45 años para una base B eran inferiores a la mínima de mayores de 45 años. (7.16 / 8.2)
- $14 * PJSS * \left[\frac{12}{14} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{2}{14} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1} + 12 * CM(B)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1}$, si cotizaba por una base B igual o superior a la mínima para mayores de 45. (7.17 / 8.3)

Independientemente del valor de la base B antes de cumplir los 45 años, se ha imputado el valor de la base a partir de los 45 años (fragmento de la ecuación de equilibrio estático señalado en verde) en función de la base límite para mayores de 45 años en cada momento, $BLim$:

- $14 * PJSS * \left[\frac{12}{14} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(12)} + \frac{2}{14} * Va(1; 1,0025)_{65}^{(2)} \right] = 12 * CM(B)_{x'} * Va(1; PIB)_{x':45-x'}^{(12)} * ({}_{65-x'}E_{x'})^{-1} + 12 * CM(BLim)_{45} * Va(1; PIB)_{45:20}^{(12)} * ({}_{20}E_{45})^{-1}$ (8.4)

La base límite en 2015 fue de 1945,8 euros al mes. Haciendo uso del aumento esperado del PIB, de un 2,07 % actual, hemos hallado la base equivalente a la límite de 2015 que tendrá que calcular cada trabajador autoempleado del modelo cuando alcance los 45 años – recordemos que la base límite aumentará conforme al incremento salarial esperado –. Un autónomo que tuviera 35 años a 1 de enero de 2015 empezará a cotizar por la base límite en 2025, y el importe mensual que aportará será de 1.945,8 *

$(1,0207)^{45-35} = 1945,8 * (1,0207)^{10} = 2.388,24$ euros. Por el contrario, un autónomo de 30 años en 2015 cotizará por la base límite a partir de 2030, y aportará una base de $1.945,8 * (1,0207)^{45-30} = 1945,8 * (1,0207)^{15} = 2645,88$ euros / mes.

Figura 27. Imputación de la base reguladora límite a los 45 años para los autónomos iniciales del simulador

NUMERO EN MUESTRA	EDAD	BASE ACTUAL PARA 45 AÑOS	BASE DE COTIZACIÓN 45 AÑOS (2 DECIMALES)
1	38	1945,8	2245,87
2	40	1945,8	2155,7
3	30	1945,8	2645,88
4	38	1945,8	2245,87
5	40	1945,8	2155,7

Si cogemos la hoja de cálculo en la que diseñamos el simulador, nos bastará con variar el valor de la base empleada a partir de los 45 años (por la base límite correspondiente a ese momento; en el caso del autónomo de 30 años en 2015, será de 2.645,87 euros) para que la base reguladora cambie, con lo que también lo harán los dos componentes de la ecuación de equilibrio estático, prestaciones y cotizaciones, que se verán descuadrados. Tenemos que igualarlos nuevamente en Excel mediante Solver, como describimos en la sección 7.4, y así obtendremos las cuantías de cada prestación y la rentabilidad en el escenario actual (bases de cotización a partir de los 45 años equivalentes a la base límite). Los resultados del simulador son los siguientes:

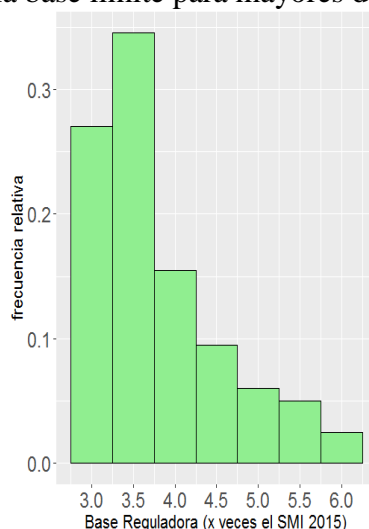
Cuadro 12. Principales resultados en euros si la base aplicada por los autónomos a partir de los 45 años es la base límite. Incremento salarial anual del 2,07 %; crecimiento de las pensiones de retiro del 2 % anual

	Valor Promedio	Valor Mínimo	Valor Máximo	Desviación Típica
Prestaciones	400.561,4834	254.554,2251	601.975,5737	68.137,5012
Cotizaciones	400.561,5027	254.554,3182	601.975,5601	68.137,4509
Tipo de interés	3,0115%	1,9576%	4,9467%	0,0036
Última Cotización	44.933,2373	38.734,5956	58.712,05306	5.051,7419
Pensión Inicial	28.533,3716	21.631,4670	44.517,23438	14.799,9840
Tasa de retorno	63,00%	54,04%	76,60%	0,0482

Total Cotizaciones Total Prestaciones

Las prestaciones y cotizaciones obtenidas para los autónomos si cotizan por la base límite desde los 45 años fueron más altas que la del supuesto inicial (ver Cuadro 10). De hecho, 198 de los 200 autónomos incluidos en la muestra consiguieron incrementar tanto el importe global de la prestación como el tipo de interés o rentabilidad alcanzado³⁴, por lo que esas 198 personas preferirán cotizar por la base límite tras cumplir los 45 a cotizar por la base que les correspondía anteriormente. El único inconveniente con el que podrán encontrarse es en que la tasa de retorno será más baja para casi todos, por lo que en el año posterior a la jubilación recibirán una pensión más reducida con relación a las bases aportadas durante el año precedente a la Seguridad Social. Por ejemplo, el autónomo nº 5 examinado en el simulador vio como el valor a los 65 años de la prestación total que le correspondía pasaba de 176.150,37 a 310.087,56 euros al modificar su antigua base de cotización de 884,40 euros al mes por la Base Límite, de 1.945,80 euros / mes, y la rentabilidad de la prestación pasó del 2,3112 % al 2.9368 %. En contraste, la tasa de retorno $\left[\frac{\text{pensión inicial}}{\text{cotización año previo al retiro}} \right]$ se redujo de un $\frac{11.655,94}{17.613,93} \approx 66,17 \%$ a un $\frac{21.852,93}{38.863,68} \approx 56,23 \%$, puesto que su pensión inicial creció en menor medida de lo que lo hizo la cotización a los 64 años.

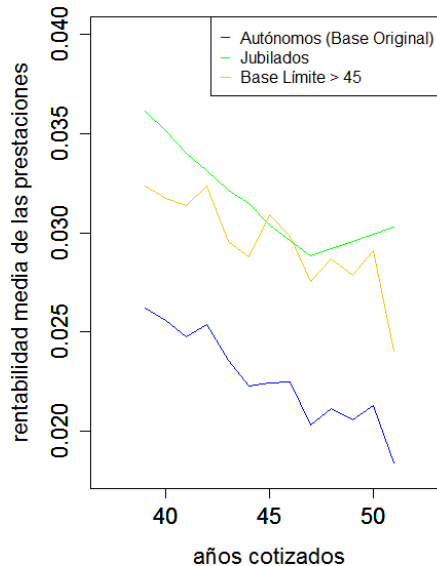
Figura 28. Individuos analizados con el simulador según su base reguladora mensual al cotizar por la base límite para mayores de 45 años



³⁴ El autónomo 94 en las tablas del simulador original y del simulador por base límite vio reducida ligeramente la prestación (celda Q102 de las hojas 4_Simbolos_Conmutacion de ambos archivos Excel) y el tipo de interés obtenido (celda T102 de las hojas 4_Simbolos_Conmutacion). El autónomo 6 se encontró con la situación excepcional de que obtenía una rentabilidad más elevada, del 6,2807 %, en el simulador original, aunque su prestación aumentó cuando cotizó por la base límite.

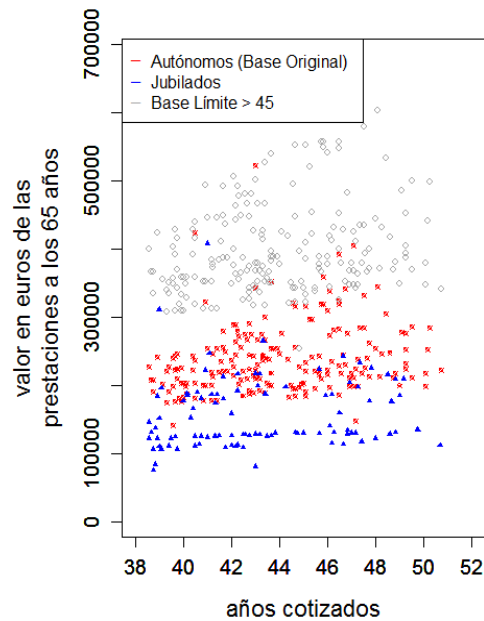
La base reguladora media para los autónomos fue mucho más elevada cuando cotizaron por la base límite a partir de los 45 años. Con frecuencia, la base fue al menos de 3,5 veces el Salario Mínimo Interprofesional.

Figura 29. Rentabilidad media de las pensiones en los tres casos de estudio frente a años cotizados



La rentabilidad media de las pensiones disminuye en los tres escenarios si aumentan los años cotizados, salvo a partir de los 46 años para los jubilados a los que se les ha aplicado el modelo, que experimentan un repunte. Tal y como se ha explicado para el escenario inicial al final de la sección 8.1, en la fórmula 8.1, el porcentaje de pensión adicional correspondiente a la jubilación se reduce a partir de cierto número de meses cotizados, y toma valor nulo desde los 37 años de cotización total. La rentabilidad que obtuvieron los jubilados fue muy superior a la del caso inicial, y también la de los autónomos en activo en el escenario en el que cotizan por la base límite respecto a los autónomos cuando contribuían por la base inicial. Por tanto, los trabajadores del colectivo preferirán cotizar por la base límite a partir de los 45 años, ya que recibirán una rentabilidad superior. Esta conclusión es similar a la que extraían Devesa *et. al.*, cuando los autónomos mejoraban la prestación que obtenían en su modelo planteado al decidir cotizar por el 88 % de la base de cotización máxima durante los 27 años previos a la cotización.

Figura 30. Importe (en euros) de las pensiones por años cotizados en los tres casos de estudio



En las tres situaciones el importe de las prestaciones tiende a incrementarse cuando lo hacen los años cotizados. Como ya se ha explicado, este hecho se debe a que la pensión crece si se han aportado más cuotas durante la vida laboral, algo que suele ocurrir si el periodo de cotización es más prolongado. Es muy notable el aumento del total de la pensión del que disfrutarán los retirados si deciden cotizar por la base límite a partir de los 45 años respecto a su estrategia original.

8.4. *Predicción de las prestaciones de los jubilados*

La regresión lineal y las redes neuronales artificiales (RNA) son dos técnicas estadísticas que se aplican a menudo en la predicción de modelos económicos. La regresión lineal se utiliza para determinar la relación existente entre una variable objetivo de carácter numérico y una o varias variables de entrada, que pueden ser numéricas o cualitativas. Esta herramienta estadística obtiene buenos resultados a la hora de explicar modelos simples, en los que existe una función que asocia las variables *input* con las *output*. Las RNA, por su parte, constituyen un modelo computacional que se inspira en la estructura cerebral humana. Las redes aprenden y se forman a sí mismas, y se adaptan mejor que las regresiones lineal o logística a ciertos conjuntos de datos complejos (variables no lineales, número elevado de observaciones, abundancia de registros ausentes), en los que se desconoce la función que vincula las regresoras con la variable a estimar.

Las pensiones que se han aproximado en las secciones precedentes pueden ser calculadas poniendo en práctica las dos técnicas descritas, a partir de los factores presentes en la MCVL. El subconjunto de los autónomos jubilados en dispone de la gama más amplia de regresoras potenciales para el volumen de la pensión, pues los registros que le corresponden en la muestra incluyen las variables del fichero de Prestaciones. Es así que nos serviremos de la submuestra de jubilados analizada en la sección 8.2 al aproximar en SAS Base el valor de las dotaciones de retiro de la Seguridad Social.

