

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS



TESIS DOCTORAL

**Análisis de transferencia de calor en un intercambiador
geotérmico para aplicaciones energéticas**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Leticia Bottazzi

Director

Carlos Armenta Déu

Madrid

© Leticia Bottazzi, 2021

Universidad Complutense de Madrid

Facultad de Ciencias Físicas



Tesis Doctoral

Análisis de transferencia de calor en un
intercambiador geotérmico para aplicaciones
energéticas

Leticia Bottazzi

Director

Carlos Armenta Déu

AGRADECIMIENTOS

Científicamente hablando, quiero agradecer en primer lugar al Profesor Dr. Carlos Armenta Déu, quien ha sido tutor y director de esta tesis, por la confianza que depositó en mí desde el inicio de nuestra relación profesional, por la dedicación, por el respeto a mis sugerencias e ideas, por el rigor científico en la dirección y el apoyo profesional incondicional que me ha mostrado durante el tiempo que ha durado este trabajo.

A Guillermo Pinto de la Casa y Ana María Sánchez Palomo del Laboratorio de Ingeniería Geológica del departamento de Geodinámica, por tamizar las muestras y permitirme usar el laboratorio.

Quiero agradecer a Daniel, mi esposo, por su infinita paciencia y por su consejo realista y apropiado a lo largo del proyecto.

INDICE	Páginas
Encabezado	1
Declaración de autoría y originalidad de la tesis	2
Agradecimientos	3
Contenido/Indice	4
Resumen	8
Abstract	10
1. ANTECEDENTES	
Introducción	12
1.1 Energía geotérmica: fuentes y características.	13
1.2 Clasificación del recurso geotérmico.	15
1.2.1 Por su nivel energético: baja y alta entalpía.	
1.2.2 Por la característica del yacimiento	
1.2.3 Por el mecanismo de transferencia de calor.	
1.2.4 Por el perfil geotérmico.	
1.2.5 Por el estado de equilibrio del yacimiento.	
1.3 Yacimientos	19
1.3.1 Depósito y flujo del pozo.	
1.3.2 Modelo del depósito-pozo: Principios básicos.	
1.3.3 Flujo solo líquido.	
1.4 Aplicaciones.	22
1.4.1 Térmicas.	
1.4.2 Termoeléctricas.	
1.5 Tipos de sistemas de aprovechamiento del recurso geotérmico.	25
1.5.1 Directos.	
1.5.2 Indirectos.	
Bibliografía	28
2. SISTEMA DE APROVECHAMIENTO GEOTÉRMICO DE BAJA ENTALPÍA	
2.1 Introducción.	29
2.2 Configuración.	31

2.3 Tipo de sistema.	33
2.4 Sistema híbrido.	35
2.5 Procesos involucrados.	36
Bibliografía	37
3. PROCESOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR	
3.1 Procesos de transferencia de calor en el lecho geotérmico	38
3.2 Transporte de calor por conducción: ecuaciones características	39
3.3 Intercambio de calor.	43
3.3.1 Tipos de intercambiadores	
3.3.2 Ecuaciones características.	
3.4 Ganancia de energía: eficiencia.	46
3.5 Intercambio de calor por convección en medios porosos	50
3.5.1 Influencia del tipo de medio.	
3.5.2 Ecuación de transporte de energía: ganancia.	
3.6 Transporte de calor en medio fluido: transporte de masa.	56
Bibliografía	58
4. DINÁMICA DE FLUIDOS Y RESOLUCIÓN ANALÍTICA DEL MODELO	
4.1 Ecuación general del Volumen de Control: aplicación a nuestro sistema.	60
4.2 Conservación de la energía: ecuación de Bernouilli generalizada.	63
4.3 Diseño y dimensionado del sistema hidráulico: elementos y dispositivos.	65
4.4 Flujo en una tubería.	66
4.5 Análisis de transporte de energía: pérdidas.	68
4.6 Análisis hidráulico del medio poroso: transporte de calor y masa.	70
Bibliografía	74
5. TERMOELECTRICIDAD	
5.1 Efecto Termoeléctrico: fundamento y características.	76
5.2 Parámetros operacionales: gradiente térmico, temperatura de operación.	79
5.3 Aplicación a nuestro sistema.	80
5.4 Diseño de un sistema de tubos Peltier para conversión termoeléctrica.	83
5.5 Resultados esperados: voltaje, intensidad y potencia eléctrica.	84
Bibliografía	86
6. SISTEMA EXPERIMENTAL: ANÁLISIS ENERGÉTICO	
6.1 Estructura y diseño del modelo.	88
6.2 Modo de operación.	91
6.3 Análisis energético del pozo geotérmico.	91
6.4 Análisis energético del fluido caloportador.	95
6.5 Análisis energético del anillo Peltier.	100
6.6 Ensayos.	104

6.7 Ensayos complementarios	106
6.7.1 Medición del caudal de la bomba centrífuga.	
6.7.2 Análisis granulométrico.	
6.7.3 Calibración de sensores.	
6.8 Características del medio poroso.	109
6.8.1 Determinación de la densidad aparente de la arena.	
6.8.2 Determinación de la porosidad total y de la porosidad eficaz.	
6.8.3 Determinación del caudal.	
6.8.4 Determinación de la velocidad de Darcy o de infiltración.	
6.8.5 Determinación de la velocidad lineal media, intrínseca o intersticial.	
6.8.6 Determinación de la conductividad hidráulica.	
6.8.7 Determinación de la tortuosidad.	
6.9 Caracterización térmica del modelo.	116
6.9.1 Distribución de temperaturas.	
6.9.2 Temperatura característica.	
6.10 Parámetros térmicos característicos.	123
6.10.1 Cálculo de las pérdidas.	
6.10.2 Cálculo del calor específico equivalente.	
6.10.3 Coeficiente de conductividad térmica.	
6.10.4 Cálculo del coeficiente de difusividad térmica equivalente.	
6.11 Balance de energía	137
6.11.1 Análisis termodinámico. Rendimiento.	
6.11.2 Coeficiente de operación.	
Bibliografía	144
7. MODELIZACIÓN y SIMULACIÓN	
7.1 Optimización del sistema: simulación teórica.	146
7.2 Optimización del intercambiador.	147
7.3 Modelo de intercambiadores múltiples.	149
7.4 Pérdidas de carga en el modelo de múltiples intercambiadores.	152
7.4.1 Conexión paralelo.	
7.4.2 Cálculo de la longitud.	
7.4.3 Pérdidas de carga.	
7.5 Potencia de la bomba.	155
7.5.1 Conexión serie.	
7.6 Modelo de bomba peristáltica.	157
7.6.1 Caudal.	
7.6.2 Transferencia de calor al fluido.	
7.6.3 Potencia.	
7.7 Relación entre temperatura y potencia.	160
7.8 Modelización del intercambiador en el terreno.	161
7.8.1 Prototipo alternativo.	

7.9 Generación termoeléctrica.	167
7.9.1 Factor de configuración.	
7.9.2 Ganancia energética y rendimiento.	
7.9.3 Aprovechamiento termoeléctrico.	
7.10 Sistema de cogeneración.	177
7.10.2 Análisis del proceso de cogeneración.	
7.10.3 Caso práctico.	
Bibliografía	184
Conclusiones	186
ANEXO	
Bomba centrífuga características.	189
Cálculo calor específico del modelo.	190
Primer diagrama de Moody.	191
Segundo diagrama de Moody.	192
Valores del coeficiente de pérdidas K_L .	193

RESUMEN

El proyecto desarrollado en esta Tesis Doctoral “Análisis de transferencia de calor en un intercambiador geotérmico para aplicaciones energéticas” se enfoca al aprovechamiento del recurso geotérmico para la generación de energía térmica en aplicaciones de superficie, así como en la conversión termoeléctrica como subproducto de los procesos de conversión energética que tienen lugar en el sistema, dando lugar a un sistema de cogeneración. El sistema utiliza un conjunto de intercambiadores ubicados en el lecho geotérmico para la extracción de energía en dicha zona, y un sistema de intercambio/almacenamiento térmico en superficie para la transferencia de calor para aplicaciones de carácter térmico. El transporte de energía térmica se lleva a cabo por medio de un fluido caloportador que circula en circuito cerrado entre ambos sistemas de intercambio. Asimismo, el sistema integra dos dispositivos termoeléctricos para la generación de energía eléctrica, estando dichos dispositivos ubicados en los conductos ascendente y descendente del circuito hidráulico con objeto de aprovechar el gradiente térmico entre el fluido y el medio que lo rodea en ambas ubicaciones.

La aplicación de esta Tesis es en zonas de baja y media entalpía en áreas geotérmicas de alta entalpía. En general, los aprovechamientos geotérmicos, en áreas de alta entalpía, se producen a gran escala, con pozos donde, en la mayoría de los casos, se perforan a profundidades que van de varios centenares a algunos miles de metros. Este proyecto aprovecha la zona de recurso geotérmico de baja o media entalpía, que se presenta en zonas de escasa profundidad, entre 100 y 500 m y que generalmente, no están siendo utilizadas.

Estos sistemas se podrían instalar bien como complemento de los pozos perforados, pozos por perforar, o en áreas aledañas al desarrollo, con un esfuerzo, económico y operativo, de perforación e instalación bajo, los cuales pueden ser utilizados por pequeños emprendimientos, aprovechando zonas que no resultan rentables desde el punto de vista económico para los sistemas de gran capacidad. Los sistemas mencionados anteriormente no pretenden, en ningún caso, resolver el problema de generación de energía de gran capacidad, para lo cual ya existen los sistemas geotérmicos convencionales con centrales de generación de potencia mediante turbinas de vapor y generadores eléctricos.

El sistema opera con un rendimiento del 31.2% teniendo en cuenta únicamente el aprovechamiento de la energía térmica. Si se utiliza el sistema de cogeneración con aprovechamiento térmico y termoeléctrico de la energía geotérmica el rendimiento se incrementa hasta un 54.8%.

El desarrollo del proyecto ha sido realizado mediante un proceso de simulación que utiliza un modelo a escala que busca reflejar lo más fielmente posible las condiciones existentes en un sistema real. Como resultado del desarrollo del proyecto se ha comprobado que la eficiencia en nuestro modelo puede alcanzar valores del 24%, un valor comparable con los encontrados en sistemas de generación en plantas convencionales que utilizan combustibles fósiles como fuente primaria de

energía, si bien este valor no se corresponde a condiciones reales dado que se han contabilizado las pérdidas térmicas a través de la superficie. Este valor, por tanto, se puede incrementar hasta un 52% en un prototipo real donde las pérdidas no existen, superando los valores de eficiencia de las centrales convencionales de generación de energía (30-40%). Por otra parte, si se optimiza el diseño del sistema, el COP puede alcanzar un valor de 1.7, lo que indica que desde el punto de vista operacional el sistema es energéticamente rentable; este valor del COP, por otro lado, se puede considerar satisfactorio para un sistema de las características del estudiado, cuyos valores oscilan en el entorno de 1.2 a 1.8 para sistemas de baja capacidad como es el estudiado.

El sistema propuesto permite, por medio de un proceso de cogeneración, el suministro de agua caliente sanitaria, calefacción e iluminación a un conjunto de viviendas donde se ha considerado la temperatura ambiente, debido a que en climas fríos la conversión termoeléctrica del diseño es más eficaz. Asimismo, cabe destacar la gran versatilidad del sistema, pudiendo variarse la fracción de energía térmica extraída del lecho geotérmico que se destina a conversión termoeléctrica y, por tanto, a aprovechamiento térmico, sin más que modificar el sistema de anillos Peltier. Por otra parte, este sistema puede ayudar a aliviar la escasez de recursos energéticos, lograr la reducción de las emisiones contaminantes, ahorrar energía y crear un entorno sostenible para la evolución de las viviendas allá donde el recurso geotérmico sea suficiente para abastecer la demanda.

Palabras claves: generación térmica y termoeléctrica, energía geotérmica poco profunda, Cogeneración, Conversión termoeléctrica.

ABSTRACT

The project developed in this Doctoral Thesis "Análisis de transferencia de calor en un intercambiador geotérmico para aplicaciones energéticas" has been focused on the exploitation of geothermal resource for the thermal energy generation in surface utilities as well as on the thermoelectric generation as secondary process of the energy conversion, resulting in a cogeneration system. The design is based on geothermal heat exchangers and a combined heat exchanger/storage unit at the surface for thermal utilities applications. Thermal energy transportation is made by a heat transfer fluid that circulates in a close loop circuit between geothermal zone and surface. Likewise, the system integrates two thermoelectric devices for electric generation, where the devices are located in the upward and downward duct of the hydraulic circuit to take advantage of the thermal gradient between fluid and surroundings.

The Thesis application field is in low and medium enthalpy zones into high enthalpy geothermal areas. In general, geothermal exploits, in high enthalpy areas, occur on a large scale, with wells where, in most cases, they are drilled at depths ranging from several hundred to a few miles of meters. This project takes advantage of the low or medium enthalpy geothermal resource area, which occurs in shallow areas, from 100 to 500 meters, often not used in high enthalpy areas.

These systems could be installed as a complement to wells drilled, wells to be drilled, or in areas surrounding the main development. With low economic and operational effort for drilling and installation; this system could be used by small development, taking advantage in areas not profitable, from an economic point of view, for large capacity systems. Systems mentioned before are not intended, in any case, to solve problems to generate big capacity energy, for which there are conventional geothermal systems with power generation plants using steam turbines and electric generators.

System operates at a performance of 31.2% taking into account only thermal energy use. If the cogeneration system is used with thermal and thermoelectric use of geothermal energy the yield is increased by up to 54.8%.

The development of the project has been based on a simulation process using a scale lab model that looks for reproducing real conditions. As a result of the carried out tests an efficiency of 24% has been found, a value that can be compared to the efficiency in conventional power plants using fossil fuel as primary energy source, although this value does not correspond to real conditions since thermal losses across the surface have been taken into consideration. This value can be increased up to 52% in a real geothermal bed where thermal losses do not exist, improving the efficiency of the conventional power plants (30-40%). On the other hand, if the design is optimized the COP of the system can achieve a value of 1.7, what indicates the system is energetically reliable from the operational point of view. This COP value is within the range of the one for low energy capacity systems that moves between 1.2 and 1.8.

The proposed system allows hot water supply as well as heating and lighting to a small housing group, where the ambient temperature has been considered, since the system efficiency increases in cold climates where thermoelectric conversion improves for its design. On the other hand, this system may help to mitigate the energy resource shortage, saving energy and reducing pollutant emissions at the same time, creating a sustainable environment for population development where geothermal resource is high enough to cover energy demand.

Keywords: thermal and thermoelectric generation, shallow geothermal energy, cogeneration, thermoelectric conversion.

Capítulo 1

Antecedentes

Desde tiempos inmemoriales la humanidad ha aprovechado los recursos naturales de los que dispone el planeta con mayor o menor eficiencia; uno de estos recursos es la energía térmica que la Tierra almacena en su interior, en virtud de su estructura geológica, y que se libera al exterior, en ocasiones, en forma de flujo de calor, a este tipo de energía se le conoce con el nombre de *energía geotérmica*. El calor del manto terrestre se transfiere continuamente hacia la corteza debido a la presencia de un gradiente de temperatura, el conocido gradiente geotérmico.

En el campo de la energía geotérmica hay que distinguir entre lo que se conoce como recurso geotérmico y el llamado yacimiento geotérmico, términos que no conviene confundir [1.1]. Se denomina recurso geotérmico a la porción de calor desprendido desde el interior de la Tierra que puede ser aprovechado por el hombre, mientras que yacimiento geotérmico es el espacio de la corteza terrestre en el que se localizan materiales permeables que albergan un recurso geotérmico susceptible de ser aprovechado. De este modo, las condiciones clásicas para la existencia de un yacimiento geotérmico son la presencia de un foco de calor activo, la existencia de un material permeable con su base impermeable, el llamado “*almacén geotérmico*” por el que circula un fluido, en general agua de origen meteórica en fase líquida o vapor, y una cubierta o sello que impida, o al menos limite, el escape del fluido.

La energía geotérmica constituye un recurso energético considerable si se tiene en cuenta que el flujo de calor total a través de la superficie de la Tierra se realiza a un ritmo que duplica el ritmo de consumo total de energía anual de todos sus habitantes, si bien dicho recurso no está uniformemente distribuido en la superficie de la Tierra, concentrándose en las llamadas áreas geotérmicas (fig. 1.1).

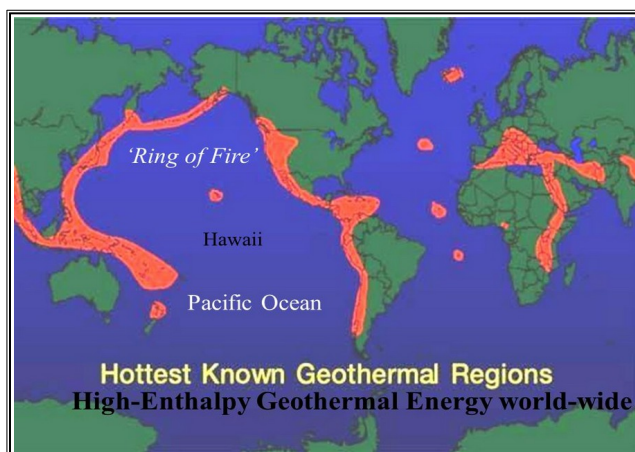


FIGURA 1.1 Regiones geotérmicas en el mundo

Introducción [1.1]

La fuerza impulsora del flujo de calor hacia la superficie se debe a grandes movimientos de materia, denominadas corrientes de convección, originados como consecuencia de la variación de su densidad con las altas temperaturas. En lugares donde la corteza está adelgazada o fracturada, el magma está más cerca de la superficie de lo que está en otra parte lo que da lugar a que en ocasiones el magma emerge a la superficie, es lo que conocemos como lava. Sin embargo la mayoría de las veces permanece bajo tierra donde, con el tiempo, crea grandes regiones de roca

caliente. El agua de lluvia y la nieve derretida, agua meteórica, pueden filtrarse kilómetros por debajo de la superficie, llenando los poros y las grietas de la roca subterránea caliente; de esta forma, al calentarse el agua filtrada puede alcanzar temperaturas de 260° C o superiores, manteniéndose en estado líquido debido a las enormes presiones a las que está sometida, por encima de los 140 bares. La parte más profunda del sistema, donde el agua caliente satura la roca, es la zona dominada por líquidos, en tanto que a profundidades más superficiales la presión más baja permite que el agua caliente ascendente pueda hervir dando origen a la zona subterránea en la que prevalecen el vapor y el gas, que se denomina zona dominada por el vapor, aunque la mayor parte del vapor se condensa cerca de la superficie, algunas veces llega a la superficie a través de conductos para formar fumarolas (vapores de agua y de gas volcánico).

Por otro lado, debajo de la superficie el agua caliente impregnada por vapor sale de la zona dominada por líquidos y llega a la superficie para formar manantiales de aguas termales. Si en lugar de aflorar queda atrapado profundamente debajo de la superficie, forma lo que se conoce como un "reservorio geotérmico" de agua caliente y vapor (fig. 1.2).

Un depósito, o reservorio, geotérmico es un área de roca caliente y saturada (permeable) agrietada. El agua y el vapor de estos depósitos sobrecalentados son los recursos geotérmicos que se utilizan para generar electricidad.

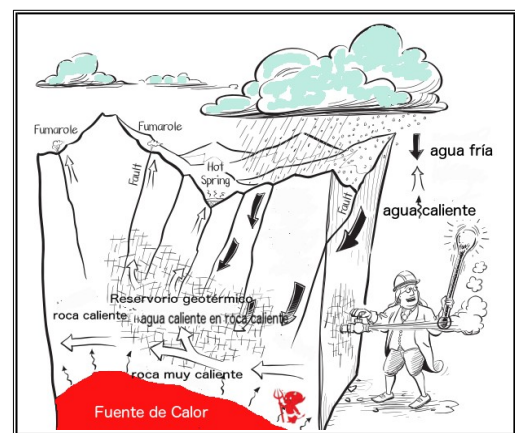


FIGURA 1.2 Reservorio Geotérmico

Así pues, el origen de la energía geotérmica se debe al flujo calorífico que emana de la Tierra y tiene su origen en la gran diferencia de temperatura existente entre el núcleo y la superficie. El flujo de calor es proporcional al gradiente geotérmico, es decir a la velocidad de variación de la temperatura con la profundidad, multiplicado por la conductividad térmica de las rocas.

1.1 Energía geotérmica: fuentes y características

El gradiente de temperatura existente entre el manto y la corteza pone en marcha procesos de transporte de calor por conducción y convección del magma fundido que dan lugar a que importantes cantidades de energía calorífica lleguen a acuíferos y rocas próximos a la superficie en determinados puntos de la Tierra [1.2]. Por ende, el gradiente geotérmico expresa el aumento de la temperatura con la profundidad en la corteza terrestre, a profundidades accesibles el gradiente geotérmico medio es aproximadamente de 0.25-0.3°C/km.

Por ejemplo, si deseamos aproximar la temperatura por debajo del nivel del suelo, y teniendo en cuenta que en promedio la temperatura media anual del aire exterior es de 15°C, podemos suponer razonablemente que la temperatura será de unos 65°C a 75°C a una profundidad de 2000 m, de

90°C a 105°C a 3000 m y así sucesivamente; sin embargo, hay vastas áreas en las que el gradiente geotérmico está lejos del valor promedio señalado anteriormente.

En las zonas en las que la roca profunda ha sufrido un hundimiento la cuenca está llena de sedimentos geológicamente "muy jóvenes" y el gradiente geotérmico puede llegar a valores inferiores a 0.1°C/km. Por otro lado, en algunas "áreas geotérmicas" el gradiente es más de diez veces el valor medio. El flujo calorífico terrestre promedio en los continentes y en los océanos está entre 65 y 101 W/m² respectivamente [1.3]. Por tanto, se puede afirmar que el gradiente geotérmico no es una magnitud constante sino que varía con los siguientes factores:

- La conductividad térmica de las rocas
- El tipo de reacciones químicas que predominen en la zona, endotérmicas o exotérmicas
- La presencia y concentración de elementos radiactivos, que desprenden calor en su proceso de desintegración
- La proximidad de rocas eruptivas no consolidadas, que aportan calor en forma considerable
- La existencia de aguas termales en la zona considerada
- El alejamiento o proximidad de éstas a los océanos
- La tectónica de la zona, etc.

Cuando se miden gradientes de temperatura se observan intervalos en profundidad donde la variación de la temperatura con la profundidad es constante lo que indica que en el flujo geotérmico predomina la conducción, mientras que en las zonas donde la velocidad de transporte de calor viene incrementada por procesos convectivos, por ejemplo presencia de agua, el gradiente de temperatura es bajo. Por el contrario, gradientes de temperatura elevados se producen en estratos sólidos de baja conductividad térmica.

Fuente de calor

En general la fuente de calor en los sistemas geotermales es una masa de magma a alta temperatura (600-900°C) a profundidades del orden de los 7-15 km. de la superficie terrestre. En estos casos la cámara magmática es la fuente principal de calor del campo geotérmico; otras veces el ascenso de magma se produce en forma rápida y directa, sin formación de cámara o intrusión magmática, originando basaltos, andesitas y rocas afines, con gran dispersión del calor, razón por la que no dan lugar a la formación de sistemas geotérmicos susceptibles de ser utilizados.

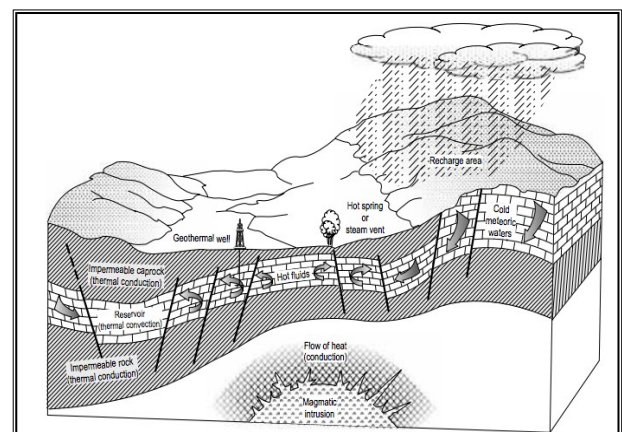


FIGURA 1.3 Modelo de un sistema geotérmico ideal

Reservorio [1.4-1.6]

El reservorio geotérmico está formado por roca de alta permeabilidad con un volumen suficiente para contener una cantidad de fluido que asegure su explotación comercial. En algunos casos con permeabilidad secundaria, es decir fracturas en rocas

impermeables, la capa rocosa situada encima del reservorio geotérmico posee una baja permeabilidad. En general, esta impermeabilidad es el resultado de la actividad hidrotermal, por la deposición de minerales de la solución, fundamentalmente sílice, o bien los productos de alteración hidrotermal que obturan poros y fracturas (fig. 1.3).

1.2 Clasificación del recurso geotérmico [1.7]

1.2.1 Por su nivel energético: baja y alta entalpía

El criterio más común para clasificar los recursos geotérmicos está basado en la entalpía de los fluidos geotérmicos, que actúan como elementos caloportadores desde las rocas calientes profundas hasta la superficie. La entalpía es una función termodinámica que puede considerarse proporcional a la temperatura dentro de unos ciertos límites y se utiliza para expresar el contenido de energía térmica de los fluidos y la disponibilidad de dicha energía en forma de transferencia de calor. Para la clasificación de los tipos de recurso geotérmico en función de su nivel de entalpía, como puede apreciarse en la tabla I, existen diferencias en la clasificación según los autores.

Tabla I Clasificación de sistemas geotérmicos según su nivel de entalpía (°C)

	Muffler and Cataldi (1978)	Hochstein (1990)	Benderitter and Cormy (1990)	Nicholson (1993)	Axelsson and Gunnlaugsson (2000)
Baja entalpía	<90	<125	<100	≤150	≤190
Media entalpía	90-150	125-225	100-200	—	—
Alta entalpía	>150	>225	>200	>150	>190

1.2.2 Por la característica del yacimiento

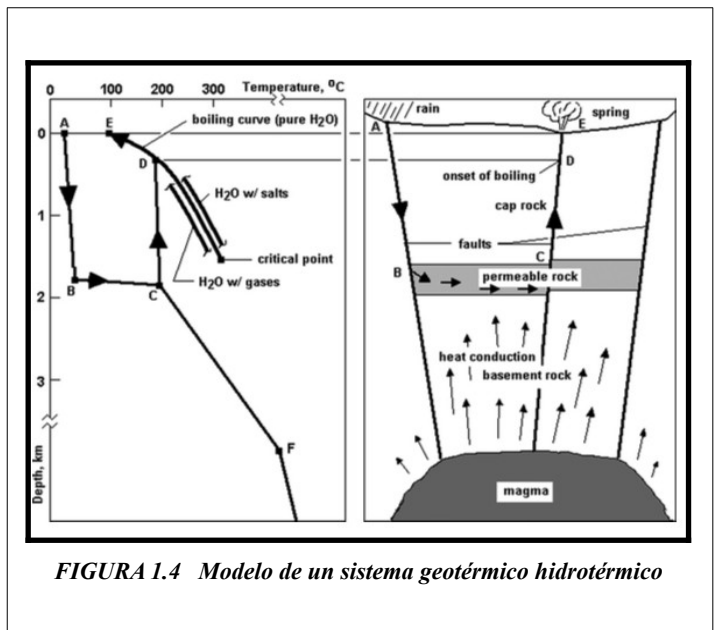
➤ Geotérmico hidrotérmico: existen cinco características que son esenciales para hacer comercialmente viable un recurso geotérmico hidrotérmico, es decir, agua caliente, a saber:

- Una gran fuente de calor
- Un depósito permeable
- Un suministro de agua
- Una capa superpuesta de roca impermeable
- Un mecanismo de recarga fiable

Para que un sistema geotérmico de tipo hidrotérmico sea aprovechable deberá caracterizarse por tener una elevada permeabilidad; sin suficiente permeabilidad en la formación, el fluido no será capaz de moverse fácilmente a través de él, es decir, no será capaz de eliminar gran parte de la energía térmica almacenada en la roca. Además, una baja permeabilidad causará un mal flujo del pozo, peor aún, puede impedir cualquier producción del depósito. Sin fluido en el sistema no hay medio de transferencia de calor y la energía térmica de la formación permanecerá en el depósito. A veces se puede remediar una insuficiente permeabilidad mediante medios artificiales tales como

fractura hidráulica, denominado "hidrofracking", en el que se inyecta líquido de alta presión desde la superficie a través de pozos hasta las fracturas abiertas mediante "craqueo" por tensión.

Por otro lado [1.8], sin una gran fuente de calor las temperaturas geo-fluídicas serán relativamente bajas, es decir, la energía térmica del sistema será insuficiente para soportar la explotación, lo que redundará en un escaso aprovechamiento económico. Asimismo, sin una roca impermeable, los geo-fluidos escapan fácilmente a la superficie, aparecen numerosas manifestaciones térmicas y la presión en la formación se disipa rápidamente. Igualmente, sin una recarga fiable y amplia hasta el depósito, el geo-fluido se agotará eventualmente. Una representación altamente esquemática de tal sistema se muestra en la figura 1.4, habiendo sido presentado por primera vez por D.E. White [1.9].



En la figura del modelo, el agua fría de recarga se simula como agua de lluvia (A) que percola a través de fallas y fracturas profundas en la formación donde entra en contacto con rocas calientes. La capa permeable ofrece una trayectoria de menor resistencia (B), y a medida que el líquido se calienta se vuelve menos denso y tiende a elevarse dentro de la formación. Si encuentra una falla importante (C), ascenderá hacia la superficie perdiendo presión a medida que se eleve hasta alcanzar el punto de ebullición (D); allí el vapor emerge como fumarola, fuente termal, un fango o una piscina calentada por vapor (E). La curva de ebullición es el lugar de las temperaturas de saturación que corresponden a la presión hidrostática del fluido local.

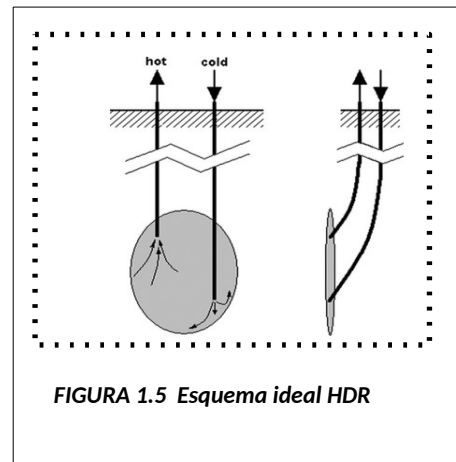
Los sistemas hidrotermales, en función de las características del fluido producido se dividen en:

- **Campos que producen agua caliente:** el agua del reservorio tiene una temperatura entre 60-100°C. Pueden encontrarse en áreas de flujo de calor normal o ligeramente superior al normal. Para su explotación comercial la profundidad del reservorio no debe superar los 2000 metros, utilizándose el fluido con fines agrícolas e industriales, así como para calefacción y suministro de agua caliente. Hay campos de este tipo en Argentina, Uruguay, Hungría, Francia, Islandia, Unión Soviética, Italia, y otros países
- **Campos que producen vapor húmedo:** en estos campos, conocidos como de "líquido-dominante", el reservorio contiene agua a una temperatura mayor de 100°C y una pequeña cantidad de vapor. Durante la extracción se produce una disminución de presión que origina una vaporización parcial del agua, obteniéndose así una mezcla de agua y vapor en las condiciones de saturación, con una baja concentración de gases no condensables. La utilización principal es la

generación de energía eléctrica, además de otros posibles usos del agua caliente residual. Como ejemplo pueden citarse los campos de Wairakei (Nueva Zelanda), Cerro Prieto (México), Salton Sea (EE.UU.), Otake (Japón) y Ahuachapán y Berlín (El Salvador)

● **Campos que producen vapor sobrecalentado:** Estos campos también denominados de "vapor-dominante", producen vapor seco, generalmente sobrecalentado, con una relativamente alta cantidad de gases no condensables como hidrógeno (H_2), metano (CH_4), sulfuro de hidrógeno (SH_2), dióxido de carbono (CO_2), nitrógeno (N_2), etc. El grado de sobrecalentamiento puede ser de $50^\circ C$ y se utiliza el vapor para la producción de energía eléctrica. Los campos que producen vapor sobrecalentado son Larderello y Monte Amiata (Italia), Matsukawa (Japón), The Geysers (EE.UU.) y Copahue (Argentina)

➤ **Roca Seca Caliente (HDR):** La roca seca caliente (HDR) es la fuente más abundante de energía geotérmica disponible para la humanidad. Un vasto almacén de energía térmica está contenido en las rocas de basamento calientes, esencialmente secas e impermeables, que se encuentran en casi todos los espacios bajo la superficie de la tierra; como carecen de fluido en la formación o la permeabilidad es demasiado baja, estos sistemas deben ser "mejorados" mediante ingeniería a través de procesos de fractura hidráulica. Los pozos HDR están precisamente destinados a alcanzar la zona profunda para formar un circuito cerrado por el que circula un fluido determinado (fig. 1.5).



➤ **Geo-presión:** Son fluidos con presiones mayores que la hidrostática y muy aproximada a la litostática. La presión hidrostática aumenta con la profundidad en proporción aproximada de 0.0968 atm/m, en tanto que la presión litostática varía 0.2333 atm/m.

La figura 1.6 muestra una sección transversal simplificada a través de un depósito geo-presionado.

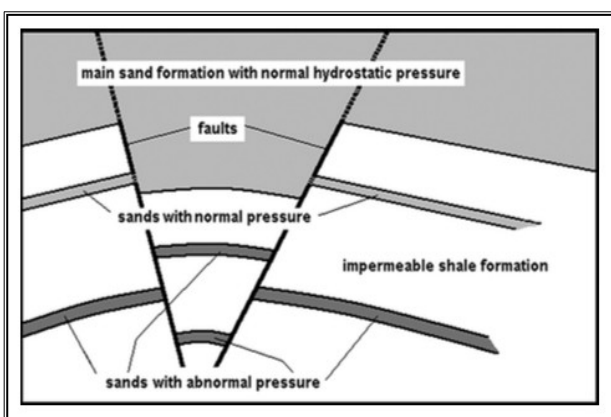


FIGURA 1.6 Esquema transversal del yacimiento geo-presionado.

Los yacimientos geo-presionados se caracterizan por tres propiedades importantes que los hacen potencialmente atractivos para la explotación geotérmica:

- Muy alta presión
- Alta temperatura
- Presencia de metano disuelto

La primera propiedad permite el uso de una turbina hidráulica para extraer la energía mecánica almacenada en forma de alta presión.

La segunda permite el uso de un motor térmico de algún tipo para extraer la energía térmica.

La última permite la combustión del gas en el sitio para la generación de energía o para la venta para mejorar la economía de un proyecto de desarrollo.

- **Energía del magma:** El siguiente yacimiento geotérmico es el que va directamente a la fuente del calor, a saber, un cuerpo magmático relativamente cercano a la superficie de la Tierra. El método consiste en perforar un pozo en el magma, insertar un tubo de inyección y bombear agua fría por el pozo bajo una gran presión. El líquido frío solidifica el magma fundido en una sustancia vítrea que debería agrietarse bajo el estrés térmico que se le impone; si se puede hacer que el agua retorne a la superficie pasando a través del material vítreo extremadamente caliente y agrietado llegará a la superficie caliente listo para su uso en una planta de potencia que utilice un ciclo de tipo Rankine.
- **Hidrotermal profunda:** Es el último de los yacimientos geotérmicos al que sólo recientemente se ha accedido y comenzado a desarrollar. Los recursos hidrotérmicos profundos son los que se encuentran a profundidades entre 2500 y 4000 m y pueden estar en áreas marcadas por gradientes de temperatura geotérmica normales y, como tales, producir solamente fluidos de temperaturas bajas a moderadas; por ejemplo, en un lugar donde el gradiente es de 30°C/km, los fluidos encontrados a 4000 m pueden estar a temperaturas entre 120 y 140°C.

Una de las ventajas de la utilización de fluidos geotérmicos es que, a menudo, el fluido de descarga de residuos de una central eléctrica geotérmica se puede utilizar, adicionalmente, para el calentamiento directo de edificios y casas antes de ser reinyectado.

1.2.3 Por el mecanismo de transferencia de calor

- **Sistemas geotermales convectivos:** la convección es el mecanismo más importante de transferencia de calor, debido a la circulación de fluido. Se pueden distinguir:
 - **Sistemas hidrotermales:** generalmente relacionados a intrusiones magmáticas
 - **Sistemas de circulación:** en los que las aguas alcanzan alta temperatura debido a la circulación profunda en áreas con flujo de calor normal o elevado
- **Sistemas geotermales conductivos:** el mecanismo principal de transferencia de calor es la conducción. Pueden ser:
 - **Acuíferos profundos en lechos sedimentarios,** donde si bien existe la transferencia de calor convectivo, éste es despreciable debido a las bajas temperaturas y al pequeño espesor del horizonte permeable
 - **Roca seca caliente.** La formación es impermeable y el agua debe introducirse a través de fracturas producidas artificialmente

1.2.4 Por el perfil geotérmico

- **Hipertermales:** el gradiente de temperatura es superior a 80°C/km; estas regiones se encuentran generalmente en los límites de las placas tectónicas o volcánicas. Las centrales eléctricas geotérmicas se encuentran cerca de estas áreas
- **Semi-termales:** el gradiente de temperatura se encuentra entre 40 y 80 °C/km asociadas con anomalías que no están cerca de los límites de placas. Su aprovechamiento es mediante acuíferos naturales o perforando roca seca

- **Normales:** con un gradiente térmico por debajo de 40°C/km; están asociadas con áreas con un promedio de flujo de calor geotérmico por conducción de 0.06 W/m²

En la práctica, las plantas de energía geotérmica en las regiones hipertermales están asociadas con sistemas hidrotérmicos naturales; en las regiones semi-termales se desarrolla tanto la extracción hidrotermal como de roca caliente en tanto que en las áreas normales existe un gradiente de temperatura demasiado pequeño para el interés comercial, salvo el uso de energía de baja entalpía mediante bombas de calor.

1.2.5 Por el estado de equilibrio del yacimiento:

Atendiendo a la circulación del fluido del yacimiento los sistemas se **clasifican** en:

- **Sistemas dinámicos:** En los sistemas dinámicos el depósito se recarga continuamente por agua que se calienta y luego se descarga desde el depósito, ya sea a la superficie o a las formaciones subterráneas permeables. El calor se transfiere a través del sistema por convección y circulación del fluido. Esta categoría incluye sistemas de alta temperatura (>150°C) y baja temperatura (<150°C)
- **Sistemas estáticos:** También conocidos como estancamientos o sistemas de almacenamiento, sólo hay poca o ninguna recarga en el depósito, y el calor se transfiere sólo por conducción. Esta categoría incluye sistemas de baja temperatura y sistemas geo-presurizados

1.3 Yacimientos [1.9]

1.3.1 Depósito y flujo del pozo

El flujo en un pozo geotérmico no puede ser visto aisladamente, debe estar acoplado al flujo del fluido en el depósito. La única excepción a esta regla es cuando el reservorio no ofrece resistencia al flujo del fluido, una imposibilidad física. Aunque no es fácil describir el flujo de un geo-fluido que pasa a través de un pozo más o menos vertical, debido a posibles cambios en el patrón de fase y flujo, se conoce al menos la geometría del conducto.

En el reservorio es mucho más difícil, o casi imposible, describir el flujo analíticamente porque la trayectoria del fluido no es conocida; por tanto, el enfoque analítico se basa en el método de "parámetro agrupado" suavizando los detalles y utilizando valores medios de sus propiedades.

1.3.2 Modelo del depósito-pozo: Principios básicos

En este enfoque se reemplazan los parámetros problemáticos con cantidades empíricas promedio; esto conduce a ecuaciones de trabajo que producen resultados razonables en comparación con las mediciones de campo. En un sistema como el descrito se puede suponer que la presión del yacimiento es causada por una columna de agua fría distante del pozo, como se muestra en la figura 1.7. La densidad del agua fría excede la del geo-fluido caliente en el sistema depósito-pozo, creando así un sifón natural que hará que el fluido comience a salir del pozo espontáneamente tan pronto como se abre la válvula de cabeza de pozo.

Considerando primero sólo el pozo entre los estados 1 y 2, la Primera Ley de la Termodinámica para un sistema abierto en flujo constante puede escribirse como:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m} \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] \quad (1.1)$$

Donde los términos a la izquierda de la igualdad representan la transferencia de calor y trabajo entre el pozo y sus alrededores, y los términos de la derecha son, por orden, las diferencias de entalpía, energía cinética y energía potencial desde la parte superior del pozo hasta el fondo.

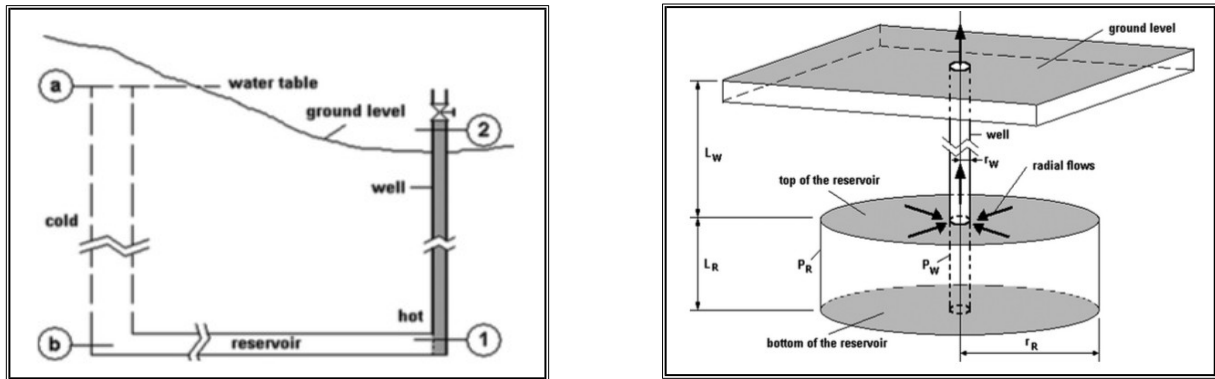


FIGURA 1.7 pozo geotérmico.

Dada la baja conductividad térmica de la roca y el cemento, utilizado para asegurar las cubiertas del pozo, y la rapidez con la que el geo-fluido fluye hacia arriba podemos ignorar el término de flujo de calor en una primera aproximación. Por otro lado, si no hay una bomba en el circuito el término de potencia, flujo de trabajo mecánico, también se puede anular. Asimismo, considerando que trabajamos con un fluido incompresible, y aplicando la ecuación de continuidad, se concluye que el término correspondiente a la diferencia de energía cinética es relativamente pequeña. Así tendremos:

$$h_2 \simeq h_1 - gL_w \quad (1.2)$$

donde L_w representa la distancia vertical entre la boca y el fondo del pozo, tal y como aparece en la figura 1.7

Ahora bien, a menos que el pozo sea muy profundo y de baja temperatura, el término gL_w será muy pequeño en comparación con la entalpía del fluido y por tanto puede ser ignorado. De esta manera, encontramos que el flujo del pozo puede aproximarse con bastante precisión a un sistema isoentálpico.

Si aplicamos la ecuación de momento de la Mecánica de Fluidos al flujo del pozo [1.10, 1.11], se tiene:

$$-dP - \frac{dF}{A} - \rho g dz = \rho v dv \quad (1.3)$$

Donde los términos en el lado izquierdo representan todas las fuerzas, por unidad de área, que actúan sobre un elemento de fluido de longitud dz que pasa por el pozo, y el lado derecho corresponde a la fuerza inercial, también por unidad de área.

Las fuerzas que actúan sobre el fluido son, por orden, las fuerzas de presión sobre los extremos de la columna del fluido, las de fricción causadas por el contacto con la envolvente del pozo y la hidrostática debido al peso del fluido por encima del volumen elemental. Observe que todos los términos de fuerza son negativos y se oponen al movimiento del fluido por el pozo, y que consecuentemente la aceleración también será negativa.

Dado que es necesario conocer la presión en función de la altura en el pozo, $P=P(z)$, y eventualmente conocer la relación entre el caudal másico, $\dot{m}=\dot{m}(P_2)$ y la presión de la cabeza del pozo, debemos integrar la ecuación del momento desde el fondo del pozo hasta la cima. Para ello, podemos expresar la fuerza de fricción elemental en términos del factor de fricción, f , o factor de Darcy, como sigue:

$$dF = \frac{1}{2} \rho v^2 f C \cdot dz \quad (1.4)$$

Donde $C=2\pi r_h = \pi D_h$, siendo r_h y D_h , respectivamente, el radio y diámetro hidráulico, que coinciden con el radio y la circunferencia del interior del pozo, si el conducto está completamente lleno. Ahora podemos expresar la diferencia entre la presión del fondo de pozo y la de la cabeza de la siguiente manera:

$$P_1 - P_2 = \int_{v_1}^{v_2} \rho(z) v(z) dv + \frac{2}{D} \int_{z_1}^{z_2} f \rho(z) v^2(z) dz + g \int_{z_1}^{z_2} \rho(z) dz \quad (1.5)$$

donde el primer término integral corresponde a las fuerzas de presión, el segundo a las viscosas y el tercero a las gravitatorias.

La integración formal de los tres términos de la derecha no puede llevarse a cabo a menos que se conozca el factor de fricción, junto a la dependencia de la densidad y la velocidad con la distancia a lo largo del pozo.

1.3.3 Flujo solo líquido

Es un caso especial simple que implica la presencia de fluido en estado líquido, únicamente, en el flujo del sistema. En este caso el término de aceleración no existe, y la velocidad, v , y la densidad, ρ , pueden tomarse como constantes. Así, la diferencia de presión a lo largo del pozo viene dada por:

$$P_1 - P_2 = \frac{2f \rho v^2 L_w}{D} + g \cdot \rho \cdot L_w \quad (1.6)$$

Donde el factor de fricción se puede encontrar a partir de la ecuación de Swamee-Jain [1.12]

$$f = \frac{0.25}{\left(\log \cdot \left[\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right]\right)^2} \quad (1.7)$$

Siendo ε la rugosidad absoluta del revestimiento tubular de un pozo perforado (“*well casing*”) y Re el número de Reynolds, dado por:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{\dot{m} D}{\mu A} = \frac{4 \dot{m}}{\mu \pi D} \quad (1.8)$$

donde \dot{m} representa el flujo másico de fluido, μ la viscosidad dinámica del mismo y D el diámetro interno del conducto por el que circula el fluido.

1.4 Aplicaciones

La generación de electricidad es la forma más importante de utilización de los recursos geotérmicos a alta temperatura ($\geq 150^\circ\text{C}$), en tanto que los recursos de temperatura media a baja ($< 150^\circ\text{C}$) son adecuados para muchos tipos diferentes de aplicación; esto se observa en el clásico diagrama de Lindal [1.13] (fig. 1.8) o en la figura 1.9 de un modo más general. El diagrama de Lindal muestra los posibles usos de los fluidos geotérmicos a diferentes temperaturas. Hoy en día sigue siendo válido, aunque se debería agregar la generación de energía eléctrica en las plantas de ciclos binarios por encima de 85°C . En el límite más bajo de 20°C , sólo es superado hoy en día y en condiciones muy particulares por el uso de bombas de calor.

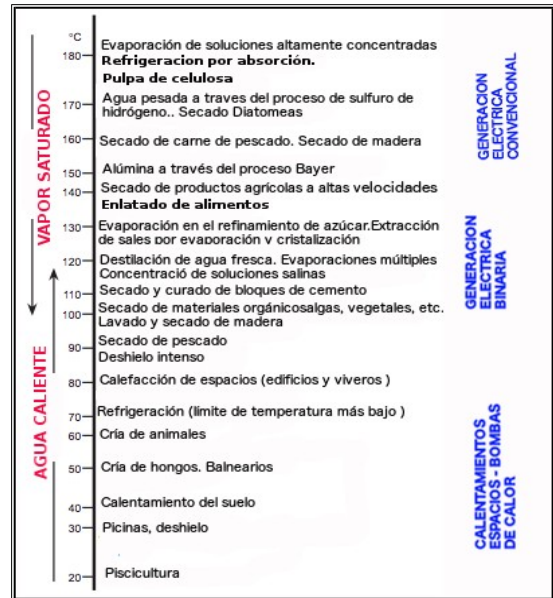


FIGURA 1.8 Tabla de Lindal

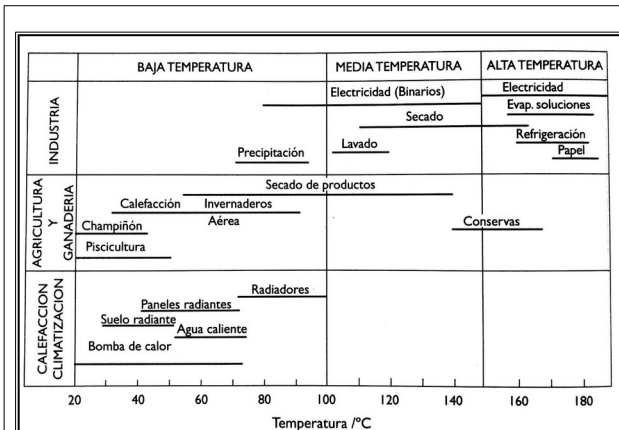


FIGURA 1.9 Aplicaciones geotérmicas según la temperatura

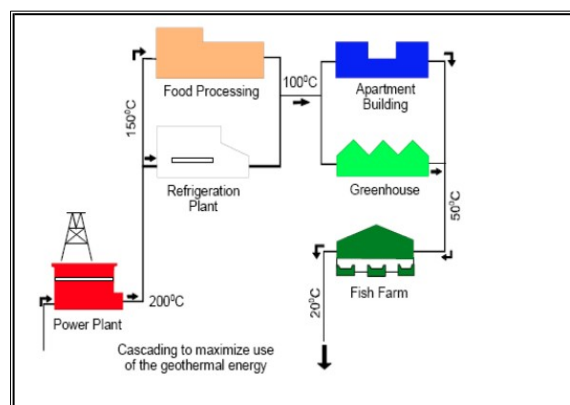


FIGURA 1.10 Ejemplo de cascada geotérmica (generación de calor y electricidad)

El diagrama de Lindal enfatiza dos aspectos importantes de la utilización de los recursos; primero, con el uso combinado es posible mejorar la viabilidad de los proyectos geotérmicos, y segundo la temperatura de los recursos puede limitar los posibles usos. Un ejemplo de uso combinado lo podemos ver en la figura 1.10 [1.14].

Los resultados de la exploración profunda y las características de los líquidos naturales presentes determinan el tipo de planta que se debe elegir (fig. 1.10), bien para la generación eléctrica cuando se producen fluidos de alta entalpía o para la generación de calor con recursos de alta y baja entalpía.

Los depósitos geotérmicos son más dinámicos que los depósitos de hidrocarburos, por lo tanto es necesario monitorizar y evaluar continuamente las respuestas de un reservorio específico en todo el programa de exploración y desarrollo para asegurar que el recurso sea lo suficientemente adecuado para la demanda de energía prevista.

Un esquema de las tres secciones principales de una operación geotérmica se representa en la figura 1.11, donde se pueden distinguir las siguientes secciones:

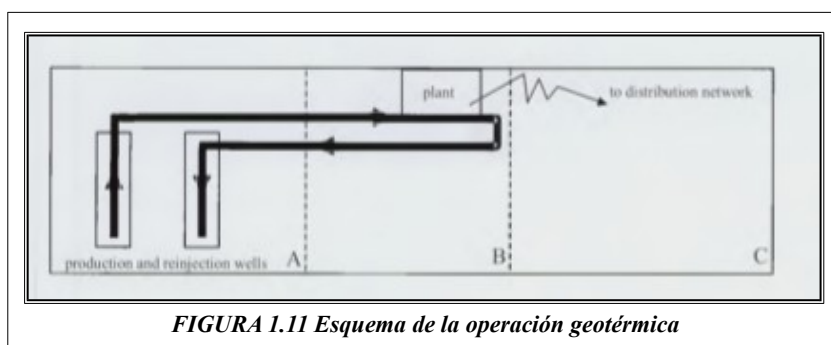


FIGURA 1.11 Esquema de la operación geotérmica

- A. Pozos geotérmicos y equipos de producción de fluidos (extracción y re-inyección)
- B. Planta geotérmica, donde el fluido es transformado para ser utilizable, bien en forma de agua caliente o vapor
- C. Red de distribución hacia el usuario final

1.4.1 Térmicas: características, fundamentos básicos [1.15]

En las zonas en las que existen aguas termales con baja entalpía, estas se utilizan en *balneoterapia, calefacción de viviendas, agricultura, piscicultura* y en una amplia variedad de procesos industriales.

Las formas de utilización térmicas más conocidas, hoy en día, son el baño, la calefacción urbana y de espacios, las aplicaciones agrícolas, la acuicultura y algunos usos industriales, pero las bombas de calor son las más extendidas. Hay muchos otros tipos de utilización, en una escala mucho más pequeña.

La calefacción de espacios y urbana ha avanzado mucho en países como Islandia, donde la capacidad total del sistema de calefacción geotérmica en funcionamiento ha aumentado considerablemente.

La refrigeración de espacios es otra opción factible, que puede lograrse mediante sistemas de compresión, en los cuales se utiliza energía mecánica para el movimiento del refrigerante responsable de la absorción de energía, enfriamiento, en un ciclo termodinámico, y sistemas de absorción, que emplean no solamente energía mecánica, mucho menor que la de los sistemas de compresión, sino también energía térmica, la cual debe ser proporcionada por una fuente de calor, por ejemplo un sistema geotérmico. Los fluidos geotérmicos proporcionan la energía térmica para conducir estas máquinas, aunque su eficiencia disminuye con temperaturas inferiores a 105°C.

El acondicionamiento geotérmico de espacios, calefacción y refrigeración, se ha ampliado considerablemente desde los años ochenta, tras la introducción y el uso generalizado de las bombas de calor.

Los sistemas de calefacción geotérmica se pueden dividir en dos grupos principales dependiendo de si el agua geotérmica se utiliza directamente en los sistemas de calefacción doméstica o mediante la transferencia del calor geotérmico al sistema secundario a través de intercambiadores de calor. Este sistema también puede utilizarse para calentar agua.

En la *agricultura* se utilizan fluidos de baja entalpía para establecer y mantener las condiciones óptimas de temperatura para el cultivo de vegetales. Esto se lleva a cabo en campos abiertos mediante la irrigación sub-superficial conjuntamente con un sistema de calefacción del suelo a través de tuberías enterradas, así como también en espacios cubiertos (invernaderos); con ello se logra evitar el deterioro producido por las bajas temperaturas ambientales, extendiéndose los períodos de cultivo y aumentando, por consiguiente, la producción.

En una escala menor, las aguas geotérmicas se emplean para calentar ambientes destinados a la *cría de animales*. También se las utiliza en *piscicultura* para mantener de una temperatura adecuada para la cría de especies exóticas, mejorar la producción y en algunos casos permite hasta duplicar el ciclo reproductivo.

Si bien existen muchos usos industriales potenciales de la energía geotérmica, el número de aplicaciones en todo el mundo es relativamente pequeño. Sin embargo, entre ellos se incluye una amplia gama de usos, incluyendo lixiviación de metales preciosos, deshidratación vegetal, secado de granos y madera, procesamiento de celulosa y papel, procesamiento de tierra de diatomeas, recuperación química y tratamiento de aguas residuales.

Las aplicaciones industriales requieren en gran medida el uso de vapor, o agua sobrecalentada, mientras que los usuarios agrícolas pueden usar fluidos geotérmicos de baja temperatura.

1.4.2 Termoeléctricas: características, fundamentos básicos

Existen centrales geotérmicas de baja potencia, entre 2 y 3.5 MW , de costo relativamente bajo y de rápida instalación que se adaptan particularmente a las fases iniciales de la explotación de un campo geotérmico. El tamaño apropiado de la planta dependerá de la productividad de los pozos y de la potencia total estimada del recurso, si bien es usual la construcción de plantas en módulos de 40-50 MW cuando la producción por pozo es de 4-5 MW. En cuanto a la tecnología utilizada, existen diversos ciclos de generación de energía eléctrica a partir del recurso geotérmico; el ciclo termodinámico se elige dependiendo de las características de los fluidos, pero también de la economía del proyecto. La generación de electricidad tiene lugar, principalmente, en sistemas que utilizan turbinas de vapor convencionales y plantas binarias, dependiendo de las características del recurso geotérmico.

Una técnica, todavía muy incipiente, es la generación de energía eléctrica mediante termoelectricidad utilizando el efecto Seebeck por medio del empleo de celdas Peltier, que permite aprovechar la energía calorífica que transporta un fluido geotérmico; en efecto, debido a que los metales que componen una celda Peltier responden de distinta manera a la diferencia de temperatura, si se pone en contacto una de las caras de la celda con el fluido geotérmico, caliente, y se deja la otra en contacto con el medio ambiente, frío, se crea una corriente eléctrica que puede ser aprovechada como fuente de energía auxiliar. Este proceso genera una caída de temperatura en el fluido geotérmico, pero permite a dicho fluido seguir conservando un elevado potencial entálpico que puede ser empleado en una aplicación de carácter térmico, disponiendo ahora de un sistema de cogeneración en el que a partir de una única fuente de energía, la geotérmica, se obtienen dos tipos de energía utilizable, la térmica y la eléctrica. Por otro lado, hay que reseñar que este proceso puede ser eficiente, ya que parte de la pérdida de energía térmica en el fluido se transforma en energía eléctrica. Este proceso será uno de los objetivos de este trabajo estudiando la transferencia de energía “*in situ*”.

1.5 Tipos de sistemas de aprovechamiento del recurso geotérmico

1.5.1 Directos

Los sistemas de aprovechamiento directo son aquellos en los que se obtiene el tipo de energía deseado a partir de la fuente primaria de energía, es decir cuando el aprovechamiento del recurso energético en forma de energía útil se realiza sin necesidad de algún dispositivo que implique un proceso derivado de ciclos termodinámicos. Entre ellos podemos mencionar:

- **Térmicos.** En los sistemas de uso térmico directo se explotan los recursos de baja temperatura localizados en lechos sedimentarios profundos, en los cuales se perfora desde la superficie hasta alcanzar el almacén geotérmico para obtener un flujo constante del fluido geotérmico caliente mediante un proceso llamado sondeo. A través de este sondeo, el fluido es elevado, generalmente por bombeo, hasta la superficie y conducido por un sistema de tuberías a un intercambiador, en el que se obtiene el calor necesario para el uso previsto.

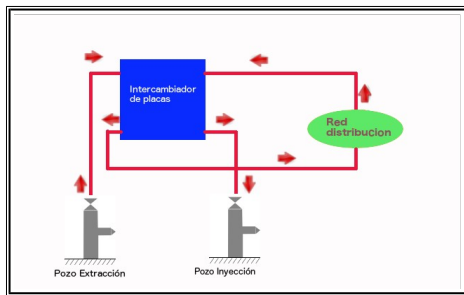


FIGURA 1.12 Esquema simplificado de un sistema de uso directo del calor geotérmico para calefacción

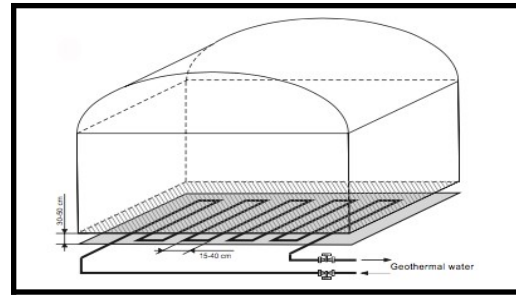


FIGURA 1.13 Calentamientos de suelos, ambientes, invernaderos mediante energía geotérmica

La explotación se realiza mediante doblete de sondeos, uno para extraer el fluido geotérmico “sondeo de extracción o explotación” y otro para inyectarlo “sondeo de inyección”, tras ceder el calor, en el mismo yacimiento del que se obtuvo (fig. 1.12). En la figura 1.13 se muestra el uso directo del fluido geotérmico para calentamiento de suelos, en invernaderos, cría de animales y ambientes en general.

➤ **Termoeléctricas** [1.16]. Como ya se ha mencionado con anterioridad, el uso del efecto Seebeck, mediante el empleo de las llamadas celdas Peltier, da lugar a la generación de corriente eléctrica cuando se crea un gradiente de temperatura entre las caras de la célula (fig. 1.14).

El apilamiento termoeléctrico que se presenta en la figura 1.14 es un arreglo de Bi-Te (TEC), basado en módulos de convertidores termoeléctricos, para la conversión del calor geotérmico. Cada módulo TEC (*Thermoelectric Energy Conversion*) consiste en 127 pares termoeléctricos de tipo p/n. Un módulo TEC comprende contactos de termo-elemento semiconductor tipo p y tipo n, fijados entre dos placas de cerámica, caliente y fría, y conectadas térmicamente en paralelo y eléctricamente en serie. El gradiente de temperatura a través de los contactos induce una tensión debido al efecto Seebeck. Los módulos TEC están separados por intercambiadores de calor de placas de Cu en configuración de contra-flujo. La línea discontinua esboza el segmento del apilamiento para el cual se ha desarrollado el modelo de transferencia de calor.

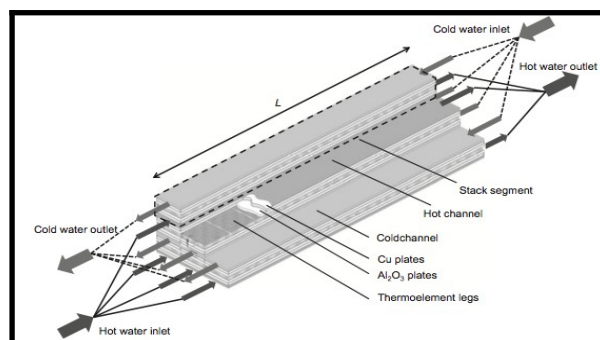


FIGURA 1.14 Esquema apilamiento termoeléctrico
Fuente: C. Suter, Z.R. Jovanovic, A. Steinfeld [1.16]

1.5.2 Indirectos

Los sistemas de aprovechamiento indirecto son los que necesitan de procesos termodinámicos intermedios para, a partir de la fuente primaria de energía, obtener el producto final. Entre ellos están:

➤ **Térmicos** Similar al descrito con anterioridad para sistemas de aprovechamiento directo (fig. 1.13), pero con un ciclo termodinámico intermedio (fig. 1.15).

Otra de las aplicaciones (fig. 1.16) muestra un sistema de aire acondicionado que opera bajo un ciclo termodinámico por absorción, utilizando el fluido geotérmico como sistema de aporte de energía térmica.

