

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
Departamento de Física del Aire y Geofísica



TESIS DOCTORAL

**Métodos de inversión numérica para la interpretación de
perfiles sísmicos**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Emma Suriñach Cornet

Madrid, 2015

Emma Suriñach Cornet

TP
1982

163



2-53-021425.6

METODOS DE INVERSION NUMERICA PARA LA INTERPRETACION
DE PERFILES SISMICOS

Departamento de Física del Aire y Geofísica
Facultad de Ciencias Físicas
Universidad Complutense de Madrid
1982



BIBLIOTECA

Colección Tesis Doctorales. Nº 163/82

© Emma Suriñach Cornet
Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía
Noviciado, 3 Madrid-8
Madrid, 1982
Xerox 9200 XB 480
Depósito Legal: M-24639-1982

EMMA SURINACH CORNET

MÉTODOS DE INVERSIÓN NUMÉRICA PARA LA INTERPRETACIÓN
DE PERFILES SÍSMICOS

Memoria presentada para
optar al grado de Doctor
en Ciencias Físicas

Director: A. Udías Vallina

DEPARTAMENTO DE FÍSICA DEL AIRE Y GEOFÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

1980

- I -

Este trabajo no podría haberse llevado a cabo sin el interés y colaboración prestadas por un gran número de personas. Quiero expresar desde estas líneas mi más sincero agradecimiento a todas ellas.

En primer lugar, he de citar al Dr. A. Udías, director del presente trabajo, y al cual debo mi interés por la Geofísica. Él ha sido y es mi maestro en este campo.

No podría dejar de mencionar la ayuda prestada por todos mis compañeros del Grupo de Perfiles Sísmicos, en especial al Dr. E. Banda y D. Córdoba, ni tampoco la de mis amigos Dr. J.L. Díez Gil y Dr. R. Ortiz.

De inestimable valor ha sido la acogida que me ha brindado todo el personal de la Cátedra de Geofísica de esta Universidad.

Debo agradecer la colaboración del Centro de Cálculo de la J.E.N., así como la del Dr. B.L.N. Kennett de la Universidad de Cambridge, el cual nos ha cedido al guno de los programas.

También ha sido muy valiosa la participación de L. Martín en la mecanografía y M. García en la fotografía.

Por último, debo agradecer de corazón, el incondicional apoyo prestado en todo momento por A. Roca i Rosell y por todos mis amigos y familiares.

A todos, gracias.

Í N D I C E

	<u>Pág.</u>
CAPÍTULO 1.- <u>INTRODUCCIÓN</u>	1
CAPÍTULO 2.- <u>INVERSIÓN DE OBSERVACIONES DE PERFILES SÍSMICOS</u>	7
2.1.- Observaciones de los Perfiles Sísmicos	7
2.2.- Problemas de Inversión en Geofísica ..	10
2.3.- Modelos Discretos y Continuos de Corteza	15
2.4.- Perfiles Realizados en España (1974-1979). Perfiles Utilizados	17
CAPÍTULO 3.- <u>MODELOS DE CAPAS DE VELOCIDAD CONSTANTE. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA</u>	21
3.1.- Problema Directo. Ecuaciones de Tiempo de Recorrido	21
3.2.- Formulación del Problema Inverso. Linealización	26
3.3.- Resolución del Problema. Inversa Natural de Lanczos	29
3.4.- Obtención de las Derivadas Parciales .	34
3.5.- Indices de Resolución y Precisión del Problema	43
CAPÍTULO 4.- <u>MODELOS DE CAPAS PLANAS DE VELOCIDAD CONSTANTE. COMPORTAMIENTO DE LOS PARÁMETROS</u>	53
4.1.- Modelo y Parámetros	53

	<u>Pág.</u>
4.2.- Variación en el Número de Parámetros para el mismo Número de Observaciones	56
4.2.1.- Casos estudiados	56
4.2.2.- Resultados obtenidos	58
4.3.- Variación en la Densidad de las Observaciones para el mismo número de parámetros	71
4.3.1.- Fases y Parámetros utilizados	71
4.3.2.- Resultados obtenidos	79
4.4.- Variaciones en el Agrupamiento de las Observaciones	86
4.4.1.- Casos estudiados	86
4.4.2.- Resultados	88
4.5.- Conclusiones	90
CAPÍTULO 5.- <u>APLICACIÓN A OBSERVACIONES EN LA MESETA, BALEARES Y BÉTICAS</u>	92
5.1.- Perfil Yepes-Cáceres	94
5.2.- Perfil de Baleares	102
5.3.- Perfil Adra-Úbeda. Ajuste Numérico de una Estructura No Plana	115
CAPÍTULO 6.- <u>MODELO DE CORTEZA CON DISTRIBUCIÓN CONTÍNUA DE LA VELOCIDAD CON LA PROFUNDIDAD</u>	126
6.1.- Problema Directo. Ecuación de los Tiempos de Recorrido y Distancias Epicentrales	127
6.2.- Distribución con Aumento Lineal de la Velocidad	130

	<u>Pág.</u>
CAPÍTULO 7.- <u>FORMULACIÓN DE LA INVERSIÓN EXTREMA</u>	138
7.1.- <u>Función $\tau(p)$. Definición y Propiedades</u>	139
7.2.- <u>Obtención de $\tau(p)$ a partir de las Observaciones. Construcción de los Límites de $\tau(p)$</u>	143
7.3.- <u>Obtención de Límites en $v(z)$ a partir de Límites en $\tau(p)$</u>	146
7.4.- <u>Eliminación de Capas</u>	153
7.5.- <u>Aplicación a un Modelo Teórico</u>	156
CAPÍTULO 8.- <u>APLICACIÓN A OBSERVACIONES EN LAS BÉTICAS, MESETA Y CANARIAS</u>	167
8.1.- <u>Perfil Sísmico Adra-Úbeda</u>	167
8.2.- <u>Perfil Sísmico Yepes-Cáceres</u>	176
8.3.- <u>Perfil de Canarias</u>	182
CAPÍTULO 9.- <u>CONCLUSIONES</u>	193
<u>APÉNDICES</u> - APÉNDICE I. Programa MODEPA	200
APÉNDICE II. Programa TAUPPA	205
APÉNDICE III. Programa SKMOTE	208
APÉNDICE IV. Programa RSPLA	211
<u>BIBLIOGRAFÍA</u>	214

CAPÍTULO 1

I N T R O D U C C I Ó N .

Uno de los métodos más eficaces de conocimiento de la estructura del interior de la Tierra es el estudio de la propagación de las ondas sísmicas. Mediante este estudio es posible obtener la distribución de velocidades de propagación de las ondas sísmicas con la profundidad en el interior de la Tierra, y a partir de ellas su composición y características físicas.

La técnica denominada de Perfiles Sísmicos Profundos es una de las más recientes y exactas para el conocimiento de esta distribución en la parte más superficial de la Tierra, es decir en la corteza y manto superior.

Este método se basa principalmente en el estudio de la propagación de las ondas generadas a partir de explosiones controladas, y registradas en estaciones portátiles dispuestas en líneas preestablecidas, después de haberse propagado por la corteza y manto superior.

Su ventaja, respecto a otras técnicas, por ejemplo el estudio de tiempos de recorrido de ondas generadas por terremotos, es el conocer y elegir de antemano la posición de las estaciones de registro y la hora y localización de las explosiones.

De la información obtenida a partir de los Perfiles Sísmicos, el máximo interés en la interpretación se dirige hacia los tiempos de recorrido de las diversas fases, generalmente de ondas de compresión, reflejadas y refractadas en las diversas capas que forman la corteza terrestre.

Últimamente y para completar la información obtenida a partir de los tiempos de recorrido, se ha empezado a trabajar con

las amplitudes de las fases, aunque estas técnicas no están todavía suficientemente desarrolladas.

Las técnicas de interpretación más utilizadas, tanto si se trabaja con tiempos de recorrido como con amplitudes, son las comparativas.

Esto es, los modelos para la distribución de velocidades con la profundidad se obtienen mediante comparación gráfica de los resultados obtenidos a partir de modelos teóricos con las observaciones experimentales.

Estas técnicas comparativas están apoyadas en programas de ordenador que calculan, unos, los tiempos de recorrido de las distintas fases en diversas estructuras complicadas de corteza, y otros, las amplitudes de llegada de las diversas fases para modelos de corteza más sencillos.

A pesar de ésto, estas técnicas no aportan mayor información acerca del problema, que la de un único modelo que se ajusta gráficamente con las observaciones.

Si bien un buen ajuste es el fin inmediato de la interpretación de perfiles, también es necesario tener información adicional acerca de la medida del ajuste de los modelos a los datos de observación, y de como se comporta el problema para, en un posterior planteamiento de las campañas, obtener el máximo rendimiento de éstas.

Un enfoque simplista y precipitado del problema nos llevaría a afirmar que la máxima información se obtendría con un denso barrido de estaciones en la zona a estudiar.

Esta afirmación, desde un punto de vista económico es impracticable, dada la gran cantidad de estaciones de registro necesarias.

Ahora bien, incluso en el caso de poder disponer de un número elevado de estaciones y de medios suficientes, es necesario conocer si un esfuerzo de tal tamaño, supone una mayor exactitud en los modelos finales, cuando éstos son modelos medios de la estructura de la corteza y por tanto simplificados.

A principios de los años setenta, se empezaron a aplicar, a la interpretación de perfiles sísmicos, técnicas de inversión numérica que permiten obtener mayor información acerca de los modelos de velocidad en el interior de la tierra, y del comportamiento de los parámetros que los determinan.

Estas técnicas están actualmente en desarrollo, y son aplicadas todavía por un número limitado de autores (también hay que indicar que no han sido explotadas en su totalidad).

Este trabajo se basa principalmente en un estudio, aplicando las técnicas de inversión numérica, de los datos obtenidos en algunas de las campañas realizadas por el Grupo Español de Perfiles Sísmicos Profundos.

Estas campañas de Perfiles Sísmicos Profundos se iniciaron en España en el año 1974, y a partir de ellas, se ha obtenido información acerca de la mayor parte de las zonas más conflictivas, tanto geológica como tectónicamente, del territorio español. Hasta el momento en España las técnicas de interpretación se han basado en la comparación gráfica.

Así mismo, se realiza un estudio de la dependencia de los parámetros que determinan los modelos de corteza y la influencia de la distribución y número de estaciones en la resolución del problema.

El capítulo 2 es una introducción ampliada del problema de la inversión de datos de Perfiles Sísmicos. En él, se presentan el tipo de observaciones que interesan en la interpretación, la problemática de las técnicas de inversión en Geofísica con las líneas generales de la trayectoria seguida por éstas, y una presentación de las dos técnicas utilizadas en este trabajo. También se da

una relación de los perfiles realizados en las campañas españolas hasta la actualidad y se presentan los perfiles a los que se ha aplicado estas técnicas.

Si bien todo el trabajo es una aplicación y estudio de las técnicas de inversión numérica, a partir del capítulo 2 se puede dividir en dos partes.

En la primera parte (capítulos 3, 4 y 5) los modelos de estructura de corteza se consideran discretos. Esto es, se supone en el estudio una Tierra estratificada en capas de velocidad constante.

La base teórica en que se basa el estudio de la inversión, en los problemas de modelos discretos, se discute principalmente en el capítulo 3.

En el capítulo 4 se realiza un estudio del comportamiento de los parámetros que determinan una corteza teórica, formada por capas plano-paralelas de velocidad constante cada una de ellas, en función del tipo y número de observaciones que se consideran, y la importancia de éstas en la resolución del problema.

El capítulo 5 es una aplicación de la técnica de inversión numérica a los datos de los Perfiles Sísmicos en las zonas de la Meseta, Baleares y Béticas.

En la interpretación de los dos primeros perfiles, realizados el primero en 1976 y 1977 y completado en 1979, y el segundo en 1976, el modelo de estructura de corteza que se supone es de capas plano-paralelas de velocidad constante y sin heterogeneidades laterales.

En la interpretación del perfil Adra-Úbeda, realizado en 1975, el modelo de estructura para la corteza que se supone presenta heterogeneidades laterales, si bien solo se considera la corteza formada por una capa sobre el manto.

En la segunda parte del trabajo (capítulos 6, 7 y 8), los modelos de Tierra considerados admiten variación continua de velocidad con la profundidad, o lo que se denomina en la terminología de perfiles sísmicos, modelos de estructura con gradientes de velocidad.

En el capítulo 6 se encuentran las ecuaciones de los tiempos de recorrido y distancias epicentrales para modelos de tierra lateralmente homogéneos, con distribución continua de la velocidad con la profundidad.

Estas expresiones se han calculado para modelos con variaciones continuas de la velocidad con la profundidad de tipo lineal con uno o varios gradientes.

También se ha previsto el caso de existencia de discontinuidades de la velocidad con la profundidad, habiéndose calculado las expresiones anteriores para el caso de fases reflejadas en estas discontinuidades.

En el capítulo 7 se presenta el formulismo de la técnica de inversión extrema utilizada . Se presentan primeramente las propiedades y definición de la función $\tau(p)$, función básica en el método utilizado, y que se obtiene a partir de las observaciones.

También se presentan técnicas y consideraciones para reducir o concentrar el estudio de obtención de márgenes a partir de una cierta profundidad, mediante el conocimiento o suposición de la estructura por encima de ésta. Estas técnicas son las que se han denominado como "eliminación de capas".

En este capítulo también se encuentra una aplicación de las técnicas expuestas a un caso teórico de estructura de corteza, y manto superior, en el que existen diversas capas con diversos gradientes lineales, y una discontinuidad que se supone como la discontinuidad corteza-manto.

Por último, en el capítulo 8, se aplican las técnicas anteriores a las observaciones obtenidas en los primeros kilómetros del perfil Adra-Úbeda, al perfil Tenerife realizado en 1979, y al perfil de la Meseta, cuyos datos también se han tratado bajo el punto de vista de corteza discreta.

El capítulo 9 muestra un resumen y las conclusiones de los resultados más importantes del trabajo.

En los apéndices se encuentran los diagramas de bloques de los programas que se han realizado y utilizado para la obtención de los resultados.

CAPÍTULO 2

INVERSIÓN DE OBSERVACIONES DE PERFILES SÍSMICOS.

2.1.- OBSERVACIONES DE LOS PERFILES SÍSMICOS.

Una de las técnicas más utilizada y precisa para el conocimiento del interior de la corteza terrestre es la de los Perfiles Sísmicos Profundos.

Básicamente consiste en el estudio de las distintas llegadas de las ondas producidas por explosiones controladas, después de propagarse en el interior de la tierra, y ser registradas en estaciones sísmicas portátiles.

Estas técnicas se iniciaron a finales de los años 40 (1947-48).

Su ventaja con respecto a otras técnicas, como pueden ser las que se basan en el análisis de las ondas producidas por terremotos, es el poder situar de antemano la localización de las estaciones, el intervalo de distancia entre éstas, la localización de la explosión y, sobre todo, la hora origen de ésta.

Las ondas que tienen más interés en estas técnicas son las refractadas críticas y las reflejadas con gran ángulo en las distintas discontinuidades de la corteza.

La distribución de estaciones más utilizada es la lineal, con tiros en los extremos de las líneas.

El rango de distancias que deben alcanzar las líneas de un perfil sísmico depende de la profundidad de la corteza de la que se desee tener información.

En general, para obtener información del manto y corteza superior es suficiente con líneas de 200 á 250 km.

En el caso de comparar estructuras laterales es conveniente poner las estaciones en abanico.

De toda la información obtenida en las campañas de perfiles sísmicos, es en los tiempos de recorrido de las distintas fases de las ondas de compresión, donde básicamente se pone mayor atención a la hora de interpretar.

Los datos de las campañas se obtienen generalmente en forma de sismogramas analógicos (más recientemente se han desarrollado sistemas digitales). Para poderlos estudiar mejor, se colocan éstos en un diagrama T-X denominado ensamblaje (record-section, en inglés). En éste, se colocan, en el eje de abscisas, los sismogramas por distancias del punto de tiro o explosión a la estación que los registró (distancias epicentrales). El eje de ordenadas corresponde al tiempo. El origen de éste es el instante de la explosión u hora origen. Normalmente, la escala de tiempos se utiliza reducida para facilitar la interpretación, siendo, el tiempo T_i^0 que corresponde a la hora origen de cada sismograma el tiempo absoluto en que se efectuó la explosión, más la distancia epicentral X_i de la estación, dividida por un factor fijo v_R , que se denomina velocidad de reducción. Esto es $T_i^0 = T + X_i/v_R$.

Durante los últimos años se ha comenzado a utilizar, como información complementaria a los tiempos de llegada de las ondas, su amplitud; No solo de las ondas individuales, sino, de todo el paquete de ondas que se obtiene en los sismogramas, teniendo en cuenta, además, no solo las interferencias que se producen entre los diversos tipos de ondas, sino también, la variación de las amplitudes con la distancia al punto de tiro.

En las técnicas de interpretación se puede poner atención solo a los tiempos de recorrido de las diversas fases, a las amplitudes de éstas o conjuntamente a ambos.

Ya sea en un caso u otro, es necesario calcular los datos teóricos a partir de un modelo de corteza supuesto, para poder los comparar con las observaciones.

Para hallar estos datos es necesario tener resuelto el PROBLEMA DIRECTO. Esto es, dado un modelo de estructura de corteza terrestre, o en general, un modelo de estructura para toda la Tierra, conocer los algoritmos y ecuaciones necesarias para calcular los datos de forma teórica en función de los parámetros que determinan el modelo propuesto.

En el caso particular de los perfiles, resolver el problema directo consiste en: dado un modelo de distribución de velocidad de las ondas con la profundidad, para la corteza terrestre, calcular las expresiones de los tiempos de recorrido, para cada distancia, de las diversas fases, en función de los parámetros que determinan el modelo, y también, en el caso de interesar las amplitudes, calcular los sismogramas teóricos.

Una vez resuelto el problema directo se presenta el problema de la interpretación propiamente dicha.

Ésta consiste en ajustar los valores de los parámetros del modelo de estructura de Tierra para que las observaciones que se disponen coincidan con las calculadas teóricamente (también, en función de éstas, se puede variar el modelo de corteza).

A este proceso se le denomina PROBLEMA INVERSO.

Uno de los métodos más clásicos y más utilizados de resolver el problema inverso, en el caso de perfiles sísmicos, es el que se basa en la comparación gráfica. Es decir, variar el valor de los parámetros que determinan el modelo de estructura (velocidad de las ondas P y profundidad a la que se da), de tal manera que las observaciones se ajusten gráficamente a los datos teóricos resultantes.

Una de las publicaciones más recientes que recopila las técnicas de interpretación de los datos de perfiles, cuando éstos son los tiempos de llegadas, es la de Giese et al. (1976).

Aproximadamente hacia 1970 se empezaron a introducir para la interpretación de perfiles sísmicos técnicas denominadas de Inversión Numérica. Estas técnicas, en general, fueron desarrolladas por la necesidad de obtener modelos del interior de la Tierra a partir de los tiempos de recorrido de las ondas internas producidas por terremotos lejanos. Pero, dado que formalmente el problema es el mismo, se pueden aplicar al caso de perfiles sísmicos.

En el apartado siguiente se indican las líneas generales de los procesos de inversión, en particular para el caso de tiempos de recorrido.

2.2.- PROBLEMAS DE INVERSIÓN EN GEOFÍSICA.

El método clásico de inversión de tiempos de recorrido de ondas internas, para la obtención de la distribución de velocidades en el interior de la Tierra, es debido a Herglotz (1907) y Wiechert (1910). Consiste en la resolución analítica de una ecuación integral a partir de la curva continua distancia epicentral - parámetro del rayo, para un modelo de Tierra con simetría esférica. Este método impone la condición de que la velocidad sea monótonamente creciente con la profundidad.

Gerver y Markushevich (1966, 1967) extendieron el problema a un modelo de Tierra plana homogénea lateralmente, siendo entonces la velocidad función de la profundidad, incluyendo también la posibilidad de modelos con zonas donde la velocidad disminuye con la profundidad.

Este método, a pesar de haber sido extendido por estos autores a la presencia de un número limitado de zonas de baja velocidad, tiene una serie de limitaciones. Una de ellas es que el método requiere el conocimiento completo y exacto de toda la cur-

va de tiempo de recorrido-distancia epicentral para la obtención de la curva continua $X(p)$, con p , parámetro del rayo. Este requisito presenta en la práctica grandes dificultades, ya que las observaciones son discretas y sometidas a errores de observación. La existencia de triPLICACIONES en la curva $T(x)$ también presenta problemas a la hora de determinar $X(p)$. Estas triPLICACIONES se deben a la existencia en el interior de la Tierra de regiones donde la velocidad de las ondas aumenta más rápidamente con la profundidad, de tal manera que en un mismo punto de la superficie llegan dos rayos que provienen de zonas distintas del interior de la Tierra, y por lo tanto, con distinto parámetro del rayo (multiplicidad de $p(x)$).

Otra de las desventajas de este método es que no tiene en cuenta los posibles errores de observación y su efecto en la solución.

Backus y Gilbert (1969) aplican el método general de la Teoría de Inversión para la construcción de modelos de Tierra que se ajustan a una serie finita de datos de la Tierra (Backus y Gilbert , 1967, 1968) al problema de encontrar la distribución de la velocidad con el radio de la Tierra $v(r)$, siendo los datos, los tiempos de recorrido de las ondas generadas por terremotos lejanos.

Este método tiene la ventaja con respecto a los anteriores de que no precisa la curva completa $T(x)$, tiene en cuenta los errores de observación en los datos y da una estimación de los efectos de éstos en la solución. Así mismo, permite hacer afirmaciones cuantitativas acerca del grado de no unicidad de la solución. Este método, denominado en la literatura con el nombre de Inversión Lineal, supone que la relación entre modelos y datos es a través de funcionales lineales, requisito que no cumplen los funcionales que relacionan $v(r)$ con $T(x)$.

Para aplicar el método a este problema es necesario linealizarlo suponiendo el problema localmente lineal, empezar con un

modelo inicial muy próximo a la solución final, y trabajar entonces, con δT y δv , es decir con cambios producidos en los tiempos de recorrido δT al cambiar en δv la velocidad de propagación de las ondas.

Si bien el nuevo formalismo de Backus y Gilbert soluciona el problema de los errores y de la finitud de los datos, problemas que se presentaban al resolver el problema por Herglotz-Wiechert, éste no solventa el problema de las triplicaciones en $T(x)$, o lo que es equivalente la multiplicidad de $p(x)$, siendo p el parámetro del rayo.

Johnson y Gilbert (1972 a,b) introducen en el formalismo de la inversión lineal la función $\tau(p)$ introducida por Gerver y Markushevich (1966). Esta función, como se verá en el capítulo 7, se construye a partir de los datos $T(p)$ y $X(p)$. $\tau(p)$ es una función monótona decreciente de p , parámetro independiente, pudiendo tener discontinuidades en los valores de τ debidos a zonas de baja velocidad, pero no en p (Gerver y Markushevich, 1967).

La introducción de esta función soluciona el problema de la multiplicidad de $p(x)$, pero no soluciona el problema de la linealidad, ya que el funcional que relaciona los nuevos datos $\tau(p)$ y $v(r)$ no son lineales. Por tanto, para resolver el problema se tiene que suponer la linealidad local.

Esta suposición, tanto en este caso, como en el anterior, permite la resolución del problema encontrando un modelo de estructura, próximo al modelo inicial, que se ajuste a las observaciones, dando toda la información adicional acerca de esta solución, pero no da ningún tipo de información acerca de otra posible solución próxima a otro modelo inicial.

También hay que indicar en este apartado las técnicas de inversión que se utilizan para el caso de modelos de estructuras de Tierra discreta. Esto se realiza dividiendo el interior de la Tierra en capas finitas de parámetros constantes (por ejemplo:

estructura de corteza de la Tierra con capas plano-paralelas de velocidad constante). En estos casos el problema consiste en la determinación de un número finito N de parámetros, que determinan el modelo, a partir de la resolución de sistemas de ecuaciones en general mal condicionados. Estos sistemas se pueden solucionar mediante el método de mínimos cuadrados con la solución de ecuaciones normales o mediante técnicas de inversión generalizada. Así mismo también se pueden resolver mediante procesos aleatorios de búsqueda de soluciones (Método de Monte Carlo).

Otros métodos de inversión son aquellos denominados de Inversión Extrema, que establecen límites en el plano v - z , que restringen, en ese plano, los modelos que satisfacen los datos teniendo en cuenta los errores.

Entre éstos están los métodos que utilizan la función $X(p)$ como datos y , a partir de las bandas supuestas de esta función, obtienen los límites en $Z(p)$, para un modelo de tierra plana sin heterogeneidades laterales (McMechan y Wiggins, 1972; Wiggins et al., 1973).

Dentro del grupo de inversión extrema, una técnica es la propuesta por Bessonova et al. (1974, 1976) utilizando los márgenes de la función $\tau(p)$, anteriormente expuesta, para la obtención de los márgenes de $Z(p)$. Como se verá en el capítulo 7, los márgenes de esta función $\tau(p)$ se obtienen a partir de los errores en la determinación de $T(x)$.

Estas técnicas propuestas para fases refractadas fueron ampliadas por Kennett (1976) para el caso de fases reflejadas. Esto es, permiten obtener los márgenes de las superficies reflectoras.

Si bien en la actualidad parece haber gran interés acerca de las técnicas de Inversión Extrema mediante la aplicación de $\tau(p)$, también existen autores contrarios a ella (Müller y Alsop, 1974). Según estos autores, el hecho de trabajar con márgenes de $\tau(p)$ hace perder las pequeñas características particulares de los modelos.

Garmany (1977), demostrando analíticamente que las derivadas de la curva $\tau(p)$ se corresponden con las derivadas del modelo, apoya aquella sugerencia.

Una desventaja, inherente a este método de los extremos, es que se obtienen, en general, márgenes muy grandes donde se pueden encontrar los modelos. Una manera de restringir este hecho es utilizar de nuevo las observaciones. Sin embargo, parece ser que en la actualidad, todos los esfuerzos van encaminados a la utilización y mejora de las técnicas que utilizan la función $\tau(p)$ en el proceso de inversión, ya sea para la inversión linealizada, ya sea para la extrema. (Esta función $\tau(p)$ también es de gran interés para el cálculo de sismogramas sintéticos (Chapman, 1978)). Así, Dorman (1979) intenta desarrollar un esquema, el cual, escogiendo una representación adecuada del modelo de estructura, relaciona linealmente $T(p)$, $X(p)$, y $\tau(p)$ con éstos, para luego aplicar la teoría de inversión. También Garmany (1979), introduce un nuevo punto de vista geométrico para la interpretación de la función $\tau(p)$ y a partir de éste, Garmany et al. (1979), encuentran una relación algebraica lineal entre la profundidad, como función del inverso de la velocidad ("lentitud"), y la función $\tau(p)$, que permite un discretizado de la ecuación integral para τ , de tal manera, que se obtiene una ecuación matricial lineal que relaciona la τ con la estructura de la Tierra, y que es fácilmente invertible. Es mediante este formalismo, utilizando una programación lineal, que se obtienen soluciones extremas del problema, las cuales dan los márgenes inferior y superior de la profundidad.

Y por último, Jarosch (1980) desarrolla la adaptación de los datos τ - p a subrutinas estándar, capaces de minimizar funciones generales no lineales con o sin restricciones, para la obtención de modelos de corteza $v(z)$.

Hasta aquí se ha visto la evolución de las técnicas de inversión para el caso de tiempos de recorrido-distancia cuando el modelo de Tierra que se desea ajustar está determinado por la velocidad en cada profundidad.

Es obvio indicar que estos métodos se han aplicado a otros problemas de la Geofísica, desarrollándose por tanto, nuevas mejoras en las técnicas, cuya aplicación a este problema en concreto es posible.

A lo largo de este trabajo se irán citando referencias de trabajos sobre inversión, no necesariamente de tiempo de recorrido-distancias, de los cuales han sido utilizadas algunas consideraciones.

2.3.- MODELOS DISCRETOS Y CONTINUOS DE CORTEZA.

En el apartado anterior se ha presentado un resumen de las diversas técnicas de inversión utilizadas para el caso de velocidades de propagación de las ondas en el interior de la Tierra.

Un caso particular de estos estudios es el de perfiles sísmicos, cuando las observaciones con las que se trabaja son los tiempos de llegada de las distintas fases reflejadas y refractadas en las capas que forman la corteza y parte superior del manto. En el caso de perfiles relativamente cortos (líneas de 200 á 250 km de longitud) las fases que llegan a la superficie provienen generalmente de la corteza y parte muy superior del manto. Para perfiles más largos (hasta 1500 km) se obtiene información del manto superior.

En este trabajo se han aplicado dos de las líneas de inversión descritas anteriormente.

En la primera parte (capítulos 3, 4 y 5) se suponen modelos discretos para la corteza. Esto es, se supone la corteza constituida por diversas capas con características distintas (en nuestro caso velocidades), pero constantes en toda la capa. Así mismo, dadas las distancias con que se trabaja se pueden considerar las distintas capas horizontales (esto es, suponer la tierra plana).

Otra suposición, que es necesario hacer en algunas ocasiones, es el no considerar la existencia de inhomogeneidades laterales. El motivo de esta suposición es el poder aplicar con más facilidad las técnicas anteriores al estudio de cortezas en las que se hace evidente la existencia de muchas capas.

Las técnicas de inversión para esta parte es la de inversión linealizada, trabajando con los tiempos de llegada.

Se tratará entonces de resolver el sistema de ecuaciones

$$\sum_{k=1}^N G_{ik} m_k = e_i ,$$

siendo

G_{ik} , los funcionales de la Tierra ;

m_k , los parámetros que determinan el modelo de corteza discretizado ;

e_i , las observaciones.

En los dos primeros casos experimentales estudiados, para modelos de corteza discreta, se supone ésta compuesta de capas plano-paralelas de velocidad constante en cada una de ellas, siendo los parámetros a determinar las velocidades y espesores de las capas.

El tercer caso estudiado supone inhomogeneidades laterales de corteza. Ésta, compuesta por una única capa de velocidad constante, tiene forma de cubeta, y queda determinada por tres parámetros que determinan su forma, siendo las velocidades de la corteza y manto constantes.

En la segunda parte de este trabajo (capítulos 6, 7 y 8) se suponen modelos de corteza con distribuciones continuas de velocidad con la profundidad.

Estas imposiciones se ven confirmadas por los datos obtenidos en campañas de perfiles en algunas zonas de la corteza terrestre. No obstante, a pesar que generalmente las características de los ensamblajes no indican un comportamiento tal, sino que presentan las características de un modelo de corteza discreto, parece más realista suponer que la variación de la velocidad con la profundidad sea de forma continua, por lo menos dentro de cada una de las regiones separadas por fuertes discontinuidades.

La técnica de inversión utilizada en esta parte es la de inversión extrema mediante la utilización de la función $\tau(p)$.

2.4.- PERFILES REALIZADOS EN ESPAÑA (1974-1979). PERFILES UTILIZADOS.

Durante los años 1974 a 1979 y organizado por el Grupo de Trabajo de Perfiles Sísmicos Profundos, dentro del Comité Nacional del Proyecto Geodinámico, se han realizado diversas campañas de perfiles sísmicos cubriendo prácticamente la totalidad del territorio español y zonas marinas adyacentes.

La fig. 2.1 muestra un esquema de la localización de las líneas de registro y puntos de explosión. Es fácil observar que el mayor interés se ha dirigido hacia las zonas más conflictivas tanto geológica como tectónicamente. La mayoría de estos perfiles se encuentran situados en las zonas de las Béticas y Mar de Alborán, prolongándose hacia las Islas Baleares, en la zona Pirenaica y Archipiélago Canario. También se han realizado algunos perfiles en la zona de la Meseta.

La organización de los experimentos, técnicas de explosión y características del instrumental se encuentran recogidas en el libro monográfico de A. Udías (1977) y en Ansorge et al. (1977), Payo y Ruiz de la Parte (1977), Banda y Udías (1979), Working Group for D.S.S. in Spain 1974-1975 (1977), Explosion Seismology Group Pyrenees (1980) y Udías (1980).

De todos los datos obtenidos en las diversas campañas

PERFILES SÍSMICOS 1974-1979

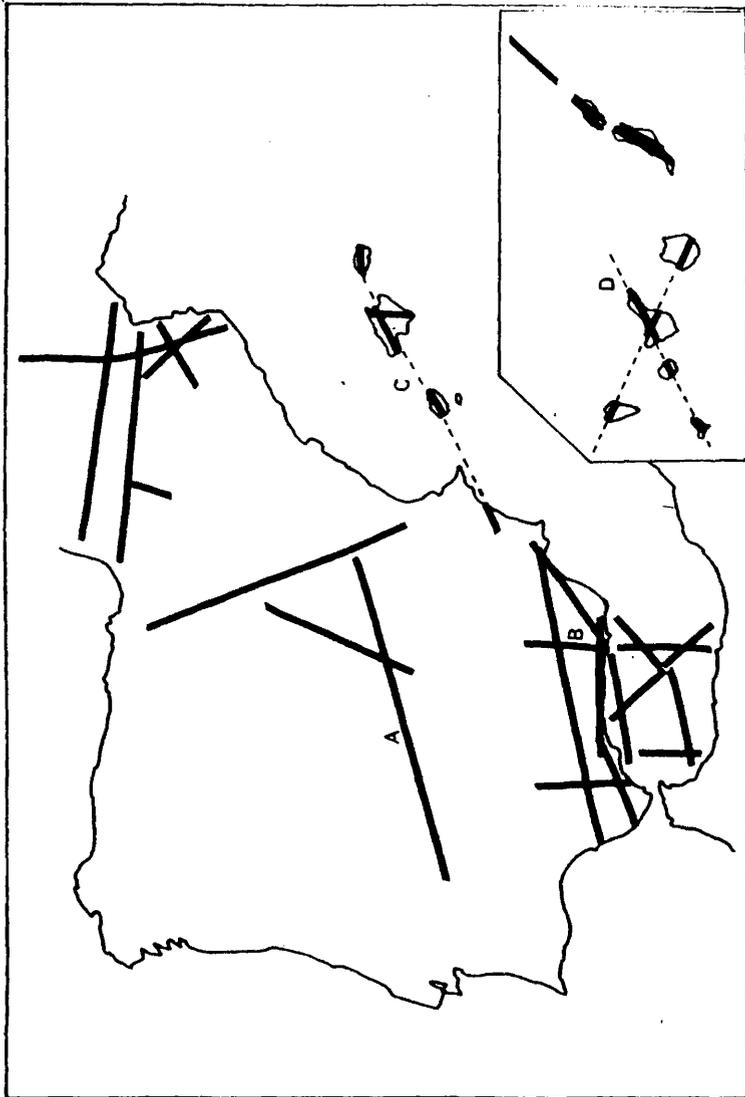


Fig. 2.1. Perfiles utilizados: A) Yepes-Cáceres, B) Adra-Ubeda, C) Balears, D) Tenerife.

se han escogido, para interpretar mediante los métodos de inversión numérica expuestos en este trabajo, los correspondientes a los perfiles Adra-Úbeda (1975), Yepes-Cáceres (1976, 1977 y 1979), Baleares (Ibiza-Mallorca, 1976), y Tenerife (1979).

El motivo de haber escogido estos perfiles es que, en general, las características geológicas y tectónicas de las zonas que atraviesan no son demasiado complicadas en comparación con las demás zonas que atraviesan los perfiles realizados.

El perfil Adra-Úbeda, sin embargo, es una excepción.

Este perfil atraviesa el contacto entre las Béticas externas e internas. No obstante, los datos obtenidos de este perfil han sido estudiados bajo dos puntos de vista.

Los primeros kilómetros de perfil, que aún no atraviesan la zona del contacto, han sido estudiados utilizando modelos de corteza continua, ya que se observa en el ensamblaje las características típicas de un aumento gradual de la velocidad con la profundidad.

La segunda parte del perfil ha sido estudiada ajustando las observaciones a un modelo de corteza discreto con inhomogeneidades laterales. Las fases utilizadas para el ajuste son las que se propagan principalmente por la parte más profunda de la corteza, no quedando afectadas por aquel contacto. Los parámetros que se pretenden ajustar son los que determinan la profundidad y forma de la discontinuidad corteza-manto.

El perfil Yepes-Cáceres, con tiros en Yepes atraviesa una zona sin fuertes accidentes geográficos, lo cual hace suponer una zona sin bruscas inhomogeneidades en la corteza. Este hecho viene confirmado por el mapa de anomalías de Bouguer de la zona si se considera éste, a nivel regional, como un espejo de la topografía de la discontinuidad corteza-manto.

Este perfil ha sido estudiado con los dos procedimientos de inversión indicados anteriormente, inversión linealizada e inversión extrema.

Del perfil de Baleares se han utilizado los datos obtenidos a partir de las explosiones en mar entre la península de Ibiza y recogidos en las islas de Ibiza y Mallorca. Estos datos han sido interpretados mediante las técnicas de inversión linealizada.

De los perfiles realizados en el archipiélago canario se han interpretado únicamente los datos correspondientes a los tiros B5 y B6 situados al NE de Tenerife, y registrados en esa isla. Dado el aspecto del ensamblaje, los datos se han interpretado mediante el procedimiento de inversión extrema.

CAPÍTULO 3

MODELOS DE CAPAS DE VELOCIDAD CONSTANTE. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA.

3.1.- PROBLEMA DIRECTO. ECUACIONES DE TIEMPO DE RECORRIDO.

Como se ha citado anteriormente, el problema directo con siste en conocer los tiempos teóricos de recorrido en función de la distancia al foco de las ondas sísmicas viajando en un modelo de corteza determinado.

Este problema está suficientemente estudiado por diver sos autores (Coulomb y Jobert, 1973; Giese et al., 1976). Es por ello que a continuación solo se presentan algunos de sus aspectos más importantes. Para la obtención de los tiempos de recorrido de las diversas fases se ha impuesto un modelo de capas planas de ve locidad constante y se ha utilizado la teoría de rayos.

En la fig. 3.1 a) se presenta un modelo de corteza estra tificado sobre un medio semi-infinito con las trayectorias de los diversos rayos.

En la fig. 3.1 b) se muestra el ensamblaje teórico sim plificado resultante, en tiempo reducido, con velocidad de reduc ción v_g . Las distintas correlaciones corresponden a las fases re flejadas y refractadas críticas en las distintas discontinuidades de la corteza.

Denominamos refracción crítica a aquella fase correspon diente a un rayo que incide en una capa con un ángulo tal (ángulo crítico) que da lugar a uno refractado que viaja horizontalmente por dicha capa.

La ecuación del tiempo de recorrido de una fase refrac tada crítica en la capa J en función de la distancia x_J^k del punto

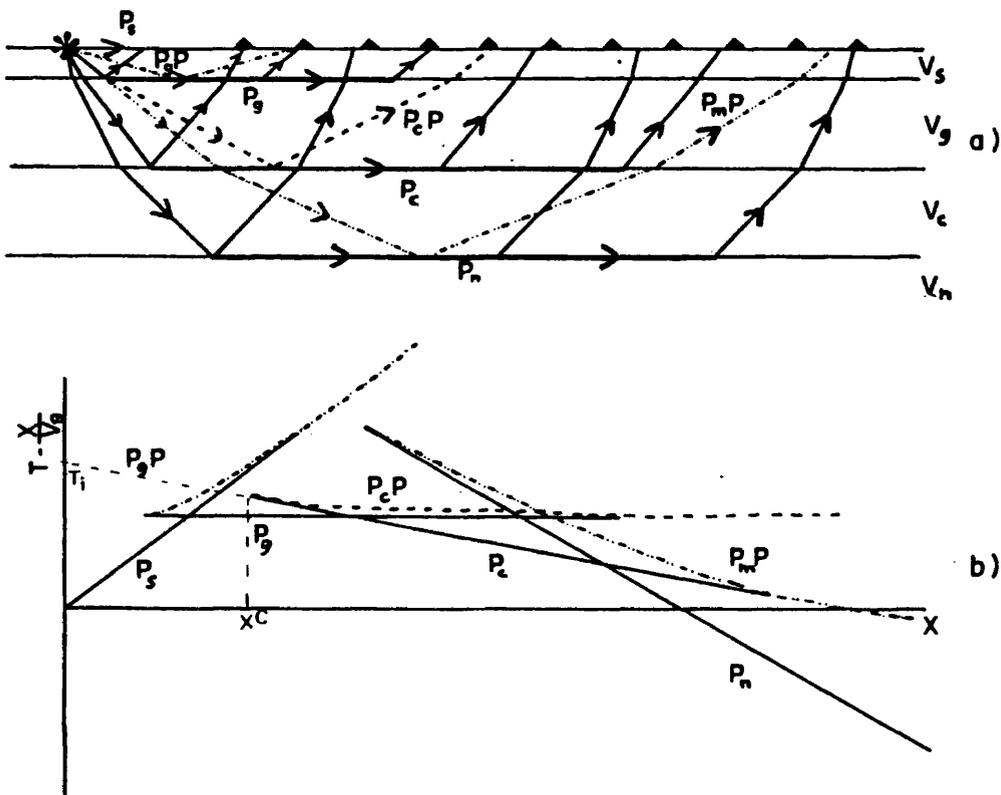


Fig. 3.1. a) Modelo de corteza estratificado con las trayectorias de los diversos rayos. b) ensamblaje teórico simplificado en escala de tiempo reducido con velocidad de reducción V_g .

origen de las ondas a la estación de registro y de los parámetros que determinan la estructura de la corteza tiene la expresión

$$t_J^k = \frac{x_J^k}{v_J} + 2 \sum_{i=1}^{J-1} \frac{H_i \sqrt{v_J^2 - v_i^2}}{v_J v_i}, \quad \text{para } J > 1, \quad (3.1)$$

donde

v_J , es la velocidad de la capa en que se refracta críticamente;

v_i, H_i , son la velocidad y espesor de la capa i , para $i < J$;

x_J^k , es la distancia sobre la horizontal del punto donde se generán las ondas a la estación de registro k .

Por lo tanto, las correlaciones en el ensamblaje de las fases refractadas críticas en las distintas discontinuidades son rectas de pendiente igual al inverso de la velocidad aparente del medio en el que la onda viaja horizontalmente.

En el caso de que $v_J < v_{J-1}$ no existirá refractada crítica en la capa de velocidad v_J .

La correlación en el ensamblaje de la fase reflejada en la discontinuidad entre las capas $J-1$ y J es una hipérbola asintótica a la fase refractada crítica en la capa $J-1$, siendo la ecuación del tiempo de recorrido para dicha fase, en función de la distancia de la estación k al origen de las ondas y de los parámetros que determinan la estructura de corteza:

$$\bar{t}_J^k = 2 \sum_{l=1}^{J-1} t_{l,k}^J, \quad (3.2)$$

donde

$$t_{1,k}^J = \frac{x_{1,k}^J v_1}{\text{sen}(i_1) v_1^2}$$

y

$$x_{1,k}^J = \frac{v_1 H_1 \text{sen}(i_1)}{\sqrt{v_1^2 - v_1^2 \text{sen}^2(i_1)}} ;$$

cumpliéndose

$$\bar{x}_J^k = 2 \sum_{l=1}^{J-1} x_{1,k}^J ,$$

o lo que es equivalente

$$\bar{t}_J^k = 2 \sum_{l=1}^{J-1} \frac{v_1 H_1}{v_1 \sqrt{v_1^2 - v_1^2 \text{sen}^2(i_1)}} , \quad J > 1 , \quad (3.3)$$

donde i_1 se determina mediante

$$\bar{x}_J^k = 2 \sum_{l=1}^{J-1} \frac{v_1 H_1 \text{sen } i_1}{\sqrt{v_1^2 - v_1^2 \text{sen}^2 i_1}} , \quad J > 1 ;$$

siendo

\bar{x}_J^k , la distancia sobre la horizontal desde el punto de generación de las ondas a la estación k ;

(El índice J indica que corresponde a una fase reflejada en la capa J).

v_1, H_1 , la velocidad y espesor de la capa 1 ;

$2 t_{1,k}^J$, el tiempo de recorrido en la capa 1 de la fase reflejada en la capa J y que se observa en la estación k ;

$2 x_{1,k}^J$, la distancia horizontal recorrida en la capa 1 de la fa se reflejada en la capa J y que se observa en la estación k ;

i_1 , el ángulo de salida del rayo en el foco, u origen de las ondas, también llamado ángulo de incidencia en la superficie.

En estas correlaciones existen dos valores de gran interés en la interpretación de los perfiles. Estos son:

Distancia crítica x^C .

Se denomina de esta forma a la distancia en superficie que corresponde a la reflejada que incide con ángulo crítico en una cierta discontinuidad y por lo tanto, es a partir de ella que se observa la refractada crítica en ésta.

En esta distancia coinciden las dromocrónicas de las fa ses refractadas críticas y reflejadas en la misma discontinuidad. Habrá por tanto una distancia crítica para cada pareja refractada-reflejada. A esta distancia el tiempo de recorrido es el mismo para ambas fases.

Las expresiones para la distancia crítica y tiempo de recorrido correspondientes a la capa J son:

$$x_J^C = 2 \sum_{i=1}^{J-1} \frac{H_i v_i}{\sqrt{v_J^2 - v_i^2}}, \quad \text{con } J > 1; \quad (3.4)$$

$$t_J^C = 2 \sum_{i=1}^{J-1} \frac{H_i v_J}{v_i \sqrt{v_J^2 - v_i^2}}. \quad (3.5) \quad "$$

En este punto la pendiente de la hipérbola coincide con la de la recta.

Esta distancia es fundamental dado que es una zona de interferencia donde las amplitudes son mayores.

Tiempo de intersección t_i .

Se denomina de esta manera al punto en que la recta correspondiente a una refractada crítica corta al eje de ordenadas. Es decir es el tiempo teórico de la fase refractada para la distancia cero.

La expresión para el tiempo de intersección de la refractada crítica en la capa J es

$$t_J^i = 2 \sum_{i=1}^{J-1} \frac{H_i \sqrt{v_J^2 - v_i^2}}{v_J v_i}, \quad J > 1. \quad (3.6)$$

3.2.- FORMULACIÓN DEL PROBLEMA INVERSO. LINEALIZACIÓN.

Resolver el problema inverso consiste en obtener los valores de los parámetros que determinan el modelo a partir de las observaciones.

En el caso de los perfiles sísmicos las observaciones corresponden a los tiempos de recorrido de las diversas fases de las ondas P para las distintas distancias.

Los parámetros que determinan el modelo son las velocidades v_i de la onda P y espesores H_i de cada capa.

El problema inverso quedará entonces resuelto cuando encontremos valores de los diversos parámetros, tales que los tiempos de recorrido teóricos coincidan con las observaciones.

Denominemos por $\{y_k\}$, $k = 1, M$ al conjunto de parámetros libres del modelo a determinar.

Los tiempos de recorrido teóricos de las distintas trayectorias, ecs. (3.1) y (3.2), los podemos expresar de manera esquematizada como

$$T_i = T_i(y_k), \quad \begin{array}{l} i = 1, N \\ y_k = 1, M \end{array} \quad (3.7)$$

siendo $T_i(y_k)$, los funcionales anteriormente citados, N , el número de observaciones, y M , el número de parámetros.

Estos funcionales dependen del conjunto de parámetros $\{y_k\}$, $k = 1, M$, y de la distancia al punto origen.

Suponiendo que los tiempos observados T_i^0 , $i = 1, N$ son producidos por el modelo de corteza determinado por $\{y_k\}$, el problema quedará resuelto si se determina el conjunto $\{y_k\}$ en el sistema de ecuaciones

$$T_i^0 = T_i(y_k), \quad \begin{array}{l} i = 1, N \\ k = 1, M \end{array} \quad (3.8)$$

En el caso de perfiles se cumple generalmente $N > M$.

Dado que las observaciones están contaminadas por errores de observación no se podrá llegar a $\{y_k\}$, sino a $\{\hat{y}_k\}$, la mejor estimación de $\{y_k\}$ en el sentido de mínimos cuadrados, es decir aquellos $\{\hat{y}_k\}$ tales que

$$\sum_{i=1}^N (T_i^0 - T_i(\hat{y}_k))^2 \quad \text{sea mínimo.}$$

Como los funcionales obtenidos para los tiempos de recorrido de las diversas trayectorias no son lineales en los parámetros $\{y_k\}$, se linealiza el problema mediante un desarrollo en serie de Taylor hasta primer orden de aproximación alrededor de un punto

$\{\hat{y}_k^0\}$ conocido y suficientemente próximo (Braile, 1973). Así:

$$T_i^0 = T_i(\hat{y}_k) = T_i(\hat{y}_k^0 + \delta \hat{y}_k^0) \approx T_i(\hat{y}_k^0) + \sum_{J=1}^M \frac{\partial T_i}{\partial y_J} \Big|_{y_k = \hat{y}_k^0} \delta y_J, \quad i = 1, N \quad (3.9)$$

quedando entonces el problema reducido a la resolución del sistema lineal

$$A_{iJ} \Delta y_J = \Delta T_i, \quad \begin{matrix} i = 1, N \\ J = 1, M \end{matrix} \quad (3.10)$$

siendo

$\Delta T_i = T_i^0 - T_i(\hat{y}_k^0)$ los residuos de la aproximación

$\Delta y_J = \delta y_J$ las correcciones a los parámetros del modelo inicial para que $\sum_{i=1}^N (T_i^0 - T_i(\hat{y}_k))^2$, sea mínimo

$A_{iJ} = \frac{\partial T_i}{\partial y_J} \Big|_{y = \hat{y}^0}$ matriz de las derivadas parciales evaluadas en el punto inicial.