Se han contemplado las siguientes variables al construir los modelos³⁵ :

Cuadro 13. Características de las variables empleadas en la predicción

<i>Nombre</i>	<i>Descripción</i>	<i>Tipo de variable</i>
<i>grupcotiza</i>	Grupo de cotización del autónomo (fichero de Afiliación)	Clase
<i>i_base_reg</i>	Base reguladora efectiva a efectos de la Prestación (fichero de Pensiones)	Intervalo
<i>i_tot</i>	Importe anual de la prestación efectiva (fichero de Pensiones)	Intervalo
<i>nivel_estu</i>	Nivel educativo del sujeto	Clase

³⁵ *i_base_reg* se ha contabilizado en céntimos de euro, mientras que *prestac* e *i_tot* están medidas en euros.

<i>per_cotiz</i>	(fichero de Personas) Meses enteros cotizados a efectos de cálculo de la pensión (fichero de Pensiones)	Intervalo
<i>prestac (objetivo)</i>	Cuantía total a la que asciende la pensión, hallada mediante el simulador	Intervalo
<i>sexo</i>	1: hombre – 2: mujer (fichero de Personas)	Clase

Fuente: Ministerio de Empleo y Seguridad Social (2016), *Muestra Continua de Vidas Laborales. Guía del contenido*

Hemos dividido el conjunto de datos *redjub_Compl*, que contiene los 100 autónomos retirados a los que se aplicó el simulador, en dos submuestras distintas de proporción 70 / 30, que se han empleado respectivamente para construir los modelos – conjunto de entrenamiento – y comprobar su eficacia predictiva – conjunto de prueba o *test* –.

Se han barajado tres tipos de regresión lineal, basados en la selección de variables de tipo *forward* o hacia delante, *backward* o hacia atrás y *stepwise* o por pasos. Las estimaciones se han ejecutado mediante el comando *proc glmselect* de SAS, con validación cruzada de tipo *leave-one-out*. El error cuadrático obtenido en los tres casos era aproximadamente el mismo, y las variables significativas, al nivel predeterminado de un cinco por ciento, fueron el término independiente, el número de meses cotizados y el importe de la base reguladora efectiva.

Estos son los pasos seguidos en el entrenamiento de la RNA:

- ◆ Se ha generado un bucle, basado en *proc neural*, en el que se ha probado la red aumentando de uno en uno el número de nodos o capas ocultas, entre uno y treinta, y se ha seleccionado el modelo que proporcionaba menor error cuadrático medio en la muestra de entrenamiento, aquél que contenía cuatro capas ocultas.
- ◆ Se ha utilizado una macro con siete funciones de activación para la red de cuatro capas – tangente hiperbólica, logarítmica, arcotangente, lineal, sinusoidal, gaussiana y Softmax –, la cual se ha computado vía validación cruzada con diez semillas distintas. Se eligió la función que promediaba menor error en el conjunto de entrenamiento, de tipo lineal.

- ◆ Para la RNA de cuatro nodos y función de activación lineal, se han testado simulaciones de validación cruzada con cinco semillas y cuatro algoritmos diferentes de optimización, de propagación hacia atrás o *Back-Propagation*, Quasi-Newton, de Levenberg-Marquardt o *Levmar* y *Trust-Region / Trureg*, siendo estos dos últimos los que mejor se adaptaron en términos de error.

Escogimos dos candidatos para la red definitiva, ambos con cuatro capas ocultas y función de activación lineal, amén de los algoritmos de Levenberg-Marquardt y Trureg. Finalmente, comparamos las dos redes con la regresión lineal y una red sencilla sin entrenar, con tres capas ocultas, función de activación lineal y algoritmo de Levenberg-Marquardt.³⁶

Figura 31. Descripción de los modelos contrastados en la Red Neuronal

MÉTODO 1. REGRESIÓN LINEAL

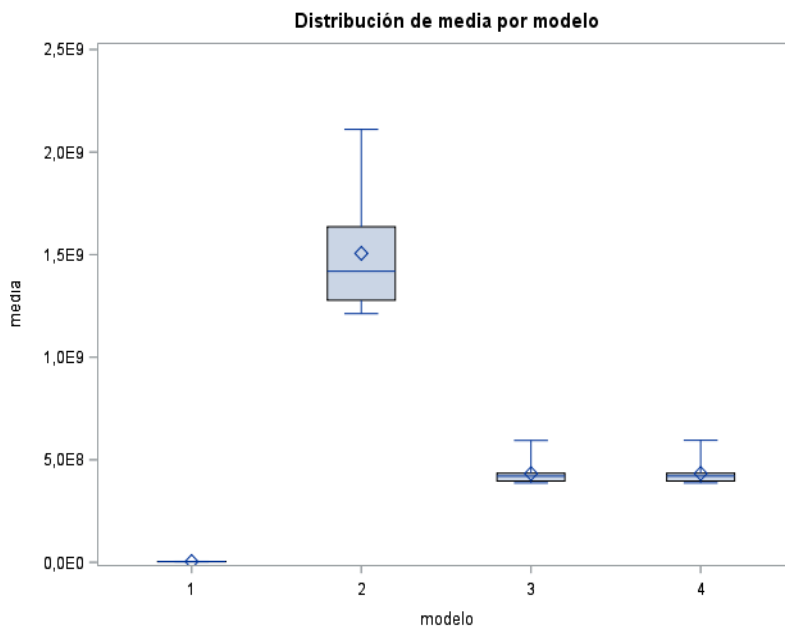
MÉTODO 2. RED SIMPLE → 3 Capas, función de activ. lineal, algoritmo LEVMAR

MÉTODO 3. RED ENTRENADA N° 1 → 4 Capas, función de activ. lineal, algoritmo LEVMAR

MÉTODO 4. RED ENTRENADA N° 2 → 4 Capas, función de activ. lineal, algoritmo TRUREG

Contrastemos el desempeño de cada alternativa:

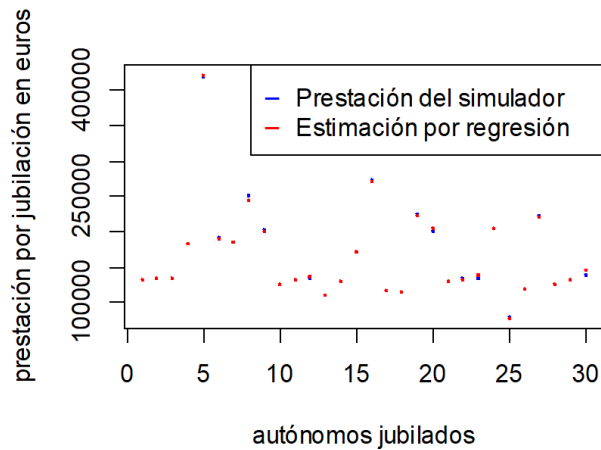
Figura 32. Error promedio de los sistemas comparados



³⁶ Los cuatro candidatos se probaron con bucles de validación cruzada basados en `proc glm` (en el caso de la regresión) y en `proc neural` (para las tres redes), y diez semillas.

El modelo de regresión fue el que mejor se comportó de los cuatro en cuanto al error registrado, mientras que las redes entrenadas fallaron menos en la predicción que la red no optimizada.

Figura 33. Prestaciones obtenidas en el simulador frente a los estimadores (datos de entrenamiento)



Es razonable que la regresión haya conseguido los mejores resultados, pues estamos modelizando una variable, la prestación de jubilación, que presenta una vinculación muy estrecha con dos de las regresoras, los periodos cotizados y el valor de la base reguladora. Las redes que se aproximan con mayor exactitud a las observaciones de la realidad incluyeron una función de activación que comparte con la regresión la característica de linealidad. Las RNA suelen funcionar mejor en la práctica bajo supuestos en los que la variable objetivo es de tipo cualitativo (redes de clasificación) y existen numerosas observaciones, al contrario de lo que sucede en el ejemplo expuesto, de tan solo 100 registros para una variable cuantitativa. Habría que analizar el rendimiento de la regresión para una muestra con mayor número de autónomos, por ejemplo 1.000 o 2.000, y verificar si se reduce el error promedio.

9. CONCLUSIONES. TRABAJO A FUTURO

A lo largo de estas páginas hemos construido un modelo de coste y prestaciones que permite cuantificar el alcance de la protección que un trabajador adscrito en el RETA recibirá por vía de la Seguridad Social para cubrirse frente al riesgo de jubilación. La administración pública puede servirse del simulador para calcular el valor de las prestaciones que generarán los trabajadores por cuenta propia, y pronosticar el posible impacto que tendrían hipotéticos cambios en las políticas de cotizaciones, por ejemplo, el aumento de las bases de cotización mínimas y máximas, o la alteración de los tipos de cotización.

Este modelo es adaptable a los posibles cambios en la normativa relativa a autónomos de la SSE, y se puede aplicar a cualquier trabajador por cuenta propia registrado en el RETA del que conozcamos su historial de cotización, por ejemplo, si disponemos de las variables correspondientes en la MCVL. El simulador contempla tanto las principales características demográficas (tablas de mortalidad y de supervivencia, distribución de la población a cada edad en función del género), como financiero-actuariales (incremento esperado del nivel salarial y de pensiones) y contributivas (número de meses cotizados, bases aportadas en cada momento) que tienen un efecto sobre la pensión de jubilación.

Además de predecir el importe de la prestación de acuerdo con las aportaciones pasadas y las aportaciones futuras esperadas – las cuales pueden estimarse con precisión a través de la regresión lineal, la cual ofrece unos resultados más precisos que los de las redes neuronales –, el simulador es capaz de calcular el valor de la pensión de retiro si un autónomo decide modificar su estrategia de cotización, empleando una base distinta a la actual de acuerdo con los umbrales establecidos por la normativa en vigor. Se ha demostrado que la cuantía y la rentabilidad de las pensiones se incrementan cuando se eleva el nivel de las aportaciones para que coincida con la base límite, lo que concuerda con los resultados alcanzados en las obras a las que se ha aludido en el Estado del Arte.

El análisis estadístico realizado refleja cómo los autónomos cotizan por importes superiores conforme se van acercando a la edad de jubilación, con intención de beneficiarse de una pensión más generosa. También se constata que, en el caso de los autónomos que tienen derecho a la totalidad de la prestación – si cumplen 65 años con aportaciones durante al menos 38,5 años –, la rentabilidad se reduce cuanto mayor haya sido la duración de la vida profesional. Los cálculos sugieren la conveniencia de

implantar medidas en la política de cotizaciones de la Seguridad Social orientadas a evitar que una persona pueda mejorar el importe de su prestación reduciendo las cuotas cotizadas.

El modelo actual puede ser refinado mediante matizaciones en su funcionamiento, en especial si se utilizan las bases aportadas durante varios años (o todos) del tiempo pasado al calcular la prestación futura en lugar de aproximar las cotizaciones pasadas a través de la cotización del año – doce meses – de referencia. De esa forma, el cálculo de las cotizaciones pasadas será más exacto.

También se podrán desarrollar especificaciones del simulador bajo escenarios que no se han considerado en el trabajo, como la jubilación a edades distintas de los 65 años³⁷, una evolución demográfica alternativa a la que se ha planteado o aquellos supuestos en los que el trabajador del RETA no tenga derecho al cien por cien de la prestación una vez llegado el momento en el que finalice su desempeño profesional. Es de interés el análisis del establecimiento de otras estrategias de cotización, bien sea mediante variaciones en el tipo de cotización elegido (cuando se decida no cotizar por el tipo que cubre todas las contingencias, a favor de otro más reducido), bien sea por medio de cambios en la base de cotización empleada.

Igualmente, este paradigma se puede expandir con el objetivo de crear un simulador que no se limite a cubrir el riesgo de retiro, sino que recoja el cálculo de otras contingencias a las que se pueda dar lugar a lo largo de su ocupación, como son las prestaciones de invalidez o por cese de actividad. Para que dicho simulador sea viable, habrá que ampliar la ecuación de equilibrio estático, y considerar las conocidas como *tablas de múltiples decrementos*, tablas actuariales que cuantifiquen los tantos de salida por defunción, incapacidad y cese de la actividad laboral. Esas tablas deben tener en cuenta el hecho de que, en los colectivos en los que existen varias causas de salida, las probabilidades de fallecimiento, invalidez y cese de actividad no son independientes, sino que se condicionan entre sí.

