

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
Sección Departamental de Física de la Tierra, Astronomía
y Astrofísica I
(Astronomía y Geodesia)



DETERMINACIÓN DE LAS COORDENADAS DE
AMARTIZAJE DE LAS SONDAS METNET

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Gonzalo Barderas Manchado

Bajo la dirección de la doctora

Pilar Romero Pérez

MADRID, 2013

Universidad Complutense de Madrid

Facultad de Ciencias Matemáticas

Sección Departamental de Astronomía y Geodesia



**Determinación de las Coordenadas de
Amartizaje de las Sondas MetNet**

Tesis Doctoral

Gonzalo Barderas Manchado

Directora: Pilar Romero

Madrid, 2013

Determinación de las Coordenadas de Amartizaje de las Sondas MetNet

*Memoria presentada para optar al Grado de Doctor en
el Programa de Doctorado Interuniversitario*

Ciencia y Tecnología de la Ingeniería Geodésica y Cartográfica

Sección Departamental de Astronomía y Geodesia



Gonzalo Barderas Manchado

Directora: Pilar Romero

Departamento de Física de la Tierra, Astronomía y Astrofísica I

Sección Departamental de Astronomía y Geodesia

Facultad de Ciencias Matemáticas

Universidad Complutense de Madrid

*A mi padre,
Del báculo de tu vejez.*

*A mi madre, a mis hermanos y a Bea,
A mi padre, y a todos los que no están
Y que siempre nos acompañarán en nuestros corazones,
Gracias por los momentos más felices de mi vida.*

Agradecimientos

Muchas horas de esfuerzo y trabajo son las que se esconden detrás de este trabajo, en el cual han contribuido, directa e indirectamente muchas personas, a las que quisiera agradecer su ayuda en el desarrollo de esta tesis.

Quisiera agradecer especialmente a la Doctora Pilar Romero, mi directora de tesis, la oportunidad de trabajar con ella en un tema tan interesante, su dedicación y orientación durante estos años, los consejos y ayuda ofrecidos durante todas las fases de desarrollo de este trabajo y hasta la finalización de esta memoria, compartiendo todos los buenos y malos momentos, fueran personales o laborales, que la han acompañado. Sin su dirección, ideas, colaboración y entusiasmo, este trabajo no habría sido posible.

Agradecer también al Dr. Luis Vázquez Martínez la posibilidad de participar en el proyecto de la misión a Marte *MEIGA–METNET–PRECURSOR*, bajo cuyo marco se ha desarrollado esta memoria. En este sentido, debo especial reconocimiento a los ministerios de Ciencia e Innovación y de Economía y Competitividad que han financiado este proyecto (proyectos AYA2008-06420-C04-03, AYA2009-14212-C05-05 y AYA2011-29967-C05-02). Igualmente, quiero manifestar mi gratitud al Instituto Meteorológico Finlandés, a los Doctores Ari–Matti Harri y Walter Schmidt y mis compañeros Osku Kemppinen y Harri Haukka, por la posibilidad de colaboración ofrecida y la ayuda y supervisión durante mis estancias en Helsinki.

Asimismo, he de agradecer a todos los compañeros de la Sección Departamental de Astronomía y Geodesia y a los miembros del proyecto *MEIGA–METNET–PRECURSOR* su colaboración en esta y otras actividades de la Universidad Complutense y del Proyecto MetNet. En especial quisiera agradecer a D. Javier Mejuto y la Dra. María Teresa Benavent la ayuda prestada en numerosas ocasiones y el haber compartido las alegrías y sinsabores del desarrollo de nuestras tesis.

Finalmente, deseo dar las gracias de todo corazón a mis padres Ana y Basilio, a mis hermanos, Ana y Rodrigo, y a Beatriz. Sólo vosotros sabéis lo que esta tesis ha significado en estos momentos de nuestras vidas. Vuestro aliento, cariño, ánimo y ayuda han sido fundamentales para el desarrollo de esta tesis. A vosotros os debo y dedico este trabajo, pues sin vosotros no podría haberlo conseguido.

Extended Abstract

Mars is one of the planetary exploration priority goals for the next decades, which involves sending a large number of scientific missions such as *MAVEN* and *InSight* from NASA, *ExoMars* from ESA, *Melos-1* from Japan Aerospace Exploration Agency, *Mars-Grunt* from Russian Federal Space Agency or *MetNet*.

MetNet is a new type of atmospheric science mission to Mars initiated and defined by the Finnish Meteorological Institute and fulfilled in collaboration with the Russian Space Research Institute, the Russian Lavochkin Association and the Spanish National Institute for Aerospace Technology. The MetNet Mission is based on a new type of semi-hard landing vehicle called *MetNet Lander* (MNL). The scope of the MetNet Mission is to deploy several tens of MNLs on the Martian surface carrying payloads mainly focused on the atmospheric science of Mars.

The first step in the MetNet Mission is the Mars MetNet Precursor Mission (MMPM). The purpose of the MMPM is to confirm the concept of deployment of the mini-meteorological stations onto the Martian surface and to get atmospheric data during the descent phase and at the landing site with a life time design goal of several Martian years. The MMPM will be ready for launch in the 2013/14 launch window or beyond.

The determination of the MMPM landing coordinates is needed to provide useful information for both scientific, for an in situ characterization of observed atmospheric parameters; and mission engineering goals, allowing to analyze the

trajectory through the Martian atmosphere during the entry–descent, and landing phase; and therefore, allowing to characterize atmospheric vertical profiles.

In the MetNet mission case, the ability to determine the lander coordinates using direct Doppler positioning is inhibited since the lander is unable to communicate directly with Earth and uses a relay orbiter instead. In this work, an alternative positioning method has been developed based on the observation of Phobos solar eclipses by means of studying marked decreases of the solar radiation flux data detected by a solar light sensitive device (MetSIS) which is part to the MetNet scientific payload.

MMPM landing coordinates determination using Phobos eclipse detection corresponds to the inversion of the non-linear, non-continuous and multivaluated function which has been modelled to predict Phobos eclipses contact times for an observer with known position. To this end, Phobos projection onto the Sun disc plane has been modelled as an ellipse centred at Phobos centre projection. Initial and final contact points of any possible eclipse are then determined when the resulting ellipse intersects the Sun disc.

Precise information about the size and shape of the Sun, Mars and Phobos, and the Sun and Phobos ephemerides in a Mars-equatorial, Mars-centred reference frame is required for this prediction model. The procedures to transform the Sun and Phobos ephemerides, derived from analytical theories, to this reference frame have been described, along with the needed parameters relating the involved Earth-Mars reference systems.

The developed model and the involved parameters have been checked with the available observations of Phobos eclipses on Mars by the Mars Orbiter Laser Altimeter and the Mars Exploration Rovers. This has allowed to choose the values of the parameters which better fit the eclipse observations, with nearly null mean differences between predictions and observations.

In order to establish strategies to get the eclipse data, the spatial–temporal patterns of the Phobos penumbral shadow onto the surface of Mars have been also studied, modelling the location, size and shape of the shadow at any given time. A numerical simulation has been carried out to check the implemented program for the eclipses captured by the Mars Exploration Rovers Spirit and Opportunity. For the contact times in which the shadow crosses the landing site of both rovers, it has been obtained an offset mean less than 0.1 seconds.

This has allowed to determine the coverage and visibility of the Phobos eclipses within a range of latitudes of $[-70^\circ, 70^\circ]$ during two eclipse seasons every Martian year with a daily occurrence of 3.2 eclipses. For the forecasted MMPM landing latitudinal band of $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ around the equator, the shadow covers mean stripes of about 166.824 in longitude in about 55 minutes every 7.657 hours, at a mean velocity of $\sim 3^\circ/\text{min}$, accelerating as it moves away from the subsolar point.

These shadow paths curve away from the equator as the latitude of the subsolar point increases. Besides, the 2-D shadow becomes elongated as the shadow travels from one hemisphere to the other within an eclipse season as this subsolar latitude rises. This elongation also takes place in a single transit as the shadow moves away from the central meridian of the Sun, yielding a wide pseudo-ellipse at the end of each transit. The minimum radius of the penumbral shadow of Phobos on Mars is 30 kilometres near the equator, meeting the circularity at the equinoxes.

This shadow model is applied to establish an observational chronogram of eclipses for a lander with unknown coordinates, determining the contact times in which the shadow pseudo-ellipse crosses its estimated landing area. Thereby the observational windows have been characterised for the *Mars MetNet Precursor Mission* forecasted latitudinal landing site band of $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ around the equator: 02 Aug. – 24 Aug. in 2014; 02 Jun. – 03 Jul. in 2015; and 25 Jun. - 17 Jul. in 2016.

Allowing for the Mars MetNet Precursor Mission specific operation control,

a predefined operational strategy at regular time intervals has been set up for the eclipse data acquisition with MetSIS. The cyclogram will have to be activated for daytime in the pre-calculated time windows during 1 hour with delays of 7.657 hours, beginning at the initial UTC of the first complete transit: 2 Aug. at 01:48:42 in 2014; 02 Jun. at 03:46:33 in 2015; and 25 Jun. at 01:41:44 in 2016. The developed software has been also adapted to a public *Cloud-computing* infrastructure to face with a punctual high volume of computations, if a fast modification of the primary operational strategy needs to be implemented.

In addition, the model has been also applied for the Mars Science Laboratory. In this case, a landing ellipse of 25x20 kilometres was known before the launch. In order to maximize the detections and to improve the precision of the derived times, a Monte Carlo simulation has been applied using the eclipse model prediction from an observer with known coordinates for a range of random locations within this landing ellipse. The characterized eclipses on 13th and 17th of September 2012 have been captured by the Mast Camera onboard the Mars Science Laboratory, allowing to prove the reliability of the methodology for the establishment of an observational strategy.

Finally, the problem of determining the coordinates of Mars landers from eclipse data has been addressed. Two different algorithms have been considered to solve the proposed unconstrained nonlinear least squares problem: the Levenberg–Marquardt method and the block relaxation method.

Different simulations have been performed trying to locate the *Mars MetNet Precursor Mission* probe with both procedures. First, an optimal pairing of the mid-transit and the eclipse duration observables to the longitude and latitude parameters, respectively, has been derived by applying the Levenberg-Marquardt algorithm with zero damping factor. Then, different simulations to test the feasibility and efficiency of both methods have been carried out under different experimental

constraints: Different initial conditions and locations, different uncertainty values for time precision and different number of observed eclipses and landing latitude.

The dispersion is kept at 1 kilometre level, for the estimated latitude and longitude, if the precision in time observations is less than 5 seconds, even though this dispersion is sensitive to the number of observed eclipses, rising for higher latitudes when a lower number of eclipses are detected.

As a main conclusion, the numerical results show how, for the latitudinal band of $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ around the equator, the lander position could be estimated within an ellipse of 40x60 metres if 1 second uncertainty in time observations were attainable.

Índice general

Agradecimientos	VII
Extended Abstract	IX
Capítulo 1. Introducción y Objetivos	1
Introduction and Objectives	7
Capítulo 2. Predicción de Eclipses para un Observador Conocido	13
2.1 Parametrización	14
2.2 Efemérides del Sol y Fobos	18
2.2.1 Efemérides del Sol	19
2.2.2 Efemérides de Fobos	26
2.3 Análisis de Parámetros	29
2.3.1 Datos Observacionales de Eclipses de Fobos	29
2.3.2 Análisis de los Parámetros	33
2.3.3 Simulaciones de Eclipses ya Observados	39
2.4 Resumen y Conclusiones	42
Capítulo 3. Patrones de movimiento de la sombra de Fobos	45
3.1 Parametrización Geométrica de la Sombra de Fobos sobre Marte .	46

3.2	Parametrización del Tamaño y Forma de la Sombra	49
3.3	Movimiento de la Sombra	51
3.3.1	Ciclo Anual en Latitud	52
3.3.2	Ciclo Diurno en Longitud	56
3.3.3	Movimiento Latitudinal y Longitudinal de la Sombra	59
3.4	Análisis del Tamaño y Forma de la Sombra	61
3.5	Validación del Modelo	67
3.6	Resumen y Conclusiones	69
Capítulo 4. Establecimiento de un Cronograma Observacional		71
4.1	Determinación de las ventanas observacionales.	72
4.2	Cronograma Observacional para MetNet	74
4.2.1	Ventanas Observacionales	76
4.2.2	Instantes de Contacto	77
4.3	Cronograma Observacional para MSL	80
4.3.1	Ventanas Observacionales	82
4.3.2	Instantes de Contacto.	83
4.4	Validación	89
4.5	Resumen y Conclusiones	91
Capítulo 5. Posicionamiento mediante la Observación de Eclipses		95
5.1	Formulación del Problema Inverso	96
5.2	Optimización mediante el Método de Levenberg-Marquardt	99
5.2.1	Método de Levenberg-Marquardt: Test Numérico	101
5.3	Optimización mediante el Método de Relajación por Bloques	105
5.3.1	Método de Relajación por Bloques: Test Numérico	106
5.4	Resultados y Análisis de la Precisión	108

5.5 Resumen y Conclusiones	111
Capítulo 6. Discusión y Conclusiones	115
Discussion and Conclusions	121
Glosario	127
Índice de Figuras	133
Índice de Tablas	136
Referencias	137

Capítulo 1

Introducción y Objetivos

Marte es uno de los objetivos prioritarios de la exploración planetaria para la próxima década que contempla el envío de un número importante de misiones científicas como *MAVEN* (Jakosky, 2011) e *InSight* (Banerdt, 2012) de la NASA, *ExoMars* (Vago et al., 2006) de la Agencia Espacial Europea (ESA), *Melos-1* (Kubota et al., 2009) de la Agencia Japonesa de Exploración Aeroespacial, *Mars-Grunt* (Khartov, 2012) de la Agencia Espacial Rusa o *MetNet*.

MetNet es una misión para la exploración de Marte iniciada y definida por el Instituto Meteorológico Finlandés (FMI), y desarrollada en colaboración con la Lavochkin Association (LA) y el Instituto de Investigaciones Espaciales (IKI) de Rusia y el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA).

El objetivo principal de la misión es el estudio de la atmósfera de Marte. Para ello, se pretende desplegar sobre la superficie de Marte una red de módulos de aterrizaje, denominados *MetNet Lander* (MNL), equipados con una carga útil científica distribuida en (Harri et al., 2012b):

- Instrumentos Atmosféricos: sensores de presión (MetBaro); humedad (Met-Humi) y temperatura (MetTemp), desarrollados por el FMI,
- Dispositivos ópticos: una cámara panorámica (PANCAM), provista por IKI;

y un sensor de irradiancia solar (MetSIS), equipado con un sistema de enlace *wireless* (OWLS) para la transferencia de datos y un sensor de polvo (DS), ambos diseñados por el INTA,

- Dispositivos de composición y estructura: un magnetómetro de tres ejes (MOURA), desarrollado por el INTA.

Las medidas tomadas por estos instrumentos permitirán, entre otros objetivos, estudiar la dinámica y circulación atmosférica, los fenómenos de capa límite, las interacciones entre la superficie y la atmósfera de Marte, la estructura vertical de la atmósfera, las nubes de condensación o la estructura interna y composición de Marte. Estos estudios requieren idealmente de medidas in situ simultáneas desde una red de estaciones. Durante 2011, la primera de estas sondas, la *Mars MetNet Precursor Mission* (MMPM), superó todas las pruebas de vuelo, tanto para el sistema de amortizaje como para el equipamiento científico; estando al menos dos unidades previstas para la ventana de lanzamiento de 2014 (Harri et al., 2012c).

En la MMPM, la incertidumbre en el instante de separación de la nave de transferencia, junto con las incertidumbres durante la fase de entrada–descenso y aterrizaje (EDL) en los modelos atmosféricos de Marte, en los parámetros aerodinámicos del módulo, en la deriva del viento, etcétera, limitan el conocimiento de la zona de amortizaje.

La determinación de las coordenadas de amortizaje es un objetivo importante tanto desde el punto de vista científico, para la caracterización in situ de los parámetros atmosféricos observados, como desde el punto de vista de la ingeniería de la misión, ya que permitirá analizar la trayectoria durante la fase EDL a través de la atmósfera marciana y caracterizar, por tanto, perfiles verticales atmosféricos.

En las anteriores misiones a la superficie de Marte, se utilizó un posicionamiento Doppler directo para la localización de los módulos de aterrizaje *Viking* (Yoder y Standish, 1997; Mayo et al., 1977), de los vehículos *Mars Pathfinder* (Folkner

et al., 1997) y *Mars Exploration Rovers* (Li et al., 2005), y del *Phoenix lander* (Edwards et al., 2010). Adicionalmente, el análisis cartográfico de la zona de amarzaje correlando características topográficas observadas en las imágenes tomadas por los módulos y en las imágenes tomadas por satélites en órbita marciana ha sido utilizado para verificar la posición del *Mars Pathfinder lander* (Oberst et al., 1998), los *Mars Exploration Rovers* (Di et al., 2008; Li et al., 2006) y el *Phoenix lander* (Edwards et al., 2010). Este segundo método ha permitido mejorar la precisión de los mapas de Marte de manera significativa.

En el caso de la misión MetNet, no se dispondrá de comunicación directa con los módulos MNLs desde la Tierra, empleándose satélites en órbita marciana para la transmisión de datos en diferido; por lo que la determinación de coordenadas por Doppler directo no podría emplearse. En este trabajo se desarrolla un procedimiento alternativo para la localización de los módulos MNLs mediante la detección de eclipses solares de Fobos, posibilidad ya sugerida por Christou (2002), a partir de observaciones en la disminución de la radiación solar medida con MetSIS.

En el caso de Fobos esta disminución puede ser detectada. Aproximando Fobos por un elipsoide triaxial de semiejes $\{13,00; 11,39; 9,07\}$ kilómetros (Willner et al., 2010), que orbita Marte a una distancia media 9375 kilómetros (Jacobson, 2010) según una órbita aproximadamente circular y ecuatorial ($e_F = 0,01511$ e $i_F = 1,0756$ según Jacobson (2010)), el semidiámetro angular aparente de Fobos desde la superficie de Marte oscila entre un mínimo de $0,073$ cuando Fobos se encuentre en el horizonte hasta un máximo de $0,107$ en el zenit. Para el Sol, con un radio de $6,96 \times 10^6$ kilómetros y a una distancia media de Marte de $\sim 227,92 \times 10^5$ kilómetros, el semidiámetro angular aparente es de $\sim 0,175$, por lo que el área eclipsada por Fobos para un eclipse central varía entre un 17,4 % para un tránsito en el horizonte hasta un 37,4 % para un tránsito cerca del zenit.

Los eclipses de Fobos sobre Marte ya han sido observados por varias misiones a lo largo de la investigación planetaria de Marte: la misión *Viking I* detectó 3 eclipses en 1977 (Duxbury, 1978; Christou, 2002); el Altimetro Láser de la *Mars Global Surveyor* (MGS), 15 entre 1999 y 2004 (Bills et al., 2005); los *Mars Exploration Rovers* (MERs) *Spirit* y *Opportunity*, 4 en 2004 (Bell et al., 2005) y 1 en 2010 (Dean et al., 2010); y, recientemente, el vehículo robótico *Curiosity* de la misión *Mars Science Laboratory* (MSL), 2 eclipses en septiembre de 2012 (Lemmon et al., 2013).

En el caso de que la posición del observador fuese conocida, la detección de estos eclipses puede emplearse para refinar la órbita de Fobos (Willner et al., 2007a), aportando información que podría mejorar las estimaciones de la aceleración secular de Fobos y de la tasa de disipación de marea de Marte (Bills et al., 2005; Rainey y Aharonson, 2006); y para estudios atmosféricos, tales como la respuesta térmica a los pasos de la sombra de Fobos (Betts et al., 1995) y sus variaciones en la inercia térmica (Haberle, 1991).

Poco después de su descubrimiento en 1877 (Hall, 1877), los patrones generales de los eclipses de Fobos y Deimos fueron descritos de forma rudimentaria por Ledger (1879). Para estudiar el comportamiento de la sombra de Fobos sobre Marte, Bills y Comstock (2005) desarrollaron un modelo trigonométrico simplificado, aproximando la órbita de Fobos por una órbita circular y ecuatorial. Sin embargo, para el establecimiento de un procedimiento que permita obtener las coordenadas de un observador a partir de los datos de observación de eclipses se requiere de un modelo riguroso de predicción, así como valores precisos de las efemérides del Sol, Fobos y Marte; y de su forma y tamaño.

En el capítulo 2 se establece este modelo de predicción para un observador de posición conocida, determinando los instantes en que la proyección de la figura de Fobos sobre el plano del Sol cruza el disco solar. Se describe, además, cómo

transformar las efemérides del sol y Fobos obtenidas mediante teorías orbitales analíticas a un sistema de referencia común centrado en Marte, cuyo plano fundamental es el ecuador de Marte y dirección de referencia el meridiano origen de Marte, *Airy* – 0.

La validez del modelo se ha analizado comparando las predicciones mediante el programa realizado en *Fortran* con las observaciones de eclipses disponibles. Esto ha permitido, además, seleccionar los mejores valores para los parámetros que relacionan los sistemas de referencia Tierra–Marte involucrados (Barderas y Romero, 2012; Harri et al., 2012a).

A continuación, con el objetivo de establecer una estrategia de adquisición de datos de eclipses para una sonda cuando sus coordenadas no son conocidas, en el capítulo 3 se estudian los patrones de movimiento de la sombra de Fobos sobre la superficie de Marte (Romero et al., 2011a,b). Para ello, se ha desarrollado un modelo que permite predecir no sólo la localización del centro de la sombra de Fobos sobre la superficie de Marte, si no también su forma y tamaño para cualquier instante dado, modelos que se han comprobado con las observaciones de los eclipses de Fobos realizadas por los vehículos de exploración marciana *Spirit* y *Opportunity*. Los patrones espacio temporales de los eclipses de Fobos se estudian separando sus ciclos latitudinal anual y longitudinal diurno, analizando posteriormente la cobertura global y los períodos de tiempo en que los eclipses para cualquier punto de la superficie de Marte.

En el capítulo 4, se aplica el programa implementado en *Fortran* para establecer un cronograma de observaciones para la MMPM (Romero y Barderas, 2011), teniendo en cuenta las restricciones propias de la misión, caracterizando los pasos de la sombra de Fobos sobre Marte cruza la banda latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador prevista para el amortizaje de la misión.

Esta metodología también se ha aplicado para caracterizar los eclipses de Fo-

bos visibles desde la elipse de amartizaje de la misión de la *NASA Mars Science Laboratory* (Barderas et al., 2012a,b). Los eclipses predichos para los días 13 y 17 de septiembre de 2012 han sido fotografiados por la cámara *MastCam* de la misión. Esto ha permitido comprobar la fiabilidad del método presentado de establecimiento de un cronograma observacional.

Finalmente, el problema de la determinación de las coordenadas de amartizaje de la misión MPPM a partir de los datos de los instantes de contacto de los eclipses de Fobos se trata en el capítulo 5, problema que requiere invertir la función discontinua, no lineal y multivaluada que modela la predicción de eclipses.

El problema mínimo cuadrático no lineal planteado se resuelve mediante dos métodos de optimización: el método de Levenberg–Marquardt y el método de relajación por bloques (Barderas y Romero, 2013; Romero y Barderas, 2012). Para ambos métodos, se han realizado diversas simulaciones de localización de la sonda MPPM bajo diferentes condiciones experimentales: para distintas localizaciones y condiciones iniciales, para distintos valores para la incertidumbre en la medida del tiempo de las observaciones y en función del número de eventos observados y de la latitud de amartizaje.

Los resultados numéricos muestran, como principal conclusión, como para la banda de latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador en que está previsto amartice la sonda MPPM, puede estimarse la posición dentro de una elipse de 40x60 metros para incertidumbres de 1 segundo en los tiempos de los eclipses.

Este trabajo se ha desarrollado gracias a la financiación del proyecto *Participación Científica en la Misión a Marte MEIGA–METNET–PRECURSOR* por los ministerios de Ciencia e Innovación (AYA2008-06420-C04-03 y AYA2009-14212-C05-05) y de Economía y Competitividad (AYA2011-29967-C05-02).

Introduction and Objectives

Mars is one of the planetary exploration priority goals for the next decades, which involves sending a large number of scientific missions such as *MAVEN* (Jakosky, 2011) and *InSight* (Banerdt, 2012) from NASA, *ExoMars* (Vago et al., 2006) from ESA, *Melos-1* (Kubota et al., 2009) from Japan Aerospace Exploration Agency, *Mars-Grunt* (Khartov, 2012) from Russian Federal Space Agency or *MetNet*.

MetNet is a new type of atmospheric science mission to Mars initiated and defined by the Finnish Meteorological Institute (FMI) and fulfilled in collaboration with the Russian Space Research Institute (IKI), the Russian Lavochkin Association (LA) and the Spanish National Institute for Aerospace Technology (INTA).

The *MetNet* Mission is based on a new type of semi-hard landing vehicle called *MetNet Lander* (MNL). The scope of the *MetNet* Mission is to deploy several tens of MNLs on the Martian surface carrying payloads mainly focused on the atmospheric science of Mars (Harri et al., 2012b):

- Atmospheric instruments: Pressure (MetBaro); humidity (MetHumi) and temperature sensors (MetTemp), developed by the FMI,
- Optical devices: A PANoramic CAMamera (PANCAM), provided by IKI; and a Dust Sensor (DS) and a Solar Irradiance Sensor (MetSIS) with optical wireless system (OWLS) for data transfer designed by INTA,

- Composition and structure device: tri-axial vector field magnetometer (MOU-RA), developed by INTA.

The measurements provided by these instruments will allow, among other objectives, to study: The general circulation and climatological cycles of the Martian atmosphere; the mesoscale phenomena; the planetary boundary layer and surface-atmosphere interactions; the atmospheric vertical structure; the condensation clouds; or the Martian internal structure and composition. These studies require ideally simultaneous in-situ observations from a network of meteorological stations at multiple and different locations on the Martian surface. The first one, the *Mars MetNet Precursor Mission* (MMPM) has completed all flight qualifications for Lander system and payload, being at least two units ready for the 2014 launch window (Harri et al., 2012c).

In MMPM, the uncertainty in the separation from the transfer vehicle instant time, together with the uncertainties during the entry-descent-landing (EDL) phase in the Mars atmospheric models, the wind drift, the probe aerodynamic parameters, etcetera, limit the Landing area knowledge.

The determination of the MMPM landing coordinates is needed to provide useful information for scientific, for an in situ characterization of observed atmospheric parameters; and for mission engineering goals, allowing to analyse the trajectory through the Martian atmosphere during the EDL phase; and therefore, to characterise atmospheric vertical profiles.

In previous missions to Mars surface, a Doppler radio positioning has been used to localize the Viking landers (Mayo et al. 1977; Yoder and Standish, 1997), Mars Pathfinder (Folkner et al., 1997), the Mars Exploration Rovers (Li et al., 2005) and the Phoenix lander on the Mars surface. Additionally, a cartographic analysis of the landing site determined by correlating topographic features with features seen in images from orbit has been used for the Mars pathfinder lander

(Oberst et al., 1998), the Mars Exploration Rovers (Di et al., 2008; Li et al., 2006) and the Phoenix lander (Edwards et al., 2010) in order to verify the determined lander positions. These results have led to improve Martian maps accuracy in a significant way.

In the MetNet mission case, the ability to determine the lander coordinates using direct Doppler positioning is inhibited since the lander is unable to communicate directly with Earth and uses a relay orbiter instead. In this work, an alternative positioning method has been developed based on the observation of Phobos solar eclipses, possibility already suggested by Christou (2002), by means of studying marked decreases of the solar radiation flux data detected with MetSIS.

In the case of Phobos, this decrease can be detected. Since Phobos can be approximated as a tri-axial ellipsoid with radii {13,00; 11,39; 9,07} kilometres (Willner et al., 2010), which orbits Mars at a mean distance of 9375 kilometres (Jacobson, 2010) in a nearly circular and equatorial orbit ($e_F = 0,01511$ and $i_F = 1,0756$, according to Jacobson (2010)), its angular radius from a point on the Mars surface varies from $0,073$ when Phobos is near the horizon to $0,107$ at the local zenith. The Sun, with a radius of $6,96 \times 10^6$ kilometres and a mean distance from Mars of $\sim 227,92 \times 10^5$ kilometres, the angular radius becomes $\sim 0,175$. Thus, the area obscured by a Phobos central eclipse ranges from 17,4 % for a transit near horizon to 37,4 % for a transit near zenith.

The solar eclipses by Phobos on Mars have already been observed by several missions along the spacecraft exploration of Mars: the *Viking I* mission detected 3 eclipses in 1977 (Duxbury, 1978; Christou, 2002); the Mars Orbiter Laser Altimeter onboard the Mars Global Surveyor (MGS), 15 between 1999 and 2004 (Bills et al., 2005); the Mars Exploration Rovers (MERS) Spirit and Opportunity, 4 in 2004 (Bell et al., 2005) and 1 in 2010 (Dean et al., 2010); and, recently, the rover Curiosity of the Mars Science Laboratory mission (MSL), 2 eclipses in September

2012 (Lemmon et al., 2013).

If the observer's position were known, detecting Phobos eclipses could be used to refine the Phobos orbit (Willner et al., 2007a), providing information that could allow to improve estimates of tidal dissipation within Mars (Bills et al. 2005; Rainey and Aharonson, 2006); and for atmospheric studies, such as the surface thermal response to Phobos shadow's passages (Betts et al., 1995) and its thermal inertia variations (Haberle, 1991).

Shortly after their discovery in 1877 (Hall, 1877), the general patterns of eclipses by Phobos and Deimos were described in a rough and elementary way by Ledger (1879). In order to study the behaviour of the Phobos shadow on Mars, Bills and Comstock (2005) developed a simplified trigonometric model using an equatorial and circular orbit model for Phobos and without date estimations for eclipse occurrence. However, for the coordinates determination of an observer a rigorous prediction model is required, as well as precise ephemerides of the Sun and Phobos, and models for their size and shape.

In chapter 2 this prediction model for an observer with known coordinates is established determining the initial and final contact times in which the projected Phobos figure onto the Sun plane crosses the Sun disk. Besides, it is described how to transform the Sun and Phobos ephemerides derived from analytical orbital theories to a Mars-centred, Mars Equator and Prime Meridian (*Airy* – 0) of date reference frame.

The developed model has been validated by comparing the numerical simulations made with a program coded in *Fortran* for the available observations of Phobos eclipses on Mars by MOLA and MERs with the observational data. This has allowed to choose the values of the parameters connecting the involved Earth–Mars reference systems which better fit the eclipse observations (Barderas and Romero, 2012; Harri et al. 2012a).

Then, with the aim of establishing an eclipse data acquisition sequence for a lander whose coordinates are unknown, the spatial-temporal patterns of the Phobos shadow movement on Mars surface are analysed (Romero et al., 2011a,b) in chapter 3. With this purpose, Phobos shadow centre motion has been modelled, as well as its size and shape at any given time. These models have been tested with the observations of Phobos eclipses taken by the MERs *Spirit* and *Opportunity*.

In chapter 4, in order to establish an observational chronogram for the MMPM mission, the *Fortran* coded program is applied to characterise the Phobos shadow passages over the forecasted MMPM landing latitudinal band of $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ around the equator. An optimized cyclogram is then derived for MetSIS, accounting for the specific mission constraints and operations control.

Besides, the model has been also applied for the NASA's mission *Mars Science Laboratory* (MSL) to characterise the visible eclipses from its landing ellipse (Barderas and Romero, 2012a; Romero and Barderas, 2012b). The predicted eclipses on 13th and 17th of September 2012 have been captured by the Mast Camera onboard the MSL. This has allowed to prove the methodology reliability for the establishment of an observational chronogram.

Finally, the MMPM landing site coordinate determination by means of the observation of the Phobos eclipses contact times is addressed in chapter 5. This problem requires inverting the nonlinear, non-continuous and multivaluated function that models the eclipse prediction for a known observer.

The proposed unconstrained nonlinear least squares problem is then solved by two different optimization methods: the Levenberg-Marquardt method and the block relaxation method (Romero and Barderas, 2012; Barderas and Romero, 2013). For both algorithms, different simulations to test their feasibility and efficiency have been carried out trying to locate the MMPM probe under different experimental constraints: different locations and initial conditions, different un-

certainty values for time precision, and different number of observed eclipses and landing latitude.

The numerical results show, as a main conclusion, how for the latitudinal band of $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ around the equator, the lander position could be estimated within an ellipse of 40x60 metres if 1 second uncertainty in time observations were attainable.

This work has been supported by the project MEIGA-METNET-PRECURSOR, funded by the Ministries funded by the Spanish Ministry of Science and Innovation (AYA2008-06420-C04-03 and AYA2009-14212-C05-05) and by the Spanish Ministry of Economy and Competitiveness (AYA2011-29967-C05-02).

Capítulo 2

Predicción de Eclipses para un Observador Conocido.

Parámetros que Conectan los Sistemas de Referencia Tierra-Marte

Las distintas aplicaciones que el estudio de los eclipses de Fobos sobre Marte pudieran tener en otras disciplinas científicas requieren, no sólo de un modelo preciso de predicción que permita realizar pronósticos fiables de la ocurrencia de dicho fenómeno en cierto lugar de interés, si no también información acerca de la posición, forma y tamaño de los cuerpos involucrados: Sol, Fobos y Marte.

Las posiciones relativas de estos tres objetos están definidas en distintos sistemas de referencia, por lo que será necesario reducirlas a un único sistema de referencia común, siendo así necesario conocer con precisión los parámetros que permitan relacionar los distintos sistemas de referencia involucrados.

En este capítulo, desarrollaremos un modelo de predicción de eclipses para un hipotéticamente conocido observador sobre la superficie de Marte, modelo que se aplicará para predecir los tiempos de las observaciones actualmente disponibles de

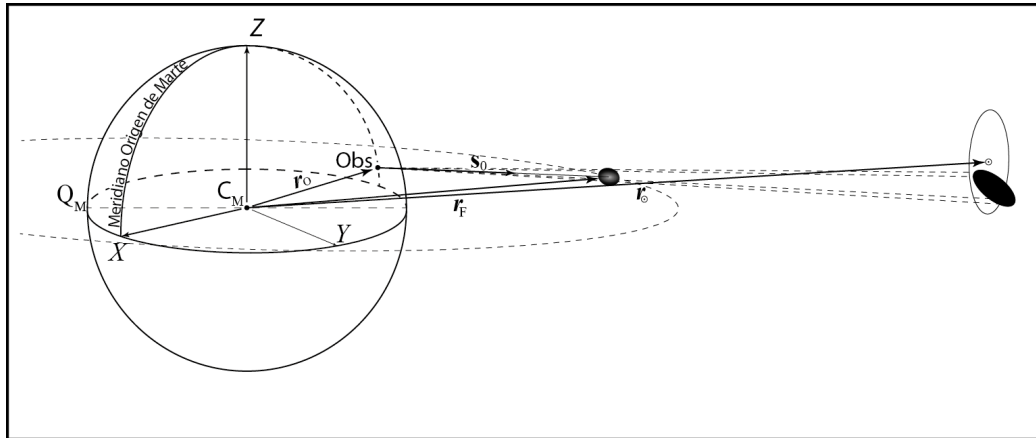


Figura 2.1: Proyección sobre el plano del disco solar de un tránsito de Fobos a través del Sol desde un observador situado sobre la superficie de Marte. Figura no a escala.

eclipses de Fobos con el objetivo, no sólo de comprobar la fiabilidad del modelo, si no también de analizar los parámetros que conectan los sistemas de referencia que mejor se ajusten a las observaciones de dichos eclipses.

2.1. Parametrización de Eclipses para un Observador de Coordenadas Conocidas

Para determinar la visibilidad de un eclipse solar de Fobos por un observador situado sobre la superficie de Marte, estudiamos la figura aparente del satélite sobre el disco solar desde la posición de observación (Barderas y Romero, 2012; Harri et al., 2012a), situación representada esquemáticamente en la Figura 2.1. Para ello, en primer lugar, nos centraremos en la proyección del centro de Fobos sobre el disco solar desde la perspectiva del observador, que denotaremos por F' .