Dado que el sistema a estudiar es supracondicionado y que las observaciones están contaminadas de error, el ajuste de los parámetros se realiza mediante un proceso iterativo de resolución del sistema (3.10) hasta que el valor más probable de la desviación típica de los residuos de las observaciones sea satisfactoriamente pequeño:

$$\sigma_T = \left[\sum_{i=1}^N (T_i^0 - T_i(\hat{y}_k^1))^2 / (N-M) \right]^{1/2} < \varepsilon, \quad (3.11)$$

(Whittaker y Robinson, 1967).

Siendo \hat{y}_k^1 el valor obtenido a partir de la 1-sima iteración

$$T_i(\hat{y}_k^1) = T_i(\hat{y}_k^{1-1} + \delta y_k), \quad i = 1, N.$$

El desarrollo del presente trabajo, dado que nuestros funcionales no son lineales, se realiza con el problema linealizado. Se tiene que tener en cuenta, por tanto, que se está trabajando, como consecuencia de la linealización, con los residuos de las observaciones. Es decir, con la diferencia entre los tiempos observados y calculados para un modelo aproximado, siendo los valores que se obtienen en la solución de la ec. (3.10) los incrementos a los valores iniciales de los parámetros.

3.3.- RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA. INVERSA NATURAL DE LANCZOS.

Se presenta uno de los métodos de resolución del sistema (3.10). Éste ha sido el utilizado en el presente trabajo, y se ha escogido debido a que a partir de él es posible obtener una mayor información de las características del problema.

Lo expuesto a continuación es válido tanto para sistemas lineales como para linealizados (Jackson, 1972).

Para la siguiente exposición utilizaremos la nomenclatura de la ecuación

$$\sum_{k=1}^M G_{ik} m_k = e_i, \quad i = 1, N, \quad (3.12)$$

introducida anteriormente.

En el caso del sistema (3.10) se tiene que

- e_i , son los residuos ΔT_i ;
 m_k , son los incrementos a los valores de los parámetros Δy_k ;
 G_{ik} , es la matriz de derivadas parciales A_{ik} del funcional con respecto a los diversos parámetros.

Esta ecuación se puede expresar en la forma:

$$G \bar{m} = \bar{e} , \quad (3.13)$$

siendo

- G , una matriz ($N \times M$) con coeficientes reales ;
 \bar{m} , un vector de M componentes m_k , cuyos valores queremos determinar ;
 \bar{e} , un vector de N componentes e_i , cuyos valores son las observaciones.

La solución de la ec. (3.13) es

$$\bar{m} = G^{-1} \bar{e} , \quad (3.14)$$

siendo G^{-1} la inversa de la matriz G .

La ec. (3.13) se puede resolver aplicando el método de mínimos cuadrados

$$\bar{m} = (G^T \cdot G)^{-1} G^T \bar{e} .$$

Sin embargo éste plantea problemas en el caso de $G^T \cdot G$ es singular.

Otro método equivalente al de mínimos cuadrados, en el caso de sistemas puramente más que restringidos (Jackson, 1972), pero con muchas más posibilidades, es el de obtener la inversa generalizada de Lanczos de la matriz G (Lanczos, 1961).

Sea G una matriz rectangular $N \times M$ con coeficientes reales. Se pueden encontrar dos conjuntos de vectores u_i y v_i tales que

$$\begin{aligned} G^T \cdot G v_j &= \lambda_j^2 v_j, & j &= 1, M (*) , \\ G \cdot G^T u_i &= \lambda_i^2 u_i, & i &= 1, N (*). \end{aligned} \tag{3.15}$$

Si ordenamos los valores propios λ en orden decreciente de magnitud estos cumplen

$$\lambda_i = \lambda_j, \quad \text{para } i = j \quad i \leq P;$$

$$\lambda_i = 0, \quad i > P;$$

$$\lambda_j = 0, \quad j > P;$$

siendo $P \leq \min(M, N)$.

Es decir, existen P valores propios distintos de cero y los otros nulos. Este P puede ser interpretado como el número de grados de libertad de los datos o como el rango de G .

La matriz G entonces se puede descomponer como el producto de tres matrices:

(*) No implica suma.

$$G = U \Lambda V^T; \quad (3.16)$$

quedando entonces la ec. (3.13) como

$$U \Lambda V^T \bar{m} = \bar{e}; \quad (3.17)$$

Donde: U , es una matriz $N \times P$ cuyas columnas son los vectores propios u_i ; $i = 1, P$ asociados a las columnas de G ;

V , es una matriz $M \times P$ cuyas columnas son los vectores propios v_i ; $i = 1, P$ asociados a las filas de G ;

Λ , es una matriz diagonal $P \times P$ cuyos elementos en la diagonal principal son los P valores propios λ_i no nulos.

Las matrices U y V cumplen:

$$U^T \cdot U = I_P; \quad (3.18)$$

$$V^T \cdot V = I_P,$$

siendo I_P la matriz identidad ($P \times P$).

En el caso que $P = N$ se cumple:

$$U \cdot U^T = I_N \quad (\text{matriz identidad } (N \times N)); \quad (3.19)$$

y para $P = M$

$$V \cdot V^T = I_M \quad (\text{matriz identidad } (M \times M)). \quad (3.20)$$

Más adelante se expondrá qué implica en la resolución de (3.17) que se cumplan las ecuaciones (3.19) y (3.20).

La inversa natural de la matriz G introducida por Lanczos a partir de la descomposición tiene la expresión

$$H_L = V \Lambda^{-1} U^T, \quad (3.21)$$

donde Λ^{-1} es una matriz diagonal cuyos elementos en la diagonal principal son λ_i^{-1} ; $i = 1, P$.

Esta inversa H_L existe siempre, ya que V y U existen por descomposición de G , y Λ^{-1} también existe siempre, ya que se han eliminado los $\lambda_i = 0$.

La solución de la ecuación (3.17) es entonces

$$\hat{m}_L = H_L \bar{e}; \quad (3.22)$$

o lo que es equivalente

$$\hat{m}_L = V \Lambda^{-1} U^T \bar{e}. \quad (3.23)$$

La inversa H_L es tal que \hat{m}_L cumple (Jackson, 1972):

a) es una solución por mínimos cuadrados, es decir tal que minimiza

$$|\bar{e}|^2 = |\bar{e}^T \cdot \bar{e}| = |G \bar{m} - \bar{e}|^2;$$

b) minimiza además $|\bar{m}|^2 = |\bar{m}^T \cdot \bar{m}|$.

Esta condición es importante para el caso de linealización del problema de inversión dado que indica que los incrementos son pequeños.

Como se ha indicado anteriormente el procedimiento de

obtención de \hat{m}_L mediante H_L es equivalente al procedimiento de mínimos cuadrados con obtención de las ecuaciones normales (Whittaker y Robison, 1967) para el caso en que $N > M$ y $P = M$.

3.4.- OBTENCIÓN DE LAS DERIVADAS PARCIALES.

En este apartado se presenta la obtención y estudio del comportamiento de las derivadas parciales de los funcionales tiempo de recorrido (ecuaciones 3.1 y 3.3) respecto a los diversos parámetros que determinan una estructura de corteza de capas planas.

Este cálculo es necesario ya que las derivadas parciales intervienen en la linealización del problema.

Su control es importante pues un mal comportamiento de éstas puede llevar a resultados erróneos.

a) Refractadas Críticas.

La ecuación del tiempo de recorrido para estas fases en función de los diversos parámetros de la corteza y de la distancia de la estación al origen de las ondas es una función analítica conocida (ec. 3.1).

La obtención de las derivadas parciales no presenta ninguna dificultad pudiéndose obtener directamente.

Si seguimos la nomenclatura utilizada en aquella ecuación, las distintas derivadas parciales se expresan como sigue:

Para $1 < J$,

$$\frac{\partial t_J^k}{\partial v_1} = - \frac{2 H_1 v_J}{v_1^2 \sqrt{v_J^2 - v_1^2}} ; \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial t_J^k}{\partial H_1} = 2 \frac{\sqrt{v_J^2 - v_1^2}}{v_1 v_J} \quad (3.25)$$

Para $l = J$,

$$\frac{\partial t_J^k}{\partial v_J} = 2 \sum_{i=1}^{J-1} \frac{H_i v_i}{v_J^2 \sqrt{v_J^2 - v_i^2}} - \frac{x_J^k}{v_J^2} ; \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial t_J^k}{\partial H_J} = 0 . \quad (3.27)$$

Para $l > J$,

$$\frac{\partial t_J^k}{\partial v_1} = 0 ; \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial t_J^k}{\partial H_1} = 0 . \quad (3.29)$$

Esto es, la derivada parcial de la función tiempo de recorrido de una fase refractada crítica con respecto a la velocidad correspondiente a una capa más superficial (3.24) es independiente de la distancia al punto de origen, y su valor es constante para cada tipo de refractada crítica. El hecho de que sean negativas es lógico ya que, para una distancia fija, al aumentar la velocidad de una capa, disminuye el tiempo de recorrido.

La derivada parcial de la función tiempo de recorrido de la fase refractada crítica respecto a la velocidad de la capa en que se refracta (3.26) varía según x_J^k/v_J^2 siendo su expresión analítica la ecuación de una recta cuya pendiente es la inversa del cuadrado de esta velocidad.

Como es lógico, la derivada parcial de la función tiempo de recorrido respecto a la velocidad de una capa más profunda (3.28) es nula.

Hay que destacar que estas derivadas parciales solo tienen sentido a partir de la distancia crítica de cada una de las fases refractadas. En el caso de la derivada parcial con respecto a la velocidad de la capa refractante (3.26), ésta toma el valor $\partial t_J^k / \partial v_J = 0$ en la distancia crítica de cada fase (ec. 3.4).

Al considerar el conjunto de todas las derivadas parciales con respecto a la velocidad, para todas las fases refractadas, en un modelo de corteza como el que se presenta en el estudio, se obtiene que:

Dentro de una misma fase refractada crítica se observa que las derivadas dependen de v_1 y H_1 , es decir, de la velocidad y espesor de la capa 1, siendo la dependencia, con respecto a v_1 , mayor. Esto se obtiene transformando la expresión (3.24) en

$$\frac{\partial t_J}{\partial v_1} = \frac{-2 H_1}{v_1^2 \sqrt{1 - v_1^2/v_J^2}} .$$

Considerando el mismo tipo de derivada parcial (misma v_1), pero para las distintas fases, se obtiene que ésta varía con v_J , es decir, la velocidad de la capa refractante. Entonces, para el caso de una estructura discreta con velocidades crecientes con la profundidad, la derivada parcial con respecto a una misma velocidad es mayor según más profunda es la refracción (su valor absoluto es menor).

Para el caso de las derivadas parciales de las distintas fases refractadas con respecto a la velocidad de refracción (3.26), se observa que la pendiente es mayor para la fase refractada en la discontinuidad más superficial, empezando a existir a distancias más próximas al origen de las x , dado que para las fases más superficiales la distancia crítica es menor.

Consideramos ahora las derivadas con respecto a los espesores de las capas.

De las expresiones (3.25), (3.27) y (3.29) se observa que éstas son constantes para cada tipo de llegada e independientes de la distancia al punto origen y de los espesores de las capas. Como es lógico, también son nulas las derivadas con respecto a espesores de capas inferiores a la refractante.

En este caso son positivas ya que, para una distancia fija, un aumento en el espesor de una capa supone un aumento en el tiempo de recorrido.

Transformando la ec. (3.25) se obtiene la expresión

$$\frac{\partial t_J^k}{\partial H_1} = 2 \sqrt{\frac{1}{v_1^2} - \frac{1}{v_J^2}},$$

que permite estudiar más fácilmente el comportamiento de las derivadas parciales con las velocidades.

Para una misma fase (mismo J) el valor de la derivada disminuye al aumentar v_1 . Es decir para el caso que las velocidades de las capas aumenten con la profundidad, para una misma fase, las derivadas respecto al espesor de una capa más superficial son menores que con respecto a la de una capa más profunda.

Si se consideran ahora todas las fases y fijo el parámetro espesor respecto al que se deriva (H_1 fijo), se observa que el valor de la derivada es mayor para la fase refractada en una capa más profunda.

b) Reflejadas.

La ecuación del tiempo de recorrido para estas fases en función de la distancia de la estación k al origen de las ondas y de los parámetros que determinan la estructura de corteza corresponde a la ecuación (3.3).

Como se puede observar, la expresión del tiempo de recorrido, para una fase determinada, depende del ángulo de incidencia en la superficie. Este ángulo varía según la distancia de la estación al origen de las ondas, los parámetros de la estructura y el tipo de reflexión. Al no poderse obtener el tiempo de recorrido para una estación fija y reflexión determinada de manera directa a partir de la distancia estación-origen, éste se calcula mediante un proceso iterativo ajustando el ángulo de incidencia para un valor $\epsilon(x)$ conveniente, siendo

$$\epsilon(x) = |x^c - x^0|,$$

con x^c y x^0 las distancias calculadas y observadas respectivamente.

Las derivadas parciales de la función tiempo de recorrido de las diversas fases reflejadas para distintas distancias se han obtenido de manera numérica.

La función tiempo de recorrido de la fase reflejada en la capa J, para la estación k se puede obtener a partir de los parámetros de la estructura de corteza y de la distancia estación-origen \bar{x}_J^k :

$$\bar{t}_J^k = \bar{t}_J^k(v_i, H_i, \bar{x}_J^k).$$

El cálculo de las derivadas parciales se realiza mediante la expresión:

$$\frac{\partial \bar{t}_J^k}{\partial y_1} = \frac{\bar{t}_J^k(y_1 + \Delta y_1, y_i, \bar{x}_J^k) - \bar{t}_J^k(y_1, y_i, \bar{x}_J^k)}{\Delta y_1};$$

$i = 1, m, \quad i \neq 1;$

$l = 1, m,$

en la que se han representado los parámetros por y_1 .

Su obtención presenta algunos problemas. Dada la dependencia entre el ángulo de incidencia, los parámetros de la estructura y la distancia estación-origen, una pequeña variación en uno de los parámetros, para la obtención de la derivada numérica, provoca variaciones en el ángulo de incidencia variando, entonces, la distancia estación-origen. Como el cálculo del ángulo de incidencia, para un caso determinado, se realiza mediante un proceso iterativo y, como es sabido, el cálculo de la derivada parcial es para una posición fija, es necesario encontrar un compromiso entre los incrementos de los parámetros y $\epsilon(x)$.

Una selección no afortunada de $\epsilon(x)$ y de los incrementos de los parámetros provoca una fluctuación en las derivadas que enmascara por completo su comportamiento con la distancia.

Otra restricción, que hay que tener en cuenta para seleccionar estos incrementos, es que los valores de las derivadas, para la función tiempo de recorrido para las fases reflejadas y refractadas en una misma capa, deben ser iguales en la distancia crítica. Dado que el cálculo de las derivadas para las fases refractadas es exacto esta restricción hace que la elección de los incrementos sea fiable.

c) Estudio conjunto de las derivadas.

Para aclarar lo anteriormente expuesto se presentan en las figuras 3.4a) y 3.4b) los valores de las distintas derivadas parciales de las diversas fases en función de las distancias al origen de las ondas. La fig. 3.4a) corresponde a las fases refractadas críticas y la fig. 3.4b) a los dos tipos de fases estudiadas. Las derivadas de la fase reflejada en la primera discontinuidad no se han considerado ya que no se utilizan en el estudio siguiente. Igualmente no se han considerado las fases reflejadas precríticas.

Los valores obtenidos corresponden al modelo de corteza utilizado en el capítulo 4.

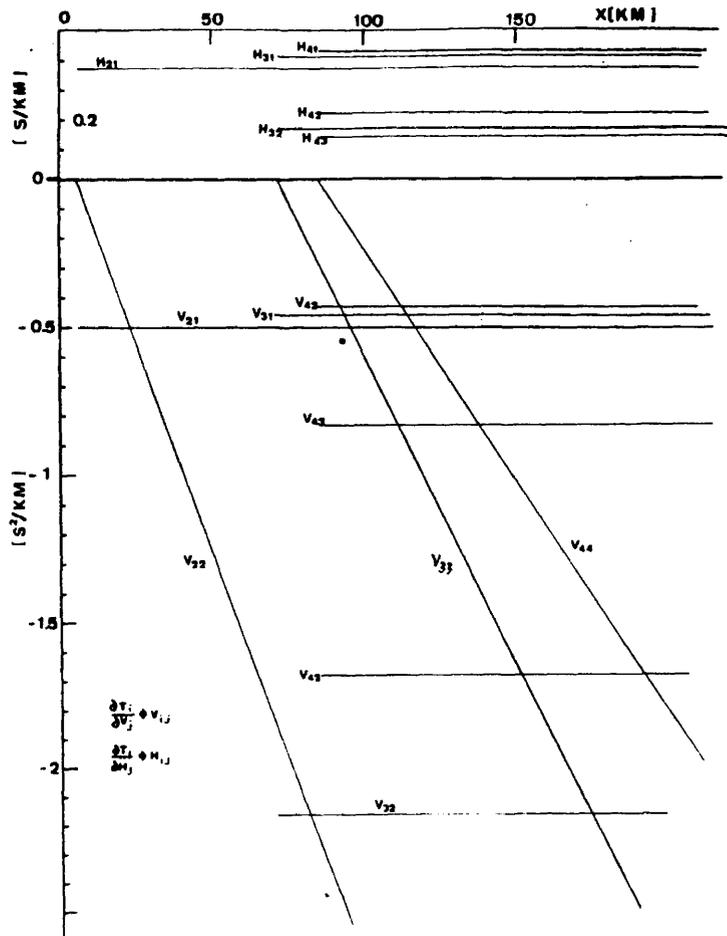


Fig. 3.4.a) Valores de las distintas derivadas parciales de los funcionales tiempo de recorrido para las fases refractadas en función a la distancia epicentral.

De la consideración conjunta de todas las derivadas parciales en función de la distancia al origen para todas las fases refractadas críticas (figura 3.4a), se pueden obtener las siguientes conclusiones útiles para la comprensión del comportamiento de los distintos parámetros que determinan la estructura de corteza.

Las derivadas que más influyen y las que tienen mayor variación con la distancia son las derivadas con respecto a la velocidad de la capa refractante crítica y dentro de éstas, en valor absoluto, la de la refractada más superficial, siendo nula la variación con la distancia de las otras derivadas.

El estudio de las derivadas parciales de las fases reflejadas (figura 3.4b) indica una pequeña variación de las derivadas con respecto al espesor en función de la distancia y, por el contrario, una fuerte variación con la distancia de la derivada del tiempo de recorrido con respecto a la velocidad de la capa anterior a la de reflexión.

El estudio conjunto de todas las derivadas parciales de la función tiempo de recorrido de las fases reflejadas y refractadas críticas (fig. 3.4b) muestra un comportamiento común de éstas en función de la distancia al punto origen de las ondas. Las derivadas parciales respecto a una misma variable de la función tiempo de recorrido de la fase reflejada en la discontinuidad J son asíntotas a las de la fase refractada en la discontinuidad J-1.

Este resultado es completamente lógico ya que este mismo comportamiento lo presentan las funciones tiempo de recorrido de las respectivas fases reflejadas y refractadas.

Finalmente, hay que indicar que todo este estudio se ha realizado suponiendo que están cubiertas todas las distancias con las distintas fases. En el caso real no ocurre así, los valores son discretos y no están cubiertas todas las distancias.

Este hecho es de importancia para la comprensión de los resultados que se obtendrán.

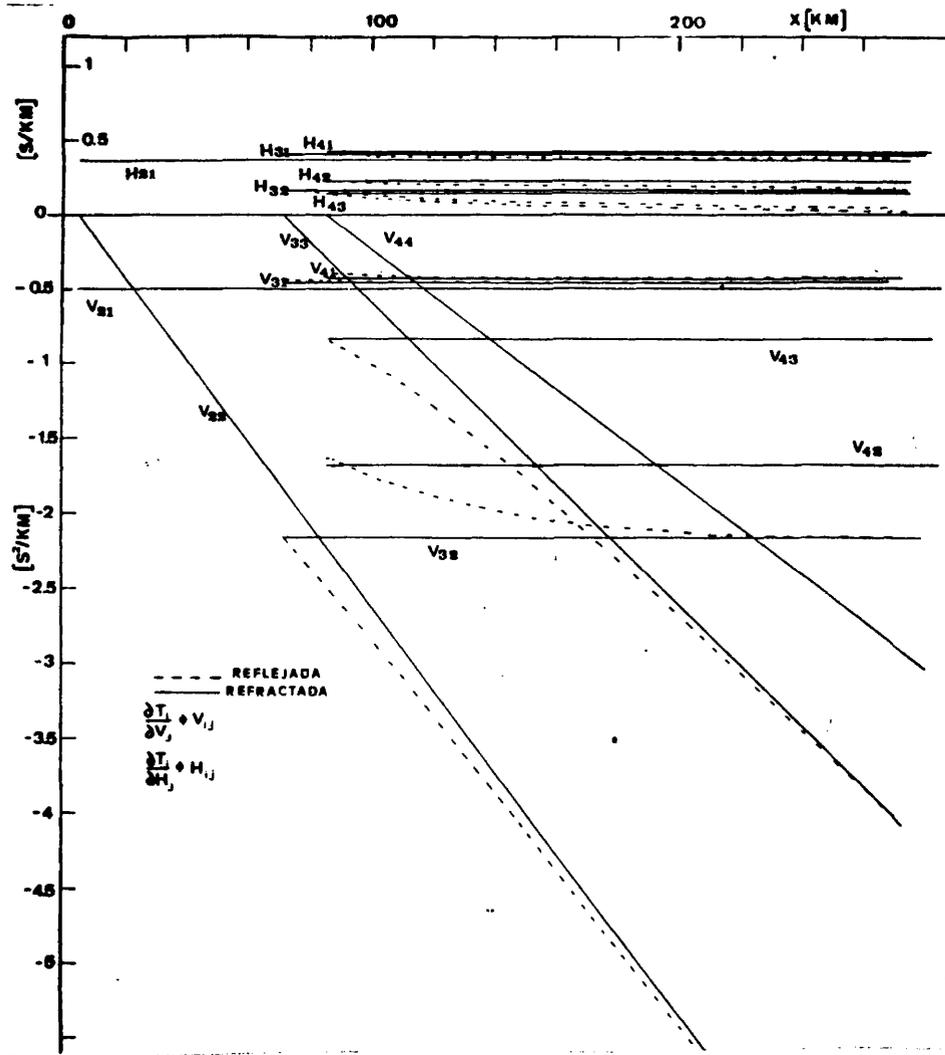


Fig. 3.4.b) Valores de las distintas derivadas parciales de los funcionales tiempo de recorrido para las fases reflejadas y refractadas en función de las distancias epicentrales.

3.5.- ÍNDICES DE RESOLUCIÓN Y PRECISIÓN DEL PROBLEMA.

El método de inversión expuesto permite obtener una serie de índices que dan información sobre las características del problema a resolver. Estos se presentan a continuación.

a) Matriz de resolución.

La matriz de resolución $R(M \times M)$ se define como el producto

$$R = H_L \cdot G. \quad (3.30)$$

Teniendo en cuenta (3.16), (3.21) y las condiciones (3.18) se puede expresar como

$$R = V \cdot V^T. \quad (3.31)$$

Veamos el significado de (3.30) en la resolución de (3.13).

Sea la ec. (3.13)

$$G \bar{m} = \bar{e};$$

si premultiplicamos por H_L , se obtiene

$$H_L G \bar{m} = H_L \bar{e} = \hat{\bar{m}};$$

$$H_L G \bar{m} = R \bar{m} = \hat{\bar{m}}. \quad (3.32)$$

En el caso en que $P < M$, R está relacionada con la unicidad de la solución del sistema (3.13) (Backus y Gilbert, 1968).

De la ec. (3.32) se obtiene que cada componente de $\hat{\bar{m}}$ es combinación lineal de las componentes de cualquier modelo \bar{m} solución del sistema.

Es decir mediante (3.32) se obtiene un único resultado a partir del conjunto de posibles soluciones del sistema (3.13).

Solo en el caso de $R \equiv I_M$ la solución \hat{m} es única.

En el caso en que $P = M$ se cumple siempre esta condición.

Cuando $P < M$ el grado en que R se aproxima a la matriz I_M es una medida de la resolución del sistema obtenido a partir de los datos.

Para comparar esta matriz con la identidad se define:

$$r_k = \sum_{J=1}^M (H_{ki} G_{ij} - \delta_{kJ})^2 = \sum_{J=1}^M (R_{kJ} - \delta_{kJ})^2,$$

$$k = 1, M. \quad (3.33)$$

Cuanto más se aproxime R a la matriz identidad más próximos a cero serán los valores de r_k .

b) Matriz densidad de información. Importancias.

La matriz densidad de información se define como el producto

$$S = G \cdot H_L, \quad (3.34)$$

que, teniendo en cuenta 3.16 y 3.21 y las condiciones (3.18), se puede expresar como

$$S = U \cdot U^T. \quad (3.35)$$

Wiggins (1972) demuestra que, para sistemas más que restringidos, S es una medida de la independencia de los datos o también la medida de

como el modelo obtenido se ajusta a las observaciones.

Sean $\hat{\bar{m}}$ los valores obtenidos a partir de la ec.3.22

$$\hat{\bar{m}} = H_L \bar{e}.$$

Si premultiplicamos esta ecuación por G se obtiene

$$\hat{\bar{e}} = G \hat{\bar{m}} = G H_L \bar{e} = S \bar{e}.$$

Esto es

$$S \bar{e} = \hat{\bar{e}}, \quad (3.36)$$

siendo $\hat{\bar{e}}$ los datos teóricos obtenidos a partir del modelo $\hat{\bar{m}}$.

Esta relación indica que los datos teóricos obtenidos a partir del modelo son una combinación lineal de los datos \bar{e} .

En el caso que $S = I_N$ la ecuación 3.36 indica que las observaciones teóricas coinciden con las observadas.

Esta condición se cumple siempre que $P = N$.

Aún podemos obtener mayor información acerca de la matriz simétrica S (*).

(*) Las propiedades que se atribuyen a S son las mismas que Mirster et al. (1974) atribuyen a su operador simétrico P. Un estudio comparativo muestra que las propiedades de S son las mismas que las de P.

Este operador cumple

$$S \cdot S = S, \quad (3.37)$$

que se puede demostrar facilmente si se tienen en cuenta (3.35) y (3.18); luego S es un operador proyección ortogonal.

Si diagonalizamos S , los elementos de la diagonal principal serán únicamente 0 ó 1. Como la traza es invariante se tendrá que

$$\text{Tr}(S) = \sum_{k=1}^N S_{kk} = \text{rango}(S);$$

Es decir, el rango de S será igual a su traza.

Si tenemos en cuenta la relación (3.36) el rango de S nos indica el número de combinaciones independientes de \bar{e} .

Es importante remarcar que S no depende en absoluto de los valores de observación, sino que depende de la distribución y tipo de datos considerados. También depende, pero débilmente, del modelo escogido.

Hemos dicho anteriormente que los valores \hat{e}_i obtenidos a partir de (3.36) son una combinación lineal de las observaciones. Los elementos de la diagonal principal S_{kk} serán una medida de la contribución relativa de la observación e_k en \hat{e}_k . Minster et al. (1974) definen a S_{kk} como la importancia del dato e_k .

Las importancias S_{kk} varían entre 0 y 1.

En el caso que S sea diagonal todas las importancias serán 1 e indicará que e_k es igual a \hat{e}_k .

Podemos expresar con otras palabras lo expuesto anteriormente. La suma de todas las importancias es el número de combinaciones lineales independientes de los datos. En el caso en el que el problema es determinado, esta suma será igual al número de parámetros independientes del modelo.

$$\sum_{k=1}^N S_{kk} = M .$$

Entonces, es fácil observar pues, que, para un número fijo de parámetros M , a mayor número de datos N , la importancia de cada dato es menor.

c) Matriz de covarianza de los parámetros del modelo.
Matriz de correlación entre los parámetros.

La factorización expuesta anteriormente permite obtener expresiones de las matrices de covarianza y correlación de los parámetros en función de los elementos de la descomposición.

Sea el sistema lineal

$$G \bar{m} = \bar{e} .$$

A partir de la inversa generalizada, como hemos visto anteriormente, es posible obtener $\hat{\bar{m}}_L$, la mejor estimación del modelo,

$$\hat{\bar{m}}_L = H_L \bar{e} .$$

Dado que las observaciones \bar{e} están contaminadas de errores observacionales, las podemos descomponer como

$$\bar{e} = \bar{e}_r + \bar{\epsilon}_r ;$$

Esto es, en la suma de las observaciones reales y los errores.

Si \bar{m}_r es la solución verdadera se tendrá que

$$G \bar{m}_r = \bar{e}_r$$

Los errores en la estimación de \bar{m}_r serán (Burkhard y Jackson, 1976)

$$\begin{aligned} \hat{m}_L - \bar{m}_r &= H_L \bar{e} - \bar{m}_r = H_L (G \bar{m}_r + \bar{e}_r) - \bar{m}_r = \\ &= (H_L G - I) \bar{m}_r + H_L \bar{e}_r = (R - I) \bar{m}_r + H_L \bar{e}_r, \end{aligned} \quad (3.38)$$

(1) (2)

desarrollados en dos términos independientes:

- (1) que corresponde a los errores en la resolución y
- (2) que corresponde a los errores aleatorios en los datos.

En el caso en que $R \equiv I$ la ecuación 3.38 queda

$$(\hat{m}_L - m_r)_i = H_{ik} (\epsilon_r)_k, \quad \begin{matrix} i = 1, M \\ k = 1, N \end{matrix} \quad (3.39)$$

Este es el caso que consideraremos ya que en este trabajo se cumple esta condición.

De la expresión (3.39), aplicando las definiciones y propiedades de varianza y covarianza, se obtiene (Lindgren et al., 1969):

$$\text{cov} \left[(\hat{m}_L - m_r)_i, (\hat{m}_L - m_r)_j \right] = H_{ik} H_{jk} \text{var}((\epsilon_r)_k). \quad (3.40)$$

En la práctica no se conocen \bar{m}_r y \bar{e}_r .

Esta dificultad se salva estandarizando éstos a media nula y varianza unidad.

Con estas consideraciones la ec. (3.40) queda

$$\text{cov} \left[(\hat{m}_L - m)_i, (\hat{m}_L - m)_j \right] = H_{ik} H_{jk}, \quad (3.41)$$

siendo la matriz de covarianza C de los errores en la estimación de los parámetros

$$C = H_L H_L^T \quad (3.42)$$

que, teniendo en cuenta (3.21) y (3.18) se puede expresar como

$$C = V \Lambda^{-2} V^T, \quad (3.43)$$

o lo que es equivalente:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^P \lambda_k^{-2} v_{ik} v_{jk}, \quad i = 1, M, \quad j = 1, M. \quad (3.44)$$

Los elementos de la diagonal principal son las varianzas de la estimación de cada parámetro

$$C_{ii} = \text{var}(\hat{m}_i) = \sum_{k=1}^P \lambda_k^{-2} v_{ik}^2, \quad i = 1, M \quad (3.45)$$

La desviación típica para el parámetro i -ésimo será

$$\sigma_i = (C_{ii})^{1/2} = \left(\sum_{k=1}^P \lambda_k^{-2} v_{ik}^2 \right)^{1/2}. \quad (3.46)$$

Como hemos supuesto la unidad para la varianza de los errores de las observaciones, las distintas desviaciones se considerarán como medida relativa de los errores de los distintos parámetros.

La matriz de correlación entre los parámetros se define como

$$D_{ij} = \frac{C_{ij}}{(C_{ii} C_{jj})^{1/2}}. \quad (3.47)$$

Los elementos de esta matriz nos dan idea de como están correlacionados los diversos parámetros en las estimaciones del modelo.

En el caso de suponer que los residuos obtenidos a partir del modelo \hat{m}_L son debidos únicamente a errores de observación, la expresión (3.40) quedará como

$$\text{cov} \left[(\hat{m}_L - m_r)_i, (\hat{m}_L - m_r)_j \right] = H_{ik} H_{jk} \text{var} (y_k); \quad (3.48)$$

Donde y_k ; $k = 1, N$ son los residuos y, entonces, la desviación típica esperada para el parámetro i -ésimo, $\bar{\sigma}_i$, suponiendo que la varianza de los residuos para cada observación es igual a la varianza de los residuos de todas las observaciones, será:

$$\bar{\sigma}_i = \sigma_y \sigma_i = \sigma_y \left(\sum_{k=1}^i \lambda_k^{-2} v_{ik}^2 \right)^{1/2}; \quad (3.49)$$

Donde σ_y es la desviación típica de los residuos de las observaciones.

d) Matriz V.

El análisis de la matriz V , cuyas columnas son los vectores propios asociados a los parámetros, da idea de la bondad de la parametrización escogida para el modelo (Somerville et al., 1976). En otras palabras, da idea de la dependencia o independencia de los parámetros escogidos al representar éste.

Si los vectores de V tienen cada uno de ellos una componente mucho mayor que los demás, y cada uno de ellos distinta, los parámetros escogidos son linealmente independientes. El caso contrario indicaría una mayor o menor dependencia de éstos.

El hecho de que los vectores de V sean linealmente independientes permite asociar los valores propios a los parámetros del modelo y éstos indican, a su vez, la importancia relativa de cada parámetro al determinar la solución (Jackson, 1972).

e) Número de condición.

La factorización de Lanczos, vista anteriormente, permite obtener la inversa generalizada de una matriz en la que todos los términos que intervienen están asociados a valores propios no nulos.

En el caso en que $P = M$, la solución del sistema, si existe, es única y se cumple $\hat{m} = \bar{m}$. En el caso en que $P < M$ no ocurre así y es r_k (ec. 3.33) la que nos da una medida de la resolución obtenida.

Ahora bien, tengamos en cuenta la ecuación (3.45) que nos da la expresión para el cálculo de las varianzas de los distintos parámetros. En el caso de existir un valor propio no nulo, pero muy pequeño la ec. (3.45) nos indica que las varianzas serán muy grandes.

En otras palabras:

Mientras que en sentido matemático la solución del problema es no única si existe algún valor propio nulo ($P < M$), en sentido práctico, basta que exista algún valor propio muy pequeño (Stump y Johnson, 1977).

Por tanto, hay que tener en cuenta la magnitud de los valores propios, que nos dará una idea de esta no unicidad en sentido práctico.

Un número que nos da idea de esto es el número de condición (n.c.) que se define como el cociente entre el valor propio mayor y el menor (Lanczos, 1961):

$$\text{n.c.} = \frac{\lambda_1}{\lambda_P}, \quad (3.50) \quad "$$

donde los λ_i , $i = 1, P$, están ordenados decrecientemente.

Un número de condición grande (razón entre el valor propio mayor y el menor) significa una tendencia hacia una solución no única.

El número de condición es una cantidad que se utiliza comparativamente al estudiar diversos casos de un problema. Un número de condición mayor indicará una mayor ausencia de información, por tanto, una mayor tendencia a la solución no única. Si se suprime un valor propio pequeño para aumentar el número de condición se tendrá que $P < M$, luego la solución tampoco será única.

CAPÍTULO 4

MODELOS DE CAPAS PLANAS DE VELOCIDAD CONSTANTE . COMPORTAMIENTO DE LOS PARÁMETROS.

En este capítulo se estudia el comportamiento de los parámetros que determinan una corteza formada por capas plano-paralelas, cada una de ellas de velocidad constante, en función del tipo y número de observaciones de que se dispone, así como la importancia de éstas en la resolución del problema.

Para ello se han programado los algoritmos anteriormente expuestos para su ejecución en ordenador.

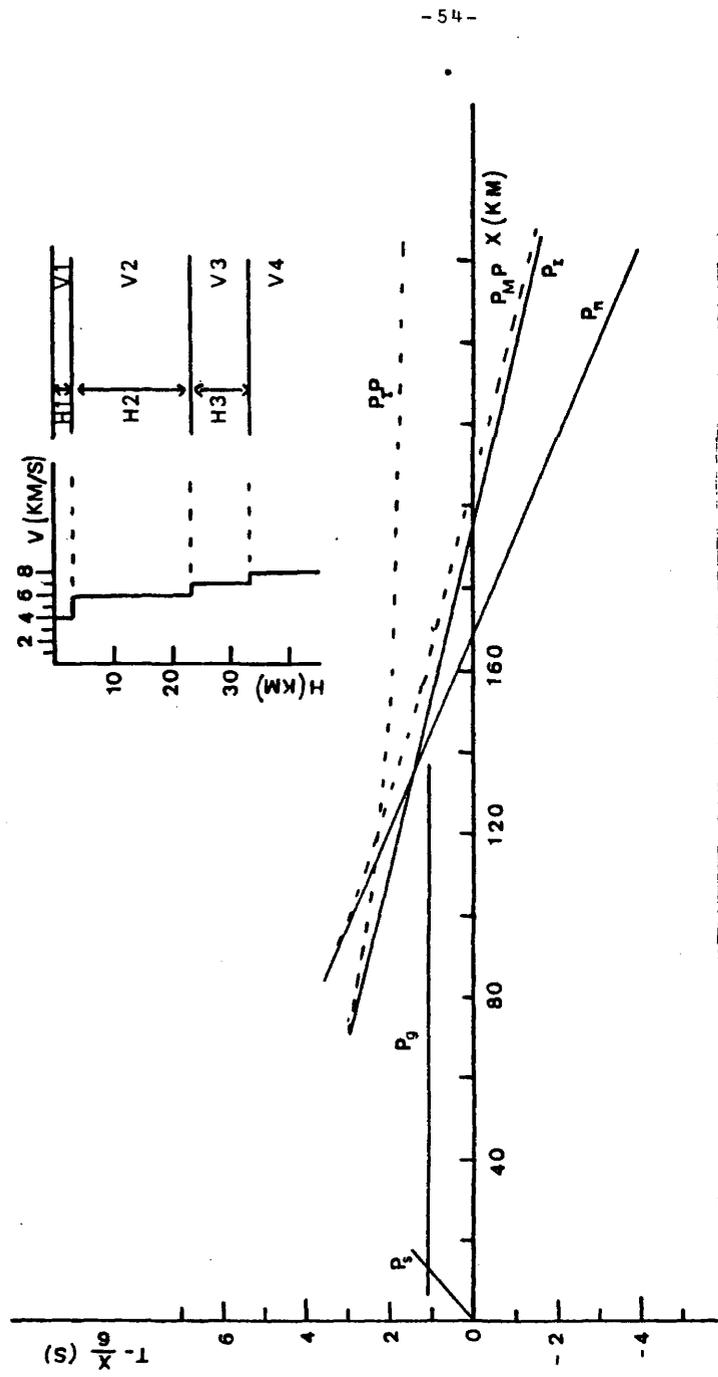
En el Apéndice I se presenta el diagrama de bloques del programa MODEPA utilizado.

4.1.- MODELO Y PARÁMETROS

a) Modelo de corteza y fases utilizadas.

La estructura de corteza teórica elegida para este estudio es la que se presenta en la fig. 4.1

Esta estructura es simplificada y consiste en tres capas paralelas horizontales de velocidad constante sobre un medio semiinfinito. El motivo de haber escogido dicha estructura es su semejanza con la de una corteza continental media. Así, la primera capa de 3 km de profundidad y 4 km/s de velocidad corresponde a la capa sedimentaria sobre una capa granítica de velocidad 6 km/s y 20 km de espesor. La capa de 7 km/s de velocidad y 10 km de espesor corresponde a la capa intermedia sobre un manto, supuesto medio semi-infinito, de velocidad 8 km/s. La discontinuidad de Mohorovičić corresponde a la tercera discontinuidad del modelo.



- Fig. 4.1. Estructura de corteza teórica utilizada en el estudio y ensamblaje teórico correspondiente en escala de tiempo reducido con velocidad de reducción 6 km/s.

Las observaciones consideradas son los tiempos de llegada de las ondas P de compresión reflejadas supercríticas (a partir de la distancia crítica) y refractadas críticas en las distintas discontinuidades. Estos se han calculado teóricamente y la dromocrónica, en una escala de tiempo reducido con velocidad de reducción 6 km/s, se muestra en la fig. 4.1. La notación seguida es la usual en la interpretación de perfiles sísmicos: P_s es la fase directa que viaja por la capa sedimentaria, P_g la fase refractada crítica en la capa granítica, P_I la fase refractada crítica en la capa intermedia y P_n la fase refractada crítica en la discontinuidad corteza-manto.

$P_I P$ y $P_M P$ representan las fases reflejadas en la discontinuidad intermedia y en la de Mohorovičić.

En este estudio no se ha considerado la fase $P_g P$, reflejada en la capa granítica ni tampoco la fase P_s . Así mismo, solo se ha considerado la parte supercrítica de las diversas fases reflejadas.

El motivo de haber suprimido parte de las observaciones teóricas es el hacer semejante el problema teórico a los experimentos que se han realizado en España y cuya interpretación se hace en el capítulo 5. Las diferentes fases se han escogido en las distancias en que son fácilmente separables, es decir, ya sea como primeras llegadas o suficientemente separadas. Todas las fases se han utilizado con el mismo peso y las observaciones se han supuesto independientes con varianza unidad.

Por último se tiene que remarcar que los tiempos de llegada de las fases se han considerado con una exactitud de la décima de segundo, dado que la velocidad de demodulación en los ejemplos experimentales es de 2.5 cm/s.

b) Parámetros utilizados. Nomenclatura.

En un tipo de estudio de la corteza, como el que se realiza en los perfiles sísmicos a partir de los tiempos de llegada de las diversas fases, ésta se considera determinada cuando

se conoce la distribución de velocidad de las ondas de compresión con la profundidad.

En el caso de una corteza con estructura de capas paralelas horizontales, ésta queda determinada si se conoce el espesor y velocidad de cada una de ellas. Estos son los parámetros que determinan la corteza y con los que se ha trabajado. La nomenclatura es la siguiente: el espesor y velocidad se han representado por H y V respectivamente, seguidos por un número correspondiente a la capa a la que pertenecen. Esto es, en nuestro caso, V_2 y H_2 corresponden a la velocidad y espesor de la segunda capa, considerada como granítica.

Además, por comodidad y sencillez en las ecuaciones, se ha trabajado con el espesor de las capas y no con la profundidad de las discontinuidades. Así la corteza elegida para el estudio queda determinada por siete parámetros, las velocidades V_i ; $i = 1, 4$ y los espesores H_j , $j = 1, 3$.

4.2.- VARIACIÓN EN EL NÚMERO DE PARÁMETROS PARA EL MISMO NÚMERO DE OBSERVACIONES.

En esta parte del estudio se han considerado solamente datos correspondientes a las fases refractadas en las tres discontinuidades en un total de veintiuno, siete para cada una de las ramas, cubriendo un total de 220 km, con un intervalo aproximado entre 10 y 15 km. No se ha utilizado ningún dato correspondiente a la fase directa.

El procedimiento seguido ha sido aplicar el proceso de inversión a los datos anteriormente citados, estudiando por separado diversos grupos de parámetros que determinan el modelo de corteza.

4.2.1.- Casos estudiados.

En el cuadro 4.2 se muestran los distintos casos correspondientes a los distintos grupos considerados.

CASO	A	B	C	D	F
PARÁMETROS CONSIDERADOS	V_1, V_2 V_3, V_4	H_1, H_2 H_3	V_1, V_2, V_3 V_4, H_1, H_2 H_3	V_2, V_3, V_4 H_1, H_2, H_3	V_2, V_3, V_4 H_2, H_3

Cuadro 4.2

CASOS

- A Se consideran las velocidades de las diversas capas manteniendo constantes las profundidades.
- B Se consideran los espesores de las capas, para las velocidades constantes.
- C Se consideran los siete parámetros, cuatro velocidades y tres espesores.
- D Se mantiene constante la velocidad de la 1^a capa y se consideran los seis parámetros restantes.
- F Se consideran constantes los parámetros de la primera capa y se estudian los cinco restantes.

Para estos casos se ha estudiado la información contenida en la matriz de las derivadas parciales, G, explicada anteriormente de manera detallada en el apartado 3.5.

En la fig. 3.4a del apartado 3.4 se muestran gráficamente los valores de las derivadas parciales para las distintas fases refractadas en función de la distancia.

4.2.2.- Resultados obtenidos.

En las tablas 4.2 y las figuras 4.2a), 4.2b), 4.2c), 4.2.d) se encuentra especificada la información obtenida a partir de la matriz de las derivadas parciales para los casos anteriormente citados.

La estructura de cualquiera de estas tablas es la siguiente:

a) Matriz de vectores propios asociada a los parámetros.

Cada fila representa el vector asociado al parámetro que se indica, normalizado aquel a 999. En la columna adyacente se indica el valor de las componentes máximas correspondientes.

b) Valores propios asociados a los parámetros.

En cada tabla se presenta el valor propio correspondiente a cada parámetro. Así mismo se indica el número de condición (n.c.) (ec. 3.50) para cada caso.

c) Matriz de resolución.

Se muestran los valores de r_k (ec. 3.33) para los diversos parámetros. La inversa de r_k indica la resolución del problema.

d) Desviaciones típicas de los parámetros y matriz de correlación.

Se presentan las estimaciones de las desviaciones típicas σ_i (ec. 3.46) de cada parámetro, así como el tanto por ciento que representan del valor de éste.

También se presenta la matriz de correlación de los parámetros.

e) Matriz de densidad de información.

En las figuras 4.2a), 4.2b), 4.2c), 4.2d) se muestran con puntos el conjunto de los diversos datos estudiados. Las barras verticales son proporcionales a los elementos de la diagonal principal de la matriz, ésto es, la importancia de cada dato en la resolución del problema.

A continuación se presenta un estudio comparativo de los resultados obtenidos para los distintos casos y que se encuentran en las tablas 4.2.

a) Matriz de vectores propios V.

En todos los casos estudiados ha sido posible asociar los valores propios a los parámetros correspondientes, dado que las componentes principales están diferenciadas de las secundarias. Esto indica que los parámetros que determinan el modelo en cada caso son independientes entre sí en el espacio de los modelos. Solo es de remarcar el caso C.

En este caso, las componentes secundarias correspondientes a los parámetros de la primera capa son superiores a las dos terceras partes de las principales. Esto indica una dependencia entre ellos.

b) Valores propios.

Una observación conjunta, para todos los casos, de los valores propios, indica que el parámetro que más influye en la determinación de la solución es V_2 (excepto en el caso B, en que solo se estudian los espesores, que es H_1). En el caso C, el valor propio correspondiente a H_1 es prácticamente nulo.

Este comportamiento de los valores propios es lógico si se observa la fig. 3.4a.

Dicha figura muestra claramente como cada refracta crítica da información primordialmente de la velocidad de la ca

pa en que se refracta críticamente. La derivada con respecto a esa velocidad es la única que varía con la distancia. Y es la derivada con respecto a V_2 la que varía más fuertemente con la distancia. Su pendiente es mayor.

Los valores propios de cada parámetro (excepto los correspondientes a la primera capa y en el caso B) son del mismo orden para todos los grupos.

Esto indica que la información depende de los datos introducidos y no de los parámetros que se estudian.

También se observa que los valores propios correspondientes a los espesores son menores que los correspondientes a las velocidades.

c) Matriz de resolución.

Para todos los casos estudiados la matriz de resolución es la identidad, es decir, se cumple

$$r_k = 0 \quad ; \quad k = 1, M.$$

Ahora bien, si comparamos los n.c. obtenidos en los casos C, D y F, se observa que el correspondiente a C es mucho mayor que los de D y F, que son prácticamente iguales, lo que indica que a pesar que se cumple $r_k = 0$; $k = 1, M$, hay una falta de información importante en el caso C.

Ello es debido a que no se tiene información directa de la primera capa a través de los tiempos de recorrido en ella, y sin embargo, se pretende determinar los valores de los parámetros que la determinan.

d) Desviaciones típicas.

Consideremos los casos en que se estudian los parámetros velocidad y espesores conjuntamente (C, D y F).

CASO A. PARÁMETROS ESTUDIADOS V1, V2, V3 y V4.

Elemento mayor	Vector asociado	Matriz V			
		V1	V2	V3	V4
0.973	V1	<u>999</u>	-231	20	40
0.893	V2	232	<u>999</u>	395	208
0.887	V3	-102	-283	<u>999</u>	-428
0.906	V4	-42	-327	327	<u>999</u>

Parámetro	V1	V2	V3	V4	n.c.
Valor propio asociado	0.7	<u>9.6</u>	2.6	3.2	14

$r_k = 0 ; k = 1, 4.$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica $\%$	Matriz de correlación			
			V1	V2	V3	V4
V1	1.35	34	1			
V2	0.35	6	<u>-0.87</u>	1		
V3	0.36	5	0.05	-0.37	1	
V4	0.32	4	-0.16	0.06	-0.22	1

TABLA 4.2

CASO B. PARÁMETROS ESTUDIADOS H1, H2 y H3.