³⁷ Devesa *et. al.* (2014) repartieron la edad prevista de retiro (entre 65 y 75 años) de forma aleatoria para los individuos que seleccionaron, según la distribución por edad de las nuevas jubilaciones proporcionada por la MCVL 2008 para el Régimen de Autónomos.

10. REFERENCIAS

- De la Peña, J.I. (2015). **Economía y Técnica de la Seguridad Social: Cotización y Prestaciones del Régimen General y Autónomos**. Bilbao: Instituto de Estudios Financiero-Actuariales. Centro de Publicaciones de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad del País Vasco.
- Devesa, E., Devesa, M., Domínguez, I., Encinas, B., Meneu, R. y Nagore, A. (2014). **La mejor estrategia para la jubilación de los autónomos**. Harvard Deusto Business Research, vol. III, nº1, 23-36. Recuperado de <http://www.hdbresearch.com/index.php/hdbr/article/view/39/37>.
- Durán, A. (2007). **La Muestra Continua de Vidas Laborales de la Seguridad Social**. Revista del Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales, nº 67, 231-240. Recuperado de http://www.empleo.gob.es/es/publica/pub_electronicas/destacadas/revista/numeros/ExtraSS07/Est09.pdf.
- Esparza, P. (2016). **Simulador para el Régimen Especial de Trabajadores Autónomos 2015. Análisis a través de un estudio de caso** (Trabajo de Fin de Grado). Bilbao: Universidad del País Vasco.
- Gil, J.A., Heras, A., y Vilar, J.L. (1999). **Matemática de los Seguros de Vida**. Madrid: Editorial MAPFRE.
- Instituto de Actuarios Españoles (1996). **Probabilidades de mortalidad de las tablas RMF-95, GKMF-95 y EVK-90**. Actuarios, nº 13, 29-33. Recuperado de https://www.fundacionmapfre.org/documentacion/publico/es/catalogo_imagenes/grupo.cmd?path=1052879.
- Instituto Nacional de Estadística (2011). **Índice de Precios de Consumo. Base 2011. Metodología**. Recuperado de <http://www.ine.es/metodologia/t25/t2530138.pdf>.
- ICEA, Investigación Cooperativa entre Entidades Aseguradoras y Fondos de Pensiones (2007). **Tablas de invalidez de la población asegurada española PEAIM/F – 2007**. Recuperado de <http://unespa-web.s3.amazonaws.com/main-files/uploads/2017/06/Tablas-invalidez-PEAIMF2007.pdf>.
- Mateos-Aparicio, G., Vicente, A., Hernández, J., Caballero, A., Moreno, J. (2010). **Elementos de matemática actuarial sobre previsión social y seguros de vida**. Universidad Complutense de Madrid. Recuperado de <http://pendientedemigracion.ucm.es/info/sevipres/indice.php>.
- Meneu, R. y Encinas, B. (2012). **Valoración de la reforma del sistema de pensiones español de 2011 desde la óptica de la viabilidad financiero-actuarial. Un análisis a través de la MCVL**. Ministerio de Empleo y Seguridad Social. Recuperado de <http://www.seg-social.es/prdi00/groups/public/documents/binario/174193.pdf>.
- Ministerio de Empleo y Seguridad Social (2013). **Informe del Comité de Expertos sobre el factor de sostenibilidad del sistema público de pensiones**. Recuperado de http://www1.seg-social.es/ActivaInternet/groups/public/documents/rev_anexo/rev_032187.pdf.
- Ministerio de Empleo y Seguridad Social (2016). **Muestra Continua de Vidas Laborales. Guía del contenido**. Recuperado de <http://www.seg-social.es/prdi00/groups/public/documents/binario/190489.pdf>.

Moreno, R., Gómez, O., Trigo, E. (2005). **Matemática de los seguros de vida**. Madrid: Editorial Pirámide.

Plamondon, P.; Drounin, A.; Binet, G.; Cichon, M.; McGillivray, W.; Bédard, M., y Pérez-Montas, H. (2002). **Actuarial Practice in Social Security**. Ginebra: International

Social Security Association and International Labour Office.

Sánchez Álvarez, I., y López Ares, S. (1998). **Optimización con Solver**. Universidad de Oviedo. Recuperado de <https://slidedoc.es/optimizacion-con-solver-pdf>

* (Nota: Todas las url están activas a fecha de 14 de noviembre de 2017)

○ LEGISLACIÓN

Directiva del Consejo de la Unión Europea 2004/113/CE, de 13 de diciembre de 2004, por la que se aplica el **principio de igualdad de trato entre hombres y mujeres al acceso a bienes y servicios y su suministro**. Consejo de la Unión Europea. *Diario Oficial de la Unión Europea*. Bruselas, 21 de diciembre de 2004, nº 373, pp. 37-43.

Ley 27/2011, de 1 de agosto de 2011, sobre **Actualización, Adecuación y Modernización del sistema de la Seguridad Social**. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 2 de agosto de 2011, nº 184, pp. 87495-87544.

Orden de 25 de junio de 2001 para la aplicación y desarrollo del Real Decreto 771/1997, de 30 de mayo, por el que se establecen **reglas de determinación de los importes de las pagas extraordinarias de las pensiones de la Seguridad Social**. Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 31 de mayo de 1997, nº 130, pp. 16835-16837.

Orden ESS/86/2015, de 30 de enero de 2015, por la que se desarrollan las **normas legales de cotización a la Seguridad Social, desempleo, protección por cese de actividad, Fondo de Garantía Salarial y**

formación profesional, contenidas en la Ley 36/2014, de 26 de diciembre, de Presupuestos Generales del Estado para el año 2015. Ministerio de Empleo y Seguridad Social. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 31 de enero de 2015, nº 27, pp. 7667-7700.

Real Decreto 1107/2014, de 26 de diciembre de 2014, sobre **revalorización de las pensiones del sistema de la Seguridad Social y de otras prestaciones sociales públicas para el ejercicio 2015**. Ministerio de Empleo y Seguridad Social. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 31 de diciembre de 2014, nº 316, pp. 107432-107445.

Real Decreto Legislativo 8/2015, de 30 de octubre de 2015, por el que se aprueba el **texto refundido de la Ley General de la Seguridad Social**. Ministerio de Empleo y Seguridad Social. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 31 de octubre de 2014, nº 261, pp. 103291-103519.

○ ENLACES WEB CONSULTADOS

Estadísticas de pensiones del Instituto Nacional de Seguridad Social (**eSTADISS**). Disponibles en <https://w6.seg-social.es/ProsaInternetAnonimo/OnlineAccess?ARQ.SPM.ACTION=LOGIN&ARQ.SPM.APPTYPE=SERVICE&ARQ.IDAPP=ESTA0001>.

Diccionario de la Lengua Española. Real Academia de la Lengua. Disponible en <http://dle.rae.es>.

Página web del **Instituto Nacional de Estadística**. Disponible en <http://www.ine.es>

Página web de la **Seguridad Social**. Disponible en <https://www.seg-social.es>.

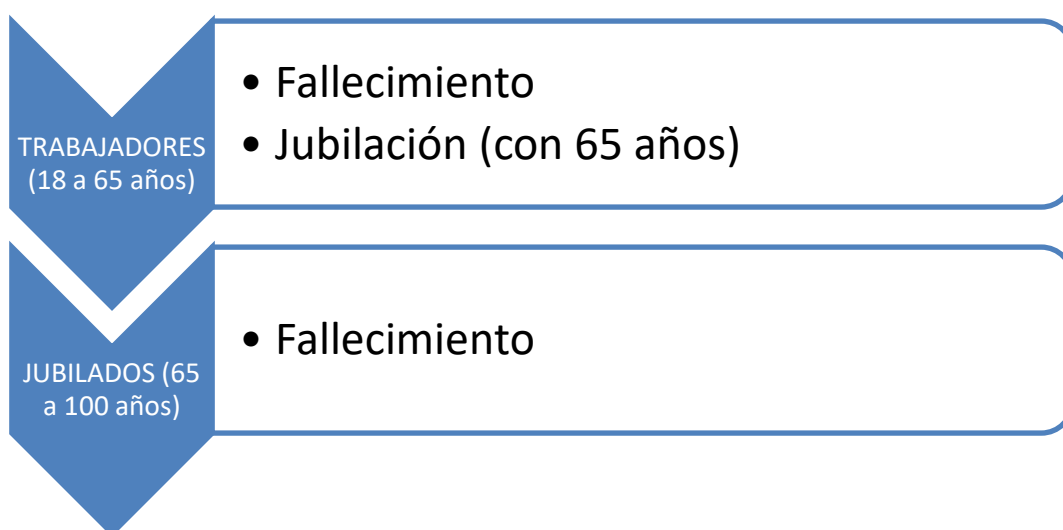
ANEXOS

ANEXO I: Notas Técnicas

Nota Técnica I. Evolución del colectivo inicial según probabilidades de fallecimiento y jubilación

Este trabajo calcula el valor de las cotizaciones y prestaciones de jubilación en la Seguridad Social en función de la probabilidad de permanencia de los autónomos presentes en la MCVL en el colectivo de la población activa (hasta los 65 años) y de la población jubilada (a partir de los 65 años). Debido a que los autónomos, salvo contadas excepciones³⁸, han de ser mayores de edad, descartaremos de la muestra a todos aquellos individuos que no hayan cumplido los 18 años a fecha de 1 de enero de 2015. Como las tablas de mortalidad empleadas acaban a los 100 años, y ya que tanto la proporción de autónomos centenarios como el valor económico de sus prestaciones es insignificante, prescindiremos también la información sobre trabajadores por cuenta propia que tengan más de 100 años, y todos los individuos que cumplan dicha edad saldrán del colectivo de estudio antes de cumplir 101 años. Nuestro colectivo se dividirá entonces en dos tramos, los activos (entre 18 y 64 años a 1 de enero de 2015) y los jubilados (entre 65 y 100 años inclusive en esa fecha):

Figura 34. Colectivo de estudio y sus causas de salida a distintas edades



³⁸ Mayores de 16 años que trabajen en una cooperativa de trabajo asociado, en la que se disponga en los estatutos que todos los empleados deben estar inscritos en el RETA.

Definiremos p_x como la probabilidad, en tanto por uno, de que una persona de edad x llegue a cumplir la edad $x + 1$, es decir, de que cumpla un año más al no fallecer a lo largo del año. Si decimos, por ejemplo, que $p_{45} = 0,99$, esto significa que la probabilidad de que una persona de 45 años viva hasta los 46 es de un 99 por ciento, por lo que, de cada 100 personas de 45 años, 99 alcanzarán la edad de 46. A p_x se le conoce también como tanto anual de supervivencia. ${}_n p_x$ será la probabilidad de que viva n años más, es decir, de que alcance la edad $x + n$. La probabilidad de vivir 2 años más se puede deducir como la probabilidad combinada de vivir de la edad x a la edad $x + 1$ y la probabilidad de vivir de la edad $x + 1$ a la edad $x + 2$, ${}_2 p_x = p_x * p_{x+1}$. Por eso, la probabilidad de vivir n años más será igual a ${}_n p_x = p_x * p_{x+1} * \dots * p_{x+n-1}$.

q_x será la probabilidad de que alguien de edad x fallezca antes de cumplir $x + 1$. Esta probabilidad será complementaria a la anterior, de lo que se deduce que $q_x = 1 - p_x$. En el ejemplo anterior, tendremos que el tanto anual de deceso del individuo de 45 años será de $q_{45} = 1 - p_{45} = 1 - 0,99 = 0,01$.