Consideremos un sistema de referencia centrado en Marte, $\{C_M; X, Y, Z\}$, cuyo plano fundamental, $\{X, Y\}$, sea el plano del ecuador de Marte de la fecha, el eje X se encuentre en la dirección del meridiano origen de Marte, el eje Z en la dirección

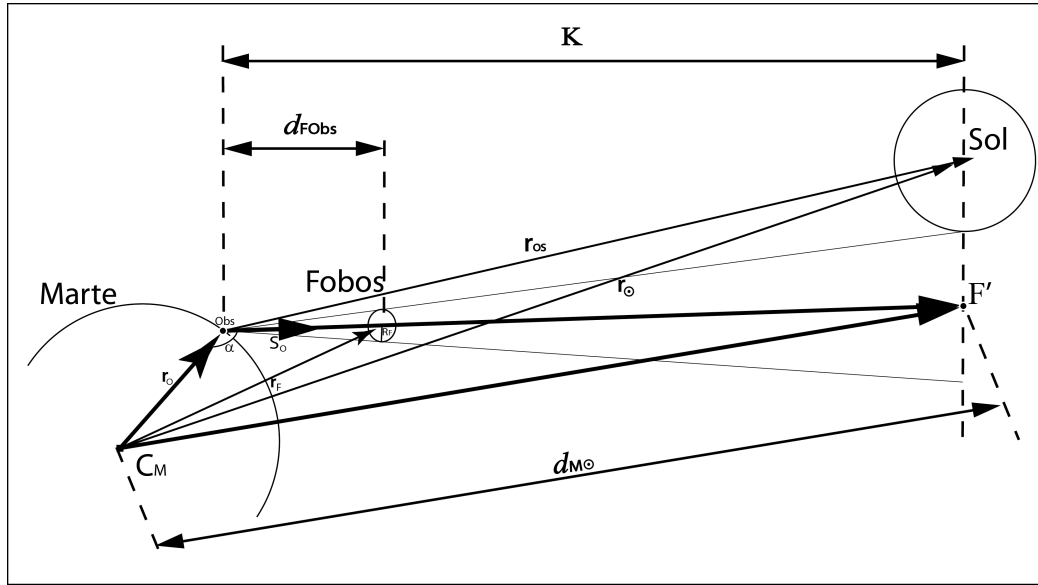


Figura 2.2: Proyección transversal de un tránsito de Fobos. Figura no a escala.

del polo de rotación, y el eje Y formando un triedro directo con ambos.

En este sistema de referencia areocéntrico, el vector de posición del punto F' vendrá dado por

$$\mathbf{r}_{F'} = \mathbf{r}_o + \kappa \mathbf{s}_0, \quad (2.1)$$

donde κ es la distancia entre el observador y el punto F' , \mathbf{r}_o es el vector posición del observador y \mathbf{s}_0 el vector director unitario que caracteriza la línea que une el observador con el centro de Fobos:

$$\mathbf{s}_0 = \frac{\mathbf{r}_F - \mathbf{r}_o}{|\mathbf{r}_F - \mathbf{r}_o|}, \quad (2.2)$$

que constituirá el eje de proyección de la figura sobre el disco solar.

Por otro lado, el teorema del coseno aplicado al triángulo formado por el centro de Marte, el observador y F' (ver Figura 2.2) lleva a la ecuación

$$\kappa^2 - 2\mathbf{r}_o \cdot \mathbf{s}_0 \kappa + \|\mathbf{r}_o\|^2 - \mathbf{d}_{C_M \odot}^2, \quad (2.3)$$

donde $d_{C_M\odot}^2$ es la distancia desde el centro de Marte al disco del Sol. La solución asociada a esta ecuación (2.3), visible para el observador, resulta

$$\kappa = \mathbf{r}_o \cdot \mathbf{s}_0 + \sqrt{(\mathbf{r}_o \cdot \mathbf{s}_0)^2 + d_{C_M\odot}^2 - \|\mathbf{r}_o\|^2}. \quad (2.4)$$

Consideremos ahora los vectores directores desde el observador al centro del Sol, \mathbf{r}_{oS} , y a la proyección del centro de Fobos, $\mathbf{r}_{OF'}$; dados respectivamente por

$$\mathbf{r}_{OF'} = \kappa \mathbf{s}_0, \quad (2.5)$$

$$\mathbf{r}_{oS} = \mathbf{r}_{\odot} - \mathbf{r}_o, \quad (2.6)$$

donde \mathbf{r}_{\odot} es el vector posición del centro del Sol en el sistema de referencia areo-céntrico considerado. Si la diferencia entre ambos es menor que el radio del Sol, R_{\odot} :

$$|\mathbf{r}_{OF'} - \mathbf{r}_{oS}| \leq R_{\odot} \quad (2.7)$$

se tendrá un eclipse central según la perspectiva del observador.

Para analizar la influencia de la figura de Fobos bastaría proyectar cada punto de su superficie sobre el disco del Sol tal y como se ha descrito anteriormente para el centro de Fobos. No obstante, al tener Fobos una rotación síncrona y mantener un mismo hemisferio siempre apuntando al centro de Marte, podemos aproximar la figura de Fobos por un elipsoide (Willner et al., 2010). En particular, Fobos se ha aproximado por un elipsoide cuyo semieje mayor, en la dirección de la órbita, sea la media de sus ejes ecuatoriales, $R_{FH} = 12,195$ kilómetros, y su semieje menor, perpendicular a éste, $R_{FV} = 9,07$ kilómetros. La proyección de dicho elipsoide

sobre el disco del Sol se corresponderá con una elipse de semiejes

$$S_h = R_{FH} \frac{\kappa}{d_{FObs}}, \quad (2.8)$$

$$S_v = R_{FV} \frac{\kappa}{d_{FObs}}, \quad (2.9)$$

donde d_{FObs} es la distancia entre el observador y el centro de Fobos medida en la dirección del vector \mathbf{s}_0 . El semieje mayor, S_h , se proyectará según la dirección aparente en la que la Fobos incide en el disco solar, mientras que el semieje menor, S_v , será perpendicular a éste.

Asumiendo el plano del disco del Sol como un nuevo sistema de referencia cuyo centro se corresponda con el centro del Sol, la figura aparente de Fobos, con centro en $(x_{F'}, y_{F'})$, quedará parametrizada por la elipse

$$\begin{aligned} x(t) &= x_{F'}(t) + r(t) \cos(t) \cos \alpha - r(t) \sin(t) \sin \alpha \\ y(t) &= y_{F'}(t) + r(t) \cos(t) \sin \alpha + r(t) \sin(t) \cos \alpha \end{aligned}, \quad (2.10)$$

con $t \in [0, 2\pi)$ y donde $r(t) = \left(\frac{\cos^2 t}{S_h^2} + \frac{\sin^2 t}{S_v^2} \right)$ es la distancia desde el centro a cada uno de los puntos de la elipse. α es el ángulo de incidencia de Fobos en el disco del Sol, que podrá obtenerse, dadas dos posiciones consecutivas de la proyección del centro de Fobos relativa al centro del Sol, $(x_{F'}^1, y_{F'}^1)$ y $(x_{F'}^2, y_{F'}^2)$, como

$$\alpha = \arctan \left(\frac{y_{F'}^2 - y_{F'}^1}{x_{F'}^2 - x_{F'}^1} \right). \quad (2.11)$$

Finalmente, habrá un tránsito de Fobos a través del sol si

$$\sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} \leq R_{\odot}, \quad (2.12)$$

para algún t . Los instantes de contacto inicial y final serán aquellos en los que la

elipse es tangente al disco del Sol.

2.2. Obtención de las Efemérides del Sol y Fobos

Para poder determinar de forma precisa los instantes de comienzo y final de los eclipses según las ecuaciones expuestas en la sección 2.1, es necesario disponer de unas efemérides precisas tanto de Fobos como del Sol para cualquier instante en el sistema de referencia areoecuatorial centrado en Marte $\{C_M; X, Y, Z\}$ anterior. En lo sucesivo llamaremos a este sistema mediante el acrónimo M–MMEPMD (por sus siglas en inglés *Mars–centered, Mars Mean Equator and Prime Meridian of date* –centrado en Marte, ecuador medio de Marte y meridiano origen de la fecha–).

Dichas efemérides pueden obtenerse para un instante de tiempo dado a través del *Jet Propulsion Laboratory JPL Developmental Ephemeris DE421* (Folkner et al., 2008). No obstante, en el capítulo 3 se planteará el estudio de los patrones espacio temporales de los eclipses de Fobos sobre la superficie de Marte con el objeto de programar futuras observaciones del fenómeno. En ese contexto, tal y como señala Romero et al. (2011a), para modelar el comportamiento y evolución de los eclipses para largos períodos de tiempo, son de mayor utilidad las teorías analíticas.

Por este motivo, las efemérides del Sol se han obtenido a partir de los elementos orbitales de Marte, y sus tasas de cambio, definidos en un sistema de referencia centrado en el Sol, cuyo plano fundamental es la eclíptica media y origen el equinoccio medio de la época J2000, sistema que denotaremos S–MEE2000 (por sus siglas en inglés *Sun–centered, Mean Ecliptic and Equinox J2000*).

En el caso de Fobos, durante los últimos años ha habido grandes avances en el desarrollo de las efemérides de los satélites de Marte por parte de distintos grupos de investigación, publicándose varios trabajos en este sentido con una precisión

cercana al kilómetro (Lainey et al., 2007; Jacobson, 2010). En particular las efemérides se han derivado del trabajo de Lainey et al. (2007), dadas con respecto al centro de Marte en un sistema cuyo plano fundamental es el ecuador terrestre medio de la época J2000 (M–EME2000, por sus siglas en inglés *Mars-centered Earth Equator of date*). Dichas efemérides se obtuvieron mediante un ajuste de observaciones de Fobos desde 1877 a 2005 y presentan unas diferencias inferiores al kilómetro en la dirección radial y 2,5 kilómetros en la transversal con las posteriormente desarrolladas por el *JPL* (Jacobson, 2010).

A continuación se describen los desarrollos necesarios para transformar ambos sistemas de referencia, S–MEE2000 y M–EME2000, en el sistema de referencia centrado en Marte M–MMEPMD empleado en la sección anterior (sección 2.1), y los parámetros necesarios para dichas transformaciones según aparecen publicados en distintas referencias con el objetivo ulterior de elegir los más apropiados para el problema de la detección de eclipses.

2.2.1. Efemérides del Sol

Como ya se ha indicado previamente, las efemérides del Sol en el sistema de referencia M–MMEPMD se han obtenido a partir de los elementos orbitales (a, e, i, Ω, ω y L –descritos en la figura 2.3–), y sus tasas de cambio, ($\dot{a}, \dot{e}, \dot{i}, \dot{\Omega}, \dot{\omega}$ y \dot{L}) en el sistema de referencia S–MEE2000. En la Tabla 2.1 se muestran los valores de dichos elementos orbitales y sus tasas de cambio según aparecen en distintos trabajos (Standish et al., 1992; Allison y McEwen, 2000; Standish y Williams, 2009). Toda vez hayan sido obtenidas estas efemérides, las coordenadas del Sol serán las opuestas a las coordenadas de Marte y únicamente restará su transformación al sistema de referencia M–MMEPMD.

La posición de Marte en el plano orbital de la eclíptica con origen el perihelio, P_M , viene dada, como puede observarse en la Figura 2.3, a partir de sus coor-

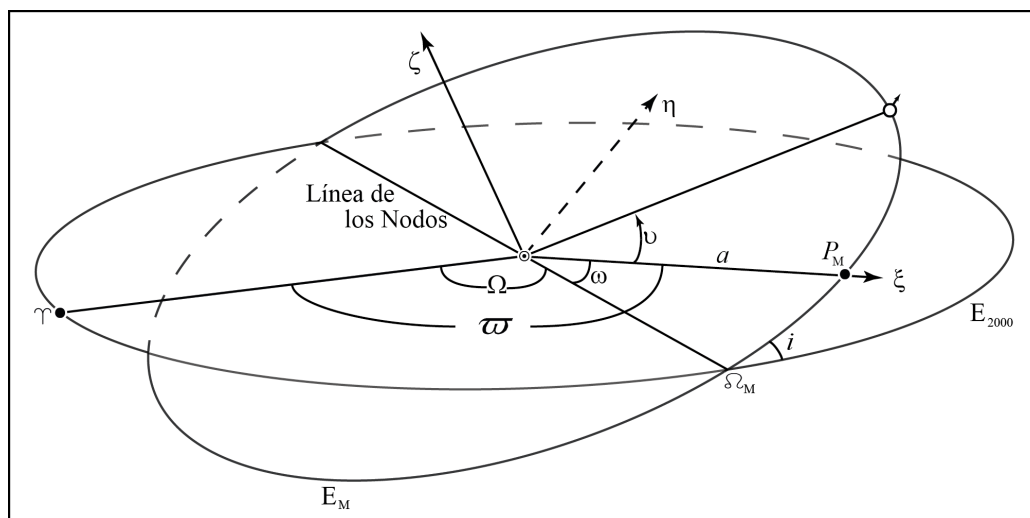


Figura 2.3: Descripción de los elementos orbitales de la órbita de Marte, referidos a la eclíptica (E_{2000}) y equinoccio (Υ) medios de la época J2000. a representa el semieje mayor de la órbita; e , la excentricidad de la órbita; i su inclinación con respecto al plano de la eclíptica; L , la longitud media; ϖ , la longitud del perihelio (P_M); y Ω , la longitud del nodo ascendente de la órbita sobre la eclíptica (δ), medido sobre la eclíptica desde el equinoccio Vernal, Υ . ϖ representa el ángulo roto obtenido al sumar este último con la longitud del arco de órbita desde el nodo hasta el perihelio, ω . σ simboliza la posición de Marte sobre la eclíptica de Marte (E_M) y ν la anomalía verdadera, ángulo medido sobre E_M entre σ y P_M .

denadas polares con centro el Sol, (r, ν) , donde r es el radio vector del planeta y ν es la anomalía verdadera, ángulo medido sobre la eclíptica desde el perihelio hasta el propio Marte. Estas coordenadas polares pueden transformarse en sus equivalentes cartesianas mediante las relaciones

$$\begin{aligned}\xi &= r \cos \nu \\ \eta &= r \sin \nu \quad , \\ \zeta &= 0\end{aligned}\tag{2.13}$$

en un sistema de referencia con origen el centro del Sol y plano fundamental la

Tabla 2.1: Elementos keplerianos y sus tasas de cambio con respecto a la eclíptica media y equinoccio del J2000 (S–MEE2000).

Elemento Orbital	Standish et al. (1992)	Allison y McEwen (2000)	Standish y Williams (2009)
a (au)	1,52366231	1,52368	1,52371034
\dot{a} (au/cty)	-0,0000722	N.D. ¹	0,00001847
e (rad)	0,09341233	0,09340	0,09339410
\dot{e} (rad/cty)	0,00011902	0,00009047	0,00007882
i (deg)	1,85061	1,8497	1,84969142
\dot{i} (deg/cty)	-0,007075	-0,0081451	-0,00813131
L (deg)	355,45332	355,4472	355,44656795
\dot{L} (deg/cty)	19140,30661	19139,85818595	19140,30268499
ϖ (deg)	336,04084	336,0602	-23,94362959
$\dot{\varpi}$ (deg/cty)	0,43355	0,443888325	0,44441088
Ω (deg)	49,57854	49,5581	49,55953891
$\dot{\Omega}$ (deg/cty)	-0,28338661	-0,29502425	-0,29257343

¹ Dato no disponible.

eclíptica media de J2000, cuyo eje ξ se encuentra en la dirección de la línea que contenga al semieje mayor de la órbita, o Línea de los Ápsides, el eje ζ en la dirección del polo de la órbita y el eje η formando un triedro directo con ambos.

La Figura 2.4 muestra el plano $\{\xi, \eta\}$ de este sistema de referencia intermedio y la anomalía verdadera, ν , conjuntamente con la anomalía excéntrica, E , necesaria para el cálculo de ν . La relación entre ambas anomalías viene dada por la expresión (Romero, 1990; Montenbruck y Gill, 2000)

$$\tan \nu = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E}{\cos E - e}, \quad (2.14)$$

donde E puede calcularse iterativamente en función del tiempo aplicando el método de Newton–Raphson a la *Ecuación de Kepler* (Sevilla, 1989)

$$E(t) - e \sin E(t) = M_0 + M, \quad (2.15)$$

Será pues necesario llevar el eje ξ a la dirección de X' mediante una rotación alrededor del eje ζ de ángulo la longitud del perihelio de Marte desde el equinoccio vernal de Marte; resultando entonces las coordenadas del centro del Sol, (x', y', z') , opuestas a las correspondientes de Marte:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = -\mathbf{R}_z(-\omega + \theta_M) \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \varsigma \end{pmatrix} = -r \begin{pmatrix} \cos(\nu + \omega - \theta_M) \\ \sin(\nu + \omega - \theta_M) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

donde θ_M es la longitud del equinoccio de Marte medida sobre la órbita de Marte desde el nodo ascendente de la órbita sobre la eclíptica de Marte y ω el argumento del perihelio, que puede calcularse como la diferencia entre los elementos keplerianos longitud del perihelio ϖ y longitud del nodo ascendente, Ω .

Finalmente, para transformar estas coordenadas intermedias (2.18) al sistema de referencia M–MMEPMD será necesaria la composición de otras rotaciones. La primera alrededor del eje X' de ángulo la oblicuidad del ecuador marciano, ε_M , para hacer coincidir el plano fundamental de la órbita con el del ecuador de Marte; y una rotación final alrededor del eje Z de ángulo la longitud del equinoccio de Marte desde el meridiano origen de Marte, V_M , para llevar la dirección del equinoccio de Marte al meridiano origen de longitudes de Marte. Esto es:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{R}_z(V_M) \mathbf{R}_x(\varepsilon_M) \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = -\mathbf{R}_z(V_M) \mathbf{R}_x(\varepsilon_M) \mathbf{R}_z(-\omega + \theta_M) \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \varsigma \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

La Figura 2.5 muestra una relación entre los sistemas de referencia hasta aquí empleados para obtener las efemérides del centro del Sol, así como de los parámetros de orientación V_M , ε_M , y θ_M que aparecen en la ecuación (2.19) y necesarios para una correcta transformación entre ellos.

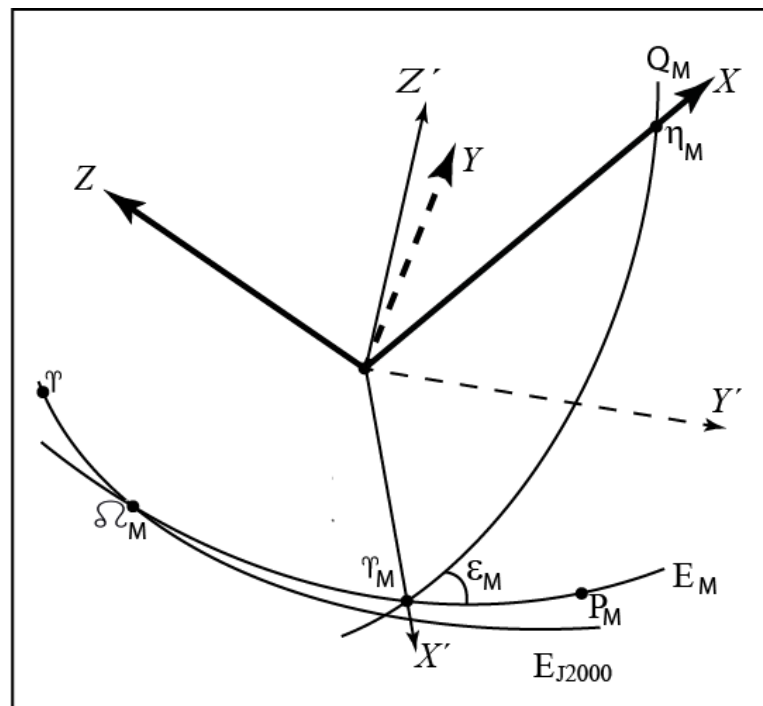


Figura 2.5: Sistemas de referencia empleados en la obtención de las efemérides del Sol. Los puntos P_M , Υ_M , η_M y Ω_M refieren respectivamente al pericentro de la órbita, al equinoccio de Marte, a la intersección entre el meridiano origen y el ecuador de Marte, Q_M ; y al nodo ascendente de la órbita de Marte, E_M , sobre la eclíptica media J2000, E_{2000} .

Los parámetros empleados para orientar los sistemas de referencia θ_M , ν_M y ε_M se corresponden con los arcos $(\Omega_M \Upsilon_M)$, $(\eta_M \Upsilon_M)$ y con la inclinación entre los planos Q_M y E_M , respectivamente.

En la Tabla 2.2 se listan los diferentes valores y sus tasas de cambio según han sido definidos por diferentes autores (Allison y McEwen, 2000; Chapront-Touzé, 1990; Folkner et al., 1997; Standish et al., 1992; Burkhart, 2006; Konopliv et al., 2006; Standish y Williams, 2009). El objetivo final de este capítulo será contrastar cuáles de todos estos parámetros son los más convenientes para el modelo desarrollado.

Tabla 2.2: Parámetros de orientación del sistema M–MMEPMD.

Parámetro	Chapront-Touzé (1990)	Standish et al. (1992)	Folkner et al. (1997)	Allison et al. (2000)	Burkhart (2006)	Konopliv et al. (2006)	Standish et al. (2009)
θ_M (deg)	35,496817571	35,3371555	35,43777	N.D.	N.D.	35,43766713	35,4371
$\dot{\theta}_M$ (deg/d)	$2,507593 \times 10^{-6}$	$-3,23 \times 10^{-6}$	$-5,76 \times 10^{-6}$			$-5,756 \times 10^{-6}$	$-5,76 \times 10^{-6}$
V_M (deg)	N.D.	328,70742325	313,61259	313,476	313,3828	313,38465	313,61259
\dot{V}_M (deg/d)		350,89199047	350,89198521	350,8919852	350,89198226	350,891985286	350,8919851244
ε_M (deg)	25,192028020	25,1808415	25,189417	25,1999	N.D.	25,1893984585	25,1886
$\dot{\varepsilon}_M$ (deg/d)	$3,269878 \times 10^{-7}$	$8,213552 \times 10^{-7}$	$7,605141 \times 10^{-10}$	$3,449692 \times 10^{-7}$		5×10^{-9}	$-1,094 \times 10^{-7}$

2.2.2. Efemérides de Fobos

Muchos autores han tratado el estudio y construcción de teorías del movimiento de Fobos (Shor, 1975; Sinclair, 1978; Morley, 1990; Chapront-Touzé, 1988; Jacobson et al., 1989; Emelyanov et al., 1993; Waz, 1999) empleando diferentes sistemas de referencia. La mayoría de estos estudios han sido actualizados con recientes observaciones de Fobos (Shor, 1988; Sinclair, 1989; Chapront-Touzé, 1990), siendo las más recientes las de Lainey et al. (2007) y Jacobson (2010).

Como ya se ha indicado con anterioridad, las coordenadas de Fobos se han derivado, en nuestro caso particular, a partir de la teoría orbital de Lainey et al. (2007). En dicho trabajo se realizó un ajuste de observaciones de Fobos realizadas entre los años 1877 y 2005, tanto desde estaciones terrestres como espaciales, desde las misiones *Mars Express* (MEX), MGS, *Phobos 2*, *Viking 1-2* y *Mariner 9*. En dicho ajuste se utilizaron, además, el modelo gravitatorio MGM1041C (Tyler et al., 2003), las perturbaciones del Sol, Júpiter, Saturno, la Tierra y la Luna, las masas de Fobos y Deimos, los modelos de precesión y rotación de Marte según Seidelmann et al. (2002) y un modelo de potencial de marea, para permitir un mejor ajuste de la aceleración secular de los satélites. El modelo no incluye, sin embargo, un modelo de rotación de Fobos, que condiciona la precisión esperada en las efemérides en hasta un kilómetro para el período 1990–2015.

Por otro lado, las efemérides derivadas utilizando esta teoría se encuentran referidas con respecto a un sistema con origen en Marte y plano fundamental el ecuador terrestre de la época J2000, M–EME2000. Denotaremos por $\{C_M; \bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}\}$ a este sistema, donde el eje \bar{X} se encuentra en la dirección del equinoccio medio J2000, \bar{Z} perpendicular al ecuador medio J2000 e \bar{Y} formando un triedro directo con ambos.

En la Figura 2.6 se muestran esquemáticamente los parámetros involucrados

sobre el ecuador terrestre.

2. Una rotación de ángulo $90 + \delta_0$ alrededor de la línea de los nodos para hacer coincidir los planos fundamentales.
3. Una rotación de ángulo W alrededor del eje Z definido por la dirección del polo de Marte, para llegar al meridiano origen de longitudes de Marte, Airy-0.

La composición de estas rotaciones permitirá la obtención de las correspondientes coordenadas de Fobos en el sistema de referencia requerido M-MMEPMD mediante:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R_z(W) R_x(90 - \delta_0) R_z(90 + \alpha_0) \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Al igual que ocurría con los parámetros de orientación necesarios para derivar las efemérides del Sol, los parámetros α_0 , δ_0 y W varían sensiblemente según la referencia consultada, si bien existen unos valores recomendados por el grupo de trabajo en Coordenadas Cartográficas y Elementos Rotacionales de los planetas y sus satélites (Archinal et al., 2011). La Tabla 2.3 lista los valores de estos parámetros tal y como han sido definidos por diferentes autores.

Tabla 2.3: Valores y tasas de cambio de los parámetros para la dirección del polo de rotación y meridiano origen de Marte.

Parámetro	Davies et al. (1992)	Folkner et al. (1997)	Oberst et al. (1998)	Archinal et al. (2011)
α_0 (deg)	317,681	317,68143	317,681431	317,68143
$\dot{\alpha}_0$ (deg/cty)	-0,108	-0,1061	-0,10617	-0,1061
δ_0 (deg)	52,886	52,88650	52,886503	52,88650
$\dot{\delta}_0$ (deg/cty)	-0,061	-0,0609	-0,06094	-0,0609
W (deg)	176,868	176,901	176,901	176,630
\dot{W} (deg/d)	350,8919830	350,89198226	350,891982268	350,89198226

2.3. Análisis de los Parámetros que Conectan los Sistemas de Referencia Tierra-Marte

Como ya se ha indicado en la sección precedente los parámetros involucrados en las distintas transformaciones entre sistemas de referencia Tierra-Marte (Tablas 2.2 y 2.3) varían sensiblemente en la literatura existente. Con el objetivo de chequearlos y seleccionar los más adecuados al modelo, contrastaremos los diferentes tiempos obtenidos en la simulación de eclipses de Fobos ya observados desde Marte mediante un programa implementado en *Fortran*. Se describen a continuación los eclipses observados así como el análisis de las predicciones que se han obtenido para ellos aplicando los diferentes valores de los parámetros existentes.

2.3.1. Datos Observacionales de Eclipses de Fobos

El fenómeno, excepcional en la Tierra dado lo infrecuente de los alineamientos orbitales necesarios, con una media de 2,4 eclipses anuales; es relativamente frecuente en Marte, donde, como se verá en el capítulo 3, pueden observarse varios tránsitos diarios desde un mismo lugar para una época determinada; habiéndose observado, directa o indirectamente, por varias misiones espaciales a Marte.

Las primeras observaciones de las que se tiene constancia corresponden a la misión Viking. Ya en la década de 1970 la sombra de Fobos fue observada en tres ocasiones directamente sobre la sonda Viking I en la región de *Chryse Basin* (Duxbury, 1978). Estas observaciones, enmarcadas en un proyecto de toma de imágenes directas de Fobos y Deimos con el objetivo de determinar sus propiedades físicas y dinámicas, aportaron información tanto para mejorar sus efemérides como para determinar los tamaños y formas de ambos satélites (Duxbury, 1978). La

Tabla 2.4: Emplazamiento de la sonda Viking I según distintas referencias.

Referencia	Latitud (deg)	Longitud (deg)	Elevación (km)
Standish et al. (1992)	22.27198	311.8027	-00.12098
Folkner et al. (1997)	22.26919	311.7783	-00.18436
Oberst et al. (1998)	22.26920	311.7783	-00.18000
Bills et al. (2005)	22.26891	312.0434	N.D.
Standish y Williams (2009)	22.27010	311.8216	-00.16108
<i>Horizons Web Service</i>	22.22125	312.0320	+04.32261

Coordenadas planetocéntricas. Elevación con respecto a un radio medio de Marte de 3389,5 km. Longitudes medidas hacia el Este.

particularidad de que la sombra incidiera en la región de amortizaje del módulo Viking I permitió que fuera observado simultáneamente, tanto directamente por el satélite de la misión, como indirectamente por las cámaras del módulo de tierra como un descenso del nivel de luz ambiente. La simultaneidad de las observaciones pudiera haber permitido identificar la zona de amortizaje en las imágenes del orbitador (Duxbury, 1978); no obstante, el alto contenido de polvo atmosférico en el momento de las observaciones inhibió la asignación de posiciones de ciertas características visibles en el entorno del módulo de tierra en las imágenes del satélite y, por tanto, identificar de forma absoluta el lugar de amortizaje de la sonda en las imágenes satelitales (Christou, 2002).

También mediante un método indirecto, el altímetro láser (MOLA, por sus siglas en inglés *-Mars Orbiter Laser Altimeter-*) a bordo de la MGS detectó 15 tránsitos de la sombra de Fobos sobre la superficie de Marte buscando cambios en el brillo del planeta durante tres años marcianos, 1999–2004 (Bills et al., 2005). Estos datos de los eclipses parciales fueron empleados para estimar la aceleración secular de Fobos en longitud (Bills et al., 2005), conjuntamente con uno de los eventos ya detectados por la misión Viking I, si bien para este último se documentaron distintas coordenadas de observación y tiempos de contacto inicial y final del evento. Ha de notarse a este respecto, que si bien el posicionamiento del módulo

Tabla 2.5: Datos de eclipses de Fobos observados por la Viking I.

Evento	Fecha	Instante Inicial	Instante Final
Viking I-1	20/09/1977	20:38:28	20:38:57
Viking I-2	24/09/1977	01:27:08	01:27:39
Viking I-3	28/09/1977	05:02:42	05:03:11

Datos de observaciones TUC según Christou (2002).

Viking I se realizó a través de medios radiométricos, sus coordenadas areográficas varían en la literatura hasta varios kilómetros (Parker et al., 1999). En la tabla 2.4 se muestran algunas de las diferentes localizaciones del módulo Viking I según aparecen en distintas referencias consultadas.

Finalmente, los vehículos de exploración Marciana *Spirit* (MER-A) y *Opportunity* (MER-B), tomaron las primeras imágenes directas de un eclipse tomadas desde otro planeta (Bell et al., 2005). Las cámaras panorámicas de ambos vehículos registraron un total de 4 tránsitos entre marzo y abril de 2004, tres de ellos fotografiados por el MER-B y el cuarto por el MER-A. Adicionalmente, Dean et al. (2010) presentó una composición de imágenes en tiempo real de otro tránsito de Fobos fotografiado por el MER-B en 2010. A lo largo de su dilatada vida útil, ambos vehículos han dispuesto de numerosas oportunidades adicionales para detectar el fenómeno; no obstante, según el conocimiento del autor, no se disponen de más observaciones con información acerca de la localización y/o temporalización de las mismas publicadas hasta la fecha.

Adicionalmente, la sombra de Fobos ha sido detectada en numerosas ocasiones en las imágenes de la Cámara Orbital de Marte (MOC, por sus siglas en inglés de *Mars Orbiter Camera*) de la MGS (Willner et al., 2007a; Rainey y Aharonson, 2006) y de la Estéreo Cámara de Alta resolución (HRSC, por sus siglas en inglés de *High Resolution Stereo Camera*) de la Mars Express (Willner et al., 2007a). Debido a la dispersión de las imágenes y al error de búsqueda del

Tabla 2.6: Datos de eclipses de Fobos observados por el MOLA.

Evento	Latitud	Longitud	Fecha	Instante	Δt
MOLA1	-35,°4330	073,°8112	10/05/1999	23:07:41	2
MOLA2	-18,°7435	176,°7834	16/06/1999	15:44:30	1
MOLA3	08,°0011	138,°0214	19/08/1999	11:11:58	2
MOLA4	10,°5700	310,°3241	26/08/1999	04:00:30	2
MOLA5	-38,°7748	098,°3065	27/03/2001	06:11:54	3
MOLA6	06,°0409	251,°3572	25/06/2001	05:35:30	3
MOLA7	47,°9917	154,°9400	12/01/2002	21:20:30	6
MOLA8	-00,°6501	347,°9598	28/04/2002	04:19:46	6
MOLA9	-13,°6179	355,°1518	31/05/2002	01:00:16	5
MOLA10	-14,°0436	211,°7248	02/04/2003	15:32:22	7
MOLA11	29,°7939	277,°7320	22/12/2003	12:31:22	5
MOLA12	17,°6689	111,°7624	17/01/2004	16:27:09	6
MOLA13	-01,°0661	252,°0035	09/03/2004	16:35:20	5
MOLA14	-20,°3817	355,°2571	03/05/2004	21:14:39	3
MOLA15	-49,°2834	100,°2560	28/06/2004	01:50:30	5

Datos de observaciones según Bills et al. (2005). Los instantes de observación se han aproximado al segundo más cercano (TUC). Δt es la incertidumbre en la diferencia entre los tiempos calculado y observado.

Posiciones con respecto al ecuador y meridiano de referencia de Marte M-MMEPMD.

centro de la sombra, se detectaron grandes discrepancias entre las observaciones y las predicciones (Willner et al., 2007b); siendo las imágenes del MOC consideradas muy sesgadas si se comparaban con la precisión de los modelos orbitales disponibles. Por otro lado, la toma de imágenes se realiza mediante el principio *pushbroom*, adquiriendo imágenes de un área durante un cierto período de tiempo en el que, además, la sombra de Fobos está en movimiento (Willner, 2010), lo que contribuye a acrecentar la dispersión de las imágenes. Por estos motivos, y dado que se carece, según conocimiento del autor, de información relativa a los tiempos y localización de la sombra, estas observaciones no se han incluido en el análisis ulterior.

Las Tablas 2.5, 2.6 y 2.7 muestran un resumen de las observaciones de los eclipses de Fobos presentados para la Viking I, el MOLA y los MERs, respectiva-

mente.

Tabla 2.7: Datos de eclipses de Fobos observados por los MERs.

Evento	Fecha	Instante Inicial	Instante final	Δt
MER-B1 ¹	07/03/2004	02:46:31	02:46:45	-3
MER-B2 ¹	10/03/2004	07:36:32	07:37:01	-3
MER-B3 ¹	12/03/2004	13:40:58	13:41:31	-3
MER-B4 ²	09/11/2010	16:34:23	16:35:00	N.D.
MER-A1 ¹	18/04/2004	21:06:05	21:06:31	<9

Datos de observaciones, ¹ según Bell et al. (2005) y ² según Dean et al. (2010). Δt en la diferencia estimada en segundos de TU, debida a la deriva del reloj, entre el tiempo real y el registrado por el vehículo de exploración con una incertidumbre de 2 a 5 segundos (Bell et al., 2005).

Posiciones de los vehículos con respecto al ecuador y meridiano de referencia de Marte según Bell et al. (2005): MER-A, situado a una latitud y longitud de $\varphi = -01,94830N$ y $\lambda = 354,47417E$; MER-B, a $\varphi = -14,56920N$ y $\lambda = 175,47290E$.

2.3.2. Análisis de los Parámetros

Con el objetivo de analizar los parámetros presentados en las Tablas 2.2 y 2.3 que mejor se ajusten a las observaciones de eclipses disponibles y obtener una aproximación al orden de precisión en las predicciones, se han aplicado diferentes conjuntos de parámetros en la obtención de las coordenadas del Sol y Fobos (ecuaciones (2.18), (2.19) y (2.20)) al aplicar el modelo de predicción de la sección 2.1 para estimar los tiempos de inicio-final de los eclipses expuestos en las Tablas 2.5, 2.6 y 2.7.

La Figura 2.7 muestra las diferencias en segundos entre las predicciones y los datos observacionales para el comienzo de los eclipses observados por los MERs y el MOLA. Puede comprobarse como al aplicar los parámetros de rotación del polo de Marte y meridiano origen definidos en el trabajo de Archinal et al. (2011) las observaciones de los MERs quedan ajustadas con desviaciones inferiores a la deriva del reloj (entre 3 y 9 segundos según Bell et al. (2005), ver Tabla 2.7).

En particular, la longitud del equinoccio de Marte, V_M , según Burkhart (2006);

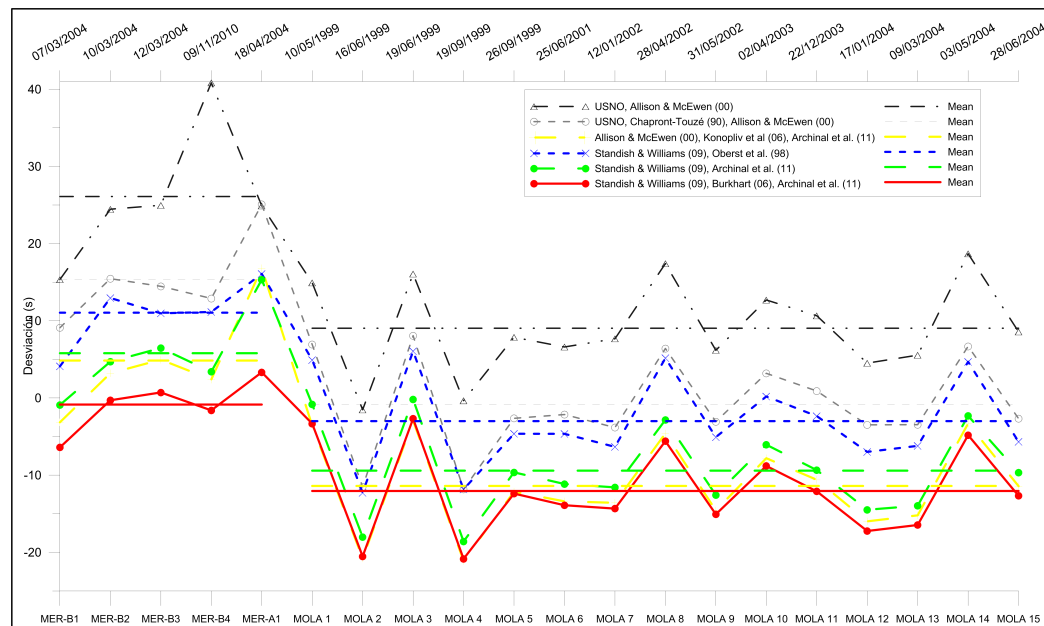


Figura 2.7: Diferencias (en segundos) entre las predicciones y las observaciones para los instantes iniciales de los tránsitos de Fobos observados por los MERs y el MOLA para distintos conjuntos de parámetros.

y la longitud θ_M , oblicuidad ε_M , y los elementos Keplerianos y sus tasas de cambio definidos por Standish y Williams (2009), respectivamente, son los que mejor se adaptan a las observaciones. Asimismo, como puede constatarse en el diagrama de cajas agrupado de la Figura 2.8, estos parámetros muestran la menor dispersión respecto de la media, casi nula, con una mediana también por debajo del límite de la deriva del reloj.