Elemento mayor	Vector asociado	Matriz V		
		H1	H2	H3
0.936	H1	<u>999</u>	352	130
0.783	H2	-478	<u>999</u>	<u>661</u>
0.847	H3	89	<u>-622</u>	<u>999</u>

Parámetro	H1	H2	H3	n.c.
Valor propio asociado	<u>2</u>	0.4	0.2	10

$r_k = 0 ; k = 1, 3 .$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica $\%$	Matriz de correlación		
			H1	H2	H3
H1	1.01	34	1		
H2	3.27	16	<u>-0.74</u>	1	
H3	4.50	45	0.15	<u>-0.64</u>	1

TABLA 4.2

CASO C. PARÁMETROS ESTUDIADOS V1, V2, V3, V4, H1, H2 y H3.

Elemento mayor	Parámetro asociado	Matriz V						
		V1	V2	V3	V4	H1	H2	H3
0.761	V1	<u>999</u>	-373	4	-100	<u>-758</u>	- 27	- 44
0.876	V2	233	<u>999</u>	395	209	-207	- 74	- 25
0.887	V3	-104	-273	<u>999</u>	-424	60	- 49	23
0.899	V4	- 44	-339	326	<u>999</u>	- 14	- 84	- 79
0.757	H1	<u>740</u>	0	0	0	<u>999</u>	-418	-145
0.818	H2	286	16	103	117	286	<u>999</u>	552
0.881	H3	- 20	- 17	- 36	39	- 63	-530	<u>999</u>

Parámetro	V1	V2	V3	V4	H1	H2	H3	n.c.
Valor propio asociado	0.9	<u>10</u>	2.6	3.2	0.0	0.3	0.1	24550

$r_k = 0 ; k = 1, 7 .$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica %	Matriz de correlación							
			V1	V2	V3	V4	H1	H2	H3	
V1	16.24	406	1							
V2	0.38	6	0	1						
V3	0.51	7	0	0	1					
V4	0.52	7	0	0	0	1				
H1	2193	73100	0.99	0	0	0	1			
H2	918	4600	-0.99	0	0	0	-0.99	1		
H3	317	3200	-0.99	0	0	0.01	-0.99	0.99	1	

TABLA 4.2.

CASO D. PARÁMETROS ESTUDIADOS H1, V2, V3, V4, H2 y H3.

Elemento mayor	Parámetro asociado	Matriz V					
		H1	V2	V3	V4	H2	H3
0.965	H1	<u>999</u>	185	39	87	138	110
0.894	V2	-206	<u>999</u>	397	210	- 74	- 25
0.886	V3	58	-300	<u>999</u>	-421	- 49	23
0.900	V4	- 14	-347	316	<u>999</u>	- 83	- 79
0.860	H2	-207	- 9	85	94	<u>999</u>	541
0.875	H3	- 34	- 18	- 37	39	-548	<u>999</u>

Parámetro	H1	V2	V3	V4	H2	H3	n.c.
Valor propio asociado	0.6	<u>10</u>	2.6	3.2	0.3	0.1	100

$r_k = 0 ; k = 1, 6 .$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica %	Matriz de correlación					
			H1	V2	V3	V4	H2	H3
H1	1.84	61	1					
V2	0.38	6	<u>0.84</u>	1				
V3	0.52	7	0	0	1			
V4	0.52	7	0	0	0	1		
H2	4.83	24	-0.09	0.22	0.7	0	1	
H3	6.87	69	-0.18	-0.28	-0.33	0.62	-0.57	1

TABLA 4.2

CASO F. PARÁMETROS ESTUDIADOS V2, V3, V4, H2 y H3.

Elemento mayor	Parámetro asociado	Matriz V				
		V2	V3	V4	H2	H3
0.909	V2	<u>999</u>	398	209	- 74	- 25
0.883	V3	-311	<u>999</u>	-427	- 48	23
0.900	V4	-344	318	<u>999</u>	- 84	- 79
0.860	H2	21	91	110	<u>999</u>	574
0.866	H3	- 11	- 38	39	-575	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	V4	H2	H3	n.c.
Valor propio asociado	<u>10</u>	2.6	3.2	0.3	0.1	100

$r_k = 0 ; k = 1, 5 .$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica %	Matriz de correlación					
			V2	V3	V4	H2	H3	
V2	0.21	4	1					
V3	0.51	7	0	1				
V4	0.52	7	0	0	1			
H2	4.81	24	0.54	<u>0.7</u>	0	1		
H3	6.77	68	-0.24	-0.33	0.63	-0.6	1	

TABLA 4.2

En los casos D y F se observa que las estimaciones de las desviaciones típicas correspondientes a las velocidades son menores que las de los espesores. No obstante, todas ellas son grandes con respecto a los valores de los parámetros.

Dentro de las velocidades, la menor es la correspondiente a V_2 y dentro de éstas, la del caso F.

Ello es debido a que no se considera ningún parámetro correspondiente a la primera capa.

Es de remarcar el caso C, en el que se estudian todos los parámetros. En este caso las desviaciones típicas correspondientes a los parámetros de la primera capa V_1 y H_1 , y H_2 y H_3 son extraordinariamente grandes.

Este resultado ya se refleja en el elevado número de condición.

e) Matriz de correlación.

El caso A presenta una fuerte correlación entre los parámetros V_1 y V_2 , y menor para el resto.

El caso B presenta una fuerte correlación entre H_1 y H_2 , y entre H_2 y H_3 .

En el caso C se observa una fuerte dependencia de la medida de V_1 con respecto a todos los espesores, no estando correlacionados entre sí los parámetros velocidad. Este mismo efecto se observa en los casos D y F.

En el caso D se observa una fuerte correlación entre V_2 y el parámetro H_1 de la primera capa. Esta correlación indica una dependencia en la medida de los parámetros de estas dos capas. En el caso en que se produzca una variación en el espesor - - -

de la primera capa, ésta motiva una variación del mismo sentido en la velocidad de la segunda.

El comportamiento general de los parámetros es el siguiente:

La medida de la velocidad de una capa afecta principalmente a la medida del espesor de la capa inmediata superior.

Resumen.

Todos los resultados vistos hasta el momento son razonables y consecuencia de:

a) No se ha introducido información directa correspondiente a la primera capa. Siendo, por tanto, pequeña la información correspondiente a ella.

Los resultados anteriores permiten afirmar que en el caso en que se estudien fases refractadas críticas y no se disponga de ningún tipo de información de fases directas en la primera capa es imposible obtener información acerca de todos los parámetros que determinan el modelo (caso C). A lo sumo, es posible determinarlos si se considera fijo uno de los parámetros (o mejor ambos) de la primera capa.

b) El tiempo de recorrido de las diversas fases refractadas críticas es función de los parámetros de las capas que atraviesa. Por tanto, las fases refractadas críticas en discontinuidades más superficiales dependen de menor número de parámetros. Por ello quedan mejor determinados los parámetros de las capas más superficiales, y también es la consecuencia de la dependencia entre la velocidad de una capa y el espesor de la inmediata superior. "

f) Importancias.

La representación gráfica de las importancias de las observaciones en función de la distancia indica que, para el tipo de datos estudiados, es necesaria una consideración por separado de éstas, según las fases, si se quiere juzgar la información obtenida.

Por ello, en las figuras 4.2a), 4.2b), 4.2c), 4.2d), se han representado las importancias correspondientes a cada tipo de llegada.

La fig. 4.2a) corresponde al caso A, la fig. 4.2b) al B, la fig. 4.2c) al D y por último la fig. 4.2d) al caso F.

En todos ellos, excepto para el caso B, el comportamiento de cada fase es similar: Las importancias son mayores para las distancias próximas a la distancia crítica y para las llegadas más lejanas, es decir, las primeras y últimas para cada segmento, disminuyendo para las intermedias.

En el caso F se observa, para la fase refractada crítica en la segunda capa, que la importancia va aumentando con la distancia. Ello puede ser debido a que son las primeras llegadas las que dan información de la primera capa y ésta no se considera.

Para el caso B se observa que las importancias de todas las observaciones son idénticas. Esto indica que en el caso en que solo se consideran los espesores, todas las observaciones correspondientes a una fase tienen la misma importancia. Ello es debido a que el tiempo de recorrido, correspondiente al tramo que recorre el rayo a través de las capas, es constante con la distancia para cada tipo de fase refractada crítica (ec. 3.1).

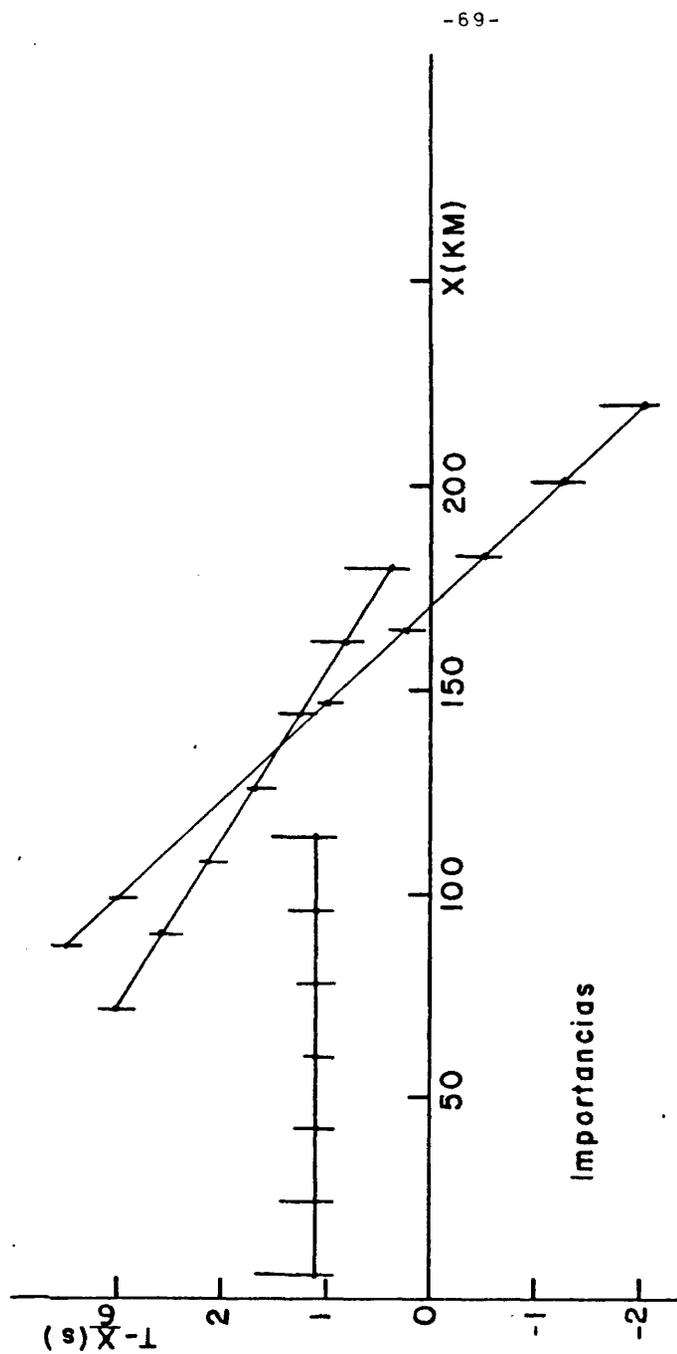


Fig. 4.2. Representación gráfica de las importancias de las diver-
sas observaciones. a) las barras verticales superiores correspon-
den al caso A; b) Las barras verticales inferiores al caso B.

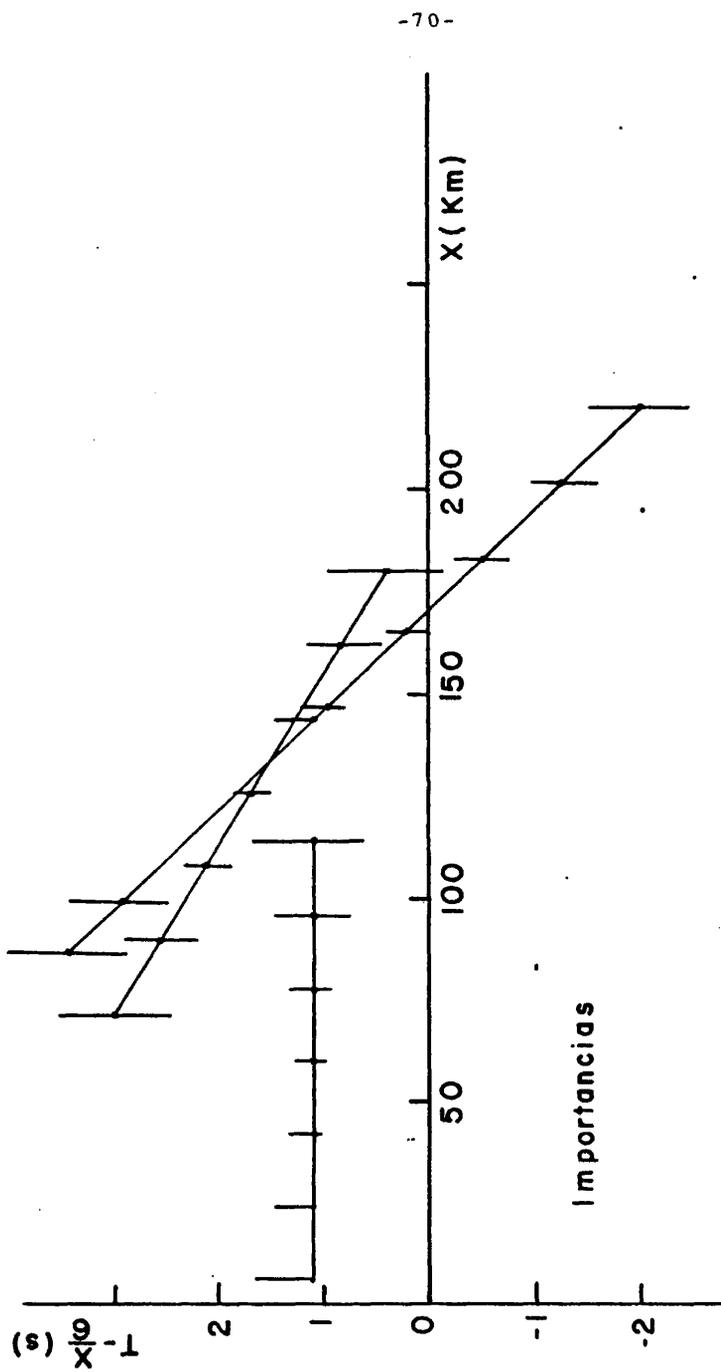


Fig. 4.2. Representación gráfica de las importancias de las diver-
sas observaciones. c) Las barras verticales superiores correspon-
den al caso D; d) Las barras verticales inferiores al caso F.

4.3.- VARIACIÓN EN LA DENSIDAD DE LAS OBSERVACIONES PARA EL MISMO NUMERO DE PARÁMETROS.

En este apartado se estudia el comportamiento de los diversos parámetros al disminuir el intervalo de distancia entre las observaciones, o lo que es equivalente, al aumentar la densidad de éstas. El modelo de corteza, parámetros y nomenclatura, son los que se expresan en el apartado 4.1.

4.3.1.- Fases y parámetros utilizados.

Para la realización del estudio se consideran las siguientes fases:

- a) Refractada crítica en la primera discontinuidad cubriendo la distancia entre 6 y 126 km al punto origen de las ondas.
- b) Refractada crítica en la segunda discontinuidad desde 72 km (aproximadamente la distancia crítica para esta fase) hasta 180 km.
- c) Reflejada en la segunda discontinuidad desde 72 km a 250 km.
- d) Refractada crítica en la tercera discontinuidad desde los 90 km (aprox. la distancia crítica) hasta los 250 km.
- e) Reflejada en la tercera discontinuidad considerada entre los 90 y 250 km.

En la fig. 4.3 se representan las fases consideradas. Como se puede observar no se han tenido en cuenta las reflexiones en la primera discontinuidad, ni las reflexiones subcríticas. Ello es debido a que éstas no se observan prácticamente en los perfiles experimentales ya que llegan con poca energía y no son primeras llegadas. Tampoco se ha considerado la fase directa, ya que ésta no se ha observado en los perfiles a los que se aplicará el método.

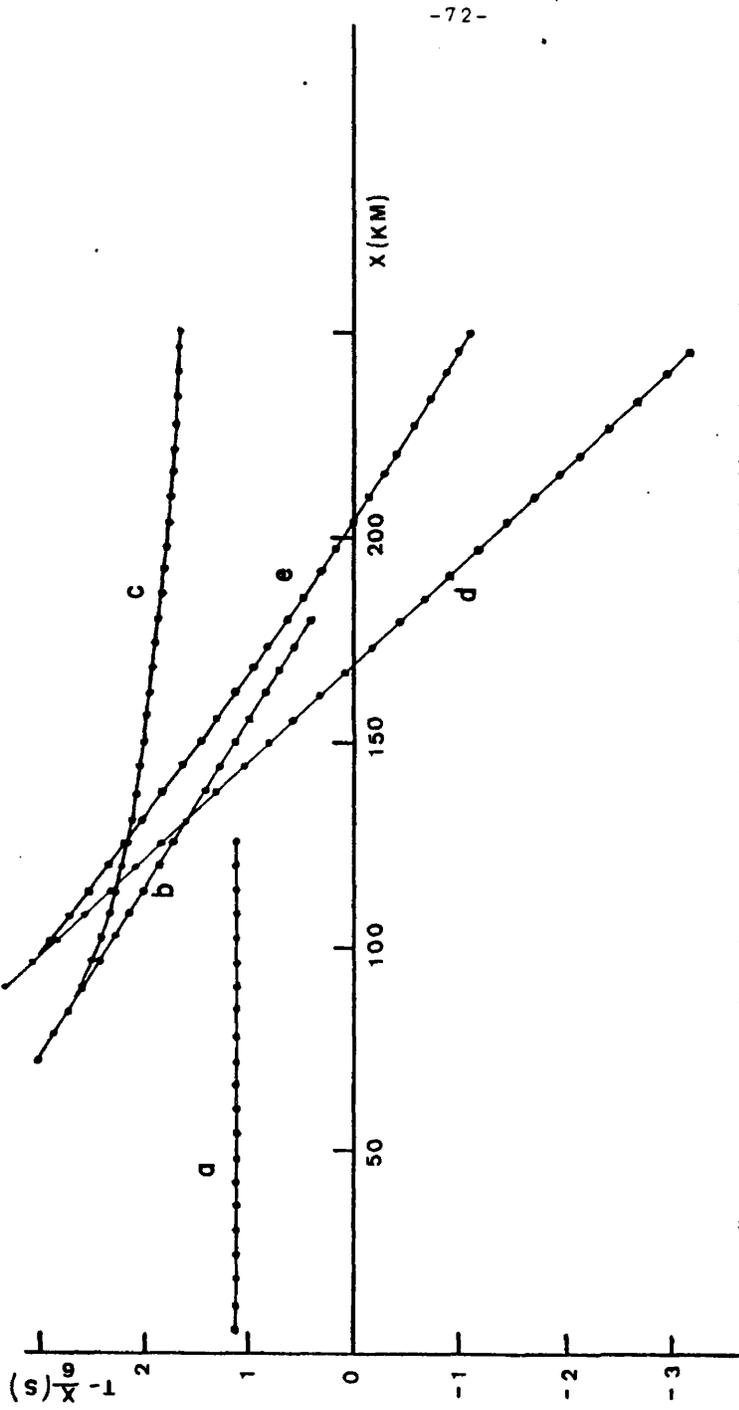


Fig. 4.3. Ensamblaje teórico en escala de tiempo reducido con velocidad de reducción 6 km/s. Los puntos representan las observaciones consideradas.

CASO 6D6

Elemento mayor	Valor propio asociado	Matriz V					
		V2	V3	V4	H1	H2	H3
0.776	V2	<u>999</u>	<u>778</u>	7	-211	- 94	- 29
0.797	V3	<u>737</u>	<u>999</u>	- 6	161	71	10
0.960	V4	13	3	<u>999</u>	- 6	165	237
0.957	H1	226	- 3	- 52	<u>999</u>	91	169
0.830	H2	80	- 6	- 8	4	<u>999</u>	<u>-667</u>
0.784	H3	34	8	-349	-255	<u>663</u>	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	V4	H1	H2	H3
Valor propio asociado	<u>5</u>	2	0.05	0.4	0.0	0.2

$r_k = 0 ; k = 1, 6$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica %	Matriz de Correlación					
			V2	V3	V4	H1	H2	H3
V2	390	6500	1					
V3	28	400	0.99	1				
V4	42	525	0.99	0.99	1			
H1	19	633	0.99	0.99	0.99	1		
H2	4844	24220	0.99	0.99	0.99	0.99	1	
H3	3236	32360	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	1

TABLA 4.3

CASO 6D12

Elemento mayor	Valor propio asociado	Matriz V					
		V2	V3	V4	H1	H2	H3
-0.960	V2	<u>999</u>	252	50	-125	-41	-10
-0.957	V3	-269	<u>999</u>	96	-78	-60	-26
-0.985	V4	-35	-118	<u>999</u>	-90	-62	-59
0.934	H1	103	114	133	<u>999</u>	299	123
-0.818	H2	-13	34	66	-383	<u>999</u>	584
-0.868	H3	-6	-10	26	46	-568	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	V4	H1	H2	H3	n.c.
Valor propio asociado	<u>10</u>	4	2	0.6	0.2	0.1	100

$r_k = 0 ; k = 1, 6 .$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica %	Matriz de correlación					
			V2	V3	V4	H1	H2	H3
V2	0.22	4	1					
V3	0.35	5	0.23	1				
V4	0.62	8	0.01	0.2	1			
H1	2.36	79	<u>0.68</u>	0.05	-0.01	1		
H2	6.65	33	0.09	0.5	0.02	-0.52	1	
H3	9.31	93	-0.29	-0.13	0.49	0.0	-0.57	1

TABLA 4.3

CASO 6D29

Elemento mayor	Valor propio asociado	Matriz V					
		V2	V3	V4	H1	H2	H3
-0.964	V2	<u>999</u>	230	64	-129	- 41	- 10
-0.949	V3	-256	<u>999</u>	172	- 91	- 71	- 31
-0.971	V4	- 35	-197	<u>999</u>	- 99	- 70	- 73
0,096	H1	104	110	144	<u>999</u>	212	72
0.888	H2	- 4	45	85	-260	<u>999</u>	437
0.916	H3	- 7	- 8	42	16	-436	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	V4	H1	H2	H3	n.c.
Valor propio asociado	<u>16</u>	6	3	0.7	0.3	0.1	160

$r_k = 0 ; k = 1, 6 .$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica $\%$	Matriz de correlación						
			V2	V3	V4	H1	H2	H3	
V2	0.16	3	1						
V3	0.28	4	0.32	1					
V4	0.53	7	0.05	0.29	1				
H1	1.56	52	<u>0.71</u>	0.1	0.01	1			
H2	4.47	22	0.18	0.57	0.08	-0.42	1		
H3	6.87	69	-0.29	-0.07	0.64	-0.04	-0.48	1	

TABLA 4,3

CASO 6D61

Elemento mayor	Valor propio asociado	Matriz V					
		V2	V3	V4	H1	H2	H3
0.959	V2	<u>999</u>	250	68	-131	-43	-11
0.945	V3	-277	<u>999</u>	166	-92	-72	-32
0.973	V4	-36	-191	<u>999</u>	-92	-66	-68
0.938	H1	104	121	<u>145</u>	<u>999</u>	282	101
0.858	H2	-12	40	74	-345	<u>999</u>	480
0.903	H3	-26	-8	37	29	-473	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	V4	H1	H2	H3	n.c.
Valor propio asociado	<u>23</u>	9	5	1	0.4	0.2	115

$r_k = 0 ; k = 1,6 .$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica %	Matriz de Correlación					
			V2	V3	V4	H1	H2	H3
V2	0.11	2	1					
V3	0.18	3	0.25	1				
V4	0.32	4	0.03	0.28	1			
H1	1.13	38	<u>0.74</u>	0.09	0.0	1		
H2	2.94	15	0.05	0.51	0.06	-0.49	1	
H3	4.33	43	-0.26	-0.05	0.6	-0.04	-0.48	1

TABLA 4.3

CASO 6D124

Elemento mayor	Valor propio asociado	Matriz V					
		V2	V3	V4	H1	H2	H3
0.960	V2	<u>999</u>	247	69	-130	- 42	- 11
0.945	V3	-275	<u>999</u>	171	- 94	- 73	- 32
0.973	V4	- 35	-196	<u>999</u>	- 91	- 65	- 66
0.939	H1	103	121	143	<u>999</u>	277	109
0.846	H2	- 12	41	75	-348	<u>999</u>	517
0.890	H3	- 6	- 10	33	28	-509	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	V4	H1	H2	H3	n.c.
Valor propio asociado	<u>32</u>	12	7	2	0.6	0.3	107

$r_k = 0 ; k = 1, 6 .$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica $\%$	Matriz de correlación					
			V2	V3	V4	H1	H2	H3
V2	0.07	1	1					
V3	0.13	2	0.26	1				
V4	0.21	3	0.03	0.26	1			
H1	0.78	26	<u>0.73</u>	0.09	0.0	1		
H2	2.09	10	0.07	0.53	0.06	-0.47	1	
H3	3.09	31	-0.28	-0.09	0.57	-0.04	-0.52	1

TABLA 4.3

CASO 6D248

Elemento mayor	Valor propio asociado	Matriz V					
		V2	V3	V4	H1	H2	H3
0.962	V2	<u>999</u>	238	66	-129	- 41	- 11
0.946	V3	-266	<u>999</u>	175	- 95	- 75	- 33
0.972	V4	- 34	-200	<u>999</u>	- 91	- 65	- 67
0.940	H1	102	122	144	<u>999</u>	272	107
0.859	H2	- 13	42	75	-338	<u>999</u>	484
0.901	H3	- 6	- 9	35	20	-474	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	V4	H1	H2	H3	n.c.
Valor propio asociado	<u>46</u>	17	10	2	0.8	0.4	115

$r_k = 0 ; k = 1, 6 .$

Parámetro	Desviación típica σ	Desviación típica %	Matriz de correlación					
			V2	V3	V4	H1	H2	H3
V2	0.05	0.8	1					
V3	0.09	1	0.26	1				
V4	0.16	2	0.03	0.27	1			
H1	0.55	18	<u>0.76</u>	0.10	0.003	1		
H2	1.46	7	0.06	0.53	0.06	-0.44	1	
H3	2.17	22	-0.28	-0.08	0.58	-0.06	-0.51	1

TABLA 4.3

El haber considerado solo la fase b) hasta los 180 km es debido a que la proximidad entre ésta y la fase e) hace prácticamente imposible el discernir entre estas dos fases. Se ha escogido esta última a partir de esa distancia ya que en general las fases reflejadas llegan con más energía.

El número de fases distintas que se observan para cada distancia oscila entre 1 y 5.

Se han estudiado conjuntamente los parámetros V_2 , V_3 , V_4 , H_1 , H_2 y H_3 .

El número de observaciones utilizado ha sido de 6, 12, 29, 61, 124 y 248, con un intervalo de distancia entre éstas, para los cuatro últimos casos de 24, 12, 6 y 3 km.

4.3.2.- Resultados obtenidos.

En las tablas 4.3 se muestran los resultados obtenidos para cada uno de los casos. La estructura de estas tablas es similar a las del apartado 4.2. La información contenida en estas tablas se puede sintetizar como sigue:

a) Matriz de vectores propios V.

Excepto para el caso 6D6, el comportamiento de la matriz V no varía al aumentar el número de observaciones. En todos los casos ha sido posible el asociar los valores propios a los parámetros correspondientes.

b) Valores propios.

Al aumentar el número de observaciones aumentan los valores propios, manteniéndose la misma relación entre ellos. El mayor de ellos continúa siendo en todos los casos el correspondiente a V_2 .

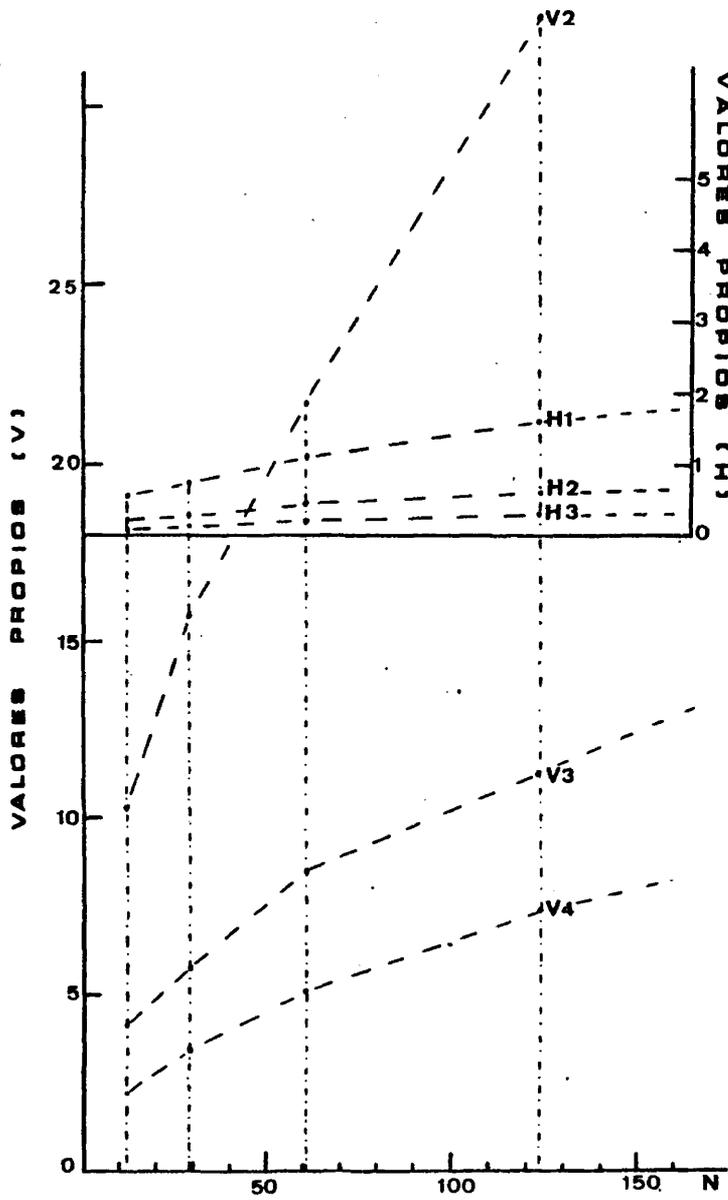


Fig. 4.4 Variación de los valores propios de los parámetros velocidad y espesor en función de N, número de observaciones.

En la figura 4.4 se presentan los valores propios de los parámetros en función del número de observaciones.

c) Matriz de correlación.

El comportamiento de esta matriz es el mismo para todos los casos, mostrando una dependencia de la medida de la velocidad en la capa J , V_J , con la del espesor de la capa superior $J-1$, $H_{(J-1)}$, y también una dependencia, pero menor, de los espesores entre dos capas consecutivas.

Si se compara la matriz de correlación obtenida en el caso D (apartado 4.2) con la obtenida en estos 6D se observa que en estos últimos existe una correlación entre algunos parámetros que, aunque pequeña en estos casos, no existe en el D.

Ello se debe a que al introducir las fases reflejadas existe una correlación entre los espesores y velocidades debido a la trayectoria de estas fases en las distintas capas.

d) Desviaciones típicas.

Es en este factor donde más se aprecia la influencia del número de observaciones.

En las figuras 4.5 y 4.6 se muestran los valores de las estimaciones de las desviaciones típicas en tanto por ciento del valor de los parámetros del modelo, en función del número de observaciones.

Se observa que son mayores las correspondientes a los espesores (fig. 4.6) que las correspondientes a las velocidades (fig. 4.5).

El comportamiento que se observa es una disminución de las desviaciones típicas al aumentar el número de observaciones. Esta tendencia tiende a estabilizarse, ya que el paso de 124

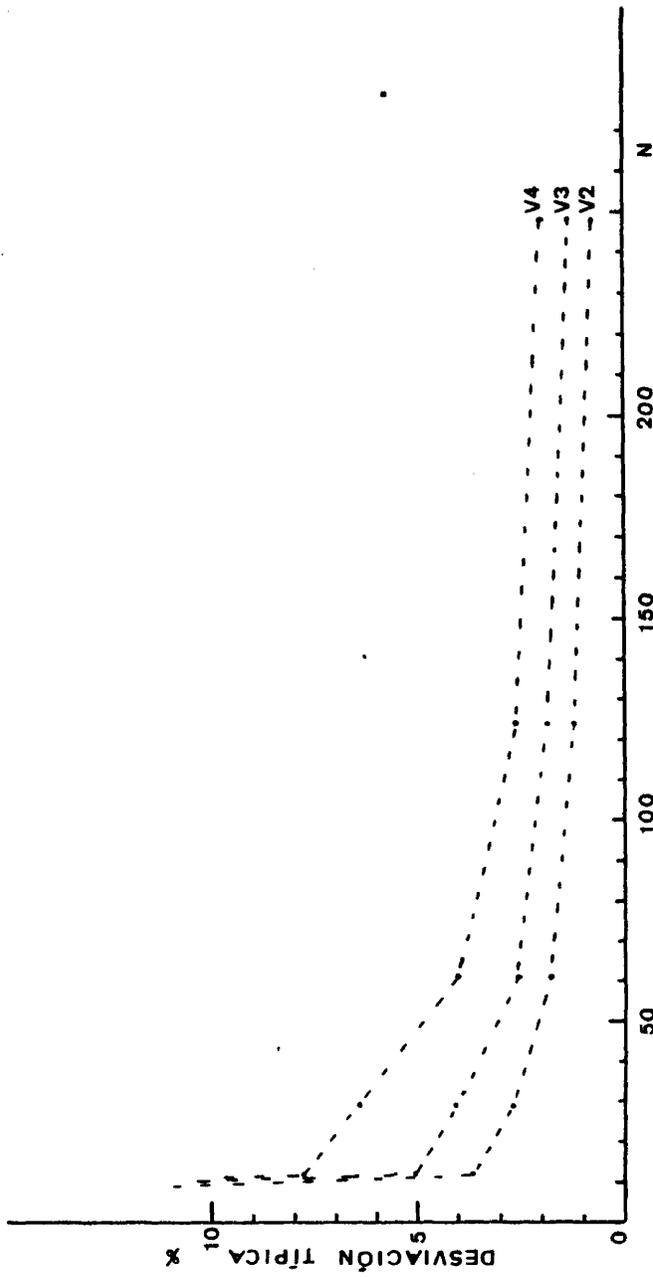


Fig. 4.5. Variación de la desviación típica de los parámetros velocidad en % según el número de observaciones N.

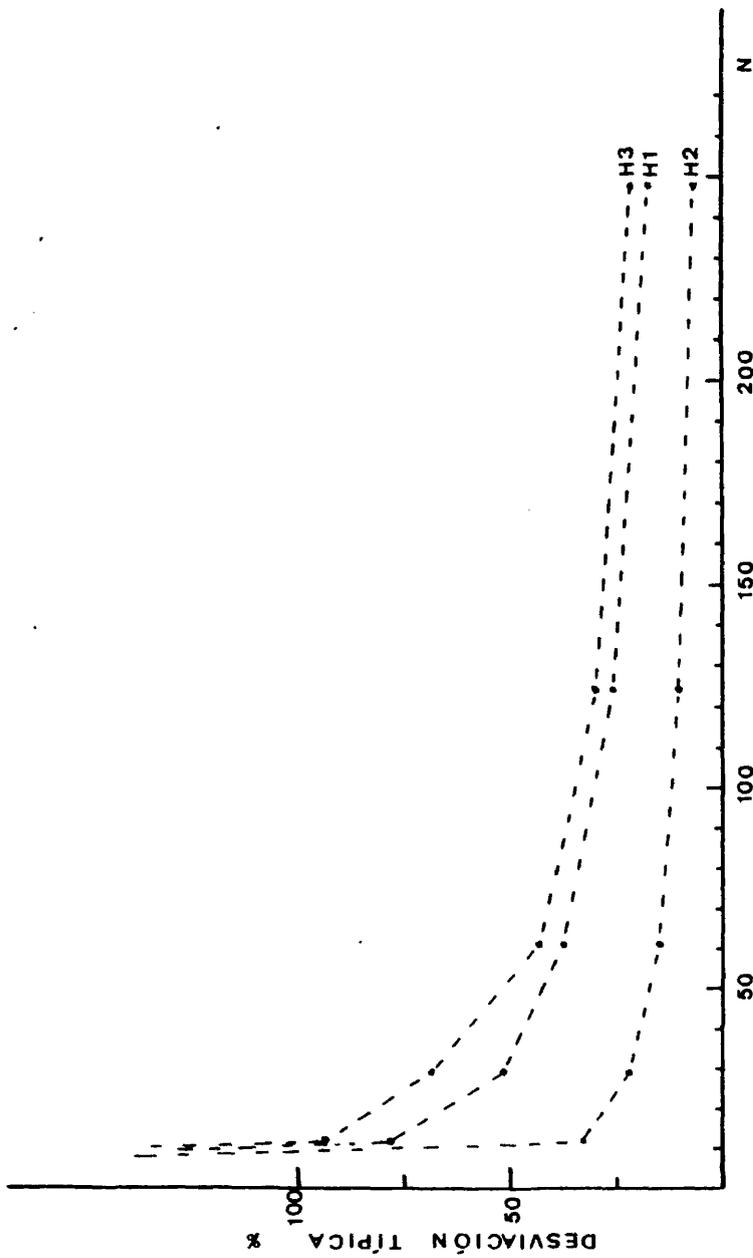


Fig. 4.6. Variación de la desviación típica de los parámetros es-
pesor en δ según el número de observaciones N.

=

a 248 observaciones no provoca una disminución tan brusca como al doblar un número menor de estaciones. Este hecho parece indicar que existe un límite de precisión en la determinación de los parámetros.

Los resultados vistos hasta el momento indican que el aumento de la densidad de observaciones afecta principalmente a la desviación típica de los parámetros, que disminuye al aumentar el número de datos.

Este hecho es de importancia en la organización de los perfiles, ya que, para obtener una buena determinación de la estructura de corteza se tendrá que aumentar el número de observaciones. No obstante, hay que tener en cuenta, que la disminución de las desviaciones típicas tiene un límite, existiendo para cada caso un número de observaciones a partir del cual las estimaciones de las desviaciones típicas tienden a estabilizarse.

e) Importancias.

El comportamiento general es una disminución de todas las importancias al aumentar el número de observaciones.

Este resultado es razonable y su explicación se encuentra en los últimos párrafos del apartado b) de la sección 3.5.

La figura 4.7 presenta las importancias relativas obtenidas para las observaciones utilizadas en el caso 6D61.

Todos los casos 6D presentan el mismo comportamiento.

En general, tanto para las fases reflejadas, como refractadas, las mayores importancias corresponden a las observaciones en los extremos de cada segmento.

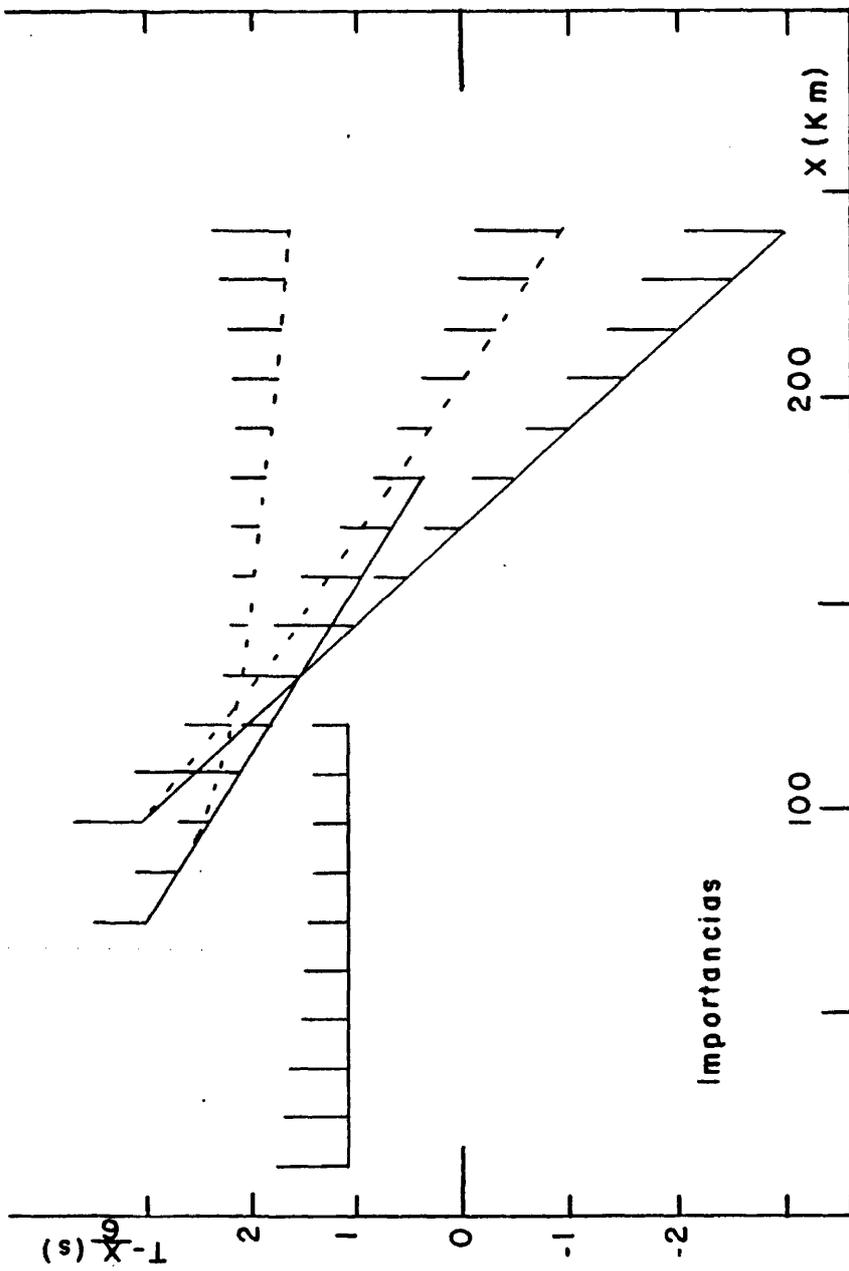


Fig. 4.7. Las barras verticales representan las importancias relativas de las observaciones utilizadas en el caso 6D61.

4.4.- VARIACIONES EN EL AGRUPAMIENTO DE LAS OBSERVACIONES.

En la interpretación práctica de los perfiles reales no siempre se dispone de observaciones de todas las principales fases que se producen. Aún más, en el caso de disponer de ellas, éstas generalmente no se observan a lo largo de toda la distancia en la que se podrían registrar. Ello es debido a que las fases son difíciles de determinar, ya sea por la baja relación señal-ruido o por la ausencia o fallo de estaciones de registro. Por este motivo, se ha realizado un pequeño estudio de como varían los parámetros antes estudiados en el caso de ausencia de observaciones.

4.4.1.- Casos estudiados

El estudio se ha realizado con las mismas fases y parámetros que en el apartado 4.3.

Las observaciones que se han suprimido, o agrupado, corresponden a las fases P_n y $P_M P$ de nuestro modelo, es decir las fases refractada y reflejada en la discontinuidad más profunda.

Se han escogido éstas por ser las que presentan más frecuentemente problemas.

Los casos estudiados se dividen, según se consideren o no las fases anteriormente citadas, como sigue:

CASO 1

En este caso no se dispone de fase refractada P_n .

Según como se distribuya la $P_M P$ se divide en:

- 1.P Se dispone de observaciones de la fase $P_M P$ a distancias próximas a la distancia crítica (95 - 145 km).

1.F Las observaciones de $P_M P$ corresponden a distancias lejanas (190 - 240 km).

El total de observaciones para estos casos es de 40, 5 de las cuales corresponden a la $P_M P$.

CASO 2

En este caso se dispone de fases P_n y $P_M P$.

Según como se distribuyan se divide en:

2.P Se dispone de observaciones de $P_M P$ y P_n en la zona próxima a la distancia crítica (95 - 145 km).

2.F Las observaciones de $P_M P$ y P_n corresponden a zonas lejanas (190 - 240 km).

2.PF Se dispone de la fase $P_M P$ a distancias próximas a la crítica y de fase P_n para distancias lejanas.

El total de observaciones es de 45 para cada caso. De éstas, 5 corresponden a $P_M P$ y otras 5 a P_n .

En el cuadro 4.4a se muestra un esquema con los casos estudiados.

CASOS	P_n	$P_M P$	Nº Datos Total
1P	NO	Principio	40
1F	NO	Final	40
2P	Principio	Principio	45
2F	Final	Final	45
2PF	Principio	Final	45

Cuadro 4.4a

4.4.2.- Resultados.

En la tabla 4.4a se han presentado las estimaciones de las desviaciones típicas en tanto por ciento de los diversos parámetros para los distintos casos, así como el término r_k , $k = 1, M$, y el número de condición.

La columna lateral corresponde a las estimaciones de la desviación típica obtenidas para el caso 6D61.

En la tabla 4.4b se indica qué parámetros están correlacionados y el orden de magnitud de esta correlación. La columna lateral presenta las correlaciones obtenidas para los casos 6D.

Las características más significativas que se observan al comparar entre sí los resultados obtenidos, y con el comportamiento general de los casos 6D son los siguientes:

- a) El elevado valor de la desviación típica de H_3 en el caso en que se tienen llegadas de P_n y P_M^P (2F) a distancias lejanas, en comparación con el caso en que las llegadas son a distancias próximas (2P).
- b) El elevado valor de la desviación típica correspondiente a V_4 , en los casos 2P y 2F, en comparación con el caso 2PF y 6D61.
- c) La baja resolución para H_2 y H_3 en el caso 1F, en el que la información de la capa 3 solo se obtiene a partir de llegadas a grandes distancias de la fase P_M^P . Así mismo, los elevados valores de las desviaciones típicas de los parámetros y el alto valor de n.c. obtenidos en este mismo caso, en comparación con el resto.
- d) La semejanza de las estimaciones de las desviaciones típicas de los parámetros y de las correlaciones en

σ_k	1P	1F	2P	2F	2PF	6D61
V2	2	2	2	2	2	2
V3	5	<u>11</u>	5	4	5	3
V4	—	—	<u>14</u>	<u>14</u>	5	4
H1	38	<u>10</u>	38	38	38	38
H2	16	<u>80</u>	16	15	16	15
H3	58	<u>1370</u>	51	<u>160</u>	57	43
n.c.	120	<u>430</u>	110	340	120	103
r_k	$r_k = 0 ;$ $k = 1, 5$	$r_k = 0 ;$ $k = 1, 2$ $r_3 = 0.2$ $r_4 = 0.52$ $r_5 = 0.54$	$r_k = 0 ; k = 1, 6$			

TABLA 4.4a

	1P	1F	2P	2F	2PF	6D
V2-H1	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
V3-H2	0.6	0.9	0.6	0.5	0.6	0.5
V3-H1		0.9				
V3-H3		0.9		0.7		
V3-V4				0.7		
V4-H3	—	—	0.6	0.9	0.7	0.6
H1-H2	0.4	0.9	0.4	0.5	0.4	0.5
H1-H3		0.9				
H2-H3	0.3	0.9	0.4	0.1	0.3	0.5

TABLA 4.4b

el caso 1P y 2PF, lo que indica que las fases añadidas en este último caso solo intervienen en la determinación de la velocidad V_4 .

- e) La gran correlación entre los parámetros V_4 y H_3 para el caso 2F y entre todos los parámetros para el 1F.

4.5.- CONCLUSIONES.

Los resultados presentados en los apartados anteriores se han obtenido a partir de un cierto número de observaciones y parámetros. Sin embargo, dado el comportamiento que presentan, parece correcto el generalizarlos. Así pues, las conclusiones más importantes que se pueden destacar son:

- a) En el estudio conjunto de los parámetros que determinan un modelo de corteza, tanto en el caso en que las observaciones de que se dispone sean refractadas críticas únicamente, como refractadas críticas y reflejadas, no es posible obtener información acerca de los parámetros de una capa si no se tiene información directa acerca de ésta, es decir, no se dispone de fase directa, refractada crítica en esa capa, o reflejada en la discontinuidad inferior a ella.
- b) Las desviaciones típicas de los diversos parámetros son menores cuando se estudian por separado velocidades y espesores que cuando se realiza el estudio conjuntamente.
- c) Las desviaciones típicas en tanto por ciento de los parámetros velocidad son inferiores en un orden de magnitud a las correspondientes a los espesores.
- d) Las desviaciones típicas de los distintos parámetros son menores, en general, cuando se consideran

las fases reflejadas y refractadas conjuntamente, que cuando se consideran solo las fases refractadas. Sin embargo, aumenta en el primer caso la correlación entre las velocidades y espesores de las capas.