Con l_x denominaremos al conjunto del colectivo que siga vivo a la edad x . A la población inicial (en nuestro caso, autónomos de 18 años), se le conoce como l_0 . Dada esa población, habrá ciertas personas, que señalaremos como d_x , que morirán sin llegar a cumplir $x + 1$ años. Entonces, podemos calcular la población superviviente a la edad $x + 1$ como $l_{x+1} = l_x - d_x$. Alternativamente, es posible pensar en l_{x+1} como la proporción de los autónomos de edad x que sobreviven / no perecen a lo largo del año, $l_{x+1} = l_x * p_x = l_x * (1 - q_x)$, y en d_x como la parte del colectivo que fallece en ese espacio de tiempo, $d_x = l_x * q_x = l_x - l_{x+1}$. La proporción del colectivo de edad x que alcanzará la edad $x + n$ podrá plantearse como $\frac{\text{población que sobrevive } n \text{ años desde la edad } x}{\text{población a la edad } x} = \frac{l_{x+n}}{l_x} = {}_n p_x$. Si conocemos p_x y / o q_x para cada edad, además de la cifra del total de la población a la edad inicial, l_0 , será sencillo estimar la cifra de supervivientes de todas las edades.

Cuadro 14. Tasas de mortalidad en tantos por uno para el colectivo de autónomos seleccionado. Año 2015

Edad	Mortalidad hombres	Mortalidad mujeres	% hombres	% mujeres	Mortalidad mixta (q_x)
45	0,001686	0,000990	63,01 %	36,99 %	0,001429
46	0,001769	0,001083	62,02 %	37,98 %	0,001508
47	0,002231	0,001193	65,16 %	34,84 %	0,001870

Fuentes: INE Base, *Tablas de mortalidad de la población de España 1975-2015*; Ministerio de Trabajo y Seguridad Social, *Muestra Continua de Vidas Laborales de 2015, edición Sin Datos Fiscales*.

Se observa cómo consideramos la proporción de individuos de ambos géneros a cada edad en el colectivo de autónomos analizado (aquellos pertenecientes al RETA) a la hora de hallar los tantos anuales mixtos de mortalidad. El tanto de mortalidad mixto a la edad x , q_x mixto, se ha hallado como $q_x \text{ mixto} = q_x \text{ hombres} * \% \text{ hombres}_x + q_x \text{ mujeres} * \% \text{ mujeres}_x$

De acuerdo con lo mencionado en la sección 5.1, de tablas actuariales, promediaremos los tantos de fallecimiento obtenidos a partir de las tablas de mortalidad del INE entre 2011 y 2015 para suavizar la hipotética estacionalidad derivada de aplicar las tablas de un año concreto, en el que la incidencia de los fallecimientos fuera potencialmente más alta o baja de lo habitual en los últimos tiempos. La mortalidad obtenida en este caso para los autónomos de edad x será el resultado de dividir entre cinco el sumatorio de los tantos obtenidos en cada tabla:

$$q_x \text{ PROMEDIO} = \frac{q_x \text{ INE 2011} + q_x \text{ INE 2012} + q_x \text{ INE 2013} + q_x \text{ INE 2014} + q_x \text{ INE 2015}}{5}$$

A continuación, se muestra un extracto de la tabla de fallecimiento mixta promediada. Los trabajadores que lleguen a cumplir 65 años se jubilarán a esa edad, y truncaremos las tablas a los 100 años. Con el fin de simplificar la comprensión de la tabla 15, se han redondeado a la unidad los valores de l_x y de d_x :

Cuadro 15. Tabla de fallecimiento de los autónomos entre 18 y 100 años incluidos en la MCVL 2015, con tasas de mortalidad promedio de 2011 a 2015

Edad	Mortalidad mixta (q_x)	p_x	l_x	d_x	nº trabajadores	nº jubilados
18	0,000169	0,999831	85406	14	85406	0
19	0,000284	0,999716	85392	24	85392	0
20	0,000227	0,999773	85367	19	85367	0
...						
64	0,009347	0,990653	77414	724	77414	0
65	0,009990	0,990010	76690	766	0	76690
66	0,010768	0,989232	75924	818	0	75924
...						
99	0,326739	0,673261	2127	695	0	2127
100	1	0	1432	1432	0	1432
101	0	1	0	0	0	0

Fuente: elaboración propia, a partir de INE Base, *Tablas de mortalidad de la población de España 1975-2015*; Ministerio de Trabajo y Seguridad Social, *Muestra Continua de Vidas Laborales de 2015, edición Sin Datos Fiscales*.

Los tantos de permanencia en el colectivo de referencia serán necesarios cuando haya que valorar las prestaciones y cotizaciones en términos de rentas, a partir de distintos símbolos de conmutación. Profundizaremos en el cálculo de las rentas en la siguiente Nota Técnica.

Nota Técnica II. Estimación de rentas y símbolos de conmutación

En el presente texto se han modelizado las prestaciones que los autónomos recibirán de la Seguridad Social a través de ecuaciones de equilibrio estático que incluyen unas rentas determinadas. Esas rentas se aproximan a su vez mediante los símbolos de conmutación, los cuales consisten en distintas fórmulas matemáticas que hacen uso de factores financieros. Las rentas se hallan para el año x y tienen una duración de n años. Una renta es prepagable cuando los términos vencen a principio del período, en cuyo caso su notación incluirá una diéresis – ä, por ejemplo –. Si el vencimiento de los

términos ocurre al final de cada período, la renta será pospagable y se indicará sin diéresis³⁹.

Los símbolos de conmutación se basan en las probabilidades de muerte y supervivencia de las tablas actuariales que hemos elaborado anteriormente, y simplifican el cálculo de las operaciones actuariales de nuestro modelo.

Estos son los símbolos de conmutación empleados para obtener las diferentes rentas de las ecuaciones de equilibrio estático:

$v = \frac{1}{1+i} = (1+i)^{-1}$, siendo i el tipo de interés técnico que iguala el valor actuarial de prestaciones con el de cotizaciones. Si queremos calcular el resto de operaciones aplicadas a una tabla de mortalidad, tendremos que fijar su valor en una hoja de cálculo (por ejemplo, $i = 0,015$), y así obtendremos el importe de las rentas para un tipo de interés dado. Cuanto mayor sea i , más aumentará el valor de las prestaciones que se obtengan, pero también lo hará su coste en términos de cotizaciones. En este trabajo hemos aplicado un tipo de $i = 0,02$, que se corrige para cada individuo al despejar su ecuación de equilibrio entre cuotas aportadas al sistema y prestaciones que recibirá.

$D_x = v^x * l_x = (1+i)^{-x} * l_x$, en donde l_x representa la población que permanece en el colectivo durante el año x , como se desarrolló en la Nota Técnica previa.

$VD_x = D_x * \beta^x = v^x * l_x * \beta^x$, siendo β la razón de la progresión geométrica en función de la cual se incrementan las cotizaciones y las prestaciones de jubilación, según proceda. Al calcular VD_x , por tanto, no utilizamos el tipo de interés de equilibrio, sino el tipo al que se revalorizan cotizaciones ($\beta = 1,0207$) y prestaciones ($\beta = 1,0025$).

$$N_x = \sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t};$$

$$VN_x = \sum_{t=0}^{\infty} VD_{x+t};$$

Nuestra población tiene una edad final determinada, pues consideramos que nadie llega a cumplir 101 años (todos los que alcanzan los 100 años fallecen antes de cumplir un año más). Las tablas de población están en consecuencia truncadas a la edad 100, por lo que en nuestro caso $N_x = \sum_{t=0}^{100} D_{x+t}$ y $VN_x = \sum_{t=0}^{100} VD_{x+t}$:

³⁹ La notación de rentas y símbolos de conmutación de este trabajo está basada en la nomenclatura de Moreno, Gómez y Trigo (2005).

$$\begin{array}{l|l}
 N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{100} & VN_x = VD_x + VD_{x+1} + VD_{x+2} + \dots + VD_{100} \\
 N_{x+1} = D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{100} & VN_{x+1} = VD_{x+1} + VD_{x+2} + \dots + VD_{100} \\
 \dots & \dots \\
 N_{100} = D_{100} & VN_{100} = VD_{100}
 \end{array}$$

El factor de actualización actuarial ${}_nE_x$ se define como el valor actual de una unidad monetaria disponible dentro de n años en caso de supervivencia. Si ahora conviven l_x personas, y sabemos que dentro de n años habrá una población de l_{x+n} personas, podemos estimar la cantidad C de dinero necesaria para que cada uno de los supervivientes pueda recibir en ese momento futuro una unidad monetaria, si el valor del dinero crece de manera constante a un tipo de interés compuesto de i .

$$C * l_x * (1 + i)^n = l_{x+n}$$

$$C * l_x = l_{x+n} * (1 + i)^{-n} = l_{x+n} * v^n$$

$$C = v^n * \frac{l_{x+n}}{l_x} = v^n * {}_n p_x$$

$$C = {}_n E_x$$

Si expresamos el factor de actualización actuarial en términos de símbolos de conmutación obtendremos:

$${}_n E_x = v^n * {}_n p_x = v^n * \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{v^{x+n}}{v^x} * \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

Asimismo, su inverso, el factor de capitalización actuarial:

$$({}_n E_x)^{-1} = \frac{1}{{}_n E_x} = \frac{D_x}{D_{x+n}}$$

A partir de los símbolos de conmutación obtenemos además las siguientes expresiones:

$$a_{x:n|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x};$$

$$\ddot{a}_{x:n|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x};$$

$$Va(1; \beta)_x = \frac{1}{\beta} \frac{VN_{x+1}}{VD_x};$$

$$Va(1; \beta)_{x:n|} = \frac{1}{\beta} \frac{VN_{x+1} - VN_{x+n+1}}{VD_x};$$

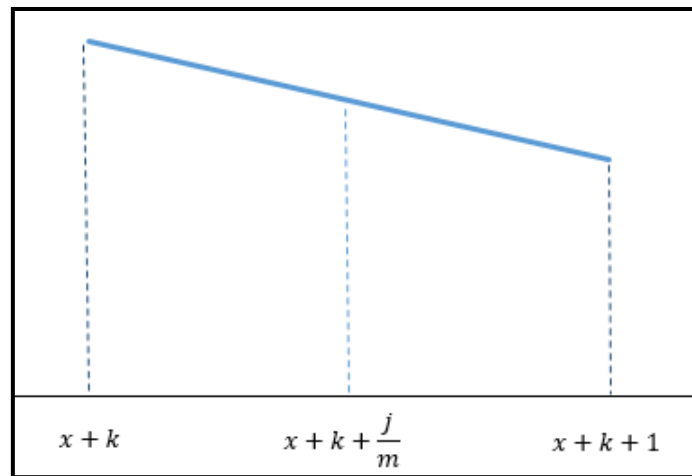
$$V\ddot{a}(1; \beta)_x = \frac{VN_x}{VD_x};$$

$$V\ddot{a}(1; \beta)_{x:n|} = \frac{VN_x - VN_{x+n}}{VD_x}$$

Para aproximar las rentas de periodicidad inferior a la anual – rentas del tipo $a_{x:n}^{(m)}$, en donde m es el número de pagos al año de la renta –, como las rentas de periodicidad mensual – $a_{x:n}^{(m)} = a_{x:n}^{(12)}$, pues en este caso el número de pagos $m = 12$ – nos apoyamos en la interpolación. La forma más sencilla de interpolación es la lineal, que implica asumir que las muertes dentro de cada año se producen uniformemente en el tiempo. Para una edad comprendida entre los años enteros $x + k$ y $x + k + 1$, tendremos:

$$l_{x+k+\frac{j}{m}} \approx l_{x+k} - \frac{j}{m} (l_{x+k} - l_{x+k+1}) = \frac{m-j}{m} l_{x+k} + \frac{j}{m} l_{x+k+1}$$

Figura 35. Interpolación lineal de rentas con periodicidad inferior a la anual



Fuente: Moreno, R., Gómez Pérez, O., Trigo, E. (2005). *Matemática de los seguros de vida*.