Debe notarse además como los valores atípicos se corresponden, para todos los grupos de parámetros considerados, con los eventos MER-B1 y MER-B4, del 07 de marzo de 2004 y 09 de noviembre de 2010, respectivamente. Dichos tránsitos coinciden con eventos tangentes en los que sólo una parte de Fobos atraviesa el disco del Sol. Teniendo en cuenta que las imágenes de los eclipses se tomaron cada 10 segundos, los instantes de contacto se estimaron con un modelo lineal

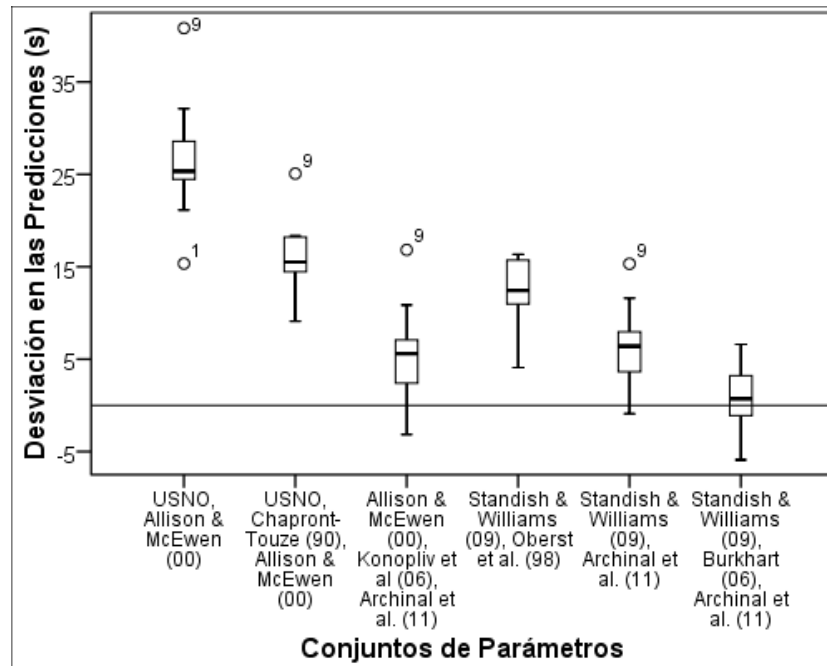


Figura 2.8: Diagrama de caja agrupado para las diferencias entre las predicciones y las observaciones de los instantes de contacto inicial y final de los tránsitos observados por los MER, según los distintos conjuntos de parámetros considerados.

¹ y ⁹ hacen referencia a los datos atípicos, MER-B1 (07/Mar./2004) y MER-B4 (09/11/2010), respectivamente.

de la posición del satélite en función del tiempo (Bell et al., 2005), lo que puede inducir un mayor error en los tiempos interpolados en este tipo de eventos. Más aún, el evento MER-B4 fue observado en 2010 desde una posición alejada de las coordenadas de amortizaje de 2004 empleadas en las predicciones.

Por otro lado, comparando las diferencias entre las predicciones y las observaciones obtenidas para los MERs y para el MOLA (Figura 2.7), puede observarse un desplazamiento sistemático de unos 15 segundos aproximadamente al aplicar un mismo conjunto de parámetros para predecir las observaciones de una y otra misión. Una posible explicación para este sistematismo estaría en la definición del Meridiano Origen de Marte para la época estándar *J2000*. Éste se define como la

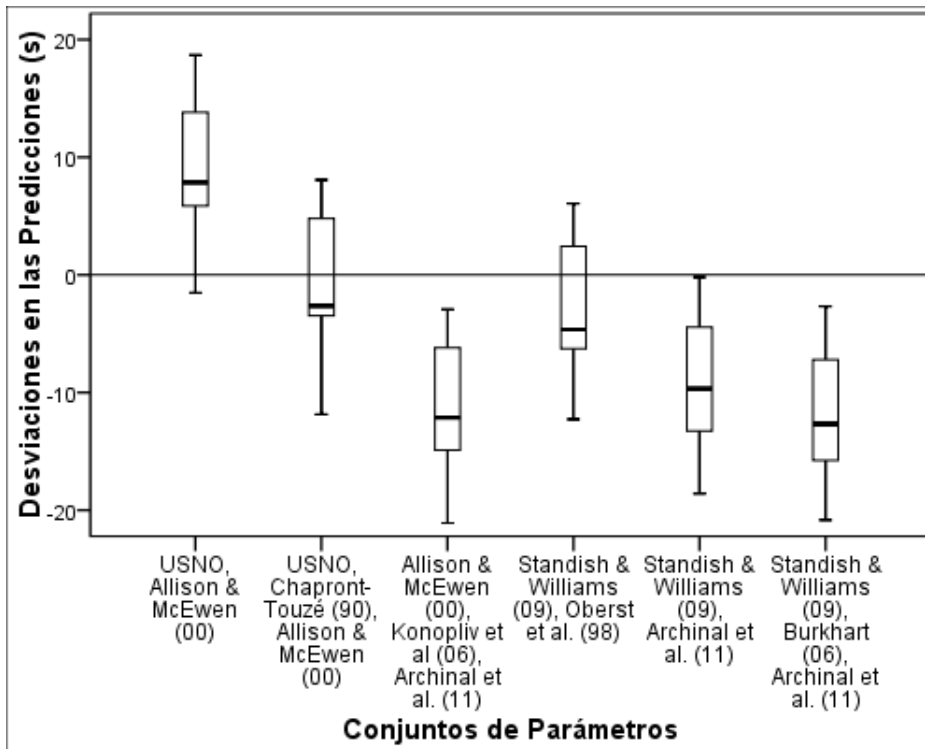


Figura 2.9: Diagrama de caja agrupado para las diferencias entre las predicciones y las observaciones para los tránsitos observados por el MOLA según los distintos conjuntos de parámetros considerados.

longitud de arco medida sobre el ecuador de Marte desde el nodo del ecuador de Marte sobre el ecuador ICRF en la época estándar, W_0 . Los valores propuestos por el Grupo de Trabajo en Coordenadas Cartográficas y Elementos Rotacionales de la UAI para W_0 han variado en el transcurso del tiempo, y por tanto, a través de las diferentes misiones a Marte (Davies et al., 1992, 1996; Archinal et al., 2011). En particular, en el trabajo de Smith et al. (2001) se señalan las constantes consideradas para la misión MOLA, siendo el valor adoptado el definido por Davies et al. (1992) $W_0 = 176,868$. Posteriormente, el valor adoptado por la UAI desde 2009 es $W_0 = 176,630$ (Archinal et al., 2011).

Congruente con esta adopción para el MOLA, las mejores predicciones se han obtenido para los valores de los elementos keplerianos dados en el trabajo de

Standish et al. (1992) y para los valores de los parámetros: θ_M según Chapront-Touzé (1990), la longitud del equinoccio de Marte y la oblicuidad según Allison y McEwen (2000), y los valores para la dirección del polo de rotación de Marte y del meridiano origen según Davies et al. (1992). No obstante, analizando el diagrama de caja agrupado para las observaciones del MOLA (Figura 2.9), las predicciones derivadas con los elementos keplerianos actualizados en el trabajo de Standish y Williams (2009) presentan una menor desviación estándar y, conjuntamente con el ángulo W_0 según Oberst et al. (1998), una diferencia media de aproximadamente 3 segundos con las observaciones, inferior al error medio señalado por Bills et al. (2005). Estas diferencias, que pueden alcanzar los 18,4 km en las observaciones de la sombra como señala (Willner et al., 2008) para las imágenes del HRSC y del MOC, también pueden estar influenciadas por los errores esperados en las efemérides de Fobos (Lainey et al., 2007).

Un análisis análogo a los anteriores se ha desarrollado para los eclipses detectados por la Viking I (Duxbury, 1978), analizando simultáneamente la influencia de la localización del módulo, que, tal como se indicó en la Tabla 2.4, puede variar hasta 15 kilómetros en longitud según la referencia consultada. Como puede verse en la Figura 2.10, en nuestro modelo, no hay predicción para el segundo de los eventos señalados en el trabajo de Duxbury (1978). Christou (2002) ya señala que, a pesar de encontrarse cerca, el eclipse no pasó directamente por encima del módulo. Además, el modelo sí permite predecir un evento el día 22/Sep./1977, hecho también señalado en el trabajo de Christou (2002), pero del cual no se dispone de datos de la Viking I.

Las diferencias entre las predicciones y las observaciones para los restantes primer y tercer eventos arrojan resultados muy similares para las coordenadas del lugar de amartizaje dadas por Standish et al. (1992), Folkner et al. (1997), Oberst et al. (1998) y Standish y Williams (2009), mostrando para cualquier conjunto de

parámetros un adelantamiento de sistemático de 5 segundos con respecto a las coordenadas proporcionadas por Bills et al. (2005) y el *Horizons Web Service*. Sin embargo, la desviación estándar se mantiene en todos los casos en el mismo orden, lo que sugiere que la latitud del módulo Viking I podría estar bien estimada en torno a $22,27^\circ$ (areocéntrica), no así la longitud, que parece estar desplazada hacia el Este según estos resultados, o bien que los tiempos de comienzo-final estuvieran mal determinados, posibilidad ya señalada por Christou (2002), puesto que estos no fueron registrados, sino calculados.

Ha de notarse que las comparaciones realizadas están limitadas exclusivamente a datos individuales de eclipses, por lo que no debe considerarse como

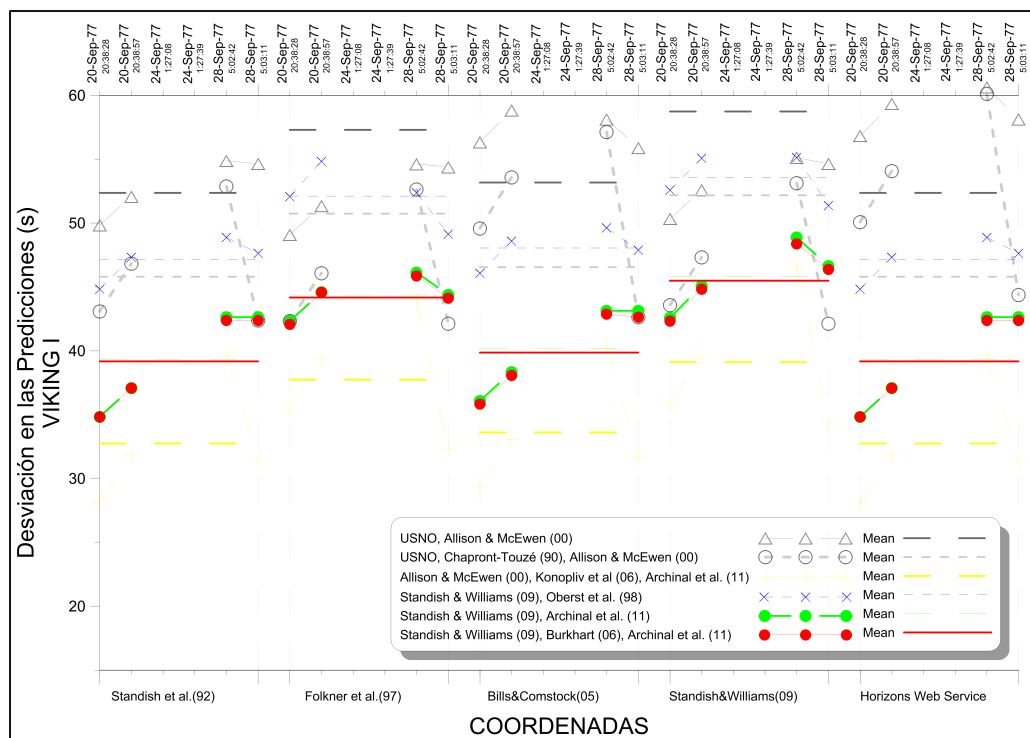


Figura 2.10: Diferencias (en segundos) entre las predicciones y las observaciones para los tránsitos de Fobos detectados por la sonda Viking I para distintos conjuntos de parámetros y coordenadas de amarzaje.

Tabla 2.8: Análisis de sensibilidad de los parámetros del modelo para eclipses centrales.

Parámetro	Perturbación	Influencia en la predicción (s)	Parámetro	Perturbación	Influencia en la predicción (s)
α_0	0,°015	1,0	R_{FH}	2 km	1,0
δ_0	0,°106	1,1	R_{FV}	1 km	0,1
W_0	0,°012	1,0	R_M	5 km	1,0
V_M	0,°016	1,0	α_F	0,°0003	1,5
ε_M	0,°025	1,2	δ_F	0,°0003	1,8
θ_M	0,°017	1,0	α_{\odot}	0,°0003	1,0
			δ_{\odot}	0,°0012	1,0

un criterio general de precisión de los valores de los parámetros.

Con el objetivo de analizar la influencia de estos y otros parámetros en el modelo, como la ascensión recta y la declinación de Fobos, se ha realizado un análisis de sensibilidad para eclipses centrales, cuyo resultado se muestra en la Tabla 2.8.

2.3.3. Simulaciones de Eclipses ya Observados

Como ya se ha indicado, la discrepancia sistemática detectada al realizar las predicciones para los eclipses detectados por los MER y el MOLA, independientemente del conjunto de parámetros elegido, se debe principalmente a la adopción del meridiano origen de Marte con respecto al ecuador ICRF (ángulo W_0), por lo que deberían elegirse los parámetros consecuentemente con la misión que deba aplicarse.

Dado que actualmente el valor recomendado por la UAI es el publicado en el trabajo de Archinal et al. (2011), y que estos parámetros, conjuntamente con los publicados en Burkhart (2006) y Standish y Williams (2009) permiten ajustar los tiempos de las predicciones para los MER con una desviación media respecto de las observaciones reales casi nula, son los propuestos para el presente trabajo.

Para los parámetros así elegidos, la Figura 2.11 muestra las simulaciones según el modelo desarrollado para los eclipses fotografiado por los MERs y cuyas imágenes aparecen publicadas en el trabajo de Bell et al. (2005).

Para misiones anteriores a esta, como es el caso del MOLA, los mejores parámetros se corresponden a los publicados por Oberst et al. (1998) y Standish y Williams (2009) y a los parámetros definidos en los trabajos de Chapront-Touzé (1990), Standish et al. (1992) y Allison y McEwen (2000) con diferencias entre predicciones y observaciones medias inferiores a 3 y 1 segundos respectivamente.

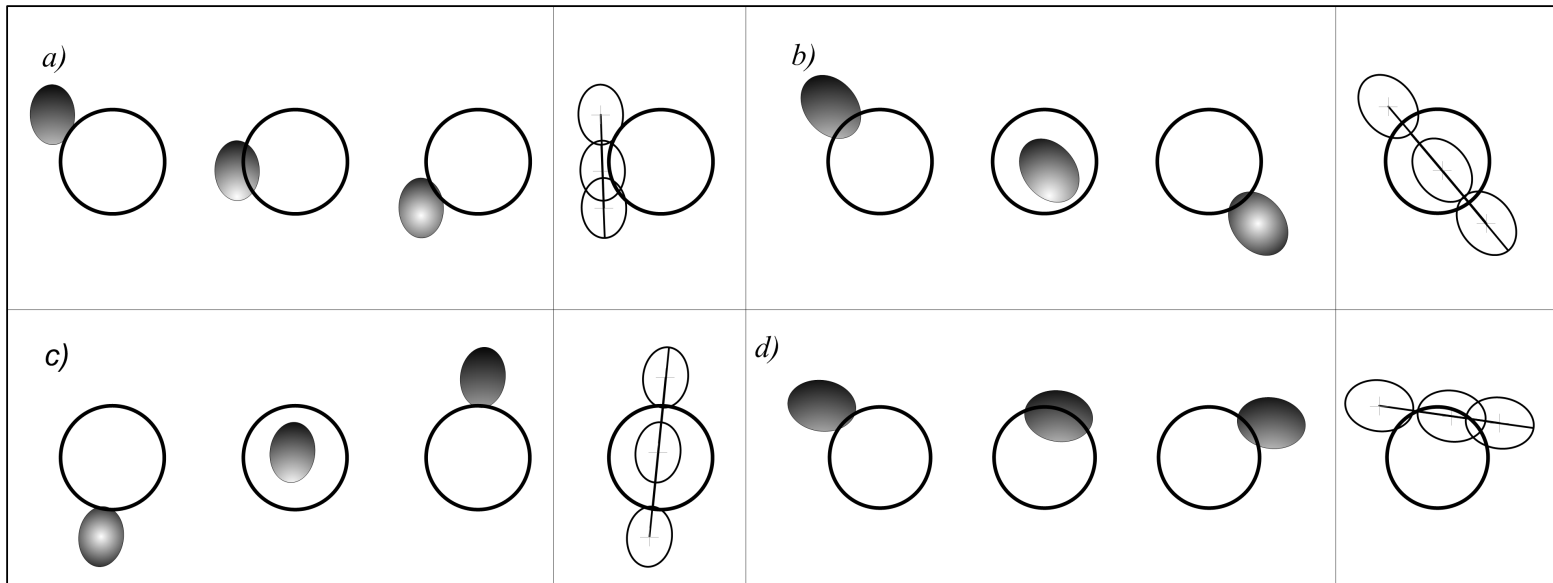


Figura 2.11: Simulaciones para los eclipses fotografiados por los MERs. *a)* Se corresponde con la predicción para el tránsito del MER-B del 07/Mar./2004 (Sol 42); *b)* se corresponde con la predicción para el tránsito del MER-B del 10/Mar./2004 (Sol 45); *c)* se corresponde con la predicción para el tránsito del MER-B del 12/Mar./2004 (Sol 47) y *d)* se corresponde con la predicción para el tránsito del MER-A del 18/Abr./2004 (Sol 104). La dirección en que Fobos atraviesa el disco del Sol viene dada por la línea que une la proyección de los centros.

2.4. Resumen y Conclusiones

En este capítulo se ha desarrollado un modelo de predicción de eclipses solares de Fobos para un observador situado sobre la superficie de Marte, cuya localización sea conocida a priori.

Para realizar predicciones precisas de los instantes de contacto inicial y final de dichos eclipses, el modelo requiere de información precisa sobre el tamaño, forma y posición de los objetos involucrados. Esta última información ha de estar referida a un único sistema de referencia, por lo que se han presentado los mecanismos para reducir las efemérides del Sol y Fobos a un sistema de referencia común centrado en Marte, así como los parámetros necesarios para relacionar los sistemas de referencia Tierra-Marte involucrados.

El modelo ha sido contrastado con las diferentes observaciones disponibles de este tipo de fenómeno realizadas in situ por los MERs y MOLA con el objetivo adicional de analizar los parámetros que mejor se ajusten a las observaciones de dichos eclipses. Los valores de los parámetros para la dirección del polo y meridiano origen de Marte según Archinal et al. (2011), para la longitud del equinoccio de Marte medida sobre la órbita de Marte desde el nodo ascendente de la órbita sobre la eclíptica de Marte y para la oblicuidad de Marte según Standish y Williams (2009) y para la longitud del equinoccio de Marte medida sobre el ecuador de Marte desde el meridiano origen según Burkhart (2006) han permitido predecir los instantes de comienzo y final de los eclipses observados por los MERs con una diferencia media casi nula respecto de los datos de observación y son los propuestos para el presente trabajo.

Para misiones anteriores a ésta, como es el caso del MOLA, los mejores valores de los parámetros se corresponden a los publicados por Oberst et al. (1998) y Standish y Williams (2009) y a los dados en los trabajos de Chapront-Touzé

(1990), Davies et al. (1992), Standish et al. (1992) y Allison y McEwen (2000) con diferencias entre predicciones y observaciones medias inferiores a 3 y 1 segundos respectivamente.

Capítulo 3

Patrones de movimiento de la sombra de Fobos sobre Marte

En el capítulo anterior se proponía un método de predicción de eclipses de Fobos para un observador conocido sobre la superficie de Marte, modelo que requería del conocimiento de la posición desde la que se ha de realizar las observaciones. Con el propósito de establecer en capítulos posteriores estrategias de observación cuando dicha posición sea desconocida, se estudia en este capítulo el comportamiento del movimiento de la sombra de Fobos sobre la superficie de Marte. Para ello, se presenta un modelo que permite predecir la localización, forma y tamaño de la sombra para cualquier instante dado.

El movimiento de la sombra se presenta desglosado en sus ciclos latitudinal anuo y longitudinal diurno, para posteriormente realizar un análisis conjunto de ambas componentes. Asimismo, se estudia la evolución de la forma y tamaño de la sombra para dichos ciclos anuo y diurno.

Para comprobar la fiabilidad de los modelos presentados, se comparan, las predicciones realizadas para los eclipses observados por *Spirit* y *Opportunity* con las observaciones disponibles.

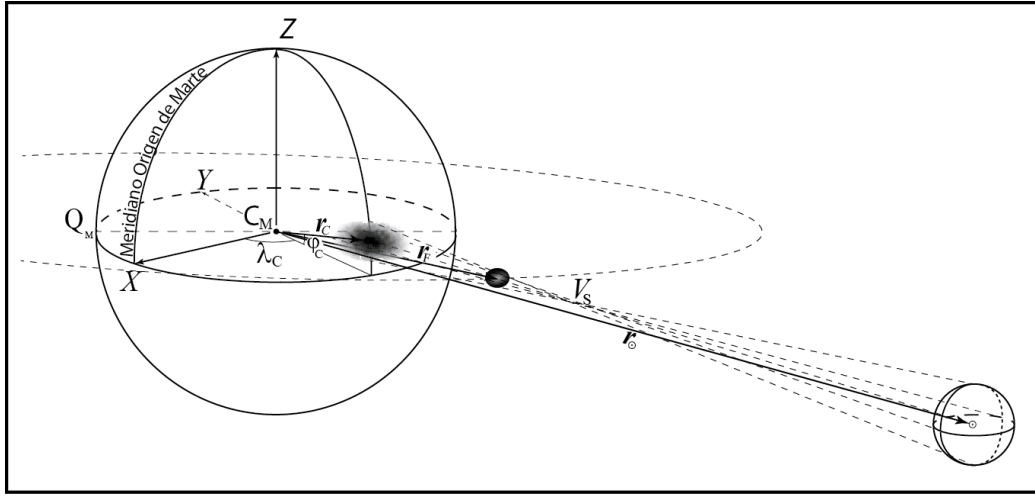


Figura 3.1: Representación esquemática del cono de penumbra proyectado por Fobos en un sistema de referencia areocéntrico. Diagrama no a escala.

3.1. Parametrización Geométrica de la Sombra de Fobos sobre Marte

La Figura 3.1 ilustra la proyección de la sombra sobre Marte de un eclipse solar de Fobos. Para predecir su localización, comenzamos este estudio centrándonos en el punto C sobre la superficie de Marte resultante de intersectar la línea que une los centros del Sol y Fobos con la propia superficie de Marte (Romero et al., 2011a; Harri et al., 2012a; Romero et al., 2011b). Formalmente, este punto C se corresponderá con la sombra del centro de Fobos, y, si bien no necesariamente ha de coincidir con el centro geométrico de la sombra, nos referiremos genéricamente a él por este nombre.

En un sistema de referencia areoecuatorial centrado en Marte, el vector de posición de dicho punto, \mathbf{r}_C , puede escribirse como la suma (ver Figura 3.2)

$$\mathbf{r}_C = \mathbf{r}_F + \kappa \mathbf{s}, \quad (3.1)$$

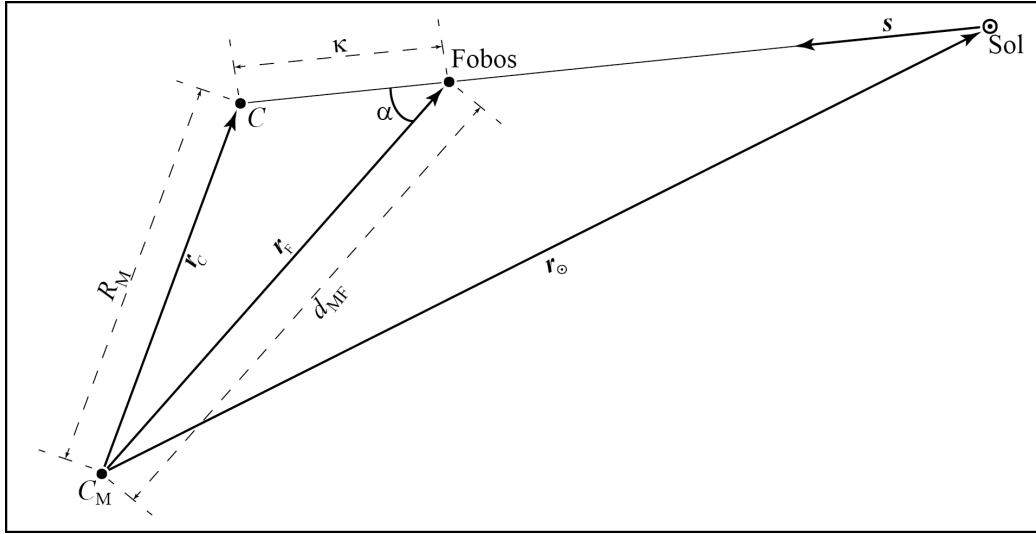


Figura 3.2: Configuración vectorial de un eclipse de Fobos.

donde κ es la distancia entre C y el centro de Fobos y \mathbf{s} el vector unitario que caracteriza la línea que pasa por los centros del Sol y Fobos:

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{r}_F - \mathbf{r}_{\odot}}{|\mathbf{r}_F - \mathbf{r}_{\odot}|}; \quad (3.2)$$

representando \mathbf{r}_F y \mathbf{r}_{\odot} nuevamente a los vectores de posición de Fobos y el Sol.

El teorema del coseno aplicado al triángulo definido por C , el centro de Marte, C_M , y el centro del Sol resulta en la ecuación (ver Figura 3.2)

$$\kappa^2 + 2 \mathbf{r}_F \cdot \mathbf{s} \kappa + d_{MF}^2 - R_M^2 = 0, \quad (3.3)$$

donde R_M es el radio medio de Marte y d_{MF} es la distancia desde el centro de Fobos hasta el centro de Marte. La solución asociada para κ a la ecuación (3.3) en el hemisferio iluminado por el Sol

$$\kappa = -\mathbf{r}_F \cdot \mathbf{s} - \sqrt{(\mathbf{r}_F \cdot \mathbf{s})^2 - d_{MF}^2 + R_M^2}. \quad (3.4)$$

Condición necesaria para la ocurrencia de eclipses es que el radicando de la ecuación (3.3) sea un número real positivo, i.e.:

$$(\mathbf{r}_F \cdot \mathbf{s})^2 = d_{MF}^2 \cos^2 \alpha \geq d_{MF}^2 - R_M^2; \quad (3.5)$$

condición (3.5) equivalente a

$$\sin \alpha \leq \frac{R_M}{d_{MF}}, \quad (3.6)$$

donde α representa al ángulo de separación de los vectores \mathbf{r}_F y \mathbf{s} .

Sustituyendo valores medios para el radio de Marte de 3389,50 kilómetros (Archinal et al., 2011) y para el semieje de Fobos de 9375.0 kilómetros (Jacobson, 2010) en la ecuación (3.6) se obtiene una separación angular α que varía entre los 20° 51' en el apoastro y 21° 32' en el periastro.

La latitud del punto C , φ_C , y su ascensión recta medida desde el equinoccio Vernal de Marte, α_C , pueden obtenerse a partir de las componentes (r_{C1} , r_{C2} , r_{C3}) del vector de posición \mathbf{r}_C , calculado mediante la ecuación (3.1), mediante las expresiones:

$$\varphi_C = \arctan \frac{r_{C3}}{\sqrt{r_{C1}^2 + r_{C2}^2}}, \quad (3.7)$$

$$\alpha_C = \arctan \frac{r_{C2}}{r_{C1}}. \quad (3.8)$$

Finalmente, la longitud areográfica de C podrá transformarse al sistema de referencia M–MMEPMD descrito en el capítulo 2 anterior mediante una rotación alrededor del eje de rotación marciano de ángulo la longitud del equinoccio de Marte desde el meridiano origen de Marte, V_M , resultando

$$\lambda_C = V_M - \alpha_C. \quad (3.9)$$

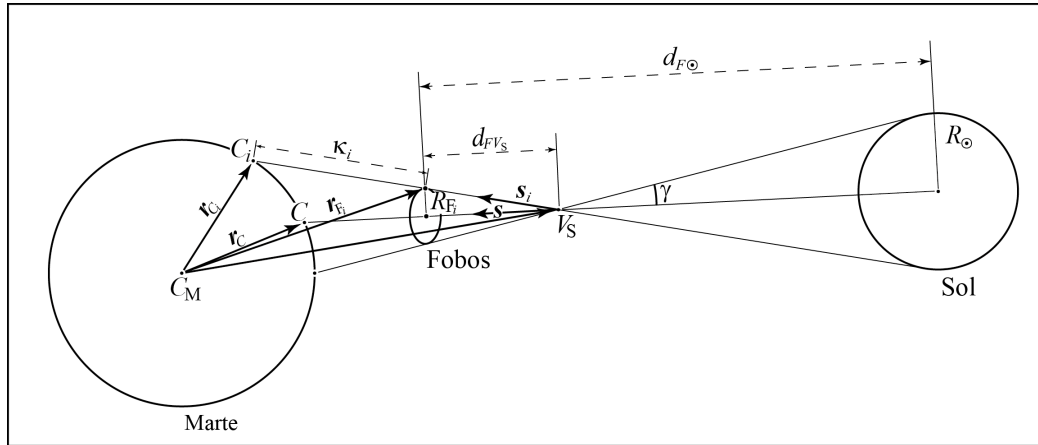


Figura 3.3: Sección transversal del cono de penumbra proyectado por Fobos. Parametrización geométrica del tamaño y forma de la sombra. Diagrama no a escala.

3.2. Parametrización del Tamaño y Forma de la Sombra

El modelo bidimensional de la forma de Fobos sobre la superficie de Marte se obtendrá intersecando el cono de penumbra tangente a las superficies de Fobos y el Sol, cuyo eje se encuentra en la dirección del vector s , con la superficie de Marte. Para deducir las ecuaciones que permitan su estudio analítico se empleará un procedimiento análogo al desarrollado en la sección anterior 3.1 para el centro de la sombra.

Para ello, nos centramos en un punto del borde de la sombra C_i obtenido al proyectar el punto de la superficie de Fobos F_i sobre la superficie de Marte a lo largo de la línea que une dicho punto con el vértice de sombra, V_S , situación representada esquemáticamente en la Figura 3.3.

En un sistema areoecuatorial areocéntrico, el vector de posición del punto C_i , \mathbf{r}_{C_i} , viene dado por

$$\mathbf{r}_{C_i} = \mathbf{r}_{F_i} + \kappa_i \mathbf{s}_i, \quad (3.10)$$

donde \mathbf{r}_{F_i} es el vector de posición del punto F_i , κ_i es la distancia entre los puntos F_i y C_i , y \mathbf{s}_i es el vector unitario en la dirección $\overrightarrow{V_S F_i}$:

$$\mathbf{s}_i = \frac{\mathbf{r}_{F_i} - \mathbf{r}_{V_S}}{|\mathbf{r}_{F_i} - \mathbf{r}_{V_S}|}, \quad (3.11)$$

con \mathbf{r}_{V_S} el vector director del vértice de sombra, V_S :

$$\mathbf{r}_{V_S} = \mathbf{r}_C - (\kappa + d_{FV_S}) \mathbf{s}, \quad (3.12)$$

donde d_{FV_S} es la distancia entre el vértice de penumbra y el centro de Fobos.

Satisfaciendo el ángulo de apertura del cono de penumbra, γ_i , las ecuaciones:

$$\tan \gamma_i = \frac{R_{F_i} + R_{\odot}}{d_{F\odot}}, \quad (3.13)$$

$$\tan \gamma_i = \frac{R_{F_i}}{d_{FV_S}}, \quad (3.14)$$

la distancia d_{FV_S} resulta

$$d_{FV_S} = \frac{R_{F_i} d_{F\odot}}{R_{F_i} + R_{\odot}}, \quad (3.15)$$

donde R_{\odot} es el radio del Sol y $d_{F\odot}$ y R_{F_i} son las distancias desde el centro de Fobos al Sol y al punto F_i , respectivamente.

El vector director areocéntrico del punto de la superficie de Fobos F_i , \mathbf{r}_{F_i} , se obtendrá mediante

$$\mathbf{r}_{F_i} = \mathbf{r}_F + \mathbf{u}, \quad (3.16)$$

donde \mathbf{u} es el vector director del punto F_i en un sistema de referencia fijo centrado en Fobos. Dicho vector \mathbf{u} ha de modelar la sección de la superficie de Fobos producto de su intersección con el cono de penumbra. Aproximando Fobos como un elipsoide de semiejes $R_h = 12,195$ km, en el plano de la órbita, y $R_v = 9,07$ km,

perpendicular a ella, la sección resulta en la elipse

$$\mathbf{u} = R_h \cos(t) \mathbf{r}_1 + R_v \sin(t) \mathbf{r}_2, \quad (3.17)$$

donde t es un parámetro tal que $0 \leq t < 2\pi$, y \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 los vectores unitarios:

$$\mathbf{r}_1 = \frac{\dot{\mathbf{r}}_F}{|\dot{\mathbf{r}}_F|}, \quad (3.18)$$

$$\mathbf{r}_2 = \frac{\mathbf{r}_F \times \dot{\mathbf{r}}_F}{|\mathbf{r}_F \times \dot{\mathbf{r}}_F|}. \quad (3.19)$$

Por último, la distancia κ_i puede obtenerse de manera análoga a la distancia κ (3.4), aplicando el teorema del coseno al triángulo C_i , F_i y C_M , mediante la expresión

$$\kappa_i = -\mathbf{r}_F \cdot \mathbf{s}_i - \sqrt{(\mathbf{r}_F \mathbf{s}_i)^2 + R_M^2 - |\mathbf{r}_{F_i}|^2}. \quad (3.20)$$

Las coordenadas areográficas de cada uno de los puntos del borde de la sombra C_i podrán obtenerse aplicando las fórmulas (3.7), (3.8) y (3.9) a las componentes de su vector de posición obtenido mediante la ecuación (3.10).

3.3. Movimiento de la Sombra

Se presenta en esta sección las principales características del movimiento de la sombra de Fobos sobre la superficie de Marte, empleando para ello las efemérides de Fobos y el Sol, obtenidas según se describió en la sección 2.2. Con el objetivo de realizar un análisis lo más detallado posible de dicho movimiento, éste se desglosa en sus ciclos latitudinal anuo y longitudinal diurno. Ambas componentes se combinarán posteriormente, permitiendo en el capítulo sucesivo desarrollar un cronograma de observaciones particularizado a la MPPM y a la MSL. Por su utilidad posterior para el establecimiento de estrategias observacionales óptimas para

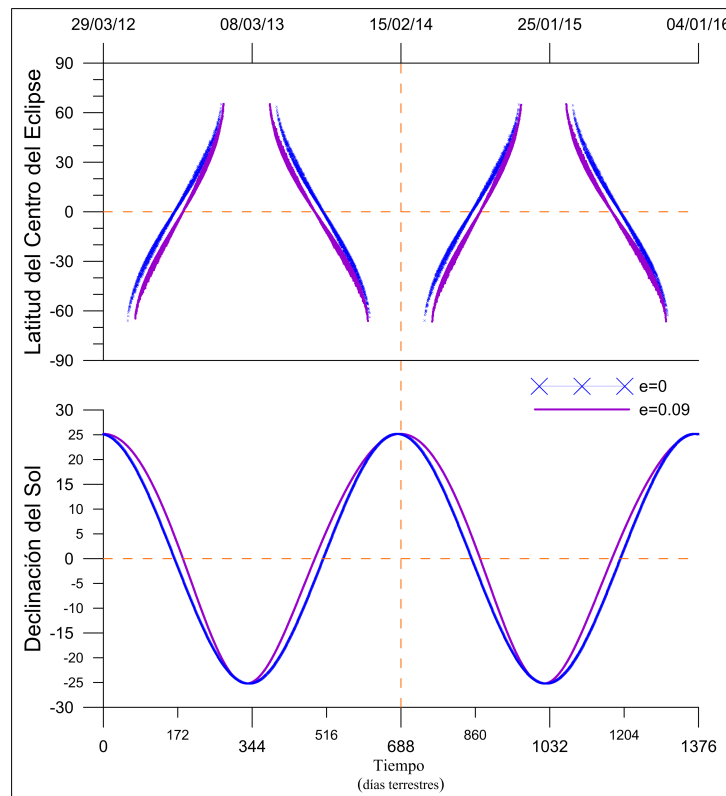


Figura 3.4: Movimiento latitudinal de la sombra en función de la declinación del Sol y comparando los efectos de la excentricidad de la órbita de Marte durante 2 años marcianos (29/Mar./2012-04/Ene./2016).

ambas misiones, las representaciones gráficas del movimiento se han detallado para los años 2012-2016.