- e) Para un mismo grupo de parámetros estudiado conjuntamente, un aumento en la densidad de observaciones produce una disminución de las estimaciones de las desviaciones típicas de éstos. Existiendo, sin embargo, un límite en esa disminución.
- f) Las observaciones de la fase P_M^P en la zona próxima a la distancia crítica de esta fase son las que contribuyen principalmente a la determinación del espesor de la capa sobre la discontinuidad de Mohorovičić.
- g) Las observaciones de la fase P_M^P correspondientes a distancias lejanas a la distancia crítica de esta fase son las que contribuyen principalmente a la determinación de la velocidad de la capa por encima de la discontinuidad de Mohorovičić.

CAPÍTULO 5

APLICACIÓN A OBSERVACIONES EN LA MESETA, BALEARES Y BÉTICAS.

Como aplicación al método anteriormente expuesto, se ha estudiado el comportamiento y resolución de los parámetros que de terminan la estructura de corteza para modelos de ésta deducidos a partir de las observaciones obtenidas en diversos perfiles.

Los problemas que se presentan al tratar con observaciones experimentales en este tipo de estudio son principalmente dos: El primero está relacionado con el hecho de tener que consi derar una distribución discreta de velocidades con la profundidad y suponer que no existen inhomogeneidades laterales.

En general, las discontinuidades en la estructura de la corteza y la distribución de velocidades en ésta no presentan unas características tan simplificadas como las supuestas, pudiendo exis tir fuertes irregularidades, como pueden ser, variaciones laterales de velocidad, gradientes de velocidad con la profundidad y ondulaciones en las discontinuidades.

En la actualidad existen métodos de interpretación que permiten obtener estructuras irregulares de corteza. Estos métodos se basan en la comparación cualitativa con las observaciones de los resultados teóricos calculados a partir de estructuras con variaciones laterales de velocidad.

Para los tiempos teóricos se utiliza el método de seguimiento de la trayectoria de los rayos ("ray-tracing", Červený et al., 1977), (Gebrande, 1976).

Para estructuras de capas planas horizontales otro método de interpretación es el que utiliza como parámetro las amplitudes de las ondas, y compara las amplitudes de éstas con sis-

mogramas sintéticos calculados a partir de una estructura teórica. Entre los métodos de cálculo de sismogramas sintéticos más utilizados se pueden citar el método de reflectividad (Fuchs, 1968), el de cálculo de rayos exacto (Müller, 1970) y el método de rayos (Červený et al., 1977).

A partir de estos métodos se obtienen modelos de estructuras de corteza que se ajustan a las observaciones, pero no se obtiene información acerca de la buena o mala determinación de los parámetros del modelo.

En el caso de datos obtenidos en una zona con fuertes irregularidades no es posible realizar el estudio de los parámetros mediante el método presentado en este capítulo.

No obstante, cuando estas irregularidades no son pronunciadas, es posible ajustar las observaciones a modelos de corteza simplificados compatibles, dentro de unos márgenes, con las observaciones y que cumplan las condiciones necesarias para el estudio.

En este caso, la información obtenida sobre los parámetros que determinan el modelo simplificado de corteza será una indicación acerca del comportamiento de los parámetros que determinan el modelo más complicado.

El segundo de los problemas que citábamos más arriba está relacionado con las observaciones. Generalmente, al tratar con observaciones reales, la distribución de éstas con la distancia y el número de observaciones de cada tipo no es uniforme.

Esto es debido principalmente, a la situación de las estaciones de registro en el campo y a la falta de claridad en la determinación de las distintas fases. Generalmente, la causa de esta dificultad es la baja relación señal-ruido, o que las fases que interesan son segundas llegadas.

Las técnicas expuestas anteriormente se han aplicado a tres de los perfiles descritos en el capítulo 2. En los dos primeros perfiles -Yepes-Cáceres y Baleares- los modelos de corteza que se han ajustado a las observaciones consisten en capas planas paralelas de velocidad constante en cada una de ellas. En el otro perfil, Adra-Úbeda, se ha ajustado un modelo para la corteza con capas no planas, pero de velocidad constante.

Hay que indicar que en estos tres casos las desviaciones típicas que se expresan para los diversos parámetros están calculadas a partir de la expresión 3.49. Esto es, se ha considerado la desviación típica de los residuos de las observaciones en el cálculo de éstas, obteniéndose entonces las desviaciones típicas de los diversos parámetros para el modelo obtenido.

5.1.- PERFIL YEPES-CÁCERES.

Las ondas producidas por la explosión en tierra en las proximidades de Yepes fueron recogidas a lo largo de 263 km por estaciones colocadas en línea en la dirección Yepes-Cáceres.

En la fig. 5.1 se muestra, en escala de tiempo reducido, el ensamblaje obtenido para este perfil.

A continuación se describen las correlaciones de las distintas fases que se observan y que se han utilizado para la interpretación.

Entre los 30 y 110 km de distancia al punto de tiro se observa como primera llegada, bastante clara, una fase que se ha correlacionado según la ecuación:

$$t = 0,8 + \frac{x}{6.1} .$$

Esta ecuación corresponde a la P_g , fase refractada crítica en un medio de velocidad aparente 6.1 km/s, que se identifica

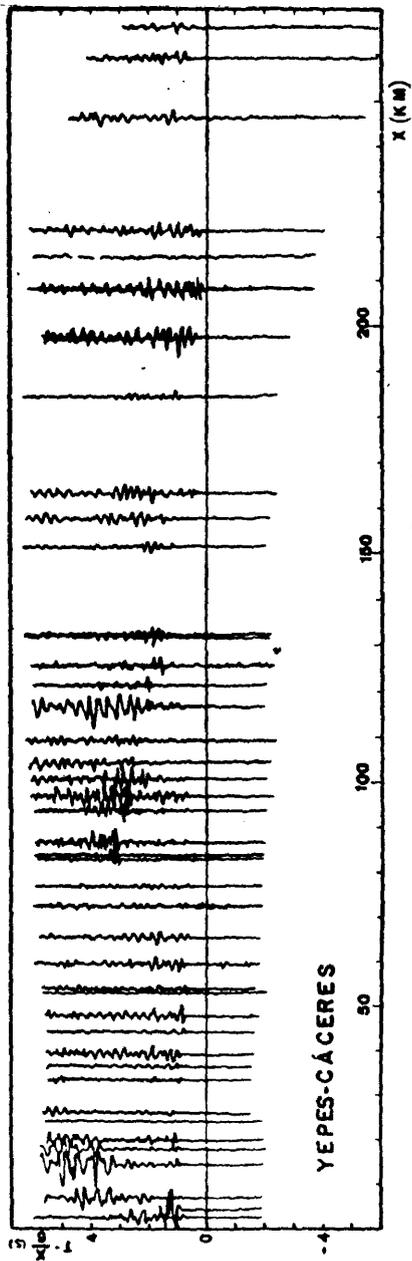


Fig. 5.1. Ensamblaje del perfil Yepes-Cáceres en escala de tiempo reducido con velocidad de reducción 6 km/s.

con el basamento cristalino.

Para distancias menores que los 30 km se observan distintas llegadas que corresponden a la onda directa y, posiblemente, a una fase refractada crítica en una discontinuidad más superficial que la anteriormente expresada.

Como estas llegadas no estaban demasiado claras se ha supuesto encima de la capa con velocidad aparente 6.1 km/s una única capa de sedimentos.

Entre 70 y 120 km se puede seguir como segunda llegada, una fase refractada crítica, P_{II} , no demasiado clara, cuya correlación es:

$$t = 2. + \frac{x}{6.4} .$$

A partir de los 100 km se puede correlacionar una fase refractada crítica P_{III} de ecuación:

$$t = 4.5 + \frac{x}{7.0} .$$

Por último, a partir de los 80 km se observa la llegada de una fase que se ha supuesto P_n , refractada crítica en la discontinuidad de Moho, con ecuación

$$t = 6.7 + \frac{x}{8.1} .$$

En el ensamblaje también se observan, como segundas llegadas de gran amplitud, dos fases que se han relacionado con las reflejadas supercríticas en estas dos últimas discontinuidades de la corteza.

La fase P_{II} , reflejada en la capa de velocidad 7.0 km/s, se observa a distancias epicentrales entre los 90 a 140 km y entre

los 160 á 220 km.

La segunda fase reflejada se observa entre los 80 y 120 km y se ha atribuido a la fase $P_M P$, reflejada en la discontinuidad corteza-manto.

Ambas fases se pueden correlacionar en distancias próximas a su respectiva distancia crítica. Por ello, ésta se puede determinar fácilmente en ambos casos.

A partir de los 50 km, también parece observarse otra fase, $P_I P$, que se ha correlacionado como reflexión en la capa de velocidad aparente 6.4 km/s. Las amplitudes de esta fase son menores que las de $P_{II} P$ y $P_M P$.

De las correlaciones anteriormente expuestas para las fases refractadas críticas, y con las fases reflejadas, se ha buscado un modelo para la corteza con una estructura de capas planas paralelas tal que los tiempos de recorrido obtenidos para este modelo teórico se ajusten a los observados.

En el esquema 5.1 se muestra el modelo obtenido.

CAPA	V (km/s)	H (km)
1	3.2	1.6
2	6.1	11.2
3	6.4	13.2
4	7.	6.
5	8.	—

ESQUEMA 5.1

La velocidad y espesor de cada capa vienen representados por V y H respectivamente.

Este modelo supone una corteza típicamente continental de cuatro capas, con velocidad media 6.2 km/s y 32 km de espesor, sobre un manto de velocidad aproximadamente 8 km/s.

Las distancias críticas correspondientes a las distintas fases en el modelo de corteza obtenido son:

$$x_{P_I}^c \approx 70 \text{ km} \quad , \quad x_{P_{II}}^c \approx 101 \text{ km} \quad , \quad x_{P_n}^c \approx 83 \text{ km} .$$

Este modelo, sin embargo, no coincide con el obtenido por Payo y Ruiz de la Parte (1977). Estos autores suponen un grosor para la corteza de 36.2 km con una capa sobre el manto de 7.7 km/s. La discrepancia entre este modelo y el obtenido en este trabajo es debida, posiblemente, a que estos autores disponían de una línea de registro más corta y menos densa.

Resolución de los parámetros.

De todas las observaciones que se presentan en el ensamble son solo utilizables para el estudio numérico 61, ya que se prescindió de aquellas que no eran suficientemente claras.

El total de estas 61 están repartidas en 33 refractadas (16 P_g , 4 P_I , 4 P_{II} y 9 P_n) y 28 reflejadas (8 $P_I P$, 12 $P_{II} P$ y 8 $P_M P$).

Los parámetros utilizados han sido siete, las velocidades V y espesores H, correspondientes a las capas de la corteza (2, 3 y 4), y la velocidad correspondiente al manto.

Los parámetros V y H correspondientes a la capa de sedimentos se han supuesto constantes.

En las tablas 5.1a y 5.1b se muestran los resultados obtenidos.

La estructura de estas tablas es igual que las presentadas en el capítulo 4, excepto en la parte correspondiente a las desviaciones típicas, en la cual se presenta una relación de los valores de los parámetros en el modelo deducido y sus desviaciones típicas, obtenidas según la expresión 3.49.

La tabla 5.1a corresponde al caso a) en que se estudian las fases refractadas y reflejadas con los siete parámetros anteriormente citados.

La tabla 5.1b corresponde al caso b) en que se estudian solo las fases reflejadas con los seis parámetros correspondientes a las capas 2, 3 y 4. (El parámetro V5 no se considera, ya que la única fase que da información acerca de ésta es la fase refractada P_n , que no se considera en este caso).

En la tabla 5.1c se presentan las desviaciones típicas (ec. 3.46) en tanto por ciento del valor del parámetro y el n° de condición para diversos casos según se hayan considerado las distintas fases refractadas (FR), reflejadas (FL) o ambas (FL+FR) y distintos parámetros.

Los resultados más importantes que se pueden señalar del estudio comparativo de los diversos casos son los siguientes:

En los casos a) y b) es menor la estimación de la desviación típica correspondiente a los parámetros velocidad que a los parámetros espesor.

Si consideramos por separado cada uno de estos dos tipos de parámetros y comparamos los valores de las desviaciones típicas dentro de cada grupo, se observa que los mayores valores corresponden a los de las últimas capas de la corteza, éstos es, V4, H3, y H4. Los menores son los de la primera capa estudiada, es decir, V2 y H2.

Elemento mayor	Parámetro asociado	Matriz V						
		V2	V3	V4	V5	H2	H3	H4
-0.906	V2	<u>999</u>	<u>455</u>	63	62	- 42	- 26	- 10
-0.809	V3	<u>-475</u>	<u>999</u>	115	126	- 59	- 49	- 19
-0.929	V4	- 10	-108	<u>999</u>	-266	-180	-176	-110
-0.959	V5	- 6	-163	216	<u>999</u>	- 69	- 70	- 64
-0.717	H2	10	55	389	77	<u>999</u>	<u>710</u>	<u>524</u>
0.792	H3	- 3	10	34	- 5	-369	<u>999</u>	<u>-676</u>
-0.746	H4	- 8	- 21	36	24	<u>-806</u>	377	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	V4	V5	H2	H3	H4	n.c.
Valor propio asociado	<u>18</u>	10	2	5	0.5	0.14	0.2	130

$r_k = 0 ; k = 1, 7 .$

$\sigma_y = 0.2 s .$

Parámetro	Modelo obtenido	Desviación típica	Matriz de correlación							
			V2	V3	V4	V5	H2	H3	H4	
V2	6.09	0.01	1							
V3	6.41	0.04	-0.03	1						
V4	7.00	0.14	0.04	0.24	1					
V5	8.06	0.06	0.002	0.04	0.17	1				
H2	11.2	0.7	<u>0.46</u>	0.34	0.03	0.003	1			
H3	13.2	1.1	-0.26	0.32	<u>0.42</u>	0.05	<u>-0.62</u>	1		
H4	6.	1.	-0.02	<u>-0.47</u>	0.03	0.35	-0.02	<u>-0.53</u>	1	

TABLA 5.1a

Elemento mayor	Parámetro asociado	Matriz V					
		V2	V3	V4	H2	H3	H4
-0.885	V2	<u>999</u>	<u>522</u>	35	- 37	- 21	- 6
0.883	V3	<u>-526</u>	<u>999</u>	45	- 40	- 33	- 8
-0.937	V4	- 13	- 70	<u>999</u>	-230	-220	-173
0.809	H2	12	49	382	<u>999</u>	<u>609</u>	84
-0.778	H3	- 6	- 1	129	<u>-691</u>	<u>999</u>	392
-0.935	H4	1	- 5	116	84	-348	<u>999</u>

$$\sigma_y = 0.1 s.$$

Parámetro	V2	V3	V4	H2	H3	H4	n.c.
Valor propio asociado	<u>15</u>	9	2	0.4	0.13	0.09	170

Parámetro	Modelo obtenido	Desviación típica	Matriz de correlación					
			V2	V3	V4	H2	H3	H4
V2	6.09	0.01	1					
V3	6.41	0.02	-0.04	1				
V4	7.0	0.2	-0.01	0.03	1			
H2	11.2	0.5	<u>0.49</u>	0.29	-0.01	1		
H3	13.2	0.8	-0.31	0.28	0.08	<u>-0.71</u>	1	
H4	6.0	1.2	-0.02	-0.30	<u>0.77</u>	-0.01	-0.33	1

TABLA 5.1b

También hay que remarcar que el parámetro V5, velocidad del manto, está mejor definido que el V4 de la última capa de la corteza.

Los resultados que se presentan en la tabla 5.1c se pueden resumir como sigue : En todos los casos el parámetro peor definido es H4; solo se mejora en un tanto por ciento pequeño cuando se ajustan solo los espesores de las capas considerando fijas las velocidades, en el caso de utilizar reflexiones y refracciones (FL+FR).

En el caso en que se quieren obtener los espesores de las cuatro capas, éstos quedan mejor definidos cuando se utilizan reflexiones y refracciones (FL+FR), que cuando solo se consideran las reflexiones (FL).

En el caso en que se utilizan solo reflexiones (FL), y se quieren obtener los espesores de las cuatro capas, las desviaciones típicas son grandes debido a la indeterminación del espesor de la primera capa, que afecta a todo el problema. Cuando este parámetro se considera constante, las desviaciones típicas vuelven a ser del mismo orden que en los casos anteriores.

El número de condición para un mismo conjunto de datos disminuye al disminuir el número de parámetros libres.

5.2.- PERFIL DE BALEARES.

Las técnicas desarrolladas anteriormente se aplican en este apartado al estudio de la resolución de los parámetros que determinan el modelo de corteza en la zona de las islas de Ibiza y Mallorca.

Para ello, se han interpretado conjuntamente, dada su compatibilidad, y prescindiendo del cambio lateral que se puede producir en la parte marina entre las dos islas, las observacio-

Número de condición		Desviaciones típicas en % del valor del parámetro										
λ_M/λ_m	M	m	V2	V3	V4	V5	H1	H2	H3	H4	parámetro Caso.	
130	V2	H3	1	2	10	3	-	32	42	83	FL+FR	
170	V2	H4	1	2	24	-	-	40	51	173	FL	
28	H1	H3					28	33	36	66	FL+FR	
30	H1	H2					81	70	51	96	FL	
8	H2	H3						33	46	94	FL	

TABLA 5.1c

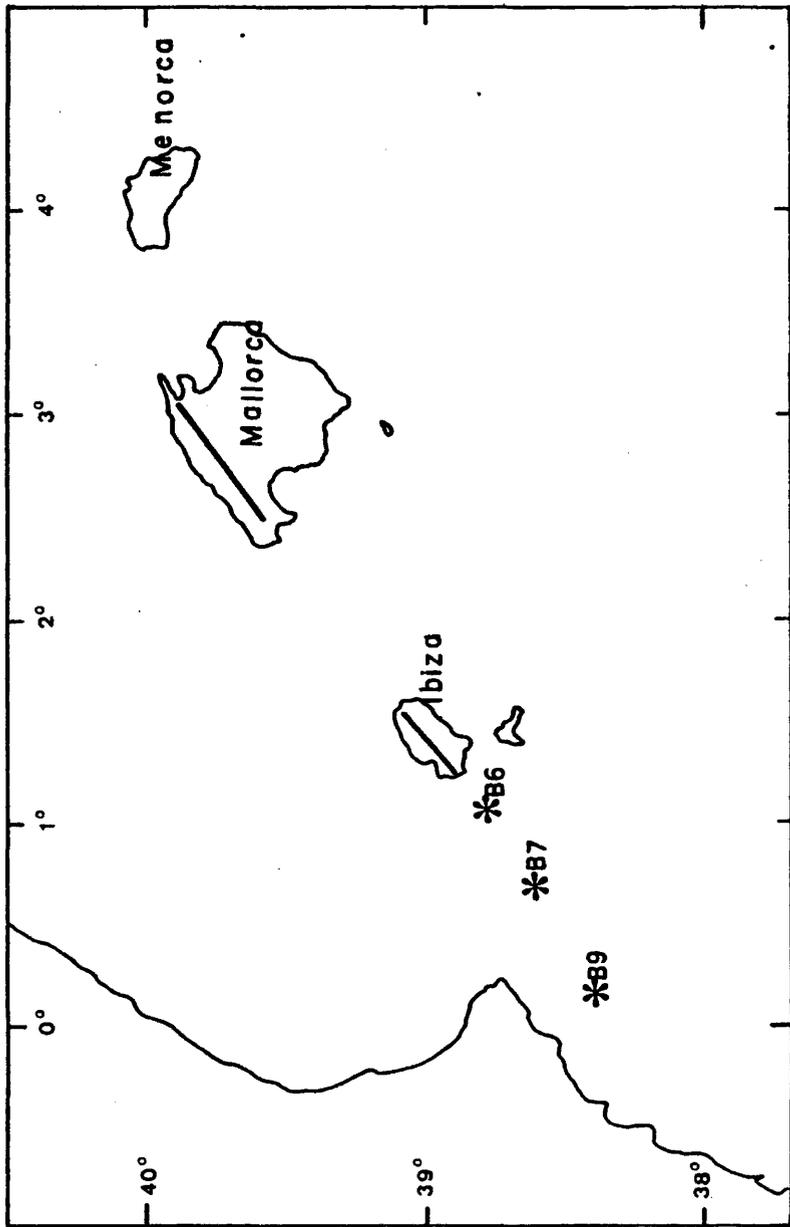


Fig. 5.2. Esquema de la localización de las explosiones y líneas de registro utilizadas en la interpretación del perfil de Baleares.

nes obtenidas en Ibiza y Mallorca para las explosiones en mar B6, B7 y B9 situadas entre la península e Ibiza.

En la fig. 5.2 se muestra en detalle la localización de las explosiones y estaciones.

En la fig. 5.3 se presenta, en un ensamblaje común, los datos obtenidos a partir de las tres explosiones. El ensamblaje es reducido, con velocidad de reducción 6 km/s.

Las fases principales que se observan son las siguientes:

Entre los 30 y 50 km, y en observaciones correspondientes a B6 y B7 en Ibiza, se observa como primera llegada una fase cuya correlación da una recta de pendiente aproximadamente nula. Esta se ha atribuido a la fase P_g .

A partir de los 60 km y hasta los 300 km se puede correlacionar una fase cuya pendiente indica una velocidad mayor que 6 km/s y que se ha atribuido a la fase P_n .

En las observaciones correspondientes a B7, en Ibiza, entre los 50 y 90 km, y en Mallorca, entre los 180 y 200 km, se correlaciona una segunda llegada, que dada la curvatura que presenta, se ha atribuido a la fase $P_M P$, reflejada en la discontinuidad de Moho.

En el ensamblaje no se observan otras llegadas que se puedan correlacionar de manera evidente, lo cual indica la existencia de una corteza sin grandes discontinuidades.

En la fig. 5.4 se muestran los tiempos de recorrido utilizados en función de la distancia, con una escala de tiempo reducido, con velocidad de reducción 6 km/s.

Las correlaciones de las distintas fases anteriormente expuestas son las siguientes:

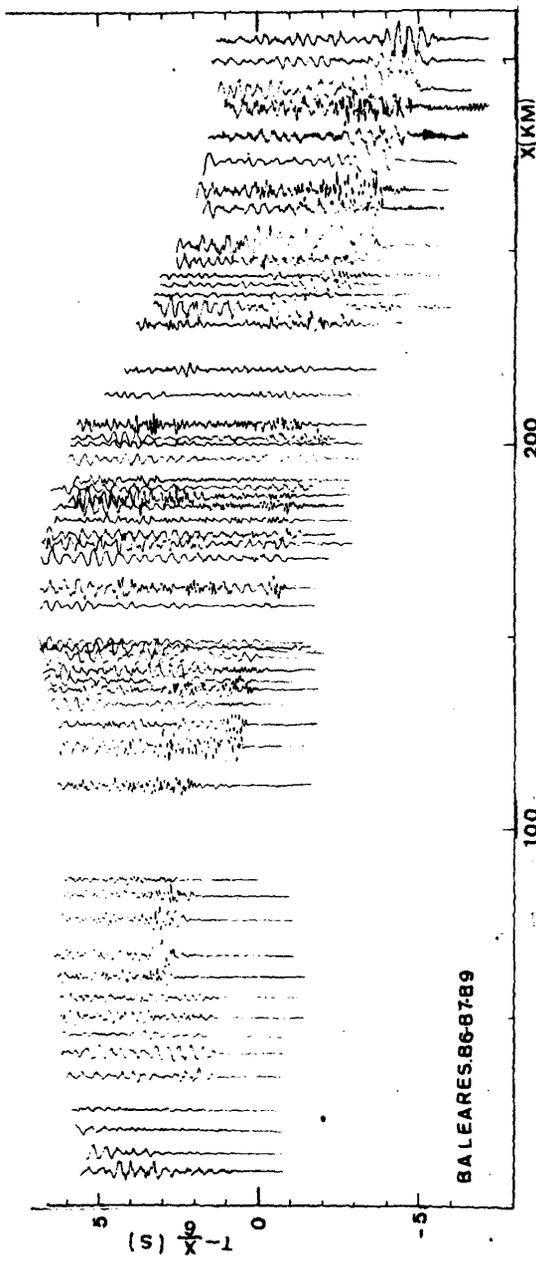


Fig. 5.3 . Ensamblaje correspondiente al perfil de Balears
La escala de tiempo es reducida con velocidad de reducción
6 km/s.

Para la fase P_g , refractada crítica en el basamento cristalino:

$$t = 1.24 + \frac{x}{6.0}, \quad 34 < x < 75 \text{ km.}$$

Para la fase P_n , refractada crítica en la discontinuidad de Moho:

$$t = 4.68 + \frac{x}{7.6}, \quad 65 < x < 290 \text{ km.}$$

Con estos valores, obtenidos a partir de la correlación de estas fases, se ha buscado un modelo de corteza de capas planas horizontales tal que los tiempos de recorrido calculados teóricamente para éste se ajusten a los observados.

Como velocidad para la capa más superficial se ha tomado una media de las obtenidas para dicha zona por Banda et al. (1980).

La tabla 5.2 muestra esquemáticamente los valores obtenidos para los parámetros..

La desviación típica de los residuos de las observaciones para este modelo es $\sigma_y = 0.1 \text{ s.}$

Capa	v (km/s)	H (km)
1	4.9	5.2
2	6.0	15.3
3	7.6	

TABLA 5.2

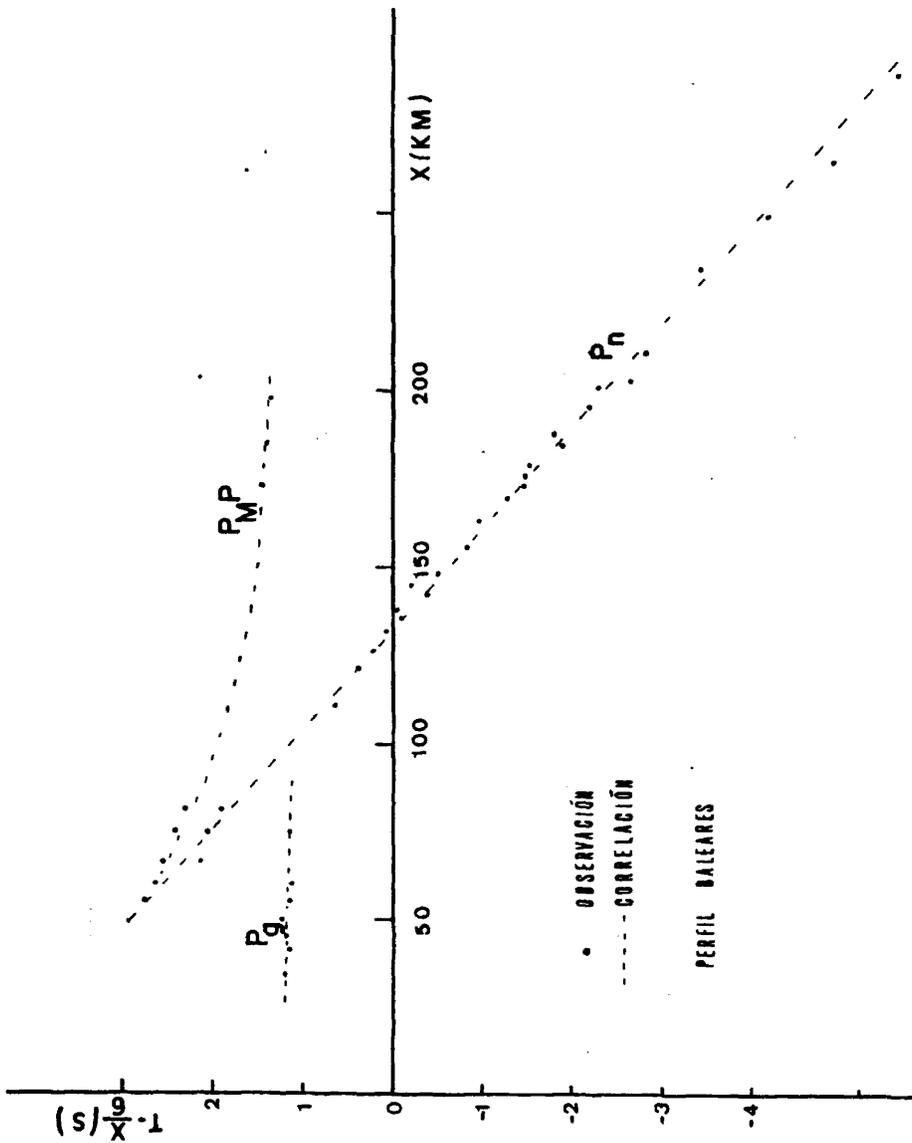


Fig. 5.4. Tiempos de recorrido utilizados en la interpretación del perfil de Baleares. La escala de tiempo es reducida con velocidad de reducción 6 km/s.

Así, el modelo de corteza para esta zona consta de una capa de sedimentos de velocidad 4.9 km/s y 5.2 km de espesor, sobre una capa granítica de 15.3 km de espesor y velocidad 6.0 km/s. Aproximadamente a los 20 km de profundidad existe un fuerte cambio de velocidades, que corresponde a la discontinuidad corteza-manto, siendo la velocidad debajo de ésta 7.6 km/s.

Esto supone una corteza continental sobre un manto de velocidad menor que lo normal.

Estos resultados son compatibles con el modelo de Banda et al. (1980) para la corteza en esta zona.

La existencia de un manto anómalo de velocidad menor concuerda con los valores obtenidos a partir de la interpretación de perfiles de refracción en cuencas del Mediterráneo occidental. (Fahlquist et al., 1969; Hinz, 1972; Hirn et al., 1977; W.G. for D.S.S. in the Alboran Sea 1974, 1978).

Resolución de los parámetros.

Los resultados que se presentan a continuación se han obtenido al someter a estudio los datos y modelo de corteza anteriormente citados.

El número de datos es 43, y el número de parámetros, cuatro: las velocidades correspondientes a la capa granítica y al manto, y las profundidades de las capas de sedimentos y granítica. Esto es V2, V3, H1 y H2.

En la fig. 5.5 se muestran gráficamente los valores de las derivadas parciales para dicho modelo y observaciones.

En la tabla 5.2a, de igual estructura que las presentadas en el apartado anterior, se muestran los resultados obtenidos.

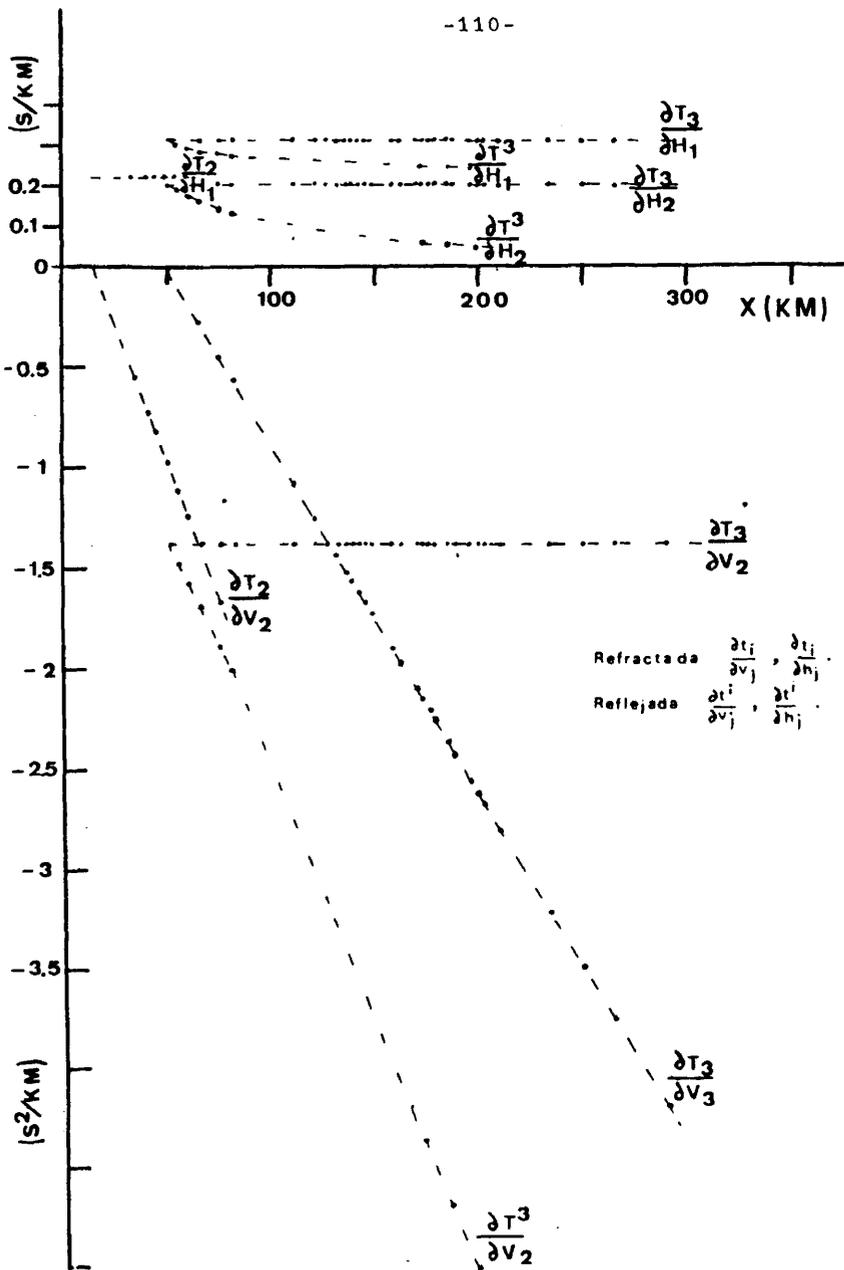


Fig. 5.5. Valores de las diversas derivadas parciales para las observaciones y modelo del perfil de Baleares.

Elemento mayor	Parámetro asociado	Matriz V			
		V2	V3	H1	H2
-0.707	V2	<u>999</u>	<u>980</u>	-169	- 96
0.714	V3	<u>-978</u>	<u>999</u>	24	- 27
0.872	H1	118	105	<u>999</u>	<u>539</u>
-0.880	H2	- 17	23	<u>-540</u>	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	H1	H2	n.c.
Valor propio asociado	<u>15</u>	8	0.8	0.3	50

$r_k = 0 ; k = 1, 4 .$

Parámetro	Modelo obtenido	Desviación típica	Matriz de correlación			
			V2	V3	H1	H2
V2	6.05	0.02	1			
V3	7.60	0.02	0.2	1		
H1	5.2	0.2	<u>0.7</u>	0.1	1	
H2	15.3	0.3	-0.2	<u>0.5</u>	<u>-0.7</u>	1

TABLA 5.2a



Es de destacar el comportamiento de los vectores propios de la matriz V.

En esta matriz se observa una fuerte dependencia de los vectores asociados a V2 y V3, siendo casi imposible el asociar los valores propios obtenidos a los parámetros correspondientes. Dado que a pesar de esta fuerte dependencia, existe un comportamiento compatible de las componentes secundarias con respecto a la principal en ambos casos, se han podido asociar los valores propios a los parámetros.

Estos valores propios indican que el parámetro que más influye es V2.

La observación de la fig. 5.5 ayuda a comprender el por qué de la dependencia de los parámetros V2 y V3 que presenta la matriz V.

En esta figura, si se consideran conjuntamente los valores de las distintas derivadas parciales, se observa que las que más fuertemente varían con la distancia son las derivadas del tiempo de recorrido de la fase P_g con respecto a V2 ($\partial t_2 / \partial V2$), las del tiempo de recorrido de la fase P_M^P respecto al parámetro V2 ($\partial t^3 / \partial V2$) y las correspondientes a la fase P_n con respecto a V3 ($\partial t_3 / \partial V3$).

A partir de los 170 km de distancia epicentral, son estas dos últimas las que toman valores más elevados (en valor absoluto).

Las observaciones de la fase reflejada P_M^P a estas distancias son las que ocasionan la fuerte dependencia de los parámetros V2 y V3. Si se suprimen las tres últimas observaciones correspondientes a esta fase, el parámetro V3 se convierte en el de mayor influencia, como se puede observar en la tabla 5.2b, en la que cambia por completo el comportamiento de los vectores de la matriz V y los valores propios. No obstante, el número de condición es prácticamente el mismo.

Elemento mayor	Parámetro asociado	Matriz V			
		V2	V3	H1	H2
-0.805	V2	<u>999</u>	<u>-711</u>	-179	59
-0.818	V3	<u>679</u>	<u>999</u>	-150	- 91
0.917	H1	159	5	<u>999</u>	-404
-0.925	H2	156	42	379	<u>999</u>

Parámetro	V2	V3	H1	H2	n,c.
Valor propio asociado	5	<u>14</u>	0.3	0.3	47

$r_k = 0 ; k = 1, 4 .$

Parámetro	Modelo obtenido	Desviación típica	Matriz de correlación			
			V2	V3	H1	H2
V2	6.05	0.08	1			
V3	7.60	0.01	0.4	1		
H1	5.2	0.4	<u>0.9</u>	0.3	1	
H2	15.3	0.3	0.3	0.6	-0.1	1

TABLA 5.2b

En ambas tablas se presentan los valores de las estimaciones de las desviaciones típicas.

Obsérvese el aumento de las desviaciones típicas correspondientes a los parámetros V2 y H1 para el caso b) en comparación con a), sobre todo la correspondiente a H1, mientras que las desviaciones típicas de los parámetros V3 y H2 permanecen constantes. Así mismo, la correlación entre V2 y H1 en este segundo caso aumenta con respecto al primero.

Como en el caso anterior, las estimaciones de las desviaciones típicas de las velocidades, son menores que las de los espesores.

5.3.- PERFIL ADRA-ÚBEDA. AJUSTE NUMÉRICO DE UNA ESTRUCTURA NO PLANA.

El perfil Adra-Úbeda atraviesa la estructura del Complejo Nevado-Filábride, donde la corteza presenta un rápido engrosamiento desde la costa, hacia el interior.

Este engrosamiento está claramente indicado por la anomalía de Bouguer (fig. 5.6). Por lo tanto, debido a esta fuerte heterogeneidad lateral que provoca el engrosamiento, no puede tratarse la estructura de la corteza, a lo largo de esta línea, como formada por capas plano-paralelas.

Las técnicas presentadas en el capítulo 3 se han aplicado a la inversión de los datos obtenidos de este perfil, suponiendo un modelo para la corteza formado por una capa de velocidad constante, pero de espesor variable.

El estudio se ha realizado manteniendo las características principales de la estructura global de la zona, obtenida ésta únicamente a partir de la gravimetría.

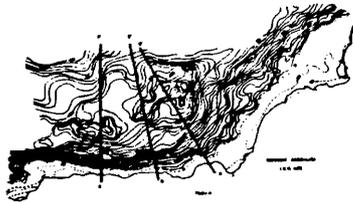


FIG. 5.6 . ANOMALÍAS DE BOUGUER

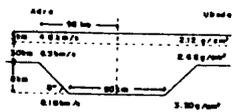
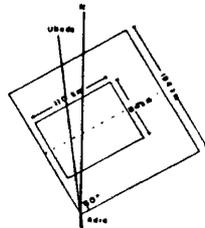
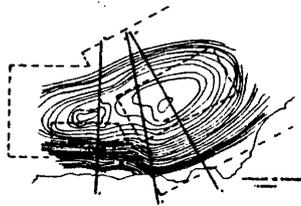


FIG. 5.7. MODELO TEÓRICO

De acuerdo con la distribución de anomalías de Bouguer, existe, para la región, un modelo para la estructura global de la corteza, considerada como medio homogéneo sobre el manto, ambos de densidad constante.

Este modelo consiste en dos engrosamientos tridimensionales de la corteza, o raíces, en forma de cubeta (pirámide rectangular truncada) orientados cada uno en la dirección de los núcleos de anomalía negativa de la zona (fig. 5.7) (Surifach, 1976; Surifach y Udías, 1978).

El modelo de corteza para ajustar a los datos sísmicos se eligió a partir de un corte bidimensional del modelo gravimétrico en la dirección del perfil. Este consiste en una corteza homogénea simétrica en forma de cubeta (fig. 5.7).

Los parámetros que determinan el modelo son en este caso las velocidades de la corteza y manto superior, V_1 y V_2 respectivamente, H_1 , la profundidad de la corteza bajo el punto de tiro, H la profundidad total de la corteza en el centro de la estructura, B la semibase inferior y X la distancia desde el punto de tiro (origen de distancias) al centro de la estructura.

Se trata, por lo tanto, de una aplicación del método a estructuras con heterogeneidades muy marcadas.

Los datos utilizados han sido los tiempos de llegada de las fases reflejadas $P_M P$ y refractadas P_n en la discontinuidad corteza-manto, una vez realizadas las correcciones topográficas pertinentes.

En la fig. 5.8 se presenta el ensamblaje correspondiente con velocidad de reducción 6.0 km/s.

El total de observaciones es de 31, 22 para la fase $P_M P$ y 9 para la P_n . La distancia que abarcan las observaciones está comprendida entre los 48 y 182 km al punto de tiro, en las proximidades de Adrà.

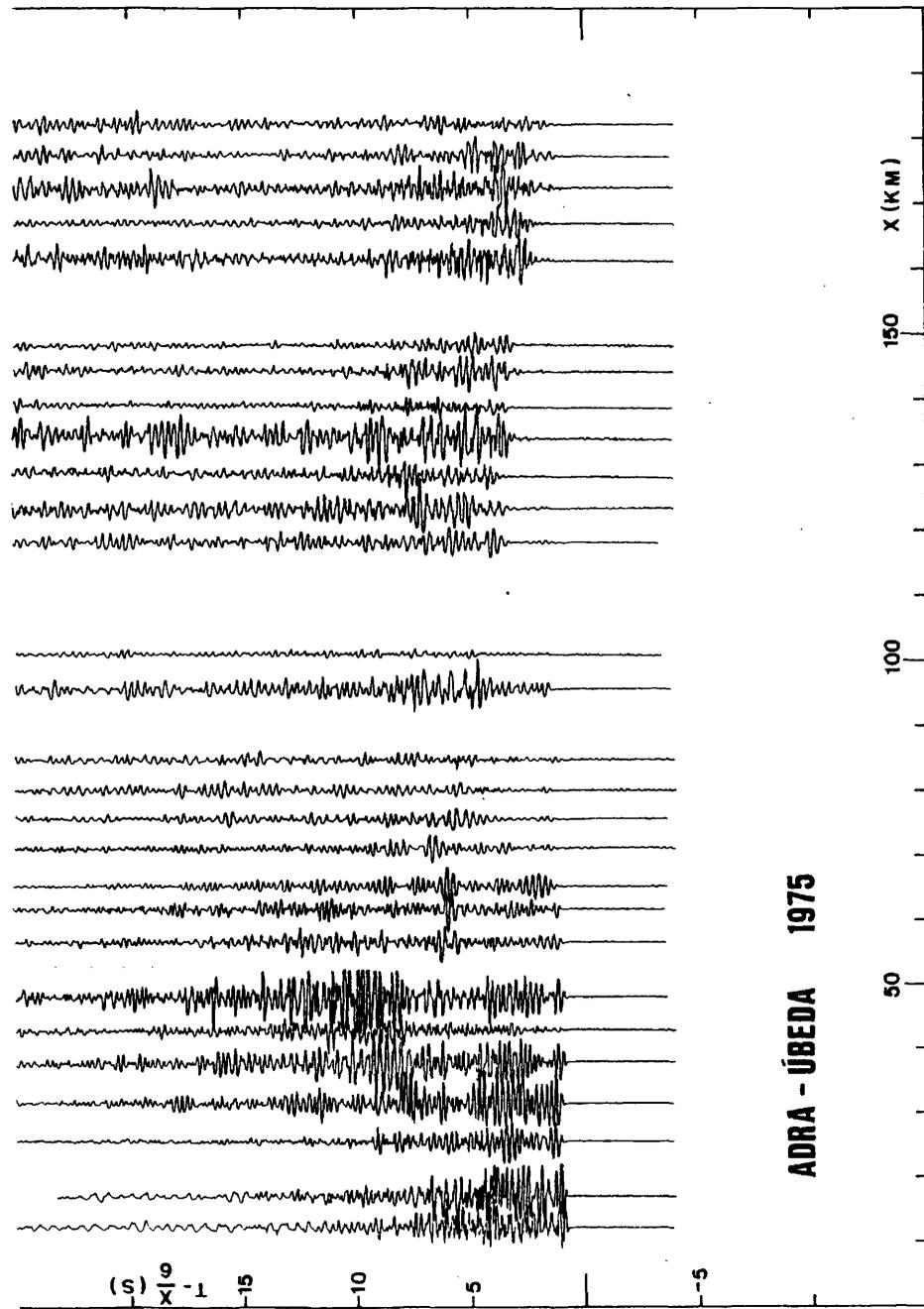


Fig. 5.8. Ensamblaje correspondiente al perfil Adra-Úbeda. La es-
cala de tiempo es reducida con velocidad de reducción 6 km/s.

=

El aspecto general de estas llegadas muestra un retraso en los tiempos de recorrido de las fases en comparación con los datos obtenidos en el perfil Adra-Cartagena. Este retraso, si se supone una estructura media de la corteza común para toda la zona, supone un engrosamiento de la corteza hacia el interior de la Península que confirma los resultados obtenidos de la interpretación gravimétrica (Suriñach y Udías, 1978).

Dado que lo que se pretende ajustar es la estructura de la corteza, y para simplificar el problema, se han considerado como parámetros libres para el ajuste aquellos que determinan su forma, esto es, B, H y X.

Los valores de los parámetros restantes, considerados fijos en el ajuste se han determinado a partir de los valores obtenidos para la velocidad y profundidad de las distintas capas de corteza, deducidos de la interpretación de otros perfiles sísmicos de la zona (Banda, 1979).

Así, la velocidad media para la corteza se ha supuesto 6.18 km/s y 8.18 km/s para el manto superior.

La profundidad de la corteza, debajo del punto de tiro, en la proximidad de Adra, se ha supuesto de 31 km.

La velocidad para el manto en la zona no se ha podido deducir directamente a partir de las llegadas que se disponen de la fase P_n , debido al fuerte buzamiento de la zona, como se observa de la gravimetría, y a la no existencia de perfil inverso.

A partir de la estructura supuesta para la corteza se han buscado los funcionales que relacionan los tiempos de recorrido de las distintas fases reflejadas y refractadas en la discontinuidad corteza-manto con los parámetros del modelo.

En la fig. 5.9 se muestra un esquema de las distintas trayectorias que siguen los rayos en las diferentes partes de es

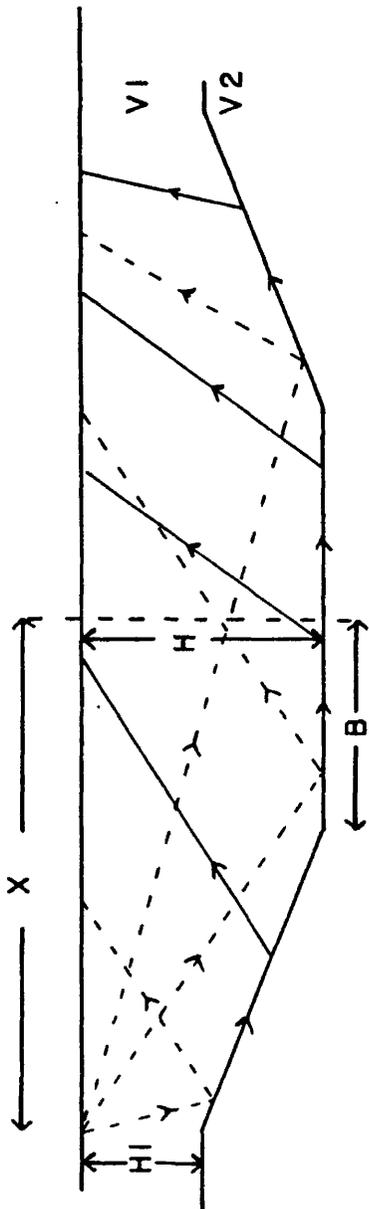


Fig. 5.9. Esquema de las diversas trayectorias de los rayos en el modelo de corteza supuesto para la línea Adra-Úbeda.

estructura. Según la localización de las estaciones de registro los rayos se propagarán por distintas partes de la estructura, reflejándose este hecho en los funcionales citados (Suriñach, 1976).

Estos funcionales no siguen una relación lineal con los parámetros a determinar.

Resultados

Con los valores indicados anteriormente para los parámetros fijos V_1 , V_2 y H_1 , y que se muestran en la tabla 5.3a se ha sometido el problema a un proceso de ajuste iterativo para los parámetros libres B , H y X .

Los valores iniciales asignados a estos parámetros han sido:

$$B = 43 \text{ km} ; \quad H = 36.5 \text{ km} ; \quad X = 96 \text{ km} .$$

Con estos valores, el valor medio \bar{v}_m para los residuos de los tiempos de recorrido es 0.58 s con una desviación típica $\sigma = 0.69$ s.

La convergencia del proceso es buena, llegando a los valores siguientes para los parámetros:

$$B = 45.75 \text{ km} ; \quad H = 39.94 \text{ km} ; \quad X = 95.86 \text{ km} .$$

El valor medio \bar{v}_m de los residuos de los tiempos de recorrido para este modelo es 0.03 s, con una desviación típica de $\sigma = 0.28$ s.