Sustituyendo este valor en los desarrollos algebraicos de las rentas y símbolos de conmutación, alcanzaremos estos términos finales:

$$a_{x:n}^{(m)} = \frac{m+1}{2m} * a_{x:n} + \frac{m-1}{2m} * \ddot{a}_{x:n} ;$$

$$Va(1; \beta)_x^{(m)} = \frac{m+1}{2m} * Va(1; \beta)_x + \frac{m-1}{2m} * V\ddot{a}(1; \beta)_x ;$$

$$Va(1; \beta)_{x:n}^{(m)} = \frac{m+1}{2m} * Va(1; \beta)_{x:n} + \frac{m-1}{2m} * V\ddot{a}(1; \beta)_{x:n} ;$$

♦ **Demostración I:** $Va(1; \beta)_{x:1}^{(m)} = a_{x:1}^{(m)}$

Demostraremos que una renta pospagable en progresión de periodicidad anual m y un único año de pago ($n = 1$) será igual a una renta constante de un periodo único de pago ($n = 1$) si también cuenta con una periodicidad anual m . Sabemos que

$$Va(1; \beta)_{x:n}^{(m)} = \frac{m+1}{2m} * Va(1; \beta)_{x:n} + \frac{m-1}{2m} * V\ddot{a}(1; \beta)_{x:n}, \text{ luego}$$

$$Va(1; \beta)_{x:1}^{(m)} = \frac{m+1}{2m} * Va(1; \beta)_{x:1} + \frac{m-1}{2m} * V\ddot{a}(1; \beta)_{x:1}.$$

Por otro lado,

$$a_{x:n}^{(m)} = \frac{m+1}{2m} * a_{x:n} + \frac{m-1}{2m} * \ddot{a}_{x:n}, \text{ luego}$$

$$a_{x:1}^{(m)} = \frac{m+1}{2m} * a_{x:1} + \frac{m-1}{2m} * \ddot{a}_{x:1}$$

Por tanto, se cumplirá que $Va(1; \beta)_{x:1}^{(m)} = a_{x:1}^{(m)}$ si $V\ddot{a}(1; \beta)_{x:1} = \ddot{a}_{x:1}$ y $Va(1; \beta)_{x:1} = a_{x:1}$.

✓ **Demostración I.I:** $V\ddot{a}(1; \beta)_{x:1} = \ddot{a}_{x:1}$

$$V\ddot{a}(1; \beta)_{x:n} = \frac{VN_x - VN_{x+n}}{VD_x} \rightarrow V\ddot{a}(1; \beta)_{x:1} = \frac{VN_x - VN_{x+1}}{VD_x}.$$

$$VN_x = VD_x + VD_{x+1} + VD_{x+2} + \dots + VD_{100}$$

$$VN_{x+1} = VD_{x+1} + VD_{x+2} + \dots + VD_{100}. \text{ En consecuencia, } VN_x - VN_{x+1} = VD_x, \text{ y}$$

$$V\ddot{a}(1; \beta)_{x:1} = \frac{VN_x - VN_{x+1}}{VD_x} = \frac{VD_x}{VD_x} = 1$$

Por otra parte,

$$\ddot{a}_{x:n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \ddot{a}_{x:n} = \frac{N_x - N_{x+1}}{D_x} \rightarrow \ddot{a}_{x:1} = \frac{N_x - N_{x+1}}{D_x}$$

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + VD_{100}$$

$$N_{x+1} = D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{100}$$

$$N_{x+1} = D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{100}. \text{ Así pues, } N_x - N_{x+1} = D_x$$

$$\text{Entonces, } \ddot{a}_{x:1} = \frac{N_x - N_{x+1}}{D_x} \ddot{a}_{x:1} = \frac{N_x - N_{x+1}}{D_x} = \frac{D_x}{D_x} = 1.$$

Lo que demuestra que $V\ddot{a}(1; \beta)_{x:1} = \ddot{a}_{x:1}$.

✓ **Demostración I.II:** $Va(1; \beta)_{x:1} = a_{x:1}$

$$Va(1; \beta)_{x:n} = \frac{1}{\beta} \frac{VN_{x+1} - VN_{x+n+1}}{VD_x} \rightarrow Va(1; \beta)_{x:1} = \frac{1}{\beta} \frac{VN_{x+1} - VN_{x+2}}{VD_x}$$

$$VN_{x+1} = VD_{x+1} + VD_{x+2} + \dots + VD_{100}$$

$$VN_{x+2} = VD_{x+2} + \dots + VD_{100}. \text{ Entonces, } VN_{x+1} - VN_{x+2} = VD_{x+1}.$$

$$VD_x = D_x * \beta^x; \quad VD_{x+1} = D_{x+1} * \beta^{x+1}. \text{ Por tanto,}$$

$$Va(1; \beta)_{x:1} = \frac{1}{\beta} \frac{VN_{x+1} - VN_{x+2}}{VD_x} = \frac{1}{\beta} \frac{VD_{x+1}}{VD_x} = \frac{1}{\beta} \frac{D_{x+1} * \beta^{x+1}}{D_x * \beta^x} = \frac{D_{x+1}}{D_x}$$

Paralelamente,

$$a_{x:n} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \rightarrow a_{x:1} = \frac{N_{x+1} - N_{x+2}}{D_x}$$

$$N_{x+1} = D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{100}$$

$$N_{x+2} = D_{x+2} + \dots + D_{100} \rightarrow N_{x+1} - N_{x+2} = D_{x+1} \rightarrow a_{x:1} = \frac{N_{x+1} - N_{x+2}}{D_x} = \frac{D_{x+1}}{D_x}$$

$$\text{En conclusión, } Va(1; \beta)_{x:1} = a_{x:1} = \frac{D_{x+1}}{D_x}$$

Se cumplen $V\ddot{a}(1; \beta)_{x:1} = \ddot{a}_{x:1}$ y $Va(1; \beta)_{x:1} = a_{x:1}$, lo que demuestra que

$Va(1; \beta)_{x:1}^{(m)} = a_{x:1}^{(m)}$. Por tanto, se corrobora que, como hemos afirmado en la sección

$$7.2.3, Va(1; PIB)_{64:1}^{(12)} = a_{64:1}^{(12)}.$$

ANEXO II: Código en R / SAS

Código I. Estudio descriptivo (R)

Cargamos los ficheros que necesitaremos para estudiar los datos de Afiliación:

```
install.packages('sas7bdat')
```

```
install.packages('plyr')
```

```
require(sas7bdat)
```

```
require(plyr)
```

- Fichero de Afiliación:

Importamos los datos de Afiliación de los autónomos:

```
af3 <- read.sas7bdat("F:/ESAL/ESAL12/MCVL/MCVL2015-  
GENERAL/afilia_aut.sas7bdat")
```

Inspeccionamos los valores de INDI_AGRA:

```
levels(af3$INDI_AGRA)
```

```
[1] "N" "S"
```

```
count(af3, 'INDI_AGRA')
```

	INDI_AGRA	freq
1	N	1029582
2	S	3469

Seleccionamos las variables que vamos a utilizar y pasamos a numéricas COEF y COEF1_56, que hacen referencia a coeficientes de afiliación:

```
af3$COEF = as.numeric(as.character(af3$COEF))
```

```
af3$COEF1_56 = as.numeric(as.character(af3$COEF1_56))
```

Escogemos las variables de af3 que nos interesan:

```
vars = c('GRUPCOTIZA', 'TIPOCON', 'COEF', 'REL_LABORAL', 'TCONT1_56',  
'COEF1_56', 'F_ALTA_EFEC', 'F_BAJA_EFEC')
```

```
vars.AFILIA_GEN = af3[,vars]
```

Transformamos las variables de fecha de alta y fecha de baja en formato fecha (año, mes y día):

```
F_A.aD_GEN = as.Date(vars.AFILIA_GEN$F_A, "%Y%m%d")
```

```
F_B.aD_GEN = as.Date(vars.AFILIA_GEN$F_B, "%Y%m%d")
```

Creamos dias_perm_GEN, la diferencia entre una fecha de entrada y su salida del Régimen para cada autónomo:

```
dias_perm_GEN = as.numeric(F_B.aD_GEN - F_A.aD_GEN + 1)
```

Calculamos meses_perm_GEN, pasando dias_perm_GEN a meses. Un año natural tiene 365,25 días de media. Por tanto, un mes tendrá 30,4375 días de media:

```
meses_perm_GEN=(dias_perm_GEN/30.4375)
```

Añadimos al data.frame las variables dias_perm_GEN y meses_perm_GEN:

```
af3 = cbind(af3, dias_perm_GEN, meses_perm_GEN)
```

```
abp_GEN = c('F_ALTA_EFEC',  
'F_BAJA_EFEC', 'dias_perm_GEN', 'meses_perm_GEN')
```

Hacemos los gráficos de dispersión para pares de variables F_A.aD_GEN y F_B.aD_GEN:

```
par(mai=c(1.02,0.82,0.82,0.42))
```

```
par(mar = (c(4, 6, 1, 2)))
```

```
plot(x=F_A.aD_GEN, y=F_B.aD_GEN, cex=0.3, xlab="Fecha de alta efectiva", ylab="Fecha de baja efectiva")
```

- Fichero de Convivientes:

Leemos el fichero:

```
convi3 = read.sas7bdat("F:/ESAL/ESAL12/MCVL/MCVL2015-  
GENERAL/convi_aut.sas7bdat")
```

Vemos los valores de las ocho primeras variables para los diez primeros registros:

```
convi3[1:10,1:8]
```

- Fichero de Personas:

```
perso3 = read.sas7bdat("F:/ESAL/ESAL12/MCVL/MCVL2015-  
GENERAL/perso_aut.sas7bdat")
```

Creamos etiquetas para el nombre de los sexos del gráfico de cajas:

```
perso3$Sexo = factor(
  perso3$SEXO, levels = 1:2,
  labels = c("H", "M")
)

# Dibujamos el gráfico de cajas o boxplot de la edad dependiendo del sexo:
par(mai=c(1.02,0.82,0.82,0.42))
plot(x=perso3$Sexo, y=perso3$EDAD, xlab="Sexo", ylab="Edad")

# Generamos el histograma de la distribución de edad en la muestra según el género:
install.packages('ggplot2')
install.packages('reshape2')
library(ggplot2)
library(reshape2)
par(mai=c(1.02,0.82,0.82,0.42))
p <- ggplot(perso3, aes(x=EDAD, color=Sexo)) +
  geom_histogram(aes(y = (..count..)/sum(..count..)), fill="white") +
  scale_x_continuous(breaks = c(18, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65,
  70,75, 80, 85, 90)) +
  xlab("Edad") + ylab("frecuencia relativa")
p

# Leemos los ficheros cruzados a utilizar:
edad_cotiz <- read.sas7bdat("F:/ESAL/ESAL12/MCVL/MCVL2015-
GENERAL/edad_cotiz.sas7bdat")
edad_sexo_cot <- read.sas7bdat("F:/ESAL/ESAL12/MCVL/MCVL2015-
GENERAL/edad_sexo_cotiza.sas7bdat")

# Comprobamos la proporción de hombres y mujeres en la muestra:
xtabs(~SEXO, data=edad_sexo_cot)
100*(53665/(53665+31776))

# Hay un 62,81 por ciento de hombres en la muestra
```

```
100*(31776/(53665+31776))
```

```
# Hay un 37,19 por ciento de mujeres en la muestra
```

```
# Extraemos los códigos de todas las nacionalidades de los autónomos:
```

```
levels(perso3$PROVNAC)
```

```
# Imprimimos las cinco nacionalidades más frecuentes:
```

```
NAC <- (perso3$NACIONALIDAD)
```

```
sort(table(NAC),decreasing=TRUE)[1:5]
```