3.3.1. Ciclo Anual en Latitud

Con objeto de mostrar las características más relevantes del movimiento del centro de la sombra, emplearemos, en primera aproximación, un modelo de órbitas circulares, tanto para Fobos como para Marte en el cálculo de φ_C según 3.7.

Tal como se ilustra en la Figura 3.4 para dos años marcianos (de aproximadamente 687 días terrestres), la latitud del centro del eclipse varía, opuesta a la declinación del Sol, según un patrón que se repite cada año marciano: dos temporadas

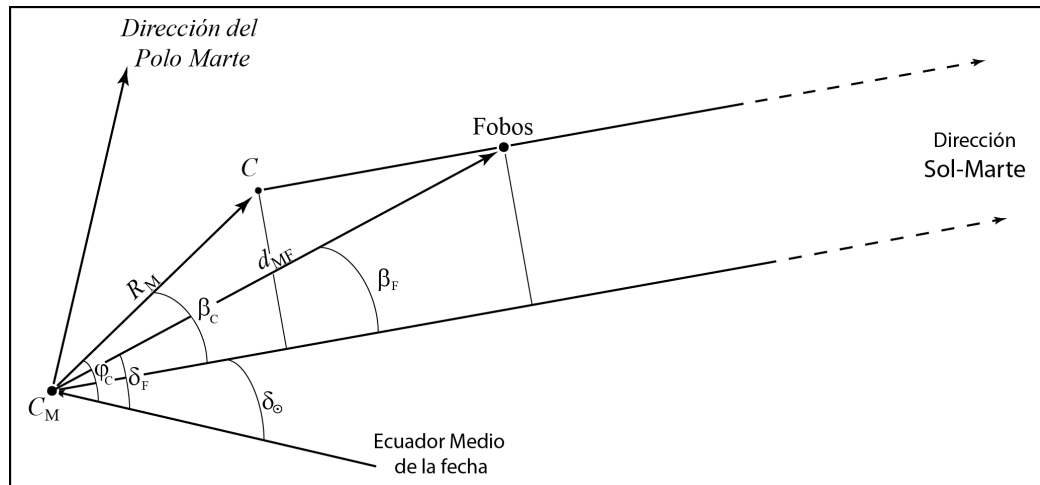


Figura 3.5: Configuración geométrica de un eclipse de Fobos considerando el Sol a una distancia infinita.

de eclipses separadas por una temporada sin eclipses. Para el valor actual de la oblicuidad marciana, $\varepsilon_M = 25^\circ 11' 19''$, y el modelo simplificado de órbitas circulares, dos temporadas de 222 días y separadas por 122 entre sí, cubriendo un rango de latitudes aproximado de $\delta\varphi = \pm 68^\circ$ alrededor del ecuador. Si se considerasen además los efectos de la excentricidad de Marte ($e_M = 0,09341233$, Standish y Williams (2009)), se obtiene el mismo patrón de movimiento latitudinal, si bien su datación diferirá hasta en 20 días para cierta latitud dada.

Para explicar mejor este comportamiento, supongamos, siguiendo a Bills y Comstock (2005), el Sol situado a una distancia infinita de Marte, de tal manera que los rayos solares incidan sobre su superficie paralelos a la dirección Marte-Sol. En esta situación, la distancia desde el centro de la sombra y desde el centro de Fobos a la línea Marte-Sol sería la misma (ver Figura 3.5). Esta condición se cumplirá siempre que

$$d_{MF} \sin \beta_F = R_M \sin \beta_C, \quad (3.21)$$

donde β_C y β_F son las distancias angulares de la dirección Marte-Sol al centro de la sombra y a Fobos, respectivamente.

Por otro lado, la latitud φ_C puede expresarse por medio de la declinación areoecuatorial del Sol, δ_{\odot} , y el ángulo β_C como

$$\varphi_C = \delta_{\odot} + \beta_C, \quad (3.22)$$

y el ángulo β_F a partir de

$$\beta_F = -\delta_{\odot} + \delta_F, \quad (3.23)$$

donde δ_F es la declinación areoecuatorial de Fobos.

Sustituyendo las expresiones (3.21) y (3.23) en (3.22), la latitud φ_C podría determinarse vía:

$$\varphi_C = \delta_{\odot} - \arcsin\left(\frac{d_{MF}}{R_M} \sin(\delta_{\odot} - \delta_F)\right). \quad (3.24)$$

La fórmula (3.24) permite justificar el patrón anuo del movimiento latitudinal de la figura 3.4. Por un lado, la separación angular máxima en declinación a partir de la cual se garantiza la existencia de eclipses será de

$$|\delta_{\odot} - \delta_F| \leq \arcsin\left(\frac{R_M}{d_{MF}}\right). \quad (3.25)$$

Tomando los valores medios para R_M según Archinal et al. (2011) y d_{MF} según Jacobson (2010) y suponiendo la órbita de Fobos ecuatorial, la ocurrencia de eclipses quedará garantizada siempre y cuando $|\delta_{\odot}| \leq 21^{\circ} 11'$; cota que, sustituida en (3.24), sitúa la visibilidad de eclipses en una banda de aproximadamente $\delta\varphi_C \leq 68,8$ alrededor del ecuador. Además, también según (3.24), φ_C tendrá un movimiento contrario al movimiento de la declinación del Sol y a medida que ésta aumente, también aumentará la separación latitudinal del centro de la sombra entre dos eclipses sucesivos.

Para una implementación precisa de un cronograma de eclipses que permita su

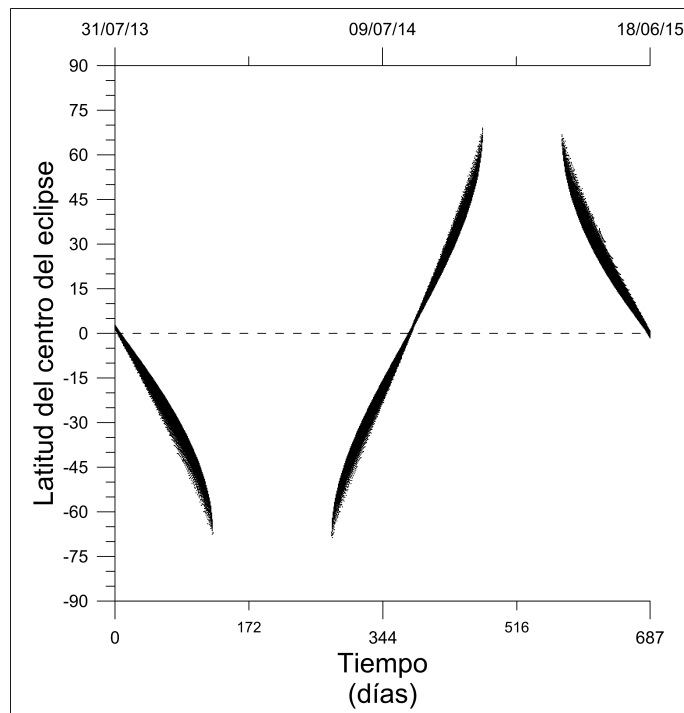


Figura 3.6: Ciclo anual de movimiento en latitud del centro de la sombra considerando modelos orbitales precisos para un año marciano (31/Jul./2013 – 18/Jun./2015).

observación en el capítulo posterior, han de emplearse modelos orbitales precisos del Sol y Fobos, tal y como se describieron en la sección 2.2. Si bien el patrón anual resultante es análogo, la duración de las temporadas cambia. Así, la última temporada de eclipses del año 2012 es de 209 días, mientras que la primera de 2013 es de 237 días, separadas entre sí 97 días, y con las temporadas anterior y posterior, 153 días. Además, el rango de latitudes cambia a $[-68^{\circ} 32' 24'', 68^{\circ} 28' 11'']$ para el año 2012.

El resultado de aplicar dichos modelos precisos se muestra en la Figura 3.6 para un año marciano (31/Jul./2013 – 18/Jun./2015). Cabe destacar que, debido a la pequeña inclinación de la órbita de Fobos respecto del ecuador, se dan pequeñas oscilaciones diarias en la latitud del centro de la sombra, aumentando el número de eventos para una latitud fija. Esta característica queda patente si nos restringi-

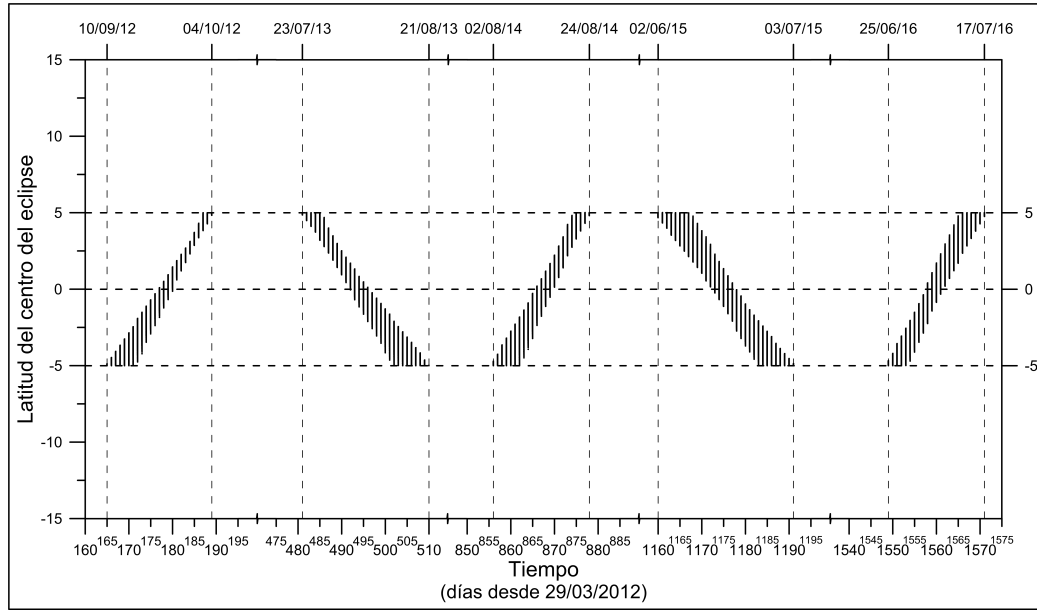


Figura 3.7: Movimiento latitudinal de la sombra restringido al rango de latitudes $[-5^\circ, 5^\circ]$.

mos a una banda latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador, situación que se refleja en la Figura 3.7. Como puede comprobarse, la trayectoria de la sombra no es simétrica respecto del ecuador marciano. Esta simetría ocurriría, teniendo en cuenta la fórmula (3.24), sólo si Fobos estuviese en alguno de sus nodos orbitales cuando la latitud del centro fuese cero. En dicho caso, el número de días con eclipses sería el mismo para $\varphi = +5^\circ$ y $\varphi = -5^\circ$.

En la Tabla 3.1 se muestra una comparativa de la ocurrencia de eclipses para la banda latitudinal $\varphi = -5^\circ$, $\varphi = 0^\circ$ y $\varphi = +5^\circ$ empleando los dos modelos descritos hasta el momento de órbitas circulares y precisas.

3.3.2. Ciclo Diurno en Longitud

En analogía con el apartado anterior, para ilustrar el comportamiento diurno de la sombra, comenzamos el estudio con un modelo de órbitas circulares. En esta situación, cada tránsito de la sombra ocurriría equiespaciado en el tiempo. Asu-

Tabla 3.1: Ocurrencia de eclipses para el rango de latitudes de $\pm 5^\circ$ alrededor del ecuador. Comparativa según distintos modelos orbitales.

	2012		2013		2014		2015		2016	
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
$\varphi = +5^\circ$	23/Sept.	02/Oct.	07/Ago.	23/Jul.	11/Ago.	21/Ago.	25/Jun.	02/Jun.	28/Jun.	12/Jul.
		03/Oct.		24/Jul.		22/Ago.		03/Jun.		13/Jul.
		04/Oct.		25/Jul.		23/Ago.		04/Jun.		14/Jul.
				26/Jul.		24/Ago.		05/Jun.		15/Jul.
				27/Jul.				06/Jun.		16/Jul.
								07/Jun.		17/Jul.
								08/Jun.		
								09/Jun.		
$\varphi = 0^\circ$	10/Sept.	22/Sept.	20/Ago.	04/Ago.	29/Jul.	12/Ago.	08/Jul.	15/Jun.	15/Jun.	04/Jul.
		23/Sept.		05/Ago.		13/Ago.		16/Jun.		05/Jul.
		24/Sept.		06/Ago.		14/Ago.		17/Jun.		06/Jul.
		25/Sept.		07/Ago.		15/Ago.		18/Jun.		07/Jul.
								19/Jun.		
								20/Jun.		
$\varphi = -5^\circ$	29/Aug.	10/Sept.	01/Sept.	13/Ago.	17/Jul.	02/Ago.	20/Jul.	25/Jun.	02/Jun.	25/Jun.
		11/Sept.		14/Ago.		03/Ago.		26/Jun.		26/Jun.
		12/Sept.		15/Ago.		04/Ago.		27/Jun.		27/Jun.
		13/Sept.		16/Ago.		05/Ago.		28/Jun.		28/Jun.
		14/Sept.		17/Ago.		06/Ago.		29/Jun.		29/Jun.
		15/Sept.		18/Ago.		07/Ago.		30/Jun.		
		16/Sept.		19/Ago.		08/Ago.		01/Jul.		
				20/Ago.				02/Jul.		
				21/Ago.				03/Jul.		

Modelo orbital A: modelo simplificado de órbitas circulares y ecuatorial para Fobos.

Modelo orbital B: modelo orbital de Fobos preciso para Fobos.

miendo unos movimientos medios de $n_F = 47,035184^\circ/\text{hora} = 1128,844416^\circ/\text{día}$ y $n_M = 0,021834^\circ/\text{hora} = 0,524033^\circ/\text{día}$ para Fobos y Marte, dos configuraciones relativas iguales ocurrirían uniformemente cada

$$\Delta t = \frac{360^\circ}{n_F - n_M} = 7,657 \text{ horas.} \quad (3.26)$$

Según esta asunción y siempre que se verifiquen las condiciones de eclipse, habrá una media de 3,216 eclipses cada día marciano de $24^{\text{h}} 37^{\text{m}} 22,6^{\text{s}}$ (en unidades del sistema internacional). Suponiendo además el Sol a una distancia infinita, la separación angular entre Fobos y el Sol verificará una ecuación análoga a (3.25) para la longitud, y cada eclipse durará proporcionalmente

$$\delta t = \frac{\Delta t}{\Pi} \arcsin\left(\frac{R_M}{d_{MF}}\right) = 0,901 \text{ horas} = 54 \text{ minutos,} \quad (3.27)$$

de media, variando entre 53 a 55 minutos, desde el apoastro al periaastro, respectivamente.

Además, teniendo en cuenta que la velocidad de rotación de Marte es de $\Omega_M = 350,89198226^\circ/\text{día}$ (Burkhart, 2006), la cobertura media en longitud de un tránsito resulta:

$$\Delta \lambda = 180^\circ - \frac{\delta t (\Omega_F - n_M)}{1 \text{ da}} \simeq 166,8^\circ. \quad (3.28)$$

Tomamos, ahora, las efemérides precisas para Marte y Fobos estudiadas en la sección 2.2 para el cálculo de la longitud del centro de la sombra, λ_C , mediante las ecuaciones (3.8) y (3.9). El ciclo diurno de aproximadamente 3 eclipses de media diarios se ilustra en la Figura 3.8, donde se muestran los tránsitos simulados para los días 10 y 22 de septiembre y 04 de octubre de 2012 para unas latitudes de $[-9,09, -4,92]$, $[-1,91, 0,08]$ y $[4,83, 6,32]$, respectivamente.

Para intervalos de 24 horas, los 3 tránsitos diarios abarcan una longitud media

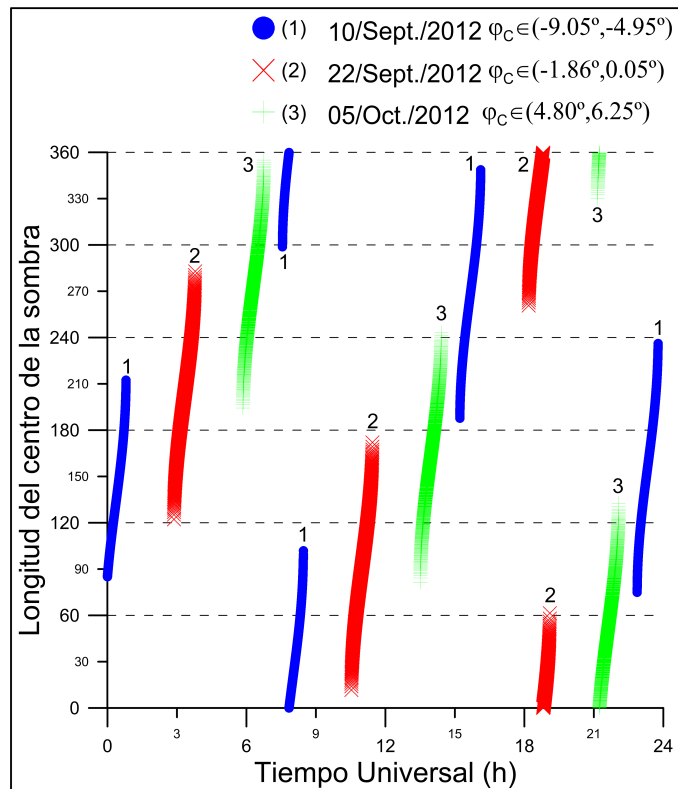


Figura 3.8: Movimiento longitudinal de la sombra detallado cada cinco segundos para los tránsitos de los días 10/Sept./2012/, 22/Sept./2012/ y 04/Oct./2012.

aproximada sobre la superficie de $\Delta\lambda \approx 166^\circ,8$, separados entre sí $111^\circ,8$ cada 7,66 horas. La velocidad media de la sombra sobre la superficie de Marte es de aproximadamente $3^\circ/\text{min}$, i.e., 3 km/s ; siendo el movimiento mucho más rápido en los extremos inicial y final de cada tránsito y más lento cuando la sombra se encuentra en el meridiano del Sol.

3.3.3. Movimiento Latitudinal y Longitudinal de la Sombra

Mostramos ahora los principales resultados obtenidos al combinar los ciclos latitudinal y longitudinal anteriores. En la Figura 3.9 se muestra el patrón de dicho movimiento combinado para un año marciano. Como puede comprobarse, la

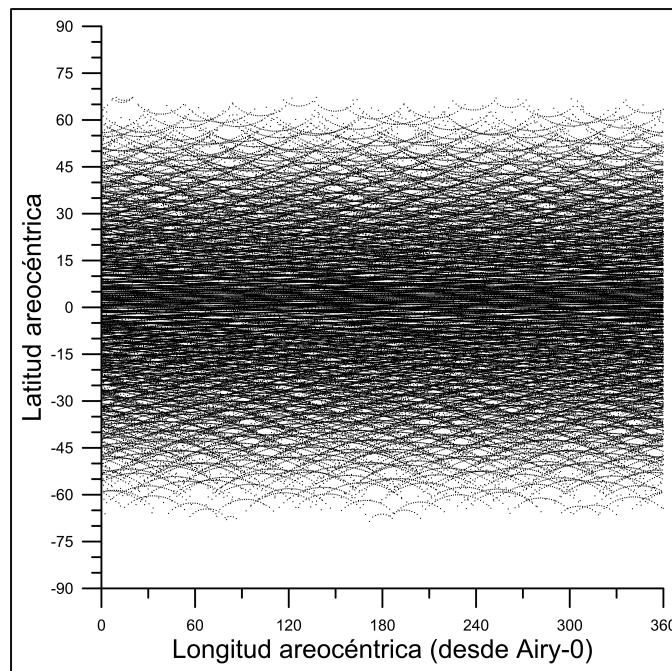


Figura 3.9: Patrón de movimiento latitudinal y longitudinal de la sombra para un año marciano.

cobertura es completa para latitudes bajas y desciende casi uniformemente según ésta aumenta. Puesto que las dos temporadas de eclipses traslapan, la posibilidad de que haya más de un eclipse en un mismo punto es elevada.

El movimiento del centro de la sombra queda detallado con más claridad en la Figura 3.10. En ella, cada punto representa las coordenadas (φ_C, λ_C) evaluadas cada 10 segundos para 3 períodos de 5 días de duración cada uno y separados 15 días entre sí. El día central (22 de septiembre de 2012) coincide con el instante en que el punto subsolar cruza el ecuador para 2012.

Para estos tres períodos pueden observarse claramente la ocurrencia de tres bandas diurnas de sombra, que se van curvando según la declinación del sol se aleja del ecuador, debido, como ya se señaló en la sección 3.3.1, a una mayor tasa de variación de la latitud de la sombra según aumenta su valor absoluto. Esta curvatura es tanto mayor cuanto más nos alejamos del ecuador, reduciéndose la

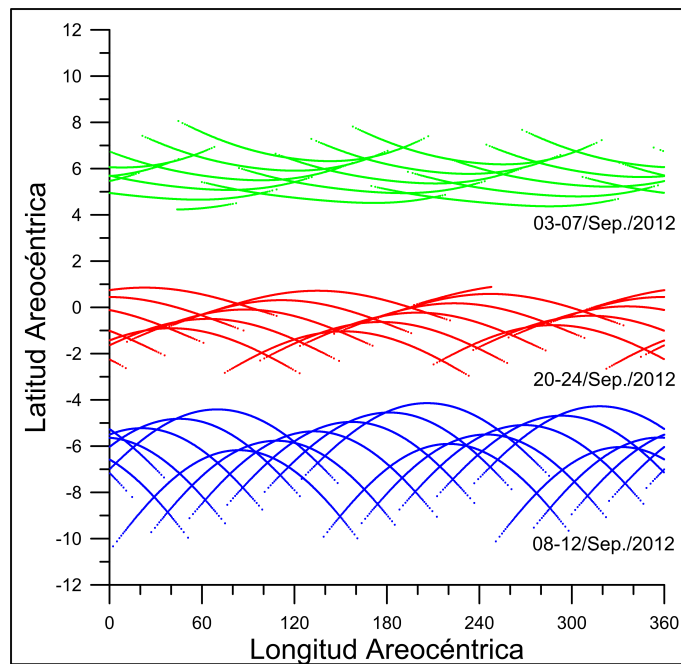


Figura 3.10: Patrón de movimiento latitudinal y longitudinal de la sombra para 3 períodos de tiempo aislados de 5 días en la banda latitudinal de $\pm 5^\circ$ alrededor del ecuador.

longitud y ampliándose la latitud cubierta. Además, puede observarse nuevamente la no necesaria simetría con respecto al ecuador del movimiento de la sombra.

3.4. Análisis del Tamaño y Forma de la Sombra

Siguiendo el procedimiento de las secciones anteriores, aplicamos las efemérides de Fobos y el Sol descritas en la sección 2.2 para el estudio de la forma y tamaño de la sombra sobre la superficie de Marte según la formulación vista en el apartado 3.2. La Figura 3.11 muestra la trayectoria de la sombra para un tránsito que cruza el ecuador (22/Sept./2012) evaluado cada 60 segundos y separado en dos secciones al oeste y este del meridiano central del Sol. Cerca de este meridiano, la figura es aproximadamente circular, elongándose según la sombra se aleja de éste hasta convertirse en una amplia pseudoelipse en los extremos del tránsito.

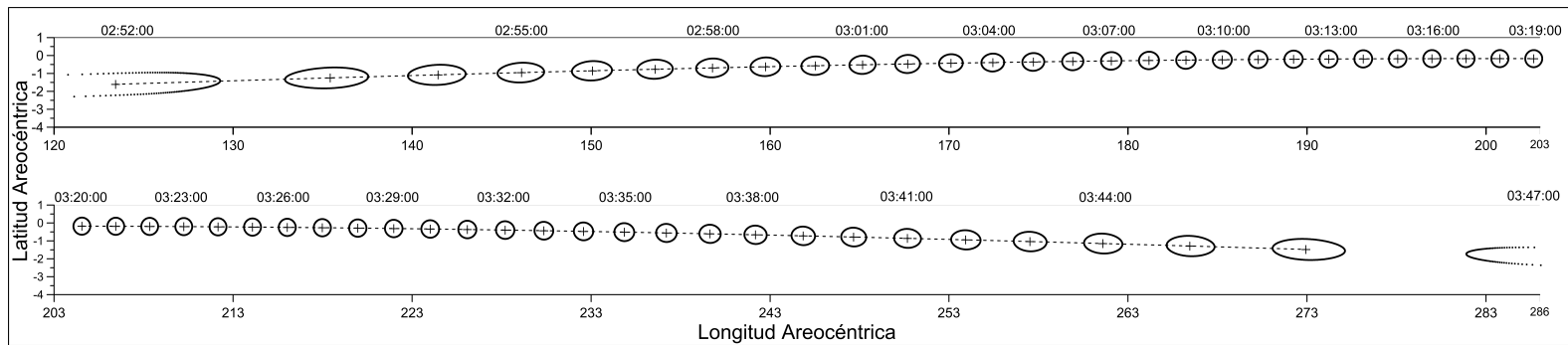


Figura 3.11: Evolución del tamaño y forma de la sombra cada 60 segundos para un tránsito de Fobos (22/Sept./2012, 2:51:38–3:47:05) que cruza el ecuador. La línea punteada indica la dirección de movimiento -hacia el Este-, uniendo los sucesivos puntos *C*.

Se ha considerado una discretización del borde de Fobos de 360 puntos para la proyección.

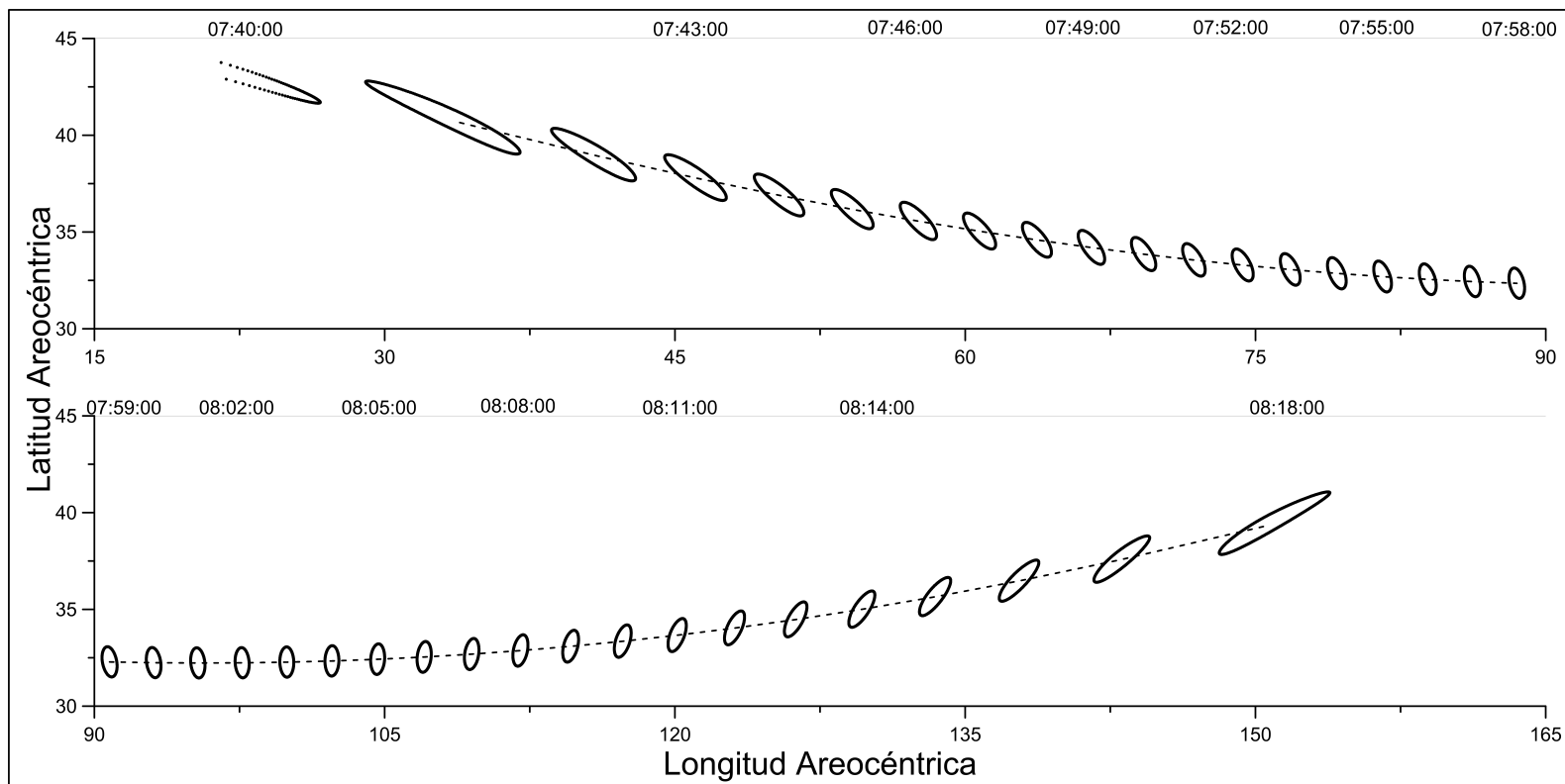


Figura 3.12: Evolución del tamaño y forma de la sombra cada 60 segundos para un tránsito de sombra del día 14/Jul./2012 (6:05:26–6:43:20) a -30° de latitud. La línea punteada indica la dirección de movimiento -hacia el Este-, uniendo los sucesivos puntos *C*. Se ha considerado una discretización del borde de Fobos de 360 puntos para la proyección.

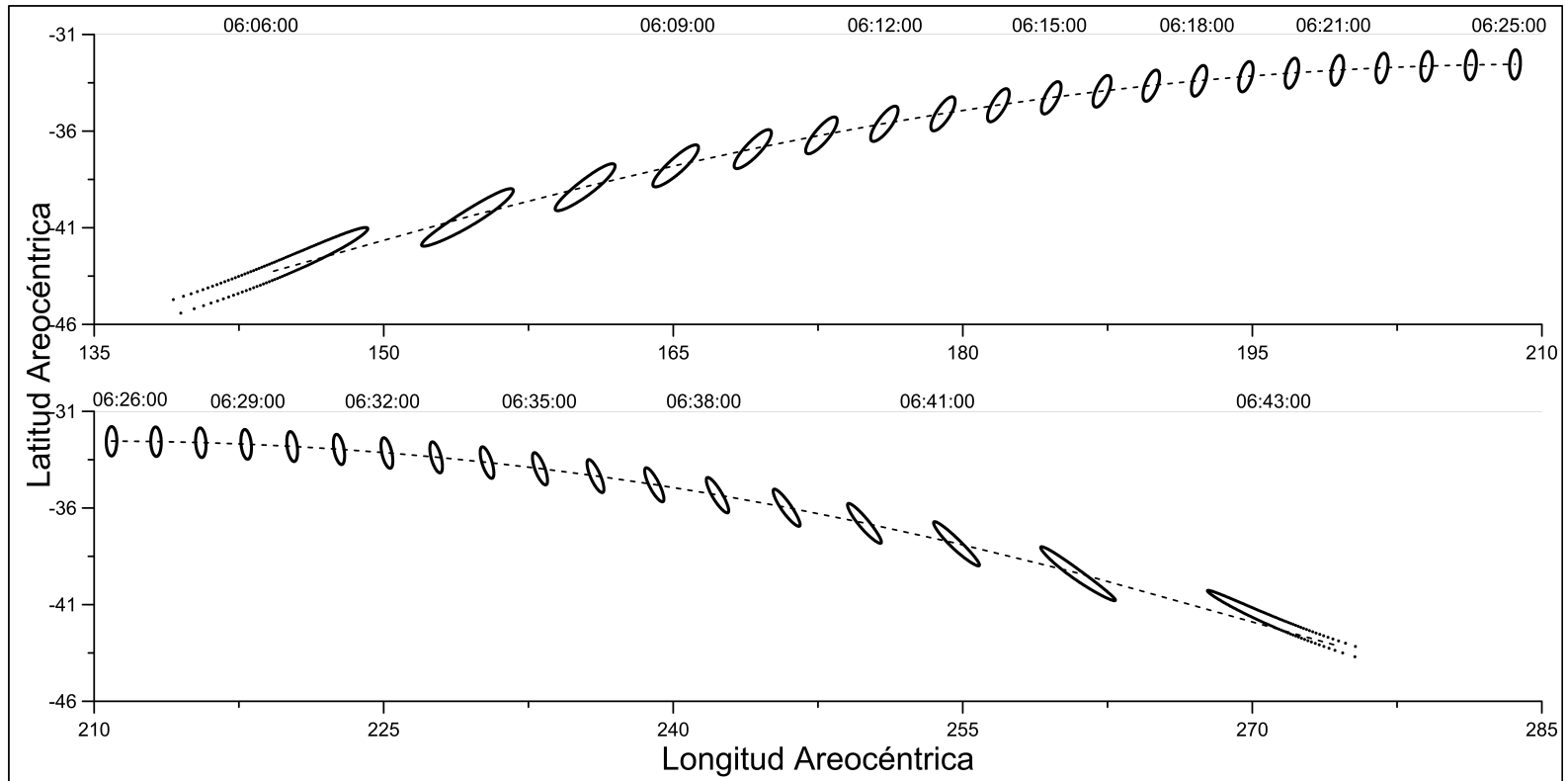


Figura 3.13: Evolución del tamaño y forma de la sombra cada 60 segundos para un tránsito de sombra del día 01/Dic./2012 (7:39:49–8:18:54) a $+30^\circ$ de latitud. La línea punteada indica la dirección de movimiento -hacia el Este-, uniendo los sucesivos puntos *C*.

Se ha considerado una discretización del borde de Fobos de 360 puntos para la proyección.

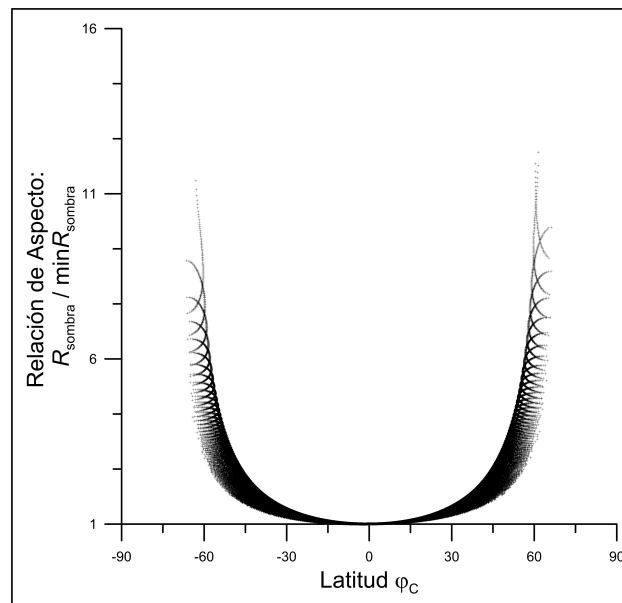


Figura 3.14: Variaciones en la relación de aspecto en función de la latitud de C para una temporada de eclipses (2012).

Un patrón análogo se obtiene para latitudes más altas, como puede comprobarse en las Figuras 3.12 y 3.13, donde se representan dos tránsitos que cubren un rango de latitudes de aproximadamente $[-45^\circ, -30^\circ]$ y $[30^\circ, 45^\circ]$ (14 de julio y 01 de diciembre de 2012, respectivamente). En ambos casos, la sombra se elonga ampliamente hacia los extremos del tránsito desde una elipse casi vertical cerca del meridiano central del Sol. Además, el efecto señalado en la sección anterior de una mayor curvatura del tránsito de sombra según nos alejamos del ecuador se refleja nítidamente en estas dos situaciones a 35° de latitud, reduciéndose la cobertura en longitud desde los $166,8$ de media cerca del ecuador a los aproximadamente 135° , pero ampliándose en latitud hasta 15° , aumentando asimismo la velocidad media a aproximadamente $3,5^\circ/\text{min}$.