En la tabla 5.3b se presentan los índices de resolución del problema obtenidos para los valores finales de los parámetros.

El análisis de estos resultados indica que el parámetro de más influencia en la resolución es H , la profundidad de la estructura, siendo la de los otros aproximadamente igual y menor que la anterior.

V1 = 6.18 km/s	B = 45.75 ± 2.89 km
V2 = 8.18 km	H = 39.94 ± 0.43 km
H1 = 31 km	X = 95.86 ± 2.67 km

TABLA 5.3a

Existe una correlación entre los parámetros H y B, y entre H y X, no estando correlacionados los parámetros B y X, esto es, los que están relacionados con las bases de la estructura.

En cuanto a las desviaciones típicas de los parámetros, calculadas teniendo en cuenta las desviaciones típicas de los residuos, la menor es la del parámetro H. Es decir está mejor definido el parámetro H que los restantes.

La matriz de densidad de información indica que las observaciones de mayor importancia, para el modelo obtenido, son las fases reflejadas entre 85 y 100 km y las refractadas entre 175 y 180 km aproximadamente (Suriñach y Udías, 1977).

Estos valores de los parámetros B, H y X coinciden con los obtenidos al aplicar el método de mínimos cuadrados a las ecuaciones de condición y resolver las ecuaciones normales para los incrementos de los parámetros B, H y X.

En la tabla 5.3c se presentan los valores obtenidos para los parámetros a partir de este método, utilizando los mismos valores para los parámetros fijos (Suriñach y Udías, 1977).

Elemento mayor	Parámetro asociado	Matriz V		
		B	H	X
0.972	B	<u>999</u>	- 80	-225
0.995	H	62	<u>999</u>	- 80
-0.972	X	230	66	<u>999</u>

Parámetro	B	H	X	n.c.
Valor propio asociado	0.097	<u>0.89</u>	0.106	9

$r_k = 0 ; k = 1, 3 .$

Parámetro	Modelo obtenido	Desviación típica	Matriz de correlación		
			B	H	X
B	45.75	2.89	1		
H	39.94	0.43	-0.44	1	
X	95.86	2.67	-0.03	0.51	1

TABLA 5.3b

$B = 47.81 \pm 2.81 \text{ km}$
$H = 40.22 \pm 0.42 \text{ km}$
$X = 97.86 \pm 2.59 \text{ km}$
$\sigma = 0.28 \text{ s}$

TABLA 5.3c

Los resultados obtenidos del ajuste de los datos sísmicos para los parámetros libres B, H y X indican un engrosamiento de la corteza de aproximadamente unos 9 km en la parte central en dirección 60 °N que no corresponde a las máximas alturas topográficas de la zona, sino que queda desplazado hacia el interior de la península.

Esta región es, por lo tanto, gravimétricamente asimétrica, quedando la raíz del Complejo Nevado-Filábride desplazado hacia el interior con respecto a las sierras.

Esta situación no es única, ya que también se da en otras zonas montañosas como las de los Apeninos y los Cárpatos.

Este caso es un ejemplo de aplicación del método de inversión generalizada a estructuras con variaciones laterales.

Este tipo de estructuras presenta mayores dificultades que las estructuras lateralmente homogéneas.

Estas dificultades se deben principalmente, a que, debido al aumento del número de parámetros que determinan la estructura de corteza y a la diversidad de las trayectorias de los ra-

yos, los funcionales de los tiempos de recorrido son más complicados que en el caso de estructuras lateralmente homogéneas.

Existe, además una mayor interrelación entre los parámetros que determinan el modelo y su influencia sobre los tiempos de recorrido de las diversas fases.

En nuestro caso, en concreto, si bien la estructura de la corteza es simplificada, de tal manera que los parámetros que la determinan son reducidos, existen problemas si se pretende de terminar todos los parámetros conjuntamente. Esto es debido a la fuerte dependencia que existe entre la velocidad de la capa y la profundidad de la raíz. Es por este motivo que se ha mantenido constante la velocidad de la corteza.

CAPÍTULO 6

MODELO DE CORTEZA CON DISTRIBUCIÓN CONTÍNUA DE LA VELOCIDAD
CON LA PROFUNDIDAD.

En los apartados anteriores se han considerado modelos de corteza con una estructura constituida por capas de velocidad constante. Ahora bien, el aumento de presión y temperatura con la profundidad hacen poco probable que la velocidad de las ondas se mantenga constante con la profundidad. De hecho, estudios de propagación de ondas sísmicas en el interior de la Tierra han hecho evidente la existencia de un fuerte gradiente de velocidad en el manto donde la velocidad varía de 8.0 km/s a 13.8 km/s. Aunque no tan pronunciados, también se dan casos de gradientes de velocidad en algunas zonas de corteza, tanto oceánica, como continental.

Las trayectorias que siguen los rayos, en un medio en que la velocidad de las ondas varía con la profundidad, son curvas; así mismo, también lo son las correlaciones de los tiempos de llegada de las diversas fases en los diagramas (T-X).

Mediante la técnica de perfiles, es posible observar las fases que se propagan por la parte superior del manto, si se dispone de líneas de registro con distancias epicentrales suficientemente grandes (a partir de los 200 km aproximadamente y dependiendo del grosor de la corteza).

Sin embargo, el poder observar la curvatura de las correlaciones, no solo depende de la longitud de la línea de registro, sino que también depende de la densidad de observaciones de ésta, y del gradiente de velocidad de la estructura.

El aspecto curvado en las correlaciones (T, X) se presenta también en algunos ensamblajes para distancias epicentrales no tan lejanas. Esto es debido a la existencia de un fuerte

aumento de la velocidad con la profundidad en la corteza, como consecuencia de una progresiva compactación de las rocas.

Una aproximación al modelo presentado en el capítulo anterior es el suponer una corteza con gradientes de velocidad como el caso límite de una estructura de corteza con muchas capas muy delgadas, de velocidad constante cada una de ellas, y aumentando ésta con la profundidad.

No obstante, hay que tener en cuenta que reflexiones con energía solo se presentan en aquellos casos de contrastes bruscos de velocidad.

Las técnicas que se presentan en los capítulos siguientes, son aplicables a aquellos casos en que los modelos de corteza más adecuados que se pueden ajustar son con aumento gradual de la velocidad con la profundidad, es decir, con gradiente positivo de velocidad, aunque no necesariamente de gradiente constante.

6.1.- PROBLEMA DIRECTO. ECUACIÓN DE LOS TIEMPOS DE RECORRIDO Y DISTANCIAS EPICENTRALES.

A continuación se presentan las ecuaciones de los tiempos de recorrido y distancias epicentrales para ondas sísmicas que se propagan en medios de velocidad variable con la profundidad.

Para ello, consideraremos modelos de estructura de la Tierra con una distribución continua de velocidad con la profundidad, en la que pueden existir un número finito de discontinuidades finitas.

Por simplicidad, y dadas las distancias epicentrales que se utilizan en las técnicas de perfiles, se supone la Tierra plana y horizontalmente homogénea.

Las coordenadas que se utilizarán son (X, Z) , X para la distancia horizontal al foco de las ondas sísmicas o distancia epicentral, y Z para la profundidad, $Z \geq 0$.

Supondremos el origen de las ondas, F , en la superficie, $Z = 0$.

Según lo anteriormente expuesto, la velocidad de las ondas sísmicas en este medio, $v(z)$, será función continua de la profundidad, excepto en un número finito de discontinuidades finitas. En el caso de existir zonas de baja velocidad, existirá un límite inferior de la velocidad en esas zonas.

Bajo estas suposiciones, el parámetro del rayo p tendrá la expresión:

$$p = \frac{\text{sen } \theta}{v(z)} = \text{cte.}, \quad (6.1)$$

donde θ es el ángulo que forma el rayo con la vertical.

$v(z)$ es la velocidad de las ondas P en un punto a profundidad z .

En el punto donde el rayo alcanza su máxima profundidad, z_m , el parámetro del rayo toma el valor

$$p = \frac{1}{v(z_m)} = \text{cte.}$$

Fácilmente se puede demostrar que la pendiente de la dromocrónica en un punto (T, x) es igual al parámetro del rayo que emerge a la distancia epicentral x . Esto es:

$$p = \frac{dT}{dx}. \quad (6.2)$$

En la fig. 6.1 se muestra gráficamente lo expuesto.

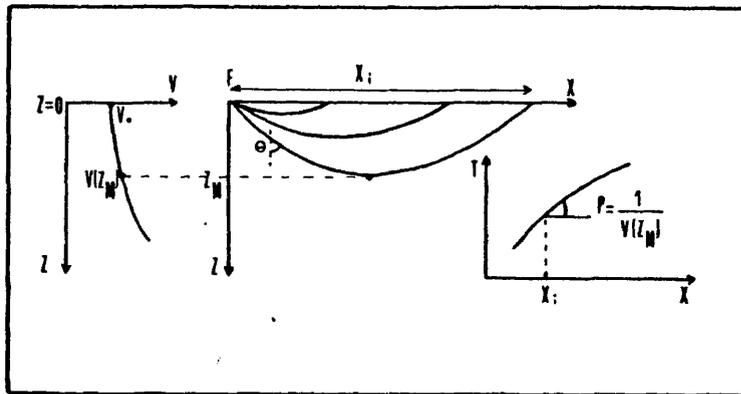


FIGURA 6.1

Las ecuaciones del tiempo de recorrido T , y de la distancia epicentral X , para un rayo que emerge de F , en función del parámetro del rayo p , tienen la expresión:

$$X(p) = 2 \int_0^{z_m} \frac{p v(z)}{\sqrt{1 - p^2 \cdot v^2(z)}} dz ; \quad (6.3)$$

$$T(p) = 2 \int_0^{z_m} \frac{1}{v(z)} \frac{dz}{\sqrt{1 - p^2 \cdot v^2(z)}} , \quad (6.4)$$

donde z_m es la máxima profundidad a la que penetra el rayo de parámetro p .

Estas ecuaciones también se puede expresar, teniendo en cuenta (6.1), en función de θ , ángulo que forma el rayo con la vertical, como

$$\chi(p) = 2 \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{\text{sen } \theta}{p \cdot v'(z)} d\theta \quad ; \quad (6.5)$$

$$T(p) = 2 \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{v'(z) \cdot \text{sen } \theta} \quad , \quad (6.6)$$

donde $v'(z)$ es la derivada de $v(z)$ con respecto a la profundidad z , y θ_0 el ángulo de emergencia del rayo de parámetro p en el foco.

Otra manera de expresar las ecuaciones (6.3) y (6.4) en función de $u(z)$, "lentitud" del rayo definida como $u(z) = 1/v(z)$, es la siguiente (Officer, 1974):

$$\chi(p) = 2 p \int_0^{z_m} \frac{dz}{(u^2(z) - p^2)^{1/2}} \quad ; \quad (6.7)$$

$$T(p) = 2 \int_0^{z_m} \frac{u^2(z) dz}{(u^2(z) - p^2)^{1/2}} \quad (6.8)$$

6.2.- DISTRIBUCIÓN CON AUMENTO LINEAL DE LA VELOCIDAD.

El caso más sencillo de distribución continua de velocidad con la profundidad es la distribución de aumento lineal.

En el presente trabajo se han supuesto estructuras del interior de la Tierra con distribuciones lineales de velocidad ya que cualquier distribución de velocidades en la corteza se puede ajustar localmente mediante capas adecuadas consecutivas, con distintos gradientes lineales.

Refracciones.

En el caso de una distribución lineal única de velocidad con la profundidad del tipo

$$v(z) = a + b z ,$$

las ecuaciones (6.5) y (6.6) son de integración inmediata

$$\chi(p) = \frac{2}{b p} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \operatorname{sen} \theta \, d\theta = \frac{2}{p b} \cos \theta_0 , \quad (6.9)$$

$$T(p) = \frac{2}{b} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\operatorname{sen} \theta} = -\frac{2}{b} \ln \left[\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \right] , \quad (6.10)$$

En aquellos casos, como los que se estudian en este trabajo, en que la estructura de corteza consta de diversas capas con distintos gradientes lineales (fig. 6.2):

$$\begin{aligned} v_1(z) &= a_1 + b_1 z , & z_0 \leq z < z_1, & \quad z_0 = 0 , \\ v_2(z) &= a_2 + b_2 z , & z_1 < z < z_2, & \\ & \vdots & & \\ v_m(z) &= a_m + b_m z , & z_{m-1} < z < z_m, & \\ & \vdots & & \\ v_n(z) &= a_n + b_n z , & z_{n-1} < z < z_n, & \end{aligned} \quad (6.11)$$

con

$$b_J > 0 , \quad J = 1, n ,$$

y

$$v_J(z_J) \leq v_{J+1}(z_J) \quad J = 1, n ,$$

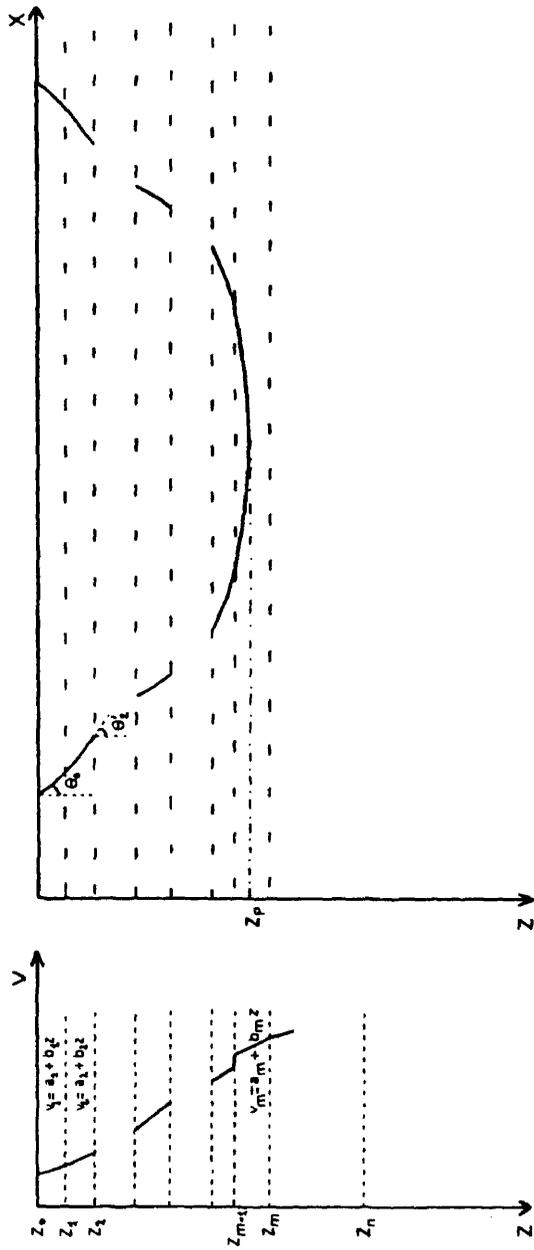


Fig. 6.2. Estructura de corteza compuesta de diversas capas con distintos gradientes lineales.

las ecuaciones (6.5) y (6.6) quedarán, para el caso de un rayo con parámetro

$$p = \frac{1}{a_m + b_m z_p} ,$$

(Esto es, gire a una profundidad z_p , en la capa m , $z_{m-1} < z_p < z_m$)

$$\chi(p) = \frac{2}{p} \sum_{J=1}^{m-1} \frac{1}{b_J} \left[\cos \theta_{J-1} - \cos \theta'_J \right] + \frac{2}{p b_m} \cos \theta_{m-1} , \quad (6.12)$$

$$T(p) = 2 \sum_{J=1}^{m-1} \frac{1}{b_J} \left[\ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta'_J}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\theta_{J-1}}{2}} \right] - \frac{2}{b_m} \ln \operatorname{tg} \frac{\theta_{m-1}}{2} , \quad (6.13)$$

siendo los ángulos θ'_J y θ_J los ángulos respectivamente de incidencia y emergencia del rayo en la discontinuidad a profundidad z'_J .

En este caso, el aspecto de la curva tiempo de recorrido-distancia mostrará una serie de ramas curvas, una para cada capa.

En el caso en que se cumple:

$$v_J(z_J) = v_{J+1}(z_J) , \quad J = 1, N , \quad (6.14)$$

es decir, no hay cambios bruscos de velocidad en las discontinuidades de las capas, se tiene que $\theta'_J = \theta_J$, y las ecuaciones (6.12) y (6.13) se transforman en

$$\chi(p) = \frac{2}{p b_1} \cos \theta_0 + \frac{2}{p} \sum_{J=1}^{m-1} \left[\frac{1}{b_{J+1}} - \frac{1}{b_J} \right] \cos \theta_J , \quad (6.15)$$

donde θ_0 es el ángulo de emergencia en la superficie y θ_J es el ángulo con que el rayo atraviesa la discontinuidad a profundidad z_J

$$T(p) = - \frac{2}{b_1} \ln \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} + 2 \sum_{J=1}^{m-1} \left(\frac{1}{b_J} - \frac{1}{b_{J+1}} \right) \ln \operatorname{tg} \frac{\theta_J}{2} . \quad (6.16)$$

Reflexiones.

Supongamos en nuestro modelo de Tierra (medio semi-infinito horizontalmente homogéneo) la existencia de una discontinuidad en la distribución de velocidades con la profundidad.

Sea z_R la profundidad a la que existe la discontinuidad. Por debajo de z_R la velocidad $v_2(z_R)$ es mayor que la correspondiente $v_1(z_R)$ de la capa superior.

Por simplicidad, supongamos la Tierra estratificada en dos capas, ambas con gradiente lineal de velocidades (fig. 6.3),

$$\begin{aligned} v_1(z) &= a_1 + b_1 z \quad , \quad z_0 \leq z < z_R; \quad z_0 = 0 , \\ v_2(z) &= a_2 + b_2 z \quad , \quad z_R < z , \end{aligned} \quad (6.17)$$

con

$$v_1(z_R) < v_2(z_R) ,$$

$$b_J > 0 \quad , \quad J = 1, 2 .$$

Aquellos rayos cuyo parámetro p sea tal que

$$\frac{1}{v_1(z_R)} > p > \frac{1}{v_2(z_R)}$$

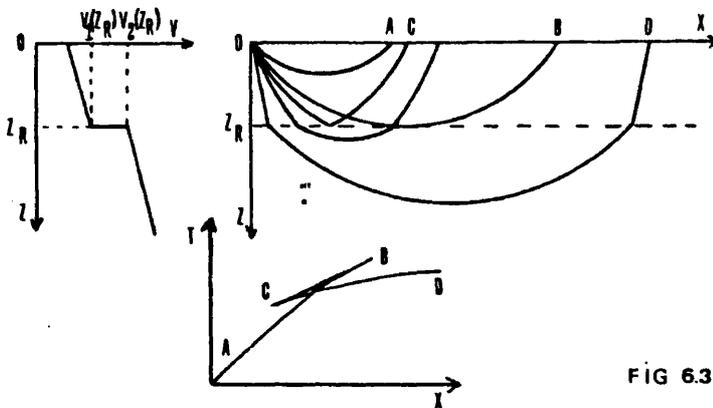


FIG 6.3

se reflejarán en la discontinuidad a $z = z_R$.

Las ecuaciones del tiempo de recorrido T_R y de la distancia epicentral X_R en función de p serán

$$T_R(p) = 2 \int_{z_0}^{z_R} \frac{1}{v(z)} \frac{dz}{\sqrt{1 - p^2 v^2(z)}}, \quad (6.18)$$

$$X_R(p) = 2 \int_{z_0}^{z_R} \frac{p v(z) dz}{\sqrt{1 - p^2 v^2(z)}}, \quad (6.19)$$

y expresadas en función del ángulo θ y teniendo en cuenta (6.17),

$$T_R(p) = \frac{2}{b_1} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{d\theta}{\text{sen } \theta} = \frac{2}{b_1} \ln \left[\frac{\text{tg } \frac{\theta_1}{2}}{\text{tg } \frac{\theta_0}{2}} \right], \quad (6.20)$$

$$X_R(p) = \frac{2}{b_1 p} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \text{sen } \theta d\theta = \frac{2}{b_1 p} [\cos \theta_0 - \cos \theta_1], \quad (6.21)$$

siendo

$$\theta_1 = \text{arc sen} \left[p v_1(z_R) \right],$$

$$\theta_0 = \text{arc sen} \left[p v_1(z_0) \right],$$

Aquellos rayos con $p > [1/v_1(z_R)]$ se refractarán girando a una profundidad $z < z_R$. Aquellos con $p < [1/v_2(z_R)]$ se refractarán girando a $z > z_R$.

El aspecto de la curva tiempo de recorrido-distancia o dromocrónica, para este caso, será como el de la figura 6.3.

La rama A-B corresponde a aquellos rayos con ángulo θ , de emergencia en la superficie, $\theta_F < \theta < \pi/2$. El punto de giro de estos rayos está a profundidad z , $0 < z < z_R$. El ángulo θ_F corresponde al rayo que gira en la interfase a profundidad $z = z_R$.

A medida que las trayectorias de los rayos se van haciendo más profundas, la dromocrónica progresa del punto A hasta B. Esta rama es cóncava con respecto al eje de las X.

La rama B-C corresponde a aquellos rayos con ángulo θ tal que, $\theta_C < \theta < \theta_F$. El ángulo θ_C cumple $\text{sen } \theta_C = [v_1(z_0)/v_2(z_R)]$, y es el ángulo de emergencia del rayo que incide en la discontinuidad con ángulo crítico $\bar{\theta}_C$ [$\text{sen } \bar{\theta}_C = v_1(z_R)/v_2(z_R)$].

Estos rayos se reflejan totalmente en la interfase a profundidad $z = z_R$. A medida que el ángulo de emergencia disminuye, la dromocrónica para estas ondas retrocede desde el punto B hasta el punto C. Esta rama es convexa respecto al eje de las X y corresponde a reflexiones supercríticas, que son las de mayor energía.

El punto C de la dromocrónica corresponde al rayo que emerge con ángulo θ_C y se le denomina punto crítico.

Para ángulos de emergencia $0 < \theta < \theta_c$ los rayos se reflejan y refractan en la discontinuidad a profundidad $z = z_R$.

Las ondas reflejadas para estos ángulos se denominan subcríticas. Los rayos que se refractan se propagan en el medio inferior girando a profundidades $z > z_R$. La rama C-D corresponde a estos rayos.

Como se puede observar, en esta figura existe una región en la que a la misma distancia epicentral X llegan tres rayos distintos: reflejados, refractados en el primer medio y refractados en el segundo medio. Esto es, existe una triplicación en la curva $T(x)$. La distancia que corresponde al punto C se denomina distancia crítica y se caracteriza en las observaciones por llegadas de gran amplitud.

Las ecuaciones presentadas en este capítulo han sido programadas para su ejecución en ordenador.

El apéndice II muestra el diagrama de bloques del programa TAUPPA que calcula los tiempos de recorrido y las distancias epicentrales de los rayos reflejados supercríticamente y refractados en función del parámetro p del rayo.

El modelo de corteza utilizado consiste en capas planas con distintos gradientes lineales de velocidad en cada una de ellas.

CAPÍTULO 7

FORMULACIÓN DE LA INVERSIÓN EXTREMA.

La técnica de inversión utilizada en esta parte del trabajo pertenece a las que se denominan de inversión extrema. Como se ha expuesto en el capítulo 2, estas técnicas, en lugar de darnos un modelo de estructura de corteza que se ajuste a las observaciones, permiten obtener envolventes de los posibles modelos de ésta consistentes con las observaciones.

En los apartados siguientes se muestra como obtener los márgenes en las distribuciones $v(z)$ de los modelos de corteza, considerados como una distribución continua de velocidad con la profundidad, a partir de las observaciones de los tiempos de llegada de las ondas $T(x)$.

Para ello, la información contenida en las observaciones $T(x)$ se transforma en la función $\tau(p)$, cuya definición y propiedades se presenta en uno de los apartados siguientes.

Es a partir de los márgenes de $\tau(p)$, construidos teniendo en cuenta los errores en $T(x)$, que se obtienen los márgenes de las funciones $Z(p)$, y de éstos, los márgenes de las distribuciones $v(z)$, velocidad de las ondas sísmicas con la profundidad.

Si bien es cierto que a partir de las técnicas de inversión extrema se obtienen márgenes, dentro de los cuales se encuentran los modelos deseados, en lugar de los modelos mismos, estas técnicas son mucho más realistas que aquellas que obtienen un único modelo que se ajusta a las observaciones sin tener en cuenta los posibles errores en la determinación de éstas.

Una manera de hacer más precisos los modelos de estructura de la corteza es el escoger, de entre los modelos que se encuentran dentro de los márgenes que satisfacen las observaciones $T(x)$, aquellos que cumplen otra serie de condiciones como

pueden ser las formas de las ondas sísmicas y/o las amplitudes de éstas. No obstante, las técnicas de inversión extrema son positivas dado que a partir de ellas es posible conocer el comportamiento general de los modelos de velocidad, restringiendo a su vez, los posibles modelos para realizar el estudio de amplitudes.

7.1.- FUNCIÓN $\tau(p)$. DEFINICIÓN Y PROPIEDADES.

La función $\tau(p)$ se define en función del tiempo de recorrido y distancia epicentral como (Gerver y Markushevich, 1966, 1967):

$$\tau(p) = T(p) - p \cdot \chi(p). \quad (7.1)$$

Obsérvese que $\tau(p)$, para p fijo, es equivalente a un tiempo reducido.

Su expresión integral, teniendo en cuenta (6.3) y (6.4)

$$\tau(p) = 2 \int_0^{z_m} \frac{\sqrt{1 - v^2(z) \cdot p^2}}{v(z)} dz, \quad (7.2)$$

conecta la función $\tau(p)$ con las curvas $v(z)$.

En función de la "lentitud", o inversa de la profundidad $u(z)$, se expresa como:

$$\tau(p) = 2 \int_0^{z_m} \sqrt{u^2(z) - p^2} dz. \quad (7.3)$$

A partir de las ecuaciones (6.3) y (6.4) se puede demostrar que, excepto en aquellas p correspondientes a zonas de baja velocidad, se cumple que $\chi'(p) = d\chi(p)/dp$ y $T'(p) = dT(p)/dp$ exis-

ten y son continuos, y $T'(p) = p \chi'(p)$ (Gerver y Markushevich, 1966).

Teniendo en cuenta esto y la definición (7.1) es fácil demostrar que se cumple, excepto para aquellos p correspondientes a zonas de baja velocidad, que

$$\frac{d\tau(p)}{dp} = -\chi(p). \quad (7.4)$$

Esto es, si la función $\tau(p)$ es conocida excepto en un número finito de puntos (correspondientes a zonas de baja velocidad) se pueden obtener $\chi(p)$ y $T(p)$ como:

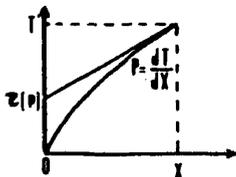


Fig. 7.1

$$\chi(p) = - \frac{d\tau(p)}{dp}; \quad (7.5)$$

$$T(p) = \tau(p) + p \cdot \chi(p)$$

La interpretación geométrica de la función $\tau(p)$ es la siguiente: la tangente de la curva tiempo de recorrido-distancia en el punto con coordenadas $(T(p), \chi(p))$ se caracteriza por la pendiente p y la ordenada en el origen $\tau(p)$ (fig. 7.1).

Supongamos que $v(z)$ es una función creciente con z .

El radical de (7.3) es una función decreciente con p . Así, la función $\tau(p)$ es una función decreciente con p . En el caso de existir una zona de baja velocidad existirá una discontinuidad en $\tau(p)$, pero no en p .

La función $\tau(p)$ será univaluada, incluso en aquellos casos en que la relación (T, χ) en la curva de tiempo de recorrido-distancia sea multivaluada.

En otras palabras lo expuesto anteriormente se puede expresar como:

La ordenada en el origen de la tangente a la dromocrónica, es decir $\tau(p)$, aumenta cuando el ángulo de emergencia θ_0 en la superficie (y por lo tanto p) disminuye.

En el caso de que al disminuir θ_0 la distancia epicentral del rayo aumente ($d\chi(p)/dp < 0$), cosa que ocurre con las fases refractadas (Bullen, 1963), la dromocrónica será cóncava respecto al eje χ . En el caso de las fases reflejadas ($d\chi(p)/dp > 0$), la curva será convexa respecto al mismo eje.

La curva $\tau(p)$ también muestra un aspecto distinto para cada uno de estos dos casos. Teniendo en cuenta la relación

$$\frac{d^2\tau}{dp^2} = - \frac{d\chi(p)}{dp} \quad (7.6)$$

es fácil ver que para las fases refractadas ($d\chi(p)/dp < 0$) la curva $\tau(p)$ es convexa respecto al eje de las p ($d^2\tau/dp^2 > 0$). Para las fases reflejadas ($d\chi(p)/dp > 0$), la curva $\tau(p)$ es cóncava con respecto al eje de las p ($d^2\tau/dp^2 < 0$).

La expresión que adquiere la función $\tau(p)$ en los casos particulares de distribución que se han visto en el capítulo 6 son los siguientes:

En el caso en que se considera una única distribución lineal del tipo $v(z) = a + bz$ como en el apartado 6.2:

$$\tau(p) = \frac{2}{b} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} d\theta = - \frac{2}{b} \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} + \cos \theta_0 \right). \quad (7.7)$$

El ángulo θ_0 es el ángulo de emergencia en la superficie, y cumple

$$p = \frac{\sin \theta_0}{v_0}, \quad v_0 = v(0) = a.$$

Si la estructura consta de diversas capas con distintos gradientes como se expresa en (6.11) se obtiene, siguiendo la misma notación que en aquel caso:

$$\tau(p) = 2 \sum_{J=1}^{m-1} \frac{1}{b_J} \left[\ln \operatorname{tg} \frac{\theta_J}{2} + \cos \theta_J \right] - 2 \sum_{J=1}^m \frac{1}{b_J} \cdot \left[\ln \operatorname{tg} \frac{\theta_{J-1}}{2} + \cos \theta_{J-1} \right]. \quad (7.8)$$

Y, en el caso de cumplirse la condición (6.14), esta expresión queda en la forma:

$$\tau(p) = - \frac{2}{b_1} \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} + \cos \theta_0 \right) + 2 \sum_{J=1}^{m-1} \left(\frac{1}{b_J} + \frac{1}{b_{J+1}} \right) \cdot \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\theta_J}{2} + \cos \theta_J \right). \quad (7.9)$$

Las ecuaciones (7.7), (7.8) y (7.9) se pueden obtener directamente teniendo en cuenta la definición de la función $\tau(p)$ (ec. 7.1) y las ecuaciones (6.9) a (6.16).

Para el caso de rayos reflejados en una discontinuidad a profundidad $z = z_R$ se obtiene, de las ecuaciones (6.18) y (6.19), la expresión para $\tau(p)$:

$$\tau_R(p) = 2 \int_0^{z_R} \frac{1}{v(z)} \sqrt{1 - p^2 v^2(z)} dz. \quad (7.10)$$

La técnica utilizada en este trabajo, propuesta por Bessonova et al. (1974), se basa en que $\tau(p)$ es igual al valor $\tau(x, p)$ para el cual $\partial \tau(x, p) / \partial x = 0$.

Consideremos la función $\tau(x, p_0)$ construida a partir de $T(x)$ para un valor de p fijo, $p = p_0$:

$$\tau(x, p_0) = T(x) - p_0 x .$$

A partir de ésta se puede obtener:

$$\frac{d\tau(x, p_0)}{dx} = \frac{dT(x)}{dx} - p_0 = p(x) - p_0 . \quad (7.11)$$

La función $p(x)$ es multivaluada, pero sólo existe un único punto $T_0 = T(x_0)$ en la curva dromocrónica tal que $p(x_0) = p_0$.

La distancia x_0 es la que corresponde al rayo de parámetro p_0 . Es en este punto, $x = x_0$, donde la función $\tau(x, p_0)$ tiene un extremo, ya que $d\tau/dx$ es cero, según (7.11), siendo el valor de $\tau(p)$

$$\tau(p_0) = \tau(x_0, p_0) = T(x_0) - p_0 x_0 . \quad (7.12)$$

Este extremo, teniendo en cuenta que a partir de (7.11) se cumple $[d^2\tau(x, p_0)/dx^2 = dp(x)/dx]$, será máximo para las ramas $T(x)$ directas ($dp(x)/dx < 0$) y mínimo para las inversas ($dp(x)/dx > 0$).

7.2.- OBTENCIÓN DE $\tau(p)$ A PARTIR DE LAS OBSERVACIONES. CONSTRUCCIÓN DE LOS LÍMITES DE $\tau(p)$.

Basándonos en la definición y propiedades de la función $\tau(p)$ es posible mediante métodos numéricos obtener la función $\tau(p)$ a partir de un número discreto de observaciones de la curva $T(x)$, tiempo de recorrido-distancia.

La obtención práctica de la función $\tau(p)$ es como sigue:

Para cada rama de la curva $T(x)$ -sean T_i y x_i , $i = 1, N$ las observaciones- se seleccionan intervalos de p donde $\tau(x, p)$ tenga un extremo. Para cada intervalo de p se escogen valores p_k , $k = 1, M$, suficientemente próximos y se construye una curva discreta para cada p_k ; $k = 1, M$,

$$\tau(x_i, p_k) = T_i - p_k x_i, \quad i = 1, N. \quad (7.13)$$

Para este conjunto de curvas se determinan los extremos de las funciones $\tau(x, p_k)$ y estos darán la estimación de $\tau(p_k)$.

Dado que los datos con que se trabaja son experimentales, hay que tener en consideración que éstos son discretos, afectados de errores de observación e incluso, que provienen de zonas de corteza con pequeñas inhomogeneidades laterales que producen irregularidades en las curvas $T(x)$.

Todo ello hace que, para un valor fijo de p , existan varias posiciones de x tal que exista un extremo en $\tau(x, p)$.

Una de las técnicas más utilizadas para paliar este hecho, y aplicada en este trabajo, es el realizar un suavizado de la función $\tau(x_i, p_k)$, $i = 1, N$, para cada p_k , teniendo en cuenta los errores en los datos, y obtener los extremos de cada una de las curvas con los valores obtenidos a partir de la interpolación.

Un método eficaz de suavizado es utilizar las funciones denominadas en inglés "cubic spline" para la interpolación. Este ha sido el método utilizado.

Los errores en los valores de $\tau(p)$ obtenidos a partir de este proceso serán del mismo orden que los errores en los valores de $T(x)$.

Este método es mucho más estable (Kennett, 1976), que el de obtener estimaciones del parámetro del rayo a b largo de la curva $T(x)$ mediante diferenciación de esta curva suavizada (basándose en que $p = dT/dx$) y utilizando los valores interpolados (T_s, x_s) para la obtención directa de $\tau_s(p_s) = T_s - p_s x_s$.

Otro método para la obtención de $\tau(p)$ pero no aplicado en este trabajo, propuesto por Bates y Kanasevich (1976), es el de ajustar las observaciones $T(x)$, correspondientes a una rama, a po línomoios de segundo grado por métodos de mínimos cuadrados, y a partir de éstos, de la definición de $\tau(p)$ (ec. 7.1), y de la con dición de extremo ($\partial\tau/\partial x = 0$) obtener la función $\tau(p)$.

Como se puede observar, las técnicas descritas anteriormen te para la obtención de $\tau(p)$ tienen sentido cuando las observaci ones provienen de zonas de corteza con gradientes de velocidad.

En el caso de trabajar con las observaciones correspondi entes a fases refractadas críticas en capas de velocidad constante (las correlaciones son rectas), las diversas curvas $\tau(x_i, p_j)$, $i = 1, N$, para p_j fijo, serán rectas con diversa pendiente cada una de ellas. En el caso de coincidir p_j con el inverso de la vel ocidad de la capa refractante, la recta será paralela al eje de las x , con un valor de τ igual al tiempo de intersección de la co rrelación correspondiente.

Como la función $\tau(p)$, obtenida a partir de las estimacione s $\tau(p_k)$, $k = 1, M$, estará afectada de los errores δT en T , tiem po de recorrido y δx en x , distancia epicentral, se tendrá que, para un rayo de parámetro p y errores δT y δx en $T(x)$, el error en $\tau(p)$ será:

$$\delta\tau(p) \approx \delta T - p \delta x.$$

Entonces, conociendo los errores en $T(x)$ se puede asigna r a $\tau(p)$ un error de $\delta\tau$ igual al error medio en la curva $T(x)$

para las observaciones, dentro de un determinado rango de distancias. Teniendo en cuenta ésto, y el carácter monótono de $\tau(p)$, es posible construir una banda en el plano $\tau(p)$ que encierre las estimaciones de $\tau(p)$ obtenidas y tenga en cuenta sus errores.

Los límites superior $\hat{\tau}(p)$ e inferior $\bar{\tau}(p)$ de la banda se obtendrán según:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}(p) &= \tau(p) - \frac{1}{2} \delta\tau(p) ; \\ \hat{\tau}(p) &= \tau(p) + \frac{1}{2} \delta\tau(p) . \end{aligned} \tag{7.14}$$

7.3.- OBTENCIÓN DE LÍMITES EN $v(z)$ A PARTIR DE LÍMITES EN $\tau(p)$.

Fases refractadas.

La obtención de límites en la distribución velocidad-profundidad a partir de datos reales de fases refractadas, afectados de errores de observación, ha sido propuesto por Bessonova et al. (1974, 1976).

Se basa en el promedio de las funciones $\phi(p)$ y $\psi(p)$ (ec. 7.15) en un intervalo de p , parámetro del rayo, (a, b) con $0 < a < b \leq u(0)$ y $u(0)$ la inversa de la velocidad en superficie.

La ecuación (7.15) da la solución del problema inverso mediante la ecuación de Herglotz-Wiechert, que utiliza como observaciones las distancias epicentrales en función del parámetro del rayo ampliada a casos de existencia de capas de baja velocidad (C.B.V.) (Gerver y Markushevich, 1966):

$$z(p) = \frac{1}{\pi} \int_p^{u(0)} \frac{\chi(q) dq}{\sqrt{q^2 - p^2}} + \frac{1}{\pi} \int_{\bar{z}_k}^{z_k} \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{u^2(z) - p_k^2}{p_k^2 - q^2} \right]^{1/2} dz =$$

$$= \phi(p) + \psi(p). \quad (7.15)$$

El término $\psi(p)$ es el correspondiente a la C.B.V.

El término $\phi(p)$ es la integral de Herglotz-Wiechert.

$Z(p)$ es la profundidad en la cual el rayo de parámetro p tiene su punto de giro. A esta profundidad la velocidad es $1/p$.

En lo expuesto a continuación se prescinde del término $\psi(p)$, correspondiente a las C.B.V., ya que éstas no se consideran en la aplicación del método a los datos de perfiles sísmicos que se disponen.

Mediante el promedio de la función $\phi(p)$ en un intervalo (a, b) $0 < a < b \leq u(0)$ y posteriores consideraciones es posible relacionar la profundidad media para el intervalo (a, b) :

$$\bar{Z}(a, b) = \frac{1}{(b-a)} \int_a^b \phi(p) dp = \frac{1}{(b-a) \pi} \int_a^b \int_p^{u(0)} \frac{\chi(q) dq}{\sqrt{q^2 - p^2}} dp, \quad (7.16)$$

con la función $\tau(p)$

$$\bar{Z}(a, b) = \frac{1}{\pi(b-a)} \int_a^{u(0)} \tau(p) N(q; a, b) dq, \quad (7.17)$$

con

$$N(q; a, b) = L(q, a) \quad , \quad a < q < b ;$$

$$= L(q, a) - L(q, b) \quad , \quad b < q \leq u(0).$$

Donde

$$L(q, a) = \frac{a}{q \sqrt{q^2 - a^2}} .$$

Nótese que

$$N(q; a, b) > 0 \quad \text{para} \quad a < q < b ;$$

$$N(q; a, b) < 0 \quad \text{para} \quad b < q < u(0) .$$

Como los datos son reales, afectados por errores de observación, obtendremos los márgenes en la función $\tilde{Z}(a, b)$ a partir de los límites en $\tau(p)$.

Supongamos que se tienen estimaciones de los límites inferior y superior de la función $\tau(p)$ para valores del parámetro del rayo en un intervalo $(p_L, u(0))$:

$$\bar{\tau}(p) \leq \tau(p) \leq \hat{\tau}(p) \quad , \quad 0 < p_L \leq p \leq u(0) .$$

Al ser $Z(p)$ una función monótona decreciente con p se cumple:

$$Z(b) < \tilde{Z}(a, b) < Z(a) \quad , \quad a < b \quad ,$$

y es posible utilizar los límites de $\tau(p)$ para construir los límites en $\tilde{Z}(a, b)$, $Z(a)$ y $Z(b)$.

Así, una estimación de la profundidad mayor a la que puede darse una velocidad será :

$$Z(b) < \tilde{Z}(a, b) < \frac{1}{\pi(b-a)} \left\{ \int_a^b [\hat{\tau}(q) - \bar{\tau}(q)] L(q, a) dq + \int_a^{u(0)} \bar{\tau}(q) L(q, a) dq - \int_b^{u(0)} \bar{\tau}(q) L(q, b) dq \right\}. \quad (7.18)$$

Y para el límite inferior

$$Z(a) > \tilde{Z}(a, b) > \frac{1}{\pi(b-a)} \left\{ \int_a^b [\bar{\tau}(q) - \hat{\tau}(q)] L(q, a) dq + \int_a^{u(0)} \hat{\tau}(q) L(q, a) dq - \int_b^{u(0)} \hat{\tau}(q) L(q, b) dq \right\}. \quad (7.19)$$

El procedimiento para encontrar los márgenes de profundidad en la que es posible una velocidad $1/p$ es el siguiente:

Empezando por $u(0)$ se sigue el parámetro del rayo p hasta el límite p_L . Para cada valor de p se busca la mejor estimación de los límites escogiendo adecuadamente el intervalo (a, b) . Estos límites corresponden a un mínimo para el límite superior y un máximo para el inferior.

El proceso de escoger el intervalo (a, b) , para obtener las estimaciones óptimas de los márgenes, es análogo a establecer una relación entre la exactitud con que se determina una velocidad y el rango de profundidades que se le asigna en el esquema de inversión linealizada, (Davies y Chapman, 1975).

Fases reflejadas.

El método de inversión extrema, anteriormente expuesto para fases refractadas, también se puede aplicar para las fases reflejadas.

En este caso se obtienen los márgenes en la distribución $v(z)$ dentro de los cuales se encuentran las posibles discontinui-

dades que provocan las reflexiones observadas.

La técnica se basa principalmente en la consideración geométrica de que la trayectoria de un rayo reflejado en una discontinuidad a profundidad $Z_R(p)$ (fig. 7.2) con origen y fin en una superficie a profundidad Z_0 , puede ser representada como la diferencia entre el camino de un rayo refractado con punto de giro a profundidad $Z_S(p) > Z_R(p)$ con origen y fin en la superficie a Z_0 y un rayo refractado con punto de giro en $Z_S(p)$ y con origen y fin en la superficie a $Z_R(p)$.

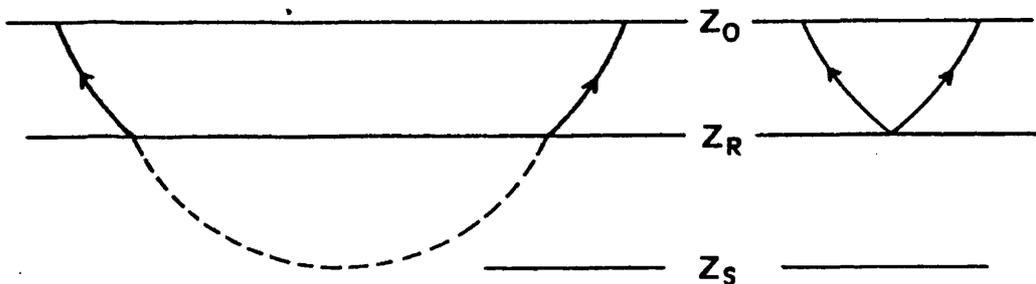


FIG 7.2

Hay que tener en cuenta que esta consideración es independiente de la distribución bajo la profundidad del reflector $Z_R(p)$.

Bajo esta consideración, se puede representar la función $\tau_R(p)$ para el rayo reflejado como la diferencia entre las funciones $\tau(p)$ correspondientes a las dos trayectorias citadas:

$$\tau_R(p) = \tau_{0S}(p) - \tau_{RS}(p), \quad (7.20)$$

siendo

$$\tau_{0S}(p) = 2 \int_0^{Z_S(p)} \frac{1}{v(z)} \sqrt{1 - v^2(z) p^2} dz, \quad (7.21)$$

y

$$\tau_{RS}(p) = 2 \int_{Z_R(p)}^{Z_S(p)} \frac{1}{v(z)} \sqrt{1 - v^2(z) p^2} dz. \quad (7.22)$$

Mediante consideraciones, y aplicando el método de inversión expuesto anteriormente, es posible, a partir de los márgenes de la función:

$$\begin{aligned} \tau_{OS}(p) &= \tau_R(p) + \tau_{RS}(p), \\ \bar{\tau}_{OS}(p) &\leq \tau_{OS}(p) \leq \hat{\tau}_{OS}(p), \end{aligned} \quad (7.23)$$

obtener los márgenes de $Z_S(p)$:

$$\bar{Z}_S(p) \leq Z_S(p) \leq \hat{Z}_S(p). \quad (7.24)$$

La función $\tau_R(p)$ se obtiene a partir de las observaciones de la curva $T(x)$ correspondientes a la fase reflejada.

La función $\tau_{RS}(p)$ se obtiene de las trayectorias de los rayos en un medio con distribución de velocidades conocida, por tanto, se conoce exactamente $Z_D(p)$ que además cumple (fig. 7.2):

$$Z_D(p) = Z_S(p) - Z_R(p).$$

A partir de los márgenes para $Z_S(p)$ obtenidos, se pueden obtener, entonces, los márgenes de $Z_R(p)$, profundidad del reflector,

$$\bar{Z}_S(p) - Z_D(p) \leq Z_R(p) \leq \hat{Z}_S(p) - Z_D(p). \quad (7.25)$$

La ventaja de este método propuesto por Kennett (1977) con respecto al de Giese (1968), es que no supone la existencia de un medio estratificado uniforme sobre el reflector, y, sin embargo, incluye los efectos de la estructura por encima de éste.

La necesidad de suponer una estructura para la parte inferior al reflector no plantea problemas, ya que solo es una herramienta de trabajo que no influye en los cálculos. Un factor a tener en cuenta es el conocer el punto crítico $\tau_c(p_c)$. Una buena determinación de este punto es importante para poder separar las fases reflejadas de las refractadas, y poder aplicar el método expuesto. Sin embargo, los márgenes en profundidad son bastante estables ante pequeños cambios en la determinación del punto crítico, p.ej. τ_c puede variar en 0.02 s y p_c en $0.002 \text{ s} \cdot \text{km}^{-1}$ antes de que se observen diferencias en los márgenes de profundidad (Kennett, 1977).

Las técnicas expuestas hasta el momento permiten obtener, a partir de los márgenes de $\tau(p)$, márgenes en $v(z)$.

Dentro de estos márgenes se encuentran todos los posibles modelos velocidad-profundidad consistentes con las observaciones, si bien, los mismos márgenes no son modelos satisfactorios.

La amplitud de los márgenes en $v(z)$ nos dará una idea de la resolución encontrada para las velocidades.

Las ecs. (7.18) y (7.19) dan idea de los factores que afectan a esta resolución. Para un valor de p dado, se observa que el rango de las posibles profundidades depende de la diferencia entre los límites inferior y superior de $\tau(p)$ en las proximidades del parámetro del rayo p , multiplicado por un factor de peso que crece con la velocidad (Kennett y Orcutt, 1976). En otras palabras, la resolución depende del ancho de los márgenes de $\tau(p)$ y de la velocidad en cada caso.

El ancho de los márgenes de $\tau(p)$ está ligado directamente a los errores en la determinación en $T(x)$ y al carácter discreto de las observaciones en las curvas. Estudios realizados con

observaciones teóricas, han demostrado que intervalos de discretización de X grandes, provocan márgenes en $\tau(p)$ grandes, (Bates y Kanasewich, 1976) y por lo tanto de $v(z)$.

7.4.- ELIMINACIÓN DE CAPAS.

En algunas ocasiones, en la interpretación de perfiles es conveniente el estudiar una estructura a partir de una cierta profundidad, ya sea porque se conoce la parte superior a ésta o por cualquier otra razón, como puede ser el que no se tengan datos de distancias epicentrales muy cortas.

Una manera de realizar ésto es eliminar, en la función $\tau(p)$, la contribución $\tau_S(p)$ correspondiente a la zona que se quiere prescindir. Esto es, trabajar con

$$\tau_R(p) = \tau(p) - \tau_S(p), \quad (7.26)$$

siendo $\tau_R(p)$ la función $\tau(p)$ reducida. Este proceso es denominado por los autores anglosajones como "stripping"

Al obtener los márgenes de las velocidades a partir de la aplicación de las técnicas expuestas se tendrá que tener en cuenta que las profundidades tienen como origen, en estos casos, la base de la capa o capas que se han considerado en la construcción de $\tau_S(p)$.