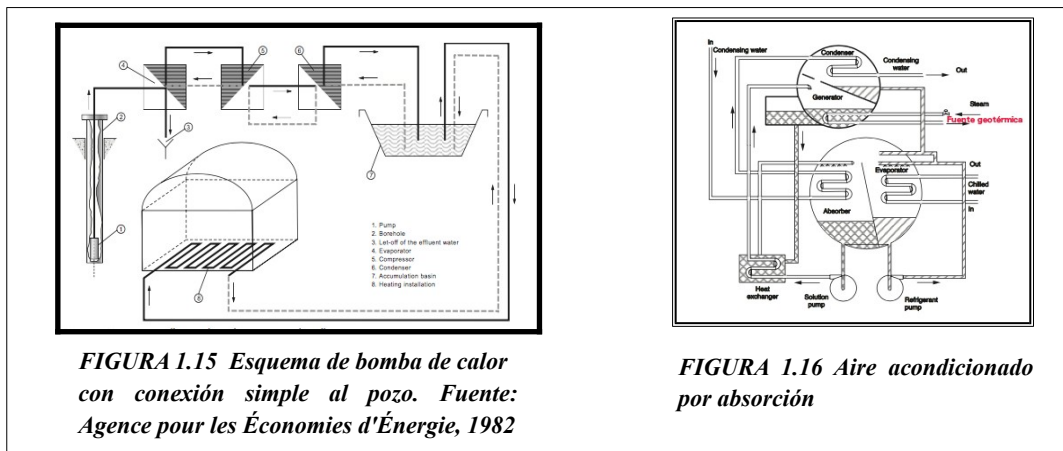


FIGURA 1.15 Esquema de bomba de calor con conexión simple al pozo. Fuente: Agence pour les Économies d'Énergie, 1982

FIGURA 1.16 Aire acondicionado por absorción

➤ **Termoeléctricas** Uno de los usos más importantes de los fluidos geotérmicos es la producción de energía eléctrica. La elección del ciclo para la conversión de la energía contenida en el agua y vapor en energía eléctrica depende de sus condiciones físico-químicas, de las características del campo y de la potencia eléctrica generable, descritas básicamente en la sección anterior

BIBLIOGRAFIA

- [1.1] http://geothermaleducation.org/geo_fmat/geo_excerpt_4_07.pdf.
- [1.2] Jaime González Velasco. Energías renovables. Reverte, primera edición. Barcelona. 2009.
- [1.3] Pollack, H. N.; Hurter, S. J.; Johnson, J. R. 1993. Heat flow from the Earth's interior: Analysis of the global data set. Rev. Geophys., Vol. 31, pp. 267–80.
- [1.4] Pedro Fernández Díez. Fundamento de la energia geotermica.pdf . Internet.
- [1.5] Ingrid Stober, Thomas Fritzer, Karsten Obst, Thorsten Agemar, Rüdiger Schulz. Sierra G. Pedro. Energía geotérmica profunda. Instituto Leibniz de Geofísica Aplicada (LIAG), first edition. Alemania. 2017
- [1.6] Mary H. Dickson and Mario Fanelli. Geothermal energy: utilization and technology United Nations Educational. John Wiley & Sons, first edition. 1995.
- [1.7] Malcolm A. Grant Paul F. Bixley. Geothermal reservoir engineering. Second edition-2011. Elsevier. ISBN 978-0-12-383880-3.
- [1.8] R. Di Pippo. Geothermal power plants. Elsevier, third edition. Massachusetts University. 2012 .
- [1.9] White, D.E., “Characteristics of Geothermal Resources,” Chap. 4 in Geothermal Energy: Resources, Production, Stimulation, P. Kruger and C. Otte, Eds., Stanford University Press, Stanford, CA, 1973.
- [1.10] Ryley, D.J., “Analysis of the Flow in the Reservoir-Well System,” Sect. 2.6 in Sourcebook on the Production of Electricity from Geothermal Energy, Kestin, J., Ed. in Chief, R. DiPippo, H.E. Khalifa and D.J. Ryley, Eds., U.S. Dept. of Energy, Washington, DC, 1980.
- [1.11] Ryley, D.J., “The Mass Discharge of a Geofluid from a Geothermal Reservoir-Well System with Flashing Flow in the Bore,” Geothermics, V. 9, 1980, pp. 221-235. U.S.
- [1.12] Ecuacion-de-Swamee-Jain .<https://www.scribd.com/doc/119978944/>
- [1.13] Direct Utilization of Geothermal Energy/2010. www.mdpi.com/journal/energies
- [1.14] Eleni Patsa, Sadiq J. Zarrouk, and Dirk Van Zyl. The Lindal Diagram for Mining Engineering. GRC Transactions, Vol. 39, 2015.
- [1.15] Ernst Huenges. Geothermal Energy Systems. Exploration, Development, and Utilization. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim. 2010.
- [1.16] C. Suter a, Z.R. Jovanovic a, A. Steinfeld. A 1 kW_e thermoelectric stack for geothermal power generation, modeling and geometrical optimization. Elsevier 2012.

Capítulo 2

Sistema de aprovechamiento geotérmico de baja entalpía

2.1 Introducción

El recurso geotérmico procedente del subsuelo terrestre puede ser aprovechado para múltiples aplicaciones en función del nivel de entalpía, esto es, de la temperatura a la que corresponda dicho recurso; así pues, podemos hablar de niveles de entalpía bajo, medio y alto en función de la temperatura que se alcance en el lecho geotérmico (ver Tabla 2.1).

Tabla 2.1. Nivel de entalpía según la temperatura del reservorio

Nivel de entalpía	Temperatura (°C)				
Bajo	<90	<125	<100	≤150	≤190
Medio	90-150	125-225	100-200	---	---
Alto	>150	>225	>200	>150	>190
Fuente	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]

Es lógico pensar que cuanto mayor sea la temperatura mayor será el nivel de entalpía y, por tanto, mayor la cantidad de energía disponible que se puede extraer del recurso geotérmico. Sin embargo, teniendo en cuenta el perfil vertical de temperaturas nos encontramos que, cerca de la superficie la temperatura es reducida, en tanto que según se aumenta la profundidad dicha temperatura va creciendo a razón de 25-30°C/km, lo que hace que el valor de la entalpía de la corteza terrestre sea variable con la profundidad [2.1]. De acuerdo con todo lo anterior, una profundidad elevada daría como resultado un alto valor entálpico, pero supone un considerable esfuerzo en la perforación del terreno, tanto en medios como en inversión; por otro lado, la temperatura a ciertas profundidades puede resultar demasiado elevada para el tipo de aplicación, lo que obliga a establecer un rango de profundidades en función del perfil vertical de temperaturas y el tipo de aplicación.

Los sistemas de alto nivel de entalpía suelen ir destinados a la generación de energía eléctrica en plantas geotérmicas de gran potencia que utilizan turbinas de vapor o ciclos binarios; por el contrario, los sistemas de baja entalpía están destinados, fundamentalmente, a satisfacer las necesidades de sistemas residenciales, comerciales, sector servicios e industrias cuya demanda de potencia y energía es reducida.

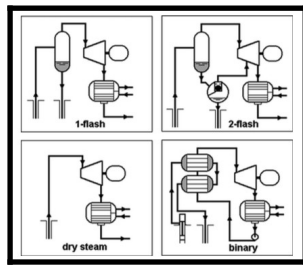


FIGURA 2.1 *Sistemas básicos de conversión de energía geotérmica: diseños simplificados de plantas*

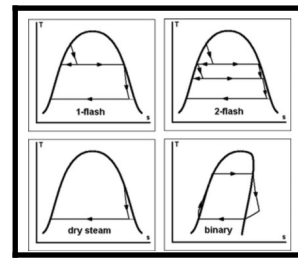


FIGURA 2.2 *Sistemas básicos de conversión de energía geotérmica: diagramas T-S simplificados de procesos.*

Las figuras 2.1 y 2.2 muestran, respectivamente, un esquema de los cuatro métodos más habitualmente utilizados en el aprovechamiento de la energía geotérmica para la generación de electricidad de forma masiva mediante turbinas de vapor, y los ciclos termodinámicos asociados a dichos métodos.

Nuestro interés se centra en sistemas de baja entalpía que trabajan a temperaturas reducidas, entre 90°C y 130°C, lo cual reduce la profundidad del sistema geotérmico y la complejidad del diseño.

En general, los aprovechamientos geotérmicos se producen a gran escala, con pozos donde, en la mayoría de los casos, se perforan a profundidades que van de varios centenares a algunos miles de metros. En nuestro caso, la idea es estudiar un sistema que actúe de forma complementaria, es decir, aprovechar la zona de recurso geotérmico de baja o media entalpía, que se presenta en zonas de escasa profundidad, entre 150 y 500 m. Estos sistemas se podrían instalar bien como complemento de los pozos perforados, o por perforar, o en áreas aledañas al desarrollo, con un esfuerzo de perforación e instalación bajo, para utilizarlos en pequeños emprendimientos.

Estos sistemas no pretenden, en ningún caso, resolver el problema de generación de energía de gran capacidad, para lo cual ya existen los sistemas geotérmicos convencionales con centrales de generación de potencia mediante turbinas de vapor y generadores eléctricos, sino actuar como fuente de energía para sistemas de media o baja potencia, aprovechando zonas de baja o media entalpía que no resultan rentables desde el punto de vista económico para los sistemas de gran capacidad. La mayor sencillez de diseño, así como la menor complejidad, permiten esperar que la reducción de costes que llevaría aparejado un sistema como el propuesto haga este tipo de sistemas rentables para las aplicaciones de baja o media entalpía.

Por otro lado, el uso de un recurso geotérmico de baja entalpía como el propuesto, permitiría el aprovechamiento de muchas zonas actualmente no explotadas y cuyo recurso energético es totalmente viable para aplicaciones como la que se utilizarían con este tipo de sistemas, por ejemplo, dispositivos y equipos eléctricos de baja potencia como motores, compresores, etc.

Entre las ventajas que tiene el aprovechamiento del recurso geotérmico de baja entalpía está el uso de un recurso local en la zona de explotación con la consiguiente reducción de pérdidas energéticas al limitarse la distancia debida al transporte, la independencia de las redes de distribución convencionales, lo que limita la sobrecarga en dichas redes, la posibilidad de establecer sistemas de generación distribuida, con las ventajas que ello conlleva, y la disponibilidad de proporcionar una fuente de energía en aquellas zonas donde no existan redes de distribución.

Asimismo, en un sistema de baja entalpía es fácil utilizar sistemas complementarios que permitan generar energía eléctrica además de térmica, lo que lleva a un sistema de cogeneración que resulta siempre de mayor eficiencia que uno simple.

2.2 Configuración

Los sistemas de baja entalpía, según hemos mencionado, se corresponden con zonas de reducida profundidad en áreas geotérmicas, en las cuales podemos encontrar distintos tipos de recurso geotérmico, si bien el más habitual es la roca seca caliente (HDR). Por tanto, el sistema de aprovechamiento del calor geotérmico deberá ser, casi obligatoriamente, basado en un método de intercambio calorífico entre el propio lecho (HDR) y un elemento que nos permita obtener, con facilidad, la energía térmica extraída; este sistema, básicamente, consiste en intercambiadores de calor. Puesto que los intercambiadores de calor aprovechan la energía térmica de la zona en la que se encuentran en función de la superficie del mismo, cuanto mayor sea ésta, mayor será la cantidad de energía extraída y, por tanto, aprovechada. Este es el motivo por el que se busca, o bien utilizar intercambiadores de gran tamaño o múltiples intercambiadores de tamaño más reducido. El principal problema que plantea un intercambiador de gran superficie es que, al ser un objeto enterrado a cierta profundidad, requiere de técnicas de excavación, o perforación, que resultan complejas y muy costosas; por ello, la mejor opción es utilizar un sistema de múltiples intercambiadores de pequeño tamaño, cuya superficie total sea equivalente a la de uno más grande. Así pues, con objeto de aprovechar al máximo el recurso geotérmico minimizando el trabajo de perforación, el diseño consistirá en un conjunto de pozos oblicuos de acuerdo con lo que se muestra en las figuras 2.3 y 2.4.



FIGURA 2.3 Perforación de pozos horizontales [2.2]

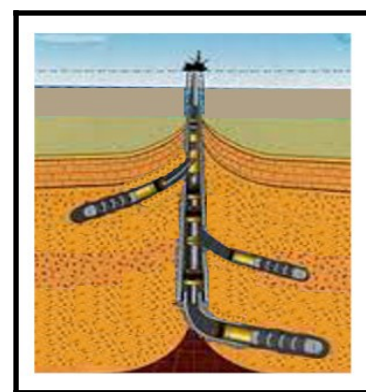


FIGURA 2.4 Pozos múltiples [2.3]

En el área delimitada para este fin, se perforarán de 6 a 8 pozos oblicuos, conectados a un único pozo vertical (fig. 2.3 y 2.4), los cuales podrán repetirse de acuerdo a las necesidades. Dentro de cada uno de los 6 u 8 pozos se introducirá un intercambiador de calor por donde se hará circular un fluido de trabajo, en este caso agua, al tiempo que se instalará otro intercambiador a nivel superficial con objeto de aprovechar al máximo el nivel entálpico del fluido caloportador y minimizar la temperatura de retorno, lo que, a su vez favorece el intercambio en la zona del lecho geotérmico incrementando la eficiencia del proceso de transferencia de calor entre lecho y fluido.

En esencia, el esquema es simple, se trata de un sistema de doble intercambiador, uno simple en superficie, y otro múltiple en el lecho geotérmico, que aprovechan el recurso geotérmico mediante un doble proceso de transferencia de calor, del lecho a cada uno de los intercambiadores enterrados, y del de superficie al recinto o aplicación a la cual esté destinada la energía térmica extraída. A este proceso hay que añadir el transporte de energía por el fluido caloportador entre el intercambiador múltiple del lecho y el de superficie. Una vista general, en esquema, del sistema propuesto, aparece en la figura 2.5, donde el intercambiador del lecho geotérmico se ha representado como uno solo, por simplicidad.

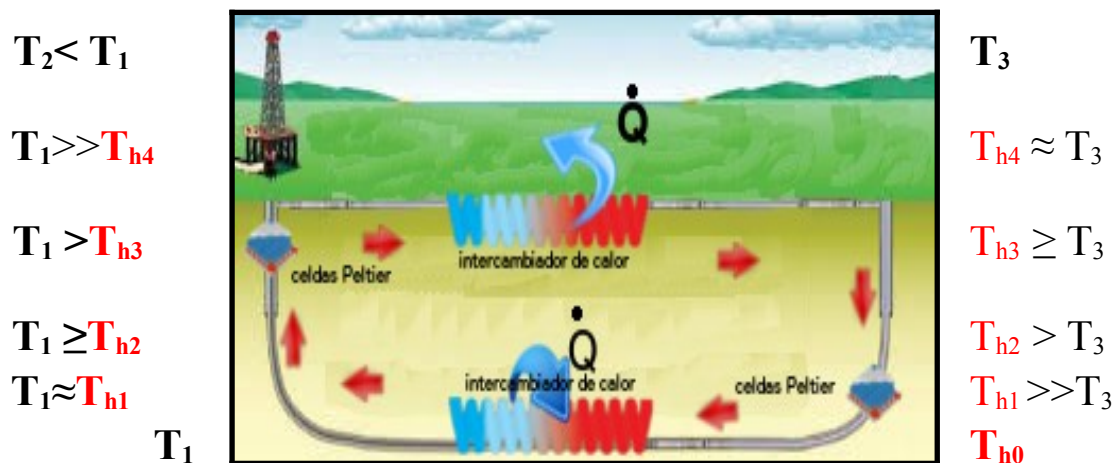


FIGURA 2.5 Esquema general de un sistema de aprovechamiento geotérmico de baja entalpía

Los símbolos de temperatura que se adjuntan a la figura corresponden a la temperatura de fluido y medio que lo rodea, siendo T_1 la temperatura del lecho, T_2 la del entorno al que se cede calor, T_3 la ambiente, y T_{hj} la del fluido, donde el subíndice j corresponde al nivel de profundidad del terreno.

La ventaja de este sistema es que la transferencia de calor en el intercambiador de la zona superficial da lugar a una reducción en la temperatura del fluido, lo que motiva que entre más frío al intercambiador subterráneo incrementando la eficiencia en el intercambio en el lecho geotérmico.

Esta configuración, destinada básicamente al aprovechamiento térmico de la energía geotérmica, se puede complementar con un sistema de generación eléctrica mediante termoelectricidad, para lo cual sólo es necesario insertar un dispositivo termoeléctrico en el conducto de ascenso, en el cual, la

diferencia de temperatura existente entre el fluido que circula por el interior y el medio rocoso que lo rodea, dan lugar a la generación de electricidad a partir del gradiente de temperatura existente. Esto mismo puede hacerse en el conducto de descenso cuando el fluido retorna hacia el intercambiador geotérmico, ya que en dicha zona el fluido, que se ha enfriado como resultado de la transferencia de calor en el intercambiador de superficie, tiene una temperatura inferior al lecho rocoso que rodea el conducto, pudiendo así generarse energía eléctrica como consecuencia del gradiente de temperatura. A este fin, se colocarán anillos de celdas Peltier en los tubos verticales, un grupo de ellos cuando el fluido de trabajo asciende para llegar a la superficie y otro cuando el fluido de trabajo desciende antes de retornar al intercambiador enterrado.

2.3 Tipo de sistema

El aprovechamiento en superficie del calor geotérmico se puede realizar de varias maneras, según sea el tipo de sistema utilizado, directo o indirecto. Un sistema directo transfiere la energía térmica transportada por el fluido caloportador de forma directa al entorno o a la aplicación, sin que medie ningún dispositivo intermedio en el proceso de transferencia; este es el caso de los intercambiadores de calor que se utilizan para calentar un recinto, obtener agua caliente sanitaria (ACS), o almacenar la energía térmica en un acumulador para su uso posterior. En este tipo de sistemas el mecanismo de transferencia de la energía térmica es, fundamentalmente, la conducción, operando a temperatura y presión constante, reguladas por las condiciones termodinámicas del fluido caloportador. Un esquema de este tipo de sistemas lo podemos ver en la figura 2.6

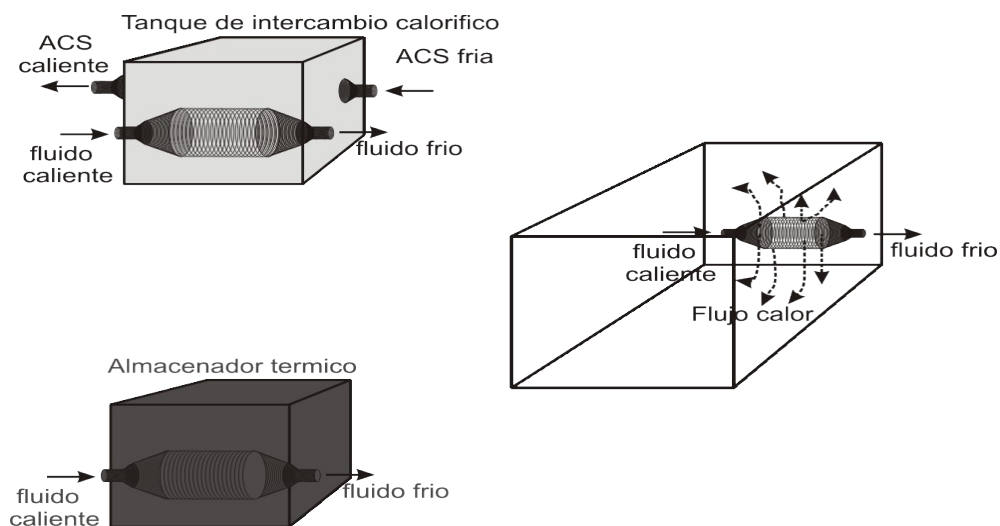


FIGURA 2.6 Esquema general de un sistema de aprovechamiento directo

Una alternativa a los sistemas directos son los indirectos, en los cuales la energía del fluido caloportador es transferida a un circuito que, mediante un ciclo termodinámico, es capaz de producir calor o frío. Esta es la base de los sistemas de calentamiento o refrigeración utilizados en los dispositivos de aire acondicionado o calentamiento por bomba de calor, o los sistemas de refrigeración por absorción. Tanto unos como otros requieren una fuente de calor para realizar las transformaciones termodinámicas requeridas; en el sistema de bomba de calor, que trabaja mediante

un ciclo de compresión, la fuente de calor se encarga de evaporar un fluido refrigerante que, posteriormente, en otro punto del circuito (condensador) se condensará cediendo calor al recinto para elevar su temperatura, o se utiliza como sumidero del flujo de calor (condensador) que cede al fluido refrigerante, flujo que se ha extraído de un recinto que se está refrigerando mediante un proceso de evaporación. Como se puede apreciar, el modo de operación del ciclo es reversible, operando el intercambiador de calor, bien como fuente, bien como sumidero según se pretenda calentar o refrigerar el recinto. Un esquema del sistema se puede ver en la figura 2.7 (izda). La principal ventaja que tiene estos sistemas es que, aunque su rendimiento termodinámico no sea muy elevado, debido a las pérdidas por transferencia de calor, el llamado *Coficiente de operación* (COP), suele estar por encima de la unidad, sin que esto viole ningún principio de la Termodinámica, puesto que el COP sólo tiene en cuenta la energía mecánica y no contabiliza la energía térmica intercambiada con el medio exterior [2.4].

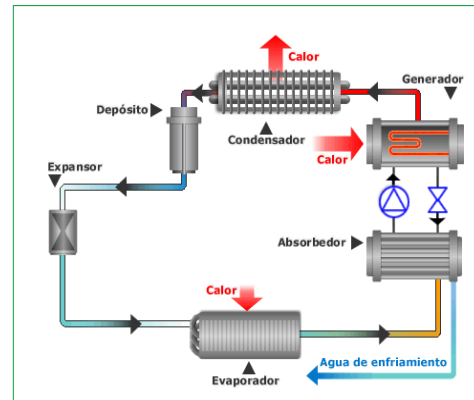
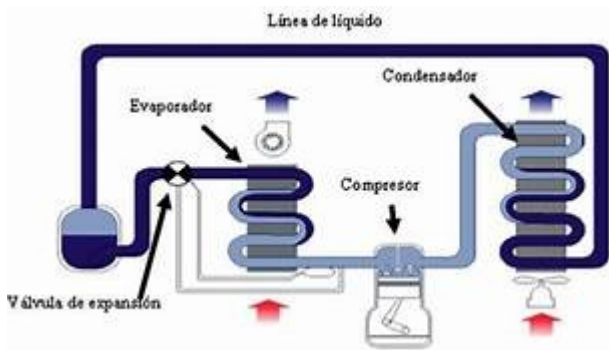


FIGURA 2.7 Esquema general de un sistema de aprovechamiento indirecto sistema de compresión (izda) y de absorción (dcha)

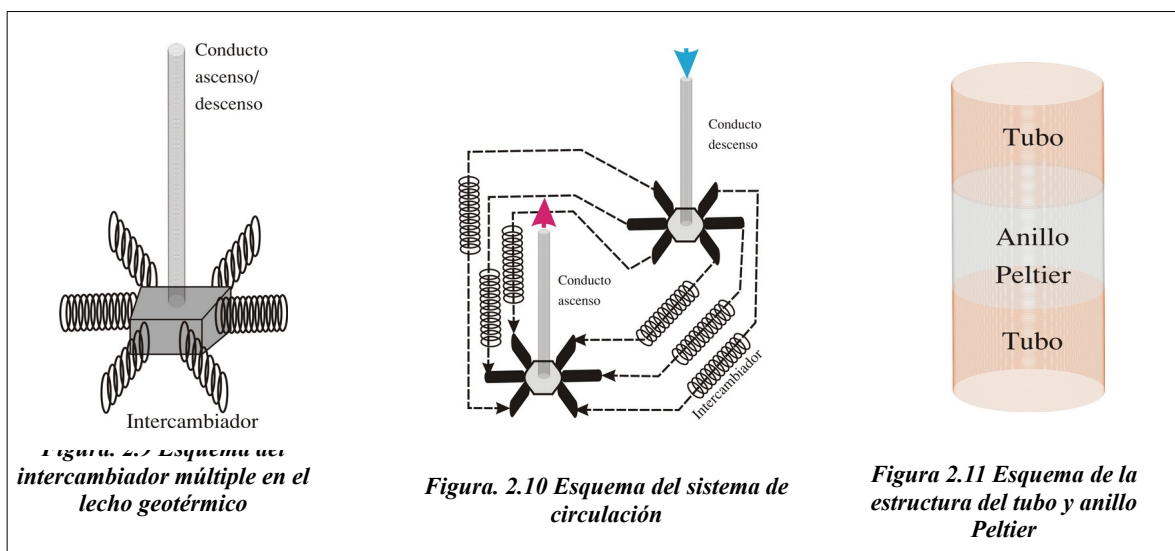
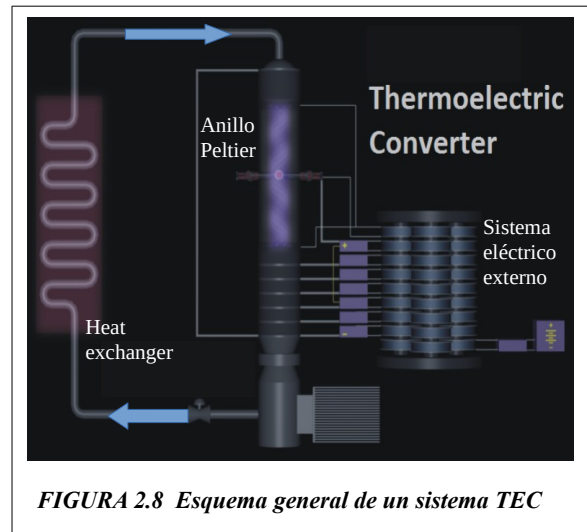
En la práctica, el COP de un sistema de compresión está entre 2.5 y 3 cuando opera en modo calentamiento, y entre 3.5 y 4 cuando lo hace en modo refrigeración, lo que quiere decir que por cada unidad de energía obtenida del fluido caloportador, el sistema genera entre 2.5 y 3 unidades energéticas durante el calentamiento y entre 3.5 y 4 durante el enfriamiento [2.5].

Una situación intermedia se presenta en el caso de utilizar el fluido caloportador como fuente de energía térmica para un circuito de refrigeración por absorción; en dicho sistema (ver figura 2.7, dcha), la energía calorífica procedente del fluido caloportador se emplea en evaporar el soluto de una mezcla, actuando posteriormente dicho soluto como refrigerante en un ciclo termodinámico similar al que opera en el circuito de compresión. El COP de un sistema de absorción es mucho más bajo, entre 0.8 y 1.2, lo que indica que por cada unidad de energía aportada obtenemos, en promedio, una unidad energética para refrigeración; sin embargo, la gran ventaja es que este sistema apenas consume energía eléctrica, en tanto que el sistema de compresión lo hace en cantidad considerable, lo que permite hacerlo funcionar prácticamente con la energía geotérmica como única fuente de energía [2.6].

Por último, un sistema de aprovechamiento de la energía geotérmica de baja entalpía sería un convertidor termoeléctrico que utilizara el conocido *efecto Seebeck* para generar energía eléctrica a partir de una diferencia de temperatura, la que se crea entre el fluido y el lecho de roca circundante tanto en el trayecto de ascenso como en el de descenso (fig. 2.8) [2.7].

2.4 Sistema híbrido

De acuerdo con lo descrito anteriormente, el sistema más adecuado para un mejor aprovechamiento de la energía geotérmica de baja entalpía sería un sistema híbrido de cogeneración formado por un intercambiador múltiple enterrado a una cierta profundidad dentro del lecho geotérmico (fig. 2.9), entre 150 m y 500 m de profundidad, que permita obtener temperaturas entre 90°C y 120°C, conectado mediante un circuito hidráulico (fig. 2.10) a un intercambiador de superficie, que será el responsable de aportar energía térmica a cualquiera de los sistemas anteriormente descritos. Este tipo de configuración permitirá multiplicar por seis u ocho la cantidad de energía extraída por cada pozo vertical perforado. Cada uno de los dos conductos, ascendente y descendente, incorporan anillos Peltier formados por celdas curvadas de acuerdo con la geometría del conducto, insertados a intervalos regulares durante una cierta distancia, formando parte de la propia estructura del tubo como elementos del mismo (fig. 2.11). La ubicación de estos anillos Peltier corresponde en superficie y a una profundidad donde el lecho geotérmico que rodea al tubo se encuentra a temperatura superior que el fluido en su viaje de retorno.



Al igual que con el sistema de intercambio en el lecho geotérmico, formado por múltiples elementos, el anillo de celdas Peltier se puede configurar en múltiples unidades que se pueden

conectar entre sí bien en serie bien en paralelo, con objeto de aumentar el voltaje o la intensidad según se quiera.

Este tipo de configuración mejora notablemente la eficiencia del sistema al añadir generación eléctrica a la térmica sin que esta última se vea afectada de gran manera en su rendimiento, de modo que, aplicando una sencilla formulación matemática, tendríamos:

$$\eta_o = \frac{(\dot{Q})_s}{(\dot{Q})_{geo}} \quad (2.1a) \quad \eta_h = \frac{(\dot{Q})_s + (\dot{W})}{(\dot{Q})_{geo}} \quad (2.1b)$$

donde η_o es el rendimiento del sistema simple, y η_h el del sistema híbrido que incluye los anillos de celdas Peltier, y donde \dot{Q}_s y \dot{W} representan la potencia térmica y eléctrica, respectivamente, aportada por el sistema.. Comparando ambos valores se tiene que:

$$\eta_h = \frac{(\dot{Q})_s + (\dot{W})}{(\dot{Q})_{geo}} = \eta_o + \frac{(\dot{W})}{(\dot{Q})_{geo}} \quad (2.1c)$$

que nos muestra una mejora en el rendimiento proporcional a la cantidad de potencia eléctrica generada respecto a la potencia geotérmica extraída.

2.5 *Procesos involucrados*

La generación de potencia eléctrica a partir del recurso geotérmico involucra un conjunto de procesos en los que se verifican transferencias de masa y energía que vienen gobernadas por sus correspondientes ecuaciones generales. Si se pretende caracterizar debidamente el comportamiento del sistema es preciso conocer no sólo los parámetros que gobiernan dichas ecuaciones, sino también los fenómenos físicos que intervienen, fundamentalmente transferencia de calor, dinámica de fluidos y conversión termoeléctrica.

Si nos centramos en los procesos de transferencia de calor, de los tres mecanismos fundamentales que engloba dicha transferencia, en nuestro caso están presentes tanto la conducción como la convección, si bien el primero es el más relevante. Por otra parte, hay que tener en cuenta que el transporte de la energía térmica se realiza por medio de un fluido caloportador, que circula por un conducto cerrado, lo cual implica el análisis de los fenómenos asociados a la Dinámica de Fluidos presente en un sistema como éste. Finalmente, si se pretende generar potencia eléctrica mediante conversión termoeléctrica, será imprescindible un detallado estudio de los procesos involucrados, la caracterización de los mismos y el análisis del propio proceso de conversión. En resumen, en un sistema como el descrito, que es el objeto de este trabajo, están presentes diversos fenómenos de conversión de energía, transporte y transferencia de calor y masa, así como fenómenos accesorios, todos los cuales es necesario estudiar si se quiere caracterizar de manera correcta el comportamiento del sistema desde el punto de vista energético.

BIBLIOGRAFIA

- [2.1] R.Di Pippo. Geothermal power plants. Elsevier. ISBN 978-0-08-098206-9. Third edition. Massachusetts University 2012.
- [2.2] Gráfico de internet, tomado de : <https://directionaldrillingkon.blogspot.com/>
[
- 2.3] Gráfico de internet, tomado de Perforación direccional para pozos de hidrocarburos .Domingo Damián García. Memoria presentada en la Universidad Autónoma Agraria México 2015.
- [2.4] Linares González Virginia, Innovación y Cualificación,S.L. Replanteo de Instalaciones Solares Térmicas. Energía y agua. IC Editorial. Edición: 1. Málaga España . 2017.
- [2.5] Ibrahim Dinçer, Mehmet Kanoglu. Refrigeration Systems and Applications. Wiley and Sons, Ltd., Publication. Second Edition. United Kingdom. 2010.
- [2.6] Rafael Beltrán Pulido.Conversión térmica de energía. Ediciones Uniandes. Colombia. 2008
- [2.7] H. Julian Goldsmid. Introduction to Thermoelectricity. Springer Series in Material Science.

Capítulo 3

Procesos de transferencia de calor

3.1 Procesos de transferencia de calor en el lecho geotérmico

El aprovechamiento del recurso energético geotérmico por medio de un sistema que permita la transferencia de energía en forma de calor desde el lecho hasta un fluido caloportador que circula por el interior de un intercambiador, exige el análisis de los fenómenos que tienen lugar en dicho entorno, considerando éste como un medio semi-infinito en el cual se realiza un aporte de energía térmica desde el lecho geotérmico hasta el volumen de control que rodea a nuestro intercambiador (fig. 3.1).

Un sólido semi-infinito es un cuerpo idealizado que tiene una sola superficie plana y se extiende hasta el infinito en todas las direcciones. Este sistema se utiliza para indicar que el cambio de temperatura en la parte del cuerpo en la que estamos interesados, se debe a las condiciones térmicas en una sola superficie. La Tierra, por ejemplo, puede considerarse un medio semi-infinito, cuando se desea determinar la variación de temperatura cerca de su superficie.

La consideración de medio semi-infinito se basa en el hecho que, aunque el flujo de calor procede de cualquier dirección del espacio que rodea al volumen de control donde se sitúa el intercambiador, éste representa una barrera física para la propagación del flujo que establece la condición de semi-infinitud. Asimismo, en la consideración de medio semi-infinito vamos a suponer que el flujo de calor procedente del lecho geotérmico es isotrópico, lo que implica que el medio sea homogéneo y uniforme.

En el análisis de la transferencia de calor supondremos que el volumen de control que rodea a nuestro intercambiador adopta la forma y el tamaño de este último, con dimensiones que exceden en un término diferencial de las del propio intercambiador, de manera que podemos identificar el propio volumen de control con la envolvente del intercambiador asumiendo que $V_{vc}=V_{int}+\Delta V$ con $\Delta V \rightarrow 0$, siendo V_{vc} el volumen de control y V_{int} el volumen del intercambiador. Análogamente, podemos suponer que $S_{vc}=S_{int}+\Delta S$ con $\Delta S \rightarrow 0$, siendo S_{vc} la superficie del volumen de control y S_{int} la superficie del intercambiador. Por tanto, la superficie de control corresponderá a la de la cara exterior del intercambiador, en tanto que el volumen de control representa la fracción hueca del

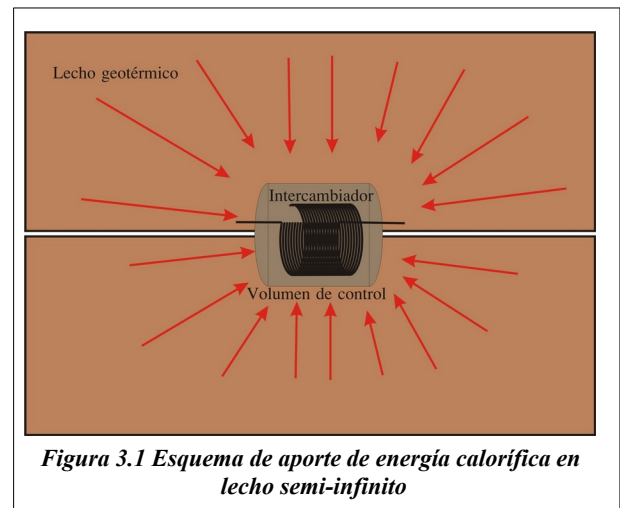


Figura 3.1 Esquema de aporte de energía calorífica en lecho semi-infinito

lecho geotérmico ocupada por el intercambiador. Estas consideraciones se pueden adoptar desde el punto de vista del análisis matemático de la transferencia de calor entre lecho e intercambiador, si bien en la realidad, existe una ligera desviación debida a los efectos de la capa límite que rodea la pared externa del intercambiador.

Por otra parte, en el análisis de transferencia de calor hay que tener en cuenta el transporte de energía calorífica desde la cara externa del intercambiador hasta el fluido caloportador, lo que conlleva el análisis de los fenómenos de conducción a través de la pared del propio intercambiador y, por consiguiente, del factor de transferencia.

3.2 Transporte de calor por conducción: ecuaciones características [3.1-3.2-3.3]

Considerando nuestro sistema como un volumen de control (VC) rodeado por el lecho geotérmico que actúa como fuente de energía, podemos analizar el flujo de calor sobre un determinado punto, P, de la superficie que rodea nuestro volumen de control, conocida como *Superficie de Control*, como un flujo procedente de cualquier punto del espacio que rodea al VC. Sin embargo, con objeto de simplificar la situación, se puede asumir que el flujo de calor procede de las tres direcciones del espacio, considerando que en punto P los flujos de planos paralelos cortan perpendicularmente a los planos coordenados y cruzan el plano a través de P el cual tiene α , β , γ , como cosenos directores a esta normal, de modo que el flujo global de calor viene dado por la expresión:

$$\dot{q} = \alpha \dot{q}_x + \beta \dot{q}_y + \gamma \dot{q}_z \quad (3.1)$$

siendo q_x , q_y y q_z los flujos de calor según las tres direcciones del espacio, asumiendo que dichos flujos son ortogonales y, por tanto, linealmente independientes uno de otro.

Si ahora consideramos un sólido con una distribución de temperatura en el tiempo dada por la función: $T=f(x,y,z,t)$, y consideramos que el cuerpo está dividido en secciones cada una de las cuales tiene una superficie característica en la que la temperatura se mantiene constante, superficie isoterma, podemos llevar a cabo el estudio de transferencia de calor suponiendo que dicha transferencia se va a realizar por conducción, al tratarse de un medio sólido. Si, además, suponemos propagación isotrópica del calor, el vector representativo del flujo de calor a través de cualquier punto de la superficie considerada será perpendicular a dicha superficie en el punto y cuyo sentido irá hacia temperaturas decrecientes.

Basándonos en estas consideraciones, supongamos las isotermas para la temperatura T y $T+\delta T$ separadas a una distancia δx . En esta situación, el flujo de calor por unidad de tiempo y área viene definido por:

$$\dot{q}_i = -\kappa \frac{\partial T}{\partial i} \quad (3.2)$$

Extendiendo esto a cualquier superficie isoterma, y considerando que el flujo de calor atraviesa la superficie de forma perpendicular, podemos poner:

$$\dot{q}_n = -\kappa \frac{\partial T}{\partial n} \quad (3.3)$$

donde κ es la conductividad térmica de la sustancia y $\partial T/\partial n$ indica que el flujo es perpendicular a la superficie.

La ecuación anterior proporciona el flujo de calor en un punto a través de cualquier superficie, el cual puede ser expresado en función del ángulo con el que el flujo incide sobre dicho punto por medio de la expresión:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \alpha \frac{\partial T}{\partial x} + \beta \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.4)$$

siendo α , β y γ los cosenos directores que definen la incidencia del flujo de calor procedente de cada una de las tres direcciones del espacio sobre la superficie en el punto P, y donde $\partial T/\partial n$ indica la dirección del gradiente correspondiente al flujo de calor según la dirección resultante de la combinación de los tres flujos ortogonales, los cuales se pueden definir de la forma:

$$\dot{q}_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.5a)$$

$$\dot{q}_y = -\kappa \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.5b)$$

$$\dot{q}_z = -\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.5c)$$

o bien de forma genérica: $\dot{q} = -\kappa \nabla T$ (3.6)

Si suponemos el caso de un sólido a través del cual el calor está fluyendo sin generación de calor, la temperatura T, en el punto P (x,y,z), será una función continua de x, y, z y t, de modo que se cumple la relación:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (3.7)$$

Dónde ρ es la densidad y c el calor específico a la temperatura T del sólido.

Para un sólido homogéneo e isotrópico la conductividad térmica es independiente de la temperatura y la ecuación (3.7) se convierte en:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial \dot{q}_j}{\partial j} \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8), comúnmente conocida como ecuación de conducción de calor, se convierte en la ecuación de Laplace en el caso de estado estacionario, como el que se está analizando, cuando la temperatura no varía con el tiempo.

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (3.9)$$

En el caso que exista convección forzada, utilizando la ley de enfriamiento de Newton, la velocidad de transferencia de calor, hacia o desde un fluido, circulando por un tubo puede ser expresada como:

$$\dot{Q} = h A_s \Delta T_{avg} = h A_s (T_s - T_m)_{avg} \quad (3.10)$$

donde T_m es la temperatura del medio, A_s el área de superficie de la transferencia de calor, ΔT_{avg} la diferencia de temperatura media entre el fluido y la superficie, y donde el valor medio de la diferencia de temperatura viene dado por:

$$\Delta T_{avg} = \frac{\Delta T_i + \Delta T_e}{2} = \frac{(T_s - T_i) + (T_s - T_e)}{2} = T_s - \frac{T_i + T_e}{2} \quad (3.11)$$

siendo h el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección, T_i y T_e las temperaturas a la entrada y salida del fluido, respectivamente, y T_s la temperatura en la superficie.

Así pues, el intercambio de energía en forma de calor se puede expresar de la forma:

$$\dot{Q} = h A_s \Delta T_{ln} \quad (3.12)$$

Donde

$$\Delta T_{ln} = \frac{T_i - T_e}{\ln\left(\frac{T_s - T_e}{T_s - T_i}\right)} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln\left(\frac{\Delta T_e}{\Delta T_i}\right)} \quad (3.13)$$

siendo ΔT_{ln} la diferencia de temperatura media logarítmica. Observe que $\Delta T_i = T_s - T_i$ y $\Delta T_e = T_s - T_e$ son las diferencias de temperatura entre la superficie y el fluido en la entrada y en la salida del tubo, respectivamente.

La diferencia media aritmética de temperatura, ΔT_{avg} , es simplemente el promedio de las diferencias de temperatura entre la superficie y el fluido en la entrada y la salida del tubo. Inherente a esta definición se supone que la temperatura media del fluido varía linealmente a lo largo del tubo, lo cual difícilmente es el caso cuando T_s es constante. En éste caso para $T = cte$, se debe aplicar la diferencia media logarítmica de temperatura, ΔT_{ln} , que se obtiene al seguir el rastro del perfil real de temperaturas del fluido a lo largo del tubo y es una representación exacta de la diferencia de

temperatura promedio entre el fluido y la superficie, reflejando el decaimiento exponencial de la diferencia de temperatura. Cuando ΔT_e difiere de ΔT_i en no más del 40 por ciento, el error en el uso de la diferencia de temperatura de la media aritmética es menor del 1 por ciento, pero el error se incrementa hasta niveles indeseables cuando ΔT_e difiere de ΔT_i en cantidades mayores.

Aplicando la ley de Fourier para el transporte de calor a un medio uniforme y homogéneo como el considerado, en el que, además, suponemos que no hay trabajo procedente de procesos de dilatación o contracción debidos a cambios de temperatura, como tampoco la presencia de fuentes de calor otras que la propiamente debida al lecho geotérmico, podemos asumir que el proceso de transferencia de calor es únicamente debido a fenómenos de difusión, por lo que:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \quad (3.14)$$

donde T es Temperatura, t es tiempo y α es la difusividad del medio geotérmico.

En procesos estacionarios, como el que analizamos, el miembro a la izquierda de la igualdad es idénticamente nulo, por lo que el problema se reduce a la resolución de la ecuación de Laplace para la temperatura; en el caso que haya una evolución del campo de temperaturas y, por tanto, del proceso de transferencia de calor en el tiempo, los problemas son de dos tipos:

- > Cuerpos que evolucionan hacia un equilibrio térmico (calentamientos o enfriamientos)
- > Cuerpos que están sometidos a variaciones periódicas de temperatura

Dado que nuestro intercambiador es de sección recta circular, consideraremos un tubo de radio interior r_1 , radio exterior r_2 , longitud L y conductividad térmica promedio κ . Supondremos que la cara interna y externa de la pared del intercambiador se mantienen a temperatura constante, T_1 y T_2 , respectivamente; asimismo, no hay generación de calor en la pared del intercambiador y la conductividad térmica del material se supone constante. Para una conducción de calor unidimensional a través de la pared del intercambiador, asumimos que la temperatura es función de la distancia desde una de las caras hasta la otra, esto es, $T=T(r)$. A partir de estas consideraciones, podemos aplicar la ley de Fourier para la transferencia de calor a través de la pared como:

$$\dot{Q}_{cd,w} = -\kappa A \frac{dT}{dr} \quad (3.15)$$

o bien, aplicando analogía eléctrica para la conducción térmica:

$$\dot{Q}_{cd,w} = \frac{T_1 - T_2}{R_w} \quad (3.16)$$

donde el subíndice cd,w indica conducción a través de la pared, y R_w representa la resistencia térmica de la pared, que puede determinarse por medio de la relación:

$$R_w = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi e \kappa} \quad (3.17)$$

siendo r_1 y r_2 los radios interior y exterior de la pared del intercambiador, y e el espesor.

3.3 Intercambio de calor

La transferencia de calor en un intercambiador implica, normalmente, convección en cada fluido y conducción a través de la pared que separa los dos fluidos. En el análisis de los intercambiadores de calor es conveniente trabajar con un coeficiente global de transferencia de calor U o una resistencia térmica R , que explique la contribución de todos estos efectos a la transferencia de calor. La velocidad de transferencia de calor entre los dos fluidos depende de la diferencia de temperatura, que varía a lo largo del intercambiador de calor. Por tanto:

$$\frac{1}{U A_s} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{U_o A_o} = R = \frac{1}{h_i A_i} + R_{pared} + \frac{1}{h_o A_o} \quad (3.18)$$

donde $A_i = \pi D_i L$ y $A_o = \pi D_o L$ son las respectivas áreas de la superficie interior y exterior, y los subíndices i y o representan, respectivamente, la cara interior y exterior de la pared del intercambiador que separa los dos fluidos. Cuando el espesor de pared del tubo es pequeño y la conductividad térmica del material del tubo es alta, la relación se puede simplificar de la forma:

$$\frac{1}{U} \approx \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o} \quad (3.19)$$

donde $U \approx U_i \approx U_o$.

El coeficiente de convección h se calcula mediante la expresión $h = kNu/D_h$ (3.20), siendo D_h el diámetro hidráulico, que coincide con el diámetro geométrico para conductos de sección circular completamente llenos, y cuyo valor viene dado por la expresión $D_h = 4A_c/p$ (3.21) para conductos parcialmente llenos, donde A_c es el área de la sección transversal del tubo y p es su perímetro. El número de Nusselt, Nu , viene dado por [3.4]:

$$N_u = \frac{\left(\frac{f}{8}\right)(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7\left(\frac{f}{8}\right)^{0.5}(Pr^{2/3} - 1)} (0.5 \leq Pr \leq 2000) (3.10^3 < Re < 5.10^6) \quad (3.22)$$

siendo f el factor de Darcy, Re el número de Reynolds, y Pr el número de Prandtl, que se puede obtener directamente de las tablas para las condiciones de operación establecidas.

Por otra parte, las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura media; estas relaciones no son muy sensibles a las condiciones térmicas en las superficies del tubo y pueden utilizarse tanto para temperatura como flujo de calor constante.

Combinando la primera ley de la Termodinámica con la ecuación de continuidad en un proceso en el que, como en el nuestro, sólo hay transferencia de calor y, por tanto, la variación de energía del sistema coincide con el flujo de calor transferido, y dado que la masa se conserva, teniendo en cuenta que el fluido es incompresible, se tiene:

$$\Delta U = m \langle c \rangle \Delta T = \rho v A \langle c \rangle \Delta T \quad (3.23)$$

donde $\langle c \rangle$ corresponde al calor específico del fluido a la temperatura media, ρ es la densidad del mismo, y A el área del conducto por el que circula.

Cuando los cambios de energía cinética y potencial son despreciables, que suele ser el caso, y no hay trabajo exterior, el balance de energía para un sistema de este tipo de flujo estable se reduce a la conocida expresión:

$$\dot{Q} = \dot{m} \Delta h = \dot{m} c_p \Delta T \quad (3.24)$$

donde \dot{Q} es la velocidad de transferencia de calor neto que entra o sale del volumen de control y Δh es la entalpía de proceso [3.5-3.6].

Si no se consideran pérdidas, asumiendo que la pared del intercambiador se mantiene a temperatura constante, se cumple:

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_{cp} (T_{c, fuera} - T_{c, dentro}) = \dot{m}_h c_{hp} (T_{h, fuera} - T_{h, dentro}) \quad (3.25)$$

que nos indica que el flujo de calor cedido por el fluido caliente es igual al absorbido por el frío, donde el subíndice p corresponde a presión constante y h corresponde al fluido caliente y c al frío.

De los dos métodos habitualmente utilizados en el análisis de los intercambiadores de calor, el de diferencia de temperatura media logarítmica, o LMTD, es el más adecuado para determinar el tamaño de un intercambiador de calor cuando se conocen las temperaturas de entrada y salida [3.7]. El método de eficacia NTU, también denominado efectividad de la transferencia de calor, es más adecuado para predecir las temperaturas de salida de las corrientes de fluido caliente y frío en un intercambiador de calor especificado [3.8]. En el LMTD, la velocidad de transferencia de calor se determina a partir de la relación:

$$\dot{Q} = UA_s \Delta T_{ln} \quad (3.26)$$

donde A_s es el área de transferencia de calor y ΔT_{ln} es la diferencia de temperatura media logarítmica, que viene dada por:

$$\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)} \quad (3.27)$$

Aquí ΔT_1 y ΔT_2 representan las diferencias de temperatura entre los dos fluidos en los dos extremos, entrada y salida, del intercambiador de calor, respectivamente. Para los intercambiadores de calor de flujo cruzado y multicapa, la diferencia de temperatura media logarítmica está relacionada con el flujo contracorriente $\Delta T_{\ln,cf}$ de la forma:

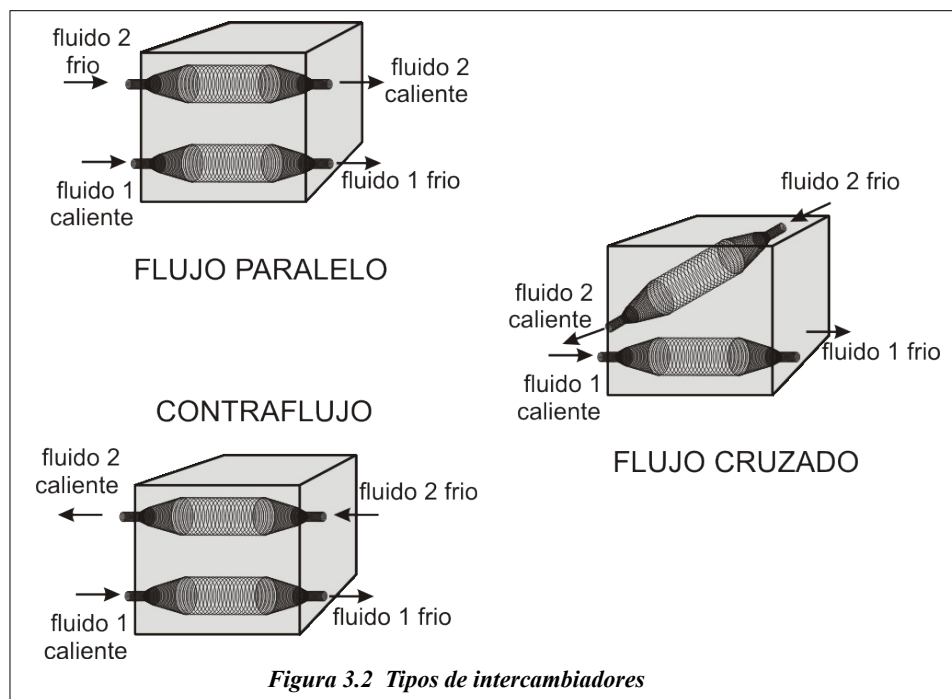
$$\Delta T_{\ln} = F \Delta T_{\ln,cf} \quad (3.28)$$

Donde F es un factor de corrección que depende de la geometría del intercambiador de calor y de las temperaturas de entrada y salida de los flujos de fluido caliente y frío.

3.3.1 Tipos de intercambiadores

Los intercambiadores de calor se fabrican en una gran variedad de tipos, siendo el más simple el intercambiador de calor de doble tubo. En un tipo de flujo paralelo, ambos fluidos calientes y fríos entran en el intercambiador de calor por el mismo extremo y se mueven en la misma dirección, mientras que en un tipo de contra-flujo, los fluidos calientes y fríos entran en el intercambiador de calor por extremos opuestos.

En los intercambiadores de calor compactos, los dos fluidos se desplazan perpendiculares entre sí, y tal configuración de flujo se denomina flujo cruzado. Otros tipos comunes de intercambiadores de calor en aplicaciones industriales son intercambiadores de calor de placa y de carcasa y tubo.



La diferencia de la temperatura media logarítmica ΔT_{lm} desarrollada anteriormente está limitada a los intercambiadores de calor de flujo paralelo y de contra-flujo. También se desarrollan relaciones similares para intercambiadores de calor de flujo cruzado y multicapa, pero las expresiones resultantes son demasiado complicadas debido a las complejas condiciones de flujo. En tales casos, es conveniente relacionar la diferencia de temperatura equivalente con la relación de diferencia de temperatura media logarítmica para el caso de contra-flujo dada por la ecuación (3.28). $\Delta T_{ln,cf}$ es la diferencia de temperatura media logarítmica para el caso de un intercambiador de calor de contracorriente con las mismas temperaturas de entrada y salida y se determina a partir de la ecuación (3.27) tomando $\Delta T_1 = T_{h,i} - T_{c,o}$ y $\Delta T_2 = T_{h,o} - T_{c,i}$, donde los subíndices i,o corresponden, respectivamente, a la cara interior y exterior, y h corresponde al fluido caliente y c al frío. El factor de corrección para un intercambiador de calor de flujo cruzado y multicapa es siempre menor que la unidad, en tanto que para intercambiadores de calor de contra-flujo, $F=1$. Por lo tanto, el factor de corrección F para un intercambiador de calor es una medida de la desviación del ΔT_{lm} de los valores correspondientes para el caso de contra-flujo.

3.3.2 Ecuaciones características [3.9]

La mayor parte de los procesos se realizan en forma continua, por lo que haremos referencia a la transferencia de calor por unidad de tiempo. La variación de entalpía en el proceso de transferencia de calor desde un fluido caliente a uno frío se puede expresar de la forma:

$$\dot{Q}_p = m_h (H_{h,i} - H_{h,o}) \quad (3.29)$$

donde H es la entalpía específica a presión constante.

Si se trata de un fluido en estado líquido, como es el caso, que experimenta un enfriamiento o calentamiento sin cambio de fase, podemos suponer que el proceso se realiza a presión y volumen constantes, por lo que:

$$\dot{Q} = UA \Delta T \quad (3.30)$$

Donde U representa el coeficiente global de transmisión de calor.

La diferencia básica entre las ecuaciones (3.29) y (3.30) está en que, mientras la primera tiene en cuenta únicamente consideraciones de índole termodinámico, la segunda involucra al diseño del intercambiador a través del área del mismo, A, así como la eficiencia del proceso de transferencia por medio del coeficiente U.

3.4 Ganancia de energía: eficiencia

El método de la diferencia de la temperatura media logarítmica (LMTD) precisa de múltiples iteraciones para resolver el problema asociado con la transferencia de calor en intercambiadores en

muchos de los casos, por lo que, generalmente, se recurre al llamado método de eficacia-NTU, desarrollado por Kays y London en 1955 [3.10]. Este método se basa en un parámetro adimensional denominado eficiencia de transferencia de calor definido como:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{mx}} \quad (3.31)$$

que mide la velocidad relativa de transferencia de calor entre las condiciones operativas reinantes y la situación óptima donde se produce la máxima transferencia. La velocidad operativa de transferencia de calor en un intercambiador de calor puede determinarse a partir de un balance energético en el fluido caliente o frío, y puede expresarse como:

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,o} - T_{c,i}) = C_h(T_{h,i} - T_{h,o}) \quad (3.32)$$

donde C_c y C_h representan la capacidad calorífica del fluido frío y caliente, respectivamente.

Para determinar la velocidad de transferencia de calor máxima posible en un intercambiador, tomamos como diferencia máxima de temperatura la existente entre la entrada del fluido caliente y la salida del fluido frío, es decir:

$$\Delta T_{MAX} = T_{h,i} - T_{c,o} \quad (3.33)$$

Este valor alcanza el máximo cuando:

- a) El fluido frío se calienta hasta la temperatura de entrada del fluido caliente
- b) El fluido caliente se enfría hasta la temperatura de entrada del fluido frío

Estas dos condiciones no se alcanzan simultáneamente a menos que la capacidad calorífica de los fluidos calientes y fríos sea la misma ($C_c = C_h$). Cuando $C_c \neq C_h$, el fluido con menor capacidad calorífica experimenta un cambio de temperatura más elevado, lo que motiva que alcance antes la temperatura máxima, momento en el que la transferencia de calor se interrumpe. Por tanto, la máxima tasa de transferencia de calor posible en un intercambiador de calor viene dada por la relación:

$$\dot{Q}_{mx} = C_{min}(T_{h,i} - T_{c,i}) \quad (3.34)$$

donde C_{min} es el más pequeño de C_h y C_c .

Aplicación a un pozo geotérmico [3.11-3.13]

Se considera un pozo geotérmico vertical que produce agua caliente. Se elige un sistema de coordenadas cilíndricas de acuerdo con la geometría del pozo. El eje Z del sistema de coordenadas se dirige hacia abajo. Se elige una superficie de control cilíndrica coaxialmente con el eje del pozo, a una profundidad arbitraria z. Sus límites superior e inferior son dos planos paralelos y la distancia

del uno al otro es dz . El pozo geotérmico se considera como un cilindro de radio interior R_{ii} , radio exterior R_e , espesor e y altura z , habiendo situado el origen ($z=0$) en la superficie. La superficie de control se muestra en la figura 3.1. Para facilitar el análisis, es conveniente dividir el sistema en dos subsistemas, uno de ellos corresponde al fluido circulante en tanto el otro es la roca adyacente alrededor del pozo. La principal característica del fluido que circula es que la transferencia de calor se realiza por convección mientras que en la roca adyacente la conducción, en fase transitoria, es el fenómeno dominante. Dado que las ecuaciones diferenciales que gobiernan los procesos son diferentes para cada uno de los subsistemas, es conveniente tratarlas por separado.

La condición de contorno que se impone al sistema es que la temperatura en la superficie límite sea la misma para ambos subsistemas.

De acuerdo con lo anterior, podemos escribir la ecuación de equilibrio de la energía interna para el fluido (agua), a medida que circula por el conducto ascendente a través de la tubería de la forma:

$$\dot{m} c dT = 2 R_{ii} \pi U_{ii} (T - T_h) dz \quad (3.35)$$

donde \dot{m} es el caudal másico del fluido, U_{ii} el coeficiente global de transferencia de calor, T_h la temperatura en la pared del pozo, y R_{ii} es el radio interno del tubo.

Por otro lado, la siguiente ecuación expresa la igualdad de los flujos de calor radiales en la superficie límite entre la terminación del pozo y la roca circundante:

$$2 R_{ii} \pi U_{ii} (T - T_h) = \frac{2 \pi \kappa_R}{f} (T_h - T_e) \quad (3.36)$$

siendo κ_R la conductividad de la roca, T_e la temperatura no perturbada de la roca y f la llamada “función de conducción transitoria de calor”. Este parámetro adimensional depende del tiempo, las propiedades térmicas de la roca y el coeficiente de transferencia de calor global. Los valores de f se obtienen a partir de los parámetros característicos del sistema [3.14] y se encuentran tabulados [3.15].

El coeficiente de transferencia de calor global puede determinarse considerando el flujo de calor en forma radial desde el interior hacia afuera, atravesando los distintos elementos que componen la estructura del sistema, considerando que dichos elementos están conectados en serie de acuerdo con las leyes de analogía eléctrica de la transferencia de calor. El mecanismo de transferencia de calor

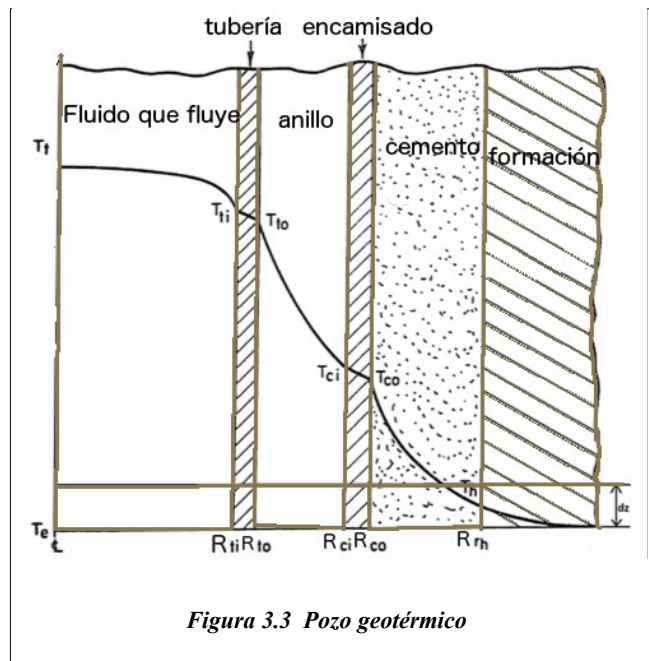


Figura 3.3 Pozo geotérmico

para cada uno de los elementos constitutivos es, sin embargo, diferente, lo que obliga a un tratamiento analítico por separado para cada uno de ellos. En general, en el proceso de transferencia de calor desde el fluido hacia el medio que le rodea se pueden distinguir los siguientes mecanismos:

- a) Convección forzada en el interior del tubo, cuando el conducto se encuentra parcialmente lleno y coexisten fase líquida y vapor
- b) Convección natural cuando el tubo se encuentra completamente lleno y el fluido está en fase líquida únicamente
- c) Conducción a través de la pared del tubo. En este proceso hay que tener en cuenta que el flujo de calor atraviesa tanto el propio tubo como el aislamiento

a) En el interior del tubo se crea una capa límite en la zona de contacto con el propio tubo donde se produce un fenómeno de convección forzada, de manera que la transferencia de calor a través de la superficie cilíndrica del grosor de la unidad es:

$$\dot{Q} = 2 \pi R_{ti} h_{ti} (T - T_{ti}) \quad (3.37)$$

siendo h_{ti} el coeficiente de convección para el fluido en el interior del tubo, T_{ti} la temperatura de la cara interna del tubo y T la temperatura del fluido en dicha zona.

b) Si el anillo se llena con fluido, el calor se transfiere por convección libre. En este caso, la transferencia de calor se obtiene como:

$$\dot{Q} = 2 \pi R_{t0} h_a (T_{t0} - T_{t0i}) \quad (3.38)$$

que depende de la diferencia de temperatura entre la situación inicial, t_{0i} y la final, t_0 , una vez se ha desarrollado el proceso convectivo, siendo h_a el coeficiente de convección natural.

c) La transferencia de calor a través de la pared del tubo se propaga por conducción y se expresa mediante la relación:

$$\dot{Q} = 2 \pi \kappa_a \frac{T_{ti} - T_{t0}}{\ln\left(\frac{R_{t0}}{R_{ti}}\right)} \quad (3.39)$$

donde κ_a es la conductividad térmica del material del tubo, y los subíndices i, o corresponden a la parte interior y exterior del tubo, respectivamente, en tanto que la conducción de calor a través del encamisado se puede calcular de la siguiente manera:

$$\dot{Q} = 2 \pi \kappa_s \frac{T_{ci} - T_{co}}{\ln\left(\frac{R_{co}}{R_{ci}}\right)} \quad (3.40)$$

siendo κ_s la conductividad térmica del encamisado y R_{c0} y R_{ci} los radios exterior e interior del encamisado o aislante del pozo, respectivamente.

Finalmente, el calor que se propaga por conducción a través de la lámina de cemento se puede calcular de la siguiente manera:

$$\dot{Q} = 2\pi \kappa_c \frac{T_{c0} - T_h}{\ln\left(\frac{R_h}{R_{c0}}\right)} \quad (3.41)$$

donde κ_c es la conductividad térmica de la lámina de cemento, y R_h el radio exterior.