De esta manera, la elongación de la sombra se produce siempre que ésta se aleje del punto subsolar y según se traslade desde un hemisferio hacia el otro durante una temporada de eclipses. Este crecimiento de la sombra diurna y anua,

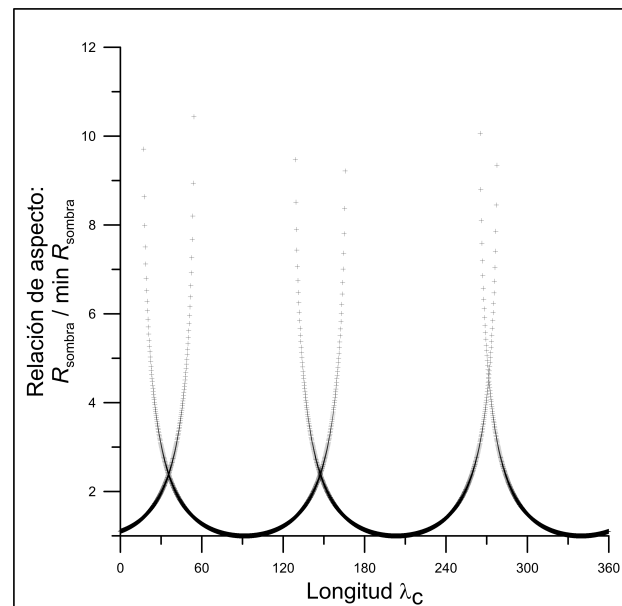


Figura 3.15: Variaciones en la relación de aspecto en función de la longitud de C para un día (22/Sept./2012).

puede verificarse en las Figuras 3.14 y 3.15, donde se ilustran las variaciones de los radios latitudinal y longitudinal de la sombra relativas a sus respectivos mínimos, que ocurren en el ecuador para una temporada de eclipses en el primer caso; y en el meridiano central del Sol, en el segundo. La circularidad se alcanzaría para los eclipses que ocurrieran en los equinoccios, donde el radio de la sombra sería de aproximadamente 30 kilómetros.

Por otro lado, el crecimiento del tamaño de la sombra hacia los extremos de un tránsito de sombra ocurre simultáneamente con un aumento en la velocidad de movimiento, como puede verse en las Figuras 3.11, 3.12 y 3.12, de tal manera que la duración de un paso de sombra para un punto fijo sobre la superficie de Marte permanece del mismo orden. La tabla 3.2 muestra la relación entre el tamaño de sombra al comienzo, mitad y final de un tránsito de sombra y su velocidad media para -5° , 0° y 5° de latitud, mostrándose como un paso de sombra central dura alrededor de 30–40 segundos, independientemente del ancho de sombra.

Tabla 3.2: Relación entre la velocidad de la sombra, su tamaño y la duración de un paso de sombra en la banda $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ para tres zonas distintas de un tránsito de sombra.

Latitud	Instante del Tránsito	Velocidad Media de la Sombra (km/s)	Eje Mayor de la Sombra Medio (km)	Duración Media del paso de Sombra (s)
$\varphi = +5^\circ$	Comienzo	13.6	500	37
	Medio	1.9	63	33
	Final	14.7	500	34
$\varphi = 0^\circ$	Comienzo	13.7	505	37
	Medio	1.9	63	33
	Final	13.6	510	37
$\varphi = -5^\circ$	Comienzo	13.2	500	38
	Medio	1.9	63	33
	Final	14.6	540	37

3.5. Validación del Modelo

Con el objetivo de chequear la formulación empleada, incluyendo la determinación de latitud y longitud del centro de la sombra y el modelo de tamaño de sombra, se ha implementado un programa en lenguaje *Fortran* para simular numéricamente los eclipses de Fobos ocurridos sobre los vehículos de exploración marciana MER-A y MER-B. La Figura 3.16 muestra los resultados obtenidos para dos trazas de sombra sobre para MER-A y MER-B, respectivamente, calculados a intervalos de 0,5 segundos para los períodos de observación.

Para el evento captado por el MER-B el día 10 de marzo de 2004 (07^h 36^m 32^s – 07^h 37^m 01^s), se han obtenido una sombra elíptica de semiejes vertical y horizontal de $S_v = 54,6$ y $S_h = 58,5$ kilómetros. Para la observación del 18 de abril del MER-A (21^h 06^m 05^s – 21^h 06^m 31^s), $S_v = 59,8$ y $S_h = 57,2$ kilómetros, respectivamente.

En los dos casos, la traza de la sombra pasa por ambos vehículos con unas

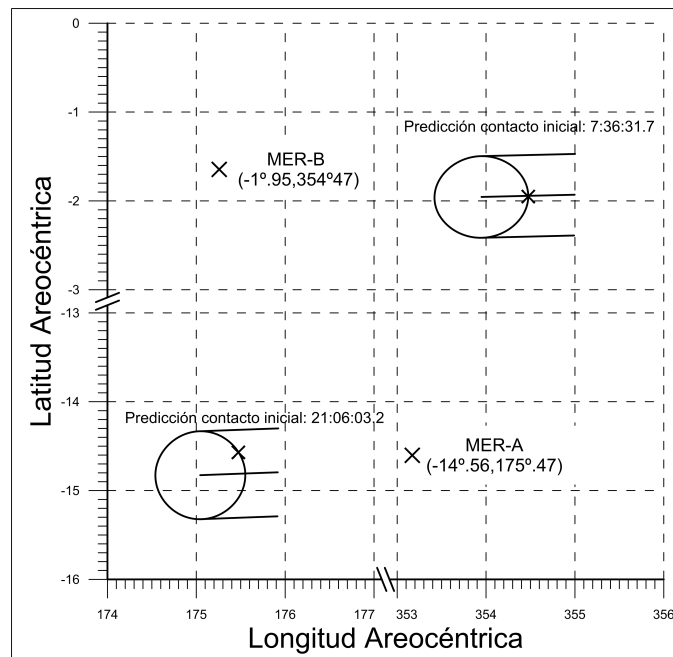


Figura 3.16: Trayectoria predicha de la sombra sobre los vehículos MER-B ($-1^{\circ}.95, 354^{\circ}.47$) y MER-A ($-14^{\circ}.56, 175^{\circ}.47$) para los eclipses captados los días 10/Mar./2004 y 18/Abr./2004, respectivamente. Las líneas continuas indican la indican la trayectoria del centro, Norte y Sur de la sombra.

desviaciones en tiempo de aproximadamente 0,3 segundos para el MER-B y 1,8 segundos para el MER-A, ambas inferiores a la incertidumbre en la deriva del reloj, estimada por (Bell et al., 2005) en 3 segundos para el MER-B y 9 para MER-A.

En la Figura 3.17 se presentan los diferencias entre las predicciones y observaciones para los tiempos inicial y final de todos los eventos fotografiados por los MER (Tabla 2.7). La media de estas diferencias es prácticamente nula, pudiéndose concluir que el modelo desarrollado permite predecir correctamente a las observaciones y que los parámetros aplicados en la parametrización, seleccionados en el capítulo anterior de los trabajos de Burkhart (2006), Standish y Williams (2009) y Archinal et al. (2011), se ajustan perfectamente a la definición del Meridiano

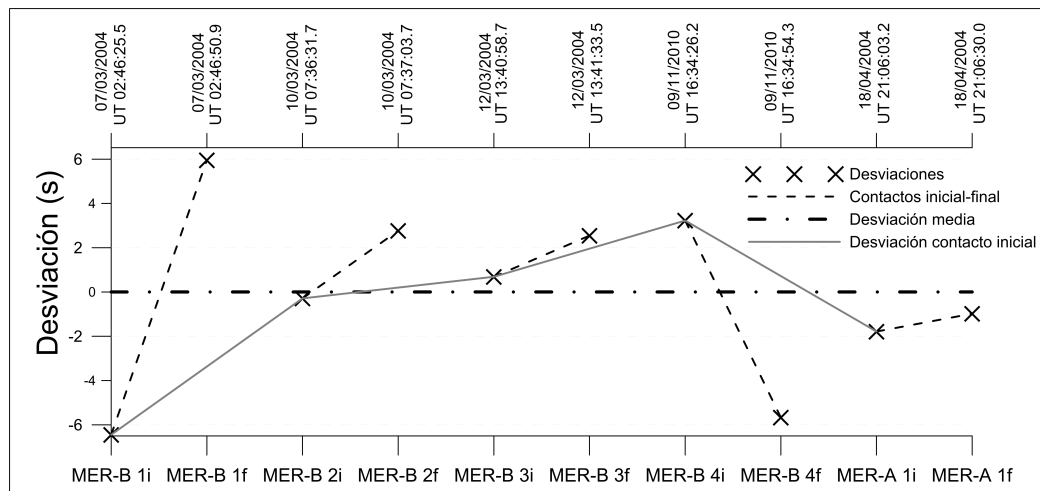


Figura 3.17: Diferencias entre las predicciones y observaciones de los eventos captados por MER-A y MER-B según el modelo desarrollado en las secciones 3.1 y 3.2.

Origen de Marte.

Al igual que ya sucediera en el modelo desarrollado en el capítulo 2, los valores que muestran mayor dispersión se corresponden con los eventos tangentes al Sol MER-B1 y MER-B4. Como ya se comentó anteriormente, el modelo lineal aplicado por Bell et al. (2005) puede inducir errores en tiempo para estos eventos en los que sólo una parte de Fobos atraviesa el Sol.

3.6. Resumen y Conclusiones

En este capítulo se ha diseñado un modelo que permite parametrizar los eclipses solares de Fobos para predecir la localización, forma y tamaño de la sombra que éste último proyecta sobre Marte para un instante dado.

A partir de ellos se ha analizado el movimiento de la sombra sobre la superficie de Marte, desglosando su movimiento en sus ciclos latitudinal anuo y longitudinal diurno, que posteriormente se han estudiado conjuntamente para analizar la cobertura y visibilidad de estos eventos en todo el planeta, habiéndose obtenido que los

eclipses son visibles en un rango de latitudes aproximado de $[-70^\circ, 70^\circ]$ en dos temporadas de eclipses cada año marciano. Cuando se cumplen las condiciones necesarias, hay una ocurrencia de tres eclipses diarios cada 7,657 h. En un entorno de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador, estos eclipses cubren, de media, bandas longitudinales de aproximadamente $166,824$ según trayectorias tanto más curvas cuanto más alejadas del ecuador; y con una velocidad variable, acelerándose según se aleja del punto subsolar, siendo la velocidad media de aproximadamente $3^\circ/\text{min}$.

A lo largo de un tránsito la sombra sobre Marte se elonga según Fobos se aleje del meridiano central del Sol, convirtiéndose en una amplia pseudoelipse en los extremos del tránsito. Esta elongación de la sombra también ocurre en su recorrido, durante una misma temporada de eclipses, de un hemisferio al otro. El radio mínimo de la penumbra es de aproximadamente 30 kilómetros cerca del ecuador, dándose la circularidad únicamente en los equinoccios.

Los modelos implementados para analizar forma, tamaño y movimiento de la sombra se han validado utilizando los tiempos de las observaciones de los eclipses fotografiados por los MERs *Spirit* y *Opportunity*, estudiando si la penumbra predicha sobre la superficie contiene a los respectivos vehículos. Empleando los valores de los parámetros que relacionan los sistemas de referencia involucrados seleccionados en el capítulo anterior se han obtenido unas diferencias entre las predicciones y las observaciones inferiores a 0,1 segundos.

Capítulo 4

Establecimiento de un Cronograma

Observacional de Eclipses

Aplicación a las misiones MPPM y MSL

En los capítulos anteriores se han establecido los modelos que permiten caracterizar tanto la forma, tamaño y movimiento de los eclipses de Fobos sobre la superficie de Marte, como su visibilidad y temporalización para un hipotético observador de coordenadas conocidas. El objetivo final de esta memoria, tal como se estudiará en el próximo capítulo, es la resolución del problema inverso a este último, es decir, emplear la información de los tiempos de contacto inicial y final obtenida de la observación de eclipses para constreñir el lugar de observación. Para conseguir dicha información debe plantearse, pues, un calendario observacional de eclipses optimizado para cada misión.

En este capítulo trataremos de establecer las estrategias para la detección de eclipses con antelación al lanzamiento de una misión cuando, por motivo de las incertidumbres en las condiciones de entrada–descenso y aterrizaje, únicamente pueda preverse una zona de seguridad o una elipse de confianza para el amartizaje.

En esta situación para la caracterización de eclipses potencialmente visibles por una misión a Marte, se planteará un cronograma de observaciones estudiando qué pasos de la sombra de Fobos sobre Marte cruza la zona prevista para el amartizaje de la misión.

La metodología diseñada se aplicará no sólo a la misión MPPM, para la que se presenta un cronograma observacional adecuado a las restricciones específicas de la misión y optimizado para el sensor de irradiancia solar MetSIS; si no también, a la misión MSL. Para esta últimas se plantea además un procedimiento de *Monte Carlo* para simular posiciones aleatorias dentro de la elipse de amartizaje que permita optimizar el calendario de observaciones para las ventanas observacionales obtenidas.

Durante el desarrollo de esta memoria, la MSL ha tenido la oportunidad de fotografiar varios de los eclipses predichos mediante los métodos propuestos, permitiendo comprobar su fiabilidad. Se presentan los resultados obtenidos para dichos eclipses.

4.1. Determinación de las ventanas observacionales

Tal y como se estudió en el capítulo anterior, las condiciones de ocurrencia de eclipses se cumplen dos veces cada año marciano, cubriendo un rango de latitudes de aproximadamente $[-70^\circ, 70^\circ]$ durante temporadas de duración variable cercanas a los 200 días. Sin embargo, la restricción de estas condiciones a la latitud de amartizaje limita las posibilidades de observación a unos pocos días cada temporada. Para establecer un cronograma de observaciones durante estas ventanas observacionales, buscaremos los instantes de tiempo, que dependerán de la longitud del observador, en que la elipse de amartizaje es cubierta por al menos una parte de la elipse de sombra.

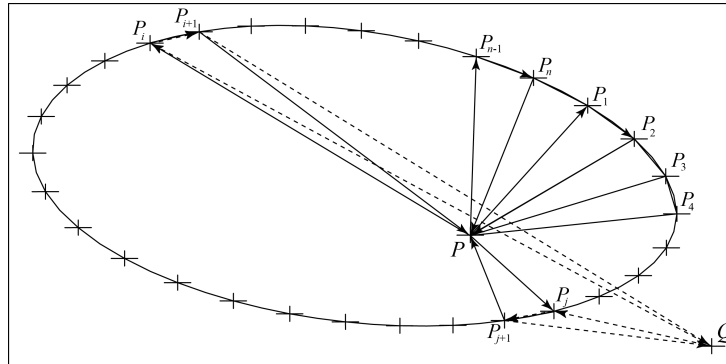


Figura 4.1: Pertenencia de un punto a la elipse de sombra. El punto P pertenece a la región al tener la misma orientación cada posible triángulo que forme con cada dos nodos consecutivos de la sombra. El punto Q no pertenece al existir al menos dos triángulos, QP_jP_{j+1} y QP_iP_{i+1} , con distinta orientación.

Con este objetivo estudiaremos si alguno de los puntos de esta elipse pertenece a la elipse de sombra caracterizada en el capítulo 3. El concepto de punto interior se basará en la pertenencia de un punto un triángulo, que estudiaremos computacionalmente a partir de la definición de orientación de un triángulo.

A tal efecto, se dice que un triángulo ABC , con $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ y $C = (x_3, y_3)$, se encuentra orientado positivamente si el determinante

$$\det(ABC) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.1)$$

es positivo. En otro caso, dicho determinante será negativo. Si $\det(ABC) = 0$ los tres puntos se encontrarían alineados.

En esta situación, cierto punto P del plano será interior a un triángulo ABC si la orientación de los triángulos ABP , BCP y CAP es igual a la orientación del triángulo ABC y exterior en otro caso (Jing y Stephansson, 2007).

Generalizando el problema para estudiar la de pertenencia de un punto a la

elipse de sombra, supuesta ésta convenientemente discretizada según las ecuaciones de la sección 3.2, estudiaremos la orientación de todos los posibles triángulos que formen dos puntos consecutivos del borde de la sombra con cada punto del borde de la elipse de amartizaje. Si todos los posibles triángulos tienen la misma orientación, entonces el punto de la elipse de amartizaje será interior a la envolvente conexa de la sombra de Fobos y ésta cruzará la zona de amartizaje; por el contrario, si existe al menos una orientación distinta, el punto no pertenecerá a la envolvente conexa (Jing y Stephansson, 2007) y no será cubierto por la elipse de sombra (Figura 4.1).

Los instantes de tiempo para los que se verifique esta condición constituirán los posibles tiempos de observación de eclipses para toda la elipse de amartizaje. Teniendo en cuenta que el modelo empleado para caracterizar la forma y tamaño de la sombra de Fobos sobre la superficie de Marte empleaba una aproximación esférica para Marte, el cronograma así obtenido ha de tomarse como una primera aproximación. A continuación se presenta su optimización para las diferentes misiones.

4.2. Cronograma Observacional para MetNet

Como ya se ha indicado anteriormente, el objetivo de la misión MetNet es desplegar varias decenas de módulos de amartizaje MNLs para el estudio de la atmósfera de Marte. El propósito del primero de estos módulos, llamado *Mars MetNet Precursor Mission* (MMPM) (Harri et al., 2008), es confirmar el concepto de despliegue y aterrizaje de estas estaciones meteorológicas sobre la superficie marciana y obtener información atmosférica durante las fases de descenso y aterrizaje con tiempo de vida estimado de varios años marcianos. La MMPM estará lista para las próximas ventanas de lanzamiento, la primera de ellas en 2014

(Harri et al., 2012c).

La idea principal de estos módulos es implementar sistemas de aerofrenado inflables para el aterrizaje (Harri et al., 2010), en lugar de escudos térmicos rígidos y/o paracaídas empleados en anteriores misiones a Marte; de manera que se optimice la relación entre la masa de carga útil y masa total del módulo, disponiéndose de más recursos en términos de volumen y masa para la carga científica. Una vez disminuida la velocidad, una estructura cónica impactará contra la superficie de Marte penetrando el suelo marciano a una velocidad aproximada de 45-55 m/s.

Uno de los principales objetivos de la misión MMPM es demostrar la fiabilidad de este sistema de aerofrenado inflable, motivo por el cual se ha seleccionado una inserción ecuatorial que garantice una presión atmosférica suficientemente alta para soportar el sistema de aerofrenado y maximizar así las posibilidades de éxito del amortizaje. Esta exigencia limita la zona de amortizaje a un rango de latitudes de $[-5^\circ, 5^\circ]$. Para la misión *Precursor*, el MNL se separará de la nave espacial de transferencia antes de entrar en órbita alrededor del planeta, durante la fase de acercamiento al planeta. El instante exacto de separación definirá la localización de la elipse de amortizaje, que además estará influenciada por la incertidumbre en las condiciones EDL. Los eclipses de Fobos pueden ayudar a constreñir la localización del módulo MNL dentro de esta zona de amortizaje, problema que trataremos en el siguiente capítulo 5.

Para la detección de estos eclipses se empleará el sensor de irradiancia solar (MetSIS) desarrollado por el INTA, carga útil de MetNet encargada de medir el espectro solar desde la superficie de Marte y sus variaciones a lo largo del día y estaciones y de estimar la profundidad óptica de la atmósfera (Guerrero, 2010; Arruego, 2012) en comparación con misiones anteriores. Para ello, MetSIS está equipado con 28 sensores ópticos cubriendo un rango de longitudes de onda de 200 a 1100 nm con una resolución de 0,01 %; 2 sensores de temperatura y 2 de-

tectores del ángulo de incidencia del sol, que permiten alcanzar una resolución en la posición del Sol de $0,1^\circ$ (Haukka et al., 2012).

Con el objetivo de maximizar las oportunidades de observación de eclipses por MetNet, se presenta la implementación del cronograma observacional optimizado para el sensor de irradiancia solar MetSIS adecuado a la restricción latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador y al sistema de control de operaciones de la carga útil de MetNet.

4.2.1. Ventanas Observacionales

La Figura 4.2 muestra la restricción de las temporadas de eclipses durante el período 2014-2016 a la banda latitudinal de amortizaje de la MMPM de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador, caracterizando los posibles días de observación del fenómeno durante el período de vida de la MMPM, resumidos en la Tabla 4.1.

Dado que actualmente no se dispone de información acerca de la elipse final de amortizaje, la aplicación para estos días del modelo expuesto en la sección 4.1 para caracterizar en qué momentos la elipse de sombra cruza la zona de amortizaje resulta en todos y cada uno de los pasos de sombra por esta banda latitudinal.

Con el objetivo de maximizar las oportunidades de observación de eclipses con la MMPM, en la siguiente sección se presenta la implementación del cronograma

Tabla 4.1: Fechas de observación de eclipses para la misión MMPM para el período 2014-2016.

Año	Número de días	Fecha de comienzo	Fecha de finalización
2014	23	02/Ago.	24/Ago.
2015	32	02/Jun.	03/Jul.
2016	23	25/Jun.	17/Jul.

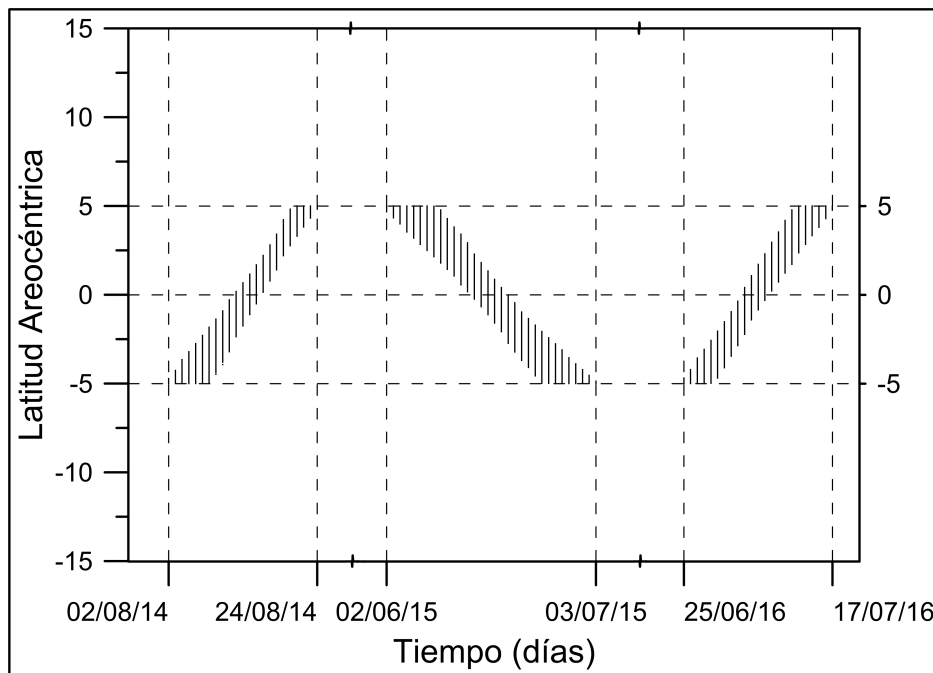


Figura 4.2: Restricción del movimiento latitudinal a la zona banda de amortizaje de la sonda MMPM de $[-5^\circ, 5^\circ]$.

observacional optimizado para el sensor de irradiancia solar MetSIS.

4.2.2. Instantes de Contacto

Como ya se ha indicado, puesto que actualmente no se dispone de información de la elipse de aterrizaje u otro condicionamiento o cota para la longitud de la MMPM, habrían de tomarse como instantes de contacto inicial-final los de comienzo-fin de cada paso de la sombra sobre la superficie durante las ventanas observacionales establecidas en la Tabla 4.1.

No obstante, el control de operaciones de la carga útil de la sonda ha de ejecutarse de acuerdo con una secuencia de comandos predefinida a intervalos regulares de tiempo, permitiéndose la activación de ciertas secuencias de medición especializadas a instantes de tiempo absolutos pre-programados (Schmidt et al., 2010, 2012). Por este motivo, se propone una secuencia de adquisición de datos espe-

cializada para la detección de eclipses con MetSIS, teniendo en cuenta el análisis del movimiento de la sombra realizado en el la sección 3 del capítulo anterior, según el cual cada paso de la sombra cubre bandas longitudinales de $166,824$ de media durante aproximadamente 55 minutos cada $7,657$ h según trayectorias tanto más curvas cuanto más se alejaban del punto subsolar.

Así, dicha secuencia de adquisición de datos habría de activarse regularmente cada $7,657$ h comenzando en el instante de inicio del primer paso de sombra de las ventanas observacionales de la Tabla 4.1 y ejecutarse en modo diurno durante 1 hora cada vez, tiempo que permitiría cubrir una banda longitudinal e incorporar un margen de error de 2,5 minutos antes y después de cada tránsito (Barderas y Romero, 2013; Harri et al., 2012a; Romero y Barderas, 2011).

Sin embargo, si una banda longitudinal pudiera constreñirse antes de la separación de la MMPM, podría plantearse una modificación de este secuencia de toma de datos. Así, por ejemplo, para una banda longitudinal de 30° , bastarían 12 minutos de observaciones (incluyendo 2 minutos de margen de error), reducién-

Tabla 4.2: Condiciones de activación de la secuencia de adquisición de datos específica para la misión MMPM para la detección de eclipses con MetSIS.

	2014	2015	2016
Fecha de Inicialización	02/Ago.	02/Jun.	25/Jun.
Fecha de Finalización	24/Ago.	03/Jul.	17/Jul.
Instante de Inicialización	$1^h,8117$ 01:48:42	$3^h,7757$ 03:46:33	$1^h,6955$ 01:41:44
Instante de Finalización	18,4587 18:27:31	18,8187 18:49:08	18,3425 18:20:33

Activación a intervalos regulares de tiempo cada $7,657$ h. Ejecución en modo diurno durante una hora.

Los instantes de inicialización incluyen un margen de 2,5 minutos.

De acuerdo con el Boletín C del *IERS* del 5 de enero de 2012, se ha añadido a los tiempos TUC un segundo intercalar a partir del 30 de junio de 2012 a las 23:59:59 (Tiempo Greenwich).

dose considerablemente la necesidad de toma de datos. Con este objetivo, el *software* desarrollado se ha adaptado también para una rápida ejecución en el sistema *Amazon de Cloud Computing* (Vázquez–Poletti y Barderas et al., 2012).

La Tabla 4.2 resume las características de activación del ciclograma así implementado para MetSIS para el período 2012–2014. Para estimar su fiabilidad se han realizado una serie de simulaciones, estudiando si durante los períodos de ejecución del ciclograma la totalidad de los tránsitos de sombra serían observables a priori .

Los resultados se muestran en las Tablas 4.3, 4.4 y 4.5 para las ventanas observacionales de 2014, 2015 y 2016, respectivamente; comprobándose como todos los tránsitos de sombra se encuentran dentro de los períodos de funcionamiento establecidos por el ciclograma.

Tabla 4.3: Comprobación del ciclograma para MetSIS para el año 2014.

Fecha		Primer Tránsito (h)	Segundo Tránsito (h)	Tercer Tránsito (h)
02/Ago. $\varphi \sim -5^\circ$	Tránsito	01,8533–02,7583	09,5104–10,4158	17,1674–18,0733
	Ciclograma	01,8117–02,8117	09,4687–10,4687	17,1257–18,1257
08/Ago. $\varphi \sim -2^\circ$	Tránsito	03,3370–04,2491	10,9940–11,9064	18,6512–19,5638
	Ciclograma	03,2947–04,2947	10,9517–11,9517	18,6087–19,6087
12/Ago. $\varphi \sim 0^\circ$	Tránsito	06,8700–07,7943	14,5372–15,4517	22,1944–23,1090
	Ciclograma	06,8357–07,8357	14,4927–15,4927	22,1497–23,1497
17/Ago. $\varphi \sim 2^\circ$	Tránsito	01,7391–02,6535	09,3965–10,3107	17,0538–17,9679
	Ciclograma	01,6907–02,6907	09,3477–10,3477	17,0047–18,0047
24/Ago. $\varphi \sim 5^\circ$	Tránsito	02,2026–03,1117	09,8603–10,7689	17,5178–18,4260
	Ciclograma	02,1447–03,1447	09,8017–10,8017	17,4587–18,4587

Tabla 4.4: Comprobación del ciclograma para MetSIS para el año 2015.

Fecha		Primer Tránsito (h)	Segundo Tránsito (h)	Tercer Tránsito (h)
02/Jun. $\varphi \sim 5^\circ$	Tránsito	03,8174–04,7138	11,4741–12,3710	19,1311–20,0282
	Ciclograma	03,7757–04,7757	11,4327–12,4327	19,0897–20,0897
09/Jun. $\varphi \sim 2^\circ$	Tránsito	04,2682–05,1712	11,9250–12,8281	19,5819–20,4852
	Ciclograma	04,2297–05,2297	11,8867–12,8867	19,5437–20,5437
15/Jun. $\varphi \sim 0^\circ$	Tránsito	05,7494–06,6547	13,4062–14,3116	21,0631–21,9686
	Ciclograma	05,7127–06,7127	13,3697–14,3697	21,0267–22,0267
21/Jun. $\varphi \sim -2^\circ$	Tránsito	07,2313–08,1363	14,8882–15,7932	22,5451–23,4500
	Ciclograma	07,1957–08,1957	14,8527–15,8527	22,5097–23,5097
03/Jun. $\varphi \sim -5^\circ$	Tránsito	02,5404–03,4374	10,1975–11,0941	17,8546–18,7509
	Ciclograma	02,5047–03,5047	10,1617–11,1617	17,8187–18,8187

Tabla 4.5: Comprobación del ciclograma para MetSIS para el año 2016.

Fecha		Primer Tránsito (h)	Segundo Tránsito (h)	Tercer Tránsito (h)	Cuarto Tránsito Si aplicable (h)
25/Jun. $\varphi \sim -5^\circ$	Tránsito	01,7372–02,6325	09,3942–10,2900	17,0513–17,9473	
	Ciclo.	01,6955–02,6955	09,3525–10,3525	17,0095–18,0095	
01/Jul. $\varphi \sim -2^\circ$	Tránsito	03,2218–04,1228	10,8790–11,7802	18,5362–19,4375	
	Ciclo.	03,1785–04,1785	10,8355–11,8355	18,4925–19,4925	
04/Jul. $\varphi \sim 0^\circ$	Tránsito	00,1366–01,0387	07,7938–08,6960	15,4511–16,3534	23,1083–24,0106
	Ciclo.	00,0915–01,0915	07,7485–08,7485	15,4055–16,4055	23,0625–24,0625
07/Jul. $\varphi \sim 2^\circ$	Tránsito	04,7094–05,6115	12,3667–13,2687	20,0239–20,9261	
	Ciclo.	04,6615–05,6615	12,3185–13,3185	19,9755–20,9755	
17/Jul. $\varphi \sim 5^\circ$	Tránsito	02,0903–02,9842	09,7479–10,6414	17,4055–18,2985	
	Ciclo.	02,0285–02,0285	09,6855–10,6855	17,3425–18,3425	

4.3. Cronograma Observacional para MSL

La misión de la NASA *Mars Science Laboratory* (MSL), ha sido la última misión en llegar a Marte con éxito. Su lanzamiento se efectuó el 26 de noviembre

de 2011, aterrizando sobre la superficie marciana el 6 de agosto de 2012 en una planicie al noroeste del cráter *Gale* llamada *Aeolis Palus* a 04,°59 de latitud Sur y 137,°44 de longitud Este ¹.

Entre los objetivos de la MSL se encuentran evaluar el potencial biológico del lugar de amartizaje; caracterizar su geología y geoquímica; investigar los ciclos y distribución del agua y del dióxido de carbono, la evolución atmosférica y el clima; o caracterizar el espectro de la radiación en la superficie. Para ello, parte de la MSL la compone un vehículo robótico llamado *Curiosity*, diseñado con una vida útil de aproximadamente un año marciano y una capacidad de desplazamiento superior a 20 kilómetros (Grotzinger et al., 2012).

Entre su carga útil se encuentra una cámara mástil (MastCam) capaz de adquirir 10 imágenes por segundo (Malin et al., 2005) y dos instrumentos para estudios medioambientales, el detector de radiación (RAD – por sus siglas en inglés *Radiation Assessment Detector* – Hassler et al. (2006)) y el detector de radiación ultravioleta (REMS –por sus siglas en inglés *Rover Environmental Monitoring Station*–), que podrían detectar los eclipses de Fobos, ofreciendo una alternativa real para contrastar la metodología de predicción de eclipses diseñada.

Según Golombek et al. (2011) se esperaba que la MSL aterrizara el día 5 de agosto de 2012 al noroeste del cráter *Gale* a 4,°4868 de latitud sur y 137,°4239 de longitud este, cerca del punto más bajo del cráter, con una elevación de –4444m (Anderson y Bell III, 2010). Los errores esperados en el aterrizaje se estimaban inferiores a 10 kilómetros en la dirección radial (Jet Propulsion Laboratory, 2007), pero las incertidumbres en la fase EDL expandían estos límites a una elipse orientada Este-Oeste (Golombek et al., 2011) de 25x20 kilómetros² (Jet Propulsion Laboratory, 2007).

Para esta última elipse de amartizaje se realizó el estudio que se presenta a con-

¹<http://www.nasa.gov/msl>

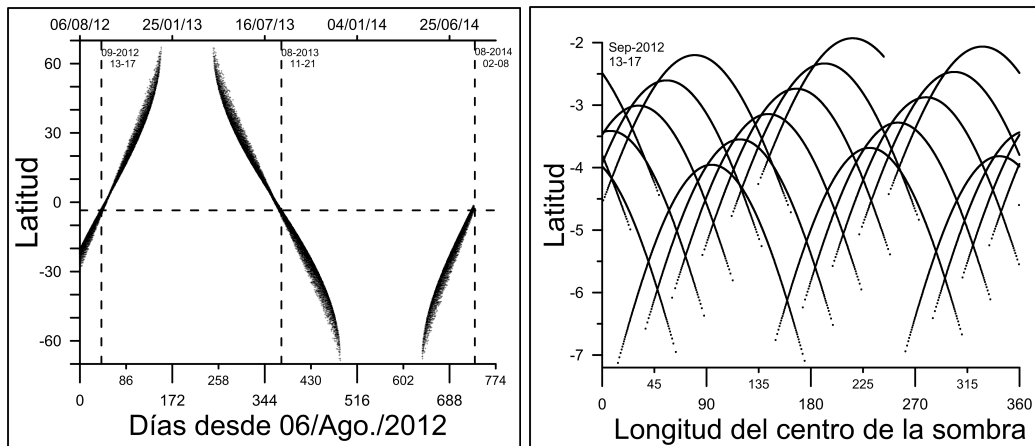


Figura 4.3: Movimiento de la sombra de Fobos en el entorno de la elipse de amortizaje de la MSL en 2012.

tinuación, caracterizando los eclipses potencialmente observables por tales instrumentos con anterioridad al aterrizaje de la misión (Barderas et al., 2012a,b). Estas predicciones a priori han sido posteriormente validadas, habiéndose fotografiado directamente por medio la MastCam (Lemmon et al., 2013), y detectado indirectamente por REMS, por el descenso de radiación ultravioleta (Gómez-Elvira et al., 2013).

4.3.1. Ventanas Observacionales

Tal y como se planteó en la sección 4.2.1 anterior, la constricción del movimiento latitudinal de la sombra a la elipse de amortizaje de la MSL limita los posibles días de observación para cada temporada de eclipses. La Figura 4.3, muestra los patrones de movimiento de la sombra estudiados en el capítulo 3 en el entorno de esta elipse, obteniéndose los posibles días de observación en las tres temporadas de eclipses que acontecerán en la zona durante el período de vida de la MSL.

Para estos días aplicamos la metodología descrita en la sección 4.1, estudiando

Tabla 4.6: Fechas de observación de eclipses para la elipse de aterrizaje de la misión MSL para el período 2012-2014.

2012		2013		2014	
13 Sep.	05:15	13 Ago.	21:32	03 Ago.	16:59
16 Sep.	09:56	17 Ago.	02:19	04 Ago.	15:50
17 Sep.	23:19	19 Ago.	08:25	07 Ago.	12:09
		20 Ago.	07:12	08 Ago.	11:00

los instantes en que al menos un punto de la elipse de aterrizaje es cubierta por la elipse de sombra. La Tabla 4.6 resume las fechas y horas de observación así obtenidas para los años 2012, 2013 y 2014.

Dicha elipse de sombra de Fobos tiene, a su paso por la elipse de aterrizaje de la MSL, un eje de aproximadamente 50-60 kilómetros en la dirección perpendicular al movimiento; variando el eje en la dirección de movimiento diariamente entre 60 y 420 kilómetros según se aleja del punto subsolar hacia los extremos del tránsito. Por tanto, el procedimiento anterior garantiza la caracterización de todos los posibles eclipses que ocurrirán sobre la MSL, al ser el área cubierta por la sombra mayor que la propia elipse de aterrizaje.

4.3.2. Instantes de Contacto.

Si bien, como ya se ha indicado, el tamaño de la sombra de Fobos es mayor que la elipse nominal de aterrizaje, es posible que ciertos eventos sólo sean observables desde algunas localizaciones dentro de la de la elipse. Éste es, por ejemplo, el caso del eclipse del 13 de septiembre de 2012, donde la elipse de sombra cruza exclusivamente la mitad Sur de la elipse de aterrizaje (Figura 4.4).

Para cuantificar las oportunidades de observación y optimizar las predicciones de los tiempos del cronograma de la Tabla 4.6, estudiamos los instantes de inicio y final para posiciones aleatorias dentro de la elipse de aterrizaje empleando el

modelo de predicción para un observador conocido del capítulo 2.