Para la construcción de $\tau_S(p)$ es necesario el conocer la distribución $v(z)$ de las capas que queremos eliminar.

En el caso de no conocerla se puede hacer una suposición acerca del modelo. Ahora bien, ya que la determinación de los márgenes de la distribución inferior viene afectada por esa contribución, es conveniente aproximarla lo mejor posible o incluso, en ciertas ocasiones, prescindir de ella.

Supongamos que se conoce la distribución en las capas superiores y ésta es del tipo de N capas lateralmente homogéneas con gradientes lineales en cada una de ellas y sin cambios bruscos de velocidad en las discontinuidades. Esto es, se cumplen las ecuaciones (6.11) y (6.14):

$$v_J(z) = a_J + b_J z \quad , \quad z_{J-1} < z < z_J ;$$

$$v_J(z_J) = v_{J+1}(z_J) \quad , \quad J = 1, N$$

Entonces, siguiendo la notación del capítulo 6, la contribución a $\tau(p)$, para un rayo de parámetro p , que atraviesa las N capas será:

$$\tau_S(p) = -\frac{2}{b_1} \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} + \cos \theta_0 \right) + 2 \sum_{J=1}^{N-1} \left(\frac{1}{b_J} - \frac{1}{b_{J+1}} \right) \cdot \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\theta_J}{2} + \cos \theta_J \right) + \frac{2}{b_N} \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\theta_N}{2} + \cos \theta_N \right) , \quad (7.27)$$

con

$$p = \frac{\operatorname{sen} \theta_J}{v_J(z_J)} = \frac{\operatorname{sen} \theta_0}{v(z_0)} ,$$

y $v(z_0)$ la velocidad en la superficie, $z_0 = 0$.

En el caso de no conocer la distribución de la velocidad con la profundidad, es posible, también, probar diversas distribuciones de manera que $\tau_S(p_i)$ sea tal que $\tau_R(p_i) = 0$, con $p_i = 1/v_i$, y v_i la velocidad del punto inmediatamente debajo de la capa que se quiere reducir.

En algunos casos es conveniente suponer las capas que se quieren reducir como plano -paralelas de velocidad constante.

Un caso de este tipo es aquel en que los datos no permiten continuar los márgenes de $\tau(p)$ hasta cero.

En estos casos, es necesario suponer las velocidades (v) y espesores (H) de las capas, para encontrar $\tau_S(p)$. Un procedimiento a seguir es el dar valores a v y H , de tal manera que el $\tau(p_i)$ correspondiente al primer rayo que penetra todas las capas que se quieren reducir sea igual al primero del que se tenga información. De entre aquellos valores de v y H que cumplan esta condición, se escogerán aquellos que den resultados más razonables.

Como ejemplo, consideremos el caso de una capa de velocidad constante v y espesor H . El primer valor de $\tau(p)$ que se tiene es para $p = p_0$, siendo $\tau(p_0) = \tau_0$.

Para este caso, teniendo en cuenta la definición de $\tau(p)$ (ec. 7.1), y que la trayectoria de los rayos es en capas planas de velocidad constante, se tiene que

$$\tau_S(p_0) = 2 H \left[(\cos \theta_0 \cdot v)^{-1} - p_0 \operatorname{tg} \theta_0 \right], \quad (7.28)$$

con

$$p_0 = \frac{\operatorname{sen} \theta_0}{v}.$$

Entonces, imponiendo $\tau_S(p_0) = \tau_0$, para p_0 y τ_0 conocidos y v fijo, se determina H a partir de la ec. 7.28.

Ante un valor de H que no corresponda con el problema, es necesario fijar un nuevo v , de tal manera que el valor de H obtenido resulte razonable.

En el caso de no encontrar valores razonables, es preferible el volver a plantear el problema, dado que, como se dijo anteriormente, la reducción afecta a las determinaciones posteriores.

En los apéndices III y IV se encuentran los diagramas de bloque de los programas SKMOTE y RSPLA utilizados para el cálculo de los márgenes.

7.5.- APLICACIÓN A UN MODELO TEÓRICO

Previo a la aplicación del método de inversión extrema a casos experimentales, se aplicó este método a un caso teórico para controlar su comportamiento en la práctica.

Los tiempos de recorrido y distancias epicentrales se calcularon teóricamente a partir de las expresiones del apartado 6.2, para el modelo de corteza teórico que se presenta en la fig. 7.3.

La figura 7.4 muestra las dromocrónicas obtenidas, en "escala de tiempo" reducida.

Las observaciones consideradas son las correspondientes a las fases refractadas con punto de giro entre 3.5 y 45 km de profundidad, y a las fases reflejadas en la discontinuidad a 33 km.

Las observaciones se distribuyeron según ramas para obtener la curva $\tau(p)$.

De la rama AB (fig. 7.4), directa, se utilizaron las observaciones correspondientes a distancias epicentrales entre 14 y 195 km, con un intervalo medio de 5 km.

De la BC, inversa, las correspondientes a distancias epicentrales entre 93 y 195 km, con un intervalo de 7 km, y de la rama CD, directa, las correspondientes a distancias entre 105 y 240 km, con un intervalo de 2.5 km.

Las ramas AB y CD corresponden a fases refractadas y la BC a reflejadas.

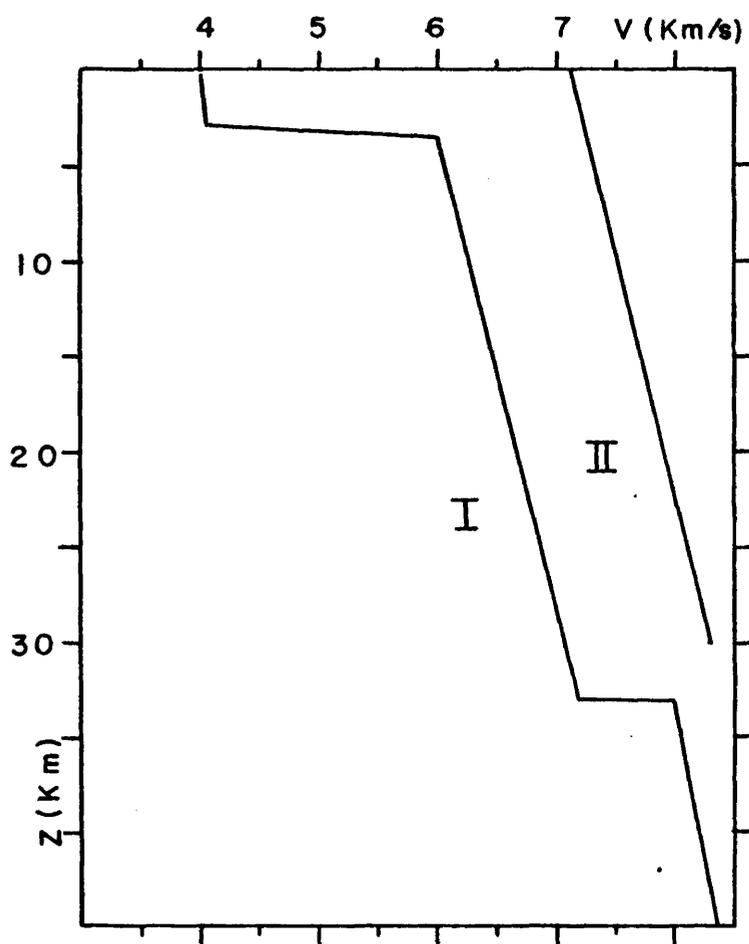


Fig. 7.3. Modelos de corteza teóricos utilizados.

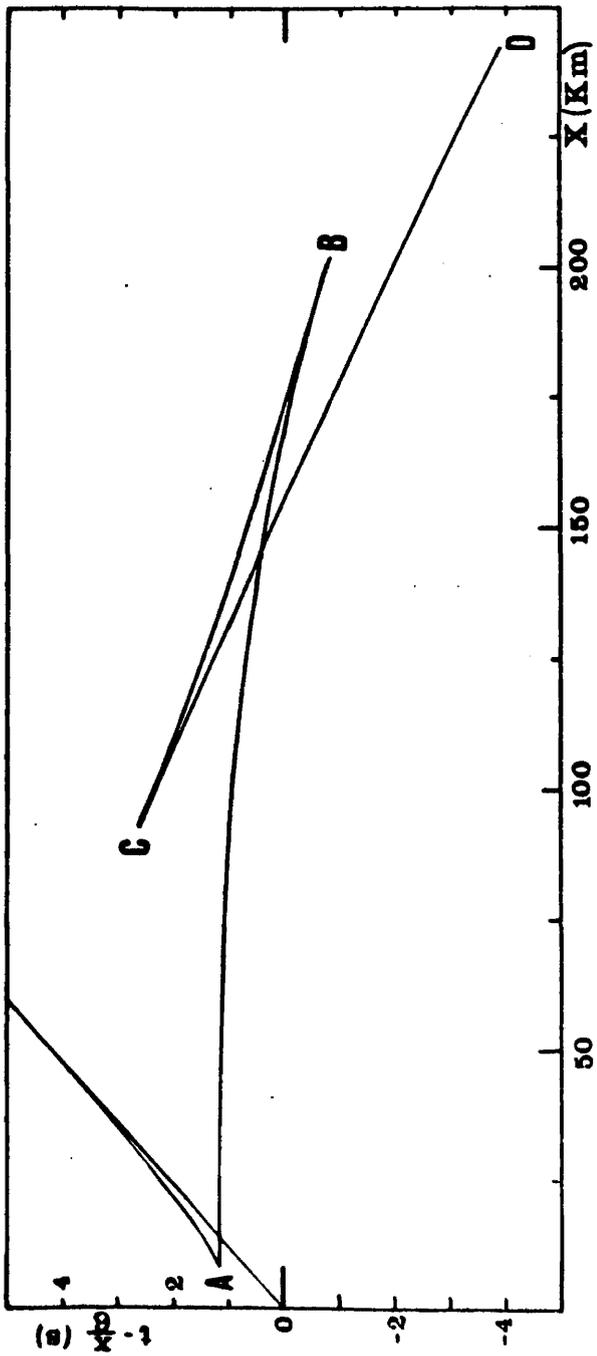


Fig. 7.4. Dromocrónicas teóricas obtenidas a partir del modelo de corteza I (Fig. 7.3).

:

Para cada una de estas ramas se construyeron las curvas $\tau(p, x)$ según la técnica descrita anteriormente. Los extremos de éstas permitieron obtener las estimaciones de $\tau(p)$.

Para la rama AB se utilizaron valores de p_k entre 0.1394 y 0.1664 $s \cdot km^{-1}$, que corresponden a velocidades aparentes entre 7.2 km/s y 6 km/s aproximadamente, con un incremento para p_k de 0.0006 $s \cdot km^{-1}$. Esto es, se realizaron 46 curvas con los correspondientes valores de p_k . Los máximos de estas curvas corresponden a las estimaciones de $\tau(p_k)$. El intervalo en la distancia de interpolación fue, tanto para ésta como para las demás ramas, 3 km.

Para la rama BC se utilizaron valores de p_k entre 0.125 y 0.139 $s \cdot km^{-1}$, correspondientes a velocidades aparentes entre 8 y 7.2 $km \cdot s^{-1}$ aproximadamente, con un intervalo para p_k de 0.001 $s \cdot km^{-1}$. En esta rama, los extremos de las curvas construidas corresponden a mínimos.

Para la rama CD se utilizaron valores para p_k entre 0.1265 y 0.1191 $s \cdot km^{-1}$ que corresponden a velocidades aparentes entre 7.9 y 8.4 $km \cdot s^{-1}$ aproximadamente, con un intervalo de p_k igual a 0.0002 $s \cdot km^{-1}$.

En la fig. 7.5 se muestra la función $\tau(p)$ obtenida a partir de las estimaciones $\tau(p_k)$.

La rama AB corresponde a la rama refractada AB de la fig. 7.4. Es una curva convexa con respecto al eje de las p .

La rama BC, cóncava, corresponde a la reflexión en la discontinuidad y a la rama BC de la dromocrónica.

En el punto B se unen la rama convexa y la cóncava. Este punto corresponde al punto B de la figura 7.4, con un parámetro del rayo p , igual a 0.139 $s \cdot km^{-1}$.

La rama convexa CF, corresponde a la fase refractada

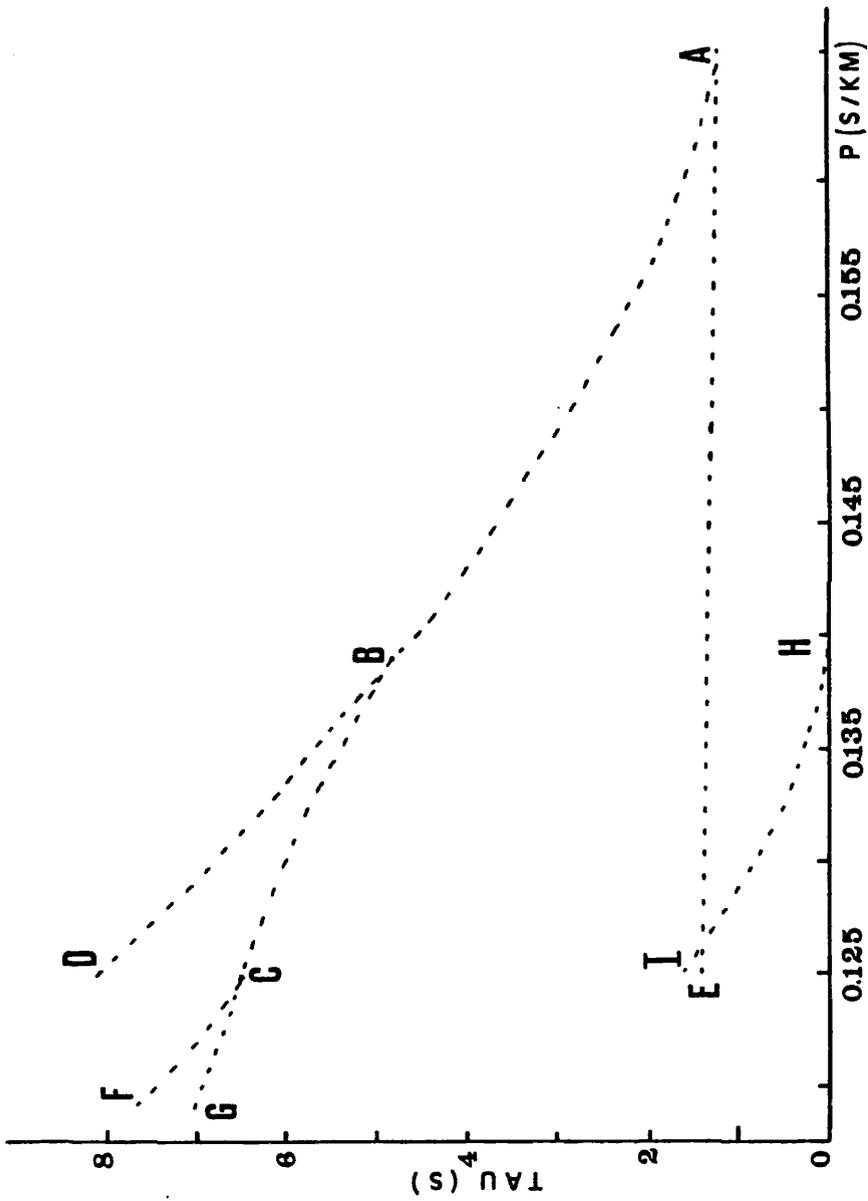


Fig. 7.5. Función $\tau(p)$ obtenida a partir de las dromocrónicas del modelo teórico I.

:

más profunda (rama CD en fig. 7.4).

El proceso de inversión a partir de las curvas $\tau(p)$ se realizó en dos partes. La primera considerando las ramas AB-BC, y la segunda considerando la rama CF, para así obtener en la primera parte, los márgenes de la distribución $v(z)$ correspondientes a las ramas AB-BC de la curva tiempo-distancia (fig. 7.4) y en la segunda, los correspondientes a la rama CD de la misma curva.

En la primera parte, dado que existe una rama cóncava, correspondiente a una reflexión, se aplicó la técnica expuesta anteriormente para estos casos.

La rama BD (fig. 7.5), convexa, representa la función $\tau_{OS}(p)$. Esta función se obtiene sumando a la función $\tau(p)$, obtenida a partir de la rama BC (reflexión), la función $\tau_{RS}(p)$, que se calcula a partir del modelo II de la fig. 7.3. La rama HI, convexa, representa esta función.

Prácticamente, la rama ABD se puede derivar de una distribución en la que no exista ninguna discontinuidad que provoque reflexión, solo un cambio de gradiente, que se hace evidente a partir del parámetro del rayo, p , que corresponde al punto B.

La rama AE de la fig. 7.5, corresponde a la contribución $\tau_S(p)$, de los primeros 3.4 km de corteza, a la función $\tau(p)$. Para su obtención se utilizó la ecuación (7.26).

Restar esta contribución a las estimaciones de $\tau(p)$ (rama ABD de la fig. 7.5) es equivalente a tomar el origen de profundidades en los 3.4 km.

Así, para obtener los márgenes de la distribución correspondiente a parámetros del rayo, tales que $0.125 < p < 0.166$ se utilizaron las siguientes funciones $\tau(p)$:

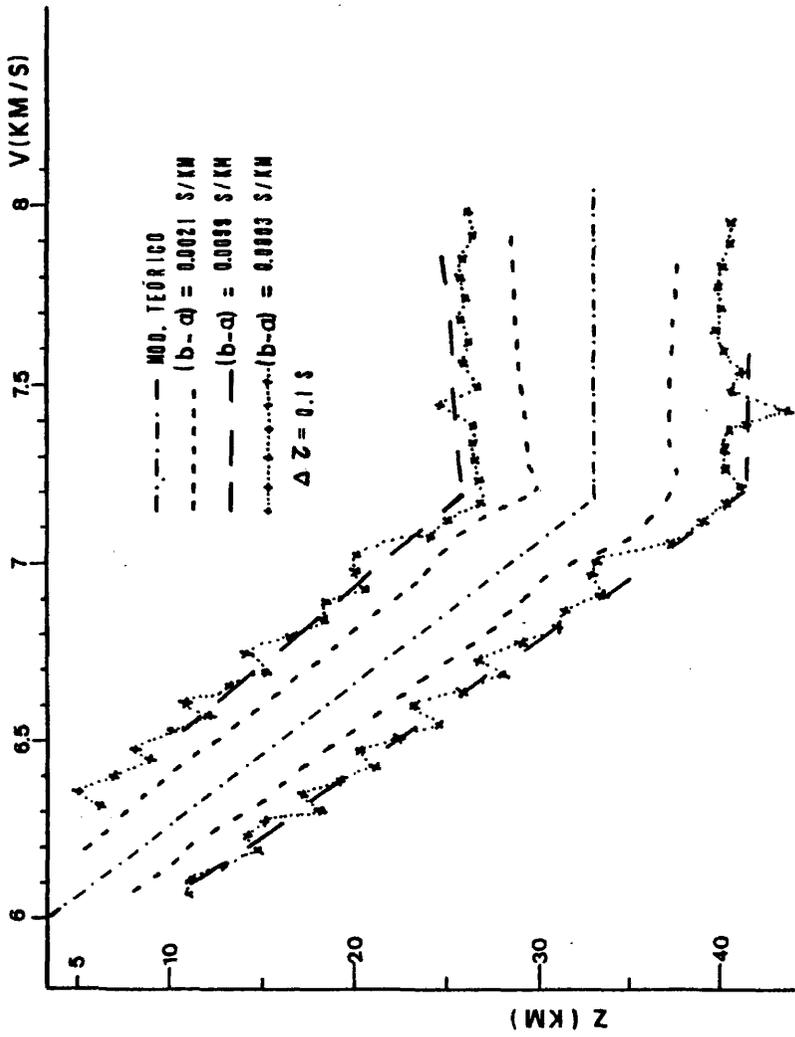


Fig. 7.6. Márgenes de la distribución velocidad-profundidad obtenidos a partir de la función $\tau(p)$ para el modelo teórico (primera parte).

Para $0.139 < p \leq 0.166$,

$$\bar{\tau}_r(p) = \tau(p) - \tau_S(p);$$

Para $0.125 < p \leq 0.139$,

$$\bar{\tau}_r(p) = \tau(p) + \tau_{RS}(p) - \tau_S(p) = \tau_{OS}(p) - \tau_S(p).$$

La fig. 7.6 muestra los valores obtenidos para la distribución velocidad-profundidad a partir de la función $\tau(p)$. El valor para $\Delta\tau(p)$, error en $\tau(p)$, es de 0.1 s para todos los p . Los valores utilizados para determinar la banda de $\tau(p)$ son:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}(p) &= \bar{\tau}_r(p) \pm 0.5 \Delta\tau(p), \\ \hat{\tau}(p) &= \bar{\tau}_r(p) + 0.5 \Delta\tau(p), \end{aligned} \quad 0.125 < p \leq 0.166 .$$

La profundidad de la discontinuidad se obtiene restando a las profundidades obtenidas la profundidad correspondiente al término $\tau_{RS}(p)$ añadido.

Para la obtención de estos márgenes se probaron diversos intervalos de $(b-a)$ (ecs. 7.18 y 7.19).

El comportamiento obtenido según los intervalos es el siguiente (fig. 7.6). Para un cierto intervalo $[(b-a) = 0.0099 \text{ s} \cdot \text{km}^{-1}]$ los márgenes aparecen separados. Al disminuir el valor de éste $[(b-a) = 0.0021 \text{ s} \cdot \text{km}^{-1}]$, éstos van disminuyendo hasta llegar a un cierto intervalo $(b-a)$, donde los valores obtenidos fluctúan y se separan de nuevo. En la figura 7.6 se muestra un caso extremo para $(b-a)$ igual a $0.0003 \text{ s} \cdot \text{km}^{-1}$.

El trazo discontinuo dentro de los márgenes muestra el modelo inicial teórico utilizado.

En la fig. 7.7 se muestran los márgenes de la distribución $v(z)$ obtenidos utilizando los valores de $\tau(p)$ correspondientes a la rama CD (fig. 7.4). Dichos valores no fueron sometidos directamente al proceso de inversión extrema, sino que previamente se eliminó la contribución correspondiente a toda la corteza. Esto es, mediante la técnica de eliminación de capas, se concentró la información a partir de la discontinuidad.

La rama CG (fig. 7.5) corresponde a la contribución $\tau'_{RS}(p)$ de la corteza, a la función $\tau(p)$ representada por la rama CF.

Los valores de $\tau(p)$ utilizados son $(0.119 < p \leq 0.125)$:

$$\bar{\tau}_r(p) = \tau(p) - \tau'_{RS}(p),$$

siendo los valores de $\tau(p)$ que determinan los márgenes:

$$\hat{\tau}(p) = \bar{\tau}_r(p) + 0.5 \Delta\tau(p),$$

$$\bar{\tau}(p) = \bar{\tau}_r(p) - 0.5 \Delta\tau(p).$$

En la fig. 7.7 se muestra con trazos discontinuos el modelo teórico utilizado. El origen corresponde a los 33 km de profundidad.

Los márgenes obtenidos para ambos casos (figs. 7.6 y 7.7) son bastante amplios debido al valor de $\Delta\tau(p)$ utilizado (0.1 s).

Para valores de $\Delta\tau(p)$ menores, los márgenes que se ob-

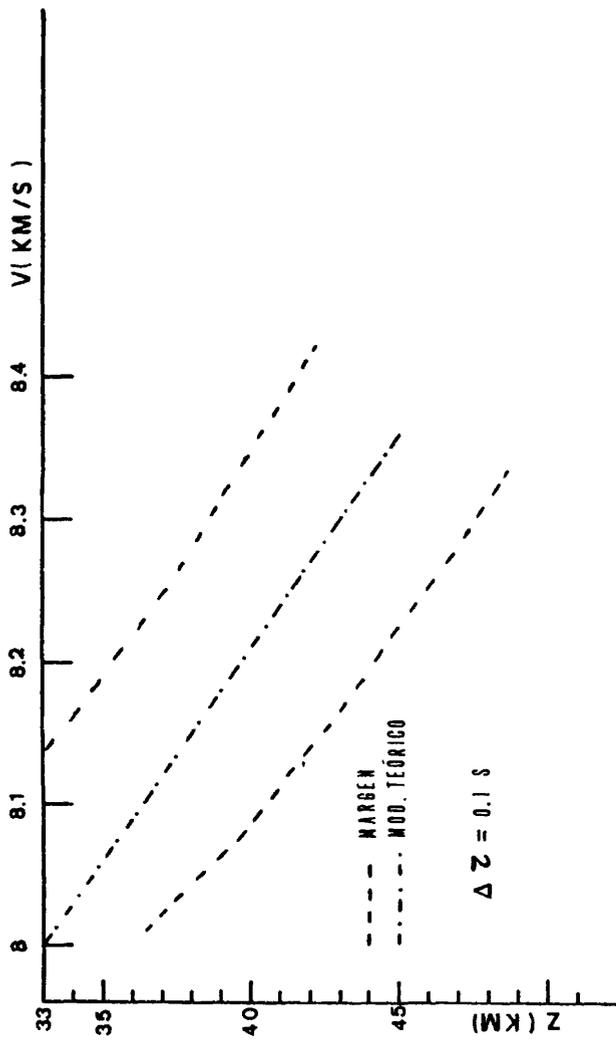


Fig. 7.7. Márgenes de la distribución velocidad-profundidad obtenidos a partir de la función $T(p)$ para el modelo teórico (segunda parte).

tienen son más estrechos, pero hasta un cierto límite.

Este hecho se debe a que la técnica expuesta solo permite obtener márgenes dentro de los cuales se encuentran las distribuciones solución, y los márgenes en sí no son distribuciones $v(z)$ consistentes con las observaciones.

También hay que indicar que este mismo proceso de inversión se aplicó a los valores $T(x)$ correspondientes a las fases refractadas profundas para un modelo de corteza semejante al de este apartado, pero con un gradiente de velocidad de 0.01 s^{-1} bajo la discontinuidad. (El gradiente de velocidad utilizado en este apartado es 0.03 s^{-1}). Los valores de $T(x)$ correspondían a distancias epicentrales entre 120 y 250 km.

En este caso se presentaron problemas en la determinación de los extremos de las curvas $\tau(p, x)$ debido a la existencia de fluctuaciones en éstas.

La existencia de estas fluctuaciones se debe a que el gradiente es muy pequeño en comparación con la exactitud supuesta para los tiempos de recorrido teóricos, y con el rango de distancias epicentrales utilizado.

La exactitud supuesta para los tiempos de recorrido teóricos fue de 0.01 s y para las distancias epicentrales 100 m. Estos valores son pequeños en comparación con la exactitud de las observaciones de tiempos y distancias de la mayor parte de las campañas de perfiles sísmicos.

CAPÍTULO 8

APLICACIÓN A OBSERVACIONES EN LAS BÉTICAS, MESETA Y CANARIAS.

Se presentan tres aplicaciones de este método de inversión extrema a algunos de los datos observados en los perfiles sísmicos realizados en España.

La primera aplicación corresponde a la obtención de la distribución velocidad-profundidad en los primeros kilómetros de corteza en las proximidades de Adra.

En la segunda se obtiene la relación velocidad-profundidad en la corteza para la zona de la Meseta.

La tercera aplicación de este método ha sido para la obtención de la distribución $v(z)$ de la corteza para una zona próxima a la isla de Tenerife.

8.1.- PERFIL SÍSMICO ADRA-ÚBEDA.

En la fig. 8.1 se muestra el ensamblaje normalizado correspondiente a los primeros 40 km.

La curvatura que presenta la dromocrónica indica un posible aumento gradual de la velocidad con la profundidad. Para encontrar la distribución $v(z)$ se ha aplicado el método de inversión extrema anteriormente expuesto.

La fig. 8.2 muestra las curvas discretas $\tau(p_k, x_j)$ mediante las cuales se obtienen las estimaciones de $\tau(p_k)$.

El número de observaciones $T(x_j)$ de que se dispone es de 8 y cubren distancias epicentrales entre 12 y 43 km.

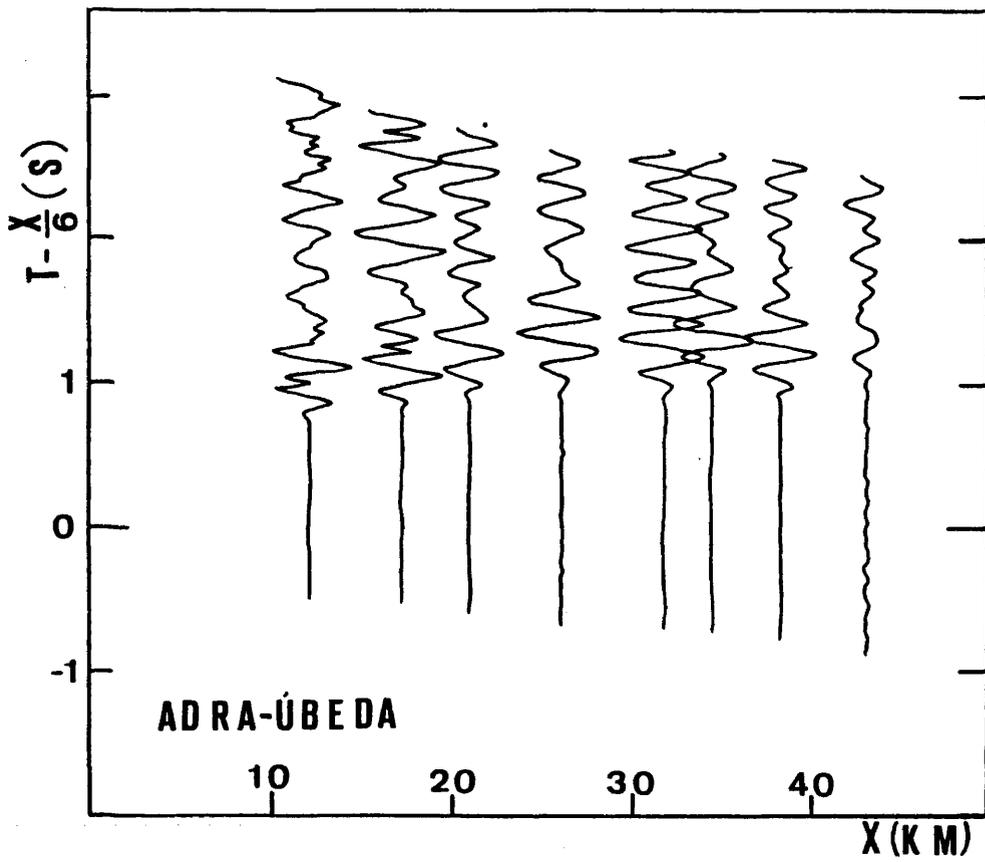


Fig. 8.1. Ensamblaje normalizado de los primeros Km del perfil Adra-Úbeda. La escala de tiempo es reducida con velocidad de reducción 6 km/s.

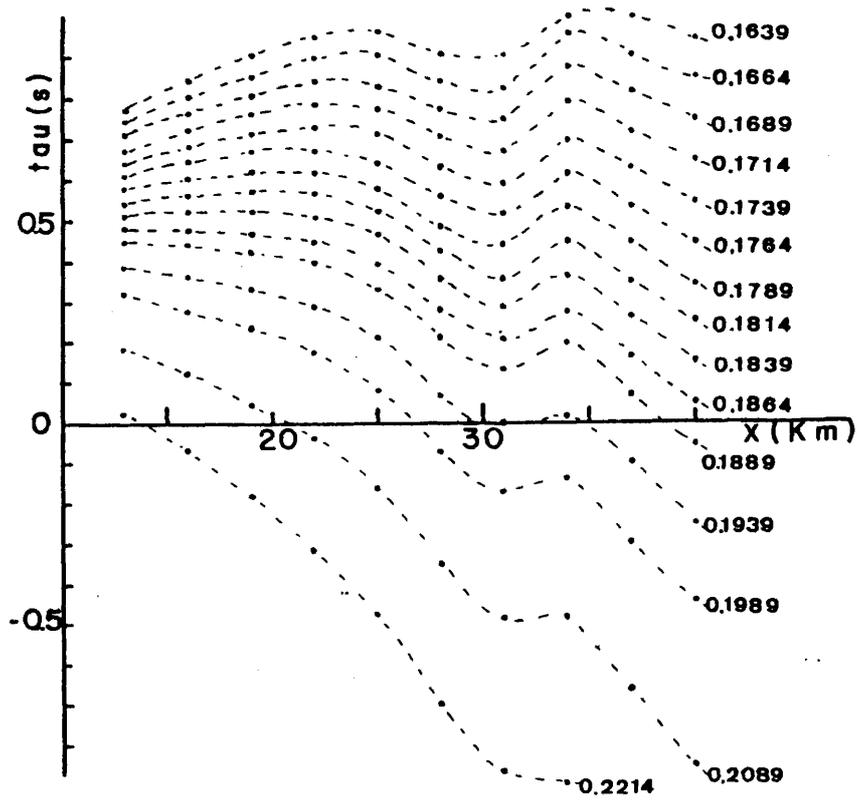


Fig. 8.2. Curvas $\tau(p_k, x_j)$ para la obtención de $\tau(p_k)$.

Se han tomado valores de p_k entre $0.1639 \text{ s}\cdot\text{km}^{-1}$ y $0.2214 \text{ s}\cdot\text{km}^{-1}$ (corresponden a velocidades aparentes en las dromocrónicas entre 6.1 y $4.5 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$).

El intervalo para p_k es $0.0025 \text{ s}\cdot\text{km}^{-1}$ y el intervalo utilizado en las distancias, para la interpolación, es de 3 km .

La fig. 8.3 muestra en el plano (τ, p) la banda L en la que se encuentran las estimaciones de $\tau(p_k)$ obtenidas.

Los valores de $\Delta\tau(p)$ son constantes para todos los p e iguales a 0.1 s .

Dado que no se disponen de observaciones a distancias al punto de tiro inferiores a los 12 km , no se puede obtener información acerca de los primeros 2 km de corteza.

Para solventar este problema, se hicieron suposiciones acerca de la existencia de una capa plana de sedimentos de velocidad constante v , y espesor H .

Utilizando la ec. 7.28 se calcularon los valores de τ_s correspondientes a los parámetros del rayo que se utilizaban.

En la fig. 8.3 se muestran dos correlaciones de $\tau_s(p)$ correspondientes a dos casos estudiados. La línea a trazos corresponde al caso a) ($v = 4 \text{ km/s}$ y $H = 0.25 \text{ km}$), y la continua corresponde al caso b) ($v = 4.5 \text{ km/s}$ y $H = 0.78 \text{ km}$).

Estos valores se encontraron suponiendo la velocidad y calculando H de manera que $\tau_r(p) = 0$ para el valor de p correspondiente al rayo más superficial conocido.

En la fig. 8.4 se representan los márgenes obtenidos correspondientes a los casos a) y b) anteriormente citados, y al caso en que no se considera ninguna capa superficial.

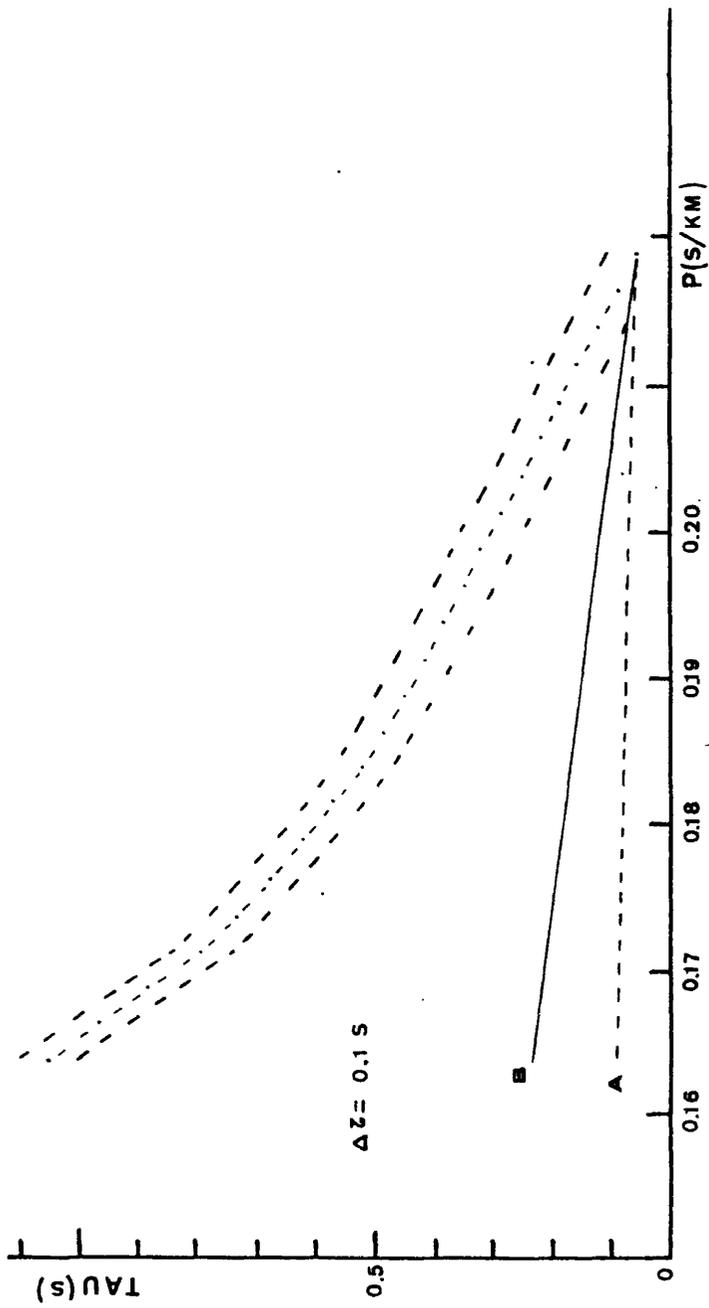


Fig. 8.3. Banda L en la que se encuentran las estimaciones de $\tau (p)$. A) y B) son las correlaciones de $\tau (p)$ utilizadas para la eliminación de capas.

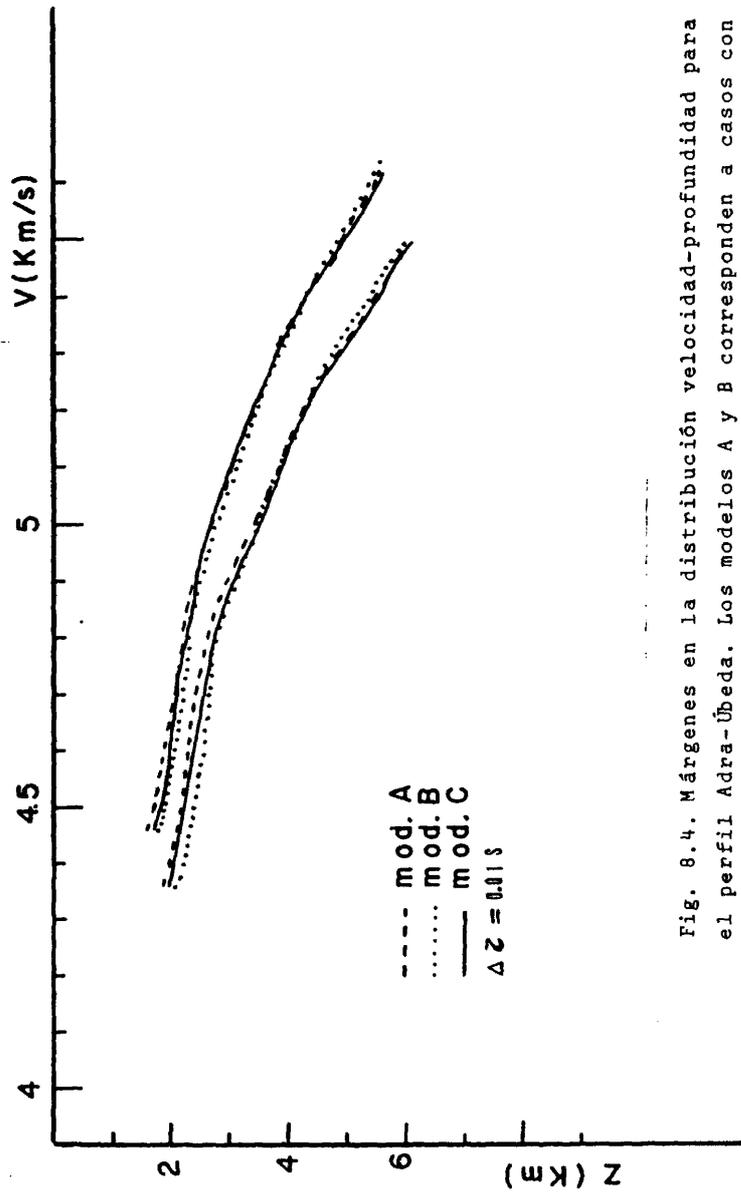


Fig. 8.4. Márgenes en la distribución velocidad-profundidad para el perfil Adra-Úbeda. Los modelos A y B corresponden a casos con eliminación de capas. En el caso C no se considera ninguna capa superficial.

El valor de $\Delta\tau(p)$ es 0.01 s para todos los p.

En esta figura se observa que los distintos márgenes, una vez considerado un origen de profundidades común, son prácticamente iguales. La máxima diferencia entre ellos es de 200 m para una velocidad fija. Por ello, y por las consideraciones expuestas en el apartado 7.4, se ha realizado la inversión extrema sin considerar ninguna capa.

En la fig. 8.5 se muestran los márgenes de la distribución velocidad-profundidad obtenidos en el caso en que no se ha considerado ninguna capa superficial.

El valor de $\Delta\tau(p)$ es 0.1 s para todos los p.

En dicha figura se muestran también tres posibles modelos que se encuentran dentro de los márgenes obtenidos (modelos A, B y C).

También se encuentra en esa figura, el modelo presentado por Banda et al. (1980) para esa zona. Este modelo, obtenido a partir de los tiempos de llegada y amplitudes se encuentra dentro de los márgenes obtenidos en este estudio.

En la fig. 8.6 se muestran las correlaciones calculadas a partir de los modelos A, B y C, sobre un diagrama T-X. La escala de tiempo es reducida con velocidad de reducción 6 km/s. Las cruces corresponden a las observaciones utilizadas. Como se puede observar las correlaciones difieren poco entre sí, y de las observaciones.

Las diferencias fundamentales en estos modelos se encuentran en los primeros 2 km de corteza. Para estos modelos se ha calculado la profundidad a la que provienen los rayos que corresponden a la primera observación (≈ 12 km). Estas son 1.9, 2.4 y 2.1 km para los casos A, B y C respectivamente.

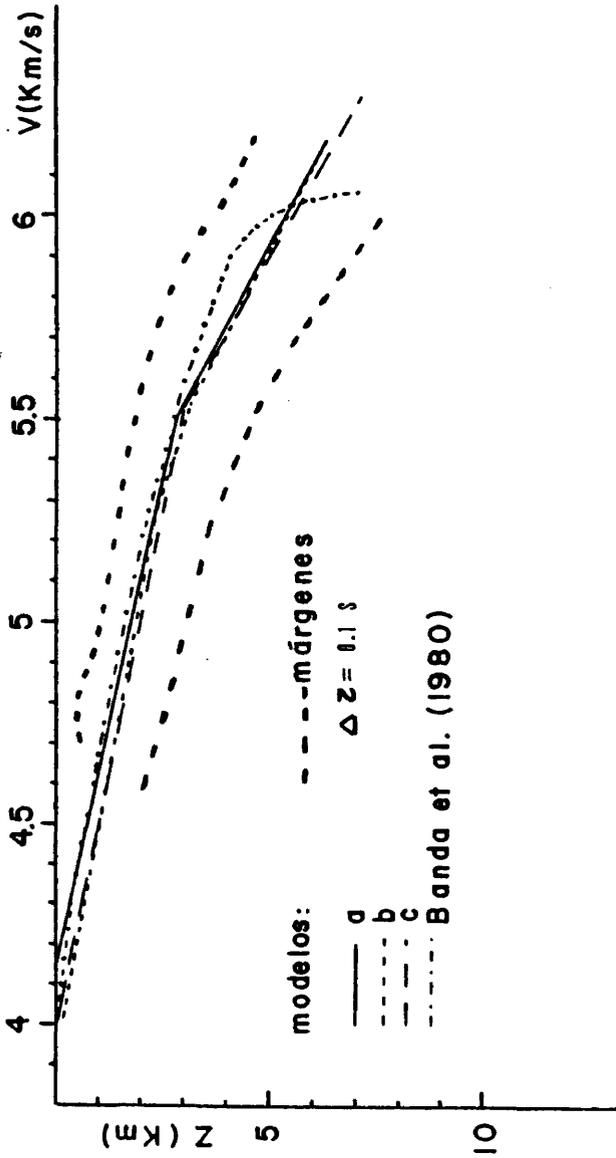


Fig. 8.5. Modelos de corteza para el perfil Adra-Úbeda dentro de los márgenes de la distribución velocidad-profundidad en el caso de no considerar capas superficiales.

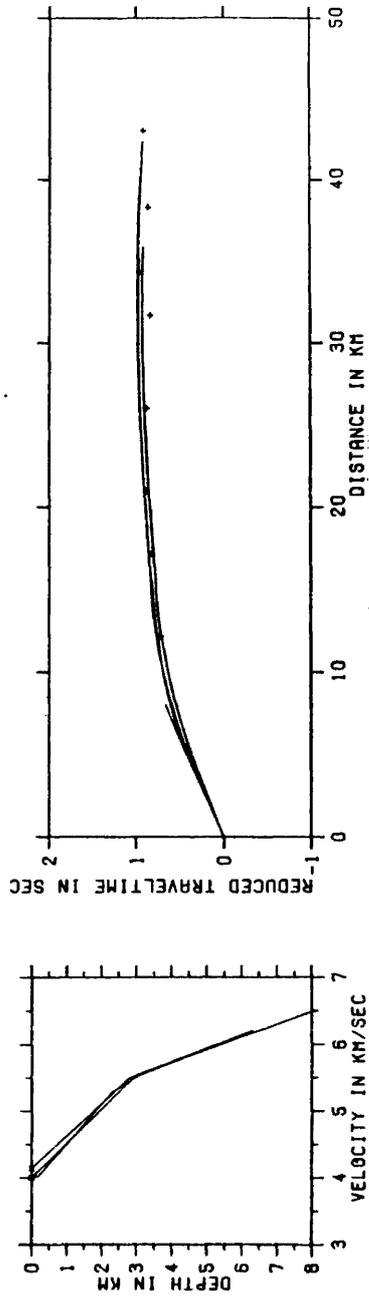


Fig. 8.6. Correlaciones, sobre diagrama T-X, calculadas a partir de los modelos obtenidos. La escala de tiempo es reducida con velocidad de reducción 6 km/s. Las cruces corresponden a las observaciones utilizadas.

Lógicamente, ya que no se tienen observaciones correspondientes a rayos viajando en los primeros 2 km de corteza, es difícil escoger un modelo de distribución v-z para los primeros kilómetros.

Para estos modelos, los rayos que tienen punto de giro en los primeros 4 km alcanzan una distancia máxima al punto de tiro de 27 km.

La fig. 8.7 muestra sobre el ensamblaje correspondiente una de las correlaciones obtenidas.

Como se ha citado anteriormente, el método permite obtener márgenes para la distribución v-z consistentes con las observaciones.

Una vez obtenidos estos márgenes, si se desea obtener un modelo más preciso, es necesario ayudarse de estudios de amplitudes. Estos métodos permitirán seleccionar, dentro de los modelos que satisfagan el criterio de tiempos de recorrido, aquellos que se ajusten a un criterio de amplitudes.

La observación de los márgenes para la distribución velocidad-profundidad obtenidos a partir de los 40 primeros kilómetros del perfil Adra-Úbeda permite afirmar: que los primeros 6-7 km de corteza en las proximidades de Adra, se ajustan a modelos con aumento progresivo de la velocidad con la profundidad pasando, de aproximadamente 4 km/s en la superficie, a velocidades de 6 km/s en los 6-7 km de profundidad, sin existir grandes discontinuidades.

8.2.- PERFIL SÍSMICO YEPES - CÁCERES.

Este perfil ha sido estudiado anteriormente (capítulo 5) ajustando los datos a un modelo de corteza de capas planas. El ensamblaje correspondiente es el que se presenta en la fig. 5.1.