- Ficheros cruzados:

```
# Seleccionamos los datos de cotización del año 2015:
```

```
edad_cot15 <- subset(edad_cotiz, edad_cotiz$ANNOCOTIZ=='2015')
```

```
# Pasamos a formato numérico el total de la base de cotización:
```

```
edad_cot15$TOT_BASE = as.numeric(as.character(edad_cot15$TOT_BASE))
```

```
# Como la base de cotización está en céntimos, la pasamos a euros para que los  
gráficos queden mejor:
```

```
edad_cot15$eur <-(edad_cot15$TOT_BASE/100)
```

```
# Dibujamos en un gráfico la cotización en 2015 en función de la edad del autónomo:
```

```
par(mar = (c(5, 5, 3, 2)))
```

```
options(scipen=5)
```

```
plot(x=edad_cot15$EDAD, y=edad_cot15$eur, xlab="Edad de los cotizantes  
en 2015", ylab="Base de cotización total anual en euros",cex=0.3)
```

```
# Calculamos y dibujamos la cotización total a cada edad:
```

```
cot_por_edad <-aggregate(edad_cot15$eur,  
by=list(edad=edad_cot15$EDAD), FUN=mean, na.rm=TRUE)
```

```
plot(x=cot_por_edad$edad, y=cot_por_edad$x, xlab="Edad en 2015",  
ylab="Base de cotización total por edad (euros)", cex=0.3)
```

```
# Diseñamos la tabla de frecuencias absolutas de cada género:
```

```
xtabs(~SEXO, data=edad_sexo_cot)
```

Invocamos la tabla de contingencia de grupo de cotización según el sexo:

```
xtabs(~SEXO+GRUPCOTIZA, data=edad_sexo_cot)
```

Nos quedamos con las variables de edad_sexo_cot que nos interesan para los gráficos de perfil (sexo y grupo de cotización):

```
summary(edad_sexo_cot)
```

```
vars = c('SEXO', 'GRUPCOTIZA')
```

```
esc0 = edad_sexo_cot[,vars]
```

El grupo de cotización 00 y los que van del 13 (inclusive) en adelante hacen referencia a autónomos cuyo grupo de cotización no consta en la MCVL. Por ese motivo, los reetiquetamos como el grupo *No Consta*, “NC”:

```
esc <- esc0
```

```
esc$GRUPCOTIZA <-combineLevels(esc$GRUPCOTIZA,levs = c("00", "13",  
"14", "20", "21", "23"), newLabel = c("NC") )
```

Diseñamos los gráficos de perfil:

```
(T=table(esc))
```

```
(n = dim(T)[2])
```

```
(perf.fila = prop.table(T,1))
```

```
mm = max(perf.fila)
```

```
class(perf.fila[1,])
```

```
(pH = c(perf.fila[1,]))
```

```
plot(c(1,n), c(0,mm), cex=0, xlab='Grupo de cotización',  
ylab='Perfiles', main='Perfiles para hombres y mujeres por grupo de  
ocupación', xlim=c(00, 23), xaxt='n')
```

```
axis(side = 1, at=00:23)
```

```
points(pH, col='red', type='line', xlab='Grupo de cotización',  
ylab='Perfiles', main='Perfiles para hombres y mujeres por grupo de  
cotización')
```

```
points(perf.fila[2,], col='blue', type='line')
```

```
legend(1, 0.1, c('Hombres','Mujeres'), pch = "HM", col =  
c('red','blue'))
```

Código II. Modelos de regresión (R)

```
require(sas7bdat)
require(dplyr)
edad_cotiz <- read.sas7bdat("F:/ESAL/ESAL12/MCVL/MCVL2015-
GENERAL/edad_cotiz.sas7bdat")
edad_cot15 <- subset(edad_cotiz, edad_cotiz$ANNOCOTIZ=='2015')
# Pasamos a formato numérico el total de la base de cotización:
edad_cot15$TOT_BASE = as.numeric(as.character(edad_cot15$TOT_BASE))
# Pasamos la base de cotización a euros:
edad_cot15$eur <-(edad_cot15$TOT_BASE/100)
# Calculamos la cotización total a cada edad:
cot_por_edad <-aggregate(edad_cot15$eur,
by=list(edad=edad_cot15$EDAD), FUN=mean, na.rm=TRUE)
# Cogemos los datos de los menores de 61 años y mayores de 18:
cot_por_edad18a60 <- subset(cot_por_edad, ((edad<="60")&(edad>="18")))
base18a60 <- cot_por_edad18a60$x
edad18a60 <- cot_por_edad18a60$edad
# Modelo lineal con constante:
(lin = lm(base18a60 ~ edad18a60))
# cálculos de los coeficientes:
(co = lin$coef)
summary(lin)
# Calculamos el error cuadrático medio:
MSE_lin <-mean((lin$residuals)^2)
MSE_lin
var(lin$residuals)
var(base18a60)
# Representación gráfica modelo lineal:
plot.new()
plot(edad18a60,base18a60, xlim=c(18,61), ylim =c(-1200,12000),
      xlab='Edad en 2015, entre 18 y 60 años (ambas inclusive)',
      ylab='Base de cotización total por edad (euros)')
points(edad18a60, determinista, t = "l", col="blue")
points(edad18a60, residual, t='l',col="red")
abline(h=0, col="grey",lwd=1,lty=2)
legend("right", 0.1, c('Parte determinista del modelo lineal',
'Parte aleatoria del modelo (residuos)'), pch =
" —",
      col = c('blue','red'))
```

```

# Los residuos tienen menor variabilidad que los datos reales: el ajuste es bueno

# Cogemos los datos de mayores de 60 hasta 89 años:
cot_por_edad61a89 <- subset(cot_por_edad, ((edad>="61")&(edad<"90")))
base61a89 <- cot_por_edad61a89$x
edad61a89<- cot_por_edad61a89$edad

# Calculamos el modelo lineal con constante:

# Modelo lineal con constante:
(lin2 = lm(base45a89 ~ edad45a89))

# cálculos de los coeficientes:
(co2 = lin2$coef)
summary(lin2)

# Calculamos el error cuadrático medio:
MSE_lin2 <-mean((lin2$residuals)^2)
MSE_lin2

# Error cuadrático medio: 2275392;
var(lin2$residuals)
var(base45a89)

# Los residuos tienen mayor variabilidad que los datos reales: el ajuste no es bueno

# Representación gráfica modelo lineal:
plot.new()
plot(edad61a89,base61a89, xlim=c(61,90), ylim=c(-3000,15500),
      xlab='Edad en 2015, entre 61 y 89 años (ambos inclusive)',
      ylab='Base de cotización total por edad (euros)')
points(edad61a89, base61a89, t = "l", col="blue")
points(edad61a89, residual2, t='l',col="red")
abline(h=0, col="grey",lwd=1,lty=2)
legend("left", 0.1, c('Parte determinista del modelo lineal',
                     'Parte aleatoria del modelo (residuos)'), pch =
"___", col = c('blue','red'))

#####

# Comparamos modelos cuadráticos con constante:

# Modelo cuadrático con constante:
(cuad = lm(base45a89 ~ edad45a89+I(edad45a89^2)))
(co90 = cuad$coef)
summary(cuad)

# Calculamos el error cuadrático medio:
MSE_cuad <-mean((cuad$residuals)^2)

```

MSE_cuad

Ninguna variable significativa a un nivel del cinco por ciento

```
MSE_cuad <- mean((cuad$residuals)^2)
```

MSE_cuad_0

```
determinista <- co[1]+co[2]*edad18a60 # Parte determinista del modelo
```

```
residual <- base18a60-(co[1]+co[2]*edad18a60)
```

Vemos gráficamente el modelo lineal con constante y el parabólico sin constante:

```
plot.new()
```

```
plot(edad18a60,base18a60, xlim=c(18,61), ylim =c(-1200,12000),
```

```
      xlab='Edad en 2015, entre 18 y 60 años (ambas inclusive)',
```

```
      ylab='Base de cotización total por edad (euros)')
```

```
points(edad18a60, determinista, t = "l", col="blue")
```

```
points(edad18a60, residual, t='l',col="red")
```

```
abline(h=0, col="grey",lwd=1,lty=2)
```

```
legend("right", 0.1, c('Parte determinista del modelo lineal',
```

```
                        'Parte aleatoria del modelo (residuos)'), pch =
```

```
"__",
```

```
      col = c('blue','red'))
```

La parte residual aumenta a medida que lo hace la edad.

Código III. Gráficos del simulador (R)

- Gráficos autónomos iniciales:

```
require(xlsx)

datos<-
read.xlsx(file="C:/Users/Administrador/Desktop/Proyectos_Pelayo/TFM/Si
mulador_definitivo/Comprobacion_simulador_jubilados/datos_simulador_au
tonomos.xlsx",sheetName="Hoja1")

# Distribución de los años cotizados, por grupos de dos en dos años: ##

# Población por años cotizados #

library(ggplot2)
library(reshape2)

par(mai=c(1.02,0.82,0.82,0.42))

p <- ggplot(datos, aes(x=Anhos.Cotizados)) +
geom_histogram(aes(y = (.count.)/sum(.count.)), fill="light
blue",col=I("black"),binwidth=1) + scale_x_continuous(breaks =
c(36,38,40,42,44,46,48,50,52)) +xlab("años cotizados") +
ylab("frecuencia relativa")

p + ggtitle("Distribución de los individuos del simulador \n por años
cotizados") + theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))

## Población por base reguladora (veces el SMI 2015): ##

p <- ggplot(datos, aes(x=Base.respecto.SMI.Mensual)) +
geom_histogram(aes(y = (.count.)/sum(.count.)), fill="light
green",col=I("black"),binwidth=0.5) + scale_x_continuous(breaks =
c(0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5)) +xlab("Base Reguladora (x veces el SMI
2015)") + ylab("frecuencia relativa")

p + ggtitle("Distribución de los individuos del simulador \n por su
base reguladora")+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5)) +
theme(axis.text=element_text(size=17),
axis.title=element_text(size=15))

## Rentabilidad por años cotizados: ##

par(mai=c(1.02,0.82,0.82,0.42))

plot(x=datos$Anhos.Cotizados, y=datos$t.i, xlab = "años
cotizados",ylab="rentabilidad de las prestaciones", cex=0.8, pch=17,
col="blue")

## Pensión por años cotizados: ##

options(scipen=5)

par(mai=c(1.02,1.22,0.82,0.42))

plot(x=datos$Anhos.Cotizados,
y=datos$Valor.de.las.Prestaciones.a.los.65.años, cex=0.8, pch=13,
xlab="años cotizados", ylab="valor en euros de las\nprestaciones a los
65 años", col="red")

## Rentabilidad por base reguladora en los períodos considerados para la jubilación: ##
```

```

par(mai=c(1.02,0.82,0.82,0.42))

plot(x=datos$Base.respecto.SMI.Mensual, y=datos$t.i, xlab="Base
Reguladora (x veces el SMI 2015)", ylab="rentabilidad de las
prestaciones",cex=0.6, pch=8, col="purple")

## Rentabilidad MEDIA por años cotizados; redondeamos la edad a un decimal y nos
quedamos con la rentabilidad media con la función aggregate:

datos$AnhosCot2 <- round(datos$Anhos.Cotizados,0)

rent_med_por_AC <-aggregate(datos$t.i, by=list(AC=datos$AnhosCot2),
                             FUN=mean)

plot(x=rent_med_por_AC$AC, y=rent_med_por_AC$x, type = "l", xlab="años
cotizados", ylab="rentabilidad media de las prestaciones",col="blue")

## Base Reguladora MEDIA por años cotizados: ##

BR_med_por_AC <-aggregate(datos$Base.respecto.SMI.Mensual,
by=list(AC=datos$AnhosCot2), FUN=mean, plot(x=BR_med_por_AC$AC,
y=BR_med_por_AC$x, type = "l", col="orange", xlab="Base Reguladora (x
veces el SMI 2015)", ylab="años cotizados")