Las coordenadas de las distintas posiciones aleatorias dentro de la elipse de amortizaje, (φ, λ, h) , pueden obtenerse a partir de dos números aleatorios distribuidos uniformemente en el intervalo $[0, 1]$, r_1 y r_2 , de forma análoga a la descrita por Pharr y Humphreys (2004) para el disco de radio unidad, mediante las ecuaciones:

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi_0 + a \sqrt{r_1} \cos(2\pi r_2) \sin \theta + b \sqrt{r_1} \sin(2\pi r_2) \cos \theta \\ \lambda &= \lambda_0 + a \sqrt{r_1} \cos(2\pi r_2) \cos \theta - b \sqrt{r_1} \sin(2\pi r_2) \sin \theta\end{aligned}\quad (4.2)$$

donde (φ_0, λ_0) son las coordenadas del centro de la elipse, a y b sus semiejes y las elevaciones h se han tomado del modelo de elevaciones del terreno según Smith et al. (2003). El ángulo θ se corresponde con el ángulo de orientación de la elipse respecto del eje longitudinal. La elipse de la MSL se encuentra orientada según la

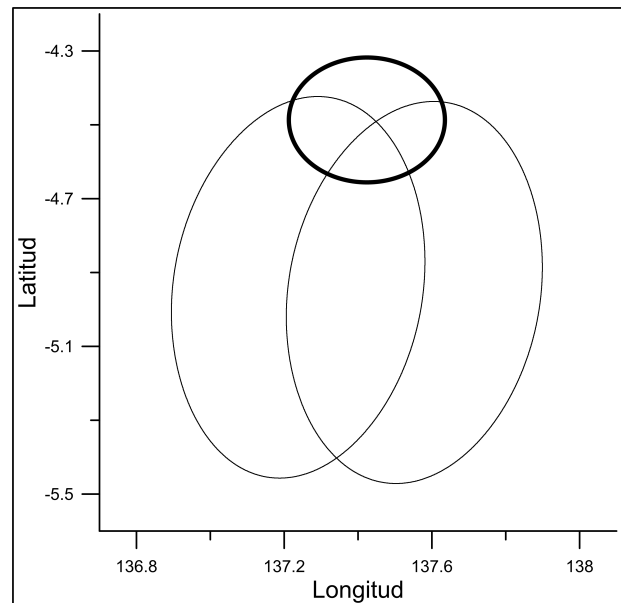


Figura 4.4: Tránsito de Fobos del 13 de septiembre de 2012 sobre la elipse de amortizaje de la MSL. Las elipses de sombra y de amortizaje están representadas respectivamente por líneas de trazos delgado y grueso.

dirección Este-Oeste (Golombek et al., 2011), por lo que $\theta = 0^\circ$.

Los resultados para 500 posiciones aleatorias así obtenidas dentro de la elipse de amortizaje se muestran en la Tabla 4.7, detallándose la frecuencia con que es visible cada evento y el valor esperado para su duración e instantes de comienzo y finalización en la Tabla 4.6, así como los valores mínimo y máximo obtenidos dichos instantes. La dispersión y visibilidad de cada evento se muestra en la Figura 4.5 para el tiempo de vida previsto para la misión.

Los mejores eventos para una posible observación son los tránsitos de los días 13 y 17 de septiembre de 2012; 13, 17, 19 y 20 de agosto de 2013; y 3 y 8 de agosto de 2014; siendo segura la visibilidad de los eclipses de los días 17 de septiembre de 2012, 13 y 20 de agosto de 2013 y 8 de agosto de 2014. Como cota a los tiempos de observación de los eventos así predichos, la Tabla 4.8 muestra los tiempos de contacto inicial y final para el centro y los cuatro puntos cardinales de la elipse de amortizaje.

Tabla 4.7: Predicción de eclipses de Fobos para la elipse de amortizaje de la MSL mediante una aproximación de Monte Carlo.

Año	Date	Cobertura (% Elipse)	Contacto Inicial ¹		Contacto Final ¹		Duración			Duración Media 80 %-Recortada
			TUC ²	TUC ²	Mín. TUC ²	TUC Máx. ²	Media	Mín.	Máx.	
2012	13 Sep.	70.5	05:15:22	05:15:41	05:15:16	05:15:46	19	1	29	21
	16 Sep.	2.5	09:56:47	09:56:51	09:56:46	09:56:51	3	1	5	3
	17 Sep.	100	23:19:27	23:19:49	23:19:26	23:19:52	22	17	25	22
2013	13 Ago.	100	21:31:54	21:32:29	21:31:52	21:32:32	34	30	37	35
	17 Ago.	64.0	02:18:53	02:19:11	02:18:46	02:19:18	17	< 1	26	19
	19 Ago.	89.0	08:25:26	08:25:47	08:25:19	08:25:54	20	1	30	22
	20 Ago.	100	07:12:18	07:12:46	07:12:11	07:12:53	28	19	32	28
2014	03 Ago.	57.2	16:59:38	16:59:56	16:59:38	17:00:01	18	1	28	19
	04 Ago.	23.0	15:49:52	15:50:03	15:49:47	15:50:08	11	1	19	11
	07 Ago.	27.4	12:09:22	12:09:34	12:09:16	12:09:39	12	1	20	12
	08 Ago.	100	11:00:51	11:01:28	11:00:49	11:01:30	36	31	38	36

¹ Media para 500 ensayos para los instantes de contacto predichos. Tiempos aproximados al segundo más cercano.

² De acuerdo con el Boletín C del *IERS* del 5 de enero de 2012, se ha añadido a los tiempos TUC un segundo intercalar a partir del 30 de junio de 2012 a las 23:59:59 (Tiempo Greenwich).

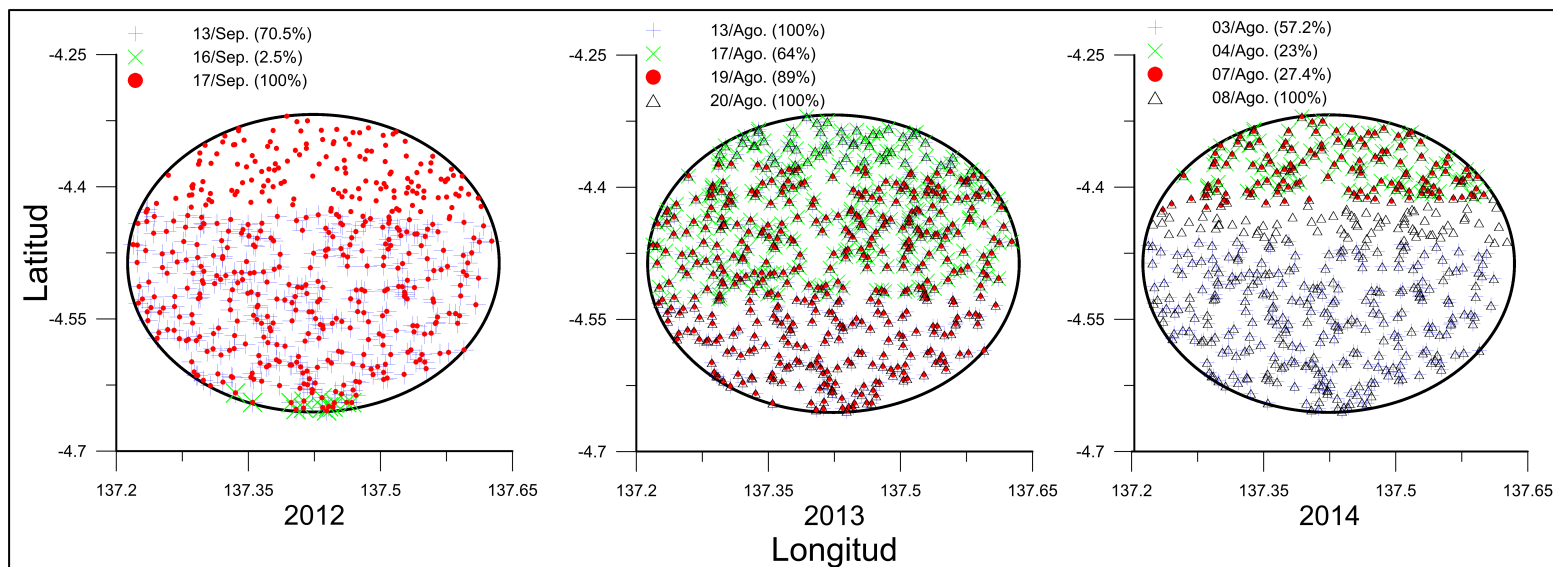


Figura 4.5: Visibilidad de los eclipses de Fobos dentro de la elipse de amortizaje de la MSL para los años 2012, 2013 y 2014 para los puntos aleatoriamente distribuidos obtenidos mediante la simulación *Monte Carlo*.

4.4. Validación

Durante el desarrollo de este trabajo, los eventos predichos para los días 13 y 17 de septiembre de 2012 han podido ser observados directamente por la cámara *MastCam* a bordo de la MSL. Las predicciones obtenidas para ambos eventos con las coordenadas finales provisionales de amortizaje de la MSL, $04,59000$ de latitud Sur y $137,44000$ de longitud Este, se resume en la Tabla 4.9, conjuntamente con los datos registrados durante las observaciones, cuyas incertidumbres aún están siendo evaluadas, en particular los errores sistemáticos relacionados con el tiempo y la posición del vehículo robótico (Lemmon et al., 2013). La simulación para ambos eventos se muestra en la Figura 4.6.

Para estimar la disminución de radiación que pueda esperarse durante estos tránsitos, aplicamos el método implementado para averiguar los puntos interiores a una elipse de la sección 4.1 a la formulación presentada en el capítulo 2 para estudiar los eclipses desde un observador de coordenadas conocidas para averiguar qué puntos del borde de la proyección de la figura de Fobos sobre el plano del Sol son interiores al disco solar, y viceversa, para determinar los puntos del Sol interiores a la figura de Fobos. Toda vez se hayan obtenido estos, podrá determinarse qué superficie del disco solar ocupan calculando el área de la poligonal resultante, y por tanto, estimar la disminución de radiación. En el caso de los eclipses

Tabla 4.9: Predicciones para los eclipses de Fobos observados por *Curiosity*.

Fecha	Datos Observacionales		Predicción	
	Contacto Inicial	Duración (s)	Contacto Inicial	Contacto Final
13/Sept./12	05:15:30.2	~ 16	05:15:34	05:15:51,5
17/Sept./12	23:19:26.0	~ 30	23:19:24,5	23:19:50,5

Predicciones para las coordenadas finales de amortizaje de la MSL, $04,59000$ de latitud Sur y $137,44000$ de longitud Este, sin tener en cuenta los desplazamientos realizados por el vehículo robótico. Datos obtenidos de Lemmon et al. (2013).

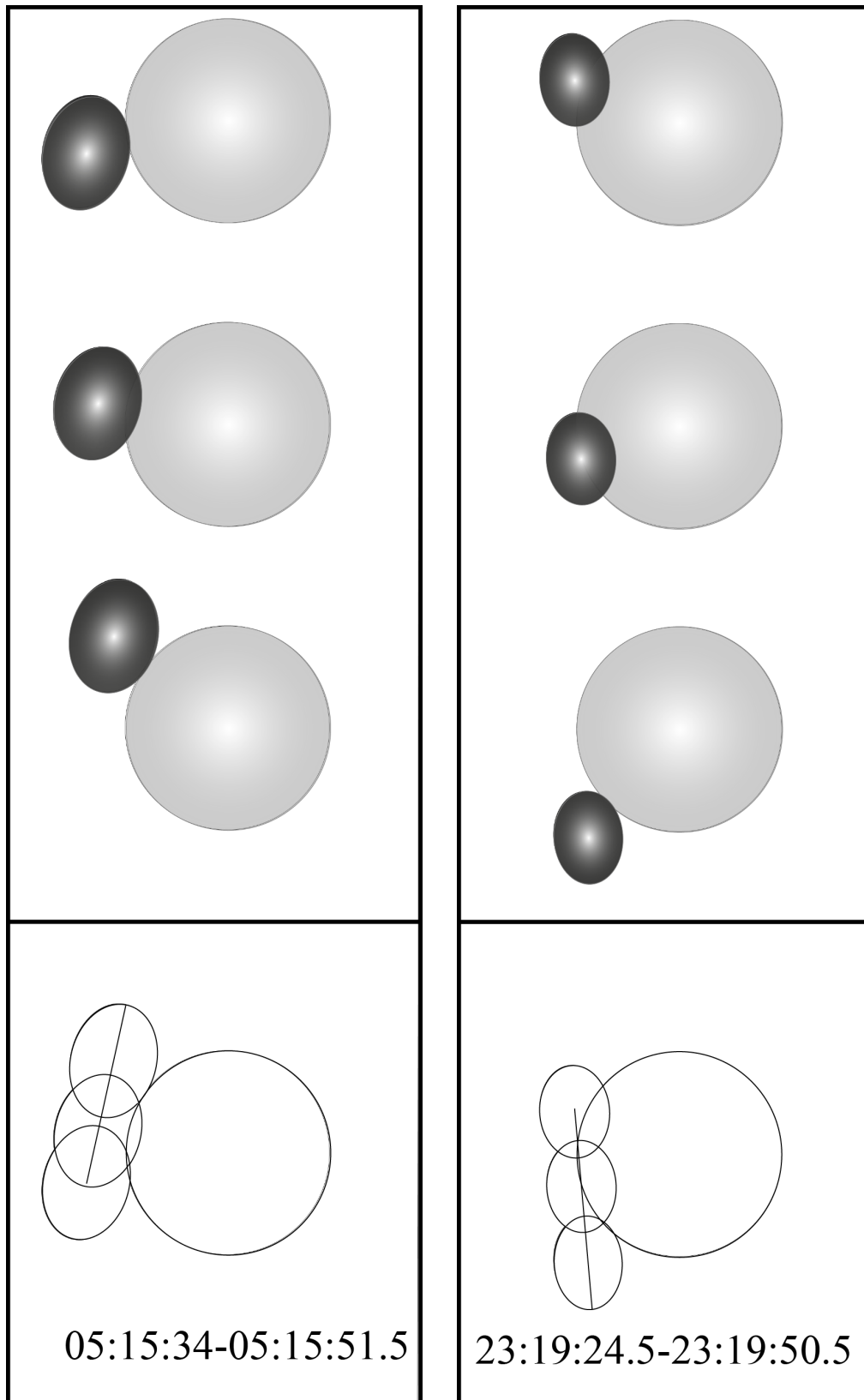


Figura 4.6: Predicción para los eclipses observados los días 13 y 17 de septiembre de 2012 desde la ubicación final de la MSL.

fotografiados por la MSL, el descenso máximo obtenido para los eclipses detectados los días 13 y 17 de septiembre de 2012 es de aproximadamente un 3 % y un 6,5 %, respectivamente (Figura 4.7).

Por otro lado, el método implementado para averiguar si alguno de los puntos de la elipse de amartizaje se encuentra contenido dentro de la elipse de sombra (sección 4.1) puede aplicarse de forma análoga a la formulación presentada en el capítulo 2 para estudiar los eclipses desde un observador de coordenadas conocidas, permitiendo averiguar qué puntos del borde de proyección de la figura de Fobos sobre el plano del Sol son interiores al disco solar y viceversa, los puntos del Sol interiores a la figura de Fobos. Toda vez se hayan obtenido estos, podrá determinarse qué superficie del disco solar ocupan estudiando el área de la poligonal resultante, y por tanto, estimar la disminución de radiación que pueda esperarse detectar con MetSIS. En el caso de los eclipses fotografiados por la MSL, el descenso máximo esperado para los eclipses ya detectados los días 13 y 17 de septiembre de 2012 es de aproximadamente un 3 % y un 6,5 %, respectivamente (Figura 4.7).

4.5. Resumen y Conclusiones

En este capítulo se ha desarrollado la metodología para establecer un cronograma de observación de eclipses para una misión con anterioridad a su lanzamiento, cuando únicamente esté prevista una elipse de confianza para su amartizaje. Para ello, se han estudiado los instantes de tiempo en que la sombra de Fobos sobre Marte cruza dicha elipse.

La metodología se ha aplicado a la misión *Mars MetNet Precursor Mission* para caracterizar las ventanas temporales en que es posible observar los eclipses de Fobos desde la banda latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador en que se

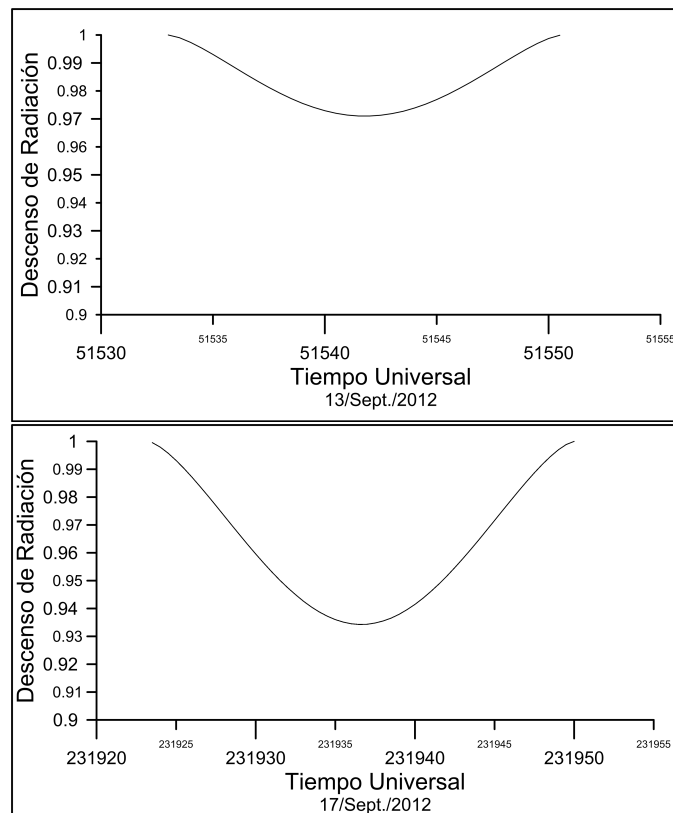


Figura 4.7: Descenso del nivel irradiación solar esperado para los eclipses de los días 13 y 17 de septiembre de 2012 fotografiados por la MSL. Nivel de luz ambiente normalizado a 1. Porcentajes relativos al descenso de luz de un 10 % en el nivel de radiación.

prevé aterrice el módulo. Para el período 2014–2016 se han caracterizado 23 días de observación en 2014, 32 en 2015 y 23 en 2016.

Por otro lado, atendiendo a las características propias de la misión, se ha diseñado una secuencia de toma de datos optimizada para el sensor de irradiancia solar MetSIS que permita maximizar las oportunidades de detección del fenómeno para estas ventanas observacionales. Dicha secuencia deberá activarse regularmente cada 7,657 h en modo diurno, con una duración de una hora para la toma de datos. El instante de inicialización de la secuencia será el del primer paso de sombra por

la banda latitudinal, incorporando un margen de error de 2,5 minutos. Así, para la ventana observacional de 2014, la secuencia ha de inicializarse el 2 de agosto a las 18:27:31; para 2015, el 2 de junio a las 18:49:08; y para 2016, el 25 de junio a las 18:20:33.

La metodología ha sido aplicada, además, para establecer un listado de todos los posibles eclipses visibles desde la elipse de amartizaje de 25x20 kilómetros de la MSL durante la fase primaria de la misión. Para los años 2012–2014, se han obtenido posibles eventos los días 13,16 y 17 de septiembre de 2012; 13, 17, 19 y 20 de agosto de 2013; y 3, 4, 7 y 8 de agosto de 2014.

Con el fin de maximizar las posibles detecciones y mejorar la precisión en los tiempos de contacto derivados, se ha realizado una simulación de *Monte Carlo* para estudiar los instantes de comienzo y final de cada eclipse desde localizaciones aleatorias dentro de la elipse de amartizaje, incluyendo además un modelo digital del terreno de Marte. Mediante este procedimiento se ha obtenido que los eventos de los días 17 de septiembre de 2012, a las 23:19:27–23:19:49; 13 de agosto 2013, a las 21:31:54–21:32:29; 20 de agosto 2013, a las 07:12:18–07:12:46; y 08 de agosto 2014 a las 11:00:51–11: 01:28; son visibles desde la totalidad de la elipse de amartizaje. También tienen una alta probabilidad de ser observados (60–80 %) los eventos de los días 13 de septiembre 2012, 17 y 19 de agosto de 2013 y el 03 de agosto de 2014.

Durante el desarrollo de esta memoria, la MSL amartizó en agosto de 2012, habiendo fotografiado los eclipses predichos para los días 13 y 17 de septiembre de 2012. Para ambos eventos se han presentado las predicciones en tiempo para la localización final de la MSL, así como el descenso de radiación esperado, que asciende aproximadamente a un 3 % y un 6,5 %, respectivamente.

Capítulo 5

Posicionamiento mediante la Observación de Eclipses

En este capítulo trataremos el problema inverso de la determinación de las coordenadas de amartizaje de la misión MPM utilizando la información de los instantes de contacto de los eclipses de Fobos, suponiendo estos conocidos.

La mayor dificultad de este problema estriba en la inversión de la función no lineal multivaluada que modela el movimiento latitudinal y longitudinal de la sombra de Fobos presentado en el Capítulo 3, donde se establecían las condiciones de ocurrencia de eclipses, e involucrando además errores de medida. La determinación de coordenadas se realizará a partir de las observaciones del instante central del eclipse, t_i , y de su duración, Δt_i , en fechas concretas de eclipses ($i = 1, \dots, n$). Para ello, será necesario, adicionalmente, emplear el modelo geométrico de eclipses desde un observador de coordenadas conocidas (latitud φ , y longitud λ) desarrollado en el Capítulo 2.

Para la inversión de esta función se presentan en este capítulo dos procedimientos diferentes: el algoritmo Levenberg–Marquardt y la relajación por bloques. Con el objetivo de testear ambos métodos y comparar los resultados se efec-

tuarán varios ensayos que permiten mostrar la eficiencia de un método mínimo cuadrático recursivo basado en un procedimiento de relajación por bloques coordenado.

La precisión en la determinación de coordenadas se ha analizado para distintas incertidumbres en los tiempos de contacto, en función del número de eventos observados y de la latitud de amartizaje.

5.1. Formulación del Problema Inverso

El modelo de predicción de eclipses desde un observador conocido desarrollado en el capítulo 2 proporciona el modelo matemático para el fenómeno, que puede escribirse como $\mathbf{M}(\varphi, \lambda, \mathbf{c}(t_i), \mathbf{d}) = (t_i, \Delta t_i)$, como función de las efemérides de Fobos y el Sol, $\mathbf{c}(t_i)$, y de los modelos de forma de Fobos y el Sol, \mathbf{d} .

Como ya se estudió en el Capítulo 3, donde se establecían las condiciones de ocurrencia de eclipses, los eclipses de Fobos son visibles en un rango de latitudes aproximado de $\delta\varphi = \pm 70$, cubriendo una media de $166,824$ en longitud tres veces diarias cada $7,657$ h y a una velocidad media de $3^\circ/\text{min}$ según trayectorias tanto más curvas cuanto más se alejaban del punto subsolar. Además, la cobertura de sombra era tal que podrían observarse varios eclipses desde un mismo punto, así como que un mismo evento pudiera ser visible desde varios puntos.

La Figura 5.1 muestra el patrón de movimiento general de la sombra y la cobertura en la banda latitudinal de $\pm 5^\circ$ alrededor del ecuador para el año 2014; mientras, la Figura 5.2 desglosa el movimiento en sus componentes latitudinal y longitudinal, mostrándose como un mismo eclipse puede observarse desde varias localizaciones; siendo, por tanto, la función a invertir \mathbf{M} no lineal, discontinua y multivaluada.

Para la determinación de la latitud y longitud de un observador mediante la

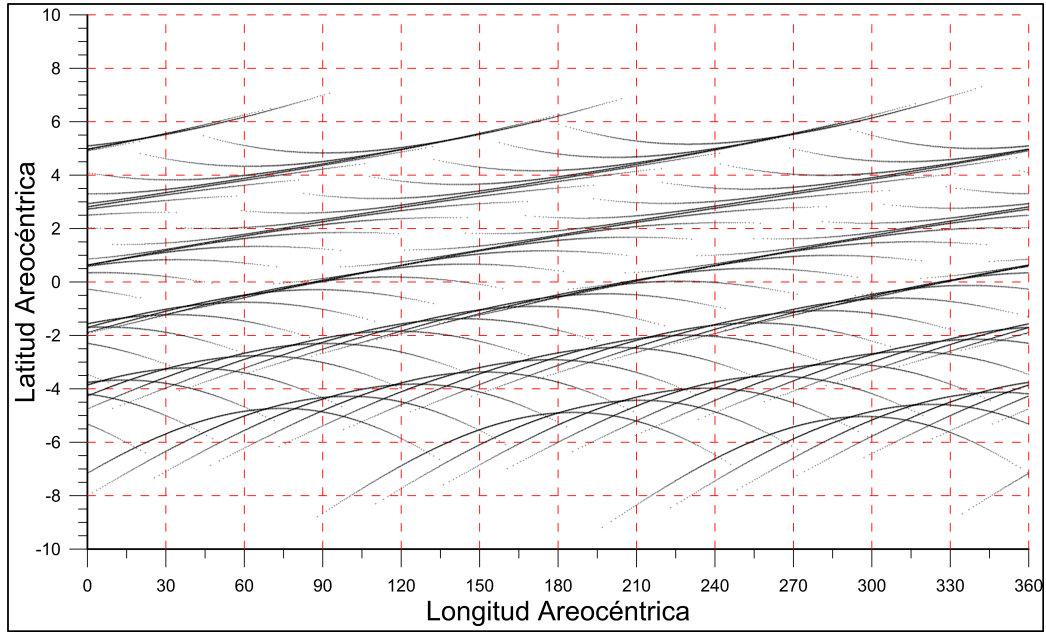


Figura 5.1: Movimiento de la sombra de Fobos en la banda $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador para el año 2014.

inversión de esta función utilizaremos una metodología usual, buscando aquella solución que satisfaga algún criterio de optimización. Uno de esos criterios, utilizado frecuentemente en un amplio espectro de disciplinas (véase, por ejemplo, Khoury et al. (2006)), incluidas las ciencias del espacio (Yamada et al., 2011; Parente et al., 2011), se consigue mediante una optimización cuadrática, minimizando la suma de los residuales al cuadrado.

Según el modelo de predicción de eclipses para un observador con coordenadas conocidas desarrollado en el Capítulo 2, \mathbf{M} puede escribirse como:

$$M_i^1(\varphi, \lambda, \mathbf{c}(t_i), \mathbf{d}) = t_i, \quad (5.1)$$

$$M_i^2(\varphi, \lambda, \mathbf{c}(t_i), \mathbf{d}) = \Delta t_i, \quad (5.2)$$

donde los observables, tiempo central y duración del eclipse i -ésimo, t_i y Δt_i respectivamente, involucran errores de medida.

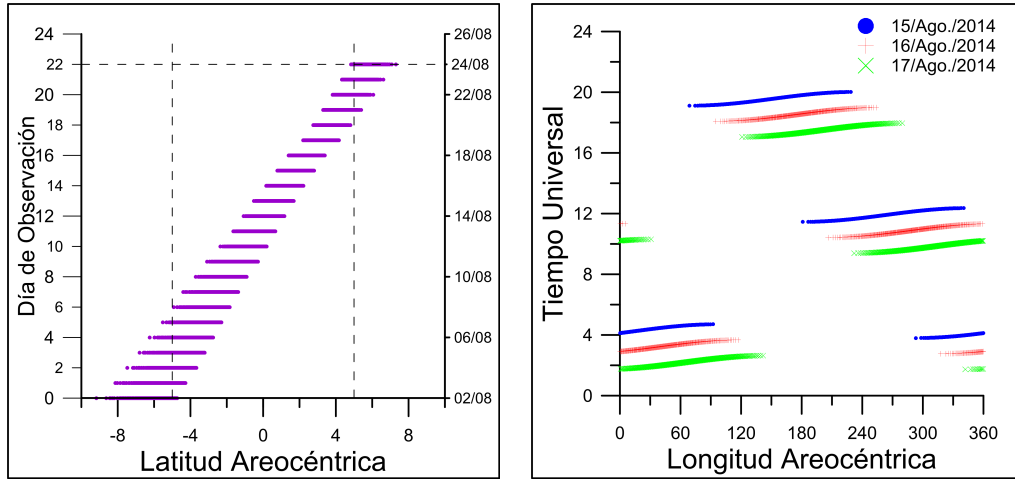


Figura 5.2: Componentes latitudinal y longitudinal del movimiento de la sombra en la banda $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador para el año 2014.

Para ajustar la función \mathbf{M} a los datos experimentales, consideraremos los residuales, v_i , definidos como la diferencia entre los valores calculados C_i y los datos observados O_i , esto es

$$v_i(\varphi, \lambda) = C_i(\varphi, \lambda) - O_i, \text{ for } i = 1, \dots, n, \quad (5.3)$$

donde n es el número de datos observacionales. A continuación, resolveremos el problema de mínimos cuadrados no lineal (NLSP, por sus siglas en inglés de *Nonlinear Least Squares Problem*):

$$\text{minimizar } f(x), \text{ con } x = (\varphi, \lambda), \quad (5.4)$$

donde $f(x)$ es la suma de los cuadrados de los residuales:

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [v_i(x)]^2 = \frac{1}{2} \|v_i(x)\|_2^2. \quad (5.5)$$

La búsqueda del mínimo de la función (5.5) es un problema de optimización

no lineal. Presentamos a continuación los procedimientos iterativos que emplearemos en la minimización de nuestro problema (Barderas y Romero, 2013; Romero y Barderas, 2012): el método de Levenberg-Marquardt (LM) y el método de relajación por bloques (BR, por sus siglas en inglés *Block Relaxation method*).

5.2. Optimización mediante el Método de Levenberg-Marquardt

Los procedimientos iterativos basados en el método LM (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963) se emplean en numerosos algoritmos de optimización no lineal y se han convertido en una técnica estándar de resolución de NLSP. Podría definirse como una combinación de los métodos de Gauss-Newton (GN) y de máxima pendiente (Bazaraa et al., 1993; Aster et al., 2012).

La base del método de GN consiste en una aproximación lineal de $f(x)$ que asume $J^T(x)J(x)$ es una buena aproximación de la matriz Hessiana de $f(x)$, $\nabla^2 f(x)$, donde

$$J(x) = \left(\begin{array}{c|c} \frac{\partial M^1}{\partial \varphi_k} & \frac{\partial M^1}{\partial \lambda_k} \\ \hline \frac{\partial M^2}{\partial \varphi_k} & \frac{\partial M^2}{\partial \lambda_k} \end{array} \right) \quad (5.6)$$

es la matriz jacobiana, con M^1 y M^2 dadas por (5.1) y (5.2). Bajo esta asunción, las sucesivas iteraciones del método GN vendrían dadas por (Aster et al., 2012):

$$J^T(x_k)J(x_k)(x_{k+1} - x_k) = J^T(x_k)v(x_k). \quad (5.7)$$

El método de LM resuelve la ecuación (5.7) con una pequeña variación, incorporando la matriz diagonal positiva μI , con I la matriz identidad, de manera que

se obtienen las ecuaciones normales aumentadas:

$$\left(J^T(x_k) J(x_k) + \mu I \right) (x_{k+1} - x_k) = J^T(x_k) v(x_k). \quad (5.8)$$

El término $\mu > 0$, al cual nos referiremos como factor de amortiguamiento, ha de ser suficientemente grande para que $J^T(x_k) J(x_k) + \mu I$ sea definida positiva; y actualizarse en cada iteración asegurando una reducción del error v . Si el vector de parámetros ya ajustado permite reducir el error, entonces el factor de amortiguamiento se acepta y se procede a una nueva iteración reduciendo el factor de amortiguamiento. En otro caso, se aumenta y se procede a resolver (5.8) nuevamente. El proceso ha de repetirse hasta encontrar un valor de x_{k+1} que reduzca el error.

Si el factor de amortiguamiento se actualiza a un valor alto,

$$\left(J^T(x_k) J(x_k) + \mu I \right) \approx \mu I \quad (5.9)$$

entonces el paso actual del algoritmo LM, $x_{k+1} - x_k$, se encuentra cerca de la dirección de máximo descenso (método del gradiente) (Aster et al., 2012):

$$x_{k+1} - x_k \approx \frac{1}{\mu} J^T(x_k) v(x_k) = \frac{1}{\mu} \nabla f(x), \quad (5.10)$$

acercamiento que asegura una lenta convergencia. Si por el contrario, el amortiguamiento es pequeño, el paso actual del algoritmo se aproximaría al método GN, apropiado para un problema completamente lineal, ofreciendo una rápida pero no segura convergencia.

De esta manera, el algoritmo LM es adaptativo, alternando entre un lento acercamiento según la dirección de máximo descenso cuando se encuentre lejos de la solución y una rápida convergencia cuando se encuentre en un entorno del míni-

Tabla 5.1: Observables para el test numérico.

Fecha	t_i	Δt_i
15/08/2014	20,0161	0,0044
16/08/2014	18,9064	0,0101
17/08/2014	17,7162	0,0081
18/08/2014	16,4797	0,0064
19/08/2014	15,2439	0,0040

Predicciones para $\varphi_r = 2^\circ 1828\text{N}$, $\lambda_r = 225^\circ 1133\text{E}$.

Tiempos en hora y fracción.

mo (Lampton, 1997). El problema radica en encontrar aquel parámetro de regularización que permita una transición equilibrada entre ambos acercamientos. De los muchos procedimientos desarrollados para buscar tal parámetro (Marquardt, 1963; Chan y Lawrence, 1988; Deo y Walker, 1992; Kelley, 1999; Suratgar et al., 2005; Sugihara, 2009), hemos empleado en particular el propuesto por Nielsen (1999).

La Figura 5.3 muestra esquemáticamente el funcionamiento del algoritmo LM implementado en *Matlab*.

5.2.1. Método de Levenberg-Marquardt: Test Numérico

Para estudiar la aplicabilidad del método, se ha diseñado un test numérico tratando de localizar la sonda MMPM dentro de la banda latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador. En primer lugar, realizamos una predicción de eclipses para las hipotéticas coordenadas de amortizaje $\varphi_r = 2^\circ 1828\text{ N}$ de latitud y $\lambda_r = 225^\circ 1133\text{ E}$ de longitud para el año 2014. A continuación, aplicaremos el método de inversión para tratar de recuperar estas coordenadas utilizadas para simular los datos

La Tabla 5.1 muestra las predicciones para los observables t_i y Δt_i , que asumire-

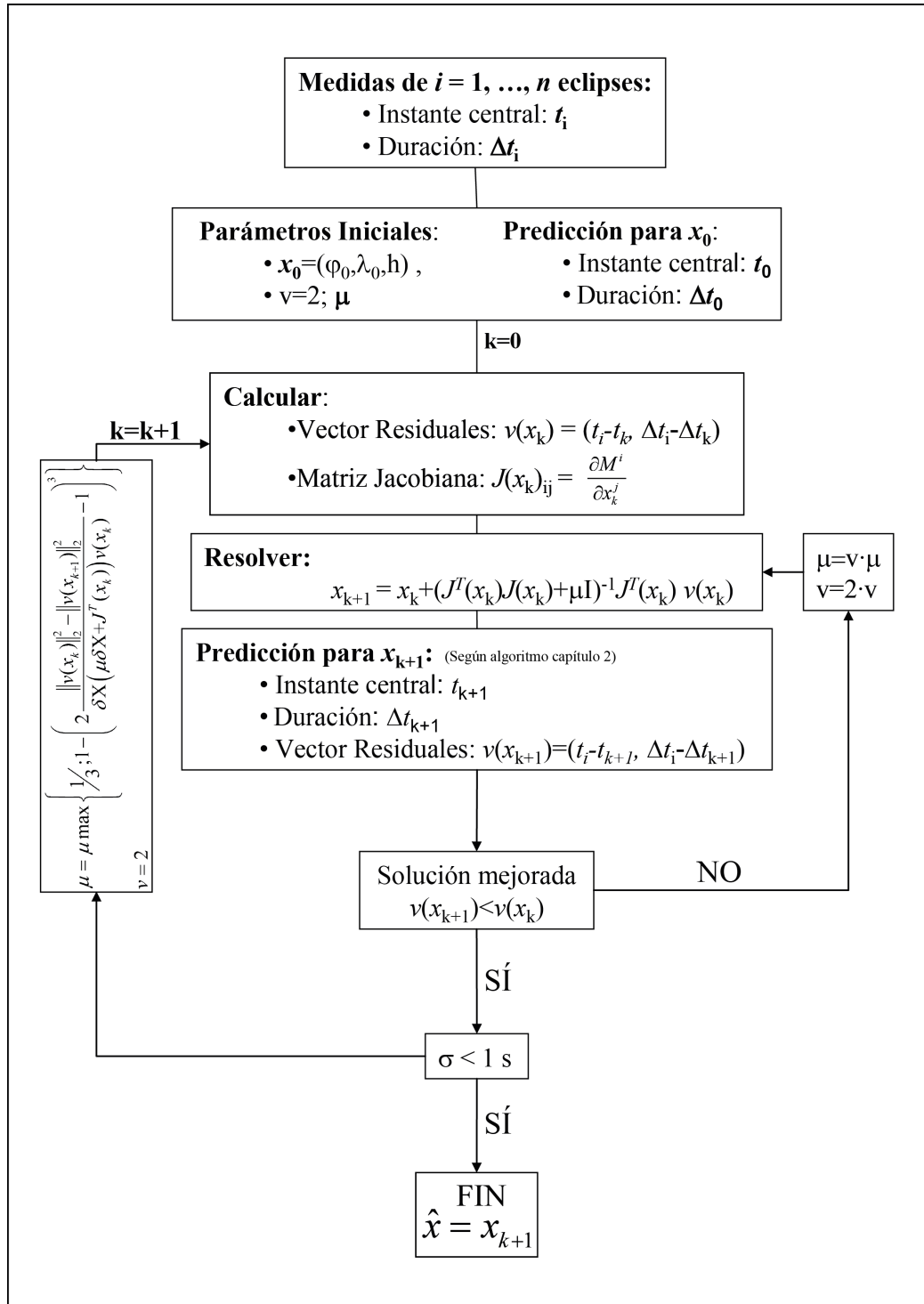


Figura 5.3: Optimización mediante el método de Levenberg-Marquardt.