Combinando las diferentes ecuaciones, obtenemos:

$$T - T_h = \frac{\dot{Q}}{2\pi R_{ti}} \left(\frac{1}{h_{ti}} + \frac{R_{ti}}{\kappa_a} \ln\left(\frac{R_{t0}}{R_{ti}}\right) + \frac{R_{ti}}{R_{t0}} \frac{1}{h_a} + \frac{R_{ti}}{\kappa_s} \ln\left(\frac{R_{c0}}{R_{ci}}\right) + \frac{R_{ti}}{\kappa_c} \ln\left(\frac{R_h}{R_{c0}}\right) \right) \quad (3.42a)$$

Comparando ahora con la siguiente ecuación:

$$\dot{Q} = 2\pi R_{ti} U_{ti} (T - T_h) \quad (3.42b)$$

se puede expresar el coeficiente global de pérdidas a partir de los parámetros característicos del sistema de la forma:

$$\frac{1}{U_{ti}} = \frac{1}{h_{ti}} + \frac{R_{ti}}{\kappa_a} \ln\left(\frac{R_{t0}}{R_{ti}}\right) + \frac{R_{ti}}{R_{t0}} \frac{1}{h_a} + \frac{R_{ti}}{\kappa_s} \ln\left(\frac{R_{c0}}{R_{ci}}\right) + \frac{R_{ti}}{\kappa_c} \ln\left(\frac{R_h}{R_{c0}}\right) \quad (3.43)$$

3.5 Intercambio de calor por convección en medios porosos [3.16-3.17]

En un medio poroso el tratamiento del transporte de calor varía en función de las dimensiones del volumen de control considerado. Asumiendo que dicho volumen de control tiene solamente dos superficies a través de las cuales se produce el intercambio, si la distancia entre ambas es pequeña y únicamente se tienen en cuenta uno o dos canales del medio poroso, se puede aplicar directamente la Mecánica de Fluidos convencional, considerando que el transporte de calor se realiza por convección; en cambio, si la distancia es grande, lo que implica la presencia de múltiples canales y cavidades, con una ramificación mucho más compleja, el enfoque convencional no puede ser aplicado [3.18-3.19].

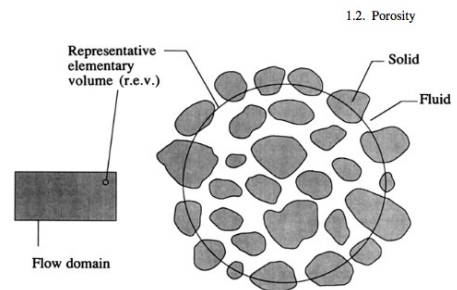


Figura 3.4 Volumen elemental representativo

La forma habitual de derivar las leyes que controlan las variables macroscópicas es partir de las ecuaciones estándar que gobiernan el comportamiento del fluido y obtener las ecuaciones macroscópicas haciendo un promedio sobre volúmenes o áreas que contienen muchos poros. El procedimiento consiste en construir un modelo de medio continuo para un medio poroso, basado en el concepto de *volumen elemental representativo (r.e.v.)* (fig. 3.2), para lo cual se introduce un marco de referencia cartesiano y se consideran los elementos de volumen que son suficientemente grandes en comparación con los volúmenes de poros para obtener promedios de volumen confiables, esto es, los promedios no son sensibles a la elección del elemento de volumen. Seguidamente, se hace una distinción entre una media tomada con respecto a un elemento de volumen V_m del medio, que incorpora material sólido y fluido, y otra con respecto a un elemento de volumen V_f que contiene únicamente fluido. Por ejemplo, si denotamos el promedio de la velocidad del fluido sobre V_m como $v=(u,v,w)$, que corresponde a la velocidad de filtración, velocidad superficial o velocidad de Darcy, y considerando un promedio de la velocidad del fluido sobre un volumen V_f , obtenemos la velocidad media intrínseca V , que está relacionada con v por la relación de Dupuit-Forchheimer, $v=\phi V$ (3.44), siendo ϕ la porosidad [3.20].

Puesto que el medio es considerado continuo, podemos aplicar las leyes de conservación, como por ejemplo la conservación de la masa, lo que nos conduce a la conocida ecuación de continuidad:

$$\phi \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f v) = 0 \quad (3.45)$$

Para un flujo unidireccional en estado estacionario en un medio uniforme aplicaremos la ley de Darcy para encontrar la dependencia entre el caudal y la presión aplicada:

$$u = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.46)$$

Aquí $\partial P/\partial x$ es el gradiente de presión en la dirección del flujo y μ la viscosidad dinámica del fluido. El coeficiente K es la permeabilidad específica o intrínseca del medio, que es independiente de la naturaleza del fluido aunque depende de la geometría del medio. En el caso de flujo monofásico, como es el nuestro, coincide con la permeabilidad.

Para un flujo tridimensional:

$$u = -\frac{K}{\mu} \nabla P \quad (3.47)$$

donde, ahora, la permeabilidad K es un tensor de segundo orden. Los valores de K para los materiales naturales varían ampliamente, siendo los valores típicos para suelos: grava limpia 10^{-7} - 10^{-9} , arena limpia 10^{-9} - 10^{-12} , turba 10^{-11} - 10^{-13} , arcilla estratificada 10^{-13} - 10^{-16} , y arcilla no saturada 10^{-16} - 10^{-20} , todo ellos expresados en m^2 [3.20].

En el medio poroso que rodea un pozo geotérmico nos interesa conocer la forma en la que las corrientes de convección transportan energía desde el medio hacia el volumen de control donde se sitúa el intercambiador. Dependiendo del escenario, las corrientes de convección inducidas pueden aumentar o disminuir el flujo de calor en un pozo productor de calor comparándolo con el proceso de transferencia de calor debido a la conducción pura, si bien no es obvio cómo estas corrientes se distribuyen alrededor del pozo. Se considera que las corrientes convectivas causadas por la convección natural se desarrollan debido a las diferencias de temperatura horizontales y verticales en el sistema y por la conducción inicialmente presente, donde se asume que el sistema no tiene flujo neto de agua subterránea que pueda aportar o extraer energía alterando así el transporte de la misma y el balance neto resultante.

Si asumimos que en el volumen de control no hay inyección o generación de fluido, sistema de masa constante, sino tan sólo intercambio de energía, lo cual es típico para sistemas de profundidad superficial y media utilizados principalmente para aplicaciones de calefacción y refrigeración, y que no hay flujos cruzados de agua subterránea, que el medio poroso es isotrópico, y despreciando las variaciones iniciales de temperatura, lo que suele ser realista para los intercambiadores de calor poco profundos, podemos aplicar la ley de Darcy para describir el flujo de fluido en el medio poroso saturado, obteniendo la siguiente relación:

$$v = \frac{-K}{\mu} (\nabla P + \rho g \hat{k}) \quad (3.48)$$

donde v es la velocidad del fluido; K la permeabilidad del medio poroso; μ y ρ la viscosidad y densidad del fluido, respectivamente, y P la presión estática a la que está sometido el fluido. La densidad viene dada por la ecuación de estado:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta (T - T_0)] \quad (3.49)$$

donde el subíndice o indica el estado de referencia y β es el coeficiente de expansión térmica volumétrica.

Sin embargo, para dominios realistas de temperatura y presión, las variaciones de densidad con temperatura son las más dominantes [3.21], por lo que es posible despreciar la influencia de la presión. En el caso de haber considerado dicha influencia, ésto afectaría a la convección natural a medida que el agua se vuelve más densa para una presión más elevada. También se muestra claramente que la temperatura da lugar al efecto más significativo sobre las variaciones de densidad en nuestro caso, y que despreciar la dependencia con la presión sólo nos hace sobrestimar ligeramente la fuerza de la convección natural.

Como las variaciones de densidad son pequeñas, es posible aplicar la aproximación de Boussinesq [3.22], que indica que las diferencias de densidad en el fluido pueden ser despreciadas a menos que

se combinen en términos multiplicados por la aceleración de la gravedad. Por lo tanto, podemos despreciar las diferencias de densidad en la ecuación de conservación de masas y aplicar la ecuación de continuidad para un fluido incompresible

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (3.50)$$

Asumimos, además, la conservación de la energía para ambas fases, sólido y fluido, esto es:

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f v \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\kappa_m \nabla T) \quad (3.51)$$

donde el subíndice f se refiere al fluido y m al medio. El término $(\rho c)_m$ representa la capacidad calorífica total por unidad de volumen, y κ_m la conductividad térmica total del fluido y sólido combinados. Estos parámetros corresponden a promedios ponderados de porosidad. Finalmente, T es la temperatura del líquido y del sólido, puesto que se supone que el sistema opera en equilibrio térmico; por tanto, las ecuaciones de conservación de la energía para ambas fases, sólido y líquido, respectivamente se pueden expresar de la siguiente forma:

$$(\rho c)_s \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\kappa_s \nabla T) \quad (3.52a)$$

$$(\rho c)_f \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f v \cdot \nabla T = \kappa_f \nabla^2 T \quad (3.52b)$$

Se supone que la velocidad en el pozo, v , es igual a la velocidad de inyección, la cual depende sólo del radio del pozo y tiene únicamente componente en la dirección vertical. Para estimar el efecto de la conducción sobre la generación de calor, podemos determinar el flujo de calor en el pozo usando la ley de Fourier:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \kappa_m \int \nabla T \cdot \hat{n} dA \quad (3.53)$$

3.5.1 Influencia del tipo de medio

Dado que K depende de la geometría del medio es posible calcularla en términos de los parámetros geométricos; en el caso de lechos de partículas se puede introducir un diámetro medio de partícula o diámetro eficaz, D_p , que permite “homogeneizar” dicho medio. Aplicando la teoría de Carman-Kozeny [3.23] se obtiene:

$$K = \frac{D_p^2}{180} \frac{\varphi^3}{(1-\varphi)^2} \quad (3.54)$$

$$D_{p2} = \frac{\int_0^\infty D_p^3 h(D_p) dD_p}{\int_0^\infty D_p^2 h(D_p) dD_p} \quad (3.55)$$

donde $h(D_p)$ representa la función de densidad para la distribución de los diámetros D_p y ϕ la porosidad. La ecuación de Carman-Kozeny a menudo no es válida en los casos de partículas que se desvían fuertemente de la forma esférica, amplias distribuciones de tamaño de partícula y medios consolidados; sin embargo, se usa ampliamente ya que parece ser la mejor expresión simple disponible.

La ecuación de Darcy (3.48) es linealmente dependiente de la velocidad v siempre y cuando la velocidad sea suficientemente pequeña, esto es, el número de Reynolds, Re , aplicado a un poro o al diámetro típico de la partícula sea del orden de la unidad o menor. A medida que v aumenta, se produce una transición desde la situación en la que la resistencia hidrodinámica es lineal a aquella en la que no existe dicha linealidad; esta transición se realiza de manera bastante suave, aumentando el número de Reynolds, desde 1 a 10, si bien esto no significa que el flujo se vuelva turbulento, ya que para tales números de Reynolds el flujo en los poros es todavía laminar. La pérdida de la linealidad se debe, fundamentalmente, a obstáculos sólidos cuyo efecto es comparable con el arrastre superficial debido a la fricción.

Pérdidas por fricción en medio poroso

Los lechos porosos reales se empaquetan aleatoriamente con partículas de tamaño irregular por lo que la trayectoria de flujo de un fluido a través del lecho comprimido es tortuosa; esto provoca que las pérdidas por fricción aumenten, lo que reduce la entalpía del fluido a lo largo de su recorrido siendo el principal efecto una pérdida de presión en el fluido.

Para calcular la caída de presión, los canales reales se reemplazan por conductos cilíndricos paralelos de sección transversal constante. Asimismo, se supone que las partículas son del mismo tamaño y forma, con esfericidad, Φ_s , constante.

La caída de presión se produce debido a efectos inerciales y viscosos. Cuando el número de Reynolds es alto prevalecen los efectos inerciales, mientras que los efectos viscosos son importantes a bajo número de Reynolds; por tanto:

$$(\Delta P)_{total} = (\Delta P)_{viscoso} + (\Delta P)_{inercial} \quad (3.56)$$

Tabla 3.1. Esfericidad de partículas

Material	Sphericity
Sand	
Round sand	0.86
Sharp sand	0.66
Crushed sandstone	0.8–0.9
Coal	
Pulverized coal	0.73
Crushed coal	0.63–0.75
Activated carbon	0.70–0.90
Mica flakes	0.28
Fischer–Tropsch catalyst	0.58
Common salt	0.84
Crushed glass	0.65
Silica gels	0.70–0.90
Tungsten powder	0.89
Sillimanite	0.75
Wheat	0.85

Por otro lado, las pérdidas de presión en un medio poroso obedecen a la ley de Ergun [3.24]:

$$\frac{\Delta P}{L} \left(\frac{\varphi^3}{1-\varphi} \right) \left(\frac{\Phi_s D_p}{\rho_f v_0^2} \right) = \frac{150(1-\varphi)\mu_f}{\Phi_s D_p v_0 \rho_f} + 1,75 \quad (3.57)$$

donde L es la distancia recorrida por el fluido en el interior del medio poroso, v_0 la velocidad del fluido y Φ_s la esfericidad de la partícula.

En función de las pérdidas de carga, se puede definir el factor de fricción para un lecho poroso como:

$$f_p = \frac{\Delta P}{L} \left(\frac{\varphi^3}{1-\varphi} \right) \left(\frac{\Phi_s d_p}{\rho_f v_0^2} \right) \quad (3.58a)$$

o bien:

$$f_p = \frac{150(1-\varphi)}{\Phi_s R_e} + 1,75 \quad (3.58b)$$

Cuando lo que predominan son los efectos viscosos ($Re \ll 1$), el factor de fricción adopta la expresión

$$f_p \approx \frac{150(1-\varphi)}{\Phi_s R_e} \quad (3.58c), \text{ que se conoce como Ecuación de Kozeny–Carman; por contra, si lo que}$$

priman son los efectos inerciales ($Re \gg 1000$), $f_p \approx 1,75$ (3.58d) (ec. de Blake-Plumme).

3.5.2 Ecuación de transporte de energía: ganancia

Para establecer el balance de energía en una sección cualquiera del medio poroso, se considerará que el medio es isotrópico, así como que los efectos radiativos, disipación viscosa y trabajo realizado por los cambios de presión son insignificantes. Por otro lado, se supondrá que existe un equilibrio térmico local, de modo que $T_s = T_f = T$, donde T_s y T_f son las temperaturas de las fases sólida y fluida, respectivamente. Asumiremos, igualmente, que la conducción de calor en las fases sólida y fluida tiene lugar en paralelo de modo que no hay transferencia neta de calor de una fase a la otra. Tomando promedios sobre un volumen elemental de control del medio tenemos, para la fase sólida:

$$(1-\varphi)(\rho c)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1-\varphi) \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) + (1-\varphi) q_s^g \quad (3.59a)$$

y para la fase fluida:

$$(\varphi)(\rho c_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c_p)_f v \cdot \nabla T_f = (\varphi) \nabla \cdot (k_f \nabla T_f) + (\varphi) q_f^g \quad (3.59b)$$

donde los subíndices s y f se refieren a las fases sólida y fluida, respectivamente, c es el calor específico del sólido, c_p es el calor específico del fluido a presión constante, κ es la conductividad

térmica del medio y q^g es la generación de calor por unidad de volumen.

En las ecuaciones anteriores hemos asumido que la porosidad superficial es igual a la porosidad; esto es aplicable a los términos de conducción, por ejemplo, $-k_s \nabla T_s$ es el flujo de calor conductor a través del sólido, y por lo tanto $\nabla \cdot (k_s \nabla T_s)$ es la tasa neta de conducción de calor en un volumen unitario del sólido. El factor $(1-\phi)$ es la fracción de área ocupada por el sólido en relación al área total de la sección transversal del medio. En la ecuación (3.59 b) aparece también un término convectivo a partir de la velocidad de filtración, $v \cdot \nabla T_f$, que representa el cambio de temperatura en el volumen elemental debido a la convección del fluido dentro del mismo, por lo que el término $(c_p)_f v \cdot \nabla T_f$ indica la relación del cambio de energía térmica, por unidad de volumen, debido a la convección.

Si consideramos que existe equilibrio térmico, $T_s = T_f = T$, la ecuación (3.59 a) se convierte en:

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f v \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k_m \nabla T) + q_m^g \quad (3.60)$$

donde la capacidad térmica total por unidad de volumen, la conductividad térmica global y la generación de calor por unidad de volumen del medio, vienen dadas, respectivamente, por las siguientes ecuaciones:

$$(\rho c)_m = (1-\phi)(\rho c) + \phi(\rho c)_f \quad (3.61)$$

$$\kappa_m = (1-\phi)\kappa_s + \phi\kappa_f \quad (3.62) \quad q_m^g = (1-\phi)q_s^g + \phi q_f^g \quad (3.63)$$

3.6 Transporte de calor en medio fluido: transporte de masa

El proceso de transferencia de energía se puede producir, no solamente por transporte de energía debido a alguno de los mecanismos anteriormente analizados, sino también asociado a un transporte de masa. El término "transporte de masa" se utiliza aquí en un sentido especializado, a saber, el transporte de una sustancia que está implicada como componente (constituyente, especie) en una mezcla fluida. Un ejemplo es el transporte de sal en agua salina.

Consideremos un elemento de mezcla fluida de volumen V y masa m , y representemos con el subíndice i el i ésimo componente de la mezcla. La masa total es igual a la suma de las masas individuales m_i , así $m = \sum m_i$. Por lo tanto, la concentración del componente i se define como:

$$C_i = \frac{m_i}{V} \quad (3.64)$$

Consecuentemente, la densidad de la mezcla, ρ , debe ser la suma de todas las concentraciones individuales, esto es:

$$\rho = \sum C_i \quad (3.65)$$

Si aplicamos el principio de conservación de masas a cada componente de la mezcla se cumple, en ausencia de generación de componentes:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i v_i) = 0 \quad (3.66)$$

Donde v_i es la velocidad intrínseca de las partículas del componente i . Sumando para todos los componentes, obtenemos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\sum \rho_i v_i) = 0 \quad (3.67)$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (3.68)$$

siempre que identifiquemos v con la velocidad promedio de la masa:

$$v = \frac{1}{\rho} \sum \rho_i v_i \quad (3.69)$$

donde el movimiento de una componente relativa a esta velocidad promedio se denomina difusión.

Así pues, la velocidad de difusión del componente i viene dada por: $v_i - v$, de donde el flujo difusivo se puede expresar de la forma:

$$J_i = \rho_i (v_i - v) \quad (3.70)$$

Por tanto, la ecuación de conservación de la masa queda ahora de la forma:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i V) = -\nabla \cdot J_i \quad (3.71)$$

Esta ecuación nos permite determinar el transporte de masa en el medio, a partir del cual se puede determinar el transporte de energía asociado a dicho transporte de masa.

BIBLIOGRAFIA

- [3.1] Yunus A. Çengel and Afshin J. Ghajar. Heat and Mass Transfer Fundamentals & Applications. Mc Graw Hill, fifth edition. United States of America.2015.
- [3.2] Hans Dieter Baehr and Karl Stephan. Springer-Verlag, third edition. Berlin Heidelberg 2011.
- [3.3] H.S.Carslaw and J.C.Jaeger. Conduction of Heat in Solids. Clarendon Press, second edition. Oxford. 1959.
- [3.4] V. Gnielinski. New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow. International Chemical Engineering, 16. (1976).
- [3.5] Eduardo Cao. Intercambiadores de calor. Facultad de Ingeniería UBA, 1983.
- [3.6] W. M. Kays y A. L. London, Compact Heat Exchangers. McGraw-Hill, third edition. New York. 1984.
- [3.7] Yunus A. Çengel and Afshin J. Ghajar. Heat and Mass Transfer Fundamentals & Applications. Mc Graw Hill, fifth edition. United States of America.2015. Page 620.
- [3.8] Yunus A. Çengel and Afshin J. Ghajar. Heat and Mass Transfer Fundamentals & Applications. Mc Graw Hill, fifth edition. United States of America.2015. Page 620.
- [3.9] T. Kupprn. Heat Exchanger Design Handbook. Marcel Dekker, Inc, first edition. United States of America.. 2000.
- [3.10] W. M. Kays y A. L. London, Compact Heat Exchangers, McGraw-Hill, third. edition. USA. 1984.
- [3.11] Aniko Toth, Elemer Bobok. Flow and Heat Transfer in Geothermal Systems. Elsevier. Inc. Netherlands. 2017.
- [3.12] Saqib Javed , Jeffrey Spitler. Accuracy of borehole thermal resistance calculation methods for grouted single U-tube ground heat exchangers. Elsevier. 2016.
- [3.13] G. Ranalli a, L. Rybach B. Heat flow, heat transfer and lithosphere rheology in geothermal areas: Features and examples. Journal of Volcanology and Geothermal Research 148. 2005.
- [3.14] Jesse, A.M. Thermal Geophysics. Elsevier, Amsterdam.1990.

- [3.15] Willhite, G.P. Overall heat transfer coefficients in steam and hot water injection and production wells. *J. Petr. Techn.* 1509 - 1522. 1967.
- [3.16] Donald A Nield & Adrian Bejan. *Convection in Porous media*. Springer, third edition. USA. 2006.
- [3.17] Kambiz Vafai. *Handbook porous media*. Taylor & Francis Group, LLC., second edition. USA. 2005.
- [3.18] Bejan, A. *Convection Heat Transfer*. Wiley, third edition. New York. 2004
- [3.19] Bejan, A. Designed porous media: maximal heat transfer density at decreasing length scales. *Int. J. Heat Mass Transfer* **47**, 3073–3083. [4.15]. 2004.
- [3.20] Donald A Nield & Adrian Bejan. *Convection in Porous media*. Springer, third edition. USA. 2006. Page 4.
- [3.21] Fine, R. A., & Millero, F. J. Compressibility of water as a function of temperature and pressure. *The Journal of Chemical Physics*, 59(10), 5529-5536. 1973.
- [3.22] Donald A Nield & Adrian Bejan. *Convection in Porous media*. Springer, third edition. USA. 2006. Page 35.
- [3.23] Donald A Nield & Adrian Bejan. *Convection in Porous media*. Springer, third edition. USA. 2006. Page 7.
- [3.24] Wen-Ching Yang. *Handbook of Fluidization and Fluid-Particle Systems*. Marcel Dekker Inc., first edition. USA. 2003.

Capítulo 4

Dinámica de fluidos y resolución analítica del modelo

En este capítulo vamos a estudiar el comportamiento del fluido desde el punto de vista de la Mecánica de Fluidos con objeto de analizar la influencia que dicho comportamiento tiene sobre el balance de energía en la sección del circuito correspondiente al trayecto desde la salida del intercambiador de calor geotérmico hasta la zona donde se ubica el anillo de celdas Peltier.

4.1 Ecuación general del volumen de control: aplicación a nuestro sistema

Para analizar el comportamiento del fluido en nuestro modelo debemos relacionar las velocidad de cambio de una propiedad extensiva de nuestro sistema con el cambio de esta propiedad intensiva para nuestro volumen de control, relación dada por el teorema de transporte de Reynolds, el cual nos dice que para un volumen de control fijo arbitrario los cambios habidos en una determinada magnitud a lo largo del tiempo se pueden obtener como suma de los cambios de dicha magnitud, en forma intensiva, en el volumen de control y el flujo asociado a dicha magnitud intensiva a través de la superficie de control que envuelve al volumen de control [4.1-4.2]. Matemáticamente:

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} \beta \rho dV \right) + \int_{SC} \beta \rho v_n dA_{sal} - \int_{SC} \beta \rho v_n dA_{ent} \quad (4.1)$$

$$\text{donde } \beta = \frac{dB}{dm} \quad (4.1a)$$

B y β son las propiedades, extensiva e intensiva, respectivamente, que relacionan las tres integrales, pudiendo B ser cualquier propiedad vectorial o escalar del fluido y dA el diferencial del área de superficie.

El miembro de la izquierda de la ecuación 4.1 representa los cambios temporales de la magnitud B , en tanto que el primer término a la derecha de la igualdad representa el cambio en el volumen de control, y los otros dos, los flujos a través de la superficie de control. Para cada elemento dA se tiene una velocidad v que formará un ángulo θ con la dirección normal a dicho elemento. Por tanto, para los términos de flujo se puede escribir:

$$\int_{SC} \beta \rho v_n dA_{sal} - \int_{SC} \beta \rho v_n dA_{ent} = \int_{SC} \beta d\dot{m}_{sal} - \int_{SC} \beta d\dot{m}_{ent} \quad (4.2)$$

donde el flujo másico diferencial a través de la superficie $d\dot{m} = \rho v_n dA$ ha sido aplicado a la fórmula anterior. Si se define \vec{n} como el vector normal hacia el exterior en cualquier punto de la

superficie de control, entonces los términos del flujo se pueden representar por medio de integrales simples que incluyen a $\vec{v} \cdot \vec{n} = v_n$ tanto para flujos salientes positivos como entrantes negativos.

Así pues, la variación correspondiente a los términos de flujo se puede expresar de la forma:

$$\int_{SC} \beta \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (4.3)$$

Lo que nos permite obtener la forma compacta del teorema del transporte de Reynolds:

$$\frac{d}{dt} (B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} \beta \rho dV \right) + \int_{SC} \beta \rho (v \cdot n) dA \quad (4.4)$$

Para resolver la ecuación de la energía, aplicamos el teorema de transporte de Reynolds a la primera ley de la Termodinámica en nuestro volumen de control que rodea la tubería desde la salida del intercambiador hasta donde comienza el anillo de celdas Peltier. Considerando B como la energía E y β como la energía por unidad de masa $\beta = dE/dm = e$ se tiene:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} e \rho dV \right) + \int_{SC} e \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (4.5)$$

siendo $e = e_{interna} + e_{cinética} + e_{potencial} + e_{otras}$. En nuestro caso el término e_{otras} es nulo al no haber fuentes de energía distintas a la potencial, cinética o interna, por lo que se puede poner:

$$e = u + \frac{1}{2} v^2 + gz \quad (4.6)$$

Un sistema puede incluir numerosas formas de trabajo y podemos expresar la potencia transferida por dichas formas como:

$$\dot{W} = \dot{W}_p + \dot{W}_{ps} + \dot{W}_v \quad (4.7)$$

donde \dot{W}_p corresponde a la potencia transmitida por el trabajo mecánico, como por ejemplo una bomba o una turbina, \dot{W}_{ps} es la potencia transmitida por el trabajo realizado por las fuerzas de presión sobre la superficie de control y representa los efectos del flujo y, finalmente, \dot{W}_v indica la potencia transmitida por el trabajo realizado por las componentes normal y cortante de las fuerzas viscosas sobre la superficie de control. Este último término, por lo general, es muy pequeño en relación con los otros términos en el análisis del volumen de control a menos que se considere una turbo máquina que no estará presente en nuestro sistema.

Combinando las ecuaciones 4.5 y 4.7, se obtiene:

$$\dot{Q} - \dot{W}_{ps} - \dot{W}_v = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} e \rho dV \right) + \int_{SC} e \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA + \dot{W}_p \quad (4.8)$$

Las expresiones correspondientes al trabajo de la bomba y de las fuerzas viscosas se pueden expresar de la forma:

$$\dot{W}_p = \int_{SC} p (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (4.9) \quad \dot{W}_v = - \int_{SC} \tau \cdot \vec{v} dA \quad (4.10)$$

donde τ es el vector de esfuerzo sobre el elemento de área dA .

Aplicando la ecuación (4.9) a la (4.8):

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_v = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} e \rho dV \right) + \int_{SC} \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (4.11)$$

Combinando las ecuaciones 4.6 y 4.11, y teniendo en cuenta que la entalpía puede expresarse de la forma $\hat{h} = u + (p/\gamma)$ (4.12), la forma final de la ecuación de la energía para un volumen de control es:

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_v = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} \left(u + \frac{1}{2} v^2 + g z \right) \rho d\mathcal{V} \right) + \int_{SC} \left(\hat{h} + \frac{1}{2} v^2 + g z \right) \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (4.13)$$

donde se ha considerado que el sistema no es homogéneo dentro del volumen de control, dado que puede haber cambios de temperatura que harían que la magnitud u no fuera constante en dicho volumen, razón por la cual se toman derivadas parciales en lugar de totales.

Aplicando ahora la expresión anterior a nuestro sistema en estado estacionario, unidimensional, y con una entrada y una salida obtenemos:

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_v = -\dot{m}_1 \left(\hat{h}_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 \right) + \dot{m}_2 \left(\hat{h}_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 \right) \quad (4.14)$$

Teniendo en cuenta que el flujo másico es constante, podemos reajustar la ecuación anterior de la forma:

$$\hat{h}_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 = \left(\hat{h}_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 \right) - \dot{q} + w_s + w_v \quad (4.15)$$

o bien en términos de altura:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1}{g} + \frac{1}{2g} v_1^2 + z_1 = \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2}{g} + \frac{1}{2g} v_2^2 + z_2 \right) - h_q + h_s + h_v \quad (4.16)$$

donde h_q , h_s , h_v son variaciones de carga debidas a transferencia de calor, a trabajo de partes móviles y a esfuerzos viscosos, respectivamente, γ es el peso específico, p/γ es la carga o altura de presión y el término $v^2/2g$ es la carga o altura de velocidad.

Por otro lado, si consideramos que el sistema trabaja en el estado estacionario, y que el fluido es incompresible, y asumimos que la energía se conserva, la ecuación 4.5 puede expresarse de la forma:

$$\sum_i (\rho_i v_i A_i)_{ent} = \sum_i (\rho_i v_i A_i)_{sal} \quad (4.17)$$

Esta expresión representa el principio de conservación de la masa o ecuación de continuidad. Por otro lado, dado que nuestro sistema cuenta con una sola entrada y una sola salida, y que se trabaja con un fluido incompresible en el que asumimos densidad constante, se puede poner:

$v_1 A_1 = v_2 A_2$ (4.18), expresión que representa la conservación del caudal volumétrico del fluido a través de la superficie de control.

4.2 Conservación de la energía: ecuación de Bernoulli generalizada

Si consideramos el transporte de fluido entre el intercambiador del lecho geotérmico y la zona donde se sitúa el anillo de celdas Peltier, podemos analizar el balance de energía en dicho trayecto (ver fig. 4.1) para establecer las condiciones del fluido desde un punto de vista energético. Aplicando la ecuación de Bernoulli en su forma básica:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{(v_1)^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{(v_2)^2}{2g} + z_2 \quad (4.19)$$

donde se observa que los cambios de energía en el fluido se pueden deber a cambios de presión, velocidad o altura.

La expresión anterior refleja, simplemente, el principio de conservación de energía mecánica, pero no termodinámica, para lo cual es preciso introducir el término de energía interna, forma que la ecuación 4.19 se transforma en:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{(v_1)^2}{2g} + z_1 + u_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{(v_2)^2}{2g} + z_2 + u_2 \quad (4.20)$$

o bien:

$$(E_m)_1 + u_1 = (E_m)_2 + u_2 \rightarrow \Delta(E_m) = \Delta u \quad (4.21)$$

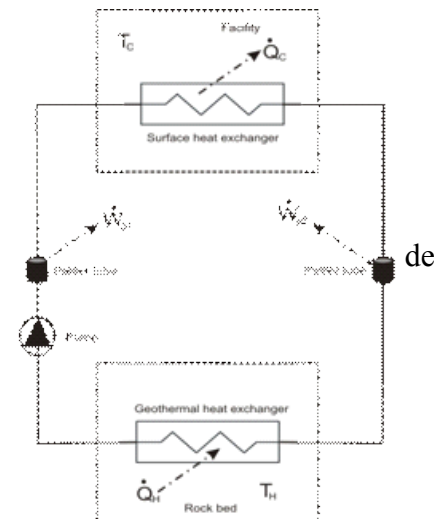


FIGURA 4.1. Esquema circuito hidráulico

siendo E_m la energía mecánica, lo que nos indica que las variaciones de dicha energía modifican la energía interna del sistema, esto es, su temperatura. Por tanto, si queremos que no haya variaciones de temperatura en el fluido, en el trayecto desde el intercambiador geotérmico hasta la zona del anillo de celdas Peltier, es preciso que la energía mecánica se mantenga; ahora bien, dado que en todo recorrido un fluido se ve afectado por las pérdidas mecánicas debidas a la fricción, será necesario compensar dichas pérdidas mediante el aporte de una energía exterior procedente de una bomba. Bajo estas condiciones, la ecuación de conservación de la energía para el fluido vendría representada por la ecuación:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{(v_1)^2}{2g} + z_1 + u_1 + h_p - h_L = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{(v_2)^2}{2g} + z_2 + u_2 \quad (4.22a)$$

o bien:

$$-\Delta(E_m) + \Delta u + h_p - h_L = 0 \quad (4.22b)$$

donde el término h_p representa la energía aportada por la bomba y h_L las pérdidas mecánicas del sistema.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, $h_p = h_L + \Delta E_m$, de forma que, aplicando la ecuación 4.22b se llega a que $\Delta u = 0$, o lo que es lo mismo, no hay pérdida de temperatura debido a la circulación del fluido.

En el caso de nuestro modelo trabajaremos con flujo estacionario e incompresible, incorporando una bomba para compensar tanto las variaciones de presión y altura como las pérdidas mecánicas. Como las paredes del conducto son sólidas, por la condición de no deslizamiento, la velocidad en la zona de contacto entre el fluido y el tubo es idénticamente nula, y estaremos, por tanto, fuera de la capa límite; asimismo, el trabajo debido a los esfuerzos viscosos será despreciable frente a otras contribuciones. De este modo, podemos escribir la ecuación general de energía del fluido de la forma:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{1}{2g} v_1^2 + z_1 \right) = \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{1}{2g} v_2^2 + z_2 \right) + \frac{u_2 - u_1 - q + w_s}{g} \quad (4.23)$$

donde $\Delta u - q = gh_L$.

Como en nuestro sistema la velocidad se puede considerar constante, y el circuito hidráulico solo tiene una entrada y una salida:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z_1 \right)_{\text{entrada}} = \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z_2 \right)_{\text{salida}} + h_{\text{bomba}} - h_L \quad (4.24)$$

o bien:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} + \Delta z + h_{\text{bomba}} - h_L = 0 \quad (4.25)$$

siendo h_L la pérdida de carga irreversible por fricción de todos los componentes del sistema de tuberías entre la entrada y salida, sin incluir bombas, las cuales dependen del flujo estudiado, y que viene dada por:

$$h_L = \frac{e_{p\acute{e}rdida, mec, tuber\acute{a}}}{g} = \frac{E_{p\acute{e}rdida, mec, tuber\acute{a}}}{\dot{m} g} \quad (4.26)$$

mientras que la carga útil entregada al fluido por la bomba se expresa de la forma:

$$h_{bomba} = \frac{w_{bomba}}{g} = \frac{\dot{W}_{bomba}}{\dot{m} g} \quad (4.27)$$

Bajo estas condiciones, el sistema ganará energía cuando se cumpla la condición $h_p - h_L > 0$, en tanto la perderá cuando $h_p - h_L < 0$, siendo nulo el balance si, finalmente, $h_p - h_L = 0$

4.3 Diseño y dimensionado del sistema hidráulico: elementos y dispositivos

El diseño del modelo en el laboratorio puede observarse en la figura 4.2 con sus elementos y dispositivos. La tubería de conducción tiene diámetro constante, $D=8\text{mm}$, mientras que la longitud total de la tubería, incluido el intercambiador, es de 5m.

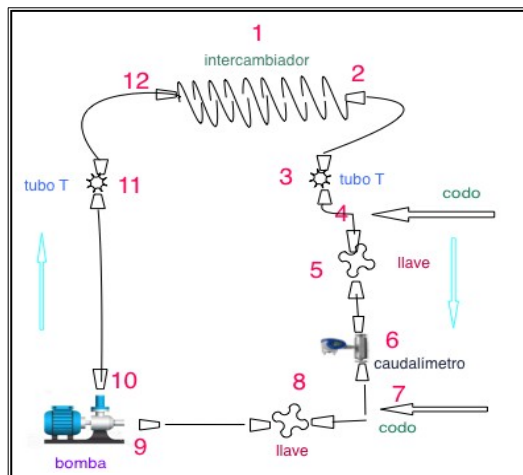


FIGURA 4.2 Diseño del sistema hidráulico del modelo

Para el diseño del modelo debemos recurrir al análisis dimensional, lo cual implica que se satisfaga el principio de homogeneidad dimensional y aplicarlo a las ecuaciones de control con la finalidad de presentarlas sin dimensiones, identificando grupos adimensionales que se mantengan en el modelo y prototipo, para lo cual se empleará el teorema II de Buckingham [4.3].

La homogeneidad o semejanza dimensional se basa en tres condiciones, a saber:

- Semejanza geométrica: el modelo debe tener la misma forma que el modelo, pero se lo puede escalar por algún factor de escala constante
- Semejanza cinemática, lo que significa que la velocidad en cualquier punto en el flujo del modelo debe ser proporcional, mediante un factor de escala constante, a la velocidad en el punto

correspondiente en el flujo del prototipo

c) Semejanza dinámica, que se logra cuando todas las fuerzas en el flujo del modelo se escalan por un factor constante a fuerzas correspondientes en el flujo del prototipo

La semejanza geométrica se puede considerar como equivalencia en escala de longitud, la cinemática en escala de tiempo y la dinámica en escala de fuerza.

Los puntos fundamentales del análisis dimensional para el proyecto son:

- Generar parámetros adimensionales que nos ayuden en el diseño del experimento y en el análisis de los resultados experimentales
- Obtener leyes de escalamiento de modo que se pueda predecir el comportamiento del prototipo a partir del comportamiento del modelo

Desde un punto de vista mecánico, la relación de semejanza se deberá aplicar para el elemento que aporta energía y potencia al sistema, esto es, la bomba. Aplicando el teorema II de Buckingham para el análisis dimensional de la potencia de la bomba en el modelo, podemos expresarla como una función que dependa tanto de la propia potencia de la bomba como de las características del fluido, peso específico, caudal y pérdidas de carga, de manera que: $f(\dot{W}, \gamma, \dot{v}, h_L) = 0$, a partir de lo cual se obtiene el número adimensional:

$$\pi_1 = \frac{\dot{W}}{\dot{v} \gamma h_L} \quad (4.28)$$

que nos permite establecer una relación entre el modelo y el prototipo, de manera que, conocidos el caudal, peso específico del fluido y pérdidas de carga se pueda calcular la potencia de la bomba en el prototipo a partir de la del modelo. Igualmente, si se conoce la potencia de la bomba, es factible determinar las pérdidas de carga en el prototipo a partir de las del modelo, de manera que se pueda establecer un correcto balance de energía en aquél.

4.4 Flujo en una tubería

El cálculo del caudal en una tubería completamente llena por la que circula un fluido incompresible, como es nuestro caso, se puede determinar fácilmente, una vez conocidos la velocidad del fluido y el diámetro del conducto, sin más que aplicar la ecuación de continuidad. Sin embargo, el problema

surge en la determinación de la velocidad, puesto que el valor que aparece en dicha ecuación corresponde a la función promedio de la distribución de velocidades en el conducto, la cual puede ser muy variable (fig. 4.3).

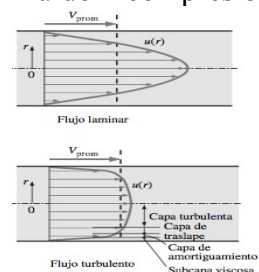


FIGURA 4.3: Perfil de velocidad

Se define nuestro sistema como un flujo interno donde el conducto cerrado está totalmente lleno y es impulsado principalmente por una bomba.

Asumiendo que la temperatura es constante, el valor promedio de la función velocidad viene dada por la relación:

$$v_{prom} = \frac{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r dr}{\rho \pi R^2} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r) r dr \quad (4.29)$$

donde la función $u(r)$ representa la distribución de velocidad en la sección recta del conducto, siendo R el radio del mismo.

Esta expresión nos permitirá determinar el caudal volumétrico y másico, así como otros parámetros dependientes de la velocidad, como el número de Reynolds. Así pues, para cada uno de los caudales tendríamos, respectivamente:

$$\dot{v} = v_{prom} A_t = \int_{A_t} u(r) dA_t \quad (4.30a) \quad \dot{m} = \rho v_{prom} A_t = \int_{A_t} \rho u(r) dA_t \quad (4.30b)$$

en tanto que para el número de Reynolds:

$$Re = \frac{v_{prom} D}{\nu} = \frac{\rho v_{prom} D}{\mu} \quad (4.31)$$

El número de Reynolds es fundamental en el análisis del balance de energía en un fluido dado que representa la relación entre fuerzas viscosas e inerciales, de manera que el término de energía cinética depende de dicho valor; por otro lado, la expresión del término cinético de energía en un fluido debe ser corregida en función del tipo de régimen bajo el que fluya, laminar o turbulento, lo cual se hace mediante el llamado *coeficiente de corrección de energía cinética*, α , el cual varía en función del número de Reynolds. De esta forma, se tiene que el término cinético se expresa de la forma:

$$\propto \frac{v^2}{2g} \quad (4.32)$$

donde $\alpha = 1$ para flujo totalmente turbulento y $\alpha = 2$ para totalmente laminar.

El valor generalmente aceptado del número de Reynolds crítico, que define la transición entre laminar y turbulento es $Re_{cr} = 2300$, si bien no existe un límite perfectamente definido, sino que la transición se produce en torno a dicho valor con un margen no muy bien establecido. La experiencia muestra que es aconsejable tomar como flujo laminar en un conducto cuando $Re < 2300$, turbulento cuando $Re > 4000$ y transicional entre estos valores.

Esta situación puede influir de manera notable sobre el balance de energía del fluido, dado que la conservación de energía cinética que se asumió anteriormente, como resultado de la aplicación de la

ecuación de continuidad para fluidos incompresibles en conductos completamente llenos, pudiera no cumplirse si existe un cambio apreciable en el tipo de régimen bajo el que fluye el fluido.

Los cambios de régimen en la circulación del fluido se pueden producir como consecuencia de la aparición de elementos en el circuito, tales como codos, válvulas, entradas y salidas, estrechamientos y ensanchamientos, toberas, etc., todos ellos elementos típicos de un circuito hidráulico. Esta situación se ilustra en la figura 4.4, donde se aprecia que el fluido, después de haber atravesado un obstáculo, recorre una cierta distancia hasta alcanzar un régimen de flujo totalmente desarrollado. La región de transición que se muestra desde la salida del obstáculo, lado izquierdo de la figura, hasta la zona de régimen totalmente desarrollado, marcada por la línea vertical discontinua, implica un cambio en el tensor de esfuerzo, lo cual modifica no solamente la energía cinética del fluido sino también la viscosidad del mismo, lo que, a su vez, influye sobre las pérdidas de carga

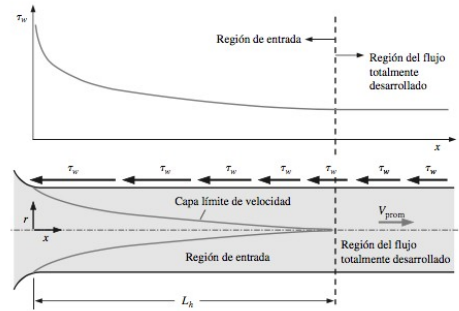


FIGURA 4.4 Variación del esfuerzo de corte

En general, el valor de la longitud de desarrollo del flujo, L_h se toma como $L_h \approx 0,05ReD$ para régimen laminar y $L_h \approx 10D$ para régimen turbulento.

Para evitar fenómenos transitorios, que puedan alterar el normal balance de energía, la zona de trabajo donde se situará el anillo de celdas Peltier deberá estar lo suficientemente lejos del obstáculo, en nuestro caso la salida del intercambiador geotérmico o el codo de cambio de dirección. En el caso de nuestro modelo, debido al bajo valor de D , L_h es lo suficientemente pequeño para no considerar este tipo de efectos. Sin embargo, en un análisis del circuito completo, sí será necesario tener este efecto en cuenta, especialmente en el paso del fluido por el intercambiador o por la zona del anillo del celdas Peltier.

4.5 Análisis de transporte de energía: pérdidas

En el apartado anterior se ha comentado que un cambio en el tipo de régimen influye sobre las pérdidas de carga o de energía del fluido; efectivamente, dado que las pérdidas mecánicas se pueden expresar de la forma:

$$\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2} \quad (4.33)$$

donde f es el factor de fricción de Darcy-Weisbach, un cambio en el régimen del fluido modifica el valor de f , de manera que las pérdidas, y con ellas el balance de energía, se modifican.

Para el cálculo del factor de Darcy, se utilizan ecuaciones para flujo laminar o turbulento. Esto se debe a que en este estudio se comparan dos tipos de bombas, peristáltica y centrífuga. La primera

producirá un flujo laminar totalmente desarrollado en una tubería circular recta, con un fluido de trabajo incompresible y para el estado estacionario, por tanto se utilizará la clásica expresión :

$$f = \frac{64}{R_e} \quad (4.34)$$

La segunda bomba, sin embargo, da lugar a un flujo turbulento también totalmente desarrollado, donde el factor de fricción depende del número de Reynolds y la *rugosidad relativa* ϵ/D , por lo que se utilizará la fórmula empírica de Haaland [4.4],

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \log \left(\frac{6,9}{R_e} + \left(\frac{\epsilon/D}{3,7} \right)^{1,11} \right) \quad (4.35)$$

donde la rugosidad relativa viene dada por el fabricante del conducto, o bien se determina utilizando el primer diagrama de Moody [4.5]. El primer diagrama de Moody (ver anexo), nos permite obtener de forma gráfica el valor del factor de fricción sin necesidad de recurrir a la resolución analítica de la ecuación de Haaland [4.6], obteniéndose valores muy aproximados con un error máximo estimado del 2%.

Uno de los problemas que se presentan a la hora de determinar el coeficiente de fricción mediante el diagrama de Moody o la fórmula de Haaland es que los valores son aproximados; si se quiere una mayor precisión se suele recurrir a la ecuación de Colebrook [4.7] cuyas expresión matemática es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left[\frac{\epsilon/D_h}{3,7} + \left(\frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right) \right] \quad (4.36)$$

Una alternativa, en el caso que la rugosidad relativa no se pueda determinar, es el uso de la fórmula empírica de Blasius [4.8], válida para el rango $3000 < Re < 100000$

$$f = \frac{0,316}{R_e^{0,25}} \quad (4.37)$$

Pérdidas Menores

En aquellas zonas del circuito donde se producen efectos transitorios, en los cuales el régimen cambia, o lo hace la velocidad, las pérdidas no pueden ser tratadas de la misma forma, por lo que es preciso introducir un factor de corrección del término cinético distinto al de conductos rectos; este factor tiene en cuenta las características hidrodinámicas del fluido, el cambio de régimen y/o velocidad, y cómo esto afecta a la pérdida de energía o carga. A este factor de corrección se le conoce como *coeficiente de pérdida*, K_L , de manera que:

$$h_L = K_L \frac{v^2}{2g} \quad (4.38)$$

En consecuencia, la pérdida de carga o energía total vendrá dada por:

$$h_L = h_{L,mayor} + h_{L,menor} = \sum_i f_i \frac{L_i}{D_i} \frac{v_i^2}{2g} + \sum_j K_{L,j} \frac{v_j^2}{2g} \quad (4.39)$$

El valor del coeficiente K_L es característico de cada obstáculo, y su valor se obtiene de forma empírica, tabulándose el resultado. En el anexo podemos ver los valores de los elementos más habitualmente utilizados en circuitos hidráulicos que representan obstáculos en la circulación del fluido.

4.6 Análisis hidráulico del medio poroso: transporte de calor y masa

Aún cuando un lecho geotérmico real esté constituido por un medio material sólido como la roca, podemos considerar al sistema como un medio poroso con una cierta porosidad, de manera que puede existir transferencia de calor y masa a través de los conductos que unen los poros de dicho material; esta transferencia de energía, asociada tanto al transporte de calor como de masa es importante en sistemas como el nuestro dado que modifica el planteamiento de un único mecanismo de transferencia de calor en forma de conducción.

Las investigaciones de Henry Darcy [4.9, 4.10] sobre la hidrología del suministro de agua de Dijon y sus experimentos sobre el flujo unidireccional de estado estable en un medio uniforme revelaron una proporcionalidad entre el caudal y la diferencia de presión aplicada. Si la velocidad con que se infiltra un líquido en el suelo es un vector \mathbf{v} de tres componentes (u, v, w) , la ley de Darcy en la dirección X, en la notación moderna se expresa por:

$$u = \frac{-k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (4.40)$$

donde $\partial P / \partial x$ es el gradiente de presión en la dirección del flujo (X) y μ la viscosidad dinámica del fluido. El coeficiente k es independiente de la naturaleza del fluido pero depende de la geometría del medio, se denomina permeabilidad específica o permeabilidad intrínseca del medio y tiene dimensiones de L^2 . En el caso de flujo de una sola fase, se la llama simplemente permeabilidad.

En un sistema de tres dimensiones, la ecuación anterior se generaliza de la forma:

$$\mathbf{v} = \mu^{-1} [k] \nabla P \quad (4.41)$$

donde ahora la permeabilidad es, en general, un tensor de segundo orden, $[k]$. Para el caso de un medio isotrópico, la permeabilidad es un escalar y la ecuación (4.41) se puede expresar de la forma:

$$\nabla P = \frac{-\mu}{k} \mathbf{v} \quad (4.42)$$

que nos indica la relación existente entre el gradiente de presión que actúa sobre un fluido y la velocidad que éste adquiere debida a dicho gradiente.

Es evidente que, bajo la presencia de un gradiente de presión, un fluido está sometido a la acción de un conjunto de fuerzas que lo hacen desplazarse dentro del medio que ocupa, y que, asociado a dicho movimiento, existe un flujo de energía debido al transporte de masa. En el caso de medios porosos, se puede asumir que el movimiento de un fluido geotérmico en el seno de dicho medio viene regido por su velocidad de desplazamiento, dada por la ecuación (4.41), en la que intervienen, además del gradiente de presión las características del medio representadas por su permeabilidad y viscosidad.

En efecto, despreciando los posibles mecanismos de transferencia de calor que puedan existir asociados al movimiento del fluido, el propio movimiento genera un transporte de energía a lo largo del espacio dado que el fluido posee una cierta energía específica que se ha transferido de un lugar a otro; esto es especialmente relevante en el caso de medios porosos, donde, además de los mecanismos de transferencia de calor por conducción a través del medio sólido, se pueden producir otros asociados al desplazamiento de un fluido en el seno del medio que constituye el lecho geotérmico, siempre que éste sea poroso.

Desde un punto de vista puramente mecánico, el transporte de masa se puede considerar como un movimiento que se rige por las leyes de la Cinética, teniendo una velocidad que viene dada por la relación (4.41). Por otro lado, sin embargo, el fluido está sometido a las leyes de la Dinámica y, por tanto, son aplicables las relaciones desarrolladas en este capítulo y que han sido utilizadas para analizar el comportamiento del fluido caloportador; esto quiere decir que, en el caso que el lecho geotérmico que constituye nuestra fuente de calor sea un medio poroso, y se encuentre en contacto con un fluido, generalmente agua, con una entalpía similar a la del propio lecho geotérmico, se deberán considerar, no solamente los mecanismos clásicos de transporte de calor por conducción sino los asociados al desplazamiento de la masa de fluido bajo la acción de un gradiente de presión.

En caso que ésta fuera la situación presente, la transferencia de energía debida al movimiento del fluido vendría dada por:

$$\Phi_e = \frac{e}{t} = \frac{e_m + e_t}{l/v} \quad (4.43)$$

donde l representa el camino recorrido por el fluido desde su posición inicial hasta la superficie de control del intercambiador geotérmico a través del lecho geotérmico poroso.

Teniendo en cuenta las características geométricas del medio, y recurriendo a la ecuación (4.41), la ecuación anterior se puede poner de la forma:

$$\Phi_e = \frac{e_m + e_t}{L \Gamma} \frac{k}{\mu} \nabla P \quad (4.44)$$

siendo Γ la tortuosidad del medio poroso y L la distancia recta entre la posición inicial del fluido y el punto del intercambiador de calor geotérmico donde se produce el contacto.

Por otro lado, es preciso considerar posibles efectos convectivos en el movimiento del fluido geotérmico dentro del medio poroso, lo cual hace que la ecuación (4.44) se transforme en:

$$\Phi_e = \frac{e_m + e_t}{L\Gamma} \frac{k}{\mu} \nabla P + h \Delta T \quad (4.45)$$

donde h es el coeficiente de convección y ΔT la diferencia de temperatura entre el fluido geotérmico y el fluido caloportador, asumiendo que este último se encuentra en equilibrio térmico con las paredes del intercambiador geotérmico que lo limita.

Si consideramos que el fluido geotérmico llega con velocidad nula a la pared del intercambiador, y que ésta representa el nivel cero de altura, se puede poner:

$$e_m = \frac{P_{FG}}{\gamma} + L - \frac{f_{FG}}{2g} \frac{L\Gamma}{D_p} \left(\frac{k}{\mu}\right)^2 (\nabla P)^2 \quad (4.46)$$

siendo P_{FG} la presión del fluido geotérmico, f_{FG} el factor de Darcy de dicho fluido y D_p el diámetro hidráulico del conducto poroso. Es de reseñar que el valor de la energía mecánica ha sido normalizado a unidades de longitud.

Teniendo en cuenta que el transporte de energía debido al transporte de masa, dentro de un lecho geotérmico hacia un intercambiador situado en una posición determinada, se puede considerar como unidireccional, la ecuación (4.46) se transforma en:

$$e_m = \frac{P_{FG}}{\gamma} + L - \frac{f_{FG}}{2g} \frac{L\Gamma}{D_p} \left(\frac{k}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\Delta P}{L}\right)^2 \quad (4.47)$$

Análogamente:

$$e_t = \frac{c_{FG}}{g} \Delta T \quad (4.48)$$

siendo c_{FG} el calor específico del fluido geotérmico.

Combinando las ecuaciones (4.45) a (4.48) se obtiene:

$$\Phi_e = \frac{k \Delta P}{\mu L^2 \Gamma} \left[\frac{P_{FG}}{\gamma} + L - \frac{f_{FG}}{2g} \frac{L\Gamma}{D_p} \left(\frac{k}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\Delta P}{L}\right)^2 + \frac{c_{FG}}{g} \Delta T \right] + h \Delta T \quad (4.49)$$

ecuación que nos permite conocer el flujo de energía procedente del movimiento de un fluido geotérmico en el seno de un medio poroso a partir de sus propiedades y características termodinámicas.

Uno de los principales problemas que presenta la ecuación anterior es la determinación de las propiedades del medio, en particular su permeabilidad, la cual, como es conocido, depende de la porosidad del mismo.

Para la determinación de la permeabilidad se aplican los principios de Hidráulica a un medio poroso, partiendo de la ecuación de la velocidad del fluido que circula por el medio poroso (ec. 4.41), y determinando su flujo a través de dicho medio.

La permeabilidad de un medio poroso, que nos da idea de la facilidad con que el agua fluye a través de materiales permeables, se puede determinar a partir de sus parámetros característicos por medio de la relación:

$$k = K \frac{\mu}{\rho g} \quad (4.50)$$

donde K es la conductividad hidráulica de dicho medio, la cual se puede determinar a partir de la ecuación (4.41) teniendo en cuenta que:

$$p_2 - p_1 = \gamma (h_2 - h_1) \quad (4.51)$$

siendo p la presión y h la altura hidrostática del fluido en dos puntos 1 y 2, cualesquiera, del recorrido.

Combinando las ecuaciones (4.41), (4.50) y (4.51), asumiendo que el gradiente de presión y de altura se producen en una variación de longitud ΔL , y teniendo en cuenta la ecuación de continuidad, se obtiene:

$$K = \frac{-\dot{v} \Delta L}{A_T \Delta h} \quad (4.52)$$

donde \dot{v} representa el caudal del fluido en el medio poroso, A_T el área de la sección recta del conducto poroso por el que circula el fluido y Δh es la pérdida de presión a través de la muestra.

Se ha demostrado que la ecuación de Darcy del movimiento del fluido define con precisión la relación entre la velocidad de descarga y el gradiente hidráulico en todo el suelo saturado de grano fino y grueso, no así para grano muy grueso donde el flujo sea tan rápido que entre en régimen turbulento.

BIBLIOGRAFIA

- [4.1] Yunus Çengel & John Cimbala. Mecánica de fluidos fundamentos y aplicaciones. McGraw-Hill, first edition. 2006.
- [4.2] Frank White. Mecánica de Fluidos. McGraw-Hill, 5º edición. 2003.
- [4.3] E. Buckingham, «On Physically Similar Systems: Illustrations of the Use of Dimensional Equations», Phys. Rev., vol. 4, núm. 4, 1914, págs. 345-376.
- [4.4] S. E. Haaland, «Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Pipe Flow», J. Fluids Eng., marzo 1983, págs. 89-90.
- [4.5] L. F. Moody, «Friction Factors for Pipe Flow», ASME Trans., vol. 66, págs. 671-684, 1944.
- [4.6] Eugene F. Adiutori. 2009. Why the Fluid Friction Factor should be Abandoned, and the Moody Chart Transformed. The Open Mechanical Engineering Journal.
- [4.7] C. F. Colebrook, «Turbulent Flow in Pipes, with Particular Reference to the Transition between the Smooth and Rough Pipe Laws», J. Inst. Civ. Eng. Lond., vol. 11, 1938- 1939, págs. 133-156.
- [4.8] Roberto Mauri. Transport Phenomena in Multiphase Flow. Springer, first edition. Italy. 2017. Page 141.
- [4.9] B.B.S. Singhal & R.P. Gupta. Applied Hydrogeology of Fractured Rocks. Springer, second edition. London, New York. 2010.
- [4.10] D. B. Ingham & I. Pop. Transport Phenomena in Porous Media. Elsevier, first edition.

Capítulo 5

Termoelectricidad

La energía geotérmica es una de las mayores fuentes de energía renovable según la Evaluación Mundial de la Energía (WEA, 2000). Entre la ingente cantidad de recursos geotérmicos, una gran proporción corresponde a bajas temperaturas ($<150^{\circ}\text{C}$). La tecnología de uso frecuente para generar electricidad mediante este tipo de energía geotérmica de baja entalpía u otra energía térmica es el generador de energía binaria de ciclo orgánico de Rankine (ORC).

Li [5.1] señaló posibles direcciones para acelerar el crecimiento de la energía geotérmica; una de las soluciones puede ser la utilización a gran escala de la tecnología TEG (Thermo Electric Generation). Desde 1821, muchas investigaciones se han focalizado en la aplicación de materiales termoeléctricos. Thacher [5.2] desarrolló un generador de energía termoeléctrica utilizando el calor del tubo de escape del automóvil, con una potencia máxima de 255 W. Kajikawa y Onishi [5.3] desarrollaron un avanzado sistema de escape de conversión termoeléctrica en una camioneta. Maneewan y Chindarksa [5.4] investigaron las características y el rendimiento de los módulos TEG para la generación de energía a bajas temperaturas; la unidad alcanzó una potencia de salida de 2.4 W con un gradiente de temperatura de aproximadamente 150°C , siendo la eficiencia de conversión de alrededor del 3,2%. Hsu [5.5] desarrolló un sistema de calor residual a baja temperatura para utilizar también el calor del escape del automóvil; cuando la velocidad de giro del motor alcanzaba 3500 RPM se obtenían 12,4 W de potencia de salida máxima a una diferencia de temperatura promedio de aproximadamente 30°C . También se han desarrollado muchos otros proyectos y modelados numéricos de sistemas TEG.

En esta Tesis, como último de los procesos involucrados, se tratará la conversión termoeléctrica como una aplicación a nuestro dispositivo para incrementar la eficiencia del sistema, utilizando el efecto Seebeck por el cual, a partir de la generación de un gradiente de temperatura se puede obtener corriente eléctrica con una cierta diferencia de potencial. Como los efectos termoeléctricos están relacionados, se mencionará el efecto Peltier, inverso al efecto Seebeck, que genera una diferencia de temperatura a partir de la presencia de un gradiente de potencial eléctrico y el efecto Thomson, relacionando ambos. Para ello se utilizará un dispositivo (TEG), conocido como *celda Peltier*, el cual puede ser aplicado para ambos casos. La figura 5.1 muestra un ejemplo de los dos modos básicos de trabajo.

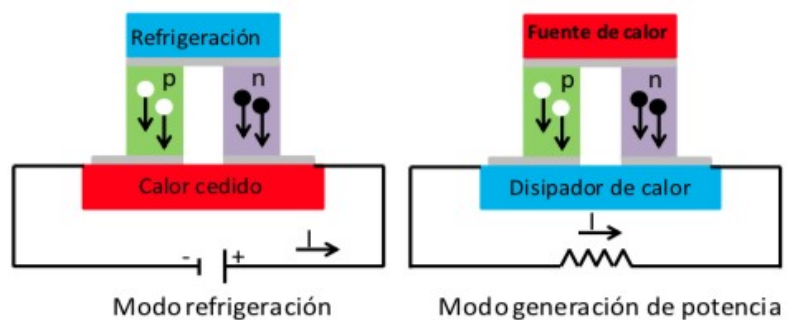


Figura 5.1. Dispositivo termoeléctrico: modo refrigeración y modo generación de potencia.

Para ello se utilizará un dispositivo (TEG), conocido como *celda Peltier*, el cual puede ser aplicado para ambos casos. La figura 5.1 muestra un ejemplo de los dos modos básicos de trabajo.

5.1 Efecto Termoeléctrico: fundamentos y características

Se denomina efecto termoeléctrico a la interacción entre un fenómeno eléctrico y otro térmico [5.6]. Probablemente el más conocido sea el efecto Joule, que nos indica que cuando una corriente eléctrica atraviesa un material, este se calienta. Este fenómeno se comprende en términos de la resistencia que ofrece la materia al movimiento electrónico; al moverse los electrones sufren choques con los núcleos del material y ceden parte de su energía cinética que se disipa en forma de calor. La potencia de calor disipado, que de forma general podemos expresar como $\dot{Q} = \frac{\partial Q}{\partial t}$

(5.1), para el caso del efecto *Joule* viene dada por la siguiente expresión: $\dot{Q} = I^2 R$ (5.2), donde I es la intensidad de la corriente que circula y R es la resistencia eléctrica del conductor.

Si se fuerza una corriente a través de un circuito formado por dos conductores, A y B, de distinta naturaleza, sucede que una de sus uniones absorbe calor y la otra lo cede, como consecuencia del trabajo realizado por la corriente a través de la resistencia que supone la unión de los dos conductores, cuyos niveles de Fermi tienen valores diferentes. La potencia calorífica intercambiada en la unión entre A y B, conocido como efecto Peltier, está dada por $\dot{Q} = I \Pi_{AB}$ (5.3), donde Π_{AB} es el coeficiente Peltier para la unión de los dos materiales, A y B.

Dado que la corriente debe fluir de manera continua por la unión, el flujo de calor asociado producirá una discontinuidad, al ser A y B diferentes, provocando una divergencia distinta de cero en la unión y, por tanto, el calor se acumulará o se emitirá allí, según el signo de la corriente. Es preciso hacer notar que el enfriamiento en la unión se producirá cuando los electrones fluyen de una región de alta densidad a una región de baja densidad, por lo tanto se “expanden” y se enfrían, como un gas ideal, en tanto que el calentamiento corresponde al proceso inverso.

En un circuito formado por dos conductores distintos (figura 5,1), y cuyas uniones se encuentran en medios con temperaturas distintas (T y $T + \Delta T$), aparece entre ambas una fuerza electromotriz, *fem*, a veces llamada fuerza termo-electromotriz, como en este caso, siendo conocido este efecto como “efecto Seebeck”. En caso de que el circuito se encuentre cerrado, se establece el consecuente flujo de corriente eléctrica. Esta fem es función de la naturaleza de los conductores, reflejada por el coeficiente Seebeck, α_{AB} , y de la diferencia de temperaturas a través de la unión del par metálico:

$$fem = -\alpha_{AB} \Delta T = (\alpha_A - \alpha_B) \Delta T \quad (5.4)$$

donde α_A y α_B son las potencias termoeléctricas absolutas de los metales A y B, respectivamente, que son características de cada metal. Esta expresión está simplificada dado que en general α_{AB} no es constante sino que depende de la temperatura. De modo más general se define de la forma:

$$\alpha_{AB} = \frac{\partial fem}{\partial T} \quad (5.5)$$

El efecto Seebeck constituye el principio de funcionamiento de los llamados termopares o termocuplas. La explicación microscópica del efecto Seebeck requiere entender el comportamiento de los electrones en metales; en un metal, no todos los electrones se encuentran unidos a un átomo particular, sino que algunos pueden moverse dando origen a la conductividad eléctrica de estos materiales. En general, cada metal presenta una densidad de electrones libres diferente, por lo que cuando se ponen dos metales en contacto los electrones libres de cada uno se difunden dentro del otro metal tendiendo a homogeneizar la densidad electrónica localmente. Debido a la diferencia de densidad electrónica, y a que cada electrón posee una carga eléctrica, los metales en la unión se cargan opuestamente; esta diferencia de carga produce una diferencia de potencial a través de la unión bimetálica. La difusión de electrones de un metal en el otro depende de la temperatura; si se tienen dos uniones bi-metálicas a distintas temperaturas como en la figura 5.1, existirá una diferencia de potencial entre las uniones, y si el circuito se cierra fluirá una corriente. Lo mismo sucede si se usan uniones de semiconductores con distinto grado de dopaje, los cuales poseen distintas densidades de electrones disponibles en la banda de conducción.