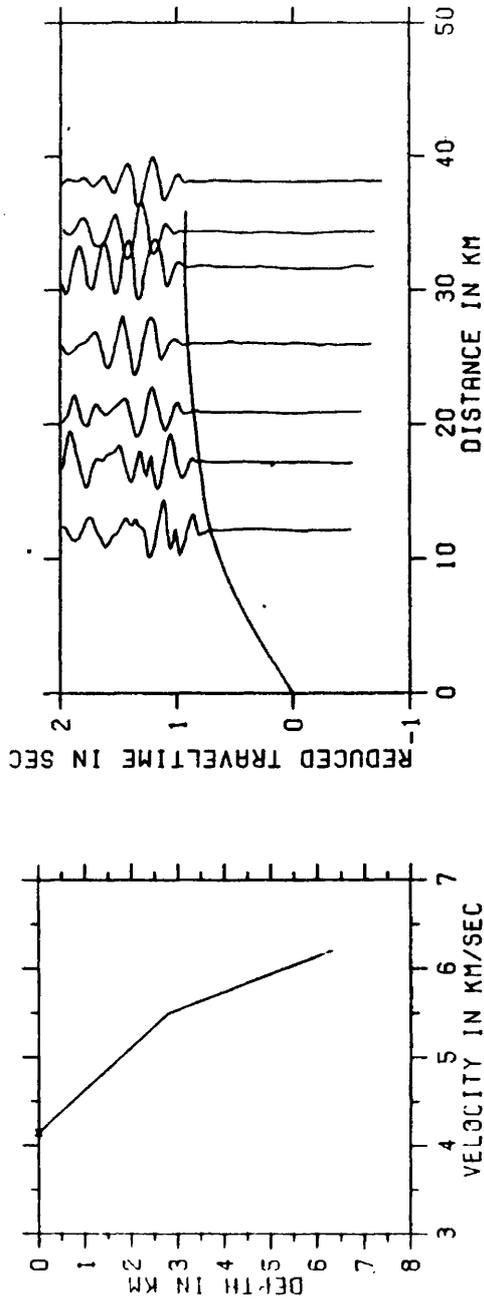


Fig. 8.7. Sobre el ensamblaje Adra-Úbeda correlación calculada a partir del modelo de corteza obtenido para la zona.

En esta sección se pretenden obtener los márgenes en la distribución $v(z)$. El tratamiento seguido es semejante al del caso anterior.

La información obtenida en el plano T-X se ha pasado al plano τ -p.

Para ello, las observaciones se han dividido en ramas para obtener las estimaciones de $\tau(p)$.

En la fig. 8.8 se muestran los valores de $\tau(p)$ obtenidos. La rama AB corresponde a fases refractadas. Los saltos que presenta esta rama son debidos a la manera en que se han escogido las ramas, ya que no se han tratado solo las primeras llegadas, sino también segundas llegadas, que corresponden a refracciones en alguna discontinuidad de la corteza.

Es por ello que estos saltos no se han atribuido a zonas de baja velocidad, y dado que lo que se pretende encontrar es un aumento de la velocidad con la profundidad, se ha suavizado ligeramente la curva.

La rama DBC corresponde a los valores de $\tau(p)$ obtenidos de las observaciones, que en el estudio anterior de este perfil con modelos de corteza de capas planas, se habían asociado a la fase $P_M P$.

El punto B se ha escogido como punto crítico ya que uniendo todas las ramas, parecía ser un punto de inflexión.

El valor de p en ese punto es $p = 0.1396 \text{ s.km}^{-1}$, que corresponde a una velocidad aparente de aproximadamente 7.16 km/s.

En la misma figura 8.8 se presentan con asteriscos los valores de $\tau(p)$ correspondientes al modelo de capas planas obtenido anteriormente.

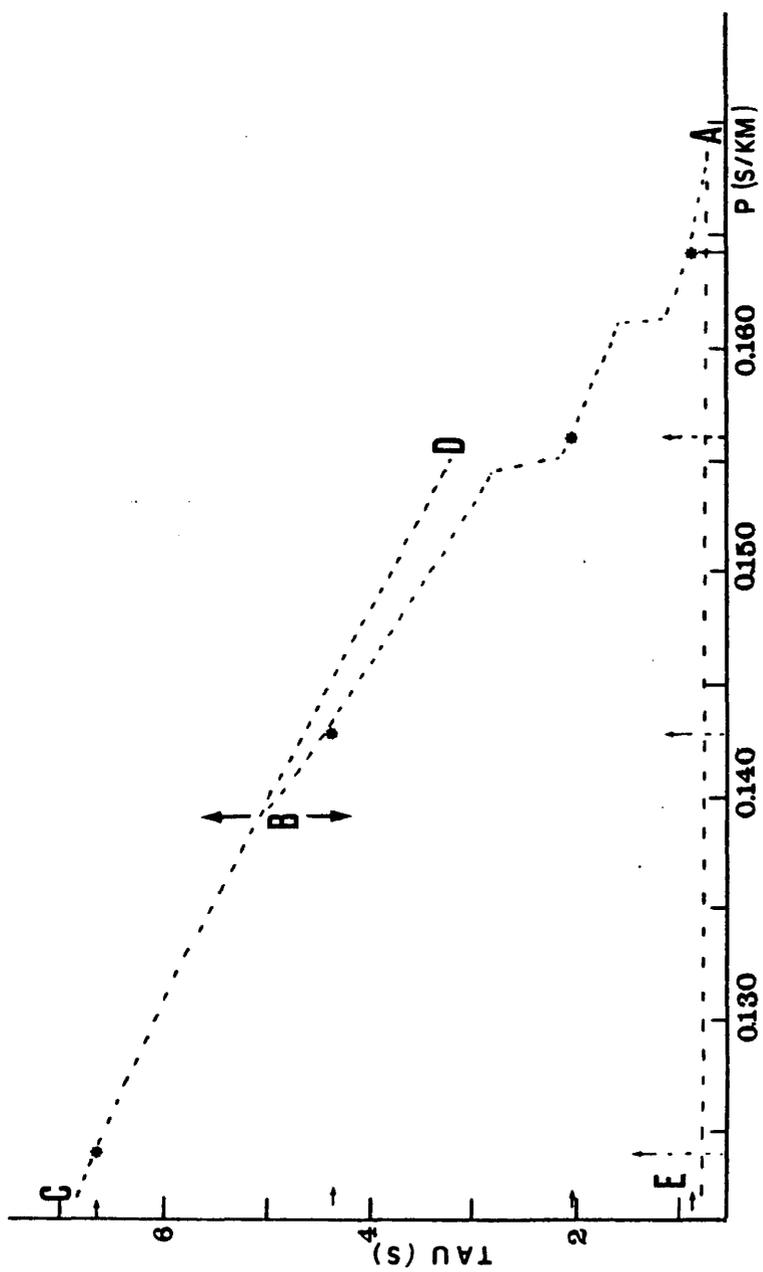


Fig. 8.8. Valores de la función $\tau(p)$ para el perfil Yepes-Cáceres. Los asteriscos corresponden a los valores $\tau(p)$ para el modelo de capas planas.

Los valores de τ corresponden a los tiempos de intersección de las respectivas rectas correlacionadas. Como se puede observar, coinciden prácticamente con la curva obtenida en este estudio.

La rama AE corresponde al término τ_s de la eliminación de capas y que se ha obtenido suponiendo una capa de velocidad constante igual a 3.2 km/s. La profundidad de la capa es de 1.3 km. Este valor se calcula para que el primer valor de $\tau(p)$ conocido sea nulo.

Dado que la rama BC corresponde a una reflexión se ha aplicado a esta rama el método explicado anteriormente.

La fig. 8.9 muestra los márgenes en la distribución ve locidad-profundidad. Se presentan dos márgenes; uno, el más interno, para valores de $\Delta\tau$ de 0.1 s y el externo, para 0.15 s. En ambos casos, constantes para todos los valores de p.

Primeramente se trataron los datos correspondientes a las refracciones (rama AB de la fig. 8.8), una vez reducidos por la rama AE: Los márgenes obtenidos corresponden a los primeros 30 km de profundidad. La marca corresponde a las últimos valores obtenidos.

A los datos anteriores se añadieron los correspondientes a la reflexión, esto es, la rama BC (fig. 8.8), con las correspondientes reducciones de la rama AE, más los valores correspondientes a los $\tau(p)$ para convertirla en refractada.

En la fig. 8.9 se muestran los márgenes obtenidos como continuación de los anteriores. Previamente se ha restado a los valores de la profundidad obtenidos, los valores de ésta correspondientes a los términos añadidos, siguiendo la técnica expuesta anteriormente. También hay que indicar que se ha considerado el cambio de origen de profundidades debido a la eliminación de la capa más superficial.

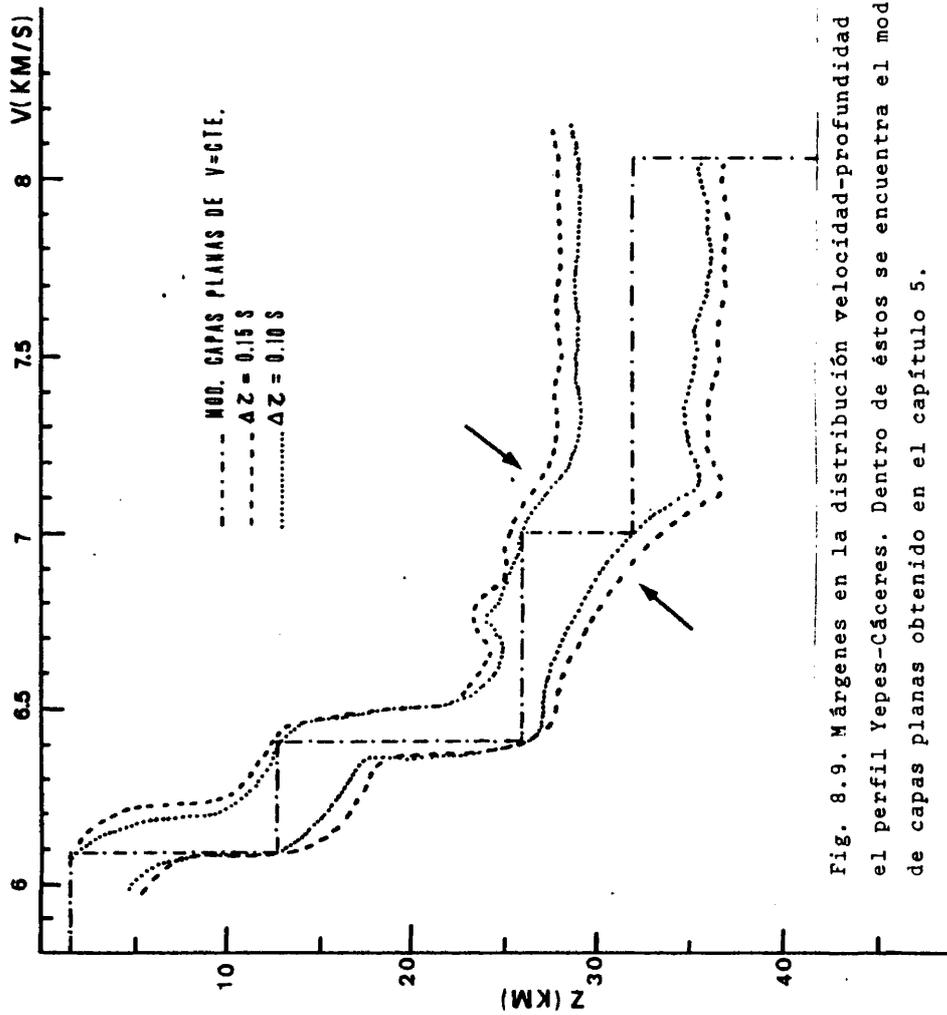


Fig. 8.9. Márgenes en la distribución velocidad-profundidad para el perfil Yepes-Cáceres. Dentro de éstos se encuentra el modelo de capas planas obtenido en el capítulo 5.

En la misma figura 8.9 se ha representado el modelo de capas planas obtenido en el capítulo 5. Este se encuentra dentro de los márgenes.

Los márgenes, deducidos a partir de la interpretación de los datos de este perfil, indican una corteza para la zona de la meseta con la siguiente estructura:

Desde los primeros kilómetros de ésta, y hasta los 30 km aproximadamente, las velocidades oscilan entre los 6 km/s y los 7 km/s, pareciendo existir aumentos bruscos de la velocidad con la profundidad. Alrededor de los 30 km parece existir un medio reflector que sería el causante de las fuertes reflexiones observadas.

Este comportamiento de la corteza que presentan los márgenes está de acuerdo con el modelo de capas planas propuesto en el capítulo 5 o, recíprocamente, el modelo de capas planas, obtenido en aquel capítulo, es un ejemplo del comportamiento de la corteza deducido a partir de los márgenes.

No obstante, hay que indicar que, a pesar de que el modelo de capas planas obtenido ajusta de una manera aceptable a las observaciones, es mucho más realista el suponer un aumento gradual de la velocidad con la profundidad o, por lo menos, un aumento de la velocidad con la profundidad no de forma tan brusca como impone el modelo de capas planas.

8.3.- PERFIL DE CANARIAS.

De los datos obtenidos en la campaña de perfiles en el archipiélago canario, descrita anteriormente en el apartado 2.4, se han utilizado los correspondientes a los tiros B5 y B6 recogidos en estaciones en la isla de Tenerife.

La fig. 8.10 muestra en detalle la situación de las explosiones y estaciones de registro utilizadas en esta interpretación.

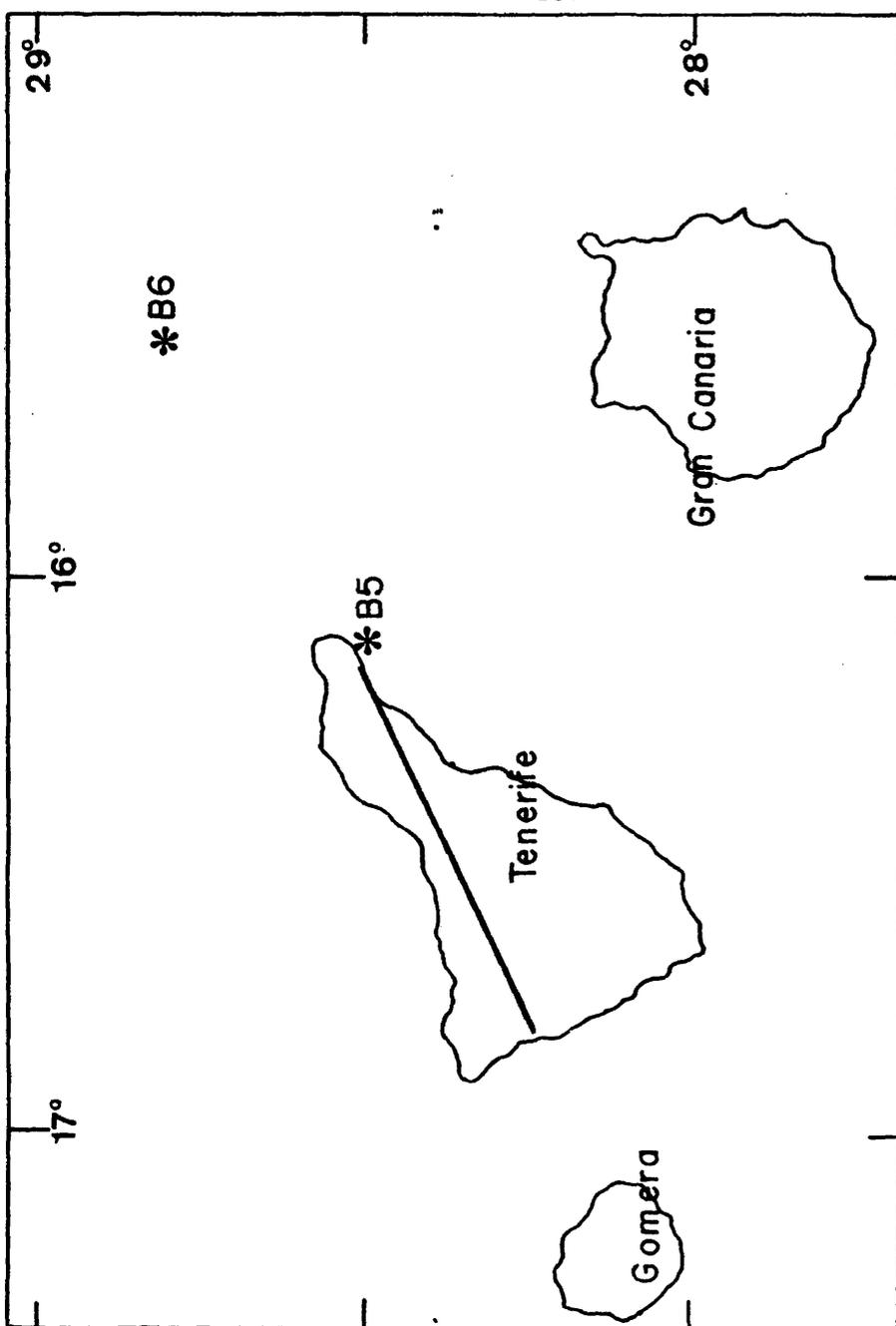


Fig. 8.10. Esquema de la localización de las explosiones y líneas de registro utilizadas en la interpretación del perfil de Canarias.

El ensamblaje, en escala de tiempo reducida ($v_R = 6 \text{ km/s}$), obtenido para las explosiones B5 y B6 registradas en Tenerife se presenta en la fig. 8.11.

Los tiempos de llegada en este ensamblaje están sometidos a la correspondiente corrección topográfica, ya que los emplazamientos de las estaciones estaban entre el nivel del mar y los 1.7 km de altura. Así mismo, también se realizó una corrección de agua a los tiempos de llegada correspondientes a B6, dado que la carga que provocaba las ondas estaba colgada a 100 m y la sonda indicaba 3.55 km. La carga de la explosión B5 estaba fondeada.

El ensamblaje obtenido se caracteriza por la ausencia de fases reflejadas claras. Este hecho se tomó como indicio de que no existen discontinuidades bruscas en la corteza, pudiendo existir gradientes de velocidad con la profundidad.

Bajo este punto de vista se han sometido a proceso de inversión las observaciones correspondientes a las primeras llegadas.

Los valores de p_k utilizados para la obtención de las estimaciones de $\tau(p_k)$ estaban entre 0.1177 y 0.3977 s.km^{-1} (corresponden a velocidades aparentes entre 8.5 y 2.5 km/s aproximadamente), con un intervalo de p_k de 0.0025 s.km^{-1} . Los valores de las distancias estaban comprendidos entre los 4 y 97 km con un intervalo de 3 km.

En el proceso de obtención de estos valores se presentaron problemas debidos a la calidad de las observaciones $T(x)$.

Como se puede observar en la fig. 8.11, entre los 10 y 20 km aproximadamente no se tiene ninguna observación.

Esta falta de información, en otras zonas del registro, no llevaría consigo mayores problemas. En este perfil en concreto, se encuentra en una zona en que el comportamiento de las dro-mocrónicas cambia bruscamente de aspecto.

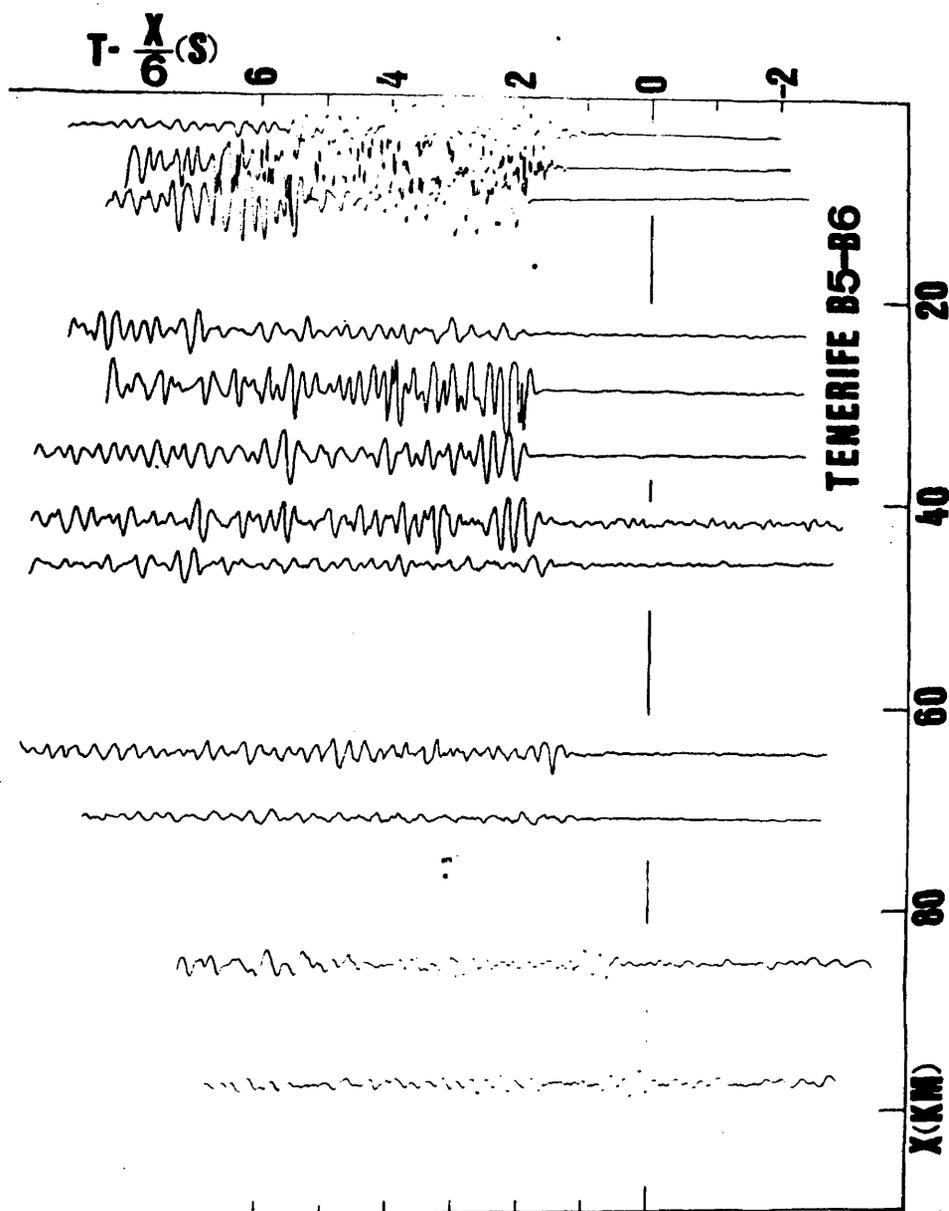


Fig. 8.11. Ensamblaje correspondiente al perfil de Canarias. La escala de tiempo es reducida con velocidad de reducción 6 km/s. El asterisco corresponde a la observación teórica añadida.

Esto lleva a que, en el proceso de suavizado e interpolación, los valores que se obtienen están influenciados por la rápida subida de las llegadas correspondientes a los primeros kilómetros, no coincidiendo éstos con las observaciones.

A pesar de este problema, se obtuvieron las estimaciones correspondientes a $\tau(p)$, fig. 8.12, y se realizó el proceso de inversión para encontrar los márgenes de la distribución $v(z)$, fig. 8.14.

Una vez obtenidos los márgenes se probaron modelos $v(z)$ dentro de éstos, no ajustándose las correlaciones teóricas con las observaciones.

Este problema se intentó solventar mediante la consideración de una supuesta observación. Esta se tomó tal que, en el proceso de interpolación de la curva $T(x)$, los valores obtenidos correspondieran con los observados, y no hiciera tan brusco el cambio de las dromocrónicas. En la fig. 8.11 se muestra con un asterisco la observación supuesta.

En la fig. 8.12 se muestran también los valores de $\tau(p)$ obtenidos para este caso.

La obtención de las dos curvas se realizó de manera idéntica, pudiéndose observar el distinto comportamiento de éstas.

En ambos casos, se pueden continuar las curvas a cero para un valor de p aproximadamente igual a 0.3577 s.km^{-1} , que corresponde a un valor de la velocidad aparente de 2.8 km/s aproximadamente.

En la fig. 8.13 se muestran los márgenes obtenidos para el segundo caso; se presentan los márgenes obtenidos para valores de $\Delta\tau(p)$ iguales a 0.05 s y 0.1 s respectivamente. Como se puede observar, un valor menor de $\Delta\tau(p)$ genera márgenes más estrechos.

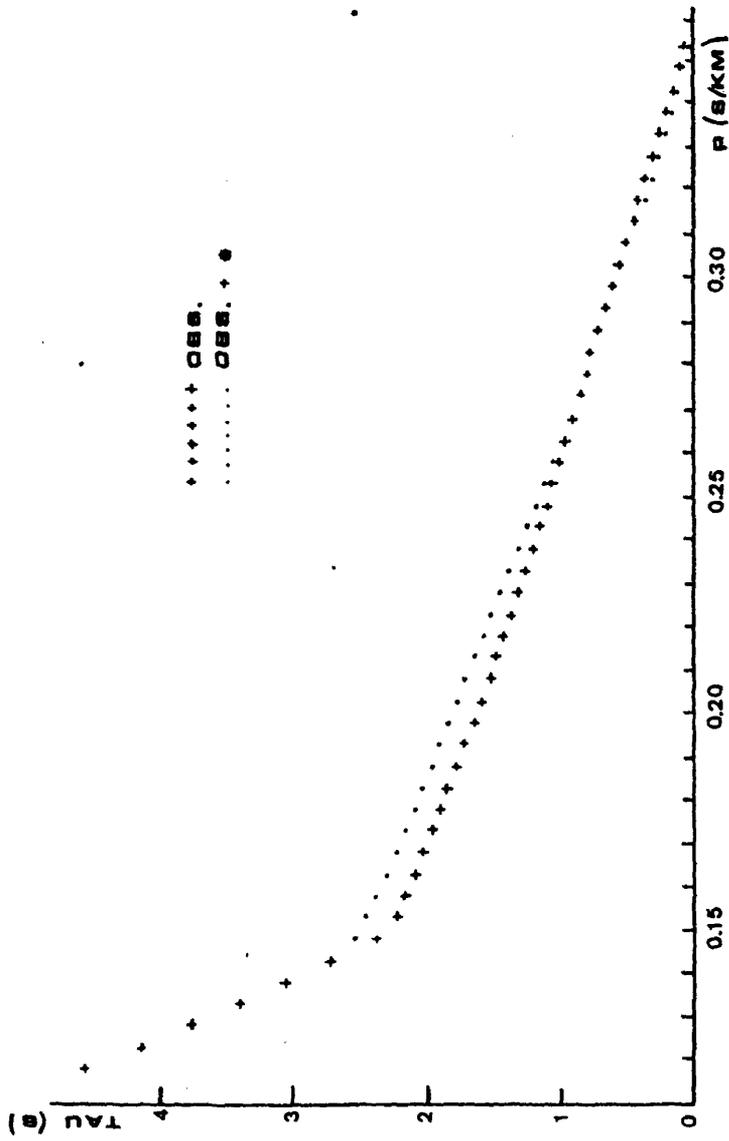


Fig. 8.12. Valores de las estimaciones de $\tau(p)$ para el perfil de Canarias.

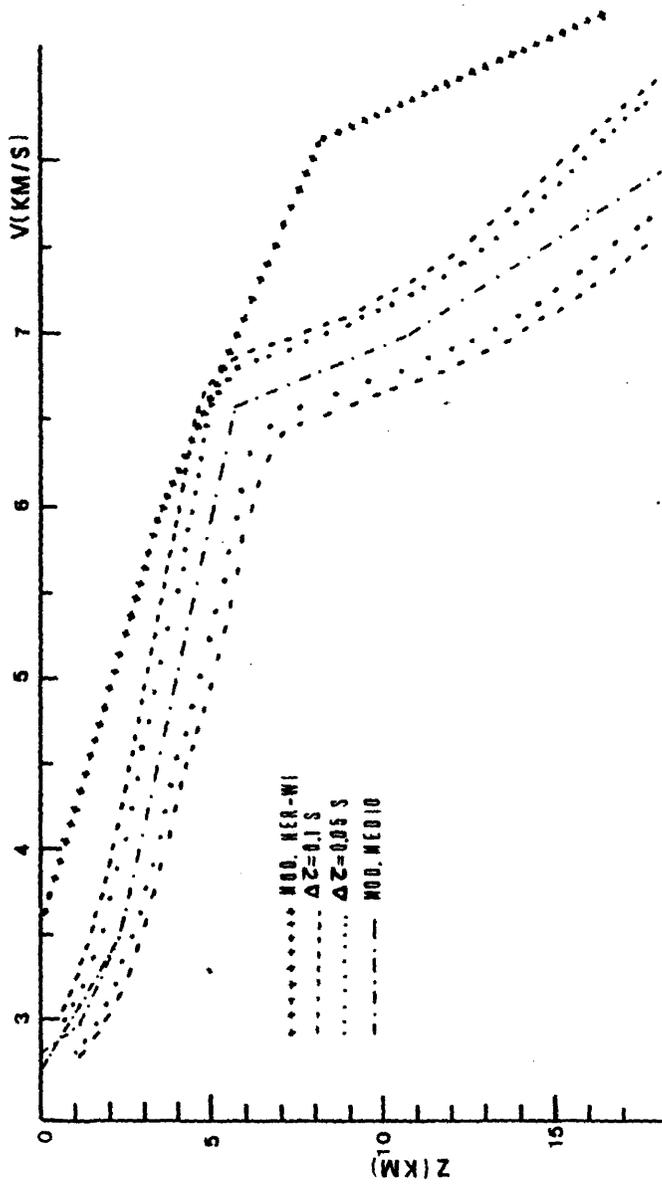


Fig. 8.13. Modelo de corteza para el perfil de Canarias dentro de los márgenes de la distribución velocidad-profundidad.

En la fig. 8.14 se puede observar el distinto comportamiento de los márgenes obtenidos para estos dos casos. El valor de $\Delta\tau(p)$ es 0.05 s para ambos.

En la fig. 8.13 se muestra un modelo de la distribución $v(z)$ para la zona interpretada. Este se encuentra dentro de los márgenes obtenidos en el segundo caso, y pasando aproximadamente por el centro de éstos.

La distribución consiste en varios gradientes lineales. El más brusco es el que corresponde entre 2 y 6 km aproximadamente con un valor de 0.9 s^{-1} , siendo el menor de aproximadamente 0.08 s^{-1} entre los 6 y 11 km de profundidad aproximadamente.

En los primeros kilómetros de corteza, dado que los márgenes no llegan a la superficie, se han supuesto dos modelos.

En la fig. 8.15 se muestran, sobre el ensamblaje, las correlaciones obtenidas a partir de éstos.

Ambas son aceptables.

Una vez calculadas las trayectorias para éstos, es posible obtener una relación entre las profundidades y las distancias epicentrales de las trayectorias. Para ambos modelos, los rayos que llegan en un rango de distancia entre 10 y 20 km aproximadamente del punto de tiro, tienen el punto de giro a una profundidad entre 0.5 y 6 km. Es, en estas profundidades, donde se producen los mayores cambios de la distribución. La ausencia de observaciones en el rango de distancias de que se está hablando lleva consigo una ausencia de información directa en los primeros kilómetros de corteza. Ésta es la que se subsanó suponiendo la observación teórica.

Paralelamente a este proceso de inversión extrema, las observaciones se han invertido aplicando directamente la integral de Herglotz-Wiechert.

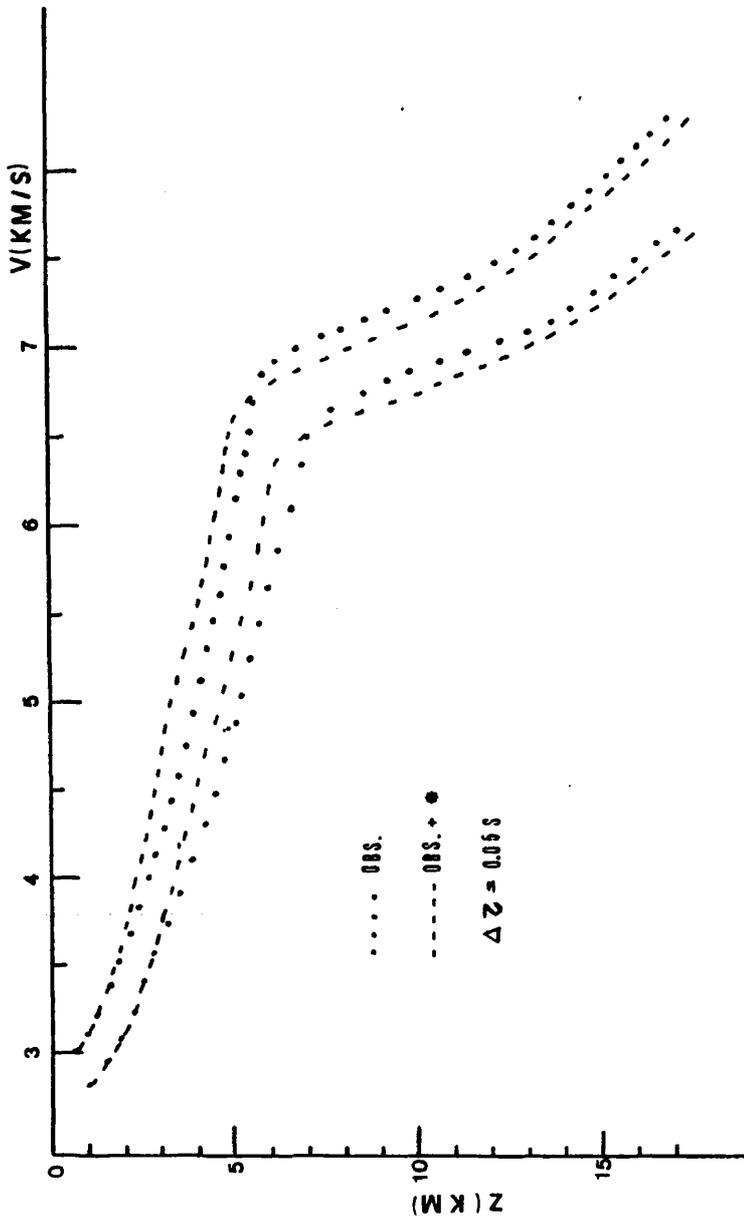


Fig. 8.14. Márgenes de la distribución velocidad-profundidad para el perfil de Canarias.

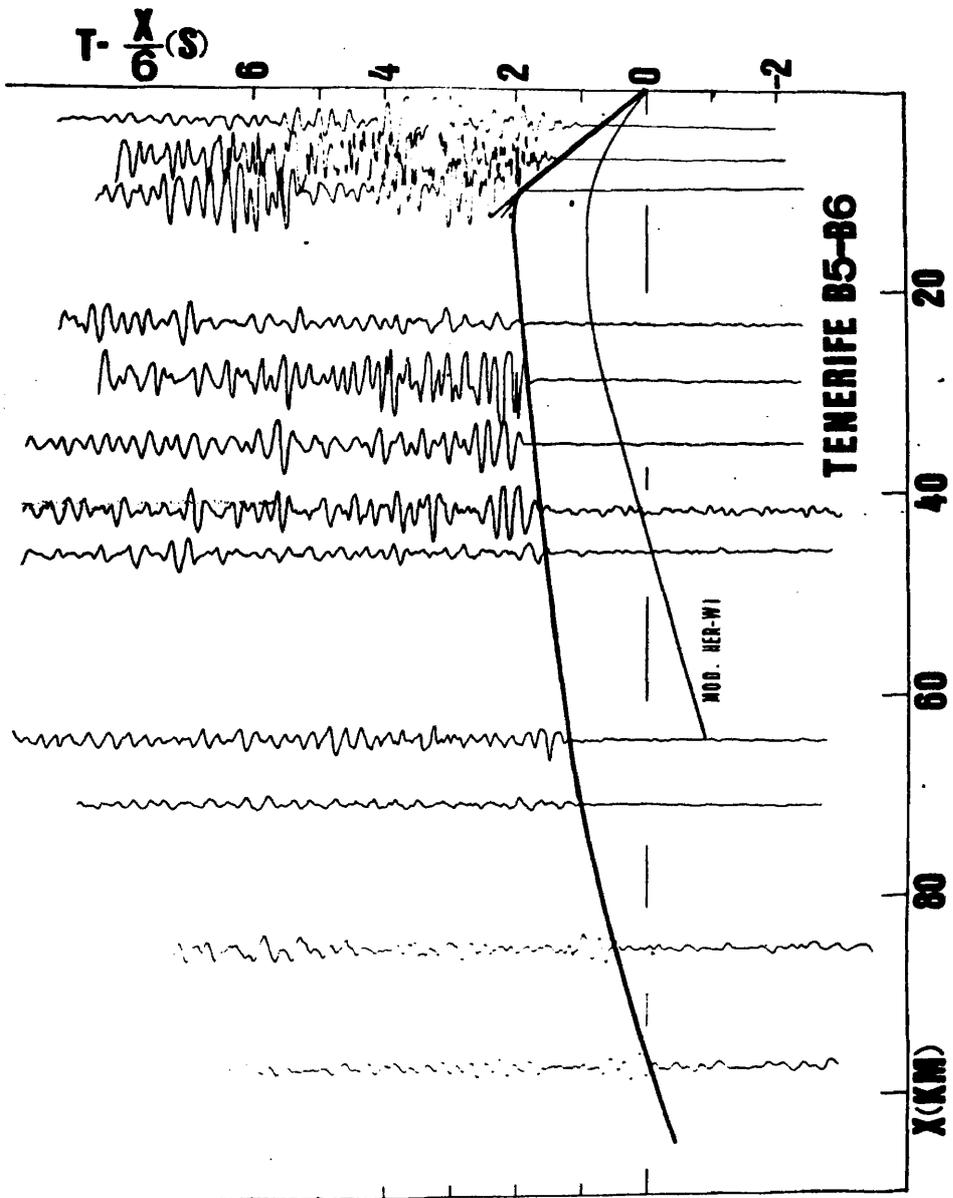


Fig. 8.15. Sobre el ensamblaje de Canarias, correlaciones calculadas a partir de dos modelos de corteza obtenidos para la zona.

En la fig. 8.13 se muestra el modelo obtenido. Este se encuentra fuera de los márgenes establecidos por el método de la TAU. En la fig. 8.15 se muestra la correlación obtenida a partir de él.

Estos resultados reafirman la utilidad de la técnica utilizada en el trabajo, a pesar de que se obtienen márgenes, y no resultados concretos para la distribución de velocidad. El hecho de ser la información discreta, lleva consigo el obtener cierta incertidumbre en la distribución de velocidad profundidad.

En vista de los resultados obtenidos, se puede afirmar que la corteza de la zona estudiada se ajusta a un modelo con gradiante de velocidad de aproximadamente 0.9 s^{-1} entre los 2.3 km y los 4.7 km, alcanzando, a esta profundidad, una velocidad de aproximadamente 6.6 km/s.

A partir de esta profundidad el gradiante disminuye, al canzando a los 25 km los 8.8 km/s aproximadamente.

Como apoyo a los resultados obtenidos por este método, hay que señalar que estudios preliminares de amplitudes para las observaciones utilizadas, indican que éstas responden favorablemente a modelos con gradientes de velocidad dentro de los márgenes obtenidos, no siendo así para modelos con cambios bruscos de velocidad o fuertes discontinuidades.

CAPÍTULO 9

C O N C L U S I O N E S

A lo largo del presente trabajo se han aplicado las técnicas de inversión numérica a la interpretación de datos de perfiles sísmicos realizados en España. También se estudia el comportamiento de los diversos parámetros que determinan los modelos de la corteza terrestre, según el número de observaciones y su distribución a lo largo de las líneas de registro, cuando los datos que se utilizan son los tiempos de recorrido de las diversas fases reflejadas y refractadas en las distintas discontinuidades de la corteza y manto superior.

Las técnicas de inversión consideradas han sido dos:

La primera, denominada de inversión lineal, se ha apli-
cado a modelos de corteza con características discretas.

La segunda, dentro del grupo de las denominadas de inver-
sión extrema, utiliza la función TAU para obtener modelos de corteza con variaciones continuas de la velocidad con la profundidad.

El estudio teórico se ha realizado con modelos simplificados de corteza.

Estos modelos son válidos para la interpretación de es-
tructuras medias, cuando se trabaja con tiempos de llegada, y las
características de la zona no son demasiado complicadas. Consisten
en capas planas, lateralmente homogéneas, y de velocidad constan-
te cada una de ellas, siendo los parámetros que las determinan las
velocidades y espesores de las capas.

A continuación se presentan los resultados más importantes deducidos del estudio teórico.

En el caso en que se estudien las ondas refractadas críticas y no se disponga de ningún tipo de información de fases directas en la primera capa, es imposible obtener información acerca de los parámetros que determinan el modelo, a no ser que se considere fijo uno de los parámetros (o mejor los dos) de la primera capa.

Esta afirmación se puede interpretar como que, en el caso de querer determinar la estructura de la corteza en una zona a través de las técnicas de interpretación de perfiles, es necesario conocer la parte superficial de ésta.

Las características de la parte superficial de la corteza se pueden obtener a partir de información directa obtenida del mismo perfil. Esto significa un denso barrido de estaciones de registro en los primeros kilómetros del perfil. También se puede obtener información a partir de técnicas de reflexión, aplicadas previamente en la zona, o, en el peor de los casos, utilizar, a falta de observaciones sísmicas, la información geológica de la zona, para obtener así velocidades medias.

En el caso de una interpretación numérica, las capas más superficiales son las que quedan mejor determinadas, y se observa una dependencia de la velocidad de una capa, con el espesor de la capa inmediatamente superior.

Las estimaciones de las desviaciones típicas de las velocidades son menores que las correspondientes a los espesores. En general, todas ellas son menores en el caso en que se consideran las fases reflejadas y refractadas conjuntamente, que cuando se consideran solo las fases refractadas. Sin embargo, en el primer caso aumenta la correlación entre las velocidades y espesores de las capas.

La variación en la densidad de observaciones afecta principalmente a las estimaciones de las desviaciones típicas de los parámetros, que disminuyen al aumentar el número de datos. No obstante, a partir de un cierto número de éstos, tienden a estabilizarse.

Este hecho tiene interés en la organización de un perfil ya que, si bien se tiene que aumentar el número de observaciones, es decir, aumentar el número de estaciones de registro, para que los parámetros queden mejor determinados, esta precisión tiene un límite.

En la determinación de los valores de los parámetros de un modelo concreto, las observaciones en los extremos de las correlaciones son más importantes que las del centro.

Las observaciones de la fase $P_M P$, en la zona próxima a la distancia crítica de esta fase, son las que contribuyen principalmente a la determinación del espesor de la capa sobre la discontinuidad de Moho, siendo las correspondientes a las distancias lejanas, las que contribuyen principalmente a la determinación de su velocidad.

Si bien algunos de estos resultados ya se conocían a través de la práctica de la interpretación por métodos gráficos, han sido confirmados mediante la aplicación de las técnicas numéricas.

En cuanto a los modelos con distribución continua de velocidad con la profundidad, los resultados más importantes que se pueden señalar son los siguientes:

Dadas las precisiones en la determinación de las observaciones con que se trabaja en la actualidad en las técnicas de perfiles sísmicos, no es posible aplicar el método de la función TAU a una única rama, correspondiente a zonas con gradientes de velocidad bajos, cuando las distancias en que se observa son cortas, ya que no es posible obtener los valores de TAU para diversos valores de p .

Un resumen de los resultados más importantes deducidos de la aplicación de las técnicas de inversión numérica a los datos de perfiles realizados en España es el siguiente:

En el perfil de Baleares, de los parámetros que determinan el modelo de corteza con dos capas planas de velocidad constante, se ha mantenido fija la velocidad de la capa más superficial (de sedimentos, con 4.9 km/s).

Los valores obtenidos para los parámetros libres deducen para la zona una corteza de tipo continental con un espesor total de unos 20 km sobre un manto con velocidad anormalmente baja.

Más concretamente, estos valores son: un espesor de 5.2 ± 0.2 km para la primera capa, considerada como de sedimentos. Para la capa granítica una velocidad de 6.05 ± 0.02 km/s y un espesor de 15.3 ± 0.3 km sobre un manto anómalo de velocidad 7.60 ± 0.01 km/s.

La desviación típica de los residuos es 0.1 s.

Si bien estos resultados se han obtenido para modelos de capas planas, son compatibles con los deducidos en otros trabajos de la zona.

Como se puede observar, las velocidades quedan mejor definidas que los espesores. Estos resultados concuerdan con los obtenidos en el estudio teórico,

En cuanto al comportamiento de los parámetros, hay que indicar la fuerte dependencia entre la velocidad de la capa granítica y la del manto. Ésta es debida a la ausencia de observaciones de la fase $P_M P$.

Los datos obtenidos en el perfil Yepes-Cáceres han sido sometidos a los dos tipos de técnicas de inversión numérica.

Los resultados deducidos para los dos casos coinciden en sus líneas generales a pesar de que en uno se consideran modelos discretos de corteza con cambios bruscos de velocidad con la profundidad, y en el otro esta variación es de tipo gradual.

Para este último caso, se han obtenido márgenes de la distribución de la velocidad con la profundidad que indican una corteza de tipo continental, estructurada, y de unos 30 km de espesor aproximadamente, donde las velocidades varían entre 6 km/s y 7 km/s.

Los valores obtenidos para las velocidades y espesores de las diversas capas son:

Para la capa granítica una velocidad de 6.09 ± 0.01 km/s y espesor 11.17 ± 0.72 km. Para la capa intermedia una velocidad de 6.41 ± 0.04 km/s y espesor 13.25 ± 1.12 km, y para la capa que forma la parte inferior de la corteza una velocidad de 7.0 ± 0.1 km/s y espesor $6. \pm 1.$ km.

La velocidad obtenida para el manto es de tipo normal y con un valor de 8.06 ± 0.06 km/s, apareciendo la discontinuidad de Mohorovičić a los 30 km aproximadamente.

La desviación típica de los residuos es 0.2 s.

Los datos obtenidos en el perfil de Canarias han sido interpretados bajo el punto de vista de aumento gradual de la velocidad con la profundidad, aplicando las técnicas de la función TAU, ya que el ensamblaje no presenta fases reflejadas de gran energía.

De los resultados se deduce para la zona una corteza con gradiente de velocidad de aproximadamente 0.9 s^{-1} , variando ésta desde 3.5 km/s a una profundidad de 2.3 km hasta 6.6 km/s. A partir de este punto, el gradiente disminuye hasta alcanzar a los 11 km una velocidad de 7 km/s y a los 25 km de profundidad una velocidad de 8.8 km/s.

Estudios preliminares de amplitudes confirman estos resultados, respondiendo favorablemente a modelos de corteza con gradientes de velocidad y no a cambios bruscos de ésta.

Los datos obtenidos del perfil Adra-Úbeda han sido interpretados en dos partes.

A partir de las observaciones de los primeros 40 km, y dada la curvatura que presenta la correlación de las primeras llegadas, ha sido ajustado para los primeros km de corteza un modelo con aumento gradual de la velocidad con la profundidad, que pasa, de aproximadamente 4 km/s en la superficie, a unos 6 km/s a los 6-7 de profundidad.

Con las observaciones correspondientes a las fases reflejadas y refractadas en la discontinuidad corteza-manto se ha ajustado para la zona un modelo de corteza no plana en forma de trapecio invertido o raíz. Los parámetros que se han ajustado son los que determinan su forma.

Los valores obtenidos para estos parámetros indican un espesor máximo para la corteza de 39.94 ± 0.43 km, lo que supone un engrosamiento de ésta de unos 9 km en 95 km de distancia, desde la costa, cerca de Adra, hacia el interior. Resultando, además, de la inversión, que el parámetro que está mejor definido y que más influye en la determinación de la estructura es su espesor máximo.

La desviación típica de los residuos de las observaciones es de 0.3 s.

A P É N D I C E S

APÉNDICE I

PROGRAMA MODEPA.

Este programa básicamente resuelve el sistema de ecuaciones $G\bar{x} = \bar{y}$, donde G es una matriz rectangular, y calcula la información necesaria para conocer el comportamiento del problema. Para ello utiliza el algoritmo de Lanczos con las expresiones del capítulo 3.