```

- Gráficos de los jubilados:

```

datosjub<-
read.xlsx(file="C:/Users/Administrador/Desktop/Proyectos_Pelayo/TFM/Si
mulador_definitivo/Comprobacion_simulador_jubilados/datos_simulador_ju
b.xlsx",sheetName="Hoja1")

## Distribución de los años cotizados, por grupos de dos en dos años: ##

## Población de jubilados por años cotizados ##

p <- ggplot(datosjub, aes(x=Anhos.Cotizados)) + geom_histogram(aes(y =
(..count..)/sum(..count..)), fill="light
blue",col=I("black"),binwidth=1) + scale_x_continuous(breaks =
c(36,38,40,42,44,46,48,50,52)) + xlab("años cotizados") +
ylab("frecuencia relativa")

p + ggtitle("Distribución de los jubilados \n por años cotizados")+
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))

## Población por base cotizada (veces el SMI): ##

p <- ggplot(datosjub, aes(x=Base.respecto.SMI.Mensual)) +
geom_histogram(aes(y = ..count../sum(..count..)), fill="light
green",col=I("black"),binwidth=0.5) + scale_x_continuous(breaks =
c(0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5)) +xlab("Base Reguladora (veces el SMI
2015)") + ylab("frecuencia relativa")

p + ggtitle("Distribución de los jubilados \n por su base reguladora")
+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5)) + theme(axis.text=
element_text(size=17), axis.title =element_text(size=15))

```

```
## Rentabilidad MEDIA por años cotizados: ##
```

```
# Redondeamos la edad a un decimal y nos quedamos con la rentabilidad media
```

```
# con la función aggregate:
```

```
datosjub$AnhosCot2 <- round(datosjub$Anhos.Cotizados,0)
rent_med_por_AC_jub <-aggregate(datosjub$t.i,
by=list(AC=datosjub$AnhosCot2),
FUN=mean)

plot(x=rent_med_por_AC_jub$AC, y=rent_med_por_AC_jub$x, type = "l",
col="blue", xlab="años cotizados", ylab="rentabilidad media de las
prestaciones")
```

```
## Base Reguladora MEDIA por años cotizados: ##
```

```
BR_med_por_AC_jub <-aggregate(datosjub$Base.respecto.SMI.Mensual,
by=list(AC=datosjub$AnhosCot2), FUN=mean)

plot(x=BR_med_por_AC_jub$AC, y=BR_med_por_AC_jub$x, type = "l",
col="orange",xlab="años cotizados",ylab="Base Reguladora media")
```

- Gráficos conjuntos (original y jubilados)

```
## Rentabilidad MEDIA por años cotizados: ##
```

```
plot(x=rent_med_por_AC$AC, y=rent_med_por_AC$x, type = "l", xlab="años
cotizados", ylab="rentabilidad media de las prestaciones",col="blue",
xlim=c(38,52), ylim=c(0.017,0.037))

par(new=TRUE)

plot(x=rent_med_por_AC_jub$AC, y=rent_med_por_AC_jub$x, type = "l",
ann=FALSE, axes=FALSE,col='green')

legend("topright", 0.1, c('Autónomos','Jubilados'), pch = "__", col =
c('blue','light green'))
```

```
## Base Reguladora MEDIA por años cotizados: ##
```

```
plot(x=BR_med_por_AC$AC, y=BR_med_por_AC$x, type = "l",
col="brown",xlab="años cotizados", ylab="Base Reguladora (x veces el
SMI 2015)", xlim=c(38,52), ylim=c(1,2.4))

par(new=TRUE)

plot(x=BR_med_por_AC_jub$AC, y=BR_med_por_AC_jub$x, type = "l",
col="pink",ann=FALSE, axes=FALSE)

legend("topright", 0.1, c('Autónomos','Jubilados'), pch = "__", col =
c('brown','pink'))
```

```
# Base Límite desde los 45 años:
```

```
datosblim<-
read.xlsx(file="C:/Users/Administrador/Desktop/Proyectos_Pelayo/TFM/Si
mulador_definitivo/Comprobacion_simulador_jubilados/datos_simulador_ba
selim.xlsx", sheetName="Hoja1")
```

```
## Distribución de los años cotizados, por grupos de dos en dos años: ##
```

```
## Población por años cotizados ##
```

```
par(mai=c(1.02,0.82,0.82,0.42))
```

```
p <- ggplot(datosblim, aes(x=Anhos.Cotizados)) + geom_histogram(aes(y
= (.count.)/sum(.count.)), fill="light green",col=I("black"),
binwidth=1) + scale_x_continuous(breaks =
c(36,38,40,42,44,46,48,50,52)) + xlab("años cotizados") +
ylab("frecuencia relativa")
```

```
p + ggtitle("Distribución de los individuos del simulador \n por años
cotizados")+ theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
## Población por base reguladora (veces el SMI 2015): ##
```

```
p <- ggplot(datosblim, aes(x=Base.respecto.SMI.Mensual)) +
geom_histogram(aes(y = (.count.)/sum(.count.)), fill="light
green",col=I("black"),binwidth=0.5) + scale_x_continuous(breaks =
c(0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5,5,5.5,6)) +xlab("Base Reguladora (x
veces el SMI 2015)") + ylab("frecuencia relativa")
```

```
p + ggtitle("Distribución de los individuos del simulador \n por su
base reguladora")+ theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5)) +
theme(axis.text=element_text(size=17),
axis.title=element_text(size=15))
```

```
## Rentabilidad por años cotizados: ##
```

```
par(mai=c(1.02,0.82,0.82,0.42))
```

```
plot(x=datosblim$Anhos.Cotizados, y=datos$t.i, xlab = "años
cotizados", ylab="rentabilidad de las prestaciones", cex=0.8, pch=17,
col="darkolivegreen")
```

```
## Pensión por años cotizados: ##
```

```
options(scipen=5)
```

```
par(mai=c(1.02,1.22,0.82,0.42))
```

```
plot(x=datosblim$Anhos.Cotizados,
y=datosblim$Valor.de.las.Prestaciones.a.los.65.años, cex=0.8, pch=13,
xlab="años cotizados", ylab="valor en euros de las\nprestaciones a los
65 años", col="grey")
```

```
## Rentabilidad por base reguladora en los períodos considerados para la jubilación: ##
```

```
par(mai=c(1.02,0.82,0.82,0.42))
```

```
plot(x=datosblim$Base.respecto.SMI.Mensual, y=datos$t.i, xlab="Base
Reguladora (x veces el SMI 2015)", ylab="rentabilidad de las
prestaciones",cex=0.6, pch=8, col="red")
```

```
## Rentabilidad media por años cotizados: ##
```

```
# Redondeamos la edad a un decimal y nos quedamos con la rentabilidad media con la
función aggregate:
```

```
datosblim$AnhosCotblim2 <- round(datosblim$Anhos.Cotizados,0)
```

```
rent_med_por_AC_blim <- aggregate(datosblim$t.i,
by=list(AC=datosblim$AnhosCotblim2), FUN=mean)

plot(x=rent_med_por_AC_blim$AC, y=rent_med_por_AC_blim$x, type = "l",
xlab="años cotizados", ylab="rentabilidad media de las
prestaciones", col="blue")

## Base Reguladora media por años cotizados: ##

BR_med_por_AC_blim<-aggregate(datosblim$Base.respecto.SMI.Mensual,
by=list(AC=datosblim$AnhosCotblim2), FUN=mean)

plot(x=BR_med_por_AC_blim$AC, y=BR_med_por_AC_blim$x, type = "l",
col="orange", xlab="Base Reguladora (x veces el SMI 2015)", ylab="años
cotizados")
```

- Gráficos conjuntos:

Rentabilidad media por años cotizados:

```
plot.new()

plot(x=rent_med_por_AC$AC, y=rent_med_por_AC$x, type = "l", xlab="años
cotizados", ylab="rentabilidad media de las prestaciones", col="blue",
xlim=c(37,53), ylim=c(0.018,0.04), cex.lab=1.4, cex.axis=1.35,cex=1.4)

par(new=TRUE)

plot(x=rent_med_por_AC_jub$AC, y=rent_med_por_AC_jub$x, type = "l",
ann=FALSE, xlim=c(37,53), ylim=c(0.018,0.04), col='green', cex.lab=1.4,
cex.axis=1.35, cex=1.4)

par(new=TRUE)

plot(x=rent_med_por_AC_blim$AC, y=rent_med_por_AC_blim$x, type = "l",
ann=FALSE, xlim=c(37,53), ylim=c(0.018,0.04), col='gold2', cex.lab=1.4,
cex.axis=1.35, cex=1.4)

legend("topright", 0.1, c('Autónomos (Base
Original)', 'Jubilados', 'Base Límite > 45'), pch = "__",
col=c('blue', 'green', 'gold2'))
```

Gráfico conjunto de base reguladora por años cotizados:

```
plot.new()

plot(x=BR_med_por_AC$AC, y=BR_med_por_AC$x, type = "l", col="brown",
xlab="años cotizados", ylab="Base Reguladora media (x veces el SMI
2015)", xlim=c(38,52), ylim=c(1,4.2), cex.lab=1.55, cex.axis=1.45,
cex=1.55)

par(new=TRUE)

plot(x=BR_med_por_AC_jub$AC, y=BR_med_por_AC_jub$x, type = "l",
col='forestgreen', ann=FALSE, xlim=c(38,52),
ylim=c(1,4.2), cex.lab=1.55, cex.axis=1.45, cex=1.55)

par(new=TRUE)

plot(x=BR_med_por_AC_blim$AC, y=BR_med_por_AC_blim$x, type = "l",
col="orange", ann=FALSE, xlim=c(38,52), ylim=c(1,4.2), cex.lab=1.4,
cex.axis=1.35, cex=1.4)

legend("left", 0.1, c('Autónomos', 'Base Límite > 45', 'Jubilados'), pch
= "__", col = c('brown', 'forestgreen', 'pink', cex.text=1.3))
```

Pensión por años cotizados:

```
plot.new()
options(scipen=5)
par(mai=c(1.02,1.22,0.82,0.42))

plot(x=datos$Anhos.Cotizados,
y=datos$Valor.de.las.Prestaciones.a.los.65.años, cex=0.55, pch=13,
xlab="años cotizados", ylab="valor en euros de las\nprestaciones a los
65 años", col="red",xlim=c(38,52), ylim=c(5700,680000),cex.lab=1.4,
cex.axis=1.2)

par(new=TRUE)

plot(x=datosjub$Anhos.Cotizados,
y=datosjub$Valor.de.las.Prestaciones.a.los.65.años, cex=0.65, pch=17,
ann=FALSE, col="blue",xlim=c(38,52), ylim=c(5700,680000),cex.lab=1.4,
cex.axis=1.2)

par(new=TRUE)

plot(x=datosblim$Anhos.Cotizados,
y=datosblim$Valor.de.las.Prestaciones.a.los.65.años, cex=0.8, pch=21,
ann=FALSE, col="darkgray",xlim=c(38,52),
ylim=c(5700,680000),cex.lab=1.4, cex.axis=1.2)

legend("topleft", 0.1, c('Autónomos (Base Original)', 'Jubilados', 'Base
Límite > 45'), pch = "___", col = c('red','blue','darkgray'))
```

Código IV. Redes neuronales (SAS Base)

```

proc import out = mcv1.redjub

datafile =
"C:\Users\Administrador\Desktop\Proyectos_Pelayo\TFM\Red_Neural\Red_
Nueva\datosred_pruebas.xlsx" dbms = xls replace; getnames=yes; run;

/** Partición del conjunto de datos: **/

Proc surveysselect data=mcv1.redjub outall out=mcv1.redjub_comp1
method=srs seed=2310 samprate=0.3; run;

/** Dividimos el conjunto de datos particionado en otros dos, en función de si cada
observación pertenece al subconjunto de entrenamiento o al de prueba **/

Data mcv1.redjub_Test; set mcv1.redjub_Comp1;
whereSelected=1; run;

Data mcv1.redjub_Test;
set mcv1.redjub_Test
(DROP=Selected);
run;

Data mcv1.redjub_Train;
set mcv1.redjub_Comp1;
whereSelected=0;
run;

Data mcv1.redjub_Train;
set mcv1.redjub_Train
(DROP=Selected);
run;

/** Modelo Stepwise, basado en el criterio de PRESS, con validación cruzada de tipo
leave-one-out **/

PROC GLMSELECT data=mcv1.redjub_Train; class sexo nivel_estu
grupcotiza; model prestac = i_base_reg i_tot per_cotiz /
selection=stepwise(stop=PRESS); score data=mcv1.redjub_Test
out=salpredi_step; run;

data mcv1.red_step; set salpredi_step; ErrorCuadRegr=(p_prestac-
prestac)**2; modelo=1; run;

/** Modelo Forward, basado en el criterio de Schwartz **/

PROC GLMSELECT data=mcv1.redjub_Train; class sexo nivel_estu
grupcotiza; model prestac = i_base_reg i_tot per_cotiz /
selection=forward(stop=PRESS); score data=mcv1.redjub_Test
out=salpredi_forw; run;

data mcv1.red_forw; set salpredi_forw;

ErrorCuadRegr=(p_prestac-prestac)**2; modelo=2; run;

/** Modelo Backward, basado en el criterio de Schwartz **/

PROC GLMSELECT data=mcv1.redjub_Train; class sexo nivel_estu
grupcotiza; model prestac = i_base_reg i_tot per_cotiz /
selection=backward(stop=PRESS); score data=mcv1.redjub_Test
out=salpredi_backw; run;