En muchos materiales el coeficiente Seebeck no es una constante, sino que depende marcadamente de la temperatura. En consecuencia, un gradiente de temperatura resultará en una variación de dicho coeficiente, y el efecto debe tratarse de modo diferencial.

Tanto la generación de energía eléctrica como la aparición de un salto térmico en la unión de dos conductores se debe a la existencia de un flujo de electrones, en uno u otro sentido, proceso que se conoce como *efecto Thomson* [5.7]. Este efecto es una manifestación de la dirección del flujo de los portadores eléctricos con respecto a un gradiente de temperatura dentro de un conductor; éstos absorben energía en forma de calor, que fluye en una dirección opuesta a un gradiente térmico, aumentando su energía potencial, y cuando fluyen en el mismo sentido que el gradiente térmico liberan calor disminuyendo su energía potencial. Este efecto se relaciona con el calentamiento o enfriamiento en un único conductor homogéneo cuando una corriente pasa a lo largo de él en presencia de un gradiente de temperatura.

Como se puede apreciar, los efectos Seebeck y Peltier son opuestos, por lo que sus coeficientes están directamente relacionados a través del salto térmico existente de acuerdo con la siguiente relación:

$$\Pi_{AB} = \Delta T \alpha_{AB} \quad (5.6)$$

El hecho de que los efectos Seebeck y Peltier se produzcan sólo en las uniones entre conductores de diferente naturaleza podría sugerir que son fenómenos interfaciales, pero en realidad dependen de las propiedades generales de los materiales involucrados. En efecto, cuando una corriente pasa de un material a otro, la energía transportada por los electrones altera la estructura de bandas de energía de la unión, y la diferencia aparece como calentamiento o enfriamiento en dicha unión, es decir, como el efecto Peltier. Del mismo modo, cuando la unión se calienta, los electrones pueden

pasar del material en el que los electrones tienen la energía mayor a la zona donde la energía sea más baja, dando lugar a una fuerza electromotriz.

Thomson mostró que un termopar, unión de dos conductores de diferente naturaleza, es un tipo de motor térmico y que, en principio, podría usarse como un dispositivo para generar electricidad a partir del calor o, alternativamente, como una bomba de calor o un refrigerador. Sin embargo, debido a que los efectos termoeléctricos reversibles están siempre acompañados por los fenómenos irreversibles del calentamiento y la conducción térmica de Joule no son procesos muy eficientes.

Más tarde, Altenkirch [5.8, 5.9] demostró que los buenos materiales termoeléctricos deberían poseer valores elevados del coeficiente Seebeck, alta conductividad eléctrica y baja conductividad térmica. Es necesaria una alta conductividad eléctrica para minimizar el calentamiento de Joule, mientras que una baja conductividad térmica ayuda a retener el calor en las uniones y mantener un alto gradiente de temperatura. Estas tres propiedades se incorporaron más tarde en la llamada figura de mérito, Z . Un buen material termoeléctrico es aquel que posee una alta figura de mérito. La figura de mérito da idea de la eficiencia con la que se realiza el proceso de conversión energética, y viene dada por la siguiente expresión:

$$ZT = \frac{\alpha^2 \sigma T}{\kappa} = \frac{\alpha^2 T}{\rho \kappa} \quad (5.7)$$

Donde α es el coeficiente Seebeck (V/K), σ la conductividad eléctrica ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$), ρ la resistividad eléctrica ($\Omega\cdot\text{m}$) y κ la conductividad térmica total, suma de las contribuciones electrónica y de la red, medida en W/(mK). El factor de potencia del numerador ($\alpha^2\sigma T$) se optimiza usando semiconductores con un gap pequeño y variando la concentración de portadores por medio del dopaje.

Por otro lado, se define la eficiencia de un dispositivo generador termoeléctrico (TEG) como:

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H} \left[\frac{(1 + ZT_M)^{1/2} - 1}{(1 + ZT_M)^{1/2} + (T_C/T_H)} \right] \quad (5.8)$$

Donde T_H es la temperatura de la cara caliente, T_C la de la cara fría y T_M la temperatura media entre ellas. Si nos fijamos, el rendimiento está dado como la cantidad de trabajo que podemos obtener de la celda a partir de un cierto flujo de calor. Este valor es proporcional a $(1 + ZT_M)^{1/2}$, luego la eficiencia pasaría a ser la de Carnot si ZT tiende a infinito pues en ese caso la expresión se reduce a:

$$\eta = \lim_{ZT \rightarrow \infty} \left\{ \frac{T_H - T_C}{T_H} \left[\frac{(1 + ZT_M)^{1/2} - 1}{(1 + ZT_M)^{1/2} + (T_C/T_H)} \right] \right\} = \frac{T_H - T_C}{T_H} \quad (5.9)$$

Los mejores materiales utilizados en termoelectricidad tienen, actualmente, una ZT próxima a 1. En virtud de lo expresado en la ecuación (5.7), cuanto mayor sea ZT mayor será el rendimiento de una

celda termoeléctrica. Sin embargo, a pesar de que no existen razones ni teorías que definan un límite para este parámetro, $ZT = 1$ ha sido considerado un límite superior de dicho coeficiente desde hace más de 30 años [5.6]. La investigación actual de materiales busca aumentar ZT disminuyendo la conductividad térmica o aumentando el producto $\alpha\sigma$.

Celdas Peltier: Desde un punto de vista comercial, un módulo termoeléctrico consiste en la unión de varios pares de semiconductores tipo p, zona de huecos libres, y tipo n, zona de cargas libres, conectados térmicamente en paralelo y eléctricamente en serie para aumentar la tensión eléctrica de operación del mismo. Los semiconductores se conectan entre sí a través de buenos conductores eléctricos como el cobre utilizando uniones soldadas con materiales con bajo punto de fusión para no dañar los termo-elementos durante el proceso de soldadura. Estos puentes eléctricos tienen que estar aislados eléctricamente del objeto a refrigerar para evitar cortocircuitos. Sin embargo, este material aislante eléctrico debe de ser un buen conductor térmico para minimizar el salto térmico entre el par termoeléctrico y el objeto.

El modelo que se utilizará en el presente trabajo es el TEC1-12710 de la empresa Hebei I.T., que dispone de 127 uniones p-n altamente dopadas y una corriente límite de 6–10 A. Las dimensiones de la misma son de 40x40x4 mm. La celda está fabricada usando como semiconductor el Bi_2Te_3 y como cerámica protectora Alúmina (Al_2O_3).

5.2 Parámetros operacionales: gradiente térmico, temperatura de operación

Las temperaturas de la cara caliente, T_C y de la fría, T_F , así como la diferencia entre ellas (ΔT) son parámetros muy importantes y, por lo tanto, deben determinarse con precisión para funcionar como se desea. La figura 5.2 representa un perfil de temperatura típico a través de un sistema termoeléctrico [5.10].

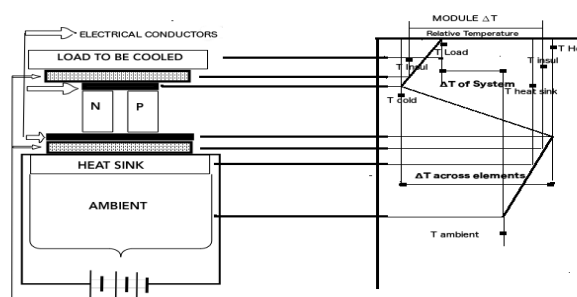


Figure 5.2 Distribución típica de temperaturas en un sistema TEG

Uno de los objetivos de los fabricantes de módulos termoeléctricos es la reducción del tamaño de los termo-elementos. El costo de las materias primas es un factor importante, y existen otras ventajas adicionales si los módulos se hicieran más pequeños y livianos. Sin embargo, cuando reducimos el tamaño de un módulo, encontramos problemas asociados con la transferencia de calor. Cuanto más pequeña es el área de la sección transversal de las placas, más difícil es transferir el

calor de la fuente al disipador sin diferencias excesivas de temperatura. Ciertamente, es posible aliviar este problema aumentando el espacio entre los elementos térmicos, pero esto aumenta las pérdidas de calor por convección, conducción y radiación. Por lo tanto, existe una separación óptima que proporciona el mejor equilibrio entre la resistencia térmica excesiva en las placas y las pérdidas de calor no deseadas alrededor de los elementos térmicos. Se analiza este problema [5.11] utilizando el modelo que se muestra en la Figura 5.3.

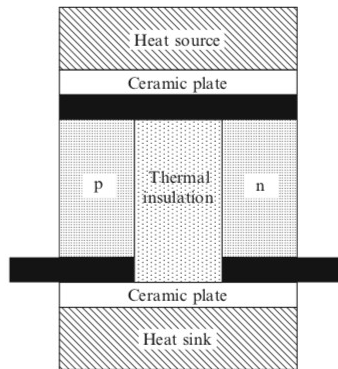


Figura 5.3 Modelo para el cálculo de las pérdidas

En el modelo descrito en la figura supondremos que los termo-elementos están aislados eléctricamente, y que dicho aislamiento ocupa una fracción g del área ocupada por los termo-elementos. Este aislamiento tiene una conductividad térmica, λ_1 , y se supone que no hay pérdidas por radiación o convección. La conducción del calor a través del material aislante aumenta la conductancia térmica en un factor $(1+\lambda_1 g/\lambda)$, donde λ es la conductividad térmica promedio del material termoelectrico. La figura de mérito efectiva se convierte entonces en $Z/(1+\lambda_1 g/\lambda)$ (5.10).

Entre los parámetros importantes a determinar en un sistema TEG está el gradiente de temperatura a través de la sección de la celda. El salto térmico en el dispositivo real no es el mismo que en el sistema aparente, la diferencia entre estos los dos saltos térmicos a menudo se ignora (ver figura 5.3).

Por tanto, debido a que toda celda Peltier tiene un cierto espesor y a que existe un gradiente entre la cara caliente y la cara fría, lo que hace que los coeficientes Seebeck sean dependientes de la temperatura, en realidad se estará cometiendo un error al asumir temperaturas constantes. Se observa, además, que los resultados obtenidos no solo dependerán del salto térmico entre las caras de las celdas, sino que dependerán de la temperatura de operación, que se toma como promedio de la temperatura en ambas caras, ya que la figura de mérito, ecuación 5.8, y la eficiencia, ecuación 5.9, son dependientes de la temperatura, como ya se ha mencionado.

5.3 Aplicación a nuestro sistema

La conversión directa de la energía del calor en electricidad tiene lugar en generadores termoelectricos (TEG) hechos de material termoelectrico tipo n y p acoplados. La eficiencia de

conversión de energía está estrechamente relacionada con la eficiencia del ciclo de Carnot, y las propiedades del material expresadas por la figura de mérito termoeléctrica (ZT). Debido a que el voltaje de un solo elemento es muy pequeño, los TEG deben construirse con varios pares conectados eléctricamente en serie y térmicamente en paralelo. Como resultado, la eficiencia de TEG depende de muchos factores, como los problemas de diseño, incluidas las dimensiones de los módulos y el número de acoplamientos, los parámetros del material, ZT , resistencia de contacto eléctrica y térmica, propiedades de placas de aislamiento, y condiciones de operación, rango de temperatura, parámetros de carga, etc. Por lo tanto, un considerable número de parámetros puede limitar el rendimiento del TEG, siendo la mejor manera de comparar el comportamiento de los módulos termoeléctricos a través de la medición de su eficiencia de conversión de energía [5.12].

Para determinar la energía eléctrica generada por un anillo Peltier, conjunto de celdas acopladas en serie y paralelo entre sí, se tomarán en cuenta los estudios previos realizados [5.13, 5.14]. Cada una de las celdas fue caracterizada individualmente y posteriormente acopladas entre sí utilizando el dispositivo que se muestra en la figura 5.4.

Las celdas se sometieron a diferentes gradientes de temperatura para determinar la potencia máxima suministrada. La diferencia de temperatura entre caras se varió de 21.2°C a 30.5°C . El rango de diferencia de temperatura utilizado en las pruebas corresponde a los valores esperados en el prototipo. Las curvas I-V para las diferentes pruebas se presentan en la figura 5.5.

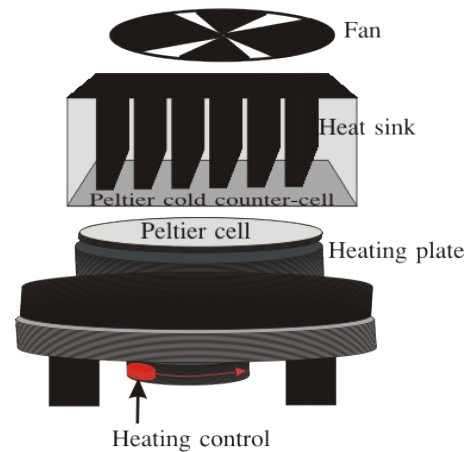


Figura 5.4 Módulo Peltier con una placa de calentamiento y ventilador.

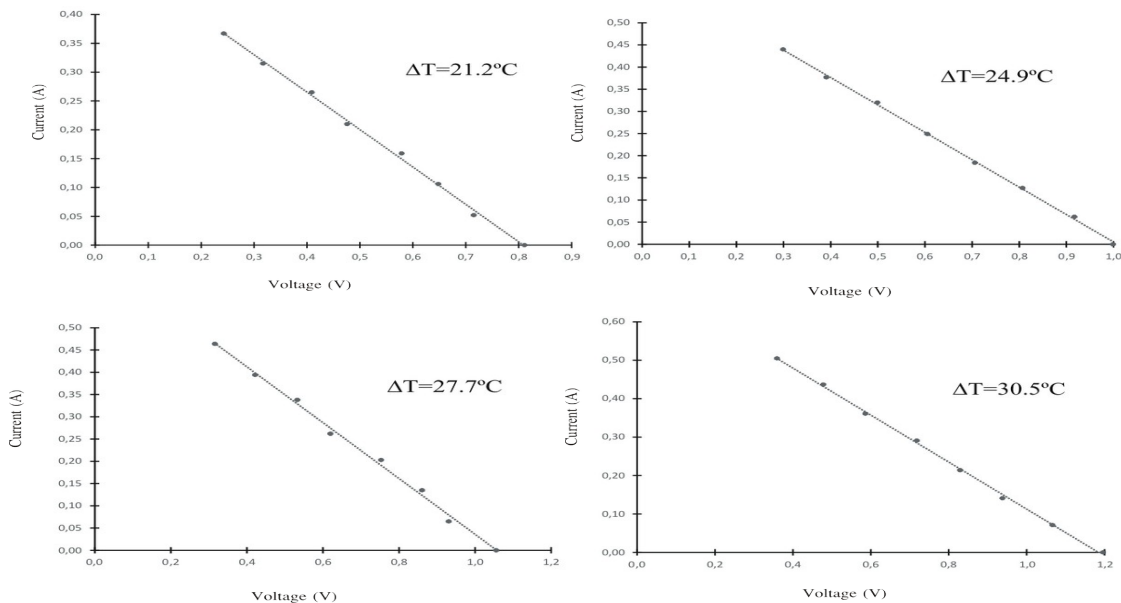


Figura 5.5 Caracterización de las curvas IV para las celdas Peltier.

Se puede observar que el voltaje de circuito abierto aumenta con la diferencia de temperatura. La corriente de cortocircuito no se indica en las figuras porque las pruebas no se realizaron para voltajes bajos, debido a la falta de aplicabilidad. Sin embargo, si extrapolamos la línea de tendencia, línea de puntos en la figura, hasta que cruza el eje de ordenadas, notamos que la corriente de cortocircuito también aumenta con la diferencia de temperatura. Como resultado de esta caracterización se obtuvieron las siguientes ecuaciones :

$$V_{oc} = 4.48 \cdot 10^{-2} \Delta T \quad (5.11)$$

$$I_{sc} = 2.03 \cdot 10^{-2} \Delta T \quad (5.12)$$

$$I(A) = 2.03 \cdot 10^{-2} \Delta T - 0.456 V \quad (5.13)$$

Una vez que se caracterizaron las células Peltier, se conectaron en serie y en paralelo para determinar qué configuración producía la potencia máxima. Se ha podido comprobar, como era esperable, que cualquier acoplamiento, sea serie o paralelo, da lugar a una pérdida de potencia asociada a la unión entre celdas; de estos estudios se detectó que el enlace paralelo presenta mejores resultados; sin embargo, ambas configuraciones fueron probadas para verificar esta situación en la operación del prototipo. Los resultados de las pruebas en ejecución se muestran en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Generación de potencia termoeléctrica para parejas de celdas Peltier (serie and paralelo)

Serie		Paralelo	
ΔT (°C)	P_{max} (W)	ΔT (°C)	P_{max} (W)
21.2	0.197	21.2	0.211
24.9	0.287	24.9	0.297
27.7	0.355	27.7	0.361
30.5	0.423	30.5	0.426

Las pruebas, según la tabla 5.1 para la generación de energía termoeléctrica, muestran la diferencia en los valores de potencia máxima para las configuraciones en serie y en paralelo, a medida que aumenta la diferencia de temperatura.

Podemos indicar que, del análisis comparativo entre los casos estudiados, no hay variación sustancial del comportamiento, tanto en voltaje como en potencia, en un acoplamiento serie y uno paralelo, si se trabaja con el mismo salto térmico para todas las celdas, con una desviación del voltaje serie muy reducido, en torno al 0.5%, y con un valor de la potencia en el acoplamiento paralelo superior al serie, entre un 0,7% y un 7 %, con un promedio de mejora del 2.5 %.

En el caso de trabajar con celdas Peltier acopladas en serie, operando a diferentes saltos de temperatura en cada una de ellas (figura 5.5), la desviación entre el voltaje serie y la suma de voltajes individuales sigue siendo muy pequeña, en torno al 1%, si bien las pérdidas aumentan hasta

valores medios del 9%, prácticamente el doble de lo encontrado para el modo de operación a igual ΔT .

Para el acoplamiento de 2 y 4 celdas Peltier en paralelo, respectivamente, trabajando con la misma diferencia de temperatura entre sus caras, se infiere que el conjunto muestra un buen comportamiento desde el punto de vista eléctrico, con desviaciones poco significativas, inferiores al 1%, tanto entre el voltaje de operación individual y el del sistema acoplado, como en el valor de la corriente generada de manera individual y conjunta, y con desviaciones en la potencia suministrada alrededor del 6%, lo que puede considerarse como aceptable, aunque sea ligeramente superior al valor obtenido para acoplamiento en serie.

Si se realiza el mismo análisis para el acoplamiento en paralelo de 2 y 4 celdas Peltier, respectivamente, operando a diferentes valores del salto térmico para cada una de ellas, se observa que, si bien el comportamiento en cuanto a voltaje es bueno, con desviaciones inferiores al 1%, no ocurre lo mismo en cuanto a la intensidad y, por tanto, a la potencia suministradas, donde la desviación alcanza valores en torno al 12% en promedio.

Se observa, asimismo, que cuanto mayor es el desacople en los valores del salto térmico para cada una de las celdas, mayor es la desviación que se obtiene en el valor de la potencia suministrada.

5.4 Diseño de un sistema de tubos Peltier para conversión termoeléctrica

Si bien en los próximos capítulos se proponen otros modelos posibles para el diseño de los anillos Peltier, en éste capítulo tomamos el correspondiente a dos cilindros concéntricos, con capa aislante entre ellos, salvo en la parte correspondiente a los anillos Peltier; ya que la cara fría del anillo debe estar en contacto con el agua fría y la cara caliente con el agua caliente (ver figura 5.6).

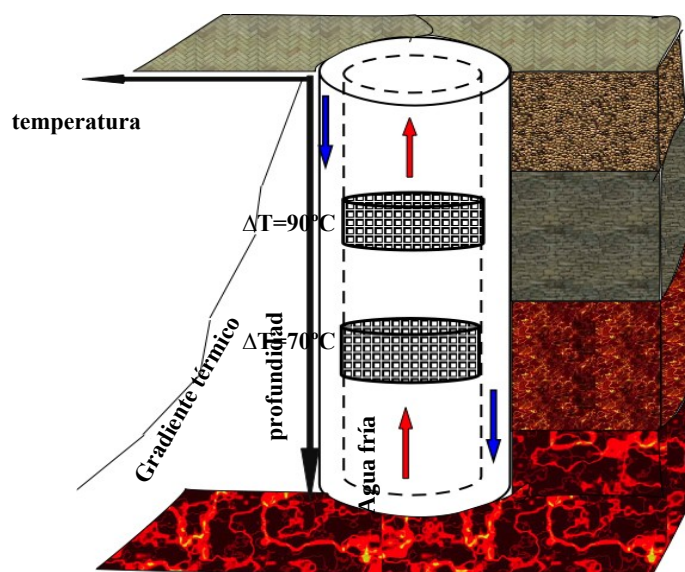


Figura 5.6 Diseño de dos anillos Peltier en tubos concéntricos

Los anillos consistirán en un conjunto de n_s celdas conectadas en serie y n_p en paralelo de forma que se pueda alcanzar alrededor de 1 kW de potencia. Los anillos serán desarrollados para un $\Delta T = 90^\circ\text{C}$ y $\Delta T = 70^\circ\text{C}$ y se ubicarán en lugares donde el gradiente térmico pueda ser considerado constante, es decir la misma litología, para reducir las pérdidas en la potencia.

5.5 Resultados esperados: voltaje, intensidad y potencia eléctrica

En la sección del anillo de Peltier de nuestro modelo, se genera una corriente eléctrica debido al efecto Seebeck en función del gradiente de temperatura y las características termoeléctricas del anillo de Peltier. Esta corriente eléctrica produce un voltaje que viene dado por la ecuación 5.4, donde α es el coeficiente Seebeck para la unión de los dos metales, A,B y ΔT es la diferencia de temperatura entre el lado caliente (interior) y el frío del anillo.

La corriente eléctrica y el voltaje generados en una celda Peltier típica muestran un comportamiento lineal, como se indica en la figura 5.7, con dos puntos característicos, la corriente de cortocircuito, I_{SC} y el voltaje de circuito abierto, V_{OC} [5.14]. Estos dos valores dependen de la diferencia de temperatura entre el lado frío y caliente de la celda, pero también del valor promedio de la temperatura; a medida que crece la diferencia de temperatura, también lo hacen los valores de I_{SC} y V_{OC} , como se muestra en la figura 5.7, donde $\Delta T_1 > \Delta T_2 > \Delta T_3 > \Delta T_4 > \Delta T_5$. Todos los gráficos I-V responden a una función del tipo:

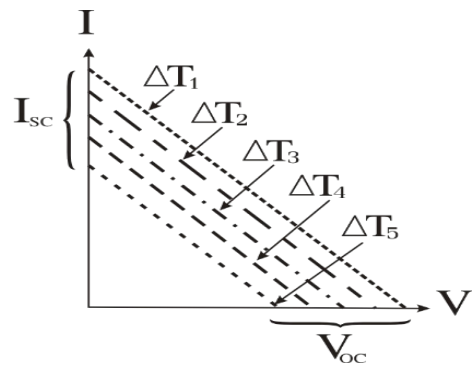


Figura 5.7 Rectas IV características para una celda Peltier como función del ΔT .

$$I = I_{SC} - \frac{I_{SC}}{V_{OC}} V \quad (5.14)$$

Donde I_{SC}/V_{OC} representa la pendiente de la línea. Por lo tanto, la expresión para la potencia de la celda es:

$$P = V I_{SC} - \frac{I_{SC}}{V_{OC}} V^2 \quad (5.15)$$

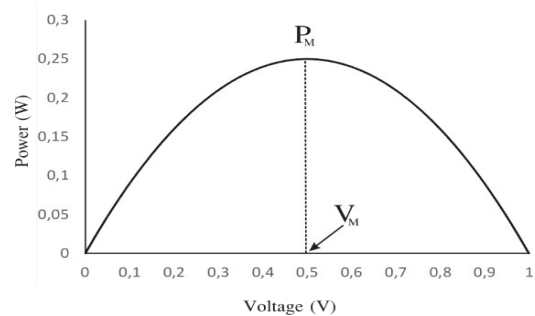


Figura 5.8 Curva de la potencia característica para una celda Peltier

Resultando en una parábola convexa, ver figura 5.8, donde los valores se han normalizado.

La potencia máxima corresponde a la tensión máxima (V_M), que, como en las células fotovoltaicas, es menor que el voltaje de circuito abierto (V_{OC}) [5.15]. De la figura 5.6 se puede notar que P_M ocurre en el punto donde $V_M = V_{OC} / 2$ (5.16), por lo que el valor correspondiente de la corriente viene dado por:

$$I_M = I_{SC} - \frac{I_{SC}}{V_{OC}} \frac{V_{OC}}{2} = \frac{I_{SC}}{2} \quad (5.17) \quad \text{y} \quad P_M = I_{SC} \frac{V_{OC}}{2} - \frac{I_{SC}}{V_{OC}} \cdot \left(\frac{V_{OC}}{2}\right)^2 = \frac{I_{SC} \cdot V_{OC}}{4} \quad (5.18)$$

La corriente y el voltaje típicos en las celdas Peltier son muy bajos [5.17], por lo que los anillos se construirán como un grupo de conexiones en serie y paralelas de celdas, tal y como se ha indicado anteriormente. A partir de los valores obtenidos a través de las ecuaciones 5.16 a 5.18, podemos determinar el número de celdas en el anillo de Peltier, en serie y en paralelo, una vez que se conocen el voltaje de funcionamiento, la corriente y la potencia. Si llamamos P_{rec} a la potencia específica que se obtendrá del anillo Peltier, que corresponde a un voltaje y corriente de funcionamiento, V_{rec} e I_{rec} , respectivamente, tenemos:

$$n_s = \frac{V_{rec}}{V_M}; n_p = \frac{I_{rec}}{I_M} \rightarrow N = n_s n_p \quad (5.19)$$

Donde n_s indica el número de celdas de Peltier en serie, n_p en paralelo y N el número total.

Este cálculo nos permite configurar nuestro conjunto de anillos Peltier en función del voltaje y potencia demandada por el sistema al que está conectado, sin más limitaciones que el diámetro del conducto en el que se instalan las celdas en paralelo y la longitud de conducto destinada a los anillos; en caso que no existan limitaciones en este sentido, únicamente la caída de temperatura será el factor limitante, que en nuestro caso es prácticamente despreciable. Otra componente que hay que tener en cuenta a la hora de configurar el sistema de anillos Peltier es el coste de inversión en dichos anillos y su rentabilidad económica, si bien este aspecto no es objeto de esta Tesis.

BIBLIOGRAFIA

- [5.1] Li, K.: “Comparison of Geothermal with Solar and Wind Power Generation Systems,” Proceedings, 38th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering Stanford University, Stanford, California; (2013), February 11-13.
- [5.2] Thacher, E., Helenbrook, B., Karri, M. and Richter, C.: “Testing of an automobile exhaust thermoelectric generator in a light truck,” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering (2007), p. 95-107.
- [5.3] Kajikawa, T. and Onishi, T.: “Development for advanced thermoelectric conversion exhaust thermoelectric generator in a light truck,” Proc Inst Mech Eng Part D J Automob Eng (2007), 221, 95–107.
- [5.4] Maneewan, S. and Chindaruksa, S.: “Thermoelectric power generation system using waste heat from biomass drying,” Journal of electronic materials 38(7), 974-980.
- [5.5] Hsu, C., Huang, G., Chu, H., Yu, B. and Yao, D.: “Experiments and simulations on low-temperature waste heat harvesting system by thermoelectric power generators,” Applied Energy (2011), 88(4), 1291-1297.
- [5.6] Introduction to Thermoelectricity Springer Series in materials science H. Julian Goldsmid. Springer Series in Material Science ISBN 978-3-642-00715-6. Australia.
- [5.7] CRC Handbook of THERMOELECTRICS Edited by David M. Rowe Cardiff, Wales.
- [5.8] Altenkirch, E, Uber den Nutzeffekt der Thermosaule, Physikalische Zeitschrift, 10, 560, 1909.
- [5.9] Altenkirch, E, Electrothermische Kalteerzeugung und Reversible Electriche Heizung, Physikalische Zeitschrift, 12, 920, 1911.
- [5.10] Thermoelectric Handbook Melcor Product information.
- [5.11] H.J. Goldsmid, Electronic Refrigeration (Pion, London, 1986), p. 173.
- [5.12] Rafal Zybała, Maksymilian Schmidt, Kamil Kaszyca, Lukasz Ciupinski, Mirosław J. Kruszewski, and Katarzyna Pietrzak. Method and Apparatus for Determining Operational Parameters of Thermoelectric Modules. Journal of Electronic Materials, Vol. 45, No. 10, 2016 DOI: 10.1007/s11664-016-4712-1.
- [5.13] Caracterización de celdas Peltier para su hibridación en paneles fotovoltaicos. TFM alumno: Luis Cerdeño Mota, director: Carlos Armenta Déu. 2016.

- [5.14] Estudio experimental de un sistema de celdas Peltier acopladas Serie-Paralelo para generación de energía. TFM alumno: Raúl Serrano Mena, director: Carlos Armenta Déu. 2016.
- [5.15] The effect of temperature mismatch on thermoelectric generators electrically connected in series and parallel, A. Montecucco, J. Siviter, A. R. Knox, Elsevier Ltd, 2014.
- [5.16] Martin, J., Protocols for the high temperature measurement of the Seebeck coefficient in thermoelectric materials. Measurement Science and Technology 2013, 24, (8), 085601.
- [5.17] Analyses and Applications of Thermoelectric Modules: electrically parallel and serial structures by Guangxi Wu. Department of Electrical Engineering. Case Western Reserve University.

Capítulo 6

Sistema experimental: análisis energético

6.1 Estructura y diseño del modelo

Con objeto de analizar la validez del planteamiento llevado a cabo en la fase anterior desde un punto de vista teórico, se procedió a diseñar y desarrollar un modelo a escala reducida de un sistema de cogeneración, térmica y eléctrica, a partir del aprovechamiento de una fuente de energía renovable representada por un lecho geotérmico simulado. En dicho modelo se estudiarán los diferentes procesos que intervienen, así como se verificará el grado de concordancia con el planteamiento teórico realizado en los capítulos anteriores. A este fin, se procedió a diseñar y desarrollar un modelo compuesto por los siguientes elementos, cuyo esquema se puede ver en la figura 6.1

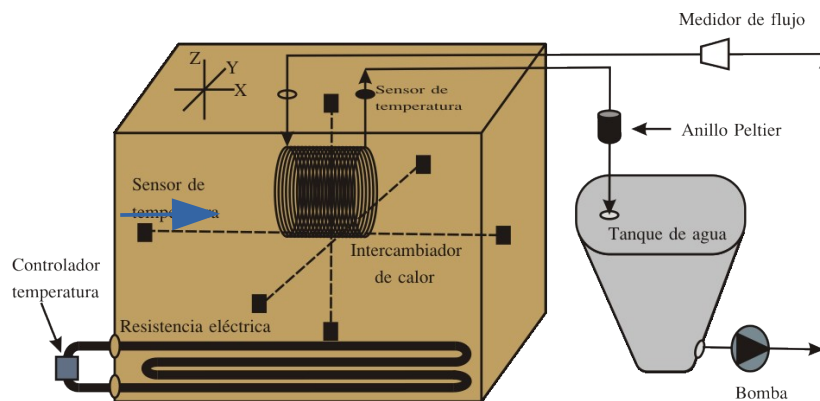


FIGURA 6.1 Esquema general de la estructura del modelo experimental

Como se puede observar, el modelo consta de un recipiente paralelepípedo de 40 cm de ancho, 30 cm de profundidad y 18 cm de altura, fabricado en madera de densidad media (DIM), herméticamente sellado, y relleno de arena que simula el lecho geotérmico de baja entalpía. Sujetos a las paredes del recipiente se colocaron seis tubos pasantes de vidrio, de muy pequeño diámetro, para insertar los sensores de temperatura (figura 6.2). Estos tubos estaban distribuidos según las tres direcciones del espacio y su posición viene indicada en la figura 6.1. La caja fue aislada térmicamente con 2 cm de espuma de poliuretano ($k_{\text{poly}}=0.034 \text{ W/m K}$), para disminuir las pérdidas térmicas a través de las caras.



FIGURA 6.2 Vista de la posición de los sensores

Dado que el tipo de lecho más habitual, tal y como se ha indicado en el capítulo 1, es el de roca seca caliente (HDR), se seleccionó un grano de arena muy fina, con diámetro de partícula entre 0,75 y

1,25 mm, con el fin de reducir al máximo la porosidad del lecho simulado y así representar lo más fielmente el sistema real. Para ello, se tamizó la arena y se secó en un horno a 220°C durante un período de más de 24 horas, tras lo cual se procedió a su compactación. El vertido de la arena en el interior del recipiente se realizó por capas, introduciéndola por la parte superior mediante una tolva accionada por un motor de paso continuo para el desplazamiento lateral, que vertía la arena de manera homogénea y uniforme sobre la superficie del fondo del recipiente. Aun así, para asegurar un grado de compactación más elevado y una menor porosidad, se sometió al recipiente a un proceso de vibración mediante un dispositivo vibratorio que garantizaba que la arena quedaba completamente compactada.

Una vez depositada la capa inferior de arena, se procedió a introducir la resistencia de calentamiento, cuyo fin es suministrar energía térmica al lecho simulado por medio de la conversión de corriente eléctrica en calor (efecto Joule); esta resistencia tiene una geometría que cubre, en su mayor parte, la superficie horizontal del recipiente, de modo que se puede garantizar que el flujo de calor generado en ella se repartirá de manera homogénea y uniforme. La resistencia eléctrica de calentamiento, cuyo valor era de $(330 \pm 5) \Omega$, puede generar un potencia máxima de 160 W, que permitía alcanzar temperaturas por encima de los 180°C, si bien, con objeto de reducir la temperatura de trabajo, se conectó a un regulador de tensión para variar el voltaje de alimentación y, con ello, la potencia eléctrica suministrada y la temperatura de operación. La conexión de la resistencia con el circuito de alimentación eléctrica exterior se realizó a través de unos pasamuros que aseguraran la hermeticidad del sistema. Asimismo, en el circuito eléctrico exterior se intercaló un controlador de temperatura regulado por un sensor de gas situado en el interior del recipiente, de forma horizontal paralelo al eje del intercambiador y en el centro del mismo. El termostato es electrónico y regula la temperatura con precisión $\pm 1^\circ\text{C}$. La potencia eléctrica suministrada a la resistencia se medía con un controlador de potencia, la cual puede ajustarse mediante un regulador de voltaje que permite al usuario configurar el valor con una precisión de $\pm 1 \text{ V}$, lo que permite controlar la potencia seleccionada dentro de un margen de incertidumbre del orden del 1.6%.

Un esquema del circuito de control de temperatura se puede ver en la figura 6.3.

A continuación, se rellenó de arena el recipiente, siguiendo el procedimiento indicado, hasta alcanzar el nivel correspondiente a la base del intercambiador de calor, momento en el cual se situó este último en su posición y se colocó el sensor del controlador de temperatura de la fuente de energía; seguidamente, se rellenó de arena el recipiente hasta el borde, se colocó la tapa, pasando los conductos del circuito hidráulico que conectan con el intercambiador por los pasamuros

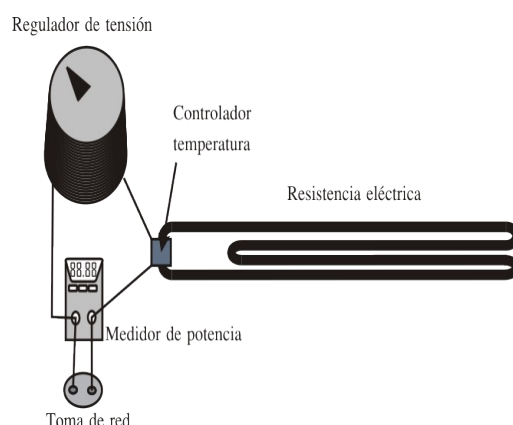


FIGURA 6.3 Esquema del circuito de control térmico

correspondientes, y se selló ésta haciendo hermético el recipiente. El intercambiador de calor, figura 6.4, está construido con un tubo de cobre de 8 mm de diámetro con forma helicoidal de 7 espiras,

de 16 cm de largo y 7 cm de diámetro, por donde circula agua, impulsada por una bomba centrífuga de 30W de potencia. Por último, se insertaron los sensores de temperatura en los tubos adosados a las paredes y se sellaron convenientemente. La temperatura de los diferentes puntos del lecho se registra mediante un sistema de adquisición de datos conectado a un ordenador (fig. 6.5).



FIGURA 6.4 Vista del intercambiador de calor

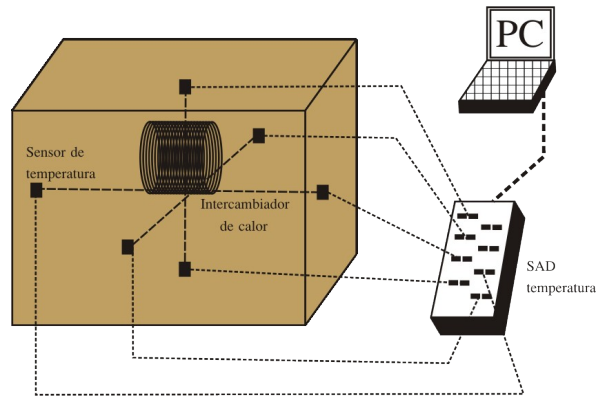


FIGURA 6.5 Esquema del SAD de temperatura

El modelo se completó con un circuito hidráulico que semeja el sistema de extracción de la energía geotérmica mediante un fluido caloportador, en nuestro caso agua; el circuito está conectado a la entrada y salida del intercambiador así como a un depósito de agua aislado térmicamente. El fluido es impulsado por una bomba eléctrica, siendo la temperatura del mismo controlada a la entrada y salida del intercambiador mediante dos sensores térmicos ubicados en la parte del circuito hidráulico junto a los pasamuros de la parte superior del recipiente (figura 6.1). El tubo por el que circula el agua es de silicona, con un diámetro interior de 8 mm., y se encuentra convenientemente aislado en la zona exterior al lecho mediante una capa de poliuretano de 20 mm de espesor para limitar las pérdidas térmicas del fluido hacia el medio ambiente.

Por último, el anillo de celdas Peltier está constituido por cuatro celdas cuadradas de 40 mm de lado, colocadas en las caras laterales de un cubo de fibra, de 45 mm de lado, de manera que puedan conectarse entre sí en serie o en paralelo (figura 6.6a). Las celdas 1 y 3 están conectadas en serie, en tanto que la 2 y la 4 lo están en paralelo. Esta configuración de las celdas permite operar con ambos tipos de conexionado sin tener que modificar la estructura del anillo.

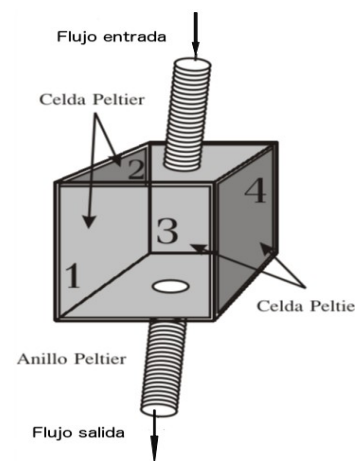


FIGURA 6.6a Esquema del anillo Peltier

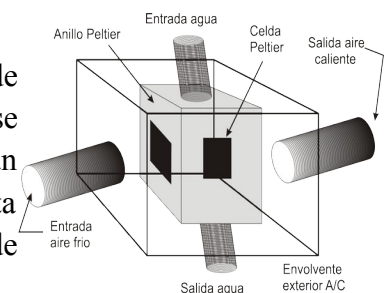


FIGURA 6.6 b Esquema refrigeración del anillo Peltier

Con objeto de poder refrigerar la cara exterior de las celdas, se insertó el anillo de celdas Peltier en un recipiente por el que se hacía circular una corriente de aire frío procedente de un sistema de aire acondicionado, que permitía reducir la temperatura hasta 5° C.

6.2 Modo de operación

Para operar el modelo se conectó la resistencia eléctrica a una toma de corriente y se procedió a fijar una temperatura de operación con el control de temperatura, el cual, según se ha comentado, regula la temperatura en el interior del recinto que simula el lecho geotérmico por medio del sensor correspondiente ubicado en el seno del mismo. Seguidamente, se varía la tensión de alimentación de la resistencia mediante el regulador de tensión hasta alcanzar el valor de potencia previamente establecido, el cual viene indicado por el medidor de potencia intercalado entre el regulador y la toma de red (fig. 6.3). Una vez establecidas las condiciones del suministro de energía, se conecta la bomba y se hace circular el fluido a través del circuito hidráulico, midiendo el caudal mediante el medidor de flujo correspondiente (figura 6.1). A continuación, se procede a registrar las temperaturas del sistema por medio del sistema de adquisición de datos al cual van conectados los sensores de temperatura, a saber, temperatura de entrada y salida del fluido al intercambiador de calor, temperatura ambiente y temperaturas según los ejes principales del sistema, dos por cada dirección, con objeto de poder establecer el gradiente térmico en el interior del lecho. La medida y registro de temperaturas se efectuaba a intervalos regulares de 5 minutos.

La medida de la temperatura en las celdas Peltier se llevó a cabo mediante un sensor acoplado a la superficie de la misma, tanto en la cara caliente como en la fría; estos sensores estaban conectados a un medidor y registrador que obtenía los valores de manera continua y los promediaba a intervalos de 1 minuto. En lo relativo a las medidas de los parámetros eléctricos, voltaje e intensidad, cada celda estaba conectada a un reóstato que permitía variar la resistencia para obtener la curva I-V de respuesta de la celda. Los valores de voltaje e intensidad se tomaron y registraron manualmente para cada uno de los valores de la resistencia variable, la cual se operó, igualmente, de forma manual.

6.3 Análisis energético del pozo geotérmico

La figura 6.7 representa el esquema de operación del modelo desde un punto de vista de la generación de potencia. Se puede observar que, a partir de una fuente de energía térmica, el lecho geotérmico, cuya tasa de transferencia de calor, \dot{Q}_{RB} , se generan dos tipos de potencias diferentes, una, la eléctrica, producida en los anillos de las celdas Peltier, \dot{W}_{PT1} y \dot{W}_{PT2} , y otra, la térmica, que tiene lugar en el intercambiador de superficie \dot{Q}_{out} , constituyendo lo que se conoce como un sistema de cogeneración.

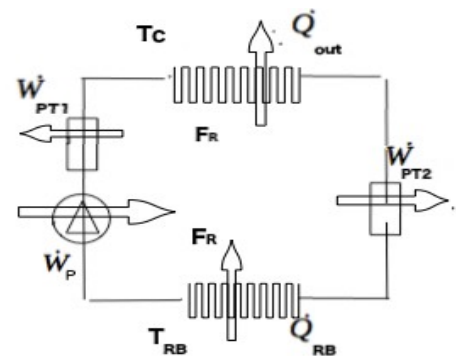


FIGURA 6.7 Esquema de generación de potencia en el modelo (cogeneración)

El modo de operación es simple, la energía térmica es transferida por el lecho de roca al fluido (agua) dentro del intercambiador de calor subterráneo, trabajando a temperatura T_{RB} . El fluido,

impulsado por una bomba de potencia \dot{W}_p circula hasta el primer anillo de celdas Peltier, donde se genera corriente eléctrica por efecto Seebeck. Seguidamente, el fluido alcanza el intercambiador de superficie donde se extrae parte de su entalpía cediendo calor, para retornar al intercambiador geotérmico; en el circuito de retorno se intercala un segundo anillo de celdas Peltier que dan lugar a la generación de potencia eléctrica como en el primer caso. Cabe mencionar que en nuestro sistema experimental este segundo anillo no fue incorporado por simplificar el diseño y, teniendo en cuenta que el efecto producido, en cuanto a generación de potencia, sería análogo al que ya existía.

El análisis energético del sistema parte de la aplicación de la primera ley de la Termodinámica (ec. 6.1), planteando el equilibrio termodinámico del sistema en la forma:

$$\dot{Q}_{out} = \dot{Q}_{RB} - \dot{Q}_L - \dot{W}_{PT1} - \dot{W}_{PT2} + \dot{W}_p - \dot{Q}_{Lm} \quad (6.1)$$

Donde: \dot{Q}_{RB} es la potencia calorífica aportada por el lecho geotérmico, \dot{Q}_{out} la potencia calorífica liberada por el fluido en el intercambiador de superficie, \dot{Q}_L las pérdidas térmicas del fluido, y \dot{Q}_{Lm} las pérdidas mecánicas producidas durante el transporte del fluido. Para el análisis se ha

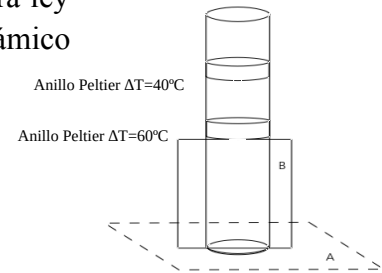
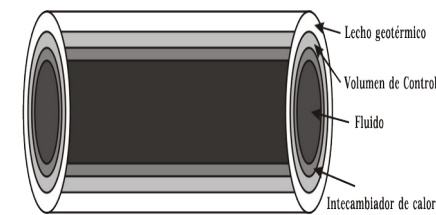


FIGURA 6.8 Esquema del pozo geotérmico



considerado un sistema geotérmico idealizado que contiene una única fuente de calor profundo (HDR), es decir el pozo pasa a través de un reservorio de roca caliente seca. El sistema se encuentra en estado estacionario, en la parte A el flujo de calor va desde el exterior hacia el interior del pozo, por lo que se desprecian las pérdidas (ver fig. 6.8). El pozo está sellado hidráulicamente de manera que no hay inyección o liberación de fluido.

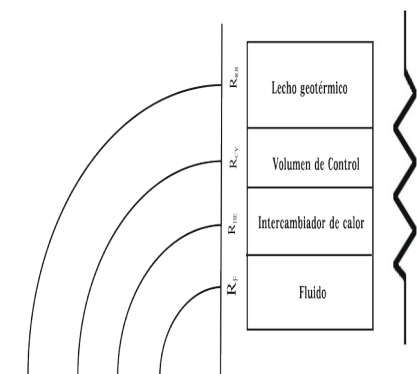


FIGURA 6.9 Esquema de la analogía eléctrica en el proceso de transferencia de calor en el intercambiador geotérmico

En estas condiciones, se puede aplicar la ley de conducción de calor de Fourier, lo que nos permite determinar la potencia térmica ganada por el fluido (agua) y la temperatura del mismo en la base del pozo.

Si consideramos que el espacio que rodea al intercambiador de calor en el lecho geotérmico tiene simetría cilíndrica, y establecemos una analogía eléctrica con el proceso de transferencia de calor desde el lecho geotérmico hasta el fluido, podemos considerar las siguientes secciones (ver fig. 6.9):

- Reservorio: corresponde a la zona del lecho geotérmico que transfiere calor hacia el intercambiador
- Volumen de Control: es la zona límite entre el lecho geotérmico y el intercambiador; aunque está constituido por el mismo material que el propio lecho, se trata de material de

relleno, por lo que su estructura y grado de compactación es diferente, de manera que presenta propiedades térmicas distintas en cuanto a conductividad se refiere

- Intercambiador de calor: representa la pared del dispositivo por el interior del cual circula el fluido caloportador
- Fluido: corresponde al elemento que transporta la energía térmica desde el lecho hasta el intercambiador de superficie pasando por el anillo de celdas Peltier

Recordando que no hay aporte de fluido ni, por tanto, otra fuente de energía que la debida al lecho geotérmico, para el proceso de transferencia de calor entre el lecho geotérmico y el Volumen de Control podemos escribir:

$$\dot{Q}_{RB} = \dot{Q}_{CV} = \frac{2\pi L \rho \alpha_r c_p (T_{CV} - T_{RB})}{\ln\left(\frac{R_{RB}}{R_{CV}}\right)} \quad (6.2)$$

donde \dot{Q}_{RB} representa la tasa de transferencia de calor aportado por el lecho geotérmico, \dot{Q}_{CV} es la tasa de la transferencia de calor que llega al Volumen de Control, L la longitud recta del intercambiador, ρ la densidad del material constituyente del lecho geotérmico, c_p su calor específico, α_r el coeficiente de difusividad térmica de dicho material, T_{CV} y T_{RB} las temperaturas del Volumen de Control y del lecho geotérmico, respectivamente, y R_{RB} y R_{CV} los radios de los cilindros correspondientes al lecho geotérmico y Volumen de Control, respectivamente, según se muestra en la parte superior de la figura 6.9

En el Volumen de Control se considera que el material de relleno es el mismo que el del lecho geotérmico, puesto que se obtiene de dicho lecho durante el proceso de excavación, por lo que la conductividad térmica la consideraremos muy próxima a la del lecho y por tanto, el coeficiente de conductividad efectiva será κ_{vc} . Asimismo, debido al elevado nivel de compactación, y si el grado de porosidad es bajo, asumimos que el término convectivo es despreciable respecto del término conductivo.

Si aplicamos el mismo procedimiento al resto de las secciones del conjunto, tenemos:

a) Para la tasa de transferencia de calor entre el Volumen de Control y el intercambiador:

$$\dot{Q}_{CV} = \dot{Q}_{HE} = \frac{2\pi L \kappa_{CV} (T_{CV} - T_{HE})}{\ln\left(\frac{R_{CV}}{R_{HE}}\right)} \quad (6.3)$$

b) Para la tasa de transferencia de calor entre el intercambiador y el fluido:

$$\dot{Q}_{HE} = \dot{Q}_F = \frac{2\pi L \kappa_{HE} (T_{HE} - T_F)}{\ln\left(\frac{R_{HE}}{R_F}\right)} \quad (6.4)$$

donde \dot{Q}_{HE} y \dot{Q}_F representan las tasas de transferencias de calor que llegan al intercambiador y fluido, respectivamente, κ_{HE} y κ_{CV} sus respectivas conductividades térmicas, T_{HE} y T_{CV} sus temperaturas, y R_{HE} y R_{CV} los respectivos radios de los cilindros asociados según la simetría cilíndrica considerada.

Asumiendo que no hay pérdidas térmicas en este proceso:

$$\dot{Q}_F = \dot{Q}_{HE} = \frac{\dot{m} c (T_{Fo} - T_{Fi})}{F_R} \quad (6.5)$$

siendo \dot{m} el flujo másico del fluido caloportador que circula por el intercambiador, c su calor específico, F_R el factor de transferencia entre intercambiador y fluido, y T_{Fo} y T_{Fi} las temperaturas de salida y entrada del fluido al intercambiador, respectivamente.

A partir de las ecuaciones anteriores es posible obtener la temperatura en las diferentes secciones del modelo, considerando que la temperatura del Volumen de Control y la tasa de transferencia de calor del lecho geotérmico sean conocidos; en esta condiciones, se tiene:

a) Para el intercambiador de calor

$$T_{HE} = T_{CV} - \frac{\dot{Q}_{RB} \ln \left(\frac{R_{CV}}{R_{HE}} \right)}{2\pi L \kappa_{CV}} \quad (6.6)$$

b) Para el fluido en el intercambiador de calor

$$T_F = T_{HE} - \frac{\dot{Q}_{RB} \ln \left(\frac{R_{HE}}{R_F} \right)}{2\pi L \kappa_{HE}} \quad (6.7)$$

Por otro lado, teniendo en cuenta que la transferencia de calor se realiza en serie y que, por tanto, todos los flujos son idénticos, utilizando la ecuación 6.7 podemos obtener la temperatura del fluido a la salida del intercambiador, en función de su temperatura de entrada T_{Fi} de la forma:

$$T_{Fo} = T_{Fi} + \frac{\dot{Q}_{RB} F_R}{\dot{m} c} \quad (6.8)$$

Considerando que el calentamiento del fluido en el interior del intercambiador es uniforme, se puede poner:

$$T_F = \frac{T_{Fo} + T_{Fi}}{2} \quad (6.9)$$

de donde, combinando las ecuaciones anteriores se llega a:

$$T_{Fo} = T_{CV} - \frac{\dot{Q}_{RB}}{2} \left[\frac{\ln\left(\frac{R_{CV}}{R_{HE}}\right)}{\pi L \kappa_{CV}} + \frac{\ln\left(\frac{R_{HE}}{R_F}\right)}{\pi L \kappa_{HE}} - \frac{F_R}{\dot{m} c} \right] \quad (6.10)$$

La ecuación (6.10) es de suma importancia porque permite determinar la temperatura del fluido a la salida del intercambiador a partir de las magnitudes térmicas características del sistema, así como de la geometría del mismo, sin más que conocer la temperatura en el Volumen de Control y la tasa de transferencia de calor geotérmico.

El conocimiento de la temperatura del fluido a la salida del intercambiador es especialmente relevante porque permite determinar la temperatura del mismo, no sólo en la zona donde se ubica el anillo de celdas Peltier, sino también en el intercambiador de superficie, lo que habilita para realizar los balances de transferencia de energía por parte del fluido, sea en forma de generación termoeléctrica en el anillo Peltier, o en forma térmica en el intercambiador de superficie.

Como se puede apreciar de la observación de la ecuación (6.10), los parámetros determinantes a la hora de calcular la temperatura del fluido a la salida del intercambiador son la tasa de transferencia de calor geotérmico y la temperatura del Volumen de Control; esta última puede determinarse experimentalmente mediante la inserción de un sensor durante el proceso de colocación del intercambiador subterráneo, o bien puede estimarse, con bastante precisión, en el estado inicial, a partir del perfil de gradiente geotérmico de la zona en cuestión (ver fig. 6.10)

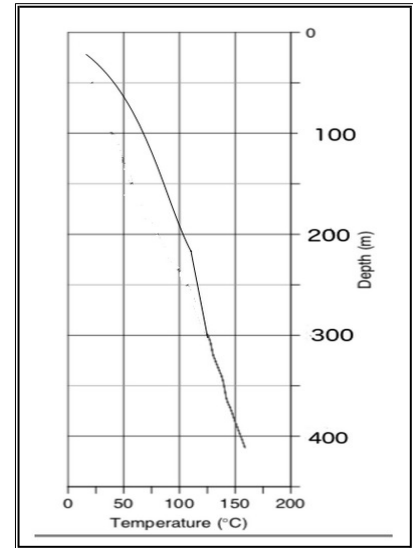


FIGURA 6.10 Perfil de gradiente geotérmico

6.4 Análisis energético del fluido caloportador

La generación de potencia en el sistema propuesto reside en la capacidad que el fluido caloportador tenga de transportar la potencia calorífica recibida del lecho geotérmico hasta el punto donde deba ser transferida; en nuestro caso esto sucede tanto en el anillo de celdas Peltier, donde se generará potencia eléctrica por termoelectricidad, como en el intercambiador de superficie, donde se verifica un proceso de transferencia de potencia térmica en forma de calor.

Dado que el fluido es un sistema termodinámico con propiedades mecánicas y térmicas, será preciso analizar el comportamiento del mismo desde cada uno de los dos puntos de vista, es decir,

es preciso estudiar sus propiedades tanto en el campo de la Dinámica de Fluidos como en el de la Termodinámica.

En términos generales se puede considerar que el fluido es un cuerpo que tiene una cierta energía específica dada por la expresión: $e=e_m+e_t$, donde e_m representa la energía mecánica y e_t la energía térmica. Esta última, desde un punto de vista puramente termodinámico, se puede asociar a su energía interna, en función de la cual el fluido adquiere una mayor o menor temperatura; la energía mecánica, en un fluido, queda asociada a energía potencial de presión y gravitatoria y a la energía cinética, siendo la primera función de la presión a la que esté sometido el fluido, la segunda de la altura respecto a un origen de energía potencial gravitatorio nula, y la última dependiente de su estado de movimiento.

La forma matemática de representar la energía específica del fluido vendría dada por la combinación de las ecuaciones 4.6 y 4.12, quedando de la forma:

$$e = \frac{P}{\rho} + gz + \frac{v^2}{2} + u \quad (6.11)$$

siendo P la presión ejercida sobre el fluido, ρ su densidad, z la altura, v la velocidad y u la energía interna por unidad de masa.

Si analizamos el transporte de energía por parte del fluido a lo largo de un cierto recorrido, teniendo en cuenta las pérdidas de energía a lo largo del recorrido, y considerando que tanto las pérdidas de energía, o pérdidas de carga, así como las posibles variaciones de altura en el recorrido, quedan compensadas por el trabajo aportado por una bomba acoplada al circuito, el balance de energía entre dos puntos cualesquiera queda de la forma expresada por la ecuación 4.22a. Si, además, tenemos en cuenta las pérdidas térmicas debidas a procesos de transferencia de calor entre el fluido y el medio que lo rodea, la ecuación 4.23 quedaría de la forma:

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + \frac{u_2}{g} + h_p = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 + \frac{u_1}{g} - h_L - \frac{q_L}{g} \quad (6.12)$$

donde h_p corresponde al término de energía asociado a la bomba, y q_L es el término que representa las pérdidas de energía del fluido en forma de calor por unidad de masa.

Aplicando esta ecuación de balance al sistema formado por el tramo de conducto entre el intercambiador geotérmico (HE) y el anillo de celdas Peltier (PT), se tiene:

$$\left(\frac{P_{PT}}{\gamma} - \frac{P_{HE}}{\gamma} \right) + (z_{PT} - z_{HE}) + \left(\frac{v_{PT}^2}{2g} - \frac{v_{HE}^2}{2g} \right) + \left(\frac{u_{PT}}{g} - \frac{u_{HE}}{g} \right) + h_p - h_L - \frac{q_L}{g} = 0 \quad (6.13a)$$

o bien:

$$\frac{\Delta P}{\gamma} + \Delta z + \frac{\Delta(v^2)}{2g} + \frac{\Delta u}{g} + h_p - h_L - \frac{q_L}{g} = 0 \quad (6.13b)$$

Esta expresión varía en función del tipo de régimen de circulación del fluido, laminar o turbulento, debiendo modificarse el término de energía cinética de acuerdo a lo expresado en la ecuación 4.32, donde el coeficiente α depende de dicho régimen, siendo su valor igual a 1 para régimen turbulento totalmente desarrollado, y 2 para régimen completamente laminar, adoptando un valor intermedio cuando el régimen no se encuentra totalmente desarrollado, sea en forma laminar o turbulenta, y donde el término de pérdidas, h_L , viene dado por la ecuación 4.39

Aplicando ahora la ecuación de continuidad para un fluido incompresible, homogéneo y en estado estacionario (4.18), la ecuación 6.13b se transforma en:

$$\left. \begin{aligned} -h_p &= \frac{\Delta P}{\gamma} + \Delta z - h_L \\ \frac{\Delta(v^2)}{2g} &= 0 \end{aligned} \right\} \Delta u - q_L = 0 \quad (6.14a)$$

La ecuación 6.14 puede expresarse en términos de potencia, bajo la forma:

$$\dot{\Delta} u - \dot{q}_L = 0 \quad (6.14b)$$

dado que en el campo de la Mecánica de Fluidos es habitual trabajar con flujos másicos en lugar de con masa de fluido.

Debido a la ausencia de efectos convectivos o radiativos, las pérdidas térmicas se deben, únicamente, a efectos de conducción, por lo que:

$$\dot{m} c \Delta T_o = \frac{\kappa}{e} S \Delta T \quad (6.15)$$

donde el término ΔT_o representa la caída de temperatura entre la salida del intercambiador del lecho geotérmico y el anillo Peltier, y ΔT es la diferencia de temperatura entre el fluido y el entorno que lo rodea. κ es la conductividad térmica del material del conducto hidráulico, e su espesor y S la superficie de dicho conducto en la sección entre el intercambiador geotérmico y el anillo Peltier.

En el caso que el conducto vaya recubierto de un aislamiento, cosa habitual para reducir las pérdidas por conducción, la conductividad en la ecuación 6.15 viene dada por:

$$\kappa_{eq} = \frac{\sum e_i}{\sum \left(\frac{e_i}{\kappa_i}\right)} \quad (6.16)$$

siendo κ_i la conductividad de cada uno de los elementos de la capa de aislamiento y e_i su espesor. Expresando ahora ΔT_o y ΔT en función de las temperaturas de las que dependen:

$$\Delta T_o = T_{Fo} - T_{PT} ; \quad \Delta T = \frac{T_{Fo} + T_{PT}}{2} - T_{RB} \quad (6.17)$$

se llega a:

$$T_{PT} = \frac{\left(1 - \frac{\kappa S}{2 m c e}\right) T_{Fo} + \left(\frac{\kappa S}{m c e}\right) T_{RB}}{1 + \frac{\kappa S}{2 m c e}} \quad (6.18)$$

expresión que nos permite determinar la temperatura del fluido en el anillo Peltier a partir de las características térmicas del material del conducto, la geometría del mismo, el flujo másico del fluido caloportador y la temperatura del fluido a la salida del intercambiador geotérmico y del lecho rocoso en el entorno del conducto, T_{RB} .

El conocimiento de la temperatura del fluido en el anillo Peltier, así como la del lecho rocoso son esenciales para poder determinar la potencia eléctrica que generará el anillo Peltier dado que, como se ha visto en el capítulo 5, ésta es función del salto térmico que se produce entre ambas caras de la celda Peltier.

La ecuación 6.18 ha sido obtenida considerando que la temperatura del lecho rocoso que rodea al conducto hidráulico se mantiene constante durante todo el trayecto entre el intercambiador subterráneo y el anillo Peltier, lo que evidentemente no es correcto; por tanto, para determinar la temperatura en la zona del anillo asumiremos que el recorrido del circuito hidráulico se ve sometido a la influencia de dos zonas, una en la que existe un gradiente de temperatura geotérmico apreciable, y otra en la que dicho gradiente es muy pequeño o casi despreciable.

Para la determinación de la temperatura del fluido en la zona de gradiente geotérmico es preciso utilizar un proceso de iteración a partir de la temperatura del fluido a la salida del intercambiador geotérmico, en tanto que para la zona donde el gradiente se puede despreciar, pudiendo aplicar la ecuación 6.18 sin restricciones, tomando como temperatura del fluido, T_{Fo} , la correspondiente al último elemento de la iteración, y como temperatura del lecho rocoso, T_{RB} , la de dicho elemento.

Para llevar a cabo el proceso de iteración supondremos que el conducto está dividido en n segmentos, para cada uno de los cuales la temperatura del lecho rocoso que rodea al conducto viene dada por T_{RBi} . El proceso de iteración se realizará para cada uno de los segmentos, tomando como

temperatura de entrada del fluido la temperatura de salida del segmento anterior; en el caso del primer segmento, la temperatura de entrada corresponde a T_{f0} , que, como se ha indicado, es la temperatura del fluido a la salida del intercambiador geotérmico.

Así pues, tenemos:

$$(\dot{Q}_L)_i = \frac{k}{e} S (T_{fi} - T_{RBi}) \quad (6.19)$$

donde el subíndice i señala el orden de la iteración.

Utilizando la definición matemática de energía interna, se tiene:

$$\dot{u}_i = 2 \dot{m} c [(T_f)_i - T_{i-1}] \quad (6.20a)$$

donde T_i es la temperatura del fluido al ingresar al elemento y donde se ha considerado que la temperatura del fluido en el elemento i se obtiene de la relación:

$$T_{f,i} = (T_i + T_{i-1}) / 2 \quad (6.20b)$$

suponiendo que la evolución de la temperatura en el elemento varía de forma lineal.