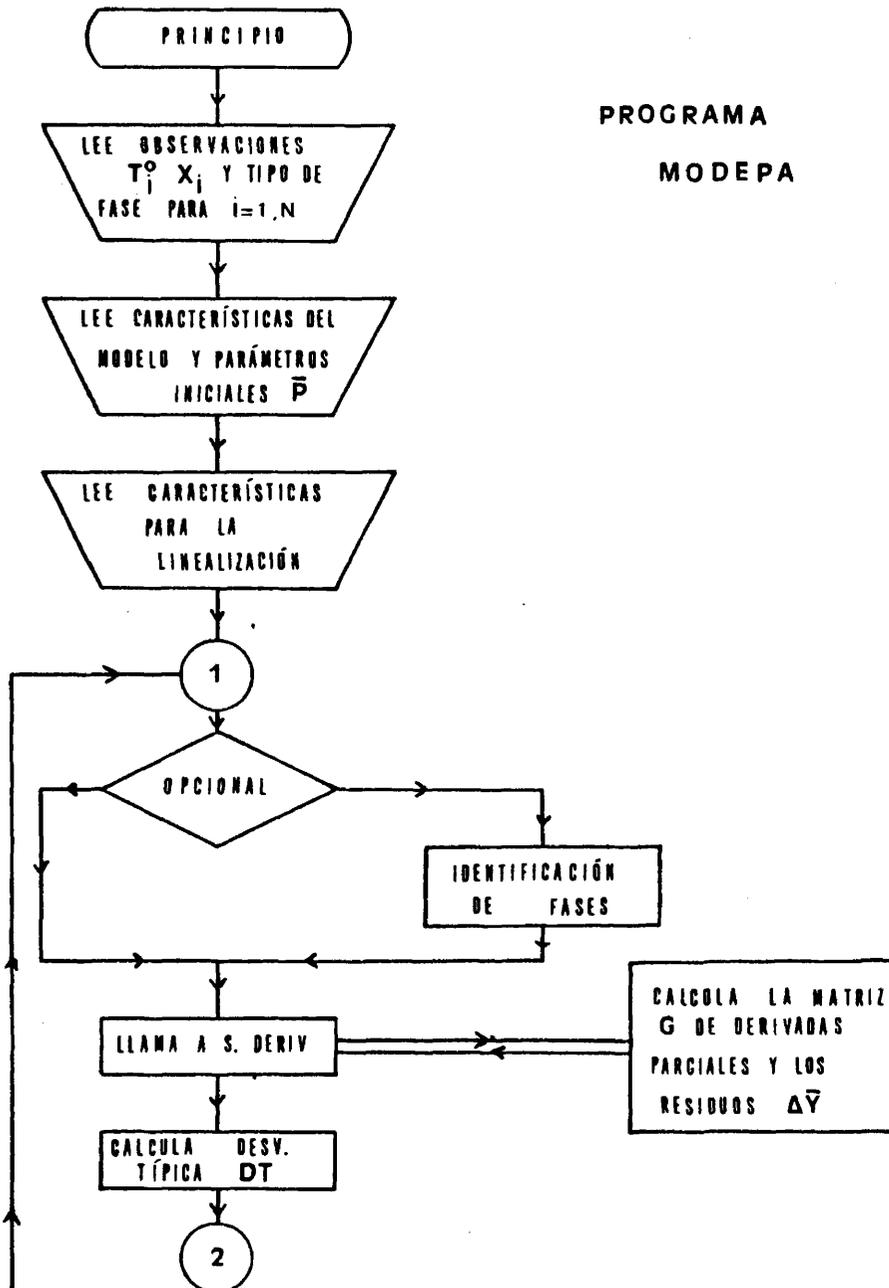
Los datos de entrada son los tiempos de recorrido observados para las diversas fases, según la distancia epicentral, el tipo de modelo discreto para la corteza, los parámetros de éste que se desean ajustar y el modelo inicial.

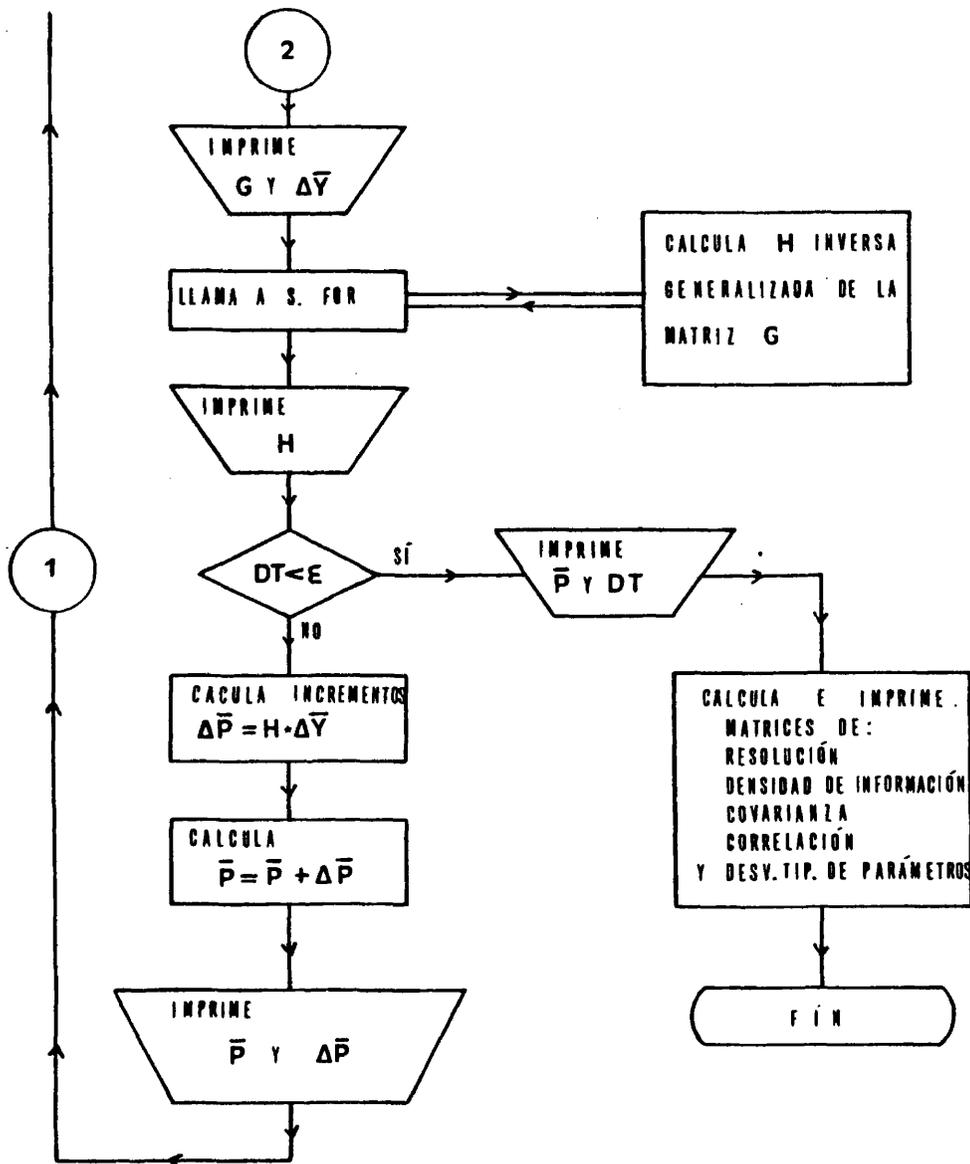
Optativamente asimila las observaciones a las fases con el criterio de mínimo residuo.

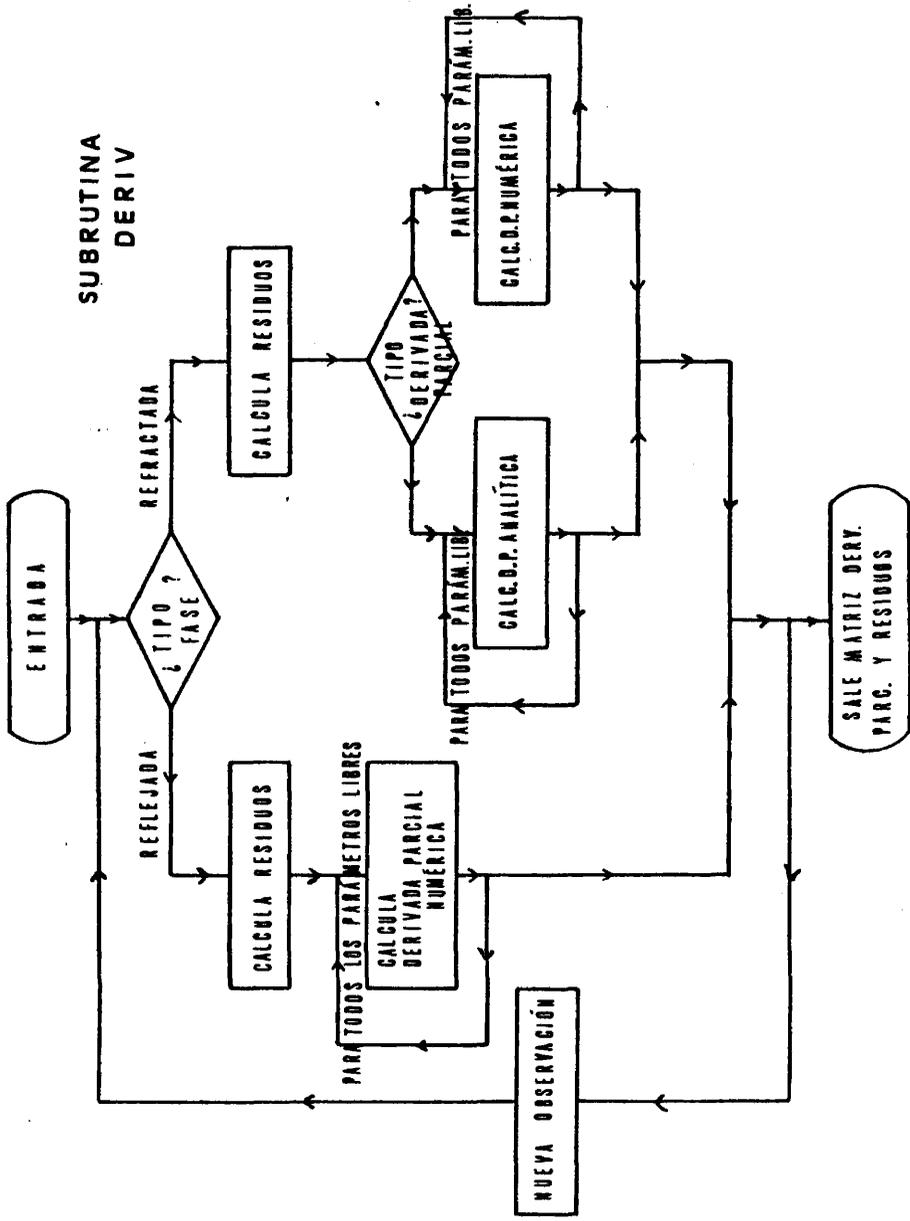
Calcula las derivadas parciales de los distintos funcionales en forma numérica o analíticamente, según los casos, y los residuos de las observaciones.

El cálculo de los vectores y valores propios lo realiza a través de la subrutina GIVHO que utiliza el método de Givens-Householder (Ortega, 1960).

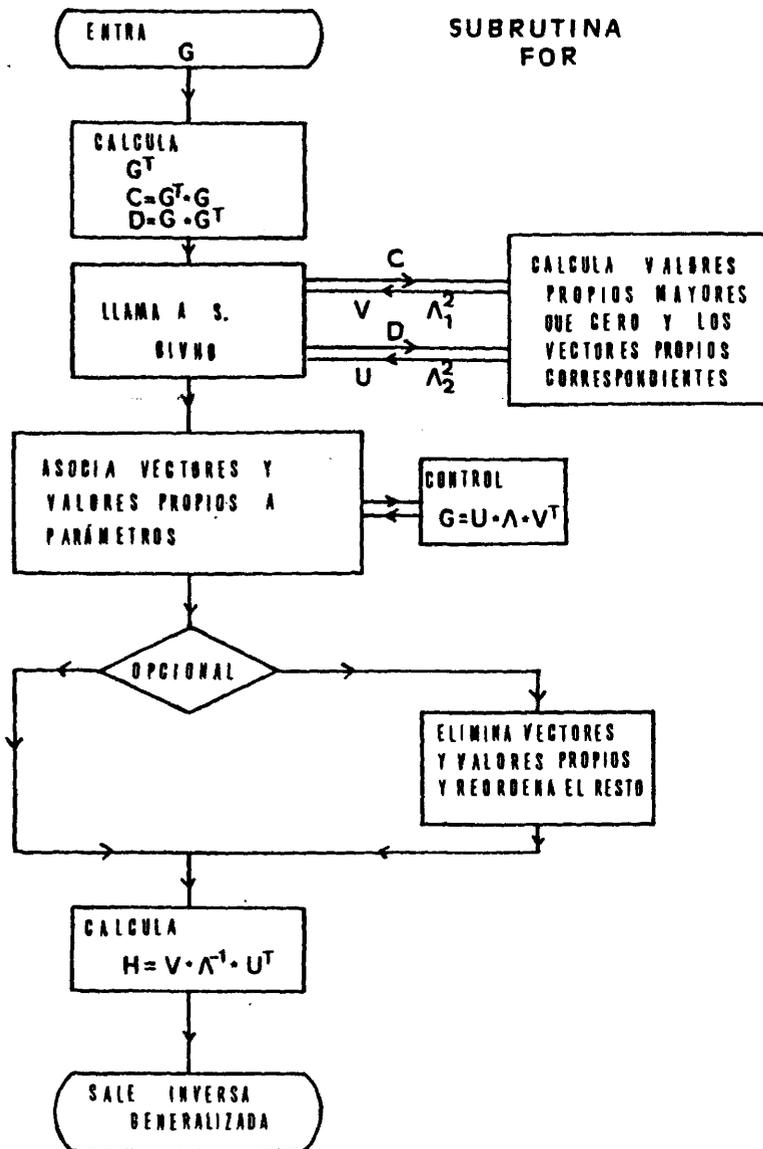
PROGRAMA
MODEPA







207



APÉNDICE II

PROGRAMA TAUPPA.

Este programa calcula, para un haz de rayos deseado, con foco en la superficie y propagándose en un medio conocido, el tiempo de recorrido, la distancia epicentral y la función TAU, en función del parámetro del rayo p.

También calcula la profundidad y velocidad del medio en el punto de giro para cada rayo, conocido su parámetro.

Las características del medio que utiliza son: capas planas, lateralmente homogéneas con gradientes de velocidad de tipo lineal, distinto para cada una de ellas, pudiendo existir discontinuidades en la velocidad con la profundidad.

En el caso de existir discontinuidades, calcula lo anterior para los rayos reflejados supercríticamente.

Los datos de entrada son:

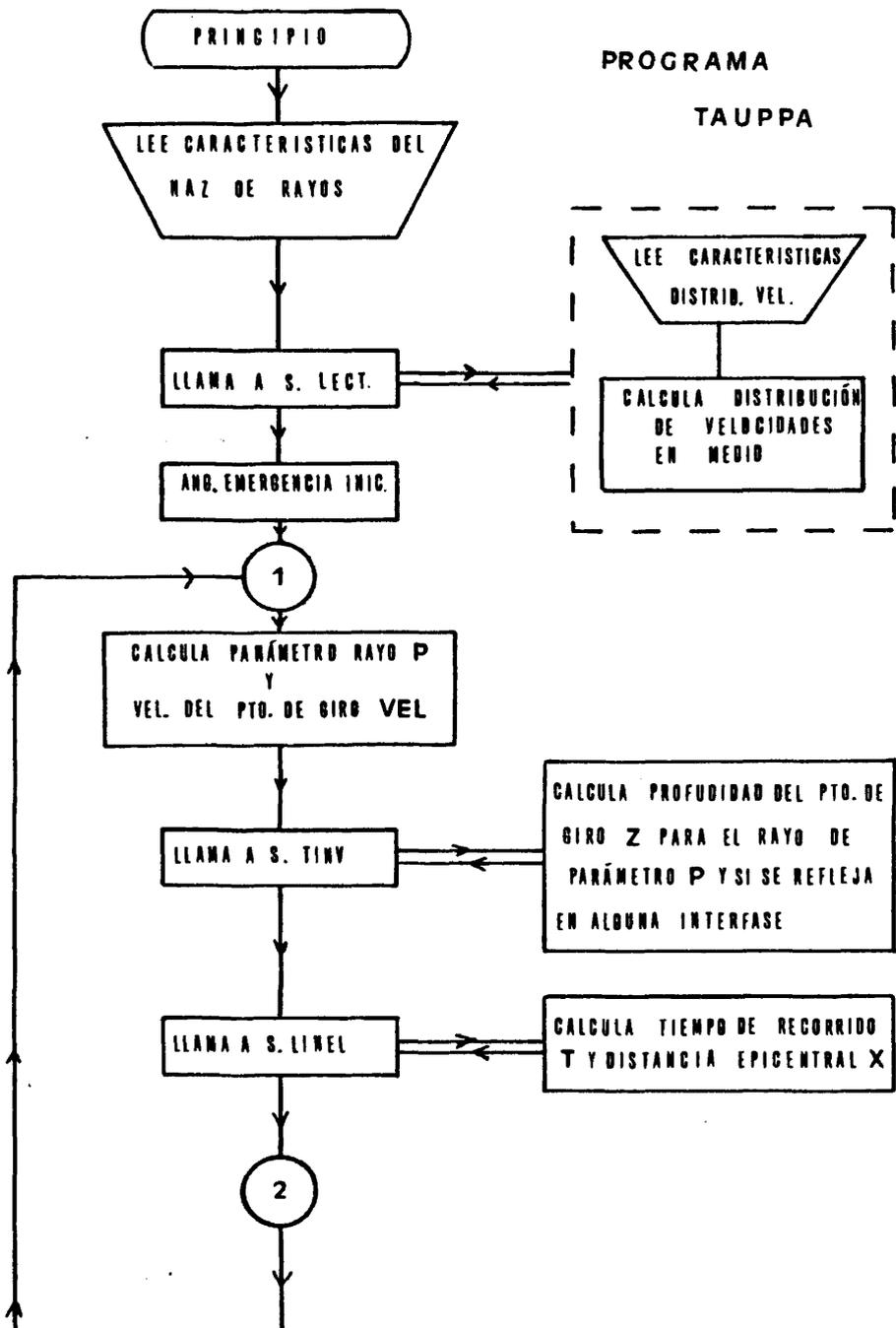
Para el haz de rayos:

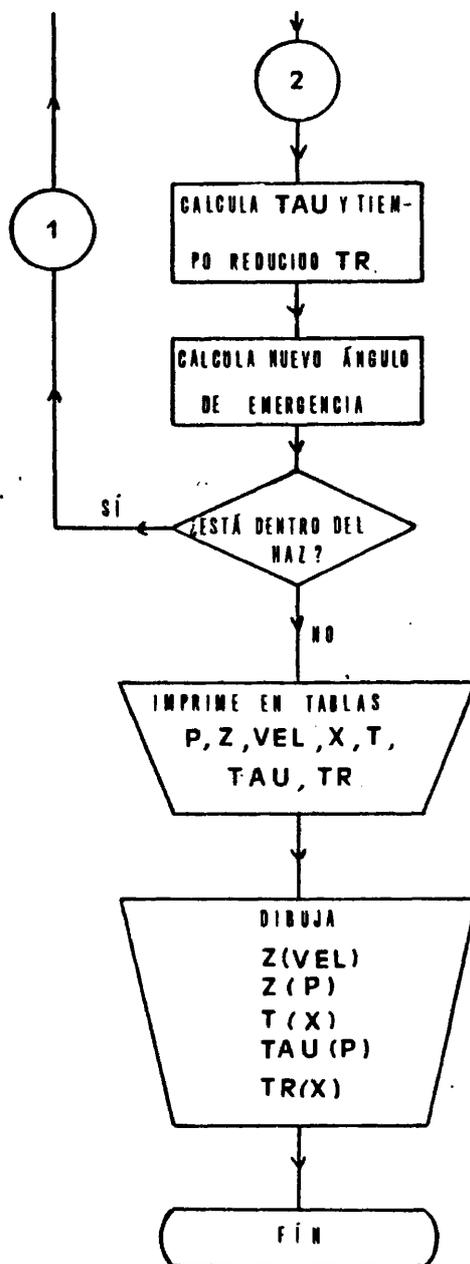
Los ángulos de emergencia en el foco que lo limitan y el incremento del ángulo con que se quiere realizar el barrido.

Para el medio:

El número de capas de que consta, incluida la considerada como medio semi-infinito, los términos a y b de la relación lineal ($a + bz$) en cada capa, y las profundidades de los extremos de éstas.

Este programa utiliza para el cálculo las expresiones de los capítulos 6 y 7.





APÉNDICE III

PROGRAMA SKMOTÉ.

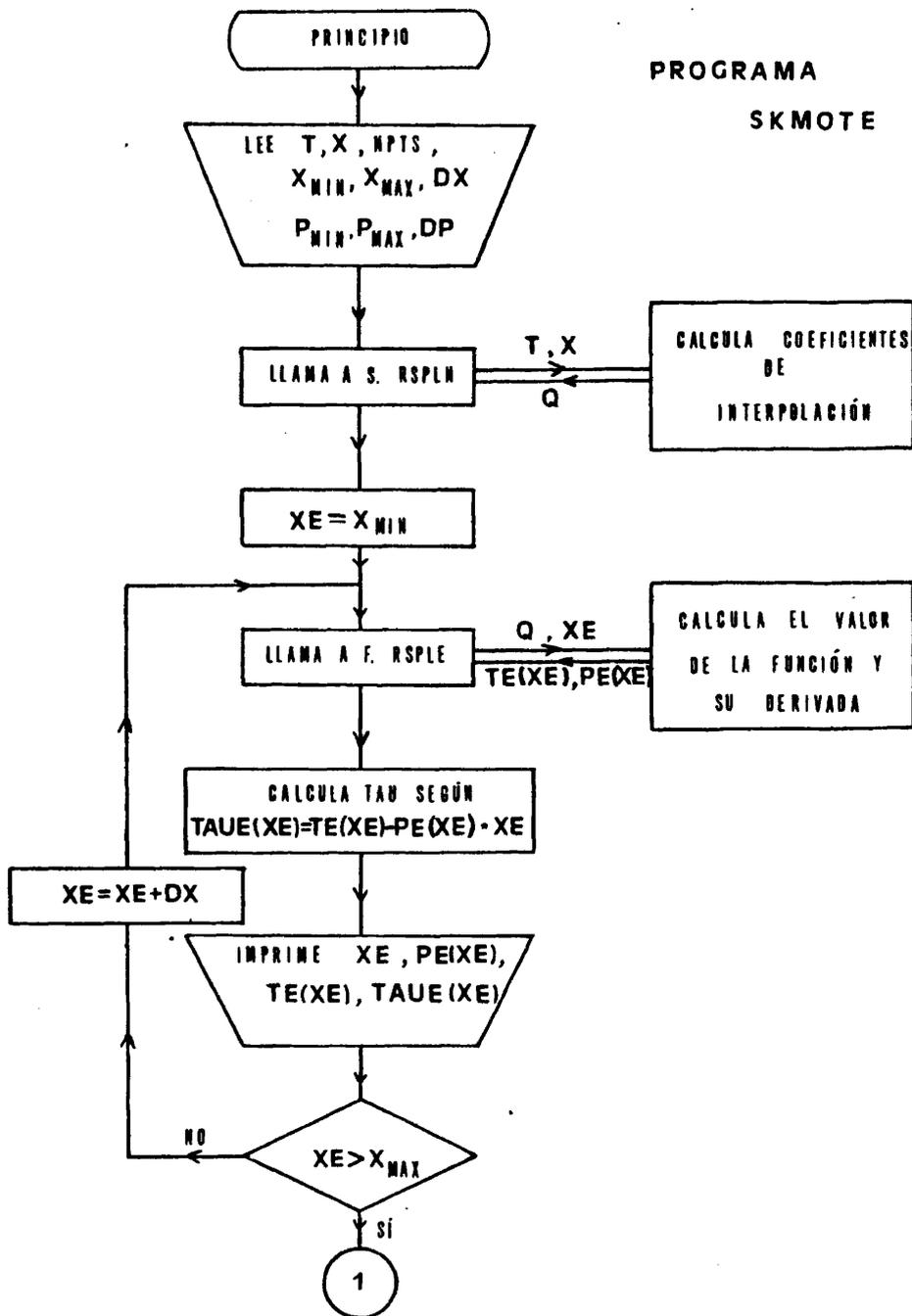
Este programa permite calcular las estimaciones de TAU para los diversos valores del parámetro del rayo p a partir de las observaciones (T, X) de la curva tiempo de recorrido-distancia ep_icentral.

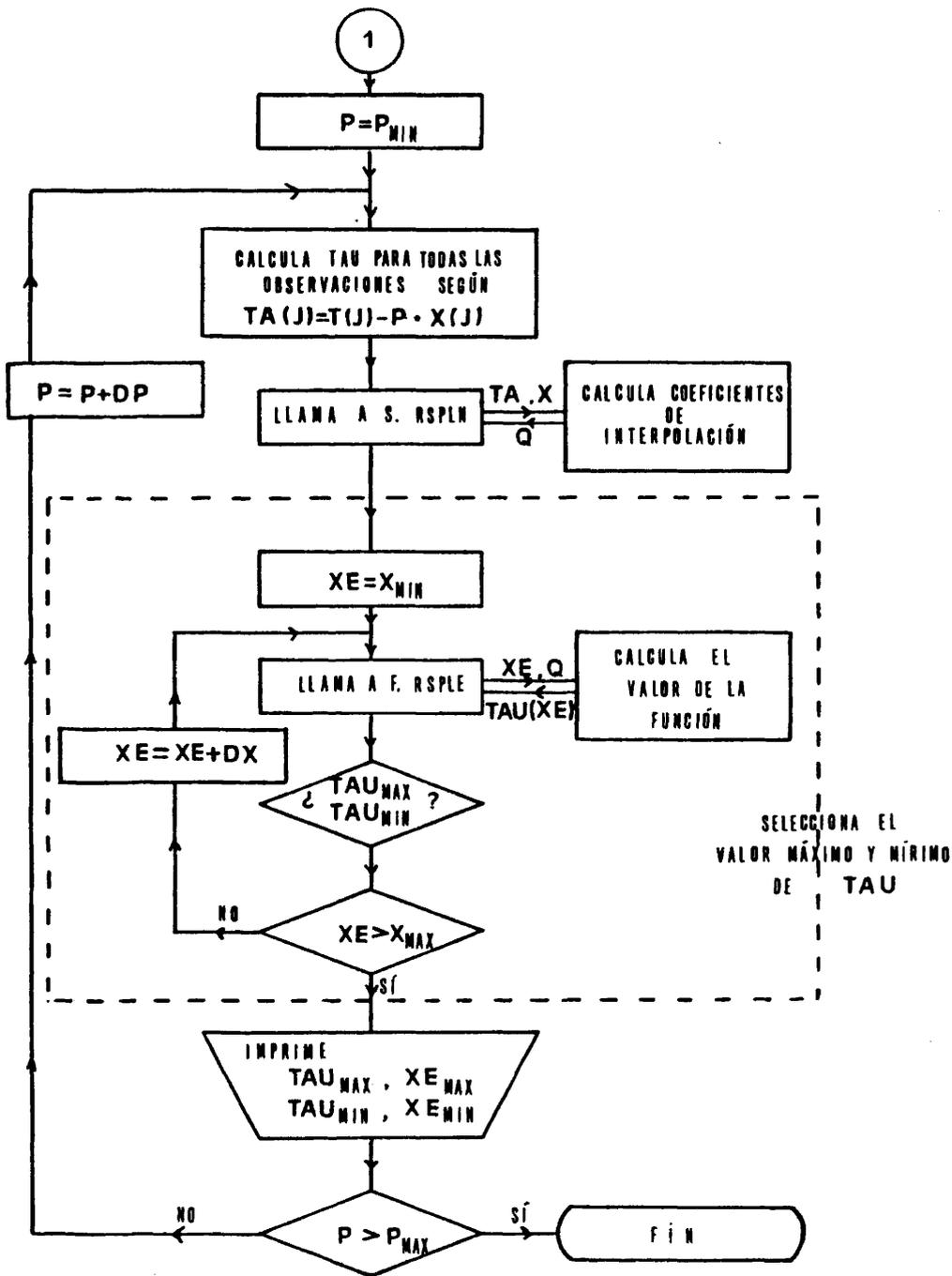
El proceso se realiza mediante dos métodos. El primero calcula TAU según la expresión $\tau = T - pX$ después de haber interpolado la curva $(T-X)$ y obtener p y T para valores de X a intervalos constantes. El parámetro del rayo p se obtiene mediante diferenciación de la curva interpolada.

El segundo método utiliza la técnica de los extremos de Bessonova et al. (1974). Para cada valor de p , parámetro del rayo, calcula los valores de TAU para las diferentes observaciones T_i , X_i . Con los valores obtenidos de la interpolación de cada una de las curvas, para p fijo, y para valores de X a intervalos constantes, obtiene los extremos (máximo o mínimo) de éstas.

Utiliza las subrutinas RSPLN y RSPLE para la interpolación "cubic spline" (Reinsch, 1967). La subrutina RSPLN calcula los coeficientes del polinomio de tercer grado para la interpolación. La función RSPLE calcula el valor de la función y su derivada en el punto requerido utilizando los coeficientes calculados en RSPLN.

PROGRAMA
SKMOTE





APÉNDICE IV

PROGRAMA RSPLA.

Este programa está basado en el realizado por B.L.N. Kennett (1977).

Calcula, utilizando los algoritmos de Bessonova et al. (1974), la máxima y mínima profundidad a la que puede darse una velocidad, a partir de los márgenes de las estimaciones de $\tau(p)$.

Para el cálculo de los márgenes de la profundidad utiliza las subrutinas de interpolación "cubic spline" RSPLM y RSPLE, y el método de integración de Romberg (Ralston, 1970) (subrutina ROMBR).

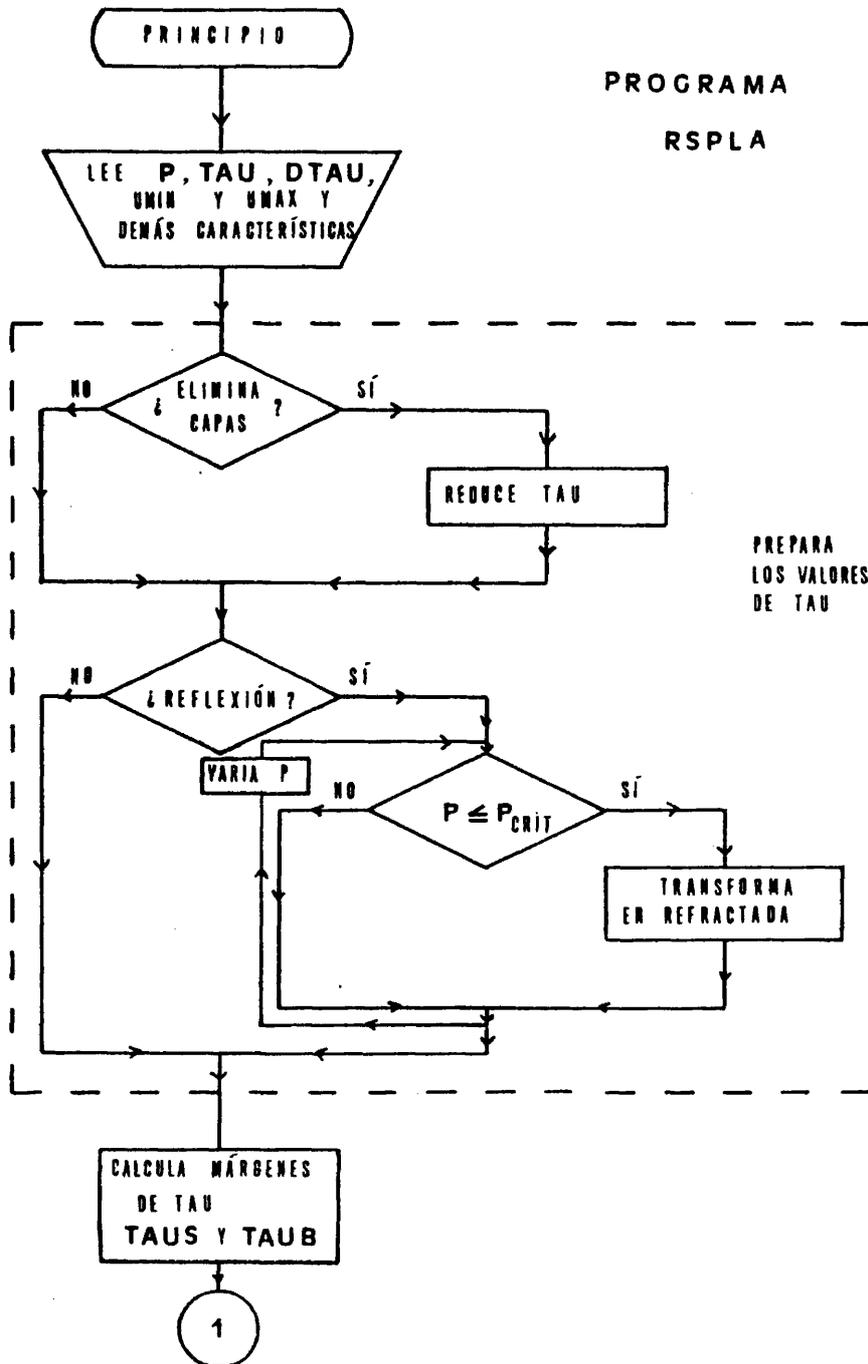
En el programa se han realizado cambios en la parte correspondiente al cálculo de las reflexiones supercríticas, ya que el programa original trabajaba con subcríticas, y se ha añadido la parte correspondiente a la eliminación de capas.

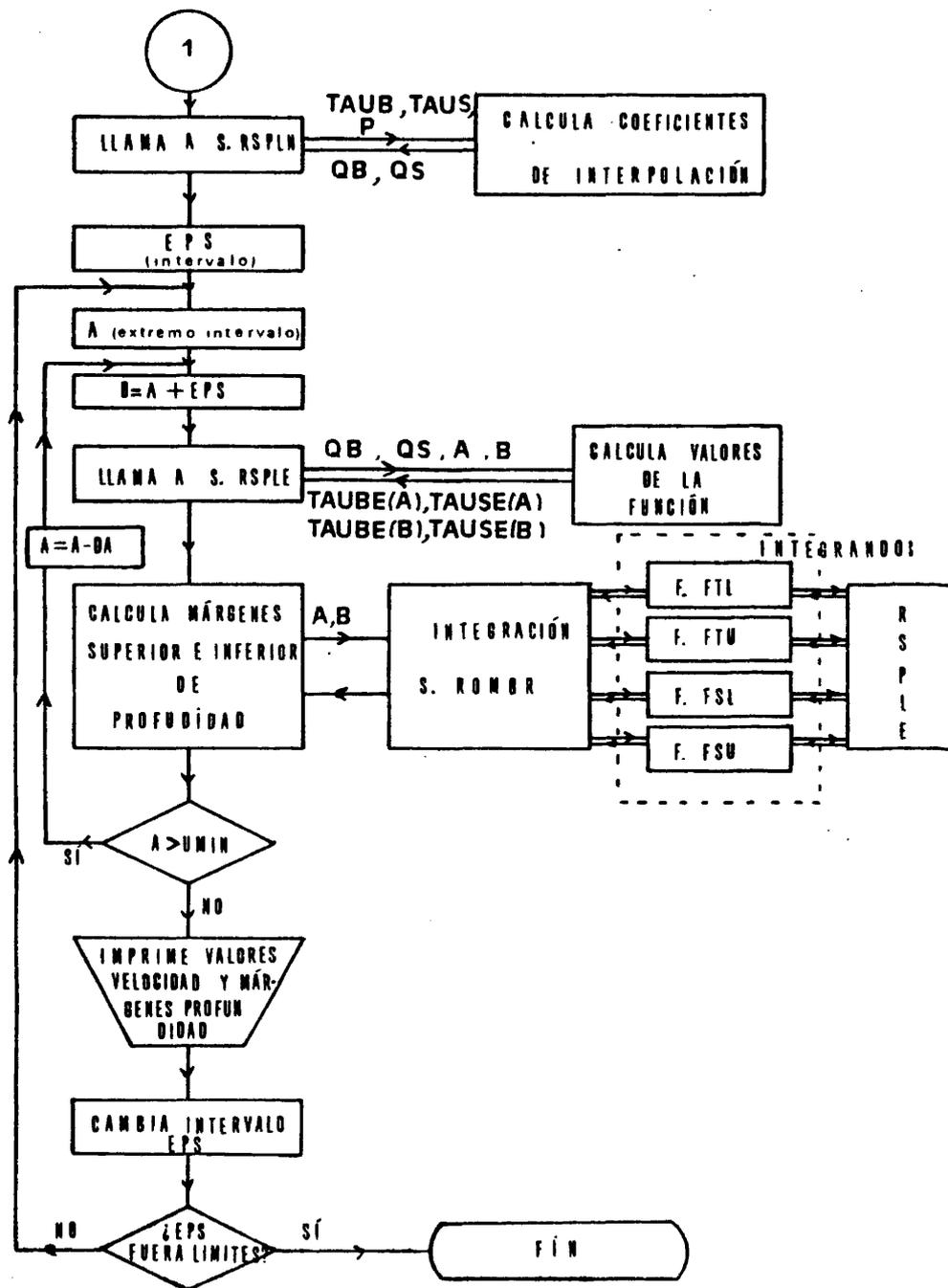
Los datos de entrada son los valores de TAU para valores de p, obtenidos a partir del programa SKMOTE y los errores en TAU para cada valor de p.

Se introduce información acerca del tipo de fases con que se va a trabajar y si se realiza eliminación de capas o no. En el caso de trabajar con reflexiones se tienen que introducir los valores correspondientes al punto crítico, y cuando se realiza eliminación de capas, los valores de TAU correspondientes.

Se indican, además, los valores de p para las velocidades máxima y mínima de las que se desea obtener información y un primer valor para el intervalo de promedio, que varía a lo largo de la ejecución del programa.

PROGRAMA
RSPLA





BIBLIOGRAFÍA

ANSORGE, J., BANDA, E., LÓPEZ-LAGO, A., MEZCUA, J., MUELLER, S., OLIVERA, C., SURINACH, E. y UDÍAS A. (1977).- "Perfiles Sísmicos Profundos en España. Modelos Preliminares de la Corteza en la zona de las Béticas".- Bol. Geol. y Min., 88, 528-542.

BACKUS, G.E. and GILBERT, F.J. (1967).- "Numerical Applications of a Formalism for Geophysical Inverse Problems".- Geophys.J.R. Astr.Soc. 13, 247-276.

BACKUS G.E. and GILBERT, F.J. (1968).- "The Resolving Power of Gross Earth Data".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 16, 169-205.

BACKUS, G.E., GILBERT, F.J. (1969).- "Constructing P-Velocity Models to Fit Restricted Sets of Travel Time Data".- B.S.S.A. 59, 1407-1414.

BANDA, E. y UDÍAS, A. (1979).- "Sondeos Sísmicos Profundos en España. Estructura de la Región Bética Oriental".- Tecniterrae, 27, 34-41.

BANDA, E. (1979).- "Perfiles Sísmicos de Refracción en Corteza Continental. Estructura de la Corteza y Manto Superior en las Cordilleras Béticas.- Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona, pp. 235.

BANDA, E. and ANSORGE, J. (1980).- "Crustal Structure Under the Central and Eastern Part of the Betic Cordillera".- Geophys.J.R. Astr.Soc. (en prensa).

BANDA, E., ANSORGE, J., BOLOIX, J. and CÓRDOBA D. (1980).- "Crust and Upper Mantle Beneath the Balearic Islands (Western Mediterranean)".- Earth Planet Sci.Lett. (en prensa).

BATES, A.C. and KANASEWICH, E.R. (1976).- "Inversion of Seismic Travel Times using the Tau Method".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 47,59-72.

BESSONOVA, E.N., FISHMAN, V.M., RYABOYI, V.Z. and SITNIKOVA, G.A. (1974).- "The Tau Method for Inversion of Travel Times. I: Deep Seismic Sounding Data".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 36, 377-398.

BESSONOVA, E.N., FISHMAN, V.M., JOHNSON, L.R., SHNIRMAN, M.G. and SITNIKOVA, G.A. (1976).- "The Tau Method for the Inversion of Travel Times. II: Earthquake Data".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 46, 87-108.

BRAILE, L.W. (1973).- "Inversion of Crustal Seismic Refraction and Reflection Data".- J.Geophys.R. 78, 7738-7744.

BULLEN, K.E. (1963).- "Introduction to the Theory of Seismology".- Cambridge Univ.Press. Cambridge.

BURKHARD, N. and JACKSON, D.D. (1976).- "Application of Stabilized Linear Inverse Theory to Gravity Data".- J.Geophys.Res. 81, 1513-1518.

ČERVENÝ, V., MOLOTKOV, I.A. and PŠENČIK, I. (1977).- "Ray Method in Seismology", pp. 214. Charles University. Prague.

COULOMB, J. et JOBERT, G. (1973).- "Traité de Géophysique Interne", pp. 646. Masson et Cie. Paris.

CHAPMAN, C.H. (1978).- "A New Method for Computing Synthetic Seismograms".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 54, 431-518.

DAVIES, L.M. and CHAPMAN, C.H. (1975).- "Some Numerical Experiments on the Inversion of Discrete Travel-Time Data".- B.S.S.A. 65, 531-539.

DIXON, W.J., MASSEY, F.J. (1965).- "Introducción al Análisis Estadístico", pp. 489. Ed. Castillo, Madrid.

DORMAN, L.M. (1979).- "A Linear Relationship Between Earth Models and Seismic Body Wave Data".- Geophys.Res.Lett. 6, 132-134.

EXPLOSION SEISMOLOGY GROUP PYRENEES (1980).- "Seismic Reconnaissance of the Structure of the Pyrenees".- Ann.Geophysique (en prensa).

FAHLQUIST, D.A. and HERSEY, J.B. (1969).- "Seismic Refraction Measurements in the Western Mediterranean Sea".- Bull.Inst.Oceanograf. 67, 1-52.

FUCHS, K. (1968).- "The Reflection of Spherical Waves from Transition Zones with Arbitrary Depth-Dependent Elastic Moduli and Density".- J.Phys.Earth. 16, 24-71.

GARMANY, J. (1977).- "The Spectrum of the Delay Time Function and the Inversion of Travel Times".- EOS, 158, 1186.

GARMANY, J.D. (1979).- "On the Inversion of Travel Times".- Geophys.Res.Lett. 6, 277.

GARMANY, J.D., ORCUTT, J.A. and PARKER, R.L. (1979).- "Travel Time Inversion: A Geometrical Approach".- J. Geophys.Res. 84, 3615-3622.

GEBRANDE, H. (1976).- "A Seismic-Ray Tracing Method for Two-Dimensional Inhomogeneous Media". En: Explosion Seismology in Central Europe-Data and Results. Giese, P., Prodehl, C. and Stein, A.(Eds.) 162-167. Springer, New York.

GERVER, M. and MARKUSHEVICH, V. (1966).- "Determination of a Seismic Wave Velocity from the Travel Time Curve".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 11, 165-173.

GERVER, M.L. and MARKUSHEVICH, V.M. (1967).- "On the Characteristic Properties of Travel-Times Curves".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 13, 241-246.

GIESE, P. (1968).- "Versuch einer Gliederung der Erdkruste".- Geophys.Abh 1 (2) Inst.f.Met.u.Geophys. der F.U. Berlin.

GIESE, P., PRODEHL, C. and STEIN, A. (1976).- "Explosion Seismology in Central Europe-Data and Results", pp. 429.- Springer, New York.

HERGLOTZ, G. (1907).- Phys.Z. 8, 145-147.

HINZ, K. (1972).- "Results of Seismic Refraction Investigations (Project Anna) in the Western Mediterranean Sea, South and North of the Island of Mallorca".- Bull.Centre Rech. Pau-SNPA 6 (2): 405-426.

HIRN, A., STEINMETZ, L. and SAPIN, M. (1977).- "A Long Range Seismic Profile in the Western Mediterranean Basin: Structure of the Upper Mantle".- Ann.Geophys. 3, 373.

JACKSON, D.D. (1972).- "Interpretation of Inaccurate, Insufficient and Inconsistent Data".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 28, 97-109.

JAROSCH, H.S. (1980).- "Yet Another Approach to the Travel Time Inversion Problem".- Phys.Earth Planet. Interiors, 21, 97-108.

JOHNSON, L.E. and GILBERT, F. (1972 a).- "Inversion and Inference for Teleseismic Ray Data". En: Methods in Computational Physics, vol 12, 231-266. Acad.Press Inc., New York.

JOHNSON, L.E. and GILBERT, F. (1972 b).- "A New Datum for Use in the Body Wave Travel Time Inverse Problem".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 30, 373-380.

KENNETT, B.L.N. (1976).- "A Comparison of Travel Time Inversions".- Geophys.J.R. Astr.Soc. 44, 517-536.

KENNETT, B.L.N. and ORCUTT, J.A. (1976).- "A Comparison of Travel Time Inversions for Marine Refraction Profiles".- J.Geophys.Res. 81, 4061-4070.

KENNETT, B.L.N. (1977).- "The Inversion of Reflected Wave Travel Times".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 49, 739-746.

LANCZOS, C. (1961).- "Linear Differential Operators", pp. 564.-
D. Van Nostrand, London.

LINDGREN, B.W. and McELRATH, G.W. (1969).- "Introduction to Probability & Statistics", pp. 305.- McMillan Co., Canadá.

McMECHAN, G.A. and WIGGINS, R.A. (1972).- "Depth Limits in Body-Wave Inversion".- Geophys.J.R.Astr.Soc.28,459-473.

MINSTER, J.B., JORDAN, T.H., MOLNAR, P. and HAINES, E. (1974).- "Numerical Modelling of Instantaneous Plate Tectonics".- Geophys. J.R.Astr.Soc. 36, 541-576.

MÜLLER, G. (1970).- "Exact Ray Theory and Its Application to the Reflection of Elastic Waves from Vertically Inhomogeneous Media".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 21, 261-283.

MÜLLER, G. and ALSOP, E. (1974).- "Partial Derivatives of Travel Time".- Geophys.J.R.Astr.Soc. 36, 239-243.

OFFICER, C.B. (1974).- "Introduction to Theoretical Geophysics", pp. 385.- Springer Verlag, Berlin.

ORCUTT, J.A., DORMAN, L.M. and SPUDICH (1977).- "Inversion of Oceanic Seismic Refraction Data in the Earth's Crust".- Geophys.Monogr. Ser. vol. 20. Ed. J.G. Heacock, pp. 371-384, A.G.U., Washington D.F.

ORTEGA, J. (1960).- The Givens-Householder Method for Symmetric Matrices". En: Mathematical Methods for Digital Computers; Ralston, A. y Wilf, H.S. (Eds.). John Wiley & Sons, Inc. New York.

PAYO, G. y RUIZ DE LA PARTE, E. (1977).- "El Perfil Sísmico de la Meseta".- I.G.N. Madrid.

PERRIER, G. (1973).- "La Croûte Terrestre" en: Traité de Géophysique Interne .- J. Coulomb and G. Jobert (Eds.). Masson, Paris.

RALSTON, A. (1970).- "Introducción al Análisis Numérico", pp. 629.-
Limusa-Wiley, México.

REINSCH, C.H. (1967).- "Smoothing by Spline Functions".- Num.Math.
10, 177-183.

SOMERVILLE, P.G., WIGGINS, R.A. and ELLIS, R.M. (1976).- "Time-Domain
Determination of Fault Parameters from Short-Period P-Waves".-
B.S.S.A, 66, 1459-1489.

STUMP, B.W. and JOHNSON, L.R. (1977).- "The Determination of Source
Properties by the Linear Inversion of Seismograms".- B.S.S.A.
67, 1489-1502.

SURINACH, E. (1976).- "Determinación de la Estructura de la Corteza
de Sierra Nevada-Filabres a partir de Sondeos Sísmicos Profundos
y Medidas Gravimétricas".- Universidad de Barcelona. Tesis de
Licenciatura, 75 pp.

SURINACH, E. and UDÍAS, A. (1977).- "Determination of the Root of
the Sierra Nevada (Spain) by Numerical Inversion of Seismic Data".-
IV Reunión de la E.G.S, Munich.

SURINACH, E., y UDÍAS, A. (1977).- "La Raiz de Sierra Nevada-Filabres
a partir de Sondeos Sísmicos y Gravimetría". En: Perfiles Sísmicos
Profundos en España, 1974-1975. A. Udías, I.G.N., Madrid.
pp. 111-121.

SURINACH, E., y UDÍAS, A. (1978).- "Determinación de la Raiz de
Sierra Nevada-Filabres a partir de Medidas de Refracción Sísmica
y Gravimetría".- En: Geodinámica de la Cordillera Bética y Mar de
Alborán. Granada 1976, 25-34.

UDÍAS, A. (1977).- "Perfiles Sísmicos Profundos en España (1974-
1975)".- Com.Esp. del Proyecto Geodinámico, I.G.N., Madrid, pp.
160.

UDÍAS, A. (1980).- "Deep Seismic Sounding Studies in Spain".- Final
report, Spanish Comitee of the International Geodynamics Project.
(En prensa).

WHITTAKER, E. and ROBINSON, G. (1967).- "The Calculus of Observations: An Introduction to Numerical Analysis", pp. 397. Dover, New York.

WIECHERT, E. (1910).- Phys.Z. 11, 294-304.

WIGGINS, R.A. (1972).- "The General Linear Inverse Problem: Implication of Surface Waves and Free Oscillations for Earth Structure".- Rev.Geophys.Space.Phys. 10, 251-285.

WIGGINS, R.A., McMECHAN, G.A. and TOKSÖZ, M.N. (1973).- "Range of Earth Structure Nonuniqueness Implied by Body Wave Observations".- Rev.Geophys.Space Phys. 11, 87-113.

Working Group for D.S.S. in Spain 1974-1975 (1977).- Deep Seismic Soundings in Southern Spain.- Pure and Appl. Geophys. 115, 721-735.

Working Group for Deep Seismic Sounding in the Alboran Sea 1974, (1978).- "Crustal Seismic Profiles in the Alboran Sea-Preliminary Results".- Pageoph. 116, 167-180.