Tabla 5.2: Análisis del emparejamiento de observables y parámetros.

Intervalo de Diferenciación	Observable: instante central, t_i				Observable: duración, Δt_i			
	φ_1 (°)	$\varphi_r - \varphi_1$ (km)	λ_1 (°)	$\lambda_r - \lambda_1$ (km)	φ_1 (°)	$\varphi_r - \varphi_1$ (km)	λ_1 (°)	$\lambda_r - \lambda_1$ (km)
$\Delta\varphi = \Delta\lambda = 0,5$	19,6780	1042,7	224,9052	12,4	2,6867	30,0	263,4633	2285,7
$\Delta\varphi = \Delta\lambda = 0,2$	15,8504	814,6	224,8379	16,4	2,3994	12,9	239,6722	867,7
$\Delta\varphi = \Delta\lambda = 0,1$	13,0176	645,8	224,9892	7,4	2,0559	7,6	226,5791	87,4

Coordenadas iniciales: $\varphi_0 = 2,5028\text{N}$, $\lambda_0 = 233,9633\text{E}$.

Predicciones para $\varphi_r = 2,1828\text{N}$, $\lambda_r = 225,1133\text{E}$.

Iteración con factor de amortiguamiento $\mu = 0$.

mos como el correspondiente conjunto de observaciones de aquel observador del cual quiere estimarse su posición. Consideraremos, en lo referido a este test numérico, una desviación estándar a priori de peso unidad igual a 1 segundo.

Se han considerado varios escenarios en el estudio de este problema. En primer lugar, para analizar la débil correlación de los dos observables involucrados, t_i y Δt_i , se ha ejecutado un paso del método LM con factor de amortiguamiento $\mu = 0$, considerando además distintos intervalos de diferenciación, $\Delta\varphi$ y $\Delta\lambda$, en la obtención de la matriz jacobiana, $J(x)$, por diferenciación numérica: $0,5$, $0,2$ y $0,1$. Tal como puede comprobarse en la Tabla 5.2 los resultados muestran como el instante central del tránsito, t_i , permite un mejor ajuste de la longitud, mientras que la duración, Δt_i , de la latitud. Por este motivo, se ha utilizado este emparejamiento entre observables y parámetros para acelerar la convergencia del algoritmo.

En segundo lugar, para evaluar el rendimiento del método LM, procedemos a estudiar el número de iteraciones requeridas según diferentes coordenadas iniciales y factores de amortiguamiento. La Tabla 5.3 muestra los datos de este estudio. Como puede comprobarse, la inversión mediante este método es rápida y eficiente cuando el número de eclipses observados coincide con el número de eclipses predicho para las coordenadas iniciales.

Sin embargo, si el número es inferior, el método conduce a la aparición de

Tabla 5.3: Optimización mediante el algoritmo de Levenberg-Marquardt. Estudio de las iteraciones necesarias según diferentes factores de amortiguamiento iniciales.

Factor de amortiguamiento inicial	Experimento A Número de iteraciones	Experimento B Número de iteraciones
$\mu = 0,5$	12	81
$\mu = 0,018$	8	10
$\mu = 0,00002$	4	N.D. (sin eclipses)

Iteraciones realizadas hasta alcanzar una desviación estándar menor que 1 segundo para dos pasos consecutivos.

Experimento A: coordenadas iniciales $\varphi_0 = 2,5028$ N, $\lambda_0 = 233,9633$ E. Cinco eclipses predichos.

Experimento B: coordenadas iniciales $\varphi_0 = 1,4000$ N, $\lambda_0 = 233,9633$ E. Dos eclipses predichos.

Predicciones para $\varphi_r = 2,1828$ N, $\lambda_r = 225,1133$ E.

una matriz jacobiana dispersa y se requiere de un factor de amortiguamiento muy alto para asegurar la convergencia y mantener en cada paso la solución dentro de la región desde la cual poder detectar los eclipses. En otro caso, podría no haber predicciones para los eclipses observados (situación denotada por N.D. -no disponible- en la Tabla 5.3). Por otro lado, el número de iteraciones necesarias depende en gran medida del factor de amortiguamiento empleado y, por tanto, la inicialización del algoritmo puede resultar muy costosa en cuanto al tiempo de ejecución al requerir de un procedimiento de ensayo y error hasta conseguir un factor μ que permita la convergencia y requiera de un número aceptable de iteraciones.

Con el objetivo de reducir el número de ensayos requeridos hasta conseguir una convergencia aceptable en términos de iteraciones y por tanto, de tiempo de ejecución, se propone un algoritmo alternativo en la subsiguiente sección basado en un método de relajación por bloques, que tendrá en cuenta la asignación observable-parámetro de la Tabla 5.2.

5.3. Optimización mediante el Método de Relajación por Bloques

Dado el problema general de minimizar una función real $f(x) = f(\omega^1, \omega^2, \dots, \dots, \omega^j, \dots, \omega^p)$ definida en el producto cartesiano $\Omega = \Omega^1 \otimes \Omega^2 \otimes \dots \otimes \Omega^j \otimes \dots \otimes \Omega^p$, con $\Omega^j \subset \mathbb{R}^p$ y $\omega^j \in \Omega^j$, el método de relajación por bloques consiste en un algoritmo de optimización iterativo que busca, alternativamente para $j = 1, \dots, p$, el argumento ω^j que minimiza $f(\omega^1_{k+1}, \omega^2_{k+1}, \dots, \omega^j, \dots, \omega^p_k)$; esto es, el $(k + 1)$ -ésimo paso del algoritmo se escribe:

$$\omega^j_{k+1} = \arg \min_{\omega^j \in \Omega^j} f(\omega^1_{k+1}, \omega^2_{k+1}, \dots, \omega^{j-1}_{k+1}, \omega^j, \omega^{j+1}_k, \dots, \omega^p_k). \quad (5.11)$$

Para la situación particular en que cada bloque consista en una única coordenada, el método se denomina método de relajación coordinado o método de descenso cíclico coordinado (de Leeuw, 1994), que podría describirse como una generalización no lineal del método de Gauss-Seidel de resolución de un sistema de ecuaciones lineales.

Si consideramos la partición de \mathbb{R}^2 $x = \{(\varphi, \lambda) \text{ tal que } -\Pi \leq \varphi \leq \Pi, 0 \leq \lambda < 2\Pi\}$, se induce la partición del modelo funcional \mathbf{M} en las ecuaciones (5.1) y (5.2), que pueden resolverse mediante el método de GN (5.7), aplicando alternativamente dos bucles iterativos para la latitud y la longitud por medio de las fórmulas:

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k + \left[A_\varphi^T(\varphi_k, \lambda_k) A_\varphi(\varphi_k, \lambda_k) \right]^{-1} A_\varphi^T(\varphi_k, \lambda_k) [\Delta t_i - \Delta t_i(\varphi_k, \lambda_k)], \quad (5.12)$$

para la latitud, φ , y

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \left[A_\lambda^T(\varphi_{k+1}, \lambda_k) A_\lambda(\varphi_{k+1}, \lambda_k) \right]^{-1} A_\lambda^T(\varphi_{k+1}, \lambda_k) [\Delta t_i - \Delta t_i(\varphi_{k+1}, \lambda_k)], \quad (5.13)$$

para la longitud, λ ; supuesto que en (5.13) y (5.12), la matriz jacobiana de la ecuación (5.7) se ha escrito de la forma:

$$J(x_k) = \left(\begin{array}{c|c} \frac{\partial M^1}{\partial \varphi_k} & A_\lambda(\varphi_k, \lambda_k) = \frac{\partial M^1}{\partial \lambda_k} \\ \hline A_\varphi(\varphi_k, \lambda_k) = \frac{\partial M^2}{\partial \varphi_k} & \frac{\partial M^2}{\partial \lambda_k} \end{array} \right) \quad (5.14)$$

donde M^1 y M^2 vienen dadas por las ecuaciones (5.1) y (5.2).

La dispersión de la latitud y longitud así estimadas vendrá dada por (Sevilla, 1986)

$$\sigma_\varphi = \sigma^2 (A_\varphi^T A_\varphi)^{-1}, \quad (5.15)$$

$$\sigma_\lambda = \sigma^2 (A_\lambda^T A_\lambda)^{-1}, \quad (5.16)$$

donde

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{v_i^2}{(n-1)} \quad (5.17)$$

es la varianza a posteriori, calculada a partir de los residuales (5.3).

La Figura 5.4 muestra esquemáticamente el funcionamiento del algoritmo BR implementado en *Matlab*.

5.3.1. Método de Relajación por Bloques: Test Numérico

Aplicamos a continuación la metodología presentada para el método de relajación por bloques para tratar de resolver el test numérico planteado en la sección 5.2.1. En la Tabla 5.4 se muestran las iteraciones necesarias mediante el método

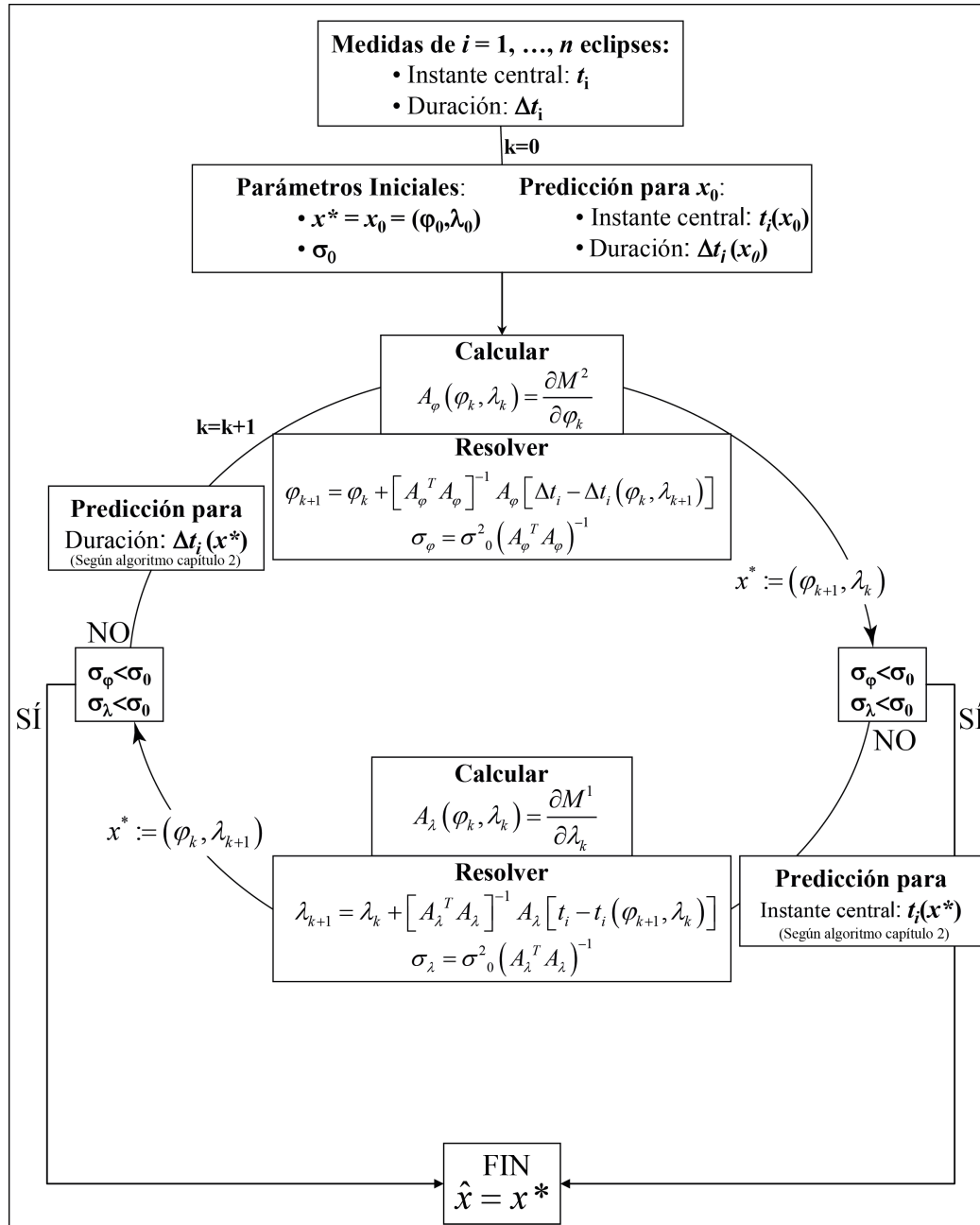


Figura 5.4: Optimización mediante el método de relajación por bloques.

Tabla 5.4: Optimización mediante el método de relajación por bloques coordinado. Comparación de las iteraciones necesarias según diferentes coordenadas iniciales.

Iteración	Experimento A				Experimento B			
	φ_i (°)	$\varphi_r - \varphi_i$ (km)	λ (°)	$\lambda_r - \lambda_i$ (km)	φ_i (°)	$\varphi_r - \varphi_i$ (km)	λ (°)	$\lambda_r - \lambda_i$ (km)
φ_0, λ_0	2,5028	19,720	233,9633	526,588	1,4000	46,652	233,9633	526,588
φ_1, λ_0	2,2937	6,610	233,9633	526,588	1,9463	14,090	233,9633	526,588
φ_1, λ_1	2,2937	6,610	224,8964	12,927	1,9463	14,090	222,4900	156,349
φ_2, λ_1	2,1066	4,538	224,8964	12,927	2,1311	3,077	222,4900	156,349
φ_2, λ_2	2,1066	4,538	225,1140	0,040	2,1311	3,077	225,0664	3,166
φ_3, λ_2	2,1829	0,059	225,1140	0,040	2,1850	0,137	225,0664	3,166
φ_3, λ_3					2,1850	0,137	225,1141	0,045
φ_4, λ_3					2,1825	0,013	225,1141	0,045

Iteraciones realizadas hasta alcanzar una desviación estándar menor que 1 segundo para dos pasos consecutivos.

Experimento A: coordenadas iniciales $\varphi_0 = 2,5028$ N, $\lambda_0 = 233,9633$ E. Cinco eclipses predichos.

Experimento B: coordenadas iniciales $\varphi_0 = 1,4000$ N, $\lambda_0 = 233,9633$ E. Dos eclipses predichos.

Predicciones para $\varphi_r = 2,1828$ N, $\lambda_r = 225,1133$ E.

BR para las distintas coordenadas iniciales planteadas en los experimentos A y B; en ambos casos se alcanza la convergencia, siendo necesario, además, un menor número de series de ajustes alternativos, ajustado un parámetro cada vez, para alcanzar una desviación estándar de 1 segundo en tiempo en los residuales.

Se puede concluir, por tanto, que el algoritmo BR se adapta adecuadamente al problema; y al no precisar de la elección de un factor de amortiguamiento, se mejora la eficiencia del algoritmo LM.

5.4. Resultados y Análisis de la Precisión

En lo sucesivo, emplearemos el método de relajación por bloques coordinado para tratar de resolver diferentes hipotéticas localizaciones de la MPPM en la banda de latitud de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador. Para cada una de ellas se han

Tabla 5.5: Observables para diferentes lugares de amortizaje en la banda latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador.

Experimento C			Experimento D			Experimento E		
Date	t_i	Δt_i	Date	t_i	Δt_i	Date	t_i	Δt_i
12/08/2014	15,1716	0,0090	13/08/2014	5,6527	0,0063	07/08/2014	4,1087	0,0084
13/08/2014	13,9319	0,0093	14/08/2014	4,4648	0,0095	08/08/2014	2,8962	0,0084
14/08/2014	12,6999	0,0095	15/08/2014	3,2291	0,0091	09/08/2014	1,6539	0,0077
14/08/2014	11,5215	0,0103	16/08/2014	1,9924	0,0092	10/08/2014	0,4302	0,0096
15/08/2014	10,4285	0,0072	17/08/2014	0,8015	0,0085	10/08/2014	23,2686	0,0103
						11/08/2014	22,1960	0,0018

Experimento C: predicciones para $\varphi_r = 0^\circ 1101N$, $\lambda_r = 210^\circ 2535E$.

Experimento D: predicciones para $\varphi_r = 1^\circ 2500N$, $\lambda_r = 40^\circ 3333E$.

Experimento E: predicciones para $\varphi_r = 1^\circ 9483S$, $\lambda_r = 354^\circ 4742E$.

Tiempos en hora y fracción.

simulado los pertinentes datos de eclipses (Tabla 5.5).

Los resultados de estos experimentos se muestran en la Tabla 5.6. En general el método proporciona muy buenos resultados: la diferencia máxima entre la posición verdadera y la solución es de $0^\circ 0006 \times 0^\circ 0011$, i.e., 40×60 m, manteniéndose bajo el número de iteraciones necesarias para asegurar el requerimiento de una desviación estándar de 1 segundo en tiempo para los residuales.

Para analizar la sensibilidad de la determinación de la posición a la precisión en la medición de los tiempos de contacto de los eclipses, se ha llevado a cabo un segundo conjunto de experimentos para diferentes valores de ésta, tomando como desviación estándar a priori $\sigma_0 = 0,1, 1, 2, 3, 4, 5$ y 10 segundos para el experimento empleado en la comparación de los métodos LM y BR (experimento A, observables contenidos en la Tabla 5.1). Las dispersiones obtenidas para la latitud y longitud estimadas, calculadas mediante (5.15) y (5.16), se muestran en la Tabla 5.7 para los distintos valores de σ_0 . Cabe destacar como una precisión en las observaciones del tiempo de al menos 5 segundos permite conseguir una dispersión inferior a 1 kilómetro, tanto para la latitud como para la longitud.

Tabla 5.6: Optimización mediante el método de relajación por bloques coordinado. Comparación para diferentes lugares de amartizaje.

Iteración	Experimento C		Experimento D		Experimento E	
	φ_r	λ_r	φ_r	λ_r	φ_r	λ_r
	0°,1101 N 210°,2535 E		1°,2500 N 40°,3333 E		1°,9483 S 354°,4742 E	
	φ_i	λ_i	φ_i	λ_i	φ_i	λ_i
φ_0, λ_0	0°,5000	225°,3500	0°,7503	20°,9633	-1°,6000	332°,5000
φ_0, λ_1	0°,5000	210°,5416	0°,7503	40°,4642	-1°,6000	317°,0187
φ_1, λ_1	0°,1152	210°,5416	0°,9364	40°,4642	-2°,3404	317°,0187
φ_1, λ_2	0°,1152	210°,2440	0°,9364	40°,3341	-2°,3404	356°,4821
φ_2, λ_2	0°,1171	210°,2440	1°,1310	40°,3341	-2°,2697	356°,4821
φ_2, λ_3	0°,1171	210°,2530	1°,1310	40°,3371	-2°,2697	354°,4969
φ_3, λ_3	0°,1119	210°,2530	1°,2468	40°,3371	-2°,0786	354°,4969
φ_3, λ_4	0°,1119	210°,2524	1°,2468	40°,3339	-2°,0786	354°,4715
φ_4, λ_4	0°,1107	210°,2524	1°,2496	40°,3339	-1°,9486	354°,4715
φ_4, λ_5					-1°,9486	354°,4742

Iteraciones realizadas hasta asegurar una desviación estándar menor que 1 segundo para dos pasos consecutivos.

Experimento C: coordenadas iniciales: $\varphi_0 = 0°,5000\text{N}$, $\lambda_0 = 225°,3500\text{E}$.

Experimento D: coordenadas iniciales: $\varphi_0 = 0°,7503\text{N}$, $\lambda_0 = 20°,9633\text{E}$.

Experimento E: coordenadas iniciales: $\varphi_0 = 1°,6000\text{S}$, $\lambda_0 = 332°,5000\text{E}$.

Según se estudió en la sección 3.3, la ocurrencia de los eclipses de Fobos comprende un rango de latitudes de $\delta\varphi = \pm 70^\circ$, disminuyendo el número de eventos visibles desde cierto lugar según aumente su latitud. Para analizar cómo una posible menor frecuencia en la ocurrencia de eclipses influye en la precisión del método para latitudes más altas se ha diseñado un conjunto adicional de experimentos para potenciales observadores emplazados en latitudes de 20° , 35° y 50° con 4, 3 y 2 eventos respectivamente en una única temporada de eclipses. En la Tabla 5.8 se muestra la dispersión obtenida en cada uno de los casos para una precisión en las observaciones del tiempo de los eclipses de 1 segundo. Puede observarse la sensibilidad del método con la disminución del número eclipses detectados.

Los resultados hasta aquí expuestos presentan la precisión que puede alcanzarse en la determinación de coordenadas a partir de la precisión en las obser-

Tabla 5.7: Método de relajación por bloques. Precisión en la determinación de coordenadas para distintos valores en la precisión del tiempo, σ_0 .

Desviación Estándar A Posteriori	Desviación Estándar a Priori, σ_0 (segundos)						
	0,1	1	2	3	4	5	10
σ_φ (°)	0,0004	0,0043	0,0088	0,0087	0,0162	0,0179	0,0502
(m)	25	261	520	530	960	1061	2979
σ_λ (°)	0,0006	0,0044	0,0087	0,0103	0,0178	0,0216	0,0329
(m)	35	262	518	612	1055	1286	1955

Iteraciones realizadas hasta asegurar una desviación estándar σ (5.17) menor que σ_0 segundos para dos pasos sucesivos.

Experimento A: coordenadas iniciales $\varphi_0 = 2^\circ 5028$ N, $\lambda_0 = 233^\circ 9633$ E. Cinco eclipses predichos. Predicciones para $\varphi_r = 2^\circ 1828$ N, $\lambda_r = 225^\circ 1133$ E.

vaciones del tiempo de los eclipses, considerando los errores esperados del reloj y su deriva. Sin embargo, ha de notarse que otros errores pueden influenciar la precisión obtenida, tales como los errores en las efemérides de Fobos o las incertidumbres experimentales al derivar los observables de las curvas de luz o imágenes de una cámara. Tales incertidumbres habrán de incluirse en la desviación estándar a priori evaluando previamente su influencia en la precisión en las observaciones del tiempo. Puede verse en la Tabla 2.8 como, por ejemplo, un error en las efemérides de Fobos de 2 kilómetros, del orden de la precisión de las efemérides de Fobos (Jacobson, 2010), resultaría en un error máximo de 1 segundo en tiempo en la predicción de eclipses.

5.5. Resumen y Conclusiones

En este capítulo se ha analizado el rendimiento de distintos procedimientos encaminados a resolver el problema inverso de la determinación de las coordenadas de aterrizadores en Marte a partir de observaciones de eclipses. Con este objetivo, se han implementado y comparado el método de optimización de Levenberg–Marquardt y un algoritmo de relajación por bloques coordinado para localizar

Tabla 5.8: Método de relajación por bloques. Precisión en la determinación de coordenadas en función del número de eclipses y la latitud.

Desviación Estándar A Posteriori	Experimento F: 4 Eclipses		Experimento G: 3 Eclipses		Experimento H: 2 Eclipses	
	°	m	°	m	°	m
σ_φ	0.0073	430	0.0115	683	0.0267	1583
σ_λ	0.0062	365	0.0087	515	0.0269	1597

Iteraciones realizadas hasta asegurar una desviación estándar σ (5.17) menor que 1 segundo para dos pasos consecutivos.

Experimento F: coordenadas iniciales $\varphi_0 = 22,5000$ N, $\lambda_0 = 311,1000$ E. Cuatro eclipses predichos. Predicciones para $\varphi_r = 22,6288$ N, $\lambda_r = 310,9929$ E.

Experimento G: coordenadas iniciales $\varphi_0 = 34,0900$ N, $\lambda_0 = 182,0500$ E. Tres eclipses predichos. Predicciones para $\varphi_r = 34,2080$ N, $\lambda_r = 182,1657$ E.

Experimento H: coordenadas iniciales $\varphi_0 = 55,0000$ N, $\lambda_0 = 270,0300$ E. Dos eclipses predichos. Predicciones para $\varphi_r = 55,0373$ N, $\lambda_r = 270,0526$ E.

la sonda MMPM, realizándose distintas simulaciones que permitieran probar la eficiencia de ambos métodos.

Una primera simulación, mediante la aplicación del método LM con un factor de amortiguamiento nulo, ha permitido escoger el emparejamiento óptimo entre observables y parámetros: instante central de un eclipse–longitud y duración–latitud. A continuación se ha analizado el impacto de este factor de amortiguamiento en el número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia, pudiéndose requerir grandes cantidades de tiempo en encontrar aquel factor que asegure la convergencia y requiera un número aceptable de iteraciones. Para reducir el número de pruebas necesarias en esta búsqueda, se ha introducido el método alternativo BR. Si bien ambos algoritmos garantizan la convergencia, los resultados muestran la eficiencia del método de relajación coordinado, al evitarse el ensayo y error en la elección de un factor de amortiguamiento apropiado.

Para establecer la aplicabilidad de este método BR en la determinación de la posición de las sondas MetNet en Marte, se ha desarrollado un segundo conjunto

de simulaciones para diferentes condiciones experimentales. Para ello se han considerado diferentes valores para la incertidumbre de la medida del tiempo de las observaciones (0,1, 1, 2, 3, 4, 5 y 10 segundos) al evaluar la dispersión de la latitud y longitud estimadas. Además, también se ha analizado cómo la observación de un menor número de eclipses a altas latitudes afecta a la precisión en la determinación del lugar de amortizaje, concluyéndose que para mantener la dispersión por debajo del nivel del kilómetro, tanto para la latitud como para la longitud, se requiere una precisión en la medida del tiempo de las observaciones inferior a 5 segundos. Si fuera posible garantizar una precisión de 1 segundo, entonces se podría alcanzar una diferencia máxima de 40x60 metros entre la posición verdadera y la calculada para la banda de amortizaje latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador.

Capítulo 6

Discusión y Conclusiones

El principal objetivo de esta memoria ha sido la determinación de las coordenadas de las sondas MetNet sobre la superficie de Marte mediante la observación de eclipses solares de Fobos.

Para ello, se han desarrollado unos modelos de predicción de los instantes inicial y final de los tránsitos para un observador cuya posición sea conocida sobre la superficie de Marte, cuya inversión permite resolver el problema de la determinación de coordenadas. Adicionalmente, se ha tratado el problema de la toma de datos de eclipses cuando la posición de una sonda no sea conocida, para lo cual se ha desarrollado un modelo que permite predecir el movimiento, forma y tamaño de la sombra de Fobos sobre Marte.

Se resumen, a continuación, los procedimientos desarrollados y los principales resultados obtenidos.

En primer lugar, se ha implementado un modelo de predicción de eclipses solares de Fobos para un observador de posición conocida fija sobre la superficie de Marte en un sistema de referencia areocéntrico cuyo plano fundamental es el ecuador de Marte y su dirección de referencia el meridiano origen *Airy-0*, describiéndose los procedimientos necesarios para transformar las efemérides de

Fobos y el Sol, derivadas de las teorías analíticas correspondientes, a este sistema de referencia, así como los necesarios parámetros que relacionan los sistemas de referencia Tierra–Marte involucrados.

El modelo y los valores de los parámetros empleados han sido contrastados con las observaciones disponibles de este tipo de fenómeno realizadas por el MO-LA y los MERs.

Para la primera misión, los valores de los parámetros para:

1. La dirección del polo y meridiano origen de Marte según Davies et al. (1992),
2. La longitud del equinoccio de Marte medida sobre la órbita de Marte desde el nodo ascendente de la órbita sobre la eclíptica de Marte según Chapront-Touzé (1990), y
3. La longitud del equinoccio de Marte medida sobre el ecuador de Marte desde el meridiano origen y para la oblicuidad de Marte según Allison y McEwen (2000),

permiten predecir los instantes de comienzo y final de los eclipses observados con una diferencia inferior a 1 segundo.

Para los MERs, los valores de los parámetros para:

1. La dirección del polo y meridiano origen de Marte según Archinal et al. (2011),
2. La longitud del equinoccio de Marte medida sobre la órbita de Marte desde el nodo ascendente de la órbita sobre la eclíptica de Marte y para la oblicuidad de Marte según Standish y Williams (2009), y
3. La longitud del equinoccio de Marte medida sobre el ecuador de Marte desde el meridiano origen según Burkhart (2006),

llevan a una diferencia media casi nula entre predicciones y observaciones, mostrando además la menor dispersión respecto de la media y una mediana inferior a la deriva del reloj. Dichos parámetros han sido los propuestos y utilizados para el presente trabajo.

A continuación, con el objetivo de establecer las mejores estrategias para la obtención de datos de eclipses, se han estudiado los patrones de movimiento de la sombra sobre la superficie de Marte, modelándose la localización forma y tamaño de la sombra proyectada por Fobos para cualquier instante dado.

De esta manera, se ha estimado que la cobertura y visibilidad de los eclipses de Fobos abarca un rango de latitudes aproximado de $[-70^\circ, 70^\circ]$ durante dos temporadas de eclipses de duración variable cada año marciano de 687 días terrestres, con una frecuencia de 3,2 eclipses diarios. Para el entorno de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador donde está previsto amartice la sonda MPPM, estos eclipses cubren, de media, bandas longitudinales de aproximadamente $166,824$ según trayectorias tanto más curvas cuanto más alejadas del ecuador; y con una velocidad variable, acelerándose según se aleja del punto subsolar, siendo la velocidad media de aproximadamente $3^\circ/\text{min}$.

Además, se muestra como la sombra sobre Marte aumenta de tamaño a lo largo de un único tránsito de Fobos según se aleja del meridiano central del Sol, convirtiéndose en una amplia pseudoeclipse en los extremos del tránsito; elongación que también ocurre en su recorrido de un hemisferio al otro durante una misma temporada de eclipses. El radio mínimo de la penumbra es de aproximadamente 30 kilómetros cerca del ecuador, dándose la circularidad únicamente en los equinoccios.

El modelo implementado se ha validado realizando simulaciones para las observaciones de los eclipses fotografiados por los MERs *Spirit* y *Opportunity*. Para los instantes de contacto de la zona de penumbra sobre la posición de los res-

pectivos vehículos se han obtenido unas diferencias entre las simulaciones y las observaciones inferiores a 0,1 segundos.

Este modelo de la sombra de Fobos se ha utilizado para establecer un cronograma de observación de eclipses para una sonda cuando únicamente se conoce una zona de seguridad o confianza para su posición, estudiando los instantes de tiempo en que la sombra cruza dicha zona de confianza. De esta manera, se han caracterizado las ventanas observacionales para la misión *Mars MetNet Precursor Mission* para la banda latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador en que se prevé aterrice la sonda. Para el período 2014–2016 se han caracterizado 23 días de observación en 2014 (02 de agosto – 24 de agosto), 32 días en 2015 (02 de junio – 03 de julio) y 23 días en 2016 (25 de junio – 17 de julio).

Para observar los eclipses de Fobos con la misión *Precursor* se ha planificado detectar los descensos en el nivel de radiación solar obtenidos por el sensor de irradiancia solar MetSIS, para el cual se ha diseñado la secuencia de toma de datos específica en forma de ciclograma. Atendiendo a las características propias de la misión, la secuencia se ha establecido en períodos de activación de 1 hora en modo diurno cíclicamente cada 7,657 horas. El instante de inicialización de la secuencia es el del primer paso de sombra por la banda latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$, incorporando un margen de error de 2,5 minutos. De esta manera, para cada una de las ventanas observacionales anteriores, el ciclograma ha quedado establecido de la siguiente forma:

1. Para 2014:

- Activación: 1 hora en modo diurno cada 7,657 horas.
- Inicialización: 2 de agosto a las 01:48:42.
- Finalización: 24 de agosto a las 18:27:31.

2. Para 2015:

- Activación: 1 hora en modo diurno cada 7,657 horas.
- Inicialización: 02 de junio a las 03:46:33.
- Finalización: 03 de julio a las 18:49:08.

3. Para 2016

- Activación: 1 hora en modo diurno cada 7,657 horas.
- Inicialización: 25 de junio a las 01:41:44.
- Finalización: 17 de julio a las 18:20:33.

Además, la metodología ha sido aplicada para la misión *Mars Science Laboratory*. En este caso, puesto que se conocía una elipse de amartizaje de 25x20 kilómetros con anterioridad a su lanzamiento, el cronograma se ha refinado planteando, además, una simulación de *Monte Carlo* con el modelo de predicción de eclipses para un observador desde posiciones aleatorias dentro de la elipse e incluyendo un modelo digital del terreno. Los eclipses caracterizados para los días 13 y 17 de septiembre de 2012 han sido fotografiados por la cámara *MastCam* de la misión. Esto ha permitido comprobar la fiabilidad del método presentado de establecimiento de una estrategia observacional.

Finalmente, se ha abordado el problema inverso de la determinación de las coordenadas de aterrizadores en Marte a partir de la observación de eclipses, suponiendo conocidos los datos de contacto inicial y final. Para la resolución del problema mínimo cuadrático no lineal planteado se han implementado dos métodos de optimización: el método de Levenberg–Marquardt y el método de relajación por bloques.

Para los dos procedimientos se han realizado distintas simulaciones para tratar de localizar la sonda *Mars MetNet Precursor Mission*. La primera, mediante la aplicación del método Levenberg–Marquardt con un factor de amortiguamiento nulo, ha permitido escoger el emparejamiento óptimo entre observables y paráme-

tros: instante central de un eclipse–longitud y duración–latitud. A continuación, se han realizado diversas simulaciones para analizar la eficiencia de ambos algoritmos para diferentes condiciones experimentales:

1. Según diferentes localizaciones y condiciones iniciales,
2. Según distintos valores para la incertidumbre de la medida del tiempo de las observaciones (0,1, 1, 2, 3, 4, 5 y 10 segundos), y
3. Según el número de eclipses y la latitud,

manteniéndose la dispersión por debajo del nivel del kilómetro, tanto para la latitud como para la longitud, si la precisión en la medida del tiempo de las observaciones es inferior a 5 segundos, si bien esta precisión en la determinación del lugar de amortizaje disminuye con una menor frecuencia de eclipses a mayores latitudes.

Como principal conclusión, los resultados numéricos muestran, como para la banda de latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador en que está previsto amortice la sonda, puede estimarse la posición dentro de una elipse de 40x60 metros para incertidumbres de 1 segundo en los tiempos de los eclipses.

Discussion and Conclusions

The main objective of this work has been the determination of the MetNet probes landing site coordinates on the surface of Mars by means of the detection of solar eclipses by Phobos.

To this end, a prediction model for the initial and final transit contact times has been developed for an observer with known coordinates on the surface of Mars. Inverting this model allows to solve the coordinates determination problem. Additionally, the eclipse data acquisition problem has been also addressed when the probe coordinates are unknown, for which an additional prediction model for the movement, size and shape of the shadow on Mars has been developed.

Following, the developed procedures and key results are summarised.

First of all, a Phobos eclipse prediction model has been implemented for an observer on the Mars surface with known coordinates in a Mars-centred, Mars Equator and Prime Meridian of date reference frame. The procedures to transform the Sun and Phobos ephemerides, derived from analytical theories, to this reference frame have been described, along with the needed parameters relating the involved Earth-Mars reference systems.

The model and the applied parameters have been validated with the available observations of the Phobos eclipse phenomena on Mars by the Mars Orbiter Laser Altimeter and the Mars Exploration Rovers.

For the former mission, the values for the parameters for:

1. The direction of the Mars rotation pole and Mars prime meridian reported by Davies et al. (1992),
2. The longitude of the Mars equinox measured along Mars orbit from the ascending node of Mars orbit upon the Mars ecliptic according to Chapront-Touzé (1990), and
3. The longitude of the Mars equinox measured along the Mars equator from the Martian Prime Meridian and the Mars obliquity indicated by Allison and McEwen (2000),

allow to fit the observations with a mean offset less than 1 second.