A partir del valor de \dot{u}_i se puede determinar la tasa de transferencia de energía interna en el siguiente segmento, utilizando la relación:

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i - (\dot{Q}_L)_i = 2 \dot{m} c [(T_f)_{i+1} - T_i] \quad (6.21)$$

donde las pérdidas térmicas en cada segmento se pueden determinar a partir de la ecuación de conducción:

$$(\dot{Q}_L)_i = \frac{k}{e} S [(T_f)_i - (T_{RB})_i] \quad (6.22)$$

y dado que estas pérdidas generan una disminución de la energía interna del fluido, se puede escribir:

$$(\dot{Q}_L)_i = S (U_L)_i [(T_f)_i - (T_{RB})_i] = \dot{m} c S \frac{(U_L)_i}{\dot{m} c} [(T_f)_i - (T_{RB})_i] \quad (6.23a)$$

siendo:

$$U_L = (\kappa / e) \quad (6.23b)$$

el coeficiente global de pérdidas dependiente de las características del material y del espesor

De donde

$$2\dot{m}c[(T_f)_{i+1}-T_i]=2\cdot\dot{m}\cdot c[(T_f)_i-T_{i-1}]-\dot{m}cK_L\cdot[(T_f)_i-(T_{RB})_i] \quad (6.24)$$

Simplificando

$$(T_f)_{i+1}=(T_f)_i+T_i-T_{i-1}-\left(\frac{K_L}{2}\right)(T_f)_i+\left(\frac{K_L}{2}\right)(T_{RB})_i \quad (6.25)$$

o bien

$$(T_f)_{i+1}=\left(1-\frac{K_L}{2}\right)(T_f)_i+T_i-T_{i-1}+\frac{K_L}{2}\cdot(T_{RB})_i \quad (6.26)$$

donde el parámetro K_L viene dado por:

$$K_L=\frac{U_L S}{\dot{m}c} \quad (6.27)$$

Por tanto

$$(T_f)_{i+1}=\left(1-\frac{U_L S}{2\dot{m}c}\right)(T_f)_i+T_i-T_{i-1}+\frac{U_L S}{2\dot{m}c}(T_{RB})_i \quad (6.28a)$$

Sin embargo existe un coeficiente de ajuste, C_{aj} , que tiene en cuenta la temperatura media de los diferentes estratos por los que atraviesa el tubo de ascenso y que viene dado por:

$$C_{aj}=0.00159(T_{RB,i})^2-0.2683T_{RB,i}+11.45$$

Por tanto la fórmula (6.30a) queda como:

$$(T_f)_{i+1}=\left(1-\frac{U_L S}{2\dot{m}c}\right)(T_f)_i+T_i-T_{i-1}+\frac{U_L S}{2\dot{m}c}(T_{RB})_i+C_{aj} \quad (6.28b)$$

A partir de este proceso de iteración, podemos determinar la temperatura del fluido en la zona del anillo Peltier.

6.5 Análisis energético del anillo Peltier

Para el análisis energético del anillo Peltier se debe proceder, en primer lugar, a caracterizar el comportamiento de las celdas Peltier que lo componen, para lo cual es necesario obtener sus curvas I-V y P-V, con objeto de establecer la tensión, corriente y potencia suministradas en unas determinadas condiciones de trabajo, esto es, en función del salto de temperatura entre las caras y de la temperatura media de operación, según se ha indicado en el capítulo 5.

Es sabido que la tensión generada por una celda Peltier es proporcional a la diferencia de temperatura existente entre sus caras (ec. 5.4), por lo que una vez determinada la temperatura del

fluido en el anillo Peltier, y conocida la temperatura del lecho rocoso en las inmediaciones del mismo, se puede escribir:

$$V_i = \alpha_{PT} [(T_f)_i - (T_{RB})_i] \quad (6.29a)$$

o más genéricamente:

$$V = \alpha_{PT} (T_f - T_{RB}) \quad (6.29b)$$

donde los valores de temperatura del fluido para las ecuaciones 6.29 han sido determinados a través de las ecuaciones 6.18 o 6.28, en función de si se considera que el lecho rocoso mantiene temperatura constante a lo largo del recorrido o no, siendo la temperatura de dicho lecho rocoso la representada por T_{RB} .

Considerando que el anillo Peltier debe proporcionar una tensión y corriente determinadas en función del tipo de aplicación para la cual está destinada la energía y potencia generadas, será preciso acoplar las celdas del anillo Peltier en serie o paralelo; si la combinación así definida no fuera suficiente para alcanzar los valores de voltaje e intensidad requeridos, será imprescindible acoplar varios anillos Peltier de las mismas características.

En función del tipo de celdas Peltier utilizadas, cuya características eléctricas vienen dadas en función de la diferencia de temperatura (fig. 5.5), y sabiendo la tensión y corrientes requeridas, podemos escribir:

$$n_s = \frac{V_{op}}{V_{PT}} \quad (6.30a) \qquad m_p = \frac{I_{op}}{I_{PT}} \quad (6.30b)$$

siendo n_s y m_p el número de celdas Peltier en serie y paralelo, respectivamente, V_{PT} e I_{PT} el voltaje e intensidad generados por la celda Peltier, y V_{op} e I_{op} el voltaje y corriente de operación.

Una cuestión relevante en el diseño de los anillos Peltier es la configuración de los mismos, dado que el número de celdas que pueden incluirse viene limitada por el tamaño de las mismas y las dimensiones del anillo. De acuerdo con lo especificado en el capítulo 5, el voltaje de una celda Peltier depende del tipo de material que conforme el par termoeléctrico, por lo que una vez establecido dicho material el voltaje queda fijado; para aumentar dicho voltaje se pueden acoplar en serie un número determinado de pares hasta alcanzar el valor deseado, de manera similar a lo que acontece en un panel fotovoltaico, donde se acoplan células para configurar un panel. El aumento en el número de pares incrementa el tamaño del conjunto, es decir, de la celda que constituye la agrupación de pares; de manera idéntica, si se quiere aumentar la intensidad, un aumento en la superficie de la celda Peltier da lugar a un aumento de la corriente suministrada, tal y como sucede con las células fotovoltaicas. El resultado global es que para aumentar bien el voltaje, bien la corriente, es decir, la potencia de la celda, ésta debe ser de mayor tamaño.

Si existe una limitación en cuanto al tamaño del anillo Peltier, tanto por cuestiones de diseño, de fabricación, de instalación, de espacio disponible, o simplemente de precio, tal y como se ha comentado con anterioridad, su configuración se ve limitada a un número determinado de celdas, que dan lugar a un determinado voltaje y corriente, que pueden ser, como se ha indicado, insuficientes para la aplicación a la cual debe suministrar energía; por ello, en este tipo de situaciones, se hace necesario acoplar distintos anillos que permitan alcanzar los niveles de voltaje e intensidad requeridos. Ante esta tesitura se plantean dos posibles tipos de configuración:

- a) celdas en serie dentro de un mismo anillo, y anillos conectados en paralelo entre sí
- b) celdas en paralelo dentro de un mismo anillo, y anillos conectados en serie entre sí

En ambas configuraciones el número total de celdas utilizadas sería el mismo, puesto que ambas configuraciones deben suministrar, *a priori*, la misma potencia.

Aunque, en principio, por el número de elementos pareciera que cualquiera de las dos configuraciones es aceptable y debe dar el mismo resultado, estudios precedentes [6.1] indican que esto no es completamente cierto, dado que en el proceso de conexionado de celdas entre sí existen pérdidas de voltaje y corriente que hacen disminuir la potencia generada. Por ello, pasaremos a analizar en detalle ambas configuraciones desde el punto de vista energético.

Para llevar a cabo un análisis preciso de las pérdidas energéticas asociadas al conexionado de las celdas Peltier, estableceremos los siguientes cuatro supuestos:

- Conexión en serie con el mismo salto térmico
- Conexión en paralelo con el mismo salto térmico
- Conexión en serie con distinto salto térmico
- Conexión en paralelo con distinto saltos térmicos

Los dos primeros supuestos corresponden al caso en el que en la zona donde se ubica el anillo Peltier, o el conjunto de anillos en caso de necesitarse más de uno, no exista gradiente térmico vertical en el lecho rocoso, o sea prácticamente despreciable, en tanto que los dos últimos representan la situación en que dicho gradiente sí existe, y está presente.

Aplicando teoría de errores a la ley de Ohm podemos poner:

$$\frac{\Delta P_t}{P_t} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I} \quad (6.31)$$

que nos proporciona el error relativo de cada una de las magnitudes eléctricas involucradas, potencia, P_t , voltaje, V , y corriente, I .

Basándonos en los estudios previos antes mencionados [6.1], y al hecho que los valores obtenidos en nuestros ensayos han sido prácticamente idénticos, podemos llevar a cabo el análisis de la situación para los supuestos planteados.

Tabla 6.1 Error relativo de la potencia de celdas Peltier acopladas en serie y paralelo para salto térmico constante y variable

Conexión	ΔT	$\Delta V/V$ (%)	$\Delta I/I$ (%)	$\Delta P_t/P_t$ (%)
serie	constante	0,6	4,8	5,4
paralelo	constante	0,6	5,4	6,0
serie	variable	0,9	8,1	9,0
paralelo	variable	0,7	11,3	12,0

El planteamiento para un análisis de potencia y, por tanto de energía, de la configuración de celdas Peltier se basará en dos casos:

1. Ausencia de gradiente térmico en el lecho rocoso
2. Presencia de gradiente térmico en el lecho rocoso

Asimismo, para cada uno de estos dos casos hay que analizar las dos configuraciones antes mencionadas:

- a) celdas en serie dentro de un mismo anillo, y anillos conectados en paralelo entre sí
- b) celdas en paralelo dentro de un mismo anillo, y anillos conectados en serie entre sí

Por tanto, se tiene un conjunto de cuatro opciones diferentes, cada una de las cuales puede dar lugar a diferentes resultados desde el punto de vista de aprovechamiento energético.

Para una correcta valoración de la pérdida energética hay que tener en cuenta que para el caso de celdas en un mismo anillo, estén conectadas en serie o en paralelo entre sí, el salto térmico es constante, mientras que la conexión entre anillos se puede producir en un entorno con ausencia o presencia de gradiente térmico, en cuyo caso tendremos el mismo o diferente salto térmico, respectivamente. Utilizando los valores proporcionados por la tabla anterior, podemos poner:

Tabla 6.2 Porcentaje de pérdida en la generación de potencia termoeléctrica en anillos Peltier para distintas configuraciones

	1a	1b	2a	2b
Celdas	5,4	6,0	5,4	6,0
Anillos	6,0	5,4	12,0	9,0
Conjunto	11,4	11,4	17,4	15,0

La leyenda queda referida a los casos 1 y 2 así como a las configuraciones a) y b) anteriormente mencionados.

Es fácil apreciar que, en ausencia de gradiente térmico, caso 1, es indiferente la configuración que se adopte, dependiendo simplemente de otros factores distintos a los energéticos como pueden ser geométricos, económicos, etc. Por el contrario, cuando hay gradiente térmico. caso 2, la configuración más adecuada es la 2b, que da lugar a un menor índice de pérdidas; esto es, celdas en paralelo dentro de un mismo anillo y anillos conectados en serie entre sí. Por otro lado, el conexionado entre celdas dentro de un mismo anillo es más sencillo en cuanto a diseño si se conectan las celdas en paralelo que en serie. Igualmente, el tamaño del conjunto de anillos se reduce cuando los anillos se conectan en serie entre sí, con las celdas conectadas en paralelo en cada anillo, todo lo cual corrobora que la configuración 2b es la idónea en caso de existir un gradiente térmico. Como, por otra parte, en ausencia de gradiente, la configuración no tiene influencia sobre el aprovechamiento energético, se concluye que la opción de celdas en paralelo en un mismo anillo y anillos conectados en serie representa la solución óptima en caso de tener que acoplar un número de celdas elevado.

6.6 Ensayos

Para ejecutar la prueba se ha suministrado una potencia eléctrica constante, la cual puede controlarse mediante un regulador de voltaje que permite al usuario configurar el valor con una precisión de ± 1 V, lo que se permite ajustar la potencia seleccionada dentro de un margen de incertidumbre del orden del 1.6%. En nuestro caso, se han utilizado valores de 40W, 55W, 60W, 70 W, 80 W, 85W y 100W para los ensayos previos, eligiéndose la potencia de 70W para las pruebas finales, por ofrecer unas temperaturas intermedias equivalentes a las requeridas para el análisis.

Durante la prueba, la evolución de la temperatura se registró a través de un sistema de adquisición de datos de ocho canales, marca PICOLOG, cuya resolución es de 0.1°C , y que registra el valor de la temperatura cada 5 minutos. Los datos de temperatura se han medido tanto en el seno del lecho geotérmico como en el fluido caloportador. Para el control térmico del lecho se utilizaron seis sensores de cobre-constantan, tipo T, clase I, con precisión $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$, dos de ellos colocados en la zona interior delantera y trasera del habitáculo que conforma nuestro modelo de lecho geotérmico, otros dos en la zona interior de cada uno de los laterales, y los dos restantes en la parte interior de las zonas próximas a la cubierta superior e inferior del recinto, respectivamente. La posición relativa de cada uno de los sensores está indicada en la figura 6.1. Asimismo, se utilizaron dos sensores para medir la temperatura del fluido caloportador a la entrada y salida del intercambiador situado en el lecho geotérmico; estos sensores también están convenientemente señalizados en la figura 6.1 y son del mismo tipo que los empleados para la medición de la temperatura en el interior del lecho.

En un lecho geotérmico infinito, o semi-infinito, como el que se analiza en este trabajo, cuya composición y estructura sea uniforme, la transferencia de calor se realiza de manera prácticamente homogénea y uniforme en todas las direcciones, dado que bajo los supuestos antes indicados se puede considerar que el medio es isótropo desde el punto de vista de la conducción de calor, que es el mecanismo predominante en la transferencia de energía. Esta situación se corresponde, por otra parte, a un medio con simetría respecto al sistema de extracción de energía desde el punto de vista

de la fuente geotérmica, cosa que en el medio natural es frecuente encontrar, especialmente si nos ceñimos a una zona donde el lecho geotérmico represente una zona lo suficientemente amplia con relación a las dimensiones del sistema de extracción, lo que no es complicado de cumplir. Sin embargo, en nuestro modelo, estas condiciones no se cumplen totalmente debido a diferentes cuestiones, que se mencionan seguidamente.

El modelo es un paralelepípedo, y no un cubo, lo que hace que el Volumen de Control que representa no mantenga equidistancia geométrica respecto al intercambiador de calor, que actúa como sistema de extracción de energía para todos los puntos del lecho geotérmico

La razón por la que se eligió una geometría paralelepípedica en lugar de una cúbica se debió a la geometría del intercambiador utilizado, que es cilíndrica, lo que obliga a que una de las dimensiones del habitáculo sea mayor que las otras dos. Por otro lado, es preciso señalar que, en un prototipo real, el intercambiador de calor también sería cilíndrico, puesto que es la geometría habitualmente utilizada por los fabricantes para las aplicaciones industriales y energéticas. La diferencia fundamental, en una situación real, es que el espacio disponible en torno al intercambiador es lo suficientemente amplio como para respetar la simetría respecto al mismo, cuestión que se hacía inviable en nuestro modelo por las limitaciones de espacio.

Dado que nuestro sistema corresponde a un pozo vertical, el cual se encuentra aislado en la superficie lateral, las direcciones transversales no presentan interés alguno, debido a que no se va a producir transferencia de energía apreciable. En el caso de un intercambiador enterrado, como

hemos supuesto condiciones de isotropía y homogeneidad, el comportamiento sería el mismo en cualquiera de las direcciones del espacio.

La fuente de energía geotérmica, representada en nuestro modelo por la resistencia eléctrica (ver figura 6.1), no se ubica en el centro geométrico del Volumen de Control, lo que hace que el propio Volumen de Control no mantenga equidistancia geométrica en todos sus puntos respecto a dicha fuente. Asimismo, no existe una simetría del flujo de calor con relación al sistema de extracción de energía, representado por el intercambiador de calor

En el modelo propuesto, a diferencia de un lecho geotérmico real, donde la roca que constituye la fuente de calor se encuentra a la misma temperatura en toda la zona que rodea al sistema de extracción de energía, en nuestro modelo es preciso calentar la arena a partir de una fuente externa, lo que obliga a ubicarla en una zona diferente a la que ocupa el intercambiador de calor, motivando que no se respete la condición de simetría del flujo de calor respecto al sistema de extracción.

Esta situación tampoco representa un inconveniente una vez se haya alcanzado el estado estacionario en el lecho, dado que en dicho estado la arena puede considerarse como una fuente de energía a temperatura constante.

La fuente de energía, al estar ubicada en la zona inferior del habitáculo, provoca un flujo de calor en sentido vertical mayor que en horizontal, para cualquiera de las direcciones X e Y reflejadas en la

figura 6.1, lo que rompe nuevamente la simetría del modelo. Al igual que se ha explicado en el apartado a), la prevalencia de una dirección determinada, en nuestro caso la Z, respecto a las otras dos, no supone problema alguno para el análisis del caso, dado que el flujo de calor en cualquiera de las direcciones es el mismo siempre que se cumplan las condiciones de medio homogéneo y uniforme y fuente de energía a temperatura constante, cual es el caso que estamos considerando.

El modelo de lecho geotérmico está constituido por arena que, aún siendo un medio sólido, tiene un grado de porosidad diferente a la roca geotérmica. El análisis en un medio geotérmico real se realiza con una modelización con valores medios para su análisis. En nuestro caso como la arena posee diferente granulometría y el volumen de control posee anisotropía, el medio no podría considerarse completamente homogéneo y uniforme, salvo que se realicen ciertas consideraciones.

Aunque es complejo equiparar un lecho de roca geotérmico con la arena de nuestro modelo, se puede llevar a cabo una buena aproximación siempre que el grado de porosidad del medio sea lo suficientemente pequeño, para lo cual se ha elegido una granulometría que permite cumplir dicha condición dentro de unos límites bastante ajustados.

De acuerdo con lo establecido en las condiciones anteriores, con objeto de establecer una adecuada correspondencia entre el modelo y un prototipo real, los ensayos llevados a cabo establecieron las siguientes condiciones:

- Se opera siempre en estado estacionario. Para alcanzar este punto se deja evolucionar el sistema hasta que los registros de temperatura en el interior del habitáculo indican que ésta se mantiene prácticamente constante, dentro del margen de error establecido por los instrumentos y sensores de medida. Para alcanzar el estado estacionario es preciso un tiempo previo de calentamiento del modelo de lecho geotérmico entre 36 y 48 horas, dependiendo de la temperatura de operación seleccionada
- Para determinar la temperatura del lecho se han promediado los valores obtenidos para cada uno de los sensores ubicados en el interior del mismo, dada la falta de simetría del modelo; por otra parte, debido a la falta de simetría en el modelo se optó por promediar los valores de todos los parámetros cuyos valores fueron registrados durante los ensayos

6.7 Ensayos complementarios

Con objeto de verificar que las condiciones establecidas para la adecuada correspondencia entre el modelo y un prototipo real se cumplieran, se llevó a cabo un conjunto de ensayos complementarios, con el objeto de caracterizar los dispositivos y sistemas utilizados; entre los más relevantes han sido:

- Circuito hidráulico del sistema
- Medio poroso (arena)
- Control térmico

6.7.1 Medición del caudal de la bomba

El fluido caloportador puede ser impulsado por dos tipos de bomba, una centrífuga que opera con corriente continua, cuya tensión nominal es 12 VDC, o una peristáltica que es movida por un motor eléctrico de paso continuo y corriente alterna, operando con un voltaje de trabajo de 230 VAC. En el primero de los casos, la velocidad de impulsión del fluido, y por tanto su caudal, dependen directamente de la potencia eléctrica suministrada a la bomba, la cual, a su vez, es función directa de la tensión de alimentación; por ello, y puesto que dentro del proceso de caracterización uno de los parámetros relevantes es el caudal de circulación del fluido, se procedió a suministrar a la bomba tres tensiones diferentes, 11.8 V, 12.4 V y 13.2 V, utilizando como resultado el promedio de tres mediciones para cada uno. Simultáneamente, se midió el caudal circulante por medio del caudalímetro insertado en el circuito, el cual había sido previamente calibrado por el procedimiento tradicional de recipiente aforado y cronómetro. Los valores de caudal obtenidos se han representado frente al voltaje, de modo que se pueda establecer el caudal a partir de la tensión de alimentación de forma sencilla, rápida y fiable.

La figura 6.11, que se presenta a continuación, nos muestra la correlación entre el caudal del flujo caloportador y la tensión de alimentación de la bomba. Los valores obtenidos se ajustaron a una recta, cuya expresión figura en la siguiente ecuación, con un coeficiente de regresión $R^2=0.952$

$$\dot{v} = 0.0076 V + 0.0075 \quad (6.32)$$

siendo \dot{v} el caudal y V la tensión de alimentación.

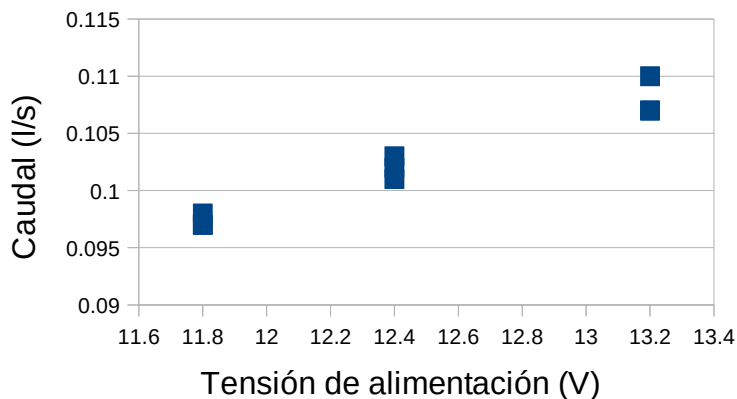


FIGURA 6.11 Dependencia del caudal de circulación del fluido caloportador con la tensión de alimentación de la bomba impulsora

6.7.2 Análisis granulométrico [6.2, 6.3]

La realización del análisis granulométrico tiene como finalidad comprobar la homogeneidad de las partículas de arena utilizadas como sustrato para el modelo de lecho geotérmico; para ello, se

determinará el tamaño de partícula, así como la fracción volumétrica en la que cada tamaño interviene en el conjunto.

Se entiende por tamaño, una dimensión característica del grano, en general una longitud; si se trata de un grano esférico se tomará, evidentemente, como dimensión de su tamaño su radio o su diámetro. Para una partícula fuertemente irregular desde el punto de vista geométrico, a veces es difícil definir un tamaño equivalente que sea satisfactorio desde el punto de vista físico. En el caso que nos ocupa la forma de las partículas es casi esférica, así que podremos referirnos a tamaño del grano.

Se determina en general la granulometría de un conjunto de granos, el cual es a menudo una muestra aleatoria de una población mayor. Se requieren, en general, por lo menos 500-1000 gramos para que la muestra pueda representar a la población de forma satisfactoria desde el punto de vista estadístico, pero en nuestro caso el material es muy uniforme así que hemos utilizado 500 gramos, por lo que se considera suficiente para caracterizar el medio poroso utilizado.

El análisis granulométrico se realizó utilizando una técnica simple de dimensionamiento de partículas. Los tamices están dispuestos en una pila con el tamaño de malla aumentando de abajo hacia arriba. La figura 6.12 y la tabla 6.3 muestran el porcentaje de partículas que pasan o quedan retenidas en función del tamaño de partícula.

La elección de los tamaños de los tamices se realizó ajustando sus medidas aproximadamente a una progresión geométrica de razón 2, debido a que la experiencia dice que cuando la relación entre el mayor y menor tamiz es mayor que 20, es mejor hacer un recorte en intervalos desiguales en progresión geométrica, lo que da lugar a intervalos iguales en escala logarítmica.

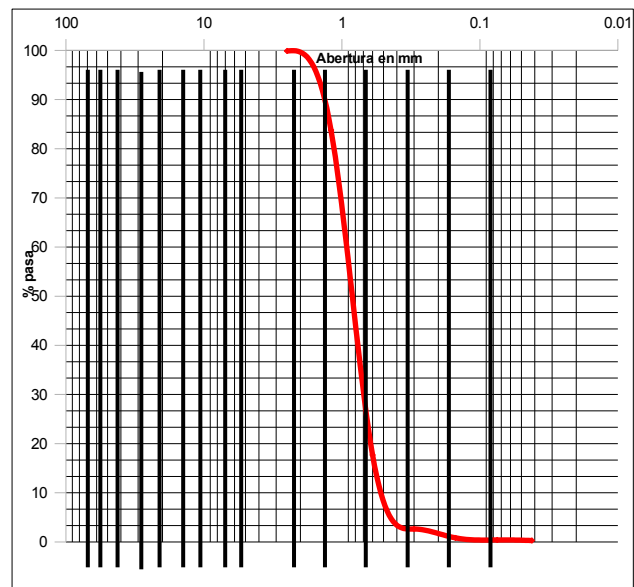


FIGURA 6.12 Perfil granulométrico de la arena

Tabla 6.3 Análisis granulométrico de la arena

Razón: 2		
Designación	Abertura (mm)	% muestra pasa
1	2.5	99.9
2	1.2	83.8
3	0.6	17.7
4	0.3	2.64
5	0.15	0.82
6	0.075	0.4
7	0.042	0.29

En lo que concierne el número de intervalo del análisis, conviene también encontrar un compromiso entre la precisión dada por un recorte "fino" con muchos intervalos, y la pérdida de significado estadístico al tener un número demasiado pequeño de granos en ciertos intervalos; posiblemente colocando un tamiz entre el número 50 y 100 se hubiera definido mejor la curva en ese tramo; sin embargo, para el estudio que se está realizando y las características del material utilizado, se considera una muy buena caracterización de la curva granulométrica utilizando las siete sub-muestras.

6.7.3 Calibración de sensores

La calibración de los sensores utilizados se llevó a cabo comparando los valores de temperatura obtenidos con los de un termómetro patrón de platino. Se realizaron 37 medidas, observando que, por lo general, la diferencia entre ambas se mantenía dentro de un margen de error de $\pm 0.3^{\circ}\text{C}$, salvo alguna excepción que superó este intervalo; ahora bien, teniendo en cuenta que la incertidumbre de los sensores, de acuerdo con las especificaciones técnicas del fabricante es de 0.5°C , según se ha mencionado en la descripción de los elementos del sistema, ha sido necesario corregir el error mínimo de las medidas, habiéndose obtenido un valor máximo de dicho error de $\pm 0.6^{\circ}\text{C}$, que es compatible con la incertidumbre de los sensores (ver tabla 6.4).

Tabla 6.4: Calibración de los sensores

Comprobación de la exactitud de las medidas de temperatura					
Termómetro- platino	Sensor de temperatura	Termómetro- platino	Sensor de temperatura	Termómetro- platino	Sensor de temperatura
66.41	67.52	63.49	62.48	55.72	56.09
67.3	67.11	61.36	61.4	55.63	55.83
67.17	67.32	61.23	61.22	55.2	55.29
67.12	67.12	58.12	58.15	55.14	55.27
67.88	66.37	56.52	56.82	80.42	80.33
66.78	66.15	56.57	56.75	80.18	80
66.67	66.04	56.3	56.7	79.97	79.68
66.45	66.21	56.28	56.63	79.6	79.79
66.39	66.44	56.17	56.01		
66.12	66.16	56.12	56.25		
66.03	66.01	56.05	56.24		
63.98	64.13	55.95	56.15		
62.68	63.09	55.8	56.13		

6.8 Características del medio poroso

Desde un punto de vista del análisis de los fenómenos que ocurren en un medio poroso, especialmente en lo relativo a la transferencia de calor y masa, es preciso conocer las características del medio, no solamente las estructurales, sino también las que permiten definir el movimiento de fluidos a través del mismo, lo que origina un transporte de masa que lleva aparejado un transporte de energía [6.4, 6.5, 6.6].

En efecto, si consideramos que un lecho geotérmico es un medio poroso a través del cual puede circular un cierto fluido, generalmente agua, a los fenómenos de transferencia de calor en dicho lecho generalmente originados por mecanismos de conducción, se deben añadir los ocasionados por el movimiento del fluido en el seno del medio, puesto que al tratarse de un medio poroso existe un transporte de energía debido al movimiento del fluido, además de posibles efectos convectivos en el seno del propio fluido, que contribuyen, a su vez, a los mecanismos de transferencia de calor.

Desde este punto de vista, deberemos prestar atención tanto a la determinación de los parámetros estructurales, como es la porosidad del medio, como a los parámetros cinéticos, como es la velocidad de desplazamiento del fluido en el seno del lecho a través de los poros.

Para la determinación de las características de la arena como medio poroso, se utilizó un porosímetro o permeámetro como se aprecia en la figura 6.13

El porosímetro utilizado es del tipo de carga constante, en el que la pérdida de presión se mantiene constante a través de la muestra de longitud L y área transversal A y la descarga es medida en función del tiempo. La cantidad Δv corresponde a un incremento del caudal en un tiempo Δt constante. El coeficiente de permeabilidad se calcula a partir de la ecuación (4.41) utilizando los valores medidos en el dispositivo de la figura 6.13; para ello, se midió la diferencia de presión hidrostática a partir de la diferencia de alturas de acuerdo con la ecuación (4.51), conocido el peso específico del fluido utilizado, en nuestro caso agua.

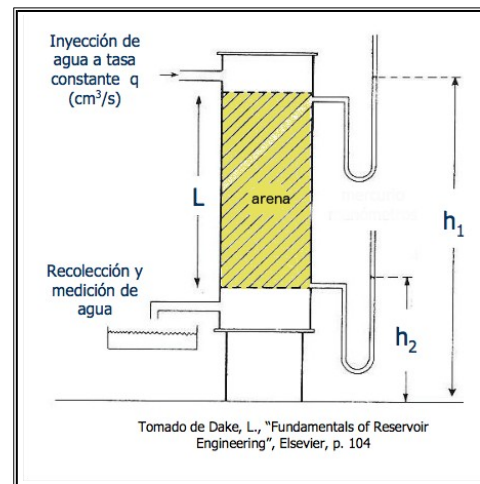


FIGURA 6.13 Porosímetro: vista del dispositivo de medida (izda) y diagrama esquemático (dcha)

Una vez conocida la pérdida de carga hidrostática, Δh , medida la distancia vertical entre la entrada y salida, L , y determinado el caudal circulante por el procedimiento ya señalado en un apartado anterior, se pudo determinar el valor de la conductividad hidráulica, K , utilizando la relación (4.52), de donde se puede calcular el valor de la permeabilidad, empleando la ecuación (4.50), habiendo obtenido el valor de la viscosidad dinámica del fluido de las tablas para la temperatura de operación.

6.8.1 Determinación de la densidad aparente de la arena

Para el desarrollo de la caracterización estructural del medio poroso, primeramente se determinó la densidad aparente de la muestra como la relación entre el volumen y el peso seco de la muestra. Los datos característicos de la arena que se utilizó como base del medio poroso se muestran en la siguiente tabla

Tabla 6.5 Características de la arena utilizada

Parámetro	Valor
Peso	1114 g
Volumen sin compactar	720 cm ³
Volumen compactado	700 cm ³
Densidad sin compactar	1547 kg/m ³
Densidad compactada	1591 kg/m ³

6.8.2 Determinación de la porosidad total, ϕ , y de la porosidad eficaz, ϕ_{eff}

La porosidad total es el espacio intersticial total de la roca, sin importar si contribuye o no al flujo de fluidos; esta propiedad determina la capacidad de almacenar agua del material. La porosidad efectiva o eficaz excluye los poros aislados y el volumen de los poros ocupado por el agua adsorbida en los minerales de arcilla u otros granos; esta propiedad influirá en la velocidad del flujo del agua y en consecuencia en el tiempo de tránsito de las partículas disueltas en ella.

Por otro lado, el tamaño de las partículas del suelo determina el tamaño de los poros individuales, en tanto que la forma y la disposición de las partículas determinan la forma de los poros, y el tamaño, forma y disposición de los poros determinan la porosidad.

El método elegido para la determinación de la porosidad ha sido la diferencia de volúmenes; para ello, se introdujo en la probeta del porosímetro, zona 1 de la figura 6.13, un volumen determinado de agua; seguidamente se abrió la llave permitiendo que el agua fluyera hacia el recipiente que contiene la arena, zona 2 de la figura 6.13, hasta que la arena estuviera totalmente impregnada. En ese momento se cerró la llave y se midió el volumen de agua que quedó en la probeta. La diferencia entre el volumen inicial y el restante es la porosidad total. Posteriormente, se abrió la llave inferior, para dejar salir por gravedad el agua hacia el recipiente, y se midió el volumen total del agua que se filtró, lo que permite determinar la porosidad eficaz. Finalmente, con el fin de determinar el porcentaje que ha quedado retenido, el volumen filtrado se resta del calculado anteriormente.

Los resultados de las medidas realizadas se indican en la siguiente tabla:

Tabla 6.6 Valores experimentales (cálculo de la porosidad)

Parámetro	Valor
Volumen introducido	400 cm ³
Volumen residual	120 cm ³
Volumen retenido	280 cm ³
Volumen filtrado	190 cm ³
Volumen intersticial	90 cm ³

El valor de la porosidad depende del tipo de lecho utilizado, el cual es función, a su vez, del grado de compactación del sustrato empleado como base, en nuestro caso, arena; de acuerdo con los valores obtenidos en los ensayos, la porosidad del medio valdrá:

$$\varphi_c = 100 \left(\frac{V_{ret}}{V_{tot}} \right) = 100 \left(\frac{280}{700} \right) = 40\% \quad (6.33a)$$

$$\varphi_{sc} = 100 \left(\frac{V_{ret}}{V_{tot}} \right) = 100 \left(\frac{280}{720} \right) = 38.9\% \quad (6.33b)$$

siendo V_{ret} el volumen de agua retenido en el medio poroso y V_{tot} el volumen total de dicho medio. φ_c y φ_{sc} son, respectivamente, la porosidad para lecho compactado y sin compactar.

Como se puede observar, la diferencia entre ambos valores es muy reducida, lo que permitiría establecer el valor de la porosidad del medio como el del lecho compactado sin generar un error significativo.

Para el caso de la porosidad efectiva, se utilizará como valor el correspondiente al agua de filtración, dado que es la que procede de poros no ocluidos y, por tanto, que permiten el acceso a la libre circulación del fluido a través del lecho, lo que da lugar a una transferencia de calor y masa por desplazamiento del fluido a lo largo del medio poroso. Utilizando los valores indicados en la tabla 6.6, y aplicando la relación para la porosidad, previamente expresada en la ecuación (6.33), se llega a:

$$\varphi_{(c,eff)} = 100 \left(\frac{V_{filt}}{V_{tot}} \right) = 100 \left(\frac{190}{700} \right) = 27.1\% \quad (6.34a)$$

$$\varphi_{(sc,eff)} = 100 \left(\frac{V_{filt}}{V_{tot}} \right) = 100 \left(\frac{190}{720} \right) = 26.4\% \quad (6.34b)$$

donde V_{filt} representa el volumen retenido de agua filtrada, y $\varphi_{c,eff}$ y $\varphi_{sc,eff}$ son, respectivamente, la porosidad efectiva para lecho compactado y sin compactar.

Aún cuando el valor de la porosidad efectiva es inferior al de la porosidad absoluta, el valor es significativo, lo que nos hace ver que, en presencia de fluidos, habrá que tener en cuenta los fenómenos de transporte asociados al desplazamiento del fluido en el seno del lecho, y la transferencia de calor que se produzca como consecuencia de dicho transporte.

Por otra parte, existe una fracción del medio que está ocupada por poros que no son accesibles desde el exterior en condiciones normales, y que permiten almacenar fluido en su interior, intercambiando únicamente energía en forma de calor por conducción con el medio que le rodea, esto es, el lecho. Esta fracción da lugar a lo que denominamos como “porosidad ocluida”, y cuyo valor viene dado por la diferencia entre los valores de la porosidad y porosidad eficaz; de acuerdo a lo indicado en las ecuaciones (6.33) y (6.34), se puede comprobar que esta “porosidad ocluida” vale 12.9% y 12.5%, para lecho compactado y sin compactar, respectivamente. Nuevamente se observa que la diferencia entre ambos valores es prácticamente despreciable, por lo que se podrá, al igual que anteriormente, tomar como valor de referencia el del lecho compactado.

6.8.3 Determinación del caudal: \dot{v}

Se realizaron tres ensayos para la determinación del caudal, manteniendo la presión de carga constante. Los volúmenes de agua se midieron para un intervalo de 60 segundos, habiéndose obtenido los siguientes valores, 318 cm³, 315 cm³ y 320 cm³, respectivamente, para cada uno de los tres ensayos realizados. Una vez obtenidos dichos valores, se determinó el caudal como promedio de cada uno de los valores resultantes, de modo que:

$$\dot{v} = \frac{1}{3} \left[\sum_1^3 \left(\frac{V_i}{t_i} \right) \right] = \frac{1}{3} \left[\frac{(318+315+320)}{60} \right] = 5.3 \text{ cm}^3/\text{s} = 5.3 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \quad (6.35)$$

6.8.4 Determinación de la velocidad de Darcy o de infiltración: v

Cuando un medio poroso se encuentra en contacto con un fluido, éste tiende a ocupar parte del volumen del medio poroso en función de la diferencia de presión existente entre ambos medios; la rapidez con la que el fluido se introduce en el medio poroso depende, además del gradiente de presión, tanto de las características del medio como del propio fluido. Para caracterizar este proceso se suele recurrir a la llamada “velocidad de infiltración” o velocidad de Darcy, que nos indica la rapidez con la que el fluido penetra en el medio.

De lo desarrollado con anterioridad, es preciso hacer notar que se distingue entre el promedio tomado con respecto a un elemento de volumen del medio, V_m , que incluye material sólido y fluido, y el que se toma con relación a un elemento de volumen que contiene únicamente fluido, V_f . De acuerdo con esto podemos expresar el promedio de la velocidad del fluido sobre V_m mediante la expresión $v=(u,v,w)$, donde u,v,w representan las coordenadas cartesianas de la velocidad en el elemento de volumen V_m . Esta cantidad ha recibido varios nombres, de diferentes autores, como velocidad de filtración, velocidad superficial, velocidad de Darcy o densidad de flujo volumétrico. Debido a que las variaciones de densidad son pequeñas, podemos aplicar, como se indicó anteriormente, la aproximación de Boussinesq que establece que las diferencias de densidad en el

fluido se pueden ignorar a menos que ocurran en términos multiplicados por la aceleración de la gravedad, considerando el fluido como incompresible. Así pues, si tomamos un promedio de la velocidad del fluido sobre un volumen V_f obtenemos la velocidad promedio intrínseca v_{intr} , que está relacionada con la velocidad de Darcy v por la relación Dupuit-Forchheimer:

$$v_{intr} = v / \varphi_{eff} \quad (6.36)$$

donde la velocidad de Darcy viene dada por la expresión: $v = \dot{v} / A$ (6.37), siendo \dot{v} el caudal o flujo de fluido, y A el área de la sección transversal [6.3] [6.6].

Considerando que el depósito del material (figura 6.13) es un cilindro de diámetro 0,05 m, y teniendo en cuenta el valor del caudal anteriormente determinado (ec. 6.35), y aplicando la relación (6.37) se tiene:

$$v = \dot{v} / A = 5.3 \times 10^{-6} / \pi (0.05^2 / 4) = 2.7 \times 10^{-3} \text{ m/s} = 0.27 \text{ cm/s} \quad (6.38)$$

que equivale, aproximadamente, a una velocidad cercana a los 10 m/h, lo que para medios porosos se puede considerar apreciable.

6.8.5 Determinación de la velocidad lineal media, intrínseca o intersticial: v_{intr}

La velocidad de Darcy es un parámetro relevante en el estudio del movimiento del fluido en el seno del medio poroso; sin embargo, su valor no es totalmente representativo de lo que ocurre en el interior de dicho medio, puesto que hay que tener en cuenta que el desplazamiento del fluido no se realiza de manera perpendicular a la sección recta del lecho, sino que, debido a que los canales que conectan los poros entre sí, y éstos con el exterior, están dirigidos en cualquiera de las direcciones del espacio, el recorrido del fluido es mayor que la distancia geométrica recta entre la superficie de entrada y la de salida del lecho, lo que motiva una reducción de la velocidad efectiva de desplazamiento; para tener en cuenta este fenómeno se define la llamada *velocidad intersticial*, que representa el valor efectivo de dicha magnitud a lo largo del medio teniendo en cuenta la sinuosidad del recorrido.

La velocidad intersticial se determina teniendo en cuenta la porosidad efectiva, es decir:

$$v_{intr} = v / \varphi_{eff} = 2.7 \times 10^{-3} / 0,271 = 10^{-2} \text{ m/s} = 1 \text{ cm/s} \quad (6.39)$$

que, aún siendo menor que la velocidad de Darcy, sigue siendo significativa.

6.8.6 Determinación de la conductividad hidráulica o coeficiente de permeabilidad, K y permeabilidad intrínseca, k

Por otro lado, hay que tener en cuenta la mayor o menor capacidad que un determinado medio poroso tiene para dejar pasar un fluido a su través; esta propiedad se conoce como permeabilidad y tiene unidades de velocidad, siendo un indicador de la velocidad con que el flujo atraviesa el medio.

Según Darcy la conductividad hidráulica viene dada por la expresión:

$$K = -\left(\frac{\dot{v}}{A_T}\right) \frac{(\Delta L)}{(\Delta h)} \quad (6.40)$$

y teniendo en cuenta las dimensiones del modelo, figura 6.13, operando se llega a: $K=3.8 \times 10^{-3}$ m/s , valor concordante con las arenas de grano medio como nuestro modelo [6.7].

Por otra parte, el coeficiente de permeabilidad es inversamente proporcional a la viscosidad del agua, que disminuye al aumentar la temperatura; por lo tanto, las mediciones de permeabilidad a temperaturas de laboratorio deben corregirse antes de la aplicación a las condiciones de temperatura de campo mediante la ecuación:

$$K_c = \frac{\nu_l}{\nu_c} \cdot K_l \quad (6.41)$$

siendo ν es la viscosidad cinemática y donde los subíndices c y l corresponden a las medidas realizadas en el campo y en laboratorio respectivamente, correspondiendo la de laboratorio a 20°C, que se toma como valor referencial.

La permeabilidad es una característica del medio y, por tanto, no depende del tipo de fluido considerado; por ello, es preciso complementar este parámetro con otro que incluya magnitudes características del fluido relativas a la Dinámica de Fluidos, este parámetro es la llamada *permeabilidad específica*, que tiene en cuenta las fuerzas viscosas, a través de la viscosidad del fluido, las gravitatorias, y las inerciales por medio de la velocidad del fluido. Así pues, dicha permeabilidad se define matemáticamente de la forma:

$$k = \frac{K \cdot \nu}{g} \quad (6.42)$$

En el caso de nuestro modelo, la permeabilidad específica vale $k=3.89 \times 10^{-10}$ m². Este valor entra dentro de los límites normales para medios porosos.

Análisis matemáticos y mediciones del flujo de agua a través de un medio permeable, han demostrado que la permeabilidad está determinada fundamentalmente por las áreas de los poros individuales normales a la dirección del flujo, la forma de los poros a lo largo de la dirección del flujo y el área total de los poros por unidad de área normal a la dirección del flujo.

6.8.7 Determinación de la tortuosidad: Γ

Un medio poroso se puede asociar a un material consistente en una matriz sólida con un espacio vacío interconectado. En la escala de poros, la escala microscópica, las cantidades de flujo, la velocidad, la presión, etc., serán claramente irregulares, pero en experimentos típicos, las cantidades de interés se miden sobre áreas que atraviesan muchos poros, y dichas cantidades promediadas en el

espacio (macroscópicas) cambian de manera regular con respecto al espacio y al tiempo.

Debido a que no hay uniformidad en la distribución del espacio a lo largo de un lecho geotérmico, se debe definir una variable macroscópica, en el enfoque espacial, como un valor medio apropiado sobre un volumen elemental representativo (*r.e.v.*) suficientemente grande; esta operación produce el valor de esa variable en el centroide del *r.e.v.*, asumiendo que el resultado es independiente de su tamaño (fig. 6.14), y en base a esto se define la tortuosidad (fig 6.15).

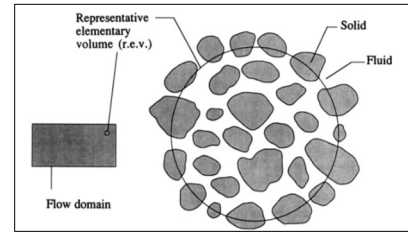


Figura 6.14 Esquema de un volumen representativo elemental

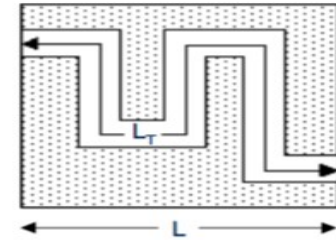


Figura 6.15 Esquema de tortuosidad en un medio poroso

La tortuosidad es la magnitud que caracteriza la complejidad del proceso de difusión de fluidos a través de medios porosos. En la Mecánica de Fluidos de medios porosos, la tortuosidad es la relación entre una línea o trayectoria de flujo entre dos puntos A y B (L_T) y la distancia en línea recta entre esos puntos (L); matemáticamente:

$$\Gamma = \frac{L_T}{L} \quad (6.43)$$

Para determinarla es preciso medir el espesor de la muestra, en nuestro caso la longitud del cilindro ocupada por arena: $L=35\text{cm}$; seguidamente, calcular la longitud recorrida por el agua para la velocidad media lineal en 1 minuto, L_T , que viene determinada por la velocidad de desplazamiento del fluido, v , y el tiempo empleado en el recorrido, t , de modo que, para nuestro caso: $L_T=60\text{ cm}$, ya que la velocidad de desplazamiento vale 1 cm/s , y el tiempo es de 60 s .

El valor de la tortuosidad es, en este caso:

$$\Gamma = \frac{L_T}{L} = \frac{60}{35} = 1,76 \quad (6.44)$$

6.9 Caracterización térmica del modelo

Con objeto de poder realizar un análisis adecuado del modelo propuesto es preciso llevar a cabo una caracterización térmica del mismo que nos permita conocer su comportamiento desde un punto de vista termodinámico, lo que, a su vez, establecerá las condiciones necesarias para abordar el cálculo de los parámetros más relevantes y establecer el balance de energía correcto en el sistema.

Entre los parámetros fundamentales para abordar el análisis termodinámico del modelo, además de la distribución de temperaturas en el mismo, es preciso conocer tanto el calor específico como la conductividad térmica del sustrato que conforma el lecho geotérmico. Estos dos parámetros nos permitirán, por un lado, determinar la capacidad que tiene el medio de absorber energía procedente de la fuente geotérmica, y por otro, la rapidez con la que la energía absorbida se transporta hacia el

intercambiador geotérmico. Asimismo, para el adecuado balance de energía en el modelo deberemos determinar el coeficiente global de pérdidas, que nos permitirá calcular las pérdidas térmicas de nuestro sistema, y con ello, la energía útil remanente en el sistema en función de la aportada por la fuente.

6.9.1 Distribución de temperaturas

El registro de temperaturas tiene como función principal determinar la distribución de temperatura en el modelo con el fin de establecer la presencia de gradientes térmicos y la direccionalidad del flujo de calor en el interior. Es importante conocer esta distribución puesto que la mayor o menor prevalencia de una dirección respecto a las otras, en cuanto al flujo de calor se refiere, condiciona el transporte de calor hacia el intercambiador, alterando con ello el balance de energía en el mismo.

En el caso de nuestro modelo la direccionalidad del flujo de calor es sumamente importante debido a la disposición geométrica tanto de la fuente de calor, la resistencia, como del intercambiador de calor, así como a la asimetría del lecho respecto al propio intercambiador. Por otro lado, al tratarse de un modelo finito, a diferencia del prototipo real, en el que trabajamos con un medio infinito o semi-infinito, la distribución de temperaturas permite conocer la mayor o menor homogeneidad del lecho, así como la uniformidad en el comportamiento térmico del modelo.

Es preciso hacer notar que, debido a que la fuente de calor ocupa gran parte de la superficie de la base del modelo, y que la geometría de éste, según se ha indicado, es de tipo paralelepípedo con una dimensión vertical inferior a las dos restantes, así como que la disposición del intercambiador de calor geotérmico, por razones de diseño, se ubica en un plano horizontal paralelo al de la fuente de calor, en un nivel superior según se puede comprobar en el esquema de la figura 6.1, se ha considerado que el proceso de caracterización térmica resulta más relevante si se aborda por regiones o capas de tipo horizontal, puesto que, en principio, se supone que es la dirección vertical donde se van a producir los cambios más significativos de temperatura; por ello, se procedió a determinar los valores medios de las temperaturas por zonas, según la distribución de sensores que refleja, igualmente, la figura 6.1.

Para caracterizar térmicamente el modelo, se registraron las temperaturas con los sensores internos hasta alcanzar el estado estacionario; el proceso se llevó a cabo para potencias de 40W, 55W, 60W, 70 W, 80 W, 85W y 100W, tal y como se ha especificado con anterioridad. Los resultados se han representado gráficamente en las figuras que se muestran a continuación. En todas las figuras rige el siguiente código de colores:

- Rojo: promedio de todos los sensores colocados en la arena
- Amarillo: promedio de todos los sensores colocados en la arena con excepción del canal inferior
- Verde: promedio de los cuatro sensores colocados en el plano horizontal
- Azul: al promedio entre la temperatura del agua a la entrada y a la salida del intercambiador

El motivo de llevar a cabo este análisis se basa en el hecho que, puesto que la arena juega el papel de lecho geotérmico en nuestro modelo, la temperatura característica de dicho medio debe corresponder al valor promedio de las temperaturas en las diferentes secciones del sistema (rojo); sin embargo, debido a la especial configuración de nuestro modelo, el sensor situado en la zona inferior se ve fuertemente influenciado por la resistencia de calentamiento, lo que no es totalmente representativo en una situación real puesto que en un lecho geotérmico la fuente no está localizada en una zona específica sino que rodea por completo a nuestro intercambiador, de ahí que se ha ya considerado la configuración correspondiente al color amarillo. Asimismo, se ha tomado un valor medio de la temperatura en un plano horizontal para eliminar las posibles influencias derivadas de un flujo de calor transversal.

Esta distribución se ha llevado a cabo teniendo en cuenta que el fin primordial es determinar la temperatura promedio, tomada como característica, de la arena, puesto que ésta juega el papel de lecho geotérmico; sin embargo, debido a la configuración del sistema, la temperatura del canal inferior se ve fuertemente influenciada por la cercanía de la resistencia que actúa como fuente de calentamiento de la arena, lo cual puede perturbar el valor característico. Asimismo, se ha buscado determinar la posible presencia de gradientes térmicos en el plano horizontal para comprobar si la dirección vertical, tomada como preferente, realmente representa la correspondiente al flujo de calor, cuestión que se verifica si el gradiente horizontal es pequeño o despreciable.

Aunque el azul no corresponde a la caracterización del modelo de lecho geotérmico, se ha incluido para observar que su comportamiento es similar al del propio lecho aunque de manera atenuada.

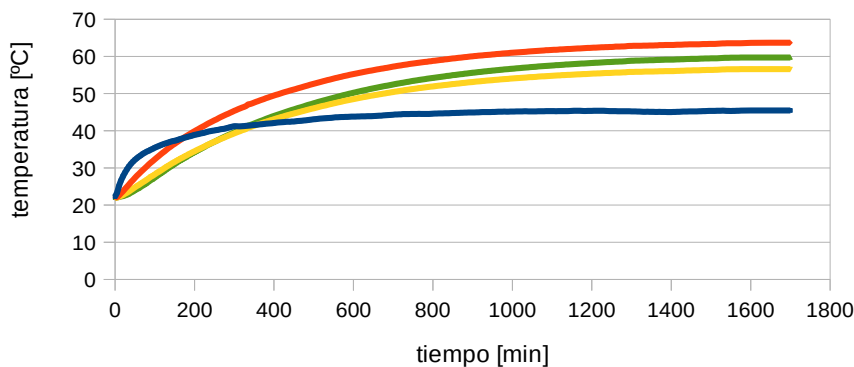


Figura 6.16a Evolución de temperaturas: potencia 40 W

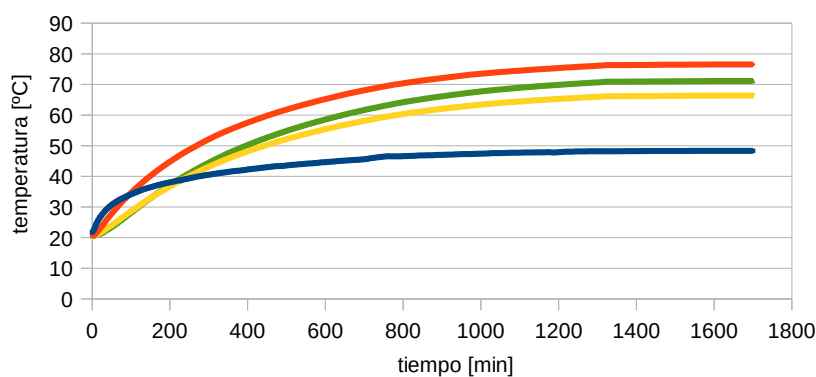


Figura 6.16b Evolución de temperaturas: potencia 55 W

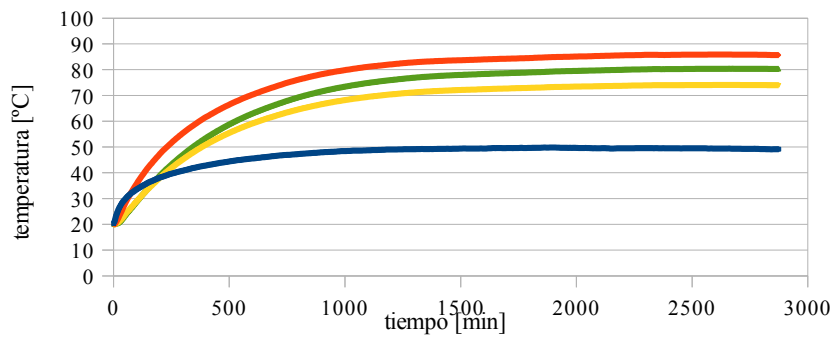


Figura 6.16c Evolución de temperaturas: potencia 60 W

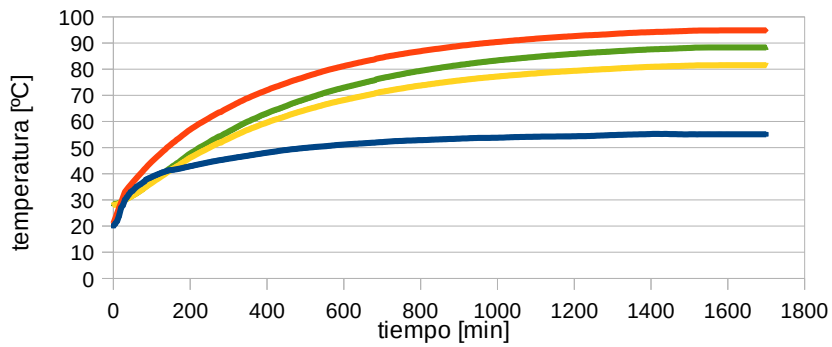


Figura 6.16d Evolución de temperaturas: potencia 70 W

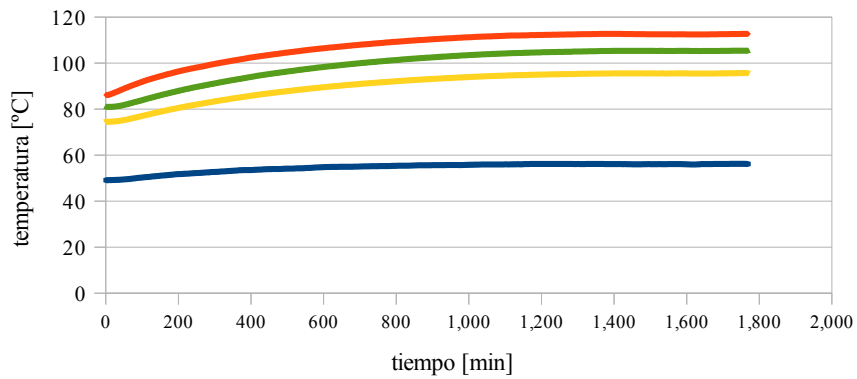


Figura 6.16e Evolución de temperaturas: potencia 85 W

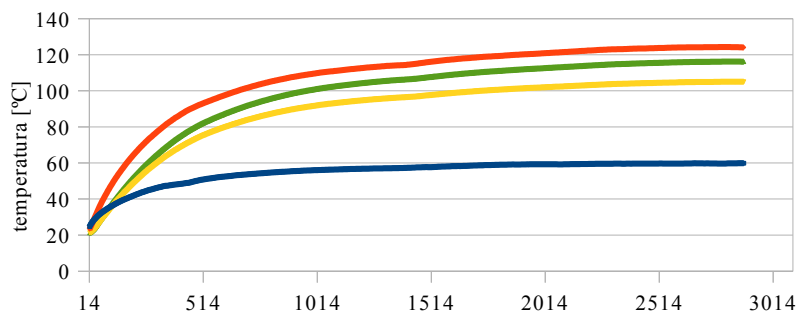


Figura 6.16f Evolución de temperaturas: potencia 100 W

La representación mostrada en las figuras tiene como objetivo no solamente indicar la evolución de la temperatura del lecho a lo largo del tiempo, sino también la influencia que las distintas zonas del mismo tienen sobre dicha temperatura; en efecto, el análisis de las gráficas nos permite extraer las siguientes conclusiones:

- Si se toma el lecho geotérmico como un conjunto, la temperatura del mismo, obtenida como promedio del total de las diferentes zonas, no difiere de manera significativa del valor promedio para la zona central, que es donde se ubica el intercambiador
- Si se considera la mitad superior del lecho, la temperatura de dicha zona, obtenida promediando los valores para las zonas central y superior de manera conjunta, es notablemente inferior al de la zona central, señal inequívoca de la influencia que la zona superior tiene sobre el comportamiento térmico del lecho; esta diferencia se va incrementando a medida que se aumenta la potencia calorífica de la fuente
- De acuerdo con lo indicado en los dos puntos anteriores, la zona superior provoca una reducción de temperatura, que se ha atribuido a posibles efectos convectivos que den lugar a pérdidas de energía
- El tiempo en el que el sistema alcanza el estado estacionario, marcado por una temperatura constante, no parece depender de la potencia calorífica, excepto para potencias muy elevadas (100 W); este tiempo está dentro de un orden de magnitud que se considera aceptable para este tipo de sistemas
- El tiempo que tarda la temperatura en estabilizarse nos indica el retardo en recuperar el nivel energético original a partir de la descarga térmica del reservorio geotérmico; dicho tiempo depende de la profundidad de la descarga, a mayor profundidad mayor tiempo de estabilización

Se ha considerado como lecho geotérmico el volumen total de la arena incluida en nuestro dispositivo, desde el momento que se alcanza el estado estacionario, ya que la estructura de nuestro modelo imposibilita de forma práctica la división entre foco y lecho geotérmico. Por otro lado, a una escala más pequeña se asimila al terreno donde los gradientes de temperatura también varían.

Del análisis de valores de temperatura máxima alcanzada, correspondiente al estado estacionario, se puede comprobar que existe una dependencia lineal entre el valor de la temperatura y la potencia suministrada; si llevamos a cabo un proceso de correlación se obtiene una regresión lineal con un elevado grado de ajuste ($R^2=0.997$), cuya ecuación característica es:

$$T_{est} = 1.084 P_t + 23.58 \quad (6.45)$$

donde P_t representa la potencia suministrada, y T_{est} es la temperatura de equilibrio en el tiempo de estabilización.

La ecuación anterior permite predecir la temperatura del lecho geotérmico a partir de la potencia suministrada o, al contrario, conocer la potencia calorífica en función de la temperatura de operación del lecho, según la relación:

$$P_t = 0.9198 T_{est} - 21.495 \quad (6.46)$$

La ecuación (6.46) es especialmente útil para modelizar el comportamiento de un lecho geotérmico, puesto que nos permite determinar la potencia que éste proporciona a nuestro sistema a partir de la medida de la temperatura del lecho, lo cual, en la práctica se puede realizar de manera experimental mediante sensores introducidos durante la perforación, o estimar de forma previa a partir del perfil geotérmico de la zona; de esta manera, conocida la potencia se puede llevar a cabo un balance de energía mucho más preciso.

6.9.2 Temperatura característica

Debido a que el prototipo no tiene simetría respecto a la fuente de calor y el medio es poroso, la transferencia de calor y temperatura del mismo no es uniforme, por tanto se debe encontrar una temperatura interna única representativa del modelo, la cual se calculará como promedio. Para ello se divide el lecho geotérmico en tres zonas para cada una de las direcciones del espacio, horizontal, vertical y transversal (fig. 6.17), de acuerdo a un modelo cartesiano de distribución térmica, considerando que hay transferencia de calor preferencial en cada una de dichas direcciones, y se calcula una temperatura característica en cada uno de ellos que será el promedio de las tres temperaturas anteriormente calculadas.

Se han tomado como referencia para establecer la anchura de cada una de las zonas, las dimensiones del intercambiador, que es el elemento representativo en el sistema desde el punto de vista del aprovechamiento térmico del calor geotérmico; de acuerdo con dichas dimensiones, queda determinada la anchura de la zona central en cada distribución, siendo la anchura de las zonas limítrofes la mitad de la diferencia entre la dimensión total, según el eje considerado, y la anchura de la zona central, de manera que quede un sensor en los extremos y cuatro sensores en la parte central.

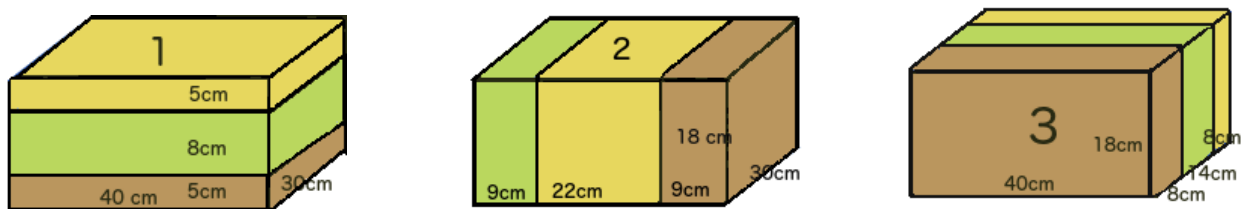


Figura 6.17 Esquema del seccionamiento del lecho en zonas

De acuerdo con la distribución de sensores mostrada en la figura 6.1, y teniendo en cuenta el seccionamiento por zonas del modelo de lecho geotérmico indicado en la figura 6.17, podemos identificar cada uno de los sensores tal y como se muestra en la siguiente figura.

Para la determinación de la temperatura intrínseca de cada una de las zonas consideradas, se tendrá en cuenta la capacidad calorífica de cada una, de manera que la contribución al valor de dicha temperatura intrínseca

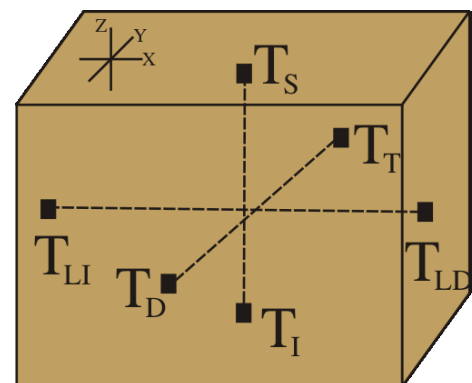


Figura 6.18 Identificación de sensores

dependa, no solamente de la temperatura de la propia zona sino también de su masa, asumiendo que la densidad del lecho es homogénea y uniforme.

De acuerdo a lo anterior, la temperatura intrínseca vendrá dada por la relación:

$$T_c = \frac{\sum_i m_i c_i T_i}{\sum_i m_i c_i} \quad (6.47)$$

donde m_i representa la masa de lecho de la zona considerada y c_i su calor específico.