```

```

data mcv1.red_backw; set salpredi_backw; ErrorCuadRegr=(p_prestac-
prestac)**2; modelo=3;run;

data mcv1.Union; set mcv1.red_step mcv1.red_forw mcv1.red_backw;
proc boxplot data=mcv1.Union; plot ErrorCuadRegr*modelo; run;

/** Variación del número de nodos **/

PROC DMDB data=mcv1.redjub_Train dmdbcat=cataprueba; target prestac;
var prestac i_base_reg i_tot per_cotiz; class sexo nivel_estu
grupcotiza; run;

%macro repito;
data union;run;
%do nodos=1 %to 30 %by 1;
proc neural data=mcv1.redjub_Train dmdbcat=cataprueba ;
input prestac i_base_reg i_tot per_cotiz;
input sexo nivel_estu grupcotiza / level= nominal; target prestac;
hidden &nodos; prelim 2 preiter=3; train tech=levmar; score
data=mcv1.redjub_Test out=salpredi outfit=salfit; run;

data salfit;set salfit;nodos=&nodos;if _n_=2 then output;
data union;set union salfit;run; %end;
data union;set union;if _n_=1 then delete;run;
proc print data=union;run; %mend;
%repito;

symbol i=join v=circle;
proc gplot data=union;plot _TASE_*nodos;run;

/** Nos quedamos con un modelo con TASE pequeño, tan sencillo como se pueda.
Escogemos el modelo con 4 nodos **/

```

- Elección de la función de activación:

```

%macro activacruza;
%let lista='TANH LOG ARC LIN SIN SOF GAU';
%let nume=7;
%do i=1 %to &nume;
data _null_;activa=scanq(&lista,&i);call
symput('activa',left(activa));run;
%cruzadaneural(archivo=mcv1.redjub_Train, vardepend=prestac,
conti = i_base_reg i_tot per_cotiz,
categor = sexo nivel_estu grupcotiza,
ngrupos = 3, inicio=2310, sfinal=2319,
ocultos = 4, acti=&activa);
data final&i;set final;modelo="&activa";put modelo;run;
%end;
data union;set %do i=1 %to &nume; final&i %end;
%mend;

%activacruza;

data mcv1.Unionfinal; set final1 final2 final3 final4 final5

```

```
final6 final7; run;
proc boxplot data= mcv1.Unionfinal; plot media*modelo; run;
```

```
/** El mejor modelo es el de activación lineal, LIN, con 4 nodos ocultos **/
```

- Elección de un algoritmo de optimización:

```
%macro algovalcruza;
%let lista='BPROP LEVMAR QUANEW TRUREG';
%let nume=4;
%do i=1 %to &nume;
data _null_;meto=scanq(&lista,&i);call symput('meto',left(meto));run;
%cruzadaneural(archivo=mcv1.redjub_Train,vardepen=prestac, conti=
i_base_reg i_tot per_cotiz,
categor= sexo nivel_estu grupcotiza,
ngrupos=3,sinicio=2310,sfinal=2314,ocultos=4,algo=&meto mom=0.2
learn=0.1, acti=LIN);
data final&i;set final;modelo="&meto";put modelo;run;
%end;
data union;set %do i=1 %to &nume; final&i %end;
%mend;
%algovalcruza;
```

```
data mcv1.Unionfinal2; set final1 final2 final3 final4; run;
proc boxplot data= mcv1.Unionfinal2; plot media*modelo; run;
```

```
/** LEVMAR es demasiado alto para computarlo bien. Miramos el resto: **
```

```
data mcv1.Unionfinal2b; set final2 final3 final4; run;
proc boxplot data= mcv1.Unionfinal2b; plot media*modelo; run;
```

```
/** Los mejores son LEVMAR y TRUREG. Nos quedamos con ambos **/
```

- Predicción de las redes definitivas (LEVMAR, TRUREG):

```
proc neural data=mcv1.redjub_Train dmdbcat=cataprueba ;
input i_base_reg i_tot per_cotiz / level= interval ;
input sexo nivel_estu grupcotiza / level = nominal;
target prestac;
hidden 4 /act=LIN;
prelim 2;
train tech=LEVMAR mom=0.2 learn=0.1 outest=cosa;
score data=mcv1.redjub_Test out=salpredi outfit=salfit;
run;
```

```
/** Guardamos el modelo LEVMAR con su error cuadrático **/
```

```
data mcv1.RNAlevmar;
set salpredi;
ErrorCuad = (p_prestac-prestac)**2;
run;
```

```
proc neural data=mcv1.redjub_Train dmdbcat=cataprueba ;
input i_base_reg i_tot per_cotiz / level= interval ;
input sexo nivel_estu grupcotiza / level = nominal;
target prestac;
hidden 4 /act=LIN;
prelim 2;
train tech=TRUREG mom=0.2 learn=0.1 outest=cosa;
```

```
score data=mcv1.redjub_Test out=salpredi outfit=salfit;
run;
```

```
/** Guardamos el modelo Trureg con su error cuadrático **/
```

```
data mcv1.RNATrureg;
set salpredi;
ErrorCuad = (p_prestac-prestac)**2;
run;
```

- Comparación gráfica de modelos:

```
/** Contrastamos el boxplot de regresión frente al de la red simple y el de la red
entrenada LEVMAR y Trureg **/
```

```
/** Regresión corriente: **/
```

```
%cruzada(archivo=mcv1.redjub_Train,vardepen=prestac,conti= i_base_reg
i_tot per_cotiz,
categor= sexo nivel_estu grupcotiza,
ngrupos=4,sinicio=2310,sfinal=2319);
data Redes.CompRegr; set final; modelo=1; run;
```

```
/** Red simple : 3 nodos ocultos, lineal y algoritmo de Levenberg-Marquardt **/
```

```
%cruzadaneural(archivo=mcv1.redjub_Train,vardepen=prestac, conti=
i_base_reg i_tot per_cotiz,
categor= sexo nivel_estu grupcotiza,
ngrupos=3,sinicio=2310,sfinal=2319,ocultos=3,algo=LEVMAR mom=0.2
learn=0.1,acti=tanh);
data Redes.CompRedBasica; set final; modelo=2; run;
```

```
/** Red entrenada **/
```

```
/** En el ejemplo puesto, 4 nodos ocultos, algoritmo LEVMAR, función lineal **/
```

```
%cruzadaneural(archivo=mcv1.redjub_Train,vardepen=prestac, conti=
i_base_reg i_tot per_cotiz,
categor= sexo nivel_estu grupcotiza,
ngrupos=3,sinicio=2310,sfinal=2319,ocultos=4, algo=LEVMAR mom=0.2
learn=0.1,acti=lin);
data Redes.CompRNALev; set final; modelo=3; run;
```

```
/** Red entrenada 2 **/
```

```
/** 4 nodos ocultos, algoritmo TRUREG, función lineal **/
```

```
%cruzadaneural(archivo=mcv1.redjub_Train,vardepen=prestac, conti=
i_base_reg i_tot per_cotiz,
categor= sexo nivel_estu grupcotiza,
ngrupos=3,sinicio=2310,sfinal=2319,ocultos=4, algo=TRUREG mom=0.2
learn=0.1,acti=lin);
data Redes.CompRNATru; set final; modelo=3; run;
```

```
/** Comparamos gráficamente los modelos **/
```

```
data Redes.union; set Redes.CompRegr Redes.CompRedBasica  
Redes.CompRNAlev Redes.CompRNATru; run;  
proc boxplot data=Redes.union;plot media*modelo;run;
```

ANEXO III: Glosario

Base de cotización: importe económico sobre el que se determina la aportación (o *cotización*) al sistema y sobre el que se fijan las prestaciones que se otorgarán al trabajador. Sobre esta base se imputará un porcentaje denominado *tipo de cotización*, medida del coste de la contingencia prevista. Las cantidades a ingresar en la Seguridad Social, denominadas cuotas, se calcularán aplicando a la base de cotización el porcentaje correspondiente a cada contingencia protegida:

$$Cuota = Base * Tipo de Cotización$$

Contingencia: riesgo económico que presenta una necesidad de cobertura. El fin de la Seguridad Social es proteger a los individuos de dichos riesgos. Según el entorno en el que se produzcan, distinguimos entre *contingencias comunes* (relativas a enfermedades comunes y a accidentes no laborales) y *contingencias profesionales* (derivadas de enfermedades de trabajo y accidentes laborales).

Ecuación de equilibrio estático: igualdad matemática que denota un equilibrio entre los riesgos cubiertos y las aportaciones realizadas por el tomador de un contrato de seguro o plan de previsión, cuando esa equivalencia se establece en el origen del contrato.

Índice de Precios al Consumo (IPC): medida estadística de la evolución del conjunto de precios de los bienes y servicios consumidos por las familias españolas. Es calculada por el Instituto Nacional de Estadística a partir del precio de una cesta de bienes ponderados en función de su peso relativo en el gasto de los hogares.

Pensión: es un pago o *prestación* que la Seguridad Social realiza a una persona con el fin de protegerla frente a una situación de riesgo económico. Se trata de una prestación que se entrega de manera periódica, ya sea durante un intervalo de tiempo o de forma permanente.

Plan de pensiones: contrato voluntario en el que se recoge un conjunto de normas, relaciones, obligaciones y derechos para los contratantes. A través de los derechos y obligaciones que surgen del plan se puede dar cobertura a contingencias de jubilación, la invalidez, la dependencia y el fallecimiento, que se cubrirán a través de una serie de aportaciones.

Población activa: conjunto de la población mayor de 16 años que desempeña algún trabajo remunerado o busca activamente un empleo.

Producto Interior Bruto (PIB): valor final total de los bienes y servicios producidos en un país en un período, habitualmente un año, tras deducir lo consumido en la producción. El PIB incluye lo producido por los extranjeros en el país, pero no lo producido por los nacionales fuera del país.

Sistema de reparto: sistema de financiación solidaria de las pensiones que atribuye los ingresos y cotizaciones aportados por los afiliados a la Seguridad Social para cubrir las prestaciones y subsidios a garantizar en el mismo periodo.

Tabla actuarial: tabla de valores numéricos que recopila la información básica útil que permite medir el riesgo de que suceda una contingencia que provoque la salida de un sujeto del colectivo inicial de población activa.

Tasa de sustitución: también conocida como *tasa de reemplazo*, representa la cantidad de dinero percibida por un trabajador al cobrar el primer período de jubilación con respecto a sus aportaciones al sistema en el año previo. Por ejemplo, si una persona recibe una prestación de 12.000 euros el año en el que se retiró y su última cotización fue de 24.000 euros anuales, su tasa de reemplazo será del 50 %.

Tipo de cotización: porcentaje a aplicar sobre la base de cotización para obtener la cuota líquida a ingresar en la Seguridad social relativa a cada contingencia protegida.

Tipo de interés: precio al que se paga el dinero para disponer temporalmente de una cantidad en concepto de crédito, préstamo u obligación financiera. El *tipo de interés técnico* es aquel tipo de interés asegurado en un seguro de vida, tras descontar gastos administrativos y de comercialización.