For the Mars Exploration Rovers, the values for the parameters for:

1. The direction of the Mars rotation pole and Mars prime meridian reported by Archinal et al. (2011),
2. The longitude of the Mars equinox measured along Mars orbit from the ascending node of Mars orbit upon the Mars ecliptic according to Standish and Williams (2009), and
3. The longitude of the Mars equinox measured along the Mars equator from the Martian Prime Meridian indicated by Burkhart (2006),

fit the observations with a nearly null offset. Moreover, these parameters show the lowest deviation from the mean offset and a median under the clock drift. These parameters have been proposed and applied hereafter in the current work.

Then, in order to establish strategies to get the eclipse data, the spatial–temporal patterns of the Phobos penumbral shadow onto the surface of Mars have been studied, modelling the location, size and shape of the shadow at any given time.

This has allowed to determine the coverage and visibility of the Phobos eclipses within a range of latitudes of $[-70^\circ, 70^\circ]$ during two eclipse seasons every Martian year. On the average, there is a daily occurrence of 3.2 eclipses. For the forecast-

ed MMPM landing latitudinal band of $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ around the equator, the shadow covers mean stripes of about 166.824° in longitude, every 7.657 hours. Each stripe is covered in about 55 minutes at a mean velocity of $\sim 3^\circ/\text{min}$, accelerating as it moves away the subsolar point.

These shadow paths curve away from the equator as the latitude of the subsolar point increases. Besides, it has been shown how the 2-D shadow becomes elongated as the shadow travels from one hemisphere to the other within an eclipse season as this subsolar latitude rises. This elongation also takes place in a single transit as the shadow moves away from the central meridian of the Sun, yielding a wide pseudo-ellipse at the end of each transit. The minimum radius of the penumbral shadow of Phobos on Mars is 30 kilometres near the equator, meeting the circularity at the equinoxes.

A numerical simulation has been carried out to check the implemented program for the eclipses captured by the Mars Exploration Rovers Spirit and Opportunity. For the contact times in which the shadow crosses the landing site of both rovers, it has been obtained an offset mean less than 0.1 seconds.

This shadow model is applied to establish an observational chronogram of eclipses for a lander, determining the contact times in which the shadow pseudo-ellipse crosses its estimated landing area. Thereby the observational windows have been characterised for the *Mars MetNet Precursor Mission* latitudinal landing site band of $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ around the equator. For 2014-2016, 23 days have been characterised in 2014 (02 Aug. – 24 Aug.), 32 in 2015 (02 Jun. – 03 Jul.) and 23 in 2016 (25 Jun. - 17 Jul.).

So as to observe Phobos eclipses with the *Precursor* mission, it has been planned to detect marked decreases of the solar radiation flux detected by the MetSIS solar irradiance sensor, for which a specific data acquisition sequence has been implemented as an instrumental cyclogram. Allowing for the Mars MetNet

Precursor Mission specific operation control, the cyclogram will have to be activated for daytime in pre-calculated time windows during 1 hour (55 minutes to cover a whole stripe plus a margin to ensure detection) with delays of 7.657 hours, beginning at the initial UTC of the first complete transit for each eclipse season. Thus, for the previous observational windows, the cyclogram settings have been established as follows:

1. In 2014:

- Cyclogram activation: 1 hour daytime every 7.657 hours.
- Wake up: 2 Aug. at 01:48:42.
- End: 24 Aug. at 18:27:31.

2. In 2015:

- Cyclogram activation: 1 hour daytime every 7.657 hours.
- Wake up: 02 Jun. at 03:46:33.
- End: 03 Jul. 18:49:08.

3. In 2016

- Cyclogram activation: 1 hour daytime every 7.657 hours.
- Wake up: 25 Jun. at 01:41:44.
- End: 17 Jul. at 18:20:33.

In addition, the model has been also applied for the Mars Science Laboratory mission. In this case, since a landing ellipse of 25x20 kilometres was known before the launch, a *Monte Carlo* simulation has been applied using the eclipse model from an observer with known coordinates for a range of random locations within this landing ellipse in order to maximise the detections and to improve the precision of the derived times. The characterized eclipses on 13th and 17th of September 2012 have been captured by the Mast Camera onboard the MSL.

This has allowed to prove the methodology reliability for the establishment of an observational strategy.

Finally, the determination of Mars landers coordinates from the observation of eclipses has been addressed, assuming initial and final eclipse contact times are known. Two optimization algorithms have been considered when solving the proposed unconstrained nonlinear least squares problem: the Levenberg-Marquardt and the block relaxation methods.

Different simulations have been performed trying to locate the *Mars MetNet Precursor Mission* probe with both procedures. First, an optimal pairing of the mid-transit and the eclipse duration observables to the longitude and latitude parameters, respectively, has been derived by applying the Levenberg-Marquardt algorithm with zero damping factor. Then, different simulations to test the feasibility and efficiency of both methods have been carried out under different experimental constraints:

1. Different initial conditions and locations,
2. Different uncertainty values for time precision (0.1, 1, 2, 3, 4, 5 and 10 seconds), and
3. Different number of observed eclipses and landing latitude.

The dispersion is kept at 1 kilometre level, for both estimated latitude and longitude, if the precision in time observations is less than 5 seconds, even though this dispersion is sensitive to the number of observed eclipses, rising for higher latitudes when a lower number of eclipses are detected.

As a main conclusion, the numerical results show how, for the latitudinal band of $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ around the equator, the lander position could be estimated within an ellipse of 40x60 metres if 1 second uncertainty in time observations were attainable.

Glosario

BR	Block Relaxation method –Método de Relajación por Bloques–.
EDL	Entry, Descend and Landing –Condiciones de Entrada, Descenso y Aterrizaje–.
ESA	European Space Agency –Agencia Espacial Europea–.
FMI	Finnish Metereological Institute –Instituto Meteorológico Finlandés–.
GN	Método de Gauss–Newton.
HRSC	High Resolution Stereo Camera.
ICRF	International Celestial Reference Frame –Sistema de Referencia Celeste Internacional–.
IKI	Instituto de Investigaciones Espaciales de Rusia.
INTA	Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial.
JPL	Jet Propulsion Laboratory.
LA	Lavochkin Association.
LM	Método de Optimización Levenberg-Marquardt.

- M-EME2000** Sistema de referencia ecuatorial centrado en Marte, con plano de referencia el ecuador medio de J2000.
- M-MMED** Sistema de referencia areo eclíptico centrado en Marte con origen el equinoccio de la fecha.
- M-MMEPMD** Sistema de referencia areo ecuatorial centrado en Marte con origen el meridiano de la fecha.
- MEIGA** Mars Environmental Instrumentation for Ground and Atmosphere.
- MER** Mars Exploration Rover.
- MER-A** Mars Exploration Rover Spirit.
- MER-B** Mars Exploration Rover Opportunity.
- MetNet** Meteorological Network.
- MetSIS** Sensor espectral de Irradiancia Solar para MetNet.
- MEX** Mars Express.
- MGS** Mars Global Surveyor.
- MMPM** Mars MetNet Precursor Mission.
- MNL** MetNet Lander.
- MOC** Mars Orbital Camera.
- MOLA** Mars Orbiter Laser Altimeter.
- MSL** Mars Science Laboratory.
- NASA** National Aeronautics and Space Administration –Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio de Estados Unidos–.

-
- NLSP** Nonlinear Least Squares Problem (Problema de Mínimos Cuadrados no Lineal).
- TU** Tiempo Universal.
- TUC** Tiempo Universal, Coordinado.
- UAI** Unión Astronómica Internacional.

Índice de figuras

2.1	Esquema de un tránsito de Fobos.	14
2.2	Proyección transversal de un tránsito de Fobos	15
2.3	Descripción de los elementos orbitales de Marte.	20
2.4	Relación entre anomalías verdadera y excéntrica.	22
2.5	Sistemas de referencia y parámetros de orientación empleados en la obtención de las efemérides del Sol.	24
2.6	Sistemas de referencia y parámetros de orientación empleados en la obtención de las efemérides de Fobos.	27
2.7	Diferencias entre las predicciones y las observaciones para los eclipses de Fobos observados por MER-MOLA.	34
2.8	Diagrama de caja agrupado para las diferencias entre las predicciones y las observaciones para los eclipses observados por los MERs.	35
2.9	Diagrama de caja agrupado para las diferencias entre las predicciones y las observaciones para los eclipses observados por los observados por el MOLA.	36
2.10	Diferencias entre las predicciones y las observaciones para los eclipses detectados por la sonda Viking I.	38
2.11	Simulaciones para los eclipses fotografiados por los MERs.	41

3.1	Cono de penumbra proyectado por Fobos.	46
3.2	Configuración vectorial de un eclipse de Fobos.	47
3.3	Parametrización geométrica del tamaño y forma de la sombra. . .	49
3.4	Patrón latitudinal de movimiento de la sombra en función de la declinación del Sol.	52
3.5	Configuración geométrica de un eclipse de Fobos considerando el Sol a una distancia infinita.	53
3.6	Ciclo anual de movimiento en latitud del centro de la sombra para un año marciano.	55
3.7	Movimiento latitudinal de la sombra restringido a la banda latitudi- dinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador.	56
3.8	Movimiento longitudinal de la sombra.	59
3.9	Patrón de movimiento latitudinal y longitudinal de la sombra para un año marciano.	60
3.10	Patrón de movimiento latitudinal y longitudinal de la sombra para la banda latitudinal de $\delta\varphi = \pm 5^\circ$	61
3.11	Evolución del tamaño y forma de la sombra para un eclipse sobre el ecuador de Marte.	62
3.12	Evolución del tamaño y forma de la sombra para eclipses a -30° de latitud.	63
3.13	Evolución del tamaño y forma de la sombra para eclipses a $+30^\circ$ de latitud.	64
3.14	Variaciones en la relación de aspecto en función de la latitud de C para una temporada de eclipses.	65
3.15	Variaciones en la relación de aspecto en función de la longitud de C para un día.	66

3.16	Trayectoria predicha de la sombra sobre MER-A y MER-B para eclipses captados en 2004.	68
3.17	Diferencias entre las predicciones y observaciones de los eventos captados por MER-A y MER-B.	69
4.1	Pertenencia de un punto a la elipse de sombra.	73
4.2	Restricción del movimiento latitudinal a la zona banda de amartizaje de la sonda MPPM.	77
4.3	Movimiento de la sombra de Fobos en el entorno de la elipse de aterrizaje de la MSL.	82
4.4	Tránsito de Fobos del 13 de septiembre de 2012 sobre la elipse de amartizaje de la MSL.	84
4.5	Visibilidad de los eclipses de Fobos dentro de la elipse de amartizaje de la MSL para los años 2012, 2013 y 2014.	87
4.6	Predicción para los eclipses observados los días 13 y 17 de septiembre de 2012 por la MSL.	90
4.7	Descenso del nivel de irradiación solar ambiente esperado para los eclipses de los días 13 y 17 de septiembre de 2012 fotografiados por la MSL.	92
5.1	Movimiento de la sombra de Fobos en la banda $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador para el año 2014.	97
5.2	Componentes latitudinal y longitudinal del movimiento de la sombra en la banda $\delta\varphi = \pm 5^\circ$ alrededor del ecuador para el año 2014.	98
5.3	Optimización mediante el método de Levenberg-Marquardt.	102
5.4	Optimización mediante el método de relajación por bloques.	107

Índice de tablas

2.1	Elementos keplerianos y sus tasas de cambio con respecto a la eclíptica media y equinoccio del J2000 (S–MEE2000).	21
2.2	Parámetros de orientación del sistema M–MMEPMD.	25
2.3	Valores de los parámetros para la dirección del polo de rotación y meridiano origen de Marte.	28
2.4	Emplazamiento de la sonda Viking I según distintas referencias.	30
2.5	Datos de eclipses de Fobos observados por la Viking I.	31
2.6	Datos de eclipses de Fobos observados por el MOLA.	32
2.7	Datos de eclipses de Fobos observados por los MERs.	33
2.8	Análisis de sensibilidad de los parámetros del modelo.	39
3.1	Comparativa según distintos modelos orbitales de la ocurrencia de eclipses para $\pm 5^\circ$ de latitud alrededor del ecuador.	57
3.2	Relación entre la velocidad de la sombra, su tamaño y la duración de un paso de sombra por un punto fijo.	67
4.1	Fechas de observación de eclipses para la misión MMPM para el período 2014-2016.	76
4.2	Condiciones de activación de la secuencia de adquisición de datos específica para la detección de eclipses para la misión MMPM.	78
4.3	Comprobación del ciclograma para MetSIS para el año 2014.	79

4.4	Comprobación del ciclograma para MetSIS para el año 2015. . . .	80
4.5	Comprobación del ciclograma para MetSIS para el año 2016. . . .	80
4.6	Fechas de observación de eclipses para la MSL para el período 2012-2014.	83
4.7	Predicción de eclipses de Fobos para la MSL mediante una apro- ximación de <i>Monte Carlo</i>	86
4.8	Instantes inicial y final (TUC) para los eclipses visibles desde los puntos cardinales de la elipse de amortizaje de la MSL.	88
4.9	Predicciones para los eclipses de Fobos observados por <i>Curiosity</i>	89
5.1	Observables para la prueba numérica del método LM.	101
5.2	Análisis del emparejamiento de observables y parámetros para el problema inverso.	103
5.3	Iteraciones necesarias para la optimización mediante el algoritmo de Levenberg-Marquardt.	104
5.4	Iteraciones necesarias para la optimización mediante el algoritmo de relajación por bloques coordinado.	108
5.5	Observables para diferentes lugares en la banda latitudinal de $\delta\varphi =$ $\pm 5^\circ$ alrededor del ecuador.	109
5.6	Optimización mediante el método de relajación por bloques coor- denado para distintos lugares de amortizaje.	110
5.7	Precisión del método BR en la determinación de coordenadas para distintos valores en la precisión del tiempo, σ_0	111
5.8	Precisión del método BR en la determinación de coordenadas en función del número de eclipses y la latitud.	112

Referencias

- Allison, M., McEwen, M., 2000. A post-pathfinder evaluation of areocentric solar coordinates with improved timing recipes for Mars seasonal/diurnal climate studies. *Planetary and Space Science* 48, 215 – 235.
- Anderson, R., Bell III, J., 2010. Geologic mapping and characterization of Gale Crater and implications for its potential as a Mars Science Laboratory landing site. *Mars* 5, 76–128.
- Archinal, B., A’Hearn, M., Bowell, E., Conrad, A., Consolmagno, G., Courtin, R., Fukushima, T., Hestroffer, D., Krasinsky, J.H.G., Neumann, G., Oberst, J., Seidelmann, P., Stooke, P., Tholen, D., Thomas, P., Williams, I., 2011. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2009. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 109, 101–135. 10.1007/s10569-010-9320-4.
- Arruego, I., 2012. INTA space instrumentation and capabilities for planetary exploration, en: *Europlanet-RI NA2 Science Networking*.
- Aster, R.C., Borchers, B., Thurber, C.H., 2012. *Parameter estimation and inverse problems*. Elsevier, Oxford. 2nd Edición.
- Banerdt, W., 2012. *Insight: NASA’s discovery mission to explore terrestrial plan-*

- et interiors, en: AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts, p. 309.01.
- Barderas, G., Romero, P., 2012. Observations of Phobos shadow: Analysis of parameters connecting Earth-Mars reference frames. *Planetary and Space Science* Doi:10.1016/j.pss.2012.06.008.
- Barderas, G., Romero, P., 2013. On the inverse problem of determining Mars lander coordinates using Phobos eclipse observations. *Planetary and Space Science* 79, 39–44.
- Barderas, G., Romero, P., Vazquez, L., Vazquez-Poletti, J.L., Llorente, I.M., 2012a. Opportunities to observe solar eclipses by Phobos with the Mars Science Laboratory. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 426, 3195–3200.
- Barderas, G., Romero, P., Vázquez, L., 2012b. Phobos eclipse observation opportunities with the Mars Science Laboratory. *EPSC Abstracts* 7, EPSC2012–326 2012.
- Bazaraa, M., Sherali, H., Shetty, C., 1993. *Nonlinear programming: Theory and algorithms*. Wiley-Interscience series in discrete mathematics and optimization, John Wiley and Sons, New York. 2nd Edición.
- Bell, J.F., Lemmon, M.T., Duxbury, T.C., Hubbard, M.Y.H., Wolff, M.J., Squyres, S.W., Craig, L., Ludwinski, J.M., 2005. Solar eclipses of Phobos and Deimos observed from the surface of Mars. *Nature* 436, 55–57.
- Betts, B.H., Murray, B.C., Svitek, T., 1995. Thermal inertias in the upper millimeters of the martian surface derived using Phobos shadow. *J. Geophys. Res.* 100, 5285–5296.

- Bills, B., Comstock, R., 2005. Spatial and temporal patterns of solar Eclipses by Phobos on Mars. *Journal of Geophysical Research* 110 (E04004).
- Bills, B., Neumann, G.A., Smith, D., Zuber, M., 2005. Improved estimate of tidal dissipation within Mars from MOLA observations of the shadow of Phobos. *Journal of Geophysical Research* 110 (E07004).
- Burkhart, P.D., 2006. MSL Update to Mars Coordinate Frame Definitions. Interoffice Memorandum 343B-2006-004. JPL.
- Chan, S., Lawrence, P., 1988. General inverse kinematics with the error damped pseudoinverse, en: *Robotics and Automation, 1988. Proceedings., 1988 IEEE International Conference on*, pp. 834–839.
- Chapront-Touzé, M., 1988. ESAPHO a semi-analytical theory for the orbital motion of Phobos. *Astron. Astrophys.* 200, 255–268.
- Chapront-Touzé, M., 1990. Orbits of the Martian satellites from ESAPHO and ESADE theories. *Astronomy and Astrophysics* 240, 159–172.
- Christou, A.A., 2002. Lander position determination on Mars using Phobos transits: Application to beagle 2. *Planetary and Space Science* 50, 781 – 788.
- Davies, M., Abalakin, V.K., Brahic, A., M.Bursa, Chovitz, B.H., Lieske, J.H., Seidelmann, P., Sinclair, A.T., Tjuflin, Y.S., 1992. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 1991. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 53, 377–397.
- Davies, M., Abalakin, V.K., Bursa, M., Lieske, J., Morando, B., Seidelmann, P., Sinclair, A., Yallop, B., Tjuflin, Y., 1996. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 1994. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 63, 127–148.

- Dean, E., Theiling, D., McCartney, E., Proton, J., Bell, J., Lemmon, M., Duxbury, T., 2010. Phobos transits the Sun. www.jpl.nasa.gov/video/index.cfm?id=955.
- Deo, A., Walker, I., 1992. Robot subtask performance with singularity robustness using optimal damped least-squares, en: *Robotics and Automation, 1992. Proceedings., 1992 IEEE International Conference on*, pp. 434–441.
- Di, K., Xu, F., Wang, J., Agarwal, S., Brodyagina, E., Li, R., Matthies, L., 2008. Photogrammetric processing of rover imagery of the 2003 Mars Exploration Rover mission. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 63, 181–201495–509.
- Duxbury, T., 1978. Spacecraft imaging of Phobos and Deimos. *Vistas in Astronomy* 22, 149–161.
- Edwards, C., Bruvold, K., Erickson, J., Gladden, R., Guinn, J., Ilott, P., Jai, B., Johnston, M., Kornfeld, R., Martin-Mur, T., McSmith, G., Thomas, R., Varghese, P., Signori, G., Schmitz, P., 2010. Telecommunications relay support of the Mars Phoenix lander mission, en: *Aerospace Conference, 2010 IEEE*, pp. 1–13.
- Emelyanov, N.V., Vashkovyakov, S.N., Nasonova, L.P., 1993. The dynamics of Martian satellites from observations. *Astronomy and Astrophysics* 267 (2), 634–642.
- Folkner, W.M., Williams, J.G., Boggs, D.H., 2008. The Planetary and Lunar Ephemeris DE 421. Interoffice Memorandum 343R-08-003. JPL.
- Folkner, W.M., Yoder, C.F., Yuan, D.N., Standish, E.M., Preston, R.A., 1997. Interior structure and seasonal mass redistribution of Mars from radio tracking of Mars Pathfinder. *Science* 278, 1749–1751.

- Golombek, M., Grant, J., Vasavada, A., Grotzinger, J., Watkins, M., Kipp, D., Dobrea, E.N., Griffes, J., Parker, T., 2011. Final four landing sites for the Mars Science Laboratory, en: Fifth MSL Landing Site Workshop, Monrovia, CA, USA.
- Gómez-Elvira, J., Armiens, C., Carrasco, I., Genzer, M., Gómez, F., Harri, A.M., Haberle, R., Kahanpää, H., Kahre, M., Kempainen, O., Lepinette, A., Martínez-Frias, J., Martín-Torres, F., Mischna, M., Mora, L., Newman, C., Navarro, S., de Pablo, M., Peinado, V., Ramos, M., Rafkin, S., Renno, N., Richarson, M., Rodríguez-Manfredi, J., Sebastián, E., de la Torre, M., Torres, J., Vasavada, R.U.A., Zorzano, M.P., 2013. Rover Environmental Monitoring Station. Overview of first 100 sols on Mars, en: 44th Lunar and Planetary Science Conference.
- Grotzinger, J., Crisp, J., Vasavada, A., Anderson, R., Baker, C., Barry, R., Blake, D., Conrad, P., Edgett, K., Ferdowski, B., Gellert, R., Gilbert, J., Golombek, M., Gómez-Elvira, J., Hassler, D., Jandura, L., Litvak, M., Mahaffy, P., Maki, J., Meyer, M., Malin, M., Mitrofanov, I., Simmonds, J., Vaniman, D., R.V.Welch, Wiens, R., 2012. Mars Science Laboratory mission and science investigation. *Space Science Review* 170, 5–56.
- Guerrero, H., 2010. Development of miniaturized instrumentation for planetary exploration and its application to the Mars MetNet Precursor Mission, en: EGU General Assembly Conference Abstracts, p. 13330.
- Haberle, R.M., 1991. Atmospheric effects on the remote determination of thermal inertia on Mars. *Icarus* 90, 187–204.
- Hall, A., 1877. Observations of the satellites of Mars. *Astronomische Nachrichten* 91, 11.

- Harri, A., Schmidt, W., Romero, P., Vázquez, L., Barderas, G., Kemppinen, O., Aguirre, C., Vázquez-Poletti, J., Llorente, I., Haukka, H., Paton, M., 2012a. Phobos eclipse detection on Mars: Theory and practice, en: Reports 2012:2, Finnish Meteorological Institute, pp. 1–48.
- Harri, A.M., Haukka, H., Alexashkin, S., Guerrero, H., Schmidt, W., Genzer, M., Vazquez, L., 2012b. Mars MetNet mission payload overview. EPSC Abstracts 7, EPSC2012–409.
- Harri, A.M., Linkin, V., Pichkadze, K., Schmidt, W., Pellinen, R., Lipatov, A., Vazquez, L., Guerrero, H., Uspensky, M., J.Polkko, 2008. MMPM-Mars Met-Net Precursor Mission, en: Proceedings of the European Geosciences Union General Assembly 2008, pp. 14–18.
- Harri, A.M., Schmidt, W., Guerrero, H., Vázquez, L., 2010. MetNet network Precursor Mission. EPSC Abstracts 5, EPSC2010–739.
- Harri, A.M., Schmidt, W., Guerrero, H., Vázquez, L., 2012c. Future plans for MetNet lander Mars missions, en: EGU General Assembly.
- Hassler, D.M., Wimmer-Schweingruber, R.F., Beaujean, R., Bottcher, S., Burmeister, S., Cucinotta, F., Muller-Mellin, R., Posner, A., Rafkin, S., Reitz, G., Rad Team, 2006. The Radiation Assessment Detector (RAD) on the Mars Science Laboratory (MSL), en: 36th COSPAR Scientific Assembly, p. 2720.
- Haukka, H., Harri, A.M., Alexashkin, S., Guerrero, H., Schmidt, W., Genzer, M., Vazquez, L., 2012. Mars MetNet mission payload overview. Geophysical Research Abstracts 14, EGU2012–8073.
- Jacobson, R.A., 2010. The orbits and masses of the Martian satellites and the libration of Phobos. The Astronomical Journal 13, 668–679.

- Jacobson, R.A., Synnott, S.P., Campbell, J.K., 1989. The orbits of the satellites of Mars from spacecraft and Earthbased observations. *Astronomy and Astrophysics* 225, 548–554.
- Jakosky, B.M., 2011. The 2013 Mars Atmosphere and Volatile Evolution (MAVEN) mission to Mars. AGU Fall Meeting Abstracts .
- Jet Propulsion Laboratory, 2007. MSL Landing Site Selection User's Guide to Engineering Constraints. Informe Técnico. JPL.
- Jing, L., Stephansson, O., 2007. Fundamentals of Discrete Element Methods for Rock Engineering: Theory and applications. Volumen 85. Elsevier Science.
- Kelley, C., 1999. Iterative Methods for Optimization. *Frontiers in Applied Mathematics*, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Khartov, V., 2012. A new stage in the development of robotic spacecraft for fundamental space research. *Solar System Research* 46, 451–457.
- Khoury, A., Philippe, Chavent, G., 2006. Global line search strategies for nonlinear least squares problems based on curvature and projected curvature. *Inverse Problems in Science and Engineering* 14, 495–509.
- Konopliv, A.S., Yoder, C.F., Standish, E.M., Yuan, D.N., Sjogren, W.L., 2006. A global solution for the Mars static and seasonal gravity, Mars orientation, Phobos and Deimos masses, and Mars ephemeris. *Icarus* 182, 23–50.
- Kubota, T., Okada, T., Miyamoto, H., Ogawa, N., Morimoto, M., Fujita, K., Yamada, T., Mizuno, T., Kawakatsu, Y., Sato, T., et al., 2009. Preliminary study on lander system and scientific investigation for next Mars exploration, en: *Proceedings of The 27th International Symposium on Space Technology and Science (ISTS 2009)*.

- Lainey, V., Dehant, V., Paetzold, M., 2007. First numerical ephemerides of the Martian moons. *Astronomy and Astrophysics* 465 (3), 1075–1084.
- Lampton, M., 1997. Damping-undamping strategies for the Levenberg–Marquardt nonlinear least squares method. *Computers in Physics* 11, 110–115.
- Ledger, E., 1879. The eclipses of the satellites of Mars. *The Observatory* 3, 191–193.
- de Leeuw, J., 1994. Block-relaxation algorithms in statistics.
- Lemmon, M., III, J.B., Malin, M., Bean, K., Wolff, M., Vasavada, A., Martín-Torres, F., Zorzano, M.P., , the MSL Science Team, 2013. Astrometric observations of Phobos and Deimos during solar transits imaged by the Curiosity Mastcam, en: 44th Lunar and Planetary Science Conference.
- Levenberg, K., 1944. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics* 2, 164–168.
- Li, R., Archinal, B.A., Arvidson, R.E., Bell, J., 2006. Spirit rover localization and topographic mapping at the landing site of Gusev crater, Mars. *Journal of Geophysical Research* 111, E02S06.
- Li, R., Squyres, S., Arvidson, R., Archinal, B., Bell, J.I., Cheng, Y., Crumpler, L., Marais, D.D., Di, K., Ely, T., Golombek, M., Graat, E., Grant, J., Guinn, J., Johnson, A., Greeley, R., Kirk, R., Maimone, M., Matthies, L., Malin, M., Parker, T., Sims, M., Soderblom, L., Thompson, S., Wang, J., Whelley, P., Xu, F., 2005. Initial results of rover localization and topographic mapping for the 2003 Mars Exploration Rover mission. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 71, 1129–1142.

- Malin, M., Bell III, J., Cameron, J., Dietrich, W., Edgett, K., Hallet, B., Herkenhoff, K., Lemmon, M., Parker, T., Sullivan, R., Sumner, D., Thomas, P., Wohl, E., Ravine, M., Caplinger, M., Maki, J., 2005. The Mast cameras and Mars descent imager (MARDI) for the 2009 Mars Science Laboratory. *Lunar and Planetary Science XXXVI* 1214.
- Marquardt, D., 1963. An algorithm for the least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal of Applied Mathematics* 11, 431–441.
- Mayo, A., Blackshear, W., Tolson, R., Michael, W., Kelly, G.M., Brenkle, J., Omarek, T.A.K., 1977. Lander locations, Mars physical ephemeris, and solar system parameters; determination from Viking lander tracking data. *Journal of Geophysical Research* 82, 4297–4303.
- Montenbruck, O., Gill, E., 2000. *Satellite orbits: Models, methods and applications*. Springer-Verlag.
- Morley, T.A., 1990. An improved analytical model for the orbital motion of the Martian satellites. *Astronomy and Astrophysics* 228, 260–274.
- Nielsen, H., 1999. Damping parameter in Marquardt's method. Informe Técnico. Technical University of Denmark.
- Oberst, J., Wählisch, M., Zeitler, W., Jaumann, E.H.R., 1998. Mars pathfinder: Cartographic analysis of the landing site from orbit, en: Fritsch, D., English, M., Sester, M. (Eds.), IAPRS.
- Parente, M., Makarewicz, H.D., Bishop, J.L., 2011. Decomposition of mineral absorption bands using nonlinear least squares curve fitting: Application to Martian meteorites and CRISM data. *Planetary and Space Science* 59, 423–442.

- Parker, T.J., Kirk, R.L., Davies, M.E., 1999. Location and Geologic Setting for the Viking 1 Lander, en: Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts, p. 2040.
- Pharr, M., Humphreys, G., 2004. Physically Based Rendering: From Theory to Implementation. Elsevier Science. Capítulo: Monte Carlo Integration I: Basic Concepts. Morgan Kaufmann series in interactive 3D technology, pp. 631–660.
- Rainey, E.S.G., Aharonson, O., 2006. Estimate of tidal Q of Mars using MOC observations of the shadow of Phobos, en: Mackwell, S., Stansbery, E. (Eds.), 37th Annual Lunar and Planetary Science Conference, p. 2138.
- Romero, P., 1990. VI Curso de Geodesia Superior. Instituto de Astronomía y Geodesia. Capítulo: III–Posicionamiento GPS. pp. 139–189.
- Romero, P., Barderas, G., 2011. Phobos Eclipses data acquisition cyclogram for the Mars MetNet Precursor Lander, en: EPSC-DPS Joint Meeting 2011, p. 82.
- Romero, P., Barderas, G., 2012. Determining Mars lander coordinates using Phobos transit observations, en: Europlanet-RI NA2 Science Networking.
- Romero, P., Barderas, G., Vazquez-Poletti, J., Llorente, I., 2011a. Spatial chronogram to detect Phobos eclipses on Mars with the MetNet Precursor Lander. *Planetary and Space Science* 59, 1542–1550.
- Romero, P., Barderas, G., Vazquez-Poletti, J., Llorente, I., 2011b. Temporal areographic patterns of Phobos eclipses on Mars for the MetNet Precursor Mission. *Geophysical Research Abstracts* 13, EGU2011–6470.
- Schmidt, W., Harri, A.M., Alexashkin, S., Linkin, V., Guerrero, H., Pichkadze, K., Vázquez, L., Lipatov, A., Genzer, M., Uspensky, M., Haukka, H., 2010. Scien-

- tific goals and operations of the MetNet precursor mission. EPSC Abstracts 5, EPSC2010–491.
- Schmidt, W., Harri, A.M., Vázquez, L., Linkin, V., Alexashkin, S., 2012. Autonomous operation of Mars meteorological network. EPSC Abstracts 7, EPSC2012–380.
- Seidelmann, P., Abalakin, V., Bursa, M., Davies, M., de Bergh, C., Lieske, J., Oberst, J., Simon, J., Standish, E., Stooke, P., Thomas, P., 2002. Report of the IAU/IAG working group on cartographic coordinates and rotational elements of the planets and satellites: 2000. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 82, 83–111.
- Sevilla, M., 1986. III Curso de Geodesia Superior : compensación de redes geodésicas y sus aplicaciones convencionales y no convencionales. Instituto de Astronomía y Geodesia. Volumen 2 de *Cursos y seminarios / Instituto Geográfico Nacional*. Capítulo: Formulación de modelos Matemáticos en la compensación de redes geodésicas. pp. 1–70.
- Sevilla, M., 1989. *Mecánica Celeste Clásica*. Instituto de Astronomía y Geodesia.
- Shor, V.A., 1975. The motion of Martian satellites. *Celestial Mechanics* 12, 61–75.
- Shor, V.A., 1988. Refinement of the orbits of Phobos and Deimos using ground- and space-based observations. *Pis'ma v Astronomicheskii Zhurnal* 14, 1123–1130. Traducción inglesa de *Soviet Astronomy Letters*, 14, 477.
- Sinclair, A.T., 1978. The orbits of the satellites of Mars. *Vistas in Astronomy* 22, 133–140.

- Sinclair, A.T., 1989. The orbit of the satellites of Mars from Earth-based and spacecraft observations. *Astronomy and Astrophysics* 220, 321–328.
- Smith, D., Neumann, G., Arvidson, R., Guinness, E., Slavney, S., 2003. Mars Global Surveyor Laser Altimeter mission experiment gridded data record. NASA Planetary Data System MGS-M-MOLA-5-MEGDR-L3-V1.0.
- Smith, D.E., Zuber, M.T., Frey, H.V., Garvin, J.B., Head, J.W., Muhleman, D.O., Pettengill, G.H., Phillips, R.J., Solomon, S.C., Zwally, H.J., Banerdt, W.B., Duxbury, T.C., Golombek, M.P., Lemoine, F.G., Neumann, G.A., Rowlands, D.D., Aharonson, O., Ford, P.G., Ivanov, A.B., Johnson, C.L., McGovern, P.J., Abshire, J.B., Afzal, R.S., Sun, X., 2001. Mars Orbiter Laser Altimeter: Experiment summary after the first year of global mapping of Mars. *Journal of Geophysical Research* 106, 23689–23722.
- Standish, E.M., Newhall, X.X., Williams, J.G., Yeomans, D.K., 1992. *Orbital Ephemerides of the Sun, Moon, and Planets*. University Science Books. Capítulo: 5. pp. 279–323.
- Standish, E.M., Williams, J.G., 2009. *Orbital ephemerides of the Sun, Moon, and Planets*, en: *Explanatory Supplement to the American Ephemeris and Nautical Almanac*, <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/ioms/ExplSupplChap8.pdf>, JPL.
- Sugihara, T., 2009. Solvability-unconcerned inverse kinematics based on Levenberg-Marquardt method with robust damping, en: 9th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots.
- Suratgar, A., Tavakoli, M., Hoseinabadi, A., 2005. Modified Levenberg-Marquardt method for neural networks training. *World Academy of Science, Engineering and Technology* 6, 46–48.

- Tyler, G., Balmino, G., Hinson, D., Sjogren, W., Smith, D., Woo, R., Armstrong, J., Flasar, F., Simpson, R., Asmar, S., Anabtawi, A., Priest, P., 2003. Usa_nasa_jpl_mors_1021. NASA Planetary Data System. Editado por R.A. Simpson.
- Vago, J., Gardini, B., Kminek, G., Baglioni, P., Gianfiglio, G., Santovincenzo, A., Bayón, S., van Winnendael, M., 2006. ExoMars - searching for life on the Red Planet. *ESA Bulletin* 126, 16–23.
- Vázquez-Poletti, J., Barderas, G., Llorente, I., Romero, P., 2012. A model for efficient onboard actualization of an instrumental cyclogram for the Mars Met-Net mission on a public cloud infrastructure, en: *PARA2010: State of the Art in Scientific and Parallel Computing*, Springer Verlag, Reykjavik (Iceland). pp. 33–42.
- Waz, P., 1999. Analytical theory of the motion of Phobos: Analysis of the perturbational function. *Reports on Mathematical Physics* 44 (1-2), 283–290.
- Willner, K., 2010. The Martian Moon Phobos - A Geodetic Analysis of its Motion, Orientation, Shape and Physical Parameters. Ph.D. thesis. Technische Universität Berlin.
- Willner, K., Oberst, J., Hussmann, H., Giese, B., Hoffmann, H., Matz, K.D., Roatsch, T., Duxbury, T., 2010. Phobos control point network, rotation, and shape. *Earth and Planetary Science Letters* 294, 541 – 546.
- Willner, K., Oberst, J., Wählisch, M., Matz, K.D., Hoffmann, H., Roatsch, T., Jaumann, R., Mertens, V., 2008. New astrometric observations of Phobos with the SRC on Mars Express. *Astronomy and Astrophysics* 488, 361–364.

- Willner, K., Oberst, J., Wählisch, M., Matz, K.D., Roatsch, T., 2007a. Observations of Phobos and its shadow: Implications for the Phobos orbit, en: SPP 1115 Colloquium 2007 (4. Colloquium).
- Willner, K., Oberst, J., Wählisch, M., Matz, K.D., Roatsch, T., Bendig, J., 2007b. Validation of the Phobos orbit and control point network with HRSC and SRC on Mars Express., en: XXIII International Cartographic Conference.
- Yamada, R., Garcia, R., Lognonne, P., Feuvre, M.L., Calvet, M., Gagnepain-Beyneix, J., 2011. Optimisation of seismic network design: Application to a geophysical international lunar network. *Planetary and Space Science* 59, 343 – 354.
- Yoder, C., Standish, E., 1997. Martian precession and rotation from Viking lander range data. *Journal of Geophysical Research* 102, 4065–4080.