Teniendo en cuenta que $m_i = \rho_i V_i$, siendo ρ la densidad del medio y V el volumen de la zona considerada, y recordando que asumimos que el lecho es homogéneo y uniforme, podemos suponer que tanto la densidad como el calor específico se mantienen constantes, por lo que la ecuación (6.47) se transforma en:

$$T_c = \frac{1}{V_T} \sum_i V_i T_i \quad (6.48)$$

Si seleccionamos una potencia de referencia de 70 W, que corresponde a una temperatura en el estacionario de 94° C, que consideraremos como la mínima a la que deberá operar el lecho geotérmico en condiciones reales, obtenemos para estas condiciones de operación las siguientes temperaturas: $T_S=54.1^\circ\text{C}$, $T_I=160.6^\circ\text{C}$, $T_{LD}=90.4^\circ\text{C}$, $T_{LI}=86.3^\circ\text{C}$, $T_D=88.3^\circ\text{C}$ y $T_T=83.7^\circ\text{C}$, donde los subíndices S , I , LD , LI , D y T , corresponden a la zona superior, inferior, lateral derecho, lateral izquierdo, pared delantera y pared trasera del lecho geotérmico, respectivamente.

Aplicando ahora la ecuación (6.48) a estos valores, y conocidos los volúmenes de las diferentes zonas, los cuales han sido calculados a partir de las dimensiones indicadas en la figura 6.17, se tiene:

Configuración 1 $T_{c1}=98.4^\circ\text{C}$

Configuración 2 $T_{c2}=93.0^\circ\text{C}$

Configuración 3 $T_{c3}=91.6^\circ\text{C}$

donde cada una de las configuraciones se corresponde a la indicada en la figura 6.17, esto es, seccionamiento horizontal, vertical y transversal, respectivamente.

Sustituyendo en la ecuación 6.48:

$$T_c = \frac{1}{3} \sum T_{ci} = 94.3^\circ\text{C} \quad (6.49)$$

Las temperaturas obtenidas para cada uno de las zonas horizontales, 160.6°C para la inferior, 87.2°C para la central y 54.1°C para la superior son totalmente representativas de los que sería un lecho geotérmico real, donde la temperatura de la zona inferior se correspondería a capas profundas, por debajo de los 500 m, la de la zona central a capas en torno a los 250 m de profundidad, y la de la zona superior a capas más superficiales, alrededor de los 100 m de profundidad, según se puede ver en la figura 6.10.

Por otra parte, las diferencias de temperatura entre las distintas secciones de la zona central no son significativas, mostrando una desviación máxima, respecto al valor promedio, inferior al 4%, lo que se puede considerar como muy aceptable. Este valor de la desviación en el plano horizontal de referencia, el central, nos muestra que el gradiente térmico horizontal es prácticamente despreciable frente al vertical, lo que es coherente con la estructura térmica de un lecho geotérmico real.

6.10 Parámetros térmicos característicos.

En un sistema como el propuesto, el balance de energía se circunscribe a los procesos de transferencia de calor dado que no existe generación de trabajo ni intercambio con el exterior de este tipo de energía; por tanto, el balance dentro del volumen de control que representa nuestro lecho geotérmico, lo podemos plantear como una relación entre la generación de calor a partir de la fuente geotérmica, en nuestro caso la resistencia de calentamiento, y las pérdidas a través de la superficie de control, representada por las paredes del recinto.

Se ha considerado que el flujo de calor es fundamentalmente conductivo, siendo prácticamente despreciables los efectos convectivos y radiativos; sin embargo, con objeto de generalizar el análisis a cualquier tipo de configuración, se tomarán en cuenta los tres procesos, obteniendo un único coeficiente equivalente de transferencia de calor, U_L , que los incluya. Esto no invalida el estudio particular de nuestro sistema donde se ha considerado que es el transporte de calor por conducción el prevalente, puesto que bastaría hacer nulos los términos convectivo y radiativo del análisis general para obtener el caso particular.

Para establecer adecuadamente las relaciones que definen el balance de energía desde el punto de vista de la conducción es necesario, en primer lugar, determinar algunos parámetros característicos que, aunque su valor es conocido, pueden verse afectados por las condiciones de operación, en tanto que otros parámetros son directamente desconocidos y es preciso determinarlos de forma experimental; entre estos parámetros a los que hacemos referencia se encuentran la conductividad térmica del medio, su difusividad y el calor específico del mismo.

6.10.1 Cálculo de las pérdidas

Teniendo en cuenta que las pérdidas térmicas se producen a través de las caras del recipiente que constituye nuestro volumen de control, y que la transferencia de calor asociada a dichas pérdidas corresponde a un mecanismo de conducción a través del aislamiento, podemos poner, en general:

$$\dot{Q}_L = \sum_i \dot{q}_i S_i \quad (6.50)$$

donde \dot{q}_i representa el flujo de calor a través de cada una de las caras, y S_i la superficie de cada una de ellas.

Suponiendo que trabajamos en el estado estacionario, el valor del término \dot{q}_i viene dado por:

$$\dot{q}_i = \frac{k_{poly}}{e_i} \Delta T_i \quad (6.51)$$

donde k_{poly} representa la conductividad térmica del material de aislamiento, e su espesor, S la superficie de la cara en cuestión, y ΔT el salto de temperatura a través del aislamiento.

Para evitar errores debidos a una posible distribución no homogénea de temperatura en cada una de las caras, se procedió a dividir cada una de ellas en 16 rectángulos iguales, y se registraron las temperaturas en el centro de cada uno, a ambos lados de la capa de aislamiento, obteniendo así el

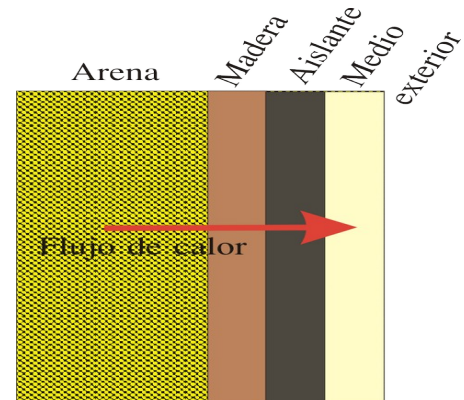


Figura 6.19 Esquema de la transferencia de calor (pérdidas) a través del aislamiento

salto térmico correspondiente; esto permite, aplicando la ecuación 6.51 determinar el flujo de calor a través del aislante, lo que, dado que el flujo de calor se propaga en serie a través de todos los elementos de la pared entre el interior y el exterior (figura 6.19), nos permite determinar el flujo global a partir del flujo a través de cualquiera de los elementos, siempre que se trabaje en estado estacionario, que son las condiciones impuestas a nuestro ensayo.

De acuerdo con este planteamiento la tasa de transferencia de calor a través de cada cara vendrá dado por:

$$\dot{Q}_i = \sum_{i=1}^{16} \frac{k}{e} \cdot S_i \cdot \Delta T_i \quad (6.52)$$

donde se ha considerado que tanto la conductividad como el espesor del aislante se mantienen constantes en toda la superficie.

En la ecuación anterior S_i representa la superficie de cada una de las 16 subzonas en las que se ha dividido la superficie de la cara, y ΔT_i el salto térmico correspondiente a dicha subzona, de este modo se compensan las posibles diferencias en el proceso de transferencia de calor por inhomogeneidades locales, pudiendo así determinar las pérdidas con mucha mayor exactitud.

El proceso anteriormente descrito se extiende a cada una de las cuatro caras laterales y a la parte superior e inferior del recinto.

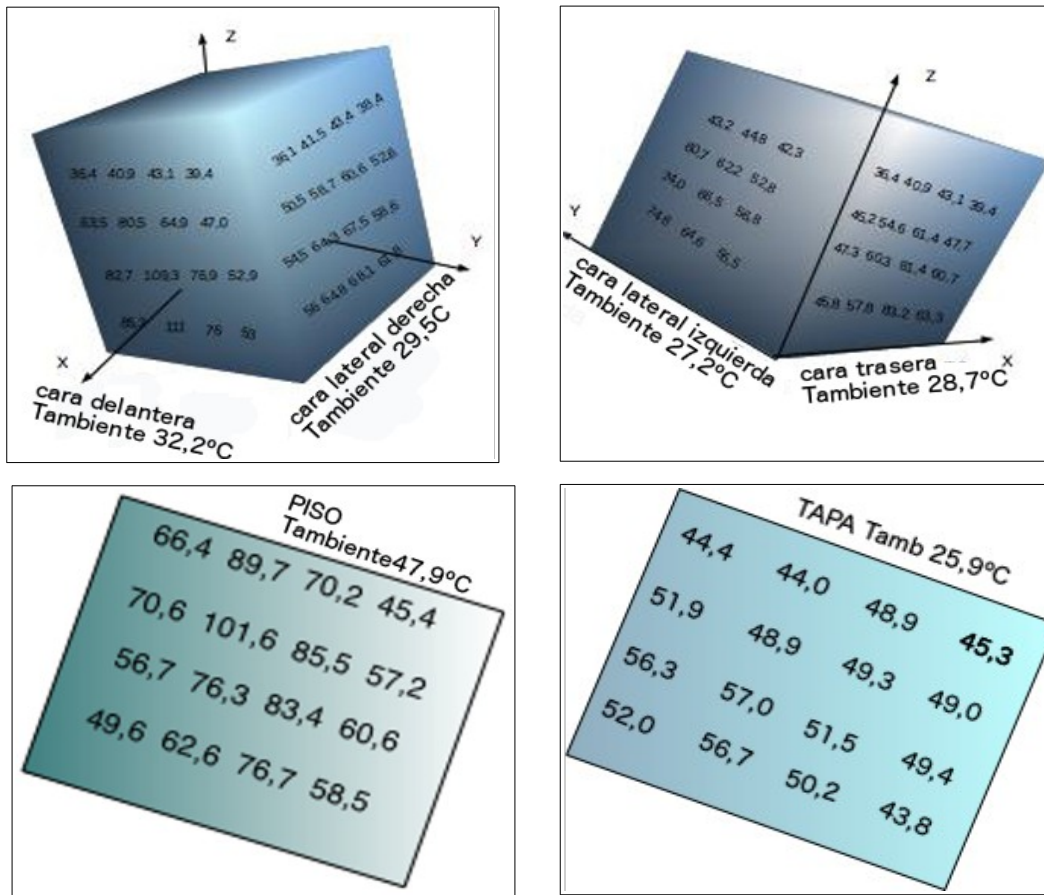


Figura 6.20 Distribución de temperaturas en cada subzona de las caras del modelo

En la figura 6.20 se muestra la distribución de temperaturas para cada una de las caras; en todos los casos se considera que la temperatura ambiente se mantiene inalterable, por lo que su valor se toma como constante.

Así pues, teniendo en cuenta los valores del espesor del aislante, 0,02 m, y de su conductividad térmica, 0.034 W/m·K, y sabiendo que la temperatura exterior es de 23°C, se obtienen los siguientes valores (Tabla 6.7):

Tabla 6.7 Flujo de pérdidas de calor en la superficie de control

Zona	Flujo (W)
Lateral derecho	3,59
Lateral izquierdo	3,67
Frente	4,82
Trasera	4,95
Parte superior	6,24
Parte inferior	8,20
Superficie de control (suma)	31,47

Se puede observar que los laterales muestran valores muy parecidos en cuanto a las pérdidas, lo que es indicativo de una buena uniformidad en el valor característico de la temperatura de dicha zona, considerando como valor característico la media ponderada para toda la superficie. Asimismo, es de destacar que las pérdidas a través de dichas superficies son las menores de todo el conjunto, resultado de la geometría del modelo y de la direccionalidad del flujo de calor desde la fuente. Igualmente, las pérdidas a través de las caras delantera y trasera muestran valores muy próximos, nuevamente indicando que la temperatura característica de cada cara es muy similar, y que el flujo de calor transversal en esa dirección se produce de acuerdo con lo establecido en la teoría, donde se consideró que la dirección predominante era la vertical siendo las dos horizontales de menor relevancia. La diferencia entre el valor de las pérdidas por el lateral y por las caras frontal y trasera se debe a una cuestión de geometría, ya que como se mostró en el diseño del modelo la sección recta horizontal es rectangular y no cuadrada, con el eje mayor según la dirección X, tal y como se muestra en la figura 6.1, lo que motiva que las pérdidas sean menores. Es preciso reseñar que en el cálculo de las pérdidas por la parte frontal se han eliminado dos de los datos de temperatura, los situados en la zona central inferior, cuyo valor era anormalmente alto; la repetición de las medidas siguió mostrando la misma anomalía térmica que no ha encontrado una justificación lógica salvo influencia de la fuente de calor de forma puntual en dicha zona. Por otra parte, se puede comprobar que las mayores pérdidas se producen a través del eje vertical, prácticamente el doble que a lo largo del eje X (laterales), y un 50% superior a las obtenidas para el eje Y, frente y trasera, lo que corrobora el hecho de considerar que el flujo de calor en sentido vertical es el predominante, tal cual se consideró en el análisis teórico. Asimismo, se observa que las pérdidas por la parte inferior son considerablemente superiores a las de la parte superior, hecho que está plenamente justificado por la cercanía de la fuente a la superficie en dicha zona.

Sabiendo que la potencia suministrada para este ensayo ha sido de 70 W, la potencia útil resulta ser: $P_u=70-31,5=38,5$ W, representando las pérdidas un porcentaje equivalente al 45% del total, un valor ciertamente elevado para un prototipo real, pero aceptable para las condiciones de operación del modelo.

A partir de las pérdidas térmicas es posible determinar el coeficiente global de pérdidas del modelo, un parámetro característico que permitiría calcular las pérdidas en un prototipo real que operara en condiciones similares a las del modelo.

Para el cálculo del coeficiente global de pérdidas empleamos la conocida relación:

$$\dot{Q}_L = U_L S_T \Delta T \quad (6.53)$$

donde U_L representa el coeficiente global de pérdidas, S_T el valor de la superficie de control y ΔT el salto térmico entre el interior del lecho y el medio exterior que lo rodea.

Debido a que el salto térmico varía de unas zonas a otras de la superficie de control, es más preciso utilizar la relación:

$$U_L = \frac{1}{n} \sum_1^n u_{Li} \quad (6.54)$$

donde u_{Li} es el coeficiente de pérdidas de cada uno de los elementos que constituyen la superficie de control; en nuestro caso las caras del recipiente que conforman el modelo de lecho geotérmico, y cuyo valor se obtiene de aplicar la ecuación (6.54) a cada una de las caras, permite expresar:

$$u_{Li} = \frac{\dot{Q}_{Li}}{S_i \Delta T_i} \quad (6.55)$$

Combinando las ecuaciones (6.53) a (6.55), obtenemos los diferentes valores del coeficiente de pérdidas para cada cara, así como el valor global (ver Tabla 6.8).

Como se puede comprobar, todos los valores son prácticamente idénticos salvo el lateral izquierdo que muestra un leve incremento, en torno al 3%, con relación al resto de valores y al valor global. Esta desviación no se considerara representativa y entra en el rango de incertidumbre de la propia medida.

Los valores mostrados en la tabla 6.8 nos indican que, independientemente de la distribución de temperaturas en cada uno de los elementos de la superficie de control, y de la presencia de gradientes en dichos elementos, el coeficiente de pérdidas se mantiene constante, lo que nos permite validar el estudio llevado a cabo en el modelo y poder aplicarlo a un prototipo real que opere bajo las mismas condiciones que nuestro modelo.

Tabla 6.8 Coeficiente de pérdidas en la superficie de control

Zona	U_L (W/m²·K)
Lateral derecho	1.84
Lateral izquierdo	1.90
Frente	1.84
Trasera	1.83
Parte superior	1.84
Parte inferior	1.84
GLOBAL	1.84

6.10.2 Cálculo del calor específico equivalente

En un medio completamente homogéneo y uniforme, se puede garantizar que el calor específico se mantendrá constante en todos sus puntos, pero si se producen alteraciones en dicha homogeneidad o uniformidad, aunque sean pequeñas, su comportamiento térmico puede verse alterado desde el punto de vista de la capacidad calorífica, dado que el calor específico pudiera no ser el mismo en

todos los puntos; por ello, se hace preciso llevar a cabo una caracterización del medio mediante la determinación del llamado “calor específico equivalente”, que representa el papel del calor específico como si el medio fuera totalmente homogéneo y uniforme.

Para determinar el calor específico equivalente de nuestro modelo se utiliza la ecuación clásica:

$$\dot{W} - \dot{Q}_L = m_m c_m \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right) \quad (6.56)$$

donde \dot{W} representa la potencia entregada por la fuente y \dot{Q}_L las pérdidas térmicas a través de la superficie de control del modelo, siendo m_m y c_m la masa y calor específico del medio, respectivamente, y $\Delta T/\Delta t$ el incremento de temperatura en función del tiempo.

De acuerdo con la expresión anterior, conocidas la potencia de la fuente y la masa del lecho geotérmico, basta determinar la evolución temporal de la temperatura así como las pérdidas térmicas para obtener el valor del calor específico. Tanto $\Delta T/\Delta t$ como \dot{Q}_L se determinan de forma experimental. Los valores de $\Delta T/\Delta t$, que figuran en el anexo, fueron determinados promediando los datos de los seis sensores instalados en el interior del modelo de lecho geotérmico a intervalos de cinco minutos, desde el inicio del ensayo hasta que se alcanza la temperatura característica del modelo de 94.3 °C y \dot{Q}_L como la suma de las pérdidas a través de cada una de las caras que constituyen la superficie del volumen de control de nuestro modelo.

La ecuación (6,56) no tiene en cuenta otras pérdidas que no sean las intrínsecamente debidas a transferencia de calor a través de las paredes, por lo que la determinación se tiene que hacer en ausencia de intercambiador, de manera que se eviten perturbaciones debidas a la presencia de un medio de naturaleza diferente o a la transferencia de energía desde material del lecho hacia el fluido caloportador.

Por otro lado, para la determinación de la masa de arena que constituye el material de nuestro modelo de lecho geotérmico, se procedió a introducir una cierta cantidad de arena hasta cubrir por completo, de manera homogénea y uniforme, la resistencia de calentamiento con el fin de eliminar huecos; seguidamente, se introdujo arena hasta rellenar por completo el recipiente. La masa de arena se determinó sobre el total de arena introducida, utilizando una balanza de precisión (± 0.1 g)

Para la realización del ensayo se tomó como potencia de referencia 70W, habiéndose obtenido los resultados que se indican en la tabla 6.9.

Tabla 6.9 Calor específico del modelo de lecho geotérmico

masa de la arena	potencia efectiva	calor específico promedio
33.4 kg	70 – 31,5 = 38,5 W	731.25 J/kg K

6.10.3 Coeficiente de conductividad térmica.

Como la transferencia de calor en los suelos se produce principalmente por conducción, [6.8, 6.9] con la convección desempeñando un papel importante solo en suelos altamente permeables como las gravas, las principales propiedades térmicas de los suelos que son de interés son la conductividad térmica y la capacidad calorífica específica, c . Mientras que la capacidad calorífica específica determina la cantidad de energía necesaria para cambiar la temperatura del suelo y, por lo tanto, influye en el tiempo necesario para alcanzar condiciones de estado estable, únicamente la conductividad térmica del suelo influye en el campo de temperaturas, por lo que el flujo de calor en el suelo en equilibrio, para cualquier suelo, puede verse afectado por la fracción de huecos y la relación de saturación, un efecto confirmado por muchos investigadores [6.10][6.11][6.12][6.13] [6.14]

El coeficiente de conductividad térmica permite establecer la mayor o menor capacidad de un medio de transferir energía en forma de calor desde un punto a otro por medio de la conducción. Dado que, en nuestro modelo, este es el mecanismo más relevante, es de especial interés conocer el valor de la conductividad térmica a la hora de caracterizarlo,

La conductividad térmica (κ) de lechos rocosos, así como su difusividad térmica (α), han sido estudiadas ampliamente durante los últimos cien años. Es conocido que la conductividad térmica (k) está directamente relacionada con otras propiedades del medio como son la difusividad térmica (α), el calor específico (c) y la densidad (ρ) a través de la ecuación:

$$\kappa = \alpha \rho c \quad (6.57)$$

Estas propiedades varían según el tipo de roca, la temperatura y la porosidad, y también dependen de la presión, aunque en la litosfera, la disminución de ρ , debido al aumento de la temperatura, es relativamente pequeña y se compensa en gran medida al aumentar la presión con la profundidad [6.15].

La conocida ley de Fourier describe la dependencia del flujo de calor con el gradiente de temperatura y la conductividad; esta ecuación se puede expresar en condiciones de estado estable como:

$$\dot{q} = -\kappa \frac{dT}{dr} \quad (6.58)$$

donde la conductividad térmica κ , puede considerarse constante y el gradiente térmico, dT/dr , igual en cualquier dirección para un medio homogéneo e isótropo.

Si el medio es anisótropo, como en nuestro caso, la conductividad ya no es una constante, y el gradiente térmico depende de la dirección; por lo tanto, la ley de Fourier debe transformarse en una ecuación vectorial, adoptando la siguiente forma:

$$\dot{q}_r = -\kappa(T) \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \hat{i} + \frac{\Delta T}{\Delta y} \hat{j} + \frac{\Delta T}{\Delta z} \hat{k} \right) \quad (6.59)$$

donde \dot{q}_r indica el flujo de calor en cualquier dirección (x, y, z) y $\kappa(T)$ la dependencia del coeficiente de conductividad térmica con la temperatura.

Considerando un medio anisótropo, y una distribución de flujo de calor no simétrica, la ley de Fourier se puede expresar como:

$$[\dot{q}_x \dot{q}_y \dot{q}_z] = - \begin{bmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{yx} & \kappa_{zx} \\ \kappa_{xy} & \kappa_{yy} & \kappa_{zy} \\ \kappa_{xz} & \kappa_{yz} & \kappa_{zz} \end{bmatrix} \left[\frac{dT}{dx} \frac{dT}{dy} \frac{dT}{dz} \right] \quad (6.60)$$

Sin embargo, incluso en medios anisótropos, $\kappa_{ii} \gg \kappa_{ij}$, así la ecuación (6.60) se transforma en:

$$[\dot{q}_x \dot{q}_y \dot{q}_z] = - \begin{bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{zz} \end{bmatrix} \left[\frac{dT}{dx} \frac{dT}{dy} \frac{dT}{dz} \right] \quad (6.61)$$

o en forma simplificada:

$$[\dot{q}_x \dot{q}_y \dot{q}_z] = - \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \left[\frac{dT}{dx} \frac{dT}{dy} \frac{dT}{dz} \right] \quad (6.62)$$

donde κ_x , κ_y y κ_z representan la conductividad térmica en las direcciones x, y y z, respectivamente.

Las conductividades térmicas, κ_x , κ_y y κ_z se pueden determinar fácilmente a partir de la ecuación (6.62), siempre que se conozcan el gradiente térmico y el flujo de calor en cualquier dirección. En nuestro modelo, con predominancia de la conducción en la dirección vertical, estamos interesados solo en el valor κ_z de la matriz, por lo que la ecuación (6.62) se puede transformar en:

$$[\dot{q}_z] = -\kappa_z \left[\frac{dT}{dz} \right] \quad (6.63)$$

de donde:

$$-\kappa_z = \frac{\dot{q}_z}{dT/dz} \quad (6.64)$$

siendo $\dot{q} = \dot{Q}/S$ (6.65)

Para la determinación de la conductividad térmica se puede utilizar un método simplificado que es el de simetría térmica; en este método se considera que el sistema se comporta, desde un punto de vista de la transferencia de calor, de manera homogénea y uniforme, sin que exista una dirección preferente. Este procedimiento simplifica enormemente el cálculo, si bien precisa de algunas consideraciones que es necesario tener en cuenta, a saber:

- El material constitutivo del sistema posee densidad homogénea y uniforme en todo el volumen de control
- La fuente de calor emite en todas las direcciones del espacio de forma igualmente homogénea y uniforme
- Se considera que el volumen de control presenta simetría geométrica respecto a su centro.

El método de simetría térmica se aplica en aquellos casos en los que, por imposibilidad o desconocimiento de la estructura y composición del medio que constituye el lecho geotérmico, se considera que éste está conformado por un material, o conjunto de materiales, con estructura homogénea y uniforme. En este caso, se cumple la condición de tener simetría geométrica además de simetría térmica.

Dado que en el método de simetría térmica es preciso considerar un volumen de control con simetría geométrica, deberemos convertir nuestro modelo de lecho geotérmico en otro nuevo cuyo volumen de control corresponda a una figura geométrica regular que respete la condición de simetría; para ello, se ha transformado el volumen de control paralelepípedo original en otro con forma cúbica.

Para que el nuevo volumen de control satisfaga la condición de semejanza con el original, debe cumplir las siguientes condiciones:

- La masa y el volumen del sistema deben mantenerse constante
- El flujo de calor generado en su interior debe permanecer inalterado
- Las pérdidas de calor a través de la superficie de control deben ser las mismas que en el modelo original
- El coeficiente de transferencia térmica a través de la superficie, o coeficiente global de pérdidas deberá ser el mismo
- Los mecanismos de transporte y transferencia de calor deben seguir siendo los mismos, y actuar con el mismo peso específico

Basándonos en estas condiciones, podemos plantear el proceso de transporte de calor por conducción por medio de la ecuación:

$$(\dot{Q})_{cond} = \kappa S \frac{dT}{dz} \quad (6.66)$$

de donde se puede obtener una relación simple para la conductividad térmica de la forma:

$$\kappa = \frac{(\dot{Q})_{cond} dz}{S dT} \quad (6.67)$$

o bien en términos finitos:

$$\kappa = \frac{(\dot{Q})_{cond} L_{eq}}{S_{eq} \Delta T} \quad (6.68)$$

donde L_{eq} y S_{eq} representan la longitud y superficie equivalentes del nuevo modelo, y ΔT es la diferencia de temperatura entre el centro del volumen de control y el centro de cualquiera de las caras.

De acuerdo con las leyes de semejanza, y teniendo en cuenta que nuestro nuevo modelo es un cubo, se puede poner:

$$L_{eq} = [(L_1)(L_2)(L_3)]^{1/3} \quad (6.69)$$

$$S_{eq} = [L_{eq}]^2 \quad (6.70)$$

por lo que la ecuación (6.68) se transforma en:

$$\kappa = \frac{(\dot{Q})_{cond}}{[(L_1)(L_2)(L_3)]^{1/3} [T_c - T_s]} = \frac{(\dot{Q})_{cond}}{L_{eq} [T_c - T_s]} \quad (6.71)$$

donde L_1 , L_2 y L_3 son las dimensiones del modelo original, T_c es la temperatura característica, correspondiente al centro geométrico del modelo, y T_s la temperatura en el centro de cualquiera de las caras.

Por otra parte, el flujo de calor por conducción se obtiene como diferencia entre el calor generado por la fuente y las pérdidas térmicas del modelo, y, considerando que se trabaja con simetría térmica, la ecuación anterior se convierte en:

$$\kappa = \left(\frac{1}{6}\right) \frac{[\dot{Q}_{Geo} - \dot{Q}_L]}{L_{eq} [T_c - T_s]} \quad (6.72)$$

ya que hemos considerado que el flujo se transfiere por igual a través de cualquiera de las seis caras del cubo.

Para el cálculo del salto de temperatura, dado que no se dispone de la temperatura en la superficie, se considera que, al ser un sistema con simetría térmica, el gradiente de temperatura se conserva a lo largo de cualquiera de las direcciones del espacio; por tanto, se cumple:

$$T_c - T_s = \frac{l}{l_i} (T_c - T_i) \quad (6.73)$$

donde l es la distancia entre el centro del volumen de control y el centro de cualquiera de las caras, l_i es la distancia entre el centro del volumen de control y la posición de cualquiera de los sensores (ver fig. 6.18), y T_i es la temperatura de dicho sensor, y dado que la distancia l es la mitad de la longitud equivalente, se puede escribir:

$$T_s = T_c \left(1 - \frac{L_{eq}}{2l_i}\right) + \frac{L_{eq}}{2l_i} T_i \quad (6.74)$$

A partir de los valores obtenidos en los ensayos experimentales, podemos determinar el valor de la conductividad térmica en nuestro modelo, resultando:

$$T_s = 94.3 \left(1 - \frac{0.278}{0.28}\right) + \frac{0.278}{0.28} 31.3 = 31.75 \text{ °C} \quad (6.75)$$

habiéndose tomado como referencia para la temperatura en el punto i la correspondiente al eje vertical.

A partir de este valor, obtenemos:

$$\kappa = \left(\frac{1}{6}\right) \frac{[70 - 31.5]}{0.278(94.3 - 31.75)} = 0.367 \text{ W/m}\cdot\text{K} \quad (6.76)$$

Para verificar la validez del resultado obtenido se aplica un método sencillo en el que se considera que el lecho está compuesto de arena seca, cuya conductividad térmica vale 0.582 W/m·K, y aire, con una conductividad característica de 0.024 W/m·K [6.16, 6.17]. Teniendo en cuenta la porosidad del medio, previamente determinada, y cuyo valor medio podemos tomar como 0.395, se tendría:

$$\kappa = (0.024)(0.395) + (0.582)(0.605) = 0.362 \text{ W/m}\cdot\text{K} \quad (6.77)$$

que prácticamente coincide con el valor experimentalmente determinado, lo cual prueba la veracidad del resultado.

En la realidad, sin embargo, es preciso suponer que el modelo de simetría térmica, aunque sencillo y cómodo de utilizar, y que proporciona valores bastante aproximados a la realidad, dentro de un margen de error inferior al 1%, no cumple exactamente con las características del medio, ya que lo más frecuente es encontrar irregularidades estructurales que generan falta de homogeneidad en las propiedades térmicas, entre ellas la conductividad.

En el caso de suponer asimetría térmica, podríamos seguir manteniendo la simetría geométrica, si bien el gradiente de temperatura ya no es constante y uniforme, sea cual sea la dirección del espacio considerada; por tanto, deberemos llevar a cabo un estudio en el que analicemos el comportamiento del medio desde este punto de vista, en el cual la variación de temperatura a lo largo de cualquiera de los ejes coordenados no es la misma para la misma distancia recorrida por el flujo de calor.

Considerando asimetría térmica en el modelo, el gradiente térmico se puede obtener fácilmente a partir de la diferencia de temperatura entre dos puntos opuestos y la distancia entre ellos. Debido a que la ley de Fourier se ha definido para el estado estacionario, el período transitorio se descartará, enfocando el análisis hacia el tiempo final (estado estacionario). Se calculó el gradiente en la dirección Z basándose en la consideración de flujo unidireccional preferente en dicha dirección, que es el tipo de transferencia de calor al que responde nuestro modelo.

Utilizando la misma potencia calefactora que en el caso de simetría térmica, 70 W, y teniendo en cuenta los valores de temperatura medidos en los dos puntos de muestreo y la distancia existente entre ellos, se pudo determinar el gradiente de temperatura, el cual resultó ser:

$$\nabla T = \frac{T_{z2} - T_{z1}}{z_2 - z_1} = 450 \text{ K}\cdot\text{m}^{-1} \quad (6.78)$$

El flujo de calor, es decir la tasa de transferencia de calor por unidad de área en el eje Z se determinó a través de la cara superior del modelo, (tabla 6.10) $\dot{q}_z = 46.7 \text{ W/m}^2$, de la misma manera que se explicó anteriormente. A continuación, se calculó la conductividad térmica en la dirección Z para la potencia calorífica de 70W, resultando $\kappa_z = 0,104 \text{ W/m}\cdot\text{K}$. Se observa que κ_z es muy bajo en comparación con el calculado utilizando un modelo simétrico, lo que denota la presencia de células convectivas que se han desarrollado en el modelo. Para demostrarlo, se calculó la conductividad térmica para diferentes potencias caloríficas, de acuerdo con el procedimiento que se indica a continuación. Se calcularon las pérdidas térmicas a través de la cara superior de nuestro modelo, midiendo los ΔT a través del poliuterano, así como el gradiente de temperatura, tabla 6.10.

Tabla 6.10 Temperaturas y gradientes térmicos en el modelo para diferentes potencias

Potencia calorífica (W)	20	30	40	60	70
$\nabla T \text{ (K}\cdot\text{m}^{-1})$	155	230.7	284.3	388.6	450.0

Utilizando las ecuaciones 6.51 y 6.53, se calculó el flujo de calor conductivo (tabla 6.11)

Tabla 6.11 Flujo de calor a través de la cara superior del modelo

heat power (W)	20	30	40	60	70
\dot{Q}_z (W)	1.5	2.3	3.1	4.9	5.6
\dot{q}_z (W)	12.7	19.3	26.2	40.4	46.7

A partir de los valores de las tablas 6.10 y 6.11 se puede determinar el valor de la conductividad térmica, resultando (tabla 6.12):

Tabla 6.12 Coeficiente de conductividad térmica en función de la potencia suministrada

Potencia calorífica (W)	20	30	40	60	70
κ_{cond} (W/m·K)	0.082	0.084	0.092	0.102	0.104

La Tabla 6.12 muestra que la conductividad térmica aumenta con la potencia calorífica y, por tanto, con la temperatura, aunque sus valores son más pequeños que en el modelo simétrico, lo que indica la presencia de fenómenos convectivos. Para comprobarlo el flujo de calor se considera como el resultado de una transferencia conductiva y convectiva, por lo que podemos escribir:

$$q_{cond.eq,z} = \left(\frac{\kappa}{e} + h \right) \cdot \Delta T \quad (6.79)$$

Donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección. El término entre paréntesis representa la conductividad térmica efectiva, y se puede definir de la forma:

$$\kappa_{eff} = \left(\frac{\kappa}{e} + h \right) = \frac{q_{cond.eq,z}}{\Delta T} \quad (6.80)$$

Aplicando los valores de las tablas 6.10 y 6.11 a la ecuación (6.80) podemos obtener la conductividad térmica efectiva; por otro lado, relacionando ésta con la potencia se obtiene la siguiente ecuación:

$$\kappa_{eff} = 3.33 \cdot 10^{-6} P^3 - 5.25 \cdot 10^{-4} P^2 + 2.69 \cdot 10^{-2} P + 0.288 \quad (6.81a)$$

donde P representa la potencia calorífica suministrada, obteniéndose un coeficiente de ajuste $R^2=0.97$.

Dado que la temperatura característica del sistema, T_c , depende de la potencia calorífica suministrada de acuerdo a la relación: $P(T) = 0.852 T_c - 14.977$ (6.82), podemos poner:

$$\kappa_{eff} = 2.04 \cdot 10^{-6} T_c^3 - 4.89 \cdot 10^{-4} T_c^2 + 3.82 \cdot 10^{-2} T_c - 0.243 \quad (R^2=0,98) \quad (6.81b)$$

que permite determinar la conductividad efectiva en función de la temperatura característica. Graficando la ecuación (6.81b) obtenemos (ver figura 6.21):

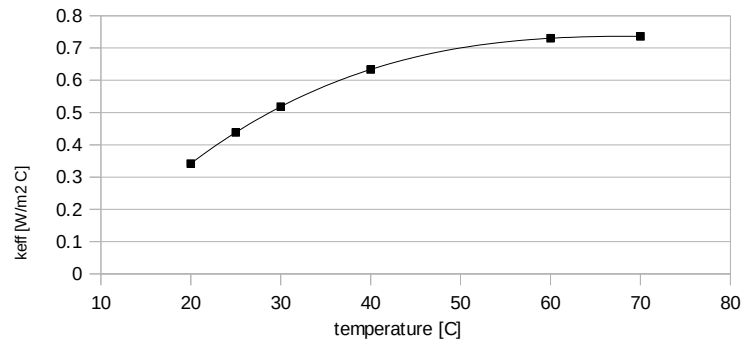


Figura 6.21 Variación de la conductividad térmica efectiva del lecho con la temperatura

De la figura 6.21 puede observarse que las conductividades térmicas en ambos modelos coinciden a una temperatura de 21.5°C, muy próxima a la temperatura ambiente de 23°C. Si calculamos las desviaciones absolutas entre ambos modelos, podemos apreciar que van siendo mayores a medida que la temperatura aumenta.

Si representamos la desviación de la conductividad térmica respecto a su valor medio para cada temperatura podemos observar que aumenta a medida que lo hace la temperatura (figura 6.21a), si bien se mantiene dentro de valores reducidos, lo que nos permite validar la metodología utilizada.

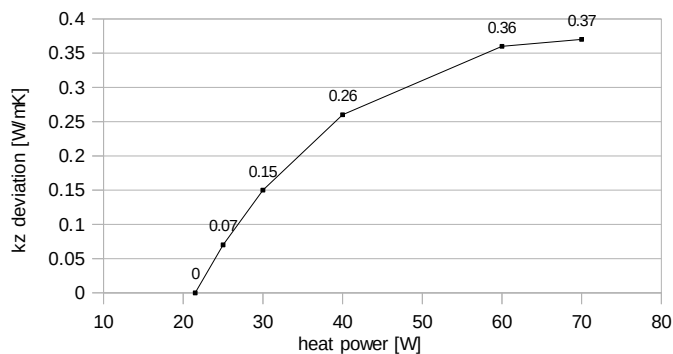


Figure 6.21a Desviaciones absolutas de la conductividad térmica entre los modelos simétrico y asimétrico.

Sin embargo, este crecimiento nos indica que el método de simetría térmica no responde a la realidad cuando existe una variación de temperatura apreciable, puesto que en ese caso la conductividad puede variar de forma significativa. Para el caso que nos atañe deberá considerarse el valor de la conductividad térmica como una función $\kappa(T)$ dada por la ecuación 6.81b, donde el valor origen es la conductividad térmica obtenida calculada mediante el modelo conductivo para un medio uniforme, homogéneo e isótropo, al cual hay que agregarle la variación correspondiente a la temperatura calculada con el modelo conductivo-convectivo.

6.10.4 Cálculo del coeficiente de difusividad térmica equivalente

Los fenómenos de difusión térmica, aunque menos relevantes que los de conducción, tienen su importancia en el caso de medios porosos, donde la presencia de fluidos en el interior de los poros modifica el proceso de transferencia de calor y, por tanto, el transporte del mismo considerado desde un punto de vista global en el interior del volumen de control.

La difusividad térmica es una propiedad específica de cada material que permite caracterizar la conducción de calor en condiciones no estacionarias; este valor describe la rapidez de respuesta de un material a un cambio de temperatura. Para predecir procesos de enfriamiento o para simular campos de temperatura, es preciso conocer el valor de la difusividad térmica, parámetro necesario para resolver la ecuación de Fourier en forma diferencial para conducción de calor en condiciones no estacionarias.

En presencia de convección forzada, o natural intensa, en un medio poroso, la solución del problema es más compleja, ya que puede haber una dispersión térmica significativa, es decir, transferencia de calor debido a la mezcla hidrodinámica del fluido intersticial a escala de poro. El hecho que los canales de flujo sean tortuosos significa que la distancia entre los elementos fluidos irá cambiando a medida que se vayan desplazando en el interior del medio, aún cuando su velocidad de desplazamiento sea la misma; esto viene motivado por el hecho que no todos los poros pueden ser accesibles para un elemento fluido una vez haya entrado en una ruta de flujo particular.

El fenómeno de difusión térmica viene caracterizado por su coeficiente de difusividad, el cual se puede expresar, matemáticamente, de la forma [6.19]:

$$\alpha_{eff} = \frac{k_m}{\rho_m c_m} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (6.83)$$

Por tanto, si reemplazamos en la expresión anterior los valores obtenidos experimentalmente, utilizando valores para la temperatura ambiente, obtenemos:

$$\alpha_{eff} = \frac{0.367}{1587.731} = 3.16 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \quad (6.84)$$

valor que se encuentra en el orden de magnitud de sistemas como el utilizado en nuestro modelo

6.11 Balance de energía

6.11.1. Análisis termodinámico. Rendimiento

En primer lugar, consideraremos nuestro sistema como un volumen de control, que no intercambia trabajo con el exterior, por lo que el único proceso de transferencia entre el propio sistema y el medio que lo rodea se produce en forma de calor.

Asumiendo que se trabaja en estado estacionario, la potencia suministrada por la fuente de energía, \dot{Q}_{geo} , se invierte en calentar el medio que constituye el volumen de control, en la tasa de transferencia en forma de calor a través de la superficie de control, las llamadas pérdidas térmicas, y en la potencia calorífica evacuada por el fluido caloportador que circula en contacto con el medio a través del intercambiador geotérmico; matemáticamente:

$$\dot{Q}_{geo} = \dot{Q}_m + \dot{Q}_f + \dot{Q}_L \quad (6.85)$$

donde los subíndices m , f y L corresponden, respectivamente, al medio, intercambiador y pérdidas.

Teniendo en cuenta que tanto en el medio como en el fluido caloportador no se produce cambio de fase, podemos operar con calor sensible, de forma que la ecuación anterior queda de la forma:

$$\dot{Q}_{geo} = m_m c_m \frac{\Delta T_m}{\Delta t} + F_R \dot{m}_f c_f \Delta T_f + U_L S_{VC} \Delta T \quad (6.86)$$

donde f representa el fluido, F_R es el factor de intercambio o transferencia en el intercambiador, U_L el coeficiente global de pérdidas del sistema, y S_{VC} la superficie de control, equivalente a la superficie lateral, inferior y superior del modelo.

El valor de la masa de arena fue determinado previamente mediante pesada en una balanza de precisión de 0,01g; el caudal fue determinado mediante un caudalímetro de precisión, y posteriormente verificado a través de un matraz aforado y cronómetro. El salto térmico en el intercambiador lo proporcionan los sensores ubicados a la entrada y salida del mismo. Los valores del calor específico de la arena, del salto térmico en la misma y del coeficiente global de pérdidas han sido previamente determinados, por lo que se usarán dichos valores en el cálculo. El área de la superficie de control se determina a partir de las dimensiones del modelo y el coeficiente de transferencia del intercambiador viene proporcionado por el fabricante.

Si sustituimos los valores correspondientes a los diferentes parámetros de la ecuación (6.86), particularizados para nuestro modelo, se tiene:

$$\dot{Q}_{geo} = (33.40)(731.25) \frac{(94-20)}{1400 \times 60} + (0.96)(0.1046)(4180)(0.04) + (1.84)(0.49)(35) = 69.86 \text{ W} \quad (6.87)$$

que se encuentra muy próximo al valor real de la potencia suministrada que fue de 70 W, siendo la desviación del 0.1%.

El análisis de la ecuación anterior nos permite inferir que el salto térmico correspondiente a la energía absorbida por el fluido que circula por el intercambiador, 0.04°C, está por debajo de la precisión del sensor ($\pm 0.5^\circ\text{C}$), lo que no permite tomar dicho valor como representativo, ya que el

error asociado a la medida, dado por el cociente entre la precisión y el valor medido resulta demasiado alto, $\epsilon=(0.5/0.04)100 = 1250\%$. Por otro lado, dado que por el modo de operación de la bomba centrífuga utilizada, era imposible reducir el caudal de fluido circulante, se sustituyó dicha bomba por otra que permitiera regular el caudal hasta valores muy bajos, lo que se consiguió con una de tipo peristáltico. Con esta bomba se ajustó el caudal al mínimo posible, obteniéndose un valor del flujo másico de 3.82×10^{-4} kg/s, resultando un salto térmico para el fluido en el intercambiador de 10.1 °C; el error asociado a éste ensayo es $\epsilon=(0.5/10.1)100 = 4.95\%$, un valor totalmente aceptable.

Para verificar si el salto térmico correspondiente al uso de la bomba peristáltica es coherente con las condiciones de operación, se procedió a comprobar si el producto del flujo másico por el salto térmico se mantiene; de acuerdo con ello, se tiene:

$$\dot{m}_{f1} \Delta T_{f1} = P_1 = (0.1046)(0.04) = 0.004184 \quad (6.87a)$$

$$\dot{m}_{f2} \Delta T_{f2} = P_2 = (3.82 \cdot 10^{-4})(10.1) = 0.003858 \quad (6.87b)$$

que presenta una desviación del 5%, lo cual es perfectamente admisible, para este tipo de ensayo. De acuerdo con los resultados anteriores, se puede aceptar que el valor de la transferencia de calor obtenido en la ecuación (6.87) es correcto.

A partir de los datos obtenidos durante los ensayos, y una vez verificado el balance de energía en el sistema, podemos determinar la eficiencia de la transferencia del prototipo mediante la relación:

$$\eta_{tr} = \frac{\dot{Q}_{fl}}{\dot{Q}_{geo}} \quad (6.88a)$$

que para nuestro caso proporciona un valor de $\eta_{tr}=0.24$. El valor mencionado, corresponde al caso en que se tienen en cuenta las pérdidas térmicas a través de la superficie de control; sin embargo, en una situación real, estas pérdidas no se producen, toda vez que el lecho geotérmico actúa como foco a temperatura constante; por ello, si se prescindir de las pérdidas, P_{util} , el valor de la eficiencia resulta ser $\eta_{tr}=0.44$, es decir el doble del anterior, un valor que está por encima de la mayoría de los dispositivos de aprovechamiento térmico utilizados actualmente como turbinas de vapor o gas, ciclos Rankine mejorados, ciclos Cheng, etc., lo que demuestra la bondad del sistema y su viabilidad desde el punto de vista de la generación de energía.

Por otra parte, podemos determinar el rendimiento termodinámico del sistema a partir de la relación:

$$\eta_{tr} = \frac{\dot{Q}_{fl}}{P_{util}} \quad (6.88b)$$

que en nuestro sistema proporciona un valor de $\eta_{tr}=0.44$, es decir un 44%, valor que se encuentra dentro de los límites para sistemas de generación geotérmica.

6.11.2 Coeficiente de operación

El coeficiente de operación (COP) es un término que define la eficiencia de un sistema desde un punto de vista económico-energético, es decir, tiene en cuenta únicamente la energía que interviene en un proceso correspondiente a elementos activos del mismo, y que, por tanto, representan un coste en cuanto a términos económicos se refiere. Desde este punto de vista, el COP de un sistema se define matemáticamente de la forma:

$$COP = \frac{\zeta_u}{\zeta_{act}} \quad (6.89a)$$

donde ζ_u representa la potencia útil, $P_{\text{útil}}$, y ζ_{act} la potencia activa.

En nuestro caso, la potencia útil corresponde a la absorbida por el fluido caloportador, en tanto la activa es la proporcionada por la bomba que impulsa dicho fluido, por lo que la ecuación anterior se convierte en:

$$COP = \frac{\dot{Q}_{fl}}{\dot{W}} \quad (6.89b)$$

De acuerdo con las leyes de la Mecánica de Fluidos, la potencia proporcionada por una bomba viene dada por:

$$\dot{W} = \eta_p \gamma \dot{v} H \quad (6.90)$$

donde η_p es el rendimiento de la bomba, γ el peso específico del fluido caloportador, \dot{v} el flujo de fluido circulante, y H la altura de carga hidrostática.

En general, el rendimiento de la bomba es un dato que viene proporcionado por el fabricante en el diagrama de características técnicas de la misma, por lo que la determinación de su valor no representa dificultad alguna. El peso específico del fluido, conocido éste, es fácil de determinar sin más que conocer su densidad, dado que $\gamma = \rho g$, siendo ρ la densidad del fluido; dado que, en nuestro caso, se trabaja con agua, el valor de γ queda perfectamente definido. Por otro lado, el caudal ha sido previamente determinado. En cuanto al cálculo de la altura de carga hidrostática, es preciso recurrir a la ecuación de Bernouilli generalizada para poder determinar su valor.

Utilizando la ecuación (4.25), podemos poner:

$$H = h_{bomba} = \Delta z + h_L \quad (6.91)$$

donde se ha considerado como si la presión en el circuito se mantiene constante, ya que se compensa con la bomba.

La diferencia de altura corresponde a la distancia vertical entre la entrada del fluido a la bomba, punto más bajo del circuito hidráulico, y la entrada al intercambiador geotérmico, punto más elevado, que es fácil de determinar. El término h_L , correspondiente a las pérdidas de carga, o pérdidas mecánicas, se puede determinar por métodos analíticos o empleando el diagrama de Hazen-Williams; para el cálculo por métodos analíticos, más preciso, es necesario conocer el factor de fricción, o factor de Darcy, y aplicar la relación dada por la ecuación (4.39), donde, al tratarse de un único conducto de sección circular completamente lleno, se puede escribir:

$$h_L = f \frac{L \cdot v^2}{D \cdot 2g} + \sum_j K_j \frac{v^2}{2g} \quad (6.92)$$

siendo D y L el diámetro y longitud, respectivamente, del conducto por el que circula el fluido, cuyos valores son fácilmente determinables, y K es el coeficiente de carga para cada obstáculo, tal y como se muestra en la figura (6.22)

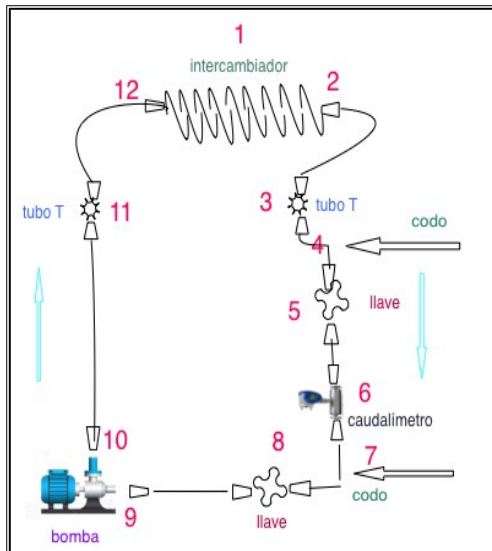


Figura 6.22 Distribución de elementos con pérdidas de carga en el circuito

Tabla 6.15. Valores de los coeficientes de pérdidas

Nº	Elemento	Tipo	K_L
1	intercambiador	14 codos de retomo	$(14)(0,2)=2,8$
2	salida intercambiador	expansión $\theta=30^\circ$	0.02
3	tubo T	contracción $\theta=20^\circ$	0.10
		expansión $\theta=30^\circ$	0.02
		flijo en línea	0.02
4	codo	redondeado 90°	0.30
5	llave1	contracción $\theta=20^\circ$	0.10
		expansión $\theta=30^\circ$	0.02
6	caudalímetro	contracción $\theta=20^\circ$	0.10
		expansión $\theta=30^\circ$	0.02
7	codo	redondeado 90°	0.30
8	Llave 2	contracción $\theta=20^\circ$	0.10
		expansión $\theta=30^\circ$	0.02
9	entrada bomba	contracción $\theta=20^\circ$	0.10
10	salida bomba	expansión $\theta=30^\circ$	0.02
11	Sensor tubo T	contracción $\theta=20^\circ$	0.10
		expansión $\theta=30^\circ$	0.02
		flujo en línea	0.02
12	entrada intercambiador	contracción $\theta=20^\circ$	0.10
		$K_L = \sum K_{Lj}$	4.28

El cálculo del coeficiente de pérdida de carga asociado a cada elemento del circuito se realiza a partir de los valores tabulados para la configuración del circuito en cada elemento [6.20]; de acuerdo con ello, se tiene (ver Tabla 6.15)

Por otra parte, el coeficiente de fricción, f , se obtiene a partir de los diagramas de Moody, o utilizando las relaciones de Haaland y Colebrook [6.21], y conocido el número de Reynolds, el cual se determina por su conocida relación, de modo que:

$$R_e = \frac{vD}{\nu} = \frac{(2.1)(8 \times 10^{-3})}{5.115 \times 10^{-7}} = 32844 \quad (6.93)$$

que nos indica que el régimen es claramente turbulento, y donde la velocidad se ha obtenido a partir de la ecuación de continuidad:

$$v = \frac{\dot{v}}{A} = \frac{1,046 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-5}} = 2,1 \text{ m/s} \quad (6.94)$$

Considerando que el tubo tiene una rugosidad relativa prácticamente nula, $\varepsilon/D=0$, y utilizando el segundo diagrama de Moody con el número de Reynolds obtenido, se determina que el factor de fricción vale: $f=0,023$

Si se calcula analíticamente, mediante las ecuaciones de Haaland y Colebrook, el valor es: $f=0,023$, coincidente con lo reflejado en el diagrama de Moody.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \log \left[\frac{6,9}{Re} + \left(\frac{\varepsilon/d}{3,7} \right)^{1,11} \right] \rightarrow f=0.023 \quad (6.95)$$

e introduciendo el valor obtenido de f en la relación:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (6.96)$$

e iterando, se obtiene, $f=0.023$

Igualmente, si se emplea la relación de Blasius, se obtiene:

$$f = \frac{0,316}{Re^{0,25}} = \frac{0,316}{32844^{0,25}} = 0.023 \quad (6.97)$$

Sustituyendo valores en la ecuación (6.92) se tiene:

$$h_L = \left((0.023 \frac{5}{8 \cdot 10^{-3}}) + 4,28 \right) \frac{2,1^2}{19,6} = 4.2 \text{ m} \quad (6.98)$$

Sabiendo que $\Delta z=0.9 \text{ m}$, se tiene que: $H=0.9+4.2=5.1 \text{ m}$; por tanto:

$$P_h = \gamma \dot{v} H = (985.2)(9.8)(1.046 \times 10^{-4})(5.1) = 5.2 \text{ W} \quad (6.99)$$

que corresponde a la potencia hidráulica suministrada por la bomba.

Sin embargo, la potencia eléctrica consumida por la bomba viene dada por la ley de Ohm:

$$P_e = IV = (12.6)(2.35) = 29.6 \text{ W} \quad (6.100)$$

lo que nos permite calcular la eficiencia de la bomba, que viene dada por:

$$\eta_p = \frac{P_h}{P_e} = \frac{5.2}{29.6} = 0.176 \quad (6.101)$$

es decir un rendimiento del 17.6%, que para una bomba es un valor bajo.

El motivo de esta baja eficiencia es debido al empleo de una bomba centrífuga cuyo caudal para un rendimiento óptimo es de 18 l/min, esto es, 3 veces superior al que se está utilizando. Este resultado nos indica que sería factible poder instalar un sistema paralelo de 3 circuitos equivalentes al de nuestro modelo, los cuales estarían alimentados hidráulicamente por una bomba como la empleada en los ensayos. Este valor, en la realidad sería algo menor puesto que habría que tener en cuenta las pérdidas asociadas a los distribuidores que conectarían la bomba con los circuitos en paralelo. Bajo estas condiciones, el rendimiento sería:

$$\eta_p = \frac{P_h}{P_e} = \frac{5.2}{29.6/3} = 0.527 \quad (6.102)$$

que representa un valor más acorde a este tipo de dispositivo en condiciones normales de operación. Si consideramos el coeficiente de operación de nuestro modelo el valor resultante es:

$$COP = \frac{16.78}{29.6} = 0.567 \quad (6.103)$$

El valor del COP inferior a la unidad indica que no se obtiene una potencia equivalente a la empleada para hacer funcionar el sistema desde el punto de vista energético-económico, lo que señala una baja rentabilidad y dificultades a la hora de implantar el proyecto. En cambio, si se utiliza una bomba dimensionada adecuadamente, o se utiliza la bomba empleada en toda su capacidad, esto es, para un circuito de tres intercambiadores, el COP valdría:

$$COP = \frac{16.78}{29.6/3} = 1.7 \quad (6.104)$$

que representa un valor aceptable para un proceso de conversión energética.

BIBLIOGRAFIA

- [6.1] TFM alumno: Raúl Serrano Mena, director: Carlos Armenta Déu. Estudio experimental de un sistema de celdas Peltier acopladas Serie-Paralelo para generación de energía. 2016.
- [6.2] Jean Louis Salager. Análisis Práctico de datos granulométricos. Cuaderno FIRP S554-A. Traducción de la Universidad de los Andes. Venezuela.
- [6.3] Karl Terzaghi, Ralph Peck and Gholamreza Mesri. Soil Mechanics in Engineering Practice Third Edition. ISBN 0-47 1-08658-4.
- [6.4] Profesor C. Espinoza. Movimiento del agua subterránea. CI51J Hidráulica de Aguas Subterráneas y Su Aprovechamiento. Universidad de Chile.
- [6.5] Juan Barbecho y Jhoana Calle. Caracterización conductividad hidráulica de los suelos. Universidad de Cuenca.
- [6.6] Adrian E. Scheidegger. The physics of flow through porous media. University of Toronto Press. 1963.
- [6.7] Dipl. Ing. Ulises Ruíz Saucedo. Clasificación de texturas y parámetros mecánicos de suelos. Mexico, D.F. Noviembre 2003.
- [6.8] Jesse D Merriman¹, Alan G. Whittington¹, and Anne M. Hofmeister. Re-evaluating Thermal Conductivity from the Top Down: Thermal Transport Properties of Crustal Rocks as a Function of Temperature, Mineralogy and Texture. Elsevier.
- [6.9] Stuart Kenneth Haigh. Thermal conductivity of sands. 2012. Géotechnique 62(7):617-625. DOI: 10.1680/geot.11.P.043. Project: Thermal behaviour of soils.
- [6.10] Kersten, Miles S..1949. Thermal Properties of Soils. University of Minnesota. Retrieved from the University of Minnesota Digital Conservancy, <http://hdl.handle.net/11299/124271>.
- [6.11] Omar Farouki. Evaluation of methods for calculating soil thermal conductivity. 1982. Technical Reports Center Engineering Laboratory K.F. Wendt Library uw - Madison.
- [6.12] Øistein Johansen.1975.Trondheim, Group for Thermal Analysis of Frost in the Ground, Institute for Kjøleteknikk.

- [6.13] F. Donazzi; E. Occhini; A. Seppi Soil.1979. Thermal and hydrological characteristics in designing underground cables. DOI: 10.1049/piee.1979.0119. IET Digital Library.
- [6.14] Shan Xiong Chen.2008. Thermal conductivity of sands. Heat Mass Transfer. Springer-Verlag.
- [6.15] Anne M. Hofmeister, Pressure dependence of thermal transport properties © 2007 by The National Academy of Sciences of the USA.
- [6.16] <http://materias.fi.uba.ar/6731/Tablas/Tabla6.pdf>.
- [6.17] Tablas y numeros y coeficientes termodinamicos.pdf
- [6.18] Donald A Nield & Adrian Bejan. Convection in Porous media. Springer, third edition. USA. 2006.
- [6.19] Anya Seward, Thomas Brakenrig and Sabine Lor. Determination of Thermal Properties of New Zealand's soils and investigations of external factors influencing the near surface low-temperature geothermal resources. 2019.
- [6.20] Yunus Çengel & John Cimbala. Mecánica de fluidos fundamentos y aplicaciones. McGraw-Hill, first edition. 2006.
- [6.21] Frank White. Mecánica de Fluidos. McGraw-Hill, 5° edición. 2003.

Capítulo 7

Modelización y simulación

7.1 Optimización del sistema: simulación teórica

Con objeto de optimizar el diseño del sistema, y en función de los resultados obtenidos en las experiencias realizadas, se procedió a llevar a cabo un proceso de corrección teórico mediante el cual se ajustara el dimensionamiento del sistema; para ello, optimizaremos teóricamente el flujo de la bomba y, consecuentemente, la potencia eléctrica demandada. Este ejercicio de simulación nos permite estimar el COP del sistema bajo condiciones óptimas de funcionamiento. De acuerdo con lo mencionado en un párrafo anterior, si el caudal óptimo de circulación es el triple del utilizado en nuestros ensayos, la bomba sería capaz de alimentar tres intercambiadores idénticos a los empleados, lo que nos permite deducir que la potencia térmica aprovechada sería el triple de la obtenida en nuestro sistema, por lo que se tendría un COP tres veces superior, tal y como se ha indicado en el capítulo anterior.

$$COP_{prot} = COP_{mod} = 3 \times 0.553 = 1.659 \quad (7.1)$$

donde, COP_{prot} corresponde al prototipo y COP_{mod} al modelo.

Por otro lado, esta simulación teórica, se puede extender a condiciones reales de funcionamiento en un lecho geotérmico real donde las pérdidas térmicas de nuestro sistema son inexistentes, puesto que el medio que rodea al intercambiador está constituido por el propio lecho que actúa como foco y que, por tanto, no da lugar a pérdidas, o bien estas pérdidas no afectan al balance termodinámico en nuestro volumen de control, tal y como se muestra en la figura adjunta.

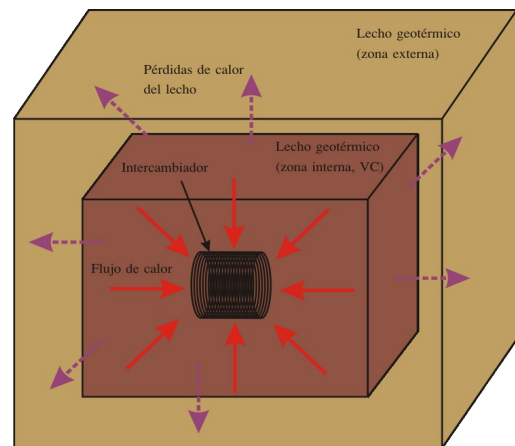


Figura 7.1 Recreación del modo de operación del lecho geotérmico

En este caso, el balance termodinámico del sistema se ve modificado, puesto que las pérdidas térmicas no deben ser consideradas, dado que las existentes desde la zona del lecho geotérmico considerado como nuestro volumen de control, VC en la figura 7.1, quedan dirigidas hacia el exterior, no afectando a la temperatura del propio lecho que es considerado como un foco térmico; por tanto, en estas condiciones, el balance termodinámico quedaría de la forma:

$$\dot{Q}_{geo} = \dot{Q}_{Lm1} + \dot{Q}_{Lm2} + \dot{Q}_m + \dot{Q}_{fl} \quad (7.2 a)$$

donde \dot{Q}_{Lm1} representa, ahora, la potencia calorífica transferida a la zona límite del lecho que rodea la resistencia, \dot{Q}_{Lm2} la potencia calorífica transferida a la zona límite del lecho que rodea el intercambiador, \dot{Q}_m la potencia calorífica transferida por la zona límite del lecho que rodea a la resistencia al lecho o medio y \dot{Q}_f la potencia calorífica transferida por la zona límite del lecho que rodea al intercambiador.

Planteando el desarrollo para el estado estacionario y despreciando la zona límite debido a la alta compactación del medio, la ec 7.2a se transforma en:

$$\dot{Q}_{geo} = \dot{Q}_m + \dot{Q}_f \quad (7.2b)$$

Utilizando los valores obtenidos en nuestros ensayos, y aplicándolos a la simulación planteada, tendríamos:

$$\dot{Q}_{geo} = (33.40)(731.25) \frac{(94-20)}{1400 \times 60} + (0.96)(0.1046)(4180)(0.04) = 38.29 \text{ W} \quad (7.3)$$

de donde el nuevo rendimiento termodinámico valdría:

$$\eta_{tr} = \frac{16.78}{38.29} = 0.44 \quad (7.4)$$

valor que prácticamente duplica el resultado obtenido en nuestros ensayos experimentales.

7.2 Optimización del intercambiador

Para la optimización del modelo es preciso, en primer lugar, tener en cuenta que las pérdidas deben ser despreciables, para lo cual se asumirá que el aislamiento no permite la transferencia de calor, o lo hace de manera despreciable. En segundo lugar, es necesario considerar la fracción de flujo calorífico emitido por la fuente que realmente recibe el intercambiador, para lo cual se ha planteado un modelo geométrico que permite determinar dicha fracción a través del llamado “*factor de visión*” o “*factor de forma*” [7.1-7.2], que nos indica la sección efectiva correspondiente al flujo de energía emitido por la fuente que es interceptado por el intercambiador (ver figura 7.2).

Para un análisis más preciso del flujo de energía interceptado, consideraremos que la fuente corresponde a una superficie emisora como la mostrada en la figura 7.2 donde, para mayor sencillez, hemos segmentado dicha superficie en zonas, cada una de las cuales se considera como una fuente emisora de energía calorífica. El modelo que planteamos es de orden finito, y responde a una distribución geométrica similar a la anteriormente planteada cuando se determinó la temperatura equivalente del lecho; se ha tomado, pues, una distribución de 4 zonas, cada una de las cuales subtiende un ángulo diferente.

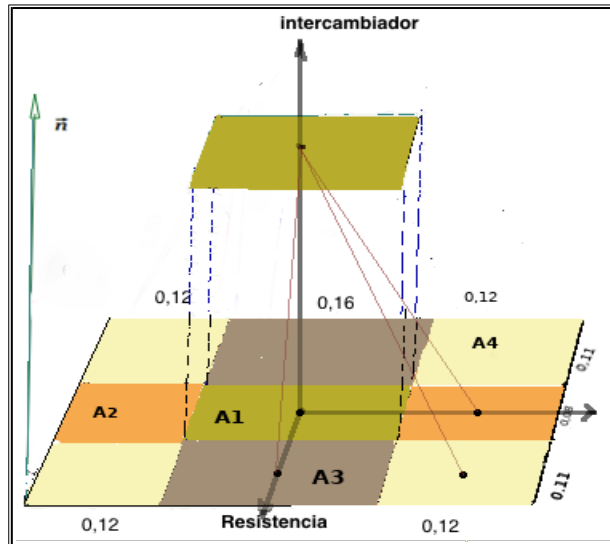


Figura 7.2 Esquema representativo del factor de visión para el intercambio de energía entre fuente e intercambiador

La figura 7.2 muestra las dimensiones de cada una de las zonas en la que se ha dividido la superficie emisora, así como las distancias hasta el plano del intercambiador y las dimensiones de este último.

Podemos definir el factor de visión como la relación entre la potencia calorífica que alcanza el intercambiador respecto a la emitida por la fuente; matemáticamente:

$$F_V = \frac{Q_{r \rightarrow i}}{Q_r} = \frac{\sum_{i=1}^4 \cos \varphi_i A_i}{A_r} \quad (7.5)$$

donde A_r es el área de la superficie emisora, A_i el área de cada zona, y φ_i el correspondiente ángulo de visión.

De acuerdo con los valores indicados en la figura, obtenemos:

$$F_V = \frac{[(0,16) \cdot (0,08) + 2 \cdot (0,12) \cdot (0,08) \cdot (0,789) + 2 \cdot (0,16) \cdot (0,11) \cdot (0,292) + 4(0,11) \cdot (0,12) \cdot (0,285)]}{(0,12)} = 0,46 \quad (7.6)$$

Este valor nos indica que la potencia real que se suministra al intercambiador es:

$$P_{\text{útil}} = (0,46)(69,8) = 32W \quad (7.7)$$

El nuevo dato modifica el cálculo del rendimiento térmico del sistema; si recalculamos el valor del rendimiento, de acuerdo con el valor optimizado de la potencia recibida por el intercambiador, se obtiene el siguiente resultado:

$$\eta_r = \frac{(\dot{Q})_{fl}}{P_{\acute{u}til}} = \frac{16.78}{32} = 0.52 \quad (7.8)$$

que muestra un aumento del 20% con respecto a la situación precedente.

Por otra parte, si asumimos que en un sistema real no hay pérdidas, y que, por lo tanto, la tasa de transferencia de calor correspondiente a dichas pérdidas queda absorbido por el propio lecho geotérmico, es necesario rehacer el balance energético teniendo en cuenta que parte de la potencia “extra” absorbida por el lecho se transferirá al intercambiador en virtud del aumento de temperatura generado en el propio lecho; en ese caso, podemos escribir:

$$\dot{Q}_{geo} = \dot{Q}_{fl}^m + \dot{Q}_m^m + \dot{Q}_L^m \quad (7.9)$$

donde los subíndices, *fl*, *m* y *L* corresponden al fluido, lecho y pérdidas, respectivamente y los superíndices *m* y *p* corresponden al modelo y al prototipo respectivamente.

Por otra parte, teniendo en cuenta que en el prototipo las pérdidas son nulas, $\dot{Q}_L^p = 0$, se tiene:

$$\dot{Q}_{geo}^p = \dot{Q}_{fl}^p + \dot{Q}_m^p \quad (7.10)$$

Asimismo, considerando que parte de la potencia perdida en el modelo corresponde parte a la potencia absorbida por el lecho y parte por el fluido, podemos escribir:

$$\dot{Q}_{fl}^p = \dot{Q}_{fl}^m + F \dot{Q}_L^m \quad (7.11b)$$

$$\dot{Q}_m^p = \dot{Q}_m^m + (1-F) \dot{Q}_L^m \quad (7.11c)$$

donde:

$$F = \left(\frac{\dot{Q}_{fl}^m}{\dot{Q}_{fl}^m + \dot{Q}_m^m} \right) \quad (7.12)$$

Aplicando valores a las ecuaciones 7.11 y 7.12 se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_m &= 39.19 \text{ W} \\ \dot{Q}_{fl} &= 30.68 \text{ W} \end{aligned} \quad (7.13)$$

Los valores obtenidos en la ecuación 7.13 son prácticamente coincidentes, dentro de un margen de error del 4%, con los que se obtuvieron aplicando el modelo matemático de “Factor de Forma”, que es totalmente independiente, lo que permite validar dichos resultados.

A partir de cualquiera de los dos modelos se puede determinar el flujo de calor recibido por el intercambiador, bien conociendo el tamaño de intercambiador y foco y la distancia entre ellos, o considerando pérdidas nulas.

7.3 Modelo de intercambiadores múltiples

En el análisis del rendimiento del sistema, se ha mencionado que el diseño no está optimizado debido a que la bomba utilizada está dimensionada para un circuito con un número mayor de

intercambiadores; con este motivo, se ha planteado llevar a cabo una modelización de un sistema de intercambiadores múltiples basado en el diseño original que presenta el modelo estudiado.

Con el fin de calcular el número de intercambiadores que se pueden colocar en el modelo para optimizarlo, se debe calcular la distancia mínima entre intercambiadores, δ , de manera que no se produzcan interferencias entre ellos o con alguno de los elementos accesorios.

El estudio se lleva a cabo aplicando la ley de Fourier para conducción de calor; y asumiendo que el sistema se encuentra en estado estacionario. Debido a que el flujo de calor no es igual para todas las caras, por la asimetría del modelo, debemos trabajar con densidad de flujo de calor como lo hicimos anteriormente.

La densidad de flujo de calor, σ_Q , se asume constante para cualquier dirección dentro del modelo, ya que la relación entre la conductividad térmica del medio y el espesor, k_{eq}/e_{eq} , se mantiene constante (ver figura 7.3), así como el salto térmico, pues se trabaja con temperaturas promedio.

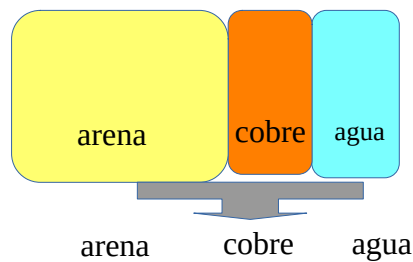


FIGURA 7.3. Componentes del modelo

Aplicando la ecuación (6.79) se llega a:

$$\dot{Q}_l = \dot{Q}_f \frac{S_l}{S_T}; \dot{Q}_r = \dot{Q}_f \frac{S_r}{S_T} \quad (7.14)$$

Siendo S_T el área total, S_l la longitudinal y S_r la transversal, \dot{Q}_l la tasa de transferencia de calor a través de las caras XY y XZ, \dot{Q}_r la tasa de transferencia de calor a través de la cara YZ, y \dot{Q}_f la tasa de transferencia de calor en el agua.

De la definición de densidad de flujo de energía calorífica, σ , y sabiendo que el flujo de calor para el agua es constante, podemos deducir que el valor de σ es igualmente constante.

Para el caso de nuestro modelo, consideraremos que cada intercambiador está rodeado de un volumen de control propio cuya forma geométrica es un paralelepípedo, de manera que no haya intersección entre ninguno de los volúmenes de control así configurados (ver figura 7.4). Se cumple

que todos los volúmenes de control individuales tienen el mismo tamaño y forma, es decir su volumen y superficie son idénticas.

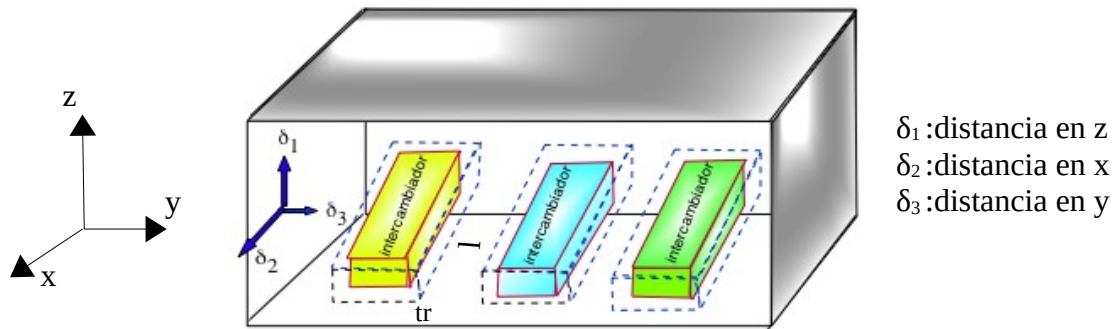


FIGURA 7.4 Esquema del modelo de intercambiadores múltiples

Con objeto de minimizar el tamaño de cada volumen de control individual, se ha tomado como longitud del paralelepípedo la propia longitud del intercambiador, y como anchura y altura el diámetro del propio intercambiador; de esta manera, la superficie de cada una de las caras que configuran el volumen de control individual queda perfectamente definida, dado que el tamaño del intercambiador es conocido, tanto en longitud como en diámetro, siendo estos valores, 0.16 m y 0.07 m, respectivamente.

Para calcular la densidad de flujo calorífico, basta aplicar la definición:

$$\sigma = \frac{\dot{Q}_{fl}}{S_T} = \frac{\dot{Q}_{fl}}{\sum_{i=1}^6 S_i} \quad (7.15)$$

Sustituyendo el valor de la tasa de transferencia \dot{Q}_{fl} previamente determinado, y calculando el tamaño de cada una de las 6 caras que constituyen la superficie del volumen de control, se obtiene: $\sigma = 561 \text{ W/m}^2$; por tanto, aplicando la ecuación (6.79), se pueden calcular las respectivas tasas de transferencias a través de cada una de las caras, obteniendo:

$$\dot{Q}_{S,I} = \dot{Q}_{fl} \frac{S_I}{S_T} = \sigma \cdot S_{S,I} = (561)(0.0112) = 6.283 \text{ W} \quad (7.16a)$$

$$\dot{Q}_{LD,LI} = \dot{Q}_{fl} \frac{S_{lr}}{S_T} = \sigma \cdot S_{LD,LI} = (561)(0.0112) = 6.283 \text{ W} \quad (7.16b)$$

$$\dot{Q}_{D,T} = \dot{Q}_{fl} \frac{S_l}{S_T} = \sigma \cdot S_{D,T} = (561)(0.0049) = 2.749 \text{ W} \quad (7.16c)$$

donde los subíndices S, I, LD, LI, D y T corresponden a la cara superior e inferior, lateral derecho e izquierdo, parte delantera y trasera, respectivamente.

Seguidamente, calcularemos los espesores δ que debemos dejar para mantener la tasa de transferencia de calor en cada intercambiador, utilizando la conocida ecuación de conducción del calor:

$$\dot{Q}_f = \frac{\kappa}{e} S \Delta T \rightarrow e = \delta = \frac{\kappa S \Delta T}{\dot{Q}_f} \quad (7.17)$$

donde la conductividad térmica del medio es función de la temperatura según la ecuación 6.82 con un valor inicial $\kappa=0,362\text{W/mK}$ para la temperatura ambiente; por tanto:

$$\delta_z = \frac{(0.72) \cdot (0.07) \cdot (0.07) \cdot 39}{30.63} = 0.0045\text{m} \quad (7.18a)$$

$$\delta_x = \frac{(0.72) \cdot (0.07) \cdot (0.16) \cdot 39}{30.63} = 0.0102\text{m} \quad (7.18b)$$

$$\delta_y = \frac{(0.72) \cdot (0.07) \cdot (0.16) \cdot 39}{30.63} = 0.0102\text{m} \quad (7.18c)$$

Teniendo en cuenta las dimensiones de nuestro modelo de lecho geotérmico, $0.4 \times 0.3 \times 0.18\text{m}$, y de acuerdo a la configuración indicada en la figura 7.4, se puede comprobar que las dimensiones máximas del conjunto de volúmenes de control serían:

$$L_y = n[tr + (n-1)\delta_y] \quad (7.19a)$$

$$L_x = n[tr + (n-1)\delta_x] \quad (7.19b)$$

$$L_z = n[tr + (n-1)\delta_z] \quad (7.19c)$$

siendo tr la dimensión vertical del paralelepípedo imaginario que rodea al intercambiador (ver figura 7.4), y donde n es el número máximo de intercambiadores del modelo, debiendo cumplirse la condición que: $L_y < L$; $L_x < A$; $L_z < H$, siendo L , A y H la dimensión del volumen de control global según los ejes, Y, X y Z respectivamente.

Despejando de la ecuación (7.19) se tiene que:

$$\delta_i n_i^2 + (tr - \delta_i) n_i - L_i = 0 \quad (7.20)$$

para $i=X, Y, Z$, con $L_x=A$, $L_y=L$, $L_z=H$

Teniendo en cuenta el valor de tr (7 cm) y resolviendo la ecuación (7.20) para los valores del modelo, se tiene:

$$n_x = 3.23 \quad n_y = 3.36 \quad n_z = 2.38$$

lo que nos indica que es posible situar hasta tres intercambiadores en paralelo, orientados según el eje Y, tres según el eje X y dos según el eje Z.

7.4 Pérdidas de carga en el modelo de múltiples intercambiadores

De acuerdo a los resultados anteriores, la modelización se realizará para dos y tres intercambiadores conectados en serie y en paralelo. Para el cálculo de las pérdidas menores se tomará como base las pérdidas obtenidas para un intercambiador y solo se le agregarán los accesorios que se han añadido

al nuevo diseño; también se tendrán en cuenta las diferentes velocidades que se desprenden de los nuevos modelos. Se ha considerado, por seguridad, el doble de las distancias necesarias entre intercambiadores debido a que dichas distancias son muy pequeñas en comparación con las dimensiones del lecho.

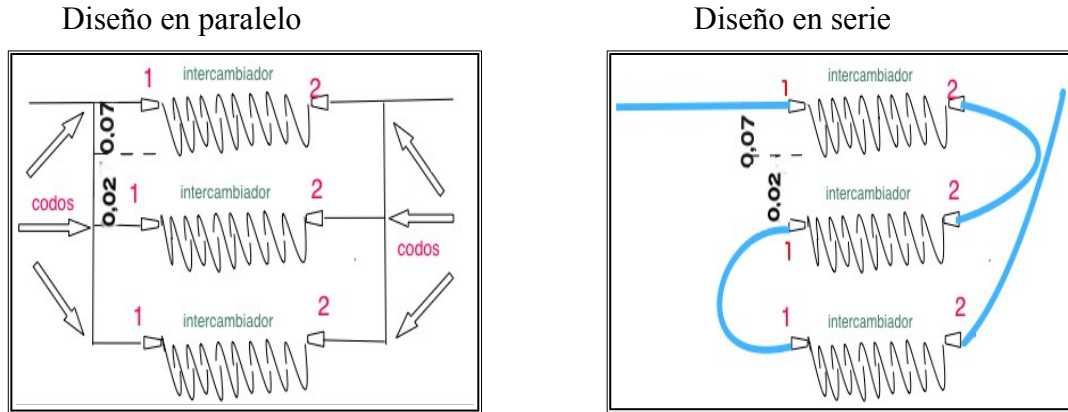


FIGURA 7.5 Diseño de conexión entre intercambiadores

Conexión paralelo

La simulación de un sistema de intercambiadores en paralelo de idénticas características al original parte de la base de considerar que el caudal que circula por cada uno de estos intercambiadores es el mismo que el que circulaba por el intercambiador original; así pues, en este modelo, las condiciones hidrodinámicas en los circuitos secundarios se conservan, en tanto que en el circuito principal la velocidad y el caudal aumentan en la misma proporción que el número de intercambiadores, lo que modifica el régimen de circulación y con ello las pérdidas de carga.

Para determinar el régimen calcularemos el número de Reynolds para cada uno de los dos supuestos, sistema con dos y con tres intercambiadores; sustituyendo los valores correspondientes se tiene:

$$R_{e2} = \frac{(4,2) \cdot (8 \cdot 10^{-3})}{4,75 \cdot 10^{-7}} = 70737 \quad (7.21a)$$

$$R_{e3} = \frac{(6,3) \cdot (8 \cdot 10^{-3})}{4,75 \cdot 10^{-7}} = 106105 \quad (7.21b)$$

de donde se comprueba que el flujo para ambos casos es turbulento.

Utilizando de nuevo los diagramas de Moody, obtenemos los factores de fricción o de Darcy: $f_2=0.019$ y $f_3=0.018$, valores que nos permiten determinar las pérdidas de carga.

7.4.2 Cálculo de la longitud

Seguidamente se determinará la longitud correspondiente a cada uno de los circuitos, recordando que para cada intercambiador la longitud es de 1.5m, siendo la longitud total del circuito original incluyendo al intercambiador de 5m.

Tanto para el diseño de dos como para tres intercambiadores, la longitud de la tubería sin

bifurcaciones es la misma que la del modelo e igual a 3.5m. A ésta hay que sumarle para cada diseño la longitud correspondiente a la zona de intercambiadores que resulta ser $L_2=3.18\text{ m}$, $L_3=4.86\text{ m}$, donde los subíndices 2 y 3 se refieren a la configuración de dos y tres intercambiadores, respectivamente.

7.4.3 Pérdidas de carga

Para el cálculo de las pérdidas de carga mayores se aplica, nuevamente, la ley de Darcy Weisbach, si bien en éste caso el circuito se divide en dos partes, la zona de los intercambiadores y el resto del circuito, al tener velocidades diferentes cada una de ellas, lo que, a su vez, fuerza a que el número de Reynolds sea diferente y, por tanto, el coeficiente de fricción.

Utilizando los valores de f antes mencionados, y aplicando la expresión para la pérdida de carga mayor, ecuación (4.33), se tiene:

$$h_{LM2} = \frac{(0.023) \cdot (3.5) \cdot (4.2)^2}{(0.008) \cdot (2) \cdot (9.8)} + \frac{(0.019) \cdot (3.18) \cdot (2.1)^2}{(0.008) \cdot (2) \cdot (9.8)} = 10.76\text{ m} \quad (7.22a)$$

$$h_{LM3} = \frac{(0.023) \cdot (3.5) \cdot (6.3)^2}{(0.008) \cdot (2) \cdot (9.8)} + \frac{(0.019) \cdot (0.18) \cdot (4.2)^2}{(0.008) \cdot (2) \cdot (9.8)} + \frac{(0.018) \cdot (4.68) \cdot (2.1)^2}{(0.008) \cdot (2) \cdot (9.8)} = 22.78\text{ m} \quad (7.22b)$$

Para el cálculo de las pérdidas menores, obtenidas anteriormente para un intercambiador, se deben agregar otras por cambio en el diseño, tal y como puede apreciarse en la tabla 7.1a

Tabla 7.1a Valores de los coeficientes de pérdidas para dos y tres intercambiadores en paralelo

Elemento	Para 2 intercambiadores	Para 3 intercambiadores	K_L : 2 intercamb	K_L : 3 intercamb
intercambiador	28 codos de retorno	42 codos de retorno	$(28)(0.2)=5,6$	$(42)(0.2)=8,4$
salida y entrada	2 contracción $\theta=20^\circ$	3 contracción $\theta=20^\circ$	0.20	0.30
intercambiador	2 expansión $\theta=30^\circ$	3 expansión $\theta=30^\circ$	0.04	0.06
codos	4 redondeado 90°	6 redondeado 90°	1.20	1.80
tubos T	3 expansión, 2 contracción	5 expansión, 3 contracción		
A la entrada del sist.	contracción $\theta=20^\circ$	contracción $\theta=20^\circ$	0.20	0.30
de intercambiadores	expansión $\theta=30^\circ$	expansión $\theta=30^\circ$	0.06	0.10
	1 flujos derivados, 1 en linea	2 flujos derivados y 2 en linea	1.20	2.40
tubos T	3 contracción 2 expansión,	5 contracción, 3 expansión		
A la salida del sist.	contracción $\theta=20^\circ$	contracción $\theta=20^\circ$	0.30	0.50
de intercambiadores	expansión $\theta=30^\circ$	expansión $\theta=30^\circ$	0.04	0.06
	1 flujos derivados, 1 en linea	2 flujos derivados y 2 en linea	1.20	2.40
	$K_L = \sum K_{Li}$	$K_L = \sum K_{Li}$	10.04	16.32

Para obtener el valor global se suman los obtenidos en la tabla 6.15 con los que aparecen en la tabla 7.1, si bien hay que descontar los términos repetidos que corresponden a los puntos 1, 2 y 12. Por otro lado se debe tener en cuenta que la velocidad del fluido no es la misma en todos los elementos del circuito ya que el flujo varía de unas secciones a otras; por ello, es preciso reemplazar los valores obtenidos en la tabla 6.16 en la ecuación (6.92), teniendo en cuenta este hecho. De acuerdo a estas consideraciones, el valor de coeficiente de pérdida de carga para cada una de las secciones

del circuito viene dada por las siguientes relaciones, donde se toma como referencia la velocidad del fluido en el conducto correspondiente.

Tabla 7.1b Pérdidas de carga en el modelo de 2 y 3 intercambiadores

Modelo de 2 intercambiadores			
Velocidad	Sección original (Tabla 6.15)	Nueva configuración (Tabla 7.1)	Total acumulado
2v	1.36	0.12	1.48
v	0	9.92	9.92
Modelo de 3 intercambiadores			
3v	1.36	0.72	2.08
2v	0	3.04	3.04
v	0	12.56	12.56

Es preciso hacer notar que los valores que aparecen como 0 en la tabla anterior indican que esa situación no se producía, por lo que el valor es idénticamente nulo.

Por tanto, las pérdidas de carga serán:

- *Modelo de 2 intercambiadores*

$$h_{Lm2} = \frac{(1,48) \cdot (4,2)^2}{2 \cdot (9,8)} + \frac{(9,92) \cdot (2,1)^2}{2 \cdot (9,8)} = 3.56 \text{ m} \quad (7.23a)$$

$$h_{L2} = 10.76 + 3.56 = 14.32 \text{ m} \quad (7.23b)$$

- *Modelo de 3 intercambiadores*

$$h_{Lm3} = \frac{(2,08) \cdot (6,3)^2}{2 \cdot (9,8)} + \frac{(3,04) \cdot (4,2)^2}{2 \cdot (9,8)} + \frac{(12,56) \cdot (2,1)^2}{2 \cdot (9,8)} = 9.77 \text{ m} \quad (7.23c)$$

$$h_{L3} = 22.78 + 9.77 = 32.55 \text{ m} \quad (7.23d)$$

donde el subíndice *m* corresponde a las pérdidas menores.

7.5 Potencia de la bomba

La variación en las pérdidas de carga implica que la potencia de la bomba debe modificarse, acorde con dicho cambio; en el caso de la modelización para 2 y 3 intercambiadores tenemos:

$$P_{2p} = \gamma \cdot (\dot{v}_2 \cdot (h + h_2) + \dot{v}_1 \cdot (h_1))$$

$$P_{2p} = (9.8 \times 985.2) \cdot [2.092 \times 10^{-4} \times (10.39 + 0.90) + 1.046 \times 10^{-4} \times (3.93)] = 26.77 \text{ W} \quad (7.24a)$$

$$P_{3p} = \gamma \cdot (\dot{v}_1 \cdot (h_1) + \dot{v}_2 \cdot h_2 + \dot{v}_3 \cdot (h + h_3))$$

$$P_{3p} = (9.8 \times 985.2) \times [(1.046 \times 10^{-4} \times 5.195) + (2.092 \times 10^{-4} \times 3.121) + (3.138 \times 10^{-4} \times (24.589 + 0.90))] = 88.77 \text{ W} \quad (7.24b)$$

7.5.1 Conexión serie

Si utilizamos una conexión serie en lugar de paralelo, no se producen cambios ni en el caudal, ni en la velocidad, ni tampoco en el número de Reynolds. Considerando una longitud de circuito idéntica a la de la conexión en paralelo, tanto para dos como para tres intercambiadores, se obtiene:

$$L_2 = 6.68 \text{ m} \quad L_3 = 8.36 \text{ m}$$

Teniendo en cuenta estos valores, las pérdidas de carga mayores serán:

$$h_{LM2} = \frac{(0.023) \cdot (6.68) \cdot (2.1)^2}{(0.008) \cdot (2) \cdot (9.8)} = 4.32 \text{ m} \quad (7.25a)$$

$$h_{LM3} = \frac{(0.023) \cdot (8.36) \cdot (2.1)^2}{(0.008) \cdot (2) \cdot (9.8)} = 5.41 \text{ m} \quad (7.26)$$

Para el cálculo de las pérdidas menores se utiliza, al igual que en caso de la configuración en paralelo, la tabla de valores que proporciona el coeficiente de pérdida de carga en función del tipo de accesorio y de su configuración geométrica (ver tabla 7.2a)

Tabla 7.2a Valores de los coeficientes de pérdidas para dos y tres intercambiadores en serie

Elemento	Para 2 intercambiadores	Para 3 intercambiadores	K _L : 2 intercambiadores
intercambiador	14 codos de retorno	28 codos de retorno	(14)(0,2)=2,8
entre intercambiadores	1 codo de retorno	2 codos de retorno	0.20
salida y entrada	contracción θ=20°	2 contracción θ=20°	0.10
intercambiador	expansión θ=30°	2 expansión θ=30°	0.02
	K _L =Σ K _{Li}	K _L =Σ K _{Li}	2.92

Reproduciendo el método de cálculo empleado en la configuración paralelo, se tiene:

Tabla 7.2b Pérdidas de carga en el modelo de 2 y 3 intercambiadores

Modelo de 2 intercambiadores			
Velocidad	Sección original (Tabla 6.15)	Nueva configuración (Tabla 7.1)	Total acumulado
v	1.36	2.92	4.28
Modelo de 3 intercambiadores			
v	1.36	5.84	7.2

por lo que las pérdidas menores valdrán:

- *Modelo de 2 intercambiadores*

$$h_{Lm2} = \frac{(4.28) \cdot (2,1)^2}{2 \cdot (9,8)} = 0.96 \text{ m} \quad (7.27)$$

$$h_{L2} = 4.32 + 0.96 = 5.28 \text{ m} \quad (7.28)$$

- *Modelo de 3 intercambiadores*

$$h_{Lm3} = \frac{(7.2) \cdot (2,1)^2}{2 \cdot (9,8)} = 1.62 \text{ m} \quad (7.29)$$

$$h_{L3} = 5.41 + 1.62 = 7.03 \text{ m} \quad (7.30)$$

Asimismo, la potencia de la bomba viene dada por:

$$P_{2p} = \gamma \dot{v} h_{L2} = (9.8)(985.2)(2.110 \times 10^{-4})(0.9 + 5.29) = 13 \text{ W} \quad (7.31)$$

$$P_{3p} = \gamma \dot{v} h_{L3} = (9.8)(985.2)(3.170 \times 10^{-4})(0.9 + 7.03) = 24.88 \text{ W} \quad (7.32)$$

La principal conclusión que se extrae de esta modelización es que, si bien el prototipo tiene cabida para tres intercambiadores, las pérdidas de cargas aumentan considerablemente, aunque el aumento de potencia requerido en la bomba no afecta al diseño de la misma, salvo en el sistema de conexionado, dado que la potencia de la bomba está sobre dimensionada (30 W); sin embargo la curva de rendimiento de la bomba si se ve afectada, puesto que su altura máxima de elevación es de 7 m (ver anexo); por tanto, la única de las posibilidades analizadas que podría realizarse con la bomba utilizada sería la configuración de dos intercambiadores en serie, lo cual no reportaría ningún beneficio debido a que, aunque los intercambiadores en serie contribuirían a elevar la temperatura del fluido al mantenerse más tiempo el contacto entre fluido y medio, como la velocidad a la que trabaja la bomba es muy alta un intercambiador extra no mejoraría mucho el rendimiento del conjunto.

Concluimos, pues, que sólo se podrá mejorar la eficiencia del prototipo utilizando una bomba cuya potencia se ajuste a los requerimientos del sistema, reduciendo, por tanto, su potencia eficaz de 30W a 7W, tal y como se ha analizado, controlando las pérdidas y utilizando la potencia calorífica realmente necesaria para calentar el prototipo, es decir con una potencia efectiva de 32 W.

7.6 Modelo de bomba peristáltica

Se utiliza la bomba peristáltica con el fin de comprobar la transferencia de energía calorífica al fluido caloportador en el intercambiador y el salto térmico que se produce (ecuaciones 6.87a y 6.87b).

El uso de una bomba peristáltica (ver figura 7.6) presenta la característica de poder regular el caudal mediante un dispositivo (1) cambiando la velocidad de giro de la bomba y, por tanto, su caudal.



FIGURA 7.6 Bomba peristáltica

7.6.1 Caudal

En primer lugar, se procedió a determinar el caudal de la bomba para distintas posiciones del sistema de control, arrojando los siguientes resultados (ver tabla 7.3):

Tabla 7.3 Medida del caudal para la bomba peristáltica

CAUDAL BOMBA PERISTALTICA								
marca	tiempo [min]	tiempo [s]	volumen [l]	caudal [l/s]	caudal-prom [l/s]	caudal [m3/h]	caudal-prom [m3/h]	caudal[m3/s]
10	4.1	246	0.1	0.0004065		1.46E-03		
	4.35	261	0.1	0.0003831		1.38E-03		
	4.49	269.4	0.1	0.0003712		1.34E-03		
	4.55	273	0.1	0.0003663	3.82E-04	1.32E-03	1.37E-03	3.817854E-07
7	4.52	271.2	0.1	0.0003687		1.33E-03		
	4.52	271.2	0.1	0.0003687	3.69E-04	1.33E-03	1.33E-03	3.687316E-07
	4.52	271.2	0.1	0.0003687		1.33E-03		
5	8.09	485.4	0.1	0.0002060		7.42E-04		
	8.03	481.8	0.1	0.0002076		7.47E-04		
	8.07	484.2	0.1	0.0002065	2.06E-04	7.43E-04	7.43E-04	2.063379E-07
	8.12	487.2	0.1	0.0002053		7.39E-04		

7.6.2 Transferencia de calor al fluido

Para determinar la transferencia de calor al fluido dentro del intercambiador se llevó a cabo un ensayo de calentamiento del fluido a partir de la energía transferida por el lecho geotérmico, midiendo a intervalos regulares la temperatura de entrada y salida del fluido en el intercambiador; se tomaron diferentes intervalos de tiempo para establecer el salto térmico en el fluido, y se promediaron los resultados con objeto de dar mayor homogeneidad a los resultados, si bien se pudo comprobar que no existían diferencias significativas entre los valores utilizados, siendo el valor

promedio del salto térmico de 10.1 °C para un caudal másico de 3.82×10^{-4} kg/s. Con estos datos, se procedió a determinar la potencia calorífica transferida al fluido utilizando la conocida relación de calorimetría:

$$\dot{Q}_f = \dot{m} \cdot c \cdot \Delta T = (3.82 \times 10^{-4})(4180)(10.1) = 16 \text{ W} \quad (7.33)$$

Siguiendo este método se obtuvieron las curvas de calentamiento del fluido caloportador con el uso de ambas bombas (ver fig 7.7), notándose que el calentamiento es más lento usando la peristáltica. Ambos ensayos se realizaron para una potencia fuente de 70W y una potencia efectiva de 32 W.

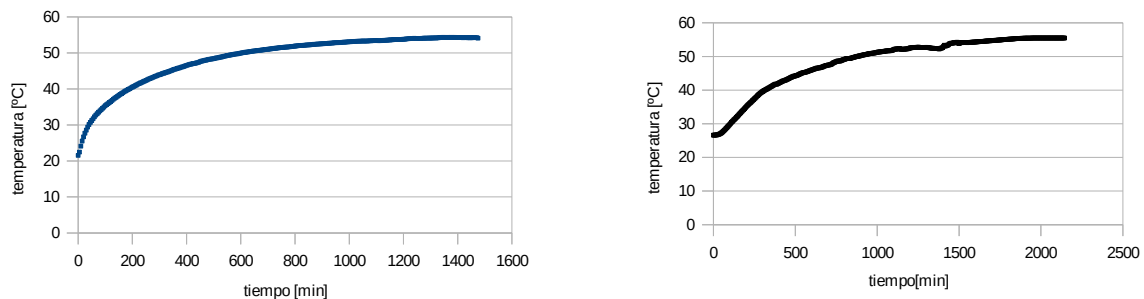


FIGURA 7.7 Evolución de la temperatura del fluido para uso de bomba centrífuga (izda) y peristáltica (dcha)

7.6.3 Potencia

Para el cálculo de la potencia de la bomba peristáltica se utilizará el mismo procedimiento seguido para el caso de la centrífuga; de acuerdo con ello, es necesario determinar, previamente, las pérdidas de carga asociadas al sistema cuando opera bajo las nuevas condiciones hidrodinámicas. Siguiendo el procedimiento indicado, y sabiendo que el caudal circulante es: $\dot{v} = 3.82 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$ y la velocidad se ha obtenido aplicando la ecuación 6.37 se obtiene:

$$R_e^0 = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{(983.3)(7.64 \times 10^{-3})(8 \times 10^{-3})}{4.67 \times 10^{-4}} = 129 \quad (7.34)$$

El superíndice cero corresponde al valor de referencia de la bomba peristáltica, habiendo sido calculada la velocidad a partir de la ecuación de continuidad, y donde la densidad ha sido obtenida de las tablas para la temperatura de trabajo.

Al tratarse de un flujo laminar, el coeficiente de fricción se determina por la relación:

$$f = \frac{64}{R_e^0} = \frac{64}{129} = 0.497 \quad (7.35)$$

de donde podemos obtener las pérdidas de carga utilizando la relación expresada en la ecuación (4.39):

$$h_L = \left(\frac{0.497 \cdot (5)}{8 \cdot 10^{-3}} + 4.28 \right) 2,978 \cdot 10^{-6} = 9 \times 10^{-4} \text{ m} \quad (7.36)$$

pudiendo observarse que las pérdidas de carga son despreciables.

Si empleamos el modelo de intercambiador múltiple, se tiene:

$$\begin{aligned} R_{e3} &= 3 R_e^o = (3)(129) = 387 \\ R_{e2} &= 2 R_e^o = (2)(129) = 258 \end{aligned} \quad (7.37)$$

que corresponden al caso de tres y dos intercambiadores, respectivamente.

Como los regímenes siguen siendo laminares:

$$\begin{aligned} f_3 &= \frac{64}{R_{e3}} = \frac{64}{387} = 0.166 \\ f_2 &= \frac{64}{R_{e2}} = \frac{64}{258} = 0.248 \end{aligned} \quad (7.38)$$

Aplicando la ecuación (4.39), y sustituyendo los valores correspondientes a nuestro modelo, se tiene, para el máximo valor de las pérdidas de carga:

$$h_L = h_{LM} + h_{Lm} = 3.3 \times 10^{-3} + 5.6 \times 10^{-5} = 3.37 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (7.39)$$

donde:

$$h_{LM} = \frac{(0,497) \cdot (3,5) \cdot (7,64 \cdot 10^{-3})^2}{(0,008) \cdot (2) \cdot (9,8)} + \frac{(0,248) \cdot (0,18) \cdot (15,3 \cdot 10^{-3})^2}{(0,008) \cdot (2) \cdot (9,8)} + \frac{(0,166) \cdot (4,68) \cdot (22,9 \cdot 10^{-3})^2}{(0,008) \cdot (2) \cdot (9,8)} \quad (7.40a)$$

$$h_{Lm} = \frac{(2,08) \cdot (22,9 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot (9,8)} + \frac{(3,04) \cdot (15,3 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot (9,8)} + \frac{(12,56) \cdot (7,64 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot (9,8)} \quad (7.40b)$$

Como se observa de la ecuación (7.39), las pérdidas de carga son igualmente despreciables para el modelo de intercambiadores múltiples. Por tanto, la potencia de la bomba valdrá:

$$P_p = \gamma \dot{v} H = (9.8)(985.2)(3 \times 3.82 \times 10^{-7})(1.1) = 12 \times 10^{-3} \text{ W} \quad (7.41)$$

habiéndose calculado el valor máximo de la potencia para el caudal máximo que corresponde al flujo circulante para el modelo de tres intercambiadores. Como se observa, el valor de la potencia es muy pequeño, lo que indica que el sistema operará con un COP muy elevado.

7.7 Relación entre la temperatura y potencia

Uno de los objetivos del proceso de modelización del sistema es permitir predecir el comportamiento del mismo para diferentes potencias de flujo calorífico suministrado; por ello, en primer lugar, se procedió a establecer la relación analítica entre la potencia de la fuente y las temperaturas del lecho y del fluido a través de los algoritmos correspondientes. La figura 7.8 nos muestra el proceso de ajuste, así como las expresiones de dichos algoritmos.

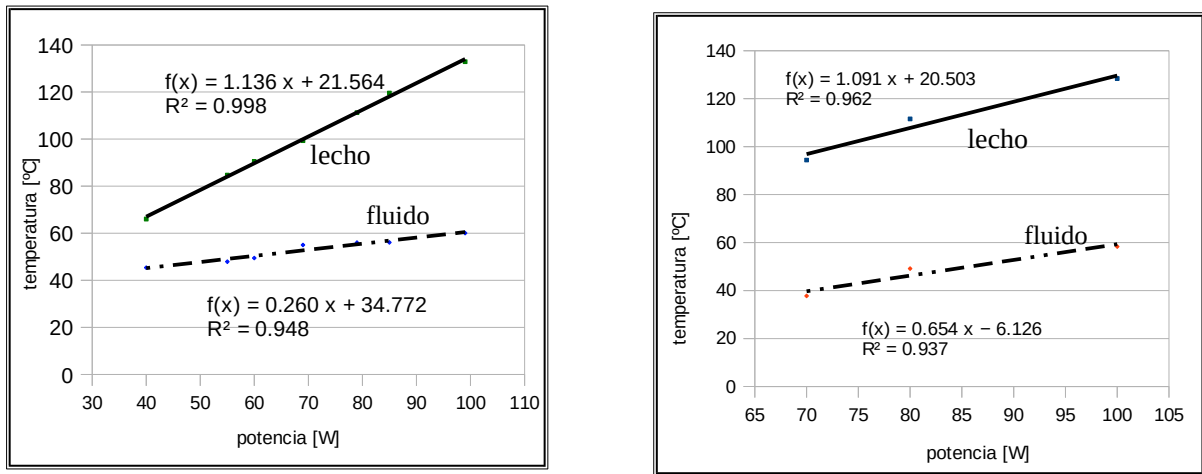


FIGURA 7.8 Curvas de ajuste de la evolución de la temperatura del fluido y del lecho frente a la potencia calorífica para uso de bomba centrífuga (izda) y peristáltica (dcha)

Se puede comprobar que el ajuste entre potencia suministrada y temperatura, tanto del lecho como del fluido, es muy elevado, lo que nos permite establecer la correspondencia entre dichos parámetros con un alto grado de precisión, y poder así estimar el valor de las temperaturas de lecho y fluido para cualquier potencia suministrada en el caso de utilizar cualquiera de los dos tipos de bombas analizados.

Los resultados mostrados en las gráficas de la figura 7.8 nos permiten concluir que, para el desarrollo del prototipo la mejor elección es una bomba cuyo comportamiento sea análogo al de la peristáltica utilizada en el modelo, puesto que presenta un mayor salto de temperatura por unidad de potencia, $0.65 \text{ }^\circ\text{C/W}$ frente a $0.26 \text{ }^\circ\text{C/W}$ de la centrífuga, lo que incrementa el flujo de calor transferido en la misma proporción y mejora el rendimiento, siendo dicha mejora en 250%.

7.8 Modelización del intercambiador en el terreno

Antes de plantear un posible prototipo para el terreno, se debe formular un modelo para el cual se llevará a cabo el análisis de su comportamiento; para ello, se planteará un sistema geotérmico idealizado que contiene un único BHE que produce calor o más de uno siempre que no haya interferencias entre ellos. Cada pozo de perforación está sellado en el sentido de que no hay inyección o producción de fluido en el reservorio, lo cual es típico de los sistemas de poca y media profundidad, utilizados principalmente para aplicaciones de calefacción y refrigeración. La configuración de nuestro modelo consiste en una capa de roca, del mismo material utilizado en el ensayo, conductora de calor, que actúa como acumulador. El orificio, impermeable, genera energía en forma de calor sólo desde esta capa y no desde la inferior y superior, lo cual es una buena aproximación ya que la diferencia de temperatura normalmente sería demasiado baja para producir calor desde la capa superior, y la capa inferior está por debajo, es decir, el horizonte donde yacen los intercambiadores se encuentra a igual temperatura, que se mantiene constante. Como resultado del

calentamiento del fluido se pueden producir células de convección ocasionadas por los cambios de densidad al variar la temperatura [7.3].

Cuando el pozo no inyecta fluido en el subsuelo, como en nuestro modelo, pueden existir corrientes de convección naturales que surgen en el subsuelo que rodea el pozo, y dado que el pozo contiene un fluido frío, el terreno cercano se enfría, creando un gradiente de temperatura horizontal que puede causar diferencias de densidad en el fluido y, por lo tanto, corrientes de convección. Las corrientes de convección pueden surgir también cuando hay un gradiente de temperatura horizontal o vertical. El inicio y la distribución espacial de las corrientes de convección se pueden investigar a través del análisis de estabilidad lineal [7.4-7.5] origen de múltiples investigaciones durante las últimas décadas. El criterio para el inicio de la convección se puede cuantificar a través del número crítico de Rayleigh, que marca el límite a partir del cual pueden desarrollarse corrientes de convección. El número de Rayleigh es un número no dimensional que depende de las propiedades de la roca permeable y del fluido de saturación [7.6].

Por otra parte, para el desarrollo del modelo se asume por simplicidad que las capas son homogéneas y que el medio es isótropo, así como que el sistema está en estado estacionario y que la convección es despreciable frente a la conducción.

7.8.1 Prototipo alternativo

Como la velocidad utilizada en el área de los intercambiadores en el modelo es $7,64 \cdot 10^{-3} \text{m/s}$, teniendo en cuenta que el fluido debe recorrer la distancia correspondiente al intercambiador situado en el lecho geotérmico, que asumiremos de $L=1000\text{m}$, lo cual nos lleva a reducir la temperatura de calentamiento del fluido caloportador a 40°C (ver fig 7.7), el tiempo que emplearía únicamente en recorrer solamente esa distancia valdría:

$$t = \frac{1000}{7,64 \times 10^{-3}} = 13089 \approx 36 \text{ h} \quad (7.42)$$

Se puede ver que el valor resultante es completamente incompatible con un sistema de aprovechamiento térmico o termoeléctrico en superficie, o cual obliga a reconsiderar el valor del caudal utilizado.

Suponiendo la misma longitud recta de intercambiador y considerando que el tiempo del recorrido debe ser alrededor de 1 hora 27 minutos, la velocidad del fluido resulta ser:

$$V = \frac{1000}{5235} = 0.191 \text{ m/s} \quad (7.43)$$

lo que representa un factor de escala respecto al valor anterior de: $f_v = (0.191/7.64 \times 10^{-3}) = 25$ (7.44), es decir la velocidad será alrededor de 25 veces mayor y, por tanto, el caudal circulante suponiendo que la sección del conducto no se modifica.

Ahora bien, con la nueva velocidad de circulación del fluido el tiempo de contacto entre el fluido y el lecho geotérmico a lo largo de la pared del intercambiador se modifica, pasando a ser:

$$t = L/v = 1000/0.191 = 5235.6 \text{ s} = 87.3 \text{ min} \quad (7.45)$$

un valor que, de acuerdo a lo que nos muestra la figura 7.7 no permite alcanzar una temperatura de trabajo aceptable; por ello, se ha decidido trabajar con un tiempo de intercambio entre lecho y fluido que sea el mayor posible sin que ello incremente en exceso la longitud del intercambiador geotérmico, puesto que la velocidad del fluido debe permanecer inalterable, dicho tiempo se ha estimado en 210 minutos, (ver figura 7.7), lo que nos indica que, si bien no se alcanza el límite de temperatura operativo, sí permite conseguir un valor suficientemente alto como para que el sistema trabaje dentro de unos parámetros aceptables.

Teniendo en cuenta, pues, el tiempo estimado de intercambio, la longitud recta del tubo que conforma el intercambiador geotérmico será:

$$L = vt = (0.191)(210 \times 60) = 2406.6 \text{ m} \quad (7.46)$$

Para calcular la longitud que corresponde a un intercambiador de tubo arrollado, es decir la distancia entre extremos se debe tener en cuenta la elasticidad del material, es decir el intercambiador presenta una relación entre el diámetro del tubo y el diámetro de la espira de $F_D = 1/10$, por tanto el diámetro del intercambiador en el prototipo deberá ser:

$$D' = \frac{D}{(F_D)} = \frac{(0.008)}{(1/10)} = 0.08 \text{ m} \quad (7.47a)$$

Por tanto

$$l = \pi D' = 0,251 \text{ m} \quad \text{y} \quad N_e = L/l = 9626 \quad (7.47b)$$

donde l a la longitud de una espira y N_e el número de espiras

Considerando ahora que la distancia entre dos espiras sucesivas cambia en función del diámetro de la espira: D , y asumiendo una distancia entre espiras $e_p = 0.008 \text{ m}$ la longitud de cada intercambiador en el prototipo viene dada por:

$$L_0 = D \cdot (2N - 1) = 153 \text{ m} \quad (7.48)$$

Para calcular la temperatura de operación del fluido en el prototipo, se calculará previamente la temperatura de equilibrio del fluido en el prototipo, donde se tendrán en cuenta la potencia calorífica obtenida experimentalmente para el modelo, $P_m: 16.78 \text{ W}$ ec 6.86, y la obtenida para el prototipo después de la optimización, $P_p: 30.68 \text{ W}$ ec. 7.13.

Se calculará previamente el salto térmico, en el prototipo, entre el medio y el fluido, dado por:

$$\Delta T_p = \left(\frac{P_p}{P_m}\right) \Delta T_{mf} = \left(\frac{30.68}{16.78}\right) (94.3 - 55) = 71.85^\circ \text{ C} \quad (7.49a)$$

siendo Δt_{mf} el salto térmico, en el modelo, entre el medio y el fluido.

Por tanto la temperatura de equilibrio del fluido en el prototipo será:

$$T_{eqp} = T_{en} + \Delta T_p = 20 + 71.9 = 91.9^\circ C \quad (7.49b)$$

siendo T_{en} la temperatura del fluido a la entrada del intercambiador.

Con el valor de tiempo de intercambio de 210 minutos, volviendo a la gráfica de la figura 7.7, podemos ver que la temperatura de trabajo u operación de nuestro fluido será:

$$T_{op} = \left(\frac{T_{210}}{T_{1187}}\right) T_{eqp} = \left(\frac{40}{55}\right) 91.9^\circ C = 67^\circ C \quad (7.49c)$$

donde los valores de $40^\circ C$ y $55^\circ C$ corresponden a los tiempos de 210 minutos y 1187 minutos, que son los tiempos de intercambio en la situación actual y la precedente.

La temperatura obtenida en la ecuación (7.49c) es perfectamente compatible con aplicaciones térmicas de superficie como agua caliente sanitaria (ACS) y calefacción y entra dentro de los límites de los valores operacionales para este tipo de sistemas.

Por otro lado, hay que determinar el tiempo que demora el fluido en ascender hasta superficie, el cual se obtiene de la relación:

$$t_{asc} = H/v = 100/0.191 = 523.5 s = 8.7 \text{ min} \quad (7.50a)$$

suponiendo que la velocidad del fluido no cambie en el tubo de ascenso.

Asimismo, para conseguir que el fluido mantenga la velocidad es preciso conocer la sección del conducto de ascenso en el supuesto que acopláramos varios intercambiadores geotérmicos en un único tubo de ascenso; suponiendo que n representa el número de intercambiadores instalados en el lecho geotérmico, la sección vendría dada por:

$$\dot{v}_{asc} = n \dot{v}_{inte} \Rightarrow \frac{\pi}{4} D_{asc}^2 v = n \frac{\pi}{4} D_{inte}^2 v \quad (7.50b)$$

donde \dot{v}_{asc} y \dot{v}_{inte} representan el caudal del tubo de ascenso y el de cada intercambiador, respectivamente, D_{asc} y D_{inte} el diámetro del conducto de ascenso y el del intercambiador, y v es la velocidad de circulación del fluido.

De la ecuación anterior se tiene, para seis pozos:

$$D_{asc}^2 = 6 D_{inte}^2 \quad (7.50c)$$

de modo que:

$$D_{asc} = \sqrt{6} D = 8 \sqrt{6} = 19.6 \text{ mm} \quad (7.51)$$

Por tanto este prototipo consistirá en un tubo de bajada de 19.6 cm de diámetro y de 100 a 500m de profundidad donde confluyen seis pozos oblicuos que forman 15° con la vertical, en cada uno de los pozos se colocarán los intercambiadores que tendrán tubos de 20 mm de diámetro. Como puede observarse en la figura 7.9, en el tubo de bajada se colocarán los anillos Peltier antes de la división

en seis pozos, mientras que en la subida serán insertados ya en superficie en contacto con la temperatura ambiente, para lo cual se usarán expansiones de 25 cm de diámetro y la longitud estará dada por la longitud de los anillos Peltier

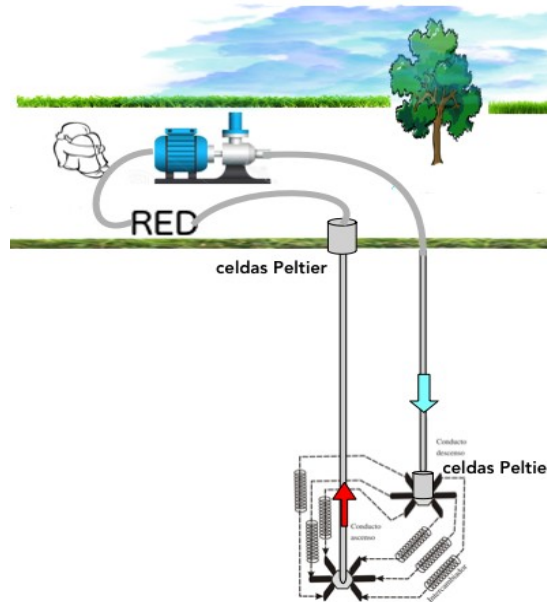


FIGURA 7.9 Esquema del prototipo

Este modelo puede ajustarse a cuatro pozos, en lugar de seis, pero diseñando dos niveles (ver figura 7.10 dcha), en cuyo caso tendremos ocho pozos, y se ganaría potencia térmica respecto al prototipo de 6 pozos.



FIGURA 7.10 Esquema del modelo 1 con seis pozos en nivel único (izda) u ocho pozos en doble nivel (dcha)

Es obvio que en el terreno las pérdidas térmicas dentro del horizonte geotérmico serán nulas, generándose únicamente en el recorrido fuera del mismo, dado que la temperatura del entorno va variando. Para evitar estas pérdidas, se encamisará el pozo con una capa de cemento y otra de aislante de muy baja conductividad térmica, que generan unas pérdidas estimadas de 2 °C/km, tal y

como se ha probado en sistema de transporte de calor para “District Heating” y proyectos de geotermia [7.8-7.9]. Estos valores son estimativos, y se toman como referencia, ya que en un sistema real cada horizonte por donde atraviesa el pozo vertical tendrá una pérdida asociada diferente en función de la temperatura del entorno, como lo hemos visto en el capítulo anterior, la cual viene dada por el perfil geotérmico de la zona.

Teniendo en cuenta los valores obtenidos anteriormente, la potencia calorífica en el prototipo será:

$$\dot{Q}_{Geo/p} = L(f_{caudal}) \dot{Q}_{Geo/m} = (2406.6 \text{ m})(25)(10.67 \text{ W/m}) = 642 \text{ kW} \quad (7.52a)$$

donde el valor de 10.67 corresponde a la densidad lineal de potencia obtenida en el modelo.

En el caso de diseñar 6 pozos (figura 7.10 izda) tendremos $\dot{Q}_{Geo/6p} = 3852 \text{ kW} = 3.852 \text{ MW}$ (7.52b), y en el caso que se adoptara la configuración de 8 pozos (figura 7.10 dcha) se tendría:

$$\dot{Q}_{Geo/8p} = 5136 \text{ kW} = 5.136 \text{ MW} \quad (7.52c)$$

Para evaluar la viabilidad energética del sistema propuesto, es necesario determinar la potencia de la bomba impulsora, para lo cual recurriremos a la expresión ya conocida:

$$P_p = \gamma \dot{v} H = \gamma (\dot{v}_1 h_1 + \dot{v}_2 h_2) \quad (7.53)$$

donde los subíndices 1 y 2 corresponden a los tramos vertical y oblicuo, respectivamente.

Para determinar el valor de la potencia de la bomba, P_p es preciso calcular previamente las pérdidas de cargas, h_i y los caudales \dot{v}_i , correspondientes al conducto vertical e inclinado, para lo cual se asume una profundidad de 100 m a 500 m a la parte del pozo vertical y 39 m, al desnivel vertical de las partes oblicuas de los seis pozos donde yace el intercambiador, valor que se obtiene aplicando trigonometría al diseño propuesto. Los detalles hidráulicos y de diseño del prototipo, ya comentados, los podemos resumir en la tabla A.

Tabla A Características hidráulicas de las tuberías en el pozo geotérmico

tipo-tubo	profundidad [m]	longitud [m]	diámetro [m]	velocidad [m/s]	caudal m ³ /s	Reynolds	factor fricción
recto	100	100	19.6 10 ⁻³	0.191	5.76 10 ⁻⁵	7882	0.027
oblicuo	39	2406.6	8 10 ⁻³	0.191	9.6 10 ⁻⁶	3217	0.035

Así pues, las pérdidas de carga valdrán:

$$h_L = h_{LM} + h_{Lm} \quad (7.54)$$

y teniendo en cuenta que tenemos dos secciones de circuito diferente, cada una de ellas con su propia velocidad de fluido, diámetro, longitud de contacto y factor de fricción, se tiene, para el área de intercambiadores, considerando subida y bajada para cada pozo:

$$h_{LM} = \frac{1}{2g} f \frac{L}{d} \cdot (v)^2 = \frac{1}{19.8} (0.035 \times 2445.6 \times (0.191)^2 \times \frac{1}{0.0196}) = 7.9 \text{ m} \quad (7.55a)$$

Si se consideran 6 pozos las pérdidas serán $h_{LM6} = 47.4 \text{ m}$ (7.55b)

Donde el valor de 2445.6 m se obtiene añadiendo a la longitud recta del intercambiador, 2406.6 m, el tramo de retorno, que vale 39 m.

Las pérdidas mayores correspondientes a los tubos verticales, donde se han agregado 5 km asumidos como correspondientes a la red de distribución hasta el sistema de intercambio de superficie, serán:

$$h_{LM1} = \frac{1}{2g} f \frac{L}{d} \cdot (v)^2 = \frac{1}{19.8} (0.027 \times 5100 \times (0.191)^2 \times \frac{1}{0.0196}) = 12.94 \text{ m} \quad (7.56a)$$

Si consideramos el tubo de subida y bajada debemos multiplicar por 2 y $h'_{LM1} = 25.89 \text{ m}$ (7.56b)

Finalmente las pérdidas menores para todo el circuito viene dada por:

$$h_{Lm} = (K_1) \frac{v_1^2}{2g} + (K_2) \frac{v_6^2}{2g} = (16.12 \times 2) \frac{(0.191)^2}{19.8} + (6 \times 3836) \frac{(0.191)^2}{19.8} = 0.060 + 42.41 = 42.47 \text{ m} \quad (7.57)$$

por lo que el valor total de las pérdidas de carga valdrá: $h_L = 102.81 \text{ m}$ (7.58)

Sustituyendo los valores de los caudales y alturas de carga previamente calculados para la configuración definida, teniendo en cuenta una longitud de conducto vertical; L_v , entre 100 y 500 m, como se ha indicado, el valor de h_l en la ecuación 7.53, viene dado por:

$$h_1 = L_v + h'_{LM1} + K_1 \left(\frac{v_1^2}{2g} \right) \quad (7.59a)$$

y donde:

$$h_2 = L_{LM} + K_2 \left(\frac{v_2^2}{2g} \right) \quad (7.59b)$$

recordando que $\gamma = 9655$, se tiene, para profundidades de 100m, 200m, 300m y 500m, respectivamente:

$$P_{p,100} = 9655 [(5.76 \times 10^{-5})(126) + (9.6 \times 10^{-6})(115.92)] = 80.8 \text{ W} \quad (7.60a)$$

$$P_{p,200} = 9655 [(5.76 \times 10^{-5})(226) + (9.6 \times 10^{-6})(115.92)] = 136.4 \text{ W} \quad (7.60b)$$

$$P_{p,300} = 9655 [(5.76 \times 10^{-5})(326) + (9.6 \times 10^{-6})(115.92)] = 192.0 \text{ W} \quad (7.60c)$$

$$P_{p,500} = 9655 [(5.76 \times 10^{-5})(526) + (9.6 \times 10^{-6})(115.92)] = 303.3 \text{ W} \quad (7.60d)$$

7.9 Generación termoeléctrica

Una de las ventajas del sistema diseñado en nuestro modelo, y que puede ser extrapolado al prototipo real, es el hecho de poder utilizar la entalpía del fluido circulante, tanto en el tramo

ascendente como en el descendente, como fuente de energía para la generación termoeléctrica. En efecto, de acuerdo con lo explicado en el capítulo 5, la diferencia de temperatura entre el fluido caloportador y el medio que le rodea puede ser aprovechada para generar electricidad mediante el conocido *efecto Seebeck*; para ello, bastará con intercalar en el circuito celdas Peltier que generen electricidad a partir del salto térmico existente.

Con este fin, se ha diseñado una modificación en el modelo que incluye un sistema de celdas Peltier en el tramo que conduce al fluido desde el lecho geotérmico hasta la superficie, en nuestro caso representada por el depósito que se muestra en la figura 6.1. Esta modificación consiste en un cubo de 0.05m de arista, en el cual se han insertado celdas Peltier en cada una de las caras laterales, dejando la cara superior e inferior para las conexiones hidráulicas con el circuito (figura 6.6). Se caracterizaron las cuatro celdas Peltier del modelo TEC1-12710 de Hebei I.T., que poseen 127 uniones *p-n* altamente dopadas y un rango de corriente entre 6 y 10A. Las dimensiones de cada una de las celdas son (40x40x4) mm. La celda está fabricada utilizando Bi_2Te_3 como semiconductor y Alúmina (Al_2O_3) como cerámica protectora. Debido a que la generación de energía de las celdas depende de la diferencia de temperatura ΔT entre las caras caliente y fría de la celda; la corriente y el voltaje para cada celda se han medido variando ΔT (ver figura 7.11).

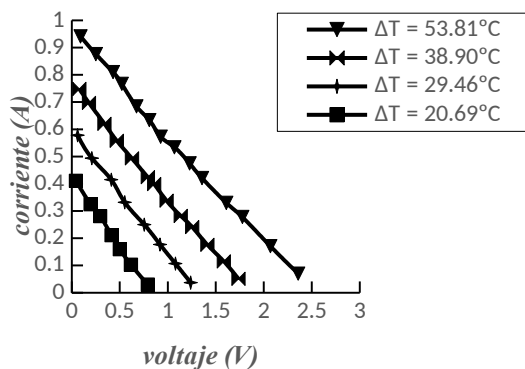


FIGURA 7.11 Curvas I-V celdas Peltier

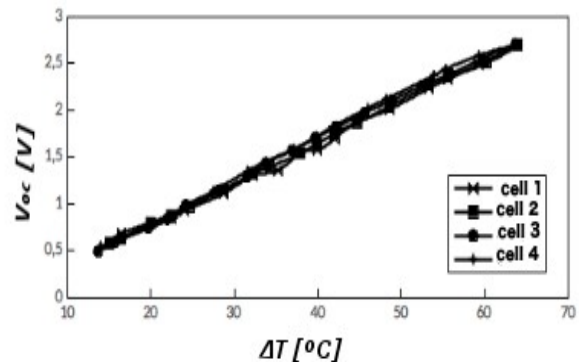


FIGURA 7.12 Variación del voltaje de circuito abierto (V_{oc}) de la celda Peltier en función del salto térmico

Las pruebas se completaron realizando otro experimento en el que se varió el salto de temperatura, midiendo ΔT y V_{oc} . Los resultados, para las cuatro celdas utilizadas, se muestran en la figura 7.12, donde se observa que el comportamiento de cada una de las celdas es prácticamente idéntico, requisito imprescindible a la hora de conectar celdas entre sí.

En la tabla 7.4 se muestran los parámetros de ajuste de la recta de regresión de cada una de las celdas ensayadas; en dicha tabla se puede observar que la desviación máxima entre celdas es del 5%, y tan sólo del 3% con respecto al valor promedio.

Tabla 7.4 Rectas de ajuste de Voc para cada celda y su promedio.

	Equation
Cell 1	Voc=0.0435 ΔT
Cell 2	Voc=0.0437 ΔT
Cell 3	Voc=0.0451 ΔT
Cell 4	Voc=0.0458 ΔT
Average	Voc=0.0448 ΔT

Para caracterizar tanto la corriente de cortocircuito como el voltaje en circuito abierto se promedian los valores de las pendientes de las curvas I-V, dado que dichas pendientes son prácticamente constantes y sólo varían con la temperatura; por tanto:

Tabla 7.5 Pendiente de las curvas I-V y valor promedio

	pendientes
celda 1	-0,443
celda 2	-0,456
celda 3	-0,458
celda 4	-0,468
promedio	-0,456

Tabla 7.6 Curva de ajuste de Isc en función de ΔT y su promedio.

	ecuación
celda 1	Isc=0.0193 ΔT
celda 2	Isc=0.0199 ΔT
celda 3	Isc=0.0207 ΔT
celda 4	Isc=0.0214 ΔT
promedio	Isc=0.0203 ΔT

A partir de los valores de las tablas anteriores y utilizando la ecuación (5.14) se obtiene:

$$V_{oc}=4.48 \cdot 10^{-2} \Delta T \text{ (7.61)} \ ; \ I_{sc}=2.03 \cdot 10^{-2} \Delta T \text{ (7.62)} \ ; \ I(A)=2.03 \cdot 10^{-2} \Delta T - 0.456 V \text{ (7.63)}$$

Con objeto de incrementar el voltaje e intensidad del sistema de celdas Peltier, se conectaron éstas en serie y paralelo, obteniéndose los valores que se muestran en las tablas 7.7 y 7.8. La desviación entre el valor teórico y el experimental es del 4% y 5.9%, respectivamente.

Tabla 7.7 Valores característicos de las celdas Peltier conectadas en serie para el mismo ΔT

Celdas	ΔT₁ (°C)	ΔT₂ (°C)	ΔT_P (°C)	V_{oc1} (V)	V_{oc2} (V)	V_{ocT} (V)	V_{ocE} (V)	I_{scE} (A)	P_{maxE} (W)	P_{MaxT} (W)
2y3	20.3	19.96	20.13	0.786	0.775	1.561	1.550	0.480	0.186	0.193
1y4	24.9	25.00	24.95	0.960	0.963	1.923	1.920	0.583	0.280	0.291
3y4	30.51	30.43	30.47	1.168	1.172	2.340	2.330	0.705	0.411	0.428
promedio pérdidas									0.292 4%	0.304

Tabla 7.8 Valores característicos de las celdas Peltier conectadas en paralelo para el mismo ΔT

Celdas	ΔT_1 (°C)	ΔT_2 (°C)	ΔT_P (°C)	V_{oc1} (V)	V_{oc2} (V)	V_P (V)	V_{ocE} (V)	I_{scE} (A)	P_{maxE} (W)	P_{MaxT} (W)
2y4	21.78	20.76	21.27	0.842	0.804	0.823	0.818	0.986	0.202	0.214
1y2	27.65	27.04	27.35	1.063	1.040	1.051	1.044	1.251	0.327	0.347
3y4	31.42	31.15	31.29	1.205	1.195	1.200	1.192	1.420	0.423	0.450
promedio pérdidas									0.317 5.93%	0.337

Es claro ver que la potencia obtenida por el sistema de celdas Peltier es bastante bajo, tanto en la configuración serie como en la paralelo, si bien esto es debido al factor de escala con el que trabaja nuestro modelo; en un prototipo real, donde el tamaño de las celdas puede ser significativamente mayor, es de esperar obtener valores de potencia proporcionalmente más elevados en función de la relación de superficie.

7.9.1 Factor de configuración

Para determinar el tamaño real de nuestro sistema de celdas Peltier en el prototipo es preciso recurrir a las leyes de semejanza; en el caso presente, podemos aplicar una relación de semejanza geométrica, dado que la potencia de la celda Peltier es función de su voltaje e intensidad, y teniendo en cuenta que el primero depende de la configuración estructural, esto es, del tipo y número de uniones $p-n$, que normalmente se mantiene fijo, y que la segunda es función directa de la superficie de la celda, es claro ver que hay una dependencia lineal entre el área de la celda y su potencia, siempre que la configuración estructural de la misma no varíe.

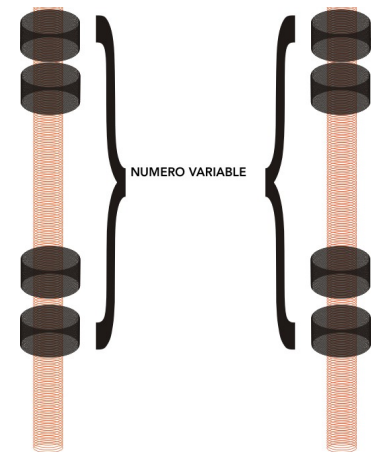


FIGURA 7.13 Configuración de anillos Peltier en el prototipo bajada (izda), subida (decha)

De acuerdo con ello, y teniendo en cuenta las dimensiones de nuestro modelo, y las profundidades habituales a las que se va a trabajar para un lecho geotérmico de baja entalpía, nos encontramos que la relación de semejanza más adecuada es del tipo longitudinal dada por $L_r=L_m/L_p$, donde L representa la longitud, y los subíndices m y p se refieren al modelo y al prototipo. Aplicando dicha relación a nuestro sistema se tiene:

$$L_r=0.185/200=1:1080 \quad (7.64)$$

lo que nos indica que el prototipo es 1080 veces mayor que el modelo.

Utilizando el valor dado por la ecuación (7.64), y aplicándolo al caso de las celdas Peltier, obtendríamos que la arista de la cara de la celda debería valer:

$$a=(0.04)(1080)=43.2 \text{ m} \quad (7.65)$$

Este valor es incompatible con las dimensiones del prototipo, ya que el máximo diámetro disponible del orificio por el que se inserta el conducto de bajada es de 0.25 m; además, tecnológicamente es

imposible fabricar una celda Peltier de las dimensiones que se han calculado. Esto condiciona a que el tamaño máximo de la celda Peltier sea de 210x210 mm, ya que hay que tener en cuenta que la celda no puede ocupar todo el espacio correspondiente al orificio, motivo por el cual se ha dejado un margen del 25%, equivalente a 5 cm, para el marco de sujeción de la celda y el margen de seguridad entre el marco y la pared del pozo geotérmico.

Usando estos factores, y teniendo en cuenta la máxima dimensión posible, que viene establecida por el diámetro máximo disponible del orificio, el factor de escala será:

$$L'_r = 0.04/0.24 = 1:6 \quad (7.66)$$

Con objeto de ajustar el factor de semejanza real al teórico, se puede configurar el sistema acoplado un conjunto de elementos cuyo número vendría dado por el cociente entre los factores L'_r y L_r , esto es:

$$n = L'_r / L_r = \frac{(1/6)}{(1/1080)} = 180 \quad (7.67)$$

que nos indica que deberíamos acoplar 180 anillos de las características especificadas y del tamaño indicado.

La configuración de un sistema de anillos Peltier que cumpla las condiciones anteriormente establecidas correspondería a un conjunto en serie, o paralelo, de anillos, según se quiera aumentar el voltaje o la intensidad, colocados a lo largo del conducto de ascenso, o descenso, por el que circula el fluido caloportador. Este conjunto de anillos, tal y como refleja la figura 7.13 quedaría distribuido a lo largo de una determinada sección del conducto ocupando una distancia vertical que vendría dada por:

$$L = n(h+h_0) + h_0 = nh + (n+1)h_0 \quad (7.68)$$

donde n es el número de anillos, 180 en nuestro caso, h la dimensión de la celda Peltier, y h_0 la longitud del marco que recubre a la celda.

Con el objeto de disminuir el número de celdas por anillo y buscando un aprovechamiento mejor de las mismas, se asumirá para el desarrollo un tamaño de celdas de 8 cm que permite instalar 7 celdas por anillo y, por tanto, el número de anillos se reduce a la mitad y aplicando la fórmula 7.68 la longitud del arreglo se reducirá un 10% respecto a la primera opción. De igual manera la superficie ocupada por las celdas representa una ganancia de un 16.7% y por tanto un valor equivalente en potencia termoeléctrica que si se utilizan celdas de 4 cm de lado, es decir:

$$L = 180 \cdot 0.04 + 181 \cdot 0.01 = 9m \quad (7.69a)$$

se podrían ubicar 12 celdas con un marco de 1cm por anillo con una superficie eficaz dada por:

$$S_{ef} = (0.04)^2 (180) (12) = 3.456 \text{ m}^2 \quad (7.70a)$$

En el caso de utilizar celdas de 8cm de lado:

$$L=(90\cdot 0.08)+(91\cdot 0.01)=8\text{ m} \quad (7.69b)$$

se podrían ubicar 7 celdas con un marco de 1cm por anillo con una superficie eficaz dada por:

$$S_{ef} = (0.082)^2 (90) (7) = 4.236 \text{ m}^2 \quad (7.70b)$$

Lo que reduce un 10% la longitud del arreglo e incrementa un 19% la superficie efectiva y, por tanto, la potencia eléctrica generada.

7.9.2 Ganancia energética y rendimiento

Dependiendo del número de anillos, es preciso prestar atención a las posibles variaciones de temperatura del entorno a lo largo de dicha distancia vertical, dado que cambios significativos en dicha temperatura darían lugar a variaciones del comportamiento de los anillos, resultando en valores diferentes del voltaje e intensidad, lo que provocaría incompatibilidad en el acoplamiento o la necesidad de sistemas de conversión para ajustar estos parámetros entre los diferentes anillos. Por tanto se debe poder asegurar que el comportamiento de todos ellos será prácticamente idéntico, de modo que no será necesario realizar ajustes entre ellos.

Teniendo en cuenta que estamos utilizando una celda de mayor tamaño, 8 cm de lado, y que la potencia de referencia viene dada para una celda de 4 cm de lado, la celda de 8 cm proporciona una potencia dada por:

$$P_{\text{peltier}} = L_s \cdot P_e \quad (7.71)$$

siendo L_s el factor superficial de escala, P_e la potencia de referencia, y P_{peltier} la potencia que se desea calcular.

La potencia global, P_t , de la configuración viene dada por:

$$P_t = n \cdot m \cdot P_{\text{peltier}} = n \cdot m \cdot L_s \cdot P_e \quad (7.72)$$

siendo n el número de anillos y m el número de celdas por anillo.

Sustituyendo los valores previamente determinados, donde 0.39W es la potencia unitaria de la celda original de 4x4 cm² utilizada en los ensayos se tiene:

$$P_t = (90) \cdot (7) \cdot (4) \cdot (0.39) = 983 \text{ W} \quad (7.73)$$

Esta potencia representa entre una pequeñísima parte de la potencia calorífica generada en el sistema de aprovechamiento geotérmico, sin embargo, hay que tener en cuenta que la generación de energía termoeléctrica se produce a costa de la potencia térmica del fluido, dado que existe un mecanismo de transferencia de calor por conducción a través del material cerámico de soporte de la propia celda Peltier; por tanto, para determinar la verdadera ganancia del sistema habrá que tener en cuenta este efecto.

De la definición clásica de rendimiento:

$$\eta_P = \frac{P_e}{\dot{Q}_P} \quad (7.74)$$

donde P_e representa la potencia eléctrica generada y \dot{Q}_P la tasa de transferencia de calor por conducción a través de la celda Peltier, y teniendo en cuenta que:

$$\dot{Q}_P = \kappa S_c \nabla T_p \quad (7.75)$$

podemos poner:

$$\eta_P = \frac{P_{\text{peltier}}}{\kappa S_c \nabla T_p} \quad (7.76)$$

donde κ es la conductividad térmica de la cerámica, S_c la superficie de la celda y ∇T_p el gradiente térmico a través de las caras de la celda, donde se ha considerado un salto térmico de 50 °C.

Sustituyendo los valores característicos de nuestro modelo en la ecuación anterior se llega a:

$$\eta_P = \frac{1.6}{(0.685)(64 \times 10^{-4})(50)/(1 \times 10^{-2})} = 0.07 \quad (7.77)$$

lo que nos lleva a la conclusión que no se pueden usar celdas Peltier para un salto térmico tan pequeño, ya que tanto la potencia como el rendimiento no serían eficientes, por lo cual se deberá elegir un lugar de baja temperatura, con objeto de aumentar el salto de temperatura y con ello la eficiencia de la celda Peltier.

7.9.3 Aprovechamiento termoeléctrico

Dado que la generación de potencia termoeléctrica se produce a partir de la potencia térmica del fluido, y teniendo en cuenta los datos obtenidos para la modelización de un prototipo como el anteriormente descrito, es necesario conocer la capacidad térmica del propio fluido con objeto de establecer la viabilidad energética del sistema; para ello, se hace necesario determinar la potencia energética del fluido requerida para la conversión termoeléctrica descrita en los términos de operación especificados. Dicha potencia, \dot{Q}_f , vendrá dada por:

$$\dot{Q}_{fl} = \frac{P_{peltier}}{\eta_P} \quad (7.78)$$

siendo $P_{peltier}$ la potencia termoeléctrica generada por el sistema de anillos Peltier, y η_P el rendimiento de operación de las celdas Peltier.

Este rendimiento de operación es función del salto térmico entre ambas caras de la celda Peltier, tal y como se muestra en la figura adjunta (fig. 7.14).

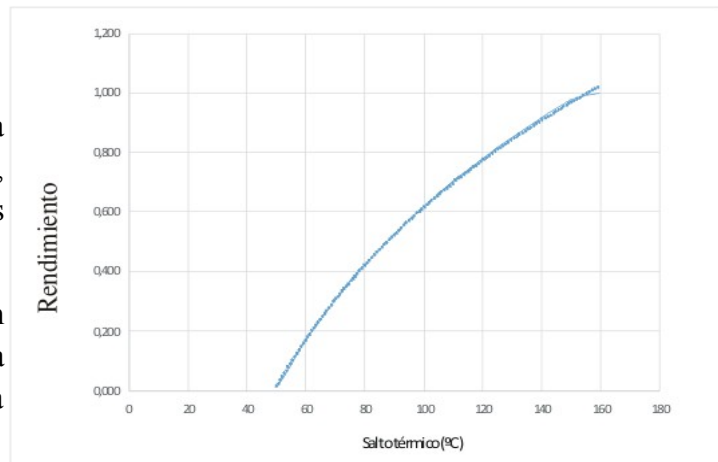


FIGURA 7.14 Variación del rendimiento termoeléctrico de una celda Peltier en función del salto térmico

Teniendo en cuenta que el fluido pierde 2°C/km y que el conducto de ascenso hasta los anillos Peltier tiene 100 m a 500m de longitud, la caída de temperatura se puede estimar en $0,2^\circ \text{C}$ a $0,5^\circ \text{C}$, es decir, que el fluido alcanzaría los anillos Peltier de superficie con una temperatura $T=68,6^\circ \text{C} - 0,5^\circ \text{C} = 68^\circ \text{C}$.

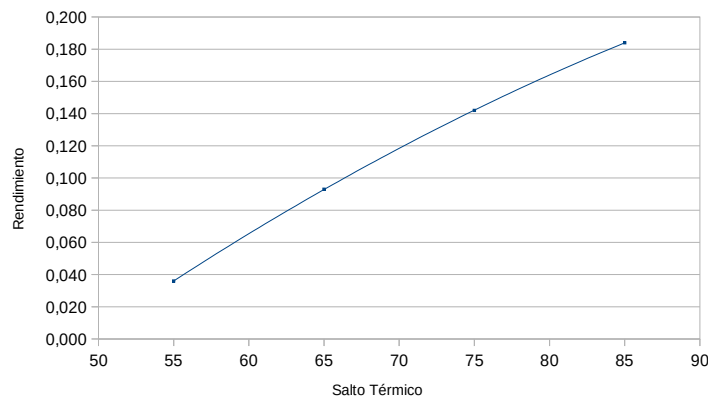


FIGURA 7.15 Simulación del rendimiento termoeléctrico de una celda Peltier de 8cm de lado ($T_{ref}=65^\circ \text{C}$)

Empleando ahora los resultados de la caracterización del rendimiento de la celda Peltier (figura 7.14), podemos poner:

$$\eta = \frac{a \ln \Delta T - b}{P_{max}} \quad (7.79)$$

siendo $a=34,088$ y $b=133$, y cuyo coeficiente de regresión es $R^2=0,9987$

Por tanto, en función de la temperatura exterior, (10°C a -20°C), que suponemos es la temperatura de la cara fría de la celda Peltier, el rendimiento relativo, η^f , de la conversión valdrá:

$$\begin{aligned}
\eta_{10}^r &= 34.088 \ln(55) - 133 = 3.6 \% \\
\eta_0^r &= 34.088 \ln(65) - 133 = 9.3 \% \quad (7.80) \\
\eta_{-10}^r &= 34.088 \ln(75) - 133 = 14.2 \% \\
\eta_{-20}^r &= 34.088 \ln(85) - 133 = 18.4 \%
\end{aligned}$$

Para la fórmula 7.80 debido a que la potencia Peltier depende de su tamaño, con el objeto de evitar el factor de escala, se ha normalizado ésta para un rendimiento a un valor unitario relativo, es decir al 100%, y por tanto para calcular la potencia efectiva que entrega la celda habría que multiplicarla por la potencia máxima.

Si suponemos que cada anillo Peltier está formado por 7 celdas de $8 \times 8 \text{ cm}^2$, y teniendo en cuenta que la densidad de potencia de la celda Peltier instalada, para eficiencia máxima del 100%, es de 2.5 W/cm^2 , cada celda Peltier operando en condiciones óptimas sería capaz de generar una potencia de:

$$P_{opt} = \sigma S = (2.5)(64) = 160 \text{ W} \quad (7.81)$$

Dado que el rendimiento de la celda Peltier depende, como hemos visto, del salto térmico, la máxima potencia que podría generar un anillo como el descrito sería:

$$\begin{aligned}
P_{10} &= (7)(0.036)(160) = 40.3 \text{ W} \\
P_0 &= (7)(0.093)(160) = 104.2 \text{ W} \\
P_{-10} &= (7)(0.142)(160) = 159.0 \text{ W} \\
P_{-20} &= (7)(0.184)(160) = 206.1 \text{ W}
\end{aligned} \quad (7.82)$$

Análogamente, si consideramos un anillo en el conducto de retorno, en la zona subterránea, y asumiendo que el salto térmico en dicha zona se va a mantener constante, en torno a 80° C , el rendimiento de la celdas Peltier sería ahora del 16.4%, por lo que la potencia termoeléctrica generada valdría:

$$P_{el} = nmP_{max} \eta_{Pt} = (1)(7)(160)(0.164) = 183.7 \text{ W} \quad (7.83)$$

De modo que la potencia termoeléctrica global para cada una de las cuatro temperaturas ambiente consideradas será la suma de los valores obtenidos para los anillos en el conducto ascendente y descendente, dados por las ecuaciones 7.82 y 7.83:

$$\begin{aligned}
P_{10} &= 224 \text{ W} \\
P_0 &= 287.9 \text{ W} \\
P_{-10} &= 342.7 \text{ W} \\
P_{-20} &= 389.7 \text{ W}
\end{aligned} \quad (7.84)$$

Por otro lado la potencia térmica extraída del fluido es dependiente del salto térmico entre las caras de las celdas, por lo que se puede calcular para cualquier valor de la misma, en función del rendimiento, que viene dado por la relación: $\eta = a_0 \ln(\Delta T) - b_0$ (7.85), siendo $a_0 = a/P_{mx}$ y $b_0 = b/P_{mx}$, para un $P_{mx} \approx 39.5 \text{ W}$, donde los parámetros a y b están definidos en la ecuación 7.79; por tanto:

$$\eta = 0.8786 \ln(\Delta T) - 3.4278 \quad (7.86)$$

que presenta un coeficiente de correlación $R^2=0.9999$

Por tanto, si elegimos un intervalo coherente con zonas geotérmicas en climas fríos, donde podría ser más útil este tipo de diseños, podemos seleccionar un intervalo de temperatura ambiente promedio diaria entre 10°C y -20°C , que se corresponde con las áreas antes mencionadas. En estas condiciones, el rendimiento de las celdas Peltier valdrá:

$$\begin{aligned}\eta_{10} &= 0.8786 \ln(55) - 3.4278 = 0.09 = 9\% \\ \eta_0 &= 0.8786 \ln(65) - 3.4278 = 0.24 = 24\% \\ \eta_{-10} &= 0.8786 \ln(75) - 3.4278 = 0.366 = 36.6\% \\ \eta_{-20} &= 0.8786 \ln(85) - 3.4278 = 0.476 = 47.6\%\end{aligned}\quad (7.87a)$$

donde el subíndice del rendimiento corresponde a la temperatura ambiente, en $^\circ\text{C}$, mientras que para el tubo de descenso se obtiene:

$$\eta_{desc} = 0.8786 \ln(80) - 3.4278 = 0.422 = 42.2\% \quad (7.87b)$$

De acuerdo a la relación dada por la ecuación 7.86b, y considerando la temperatura ambiente para la que se ha calculado la potencia termoeléctrica generada (ec.7.82), la potencia térmica extraída del fluido en superficie para la conversión termoeléctrica, para cada una de las temperaturas ambiente valdrá:

$$\begin{aligned}P_{t,10} &= 40.3/0.09 = 433.55\text{ W} \\ P_{t,0} &= 104.2/0.24 = 434\text{ W} \\ P_{t,-10} &= 159/0.366 = 434.53\text{ W} \\ P_{t,-20} &= 206.1/0.476 = 432.98\text{ W}\end{aligned}\quad (7.88a)$$

Mientras que para los anillos descendentes la potencia térmica extraída será:

$$P_{desc} = 183.7/0.422 = 435.26\text{ W} \quad (7.88b)$$

Por consiguiente, el balance global de energía para cada uno de los diseños será:

a) Potencia térmica disponible, tomando un promedio de las ecuaciones (7.88a), se tiene:

$$P_{t-6p} = 3851\text{ kW} \quad (7.89) \quad P_{t-8p} = 5135\text{ kW} \quad (7.90)$$

donde los valores de la ecuación 7.89 corresponden al modelo de 6 pozos y los de la ecuación 7.90 al modelo de 8 pozos.

b) Potencia eléctrica disponible

Si asumimos la peor de las situaciones, esto es, un pozo a 500 m de profundidad, solo la potencia eléctrica generada en los lugares donde la temperatura ambiente es -10°C y -20°C podrá sustentar la bomba, por tanto necesitaremos diseñar más anillos en el prototipo.

7.10 Sistema de cogeneración

Un sistema de cogeneración es aquél que da lugar a dos tipos de energía diferentes a partir de una única fuente energética, por ejemplo, la generación de energía térmica y eléctrica a partir de una fuente geotérmica como en nuestro caso. Si aplicamos este concepto al modelo planteado, el aprovechamiento de la energía geotérmica del subsuelo se puede emplear en generar energía térmica y eléctrica, sea para aplicaciones domésticas, comerciales o industriales. Dado que nuestro modelo es de baja entalpía y, por tanto, de baja potencia de generación, la aplicación a sistemas comerciales o industriales debe descartarse por no poder alcanzarse los valores mínimos de potencia que estos tipos de instalaciones requieren.

Centrándonos, pues, en aplicaciones de carácter doméstico, la potencia térmica puede ser utilizada en agua caliente sanitaria (ACS) y calefacción, especialmente si, tal y como hemos planteado, nuestro sistema es más eficaz en ambientes fríos que en cálidos. Por otro lado, la potencia eléctrica generada será de aplicación en iluminación de baja potencia, led, y en caso de excedente será ingresado a la red.

7.10.1 Aplicación a sistemas de cogeneración

En esta sección llevaremos a cabo una simulación en el prototipo previamente descrito para aplicaciones de cogeneración eléctrica y térmica, a partir de una fuente térmica. Esta potencia térmica, generada por el prototipo, será transferida parte en forma eléctrica, mediante un dispositivo TEG y el resto en energía térmica en un intercambiador de calor en superficie. La potencia eléctrica se dedicará fundamentalmente a suministrar potencia a la bomba que garantiza la circulación del fluido caloportador, empleándose el excedente para asistir al uso comunitario o será inyectado a la red. La potencia térmica, por otra parte, será utilizada, básicamente para agua caliente sanitaria, empleándose el excedente, si existiera, en calefacción por aire. La conversión de la potencia primaria térmica en energía eléctrica mediante la conversión termoeléctrica en TEG resulta poco eficiente debido al bajo rendimiento de las celdas Peltier, por ello nuestro objetivo se centra en la cogeneración.

7.10.2 Análisis del proceso de cogeneración

Asumiendo que trabajamos con un recurso geotérmico constante que llamaremos Z , el cual se encuentra asociado a una temperatura del lecho geotérmico, que es para el cual se ha desarrollado nuestro modelo, podemos plantear la ecuación:

$$Z = X + Y \quad (7.91)$$

donde X representa el porcentaje de potencia térmica primaria que se convertirá en electricidad, mientras Y es la potencia utilizada para aplicaciones de índole térmica.

Teniendo en cuenta que la potencia eléctrica generada debe alimentar la bomba de circulación, requisito impuesto en las condiciones de operación de nuestro diseño, se puede escribir:

$$Y = X_1 + X_2 \quad (7.92)$$

siendo X_1 el porcentaje de potencia eléctrica que requiere la bomba y X_2 la fracción destinada a servicios auxiliares.

Teniendo en cuenta que el uso de la bomba es imprescindible, se debe cumplir la siguiente condición:

$$X \geq X_1 \quad (7.93)$$

de manera que la fracción destinada a servicios auxiliares, X_2 , dependerá de la potencia demandada por la bomba y de la fracción de potencia térmica primaria convertida en electricidad X .

Dado que tanto Z como X_1 dependen de la profundidad en la que se sitúa el lecho geotérmico, la fracción X dependerá de dicha profundidad, puesto que la condición impuesta por la ecuación (7.93) debe cumplirse para que el sistema sea operativo. Esto puede dar lugar a que en función de la profundidad a la que se encuentra el lecho geotérmico el recurso Z varíe, pudiendo darse la situación que el sistema no sea viable si la profundidad a la que se obtiene Z obliga a que $X_1 \geq Z$. Por otro lado, aún cuando se cumpla $X = Z$ desde un punto de vista práctico el sistema no es viable debido a que toda la potencia se ocupa para recircular el fluido sin beneficio energético, por ello se debe establecer un porcentaje mínimo de aprovechamiento térmico de la potencia primaria que denominaremos F_a , de tal manera que se cumpla la condición:

$$Y = F_a Z ; X = (1 - F_a) Z \quad (7.94)$$

Es decir X impone un límite a la cantidad de potencia que se puede obtener por conversión termoeléctrica y que viene dada por el factor $(1 - F_a)$, debiendo cumplirse igualmente :

$$(1 - F_a) Z \geq X_1 \quad (7.95)$$

La cantidad de potencia térmica Y se puede expresar análogamente como:

$$Y = Y_1 + Y_2 \quad (7.96)$$

siendo Y_1 la fracción destinada al agua sanitaria, mientras que Y_2 la destinada a calefacción. Esta última condición lleva aparejada una restricción similar al análisis de potencia eléctrica y por el cual la fracción Y_1 nunca puede ser inferior a la demanda real.

7.10.3 Caso práctico

Con objeto de ilustrar el análisis desarrollado en el apartado anterior se procederá a aplicarlo numéricamente para un caso específico, estableciendo la viabilidad del uso de un sistema de

aprovechamiento geotérmico como el planteado para calentamiento y/o ACS y electricidad suficiente para hacer autosustentable la bomba, estableciendo unas condiciones de operación que respondan a los estándares habitualmente aceptados, en concreto, la demanda de potencia. Estos valores están actualmente establecidos en función de las condiciones de confort, y se encuentran referidos a los consumos de energía para una instalación tipo.

Observando los valores proporcionados por las ecuaciones 7.88 y 7.89, se necesita ajustar el balance de la cogeneración incrementando la fracción destinada a generación termoeléctrica y reduciendo la disponibilidad de energía térmica para aplicaciones de superficie; esta situación dependerá de los requerimientos energéticos de uno u otro tipo, térmico y eléctrico, de los sistemas de superficie, por lo que, en principio, y dentro de la disponibilidad total de energía, se pueden dar múltiples combinaciones.

Como se desea diseñar un número máximo de anillos, se calculará cuanta entalpía pierde o gana el fluido al pasar de un anillo al próximo en superficie o en el tubo de retorno, respectivamente . Se había determinado, ecuación 7.75, que \dot{Q}_P es la pérdida conductiva por transferencia de calor a través de la celda Peltier, por lo que a continuación calcularemos las pérdidas para las temperaturas ambiente de $-20\text{ }^\circ\text{C}$, $-10\text{ }^\circ\text{C}$, $0\text{ }^\circ\text{C}$, $10\text{ }^\circ\text{C}$ y para los anillos en el tubo de descenso donde se ha supuesto una diferencia de temperaturas entre las caras de las celdas Peltier en torno a $80\text{ }^\circ\text{C}$, asumiendo que el lecho de roca caliente se encuentra a $94.3\text{ }^\circ\text{C}$ y el fluido caloportador retorna a la temperatura de red, $12.5\text{ }^\circ\text{C}$.

$$\dot{Q}_{(P-20)} = (0.685)(64 \times 10^{-4})(85)/(1 \times 10^{-2}) = 37.3 \text{ W} \quad (7.97a)$$

$$\dot{Q}_{(P-10)} = (0.685)(64 \times 10^{-4})(75)/(1 \times 10^{-2}) = 32.88 \text{ W} \quad (7.97b)$$

$$\dot{Q}_{(P0)} = (0.685)(64 \times 10^{-4})(65)/(1 \times 10^{-2}) = 28.5 \text{ W} \quad (7.97c)$$

$$\dot{Q}_{(P10)} = (0.685)(64 \times 10^{-4})(55)/(1 \times 10^{-2}) = 24.11 \text{ W} \quad (7.97d)$$

$$\dot{Q}_{(Pdesc)} = (0.685)(64 \times 10^{-4})(80)/(1 \times 10^{-2}) = 35 \text{ W} \quad (7.97e)$$

y por tanto la pérdida de temperatura en el anillo estará dada por:

$$\Delta T(85\text{ }^\circ\text{C}) = \frac{\dot{Q}_p}{\dot{m} \cdot c} = \frac{37.3}{5.76 \cdot 10^{-2} \cdot 4180} = 0.15\text{ }^\circ\text{C} \quad (7.98a)$$

$$\Delta T(75\text{ }^\circ\text{C}) = \frac{\dot{Q}_p}{\dot{m} \cdot c} = \frac{32.88}{5.76 \cdot 10^{-2} \cdot 4180} = 0.14\text{ }^\circ\text{C} \quad (7.98b)$$

$$\Delta T(65\text{ }^\circ\text{C}) = \frac{\dot{Q}_p}{\dot{m} \cdot c} = \frac{28.5}{5.76 \cdot 10^{-2} \cdot 4180} = 0.12\text{ }^\circ\text{C} \quad (7.98c)$$

$$\Delta T(55^{\circ}\text{C}) = \frac{\dot{Q}_p}{\dot{m} \cdot c} = \frac{24.11}{5.76 \cdot 10^{-2} \cdot 4180} = 0.1^{\circ}\text{C} \quad (7.98d)$$

$$\Delta T_{desc}(80^{\circ}\text{C}) = \frac{\dot{Q}_p}{\dot{m} \cdot c} = \frac{35}{5.76 \cdot 10^{-2} \cdot 4180} = 0.145^{\circ}\text{C} \quad (7.898e)$$

Sin embargo al utilizarse 7 celdas por anillo, a los valores dados en las ecuaciones 7.98a-798e , deben ser multiplicados por 7, y por ende no podremos colocar más de dos anillos, ver ec.7.49c, para asegurar una temperatura de llegada al intercambiador de superficie no inferior a 65° C, mientras que para los anillos enterrados en el tubo de retorno no se podrá exceder de 8 anillos, ya que la simulación se ha basado en una temperatura de entrada al intercambiador de 20°C, la cual sería posiblemente excedida con más anillos, asumiendo una temperatura de retorno del fluido de 12.5 °C. Cabe aclarar que se ha supuesto que el aumento de entalpía del fluido al pasar por los anillos en el tubo de retorno es el mismo, cuando en realidad irá disminuyendo a medida que atraviesa los anillos, si bien esto no es significativo para el desarrollo.

El salto térmico entre las caras de las celdas Peltier, en el tubo de retorno, variará para anillos entre 81.5°C y 72°C, por lo que si se toma el valor medio del rendimiento entre 80°C y 75° C.

Si se instalan 8 anillos en el tubo descendente y aplicando las ecuaciones (7.83 y 7.86), obtenemos

$$P_{desc} = nmP_{max} \eta_{Pt} = (8)(7)(160)(0.153) = 1371 \text{ W} = 1.371 \text{ kW}_e \quad (7.99)$$

lo que equivale a :

$$1371/0.39 = 3.52 \text{ kW}_t \quad (7.100)$$

Si en superficie se instalan 2 anillos, para las diferentes temperaturas ambiente, obtenemos los siguientes kW eléctricos:

$$\begin{aligned} P_{10} &= (2)(40.3) = 80.6 \text{ W} = 0.08 \text{ kW} \\ P_0 &= (2)(104.2) = 208.4 \text{ W} = 0.208 \text{ kW} \\ P_{-10} &= (2)(159) = 318 \text{ W} = 0.318 \text{ kW} \\ P_{-20} &= (2)(206.1) = 412 \text{ W} = 0.412 \text{ kW} \end{aligned} \quad (7.101)$$

Lo que equivale a una potencia térmica:

$$\begin{aligned} P_{10} &= (80.6)(1/0.09) = 896 \text{ W} \\ P_0 &= (208.4)(1/0.24) = 868 \text{ W} \\ P_{-10} &= (318)(1/0.366) = 869 \text{ W} \\ P_{-20} &= (412)(1/0.476) = 865 \text{ W} \end{aligned} \quad (7.102)$$

Considerando los anillos superiores e inferiores se obtiene un total de potencia eléctrica:

$$\begin{aligned}
P_{10} &= 1451.6 \text{ W} \\
P_0 &= 1579.4 \text{ W} \\
P_{-10} &= 1689 \text{ W} \\
P_{-20} &= 1783 \text{ W}
\end{aligned}
\quad (7.103)$$

Que corresponde a una potencia térmica extraída del fluido:

$$P = 4.39 \text{ kW} \quad (7.104)$$

Para 6 pozos la energía geotérmica extraída es de 3852 kW, de donde hay que descontar la potencia invertida en conversión termoeléctrica dada por la ecuación (7.102), y un valor de 0.95 como factor de intercambio, resulta un potencia térmica de **3655 kW**. Por otro lado, para la parte eléctrica se considera el promedio de la potencia dada por la ecuación (7.103), y se descuenta la potencia de la bomba, 303W, necesaria para pozos de una profundidad de 500 m, quedando disponibles **1.323 kW eléctricos**.

En el caso que se deseara considerar anillos Peltier para una temperatura ambiente mayor que los 10°C y siempre que se mantengan las condiciones estipuladas solo deberán considerarse los anillos en el tubo de retorno, debido a que la eficiencia de los anillos de superficie es prácticamente despreciable.

En términos de eficiencia energética, si consideramos la generación combinada de energía eléctrica y térmica, donde se ha supuesto un factor de intercambio en superficie del 95%, la eficiencia global teórica del sistema valdría para el caso de 6 pozos:

$$\eta_6 = \frac{(3847 \cdot 0.95) + 1.323}{3852} = 0.95 \quad (7.105)$$

En las ecuaciones 7.104 y 7.105 se han considerado los valores promedio entre todas las potencias eléctricas obtenidas por conversión termoeléctrica, para los anillos en superficie a los que se le ha sumado la potencia eléctrica generada en el tubo de retorno.

El subíndice del rendimiento en las ecuación (7.105) indica el número de pozos del prototipo.

Aprovechamiento térmico y eléctrico en superficie

Debido a las características del fluido analizado se debe realizar un análisis de la potencia suministrada por el fluido, así como la requerida para poder suministrar energía a un determinado número de viviendas, tanto térmica como eléctricamente.

Teniendo en cuenta que el fluido suministra energía de manera continua a lo largo de todo el día, es decir un tiempo de operación, t_{op} , de 86400 segundos, y que la temperatura del fluido es de 65° C y la temperatura de confort para ACS es de 38° C, se tiene:

$$Q = \dot{Q} t_{op} = F_R \dot{m}_f c_p \Delta T_f t_{op} = (0.95)(5.67 \times 10^{-2} \text{ kg/s})(4180 \text{ J/kg}\cdot\text{K})(27 \text{ K})(86400 \text{ s}) = 525,2 \text{ MJ} \quad (7.106)$$

siendo F_R el factor de intercambio de calor ($F_R=0.95$), y el flujo másico $\dot{m}=5.76 \cdot 10^{-2}$ kg/s, lo que representa una potencia térmica:

$$\dot{Q}_f=(525,2 \times 10^6/86400)=6,1 \text{ kW} \quad (7.107)$$

Un suministro estándar de agua caliente sanitaria en un grifo está en torno a 9 l/min. En general, el diseño convencional para ACS en una vivienda no permite más de un grifo abierto al mismo tiempo para garantizar un correcto suministro; por tanto, la potencia calorífica requerida para el salto térmico entre la temperatura de red, 12.5° C, y la temperatura de confort del ACS, 38° C, será:

$$\dot{Q}_{ACS}=\dot{m}_f c_p \Delta T_f=(0.150 \text{ kg/s})(4180 \text{ J/kg}\cdot\text{K})(25.5 \text{ K})=16 \text{ kW} \quad (7.108)$$

Este valor se encuentra muy próximo al estándar en instalaciones convencionales, que es de 14kW_t.

Si fuera necesario suministrar calefacción, además de agua caliente sanitaria, hay que multiplicar la potencia por un factor de 2.5 para el caso de acondicionar a 21° C, de modo que la potencia valdría, en este caso:

$$\dot{Q}_{(ACS+cal)}=2.5 \dot{Q}_{ACS}=(2.5)(16)=40 \text{ kW} \quad (7.109)$$

valor muy próximo con el estándar utilizado en una vivienda convencional, que es de 35 kW_t.

Se puede comprobar que no se dispone de potencia suficiente para un suministro de agua caliente sanitaria ni para calefacción, lo que obliga a utilizar un sistema de almacenamiento térmico.

El volumen estándar de un tanque de almacenamiento térmico para una vivienda de 4 personas es de 150 litros, por lo que la energía necesaria para el acumulador térmico es:

$$Q=m c_p \Delta T=(150 \text{ kg})(4180 \text{ J/kg}\cdot\text{K})(37.5 \text{ K})=23.5 \text{ MJ} \quad (7.110)$$

Donde el incremento de temperatura para esta situación se corresponde a un salto entre la temperatura de red, 12.5° C y la temperatura del tanque de almacenamiento, 50° C.

Combinando las ecuaciones 7.106 y 7.110, se verifica que se podría alimentar un conjunto de 17.6 acumuladores térmicos.

Sin embargo, si consideramos que para suministrar agua caliente sanitaria y calefacción el acumulador debe tener un volumen de 375 litros, tendríamos:

$$Q=m c_p \Delta T=(375 \text{ kg})(4180 \text{ J/kg}\cdot\text{K})(37.5 \text{ K})=58.8 \text{ MJ} \quad (7.111)$$

de donde el número de acumuladores que se podrían alimentar en este caso sería tan solo de 9, es decir se podrían suplir térmicamente a 9 viviendas.

Para considerar el aprovechamiento eléctrico partimos de la potencia eléctrica generada por el conjunto de anillos Peltier en superficie y profundidad, que de acuerdo a los valores previamente mencionados representa un valor promedio de 1626W; considerando que, de acuerdo con el diseño

establecido, la bomba hidráulica va a ser alimentada por el conjunto de anillos Peltier, la potencia eléctrica disponible será de 1315 W, tal como ha quedado reflejado anteriormente.

En el supuesto que se utilizara dicha potencia exclusivamente para uso residencial se obtiene que la potencia eléctrica para cada vivienda sería : $\dot{W}_{e/viv} = 1323/9 = 147\text{W}$ (7.112); este valor únicamente sería útil para servicio de iluminación de tipo led, puesto que las luminarias de este tipo proporcionan gran intensidad luminosa con una potencia muy baja. Esta simulación, sin embargo, representa una pérdida de potencia y energía puesto que la iluminación no opera las 24hs del día en tanto la generación procedente de los anillos Peltier si lo hace; por consiguiente considerando una media de 4hs diarias obtendríamos un excedente de energía dado por:

$$E_{ex} = 147 \times (24-4) = 2940\text{Wh} = 2.94\text{ kWh} \quad (7.113)$$

Este excedente de energía puede cubrir posible variaciones, al alza, del tiempo medio de iluminación estimado o ser inyectado directamente en red.

Eficiencia real del sistema:

a) Térmica

Teniendo en cuenta el aprovechamiento solo térmico del sistema, sin considerar la cogeneración :

$$\eta_t = \frac{\dot{Q}_{ut}}{\dot{Q}_{iny}} = \frac{\dot{m} \cdot c \cdot \Delta T_1}{\dot{m} \cdot c \cdot \Delta T_2} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{67-50}{67-12.5} = 0.312 = 31.2\% \quad (7.114)$$

b) Cogeneración

Trabajando en modo de cogeneración, es decir, energía térmica y eléctrica se obtiene:

$$\eta_{cog} = \frac{\dot{Q}_{ut} + \dot{W}_e}{\dot{Q}_{iny}} = \frac{\dot{m} \cdot c \cdot \Delta T_3 + \dot{W}_e}{\dot{m} \cdot c \cdot \Delta T_4} = \frac{(5.67 \cdot 10^{-2}) \cdot (4180) \cdot (15) + 1323}{(5.67 \cdot 10^{-2}) \cdot (4180) \cdot (37.5)} = 0.548 = 54.8\% \quad (7.115)$$

Siendo: \dot{Q}_{ut} la potencia térmica obtenida por el sistema para ser utilizada, \dot{Q}_{iny} la potencia térmica inyectada al sistema para ser utilizada, \dot{W}_e la potencia eléctrica obtenida por el proceso de cogeneración, ΔT_1 corresponde a un salto entre la temperatura de llegada del fluido sin cogeneración y la temperatura del tanque de almacenamiento, ΔT_2 es el salto térmico entre la entrada y retorno del fluido, ΔT_3 es la diferencia de temperatura entre la entrada del fluido, considerando la cogeneración y la temperatura de almacenamiento del tanque y ΔT_4 corresponde al salto entre la temperatura del fluido en la red, 12.5° C, y la temperatura del tanque de almacenamiento, 50° C.

BIBLIOGRAFIA

- [7.1] Héctor Armando, Durán Peralta, Orlando Hernández Fandiño. Estrategia en la determinación del factor de forma de radiación ilustrado con el sistema plano-esfera. 2006. revistas.pedagógicas.edu.com.
- [7.2] Manoj Kumar, Guptaa Kuldip, ...Methods for Evaluation of Radiation View Factor: A Review. 2017. Materials Today: Proceedings. Volume 4, Issue 2, Part A, Pages 1236-1243.
- [7.3] <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/convective-cell>
- [7.4] Patricia M. Carpano, Carlos a. Grattoni, ...Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Vol. 3,4.
- [7.5] Sahu, K., & Govindarajan, R. Linear stability analysis and direct numerical simulation of two-layer channel flow. Journal of Fluid Mechanics. 2016. doi:10.1017/jfm.2016.346.
- [7.6] David H Himmelblau, Kenneth B Bischoff. Análisis y simulación de procesos. 1976. Editorial Reverté. Barcelona
- [7.7] Ashton Acton Editor. Issues in Mechanical Engineering: 2013. Scholarly. Georgia.
- [7.8a] A.Dalla Rosa H. Li S. Svendsen. Method for optimal design of pipes for low-energy district heating, with focus on heat losses. 2011. Energy, Volume 36, Issue 5.
- [7.8b] <https://www.uniteddownsgeothermal.co.uk/>.
- [7.9] Biomasa Soria- <http://www.ceder.es/CEDERportal/portal.do?IDM=6&NM=1>
- [7.10] Terry M. Tritt and M.A. Subramanian. Thermoelectric Materials, Phenomena, and Applications: A Bird's Eye View. MRS bulletin, Volume 31.
- [7.11] Yehea Ismail, Ahmed Al-Askalany. Thermoelectric Devices Cooling and Power Generation. 2014. Cornell University.
- [7.12] Kumar Gaurav and Sudhir K Pandey. Efficiency calculation of thermoelectric generator using temperature dependent material's properties 2016. School of Engineering, Indian Institute of Technology Mandi, Kamand, Himachal Pradesh, India, 175005.

- [7.13] Rafał Zybała, Maksymilian Schmidt, Kamil Kaszyca. Method and Apparatus for Determining Operational Parameters of Thermoelectric Modules. 2009. The Open Mechanical Engineering Journal, 3, 43-48 .
- [7.14] Z.B. Tang, Y.D. Deng, C.Q. Su, W.W. Shuai, C.J. Xie. A research on thermoelectric generator's electrical performance under temperature mismatch conditions for automotive waste heat recovery system. Hubei Key Laboratory of Advanced Technology for Automotive Components, Automobile Engineering Institute, Wuhan University of Technology, China.
- [7.15] C.T. Hsu, G.Y. Huang, et al. An effective Seebeck coefficient obtained by experimental results of a thermoelectric generator module. 2011. Appl. Energy 88 5173–5179.
- [7.16] Andrea Montecucco, Jonathan Siviter, et al. The effect of temperature mismatch on the thermoelectric generators electrically connected in series and parallel. 2014. Appl Energy 123 47–54.
- [7.17] C. L. Hapenciuc,¹ T. Borca-Tasciuc,² and I. N. Mihailescu. The relationship between the thermoelectric generator efficiency and the device engineering figure of merit $Z_{d,eng}$. The maximum efficiency. 2017. AIP Advances. Volume 7, Issue 4 10.1063/1.4979328.
- [7.18] <http://www.hebeiltd.com.cn/peltier.datasheet/TEC1-12710.pdf>, Célula de Peltier modelo TEC1-12710, datasheet.
- [7.19] Reginal D. Pierce Thesis. Experimental Comparison of Parametric Characterization Methods for Thermoelectric Generators. 2015. Rochester Institute of Technology.
- [7.20] <https://www.idae.es>
- [7.21] <https://www.codigotecnico.es>

CONCLUSIONES:

Como resultado del presente trabajo se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- El aprovechamiento de la energía geotérmica de baja entalpía, en lugares donde el recurso geotérmico de alta entalpía no pueda ser aprovechado, es perfectamente viable dentro de las limitaciones que el propio nivel de entalpía impone a la generación de energía. Por otra parte, el uso de sistemas de aprovechamiento de energía geotérmica de baja entalpía permite llevar a cabo procesos de cogeneración, dando lugar a una generación de energía eléctrica y térmica
- Se ha caracterizado un modelo a escala de un sistema de aprovechamiento geotérmico que permite identificar los parámetros de funcionamiento de dicho sistema, de manera que se pueda llevar a cabo un estudio de semejanza para prototipos a mayor escala
- Se ha llevado a cabo un detallado estudio y análisis de las características del modelo de lecho geotérmico como medio poroso, determinando sus principales propiedades, entre las cuales podemos mencionar la conductividad hidráulica, el coeficiente de permeabilidad y la permeabilidad intrínseca, la porosidad total y efectiva, y la tortuosidad, parámetros todos ellos que permiten configurar el modelo de manera que se pueda establecer su comportamiento de un modo preciso y eficaz con vistas a su proyección a un prototipo a escala real que permita una correlación futura con otro tipo de suelo
- La caracterización térmica del modelo ha permitido determinar parámetros relevantes en el comportamiento térmico del sistema, tales como el calor específico equivalente del medio que constituye nuestro modelo de lecho geotérmico, su difusividad térmica, la temperatura característica y la conductividad térmica
- Se ha desarrollado un procedimiento para determinar la conductividad térmica de un medio poroso con asimetría térmica como el de nuestro modelo, en el que las propiedades físicas y térmicas del sistema no son homogéneas ni uniformes, a partir del valor característico para un sistema con simetría térmica donde se cumple que las propiedades del sistema, físicas y térmicas, se mantienen inalteradas
- Se ha caracterizado térmicamente el sistema a partir de la llamada “*temperatura equivalente*”, lo que permite el tratamiento térmico de los fenómenos de transferencia de calor en el Volumen de Control con mayor sencillez y facilidad. Los resultados obtenidos del análisis muestran la bondad del procedimiento
- La caracterización energética del sistema, por medio del cálculo de su rendimiento termodinámico y su Coeficiente de Operación (COP), permite establecer que el modelo estudiado presenta valores que se pueden considerar muy aceptables en cuanto a ambos parámetros se refiere, siendo dichos valores comparables con sistemas que operan en la actualidad y cuyos rendimientos o coeficientes de operación se encuentran en el rango medio-alto de la escala de sistemas de conversión energética; en concreto, se ha obtenido un valor previsto del rendimiento del 52% para un prototipo real que opere en las condiciones

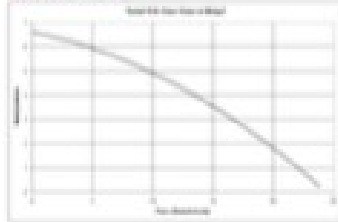
establecidas en el modelo, asumiendo que no hay pérdidas térmicas en la zona del intercambiador geotérmico. Asimismo, el valor del COP encontrado, 1.7 para nuestro modelo, corresponde a un valor aceptable para este tipo de aplicaciones, e indica que el balance de energía y potencia es positivo para el conjunto del sistema.

- Se ha comprobado que la generación termoeléctrica en el modelo propuesto opera con una eficiencia muy baja, alrededor del 4%, como resultado de una escasa diferencia de temperatura entre las caras de las celdas Peltier utilizadas. Como método de mejora se ha llevado a cabo una modelización del comportamiento de dichas celdas bajo condiciones de operación diferentes, concluyéndose que el rendimiento termoeléctrico de las mismas aumenta si se reduce la temperatura del entorno con el que se mantiene en contacto la cara fría, pudiendo alcanzar valores muy elevados, en torno al 48%, lo que, a su vez, mejora el rendimiento global
- La fracción de potencia, y energía, destinada a generación eléctrica y térmica puede ser modificada o incluso independizada en función de los requerimientos energéticos y las características de la aplicación a la cual esté destinada el uso de la energía
- Se ha realizado un proceso de simulación de un prototipo a escala real con objeto de analizar el balance energético del mismo y comprobar la viabilidad de su aplicación a sistemas de consumo en distintos sectores. El análisis del balance de energía nos indica que, para un sistema de baja entalpía como el propuesto, la cantidad de energía generada, sea térmica o eléctrica, se puede utilizar bien en aplicaciones individuales o comunitarias
- El proceso de simulación ha incluido un modelo de intercambiadores múltiples que mejoran el balance energético del sistema, tal y como indican los resultados del análisis del mismo, permitiendo alcanzar valores que, si bien no son compatibles con aplicaciones industriales o comerciales, sí lo son con las de tipo residencial
- La conclusión fundamental es que éste modelo podría utilizarse en áreas con buen potencial geotérmico, en lugares donde la entalpía disminuye, o como parte integrante de los pozos en producción, recuperándose energía en lugares donde actualmente no se lleva a cabo
- Se ha alcanzado un rendimiento del 31.2% cuando el sistema se utiliza únicamente en modo de aprovechamiento térmico, comparable con otros sistemas de conversión energética de tipo termodinámico que oscilan entre un 25% y 40%; por otra parte cuando el sistema opera en modo de cogeneración, es decir, cogeneración térmica y termoeléctrica a partir del recurso geotérmico el rendimiento aumenta hasta un 54.8%, comparable a la obtenida con otros sistemas de aprovechamiento de energía residual cuyo índice de mejora está entre el 75% y 100% en incremento porcentual valor que en nuestro caso alcanza el 75.6%.
- Los valores del prototipo y caso práctico son tentativos; una vez determinada el área que se desea cubrir deberá diseñarse el prototipo de manera de satisfacer las necesidades de una manera eficiente, lo que en general permite solventar la demanda térmica e iluminación para pequeños grupos de vivienda

ANEXOS

Bomba Centrífuga

PERFORMANCE



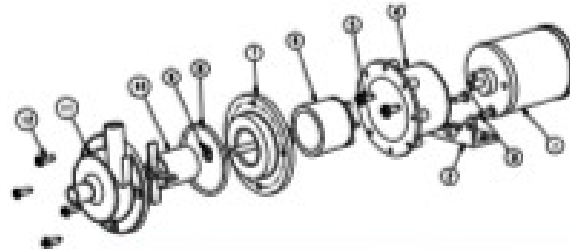
NOTE: These magnetically coupled pumps are designed for use with clean fluids.

Fields or line use generating above users will reduce pump's flow rate and head pressure.

DC pumps are not self-priming and are not able to start on dry.

Flow capacity is less than that of the open pipe flow rate.

PART LIST



Part Number	Description	Quantity	Part Number	Part Number
1	Motor	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
2	Impeller	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
3	Impeller Nut	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
4	Impeller Washer	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
5	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
6	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
7	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
8	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
9	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
10	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
11	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
12	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
13	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")
14	Impeller Key	1	11000 (1/2")	11000 (1/2")



www.xylem.com

USA	UK	EU	Canada	Japan
Xylem	Xylem	Xylem	Xylem	Xylem
10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000	10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000	10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000	10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000	10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000 10000

Warranty: All products of the company are warranted for a period of 12 months from the date of purchase. The warranty is void if the product is used for any purpose other than that intended. The warranty is void if the product is used for any purpose other than that intended. The warranty is void if the product is used for any purpose other than that intended.

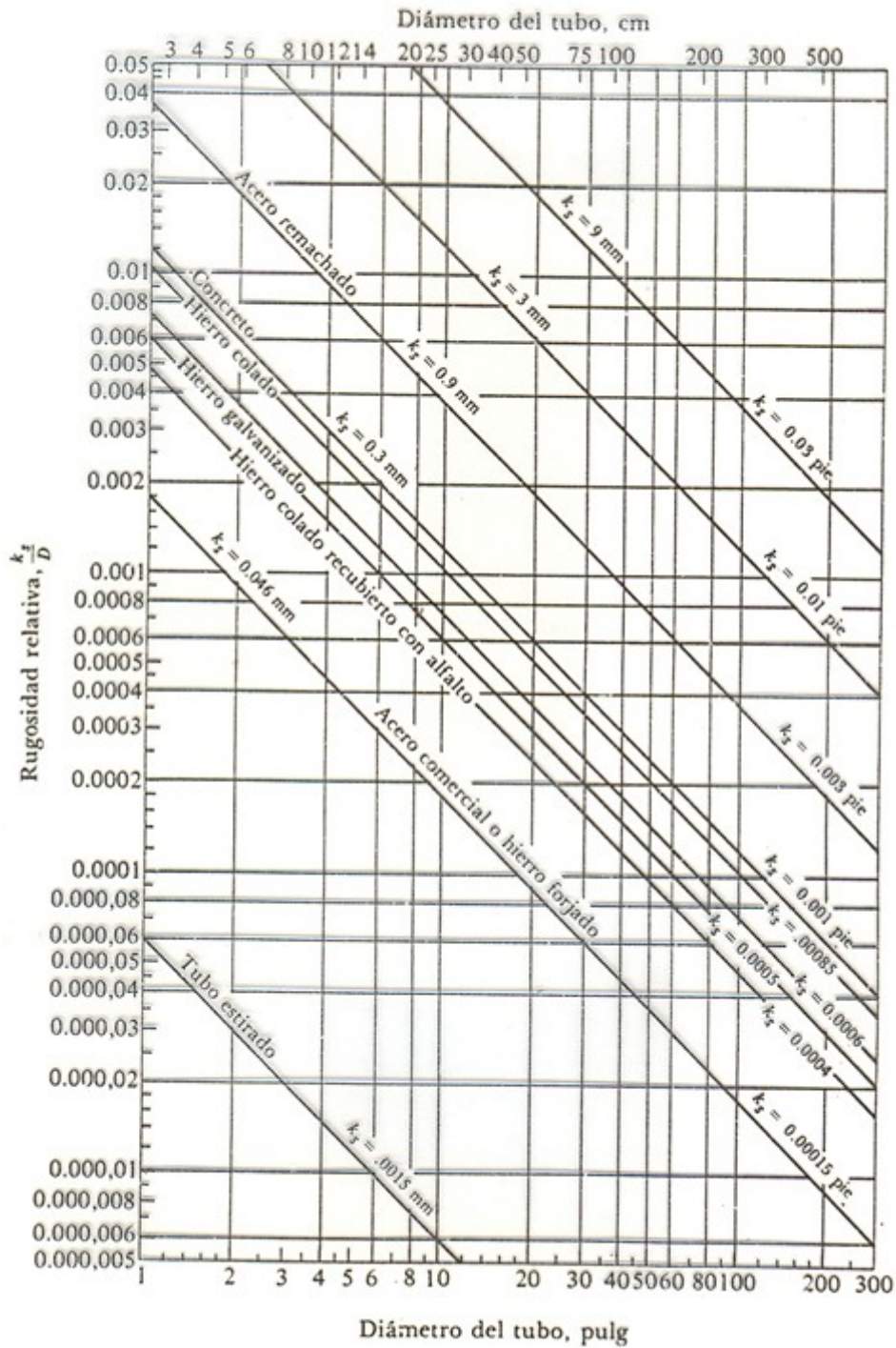
Calor específico del volumen de control del modelo

Hora Minutos	CALCULO DEL CALOR ESPECIFICO Prom total [°C]	DEL MODELO calor específico [J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]	masa arena 33.4 kg	potencia util 38 W
5	21.55	492.28		
10	22.24	351.27		
15	23.21	361.82		
20	24.16	377.84		
25	25.06	306.11		
30	26.18	319.49		
35	27.24	348.88		
40	28.22	333.53		
45	29.25	347.69		
50	30.23	353.09		
55	31.19	364.40		
60	32.13	382.79		
65	33.02	376.45		
70	33.93	381.36		
75	34.82	398.42		
80	35.68	403.13		
85	36.53	408.76		
90	37.36	412.05		
95	38.19	418.79		
100	39.01	427.54		
105	39.80	429.33		
110	40.60	439.46		
115	41.38	440.41		
120	42.15	438.52		
125	42.93	449.10		
130	43.69	449.10		
135	44.45	460.20		
140	45.19	464.38		
145	45.93	464.38		
150	46.66	472.96		
155	47.38	488.76		
160	48.08	476.26		
165	48.80	480.73		
170	49.51	483.00		
175	50.21	481.86		
180	50.92	510.70		
185	51.59	564.16		
190	52.20	536.10		
195	52.83	533.31		
200	53.47	565.72		
205	54.08	558.01		
210	54.69	586.79		
215	55.27	607.69		
220	55.83	581.79		
225	56.42	565.72		
230	57.02	595.32		
235	57.59	604.10		
240	58.16	591.88		
245	58.74	590.17		
250	59.31	624.36		
255	59.86	622.46		
260	60.41	614.09		
265	60.96	618.70		
270	61.52	616.84		
275	62.07	602.32		
280	62.64	604.10		
285	63.20	598.80		
290	63.77	648.07		
295	64.30	667.07		
300	64.81	628.19		
305	65.35	586.79		
310	65.93	544.66		
315	66.56	639.97		
320	67.09	684.92		
325	67.59	703.75		
330	68.08	741.99		
335	68.54	728.79		
340	69.01	739.32		
345	69.47	769.89		
350	69.91	713.56		
355	70.39	691.86		
360	70.88	678.11		
365	71.39	694.20		
370	71.88	736.66		
375	72.34	701.34		
380	72.83	703.75		
385	73.31	772.79		
390	73.75	796.85		
395	74.18	711.08		
400	74.66	698.94		
405	75.15	829.11		
410	75.56	894.28		
415	75.94	812.66		
420	76.36	682.63		
425	76.86	796.85		
430	77.29	975.19		
435	77.64	839.30		
440	78.05	853.29		
445	78.45	835.88		
450	78.86	902.16		
455	79.24	926.65		
460	79.60	1003.87		
465	79.94	871.45		
470	80.34	906.15		
475	80.71	846.24		
480	81.12	898.20		
485	81.50	878.93		
490	81.88	864.09		
495	82.28	906.15		
500	82.66	930.87		
505	83.02	943.73		
510	83.38	939.41		
515	83.75	956.96		
520	84.10	952.51		
525	84.46	961.46		
530	84.82	964.57		
535	85.16	956.96		
540	85.52	839.30		
545	85.93	890.39		
550	86.31	1112.99		
555	86.62	1089.31		
560	86.93	1039.55		
565	87.26	1008.82		
570	87.60	1039.55		
575	87.93	1112.99		
580	88.23	994.13		
585	88.58	975.19		
590	88.93	994.13		
595	89.27	984.57		
600	89.62	935.12		
605	89.98	961.46		
610	90.34	1089.31		
615	90.65	1077.84		
620	90.97	1055.62		
625	91.29	956.96		
630	91.65	1089.31		
635	91.96	1095.14		
640	92.27	1144.08		
645	92.57	1106.98		
650	92.88	1233.68		
655	93.15	1365.27		
660	93.40	1190.64		
665	93.69	1365.27		
670	93.94	1296.14		
675	94.20	1528.29		
680	94.43	1402.67		
	Promedio	731.51		

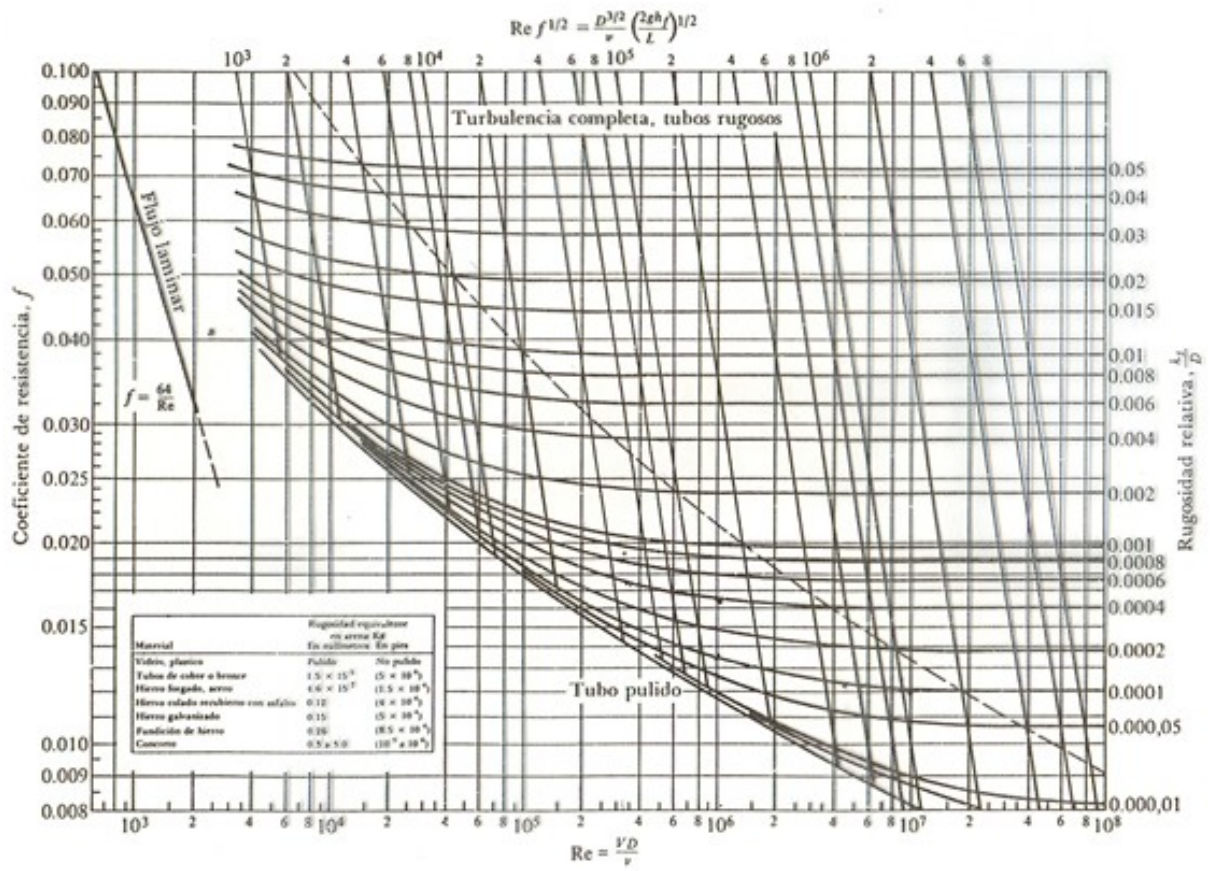
se realiza hasta la temperatura característica

$$\dot{W} - \dot{Q}_L = m_a c_a \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right)$$

Primer Diagrama de Moody



Segundo diagrama de Moody

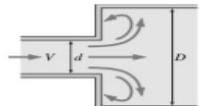


Valores del coeficiente de pérdidas, K_L

Coeficientes de pérdida en diversos empalmes y transiciones				
Descripción	Esquemas	Datos adicionales	K	
Entrada del tubo $h_L = K_e V^2/2g$		r/d	K_e	
		0.0	0.50	
		0.1	0.12	
		>0.2	0.03	
Contracción		D_2/D_1	K_c	
			$\theta = 60^\circ$	$\theta = 180^\circ$
		0.0	0.08	0.50
		0.20	0.08	0.49
		0.40	0.07	0.42
		0.60	0.06	0.32
		0.80	0.05	0.18
0.90	0.04	0.10		
Expansión		D_1/D_2	K_E	
			$\theta = 10^\circ$	$\theta = 180^\circ$
		0.0		1.00
		0.20	0.13	0.92
		0.40	0.11	0.72
		0.60	0.06	0.42
		0.80	0.03	0.16
Curva abrupta a 90°		Sin álabes	$K_b = 1.1$	
		Con álabes	$K_b = 0.2$	
Curva suave a 90°		r/d	K_b	
		1	0.35	
		2	0.19	
		4	0.16	
		6	0.21	
		8	0.28	
10	0.32			
Uniones de tubos roscaados		Válvula de esfera—totalmente abierta	$K_r = 10.0$	
		Válvula de ángulo—totalmente abierta	$K_r = 5.0$	
		Válvula de compuerta—totalmente abierta	$K_r = 0.2$	
		Válvula de compuerta—medio abierta	$K_r = 5.6$	
		Retorno	$K_b = 2.2$	
T	$K_f = 1.8$			
Codo a 90°	$K_c = 0.9$			

Expansión y contracción repentina (con base en la velocidad en la tubería de diámetro más pequeño)

Expansión repentina: $K_L = \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2$



Contracción repentina: ver gráfica.

